ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: «ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ»

Αλληλεπιδράσεις ατόμου-φωτονίων σε συζευγμένες οπτικές μίκρο-κοιλότητες: Μελέτη της δυναμικής των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού στη περίπτωση των δύο κοιλοτήτων

Σχετάκης Νικόλαος

Επιβλέπων : Επίκουρος καθηγητής **Αγγελάκης Δημήτριος**

ΧΑΝΙΑ , 2012

Αλληλεπιδράσεις ατόμου-φωτονίων σε συζευγμένες οπτικές μίκρο-κοιλότητες: Μελέτη της δυναμικής των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού στη περίπτωση των δύο κοιλοτήτων

Σχετάκης Νικόλαος

19 Ιουλίου 2012

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες

Πρώτα απο όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου Αγγελάκη Δημήτριο επίκουρο καθηγητή του γενικού τμήματος στο Πολυτεχνείο Κρήτης, για την επιστημονική, πνευματική και ηθική υποστήριξη που μου παρείχε καθ΄ όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διατριβής καθώς και κατά το χρονικό διάστημα των μεταπτυχιακών μου σπουδών στο τμήμα.

Τις θερμότερες μου ευχαριστίες θα ήθελα να δώσω στον Καθηγητή Δημοσθένη Έλληνα και στα μέλη της ομάδας του για τον εξαιρετικά εποικοδομητικό χρόνο που μου διέθεσαν, επίσης για τη βοήθεια και την ευγένεια τους.

Επίσης θέλω να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές φίλους και συναδέλφους μου για κάθε είδους βοήθεια που μου παρείχαν σε ποικίλους τομείς όλα αυτα τα χρόνια.

Ακόμα, θέλω να ευχαριστήσω από καρδιάς τους γονείς μου και την οικογένειά μου για τα απαραίτητα εφόδια, την αγάπη, τη συμπαράσταση, την υπομονή και την ουσιαστική στήριξή τους στην πορεία της ζωής μου συνολικά και ιδίως στην πορεία ολοκλήρωσης της παρούσας διατριβής.

Αυτή η δουλειά δε θα μπορούσε να ολοκληρωθεί δίχως την οικονομική υποστήριξη του Πολυτεχνείου κρήτης-ΕΛΚΕ μέσω υποτροφιών ενώ ιδιαιτέρως βοήθησε η υποτρόφια που μου δοθηκε απο τον Καθήγητη Δημήτριο Αγγελάκη μέσω του ΕΛΚΕ.

Περίληψη

Η κβαντική ηλεκτροδυναμική κοιλοτήτων (Cavity Quantum Electrodynamics - Cavity QED) μελετά τις αλληλεπιδράσεις φωτός-ύλης σε μικρο-κοιλότητες οπου εκδηλώνεται η κβαντική φύση του φωτός. Η Cavity QED, πέρα από το ότι είναι η πιο επιτυχημένη πειραματική υλοποίηση της αλληλεπίδρασης ενός φωτονίου με ένα μόνο άτομο, άνοιξε επίσης το δρόμο για τις πρώτες προτάσεις και πειράματα στον τομέα της κβαντικής επεξεργασίας της πληροφορίας. Στην παρούσα διατριβή, ξεκινάμε από την ανάλυση των βασικών εννοιών των αλληλεπιδράσεων ατόμου-φωτονίων σε μια μικρο-κοιλότητα, όπως περιγράφεται από το μοντέλο 'Jaynes-Cummings". Στο ίδιο αρχικό μέρος, παρουσιάζουμε εν τάχει τα βασικά χαρακτηριστικά των θεωρητικών και πειραματικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την προετοιμασία "εναγκαλισμένων" (entangled) καταστάσεων φωτονίων-ατόμων με άτομα Rydberg. Στη συνέχεια, κάνοντας χρήση υπολογιστικών μεθόδων, αναλύουμε διατάξεις αποτελούμενες από δύο συζευγμένες κοιλότητες, ένα αναδυόμενο πεδίο ενεργού ερευνητικού ενδιαφέροντος. Εδώ μελετούμε τη δυνατότητα για σύμφωνη μεταφορά πληθυσμών (coherent population transfer) μεταξύ των ατομικών και φωτονικών βαθμών ελευθερίας κάθε υποσυστήματος. Επιπλέον, αναλύουμε την εξάρτηση της χρονικής εξέλιξης του συστήματος, από πειραματικά ελεγχόμενους παράγοντες, όπως ο αποσυντονισμός μεταξύ των συχνοτήτων ατόμων - φωτονίων και ο ρυθμός μεταφοράς φωτονίων (hopping rate) μεταξύ των κοιλοτήτων. Στο τελευταίο μέρος μελετάμε την πιθανότητα δημιουργίας εναγκαλισμένων καταστάσεων μεταξύ των διαφόρων υποσυστημάτων της διάταξης (ατόμων ή φωτονίων σε κάθε κοιλότητα) και τις χαρακτηρίζουμε χρησιμοποιώντας την εντροπία "von-Neumann". Η δυναμική και η εξάρτηση των διαφόρων μορφών εναγκαλισμού για διαφορετικές αρχικές καταστάσεις, μελετώνται για ένα εύρος τιμών των φυσικών παραμέτρων. Καταλήγουμε αναλύοντας το πώς οι πειραματικές μας προβλέψεις θα μπορούσαν να υλοποιηθούν με την υπάρχουσα τεχνολογία Cavity QED.

Abstract

The study of light-matter interactions in the regime where the quantum nature of light is important, is also known as Cavity Quantum Electrodynamics (Cavity QED). Cavity QED, on top of being the perfect physical realization of single atom-single photon interactions, has also recently paved the way for the first proposals and experiments in quantum information processing. In the present thesis, we start by analyzing the basics of atom-photon interactions in a single cavity system containing an atom, as described by the Jaynes-Cummings model. In the same part, we also briefly present the founding, theoretical and experimental works, for generating atom-photon entangled states using Rydberg atoms. We then proceed in studying novel systems composed of two coupled micro-cavities, an emerging new field of active research. Here, we investigate the coherent population transfer between the atomic and photonic degrees of freedom using numerical methods. We also examine the dependence in the system's time evolution on experimentally tunable parameters such as the atom-photon detuning and photon hopping rate between the cavities. We finally examine the possibility for creating entangled states between the various subsystems (atoms or photons in each resonator) and characterize it using the measure of von-Neumann entropy. The dynamics and dependence of the different types of entanglement for different initial states is investigated for different parameter regimes. We conclude by analyzing how our predictions could be implemented in with existing micro and optical Cavity QED technology.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Ένα μεγάλο κομμάτι της κβαντικής οπτικής μελετά τις αλληπιδράσεις της ύλης με το φώς. Τέτοιου είδους αλληλεπιδράσεις, ειδικά στον ελεύθερο χώρο είναι συνήθως πολυ ασθενείς. Οι αλληλεπιδράσεις ύλης με το φώς, ενισχύονται σημαντικά στη περίπτωση που λάβουν χώρα μέσα σε μίκρο-κοιλοτήτες. Η Cavity QED ορίζεται ως η μελέτη των αλληλεπιδράσεων μεταξύ ατόμων και φωτονίων παγιδευμένων μέσα σε μικρο-κοιλότητες. Σε αυτές τις συνθήκες η κβαντική φύση του φωτός είναι ιδιαίτερα σημαντική και έχει ώς αποτέλεσμα να παρατηρούνται ιδιαίτερα φαινόμενα που δεν παρουσιάζονται οταν το φως είναι κλασσικό πεδιο. Πειράματα Cavity QED ανέδειξαν κβαντικές συμπεριφορές χωρις κλασσικο ανάλογο όπως για παράδειγμα η υπέρθεση καταστάσεων, οι κβαντικές διακυμάνσεις του κενού ή ο κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ σωματίων. Επιπλέον η Cavity QED έπαιξε σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της επιστήμης της κβαντικής πληροφορικής υπο το πρίσμα της οποίας τα άτομα και τα φωτόνια δύναται να χρησιμοποιηθούν ως κβαντικές μονάδες πληροφορίας. Σκοπός της κβαντικής πληροφορικής είναι να 'δαμάσει' τους μηχανισμούς που διέπουν τον κβαντικό κόσμο και να τους χρησιμοποιήσει για υπολογιστικές διεργασίες [1].

Οι αρχικές ιδέες που οδήγησαν στη δημιουργία του πεδίου της Cavity QED οφείλονται στον Purcell (1946) ο οποίος μελέτησε την αυθόρμητη εκπομπή ατόμων κοντά σε διηλεκτρικές επιφάνειες. Σύμφωνα με τις παρατηρήσεις του, ο ρυθμός αυθόρμητης εκπομπής ενός ατόμου εξαρτάται απο το περιβάλλον του. Οπότε αλλάζοντας το με κάποιο τρόπο (με το να τοποθετήσουμε το άτομο ανάμεσα σε δύο καθρέπτες), είναι δυνατόν να ελεγχθεί ο ρυθμός αυθόρμητης εκπομπής. Αυτη η συμπεριφόρα έδωσε το έναυσμα στους επιστήμονες να χρησιμοποιήσουν το χώρο στον οποίο βρίσκονται τα άτομα ως εργαλείο με το οποίο θα μπορούσαν να ελέγξουν τις αλληλεπιδράσεις της ύλης με το φώς. Τα πρώτα πειράματα Cavity QED διενεργήθηκαν το 1980 και απέδειξαν την προβλεπόμενη αύξηση (Goy et al., 1983 [2])) ή την μείωση (Gabrielse and Dehmet,1985 [3]; Hulet et al., 1985 [4])) του ρυθμού αυθόρμητης εκπομπής.

Έκτοτε, η Cavity QED παρουσίασε μεγάλη πρόοδο. Πειράματα στα οποία οι σύμφωνες αλληλεπιδράσεις ύλης-φωτος διατηρούνται για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα έναντι των δεδομένων απωλειών ενέργειας (strong coupling regime) έχουν πραγματοποιηθεί σε διαφορετικά εργαστήρια ανα τον κόσμο. Αποτέλεσμα της προόδου στον τομέα ειναι η ανάπτυξη του πρώτου micro-maser (Meschede et al., 1985 [5]). Σημαντική πρόοδος υπήρξε και στις οπτικές συχνότητες οπου χρησιμοποιήθηκαν οπτικές μεταβάσεις ατόμων τοποθετημένων σε κοιλότητες Fabry-Pèrot (Thompson et al., 1992 [6]).

Πιο πρόσφατα πρόοδοι στην νανοτεχνολογία επέτρεψαν τη χρήση κβαντικών τελειών ως τεχνητά άτομα τα οποία συζεύγονται σε μίκρο-κοιλότητες οι οποίες βρίσκονται μεσα σε φωτονικούς κρυστάλλούς (Reithmaier et al., 2004 [7]), (Badolato et al., 2005 [8]). Τέλος τη τελευταία δεκαετία ενας νεος τομέας της Cavity QED, η κβαντική ηλεκτροδυναμική κυκλωμάτων Circuit QED οπου χρησιμοποιούνται υπεραγώγιμα κυκλώματα συζευγμένα με υπερ-ανακλαστικές μικρο-κοιλότητες (Alexandre Blais et al. 2004 [?]) έχει κάνει την εμφάνιση της.

Στην παρούσα διατριβή, ξεκινάμε από την ανάλυση των βασικών εννοιών των αλληλεπιδράσεων ατόμουφωτονίων σε μια μικρο-κοιλότητα, όπως περιγράφεται από το μοντέλο "Jaynes-Cummings". Στο ίδιο αρχικό μέρος, παρουσιάζουμε εν τάχει τα βασικά χαρακτηριστικά των θεωρητικών και πειραματικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την προετοιμασία "εναγκαλισμένων" (entangled) καταστάσεων φωτονίων-ατόμων με άτομα Rydberg. Στη συνέχεια, κάνοντας χρήση υπολογιστικών μεθόδων, αναλύουμε διατάξεις αποτελούμενες από δύο συζευγμένες κοιλότητες, ένα αναδυόμενο πεδίο ενεργού ερευνητικού ενδιαφέροντος. Εδώ μελετούμε τη δυνατότητα για σύμφωνη μεταφορά πληθυσμών (coherent population transfer) μεταξύ των ατομικών και φωτονικών βαθμών ελευθερίας κάθε υποσυστήματος. Επιπλέον, αναλύουμε την εξάρτηση της χρονικής εξέλιξης του συστήματος, από πειραματικά ελεγχόμενους παράγοντες, όπως ο αποσυντονισμός μεταξύ των συχνοτήτων ατόμων - φωτονίων και ο ρυθμός μεταφοράς φωτονίων (hopping rate) μεταξύ των κοιλοτήτων. Στο τελευταίο μέρος μελετάμε την πιθανότητα δημιουργίας εναγκαλισμένων καταστάσεων μεταξύ των διαφόρων υποσυστημάτων της διάταξης (ατόμων ή φωτονίων σε κάθε κοιλότητα) και τις χαρακτηρίζουμε χρησιμοποιώντας την εντροπία "von-Neumann". Η δυναμική και η εξάρτηση των διαφόρων μορφών εναγκαλισμού για διαφορετικές αρχικές καταστάσεις, μελετώνται για ένα εύρος τιμών των φυσικών παραμέτρων. Καταλήγουμε αναλύοντας το πώς οι πειραματικές μας προβλέψεις θα μπορούσαν να υλοποιηθούν με την υπάρχουσα τεχνολογία Cavity QED.

Κεφάλαιο 2

Κβαντική ηλεκτροδυναμική κοιλοτήτων

2.0.1 Το μοντέλο $Jaynes - Cummings$

Θα ξεκινήσουμε με τη περιγραφή του μοντέλου Jaynes-Cummings [9]. Αυτο το μοντέλο περιγράφει την αλληλεπιδράση ενός δι-καταστασιακού ατόμου με ενα κβαντικό ηλεκτρικομαγνητικό πεδίο αγνοώντας διεργασίες που δεν διατηρούν την ενέργεια του συστήματος ατόμου-κοιλότητας. Το σύστημα απεικονίζεται στην εικόνα (2.1). Η ολική Χαμιλτονιανή (H) του συστήματος περιέχει τρείς όρους. Ο πρώτος όρος (H^A) αφορά το άτομο, ο δεύτερος (H^F) το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο και ο τρίτος όρος (V^{AF}) αφορά την αλληλεπίδραση ατόμου-πεδίου.

$$H = H^A + H^F + V^{AF} \tag{2.1}$$

Τώρα, εισάγουμε τους ατομικούς τελεστές

$$\sigma_z \equiv |e><e| - |g><g|$$

$$\sigma_+ \equiv |e><g|$$

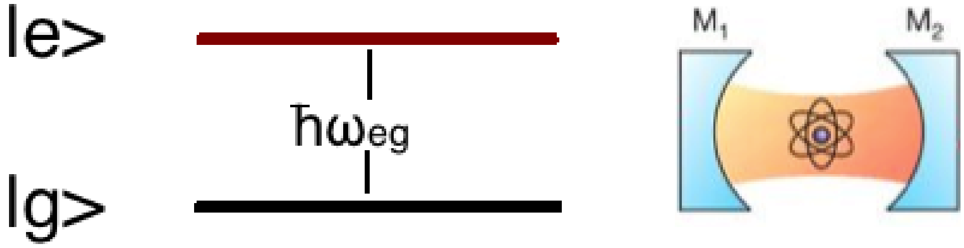
$$\sigma_- \equiv |g><e|$$

Στη βάση των ιδιοκαταστάσεων του ατόμου $|e>$,$|g>$ οι άνωθεν τελεστές εκφράζονται σε μορφή πίνακα ώς

$$\sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \sigma_+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_- = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Εύκολα διαπιστώνουμε πως ο τελεστής σ_z αντιστοιχεί σε εναν απο τους πίνακες σπιν του Pauli (Pauli spin matrix), ενω οι τελεστές ατομικής αναβίβασης σ_+ και καταβίβασης σ_- συνδέονται με τους πίνακες Pauli μεσω του μετασχηματισμού $\sigma_\pm = \frac{1}{2}[\sigma_x \pm i\sigma_y]$. Ως εκ τούτου η Χαμιλτονιανή του ατόμου μπορει να γραφτεί ώς:

$$H^A = \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg}\sigma_z = \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg}|e><e| - \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg}|g><g| \tag{2.2}$$



Σχήμα 2.1: Αλληλεπιδραση δικαταστασιακού ατόμου με ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε κοιλότητα που σχηματίζεται απο δυο καθρέφτες $M1$, $M2$. Η θεμελιωδης κατάσταση του ατόμου συμβολίζεται με $|g>$ ενω η διεγερμένη κατάσταση του ατόμου συμβολίζεται με $|e>$. Οι αντίστοιχες ενέργειες των καταστάσεων είναι $E_g = \hbar\omega_g$ και $E_e = \hbar\omega_e > E_g$. Όπου $\omega_{eg} \equiv \omega_e - \omega_g$ η συχνότητα της ατομικής μετάβασης.

Ως αποτέλεσμα, η ενέργεια της διεγερμένης κατάστασης $|e>$ είναι $E_e = \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg}$ ενω της θεμελιώδους κατάστασης $|g>$ είναι $E_g = -\frac{1}{2}\hbar\omega_{eg}$. Ορίζοντας ώς $U_A = e^{-\frac{i}{\hbar}H^A t}$ τον τελεστή χρονικής εξέλιξης για το ελεύθερο άτόμο, έχουμε

$$U_A^\dagger(t)\sigma_\pm U_A(t) = \sigma_\pm e^{\pm i\omega_{eg}t}$$

Αυτός ο μετασχηματισμός μεταφέρει τη χρονική εξέλιξη στον τελεστή. Ετσι μπορούμε να μεταφερθούμε στην εικόνα αλληλεπίδρασεις (Interaction picture). Η Χαμιλτονιανή του πεδίου στη κοιλότητα είναι

$$H^F = \hbar\omega a^\dagger a$$

όπου $a^\dagger$ και a είναι οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής για το πεδίο. Για το μετασχηματισμό της Χαμιλτονιανής του πεδίου στην (Interaction picture), ορίζουμε $U_F(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}H^F t}$, ώστε

$$U_F^\dagger(t) a U_F(t) = a e^{-i\omega t}, \quad U_F^\dagger(t) a^\dagger U_F(t) = a e^{i\omega t}$$

Τέλος όσον αφορά τον όρο αλληλεπίδρασης ατόμου-πεδίου, και υπο την προσέγγιση διπόλου (dipole approximation), γράφουμε $V^{AF} = -\wp E(z_0)$, όπου το ηλεκτρικό πεδίο στην θέση του ατόμου z_0 είναι $E(z_0) = \epsilon_\omega(a+a^\dagger)\sin(kz_0)$ και $\epsilon_\omega = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}}$ είναι το ηλεκτρικό πεδίο ανα φωτόνιο σε κοιλότητα όγκου V. Όσον αφορα την ηλεκτρική διπολική ροπή του ατόμου, αυτή μπορεί να εκφραστεί ώς

$$\wp = |g><g|\wp|e><e| + |e><e|\wp|g><g| \equiv \wp_{eg}\sigma_- + \wp_{eg}\sigma_+$$

Επιπλέον εαν ορίσουμε την σταθερά σύζευξης ατόμου-πεδίου ώς $g \equiv -(\wp_{eg}\epsilon_\omega/\hbar)\sin(kz_0)$, έχουμε:

$$V^{AF} = \hbar g(\sigma_- + \sigma_+)(a + a^\dagger), \tag{2.3}$$

Οπου το g θεωρείται πραγματικός αριθμός χωρίς βλάβη της γενικότητας. Εάν ορίσουμε ώς $H^0 = H^A + H^F$ το άθροισμα των Χαμιλτονιανών του ελεύθερου ατομου και πεδίου τότε στην interaction picture έχουμε

$$\tilde{V} \equiv e^{\frac{i}{\hbar}H^0 t} V^{AF} e^{-\frac{i}{\hbar}H^0 t} = \hbar g[a^\dagger\sigma_- e^{i(\omega-\omega_{eg})t} + \sigma_+ a e^{-i(\omega-\omega_{eg})t} + a^\dagger\sigma_+ e^{i(\omega+\omega_{eg})t} + \sigma_- a e^{-i(\omega+\omega_{eg})t}] \tag{2.4}$$

Σε αυτή τη Χαμιλτονιανή αλληλεπίδρασης, ο όρος $a^\dagger\sigma_-$ αντιστοιχεί στη μετάβαση του ατόμου απο την διεγερμένη κατάσταση στη θεμελιώδη και την εκπομπή ενος φωτονίου, ενώ ο όρος $a\sigma_+$ περιγράφει την αντίθετη διαδικασία. Οι όροι $a^\dagger\sigma_+$ και $a\sigma_-$, οι οποίοι στην interaction picture ταλαντώνονται με ρυθμό $\pm(\omega+\omega_{eg})$, περιγράφουν ενεργειακα μή-διατηρητικές διαδικασίες κατα τις οποίες το άτομο και το πεδίο κερδίζουν ή χάνουν απο ενα κβάντο ενέργειας ταυτόχρονα. Αυτούς λοιπόν τους όρους που δεν διατηρούν την ενέργεια του συστήματος ατόμου-κοιλότητας τους αμελούμε. Αυτη η προσεγγιση ονομάζεται rotating wave approximation. Έτσι ο όρος αλληλεπίδρασης ατόμου-πεδίου παίρνει τη μορφή

$$V^{AF} = \hbar g(\sigma_+ a + a^\dagger\sigma_-) \tag{2.5}$$

Αρα η ολική Χαμιλτονιανή του συστήματος υπο μελέτη γράφεται ώς

$$H = \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg}\sigma_z + \hbar\omega a^\dagger a + \hbar g(\sigma_+ a + a^\dagger\sigma_-) \tag{2.6}$$

ευρέως γνωστή ώς "Jaynes-Cummings" Hamiltonian [9].

2.0.2 'Ντυμένες καταστάσεις' *Dressed states*

Οι ιδιοκαταστάσεις του υπο μελέτη συστήματος γνωστές και ώς "dressed states" αποτελούν υπέρθεση των καταστάσεων του ελεύθερου ατόμου και του πεδίου όπως θα δειξουμε παρακάτω. Οι ιδιοκαταστάσεις του ελεύθερου πεδίου ονομάζονται Fock states $|n\rangle$, οπου $n = 0, 1, 2, ...$ ενω οι ιδιοκαταστάσεις του ελεύθερου ατόμου είναι οι $|e\rangle$, $|g\rangle$. Ο όρος αλληλεπίδρασης V^{AF} προκαλεί σύζευξη των καταστάσεων $|e\rangle\,|n\rangle \equiv |e.n\rangle$ και $|g\rangle\,|n+1\rangle \equiv |g.n+1\rangle$, κατα τον ακόλουθο τρόπο:

$$\langle g, n+1|\, H\, |e, n\rangle \;=\; \langle e, n|\, H\, |g, n+1\rangle \;=\; \hbar g\sqrt{n+1} \tag{2.7}$$

$$E_{e,n} = \langle e, n|\, H\, |e, n\rangle = \hbar(\omega n + \frac{1}{2}\omega_{eg}) \tag{2.8}$$

$$E_{g,n+1} = \langle g, n+1|\, H\, |g, n+1\rangle = \hbar[\omega(n+1) - \frac{1}{2}\omega_{eg}] = E_{e,n} + \hbar\Delta \tag{2.9}$$

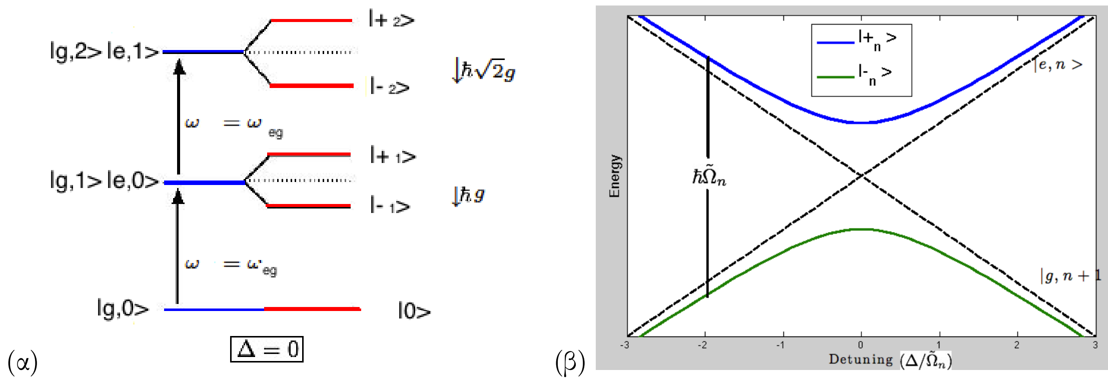
όπου $\Delta \equiv \omega - \omega_{eg}$ ορίζεται ο αποσυντονισμός ατόμου πεδίου. Η Χαμιλτονιανή (2.6) μπορεί να γραφτεί ώς άθροισμα $H = \sum_n H_n$ οπου κάθε όρος του αθροίσματος αποτελεί μια Χαμιλτονιανή που δρά στον υποχωρο $|e, n\rangle$, $|g, n+1\rangle$ για $n = 0, 1, 2, \ldots$. Σε μορφή πινάκων η Χαμιλτονιανή για κάθε υπόχωρο γράφεται ώς

$$H_n = E_{e,n}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \hbar\begin{bmatrix} 0 & g\sqrt{n+1} \\ g\sqrt{n+1} & \Delta \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

Διαγωνοποιώντας την (2.10), βρίσκουμε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα σε κάθε υπόχωρο:

$$\lambda^n_\pm = \frac{1}{2}E_{e,n} + \frac{1}{2}\hbar\Delta \pm \hbar\tilde{\Omega}_n \tag{2.11}$$

Οπου εισάγαγαμε τη γενικευμένη κβαντική συχνότητα Rabi ("generalized quantum Rabi frequency") $\tilde{\Omega}_n \equiv \sqrt{4g^2(n+1) + (\Delta/2)^2}$ η οποία ανάγεται στη κβαντική συχνότητα Rabi ("quantum Rabi



Σχήμα 2.2: Μοντέλο $Jaynes-Cummings$ σε σύστημα ατόμου-κοιλότητας: (α) Οι μπλέ γραμμές αναπαριστούν τις ελευθερες ιδιοκαταστάσεις του συστήματος ατόμου-κοιλότητας ($g = 0$) στη περίπτωση οπου ο αποσυντονισμός συχνότητας ειναι μηδέν $\Delta = 0$. Εξαιρουμένης της θεμελιώδους καταστασης $|g, 0>$, για κάθε n οι ιδιοκαταστάσεις $|g, n+1>$, $|e, n>$ είναι εκφυλισμένες. (β) Οι συνεχείς γραμμές αναπαριστούν τις dressed states ως συνάρτηση του αποσυντονισμού $(\Delta/\tilde{\Omega}_n)$ ενώ οι διακεκομμένες γραμμές αναπαριστούν τις ελεύθερες καταστάσεις του συστήματος ($g = 0$).

frequency") $\Omega_n \equiv 2g\sqrt{n+1}$ για $\Delta = 0$. Οι ενέργειες των dressed states ως συνάρτηση του αποσυντονισμού Δ απεικονίζονται στην εικόνα (2.2). Οι ιδιοκαταστάσεις (dressed states) του συστήματος είναι:

$$|\pm_n> = \frac{1}{\sqrt{N_\pm}}[(\tilde{\Omega}_n \mp \frac{1}{2}\Delta)|e, n> \pm g\sqrt{n+1}|g, n+1>], \tag{2.12}$$

όπου $N_\pm = (\tilde{\Omega}_n \mp \frac{1}{2}\Delta)^2 + g^2(n+1)$ ειναι παράγοντας κανονικοποίησης. Οι dressed states ονομάζονται και 'πολαριτόνια' όρος ο οποίος προέρχεται απο τη φυσική συμπυκνωμένης ύλης.

Στη περίπτωση οπου $\Delta = 0$ έχουμε,

$$\lambda_\pm^n = \frac{1}{\hbar}E_{e,n} \pm \hbar\sqrt{g(n+1)}, \tag{2.13}$$

και

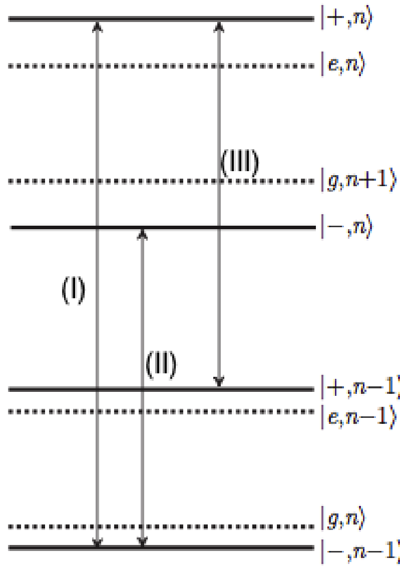
$$|\pm_n> = \frac{1}{\sqrt{2}}[|e, n> \pm |g, n+1>] \tag{2.14}$$

Σε αυτή τη περίπτωση, βλέπε εικόνα (2.2), οι dressed states αποτελούν συμμετρικές $|+_n>$ και αντισυμμετρικές $|-_n>$ υπερθέσεις των ελεύθερων καταστάσεων $|e, n>$, $|g, n+1>$ ενω η ενεργειακή τους διαφορά ειναι

$$\lambda_+^{(n)} - \lambda_-^{(n)} = 2\hbar g\sqrt{n+1} = \hbar\Omega_n$$

δηλαδή το διπλάσιο του μετροστοιχείου στην (2.10).

Απο την (2.11) συμπαιρένουμε οτι οι ενέργειες των dressed states εξαρτώνται μη-γραμμικα απο τον αριθμό φωτονίων n. Έστω οτι ένα άτομο αλληλεπιδρά με ενα φωτόνιο του οποίου η συχνότητα ειναι τέτοια ώστε $\Delta = 0$. Εαν ενα δεύτερο ίδιο φωτόνιο προσπαθήσει να αλληλεπιδράσει με το ίδιο άτομο



Σχήμα 2.3: (συνεχείς γραμμές) ενέργειες των dressed states στη περίπτωση υψηλού απο-συντονισμού. (διακεκομμένες γραμμές) ενέργειες των ελεύθερων ιδιο-καταστάσεων ατόμου-πεδίου. Με κάθετα βέλη αναπαρίστανται οι ατομικές μεταβάσεις. Οι ενεργειακές διαφορές μεταξύ των dressed states είναι: (I) $|+_n > -|-_{n-1} >= \hbar\Delta[1+\frac{4\hbar g^2(2n+1)}{\Delta^2}]$, (II) $|-_n > -|-_{n-1} >= -\frac{4\hbar g^2}{\Delta}$, (III) $|+_n > -|+_{n-1} >= \frac{4\hbar g^2}{\Delta}$, [13].

στη κοιλότητα τότε θα βρεθεί σε αποσυντονισμό. Αυτό εχει ώς αποτέλεσμα το δεύτερο φωτόνιο να απωθείτε απο τη κοιλότητα έως ότου το πρώτο φωτόνιο βγεί απο τη κοιλότητα. [10]. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται Photon blockade [11]. Το φαινόμενο Photon blockade παρατηρήθηκε πειραματικά πρώτη φορα το 2005 [12].

Τώρα θα μελετήσουμε τη περίπτωση κατα την οποία ο αποσυντονισμός συχνότητας μεταξύ ατόμου και πεδίου ειναι μεγάλος ($\Delta >> \tilde{\Omega}_n$). Σύμφωνα με την εικόνα (2.2) σε μεγάλες τιμές αποσυντονισμού οι dressed states τείνουν προς τις ελεύθερες ιδιο-καταστάσεις του συστήματος ατόμου-πεδίου. Δηλαδή στη περίπτωση όπου $\Delta \to \infty$ αναπτύσσοντας την (2.12) σε σειρά Taylor και αμελόντας τους μικρούς όρους έχουμε οτι:

$$|+_n > \to |e, n > \quad , \quad |-_n > \to -i|g, n+1 >$$

Αυτα τα συμπεράσματα αντιστρέφονται για τη περίπτωση $\Delta \to -\infty$, όπου

$$|+_n > \to i|g, n+1 > \quad , \quad |-, n > \to |e, n >$$

Καταλήγουμε λοιπόν στο ότι η φύση των πολαριτονίων εξαρτάται απο τον αποσυντονισμό ατόμου-πεδίου (Δ).

Στη περίπτωση μεγάλου απο-συντονισμού η πιθανότητα ατομικής μετάβασεις με παράληλλη απορρόφηση ή εκπομπή ενος φωτονίου ειναι αμελητέα. Ως εκ τούτου η νέα Χαμιλτονιανή που περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις ατομου-πεδίου H_{eff} είναι [13], [14].

$$H_{eff} = 4\hbar\frac{g^2}{\Delta}(\sigma_+\sigma_- + \alpha^\dagger\alpha\sigma_z) \tag{2.15}$$

Αυτη η νέα Χαμιλτονιανή προέρχεται απο την (2.6) την οποία αναπτύσσουμε σε σειρά Taylor και στη συνέχεια αμελούμε τους μικρούς όρους. Οι ενέργειες των dressed states για μεγάλες τιμές αποσυντονισμου είναι

$$E_+^n = \frac{1}{2}E_{e,n} + \hbar\Delta + \frac{4\hbar g^2(n+1)}{\Delta} \quad , \quad E_-^n = \frac{1}{2}E_{e,n} - \frac{4\hbar g^2(n+1)}{\Delta} \tag{2.16}$$

και απεικονίζονται στην εικόνα (2.3). Για να εξάγουμε αυτες τις εξισώσεις ανάπτυξαμε την (2.13) σε σειρά Taylor οπου πάλι αμελήσαμε τους πολύ μικρούς όρους.

2.0.3 Δυναμική πληθυσμών

Σε αυτό το κομμάτι θα μελετήσουμε τη δυναμική των πληθυσμών για το σύστημα ενος ατόμου σε μια κοιλότητα όπως αυτο αναλύθηκε προηγουμένως για περιπτώσεις οπου αρχικά το πεδίο στη κοιλότητα ειναι σε κατάσταση Fock και ο αποσυντονισμός είναι $\Delta = 0$.

Υποθέτουμε λοιπόν οτι το πεδίο αρχικά βρισκεται στη κατάσταση Fock $|n>$ με ακριβώς n φωτόνια, τα οποία αλληλεπιδρούν με ένα άτομο αρχικά στην θεμελιώδη κατάσταση $|g>$. Οπότε, η αρχική ($t=0$) κατάσταση του συστήματος είναι $|\Psi_{t=0}>=|g,n>$. Η Χαμιλτονιανή (2.6) προκαλεί σύζευξη μεταξυ της κατάστασης $|g,n>$ με ενέργεια

$$E_{|g,n>} = \hbar(\omega n + \frac{1}{2}\omega_{eg})$$

και $|e,n-1>$ με ενέργεια

$$E_{|e,n-1>} = \hbar(\omega(n-1) - \frac{1}{2}\omega_{eg})$$

ώς εξής

$$<e,n-1|V^{AF}|g,n> = <g,n|V^{AF}|e,n-1> = \hbar g\sqrt{n} \tag{2.17}$$

Στην interaction picture, η κατάσταση του συστήματος κάθε χρονική στιγμή είναι

$$|\Psi_t> = c_{g,n}(t)|g,n> + c_{e,n-1}(t)|e,n-1>, \tag{2.18}$$

Αντικαθιστώντας την (2.18) στην εξίσωση του Schrödinger έχουμε

$$i\hbar\frac{d|\Psi_t>}{dt} = V^{AF}|\Psi_t>$$

όπου ο όρος V^{AF} προέρχεται απο την (2.3).

Οι ενέργειες των ιδιοκαταστάσεων για $\Delta \equiv \omega - \omega_{eg} = 0$ απεικονίζονται στην εικόνα (2.2). Αντικαθιστώντας την (2.18) στην εξίσωση του Schrödinger προκύπτει το ακόλουθο ζεύγος διαφορικών εξισώσεων

$$\frac{d}{dt}c_{g,n} = -ic_{e,n-1}g\sqrt{n} \tag{2.19}$$

$$\frac{d}{dt}c_{e,n-1} = -ic_{g,n}g\sqrt{n} \tag{2.20}$$

Λύνωντας το ζεύγος (2.19), (2.20) και λαμβάνοντας υπόψιν οτι $c_{g,n}(t=0)=1$ και $c_{e,n-1}(t=0)=0$ (ικανοποιώντας δηλαδή την αρχική συνθήκη $|\Psi_{t=0}>=|g,n>$), έχουμε:

$$c_{g,n} = cos(g\sqrt{n}t) \quad , \quad c_{e,n-1} = -isin(g\sqrt{n}t) \tag{2.21}$$

Η πιθανότητα το άτομο να βρίσκεται στη θεμελιώδη του κατάσταση συναρτήση του χρόνου t είναι

$$|c_{g,n}(t)|^2 = cos^2(g\sqrt{n}t) = \frac{1}{2}[1+cos(2\sqrt{n}gt)] \tag{2.22}$$

Ενώ η πιθανότητα το άτομο να μεταβεί στη διεγερμένη του κατάσταση συναρτήση του χρόνου t είναι

$$|c_{e,n-1}(t)|^2 = sin^2(g\sqrt{n}t) = \frac{1}{2}[1-cos(2\sqrt{n}gt)] \tag{2.23}$$

Η αναστροφή πληθυσμών $W(t)$ δίνεται απο την αναμενόμενη τιμή του τελεστή $\sigma_z \equiv |e><e|-|g><g|$:

$$W(t) =<\Psi(t)|\sigma_z|\Psi(t)>= -cos(2g\sqrt{n}t) \tag{2.24}$$

Οι εξισώσεις (2.22), (2.23), (2.24) δείχνουν οτι το σύστημα ατόμου-πεδίου ταλαντώνεται ανάμεσα στις δυο καταστάσεις $|g,n>$ και $|e,n-1>$ με ρυθμό $2g\sqrt{n}$.

Τέτοιου είδους κβαντικές ταλαντώσεις μεταξύ των ατομικών καταστάσεων αναμένονται (Haroche, 1992 [?]) ακόμα και στη περίπτωση όπου $n=0$. Αυτου του είδους οι ταλαντώσεις μελετάμε στη συνέχεια. Υποθέτουμε οτι το άτομο βρίσκεται στην διεγερμένη κατάσταση $|e>$ και αλληλεπιδρά με πεδίο σε κατάσταση $|n>$. Οπότε η αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0}>=|e,n>$ δυναται να συζευχθεί με την $|g,n+1>$ μέσω του όρου αλληλεπίδρασης (V^{AF}).

$$<g,n+1|V^{AF}|e,n>=\hbar g\sqrt{n+1} \tag{2.25}$$

Στην interaction picture η γενική κατάσταση του συστήματος ατόμου-πεδίου είναι:

$$|\Psi_t>= c_{e,n}(t)|e,n> + c_{g,n+1}(t)|g,n+1> \tag{2.26}$$

Στην υπο μελέτη περίπτωση οι αρχικές συνθήκες είναι, $c_{e,n}(t=0)=1$ και $c_{g,n+1}(t=0)=0$. Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικάσια όπως πρίν έχουμε,

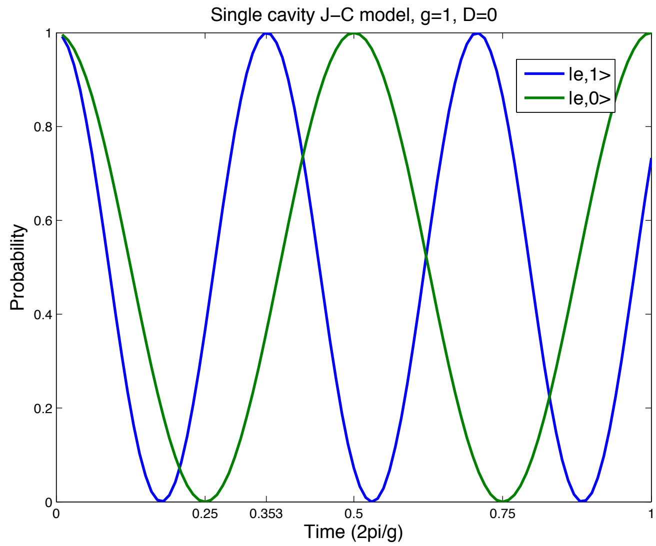
$$c_{e,n} = cos(g\sqrt{n+1}t) \quad , \quad c_{g,n+1} = -i\ sin(g\sqrt{n+1}t) \tag{2.27}$$

Οπότε οι πιθανότητες το άτομο να βρεθεί στην θεμελιώδη η διεγερμένη κατάσταση συναρτήση του χρόνου t είναι

$$|c_{e,n}(t)|^2 = \frac{1}{2}[1+cos(2g\sqrt{n+1}t)] = \frac{1}{2}[1+cos(\Omega_n t)] \quad , \quad |c_{g,n+1}(t)|^2 = \frac{1}{2}[1-cos(\Omega_n t)] \tag{2.28}$$

Ενω η αναστροφή πληθυσμών είναι

$$W(t) = cos(2g\sqrt{n+1}t) = cos(\Omega_n t) \tag{2.29}$$



Σχήμα 2.4: Σύστημα ατόμου σε κοιλότητα: Πιθανότητα το άτομο να βρίσκεται στην διεγερμένη κατάσταση ώς συνάρτηση του χρόνου. (Πράσινη γραμμή) αρχική κατάσταση $|e, 0>$. (Μπλέ γραμμή) αρχική κατάσταση $|e, 1>$. Ο αποσυντονισμός Δ είναι μήδεν και η σταθερά σύζευξης ατόμου-πεδίου Jaynes-Cummings ειναι $g = 1$.

Σύμφωνα με την (2.28) αναμένονται ταλαντώσεις Rabi ακόμα και στη περίπτωση όπου αρχικά το πεδίο της κοιλότητας ειναι το κενό $|n >= 0$ ("vacuum-field Rabi oscillations"). Αξίζει να σημειωθεί πως αυτού του είδους οι ταλαντώσεις κενού δεν εμφανίζονται σε συστήματα ατόμου-πεδίου οπου το πεδίο δεν ειναι κβαντισμένο. Στην εικόνα (2.4) (πράσινη γραμμή) απεικονίζουμε τη πιθανότητα εύρεσης του ατόμου στην διεγερμένη κατάσταση συναρτήση του χρόνου($|c_{e,0}(t)|^2$). Αυτές οι ταλαντώσεις έχουν περίοδο $T = 1/2g\sqrt{1} = 0.5$ (μονάδες χρόνου: $2\pi/g$), οπου η σταθερά σύζευξης ατόμου-πεδίου Jaynes-Cummings ειναι $g = 1$.
Στη περίπτωση που επιλέξουμε να εξελίξουμε χρονικά μια διαφορετική αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0} >= |e, 1>$ και εάν θέσουμε $g = 1$, τότε απο την εξίσωση (2.28) έχουμε

$$|c_{e,n-1}(t)|^2 = |c_{e,1}(t)|^2 = cos^2(g\sqrt{2}t) = \frac{1}{2}[1 + cos(2g\sqrt{2}t)]$$

Δηλαδή η πιθανότητα εύρεσης του ατόμου στη διεγερμένη κατάσταση, ταλαντώνεται με περίοδο $T = 1/(2g\sqrt{2}) = 0.353$ (μονάδες χρόνου: $2\pi/g$). Αυτές οι ταλαντώσεις απεικονίονται στην εικόνα (2.4) (μπλέ γραμμή).

Τέλος εφόσον οι ιδιοκαταστάσεις του συστήματος δεν εξελίσονται χρονικά, εάν επιλέξουμε ώς αρχική κατασταση του συστήματος μια ιδιοκατάσταση $|\Psi_{t=0} >= |+>$ ή $|\Psi_{t=0} >= |->$ και εάν θέσουμε $\Delta = 0$ τότε απο την (2.12) είναι σαφές πως η πιθανότητα το άτομο να βρίσκεται στη διεγερμένη ή θεμελιώδη κατάσταση του ειναι σταθερή στο χρόνο με τιμή $P_{excited} = P_{ground} = 0.5$.

Κβαντικος εναγκαλισμος

Ο όρος κβαντικός εναγκαλισμός ή entanglement χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά απο τον Schröndinger το 1935. Σύμφωνα με κείμενο του στη φιλοσοφική κοινότητα του Cambridge <<When two systems, enter into temporary physical interaction due to known forces between them, and separate again, then they can no longer be described in the same way as before, viz. by endowing each of them with a representative of its own. I would not call that one but rather the characteristic trait of quantum mechanics, the one that enforces its entire departure from classical lines of thought. By the interaction the two representatives (the quantum states) have become entangled.>>

Κβαντικός εναγκαλισμός (entanglement), ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο η κατάσταση δύο ή περισσοτέρων σωματιδίων δεν μπορεί να περιγραφεί σαν συνδυασμός των καταστάσεων των σωματιδίων ξεχωριστά. Η έρευνα σχετικά με το κβαντικό εναγκαλισμό ξεκίνησε απο μια δημοσίευση των A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen το 1935 [15]. Ένα μέτρο ποσοτικοποίησης του κβαντικού εναγκαλισμού είναι η εντροπία von-Neumann S. Η εντροπία von-Neumann μιας κατάστασης $|\Psi>$ με πίνακα πυκνότητας $\rho = |\Psi><\Psi|$ ορίζεται ώς

$$S(\rho) = -Tr(\rho \; log_2 \; \rho)$$

Εάν επιλέξουμε μια ορθοκανονική βάση στην οποία ο πίνακας πυκνότητας ρ ειναι διαγώνιος

$$\rho = \sum_i \lambda_i |\psi_i><\psi_i|$$

μπορούμε να υπολογίσουμε την εντροπία $S(\rho)$ ως

$$S(\rho) = -\sum_i \lambda_i \; log_2 \; \lambda_i$$

όπου λ_i είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα πυκνότητας ρ.

Η εντροπία von-Neumann είναι μονοτονική συνάρτηση του κβαντικού εναγκαλισμού για ενα ζευγάρι υπο-συστημάτων. Έίναι μήδεν για pure καταστάσεις ενώ η μέγιστη τιμή της ειναι $log_2 D$, όπου D οι διαστάσεις του χώρου Hilbert .

2.0.4 Κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ ατόμων φωτονίων για σύστημα ατόμου σε κοιλότητα

Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε τη δυναμική του κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ ατόμου και πεδίου στο σύστημα ατόμου σε κοιλότητα όπως αυτο αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Θα μελετήσουμε δυο διαφορετικές περιπτώσεις. Στη πρώτη το πεδίο βρίσκεται σε κατάσταση $Fock$ ενω στη δεύτερη το πεδίο βρίσκεται σε *coherent* κατάσταση. Επιπλέον θα μελετήσουμε το κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ ατόμου και πεδίου ώς συνάρτηση του αποσυντονισμού στη περίπτωση οπου το σύστημα βρίσκεται σε μια απο τισ ιδιοκαταστάσεις του. Ώς μέτρο ποσοτικοποίησης του κβαντικού εναγκαλισμού θα χρησιμοποιήσουμε την εντροπία von-Neumann (S).

Αρχικά θα μελετήσουμε την απλή περίπτωση οπου το άτομο βρίσκεται αρχικά στη διεγερμένη κατάσταση $|e>$ και το πεδίο στη κοιλότητα στη κατάσταση $|n>$. Ο κβαντικος εναγκαλισμός εξαρτάται απο τον αποσυντονισμό (Δ), απο τη σταθερά σύζευξης ατόμου-πεδίου (g) (Jaynes-Cummins coupling constant) και απο το χρόνο (t). Για να υπολογίσουμε τη δυναμική του εναγκαλισμού ακολουθούμε τα εξής βήματα: Πρώτα επιλέγουμε τη τιμή του αποσυντονισμού $\Delta \equiv \omega - \omega_{eg}$, έπειτα επιλέγουμε ώς αρχική κατάσταση του συστήματος την $|\Psi_{system}(t=0)> \equiv |e,n>$. Εν συνεχεία υπολογίζουμε τον πίνακα πυκνότητας $\rho_{system}(t) = |\Psi_{system}(t)><\Psi_{system}(t)|$ απο τον οποίο εξάγουμε τον μειωμένο πίνακα πυκνότητας

$$\rho_{atom}(t) = Tr_{field}(\rho_{system}(t)) \ \ , \ \ \rho_{field}(t) = Tr_{atom}(\rho_{system}(t))$$

Τέλος υπολογίζουμε την εντροπια von-Neumann ($S(\rho)$) σύμφωνα με τη σχέση ορισμού $S(\rho) = -Tr(\rho \ log_2 \ \rho)$.

Η μέγιστη τιμή της εντροπίας του ατόμου ειναι $S^{max}_{atom} = log_2(D) = 1$ όπου $D = 2$ είναι οι διαστάσεις του ατόμου. Η μέγιστη τιμή της εντροπίας για το πεδίο είναι $S^{max}_{field} = log_2(n+1)$ όπου n είναι ο αριθμός των φωτονίων.

Στην εικόνα (2.5) απεικονίζεται η δυναμική του κβαντικου εναγκαλισμού και των πληθυσμών συναρτήση του χρόνου, για δυο διαφορετικές τιμές αποσυντονισμου Δ, (άνω εικόνα: $\Delta = 0$, κάτω εικόνα: $\Delta = 4g$). Για $\Delta = 0$ η τιμή του κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ ατόμου και πεδίου ταλαντώνεται απο 0 εως 1 με συχνότητα $\tilde{\Omega}_n$ ενώ φτάνει τη μέγιστη τιμή ($S_{max} = log_2(2) = 1$) όταν η κατάσταση του συστήματος είναι η $|\Psi_{system}(t)> = \frac{1}{2}(|e,0> + |g,1>)$. Για $\Delta = 4g$ η μέγιστη τιμή του κβαντικού εναγκαλισμόυ ειναι εμφανώς μικρότερη της μονάδας ενώ η συχνότητα ειναι αυξημένη και ίση με $\tilde{\Omega}_n$.

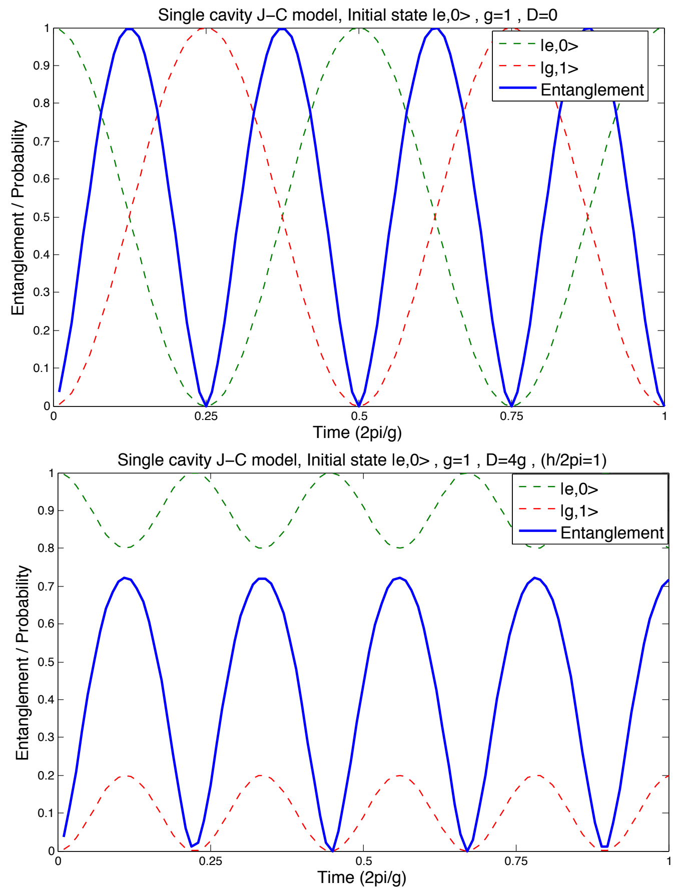
Τώρα στη περίπτωση οπου αρχικά το σύστημα βρίσκεται σε μια ιδιοκατάσταση του $|+>$ ή $|->$ και ακολουθώντας τα προηγούμενα βήματα υπολογίζουμε τον εναγκαλισμό μεταξύ ατόμου και πεδίου. Στη περίπτωση όπου $\Delta = 0$ η τιμή του κβαντικού εναγκαλισμού ειναι σταθερή και ισούται με $S(t)$=1.00, για $\Delta = g$ είναι σταθερή και ισούται με $S(t)$=0.85 ενώ για $\Delta = 2g$ είναι σταθερή και ισούται με $S(t)$=0.60.

Τώρα θα μελετήσουμε τη δυναμική του κβαντικού εναγκαλισμού στο ίδιο σύστημα στη περίπτωση όπου το άτομο βρίσκεται αρχικά στη διεγερμένη του κατάσταση $|\psi^{atom}_{t=0}> = |e>$ και αλληλεπιδρά με ενα coherent πεδίο στη κοιλότητα $|\psi^{field}_{t=0}> = |\alpha>$ για $\Delta = 0$. Σε αυτη τη μελέτη ακολουθούμε τα προηγούμενα βήματα έχοντας επιλέξει ώς μεσο αριθμο φωτονιών στην αρχικής καταστασης του πεδίου $<n> = |\alpha|^2 = 15$. Τα αποτελέσματα αναπαριστανται στην εικόνα (2.6).

Τέλος υπολογίσαμε τον κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ ατόμου και πεδίου ώς συνάρτηση του αποσυντονισμου Δ, στη περίπτωση οπου το σύστημα βρίσκεται στην ιδιο-κατάσταση $|+>$. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται στην εικόνα (2.7). Όπως αναμένεται η μέγιστη τιμή του κβαντικού εναγκαλισμού είναι όταν $\Delta = 0$. Για μεγάλες τιμές αποσυντονισμού οι τιμές του κβαντικούς εναγκαλισμού βρίσκονται κοντά στο μηδέν όπως αναμένεται καθώς το άτομο δεν ανταλλάζει κβάντα ενέργειας με το πεδίο.

2.0.5 Δημιουργία κβαντικού εναγκαλισμού πειραματικά

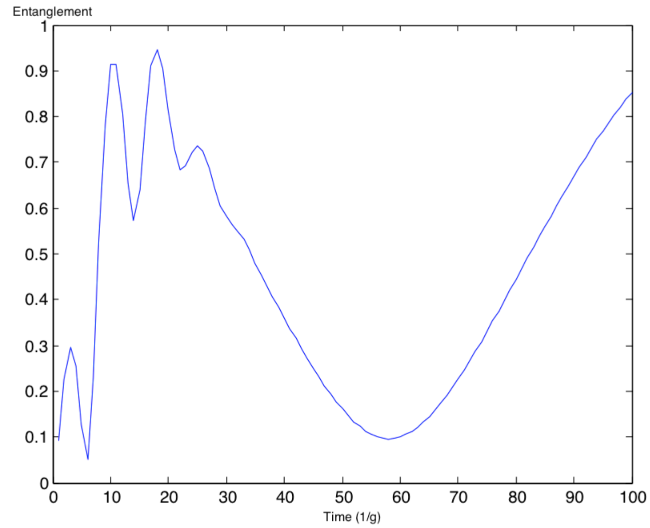
Για να δημιουργήσουμε κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ ατόμου και φωτονίου στο εργαστήριο ακολουθούμε την εξής διαδικασία. Αρχικά ετοιμάζουμε ένα δι-καταστασιακό άτομο στη διεγερμένη του κατάσταση $|e>_1$. Έπειτα στέλνουμε τό άτομο μέσα σε κοιλότητα η οποία βρίσκεται στη κατάσταση



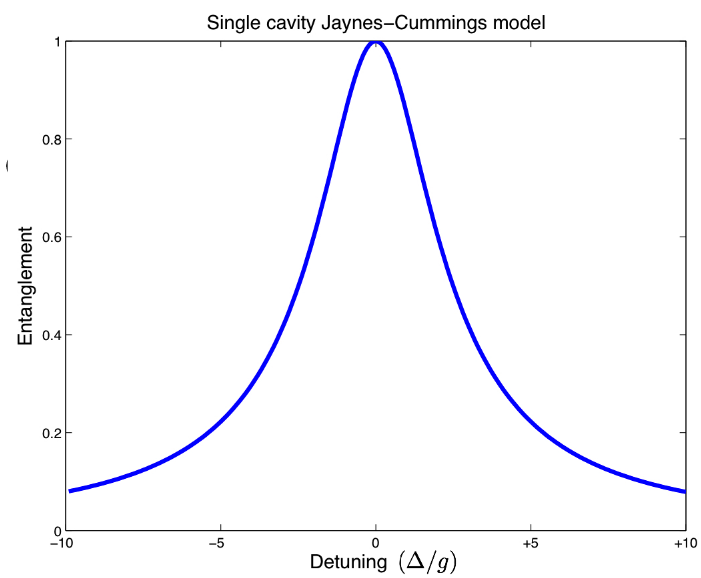
$\Delta = 0$

$\Delta = 4g$

Σχήμα 2.5: Δυναμική πληθυσμών και κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ ατόμου και πεδίου στο σύστημα ατόμου σε κοιλότητα: (Άνω εικόνα) κβαντικός εναγκαλισμός (μπλέ γραμμή) και δυναμική πληθυσμών (διακεκομμένες γραμμές) για $\Delta = 0$. (Κάτω εικόνα) κβαντικός εναγκαλισμός (μπλέ γραμμή) και δυναμικής πληθυσμών (διακεκομμένες γραμμές) για $\Delta = 4g$. Και στις δύο εικόνες $|\Psi_{t=0}>=|e,0>$ και ή σταθερά σύζευξης ατόμου-πεδίου Jaynes-Cummings ειναι $g = 1$.



Σχήμα 2.6: Κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ ατόμου και πεδίου σε σύστημα ατόμου σε κοιλότητα: Η αρχική κατάσταση ειναι $|\Psi_{t=0} >= |e, \alpha >$. Όπου η coherent κατάσταση ($|\alpha >$) έχει μέσο αριθμό φωτονίων $< n >= |\alpha|^2 = 15$ ενώ η σταθερά Jaynes-Cummings ειναι $g = 1$ και $\Delta = 0$.



Σχήμα 2.7: Κβαντικος εναγκαλισμός μεταξύ ατόμου και πεδίου σε σύστημα ατόμου σε κοιλότητα ώς συνάρτηση του αποσυντονισμου Δ. Το σύστημα βρίσκεται στην ιδιο-κατάσταση $|+ >$.

κενού $|0>_c$. Για όσο χρόνο το άτομο βρίσκεται μέσα στη κοιλότητα η κατάσταση του συστήματος εξελίσσεται σύμφωνα με το μοντέλο Jaynes-Cummings και εάν έχουμε επιλέξει $\Delta = 0$ τότε

$$|e>_1 |0>_c \rightarrow cos(2g\sqrt{n+1}t_1)|e>_1 |0>_c - isin(2g\sqrt{n+1}t_1)|g>_1 |1>_c \tag{2.30}$$

εάν επιλέξουμε την ταχύτητα του ατόμου ώς $2g\sqrt{n+1}t_1 = \pi/4$ έχουμε,

$$|e>_1 |0>_c \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[|e>_1 |0>_c - i|g>_1 |1>_c] \tag{2.31}$$

Η οποία ειναι η μέγιστα κβαντικά εναγκαλισμένη κατάσταση ατόμου-φωτονίου. Μπορούμε να αναπτύξουμε περαιτέρω αυτή τη διαδικασία ώστε να δημιουργήσουμε κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ δυο ατόμων σύμφωνα με τη διάταξη στην εικόνα (2.8). Σε αυτό το σενάριο δύο άτομα αλληλεπιδρούν διαδοχικά με το πεδίο στη κοιλότητα για συγκεκρικένο χρόνο. Το άτομο '1' βρίσκεται αρχικά στην διεγερμένη κατάσταση $|e>_1$ ενώ το άτομο '2' στη θεμελιώδη $|g>_2$. Το πεδίο της κοιλότητας αρχικά ειναι στη κατάσταση κενού $|0>_c$.
Ενώ το άτομο '1' βρίσκεται μέσα στη κοιλότητα, Η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται απο την εξίσωση (2.31).

Στέλνοντας και το δεύτερο άτομο στη κοιλότητα έχουμε

$$|g>_2 |e>_1 |0>_c \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[|g>_2 |e>_1 |0>_c - i|g>_2 |g>_1 |1>_c] \tag{2.32}$$

Εξελίσσοντας χρονικά τη κατάσταση $|g>_2 |1>_c$ έχουμε

$$|g>_2 |1>_c \rightarrow cos(2g\sqrt{n}t_2)|g>_2 |1>_c - isin(2g\sqrt{n}t_1)|e>_2 |1>_c \tag{2.33}$$

Και εάν συνδυάσουμε τις (2.32),(2.33) παίρνουμε

$$|g>_2 |e>_1 |0>_c \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[|g>_2 |e>_1 |0>_c - i|g>_1 (cos(2g\sqrt{n}t_2)|g>_2 |1>_c - isin(2g\sqrt{n}t_1)|e>_2 |0>_c)]$$

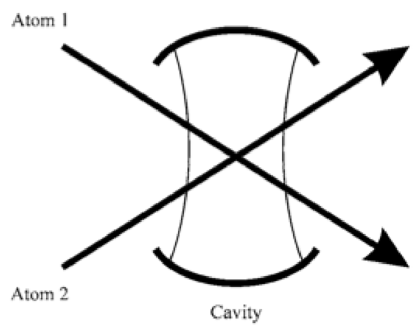
Επιλέγοντας τη ταχύτητα του δεύτερου ατόμου τέτοια ώστε $2g\sqrt{n}t_2 = \pi/2$, το αποτέλεσμα είναι:

$$|e>_1 |g>_2 |0>_c \rightarrow |\Psi^+> |0>_c \quad ,pou \ \ |\Psi^+>= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e>_1 |g_2> - |g>_1 |e>_2>) \tag{2.34}$$

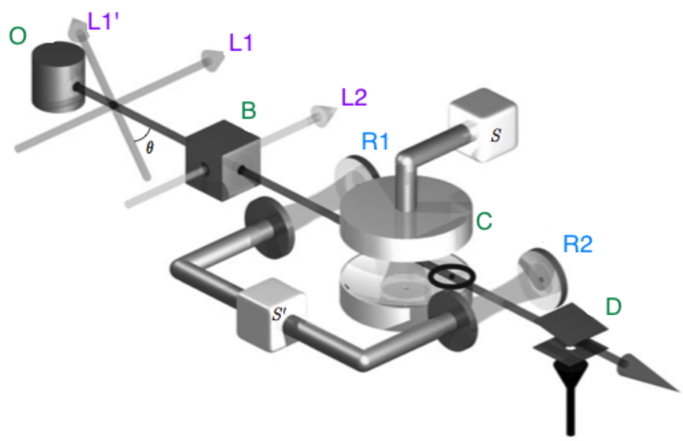
Κατα αυτό το τρόπο τα άτομα καταλήγουν στη κατάσταση $|\Psi^+>$ η οποία ειναι μέγιστα κβαντικά εναγκαλισμένη κατάσταση, ενώ το πεδίο στη κοιλότητα καταλήγει στην αρχική κατάσταση του κενού.

Η Πειραματική υλοποίηση του μοντέλου Jaynes-Cummings αρχικά πραγματοποιήθηκε απο διάφορες ομάδες στο ινστιτούτο Max Planck Institute for Quantum Optics, στο ENS και στο Caltech. Η κύρια πειραματική διάταξη για πειράματα σε Cavity QED δυναται να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ ύλης και φωτός [16].

Η τυπική πειραματική διάταξη Cavity QED με χρήση μικροκυμάτων απεικονίζεται στην εικόνα (2.9). Τα κύρια συστατικά της διάταξης είναι τα άτομα Rydberg η υπεραγώγιμη κοιλότητα καθώς και το ιντερφερόμετρο Ramsey.



Σχήμα 2.8: Απεικόνιση διάταξης για τη δημιουργία κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ δύο ατόμων. Το άτομο '1' ετοιμάζεται αρχικά στη διεγερμένη κατάσταση και αλληλεπιδρά με τη κοιλότητα. Ο χρόνος αλληλεπίδρασης με τη κοιλότητα είναι τέτοιος ώστε εκπέμπει ένα φωτόνιο στη κοιλότητα. Έπειτα το άτομο '2', το οποίο βρίσκεται στην θεμελιώδη κατάσταση αλληλεπιδρά με τη κοιλότητα για χρονικό διάστημα τέτοιο ώστε να απορροφήσει το φωτόνιο. Ώς αποτέλεσμα δημιουργείται κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των δύο ατόμων.



Σχήμα 2.9: Τυπική διάταξη πειραματός σε Cavity QED με άτομα Rydberg. [16].

Σε αυτά τα πειράματα τα άτομα Rydberg παράγονται απο το φούρνο O. Αυτά τα άτομα είναι ιδανικοί υποψήφιοι για πειράματα οπου ύλη αλληλεπιδρά με μικροκυματική ακτινοβολία καθώς συνδυάζουν μεγάλους χρόνους ζωής και αλληλεπιδρούν ισχύρα με την μικροκυματική ακτινοβολία. Έπειτα με συνδυασμό τών λέηζερ $L1$ και $L1'$ γίνεται δυνατή η επιλογή ατόμων με συγκεκριμένο εύρος ταχυτήτων. Εν συνεχεία τα άτομα ετοιμάζονται σε circular καταστάσεις στο κουτί B με συνδυασμό λέηζερ $L2$ και μικροκυματικής ακτινοβολίας. Επειτα τα άτομα διέρχονται μεσα απο την υπεραγώγιμη κοιλότητα C και τέλος η ενεργειακή τους κατάσταση ανιχνεύεται απο τον ανιχνευτή D. Ολοκλήρη η πειραματική διάταξη βρίσκεται σε θερμοκρασίες της τάξεως $1K$ ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο θερμικός θόρυβος. Πρίν τα άτομα αλληλεπιδράσουν με τη κοιλότητα μπορούν να προετοιμαστούν σε οποιαδήποτε υπέρθεση των καταστάσεων $|e>$ και $|g>$ με χρηση μικροκυματικής ακτινοβολίας στη ζώνη $R1$. Μια επιπλέον ζώνη μικροκυματικής ακτινοβολίας $R2$ χρησιμοποιείται για την σύνθεση καταστάσεων υπέρθεσης των ατόμων κατα την έξοδο του απο τη κοιλότητα C [?].

Κεφάλαιο 3

Συζευγμένες σε σειρά κοιλότητες

3.0.6 Εισαγωγή

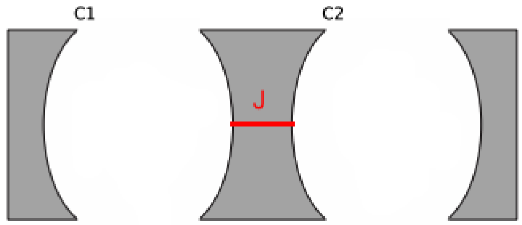
Έχει γίνει αρκετή πρόοδος όσον αφορα την κατασκευη μικρο-κοιλοτήτων που περιέχουν άτομα ή κβαντικές τελείες. Τετοιου είδους συστήματα είναι δυνατόν να συζευχθούν μεταξύ τους είτε σε σειρά είτε σε άλλου είδους γεωμετρία [19, 20, 21, 22, 23, 24, 25]. Αυτο αποτέλεσε το έναυσμα για την δημοσίευση εργασιών οι οποίες προτείνουν τη χρήση συζευγμένων σε σειρά κοιλοτήτων για τη προσομείωση φαινομένων που εμφανίζονται στη φυσική πολλών σωμάτων [10],[18],[17]. Αυτα τα συστήματα παρουσιάζουν σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με αντιστοιχές προτάσεις που βασίζονται σε φωτονικούς κρυστάλλους [26]. Οι πρώτες θεωρητικές μελέτες στο πεδίο [10, 18, 17] άνοιξαν το δρόμο σε μια πληθώρα δημοσιέυσεων σχετικά με φωτονικούς μονωτές *Mott* και μοντέλα *spin* [19, 20, 21, 22, 23, 24, 27, 28, 29, 30]. Επιπλέον έγιναν προτάσεις για πειραματικές εφαρμογές και στο τομέα της κβαντικής πληροφορικής [29, 31, 32, 33, 34, 35].

3.0.7 Δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού σε δύο άδειες συζευγμένες κοιλότητες

Ξεκινάμε μελετώντας τα δυναμικά χαρακτηριστικά ενός συστήματος που αποτελείται απο δυο ίδιες κοιλότητες συζευγμένες σε σειρά όπως αυτο απεικονίζεται στην εικόνα (3.1). Τα φωτονια μπορούν να μεταπηδούν απο τη μια κοιλότητα στην άλλη λόγω του κβαντικού φαινομένου σηραγγας. Στην απλή περίπτωση οπου οι κοιλότητες είναι εντελώς απομονωμένες η Χαμιλτονιανή του συστήματος είναι το άθροισμα της Χαμιλτονιανής κάθε κοιλότητας ξεχωριστά.

$$H_{uncoupled} = H_{C1} + H_{C2} = \hbar\omega_1(a_1^\dagger a_1) + \hbar\omega_2(a_2^\dagger a_2)$$

όπου $\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2 = \hbar\omega$ είναι η ενέργεια ενός φωτονίου.



Σχήμα 3.1: Συστημα δυο άδειων συζευγμένων κοιλοτήτων $C1$ και $C2$. Οι κοιλότητες υποστηρίζουν ηλεκτρομαγνητικό πεδίο συχνότητας ω. Η σταθερά σύζευξης των κοιλοτήτων είναι J.

Στην περίπτωση των δυο συζευγμένων κοιλοτήτων πρέπει στην Χαμιλτονιανή του συστήματος να προσθέσουμε τον όρο $H_{hop} = J\ (a_1^\dagger a_2 + a_2^\dagger a_1)$. Οπου το J είναι η σταθερά σύζευξης. Έτσι η ολική Χαμιλτονιανή για ασθενή σύζευξη είναι

$$H = \hbar\omega(a_1^\dagger a_1) + \hbar\omega(a_2^\dagger a_2) + J\ (a_1^\dagger a_2 + a_2^\dagger a_1) \tag{3.1}$$

Η (3.1) μπορεί εύκολα να διαγωνοποιηθεί με τον ακόλουθο μετασχηματισμό

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 + a_2) \quad , \quad A_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 - a_2)$$

Αυτοί οι νέοι τελεστές ικανοποιούν τη μεταθετική σχέση $[A_i, A_i^\dagger] = 1$, i=1,2. Με αυτό το μετασχηματίσμο εχουμε μια νεα Χαμιλτονιανή η οποία περιγράφει δυο ανεξάρτητους ταλαντωτές με συχνότητες Ω_1 και Ω_2 αντίστοιχα.

$$H_{transf} = \hbar\Omega_1(A_1^\dagger A_1) + \hbar\Omega_2(A_2^\dagger A_2)$$

όπου

$$\Omega_1 = \omega + J \quad , \quad \Omega_2 = \omega - J.$$

Ξεκινάμε την ανάλυση με την περίπτωση στην οποία εισάγουμε μόνο ένα φωτόνιο στο σύστημα. Η κατάσταση του συστήματος τη χρονική στιγμή t θα είναι.

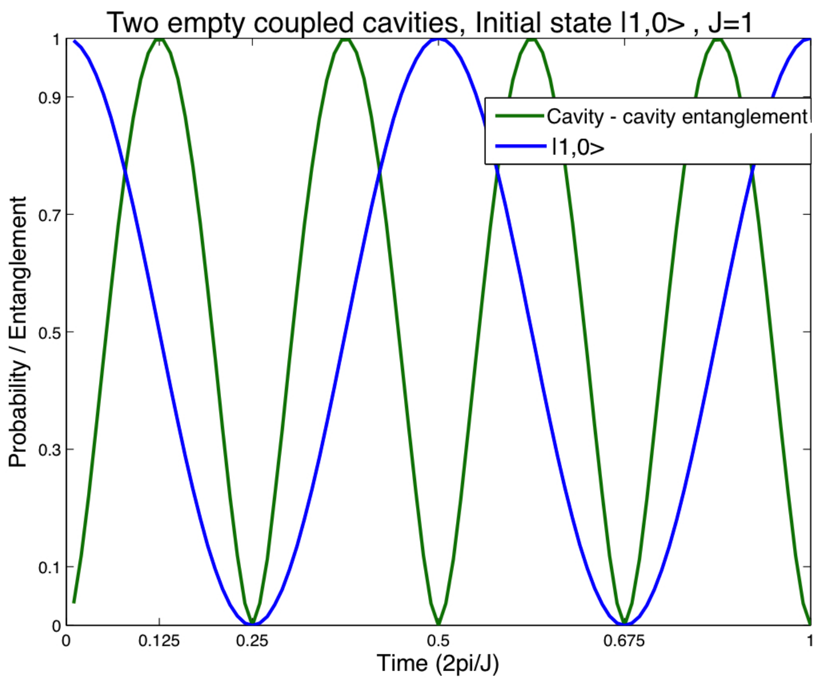
$$|\Psi_t >= c_1(t)|1,0> + c_2(t)|0,1> \tag{3.2}$$

Όπου η κατάσταση στην οποία το φωτόνιο βρίσκεται στην πρώτη κοιλότητα ειναι η $|1,0>$ ενώ η κατάσταση στην οποία το φωτόνιο βρίσκεται στη δεύτερη κοιλότητα ειναι η $|0,1>$.

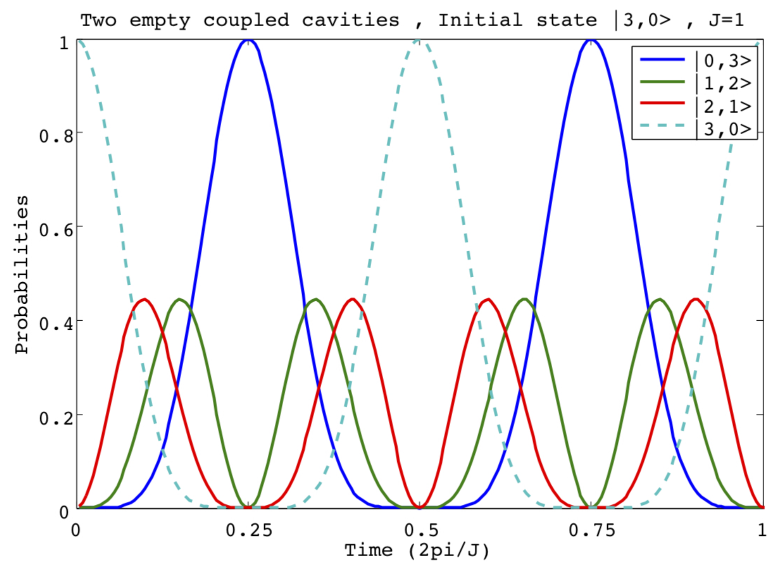
Συνδυάζοντας τις (3.1), (3.2), με την εξίσωση του Σςηρöνδινγερ και επιλέγοντας ώς αρχικές συνθήκες $c_1(0) = 1$, $c_2(0) = 0$, δηλαδή αρχικά το φωτόνιο εισάγεται στην πρώτη κοιλότητα, υπολογίζουμε αναλυτικά τους συντελεστές $|c_1(t)|^2$ και $|c_2(t)|^2$:

$$|c_1(t)|^2 = [cos(Jt)]^2 = \frac{1}{2}[1 + cos(2Jt)] \quad , \quad |c_2(t)|^2 = [-isin(Jt)]^2 = \frac{1}{2}[1 + sin(2Jt)]$$

Στην εικόνα (3.2) (μπλέ γραμμή) απεικονίζεται η πιθανότητα το φωτόνιο να βρίσκεται στη πρώτη κοιλότητα συναρτήση του χρόνου $|c_1(t)|^2$. Οπως αναμένεται, το φωτόνιο ταλαντώνεται μεταξύ των δύο κοιλοτήτων με συχνότητα $2J$ ή με περίοδο $T = 1/2J = 0.5$ (μονάδες χρόνου $2\pi/J$).



Σχήμα 3.2: Δυναμική πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού στο σύστημα δυο άδειων συζευγμένων κοιλοτήτων. (Μπλε γραμμή) πιθανότητα εύρεσης του φωτονίου στην αριστερή κοιλότητα. (Πράσινη γραμμή) κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των δυο κοιλοτήτων. Η αρχική κατάσταση του συστήματος είναι $|\Psi_{t=0} >= |1,0>$. λοιπές παράμετροι: $J = 1, w = 1000J$.



Σχήμα 3.3: Ταλαντώστεις φωτονίων στο σύστημα των δυο άδειων συζευγμένων κοιλοτήτων. Η αρχική κατάσταση είναι $|\Psi_{t=0}>=|3,0>$. Λοιπές παράμετροι: $J=1, w=1000J$.

Επιπλέον στην εικόνα (3.2) (πράσινη γραμμή), απεικονίζεται ο κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των δυο κοιλοτήτων συναρτήση του χρόνου. Οι τιμή του κβαντικού εναγκαλισμόυ ταλαντώνεται με συχνότητα J και γίνεται πρώτη φορά μέγιστη σε χρόνο $T/4 = 0.125$ (μονάδες χρόνου $2\pi/J$) όταν δηλαδη η κατάσταση του συστήματος είναι $|\Psi(t)>=\frac{1}{\sqrt{2}}(|1,0>+|0,1>)$.

Στη περίπτωση που εισάγουμε τρία φωτόνια στη πρώτη κοιλότητα, έχουμε ώς αρχική κατάσταση του συστήματος την $|\Psi_{t=0}>=|3,0>$. Για αυτη τη περίπτωση υπολογίζουμε τη πιθανότητα εύρεσης ενός, δύο ή τριών φωτονίων στη πρώτη κοιλότητα συναρτήση του χρόνου. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται στην Εικονα (3.3).

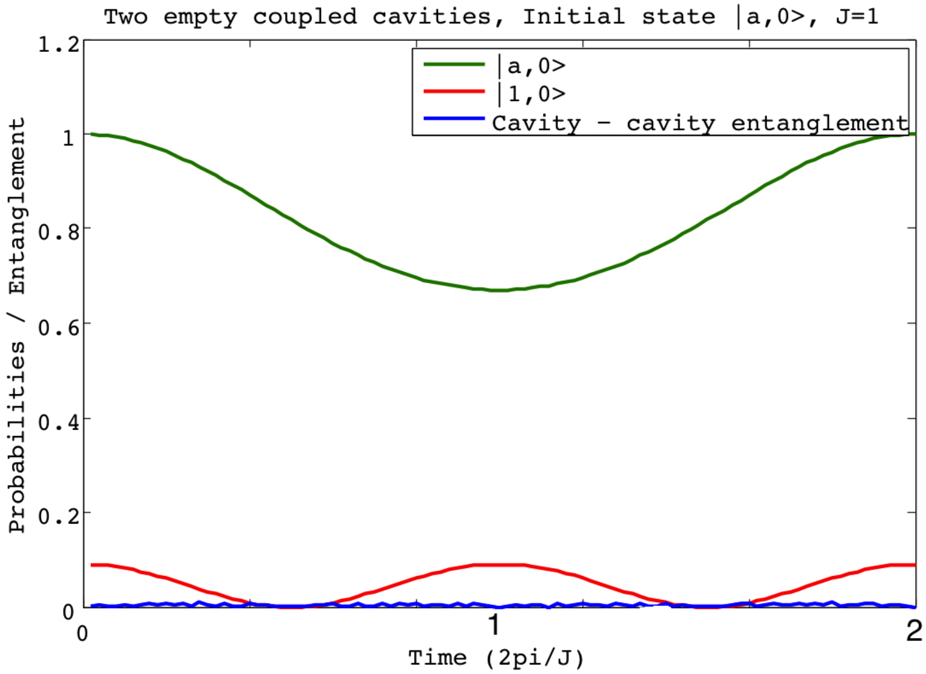
Επιπλέον μελετάμε τη δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ των κοιλοτήτων για τη περίπτωση όπου αρχικά εισάγουμε μια coherent κατάσταση $|a>$ στην πρώτη κοιλότητα. Σε αυτή τη περίπτωση η χρονική εξέλιξη της κατάστασης υπολογίζετε αναλυτικά ώς

$$|\Psi(t)>=|a,0>_t=U_t|a,0>=U_tD(a)|0,0>=U_tD(a)(U_t^{\dagger}U_t)|0,0> \tag{3.3}$$

Οπου $U_t = exp(-iHt/\hbar)$ είναι ο τελεστής χρονικής εξέλιξης, επιπλέον ο τελεστής μετατόπισης (displacement operator) για καθε κοιλότητα εχει οριστεί ώς $D_{Ci} = \exp(a\hat{a}_i^{\dagger} - \alpha\hat{a}_i)$, i=1,2. Ο τελεστής χρονικής εξέλιξης αφήνει αναλλοίωτη τη κατάσταση κενού $U_t|0,0>=|0,0>$ έτσι η (3.3) γίνεται:

$$|\Psi(t)>=U_tD(a)U_t^{\dagger}|0,0> \tag{3.4}$$

Χρησιμοποιώντας τη ταυτότητα $U_tf(A)U_t^{\dagger}=f(U_tAU_t^{\dagger})$ και αντικαταστώντας τη σχέση $U_tD(a)U_t^{\dagger} = \exp(aU_t\hat{a}^{\dagger}U_t^{\dagger}-aU_t\hat{a}U_t^{\dagger})$ στην (3.4) παίρνουμε



Σχήμα 3.4: Σύστημα των δυο άδειων συζευγμένων κοιλοτήτων: Δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικου εναγκαλισμού μεταξύ των δύο κοιλότητων . (Κόκκινη γραμμή) πιθανότητα εύρεσης ενός φωτονίου στην πρώτη κοιλότητα. (Πράσινη γραμμή) πιθανότητα εύρεσης της κατάστασης $|a>$ στη πρώτη κοιλότητα. (Μπλέ γραμμή) κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των δύο κοιλοτήτων. Αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0}>=|\alpha,0>$, όπου $<n>_a=0.1$. Λοιπές παράμετροι: $J=1$, $w=1000J$.

$$|\Psi(t)>=\exp(aU_t\hat{a}^\dagger U_t^\dagger - aU_t\hat{a}U_t^\dagger)|0,0> \tag{3.5}$$

Με τη χρήση του λήμματος Baker-Hausdorff έχουμε:

$$U_t a_1^\dagger U_t^\dagger = cos(Jt)a_1^\dagger + isin(Jt)a_2^\dagger$$

$$U_t a_2^\dagger U_t^\dagger = isin(Jt)a_1^\dagger + cos(Jt)a_2^\dagger$$

Και με αντικατάσταση των άνωθεν εξισώσεων στην (3.5) καταλήγουμε:

$$|\Psi(t)>=D_{C1}[acos(Jt)]D_{C2}[iasin(Jt)]|0,0>=|acos(Jt),iasin(Jt)> \tag{3.6}$$

Στην εικόνα (3.4) απεικονίζουμε τη δυναμική των πληθυσμών καθώς και το κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ των δύο κοιλοτήτων για τη περίπτωση οπου το εισαγόμενο πεδίο έχει μέσο αριθμό φωτονίων $<n>_a=0.1$. Η σταθερά σύζευξης των κοιλοτήτων σε αυτή τη περίπτωση ειναι $J=1$ ενώ η συχνότητα του πεδίου ειναι $w=1000J$.

3.0.8 Δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού σε σύστημα δυο συζευγμένων κοιλοτήτων με άτομα

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζουμε τη δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικόυ εναγκαλισμόυ στο σύστημα των δυο συζευγμένων κοιλοτήτων σε καθε μία απο τις οποίες υπάρχει ένα ατόμο. Το υπο εξέταση σύστημα απεικονίζεται στην εικόνα (3.5) (αριστερά). Η Χαμιλτονιανη του συστήματος είναι

$$H = H_{C1} + H_{C2} + H_{hop} \tag{3.7}$$

όπου, H_{C1}, H_{C2} είναι οι Χαμιλτονιανες κάθε κοιλότητας σύμφωνα με το μοντέλο Jaynes-Cummings. Ενω ο όρος H_{hop} αφορά τη σύζευξη των δύο κοιλοτήτων ($\hbar = 1$).

$$H_{C1} = \omega a_1^\dagger a_1 + \omega_{eg}|e_1 >< e_1| + g(a_1^\dagger |g_1 >< e_1| + a_1|e_1 >< g_1|)$$

$$H_{C2} = \omega a_2^\dagger a_2 + \omega_{eg}|e_2 >< e_2| + g(a_2^\dagger |g_2 >< e_2| + a_2|e_2 >< g_2|)$$

$$H_{hop} = J(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger)$$

Οί αλληλεπιδράσεσι ατόμου-πεδίου περιγράφονται απο το μοντέλο Jaynes-Cummings οπου g ειναι η σταθερά σύζευξης ατόμου-πεδίου. Η σταθερά σύζευξης των δυο κοιλοτήτων είναι J. Τέλος, ω και ω_{eg} είναι οι ιδιο-συχνότητες του ατόμου και του πεδίου.
Κατα την ανάλυση μας θα περιορίστουμε στη περίπτωση οπου ο μέγιστος αριθμός διεγέρσεων N στο σύστημα ειναι δύο, δηλαδή $N = a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2 + |e_1 >< e_1| + |e_2 >< e_2| = 2$. Στη περίπτωση οπου η σταθερά σύζευξης των κοιλοτήτων ειναι μηδέν ($J = 0$) οι ιδιοκαταστάσεις κάθε κοιλότητας είναι οι dressed states όπως αυτές απεικονίζονται στην είκονα (3.5) (δεξιά). Οι ενέργειες των ιδιοκαταστάσεων είναι

$$E_0(i) = 0$$

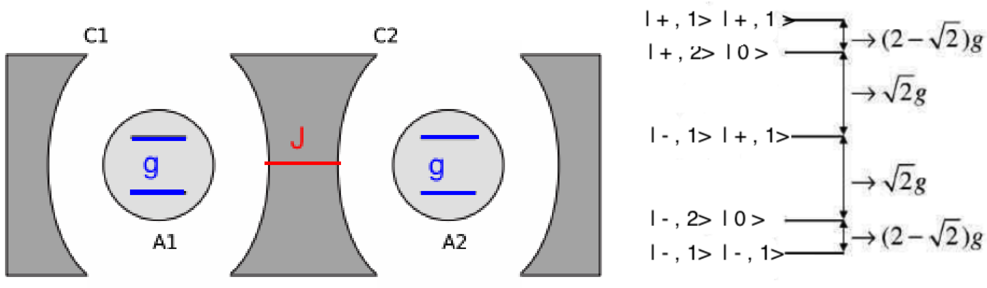
$$E_\pm^n(i) = n\omega + \frac{\Delta}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 + 4ng^2}$$

όπου i=1,2 ο αριθμός της κοιλότητας [36].

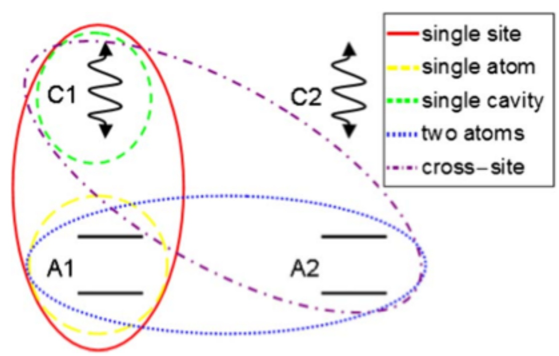
Στα επόμενα υπο-κεφάλαια θα υπολογίσουμε τη δυναμική των πληθυσμών καθώς και το κβαντικό εναγκαλισμό για τρια διαφορετικά σενάρια (ασθενής σύζευξης, ισχυρής σύζευξης και ισχυρής σύζευξης με μεγάλο αποσυντονισμό) οπου στο καθένα επιλέγουμε συγκεκριμένες τιμές των πειραματικά ελεγχόμενων μεταβλητών g, J και Δ. Πλέον το σύστημα μας αποτελείται απο τέσσερα υποσυστήματα $(A1, A2, C1, C2)$ έτσι υπάρχουν συνολικά πέντε διαφορετικά είδη κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ των υποσυστημάτων, όπως αυτά περιγράφονται στην εικόνα (3.6). Κάθε μέτρο μετράει το κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ ενός κυκλωμένου υποσυστήματος με τα υπόλοιπα συστατικά του συστήματος. Ως μέτρο ποσοτικοποίησης του κβαντικού εναγκαλισμόυ χρησιμοποιούμε την εντροπία von-Neumann.

3.0.9 Όριο ασθενούς σύζευξης

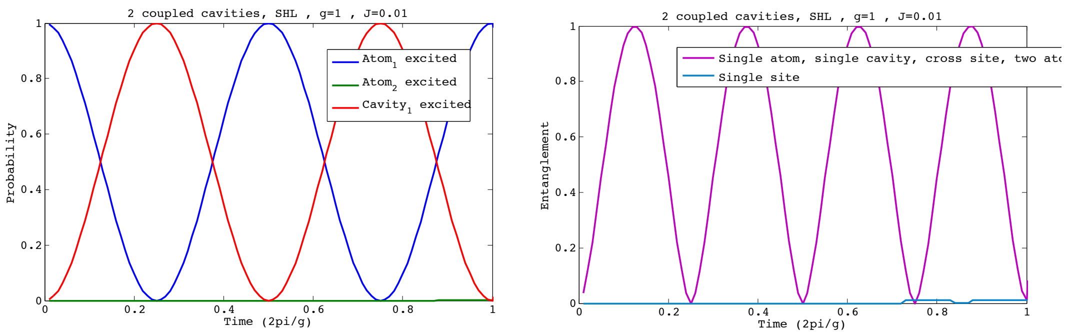
Στη πρώτη υπο μελέτη περίπτωση η σταθερά σύζευξης μεταξύ των δύο κοιλοτήτων είναι αρκέτα μικρότερη απο ότι η σταθερά σύζευξης ατόμου-πεδίου (Jaynes-Cummings) $J << g$. Οπώς έχουμε ήδη



Σχήμα 3.5: Αριστερά: Το σύστημα δυο συζευγμένων κοιλοτήτων. Κάθε κοιλότητα περιέχει απο ένα άτομο $A1$ ή $A2$ με συχνότητα μετάβασης ω_{eg}. Τα άτομα ειναι συζευγμένα με το πεδίο σε κάθε κοιλότητα σύμφωνα με το μοντέλο Jaynes-Cummings. Δεξιά: Ενεργειες των ιδιοκαταστάσεων στη περίπτωση οπου δεν υπάρχει σύζευξη μεταξύ των κοιλοτήτων ($J = 0$) και ($\Delta = 0$)



Σχήμα 3.6: Απεικόνιση των 5 διαφορετικών τρόπων κατάτμησης του συστήματος σε διμερή υποσυστήματα. Σε κάθε περίπτωση τα κυκλωμένα στοιχεία αποτελούν το ένα υποσύστημα ενω το δεύτερο υποσύστημα αποτελείται απο τα υπόλοιπα στοιχεία.



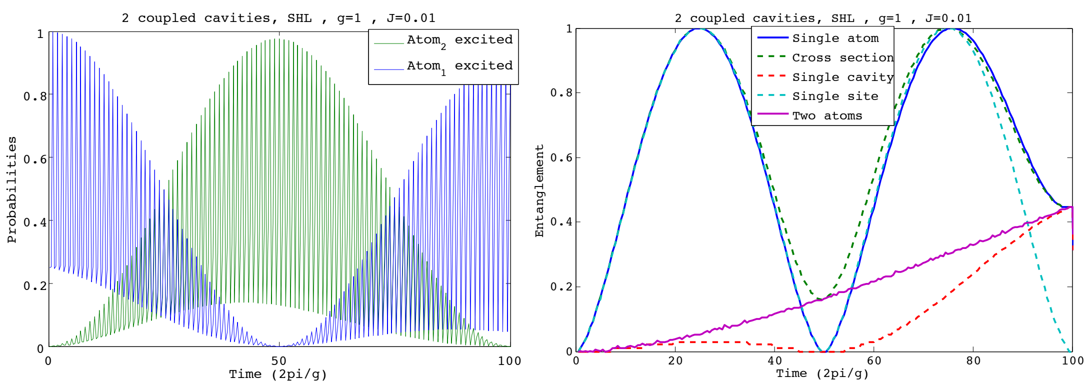
(μικρό χρονικό διάστημα)

Σχήμα 3.7: Δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού στο όριο ασθενούς σύζευξης ($J << g$): (Αριστερά) δυναμική των πληθυσμών. (μπλέ γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του πρώτου ατόμου ($|e, 0, g, 0 >$), (πράσινη γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του δεύτερου ατόμου ($|g, 0, e, 0 >$), (κόκκινη γραμμή) πιθανότητα διέγερσης του πεδίου στη πρώτη κοιλότητα ($|g, 1, g, 0 >$). (Δεξιά) Δυναμική των διαφόρων ειδών κβαντικού εναγκαλισμού. Λοιπές παράμετροι συστήματος, $\Delta = 0$ και $|\Psi_{t=0} >= |e, 0, g, 0 >$.

περιγράψει στο προηγούμενο κεφάλαιο σε αυτή την περίπτωση οι ιδιο-καταστάσεις κάθε κοιλότητας τείνουν προς τις dressed states. Με το περιορισμό ο μεγιστος αριθμός διεγέρσεων στο σύστημα να ειναι δύο, έχουμε συνολικά οχτώ ιδιο-καταστάσεις οι οποίες απεικονίζονται στην εικόνα (3.5). Οι τιμές των παράμετρων που χρησιμοποιούμε σε αυτό το υπο-κεφάλαιο είναι $J = 0.01g$,$w = 1000g$ και $\Delta = 0$, ($\hbar = 1$). Ώς αρχική κατάσταση επιλέγουμε την κατάσταση $|\Psi_{t=0} >= |e, 0, g, 0 >$ δηλαδή αρχικά έχουμε μια ατομική διέγερση στην πρώτη κοιλότητα.

Η δυναμική των πληθυσμών καθώς και ο κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των υποσυστημάτων απεικονίζεται στην εικόνα (3.7) (αριστερά) για μικρο χρονικό διάστημα και στην εικόνα (3.8) (αριστερά) για μεγάλο χρονικό διάστημα. Διακρίνουμε δύο ταλαντώσεις με διαφορετική περίοδο. Η πρώτη διακρίνεται στην εικόνα (3.7) (αριστερά) με περίοδο $T_{J-C} = /g = 1$ (μονάδες χρόνου $2\pi/g$) και σχετίζεται με την αλληλεπίδραση Jaynes-Cummings μέσα στη κοιλότητα. Αυτου του είδους οι ταλαντώσεις περιγράφουν την μεταφορά της διέγερσης απο το άτομο στο πεδίο της κοιλότητας. Το άλλο είδος ταλάντωσης με περίοδο $T_J = 1/J = 100$ (μονάδες χρόνου $2\pi/g$) που διακρίνεται στην εικόνα (3.8) (αριστερά), σχετίζεται με τη σταθερά σύζευξης των δύο κοιλοτήτων και περιγράφει το τρόπο με τον οποίο η διέγερση μεταφέρεται απο τη μια κοιλότητα στην άλλη. Συμπερασματικά η διέγερση ταλαντώνεται ανάμεσα στο άτομο και το πεδίο της πρώτης κοιλότητας 100 φορές πριν να μεταφερθεί στην δεύτερη κοιλότητα. Αυτη η συμπεριφορά περιγράφεται με τον όρο polaritonic photon blockade.

Στην εικόνα (3.7) απεικονίζουμε τη δυναμική του κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ των υποσυστημάτων. Για μικρό χρονικό διάστημα οι τιμές απεικονίζονται στην εικόνα (3.7) (δεξιά) ενω για μεγάλο χρονικο διάστημα στην εικόνα (3.8) (δεξιά). Σε μικρό χρονικό διαστημα παρατηρούμε ότι τα διάφορα ειδη κβαντικού εναγκαλισμού ταλαντώνονται ομάλα. Το γεγονός οτι ο κβαντικός εναγκαλισμός single site παίρνει πολυ χαμηλές τιμές αποδεικνύει τη συμπεριφορά polaritonic photon blockade κατα την οποία οι δύο κοιλότητες είναι απομονωμένες. Για μεγάλο χρονικό διάστημα οι τιμές του κβαντικού εναγκαλισμού single site αυξάνονται γρήγορα γεγονός που αντανακλά την μεταφορά της διέγερσης απο τη μια κοιλότητα στην άλλη.

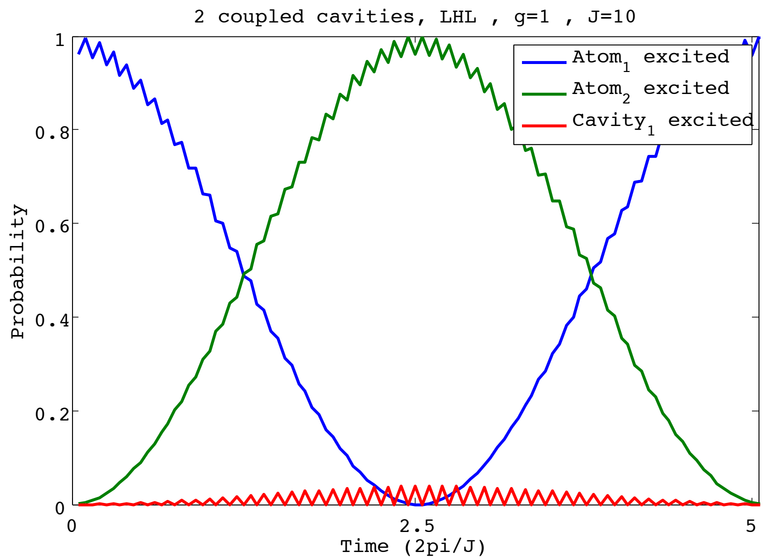


(μεγάλο χρονικό διάστημα)

Σχήμα 3.8: Δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού στο όριο ασθενούς σύζευξης ($J << g$): (Αριστερά) δυναμική των πληθυσμών. (μπλέ γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του πρώτου ατόμου ($|e, 0, g, 0>$), (πράσινη γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του δεύτερου ατόμου ($|g, 0, e, 0>$), (κόκκινη γραμμή) πιθανότητα διέγερσης του πεδίου στη πρώτη κοιλότητα ($|g, 1, g, 0>$). (Δεξιά) Δυναμική των διαφόρων ειδών κβαντικού εναγκαλισμού. Λοιπές παράμετροι συστήματος, $\Delta = 0$ και $|\Psi_{t=0}> = |e, 0, g, 0>$.

3.0.10 Όριο ισχυρής σύζευξης

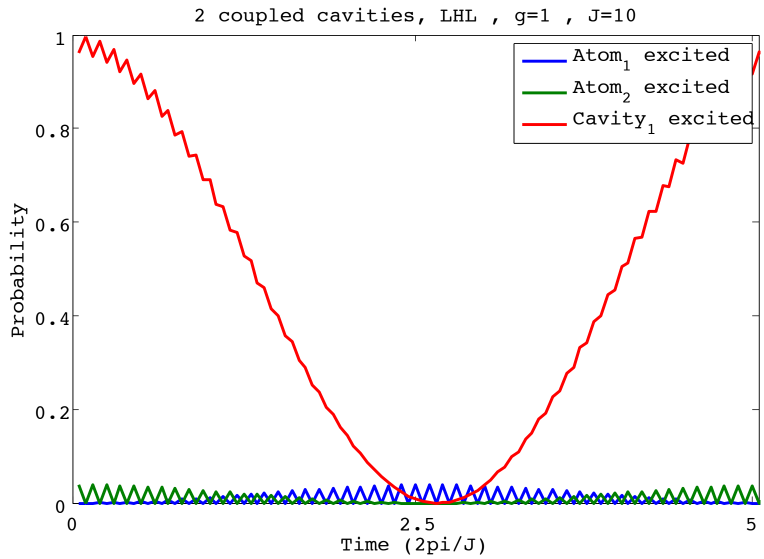
Σε αυτο το υποκεφάλαιο θα μελετήσουμε τη δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού στο όριο ισχυρής σύζευξης όπου $J = 10g$. Οι λοιπές παράμετροι του συστήματος είναι $w = 1000g$ ($\hbar = 1$) και $\Delta \simeq 0$, ώστε $J >> (g, \Delta)$. Ώς αρχική κατάσταση επιλέγουμε την $|\Psi_{t=0} >= |e, 0, g, 0 >$. Στην εικόνα (3.9) απεικονίζεται η δυναμική των πληθυσμών. Όπως βλέπουμε δεν υπάρχει μεταφορά της διέγερσης απο το άτομο στο πεδίο οπότε η διέγερση παραμένει ατομική και ταλαντώνεται απο το ένα άτομο στο άλλο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα φωτόνια μεταπηδάνε με μεγάλη ευκολία απο τη μια κοιλότητα στην άλλη και έτσι δεν μένουν αρκετό χρόνο σε μια κοιλότητα ώστε να αλληλεπιδράσουν με κάποιο άτομο.



Σχήμα 3.9: Δυναμική των πληθυσμών στο όριο ισχυρής σύζευξης $J >> (g, \Delta)$: (μπλέ γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του πρωτου ατόμου ($|e, 0, g, 0 >$), (πράσινη γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του δευτέρου ατόμου ($|g, 0, e, 0 >$), (κόκκινη γραμμή) πιθανότητα το πεδίο στη πρώτη κοιλότητα να ειναι διεγερμένο ($|g, 1, g, 0 >$). Αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0} >= |e, 0, g, 0 >$.

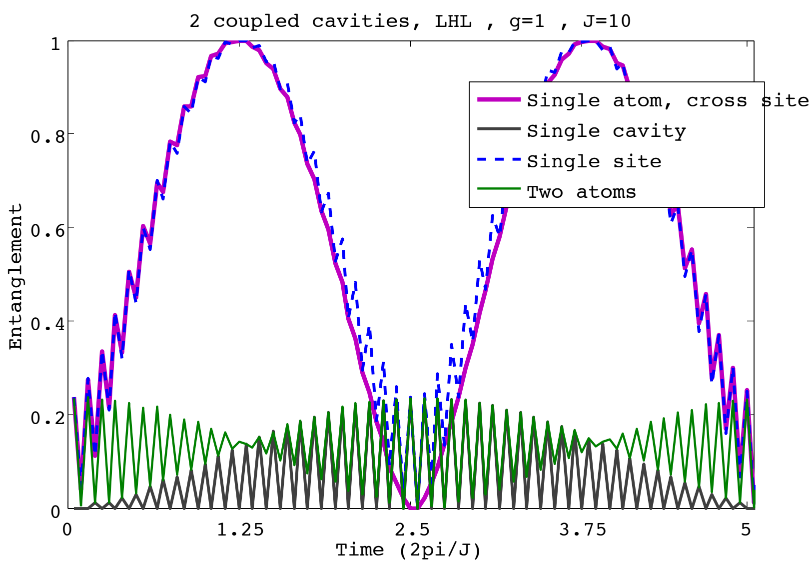
Στην περίπτωση οπου αρχικά το πεδίο σε μια κοιλότητα ειναι διεγέρμενο δηλαδη για αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0} >= |g, 1, g, 0 >$. Τότε η φωτονική διέγερση θα ταλαντώνεται μεταξύ των κοιλοτήτων σαν οι δυο κοιλότητες να ήταν άδειες. Αυτή η φωτονική συμπεριφορά απεικονίζεται στην εικόνα (3.10)

Η δυναμική του κβαντικού εναγκαλισμού για αρχική κατάσταση την $|\Psi_{t=0} >= |e, 0, g, 0 >$, απεικονίζεται στην εικόνα (3.11). Παρατηρούμε πως ο κβαντικός εναγκαλισμός single site ταλαντώνεται όπως και στο όριο ασθενους σύζευξης ενω διακρίνουμε και μια μικρότερη ταλάντωση η οποία οφείλεται στο οτι οι κοιλότητες δεν ειναι εντελώς απομονωμένες η μια με την άλλη οπότε η αρμονική ταλάντωση που θα περιμέναμε σύμφωνα με το μοντελο Jaynes-Cummings αλλοιώνεται. Η μέγιστη τιμή του κβαντικού εναγκαλισμόυ single site τη χρονική στιγμή ($t_1 = 1.25$) αντανακλά τη κατάσταση του συστήματος $|\Psi_{t1}) >= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0, g, 0 > +|g, 0, e, 0 >)$. Τέλος οι χαμηλές τιμές του κβαντικού εναγκαλισμού των



Σχήμα 3.10: Δυναμική των πληθυσμών στο όριο ισχυρής σύζευξης $J >> (g, \Delta)$ για διαφορετική αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0} >= |g, 1, g, 0 >$: (μπλέ γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του πρωτου ατόμου ($|e, 0, g, 0 >$), (πράσινη γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του δευτέρου ατόμου ($|g, 0, e, 0 >$), (κόκκινη γραμμή) πιθανότητα το πεδίο στη πρώτη κοιλότητα να ειναι διεγερμένο ($|g, 1, g, 0 >$).

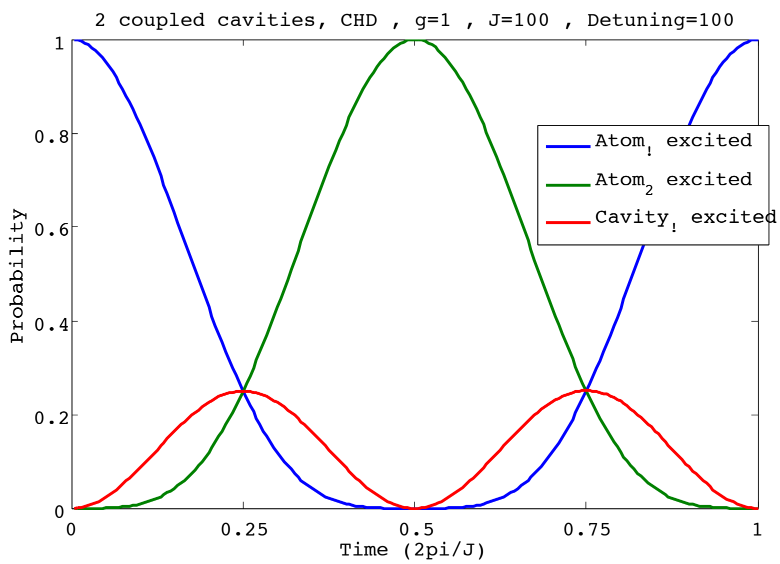
δύο ατόμων με το υπολοιπο σύστημα επιβεβαιώνει το οτι οι διεγέρσεις παραμένουν ατομικές καθώς ουσιαστικά τα άτομα δεν επικοινωνουν με το πεδίο σε κάθε κοιλότητα.



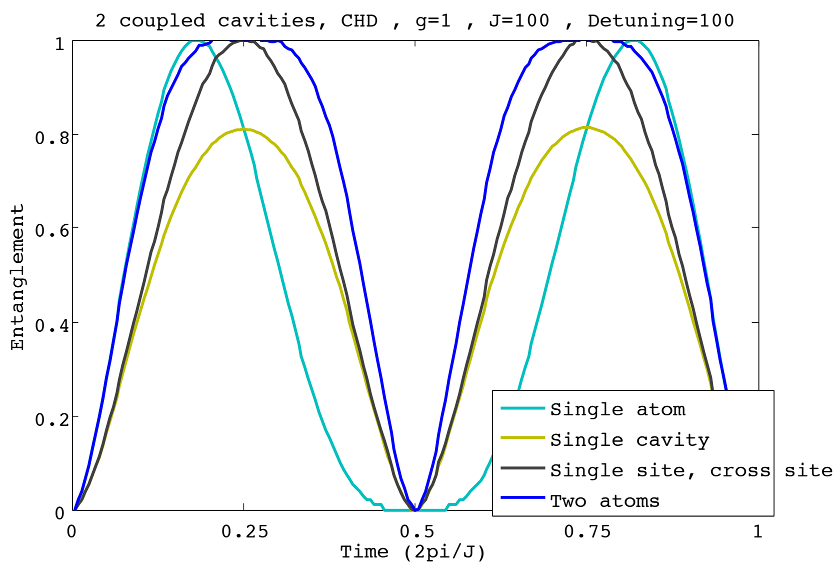
Σχήμα 3.11: Δυναμική του κβαντικού εναγκαλισμού στο όριο ισχυρής σύζευξης $J >> (g, \Delta)$. Αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0}>=|e, 0, g, 0>$

3.0.11 Όριο ισχυρής σύζευξης και μεγάλου αποσυντονισμού

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα μελετήσουμε τη δυναμική των πληθυσμών και του κβαντικού εναγκαλισμού στη περίπτωση όπου η σταθερά σύζευξης κοιλοτήτων έχει παραπλήσια τιμή με τον αποσυντονισμό ώστε $J \simeq \Delta >> g$. Οπότε οι παράμετροι του συστήματος μας ειναι $J = 100g$, $w = 1000g$ και $\Delta = 100g$ ($\hbar = 1$). Ώς αρχική κατάσταση επιλέγουμε την $|\Psi_{t=0}> = |e, 0, g, 0>$. Η δυναμική των πληθυσμών απεικονίζεται στην εικόνα (3.12) ενώ η δυναμική του κβαντικού εναγκαλισμόυ στην εικόνα (3.13). Σε αυτό το σενάριο τα άτομα βρίσκονται σε αποσυντονισμό με το πεδίο σε κάθε κοιλότητα όμως ειναι συντονισμό με ένα ρυθμό του απεντοπισμένου πεδίου (delocalized field mode). Ως εκ τούτου παρατηρούμε γρήγορες ταλαντώσεις (συχνότητας g) της διέγερσης απο τη μια κοιλότητα στην άλλη ενω παράλληλα το πεδίο σε κάθε κοιλότητα παρουσιάζει μικρές πιθανότητες διέγερσης. Επιπλεον και οι πέντε τύποι κβαντικού εναγκαλισμού ταλαντώνονται με συχνότητα g γεγονός που δηλώνει κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ των πολαριτονίων σε κάθε κοιλότητα.



Σχήμα 3.12: Δυναμική των πληθυσμών στο όριο ισχυρής σύζευξης και μεγάλου αποσυντονισμού $J \simeq \Delta >> g$: (μπλέ γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του πρώτου ατόμου ($|e, 0, g, 0>$), (πράσινη γραμμή) πιθανότητα ατομικής διέγερσης του δευτέρου ατόμου ($|g, 0, e, 0>$), (κόκκινη γραμμή) πιθανότητα διέγερσης του πεδίου στη πρώτη κοιλότητα ($|g, 1, g, 0>$). Για αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0}> = |e, 0, g, 0>$.



Σχήμα 3.13: Δυναμική του κβαντικόυ εναγκαλισμόυ στο όριο ισχυρής σύζευξης και μεγάλου αποσυντονισμού $J \simeq \Delta >> g$. Για αρχική κατάσταση $|\Psi_{t=0} >= |e, 0, g, 0>$.

3.0.12 Κβαντικός εναγκαλισμός ώς συνάρτηση του αποσυντονισμού

Στο τελευταίο μέρος μελετάμε το κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ των υποσυστημάτων συναρτήση του αποσυντονισμού Δ/g για την θεμελιώδη κατάσταση του συστήματος. Περιορίζουμε την ανάλυση στη περίπτωση των δύο διεγέρσεων ($N = \alpha_1^\dagger \alpha_1 + \alpha_2^\dagger \alpha_2 + |e_1><e_1| + |e_1><e_1| = 2$) καθώς αυτή παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Η διαδικασία που ακολουθούμε για τη κατασκευή των διαγραμμάτων που απεικονίζουν την εξάρτηση του κβαντικού εναγκαλισμού απο τον αποσυντονισμό ειναι η εξής: Αρχικά, μέσω διαγωνοποίησης της Χαμιλτονιανής του συστήματος (για συγκεκριμένη τιμή του αποσυντονισμου Δ) υπολογίζουμε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανυσματα του συστήματος. Έπειτα επιλέγουμε το ιδιοδιάνυσμα με την ελάχιστη ιδιοτιμή στον ενεργειακό υπόχωρο των δύο διεγέρσεων. Τέλος υπολογίζουμε το κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ των πέντε διαφορετικών υποσυστημάτων. Επαναλαμβάνοντας τη παραπάνω διαδικασία για διάφορετικές τιμες του αποσυντονισμου κατασκευάζουμε τα διαγράμματα αυτού του υποκεφαλαίου.

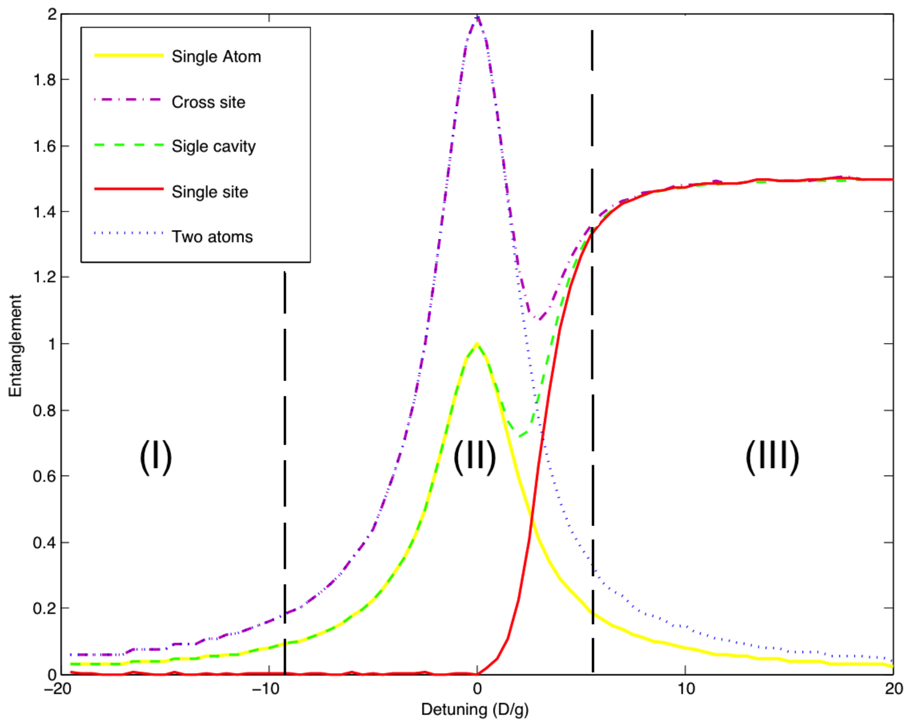
Εφόσον έχουμε περιορίσει των αριθμό των μέγιστων διεγέρσεων στο σύστημα μας αυτομάτως περιορίσαμε και τις μέγιστες τιμές του κβαντικού εναγκαλισμού μεταξύ των υπουστημάτων. Συμφωνα με τη σχεσή για τη μέγιστη τιμή της εντροπίας $S^{max} = log_2(D)$ (οπου D οι διαστάσεις του συστήματος) υπολογίζουμε τις μέγιστες τιμές για κάθε είδος κβαντικου εναγκαλισμού. Έτσι ο κβαντικός εναγκαλισμός ενός ατόμου με το υπόλοιπο σύστημα έχει μέγιστη τιμή $S^{max}_{single\ atom} = log_2(2) = 1$. Ο κβαντικός εναγκαλισμός του πεδίου μιας κοιλότητας με το υπολοιπο σύστημα εχει μέγιστη τιμή $S^{max}_{single\ cavity} = log_2(3) \simeq 1.58$. Ο κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των δυο ατόμων και του υπολοιπου συστήματος έχει μέγιστη τιμή $S^{max}_{two\ atoms} = log_2(4) = 2$. Τελος ο κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ της μιας κοιλότητας με την άλλη όπως και ο κβαντικος εναγκαλισμός μεταξύ του πεδίου στη μια κοιλότητα, του ατόμου στην άλλη και του υπόλοιπου συστήματος έχουν μέγιστη τιμή $S^{max}_{single\ site} = S^{max}_{cross\ site} = log_2(5) \simeq 2.32$.

Σε αυτη τη μελέτη επικεντρωνόμαστε σε δύο όρια. Το όριο ασθενής σύζευξής όπου $J = 0.01g$ (εικόνα 3.14) και το όριο ισχυρής σύζευξης $J = 10g$ (εικόνα 3.15)

Ξεκινάμε με τη μελετη του ορίου ασθενής σύζευξης των κοιλοτήτων $J = 0.01g$. Στην εικόνα (3.14) απεικονίζουμε την εξάρτηση των ειδών του κβαντικού εναγκαλισμού απο τον αποσυντονισμό. Διακρίνουμε τρείς περιοχές ξεχωριστού ενδιαφέροντος [38].
I) Περιοχή χωρίς κβαντικό εναγκαλισμό: Αυτη η περιοχή αναμένεται για μεγάλες αρνητικές τιμές αποσυντονισμου Δ. Σε αυτή την περιοχή οι διεγέρσεις παραμένουν ατομικές λόγω του μεγάλου αρνητικού αποσυντονισμού. Ως εκ τούτου δεν ειναι δυνατή η σύζευξη του ατόμου με το πεδίο σε κάθε κοιλότητα, επιπλέον δεν υπάρχει τρόπος σύζευξης των δυο κοιλοτήτων εφόσον απουσιάζουν οι φωτονικές διεγέρσεις. Αυτοι οι λόγοι οδηγούν όλα τα είδη κβαντικών εναγκαλισμών κόντα στο μηδέν.

II) Περιοχη Photon-blockade: Αυτή η περιοχή αναμένεται για $\Delta \simeq 0$. Σε αυτη τη περιοχή το άτομο βρίσκεται σε συντονισμό με το πεδίο σε κάθε κοιλότητα, οπότε προκύπτει ισχυρός κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ του ατόμου και του πεδίου σε κάθε κοιλότητα. Αυτός ειναι ο λόγος για τον οποίο τέσσερα απο τα πέντε είδη κβαντικού εναγκαλισμού παρουσιάζουν τοπικό μέγιστο. Οι χαμηλη τιμή του κβαντικού εναγκαλισμου single sige υποδηλώνει οτι δεν υπάρχει επικοινωνία μεταξύ των δύο κοιλοτήτων.

III) Φωτονική περιοχή: Αυτη η περιοχή αναμένεται για μεγάλες θετικές τιμές του αποσυντονισμού Δ. Σε αυτη την περιοχή οι διεγέρσεις ειναι κυρίως φωτονικές (τα άτομα παραμένουν στη θεμελιώδη

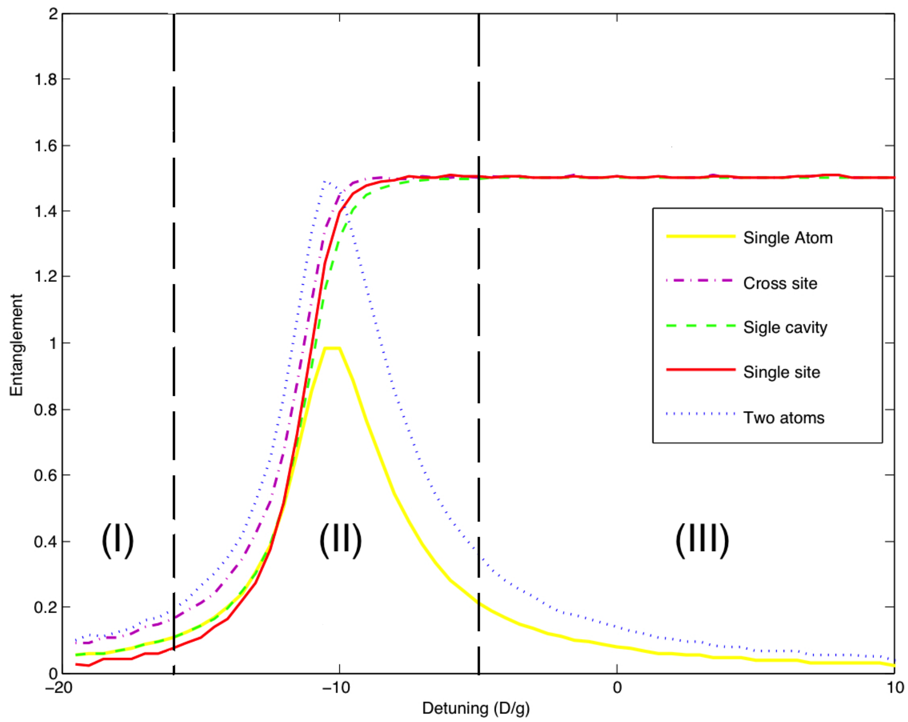


Σχήμα 3.14: Συστημα δυο συζευγμένων κοιλοτήτων με άτομα: Κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των υποσυστημάτων στο όριο ασθενής σύζευξης των κοιλοτήτων (Θ=0.01γ) ώς συνάρτηση του αποσυντονισμού Δ.

τους κατάσταση). Τα φωτόνια μπορούν να μεταπηδούν απο τη μια κοιλότητα στην άλλη. Έτσι οι τιμες των κβαντικών εναγκαλισμών που εμπεριέχουν στο ενα υποσύστημα το πεδίο μιας κοιλότητας έχουν μη-μηδενικές τιμές. (σινγλε σιτε, σινγλε ςαιτψ, ςροσς σιτε). Ομοίως στο όριο ισχυρής σύζευξης $J = 10g$ (3.15) διακρίνουμε τρείς περιοχές ξεχωριστού ενδιαφέροντος [38].
I) Περιοχή χωρίς κβαντικό εναγκαλισμό: Αυτη η περιοχή αναμένεται για μεγάλες αρνητικές τιμές αποσυντονισμου Δ. Σε αυτή την περιοχή οι διεγέρσεις παραμένουν ατομικές λόγω του μεγάλου αρνητικού αποσυντονισμού. Ως εκ τούτου δεν ειναι δυνατή η σύζευξη του ατόμου με το πεδίο σε κάθε κοιλότητα, επιπλέον δεν υπάρχει τρόπος σύζευξης των δυο κοιλοτήτων εφόσον απουσιάζουν οι φωτονικές διεγέρσεις. Αυτοι οι λόγοι οδηγούν όλα τα είδη κβαντικών εναγκαλισμών κόντα στο μηδέν.

II) Περιοχη Photon-blockade: Αυτη η περιοχή αναμένεται για $\Delta \simeq -J$. Σε αυτή την περιοχή τα άτομα μπορεί να βρίσκονται σε αποσυντονισμό με το πεδίο σε κάθε κοιλότητα, παρολαυτά βρίσκονται σε συντονισμο με ενα ρυθμό απεντοπισμένου πεδίου (delocalized field mode). Και τα πεντε είδη κβαντικού εναγκαλισμόυ έχουν μέγιστη τιμή γεγονός που σημάινει οτι τα πολαριτόνια σε κάθε κοιλότητα ειναι και μεταξύ τους κβαντικά εναγκαλισμένα. Τα πολαριτόνια όμως εμπεριέχουν ήδη κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ ατόμου και φωτονίου σε μια κοιλότητα άρα υπάρχουν ενδειξείς για κβαντικό εναγκαλισμό μεταξύ και των 4 υποσυστημάτων.

III) Φωτονική περιοχή: Αυτη η περιοχή αναμένεται για μεγάλες θετικές τιμές του αποσυντονισμού Δ.



Σχήμα 3.15: Συστημα δυο συζευγμένων κοιλοτήτων με άτομα: Κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των υποσυστημάτων στο όριο ισχυρής σύζευξης των κοιλοτήτων (Θ=0.01γ) ώς συνάρτηση του αποσυντονισμού Δ.

Σε αυτη την περιοχή οι διεγέρσεις ειναι κυρίως φωτονικές (τα άτομα παραμένουν στη θεμελιώδη τους κατάσταση). Τα φωτόνια μπορούν να μεταπηδούν απο τη μια κοιλότητα στην άλλη. Έτσι οι τιμες των κβαντικών εναγκαλισμών που εμπεριέχουν στο ενα υποσύστημα το πεδίο μιας κοιλότητας έχουν μη-μηδενικές τιμές. (σινγλε σιτε, σινγλε ςαιτψ, ςροσς σιτε).

Κεφάλαιο 4

Συμπεράσματα

Σε αυτή τη διατριβή μελετήσαμε τα δυναμικά χαρακτηριστικά ενός συστήματος που αποτελείται απο δύο κοιλότητες σε καθε μια απο τις οποίες βρίσκεται ένα άτομο. Οι δυο κοιλότητες είναι συζευγμένες μεταξύ τους ώστε φωτόνια μπορούν να μεταφέρονται απο τη μια στην αλλή. Μελετήσαμε τρεις διαφορετικες περιοχές για διαφορετικές τιμές των πειραματικά ελεγχόμενων μεταβλητών g,Δ και J. Στο όριο $\Theta<<\gamma$ το σύστημα μας μπορει να χωριστεί σε δύο υποσυστήματα ατόμου-κοιλότητας καθε ένα απο τα οποία εξελίσεται ανεξάρτητα απο το άλλο. Όταν $J >> g$ τότε τα άτομα αλληλεπιδρούν μεταξύ χωρίς το πεδίο σε κάθε κοιλότητα να διεγερθεί. Τέλος στη περίπτωση όπου Δ=$J >> g$ έχουμε γρήγορη ταλάντωση της διέγερσης απο τη μια κοιλότητα στην άλλη.

Επιπλέον μελετήσαμε τη τήν εξάρτηση των διαφόρων ειδών εναγκαλισμού ώς συνάρτηση του αποσυντονισμού Δ για τη ιδιοκατάσταση ελάχιστης ενέργειας στον ενεργειακό υπόχωρο των δύο διεγέρσεων. Αναγνωρίσαμε διαφορετικές ιδιότητες κβαντικού εναγκαλισμόυ καθώς δείξαμε τη πιθανότητα να δημιουργηθεί κβαντικός εναγκαλισμός μεταξύ των τεσσάρων συστατικών του συστήματος.

Οι μελλοντικές μελέτες θα βασιστούν σε πιο ρεαλιστικά σενάρια που περιλαμβάνουν τη σύζευξη του συστήματος με το περιβάλλον. Επιπλέον σκοπεύουμε να επεκτείνουμε το σύστημα των δύο συζευγμένων κοιλοτήτων. Αυτο μπορεί να γίνει με τη μελέτη συστήματος που αποτελείται απο μεγάλο αριθμό συζευγμένων κοιλοτήτων είτε σε σειρά είτε σε δισδιαστατη γεωμετρία. Έλπιζουμε οτι με τη μελέτη τέτοιων συστημάτων θα καταφέρουμε να αναγνωρίσουμε δυναμικές συμπεριφορές ίδιες με αυτες που παρατηρούνται σε συστήματα πολλών σωμάτων.

Bibliography

[1] R. P. Feynman, Simulating physics with computers, Int. J. Theor. Phys. 21, 467, (1982).

[2] P. Goy, J. M. Raimond, M. Gross, and S. Haroche, Observation of Cavity-Enhanced Single-Atom Spontaneous Emission, Phys. Rev. Lett. 50, 1903–1906, (1983)

[3] G. Gabrielse, H Dehmelt, Observation of inhibited spontaneous emission, Phys. Rev. Lett. 55, 67–70, (1985).

[4] R. G. Hulet, E. S. Hilfer, and D. Kleppner, Inhibited Spontaneous Emission by a Rydberg Atom, Phys. Rev. Lett. 55, 2137–2140, (1985).

[5] D. Meschede and H. Walther, One-Atom Maser, Phys. Rev. Lett. 54, 551–554, (1985).

[6] R. J. Thompson, G. Rempe, and H. J. Kimble, Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity, Phys. Rev. Lett. 68, 1132–1135, (1992).

[7] J. P. Reithmaier, et al., Strong coupling in a single quantum dot–semiconductor microcavity system, Nature 432, 197-200, (2004).

[8] A. Badolato, et al., Deterministic Coupling of Single Quantum Dots to Single Nanocavity Modes, Science 20 May (2005).

[9] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Proc. IEEE 51, 89, (1963).

[10] D.G. Angelakis, M.F. Santos, and S. Bose, Photon-blockade-induced Mott transitions and XY spin models in coupled cavity arrays, Phys. Rev. A 76, R031805, (2007).

[11] A. Imamoglu, H. Schmidt, G. Woods, and M. Deutsch, Phys. Rev. Lett. 79, 1467, (1997).

[12] K. M. Birnbaum, A. Boca, R. Miller, A. D. Boozer, T. E. Northup, and H. J. Kimble, Photon blockade in an optical cavity with one trapped atom, Nature 436, 87, (2005).

[13] Introductory Quantum Optics, C. L. Gerry and Peter L. Knight, Cambridge University Press, (2005).

[14] J. larson, Extended Jaynes-Cummings models in cavity QED, Universitetsservice US AB, (2005).

[15] Einstein A, Podolsky B, Rosen N . Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?. Phys. Rev. 47, (1935).

[16] Exploring the Quantum (Atom Cavities and Photons), S. Haroche and J. M. Raimond, Oxford University Press, (2006).

[17] A. D. Greentree, C. Tahan, J. H. Cole, and L. C. L. Hollenberg, Quantum phase transitions of light, Nature Phys. 2, 856, (2006).

[18] M.J. Hartmann, F.G.S.L. Brandao, and M.B. Plenio, Strongly interacting polaritons in coupled arrays of cavities, Nature Phys. 2, 849, (2006).

[19] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Va- hala, Ultra-high-Q toroid micro-cavity on a chip, Nature 421, 925, (2003).

[20] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, R.- S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S.M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrody- namics, Nature 431, 162, (2004).

[21] T. Aoki, B. Dayan, E. Wilcut, W. P. Bowen, A. S. Parkins, H. J. Kimble, T. J. Kippenberg, and K. J. Vahala, Observation of strong coupling between one atom and a monolithic microresonator, Nature 443, 825, (2006).

[22] P.E. Barclay, K. Srinivasan, O. Painter, B. Lev, and H. Mabuchi, Integration of fiber-coupled high-Q SiNx micro-disks with atom chips, Appl. Phys. Lett. 89, 131108, (2006).

[23] K. Hennessy, A. Badolato, M. Winger, D. Gerace, M. Atature, S. Gulde, S. Falt, E. L. Hu, and A. Imamoglu, Quantum nature of a strongly coupled single quantum dot-cavity system, Nature 445, 896, (2007).

[24] Y. Akahane, T. Asano, B. S. Song, and S. Noda, High-Q photonic nanocavity in a two-dimensional photonic crystal, Nature 425, 944, (2003).

[25] Y. Colombe, T. Steinmetz, G. Dubois, F. Linke, D. Hunger, and J. Reichel, Strong atom-field coupling for Bose-Einstein condensates in an optical cavity on a chip, Nature 450, (2007).

[26] I. Bloch, Jean Dalibard, Wilhelm Zwerger, Many-body physics with ultracold gases, Rev. Mod. Phys. 80, 885–964, (2008).

[27] J. Cho, D. G. Angelakis, and S. Bose, Simulation of high-spin Heisenberg chains in coupled cavities, Phys. Rev. A 062338, (2008).

[28] J. Cho, D. G. Angelakis, and S. Bose, Fractional quantum Hall state in coupled cavities, Phys. Rev. Lett. 101, 246809, (2008).

[29] D. G. Angelakis, M. F. Santos, V. Yannopapas, and A. Ekert, A proposal for the implementation of quantum gates with photonic-crystal coupled cavity waveguides, Phys. Lett. A 362, 377, (2007).

[30] M. Trupke, J. Goldwin, B. Darquie, G. Dutier, S. Eriksson, J. Ashmore, and E. A. Hinds, Atom detection and photon production in a scalable, open, optical microcavity, Phys. Rev. Lett. 99, 063601, (2007).

[31] N. Na and Y. Yamamoto, Generation of indistinguishable single photons and polarization-entangled photon-pairs via polaritonic superfluid to Mott insulator quantum phase transition, Jour. of Opt. Soc. Amer. B. 24, 266, (2007).

[32] S. Bose, D. G. Angelakis, and D. Burgarth, Transfer of a polaritonic qubit through a coupled cavity array, J. Mod. Opt. 54, 2307, (2007).

[33] D. G. Angelakis and A. Kay, Weaving light-matter qubits into a one way quantum computer, New J. Phys. 10, 023012, (2008).

[34] J. Cho, D. G. Angelakis, and S. Bose, Heralded generation of two-photon polarization entanglement with coupled cavities, Phys. Rev. A 78, 022323,(2008).

[35] D.G. Angelakis, S. Mancini, and S. Bose, Steady state entanglement between hybrid light-matter qubits, Eur. Phys. Lett. 85, 20007, (2009).

[36] C. D. Ogden, E. K. Irish and M. S. Kim, Polaritonic characteristics of insulator and superfluid states in a coupled-cavity array, Phys. Rreview A 77, 033801, (2008).

[37] C. D. Ogden, E. K. Irish and M. S. Kim, Dynamics in a coupled-cavity array, Phys. Review A 78, 063805, (2008).

[38] E. K. Irish, Ground-state entanglement in a coupled-cavity model , Phys. Review A 80, 043825, (2009).