



Πολυτεχνείο Κρήτης

Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων

Εκτίμηση ευστάθειας τετραεδρικών
σφηνών σε υπόγεια ανοίγματα με την
χρήση αριθμητικής μεθόδου ανάλυσης
στις 3 διαστάσεις

Διπλωματική Εργασία

Χαράλαμπος Παππός

Εξεταστική Επιτροπή:

Γεώργιος Ξηρουδάκης, Επικ. Καθηγητής (επιβλέπων),

Εμμανουήλ Στειακάκης, Αν. καθηγητής

Γεώργιος Σαράτσης, ΕΔΙΠ

Χανιά

Μάρτιος, 2024

Δηλώνω ρητά ότι, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον. Η έγκριση της παρούσας διπλωματικής εργασίας από το Πολυτεχνείο Κρήτης, δεν σημαίνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Νόμος 5343/1932, άρθρο 202)

Περίληψη

Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία εκπονήθηκε με σκοπό να δείξει τη χρήση και κυρίως τα αποτελέσματα ορισμένων μεθόδων όπως η μέθοδος της χαλάρωσης των τάσεων και η μέθοδος της διατμητικής αντοχής για την εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας πτώσης βραχοσφηνών διαφόρων σχημάτων και μεγεθών, σε υπόγεια ανοίγματα – σήραγγες. Το πρόβλημα της αποκόλλησης σφηνών από την οροφή αλλά και από τις παρειές της στοάς και γενικά οι τοπική κατάρρευση της οροφής της εκσκαφής είναι από τους κυριότερους κινδύνους που παραμονεύουν σε ένα υπόγειο μεταλλείο. Λόγω του μεγάλου αριθμού ατυχημάτων η προσπάθεια να εκτιμηθεί ο κίνδυνος είναι αναγκαία. Βέβαια, είναι πάρα πολύ δύσκολο έως ακατόρθωτο να εκτιμηθεί ο Συντελεστής Ασφαλείας [ΣΑ] σε όλο το μήκος της στοάς και για όλες τις τυχόν σφήνες που δημιουργούνται λόγω της πολυπλοκότητας του συστήματος. Στην παρούσα εργασία, αρχικά γίνεται ο υπολογισμός του ΣΑ αναλυτικά στις δύο διαστάσεις, για συγκεκριμένη σφήνα στην οροφή, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του Kirsch για κυκλικό άνοιγμα. Έπειτα, συγκρίνεται με τον ΣΑ της σφήνας που υπολογίζεται με βάση τις τάσεις από την αριθμητική επίλυση μέσω της MATLAB με την μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων πάλι στις δύο διαστάσεις αυξάνοντας κάθε φορά τα στοιχεία διακριτοποίησης του συνόρου – κύκλου. Εν συνεχεία, γίνεται ο υπολογισμός του ΣΑ ασφαλείας της σφήνας στις 3 διαστάσεις με την αριθμητική μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων να εκτελείται για τον υπολογισμό των τάσεων και συγκρίνεται με τις τιμές του ΣΑ που υπολογίστηκαν στις δύο διαστάσεις. Τέλος, γίνεται σύγκριση του ΣΑ που προκύπτει από το unwedge και από τις προηγούμενες μεθόδους με βάση ορισμένα μηχανικά χαρακτηριστικά της βραχώμαζας και παρουσιάζονται τα διαγράμματα.

Λέξεις Κλειδιά: ογκοτεμάχια-σφήνες, υπόγεια εκσκαφή, συντελεστής ασφαλείας (ΣΑ), τάσεις

Abstract

The specific diploma thesis was prepared with the aim of showing the use and mainly the results of certain methods such as the stress relaxation method and the shear strength method for estimating the safety factor of falling rock wedges of various shapes and sizes, in underground openings - tunnels. The problem of wedges detaching from the roof as well as from the sides of the gallery and in general the local collapse of the roof of the excavation is one of the main dangers lurking in an underground mine. Due to the large number of accidents, the effort to assess the risk is necessary. Of course, it is very difficult to impossible to estimate the Safety Factor [SA] along the entire length of the gallery and for all possible wedges that are created due to the complexity of the system. In the present work, initially the SA is calculated analytically in two dimensions, for a specific wedge in the roof, using Kirsch's equations for a circular opening. In the present work, initially the SA is calculated analytically in two dimensions, for a specific wedge in the roof, using Kirsch's equations for a circular opening. Then, it is compared with the SA of the wedge calculated based on the stresses from the numerical solution through MATLAB with the method of discontinuous displacements again in the two dimensions increasing each time the discretization elements of the border - circle. Then, the safety SA of the wedge is calculated in the 3 dimensions with the numerical method of discontinuous displacements being performed to calculate the stresses and compared with the values of the SA calculated in the two dimensions. Finally, a comparison of the SA obtained from the unwedge and from the previous methods is made based on some mechanical characteristics of the rock mass and the diagrams are presented.

Key words: blocks-wedges, underground excavation, safety factor (SA), stresses

Πίνακας περιεχομένων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	III
ABSTRACT	IV
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
1.1 Η μακροσκοπική δομή των πετρωμάτων	7
1.2 Σκοπός	8
1.3 Αντικείμενο διπλωματικής και ερευνητικό πεδίο	8
1.4 Ο ρόλος των ασυνεχειών στο ρηγματωμένο πέτρωμα	9
1.5 Μηχανισμοί αστοχίας.....	10
1.6 Δομή της εργασίας.....	11
2 ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΟΓΚΟΤΕΜΑΧΙΩΝ	12
3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ ΣΦΗΝΩΝ ΟΡΟΦΗΣ	17
3.1 Η μέθοδος τους χαλάρωσης των τάσεων-συμμετρικής πρισματικής σφήνας.....	17
3.2 Εφαρμογή της μεθόδου χαλάρωσης σε τετραεδρική σφήνα στις τρεις διαστάσεις	19
3.3 Η λύση του Kirsch.....	21
3.4 Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων (DDM3D)	22
4 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΚΑΙ ΕΞΑΓΩΓΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	26
4.1 Η λύση στις δύο διαστάσεις – Πρισματικές Σφήνες.....	26
4.2 Εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας.....	28
4.3 Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων στις 2 διαστάσεις.	29
4.4 Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων στις τρεις διαστάσεις.	32
4.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων με το unwedge	34
5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ–ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ	37
BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	38

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ ΣΦΗΝΑΣ	40
--	----

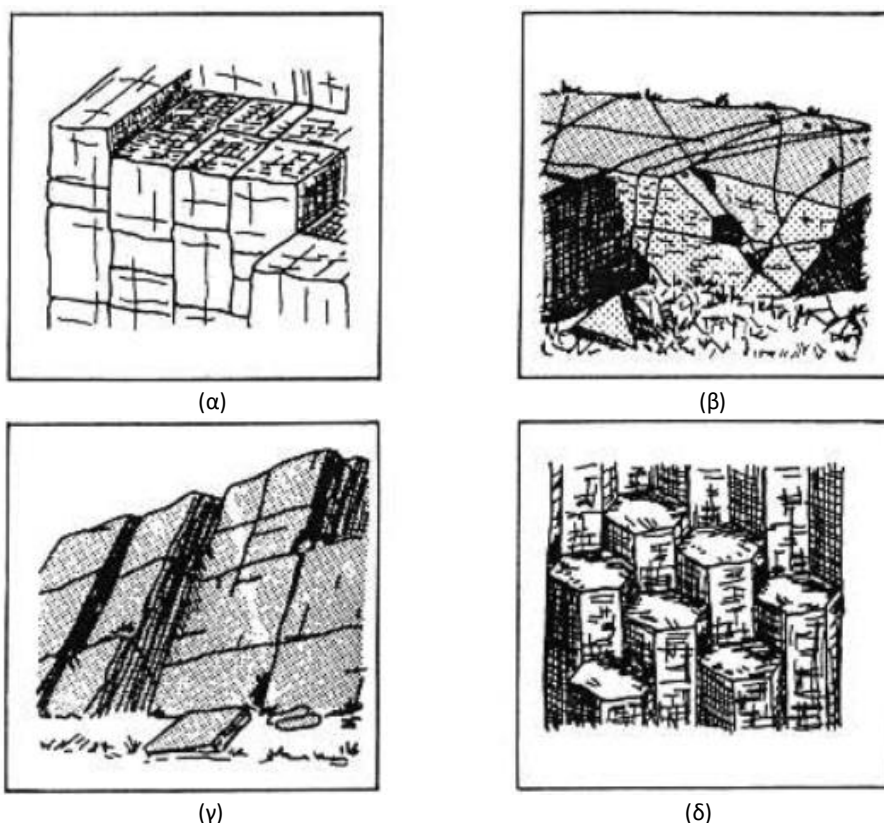
1 Εισαγωγή

1.1 Η μακροσκοπική δομή των πετρωμάτων

Τα πετρώματα με βάση την γεωλογική τους προέλευση ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες: τα εκρηξιγενή, τα ιζηματογενή και τα μεταμορφωμένα. Ο διαφορετικός τρόπος σχηματισμού τους, η διαφορετική ορυκτολογική σύσταση και οι μεταγενετικές επιδράσεις που έχουν υποστεί, διαφοροποιεί την μακροσκοπική δομή και συμπεριφορά της βραχύμαζας. Στα εκρηξιγενή πετρώματα κυρίαρχο ρόλο έχουν οι διακλάσεις, που προήλθαν από τεκτονικές κινήσεις ή λόγω εφελκυστικών δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την ψύξη-ξήρανση τους. Βασικό χαρακτηριστικό των ιζηματογενών πετρωμάτων είναι η ανάπτυξή τους στο χώρο σε στρώματα και αυτό επηρεάζει την μηχανική τους συμπεριφορά. Επίσης, στα μεταμορφωμένα πετρώματα, συνέπεια της μεταμόρφωσης είναι η δημιουργία επιπέδων μειωμένης αντοχής παράλληλα με τα επίπεδα σχιστότητας, με αποτέλεσμα τον διαχωρισμό του πετρώματος σε λεπτές πλάκες.

Το πέτρωμα στην φυσική του θέση σπάνια εμφανίζεται ως συνεχές υλικό. Σχεδόν πάντα η μάζα του περιέχει πλήθος ασυνεχειών (διακλάσεις, ρήγματα, επίπεδα στρώσεως κλπ.), που διακόπτουν την συνέχεια του ώστε να εμφανίζεται σαν μια συλλογή διακεκριμένων ογκοτεμαχίων. Η παρουσία ασυνεχειών στα πετρώματα έχει άμεση επίδραση στα μηχανικά τους χαρακτηριστικά λόγω της μειωμένης ή μηδενικής εφελκυστικής τους αντοχής καθώς και της σημαντικά μειωμένης διατμητικής τους αντοχής κατά μήκος των επιπέδων τους σε σχέση με τις άλλες διευθύνσεις.

Είναι συνεπώς απαραίτητο σε κάθε περίπτωση να περιγράφεται η τρισδιάστατη μακροσκοπική δομή της μάζας του πετρώματος με την βοήθεια ενός κατάλληλου θεωρητικού μοντέλου όπως στο [Σχήμα 1.1](#).



Σχήμα 1.1. Τρισδιάστατα θεωρητικά μοντέλα μακροσκοπικής δομής πετρωμάτων. (α) ορθογώνια ογκοτεμαχισμένο, (β) ακανόνιστα ρωγματωμένο, (γ) πλακοειδές, (δ) στηλοειδές (Brown, 1981).

Η περιγραφή της μακροσκοπικής δομής περιλαμβάνει επίσης και την περαιτέρω περιγραφή των ασυνεχειών (απόσταση μεταξύ τους, πυκνότητα, τραχύτητα, προσανατολισμός, υλικό πλήρωσης, εμμογή, εξαλλοίωση τοιχωμάτων, άνοιγμα). Την περιγραφή αυτή ακολουθεί η κατάταξη της βραχόμαζας σε κάποια κατηγορία σύμφωνα με τα γνωστά διεθνή συστήματα γεωτεχνικής ταξινόμησης. Τα πιο διαδεδομένα συστήματα ταξινόμησης της βραχόμαζας είναι:

1. ταξινόμηση κατά Bieniawski ή RMR,
2. ταξινόμηση κατά GSI
3. ταξινόμηση κατά RMI
4. ταξινόμηση κατά Barton.

1.2 Σκοπός

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται το θέμα της ευστάθειας τετραεδρικών σφηνών και πιο συγκεκριμένα μιας συμμετρικής τετραεδρικής σφήνας. Η οποία σχηματίζεται από τρεις οικογένειες ασυνεχειών και την ελεύθερη επιφάνεια της εκσκαφής σε μία κυκλική σήραγγα και θεωρείται ότι το μέσο που την περιβάλλει είναι συνεχές και ελαστικό. Σκοπός της εργασίας είναι να εξηγηθούν οι μέθοδοι για την εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας για την ευστάθεια της σφήνας. Επίσης, συγκρίνονται τα αποτελέσματα των μεθόδων αυτών και δίνονται διαγράμματα για την απεικόνιση της μεταβολής του $\{SA\}$ σε σχέση με τα μηχανικά χαρακτηριστικά του μέσου στο οποίο γίνεται η εκσκαφή.

1.3 Αντικείμενο διπλωματικής και ερευνητικό πεδίο

Η παρούσα εργασία ασχολείται με το θέμα της ευστάθειας στα υπόγεια και συγκεκριμένα με τη κατάπτωση ογκοτεμαχίων από τον περιβάλλοντα χώρο της εκσκαφής σε σχήμα τετραεδρικής σφήνας. Το συγκεκριμένο θέμα έχει απασχολήσει αρκετούς ερευνητές και ανθρώπους που ασχολούνται στον κλάδο των υπόγειων εκμεταλλεύσεων κατά καιρούς. Η ανάγκη για την εκτίμηση του κινδύνου σε ένα υπόγειο έργο είναι ζωτικής σημασίας διότι από αυτή εξαρτάται η συνέχιση του έργου και η εκτέλεση των εργασιών.

Οι [Curran et al. \(2004\)](#) με την παρουσίαση της μελέτης που αφορά την τρισδιάστατη ανάλυση για σφήνες σε υπόγεια έργα υπό την επιρροή τάσεων, έθιξε το θέμα της εκτίμησης του συντελεστή ασφάλειας με την ανάλυση των δυνάμεων που ασκούνται στην σφήνα έναντι αυτών που την συγκρατούν χρησιμοποιώντας τα συνοριακά στοιχεία και το πρόγραμμα *unwedge*. Επίσης, οι [Sofianos et al. \(1999\)](#) με την εργασία τους η οποία δημοσιεύτηκε σε διεθνές περιοδικό μηχανικής πετρωμάτων παρουσιάζουν την μέθοδο για τον υπολογισμό της δύναμης εξόλκευσης σε συμμετρική σφήνα οροφής σε μη υδροστατικό πεδίο τάσεων εισάγοντας τις μηχανικές, γεωμετρικές και τασικές παραμέτρους της βραχόμαζας.

Ακόμη, μια ενδιαφέρουσα δημοσίευση είναι αυτή των [Napa-García et al. \(2018\)](#) όπου παρουσιάζεται η ανάπτυξη ενός απλού τύπου για την εκτίμηση του SA μιας απομονωμένης σφήνας οροφής σε δύο ή τρεις διαστάσεις, συμμετρικές ή μη. Αυτή η φόρμουλα είναι συνέπεια της συγκρισιμότητας των δυνάμεων του σώματος, του κριτηρίου αστοχίας και της παραμόρφωσης των χαρακτηριστικών των ασυνεχειών. Η διαδικασία που περιγράφεται επικυρώθηκε επιτυχώς μέσω ενός αριθμητικού μοντέλου 3DEC. Σφάλματα κάτω του 1% υποδηλώνουν ότι η ακρίβεια της διαδικασίας είναι ικανοποιητική. Ως εκ τούτου, η χρήση της συνιστάται για γρήγορες αξιολογήσεις σταθερότητας.

Επίσης, μια νέα έρευνα από τους [Liping, et al. \(2020\)](#) από την Σαουδική κοινότητα γεωεπιστημών παρουσιάζει την χρήση laser για τον εντοπισμό των κρίσιμων βράχων με τρισδιάστατη σάρωση της εκτιθέμενης επιφάνειας της βραχώμαζας σε ένα υπόγειο έργο.

1.4 Ο ρόλος των ασυνεχειών στο ρηγματωμένο πέτρωμα

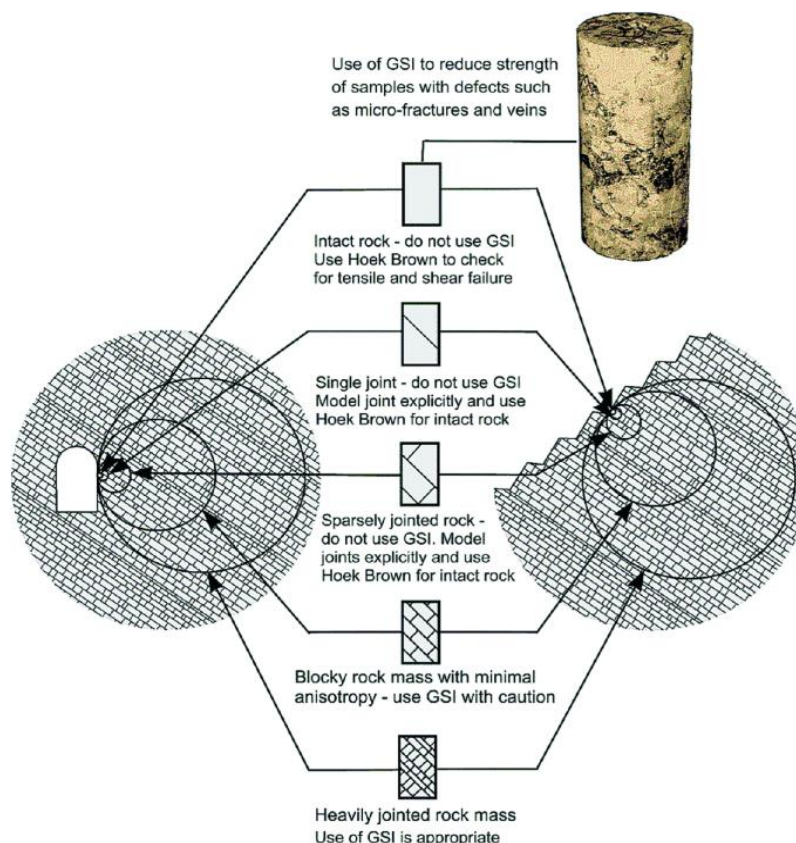
Μια ασυνεχής βραχώμαζα χαρακτηρίζεται από συγκεκριμένο βαθμό ρωγμάτωσης, δηλαδή από την πυκνότητα ή αλλιώς την απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών που υπάρχουν σε αυτή. Σύμφωνα με την διεθνή ένωση της μηχανικής πετρωμάτων ISRM (Brown, 1981) τα πετρώματα χαρακτηρίζονται από την πυκνότητα των ασυνεχειών που περιγράφονται στον [Πίνακα 1.1](#).

[Πίνακας 1.1: Ταξινόμηση ασυνεχειών με βάση την μεταξύ τους απόσταση \(Brown, 1981\)](#)

Χαρακτηρισμός του πετρώματος από τις ασυνέχειές του	Μέσος όρος αποστάσεων μεταξύ των ασυνεχειών
Εξαιρετικά πυκνές	< 20 mm
Πολύ πυκνές	20 – 60 mm
Πυκνές	60 – 200 mm
Μέτριας πυκνότητας	200 – 600 mm
Αραιές	600 – 2000 mm
Πολύ αραιές	2000 – 6000 mm
Εξαιρετικά αραιές	> 6000 mm

Εάν οι ασυνέχειες είναι πυκνές και σχηματίζουν πολύ μικρά ογκοτεμάχια πετρώματος σε σχέση με το μέγεθος του ανοίγματος τότε μπορεί να θεωρηθεί ότι η βραχώμαζα συμπεριφέρεται ως ένα συνεχές μέσω με κάποια σχετική ομοιομορφία. Όταν όμως η απόσταση των ασυνεχειών αυξάνεται το μέγεθος των ογκοτεμαχίων μεγαλώνει σε σχέση με τις διαστάσεις της εκσκαφής και τότε η βραχώμαζα θεωρείται ότι συμπεριφέρεται ως ασυνεχές μέσο.

Οι [Hoek & Brown \(1997\)](#) περιγράφουν την μετάβαση από το άρρηκτο πέτρωμα σε μία πολύ ρωγματωμένη βραχώμαζα με το παρακάτω [Σχήμα 1.2](#).



Σχήμα 1.2. Διάγραμμα που δείχνει την μετάβαση από το άρρηκτο πέτρωμα σε μια έντονη θραυσμένη βραχώμαζα καθώς αυξάνεται το μέγεθος του δοκιμίου (Hoek & Brown, 1997).

Στην παρούσα εργασία το μέσο στο οποίο θα γίνει η εκσκαφή της υπόγειας σήραγγας θεωρείται συνεχές, ισότροπό και ελαστικό. Επίσης, το ογκοτεμάχιο – σφήνα που δημιουργείται από τις προ υπάρχουσες ασυνέχειες και τον κενό χώρο της εκσκαφής θεωρείται άρρηκτο δηλαδή συμπαγές χωρίς σπασίματα. Η θεώρηση αυτή της μακροσκοπικής δομής ανήκει στην κατηγορία BLOCKY και σε ορισμένες γειτονικές κατηγορίες με βάση τον πίνακα του γεωλογικού δείκτη αντοχής GSI (Marinos & Hoek, 2000).

1.5 Μηχανισμοί αστοχίας

Οι μηχανισμοί εκείνοι οι οποίοι δύναται να προκαλέσουν αστοχία της οροφής σε μια υπόγεια εκσκαφή είναι αρκετά σύνθετοι και εξαρτώνται από αρκετούς παράγοντες. Για αυτό θα πρέπει να προσδιορίζονται ώστε να ορίζονται οι κατάλληλες διαστάσεις των ανοιγμάτων αλλά και τα μέτρα υποστήριξης όπου χρειάζεται.

Ένα υπόγειο άνοιγμα όταν διενεργείται σε πέτρωμα με συγκεκριμένα δομικά χαρακτηριστικά και μηχανική συμπεριφορά όταν βρεθεί κάτω από ορισμένες συνθήκες φόρτισης μπορεί να εμφανίσει πρόβλημα αστάθειας ή να οδηγήσει σε πλήρη κατάρρευση. Το πρόβλημα της αστάθειας αναφέρεται σε δύο διαφορετικές κλίμακες μεταξύ τους. Η πρώτη κλίμακα μπορεί να χαρακτηριστεί ως κλίμακα έργου (μεταλλείο, λατομείο κλπ.) και αφορά την αστάθεια σε όλο το εύρος του έργου και των σχηματισμών που το φιλοξενούν. Η δεύτερη κλίμακα χαρακτηρίζεται ως τοπική και περιορίζεται σε αστάθεια του πετρώματος στη περιοχή του συγκεκριμένου υπόγειου ανοίγματος.

Σύμφωνα με τους (Diederichs & Kaizer, 1999) τα φαινόμενα αστάθειας των υπόγειων εκσκαφών σε πετρώματα διακρίνονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με τα αίτια που τα προκαλούν: α) αστάθεια οφειλόμενη στην μακροσκοπική δομή της βραχώμαζας στην περιοχή ενδιαφέροντος και β) αστάθεια

οφειλόμενη στην υπέρβαση της αντοχής του πετρώματος υπό τις εκάστοτε εντατικές συνθήκες. Στην πρώτη περίπτωση η αστοχία εκδηλώνεται με πτώσεις ή ολίσθησεις σφηνών που είναι και το κύριο θέμα της παρούσας εργασίας.

Σε μεταλλευτικά έργα διανοιγόμενα σε ρηγματωμένες βραχώμαζες και σε σχετικά μικρά βάθη από την επιφάνεια οι πιο συνηθισμένοι τρόποι αστοχίας αφορούν πτώσεις σφηνών πετρώματος από την οροφή ή ολίσθηση αυτών από τα τοιχώματα του ανοίγματος. Τέτοιες σφήνες σχηματίζονται από αλληλοτεμνόμενες δομικές ασυνέχειες της βραχώμαζας όπως, επίπεδα στρώσεως και διακλάσεις, οι οποίες την διαχωρίζουν σε διακριτά αλλά αλληλοεμπλεκόμενα ογκοτεμάχια. Όταν μια νέα ελεύθερη επιφάνεια δημιουργείται, συνέπεια της εκσκαφής του ανοίγματος, η αντίδραση από το αφαιρούμενο πέτρωμα παύει να υφίσταται με αποτέλεσμα την πτώση ή την ολίσθηση των τα παραπάνω ογκοτεμαχίων.

1.6 Δομή της εργασίας

Αρχικά, γίνεται μια εισαγωγή στη μορφή των πετρωμάτων γενικά, με σκοπό την υπενθύμιση ορισμένων εννοιών που τα χαρακτηρίζουν με βάση την δομή τους. Επίσης, εξηγείται η σημασία της δομής και των χαρακτηριστικών μιας βράχώμαζας στο θέμα της ευστάθειας. Στην συνέχεια, αναλύεται η θεωρία περί σχηματισμού ογκοτεμαχίων στις υπόγειες εκσκαφές και πως οι διάφορες ασυνέχειες της βραχώμαζας επηρεάζουν αυτό. Ακολουθεί, η ανάλυση με μαθηματικές σχέσεις της ευστάθειας μια συμμετρικής σφήνας οροφής και τέλος το κομμάτι της επεξεργασίας για την εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας στις δύο και στις τρεις διαστάσεις μιας τετραεδρικής σφήνας.

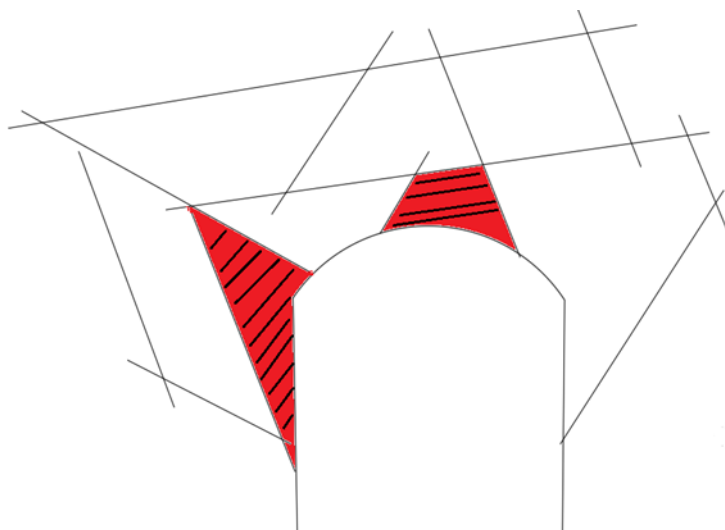
2 Θεωρία των Ογκοτεμαχίων

Στην περίπτωση ρηγματωμένων πετρωμάτων στα οποία οι ασυνέχειες που τα διαπερνούν δεν είναι τόσο πυκνές, είναι πιθανόν να προκύψει αστοχία με την μορφή κατάπτωσης σφήνας από την οροφή ενός υπόγειου ανοίγματος σε αυτά. Οι ασυνέχειες στην οροφή της εκσκαφής ευθύνονται για τον σχηματισμό ογκοτεμαχίων (μπλοκ)—σφηνών τα οποία είναι πολύ πιθανόν να αποκολληθούν ή να ολισθήσουν στον κενό χώρο της εκσκαφής λόγω της μηδενικής ή πολύ μικρής δύναμης αντοχής στα επίπεδα των ασυνεχειών σε συνδυασμό με το βάρος τους. Επίσης το μέγεθος και το σχήμα των σφηνών που θα δημιουργηθούν στην περίμετρο της υπόγειας εκσκαφής εξαρτάται από τον προσανατολισμό και την κλίση των ασυνεχειών που τις σχηματίζουν.

Σύμφωνα με τον [Goodman \(1995\)](#), ο ασταθής όγκος ή τα βασικά μπλοκ έχουν μια πεπερασμένη διάσταση, έναν κρίσιμο προσανατολισμό και βρίσκονται στην περιφέρεια του υπόγειου ανοίγματος. Αυτά τα μπλοκ είναι δυνητικά επικίνδυνα και είναι απαραίτητο να εφαρμοστεί υποστήριξη προκειμένου να αποφευχθεί η μετακίνησή τους. Συνήθως, υποστηρίζονται κατευθείαν μετά την διάνοιξη είτε με αγκύρια είτε με άλλους τρόπους ώστε να ασφαλίζεται αμέσως το μέτωπο εργασίας. Επίσης, σε περιπτώσεις όπου δεν θα γίνει άμεση υποστήριξη τα μπλοκ βράχου μπορούν να παραμείνουν σταθερά για ορισμένο χρονικό διάστημα πάντα, λόγω της τριβής που αναπτύσσεται στο εσωτερικό των ασυνεχειών εξαιτίας της επαφής των πλευρών της σφήνας πλέον και του περιβάλλον πετρώματος. Έτσι, τα μπλοκ που είναι από πάνω από τα κρίσιμα μπλοκ βράχου τελικά θα σταθεροποιηθούν εφόσον και τα κρίσιμα μπλοκ βράχου παραμένουν σταθερά. Επίσης, σύμφωνα με τη θεωρία των [Goodman and Shi \(1985\)](#), πρέπει να γίνουν κάποιες υποθέσεις όπως:

1. Κάθε ασυνέχεια μπορεί να περιγραφεί ως απόλυτα επίπεδη.
2. Όλα τα πετρώματα που τέμνονται από τις ασυνέχειες θεωρούνται άκαμπτα, χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η τυχόν αστοχία με την μορφή θραύσης του ίδιου του μπλοκ-βράχου.
3. Η αστοχία των μπλοκ προκαλείται από τη διατμητική μετατόπιση κατά μήκος της ασυνέχειας κάτω από διάφορες φορτίσεις.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα παράδειγμα σχηματισμού κινηματικά ασταθών σφηνών αλλά και μη από 4 οικογένειες ασυνεχειών ([Σχήμα 2.1](#)). Από αυτά μόνο δύο μπλοκ δύναται να αποκολληθούν και να πέσουν **μόνο** τα γραμμοσκιασμένα (Goodman & Shi, 1985), κόκκινα μπλοκ που ονομάζονται key blocks ή ασταθή μπλοκ και είναι επικίνδυνα για κατάπτωση αμέσως μετά την εκσκαφή για αυτό και θα πρέπει να εντοπίζονται και υποστηρίζονται καταλλήλως. Τα υπόλοιπα είτε λόγω του σχήματός τους για παράδειγμα, άμα σχηματίζουν ανάποδη σφήνα τότε δεν γίνεται να πέσουν κάθετα ή να ολισθήσουν στον χώρο της εκσκαφής για τον λόγο ότι καθώς θα υποχωρεί το κομμάτι δεν θα χωράει να περάσει από το άνοιγμα που δημιουργούν οι ασυνέχειες γύρω από την οροφή της εκσκαφής, είτε λόγω του μεγέθους τους οποίο αν είναι μεγαλύτερο του ανοίγματος της εκσκαφής τότε είναι αδύνατο να πέσουν ή να ολισθήσουν μέσα σε αυτήν, οπότε δεν δύναται να αποκολληθούν σε αυτή την φάση της εκσκαφής.



Σχήμα 2.1. παράδειγμα σχηματισμού blocks γύρω από εκσκαφή

Κατά την ανάλυση της ευστάθειας των επίφοβων ογκοτεμαχίων η παραδοχή που γίνεται σύμφωνα με τους [Goodman and Shi \(1985\)](#) είναι ότι οι δυνάμεις που ασκούνται στις πλευρές του ογκοτεμαχίου δεν λαμβάνονται υπόψη οπότε ένα κινηματικά ασταθές ογκοτεμάχιο είναι πραγματικά ασταθές και η μόνη δύναμη που ασκείται σε αυτό είναι το βάρος του. Το βάρος αυτό καλείται να φέρει η δύναμη υποστήριξης.

Παρόλα αυτά, ο έλεγχος για την ευστάθεια ενός ογκοτεμαχίου γίνεται με διάφορους τρόπους. Σε ένα ογκοτεμάχιο στην οροφή ή στις πλευρές ενός ανοίγματος ασκούνται δυνάμεις ανάλογα με το εντατικό πεδίο πέριξ του ανοίγματος. επίσης, ασκούνται η δύναμη του βάρους του αλλά και υδροστατικές πιέσεις εάν περιέχεται νερό στις ασυνέχειες πράγμα σπάνιο διότι όταν το ίχνος τους καταλήγει στο άνοιγμα το νερό άρα στραγγίζεται. Αγνοώντας, τις υδροστατικές πιέσεις και τις δυνάμεις υποστήριξης η ανάλυση της ευστάθειας κάθε ογκοτεμαχίου στην οροφή της σφήνας καθίσταται εφικτή αρκεί να υπολογιστεί η κατανομή των τάσεων γύρω από την εκσκαφή το βάρος της σφήνας – ογκοτεμαχίου και τα μηχανικά χαρακτηριστικά των ασυνεχειών που οριοθετούν το ογκοτεμάχιο.

Το εντατικό πεδίο γύρω από την περιοχή της εκσκαφής σχετίζεται άμεσα με την συμπεριφορά των ογκοτεμαχίων που τυχόν σχηματίζονται στην οροφή και στις παρειές του ανοίγματος. Η τιμές των τάσεων, ο προσανατολισμός τους και αν δρουν ως θλιπτικές ή εφελκυστικές στις πλευρές των ογκοτεμαχίων καθορίζει τον τρόπο υποστήριξης και της περαιτέρω συνέχειας του ανοίγματος. Η τοπογραφία της περιοχής, η δομή των υπερκείμενων πετρωμάτων, η ύπαρξη ρήγματος, πτυχώσεων, εγκλεισμάτων, υδροστατικών πιέσεων και γενικά η ανισοτροπία της πέριξ του ανοίγματος βραχόμαζας επηρεάζουν το επί τόπου εντατικό πεδίο δημιουργώντας υπολειπόμενες τάσεις και ανακατανομή αυτών. Στην περίπτωση που θεωρηθεί ότι υπάρχει ομοιογένεια, ομαλή τοπογραφία χωρίς τεκτονικά φαινόμενα, γραμμικά ελαστικό σώμα και συνθήκες εγκιβωτισμού στο οριζόντιο επίπεδο τότε οι κατακόρυφες σ_{11} και οριζόντιες $\sigma_{22} = \sigma_{33}$ τάσεις που δρουν στην οροφή και στα πλάγια της εκσκαφής υπολογίζονται ως εξής:

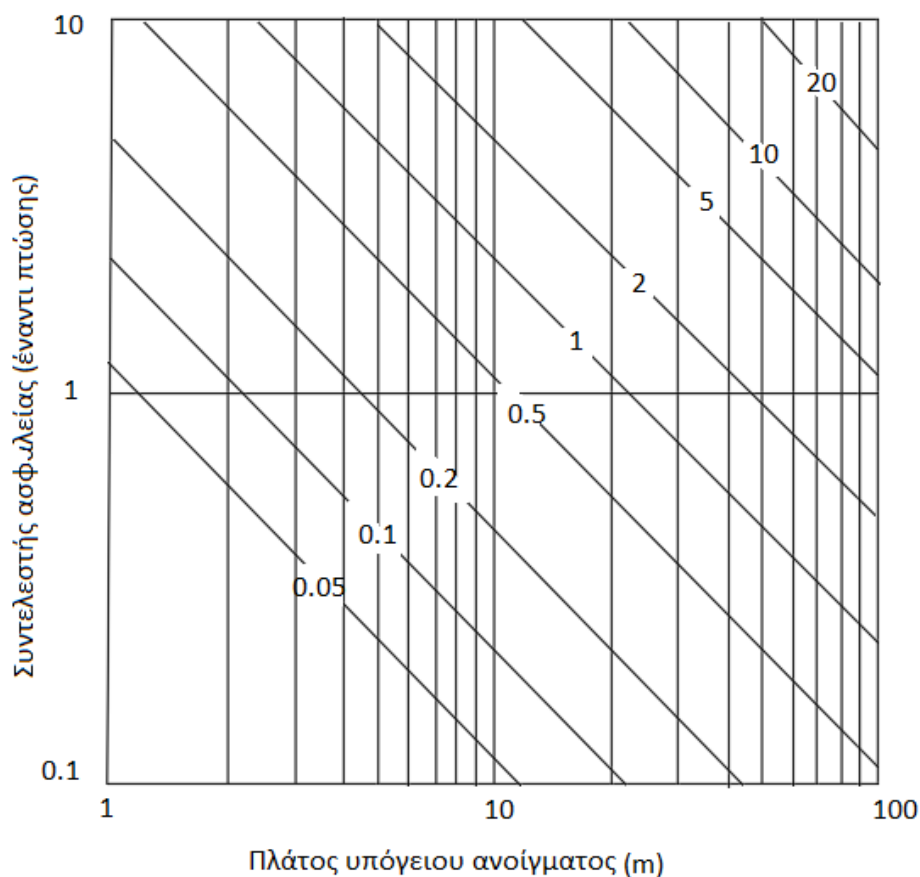
$$\sigma_{11} = \gamma \cdot h \quad (2.1)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = \frac{\nu}{1 - \nu} \cdot \sigma_{11} \quad (2.2)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, γ είναι το ειδικό βάρος του πετρώματος και εκφράζεται σε KN/m^3 , h είναι το βάθος (σε m) στο οποίο βρίσκεται το άνοιγμα από την επιφάνεια του εδάφους και ν είναι ο λόγος Poisson (υπολογίζεται πειραματικά για κάθε τύπο πετρώματος και σχετίζεται με τις πλευρικές παραμορφώσεις του υλικού σε περίπτωση εφαρμογής θλιπτικής ή εφελκυστικής τάσης). Στην περίπτωση όπου παρουσιάζονται εναλλαγές στρωμάτων τότε το ειδικό βάρος γ αλλάζει οπότε η παραπάνω εξίσωση εφαρμόζεται για κάθε στρώμα ξεχωριστά και στο τέλος αθροίζονται. Άλλοι τρόποι για την εκτίμηση του επί τόπου εντατικού πεδίου όπου εφαρμόζονται στο πεδίο προτεινόμενοι από την ISRM είναι:

- Μέθοδος overcoring: μέθοδος τριαξονικού παραμορφώσιμου κελιού
- Μέθοδος επίπεδου υδραυλικού γρύλου (flatjak method)
- Μέθοδος υδραυλικής θραύσης

Επίσης όπως έχει αποδειχθεί από διάφορους ερευνητές (*Sofianos 1986, Brady and Brown 1993, Diederichs and Kaiser 1999*) μια δισδιάστατη συμμετρική σφήνα με ημίσεια γωνία κορυφής μικρότερη από την γωνία τριβής των ασυνεχειών της παραμένει ευσταθής όταν οι οριζόντιες τάσεις στην οροφή είναι θλιπτικές (*Σχήμα 2.2*).

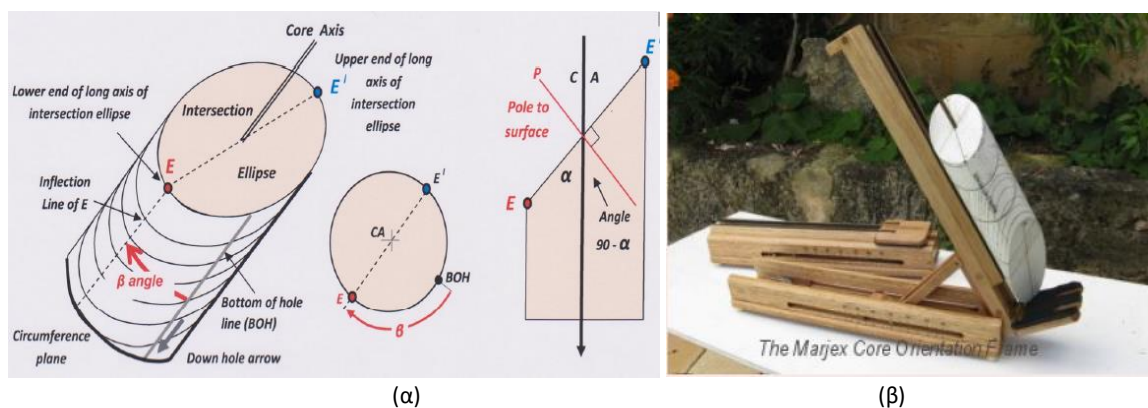


Σχήμα 2.2. Διάγραμμα συντελεστή ασφαλείας στην περίπτωση που το πεδίο των τάσεων στην οροφή είναι θλιπτικό (*Diederichs & Kaiser, 1999*).

Ο εντοπισμός και ο χαρακτηρισμός των ασυνεχειών που διασχίζουν την περιοχή μελέτης όπου θα πραγματοποιηθεί μια υπόγεια εκσκαφή αποτελεί σημαντική εργασία για την εξέλιξη του έργου διότι από τα μηχανικά χαρακτηριστικά των ασυνεχειών όπως είναι η τραχύτητα, η υδροπερατότητα, η κατανομή τους στον χώρο δηλαδή πόσο πυκνές είναι αλλά και ο προσανατολισμός τους, εξαρτώνται οι συντελεστές ασφαλείας του έργου, η ποιότητας του μεταλλεύματος αν πρόκειται για μεταλλείο διακοσμητικών πετρωμάτων και ο σχηματισμός ασταθής κινηματικά ογκοτεμαχίων – μπλοκ βράχου.

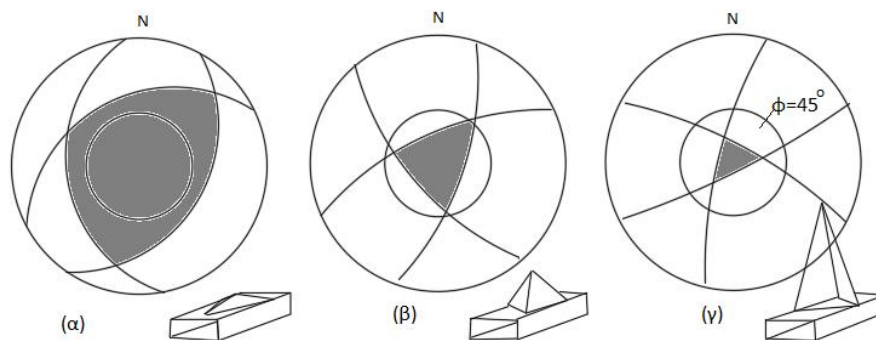
Οι δύο πιο διαδεδομένες στρατηγικές δειγματοληψίας περιλαμβάνουν είτε την καταγραφή πυρήνων γεωτρήσεων ή την εξέταση ενός εκτεθειμένου προσώπου του πετρώματος. Η δειγματοληψία σάρωσης είναι μια μέθοδος με την οποία συλλέγονται πληροφορίες εξετάζοντας μόνο το πρόσωπο της βραχόμαζας. Σύμφωνα με αυτή την μέθοδο αρχικά επιλέγεται μια καθαρή σχεδόν επίπεδη επιφάνεια βράχου η οποία να είναι μεγάλη σε σχέση με το μέγεθος και την απόσταση των ασυνεχειών. Έπειτα η γραμμή σάρωσης που είναι μια ταινία ή ένα σύρμα απλώνεται κατά μήκος της επιφάνειας τόσο ώστε να περιέχει από 150 έως 350 ασυνέχειες εκ των οποίων το 50% να έχουν τουλάχιστον το ένα άκρο ορατό. Αφού εντοπιστούν οι ασυνέχειες που διασχίζουν την γραμμή σάρωσης τότε καταγράφονται σε ένα φυλλάδιο όλα τα γεωμετρικά στοιχεία τους και ορισμένα μηχανικά χαρακτηριστικά τους έτσι ώστε να αξιολογηθούν οι ασυνέχειες αυτές και να προκύψουν κάποια συμπεράσματα για την ποιότητα της βραχόμαζας. (Ροβίθης, 2020)

Η δεύτερη στρατηγική δειγματοληψίας αφορά τις προσανατολισμένες γεωτρήσεις που γίνονται από την επιφάνεια του εδάφους ώστε να ταυτοποιηθεί μια περιοχή της βραχόμαζας όπου δεν υπάρχει πρόσβαση. Βασικός στόχος των προσανατολισμένων γεωτρήσεων είναι η ομαδοποίηση των ασυνεχειών με βάση των προσανατολισμό τους σε οικογένειες ασυνεχειών. Όταν ολοκληρωθεί αυτό το στάδιο τότε γίνεται και η μέτρηση των αποστάσεων μεταξύ των ασυνεχειών και ο καθορισμός των μηχανικών του χαρακτηριστικών. Εν συντομία, ο πυρήνας προσανατολίζεται μέσα στην γεώτρηση πριν ανέλθει και θραυσθεί στην επιφάνεια και εφαρμόζεται μόνο στην τεχνική wireline σε κεκλιμένες γεωτρήσεις. Ο πυρήνας της γεώτρησης ή καρότο μαρκάρεται καθώς ανέρχεται στην επιφάνειά στο κατώτερο σημείο του με ένα <<μαρκαδόρο>> (Σχήμα 2.3α). Όταν ολοκληρωθεί η χάραξη μετράται ο προσανατολισμός των ασυνεχειών που φέρονται από αυτόν. Υπάρχουν δύο τρόποι μέτρησης. Στον πρώτο το δείγμα του πυρήνα τοποθετείται σε μια συσκευή που ονομάζεται rocket launcher (Σχήμα 2.3β) και εκεί γίνεται απευθείας η μέτρηση της κλίσης και του αζιμούθιου. Στον δεύτερο τρόπο γίνεται μέτρηση των γωνιών (α , β) (Σχήμα 2.3α) και μέσω γεωμετρικών σχέσεων υπολογίζεται η κλίση και διεύθυνση κλίσης των ασυνεχειών.



Σχήμα 2.3. (α) Προσδιορισμός προσανατολισμού από κεκλιμένες γεωτρήσεις (Marjoribanks, 2013) και (β) συσκευή προσδιορισμού προσανατολισμού (Marjoribanks, 2013).

Συνήθως, μετά από τις παραπάνω διαδικασίες ακολουθεί η αποτύπωση των προσδιορισμένων ασυνεχειών και η εκτίμηση των επιπτώσεων που θα έχουν στο έργο. Αυτό μπορεί να γίνει με τις στερεογραφικές προβολές όπου κάθε ασυνέχεια θεωρείται ως επίπεδο το οποίο διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας αναφοράς (Σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4. Επίδραση της κλίσης των ασυνεχειών τετράεδρης σφήνας στην οροφή υπόγειας εκσκαφής (Goodman & Shi, 1985).

Το παραπάνω σχήμα απεικονίζει, τρεις περιπτώσεις σχηματισμού ογκοτεμαχίων σε σχήμα σφηνών τα οποία σχηματίζονται από τις αποτυπωμένες ασυνέχειες σε κάθε στερεογραφική προβολή. Επίσης ο κύκλος στο κέντρο της κάθε προβολής αντιπροσωπεύει την εσωτερική γωνία τριβής, ονομάζεται κώνος τριβής και το μέγεθός του επάνω στην προβολή εξαρτάται από την γωνία τριβής.

Σύμφωνα με τους [Kaizer et al. \(2000\)](#) στις τρεις διαστάσεις μια κινηματικά ασταθής τετραεδρική σφήνα όπως αυτή του σχήματος μπορεί να διατηρεί την ευστάθειά της ακόμα και για μεγάλα ανοίγματα, όταν η περιοχή που σχηματίζεται από την τομή των τριών τόξων (γκρι τομέας στο Σχήμα 2.4), , εφάπτεται ή βρίσκεται στο εσωτερικό του κύκλου που ορίζεται από την γωνία εσωτερική τριβής (περιπτώσεις β και γ στο Σχήμα 2.4). Βασική προϋπόθεση για τα παραπάνω είναι το πεδίο των τάσεων στην οροφή του ανοίγματος να είναι θλιπτικό.

3 Μέθοδοι υπολογισμού Συντελεστή Ασφαλείας σφηνών οροφής

3.1 Η μέθοδος της χαλάρωσης των τάσεων-συμμετρικής πρισματικής σφήνας.

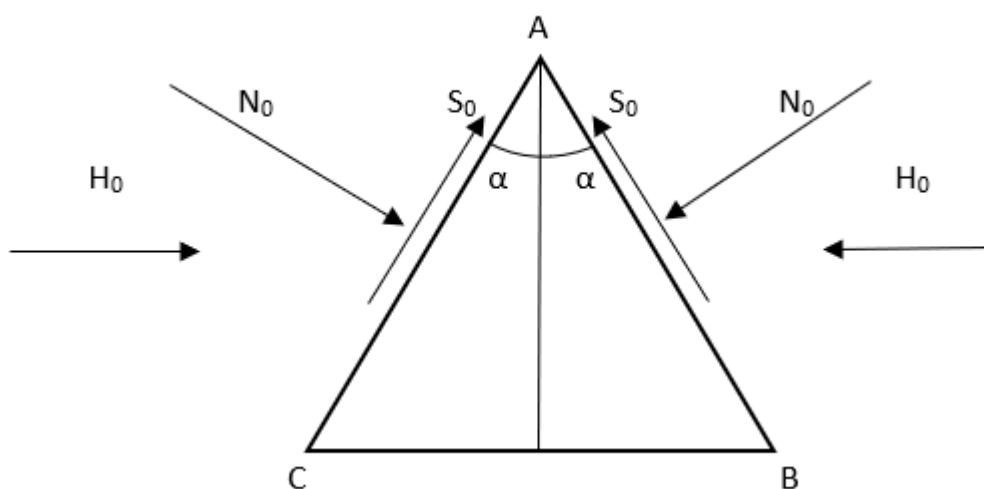
Τα σφηνοειδές ογκοτεμάχια που μπορούν να δημιουργηθούν στην περίμετρο μιας υπόγειας εκσκαφής ποικίλουν σε σχήμα και μέγεθος. Το σχήμα και ο όγκος τους εξαρτώνται τόσο από τον προσανατολισμό και την κλίση των ασυνεχειών όσο και από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ανοίγματος σε σχέση με τις υπάρχουσες ασυνέχειες της εκάστοτε περιοχής.

Ο Bray (1977) πρότεινε μία μέθοδο για την ανάλυση σε δύο διαστάσεις κινηματικά ασταθών ογκοτεμαχίων στην οροφή υπόγειων εκσκαφών λαμβάνοντας υπόψη τις δυνάμεις που ασκούνται στις επιφάνειες των ασυνεχειών τους, την μέθοδο της **χαλάρωσης των τάσεων**.

Η μέθοδος χαλάρωσης των τάσεων (relaxation method) περιλαμβάνει δύο στάδια: Στο πρώτο στάδιο θεωρείται ότι τα επίπεδα των ασυνεχειών έχουν υψηλή δυσκαμψία. Στο στάδιο αυτό είναι δυνατόν να υπολογιστεί η εντατική κατάσταση πέριξ της εκσκαφής, θεωρώντας το πέτρωμα συνεχές, ελαστικό και αβαρές μέσο. Οπότε μπορούν να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στα επίπεδα των ασυνεχειών από το περιβάλλον πέτρωμα.

Στην συνέχεια αποδίδονται στις ασυνέχειες τιμές πεπερασμένης δυστροπίας, ώστε να είναι δυνατή η σχετική μετατόπιση κάθετα και παράλληλα στα τοιχώματά τους ανάλογα με τις τιμές των k_n και k_s της ορθής και διατμητικής δυστροπίας αντίστοιχα. Έτσι, οποιαδήποτε παραμόρφωση του υλικού της σφήνας μπορεί να αγνοηθεί αφού η δυστροπία των ασυνεχειών είναι μικρότερη σε σύγκριση με αυτή του πετρώματος και η σφήνα θεωρείται ως απόλυτα στερεό σώμα.

Μετά την διάνοιξη της υπόγειας εκσκαφής και την επίτευξη της ισορροπίας του εντατικού πεδίου η κατάσταση φόρτισης της σφήνας περιγράφεται από το [Σχήμα 3.1](#). Η στατική ευστάθεια της, οφείλεται στις δυνάμεις N_0 και S_0 που ασκούνται στις πλευρές της. Στην περίπτωση, που η εκσκαφή και το εντατικό πεδίο παρουσιάζουν συμμετρία ως προς κάποιο άξονα στη συγκεκριμένη περίπτωση τον άξονα (Α-μεσοκάθετος CB) και ο άξονας συμμετρίας της σφήνας ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας της εκσκαφής (κυκλική σήραγγα) η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών είναι μια οριζόντια δύναμη H_0 , που δρα με διεύθυνση κάθετα προς τον άξονα συμμετρίας της σφήνας (Sofianos, Nomikos, & Tsoutrelis, 1999).



Σχήμα 3.1. Διάγραμμα ελεύθερου σώματος της σφήνας υπό την επίδραση δυνάμεων.

Οι δυνάμεις N_0 και S_0 συνδέονται με την οριζόντια δύναμη H_0 από τις [εξ. 3.1-3.2](#):

$$N_0 = H_0 \cdot \cos a \quad (3.1)$$

$$S_0 = H_0 \cdot \sin a \quad (3.2)$$

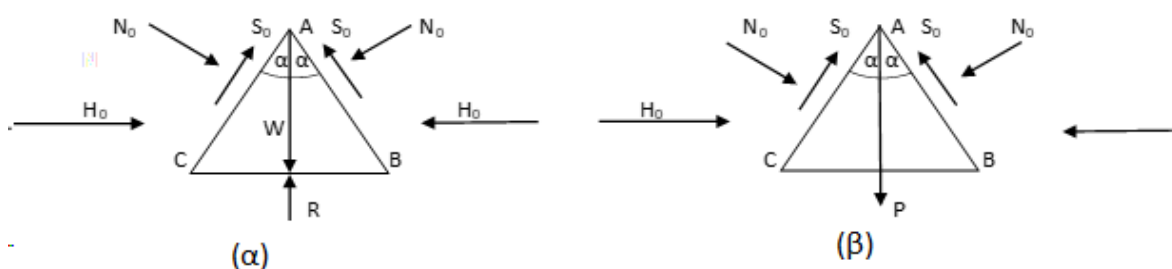
Η οριζόντια δύναμη μπορεί να βρεθεί από την σχέση ($H_0 = K \cdot p$), όπου K είναι ο συντελεστής πλευρικής ωθήσεως και η δύναμη p είναι η κατακόρυφη δύναμή που ασκείται από το βάρος των υπερκειμένων αλλά και από μετρήσεις πεδίου του επί τόπου εντατικού πεδίου.

Με την έναρξη της διαδικασίας της χαλάρωσης των ασυνεχειών της σφήνας και πριν γίνει οποιαδήποτε μετακίνηση η κατάσταση φόρτισης της σφήνας δίνεται από το [\(Σχήμα 3.2α\)](#). Θεωρώντας το πέτρωμα ως συνεχές, ελαστικό και αβαρές μέσο μπορούν να υπολογιστούν και οι δυνάμεις που ασκούνται από το περιβάλλον πέτρωμα στα επίπεδα των ασυνεχειών. Έτσι, στις δυνάμεις λόγω της ομοιόμορφης κατανομής των τάσεων προστίθεται η δύναμη του βάρους και η δύναμη υποστηρίξεως (αν υπάρχει) και η συνισταμένη αυτών είναι η δύναμη P που φαίνεται στο [\(Σχήμα 3.1β\)](#).

Η εφαρμογή της δύναμης P προκαλεί την κατακόρυφη μετακίνηση του σώματος της σφήνας κατά u_y που έχει ως συνέπεια τις σχετικές μετατοπίσεις των τοιχωμάτων των ασυνεχειών κατά u_n και u_s κάθετα και παράλληλα προς το επίπεδό τους αντίστοιχα, μεταβάλλοντας έτσι και την συνισταμένη των δυνάμεων N_0 και S_0 ως εξής :

$$N = N_0 - k_n \cdot u_n = N_0 - k_n \cdot u_y \cdot \sin a \quad (3.3)$$

$$S = S_0 + k_s \cdot u_s = S_0 + k_s \cdot u_y \cdot \cos a \quad (3.4)$$



Σχήμα 3.2 (α) Διάγραμμα ελεύθερου σώματος σφήνας στην οροφή. (β) αντικατάσταση των δυνάμεων βάρους (W) και δύναμης υποστηρίξεως (R) με την συνισταμένη τους (P).

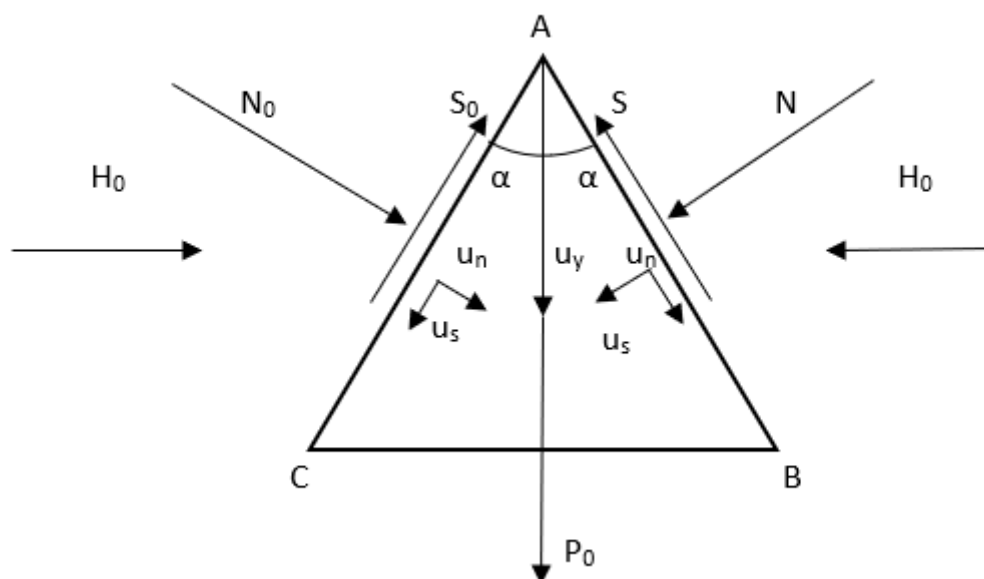
Για την εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας της σφήνας, θα πρέπει να βρεθεί το μέγεθος της δύναμης εξόλκευσης P_0 που αντιπροσωπεύει την φέρουσα ικανότητα της, ταυτίζεται με την συνισταμένη P και προκαλεί εάν εφαρμοστεί την κατάσταση οριακής ισορροπίας των δυνάμεων της σφήνας [\(Σχήμα 3.3\)](#). Από την ισορροπία των δυνάμεων κατά την κατακόρυφη διεύθυνση προκύπτει:

$$P_0 = 2 \cdot S \cdot \cos a - 2 \cdot N \cdot \sin a \quad (3.5)$$

Θεωρώντας ότι η αντοχή των ασυνεχειών οφείλεται μόνο στην δύναμη τριβής θα ισχύει:

$$S = N \cdot \tan \varphi \quad (3.6)$$

Όπου N και S δίνονται από τις [εξ. 3.5-3.6](#).



Σχήμα 3.3 Διάγραμμα δυνάμεων της σφήνας στην οριακή κατάσταση μετά από χαλάρωση των ασυνεχειών της.

Από τις [εξ. 3.1- 3.2](#) και τις [εξ. 3.3-3.4](#) (μετά από αντικατάσταση των N_0 και S_0) υπολογίζεται η κατακόρυφη μετατόπιση u_y , ενώ η P_0 υπολογίζεται από την [εξ. 3.5](#). Ο συντελεστής ασφαλείας της σφήνας μπορεί τότε να οριστεί από την [εξ. 3.7](#):

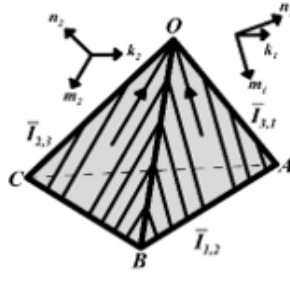
$$FS = \frac{R}{W} + q \quad (3.7)$$

όπου q η αδιάστατη φέρουσα ικανότητα της σφήνας και είναι ίση με $q = \frac{P_0}{W}$, R η δύναμη υποστηρίξεως και W το βάρος της σφήνας.

Η ανάλυση αυτή προϋποθέτει την γνώση ή τον υπολογισμό της κατανομής των τάσεων με αναλυτικές ή αριθμητικές μεθόδους γύρω από την εκσκαφή. Στη συνέχεια γίνεται η παραδοχή ότι η εν λόγω κατανομή είναι ομοιόμορφη επάνω στα επίπεδα των ασυνεχειών και γι' αυτό η διατύπωση των εξισώσεων οριακής ισορροπίας μπορεί να γίνει με όρους δυνάμεων.

3.2 Εφαρμογή της μεθόδου χαλάρωσης σε τετραεδρική σφήνα στις τρεις διαστάσεις.

Μια συνήθης περίπτωση σε ένα τούνελ είναι να σχηματίζεται τετραεδρική σφήνα στην οροφή του ανοίγματος ([Σχήμα 3.4](#)), λόγω της ύπαρξης τριών οικογενειών ασυνεχειών που διασχίζουν το πέτρωμα στην εκάστοτε περιοχή και βέβαια λόγο του κενό χώρο του ανοίγματος. Η μέθοδος χαλάρωσης των τάσεων σε αυτή την περίπτωση μπορεί να επεκταθεί για τον υπολογισμό της δύναμης PI (pullout force) που είναι αντίστοιχη της δύναμης P και με βάση, την δύναμη αυτή, τη γεωμετρία της σφήνας, τις μηχανικές ιδιότητες του πετρώματος και των ασυνεχειών να εκτιμηθεί ο συντελεστής ασφαλείας για την εκάστοτε σφήνα ([Xiroudakis & Lazos, 2023](#)).



Σχήμα 3.4. Απεικόνιση των μοναδιαίων διανυσμάτων στις πλευρές τετραεδρικής σφήνας (Curran, Corkum, & Hammah, 2004).

Το αρχικό στάδιο απαιτεί τον υπολογισμό των ορθών και διατμητικών τάσεων σε καθένα από τα τρία επίπεδα της σφήνας χρησιμοποιώντας τη σχέση του Cauchy:

$$t_i = \sigma_{ij} n_j \rightarrow \begin{cases} \sigma_n = t_j \cdot n_j \\ \sigma_{SA} = t_j \cdot m_j \\ \sigma_{SB} = t_j \cdot k_j \end{cases} \quad (3.8)$$

Οι δυνάμεις λαμβάνονται πολλαπλασιάζοντας τις τάσεις που θα υπολογιστούν από την πιο πάνω σχέση με το εμβαδόν επιφάνειας, ενώ τα μοναδιαία διανύσματα \mathbf{n}_i δείχνουν προς τα έξω τη σφήνα, \mathbf{m}_j στην κατεύθυνση βύθισης και $\mathbf{k}_j = \mathbf{n}_j \cdot \mathbf{m}_j$. Η δύναμη \mathbf{P}_0 υπολογίζεται εφαρμόζοντας την εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων (για αβαρή σφήνα) στους τρεις άξονες που εκφράζονται σε διανυσματική μορφή:

$$P_0 \cdot s_i - \sum_{q=1}^3 N_q \cdot n_{iq} + S_{Aq} \cdot m_{iq} + S_{Bq} \cdot k_{iq} = - \sum_{q=1}^3 F_{tq} \cdot n_{iq} \quad (3.9)$$

Η $F_{tq} = \sigma_{tq} \cdot a_q$ υποδηλώνει δύναμη που προκαλείται λόγω αντοχής εφελκυσμού σ_{tq} της ασυνέχειας, s_i το μοναδιαίο διάνυσμα προς την κατεύθυνση ολίσθησης, για την περίπτωση κατάπτωσης σφήνας, $s_i = -z = [0 \ 0 \ -1]$. Εφαρμόζοντας την τεχνική της χαλάρωσης των τάσεων και εισάγοντας την τραχύτητα των επιπέδων ψ_i , προκύπτει ο συσχετισμός των δυνάμεων στις επιφάνειες της σφήνας με τις αρχικές δυνάμεις πριν από τη χαλάρωση σφήνας:

$$\begin{aligned} N_{0i} - N_i &= K_{ni}(u_{ni} - u_{SAi} \tan \psi_i) \\ S_{Ai} - S_{A0i} &= K_{SAi} u_{SAi} \\ S_{Bi} - S_{B0i} &= K_{SBi} u_{SBi} \end{aligned} \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.10)$$

Όπου $N_{0i} = \sum_q \sigma_{niq} a_{iq}$, $S_{A0i} = \sum_q \sigma_{SAiq} a_{iq}$ και $S_{B0i} = \sum_q \sigma_{SBiq} a_{iq}$

Από την [εξ. 3.9](#) σε συνδυασμό με [εξ. 3.10](#) εννέα άγνωστοι λαμβάνονται με μετατοπίσεις που προσδιορίζονται με συσχέτιση με την κίνηση της σφήνας \mathbf{u} :

$$-u_{N1} \cdot n_{i1} + u_{SA1} \cdot m_{i1} + S_{B1} \cdot k_{i1} = \mathbf{u} \quad (3.11)$$

$$-u_{N2} \cdot n_{i2} + u_{SA2} \cdot m_{i2} + S_{B2} \cdot k_{i2} = \mathbf{u} \quad (3.12)$$

$$-u_{N3} \cdot n_{i3} + u_{SA3} \cdot m_{i3} + S_{B3} \cdot k_{i3} = \mathbf{u} \quad (3.13)$$

Η πρόσθετη εξίσωση ([εξ. 3.14](#)) που απαιτείται βρίσκεται εφαρμόζοντας το κριτήριο Mohr-Coulomb στην επιφάνεια με τη μικρότερη αντοχή που βρέθηκε για τη λύση που δίνει τη μικρότερη δύναμη P_0 :

$$S_{Ai} = C_i + N_i \tan \varphi_i, i = 1, 2, 3 \quad (3.14)$$

όπου C_i δηλώνει δυνάμεις συνοχής.

Οι δυνάμεις που δρουν στη σφήνα θα υπολογιστούν χρησιμοποιώντας την αναλυτική λύση του Kirsch για τις δύο διαστάσεις και την αριθμητική μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων για τις τρεις διαστάσεις και εφαρμόζοντας την [εξ. 3.9](#) προς τα κέντρα βάρους και το εμβαδόν των τριγώνων. Για κανονικές δυνάμεις, πρέπει να εφαρμόζεται ο ακόλουθος κανόνας (επαφής) (Xiroudakis & Lazos, 2023):

$$\sigma_{nij} < 0 \rightarrow \varphi_{ij} = 0, -\sigma_{nij} \geq \sigma_{tij} = \sigma_{nij} = 0, c_{ij} = 0 \quad (3.15)$$

$$\|\sigma_{sAij}\|, \|\sigma_{sBij}\| \geq c_{ij} + \sigma_{nij} \cdot \tan \varphi_{ij} \rightarrow \sigma_{tij} = 0, c_{ij} = 0 \quad (3.16)$$

Στη συνέχεια, το SF υπολογίζεται από τη δύναμη εξόλκευσης P_0 και τη συνιστώσα βάρους W προς την κατεύθυνση πτώσης/ολίσθησης σύμφωνα με:

$$SF = \frac{P_0 - W \cdot l_3 \cdot \tan \varphi_3}{-W \cdot s_3} \quad (3.17)$$

όπου s_3 υποδηλώνει τη συνιστώσα z του διανύσματος κατεύθυνσης πτώσης ή ολίσθησης s_i , l_3 είναι η συνιστώσα z του διανύσματος κατεύθυνσης κάθετο προς την επιφάνεια ολίσθησης.

Στη μέθοδο διατμητικής αντοχής αντικαθιστώντας στην [εξ. 3.9](#) την P_0 με το βάρος W χωρίς να συμπεριλαμβάνεται η [εξ. 3.14](#) σχετικά με το σύστημα επίλυσης προκύπτει ο συντελεστής ασφαλείας ως εξής:

$$-W \cdot z - \sum_{q=1}^3 N_q \cdot n_{iq} + S_{Aq} \cdot m_{iq} + S_{Bq} \cdot k_{iq} = - \sum_{q=1}^3 F_{tq} \cdot n_{iq} \quad (3.18)$$

$$SF = \frac{\sum_{q=1}^3 \{ (C_q + N_q \cdot \tan(\varphi_q + \psi_q)) \cdot m_{iq} - F_{tq} \cdot n_{iq} \} \cdot s_i}{\{ W \cdot z - \sum_{q=1}^3 (N_q \cdot n_{iq}) \} \cdot s_i} \quad (3.19)$$

Σε αυτή τη προσέγγιση ρόλο παίζει το βάρος της σφήνας και οι δυνάμεις στις πλευρές αυτής.

*Σημειώνεται ότι αν η τραχύτητα ψ_q έχει εισαχθεί στην [εξ. 3.10](#) τότε αυτός ο όρος αγνοείται.

3.3 Η λύση του Kirsch

Θεωρώντας ένα υπόγειο κυκλικό άνοιγμα με καθορισμένες διαστάσεις και σε προσδιορισμένο τύπο βραχώμαζας, μια μέθοδος που μπορεί να εφαρμοστεί για τον υπολογισμό των δυνάμεων \mathbf{N} , \mathbf{S}_A , \mathbf{S}_B (όπου N είναι η ορθή κάθετη δύναμη στην επιφάνεια, S_A η διατμητική δύναμη κατά τον X άξονα συμμετρίας της σφήνας και S_B η διατμητική κατά τον επιμήκη άξονα της σφήνας Y) σε κάθε πλευρά της σφήνας που τυχόν θα σχηματισθεί στην οροφή είναι η αναλυτική λύση του Kirsch. Σύμφωνα με την λύση του Kirsch, οι ακτινικές, εφαπτομενικές και διατμητικές τάσεις σε οποιοδήποτε σημείο A εντός του ελαστικού μέσου δίνονται σε πολικές συντεταγμένες από τις σχέσεις :

$$\sigma_{rr} = \frac{p}{2} \left[(1 + K) \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) - (1 - K) \left(1 - 4 \frac{R^2}{r^2} + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (3.20)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{p}{2} \left[(1 + K) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) + (1 - K) \left(1 + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (3.21)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{p}{2} \left[(1 - K) \left(1 + 2 \frac{R^2}{r^2} - 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \right] \quad (3.22)$$

όπου :

r : απόσταση του σημείου από την αρχή των αξόνων

θ : γωνία που σχηματίζει η πολική ακτίνα του σημείου A με τον άξονα OX

R : ακτίνα του κυκλικού ανοίγματος

p : κύρια κατακόρυφη τάση πεδίου

K : ο λόγος των κύριων τάσεων προ της εκσκαφής (γνωστός και ως συντελεστής πλευρικής ώθησης).

Αφού υπολογιστούν οι τάσεις στο πολικό σύστημα θα γίνει μετασχηματισμός αυτών στο καρτεσιανό σύστημα και θα προκύψει ο ταυιστής των τάσεων 3X3 (Πίνακας 4.1) ώστε με την σχέση του Cauchy να υπολογιστούν οι τάσεις (σ_N , σ_{SA} , σ_{SB}) εξ. 3.8 σε κάθε πλευρά της σφήνας και στην συνέχεια πολλαπλασιάζοντας με το εμβαδόν της επιφάνειας να προκύψουν οι δυνάμεις (N , S_A , S_B). Η διαδικασία αυτή γίνεται για κάθε τρίγωνο της διακριτοποιημένης σφήνας όπως καλύτερα εξηγείται παρακάτω.

3.4 Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων (DDM3D)

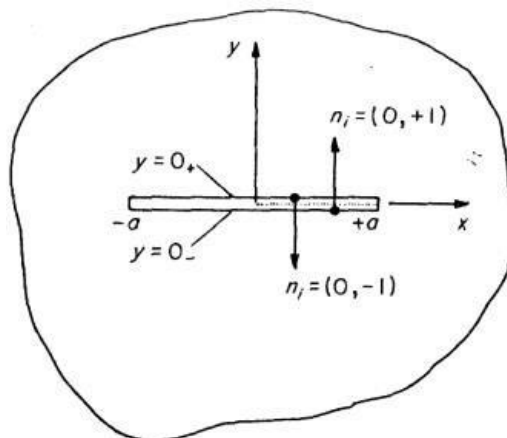
Πολλά προβλήματα στην μηχανική των στερεών αφορούν επιφάνειες που βρίσκονται σε επαφή όπως είναι το πρόβλημα της ρωγμής. Η ρωγμή έχει δύο επιφάνειες ή όρια, που το ένα συμπίπτει με το άλλο. Πολλές αριθμητικές μέθοδοι συνοριακών στοιχείων παρουσιάζουν προβλήματα σε αυτή την περίπτωση, γιατί η επίδραση των στοιχείων της μιας επιφάνειας είναι όμοια με της άλλης. Έτσι, αναπτύχθηκε η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων που είναι μια μέθοδος συνοριακών στοιχείων και βασίζεται στην λύση της πεπερασμένης ευθύγραμμης ρωγμής εντός άπειρου ελαστικού μέσου, στο επίπεδο x, y κατά μήκος της οποίας δίνεται σταθερή ασυνεχής μετατόπιση.

Στην μέθοδο ασυνεχών μετατοπίσεων η ρωγμή υποδιαιρείται σε ένα σύνολο N στοιχείων (συνοριακά στοιχεία) με σταθερές ασυνεχείς μετατοπίσεις το καθένα από αυτά. Στην περίπτωση τετραεδρικών σφηνών οι ρωγμές, δηλαδή οι ασυνέχειες του πετρώματος είναι οι επιφάνειες των πλευρών της σφήνας οι οποίες και διακριτοποιούνται σε N στοιχεία. Γνωρίζοντας την λύση μεμονωμένα για κάθε στοιχείο και αθροίζοντας την επίδραση του κάθε στοιχείου σε όλα τα υπόλοιπα στοιχεία υπολογίζεται η αριθμητική λύση του προβλήματος.

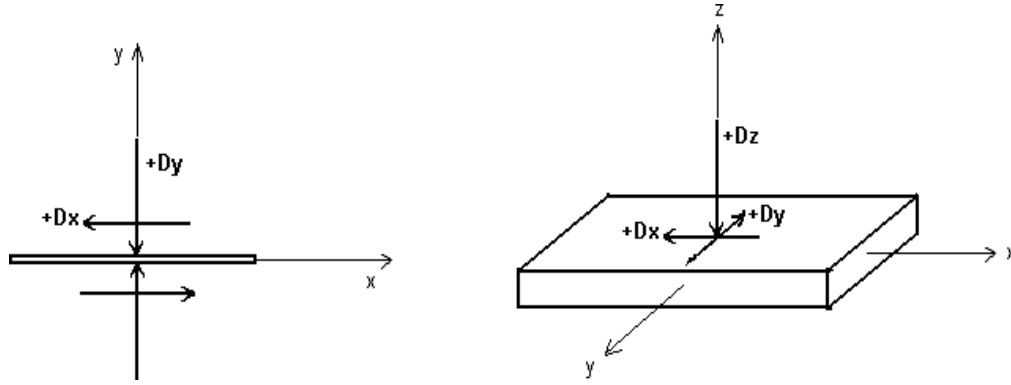
Ως ασυνεχή μετατόπιση ορίζεται η σχετική μετατόπιση των δυο επιφανειών της ρωγμής και δίδεται από την εξής σχέση (Crouch & Starfield, 1990):

$$D_i = u_i^- - u_i^+$$

Όπου: $i = x, y$, για τις δύο διαστάσεις ή $i = x, y, z$ για τις τρεις διαστάσεις..



Σχήμα 3.5. Ασυνέχεια μετατόπισης (εξάρμωση ή ρωγμή) εντός άπειρου ελαστικού μέσου (Crouch & Starfield, 1990)



Σχήμα 3.6. Συνιστώσες ασυνεχούς μετατόπισης στις δύο (αριστερά) και τις τρεις διαστάσεις (δεξιά)

Οι μετατοπίσεις είναι θετικές στην θετική διεύθυνση των αξόνων των συντεταγμένων (Σχήμα 3.6). Από τον ορισμό η ασυνεχής μετατόπιση κάθετα στην ασυνέχεια είναι θετική όταν οι δύο πλευρές της ρωγμής επικαλύπτονται. Κάτι τέτοιο όμως δεν έχει φυσική ερμηνεία, πράγμα που μπορεί να ξεπεραστεί θεωρώντας ότι η ρωγμή έχει ένα πεπερασμένο πάχος (μικρό σε σχέση με το μήκος της) και πάντως μεγαλύτερο από το μέγεθος της συνιστώσας της ασυνεχούς μετατόπισης D_z .

Οι συντελεστές επίδρασης, από την εφαρμογή σταθερών ασυνεχών μετατοπίσεων (D_x, D_y, D_z) στο τοπικό σύστημα οποιουδήποτε σημείου του συνόρου ενός ανοίγματος, ένα ισότροπο ομογενές ελαστικό μέσο, δίνονται από τις ακόλουθες εξισώσεις (Kuriyama & Mizuta, 1993; Shou, Siebrits, & Crouch, 1997):

Για τις μετατοπίσεις:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)} \{ [2(1-\nu)f_z - zf_{,xx}]D_x - zf_{,xy}D_y - [(1-2\nu)f_x + zf_{,xz}]D_z \} \\ u_y &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)} \{ -zf_{,xy}D_x + [2(1-\nu)f_z - zf_{,yy}]D_y - [(1-2\nu)f_y + zf_{,yz}]D_z \} \\ u_z &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)} \{ [(1-2\nu)f_x - zf_{,xz}]D_x + [(1-2\nu)f_y - zf_{,yz}]D_y \\ &\quad - [2(1-\nu)f_z + zf_{,zz}]D_z \} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Για τις τάσεις :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ [2f_{,xz} - zf_{,xxx}]D_x + [2\nu f_{,yz} - zf_{,xxy}]D_y \\ &\quad + [f_{,zz} + (1-2\nu)f_{,yy} - zf_{,xxz}]D_z \} \\ \sigma_{yy} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ [2\nu f_{,yz} - zf_{,xyy}]D_x + [2f_{,yz} - zf_{,yyy}]D_y \\ &\quad + [f_{,zz} + (1-2\nu)f_{,xx} - zf_{,yyz}]D_z \} \\ \sigma_{zz} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ -zf_{,xzz}D_x - zf_{,yzz}D_y + [f_{,zz} - zf_{,zzz}]D_z \} \\ \tau_{xy} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ [(1-\nu)f_{,yz} - zf_{,xxy}]D_x + [(1-\nu)f_{,xz} - zf_{,xyy}]D_y \\ &\quad - [(1-2\nu)f_{,xy} + zf_{,xyz}]D_z \} \\ \tau_{xz} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ [f_{,zz} + \nu f_{,yy} - zf_{,xxz}]D_x - [\nu f_{,xy} + zf_{,xyz}]D_y - zf_{,xzz}D_z \} \\ \tau_{yz} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ -[\nu f_{,xy} + zf_{,xyz}]D_x + [f_{,zz} + \nu f_{,xx} - zf_{,yyz}]D_y - zf_{,yzz}D_z \} \end{aligned} \quad (3.24)$$

όπου G το μέτρο διάτμησης και ν ο λόγος poisson.

Με την χρήση τριγωνικών στοιχείων, περίπλοκες γεωμετρίες συνόρων μπορούν να προσεγγισθούν με ακρίβεια με σχετικά μικρό αριθμό στοιχείων. Οι τύποι τριγωνικών στοιχείων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι, καμπυλωτά εξακομβικά, επίπεδα εξακομβικά και επίπεδα τρικομβικά στοιχεία.

Η περίπτωση των τριγωνικών τρικομβικών στοιχείων είναι η απλούστερη περίπτωση από πλευράς εξισώσεων. Έτσι η συνάρτηση επίδρασης f της οποίας οι παράγωγοι χρησιμοποιούνται στις [εξ. 3.23-3.24](#), υπολογίζεται από την ολοκλήρωση της συνάρτησης Green [εξ. 3.25](#) στις τρεις διαστάσεις επάνω στο τριγωνικό στοιχείο έναντι τυχαίου σημείου $P \equiv (x, y, z)$ και δίδεται από την εξίσωση:

$$f(x, y, z) = \iint_T \frac{1}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - n)^2 + z^2}} d\xi dn \quad (3.25)$$

Για την επίλυση του ολοκληρώματος της [εξ. 3.25](#), οι συντεταγμένες του τριγωνικού στοιχείου πρέπει να μετασχηματισθούν στις τοπικές συντεταγμένες, όπου ο νέος άξονας z να είναι κάθετος στο επίπεδο του στοιχείου.

Η έκφραση της συνάρτησης f που προκύπτει από το ολοκλήρωμα της [εξ. 3.25](#), δίδεται ανάλογα με την θέση των τριών πλευρών του τριγώνου $i = 1, 2, 3$ που σχηματίζονται μεταξύ των κόμβων i και $i+1$ ([Kuriyama & Mizuta, 1993](#)), ως εξής:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \sum_{i=1}^3 \frac{M_i}{L_i} \{ \ln(B_i + r_{i+1}) - \ln(A_i + r_i) \}, & \text{όταν } x_i = x_{i+1} \\ \sum_{i=1}^3 \frac{M_i}{L_i} \{ \ln(B_i + r_{i+1}) - \ln(A_i + r_i) \} \\ + 2 \sum_{i=1}^3 z \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{z}{sb_i} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{z}{sa_i} \right) \right\}, & \text{όταν } x_i \neq x_{i+1} \end{cases} \quad (3.26)$$

όπου

$r_i = |PP_i| = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + z^2}$, η απόσταση του σημείου P από τον κόμβο P_i

$L_i = |P_{i+1}P_i| = \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}$, το μήκος της πλευράς i του τριγώνου.

$M_i = x(y_i - y_{i+1}) + y(x_{i+1} - x_i) + (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$,

$A_i = \frac{1}{L_i} [x(x_i - x_{i+1}) + y(y_i - y_{i+1}) + x_i(x_{i+1} - x_i) + y_i(y_{i+1} - y_i)]$,

$B_i = \frac{1}{L_i} [x(x_i - x_{i+1}) + y(y_i - y_{i+1}) + x_{i+1}(x_{i+1} - x_i) + y_{i+1}(y_{i+1} - y_i)]$,

$sa_i = \frac{L_i}{(x_{i+1} - x_i)} \left\{ y_i - y + A_i + \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{L_i} + 1 \right) r_i \right\}$ και

$sb_i = \frac{L_i}{(x_{i+1} - x_i)} \left\{ y_{i+1} - y + B_i + \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{L_i} + 1 \right) r_{i+1} \right\}$

Στην περίπτωση που ένα γεωμετρικό σύνορο χωρισθεί σε τριγωνικά στοιχεία στα οποία ασκούνται ασυνεχείς μετατοπίσεις $D_{ij|i=1:N}$ και i, j δυο τυχαία στοιχεία του συνόρου, τότε η επίδραση του στοιχείου j πάνω στο στοιχείο i , υπολογίζεται με βάση τις [εξ. 3.23-3.24](#), με τους συντελεστές επίδρασης να αναφέρονται στο σύστημα συντεταγμένων του ενός στοιχείου π.χ. στο

j . Γι' αυτό το λόγο χρειάζεται ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων στο τοπικό σύστημα αναφοράς του στοιχείου i .

Για τον υπολογισμό της συνολικής επίδρασης πρέπει να προστεθούν οι επιδράσεις και των N στοιχείων στο στοιχείο i , εφόσον μετασχηματιστούν στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του. Οι εκφράσεις που ισχύουν για τις τάσεις και τις μετατοπίσεις, παρουσιάζονται στις [εξ. 3.27-3.28](#):

$$\left. \begin{aligned} u_{s1}^i &= \sum_{j=1}^N A_{s1s1}^{ij} D_{s1}^j + \sum_{j=1}^N A_{s1s2}^{ij} D_{s2}^j + \sum_{j=1}^N A_{s1n}^{ij} D_n^j \\ u_{s2}^i &= \sum_{j=1}^N A_{s2s1}^{ij} D_{s1}^j + \sum_{j=1}^N A_{s2s2}^{ij} D_{s2}^j + \sum_{j=1}^N A_{s2n}^{ij} D_n^j \\ u_n^i &= \sum_{j=1}^N A_{ns1}^{ij} D_{s1}^j + \sum_{j=1}^N A_{ns2}^{ij} D_{s2}^j + \sum_{j=1}^N A_{nn}^{ij} D_n^j \end{aligned} \right\} i = 1:N \quad (3.27)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{s1}^i &= \sum_{j=1}^N B_{s1s1}^{ij} D_{s1}^j + \sum_{j=1}^N B_{s1s2}^{ij} D_{s2}^j + \sum_{j=1}^N B_{s1n}^{ij} D_n^j \\ \sigma_{s2}^i &= \sum_{j=1}^N B_{s2s1}^{ij} D_{s1}^j + \sum_{j=1}^N B_{s2s2}^{ij} D_{s2}^j + \sum_{j=1}^N B_{s2n}^{ij} D_n^j \\ \sigma_n^i &= \sum_{j=1}^N B_{ns1}^{ij} D_{s1}^j + \sum_{j=1}^N B_{ns2}^{ij} D_{s2}^j + \sum_{j=1}^N B_{nn}^{ij} D_n^j \end{aligned} \right\} i = 1:N \quad (3.28)$$

όπου A είναι οι συντελεστές επίδρασης των μετατοπίσεων από την [εξ. 3.23](#) και B οι συντελεστές επίδρασης των τάσεων από την [εξ. 3.24](#).

Εάν είναι γνωστές είτε οι μετατοπίσεις, είτε οι τάσεις ξεχωριστά ή σε συνδυασμό στα σύνορα τότε οι ασυνεχείς μετατοπίσεις μπορούν να προσδιορισθούν από την επίλυση του γραμμικού αλγεβρικού συστήματος $3N$ αγνώστων και $3N$ εξισώσεων εισάγοντας τις αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες, για κάθε στοιχείο του συνόρου.

Οι συνοριακές συνθήκες διακρίνονται σε :

- Dirichlet ή πρώτου τύπου, όπου η παράμετρος που προσδιορίζεται είναι η μετατόπιση.
- Neumann ή δεύτερου τύπου, προσδιορίζεται η παράγωγος του ζητούμενου μεγέθους που εκφράζεται από το διάνυσμα της τάσης στο επίπεδο του στοιχείου i .
- Μικτές συνοριακές συνθήκες ή τρίτου τύπου, σε αυτήν την περίπτωση καθορίζονται ταυτόχρονα στα σύνορα συνιστώσες των μετατοπίσεων και των τάσεων.

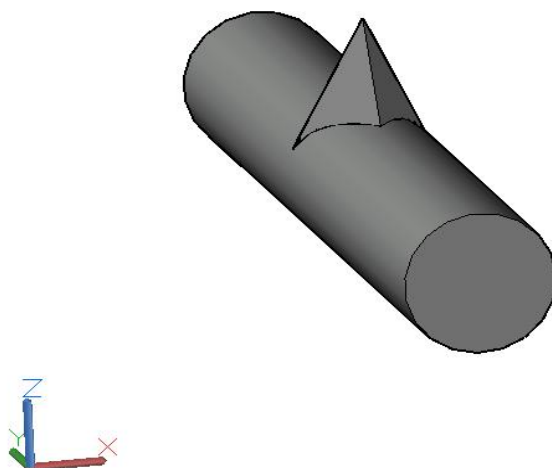
Τέλος, γίνεται η διόρθωση των εφαπτομενικών τάσεων όπου επάνω στο σύνορο είναι ασυνεχείς ενώ η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων τις δίνει την μέση τιμή των δυο επιφανειών ([Crouch & Starfield, 1990](#)).

4 Επεξεργασία και εξαγωγή αποτελεσμάτων.

4.1 Η λύση στις δύο διαστάσεις – Πρισματικές Σφήνες

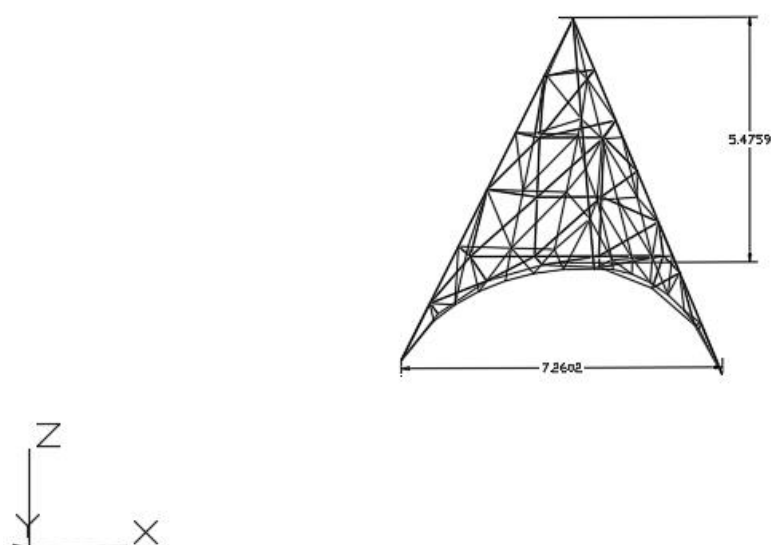
Αρχικά, θα πρέπει να σχεδιαστεί η τετραεδρική σφήνα που σχηματίζεται στην οροφή της υπόγειας εκσκαφής. Στην συγκεκριμένη περίπτωση θεωρείται ότι, οι τρεις ασυνέχειες από τις οποίες σχηματίζεται η σφήνα διασχίζουν το πέτρωμα με διεύθυνση κλίσης και κλίση ($120^\circ/75^\circ$, $240^\circ/75^\circ$ και $360^\circ/75^\circ$), η σφήνα θα είναι συμμετρική και ο οριζόντιος άξονας της εκσκαφής θα έχει διεύθυνση προς τον βορρά και θα είναι κάθετος στο άξονα συμμετρίας της σφήνας. Επίσης, το άνοιγμα της εκσκαφής θεωρείται κυκλικό σε συνεχές και ελαστικό μέσο με μήκος 50m και ακτίνα 4m και οι δυνάμεις του εντατικού πεδίο παράλληλες ως προς τους άξονες συμμετρίας του ανοίγματος.

Με βάση τους προσανατολισμούς και τις κλίσεις που αναφέρθηκαν σχεδιάστηκε με την χρήση του προγράμματος Civil 3d η σφήνα της οροφής μαζί με την εκσκαφή ([Σχήμα 4.1](#)).



Σχήμα 4.1. Η τετράεδρη υπό μελέτη σφήνα

Στη συνέχεια, στο ίδιο πρόγραμμα γίνεται η διακριτοποίηση της κάθε επιφάνειας – πλευράς της σφήνας (βλ. [Παράρτημα Α](#)) σε τρίγωνα ώστε με την μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων να υπολογισθούν οι δυνάμεις σε κάθε τρίγωνο και να υπολογιστεί ο συντελεστής ασφαλείας. Η διακριτοποίηση έγινε με την εντολή meshoptions όπου υπάρχει η δυνατότητα επιλογής του είδους της διακριτοποίησης (τρίγωνα, τετράγωνα και άλλα σχήματα), απόσταση πλέγματος από το αρχικό πρόσωπο, μέγιστη γωνία μεταξύ νέων προσώπων – τριγώνων, μέγιστος λόγος διαστάσεων για νέα πρόσωπα και μέγιστο μήκος άκρης για νέες όψεις. Η διακριτοποίηση της συγκεκριμένης σφήνας έγινε σε 106 τρίγωνα συνολικά με την κάθε πλευρά να χωρίζεται σε 33-36 τρίγωνα περίπου ([Σχήμα 4.2](#)).



Σχήμα 4.2. Διακριτοποίηση της σφήνας σε τρίγωνα και διαστάσεις σε (m)

Για τις δύο διαστάσεις (x,z) η αναλυτική λύση που θα εφαρμοστεί για τον υπολογισμό των δυνάμεων σε κάθε πλευρά της σφήνας είναι η λύση του Kirsch. Η λύση του Kirsch εφαρμόζεται για κάθε τρίγωνο με την χρήση του (excel) υπολογίζοντας τις ακτινικές, εφαπτομενικές και διατμητικές τάσεις (εξ. 3.20-3.22) που ασκούνται σε κάθε ένα από αυτά με βάση το εντατικό πεδίο της περιοχής. Στον Πίνακα 4.1 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι ιδιότητες που χρησιμοποιήθηκαν για τις ασυνέχειες που δημιουργούν την σφήνα.

Πίνακας 4.1. Μηχανικές παράμετροι

Παράμετροι	Σύμβολο	τιμή	μονάδες
Γωνία τριβής	ϕ	27°	degrees
Τραχύτητα ασυνέχειας	ψ	0°	degrees
Συνοχή	c	5	kPa
Αντοχή σε εφελκυσμό	σ_t	0	kPa
Μοναδιαίο βάρος	γ	27	kN/m ³
Κατακόρυφη τάση	p	2.7	MPa
Συντελεστή πλευρικής ώθησης	K	0.3	-
Συντελεστής poisson	ν	0.3	-
διατμητική/ορθή δυσκαμψία	K_s/K_n	0.1	-

Για το εντατικό πεδίο ισχύει ότι η κατακόρυφη τάση υπολογίζεται από την εξ. 3.1 $27 \text{ kN/m}^3 \cdot 100 \text{ m} = 2700 \text{ kN/m}^2 = 2.7 \text{ MPa}$ και η οριζόντια από την εξ. 3.2, $2.7 \times 0.3 = 0.81 \text{ MPa}$.

Έπειτα, γίνεται ο μετασχηματισμός των τάσεων από το πολικό στο καρτεσιανό σύστημα:

$$\sigma_{xx} = (\sigma_{rr} \cdot \cos^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \cdot \sin^2 \theta - \tau_{r\theta} \cdot \sin 2\theta) \quad (4.1)$$

$$\sigma_{zz} = (\sigma_{rr} \cdot \sin^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \cdot \cos^2 \theta + \tau_{r\theta} \cdot \sin 2\theta) \quad (4.2)$$

$$\sigma_{xz} = ((\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) \cdot (\sin \theta \cdot \cos \theta) + \tau_{r\theta} \cdot \cos 2\theta) \quad (4.3)$$

από τις παραπάνω τάσεις προκύπτει ο τανυστής 3x3 για κάθε τρίγωνο σ_{ij} :

Πίνακας 4.2. Τανυστής των τάσεων στις δύο διαστάσεις. Όπου 0.3 ο συντελεστής poisson (ν)

σ_{xx}	0	σ_{xz}
0	$0.3 \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{zz})$	0
σ_{xz}	0	σ_{zz}

Τώρα μπορεί να εφαρμοστεί η σχέση του Cauchy και να υπολογιστούν οι τάσεις (σ_n , σ_{SA} , σ_{SB}) για κάθε τρίγωνο. Πολλαπλασιάζοντας με το εμβαδόν του κάθε τριγώνου, το οποίο μπορεί να υπολογιστεί κατευθείαν μέσω του Civil 3d ή γεωμετρικά από τις συντεταγμένες των κορυφών του κάθε τριγώνου, υπολογίζονται και οι αντίστοιχες 3 δυνάμεις επάνω σε κάθε τρίγωνο και αθροίζοντας προκύπτουν οι δυνάμεις (N , S_A , S_B) σε MN πάνω στην πλευρά της σφήνας όπου θα χρειαστούν για την εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας. Όλα τα παραπάνω υπολογίστηκαν μέσω του (EXCEL) εκτελώντας τις κατάλληλες εξισώσεις.

4.2 Εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας

Γνωρίζοντας τις δυνάμεις (N , S_A , S_B) στις τρεις πλευρές της τετραεδρικής σφήνας της εικόνας 1 και σύμφωνα με τις παραμέτρους του Πίνακα 4.1 θα εφαρμοστεί η μέθοδο χαλάρωσης των τάσεων για την εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας της σφήνας στις δύο διαστάσεις (x,z).

Από την λύση της μεθόδου που περιγράφεται στην υποενότητα 3.2 προκύπτουν η εξής 10 εξισώσεις:

$$\begin{aligned} & -((N_{01} - K_n \cdot u_{n1}) \cdot n_{1x} + (S_{A01} + K_s \cdot u_{SA1}) \cdot m_{1x} + (S_{B01} + K_s \cdot u_{SB1}) \cdot k_{1x} \\ & + (N_{02} - K_n \cdot u_{n2}) \cdot n_{2x} + (S_{A02} + K_s \cdot u_{SA2}) \cdot m_{2x} \\ & + (S_{B02} + K_s \cdot u_{SB2}) \cdot k_{2x} + (N_{03} - K_n \cdot u_{n3}) \cdot n_{3x} \\ & + (S_{A03} + K_s \cdot u_{SA3}) \cdot m_{3x} + (S_{B03} + K_s \cdot u_{SB3}) \cdot k_{3x}) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & -((N_{01} - K_n \cdot u_{n1}) \cdot n_{1y} + (S_{A01} + K_s \cdot u_{SA1}) \cdot m_{1y} + (S_{B01} + K_s \cdot u_{SB1}) \cdot k_{1y} \\ & + (N_{02} - K_n \cdot u_{n2}) \cdot n_{2y} + (S_{A02} + K_s \cdot u_{SA2}) \cdot m_{2y} \\ & + (S_{B02} + K_s \cdot u_{SB2}) \cdot k_{2y} + (N_{03} - K_n \cdot u_{n3}) \cdot n_{3y} \\ & + (S_{A03} + K_s \cdot u_{SA3}) \cdot m_{3y} + (S_{B03} + K_s \cdot u_{SB3}) \cdot k_{3y}) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & -P_0 - ((N_{01} - K_n \cdot u_{n1}) \cdot n_{1z} + (S_{A01} + K_s \cdot u_{SA1}) \cdot m_{1z} + (S_{B01} + K_s \cdot u_{SB1}) \cdot k_{1z} \\ & + (N_{02} - K_n \cdot u_{n2}) \cdot n_{2z} + (S_{A02} + K_s \cdot u_{SA2}) \cdot m_{2z} \\ & + (S_{B02} + K_s \cdot u_{SB2}) \cdot k_{2z} + (N_{03} - K_n \cdot u_{n3}) \cdot n_{3z} \\ & + (S_{A03} + K_s \cdot u_{SA3}) \cdot m_{3z} + (S_{B03} + K_s \cdot u_{SB3}) \cdot k_{3z}) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$-u_{n1} \cdot n_{1x} + u_{SA1} \cdot m_{1x} + u_{SB1} \cdot k_{1x} = -u_{n2} \cdot n_{2x} + u_{SA2} \cdot m_{2x} + u_{SB2} \cdot k_{2x} \quad (4)$$

$$-u_{n1} \cdot n_{1y} + u_{SA1} \cdot m_{1y} + u_{SB1} \cdot k_{1y} = -u_{n2} \cdot n_{2y} + u_{SA2} \cdot m_{2y} + u_{SB2} \cdot k_{2y} \quad (5)$$

$$-u_{n1} \cdot n_{1z} + u_{SA1} \cdot m_{1z} + u_{SB1} \cdot k_{1z} = -u_{n2} \cdot n_{2z} + u_{SA2} \cdot m_{2z} + u_{SB2} \cdot k_{2z} \quad (6)$$

$$-u_{n1} \cdot n_{1x} + u_{SA1} \cdot m_{1x} + u_{SB1} \cdot k_{1x} = -u_{n3} \cdot n_{3x} + u_{SA3} \cdot m_{3x} + u_{SB3} \cdot k_{3x} \quad (7)$$

$$-u_{n1} \cdot n_{1y} + u_{SA1} \cdot m_{1y} + u_{SB1} \cdot k_{1y} = -u_{n3} \cdot n_{3y} + u_{SA3} \cdot m_{3y} + u_{SB3} \cdot k_{3y} \quad (8)$$

$$-u_{n1} \cdot n_{1z} + u_{SA1} \cdot m_{1z} + u_{SB1} \cdot k_{1z} = -u_{n3} \cdot n_{3z} + u_{SA3} \cdot m_{3z} + u_{SB3} \cdot k_{3z} \quad (9)$$

$$S_{A01} + K_s \cdot u_{SA1} = (N_{01} - K_n \cdot u_{n1}) \cdot \tan \varphi \quad (10a)$$

$$S_{A02} + Ks \cdot u_{sA2} = (N_{02} - Kn \cdot u_{n2}) \cdot \tan\varphi \quad (10\beta)$$

$$S_{A03} + Ks \cdot u_{sA3} = (N_{03} - Kn \cdot u_{n3}) \cdot \tan\varphi \quad (10\gamma)$$

Οι άγνωστοί είναι $u_{sA1}, u_{sB1}, u_{n1}, u_{sA2}, u_{sB2}, u_{n2}, u_{sA3}, u_{sB3}, u_{n3}, P_0$, λύνοντας το σύστημα 10x10 και για τις 3 πλευρές τις σφήνας προκύπτει η μικρότερη δύναμη PL (kN) και εκτιμάται ο συντελεστής ασφαλείας.

$$\Sigma A = P_0/W = 1023.7/615.06 = \mathbf{1.664}$$

Όπου $W=22.78\text{m}^3 \times 27\text{kN/m}^3 = 615.06 \text{ kN}$. Ο όγκος της σφήνας $V=22.78\text{m}^3$ υπολογίστηκε από το Civil 3d με την εντολή (volume).

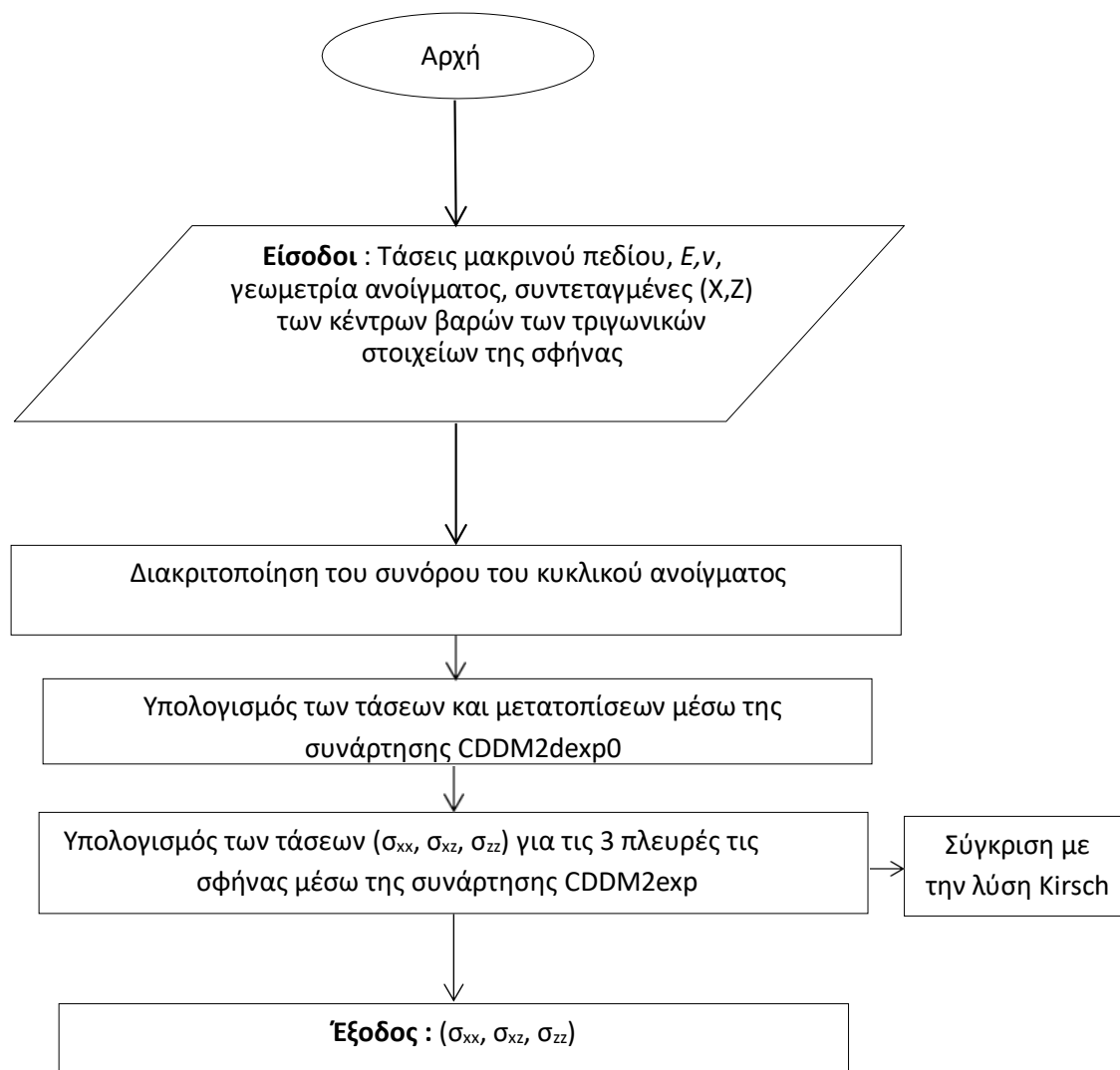
Ο συντελεστής ασφαλείας σύμφωνα με την δεύτερη μέθοδο (εξ. 3.19) αφού χρησιμοποιήθηκαν και πάλι οι μηχανικές παράμετροι του Πίνακα 4.1 και οι δυνάμεις (N, S_A, S_B) είναι ίσος με $\Sigma A=1.766$ για τις δύο διαστάσεις (x,z).

4.3 Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων στις 2 διαστάσεις.

Εκτός από την αναλυτική λύση του Kirsch χρησιμοποιήθηκε και η αριθμητική μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων σε δύο διαστάσεις ώστε να βρεθούν οι τάσεις ($\sigma_{xx}, \sigma_{xz}, \sigma_{zz}$) σε κάθε τρίγωνο των διακριτοποιημένων πλευρών της σφήνας και να υπολογιστεί ο ΣA πάλι με την μέθοδο χαλάρωσης των τάσεων σύμφωνα με τις υπολογιζόμενες κάθε φορά δυνάμεις (N, S_A, S_B) (Σχήμα 4.3).

Για την εκτέλεση της αριθμητικής μεθόδου χρησιμοποιήθηκε η MATLAB της οποίας το διάγραμμα ροής περιγράφεται παρακάτω. Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί ότι η διακριτοποίηση του κυκλικού ανοίγματος παίζει σημαντικό ρόλο ειδικά για τα τρίγωνα των πλευρών της σφήνας που βρίσκονται πολύ κοντά στο σύνορο του κυκλικού ανοίγματος διότι ο υπολογισμός των τάσεων στα κέντρα βάρους αυτών επηρεάζεται από τα σημεία του κυκλικού συνόρου με αποτέλεσμα να διαφέρουν αρκετά οι τιμές αυτές των τάσεων από τις τιμές της αναλυτικής λύσης. Για το λόγο αυτό στα στοιχεία που είναι πολύ κοντά στο σύνορο οι τάσεις, λήφθηκαν από το κοντινότερο συνοριακό στοιχείο ($\sigma_{xx}, \sigma_{xz}, \sigma_{zz}$) αντί για τις τιμές που προκύπτει από τις πραγματικές συντεταγμένες των κέντρων βάρους πολύ κοντά στο άνοιγμα. Η απόσταση αυτή εξαρτάται άμεσα από το μέγεθος των στοιχείων διακριτοποίησης του κύκλου.

Όσο μεγαλύτερη η διακριτοποίηση του κυκλικού συνόρου τόσο πιο κοντά θα είναι οι τιμές των τάσεων με αυτές από την αναλυτική λύση. Παρακάτω συγκρίνονται τα αποτελέσματα για αυξανόμενο αριθμό στοιχείων.

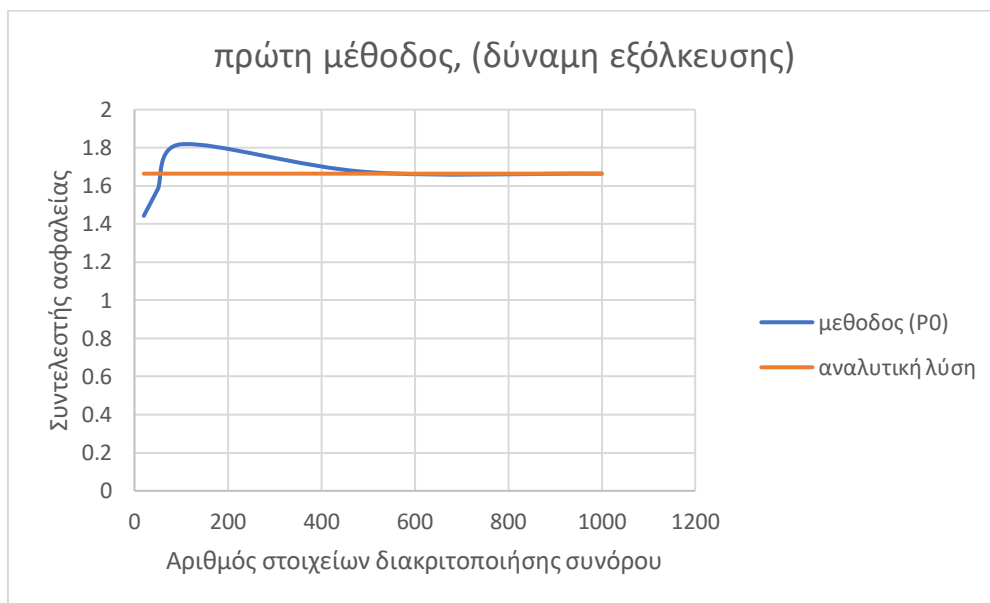


Σχήμα 4.3. Διάγραμμα ροής της αριθμητικής επίλυσης.

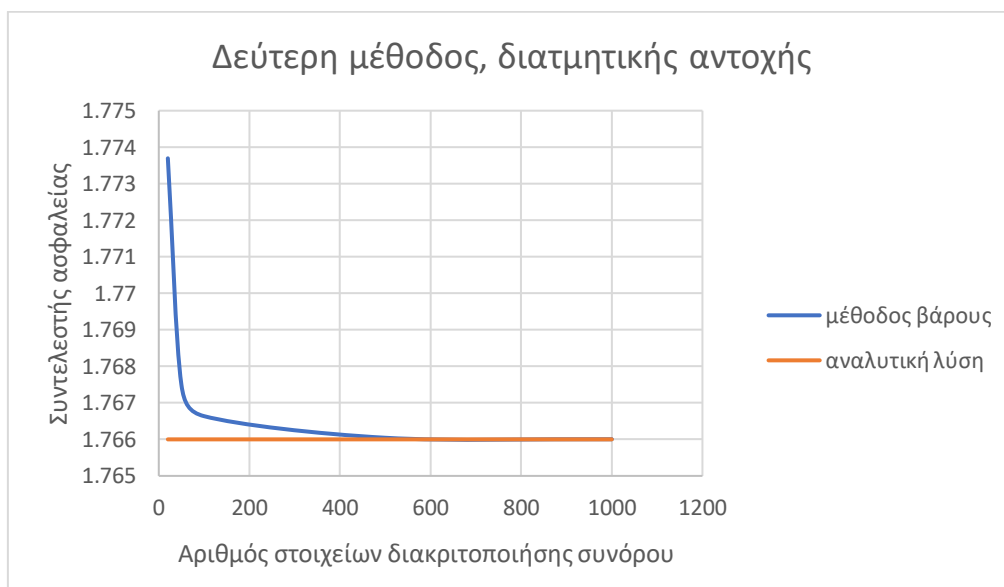
Ο παραπάνω κώδικας εκτελείται στη Matlab για αυξανόμενο αριθμό στοιχείων του κύκλου $n = (20, 50, 100, 500, 1000)$ στις δύο διαστάσεις (x,z) και προκύπτουν κάθε φορά οι τιμές των τάσεων $(\sigma_{xx}, \sigma_{xz}, \sigma_{zz})$. Αρχικά, για την εκτέλεση του κώδικα εισάγονται οι τάσεις του εντατικού πεδίου της περιοχής το οποίο είναι συμμετρικό ως προς τους άξονες συμμετρίας του κύκλου με την μορφή τανυστή 2×2 . Στην συνέχεια εισάγονται ελαστικές παράμετροι και παράμετροι αντοχής (Πίνακας 4.1). Έπειτα γίνεται διακριτοποίηση του κυκλικού ανοίγματος και εισάγονται οι συντεταγμένες (x,z) του κέντρου βάρους όλων των τριγώνων της διακριτοποιημένης σφήνας από το EXCEL. Τα κέντρα βάρους υπολογίστηκαν στο EXCEL αφού πρώτα έγινε εισαγωγή των συντεταγμένων των κόμβων του κάθε τριγώνου από το CIVIL 3d όπου σχεδιάστηκε η σφήνα (Παράρτημα Α). Ο υπολογισμός των τάσεων γίνεται με τις συναρτήσεις που αναφέρονται στο διάγραμμα ροής. Συγκεκριμένα, οι δύο συναρτήσεις (CDDN2dexp0 & CDDN2dexp) υπολογίζουν τους συντελεστές επίδρασης για τις μετατοπίσεις και τις τάσεις στις δύο διαστάσεις με βάση τις εξ. 3.23-3.24. Έτσι, υπολογίζονται οι επιδράσεις των τάσεων και των μετατοπίσεων στο τοπικό σύστημα του στοιχείου j και μετά με βάση αυτές υπολογίζονται οι επιδράσεις για το στοιχείο i και οι μετατοπίσεις, με την CDDM2exp να δίνει τις τάσεις για κάθε τρίγωνο της διακριτοποίησης. Διορθώνοντας για τα κέντρα βάρους των τριγώνων της διακριτοποιημένης σφήνας που είναι πολύ κοντά στο σύνορο προκύπτουν οι τελικές τάσεις, αυτό γίνεται και για τις 3 πλευρές της σφήνας. Στην συνέχεια υπολογίζονται

κάθε φορά οι δυνάμεις (N , S_A , S_B) μέσω του EXCEL πολλαπλασιάζοντας τις υπολογισμένες τάσεις με το εμβαδό του κάθε τριγώνου της διακριτοποίησης και αθροίζοντας τις δυνάμεις, υπολογίζονται οι τρεις τελικές δυνάμεις που αντιστοιχούν στην κάθε πλευρά. Εκτιμώντας έτσι τον ΣΑ με την μέθοδο χαλάρωσης των τάσεων (δύναμη εξόλκευσης PI και με το βάρος).

Από τα παρακάτω διαγράμματα συμπεραίνεται ότι, για διακριτοποίηση του κύκλου μεγαλύτερη των 100 στοιχείων ο ΣΑ αρχίζει να συγκλίνει με αυτόν της αναλυτική λύσης (Σχήμα 4.4). Ενώ, για την δεύτερη μέθοδο (βάρος της σφήνας) οι διαφορές στις τιμές του ΣΑ είναι μηδαμινές σε οποιαδήποτε διακριτοποίηση και ελάχιστα διαφορετικές με αυτές της πρώτης μεθόδου (Σχήμα 4.5).



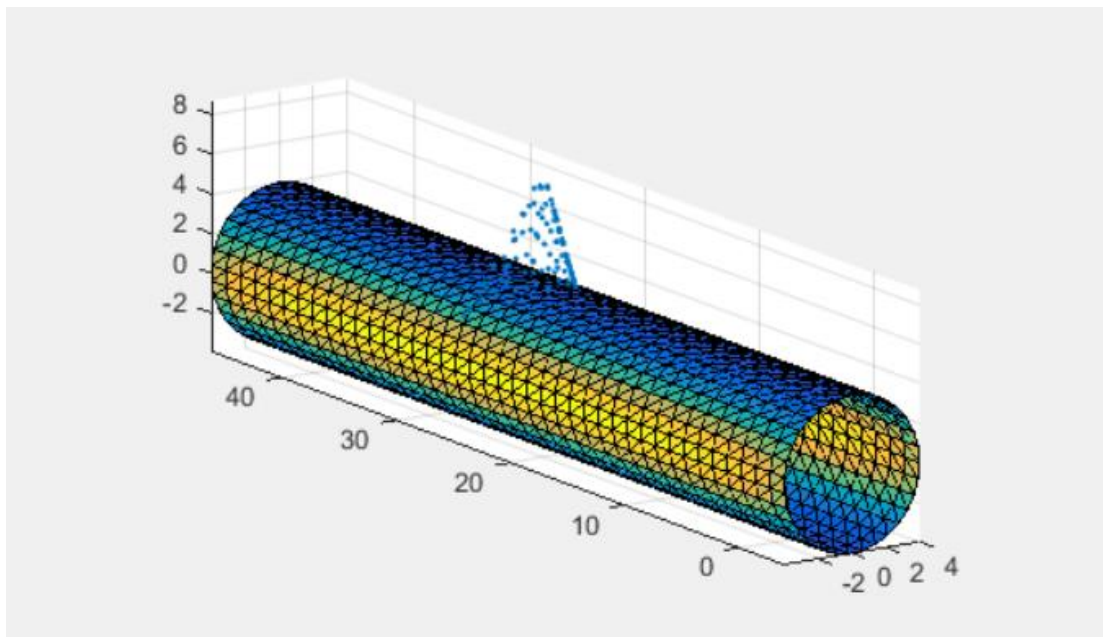
Σχήμα 4.4. Διάγραμμα ΣΑ για αυξανόμενο αριθμό στοιχείων (μέθοδος χαλάρωσης-δύναμη PI)



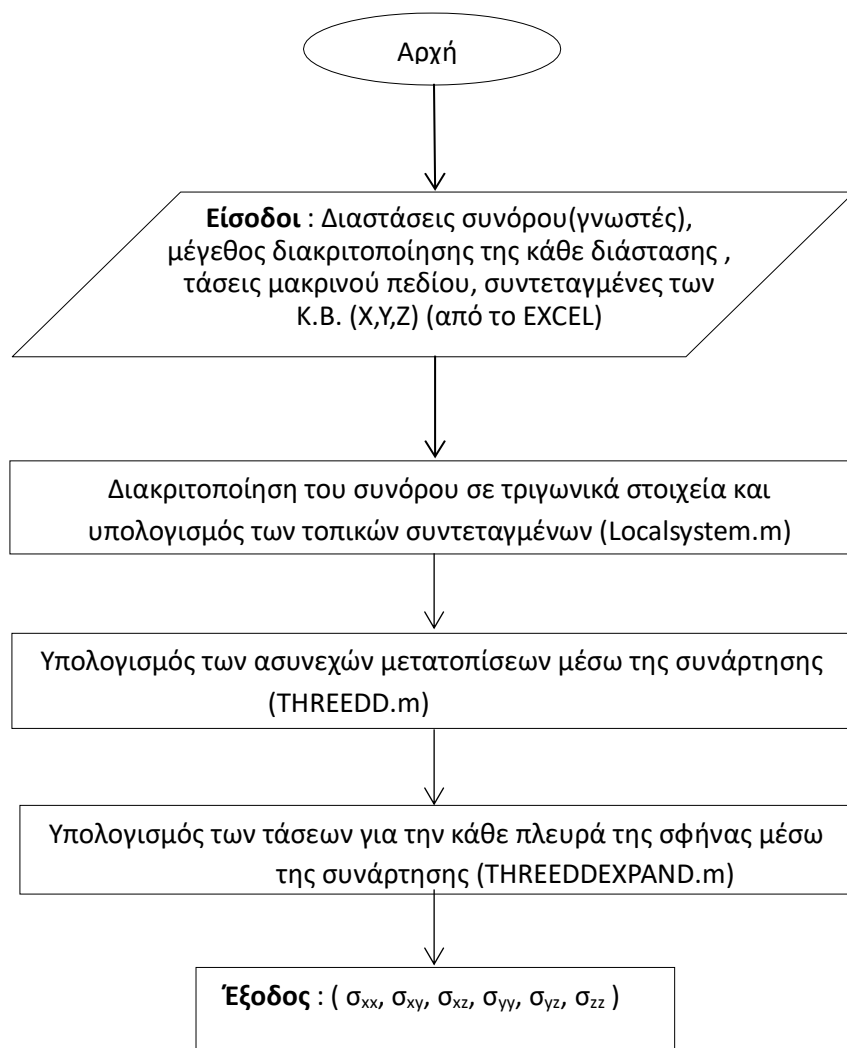
Σχήμα 4.5. Διάγραμμα ΣΑ για αυξανόμενο αριθμό στοιχείων (μέθοδος χαλάρωσης – βάρος της σφήνας)

4.4 Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων στις τρεις διαστάσεις.

Για τις τρεις διαστάσεις λαμβάνεται υπόψη και ο επιμήκης άξονας (Y) της σήραγγας και της σφήνας κατ' επέκταση, με αποτέλεσμα να προκύπτουν πιο πολλές εξισώσεις αφού μπαίνουν και οι τάσεις (σ_{xy} , σ_{yy} , σ_{yz}) στον τανυστή των τάσεων. Η διακριτοποίηση των διαστάσεων του κυλίνδρου – σήραγγας παραμένει σταθερή σε αυτή την περίπτωση και ανάλογη με αυτήν της σφήνας που χρησιμοποιήθηκε εξ αρχής (Σχήμα 4.6) ώστε εξαχθούν ακριβέστερα αποτελέσματα, χωρίς να αυξάνεται όπως έγινε στις δύο διαστάσεις λόγω του πολύ μεγάλου αριθμού εξισώσεων.



Σχήμα 4.6. Παρουσιάζεται η διακριτοποίηση της σήραγγας και της σφήνας στην κορυφή για την επίλυση στις τρεις διαστάσεις μέσω της Matlab. Η διακριτοποίηση του κυλίνδρου έγινε μέσα στο κώδικα ενώ οι συντεταγμένες των κέντρων βάρους των τριγώνων της σφήνας παραμένουν ίδιες και εισάγονται από το EXCEL.



Σχήμα 4.7. Διάγραμμα ροής της αριθμητικής επίλυσης στις τρεις διαστάσεις.

Η διαδικασία μορφοποίησης του κώδικα είναι ίδια με αυτήν για τις δύο διαστάσεις με αλλαγές στις συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τάσεων. Μετά την εκτέλεση των εντολών στη Matlab υπολογίζονται οι τάσεις ($\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$) οι οποίες εισάγονται στο EXCEL και πολλαπλασιάζονται με τα μοναδιαία διανύσματα ώστε να προκύψουν προκύπτουν οι τιμές του τανυστή των τάσεων σε κάθε τρίγωνο και των τριών πλευρών της διακριτοποιημένης σφήνας. Για την εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας εφαρμόζεται η μέθοδος της χαλάρωσης των τάσεων όπως έχει περιγράψει στο κεφάλαιο 3.1. Στο παραπάνω σχήμα πρέπει να επισημανθεί ότι η συνάρτηση (THREEDD.m) υπολογίζει τους συντελεστές επιρροής και διαμορφώνει το σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων για την χρήση της συνάρτησης Green [εξ. 3.25](#). Υπολογίζει τις παραγώγους της συνάρτησης του Green για το στοιχείο i . Υπολογίζει επίσης, τους συντελεστές επίδρασης για τις μετατοπίσεις και τις τάσεις σε καθολικές συντεταγμένες και στην συνέχεια γίνεται ο μετασχηματισμός στις συντεταγμένες του στοιχείου i . Τέλος, υπολογίζει τις ασυνεχείς μετατοπίσεις στα σύνορα αλλά και τις τάσεις. Για την συνάρτηση (THREEDDEXPAND.m) ισχύουν ότι και για την (THREEDD.m) με την διαφορά ότι υπολογίζει την καθολική μετατόπιση και όχι την αρνητική ή θετική πλευρά της ασυνέχειας ([Σχήμα 3.5](#)).

Εφόσον, έγιναν οι απαραίτητες διορθώσεις όσον αφορά τις τάσεις στα σύνορα του ανοίγματος ο συντελεστής ασφαλείας για την σφήνα στις 3 διαστάσεις εκτιμάται ως $\Sigma A =$

1.251 με την χρήση της μεθόδου της εξόλκευσης (δύναμη P_0) και $\Sigma A=1.768$ σύμφωνα με την δεύτερη μέθοδο της διατμητικής αντοχής (ή βάρους).

4.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων με το unwedge

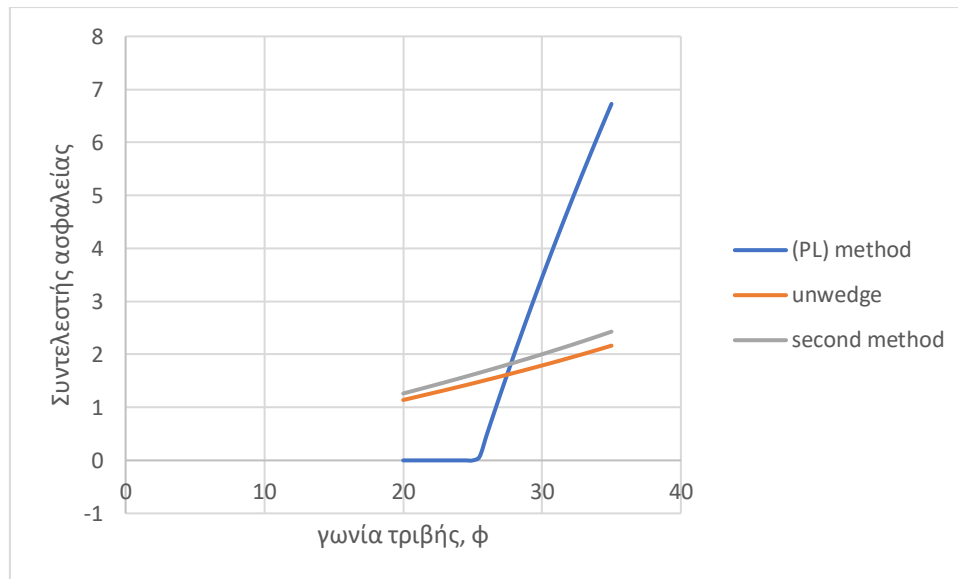
Το λογισμικό unwedge είναι ένα πρόγραμμα στο οποίο χρησιμοποιούνται οι σχέσεις του (Curran, Corkum, & Hammah, 2004) για την διατμητική αντοχή στο οποίο ο χρήστης μπορεί να εισάγει:

- την γεωμετρία του υπόγειου ανοίγματος,
- τον προσανατολισμό και την κλίση όσων ασυνεχειών έχουν εντοπιστεί,
- τα μηχανικά χαρακτηριστικά αυτών των ασυνεχειών ανάλογα με το κριτήριο αστοχίας που χρησιμοποιείται (στα παρακάτω αποτελέσματα χρησιμοποιείται το κριτήριο Mohr-Coulomb όπως και στη μέθοδο της χαλάρωσης),
- το εντατικό πεδίο της περιοχής και άλλα χαρακτηριστικά της βραχώμαζας.

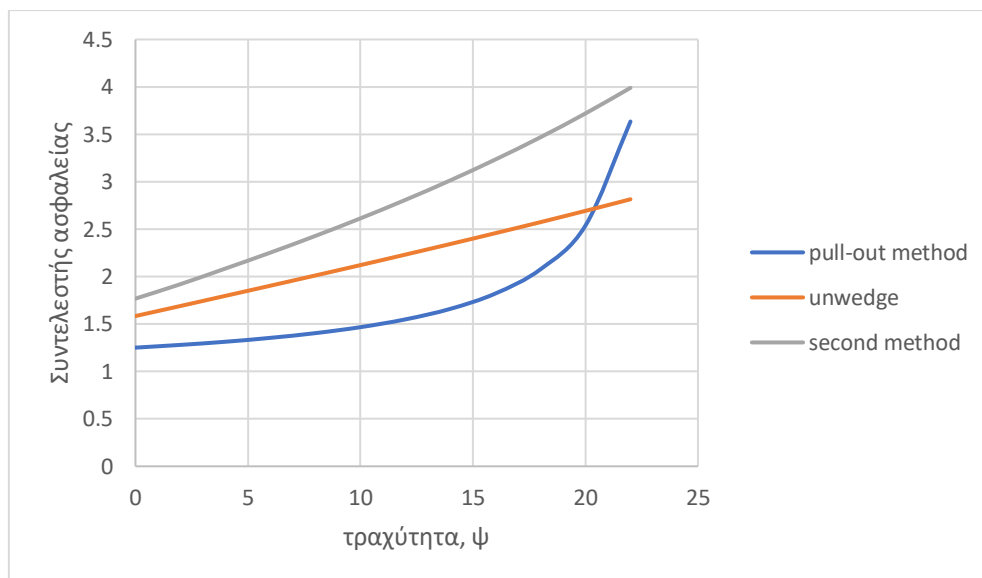
Με βάση όλα τα παραπάνω υπολογίζονται οι σφήνες που είναι δυνατόν να σχηματιστούν γύρω από το άνοιγμα, τα χαρακτηριστικά τους και ο συντελεστής ασφαλείας για την κάθε σφήνα.

Με τα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται η συσχέτιση διάφορων μηχανικών παραμέτρων των ασυνεχειών με τον συντελεστή ασφαλείας και συγκρίνονται για την μέθοδο της χαλάρωσης (δύναμη εξόλκευσης P_0), την δεύτερη μέθοδο της διατμητικής αντοχής στην οποία δεν έχει χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της χαλαρώσεως των τάσεων με σκοπό να γίνει σύγκριση του ΣA με τα αποτελέσματα του unwedge.

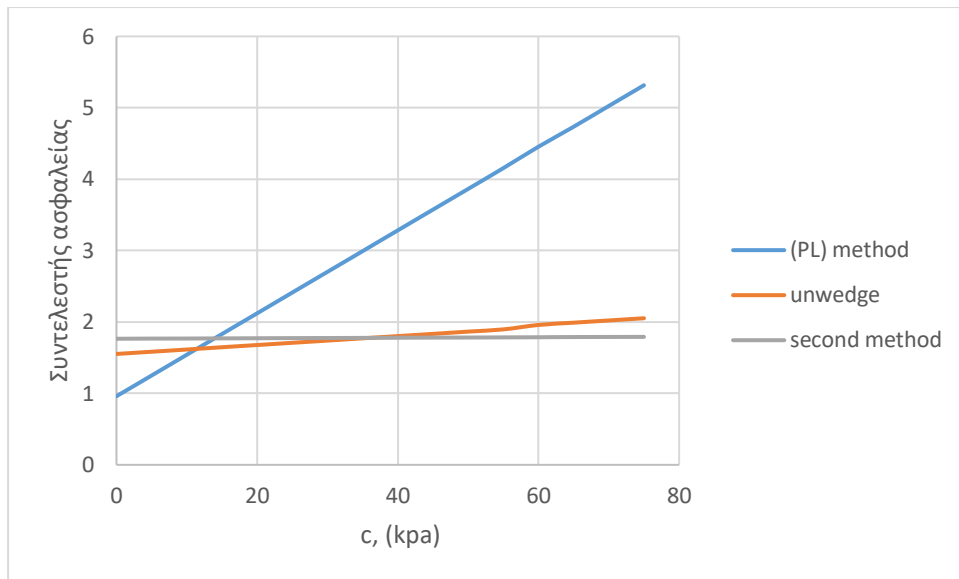
- Στην περίπτωση της γωνίας τριβής (Σχήμα 4.7) η εξάρτηση είναι πιο έντονη στην πρώτη μέθοδο από ότι στο unwedge και την δεύτερη μέθοδο.
- Το διάγραμμα (Σχήμα 4.8) δείχνει την εξάρτηση της τραχύτητας των ασυνεχειών, η οποία δίνει μεγαλύτερες τιμές από το πρόγραμμα Unwedge για μεγάλες γωνίες κυματισμού ψ . Ενώ, για τη δεύτερη μέθοδο του βάρους η γραμμή τάσης ακολουθεί την ίδια πορεία με το unwedge αλλά για μεγαλύτερες τιμές.
- Στο διάγραμμα (Σχήμα 4.9) η εξάρτηση του ΣA είναι γραμμική τόσο για την λύση στις τρεις διαστάσεις με την μέθοδο της χαλάρωσης όσο, στο Unwedge και στην δεύτερη μέθοδο αλλά με διαφορετικές τιμές. Σημειώνεται ότι η χρήση της τραχύτητας μαζί με την γωνία τριβής της εξ. 3.19 δίδει πιο έντονες μεταβολές του συντελεστή ασφαλείας σε σχέση με το unwedge, ενώ η χρήση της εξ. 3.10 με την τεχνική της χαλάρωσης των τάσεων θα έδιδε πιο συμβατά αποτελέσματα με το unwedge.
- Η εξάρτηση του ΣA από τον συντελεστή διάτμησης/κανονικής δυσκαμψίας είναι εκθετική στο διάγραμμα (Σχήμα 4.10) για την μέθοδο της εξόλκευσης P_0 , με τη μέγιστη τιμή να συγκλίνει στην πρόβλεψη του Unwedge με μια μικρή απόκλιση.



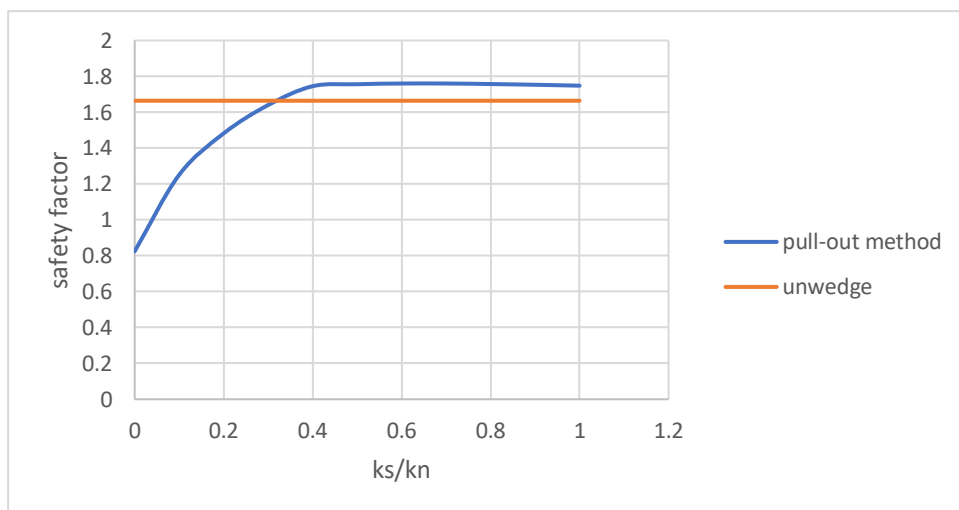
Σχήμα 4.8. Διάγραμμα συντελεστή ασφαλείας – γωνία τριβής



Σχήμα 4.9. Διάγραμμα συντελεστή ασφαλείας-τραχύτητα



Σχήμα 4.10. Διάγραμμα συντελεστή ασφαλείας- συνοχή



Σχήμα 4.11. Διάγραμμα συντελεστή ασφαλείας - δυσκαμψία

*Στα παραπάνω τέσσερα όπου **PL** είναι η μέθοδος της εξόλκευσης για την δύναμη P_0 και όπου **second method** είναι η μέθοδος της διατμητικής αντοχής ή του βάρους.

5 Συμπεράσματα–Προτάσεις

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν στο προηγούμενο κεφάλαιο αφορούν μια συγκεκριμένη σφήνα στην οροφή ενός υπόγειου κυκλικού ανοίγματος, με την θεώρηση ότι το μέσο είναι ελαστικό και ισότροπο. Επίσης, η σφήνα είναι συμμετρική ως προς τον κάθετο άξονα της σήραγγας όπως και το εντατικό πεδίο γύρω από αυτή.

Όσον αφορά τις δύο διαστάσεις η τιμή του ΣΑ για την μέθοδο της δύναμης εξόλκευσης (PL) και η τιμή του ΣΑ για την δεύτερη μέθοδο συγκλίνουν αρκετά με μια απόκλιση 0.1. Αυτό σημαίνει ότι και οι δύο μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να δώσουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Για τις τρεις διαστάσεις η τιμή του ΣΑ για την (PL) μέθοδο αφού πρώτα εφαρμοστεί η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων για τον υπολογισμό των τάσεων υπολογίζεται κατά 0.5 μικρότερη από την τιμή του ΣΑ για την δεύτερη μέθοδο. Αυτό οφείλεται κατά κύριο λόγο στην διόρθωση των τάσεων στις πλευρές της σφήνας στο σύνορο του κυκλικού ανοίγματος αλλά και στη σχέση διακριτοποίησης της σφήνας και σήραγγας. Ωστόσο, με βάση το πρόγραμμα *unwedge* αφού εισαχθούν τα απαραίτητα δεδομένα όπως αναφέρεται και σε προηγούμενο κεφάλαιο η τιμή του ΣΑ για την συγκεκριμένη σφήνα συγκλίνει αρκετά στις τιμές του ΣΑ που εκτιμήθηκε από τις άλλες δύο μεθόδους στις δύο και τρεις διαστάσεις, έτσι και σε αυτή την περίπτωση συμπεραίνεται ότι οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν δίνουν σχετικά αξιόπιστα αποτελέσματα πάντα για τις συγκεκριμένες θεωρήσεις και παραμέτρους της παρούσας εργασίας. Μια περαιτέρω διερεύνηση του προβλήματος σχηματισμού και αστοχίας σφηνών θα μπορούσε να γίνει ως εξής:

- Να μελετηθεί μια μη συμμετρική τετραεδρική σφήνα στην οροφή ενός ανοίγματος και με εντατικό πεδίο στραμμένο ως προς μια γωνία στον άξονα συμμετρίας του υπόγειου ανοίγματος.
- Η διατομή του ανοίγματος να είναι τετραγωνική ή σε σχήμα έλλειψης.
- Επίσης, θα μπορούσε να γίνει και η εκτίμηση του ΣΑ και για τις τυχόν σφήνες στις παρειές της σήραγγας, χρησιμοποιώντας και άλλες μεθόδους εκτίμησης πέραν από αυτές που χρησιμοποιήθηκαν με διάφορα κριτήρια αστοχίας.

Βιβλιογραφία

- Bray, J. (1977). *Unpublished note*. LONDON.
- Brown, E. (1981). *International Society for Rock Mechanics, Commission on Testing Methods. Rock characterization testing & monitoring*. Oxford: Pergamon Press.
- Crouch, S., & Starfield, A. (1990). London.
- Curran, J., Corkum, B., & Hammah, R. (2004). THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF UNDERGROUND WEDGES UNDER THE INFLUENCE OF STRESSES. Texas.
- Diederichs, M., & Kaizer, P. (1999). Tensile strength and abutment relaxation as failure control mechanisms in underground excavation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*.
- Goodman, R. (1995). Block theory and its application. *35 U.S. Symposium of Rock Mechanics*.
- Goodman, R., & Shi, G. (1985). *Block Theory and its Application to Rock Engineering*. Englewood Cliffs, New Jersey.
- Hoek, E., & Brown, E. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*.
- Kaizer, P., Diederichs, M., Martin, C., Sharp, J., & Steiner, W. (2000). *underground works in hard rock tunneling and mining*. Melbourne.
- Kuriyama, K., & Mizuta, Y. (1993). Three Dimensional Elastic Analysis by the Displacement Discontinuity Method with Boundary Division into Triangular Leaf Elements. *International Journal of Rock Mechanics and Mining*.
- Liping, L., Lanyu, G., Hongliang, L., Chengshuai, Q., Jie, H., & Mingguang, Z. (2020). A method of tunnel critical rock identification and stability analysis based on a laser point cloud. *Arabian Journal of Geosciences*.
- Marinos, P., & Hoek, E. (2000). GSI: A GEOLOGICALLY FRIENDLY TOOL FOR ROCK MASS STRENGTH ESTIMATION. *GeoEng*.
- Marjoribanks, R. (2013). Using a stereonet to calculate strike and dip from alpha-beta angles in oriented drill core. Ανάκτηση 2023, από <https://rogermarjoribanks.info/stereonet-solution-alpha-beta-angles-oriented-drill-core/>
- Napa-García, G., Santos, R., Beck, A., & Gelestino, T. (2018). Improvement of analytical factor of safety estimation of falling failure mode. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*.
- Shou, K., Siebrits, E., & Crouch, S. (1997). Technical Note: A Higher Order Displacement Discontinuity Method for Three Dimensional Elastostatic Problems . *International Journal of Rock Mechanics and Mining*.
- Sofianos, A., Nomikos, P., & Tsoutrelis, C. (1999). Stability of symmetric wedge formed in the roof of a circular tunnel: nonhydrostatic natural stress field. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*.

Xiroudakis, G., & Lazos, I. (2023). Stability Analysis of Hazardous Wedges in the Crown of Circular Tunnel. *International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM*. Bulgaria. Ανάκτηση 1-10 July 2023

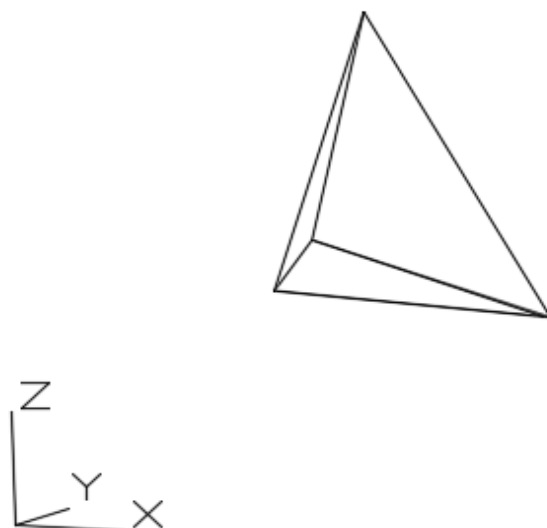
Ροβίθης. (2020). *Μελέτη ασυνεχειών κοιτάσματος δολομιτικού μαρμάρου με την βοήθεια προσανατολισμένων γεωτρήσεων*. Χανιά.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Δημιουργία της σφήνας

Η δημιουργία της τρισδιάστατης σφήνας μπορεί να πραγματοποιηθεί στο AutoCAD civil 3d. Ένας τρόπος είναι με την μέθοδο των διανυσμάτων. Γνωρίζοντας την γωνία κλίσης και την διεύθυνση κλίσης των τριών πλευρών της τετραεδρικής σφήνας μπορούν να βρεθούν τα μοναδιαία διανύσματα των επιπέδων αυτών μέσω της σχέσης:

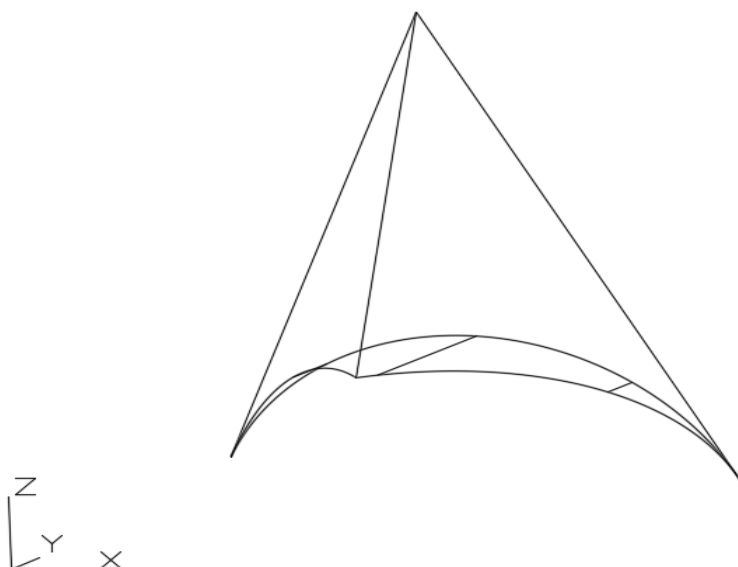
$$\hat{n}_i = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(dip) \cdot \sin(dir) \\ \sin(dip) \cdot \cos(dir) \\ \cos(dip) \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια με την εντολή σχεδίασης (polyline) που διαθέτει το AutoCAD και υπολογίζοντας το εξωτερικό γινόμενο των μοναδιαίων διανυσμάτων ($n_1 \times n_2$, $n_1 \times n_3$, $n_2 \times n_3$) και πολλαπλασιάζοντας αυτό με ένα αριθμό ανάλογα με το μέγεθος της σφήνας προκύπτουν οι ακμές της σφήνας οι οποίες όταν θα ενωθούν με την εντολή (polyline) προκύπτει ένα αρχικό σχήμα της σφήνας.



Σχήμα Α.1. Η σφήνα στην αρχική μορφή της.

Έπειτα, για να σχηματιστεί η σφήνα όπως θα είναι στην οροφή του κυκλικού ανοίγματος χρησιμοποιείται η εντολή (subtract) η οποία αφαιρεί ένα στερεό μέσα από ένα άλλο. Έτσι, σχεδιάζεται το κυκλικό επιμήκεις άνοιγμα (κύλινδρος) με την γεωμετρία που αναφέρεται και αφαιρείται από την σφήνα του [Σχήματος Α.1](#) και προκύπτει η τελική μορφή της σφήνας [Σχήματος Α.2](#).



Σχήμα Α.2. Τελική μορφή σφήνας.

Στη συνέχεια, για την διακριτοποίηση της σφήνας εφαρμόστηκε η εντολή (meshoptions), όπου υπάρχει η δυνατότητα επιλογής του είδους της διακριτοποίησης (τρίγωνα, τετράγωνα και άλλα σχήματα), απόσταση πλέγματος από το αρχικό πρόσωπο, μέγιστη γωνία μεταξύ νέων προσώπων -τριγώνων, μέγιστος λόγος διαστάσεων για νέα πρόσωπα και μέγιστο μήκος άκρης για νέες όψεις. Στην συγκεκριμένη σφήνα εφαρμόστηκε τριγωνικό πλέγμα, γωνία μεταξύ νέων προσώπων -τριγώνων 45° (Σχήματος 4.2) . Αφού, γίνει η διακριτοποίηση της σφήνας στη συνέχεια με την εντολή (list) που διαθέτει το AutoCAD δίνονται αναλυτικά οι συντεταγμένες (x,y,z) και των τριών κορυφών για κάθε τριγωνάκι της διακριτοποίησης όπου είναι απαραίτητες για την περαιτέρω επεξεργασία.