



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Διπλωματική Εργασία  
Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών για το Ανοιχτό –  
Κλειστό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων.

Παύλος – Γεώργιος Μιχαλάκης  
ΑΜ 2017010144

Επιβλέπων Καθηγητής: Ιωάννης Μαρινάκης

Χανιά 2023

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή κύριο Μαρινάκη Ιωάννη για την καθοδήγησή του στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους γονείς μου για την στήριξη που μου παρείχαν όλα αυτά τα χρόνια.

## Περιεχόμενα

|   |    |
|---|----|
| ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....   |    |
| ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....  | 1  |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....   | 2  |
| Εφοδιαστική Αλυσίδα.....  | 2  |
| Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας.....   | 2  |
| Μεταφορές .....   | 2  |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ .....   | 3  |
| 2.1 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΠΛΑΝΟΔΙΟΥ ΠΩΛΗΤΗ (TSP) .....  | 3  |
| Μοντελοποίηση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή. ....  | 3  |
| 2.2 ΤΟ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΗΣ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ .....   | 4  |
| 2.3 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΕΠΙΣΤΡΟΦΕΣ ΣΤΗΝ ΑΠΟΘΗΚΗ .....  | 5  |
| 2.4 ΤΟ ΑΝΟΙΧΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ.....  | 6  |
| 2.5 ΤΟ ΑΝΟΙΧΤΟ-ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ .....   | 7  |
| Παραλλαγή 1 <sup>η</sup> . Το κλασικό ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων.....   | 7  |
| Παραλλαγή 2 <sup>η</sup> . Το ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ιδιόκτητα και νοικιασμένα οχήματα. ....                                       | 8  |
| Παραλλαγή 3 <sup>η</sup> . Το ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ιδιόκτητα και νοικιασμένα οχήματα και πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη. .... | 8  |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ. ....  | 9  |
| 3.1 ΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ.....   | 9  |
| Κατασκευαστικές μέθοδοι (άπληστοι αλγόριθμοι – greedy algorithms) .....   | 9  |
| Μέθοδοι τοπικής αναζήτησης (local search algorithms).....   | 9  |
| 3.2 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΤΟΠΙΚΗΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ .....   | 9  |
| Αλγόριθμος 2-Opt .....  | 9  |
| Αλγόριθμος 1-1 Ανταλλαγή (1-1 Exchange) .....   | 10 |
| Αλγόριθμος 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 Relocate) .....   | 11 |
| 3.3 ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ.....  | 11 |
| 3.4 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΜΠΝΕΥΣΜΕΝΟΙ ΑΠΟ ΤΗ ΦΥΣΗ .....   | 12 |
| 3.4 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΑΠΟΙΚΙΑΣ ΜΥΡΜΗΓΚΙΩΝ .....  | 12 |
| Η διαδικασία αναζήτησης τροφής των μυρμηγκιών στη φύση. ....  | 12 |
| Προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων και βελτιστοποίηση αποικίας μυρμηγκιών. ....   | 12 |
| 3.5 ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΑΠΟΙΚΙΑΣ ΜΥΡΜΗΓΚΙΩΝ .....   | 13 |
| Ant System (AS) .....   | 13 |
| Ant Colony System (ACS) .....   | 13 |

|  |    |
|--|----|
| Elitist Ant System (EAS).....  | 13 |
| Max-Min Ant System (MMAS) .....  | 14 |
| Άλλες Παραλλαγές.....  | 14 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ .....  | 15 |
| 4.1 ΔΕΔΟΜΕΝΑ .....   | 15 |
| 4.2 ΟΙ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΧΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΤΟΠΙΚΗΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ .....   | 16 |
| 4.3 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ.....  | 16 |
| Ant System (AS) .....  | 17 |
| Ant Colony System (ACS) .....  | 19 |
| Elitist Ant System (EAS).....  | 20 |
| Max-Min Ant System (MMAS) .....  | 21 |
| 4.3 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ.....   | 23 |
| Διαδικασία Παραμετροποίησης .....  | 23 |
| Παραμετροποίηση για την 1 <sup>η</sup> παραλλαγή .....   | 23 |
| Παραμετροποίηση για την 2 <sup>η</sup> παραλλαγή .....   | 24 |
| Παραμετροποίηση για την 3 <sup>η</sup> παραλλαγή .....   | 24 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ.....  | 26 |
| 5.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 1 <sup>ΗΣ</sup> ΠΑΡΑΛΛΑΓΗΣ – ΑΝΟΙΧΤΟ-ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΔΟ .....  | 26 |
| 5.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 2 <sup>ΗΣ</sup> ΠΑΡΑΛΛΑΓΗΣ – ΑΝΟΙΧΤΟ-ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΔΟ ΜΕ<br>ΙΔΙΟΚΤΗΤΑ ΚΑΙ ΝΟΙΚΙΑΣΜΕΝΑ ΟΧΗΜΑΤΑ .....  | 29 |
| 5.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 3 <sup>ΗΣ</sup> ΠΑΡΑΛΛΑΓΗΣ – ΑΝΟΙΧΤΟ-ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΔΟ ΜΕ<br>ΙΔΙΟΚΤΗΤΑ ΚΑΙ ΝΟΙΚΙΑΣΜΕΝΑ ΟΧΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΕΠΙΣΤΡΟΦΕΣ<br>ΣΤΗΝ ΑΠΟΘΗΚΗ ..... | 32 |
| 5.4 ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΑΛΥΤΕΡΩΝ ΛΥΣΕΩΝ .....  | 36 |
| Καλύτερες λύσεις 1 <sup>η</sup> παραλλαγής.....  | 36 |
| Καλύτερες λύσεις 2 <sup>ης</sup> Παραλλαγής.....   | 38 |
| Καλύτερες λύσεις 3 <sup>ης</sup> Παραλλαγής.....   | 39 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....   | 41 |
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....   | 42 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ .....  | 43 |

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η σημασία της αποτελεσματικής διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας έγινε ιδιαίτερος αντιληπτή τα χρόνια της έξαρσης της πανδημίας της COVID-19 αλλά και τα χρόνια που ακολούθησαν. Κατ' επέκταση, το ενδιαφέρον της αποτελεσματικής διαχείρισης των μεταφορών που αποτελούν μια εκ των βασικών δραστηριοτήτων της εφοδιαστικής αλυσίδας με σκοπό την μείωση του κόστους, αυξάνεται. Στην παρούσα εργασία συγκρίνονται διάφορες παραλλαγές του Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών μεταξύ τους, με σκοπό την επίτευξη του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος στην επίλυση του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Το ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων αποτελεί μια παραλλαγή του ανοιχτού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων όπου, εάν υπάρχει χρόνος, το όχημα μπορεί να επιστρέψει στην αποθήκη, να φορτώσει νέο εμπόρευμα και να συνεχίσει. Στην παρούσα εργασία εξετάζονται τρεις παραλλαγές του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων: Το κλασσικό ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, το ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ιδιότητα και νοικιασμένα οχήματα και το ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ιδιότητα και νοικιασμένα οχήματα και πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η αξία της Εφοδιαστικής/Logistics είναι γνωστή από την αρχαιότητα. Ωστόσο, στη σύγχρονη ιστορία και επιστήμη η «Εφοδιαστική» χρησιμοποιήθηκε μαζικά από τις ΗΠΑ και τους συμμάχους κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου, ως κομμάτι της επιχειρησιακής έρευνας και των προσομοιώσεων. Στις δεκαετίες που ακολούθησαν, η Εφοδιαστική έγινε αντικείμενο επιστημονικής μελέτης και επιχειρηματικού ενδιαφέροντος.

Η εφοδιαστική έχει μεγάλη σημασία για καταναλωτές, επιχειρήσεις και περιβάλλον. Οι καταναλωτές απολαμβάνουν μεγαλύτερη ποικιλία προϊόντων, με υψηλότερη ποιότητα, τα οποία είναι συνεχώς διαθέσιμα και με όσο το δυνατόν χαμηλότερο κόστος. Οι επιχειρήσεις αποκτούν πρόσβαση σε πρώτες ύλες από όλο τον κόσμο με μειωμένο κόστος, πρόσβαση σε νέες αγορές και νέα κανάλια διανομής. Με την πράσινη διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας, η οικολογία ενσωματώνεται στον σχεδιασμό της, με αποτέλεσμα πολλαπλά οφέλη για το περιβάλλον.

### Εφοδιαστική Αλυσίδα

Η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελεί ένα δίκτυο μεταφοράς προϊόντων μεταξύ των διαφόρων οντοτήτων που συνεργάζονται για την παραγωγή ενός προϊόντος μέχρι αυτό να φτάσει στον τελικό καταναλωτή. Έτσι, περιλαμβάνει από την μεταφορά και αποθήκευση πρώτων υλών και προϊόντων μεταξύ των διαφόρων σταθμών παραγωγής μέχρι και την διάθεση του τελικού προϊόντος στον καταναλωτή.

### Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας

Η διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας (ΔΕΑ) στοχεύει στην αποτελεσματική διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Αποτελεί μια ολοκληρωμένη διαδικασία που περιλαμβάνει τον σχεδιασμό, την εφαρμογή και τον έλεγχο της αποτελεσματικής ροής των προϊόντων, από τις πρώτες ύλες μέχρι και το τελικό προϊόν αλλά και των σχετικών πληροφοριών. Σκοπός της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι η όσο το δυνατόν αποδοτικότερη μεταφορά των κατάλληλων προϊόντων ή υπηρεσιών στο κατάλληλο μέρος, στον κατάλληλο χρόνο με γνώμονα την ικανοποίηση των πελατών. Αυτό σημαίνει πως υπάρχει μια ροή προϊόντων από την επιχείρηση προς τους πελάτες αλλά και το αντίστροφο, αλλά και μια ροή προϊόντων ή πρώτων υλών μεταξύ προμηθευτών, αποθηκών και καταστημάτων.

### Μεταφορές

Οι μεταφορές αποτελούν βασική δραστηριότητα της επιχείρησης, των οποίων η αποτελεσματική διαχείριση κρίνεται απαραίτητη για την μείωση του κόστους, την ανταγωνιστικότητα και την βιωσιμότητα της. Ο σχεδιασμός τους απαιτεί κατάλληλη επιλογή των βέλτιστων διαδρομών, τον κατάλληλο σχεδιασμό των δικτύων διανομής αλλά και την επιλογή των τρόπων μεταφοράς και των μέσων διανομής. Οι τρόποι μεταφοράς περιλαμβάνουν οδικούς, σιδηροδρομικούς, θαλάσσιους, αεροπορικούς μεταφορείς αλλά και αγωγούς μεταφορών υγρών και αερίων.

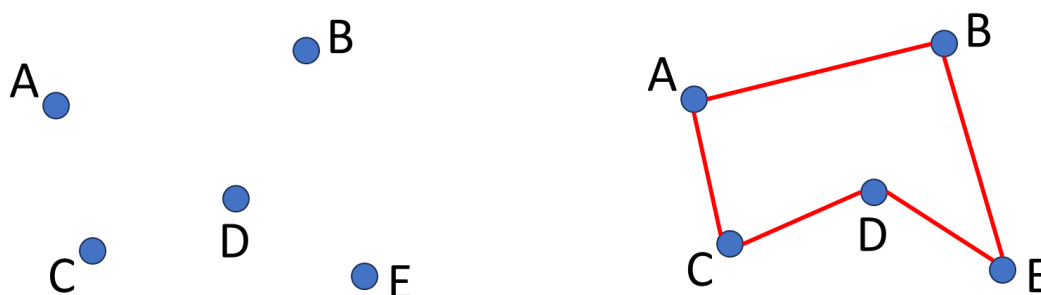
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

### 2.1 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΠΛΑΝΟΔΙΟΥ ΠΩΛΗΤΗ (TSP)

Στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή, υπάρχει ένα σύνολο κόμβων με συγκεκριμένες συντεταγμένες στον διδιάστατο χώρο. Ένας κόμβος ορίζεται ως αφετηρία και ο στόχος είναι η επίσκεψη όλων των κόμβων, μεταβαίνοντας από τον έναν στον άλλον και η επιστροφή στην αφετηρία, με το μικρότερο δυνατό κόστος, όπως αυτό έχει οριστεί. Η επίσκεψη σε κάθε κόμβο θα πρέπει να γίνεται ακριβώς μία φορά χωρίς να δημιουργούνται υπόκυκλοι.

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή είναι ένα σημαντικό πρόβλημα στο πεδίο της επιχειρησιακής έρευνας και της βελτιστοποίησης. Ανήκει στην κατηγορία των NP-Hard προβλημάτων και χρησιμοποιείται ως benchmark για την αξιολόγηση διαφόρων αλγορίθμων. Επίσης η γενίκευση και επέκταση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή οδήγησε στην δημιουργία των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων που παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Στο σχήμα 2.1.1 παρουσιάζεται οπτικά η αναπαράσταση ενός προβλήματος πλανόδιου πωλητή. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, υποθέτοντας ως κόμβο-αφετηρία τον κόμβο A, η λύση είναι η διαδρομή [A B E D C A] ή [A C D E B A]



Σχήμα 2.1.1 Παράδειγμα πλανόδιου πωλητή.

Μοντελοποίηση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή.

Αρχικά ορίζεται πως κάθε μετάβαση ενέχει ένα κόστος  $c$ . Έτσι, ως  $c_{ij}$  ορίζεται το κόστος τη μετάβασης από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$ .

Ακόμα, ορίζεται η εξής δυαδική μεταβλητή:

$$x_{ij} \begin{cases} 1, \text{ αν υπάρχει μετάβαση από } i \text{ σε } j \\ 0 \text{ αν δεν υπάρχει, } \forall i, \forall j \text{ με } i \neq j \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n c_{ij} x_{ij}$$

Υπό:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 2, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1.1)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} x_{ij} > 1, \quad \forall C \subset \{1, \dots, n\}, C \neq \emptyset \quad (2.1.2)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, \forall j, \quad i \neq j \quad (2.1.3)$$

Ο περιορισμός 2.1.1 εξασφαλίζει πως οι μεταβάσεις από και προς κάποιον κόμβο θα είναι ακριβώς 2. Ο περιορισμός 2.1.2 εξασφαλίζει πως δεν θα υπάρξουν υπόκυκλοι αφού απαιτεί κάθε υποσύνολο να συνδέεται με το συμπληρωματικό του.

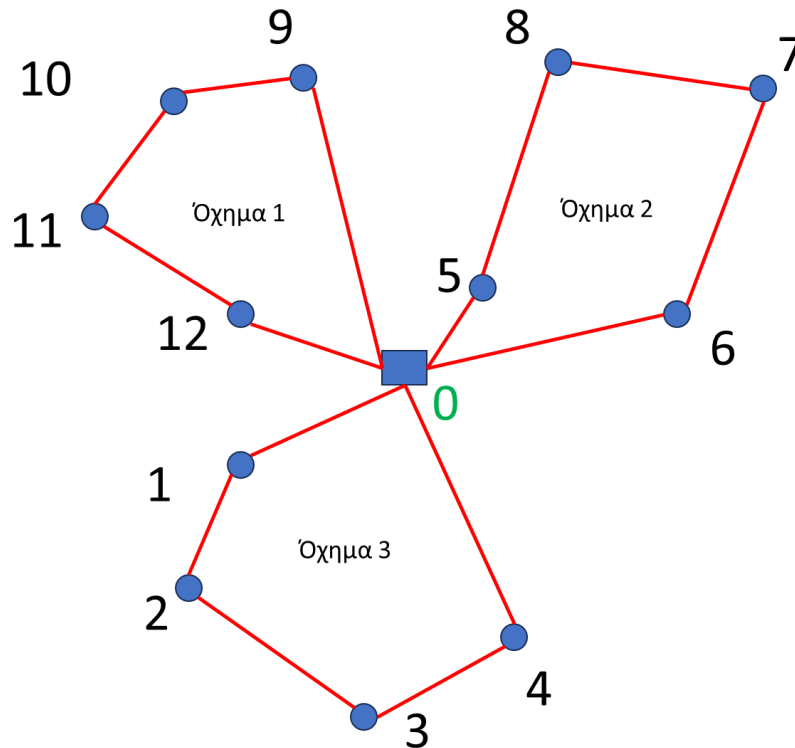
## 2.2 ΤΟ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΗΣ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων – CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem) είναι μια επέκταση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή. Αρχικά γίνεται η υπόθεση πως κάθε κόμβος (εκτός της αφετηρίας) είναι ένας πελάτης που έχει μια συγκεκριμένη ζήτηση που πρέπει να καλυφθεί από κάποιο όχημα που θα τον επισκεφτεί. Έτσι, στο συγκεκριμένο πρόβλημα εισάγονται δυο νέες έννοιες. Ο μέγιστος χρόνος παραμονής ενός οχήματος στην εργασία καθώς και η μέγιστη χωρητικότητα ενός οχήματος. Πριν από κάθε μετάβαση στον επόμενο κόμβο πρέπει να γίνεται έλεγχος για το εάν η ζήτηση που θα προστεθεί στον επόμενο κόμβο παραβιάζει ή όχι τον περιορισμό της μέγιστης χωρητικότητας καθώς κι εάν η προσθήκη του χρόνου μετάβασης στον επόμενο κόμβο μαζί με τον χρόνο μετάβασης από τον επόμενο κόμβο στην αποθήκη δεν παραβιάζει τον περιορισμό του μέγιστου χρόνου εργασίας του οχήματος. Στην περίπτωση που για οποιοδήποτε λόγο ένα όχημα μπορεί να καλύψει το σύνολο της ζήτησης των πελατών και το μέγιστο περιθώριο χρόνου παραμονής ενός οχήματος στη διαδρομή είναι αρκετά μεγάλο ώστε να εξυπηρετηθούν όλοι οι κόμβοι, το πρόβλημα ταυτίζεται με αυτό του πλανόδιου πωλητή.

Όμως, για μεγαλύτερο αριθμό κόμβων, δεν αρκεί ένα όχημα για να καλυφθεί η ζήτηση. Κατά συνέπεια χρειάζονται περισσότερα από ένα οχήματα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ανάγκη δημιουργίας περισσότερων διαδρομών. Έτσι, δημιουργούνται διάφορες υπο-διαδρομές όπου την κάθε μια εκτελεί κι ένα διαφορετικό όχημα. Σε κάθε περίπτωση, συνεχίζει να ισχύει ο περιορισμός χωρητικότητας κάθε οχήματος, ο περιορισμός του χρόνου εργασίας του οχήματος καθώς και ο περιορισμός της επίσκεψης του κάθε κόμβου ακριβώς μία φορά που ισχύει και στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή.

Στο σχήμα 2.2.1 παρουσιάζεται μια ενδεικτική λύση ενός τέτοιου προβλήματος με συνολικά 13 κόμβους. Παρατηρείται πως έχουν δημιουργηθεί 3 διαδρομές. Η 1<sup>η</sup> διαδρομή είναι η [0 12 11 10 9 0] η 2<sup>η</sup> διαδρομή είναι η [0 1 2 3 4 0], η 3<sup>η</sup> διαδρομή είναι η [0 5 8 7 6 0] και η 4<sup>η</sup> διαδρομή είναι η [0 1 2 3 4 0].





Σχήμα 2.2.1 Ενδεικτική λύση προβλήματος CVRP με 13 συνολικά κόμβους.

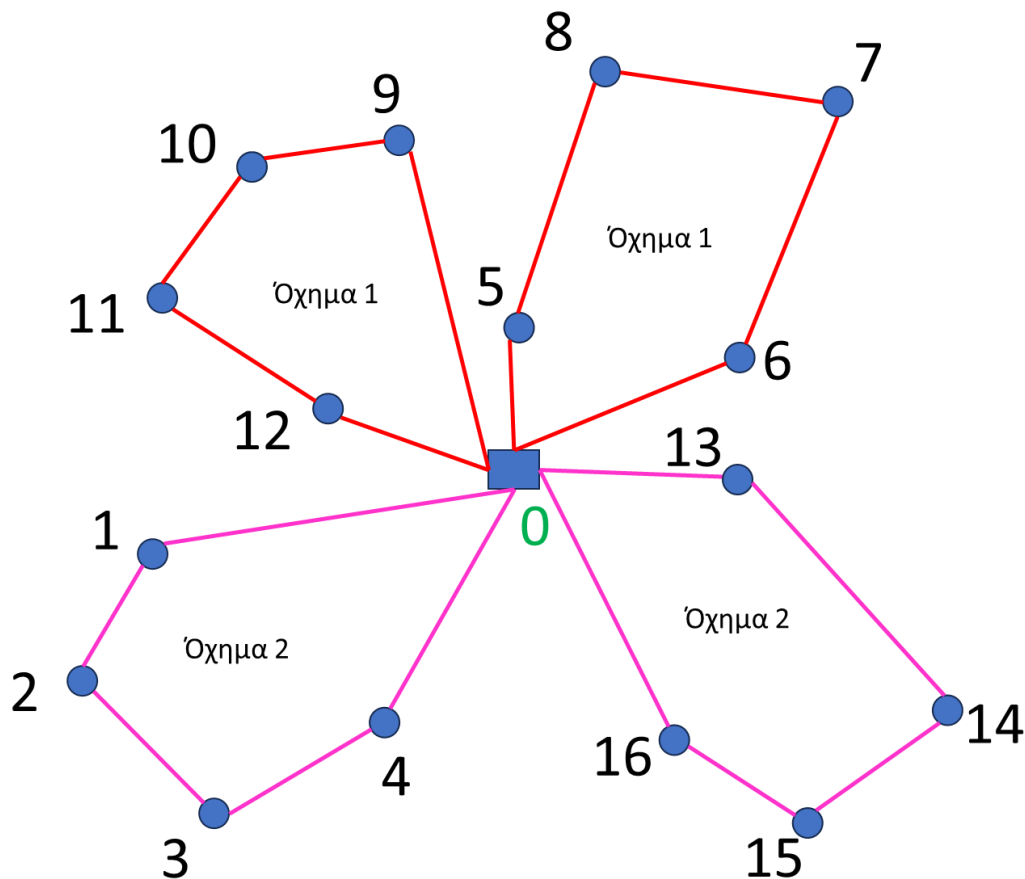
### 2.3 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΕΠΙΣΤΡΟΦΕΣ ΣΤΗΝ ΑΠΟΘΗΚΗ

Στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων που παρουσιάστηκε παραπάνω, γίνεται η υπόθεση πως ένα όχημα μπορεί να φορτώσει μια φορά, κι αφού εξαντληθεί η χωρητικότητα ή ο χρόνος παραμονής στην εργασία, το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη κι εάν μένουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί, αναλαμβάνει την εξυπηρέτησή τους άλλο όχημα.

Εάν όμως το επιτρέπουν τα δεδομένα του προβλήματος, μπορεί ο χρόνος εργασίας του οχήματος να είναι αρκετά μεγάλος ώστε να επιτρέπει την εξυπηρέτηση ενός αριθμού κόμβων έως ότου εξαντληθεί η μέγιστη χωρητικότητά του, την επιστροφή στην αποθήκη, την φόρτωση/εκφόρτωσή του και την συνέχιση της διαδρομής του. Αυτό ορίζεται ως ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη (Multitrip Vehicle Routing Problem).

Το πρόβλημα αυτό είναι ίδιο με το CVRP, με την διαφορά ότι κάθε φορά που εξαντλείται η μέγιστη χωρητικότητα ενός οχήματος, γίνεται επιστροφή στην αποθήκη και δημιουργία νέας διαδρομής με το ίδιο όχημα, έως ότου δεν μένει πια άλλος χρόνος εργασίας. Τότε γίνεται επιστροφή στην αποθήκη και αναλαμβάνει νέο όχημα.

Στο σχήμα 2.3.1 Παρουσιάζεται μια ενδεικτική λύση ενός προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη. Με κόκκινο χρώμα αναπαρίσταται η διαδρομή που εκτελεί το όχημα 1 και είναι η  $[0\ 12\ 11\ 10\ 9\ 0\ 5\ 8\ 7\ 6\ 0]$  και με μωβ χρώμα η διαδρομή που εκτελεί το όχημα 2 και είναι η  $[0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 0\ 16\ 15\ 14\ 13\ 0]$ .



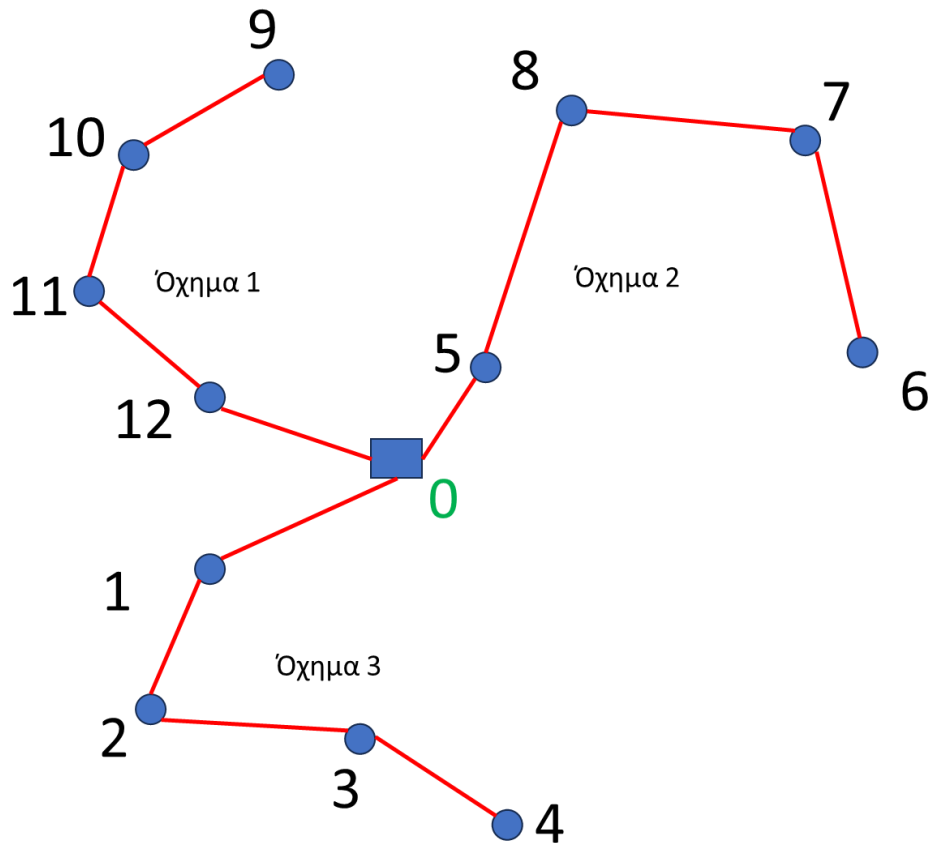
Σχήμα 2.3.1. Ενδεικτική λύση προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη. Λύση με 2 οχήματα που εκτελούν 2 διαδρομές το κάθε ένα.

## 2.4 ΤΟ ΑΝΟΙΧΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

Στις προηγούμενες περιπτώσεις που εξετάστηκαν, τα οχήματα έπρεπε να επιστρέψουν πάντα στην αποθήκη στο τέλος της διαδρομής. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις που αυτό δεν είναι απαραίτητο, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση που μια επιχείρηση δεν διαθέτει δικά της οχήματα, αλλά νοικιάζει κάποια. Στην περίπτωση αυτή, ένα όχημα δύναται να ολοκληρώσει την διαδρομή του χωρίς να επιστρέψει στην αποθήκη. Με αυτόν τον τρόπο, δεν δημιουργείται κάποιος κύκλος κι έτσι η διαδρομή μένει «ανοιχτή». Το συγκεκριμένο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων ονομάζεται ανοιχτό (Open Vehicle Routing Problem ή OVRP για συντομία).

Σε αυτή την περίπτωση, για να εξεταστεί εάν υπάρχει χρόνος για μετάβαση σε επόμενο κόμβο, δεν χρειάζεται να συνυπολογίζεται και ο χρόνος επιστροφής από τον επόμενο κόμβο στην αποθήκη. Μόνον ο χρόνος μετάβασης από τον τρέχοντα κόμβο στον επόμενο.

Στο Σχήμα 2.4.1 παρουσιάζεται ενδεικτικά η λύση ενός ανοιχτού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Η λύση αποτελείται από 3 οχήματα που εκτελούν 3 διαδρομές: την [0 1 2 3 4], την [0 12 11 10 9] και την [0 5 8 7 6].



Σχήμα 2.4.1. Ενδεικτική λύση ενός ανοιχτού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων.

## 2.5 ΤΟ ΑΝΟΙΧΤΟ-ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

Στην ενότητα 2.4 Παρουσιάστηκε το ανοιχτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων. Σε αυτό το πρόβλημα τα οχήματα εκτελούν ανοιχτή διαδρομή μόνο. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις που μπορεί ένα όχημα να επιστρέψει στην αποθήκη και να συνεχίσει την διαδρομή του ή περιπτώσεις όπου υπάρχει συνδυασμός ιδιόκτητων και νοικιασμένων οχημάτων που μπορούν είτε να επιστρέφουν στην αποθήκη είτε όχι. Με αυτές τις περιπτώσεις ασχολείται τον ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Close-Open Vehicle Routing Problem) με τις διάφορες παραλλαγές του.

**Παραλλαγή 1<sup>η</sup>.** Το κλασικό ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων.

Η συγκεκριμένη παραλλαγή αποτελεί το αρχικό ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων. Αποτελεί επέκταση του ανοιχτού προβλήματος δρομολόγησης, όπου προστίθεται η δυνατότητα στα οχήματα να επιστρέφουν στην αποθήκη για ανεφοδιασμό και να συνεχίζουν την πορεία τους. Σε κάθε περίπτωση, με το τέλος του διαθέσιμου χρόνου εργασίας των οχημάτων, η διαδρομή μένει ανοιχτή στην συγκεκριμένη παραλλαγή. Μπορούν όμως να δημιουργηθούν και κλειστές διαδρομές ακριβώς λόγω της δυνατότητας επιστροφής ενός οχήματος για ανεφοδιασμό.

Παραλλαγή 2<sup>η</sup>. Το ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ιδιότητα και νοικιασμένα οχήματα.

Η συγκεκριμένη παραλλαγή αποτελεί κατά μια έννοια συνδυασμό του ανοιχτού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων και του περιορισμένης χωρητικότητας προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Σε αυτό το πρόβλημα, θεωρείται πως η επιχείρηση διαθέτει ήδη έναν αριθμό ιδιόκτητων οχημάτων, αλλά για να καλύψει τις ανάγκες της χρειάζεται να χρησιμοποιήσει και κάποια νοικιασμένα οχήματα. Έτσι, τα ιδιόκτητα οχήματα εκτελούν «κλειστές» διαδρομές βάσει της λογικής του CVRP, ενώ τα νοικιασμένα οχήματα εκτελούν «ανοιχτές» διαδρομές όπως στο ανοιχτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων.

Για την κατάλληλη επιλογή των οχημάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια αντικειμενική συνάρτηση στην οποία θα υπάρχει ένα σταθερό κόστος(για την χρήση ενός ιδιόκτητου ή την ενοικίαση ενός νοικιασμένου για παράδειγμα), καθώς κι ένα μεταβλητό κόστος που αφορά το κόστος της διαδρομής. Ρεαλιστικά όμως, ο αριθμός των ιδιόκτητων οχημάτων θα πρέπει να εξαντληθεί για να χρησιμοποιηθούν ενοικιαζόμενα οχήματα, καθώς η χρήση όλων των οχημάτων της επιχείρησης είναι πάντα η πιο οικονομικά συμφέρουσα επιλογή.

Παραλλαγή 3<sup>η</sup>. Το ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ιδιότητα και νοικιασμένα οχήματα και πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη.

Η συγκεκριμένη παραλλαγή διαφέρει από την 2<sup>η</sup> παραλλαγή στο ότι τα οχήματα μπορούν να εκτελούν τις διαδρομές τους με την δυνατότητα επιστροφής στην αποθήκη για ανεφοδιασμό. Έτσι, τα ιδιόκτητα οχήματα μπορούν να εκτελούν διαδρομές όπως στο απλό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη, ενώ τα νοικιασμένα οχήματα μπορούν να εκτελούν διαδρομές σύμφωνα με το ανοιχτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ.

### 3.1 ΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι είναι μια κατηγορία αλγορίθμων οι οποίοι στοχεύουν στην γρήγορη επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων, με σκοπό την εύρεση μιας αρκετά καλής λύσης σε ένα εύλογο χρονικό διάστημα. Η λύση αυτή μπορεί να μην είναι βέλτιστη αλλά επιτυγχάνεται σε πολύ συντομότερο χρονικό διάστημα. Αυτό είναι αρκετά σημαντικό σε περιπτώσεις NP-Hard προβλημάτων όπως το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή ή τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων. Οι ευρετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε συνδυασμό με άλλους αλγορίθμους για μεγαλύτερη αποδοτικότητα.

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χωριστούν στις εξής δυο μεγάλες κατηγορίες:

#### Κατασκευαστικές μέθοδοι (άπληστοι αλγόριθμοι – greedy algorithms)

Οι αλγόριθμοι που ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία, ξεκινούν από ένα σημείο και μπορούν να κατασκευάσουν μια λύση. Η λύση αυτή συνήθως δεν είναι βέλτιστη, καθώς οι αλγόριθμοι αυτοί είναι μυωπικοί, δηλαδή, γίνεται η καλύτερη δυνατή εφικτή επιλογή αλλά στη δεδομένη στιγμή και για το επόμενο βήμα. Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, θα μπορούσε να είναι η επιλογή του επόμενου κόμβου μόνο βάσει της απόστασης. Άρα η επιλογή του κοντινότερου στον τρέχοντα κόμβο.

#### Μέθοδοι τοπικής αναζήτησης (local search algorithms)

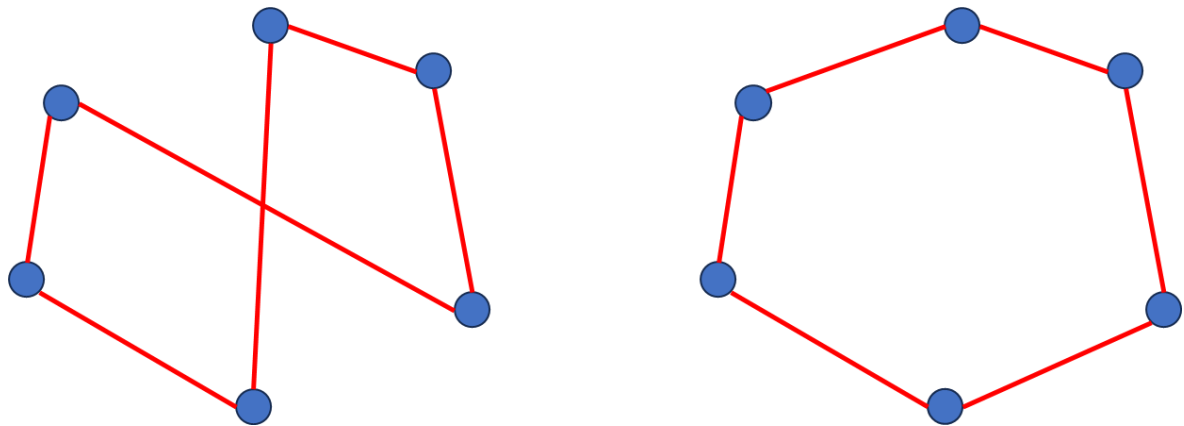
Οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης αποτελούν επαναληπτικές μεθόδους που βασίζονται στην αρχή της δοκιμής και σφάλματος. Δεν κατασκευάζουν λύση αλλά ξεκινώντας από μια αρχική λύση, επαναλαμβάνονται διάφορες δοκιμές που βελτιώνουν την λύση έως ότου η λύση να μην επιδέχεται βελτίωσης. Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης αποτελούν πολύ δυνατά εργαλεία στην βελτιστοποίηση των λύσεων των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων.

### 3.2 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΤΟΠΙΚΗΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης οι οποίες παρουσιάζονται σε αυτήν την ενότητα.

#### Αλγόριθμος 2-Opt

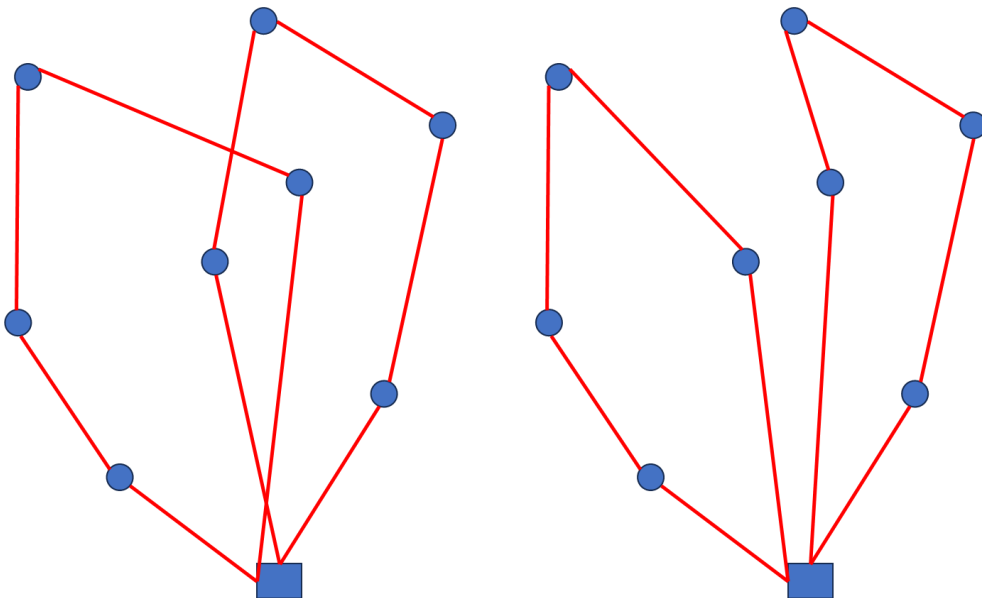
Η μέθοδος 2-Opt εφαρμόζεται εντός μιας διαδρομής. Σκοπός της είναι η βελτίωση του κόστους της διαδρομής «ξεμπλέκοντάς» την όπως παρουσιάζεται στο παράδειγμα του σχήματος 3.2.1. Κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου 2-Opt, εξετάζεται εάν η διαγραφή 2 διαδρομών και η επανασύνδεση των κόμβων που ξεκινούν και καταλήγουν θα επιφέρει βελτίωση στη λύση. Αν ναι, γίνεται η αλλαγή και η διαδικασία συνεχίζεται καθ' όλο το μήκος της διαδρομής έως ότου δεν υπάρχει κάποια περαιτέρω βελτίωση στο κόστος.



Σχήμα 3.2.1. Παράδειγμα βελτίωσης λύσης πριν και μετά την εφαρμογή του 2-Opt

### Αλγόριθμος 1-1 Ανταλλαγή (1-1 Exchange)

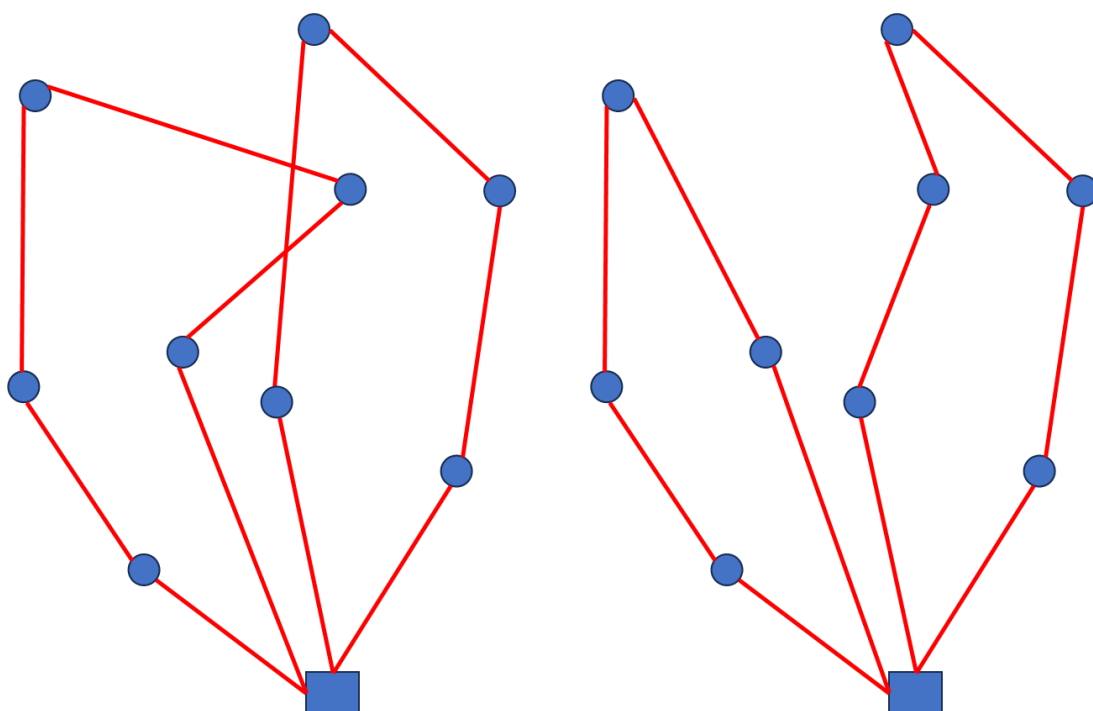
Σε αντίθεση με το 2-Opt, η μέθοδος 1-1 ανταλλαγή (1-1 Exchange) εφαρμόζεται μεταξύ δυο διαφορετικών διαδρομών. Κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου αυτού, ελέγχεται το κατά πόσο η ανταλλαγή 2 κόμβων ανάμεσα σε 2 διαδρομές θα οδηγήσει σε βελτίωση της λύσης. Αν ναι, η ανταλλαγή γίνεται. Κατ' αυτόν τον τρόπο ελέγχονται όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί έως ότου δεν υπάρχει βελτίωση της λύσης. Κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου είναι σημαντικό να ελέγχεται εάν η ανταλλαγή που εξετάζεται δεν θα οδηγήσει σε παραβίαση των περιορισμών σε κάποια εκ των 2 διαδρομών. Στο σχήμα 3.2.2 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα όπου η εφαρμογή του 1-1 exchange οδηγεί σε βελτίωση της λύσης.



Σχήμα 3.2.2. Παράδειγμα βελτίωσης λύσης πριν και μετά την εφαρμογή του 1-1 Exchange.

### Αλγόριθμος 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 Relocate)

Ο αλγόριθμος 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 Relocate) εφαρμόζεται κι αυτός μεταξύ δυο διαφορετικών διαδρομών. Κατά την εκτέλεσή του, εξετάζεται εάν η διαγραφή ενός κόμβου από μια διαδρομή και η εισαγωγή του (επανατοποθέτηση) μεταξύ 2 κόμβων σε κάποια άλλη διαδρομή, θα οδηγήσει σε βελτίωση της λύσης. Αυτό συνεχίζεται για κάθε κόμβο και επαναληπτικά μέχρις ότου δεν υπάρχει κάποια βελτίωση της λύσης. Κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου, χρειάζεται να εξετάζεται εάν η επανατοποθέτηση του κόμβου θα οδηγήσει σε παραβίαση των περιορισμών για την διαδρομή στην οποία επανατοποθετείται. Στο Σχήμα 3.2.3 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα όπου η εφαρμογή του 1-0 relocate οδηγεί σε βελτίωση της λύσης.



Σχήμα 3.2.3. Παράδειγμα βελτίωσης λύσης πριν και μετά την εφαρμογή του 1-1 Relocate

### 3.3 ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Μια σημαντική κατηγορία αλγορίθμων στον τομέα της βελτιστοποίησης είναι οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι. Οι υψηλού επιπέδου στρατηγικές και διαδικασίες που χρησιμοποιούν οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι, είναι ιδιαίτερα αποδοτικές κατά την αναζήτηση και εξερεύνηση χώρων. Δυο κύριες στρατηγικές που χρησιμοποιούνται στους μεθευρετικούς αλγορίθμους, των οποίων η ισορροπία κρίνεται σημαντική, είναι η διαφοροποίηση (diversification) και η επίταση (intensification). Η διαφοροποίηση αφορά την εξερεύνηση του χώρου των λύσεων για εντοπισμό τυχόν καλύτερων αποφεύγοντας έτσι πιθανό εγκλωβισμό σε κάποιο τοπικό ελάχιστο. Από την άλλη, η επίταση κάνει χρήση της πληροφορίας της ήδη γνωστής καλύτερης λύσης ώστε η αναζήτηση να περιοριστεί στην κοντινή της περιοχή. Πολλές φορές αντί των όρων diversification και intensification χρησιμοποιούνται οι όροι exploration και exploitation αντίστοιχα.

### 3.4 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΜΠΝΕΥΣΜΕΝΟΙ ΑΠΟ ΤΗ ΦΥΣΗ

Οι αλγόριθμοι εμπνευσμένοι από τη φύση είναι μια κατηγορία αλγορίθμων που προέρχονται από την παρατήρηση φυσικών διεργασιών. Μεθευρετικοί αλγόριθμοι που ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία είναι οι γενετικοί αλγόριθμοι (genetic algorithms – GA) που βασίζονται στην φυσική επιλογή και επιβίωση του ισχυρότερου, η προσομοιωμένη απόπτηση (simulated annealing) που βασίζεται στην διαδικασία απόπτησης των μετάλλων, ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (particle swarm optimization – PSO), ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών κ.α.

### 3.4 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΑΠΟΙΚΙΑΣ ΜΥΡΜΗΓΚΙΩΝ

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών (ant colony optimization – ACO) προτάθηκε το 1992 από τον M.Dorigo. Είναι ένας μεθευρετικός αλγόριθμος, εμπνευσμένος από τη φύση καθώς προέρχεται από την παρατήρηση της διαδικασίας εύρεσης τροφής μιας αποικίας μυρμηγκιών.

Η διαδικασία αναζήτησης τροφής των μυρμηγκιών στη φύση.

Πολλά είδη μυρμηγκιών δεν βασίζονται στην όραση, αλλά στην φερομόνη. Καθώς ένα μυρμήγκι εξερευνά τον χώρο για τροφή, αφήνει πίσω του ένα κομμάτι φερομόνης. Αφού βρει τροφή, επιστρέφει στην φωλιά. Τα υπόλοιπα μυρμήγκια, υπάρχει πιθανότητα να ακολουθήσουν αυτά τα μονοπάτια φερομόνης, με μεγαλύτερη πιθανότητα να ακολουθήσουν μονοπάτια με περισσότερη φερομόνη. Ταυτόχρονα, με την πάροδο του χρόνου η φερομόνη εξατμίζεται. Έτσι, καθώς τα μυρμήγκια βρίσκουν τροφή σε διάφορα σημεία κι επιστρέφουν από τα σημεία αυτά στη φωλιά, υπάρχει η τάση να δημιουργούνται μονοπάτια με ισχυρή ποσότητα φερομόνης προς τις πηγές τροφής.

Προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων και βελτιστοποίηση αποικίας μυρμηγκιών.

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών αποτελεί μια πολύ ισχυρή επιλογή για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων. Στην περίπτωση του αλγορίθμου για την επίλυση των ΠΔΟ, αρχικά μυρμήγκια αφήνονται να ξεκινήσουν από τυχαία σημεία στον χώρο και επιλέγουν προς ποιους κόμβους θα μετακινηθούν βάσει φερομόνης κι ευρετικής πληροφορίας με χρήση του τύπου:

$$p_{ij} = \frac{\tau_{ij}^a \cdot n_{ij}^\beta}{\sum_{l=1}^M \tau_{il}^a \cdot n_{il}^\beta}$$

Όπου  $\tau_{ij}$  η ποσότητα φερομόνης στο μονοπάτι από τον κόμβο  $i$  προς κόμβο  $j$ ,  $n_{ij}$  η ευρετική πληροφορία που αντιστοιχεί στην μετάβαση από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$ . Ακόμα,  $M$  είναι ο συνολικός αριθμός των κόμβων ενώ από τις παραμέτρους  $a$  και  $\beta$  εξαρτάται το που δίνεται μεγαλύτερο βάρος κατά την επιλογή του επόμενου κόμβου, στην ποσότητα φερομόνης ή στην ευρετική πληροφορία.

Η ευρετική πληροφορία έχει να κάνει με την απόσταση των διαθέσιμων προς μετάβαση κόμβων από τον κόμβο που βρίσκεται το όχημα-μυρμήγκι. Η εξίσωσή της είναι:

$$n_{ij} = \frac{1}{c_{ij}}$$

Όπου  $c_{ij}$  το κόστος μετάβασης από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$ . Παρατηρείται λοιπόν πως η ευρετική πληροφορία είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης από τον κόμβο προς τον οποίο εξετάζεται η μετάβαση, συνεπώς όσο μικρότερη η απόσταση, τόσο μεγαλύτερη η τάση να επιλεγεί ο κόμβος αυτός.



Η φερομόνη εναποτίθεται με διάφορες στρατηγικές, αναλόγως την παραλλαγή και υλοποίηση του αλγορίθμου, στο τέλος κάθε iteration. Συνήθως η εξίσωση βάσει της οποίας γίνεται η εναπόθεση αυτή είναι η:

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + \frac{Q}{c_k}$$

Όπου Q μια παράμετρος που ορίζεται από τον χρήστη,  $c_k$  κόστος που έχει η διαδρομή του μυρμηγκιού k. Έτσι, όσο μικρότερο είναι το κόστος της διαδρομής τόσο μεγαλύτερο το ποσό της φερομόνης που εναποτίθεται στα μονοπάτια που την απαρτίζουν.

Η ποσότητα φερομόνης βρίσκεται αποθηκευμένη στον πίνακα φερομόνης. Ανάλογα με την παραλλαγή του αλγορίθμου και την υλοποίησή του, όταν γίνεται κάποια μετάβαση αφήνεται μια ποσότητα φερομόνης στο συγκεκριμένο μονοπάτι, η οποία είναι περισσότερη για καλύτερες λύσεις. Παράλληλα, όπως και στη φύση, υπάρχει στο τέλος κάθε iteration η εξάτμιση ενός ποσού φερομόνης βάσει του τύπου:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij}$$

Όπου  $\rho$  μια παράμετρος η οποία ονομάζεται συντελεστής εξάτμισης, παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1.

Ακόμα, υπάρχουν επιλογές παραμετροποίησης για το εάν θα ευνοείται η επίταση ή η διαφοροποίηση μέσω της εξίσωσης επιλογής επόμενου κόμβου ή του ρυθμού εξάτμισης της φερομόνης.

### 3.5 ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΑΠΟΙΚΙΑΣ ΜΥΡΜΗΓΚΙΩΝ

Η αρχική πρόταση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών αφορούσε την παραλλαγή Ant System. Έκτοτε, έχουν προταθεί διάφορες παραλλαγές του αλγορίθμου. Οι σημαντικότερες παραλλαγές του αλγορίθμου που εξετάζονται στην παρούσα εργασία είναι οι εξής:

#### Ant System (AS)

Ο πρώτος αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών. Ένας αριθμός μυρμηγκιών αφήνονται να ξεκινήσουν από τυχαίο σημείο το κάθε ένα. Αφού ολοκληρώσουν όλα τα μυρμηγκία τις διαδρομές τους, η φερομόνη ανανεώνεται (εξάτμιση-εναπόθεση). Η εναπόθεση της φερομόνης γίνεται στην διαδρομή του καλύτερου μυρμηγκιού του iteration.

#### Ant Colony System (ACS)

Στην συγκεκριμένη παραλλαγή, η διαδικασία είναι παρόμοια με της Ant System, με μια διαφορά. Εκτός από το καλύτερο μυρμηγκί του iteration, μια ποσότητα φερομόνης αφήνει και κάθε άλλο μυρμηγκί. Η διαδικασία αυτή ευνοεί την διαφοροποίηση. Η εκτέλεση του αλγορίθμου λοιπόν έχει ως εξής:

Ένας αριθμός μυρμηγκιών αφήνονται να ξεκινήσουν από τυχαίο σημείο το κάθε ένα. Για κάθε μυρμηγκί γίνεται ανανέωση της φερομόνης. Αφού ολοκληρώσουν όλα τα μυρμηγκία τις διαδρομές τους, η φερομόνη ανανεώνεται (εξάτμιση-εναπόθεση). Η εναπόθεση της φερομόνης γίνεται στην διαδρομή του καλύτερου μυρμηγκιού του iteration.

#### Elitist Ant System (EAS)

Η συγκεκριμένη παραλλαγή είναι όμοια με την ACS, αλλά επιπλέον εδώ γίνεται η εισαγωγή της έννοιας των κορυφαίων (elite) μυρμηγκιών. Τα συγκεκριμένα μυρμηγκία είναι ένας

αριθμός των καλύτερων μυρμηγκιών που προκύπτουν κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου. Στο τέλος κάθε iteration, γίνεται μια επιπλέον ανανέωση της φερομόνης βάσει των διαδρομών των μυρμηγκιών αυτών.

### Max-Min Ant System (MMAS)

Η συγκεκριμένη παραλλαγή δουλεύει όμοια με την AS, με μόνη διαφορά πως υπάρχει μια διαφορετική διαχείριση του πίνακα της φερομόνης. Ορίζονται ένα ανώτατο κι ένα κατώτατο όριο φερομόνης. Έτσι η ποσότητα φερομόνης δεν μπορεί να ξεπεράσει ή να πέσει κάτω από μια συγκεκριμένη τιμή σε κάθε μονοπάτι. Αυτό βοηθά στον να υπάρξει μια ισορροπία μεταξύ διαφοροποίησης και επίτασης.

### Άλλες Παραλλαγές

Υπάρχουν κι άλλες παραλλαγές του αλγορίθμου βελτιστοποίησης μυρμηγκιών, όπως η Rank-based Ant System όπου οι λύσεις κατατάσσονται βάσει του μήκους τους, η Parallel ant colony optimization όπου δημιουργούνται ομάδες μυρμηγκιών που επικοινωνούν μεταξύ τους με διάφορες μεθόδους, η Continuous Orthogonal Ant Colony που κάνει χρήση της μεθόδου ορθογώνιας σχεδίασης, η Recursive ant colony optimization στην οποία ο χώρος των λύσεων χωρίζεται σε υπο-χώρους όπου οι καλύτερες λύσεις χωρίζονται σε ακόμα μικρότερους υπο-χώρους και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται λεπτομέρειες σχετικά με το πως υλοποιήθηκαν οι αλγόριθμοι και οι παραλλαγές τους για την λύση κάθε προβλήματος, λεπτομέρειες σχετικά με το πως προσεγγίζονται οι παραλλαγές των προβλημάτων στην παρούσα εργασία καθώς και κάποιες λεπτομέρειες σχετικά με τα σετ δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν.

### 4.1 ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Για τις δοκιμές, χρησιμοποιήθηκαν τα datasets:

E-n22-k4 και E-n33-k4 (Christofides και Eilon, 1969),

A-n32-k5, A-n33-k5, A-n33-k6, A-n34-k5, A-n36-k5, B-n52-k7, P-n21-k2 (Augerat, 1995)

Καθώς δεν υπάρχουν στη βιβλιογραφία σετ δεδομένων ειδικά για το ανοιχτό-κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, επιλέχθηκαν τα παραπάνω σετ δεδομένων που αφορούν το περιορισμένης χωρητικότητας ΠΔΟ. Έτσι, χρειάστηκε να προστεθούν κάποια επιπλέον στοιχεία. Ένα από αυτά είναι ο αριθμός των ιδιόκτητων οχημάτων (εκεί που χρειάστηκε) όπου χρησιμοποιήθηκε ένας κατάλληλος αριθμός για κάθε πρόβλημα και παρουσιάζεται αναλυτικά στην ανάλογη ενότητα. Ακόμα, μια σημαντική παράμετρος των ανοιχτών-κλειστών ΠΔΟ είναι η μέγιστος χρόνος παραμονής στην διαδρομή. Για αυτό το δεδομένο χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα των R. Liu, και Z. Jiang, The close–open mixed vehicle routing problem, European Journal of Operational Research 220 (2012) 349–360.

Τα δεδομένα κάθε σετ ήταν αποθηκευμένα σε ένα αρχείο .txt. Κάθε κόμβος αναπαρίσταται από ένα σετ συντεταγμένων (x,y) στον δισδιάστατο χώρο. Για τον υπολογισμό των αποστάσεων, χρησιμοποιήθηκε η Ευκλείδεια απόσταση:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Βάσει των δεδομένων, οι αποστάσεις  $d_{ij}$  ισούνται με τις αποστάσεις  $d_{ji}$ , συνεπώς ο δισδιάστατος πίνακας που δημιουργείται είναι συμμετρικός.

Στον πίνακα 4.1.1 παρουσιάζονται κάποια βασικά, αρχικά στοιχεία των σετ δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν. N είναι ο αριθμός των κόμβων-πελατών, minR είναι ο ελάχιστος αριθμός διαδρομών που χρειάζεται για την επίλυση (του CVRP), MaxRT ο μέγιστος χρόνος εργασίας ενός οχήματος.

Πίνακας 4.1.1 Δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν.

| Όνομα       | N  | minR | MaxRT  | Capacity |
|-------------|----|------|--------|----------|
| E-n33-k4vrp | 33 | 4    | 262,48 | 8000     |
| E-n22-k4vrp | 22 | 4    | 110,47 | 6000     |
| A-n32-k5vrp | 32 | 5    | 246,89 | 100      |
| A-n33-k5vrp | 33 | 4    | 176,68 | 100      |
| A-n33-k6vrp | 33 | 6    | 175,83 | 100      |
| A-n34-k5vrp | 34 | 5    | 201,73 | 100      |
| A-n36-k5vrp | 36 | 5    | 236,53 | 100      |
| B-n52-k7vrp | 52 | 7    | 158,17 | 100      |
| P-n21-k2vrp | 21 | 2    | 132,1  | 160      |

Κάποιες επιπλέον πληροφορίες και παραδοχές που αφορούν τα προβλήματα είναι οι εξής:

- Χρόνος και απόσταση ταυτίζονται.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης κάθε κόμβου θεωρείται 0.
- Όλα τα οχήματα, είτε ιδιόκτητα είτε νοικιασμένα είναι όμοιας χωρητικότητας μεταξύ τους.
- Όλα τα οχήματα έχουν τον ίδιο χρόνο παραμονής στην διαδρομή.
- Ο αριθμός ιδιόκτητων οχημάτων ορίστηκε κατά περίπτωση για κάθε σετ δεδομένων ώστε να υπάρχει ανάγκη χρήσης και ενοικιασμένων οχημάτων.
- Στην περίπτωση της πρώτης παραλλαγής η μεταβλητή MaxRT αυξήθηκε κατά περίπτωση σε όποιο dataset χρειάστηκε ώστε να υπάρξει καλύτερη σύγκριση αποτελεσμάτων.
- Στις περιπτώσεις της 2<sup>ης</sup> και 3<sup>ης</sup> παραλλαγής του προβλήματος, η μεταβλητή MaxRT αυξήθηκε κατάλληλα ώστε να γίνουν καλύτερα αντιληπτές διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων.
- Στην περίπτωση της 3<sup>ης</sup> παραλλαγής, επειδή αυξήθηκε αρκετά η μεταβλητή MaxRT ώστε να υπάρξει η δυνατότητα δημιουργίας υπο-διαδρομών, αντίστοιχα μειώθηκε ο αριθμός των ιδιόκτητων οχημάτων ώστε να καθίσταται αναγκαία και η χρήση ενοικιασμένων.

## 4.2 ΟΙ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΧΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΤΟΠΙΚΗΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

Στην παρούσα εργασία, η κάθε παραλλαγή του αλγορίθμου βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών χρησιμοποιήθηκαν δυο διαφορετικές στρατηγικές στη χρήση των μεθόδων τοπικής αναζήτησης.

1. Η πρώτη στρατηγική είναι: εάν για έναν ορισμένο αριθμό επαναλήψεων δεν προκύψει βελτίωση στη λύση, στην διαδρομή του πρώτου μυρμηγκιού της επόμενης επανάληψης θα χρησιμοποιηθούν 3 φορές σε επανάληψη και οι 3 αλγόριθμοι (2opt, 1-1 exchange, 1-0 relocate) με τυχαία σειρά.
2. Η δεύτερη στρατηγική είναι: αφού κάθε μυρμηγκί ολοκληρώσει την διαδρομή του, να εφαρμόζονται στην διαδρομή αυτή και οι τρεις μέθοδοι τοπικής αναζήτησης (2opt, 1-1 exchange, 1-0 relocate) με τυχαία σειρά

## 4.3 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Για όλες τις παραλλαγές των αλγορίθμων, αρχικά η εισαγωγή των δεδομένων γίνεται από αρχείο .txt. Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι αποστάσεις και ορίζονται οι παράμετροι. Οι παράμετροι αυτές είναι:

- Το πλήθος των μυρμηγκιών M
- Η τιμή της παραμέτρου Q που αφορά στο ποσό της φερομόνης που εναποτίθεται.
- Τα  $\rho$ ,  $\alpha$  και  $\beta$
- Ως κριτήριο τερματισμού του αλγορίθμου ορίζεται ένας αριθμός επαναλήψεων iterations.
- Ορίζεται ο κόμβος-αποθήκη ως depot

Όπου MM ένας πολύ μεγάλος για τα δεδομένα του προβλήματος αριθμός και VN ο συνολικός αριθμός των οχημάτων.

Στη συνέχεια, αρχικοποιείται ο πίνακας της φερομόνης βάσει του εξής τύπου:

$$\tau_{ij} = \frac{M}{C_0}$$

Όπου M ο αριθμός των μυρμηγκιών που θα χρησιμοποιηθούν και  $C_0$  ένα αρχικό κόστος το οποίο προκύπτει μέσω της διαδικασίας ρύθμισης των παραμέτρων που περιγράφεται στην αντίστοιχη ενότητα.

Ακόμα, η λογική που ακολουθήθηκε ήταν παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του κόστους και η ελαχιστοποίηση των οχημάτων. Για αυτό το λόγο έγινε η εισαγωγή ενός penalty για κάθε όχημα που χρησιμοποιείται. Άρα η αντικειμενική συνάρτηση έχει τη μορφή:

$$\sum_1^N c_{ij} \cdot x_{ij} + VN \cdot MM$$

Στη συνέχεια ακολουθούν κάποιες επιμέρους λεπτομέρειες σχετικά με την υλοποίηση της κάθε παραλλαγής του αλγορίθμου βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών.

Επίσης, αξίζει να σημειωθεί πως σε όλες τις παραλλαγές του αλγορίθμου, η τιμή του συντελεστή εξάτμιση  $\rho$  δεν ορίστηκε σταθερή, αλλά γραμμικά μειούμενη βάσει του τύπου:

$$\rho = \rho - (\rho - \rho_\tau) \cdot \frac{\varepsilon}{iterations}$$

Όπου  $\rho_\tau$  η τελική επιθυμητή τιμή του  $\rho$ , όπου  $\varepsilon$  ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης και όπου iterations ο συνολικός αριθμός των επαναλήψεων που έχει οριστεί.

Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνεται όσο περνούν οι επαναλήψεις να δίνεται ένα παραπάνω βάρος στην εξερεύνηση, δίνοντας έτσι την ευκαιρία στον αλγόριθμο να ξεφύγει από κάποιο τοπικό ελάχιστο. Ακόμα, αντιμετωπίζεται ένα πρόβλημα που εντοπιζόταν σε κάποιες περιπτώσεις (εκτός του max min ACO), όπου κάποιες τιμές του πίνακα της φερομόνης έφταναν σε πολύ χαμηλά επίπεδα μετά από μεγάλο αριθμό επαναλήψεων, δημιουργώντας έτσι πρόβλημα στους αριθμούς μηχανής.

### Ant System (AS)

Η διαδικασία εκτέλεσης του Ant System έχει ως εξής:

Αρχικά γίνεται εισαγωγή δεδομένων, ορίζονται οι επιθυμητές παράμετροι και γίνονται η κατάλληλες αρχικοποιήσεις. Ορίζεται μέσω τυχαίας συνάρτησης ο κόμβος 1<sup>ης</sup> μετάβασης του μυρμηγκιού (ο κόμβος δηλαδή που θα ακολουθήσει μετά τον κόμβο-αποθήκη). Στη συνέχεια, δημιουργείται μια λίστα με τους κόμβους στους οποίους δύναται να γίνει μετάβαση βάσει των περιορισμών και σε μια άλλη λίστα αποθηκεύονται οι πιθανότητες μετάβασης P που τους αναλογούν. Γίνεται η επιλογή του επόμενου κόμβου, γίνεται εισαγωγή του κόμβου αυτού στην λίστα της διαδρομής. Αν κατά τη διάρκεια δημιουργίας της λίστας P, η λίστα αυτή είναι άδεια αλλά υπάρχουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί, αυτό σημαίνει πως παραβιάζεται ο

περιορισμός χωρητικότητας, συνεπώς το μυρμήγκι όχημα επιστρέφει στον κόμβο 0 και δημιουργείται νέα διαδρομή σε μια νέα λίστα. Όταν γίνει κάθε μετάβαση, ο κόμβος αφαιρείται από την λίστα των κόμβων που δεν έχουν εξυπηρετηθεί. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου έχουν εξυπηρετηθεί όλοι οι κόμβοι. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία για το μυρμήγκι, συγκρίνεται το κόστος της διαδρομής TC του με το καλύτερο γνωστό μυρμήγκι της επανάληψης BTC. Αν το κόστος διαδρομής του τρέχοντος μυρμηγκιού είναι μικρότερο, τότε αυτό ορίζεται ως το καλύτερο της επανάληψης (iteration). Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε μυρμήγκι. Βάσει της διαδρομής του καλύτερου μυρμηγκιού της επανάληψης, γίνεται η εναπόθεση φερομόνης αφού πρώτα έχει αφαιρεθεί από όλες τις διαδρομές το ποσό που αντιστοιχεί στην εξάτμισή της και στη συνέχεια μειώνεται η τιμή της παραμέτρου  $\rho$ . Τέλος, αφού έχει βρεθεί το μυρμήγκι με το καλύτερο κόστος της επανάληψης BTC, το κόστος της διαδρομής του συγκρίνεται με το κόστος της διαδρομής του καλύτερου γνωστού μυρμηγκιού ανεξαρτήτως επανάληψης GTC κι αν είναι καλύτερο, ορίζεται αυτό ως το καλύτερο μυρμήγκι ανεξαρτήτως επανάληψης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τον αριθμό επαναλήψεων που έχει οριστεί και στο τέλος η λύση αντιστοιχεί στην διαδρομή του καλύτερου μυρμηγκιού.

Εκτός από τις λύσεις, τις διαδρομές και τα κόστη, για κάθε μυρμήγκι αποθηκεύονται τα επιμέρους κόστη κάθε υπό-διαδρομής (RouteTime, RT), ο αριθμός του οχήματος που την εκτελεί καθώς και ο αριθμός της ζήτησης που καταφέρνει να εξυπηρετήσει κάθε όχημα σε κάθε διαδρομή (δηλαδή το συνολικό φορτίο – load).

Παρακάτω ακολουθεί η διαδικασία που περιεγράφηκε σε μορφή ψευδοκώδικα.

Διάβασε τα δεδομένα

Ορισμός παραμέτρων

Υπολογισμός και αρχικοποίηση πίνακα αποστάσεων.

Αρχικοποίηση πίνακα φερομόνης

Λοιπές αρχικοποιήσεις.

Για αριθμό επαναλήψεων από 1 μέχρι iterations

    Για μυρμήγκι από 1 μέχρι M

        Όρισε τυχαία τον 1<sup>ο</sup> κόμβο μετάβασης και πήγαινε σε αυτόν.

        Όσο υπάρχουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί

            Επίλεξε τον κόμβο μετάβασης βάσει περιορισμών και συνάρτησης πιθανότητας.

            Αποθήκευσε τα κατάλληλα δεδομένα

        τέλος επανάληψης

        Εφάρμοσε την στρατηγική τοπικής αναζήτησης που έχει επιλεγεί.

        Αν  $TC < BTC$  τότε  $BTC = TC$

    τέλος επανάληψης

    Εφάρμοσε εξάτμιση φερομόνης

    Εφάρμοσε εναπόθεση φερομόνης βάσει της διαδρομής του μυρμηγκιού με το BTC

    Μείωσε το  $\rho$

    Αν  $BTC < GTC$  τότε  $GTC = BTC$

τέλος επανάληψης

Τύπωσε την διαδρομή και τα στοιχεία που αντιστοιχούν στη βέλτιστη λύση.

## Ant Colony System (ACS)

Η διαδικασία εκτέλεσης του Ant Colony System έχει ως εξής:

Αρχικά γίνεται εισαγωγή δεδομένων, ορίζονται οι επιθυμητές παράμετροι και γίνονται η κατάλληλες αρχικοποιήσεις, συμπεριλαμβανομένου και ενός έξτρα σετ παραμέτρων  $\rho$  και  $Q$  που θα αφορούν την ανανέωση της φερομόνης για όλα τα μυρμήγκια της κάθε επανάληψης. Ορίζεται μέσω τυχαίας συνάρτησης ο κόμβος  $1^{ns}$  μετάβασης του μυρμηγκιού (ο κόμβος δηλαδή που θα ακολουθήσει μετά τον κόμβο-αποθήκη). Στη συνέχεια, δημιουργείται μια λίστα με τους κόμβους στους οποίους δύναται να γίνει μετάβαση βάσει των περιορισμών και σε μια άλλη λίστα αποθηκεύονται οι πιθανότητες μετάβασης  $P$  που τους αναλογούν. Γίνεται η επιλογή του επόμενου κόμβου, γίνεται εισαγωγή του κόμβου αυτού στην λίστα της διαδρομής. Αν κατά τη διάρκεια δημιουργίας της λίστας  $P$ , η λίστα αυτή είναι άδεια αλλά υπάρχουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί, αυτό σημαίνει πως παραβιάζεται ο περιορισμός χωρητικότητας, συνεπώς το μυρμήγκι όχημα επιστρέφει στον κόμβο 0 και δημιουργείται νέα διαδρομή σε μια νέα λίστα. Όταν γίνει κάθε μετάβαση, ο κόμβος αφαιρείται από την λίστα των κόμβων που δεν έχουν εξυπηρετηθεί. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου έχουν εξυπηρετηθεί όλοι οι κόμβοι. Στη συνέχεια γίνεται εξάτμιση και εναπόθεση φερομόνης για το συγκεκριμένο μυρμήγκι βάσει των παραμέτρων  $\rho_2$  και  $Q_2$  και στη συνέχεια μειώνεται η τιμή της παραμέτρου  $\rho_2$ . Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία για το μυρμήγκι, συγκρίνεται το κόστος της διαδρομής TC του με το καλύτερο γνωστό μυρμήγκι της επανάληψης BTC. Αν το κόστος διαδρομής του τρέχοντος μυρμηγκιού είναι μικρότερο, τότε αυτό ορίζεται ως το καλύτερο της επανάληψης (iteration). Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε μυρμήγκι. Βάσει της διαδρομής του καλύτερου μυρμηγκιού της επανάληψης, γίνεται η εναπόθεση φερομόνης αφού πρώτα έχει αφαιρεθεί από όλες τις διαδρομές το ποσό που αντιστοιχεί στην εξάτμισή της και στη συνέχεια μειώνεται η τιμή της παραμέτρου  $\rho$ . Τέλος, αφού έχει βρεθεί το μυρμήγκι με το καλύτερο κόστος της επανάληψης BTC, το κόστος της διαδρομής του συγκρίνεται με το κόστος της διαδρομής του καλύτερου γνωστού μυρμηγκιού ανεξαρτήτως επανάληψης GTC κι αν είναι καλύτερο, ορίζεται αυτό ως το καλύτερο μυρμήγκι ανεξαρτήτως επανάληψης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τον αριθμό επαναλήψεων που έχει οριστεί και στο τέλος η λύση αντιστοιχεί στην διαδρομή του καλύτερου μυρμηγκιού.

Εκτός από τις λύσεις, τις διαδρομές και τα κόστη, για κάθε μυρμήγκι αποθηκεύονται τα επιμέρους κόστη κάθε υπό-διαδρομής (RouteTime, RT), ο αριθμός του οχήματος που την εκτελεί καθώς και ο αριθμός της ζήτησης που καταφέρνει να εξυπηρετήσει κάθε όχημα σε κάθε διαδρομή (δηλαδή το συνολικό φορτίο – load).

Παρακάτω ακολουθεί η διαδικασία που περιεγράφηκε σε μορφή ψευδοκώδικα.

Διάβασε τα δεδομένα

Ορισμός παραμέτρων

Υπολογισμός και αρχικοποίηση πίνακα αποστάσεων.

Αρχικοποίηση πίνακα φερομόνης

Λοιπές αρχικοποιήσεις.

Για αριθμό επαναλήψεων από 1 μέχρι iterations

    Για μυρμήγκι από 1 μέχρι M

        Όρισε τυχαία τον  $1^{o}$  κόμβο μετάβασης και πήγαινε σε αυτόν.

        Όσο υπάρχουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί

Επίλεξε τον κόμβο μετάβασης βάσει περιορισμών και συνάρτησης πιθανότητας.  
 Αποθήκευσε τα κατάλληλα δεδομένα  
 τέλος επανάληψης  
 Εφάρμοσε την στρατηγική τοπικής αναζήτησης που έχει επιλεγεί.  
 Εφάρμοσε εξάτμιση φερομόνης βάσει του  $\rho_2$   
 Εφάρμοσε εναπόθεση φερομόνης βάσει της διαδρομής του μυρμηγκιού  
 Μείωσε το  $\rho_2$   
 Αν  $TC < BTC$  τότε  $BTC = TC$   
 τέλος επανάληψης  
 Εφάρμοσε εξάτμιση φερομόνης  
 Εφάρμοσε εναπόθεση φερομόνης βάσει της διαδρομής του μυρμηγκιού με το BTC  
 Μείωσε το  $\rho$   
 Αν  $BTC < GTC$  τότε  $GTC = BTC$   
 τέλος επανάληψης  
 Τύπωσε την διαδρομή και τα στοιχεία που αντιστοιχούν στη βέλτιστη λύση.

### Elitist Ant System (EAS)

Η διαδικασία εκτέλεσης του Elitist Ant System έχει ως εξής:

Αρχικά γίνεται εισαγωγή δεδομένων, ορίζονται οι επιθυμητές παράμετροι και γίνονται η κατάλληλες αρχικοποιήσεις, συμπεριλαμβανομένου και ενός έξτρα σετ παραμέτρων  $\rho$  και  $Q$  που θα αφορούν την ανανέωση της φερομόνης για όλα τα μυρμήγκια της κάθε επανάληψης. Επιπλέον, ορίζεται ο αριθμός των elite μυρμηγκιών και δημιουργείται μια λίστα στην οποία θα αποθηκευτούν τα elite μυρμήγκια. Ορίζεται μέσω τυχαίας συνάρτησης ο κόμβος  $1^{η}$  μετάβασης του μυρμηγκιού (ο κόμβος δηλαδή που θα ακολουθήσει μετά τον κόμβο-αποθήκη). Στη συνέχεια, δημιουργείται μια λίστα με τους κόμβους στους οποίους δύναται να γίνει μετάβαση βάσει των περιορισμών και σε μια άλλη λίστα αποθηκεύονται οι πιθανότητες μετάβασης  $P$  που τους αναλογούν. Γίνεται η επιλογή του επόμενου κόμβου, γίνεται εισαγωγή του κόμβου αυτού στην λίστα της διαδρομής. Αν κατά τη διάρκεια δημιουργίας της λίστας  $P$ , η λίστα αυτή είναι άδεια αλλά υπάρχουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί, αυτό σημαίνει πως παραβιάζεται ο περιορισμός χωρητικότητας, συνεπώς το μυρμήγκι όχημα επιστρέφει στον κόμβο 0 και δημιουργείται νέα διαδρομή σε μια νέα λίστα. Όταν γίνει κάθε μετάβαση, ο κόμβος αφαιρείται από την λίστα των κόμβων που δεν έχουν εξυπηρετηθεί. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου έχουν εξυπηρετηθεί όλοι οι κόμβοι. Στη συνέχεια γίνεται εξάτμιση και εναπόθεση φερομόνης για το συγκεκριμένο μυρμήγκι βάσει των παραμέτρων  $\rho_2$  και  $Q_2$  και στη συνέχεια μειώνεται η τιμή της παραμέτρου  $\rho_2$ . Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία για το μυρμήγκι, συγκρίνεται το κόστος της διαδρομής  $TC$  του με το καλύτερο γνωστό μυρμήγκι της επανάληψης  $BTC$ . Αν το κόστος διαδρομής του τρέχοντος μυρμηγκιού είναι μικρότερο, τότε αυτό ορίζεται ως το καλύτερο της επανάληψης (iteration). Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε μυρμήγκι. Βάσει της διαδρομής του καλύτερου μυρμηγκιού της επανάληψης, γίνεται η εναπόθεση φερομόνης αφού πρώτα έχει αφαιρεθεί από όλες τις διαδρομές το ποσό που αντιστοιχεί στην εξάτμισή της και στη συνέχεια μειώνεται η τιμή της παραμέτρου  $\rho$ . Τέλος, αφού έχει βρεθεί το μυρμήγκι με το καλύτερο κόστος της επανάληψης  $BTC$ , το κόστος της διαδρομής του συγκρίνεται με το κόστος της διαδρομής του καλύτερου γνωστού μυρμηγκιού ανεξαρτήτως επανάληψης  $GTC$  κι αν είναι καλύτερο, ορίζεται αυτό ως το καλύτερο μυρμήγκι ανεξαρτήτως επανάληψης. Ακόμα, το κόστος του καλύτερου μυρμηγκιού της επανάληψης συγκρίνεται με τα κόστη των κορυφαίων (elite) μυρμηγκιών, αν είναι καλύτερο από κάποιο ή κάποια, παίρνει την θέση του στην ταξινομημένη λίστα και αντίστοιχα το τελευταίο μυρμήγκι



της λίστας σβήνεται. Στη συνέχεια γίνεται εκ νέου εναπόθεση στις διαδρομές των elite μυρμηγκιών. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τον αριθμό επαναλήψεων που έχει οριστεί και στο τέλος η λύση αντιστοιχεί στην διαδρομή του καλύτερου μυρμηγκιού.

Εκτός από τις λύσεις, τις διαδρομές και τα κόστη, για κάθε μυρμήγκι αποθηκεύονται τα επιμέρους κόστη κάθε υπό-διαδρομής (RouteTime, RT), ο αριθμός του οχήματος που την εκτελεί καθώς και ο αριθμός της ζήτησης που καταφέρει να εξυπηρετήσει κάθε όχημα σε κάθε διαδρομή (δηλαδή το συνολικό φορτίο – load).

Παρακάτω ακολουθεί η διαδικασία που περιεγράφηκε σε μορφή ψευδοκώδικα.

Διάβασε τα δεδομένα

Ορισμός παραμέτρων

Υπολογισμός και αρχικοποίηση πίνακα αποστάσεων.

Αρχικοποίηση πίνακα φερομόνης

Λοιπές αρχικοποιήσεις.

Για αριθμό επαναλήψεων από 1 μέχρι iterations

    Για μυρμήγκι από 1 μέχρι M

        Όρισε τυχαία τον 1<sup>ο</sup> κόμβο μετάβασης και πήγαινε σε αυτόν.

        Όσο υπάρχουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί

            Επίλεξε τον κόμβο μετάβασης βάσει περιορισμών και συνάρτησης πιθανότητας.

            Αποθήκευσε τα κατάλληλα δεδομένα

        τέλος επανάλληψης

        Εφάρμοσε την στρατηγική τοπικής αναζήτησης που έχει επιλεγεί.

        Εφάρμοσε εξάτμιση φερομόνης βάσει του  $\rho_2$

        Εφάρμοσε εναπόθεση φερομόνης βάσει της διαδρομής του μυρμηγκιού

        Μείωσε το  $\rho_2$

        Αν  $TC < BTC$  τότε  $BTC = TC$

    τέλος επανάλληψης

    Εφάρμοσε εξάτμιση φερομόνης

    Εφάρμοσε εναπόθεση φερομόνης βάσει της διαδρομής του μυρμηγκιού με το BTC

    Αν  $BTC < TC$  Κάποιου elite μυρμηγκιού, αποθήκευσε την λύση στην θέση που

    της αντιστοιχεί και σβήσε την τελευταία

    Εφάρμοσε εναπόθεση φερομόνης βάσει των elite διαδρομών.

    Μείωσε το  $\rho$

    Αν  $BTC < GTC$  τότε  $GTC = BTS$

τέλος επανάλληψης

Τύπωσε την διαδρομή και τα στοιχεία που αντιστοιχούν στη βέλτιστη λύση.

### Max-Min Ant System (MMAS)

Η διαδικασία εκτέλεσης του Max Min Ant System έχει ως εξής:

Αρχικά γίνεται εισαγωγή δεδομένων, ορίζονται οι επιθυμητές παράμετροι και γίνονται η κατάλληλες αρχικοποιήσεις. Ακόμα, ορίζονται ανώτατα και κατώτατα όρια φερομόνης,  $tMax$

και  $t_{Min}$  τα οποία δεν μπορούν να ξεπεραστούν για κάθε μονοπάτι. Ορίζεται μέσω τυχαία συνάρτησης ο κόμβος  $1^{ης}$  μετάβασης του μυρμηγκιού (ο κόμβος δηλαδή που θα ακολουθήσει μετά τον κόμβο-αποθήκη). Στη συνέχεια, δημιουργείται μια λίστα με τους κόμβους στους οποίους δύναται να γίνει μετάβαση βάσει των περιορισμών και σε μια άλλη λίστα αποθηκεύονται οι πιθανότητες μετάβασης  $P$  που τους αναλογούν. Γίνεται η επιλογή του επόμενου κόμβου, γίνεται εισαγωγή του κόμβου αυτού στην λίστα της διαδρομής. Αν κατά τη διάρκεια δημιουργίας της λίστας  $P$ , η λίστα αυτή είναι άδεια αλλά υπάρχουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί, αυτό σημαίνει πως παραβιάζεται ο περιορισμός χωρητικότητας, συνεπώς το μυρμήγκι όχημα επιστρέφει στον κόμβο 0 και δημιουργείται νέα διαδρομή σε μια νέα λίστα. Όταν γίνει κάθε μετάβαση, ο κόμβος αφαιρείται από την λίστα των κόμβων που δεν έχουν εξυπηρετηθεί. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου έχουν εξυπηρετηθεί όλοι οι κόμβοι. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία για το μυρμήγκι, συγκρίνεται το κόστος της διαδρομής  $TC$  του με το καλύτερο γνωστό μυρμήγκι της επανάληψης  $BTC$ . Αν το κόστος διαδρομής του τρέχοντος μυρμηγκιού είναι μικρότερο, τότε αυτό ορίζεται ως το καλύτερο της επανάληψης (iteration). Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε μυρμήγκι. Βάσει της διαδρομής του καλύτερου μυρμηγκιού της επανάληψης, γίνεται η εναπόθεση φερομόνης αφού πρώτα έχει αφαιρεθεί από όλες τις διαδρομές το ποσό που αντιστοιχεί στην εξάτμισή της και στη συνέχεια μειώνεται η τιμή της παραμέτρου  $\rho$ . Κατά τη διαδικασία εξάτμισης και εναπόθεσης φερομόνης, εάν η τιμή ξεπερνά το ανώτατο όριο ή πέφτει κάτω από το κατώτατο όριο δε κάποιο μονοπάτι, τότε το μονοπάτι εκείνο παίρνει την ανώτατη και κατώτατη τιμή αντίστοιχα. Τέλος, αφού έχει βρεθεί το μυρμήγκι με το καλύτερο κόστος της επανάληψης  $BTC$ , το κόστος της διαδρομής του συγκρίνεται με το κόστος της διαδρομής του καλύτερου γνωστού μυρμηγκιού ανεξαρτήτως επανάληψης  $GTC$  κι αν είναι καλύτερο, ορίζεται αυτό ως το καλύτερο μυρμήγκι ανεξαρτήτως επανάληψης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τον αριθμό επαναλήψεων που έχει οριστεί και στο τέλος η λύση αντιστοιχεί στην διαδρομή του καλύτερου μυρμηγκιού.

Εκτός από τις λύσεις, τις διαδρομές και τα κόστη, για κάθε μυρμήγκι αποθηκεύονται τα επιμέρους κόστη κάθε υπό-διαδρομής (RouteTime,  $RT$ ), ο αριθμός του οχήματος που την εκτελεί καθώς και ο αριθμός της ζήτησης που καταφέρνει να εξυπηρετήσει κάθε όχημα σε κάθε διαδρομή (δηλαδή το συνολικό φορτίο – load).

Παρακάτω ακολουθεί η διαδικασία που περιεγράφηκε σε μορφή ψευδοκώδικα.

Διάβασε τα δεδομένα

Ορισμός παραμέτρων

Υπολογισμός και αρχικοποίηση πίνακα αποστάσεων.

Αρχικοποίηση πίνακα φερομόνης

Λοιπές αρχικοποιήσεις.

Για αριθμό επαναλήψεων από 1 μέχρι iterations

    Για μυρμήγκι από 1 μέχρι  $M$

        Όρισε τυχαία τον  $1^ο$  κόμβο μετάβασης και πήγαινε σε αυτόν.

        Όσο υπάρχουν κόμβοι που δεν έχουν εξυπηρετηθεί

            Επίλεξε τον κόμβο μετάβασης βάσει περιορισμών και συνάρτησης πιθανότητας.

            Αποθήκευσε τα κατάλληλα δεδομένα

        τέλος επανάληψης

        Εφάρμοσε την στρατηγική τοπικής αναζήτησης που έχει επιλεγεί.

        Αν  $TC < BTC$  τότε  $BTC = TC$

τέλος επανάληψης  
 Εφάρμοσε εξάτμιση φερομόνης όπου αν καταλήξει σε  $\tau_{ij} < tMin$  τότε  $\tau_{ij} = tMin$   
 Εφάρμοσε εναπόθεση φερομόνης βάσει της διαδρομής του μυρμηγκιού με το BTC όπου  
 . αν κάποιο  $\tau_{ij} > tMax$  τότε  $\tau_{ij} = tMax$   
 Μείωσε το  $\rho$   
 Αν  $BTC < GTC$  τότε  $GTC = BTS$   
 τέλος επανάληψης  
 Τύπωσε την διαδρομή και τα στοιχεία που αντιστοιχούν στη βέλτιστη λύση.

#### 4.3 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

##### Διαδικασία Παραμετροποίησης

Για τον ορισμό των παραμέτρων κάθε προβλήματος, έγιναν δοκιμές με μεταβολές των παραμέτρων σε διάφορες φάσεις. Αρχικά έγιναν δοκιμές με συνδυασμούς των παραμέτρων:  $Q=1$  ή  $Q=10$  και  $\rho=0.2$  ή  $\rho=0.5$  κι όλες τις άλλες παραμέτρους σταθερές. Αφού εντοπιζόταν ο συνδυασμός  $\rho$  και  $Q$  που έδωσε τα καλύτερα αποτελέσματα, για τον συνδυασμό αυτόν έγινε αλλαγή των παραμέτρων  $\alpha$  και  $\beta$ . Έτσι, ο συνδυασμός  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  και  $Q$  που έδινε τα καλύτερα αποτελέσματα επιλεγόταν ως η βασική παραμετροποίηση.

Οι δοκιμές έγιναν για κάθε παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ, με τον αλγόριθμο Ant System, με την 2<sup>η</sup> στρατηγική χρήσης των μεθόδων τοπικής αναζήτησης και για το set δεδομένων E-n33-k4vtr. Με την παραδοχή ότι η παραμετροποίηση που βρέθηκε μέσω αυτής της διαδικασίας για κάθε πρόβλημα είναι ικανοποιητική, έγινε η χρήση της και σε όλους τους υπόλοιπους συνδυασμούς αλγορίθμων, τοπικής αναζήτησης και σετ δεδομένων για το εκάστοτε ΠΔΟ που έλυσαν.

Επιπλέον, ως τιμή  $\rho_t$  ορίστηκε σε όλες τις περιπτώσεις η 0.0001, ο αριθμός μυρμηγκιών  $M$  ορίστηκε να είναι ίσος με τον αριθμό κόμβων  $N$ , και ο αριθμός επαναλήψεων iterations ίσος με 500. Στην περίπτωση του ACS οι παράμετροι  $\rho_2$ ,  $\rho_{2\_0}$ , και  $Q_2$  ορίστηκαν ως το 1/10 του  $\rho$ ,  $\rho_0$  και  $Q$  αντίστοιχα. Στην περίπτωση του EAS, ο αριθμός των elite μυρμηγκιών ορίστηκε στα 5.

##### Παραμετροποίηση για την 1<sup>η</sup> παραλλαγή

Στον πίνακα 4.3.1 Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δοκιμών για την επιλογή των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν στην 1<sup>η</sup> παραλλαγή του προβλήματος. Το  $TC_{AVG}$  είναι η μέση τιμή των TC που προέκυψαν από 5 συνολικά πλήρεις διαδικασίες επίλυσης, 500 επαναλήψεων η κάθε μία. Παρατηρείται πως για την 1<sup>η</sup> παραλλαγή του προβλήματος, ο καλύτερος συνδυασμός παραμέτρων για την επίλυσή του είναι ο:  $Q = 1$ ,  $\rho = 0.2$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $\beta = 0.7$  για τον οποίο επετεύχθη  $TC_{AVG}=605.82$ .

Πίνακας 4.3.1 Μέσο TC για δεδομένα Q, ρ, α, β. Παραλλαγή 1<sup>η</sup>

| Q  | ρ   | α   | β   | TC <sub>AVG</sub> |
|----|-----|-----|-----|-------------------|
| 1  | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 619,19            |
| 10 | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 622,552           |
| 1  | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 688,43            |
| 10 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 681,5             |
| 1  | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 605,802           |
| 1  | 0,2 | 0,7 | 0,3 | 607,328           |

#### Παραμετροποίηση για την 2<sup>η</sup> παραλλαγή

Στον πίνακα 4.3.2 Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δοκιμών για την επιλογή των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν στην 2<sup>η</sup> παραλλαγή του προβλήματος. Το TC<sub>AVG</sub> είναι η μέση τιμή των TC που προέκυψαν από 5 συνολικά πλήρεις διαδικασίες επίλυσης, 500 επαναλήψεων η κάθε μία. Παρατηρείται πως για την 2<sup>η</sup> παραλλαγή του προβλήματος, ο καλύτερος συνδυασμός παραμέτρων για την επίλυσή του είναι ο: Q = 1, ρ = 0.2, α = 0.3, β = 0,7 για τον οποίο επετεύχθη TC<sub>AVG</sub>=673,41 .

Πίνακας 4.3.2 Μέσο TC για δεδομένα Q, ρ, α, β. Παραλλαγή 2<sup>η</sup>

| Q  | ρ   | α   | β   | TC <sub>AVG</sub> |
|----|-----|-----|-----|-------------------|
| 1  | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 674,59            |
| 10 | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 676,97            |
| 1  | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 681,91            |
| 10 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 676,11            |
| 1  | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 673.41            |
| 1  | 0,2 | 0,7 | 0,3 | 675,15            |

#### Παραμετροποίηση για την 3<sup>η</sup> παραλλαγή

Στον πίνακα 4.3.3 Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δοκιμών για την επιλογή των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν στην 3<sup>η</sup> παραλλαγή του προβλήματος. Το TC<sub>AVG</sub> είναι η μέση τιμή των TC που προέκυψαν από 5 συνολικά πλήρεις διαδικασίες επίλυσης, 500 επαναλήψεων η κάθε μία. Παρατηρείται πως για την 3<sup>η</sup> παραλλαγή του προβλήματος, ο καλύτερος συνδυασμός παραμέτρων για την επίλυσή του είναι ο: Q = 1, ρ = 0.2, α = 0.3, β = 0,7 για τον οποίο επετεύχθη TC<sub>AVG</sub>=759.95 .

Πίνακας 4.3.3 Μέσο TC για δεδομένα Q, ρ, α, β. Παραλλαγή 3<sup>η</sup>

| Q  | ρ   | α   | β   | TC <sub>AVG</sub> |
|----|-----|-----|-----|-------------------|
| 1  | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 761,18            |
| 10 | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 767,69            |
| 1  | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 763,16            |
| 10 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 766,44            |
| 1  | 0,2 | 0,3 | 0,7 | 757,9             |
| 1  | 0,2 | 0,7 | 0,3 | 759,95            |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν για κάθε παραλλαγή προβλήματος, σετ δεδομένων, και συνδυασμό παραλλαγής αλγορίθμου ACO και στρατηγικής τοπικής αναζήτησης. Για κάθε συνδυασμό έγιναν 5 διαδοχικές πλήρεις εκτελέσεις 500 επαναλήψεων η κάθε μία και παρουσιάζεται ως  $TC_{AVG}$  η μέση τιμή τους.

Ακόμα, υπήρξαν περιπτώσεις όπου για κάποια εκτέλεση, το αποτέλεσμα που προέκυψε είχε έναν παραπάνω αριθμό οχήματος από την βέλτιστη γνωστή λύση, πράγμα που σημαίνει πως ο συγκεκριμένος συνδυασμός αλγορίθμου και τοπικής αναζήτησης δεν κατάφερε να βρει λύση που να μπορεί να συγκριθεί με τις υπόλοιπες καθώς είχε διαφορετικό αριθμό οχημάτων. Η λύσεις αυτές θεωρούνται πολύ κακές και δεν λαμβάνονται υπόψιν. Σε αυτές τις περιπτώσεις, εάν για κάθε συνδυασμό παραλλαγής ACO και τοπικής αναζήτησης υπήρξαν μέχρι 2 αποτελέσματα τέτοιου τύπου, τότε τα αποτελέσματα αυτά δεν λήφθηκαν υπόψιν και το  $TC_{AVG}$  υπολογίστηκε βάσει των υπόλοιπων έγκυρων αποτελεσμάτων. Εάν οι άκυρες αυτές τιμές ξεπερνούν τις 2, τότε δεν υπολογίστηκε  $TC_{AVG}$  καθώς θεωρήθηκε πως ο συγκεκριμένος συνδυασμός δεν καταφέρνει να πετύχει ικανοποιητικά αποτελέσματα για το συγκεκριμένο πρόβλημα και dataset κι άρα δεν έχει νόημα η σύγκρισή των αποτελεσμάτων που πέτυχε με τα αποτελέσματα των άλλων συνδυασμών. Σε αυτές τις περιπτώσεις, αντί αριθμητικού αποτελέσματος θα αναγράφεται ο χαρακτήρας «X».

Επιπλέον, επειδή δεν υπάρχουν στη βιβλιογραφία σχετικά αποτελέσματα, ορίστηκε ως καλύτερη λύση  $TC_{BEST}$  εκείνη που επετεύχθη για κάθε συνδυασμό σετ δεδομένων και παραλλαγής προβλήματος και από εκείνη την γνωστή καλύτερη τιμή υπολογίστηκε η απόκλιση κάθε  $TC_{AVG}$  που πέτυχε κάθε συνδυασμός αλγορίθμου και τοπικής αναζήτησης για το συγκεκριμένο πρόβλημα και σετ δεδομένων

### 5.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 1<sup>ΗΣ</sup> ΠΑΡΑΛΛΑΓΗΣ – ΑΝΟΙΧΤΟ-ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΔΟ

Στον πίνακα 5.1.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την επίλυση της 1<sup>ης</sup> παραλλαγής του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με την 1<sup>η</sup> στρατηγική χρήσης των μεθόδων τοπικής αναζήτησης. Σε κάθε στήλη παρουσιάζεται το  $TC_{AVG}$  που αντιστοιχεί σε κάθε σετ δεδομένων που λύθηκε με τον συγκεκριμένο αλγόριθμο καθώς και η βέλτιστη λύση που πέτυχε ο αλγόριθμος αυτός (opt), στη στήλη MaxRT ο μέγιστος χρόνος παραμονής ενός οχήματος σε μια διαδρομή όπως αυτό ορίστηκε κατά περίπτωση, ενώ στην στήλη V παρουσιάζεται ο αριθμός οχημάτων που χρειάστηκε για τη λύση που αντιστοιχεί σε κάθε σετ δεδομένων. Στην στήλη  $TC_L$  παρουσιάζονται τα κόστη που αντιστοιχούν στις καλύτερες λύσεις του συγκεκριμένου σετ δεδομένων με χρήση της 1<sup>ης</sup> στρατηγικής τοπικής αναζήτησης ενώ στην στήλη  $TC_{BEST}$  παρουσιάζονται τα κόστη της βέλτιστης γνωστής λύσης που βρέθηκε για κάθε σετ δεδομένων, ανεξαρτήτως στρατηγικής τοπικής αναζήτησης.

Στον πίνακα 5.1.2 παρουσιάζεται για κάθε σετ δεδομένων η απόκλιση μέσης τιμής  $TC_{AVG}$  που πέτυχε κάθε παραλλαγή του αλγορίθμου ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης, από το βέλτιστο γνωστό κόστος  $TC_{BEST}$ .

Πίνακας 5.1.1 Αποτελέσματα για την 1<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ για κάθε σετ δεδομένων για κάθε παραλλαγή του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης.

|             |     | AS     | ACS    | EAS    | MMAS   | MaxRT  | V | TC <sub>L</sub> | TC <sub>BEST</sub> |
|-------------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|---|-----------------|--------------------|
| E-n33-k4vrp | Avg | 605,80 | 619,52 | 606,74 | 605,70 | 314,98 | 3 | 586,40          | 584,81             |
|             | opt | 603,87 | 607,57 | 586,4  | 597,56 |        |   |                 |                    |
| E-n22-k4vrp | Avg | 292,49 | 305,63 | 305,62 | 293,12 | 143,61 | 3 | 282,25          | 274,70             |
|             | opt | 284,18 | 282,25 | 288,18 | 283,3  |        |   |                 |                    |
| A-n32-k5vrp | Avg | 618,76 | 670,98 | 620,84 | 602,75 | 320,96 | 3 | 586,81          | 543,26             |
|             | opt | 602,5  | 611,74 | 593,39 | 586,81 |        |   |                 |                    |
| A-n33-k5vrp | Avg | 527,86 | X      | 576,43 | 547,07 | 247,35 | 3 | 518,66          | 494,48             |
|             | opt | 518,66 | 627,4  | 561,71 | 523,65 |        |   |                 |                    |
| A-n33-k6vrp | Avg | X      | 601,60 | 704,68 | 661,17 | 246,16 | 3 | 536,53          | 536,53             |
|             | opt | 673,41 | 588,1  | 684,87 | 612,28 |        |   |                 |                    |
| A-n34-k5vrp | Avg | 646,10 | 669,67 | 688,87 | 639,84 | 282,42 | 3 | 629,26          | 597,04             |
|             | opt | 640,29 | 634,31 | 631,72 | 629,26 |        |   |                 |                    |
| A-n36-k5vrp | Avg | 626,82 | 639,02 | 646,61 | 630,34 | 331,14 | 3 | 617,94          | 598,60             |
|             | opt | 624,78 | 622,34 | 630,07 | 617,94 |        |   |                 |                    |
| B-n52-k7vrp | Avg | 661,57 | 662,76 | 678,11 | 677,28 | 221,44 | 4 | 613,41          | 536,71             |
|             | opt | 613,41 | 652,98 | 634,98 | 656,61 |        |   |                 |                    |
| P-n21-k2vrp | Avg | 194,21 | 197,42 | 186,13 | 187,57 | 184,94 | 1 | 183,47          | 183,47             |
|             | opt | 192,04 | 192,24 | 185,55 | 185,55 |        |   |                 |                    |

Πίνακας 5.1.2 Απόκλιση βέλτιστων τιμών που πέτυχε ο συνδυασμός κάθε παραλλαγής του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική από την τιμή του κόστους της βέλτιστης γνωστής λύσης.

|               | AS     | ACS    | EAS    | MMAS   |
|---------------|--------|--------|--------|--------|
| E-n33-k4vrp   | 3,59%  | 5,93%  | 3,75%  | 3,57%  |
| E-n22-k4vrp   | 6,48%  | 11,26% | 11,26% | 6,71%  |
| A-n32-k5vrp   | 13,90% | 23,51% | 14,28% | 10,95% |
| A-n33-k5vrp   | 6,75%  | X      | 16,57% | 10,63% |
| A-n33-k6vrp   | X      | 12,13% | 31,34% | 23,23% |
| A-n34-k5vrp   | 8,22%  | 12,17% | 15,38% | 7,17%  |
| A-n36-k5vrp   | 4,71%  | 6,75%  | 8,02%  | 5,30%  |
| B-n52-k7vrp   | 23,26% | 23,49% | 26,34% | 26,19% |
| P-n21-k2vrp   | 5,86%  | 7,61%  | 1,45%  | 2,24%  |
| Μέση Απόκλιση | 8,69%  | 12,86% | 14,27% | 10,67% |

Από τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτει πως η παραλλαγή του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική με την πιο ικανοποιητική απόδοση για το συγκεκριμένο πρόβλημα κρίνεται η παραλλαγή Ant System με 5.83% απόκλιση από τη βέλτιστη λύση. Η παραλλαγή Max-Min Ant System με μέση απόκλιση 10.67% από τη βέλτιστη λύση ακολουθεί. Οι δυο αυτές παραλλαγές πέτυχαν και τις βέλτιστες μέσες τιμές κόστους TC<sub>AVG</sub> για τον συνδυασμό που εξετάζεται, 5 φορές η AS και 3 φορές η MMAS. Λιγότερο ικανοποιητική κρίνεται η απόδοση των παραλλαγών ACS και EAS με μέση απόκλιση 12,86% και 14,27% αντίστοιχα, με μόνο την EAS να πετυχαίνει τη βέλτιστη μέση απόδοση του συνδυασμού που εξετάζεται σε μια περίπτωση. Ακόμα, η παραλλαγή ACS σε μια περίπτωση δεν κατάφερε να πιάσει

ικανοποιητική απόδοση καθώς δεν κατάφερε να φτάσει τον βέλτιστο αριθμό οχημάτων σε ικανοποιητικό αριθμό δοκιμών κι έτσι για το συγκεκριμένο σετ δεδομένων το αποτέλεσμα ήταν «άκυρο»

Όμοια με παραπάνω Στον πίνακα 5.1.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την επίλυση της 1<sup>ης</sup> παραλλαγής του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με την 2<sup>η</sup> στρατηγική χρήσης των μεθόδων τοπικής αναζήτησης. Στον πίνακα 5.1.4 παρουσιάζονται αντίστοιχα οι αποκλίσεις από το βέλτιστο κόστος για κάθε σετ δεδομένων.

Πίνακας 5.1.3 Αποτελέσματα για την 1<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ για κάθε σετ δεδομένων για κάθε παραλλαγή του ACO σε συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης.

|             |     | AS     | ACS    | EAS    | MMAS   | MaxRT  | V | TC <sub>L</sub> | TC <sub>BEST</sub> |
|-------------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|---|-----------------|--------------------|
| E-n33-k4vrp | Avg | 599,33 | 600,60 | 598,48 | 598,48 | 314,98 | 3 | 584,81          | 584,81             |
|             | opt | 585,33 | 586,4  | 584,81 | 598,3  |        |   |                 |                    |
| E-n22-k4vrp | Avg | 282,02 | 278,81 | 280,75 | 277,47 | 143,61 | 3 | 274,7           | 274,70             |
|             | opt | 275,79 | 274,7  | 275,79 | 275,79 |        |   |                 |                    |
| A-n32-k5vrp | Avg | 579,07 | 565,62 | 570,62 | 557,23 | 320,96 | 3 | 543,26          | 543,26             |
|             | opt | 545,49 | 545,49 | 545,49 | 543,26 |        |   |                 |                    |
| A-n33-k5vrp | Avg | 514,91 | 553,52 | 519,93 | 509,38 | 247,35 | 3 | 494,48          | 494,48             |
|             | opt | 494,48 | 549,51 | 508,01 | 497,36 |        |   |                 |                    |
| A-n33-k6vrp | Avg | 603,74 | 626,45 | 598,97 | 597,21 | 246,16 | 3 | 587,6           | 536,53             |
|             | opt | 593,34 | 594,71 | 590,94 | 587,6  |        |   |                 |                    |
| A-n34-k5vrp | Avg | 622,41 | 624,11 | 631,44 | 617,84 | 282,42 | 3 | 597,04          | 597,04             |
|             | opt | 608,16 | 597,04 | 614,85 | 597,04 |        |   |                 |                    |
| A-n36-k5vrp | Avg | 612,91 | 646,46 | 621,78 | 604,61 | 331,14 | 3 | 598,6           | 598,60             |
|             | opt | 609,93 | 614,82 | 612,76 | 598,6  |        |   |                 |                    |
| B-n52-k7vrp | Avg | 572,68 | 583,32 | 590,62 | 564,22 | 221,44 | 4 | 536,71          | 536,71             |
|             | opt | 546,86 | 551,18 | 536,71 | 552,08 |        |   |                 |                    |
| P-n21-k2vrp | Avg | 183,89 | 189,40 | 187,72 | 184,65 | 184,94 | 1 | 183,47          | 183,47             |
|             | opt | 183,47 | 187,74 | 185,55 | 183,47 |        |   |                 |                    |

Πίνακας 5.1.4 Απόκλιση βέλτιστων τιμών που πέτυχε ο συνδυασμός κάθε παραλλαγής του ACO σε συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική από την τιμή του κόστους της βέλτιστης γνωστής λύσης.

|               | AS     | ACS    | EAS    | MMAS   |
|---------------|--------|--------|--------|--------|
| E-n33-k4vrp   | 2,48%  | 2,70%  | 2,34%  | 2,34%  |
| E-n22-k4vrp   | 2,67%  | 1,50%  | 2,20%  | 1,01%  |
| A-n32-k5vrp   | 6,59%  | 4,12%  | 5,04%  | 2,57%  |
| A-n33-k5vrp   | 4,13%  | 11,94% | 5,15%  | 3,01%  |
| A-n33-k6vrp   | 12,53% | 16,76% | 11,64% | 11,31% |
| A-n34-k5vrp   | 4,25%  | 4,53%  | 5,76%  | 3,48%  |
| A-n36-k5vrp   | 2,39%  | 8,00%  | 3,87%  | 1,00%  |
| B-n52-k7vrp   | 6,70%  | 8,69%  | 10,05% | 5,13%  |
| P-n21-k2vrp   | 0,23%  | 3,23%  | 2,32%  | 0,65%  |
| Μέση απόκλιση | 4,66%  | 6,83%  | 5,37%  | 3,39%  |



Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους πίνακες 5.1.3 και 5.1.4 προκύπτει πως όλες οι παραλλαγές του ACO σε συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης κρίνονται ικανοποιητικές, με καλύτερη την παραλλαγή MMAS με μέση απόκλιση 3,39%. Η συγκεκριμένη παραλλαγή πέτυχε και την καλύτερη επίδοση βάσει μέσης τιμής κόστους για 7 από τα 9 σετ δεδομένων. Άλλες παραλλαγές που κατάφεραν να φτάσουν αντίστοιχα την καλύτερη επίδοση σε κάποιο σετ δεδομένων ήταν η AS σε 1 περίπτωση και η EAS πάλι σε 1 περίπτωση.

Στον πίνακα 5.1.5 Παρουσιάζονται οι φορές που κάθε συνδυασμός παραλλαγής ACO και στρατηγικής τοπικής αναζήτησης κατάφερε να πετύχει την καλύτερη γνωστή λύση. Οι αριθμοί που παρουσιάζονται είναι συνολικοί και ανεξάρτητοι από σετ δεδομένων. Επίσης, κάθε φορά που κάποιος συνδυασμός πέτυχε την καλύτερη γνωστή λύση, αυτό καταγράφηκε στα αποτελέσματα του πίνακα, ακόμα κι αν αυτή η φορά ήταν εντός του ίδιου σετ δεδομένων και συνδυασμού.

Πίνακας 5.1.5 Αριθμός φορές που κάθε παραλλαγή του ACO πέτυχε κάποια γνωστή βέλτιστη λύση.

|              | AS | ACS | EAS | MMAS |
|--------------|----|-----|-----|------|
| Στρατηγική 1 | 1  | 0   | 0   | 0    |
| Στρατηγική 2 | 5  | 2   | 2   | 8    |
| Σύνολο       | 6  | 2   | 2   | 8    |

Συνολικά, φαίνεται πως σε όλες τις περιπτώσεις, για την 1<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ, ο συνδυασμός των παραλλαγών του ACO με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης οδηγεί σε αρκετά καλύτερα αποτελέσματα κατά μέσο όρο. Μόνο σε μία περίπτωση κάποια παραλλαγή του ACO συνδυαζόμενη με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης οδήγησε σε κάποια καλύτερη γνωστή λύση ( παραλλαγή AS, dataset A-n33-k6vnr).

## 5.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 2<sup>ΗΣ</sup> ΠΑΡΑΛΛΑΓΗΣ – ΑΝΟΙΧΤΟ-ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΔΟ ΜΕ ΙΔΙΟΚΤΗΤΑ ΚΑΙ ΝΟΙΚΙΑΣΜΕΝΑ ΟΧΗΜΑΤΑ

Στον πίνακα 5.2.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την επίλυση της 2<sup>ης</sup> παραλλαγής του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με την 1<sup>η</sup> στρατηγική χρήσης των μεθόδων τοπικής αναζήτησης. Σε κάθε στήλη παρουσιάζεται το TC<sub>AVG</sub> που αντιστοιχεί σε κάθε σετ δεδομένων που λύθηκε με τον συγκεκριμένο αλγόριθμο καθώς και η βέλτιστη λύση που πέτυχε ο αλγόριθμος αυτός (opt), στη στήλη MaxRT ο μέγιστος χρόνος παραμονής ενός οχήματος σε μια διαδρομή όπως αυτό ορίστηκε κατά περίπτωση, ενώ στις στήλες Vp και V1 παρουσιάζεται ο αριθμός ιδιόκτητων και νοικιασμένων αντίστοιχα οχημάτων που χρειάστηκε για τη λύση που αντιστοιχεί σε κάθε σετ δεδομένων. Στην στήλη TC<sub>L</sub> παρουσιάζονται τα κόστη που αντιστοιχούν στις καλύτερες λύσεις του συγκεκριμένου σετ δεδομένων με χρήση της 1<sup>ης</sup> στρατηγικής τοπικής αναζήτησης ενώ στην στήλη TC<sub>BEST</sub> παρουσιάζονται τα κόστη της βέλτιστης γνωστής λύσης που βρέθηκε για κάθε σετ δεδομένων, ανεξαρτήτως στρατηγικής τοπικής αναζήτησης.

Στον πίνακα 5.2.2 παρουσιάζεται για κάθε σετ δεδομένων η απόκλιση μέσης τιμής TC<sub>AVG</sub> που πέτυχε κάθε παραλλαγή του αλγορίθμου ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης, από το βέλτιστο γνωστό κόστος TC<sub>BEST</sub>.

Πίνακας 5.2.1 Αποτελέσματα για την 2<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ για κάθε σετ δεδομένων για κάθε παραλλαγή του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης.

|             |     | AS     | ACS    | EAS    | MMAS   | MaxRT  | Vp | VI | TCL    | TC <sub>BEST</sub> |
|-------------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|--------|--------------------|
| E-n33-k4vrp | Avg | 673,41 | 680,56 | 678,50 | 663,10 | 262,48 | 2  | 2  | 657,05 | 657,05             |
|             | opt | 668,8  | 671,7  | 665,31 | 657,05 |        |    |    |        |                    |
| E-n22-k4vrp | Avg | 319,99 | 310,61 | 315,55 | 304,79 | 110,47 | 2  | 2  | 300,93 | 300,93             |
|             | opt | 300,93 | 304,17 | 300,93 | 300,93 |        |    |    |        |                    |
| A-n32-k5vrp | Avg | 662,62 | 663,87 | 652,52 | 661,98 | 246,89 | 3  | 2  | 617,80 | 613,53             |
|             | opt | 650,91 | 617,8  | 617,8  | 627,9  |        |    |    |        |                    |
| A-n33-k5vrp | Avg | 569,71 | 568,85 | 565,12 | 552,70 | 176,68 | 3  | 2  | 544,91 | 544,91             |
|             | opt | 564,08 | 563,77 | 561,92 | 544,91 |        |    |    |        |                    |
| A-n33-k6vrp | Avg | 596,88 | 600,77 | 599,35 | 595,77 | 175,83 | 3  | 3  | 570,88 | 570,88             |
|             | opt | 585,09 | 570,88 | 571,35 | 582,97 |        |    |    |        |                    |
| A-n34-k5vrp | Avg | 656,76 | 666,62 | 662,96 | 665,48 | 201,73 | 3  | 2  | 656,24 | 655,42             |
|             | opt | 656,24 | 656,24 | 657,34 | 657,34 |        |    |    |        |                    |
| A-n36-k5vrp | Avg | 672,85 | 668,46 | 678,08 | 667,27 | 236,53 | 3  | 2  | 647,64 | 646,64             |
|             | opt | 647,64 | 657,8  | 668,08 | 659,82 |        |    |    |        |                    |
| B-n52-k7vrp | Avg | 573,68 | 577,22 | 580,24 | 572,90 | 158,17 | 4  | 3  | 568,67 | 561,13             |
|             | opt | 571,37 | 572,2  | 568,67 | 571,8  |        |    |    |        |                    |
| P-n21-k2vrp | Avg | 188,99 | 192,22 | 191,35 | 187,30 | 132,10 | 1  | 1  | 183,47 | 183,47             |
|             | opt | 183,47 | 185,55 | 183,47 | 185,55 |        |    |    |        |                    |

Πίνακας 5.2.2 Απόκλιση βέλτιστων τιμών που πέτυχε ο συνδυασμός κάθε παραλλαγής του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική από την τιμή του κόστους της βέλτιστης γνωστής λύσης.

|               | AS    | ACS   | EAS   | MMAS  |
|---------------|-------|-------|-------|-------|
| E-n33-k4vrp   | 2,49% | 3,58% | 3,26% | 0,92% |
| E-n22-k4vrp   | 6,33% | 3,22% | 4,86% | 1,28% |
| A-n32-k5vrp   | 8,00% | 8,20% | 6,35% | 7,90% |
| A-n33-k5vrp   | 4,55% | 4,39% | 3,71% | 1,43% |
| A-n33-k6vrp   | 4,56% | 5,24% | 4,99% | 4,36% |
| A-n34-k5vrp   | 0,21% | 1,71% | 1,15% | 1,54% |
| A-n36-k5vrp   | 4,05% | 3,37% | 4,86% | 3,19% |
| B-n52-k7vrp   | 2,24% | 2,87% | 3,41% | 2,10% |
| P-n21-k2vrp   | 3,01% | 4,77% | 4,29% | 2,09% |
| Μέση απόκλιση | 3,94% | 4,15% | 4,10% | 2,76% |

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους πίνακες 5.2.1 και 5.2.2 προκύπτει πως η απόδοση όλων των παραλλαγών του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης κρίνεται ικανοποιητική. Την καλύτερη απόδοση συνολικά βάσει μέσου χρόνου απόκλισης από τις καλύτερες γνωστές λύσεις πέτυχε η παραλλαγή MMAS με μέση απόκλιση 2,76% , ενώ οι AS, EAS και ACS ακολουθούν με παρόμοια μεταξύ τους απόδοση, 3,94%, 4,15% και 4,10% αντίστοιχα. Η παραλλαγή MMAS ήταν κι εκείνη που πέτυχε την καλύτερη επίδοση βάσει μέσης τιμής λύσεων για τον συγκεκριμένο συνδυασμό σε 7 από τα 9 σετ δεδομένων, ενώ 2 από αυτές τις φορές η μέση τιμή κόστους λύσεων που πέτυχε ήταν η

καλύτερη ανεξαρτήτως συνδυασμού. Ακόμα, η παραλλαγή AS πέτυχε την καλύτερη αντίστοιχη επίδοση ανεξαρτήτως συνδυασμού για 1 από τα 9 σετ δεδομένων όπως το ίδιο πέτυχε και η παραλλαγή EAS

Όμοια με παραπάνω, στον πίνακα 5.2.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την επίλυση της 2<sup>ης</sup> παραλλαγής του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με την 2<sup>η</sup> στρατηγική χρήσης των μεθόδων τοπικής αναζήτησης. Στον πίνακα 5.2.4 παρουσιάζονται αντίστοιχα οι αποκλίσεις από το βέλτιστο κόστος για κάθε σετ δεδομένων.

Πίνακας 5.2.3 Αποτελέσματα για την 2<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ για κάθε σετ δεδομένων για κάθε παραλλαγή του ACO σε συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης.

|             |     | AS     | ACS    | EAS    | MMAS   | MaxRT  | Vp | VI | TC <sub>L</sub> | TC <sub>BEST</sub> |
|-------------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|-----------------|--------------------|
| E-n33-k4vrp | Avg | 666,70 | 671,42 | 669,08 | 666,34 | 262,48 | 2  | 2  | 662,30          | 657,05             |
|             | opt | 663,56 | 667,89 | 662,77 | 662,34 |        |    |    |                 |                    |
| E-n22-k4vrp | Avg | 306,71 | 313,02 | 305,03 | 308,16 | 110,47 | 2  | 2  | 300,93          | 300,93             |
|             | opt | 300,93 | 310,97 | 300,93 | 300,93 |        |    |    |                 |                    |
| A-n32-k5vrp | Avg | 643,83 | 660,99 | 642,34 | 633,53 | 246,89 | 3  | 2  | 613,53          | 613,53             |
|             | opt | 613,53 | 646,27 | 617,8  | 617,8  |        |    |    |                 |                    |
| A-n33-k5vrp | Avg | 549,57 | 545,17 | 545,68 | 544,91 | 176,68 | 3  | 2  | 544,91          | 544,91             |
|             | opt | 544,91 | 544,91 | 544,91 | 544,91 |        |    |    |                 |                    |
| A-n33-k6vrp | Avg | 582,31 | 588,34 | 590,74 | 579,75 | 175,83 | 3  | 3  | 571,35          | 570,88             |
|             | opt | 574,87 | 572,47 | 572,9  | 571,35 |        |    |    |                 |                    |
| A-n34-k5vrp | Avg | 661,61 | 661,59 | 672,34 | 660,93 | 201,73 | 3  | 2  | 655,42          | 655,42             |
|             | opt | 656,7  | 659,31 | 665,7  | 655,42 |        |    |    |                 |                    |
| A-n36-k5vrp | Avg | 658,97 | 665,69 | 661,06 | 659,48 | 236,53 | 3  | 2  | 646,64          | 646,64             |
|             | opt | 651,26 | 659,82 | 646,64 | 658,12 |        |    |    |                 |                    |
| B-n52-k7vrp | Avg | 571,49 | 568,78 | 572,18 | 567,81 | 158,17 | 4  | 3  | 561,13          | 561,13             |
|             | opt | 570,07 | 561,13 | 570,98 | 564,82 |        |    |    |                 |                    |
| P-n21-k2vrp | Avg | 186,63 | 185,16 | 188,53 | 183,89 | 132,10 | 1  | 1  | 183,47          | 183,47             |
|             | opt | 183,47 | 183,47 | 185,55 | 183,47 |        |    |    |                 |                    |

Πίνακας 5.2.4 Απόκλιση βέλτιστων τιμών που πέτυχε ο συνδυασμός κάθε παραλλαγής του ACO σε συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική από την τιμή του κόστους της βέλτιστης γνωστής λύσης.

|               | AS    | ACS   | EAS   | MMAS  |
|---------------|-------|-------|-------|-------|
| E-n33-k4vrp   | 1,47% | 2,19% | 1,83% | 1,41% |
| E-n22-k4vrp   | 1,92% | 4,02% | 1,36% | 2,40% |
| A-n32-k5vrp   | 4,94% | 7,74% | 4,70% | 3,26% |
| A-n33-k5vrp   | 0,86% | 0,05% | 0,14% | 0,00% |
| A-n33-k6vrp   | 2,00% | 3,06% | 3,48% | 1,55% |
| A-n34-k5vrp   | 0,94% | 0,94% | 2,58% | 0,84% |
| A-n36-k5vrp   | 1,91% | 2,95% | 2,23% | 1,99% |
| B-n52-k7vrp   | 1,85% | 1,36% | 1,97% | 1,19% |
| P-n21-k2vrp   | 1,72% | 0,92% | 2,76% | 0,23% |
| Μέση απόκλιση | 1,96% | 2,58% | 2,34% | 1,43% |

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους πίνακες 5.2.3 και 5.2.4 προκύπτει πως όλες οι παραλλαγές του ACO σε συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης για το συγκεκριμένο πρόβλημα κρίνονται ικανοποιητικές, με καλύτερη την παραλλαγή MMAS με μέση απόκλιση 1.43%. Η συγκεκριμένη παραλλαγή πέτυχε και την καλύτερη επίδοση βάσει μέσης τιμής κόστους για 6 από τα 9 σετ δεδομένων για τον συγκεκριμένο συνδυασμό. Επίσης για τον συγκεκριμένο συνδυασμό, οι παραλλαγές AS και ACS κατάφεραν να πετύχουν αντίστοιχη επίδοση για 1 σετ δεδομένων η κάθε μία.

Στον πίνακα 5.2.5 Παρουσιάζονται οι φορές που κάθε συνδυασμός παραλλαγής ACO και στρατηγικής τοπικής αναζήτησης κατάφερε να πετύχει την καλύτερη γνωστή λύση. Οι αριθμοί που παρουσιάζονται είναι συνολικοί και ανεξάρτητοι από σετ δεδομένων. Επίσης, κάθε φορά που κάποιος συνδυασμός πέτυχε την καλύτερη γνωστή λύση, αυτό καταγράφηκε στα αποτελέσματα του πίνακα, ακόμα κι αν αυτή η φορά ήταν εντός του ίδιου σετ δεδομένων και συνδυασμού.

Πίνακας 5.2.5 Αριθμός φορές που κάθε παραλλαγή του ACO πέτυχε κάποια γνωστή βέλτιστη λύση.

|              | AS | ACS | EAS | MMAS |
|--------------|----|-----|-----|------|
| Στρατηγική 1 | 3  | 1   | 3   | 6    |
| Στρατηγική 2 | 9  | 6   | 4   | 11   |
| Σύνολο       | 12 | 7   | 7   | 17   |

Συνολικά, φαίνεται πως σε όλες τις περιπτώσεις, για την 2<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ, ο συνδυασμός των παραλλαγών του ACO με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης οδηγεί σε αρκετά καλύτερα αποτελέσματα κατά μέσο όρο αλλά και βάσει δυνατότητας εύρεσης της καλύτερης γνωστής λύσης. Ακόμα, ο συγκεκριμένος συνδυασμός (τοπικής αναζήτησης και κάποιας παραλλαγής του ACO) πέτυχε συνολικά την καλύτερη γνωστή λύση για 6 από τα 9 σετ δεδομένων, ενώ συνδυασμοί ACO και 1<sup>ης</sup> στρατηγικής πέτυχαν την καλύτερη γνωστή λύση σε 3 περιπτώσεις.

### 5.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 3<sup>ΗΣ</sup> ΠΑΡΑΛΛΑΓΗΣ – ΑΝΟΙΧΤΟ-ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΔΟ ΜΕ ΙΔΙΟΚΤΗΤΑ ΚΑΙ ΝΟΙΚΙΑΣΜΕΝΑ ΟΧΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΕΠΙΣΤΡΟΦΕΣ ΣΤΗΝ ΑΠΟΘΗΚΗ

Στον πίνακα 5.3.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την επίλυση της 3<sup>ης</sup> παραλλαγής του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με την 1<sup>η</sup> στρατηγική χρήσης των μεθόδων τοπικής αναζήτησης. Σε κάθε στήλη παρουσιάζεται το TC<sub>AVG</sub> που αντιστοιχεί σε κάθε σετ δεδομένων που λύθηκε με τον συγκεκριμένο αλγόριθμο καθώς και η βέλτιστη λύση που πέτυχε ο αλγόριθμος αυτός (opt), στη στήλη MaxRT ο μέγιστος χρόνος παραμονής ενός οχήματος σε μια διαδρομή όπως αυτό ορίστηκε κατά περίπτωση, ενώ στις στήλες Vp και Vl παρουσιάζεται ο αριθμός ιδιόκτητων και νοικιασμένων αντligιστοίχα οχημάτων που χρειάστηκε για τη λύση που αντιστοιχεί σε κάθε σετ δεδομένων. Στην στήλη TC<sub>L</sub> παρουσιάζονται τα κόστη που αντιστοιχούν στις καλύτερες λύσεις του συγκεκριμένου σετ δεδομένων με χρήση της 1<sup>ης</sup> στρατηγικής τοπικής αναζήτησης ενώ στην στήλη TC<sub>BEST</sub> παρουσιάζονται τα κόστη της καλύτερης γνωστής λύσης που βρέθηκε για κάθε σετ δεδομένων, ανεξαρτήτως στρατηγικής τοπικής αναζήτησης.

Στον πίνακα 5.3.2 παρουσιάζεται για κάθε σετ δεδομένων η απόκλιση μέσης τιμής TC<sub>AVG</sub> που πέτυχε κάθε παραλλαγή του αλγορίθμου ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης, από το βέλτιστο γνωστό κόστος TC<sub>BEST</sub>.

Στα αποτελέσματα που αφορούν την συγκεκριμένη παραλλαγή, στις περιπτώσεις των A-n32-k5vrp και B-n36-k5vrp σετ δεδομένων, υπήρξε μεγάλη διαφορά στη απόδοση των αλγορίθμων όσον αφορά των αριθμών οχημάτων που χρησιμοποιήθηκαν (3 στους συνδυασμούς με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης και 2 με την 2<sup>η</sup>). Χάριν πληρότητας, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και στη περίπτωση του 1<sup>ου</sup> συνδυασμού για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις, αλλά δεν λαμβάνονται υπόψιν όσον αφορά τον υπολογισμό των καλύτερων γνωστών λύσεων, καθώς οι περιπτώσεις που χρησιμοποιούνταν περισσότερα οχήματα, οδηγούσαν σε μικρότερους χρόνους μεν, αλλά το γεγονός πως υπάρχει δυνατότητα να λυθούν τα εν λόγω προβλήματα με λιγότερα οχήματα, καθιστά τις λύσεις με περισσότερα αυτομάτως ασύμφορες.

Πίνακας 5.3.1 Αποτελέσματα για την 3<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ για κάθε σετ δεδομένων για κάθε παραλλαγή του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης.

|             |     | AS     | ACS    | EAS    | MMAS   | MaxRT  | Vp | VI | TC <sub>L</sub> | TC <sub>BEST</sub> |
|-------------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|-----------------|--------------------|
| E-n33-k4vrp | Avg | 757,90 | 782,70 | 764,78 | 749,57 | 524,96 | 1  | 1  | 742,56          | 742,56             |
|             | opt | 754,53 | 758,45 | 759,58 | 742,56 |        |    |    |                 |                    |
| E-n22-k4vrp | Avg | 341,10 | 341,10 | 347,10 | 339,78 | 220,94 | 1  | 1  | 332,32          | 332,32             |
|             | opt | 341,1  | 341,1  | 332,32 | 334,48 |        |    |    |                 |                    |
| A-n32-k5vrp | Avg | 657,27 | X      | 677,79 | 697,00 | 493,78 | 1  | 2  | 620,93          | 620,93             |
|             | opt | 623,16 | 758,94 | 638,3  | 620,93 |        |    |    |                 |                    |
| A-n33-k5vrp | Avg | 647,20 | X      | X      | X      | 353,36 | 1  | 1  | 623,52          | 547,08             |
|             | opt | 647,2  | X      | 623,52 | 649,58 |        |    |    |                 |                    |
| A-n33-k6vrp | Avg | 665,61 | 662,04 | 647,25 | 643,35 | 351,66 | 1  | 2  | 630,18          | 619,97             |
|             | opt | 658,9  | 651,65 | 637,14 | 630,18 |        |    |    |                 |                    |
| A-n34-k5vrp | Avg | X      | X      | 754,38 | 753,86 | 403,46 | 1  | 1  | 730,03          | 716,54             |
|             | opt | X      | X      | 730,03 | 746,95 |        |    |    |                 |                    |
| A-n36-k5vrp | Avg | 707,59 | 686,09 | 736,91 | 682,23 | 473,06 | 1  | 2  | 667,62          | 667,62             |
|             | opt | 690,72 | 674,26 | 667,62 | 673,43 |        |    |    |                 |                    |
| B-n52-k7vrp | Avg | 709,13 | X      | 724,31 | X      | 316,34 | 2  | 1  | 699,40          | 689,52             |
|             | opt | 699,4  | X      | 709,62 | 704,9  |        |    |    |                 |                    |
| P-n21-k2vrp | Avg | 194,63 | 198,96 | 192,07 | 188,63 | 264,20 | 1  | 0  | 185,55          | 183,47             |
|             | opt | 194,63 | 198,96 | 189,82 | 185,55 |        |    |    |                 |                    |

Πίνακας 5.3.2 Απόκλιση βέλτιστων τιμών που πέτυχε ο συνδυασμός κάθε παραλλαγής του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική από την τιμή του κόστους της βέλτιστης γνωστής λύσης.

|               | AS     | ACS   | EAS    | MMAS   |
|---------------|--------|-------|--------|--------|
| E-n33-k4vrp   | 2,07%  | 5,41% | 2,99%  | 0,94%  |
| E-n22-k4vrp   | 2,64%  | 2,64% | 4,45%  | 2,24%  |
| A-n32-k5vrp   | 5,85%  | X     | 9,16%  | 12,25% |
| A-n33-k5vrp   | 18,30% | X     | X      | X      |
| A-n33-k6vrp   | 7,36%  | 6,79% | 4,40%  | 3,77%  |
| A-n34-k5vrp   | X      | X     | 5,28%  | 5,21%  |
| A-n36-k5vrp   | 5,99%  | 2,77% | 10,38% | 2,19%  |
| B-n52-k7vrp   | 2,84%  | X     | 5,05%  | X      |
| P-n21-k2vrp   | 6,08%  | 8,44% | 4,69%  | 2,81%  |
| Μέση απόκλιση | 6,39%  | 5,21% | 5,80%  | 4,20%  |

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους πίνακες 5.2.1 και 5.2.2 προκύπτει πως η απόδοση όλων των παραλλαγών του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης κρίνεται ικανοποιητική. Την καλύτερη απόδοση συνολικά βάσει μέσου χρόνου απόκλισης από τις καλύτερες γνωστές λύσεις πέτυχε η παραλλαγή MMAS με μέση απόκλιση 4,20% , ενώ οι ACS, AS και EAS ακολουθούν με 5.22%, 5.80% και 6.39% αντίστοιχα. Η παραλλαγή MMAS ήταν κι εκείνη που πέτυχε την καλύτερη επίδοση βάσει μέσης τιμής λύσεων για τον συγκεκριμένο συνδυασμό σε 6 από τα 9 σετ δεδομένων. Ακόμα, η παραλλαγή AS πέτυχε την καλύτερη αντίστοιχη επίδοση για τον συγκεκριμένο συνδυασμό σε 3 από τα 9 σετ δεδομένων. Αξίζει να σημειωθεί, πως στην συγκεκριμένη παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ, παρουσιάστηκαν πολλές «άκυρες» λόγω περισσότερων οχημάτων τιμές. Αυτό πρέπει να ληφθεί υπόψη στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του A-n33-k5vrp, ο μόνος αλγόριθμος που κατάφερε να συγκεντρώσει επαρκή αριθμό λύσεων με τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων ήταν ο AS. Όμως, επειδή η συγκεκριμένη λύση υστερεί σε σχέση με την καλύτερη που έχει βρεθεί, η οποία βρέθηκε σε συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης, η απόκλιση που προκύπτει είναι μεγάλη και επηρεάζει αρνητικά τον μέσο όρο των αποκλίσεων. Αν δεν ληφθεί υπόψη η απόκλιση της συγκεκριμένης τιμής, η μέση απόκλιση των λύσεων του AS από την καλύτερη γνωστή λύση, μειώνεται σε 4.69% από 6.39%.

Όμοια με παραπάνω, στον πίνακα 5.3.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την επίλυση της 3<sup>ης</sup> παραλλαγής του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με την 2<sup>η</sup> στρατηγική χρήσης των μεθόδων τοπικής αναζήτησης. Στον πίνακα 5.3.4 παρουσιάζονται αντίστοιχα οι αποκλίσεις από το βέλτιστο κόστος για κάθε σετ δεδομένων.

Πίνακας 5.3.3 Αποτελέσματα για την 3<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ για κάθε σετ δεδομένων για κάθε παραλλαγή του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης.

|             |     | AS     | ACS    | EAS    | MMAS   | MaxRT  | Vp | VI | TC <sub>L</sub> | TC <sub>BEST</sub> |
|-------------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|-----------------|--------------------|
| E-n33-k4vrp | Avg | 756,26 | 760,14 | 747,79 | 745,41 | 524,96 | 1  | 1  | 742,57          | 742,56             |
|             | opt | 750,09 | 754,66 | 742,57 | 743,95 |        |    |    |                 |                    |
| E-n22-k4vrp | Avg | 332,32 | 332,32 | 332,32 | 339,34 | 220,94 | 1  | 1  | 332,32          | 332,32             |
|             | opt | 332,32 | 332,32 | 332,32 | 332,32 |        |    |    |                 |                    |
| A-n32-k5vrp | Avg | 730,40 | 659,30 | 703,75 | 696,19 | 493,78 | 1  | 1  | 651,92          | 651,92             |
|             | opt | 700,77 | 651,92 | 691,2  | 692,86 |        |    |    |                 |                    |
| A-n33-k5vrp | Avg | 607,59 | 615,70 | 625,15 | 599,51 | 353,36 | 1  | 1  | 547,08          | 547,08             |
|             | opt | 604,02 | 610,51 | 609,8  | 547,08 |        |    |    |                 |                    |
| A-n33-k6vrp | Avg | 624,21 | 627,60 | 636,31 | 627,55 | 351,66 | 1  | 2  | 619,97          | 619,97             |
|             | opt | 621,26 | 619,97 | 628,18 | 624,38 |        |    |    |                 |                    |
| A-n34-k5vrp | Avg | 729,96 | 733,31 | 745,00 | 732,93 | 403,46 | 1  | 1  | 716,54          | 716,54             |
|             | opt | 726,1  | 716,54 | 736,69 | 726,1  |        |    |    |                 |                    |
| A-n36-k5vrp | Avg | 759,61 | 771,16 | 762,26 | 738,16 | 473,06 | 1  | 1  | 721,12          | 721,12             |
|             | opt | 757,1  | 768,84 | 744,52 | 721,12 |        |    |    |                 |                    |
| B-n52-k7vrp | Avg | 707,91 | X      | 700,38 | 700,43 | 316,34 | 2  | 1  | 689,52          | 689,52             |
|             | opt | 701,6  | 716,72 | 694,72 | 689,52 |        |    |    |                 |                    |
| P-n21-k2vrp | Avg | 193,04 | 187,74 | 187,74 | 183,47 | 264,20 | 1  | 0  | 183,47          | 183,47             |
|             | opt | 193,04 | 187,74 | 187,74 | 183,47 |        |    |    |                 |                    |



Πίνακας 5.3.4 Απόκλιση βέλτιστων τιμών που πέτυχε ο συνδυασμός κάθε παραλλαγής του ACO σε συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική από την τιμή του κόστους της βέλτιστης γνωστής λύσης.

|               | AS     | ACS    | EAS    | MMAS  |
|---------------|--------|--------|--------|-------|
| E-n33-k4vrp   | 1,84%  | 2,37%  | 0,70%  | 0,38% |
| E-n22-k4vrp   | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 2,11% |
| A-n32-k5vrp   | 12,04% | 1,13%  | 7,95%  | 6,79% |
| A-n33-k5vrp   | 11,06% | 12,54% | 14,27% | 9,58% |
| A-n33-k6vrp   | 0,68%  | 1,23%  | 2,64%  | 1,22% |
| A-n34-k5vrp   | 1,87%  | 2,34%  | 3,97%  | 2,29% |
| A-n36-k5vrp   | 5,34%  | 6,94%  | 5,70%  | 2,36% |
| B-n52-k7vrp   | 2,67%  | Χ      | 1,57%  | 1,58% |
| P-n21-k2vrp   | 5,22%  | 2,33%  | 2,33%  | 0,00% |
| Μέση απόκλιση | 4,52%  | 3,61%  | 4,35%  | 2,93% |

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους πίνακες 5.3.3 και 5.3.4 προκύπτει πως όλες οι παραλλαγές του ACO σε συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης για το συγκεκριμένο πρόβλημα κρίνονται ικανοποιητικές, με καλύτερη την παραλλαγή MMAS με μέση απόκλιση από την καλύτερη γνωστή λύση στο 2.93%. Η συγκεκριμένη παραλλαγή πέτυχε και την καλύτερη επίδοση βάσει μέσης τιμής κόστους για 5 από τα 9 σετ δεδομένων για τον συγκεκριμένο συνδυασμό. Επίσης για τον συγκεκριμένο συνδυασμό, οι παραλλαγές AS, ACS και EAS κατάφεραν να πετύχουν αντίστοιχη επίδοση για 3, 2 και 2 σετ δεδομένων η κάθε μία. Ακόμα, σημειώνεται πως η παραλλαγή ACS για ένα σετ δεδομένων δεν κατάφερε να συγκεντρώσει επαρκή αριθμό ικανοποιητικών αποτελεσμάτων βάσει αριθμού οχημάτων.

Στον πίνακα 5.3.5 Παρουσιάζονται οι φορές που κάθε συνδυασμός παραλλαγής ACO και στρατηγικής τοπικής αναζήτησης κατάφερε να πετύχει την καλύτερη γνωστή λύση. Οι αριθμοί που παρουσιάζονται είναι συνολικοί και ανεξάρτητοι από σετ δεδομένων. Επίσης, κάθε φορά που κάποιος συνδυασμός πέτυχε την καλύτερη γνωστή λύση, αυτό καταγράφηκε στα αποτελέσματα του πίνακα, ακόμα κι αν αυτή η φορά ήταν εντός του ίδιου σετ δεδομένων και συνδυασμού.

Πίνακας 5.3.5 Αριθμός φορών που κάθε παραλλαγή του ACO πέτυχε κάποια γνωστή βέλτιστη λύση.

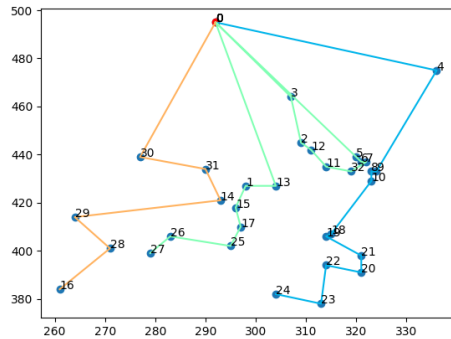
|              | AS | ACS | EAS | MMAS |
|--------------|----|-----|-----|------|
| Στρατηγική 1 | 0  | 0   | 4   | 2    |
| Στρατηγική 2 | 5  | 10  | 5   | 8    |
| Σύνολο       | 5  | 10  | 9   | 10   |

Συνολικά, φαίνεται πως σε όλες τις περιπτώσεις, για την 3<sup>η</sup> παραλλαγή του ανοιχτού-κλειστού ΠΔΟ, ο συνδυασμός των παραλλαγών του ACO με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης βάσει μέσου όρου απόκλισης από τις καλύτερες βέλτιστες λύσεις οδηγεί σε λίγο καλύτερα αποτελέσματα από τους συνδυασμούς με την 1<sup>η</sup> στρατηγική. Ακόμα, ο συγκεκριμένος συνδυασμός (τοπικής αναζήτησης και κάποιας παραλλαγής του ACO) πέτυχε συνολικά την καλύτερη γνωστή λύση για 7 από τα 9 σετ δεδομένων, ενώ συνδυασμοί ACO και 1<sup>ης</sup> στρατηγικής πέτυχαν την καλύτερη γνωστή λύση σε 3 περιπτώσεις.

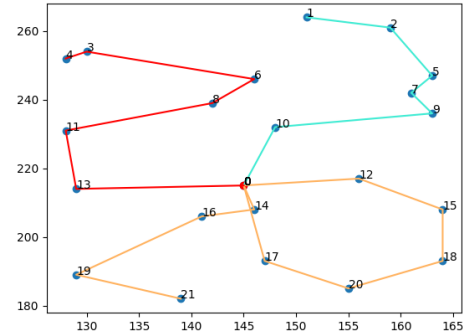
## 5.4 ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΑΛΥΤΕΡΩΝ ΛΥΣΕΩΝ

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζονται γραφικά οι καλύτερες λύσεις που βρέθηκαν ανά παραλλαγή προβλήματος για κάθε σετ δεδομένων.

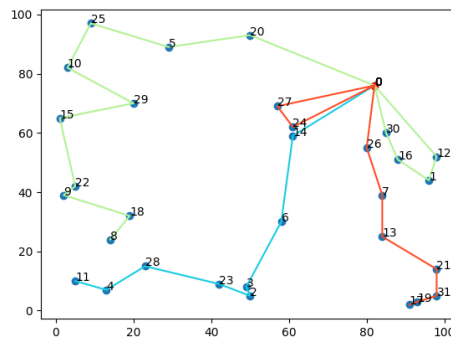
Καλύτερες λύσεις 1<sup>η</sup> παραλλαγής.



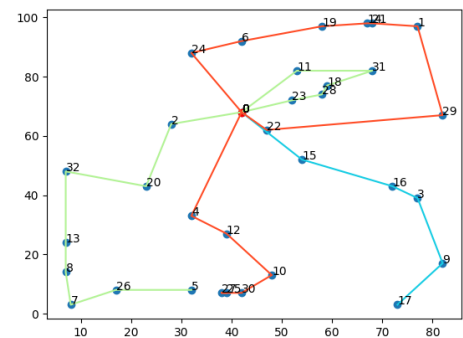
E-n33-k4vrp TC = 262.48



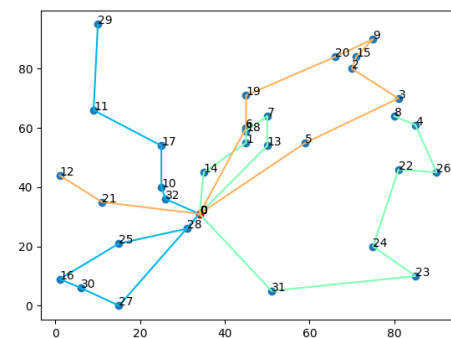
E-n22-k4vrp TC = 274.70



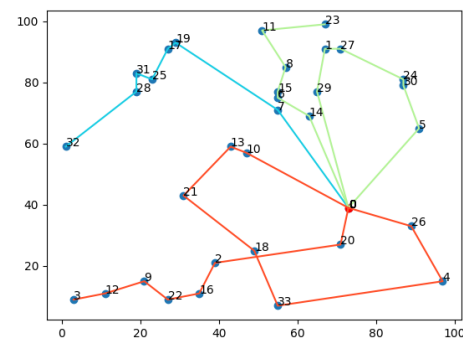
A-n32-k5vrp TC=543.26



A-n33-k5vrp TC = 494.84

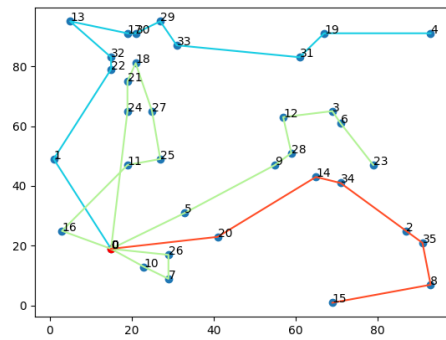


A-n33-k6vrp TC = 536.53

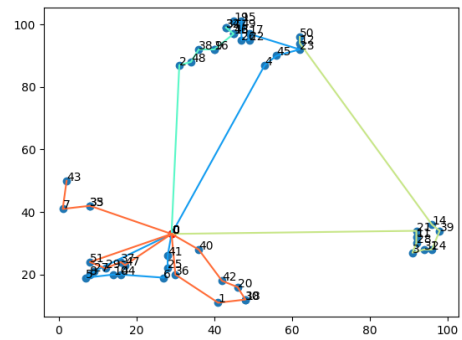


A-n34-k5vrp TC = 597.04

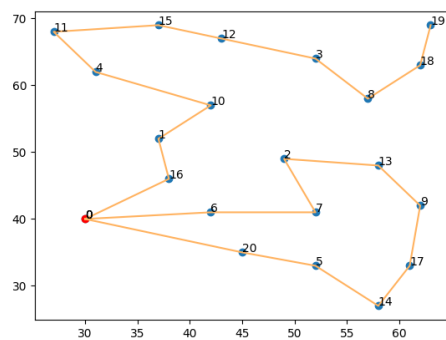




A-n36-k5vrp TC = 598.6

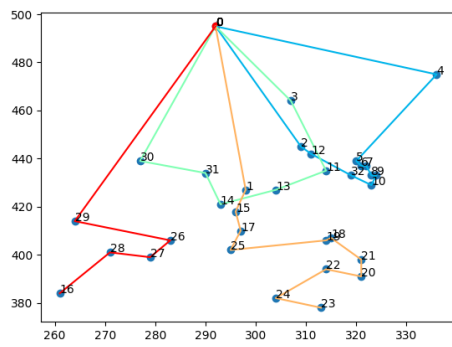


B-n52-k7vrp TC = 536.71

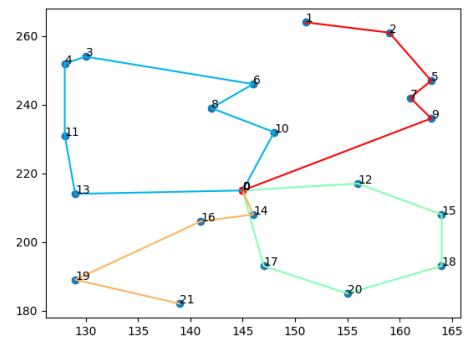


P-n21-k2vrp TC = 185.55

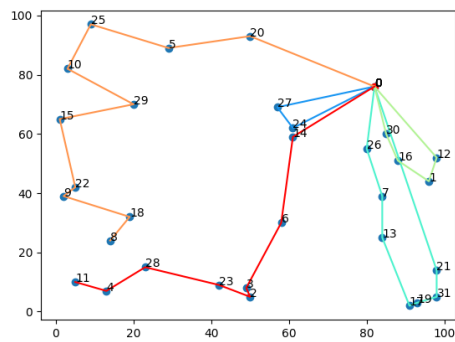
## Καλύτερες λύσεις 2<sup>ης</sup> Παραλλαγής



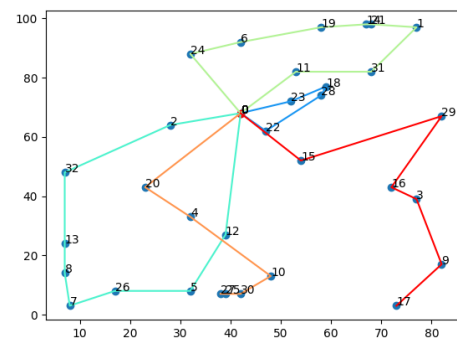
E-n33-k4vrp TC = 657.05



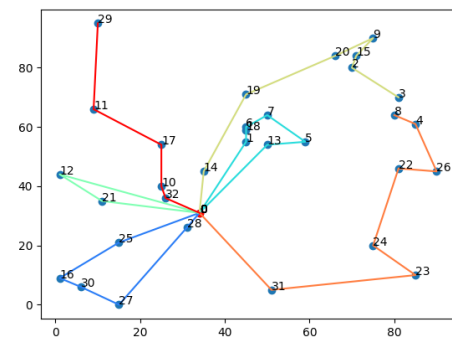
E-n22-k4vrp TC = 300.93



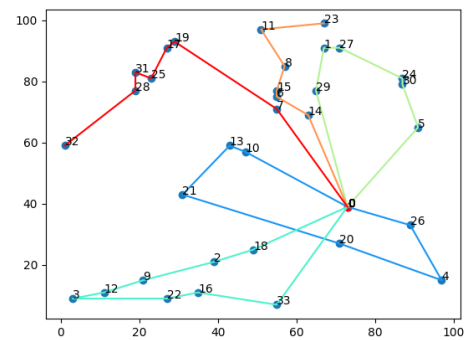
A-n32-k5vrp TC = 613.53



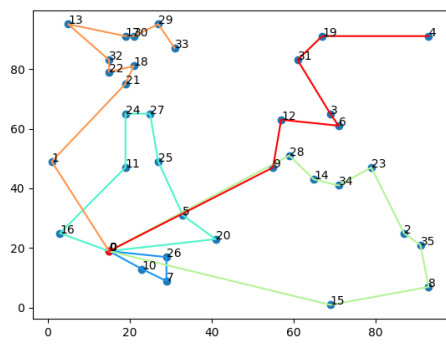
A-n33-k5vrp TC = 544.91



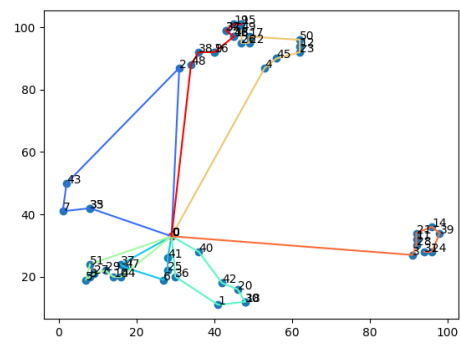
A-n33-k6vrp TC = 570.88



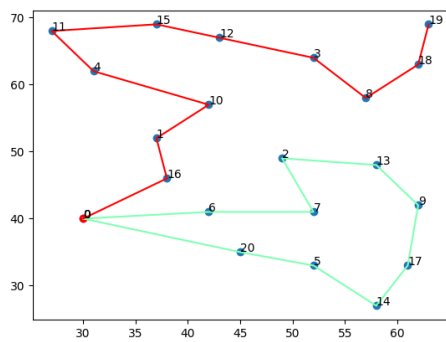
A-n34-k5vrp TC = 655.42



A-n36-k5vrp TC = 646.64

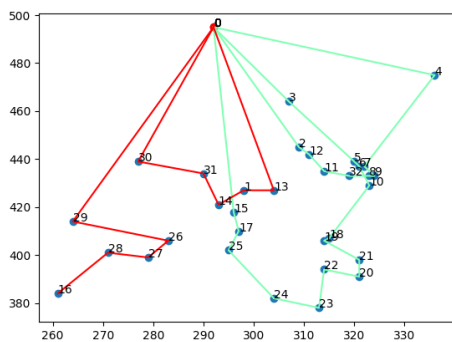


B-n52-k7vrp TC = 561.13

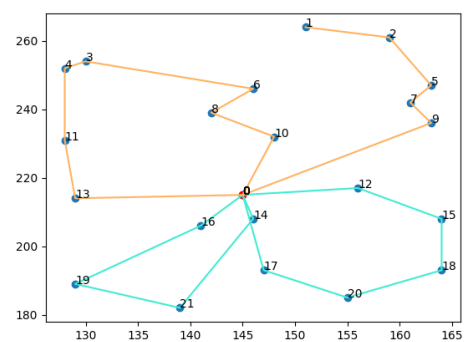


P-n21-k2vrp TC = 183.47

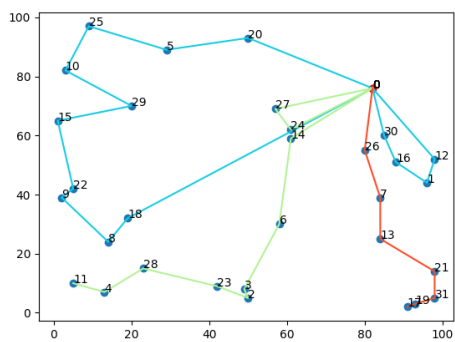
### Καλύτερες λύσεις 3<sup>ης</sup> Παραλλαγής



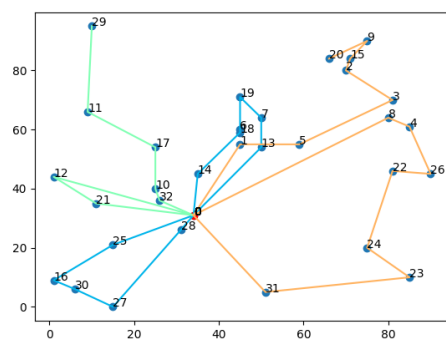
E-n33-k4vrp TC = 742.56



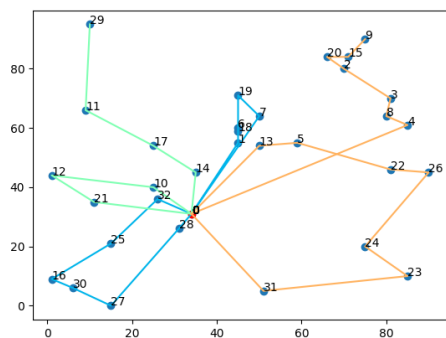
E-n22-k4vrp TC = 332.32



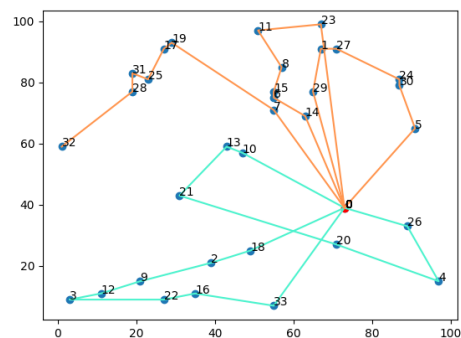
A-n32-k5vrp TC = 620.93



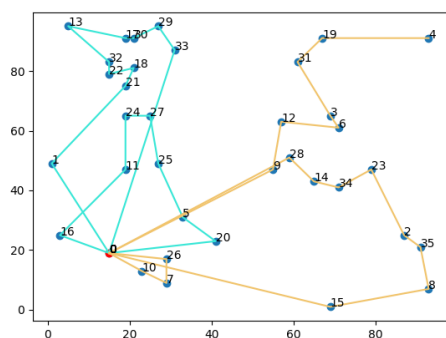
A-n33-k5vrp TC = 547.08



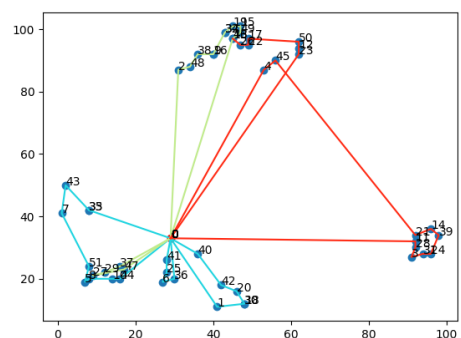
A-n33-k6vrp TC = 619.97



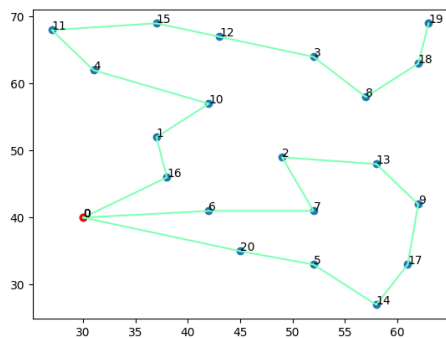
A-n34-k5vrp TC = 619.97



A-n36-k5vrp TC = 667.62



B-n52-k7vrp TC = 689.52



P-n21-k2vrp TC = 183.47

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκε η αποτελεσματικότητα κάποιων παραλλαγών του αλγορίθμου βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών (Ant System, Ant Colony System, Elitist Ant System, Max-Min Ant System) στην επίλυση των παραλλαγών του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (κλασσικό, με ιδιότητα και νοικιασμένα οχήματα, με ιδιότητα και νοικιασμένα οχήματα και πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη. Οι δοκιμές έγιναν για κάθε παραλλαγή αλγορίθμου για κάθε παραλλαγή του προβλήματος και σε συνδυασμό με 2 διαφορετικές στρατηγικές χρήσης μεθόδων τοπικής αναζήτησης (2Opt, 1-1 Exchange, 1-0 Relocate). Η σύγκριση έγινε μεταξύ των παραλλαγών του αλγορίθμου βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών. Η υλοποίηση έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού Python 3.10.8 .

Για τον συνδυασμό με την 1<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης (για μη βελτίωση λύσης για έναν συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων και πάνω, χρήση των τοπικών μεθόδων αναζήτησης), την καλύτερη επίδοση (βάσει μέσης τιμής απόκλισης κόστους από 5 εκτελέσεις από την καλύτερη γνωστή λύση) πέτυχε η παραλλαγή MMAS για την 2<sup>η</sup> και 3<sup>η</sup> παραλλαγή του προβλήματος, ενώ η παραλλαγή AS πέτυχε την καλύτερη επίδοση για την 1<sup>η</sup> παραλλαγή. Για τον συνδυασμό με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης (χρήση και των τριών μεθόδων τοπικής αναζήτησης με τυχαία σειρά στην λύση κάθε επανάληψης), η παραλλαγή MMAS πέτυχε την καλύτερη επίδοση και για τις τρεις παραλλαγές του ανοιχτού – κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Συνολικά, ανεξαρτήτως στρατηγικής, η παραλλαγή MMAS κρίνεται η καταλληλότερη για την επίλυση του ανοιχτού-κλειστού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Η παραλλαγή του προβλήματος που εντοπίστηκαν οι περισσότερες «άκυρες» (μη αποδεκτές) λύσεις ήταν η 3<sup>η</sup> Παραλλαγή με συνολικά 44 μη αποδεκτές λύσεις.

Αξίζει να σημειωθεί πως οι συνδυασμοί με την 2<sup>η</sup> στρατηγική τοπικής αναζήτησης έδωσαν σημαντικά καλύτερα αποτελέσματα και ως προς την απόκλιση από την καλύτερη γνωστή λύση, αλλά και ως προς τις φορές που εντόπισαν κάποια καλύτερη γνωστή λύση στις περισσότερες περιπτώσεις, ανεξαρτήτως αλγορίθμου ή προβλήματος. Ωστόσο, η συγκεκριμένη στρατηγική οδηγούσε τον αλγόριθμο σε μεγαλύτερο χρόνο εκτέλεσης, πράγμα το οποίο ίσως να οδηγεί σε ασύμφορα μεγάλους χρόνους εκτέλεσης όσο οι κόμβοι των προβλημάτων αυξάνουν. Συνεπώς, ίσως η χρήση της 1<sup>ης</sup> στρατηγικής να είναι τελικά πιο συμφέρουσα στο να δίνει μια «αρκετά καλή» λύση σε αυτές τις περιπτώσεις. Σε κάθε περίπτωση χρειάζεται παραπάνω διερεύνηση στους τρόπους με τους οποίους μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποδοτικότερα οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης.

Ακόμα, σημαντική κρίνεται η παραμετροποίηση για κάθε πρόβλημα ξεχωριστά. Στην παρούσα εργασία έμεινε σταθερή η χρήση παραμέτρων ανά πρόβλημα ώστε να γίνει η σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων, όμως πιθανότατα μπορούν να επιτευχθούν καλύτερα αποτελέσματα με την στοχευμένη παραμετροποίηση για κάθε πρόβλημα, σετ δεδομένων και συνδυασμό αλγορίθμου/τοπικής αναζήτησης.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ιωάννης Μαρινάκης, Μαγδαληνή Μαρινάκη, Αθανάσιος Μυγδαλάς. Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων στη Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Μοντελοποίηση & Αλγόριθμοι Επίλυσης (1<sup>η</sup> Έκδοση). Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.
2. Μαλινδρέτος Γεώργιος. Εφοδιαστική αλυσίδα, logistics και εξυπηρέτηση πελατών. Κάλλιπος, ανοικτές ακαδημαϊκές εκδόσεις.
3. John T. Mentzer, William DeWitt, James S. Keebler, Soonhong Min, Nancy W. Nix, Carlo D. Smith, Zach G. Zacharia. Defining Supply Chain Management (2011)
4. Christian Blum, Andrea Roli. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison (2001)
5. T. Stützle et H.H. Hoos, MAX MIN Ant System, Future Generation Computer Systems (2000)
6. Ran Liu, Zhidin Jiang, The close-open mixed vehicle routing problem (2012)
7. Marco Dorigo, and Luca Maria Gambardella. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem (1997)
8. Daniel Asmar, Ahmed Elshamli, Shawki Areibi. A Comparative Assessment of ACO Algorithms Within a TSP Environment (2005)

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Αναλυτικά αποτελέσματα για τις καλύτερες γνωστές λύσεις που βρέθηκαν ανά πρόβλημα και σετ δεδομένων. Όπου TC το συνολικό κόστος, RouteTimes το κόστος κάθε διαδρομής (στις περιπτώσεις που είναι 2<sup>η</sup> διαδρομή του ίδιου οχήματος αθροίζεται με της προηγούμενης), RouteTimes(kithara) το καθαρό κόστος κάθε διαδρομής (ανεξαρτήτως οχήματος), loads το συνολικό φορτίο που αφορά την κάθε διαδρομή και vehicle ο αριθμός οχήματος που αντιστοιχεί σε κάθε διαδρομή.

### ΠΑΡΑΛΛΑΓΗ 1<sup>η</sup>

#### E-n33-k4vrp

[[0, 4, 9, 8, 10, 18, 19, 21, 20, 22, 23, 24],

[0, 3, 2, 12, 11, 32, 7, 6, 5, 0],

[0, 13, 1, 15, 17, 25, 26, 27],

[0, 30, 31, 14, 29, 28, 16]]

TC = 584.8132834221766

RCs: [172.96245287614983, 140.99578442594424, 121.29008785232709, 149.56495826775546]

RouteTimes: [172.96245287614983, 140.99578442594424, 262.2858722782713, 149.56495826775546]

RouteTimes (kathara): [172.96245287614983, 140.99578442594424, 121.29008785232709, 149.56495826775546]

loads: [7750, 5670, 7950, 8000]

vehicles: [1, 2, 2, 3]

### **E-n22-k4vrp**

[[0, 10, 9, 7, 5, 2, 1],

[0, 12, 15, 18, 20, 17, 0],

[0, 14, 16, 19, 21],

[0, 13, 11, 8, 6, 3, 4]]

TC = 274.7045448065512

RCs: [67.60079484924191, 83.66795957844283, 45.471440281418495,  
77.96435009744795]

RouteTimes: [67.60079484924191, 83.66795957844283, 129.13939985986133,  
77.96435009744795]

RouteTimes (kathara): [67.60079484924191, 83.66795957844283, 45.471440281418495,  
77.96435009744795]

loads: [5800, 5900, 5600, 5200]

vehicles: [1, 2, 2, 3]

### **A-n32-k5vrp**

[[0, 14, 6, 3, 2, 23, 28, 4, 11],

[0, 30, 16, 1, 12, 0],

[0, 20, 5, 25, 10, 29, 15, 22, 9, 18, 8],

[0, 24, 27, 0],

[0, 26, 7, 13, 21, 31, 19, 17]]

TC = 543.2581024152141

RCs: [133.32466092997058, 73.48642084428673, 191.1712217813173,  
59.26262664804081, 86.01317221159877]

RouteTimes: [133.32466092997058, 73.48642084428673, 264.657642625604,  
59.26262664804081, 145.27579885963956]

RouteTimes (kathara): [133.32466092997058, 73.48642084428673, 191.1712217813173,  
59.26262664804081, 86.01317221159877]

loads: [98, 72, 98, 44, 98]

vehicles: [1, 2, 2, 3, 3]



### **A-n33-k5vrp**

[[0, 22, 16, 3, 9, 17],

[0, 23, 28, 18, 31, 11, 0],

[0, 2, 20, 32, 13, 8, 7, 26, 5],

[0, 15, 29, 1, 21, 14, 19, 6, 24, 0],

[0, 4, 12, 10, 30, 25, 27]]

TC = 497.35904095326674

RCs: [84.81835617200485, 63.357286550526, 123.25129869589841, 151.1834072798102, 74.74869225502728]

RouteTimes: [84.81835617200485, 63.357286550526, 186.6085852464244, 151.1834072798102, 225.9320995348375]

RouteTimes (kathara): [84.81835617200485, 63.357286550526, 123.25129869589841, 151.1834072798102, 74.74869225502728]

loads: [85, 71, 96, 95, 99]

vehicles: [1, 2, 2, 3, 3]

### **A-n33-k6vrp**

[[0, 28, 25, 16, 30, 27, 0],

[0, 32, 10, 17, 11, 29],

[0, 13, 7, 18, 1, 14, 0],

[0, 31, 23, 24, 22, 26, 4, 8],

[0, 6, 19, 20, 9, 15, 2, 3, 5, 0],

[0, 21, 12]]

TC = 587.598644488536

RCs: [94.04001907030424, 76.57432301476808, 77.26672373545843, 137.90498508810384, 165.01373447297027, 36.79885910693122]

RouteTimes: [94.04001907030424, 170.61434208507234, 77.26672373545843, 215.17170882356226, 165.01373447297027, 201.8125935799015]

RouteTimes (kathara): [94.04001907030424, 76.57432301476808, 77.26672373545843, 137.90498508810384, 165.01373447297027, 36.79885910693122]

loads: [75, 83, 99, 98, 95, 91]

vehicles: [1, 1, 2, 2, 3, 3]

### **A-n34-k5vrp**

[[0, 7, 19, 17, 25, 31, 28, 32],

[0, 5, 30, 24, 27, 1, 29, 0],

[0, 14, 6, 15, 8, 11, 23],

[0, 10, 13, 21, 18, 33, 4, 26, 0],

[0, 20, 2, 16, 22, 9, 12, 3]]

TC = 597.0434019559976

RCs: [120.30062904995492, 124.02606994598418, 81.40991121451495,  
180.06526238750052, 91.24152935804308]

RouteTimes: [120.30062904995492, 124.02606994598418, 205.43598116049913,  
180.06526238750052, 271.3067917455436]

RouteTimes (kathara): [120.30062904995492, 124.02606994598418, 81.40991121451495,  
180.06526238750052, 91.24152935804308]

loads: [95, 92, 98, 80, 95]

vehicles: [1, 2, 2, 3, 3]

### **A-n36-k5vrp**

[[0, 10, 26, 7, 0],

[0, 11, 25, 27, 24, 21, 22, 32, 13],

[0, 20, 15, 8, 35, 2, 34, 14, 0],

[0, 5, 9, 28, 12, 3, 6, 23],

[0, 16, 1, 18, 17, 30, 29, 33, 31, 19, 4]]

TC = 596.4895110600609

RCs: [42.415753085013236, 93.93235159660001, 190.8661749461453,  
99.42080449253677, 169.85442693976557]

RouteTimes: [42.415753085013236, 136.34810468161325, 190.8661749461453,  
290.28697943868207, 169.85442693976557]

RouteTimes (kathara): [42.415753085013236, 93.93235159660001, 190.8661749461453,  
99.42080449253677, 169.85442693976557]

loads: [58, 92, 98, 95, 99]

vehicles: [1, 1, 2, 2, 3]

### **B-n52-k7vrp**

[[0, 41, 25, 6, 44, 10, 5, 8, 27, 0],  
[0, 4, 45, 23, 17, 22, 26, 49, 15, 19],  
[0, 2, 48, 38, 16, 9, 46, 13, 34, 32],  
[0, 21, 11, 28, 3, 31, 24, 39, 14, 12, 50],  
[0, 40, 42, 20, 30, 18, 1, 36, 0],  
[0, 47, 37, 29, 51, 0],  
[0, 35, 33, 7, 43]]

TC = 536.7088124281622

RCs: [60.50200900521398, 95.58873109541679, 75.5709328962048, 153.71641902939962, 63.530643992555056, 48.826304141777285, 38.97377226759462]

RouteTimes: [60.50200900521398, 156.09074010063077, 75.5709328962048, 153.71641902939962, 63.530643992555056, 112.35694813433234, 151.33072040192695]

RouteTimes (kathara): [60.50200900521398, 95.58873109541679, 75.5709328962048, 153.71641902939962, 63.530643992555056, 48.826304141777285, 38.97377226759462]

loads: [97, 100, 93, 93, 96, 77, 50]

vehicles: [1, 1, 2, 3, 4, 4, 4]

### **P-n21-k2vrp**

[[0, 20, 5, 14, 17, 9, 13, 2, 7, 6, 0],  
[0, 16, 1, 10, 4, 11, 15, 12, 3, 8, 18, 19]]

TC = 183.46577745489236

RCs: [94.19245464817298, 89.27332280671939]

RouteTimes: [94.19245464817298, 183.46577745489236]

RouteTimes (kathara): [94.19245464817298, 89.27332280671939]

loads: [149, 149]

vehicles: [1, 1]

## ΠΑΡΑΛΛΑΓΗ 2<sup>η</sup>

### E-n33-k4vrp MMAS

[[0, 2, 12, 32, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 0],

[0, 3, 11, 13, 14, 31, 30, 0],

[0, 1, 15, 17, 25, 19, 18, 21, 20, 22, 24, 23],

[0, 29, 26, 27, 28, 16]]

TC = 657.051240803467

RCs: [174.32487814009005, 174.85161556065853, 165.5246916075168,  
142.3500554952015]

RouteTimes: [174.32487814009005, 174.85161556065853, 165.5246916075168,  
142.3500554952015]

RouteTimes (kathara): [174.32487814009005, 174.85161556065853, 165.5246916075168,  
142.3500554952015]

loads: [7220, 7950, 7400, 6800]

vehicles: [1, 2, 3, 4]

### E-n22-k4vrp

[[0, 13, 11, 4, 3, 6, 8, 10, 0],

[0, 12, 15, 18, 20, 17, 0],

[0, 14, 16, 19, 21],

[0, 9, 7, 5, 2, 1]]

TC = 300.9340324428656

RCs: [109.3220555597758, 83.66795957844283, 45.471440281418495,  
62.47257702322849]

RouteTimes: [109.3220555597758, 83.66795957844283, 45.471440281418495,  
62.47257702322849]

RouteTimes (kathara): [109.3220555597758, 83.66795957844283, 45.471440281418495,  
62.47257702322849]

loads: [5800, 5900, 5600, 5200]

vehicles: [1, 2, 3, 4]

### **A-n32-k5vrp AS**

[[0, 24, 27, 0],

[0, 26, 7, 13, 17, 19, 31, 21, 0],

[0, 30, 16, 1, 12, 0],

[0, 20, 5, 25, 10, 29, 15, 22, 9, 18, 8],

[0, 14, 6, 3, 2, 23, 28, 4, 11]]

TC = 613.5264815351204

RCs: [59.26262664804081, 156.281551331505, 73.48642084428673, 191.1712217813173, 133.32466092997058]

RouteTimes: [59.26262664804081, 156.281551331505, 73.48642084428673, 191.1712217813173, 133.32466092997058]

RouteTimes (kathara): [59.26262664804081, 156.281551331505, 73.48642084428673, 191.1712217813173, 133.32466092997058]

loads: [44, 98, 72, 98, 98]

vehicles: [1, 2, 3, 4, 5]

### **A-n33-k5vrp MMAS,**

[[0, 22, 28, 18, 23, 0],

[0, 2, 32, 13, 8, 7, 26, 5, 12, 0],

[0, 24, 6, 19, 14, 21, 1, 31, 11, 0],

[0, 20, 4, 10, 30, 25, 27],

[0, 15, 29, 16, 3, 9, 17]]

TC = 544.9104906233771

RCs: [46.62400281348638, 172.660034815129, 119.30218377908271, 82.95203930725883, 123.37222990842022]

RouteTimes: [46.62400281348638, 172.660034815129, 119.30218377908271, 82.95203930725883, 123.37222990842022]

RouteTimes (kathara): [46.62400281348638, 172.660034815129, 119.30218377908271, 82.95203930725883, 123.37222990842022]

loads: [61, 97, 98, 98, 92]

vehicles: [1, 2, 3, 4, 5]

### **A-n33-k6vrp**

[[0, 25, 16, 30, 27, 28, 0],

[0, 1, 18, 6, 7, 5, 13, 0],

[0, 12, 21, 0],

[0, 14, 19, 20, 9, 15, 2, 3],

[0, 31, 23, 24, 22, 26, 4, 8],

[0, 32, 10, 17, 11, 29]]

TC = 570.8762897176988

RCs: [92.91723212919972, 87.60504045406009, 72.26715480886762,  
103.60755422269948, 137.90498508810384, 76.57432301476808]

RouteTimes: [92.91723212919972, 87.60504045406009, 72.26715480886762,  
103.60755422269948, 137.90498508810384, 76.57432301476808]

RouteTimes (kathara): [92.91723212919972, 87.60504045406009, 72.26715480886762,  
103.60755422269948, 137.90498508810384, 76.57432301476808]

loads: [75, 95, 91, 99, 98, 83]

vehicles: [1, 2, 3, 4, 5, 6]

### **A-n34-k5vrp**

[[0, 26, 4, 20, 21, 13, 10, 0],

[0, 18, 2, 9, 12, 3, 22, 16, 33, 0],

[0, 5, 30, 24, 27, 1, 29, 0],

[0, 14, 6, 15, 8, 11, 23],

[0, 7, 19, 17, 25, 31, 28, 32]]

TC = 656.2370396716549

RCs: [164.59759623453937, 165.90283322666133, 124.02606994598418,  
81.40991121451495, 120.30062904995492]

RouteTimes: [164.59759623453937, 165.90283322666133, 124.02606994598418,  
81.40991121451495, 120.30062904995492]

RouteTimes (kathara): [164.59759623453937, 165.90283322666133, 124.02606994598418,  
81.40991121451495, 120.30062904995492]

loads: [83, 92, 92, 98, 95]

vehicles: [1, 2, 3, 4, 5]

### **A-n36-k5vrp**

[[0, 10, 7, 26, 0],

[0, 16, 11, 24, 27, 25, 5, 20, 0],

[0, 15, 8, 35, 2, 23, 34, 14, 28, 0],

[0, 1, 21, 18, 22, 32, 13, 17, 30, 29, 33],

[0, 9, 12, 6, 3, 31, 19, 4]]

TC = 651.2654252663376

RCs: [39.35323817465893, 137.33713171499357, 205.59845868667793,  
129.7138715481525, 139.26272514185465]

RouteTimes: [39.35323817465893, 137.33713171499357, 205.59845868667793,  
129.7138715481525, 139.26272514185465]

RouteTimes (kathara): [39.35323817465893, 137.33713171499357, 205.59845868667793,  
129.7138715481525, 139.26272514185465]

loads: [58, 100, 99, 95, 90]

vehicles: [1, 2, 3, 4, 5]

### **B-n52-k7vrp**

[[0, 33, 35, 7, 43, 2, 0],

[0, 41, 25, 6, 47, 37, 0],

[0, 40, 42, 20, 18, 30, 1, 36, 0],

[0, 44, 10, 29, 27, 8, 5, 51, 0],

[0, 4, 45, 23, 12, 50, 17, 22, 26, 49],

[0, 3, 28, 11, 21, 14, 39, 24, 31],

[0, 48, 38, 9, 16, 13, 46, 32, 34, 19, 15]]

TC = 561.1342545007333

RCs: [140.02143370619245, 42.22927694951785, 63.530643992555056,  
57.15024705169551, 94.69874762863797, 85.07704206984066, 78.42686310229374]

RouteTimes: [140.02143370619245, 42.22927694951785, 63.530643992555056,  
57.15024705169551, 94.69874762863797, 85.07704206984066, 78.42686310229374]

RouteTimes (kathara): [140.02143370619245, 42.22927694951785, 63.530643992555056,  
57.15024705169551, 94.69874762863797, 85.07704206984066, 78.42686310229374]

loads: [58, 76, 96, 98, 100, 79, 99]

vehicles: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

### **P-n21-k2vrp**

[[0, 20, 5, 14, 17, 9, 13, 2, 7, 6, 0],

[0, 16, 1, 10, 4, 11, 15, 12, 3, 8, 18, 19]]

TC = 183.46577745489236

RCs: [94.19245464817298, 89.27332280671939]

RouteTimes: [94.19245464817298, 89.27332280671939]

RouteTimes (kathara): [94.19245464817298, 89.27332280671939]

loads: [149, 149]

vehicles: [1, 2]

### **ΠΑΡΑΛΛΑΓΗ 3<sup>η</sup>**

#### **E-n33-k4vrp**

[[0, 3, 5, 6, 10, 18, 19, 21, 20, 22, 23, 24, 25, 17, 15, 0],

[0, 2, 12, 11, 32, 8, 9, 7, 4, 0],

[0, 13, 1, 14, 31, 30, 0],

[0, 29, 26, 27, 28, 16]]

TC = 742.5661543892863

RCs: [264.3922525012795, 167.71870620651703, 168.10514018628837,  
142.3500554952015]

RouteTimes: [264.3922525012795, 432.1109587077965, 168.10514018628837,  
310.45519568148984]

RouteTimes (kathara): [264.3922525012795, 167.71870620651703, 168.10514018628837,  
142.3500554952015]

loads: [7970, 7850, 6750, 6800]

vehicles: [1, 1, 2, 2]



**E-n22-k4vrp**

[[0, 14, 21, 19, 16, 0],

[0, 12, 15, 18, 20, 17, 0],

[0, 13, 11, 4, 3, 6, 8, 10, 0],

[0, 9, 7, 5, 2, 1]]

TC = 332.3235494731997

RCs: [76.86095731175261, 83.66795957844283, 109.3220555597758, 62.47257702322849]

RouteTimes: [76.86095731175261, 160.52891689019543, 109.3220555597758, 171.7946325830043]

RouteTimes (kathara): [76.86095731175261, 83.66795957844283, 109.3220555597758, 62.47257702322849]

loads: [5600, 5900, 5800, 5200]

vehicles: [1, 1, 2, 2]

**A-n32-k5vrp**

[[0, 20, 5, 25, 10, 29, 15, 22, 9, 8, 18, 0],

[0, 30, 16, 1, 12, 0],

[0, 27, 24, 0],

[0, 14, 6, 3, 2, 23, 28, 4, 11],

[0, 26, 7, 13, 21, 31, 19, 17]]

TC = 620.926696630415

RCs: [268.83981599651815, 73.48642084428673, 59.26262664804081, 133.32466092997058, 86.01317221159877]

RouteTimes: [268.83981599651815, 342.3262368408049, 59.26262664804081, 192.5872875780114, 86.01317221159877]

RouteTimes (kathara): [268.83981599651815, 73.48642084428673, 59.26262664804081, 133.32466092997058, 86.01317221159877]

loads: [98, 72, 44, 98, 98]

vehicles: [1, 1, 2, 2, 3]

### **A-n33-k5vrp**

[[0, 2, 32, 13, 8, 7, 26, 5, 20, 0],

[0, 22, 28, 18, 23, 0],

[0, 24, 6, 19, 14, 21, 1, 31, 11, 0],

[0, 4, 12, 10, 30, 25, 27, 0],

[0, 15, 29, 16, 3, 9, 17]]

TC = 604.0193430553522

RCs: [178.84122743702392, 46.62400281348638, 119.30218377908271,  
135.879699117339, 123.37222990842022]

RouteTimes: [178.84122743702392, 225.4652302505103, 119.30218377908271,  
255.1818828964217, 378.5541128048419]

RouteTimes (kathara): [178.84122743702392, 46.62400281348638, 119.30218377908271,  
135.879699117339, 123.37222990842022]

loads: [96, 61, 98, 99, 92]

vehicles: [1, 1, 2, 2, 2]

### **A-n33-k6vrp**

[[0, 7, 19, 6, 18, 1, 0],

[0, 32, 25, 16, 30, 27, 28, 0],

[0, 10, 12, 21, 0],

[0, 14, 17, 11, 29],

[0, 31, 23, 24, 26, 22, 5, 13, 0],

[0, 4, 8, 3, 2, 20, 15, 9]]

TC = 619.9654267666069

RCs: [87.67732447371529, 99.48137794541071, 73.85783128948195, 76.50652915178573,  
178.62537516338278, 103.81698874283046]

RouteTimes: [87.67732447371529, 187.158702419126, 73.85783128948195,  
150.36436044126768, 178.62537516338278, 282.44236390621325]

RouteTimes (kathara): [87.67732447371529, 99.48137794541071, 73.85783128948195,  
76.50652915178573, 178.62537516338278, 103.81698874283046]

loads: [85, 97, 92, 76, 99, 92]

vehicles: [1, 1, 2, 2, 3, 3]

### **A-n34-k5vrp**

[[0, 18, 2, 9, 12, 3, 22, 16, 33, 0],

[0, 26, 4, 20, 21, 13, 10, 0],

[0, 5, 30, 24, 27, 1, 29, 0],

[0, 14, 6, 15, 8, 11, 23, 0],

[0, 7, 19, 17, 25, 31, 28, 32]]

TC = 716.5362933983802

RCs: [165.90283322666133, 164.59759623453937, 124.02606994598418,  
141.7091649412403, 120.30062904995492]

RouteTimes: [165.90283322666133, 330.5004294612007, 124.02606994598418,  
265.73523488722446, 386.0358639371794]

RouteTimes (kathara): [165.90283322666133, 164.59759623453937, 124.02606994598418,  
141.7091649412403, 120.30062904995492]

loads: [92, 83, 92, 98, 95]

vehicles: [1, 1, 2, 2, 2]

### **A-n36-k5vrp**

[[0, 1, 21, 18, 22, 32, 13, 17, 30, 29, 33, 0],

[0, 16, 11, 24, 27, 25, 5, 20, 0],

[0, 10, 7, 26, 0],

[0, 15, 8, 35, 2, 23, 34, 14, 28, 0],

[0, 9, 12, 6, 3, 31, 19, 4]]

TC = 721.1224220526294

RCs: [199.5708683344444, 137.33713171499357, 39.35323817465893,  
205.59845868667793, 139.26272514185465]

RouteTimes: [199.5708683344444, 336.908000049438, 39.35323817465893,  
244.95169686133687, 384.2144220031915]

RouteTimes (kathara): [199.5708683344444, 137.33713171499357, 39.35323817465893,  
205.59845868667793, 139.26272514185465]

loads: [95, 100, 58, 99, 90]

vehicles: [1, 1, 2, 2, 2]

**B-n52-k7vrp**

[[0, 35, 33, 43, 7, 51, 5, 8, 10, 44, 0],

[0, 40, 42, 20, 30, 18, 1, 0],

[0, 41, 25, 6, 36, 0],

[0, 2, 48, 38, 9, 16, 34, 32, 19, 15, 49, 46, 0],

[0, 47, 27, 29, 37, 0],

[0, 4, 45, 21, 14, 39, 24, 31, 3, 28, 11, 0],

[0, 23, 12, 50, 17, 22, 26, 13]]

TC = 689.52055508533

RCs: [93.18549015339548, 61.3394969508812, 30.434027942607536,  
148.91375532483198, 47.31251251905849, 216.86666513478158, 91.46860705977376]

RouteTimes: [93.18549015339548, 154.52498710427668, 184.95901504688422,  
148.91375532483198, 196.22626784389047, 216.86666513478158, 308.33527219455533]

RouteTimes (kathara): [93.18549015339548, 61.3394969508812, 30.434027942607536,  
148.91375532483198, 47.31251251905849, 216.86666513478158, 91.46860705977376]

loads: [100, 87, 47, 94, 86, 92, 100]

vehicles: [1, 1, 1, 2, 2, 3, 3]

**P-n21-k2vrp**

[[0, 20, 5, 14, 17, 9, 13, 2, 7, 6, 0],

[0, 16, 1, 10, 4, 11, 15, 12, 3, 8, 18, 19]]

TC = 183.46577745489236

RCs: [94.19245464817298, 89.27332280671939]

RouteTimes: [94.19245464817298, 183.46577745489236]

RouteTimes (kathara): [94.19245464817298, 89.27332280671939]

loads: [149, 149]

vehicles: [1, 1]