



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

Σχολή Χημικών Μηχανικών και Μηχανικών Περιβάλλοντος

**Κατεύθυνση:** Μηχανικών Περιβάλλοντος

**ΓΕΩΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΜΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ  
ΥΔΑΤΩΝ ΣΤΟΝ ΕΛΛΑΔΙΚΟ ΧΩΡΟ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥ  
ΕΘΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ ΥΔΑΤΩΝ**

‘Geostatistical Analysis of the level and quality of groundwaters in Greece using data from the National Monitoring Water Network’

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΒΑΣΙΛΑΚΗ ΣΤΑΥΡΟΥ

ΧΑΝΙΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ, 2024

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για μη κερδοσκοπικό σκοπό, εκπαιδευτικού ή ερευνητικού χαρακτήρα, με την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για άλλη χρήση θα πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πολυτεχνείου Κρήτης



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

Σχολή Χημικών Μηχανικών και Μηχανικών Περιβάλλοντος

**Κατεύθυνση:** Μηχανικών Περιβάλλοντος

**ΓΕΩΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΜΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ  
ΥΔΑΤΩΝ ΣΤΟΝ ΕΛΛΑΔΙΚΟ ΧΩΡΟ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥ  
ΕΘΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ ΥΔΑΤΩΝ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΒΑΣΙΛΑΚΗ ΣΤΑΥΡΟΥ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

Καθηγητής Καρατζάς Γεώργιος (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)

Καθηγητής Βαρουχάκης Εμμανουήλ

Καθηγητής Παρανυχιανάκης Νικόλαος

## Περίληψη

Το γλυκό νερό είναι πολύ σημαντικό για τον άνθρωπο και κυρίως στην καθημερινότητα του για τις ανάγκες του. Βέβαια, είναι αγαθό το οποίο δεν είναι άφθονο όποτε είναι επιτακτική ανάγκη η σωστή διαχείριση και η ορθολογική χρήση του. Ένα μεγάλο ποσοστό του γλυκού νερού βρίσκεται υπόγειο και γι' αυτό πρέπει να υπάρξει σωστή εκμετάλλευση του για τωρινή αλλά κυρίως μελλοντική χρήση. Με γνώμονα αυτό η παρούσα διπλωματική εργασία αποσκοπεί στην γεωστατιστική ανάλυση της στάθμης και της ποιότητας των υπόγειων υδάτων ώστε να ελεγχθεί η επάρκεια και η ποιότητα τους. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, πάρθηκε δείγμα από 1359 γεωτρήσεις οι οποίες αποτέλεσαν υδροσημεία συλλογής δεδομένων, σε διάφορα σημεία της Ελλάδας. Η γεωστατιστική είναι πολύ σημαντικό εργαλείο στη συγκεκριμένη εργασία διότι με τη βοήθεια γνωστών δεδομένων, μπορεί να εκτιμήσει μερικά αποτελέσματα σε ένα μέρος που μελετάται, που ήταν άγνωστα μέχρι πρότινος. Η πιο γνωστή γεωστατική μέθοδος είναι η χωρική εκτίμηση Kriging, που ουσιαστικά αποτελείται από το κανονικό Kriging και τη χωρική εκτίμηση Cokriging.

Με βάση τα δεδομένα των μετρήσεων, τη βοήθεια του προγράμματος ArcGIS αλλά και την χωρική εκτίμηση Kriging εκτιμήθηκαν η μέση στάθμη του νερού καθώς και η μέτρηση της συγκέντρωσης των νιτρικών, σε όποια σημεία χρειάστηκε. Επίσης, με τη χωρική εκτίμηση Kriging πραγματοποιήθηκε η διαδικασία δοκιμάζοντας τέσσερα μοντέλα (spherical, gaussian, exponential και K-Bessel). Έγινε έλεγχος στο ποσοστό των σφαλμάτων που είχαν, ώστε να χρησιμοποιηθεί το κατάλληλο, δηλαδή αυτό που είχε το μικρότερο ποσοστό. Στη συνέχεια με βάση το μοντέλο που επιλέχθηκε στην κάθε περίπτωση, κατασκευάστηκαν τα δυο ημιβαριογράμματα και έπειτα δημιουργήθηκαν οι χάρτες της εκτίμησης της μέσης στάθμης και της μέσης συγκέντρωσης των νιτρικών και οι χάρτες αβεβαιότητας τους. Με γνώμονα τον χάρτη της μέσης στάθμης, ξεχώρισαν κάποιες περιοχές όπου οι υπόγειοι υδροφορείς τους ενδέχεται να μην είναι επαρκείς σε ποσότητα νερού, έχοντας δηλαδή μέση στάθμη κάτω από 25-35 m. Παρακάτω θα αναλυθεί ότι το μεγαλύτερο πρόβλημα παρουσιάζεται στους υδροφορείς που βρίσκονται στην Αττική, στον κάμπο της Θεσσαλίας, στην βορειοανατολική Πελοπόννησο και στην ανατολική Κρήτη.

Στο τελικό σκέλος της εργασίας παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν και η αποτίμηση αυτών. Επιπροσθέτως, παρατέθηκαν κάποιοι παράγοντες αντιμετώπισης του προβλήματος που θα μπορούσαν να επηρεάσουν θετικά τους υπόγειους υδροφορείς στην Ελλάδα.

## **Abstract**

Fresh water is very important for people and especially in their daily routine for their needs. Of course, it is a commodity that is not available in abundance, when its proper management and rational use are essential. A large part of freshwater is found underground and must therefore be properly exploited for current, but above all for future use. Against this background, this thesis aims at the geostatistical analysis of the groundwater table and groundwater quality in order to verify their adequacy and quality. To accomplish this, a sample was taken from 1359 boreholes, which were data collection water points, in different parts of Greece. Geostatistics is a very important tool in this work because with the help of known data, it can estimate some results in a place being studied, which were unknown until recently. The most well-known geostatistical method is spatial Kriging estimation, which essentially consists of regular Kriging and Spatial Cokriging estimation.

Based on the measurement data, the help of the ArcGIS program and the spatial Kriging estimation, the average water level was estimated as well as the measurement of nitrate concentration, at any points needed. Also, with the spatial estimation Kriging, the process was carried out by testing four models (spherical, gaussian, exponential and K-Bessel). The percentage of errors they had was checked to use the appropriate one, the one with the lowest percentage. Then, based on the model chosen in each case, the two hemispheres were constructed and then the maps of the estimation of the average level and average concentration of nitrates and their uncertainty maps were created. Based on the map of the average level, some areas were identified where their underground aquifers may not be sufficient in quantity of water, with an average level below 25-35 m. Below it will be analyzed that the biggest problem occurs in aquifers located in Attica, the plain of Thessaly, the northeastern Peloponnese and eastern Crete.

In the final part of the work, the results obtained, and their evaluation were presented. In addition, some factors addressing the problem that could positively affect underground aquifers in Greece were listed.

## Πρόλογος και ευχαριστίες

Για την συγγραφή της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Καρατζά Γεώργιο καθώς και τον καθηγητή κ. Βαρουχάκη Εμμανουήλ για την πολύτιμη βοήθεια τους καθ' όλη τη διάρκεια, για την καθοδήγηση και επίβλεψη τους σε όλα τα στάδια της. Επίσης ευχαριστώ και το τρίτο μέλος της τριμελούς επιτροπής κ. Παρανυχιανάκη Νικόλαο.

## Περιεχόμενα

Περίληψη .....	4
Abstract .....	5
Πρόλογος και ευχαριστίες .....	6
Περιεχόμενα.....	7
Κατάλογος χαρτών .....	9
Κατάλογος σχημάτων .....	10
Κατάλογος πινάκων.....	11
1. Εισαγωγή.....	12
1.1. Χαρακτηριστικά περιοχή μελέτης.....	13
1.1.1. Γενικά χαρακτηριστικά για την Ελλάδα.....	13
1.1.2. Κλιματολογικές συνθήκες.....	14
1.1.3. Υδρογεωλογική κατανομή της Ελλάδας.....	15
1.1.4. Υδρολογικά Χαρακτηριστικά.....	15
1.1.5. Επιφανειακά νερά.....	16
1.1.6. Χρήσεις γης και υδάτων .....	16
1.1.7. Υδατικοί Πόροι.....	17
2. Υπόγεια υδατικά συστήματα.....	18
2.1. Καταγραφή υπόγειων υδροφορέων.....	18
2.2. Ροή υπογείων υδάτων.....	18
2.3. Πτώση στάθμης γύρω από τα φρεάτια άντλησης .....	22
2.4. Υφαλμύριση.....	25
3. Γεωστατιστική ανάλυση.....	28
3.1. Γεωστατιστική .....	28
3.2. Τυχαία πεδία.....	29
3.3. Βασικές έννοιες τυχαίων πεδίων .....	30
3.3.1. Μέση τιμή.....	31
3.3.2. Διασπορά.....	32
3.3.3. Τυπική απόκλιση.....	33
3.3.4. Διάμεσος.....	34
3.3.5. Συνάρτηση συνδιασποράς .....	35
3.3.6. Στατιστική ομοιογένεια.....	36
3.3.7. Στατιστική ισοτροπία .....	36
3.3.8. Ημι-Βαριόγραμμα.....	37
3.3.8. (i) Προσδιορισμός Ημιβαριογράμματος.....	38
3.3.8. (ii) Μοντέλα ημιβαριογραμμάτων.....	41
3.3.9. Χωρική εκτίμηση Kriging .....	42
3.3.9.(i) Κανονικό Kriging .....	46
3.3.9. (ii) Χωρική εκτίμηση Cokriging.....	48
3.3.10. Περιορισμοί κλασικών γεωστατιστικών μεθόδων.....	49

4.Μεθοδολογία.....	50
5. Συζήτηση.....	58
5.1. Ανάλυση αποτελεσμάτων.....	58
5.1.1. Ημιβαριογράμματα.....	58
5.1.2. Χάρτες.....	58
5.1.3. Συσχέτιση μέσης στάθμης υπόγειων νερών με βροχοπτώσεις και εύρεση προβληματικών υπόγειων υδροφορέων.....	59
5.2. Συμπεράσματα:.....	60
Βιβλιογραφία.....	62
Διεθνής βιβλιογραφία .....	63



## Κατάλογος χαρτών

Χάρτης 4.1: Λεκάνες απορροής και υδροσημεία συλλογής δεδομένων σε όλα τα υδατικά διαμερίσματα της Ελλάδας με τη χρήση ArcGIS.....	52
Χάρτης 4.2: Εκτίμηση μέσης στάθμης υπόγειων υδάτων των υδατικών διαμερισμάτων της Ελλάδας με τη χρήση ArcGIS (οι κλάσεις σε m).....	54
Χάρτης 4.3: Χάρτης σχετικής αβεβαιότητας μέσης στάθμης υπόγειων υδάτων των υδατικών διαμερισμάτων της Ελλάδας με τη χρήση ArcGIS (οι κλάσεις σε m).....	55
Χάρτης 4.4.: Εκτίμηση της συγκέντρωσης των νιτρικών στα υπόγεια νερά σε όλη την Ελλάδα με τη χρήση ArcGIS (οι κλάσεις σε mg/L).....	57
Χάρτης 4.5: Χάρτης σχετικής αβεβαιότητας μέσης συγκέντρωσης νιτρικών στα υπόγεια νερά με τη χρήση ArcGIS (οι κλάσεις σε mg/L).....	58

## Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 2.1: Διάταξη πειραμάτων Darcy (Καρατζάς, 2005).....	19
Σχήμα 2.2: Σχηματική απεικόνιση υδρολογικού ισοζυγίου (Καρατζάς,2005).....	20
Σχήμα 2.3 :Σχήμα πτώσης στάθμης σε ένα φρεάτιο άντλησης περιορισμένου υδροφορέα (Καρατζάς, 2005).....	22
Σχήμα 2.4: Σχήμα πτώσης στάθμης σε ένα φρεάτιο άντλησης ελεύθερου υδροφορέα (Καρατζάς, 2005).....	23
Σχήμα 2.5: Σχήμα πτώσης στάθμης σε πολλαπλά φρεάτια άντλησης (Καρατζάς, 2005).....	24
Σχήμα 2.6: Ισορροπία θαλασσινού και γλυκού νερού στους υπόγειους παράκτιους υδροφορείς(‘Εισαγωγή στην επιστήμη του μηχανικού περιβάλλοντος’,2008).....	25
Σχήμα 2.7: Διατάραξη ισορροπίας γλυκού και θαλασσινού νερού στους υπόγειους παράκτιους υδροφορείς λόγω υπεράντλησης (‘Εισαγωγή στην επιστήμη του μηχανικού περιβάλλοντος, 2008).....	26
Σχήμα 2.8: Φρεάτια άντλησης-εμπλουτισμού προς παρεμπόδιση διείσδυσης του αλμυρού νερού στους υπόγειους παράκτιους υδροφορείς (‘Εισαγωγή στην επιστήμη του μηχανικού περιβάλλοντος’, 2008).....	27
Σχήμα 3.1: Γράφημα τάσης τυχαίας μεταβλητής (Βαρουχάκης, 2005).....	32
Σχήμα 3.2: Γράφημα συνημίτονου με εκθετικά μειούμενο πλάτος διακύμανσης (Χριστόπουλος 2004α).....	33
Σχήμα 3.3: Σχηματικό διάγραμμα μιας περιοχής $B(r)$ γύρω από το διάνυσμα απόστασης (Χριστόπουλο 2004β).....	39
Σχήμα 3.4: Παρουσίαση χαρακτηριστικών στοιχείων ημιβαριογράμματος (Surfer V.8.0.4, 2002).....	41
Σχήμα 4.1: Ημιβαριόγραμμα εκθετικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για τη μέση στάθμη με τη χρήση ArcGIS.....	53
Σχήμα 4.2: Ημιβαριόγραμμα σφαιρικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για τη μέση συγκέντρωση των νιτρικών με τη χρήση ArcGIS.....	56

## Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 4.1: Χαρακτηριστικά και σφάλματα ημιβαριογραμμάτων για τη μέση στάθμη.....	52
Πίνακας 4.2: Χαρακτηριστικά και σφάλματα ημιβαριογραμμάτων για τη μέση συγκέντρωση νιτρικών.....	55

## 1.Εισαγωγή

Ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποσκοπεί στην γεωστατιστική ανάλυση της στάθμης και της ποιότητας των υπόγειων υδάτων ώστε να ελεγχθεί η επάρκεια και η ποιότητα τους. Αναλυτικότερα, για να πραγματοποιηθεί αυτό πάρθηκε δείγμα από 1359 γεωτρήσεις οι οποίες αποτέλεσαν υδροσημεία συλλογής δεδομένων, σε διάφορα σημεία της Ελλάδας. Μέσω της γεωστατιστικής που είναι πολύ σημαντικό εργαλείο, χρησιμοποιήθηκαν οι μέθοδοι της χωρικής εκτίμησης Kriging και της χωρικής εκτίμησης Cokriging με σκοπό να εκτιμηθούν μερικά αποτελέσματα σε ένα μέρος που μελετάται, που ήταν άγνωστα μέχρι πρότινος. Στόχος της διπλωματικής εργασίας είναι να εκτιμηθούν σωστά η μέση στάθμη και μέση συγκέντρωση των νιτρικών των υπόγειων νερών σε όλα τα σημεία της Ελλάδας και βρεθούν τρόποι ανάκαμψης των προβληματικών υδροφορέων, σε σημεία όπου δεν υπάρχει επαρκής ποσότητα διαδοχικά με το πρόβλημα της χαμηλότερης βροχόπτωσης της εκάστοτε περιοχής.

Τα υπόγεια ύδατα είναι σημαντική πηγή εκμετάλλευσης από τους ανθρώπους καθώς αποτελούν τη μεγαλύτερη δεξαμενή γλυκού νερού στον κόσμο. Υπολογίζεται ότι αποτελούν πάνω από το 97% των διαθέσιμων γλυκών νερών στη γη (χωρίς να υπολογίζονται οι πολικοί πάγοι) γεγονός που αποδεικνύει τη σημαντικότητα τους και υπενθυμίζει την ανάγκη προσεκτικής διαχείρισης και προστασίας αυτών των πόρων. Έτσι, γίνεται αντιληπτό ότι αποτελούν σημαντικές ζωτικές πηγές νερού για τον άνθρωπο και τη φύση και επίσης πρέπει να τονιστεί η κατάλληλη διαφύλαξή τους ώστε να προστατευθεί η περιβαλλοντική αξία τους. Το υπόλοιπο ποσοστό ανήκει στα επιφανειακά νερά (λίμνες, ποτάμια, υγρότοποι) αλλά και στην υγρασία εδάφους. Ειδικότερα τους καλοκαιρινούς μήνες που οι βροχοπτώσεις είναι λιγοστές στις περισσότερες περιοχές ένα πολύ μεγάλο ποσοστό της τάξης του 90% της ροής στους ποταμούς ανήκει σε υπόγεια νερά. Λόγω αυτού του προβλήματος αποδεικνύεται ότι η εξασθένηση της ποιότητας των υπόγειων υδάτων μπορεί να επηρεάσει άμεσα τα υδατικά και χερσαία οικοσυστήματα. Εν κατακλείδι, λόγω της θέσης των υπόγειων νερών συγκριτικά με τα επιφανειακά, είναι πιο δύσκολο να αντιμετωπιστεί ενδεχόμενη ρύπανση και να γίνει η κατάλληλη αποκατάσταση της ποιότητάς τους.

Στη παρούσα διπλωματική εργασία συμπεριλαμβάνονται 5 κεφάλαια με τα εκάστοτε υποκεφάλαια τους. Αρχικά, στο πρώτο κεφάλαιο δίνονται πληροφορίες σχετικά με την περιοχή μελέτης που μελετάται και αναλύονται κάποια γενικά χαρακτηριστικά της καθώς και τα κλιματολογικά και υδρολογικά χαρακτηριστικά της περιοχής μελέτης. Επίσης, αναφέρονται γενικές πληροφορίες για τους υδατικούς πόρους, όπως τα επιφανειακά νερά αλλά και που γίνεται χρήση των υδάτων αυτών. Στο δεύτερο κεφάλαιο, δίνονται εκτενείς πληροφορίες για τα υπόγεια υδατικά συστήματα, καθώς η εργασία ασχολείται κυρίως με τα υπόγεια ύδατα. Επίσης, αναλύονται κάποιοι παράγοντες που επηρεάζουν τη στάθμη του νερού στους υπόγειους υδροφορείς αλλά και η υφαλμύριση που είναι ένας σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει την ποιότητα τους. Στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται επεξήγηση της γεωστατιστικής ανάλυσης που είναι το βασικό εργαλείο που χρησιμοποιείται για την χωρική ανάλυση της στάθμης και της ποιότητας των νερών της περιοχής μελέτης. Επίσης, δίνονται κάποιοι ορισμοί των εννοιών και κάποιες εξισώσεις της γεωστατιστικής και στο τέλος αναλύεται η χωρική εκτίμηση Kriging που είναι η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε. Στο τέταρτο κεφάλαιο, γίνεται εκτενής αναφορά της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε καθώς και ο τρόπος εύρεσης των χαρτών και των ημιβαριογραμμάτων με το πρόγραμμα ArcGis και τη μέθοδο Kriging. Τέλος,

στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται συζήτηση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν σχετικά με τους χάρτες και τα ημιβαριογράμματα καθώς και η συσχέτιση της μέσης στάθμης των υπόγειων νερών με τις βροχοπτώσεις που δέχεται μια περιοχή. Επίσης αναφέρονται και τα συμπεράσματα που προέκυψαν. Στο τελικό μέρος της εργασίας αναφέρεται η βιβλιογραφία και η διεθνής βιβλιογραφία που προέκυψαν.

## 1.1. Χαρακτηριστικά περιοχής μελέτης

### 1.1.1. Γενικά χαρακτηριστικά για την Ελλάδα

Η Ελλάδα είναι μία χώρα που γεωγραφικά βρίσκεται στην νοτιοανατολική Ευρώπη, στο νοτιότερο σημείο της Βαλκανικής χερσονήσου. Συνορεύει στα βόρεια με τη Βουλγαρία, την πρώην Γιουγκοσλαβική Δημοκρατία της Μακεδονίας και την Αλβανία και στα ανατολικά με την Τουρκία. Την περικλείουν τρία μεγάλα πελάγη το Αιγαίο, το Ιόνιο και το Κρητικό πέλαγος. Το Αιγαίο Πέλαγος βρίσκεται ανατολικά της ηπειρωτικής Ελλάδας, το Ιόνιο Πέλαγος βρίσκεται στα δυτικά και το κρητικό νοτιοδυτικά της Πελοποννήσου και βόρεια της Κρήτης. Και τα τρία αποτελούν μέρη της λεκάνης της ανατολικής Μεσογείου.

Η έκταση της Ελλάδας είναι  $130.100 \text{ km}^2$ , όμως ένα μεγάλο ποσοστό της τάξης του 20% αποτελείται από 3.000 νησιά, είτε πολύ μικρά είτε αρκετά μεγάλα σε έκταση όπως η Εύβοια και η Κρήτη. Βέβαια, το μεγαλύτερο μέρος της ελληνικής επικράτειας είναι ορεινό, καθιστώντας την μία από τις πιο ορεινές χώρες της Ευρώπης. Επίσης, λόγω των χιλιάδων νησιών και της αραιής θέσης αυτών, διαθέτει τη μεγαλύτερη ακτογραμμή της Ευρώπης με το συνολικό μήκος της να φτάνει τα 15.000 km από τα οποία το 5% ανήκει σε περιοχές με μοναδική οικολογική ομορφιά και αξία. Ο πληθυσμός της ανέρχεται στα 11 εκατομμύρια με πυκνότητα  $84 \text{ κάτοικοι/km}^2$ , σύμφωνα με την τελευταία απογραφή.

Η Ελλάδα εξαρτάται από τους υπόγειους υδάτινους πόρους για την παροχή νερού. Με βάση τη νομοθεσία που υπάρχει για τους υδάτινους πόρους (1739/87 για τη διαχείριση των υδατικών πόρων), η Ελλάδα έχει χωριστεί σε 14 υδάτινες περιοχές ως εξής: Θράκη, Ανατολική Μακεδονία, Κεντρική Μακεδονία, Δυτική Μακεδονία, Θεσσαλία, Ήπειρος, Δυτική Στερεά Ελλάδα, Στερεά Ελλάδα και Εύβοια, Αττική, Δυτική Πελοπόννησος, Βόρεια Πελοπόννησος, Ανατολική Πελοπόννησος, Κρήτη και Νησιά Αιγαίου (Υπουργείο Ανάπτυξης, 1987).

Οι κύριοι υδροφόροι ορίζοντες βρίσκονται εντός των ανθρακικών πετρωμάτων (καρστικοί υδροφορείς) και των χονδρόκοκκων νεογενών και τεταρτογενών αποθέσεων (πορώδεις υδροφορείς). Η χρήση των υπόγειων υδατικών πόρων έχει αυξηθεί σε παραθαλάσσιες περιοχές τις τελευταίες δεκαετίες με την έντονη αστικοποίηση στις μεγάλες πόλεις και λόγω της τουριστικής ανάπτυξης και επέκτασης της αρδευόμενης γης. Ενδεικτικά, κάποιες πηγές ρύπανσης των υπόγειων υδάτων είναι:

- η διείσδυση θαλασσινού νερού λόγω υπερεκμετάλλευσης των παράκτιων υδροφορέων
- τα λιπάσματα από αγροτικές δραστηριότητες
- η διάθεση των λυμάτων

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η Ελλάδα είναι μία χώρα που κατέχει πολύ μεγάλη ακτογραμμή η οποία ευνοεί την διασύνδεση μεταξύ των παράκτιων υδροφορέων και του

θαλασσινού νερού, καθώς και μία ανομοιογενή κατανομή των βροχοπτώσεων και των υδάτινων πόρων. Οι υδατικοί πόροι έχουν υψηλές απαιτήσεις σε νερό για τον τουρισμό και τη γεωργία κατά την διάρκεια της ξηρής περιόδου (αρχές Απριλίου-τέλη Οκτωβρίου) όταν η ποσότητα του διαθέσιμου νερού είναι χαμηλή. Η Ελλάδα είναι 31η από τις 50 κορυφαίες χώρες με σοβαρό υδατικό στρες. Η κύρια χρήση του νερού είναι στην άρδευση για τη γεωργία, που καλύπτει το 86% από τη συνολική κατανάλωση. Λόγω της αύξησης του αριθμού των γεωτρήσεων, επηρεάστηκε και η αρδευόμενη γη που αυξήθηκε πολύ τις τελευταίες δεκαετίες (Τσαγκαράκης Κ., 2002).

### 1.1.2. Κλιματολογικές συνθήκες

Το κλίμα της Ελλάδας αποτελείται από τρεις τύπους που επηρεάζουν καλά καθορισμένες περιοχές της επικράτειάς της. Αυτοί είναι το μεσογειακό, το αλπικό και το εύκρατο κλίμα. Το πρώτο αποτελείται από ζεστά, ξηρά καλοκαίρια και ήπιους υγρούς χειμώνες. Από το συγκεκριμένο τύπο κλίματος επηρεάζονται περιοχές κυρίως στο νότιο τμήμα της ηπειρωτικής Ελλάδας και τα περισσότερα νησιά του Αιγαίου. Ο αλπικός τύπος επικρατεί στη Δυτική Ελλάδα. Τέλος, ο εύκρατος τύπος επηρεάζει το βόρειο και κεντρικό τμήμα της χώρας. Η Αθήνα βρίσκεται σε μια μεταβατική περιοχή που χαρακτηρίζει τόσο τον μεσογειακό όσο και τον αλπικό τύπο.

Η κλιματική αλλαγή θεωρείται η κάθε μεταβολή του παγκόσμιου κλίματος που διαρκεί για μεγάλα χρονικά διαστήματα και στην τωρινή χρονική περίοδο έχει επηρεάσει σημαντικά τις ζωές δισεκατομμυρίων ανθρώπων σε όλο τον κόσμο και δεν χρειάζεται μεγάλη έρευνα για να τεκμηριωθεί. Λόγω της κλιματικής αλλαγής, η Ελλάδα έχει επηρεαστεί από τις επιπτώσεις της, οι οποίες μπορεί ακόμα να μην είναι τόσο έντονες, όμως επηρεάζει σημαντικά το κλίμα της. Σύμφωνα με εκτιμήσεις από κάποια ερευνητικά κέντρα (των Ελληνικών Πανεπιστημίων, της Ακαδημίας Αθηνών, του Εθνικού Αστεροσκοπείου, του IPCC κ.ά.) που χρησιμοποίησαν κλιματικά μοντέλα ότι λόγω της γεωγραφικής θέσης της, που βρίσκεται βόρεια από την έρημο της Βόρειας Αφρικής και νότια της εύκρατης Ευρώπης, η Ελλάδα βρίσκεται σε “κόκκινη” περιοχή, καθώς επηρεάζεται έντονα από τις επιπτώσεις της κλιματικής αλλαγής. Επιπροσθέτως, η Ελλάδα επηρεάζεται έντονα από την αύξηση της στάθμης της θάλασσας καθώς είναι κατά κύριο λόγο παραθαλάσσια χώρα.

Κατέχει την 11η μεγαλύτερη ακτογραμμή που αντιστοιχεί σε 16.300 χιλιόμετρα εκ των οποίων τα 1.000 χιλιόμετρα από αυτά είναι περιοχές με έντονη επιρροή από την κλιματική αλλαγή, εξαιτίας της ανόδου της στάθμης της θάλασσας, η οποία εκτιμάται ότι μέχρι το έτος 2100 θα ανέρχεται από 0.2 έως 2 μέτρα. Βέβαια, εκτός της εκτεταμένης ακτογραμμής, κατέχει άφθονη βιοποικιλότητα και ποικίλα κλιματολογικά χαρακτηριστικά που μπορούν να μεταβάλλουν το είδος κλίματος μιας περιοχής όπως παραδείγματος χάρη στις βόρειες περιοχές, το μεσογειακό να μετατραπεί σε αλπικό κλίμα.

Σχετικά με τις βροχοπτώσεις, η επίδραση της κλιματικής αλλαγής στην ανακατανομή των υδάτων είναι τεράστια. Το δυτικό μέρος της χώρας είναι πιο πλούσιο σε υδροφορία και γι' αυτό εκεί παρατηρείται σημαντική επίπτωση. Επίσης, τις τελευταίες δεκαετίες παρατηρήθηκε μείωση της βροχόπτωσης στη δυτική Ελλάδα σε ποσοστό της τάξης του 20% αλλά και στην ανατολική Ελλάδα της τάξης του 10%, γεγονός που αποδίδεται σε φυσικά αίτια. Δυστυχώς,

εντός των επόμενων 50-100 χρόνων, ενδέχεται να μειωθούν στα δυτικά οι βροχοπτώσεις σε ποσοστό περίπου 20%. Ένα σημαντικό ζήτημα που έχει προκύψει τα τελευταία χρόνια, σχεδόν σε παγκόσμιο επίπεδο, είναι ότι έχει αυξηθεί η συχνότητα των ακραίων καιρικών φαινομένων, που σε συνδυασμό με την έντονη σεισμική δραστηριότητα της χώρας μας, θα μπορούσε να επιφέρει πολύ επικίνδυνες συνέπειες. Μερικά παραδείγματα είναι η λειψυδρία, η διάβρωση του εδάφους που σε πολλές περιοχές μπορεί να καταστρέψει τα δάση και τις καλλιέργειες, οδηγώντας σε ερημοποίηση του μέρους. Σύμφωνα με τα κλιματικά μοντέλα, στο μέλλον ενδέχεται να συρρικνωθεί η χειμερινή περίοδος κάθε χρονολογικού έτους. Συνεπώς, θα επιφέρει πιο ακραία φαινόμενα όπου το καλοκαίρι θα διαρκεί περισσότερο, με αποτέλεσμα να υπάρξουν συχνότεροι καύσωνες. (Καρτάλης Κ., 2021)

### **1.1.3. Υδρογεωλογική κατανομή της Ελλάδας**

Τα ανθρακικά πετρώματα αντιστοιχούν στο 35% των συνολικών πετρωμάτων της Ελλάδας και πολλά από αυτά εμφανίζονται σε παραθαλάσσιες περιοχές. Οι καρστικοί υδροφορείς στην Ελλάδα μπορούν να χωριστούν στις ακόλουθες ομάδες: i) Στερεάς Ελλάδας (δηλαδή υδροφορείς Νοτίου Παρνασσού και Γκιώνας) με υφάλμυρο νερό λόγω εισβολής θαλασσινού νερού, ii) υδροφορείς Υμηττού και Πάρνηθας-Πατέρας με καρστικούς αγωγούς 150m, κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας, iii) Ανατολική Πελοπόννησος (υδροφορείς Τρίπολης και Αργολίδας) με υψηλή απόρριψη νερού στη θάλασσα από υποθαλάσσιες πηγές και iv) Κρήτη η οποία μέσω των πηγών του ποταμού Αλμυρού μπορούν να απορρίψουν πάνω από 50 m<sup>3</sup>/s. (Κουτάντου Π., 2006)

### **1.1.4. Υδρολογικά χαρακτηριστικά**

Οι βροχοπτώσεις στην Ελλάδα είναι μεταβλητές στο χώρο, πιο αυξημένες στον βορρά παρά στον νότο λόγω των κλιματικών συνθηκών που ποικίλουν από ξηρότερες και θερμότερες σε υγρές και πιο ψυχρές συνθήκες εξαιτίας της αύξησης του γεωγραφικού πλάτους. Επίσης, είναι πιο αυξημένες στα δυτικά συγκριτικά με τα ανατολικά λόγω του διαχωρισμού της χώρας σε δύο κλιματικές κατηγορίες, με την πρώτη να είναι η οροσειρά της Πίνδου που φτάνει μέχρι την Πελοπόννησο και την Κρήτη. Η Δυτική Ελλάδα δέχεται την πλειονότητα των βροχοπτώσεων, πάνω από 1500 mm/έτος, συγκριτικά με την Ανατολική, την Κρήτη και τα νησιά του Αιγαίου, που δέχονται σημαντικά σπανιότερες βροχοπτώσεις όπως για παράδειγμα στην Αττική που δέχεται βροχοπτώσεις περίπου 400 mm/έτος.

Η μέση ετήσια θερμοκρασία κυμαίνεται περίπου στους 15 °C, με τους θερμότερους μήνες να είναι οι καλοκαιρινοί, ενώ οι ψυχρότεροι είναι ο Ιανουάριος και ο Φεβρουάριος, όπου η μέση ελάχιστη θερμοκρασία στις παραθαλάσσιες περιοχές κυμαίνεται από 5-10 °C, στις

ηπειρωτικές περιοχές από 0-5 ° C ενώ στις βόρειες περιοχές σε ακόμα χαμηλότερες θερμοκρασίες. (Τσαγκαράκης Κ., 2002)

### **1.1.5. Επιφανειακά ύδατα**

Στην Ελλάδα, η μέση ετήσια απορροή των ηπειρωτικών ποταμών είναι 35 δισεκατομμύρια κυβικά μέτρα. Πάνω από το 80% των επιφανειακών ροών πηγάζει από οκτώ μεγάλους ποταμούς: τον Αχελώο στην Στερεά Ελλάδα, τον Αξιό, τον Στρυμόνα και τον Αλιάκμονα στη Μακεδονία, τον Έβρο και τον Νέστο στη Θράκη και τον Άραχθο και τον Καλαμά στην Ήπειρο. Τέσσερις μεγάλοι ποταμοί πηγάζουν από άλλες χώρες όπως ο Έβρος από Τουρκία, ο Νέστος και ο Στρυμόνας από Βουλγαρία και ο Αξιός από Βόρεια Μακεδονία. Η συνολική εισροή από τις παραπάνω χώρες ανέρχεται σε 12 δισεκατομμύρια κυβικά μέτρα. Επίσης, υπάρχουν περίπου 50 φυσικές λίμνες που κατέχουν 600.000 εκτάρια, το οποίο αντιστοιχεί στο 0,5% της συνολικής έκτασης της χώρας. Οι μεγαλύτερες λίμνες είναι οι Τριχωνίδα, Βόλβη και Βεγορίτιδα. Η λίμνη Πρέσπα συνορεύει με την βόρεια Μακεδονία και την Αλβανία. Σύμφωνα με την απογραφή του Ελληνικού Βιοτόπου/Κέντρου Υγροτόπων, ο αριθμός των ελληνικών υγροτόπων ανέρχεται σε περίπου 400 εκ των οποίων οι 10 από αυτούς να χαρακτηρίζονται ως υγρότοποι Ραμσάρ διεθνούς σημασίας. Επίσης, υπάρχουν και τεχνητές λίμνες που ανέρχονται σε 14 στον αριθμό και κατέχουν έκταση 26.000 εκταρίων. Παραπάνω από 80% του γλυκού νερού έχει τη μορφή επιφανειακών νερών ενώ το υπόλοιπο είναι υπόγεια. (Τσαγκαράκης Κ., 2002)

### **1.1.6. Χρήσεις γης και υδάτων**

Η λειψυδρία μιας περιοχής καθορίζεται με τη διαθεσιμότητα των υδάτινων πόρων, αλλά και με την αξιοποίηση του διαθέσιμου νερού. Δυστυχώς, η κύρια χρήση του νερού στην Ελλάδα εντοπίζεται κυρίως στην κεντρική Ελλάδα, σε ανατολικές και νότιες περιοχές της χώρας. Θεωρείται φυσιολογικό διότι σε αυτά τα μέρη κατοικεί το μεγαλύτερο ποσοστό των κατοίκων καθώς εκεί βρίσκονται και οι περισσότερες καλλιέργειες. Βέβαια έρχεται σε αντίθεση με τον φυσικό εμπλουτισμό, καθώς οι περιοχές αυτές δέχονται την λιγότερη βροχόπτωση. Γενικά δεν παρουσιάζεται ένα ισορροπημένο σύστημα χρήσης του νερού, καθώς για αγροτικούς σκοπούς η χρήση του νερού καταλαμβάνει ποσοστό περίπου 86%. Το 11% καταλαμβάνει η αστική χρήση και το υπόλοιπο ποσοστό αποτελείται από τη βιομηχανική χρήση και τη χρήση ενέργειας. Συχνά παρατηρείται ανισορροπία νερού, ιδιαίτερα στις παράκτιες και νοτιοανατολικές περιοχές, λόγω των χρονικών και χωρικών διακυμάνσεων της βροχόπτωσης, της αυξημένης ζήτησης νερού το καλοκαίρι και της δυσκολίας μεταφοράς νερού λόγω του ορεινού εδάφους.

Οι απαιτήσεις σε νερό ικανοποιούνται κυρίως από τα υπόγεια νερά που αντλούνται από τους υδροφόρους ορίζοντες μέσω των γεωτρήσεων και των πηγαδιών (περίπου 300.000 σε όλη την Ελλάδα). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να δημιουργείται ένα αρνητικό υδατικό



ισοζύγιο στα παράκτια συστήματα υδροφορέων που προκαλεί διείσδυση θαλάσσιου νερού το οποίο έχει αρνητικές συνέπειες στην κοινωνικοοικονομική ανάπτυξη αυτών των περιοχών. Πολλά συστήματα υδροφορέων αναφέρεται ότι επηρεάζονται από υποβάθμιση της ποιότητας (αλάτωση και νιτρορύπανση) λόγω παράλογης διαχείρισης. (Καρτεράκης Σ., 2005)

### **1.1.7. Υδατικοί πόροι**

Οι υδατικοί πόροι αναφέρονται στις φυσικές ή τεχνητές πηγές νερού που είναι διαθέσιμες για διάφορες χρήσεις και περιλαμβάνουν επιφανειακά ύδατα, όπως ποτάμια, λίμνες και ταμιευτήρες καθώς και υπόγεια ύδατα, τα οποία βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια της γης σε υδροφόρους ορίζοντες. Το γλυκό νερό ανανεώνεται μέσω φυσικών διεργασιών όπως η βροχή, όμως η διαθέσιμη ποσότητα νερού είναι περιορισμένη. Επίσης, διανέμεται διαφορετικά σε κάποιες περιοχές, ξεπερνώντας μερικές φορές τις ανάγκες ορισμένων περιοχών και προκαλώντας έλλειψη νερού σε άλλες. Οι υδατικοί πόροι είναι απαραίτητοι για την ανθρώπινη επιβίωση, καθώς και για τη γεωργία, τη βιομηχανία και την παραγωγή ενέργειας. Ωστόσο, συχνά μπορούν να επηρεαστούν από φυσικούς και ανθρωπογενείς παράγοντες όπως η κλιματική αλλαγή, η πληθυσμιακή αύξηση, οι αλλαγές χρήσης καθώς και να υποστούν ρύπανση από τις αστικές, βιομηχανικές και γεωργικές δραστηριότητες. Το νερό δεν είναι εμπορεύσιμο προϊόν, όμως δεν αποτελεί και δημόσιο αγαθό και κάποιες φορές η πρόσβαση σε αυτό είναι απεριορίστη. Η λειψυδρία είναι μια αυξανόμενη ανησυχία σε πολλά μέρη του κόσμου και αναμένεται να γίνει πιο σοβαρή τα επόμενα χρόνια λόγω της κλιματικής αλλαγής και άλλων παραγόντων. Ως αποτέλεσμα, υπάρχει μια αυξανόμενη ανάγκη για πρακτικές βιώσιμης διαχείρισης των υδατικών πόρων που περιλαμβάνει μια ποικιλία δραστηριοτήτων, όπως η παρακολούθηση και αξιολόγηση της ποιότητας και της ποσότητας του νερού, η ανάπτυξη πολιτικών και κανονισμών για την προστασία και εξοικονόμηση νερού, η εφαρμογή μέτρων διατήρησης του νερού και η επένδυση σε υποδομές όπως φράγματα, ταμιευτήρες και εγκαταστάσεις επεξεργασίας νερού. Ένα εναλλακτικό σχέδιο για τη διαχείριση των υδατικών πόρων είναι απαραίτητο να περιλαμβάνει τα ανακτημένα λύματα που προέρχονται από τα λύματα της μονάδας επεξεργασίας λυμάτων. Το σχέδιο αυτό μπορεί να παρέχει αρκετό νερό για άρδευση, ενώ ταυτόχρονα θα μειωθούν τα ρυπογόνα φορτία που απορρίπτονται στη θάλασσα.

Επιπροσθέτως, μια προσέγγιση που λαμβάνεται σοβαρά υπόψη, είναι οι ανθρώπινες απαιτήσεις σε νερό, αλλά και οι απαιτήσεις των οικοσυστημάτων. Από τις αρχές του 2000, έχει θεσπιστεί ένα νομικό πλαίσιο για τα νερά (2000/60/EK) το οποίο έχει ορίσει κάποια όρια σε όλη την Ευρωπαϊκή Ένωση αλλά και στη χώρα μας. Έτσι, επισημαίνεται ότι έχει οριστεί ο στόχος της παύσης της υποβάθμισης της ποιότητας των υδάτων. Επίσης, ο μακροπρόθεσμος στόχος είναι η επίτευξη καλής ποιότητας για όλα τα ύδατα στην Ευρωπαϊκή Ένωση, με την πλήρη συμμόρφωση προς αυστηρά οικολογικά και χημικά πρότυπα. (Τσακίρης Γ., 2013).

## **2. Υπόγεια υδατικά συστήματα**

### **2.1. Καταγραφή υπόγειων υδροφορέων**

Είναι αρκετά δύσκολο να πραγματοποιηθεί καταγραφή των υπόγειων υδροφορέων της Ελλάδας, λόγω της ιδιαίτερης μορφολογίας της. Η δραστηριότητα των τεκτονικών πλακών επηρεάζει τον τρόπο που διαμορφώνονται οι υπόγειοι υδροφορείς. Κατά τη διάρκεια των τεκτονικών δραστηριοτήτων, τα ρήγματα ενδέχεται να δημιουργήσουν εμπόδια στη ροή του νερού στο υπέδαφος. Βέβαια, ανάλογα με την κατεύθυνση και τη διατομή των ρηγμάτων, είτε μπορεί να ευνοήσουν την ροή και τη σύνδεση μεταξύ διαφορετικών υδροφορέων, είτε να δημιουργήσουν φυσικά εμπόδια που εμποδίζουν την κίνηση του νερού. Συνοψίζοντας, η τελική διαμόρφωση των υπόγειων υδροφορέων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την τεκτονική δραστηριότητα και την παρουσία ρηγμάτων στο εδαφικό υπόστρωμα. Στα καρστικά υπόγεια συστήματα, τα ρήγματα που ξεκινούν από βορρά και κατευθύνονται προς το νότο διευκολύνουν τη ροή των υδάτων, ενώ αυτά που ξεκινούν από την ανατολή και κατευθύνονται προς τη δύση την εμποδίζουν.

Στην Ελλάδα, η καταγραφή και διαχείριση των υπόγειων υδροφόρων πόρων εμπίπτει στην αρμοδιότητα της Γενικής Γραμματείας Υδάτων του Υπουργείου Περιβάλλοντος και Ενέργειας. Οι διαδικασίες περιλαμβάνουν τη χαρτογράφηση, τη μέτρηση των παραμέτρων των υδροφόρων στρωμάτων, την εκτίμηση των ποσοτήτων και την αξιολόγηση της ποιότητας των υπόγειων υδάτων. Η καταγραφή των υπόγειων υδροφόρων πόρων περιλαμβάνει τεχνικές όπως η γεωφυσική, η γεωλογική έρευνα, η υδρογεωλογική μελέτη και η παρακολούθηση των υπογείων υδάτων με τη χρήση πιεσόμετρων και πιεζομέτρων. (Κουτάντου Π., 2006)

### **2.2. Ροή υπογείων υδάτων**

Τα υπόγεια ύδατα κινούνται μέσα στα διάκενα εδαφών ή πετρωμάτων που χαρακτηρίζονται ως διαπερατά ή υδατοπερατά. Αντίθετα, τα αδιαπέρατα στρώματα, έχουν τη δυνατότητα να αποθηκεύσουν νερό, έστω και σε μικρές ποσότητες, και πρακτικά δεν έχουν την ικανότητα μεταφοράς του. Η ροή του νερού στους υδροφορείς αναφέρεται συνήθως ως ροή σε πορώδη μέσα, αφού έτσι ονομάζονται όλα τα πετρώματα και τα εδάφη που αποτελούνται από ένα στερεό σκελετό με τη μορφή συνάθροισης στερεών κόκκων που χωρίζονται και περιβάλλονται από διάκενα, δηλαδή πόρους ή ρωγμές. Η κίνηση του νερού στους υδροφορείς εξαρτάται τόσο από τα υδροδυναμικά χαρακτηριστικά τους όσο και από τις τοπικές συνθήκες ροής. Ο πιο θεμελιώδης νόμος της υδραυλικής των υπόγειων ροών, διατυπώθηκε από τον Γάλλο Darcy και αφορά στις εξισώσεις κίνησης των υπόγειων νερών και στη γενική του μορφή γράφεται ως εξής:

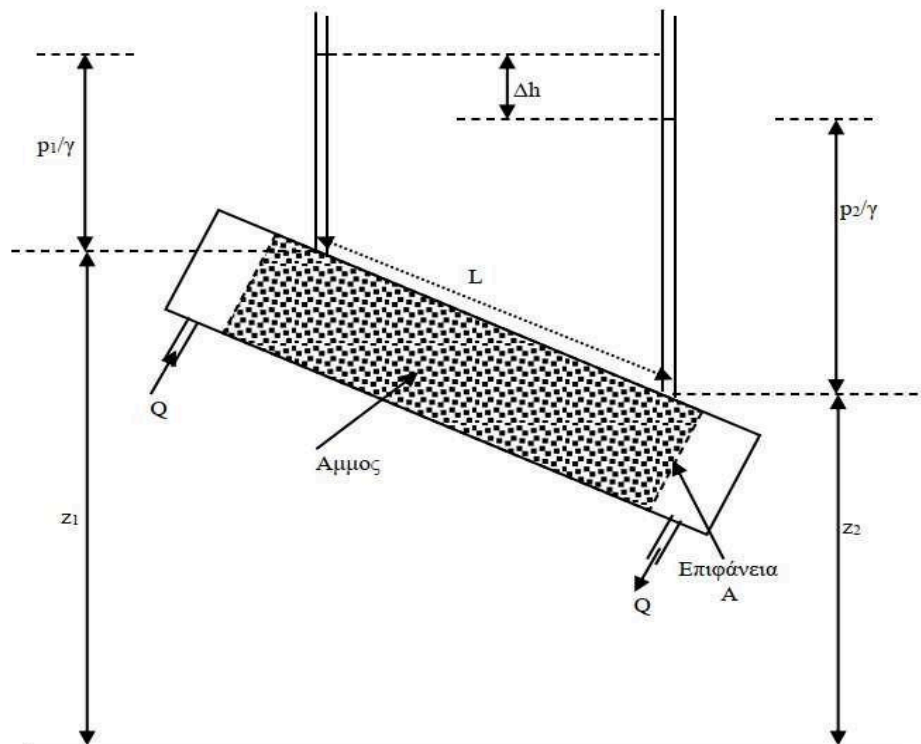
Εξίσωση 2.1:  $Q = KAJ$

όπου  $Q$  είναι η παροχή οποιασδήποτε υπόγειας ροής,  $K$  είναι παράμετρος του πορώδους μέσου που χαρακτηρίζει τη διαπερατότητα του και ονομάζεται υδραυλική αγωγιμότητα,  $A$  είναι το εμβαδόν της διατομής του υδροφορέα μέσα από την οποία γίνεται η ροή και  $J$  είναι η υδραυλική κλίση της ελεύθερης ή πιεζομετρικής επιφάνειας. Έπειτα από μετατροπές η εξίσωση 2.1 γίνεται όπως παρακάτω:

Εξίσωση 2.2:  $Q/A = -K * \Delta h / L$

όπου  $\Delta h$  είναι η απώλεια φορτίου που εκφράζεται ως  $(p_1/\gamma + z_1) - (p_2/\gamma + z_2)$  ( $L$ ) και  $L$ : είναι το μήκος της στήλης.

Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1, ο Darcy έφτασε στο συμπέρασμα ότι ο ρυθμός ροής διαμέσου ενός πορώδους  $Q/A$  είναι ανάλογος ενός συντελεστή  $K$  χαρακτηριστικό για το πορώδες μέσο, ανάλογος των απωλειών φορτίου και αντιστρόφως ανάλογος του μήκους πορείας της ροής (Καρατζάς Γ., 2005)



Σχήμα 2.1: Διάταξη πειραμάτων Darcy (Καρατζάς Γ., 2005)

Το αρνητικό πρόσημο στην εξίσωση 2.2 εξηγεί ότι η ταχύτητα της ροής είναι προς την κατεύθυνση που ελαττώνεται το φορτίο. Η έκφραση  $\Delta h/L$  αντικατέστησε το  $J$  στην εξίσωση 2.1 και ονομάζεται υδραυλική κλίση. Η έκφραση  $Q/A$  χαρακτηρίζεται ως ειδική παροχή (ταχύτητα Darcy) και συμβολίζεται με  $q$  ( $L/T$ ).

Η ταχύτητα Darcy χρησιμοποιείται μέσω της ολικής επιφάνειας, χωρίς όμως να λαμβάνει υπόψη το στερεό υλικό και τους πόρους. Ουσιαστικά όμως σε ένα πορώδες υλικό η ροή περιορίζεται μόνο εντός του χώρου των πόρων και η πραγματική ταχύτητα διήθησης  $q_s$  ορίζεται ως:

Εξίσωση 2.3:  $q_s = q / n$

Όπου  $n$  είναι το πορώδες (αδιάστατος αριθμός)

Σε περιπτώσεις όπου η ροή των υπογείων υδάτων ισούται με τον αριθμό Reynolds να είναι μικρότερος της μονάδας ( $Re < 1$ ), κάτι που εξασφαλίζει την χρήση του νόμου του Darcy, χωρίς καμία προϋπόθεση, πλην των περιπτώσεων όπου έχουμε μεγάλη υδραυλική κλίση π.χ. κοντά σε ένα φρέαρ άντλησης, και σε περιπτώσεις που έχουμε τυρβώδη ροή (Καρατζάς, 2005). Σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις που προέκυψαν από τον νόμο Darcy γίνεται αντιληπτό ότι η ροή είναι μονοδιάστατη και ο υδροφορέας ομοιογενής και έχει τις ίδιες υδραυλικές ιδιότητες σε κάθε σημείο του και σε όλες τις κατευθύνσεις. Όμως κάτι τέτοιο δεν ισχύει διότι η ροή δρά και στις 3 διαστάσεις του χώρου και οι υδροφορείς δεν είναι ούτε ισότροποι ούτε ομοιογενείς, αφού μπορεί να παρατηρηθεί αλλαγή του πορώδους και της υδραυλικής αγωγιμότητας από κάποιο σημείο σε ένα άλλο μέσα στον ίδιο υδροφορέα. Επομένως, η γενική μορφή του νόμου Darcy που περιγράφει τη ροή των υπόγειων υδάτων, έχει τις παρακάτω εξισώσεις:

$$q_x = -K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{xz} \frac{\partial h}{\partial z}$$

Εξίσωση 2.4

$$q_y = -K_{yx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{yz} \frac{\partial h}{\partial z}$$

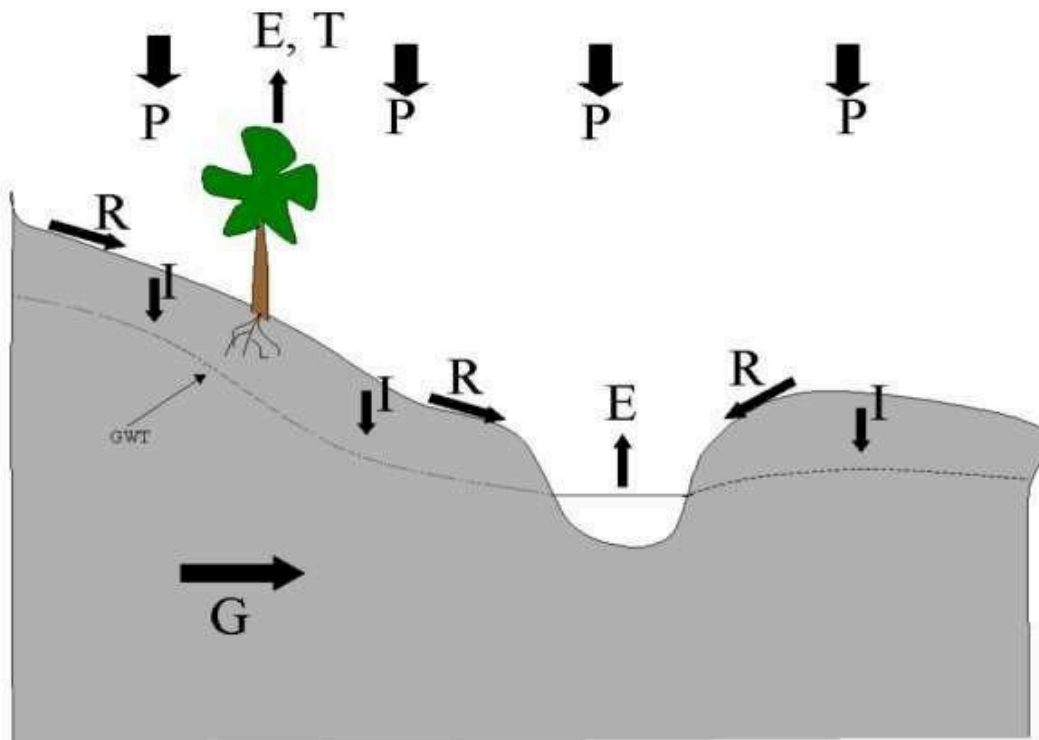
Εξίσωση 2.5

$$q_z = -K_{zx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{zy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z}$$

Εξίσωση 2.6

όπου  $K_{xx}$  και  $K_{yy}$  είναι οι συνιστώσες της υδραυλικής αγωγιμότητας κατά τις κύριες διευθύνσεις  $x$  και  $y$  αντίστοιχα. (Τσακίρης Γ., 2013)

Εκτός τον νόμο Darcy και τις εξισώσεις του άλλο ένα πολύ σημαντικό βοήθημα είναι το υδρολογικό ισοζύγιο ώστε να γίνει σωστή εκτίμηση ενός υπόγειου υδροφορέα ως προς την ποσοτική του κατάσταση. Θεωρείται αναγκαίο να υπολογιστεί ο ρυθμός κατακρημνίσεων (P), ο ρυθμός εξάτμισης (E) και ο ρυθμός διαπνοής (T), η διαφορά του ρυθμού εισροών και εκροών επιφανειακής ροής ( $\Delta R$ ) στην επιφάνεια πάνω από την έκτασή του και η διαφορά του ρυθμού εισροής υδάτων από τους γειτονικούς υπόγειους υδροφορείς με τον ρυθμό εκροής υδάτων από αυτόν ( $\Delta G$ ). Παρακάτω, φαίνεται και στο σχήμα η απεικόνιση του του υδρολογικού ισοζυγίου (σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2: Σχηματική απεικόνιση υδρολογικού ισοζυγίου (Καρατζάς Γ., 2005)

Το υδρολογικό ισοζύγιο περιγράφεται από τη σχέση:

$$\text{Εξίσωση 2.7: } P - \Delta R - \Delta G - E - T = \Delta S$$

όπου  $\Delta S$  η αλλαγή του ρυθμού αποθήκευσης υδάτων με μονάδες μέτρησης;  $L^3 / T$ .

(Καρατζάς Γ., 2005)

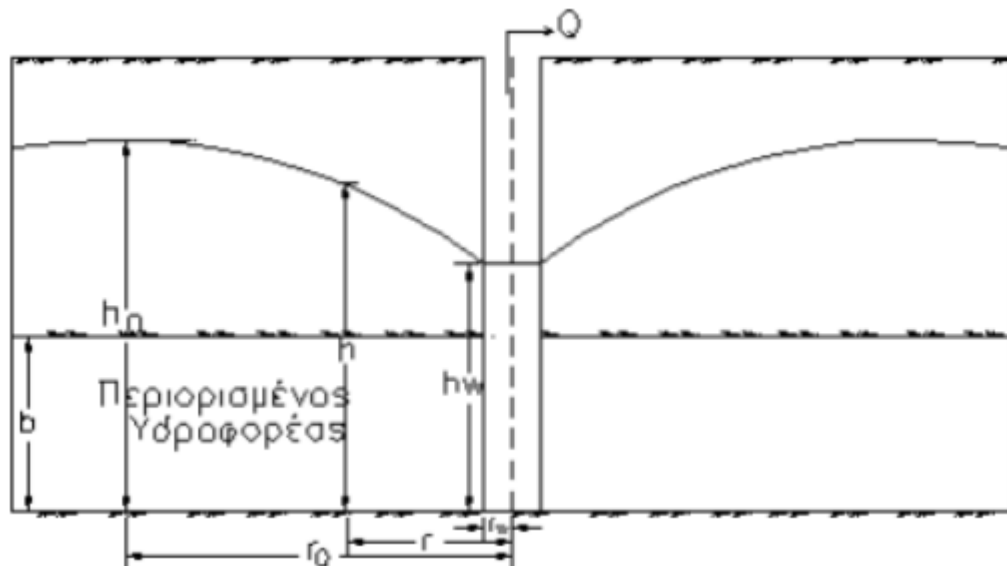
Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω, μπορεί να χαρακτηριστεί ότι είναι πολύ δύσκολη διαδικασία ώστε γίνει περιγραφή της ποσοτικής κατάστασης ενός υδροφορέα καθώς απαιτεί ένα αριθμό μετρήσεων για τις υδραυλικές ιδιότητες που χαρακτηρίζουν έναν υπόγειο υδροφορέα, όπως το πορώδες και η υδραυλική αγωγιμότητα, τον υπολογισμό όλων των εισροών και εκροών από αυτόν και την επίλυση πολύπλοκων μαθηματικών σχέσεων. Είναι δύσκολη η πρόσβαση σε τόσο μεγάλο όγκο πληροφοριών καθώς είναι αδύνατο να

συλλεχθούν τόσες μετρήσεις για τις υδραυλικές ιδιότητες ή τις αντλήσεις υδάτων. Επίσης, είναι δύσκολο να υπολογιστεί ο ρυθμός εξατμισοδιαπνοής σε μία μεγάλη έκταση πάνω από τους υδροφορείς, ούτε ο ρυθμός εισροής και εκροής υδάτων μεταξύ των επικοινωνούντων υπόγειων υδροφορέων.

Για όλους τους παραπάνω λόγους, η γεωστατιστική ανάλυση επικρατεί των υπολοίπων καθώς δεν χρειάζονται πολλές μετρήσεις ώστε να γίνει μία αρχική εκτίμηση της ποσοτικής κατάστασης ενός υδροφορέα.

### 2.3. Πτώση στάθμης γύρω από τα φρεάτια άντλησης

Η άντληση των υπόγειων νερών είτε από πηγάδια είτε από γεωτρήσεις από υπόγειους υδροφορείς επιφέρει κάποιες επιπτώσεις όπως την πτώση της στάθμης του υδροφορέα. Υπάρχουν δύο είδη υδροφορέων, οι περιορισμένοι και οι ελεύθεροι με ξεχωριστές εξισώσεις αντίστοιχα. Ένας υδροφορέας ονομάζεται ελεύθερος όταν υπάρχει ελεύθερη επιφάνεια ενώ περιορισμένος όταν το στρώμα του υδροφορέα περιορίζεται από πάνω και από κάτω από αδιαπέρατους σχηματισμούς. Ακόμη, όταν η στάθμη της πιεζομετρικής επιφάνειας του υδροφορέα βρίσκεται ψηλότερα και από την επιφάνεια του εδάφους τότε ο υδροφορέας ονομάζεται αρτεσιανός. Αρχικά, περιγράφεται η πτώση της στάθμης ενός περιορισμένου υδροφορέα με το σχήμα να δίνεται παρακάτω (Σχήμα 2.3)



Σχήμα 2.3 : Σχήμα πτώσης στάθμης σε ένα φρεάτιο άντλησης περιορισμένου υδροφορέα (Καρατζάς Γ., 2005).

Η σχέση υπολογισμού της πτώσης στάθμης είναι :

$$s = Q / 2\pi T = \ln \frac{R}{r}$$

Εξίσωση 2.8

όπου:

T: ο συντελεστής μεταβιβασιμότητας που ισούται με το γινόμενο  $K \cdot b$  με το  $b$  να είναι το πάχος του περιορισμένου υδροφορέα

Q: η παροχή άντλησης

Η παραπάνω σχέση ονομάζεται και σχέση του Dupuit ένα μια παρόμοια εξίσωση, γνωστή και σαν σχέση του Thiem, συνδέει τις πτώσεις στάθμης σε δύο θέσεις του υδροφορέα:

$$s_1 - s_2 = \frac{Q}{2\pi T} \ln (r_2/r_1) \quad \text{Εξίσωση 2.9}$$

Τέλος, αν είναι γνωστή η πτώση στάθμης  $s_0$ , στην παρειά του πηγαδιού,  $r_0$ , τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την πτώση στάθμης,  $s$ , σε οποιαδήποτε απόσταση,  $r$ , από το κέντρο του πηγαδιού με τη σχέση

$$s - s_0 = \frac{Q}{2\pi T} \ln (r_0/r) \quad \text{Εξίσωση 2.10}$$

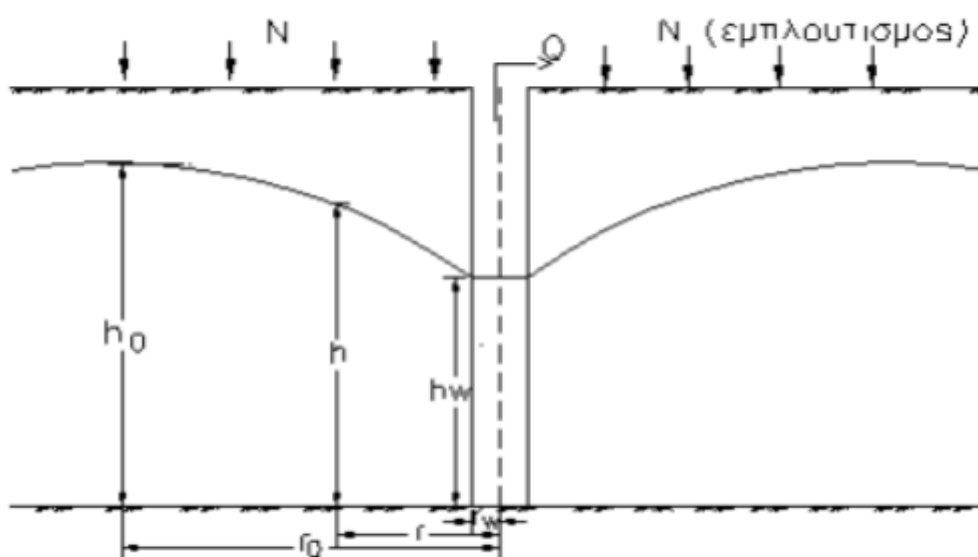
όπου:

$s$ : η στάθμη στο φρεάτιο άντλησης

$r$ : η ακτίνα επιρροής φρέατος

$s_0$ : το ύψος στάθμης του υδροφορέα πριν από την ακτίνα επιρροής και μετά

$r_0$ : η ακτίνα του φρεατίου



Σχήμα 2.4: Σχήμα πτώσης στάθμης σε ένα φρεάτιο άντλησης ελεύθερου υδροφορέα (Καρατζάς Γ., 2005).

Για φρεάτιο άντλησης ελεύθερου υδροφορέα και σύμφωνα με την αποδοχή της υπόθεσης Dupuit για οριζόντια ροή η σχέση υπολογισμού της πτώσης στάθμης είναι:

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{R}{r} \Rightarrow H^2 = h^2 + \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{R}{r} \quad \text{Εξίσωση 2.11}$$

Βέβαια, η παραπάνω σχέση τροποποιείται ως σχέση Dupuit-Forchheimer αν χρησιμοποιηθούν πάλι τα στοιχεία του πηγαδιού ως:

$$H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{R}{r_0} \Rightarrow H^2 = h_0^2 + \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{R}{r_0} \quad \text{Εξίσωση 2.12}$$

Αν πάλι συμπεριληφθεί στην εξίσωση και η σχέση του εμπλουτισμού στον υδροφορέα, εξίσωση υπολογισμού είναι:

$$H^2 = h_0^2 + \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{R}{r_0} + \frac{N}{2K} (r_0^2 - R^2) \quad \text{Εξίσωση 2.13}$$

Όπου N είναι ο εμπλουτισμός.

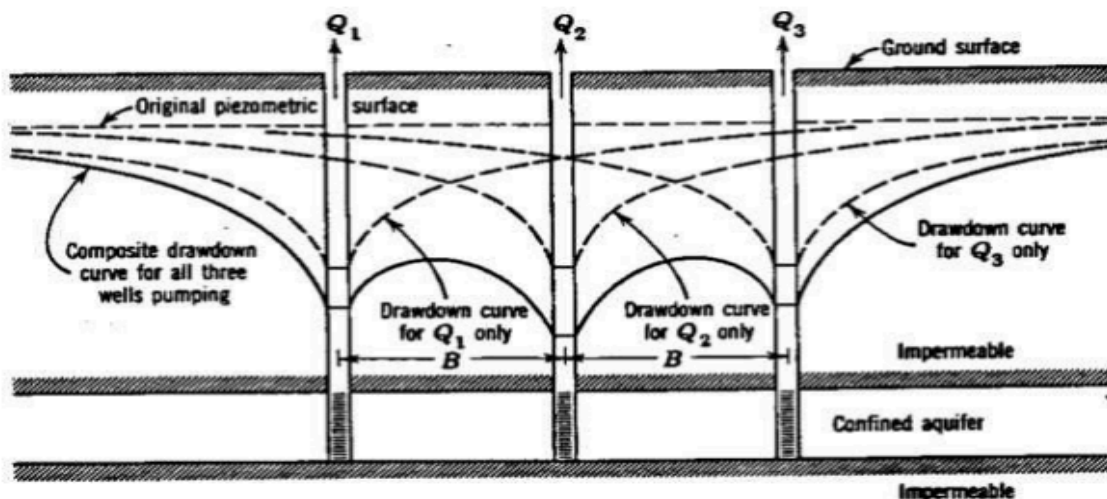
Τέλος, αν υποτεθεί ότι το μέγεθος της στάθμης δεν είναι αρκετά μεγάλο συγκριτικά με το κορεσμένο πάχος του υδροφορέα τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι σχέσεις Εξίσωση 2.8, Εξίσωση 2.9 και Εξίσωση 2.10.

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου δύο ή περισσότερα φρεάτια άντλησης λειτουργούν στον ίδιο υδροφορέα και βρίσκονται σε αμοιβαίες αποστάσεις μεταξύ τους οι οποίες είναι μικρότερες από τις ακτίνες επιρροής τους. Τότε προκύπτει ότι οι πτώσεις στάθμης και αντλούμενες παροχές αλληλοεπηρεάζονται. Έτσι, σε ένα σύστημα φρεατίων η πτώση στάθμης σε τυχαίο σημείο i, υπολογίζεται από το άθροισμα των επιδράσεων όλων των φρεατίων. Η σχέση υπολογισμού είναι:

$$H = h_0 + \frac{1}{2\pi T} \sum_{i=1}^n q_i \ln \frac{r_i}{R_i} \quad \text{Εξίσωση 2.14}$$

Όπου T ο συντελεστής μεταβιβασιμότητας που ισούται με το γινόμενο  $K \cdot b$  (Καρατζάς Γ., 2005).



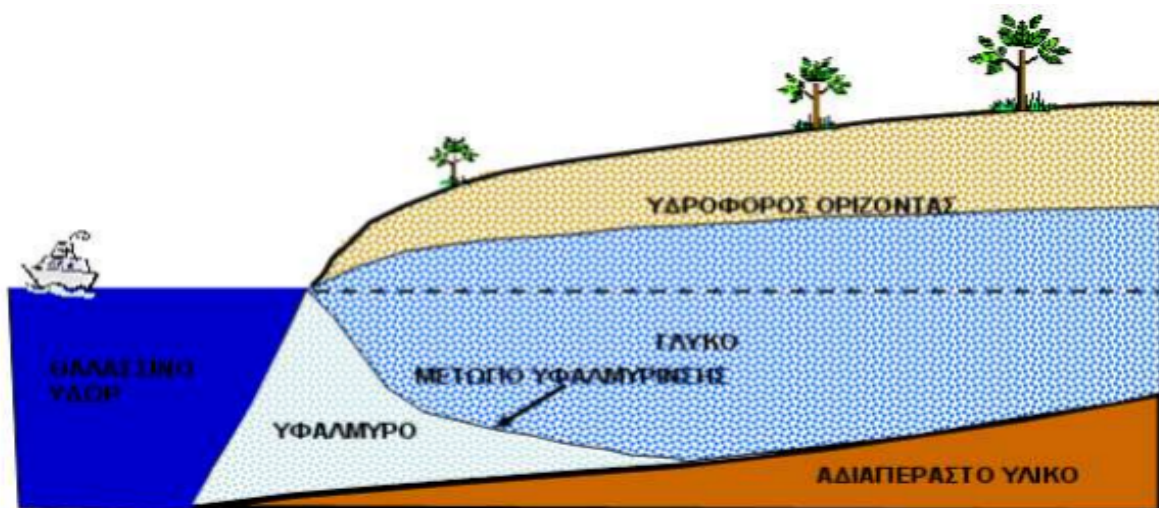


Σχήμα 2.5: Σχήμα πτώσης στάθμης σε πολλαπλά φρεάτια άντλησης (Καρατζάς Γ., 2005)

## 2.4. Υφαλμύριση

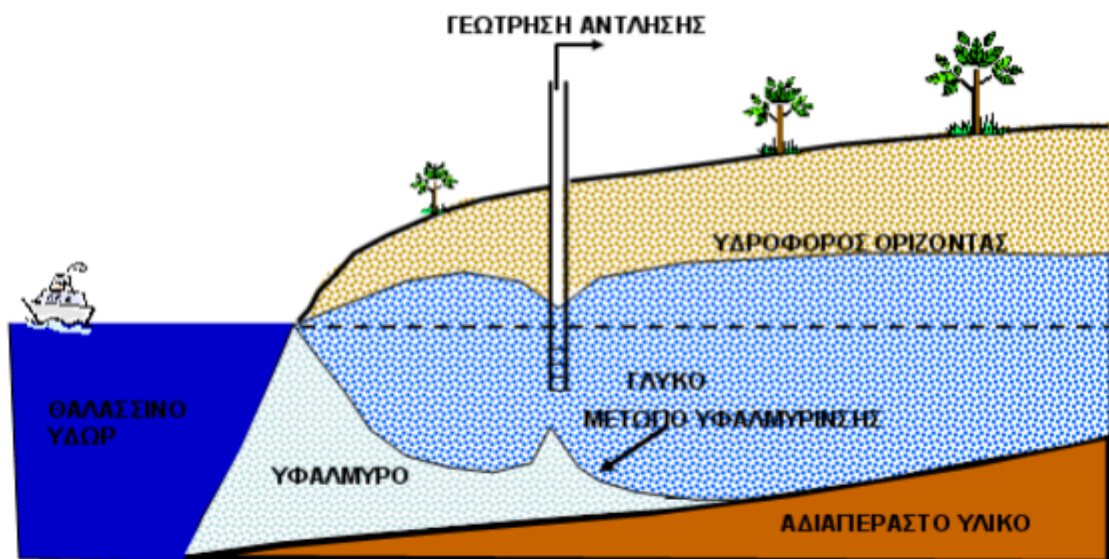
Η υφαλμύριση ορίζεται ως η διείσδυση του αλμυρού νερού στα υπόγεια νερά και αποτελεί ένα σύνθετο πρόβλημα στους υπόγειους αλλά και στους ελεύθερους υδροφορείς σε πολλές περιοχές της Ελλάδας. Ακόμη, σε πολλά μέρη του πλανήτη θεωρείται μία σημαντική αιτία ρύπανσης στα υπόγεια νερά. Το θαλασσινό νερό εισέρχεται στους υπόγειους υδροφορείς και ενδέχεται να οφείλεται σε φυσικούς παράγοντες όπως για παράδειγμα την μεταβολή της στάθμης της θάλασσας ή σε ανθρωπογενείς παράγοντες όπως την υπεράντληση των υπόγειων υδροφορέων ή ακόμα και σε συνδυασμό των παραγόντων αυτών. Με την πρόσμιξη του αλμυρού νερού στα υπόγεια νερά, αυξάνεται η αλατότητα και υπονομεύει την ποιότητα του νερού καθώς δυσκολεύει στην αποκατάσταση του υδροφορέα. Είναι αιτία και άλλων σοβαρών προβλημάτων όπως την καταστροφή των καλλιεργειών και των βιομηχανικών χρήσεων, αφού το αλάτι διαβρώνει τους λέβητες και τους σωλήνες. Επίσης, είναι αδύνατη η κατανάλωση του νερού αυτού σαν πόσιμο για τους ανθρώπους αλλά και τα ζώα, οπότε χάνεται ουσιαστικά η εκμετάλλευση του υδροφορέα. (Καρτεράκης Σ., 2005)

Η πυκνότητα του αλμυρού νερού είναι μεγαλύτερη και για αυτό όταν εισέρχεται στον υδροφορέα, μένει κάτω από το στρώμα του γλυκού νερού. Σε μεγαλύτερα βάθη ενός υπόγειου υδροφορέα υπάρχει μεγαλύτερη εισχώρηση του αλμυρού νερού καθώς οι πιέσεις αυξάνονται ανάλογα βάθος. Λόγω της βροχόπτωσης, όπου ο υδροφορέας εφοδιάζεται με γλυκό νερό, δημιουργείται υδραυλική κλίση και χωρίς αυτή το αλμυρό νερό θα καταλάμβανε όλο τον υπόγειο υδροφορέα μέχρι το επίπεδο της στάθμης της θάλασσας. (Σχήμα 2.6)



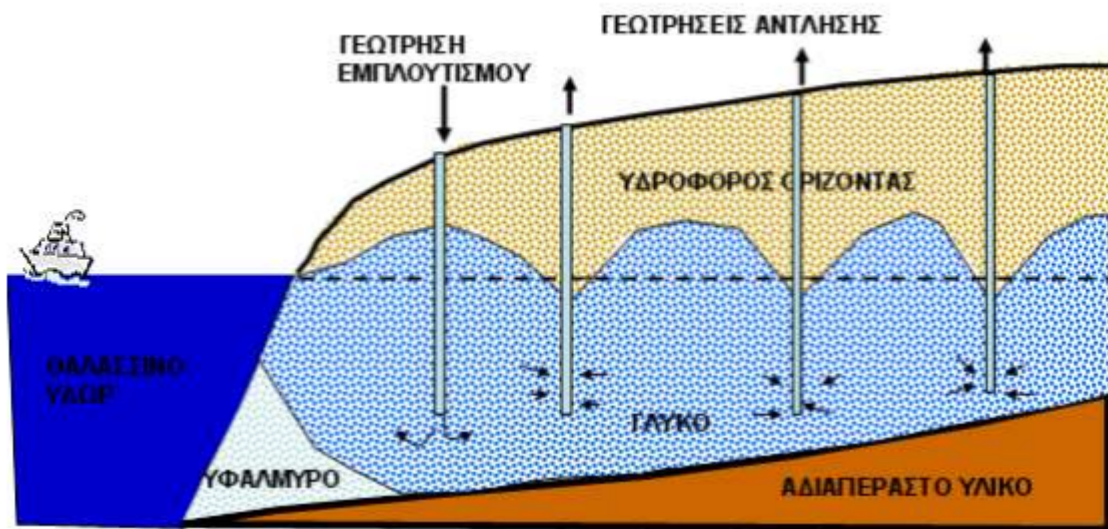
Σχήμα 2.6: Ισορροπία θαλασσινού και γλυκού νερού στους υπόγειους παράκτιους υδροφορείς (Καρατζάς Γ., 'Εισαγωγή στην επιστήμη του μηχανικού περιβάλλοντος', 2008).

Βέβαια, ο ανθρώπινος είναι πολύ σημαντικός παράγοντας καθώς σε κάποιες περιπτώσεις οι άνθρωποι επεμβαίνουν και καταστρέφουν τις παράκτιες περιοχές. Συνεπώς, ενδέχεται να επηρεαστεί και η υφαλμύριση από αυτές τις παρεμβάσεις. Μία περίπτωση να συμβεί κάτι τέτοιο είναι όταν πραγματοποιείται άντληση νερού από υπόγειους υδροφορείς σε σημεία κοντά στη θάλασσα. Έτσι, δημιουργείται ανισορροπία μεταξύ γλυκού και αλμυρού νερού καθώς μειώνεται η ποσότητα του πρώτου και παύει να υπάρχει αντίσταση εισχώρησης του θαλασσινού νερού. Επίσης, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.7 η αφαίρεση γλυκού νερού μπορεί να προκαλέσει μέτωπο υφαλμύρισης στο σημείο όπου λαμβάνει χώρα η γεώτρηση. Τέλος, αν αντληθεί μεγάλη ποσότητα γλυκού νερού από συγκεκριμένο σημείο επαναλαμβανόμενα, θα αρχίσει να αντλείται και αλμυρό νερό σε κάποια χρονική στιγμή αργότερα



Σχήμα 2.7: Διατάραξη ισορροπίας γλυκού και θαλασσινού νερού στους υπόγειους παράκτιους υδροφορείς λόγω υπεράντλησης (Καρατζάς Γ., 'Εισαγωγή στην επιστήμη του μηχανικού περιβάλλοντος', 2008).

Εξαιτίας των προβλημάτων αυτών, έχει ξεκινήσει προσπάθεια αντιμετώπισης του φαινομένου λαμβάνοντας μέτρα αποκοπής της πρόσμιξης του θαλασσινού νερού με το γλυκό, όταν αντλείται νερό. Κάποια παραδείγματα είναι κατασκευή υπόγειων φραγμάτων, η δημιουργία φραγμάτων στις κοίτες των χειμάρρων για αποθήκευση γλυκού νερού.(Κουτάντου Π., 2006). Η πιο γνωστή όμως εξ αυτών είναι να δημιουργηθούν γεωτρήσεις στο όριο με την παράκτια ζώνη όπου θα εμπλουτίζονται με γλυκό νερό καθώς άλλες θα το αντλούν, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2.8: Φρεάτια άντλησης-εμπλουτισμού προς παρεμπόδιση διείσδυσης του αλμυρού νερού στους υπόγειους παράκτιους υδροφορείς (Καρατζάς Γ., 'Εισαγωγή στην επιστήμη του μηχανικού περιβάλλοντος', 2008).

Αξίζει να αναφερθεί ότι για να εξακριβωθεί αν μια περιοχή έχει υποστεί υφαλμύριση, είναι απαραίτητο να μετρηθεί η συγκέντρωση χλωριόντων στα υπόγεια νερά κοντά σε παράκτιες περιοχές.

### 3. Γεωστατιστική ανάλυση

#### 3.1. Γεωστατιστική

Τα τελευταία χρόνια η επιστήμη της Γεωστατιστικής, μέσω των εφαρμογών της, καλύπτει πολλές δραστηριότητες ανίχνευσης και εντοπισμού περιβαλλοντικών ρύπων και ορυκτών πόρων. Η γεωστατιστική ανάλυση απασχολείται με την στατιστική ανάλυση πειραματικών δειγμάτων κατανεμημένων σε ανομοιογενές πλέγμα και σε μια περιοχή, όπου τα σημεία της είναι άγνωστα. Στόχος της είναι συνήθως η αποκάλυψη μοτίβων και η κατανόηση των χωρικών συμπεριφορών που παρατηρούνται στα δεδομένα. Μερικές από τις γεωστατιστικές μεθόδους που μελετούνται για αυτό το σκοπό είναι επιφορτισμένες με μαθηματικούς περιορισμούς στην εφαρμογή τους. Αυτό οδηγεί στο γεγονός ότι όταν τα πειραματικά δείγματα δεν καλύπτουν τους περιορισμούς του φαινομένου, η χωρική εκτίμηση των μεταβλητών μπορεί να έχει υψηλό ποσοστό σφάλματος (Xristopoulos D., 2003).

Βέβαια, η γεωστατιστική ασχολείται και με άλλες πτυχές όπως τα τυχαία πεδία, που είναι στατιστικές τεχνικές που ασχολούνται με τυχαίες μεταβλητές που μεταβάλλονται στον χώρο. Οπότε αυτές οι τεχνικές χρησιμοποιούν στατιστικές μεθοδολογίες όπως για παράδειγμα τη μέση τιμή και τη διασπορά για να εκτιμήσουν οτιδήποτε απορρέει από τις σημειακές μετρήσεις της μεταβλητής (Χριστόπουλος 2004β). Αναλυτικότερα, η γεωστατιστική εξαρτάται από την μαθηματική έννοια του τυχαίου πεδίου και έχει κοινά χαρακτηριστικά με τη στατιστική, όπου έχει μεθόδους που επιτρέπουν να προσδιοριστούν οι παράμετροι οι οποίοι χαρακτηρίζουν τις τυχαίες μεταβολές βάσει των δεδομένων, και τη θεωρία πιθανοτήτων, όπου εστιάζει στις ιδιότητες που καθοδηγούν τις τυχαίες μεταβλητές. Επίσης, η γεωστατιστική έχει σκοπό να αξιολογήσει τις στατιστικές παραμέτρους που καθορίζουν τη χωρική κατανομή με βάση του γνωστού δείγματος, αλλά και στη χρησιμότητα των παραμέτρων αυτών έτσι ώστε να υπολογιστούν οι συγκεντρώσεις σε όποια σημεία δεν υπάρχουν μετρήσεις. ( Χριστόπουλος Δ., 2004 β).

Η στατιστική είναι μια επιστήμη η οποία προέκυψε από διάφορους επιστήμονες στατιστικής, κυρίως μηχανικούς, που ασχολήθηκαν με το πρόβλημα, διότι από παλαιότερα υπήρχε η ανάγκη να εκτιμηθούν τα φυσικά μεγέθη σε περιοχές που δεν υπήρχαν μετρήσεις. Οι πρώτες επιστήμες που εφαρμόστηκε η γεωστατιστική ήταν η γεωλογία, η υδρολογία και η μεταλλειολογία, ενώ αργότερα εφαρμόστηκε και σε επιστημονικά πεδία. Η γεωστατιστική χρησιμοποιείται σε εφαρμογές όπως:

- Την έρευνα σε πιθανά κοιτάσματα πετρελαίου (π.χ. καθορισμός πιθανού βάθους και έκτασης και εκτίμηση ποσότητας κοιτάσματος).
- Την έρευνα σε ωκεανούς (π.χ. ανάλυση πιθανών κυμάτων, χαρτογράφηση άγνωστων νερών στο βυθό).
- Την έρευνα και την ανακάλυψη πιθανών συγκεντρώσεων ρυπαντών στο περιβάλλον (π.χ έδαφος, υπέδαφος, αέρας, υπόγειοι και επιφανειακοί υδατικοί πόροι).

- Τον απαραίτητο έλεγχο στην ποιότητα των βιομηχανικών προϊόντων (π.χ. υλικά υψηλής τεχνολογίας, προϊόντα χαρτιού).
- Την ανάλυση στα γεωγραφικά συστήματα πληροφορίας (GIS).
- Την έρευνα των δεδομένων των βροχοπτώσεων σε περιοχές όπου το δείγμα είναι πολύ μικρό.
- Την αντιμετώπιση από περιβαλλοντικούς κινδύνους και τους κινδύνους για την ανθρώπινη υγεία (π.χ. εκτίμηση των πιθανοτήτων υπέρβασης κρίσιμων ορίων).

Εν κατακλείδι, η γεωστατιστική χρησιμοποιεί τις εφαρμογές της ώστε να μπορεί να ελέγξει την χωρική κατανομή μεταβλητών που καθορίζουν τα μεγέθη με περιβαλλοντική σημασία. Οι πιο γνωστές μέθοδοι της γεωστατιστικής ανάλυσης είναι οι μέθοδοι Kriging.

### 3.2. Τυχαία πεδία

Ένα τυχαίο πεδίο θεωρείται το σύνολο κάποιων τυχαίων μεταβλητών ή ως μία πολυδιάστατη τυχαία μεταβλητή, που σκοπό έχουν να μπορούν να περιγράψουν τη χωροχρονική μεταβολή ενός φυσικού μεγέθους. Επίσης, δεν έχει συγκεκριμένη μαθηματική έκφραση και αντιπροσωπεύει δυνατές καταστάσεις, αντιθέτως με τις συναρτήσεις που έχουν συγκεκριμένη μαθηματική έκφραση. Μια πιθανή κατάσταση είναι δείγμα του πεδίου που καθορίζεται από την πιθανότητα πραγματοποίησης η οποία εξαρτάται από την πολυδιάστατη Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας του πεδίου. Επίσης τα τυχαία πεδία διαθέτουν ξεχωριστές μαθηματικές ιδιότητες και αυτόματα μπορούν να ξεχωρίζουν από ένα σύνολο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών, εξαιτίας της σύνδεσης που έχουν τα φυσικά μεγέθη σε διάφορα σημεία του χώρου, (Χριστόπουλος Δ., 2004 α).

Ανάλογα με τις μετρήσεις τα τυχαία πεδία χωρίζονται σε κατηγορίες. Ονομάζεται πεδίο με διακριτές τιμές όταν λαμβάνει τιμές μόνο από ένα μετρήσιμο σύνολο αριθμών ενώ όταν οι τιμές δημιουργούνται από συνεχές διάστημα από πραγματικούς αριθμούς, λέγεται πεδίο συνεχών τιμών. Επίσης αν μία μεταβολή οριστεί σε ένα συνεχή χώρο δημιουργεί ένα πεδίο συνεχούς χώρου. Σε αντίθεση των παραπάνω, ένα πεδίο λέγεται πλεγματικό όταν οριστεί στις θέσεις ενός πλέγματος και αυτά λειτουργούν θεωρητικές και υπολογιστικές μελέτες, αφού η συμμετρία ενός πλέγματος έχει την ικανότητα να επιτρέψει την εφαρμογή σε αριθμητικά αποτελεσματικές μεθόδους.(π.χ. ταχείς μετασχηματισμούς Fourier). Επιπροσθέτως, τα πλεγματικά πεδία είναι ικανά να διευκολύνουν την σύγκριση των επιδόσεων διαφορετικών γεωστατιστικών μεθόδων (Χριστόπουλος 2004 α). Ουσιαστικά η κατανομή των σημείων στο χώρο δεν έχει απαραίτητα τη συμμετρία κανονικού πλέγματος, αφού οι μετρήσεις καθορίζουν ένα σύνολο σημείων. Στην περίπτωση αυτή τα σημεία της δειγματοληψίας δεν είναι ομοιογενή. Επίσης, κάποιοι άλλοι όροι που χρησιμοποιούνται είναι το άτακτο πλέγμα και εξωπλεγματική κατανομή όπου επιβάλλεται να χρησιμοποιηθούν γεωστατιστικές μέθοδοι που θα μπορούν να είναι λειτουργικές, ακόμη και με περιορισμούς της εκάστοτε χωρικής κατανομής. Η εκτίμηση

της διαδικασίας λαμβάνει χώρα σε κάποιο πλεγματούχο υπόβαθρο που αποκρύπτει την περιοχή ενδιαφέροντος, στην περίπτωση όμως η κατανομή των δεδομένων να είναι εξωπλεγματούχη.

Το τυχαίο πεδίο καθορίζεται από την τυχαιότητα και την εξάρτηση των τιμών στα φυσικά μεγέθη σε διάφορα σημεία του χώρου. Η τυχαιότητα περιγράφει κάποια φαινόμενα όπου η απόλυτη ακρίβεια στην κατανόηση μιας κατάστασης είναι αδύνατη λόγω της απρόβλεπτης ή ασταθούς φύσης τους. Επίσης, ενδέχεται να πηγάζουν από τη μεταβλητότητα κάποιων φυσικών μεγεθών στο χώρο και την αβεβαιότητα που αποδίδεται στον περιορισμένο αριθμό μετρήσεων. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το αποτέλεσμα οφείλεται από μία συνάρτηση κατανομής πιθανότητας που καθορίζει την εμφάνιση μιας κατάστασης. Η χωρική εξάρτηση θεωρείται σημαντική ιδιότητα που έχουν τα τυχαία πεδία και περιγράφει την αλληλεξάρτηση των τιμών ενός πεδίου σε διάφορα σημεία του χώρου μεταξύ τους. Η κατανομή πιθανότητας του πεδίου λαμβάνει υπόψη τις συσχετίσεις μεταξύ των διαφορετικών σημείων, με αποτέλεσμα οι πιθανότητες να εμφανιστεί μια συγκεκριμένη τιμή σε κάποιο σημείο να καθορίζεται από τις τιμές που παρατηρούνται σε κοντινά σημεία (Χριστόπουλος Δ., 2004α).

### 3.3. Βασικές έννοιες τυχαίων πεδίων

Ένα τυχαίο πεδίο έχει σαν σύμβολο του το  $X(\mathbf{s})$  και το  $\mathbf{s}$  είναι το διάνυσμα θέσης του στο χώρο και αναφέρεται στις συντεταγμένες (x,y). Το  $X(\mathbf{s})$  αντιπροσωπεύει συνολικά τις πιθανές καταστάσεις του πεδίου για τη θέση  $\mathbf{s}$ , ενώ το  $x(\mathbf{s})$  αναφέρεται στις τιμές που λαμβάνει το πεδίο στη θέση αυτή. Η Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (ΣΠΠ) του πεδίου αναπαρίσταται ως  $f_X[x(\mathbf{s})]$ . Ο δείκτης  $X$  υποδηλώνει το πεδίο και ο ορισμός της συνάρτησης αποτελείται από τις τιμές της κατάστασης του πεδίου, που αναπαρίστανται από το  $x(\mathbf{s})$  (π.χ. συγκεντρώσεις ρυπαντών). Ένα παράδειγμα Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας που αντιστοιχεί σε τυχαίο πεδίο κανονικής κατανομής καθορίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$f_X[x(\mathbf{s})] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \exp\left[-\frac{(x(\mathbf{s}) - m_X(\mathbf{s}))^2}{2\sigma_X^2}\right].$$

Εξίσωση 3.1

Η Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας ενός τυχαίου πεδίου κατέχει όλες τις τιμές που δέχεται σε όλο το χώρο που έχει οριστεί το πεδίο. Συνεπώς, αναπαριστά την κοινή αυτή συνάρτηση (ΣΠΠ) για οποιοδήποτε σύνολο σημείων και περιγράφει τις πιθανές καταστάσεις που θα δεχτεί το πεδίο σε ένα ακριβές σημείο. Η μονοδιάστατη Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας μπορεί να διαφέρει από ένα σημείο σε ένα άλλο και ο λόγος είναι όταν ένα πεδίο δεν είναι ομοιογενές. Αντίστοιχα, η δισδιάστατη αυτή συνάρτηση του πεδίου εκφράζει την εξάρτηση των πιθανών καταστάσεων σε δύο σημεία, ενώ η πολυδιάστατη συνάρτηση αναλύει την εξάρτηση των πιθανών καταστάσεων για συγκεκριμένο σύνολο αποτελούμενο από  $N$  σημεία. Επίσης, υπάρχει άλλο ένα είδος με συναρτήσεις που παρέχει πληροφορίες αναφορικά



με τις ιδιότητες ενός τυχαίου πεδίου και αφορά τις στατιστικές ροπές. Οι στατιστικές ροπές λοιπόν, αντιπροσωπεύουν μέσες τιμές όπως το ημιβαριόγραμμα την διασπορά, τη συνάρτηση συνδιασποράς και τη μέση τιμή, ως προς όλες τις δυνατές καταστάσεις του πεδίου. Αυτές οι στατιστικές ροπές παρέχουν πληροφορίες αναφορικά με τον τρόπο κατανομής και τις ιδιότητες του πεδίου και συνήθως χρησιμεύουν για την ανάλυση και ερμηνεία των δεδομένων, (Χριστόπουλος Δ., 2004 α).

### 3.3.1. Μέση τιμή

Η σχέση που εκφράζει τη μέση τιμή ενός τυχαίου πεδίου είναι:  $m_X(s) = E[X(s)]$ . Το δεύτερο σκέλος της σχέσης υπολογίζει τη μέση τιμή ως προς το σύνολο των καταστάσεων του πεδίου, δηλαδή:

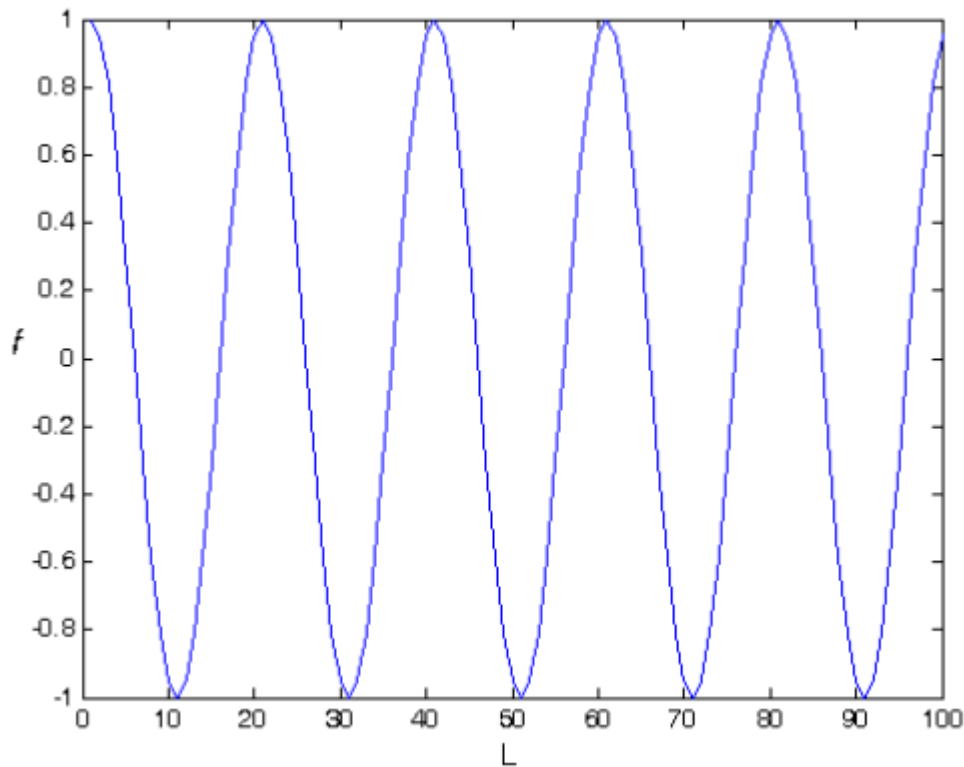
$$E[X(s)] = \int dx f_X(x; s) x, \quad \text{Εξίσωση 3.2}$$

όπου το  $x$  αναφέρεται σε τιμές οι οποίες εξισώνονται σε μια κατάσταση.

Το παραπάνω ολοκλήρωμα έχει κάποια όρια που βασίζονται από τον χώρο που ορίζεται το πεδίο  $X$ . Σε περίπτωση που το πεδίο μπορεί να δεχτεί όλες τις τιμές (θετικές, αρνητικές) συνεπάγεται ότι το ολοκλήρωμα μπορεί να κυμανθεί από το μείον άπειρο έως το άπειρο. Σε άλλη περίπτωση που το πεδίο δέχεται τις θετικές τιμές τότε το ολοκλήρωμα μπορεί να κυμανθεί από το μηδέν έως το άπειρο. Αν υπάρχει το δεδομένο ότι οι τιμές του πεδίου καθορίζονται από ένα συγκεκριμένο διάστημα  $[a, b]$ , τότε το ολοκλήρωμα υπολογίζεται στο διάστημα  $[a, b]$ . Με βάση την εξίσωση 3.2, καταλαβαίνει κάποιος ότι η μέση τιμή ενδέχεται να εξαρτάται από τη θέση  $s$ , που πηγάζει από μία πιθανή εξάρτηση της μονοδιάστατης Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας από τη συγκεκριμένη θέση. Εφόσον η Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας μερικές φορές είναι άγνωστη στην αρχή, χρησιμοποιούνται στατιστικές μέθοδοι έτσι ώστε να εκτιμηθεί από κάποιο δείγμα η μέση τιμή. Δίνεται από το μέσο όρο των τιμών που περιλαμβάνονται στο δείγμα, σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση: (Χριστόπουλος Δ., 2004 α)

$$\hat{m}_X(s) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i(s). \quad \text{Εξίσωση 3.3}$$

Παρακάτω είναι κατασκευασμένο ένα γράφημα τάσης τυχαίας μεταβλητής (Σχήμα 3.1), όπου η μέση τιμή αναλύει τις τάσεις μεγάλης εμβέλειας σε κάποιο τυχαίο πεδίο. Ένα παράδειγμα πάνω σε αυτό είναι η τάση μιας τυχαίας μεταβλητής που ορίζεται σε ένα διάστημα  $[0, L]$  με το  $L$  να παίρνει την τιμή 100, που υπολογίζεται από τη συνάρτηση  $f = \cos \frac{2\pi L}{20}$



Σχήμα 3.1: Γράφημα τάσης τυχαίας μεταβλητής (Βαρουχάκης Ε., 2005).

### 3.3.2. Διασπορά

Η εξίσωση 3.4 περιγράφει ότι η διασπορά υπολογίζεται από τη μέση τιμή του τετραγώνου της διακύμανσης για ένα τυχαίο πεδίο

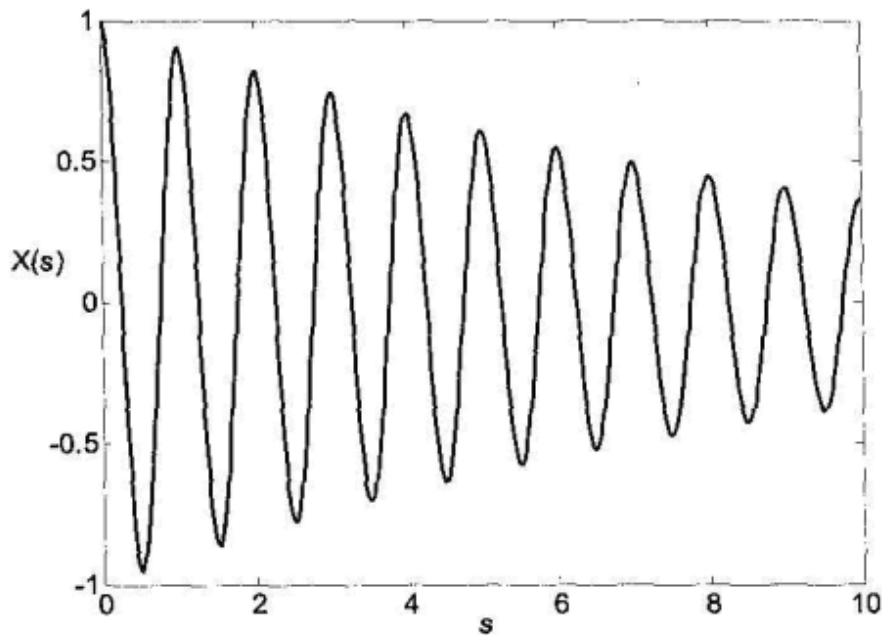
$$\sigma_x^2(s) \equiv E[\{X(s) - m_x(s)\}^2] = E[x^2(s)]$$

Εξίσωση 3.4

Μερικές φορές υπάρχει περίπτωση η διασπορά να μεταβληθεί από ένα σημείο σε ένα άλλο ενώ ταυτόχρονα μπορεί να διατηρηθεί σταθερή, όταν το πεδίο θεωρείται στατιστικά ομοιογενές.



Υπάρχουν περιπτώσεις όπου η μεταβολή της διασποράς ενός τυχαίου πεδίου συνεπάγεται ότι οι διακυμάνσεις του πεδίου επηρεάζουν το μέγεθος από ένα σημείο σε ένα άλλο σημείο ( Isaacs E. & Srivastava R.M., 1989). Παρακάτω παρουσιάζεται το γράφημα όπου το πλάτος διακύμανσης μιας απλής συνάρτησης διαφοροποιείται (Σχήμα 3.2). Η μεταβολή των διακυμάνσεων δεν είναι κανονική και ορατή με απλή επισκόπηση σε περίπτωση τυχαίου πεδίου. (Χριστόπουλος Δ., 2004α)



Σχήμα 3.2: Γράφημα συνημίτονου με εκθετικά μειούμενο πλάτος διακύμανσης (Χριστόπουλος Δ., 2004 α).

### 3.3.3. Τυπική απόκλιση

Η τυπική απόκλιση ( $\sigma_x$ ) ονομάζεται η τετραγωνική ρίζα της διασποράς και έχει την δυνατότητα να καθορίσει σε ποσοτικό επίπεδο την απόκλιση της κατανομής από τη μέση τιμή της. Σε ποιοτικό επίπεδο, το εύρος της Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας είναι ανάλογο συγκριτικά με την τυπική απόκλιση και αφορά τις συμμετρικές κατανομές. Επίσης, θεωρείται το στατιστικό μέγεθος που εκφράζει την πιθανότητα εύρεσης σφάλματος σε πειραματικές μετρήσεις και το σφάλμα εκτίμησης των παραμέτρων που έχει ένα πεπερασμένο δείγμα από μία κατανομή πιθανότητας.

### 3.3.4. Διάμεσος

Η τιμή που διαχωρίζει την κατανομή σε δύο ομάδες, όπου η καθεμία από αυτές κατέχει το 50% επι του συνόλου της πιθανότητας, ονομάζεται διάμεσος ( $x_{med}$  ή  $x_{0,5}$ ). Η εξίσωση 3.5 περιγράφει τον υπολογισμό του διαμέσου και μέσω αυτής μπορεί να διαχωριστεί ο διάμεσος σε 2 ίσου εμβαδού τμήματα.

$$\int_{-\infty}^{x_{med}} dx f_x(x) = \int_{x_{med}}^{\infty} dx f_x(x)$$

Εξίσωση 3.5

Σε περιπτώσεις όπου υπάρχουν δείγματα και οι τιμές κατανεμηθούν με αύξουσα σειρά, ο διάμεσος θα βρεθεί στην μέση της κατανομής. Έστω τώρα ότι υπάρχει ένα δείγμα τιμών όπου  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, M$ . και ένα διατεταγμένο δείγμα που το σύνολο του είναι το  $X[M] = (x[1], \dots, x[M])$ , στο οποίο οι τιμές του δείγματος εμφανίζονται κατά αύξουσα σειρά. Δηλαδή οι τιμές  $x[i]$  είναι τέτοιες ώστε  $x[i] \leq x[i+1]$ . Στην περίπτωση που το σύνολο των καταστάσεων ενός δείγματος είναι πεπερασμένο η σχέση υπολογισμού του διαμέσου είναι:

$$x_{med} = \begin{cases} x_{[M+1]/2}, M = 2m+1 \\ \frac{1}{2}(x_{[M/2]} + x_{[M/2+1]}), M = 2m \end{cases}$$

Εξίσωση 3.6

Αναφορικά με τον ορίζοντα του διαμέσου διαμορφώνονται εκατοστιαία σημεία. Έτσι όταν το  $x$  κατέχει το 25% επι του συνόλου της πιθανότητας έχει τη μορφή  $x_{0,25}$  και ονομάζεται ποσοστιαίο σημείο. Για να υπολογιστεί ορθά ένα ποσοστιαίο σημείο  $x_p$  από ένα δείγμα διάστασης  $M$ , ορίζεται κάποιο ακέραιο σημείο και ένα κλασματικό υπόλοιπο και η σχέση που το περιγράφει είναι:  $p(M+1) = k+d$ , με το σύμβολο  $k$  να είναι το ακέραιο μέρος και το διάστημα όπου το  $d$  να παίρνει τιμές από το μηδέν μέχρι το ένα να είναι το κλασματικό του υπόλοιπο. (Χριστόπουλος Δ., 2013). Επομένως, προκύπτει το ποσοστιαίο σημείο  $x_p$  όπως παρακάτω:

$$x_p = x_{[M]} \quad \text{όταν} \quad k=M$$

$$x_p = x_{[k]} + d (x_{[k+1]} - x_{[k]}) \quad \text{όταν} \quad 0 < k < M$$

Εξίσωση 3.7

$$x_p = x_{[1]} \quad \text{όταν} \quad k=0$$

(Χριστόπουλος Δ., 2013)

### 3.3.5. Συνάρτηση συνδιασποράς

Η παρακάτω εξίσωση παρέχει τη δυνατότητα να δώσει πληροφορίες για μία ιδιότητα ενός τυχαίου πεδίου που είναι η κεντρική συνάρτηση συνδιασποράς (Isaacs E. & Srivastava R.M., 1989).

$$c_x(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \equiv E \{ [X(\mathbf{s}_1) - m_x(\mathbf{s}_1)] [X(\mathbf{s}_2) - m_x(\mathbf{s}_2)] \} \quad \text{Εξίσωση 3.8}$$

Η εξίσωση του τυχαίου πεδίου  $\chi(\mathbf{s}_1) \equiv X(\mathbf{s}_1) - m_x(\mathbf{s}_1)$  είναι αλληλένδετη με την διακύμανση του πεδίου  $X(\mathbf{s}_1)$  όπου το σημείο  $\mathbf{s}_1$  είναι η μέση τιμή του. Το πεδίο διακύμανσης έχει μέση τιμή που είναι μηδέν ( $E[\chi(\mathbf{s}_1)] = 0$ ). Με βάση τα παραπάνω η κεντρική συνάρτηση συνδιασποράς ισοδυναμεί με την συνδιακύμανση που έχει την εξίσωση:  $c_x(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = E[\chi(\mathbf{s}_1)\chi(\mathbf{s}_2)]$  και έχει την ικανότητα να περιγράψει ποσοτικά την αλληλεξάρτηση των διακυμάνσεων του πεδίου σε δύο διαφορετικά σημεία. Η τιμή μιας συνάρτησης συνδιασποράς ισοδυναμεί με τη διασπορά ενός πεδίου σε ένα ακριβές σημείο ( $c_x(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_1) = \sigma_x^2(\mathbf{s}_1)$ ) στην περίπτωση που η τιμή συμπίπτει με τα σημεία της συνάρτησης. Αυτό διακρίνεται και στις εξισώσεις 3.4 και 3.8. Αντιθέτως, ενδέχεται η εξάρτηση των διακυμάνσεων να μειωθεί αν η απόσταση ανάμεσα σε δύο σημεία να μεγαλώσει.

Στο πεδίο της γεωστατιστικής, προκύπτει η χωρική εξάρτηση από πειραματικές αναλύσεις και αφομοιώνεται σε ένα ιδανικό μοντέλο, που πηγάζει από επιτρεπτά θεωρητικά πρότυπα όπως το εκθετικό και το γκαουσιανό μοντέλο. Συνεπώς, είναι αναγκαίο να υπάρχουν βέλτιστες συνθήκες για μια συνάρτηση συνδιασποράς. Οι συνθήκες αυτές πηγάζουν από το γνωστό θεώρημα του Bochner και μπορεί να εκφραστεί από τη φασματική πυκνότητα της ισχύος της συνδιασποράς. Αυτή η πυκνότητα προέρχεται από τον μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης συνδιασποράς. Το παρακάτω ολοκλήρωμα χαρακτηρίζει τη φασματική πυκνότητα ισχύος και είναι ως εξής:

$$\tilde{c}_x(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{r} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) c_x(\mathbf{r}) \quad \text{Εξίσωση 3.9}$$

Με το διάνυσμα της απόστασης ( $\mathbf{r}$ ) μεταξύ δύο σημείων, το ολοκλήρωμα:  $\int d\mathbf{r} = \int dx \int dy$  και το διάνυσμα ( $\mathbf{k}$ ) της χωρικής συχνότητας.

Υπάρχουν τρεις συνθήκες που είναι προϋπόθεση ώστε να είναι αποδεκτή συνάρτηση συνδιασποράς μια συνάρτηση  $c_x(\mathbf{r})$  και αναφέρονται ως εξής:

Η 1<sup>η</sup> συνθήκη προϋποθέτει την ύπαρξη της φασματικής πυκνότητας ισχύος  $c_x(\mathbf{k})$  (την ύπαρξη του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης).

Η 2<sup>η</sup> συνθήκη προϋποθέτει την ύπαρξη της φασματικής πυκνότητας ισχύος  $c_x(\mathbf{k})$  ώστε να είναι θετική σε ολόκληρο το πεδίο συχνοτήτων με  $c_x(\mathbf{k}) \geq 0$  για κάθε  $\mathbf{k}$ .

Η 3<sup>η</sup> συνθήκη προϋποθέτει την ύπαρξη του ολοκληρώματος της  $c_x(\mathbf{k})$  ώστε να είναι φραγμένο σε όλο το πεδίο συχνότητας (σε περίπτωση που υπάρχει διασπορά)

Αναλύοντας τα παραπάνω, προκύπτει η ανάγκη υπολογισμού του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης ώστε να ελεγχθεί αν μια συνάρτηση είναι επιτρεπτό πρότυπο μιας συνάρτησης συνδιασποράς. (Χριστόπουλος Δ., 2004 α)

### 3.3.6. Στατιστική ομοιογένεια

Η στατιστική ομοιογένεια είναι η πιο γνωστή και αποποιημένη παραδοχή και είναι προέκταση του κλασικού ορισμού της ομοιογένειας. Η παραπάνω όπως και άλλες παραδοχές που βάζουν όρια στις ιδιότητες ενός τυχαίου πεδίου οδηγούν σε αποτελεσματικότερη γεωστατιστική ανάλυση. Σε περίπτωση που η μεταβλητή μιας ιδιότητας έχει σταθερή τιμή, η ιδιότητα θεωρείται ομοιογενής. Αντιθέτως, όσον αφορά το τυχαίο πεδίο, αυτό θεωρείται ομοιογενές αν η μέση τιμή είναι σταθερή και η συνάρτηση συνδιασποράς να εξαρτάται μόνο από το διάνυσμα της απόστασης που έχει τύπο  $\mathbf{r} = \mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2$  ανάμεσα σε δύο σημεία ( $c_x(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = c_x(\mathbf{r})$ ), αλλά και να είναι σταθερή η διασπορά του πεδίου.

Με βάση τα παραπάνω ορίζεται η στατιστική ομοιογένεια αλλά έχει ανίσχυρη έννοια, ενώ ορίζεται σαν στατιστικά ομοιογενές ένα τυχαίο πεδίο όταν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας παραμένει αμετάβλητη από μετασχηματισμούς για N σημεία. Οι μετασχηματισμοί αυτοί μετατοπίζουν την ακριβή θέση στα σημεία χωρίς να επηρεάζεται η απόσταση μεταξύ τους. Συνεπώς, η στατιστική ομοιογένεια αφορά τις στατιστικές ιδιότητες ενός τυχαίου πεδίου και δεν επηρεάζονται από τις χωρικές συντεταγμένες των σημείων, άρα και από το σύστημα αναφοράς. Βέβαια, υπάρχουν προϋποθέσεις ώστε μην επιτρέπονται οι συστηματικές τάσεις με σκοπό η μεταβολή των τιμών ενός πεδίου να μπορεί να αποδοθεί σε διακυμάνσεις γύρω από μια σταθερή στάθμη ίση με την μέση τιμή (Χριστόπουλος Δ., 2004α)

### 3.3.7. Στατιστική ισοτροπία

Η στατιστική ισοτροπία είναι ακόμη ένα εργαλείο που βοηθάει σημαντική την επιστήμη της γεωστατιστικής ανάλυσης για ένα τυχαίο πεδίο. Στατιστικά ισοτροπικό ονομάζεται ένα πεδίο αν είναι ταυτόχρονα και ομοιογενές. Παράλληλα είναι απαραίτητο η συνάρτηση συνδιασποράς να είναι εξαρτώμενη από το μέτρο και όχι από την κατεύθυνση ενός διανύσματος με απόσταση  $\mathbf{r}$ . Είναι πρακτικά σημαντικό καθώς βοηθάει στον προσδιορισμό της χωρικής εξάρτησης. Όσον αφορά τη συνάρτηση συνδιασποράς μπορεί να είναι στατιστικώς ισοτροπική όποτε είναι και στατιστικώς ομοιογενής, όμως το αντίθετο δεν ισχύει.

Η διασπορά  $\sigma_x^2(s) = c_x(0)$  και το μήκος συσχέτισης  $\xi$  αποτελούν δύο βασικές που προσδιορίζουν κάποια σημαντικά χαρακτηριστικά της συνάρτησης συνδιασποράς. Η διασπορά  $\sigma_x^2(s) = c_x(0)$  είναι ένα σημαντικό εργαλείο στη μέτρηση του πλάτους των διακυμάνσεων ενός

πεδίου. Το μήκος συσχέτισης  $\xi$  προσδιορίζει την απόσταση όπου η τιμή ενός πεδίου σε κάποιο σημείο επηρεάζει την τιμή αυτή σε άλλο σημείο. (Χριστόπουλος Δ., 2004α)

### 3.3.8. Ημι-Βαριόγραμμα

Το βαριόγραμμα αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο για τον χωρικό χαρακτηρισμό μιας μεταβλητής του χώρου καθώς και στην γεωστατιστική εκτίμηση ή στις μεθόδους παρεμβολής (Μέθοδος Kriging). Το ημιβαριόγραμμα ενός τυχαίου πεδίου μπορεί να οριστεί όπως:

$$\gamma_X(s, r) = \frac{1}{2} E\{[X(s+r) - X(s)]^2\}$$

Εξίσωση 3.10

Άρα ένα ημιβαριόγραμμα προσδιορίζεται με τη βοήθεια της μέσης τιμής του τετραγώνου της διαφοράς  $d X(\mathbf{s}, \mathbf{r}) \equiv X(\mathbf{s}+\mathbf{r}) - X(\mathbf{s})$ . Το πεδίο αυτό ονομάζεται βήμα της απόστασης  $\mathbf{r}$  και αν το πεδίο  $X(\mathbf{s})$  θεωρείται στατιστικά ομοιογενές, τότε το ημιβαριόγραμμα μπορεί να συνδεθεί με τη συνάρτηση συνδιασποράς λόγω της εξίσωσης  $\gamma_X(\mathbf{r}) = s_X - c_X(\mathbf{r})$ .

Αναφορικά με τα στατιστικά ομοιογενή πεδία ένα ημιβαριόγραμμα παρέχει τις ίδιες πληροφορίες με τη συνάρτηση συνδιασποράς. Αν τώρα η διαφορά  $d X(\mathbf{s}; \mathbf{r})$  είναι στατιστικά ομοιογενής, συνεπάγεται ότι ένα τυχαίο πεδίο  $X(\mathbf{s})$  λέγεται πεδίο με στατιστικά ομοιογενείς διαφορές. Αν ένα ημιβαριόγραμμα  $\gamma_X(\mathbf{r})$  είναι εξαρτημένο από μια απόσταση  $\mathbf{r}$  ανάμεσα σε σημεία τότε θεωρείται το αποτέλεσμα της στατιστικής ομοιογένειας του πεδίου διαφορών. Αν ένα πεδίο  $X(\mathbf{s})$  είναι στατιστικά ομοιογενές τότε ισχύει και για τις διαφορές  $d X(\mathbf{s}, \mathbf{r})$ , ενώ δεν ισχύει απαραίτητα το ανάποδο (Χριστόπουλος Δ., 2004β).

Υπάρχουν παράμετροι ενός ημιβαριόγραμματος που επηρεάζουν τη χωρική εξάρτηση στις τιμές ενός πεδίου σε κοντινά σημεία. Το ημιβαριόγραμμα θεωρείται ορισμένο ημι-θετικά, όταν ισχύει  $\gamma_X(\mathbf{r}) \geq 0$ , και αυτό προκύπτει από τον ορισμό του. Όμως δεν ισχύει το αντίθετο αφού μια ορισμένη ημι-θετική συνάρτηση δεν είναι απαραίτητα επιτρεπτό σαν ημιβαριόγραμμα. Όταν υφίσταται ένα στατιστικά ομοιογενές πεδίο τότε το ημιβαριόγραμμα αποτελείται από δύο παραμέτρους το μήκος και το όριο συσχέτισης. Η τιμή ενός ημιβαριόγραμματος για απόσταση  $\mathbf{r}$  τείνει ασυμπτωτικά σε κάποιο όριο που ισοδυναμεί με τη διασπορά  $\sigma_X^2$  ενός τυχαίου πεδίου. Η ιδιότητα αυτή προκύπτει από τη σχέση  $\gamma_X(\mathbf{r}) = \sigma_X^2 - c_X(\mathbf{r})$  και την παραδοχή ότι η τιμή της συνάρτησης συνδιασποράς τείνει προς το μηδέν σε μεγάλες αποστάσεις. Σε περίπτωση που υπάρχουν σημαντικές τάσεις με μεγάλη εμβέλεια σημαίνει ότι δεν ισχύει η προϋπόθεση της στατιστικής ομοιογένειας. Όποτε και το ημιβαριόγραμμα δεν πλησιάζει κάποια τιμή ισορροπίας όταν η απόσταση τείνει στο άπειρο (Χριστόπουλος Δ., 2004β).

Ένα ημιβαριόγραμμα μπορεί να αυξηθεί ανάλογα με την απόσταση μεταξύ των σημείων, αντιθέτως η συνάρτηση συσχέτισης μειώνεται. Επειδή η συνάρτηση συσχέτισης αναλύει την αλληλεξάρτηση των τιμών ενός πεδίου σε δύο διαφορετικά σημεία του χώρου, και η εξάρτηση μειώνεται όσο αυξάνεται η απόσταση. Αντιθέτως, ένα ημιβαριόγραμμα ελέγχει τις διακυμάνσεις του πεδίου σαν συνάρτηση της απόστασης. Άρα οι τιμές του ημιβαριογράμματος αυξάνονται όσο αυξάνεται και η απόσταση. Τα πιο γνωστά μοντέλα ημιβαριογραμμάτων που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές είναι το σφαιρικό, το γκαουσιανό, το εκθετικό, το γενικευμένο και το αλγεβρικό. Το εκθετικό μοντέλο προσδιορίζει κατανομές με απότομες χωρικές μεταβολές ενώ το γκαουσιανό προσδιορίζει ομαλότερες αυξομειώσεις. Το αλγεβρικό μοντέλο πάλι προσδιορίζει εξάρτηση με μακριά χωρική εμβέλεια ενώ το μοντέλο πυρήνα αντιστοιχεί σε μεταβολές που συμβαίνουν σε χαμηλότερες αποστάσεις από ότι μπορεί να διακριθεί. (Χριστόπουλος Δ., 2004β).

### 3.3.8. (i) Προσδιορισμός ημιβαριογράμματος

Κάποιες φορές γίνεται προσπάθεια να εκτιμηθεί το πραγματικό ημιβαριόγραμμα. Αυτό συμβαίνει στις γεωγραφικές κατανομές και τις κατανομές περιβαλλοντικών ρυπαντών που τα δεδομένα περιορίζονται σε ένα μοναδικό δείγμα. Η εκτίμηση αυτή αποκαλείται δειγματικό ημιβαριόγραμμα και η σχέση που χρησιμοποιείται είναι η εξής:

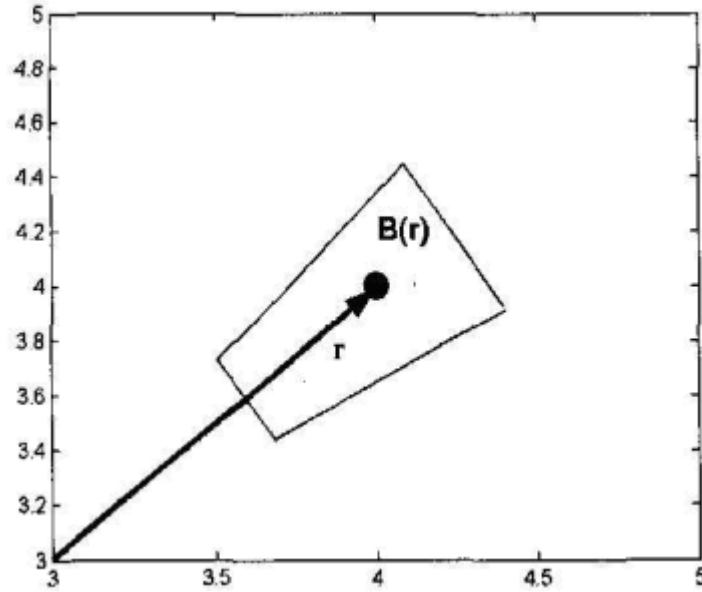
$$\hat{\gamma}_Z(\mathbf{r}_k) = \frac{1}{2N(\mathbf{r}_k)} \sum_{i,j=1}^{N(\mathbf{r}_k)} \left\{ [Z(\mathbf{s}_i) - Z(\mathbf{s}_j)]^2 \right\} \vartheta_{ij}(\mathbf{r}_k), \quad (k=1, \dots, N_c),$$

Εξίσωση 3.11

$$\vartheta_{ij}(\mathbf{r}_k) = \begin{cases} 1, & \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j \in B(\mathbf{r}_k) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Εξίσωση 3.12

- Η συνάρτηση της τάξεως  $J_{i,j}(\mathbf{r}_k)$  προσδιορίζει ξεχωριστές τάξεις διανυσμάτων απόστασης, επιλέγοντας τα διανύσματα τα οποία βρίσκονται σε κλειστή περιοχή  $B(\mathbf{r}_k)$  γύρω από το διάνυσμα  $(\mathbf{r}_k)$ . (Σχήμα 3.3)
- Η μεταβλητή  $n(\mathbf{r}_k)$  ισούται με το σύνολο των σημείων που περιέχονται μέσα στην τάξη  $B(\mathbf{r}_k)$
- Το δειγματικό ημιβαριόγραμμα προσδιορίζεται για ένα πεπερασμένο σύνολο αποστάσεων  $\mathbf{r}_k$ , ( $k = 1, K, N_c$ ) όπου το πλήθος αυτών ισούται συνολικά με την τάξη  $N_c$ .



Σχήμα 3.3: Σχηματικό διάγραμμα μιας περιοχής  $B(\mathbf{r})$  γύρω από το διάνυσμα απόστασης (Χριστόπουλος Δ., 2004β).

Συνεπώς, ορίζεται η τιμή ενός δειγματικού ημιβαριογράμματος για κάθε απόσταση  $\mathbf{r}_k$  ανάλογα το μέσο όρο των διαφορών  $X(\mathbf{s}_i) - X(\mathbf{s}_j)^2$  σε όλα τα ζεύγη σημείων, όπου το διάνυσμα απόστασης αυτών βρίσκεται στην περιοχή  $B(\mathbf{r}_k)$ . Το  $\hat{g}_x(\mathbf{r}_k)$  ονομάζεται καλός εκτιμητής του  $g_x(\mathbf{r}_k)$  αν ο μέσος όρος των διαφορών στην τάξη της απόστασης  $\mathbf{r}_k$  πλησιάζει την μέση τιμή με ακρίβεια  $E [ X(\mathbf{s}) - X(\mathbf{s} + \mathbf{r}_k) ]^2$ . Αυτό ισχύει όταν ολοκληρώνεται η εργοδική υπόθεση (Christopoulos & Christakos, 1998), που δίνει πρόσβαση στην εναλλαγή του δειγματικού με το στοχαστικό μέσο. Για να υπολογιστεί το ημιβαριόγραμμα πρέπει να ισχύει η εργοδική ιδιότητα και αυτό συμβαίνει αν εκπληρωθούν μερικές προϋποθέσεις, όπως: α) το πεδίο διαφοράς  $X(\mathbf{s}) - X(\mathbf{s} + \mathbf{r}_k)$  να είναι στατιστικά ομοιογενές, β) το σύνολο των ζευγών σε κάθε τάξη να είναι μεγάλο έτσι ώστε ο δειγματικός μέσος του τετραγώνου της διαφοράς να υπολογιστεί με στατιστική ακρίβεια και γ) ο αριθμός των τάξεων πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος έτσι ώστε να επιτραπεί μια πυκνή προσέγγιση της μεταβολής του ημιβαριογράμματος σαν συνάρτηση της απόστασης (Χριστόπουλος Δ., 2004β).

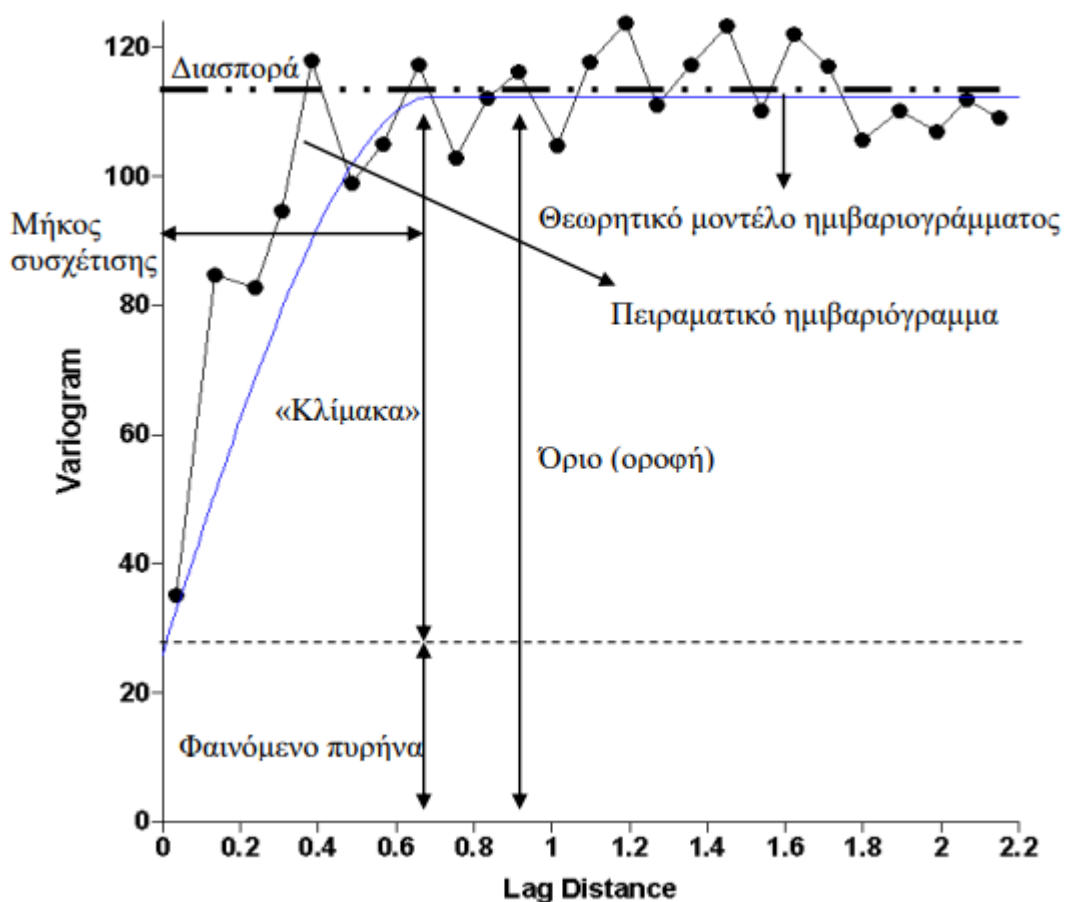
Εφόσον το πειραματικό ημιβαριόγραμμα υπολογιστεί, τότε προσαρμόζεται σε ένα θεωρητικό μοντέλο, όπως παρακάτω:

- Εκθετικό:  $\gamma_x(\mathbf{r}) = \sigma_x^2 [ 1 - \exp(-\frac{r}{\xi}) ]$
- Γκαουσιανό:  $\gamma_x(\mathbf{r}) = \sigma_x^2 [ 1 - \exp(-\frac{r^2}{\xi^2}) ]$

που επιτρέπει τον υπολογισμό του ημιβαριογράμματος για οποιαδήποτε απόσταση. Αν χρησιμοποιηθεί η αρχή των ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να επιτύχει, όπου γίνονται

υπολογισμοί στο μήκος συσχέτισης  $\xi$  και στη διασπορά  $\sigma_\chi^2$  του θεωρητικού μοντέλου. Το θεωρητικό μοντέλο είναι απαραίτητο ώστε να εκτιμηθούν οι τιμές ενός πεδίου στα σημεία που δεν υπάρχουν μετρήσεις. Για να γίνει αποδεκτό το ημιβαριόγραμμα και να χρησιμοποιηθεί στην γεωστατική ανάλυση ελέγχεται σύμφωνα με τις συνθήκες αποδοχής ημιβαριογράμματος (Χριστόπουλος Δ., 2004 β)

Ένα ημιβαριόγραμμα μπορεί να υπολογιστεί σε διευθύνσεις όπως Βορράς-Νότος αλλά και Ανατολή-Δύση και οι τιμές  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  και  $45^\circ$  εφαρμόζονται για την γωνιακή ανοχή. Για την ώρα δεν υπάρχει κάποια ασφαλής ποσοτική μέθοδος χαρακτηρισμού και ανίχνευσης για την ανισοτροπία στις γεωστατιστικές μελέτες (Χριστόπουλος Δ., 2004 α). Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται και εξετάζονται τα χαρακτηριστικά ενός ημιβαριογράμματος:



Σχήμα 3.4: Παρουσίαση χαρακτηριστικών στοιχείων ημιβαριογράμματος (Surfer V.8.0.4, 2002).

- Η διασπορά ονομάζεται η μέση τετραγωνική απόκλιση από την μέση τιμή οποιασδήποτε τιμής του δείγματος. ( οριζόντια διακεκομμένη γραμμή )
- Το θεωρητικό μοντέλο ημιβαριογράμματος είναι η συνεχής θεωρητική καμπύλη.



- Το πειραματικό ημιβαριόγραμμα παρουσιάζει τις ομάδες με τις αντίστοιχες τιμές του ημιβαριογράμματος.
- Το μήκος συσχέτισης είναι η απόσταση όπου το ημιβαριόγραμμα προσεγγίζει τη μέγιστη τιμή, π.χ. κατά 95-97% της τιμής της οροφής.
- Η «κλίμακα» είναι η διαφορά του ορίου από το φαινόμενο πυρήνα και δηλώνει την μεταβλητότητα των διακυμάνσεων.
- Το όριο είναι η τιμή που πλησιάζει ασυμπτωτικά το πειραματικό ημιβαριόγραμμα.
- Το φαινόμενο πυρήνα ποσοτικοποιεί την διασπορά του σφάλματος του δείγματος καθώς και την μικρής κλίμακας μεταβλητότητα.

### 3.3.8. (ii) Μοντέλα ημιβαριογραμμάτων

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία εφαρμόζονται κλασικών θεωρητικών βαριογραμμάτων και οι εξισώσεις της διασποράς, της ευκλείδειας απόστασης και της ακτίνας συσχέτισης.

$$\text{Εκθετικό : } \gamma_X(r) = \sigma_X^2 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{|r|}{\xi}\right) \right] \quad \text{Εξίσωση 3.13}$$

Η εξίσωση αυτή εφαρμόζεται σε περίπτωση που παρατηρηθεί μια μικρή μετάβαση μέχρι τη μέγιστη τιμή της ζώνης επιρροής, αφού έχει οριοθετηθεί nugget αλλά και το κατώφλι.

$$\text{Γκαουσιανό : } \gamma_X(r) = \sigma_X^2 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\xi^2}\right) \right] \quad \text{Εξίσωση 3.14}$$

Η εξίσωση αυτή εφαρμόζεται σε περίπτωση που υπάρχουν ομαλές διαφοροποιήσεις και η διασπορά nugget είναι πολύ μικρή συγκριτικά με τη χωρική τυχαία διασπορά.

$$\text{Σφαιρικό: } \gamma_X(r) = \sigma_X^2 \left[ 1.5 |r| / \xi - 0.5 |r| / \xi \right]^3 * \theta(\xi - |r|) \quad \text{Εξίσωση 3.15}$$

όπου  $\xi - |r| < 0$ ,  $\theta=0$

αλλιώς  $\xi - |r| > 0$ ,  $\theta=1$

Η εξίσωση αυτή εφαρμόζεται αν η διασπορά nugget είναι διακριτή και εντοπίζεται η ζώνη επιρροής και ένα ξεκάθαρο κατώφλι.

Power-law:  $\gamma_x(\mathbf{r}) = c |\mathbf{r}|^{2H}, 0 < H < 1$

Όπου  $c$  είναι ο συντελεστής και  $H$  ο δείκτης Hurst.

Εξίσωση 3.16

Linear:  $\gamma_x(\mathbf{r}) = c |\mathbf{r}|$

Εξίσωση 3.17

Όλες οι παραπάνω εξισώσεις διαμορφώνουν ιστροπικές εκδοχές των μοντέλων και αποτελούνται από δύο παραμέτρους. Υπάρχουν ακόμη δύο θεωρητικά ημι-βαριογράμματα που οι εξισώσεις τους έχουν πιο πολλές παραμέτρους, καθορίζοντας τα πιο ακριβή ως προς τα αποτελέσματά τους. Το θεωρητικό μοντέλο K-Bessel εξαιτίας της παραμέτρου  $\nu$  εκφράζει καλύτερα την συμπεριφορά της για μικρές αποστάσεις.

K-Bessel:  $\gamma_x(\mathbf{r}) = \sigma_x^2 \left\{ 1 - \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left( \frac{|\mathbf{r}|}{\xi} \right)^\nu K_\nu \left( \frac{|\mathbf{r}|}{\xi} \right) \right\}$

Εξίσωση 3.18

Όπου:  $\nu > 0$  είναι ο συντελεστής σχήματος

$\Gamma$  είναι η συνάρτηση gamma

$K_\nu$  η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel.

Το εκθετικό μοντέλο εφαρμόζεται όταν το  $\nu$  ισούται με 0.5, ενώ το γκαουσιανό εφαρμόζεται όταν το  $\nu$  τείνει στο άπειρο, (Christakos, G., & Hristopulos, D., 1998)

### 3.3.9 Χωρική εκτίμηση Kriging

Η χωρική εξάρτηση καθώς και η τάση και οι διακυμάνσεις των τιμών ενός πεδίου οδηγούνται σε δύο σημαντικές μεθόδους της Γεωστατιστικής που είναι η προσομοίωση και η χωρική εκτίμηση. Και οι δύο είναι ικανές να βοηθήσουν στην αναπαράσταση ενός τυχαίου πεδίου όπου δεν υπάρχουν ορθές τιμές στα σημεία αυτά, με βάση τα υπάρχοντα δεδομένα. (π.χ. γεωλογικά δεδομένα και μετρήσεις σε γειτονικά σημεία). Τα ημι-βαριογράμματα χρησιμοποιούνται με σκοπό να προσδιοριστούν κάποιες άγνωστες τιμές βάσει της συσχέτισης.

Η συγκεκριμένη διαδικασία επαναλαμβάνεται στα σημεία ενός υπολογιστικού πλέγματος και έτσι επιτρέπει τη χαρτογράφηση μιας ολόκληρης περιοχής (Χριστόπουλος Δ., 2004 β)

Αναλυτικότερα, η χωρική εκτίμηση περιλαμβάνει όλες τις μαθηματικές διαδικασίες που υπολογίζουν τις τιμές ενός πεδίου στα σημεία που δεν υπάρχουν μετρήσεις. Επίσης, μπορεί να είναι γενική που σημαίνει ότι έχει στόχο τον υπολογισμό μιας χαρακτηριστικής τιμής που περιγράφει ολόκληρη την περιοχή ή σημειακή σε περίπτωση που αναφέρεται σε τιμή του πεδίου για συγκεκριμένο σημείο. Βέβαια υπάρχουν πολλοί μέθοδοι χωρικής εκτίμησης που έχουν πανομοιότυπες ιδιότητες. Οι πιο γνωστές μέθοδοι βασίζονται πάνω γραμμική παρεμβολή παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος της εκτίμησης. Το σύνολο των μεθόδων αυτών ονομάζεται Kriging. (Χριστόπουλος Δ., 2004 β).

Ο μηχανικός μεταλλείων D. G. Krige ήταν ξακουστός στον τομέα της επιστήμης της γεωστατιστικής και ανέπτυξε μερικές από τις αρτιότερες τεχνικές με στόχο να υπολογίσει τα αποθέματα σε κοιτάσματα χρυσού στη Νότια Αφρική χρησιμοποιώντας τα δεδομένα δειγματοληψίας περιεκτικότητας χρυσού σε κάρναβο γεωτρήσεων. Έτσι, προέκυψε η θεωρία Kriging και για λόγους αναγνώρισης του θεμελιωτή η θεωρία ονομάζεται «Kriging». Πλέον η μέθοδος Kriging έχει τροποποιηθεί αρκετές φορές όπως παρακάτω:

- Ordinary Kriging: το ημι-βαριόγραμμα καθορίζει τη μέθοδο ώστε να προβλεφθεί η τιμή της μεταβλητής σε ένα σημείο, χωρίς να υπάρχουν δεδομένα για τη μέση τιμή των μετρήσεων. Η μέση τιμή έχει σταθερό χαρακτήρα στην περιοχή εκτίμησης. Είναι απαραίτητη προϋπόθεση να ακολουθεί την κανονική κατανομή το εν λόγω δείγμα, ενώ το σύνολο των σταθμικών συντελεστών που εισέρχονται στην εξίσωση παρεμβολής να ισούται με ένα.
- Simple kriging: εφαρμόζεται σε περίπτωση που είναι γνωστή η μέση τιμή των δειγμάτων.
- Universal Kriging: εφαρμόζεται σε περίπτωση που μεταβληθεί η μέση τιμή των δεδομένων σε συνάρτηση με τις συντεταγμένες.
- Indicator Kriging: η συγκεκριμένη μέθοδος μετατρέπει τα αρχικά δεδομένα επιλέγοντας έναν ενδεικτικό μετασχηματισμό. Πιο συγκεκριμένα, λόγω μιας ειδικής τιμής, τα δεδομένα που παίρνουν τιμές μικρότερες από αυτή είναι αυτόματα ίσα με τη μονάδα, ενώ τα υπόλοιπα ισούνται με μηδέν. Επίσης, είναι σημαντικό εργαλείο που βοηθάει μία συνάρτηση κατανομής να παρουσιάζει ασυμμετρία με σημαντική πυκνότητα πιθανότητας στις υψηλές τιμές.
- Residual Kriging: η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται σε περίπτωση που ο πληθυσμός των δεδομένων εμφανίσει κάποια τάση.

- Probability Kriging: χρησιμοποιείται για διακριτά δεδομένα σαν κύρια μεταβλητή και συνεχή δεδομένα σαν δευτερεύουσες μεταβλητές.

Για να είναι επιτυχής η ανάλυση ενός ημιβαριογράμματος πρέπει να προσδιοριστεί σωστά το μήκος συσχέτισης. Σε περίπτωση που η ακτίνα της γειτονιάς είναι αρκετά μεγαλύτερη από το μήκος συσχέτισης, τότε η εκτίμηση εφαρμόζει κάποιες μετρήσεις που επιδρούν σημαντικά στο σημείο εκτίμησης. Δυστυχώς όμως με τον τρόπο αυτό το κόστος επίλυσης της μεθόδου Kriging ανεβαίνει σημαντικά. Επίσης, υπάρχει περίπτωση να ξεχωρίσουν πιο εύκολα οι τοπικές μεταβολές της μέσης τιμής από μια γειτονιά σε μια άλλη. Η παρακάτω εξίσωση προσδιορίζει την εκτιμώμενη τιμή ως εξής:

$$\hat{X}(\mathbf{u}) - m_X(\mathbf{u}) = \sum_{\mathbf{s}_a \in \omega(\mathbf{u})} \lambda_a [X(\mathbf{s}_a) - m_X(\mathbf{s}_a)] = \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_a [X(\mathbf{s}_a) - m_X(\mathbf{s}_a)]$$

Εξίσωση 3.19

Το  $\lambda_a$  ορίζεται ως γραμμικά βάρη της εκτίμησης.

Η εξίσωση αυτή χαρακτηρίζει τη διακύμανση στο σημείο εκτίμησης ως συνάρτηση της διακύμανσης στα υπόλοιπα σημεία της γειτονιάς εκτίμησης. Η εξίσωση 3.20 προσδιορίζει την εκτιμώμενη τιμή του πεδίου ως εξής:

$$\hat{X}(\mathbf{u}) = m_X(\mathbf{u}) + \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_a [X(\mathbf{s}_a) - m_X(\mathbf{s}_a)]$$

Εξίσωση 3.20

Οι μεταβλητές του  $X(\mathbf{u})$ , η εκτίμηση  $\hat{X}(\mathbf{u})$  αλλά και το σφάλμα εκτίμησης  $X(\mathbf{u}) - \hat{X}(\mathbf{u})$  είναι τυχαίες.

Οι μέθοδοι Kriging μπορούν να υπολογίσουν την κατάλληλη τιμή  $\hat{X}(\mathbf{u})$  παίρνοντας τα βάρη που περιορίζουν την διασπορά ενός σφάλματος εκτίμησης. Η Βέλτιστη Γραμμική Αμερόληπτη Εκτιμήτρια είναι η πιο διαδεδομένη εκτιμήτρια της μεθόδου Kriging.

Η παρακάτω εξίσωση παρουσιάζει το σφάλμα εκτίμησης ως τυχαία μεταβλητή ως εξής:

$$\varepsilon(\mathbf{u}) \equiv X(\mathbf{u}) - \hat{X}(\mathbf{u})$$

Εξίσωση 3.21

Όλες οι μέθοδοι Kriging καθορίζουν την τιμή  $\hat{X}(\mathbf{u})$  μέσω του κριτηρίου ελαχιστοποίησης της διασποράς του σφάλματος εκτίμησης και η εξίσωση ορισμού είναι η εξής:

$$\sigma_{\varepsilon}^2(\mathbf{u}) \equiv \text{Var}\{X(\mathbf{u}) - \hat{X}(\mathbf{u})\}$$

Εξίσωση 3.22

Σε συνθήκη αμεροληψίας, η διασπορά προσαρμόζεται έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η μηδενική μέση τιμή του σφάλματος. Αν η εξίσωση της γραμμικής παρεμβολής δεν ικανοποιεί τη συνθήκη αυτή, τότε δημιουργείται ένας επιπλέον περιορισμός που αφορά τα γραμμικά βάρη. Η παρακάτω εξίσωση περιγράφει τη συνθήκη αμεροληψίας ως εξής:

$$E [X(u)-\hat{X}(u)] = 0$$

Εξίσωση 3.23

Τα γνωστά στοιχεία του συστήματος αποτελούν τα δεδομένα και οι τιμές της συνάρτησης συνδιασποράς ή του ημιβαριογράμματος αντιστοιχούν στα ζεύγη των μετρημένων σημείων, καθώς και στα ζεύγη που περιλαμβάνουν ένα μετρημένο σημείο και το σημείο εκτίμησης (Journel A., 1989, Goovaerts P., 1997). Οι μέθοδοι Kriging για να εφαρμοστούν πρέπει να βασίζονται σε κάποιες παραδοχές όπως:

- Το τυχαίο πεδίο είναι δυνατόν να χωριστεί σε δύο συνιστώσες, η πρώτη εκφράζει την τάση και η δεύτερη εκφράζει την ενδεχόμενη διακύμανση του πεδίου γύρω από την τάση.
- Η διακύμανση έχει τη δυνατότητα να περιγραφεί από ένα στατιστικά ομοιογενές πεδίο με μέση τιμή να ισούται με μηδέν και με αυτόν τον τρόπο η συνάρτηση συνδιασποράς και το ημιβαριόγραμμα να είναι εξαρτώμενα μόνο από την απόσταση που έχουν μεταξύ τους τα σημεία.
- Μια εκτίμηση που βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της διασποράς του σφάλματος είναι ακριβής αν η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας είναι συμμετρική και κατά προτίμηση Γκαουσιανή.

Οι δύο πρώτες παραδοχές συνδυάζονται και αναλύονται μέσω των εξισώσεων αυτών ως εξής:

$$X(s) = m_X(s) + x(s) \text{ όπου } s \in \Omega$$

Εξίσωση 3.24

$$E [X(s)] = m_X(s)$$

Εξίσωση 3.25

$$E [X(s)] = 0$$

Εξίσωση 3.26

$$E [X(s+r) \cdot X(s)] = c_X(r)$$

Εξίσωση 3.27

Επίσης, εκτός τη μέθοδο Kriging υπάρχουν μερικές παραλλαγές της όπως:

- ❖ Απλό Kriging : χρησιμοποιείται σε περίπτωση που η μέση τιμή ενός πεδίου είναι γνωστή αλλά και σταθερή στην περιοχή  $\Omega$ , για παράδειγμα  $m_X(s) = m_X$ , με  $m_X$  να είναι μία γνωστή σταθερά.

- ❖ Κανονικό Kriging: χρησιμοποιείται σε περίπτωση που η μέση τιμή του πεδίου θεωρηθεί σταθερή στη γειτονιά του σημείου εκτίμησης, αλλά η τιμή  $m_X(s)$  ενδέχεται να μεταβληθεί από μια γειτονιά σε μια άλλη. Στην περίπτωση αυτή μπορεί να θεωρηθεί άγνωστο το  $m_X(u)$ .
- ❖ Καθολικό Kriging με πρότυπο τοπικής τάσης: χρησιμοποιείται σε περίπτωση που η μέση τιμή του πεδίου μεταβληθεί σε μια γειτονιά του σημείου εκτίμησης. Στην περίπτωση αυτή εφαρμόζεται σαν πρότυπο τάσης ένας γραμμικός συνδυασμός με γνωστές συναρτήσεις
- ❖ Kriging δεικτών: εφαρμόζεται σε περίπτωση που η συνάρτηση κατανομής παρουσιάζει ασυμμετρία με Σημαντική Πυκνότητα Πιθανότητας όταν παίρνει μεγάλες τιμές. Στις περιπτώσεις αυτές είναι αδύνατον να εφαρμοστεί το κανονικό πρότυπο πιθανότητας. Η παραλλαγή αυτή έχει την ικανότητα να υπολογίσει ποια πιθανότητα μπορεί να πάρει έτσι ώστε η τοπική τιμή να υπερβεί κάποιο καθορισμένο όριο. Σε περίπτωση που επαναληφθεί αυτή η διαδικασία για πολλές τιμές του ορίου μπορεί επιτρέψει να εκτιμηθεί η αθροιστική κατανομή πιθανότητας.
- ❖ Συνδυαστικό Kriging: εφαρμόζεται σε περίπτωση που πρέπει να συμπεριληφθούν οι ιδιότητες σε συσχέτιση με τις εκτιμώμενες μεταβλητές στην διαδικασία εκτίμησης.

(Journel 1989 A., Goovaerts P., 1997)

### 3.3.9. (i) Κανονικό Kriging

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του κανονικού Kriging, η μέση τιμή μέσα στην εκάστοτε περιοχή παραμένει σταθερή αλλά μπορεί να μεταβληθεί από μια περιοχή σε μια άλλη. Με τη βοήθεια της εξίσωσης Kriging, δίνονται οι παρακάτω εξισώσεις για να εφαρμοστεί σωστά η εκτίμηση του κανονικού Kriging.

$$\hat{X}(u) = \sum_{a=1}^{n(u)} \lambda_a X(s_a)$$

Εξίσωση 3.28

$$\sum_{a=1}^{n(u)} \lambda_a = 1$$

Εξίσωση 3.29

Η συνθήκη της αμεροληψίας διατυπώνεται από την εξίσωση 3.9. Με την βοήθεια της εξίσωσης  $\chi(s) = X(s) - m_X(s)$  εκφράζεται η διακύμανση όπου το  $m_X(s)$  παραμένει σταθερό σε κάθε περιοχή. Στο κανονικό Kriging δεν είναι απαραίτητη η γνώση της μέσης τιμής. Στην περίπτωση αυτή είναι αναγκαίο να υπολογιστεί το ελάχιστο σφάλμα με τον περιορισμό που επιβάλλει η συνθήκη αμεροληψίας στις τιμές των βαρών. Συνεπώς, πρέπει να εφαρμοστεί η μέθοδος των συντελεστών Lagrange. Με την παρακάτω εξίσωση μπορεί να υπολογιστεί η διασπορά του σφάλματος ως εξής:

$$\sigma_E^2(\mathbf{u}) = \text{Var}[X(\mathbf{u})] + \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_a \lambda_\beta E[\chi(\mathbf{s}_a) \chi(\mathbf{s}_\beta)] - 2 \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_a E[\chi(\mathbf{s}_a) \chi(\mathbf{u})] + 2\mu \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} (\lambda_a - 1) .$$

Εξίσωση 3.30

Η σταθερά  $2\mu$  είναι ο συντελεστής Lagrange για την συνθήκη αμεροληψίας. Με τη βοήθεια της εφαρμογής της συνάρτησης συνδιασποράς η εξίσωση 3.30 γίνεται ως εξής:

$$\sigma_E^2(\mathbf{u}) = \text{Var}[X(\mathbf{u})] + \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_a \lambda_\beta c_X(\mathbf{s}_a, \mathbf{s}_\beta) - 2 \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_a c_X(\mathbf{s}_a, \mathbf{u}) + 2\mu \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} (\lambda_a - 1) .$$

Εξίσωση 3.31

Η ελάχιστη τιμή του σφάλματος εκτίμησης προσδιορίζεται από την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων που προκύπτει από τον μηδενισμό των παραγώγων του σφάλματος ως προς τα βάρη και την παράμετρο  $\mu$ ,

$$\frac{\partial \sigma_E^2(\mathbf{u})}{\partial \lambda_a} = 0, \quad a = 1, \dots, n(\mathbf{u})$$

Εξίσωση 3.32

$$\frac{\partial \sigma_E^2(\mathbf{u})}{\partial \mu} = 0$$

Εξίσωση 3.33

Οι συνθήκες αυτές προσδιορίζουν και τις εξισώσεις που καθορίζουν τα γραμμικά βάρη ως εξής:

$$\sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\beta} c_X(\mathbf{s}_a - \mathbf{s}_{\beta}) + \mu = c_X(\mathbf{s}_a - \mathbf{u}), \quad a = 1, \dots, n(\mathbf{u})$$

Εξίσωση 3.34

$$\sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_a = 1$$

Εξίσωση 3.35

Με τη βοήθεια της εξίσωσης 3.36 δίνεται η εκτίμηση για το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Journel A., 1989, Goovaerts P., 1997) ως εξής:

$$\sigma_E^2(\mathbf{u}) = \sigma_X^2 - \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_a c_X(\mathbf{u}, \mathbf{s}_a) - \mu.$$

Εξίσωση 3.36

Στη μέθοδο του κανονικού Kriging η εκτίμηση της συγκέντρωσης στο εκτιμώμενο σημείο μπορεί να εκφραστεί σαν ένας γραμμικός συνδυασμός των τιμών των κοντινών σημείων.

Οι γραμμικοί συντελεστές του κανονικού Kriging μπορούν να προσδιοριστούν από το ημιβαριόγραμμα εφαρμόζοντας ένα κριτήριο βελτιστοποίησης. Η μέση τιμή ενός τυχαίου πεδίου ισούται με τη μέση τιμή των εκτιμήσεων. Άρα, η μέθοδος του κανονικού Kriging θεωρείται γραμμικά αμερόληπτος τρόπος εκτίμησης, (Journel A., 1989, Goovaerts P., 1997).

### 3.3.9. (ii) Χωρική εκτίμηση Cokriging

Με τη βοήθεια της μεθόδου Cokriging, που χρησιμοποιεί δευτερεύουσες μεταβλητές στη δομή συνδιασποράς, συμβάλει στην ενσωμάτωση στη διαδικασία παρεμβολής. Γενικά η χρήση των βοηθητικών μεταβλητών βελτιώνει την ακρίβεια της εκτίμησης Kriging.



### 3.3.10. Περιορισμοί κλασικών γεωστατιστικών μεθόδων

Γενικά οι πιο γνωστές γεωστατιστικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται υστερούν σε δύο σημεία: Στον υπολογισμό του δειγματικού ημιβαριογράμματος και στην απουσία μοντέλων από τον προσδιορισμό της χωρικής εξάρτησης. Παραπάνω ειπώθηκε ότι το ημιβαριόγραμμα είναι συνάρτηση δύο σημείων, ανάλογα με τη συνάρτηση της συσχέτισης, που μπορεί να εκφραστεί ότι μεταβάλλεται η εξάρτηση δύο μεταβλητών σαν συνάρτηση μεταξύ της απόστασης τους. Στην διαδικασία προσδιορισμού περιέχεται ο υπολογισμός του πειραματικού ημιβαριογράμματος και επίσης η προσαρμογή του ημιβαριογράμματος σε κάποιο από τα ευρέως χρησιμοποιούμενα θεωρητικά μοντέλα.

Αν υπάρχει γνώση σχετικά με το φαινόμενο δεν μπορεί να ληφθεί υπόψη, βέβαια οι σημαντικές πληροφορίες παρέχονται από το πειραματικό ημιβαριόγραμμα. Η διαδικασία προσαρμογής δεν έχει τη δυνατότητα να εξασφαλίσει τη φυσική πληροφορία των θεωρητικών μοντέλων ημιβαριογραμμάτων. Το ημιβαριόγραμμα είναι ένα χρήσιμο βοήθημα ώστε να αναλυθεί τη χωρική εξάρτηση, ωστόσο υπάρχουν μερικά προβλήματα αναφορικά με τη χρήση και τον προσδιορισμό τους όπως:

- Η υπολογιστική πολυπλοκότητα ενδέχεται να αυξηθεί ανάλογα με το τετράγωνο του αριθμού των σημείων. Για να λυθεί το πρόβλημα αυτό εφαρμόζεται ο υπολογισμός του ημιβαριογράμματος κατά μήκος συγκεκριμένων κατευθύνσεων. Βέβαια, η προσέγγιση αυτή έχει προϋπόθεση τη γνώση των κυρίων αξόνων στατιστικής ανισοτροπίας, όπου συνήθως δεν είναι εξ αρχής γνωστή.
- Η χωρική εξάρτηση των φυσικών μεταβλητών είναι πολλές φορές ανισοτροπική. Βέβαια, οι τωρινές μέθοδοι που προσδιορίζουν την ανισοτροπία ενός ημιβαριογράμματος συχνά βασίζονται στη μέθοδο σφάλματος και δοκιμής.
- Είναι αναγκαίο να υπολογιστεί ένας σημαντικός αριθμός στατιστικών περιορισμών ώστε να γίνει η προσαρμογή του ημιβαριογράμματος σε συνεχές θεωρητικό πρότυπο.
- Είναι σημαντικό και απαραίτητο να εκτιμηθεί το σφάλμα των τιμών του ημιβαριογράμματος.
- Τα φυσικά πρότυπα δεν συμπεριλαμβάνονται στη διαδικασία προσδιορισμού της χωρικής εξάρτησης, ακόμα και αν είναι γνωστές οι εξισώσεις. (Xristopoulos D., 2003)

#### 4.Μεθοδολογία

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, αναλύεται επιγραμματικά η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε στη συγκεκριμένη εργασία. Ο σκοπός της είναι η χωρική ανάλυση των υδάτων και η εκτίμηση της στάθμης για όλες τις μετρήσεις των υπόγειων υδάτων σε όλη την Ελλάδα. Αρχικά, τα δεδομένα που υπήρχαν για όλες τις γεωτρήσεις ήταν η στάθμη του νερού της γεώτρησης με σημείο μηδέν την επιφάνεια από το έδαφος, το pH, τη θερμοκρασία του νερού καθώς και χημικές αναλύσεις από το νερό, κυρίως με τις πιο σημαντικές χημικές ενώσεις όπως νιτρικά νιτρώδη και άλλα. Επίσης, υπήρχαν τα δεδομένα για τρεις συνεχόμενες χρονιές (2013,2014,2015) για καλύτερη σύγκριση αποτελεσμάτων, βγάζοντας τον μέσο όρο αυτών. Στη συγκεκριμένη εργασία αναλύονται χαρακτηριστικά η μέση στάθμη του νερού καθώς και η μέτρηση της συγκέντρωσης των νιτρικών.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα ArcGIS, όπου εκεί εισήχθησαν δεδομένα για την γεωγραφική θέση της Ελλάδας και οι λεκάνες απορροής της. Επίσης, εισήχθησαν οι γεωγραφικές συντεταγμένες των υδροσημείων συλλογής δεδομένων. Έπειτα, με βάση τον χάρτη ακολουθήθηκε η χωρική εκτίμηση Kriging όπου εκτιμήθηκαν η μέση στάθμη και η μέση συγκέντρωση των νιτρικών στα υπόγεια ύδατα για όλη την έκταση της Ελλάδας. Παρακάτω, παρουσιάζονται οι χάρτες των υπογείων υδάτων για όλα τα υδατικά διαμερίσματα της Ελλάδας και η διαδικασία που χρησιμοποιήθηκε για κάθε βήμα ξεχωριστά. Αναλυτικότερα:

Αναλυτικότερα, από 1359 υδροσημεία ελήφθησαν όλα τα δεδομένα με τη βοήθεια του Εθνικού Δικτύου Παρακολούθησης Υδάτων ώστε να πραγματοποιηθεί η χαρτογράφηση της στάθμης των υπογείων υδάτων για τις χρονιές 2013-2015. Στη συνέχεια, ενσωματώθηκαν όλα τα δεδομένα με τα υδροσημεία (οι συντεταγμένες, η μέση στάθμη και τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τους) στο πρόγραμμα ArcGIS. Έτσι, δημιουργήθηκε ένας χάρτης που παρείχε τις λεκάνες απορροής και εμφανίστηκαν τα δεδομένα με τα υδροσημεία πάνω στον χάρτη αυτόν (χάρτης 4.1).



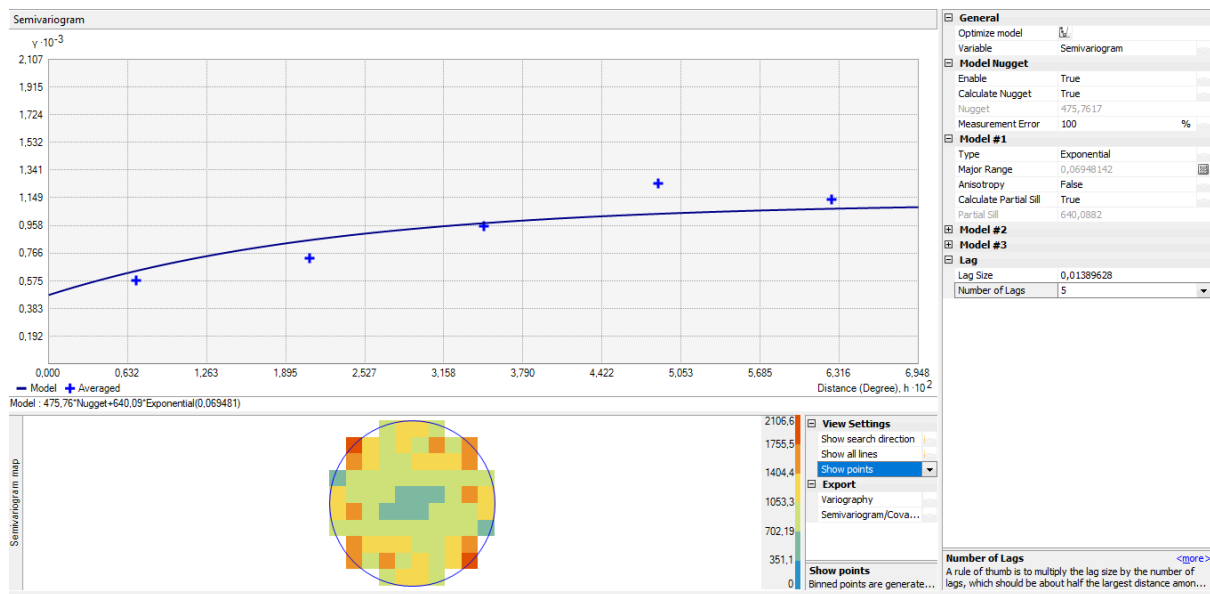
Χάρτης 4.1: Λεκάνες απορροής και υδροσημεία συλλογής δεδομένων σε όλα τα υδατικά διαμερίσματα της Ελλάδας με τη χρήση ArcGIS.

Στη συνέχεια με τη γνωστή μέθοδο Kriging, με τη βοήθεια των τεσσάρων μοντέλων: spherical, gaussian, exponential και K-Bessel εφαρμόστηκε η ίδια διαδικασία για τη μέση στάθμη έτσι ώστε να συγκριθούν τα πιθανά σφάλματα τους και να επιλεγεί αυτό με το μικρότερο σφάλμα, όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα.

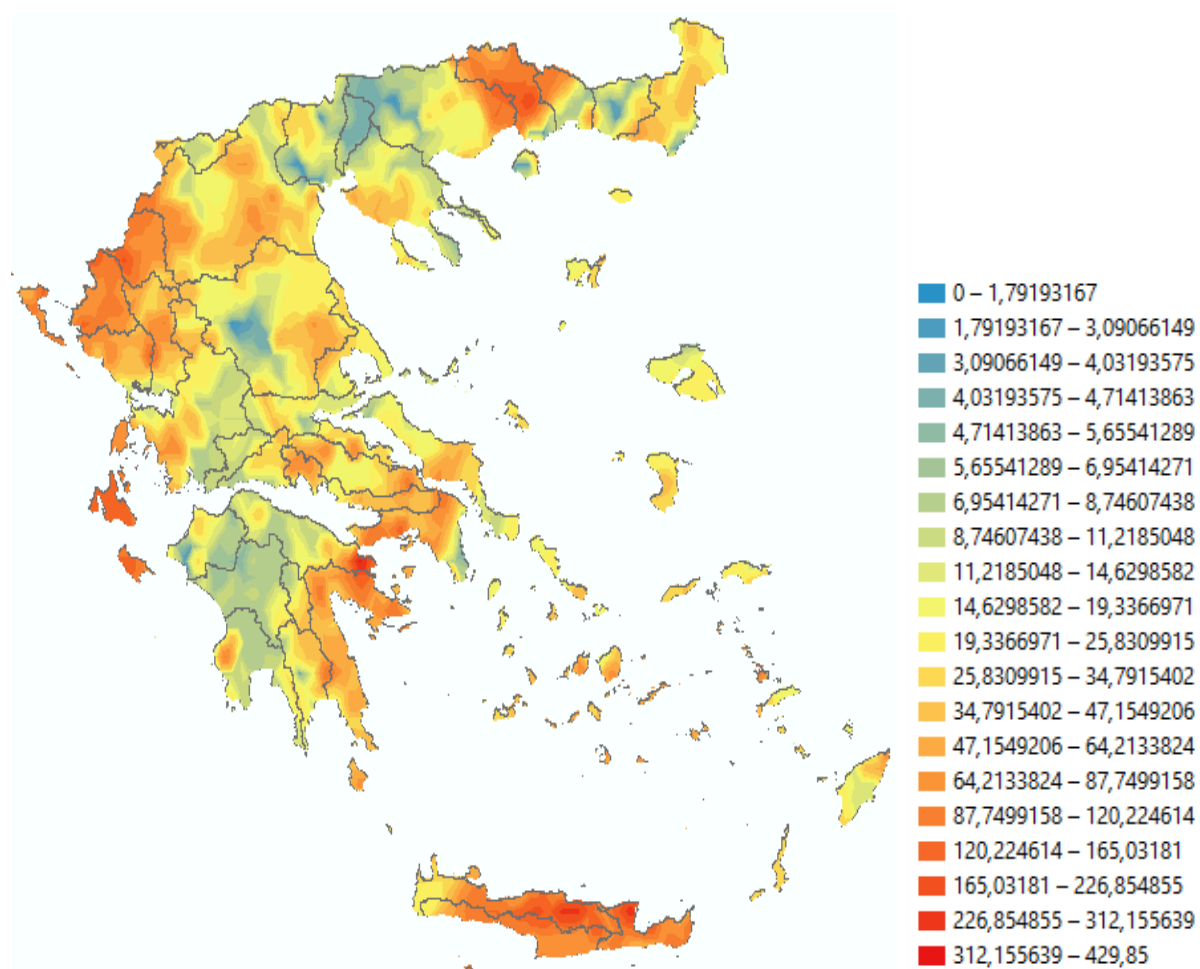
Μέση Στάθμη				
	spherical	gaussian	exponential	K-Bessel
Mean	-1.675496	-1.807828	<b>-0.7999186</b>	-1.796075
Root Mean Square	40.99629	41.32239	40.96528	41.30627

Πίνακας 4.1: Χαρακτηριστικά και σφάλματα ημιβαριογραμμάτων για τη μέση στάθμη.

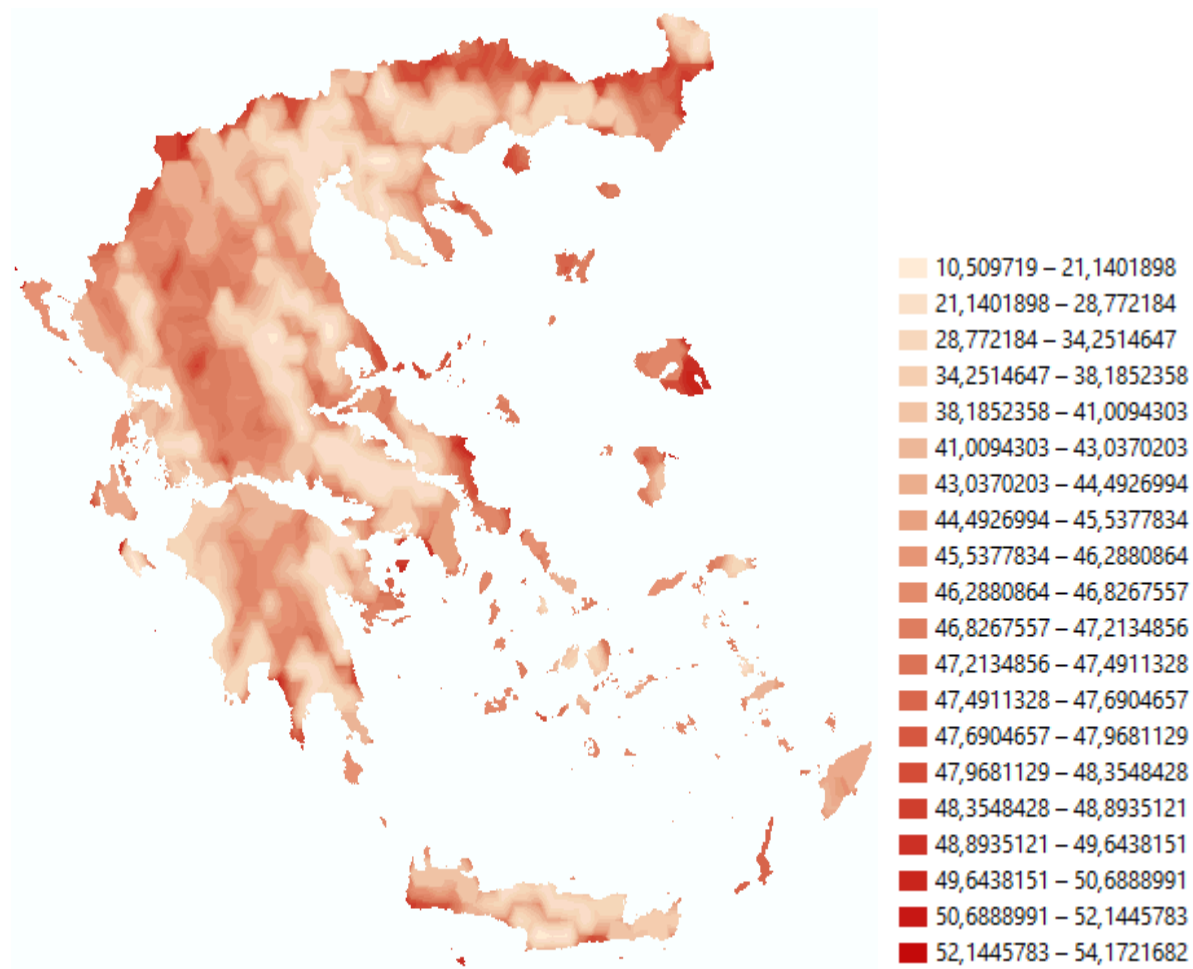
Στον παραπάνω πίνακα παρατηρείται ότι στο εκθετικό μοντέλο, το σφάλμα είναι αρκετά μικρότερο από τα υπόλοιπα. Με βάση αυτά τα δεδομένα κατασκευάστηκαν οι χάρτες 4.2 και 4.3 που δείχνουν την πιθανή εκτίμηση της μέσης στάθμης του υδροφορέα και της σχετικής του αβεβαιότητας αντίστοιχα. Επίσης κατασκευάστηκε το ημιβαριόγραμμα του εκθετικού μοντέλου (Σχήμα 4.1) το οποίο πλησιάζει σε πολύ καλό βαθμό το θεωρητικό.



Σχήμα 4.1: Ημιβαριόγραμμα εκθετικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για τη μέση στάθμη με τη χρήση ArcGIS.



Χάρτης 4.2: Εκτίμηση μέσης στάθμης υπόγειων υδάτων των υδατικών διαμερισμάτων της Ελλάδας με τη χρήση ArcGIS (οι κλάσεις σε m).



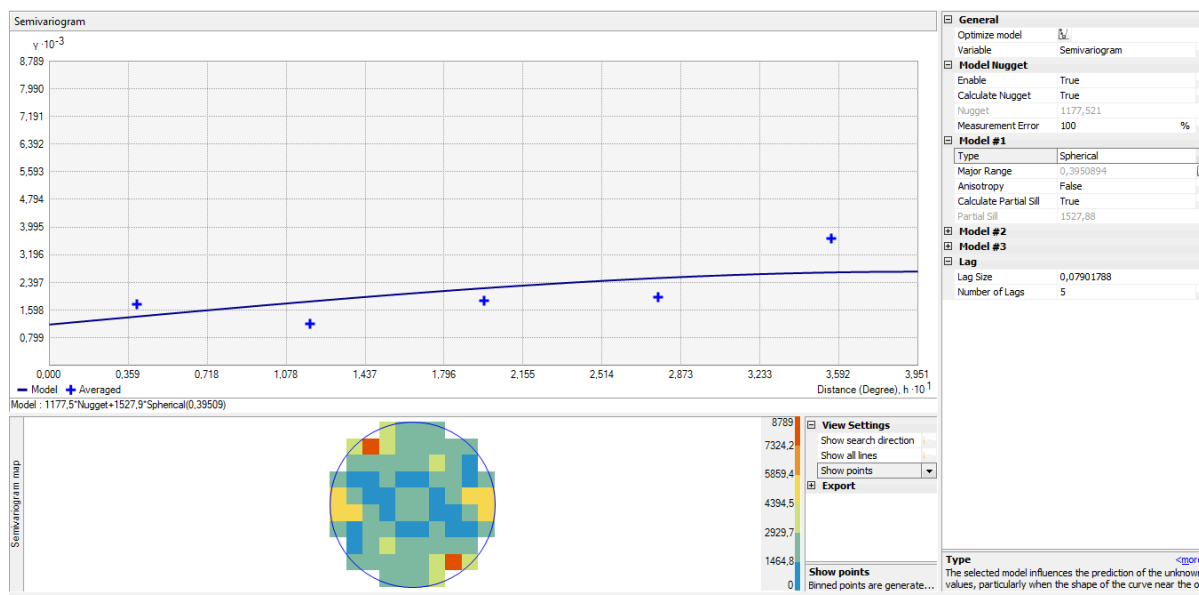
Χάρτης 4.3: Χάρτης σχετικής αβεβαιότητας μέσης στάθμης υπόγειων υδάτων των υδατικών διαμερισμάτων της Ελλάδας με τη χρήση ArcGIS (οι κλάσεις σε m).

Στον παρακάτω πίνακα με την ίδια μέθοδο Kriging, μέσω των ίδιων τεσσάρων μοντέλων εφαρμόστηκε η διαδικασία για την μέση συγκέντρωση των νιτρικών αυτή τη φορά, ώστε να συγκριθούν τα πιθανά σφάλματα τους και να επιλεγεί αυτό με το μικρότερο σφάλμα, όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα. Ουσιαστικά, χρησιμοποιήθηκε η διαδικασία του cross validation στη διάρκεια της για τα τέσσερα αυτά μοντέλα με σκοπό να συγκεντρωθούν όλα τα χαρακτηριστικά των ημιβαριογραμμάτων.

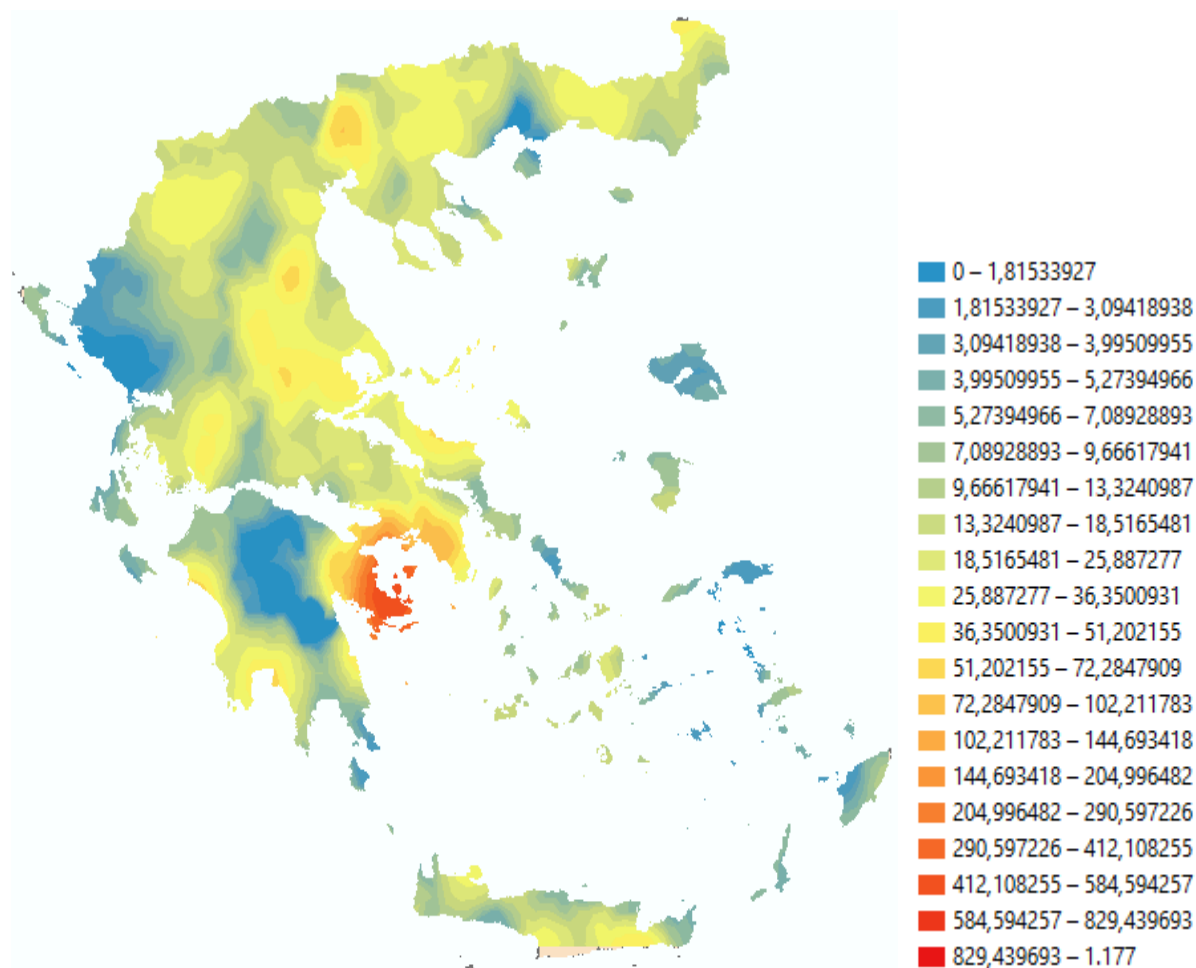
Μέση Συγκέντρωση Νιτρικών				
	spherical	gaussian	exponential	K-Bessel
Mean	<b>0.07007381</b>	-0.1037533	0.1897372	-0.1066454
Root Mean Square	52.16201	52.12156	53.17957	52.15796

Πίνακας 4.2: Χαρακτηριστικά και σφάλματα ημιβαριογραμμάτων για τη μέση συγκέντρωση νιτρικών.

Όσον αφορά τη μέση συγκέντρωση των νιτρικών, από τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται ότι στο σφαιρικό μοντέλο, το σφάλμα είναι συγκριτικά μικρότερο από τα υπόλοιπα. Συνεπώς κατασκευάστηκαν ο χάρτης 4.4 και ο χάρτης 4.5 για να εκτιμηθεί η μέση συγκέντρωση των νιτρικών του υδροφορέα και η σχετική αβεβαιότητα του αντίστοιχα, αλλά και η κατασκευή του ημιβαριόγραμματος (Σχήμα 4.2) για το σφαιρικό μοντέλο που πλησιάζει το θεωρητικό.

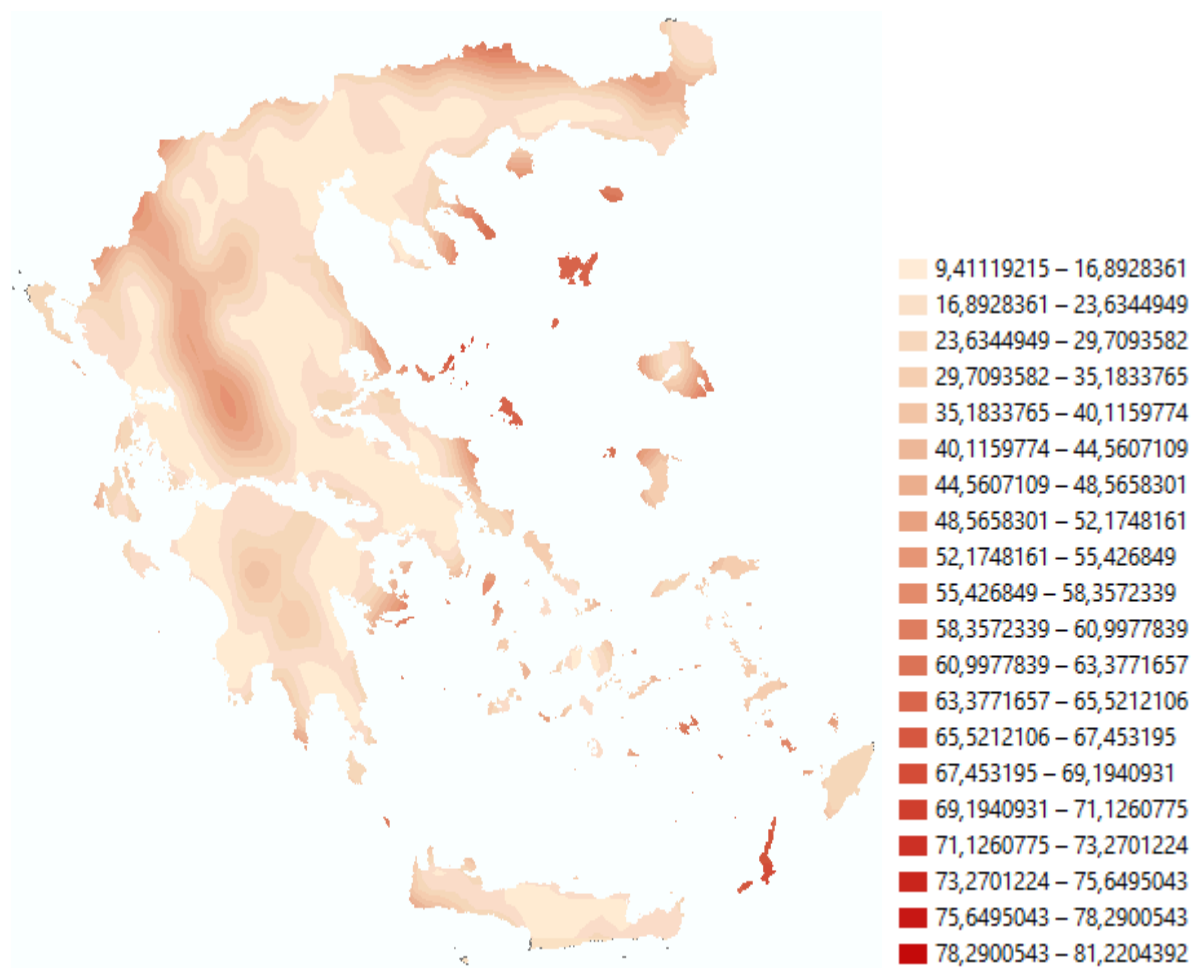


Σχήμα 4.2: Ημιβαριόγραμμα σφαιρικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για τη μέση συγκέντρωση των νιτρικών με τη χρήση ArcGIS.



Χάρτης 4.4.: Εκτίμηση της συγκέντρωσης των νιτρικών στα υπόγεια νερά σε όλη την Ελλάδα με τη χρήση ArcGIS (οι κλάσεις σε mg/L).





Χάρτης 4.5: Χάρτης σχετικής αβεβαιότητας μέσης συγκέντρωσης νιτρικών στα υπόγεια νερά με τη χρήση ArcGIS (οι κλάσεις σε mg/L).

## 5. Συζήτηση

### 5.1. Ανάλυση αποτελεσμάτων

#### 5.1.1. Ημιβαριογράμματα

Τα ημιβαριογράμματα είναι ικανά να δηλώσουν την χωρική εξάρτηση που ενδέχεται να έχει μία μέτρηση σε συνάρτηση της απόστασης τους και είναι συναρτήσεις ανομοιότητας καθώς όσο μεγαλώνει η απόσταση, μεγαλώνει και η διακύμανση της διαφοράς. Η απόσταση που καταφθάνει στο κατώφλι του ημιβαριογράμματος και μετά, τα δεδομένα τους δεν παρουσιάζουν χωρική εξάρτηση. Σε θεωρητικό επίπεδο, θα ήταν λογικό δύο μετρήσεις να έχουν την ίδια τιμή στο ίδιο μέρος, συνεπώς και το nugget να ήταν μηδέν. Αυτό όμως συναντάει πολλές δυσκολίες καθώς οφείλεται στα σφάλματα που εισάγονται στις μετρήσεις κατά τη διάρκεια της λήψης δείγματος αλλά και σε μικρής κλίμακας μεταβλητότητα. Για το λόγο αυτό το nugget στα δύο κατασκευασμένα ημιβαριογράμματα είναι διαφορετικό του μηδενός. Υπήρχε περίπτωση το nugget να πλησιάζει στο μηδέν αν ήταν δυνατόν να υπάρχουν αρκετές μετρήσεις για μια γνωστή απόσταση.

#### 5.1.2. Χάρτες

Μετά την κατασκευή των χαρτών παρατηρείται ότι η στάθμη του νερού ενδέχεται να πάρει χαμηλές τιμές κυρίως στις ηπειρωτικές και ορεινές περιοχές με τις μικρότερες να είναι από 0-3.5m στον νομό Τρικάλων (έντονη μπλε απόχρωση), ενώ αυξάνεται στις πεδινές και παραθαλάσσιες περιοχές της χώρας. Αυτό δικαιολογείται καθώς στις πεδινές και παραθαλάσσιες περιοχές χρειάζεται μεγαλύτερη άντληση νερού για να εξυπηρετηθούν οι ανάγκες της εκάστοτε περιοχής, παρά στις ορεινές. Αντίθετα στις ορεινές περιοχές η ανάγκη για άντληση είναι πολύ μικρότερη γιατί επικρατούν συχνότερες και εντονότερες βροχοπτώσεις αλλά ούτε καλλιεργούνται τόσες πρώτες ύλες, καθώς είναι και πιο αραιοκατοικημένες περιοχές. Επίσης, η χαμηλή στάθμη υποδεικνύει ότι ενδέχεται να υπάρχει πιθανή υφαλμύριση στα σημεία αυτά. Το μεγαλύτερο πρόβλημα εμφανίζεται στην κεντρική Μακεδονία και στον κάμπο της Θεσσαλίας και ελαφρώς μικρότερο στην κεντρική και δυτική Πελοπόννησο και τη δυτική Θράκη.

Στον χάρτη των νιτρικών, παρατηρείται χαμηλή συγκέντρωση νιτρικών στην Ήπειρο, στην κεντρική και βόρεια Πελοπόννησο και σε πολλά νησιά του ανατολικού Αιγαίου γιατί δεν υπάρχουν τόσο έντονες γεωργικές καλλιέργειες. Αντίθετα στη βορειοανατολική Πελοπόννησο, στις πεδινές περιοχές της Θεσσαλίας και της Στερεάς Ελλάδας, την Αττική και τη νότια Κρήτη όπου ενδέχεται να υπάρχει πέρα από τις καλλιέργειες και χρήση φυτοφαρμάκων λόγω της αυξημένης συγκέντρωσης νιτρικών.

Όσον αφορά την κατασκευή των χαρτών για την αβεβαιότητα, που παρουσιάζουν το τυπικό σφάλμα που έχουν οι μετρήσεις αυτής της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκαν. Στον χάρτη σχετικής αβεβαιότητας της στάθμης, παρατηρείται ότι υπάρχουν πολύ αυξημένες τιμές στα

βόρεια τμήματα της βόρειας Ελλάδας και σχεδόν σε όλη τη περιοχή της Θράκης, όπως και στις υπόλοιπες περιοχές όπως τη Μυτιλήνη, τη βορειοανατολική Εύβοια, τα νότια άκρα της Πελοποννήσου, σε κάποιες περιοχές της νότιας Κρήτης και στην κεντρική Ελλάδα. Παρομοίως, και στον χάρτη σχετικής αβεβαιότητας των νιτρικών, παρατηρείται το ίδιο φαινόμενο κυρίως στα νότια νησιά των Δωδεκανήσων και στα νησιά των σποράδων και πιο ήπια στην κεντρική και βόρεια Ελλάδα. Στις παραπάνω περιοχές πιθανόν συμβαίνει αυτό καθώς υπάρχει περιορισμένος αριθμός μετρήσεων, όπως φαίνεται και στον χάρτη 4.1. Η ελάχιστη τιμή που μπορεί να δεχτεί η σχετική αβεβαιότητα στο χάρτη μέσης στάθμης κυμαίνεται στα 10,5-21m περίπου ενώ η μέγιστη 52-54 m. Για την συγκέντρωση των νιτρικών η ελάχιστη αβεβαιότητα από 9,5-17 mg/L η μέγιστη κυμαίνεται από 78-81 mg/L.

Γενικά, πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι στις περισσότερες περιοχές της Ελλάδας δεν υπάρχει ικανοποιητικός αριθμός μετρήσεων ώστε να υπάρξουν άρτια αποτελέσματα και για αυτό το λόγο δημιουργήθηκαν οι χάρτες αβεβαιότητας. Επίσης, στη συγκεκριμένη εργασία πάρθηκε σαν δεδομένο ότι το σημείο 0 των μετρήσεων βρίσκεται στο έδαφος και όχι στη στάθμη της θάλασσας.

### **5.1.3. Συσχέτιση μέσης στάθμης υπόγειων νερών με βροχοπτώσεις και εύρεση προβληματικών υπόγειων υδροφορέων:**

Ένα απαραίτητο μέτρο ώστε να συσχετιστεί η μέγιστη μεταξύ της μέσης στάθμης των υπόγειων υδροφορέων με τις βροχοπτώσεις που δέχεται μια περιοχή για όλη την έκταση της Ελλάδας, είναι να εκτιμηθεί κατάλληλα ποιοι υπόγειοι υδροφορείς χαρακτηρίζονται από προβληματική ποσοτική κατάσταση. Πρέπει να εξεταστούν ποιες περιοχές παρουσιάζουν ποσοτική ανεπάρκεια αναφορικά με τη μέγιστη μέση στάθμη, δηλαδή να μην υπερβαίνει το όριο των 30 m. Επίσης, ελέγχεται από μετεωρολογικά δεδομένα ποιες περιοχές δέχονται βροχοπτώσεις λιγότερες από 600 mm, μέσω της τροφοδοσίας από τις βροχοπτώσεις, το οποίο χαρακτηρίζεται ως το όριο ώστε να θεωρηθεί ένα υπόγειος υδροφόρας επαρκής. Σε περίπτωση που μια περιοχή δεχτεί λιγότερες βροχοπτώσεις από 600 mm σε ένα έτος, χαρακτηρίζεται ως ξηρό. Κατα μέσο όρο η δυτική Ελλάδα δέχεται περισσότερες βροχοπτώσεις από την ανατολική, όποτε με τα υπάρχοντα δεδομένα και από τα δεδομένα που ελήφθησαν από τον χάρτη της μέσης στάθμης των υπόγειων υδροφορέων, γίνεται αντιληπτό ότι το μεγαλύτερο πρόβλημα παρουσιάζεται στους υδροφορείς που βρίσκονται στην Αττική, στον κάμπο της Θεσσαλίας, στην βορειοανατολική Πελοπόννησο και στην ανατολική Κρήτη.

## 5.2. Συμπεράσματα

Όπως ειπώθηκε στο τέλος του τρίτου κεφαλαίου χρησιμοποιήθηκε η γεωστατιστική μέθοδος χωρικής εκτίμησης kriging αλλά και ordinary cokriging εξαιτίας της δυσκολίας του εντοπισμού των πληροφοριών για τα υδραυλικά χαρακτηριστικά των υπόγειων νερών της Ελλάδας αλλά και στη βοήθεια της ώστε να εφαρμοστεί το υδρολογικό ισοζύγιο. Στο παρόν κεφάλαιο της εργασίας αναφέρονται οι πιθανές δυσκολίες που συναντήθηκαν στη διάρκεια της. Επίσης, αναλύονται οι παράμετροι που πρέπει να εφαρμοστούν σε μελλοντικές έρευνες που θα πραγματοποιηθούν καθώς και οι βέλτιστες λύσεις αντιμετώπισης στο ποσοτικό πρόβλημα που παρουσιάζεται στους υπόγειους υδροφορείς.

Στη διάρκεια της συγγραφής της διπλωματικής εργασίας προέκυψαν κάποια προβλήματα, τα οποία αφορούσαν τα δεδομένα των γεωτρήσεων. Υπήρχαν περιοχές όπου τα διαθέσιμα δεδομένα δεν ήταν αρκετά για να βγει ασφαλές συμπέρασμα, είτε γιατί σε κάποια χρονιά δεν υπήρχαν μετρήσεις είτε δεν υπήρχαν καθόλου δεδομένα για τη μέση στάθμη ή για την συγκέντρωση των νιτρικών από τα υδροσημεία όπου λαμβάνονταν τα δείγματα. Ένα ακόμη ζήτημα προέκυψε με τον αριθμό ή και την πυκνότητα των σημείων καθώς το συμπέρασμα θα ήταν ασφαλέστερο και ακριβέστερο αν υπήρχαν περισσότερες μετρήσεις και σε πιο κοντινές αποστάσεις εφόσον η Ελλάδα θεωρείται μεγάλη περιοχή έρευνας συγκριτικά με τον αριθμό των γεωτρήσεων που αξιοποιήθηκαν στην έρευνα. Ο παράγοντας της υπαλμύρισης θεωρείται μια λογική αιτία για να εξηγήσει την χαμηλή στάθμη κάποιων γεωτρήσεων αλλά δεν είναι απαραίτητα αυτός, καθώς θα μπορούσε σε κάποιες περιπτώσεις να υπάρχει συχνή άντληση νερού ή ένας υδροφορέας να ήταν θωρακισμένος από αδιαπέρατους γεωλογικούς σχηματισμούς. Οι συγκεντρώσεις των νιτρικών ή των χλωριόντων, που είναι ποιοτικά χαρακτηριστικά, καθορίζουν τότε είναι υφάλμυρο το νερό και τότε όχι. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σε μερικές περιοχές υπάρχει αυξημένη συγκέντρωση νιτρικών, οπότε ενδέχεται να υπάρχει πρόσμιξη θαλασσινού νερού στα υπόγεια ύδατα.

Αναφορικά με τα παραπάνω σχόλια, μια καλή λύση θα ήταν ο ποσοτικός εμπλουτισμός των μετρήσεων ώστε να υπάρχουν περισσότερα δεδομένα για ανάλυση. Καλό θα ήταν να αναλυθούν περαιτέρω τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των υπόγειων υδροφορέων όπως τα χημικά στοιχεία σαν τα χλωριόντα πέρα από τα νιτρικά. Επίσης, καλό θα ήταν να εφαρμοστεί κι άλλη μέθοδος Kriging με τις δεδομένες μετρήσεις, έτσι ώστε να ελεγχθεί μία πιθανή καλύτερη μέθοδος για τις εκτιμήσεις. Βέβαια σε γενικές γραμμές, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία κρίνονται ικανοποιητικά. Το πρόγραμμα ArcGIS είναι πολύ βοηθητικό και θα μπορούσε μελλοντικά να βοηθήσει σε έρευνες σε μια μεγαλύτερη περιοχή. Καλό θα ήταν να δοθεί η κατάλληλη προσοχή και βαρύτητα σε όποια περιοχή αποδείχτηκε είτε εκτιμήθηκε προβληματική, μελετώντας πιο προσεκτικά εκεί όπου υπάρχει πρόβλημα.

Συνοψίζοντας, παρακάτω παρουσιάζονται μερικά από τα μέτρα αντιμετώπισης του προβλήματος της ποσοτικής υποβάθμισης των υπόγειων υδροφορέων:

- Συστηματικός έλεγχος των αδειών για δημιουργία νέων γεωτρήσεων σε περιοχές που η ποσοτική κατάσταση των υδροφορέων της κρίνεται ανεπαρκής.
- Παρότρυνση στους πολίτες να αποφεύγουν τις άσκοπες σπατάλες και χρησιμοποιούν καινούργιες τεχνολογίες
- Κατασκευή έργων που θα συλλέγουν και θα αποθηκεύουν τα όμβρια νερά με στόχο να χρησιμοποιηθούν όπου υπάρχει δυνατότητα και έτσι να ελατωθεί η σπατάλη του νερού.
- Συνεχής προσοχή και έλεγχος στην ποσοτική κατάσταση των υπόγειων υδροφορέων.
- Σύνταξη ερευνών και μελετών ώστε να εξακριβωθεί ποιες διεργασίες είναι απαραίτητες ώστε τα λύματα από τους βιολογικούς καθαρισμούς να επαναχρησιμοποιούνται είτε στην άρδευση είτε στον εμπλουτισμό των υδροφορέων.
- Εμπλουτισμός των υδροφορέων.
- Δημιουργία μελετών για την ποσότητα νερού που χρειάζεται μία περιοχή, και έρευνα για την πιθανή κατασκευή φραγμάτων που θα καλύπτουν τις ανάγκες αυτές.
- Ενημέρωση του ανθρώπινου δυναμικού ώστε να ευαισθητοποιηθούν και να τηρούνται τα μέτρα.

## Βιβλιογραφία

1. Καρτάλης Κ., 2021, Οι συνέπειες της κλιματικής αλλαγής στην Ελλάδα, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
2. Κουνάνη Α., 2022, Η κλιματική αλλαγή στην Ελλάδα
3. Τσαγκαράκης Κ., 2002, Ευρωπαϊκή Διαχείριση Υδάτων μεταξύ κανονισμού και ανταγωνισμού
4. Καρατζάς Γ., 2005, 'Ροή υπόγειων υδάτων και μεταφορά ρύπων', Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης
5. Καρατζάς Γ., 2008, 'Εισαγωγή στην επιστήμη του μηχανικού περιβάλλοντος', Κεφάλαιο 10, 198-212, Τμήμα μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης
6. Καρτεράκης Σ., 2005, 'Διαχείριση των υπογείων υδάτων με μεθόδους προσομοίωσης και βελτιστοποίησης', Μεταπτυχιακή διατριβή, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης.
7. Κουτάντου Π., 2006, 'Καρστικοί υδροφορείς – αναχαίτιση φαινομένου υφαλμύρωσης στην περιοχή Χερσονήσου Ηρακλείου Κρήτης προσομοιώνοντας τη μέθοδο του τεχνητού εμπλουτισμού', Μεταπτυχιακή διατριβή, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης.
8. Χριστόπουλος Δ., 2003, 'Εισαγωγή Στην Γεωστατιστική', Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης.
9. Χριστόπουλος Δ., 2004α, 'Ανάλυση Δεδομένων', Μεταπτυχιακές σημειώσεις, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης.
10. Χριστόπουλος Δ., 2004β, 'Εισαγωγή Στην Έρευνα Κοιτασμάτων', Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης
11. Κουτσελής Λ., 2020, 'Γεωστατιστική Ανάλυση Δεδομένων Στάθμης Υδροφορέα στο Υδατικό Διαμέρισμα Κρήτης', Διπλωματική εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης.
12. Τσακίρης Γ., 2013, 'Υδατικοί πόροι', πανεπιστημιακό βιβλίο, Τμήμα Χημικών Μηχανικών και Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης.
13. Βαρουχάκης Ε., 2005, 'Εφαρμογή της μεθόδου των Σπαρτιατικών Τυχαίων Πεδίων στην γεωστατιστική ανάλυση της χωρικής κατανομής περιβαλλοντικών ρύπων', Μεταπτυχιακή διατριβή, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης.

## Διεθνής βιβλιογραφία

1. Hristopulos, D., 2003, 'Spartan Gibbs Random Field Models for Geostatistical Applications', SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 24, no. 6, pp. 2125-2162
2. Christakos G., 1991, 'Random field models in earth sciences', Academic press, San Diego.
3. Christakos, G., & Hristopulos, D., 1998, 'Spatiotemporal Environmental Modelling', Kluwer Academic Publishers, Boston.
4. Cressie N., 1993, Statistics for spatial data (revised ed.), Wiley, New York
5. Journel, A., 1989, 'Fundamentals of Geostatistics in Five Lessons', American Geophysical Union, Washington, D.C
6. Goovaerts, P., 1997, 'Geostatistics for Natural Resources Evaluation', Oxford university Press, New York.
7. Issaks, E. & Srivastava R.M., 1989, 'An Introduction to Applied Geostatistics', Oxford University Press, New York