

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ



ΓΕΩΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΜΗΣ ΤΩΝ  
ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΑΤΩΝ ΣΤΟ ΥΔΑΤΙΚΟ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ  
ΤΗΣ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Πίσπα Άννα

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ**

Επίκουρος Καθηγητής Εμμανουήλ Βαρουχάκης (Επιβλέπων)

Αναπληρωτής Καθηγητής Εμμανουήλ Στειακάκης

Καθηγητής Γεώργιος Καρατζάς (ΧΗΜΗΠΕΡ)

ΧΑΝΙΑ

Φεβρουάριος, 2024

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Κεφάλαιο 1</b>	<b>11</b>
1.1	Εισαγωγή . . . . .	11
1.1.1	Σκοπός . . . . .	11
1.1.2	Η σημαντικότητα του Νερού . . . . .	12
1.1.3	Η κατανομή του νερού στον πλανήτη μας . . . . .	13
1.1.4	Μεταλλευτική δραστηριότητα που επηρεάζει το νερό . . . . .	13
1.2	Γενικές Πληροφορίες . . . . .	15
1.2.1	Γεωλογία Περιοχής . . . . .	15
1.3	Μεταλλευτική Δραστηριότητα . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Κεφάλαιο 2</b>	<b>26</b>
2.1	Η Υδρογεωλογία και η Στάθμη των Υπόγειων Νερών στην Δυ- τική Μακεδονία . . . . .	26
2.1.1	Η Υδρογεωλογία της Δυτικής Μακεδονίας . . . . .	26
2.1.2	Υπόγεια Νερά . . . . .	27
2.1.3	Υπόγεια Υδατικά Συστήματα . . . . .	30
2.1.4	Υδρογεωλογικές Λεκάνες . . . . .	32
2.1.5	Ιδιαίτερος Τροποποιημένα Υδατικά Συστήματα (ΙΤΥΣ) και Τεχνητά Υδατικά Συστήματα (ΤΥΣ) . . . . .	35

## Περιεχόμενα

2.1.6	Σχέδια Διαχείρισης Λεκανών Απορροής Ποταμών της Δυτικής Μακεδονίας . . . . .	36
2.2	Γεωστατιστική Ανάλυση και Διαχείριση των Υπόγειων Υδάτων . . . . .	39
<b>3</b>	<b>Κεφάλαιο 3</b>	<b>41</b>
3.1	Βασικές Έννοιες της Γεωστατιστικής . . . . .	41
3.1.1	Θεωρητικό υπόβαθρο και βασικές έννοιες . . . . .	41
3.2	Τυχαία Μεταβλητή - Τυχαίο Πεδίο . . . . .	43
3.2.1	Τάση . . . . .	46
3.2.2	Διακύμανση . . . . .	47
3.3	Παράμετροι κατανομής Πιθανότητας . . . . .	48
3.3.1	Ελάχιστη και Μέγιστη τιμή . . . . .	48
3.3.2	Παράμετροι Θέσης . . . . .	49
3.3.3	Παράμετροι Διασποράς . . . . .	50
3.3.4	Ιστόγραμμα . . . . .	52
3.3.5	Παράμετροι Κύρτωσης . . . . .	53
3.3.6	Παράμετροι Ασυμμετρίας . . . . .	54
3.4	Συνάρτηση Συνδιασποράς . . . . .	54
3.4.1	Μοντέλα Συνδιασποράς . . . . .	55
3.4.2	Στατιστική Ισοτροπία . . . . .	57
3.4.3	Στατιστική Ομοιογένεια . . . . .	58
3.4.4	Μοντέλα Συνδιασποράς . . . . .	58
3.5	Χωρική Εξάρτηση . . . . .	59
3.5.1	Ακτίνα Συσχέτισης . . . . .	60
3.5.2	Βαριόγραμμα . . . . .	60
3.5.3	Παράμετροι Βαριογράμματος . . . . .	62
3.5.4	Μοντέλα Βαριογράμματος . . . . .	62
3.6	Μέθοδος Kriging . . . . .	64

## Περιεχόμενα

3.6.1	Απλό Kriging . . . . .	67
3.6.2	Γραμμικά Βάρη . . . . .	67
3.6.3	Κανονικό Kriging (OK) . . . . .	69
3.6.4	Γραμμικά Βάρη . . . . .	70
3.6.5	Γειτονιά Συσχέτισης . . . . .	71
3.7	Θεωρία σφαλμάτων . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Κεφάλαιο 4</b>	<b>74</b>
4.1	Στατιστική Ανάλυση και Επεξεργασία Δεδομένων . . . . .	74
4.1.1	Λογαριθμικός Μετασχηματισμός . . . . .	76
4.1.2	Παράμετροι Κατανομής Πιθανότητας . . . . .	78
4.2	Τάση . . . . .	81
4.3	Υπολογισμός της Βαριογραφία . . . . .	82
4.4	Εφαρμογή της Μεθόδου Kriging . . . . .	84
4.4.1	Κανονικό Kriging στις τιμές που έχουν δεχθεί λογα- ρίθμιση . . . . .	85
4.4.2	Επαναφορά στην αρχική κλίμακα και τελική εκτίμηση των δεδομένων . . . . .	88
4.4.3	Εφαρμογή της μεθόδου διασταυρωμένης επαλήθευσης . .	89
4.5	Ανάλυση Αποτελεσμάτων . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Συμπεράσματα-Προτάσεις</b>	<b>95</b>
5.1	Συμπεράσματα . . . . .	95
5.1.1	Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα . . . . .	98



# Κατάλογος Εικόνων

1.1	Η σημασία του νερού . . . . .	13
1.2	Η κατανομή του νερού στον πλανήτη μας . . . . .	14
1.3	Γεωλογία Δυτικής Μακεδονίας . . . . .	17
1.4	Λιγνιτικά Πεδία Δυτικής Μακεδονίας (ΔΕΗ, 2021) . . . . .	18
1.5	Λατομικές Περιοχές . . . . .	19
1.6	Σκαρίφημα τμήματος της τεκτονικής τάφρου της Δυτ. Μακε- δονίας (Αχ: Αχλάδα, Λ: Λόφοι, Β: Βεύη, Βε: Βεγόρα, Βα: Βαλτόνερα, Αμ: Αμύνταιο, Πε: Περδίκια, Αρ: Αρδασσα, Κ: Κομνηνά, Αν: Ανατολικό, Π: Πτολεμαΐδα) . . . . .	21
1.7	Οριοθέτηση Τομέων Ορυχείων σε Ορθοφωτοχάρτη . . . . .	23
1.8	2Χωροχρονική Απεικόνιση Κηρύξεων Αναγκαστικών Απαλλοτριώσεων (Google Satellite, 2021) . . . . .	25
2.1	Η Περιφέρεια Δ. Μακεδονίας στο Υδατικό Διαμέρισμα EL09 . .	28
2.2	Είδη υπόγειων υδροφορέων . . . . .	29
2.3	Υπόγεια υδατικά συστήματα , προστατευόμενα για άντληση πόσι- μου ύδατος . . . . .	31
2.4	Κύρια υπόγεια υδατικά συστήματα . . . . .	32
2.5	Κύρια υπόγεια υδατικά συστήματα . . . . .	32
2.6	Υδρογεωλογικές λεκάνες . . . . .	34

## Κατάλογος Εικόνων

2.7	Τεχνητά και Ιδιαίτεως τροποποιημένα Υδατικά Συστήματα . . .	35
2.8	Σχέδια Υδρογεωλογικών Λεκανών . . . . .	37
2.9	Σχέδια Υδρογεωλογικών Λεκανών . . . . .	38
3.1	Ιστόγραμμα . . . . .	52
4.1	Θέσεις σταθμών παρακολούθησης της στάθμης των υπόγειων υδάτων (x) σε σχέση με τα ορυχεία (+) . . . . .	75
4.2	Ιστόγραμμα των στοιχείων 2018 και 2021 χωρίς μετασχηματισμό λογαρίθμου. . . . .	77
4.3	Συσχέτιση των στοιχείων 2018-2021 χωρίς μετασχηματισμό λογ- αρίθμου . . . . .	77
4.4	Ιστόγραμμα και Διάγραμμα Κανονικής Πιθανότητας 2018 με λογαριθμικό μετασχηματισμό . . . . .	79
4.5	Ιστόγραμμα και Διάγραμμα Κανονικής Πιθανότητας 2021 με μετασχηματισμό λογαρίθμου . . . . .	80
4.6	Βαριόγραμμα των θέσεων μεταβολής της στάθμης των υπόγειων υδάτων 2018(km) και 2021(km). Οι κύκλοι (ο) αποδίδουν το Εμπειρικό Βαριόγραμμα ενώ η γραμμή το Σφαιρικό Μοντέλο . .	83
4.7	Χάρτες τυπικής απόκλισης σφάλματος Kriging με μετασχημα- τισμό λογαρίθμου. . . . .	86
4.8	CV errors των στοιχείων 2018 και 2021 με μετασχηματισμό λογ- αρίθμου . . . . .	87
4.9	Χάρτης εκτίμησης των δεδομένων της στάθμης με λογαριθμικό μετασχηματισμό για το 2018. . . . .	89
4.10	Χάρτης εκτίμησης των δεδομένων της στάθμης με λογαριθμικό μετασχηματισμό για το 2021. . . . .	90
4.11	CV errors των δεδομένων της στάθμης 2018 και 2021 . . . . .	91

## Κατάλογος Πινάκων

4.1	Παράμετροι Κατανομής Πιθανότητας των λογαριθμισμένων τιμών του 2018-2021 αντίστοιχα. . . . .	78
4.2	Γραμμικοί Συντελεστές Τάσης με μετασχηματισμό λογαρίθμου. . . . .	81
4.3	Παράμετροι βαριογράμματος των στοιχείων 2018 και 2021. . . . .	82
4.4	Τιμές επαλήθευσης στις απολογαριθμισμένες τιμές, όπου MAE είναι το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα, RMSE η ρίζα του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος, MaxAE η τιμή του Μέγιστου Απόλυτου Σφάλματος και $\rho$ ο συντελεστής συσχέτισης. . . . .	90

# Abstract

The groundwater level in Western Macedonia is an important environmental and hydrogeological phenomenon with impacts on various sectors. This region is an important source of mineral resources and has a geological diversity which has been affected by human activity, mainly in the mining industry. The geostatistical method was used to analyse and describe the values and groundwater levels for two years 2018,2021. The purpose of this thesis is to analyse and carefully study an important aspect of geostatistical analysis in relation to hydrogeology. Specifically, the paper focuses on the study of the impact of the mining activity that has developed in the region affecting the groundwater balance in the geographical region of Western Macedonia. During the preliminary analysis of the data was analysed the correlation between two years 2018,2021. Data normalization was performed by logarithmic transformation. As a result, variography was used to estimate the spatial dependence of the groundwater level data for the two years. The spatial variability of level levels in groundwater was assessed and represented through the creation of maps. This was achieved by using the Ordinary Kriging (OK) method while inversion of the transformations previously applied to the data. The results were then evaluated and commented on. The results showed that for all the mines of Achlada, Amyndeon, Vehei and Florina there is a deterioration of the water level which suggests that this is mainly

## Κατάλογος Πινάκων

due to over-pumping due to irrigation use, while locally in the areas of PPC activity it is due to the pumping that is carried out to lower the groundwater level as the mining is done in the dry. The poor quality status of the Ptolemaida granular water is mainly due to elevated concentrations of  $\text{NO}_3$  as a result of extensive agriculture. Not only the exploitable but also part of the permanent reserves (water reservoirs) are pumped out, which are not replenishable except in rich hydrological years. Consequently, natural reserves are constantly diminishing. At the end are proposals that could improve and reduce groundwater level deterioration.

## Περίληψη

Η στάθμη των υπόγειων νερών στην Δυτική Μακεδονία αποτελεί σημαντικό περιβαλλοντικό και υδρογεωλογικό φαινόμενο με επιπτώσεις σε διάφορους τομείς. Η περιοχή αυτή αποτελεί σημαντική πηγή μεταλλευτικών πόρων και διαθέτει γεωλογική ποικιλία η οποία έχει επηρεαστεί από την ανθρώπινη δραστηριότητα, κυρίως στον τομέα της μεταλλευτικής βιομηχανίας. Η εξόρυξη μετάλλων, έχει επιφέρει αλλαγές στην υδρολογική ισορροπία της περιοχής. Οι διαδικασίες εξόρυξης και επεξεργασίας των μετάλλων μπορούν να επηρεάσουν την ποιότητα και ποσότητα των υπογείων υδάτων, καθώς και τη στάθμη τους. Οι ανοιχτές αποθήκες ορυχείων μπορούν να δημιουργήσουν προβλήματα διαρροής και ρύπανσης, επηρεάζοντας την ποιότητα του εδάφους και των υπογείων υδάτων. Η παρακολούθηση της στάθμης των υπογείων νερών σε συνδυασμό με γεωλογικές και υδρολογικές μελέτες είναι ζωτικής σημασίας για την κατανόηση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ της μεταλλευτικής δραστηριότητας και του υδατικού περιβάλλοντος. Μέσα από την αξιολόγηση αξιόπιστων δεδομένων και μελετών μπορούμε να αναγνωρίσουμε τυχόν αρνητικές επιπτώσεις και να εξερευνήσουμε βιώσιμες λύσεις για τη διατήρηση της ισορροπίας ανάμεσα στην ανάπτυξη και την προστασία του περιβάλλοντος. Συνεπώς, η μελέτη της στάθμης των υπογείων νερών στη Δυτική Μακεδονία αντιπροσωπεύει ένα αρκετά περίπλοκο πεδίο έρευνας που απαιτεί συνεργασία μεταξύ γεωλόγων, μηχανικών και αρμόδιων αρχών, με στόχο την αειφόρο διαχείριση των υδατικών πόρων και την προστασία του

## Κατάλογος Πινάκων

φυσικού περιβάλλοντος για τις τρέχουσες και μελλοντικές γενιές.

## Ευχαριστίες

Με το πέρας της διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Επίκουρο Καθηγητή Εμμανουήλ Βαρουχάκη για την ανάθεση της διπλωματικής εργασίας και για την εξαιρετική συνεργασία που υπήρξε μεταξύ μας. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω το μέλος του Εργαστηρίου Ανδρέα Παυλίδη για την πολύτιμη βοήθεια του κατά την διάρκεια της διεξαγωγής της διπλωματικής. Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή Εμμανουήλ Στειακάκη και τον Καθηγητή Γεώργιο Καρατζά για τις πολύτιμες συμβουλές τους. Τέλος θα ήθελα ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την αμέριστη στήριξη και αγάπη που έχουν δείξει όλα αυτά τα χρόνια καθώς και τους φίλους μου που ήταν στήριγμα σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

# Κεφάλαιο 1

## Κεφάλαιο 1

### 1.1 Εισαγωγή

#### 1.1.1 Σκοπός

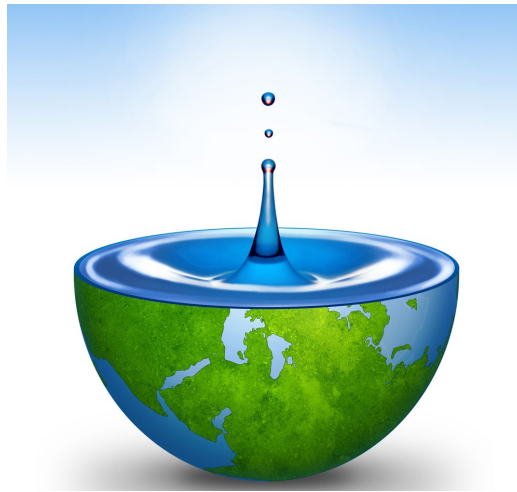
Κύριο μέλημα της παρούσας διπλωματικής είναι η ανάλυση και η προσεκτική μελέτη μιας σημαντικής πτυχής της γεωστατιστικής ανάλυσης σε σχέση με την υδρογεωλογία. Συγκεκριμένα, η εργασία επικεντρώνεται στη μελέτη της επίδρασης της μεταλλευτικής δραστηριότητας που έχει αναπτυχθεί στην περιοχή επηρεάζοντας την ισορροπία των υπόγειων υδάτων στο γεωγραφικό διαμέρισμα της Δυτικής Μακεδονίας. Αναλυτικά, στοχεύει στην ανάλυση της χωρικής κατανομής των υπόγειων υδατικών πόρων και των διακυμάνσεων της υδροστατικής στάθμης στην περιοχή. Τέλος στοχεύει στην εκτίμηση των επιπτώσεων της μεταλλευτικής δραστηριότητας στην περιβαλλοντική και υδρολογική ισορροπία της περιοχής. Για να πραγματοποιηθεί η συγκεκριμένη γεωστατιστική μελέτη. Όλα τα απαραίτητα στοιχεία και δεδομένα σχετικά με την στάθμη της περιοχής αντλήθηκαν από το Ινστιτούτο Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών που παρέθεσε δεδομένα από τέσσερις χρονιές (2018,2019,2020,2021)



έτσι ώστε να υπάρχει μεγάλος αριθμός στοιχείων για να μπορούν να προκύψουν αξιόπιστα αποτελέσματα σχετικά με τη στάθμη της Δυτικής Μακεδονίας.

### 1.1.2 Η σημαντικότητα του Νερού

Από τα κυρίαρχα στοιχεία της φύσης και της ζωής είναι το νερό. Το νερό είναι ο μοναδικός φυσικός πόρος που είναι απαραίτητος για την επιβίωση του ανθρώπου και όλων των οργανισμών. Η γη μας αποτελείται από 70% νερό, το ίδιο και ο άνθρωπος, ο οποίος, ιδιαίτερα στην εμβρυακή του κατάσταση, αποτελείται από 90% νερό. Με αδρούς υπολογισμούς, το 97% του νερού της γης βρίσκεται στους ωκεανούς, το 1% είναι τα επιφανειακά νερά όπως λίμνες ποτάμια κ.λπ. και το υπόλοιπο 2% συναντάται στα παγοκαλύμματα και στις παγωμένες σπηλιές τις Ανταρκτικής.[20] Η ποσότητα του νερού που πέφτει στην επιφάνεια του εδάφους είναι βασικής σημασίας για τον άνθρωπο και για τη φύση. Η αύξηση της ποσότητας με συνεχείς βροχές προκαλεί ζημιές με τις διαβρώσεις, τις πλημμύρες και τις προσχώσεις εύφορων εδαφών. Από την άλλη και η μειωμένη ποσότητα προκαλεί ζημιές άμεσες ή έμμεσες με τη ξηρασία και τις καταστρεπτικές συνέπειες που αυτή επιφέρει. Όσον αφορά στη χρήση του νερού, αυτό χρησιμοποιείται σε διάφορους τομείς των ανθρώπινων δραστηριοτήτων όπως τον αγροτικό τομέα, το βιομηχανικό και τον αστικό τομέα. Δεν πρέπει να ξεχνούμε όμως ότι αυτές οι δραστηριότητες επιφέρουν κυρίως στις μέρες μας αλλοίωση στην ποιότητα του νερού, άλλοτε μεγαλύτερη και άλλοτε μικρότερη, ζητήματα που είναι γνωστά ως ρύπανση του νερού ή μόλυνση που αποτελεί μια ειδική περίπτωση της ρύπανσης.[18] Τα γλυκά ή φρέσκα ή εσωτερικά νερά είναι πολύ σπουδαία για τις δραστηριότητες του ανθρώπου. Η λειψυδρία σε πολλές περιοχές του πλανήτη μας είναι υπεύθυνη για το θάνατο πολλών συνανθρώπων μας, γιατί στην έλλειψη του νερού οφείλεται η αδυναμία παραγωγής τροφίμων.[42]



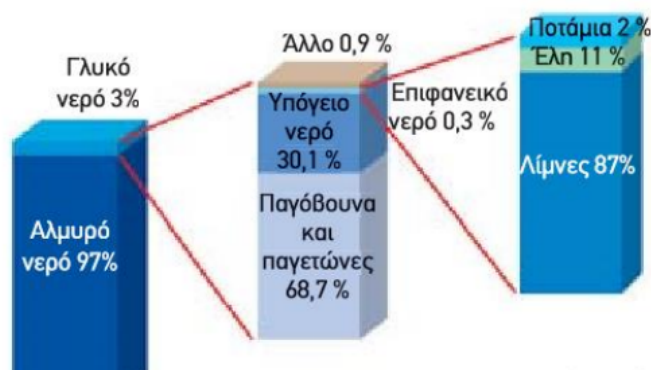
*Εικόνα 1.1: Η σημασία του νερού*  
[42]

### 1.1.3 Η κατανομή του νερού στον πλανήτη μας

Το νερό καλύπτει το 70% περίπου της επιφάνειας του πλανήτη. Ο συνολικός όγκος των νερών του πλανήτη εκτιμάται σε 1,41 δισ. κυβικά χιλιόμετρα (Γεωργόπουλος κ.ά., 2013). Από την ποσότητα αυτή, το 97% βρίσκεται ως αλμυρό νερό στους ωκεανούς και τις θάλασσες, ενώ το υπόλοιπο 3% είναι γλυκό νερό μοιρασμένο στα υπόγεια νερά, τα παγόβουνα, τους παγετώνες, τα ποτάμια, τα έλη και τις λίμνες, ενώ υπάρχει και ένα πολύ μικρό ποσοστό της τάξης του 0,001% που βρίσκεται στην ατμόσφαιρα με την μορφή υδρατμών, το οποίο συνυπολογίζεται στο γλυκό μη διαθέσιμο προς κατανάλωση νερό[36]. Η παρακάτω εικόνα απεικονίζει την κατανομή του νερού στον πλανήτη. 1.2.

### 1.1.4 Μεταλλευτική δραστηριότητα που επηρεάζει το νερό

Λόγω της ύπαρξης επιφανειακών και υπόγειων νερών στους χώρους εξόρυξης παρουσιάζονται σοβαρά προβλήματα που καθιστούν απαγορευτική την εκμετάλλευση



Εικόνα 1.2: Η κατανομή του νερού στον πλανήτη μας [22]

του κοιτάσματος. Η υπεράντληση του υπόγειου νερού μπορεί να προκαλέσει ή να επιτείνει διάφορα προβλήματα όπως εξάντληση υδροφορέων, καθίζηση υδροφορέων (βύθιση του εδάφους καθώς υπεραντλείται το νερό) και εισχώρηση αλμυρού νερού στους υδροφορείς. Το υπόγειο νερό μπορεί επίσης να μολυνθεί από βιομηχανικές και γεωργικές δραστηριότητες και άλλες αιτίες. Τρόποι για να περιοριστεί η εξάντληση του υπόγειου νερού είναι ο έλεγχος της αύξησης του πληθυσμού, η καλλιέργεια φυτών όχι απαιτητικών σε νερό σε ξηρές περιοχές, η ανάπτυξη ποικιλιών καλλιεργουμένων φυτών με μικρότερες απαιτήσεις σε νερό και με την ορθολογική άρδευση.[42]

# Δυτική Μακεδονία

## 1.2 Γενικές Πληροφορίες

Η περιφέρεια της Δυτικής Μακεδονίας καταλαμβάνει συνολική επιφάνεια 9451km<sup>2</sup>, καλύπτει το 7,2% της συνολικής έκτασης της χώρας. Η περιοχή κυρίως χαρακτηρίζεται ως ορεινή, ενώ ο Αλιάκμονας την διαβρέχει κατηφορικά. Η Περιφέρεια της Δυτικής Μακεδονίας βρίσκεται στο βόρειο κομμάτι της Ελλάδας και συνορεύει με την Αλβανία και την Βόρεια Μακεδονία. Είναι το τμήμα της χώρας που δεν περιέχει θαλάσσιες ακτές. Η Δυτική Μακεδονία χωρίζεται σε τέσσερις περιφερειακές ενότητες: στην περιφερειακή ενότητα Γρεβενών, Κοζάνης, Καστοριάς και Φλώρινας. Επίσης η περιοχή χαρακτηρίζεται για την μεγάλη ενεργειακής της βιομηχανία και δευτερεύοντος για την βιομηχανία παραγωγής γούνας.[27]

### 1.2.1 Γεωλογία Περιοχής

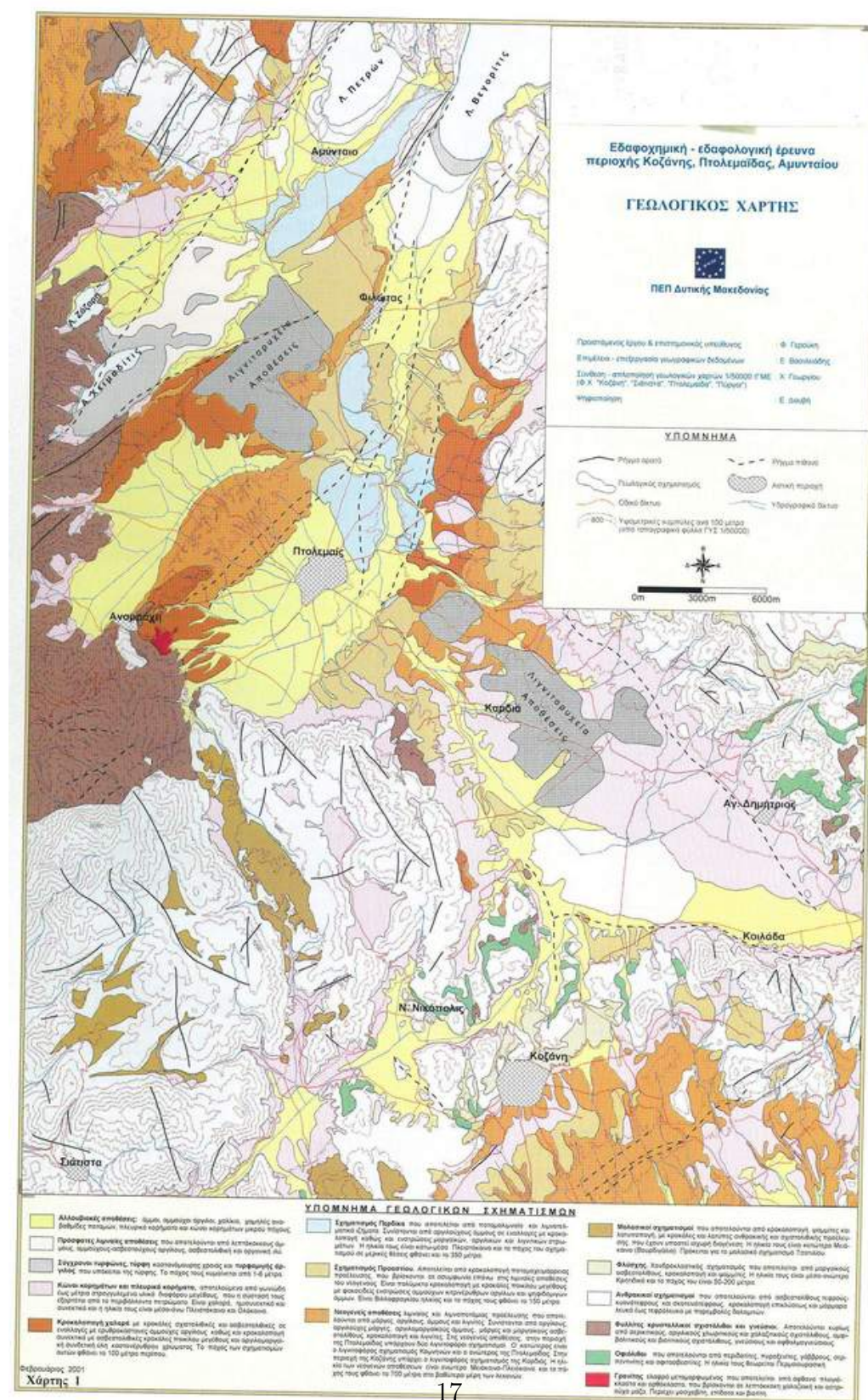
Η γεωλογία της Δυτικής Μακεδονίας αντιπροσωπεύει μια ενδιαφέρουσα παλαιογεωλογική και γεωμορφολογική ποικιλία. Η περιοχή αυτή διακρίνεται από την παρουσία της Πελαγονικής Ζώνης, η οποία αποτελείται από ασβεστολιθικά πετρώματα και γρανίτες, και τη Ζώνη της Πίνδου, με ψηλούς ορεινούς όγκους και μάρμαρα. Η περιοχή παρουσιάζει επίσης μεταλλικούς σχηματισμούς, που

δημιουργήθηκαν μετά την τελική πτύχωση των αλπικών σχηματισμών. Αξίζει να σημειωθεί η παρουσία λιμνών, όπως η λίμνη Καστοριά και η λίμνη των Πρεσπών, που αποτελούν μέρος του φυσικού τοπίου και αποτελούν περιοχές βιοποικιλότητας. Ο γεωλογικός πλούτος αυτής της περιοχής έχει επηρεάσει την ιστορία, τον πολιτισμό και την οικονομία της, καθιστώντας τη Δυτική Μακεδονία μια σημαντική περιοχή για την επιστημονική και περιβαλλοντική μελέτη. Στην παρακάτω εικόνα απεικονίζεται η γεωλογία της Δυτικής Μακεδονίας.[29]

### 1.3 Μεταλλευτική Δραστηριότητα

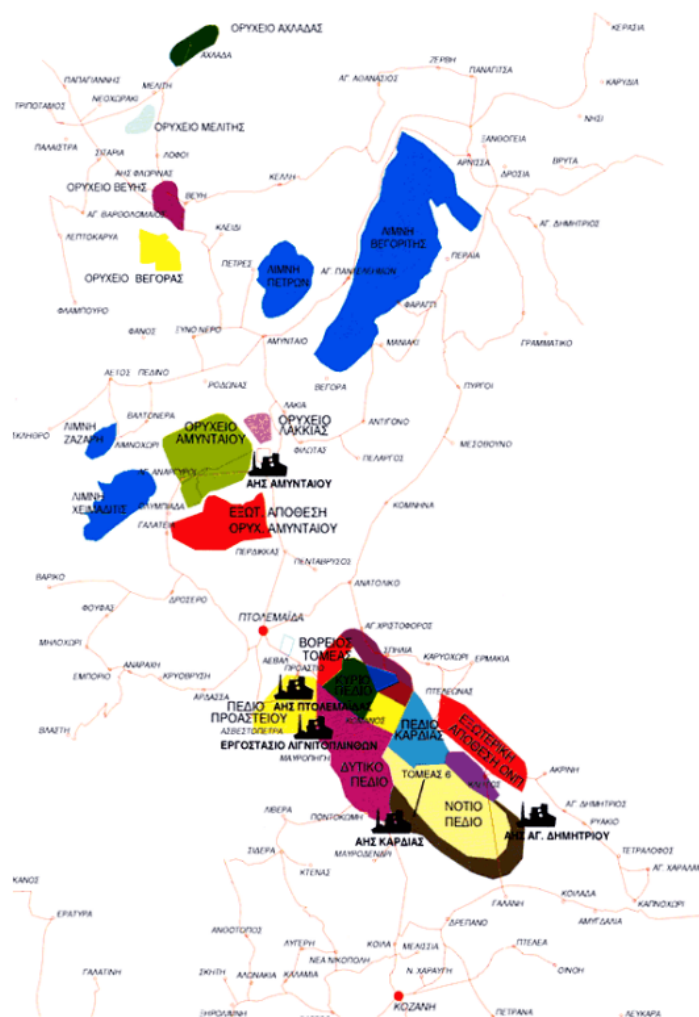
Η Δυτική Μακεδονία αποτελεί μία από τις πιο σημαντικές περιοχές μεταλλευτικού και εξορυκτικού ενδιαφέροντος, καθώς διαθέτει μεγάλο αριθμό μεταλλείων και ορυχείων, μερικά από αυτά είναι: το Ορυχείο Καρδιάς το οποίο βρίσκεται στην λεκάνης Πτολεμαΐδας-Αμυνταίου. Το δεύτερο κι πιο σημαντικό ορυχείο είναι του Αμυνταίου. Ο Δήμος Αμυνταίου αποτελεί μια από τις πιο σημαντικές περιοχές εξορυκτικού ενδιαφέροντος.

Ο Δήμος αποτελεί τμήμα της τεκτονικής τάφρου Μοναστηρίου – Αμυνταίου – Πτολεμαΐδας – Σερβίων, στην οποία βρίσκονται τα μεγαλύτερα λιγνιτικά κοιτάσματα της χώρας. Στην συνέχεια εξίσου σημαντικό είναι το ορυχείο Βεύη. Τέλος το λιγνιτωρυχείο της Αχλάδας. Το λιγνιτωρυχείο βρίσκεται στην Φλώρινα και αποτελεί ένα ακόμη λιγνιτωρυχείο που αποσκοπεί στη εξασφάλιση των ενεργειακών πόρων με την εξόρυξη λιγνίτη. Ο παρακάτω χάρτης παρουσιάζει τις λατομικές περιοχές της Δυτικής Μακεδονίας.[29]



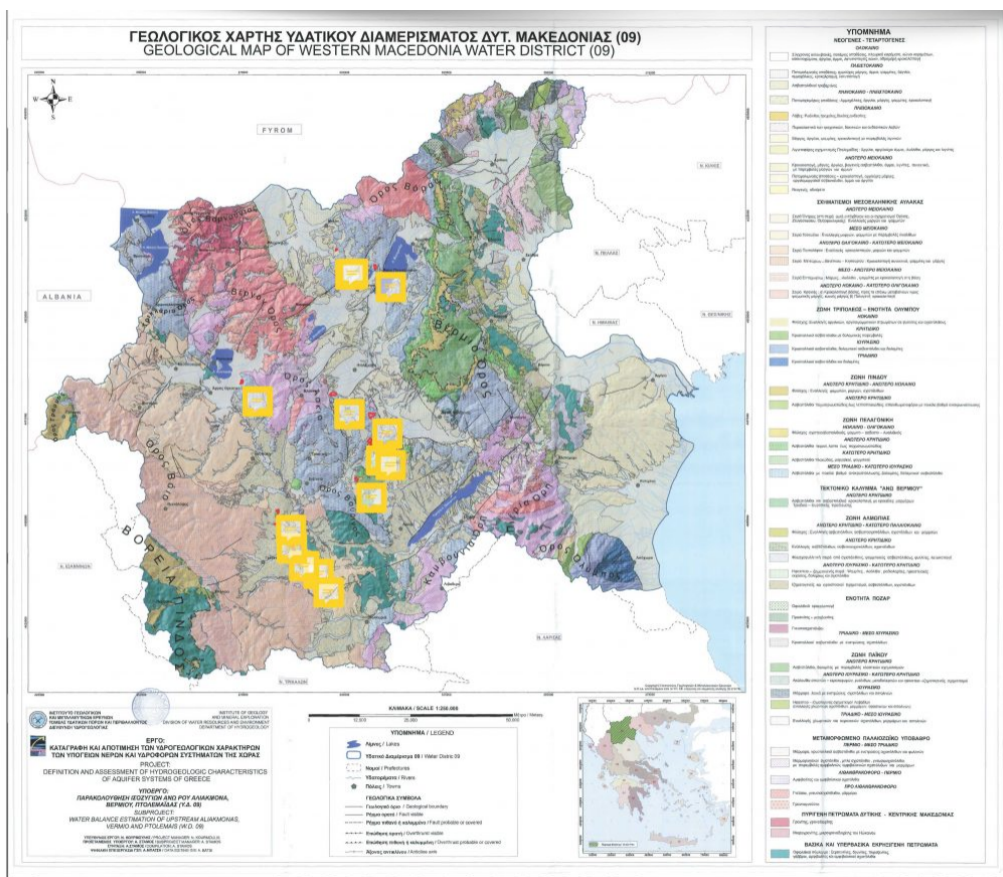
Εικόνα 1.3: Γεωλογία Δυτικής Μακεδονίας





Εικόνα 1.4: Λιγνιτικά Πεδία Δυτικής Μακεδονίας (ΔΕΗ, 2021)

Chapter 1. Κεφάλαιο 1



*Εικόνα 1.5: Λατομικές Περιοχές*  
[32]

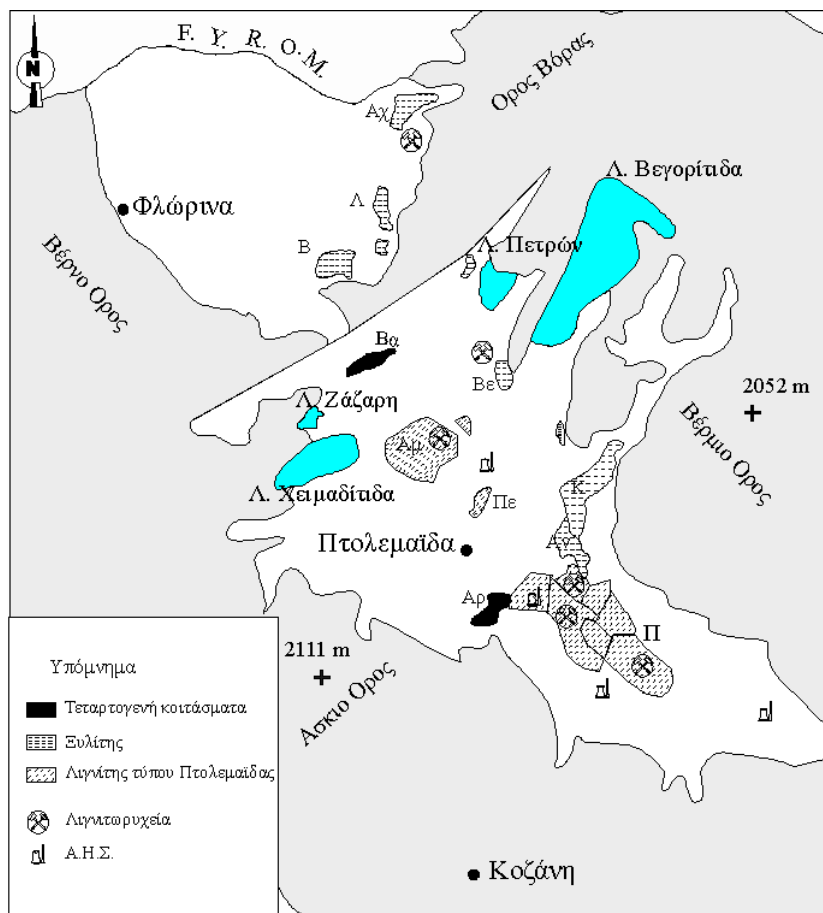


### **Ορυχείο Αμυνταίου**

Το λιγνιτωρυχείο του Αμυνταίου τέθηκε σε λειτουργία από το 1989. Το κοίτασμα του Αμυνταίου έχει ένα εκτενές σύστημα που αποτελείται από ρήγματα που δυσκολεύουν την εφαρμογή γεωστατιστικών εφαρμογών και την εκτίμηση της ποιότητας και της ποσότητας του νερού, αυτό συμβαίνει διότι είναι λόγω της ύπαρξης ρηγμάτων καθιστούν δύσκολη την ακριβή εκτίμηση. Το ορυχείο αποτελείται από έξι τομές. Οι τρεις τομές από τους έξι είναι λιγνιτικές, δηλαδή από αυτές εξορύσσεται λιγνίτης ενώ από τις υπόλοιπες τρεις εξορύσσονται υπερκείμενα στείρα υλικά. Η εκτίμηση της Δ.Ε.Η για τα συνολικά αποθέματα του ορυχείου είναι 210 Mt εκ των οποίων είχαν εξορυχθεί 105 Mt ως το τέλος 2006.[39] Στην λεκάνη της Φλώρινας κυριαρχεί ξυλιτικός λιγνίτης. Τα αποθέματα ξυλίτη ανέρχονται σε 270 Mt, τα οικονομικά απολήψιμα σε 200Mt. Η εκμετάλλευση γίνεται από δύο ιδιωτικές εταιρίες από τα λιγνιτωρυχεία της Αχλάδας και της Βεύης. Η ετήσια παραγωγή ανέρχεται σε 2 Mt περίπου, που τροφοδοτούν τους ατμοηλεκτρικούς σταθμούς (Α.Η.Σ.) Πτολεμαΐδας-Αμυνταίου της Δ.Ε.Η.[27]

### **Λιγνιτωρυχείο Βεύη-Λιγνιτωρυχείο Αχλάδας**

Το Δημόσιο Λιγνιτωρυχείο Αχλάδας απαρτίζεται από δύο παραχωρήσεις, συνολικής έκτασης 19.500 στρεμμάτων και έχει παραχωρηθεί από το Δημόσιο για εκμετάλλευση στην ΛΙΓΝΙΤΩΡΥΧΕΙΑ ΑΧΛΑΔΑΣ Α.Ε. με το υπ'αρ. 31713/29-12-2008 μισθωτήριο συμβόλαιο. Η παραγωγή λιγνίτη κατευθύνεται εξ ολοκλήρου στο σταθμό παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας Ατμο-Ηλεκτρικό Σταθμό Μελίτης (ΑΗΣ) Μελίτης της ΔΕΗ. (ΜΠΕ Λιγνιτωρυχείων Αχλάδας, Δεκέμβριος 2013) Η εξορυκτική δραστηριότητα εντός του Δημόσιου Λιγνιτωρυχείου Αχλάδας ξεκίνησε αρκετά χρόνια πριν (2007), στο Ορυχείο Παρασπόρου-Άνω Αχλάδας, στα βορειοανατολικά του οικισμού Άνω Αχλάδας, το οποίο λειτουρ-



Εικόνα 1.6: Σκαρίφημα τμήματος της τεκτονικής τάφρου της Δυτ. Μακεδονίας (Αχ: Αχλάδα, Α: Λόφοι, Β: Βεύη, Βε: Βεγόρα, Βα: Βαλτόνερα, Αμ: Αμύνταιο, Πε: Περδίκια, Αρ: Αρδασσα, Κ: Κομνηνά, Αν: Ανατολικό, Π: Πτολεμαΐδα)

[29]

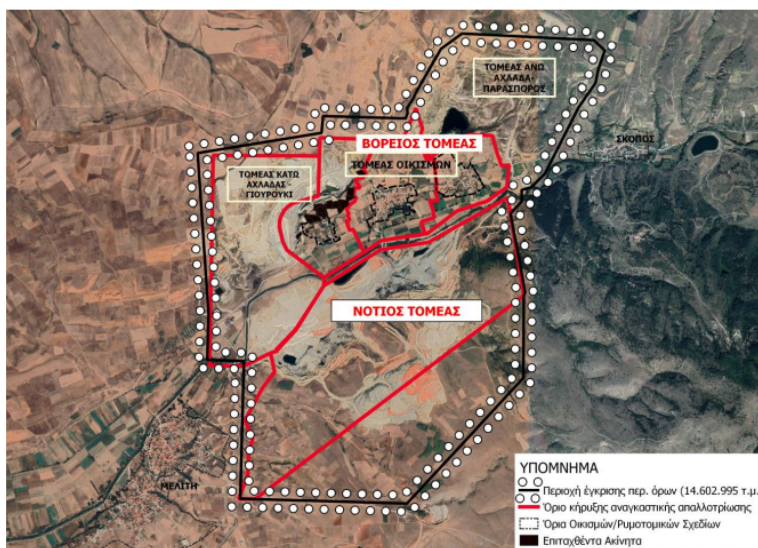
γούσε σύμφωνα με την υπ'αρ. 165883/1554/11-4-2007 ΚΥΑ. Παράλληλα, ξεκίνησε η λειτουργία του Ορυχείου Κάτω Αχλάδας – Γιουρούκι (2009) σύμφωνα με την υπ'αρ. 126745/1299/18-5-2011 ΥΑ, στα βορειοανατολικού του οικισμού Γιουρουκίου, όπως αυτό επεκτάθηκε με το πέρασμα των ετών. Λόγω των αυξημένων απαιτήσεων του ΑΗΣ Μελίτης της ΔΕΗ που τροφοδοτείται από το Λιγνιτωρυχείο Αχλάδας, κρίθηκε απαραίτητη η εκμετάλλευση του λιγνιτοφόρου κοιτάσματος που εντοπίζεται σε μεγαλύτερο εύρος εκτάσεων γύρω

## Chapter 1. Κεφάλαιο 1

και κάτω από τους οικισμούς Γιουρούκι, Αχλάδας και Άνω Αχλάδας. Δυνάμει των υπ'αρ. 144288/933/23-3-2012, 176392/19-11-14 και ΥΠΕΝ/ΔΠΙΑ/57200/3381/17-6-2020 εγκρίσεων περιβαλλοντικών όρων του έργου, ο χώρος εκμετάλλευσης εν τέλει σήμερα, έχει οριοθετηθεί ως εξής: [43]

**Βόρειος Τομέας Ορυχείων και Νότιος Τομέας Ορυχείων.** Ο Βόρειος Τομέας Ορυχείων αποτελείται από τρεις Τομείς Ορυχείων · τον Τομέα Άνω Αχλάδας – Παρασπόρου (μη ενεργό ορυχείο σήμερα), τον Τομέα Οικισμών και τον Τομέα Κάτω Αχλάδας – Γιουρούκι, τα οποία ουσιαστικά είναι όμορα ορυχεία και περικλείονται βόρεια, δυτικά και ανατολικά από αγροτικές εκτάσεις και εκ νότου από τον Ποταμό Γεροπόταμο. Εντός του Βόρειου Τομέα και ειδικότερα εντός του Ορυχείου Τομέα Οικισμών εντοπίζονται οι οικισμοί Γιουρούκι, Αχλάδας και Άνω Αχλάδας. Η εξόρυξη λιγνίτη στον Τομέα Άνω Αχλάδας – Παρασπόρου έχει ολοκληρωθεί περίπου πριν μία δετία. Ο Νότιος Τομέας Ορυχείων αποτελείται από ένα ουσιαστικά Ορυχείο, το Ορυχείο Νότιου Τομέα και περικλείεται νότια, δυτικά και ανατολικά από αγροτικές εκτάσεις και εκ βορρά από τον Ποταμό Γεροπόταμο. Τμήμα του Ορυχείου εμπίπτει στην Τοπική Κοινότητα Μελίτη. Στον παρακάτω χάρτη απεικονίζεται η ευρύτερη περιοχή έγκρισης περιβαλλοντικών όρων καθώς και η οριοθέτηση των ορυχείων.[43]

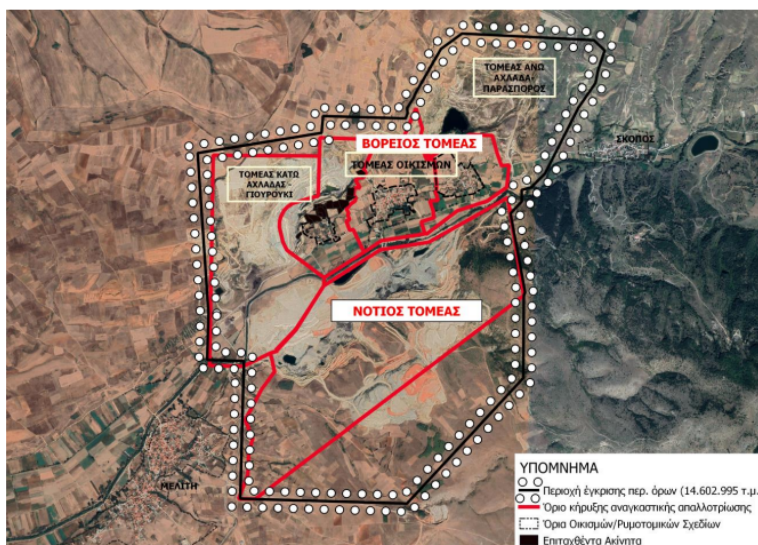
**Χάρτης των Αναγκαστικών Απαλλοτριώσεων** Οι εκτάσεις στο χώρο επέμβασης του Λιγνιτωρυχείου, όπως οριοθετήθηκε ως άνω, είναι ιδιωτικές και δημόσιες. Επί το πλείστον είναι γεωργικές καλλιέργειες οικογενειακής μορφής, πλην της έκτασης εντός ορίων οικισμών, στις οποίες βρίσκονται τα οικόπεδα και οι μόνιμες κατοικίες των κατοίκων. Προκειμένου να ξεκινήσει η εξορυκτική δραστηριότητα εντός του χώρου επέμβασης, οι εκτάσεις αυτές πρέπει να περιέλθουν υπό τη διαχείριση της ΛΙΓΝΙΤΩΡΥΧΕΙΑ Α.Ε. είτε μέσω απευθείας αγοραπωλησίας ακινήτων μεταξύ των ΛΙΓΝΙΤΩΡΥΧΕΙΑ Α.Ε.



Εικόνα 1.7: Οριοθέτηση Τομέων Ορυχείων σε Ορθοφωτοχάρτη [40]

και ιδιοκτητών, είτε μέσω ενοικίασης ακινήτων μεταξύ των ΛΙΓΝΙΤΩΡΥΧΕΙΑ Α.Ε. και ιδιοκτητών, είτε μέσω της δικαστικής οδού (Ν. 2882/2001, όπως τροποποιήθηκε) και της αναγκαστικής απαλλοτρίωσης ακινήτων. Στην περιοχή παρατηρείται να ακολουθούνται και οι 3 μέθοδοι παράλληλα για τα ίδια ακίνητα, γεγονός οξύμωρο καθότι η οριοθέτηση των ορυχείων ταυτίζεται με τα όρια κήρυξης των αναγκαστικών απαλλοτριώσεων και ενώ ακολουθείται η δικαστική οδός, συχνά συνοδεύεται με παραδικαστικές ενέργειες, όπως, άτυπες αγοραπωλησίες, άτυπες συμφωνίες κατοίκων για εκμίσθωση των ακινήτων κλπ., συνθέτοντας ένα τοπίο παραπλανητικό απέναντι στο ξεκάθαρο καθεστώς αναγκαστικής απαλλοτρίωσης. Ειδικότερα, όσον αφορά τις απαλλοτριώσεις, ισχύουν τα εξής:[43] **Κατά το έτος 2009** κηρύχθηκε αναγκαστική απαλλοτρίωση αγροτικών ακινήτων για τις ανάγκες εκμετάλλευσης του Δημόσιου Λιγνιτωρυχείου Αχλάδας Ν. Φλωρίνης, συνολικής έκτασης 327.757,00 τ.μ. για τις ανάγκες εκμετάλλευσης του ανωτέρω λιγνιτωρυχείου, υπέρ του δημοσίου και με δαπάνες της αιτούσας Α.Ε. Λιγνιτωρυχεία Αχλάδας, δυνάμει της υπ' αριθμ.

Δ9/Δ/Φ8/1755/353/28-01-2008 ΥΑ (ΦΕΚ 49/ΑΑΠ/09-02-2009) σε χώρο επέμβασης που βρίσκεται εντός του Τομέα Κάτω Αχλάδας-Γιουρούκι. (Βόρειος Τομέας) **Κατά το έτος 2011** κηρύχθηκε αναγκαστική απαλλοτρίωση ιδιωτικών εκτάσεων εμβαδού 1.459.165,00 τ.μ. κειμένων στις Τοπικές Κοινότητες Αχλάδας και Μελίτη, για τις ανάγκες εκμετάλλευσης του υποκείμενου λιγνιτικού κοιτάσματος εντός του Δημοσίου Λιγνιτωρυχείου Αχλάδας, υπέρ του δημοσίου και με δαπάνες της αιτούσας εταιρείας «Λιγνιτωρυχεία Αχλάδας Α.Ε.» δυνάμει της υπ' αριθμ. Δ9/Δ/Φ8/28872/4927/23-12-2011 ΥΑ (ΦΕΚ 369/ΑΑΠ/30-12-2011) σε χώρο επέμβασης που βρίσκεται εντός του Τομέα Κάτω Αχλάδας-Γιουρούκι. (Βόρειος Τομέας) Περαιτέρω, οι εν λόγω εκτάσεις περιβάλλουν τους οικισμούς της Αχλάδας εκ δυσμάς και εκ νότου και αποτελούν ουσιαστικά τα αγροτικά ακίνητα γύρω από το οικιστικό σύνολο της Αχλάδας, στα οποία δραστηριοποιούνται επαγγελματικά οι κάτοικοι του οικιστικού συνόλου Αχλάδας. [43] **Κατά το έτος 2013**, η εταιρεία Λιγνιτωρυχεία Α.Ε., έχοντας ήδη εκμεταλλευτεί τμήμα του Τομέα Κάτω Αχλάδα – Γιουρούκι, ξεκινάει τις εξορυκτικές δραστηριότητες στον Νότιο Τομέα, κηρύσσοντας επιπλέον μία αναγκαστική απαλλοτρίωση, δυνάμει της υπ' αριθμ. Δ9/Δ/Φ8/9240/1730/17-05-2013 ΥΑ (ΦΕΚ 182/ΑΑΠ/28-05-2013), ιδιωτικών εκτάσεων εμβαδού 2.026.983,00 τ.μ. κειμένων στις Τοπικές Κοινότητες Αχλάδας και Μελίτη, για τις ανάγκες εκμετάλλευσης του υποκείμενου λιγνιτικού κοιτάσματος εντός του Δημοσίου Λιγνιτωρυχείου Αχλάδας, υπέρ του δημοσίου και με δαπάνες της αιτούσας εταιρείας «Λιγνιτωρυχεία Αχλάδας Α.Ε.», σε χώρο επέμβασης που βρίσκεται εντός του Νότιου Τομέα.[40] **Κατά το έτος 2016**, λόγω αφ' ενός των αυξημένων απαιτήσεων του ΑΗΣ Μελίτης της ΔΕΗ που τροφοδοτείται από το Λιγνιτωρυχείο Αχλάδας, αφ' ετέρου επειδή το ορυχείο Παράσπορου είναι πλέον μη ενεργό, κρίθηκε τρία χρόνια μετά την πρότερη κήρυξη, απαραίτητη η περαιτέρω εκμετάλλευση του λιγνιτοφόρου κοιτάσματος που εντοπίζεται γύρω και κάτω



Εικόνα 1.8: 2Χωροχρονική Απεικόνιση Κηρύξεων Αναγκαστικών Απαλλοτριώσεων (Google Satellite, 2021)

από το οικιστικό σύνολο της Αχλάδας (Γιουρούκι-Αχλάδα- Άνω Αχλάδα). Ο νότιος οικιστικός πυρήνας, το Γιουρούκι άλλως Κάτω Μαχαλάς, απαλλοτριώνεται εξ' ολοκλήρου, δυνάμει της υπ' αρ. ΔΜΕΒΟ/Γ/Φ20.2.ΠΕΡΙΟΧΗ Α/174056/902/5-8-2016 απόφασης του Υπουργού Περιβάλλοντος και Ενέργειας, ο κεντρικός οικιστικός πυρήνας, η Αχλάδα άλλως Μεσαίος Μαχαλάς, απαλλοτριώνεται εξ' ολοκλήρου, απόφασης του Υπουργού Περιβάλλοντος και Ενέργειας και ο βόρειος οικιστικός πυρήνας, Άνω Αχλάδα άλλως Άνω Μαχαλάς, απαλλοτριώνεται εξ' ολοκλήρου, απόφασης του Υπουργού Περιβάλλοντος και Ενέργειας. Επομένως οι εν λόγω εκτάσεις απαλλοτριώνονται υπέρ του δημοσίου και με δαπάνες της αιτούσας εταιρείας «Λιγνιτωρυχεία Αχλάδας Α.Ε.», σε χώρο επέμβασης που βρίσκεται εντός Τομέα Οικισμών. (Βόρειος Τομέας)

[43]

## Κεφάλαιο 2

## Κεφάλαιο 2

### 2.1 Η Υδρογεωλογία και η Στάθμη των Υπόγειων Νερών στην Δυτική Μακεδονία

Στο πλαίσιο αυτού του κεφαλαίου θα αναπτυχθεί μια λεπτομερής ανάλυση του υδρογεωλογικού υποβάθρου στο Γεωγραφικό Διαμέρισμα της Δυτικής Μακεδονίας εξετάζοντας παράλληλα το αντίκτυπο αυτής της δραστηριότητας στην στάθμη των υπόγειων νερών της εν λόγω περιοχής. Θα εξεταστεί πως η μεταλλευτική δραστηριότητα επηρεάζει την υδρολογία του εδάφους και τις υπόγειες ροές. Μέσα από την συγκεκριμένη ανάλυση, θα διερευνηθεί πως η μεταλλευτική δραστηριότητα μπορεί να επηρεάσει την ποσότητα των υδάτων στην περιοχή και πως το αντικείμενο της γεωστατιστικής μπορεί να βοηθήσει στην ανάλυση και διαχείριση των υπόγειων υδάτων.

#### 2.1.1 Η Υδρογεωλογία της Δυτικής Μακεδονίας

Στο Γεωγραφικό διαμέρισμα της Δυτικής Μακεδονίας, η υδρογεωλογία επικεντρώνεται στην εξερεύνηση και ανάλυση των υδρολογικών και γεωλογικών χαρακ-

## Chapter 2. Κεφάλαιο 2

τηριστικών της περιοχής. Αυτό περιλαμβάνει την μελέτη της κυκλοφορίας των υδάτων, των υδρογραφικών συστημάτων, των υδρολογικών δικτύων και των υδρογεωλογικών μονάδων της περιοχής.

Επιπλέον, περιλαμβάνει τη μελέτη και ανάλυση των υδρολογικών φαινομένων, όπως οι ποταμοί, οι λίμνες, οι πηγές, οι υπόγειες ροές και οι υδρογεωλογικές δομές που υπάρχουν στην περιοχή. Σκοπός αυτών των μελετών είναι η κατανόηση της δομής και της λειτουργίας των υδατικών πόρων στην περιοχή, καθώς και η ανίχνευση πιθανών προβλημάτων σχετικά με την υδρολογία και την υδρογεωλογία της περιοχής.[32]

Η υδρογεωλογία αποτελεί κρίσιμο παράγοντα στη Δυτική Μακεδονία λόγω των πολλών ποταμών που διασχίζουν την περιοχή, όπως οι Αχέρων, Αώος, Λούρος και Άραχθος, καθώς και λόγω του Όρους Πίνδος. Επιπλέον, η παρουσία πολλών λιμνών, όπως η Πρέσπα, η Καστοριάς και η Βεγορίτιδα, προσφέρει σημαντικούς υδρογεωλογικούς πόρους και οικοσυστήματα.[27] Η μελέτη της υδρογεωλογίας στη Δυτική Μακεδονία αποτελεί κρίσιμο βήμα για την αειφόρο διαχείριση των υδατινών πόρων και την προστασία των υδρογεωλογικών οικοσυστημάτων. Επιπλέον, η μελέτη αυτή είναι αναγκαία για την ανάπτυξη της γεωργίας, της κτηνοτροφίας και του τουρισμού στην περιοχή. Συνολικά, η υδρογεωλογία αποτελεί ζωτικής σημασίας παράγοντα για την αειφόρο ανάπτυξη και προστασία της Δυτικής Μακεδονίας, καθώς εξασφαλίζει τους απαραίτητους πόρους για τον πληθυσμό και διατηρεί τη βιοποικιλότητα της περιοχής (ΙΓΜΕ, 2009). Η υδρογεωλογία του Διαμερίσματος αποτυπώνεται στον επισυναπτόμενο υδρογεωλογικό χάρτη.[35]

### 2.1.2 Υπόγεια Νερά

Τα υπόγεια νερά αναφέρονται στο νερό που βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια του εδάφους, στην περιοχή του υδρολογικού υπεδάφους. Αυτό το νερό υπάρχει



## Chapter 2. Κεφάλαιο 2

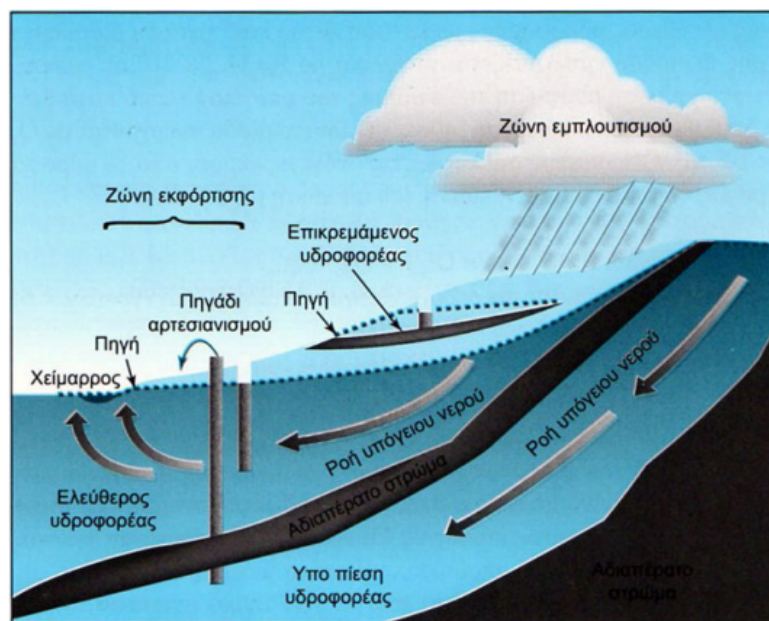


Εικόνα 2.1: Η Περιφέρεια Δ. Μακεδονίας στο Υδατικό Διαμέρισμα EL09 [32]

στον υδραυλικό υπόγειο χώρο και μπορεί να βρίσκεται σε ρωγμές και πορώδη πετρώματα, καθώς και σε πορώδεις και αδιαπέραστες στρώσεις του εδάφους.[27] Τα υπόγεια νερά είναι ιδιαίτερα σημαντικά, καθώς αποτελούν σημαντική πηγή για διάφορες δραστηριότητες που σχετίζονται με τον άνθρωπο. Χρησιμοποιούνται για την παροχή πόσιμου νερού, την άρδευση γεωργικών καλλιεργειών και την υποστήριξη των βιοτόπων. Επιπλέον, έχουν σημαντική επίδραση στην υδρολογία των ποταμών και λιμνών και μπορούν να επηρεάσουν το κλίμα και τις κλιματικές μεταβολές.[32] Η μελέτη των υπογείων υδάτων είναι απαραίτητη για την αειφόρο διαχείριση των υδάτινων πόρων και τη διασφάλιση της βιωσιμότητάς τους. Οι υδρολογικές μελέτες και οι υδρογεωλογικές εκτιμήσεις μας βοηθούν να κατανοήσουμε τη δομή και τη λειτουργία των υπογείων υδάτων, τις ροές και τις αποθεματικές τους, καθώς και τις επιπτώσεις των ανθρώπινων δραστηρι-

## Chapter 2. Κεφάλαιο 2

οτήτων στην ποιότητα και ποσότητα των υπόγειων υδάτων.[1] Το υπόγειο νερό εντοπίζεται μέσα στα υδροφόρα στρώματα. Ο ορισμός του υδροφόρου στρώματος είναι το γεωλογικό στρώμα που βρίσκεται στο έδαφος το κορεσμένο από νερό μαζί με το περιεχόμενο νερό. Συνεπώς υδροφόρα στρώματα είναι τα στρώματα που περιέχουν ενεργό πορώδες, δηλαδή περιέχουν ελεύθερο νερό. Παρακάτω παρατίθενται τα είδη των υπόγειων υδροφορέων. [36]



Εικόνα 2.2: Είδη υπόγειων υδροφορέων  
[36]

Χαρακτηριστικά που αποτελούν ένα υδροφόρο στρώμα είναι: Γεωμετρικά: πάχος, ισοϋψείς οροφής, βάσης. Υδροδυναμικά: ισοϋψείς πιεζομετρικών ή ελεύθερων επιφανειών. Υδραυλικά: Περαιτότητα  $k$ , Υδραυλική αγωγιμότητα  $T$ , Συντελεστής εναποθήκευσης  $S$ . Υδρολιθολογικά: λιθολογία και στρωματογραφία του υδροφορέα, κλπ. Σχετικά με τις κατηγορίες τους τα υδροφόρα στρώματα χωρίζονται σε ελεύθερα υδροφόρα στρώματα ή φρεάτια στρώματα, σε εγκλωβισμένα ή υπό πίεση αρτεσιανά, ημιελεύθερα, ημιεγκλωβισμένα και σε καρστικά,

τα οποία αποτελούνται εξ' ολοκλήρου ή κατά κύριο λόγο από καρστικούς σχηματισμούς.[36, 29]

### 2.1.3 Υπόγεια Υδατικά Συστήματα

Στην περιοχή της Δυτικής Μακεδονίας, εντοπίστηκαν συνολικά πενήντα πέντε (55) υπόγεια υδρογεωλογικά συστήματα ή υποσυστήματα στο Υδατικό Διαμέρισμα. Από αυτά, επιλέχθηκαν δώδεκα (12) για περαιτέρω χαρακτηρισμό και μελέτη. Συγκεκριμένα, πραγματοποιήθηκε η αναγνώριση και ο εντοπισμός των υπόγειων υδρογεωλογικών δομών και συστημάτων στην περιοχή, και έγινε η επιλογή ορισμένων από αυτά για περαιτέρω μελέτη και χαρακτηρισμό. Η λεπτομερής ανάλυση αυτών των υπόγειων συστημάτων είναι σημαντική για την κατανόηση της υδρολογίας και των υδατικών πόρων στην περιοχή και συμβάλλει στην αποτελεσματική διαχείριση του υδρόβιου περιβάλλοντος.[32]

Τα υπόγεια νερά αποτελούν σημαντικό κομμάτι του υδρογεωλογικού συστήματος της περιοχής. Η διερεύνηση και ο χαρακτηρισμός τους είναι κρίσιμης σημασίας για την καλύτερη διαχείριση και προστασία τους. Μέσω της επιλογής δώδεκα υποσυστημάτων για λεπτομερή μελέτη, θα επιτευχθεί καλύτερη κατανόηση των υδρολογικών διαδικασιών και των πιθανών επιπτώσεων στο οικοσύστημα. Ακολουθεί ο χάρτης με τα υπόγεια υδατικά συστήματα που είναι προστατευμένα για την άντληση πόσιμου νερού.[32, 10]

Η διατήρηση και προστασία των υδρογεωλογικών πόρων αποτελεί βασικό στοιχείο για την βιωσιμότητα της περιοχής. Η περαιτέρω έρευνα και μελέτη αυτών των υπογείων υδατικών συστημάτων θα συμβάλλει στην διαχείριση των υδάτινων πόρων, προστατεύοντας τη φύση και διατηρώντας την ισορροπία του οικοσυστήματος.[32]

Στο Υδατικό Διαμέρισμα της Δυτικής Μακεδονίας συναντάμε τρεις βασικές κατηγορίες υδροφορέων:

## Chapter 2. Κεφάλαιο 2



Εικόνα 2.3: Υπόγεια υδατικά συστήματα , προστατευόμενα για άντληση πόσι-  
μου ύδατος

[27, 32]

1. Καρστικοί υδροφορείς των ασβεστολιθικών σχηματισμών. 2. Κοκκώδεις υδροφορείς. 3. Υδροφορείς περιορισμένης υδροδυναμικότητας των διεργυμένων βραχώδων πετρωμάτων των κρυσταλλοσχιστωδών και οφιολιθικών σχηματισμών.

Συγκεκριμένα, υδρογεωλογικά, η περιοχή ανήκει στο Καρστικό Υποσύστημα της ΝΔ Βερμίου-Ασκίου όρους, με κύρια πηγή τροφοδοσίας νερών να προέρχεται από την κατείδυση ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων και τη διήθηση νερών του ποταμού Αλκιάχμονα, ενώ η εκφόρτιση γίνεται σε καρστικές πηγές της Νεραϊδας.Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται τα κύρια υπόγεια υδατικά συστήματα.[18, 33]

α/α	Κωδικός	Ονομασία
<b>ΚΥΡΙΑ - ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΑΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ</b>		
1	GR09AF010	Σύστημα Τρικλαρίου όρους Καστοριάς - Πρεσπών
1α	GR09AF012	Καρστικό υποσύστημα Πρεσπών Φλώρινας
1β	GR09AF013	Κοκκώδες υποσύστημα Πρεσπών
2	GR090F040	Κοκκώδες Σύστημα Φλώρινας
<b>ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΑ - ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΑΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ</b>		
1	GR090F290	Ρωγματικό Σύστημα Βόρα
2	GR090F320	Ρωγματικό σύστημα Βεύης-Φλάμπουρου

Εικόνα 2.4: Κύρια υπόγεια υδατικά συστήματα

α/α	Κωδικός	Ονομασία
<b>ΚΥΡΙΑ - ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΑΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ</b>		
1	GR09AF010	Σύστημα Τρικλαρίου όρους Καστοριάς - Πρεσπών
1α	GR09AF011	Καρστικό υποσύστημα Τρικλαρίου Καστοριάς
1β	GR09AF014	Κοκκώδες υποσύστημα Χαλάρας Μαυρόκαμπου
1γ	GR09AF015	Καρστικό υποσύστημα Απόσκεπου Κεφαλαρίου
2	GR0900020	Κοκκώδες Σύστημα Καστοριάς
2α	GR0900021	Κοκκώδες υποσύστημα Καστοριάς
2β	GR0900022	Κοκκώδες υποσύστημα Μεσοποταμίας - Χιλιόδενδρου
3	GR0900030	Κοκκώδες Σύστημα λεκάνης Γρεβενών
3α	GR0900031	Κοκκώδες υποσύστημα Γρεβενών
3β	GR0900032	Κοκκώδες υποσύστημα Καλονερίου Κοζάνης

Εικόνα 2.5: Κύρια υπόγεια υδατικά συστήματα

## 2.1.4 Υδρογεωλογικές Λεκάνες

Οι Υδρογεωλογικές λεκάνες χωρίζονται ως εξής:

## Chapter 2. Κεφάλαιο 2

- περιοχή των πρεσπών στο Βορειοδυτικό τμήμα της Περιφέρειας στην Περιφερειακή Ενότητα Φλώρινας
- Την πεδινή περιοχή της Πτολεμαΐδας. Η λεκάνη αυτή είναι κλειστή και βρίσκεται στο κέντρο του διαμερίσματος, μεταξύ των βουνών Βέρνον και Βερμίων, και αποστραγγίζεται στην λίμνη Βεγορίτιδα.

Οι κυριότερες υπολεκάνες είναι

- των λιμνών Βεγορίτιδας ( $346\text{km}^2$ ),
- Χειμαδίτιδας ( $229\text{ km}^2$ )
- Πετρών ( $114\text{ km}^2$ ),
- καθώς και της κλειστής λεκάνης Σαριγκιόλ ( $431\text{ km}^2$ ).

Περιλαμβάνονται στην περιοχή της λίμνης Καστοριάς, συμπεριλαμβανομένων των πεδινών εκτάσεων στα ανατολικά της λίμνης και τη νότια ημιορεινή ζώνη του όρους Βιτσίου, και στις Περιφερειακές Ενότητες Καστοριάς, Γρεβενών και Κοζάνης. Ακολουθεί η 2.6 με τις γεωλογικές λεκάνες.[27, 38]

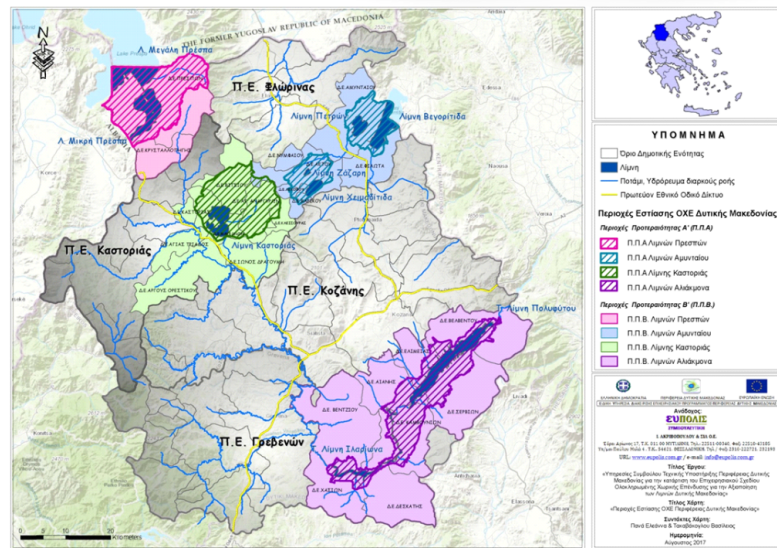
Στην νοτιοανατολική πλευρά της Περιφέρειας σχηματίζονται δύο τεχνητές λίμνες, το Πολυφύτου και το Παρίωνα, ενώ η περιοχή καλύπτει εκτάσεις και από την Περιφερειακή Ενότητα Γρεβενών αλλά και από την Περιφερειακή Ενότητα Κοζάνης.[27]

Ο ποταμός Αλιάκμονας είναι ο μεγαλύτερος ποταμός σε μήκος σε ελληνικό έδαφος ( $314\text{ km}$ ) και χαρακτηρίζεται από πολυσχιδές υδρογραφικό δίκτυο.

Η λεκάνη του ποταμού Αλιάκμονα εκτείνεται στο δυτικό και νότιο τμήμα του υδατικού διαμερίσματος και ορίζεται από τα Όρη Βέρνον και Βέρμιο στο βόρειο, τα Όρη Βόρεια Πίνδου στο δυτικό, τα Χάσια και τα Καμβούνια στο νότιο και τα Πιέρια Όρη στο ανατολικό.[33, 32]



## Chapter 2. Κεφάλαιο 2



Εικόνα 2.6: Υδρογεωλογικές λεκάνες

Οι κυριότερες υπολεκάνες που συμπεριλαμβάνονται σε αυτήν την περιοχή είναι οι εξής:

- Περιφερειακή Τάφρος (1,443 km<sup>2</sup>)
- Βενέτικο (871 km<sup>2</sup>)
- Προμόρτσα (386 km<sup>2</sup>)
- κλειστή λίμνη Καστοριάς (353 km<sup>2</sup>)
- Εδεσσαίου (292 km<sup>2</sup>),
- Τριπόταμο (252 km<sup>2</sup>)
- Αραπίτσα (178 km<sup>2</sup>) και
- Γρεβενίτικο (117 km<sup>2</sup>).[32]

### 2.1.5 Ιδιαίτερος Τροποποιημένα Υδατικά Συστήματα (ΙΤΥΣ) και Τεχνητά Υδατικά Συστήματα (ΤΥΣ)

Ορισμένα Υδατικά Συστήματα έχουν διαμορφωθεί ως ΙΤΥΣ ή ΤΥΣ προκειμένου να εξυπηρετούν διάφορες ανάγκες και δραστηριότητες βιώσιμης ανάπτυξης, όπως είναι η προστασία από τις πλημμύρες, η ταμίευση νερού για άρδευση και υδροδότηση, η ναυσιπλοΐα κλπ. Στο Υδατικό Διαμέρισμα της Δυτικής Μακεδονίας προσδιορίστηκαν οριστικά, τριάντα (30) Ιδιαίτερος Τροποποιημένα Υδατικά συστήματα (22 ποτάμια, 8 λιμναία ΥΣ) και δέκα (10) Τεχνητά Υδατικά συστήματα (10 ποτάμια ΥΣ) σε σύνολο εκατόν εξήντα οχτώ (168) επιφανειακών υδατικών συστημάτων.[38, 35]



Εικόνα 2.7: Τεχνητά και Ιδιαίτερος τροποποιημένα Υδατικά Συστήματα [32]



Για τα ιδιαίτεως τροποποιημένα Υδατικά Συστήματα (ΙΤΥΣ) και τα τεχνητά Υδατικά Συστήματα (ΤΥΣ) δεν έχει καταστεί μέχρι στιγμής δυνατός ο προσδιορισμός του οικολογικού δυναμικού, επομένως, στο πλαίσιο της παρούσας διαχειριστικής περιόδου, ο περιβαλλοντικός στόχος για τα ΙΤΥΣ και ΤΥΣ είναι η υλοποίηση της «καλής οικολογικής κατάστασης» που αντιστοιχεί στον πιο κοντινό τύπο φυσικού υδατικού συστήματος. Με την παρακάτω εικόνα παρατίθενται τα τεχνητά και ιδιαίτεως τροποποιημένα υδατικά συστήματα.[27, 32]

### **2.1.6 Σχέδια Διαχείρισης Λεκανών Απορροής Ποταμών της Δυτικής Μακεδονίας**

Το σχέδιο απορροής της Δυτικής Μακεδονίας περιγράφει το υδρογραφικό δίκτυο και τη ροή των υδάτων στην περιοχή της Δυτικής Μακεδονίας στη βόρεια Ελλάδα. Αυτό το σχέδιο περιλαμβάνει τους ποταμούς, τις λίμνες και τα ανεμοδρόμια της περιοχής.[33, 37] Η Δυτική Μακεδονία είναι μια περιοχή με πλούσιο υδρογραφικό δίκτυο, καθώς περιλαμβάνει ποταμούς όπως ο Αλιάκμονας, ο Αχέρων και ο Εύηνος, καθώς και μεγάλες λίμνες όπως η λίμνη Καστοριάς, η λίμνη Πρέσπα και η λίμνη Βεγορίτιδας. Παρακάτω ακολουθούν οι πίνακες με το σχέδιο απορροής των υδρογεωλογικών λεκανών.[35, 32]

Το σχέδιο απορροής αναλύει το πώς τα υδάτινα συστήματα της περιοχής συνδέονται μεταξύ τους και πώς ρέουν τα ύδατα από τα υψηλά σημεία των βουνών προς τις χαμηλότερες πεδινές περιοχές και τις λίμνες. Το σχέδιο αποτελείται από γεωγραφικούς χάρτες, δεδομένα για τους ποταμούς και τις λίμνες, καθώς και πληροφορίες για το υδρολογικό κλίμα της περιοχής.[32] Το σχέδιο απορροής είναι ένα σημαντικό εργαλείο για τη διαχείριση των υδάτινων πόρων και την προστασία από πλημμύρες και άλλες υδρολογικές καταστροφές. Επίσης, βοηθά στον προσδιορισμό περιοχών με υψηλό κίνδυνο πλημμυρών και

α/α	Κωδικός	Ονομασία
3γ	GR0900033	Κοκκώδες υποσύστημα Πυλωρίου Κοζάνης
3δ	GR0900034	Κοκκώδες υποσύστημα Αγ. Γεωργίου
3ε	GR0900035	Κοκκώδες υποσύστημα κοίτης Βενέτικου
4	GR0900050	Κοκκώδες Σύστημα Αμυνταίου Φλώρινας
5	GR0900060	Κοκκώδες Σύστημα Πτολεμαΐδας
5α	GR0900061	Κοκκώδες υποσύστημα Πτολεμαΐδας
5β	GR0900062	Κοκκώδες υποσύστημα Νοτίου Πεδίου
5γ	GR0900063	Κοκκώδες υποσύστημα Καρυχωρίου - Κλείτους - Τετραλόφου
6	GR0900070	Σύστημα ΝΔ Βερμίου Όρους
6α	GR0900071	Καρστικό υποσύστημα ΝΔ Βερμίου - Άσκιου Όρους
6β	GR0900072	Κοκκώδες υποσύστημα Βατερού
6γ	GR0900073	Κοκκώδες υποσύστημα Ξηρολίμνης
6δ	GR0900074	Κοκκώδες υποσύστημα Κρόκου
6ε	GR0900075	Καρστικό υποσύστημα Λευκοπηγής
6στ	GR0900076	Καρστικό υποσύστημα Αργίλου - Πρωτοχωρίου
6ζ	GR0900077	Ρωγματικό Πολυφύτου

Εικόνα 2.8: Σχέδια Υδρογεωλογικών Λεκανών  
[32]

αποτελεί μια βάση για τον σχεδιασμό υδρολογικών έργων και υδροδοτήσεων στην περιοχή. Τα Σχέδια Διαχείρισης Λεκανών Απορροής Ποταμών των υδρογραφικών διαμερισμάτων στη χώρα ανανεώνονται και ενημερώνονται κάθε έξι έτη. Οι πρώτες εγκεκριμένες εκδόσεις των Σχεδίων Διαχείρισης Λεκανών Απορροής Ποταμών για κάθε υδρογραφικό διαμέρισμα ισχύουν μέχρι την αναθεώρησή τους. Οι Σχεδιασμοί Διαχείρισης πραγματοποιούνται κατά την 1η Αναθεώρηση των Σχεδίων Διαχείρισης Λεκανών Απορροής Ποταμών για τα 14 υδατικά διαμερίσματα της χώρας, σύμφωνα με τις οδηγίες της Ευρωπαϊκής Ένωσης 2000/60/ΕΚ, και καλύπτουν την περίοδο του 2ου Κύκλου Διαχείρισης (2016-2021).[37, 32]

Chapter 2. Κεφάλαιο 2

Α/Α	Αριθμός	Περιγραφή
7	GR0900080	Σύστημα ΒΔ Βερμίου Όρους
7α	GR0900081	Καρστικό υποσύστημα ΒΔ Βερμίου (π.Εδεσσαίος)
7β	GR0900082	Κοκκώδες υποσύστημα Άρνισσας Πέλλας
8	GR090F090	Σύστημα ΒΑ Βερμίου Όρους
9	GR0900100	Σύστημα Κεντρικού - Ανατολικού Βερμίου Όρους
10	GR0900110	Σύστημα ΝΑ Βερμίου (Βέρροια)
11	GR0900120	Κοκκώδες Σύστημα Αλμωπιάς
12	GR0900130	Κοκκώδες Σύστημα Κάτω ρου Αλιάκμονα
13	GR0900140	Καρστικό Σύστημα Λιτοχώρου
13α	GR0900141	Κοκκώδες υποσύστημα Λιτοχώρου
13β	GR0900142	Καρστικό υποσύστημα Λιτοχώρου
14	GR0900150	Κοκκώδες Σύστημα Κατερίνης
15	GR0900160	Κοκκώδες Σύστημα Κολινδρού
<b>ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΑ - ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΑΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ</b>		
1	GR0900170	Ρωγματικό Σύστημα Δασοχωρίου Γρεβενών
2	GR0900180	Ρωγματικό Σύστημα Τρικοκκιάς Γρεβενών
3	GR0900190	Κοκκώδες Σύστημα Παλιουριάς Γρεβενών
4	GR0900200	Κοκκώδες Σύστημα κοίτης π. Σιούτσα
5	GR0900210	Κοκκώδες Σύστημα Αετιάς Γρεβενών
6	GR0900220	Καρστικό Σύστημα Κορησού Καστοριάς
7	GR0900230	Κοκκώδες Σύστημα Γαλατείας - Εμπορίου Κοζάνης
8	GR0900240	Ρωγματικό Σύστημα Πιερίων
9	GR0900250	Ρωγματικό Σύστημα Νάουσας
10	GR0900260	Ρωγματικό Σύστημα Αλμωπίας
11	GR090F270	Ρωγματικό Σύστημα Αριδαίας
12	GR0900280	Ρωγματικό Σύστημα Βούρινου
13	GR090F300	Ρωγματικό Σύστημα Βαρνούντα -Βέρνου

Εικόνα 2.9: Σχέδια Υδρογεωλογικών Λεκανών  
[32]

## 2.2 Γεωστατιστική Ανάλυση και Διαχείριση των Υπόγειων Υδάτων

Η γεωστατιστική ανάλυση αποτελεί μια συνδυασμένη προσέγγιση της γεωλογίας και της στατιστικής, η οποία χρησιμοποιείται για τη μελέτη και τον χαρακτηρισμό υπογείων υδάτων και γεωλογικών δεδομένων. Η ανάλυση αυτή επιτρέπει την κατανόηση των χαρακτηριστικών και των διαστάσεων των υδρολογικών και γεωλογικών δεδομένων που σχετίζονται με τα υπόγεια νερά. Η γεωστατιστική ανάλυση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για την κατανόηση της χωρικής μεταβλητότητας των υπογείων υδάτων, των υδρολογικών χαρακτηριστικών των υπογείων υδάτων, καθώς και των διεργασιών που επηρεάζουν την κυκλοφορία του υδάτινου περιβάλλοντος. Επιπλέον, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη των υπογείων υδάτων και την εκτίμηση της διαθεσιμότητας των υπογείων υδάτων σε διάφορες περιοχές. Η γεωστατιστική ανάλυση μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την ανίχνευση τυχόν προβλημάτων στην υδρογεωλογική μελέτη, όπως η εντοπισμός περιοχών με υπερβολική εξάντληση των υπογείων νερών ή περιοχών με υψηλό κίνδυνο πλημμυρών.

Μια από τις βασικές διαδικασίες της γεωστατιστικής ανάλυσης είναι η εξαγωγή αναλυτικών μοντέλων που να περιγράφουν την κατανομή και τη συσχέτιση των δεδομένων. Αυτά τα μοντέλα μπορούν να περιλαμβάνουν τη χρήση μαθηματικών συναρτήσεων και γεωστατιστικών μεθόδων για την προσέγγιση των μεταβλητών που σχετίζονται με τα υπόγεια ύδατα. Αυτό μπορεί να βοηθήσει στην πρόβλεψη των πιθανών μελλοντικών συμπεριφορών των υπογείων υδάτων και στη λήψη αποφάσεων σχετικά με την βέλτιστη διαχείρισή τους.

Συνολικά, η γεωστατιστική ανάλυση παρέχει ένα ισχυρό εργαλείο για την κατανόηση και τη διαχείριση των υπογείων νερών, καθιστώντας την ένα σημαντικό εργαλείο για επιστήμονες, μηχανικούς, ερευνητές και αποφοίτους που εν-

## Chapter 2. Κεφάλαιο 2

διαφέρονται για την υδρολογία και τη γεωλογία.

## Κεφάλαιο 3

## Κεφάλαιο 3

### 3.1 Βασικές Έννοιες της Γεωστατιστικής

Σε αυτήν την ενότητα θα εξεταστούν οι βασικές έννοιες της Γεωστατιστικής που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Αυτές οι έννοιες αποτελούν τα βασικότερα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση των δεδομένων και την επεξεργασία των πληροφοριών.

#### 3.1.1 Θεωρητικό υπόβαθρο και βασικές έννοιες

Η Γεωστατιστική ανήκει στο πεδίο της στατιστικής και εφαρμόζεται στις Γεωεπιστήμες. Έχει ως στόχο την εφαρμογή της θεωρίας των Τυχαίων Πεδίων για την ανάλυση χωρικών δεδομένων και την ποσοτικοποίηση της χωρικής αβεβαιότητας.

Μέσω της Γεωστατιστικής, μπορούμε να προσεγγίσουμε το εύρος πιθανών τιμών μιας παραμέτρου που μας ενδιαφέρει, χρησιμοποιώντας την κατανομή πιθανοτήτων που παρέχεται από τη στατιστική. Κεντρικό στοιχείο της Γεωστατιστικής είναι η χρήση τυχαίων μεταβλητών για την ανάλυση δεδομένων που προκύπτουν από αλληλεπάλληλες διαδικασίες. Συνολικά, η Γεωστατιστική

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

προσφέρει μια επιστημονική μεθοδολογία για την κατανόηση και ανάλυση των χωρικών δεδομένων, επιτρέποντάς μας να αντιμετωπίσουμε την αβεβαιότητα που συνοδεύει τις γεωεπιστημονικές παρατηρήσεις. Στη Γεωστατιστική ανάλυση δεν γίνονται αποδεκτά σημειακά φαινόμενα αλλά επικεντρώνεται στον προσδιορισμό των παραμέτρων του χωρικού μοντέλου από τα ίδια δεδομένα.

Οι μέθοδοι της Γεωστατιστικής χρησιμοποιούνται σε ποικίλα πεδία εφαρμογών, πέραν της έρευνας κοιτασμάτων και αποθεμάτων σε εξορυκτικές περιοχές.[41] Αυτές οι μέθοδοι χρησιμοποιούνται στη μορφολογική ανάλυση φυσικών και τεχνολογικών ανομοιογενών υλικών, στη χαρτογράφηση και απεικόνιση συγκεντρώσεων ρύπων σε διάφορα περιβαλλοντικά μέσα, είτε σε εδαφικές είτε σε υδάτινες περιοχές. Επίσης, χρησιμοποιούνται για τον χαρακτηρισμό της ποιότητας βιομηχανικών προϊόντων, στην ανάπτυξη γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών και στην τοπογραφική ανάλυση. Με αυτόν τον τρόπο, η Γεωστατιστική παρέχει εργαλεία για την ανάλυση και εκτίμηση δεδομένων που παρουσιάζουν με σαφή τρόπο την χωρική δομή καθώς και την αβεβαιότητα, συνεισφέροντας στην αποτελεσματική διαχείριση πόρων και περιβαλλοντικών προκλήσεων.[21]

Το σημείο επαφής σε αυτές τις εφαρμογές της Γεωστατιστικής είναι η ανάγκη για χαρακτηρισμό και έλεγχο της χωρικής κατανομής μεταβλητών, λαμβάνοντας υπόψη το οικονομικό κόστος που μπορεί να προκύψει από την ανάλυση. Αυτή η ανάγκη απορρέει από διάφορους λόγους. Πρώτον, όταν οι ποσότητες εμφανίζουν μεγάλες μεταβολές σε μεγάλη γεωγραφική κλίμακα, είναι σημαντικό να μπορούμε να κατανοούμε και να ελέγχουμε την κατανομή τους για να λαμβάνουμε αποφάσεις που αφορούν πόρους και αναπτυξιακά σχέδια με βάση πληροφορίες που αφορούν τον χώρο.[46] Δεύτερον, οι αναλύσεις Γεωστατιστικής είναι ιδιαίτερα χρήσιμες όταν αντιμετωπίζουμε ανομοιογενή υλικά μικρών διαστάσεων. Αυτό συμβαίνει όταν οι δομές των υλικών είναι πολύπλοκες και δεν μπορούν να αναπαρασταθούν εύκολα με μαθηματικές εξισώσεις. Εδώ,

η Γεωστατιστική μεθοδολογία μας βοηθά να αντιμετωπίσουμε την αβεβαιότητα και να κατανοήσουμε την χωρική κατανομή των μεταβλητών με μεγαλύτερη αξιοπιστία.

Συμπερασματικά, η Γεωστατιστική επιτρέπει την ανάλυση πολύπλοκων και αβέβαιων χωρικών δεδομένων, και αυτός είναι ένας καίριος παράγοντας για την αποτελεσματική διαχείριση πόρων, την περιβαλλοντική προστασία και τη λήψη καλά θεμελιωμένων αποφάσεων.[47]

## 3.2 Τυχαία Μεταβλητή - Τυχαίο Πεδίο

Στη στατιστική και τη γεωστατιστική, η έννοια της τυχαίας μεταβλητής είναι κεντρική. Η τυχαία μεταβλητή αναπαριστά ένα φαινόμενο που δεν μπορούμε να προβλέψουμε με απόλυτη ακρίβεια. Υπάρχουν πολλοί παράγοντες, όπως περιβαλλοντικοί, τοπογραφικοί, μεταλλευτική δραστηριότητα κ.λπ., που επηρεάζουν τη μεταβλητή αυτή.[21]

Η τυχαία μεταβλητή, σε αυτή την διπλωματική συμβολίζεται με το γράμμα  $X$ , λαμβάνει αριθμητικές τιμές που συμβολίζονται με μικρά γράμματα.

Συνοψίζοντας, η τυχαία μεταβλητή αντιπροσωπεύει μια μεταβλητή που δεν μπορούμε να προβλέψουμε με απόλυτη ακρίβεια, και χρησιμοποιείται για να περιγράψουμε αυτές τις ανασφάλειες που εμφανίζονται στον χώρο της στατιστικής και της γεωστατιστικής.

Για παράδειγμα, αν εξετάζουμε την ποσότητα νερού σε μια τάφρο σε διάφορες χρονικές στιγμές.[47, 45]

Μια τυχαία μεταβλητή θεωρείται διακριτή εάν μπορεί να πάρει μόνον πεπερασμένο ή μετρήσιμο σύνολο τιμών. Συγκεκριμένα, κάθε τιμή  $x_i$  με  $i = 1, \dots, N$  αποτελεί μια από τις πιθανές τιμές που μπορεί να πάρει η μεταβλητή, όπου  $N$  είναι ο αριθμός των πιθανών τιμών. Αυτό σημαίνει πως η μεταβλητή έχει



### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

έναν πεπερασμένο αριθμό διακριτών τιμών Αντίθετα , μια μεταβλητή θεωρείται συνεχής εάν η τιμή της μπορεί να ανήκει σε ένα συνεχές σύνολο, όπως για παράδειγμα το διάστημα από έναν πραγματικό αριθμό έως έναν άλλον. Αυτό σημαίνει πως η μεταβλητή μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή μέσα σε ένα συνεχές εύρος.[47]

Οι διακριτές μεταβλητές είναι αυτές που μπορούν να πάρουν μόνον ξεχωριστές, μετρήσιμες, και πεπερασμένες τιμές. Δηλαδή, οι πιθανές τιμές της είναι πεπερασμένος αριθμός, και δεν μπορούν να λάβουν οποιαδήποτε τιμή μεταξύ τους. Παραδείγματα διακριτών μεταβλητών είναι οι ακέραιες τιμές, οι κατηγορικές μεταβλητές (όπως κατηγορίες, φύλο, γεωλογικούς σχηματισμούς,) και οι μετρήσιμες μεταβλητές που περιορίζονται σε ένα πεπερασμένο σύνολο τιμών.[13]

Η αναμενόμενη τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$  ή μέση τιμή για ένα σύνολο καταστάσεων συμβολίζεται με  $E[X]$ . Εάν η κατανομή πιθανοτήτων των  $X$  ακολουθεί μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(x)$ , τότε η αναμενόμενη τιμή είναι

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (3.1)$$

### Τυχαίο Πεδίο

Ένα τυχαίο πεδίο αναφέρεται στο σύνολο των τυχαίων μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τις χωρικές μεταβολές μιας συγκεκριμένης ιδιότητας στον χώρο. Πρόκειται για μια πολυδιάστατη τυχαία μεταβλητή, διότι κάθε τιμή του πεδίου συσχετίζεται με ένα συγκεκριμένο χωρικό σημείο.

Η χωρική εξάρτηση αποτελεί το βασικό χαρακτηριστικό του τυχαίου πεδίου, καθώς αναφέρεται στη σχέση και εξάρτηση των τιμών του πεδίου σε διαφορετικά χωρικά σημεία. Αυτό σημαίνει ότι οι τυχαίες τιμές σε ένα σημείο μπορεί να επηρεάζονται από τις τιμές που παρατηρούνται σε γειτονικά σημεία. Η ανάλυση των τυχαίων πεδίων μας επιτρέπει να κατανοήσουμε και να μοντελοποιήσουμε

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

αυτήν την εξάρτηση και να εκτιμήσουμε τις τιμές της ιδιότητας σε σημεία που δεν υπάρχουν δεδομένα, χρησιμοποιώντας διάφορες στατιστικές μεθόδους και τεχνικές.[13]

Με άλλα λόγια, το τυχαίο πεδίο αναπαριστά μια δομή που παρουσιάζει μεταβολές τυχαίων μεγεθών σε διαφορετικά σημεία του χώρου και η μελέτη του μας επιτρέπει να κατανοήσουμε τις χωρικές σχέσεις και τις διακυμάνσεις της συγκεκριμένης ιδιότητας στον χώρο.

Τα τυχαία πεδία αναπαρίστανται συνήθως με το σύμβολο  $X(s)$ , όπου το  $s$  αντιστοιχεί στο διάνυσμα θέσης ενός σημείου στην περιοχή μελέτης. Οι ποσότητες αυτών των πεδίων στο χώρο καθορίζονται από εξαρτημένες τυχαίες μεταβλητές, οι οποίες συμβολίζονται με το μικρό γράμμα  $x$  και είναι μεταβλητές που μπορούν να πάρουν διαφορετικές αριθμητικές τιμές με βάση μια πιθανότητα.[31]

Αναλυτικά, τα τυχαία πεδία είναι μια μαθηματική αναπαράσταση που απεικονίζει την τυχειότητα στον χώρο. Σε κάθε σημείο  $s$  του χώρου αντιστοιχεί μια τιμή  $X(s)$  που προκύπτει από τις εξαρτημένες τυχαίες μεταβλητές  $x$ . Οι τιμές αυτές μπορούν να διαφέρουν ανάλογα με το σημείο και τις τιμές των εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών στον χώρο.[47] Τα τυχαία πεδία παρουσιάζουν την τυχειότητα σε μια περιοχή του χώρου, με τις τιμές τους να εξαρτώνται από τις τιμές των εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών. Η ανάλυση αυτών των πεδίων μας επιτρέπει να κατανοήσουμε τη χωρική εξάρτηση και να προβλέψουμε τις τιμές τους σε ανεξερευνήτα σημεία μέσω στατιστικών μεθόδων. Σε ένα πραγματικό πεδίο, η συλλογή δειγμάτων για ανάλυση δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί συνεχώς και με σταθερό χρόνο, λόγω πολλών εμποδίων που σχετίζονται με τη γεωμετρία του χώρου.[24, 47]

### Χωρική Εκτίμηση Τυχαίου Πεδίου

Για την εκτίμηση των μεταβλητών στο χώρο, δεν είναι δυνατό να γίνει συλλογή δεδομένων παντού. Συνήθως, επιλέγεται ένα πυκνό, κανονικό πλέγμα, στο οποίο πραγματοποιούνται οι εκτιμήσεις.

Σε γεωστατιστική ανάλυση, η χωρική εκτίμηση αναφέρεται στη διαδικασία κατά την οποία τα άγνωστα σημεία ενός πλέγματος λαμβάνουν τιμές που επηρεάζονται από τις γειτονικές τους τιμές, κυρίως από τα πλησιέστερα. Συνεπώς, πραγματοποιείται η δημιουργία ενός μοντέλου με συνεχείς τιμές, λαμβάνοντας υπόψη τις αποστάσεις μεταξύ των γειτονικών σημείων και την χωρική τους συσχέτιση.

Στη Γεωστατιστική θεωρούμε πως ένα τυχαίο πεδίο χωρίζεται σε ένα αιτιοκρατικό μέρος (που το λέμε Τάση  $m_x(s)$ ) και ένα στοχαστικό μέρος που ονομάζεται διακύμανση  $X'(s)$ . [31]

$$X(s) = m_x(s) + X'(s) \quad (3.2)$$

#### 3.2.1 Τάση

Τα τυχαία πεδία μπορούν να αναπαρασταθούν ως

$$X(s) = m_x(s) + X'(s). \quad (3.3)$$

Η συνάρτηση  $m_x(s)$  είναι η συνάρτηση της τάσης που αντιπροσωπεύει τις ντετερμινιστικές χωρικές συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων, δηλαδή αφορά της αργές μεταβολές του πεδίου. Οι τιμές των δεδομένων συνδέονται με την θέση στην οποία βρίσκονται. Συγκεντρωτικά όλα συνδέονται με μία μαθηματική συνάρτηση που ενώνει τις τιμών των σημείων που μελετάμε με την θέση των σημείων αυτών στους άξονες x,y. Σε αρκετές περιπτώσεις σημεία που

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

βρίσκονται αρκετά κοντά μεταξύ τους, έχουν διαφορετικές τιμές με αποτέλεσμα η ανάλυση δεν μπορεί να συνεχιστεί, οπότε θα πρέπει να βρεθεί η εξίσωση της τάσης και να αφαιρεθεί για να μπορέσει να συνεχιστεί η υπόλοιπη διαδικασία.[24]

Όταν η κλίση της μαθηματικής συνάρτησης παραμένει σταθερή τότε έχουμε Γραμμική χωρική εξάρτηση. Παρουσιάζεται με την παρακάτω μορφή:

$$Mx = a_0 + a_1X + a_2Y \quad (3.4)$$

Στην περίπτωση που δεν ικανοποιείται η παραπάνω μαθηματική εξίσωση χρησιμοποιείται η Πολυωνυμική χωρική εξάρτηση, είναι μία εξίσωση δευτέρου βαθμού. Εμφανίζεται με την παρακάτω μορφή:

$$Mx = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3X^2 + a_4Y^2 + a_5XY \quad (3.5)$$

Από την αφαίρεση της τάσης προκύπτει ένα στοχαστικό πεδίο που αποτελεί την διακύμανση.[5]

#### 3.2.2 Διακύμανση

Η διακύμανση είναι μια σημαντική παράμετρος στη γεωστατιστική, καθώς μας δίνει πληροφορίες σχετικά με το πώς μεταβάλλονται χωρικά οι τιμές μιας περιοχής μέσω ενός σημείου. Επίσης, μας επιτρέπει να μετρήσουμε το επίπεδο της διακύμανσης ή της απόκλισης των τιμών από τη μέση τιμή ή τάση της μεταβλητής. Συνοψίζοντας, η διακύμανση παρέχει σημαντικές πληροφορίες σχετικά με το πώς διαφοροποιούνται χωρικά οι τιμές ενός τυχαίου πεδίου.[25, 47]

Η διακύμανση του πεδίου  $X(s_1)$  αναπαριστάται με το σύμβολο  $X'(s_1)$  και περιγράφεται με την ακόλουθη σχέση σχετικά με τη μέση τιμή στο σημείο  $s_1$ :

$$X'(s_1) = X(s_1) - m_X(s_1) \quad (3.6)$$

Η διακύμανση μπορεί να θεωρηθεί μια νέα τυχαία μεταβλητή, που ορίζει ένα διαφορετικό τυχαίο πεδίο με μέση τιμή ίση με το μηδέν ( $E[X'(s)] = 0$ ). Όπως φαίνεται από την εξίσωση, η διακύμανση είναι το στοχαστικό κομμάτι του τυχαίου πεδίου  $X$ . Με άλλα λόγια, η διακύμανση αντιπροσωπεύει την διαφορά μεταξύ των παρατηρούμενων τιμών και της μέσης τιμής τους, παρέχοντας μια μέτρηση για το πόσο διαφορετικές μπορούν να είναι αυτές οι τιμές μεταξύ τους.[24]

### 3.3 Παράμετροι κατανομής Πιθανότητας

#### 3.3.1 Ελάχιστη και Μέγιστη τιμή

Στη γεωστατιστική, η μέγιστη τιμή αναφέρεται στη μεγαλύτερη τιμή που παρατηρείται σε ένα σύνολο παρατηρήσεων ή σε έναν χώρο, ενώ η ελάχιστη τιμή αναφέρεται στη μικρότερη τιμή. Αυτές οι τιμές παρέχουν πολύτιμες πληροφορίες για το εύρος των τιμών που παίρνει μια μεταβλητή, δηλαδή το εύρος μεταξύ της μικρότερης και μεγαλύτερης τιμής.

Η εύρεση των μέγιστων και ελάχιστων τιμών είναι σημαντική γιατί μας δίνει πληροφορίες για τις ακραίες τιμές της μεταβλητής και τις ακραίες συμπεριφορές που μπορεί να παρουσιάζει. Μπορούμε να κατανοήσουμε την ευαισθησία του πεδίου σε ακραίες καταστάσεις ή τις περιοχές με μεγάλες διακυμάνσεις της μεταβλητής.[26, 13]

Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές συνήθως απεικονίζονται σε διαγράμματα, γραφήματα και χάρτες για να δώσουν μια οπτική εικόνα της κατανομής των δεδομένων και της έκτασης των παρατηρήσεων. Επίσης, χρησιμοποιούνται συχνά στη στατιστική ανάλυση για να υπολογιστούν διάφορες στατιστικές παράμετροι και να εξεταστεί η διακύμανση και η διαφοροποίηση των τιμών. Με αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να κατανοήσουμε τον χώρο και τις χωρικές διακυμάνσεις της

μεταβλητής με μεγαλύτερη ακρίβεια.[25, 41]

### 3.3.2 Παράμετροι Θέσης

#### Διάμεσος

Ο διάμεσος  $x_{med}$  αντιστοιχεί στο σημείο όπου η καμπύλη πυκνότητας πιθανότητας χωρίζεται σε δύο ίσα μέρη. Συνεπώς, ο διάμεσος αντιπροσωπεύει το κεντρικό σημείο της κατανομής του δείγματος. Για τον υπολογισμό του διαμέσου, πρέπει να λάβουμε υπόψη τον αριθμό των παρατηρήσεων στο δείγμα. Αν ο αριθμός είναι περιττός, τότε ο διάμεσος είναι απλά η κεντρική τιμή του δείγματος. Αν ο αριθμός είναι ζυγός, τότε υπολογίζουμε τον διάμεσο ως τον μέσο όρο των δύο τιμών που βρίσκονται στη μέση του δείγματος. Ο διάμεσος είναι μια σημαντική μέτρηση κεντρικής τάσης σε ένα δείγμα, καθώς δεν επηρεάζεται από ακραίες τιμές ή διακυμάνσεις.[31, 39]

#### Μέση τιμή

Η διάμεσος δεν πρέπει να μπερδεύεται με τη μέση τιμή. Η μέση τιμή, συμβολίζεται με το γράμμα "m" ή με το σύμβολο  $m_x = \bar{x}$ , αναφέρεται στον μέσο όρο των τιμών μιας δειγματοληψίας.

Αντίθετα, η διάμεσος αναφέρεται στο κέντρο της κατανομής μιας τυχαίας μεταβλητής, και μπορεί να περιγραφεί ως η θέση στο κέντρο βάρους του σχήματος που ορίζει η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας με τον οριζόντιο άξονα. Ο υπολογισμός της διαμέσου γίνεται με βάση την κατανομή των τιμών και δεν είναι απαραίτητα ίδιος με τη μέση τιμή.

Επίσης, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η μέση τιμή και η διάμεσος ταυτίζονται μόνο όταν η κατανομή των τιμών είναι συμμετρική και έχει μία μοναδική μέγιστη τιμή (μονοκορυφή). Αυτή η περίπτωση είναι σπάνια και συνήθως οι

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

δύο μετρήσεις διαφέρουν.[13]

Η Μέση Τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής ορίζεται από τον τύπο:

$$m_x(s) = E[X(s)] \quad (3.7)$$

όπου το  $X(s)$  είναι ένα τυχαίο πεδίο και το  $E$  η μέση τιμή σε ένα σύνολο καταστάσεων. Μπορούμε να αντιληφθούμε τη μέση τιμή ως το σημείο ισορροπίας του σχήματος που περιγράφεται από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, στον οριζόντιο άξονα. Δηλαδή, είναι η τιμή για την οποία η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής είναι ισορροπημένη, και το άθροισμα των πιθανοτήτων είναι ίσος γύρω από αυτό το σημείο.

Σε ένα γράφημα της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, η μέση τιμή αντιπροσωπεύει τη θέση του κέντρου μάζας του σχήματος. Δηλαδή, είναι το σημείο που βρίσκεται στο κέντρο βάρους της κατανομής, όπου το σχήμα "στηρίζεται" και είναι ισορροπημένο.

Συνολικά, η μέση τιμή μας δίνει μια εικόνα για το κέντρο της κατανομής της τυχαίας μεταβλητής και πώς κατανέμονται οι τιμές γύρω από αυτό το κέντρο.[26]

#### 3.3.3 Παράμετροι Διασποράς

’ Η Διασπορά (Variance) είναι ένας σημαντικός δείκτης που μας δίνει πληροφορίες για τον βαθμό διακύμανσης των τιμών ενός τυχαίου πεδίου γύρω από τη μέση τιμή του. Αποτελεί μια μέτρηση του πόσο διαφοροποιούνται οι τιμές από την κεντρική τους τιμή.

Μπορούμε να υπολογίσουμε τη διασπορά πολλαπλασιάζοντας κάθε τιμή από τη μέση τιμή, αφαιρώντας την μέση τιμή από το αποτέλεσμα και ύστερα παίρνοντας το τετράγωνο του αποτελέσματος. Στη συνέχεια, πραγματοποιούμε τον υπολογισμό του μέσου όρου όλων αυτών των τιμών, προκειμένου να έχουμε

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

την τελική τιμή της διασποράς.

Όταν η διασπορά είναι μικρή, σημαίνει ότι οι τιμές είναι συγκεντρωμένες κοντά στη μέση τιμή, ενώ όταν είναι μεγάλη, σημαίνει ότι οι τιμές διασκορπίζονται περισσότερο μακριά από τη μέση τιμή. Επίσης, η διασπορά μας δίνει μια ιδέα για το πόσο πιθανό είναι να συναντήσουμε τιμές που αποκλίνουν από την κεντρική τιμή του πεδίου.

Στην περίπτωση που το πεδίο είναι στατιστικά ομογενές, η διασπορά παραμένει σταθερή σε όλα τα σημεία του πεδίου, και μας δίνει μια ενιαία εικόνα για τον βαθμό διακύμανσης των τιμών στην περιοχή αυτή.[45] Η Διασπορά δίνεται από τον τύπο :

$$\sigma_x^2(s) \equiv E[\{X(s) - m_x(s)\}^2] = E[X'^2(s)] \quad (3.8)$$

Η διασπορά, ουσιαστικά, αναδεικνύει τον τρόπο κατανομής των τιμών ενός τυχαίου πεδίου γύρω από την μέση τιμή του. Αν παρατηρηθεί μικρή διασπορά, αυτό υποδεικνύει ότι οι τιμές συγκεντρώνονται σε στενό εύρος γύρω από τη μέση τιμή. Αντίθετα, αν η διασπορά είναι μεγάλη, τότε οι τιμές διασκορπίζονται σε μεγαλύτερο εύρος.

Είναι δυνατόν η διασπορά να διαφέρει από σημείο σε σημείο στον χώρο, πράγμα που υποδεικνύει περιοχές με διαφορετικά επίπεδα συγκέντρωσης ή διασποράς των τιμών. Αν το πεδίο είναι στατιστικά ομογενές, τότε η διασπορά παραμένει σταθερή σε όλα τα σημεία του.

#### Τυπική απόκλιση

Η τυπική απόκλιση (standard deviation) συμβολίζεται με  $\sigma_x$  και υπολογίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της διασποράς της κατανομής. Αυτό το στατιστικό μέγεθος χρησιμοποιείται για να περιγράψει πόσο αποκλίνουν οι τιμές του δείγματος από τη μέση τιμή τους. Συγκεκριμένα, όσο μεγαλύτερη είναι η τυπική απόκλιση, τόσο μεγαλύτερη είναι η διακύμανση των τιμών από τη μέση τιμή,

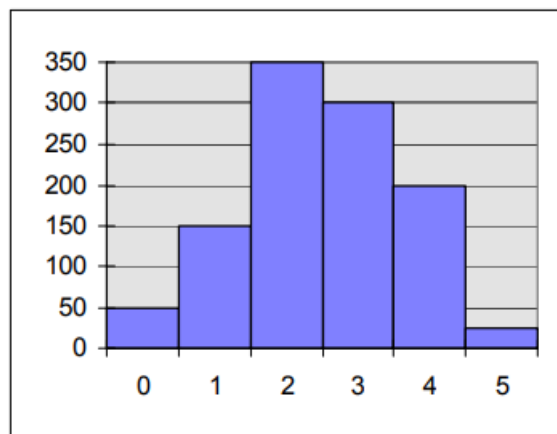


δηλαδή το πόσο διαφορετικές είναι οι τιμές μεταξύ τους.

Η τυπική απόκλιση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη καθώς μας δίνει μια εκτίμηση για το πώς κατανέμονται οι τιμές γύρω από τη μέση τιμή. Όσο μικρή είναι η τυπική απόκλιση, τόσο πιο συγκεντρωμένες είναι οι τιμές γύρω από τη μέση τιμή, ενώ όσο μεγαλύτερη είναι, τόσο πιο διασκορπισμένες είναι οι τιμές. Συνεπώς, η τυπική απόκλιση μας βοηθά να κατανοήσουμε την ακρίβεια και την αξιοπιστία των μετρήσεων μας και της διακύμανσης των δεδομένων μας.[6]

### 3.3.4 Ιστόγραμμα

Το ιστόγραμμα είναι ένα γράφημα που απεικονίζεται σε ένα ορθογώνιο σύστημα αναφοράς, όπου ο άξονας  $Ox$  αντιπροσωπεύει τις διαφορετικές τάξεις των δεδομένων και χωρίζεται σε ίσα τμήματα που αντιστοιχούν στο εύρος κάθε τάξης. Στον άξονα  $Oy$  αντιστοιχούν οι αντίστοιχες συχνότητες ή σχετικές συχνότητες όπως φαίνεται στην εικόνα 3.1



Εικόνα 3.1: Ιστόγραμμα

Ανάλογα με τον τύπο των δεδομένων, το ιστόγραμμα μπορεί να παρουσιάζει τη συχνότητα εμφάνισης κάθε τιμής (σε περίπτωση διακριτών δεδομένων) ή την πυκνότητα πιθανότητας για κάθε τάξη τιμών (σε περίπτωση συνεχών δε-

δομένων). Το ιστόγραμμα βοηθάει στην οπτική αναπαράσταση της κατανομής των δεδομένων, καθώς μπορούμε να δούμε πώς κατανέμονται οι τιμές σε διάφορες τάξεις. Επίσης, μπορούμε να εντοπίσουμε πιθανά κέντρα και ακραίες τιμές στο δείγμα.

Συνολικά, το ιστόγραμμα είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για να κατανοήσουμε και να αναλύσουμε τη δομή των δεδομένων και να εξάγουμε συμπεράσματα για την κατανομή τους.[23]

### 3.3.5 Παράμετροι Κύρτωσης

Ο συντελεστής κύρτωσης (kurtosis coefficient) είναι ένας αριθμητικός δείκτης που χρησιμοποιείται για να μετρήσει το επίπεδο κύρτωσης μιας κατανομής πιθανοτήτων. Περιγράφει το πόσο ασυνήθιστες είναι οι ουρές της κατανομής σε σχέση με μια κανονική κατανομή.

Συγκεκριμένα, ένας συντελεστής κύρτωσης μεγαλύτερος από 3 υποδεικνύει πλατύτερη κύρτωση (leptokurtic) της κατανομής, με περισσότερες ακραίες τιμές και τιμές που συγκεντρώνονται γύρω από τη μέση τιμή. Αυτό σημαίνει ότι η κατανομή έχει πιο βαριές ουρές και είναι πιο συγκεντρωμένη στη μέση.[24]

Αντίθετα, ένας συντελεστής κύρτωσης μικρότερος από 3 υποδεικνύει στενότερη κύρτωση (platykurtic) της κατανομής, με λιγότερες ακραίες τιμές και τιμές που είναι πιο διασκορπισμένες μακριά από τη μέση τιμή.

Ο συντελεστής κύρτωσης αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για την ανάλυση της κατανομής δεδομένων και την κατανόηση της μορφολογίας μιας κατανομής πιθανοτήτων. Χρησιμοποιείται ευρέως στη στατιστική, αλλά και σε άλλους τομείς όπου απαιτείται η μελέτη και σύγκριση κατανομών δεδομένων. Με λιγότερα λόγια, ο συντελεστής κύρτωσης βοηθά να περιγράψουμε το "σχήμα" μιας κατανομής πιθανοτήτων και να κατανοήσουμε το επίπεδο κύρτωσης της.[46, 21]

### 3.3.6 Παράμετροι Ασυμμετρίας

Οι παράμετροι ασυμμετρίας (skewness) είναι στατιστικά μέτρα που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν το επίπεδο ασυμμετρίας μιας κατανομής πιθανοτήτων. Η ασυμμετρία αναφέρεται στον βαθμό που η κατανομή "γέρνει" προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά της μέσης τιμής.[13]

Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι ασυμμετρίας:

Θετική ασυμμετρία (Positive skewness): Σε μια κατανομή με θετική ασυμμετρία, η ουρά της κατανομής "γέρνει" προς τα δεξιά της μέσης τιμής. Δηλαδή, υπάρχουν περισσότερες ακραίες τιμές στο δεξιό μέρος της μέσης τιμής και οι τιμές είναι συγκεντρωμένες προς τα αριστερά.

Αρνητική ασυμμετρία (Negative skewness): Σε μια κατανομή με αρνητική ασυμμετρία, η ουρά της κατανομής "γέρνει" προς τα αριστερά της μέσης τιμής. Δηλαδή, υπάρχουν περισσότερες ακραίες τιμές στο αριστερό μέρος της μέσης τιμής και οι τιμές είναι συγκεντρωμένες προς τα δεξιά.[41]

Οι παράμετροι ασυμμετρίας μπορούν να υπολογιστούν για μια δεδομένη κατανομή χρησιμοποιώντας κατάλληλες στατιστικές μεθόδους. Ένα μηδενικό και κοντά σε μηδενικό συντελεστή ασυμμετρίας υποδεικνύει περίπου συμμετρική κατανομή, ενώ οι τιμές που απέχουν περισσότερο από το μηδέν δείχνουν τον βαθμό της ασυμμετρίας. Οι παράμετροι ασυμμετρίας είναι χρήσιμοι για να αξιολογήσουμε το πώς κατανέμονται τα δεδομένα σε μια κατανομή και ποια πλευρά της μέσης τιμής έχει περισσότερες ακραίες τιμές.[7]

## 3.4 Συνάρτηση Συνδιασποράς

Η συνάρτηση συνδιασποράς (covariance function), γνωστή επίσης και ως συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ή χωρική αυτοσυσχέτιση, είναι μια σημαντική έννοια στην υδρογεωλογία και τη γεωστατιστική.

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

Η συνάρτηση συνδιασποράς είναι ένα στατιστικό μέτρο που μετρά την σχέση μεταξύ δύο τυχαίων μεταβλητών που παρατηρούνται σε διαφορετικά σημεία στον χώρο ή στο χρόνο. Ουσιαστικά, παρέχει πληροφορίες σχετικά με τον βαθμό της κατανομής των τιμών των μεταβλητών και της απόστασης μεταξύ των σημείων παρατήρησης. Μέσω της συνάρτησης συνδιασποράς, μπορούμε να ανιχνεύσουμε το εάν οι δύο μεταβλητές έχουν παρόμοιες μεταβολές ή τάσεις καθώς αυξάνεται η απόσταση μεταξύ τους.[6]

Στον τομέα της γεωστατιστικής, η συνάρτηση συνδιασποράς είναι ιδιαίτερα χρήσιμη καθώς μας δίνει τη δυνατότητα να περιγράψουμε τη χωρική αυτο-συσχέτιση μεταξύ γεωλογικών ή υδρογεολογικών μεταβλητών σε έναν χώρο. Αξιοποιώντας τη συνάρτηση συνδιασποράς, μπορούμε να προβλέψουμε τιμές των μεταβλητών σε άγνωστες τοποθεσίες, αναλύοντας τις σχέσεις μεταξύ τους στον χώρο.[3, 21]

Η ανάλυση της συνάρτησης συνδιασποράς παρέχει σημαντική πληροφορία για τη χωρική μεταβλητότητα, τις τάσεις και τις δομές που επηρεάζουν τα δεδομένα και, συνεπώς, αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο για την κατανόηση των υδρογεολογικών και γεωλογικών διεργασιών σε μια περιοχή. Η κεντρική συνάρτηση συνδιασποράς ορίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$c_X(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = E[X(\mathbf{s}_1)X(\mathbf{s}_2)] - E[X(\mathbf{s}_1)]E[X(\mathbf{s}_2)] \quad (3.9)$$

όπου  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$  τυχαία σημεία και  $X_s$  τυχαίο πεδίο.[47]

#### 3.4.1 Μοντέλα Συνδιασποράς

Τα μοντέλα συνδιασποράς αναφέρονται σε μαθηματικές ή στατιστικές συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τη συσχέτιση ή τη συνδιασπορά μεταξύ δύο τυχαίων μεταβλητών σε διαφορετικά σημεία στον χώρο. Αυτά

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

τα μοντέλα εφαρμόζονται κυρίως στη γεωστατιστική, υδρογεωλογία, κλιματολογία, γεωγραφία και άλλους τομείς όπου η χωρική διακύμανση των δεδομένων είναι σημαντική. Όταν έχουμε στασιμότητα και ισοτροπία, τα Μοντέλα Συνδιασποράς εξαρτώνται μόνο από την απόσταση και συγκεκριμένα από το μέτρο της Ευκλείδειας απόστασης  $r$ . Ακολουθούν εξισώσεις για μερικά από τα πιο κοινά μοντέλα συνδιασποράς που χρησιμοποιούνται στις γεωστατιστικές αναλύσεις, με  $\sigma^2 x$  να αντιστοιχεί στην διασπορά,  $\xi$  το μήκος συσχέτισης και το  $r$  η απόσταση.[24, 47]

Διάσημα μοντέλα συνδιασποράς περιλαμβάνουν:

- Εκθετικό Μοντέλο (Exponential Model): Το εκθετικό μοντέλο είναι ένα από τα πιο διαδεδομένα μοντέλα συνδιασποράς. Αυτό το μοντέλο χρησιμοποιείται όταν η συνδιασπορά μειώνεται εκθετικά με την αύξηση της απόστασης μεταξύ των σημείων.[24, 41]

$$c_x(\mathbf{r}) = \sigma_X^2 \exp\left(-\frac{\|\mathbf{r}\|}{\xi}\right) \quad (3.10)$$

- Γκαουσιανό Μοντέλο (Gaussian Model): Το γκαουσιανό μοντέλο είναι ένα μοντέλο που δεν βασίζεται στην κανονική κατανομή. Αυτό το μοντέλο περιγράφει τη συνδιασπορά με τη βοήθεια της καμπύλης γκαουσιανής συνάρτησης.

$$c_x(\mathbf{r}) = \sigma_X^2 \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{\xi^2}\right) \quad (3.11)$$

- Σφαιρικό Μοντέλο (Spherical Model): Το σφαιρικό μοντέλο περιγράφει τη συνδιασπορά ως ένα πεπερασμένο μέγεθος σε μια σφαιρική περιοχή

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

γύρω από κάθε σημείο παρατήρησης. Η συνδιασπορά είναι 0 για αποστάσεις μεγαλύτερες από την ακτίνα της σφαίρας.[5, 25]

$$c_x(\mathbf{r}) = \sigma_X^2 \left[ 1 - 1.5 \left( \frac{\|\mathbf{r}\|}{\xi} \right) + 0.5 \left( \frac{\|\mathbf{r}\|}{\xi} \right)^3 \right] \theta(\xi - \|\mathbf{r}\|) \quad (3.12)$$

- Σφαιρικό Μοντέλο Περικοπής (Spherical Cutoff Model): Αυτό το μοντέλο είναι παραλλαγή του σφαιρικού μοντέλου, αλλά με περικοπή της συνδιασποράς σε μια μέγιστη απόσταση, πέραν της οποίας η συνδιασπορά θεωρείται 0.[31, 17]

Αυτά τα μοντέλα και άλλα παρόμοια χρησιμοποιούνται για την αναλυτική περιγραφή των χωρικών σχέσεων και των δομών στα δεδομένα. Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου εξαρτάται από τον τύπο των δεδομένων, τις γεωγραφικές ιδιαιτερότητες και την εφαρμογή που απαιτείται.[39, 15]

#### 3.4.2 Στατιστική Ισοτροπία

Στην στατιστική η έννοια της ισοτροπίας αναφέρεται στην ικανότητα που διαθέτουν τα χαρακτηριστικά και οι στατιστικές ιδιότητες μια κατανομής να παραμένουν σταθερά και αμετάβλητα καθ' όλη την διάρκεια ή στον χώρο μελέτης.

Όταν μια διαδικασία ή κατανομή είναι ισοτροπική, αυτό σημαίνει πως τα στατιστικά της χαρακτηριστικά παραμένουν αναλλοίωτα, διατηρώντας την ίδια κατανομή και συμπεριφορά σε διαφορετικές περιόδους ή περιοχές. Στην περίπτωση που μια διαδικασία δεν είναι ισοτροπική, θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι πιθανές μεταβολές ή αλλαγές των δεδομένων σε χρόνο και χώρο κατά την διερεύνηση και ανάλυσή τους.[16] Η έννοια της στατιστικής ισοτροπίας είναι σημαντική στη στατιστική και την επεξεργασία δεδομένων, καθώς διευκολύνει την αξιολόγηση των δεδομένων και τη διαχείριση πιθανών συστηματικών σφαλμάτων που μπορεί να παρουσιαστούν.[24]

### 3.4.3 Στατιστική Ομοιογένεια

Η ιδιότητα της στατιστικής ομοιογένειας αναφέρεται στην ικανότητα μιας στατιστικής κατανομής ή διαδικασίας να διατηρεί σταθερή και συνεχώς την μεταβλητότητα στον χώρο ή στον χρόνο .[14, 47] Σε άλλα λόγια , όταν μια στατιστική διαδικασία είναι ομοιογενής, αυτό σημαίνει ότι οι στατιστικές ιδιότητες, όπως ο μέσος όρος, η διακύμανση και η κατανομή των δεδομένων, παραμένουν σταθερές και δεν αλλάζουν με τον χρόνο ή τη θέση.

Συγκεκριμένα, η στατιστική ομοιογένεια μπορεί να αναφέρεται στα εξής:

- Χρονοσειρές: Σε μια ομοιόμορφα ομοιογενή χρονοσειρά, οι μέσες τιμές, η συνδιασπορά, οι διακυμάνσεις και οι κατανομές παραμένουν σταθερές καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου.
- Στατιστικές διαδικασίες: Σε μια ομοιόμορφα ομοιογενή στατιστική διαδικασία, οι στατιστικές ιδιότητες και η συνδιασπορά παραμένουν σταθερές και ανεξάρτητες από την θέση στον χώρο ή στον χρόνο.[13]
- Η στατιστική ομοιογένεια είναι σημαντική για την αξιοπιστία και την εγκυρότητα των στατιστικών αναλύσεων, καθώς υποδηλώνει την σταθερότητα και την αναπαραγωγικότητα των αποτελεσμάτων σε διαφορετικά πειράματα ή χρονικές περιόδους.[25]

### 3.4.4 Μοντέλα Συνδιασποράς

- **Εκθετικό Μοντέλο:**

$$\gamma_X(r) = \sigma_X^2[1 - \exp(-\|\mathbf{r}\|/\xi)] \quad (3.13)$$

- **Γκαουσιανό Μοντέλο:**

$$\gamma_X(r) = \sigma_X^2[1 - \exp(-\|\mathbf{r}^2\|/\xi^2)] \quad (3.14)$$

- **Σφαιρικό Μοντέλο:**

$$\gamma_X(r) = \begin{cases} \sigma_X^2 \left[ 1.5 \left( \frac{\|\mathbf{r}\|}{\xi} \right) - 0.5 \left( \frac{\|\mathbf{r}\|}{\xi} \right)^3 \right], & \|\mathbf{r}\| \leq \xi \\ \sigma_X^2 & \|\mathbf{r}\| \geq \xi \end{cases} \quad (3.15)$$

- **Γενικευμένο Εκθετικό Μοντέλο:**

$$\gamma_X(\|\mathbf{r}\|) = \sigma_X^2 [1 - \exp(-\|\mathbf{r}\|^\nu / \xi^\nu)], 0 < \nu < 2 \quad (3.16)$$

- **Δυναμονομικό (αλγεβρικό):**

$$\gamma_X(\|\mathbf{r}\|) = \alpha \|\mathbf{r}\|^{2H}, 0 < H < 1, \alpha > 0 \quad (3.17)$$

- **Φαινόμενο Πυρήνα (nugget effect):**

$$\gamma_X(r) = \begin{cases} 0, & r = 0 \\ c_0, & r \neq 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

- **Βαριόγραμμα Matern:**

$$\gamma_X(\|\mathbf{r}\|) = \sigma_X^2 \left[ 1 - \frac{1}{2^{\nu-1}\Gamma(\nu)} \left( \frac{2\sqrt{\nu}}{R} \|\mathbf{r}\| \right)^\nu K_\nu \left( \frac{2\sqrt{\nu}}{R} \|\mathbf{r}\| \right) \right] \quad (3.19)$$

### 3.5 Χωρική Εξάρτηση

Η έννοια της Χωρικής Εξάρτησης ή Χωρικής Παρεμβολής είναι η διαδικασία υπολογισμού μιας τιμής σε ένα τυχαίο πεδίο  $X_s$  σε θέση που δεν έχει εκτελεστεί κάποια μέτρηση, αξιοποιώντας μετρήσεις που έχουν πραγματοποιηθεί σε κοντινά σημεία ή γενικότερα σε σημεία που βρίσκονται μέσα στο πεδίο. Η Χωρική Εξάρτηση χρησιμοποιείται κυρίως για να καλύψει τη μεγαλύτερη επιφάνεια στην περιοχή μελέτης και να μετατρέψει τα δεδομένα σε ένα σύνολο συνεχείς επιφάνειας. [5] Η οπτικοποίηση αυτών των συνεχών επιφανειών παρουσιάζεται ως κανονικά ή ακανόνιστα (grids) και πολύγωνα. Η χωρική εξάρτηση διακρίνεται σε



δύο μεθόδους . Η Γενική ((Global Interpolation) και η Τοπική Μέθοδος (Local Interpolation). Στην πρώτη μέθοδο η πρόβλεψη της τιμής μιας μεταβλητής ορίζεται από το σύνολο όλων των δεδομένων στο χώρο της δειγματοληψίας. Στην δεύτερη μέθοδο , η τιμή ενός σημείου καθορίζεται από καθορισμένο από περιορισμένο αριθμό γειτονικών σημείων προς αυτό.[41] Η ανίχνευση και κατανόηση της χωρικής εξάρτησης μπορεί να βοηθήσει στην λήψη αποφάσεων, στην κατανόηση των χωρικών προτύπων και την αποτελεσματική διαχείριση των πόρων και των προβλημάτων σε διάφορες περιοχές.[5, 47]

### 3.5.1 Ακτίνα Συσχέτισης

Υπάρχει μία περιοχή που δηλώνει το εύρος επιρροής ενός σημείου. Η περιοχή αυτή ονομάζεται Ακτίνα Συσχέτισης , στην οποία τα κοντινά σημεία επηρεάζονται περισσότερο και υπάρχει μεγάλη συσχέτιση , ενώ όσο μεγαλώνει η απόσταση μειώνεται η συσχέτιση ή δεν υπάρχει καθόλου. Στην συνέχεια αν υπάρχουν αρκετά περιβάλλοντα σημεία , επιλέγεται η κατάλληλη μαθηματική συνάρτηση που εκφράζει καλύτερα την μεταξύ τους μεταβολή. Οι πιο γνωστές αιτιοκρατικές μέθοδοι που βρίσκονται σε αυτή την κατηγορία είναι τα πολύγωνα Voronoi , Splines.[4, 46]

### 3.5.2 Βαριόγραμμα

Η εκτίμηση του βαριογράμματος μπορεί να πραγματοποιηθεί από τα στοιχεία ενός δείγματος ως εξής:

$$\gamma(\mathbf{s}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [\{X(\mathbf{s}_i + \mathbf{r}) - X(\mathbf{s}_i)\}^2] \quad (3.20)$$

όπου:

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

- $\gamma(\mathbf{s}, \mathbf{r})$  είναι η τιμή του βαριογράμματος
- $\mathbf{r}$  είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων
- $N$  είναι ο αριθμός των ζευγαριών σημείων
- $X(\mathbf{s}_i)$  είναι η τιμή στο σημείο  $\mathbf{s}_i$

Σε σχέση με ένα ζεύγος σημείων , ορίζεται με την βοήθεια της μέσης τιμής του τετραγώνου της διαφορά  $\delta(\mathbf{s}; \mathbf{r}) = [\{X(\mathbf{s}_i + \mathbf{r}) - X(\mathbf{s}_i)\}]$ .

Το βήμα της απόστασης  $r$  ορίζεται από το πεδίο της διαφοράς

$$\delta X(\mathbf{s}; \mathbf{r}) \quad (3.21)$$

Από την σχέση που δίνεται παραπάνω διαπιστώθηκε ότι η αρχική τιμή είναι  $r=0$  , η τιμή του βαριογράμματος μηδενίζεται. Στην περίπτωση που έχουμε στατιστικά ομοιογενές πεδίο  $X(\mathbf{s})$ , τότε το βαριόγραμμα συνδέεται άμεσα με την συνάρτηση συνδιασποράς , σύμφωνα με την εξίσωση:[23]

$$\gamma(\mathbf{r}) = [\{\sigma^2(\mathbf{x}) - c(\mathbf{r})\}] \quad (3.22)$$

Συνεπώς είναι αποδεκτό ότι ,όσο το  $r$  τείνει στο άπειρο , το  $c(\mathbf{r})$  τείνει στο μηδέν. Ως αποτέλεσμα αυτών προκύπτει ότι το βαριόγραμμα ενός στάσιμου τυχαίου πεδίου έχει ως άνω φράγμα την διασπορά του τυχαίου πεδίου. Πρακτικά το βαριόγραμμα μπορεί να δείξει ασυνέχεια ίση με  $C(\mathbf{o})$  ,η οποία αντιπροσωπεύει το φαινόμενο πυρήνα (nugget effect). Το μήκος συσχέτισης καθορίζει το διάστημα μέσα στο οποίο η τιμή ενός σημείου επηρεάζει την τιμή ενός άλλου μέσα στο τυχαίο πεδίο και είναι παράμετρος κανονικοποίησης της απόστασης  $r$ . [31, 25]

### 3.5.3 Παράμετροι Βαριογράμματος

Τα βαριόγραμμα επηρεάζονται από διάφορες παραμέτρους που σχετίζονται με τα δεδομένα και τον τρόπο παρουσίασής τους. Ορισμένες από τις κύριες παραμέτρους που επηρεάζουν ένα βαριόγραμμα είναι:

1. Μέγεθος δείγματος: Το μέγεθος ενός δείγματος που προέρχεται από την μεταβλητή μπορεί να επηρεάσει το βαριόγραμμα. Μεγαλύτερου μεγέθους δείγματα δίνουν την δυνατότητα για πιο ακριβή και αντιπροσωπευτικά βαριόγραμμα.[47]
2. Διασπορά των δεδομένων: Η διασπορά των δεδομένων ασκεί μεγάλη επιρροή στην κατανομή των τιμών στο βαριόγραμμα. Μεγαλύτερη διασπορά οδηγεί σε βαριόγραμμα με μεγαλύτερο εύρος, ενώ μικρότερη διασπορά δημιουργεί σε συγκεντρωμένα βαριόγραμμα.
3. Κατηγορίες ή διαστήματα τιμών: Η επιλογή των κατηγοριών ή των διαστημάτων τιμών για την παρουσίαση των δεδομένων επηρεάζει το σχήμα του βαριόγραμματος και την ερμηνεία του.

Η γραφική παράσταση του βαριογράμματος  $\gamma(\mathbf{s}, \mathbf{r})$  έχει θετικό πρόσημο δηλαδή  $\gamma(\mathbf{s}, \mathbf{r}) \geq 0$ . Οι παράμετροι ενός βαριογράμματος περιγράφουν την χωρική εξάρτηση των τιμών ενός πεδίου σε δύο γειτονικά σημεία.[21]

### 3.5.4 Μοντέλα Βαριογράμματος

1. **Εκθετικό Μοντέλο:**

$$\gamma_X(r) = \sigma_X^2 [1 - \exp(-\|\mathbf{r}\|/\xi)] \quad (3.23)$$

2. Γκαουσσισιανό Μοντέλο:

$$\gamma_X(r) = \sigma_X^2 [1 - \exp(-\|\mathbf{r}\|^2/\xi^2)] \quad (3.24)$$

3. Σφαιρικό Μοντέλο:

$$\gamma_X(r) = \begin{cases} \sigma_X^2 \left[ 1.5 \left( \frac{\|\mathbf{r}\|}{\xi} \right) - 0.5 \left( \frac{\|\mathbf{r}\|}{\xi} \right)^3 \right], & \|\mathbf{r}\| \leq \xi \\ \sigma_X^2 & \|\mathbf{r}\| \geq \xi \end{cases} \quad (3.25)$$

4. Γενικευμένο Εκθετικό Μοντέλο:

$$\gamma_X(\|\mathbf{r}\|) = \sigma_X^2 [1 - \exp(-\|\mathbf{r}\|^\nu/\xi^\nu)], 0 < \nu < 2 \quad (3.26)$$

5. Δυναμονομικό (αλγεβρικό):

$$\gamma_X(\|\mathbf{r}\|) = \alpha \|\mathbf{r}\|^{2H}, 0 < H < 1, \alpha > 0 \quad (3.27)$$

6. Φαινόμενο Πυρήνα (nugget effect):

$$\gamma_X(r) = \begin{cases} 0, & r = 0 \\ c_0, & r \neq 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

7. Βαριόγραμμα Matern:

$$\gamma_X(\|\mathbf{r}\|) = \sigma_X^2 \left[ 1 - \frac{1}{2^{\nu-1}\Gamma(\nu)} \left( \frac{2\sqrt{\nu}}{R} \|\mathbf{r}\| \right)^\nu K_\nu \left( \frac{2\sqrt{\nu}}{R} \|\mathbf{r}\| \right) \right] \quad (3.29)$$

### 3.6 Μέθοδος Kriging

Η μέθοδος Kriging είναι μία τεχνική που χρησιμοποιείται στη γεωστατιστική για την περιγραφή ενός περιορισμένου συνόλου δειγματοληπτικών σημείων δεδομένων για να εκτιμήσουν την τιμή μιας μεταβλητής σε ένα συνεχές χωρικό πεδίο. Το Kriging παράγει επίσης εκτιμήσεις της αβεβαιότητας που περιβάλλει κάθε τιμή που παρεμβάλλεται. Σαν αποτέλεσμα αυτό δίνει την δυνατότητα να γίνει εκτίμηση του πεδίου σε σημεία που δεν υπάρχουν μετρήσεις βάσει γνωστών τιμών σε γειτονικά σημεία. Τις περισσότερες φορές η εκτίμηση δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί σε μεμονωμένα σημεία αλλά για μια μεγαλύτερη περιοχή, που εφαρμόζεται σε όλα τα σημεία ενδιαφέροντος με επανάληψη της σημειακής εκτίμησης. Σε γενικές γραμμές, τα βάρη του Kriging υπολογίζονται έτσι ώστε τα σημεία που βρίσκονται κοντά στη θέση ενδιαφέροντος να λαμβάνουν μεγαλύτερη βαρύτητα από εκείνα που βρίσκονται πιο μακριά.[19, 13] Η πρόβλεψη του kriging είναι μια "βέλτιστη γραμμική πρόβλεψη" και ένας ακριβής παρεμβολέας, που σημαίνει ότι κάθε τιμή παρεμβολής υπολογίζεται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το σφάλμα πρόβλεψης για το συγκεκριμένο σημείο. Η τιμή που παράγεται από τη διαδικασία kriging για κάθε θέση με πραγματική δειγματοληψία θα είναι ίση με την παρατηρούμενη τιμή σε αυτό το σημείο, και όλες οι παρεμβολές.[30, 13]

Στις μεθόδους kriging είναι αναγκαίο να προσδιορίζεται μια περιοχή όπου αποκαλείται γειτονιά συσχέτισης  $\omega(\mathbf{u})$  ενός σημείου  $\mathbf{u}$ . Περιλαμβάνει  $n(\mathbf{u}) \leq N$  σημεία από τα  $\mathbf{s}_i (i = 1, \dots, N)$ . Το μέγεθος της περιοχής αυτής ορίζεται από το μήκος (ή τα μήκη) συσχέτισης. Η διακύμανση του πεδίου στο σημείο εκτίμησης εκφράζεται με τον παρακάτω τύπο, όπου τα  $\lambda_\alpha$  αντιπροσωπεύουν τα γραμμικά βάρη. Δηλαδή, εκφράζεται η διακύμανση στο σημείο εκτίμησης σαν συνάρτηση της διακύμανσης στα υπόλοιπα σημεία εκτίμησης.[2]

$$\hat{X}(\mathbf{u}) - m_X(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} [X(\mathbf{s}_{\alpha}) - m_X(\mathbf{s}_{\alpha})] \quad (3.30)$$

Η  $\hat{X}(\mathbf{u})$  και το σφάλμα εκτίμησης  $\varepsilon(\mathbf{u})$  είναι τυχαίες μεταβλητές διότι αποτελούνται από τιμές γραμμικού συνδυασμού ενός τυχαίου πεδίου.

$$\hat{X}(\mathbf{u}) = m_X(\mathbf{u}) + \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} [X(\mathbf{s}_{\alpha}) - m_X(\mathbf{s}_{\alpha})] \quad (3.31)$$

Το σφάλμα εκτίμησης ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στην πραγματική και την εκτιμώμενη τιμή του πεδίου.

$$\varepsilon(\mathbf{u}) = X(\mathbf{u}) - \hat{X}(\mathbf{u}). \quad (3.32)$$

Καθώς στη μέθοδο kriging χρησιμοποιούνται τα βάρη για να ελαχιστοποιηθεί η διασπορά του σφάλματος της εκτίμησης, υπολογίζεται η βέλτιστη τιμή  $\hat{X}(\mathbf{u})$ . Με βάσει την μέση τιμή και το πως χρησιμοποιείται η τάση  $m_X(\mathbf{s})$  και η διακύμανση στην ανάλυση του πεδίου, χρησιμοποιούνται διαφορετικά είδη kriging:[21]

- Simple Kriging (Απλό Kriging): Είναι η βασική μορφή της μεθόδου Kriging. Προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το τετραγωνικό σφάλμα εκτίμησης, λαμβάνοντας υπόψη την μέση τιμή και την υπολογισμένη διακύμανση των γνωστών τιμών.
- Ordinary Kriging (Κανονικό Kriging): Σε αυτήν τη μορφή, δεν υποθέτουμε σταθερή μέση τιμή, όπως στο απλό Kriging, αλλά χρησιμοποιούμε ένα μοντέλο τάσης.[19]
- Universal Kriging (Καθολικό Kriging): Επεκτείνει το κανονικό Kriging,

### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

προσθέτοντας παραμέτρους τάσης που μπορεί να περιγράψει περισσότερες συμπεριφορές του χώρου.[46]

- Co-Kriging (Συν-Kriging): Χρησιμοποιεί τη συσχέτιση μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών για την εκτίμηση μιας από αυτές τις μεταβλητές, εκμεταλλευόμενο την πιο ανεξάρτητη μεταβλητή.[47]
- Indicator Kriging (Στο πεδίο Δεικτών Kriging): Χρησιμοποιείται για χωρική ταξινόμηση μεταβλητών που παίρνουν τιμές μηδέν ή ένα. Εκτιμά την πιθανότητα που η μεταβλητή λαμβάνει μία συγκεκριμένη τιμή σε ένα σημείο.[25]
- Regression kriging (Kriging με Παλινδρόμηση)

Όταν η τάση διαχωριστεί από τις διακυμάνσεις και το kriging εφαρμοστεί στις τελευταίες.[12]

Για να μπορέσει να αξιολογηθεί η εκτίμηση που γίνεται χρησιμοποιείται η ακόλουθη εξίσωση και προσδιορίζεται σύμφωνα με την τετραγωνική ρίζα της διασποράς του σφάλματος εκτίμησης.

$$\sigma_{E,SK}^2(\mathbf{u}) = \sigma_X^2 - \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} C_{u,\alpha} C_{\alpha,\beta}^{-1} C_{\beta,u} \quad (3.33)$$

Όπως φαίνεται και από την Σχέση 3.39, το σφάλμα αυξάνει αναλογικά προς την τυπική απόκλιση  $\sigma_X$ . Αν τα βάρη  $\lambda_\alpha$  έχουν θετικές τιμές, τότε η συσχέτιση  $\rho_{u,\alpha}$  τείνει στην μονάδα και το σφάλμα αυξάνεται όσο μειώνεται η απόσταση  $|\mathbf{u} - \mathbf{s}_\alpha|$  μεταξύ του σημείου εκτίμησης και των σημείων του δείγματος.[3]

### 3.6.1 Απλό Kriging

Η εφαρμογή του απλού kriging πραγματοποιείται όταν η μέση τιμή του πεδίου είναι γνωστή σε όλη την περιοχή.

$$\hat{X}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} X(\mathbf{s}_{\alpha}) - m_X \left[ \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} - 1 \right] \quad (3.34)$$

Στην συγκεκριμένη μέθοδο όταν η μέση τιμή του πεδίου είναι γνωστή όπως προϋποθέτει η χρήση του απλού kriging, αλλά και σταθερή  $E[X(\mathbf{u})] = m_X$ , εκτίμηση προέρχεται από την παρακάτω. Με  $\lambda_{\alpha}$  συμβολίζονται οι γραμμικοί συντελεστές (βάρη) και υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τη συνθήκη ελαχιστοποίησης του τετραγωνικού σφάλματος.

$$\hat{X}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} X(\mathbf{s}_{\alpha}) - m_X \left[ \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} - 1 \right] \quad (3.35)$$

Το δεύτερος μέρος της παραπάνω εξίσωσης  $m_X \left[ \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} - 1 \right]$  δεν είναι απαραίτητα μηδέν, αντίθετα όσο μεγαλώνει η τιμή τόσο η εκτίμηση πλησιάζει στην μέση τιμή. [34, 30]

### 3.6.2 Γραμμικά Βάρη

Η εξίσωση που περιγράφει την Γραμμικά Βάρη μπορεί να εκφραστεί και ως εξίσωση πινάκων,

$$\mathbf{C}_{\alpha,\beta} \lambda_{\beta} = \mathbf{C}_{\alpha,u} \quad (3.36)$$

όπου ο πίνακας  $\mathbf{C}_{\alpha,\beta}$  αντιπροσωπεύει τον πίνακα συνδιασποράς  $\mathbf{C}_{\alpha,\beta} = c_X(\mathbf{s}_{\alpha} - \mathbf{s}_{\beta})$ . Το διάνυσμα  $\mathbf{C}_{\alpha,u}$  αναπαριστά τις τιμές της συνάρτησης διασποράς των σημείων του δείγματος και της εκτίμησης  $\mathbf{C}_{\alpha,\beta} = c_X(\mathbf{s}_{\alpha} - \mathbf{u})$ . Επιπλέον, με



### Chapter 3. Κεφάλαιο 3

την εξίσωση  $c_X(0) = \sigma_X^2$ , το γραμμικό σύστημα καταλήγει σε αναλυτική μορφή στον παρακάτω γραμμικό πίνακα,[30]

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \dots & \dots & c_X(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_n) \\ c_X(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1) & \dots & \dots & c_X(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_X(\mathbf{s}_n - \mathbf{s}_1) & \dots & \dots & \sigma_X^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_X(\mathbf{s}_1 - \mathbf{u}) \\ c_X(\mathbf{s}_2 - \mathbf{u}) \\ \vdots \\ c_X(\mathbf{s}_n - \mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

όπου η λύση του εκφράζεται  $\lambda_\beta = C_{\beta,\alpha}^{-1} C_{\alpha,u}$  για κάθε  $\beta = 1, \dots, n(\mathbf{u})$ .

Τα στοιχεία του πίνακα συνδιασποράς υπολογίζονται από την παρακάτω μαθηματική σχέση.

$$c_X(\mathbf{s}_\alpha, \mathbf{s}_\beta) = \sigma_X^2 - \gamma_X(\mathbf{s}_\alpha, \mathbf{s}_\beta) \quad (3.38)$$

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις παραπάνω εξισώσεις είναι τα εξής: Στο γραμμικό σύστημα θα υπάρχουν λύσεις για τα  $\lambda_\beta$  μόνο όταν η συνάρτηση συνδιασποράς είναι ημιθετικά ορισμένη και δεν χρησιμοποιούνται άλλες μετρήσεις στο ίδιο σημείο. Επιπλέον τα γραμμικά βάρη δεν εξαρτώνται από το άνω φράγμα (Sill) του βαριογράμματος, αλλά εμφανίζουν εξάρτηση στο πρότυπο συνδιασποράς δηλαδή στην μορφή της χωρικής εξάρτησης. Τέλος η εκτίμηση είναι ίδια με την τιμή του δείγματος που ισχύει για κάθε σημείο που υπάρχει μέτρηση καθώς, η εκτίμηση kriging είναι ακριβής γραμμική μεταβολή.

Για να πραγματοποιηθεί η αξιολόγηση της εκτίμησης χρησιμοποιείται η ακόλουθη εξίσωση και προσδιορίζεται σύμφωνα με την τετραγωνική ρίζα της διασποράς του σφάλματος εκτίμησης.[24, 47]

$$\sigma_{E,SK}^2(\mathbf{u}) = \sigma_X^2 - \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} C_{u,\alpha} C_{\alpha,\beta}^{-1} C_{\beta,u} \quad (3.39)$$

Όπως φαίνεται και από την Σχέση 3.39, το σφάλμα αυξάνει αναλογικά προς την τυπική απόκλιση  $\sigma_X$ . Αν τα βάρη  $\lambda_\alpha$  έχουν θετικές τιμές, τότε η συσχέτιση  $\rho_{u,\alpha}$  τείνει στην μονάδα και το σφάλμα αυξάνεται όσο μειώνεται η απόσταση  $|\mathbf{u} - \mathbf{s}_\alpha|$  μεταξύ του σημείου εκτίμησης και των σημείων του δείγματος.[8]

### 3.6.3 Κανονικό Kriging (OK)

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται αρκετά και θεωρείται η πιο διαδεδομένη είναι η μέθοδος του Κανονικού Kriging . Σε κανονικό Kriging η μέση τιμή είναι σταθερή σε κάθε γειτονιά συσχέτισης ,μπορεί όμως να μεταβάλλεται από γειτονιά σε γειτονιά.Το αποτέλεσμα της μέσης τιμής δεν είναι απαραίτητα γνωστό. Στην περίπτωση αυτή ο υπολογισμός της μέσης τιμής δεν γίνεται απλά από το μέσο όρο των τιμών των δειγμάτων , αλλά υπολογίζεται η βέλτιστη μέση τιμή , αρκεί να είναι γνωστή η συνάρτηση συνδιασπόρας. Για να πραγματοποιηθεί η εκτίμηση της συνάρτησης συνδιασποράς θα πρέπει να είναι γνωστή η μέση τιμή ,το οποίο ανάγεται σε αναδρομικό πρόβλημα το οποίο λύνεται με Κανονικό Kriging. Η εκτίμηση δίνεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\hat{X}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_\alpha X(\mathbf{s}_\alpha) \quad (3.40)$$

$$\sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_\alpha = 1 \quad (3.41)$$

Το ελάχιστο μέσο τετραγωνικό σφάλμα πρέπει να υπολογιστεί με τον περιορισμό της εξίσωσης 3.41 στις τιμές των βαρών.[19, 6]

### 3.6.4 Γραμμικά Βάρη

Για τον υπολογισμό των γραμμικών βαρών εφαρμόζονται οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} c_X(\mathbf{s}_{\alpha} - \mathbf{s}_{\beta}) + \mu = c_X(\mathbf{s}_{\alpha} - \mathbf{u}), \alpha = 1, \dots, n(\mathbf{u}) \quad (3.42)$$

$$\sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} = 1 \quad (3.43)$$

Ακόμα, το παραπάνω γραμμικό σύστημα μπορεί να παρουσιαστεί και ως γραμμικός πίνακας.

$$\begin{bmatrix} \sigma_X^2 & c_X(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2) & \dots & c_X(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_n) & 1 \\ c_X(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1) & \sigma_X^2 & \dots & c_X(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_X(\mathbf{s}_n - \mathbf{s}_1) & c_X(\mathbf{s}_n - \mathbf{s}_2) & \dots & \sigma_X^2 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_X(\mathbf{s}_1 - \mathbf{u}) \\ c_X(\mathbf{s}_2 - \mathbf{u}) \\ \vdots \\ c_X(\mathbf{s}_n - \mathbf{u}) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για το κανονικό kriging υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση, με την τιμή του συντελεστή Lagrange, όπου είναι πάντα αρνητική:

$$\sigma_{E,OK}^2(\mathbf{u}) = \sigma_X^2 - \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} c_X(\mathbf{u}) - \mu \quad (3.45)$$

Σαν συμπέρασμα, επειδή στην εκτίμηση του κανονικού kriging δεν συμπεριλαμβάνεται η μέση τιμή, η αβεβαιότητα είναι μεγαλύτερη σε σύγκριση με την εκτίμηση στο απλό kriging. Ακόμα, στο κανονικό kriging και το φαινόμενο κόκκου (nugget) επιδρά στο σφάλμα εκτίμησης.[9, 11]

### 3.6.5 Γειτονιά Συσχέτισης

Η εύρεση της ακτίνας της γειτονιάς του Kriging δίνεται από την ανάλυση του βαριογράμματος με αρκετή αβεβαιότητα. Η μέγιστη ακτίνα  $h(u)$  δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το μήκος συσχέτισης του πεδίου. Σε περίπτωση που η ακτίνα της γειτονιάς είναι μεγαλύτερη από το μήκος συσχέτισης του πεδίου, τότε η γραμμική παρεμβολή λαμβάνει υπόψη μετρήσεις οι οποίες δεν έχουν σημαντική συνεισφορά στο σημείο εκτίμησης. Αυτό έχει ως συνέπεια την μεγέθυνση του σφάλματος του Kriging. Για να αποφευχθεί το παραπάνω και να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβειά χρησιμοποιείται μεγάλο πλήθος ακτίνων διαφορετικών μεγεθών. Με την μέθοδο αυτή μπορεί να γίνει απεικόνιση των διάφορων μεταβολών από γειτονιά σε γειτονιά. [15, 23]

## 3.7 Θεωρία σφαλμάτων

Τα στατιστικά δεδομένα σε συνδυασμό με τα χωρικά μοντέλα που ακολουθούν χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση των επιδόσεων των προβλέψεων το οποίο επιτυγχάνεται με την διασταυρωτική επιβεβαίωση. Πραγματοποιείται η εκτέλεση της διασταυρωμένης επαλήθευσης leave-one-out (LOOCV), δηλαδή η μέθοδος της αφαίρεσης ενός σημείου εκ περιτροπής.

### Μέσο Σφάλμα

Το μέσο σφάλμα υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\hat{x}(s_i) - x(s_i)] \quad (3.46)$$

Το μέσο σφάλμα υπολογίζει την μεροληψία της εκτίμησης. Η μεροληψία ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης τιμής και της πραγματικής τιμής

που μετρήθηκε. Η διαπίστωση ύπαρξης συστηματικού σφάλματος συμβαίνει όταν δημιουργούνται υψηλές θετικές ή αρνητικές τιμές.[2]

### Μέσο Απόλυτο Σφάλμα

Η εξίσωση που περιγράφει το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (MAE) φαίνεται παρακάτω:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{x}(s_i) - x(s_i)| \quad (3.47)$$

Το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα υπολογίζεται η ορθότητα και η ακρίβεια της εκτίμησης. Το MAE ποσοτικοποιεί το μέγεθος της απόλυτης τιμής των αποκλίσεων μεταξύ των εκτιμήσεων και των πραγματικών τιμών.[13]

### Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα

Με την περιγραφή του μέτρου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (MSE) γίνεται αντιληπτό πόσο κοντά ένα γραμμικό μοντέλο ταιριάζει στα σημεία δεδομένων. Για κάθε σημείο δεδομένων πραγματοποιείται ο υπολογισμός της κάθετης απόστασης από το σημείο του άξονα  $y$  προς την καμπύλη και τετραγωνίζεται η τιμή. Όσο μεγαλύτερο είναι το MSE, τόσο πιο δύσκολη καθίσταται η προσαρμογή του μοντέλου. Η ρίζα του Μέσου Τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) είναι απλώς η τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Είναι μια καλύτερη μέθοδος σύγκρισης από το συντελεστή συσχέτισης. [21] Το RMSE υπολογίζει όπως και το μέσο απόλυτο σφάλμα, την ορθότητα και την ακρίβεια της εκτίμησης. Επειδή τα σφάλματα έχουν υψωθεί στο τετράγωνο χωρίς την απόλυτη τιμή, η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος δίνει υψηλότερο βάρος σε μεγαλύτερα σφάλματα.[13]

Υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\hat{x}(s_i) - x(s_i)]^2} \quad (3.48)$$

Σε εφαρμογές όπως αυτή που αφορά αυτήν την εργασία, τα μεγάλα σφάλματα των ελαχίστων τετραγώνων αποδεικνύεται ότι είναι πιο αποτελεσματικά για την βελτίωση της απόδοσης του μοντέλου. Μια βασική διαφορά μεταξύ του RMSE και MAE είναι πως το πρώτο δίνει βαρύτητα στις ακραίες τιμές και στα μεγάλα σφάλματα, ενώ το MAE δίνει την ίδια βαρύτητα σε όλα τα σφάλματα.[44]

### Συντελεστής Συσχέτισης του Pearson

Ο συντελεστής συσχέτισης εκτιμά την σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών και υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\rho = \frac{\sum_{n=1}^N (x_n^* - \bar{x}_n^*)(\hat{x}_n - \bar{\hat{x}}_n)}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (x_n^* - \bar{x}_n^*)^2} \sqrt{(\hat{x}_n - \bar{\hat{x}}_n)^2}} \quad (3.49)$$

Η τιμή  $\rho$  μετρά τη στατιστική συσχέτιση ανάμεσα στα δεδομένα και τις εκτιμήσεις. Από την σχέση 3.49 ισχύει πως  $-1 \leq \rho \leq 1$ . Ο συντελεστής συσχέτισης  $\rho$  δίνει καλύτερα αποτελέσματα σε γραμμικές συσχετίσεις, ενώ αντίθετα σε μη γραμμικές σχέσεις δεν είναι αξιόπιστο. Η εξίσωση αυτή θα μπορούσε να παρουσιαστεί σε ένα διάγραμμα διασποράς. Με  $\rho = 1$  θα απεικονιζόταν μια ευθεία γραμμή με θετική κλίση, ενώ αν το  $\rho = -1$  θα ήταν μια ευθεία γραμμή με αρνητική κλίση.[10, 17]

## Κεφάλαιο 4

## Κεφάλαιο 4

### 4.1 Στατιστική Ανάλυση και Επεξεργασία Δεδομένων

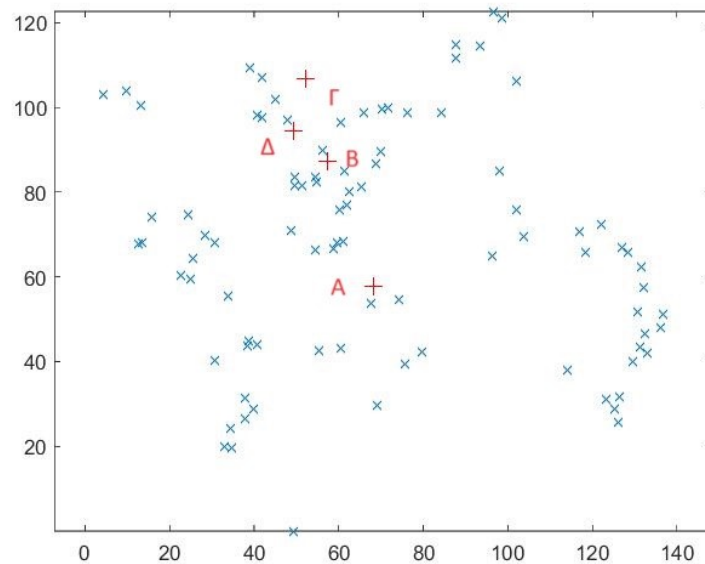
Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η Γεωστατιστική ανάλυση που εφαρμόστηκε σε δεδομένα που αποτελούν ερευνητικές γεωτρήσεις του Ινστιτούτου Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών (ΙΓΜΕ) τα οποία μας παραχώρησε το Ινστιτούτο για την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας. Η επεξεργασία των δεδομένων πραγματοποιήθηκε σε τέσσερις χρονιές (2018, 2019, 2020, 2021) με την χρήση του προγράμματος Matlab. Η ανάλυση και η επεξεργασία χωρίστηκαν σε τρία στάδια : Στην Στατιστική Ανάλυση , την εύρεση βαριογράμματος και τέλος στην εφαρμογή της μεθόδου Ordinary Kriging (OK).

Οι γεωτρήσεις που λήφθηκαν υπόψιν στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι όλες δεδομένα με συντεταγμένες (x,y) για την γνώση της θέσης για κάθε γεώτρηση. Η επεξεργασία των γεωτρήσεων πραγματοποιήθηκε σε δύο από τις τέσσερις χρονιές συγκεκριμένα στις χρονιές 2018, 2021. Η επιλογή δύο εκ των τεσσάρων χρόνων, προέκυψε κατά την επεξεργασία του 2019,

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

2020, καθώς από τα αποτελέσματα που προέκυψαν δεν μπορούσαν να αντληθούν σαφή συμπεράσματα σε σχέση με τα δεδομένα της στάθμης.[28] Η μορφή στην οποία συλλέχθηκαν αρχικά τα δεδομένα για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας ήταν το Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Συντεταγμένων (ΕΓΣΑ 87), παρόλα αυτά, δεν διατηρήθηκαν σε αυτή την μορφή καθώς μετατράπηκαν σε ένα τοπικό σύστημα αναφοράς που θα διευκόλυνε την επεξεργασία των μετρήσεων και κατά συνέπεια τη γεωστατιστική ακρίβεια και την ορθότερη ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Η επεξεργασία και η ανάλυση των δεδομένων εστιάζεται σε τέσσερα ορυχεία της Δυτικής Μακεδονίας τα οποία εμφανίζονται στον χάρτη που ακολουθεί 4.1. Τα ορυχεία που μελετήθηκαν είναι τα εξής: το Ορυχείο Φλώρινας-Πτολεμαΐδας (Α), το ορυχείο του Αμυνταίου (Β), το λιγνιτωρυχείο του Βεύη (Γ) και τέλος το λιγνιτωρυχείο της Αχλάδας (Δ).



Εικόνα 4.1: Θέσεις σταθμών παρακολούθησης της στάθμης των υπόγειων υδάτων (x) σε σχέση με τα ορυχεία (+)

Συγκεκριμένα, για το 2018 και το 2021 χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από 90



## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

και 91 γεωτρήσεις αντίστοιχα. Στην Εικόνα 4.1 απεικονίζονται οι θέσεις των γεωτρήσεων , δηλαδή των γεωτρήσεων που πραγματοποιήθηκαν, από τα δεδομένα που συλλέχθηκαν, αλλά και οι ακριβείς θέσεις των ορυχείων, με σκοπό την περαιτέρω ανάλυση τους. Οι συντεταγμένες των ορυχείων συλλέχθηκαν αρχικά βάσει του Ελληνικού Γεωδαιτικού Συστήματος Αναφοράς (ΕΓΣΑ'87). Ωστόσο, οι συντεταγμένες των συγκεκριμένων ορυχείων μετατράπηκαν σε ένα τοπικό σύστημα αναφοράς, με σκοπό τη γεωστατιστική ανάλυση και την σωστή ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Για να μπορέσει να πραγματοποιηθεί μία στατιστική ανάλυση θα πρέπει να είναι γνωστά τα στατιστικά στοιχεία του δείγματος. Τα στατιστικά στοιχεία περιλαμβάνουν την μέση τιμή , την διάμεσο, την τυπική απόκλιση, το μέγιστο και ελάχιστο του δείγματος , τη ασυμμετρία, τη κυρτώση καθώς και τη μέθοδος του δείγματος. Τέλος θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν και ο έλεγχος καταλληλότητας.

### 4.1.1 Λογαριθμικός Μετασχηματισμός

Ελέγχοντας την καταλληλότητα , τα δεδομένα των γεωτρήσεων για την μελέτη της στάθμης των υπόγειων υδάτων, δεν ακολουθούν μία κανονική κατανομή, σαν συνέπεια εφαρμόζεται λογαριθμικός μετασχηματισμός  $\Phi$ , βάσει της παρακάτω εξίσωσης:

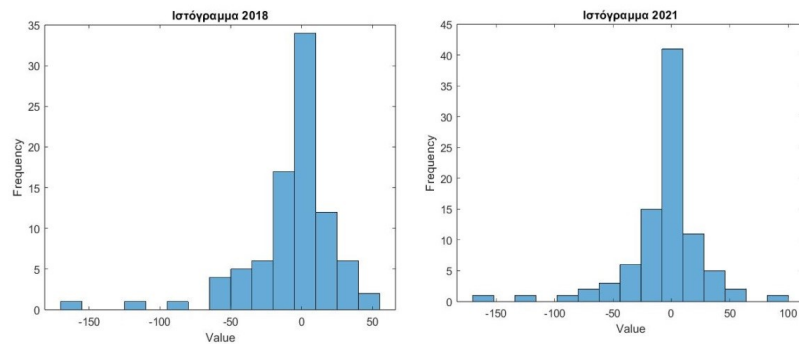
$$\mathbf{X}^*(\mathbf{s}) \equiv \log(\mathbf{X}(\mathbf{s})) \quad (4.1)$$

όπου  $\mathbf{X}^*$  αναπαριστά το πεδίο των λογαρίθμων της συγκέντρωσης, με σκοπό την καλύτερη προσέγγιση τους.

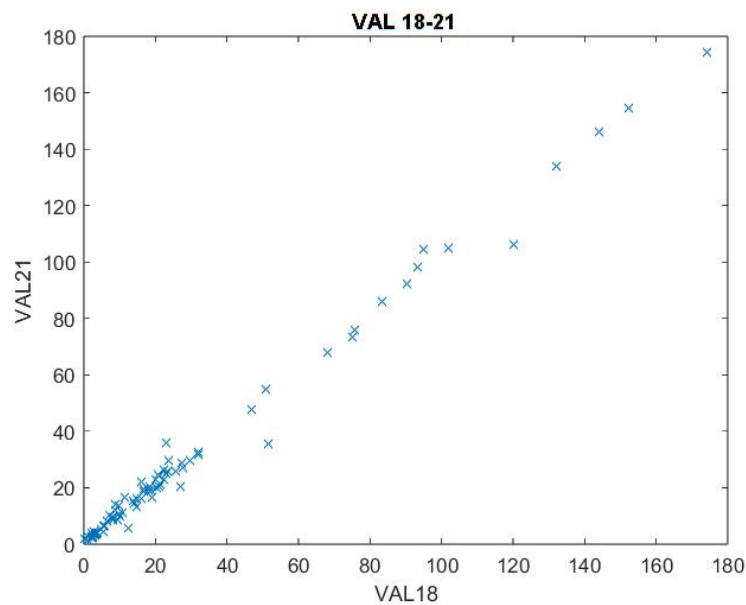
Στην Εικόνα που παρατίθεται 4.2 παρουσιάζονται τα ιστογράμματα των γεωτρήσεων σε σχέση με την στάθμη των υπόγειων υδάτων για τις χρονιές 2018 , 2021 αντίστοιχα. Συγκεκριμένα, στα ιστογράμματα αυτά εντοπίζονται ακραίες

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

τιμές, οι οποίες βρίσκονται μακριά από το κυρίαρχο μέρος της κατανομής. Για τον λόγο αυτό, καθίσταται επιτακτική ανάγκη να σχηματιστούν τα ιστογράμματα μέσω λογαριθμικού σχηματισμού.



Εικόνα 4.2: Ιστογράμμα των στοιχείων 2018 και 2021 χωρίς μετασχηματισμό λογαρίθμου.



Εικόνα 4.3: Συσχέτιση των στοιχείων 2018-2021 χωρίς μετασχηματισμό λογαρίθμου

Η συσχέτιση που εμφανίζεται στην εικόνα 4.3 των στοιχείων από τις χρονιές 2018, 2021 αντίστοιχα χωρίς των μετασχηματισμό λογαρίθμου. Η συσχέτιση

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

υπολογίστηκε 99.6%, συνεπώς υπάρχει σχεδόν πλήρη συσχέτιση, το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό καθώς οι περισσότερες γεωτρήσεις είναι κοινές και για τις δύο χρονιές.

### 4.1.2 Παράμετροι Κατανομής Πιθανότητας

Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3.3 έγινε ανάλυση για να περιγράψουν την κατανομή της πιθανότητας παρουσιάζονται στο πίνακα 4.1. Ακολούθως παρουσιάζονται τα σχήματα των ιστογραμμάτων.

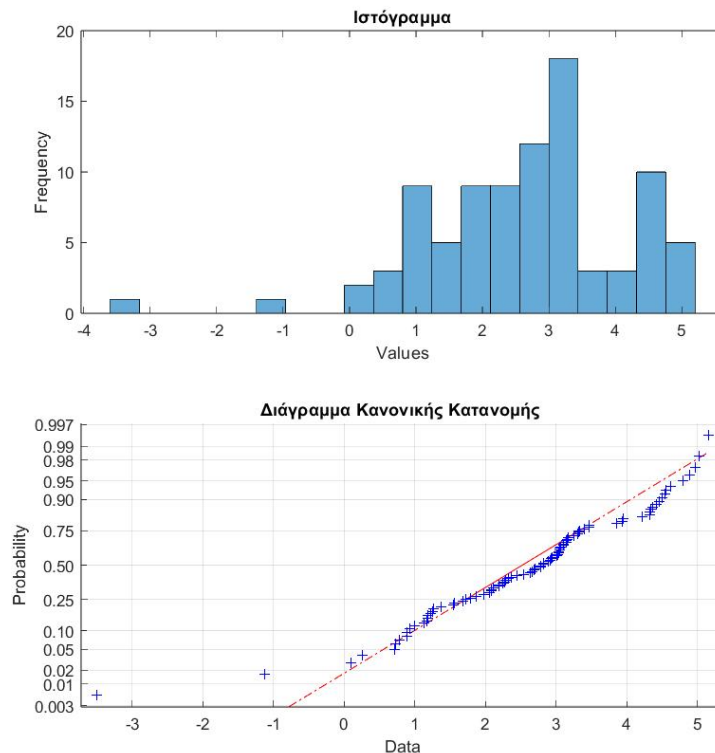
*Πίνακας 4.1: Παράμετροι Κατανομής Πιθανότητας των λογαριθμισμένων τιμών του 2018-2021 αντίστοιχα.*

Στατιστική Ανάλυση	Στάθμη 2018	Στάθμη 2021
Ελάχιστη Τιμή	-3.5066	0.0614
Μέγιστη Τιμή	5.1612	5.1604
Μέση Τιμή	2.6119	2.7334
Διάμεσος	2.8043	2.8052
Τυπική Απόκλιση	1.4410	1.1825
Συντελεστής Ασυμμετρίας	-0.8826	0.0553
Κύρτωση	5.4345	2.3778

Η εφαρμογή της στατιστικής ανάλυσης στα δεδομένα είχε ως σκοπό την μελέτη της στάθμης των υπόγειων υδάτων στην Δυτική Μακεδονία για τις χρονιές 2018,2021. Συγκεκριμένα για τα δεδομένα του 2018 παρατηρείται ότι η διάμεσος υποδεικνύει ότι οι περισσότερες τιμές και το μέσο της κατανομής δεν πλησιάζει αρκετά στο 3. Εν συνεχεία οι τιμές της μέσης τιμής και της διάμεσου βρίσκονται πολύ κοντά , το οποίο υποδηλώνει ότι η κατανομή είναι σχετικά συμμετρική.Ο συντελεστής ασυμμετρίας είναι αρνητικός , συνεπώς παρατηρείται αρνητική ασυμμετρία προς τα δεξιά.Αυτό υποδηλώνει ότι η "ουρά"

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

της κατανομής είναι πιο μακριά από την μέση τιμή προς τα αριστερά και πιο κοντά προς τα δεξιά, όπως φαίνεται και στο ιστόγραμμα της εικόνας 4.4.



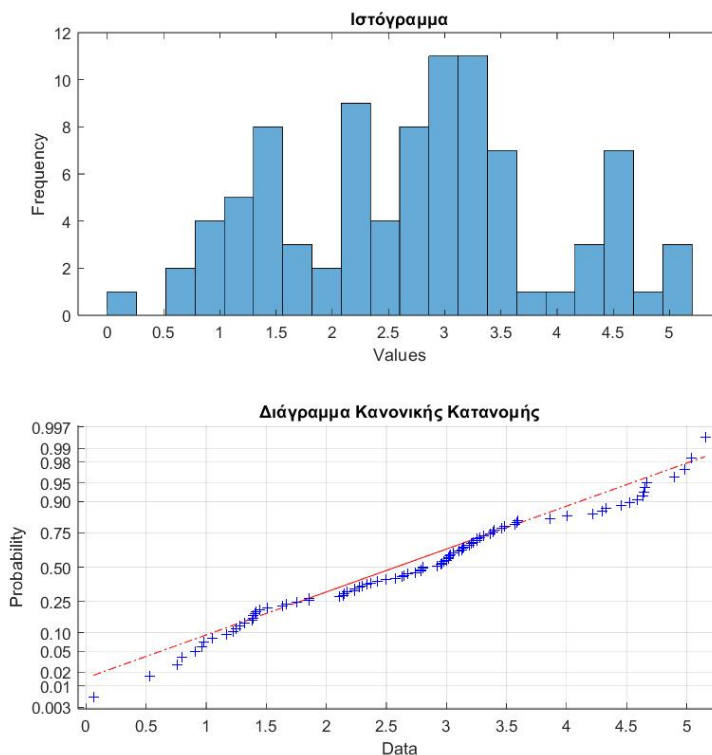
Εικόνα 4.4: Ιστόγραμμα και Διάγραμμα Κανονικής Πιθανότητας 2018 με λογαριθμικό μετασχηματισμό

Ακολουθώντας ο συντελεστής κύρτωσης για τα δεδομένα είναι πάνω από τρία με το μεγαλύτερο ποσοστό των τιμών να μην βρίσκεται στο κέντρο της κατανομής και αυτό υποδηλώνει ότι η κατανομή είναι λεπτόκυρτη και εμπεριέχει αρκετές ακραίες τιμές.

Το διάγραμμα κανονικής πιθανότητας (normal probability plot ή Norm Plot) αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι της σύγκρισης της αθροιστικής κατανομής πιθανότητας των δεδομένων με την αθροιστική κατανομή πιθανότητας της κανονικής κατανομής. Όταν ακολουθείται η κανονική κατανομή στα δεδομένα, τα

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

σημεία των δεδομένων ακολουθούν ως επί τω πλείστον, μια ευθεία γραμμή που αντιστοιχεί στην αθροιστική κατανομή πιθανότητας της κανονικής κατανομής όπως φαίνονται και στις εικόνες 4.4,4.5. Αυτή η ευθεία θεωρείται και η γραμμή



Εικόνα 4.5: Ιστόγραμμα και Διάγραμμα Κανονικής Πιθανότητας 2021 με μετασχηματισμό λογαρίθμου

αναφοράς. Ωστόσο εάν τα δεδομένα δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή τότε τα σημεία δεν συμπίπτουν με την ευθεία.

Για τα δεδομένα του 2021 παρατηρείται ότι η διάμεσος και η μέση τιμή βρίσκονται και σε αυτή την περίπτωση κοντά, αυτό υποδηλώνει ότι η κατανομή των δεδομένων μετά την λογαρίθμηση είναι συμμετρική, με το πλήθος των ακραίων τιμών να κατανέμονται προς τα δεξιά όπως φαίνεται στην εικόνα 4.5. Από το ιστόγραμμα παρατηρείται ότι οι τιμές στο 1 και 3 έχουν σχετικά μεγάλο

βάρος λόγω του τέταρτου βαθμού ροπής, με συνέπεια να αυξάνουν τον συντελεστή της κύρτωσης κάτω από τρία. Επιπλέον ο συντελεστής ασυμμετρίας είναι θετικός, υποδηλώνοντας μεγάλη θετική ασυμμετρία στην κατανομή προς τα δεξιά, δηλαδή υπάρχουν ακραίες τιμές που είναι μεγαλύτερες από την μέση τιμή και η "ουρά" της κατανομής εκτείνεται προς τα δεξιά.

## 4.2 Τάση

Η έννοια της τάση έχει αναλυθεί στο 3.2.1 Με την υλοποίηση της γεωστατιστικής ανάλυσης η κατάλληλη μαθηματική εξίσωση που αποτυπώνει με ακριβή τρόπο την τάση, είναι μία γραμμική εξίσωση 1ου βαθμού.

$$Mx = a_0 + a_1X + a_2Y. \quad (4.2)$$

Οι γραμμικοί συντελεστές της εξίσωσης 4.2 δίνονται στον Πίνακα 4.2.

*Πίνακας 4.2: Γραμμικοί Συντελεστές Τάσης με μετασχηματισμό λογαρίθμου.*

coef	Στάθμης 2018	Στάθμη 2021
$\alpha_0$	3.1929	3.0787
$\alpha_1$	-0.0041	-0.0002
$\alpha_2$	-0.0043	-0.0049

Ο Συντελεστής Συσχέτισης (correlation coefficient) με 1ου βαθμού τάση για την στάθμη για την χρονιάς 2018 υπολογίστηκε 12.57%, τιμή που υποδηλώνει ότι η γραμμική συσχέτιση μεταξύ της στάθμης και των χωρικών θέσεων που πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις είναι αρκετά ασθενής. Το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και στην μελέτη των δεδομένων της χρονιάς 2021 όπου ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με 11.75% το οποίο υποδηλώνει και σε

Πίνακας 4.3: Παράμετροι βαριογράμματος των στοιχείων 2018 και 2021.

Παράμετροι Βαριογράμματος		
	Στάθμης 2018	Στάθμης 2021
$\sigma^2$	1.4675	1.6228
$h(km)$	21.8081	22.4584
$c_0$	0.5309	0.0411

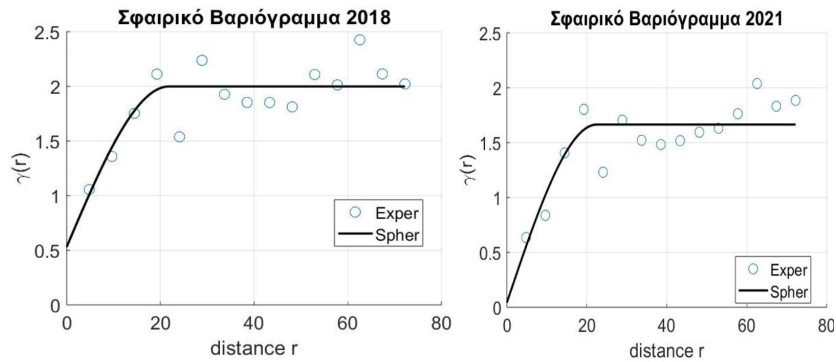
αυτή την περίπτωση ότι η γραμμική συσχέτιση μεταξύ της στάθμης και των χωρικών θέσεων είναι αρκετά ασθενής. Συνεπώς, η τάση που εκτιμήθηκε δεν αντιπροσωπεύει τα δεδομένα επαρκώς, ως συνέπεια δεν χρησιμοποιείται.

### 4.3 Υπολογισμός της Βαριογραφία

Η χρησιμότητα της βαριογραφίας στο πεδίο της γεωστατιστικής ανάλυσης είναι σημαντική για την κατανόηση της χωρικής εξάρτησης των τιμών σε σχέση με την απόσταση ( βλ. 3.5.2 ) Στην συγκεκριμένη περίπτωση, χρησιμοποιούνται δεδομένα των λογαριθμισμένων τιμών για τα ποσοτικά δεδομένα 2018, 2021 εφόσον έχει αφαιρεθεί η τάση. Για αρχή έχουν δημιουργηθεί τα εμπειρικά βαριογράμματα για κάθε στοιχείο, που υποδηλώνει τη σχέση μεταξύ των τιμών και της απόστασης. Η μέθοδος για την επιλογή του καταλληλότερου μοντέλου έγινε με βάσει τον έλεγχο του τετραγωνικό σφάλμα προσαρμογής. Το μοντέλο που θα επιλεγεί, είναι το μοντέλο με την μικρότερη τετραγωνική απόκλιση από τα εμπειρικά ημιβαριογράμματα, το οποίο προσαρμόζεται στα δεδομένα.

Στο 4.6 παρατίθενται οι παράμετροι του βαριογράμματος για τα ποσοτικά δεδομένα 2018, 2021. Αναλυτικά, με  $\sigma$  συμβολίζεται η τυπική απόκλιση (Standard deviation),  $h$  είναι η ακτίνα συσχέτισης (Range) και  $c_0$  είναι το φαινόμενο κόκκου (Nugget).

#### Chapter 4. Κεφάλαιο 4



Εικόνα 4.6: Βαριόγραμμα των θέσεων μεταβολής της στάθμης των υπόγειων υδάτων 2018(km) και 2021(km). Οι κύκλοι (ο) αποδίδουν το Εμπειρικό Βαριόγραμμα ενώ η γραμμή το Σφαιρικό Μοντέλο

Η προσαρμογή των αποτελεσμάτων στο βαριόγραμμα για τα στοιχεία της στάθμης για την χρονιά 2018 όπως δίνονται στην εικόνα 4.6 παρουσιάζει τη χωρική συσχέτιση των δεδομένων. Αναλυτικότερα το φαινόμενου κόκκου είναι περίπου το 1/3 σε σχέση με την διασπορά, ως απόρροια δεν υπάρχουν μεγάλες αποκλίσεις στις τιμές της στάθμης για την χρονιά 2018. Ακολούθως η ακτίνα συσχέτισης για την ίδια χρονιά είναι 21.81 km, το οποίο οδηγεί στο συμπέρασμα πως οι τιμές των σημείων μέχρι τα 21.81km είναι χωρικά εξαρτημένες. Εν συνεχεία, από την ανάλυση του βαριογράμματος για τα στοιχεία της στάθμης της χρονιάς 2021 παρατηρείται πολύ μικρό φαινόμενου κόκκου σε σύγκριση με την διασπορά. Επιπλέον, η ακτίνα συσχέτισης υπολογίζεται 22.46 km, όπου μέχρι το όριο αυτής της τιμής οι τιμές παρουσιάζουν χωρική συσχέτιση, και στις δύο χρονιές όμως η μεγαλύτερη συσχέτιση παρατηρείται στα 7 με 8 km περίπου. Συμπερασματικά, οι τιμές στα βαριογράμματα δεν διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους, ούτε στο εμπειρικό βαριόγραμμα, ούτε στις παραμέτρους. Αυτό γίνεται κατανοητό και από την συσχέτιση που έχει υπολογιστεί παραπάνω που υποδηλώνει αυτή την συμπεριφορά στο χώρο.



## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

Παρατηρώντας τα βαριογράμματα εικόνα 4.6 των δεδομένων της στάθμης για τις χρονιές 2018, 2021, παρατηρείται ότι και στις δύο χρονιές το φαινόμενο κόκκου ειδικά στην δεύτερη περίπτωση είναι μικρό σε σχέση με τη διασπορά, γεγονός που υποδεικνύει ότι δεν υπάρχουν μεγάλες αυξομειώσεις στις τιμές σε μικρές αποστάσεις. Η ακτίνα συσχέτισης (Range) για την χρονιά 2021 είναι ελάχιστα μεγαλύτερη σε σχέση με την χρονιά 2018 υποδεικνύοντας ότι οι τιμές του 2021 συνεχίζουν να επηρεάζονται από τιμές σε μεγαλύτερες αποστάσεις σε σχέσεις με τις τιμές του 2018. Ακολούθως αξίζει να σημειωθεί άλλη μία σημαντική παράμετρος αποτελεί το άνω φράγμα (Sill), το οποίο απαρτίζεται από την διασπορά και το φαινόμενο κόκκου. Σε αυτή την περίπτωση το άνω φράγμα του 2018 είναι μεγαλύτερο από το άνω φράγμα του 2021, κατά συνέπεια το 2018 έχει μεγαλύτερο εύρος διακυμάνσεων στις τιμές του, γεγονός που μπορεί να οφείλεται στο φαινόμενο κόκκου (nugget). Τα δύο θεωρητικά μοντέλα είναι όμοια μεταξύ τους, κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό από την μία, από την άλλη μπορεί να υποδεικνύει πως η χωρική συσχέτιση δεν αλλάζει σημαντικά από το 2018 στο 2021. Σε μικρές χωρικές αποστάσεις οι μεταβολές που υπάρχουν το 2018 είναι μεγαλύτερες σε σχέση με το 2021 γι' αυτό υπάρχει nugget που ανεβαίνει πιο ψηλά, γιατί οι τιμές πηγαίνουν ανά τετράγωνο. Ωστόσο, το  $\sigma^2$  είναι αρκετά κοντά διότι στα 80 km υπάρχει μεγάλη κορυφή, παρόμοια συμπεριφορά παρουσιάζει και το 2018. Τέλος οι παραπάνω εκτιμήσεις επαληθεύονται με μεγαλύτερη ακρίβεια και σαφήνεια με την εφαρμογή των στατιστικών κριτηρίων επαλήθευσης μέσω της μεθόδου Kriging που θα αναλυθεί παρακάτω.

### 4.4 Εφαρμογή της Μεθόδου Kriging

Για την πραγματοποίηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας η μέθοδος Kriging που χρησιμοποιήθηκε είναι το Κανονικό Kriging(βλ. 3.6.3 )(Ordinary

Kriging), το οποίο βασίζεται στο σφαιρικό μοντέλο του βαριογράμματος. Για να πραγματοποιηθεί η προσαρμογή του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν οι τρεις βασικές έννοιες που προκύπτουν από τα βαριογράμματα. Οι παράμετροι είναι : η τυπική απόκλιση  $\sigma$ , η ακτίνα συσχέτισης  $h$ , και το φαινόμενο κόκκου  $c_0$ . Η μέθοδος κανονικού Kriging (Ordinary Kriging ) πραγματοποιείται σε τετραγωνικό κάναβρο 125x139. Επιπροσθέτως ένα ακόμη σημαντικό κομμάτι του Kriging αποτελούν οι γειτονίες στους χάρτες της μεθόδου, που επηρεάζουν την ποιότητα των προβλέψεων. Οι ακτίνες συσχέτισης των βαριογραμμάτων χρησιμοποιούνται για να προσδιορίζονται και να καθορίζεται το μέγεθος των γειτονιών. Παρόλα αυτά, επειδή η ακτίνα συσχέτισης και στις δύο χρονιές είναι μικρή, δεν μπορεί να γίνει σοβαρή εκτίμηση και να αντληθούν αξιόπιστα δεδομένα και συμπεράσματα. Αυτό συμβαίνει διότι οι τιμές και των δύο ακτίνων μεταβάλλονται σημαντικά σε μικρές αποστάσεις μέσα στην περιοχή ενδιαφέροντος. Συνεπώς οι χάρτες ενδιαφέροντος που απεικονίζονται στις εικόνες 4.9 και 4.10 υπολογίστηκαν με ακτίνα συσχέτισης 82.4% το 2018 και 80% για το 2021. Η μέθοδος του κανονικού Kriging μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τιμές οι οποίες μπορεί να μην σχετίζονται, παρόλο που μπορεί να έχει ως συνέπεια μεγάλη αβεβαιότητα στα αποτελέσματα. Αυτή η αβεβαιότητα παρουσιάζεται στο χάρτη

#### 4.4.1 Κανονικό Kriging στις τιμές που έχουν δεχθεί λογαρίθμηση

Η μέθοδος κανονικού Kriging (OK) εφαρμόστηκε στα δεδομένα των λογαριθμισμένων τιμών για την χρονιές 2018, 2021. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι κατά την αντιστροφή του λογαριθμικού μετασχηματισμού  $\Phi$  γίνεται ύψωση

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

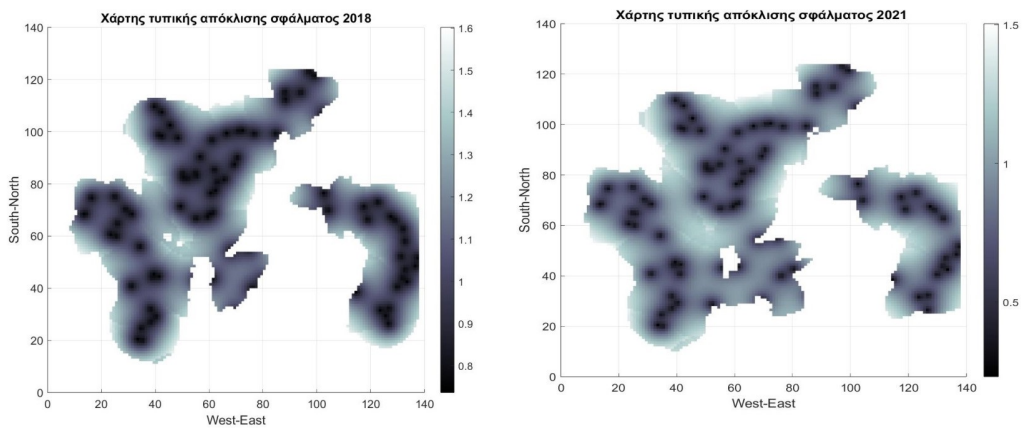
(εκθετική συνάρτηση). Συγκεκριμένα,

$$\hat{X}'(\mathbf{u}) = \exp(\hat{X}^*(\mathbf{u})) \quad (4.3)$$

Με την εκτέλεση της λογαριθμικής μετατροπής που εκτελείται στις εκτιμώμενες τιμές η αβεβαιότητα αυξάνεται και μειώνεται ανάλογα με τον τρόπο που πραγματοποιείται η λογαρίθμηση. Κατά την πραγματοποίηση της πρόσθεσης ή της αφαίρεσης της αβεβαιότητας στην λογαριθμική μετατροπή, αυτή η αβεβαιότητα θα παραμένει στην λογαριθμική κλίμακα. Ακολούθως όταν πραγματοποιούνται οι πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης των τιμών στην λογαριθμική κλίμακα, η αβεβαιότητα αυξάνεται ή μειώνεται κατάλληλα. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι διότι ο λογάριθμος μετατρέπει τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και τις διαίρεσης σε πρόσθεση και αφαίρεση αντίστοιχα. Παράδειγμα αυτού αποτελεί η παρακάτω εξίσωση 4.4

$$\exp [\hat{X}'(\mathbf{u}) + \sigma_{OK}(\mathbf{u})] = \exp [\hat{X}'(\mathbf{u})] \cdot \exp [\sigma_{OK}(\mathbf{u})] \quad (4.4)$$

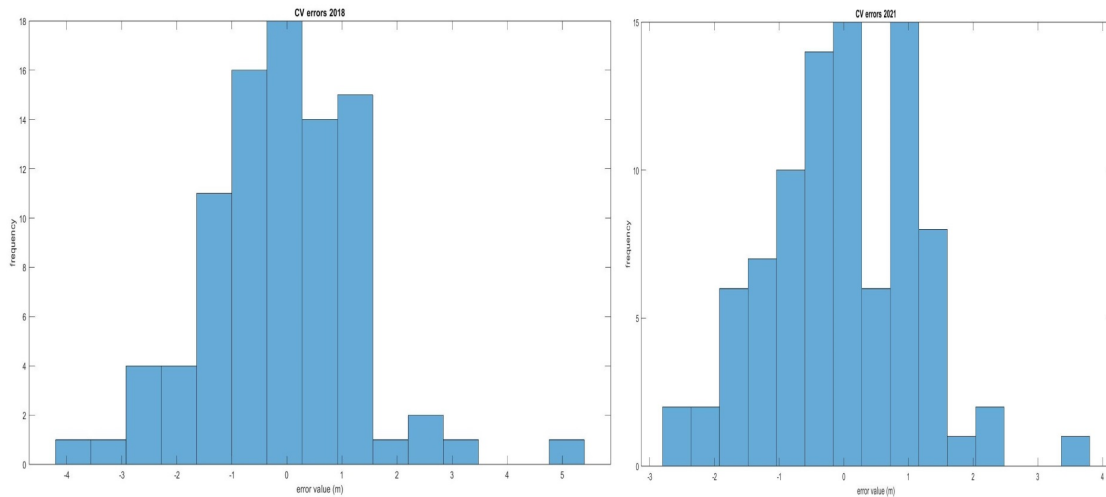
Εν κατακλείδι, δεν μπορεί να γίνει αποτύπωση στους χάρτες της τυπικής απόκ-



Εικόνα 4.7: Χάρτες τυπικής απόκλισης σφάλματος Kriging με μετασχηματισμό λογαρίθμου.

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

λίσης σφάλματος του λογαριθμισμένου Kriging. Αντίθετα μέσω της αβεβαιότητας  $\sigma_{OK}$  μπορεί να παρατηρηθεί κατά πόσο μεγαλώνει η αβεβαιότητα μακριά από τις θέσεις των γεωτρήσεων. Αναλυτικότερα, στους χάρτες τις Εικόνες 4.7 ότι η αβεβαιότητα σταδιακά αυξάνεται. Για τα δεδομένα τις χρονιάς 2021 παρατηρείται μεγαλύτερου βαθμού αβεβαιότητα σε σχέση με τα δεδομένα του 2018. Ειδικότερα, κοντά στις θέσεις των γεωτρήσεων οι τιμές της αβεβαιότητας για το 2021 κυμαίνονται από 0.5-0.75 ενώ αυξάνεται μέχρι 1.05-1.15. Με στόχο



Εικόνα 4.8: CV errors των στοιχείων 2018 και 2021 με μετασχηματισμό λογαρίθμου

να πραγματοποιηθεί σύγκριση και αξιολόγηση των λογαριθμισμένων τιμών με τις εκτιμώμενες τιμές δίνονται οι τιμές επαλήθευσης στα διαγράμματα στα ιστογράμματα της Εικόνας 4.8 και στο Πίνακα . Με βάση τα διαγράμματα σφάλματος της διασταυρωμένης επαλήθευσης (CV-errors), τα περισσότερα σφάλματα για το 2018 εμφανίζονται μεταξύ των τιμών -4 έως 3, ενώ στο 2021 παρατηρούνται από το -2.5 έως 2.5.

#### 4.4.2 Επαναφορά στην αρχική κλίμακα και τελική εκτίμηση των δεδομένων

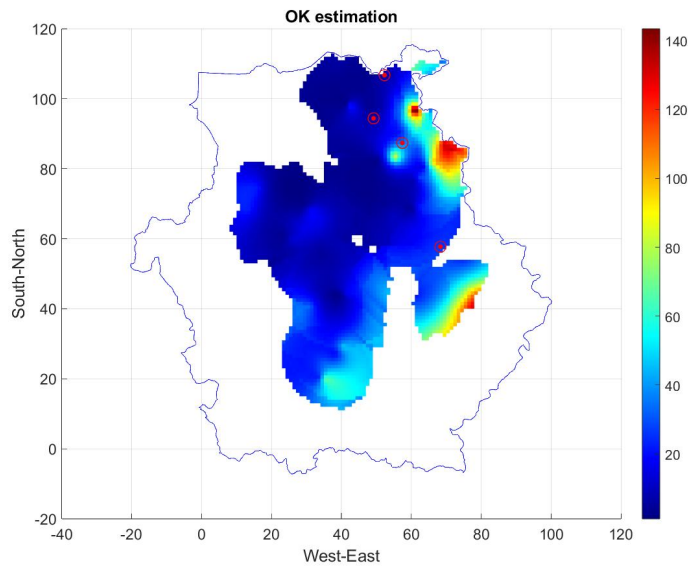
Με την εφαρμογή του κανονικού Kriging(OK), πραγματοποιείται απολογαρίθμηση στις τιμές της εκτίμησης της στάθμης. Στην περίπτωση των δεδομένων του 2018 και του 2021, δεν χρησιμοποιείται η έννοια της τάσης καθώς και στις δύο περιπτώσεις θεωρείται αμελητέα και δεν επηρεάζει με τις τιμές της την εφαρμογή του κανονικού Kriging. Η απολογαρίθμηση και στις δύο χρονιές πραγματοποιείται χωρίς την προσθήκη τάσης, σύμφωνα με την σχέση:

$$\hat{X}(\mathbf{u}) = \exp(X^{*'}(\mathbf{u})) \quad (4.5)$$

Οι χάρτες της απολογαρίθμησης της εκτίμησης των δεδομένων της στάθμης για τα έτη 2018, 2021 αντίστοιχα αποτυπώνονται από τις Εικόνες 4.9, 4.10, όπου απεικονίζονται και τα ορυχεία, με στόχο την οριοθέτηση τους εντός της περιοχής μελέτης. Αναλυτικά, στο χάρτη 4.9 του 2018, δεν παρατηρούνται πολύ απότομες μεταβολές στη στάθμη. Οι υψηλότερες τιμές παρατηρούνται στο βόρειο-ανατολικό τμήμα όπου βρίσκεται το λιγνιτωρυχείο του Αμύνταιου (Β) αλλά και προς τα νότια-ανατολικά της περιοχής μελέτης, όπου συναντάται το ορυχείο Φλώρινας-Πτολεμαΐδας(Α). Ήπιες μεταβολές παρατηρούνται στα άλλα δύο ορυχεία που βρίσκονται και το ένα στο βορειότερο σημείο που είναι το λιγνιτωρυχείο του Βεύη (Γ) και το δεύτερο που βρίσκεται βόρεια-δυτικά και είναι το λιγνιτωρυχείο της Αχλάδας(Δ). Στην περίπτωση της χρονιάς του 2021 δεν παρουσιάζονται μεγάλες διαφορές σε σχέση με τον χάρτη του 2018. Σύμφωνα με τον χάρτη 4.10, σχετικά υψηλές συγκεντρώσεις παρατηρούνται και σε αυτή την περίπτωση στο βόρειο-ανατολικό τμήμα και στο νότιο-ανατολικό τμήμα της περιοχής μελέτης. Ακολούθως τα τέσσερα ορυχεία που εμφανίζονται στον χάρτη βρίσκονται σε περιοχές με σχετικά ήπιες μεταβολές στην στάθμη

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4

των υδάτων. Τα μεγάλα κενά που εμφανίζονται είναι λόγω της απουσίας δεδομένων, τα οποία δεν επαρκούν για να καλύψουν όλο το εύρος της περιοχής.



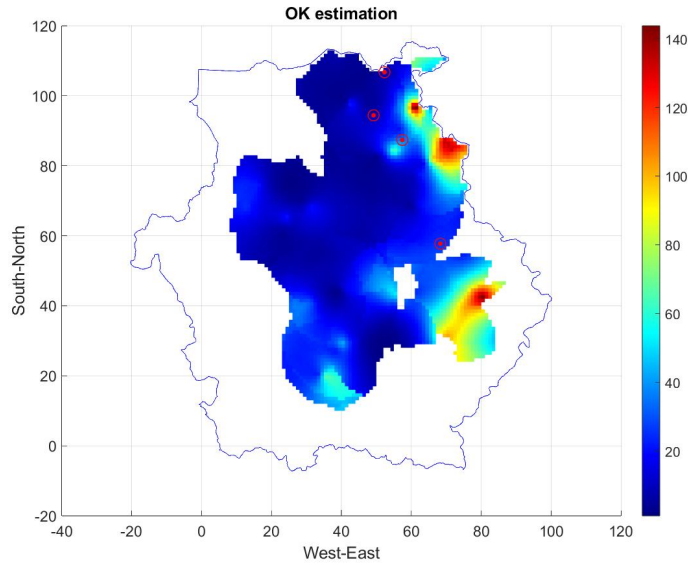
Εικόνα 4.9: Χάρτης εκτίμησης των δεδομένων της στάθμης με λογαριθμικό μετασχηματισμό για το 2018.

### 4.4.3 Εφαρμογή της μεθόδου διασταυρωμένης επαλήθευσης

Στην συνέχεια των παραπάνω εφαρμόστηκε η μέθοδος της διασταυρωμένης επαλήθευσης LOOCV με στόχο την αξιολόγηση των εκτιμώμενων τιμών της στάθμης για τα έτη 2018, 2021 αντίστοιχα. Τα ιστογράμματα της μεθόδου LOOCV μετά την αντιστροφή του λογαριθμικού μετασχηματισμού αποτυπώνονται στην Εικόνα 4.11.

Αξιολογώντας τα ιστογράμματα τις Εικόνας 4.11 διαπιστώνεται ότι για τα δεδομένα της στάθμης για την χρονιά 2018 υπάρχουν κάποιες ακραίες τιμές. Αυτές παρατηρούνται στο -150 και -50. Στο ιστογράμματα του 2018 παρατηρούν-

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4



Εικόνα 4.10: Χάρτης εκτίμησης των δεδομένων της στάθμης με λογαριθμικό μετασχηματισμό για το 2021.

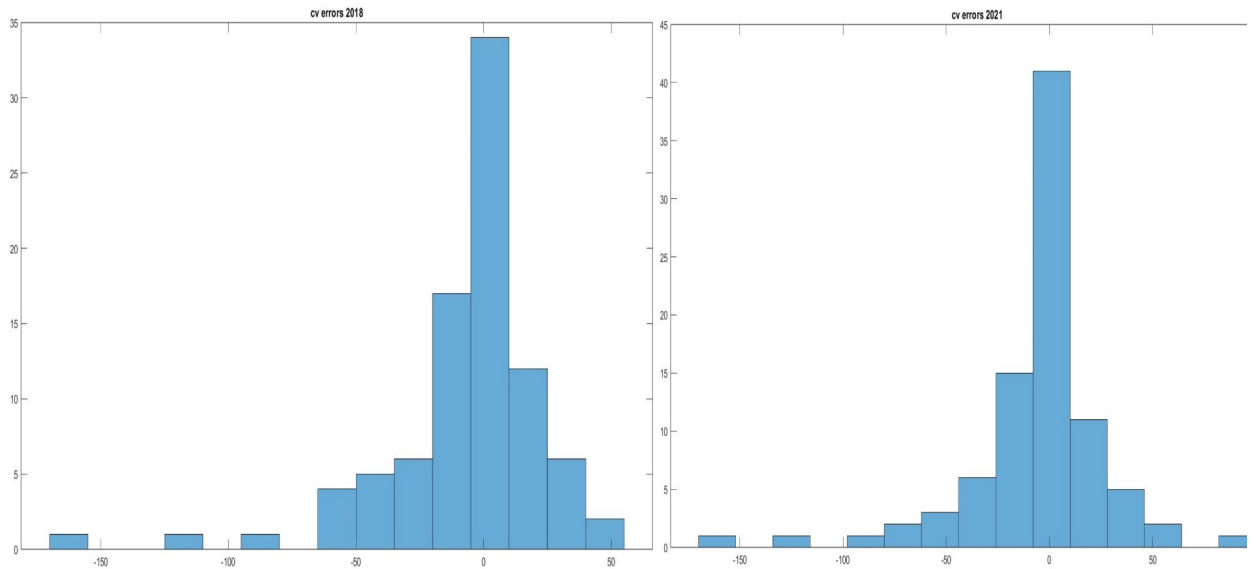
Πίνακας 4.4: Τιμές επαλήθευσης στις απολογαριθμισμένες τιμές, όπου  $MAE$  είναι το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα,  $RMSE$  η ρίζα του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος,  $MaxAE$  η τιμή του Μέγιστου Απόλυτου Σφάλματος και  $\rho$  ο συντελεστής συσχέτισης.

	2018(m)	2021 (m)
MAE	20.7404	21.5440
RMSE	32.6155	35.0947
ME	-7.5513	-5.7441
Rho	0.5592	0.4378

ται ακραίες τιμές οι οποίες όμως έχουμε αρκετά μικρό εύρος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η LOOCV μπορεί να αντιμετωπίσει προβλήματα όταν υπάρχουν δεδομένα τα οποία έχουν πολύ διαφορετικές τιμές από τις γειτονιές τους. Το ίδιο ισχύει και για τα δεδομένα της στάθμης του 2021.

Ακολουθώντας στο πίνακα 4.4 παρατίθενται στατιστικές τιμές επαλήθευσης.

## Chapter 4. Κεφάλαιο 4



Εικόνα 4.11: CV errors των δεδομένων της στάθμης 2018 και 2021

Από την αποτύπωση του Πίνακα 4.4 παρατηρείται ότι η τιμή του RMSE των δεδομένων του 2018 είναι κατά 2/3 μεγαλύτερη από την τιμή του MAE, όπως ακριβώς συμβαίνει και για τα δεδομένα του 2021. Μελετώντας τις τιμές του ME, παρατηρείται ότι η τιμή περίπου -7.5513 στην χρονιά 2018 υποδηλώνει την ύπαρξη συστηματικού σφάλματος. Όταν ο ενδιάμεσος για την συγκεκριμένη χρονιά είναι 16.23 και ο μέσος όρος είναι κοντά στο 30, ένα συστηματικό σφάλμα κοντά στο -8 είναι αρκετά μεγάλο, αυτό σημαίνει ότι όλη η διαδικασία που πραγματοποιήθηκε φανερώνει μία συστηματική υποβάθμιση. Ένας από τους λόγους που συμβαίνει αυτό είναι διότι αν πραγματοποιηθεί προσπάθεια εκτίμησης των τιμών με τους γείτονες δεν θα μπορέσει να επιτευχθεί καθώς το Kriging δεν μπορεί να ανιχνεύσει μεγάλες τιμές όταν όλες οι γειτονικές τιμές είναι μικρές. Παρόμοια συνθήκη επικρατεί και για το έτος 2021, μελετώντας το ME παρατηρείται και σε αυτή την περίπτωση η τιμή -5.7441 για την χρονιά 2021 υποδηλώνει την ύπαρξη συστηματικού σφάλματος. όταν ο ενδιάμεσος για την συγκεκριμένη χρονιά είναι 16.51 και ο μέσος όρος βρίσκεται κοντά



στο 29, ένα συστηματικό σφάλμα κοντά στο -6 είναι αρκετά μεγάλο, αυτό σημαίνει και σε αυτή την περίπτωση συστηματική υποβάθμιση. Εν συνεχεία, οι ακραίες τιμές του συνόλου δεδομένων μπορούν να επηρεάσουν σημαντικά των συντελεστή συσχέτισης. Η ύπαρξη ακραίων τιμών των δεδομένων του 2018 και του 2021 αποδίδει συντελεστή συσχέτισης  $\rho=0.56$  και  $\rho=0.44$  αντίστοιχα. Οι τιμές αυτές των δύο ετών υποδεικνύουν μέτρια προς ασθενής συσχέτιση, γεγονός που υποδηλώνει ότι επηρεάζεται σημαντικά από τις ακραίες τιμές που υπάρχουν.

## 4.5 Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Η επιλογή της συγκεκριμένης μεθόδου Kriging (Ordinary) για την χωρική εκτίμηση των δεδομένων αποδείχθηκε αποτελεσματική. Από τα αποτελέσματα της εκτίμησης που προέκυψαν για τις χρονιές 2018 και 2021, τα οποία απεικονίζονται στους χάρτες 4.9, 4.10 παρατηρείται στο βόρειο-ανατολικό τμήμα όπου βρίσκεται το λιγνιτωρυχείο του Αμυνταίου (Β) στο οποίο παρατηρείται μείωση της στάθμης. Αντιστοίχως στο νότιο-ανατολικό τμήμα υπάρχει το λιγνιτωρυχείο της Φλώρινας-Πτολεμαΐδας(Α) στο οποίο επίσης παρατηρείται πτώση της στάθμης, καθώς γινόταν άντληση των υπόγειων υδάτων. Ακολουθώντας, μεταβολές σε σχέση με την στάθμη των υπόγειων υδάτων παρατηρούνται στα υπόλοιπα δύο λιγνιτωρυχεία όπου βρίσκονται το ένα στο βορειότερο σημείο του χάρτη και είναι το λιγνιτωρυχείο του Βεύη (Γ) όπου παρουσιάζεται η πιο ήπια πτώση της στάθμης και το δεύτερο το οποίο βρίσκεται βόρεια-δυτικά και είναι το λιγνιτωρυχείο της Αχλάδας(Δ), όπου σε αυτή την περίπτωση το επίπεδο της στάθμης των υπόγειων υδάτων παρουσιάζει και σε αυτή την περίπτωση μείωση. Τα λιγνιτωρυχεία που λειτουργούν στην περιοχή του GR09, αναπτύσσονται εντός των νεογενών ιζημάτων που έχουν αποτεθεί επί του βραχώδους παλαιοϋποβάθρου.

#### Chapter 4. Κεφάλαιο 4

Η εξορυκτική αυτή δραστηριότητα, η οποία επηρεάζει ιδιαίτερα σημαντικούς υπόγειους υδροφορείς, βρίσκεται σε άμεση ανάπτυξη στο Υπόγειο Υδατικό Σύστημα GR0900050 (κοκκώδες σύστημα Αμυνταίου) και στο Υπόγειο Υδατικό Σύστημα GR0900060 (κοκκώδες σύστημα Πτολεμαΐδας) ενώ αντίστοιχης μορφής λιγνιτωρυχεία υπάρχουν στην Περιφερειακή ενότητα Φλώρινας (λιγνιτωρυχεία Βεύης) και Αχλάδας, Μελίτης τα οποία βρίσκονται σε λειτουργία καθώς και στην περιφερειακή ενότητα Κοζάνης (Δ. Σερβίων, Μεταλλεία ΛΑΡΚΟ).[32]

Συμπερασματικά, η μείωση της στάθμης που παρουσιάζουν τα λιγνιτωρυχεία του Αμυνταίου(Β), του Βεύη(Γ), της Φλώρινας-Πτολεμαΐδας(Α) και Αχλάδας(Δ) μπορεί να οφείλεται στην υπεράντληση νερών από λίμνες και υπόγεια αποθέματα για την ψύξη των λιγνιτικών μονάδων. Η ποσοτική υποβάθμιση οφείλεται κατά κύριο λόγο στην υπεράντληση λόγω αρδευτικής χρήσης, ενώ τοπικά στις περιοχές δραστηριότητας της ΔΕΗ οφείλεται στις αντλήσεις που πραγματοποιούνται για υποβιβασμό της στάθμης του υπόγειου νερού καθώς η εξόρυξη γίνεται εν ξηρώ. Η κακή ποιοτική κατάσταση του κοκκώδους Πτολεμαΐδας οφείλεται κατά κύριο λόγο στις αυξημένες συγκεντρώσεις  $\text{NO}_3$ , αποτέλεσμα της εκτεταμένης γεωργίας. Γίνεται άντληση όχι μόνο των εκμεταλλεύσιμων αλλά και μέρους των μόνιμων αποθεμάτων (αποθήκες νερού), τα οποία δεν είναι αναπληρώσιμα παρά μόνο σε πλούσια υδρολογικά έτη. Έτσι τα φυσικά αποθέματα μειώνονται συνεχώς. Παράλληλα, ειδικά στην περιοχή της Καστοριάς και των λιμνών Αμυνταίου, τα εδάφη δέχονται έντονες πιέσεις από τη χρήση αγροχημικών (λιπάσματα και φυτοφάρμακα) ως απόρροια της εντατικοποίησης της αγροτικής παραγωγής. Τα εδάφη της περιοχής και κυρίως στην ζώνη Αμυνταίου(Β) υφίστανται σημαντικές επιβαρύνσεις εξαιτίας της υφισταμένης δέσμευσης μεγάλης έκτασης γης για τα ορυχεία της ΔΕΗ Α.Ε. και της συναπόθεσης στείρων και τέφρας, η οποία μπορεί να οφείλεται στους λιθολογικούς σχηματισμούς εντός των οποίων κινείται το υπόγειο νερό. Ακολούθως στο υποβιβασμό της

#### Chapter 4. Κεφάλαιο 4

στάθμης του υπόγειου νερού που αναπτύσσεται εντός των υπερκείμενων οριζόντων έτσι ώστε η εξόρυξη του λιγνίτη να γίνεται εν ξηρώ. Αυτό γίνεται με την κατασκευή και λειτουργία παράλληλων σειρών υδρογεωτρήσεων και με την εφαρμογή συστήματος άντλησης και απομάχρυνσης του υπόγειου νερού.

## Κεφάλαιο 5

### Συμπεράσματα-Προτάσεις

#### 5.1 Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε με σκοπό τη γεωστατιστική μελέτη και ανάλυση της στάθμης των υπόγειων υδάτων για δύο χρονιές (2018,2021) για την περιοχή της Δυτικής Μακεδονίας. Η μεταβολή της στάθμης και συγχεκριμένα η πτώση της στάθμης μπορεί να δημιουργήσει πολλά περιβαλλοντικά προβλήματα και σοβαρό κίνδυνο στη γύρω περιοχή. Η γεωστατιστική ανάλυση πραγματοποιήθηκε σε περιβάλλον προγραμματισμού Matlab σε δεδομένα στάθμης που παραχώρησε το Ινστιτούτο Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών(ΙΓΜΕ). Οι σταθμοί παρακολούθησης υπόγειων υδάτων κατανέμονται σε τέσσερις περιοχές μελέτης: Αμυνταίου(Β), Αχλάδας(Δ), Βεύη(Γ) και Φλώρινας-(Α). Η Ελληνική Αρχή Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών (Ε.Α.Γ.Μ.Ε) έχει βοηθήσει σημαντικά στην διαχείριση της περιβαλλοντικής ρύπανσης και της μελέτης των υπόγειων υδάτων στο επίπεδο της στάθμης. Συγχεκριμένα, έχει αναλάβει το έργο του δικτύου παρακολούθησης των υπόγειων νερών και συμμετέχει στην πραγματοποίηση μελετών περιβαλλοντικής αποκατάστασης χώρων ανεξέλεγκτης διάθεσης αποβλήτων.

## Chapter 5. Συμπεράσματα-Προτάσεις

Αρχικά, πραγματοποιήθηκε λογαρίθμηση στα δεδομένα της στάθμης και στην συνέχεια απολογαρίθμηση με σκοπό την καλύτερη εκτίμηση των δεδομένων που ταιριάζουν καλύτερα στην κανονική κατανομή. Οι τιμές της τάσης έδειξαν πως δεν επηρεάζουν τα αποτελέσματα της εκτίμησης καθώς είναι αρκετά μικρές. Ο συντελεστής συσχέτισης παρουσίασε ισχυρή συσχέτιση και για τα δύο έτη. Μετά τον έλεγχο της προσαρμογής διαφόρων μοντέλων ημιβαριογραμμάτος με το εμπειρικό ημιβαριόγραμμα, επιλέχθηκε το σφαιρικό μοντέλο και για τις δύο χρονιές. Το μοντέλο αυτό είχε την καλύτερη προσαρμογή με βάση την αθροιστική τετραγωνική απόκλιση. Κατά την απολογαρίθμηση παρατηρείται nugget επειδή στην χρονιά 2018 παρατηρούνται περισσότερες χωρικές μεταβολές, σε σχέση με το 2021. Ωστόσο, το  $\gamma(\mathbf{r})$  είναι αρκετά κοντά διότι στα 80 km παρατηρείται μεγάλη κορυφή. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του LOOCV, ακριβείς αποτελέσματα λαμβάνονται και για τα δύο έτη συμπεριλαμβάνοντας όλα τα δεδομένα. Οι εκτιμήσεις της στάθμης που προέκυψαν, βρίσκονται κοντά σε πραγματικές τιμές, με εξαίρεση την ύπαρξη ορισμένων ακραίων τιμών. Αναλυτικότερα, εάν αφαιρέσουμε μία τιμή που είναι ακραία υψηλά ή ακραία χαμηλά πολύ περισσότερο από ότι οι γειτονικές τιμές της, το kriging δεν μπορεί να ανιχνεύσει αυτή την ακραία τιμή λόγω των γειτόνων της, συνεπώς θα υπάρξει μεγάλη απόκλιση. Ακολούθως, οι εκτιμήσεις των δεδομένων επηρεάζονται από την ακτίνα γειτονίας που έχει οριστεί από το μήκος συσχέτισης. Το μήκος συσχέτισης το οποίο αποδίδεται μέσω της βαριογραφίας, δηλώνει ότι η διαδικασία προσαρμογής του βαριογράμματος είναι ικανοποιητική.

Το MAE όμως δεν διαφοροποιείται πολύ στην περίπτωση αυτή καθώς δεν επηρεάζεται τόσο από ακραίες τιμές, σε σχέση με το RMSE που είναι πιο ευαίσθητο σε ακραίες τιμές. Τα αποτελέσματα αυτά οδηγούν στο συμπέρασμα πως δεν είναι καλή πρακτική να βασίζεται ο ερευνητής μόνο σε ένα μέτρο επαλήθευσης καθώς μπορεί να οδηγηθεί σε εσφαλμένα συμπεράσματα.

## Chapter 5. Συμπεράσματα-Προτάσεις

Στη συνέχεια, ακολούθησε η μέθοδος του Κανονικού Kriging , η οποία εφαρμόστηκε στα δεδομένα των λογαρίθμων. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της μεθόδου kriging αναλύθηκε η χωρική αβεβαιότητα και βρέθηκε ύπαρξη ακραίων τιμών στα δεδομένα. Οι έντονες διακυμάνσεις των εκτιμήσεων της μεθόδου kriging οφείλονται κυρίως σε διαφορετικό υδρογεωλογικό υπόβαθρο. Ακολούθως, πραγματοποιήθηκε απολογαρίθμηση, ώστε να επανέλθει η εκτίμηση στην αρχική της κλίμακα.

Η δημιουργία των χαρτών με την βοήθεια της μεθόδου Kriging εφαρμόστηκε στα σημεία εκτίμησης και πραγματοποιήθηκε η πρόβλεψη της στάθμης των υπόγειων υδάτων στα σημεία εκτίμησης και η αβεβαιότητα της εκτίμησης στα σημεία πρόβλεψης. Όπως μπορεί να παρατηρηθεί στο λιγνιτωρυχείο του Αμυνταίου (Β), τα επίπεδα της στάθμης είναι μειωμένα, γεγονός που υποδηλώνει την υπεράντληση των υπόγειων υδάτων. Στο λιγνιτωρυχείο Πτολεμαΐδας-Φλώρινας (Α) παρουσιάζεται και σε αυτή την περίπτωση μείωση στη στάθμη. Η πτώση της στάθμης όπως παρατηρείται μειώνεται προς το νότιο-ανατολικό τμήμα της περιοχής του ορυχείου. Επιπροσθέτως, στο ορυχείο του Βεύη (Γ) και της Αχλάδας(Δ) επικρατεί μειωμένη στάθμη με ηπιότερη όμως μείωση.

Μέσα στον 21ο αιώνα έχουν πραγματοποιηθεί μελέτες και σχέδια περιβαλλοντικής διαχείρισης για την προστασία των υπόγειων υδάτων από την ρύπανση και την υποβάθμιση τους. Αποτελεί πρωταρχικό κομμάτι η μέριμνα και προστασία του περιβάλλοντος της περιφερειακής ενότητας της Δυτικής Μακεδονίας με σκοπό να μειωθεί το περιβαλλοντικό αποτύπωμα. Οι μεταλλευτικές εργασίες και επιχειρήσεις της περιοχής είναι σημαντικό να αξιολογήσουν τα υψηλά επίπεδα ρύπανσης που μπορεί να προκληθούν και να εφαρμοστούν τα κατάλληλα μέτρα διαχείρισης για την προστασία του οικοσυστήματος.

### 5.1.1 Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με περιοχές μεταλλευτικού στο υδατικό διαμέρισμα της Δυτικής Μακεδονίας, όπου η στάθμη του υπόγειου υδροφορέα είναι σε χαμηλά επίπεδα. Σκοπός της έρευνας είναι η αξιολόγηση των υπογείων υδάτων στις μεταλλευτικές περιοχές που παρουσιάζουν υψηλό κίνδυνο μόλυνσης. Η χρήση του Indicator kriging (3.6) Πρόκειται για μια μέθοδο, η οποία εστιάζει στην κατασκευή χαρτών που φανερώνουν την πιθανότητα του σημείου να έχει τιμή μικρότερη από αυτή που έχει τεθεί ως κατώφλι. Η χρήση του Indicator Kriging θα μπορούσε να αξιοποιηθεί με σκοπό να προσδιοριστεί πιθανή υπεράντληση των υπόγειων υδάτων κοντά σε κατοικημένες περιοχές της περιοχής μελέτης. Ομοίως, θα μπορούσε να εφαρμοστεί και η μέθοδος Universal Kriging (βλ. 3.6). Αναλυτικότερα, στην μέθοδο αυτή γίνεται η εκτίμηση των τιμών της συγκέντρωσης σε άγνωστες θέσεις, λαμβάνοντας υπόψη και την αβεβαιότητα που προκύπτει από την τάση και την χωρική συσχέτιση των δεδομένων. Ακόμη, θα μπορούσαν να εφαρμοστούν Δεσμευμένες Προσομοιώσεις (Conditional Simulations). Η ισχύς της προσομοίωσης υπό όρους στην αξιολόγηση των ορυκτών πόρων είναι ζωτικής σημασίας, διαδραματίζοντας σημαντικό ρόλο στην αξιολόγηση των συναφών κινδύνων. Σε αυτό το πλαίσιο, η πιθανότητα χρησιμεύει ως μέτρο κινδύνου. Δημιουργώντας πολλαπλές, εξίσου πιθανές υλοποιήσεις χωρικά κατανεμημένων δεδομένων με βάση γνωστά σημεία δεδομένων, η προσομοίωση υπό όρους επιτρέπει στις ομάδες εξόρυξης να λαμβάνουν τεκμηριωμένες αποφάσεις σχετικά με τις μεθόδους εξόρυξης και επεξεργασίας.

# ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]
- [2] Marcel Abel. Kriging interpolation. rstudio, qgis and arcmap geostatistical analysis. groundwater flow. video introduction about the geostatistical analysis course. 2020.
- [3] Vasiliki D Agou, Andrew Pavlides, and Dionissios T Hristopulos. Spatial modeling of precipitation based on data-driven warping of Gaussian processes. *Entropy*, 24(3):321, 2022.
- [4] Franz Aurenhammer. Voronoi diagrams—a survey of a fundamental geometric data structure. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 23(3):345–405, 1991.
- [5] Tianfeng Chai and Roland R Draxler. Root mean square error (rmse) or mean absolute error (mae). *Geoscientific Model Development Discussions*, 7(1):1525–1534, 2014.
- [6] J.P. Chiles and P. Delfiner. *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. Wiley, Hoboken, NJ, USA, 2012.
- [7] G. Christakos. *Random Field Models in Earth Sciences*. Academic Press, San Diego, 1992.



## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [8] N. Cressie. The origins of kriging. *Mathematical Geology*, 22(3):239–252, 1990.
- [9] N. Cressie. *Spatial Statistics*. John Wiley and Sons, New York, 1993.
- [10] Carlos D Da Rosa, James S Lyon, and Philip M Hocker. *Golden dreams, poisoned streams: how reckless mining pollutes America’s waters, and how we can stop it*. Mineral Policy Center, 1997.
- [11] Harold J Greene. Evaluation of corrosion protection methods for aluminum metal matrix composites. 1993.
- [12] Tomislav Hengl, Gerard BM Heuvelink, and David G Rossiter. About regression-kriging: From equations to case studies. *Computers & geosciences*, 33(10):1301–1315, 2007.
- [13] Dionissios T. Hristopulos. Spartan Gibbs random field models for geostatistical applications. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 24(6):2125–2162, 2003.
- [14] Dionissios T. Hristopulos. Stochastic local interaction (sli) model: Bridging machine learning and geostatistics. *Computers and Geosciences*, 85:26–37, 2015. Statistical learning in geoscience modelling: Novel algorithms and challenging case studies.
- [15] Dionissios T. Hristopulos. *Random Fields for Spatial Data Modeling: A Primer for Scientists and Engineers*. Springer/Nature, Dordrecht, the Netherlands, 2020.
- [16] Dionissios T. Hristopulos and Vasiliki D. Agou. Stochastic local interaction model with sparse precision matrix for space–time interpolation. *Spatial Statistics*, 40:100403–, 2020.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [17] Dionissios T. Hristopulos and Anastassia Baxevasi. Kaniadakis functions beyond statistical mechanics: Weakest-link scaling, power-law tails, and modified lognormal distribution. *Entropy*, 24(10):1362, 2022.
- [18] EFSA J. Efsa panel on dietetic products, nutrition, and allergies (nda) scientific opinion on dietary reference values for water. 2010.
- [19] D. G. Krige. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand. *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mineral Society of South Africa*, 52:119–139, 1951.
- [20] Mustafa Arnaout Mustafa. The importance of water to life of human beings and its use in mountainous rodopi, thrace, greece. 2016-2017.
- [21] A. Pavlides, Dionissios Hristopulos, Christos Roumpos, and Zach Agioutantis. Spatial modeling of lignite energy reserves for exploitation planning and quality control. *Energy*, 93:1906–1917, 12 2015.
- [22] Γεωλογική Υπηρεσία των ΗΠΑ (USGS). Γεωλογική Υπηρεσία των ΗΠΑ στο Οδηγός Ανάπτυξης Διαθεματικών Δραστηριοτήτων Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης.
- [23] EA Varouchakis and DT Hristopulos. Comparison of stochastic and deterministic methods for mapping groundwater level spatial variability in sparsely monitored basins. *Environmental Monitoring and Assessment*, 185(1):1–19, 2013.
- [24] E.A. Varouchakis, D.T. Hristopulos, and G.P. Karatzas. Improving kriging of groundwater level data using nonlinear normalizing transformations—a field application. *Hydrological Sciences Journal*, 57(7):1404–1419, 2012.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [25] Emmanouil A Varouchakis, Gerald A Corzo, George P Karatzas, and Anastasia Kotsopoulou. Spatio-temporal analysis of annual rainfall in Crete, Greece. *Acta Geophysica*, 66(3):319–328, 2018.
- [26] Emmanouil A Varouchakis and Dionissios T Hristopulos. Improvement of groundwater level prediction in sparsely gauged basins using physical laws and local geographic features as auxiliary variables. *Advances in Water Resources*, 52:34–49, 2013.
- [27] ΔΕΗ ΑΕ. Γενική Διεύθυνση Παραγωγής, Υδροηλεκτρικοί σταθμοί- Διαχείριση υδατικών πόρων. 2002.
- [28] Μαριάννα Γαλανάκη. Διπλωματική Εργασία:Γεωστατιστική Ανάλυση Ρυπαντών σε υπόγεια νερά στο υδατικό διαμέρισμα της Δυτικής Μακεδονίας με έμφαση στους προερχόμενους από Μεταλλευτικές Δραστηριότητες. 2023.
- [29] Τμήμα Γεωλογίας. Λιγνιτικά Κοιτάσματα. *Πανεπιστήμιο Πάτρας*, 2007.
- [30] Παναγιώτα Γκάφα. Γεωστατιστική ανάλυση αποθεμάτων γαιάνθρακα βάσει δεδομένων από την κομητεία campbell των ΗΠΑ. 2017.
- [31] Ευγενία Διαμαντοπούλου. Γεωστατιστική Ανάλυση Δεδομένων Υπόγειων Υδάτων σε Περιοχή Μεταλλευτικής Δραστηριότητας. 2023.
- [32] Υπουργείο Περιβάλλοντος και Ενέργειας. 1η Αναθεώρηση Σχεδίου Διαχείρισης Λεκανών Απορροής Ποταμών Υδατικού Διαμερίσματος Δυτικής Μακεδονίας(el09). 2017.
- [33] Γενική Διεύθυνση Περιβάλλοντος Ευρωπαϊκή Επιτροπή. *Προστασία των υπόγειων υδάτων στην Ευρώπη*. Εκδόσεις Ευρωπαϊκής Ένωσης, 2008.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [34] Χαρίκλεια-Παναγιώτης Θηβαίου. Σύγκριση προϊόντων κατακρήμνισης από γεωστατιστικές και τηλεπισκοπικές μεθόδους για την περιοχή της δυτικής Αυστραλίας. pages 85–87, 2010.
- [35] ΙΓΜΕ. Καταγραφή και αποτίμηση των υδρογεωλογικών χαρακτήρων των υπογείων νερών και των υδροφόρων συστημάτων της χώρας. Υπόεργο 3: Παρακολούθηση ισοζυγίων άνω ρου Αλιάκμονα, Βερμίου, Πτολεμαΐδας. 2009.
- [36] Βουδούρης Κ. *Υδρογεωλογία περιβάλλοντος, υπόγεια νερά και περιβάλλον*. Εκδόσεις Τζιόλα, 2009.
- [37] Αθανάσιος Λουκάς. Υδρολογική Προσομοίωση και Πρόγνωση - Ενότητα 4: Γεωστατιστική. *Εργαστήριο Υδρολογίας και Ανάλυσης Υδατικών Συστημάτων Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Πολυτεχνική Σχολή Θεσσαλίας*.
- [38] Ειδική Υπηρεσία Διαχείρισης Επιχειρησιακού Προγράμματος Περιφέρειας Δυτικής Μακεδονίας. Πρόγραμμα Περιφέρειας Δυτικής Μακεδονίας. 2023.
- [39] Ματενίδης Παναγιώτης. Διπλωματική Εργασία :Γεωστατιστική ανάλυση λιγνιτικών δεδομένων απο το Ορυχείο Καρδιάς του Λιγνιτικού Κέντρου Δυτικής Μακεδονίας. 2017.
- [40] Ζαραφίδης Δημήτριος και Φραγκίσκος Παυλουδάκης. Ο ΛΙΓΝΙΤΗΣ ΤΗΣ ΠΤΥΟΛΕΜΑΪΔΑΣ, Ιστορία, Παρούσα κατάσταση. 2010.
- [41] Ανδρέας Παύλιδης. Σύγκριση μεθόδων υπολογισμού αποθεμάτων λιγνίτη στο ορυχείο του Αμύνταιου και ανάπτυξη δείκτη εκμεταλλευσιμότητας. 2008.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [42] Γ Σούλιος. *Γενική Υδρογεωλογία, Πρώτος Τόμος, Ανατύπωση*. University Studio Press. Θεσσαλονίκη, 1996.
- [43] Αγγελική Φωκά. Διπλωματική εργασία: Πολυκινδυνικά Τοπία λιγνιτωρυχείων – Η περίπτωση των λιγνιτωρυχείων Αχλαδάς. *Χαροκόπειο Πανεπιστήμιο*, 2021.
- [44] Ευστρατία Η. Χαριτίδου. Επιλογή Οικογένειας Μετασχηματισμών Σε Μπεϋζιανά Στατιστικά Μοντέλα: Μεθοδολογία Και Εφαρμογές. 2016.
- [45] Πηνελόπη Χατζηγεωργίου-Σταυράκη. Impact of the heavy metals contamination in mining activity areas to the health of the local population. 1998.
- [46] Διονύσιος Θ. Χριστόπουλος. *Εφαρμοσμένη Γεωστατιστική*. 2014.
- [47] Διονύσιος Θ. Χριστόπουλος. *Εισαγωγή στις Πιθανότητες και τη Στατιστική για Μηχανικούς*. 2016.