



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

Διπλωματική Εργασία

Μελέτη διεργασιών ελαφρώς συμπιεστής μονοφασικής
και πολυφασικής ροής σε ετερογενείς ταμιευτήρες Υ/Α.

Σταύρος Παρασκάκης

A.M. 20160233

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Γιώτης Ανδρέας, Επίκουρος Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων,
Πολυτεχνείο Κρήτης, Επιβλέπων

Ιψάκης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και
Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

Μαρινάκης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων,
Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας

Μάρτιος 2024

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Με την καλύτερη οργάνωση της εκμετάλλευσης των κοιτασμάτων υδρογοναθράκων μπορεί να επιτευχθεί η παράταση ζωής τους, αλλά και η μεγιστοποίηση της παραγωγής. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται μοντέλα προσομοίωσης μέσω των οποίων αξιολογούνται διαφορετικά σχέδια παραγωγής με σκοπό την εύρεση του βέλτιστου.

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής είναι η ανάπτυξη ενός αριθμητικού προτύπου ροής με σκοπό τον υπολογισμό ανάκτησης πετρελαίου τόσο σε ομοιογενείς όσο και ετερογενείς ταμιευτήρες. Το μοντέλο επιτρέπει την διαστασιοποίηση του ταμιευτήρα και τις συνθήκες που επικρατούν κατά την παραγωγή (διαπερατότητα, πορώδες, ιξώδες φάσεων, κορεσμός, ταχύτητα εισπίεσης, χρόνος εκμετάλλευσης, πυκνότητα ρευστών, ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα). Έτσι δίνεται η δυνατότητα μεταβολής των συνθηκών παραγωγής ανάλογα με το επιθυμητό σενάριο. Με αυτό τον τρόπο επιτρέπεται η παρακολούθηση και η μελέτη της συνολικής διαδικασίας για διαφορετικές συνθήκες με σκοπό να εξαχθούν τα απαραίτητα αποτελέσματα.

Το μοντέλο εφαρμόστηκε για τρεις διαφορετικές συνθήκες εκμετάλλευσης :

- *Κλειστός ταμιευτήρας με σταθερό ρυθμό άντλησης στο φρεάτιο ίσο με 300 bbl/day και μηδενική ροή στο όριο του (ψευδομόνιμη ροή).*
- *Κλειστός ταμιευτήρας με σταθερή πίεση στο φρεάτιο ίση με το 90% της αρχικής και μηδενική ροή στο όριο του (μη μόνιμη ροή, πρωτογενής παραγωγή).*
- *Ανοιχτός ταμιευτήρας με σταθερό ρυθμό άντλησης στο πηγάδι ίσο με 300 bbl/day και σταθερή πίεση στο όριο του (μόνιμη ροή, δευτερογενής παραγωγή).*

Επιπλέον μέσω του μοντέλου έγινε μια ανάλυση ευαισθησίας που αφορούσε έναν όρο εξαρτώμενο από την ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα και την διαπερατότητα για την πρώτη συνθήκη εκμετάλλευσης, καθώς φάνηκε πως ήταν υπεύθυνος για σημαντικές διαφοροποιήσεις κατά την διαδικασία.

Τέλος μελετήθηκε και η περίπτωση εκμετάλλευσης γραμμικού ταμειυτήρα με φυσικό πρότυπο διφασικής ροής.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	2
1 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΥΔΡΟΓΟΝΑΝΘΡΑΚΩΝ	5
1.1. ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ.....	5
1.2. ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΠΡΩΤΟΓΕΝΟΥΣ ΚΑΙ ΔΕΥΤΕΡΟΓΕΝΟΥΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ.....	7
1.2.1. WATERFLOODING	11
1.3. ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΡΟΗΣ	12
1.3.1. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΡΟΗ	13
1.3.2. ΑΚΤΙΝΩΤΗ ΡΟΗ	16
2 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΦΥΣΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΜΟΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΚΤΙΝΩΤΟ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ	20
2.1. ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΣΕ ΑΚΤΙΝΩΤΗ ΡΟΗ	21
2.2. ΧΡΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΡΟΗ	22
3 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΣΕ MATLAB	24
3.1. Α΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ : ΨΕΥΔΟΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ.....	26
3.2. Β΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: ΜΗ ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ – ΠΡΩΤΟΓΕΝΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗ	31
3.3. Γ΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ : ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ – ΔΕΥΤΕΡΟΓΕΝΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗ.....	37
4 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ	42
5 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΦΥΣΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ	54
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	61
ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	61
ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΣΤΑ ΜΕΛΕΤΟΥΜΕΝΑ ΜΕΓΕΘΗ	62
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	64
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	69
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ	74
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ	79
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	85

1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΥΔΡΟΓΟΝΑΝΘΡΑΚΩΝ

1.1. ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ

Τα πετρώματα ταμειυτήρες ορίζονται ως τα πετρώματα με επαρκές πορώδες και διαπερατότητα για την αποθήκευση και κίνηση ρευστών και συνεπώς απαραίτητη προϋπόθεση για την πετρελαιοσυγκέντρωση είναι η ύπαρξη τέτοιου πετρώματος με καλό πορώδες και διαπερατότητα. Στους πόρους του βρίσκονται εγκλωβισμένοι υδρογονάνθρακες (σε υγρή ή/και αέρια κατάσταση) και νερό.

Το πορώδες και η διαπερατότητα επηρεάζονται από την αποθετική γεωμετρία των πόρων των ιζημάτων του ταμειυτήρα και τις διαγενετικές αλλαγές που λαμβάνουν χώρο μετά την απόθεση. Το πορώδες του ταμειυτήρα επηρεάζει τα αποθέματα ενός πιθανού ή υπαρκτού πεδίου. Η διαπερατότητα επηρεάζει τον ρυθμό με τον οποίο τα ρευστά μπορούν να κινηθούν έξω από τον ταμειυτήρα κατά την παραγωγή. Ο ταμειυτήρας τις περισσότερες φορές βρίσκεται σε βάθος 1-4 km από την επιφάνεια της γης και καλύπτεται από το αδιαπέρατο πέτρωμα που λειτουργεί ως παγίδα (cap rock). Η γραμμή που ορίζει τα σύνορα μεταξύ ενός ταμειυτήρα πετρελαίου και του υδάτινου ορίζοντα του καλείται αρχική επαφή πετρελαίου-νερού (oil-water contact). Η ζώνη υδρογονανθράκων βρίσκεται πάνω από αυτή την επαφή, διότι η πυκνότητα όλων των φάσεων υδρογονανθράκων, ανεξάρτητα από την σύσταση και τις συνθήκες, είναι χαμηλότερη της πυκνότητας του νερού.

Το πορώδες εκφράζεται ως η ικανότητα του πετρώματος να συγκρατεί ρευστά στους πόρους και ορίζεται ως ο όγκος των κενών(πόρων) προς τον συνολικό όγκο του πετρώματος επί %.

$$\phi = \frac{V_v}{V_t} \quad (1.1)$$

όπου V_v ο όγκος κενών ,και V_t ο συνολικός όγκος

Το πορώδες διακρίνεται στο ολικό και το ενεργό/ωφέλιμο. Το ολικό αναφέρεται στον ολικό όγκο των κενών, ενώ το ενεργό εκφράζει τον όγκο των κενών που επικοινωνούν μεταξύ τους.

Η διαπερατότητα $k[m^2]$ εκφράζει την «ευκολία» με την οποία το πέτρωμα άγει ένα ρευστό που καταλαμβάνει πλήρως τους πόρους και υπόκειται σε μια δεδομένη βαθμίδα πίεσης $\frac{\Delta P}{L}$. Η διαπερατότητα είναι πρακτικά συνάρτηση δύο βασικών ιδιοτήτων της δομής :

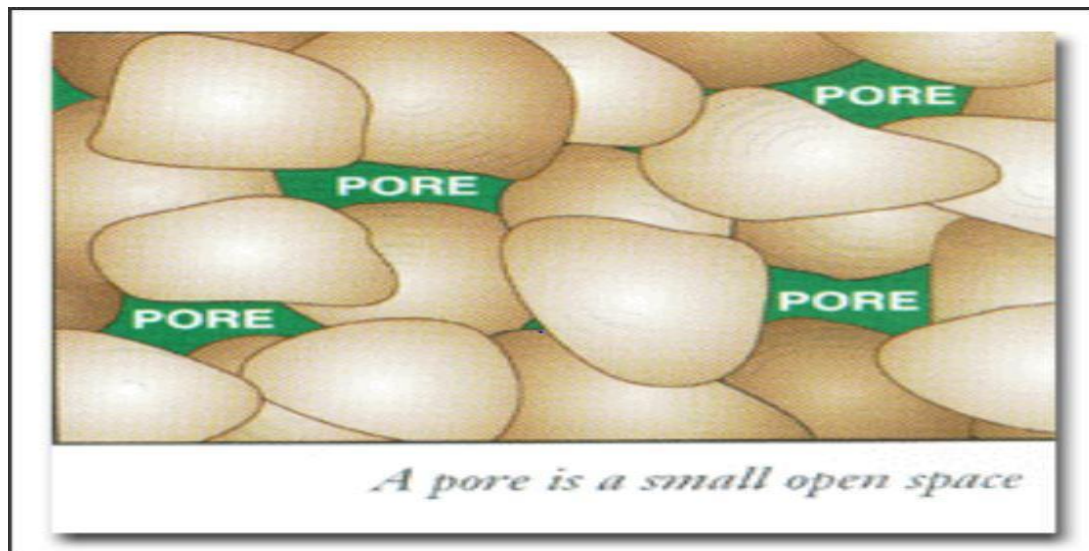
- του πορώδους
- του δαιδαλώδους της δομής που εκφράζει πόσο αποκλίνει από την ευθεία η ελάχιστη διαδρομή ανάμεσα σε δύο τυχαία σημεία στο διάκενο του πετρώματος.

Ο νόμος του Darcy εκφράζει την σχέση μεταξύ πίεσης , ρυθμού ροής του ρευστού και της διαπερατότητας και δίνεται από την σχέση :

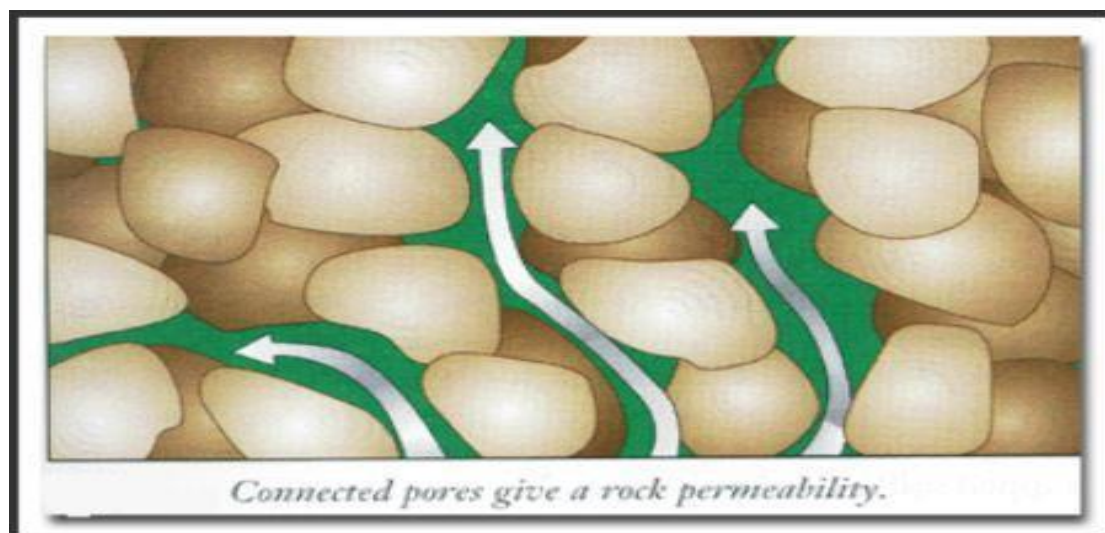
$$Q = \frac{k * (P_1 - P_2) * A}{L * \mu} \quad (1.2)$$

όπου Q =ρυθμός ροής , k =διαπερατότητα , $P_1 - P_2$ =διαφορά πίεσης σε απόσταση L , A =επιφάνεια , μ =ιξώδες ρευστού

Στην μηχανική ταμειυτήρων ως μονάδα μέτρησης έχει επικρατήσει η μονάδα Darcy[D] ή millidarcy[mD] , με $1D=10^3 \text{ mD}=9.87*10^{-13} \text{ m}^2 \simeq 10^{-12} \text{ m}^2$



Εικόνα 1.1.1 αναπαράσταση των πόρων μέσα στον πέτρωμα

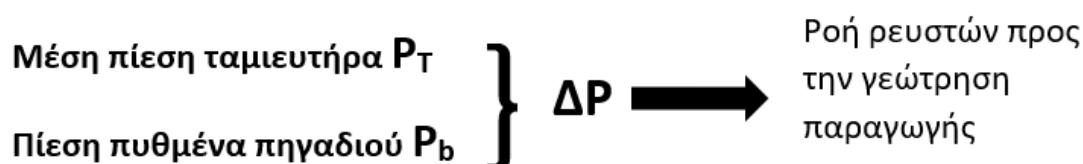


Εικόνα 1.1.2 αναπαράσταση κίνησης ρευστού λόγω του πορώδους(το οποίο επηρεάζει την διαπερατότητα του πετρώματος)

1.2. ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΠΡΩΤΟΓΕΝΟΥΣ ΚΑΙ ΔΕΥΤΕΡΟΓΕΝΟΥΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Η παραγωγή πετρελαίου/φυσικού αερίου με οποιονδήποτε από τους φυσικούς τρόπους, χρησιμοποιώντας δηλαδή την εσωτερική ενέργεια του

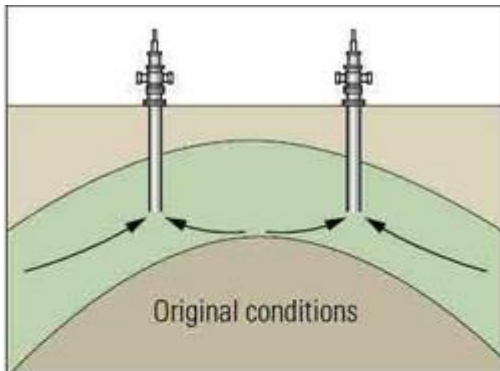
κοιτάσματος ως κινητήρια δύναμη χωρίς εξωτερική παρέμβαση όπως εισπίεση ρευστών (υγρών ή αερίων), για να ωθήσει τα ρευστά προς τις παραγωγικές γεωτρήσεις και κατά συνέπεια προς την επιφάνεια χαρακτηρίζεται ως πρωτογενής παραγωγή. Η πίεση του ταμιευτήρα μειώνεται, πραγματοποιείται εκτόνωση και έτσι ξεκινάει η ροή. Κατά την διαστολή των πετρωμάτων και των ρευστών η μεταβολή του όγκου που πραγματοποιείται έχει ως αποτέλεσμα την απομάκρυνση ίσου όγκου ρευστών προς το φρεάτιο.



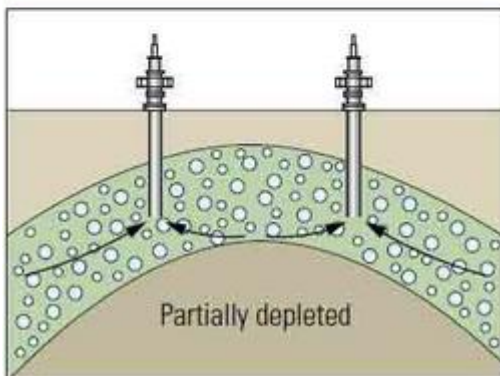
Σχήμα 1.2.1 : επιγραμματική αποτύπωση του τρόπου με τον οποίο επιτυγχάνεται η παραγωγή

Οι μηχανισμοί «οδήγησης» ('drive') οι οποίοι βοηθούν στην εκτόπιση των ρευστών του ταμιευτήρα μπορεί να είναι :

- Διαλυμένο αέριο (solution gas drive), είναι ο μηχανισμός κατά τον οποίο η ενέργεια του ταμιευτήρα χρησιμοποιείται για την εκτόνωση του αερίου το οποίο είναι διαλυμένο μέσα στο πετρέλαιο. Το αέριο, αφού διογκώνεται μεγαλώνει ο χώρος που καταλαμβάνει (συγκριτικά με το υγρό) και εκτοπίζει τους υδρογονάνθρακες προς το φρεάτιο παραγωγής. Το αέριο προέρχεται από το αρχικό διαλυμένο αέριο στο πετρέλαιο επομένως η ποσότητα του αερίου διαλύματος παίζει τον πιο κρίσιμο ρόλο στη δραστηριότητα και την εμφάνιση αυτού του μηχανισμού.

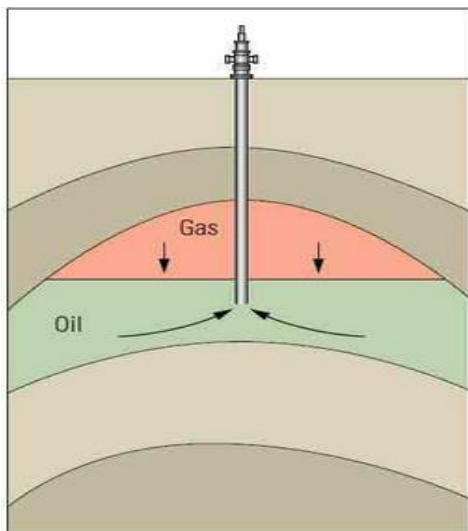


Εικόνα 1.2.1: αέριο διαλυμένο πριν την εκτόνωση



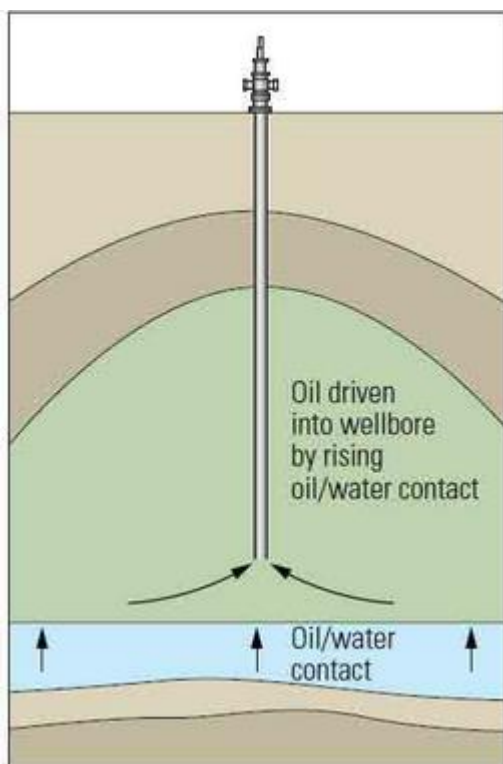
Εικόνα 1.2.2: διαλυμένο αέριο μετά την εκτόνωση (λευκά σημάδια)

- Υπερκείμενη ζώνη αερίου (gas cap drive), πρόκειται για μια ζώνη φυσικού αερίου άνωθεν της ζώνης πετρελαίου. Μέσω της ενέργειας του ταμειυτήρα το αέριο της ζώνης διογκώνεται, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, εκτοπίζοντας έτσι τους υδρογονάνθρακες.

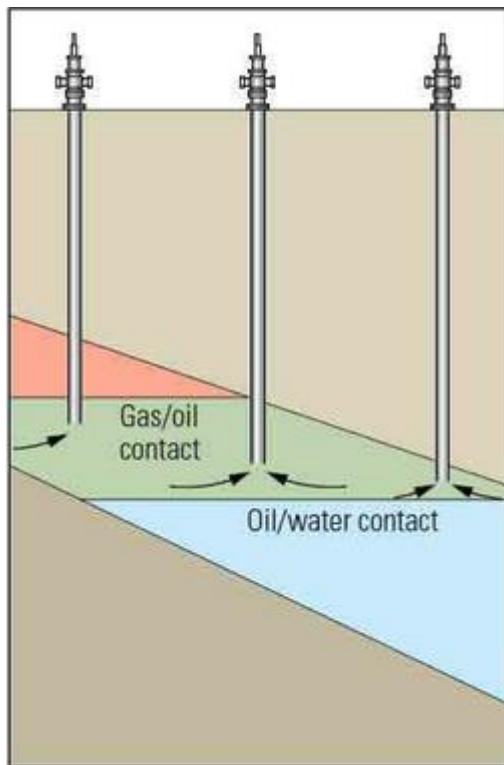


Εικόνα 1.2.3 : ζώνη αερίου (gas) πάνω από το πετρέλαιο (oil)

- Φυσική εισροή νερού (water drive), πρόκειται για ζώνη νερού η οποία βρίσκεται κάτω από την ζώνη πετρελαίου και έτσι κατά την άντληση του πετρελαίου το νερό αναπληρώνει τον όγκο ο οποίος παράγεται.



Εικόνα 1.2.4 : υποκείμενη ζώνη νερού η οποία αναπληρώνει τον όγκο πετρελαίου.



Εικόνα 1.2.5 : υποκείμενη ζώνη νερού σε
κεκλιμένο ταμειευτήρα

Κατά την δευτερογενή παραγωγή η ανάκτηση του πετρελαίου πραγματοποιείται με τεχνητά μέσα. Οι βασικοί τρόποι είναι με «κατάκλυση» του ταμειευτήρα με νερό («waterflooding») και με εισπίεση αερίου. Στην δική μας περίπτωση η οποία θα παρουσιαστεί στην συνέχεια η παραγωγή θα πραγματοποιηθεί με «waterflooding».

1.2.1. WATERFLOODING

Με την εισπίεση νερού δημιουργείται ένα μέτωπο το οποίο εκτοπίζει όγκο πετρελαίου προς το φρεάτιο παραγωγής (λειτουργεί σαν έμβολο). Κάποια στιγμή το νερό φτάνει στην γεώτρηση και έτσι ξεκινάει να παράγεται νερό και πετρέλαιο. Σταδιακά αυξάνεται ο κορεσμός σε νερό, αλλά και το νερό που παράγεται. Υποθετικά, η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να εκτοπιστεί ολόκληρη η ποσότητα πετρελαίου δηλαδή να ισχύει: $S_w = 1 - S_o$ (με S_w κορεσμός σε νερό, S_o κορεσμός σε πετρέλαιο), κάτι που πρακτικά δεν γίνεται. Επομένως η διαδικασία συνεχίζεται, έως ότου η συγκέντρωση του νερού στην επιφάνεια έχει αυξηθεί τόσο, που η παραγωγή δεν καθίσταται οικονομικά συμφέρουσα.

Ισχύει :

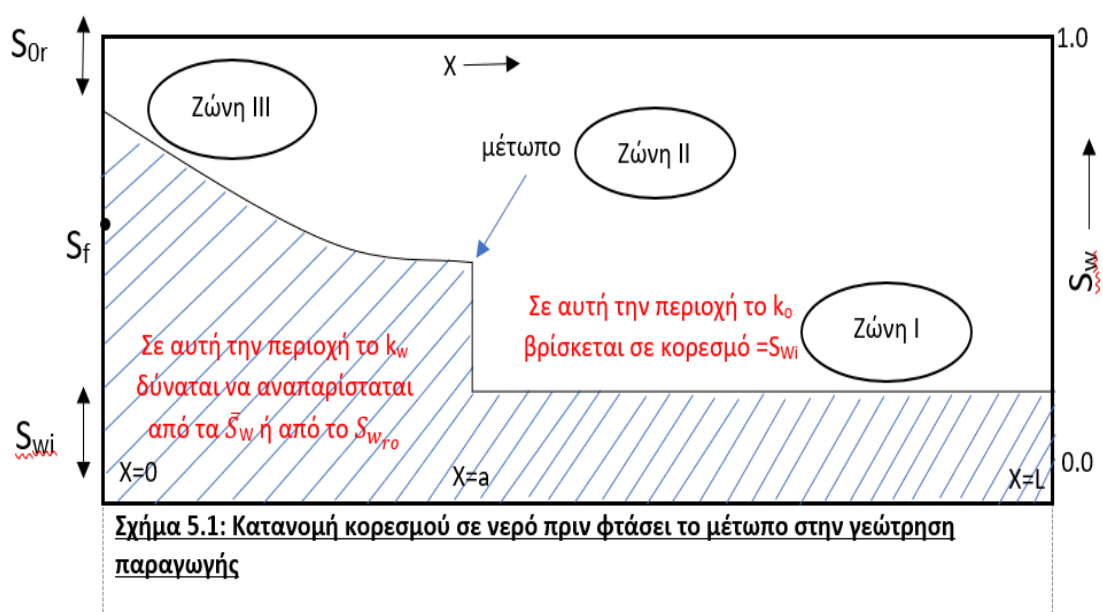
S_{or} –κορεσμός υπολειμματικού πετρελαίου (Residual Oil Saturation), είναι ο ελάχιστος κορεσμός σε πετρέλαιο που μπορεί να απαντηθεί στον ταμιευτήρα.

S_f – κορεσμός στο μέτωπο

S_w - κορεσμός σε νερού

Στην ζώνη I κινείται μόνο το πετρέλαιο, στην ζώνη II που βρίσκεται το μέτωπο ο κορεσμός σε νερό αυξάνει απότομα, στην ζώνη III ο κορεσμός μεταβάλλεται σταδιακά. Πρέπει να σημειωθεί πως στην έναρξη της τελευταίας ζώνης ο κορεσμός σε πετρέλαιο αντιστοιχεί στο υπολειμματικό πετρέλαιο το οποίο αδυνατεί να κινηθεί.

Το προφίλ αυτό κινείται ως προς το χρόνο έως ότου το μέτωπο φτάσει στην γεώτρηση παραγωγής.



1.3. ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΡΟΗΣ

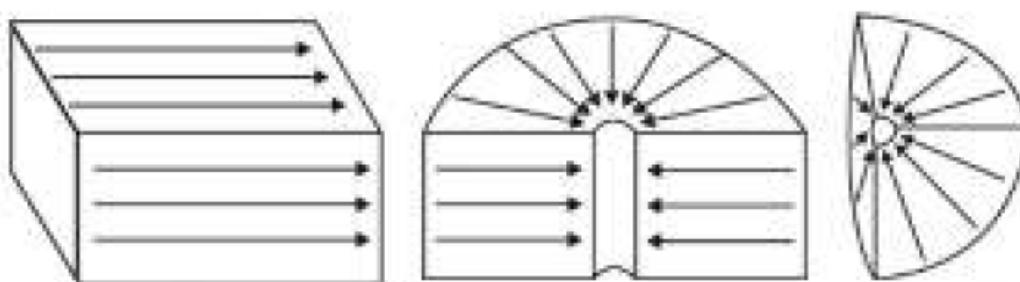
Για τον ευκολότερο υπολογισμό της ροής στην μηχανική ταμιευτήρων χρησιμοποιούνται απλοποιημένα πρότυπα ροής ανάλογα την τρισδιάστατη

γεωλογική διαμόρφωση του σχηματισμού, τους βασικούς μηχανισμούς παραγωγής και την σχετική θέση των φρεατίων.

Τα βασικότερα πρότυπα ροής είναι :

1. Γραμμική ροή, με τις ροϊκές γραμμές να είναι παράλληλες και η μαζική παροχή σταθερή σε οποιαδήποτε διατομή κάθετη σε αυτές
2. Ακτινωτή ροή, με τις ροϊκές γραμμές να είναι παράλληλες σε δισδιάστατα επίπεδα τα οποία συγκλίνουν προς ένα μονοδιάστατο φρεάτιο και
3. Σφαιρική ροή, με τις ροϊκές γραμμές να συγκλίνουν σε ένα σημείο του χώρου(με την οποία δεν θα ασχοληθούμε)

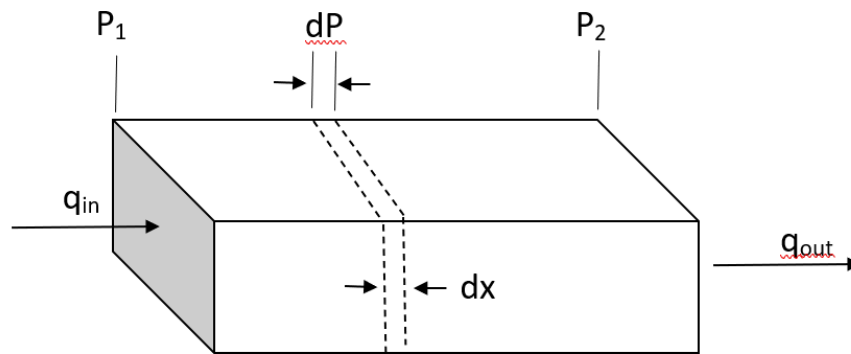
Αυτά τα είδη ροής έχουν βρίσκουν εφαρμογή σε ασυμπίεστα, μερικώς συμπίεστά και συμπίεστά τόσο υγρά όσο και μίγματα μείγματα υδρογονανθράκων.



Εικόνα 1.3.1 γραμμική , ακτινωτή και σφαιρική ροή αντίστοιχα

1.3.1. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΡΟΗ

Στην γραμμική ροή γίνεται η παραδοχή πως το/τα ρευστά του ταμιευτήρα κινούνται σε μια βασική διεύθυνση και συνεπώς οι ροϊκές γραμμές είναι παράλληλες μεταξύ τους. Αυτή η διαμόρφωση εμφανίζεται σε ταμιευτήρες με μικρό πάχος και σε μεγάλη απόσταση από τα φρεάτια εισπίεσης και παραγωγής.



Σχήμα 1.3.1.1 : απεικόνιση των χαρακτηριστικών της γραμμικής ροής

1.3.1.1. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΡΟΗ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Σε αυτή την περίπτωση η πυκνότητα δεν εξαρτάται από την τοπική τιμή της πίεσης του ταμιευτήρα, θεωρείται πως η ροή γίνεται αποκλειστικά κατά την διεύθυνση x και από τον νόμο του Darcy προκύπτει :

$$q = A * u_x = -A * \frac{k * dP}{\mu * dx} \rightarrow q \int_{L_1}^{L_2} dx = -A * \frac{k}{\mu} \int_{P_1}^{P_2} dP$$

$$\rightarrow q = -A * \frac{k * P_2 - P_1}{\mu * L_2 - L_1} \quad (1.3)$$

Και εν συνεχεία της προηγούμενης εξίσωσης από ανακατανομή των όρων για το πεδίο της πίεσης P ισχύει :

$$P(L) = P_1 * \frac{q * \mu * (L - L_1)}{k * A} \quad (1.4)$$

1.3.1.2. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΡΟΗ ΕΛΑΦΡΩΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Είναι η τυπική περίπτωση σε συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας σε έναν ταμιευτήρα. Έτσι πρέπει να ληφθεί υπόψη η ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα του ρευστού (πετρελαίου) που δίνεται από :

$$c_f = \frac{1 * d\rho}{\rho * dP} \quad (1.5)$$

και με ολοκλήρωση σε κάποια πίεση αναφοράς P_r σε πίεση P και προκύπτει :

$$c_f * (P - P_r) = \ln\left(\frac{\rho}{\rho_r}\right) \rightarrow \rho = \rho_r * e^{c_f * (P - P_r)} \quad (1.6)$$

Ύστερα από μετασχηματισμούς και υπολογισμούς προκύπτει για την ογκομετρική παροχή q_r ισχύει:

$$q_r = A * \frac{k}{\mu * c_f (L_2 - L_1)} * \ln \frac{1 + c_f * (P_r - P_2)}{1 + c_f * (P_r - P_1)} \quad (1.7)$$

Και αντίστοιχα για το πεδίο πίεσης P ισχύει :

$$P = P_1 + c_f^{-1} \left(1 - e^{\frac{\mu * c_f * (L - L_1) * q_1}{A * k}} \right) \quad (1.8)$$

1.3.1.3. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΡΟΗ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Η περίπτωση αυτή βρίσκει εφαρμογή και σε ταμειυτήρες αερίου με εξαιρετικά συμπίεστη ροή. Η πυκνότητα τέτοιου αερίου δίνεται από την σχέση :

$$\rho = MW * \frac{P}{z * R * T} \quad (1.9)$$

όπου: MW = μοριακό βάρος μίγματος, z = συντελεστής συμπίεστότητας, R = σταθερά των ιδανικών αερίων

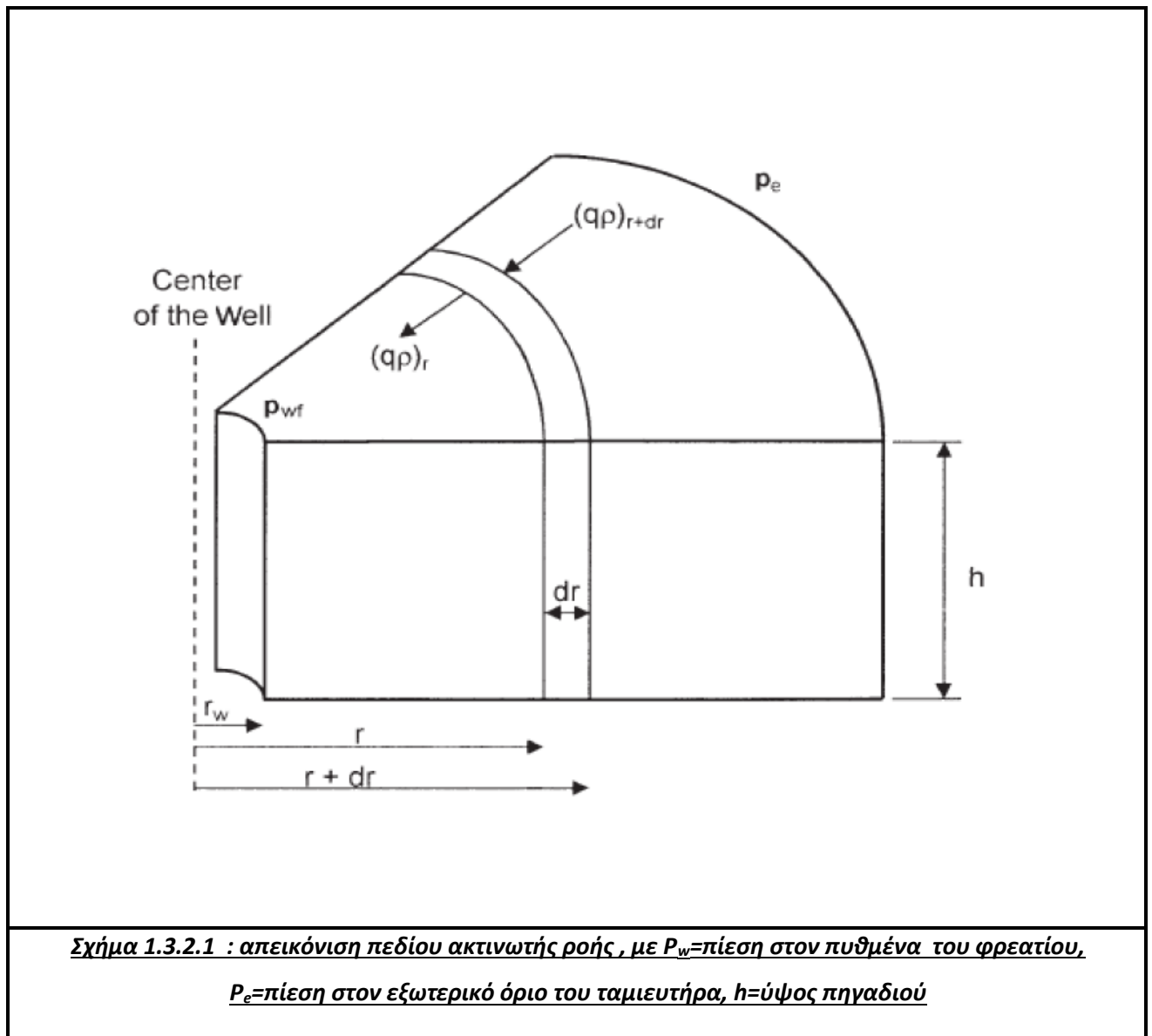
Θεωρώντας την ισοθερμοκρασιακή ροή και το ιξώδες με τον συντελεστή συμπίεστότητας σταθερά προκύπτει για την ογκομετρική παροχή q_r :

$$q_r = -A * \frac{k * T_r}{\mu * z * P_r} * P_m * \frac{P_2 - P_1}{L_2 - L_1} \quad (1.10)$$

με: $P_m = \frac{P_1 + P_2}{2}$

1.3.2. ΑΚΤΙΝΩΤΗ ΡΟΗ

Το μοντέλο της ακτινωτής ροής χρησιμοποιείται κυρίως για την περιγραφή της κατάστασης που επικρατεί κοντά στα φρεάτια εισπίεσης και παραγωγής. Βασίζεται σε σύστημα κυλινδρικών συντεταγμένων με φρεάτιο ακτίνας R_w , στο κέντρο μιας ζώνης αποστράγγισης ακτίνας R_e . Οι γραμμές ροές είναι παράλληλες στο επίπεδο που σχηματίζει ο άξονας z με τις ακτίνες r και συγκλίνουν προς το φρεάτιο. Η ροή και η πίεση εξαρτώνται από την ακτίνα , ενώ η βαθμίδα πίεσης κατά τον άξονα z θεωρείται αμελητέα.



Η ακτινωτή ροή μονοδιάστατα περιγράφεται από την εξίσωση του Darcy κατά την διεύθυνση r (όπως φαίνεται και παραπάνω) δια μέσω κυλινδρικής επιφάνειας A και σε απόσταση r από το κέντρο του πηγαδιού. Έτσι έχουμε :

$$q = -2 * \pi * r * h * \frac{k * dP}{\mu * dr} \quad (1.11)$$

1.3.2.1. ΑΚΤΙΝΩΤΗ ΡΟΗ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Η μαζική παροχή ασυμπίεστου ρευστού είναι σταθερή ανεξάρτητα της απόστασης r από το φρεάτιο παραγωγή και διέρχεται από επιφάνεια $A = 2 * \pi * r * h$. Επιπλέον η ογκομετρική παροχή είναι και αυτή σταθερή γεγονός και έτσι έχουμε :

$$\int_{R_w}^{R_e} \frac{dr}{r} = -2 * \pi * h * \frac{k}{\mu} \int_{P_w}^{P_e} dP \rightarrow q = -2 * \pi * h * \frac{k * (P_e - P_w)}{\mu * \ln(\frac{R_e}{R_w})} \quad (1.12)$$

με R_e =ακτίνα φρεατίου R_w =ακτίνα ταμιευτήρα

Για την ταχύτητα του ρευστού και το πεδίο της πίεσης ισχύει:

$$P = P_w + \frac{q * \mu}{2 * \pi * k * h} * \ln \frac{R}{R_w} \quad (1.13)$$

$$u = \frac{q * \mu}{2 * \pi * k * R} \quad (1.14)$$

1.3.2.2. ΑΚΤΙΝΩΤΗ ΡΟΗ ΕΛΑΦΡΩΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Σε αυτή την περίπτωση ρευστού η πυκνότητα εξαρτάται από την πίεση και η μαζική παροχή παραμένει σταθερή σε οποιαδήποτε απόσταση από το φρεάτιο και σε μόνιμες συνθήκες. Έτσι ισχύει:

$$q = q_r * (1 + c_f * (P_r - P)) = -2 * \pi * r * h * \frac{k * dP}{\mu * dr} \quad (1.15)$$

Με :

$$q_r = \frac{2 * \pi * h * k}{\mu * c_f * \ln(\frac{R_e}{R_w})} * \ln(\frac{1 + c_f * (P_r - P_e)}{1 + c_f * (P_r - P_w)}) \quad (1.16)$$

Από τα οποία με την θεώρηση πως η πυκνότητα του ρευστού είναι γνωστή στην θέση R_w , η ογκομετρική παροχή προκύπτει ως συνάρτηση των $P_e - P_w$ και $R_e - R_w$:

$$q_w = \frac{2 * \pi * h * k}{\mu * c_f * \ln(\frac{R_e}{R_w})} * \ln(1 + c_f * (P_w - P_e)) \quad (1.17)$$

1.3.2.3. ΑΚΤΙΝΩΤΗ ΡΟΗ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Σε αυτή την περίπτωση η μαζική παροχή είναι σταθερή για κάθε διατομή ανεξάρτητα από την απόσταση από το φρεάτιο. Ισχύει :

$$q = z * \frac{P_r * T}{P * T_r} = -2 * \pi * r * h * \frac{k}{\mu} * \frac{dP}{dr} \quad (1.18)$$

όπου z =συντελεστής συμπίεστότητας

αλλά και :

$$\frac{q_r * P_r}{T_r} * \int_{R_w}^{R_e} \frac{dr}{r} = - \frac{\pi * h * k}{T} * \int_{P_w}^{P_e} \left(\frac{2P}{z\mu} \right) * dP \quad (1.19)$$

που συνδέει την ογκομετρική παροχή σε συνθήκες ταμιευτήρα με την ογκομετρική παροχή σε συνθήκες επιφάνειας με τον όρο $z * \mu$ σε πίεσεις χαμηλότερες από 2000 psi να παραμένει σταθερό δίνοντας έτσι :

$$q_r = - \frac{\pi * h * k * T_r}{z * \mu * T * P_r} * \frac{P_e^2 - P_w^2}{\ln\left(\frac{R_e}{R_w}\right)} \quad (1.20)$$

ενώ για μεγαλύτερες πιέσεις αυτή τη φορά ο όρος $\left(\frac{2P}{z\mu}\right)$ παραμένει σταθερός δίνοντας:

$$q_r = - \frac{2 * \pi * h * k * T_r}{T * P_r} * \left(\frac{P}{z * \mu}\right)_m * \frac{P_e - P_w}{\ln\left(\frac{R_e}{R_w}\right)} \quad (1.21)$$

όπου $\left(\frac{P}{z * \mu}\right)_m$ η μέση τιμή των $P_e - P_w$

2^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΦΥΣΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΜΟΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΚΤΙΝΩΤΟ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ

Αρχικά η συγκεκριμένη εργασία επικεντρώνεται στην μελέτη ταμιευτήρα με ακτινωτή μονοφασική ροή και στην πρωτογενή παραγωγή η οποία επιτυγχάνεται με την εκτόνωση των ρευστών του ταμιευτήρα. Η παραγωγική εκμετάλλευση του ταμιευτήρα είναι χρονικά μεταβαλλόμενη, καθώς οι μηχανισμοί που επιτρέπουν την ροή των ρευστών οφείλονται σε διαφορά πίεσης η οποία εξαρτάται από την φυσική ενέργεια του ταμιευτήρα και μετέπειτα σε δευτερογενής παράγοντες όπως αναφέρθηκε και παραπάνω. Κατά την άντληση πραγματοποιείται πτώση της πίεσης και εκτόνωση των συμπιεστών φάσεων. Συμπεραίνουμε λοιπόν, πως η μεταβολή της πίεσης επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τις συνθήκες ροής, τους μηχανισμούς πρωτογενής παραγωγής, αλλά και τις συνθήκες στα εξωτερικά όρια του ταμιευτήρα.

2.1. ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΣΕ ΑΚΤΙΝΩΤΗ ΡΟΗ

Ορίζουμε ως όγκο ελέγχου σε εντός κυλινδρικών επιφανειών σε ακτίνα r και $r+dr$ από το κέντρο του φρεατίου. Ο ρυθμός μεταβολής της μάζας m του ρευστού από τον όγκο ελέγχου ισούται με την διαφορά μεταξύ του ρυθμού εισόδου μάζας σε αυτόν από την επιφάνεια $r+dr$ και του ρυθμού εξόδου μάζας από την επιφάνεια r :

$$\frac{\Delta m}{\Delta t}|_r = (\rho * q)_r - (\rho * q)_{r+dr} \rightarrow \frac{dV * \Delta(\rho * \varphi)}{\Delta t}|_r = 2 * \pi * h(r * \rho * u_r)_r - (r * \rho * u_r)_{r+dr} \quad (2.1)$$

με m = μάζα, ρ = πυκνότητα, ϕ = πορώδες, h = πάχος σχηματισμού, q = παροχή, A = εμβαδόν διατομής, u = ταχύτητα ρευστού και $dV = 2 * \pi * r * dr$

όπου dV = διαφορά όγκου εντός κυλινδρικής επιφάνειας αλλά και

$$q = A * u = 2 * \pi * r * u_r$$

Έστω ότι $\Delta t \rightarrow 0$ τότε :

$$\frac{\partial(\rho * \varphi)}{\partial t} = -\frac{1}{r} * \frac{\partial(r * \rho * u_r)}{\partial r} \quad (2.2)$$

Η παραπάνω εξίσωση αποτελεί την διατήρηση της μάζας σε κυλινδρικές συντεταγμένες και σε συνδυασμό με την εξίσωση του Darcy: $q = -2 * \pi * r * h * \frac{k}{\mu} *$

$\frac{dP}{dr}$ προκύπτει :

$$\rho * \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varphi * \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{k}{\mu} * \left(\frac{\rho}{r} * \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right) \quad (2.3)$$

Επιπλέον για την ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα εκάστοτε ρευστού και σχηματισμού ισχύει αντίστοιχα :

$$(2.4)$$

$$c_f = \frac{1}{\rho} * \frac{\partial \rho}{\partial P} \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial P} = \rho * c_f \quad (2.5)$$

$$c_s = \frac{1}{\varphi} * \frac{\partial \varphi}{\partial P} \rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial P} = \rho * c_s$$

Από την εξίσωση της διατήρησης μάζας και με αντικατάσταση των συμπιεστοτήτων προκύπτει:

$$(c_s + c_f) * \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu} * \left(\frac{1}{r} * \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right) \quad (2.6)$$

που εκφράζει το πεδίο πίεσης σε ομοιογενή ακτινωτό ταμειευτήρα. Η εξίσωση αυτή ονομάζεται εξίσωση Διάχυσης (Diffusivity Equation).

2.2. ΧΡΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΡΟΗ

Ειδικότερα σε έναν ομοιογενή ακτινωτό ταμειευτήρα στον οποίο η μεταβολή της πίεσης εξαρτάται από τον χρόνο και την απόσταση από τα φρεάτια παραγωγή μπορούν να εμφανιστούν τρεις συνθήκες ροής:

- Μόνιμη ροή → το πεδίο πίεσης και η ροή σε κάθε σημείο του ταμειευτήρα και δεν μεταβάλλονται με τον χρόνο. Σε αυτή την περίπτωση η μάζα ρευστού η οποία απομακρύνεται από τον όγκο ελέγχου ανά μονάδα χρόνου αντικαθίσταται από ίση ποσότητα ρευστού που εισρέει στον όγκο ελέγχου. Στην περίπτωση αυτή στην εξίσωση της διάχυσης το αριστερό μέλος είναι μηδέν άρα :

$$\frac{1}{r} * \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} = 0 \quad (2.7)$$

Οι συνθήκες που είναι εφικτό να επιλύσουν την παραπάνω εξίσωση είναι :

- Σταθερή παροχή q στο φρεάτιο όπου ισχύει :

$$q = -2 * \pi * r * h * \frac{k}{\mu} * \frac{dP}{dr} \quad (2.8)$$

είτε

- Σταθερή πίεση στο εξωτερικό όριο του ταμιευτήρα όπου ισχύει :

$$P = P_e$$

- Μη μόνιμη ροή → το πεδίο πίεσης και η ροή μεταβάλλονται συναρτήσει του χρόνου και του χώρου όπως και η ταχύτητα του/των ρευστών. Κάθε φορά που ξεκινάει η παραγωγή παρατηρείται πτώση πίεσης στον ταμιευτήρα.

Οι συνοριακές συνθήκες για αυτή την περίπτωση είναι :

1. Σταθερή παροχή ρευστού όπου ισχύει :

$$\alpha. P = P_e \text{ (σταθερή πίεση σε ολόκληρο τον ταμιευτήρα)}$$

$$\beta. q = q_e \text{ (σταθερή παροχή στο φρεάτιο)}$$

$$\gamma. q = 0 \text{ (μηδενική ροή στο όριο του ταμιευτήρα)}$$

2. Σταθερή πίεση ρευστού με :

$$\alpha. P = P_e \text{ (σταθερή πίεση σε ολόκληρο τον ταμιευτήρα)}$$

$$\beta. P = P_w \text{ (σταθερή πίεση σε ολόκληρο στο φρεάτιο)}$$

$$\gamma. q = 0 \text{ (μηδενική ροή στο όριο του ταμιευτήρα)}$$

- Ψευδομόνιμη ροή → το πεδίο πίεσης μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό έτσι ώστε η παροχή να παραμένει σταθερή. Αυτός ο τύπος ροής συναντάται σε κλειστούς ταμιευτήρες και σε περιπτώσεις παραγωγής ,που η διαταραχή φτάνει μέχρι και τα όρια του ταμιευτήρα. Έπειτα παρατηρείται σταθεροποίηση του ρυθμού πτώσης πίεσης, δηλαδή του όρου $\frac{dP}{dt} = c$, χαρακτηριστικό της ψευδομόνιμης ροής. Έτσι η εξίσωση της διάχυσης μετατρέπεται σε :

$$(c_s + c_f) * c = \frac{k}{\mu} * \left(\frac{1}{r} * \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right) \quad (2.9)$$

δείχνοντας έτσι ότι με σταθερή παραγωγή στο φρεάτιο, η παροχή οφείλεται αποκλειστικά στην συμπιεστότητα του πετρώματος και των ρευστών του ταμιευτήρα.

3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΣΕ MATLAB

Τα μοντέλα από τα οποία πάρθηκαν τα αποτελέσματα αφορούν :

- Κλειστό ταμιευτήρα με σταθερό ρυθμό άντλησης στο πηγάδι ίσο με $300 \frac{bbl}{day}$ και μηδενική ροή στο όριο του (ψευδομόνιμη ροή, πρωτογενής παραγωγή),
- Κλειστό ταμιευτήρα με σταθερή πίεση στο πηγάδι ίση με το 90% της αρχικής και μηδενική ροή στο όριο του (μη μόνιμη ροή, πρωτογενής παραγωγή),
- Ανοιχτό ταμιευτήρα με σταθερό ρυθμό άντλησης στο πηγάδι ίσο με $300 \frac{bbl}{day}$ και σταθερή πίεση στο όριο του (μόνιμη ροή, δευτερογενής παραγωγή).

Για να παρατηρηθούν οι αλλαγές στις συνθήκες πίεσης ή/και ροής δημιουργήθηκαν αλγόριθμοι σε περιβάλλον «matlab» οι οποίοι μέσω συναρτήσεων και αλλαγών στις συννοριακές τους συνθήκες, οδηγούν στα επιθυμητά αποτελέσματα τα οποία αποτυπώνονται σε διαγράμματα.

Το πρόγραμμα «matlab» για την επίλυση των παραπάνω προβλημάτων κατανοεί μία εξίσωση της μορφής :

$$c \left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x} \right) * \frac{\partial m}{\partial t} = x^{-m} \frac{\partial (x^m * f(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}))}{\partial x} + s \left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (3.1)$$

όπου: x = ανεξάρτητη χωρική μεταβλητή , t = ανεξάρτητη χρονική μεταβλητή , u = εξαρτώμενη μεταβλητή που παραγοντοποιείται προς x και t , $\frac{\partial u}{\partial x}$ = μερική παράγωγος,
 $c - f - s$ = συντελεστές που αναμένονται από το πρόγραμμα

Επομένως πρέπει η εξίσωση της διάχυσης η οποία θα χρησιμοποιηθεί να έχει ανάλογη μορφή , ώστε να γίνει η αντιστοίχιση από το πρόγραμμα.

Έτσι έχουμε :

$$(c_s + c_f) \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right) \rightarrow \frac{(c_s + c_f) * \mu}{k} * \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{r} * \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \rightarrow$$

$$\frac{(c_s + c_f) * \mu}{k} * \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{r} * \frac{\partial P}{\partial r} + r * \frac{\partial P}{\partial r} \quad (3.2)$$

Άρα από την αντιστοίχιση των όρων προκύπτει :

$$c = \frac{(c_s + c_f) * \mu}{k} , \quad (3.3)$$

$$f = \frac{\partial P}{\partial r} , \quad (3.4)$$

$$s = 0 \quad (3.5)$$

όπου: $c_s + c_f$ = άθροισμα ισοθερμοκρασιακής συμπιεστότητας πετρώματος και ρευστού αντίστοιχα $[\frac{1}{Pa}]$, k = διαπερατότητα $[m^2]$, μ = ιξώδες $[Pa*s]$, P = πίεση $[Pa]$,
 r = ακτίνα $[m]$

Το ίδιο μοτίβο ακολουθείται και στις συνοριακές συνθήκες , καθώς κατανοεί εξίσωση της μορφής :

$$P_L(x, t, u) + q_L(x, t) * f = 0 \text{ για αριστερό άκρο} \quad (3.6)$$

$$P_L(x, t, u) + q_L(x, t) * f = 0 \text{ για δεξιό άκρο} \quad (3.7)$$

όπου:

x_l, u_l = ορίσματα εισόδου που αντιστοιχούν στο x και u για το αριστερό όριο ,

x_r, u_r = ορίσματα εισόδου που αντιστοιχούν στο x και u για το δεξιό άκρο ,

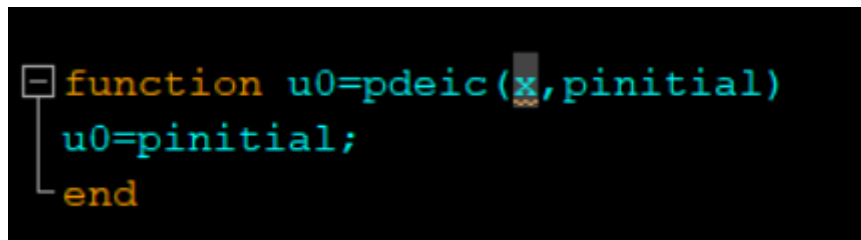
t = ανεξάρτητη χρονική μεταβλητή ,

p_l, q_l = συντελεστές που αντιστοιχούν στα $P_L(x,t,u)$ και $q_L(x,t)$ αντίστοιχα,

p_r, q_r = συντελεστές που αντιστοιχούν στα $P_r(x,t,u)$ και $q_r(x,t)$ αντίστοιχα

3.1. Α' ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ : ΨΕΥΔΟΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ

Ως αρχική συνθήκη ορίζεται πίεση στον ταμιευτήρα ίση με την αρχική: $P = P_e$



```
function u0=pdeic(x,pinitial)
    u0=pinitial;
end
```

Εικόνα 3.1.1: το κομμάτι του κώδικα με την συνάρτηση για την οριακή/αρχική συνθήκη(initial condition), ίδιο και για τα τρία σενάρια

Έπειτα ορίστηκε στο αριστερό άκρο του ταμιευτήρα σταθερή ροή:

$$q_w = 2 * \pi * R_w * \frac{k}{\mu} * \frac{dP}{dr} * h \rightarrow \frac{dP}{dr} (= f) = \frac{q_w * \mu}{2 * \pi * R_w * h * k} \rightarrow \frac{dP}{dr} - \frac{q_w * \mu}{2 * \pi * R_w * h * k} = 0 \quad (3.8)$$

Άρα ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση των συνοριακών συνθηκών πρέπει:

$$q_L = 1 \text{ \& } P_L = - \frac{q_w * \mu}{2 * \pi * R_w * h * k} \quad (3.9)$$

στο δεξί άκρο(μηδενική ροή) :

$$q = 0 \rightarrow q = -\frac{k}{\mu} * \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \rightarrow f \left(= \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{\mu}{k} \rightarrow f = 0 \quad (3.10)$$

Άρα:

$$q_R = 1 \ \& \ P_R = 0 \quad (3.11)$$

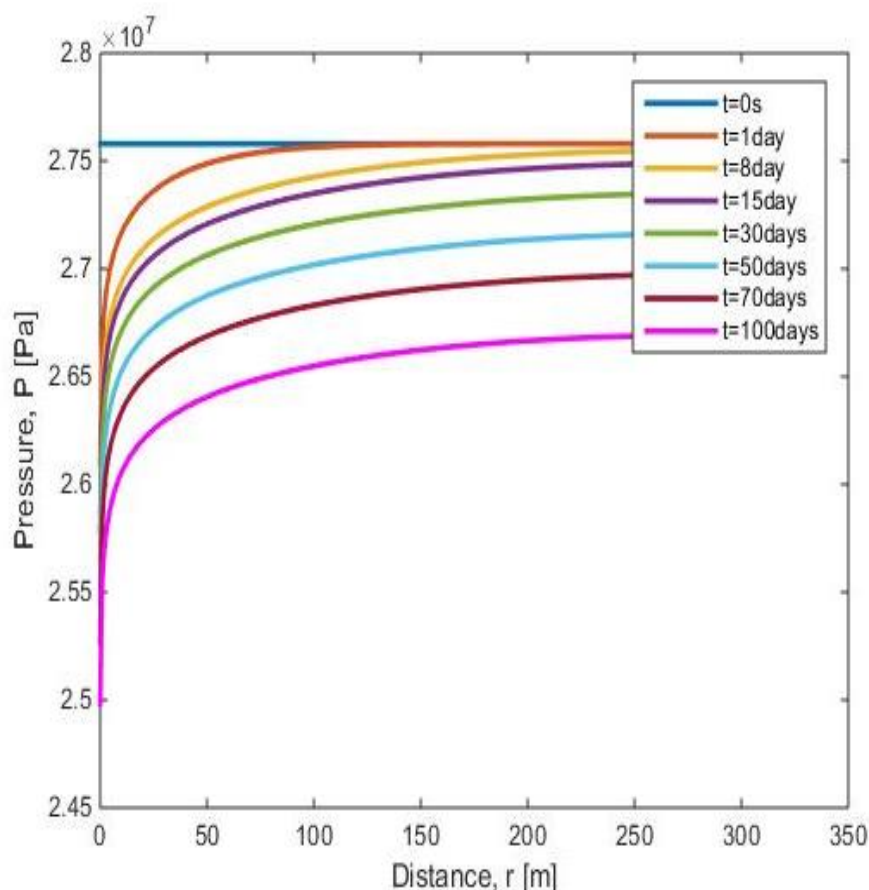
```
function [c,f,s]=pdefun(x,t,u,dudx,ct,k,mu)
c=((ct*mu)/k); %cs+cf=ct
f=dudx;
s=0;
end
```

Εικόνα 3.1.2: Το κομμάτι του κώδικα με την συνάρτηση «pdefun» στην οποία γίνεται η αντιστοίχιση με την εξίσωση διάχυσης (είναι κοινό και στα τρία σενάρια)

```
function [pl,ql,pr,qr]=pdebc(xl,ul,xr,ur,t,qwell,mu,rw,h,k)
pl=-((qwell*mu)/(2*pi*rw*h*k)); %αριστερά-σταθερή ροή
ql=1;
pr=0; %δεξιά-μηδενική ροή
qr=1;
end
```

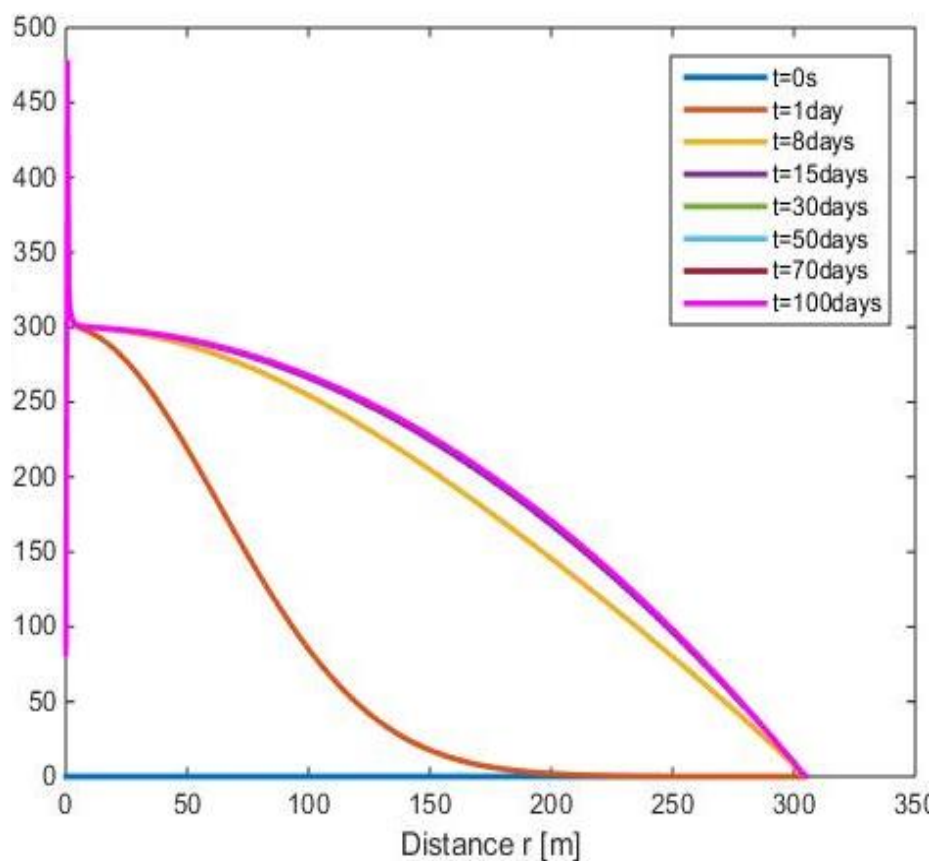
Εικόνα 3.1.3:Το κομμάτι του κώδικα με την συνάρτηση για τις συνοριακές συνθήκες (boundary conditions)

Από τις παραπάνω συνθήκες που θα μπορούσαν να διαμορφωθούν σε έναν ακτινωτό ταμειυτήρα μονοφασικής & ψευδομόνιμης ροής τα αποτελέσματα τα οποία εξάγονται σχετικά με την πίεση, την παροχή, την ταχύτητα και την βαθμίδα πίεσης είναι :



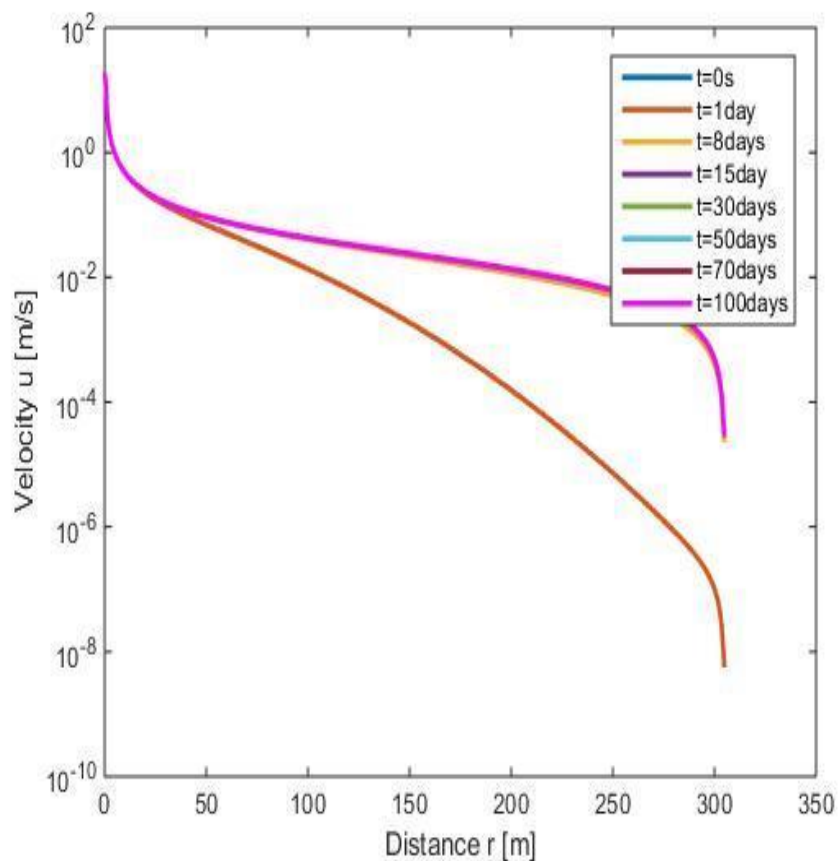
Διάγραμμα 3.1.1 : η πίεση σε συνάρτηση με ακτίνα

Παρατηρείται πως το εύρος των πιέσεων σε όλη την περίοδο προς εκμετάλλευσης κυμαίνεται από 2.5 έως 2.76×10^7 Pa. Σε χρόνο $t = 0$ η διαταραχή δεν έχει ξεκινήσει και έτσι η πίεση εμφανίζεται σταθερή στην μέγιστη τιμή προς. Με το πέρασμα προς διαδικασίας εμφανίζονται διακυμάνσεις καθ' όλη την διάρκεια προς εκμετάλλευσης με την πίεση να ξεκινάει από χαμηλότερες τιμές και να εξομαλύνεται κάθε φορά σε όλο και μικρότερες. Μέχρι προς δεκαπέντε (15) ημέρες η πίεση φαίνεται να ελαττώνεται με μικρότερο ρυθμό, ενώ έπειτα ο ρυθμός αυξάνεται.



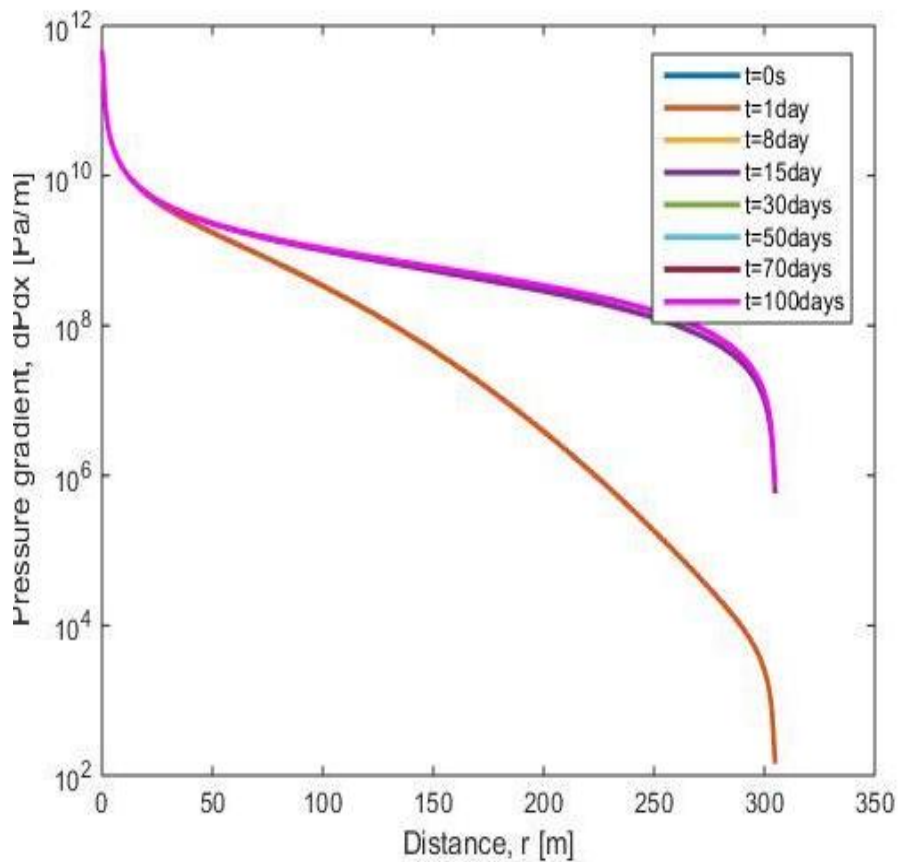
Διάγραμμα 3.1.2 : η παροχή σε συνάρτηση με την ακτίνα

Παρατηρείται πως το εύρος των παροχών μετά την σταθεροποίηση του συστήματος κυμαίνεται από περίπου 80 έως $300 \frac{m^3}{s}$, εάν δεν λάβουμε υπόψιν το άλμα που πραγματοποιεί η παροχή μέχρι τα $480 \frac{m^3}{s}$, με προς τιμές αυτές να οφείλονται σε ανωμαλίες του συστήματος. Οι διακυμάνσεις στην αρχή είναι μεγαλύτερες προς φαίνεται από την διαφορά των τιμών μεταξύ πρώτης(1^{ης}) και όγδοης(8^{ης}) ημέρας, ενώ στην συνέχεια ο ρυθμός αύξησης της πίεσης είναι μικρότερος μέχρι και το τέλος της εκμετάλλευσης. Φαίνεται πως με το πέρασμα προς διαδικασίας και με την διαταραχή να κινείται προς το δεξιό άκρο του ταμιευτήρα η παροχή μειώνεται και μάλιστα μηδενίζεται.



Διάγραμμα 3.1.3 : η ταχύτητα σε συνάρτηση με την ακτίνα

Η ταχύτητα του ρευστού κυμαίνεται από 10^1 μέχρι $10^{-8} \frac{m}{s}$. Η διαταραχή φαίνεται να προχωράει προς το δεξί όριο του ταμιευτήρα στο οποίο και έχει σταθεροποιηθεί. Η ταχύτητα μέχρι την πρώτη ημέρα βρίσκεται μεταξύ 10^1 μέχρι $10^{-8} \frac{m}{s}$. Στην συνέχεια παρατηρείται η αύξηση της με το εύρος της να κυμαίνεται από 10^1 μέχρι $10^{-4} \frac{m}{s}$, μέχρι και το τέλος της εκμετάλλευσης. Είναι εμφανές πως όσο η διαταραχή οδηγείται στο δεξί άκρο του ταμιευτήρα η ταχύτητα αυξάνεται.



Διάγραμμα 3.1.4 : η βαθμίδα πίεσης σε συνάρτηση με την ακτίνα

Το διάγραμμα για την βαθμίδα της πίεσης είναι το ίδιο με την ταχύτητα με την διαφορά πως οι τιμές κυμαίνονται από 10^{12} έως περίπου $10^2 \frac{Pa}{s}$ μέχρι την πρώτη ημέρα και έπειτα από 10^{12} μέχρι $10^6 \frac{Pa}{s}$.

3.2. Β' ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: ΜΗ ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ – ΠΡΩΤΟΓΕΝΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗ

Ως αρχική συνθήκη ορίζεται πίεση στον ταμιευτήρα ίση με την αρχική:

$$P = P_e \quad (3.2.1)$$

Έπειτα ορίστηκε η πίεση στο αριστερό άκρο ίση με το 90% της αρχικής:

$$U_L = 0.9 * p_{initial} \quad (3.2.2)$$

στο αριστερό άκρο του ταμιευτήρα (σταθερή πίεση):

$$\frac{dP}{dr} (= f) = 0 \rightarrow f = 0 \quad (3.2.3)$$

Άρα ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση των συνοριακών συνθηκών πρέπει:

$$q_L = 0 \text{ \& } P_L = U_L - 0.9 * p_{initial} \quad (3.2.4)$$

στο δεξί άκρο (μηδενική ροή) :

$$q = 0 \rightarrow q = -\frac{k}{\mu} * \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \rightarrow f \left(= \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{\mu}{k} \rightarrow f = 0 \quad (3.2.5)$$

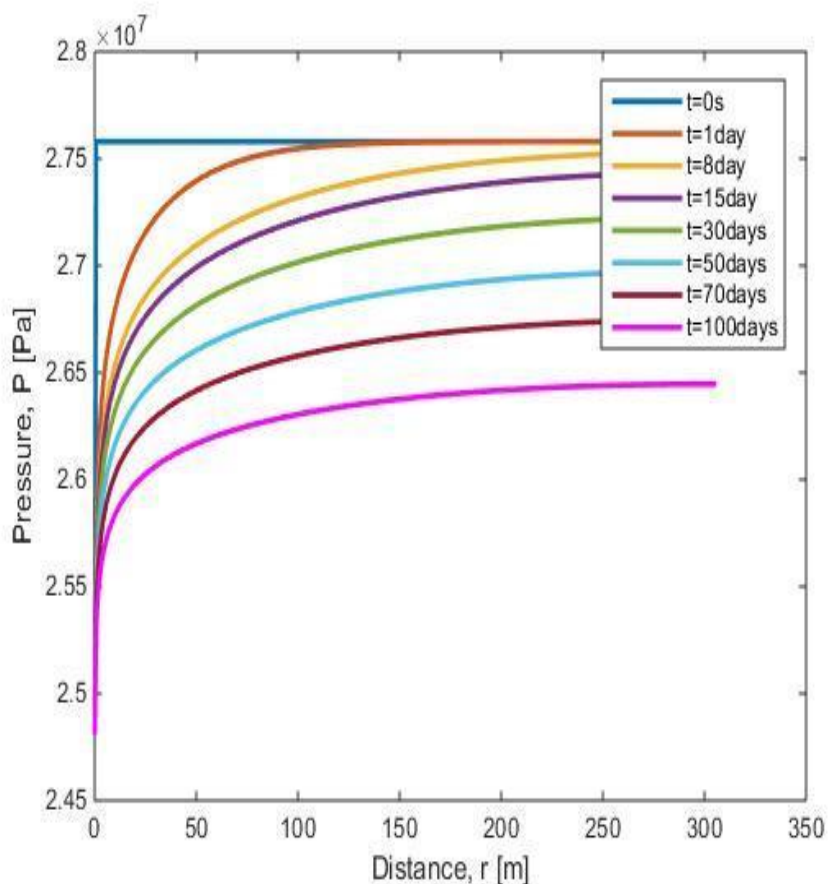
Άρα :

$$q_R = 0 \text{ \& } P_R = 1 \quad (3.2.6)$$


```
function [pl,ql,pr,qr]=pdebc(xl,ul,xr,ur,t,pinitial)
pl=ul-0.9*pinitial; % συνθήκη: πίεση ταμιευτήρα αριστερά(στο πηγάδι) ίση με 0.9 της αρχικής
ql=0;
pr=0; % δεξιά-μηδενική ροή
qr=1;
end
```

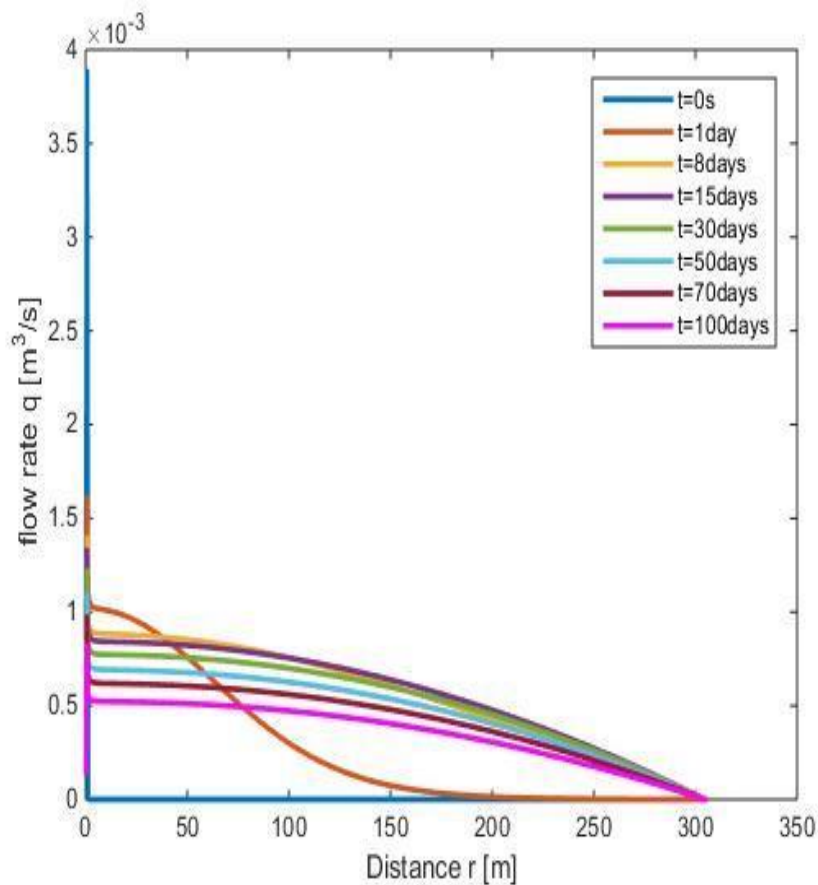
Εικόνα 3.2.1 :Το κομμάτι του κώδικα με την συνάρτηση για τις συνοριακές συνθήκες(boundary conditions)

Από τις παραπάνω συνθήκες που θα μπορούσαν να διαμορφωθούν σε έναν ακτινωτό ταμιευτήρα μονοφασικής & μη μόνιμης ροής τα αποτελέσματα τα οποία εξάγονται σχετικά με την πίεση, την παροχή, την ταχύτητα και την βαθμίδα πίεσης είναι :



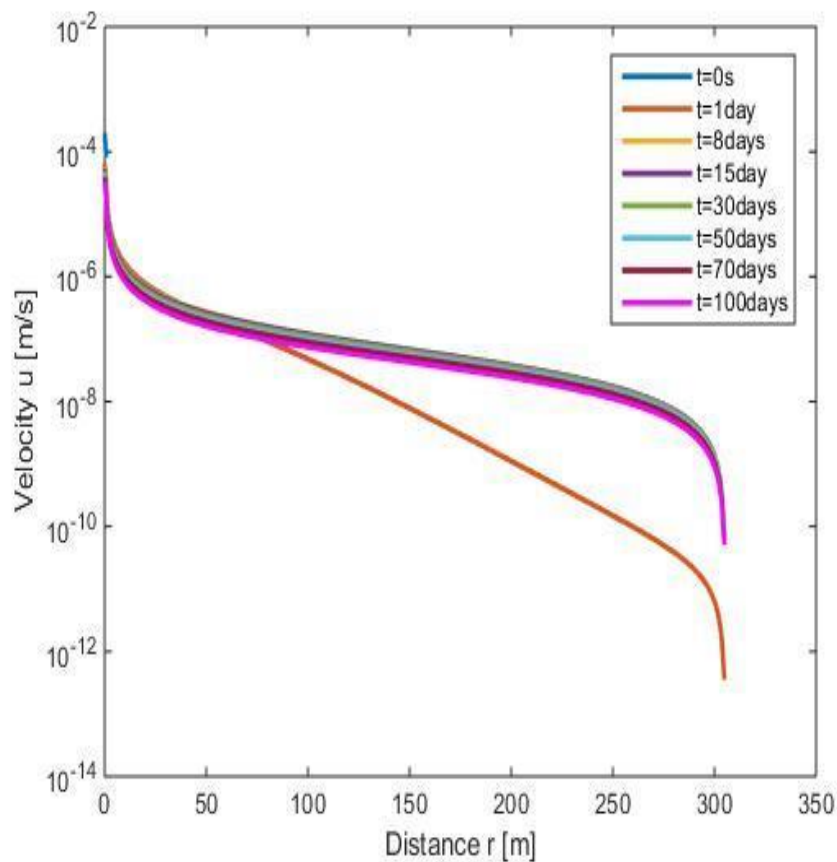
Διάγραμμα 3.2.1 : η πίεση σε συνάρτηση με την ακτίνα

Το εύρος των πιέσεων σε όλη την περίοδο της εκμετάλλευσης κυμαίνεται από 2.48 έως $2.76 \cdot 10^7 \text{ Pa}$. Αρχικά παρατηρείται σταθερή πίεση η οποία έχει και την μέγιστη τιμή. Αυτό είναι λογικό, καθώς δεν έχει ξεκινήσει η εκμετάλλευση επομένως δεν έχει εμφανιστεί καμία διαταραχή στο σύστημα. Η πίεση στο αριστερό άκρο είναι χαμηλότερη από ότι στο δεξί. Έτσι όσο η διαταραχή οδηγείται προς τα δεξιά παρατηρείται αύξηση των πιέσεων. Πτώση των τιμών παρατηρείται μετά την πρώτη ημέρα με την μέγιστη τιμή να είναι χαμηλότερη από $2.76 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ μέχρι και το τέλος της διαδικασίας. Ο ρυθμός μείωσης τις πρώτες δεκαπέντε (15) ημέρες είναι μικρός, ενώ στην συνέχεια φαίνεται να αυξάνεται, με την μέγιστη τιμή της πίεσης στο τέλος να είναι περίπου στα $2.62 \cdot 10^7 \text{ Pa}$.



Διάγραμμα 3.2.2 : η παροχή σε συνάρτηση με την ακτίνα

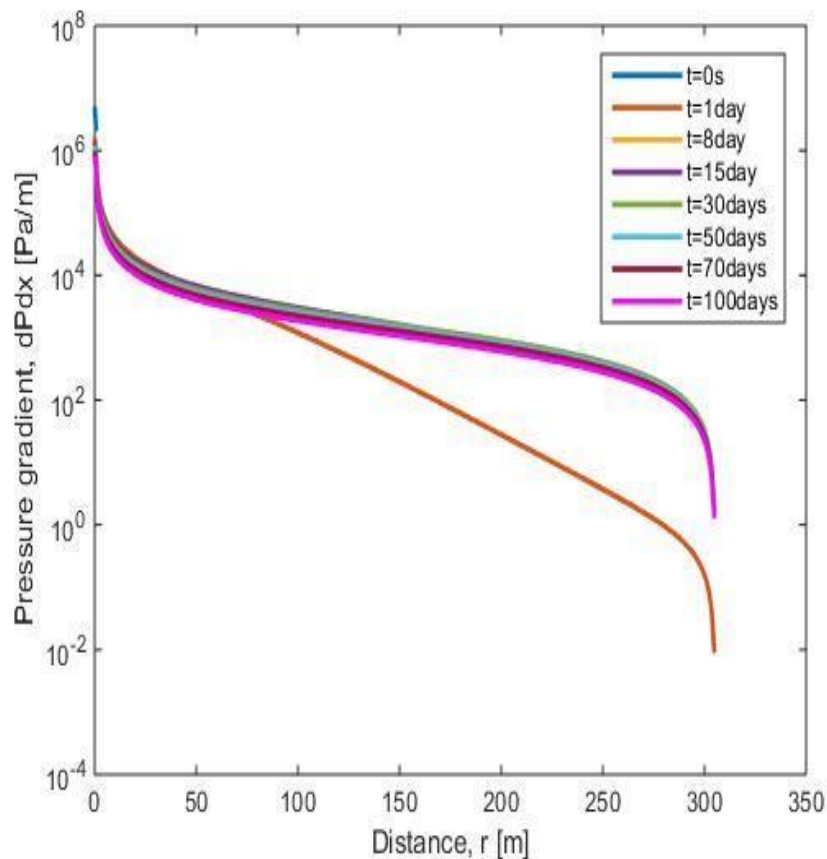
Η παροχή κυμαίνεται από από $4 \frac{m^3}{s}$ μέχρι τα $0 \frac{m^3}{s}$. Η διαδικασία φαίνεται να σταθεροποιείται μετά το πέρασμα της πρώτης(1^{ης}) ημέρας. Οι τιμές των παροχών εμφανίζουν μείωση με το πέρασμα των ημερών ,και με την κίνηση της διαταραχής στο δεξιό άκρο του ταμιευτήρα. Η μέγιστη τιμή την τελευταία ημέρα είναι περίπου $0,8 \frac{m^3}{s}$, εμφανής μείωση συγκριτικά με την μέγιστη τιμή στην αρχή της εκμετάλλευσης.



Διάγραμμα 3.2.3 : η ταχύτητα σε συνάρτηση με την ακτίνα

Η ταχύτητα του ρευστού σε αυτή την περίπτωση κυμαίνεται από 10^{-4} μέχρι $10^{-12} \frac{m}{s}$. Φαίνεται πως η διαδικασία και σε αυτή την περίπτωση σταθεροποιείται μετά την πρώτη ημέρα , εξού και οι υπόλοιπες σχεδόν ταυτόσιμες γραμμές. Με το πέρασμα των ημερών οι ταχύτητες φαίνονται αρχικά να αυξάνονται , καθώς από ένα

εύρος 10^{-4} μέχρι $10^{-12} \frac{m}{s}$, φτάνουν να κυμαίνονται μεταξύ 10^{-4} με $10^{-10} \frac{m}{s}$, με μία μηδαμινή μείωση την τελευταία ημέρα. Επιπλέον παρατηρείται πως η ταχύτητα μειώνεται όσο η διαταραχή οδηγείται προς τα δεξιά.



Διάγραμμα 3.2.4 : η βαθμίδα πίεσης σε συνάρτηση με την ακτίνα

Το διάγραμμα για την βαθμίδα της πίεσης είναι το ίδιο με την ταχύτητα με την διαφορά πως οι τιμές κυμαίνονται από $10^7 \frac{Pa}{m}$ έως περίπου $10^{-2} \frac{Pa}{m}$ και μετά την πρώτη ημέρα μεταξύ $10^7 \frac{Pa}{m}$ με $10^0 \frac{Pa}{m}$.

3.3. Γ' ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ : ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ – ΔΕΥΤΕΡΟΓΕΝΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗ

Ως αρχική συνθήκη ορίζεται πίεση στον ταμιευτήρα ίση με την αρχική: $P = P_e$

-στο αριστερό άκρο του ταμιευτήρα(σταθερή ροή):

$$q_w = 2 * \pi * R_w * \frac{k}{\mu} * \frac{dP}{dr} * h \rightarrow \frac{dP}{dr} (= f) = \frac{q_w * \mu}{2 * \pi * R_w * h * k} \rightarrow$$
$$\frac{dP}{dr} - \frac{q_w * \mu}{2 * \pi * R_w * h * k} = 0 \quad (3.3.1)$$

Άρα ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση των συνοριακών συνθηκών πρέπει:

$$q_L = 1 \text{ \& } P_L = - \frac{q_w * \mu}{2 * \pi * R_w * h * k} \quad (3.3.2)$$

στο δεξί άκρο(σταθερή πίεση ίση με την αρχική) :

$$U_R = p_{initial} \quad (3.3.3)$$

$$\frac{dP}{dr} (= f) = 0 \rightarrow f = 0 \quad (3.3.4)$$

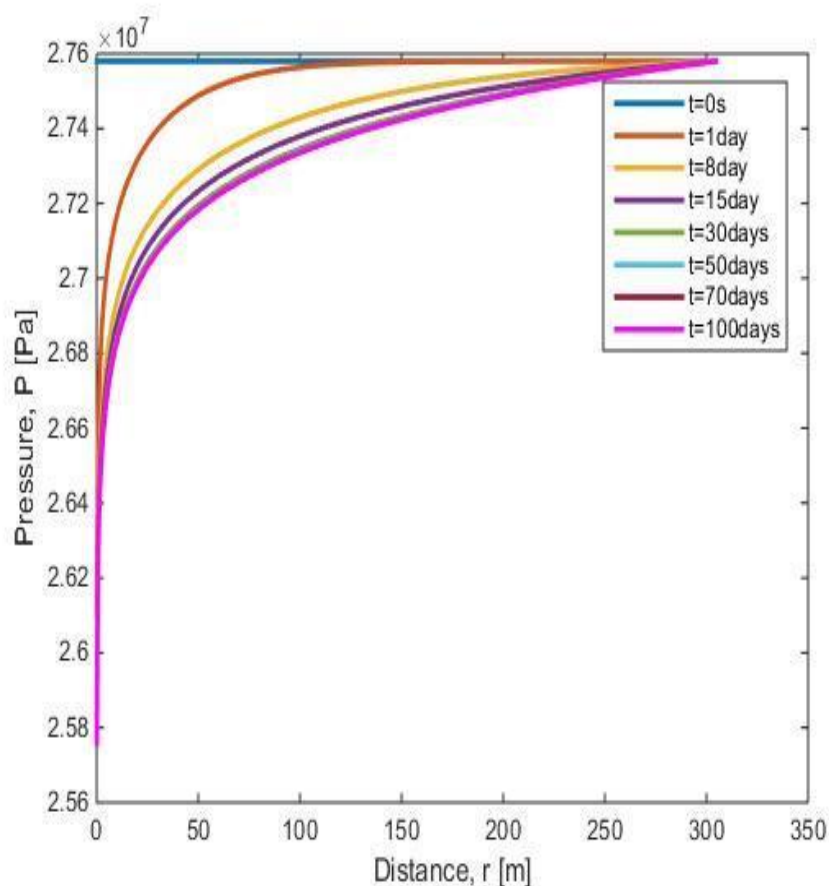
Άρα:

$$q_R = 0 \text{ \& } P_R = U_R - p_{initial} \quad (3.3.5)$$

```
function [pl,ql,pr,qr]=pdebc(xl,ul,xr,ur,t,qwell,mu,rw,h,k,pinitial)
pl=-((qwell*mu)/(2*pi*rw*h*k)); %αριστερά θέλω σταθερή ροή
ql=1;
pr=ur-pinitial; %ανοιχτό όριο και σταθερή πίεση μέσω water drive
qr=0;
end
```

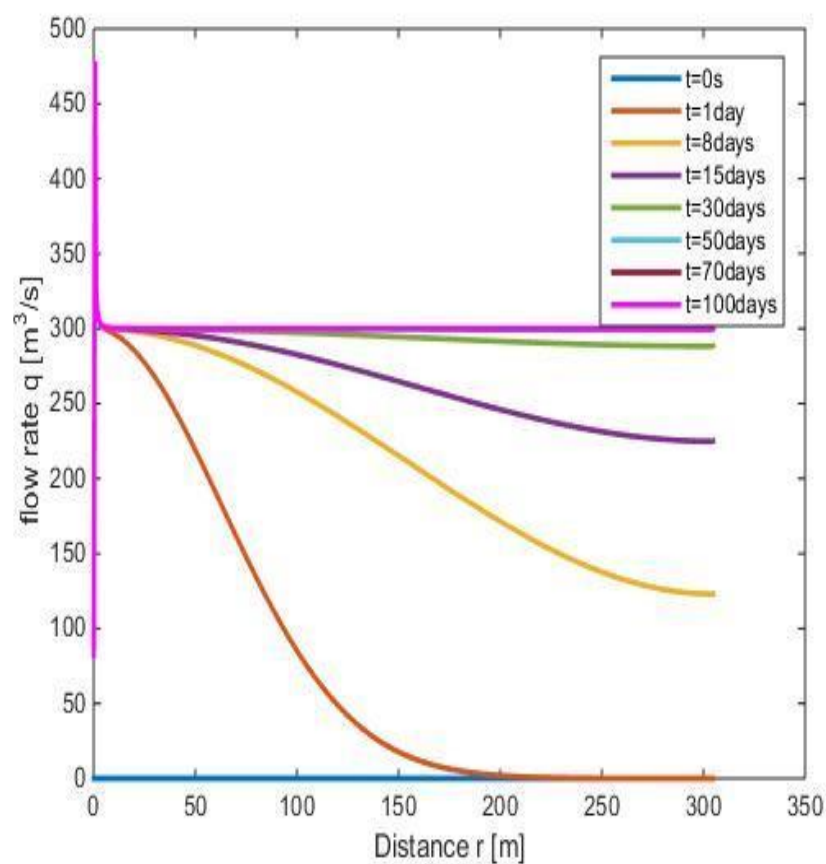
Εικόνα 3.3.1 Το κομμάτι του κώδικα με την συνάρτηση για τις συνοριακές συνθήκες(boundary conditions)

Από τις παραπάνω συνθήκες που θα μπορούσαν να διαμορφωθούν σε έναν ακτινωτό ταμειυτήρα μονοφασικής & μη μόνιμης ροής τα αποτελέσματα τα οποία εξάγονται σχετικά με την πίεση, την παροχή, την ταχύτητα και την βαθμίδα πίεσης είναι :



Διάγραμμα 3.3.1 : η πίεσης σε συνάρτηση με την ακτίνα

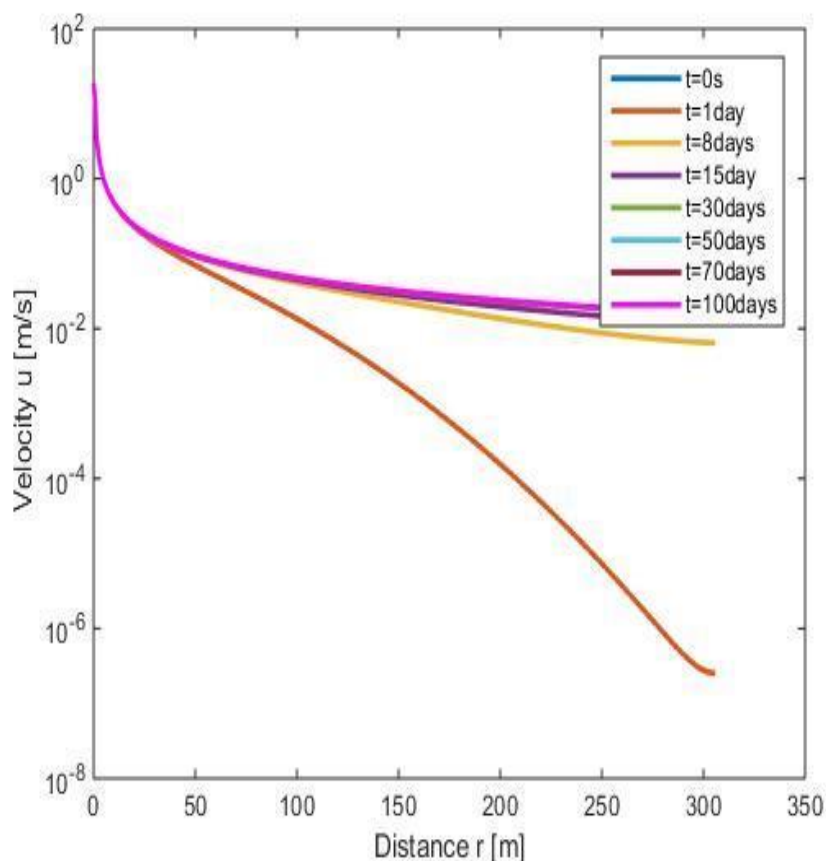
Το εύρος των πιέσεων σε όλη την περίοδο της εκμετάλλευσης κυμαίνεται από 2.57 έως $2.76 \cdot 10^7 \text{ Pa}$. Η πίεση όσο η διαταραχή οδηγείται προς το δεξί άκρο του ταμιευτήρα φαίνεται να αυξάνεται, ενώ παρατηρείται μείωση με σχεδόν σταθερό ρυθμό μετά την πρώτη (1^η) ημέρα, φτάνοντας στην σταθεροποίηση του συστήματος με το πέρασμα της δέκατης πέμπτης (15^{ης}) ημέρας.



Διάγραμμα 3.3.2 : η παροχή σε συνάρτηση με την ακτίνα

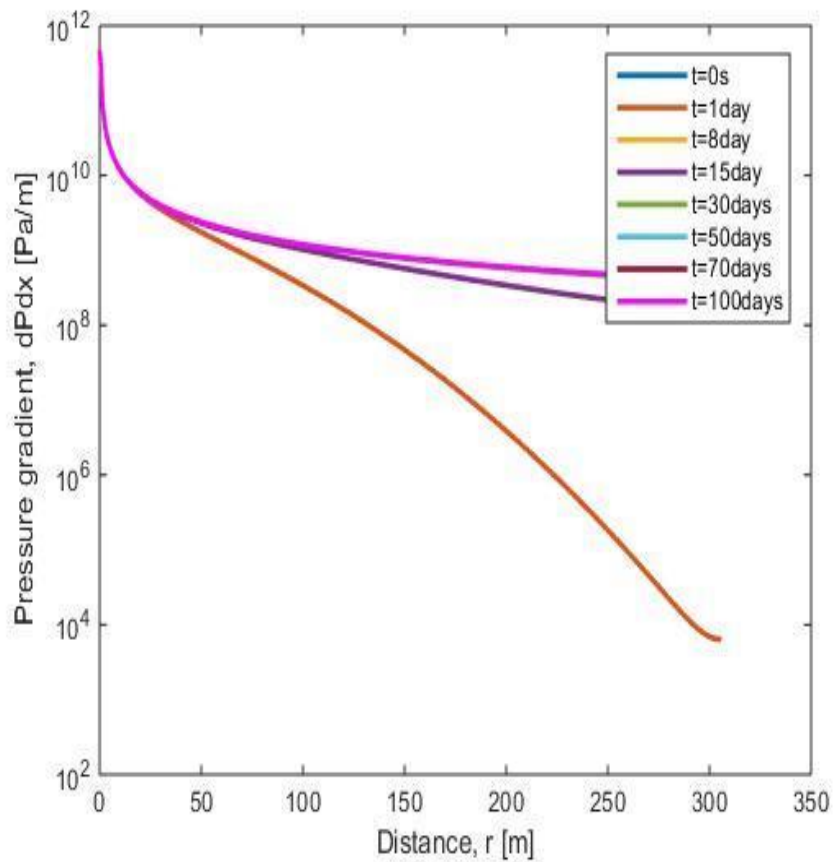
Η παροχή μεταξύ $80-470 \frac{m^3}{s}$. Με το πέρασμα των ημερών παρατηρείται αύξηση των τιμών της, ενώ όσο η διαταραχή πλησιάζει το δεξί άκρο του ταμιευτήρα παρατηρείται μείωση των τιμών. Ο ρυθμός αύξησης με το πέρασμα των ημερών

μειώνεται ,με τελευταία μεταβολή να πραγματοποιείται στις τριάντα(30) ημέρες. Από τότε και έπειτα οι τιμές είναι ίδιες μέχρι και το τέλος της διαδικασίας.



Διάγραμμα 3.3.3 : η ταχύτητα σε συνάρτηση με την ακτίνα

Η ταχύτητα του ρευστού κυμαίνεται από 10^1 μέχρι $10^{-7} \frac{m}{s}$ μέχρι την πρώτη(1^η) ημέρα και 10^1 έως $10^{-2} \frac{m}{s}$ μέχρι το τέλος της εκμετάλλευσης. Παρατηρείται αύξηση των τιμών με το πέρασμα των ημερών , ωστόσο οι τιμές αυτές όσο η διαταραχή οδηγείται προς τα δεξιά μειώνονται. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι μεγάλος μέχρι την όγδοη ημέρα της εκμετάλλευσης, ενώ από τότε και έπειτα οι διαφοροποιήσεις είναι μικρές. Τέλος από την τριακοστή (30^η) ημέρα μέχρι και το τέλος της εκμετάλλευσης οι τιμές είναι ίδιες.



Διάγραμμα 3.3.4 : η βαθμίδα της πίεσης σε συνάρτηση με την ακτίνα

Το διάγραμμα για την βαθμίδα της πίεσης είναι το ίδιο με την ταχύτητα με την διαφορά πως οι τιμές κυμαίνονται από 10^{12} έως περίπου $10^4 \frac{Pa}{m}$ μέχρι την πρώτη(1^η) ημέρα και 10^{12} έως $10^8 \frac{Pa}{m}$ μέχρι το τέλος της εκμετάλλευσης.

Συνοψίζοντας και από τις τρεις περιπτώσεις τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι :

	<u>Πίεση(Pa)-</u> <u>ακτίνα(m)</u>	<u>Παροχή($\frac{m^3}{s}$)-</u> <u>ακτίνα(m)</u>	<u>Ταχύτητα($\frac{m}{s}$)-</u> <u>ακτίνα(</u>	<u>Βαθμίδα</u> <u>πίεσης($\frac{Pa}{m}$)-</u> <u>ακτίνα(m)</u>
Α΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	2.5-2.76*10 ⁻⁸	80-480	10 ⁻⁸ - 10 ¹	10 ⁻² - 10 ¹²
Β΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	2.48-2.76*10 ⁻⁷	0.2-4	10 ⁻¹² - 10 ⁻⁴	10 ⁻² - 10 ⁷
Γ΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	2.57-2.76*10 ⁻⁷	80-470	10 ⁻⁷ - 10 ¹	10 ⁴ - 10 ¹²

4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

Είναι εμφανές πως τα γραφήματα των ταχυτήτων και των βαθμίδων πίεσης σε κάθε μία από τα παραπάνω περιπτώσεις, είναι σχεδόν όμοια μεταξύ τους. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι εξαρτώνται από τον όρο :

$$c = \frac{c_t * m_u}{k} \quad (4.1)$$

όπου: c_t = ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα ρευστού & πετρώματος

$$(c_t = c_s + c_f) \left[\frac{1}{Pa} \right], m_u = \text{ιζώδες} [Pa*s], k = \text{διαπερατότητα} [m^2]$$

Για τον λόγο αυτό έγινε ανάλυση ευαισθησίας του όρου αυτού στην περίπτωση Α΄ :κλειστός ταμιευτήρας με σταθερό ρυθμό άντλησης στο πηγάδι ίσο με $300 \frac{bbl}{day}$ και μηδενική ροή στο όριο του(ψευδομόνιμη ροή). Έγιναν 7 διαφορετικές δοκιμές με τις τέσσερις (4) να σχετίζονται με έναν συντελεστή a , ο οποίος θα επηρέαζε την συμπίεστικότητα $c_t = c_s + c_f$ και τρεις (3) με έναν συντελεστή b , οποίος

θα επηρεάζε την διαπερατότητα. Οι δοκιμές για την κάθε παράμετρο έγιναν ξεχωριστά ως εξής :

<i>Χρόνος[ημέρες]</i>	<i>Ισοθερμοκρασιακή Συμπίεστικότητα $c_t[l^1/\rho a]$</i>	<i>Διαπερατότητα $k[m^2]$</i>
1	a=1	b=0.1
8	a=0.1	b=10
50	a=10	b=100
100	a=100	

Προέκυψαν αποτελέσματα για την μεταβολή των μεγεθών τα οποία μελετώνται(ταχύτητα,πίεση,βαθμίδα πίεσης,παροχή). Αυτά αποτυπώνονται σε διαγράμματα τα οποία αντιστοιχούν στα παραπάνω μεγέθη με τις μεταβολές που έχουν δεχτεί λόγω των συντελεστών a , b που επηρεάζουν την συμπίεστικότητα και την διαπερατότητα αντίστοιχα. Για την ανάλυση ευαισθησίας τόσο την συμπίεστικότητας όσο και της διαπερατότητας δημιουργήθηκαν επιμέρους κώδικες στους οποίους με την εντολή «load» αποθηκευόταν η κάθε αλλαγή στα μεγέθη λόγω των συντελεστών, σε αρχεία S1,S2,S3,S4(για την συμπίεστικότητα) και k1,k2,k3(για την διαπερατότητα).

```
%CONST FLUX+CLOSED BOUNDARY COMPRESSIBILITY
close all
S1=load('run1.mat');%a=10 ct
S2=load('run2.mat');%a=100 ct
S3=load('run3.mat');%a=0.1 ct
S4=load('run4.mat');%a=1 ct
tend=100*24*3600;
tspan=(0:3600:tend);
tshow1=[24*3600 8*24*3600 50*24*3600 100*24*3600];
tshow=(find(tspan==tshow1(1)|tspan==tshow1(2)|tspan==tshow1(3)|tspan==tshow1(4)));
```

Εικόνα 4.1: κομμάτι του κώδικα για την ανάλυση ευαισθησίας της ισοθερμοκρασιακής συμπίεστικότητας c_t

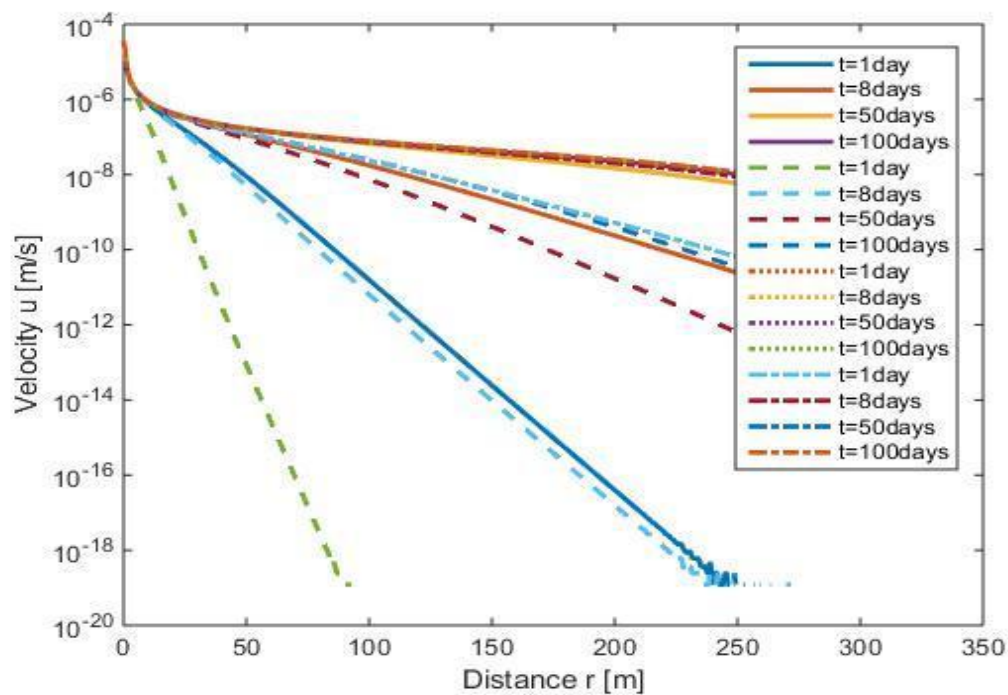
```

%CONST FLUX+CLOSED BOUNDARY
close all
k1=load('runk1.mat')%b=0.1 k
k2=load('runk2.mat')%b=10 k
k3=load('runk3.mat')%b=100 k
tend=100*24*3600;
tspan=(0:3600:tend);
tshow1=[24*3600 8*24*3600 50*24*3600 100*24*3600];
tshow=(find(tspan==tshow1(1)|tspan==tshow1(2)|tspan==tshow1(3)|tspan==tshow1(4)));

```

Εικόνα 4.2: κομμάτι του κώδικα για την ανάλυση ευαισθησίας της διαπερατότητας k

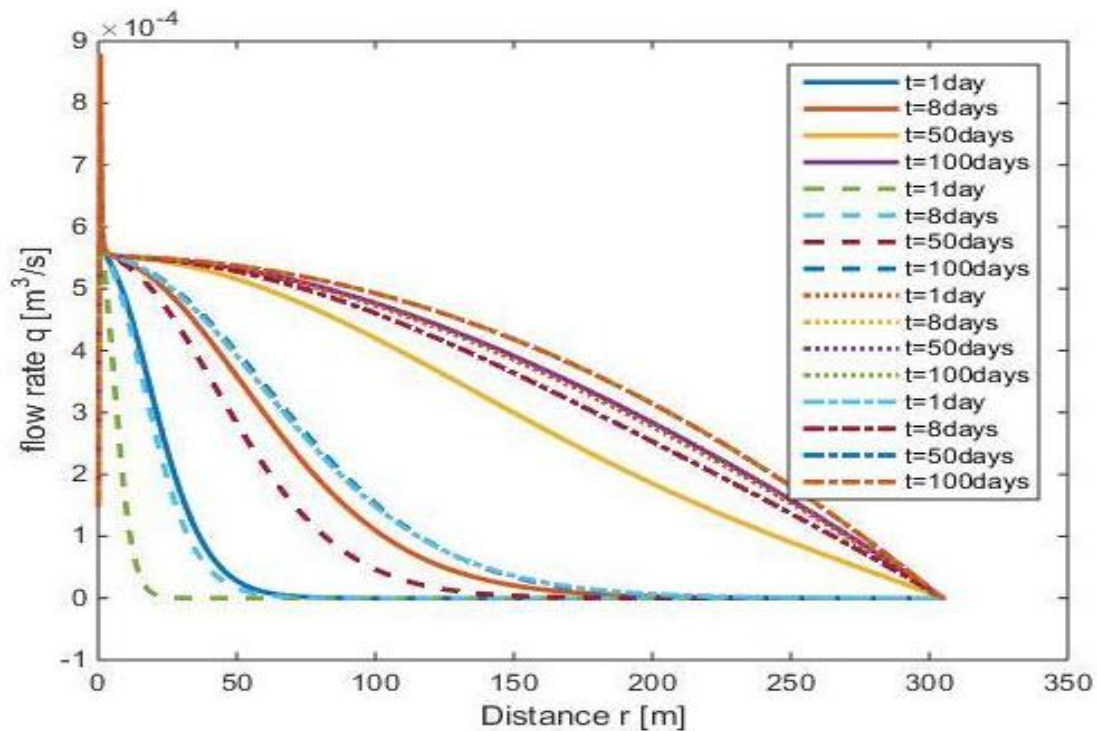
Με τις αλλαγές στην ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα προέκυψαν τα παρακάτω:



Διάγραμμα 4.1 η ταχύτητα σε συνάρτηση με την ακτίνα, με $\alpha=10$ (συνεχόμενες γραμμές), $\alpha=100$ (διακεκομμένες γραμμές), $\alpha=0.1$ (τελείες), $\alpha=1$ (διακεκομμένες γραμμές με τελείες)

Οι τιμές των ταχυτήτων κυμαίνονται από $10^{-5} \frac{m}{s}$ έως και $10^{-19} \frac{m}{s}$. Οι συνεχόμενες γραμμές αφορούν τις τιμές των παροχών στον ταμιευτήρα με ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα με συντελεστή «α=10», οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν τον συντελεστή «α=100», οι διακεκομμένες γραμμές με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή «α=1» και τέλος οι γραμμές που σχηματίζονται με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή «α=0.1». Για την περίπτωση με «α=10» η ταχύτητα την πρώτη ημέρα ξεκινάει από $10^{-5} \frac{m}{s}$ και καταλήγει μέχρι τα $10^{-19} \frac{m}{s}$ σε απόσταση 250 μέτρα από το πηγάδι, ενώ με το πέρασμα των ημερών παρουσιάζεται μικρότερη μείωση. Την όγδοη ημέρα η πτώση φτάνει μέχρι τα $10^{-11} \frac{m}{s}$, στις πενήντα ημέρες τα $10^{-7} \frac{m}{s}$ που διατηρείται μέχρι και τις 100 ημέρες. Για «α=100» η βαθμίδα πίεσης την πρώτη ημέρα φτάνει και αυτή $10^{-19} \frac{m}{s}$, αλλά σε απόσταση 100 μέτρων.

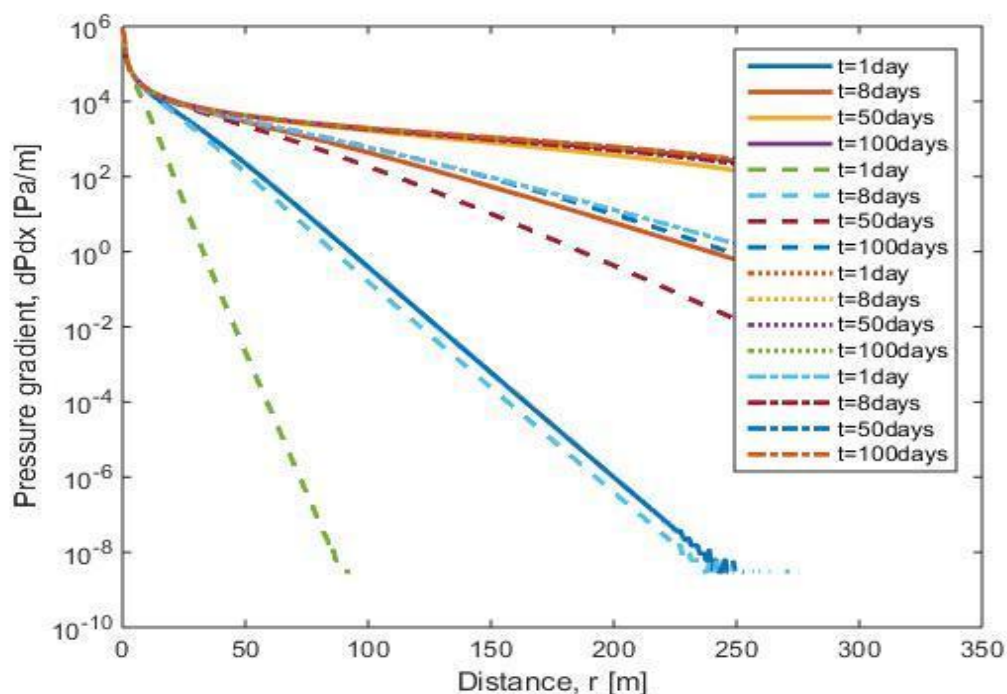
Η ίδια μείωση συνεχίζεται με το πέρασμα της διαδικασίας και στις οχτώ ημέρες, αυτή τη φορά σε απόσταση 250 μέτρων, στις πενήντα ημέρες η μείωση φτάνει τα $10^{-13} \frac{m}{s}$ και στο τέλος στις εκατό ημέρες και στα 300 μέτρα η πτώση είναι στα $10^{-11} \frac{m}{s}$. Για την περίπτωση με «α=0.1» οι διακυμάνσεις κυμαίνονται από $10^{-4} - 10^{-7} \frac{m}{s}$. Για την περίπτωση με «α=0.1» οι τιμές κυμαίνονται από $10^6 - 10^3 \frac{m}{s}$. Για «α=1» εκτός από την πρώτη ημέρα, που η βαθμίδα πίεσης βρίσκεται μεταξύ $10^6 - 10^{-1} \frac{m}{s}$, στην υπόλοιπη εκμετάλλευση κυμαίνεται στο ίδιο εύρος $10^6 - 10^3 \frac{m}{s}$. Οι μεγαλύτερες αλλαγές κατά την διάρκεια της εκμετάλλευσης προκύπτουν από τον συντελεστή «α=10» και «α=100».



Διάγραμμα 4.2 η παροχή σε συνάρτηση με την ακτίνα, με $\alpha=10$ (συνεχόμενες γραμμές) , $\alpha=100$ (διακεκομμένες γραμμές) , $\alpha=0.1$ (τελείες) , $\alpha=1$ (διακεκομμένες γραμμές με τελείες)

Οι τιμές των παροχών κυμαίνονται από 0(μηδέν) έως και $5.5 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}$, αν εξαιρέσουμε τις τιμές που φτάνουν τα $9 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}$, και παρατηρούνται στις πρώτες ημέρες σε όλων των περιπτώσεων, αλλά δεν λαμβάνονται υπόψιν καθώς δεν έχει σταθεροποιηθεί η διαδικασία της εκμετάλλευσης. Οι συνεχόμενες γραμμές αφορούν τις τιμές των παροχών στον ταμιευτήρα με ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα με συντελεστή « $\alpha=10$ », οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=100$ », οι διακεκομμένες γραμμές με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=1$ » και τέλος οι γραμμές που σχηματίζονται με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=0.1$ ». Σε όλες τις περιπτώσεις το εύρος των παροχών παραμένει το ίδιο. Επιπλέον σε όλες τις περιπτώσεις οι γραμμές που αντιστοιχούν στις ίδιες ημέρες έχουν σχεδόν ίδιες κλίσεις, εκτός από την 50^η ημέρα στην περίπτωση με « $\alpha=10$ » που φαίνεται πως μετά τα πρώτα πενήντα μέτρα η γραμμή γίνεται ευθεία. Το στοιχείο που αλλάζει με το πέρασμα της διαδικασίας είναι η κλίση των γραμμών, δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της παροχής. Έτσι φαίνεται πως η πιο αργή μεταβολή παροχής φαίνεται να

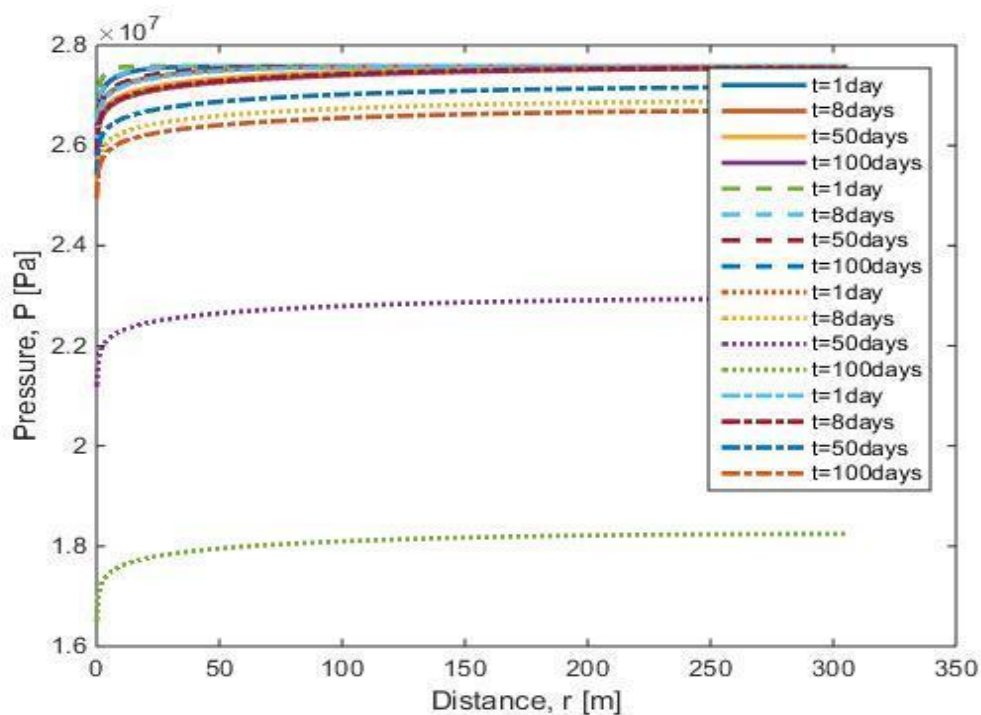
πραγματοποιείται για « $\alpha=100$ », που είναι η περίπτωση με τις πιο απότομες κλίσεις, η αμέσως πιο γρήγορη αύξηση είναι για « $\alpha=10$ », έπειτα για « $\alpha=1$ », ενώ η γρηγορότερη μεταβολή πραγματοποιείται με « $\alpha=0.1$ ».



Διάγραμμα 4.3 βαθμίδας πίεσης-ακτίνας με $\alpha=10$ (συνεχόμενες γραμμές), $\alpha=100$ (διακεκομμένες γραμμές), $\alpha=0.1$ (τελείες), $\alpha=1$ (διακεκομμένες γραμμές με τελείες)

Οι τιμές των βαθμίδων πίεσης κυμαίνονται από $10^{-8} \frac{Pa}{m}$ έως και $10^6 \frac{Pa}{m}$. Οι συνεχόμενες γραμμές αφορούν της τιμές των παροχών στον ταμιευτήρα με ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα με συντελεστή « $\alpha=10$ », οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=100$ », οι διακεκομμένες γραμμές με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=1$ » και τέλος οι γραμμές που σχηματίζονται με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=0.1$ ». Για την περίπτωση με « $\alpha=10$ » η βαθμίδα πίεσης την πρώτη ημέρα ξεκινάει από $10^6 \frac{Pa}{m}$ και καταλήγει μέχρι τα $10^{-8} \frac{Pa}{m}$ σε απόσταση 250 μέτρα από το πηγάδι, ενώ με το πέρασμα των ημερών παρουσιάζεται μικρότερη μείωση, με την όγδοη ημέρα η πτώση να φτάνει μέχρι τα $10^{-1} \frac{Pa}{m}$, στις πενήντα ημέρες τα $10^3 \frac{Pa}{m}$ και τέλος την εκατοστή ημέρα η μείωση να φτάνει μόλις τα

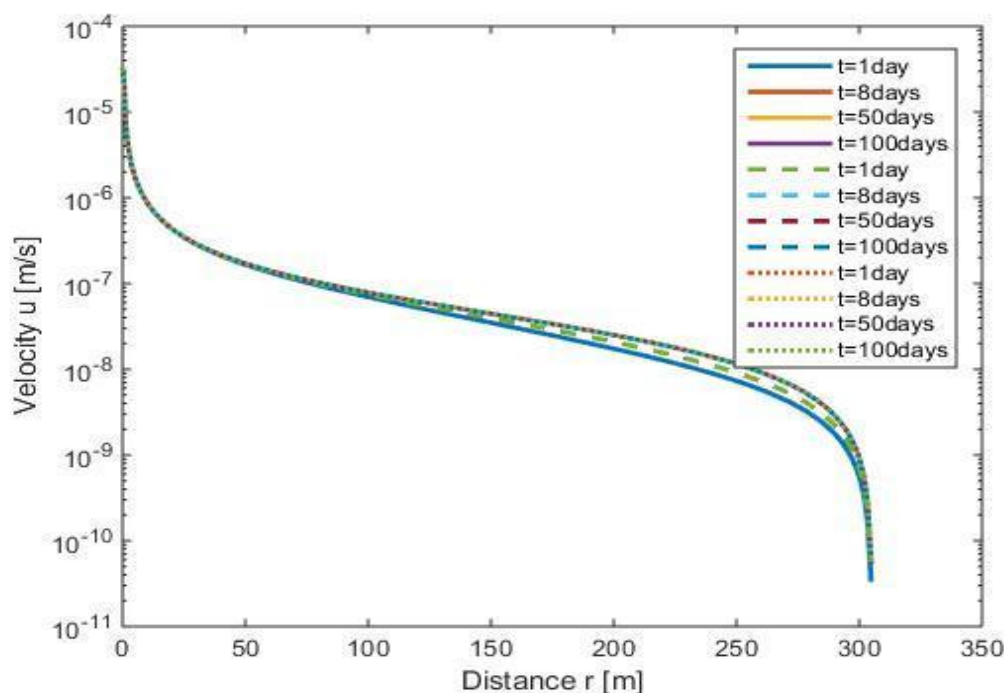
$10^4 \frac{Pa}{m}$. Για « $\alpha=100$ » η βαθμίδα πίεσης την πρώτη ημέρα φτάνει και αυτή $10^{-8} \frac{Pa}{m}$, αλλά σε απόσταση 100 μέτρων. Η ίδια μείωση συνεχίζεται με το πέρασμα της διαδικασίας και στις οχτώ ημέρες, αυτή τη φορά σε απόσταση 250 μέτρων, στις πενήντα ημέρες η μείωση φτάνει τα $10^{-2} \frac{Pa}{m}$ και στο τέλος στις εκατό ημέρες και στα 300 μέτρα η πτώση είναι στα $10^{-1} \frac{Pa}{m}$. Για την περίπτωση με « $\alpha=0.1$ » οι τιμές κυμαίνονται από $10^6 - 10^3 \frac{Pa}{m}$. Για « $\alpha=1$ » εκτός από την πρώτη ημέρα, που η βαθμίδα πίεσης βρίσκεται μεταξύ $10^6 - 10^{-1} \frac{Pa}{m}$, στην υπόλοιπη εκμετάλλευση κυμαίνεται στο ίδιο εύρος $10^6 - 10^3 \frac{Pa}{m}$. Οι μεγαλύτερες αλλαγές κατά την διάρκεια της εκμετάλλευσης προκύπτουν από τον συντελεστή « $\alpha=10$ » και « $\alpha=100$ ».



Διάγραμμα 4.4 πίεσης-ακτίνας με $\alpha=10$ (συνεχόμενες γραμμές), $\alpha=100$ (διακεκομμένες γραμμές), $\alpha=0.1$ (τελείες), $\alpha=1$ (διακεκομμένες γραμμές με τελείες)

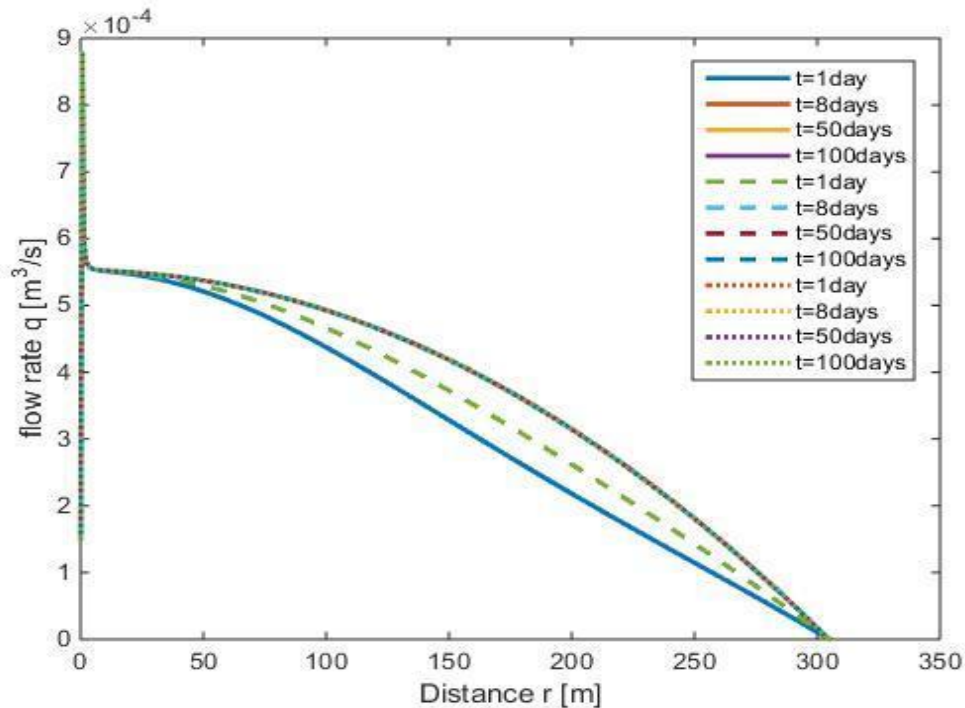
Οι τιμές των πιέσεων κυμαίνονται από $1.6 * 10^7 Pa$ έως και $2.75 * 10^7 Pa$. Οι συνεχόμενες γραμμές αφορούν της τιμές των παροχών στον ταμιευτήρα με ισοθερμοκρασιακή συμπίεστικότητα με συντελεστή « $\alpha=10$ » , οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=100$ » , οι διακεκομμένες γραμμές με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=1$ » και τέλος οι γραμμές που σχηματίζονται με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $\alpha=0.1$ » . Για την περίπτωση με « $\alpha=10$ » η πίεση την πρώτη ημέρα ξεκινάει από $2.7 * 10^7 Pa$ και φτάνει μέχρι $2.75 * 10^7 Pa$, στην συνέχεια μέχρι την όγδοη ημέρα παρατηρείται μικρή μείωση στα $2.73 * 10^7 Pa$, ενώ μέχρι και το τέλος της εκμετάλλευσης η πίεση αυξάνεται στα $2.74 * 10^7 Pa$. Για την περίπτωση με « $\alpha=0.1$ » οι τιμές κυμαίνονται από $10^6 - 10^3 \frac{Pa}{m}$. Για « $\alpha=1$ » εκτός από την πρώτη ημέρα , που η βαθμίδα πίεσης βρίσκεται μεταξύ $10^6 - 10^{-1} \frac{Pa}{m}$, στην υπόλοιπη εκμετάλλευση κυμαίνεται στο ίδιο εύρος $10^6 - 10^3 \frac{Pa}{m}$. Οι μεγαλύτερες αλλαγές κατά την διάρκεια της εκμετάλλευσης προκύπτουν από τον συντελεστή « $\alpha=10$ » και « $\alpha=100$ » . Σε όλες τις περιπτώσεις κατά διάρκεια της εκμετάλλευσης οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ $2.5 * 10^7 Pa$ έως και $2.75 * 10^7 Pa$. Οι μόνες διαφοροποιήσεις που παρατηρούνται είναι στην περίπτωση με « $\alpha=100$ » , κατά την οποία υπάρχει μείωση της πίεσης από τις πενήντα(50) ημέρες μέχρι και το τέλος. Επιπλέον θα μπορούσε να σημειωθεί πως συγκριτικά οι χαμηλότερες τιμές αφορούν τις περιπτώσεις με « $\alpha=100$ » και « $\alpha=1$ » .

Με τις αλλαγές στην διαπερατότητα k προέκυψαν τα παρακάτω:



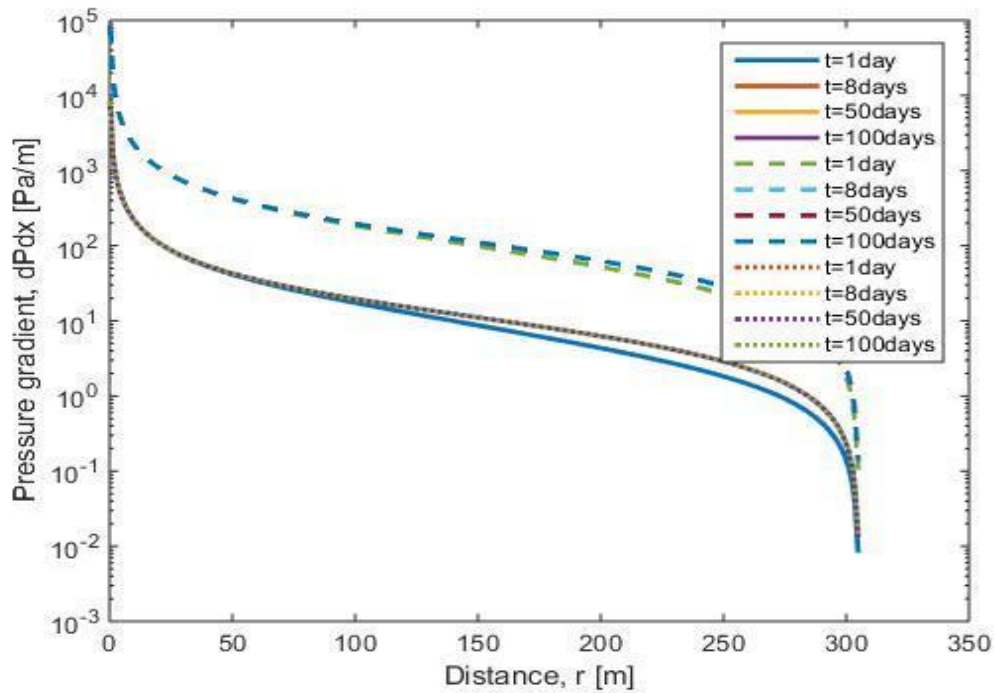
Διάγραμμα 4.5 ταχύτητας-ακτίνας με $b=0.1$ (συνεχόμενες γραμμές), $b=10$ (διακεκομμένες γραμμές), $b=100$ (τελείες)

Οι τιμές των ταχυτήτων κυμαίνονται περίπου από $10^{-11} \frac{m}{s}$ έως $10^{-4} \frac{m}{s}$. Οι συνεχόμενες γραμμές αφορούν της τιμές των ταχυτήτων στον ταμειευτήρα με διαπερατότητα με συντελεστή « $b=0.1$ », οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν τον συντελεστή « $b=10$ » και τέλος οι γραμμές που σχηματίζονται με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $b=100$ ». Σε όλες τις περιπτώσεις κατά διάρκεια της εκμετάλλευσης το εύρος των ταχυτήτων παραμένει το ίδιο. Πέρα από την περίπτωση με « $b=10$ » και την καμπύλη της πρώτης ημέρας, όλες οι υπόλοιπες καμπύλες έχουν ίδια μορφή γεγονός που υποδηλώνει πως οι διαφορετικές διαπερατότητες δεν επηρεάζουν σημαντικά την ταχύτητα των ρευστών.



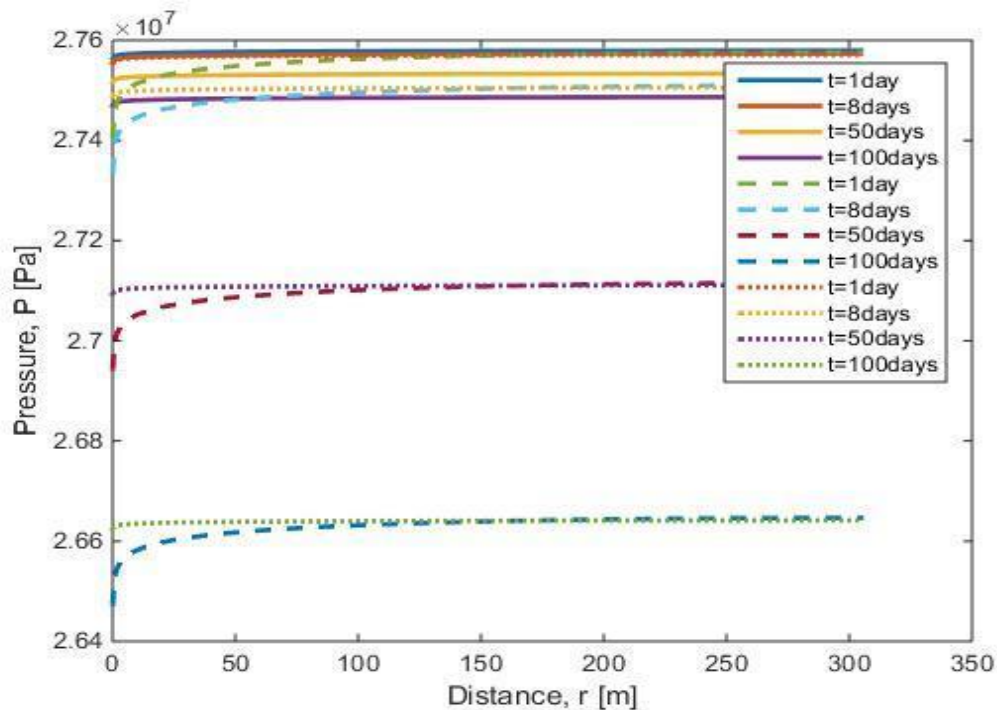
Διάγραμμα 4.6 παροχής-ακτίνας με $b=0.1$ (συνεχόμενες γραμμές) , $b=10$ (διακεκομμένες γραμμές) , $b=100$ (τελείες)

Οι τιμές των παροχών κυμαίνονται περίπου από $5.5 * 10^{-4} \frac{m^3}{s}$ έως $10^{-4} \frac{m^3}{s}$, αν εξαιρέσουμε τις τιμές στην αρχή των εκμεταλλεύσεων πριν την σταθεροποίηση της διαδικασίας. Οι συνεχόμενες γραμμές αφορούν τις τιμές των ταχυτήτων στον ταμιευτήρα με διαπερατότητα με συντελεστή « $b=0.1$ », οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν τον συντελεστή « $b=10$ » και τέλος οι γραμμές που σχηματίζονται με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $b=100$ ». Σε όλες τις περιπτώσεις κατά διάρκεια της εκμετάλλευσης το εύρος των παροχών παραμένει το ίδιο. Πέρα από την περίπτωση με « $b=10$ » και την καμπύλη της πρώτης ημέρας, όλες οι υπόλοιπες καμπύλες έχουν ίδια μορφή γεγονός που υποδηλώνει πως οι διαφορετικές διαπερατότητες δεν επηρεάζουν σημαντικά την παροχή.



**Διάγραμμα 4.7 βαθμίδα πίεσης-ακτίνας με $b=0.1$ (συνεχόμενες γραμμές) ,
 $b=10$ (διακεκομμένες γραμμές) , $b=100$ (τελείες)**

Οι τιμές των βαθμίδων πίεσης κυμαίνονται περίπου από $10^{-2} \frac{Pa}{m}$ έως $10^5 \frac{Pa}{m}$. Οι συνεχόμενες γραμμές αφορούν της τιμές των ταχυτήτων στον ταμιευτήρα με διαπερατότητα με συντελεστή « $b=0.1$ », οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν τον συντελεστή « $b=10$ » και τέλος οι γραμμές που σχηματίζονται με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $b=100$ ». Οι τιμές και για αυτό το μέγεθος δεν επηρεάζονται αισθητά από τους συντελεστές. Η μόνη διαφορά που παρατηρείται αφορά την περίπτωση για « $b=10$ » για το διάστημα των πρώτων οχτώ (8) ημερών, ενώ οι υπόλοιπες τιμές είναι σχεδόν πανομοιότυπες.



Διάγραμμα 4.8 πίεσης-ακτίνας με $b=0.1$ (συνεχόμενες γραμμές) , $b=10$ (διακεκομμένες γραμμές) , $b=100$ (τελείες)

Οι τιμές των πιέσεων κυμαίνονται περίπου από $2.65 * 10^7 Pa$ έως $2.76 * 10^7 Pa$.Οι συνεχόμενες γραμμές αφορούν της τιμές των ταχυτήτων στον ταμιευτήρα με διαπερατότητα με συντελεστή « $b=0.1$ » , οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν τον συντελεστή « $b=10$ » και τέλος οι γραμμές που σχηματίζονται με τις τελείες αφορούν τον συντελεστή « $b=100$ ». Για το μέγεθος αυτό παρατηρούνται διαφοροποιήσεις για τις περιπτώσεις με « $b=10$ » και « $b=100$ » στις πενήντα (50) ημέρες με πιέσεις μεταξύ $2.7 - 2.71 * 10^7 Pa$ και στις (100) ημέρες με χαμηλότερες μεταξύ $2.65 - 2.66 * 10^7 Pa$, ενώ όλες οι υπόλοιπες πιέσεις είναι υψηλότερες.

Για την περίπτωση με « $b=0.1$ » η πίεση την πρώτη ημέρα βρίσκεται στο $2.75 * 10^7 Pa$. Από την όγδοη ημέρα και μετά παρατηρείται μείωση, η οποία σταδιακά αυξάνεται μέχρι τις εκατό ημέρες(100).Για την περίπτωση με « $b=10$ » οι τιμές κυμαίνονται από $10^6 - 10^3 \frac{Pa}{m}$. Για « $\alpha=1$ » εκτός από την πρώτη ημέρα , που η βαθμίδα πίεσης βρίσκεται μεταξύ $10^6 - 10^{-1} \frac{Pa}{m}$,στην υπόλοιπη εκμετάλλευση

κυμαίνεται στο ίδιο εύρος $10^6 - 10^3 \frac{Pa}{m}$. Οι μεγαλύτερες αλλαγές κατά την διάρκεια της εκμετάλλευσης προκύπτουν από τον συντελεστή « $\alpha=10$ » και « $\alpha=100$ ». Σε όλες τις περιπτώσεις κατά διάρκεια της εκμετάλλευσης οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ $2.5 * 10^7 Pa$ έως και $2.75 * 10^7 Pa$. Οι μόνες διαφοροποιήσεις που παρατηρούνται είναι στην περίπτωση με « $\alpha=100$ », κατά την οποία υπάρχει μείωση της πίεσης από τις πενήντα(50) ημέρες μέχρι και το τέλος. Επιπλέον θα μπορούσε να σημειωθεί πως συγκριτικά οι χαμηλότερες τιμές αφορούν τις περιπτώσεις με « $\alpha=100$ » και « $\alpha=1$ ».

5^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΦΥΣΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ

Οι ταμειυτήρες κατά κύριο λόγο, χωρίς να αποτελεί κανόνα, αποτελούνται από τρεις φάσεις:

- Την υγρή φάση Υ/Α
- Την αέρια φάση Υ/Α
- Την υδάτινη φάση Υ/Α

Οι φάσεις αυτές διαχωρίζονται εξαιτίας διεργασιών που έχουν πραγματοποιηθεί στο παρελθόν, αλλά κυρίως λόγω της βαρύτητας. Η αέρια φάση βρίσκεται κάτω από τον αδιαπέραστο γεωλογικό σχηματισμό ο οποίος περιβάλλει το κοίτασμα, και από κάτω της βρίσκεται η υγρή φάση., ενώ στο κατώτερο μέρος του σχηματισμού βρίσκεται η υδάτινη. Τα σύνορα μεταξύ των φάσεων μέσα στον ταμειυτήρα χαρακτηρίζονται ως «μεταβατικές ζώνες» και είναι τα σημεία στα οποία οι δύο φάσεις συνυπάρχουν. Έτσι υπάρχει η μεταβατική ζώνη μεταξύ της υδάτινης και της φάσης του πετρελαίου που ονομάζεται «Oil-Water Contact», εντός της οποίας ο κορεσμός σε πετρέλαιο μειώνεται και αυξάνεται ο κορεσμός σε νερό όσο μειώνεται το βάθος. Έτσι αντίστοιχα υπάρχει η μεταβατική ζώνη αερίου και πετρελαίου «Gas-Oil Contact», με μείωση του βάθους να συνεπάγεται η μείωση του

κορεσμού του αερίου και η αύξηση του κορεσμού του πετρελαίου, και τέλος σε κατεξοχήν υγρού ή ξηρού ταμιευτήρα υπάρχει η μεταβατική ζώνη «Gas-Water Contact» , μεταξύ αερίου και νερού.

Η φυσική διεργασία σε ταμιευτήρες στους οποίους ρέουν περισσότερες από μία φάσεις διαμέσου του πορώδους μέσου χαρακτηρίζεται «πολυφασική ροή». Η τελευταία διακρίνεται σε αναμίξιμη κατά την οποία λόγω χημικής συγγένειας των συστατικών των φάσεων παρατηρείται διάλυση της μίας μέσα στην άλλη, με χαρακτηριστικό παράδειγμα την εκτόπιση πετρελαίου από αέριο κατά την τριτογενή παραγωγή, και μη αναμίξιμη κατά την οποία παρατηρείται διαχωρισμός των συστατικών των φάσεων. Στις περιπτώσεις πολυφασικών ταμιευτήρων η εξίσωση Darcy που έχει εξεταστεί σε προηγούμενο κεφάλαιο δεν γίνεται να χρησιμοποιηθεί αυτούσια, καθώς αφορούσε αποκλειστικά μονοφασικές ροές σε πλήρως κορεσμένα πορώδη μέσα.

Έτσι οι Leverret (1941), Marle (1982), Muskat & Meres (1936) και οι Wyckoff & Botset (1936) πρότειναν μία γενικευμένη εξίσωση Darcy για τις πολυφασικές ροές:

$$\vec{u}_i = - \frac{k_{r,i} * k}{\mu_i} * (\nabla P_i - \rho_i * \vec{g}) \quad (5.1)$$

όπου: μ_i = ιξώδες της φάσης i , ρ_i = πυκνότητα της φάσης i , \vec{u}_i = ταχύτητα ροής της φάσης i , ∇P_i = βαθμίδα πίεσης της φάσης i

Ο όρος $k_{r,i}$ ονομάζεται σχετική διαπερατότητα και πρόκειται για την φαινόμενη διαπερατότητα της φάσης i , $k_{a,i}$ ως προς την διαπερατότητα του πετρώματος. Αποτελεί αδιάστατο μέγεθος και ορίζεται ως :

$$k_{r,i} = \frac{k_{a,i}}{k} \quad (5.2)$$

Εναλλακτικά η σχετική διαπερατότητα θα μπορούσε να οριστεί ως ο λόγος της ογκομετρικής παροχής της φάσης i σε πολυφασική ροή(όταν υπάρχει κορεσμός S_i) προς της ογκομετρική παροχή που θα είχε η ίδια φάση i σε μονοφασική ροή, δηλαδή:

$$k_{r,i} = \frac{u_i(S_i \leq 1_i)}{u_i(S_i = 1)} \quad (5.3)$$

Σε μόνιμες συνθήκες πολυφασικής ροής , με την κάθε φάση να είναι συνεχής , να ρέει ξεχωριστά , χωρίς μεταφορά ορμής τότε η σχετική διαπερατότητα είναι γραμμική συνάρτηση του κορεσμού. Στην περίπτωση μίας υδάτινης φάσης και μία φάσης πετρελαίου τότε ισχύει πως:

$$k_{r,w} = S_w \quad (5.4)$$

$$k_{r,o} = 1 - S_w \quad (5.5)$$

Τα πρότυπα ροής σε πολυφασικές ροές σε πορώδη μέσα ανάλογα με την έκταση της ζώνης η οποία διαχωρίζει τις γειτονικές φάσεις διακρίνονται στην :

- προσέγγιση μεταβατικής ζώνης που βασίζεται σε ανάπτυξη περιοχής πεπερασμένης έκτασης μεταξύ των φάσεων με διαφορετικούς κορεσμούς από τις υπολειμματικές τιμές(με αυτήν θα ασχοληθούμε)
- προσέγγιση ασυνεχούς μετώπου που βασίζεται στη θεώρηση μιας καθαρής ζώνης μεταξύ των φάσεων

Στην περίπτωση που θεωρηθεί μονοδιάστατη διφασική γραμμική ροή , με ασυμπίεστες φάσεις και με πορώδες γραμμικά σταθερό , η εξίσωση Darcy για κάθε φάση μπορεί να γραφτεί ως:

$$u_1 = -k * \frac{k_{r,1}}{\mu_1} * (\frac{\partial P_1}{\partial x} - \rho_1 * g) \quad (5.6)$$

$$u_2 = -k * \frac{k_{r,2}}{\mu_2} * (\frac{\partial P_2}{\partial x} - \rho_2 * g) \quad (5.7)$$

Επιπλέον από την εξίσωση διατήρησης της μάζας:

$$\frac{\partial(\rho_i * S_i * \Phi)}{\partial \tau} + \nabla * (\rho_i \vec{u}_i) = 0 \quad (5.8)$$

όπου: S = κορεσμός, Φ = πορώδες

Για κάθε φάση προκύπτει:

$$\Phi * \frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \quad (5.9)$$

$$\Phi * \frac{\partial S_2}{\partial t} + \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0 \quad (5.10)$$

Παράλληλα ισχύει :

$$S_1 + S_2 = 1 \quad (5.11)$$

$$P_1 - P_2 = P_c(S_1) \quad (5.12)$$

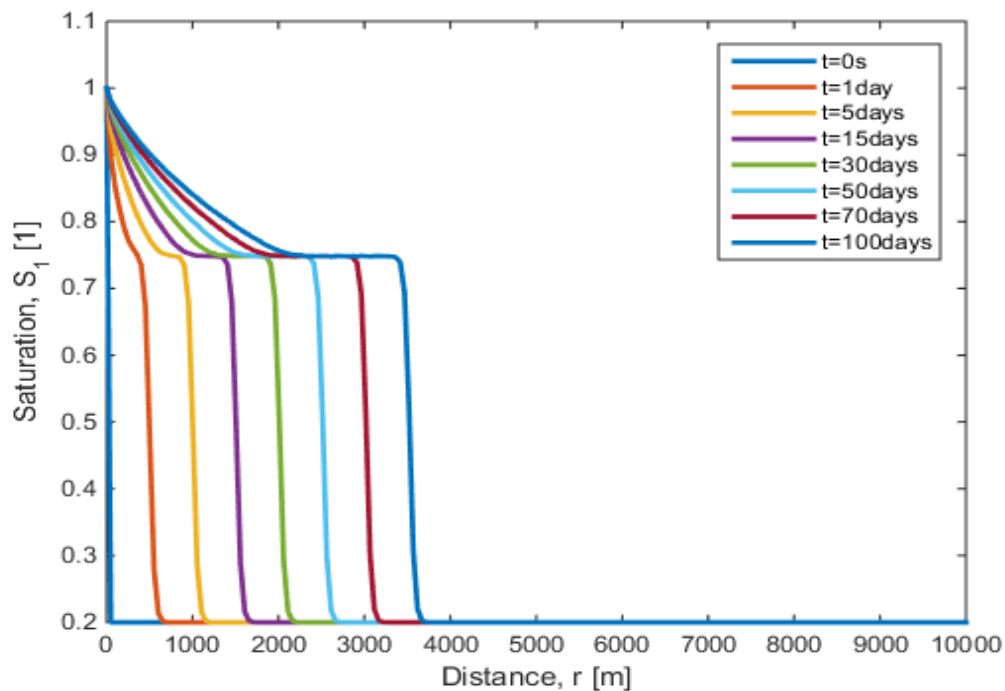
όπου : $P_c(S_1)$ = τριχοειδής πίεση

Ύστερα από πράξεις, αντικαταστάσεις και μετασχηματισμούς προκύπτει η παρακάτω μερική διαφορική εξίσωση που περιλαμβάνει τις μερικές παραγώγους του κορεσμού ως προς x και t :

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{u}{\Phi} * \left(\frac{d\partial_1}{dS_1} * \frac{\partial S_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} * \left(\psi_1 * \frac{\partial S_1}{\partial x} \right) \right) = 0 \quad (5.13)$$

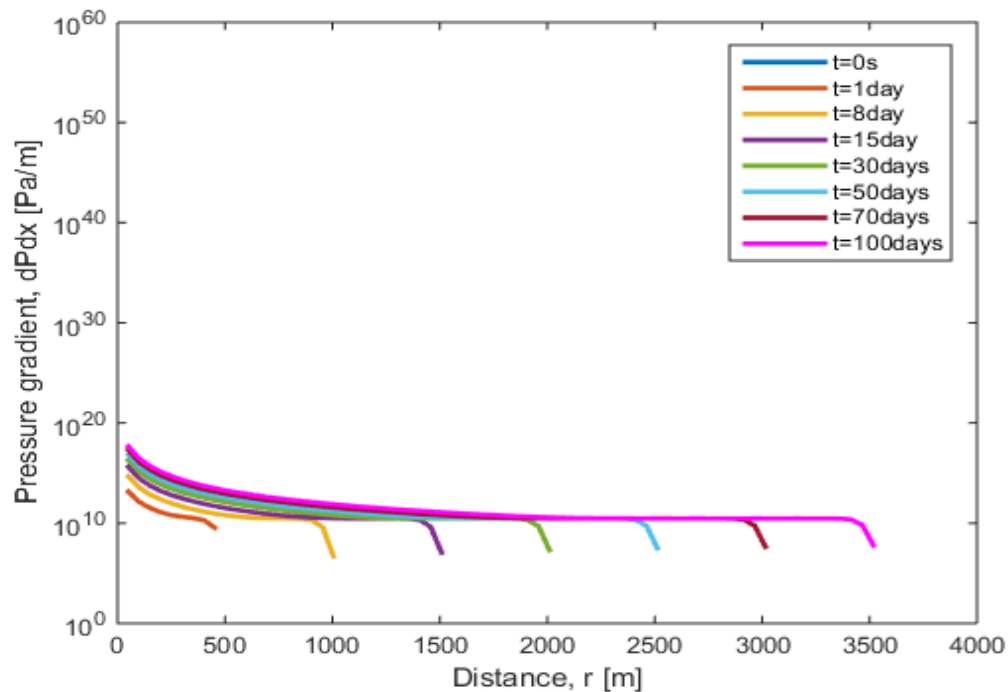
$$\psi_1 = \frac{k}{u} * \frac{1}{\frac{\mu_1}{k_{r,1}} + \frac{\mu_2}{k_{r,2}}} * \frac{dP_c}{dS_1} \quad (5.14)$$

Αυτή η εξίσωση μπορεί να επιλυθεί συναρτήσει του χρόνου με τις κατάλληλες αρχικές και συνοριακές συνθήκες για το πεδίο κορεσμού.



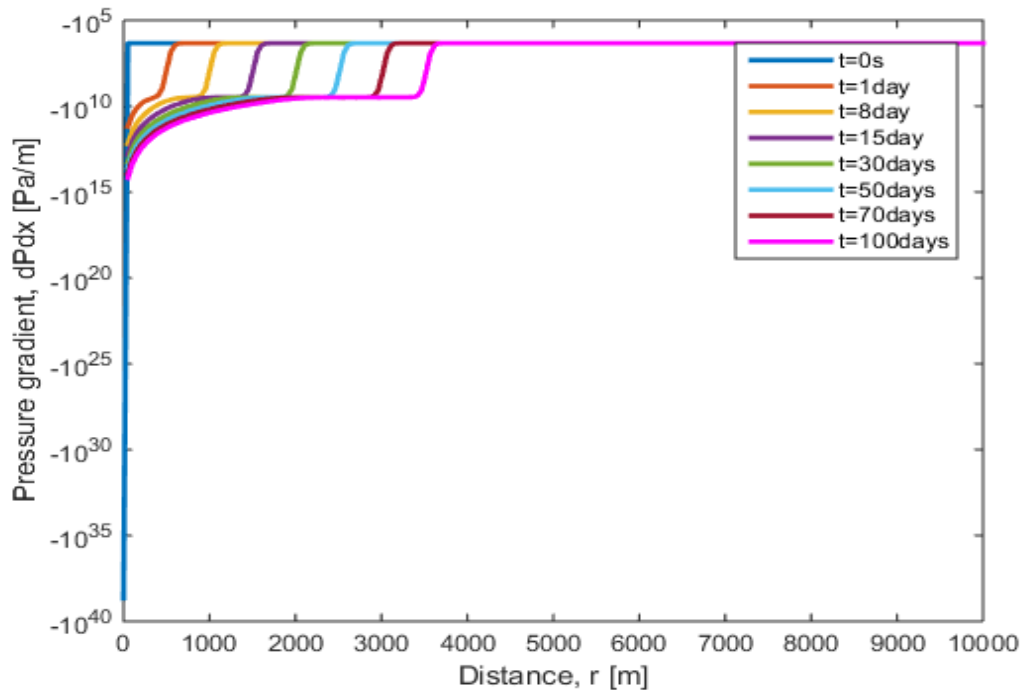
Διάγραμμα 5.1 κορεσμός σε συνάρτηση με την ακτίνα

Ο κορεσμός είναι αδιάστατο μέγεθος και φέρει ως μέγιστη τιμή το 1. Το μέτωπο δημιουργείται ξεκάθαρα μετά την πρώτη ημέρα προς εκμετάλλευσης, με τον ρυθμό μεταβολής να παραμένει σταθερός μέχρι και το τέλος της διαδικασίας. Με το πέρασμα των ημερών τα εύρη των τιμών παραμένουν τα ίδια με την διαφορά πως όσο η διαταραχή κινείται προς τα δεξιά παρατηρούνται χαμηλότερες τιμές.



Διάγραμμα 5.4 βαθμίδα πίεσης νερού σε συνάρτηση με την ακτίνα

Η βαθμίδα πίεσης του νερού κυμαίνεται μεταξύ 10^{19} με $10^8 \frac{Pa}{m}$. Το νερό κινείται από περιοχές χαμηλότερης πίεσης σε εκείνες με την υψηλότερη με τις καμπύλες να είναι αρκετά ομαλές, γεγονός που υποδηλώνει αργή και σταθερή ροή μέχρι και το τέλος της διαδικασίας. Οι τιμές αυξάνονται με το πέρασμα των ημερών, ωστόσο παρατηρείται μείωση τους όσο η διαταραχή κινείται προς τα δεξιά.



Διάγραμμα 5.5 βαθμίδα πίεσης πετρελαίου σε συνάρτηση με την ακτίνα

Η βαθμίδα πίεσης του πετρελαίου κυμαίνεται μεταξύ 10^{-6} και $10^{-38} \frac{Pa}{m}$. Η βαθμίδα πίεσης εμφανίζει μία απότομη αύξηση στην αρχή της εκμετάλλευσης φτάνοντας την μέγιστη τιμή, η οποία όμως μετά την πρώτη ημέρα και την σταθεροποίηση της διαδικασίας μειώνεται στα $10^{-15} \frac{Pa}{m}$. Η εμφάνιση του μετώπου γίνεται ορατή από νωρίς και κινείται σταθερά προς τα δεξιά με σταθερό ρυθμό. Το γεγονός αυτό δηλώνει την ομαλή ροή του πετρελαίου από περιοχές χαμηλότερης πίεσης σε περιοχές υψηλότερης. Οι τιμές κατά την διάρκεια της εκμετάλλευσης παρουσιάζουν αν εξεταστούν χρονικά παρουσιάζουν μείωση, ενώ όσο η διαταραχή κινείται προς τα δεξιά οι τιμές παρουσιάζουν αύξηση συγκριτικά με το αριστερό άκρο του ταμιευτήρα.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύχθηκε ένα μαθηματικό μοντέλο προσομοίωσης σε περιβάλλον Matlab για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων μονοδιάστατης και δισδιάστατης ακτινωτής ροής σε μη μόνιμες και ψευδομόνιμες συνθήκες παραγωγής πετρελαίου από ετερογενείς ταμιευτήρες. Ειδικότερα εφαρμόστηκαν οι κάτωθι περιπτώσεις::

- *Κλειστός ταμιευτήρας με σταθερό ρυθμό άντλησης στο φρεάτιο ίσο με 300 bbl/day και μηδενική ροή στο όριο του(ψευδομόνιμη ροή)*
- *Κλειστός ταμιευτήρας με σταθερή πίεση στο φρεάτιο ίση με το 90% της αρχικής και μηδενική ροή στο όριο του(μη μόνιμη ροή, πρωτογενής παραγωγή).*
- *Ανοιχτός ταμιευτήρας με σταθερό ρυθμό άντλησης στο πηγάδι ίσο με 300 bbl/day και σταθερή πίεση στο όριο του(μόνιμη ροή, δευτερογενής παραγωγή).*

Όπως είναι εμφανές οι περιπτώσεις διέφεραν ως προς τις συνθήκες εκμετάλλευσης, δηλαδή πιο συγκεκριμένα ως προς τα ορίσματα εισόδου και εξόδου. Ο προσομοιωτής δημιούργησε τα απαραίτητα διαγράμματα από τα οποία εξήχθησαν τα αποτελέσματα. Τα τελευταία αφορούν την πίεση στον ταμιευτήρα, την παροχή, την ταχύτητα του/των ρευστού(-ών) και την βαθμίδα πίεσης. Επίσης, επιπλέον αποτελέσματα εξήχθησαν για την πρώτη συνθήκη εκμετάλλευσης και από διαγράμματα που προέκυψαν από την ανάλυση ευαισθησίας όρου εξαρτώμενου από την θερμοκρασιακή συμπίεστικότητα και την διαπερατότητα.

ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Στην πρώτη (α) περίπτωση στην οποία ο ταμιευτήρας είναι κλειστός, ο ρυθμός άντλησης είναι σταθερός και δεν υπάρχει ροή στο δεξί του όριο, οι τιμές των πιέσεων

κυμαίνονται από 2.5 έως $2.76 \cdot 10^{-8}$ Pa , η παροχή από 80 έως $480 \frac{m^3}{s}$, η ταχύτητα του ρευστού από 10^{-8} έως $10^1 \frac{m}{s}$ και η βαθμίδα πίεσης από 10^{-2} έως $10^{12} \frac{Pa}{m}$.

Στην δεύτερη (β) περίπτωση ο ταμιευτήρας είναι κλειστός στο αριστερό άκρο (φρεάτιο) η πίεση είναι ίση με τον 90% της αρχικής και στο δεξί άκρο δεν υπάρχει ροή. Οι πιέσεις κυμαίνονται από $2.48-2.76 \cdot 10^{-7}$ Pa , η παροχή από $0.2-0.4 \frac{m^3}{s}$, η ταχύτητα από $10^{-12}-10^{-4} \frac{m}{s}$ και η βαθμίδα πίεσης από $10^{-2}-10^7 \frac{Pa}{m}$.

Στην τρίτη (γ) περίπτωση ο ταμιευτήρας είναι ανοιχτός με σταθερό ρυθμό άντλησης στο αριστερό άκρο (φρεάτιο) και σταθερή πίεση στο δεξί άκρο. Οι τιμές των πιέσεων κυμαίνονται από 2.57 έως $2.76 \cdot 10^{-7}$ Pa , η παροχή από 80 έως $470 \frac{m^3}{s}$, η ταχύτητα του ρευστού από 10^{-7} έως $10^1 \frac{m}{s}$ και η βαθμίδα πίεσης από 10^{-4} έως $10^{12} \frac{Pa}{m}$.

Συγκεντρωτικά:

	<u>Πίεση(Pa)- ακτίνα(m)</u>	<u>Παροχή($\frac{m^3}{s}$)- ακτίνα(m)</u>	<u>Ταχύτητα($\frac{m}{s}$)- ακτίνα(m)</u>	<u>Βαθμίδα πίεσης($\frac{Pa}{m}$)- ακτίνα(m)</u>
Α΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$2.5-2.76 \cdot 10^{-8}$	$80-480$	$10^{-8}-10^1$	$10^{-2}-10^{12}$
Β΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$2.48-2.76 \cdot 10^{-7}$	$0.2-4$	$10^{-12}-10^{-4}$	$10^{-2}-10^7$
Γ΄ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$2.57-2.76 \cdot 10^{-7}$	$80-470$	$10^{-7}-10^1$	10^4-10^{12}

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΣΤΑ ΜΕΛΕΤΟΥΜΕΝΑ ΜΕΓΕΘΗ

Ομοιότητες παρουσιάζουν και οι τρεις περιπτώσεις στο μέγεθος της πίεσης και της βαθμίδας πίεσης, καθώς φαίνεται πως ο σταθερός ρυθμός άντλησης εξυπηρετεί τον ίδιο σκοπό με την σταθερή πίεση στο αριστερό άκρο του ταμιευτήρα(φρεάτιο). Στα υπόλοιπα μεγέθη παρουσιάζονται ομοιότητες μεταξύ πρώτης και τρίτης περίπτωσης. Παρατηρείται πως αν ο ταμιευτήρας είναι κλειστός ή

ανοιχτός δεν επηρεάζει ιδιαίτερα ούτε την παροχή , ούτε την ταχύτητα των ρευστών , αλλά ούτε και την βαθμίδα πίεσης. Επιπλέον πρέπει να σημειωθεί πως αυτό που φαίνεται να επηρεάζει σημαντικά το μέγεθος της παροχής και υπάρχει τέτοια διαφοροποίηση στην δεύτερη περίπτωση είναι η πίεση στο αριστερό όριο του ταμιευτήρα, καθώς η πίεση μειωμένη κατά 10% οδηγεί σε τόσο χαμηλές τιμές.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Ολοκληρωμένος ο κώδικας ο οποίος αφορά την μονοφασική ψευδομόνιμη ροή με συνθήκες σταθερής άντλησης στο πηγάδι και μηδενική ροή στο δεξί όριο.

```
%ΣΤΑΘΕΡΟΣ ΡΥΘΜΟΣ ΑΝΤΛΗΣΗΣ ΣΤΟ ΠΗΓΑΔΙ(300BBL/DAY)&ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΡΟΗ ΣΤΟ  
ΟΡΙΟ ΤΟΥ
```

```
%ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ(ΚΛΕΙΣΤΟΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑΣ)[ΨΕΥΔΟΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ]
```

```
function pdediff
```

```
close all
```

```
% Parameter values
```

```
filename='runk1.mat';
```

```
%run1=*10 , run2=*100 , run3=/10
```

```
a=10; %συντελεστής για ct
```

```
b=100; %συντελεστής για k
```

```
m=1; % cylindrical coordinates
```

```
k=b*60e-15; % permability [m^2]
```

```
phi=0.15; % porosity
```

```
mu=1.5e-3; % viscosity [Pa*s]
```

```
fun=15*0.3048; % reservoir's thickness [m]
```

```
rw=0.25*0.3048; % borehole's radius [m]
```

```
re=1000*0.3048; % reservoir's radius [m]
```

```
ct=12e-6/6895; % isothermal fluid+rock compressibility [1/Pa]
```

```
pinitial=4000*6895; % Initial Reservoir pressure [Pa]
```

```
tend=100*24*3600; % Maximum time [s] , η παραγωγή διαρκεί 100 ημέρες
```

```
h=10; % thicknes of reservoir [m]
```

```
qwell=300*159*1e-3/(24*3600); % flux rate [bbl/day]
```

```
%-----
```

```
xmesh=linspace(rw,re,500); % solution space(πίνακας με ακτίνες από rw μέχρι re ,500  
στοιχεία%και ομοιόμορφα κατανεμημένα)
```



```

tspan=(0:3600:tend); % solution times(πίνακας με χρόνους,απο μηδέν μέχρι όσο
οριστεί%το tend με βήμα 3600)
tshow1=[0 24*3600 8*24*3600 15*24*3600 30*24*3600 50*24*3600 70*24*3600
100*24*3600]; %times in s
tshow=(find(tspan==tshow1(4)|tspan==tshow1(1)|tspan==tshow1(2)|tspan==tshow
1(3)|tspan==tshow1(5)|tspan==tshow1(6)|tspan==tshow1(7)|tspan==tshow1(8)));%
οι χρόνοι αλλάζουν παντού σε όλα τα διαγράμματα
fun1=@(x,t,u,dudx)(pdefun(x,t,u,dudx,ct,k,mu,a));%συνάρτηση ώστε το pdefun να
παίρνει περισσότερα ορίσματα
fun1ic=@(x)(pdeic(x,pinitial));%συνάρτηση ώστε το pdeic να παίρνει περισσότερα
ορίσματα
fun1bc=@(xl,ul,xr,ur,t)(pdebc(xl,ul,xr,ur,t,qwell,mu,rw,h,k));%συνάρτηση ώστε το
pdebc να παίρνει περισσότερα ορίσματα

sol=pdepe(m,fun1,fun1ic,fun1bc,xmesh,tspan); %επίλυση
p=sol(:,1);%επίλυση

figure(1)%διάγραμμα πίεσης-ακτίνας
plot(xmesh,p(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
plot(xmesh,p(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
plot(xmesh,p(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
plot(xmesh,p(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
plot(xmesh,p(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,p(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
plot(xmesh,p(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
plot(xmesh,p(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100days')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('Pressure, P [Pa]')
hold off

```

```

dx=gradient(xmesh); % διαφορές των X
dt=gradient(tspan); % διαφορές των Y
[dPx,dPt]=gradient(p); % επιστρέφει X & Y ως dPx dPt ?
dPdx=bsxfun(@rdivide,dPx,dx); % βαθμίδα πίεσης (διαίρει dPx/dx)
%dPdt=bsxfun(@rdivide,dPt,dt);
u=(k/mu)*dPdx; % τύπος ταχύτητας Darcy
q=2*pi*h*bsxfun(@times,u,xmesh); %q=2*pi*h*xmesh.*u % τύπος παροχής
q=A*u=2*pi*r*h*u(κύλινδρος)

```

```

figure(2)%διάγραμμα βαθμίδας πίεσης-ακτίνας
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=10
0days')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('Pressure gradient, dPdx [Pa/m]')
hold off

```

```

figure(3)%διάγραμμα ταχύτητας-ακτίνας
semilogy(xmesh,u(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
semilogy(xmesh,u(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
semilogy(xmesh,u(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8days')

```

```

semilogy(xmesh,u(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
semilogy(xmesh,u(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
semilogy(xmesh,u(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
semilogy(xmesh,u(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
semilogy(xmesh,u(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100da
ys')
legend show
xlabel('Distance r [m]')
ylabel('Velocity u [m/s]')
hold off

```

```

figure(4)%διάγραμμα παροχής-ακτίνας
plot(xmesh,q(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
plot(xmesh,q(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
plot(xmesh,q(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8days')
plot(xmesh,q(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15days')
plot(xmesh,q(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,q(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
plot(xmesh,q(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
plot(xmesh,q(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100days')
legend show
xlabel('Distance r [m]')
ylabel('flow rate q [m^3/s]')
hold off

```

```

save(filename,'xmesh','tspan','u','q','dPdx','p')% αποθηκεύει σε πίνακα τις
μεταβλητές

```

```

end

```

```
function [c,f,s]=pdefun(x,t,u,dudx,ct,k,mu,a)
%πρέπει την εξίσωση της διάχυσης(σημειώσεις
εξ(74))(cs+cf)*dP/dt=(k/m)*((1*dP)/r*dr)+d^2P/dr^2)= να την φέρω σε μορφή
%που διαβάζει η matlab c*dm/dt=x^-m*d(x^m*f)/dx+s και να κάνω αντιστοίχιση
%των όρων της με τα c , f , s.
c=a*((ct*mu)/k); %cs+cf=ct
f=dudx;
s=0;
end
```

```
function u0=pdeic(x,pinitial)
u0=pinitial;
end
```

```
function [pl,ql,pr,qr]=pdebc(xl,ul,xr,ur,t,qwell,mu,rw,h,k)
pl=-((qwell*mu)/(2*pi*rw*h*k)); %αριστερά-σταθερή ροή
ql=1;
pr=0; %δεξιά-μηδενική ροή
qr=1;
end
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Ολοκληρωμένος ο κώδικας ο οποίος αφορά την μονοφασική μόνιμη ροή με συνθήκες σταθερής άντλησης στο πηγάδι και σταθερής πίεσης στο δεξί όριο.

%ΣΤΑΘΕΡΟΣ ΡΥΘΜΟΣ ΑΝΤΛΗΣΗΣ ΣΤΟ ΠΗΓΑΔΙ(300BBL/DAY)&ΣΤΑΘΕΡΗ ΠΙΕΣΗ ΣΤΟ ΟΡΙΟ ΤΟΥ

%ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ(ΑΝΟΙΧΤΟΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑΣ+WATER FLOODING)[ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ]

function pdediff

close all

% Parameter valuesa

m=1; % cylindrical coordinates

k=60e-15; % permability [m²]

phi=0.15; % porosity

mu=1.5e-3; % viscosity [Pa*s]

fun=15*0.3048; % reservoir's thickness [m]

rw=0.25*0.3048; % borehole's radius [m]

re=1000*0.3048; % reservoir's radius [m]

ct=12e-6/6895; % isothermal fluid+rock compressibility [1/Pa]

pinitial=4000*6895; % Initial Reservoir pressure [Pa]

tend=100*24*3600; % Maximum time [s] , η παραγωγή διαρκεί 100 ημέρες

h=10; % thicknes of reservoir [m]

qwell=300*159*1e-3/(24*3600); % flux rate [bbl/day]

%-----

xmesh=linspace(rw,re,500); % solution space(πίνακας με ακτίνες από rw μέχρι re ,500
στοιχεία%και ομοιόμορφα κατανεμημένα)

tspan=(0:3600:tend); % solution times(πίνακας με χρόνους,απο μηδέν μέχρι όσο
οριστεί%το tend με βήμα 3600)

tshow1=[0 24*3600 8*24*3600 15*24*3600 30*24*3600 50*24*3600 70*24*3600
100*24*3600]; %times in s

```

tshow=(find(tspan==tshow1(4)|tspan==tshow1(1)|tspan==tshow1(2)|tspan==tshow
1(3)|tspan==tshow1(5)|tspan==tshow1(6)|tspan==tshow1(7)|tspan==tshow1(8)));%
οι χρόνοι αλλάζουν παντού σε όλα τα διαγράμματα
fun1=@(x,t,u,dudx)(pdefun(x,t,u,dudx,ct,k,mu));%συνάρτηση ώστε το pdefun να
παίρνει περισσότερα ορίσματα
fun1ic=@(x)(pdeic(x,pinitial));%συνάρτηση ώστε το pdeic να παίρνει περισσότερα
ορίσματα
fun1bc=@(xl,ul,xr,ur,t)(pdebc(xl,ul,xr,ur,t,qwell,mu,rw,h,k,pinitial));%συνάρτηση
ώστε το pdebc να παίρνει περισσότερα ορίσματα

sol=pdepe(m,fun1,fun1ic,fun1bc,xmesh,tspan); %επίλυση
p=sol(:,1);%επίλυση

figure(1)%διάγραμμα πίεσης-ακτίνας
plot(xmesh,p(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
plot(xmesh,p(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
plot(xmesh,p(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
plot(xmesh,p(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
plot(xmesh,p(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,p(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
plot(xmesh,p(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
plot(xmesh,p(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100days')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('Pressure, P [Pa]')
hold off

dx=gradient(xmesh); % διαφορές των X
dt=gradient(tspan); % διαφορές των Y
[dPx,dPt]=gradient(p); % επιστρέφει X & Y ως dPx dPt ?

```

```

dPdx=bsxfun(@rdivide,dPx,dx); % βαθμίδα πίεσης (διαίρει dPx/dx)
% dPdt=bsxfun(@rdivide,dPt,dt);
u=(k/mu)*dPdx; % τύπος ταχύτητας Darcy

%q=2*pi*h*xmesh.*u % τύπος παροχής q=A*u=2*pi*r*h*u(κύλινδρος)
q=2*pi*h*bsxfun(@times,u,xmesh);

figure(2)%διάγραμμα βαθμίδας πίεσης-ακτίνας
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=10
0days')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('Pressure gradient, dPdx [Pa/m]')
hold off

figure(3)%διάγραμμα ταχύτητας-ακτίνας
semilogy(xmesh,u(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
semilogy(xmesh,u(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
semilogy(xmesh,u(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8days')
semilogy(xmesh,u(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
semilogy(xmesh,u(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')

```

```

semilogy(xmesh,u(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
semilogy(xmesh,u(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
semilogy(xmesh,u(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100da
ys')
legend show
xlabel('Distance r [m]')
ylabel('Velocity u [m/s]')
hold off

```

```

figure(4)%διάγραμμα παροχής-ακτίνας
plot(xmesh,q(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
plot(xmesh,q(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
plot(xmesh,q(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8days')
plot(xmesh,q(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15days')
plot(xmesh,q(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,q(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
plot(xmesh,q(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
plot(xmesh,q(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100days')
legend show
xlabel('Distance r [m]')
ylabel('flow rate q [m^3/s]')
hold off
end

```

```

function [c,f,s]=pdefun(x,t,u,dudx,ct,k,mu)
%πρέπει την εξίσωση της διάχυσης(σημειώσεις
εξ(74))(cs+cf)*dP/dt=(k/m)*((1*dP)/r*dr)+d^2P/dr^2)= να την φέρω σε μορφή
%που διαβάζει η matlab c*dM/dt=x^-m*d(x^m*f)/dx+s και να κάνω αντιστοίχιση
%των όρων της με τα c , f , s.
c=(ct*mu)/k; %cs+cf=ct

```



```
f=dudx;
```

```
s=0;
```

```
end
```

```
function u0=pdeic(x,pinitial)
```

```
u0=pinitial;
```

```
end
```

```
function [pl,ql,pr,qr]=pdebc(xl,ul,xr,ur,t,qwell,mu,rw,h,k,pinitial)
```

```
pl=-((qwell*mu)/(2*pi*rw*h*k)); %αριστερά θέλω σταθερή ροή
```

```
ql=1;
```

```
pr=ur-pinitial; %ανοιχτό όριο και σταθερή πίεση μέσω water drive
```

```
qr=0;
```

```
end
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Ολοκληρωμένος ο κώδικας ο οποίος αφορά την μονοφασική μη μόνιμη ροή με συνθήκες σταθερής πίεσης στο πηγάδι ίση με το 90% της αρχικής και μηδενικής ροής στο δεξί όριο.

%ΣΤΑΘΕΡΗ ΠΙΕΣΗ ΣΤΟ ΠΗΓΑΔΙ(90% ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ)&ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΡΟΗ ΣΤΟ ΟΡΙΟ ΤΟΥ

%ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ(ΚΛΕΙΣΤΟΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑΣ)[ΜΗ ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ]

function pdediff

close all

% Parameter values

m=1; % cylindrical coordinates

k=60e-15; % permability [m²]

phi=0.15; % porosity

mu=1.5e-3; % viscosity [Pa*s]

fun=15*0.3048; % reservoir's thickness [m]

rw=0.25*0.3048; % borehole's radius [m]

re=1000*0.3048; % reservoir's radius [m]

ct=12e-6/6895; % isothermal fluid+rock compressibility [1/Pa]

pinitial=4000*6895; % Initial Reservoir pressure [Pa]

tend=100*24*3600; % Maximum time [s] , η παραγωγή διαρκεί 100 ημέρες

h=10; % thicknes of reservoir [m]

%-----

xmesh=linspace(rw,re,500); % solution space(πίνακας με ακτίνες από rw μέχρι re ,500

στοιχεία%και ομοιόμορφα κατανεμημένα)

tspan=(0:3600:tend); % solution times(πίνακας με χρόνους,απο μηδέν μέχρι όσο οριστεί

%to tend με βήμα 3600)

tshow1=[0 24*3600 8*24*3600 15*24*3600 30*24*3600 50*24*3600 70*24*3600

100*24*3600]; %times in s

```

tshow=(find(tspan==tshow1(4)|tspan==tshow1(1)|tspan==tshow1(2)|tspan==tshow
1(3)|tspan==tshow1(5)|tspan==tshow1(6)|tspan==tshow1(7)|tspan==tshow1(8)));%
οι χρόνοι αλλάζουν παντού σε όλα τα διαγράμματα
fun1=@(x,t,u,dudx)(pdefun(x,t,u,dudx,ct,k,mu));%συνάρτηση ώστε το pdefun να
παίρνει περισσότερα ορίσματα
fun1ic=@(x)(pdeic(x,pinitial));%συνάρτηση ώστε το pdeic να παίρνει περισσότερα
ορίσματα
fun1bc=@(xl,ul,xr,ur,t)(pdebc(xl,ul,xr,ur,t,pinitial));%συνάρτηση ώστε το pdebc να
παίρνει περισσότερα ορίσματα

sol=pdepe(m,fun1,fun1ic,fun1bc,xmesh,tspan); %επίλυση
p=sol(:,1);%επίλυση

figure(1)%διάγραμμα πίεσης-ακτίνας
plot(xmesh,p(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
plot(xmesh,p(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
plot(xmesh,p(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
plot(xmesh,p(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
plot(xmesh,p(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,p(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
plot(xmesh,p(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
plot(xmesh,p(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100days')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('Pressure, P [Pa]')
hold off

dx=gradient(xmesh); % διαφορές των X
dt=gradient(tspan); % διαφορές των Y
[dPx,dPt]=gradient(p); % επιστρέφει X & Y ως dPx dPt ?

```

```
dPdx=bsxfun(@rdivide,dPx,dx); % βαθμίδα πίεσης (διαίρει dPx/dx)
% dPdt=bsxfun(@rdivide,dPt,dt);
u=(k/mu)*dPdx; % τύπος ταχύτητας Darcy
```

```
%q=2*pi*h*xmesh.*u % τύπος παροχής q=A*u=2*pi*r*h*u(κύλινδρος)
q=2*pi*h*bsxfun(@times,u,xmesh);
```

```
figure(2)%διάγραμμα βαθμίδας πίεσης-ακτίνας
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
semilogy(xmesh,dPdx(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=10
0days')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('Pressure gradient, dPdx [Pa/m]')
hold off
```

```
figure(3)%διάγραμμα ταχύτητας-ακτίνας
semilogy(xmesh,u(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
semilogy(xmesh,u(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
semilogy(xmesh,u(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8days')
semilogy(xmesh,u(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
semilogy(xmesh,u(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
```

```

semilogy(xmesh,u(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
semilogy(xmesh,u(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
semilogy(xmesh,u(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100da
ys')
legend show
xlabel('Distance r [m]')
ylabel('Velocity u [m/s]')
hold off

```

```

figure(4)%διάγραμμα παροχής-ακτίνας
plot(xmesh,q(tshow(1),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
plot(xmesh,q(tshow(2),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
plot(xmesh,q(tshow(3),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=8days')
plot(xmesh,q(tshow(4),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=15days')
plot(xmesh,q(tshow(5),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,q(tshow(6),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
plot(xmesh,q(tshow(7),:),'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
plot(xmesh,q(tshow(8),:),'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100days')
legend show
xlabel('Distance r [m]')
ylabel('flow rate q [m^3/s]')
ylim([0 4*10^-3])
hold off
end

```

```

function [c,f,s]=pdefun(x,t,u,dudx,ct,k,mu)
%πρέπει την εξίσωση της διάχυσης(σημειώσεις
εξ(74))(cs+cf)*dP/dt=(k/m)*((1*dP)/r*dr)+d^2P/dr^2)= να την φέρω σε μορφή
%που διαβάζει η matlab c*dm/dt=x^-m*d(x^m*f)/dx+s και να κάνω αντιστοίχιση
%των όρων της με τα c , f , s.

```

```
c=(ct*mu)/k; %cs+cf=ct
```

```
f=dudx;
```

```
s=0;
```

```
end
```

```
function u0=pdeic(x,pinitial)
```

```
u0=pinitial;
```

```
end
```

```
function [pl,ql,pr,qr]=pdebc(xl,ul,xr,ur,t,pinitial)
```

```
pl=ul-0.9*pinitial; % συνθήκη: πίεση ταμειυτήρα αριστερά(στο πηγάδι) ίση με 0.9 της  
αρχικής
```

```
ql=0;
```

```
pr=0; % δεξιά-μηδενική ροή
```

```
qr=1;
```

```
end
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

Ολοκληρωμένος ο κώδικας ο οποίος αφορά την πολυφασική ροή.

```
function pdepoly
close all
% Parameter values
m=0; % συντελεστής για επίπεδο(slab), προκύπτει από την αντιστοίχιση της εξίσωσης
k=60e-15; % διαπερατότητα [m^2]
phi=0.15;% πορώδες [αδιάστατο]
mw=1.5e-3; % ιξώδες νερού [Pa*s]
mo=1.8e-3; % ιξώδες πετρελαίου [Pa*s]
sw0=0.2; % αρχικός κορεσμός [αδιάστατο]
v=(6.1e-3)/10; % ταχύτητα εισπίεσης(και των δύο φάσεων) [m/s]
tend=100*24*3600; % Maximum time [s] , η παραγωγή διαρκεί 100 ημέρες
h=10; % thickness of reservoir [m]
g=10; % επιτάχυνση βαρύτητας [m/s^2]
dw=1000; % πυκνότητα νερού [kg/m^3]
do=860; % πυκνότητα πετρελαίου [g/cm^3]
M=mo/mw;

xmesh=linspace(0,10000,200);
% tspan=linspace(0,tend,3601);
tspan=(0:100)*24*3600;
%tspan=[tspan,(3:100)*24*3600];
%tshow1=[0 24*3600 5*24*3600 10*24*3600 31*24*3600 51*24*3600
52*24*3600];% 70*24*3600 100*24*3600]; %times in s
tshow(1)=tspan(1);%0 s
```

```

tshow(2)=tspan(2);%24 hrs
tshow(3)=tspan(6);%5 days
tshow(4)=tspan(16);%15 days
tshow(5)=tspan(31);%30 days
tshow(6)=tspan(58);%50 days
tshow(7)=tspan(78);%70 days
tshow(8)=tspan(101);%100 days
%
tshow=(find(tspan==tshow1(1)|tspan==tshow1(2)|tspan==tshow1(3)|tspan==tshow
1(4)|tspan==tshow1(5)|tspan==tshow1(6)|tspan==tshow1(7)));%|tspan==tshow1(8)
|tspan==tshow1(9));%οι χρόνοι αλλάζουν παντού σε όλα τα διαγράμματα

%-----
fun1=@(x,t,u,dudx)(pdefun(x,t,u,dudx,phi,v,M));
fun1ic=@(x)(pdeic(x,sw0));
fun1bc=@(xl,ul,xr,ur,t)(pdebc(xl,ul,xr,ur,sw0));

sol=pdepe(m,fun1,fun1ic,fun1bc,xmesh,tspan);
Sw=sol(:,1);

theta=(M*(Sw.^2)./((1-Sw).^2));%το f=θ απο εξ.43
uw=theta*v; %ταχύτητα νερού u1=f1*u(πάνω από εξ.44)
uo=(1-theta)*v; %ταχύτητα πετρελαίου

ko=(1-Sw).^2; %διαπερατότητα νερού
kw=(Sw.^2); %διαπερατότητα πετρελαίου

dPodx=(do.*g)-((mo.*theta.*uo)./(k.*ko)); %βαθμίδα πίεσης πετρελαίου
dPwdx=(dw.*g)-((mw.*theta.*uw)./(k.*kw)); %βαθμίδα πίεσης νερού

```



```

figure(1)%διάγραμμα κορεσμου-απόστασης
plot(xmesh,Sw(1,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
plot(xmesh,Sw(2,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
plot(xmesh,Sw(3,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=5days')
plot(xmesh,Sw(4,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=15days')
plot(xmesh,Sw(5,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,Sw(6,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
plot(xmesh,Sw(7,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
plot(xmesh,Sw(8,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=100days')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('Saturation, S1 [1]')
hold off

```

```

figure(2)% διάγραμμα ταχύτητας φάσεων(νερό)-απόσταση
plot(xmesh,uw(1,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
plot(xmesh,uw(2,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
plot(xmesh,uw(3,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
plot(xmesh,uw(4,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
plot(xmesh,uw(5,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,uw(6,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,uw(7,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
plot(xmesh,uw(8,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('water velocity, uw [m/s]')
hold off

```

figure(3) %διάγραμμα ταχύτητας φάσεων(πετρέλαιο)-απόσταση

```
plot(xmesh,uo(1,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
```

```
hold all
```

```
plot(xmesh,uo(2,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
```

```
plot(xmesh,uo(3,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
```

```
plot(xmesh,uo(4,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
```

```
plot(xmesh,uo(5,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
```

```
plot(xmesh,uo(6,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
```

```
plot(xmesh,uo(7,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
```

```
plot(xmesh,uo(8,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
```

```
legend show
```

```
xlabel('Distance, r [m]')
```

```
ylabel('oil velocity, uo [m/s]')
```

```
hold off
```

figure(4)%διάγραμμα βαθμίδας πίεσης-ακτίνας

```
semilogy(xmesh,dPodx(1,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
```

```
hold all
```

```
semilogy(xmesh,dPodx(2,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
```

```
semilogy(xmesh,dPodx(3,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
```

```
semilogy(xmesh,dPodx(4,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
```

```
semilogy(xmesh,dPodx(5,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
```

```
semilogy(xmesh,dPodx(6,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
```

```
semilogy(xmesh,dPodx(7,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
```

```
semilogy(xmesh,dPodx(8,:), 'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100days'
```

```
)
```

```
legend show
```

```
xlabel('Distance, r [m]')
```

```
ylabel('Pressure gradient, dPdx [Pa/m]')
```

```
hold off
```

```

figure(5)%διάγραμμα βαθμίδας πίεσης-ακτίνας
semilogy(xmesh,dPwdx(1,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=0s')
hold all
semilogy(xmesh,dPwdx(2,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=1day')
semilogy(xmesh,dPwdx(3,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=8day')
semilogy(xmesh,dPwdx(4,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=15day')
semilogy(xmesh,dPwdx(5,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=30days')
semilogy(xmesh,dPwdx(6,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=50days')
semilogy(xmesh,dPwdx(7,:), 'LineWidth',2,'DisplayName','t=70days')
semilogy(xmesh,dPwdx(8,:), 'LineWidth',2,'color','magenta','DisplayName','t=100days
')
legend show
xlabel('Distance, r [m]')
ylabel('Pressure gradient, dPdx [Pa/m]')
hold off

end

```

```

function [c,f,s]=pdefun(x,t,u,dudx,phi,v,M)
a=(-2*M*(u-1)*u)/((M+1)*u.^2-2*u+1).^2;
c=-(phi/(v*a));
f=u;
s=0;
end

```

```

function u0=pdeic(x,sw0)
u0=sw0;
end

```

```
function [pl,ql,pr,qr]=pdebc(xl,ul,xr,ur,sw0)
pl=ul-1;
ql=0;
pr=ur-sw0;
qr=0;
end
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Dullien, F. A. L. (1992). Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure. Elsevier.
- [2] Hsu, C. T., & Cheng, P. (1990). Thermal dispersion in a porous medium. International Journal of Heat and Mass Transfer
- [3] Bear, J. (1972). Dynamics of fluids in porous media (Dover Civil and Mechanical Engineering).
- [4] Brickman, H. C. (1949). A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles. Flow, Turbulence and Combustion.
- [5] Hazen, A. (1893). XXIII .SOME PHYSICAL PROPERTIES OF SANDS AND GRAVELS WITH SPECIAL REFERENCE TO THEIR USE IN FILTRATION
- [6] Lage, J. L. (1998). Transport Phenomena in Porous Media
- [7] Muskat, M., & Botset, H. G. (1931). Flow of gas through porous materials. Journal of Applied Physics.
- [8] Muskat, M. (1946). The Flow of Homogenous Fluids Through Porous Media.
- [9] Muskat, M., & Meres, M. W. (1936). The Flow of Heterogeneous Fluids Through Porous Media.
- [10] Neuman, S. P. (1977). Theoretical derivation of Darcy's law.
- [11] Vafai, K., & Tien, C. L. (1981). Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media. International Journal of Heat and Mass transfer.
- [12] Watteenborge Jr., R., & Ramey Jr., H. J. (1968). Gas Well Testing With Turbulence, Damage and Wellbore Storage.
- [13] Wyckoff, R. D., Botset , H. G. Muskat, M., & Reed, D. W. (1933). The Measurements of the Permeability of Porous Media for Homogeneous Fluids. Review of Scientific Instruments.

- [14] Wyckoff, R. D., & Botset, H. G. (1936). The Flow of Gas-Liquid Mixtures Through Unconsolidated Sands.
- [15] Brooks, R. & Corey, A. (1964). Hydraulic properties of porous media. Hydrology papers , Colorado State University.
- [16] Bruce, W. A., & Welge, H. J. (1947) The Restored- State Method for Determination of Oil In Place And Connate Water.
- [17] Buckley, S. E., & Leverett, M. C. (1942). Mechanism of Fluid Displacement in Sands.
- [18] Chen, Z. (2001). Formulations and Numerical Methods of the Black Oil Model in Porous Media.
- [19] Chevalier, T., Salin, D., Talon, L. & Yiotis, A. G. (2015). History effects on nonwetting fluid residuals during desaturation flow through disordered porous media.
- [20] Donaldson, E. C., Thomas, R.D., & Lorenz, P. B. (1969). Wettability Determination and its Effect on Recovery Efficiency.
- [21] Dullien, F. A. L. (1992). Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure.
- [22] Hawkins, J. (1989). Comparison of three methods of relative permeability measurement.
- [23] Lenormand, R., Touboul, E., & Zarcone, C. (1988). Numerical models and experiments on immiscible displacements in porous media.
- [24] Leverett, M. C. (1941). Capillary Behavior in Porous Solids.
- [25] Li, K., & Horne, R. N. (2006). Comparison of methods to calculate relative permeability from capillary pressure in consolidated water-wet porous media.
- [26] Marle, C. M. (1981). Multiphase flow in porous media.
- [27] Marle, C. M. (1982). On macroscopic equations governing multiphase flow with diffusion and chemical reactions in porous media.
- [28] Morrow, N. R., & Harris, C. C. (1965). Capillary Equilibrium in Porous Materials.

- [29] Odeh, A. S. (1959). Effect of Viscosity Ratio on Relative Permeability.
- [30] Rose, W. (1988). Measuring Transport Coefficients Necessary for the Description of Coupled Two-Phase Flow of Immiscible Fluids in Porous Media.
- [31] Rose, W., & Bruce, W. A. (1949). Evaluation of Capillary Character In Petroleum Reservoir Rock,
- [32] Scheidegger, A. E. (1974). The physics of flow through porous media.
- [33] Sheng, P. & Zhou, M. (1992). Immiscible-fluid displacement: Contact-line dynamics and the velocity-dependent capillary pressure.
- [34] Washburn, E. W. (1921). The Dynamics of Capillary Flow.
- [35] Κεφάλαιο 9^ο: Δευτερογενής Παραγωγή , Σ.Σταματάκη , Σχολή Μηχ. Μεταλλείων – Μεταλλουργών , Τομέας Μεταλλευτικής. <https://slideplayer.gr/slide/2682994/>
- [36] Tarek, A. (2010). Reservoir Engineering Handbook , Chapter 14 – Principles of Waterflooding.
- [37] Reservoir Drive Mechanisms. <https://www.slb.com/resource-library/oilfield-review/defining-series/defining-reservoir-drive-mechanisms>