

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΥΨΕΛΗΣ
ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΤΥΠΟΥ ΡΕΜ**

Διπλωματική εργασία

ΚΟΝΤΟΓΙΑΝΝΗ ΘΩΜΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΪΨΑΚΗΣ

ΜΕΛΗ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ:

ΔΟΙΤΣΙΔΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ

ΠΗΠΕΡΙΔΗΣ ΣΑΒΒΑΣ

Χανιά, 2024

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην γραμμικοποίηση ενός δυναμικού μοντέλου λειτουργίας κυψέλης καυσίμου τύπου πολυμερικής μεμβράνης ανταλλαγής ιόντων ή PEM-FC. Η γραμμικοποίηση προκύπτει μέσω κατάλληλων μαθηματικών εξισώσεων οι οποίες συνολικά ορίζουν το πρότυπο του αρχικού μη-γραμμικού μοντέλου. Κατόπιν, αναπτύσσεται κώδικας στο προγραμματιστικό περιβάλλον του λογισμικού MATLAB με σκοπό την αναπαράσταση της λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου με τη χρήση γραφικών παραστάσεων. Η επαλήθευση των αποτελεσμάτων που παράγει το γραμμικό μοντέλο πραγματοποιείται έπειτα από σύγκριση με τα αντίστοιχα του δυναμικού μη-γραμμικού μοντέλου. Επιπρόσθετα, μετασχηματίζεται το μαθηματικό μοντέλο Χώρου – Κατάστασης (state space model) καθώς και ο αντίστοιχος κώδικας, παρόμοια με το μη-γραμμικό και γραμμικό προηγούμενος.

Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφονται αναλυτικά οι βασικές αρχές που απαρτίζουν την δομή και το τρόπο λειτουργίας των κυψελών καυσίμου. Ακολουθεί περαιτέρω ανάλυση των κυψελών καυσίμου τύπου PEM καθώς και των πλεονεκτημάτων που δίδουν αυτό το είδος τεχνολογίας. Το δεύτερο κεφάλαιο πραγματεύεται με την μαθηματική μοντελοποίηση του συστήματος της κυψέλης καυσίμου. Αρχικά αναλύεται το μη-γραμμικό μοντέλο που εκφράζει την δυναμική λειτουργία της ηλεκτροχημικής διάταξης και στη συνέχεια αναπτύσσονται τα μαθηματικά μοντέλα του γραμμικού και του μοντέλου χώρου κατάστασης. Στο τρίτο κεφάλαιο πραγματοποιείται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων για το κάθε μοντέλο και συνάγονται συμπεράσματα σχετικά με την απόκριση του καθενός καθώς και των σχετικών ομοιοτήτων που εμφανίζουν. Στα παραρτήματα 1 και 2 δίνονται αναλυτικά η διαδικασία γραμμικοποίησης ενός δυναμικού συστήματος καθώς και οι μεταβλητές X οι οποίες απαρτίζουν τους πίνακες των μοντέλων χώρου κατάστασης. Στο τέταρτο κεφάλαιο οι παράμετροι F_{in,H_2} και m_{cool} καθενός από τα τρία μοντέλα μεταβάλλονται κατά $\pm 30\%$ ώστε να διερευνηθούν οι ομοιότητες καθώς και τυχόν διαφορές που ενδέχεται να εμφανιστούν μεταξύ τους. Λαμβάνουν χώρα τέσσερις δοκιμές, μία για κάθε μεταβολή, των οποίων τα αποτελέσματα είναι χαρακτηριστικές γραφικές που συγκρίνονται μεταξύ τους. Οι μεταβλητές των διαγραμμάτων που συγκρίνονται είναι οι T_{out} , T_{cool} , I_{fc} , P_{fc} και F_{out,H_2} .

ABSTRACT

The present thesis aims at the linearization of a dynamic model of the operation of a polymeric ion exchange membrane fuel cell or PEM-FC. The linearization is obtained through appropriate mathematical equations which collectively define the model of the original non-linear model. Then, code is developed in the programming environment of the MATLAB software in order to represent the operation of the fuel cell using graphical representations. The verification of the results produced by the linear model is carried out after comparison with the counterparts of the dynamic non-linear model. Additionally, the state space model is transformed as well as the corresponding code, similar to the non-linear and linear before.

In the first chapter, the basic principles that make up the structure and operation of fuel cells are described in detail. Here is a further analysis of PEM fuel cells as well as the advantages behind this type of technology. The second chapter deals with the mathematical modeling of the fuel cell system. First, the non-linear model that expresses the dynamic operation of the electrochemical device is analyzed and then the mathematical models of the linear and the state space model are developed. In the third chapter, the results of the simulations are presented for each model and conclusions are drawn regarding the response of each one as well as the relative similarities they display. Appendices 1 and 2 give in detail the process of linearization of a dynamic system as well as the variables X that make up the matrices of the state space models. In the fourth chapter the F_{in,H_2} and m_{cool} parameters of each of the three models are varied by $\pm 30\%$ to explore the similarities as well as any differences that may appear between them. Four tests take place, one for each change, the results of which are characteristic graphs that are compared with each other. The chart variables compared are T_{out} , T_{cool} , I_{fc} , P_{fc} and F_{out,H_2} .

Ευχαριστίες

Θα ήθελα, αρχικά, να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα επίκουρο καθηγητή, κύριο Ιψάκη Δημήτριο, για την πολύτιμη καθοδήγηση και εμπιστοσύνη που μου έδειξε τόσο για την ανάθεση όσο και για την επίτευξη της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου καθώς και τους φίλους και κοντινούς μου ανθρώπους, που αδιάλειπτα προσέφεραν απεριόριστη αγάπη και συμπαράσταση από την έναρξη της φοιτητικής μου πορείας μέχρι και την ολοκλήρωση της με την επίτευξη της εργασίας αυτής.

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	1
ABSTRACT.....	2
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο : ΕΙΣΑΓΩΓΗ –ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	7
1.1 Βασικές αρχές λειτουργίας κυψέλης καυσίμου	7
1.2 Τύποι κυψελών καυσίμου	9
1.2.1 Κυψέλη καυσίμου τύπου πολυμερικής μεμβράνης ανταλλαγής ιόντων (PEM-FC).....	12
1.3 Πλεονεκτήματα των κυψελών καυσίμου	14
1.4 Ανάλυση βασικών χαρακτηριστικών λειτουργίας	19
1.4.1 Απόδοση κυψελών καυσίμου	19
1.4.2 Χαρακτηριστική σχέση V-I (τάσης – έντασης)	20
1.4.3 Καθορισμός ρεύματος λειτουργίας	24
1.4.4 Συνολικά αποδιδόμενη ισχύς	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΤΥΠΟΥ PEM	26
Εισαγωγή κεφαλαίου.....	26
2.1 Δυναμικό μοντέλο περιγραφής της λειτουργίας κυψέλης καυσίμου τύπου PEM.....	27
2.1.1 Υπολογισμός ισοζυγίου μάζας	28
2.1.2 Υπολογισμός ισοζυγίου ενέργειας	29
2.2 Ανάπτυξη του γραμμικοποιημένου μαθηματικού μοντέλου κυψέλης καυσίμου τύπου PEM.....	34
2.3 Περιγραφή του γραμμικού μοντέλου στο Χώρο Κατάστασης (State-Space model).....	38
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο : ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΡΧΙΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΤΥΠΟΥ PEM	42
Εισαγωγή κεφαλαίου.....	42
3.1 Διαγράμματα καμπυλών του Δυναμικού μοντέλου Κυψέλης Μembrάνης Ανταλλαγής Πρωτονίων (PEMFC).....	42
3.2 Διαγράμματα καμπυλών του γραμμικού μοντέλου Κυψέλης Μembrάνης Ανταλλαγής Πρωτονίων (PEMFC).....	46
3.3 Διαγράμματα καμπυλών του μοντέλου Χώρου-Κατάστασης για Κυψέλη Μembrάνης Ανταλλαγής Πρωτονίων (PEMFC).....	51
3.4 Γενικά συμπεράσματα αναλύσεων και συγκρίσεων των αποτελεσμάτων	56

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ^ο : ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΟΚΙΜΩΝ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΤΥΠΟΥ PEM	59
Εισαγωγή κεφαλαίου.....	59
4.1 Αύξηση γραμμομοριακής ροής εισόδου υδρογόνου F_{in,H_2} κατά +30%.....	59
4.2 Μείωση γραμμομοριακής ροής εισόδου υδρογόνου F_{in,H_2} κατά -30%	64
4.3 Αύξηση ροής του ψυκτικού μέσου m_{cool} κατά +30%.....	69
4.4 Μείωση ροής του ψυκτικού μέσου m_{cool} κατά -30%	74
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	79
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1 : ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΗΣ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ	81
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2: ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ Χ ΤΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ Α ΚΑΙ Β ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΧΩΡΟΥ - ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ	83
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	85

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : ΕΙΣΑΓΩΓΗ –ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Οι κυψέλες καυσίμου συντελούν μια ιδιαίτερα υποσχόμενη τεχνολογία παραγωγής ενέργειας με πολλαπλές πιθανές εφαρμογές όπως παροχή ενέργειας για κίνηση σε αυτοκίνητα, πλωτά σκάφη ακόμα και σε αεροσκάφη. Παρουσιάζουν ιδιότητες οι οποίες τις κάνουν ελκυστικότερες από τις υπάρχουσες συμβατικές τεχνολογίες μετατροπής ενέργειας με την υψηλή απόδοση, τις σχεδόν μηδενικές ζημιογόνες εκπομπές καθώς και την απλότητα κατασκευής και του χαμηλού κόστους να είναι μερικές από αυτές. Πιο συγκεκριμένα, η κυψέλη καυσίμου ορίζεται ως μια ηλεκτροχημική διάταξη της οποίας βασική λειτουργία αποτελεί η παραγωγή ηλεκτρικής και θερμικής ενέργειας καθώς και νερού, έπειτα από τροφοδοσία υδρογόνου στην άνοδο και οξυγόνου ή αέρα στην κάθοδο. Ακολουθεί δηλαδή την αντίστροφη διαδικασία από την διεργασία της ηλεκτρόλυσης εφόσον το καύσιμο του υδρογόνου καταναλώνεται σε μία απλή αντίδραση προς παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

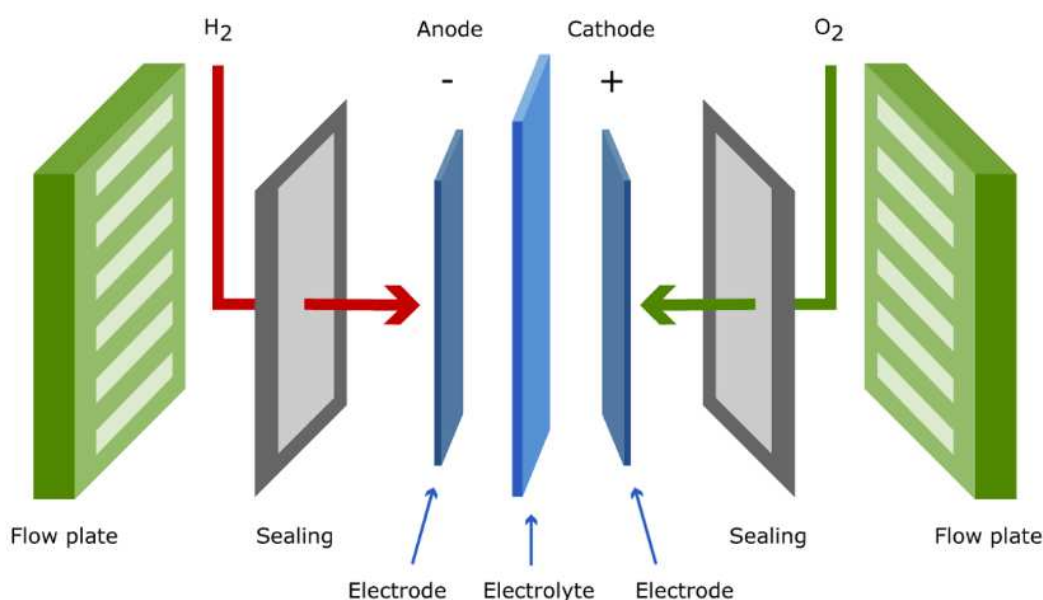
Η τεχνολογία της κυψέλης καυσίμου αποτελεί εφεύρεση του 19^{ου} αιώνα, όταν την παρουσίασε για πρώτη φορά το 1839 ο Ουαλός εφευρέτης και δικηγόρος Sir William Grove. Ακολούθησε λοιπόν το 1842 η ολοκλήρωση του πρώτου λειτουργικού συστήματος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας έπειτα από συνδυασμό υδρογόνου και οξυγόνου, από τον ίδιο. Παρόλα αυτά, η πρώτη πρακτική εφαρμογή της έλαβε χώρα στο διαστημικό πρόγραμμα Apollo την δεκαετία του 1960 προκειμένου να παρέχει ηλεκτρισμό στους μηχανισμούς υποστήριξης ζωής, στα όργανα προσανατολισμού και επικοινωνίας. Έκτοτε ακολούθησε μια διαρκής και συνεχιζόμενη εξέλιξη των κυψελών καυσίμου ενώ παράλληλα αξιοποιούντουσαν σε όλο και περισσότερες δραστηριότητες έναντι των αντίστοιχων συμβατικών διατάξεων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.

1.1 Βασικές αρχές λειτουργίας κυψέλης καυσίμου

Η βασική αρχή λειτουργίας μίας κυψέλης καυσίμου, όπως σημειώθηκε και προηγούμενα, στηρίζεται στην διαρκή τροφοδοσία υδρογόνου στην άνοδο και οξυγόνου ή/και αέρα στην κάθοδο, όπου μέσω ηλεκτροχημικών δράσεων παράγονται ηλεκτρική ενέργεια και νερό. Η διαδικασία αυτή είναι η ακριβώς αντίθετη από εκείνη της ηλεκτρόλυσης καθώς ισχύει το εξής:



Στην κυψέλη καυσίμου παρατηρούνται δύο ηλεκτρόδια τα οποία αντιπροσωπεύουν την άνοδο και την κάθοδο και διαχωρίζονται από έναν ηλεκτρολύτη αλλά και από φράγμα αερίων. Το καύσιμο ιονίζεται στην επιφάνεια του ηλεκτροδίου της ανόδου ενώ ταυτόχρονα το οξυγόνο/αέρας ιονίζεται αντίστοιχα στο ηλεκτρόδιο της καθόδου. Όταν τα ηλεκτρόδια αυτά ενωθούν μέσω εξωτερικού κυκλώματος το υδρογόνο διασπάται σε κατιόντα υδρογόνου και ηλεκτρόνια, με τα κατιόντα να μετακινούνται μέσω του ηλεκτρολύτη στην καταλυτική επιφάνεια του ηλεκτροδίου στην πλευρά του οξυγόνου και ταυτόχρονα τα ηλεκτρόνια μέσω του εξωτερικού κυκλώματος να καταλήγουν στην ίδια καταλυτική επιφάνεια. Εκεί, το στοιχείο του οξυγόνου συνδυαζόμενο με τα πρωτόνια και ηλεκτρόνια σχηματίζουν νερό. Επιπρόσθετα, τα φορτισμένα σωματίδια τόσο του υδρογόνου όσο και του οξυγόνου ενώνονται διότι τα τελικά προϊόντα της αντίδρασης εμφανίζουν χαμηλότερη ηλεκτροχημική ενέργεια. Η κίνηση τους αυτή είναι υπεύθυνη για την παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος.



Εικόνα 1.1:Βασική δομή κυψέλης καυσίμου. [1]

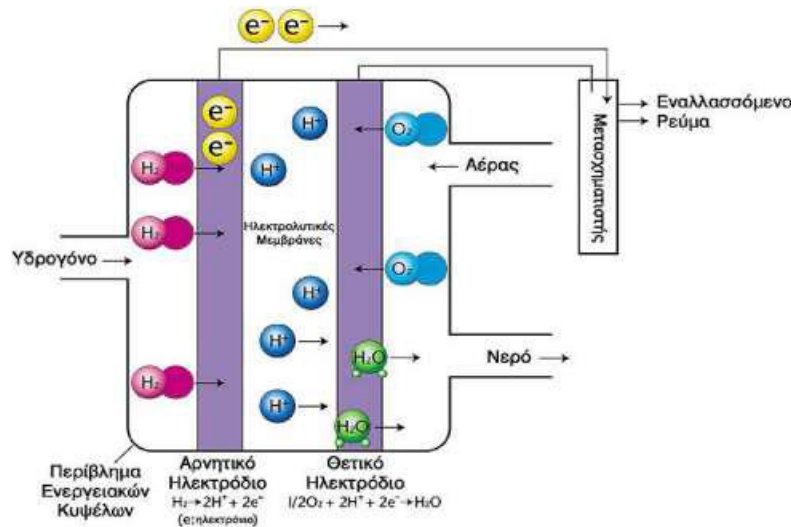
Στο ηλεκτρόδιο της ανόδου πραγματοποιείται η οξείδωση του υδρογόνου σε θετικά και αρνητικά ιόντα όπως εκφράζεται στην παρακάτω αντίδραση:



Κατόπιν, τα κατιόντα διέρχονται μέσω του ηλεκτρολύτη και τα ηλεκτρόνια διαμέσω του εξωτερικού κυκλώματος, προς την πλευρά της καθόδου. Στην κάθοδο, τα άτομα του οξυγόνου οξειδώνονται και ενώνονται με τα πρωτόνια αυτά καθώς και με τα αντίστοιχα ηλεκτρόνια, σχηματίζοντας νερό.



Η τελική αντίδραση που καταλήγει και η οποία παρουσιάστηκε στην αρχή της ενότητας μεταξύ του υδρογόνου και του οξυγόνου για τον σχηματισμό νερού είναι:



Εικόνα 1.2: Αναπαράσταση λειτουργίας κυψέλης καυσίμου. [2]

Η διαφορά δυναμικού που αναπτύσσεται σε συνθήκες περιβάλλοντος αγγίζει το 1V για κυψέλες καυσίμου που χρησιμοποιούν υδρογόνο-οξυγόνο. Παρόλα αυτά, οι αντιδράσεις που λαμβάνουν χώρα είναι ιδιαίτερα αργές με αποτέλεσμα να περιορίζουν την ισχύ εξόδου της κυψέλης καυσίμου. Ειδικότερα, η αντίδραση αναγωγής του οξυγόνου είναι περίπου εκατό φορές πιο αργή από την οξείδωση του υδρογόνου. Για το λόγο αυτό και για την επιτάχυνση των αντιδράσεων εφαρμόζεται καταλύτης, με τον καταλληλότερο για τις χαμηλής θερμοκρασίας κυψέλες καυσίμου να είναι η πλατίνα (Pt) . [3]

1.2 Τύποι κυψελών καυσίμου

Σε αντίθεση με τα πολλά πλεονεκτήματα που προσφέρει η κυψέλη καυσίμου παρουσιάζονται και αρκετά μειονεκτήματα που αφορούν κατασκευαστικά κόστη και κόστη α' υλών καθώς επίσης δύο βασικά προβλήματα τεχνικής φύσεως. Αυτά ορίζονται ως η αργή ταχύτητα αντίδρασης των στοιχείων της κυψέλης, οδηγώντας σε χαμηλά επίπεδα ηλεκτρικού ρεύματος και ισχύος που παράγει καθώς και το γεγονός ότι το υδρογόνο απαιτεί επεξεργασία προτού αξιοποιηθεί ως καύσιμο. Για την καταπολέμηση αυτών των εμποδίων αναπτύχθηκαν ποικίλα είδη κυψελών καυσίμου οι οποίες έχουν εφαρμοστεί επιτυχώς. Οι διαφορετικού τύπου κυψέλες καυσίμου κατηγοριοποιούνται βάσει του είδους του ηλεκτρολύτη που χρησιμοποιούν. Εντοπίζονται έξι διαφορετικές κλάσεις κυψελών καυσίμου που αποτελούν βιώσιμες τεχνολογικές διατάξεις τόσο για το παρόν όσο και για το μέλλον. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα διαφορετικά είδη των κυψελών καθώς και περιληπτικά οι λειτουργίες της καθεμίας:

Πίνακας 1.1: Τύποι κυψελών καυσίμου και οι εφαρμογές τους. [4]

<u>Τύπος κυψέλης καυσίμου</u>	<u>Μεταφερόμενο ιόν</u>	<u>Θερμοκρασία λειτουργίας</u>	<u>Εφαρμογές</u>
<u>Πολυμερικής Μembrάνης Ανταλλαγής Ιόντων (PEM-FC)</u>	H^+	30 – 100°C	Εφαρμόζεται σε κινούμενα οχήματα και σε χαμηλής ισχύος συστήματα CHP.
<u>Αλκαλικού διαλύματος KOH (A-FC)</u>	OH^-	50 – 200°C	Χρησιμοποιήθηκε σε διαστημικές αποστολές, π.χ. στην επιχείρηση Apollo.
<u>Άμεσης Τροφοδοσίας Μεθανόλης (DM-FC)</u>	H^+	20 – 90°C	Κατάλληλο για κινητές ηλεκτρονικές διατάξεις χαμηλής ισχύος .
<u>Στερεού οξειδίου (SO-FC)</u>	O^{2-}	500 – 1000°C	Κατάλληλο για κάθε μέγεθος CHP συστήματος .
<u>Φωσφορικού οξέος (PA-FC)</u>	H^+	~220°C	Εφαρμόζεται σε πολυάριθμες CHP διατάξεις των 200-kW.
<u>Τηγμένου ιόντος άνθρακα (MC-FC)</u>	CO_3^{2-}	~650°C	Χρήση από μεσαίες έως μεγάλες μονάδες CHP , με κλίμακα χωρητικότητας έως και MW.

Ξεκινώντας με τις κυψέλες καυσίμου που απαιτούν ιδιαίτερα υψηλές θερμοκρασίες για να λειτουργήσουν και πιο συγκεκριμένα με εκείνη του στερεού οξειδίου SO-FC, η οποία λειτουργεί ιδανικά στην περιοχή μεταξύ 600 και 1000 °C καθώς και εκείνες του φωσφορικού οξέος (PA-FC) και του τηγμένου άνθρακα (MC-FC) που λειτουργούν γύρω στους 220°C και 650°C αντίστοιχα, θα αναλυθούν μία προς μία από τις πιο ακατάλληλες για λειτουργία σε μονάδα αξιοποίησης ΑΠΕ μέχρι και την πλέον καταλληλότερη για την οποία θα αναπτυχθεί σύστημα ελέγχου. Οι κυψέλες καυσίμου τύπου SO παρουσιάζουν υψηλούς ρυθμούς αντίδρασης χρησιμοποιώντας μικρού

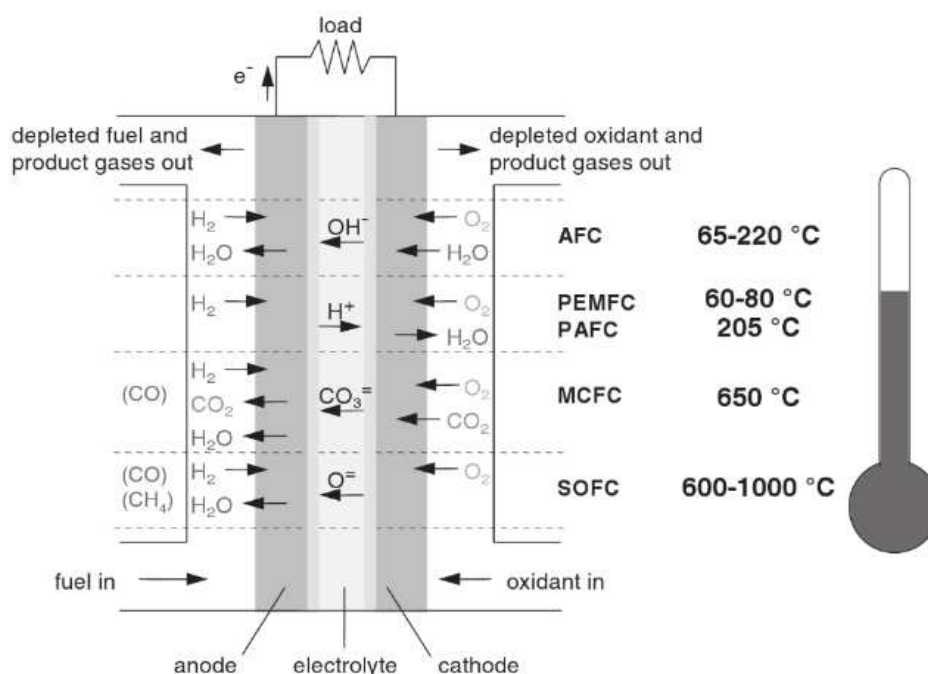
κόστους καταλύτες καθώς δέχονται απευθείας το υδρογόνο χωρίς να χρειάζεται ξεχωριστή μονάδα τροποποίησης του. Παρά ταύτα, τα κεραμικής φύσεως υλικά από τα οποία κατασκευάζεται καθίστανται δύσκολα στο χειρισμό τους με αποτέλεσμα να αυξάνεται το κόστος κατασκευής ενώ ταυτόχρονα απαιτούνται επιπλέον διατάξεις ώστε να ολοκληρωθεί η συγκεκριμένη κυψέλη καυσίμου. Ο εξοπλισμός αυτός περιέχει προθερμαντήρες του αέρα και του καυσίμου ενώ παράλληλα το σύστημα ψύξης της κυψέλης διακρίνεται από την πολυπλοκότητα του και την δυσκολία του να τεθεί σε λειτουργία. Η κυψέλη καυσίμου με ηλεκτρολύτη τηγμένου άνθρακα (MC-FC) παρουσιάζει αντίστοιχα με εκείνη του στερεού οξειδίου, ταχύτερες ηλεκτροχημικές αντιδράσεις, χρησιμοποιώντας ως καταλύτη νικέλιο. Δέχεται επίσης καύσιμο χωρίς εξωτερική μεταχείριση του, ωστόσο αυτή η απλότητα αντισταθμίζεται από την περίπλοκη φύση του ηλεκτρολύτη με τον ίδιο να αποτελεί μία θερμή και διαβρωτική ανάμειξη λιθίου, νατρίου και ανθρακικού νατρίου. Συνεχίζοντας με τις κυψέλες καυσίμου φωσφορικού οξέος (PA-FC), διαπιστώνεται ότι μπορούν να λύσουν το πρόβλημα ανεφοδιασμού με υδρογόνο αναμορφώνοντας το φυσικό αέριο σε υδρογόνο και διοξείδιο του άνθρακα, με τον εξοπλισμό που απαιτείται όμως να προσθέτει σημαντικά στο κόστος, την πολυπλοκότητα και το μέγεθος της κυψέλης καυσίμου. Ωστόσο, η συγκεκριμένη κυψέλη βασίζεται στην πρωταρχική απλότητα λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου παρέχοντας ταυτόχρονα ένα ιδιαίτερα αξιόπιστο και χωρίς μεγάλη ανάγκη συντήρησης σύστημα.

Εν συνεχεία, όπως η κυψέλη καυσίμου πολυμερικής μεμβράνης ανταλλαγής ιόντων (PEM) αξιοποιήθηκε στην πρώτη επανδρωμένη διαστημική αποστολή έτσι αντίστοιχα εφαρμόστηκε η κυψέλη αλκαλικού διαλύματος (A-FC) στα αεροσκάφη Apollo και τροχιάς γύρω από τη σελήνη. Η συγκεκριμένη διάταξη επιλύει το πρόβλημα βραδείας ταχύτητας αντίδρασης λειτουργώντας με ιδιαίτερα πορώδη ηλεκτρόδια και ορισμένες φορές σε συνθήκες υψηλών πιέσεων. Λειτουργούν συνήθως σε θερμοκρασίες κάτω των 100°C, έχοντας κάποιες εξαιρέσεις ιστορικά όπου λειτουργήσαν σε επίπεδα των 200°C. Το μεγαλύτερο μειονέκτημα τους συντελεί τόσο ο αέρας όσο και το καύσιμο που δέχονται χρειάζεται να είναι καθαρό από διοξείδιο του άνθρακα ειδάλλως εφαρμόζεται αμιγές οξυγόνο και υδρογόνο.

Ως τελευταία προς ανάλυση αφέθηκε η κυψέλη καυσίμου πολυμερικής μεμβράνης ανταλλαγής ιόντων, PEM-FC, καθώς συγκεντρώνει τα περισσότερα πλεονεκτήματα αντιμετωπίζοντας διαφορετικά προβλήματα που παρουσιάζονται στην λειτουργία της κυψέλης καυσίμου και ταυτόχρονα κεφαλαιοποιεί στην απλότητα που προσφέρουν οι κυψέλες καυσίμου γενικότερα. Οι κυψέλες καυσίμου τύπου PEM λειτουργούν σε χαμηλές θερμοκρασίες, παρέχοντας υψηλές αποδόσεις και χρησιμοποιώντας ως υλικό ανόδου-καθόδου πλατίνα υποστηριζόμενη από γραφίτη. Επιπρόσθετο πλεονέκτημα της σε σχέση με των υπόλοιπων τύπου κυψελών καυσίμου είναι η συνεχώς αναπτυσσόμενη τεχνολογία που την χαρακτηρίζει ενώ παράλληλα το κόστος της πλατίνας συμβάλλει ελάχιστα στο συνολικό της κυψέλης. Δεν υπάρχει όμως χωρίς τα μειονεκτήματα της με μερικά από αυτά να είναι η αργή ταχύτητα αντίδρασης λόγω των χαμηλών θερμοκρασιών λειτουργίας, το οποίο εν μέρη αντιμετωπίζεται μέσω

περίπλοκων καταλυτών και ηλεκτροδίων. Τέλος, απαιτεί τροφοδοσία με αγνό υδρογόνο, εμπόδιο το οποίο παραμένει σχετικά ανεπίλυτο.

Μία θεωρητικά ελκυστική λύση στο παραπάνω πρόβλημα εφοδιασμού με υδρογόνο είναι η χρήση μεθανόλης ως καύσιμο. Υπάρχει η δυνατότητα εφαρμογής του σε κυψέλες καυσίμου τύπου PEM και συγκεκριμένα τέτοιες διατάξεις ονομάζονται κυψέλες καυσίμου με παροχή άμεσης μεθανόλης, Direct Methanol Fuel Cells, με την μεθανόλη να τροφοδοτείται στην υγρή μορφή της. Τα συστήματα αυτά παρέχουν πολύ μικρή ισχύ καθιστώντας τα κατάλληλα για συγκεκριμένου τύπου εφαρμογές στην ολοένα αναπτυσσόμενη τεχνολογία των κινητών ηλεκτρονικών συσκευών. Τέτοιου είδους χαμηλής ισχύος ηλεκτροχημικές διατάξεις θα συντελέσουν μια πολύ αξιόπιστη λύση μελλοντικά σε εξοπλισμό που απαιτεί σταθερή κατανάλωση ηλεκτρικού ρεύματος για μεγάλες χρονικές περιόδους. [5]



Εικόνα 1.3: Απεικόνιση των δημοφιλέστερων τύπων κυψελών καυσίμου, των αντιδράσεων και θερμοκρασιών λειτουργίας τους. [5]

1.2.1 Κυψέλη καυσίμου τύπου πολυμερικής μεμβράνης ανταλλαγής ιόντων (PEM-FC)

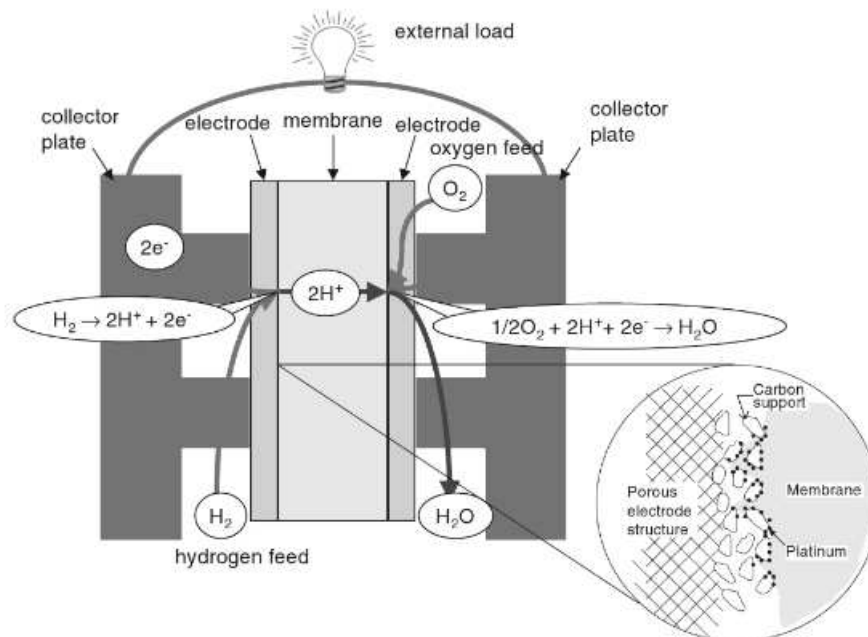
Στην προηγούμενη ενότητα έγινε η αναφορά ότι θα προτιμηθεί ένας τύπος κυψέλης καυσίμου έναντι των υπολοίπων και αυτό διότι μονάχα ένας από τους έξι διαφορετικούς ικανοποιεί τις προϋποθέσεις ανάλυσης και εφαρμογής που απαιτούνται. Οι περιπτώσεις των κυψελών καυσίμου PA-FC, SO-FC και MC-FC απορρίπτονται, εφόσον λειτουργούν σε ιδιαίτερα υψηλές θερμοκρασίες και αποδίδουν μεγάλη ονομαστική ισχύ. Οι συνθήκες αυτές αυξάνουν το κόστος

συντήρησης καθώς και ψύξης των κυψελών καθιστώντας τες ακατάλληλες. Παραμένουν λοιπόν, δύο είδη κυψελών, εκείνη του αλκαλικού διαλύματος A-FC και αυτή της πολυμερικής μεμβράνης ανταλλαγής ιόντων PEM-FC καθώς και η παραλλαγή της με παροχή άμεσης μεθανόλης. Οι δύο τύποι κυψελών διακρίνονται από τις χαμηλές θερμοκρασίες και υψηλές αποδόσεις, με την PEM-FC να πλεονεκτεί στο γεγονός ότι η τεχνολογία της αναπτύσσεται διαρκώς σε αντίθεση με της A-FC που θεωρείται πλέον στάσιμη. Άρα θα γίνει η επιλογή της κυψέλης καυσίμου τύπου πολυμερικής μεμβράνης ανταλλαγής ιόντων PEM-FC. Η τεχνολογία τους προσελκύει το περισσότερο ενδιαφέρον λόγω της απλότητας και βιωσιμότητας της σε πολλών ειδών εφαρμογές, με μια εκτενέστερη περιγραφή της λειτουργίας της να ακολουθεί παρακάτω.

Βασικότερο τμήμα της κυψέλης καυσίμου τύπου PEM αποτελεί η πολυμερική μεμβράνη η οποία έχει τη δυνατότητα να μην την διαπερνούν αέρια και ταυτόχρονα άγει πρωτόνια. Η μεμβράνη που λειτουργεί ως ηλεκτρολύτης, καθίσταται ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια που είναι ηλεκτρικώς αγωγίμα. Τα ηλεκτρόδια αυτά είναι φτιαγμένα από ίνες άνθρακα ή αλλιώς ανθρακόνημα. Στην επιφάνεια που υπάρχει μεταξύ του ηλεκτροδίου και της πολυμερικής μεμβράνης βρίσκεται μία στρώση καταλύτη, με συνηθέστερο υλικό την πλατίνα υποστηριζόμενη σε γραφίτη. Στην επιφάνεια του συγκεκριμένου καταλύτη λαμβάνουν χώρα οι ηλεκτροχημικές αντιδράσεις, δηλαδή μεταξύ του ηλεκτρολύτη και της μεμβράνης. Το υδρογόνο που τροφοδοτείται στην μία μεριά της μεμβράνης διασπάται σε πρωτόνια και ηλεκτρόνια. Τα πρωτόνια κινούνται διαμέσω της μεμβράνης ενώ ταυτόχρονα τα ηλεκτρόνια μέσω των ηλεκτρικά αγωγίμων ηλεκτροδίων και του εξωτερικού κυκλώματος και καταλήγουν στην άλλη πλευρά της μεμβράνης. Συναντιούνται με τα πρωτόνια που πέρασαν μέσω της μεμβράνης καθώς και με το οξυγόνο που παρέχεται στην πλευρά αυτή, παράγοντας νερό μέσω ηλεκτροχημικής αντίδρασης, το οποίο εξέρχεται από την κυψέλη σε υγρή μορφή. Το καθαρό αποτέλεσμα αυτών των ταυτόχρονων αντιδράσεων είναι η παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος μέσω εξωτερικού κυκλώματος. Η πλευρά από την οποία τροφοδοτείται το υδρογόνο ονομάζεται άνοδος και εκείνη στην οποία τροφοδοτείται οξυγόνο και αέρας ορίζεται ως κάθοδος. Λόγω του ότι το κάθε κελίο παράγει τάση 1V, απαιτούνται περισσότερα να τοποθετηθούν σε σειρά ώστε να αποφέρουν πρακτικά επίπεδα τάσης. Ανάλογα με την εφαρμογή της κυψέλης, η αποδιδόμενη διαφορά δυναμικού ενδέχεται να βρίσκεται κυμαίνεται μεταξύ 6V και 200V ή και παραπάνω. Μία τέτοια στοίβα απαιτεί σύστημα υποστήριξης ώστε να:

- Χειρίζεται την παροχή αντιδρώντων αερίων και των καυσαερίων τους, περιλαμβανομένων και των προϊόντων
- Φροντίζει για την απορριπτόμενη θερμότητα και ταυτόχρονα να διατηρεί την θερμοκρασία της στοίβας
- Ρυθμίζει και να καθορίζει την εξερχόμενη ισχύς
- Παρακολουθεί τις ζωτικές παραμέτρους της στοίβας

- Ελέγχει την εκκίνηση, την λειτουργία καθώς και τον τερματισμό της και των εξαρτημάτων της διάταξης.



Εικόνα 1.4: Αρχή λειτουργίας κυψέλης καυσίμου τύπου πολυμερικής μεμβράνης ανταλλαγής ιόντων PEM-FC. [5]

1.3 Πλεονεκτήματα των κυψελών καυσίμου

Η τεχνολογία των κυψελών καυσίμου θεωρείται ευρέως ως μία ιδιαίτερα αποτελεσματική εναλλακτική λύση παραγωγής ενέργειας συντελώντας στην ανεξάρτητη παραγωγή ηλεκτρισμού με δυνατότητα εκπομπής έως και μηδενικών ρύπων.

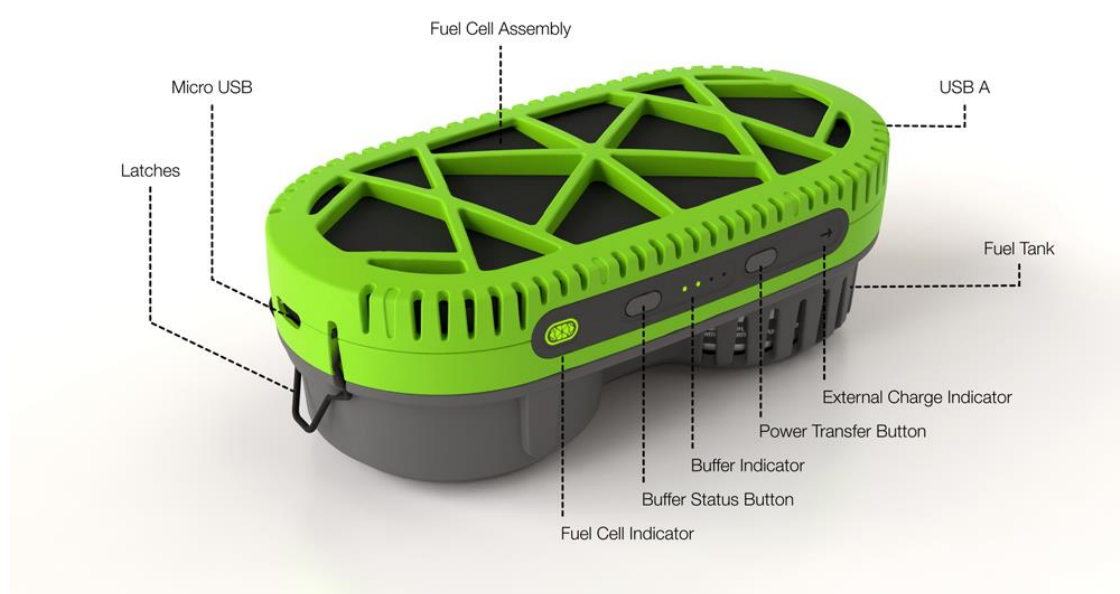
Ευρύνοντας το φάσμα των εφαρμογών για τις οποίες μπορεί να αξιοποιηθεί μία κυψέλη καυσίμου, παρατηρείται ότι είναι ικανή και για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ισχύος της τάξης των 50W με 100MW, διαστάσεων πολύ μεγαλύτερων που απαιτείται για τις κινητές συσκευές. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα των κυψελών καυσίμου στον τομέα αυτό είναι η υψηλή θερμοδυναμική απόδοση που εμφανίζουν και η οποία κυμαίνεται σε ρεαλιστικές τιμές μεταξύ του 40-60%. Παράλληλα με την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας συμβαίνει και αντίστοιχη θερμικής ή θερμότητας, η οποία διατίθεται σε ελαφρώς χαμηλότερη θερμοκρασία από αυτή που λειτουργεί το κελίο. Από αυτή την παρατήρηση γεννιέται το συμπέρασμα ότι οι κυψέλες καυσίμου ενδεχομένως διαθέτουν την ικανότητα να παράγουν μαζί με ηλεκτρισμό και θερμότητα, καλύπτοντας με αυτόν τον τρόπο τις ανάγκες και για τα δύο τόσο για εγχώριες όσο και για μεγάλης βιομηχανικής κλίμακας εφαρμογές. Σε αντίθεση με τα παραδοσιακά συστήματα παραγωγής θερμότητας, οι κυψέλες καυσίμου κατέχουν

πέρα του υψηλότερου θερμοδυναμικού συντελεστή εξόδου, τα παρακάτω δύο σημαντικά πλεονεκτήματα:

- Η αποδοτικότητα λόγω παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας διατηρείται σε υψηλές τιμές ακόμα και για μικρής κλίμακας μονάδες, ενώ ταυτόχρονα η αξία της είναι υψηλή υπό συνθήκες μερικού φορτίου και μπορεί να είναι και υψηλότερη υπό συνθήκες πλήρους φορτίου.
- Η συγκεκριμένη τεχνολογία είναι φιλική προς το περιβάλλον λαμβάνοντας υπόψη ότι οι εκπομπές ρύπανσης είναι αμελητέες όταν χρησιμοποιείτε H₂.

Ειδικότερα, στην περίπτωση που το υδρογόνο αποτελέσει κύριο καύσιμο της κυψέλης παρατηρούνται μηδενικοί ρύποι, ενώ στην περίπτωση διαφορετικών ειδών καυσίμου, όπως είναι το φυσικό αέριο, η ποσότητα του ρυπογόνου είναι περίπου δύο τάξεις μεγέθους χαμηλότερη από ότι στην περίπτωση του συμβατικού ηλεκτροπαραγωγικού συστήματος.

Παράλληλα, οι κυψέλες καυσίμου παρουσιάζουν μεγάλο πλεονέκτημα και στον τομέα των εφαρμογών περιορισμένης ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα, περιπτώσεις όπως οι κινητές ηλεκτρικές συσκευές όπως είναι τα laptops ή τα κινητά τηλέφωνα (smartphones), για τις οποίες είναι αναγκαία η επαναφόρτιση ανά τακτά χρονικά διαστήματα ώστε να παραμένουν σε λειτουργία. Η προσαρμοστικότητα τους αυτή τους επιτρέπει να εξυπηρετούν μικρές κινητές συσκευές των οποίων η ισχύς εξόδου μπορεί να είναι τόσο χαμηλή όσο μερικά watt, ενώ στην περίπτωση των βιολογικών κυψελών καυσίμου που αξιοποιούνται σε ιατρικές εφαρμογές, η ισχύς εξόδου είθισται να είναι ακόμα χαμηλότερη από τις συσκευές καθημερινής χρήσης που αναφέρθηκαν νωρίτερα.



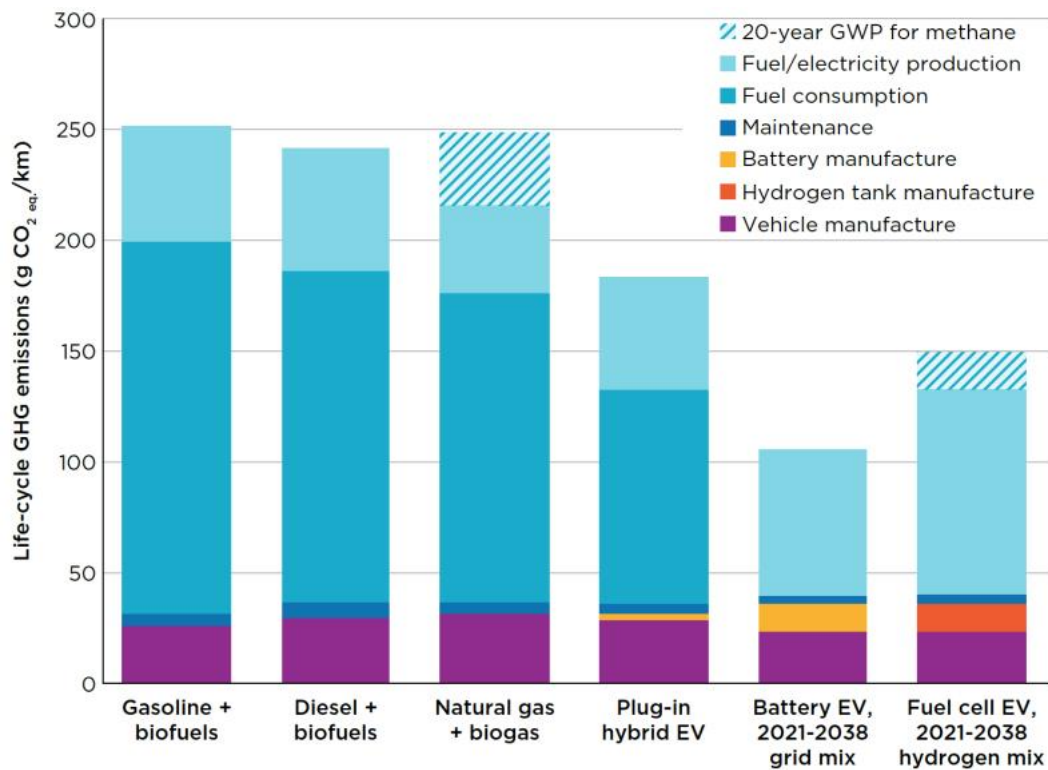
Εικόνα 1.5: Φορτιστής φορητών συσκευών με τη χρήση κυψέλης καυσίμου και νερού ως καύσιμο. [6]



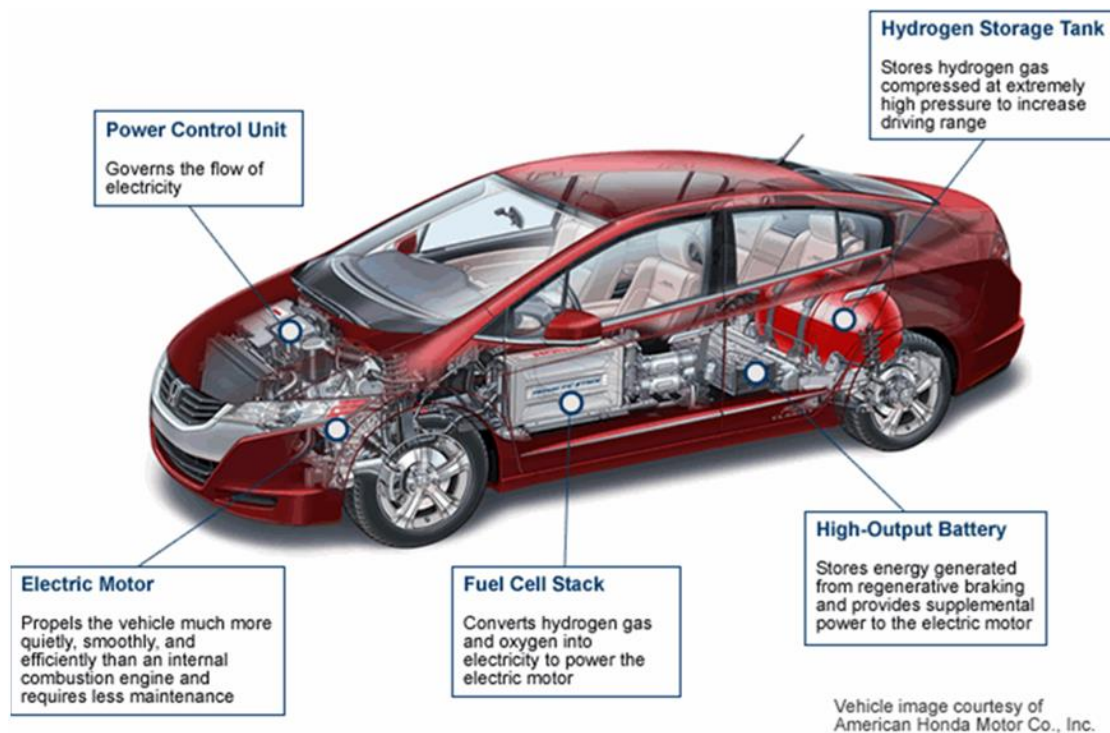
Εικόνα 1.6: Απεικόνιση εφαρμογής φορτιστή με χρήση κυψελών καυσίμου χαμηλού κόστους. [6]

Αναφορικά με την αυτοκινητοβιομηχανία, εξαιτίας των ολοένα και αυστηρότερων περιοριστικών μέτρων για τη χρήση ορυκτών καυσίμων που θέτουν σε κίνδυνο το περιβάλλον, οι κυψέλες καυσίμου αποτελούν αξιόπιστη εναλλακτική χάρη στην δυνατότητα τους να υποστηρίξουν οχήματα μικρού και μεσαίου μεγέθους με μεγαλύτερη απόδοση από το καύσιμο της αμόλυβδης βενζίνης και του πετρελαίου. Έως τώρα η χρήση τους ως συστήματα υποστήριξης υβριδικών οχημάτων συναντά ποικίλες εφαρμογές στο χώρο της αυτοκινητοβιομηχανίας, η οποία εξερευνά την πιθανότητα ενσωμάτωσής τους σε οχήματα μεγάλης εμβέλειας θεωρώντας ότι θα ικανοποιήσουν τις σύγχρονες ενεργειακές απαιτήσεις.

Επιπρόσθετα, σύμφωνα με τις αξιολογήσεις του Διεθνούς Συμβουλίου καθαρών μεταφορών (ICCT) το έτος 2021, στο πλαίσιο έρευνας για την σύγκριση των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου καθ' όλη τη διάρκεια του κύκλου ζωής των κινητήρων εσωτερικής καύσης και των ηλεκτρικών επιβατικών αυτοκινήτων, διαπιστώθηκε ότι μονάχα τα οχήματα με μπαταρίες και κυψέλες καυσίμου υδρογόνου έχουν τη δυνατότητα να αποτελέσουν αποτελεσματικές λύσεις για επιβατικά οχήματα με πολύ χαμηλές εκπομπές ρυπογόνων αερίων στο μέλλον. Εφόσον η πλήρης απανθρακοποίηση των επιβατικών οχημάτων στο άμεσο μέλλον δεν αποτελεί ρεαλιστικό σενάριο, το παραπάνω συμπέρασμα ενδεχομένως και να προσφέρει την κατάλληλη εναλλακτική στο συγκεκριμένο πρόβλημα.



Διάγραμμα 1.2: Εκπομπές αερίων του θερμοκηπίου ανά κύκλο ζωής επιβατικού οχήματος για κάθε διαθέσιμη τεχνολογία . [7]



Εικόνα 1.7: Απεικόνιση λειτουργίας επιβατικού αυτοκινήτου με χρήση κυψελών καυσίμου. [8]

Συνοψίζοντας, τα συνολικά πλεονεκτήματα όπως παρουσιάστηκαν στο παρών κεφάλαιο για την χρήση κυψελών καυσίμου σε σύγχρονες εφαρμογές θα είναι τα εξής:

- Επίτευξη υψηλής απόδοσης κατά τη διάρκεια λειτουργίας (40-60%).
- Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μεγάλου εύρους ισχύος (50W-100MW).
- Λειτουργία χωρίς καύση, με μηδενική εκπομπή αέριων ρύπων.
- Ποικιλία ειδών καυσίμου και μέσων παροχής τους.
- Ταυτόχρονη παραγωγή θερμικής ενέργειας που μπορεί να αξιοποιηθεί για κάλυψη εγχώριας και βιομηχανικής κλίμακας εφαρμογές.
- Προσαρμοστικότητα τόσο σε μικρού όσο και σε μεγάλου μεγέθους εφαρμογές.
- Ιδιαίτερα μικρό κόστος συντήρησης χάρη στην απουσία κινητών μερών.

Πίνακας 1.2: Πεδία εφαρμογών κυψελών καυσίμου.

<i>Εφαρμογές κυψέλης καυσίμου</i>			
<i><u>Κατηγορίες εφαρμογών</u></i>	<i><u>Μέγεθος παραγόμενης ισχύος</u></i>	<i><u>Τύπος μονάδας</u></i>	<i><u>Παροχές</u></i>
<i><u>Σταθερού τύπου εφαρμογές</u></i>	0.5kW – 400kW	-Μεγάλη μονάδα παραγωγής θερμότητας και ισχύος (CHP). -Στατική μονάδα παραγωγής ισχύος τύπου micro - CHP. -Μονάδα αδιάλειπτης τροφοδοτικής ισχύος (UPS)	-Θέρμανση -Ψύξη -Ζεστό νερό -Φωτισμός -Παροχή ηλεκτρικής ενέργειας
<i><u>Φορητού τύπου εφαρμογές</u></i>	1W – 20kW	-Εφεδρική μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος (APU). -Πρωταρχική πηγή ισχύος.	-Παροχή ηλεκτρικής ενέργειας
<i><u>Εφαρμογές για μεταφορά και χειρισμό υλικών</u></i>	1kW – 100kW	-Ηλεκτρικά οχήματα με χρήση κυψελών καυσίμου (FCEVs) όπως επιβατικά οχήματα, λεωφορεία, τρένα. -Μεταγωγικά οχήματα όπως φορτηγά, περνοφόρα ανυψωτικά κ. α.	Μεταφορές πολιτών καθώς και κατασκευαστικών υλικών.

1.4 Ανάλυση βασικών χαρακτηριστικών λειτουργίας

Σε αυτή την ενότητα θα αναλυθούν ξεχωριστά μερικά βασικά χαρακτηριστικά λειτουργίας τα οποία συγκεντρωμένα μπορούν να περιγράψουν τι προσφέρει γενικότερα η μηχανική διάταξη της κυψέλης καυσίμου. Βασικότερο γνώρισμα μίας κυψέλης καυσίμου είναι η παραγόμενη ισχύς, η τάση ή διαφορά δυναμικού λειτουργίας της και οι απώλειες που την διέπουν, το ρεύμα λειτουργίας της αλλά και η απόδοση της ως μηχανική διάταξη. Η παραγόμενη ισχύς συμβολίζεται ως P έχοντας ως μονάδα μέτρησης τα Watt (W), ενώ η τάση και το ρεύμα λειτουργίας ορίζονται ως V και I με τα Volt και Ampere να είναι οι μονάδες μέτρησης τους αντίστοιχα, ενώ, τέλος, η απόδοση θα ορίζεται ως η .

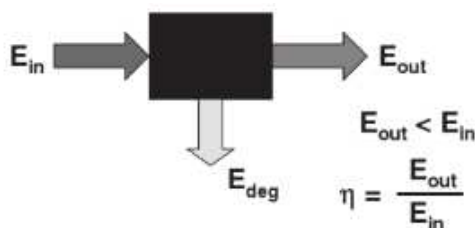
1.4.1 Απόδοση κυψελών καυσίμου

Η απόδοση μίας κυψέλης καυσίμου εξαρτάται ιδιαίτερα από την ποιότητα των ηλεκτροχημικών αντιδράσεων που διενεργούνται στο εσωτερικό της. Γενικότερα, η απόδοση οποιασδήποτε συσκευής εναλλαγής ενέργειας ορίζεται ως το ποσοστό μεταξύ της χρήσιμης ενέργειας που προσφέρει και της ενέργειας/υλών που καταναλώθηκε. Στην περίπτωση των κυψελών καυσίμου, ως προσφερόμενη ενέργεια θεωρείται το ηλεκτρικό ρεύμα που παράγεται ενώ παράλληλα η είσοδος που δίνεται είναι η χημική ενέργεια του υδρογόνου στην άνοδο και οξυγόνου/αέρα στην κάθοδο. Ως θεωρητικός βαθμός απόδοσης της κυψέλης ορίζεται ο λόγος της μέγιστης ωφέλιμης παραγόμενης ενέργειας που μπορεί να προσφέρει η κυψέλη προς (ελεύθερη ενέργεια Gibbs) προς την μεταβολή ενθαλπίας σχηματισμού.

$$\eta = \frac{\Delta G}{\Delta H} \quad (1.5)$$

Θεωρώντας ότι το σύνολο της ελεύθερης ενέργειας Gibbs μπορεί να μετατραπεί σε ηλεκτρική ενέργεια, τότε η μέγιστη δυνατή αποδοτικότητα μίας κυψέλης καυσίμου θα είναι ίση με:

$$\eta = \frac{\Delta G}{\Delta H} = \frac{237.34}{286.02} = 83\% \quad (1.6)$$



Εικόνα 1.8: Απεικόνιση αποδοτικότητας οποιασδήποτε διαδικασίας μετατροπής ενέργειας.

[5]

Οι κυψέλες καυσίμου μετασχηματίζουν το σύνολο της χημικής ενέργειας σε ηλεκτρικό ρεύμα παρουσιάζοντας διπλάσια απόδοση από τις μηχανές εσωτερικής καύσης, χαμηλότερο κόστος λειτουργίας και απλούστερη διαδικασία συντήρησης λόγω έλλειψης κινούμενων μερών. Η υψηλή αποδοτικότητα που έχουν οφείλεται στο γεγονός ότι στο εσωτερικό τους δεν πραγματοποιείται διαδικασία καύσης, με αποτέλεσμα να μην έχει θερμοκρασιακά όρια εφόσον η απόδοση δεν σχετίζεται με την θερμοκρασία λειτουργίας. Αντιθέτως, τα μεγέθη της απόδοσης και θερμοκρασίας είναι αντιστρόφως ανάλογα μιας και με την αύξηση του δεύτερου προκαλείται μείωση του πρώτου. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο οι κυψέλες καυσίμου υπερτερούν σε χαμηλές θερμοκρασίες κάτι το οποίο δεν ισχύει για τις υψηλές. Επιπρόσθετα, η διαφορά δυναμικού προσδιορίζει την απόδοση της κυψέλης, με την ίδια έχει τη δυνατότητα να λειτουργήσει σε διαφορετικές πυκνότητες ρεύματος. Η τάση της αυξάνεται με αντίστοιχη μείωση του ρεύματος, γεγονός που βελτιώνει την απόδοση της.

Συμπεραίνεται επομένως ότι η απόδοση των κυψελών καυσίμου μεγιστοποιείται σε χαμηλές θερμοκρασίες και χαμηλά ηλεκτρικά φορτία, αντίθετα με τις μηχανές εσωτερικής καύσης που αποδίδουν βέλτιστα σε υψηλές θερμοκρασίες και μέγιστο φορτίο.

1.4.2 Χαρακτηριστική σχέση V-I (τάσης – έντασης)

Η λειτουργία της κυψέλης καυσίμου χαρακτηρίζεται, εκτός της αποδοτικότητας της και από την χαρακτηριστική καμπύλη V-I ή διαφορετικά την σχέση μεταξύ διαφοράς δυναμικού και έντασης. Σε ιδανικές συνθήκες η κυψέλη λειτουργεί για συγκεκριμένο ηλεκτρικό φορτίο ενώ η τάση της ισούται με την τάση ανοιχτού κυκλώματος, V_0 . Παρόλα αυτά, σε πραγματικές συνθήκες η παραγόμενη τάση εμφανίζει πτώση λόγω απωλειών που οφείλονται σε μη αντιστρεπτά φαινόμενα τα οποία συμβαίνουν στο εσωτερικό της κυψέλης. Επομένως, για τον ακριβή υπολογισμό της τάσης θα ληφθούν υπόψη οι απώλειες αυτές οι οποίες ορίζονται ως απώλειες ενεργοποίησης, ωμικές απώλειες λόγω αντιστάσεων στα ηλεκτρόδια αλλά και απώλειες λόγω συγκέντρωσης. Παρακάτω περιγράφονται περιληπτικά τα είδη των συγκεκριμένων απωλειών:

- **Απώλειες ενεργοποίησης V_{act}** : Οφείλονται στην βραδύτητα διεξαγωγής των χημικών αντιδράσεων στην επιφάνεια των ηλεκτροδίων. Κατά την έναρξη λειτουργίας της κυψέλης, υποσύνολο της τάσης ανοιχτού κυκλώματος δαπανάται για την μεταφορά ηλεκτρονίων από και προς τα ηλεκτρόδια και παρομοιάζεται με την ενέργεια που αξιώνεται για την ενεργοποίηση οποιασδήποτε χημικής αντίδρασης.
- **Ωμικές απώλειες V_{ohm}** : Προκαλούνται λόγω της αντίστασης που αναπτύσσεται κατά τη μεταφορά των ηλεκτρονίων από το ένα ηλεκτρόδιο στο άλλο καθώς και λόγω της αντίστασης που αντιμετωπίζουν τα ιόντα στη διαδρομή τους διαμέσου του ηλεκτρολύτη.

- **Απώλειες λόγω συγκέντρωσης V_{conc}** : Είναι αποτέλεσμα της διαρκούς μείωσης των συγκεντρώσεων των παρεχόμενων αερίων, γεγονός που προκαλεί πτώση στην μερική πίεση τους, προκαλώντας απώλειες τάσης.

Για την παραγόμενη τάση ενός κελίου V_{fc} θα ισχύει η εξής σχέση [9]:

$$V_{fc} = V_o - V_{act} - V_{ohm} - V_{conc} \quad (1.7)$$

$$V_{fc} = V_o - a_T \cdot \log(i) - i \cdot r + m \cdot \exp(i \cdot n) \quad (1.8)$$

$$V_o = V_{rev,FC} + B \cdot \log(i_o) \quad (1.9)$$

Όπου ως V_{fc} δηλώνεται η τάση λειτουργίας ενός κελίου σε V, V_o η τάση ανοιχτού κυκλώματος σε V αντίστοιχα, $V_{rev,FC}$ η αντιστρεπτή τάση της κυψέλης σε V, a_T η κλίση Tafel σε V, i και i_o η πυκνότητα ρεύματος και η πυκνότητα ρεύματος ισορροπίας σε $\frac{A}{cm^2}$, r η συνολική αντίσταση σε ohm, B η παράμετρος τάσης κατά Tafel σε V και τέλος οι παράμετροι m και n που περιγράφουν τις απώλειες λόγω περιορισμών κατά την μεταφορά μάζας σε V και $\frac{cm^2}{A}$ αντίστοιχα.

Γνωρίζοντας ότι στο εσωτερικό της κυψέλης συμβαίνει η γενική αντίδραση σχηματισμού του νερού, η τάση λειτουργίας της θα περιγράφεται από τον νόμο του Nernst και θα ισούται με την θερμοδυναμικά επιτρεπτή τάση που δίνεται στην εξίσωση του Nernst, για λειτουργία σε θερμοκρασία T, απουσία απωλειών:

$$E_{nerst} = E^o - \frac{R_g \cdot T}{n_e \cdot F} \cdot \ln[p_{H_2} \cdot (p_{O_2})^{0.5}] \quad (1.10)$$

$$E^o = \frac{\Delta G_o}{n_e \cdot F} - (T - T_{ref}) \cdot \frac{\Delta S_o}{n_e \cdot F} \quad (1.11)$$

Όπου ως E_{nerst} δηλώνεται η θερμοδυναμικά επιτρεπτή τάση του Nernst σε V ενώ ως E^o ορίζεται η τάση αναφοράς σε ΚΣ λειτουργίας σε V.

Με αντικατάσταση των σταθερών παραμέτρων των (1.10) και (1.11) για ΚΣ λειτουργίας (298K, 1bar) προκύπτει η παρακάτω βασική παραμετρική σχέση:

$$E_{nerst} = 1.229 - (0.85 \cdot 10^{-3}) \cdot (T - 298) + (4.3085 \cdot 10^{-5}) \cdot T \cdot [\ln(p_{H_2}) + 0.5 \cdot \ln(p_{O_2})^{0.5}] \quad (1.12)$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (1.7) τον όρο V_o με την σχέση (1.12) τότε εμφανίζεται η αποδιδόμενη τάση λειτουργίας σε πραγματικές συνθήκες ως:

$$V_{fc} = E_{nerst} - V_{act} - V_{ohm} - V_{conc} \quad (1.13)$$

Απομένουν οι υπόλοιπες τρεις μεταβλητές της παραπάνω εξίσωσης προς ανάλυση που αφορούν τις απώλειες τάσης. Η απώλεια τάσης λόγω ενεργοποίησης V_{act} υπολογίζεται μέσω μίας παραμετρικής εξίσωσης η οποία λαμβάνει υπόψιν τις

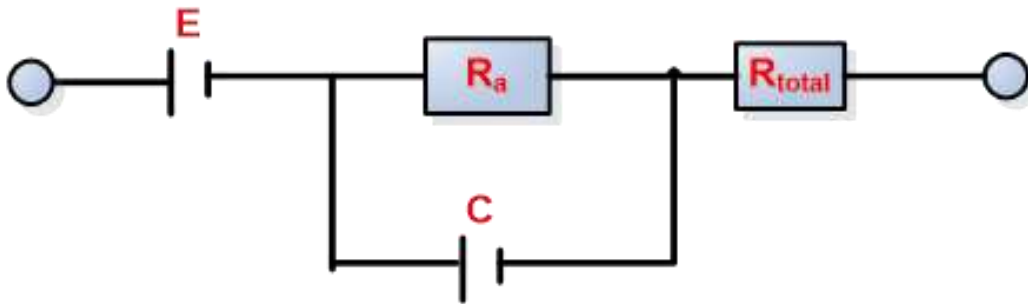
απώλειες τάσης στην άνοδο και κάθοδο και εξαρτάται κυρίως από την θερμοκρασία λειτουργίας T και την συγκέντρωση οξυγόνου στην κάθοδο:

$$V_{act} = \xi_1 + \xi_2 \cdot T + \xi_3 \cdot T \cdot \ln(I_{fc}) + \xi_4 \cdot T \cdot \ln(C_{O_2,interface}) \quad (1.14)$$

$$C_{O_2,interface} = \frac{p_{O_2}}{(5.08 \cdot 10^6) \cdot \exp(\frac{-498}{T})} \quad (1.15)$$

Όπου ξ_i οι παράμετροι που περιγράφουν τις ηλεκτροχημικές δράσεις ανόδου/καθόδου, I_{fc} το ρεύμα λειτουργίας της κυψέλης σε A, T η θερμοκρασία λειτουργίας σε K και $C_{O_2,interface}$ η συγκέντρωση του οξυγόνου στην καταλυτική επιφάνεια αερίου/υγρού στο ηλεκτρόδιο καθόδου σε mol/cm^3 .

Με στόχο την περιγραφή της λειτουργία της κυψέλης καυσίμου σε δυναμική μορφή, προτάθηκε ότι η διπλοστοιβάδα, που βρίσκεται μεταξύ ηλεκτροδίων και ηλεκτρολύτη και στην οποία οφείλεται δυναμική συμπεριφορά που διέπει την συσχέτιση τάσης-έντασης, να παρομοιαστεί με τη λειτουργία ενός πυκνωτή χωρητικότητας C . Με τον τρόπο αυτό πραγματοποιείται ομαλή μεταφορά της τάσης σε νέα τιμή κατά την εμφάνιση αλλαγών στο αποδιδόμενο ρεύμα. Το ισοδύναμο κύκλωμα που περιγράφει τη δυναμική λειτουργία της κυψέλης καυσίμου είναι το εξής:



Εικόνα 1.9: Απεικόνιση της δυναμικής λειτουργίας κυψέλης καυσίμου τύπου PEM μέσω κυκλώματος. [9]

Επιπρόσθετα, η μαθηματική περιγραφή του παραπάνω κυκλώματος ορίζεται ως:

$$\frac{dn_{act}}{dt} = \frac{I_{fc}}{C} - \frac{n_{act}}{R_a \cdot C} \quad (1.16)$$

$$R_a = -\frac{V_{act}}{I_{fc}} \quad (1.17)$$

Με n_{act} να συμβολίζει την δυναμική τάση ενεργοποίησης σε V, C την χωρητικότητα του πυκνωτή σε A/V·s και R_a η αντίσταση λόγω ενεργοποίησης σε Ω .

Οι ωμικές απώλειες V_{ohm} είναι ανάλογες με την πυκνότητα του ρεύματος i και εξαρτώνται από την θερμοκρασία T , τα υλικά κατασκευής καθώς και το σχήμα της κυψέλης. Γενικότερα οι συγκεκριμένου τύπου απώλειες δίνονται από τον ακόλουθο παραμετρικό τύπο:

$$V_{ohm} = I_{fc} \cdot R_{int} \quad (1.18)$$

$$R_{int} = \xi_5 + \xi_6 \cdot T + \xi_7 \cdot I_{fc} \quad (1.19)$$

Όπου V_{ohm} η απώλειες τάσης λόγω ωμικών αντιστάσεων σε V, ξ_i οι παράμετροι που σχετίζονται με τις ωμικές απώλειες και τέλος R_{int} η συνολική ωμική αντίσταση σε Ω.

Το τελευταίο είδος απωλειών σχετίζεται με τις απώλειες τάσης λόγω συγκέντρωσης οι οποίες εξαρτώνται από την πυκνότητα του ρεύματος, τη συγκέντρωση των αντιδρώντων και τη δομή των ηλεκτροδίων, ενώ σημαντικό είναι να αναφερθεί το γεγονός ότι εμφανίζονται κυρίως σε υψηλά ρεύματα.

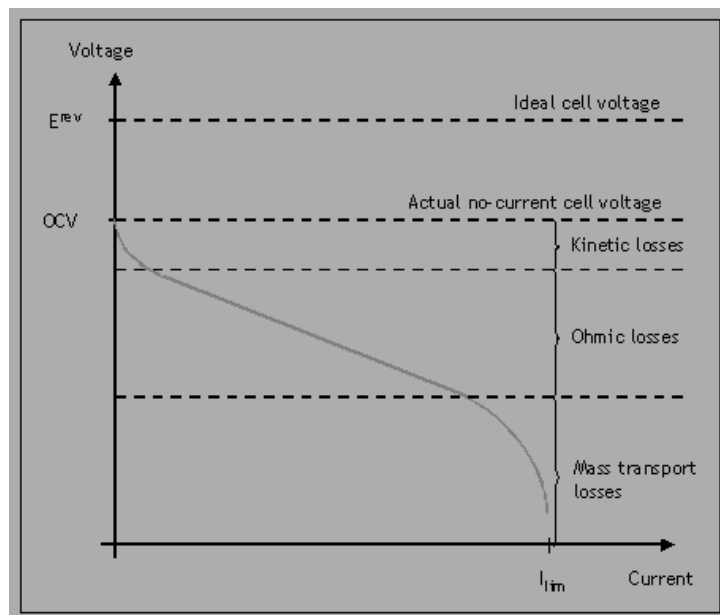
$$V_{conc} = \frac{R_g \cdot T}{n_e \cdot F} \cdot \ln\left(1 - \frac{I_{fc}}{I_{lim}}\right) \quad (1.20)$$

Όπου I_{lim} το μέγιστο επιτρεπτό ρεύμα λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου σε A.

Με σκοπό λοιπόν την παρουσίαση της δυναμικής μορφής λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου απαιτείται η αντικατάσταση της στατικής τάσης ενεργοποίησης με την δυναμική μορφή της n_{act} έτσι ώστε να εμφανιστεί στην χαρακτηριστική τάσης-έντασης η δυναμική συμπεριφορά της κυψέλης καυσίμου.

$$V_{fc} = E_{nerst} - n_{act} - V_{ohm} - V_{conc} \quad (1.21)$$

Σημαντικό ως προς την περαιτέρω κατανόηση της σχέσης τάσης-έντασης αποτελεί το διάγραμμα πραγματικής τάσης συναρτήσεως του παραγόμενου ρεύματος στο εσωτερικό της κυψέλης. Η καμπύλη που εκφράζει την σχέση αυτή και παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα ονομάζεται καμπύλη πόλωσης και απεικονίζει τη μείωση της τάσης σε σχέση με την ανάλογη αύξηση του ρεύματος.



Διάγραμμα 1.3: Χαρακτηριστική καμπύλη τάσης-έντασης. [2]

1.4.3 Καθορισμός ρεύματος λειτουργίας

Έχοντας ως στόχο την ακριβή προσομοίωση της λειτουργίας μίας διάταξης σαν εκείνη της κυψέλης καυσίμου απαιτείται ότι η κάθε παράμετρος που μετέχει ενεργά στην λειτουργία της να παρουσιάζεται σε δυναμική μορφή, με τη βοήθεια διαφορικών εξισώσεων. Αυτό έγινε όσο ήταν δυνατό με την τάση λειτουργίας μέσω της δυναμικής τάσης ενεργοποίησης και συνεχίζεται με το ρεύμα λειτουργίας.

Συγκεκριμένα, για την κυψέλη καυσίμου εφόσον ισχύει η αντίστροφη ηλεκτρόλυση θα ισχύει και ο νόμος του Faraday αλλά αντίστροφα. Σύμφωνα με την σχέση αυτή ορίζεται ότι η μάζα ενός στοιχείου που απομονώνεται κατά την ηλεκτρόλυση είναι ανάλογη του διερχόμενου ηλεκτρικού φορτίου και του ατομικού βάρους του στοιχείου. Η ίδια σχέση θα ισχύει για την αντίστροφη διεργασία, δηλαδή την κατανάλωση υδρογόνου για την παραγωγή ρεύματος. Ο νόμος του Faraday δίνεται μέσω της σχέσης **1.22** :

$$F_{H_2} = + \frac{n_c \cdot I_{fc}}{n_e \cdot F} \quad (1.22)$$

Όπου F_{H_2} ορίζεται ως η γραμμομοριακή ροή του εισερχόμενου υδρογόνου στην άνοδο σε mol/s, n_c ο αριθμός των κελιών, n_e ο αριθμός των μεταφερόμενων ηλεκτρονίων ανά μόριο νερού και ως I_{fc} ορίζεται το ρεύμα λειτουργίας υπό δυναμικές συνθήκες σε A.

Διαπιστώνεται ότι αν αντιστραφεί η παραπάνω σχέση όπως σημειώθηκε στην δεύτερη παράγραφο είναι δυνατόν να προκύψει το ρεύμα απόδοσης της κυψέλης, υπολογισμένη ως προς αυτό. Επιπλέον, αναπτύσσεται μία δυναμική εξίσωση πρώτης τάξης για την εύρεση του αποδιδόμενου ρεύματος της κυψέλης που θα προσεγγίζει τις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας εφόσον απαιτείται ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, έστω τ_{fc} , ώστε να επιτευχθεί σταθερή λειτουργία. Επιλύοντας την σχέση **1.22** ως προς το ρεύμα απόδοσης θα προκύψει η σχέση **1.23** η οποία αξιοποιείται κατόπιν για τον καθορισμό του πραγματικού ρεύματος λειτουργίας μέσω της διαφορικής εξίσωσης **1.24** .

$$I_{fc,in} = n_f \cdot \frac{n_e \cdot F \cdot F_{H_2}}{n_c} \quad (1.23)$$

$$\tau_{fc} \cdot \frac{dI_{fc}}{dt} = (I_{fc,in} - I_{fc}) \quad (1.24)$$

Όπου ως $I_{fc,in}$ συμβολίζεται το ρεύμα λειτουργίας σε μόνιμες συνθήκες, n_f η απόδοση της κυψέλης καυσίμου και τ_{fc} ο χρόνος που απαιτείται για την επίτευξη μόνιμης κατάστασης σε s (εμπειρική παράμετρος).

1.4.4 Συνολικά αποδιδόμενη ισχύς

Η παραγόμενη ισχύς της κυψέλης καυσίμου αφέθηκε σκόπιμα ως τελευταία προς ανάλυση καθώς ήταν απαραίτητο να παρουσιαστούν πρώτα οι μεταβλητές της τάσης λειτουργίας και οι παράμετροι της, τού ρεύματος απόδοσης καθώς και της απόδοσης που διέπει μία κυψέλη καυσίμου. Πιο συγκεκριμένα, με υψηλότερες ροές υδρογόνου προκαλείται αντίστοιχη αύξηση στην παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος και αντίστοιχα μεγαλύτερης ισχύος. Επιπρόσθετα, όπως έχει διαπιστωθεί σε μελέτες, αύξηση των πιέσεων και της θερμοκρασίας στο εσωτερικό της κυψέλης ενεργούν θετικά ως προς την παραγωγή ισχύος αλλά ταυτόχρονα αυξάνουν τα λειτουργικά κόστη λόγω συμπίεσης και ανάγκης για περισσότερη ψύξη της διάταξης. Η αποδιδόμενη ισχύς της κυψέλης καυσίμου δίνεται ως :

$$P_{fc} = V_{fc} \cdot I_{fc} \cdot n_{fc} \quad (1.25)$$

Όπου P_{fc} δηλώνεται η αποδιδόμενη ισχύς της κυψέλης καυσίμου σε W, I_{fc} το ρεύμα λειτουργίας της κυψέλης σε A και n_{fc} ο αριθμός κελιών της κυψέλης καυσίμου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΤΥΠΟΥ PEM

Εισαγωγή κεφαλαίου

Η μαθηματική μοντελοποίηση δυναμικών συστημάτων είναι μία διαδικασία που αφορά την ανάπτυξη εννοιολογικών και μαθηματικών περιγραφών πολλαπλών σε σειρά φαινομένων και διεργασιών και η μελέτη τους με τη χρήση συστημάτων διαφορικών εξισώσεων, στοχαστικών διαδικασιών ή αλγορίθμων. Αυτή η διαδικασία οδηγεί στην ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει το δυναμικό σύστημα αξιοποιώντας μαθηματικές έννοιες και σύμβολα.

Σκοπός της μαθηματικής μοντελοποίησης είναι αρχικά η κατανόηση της συμπεριφοράς του δυναμικού συστήματος καθώς επίσης η πρόβλεψη αποτελεσμάτων της διαδικασίας που εκτελεί το σύστημα υπό δεδομένες αρχικές συνθήκες. Τέλος, το μαθηματικό μοντέλο δίνει την δυνατότητα ελέγχου υποθέσεων και επαλήθευσης δεδομένων αποτελεσμάτων από πειραματικές παρατηρήσεις με στόχο την αντίστοιχη βελτίωση του.

Στην παρούσα εργασία, η μοντελοποίηση της κυψέλης καυσίμου τύπου PEM πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας συνήθεις διαφορικές εξισώσεις και συνεπώς ανήκει στην κατηγορία των μοντέλων συνεχών διαφορικών εξισώσεων. Οι εξισώσεις αυτές περιγράφουν την συμπεριφορά φυσικών μεγεθών, στην κλίμακα του χρόνου, στην έξοδο της κυψέλης έπειτα από ορισμένο χρονικό διάστημα που λαμβάνει χώρα η προσομοίωση και προγραμματίζονται στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB. Παρά ταύτα, σε πολλές περιπτώσεις περιγραφής μηχανικών διατάξεων με χρήση διαφορικών εξισώσεων η επίλυση αποδεικνύεται δύσκολη έως ακατόρθωτη εξαιτίας της μη-γραμμικής συμπεριφοράς τους. Πιο συγκεκριμένα, σε περιπτώσεις που το μοντέλο είναι μη-γραμμικό απαιτείται η γραμμικοποίηση του έτσι ώστε να καταστεί δυνατή η επίλυση του. Για την γραμμικοποίηση του μοντέλου αξιοποιήθηκε η ανάπτυξη σε σειρά Taylor γύρω από ένα αρχικό σημείο $x(t_s) = x_s$, το οποίο καλείται σημείο μόνιμης κατάστασης και η παράγωγος σε αυτό είναι $\frac{dx(t_s)}{dt} = 0$.

Στην συνέχεια του κεφαλαίου θα αναλυθούν οι διαφορικές εξισώσεις του μοντέλου καθώς και η πλήρης γραμμικοποίηση του η οποία θα στελεχωθεί μέσω κώδικα στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB ακολουθούμενη, τέλος, από την σύγκριση των αποτελεσμάτων μη-γραμμικού και γραμμικού μοντέλου.

2.1 Δυναμικό μοντέλο περιγραφής της λειτουργίας κυψέλης καυσίμου τύπου PEM

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται αναλυτικά η μοντελοποίηση της κυψέλης καυσίμου με τη χρήση διαφορικών εξισώσεων με στόχο την πλήρη περιγραφή λειτουργίας της. Όπως αναφέρθηκε στο 1^ο κεφάλαιο, η λειτουργία μιας κυψέλης καυσίμου εξαρτάται από την εισερχόμενη ποσότητα καυσίμου, δηλαδή υδρογόνου στην είσοδο της ανόδου και οξυγόνου/αζώτου στην είσοδο της καθόδου, η οποία με τη σειρά της καθορίζει την θερμοκρασία λειτουργίας αλλά και την αποδιδόμενη ισχύς. Ταυτόχρονα, χάρη στην ηλεκτροχημική αντίδραση που λαμβάνει χώρα στο εσωτερικό της κυψέλης παράγεται και νερό ως προϊόν το οποίο εξέρχεται από την έξοδο της καθόδου. Στην συνέχεια αυτής της ενότητας θα δοθούν αναλυτικά όλες οι απαραίτητες μαθηματικές σχέσεις, διαφορικές και μη, περιγράφοντας σε πραγματικές συνθήκες την λειτουργία της κυψέλης καυσίμου.

Η συσχέτιση μεταξύ τάσης και έντασης ($V_{fc} - I_{fc}$) στη συγκεκριμένη μηχανική διάταξη χαρακτηρίζει επίσης την αποτελεσματικότητα λειτουργίας της και έχει αναλυθεί στο κεφ.1. Η αποδιδόμενη ισχύς P_{fc} για μία κυψέλη καυσίμου με δεδομένο αριθμό κελιών δίνεται στην υποενότητα 1.3.4 και μέσω της μαθηματικής σχέσης 1.25. Αυτή η εξίσωση δεν παρουσιάζει την δυναμική μορφή της παραγόμενης ισχύος αλλά εκείνη υπό μόνιμες συνθήκες. Προκειμένου να προσεγγιστεί η πραγματική ισχύς υπό δυναμικές συνθήκες αναπτύσσεται διαφορική εξίσωση πρώτης τάξεως, αντίστοιχη εκείνης για το ρεύμα λειτουργίας υπό δυναμικές συνθήκες, και η οποία δίνεται ως εξής:

$$\frac{dP_{fc}}{dt} = \frac{P_{fc,in} - P_{fc}}{\tau_{fc}} \quad (2.1)$$

Έως τώρα διατυπώθηκε με κάθε λεπτομέρεια η χαρακτηριστική συσχέτιση τάσης-έντασης καθώς και η αποδιδόμενη ισχύς της κυψέλης καυσίμου που εξαρτάται από τις ροές εισόδου των συστατικών, από το ρεύμα λειτουργίας αλλά και την θερμοκρασία λειτουργίας. Η επόμενη φάση μοντελοποίησης της κυψέλης για την πλήρη περιγραφή της λειτουργίας της περιλαμβάνει την ανάπτυξη μη-γραμμικών διαφορικών εξισώσεων οι οποίες μελετούν βασικές μεταβλητές που θα πληρούν το μαθηματικό μοντέλο προσομοίωσης. Οι επιμέρους μεταβλητές που θα μελετηθούν δεν θα ληφθούν ως σταθερές αλλά θα τελούν υπό δυναμικές συνθήκες.

Ξεκινώντας από την είσοδο και την εισερχόμενη ροή στην άνοδο που αποτελεί το κύρια πηγή τροφοδοσίας καθώς και από την κάθοδο στην οποία εισέρχεται οξυγόνο και άζωτο τίθενται οι εξής εξισώσεις για τις εισερχόμενες γραμμομοριακές ροές:

$$F_{O2, cathode, in} = F_{H2, anode, in} \cdot \lambda \quad (2.2)$$

$$F_{N2, cathode, in} = F_{O2, cathode, in} \cdot (79/21) \quad (2.3)$$

$$F_{H_2O,cathode, in} = 0 \quad (2.4)$$

όπου $F_{H_2,anode, in}$, $F_{O_2,cathode, in}$, $F_{N_2,cathode, in}$ και $F_{H_2O,cathode, in}$ οι γραμμομοριακές ροές σε mol/s του υδρογόνου, οξυγόνου και αζώτου στην είσοδο της ανόδου και καθόδου αντίστοιχα, ενώ ως $\lambda=1.5$ ορίζεται ως ο λόγος οξυγόνου καθόδου προς υδρογόνο ανόδου στην είσοδο της κυψέλης.

2.1.1 Υπολογισμός ισοζυγίου μάζας

Έπειτα από την επεξήγηση των γραμμομοριακών ροών στα δύο τμήματα ανόδου και καθόδου της κυψέλης καυσίμου και με το ισοζύγιο μάζας που ισχύει για τα συστατικά που συμμετέχουν, δίνεται η σχέση υπολογισμού της συγκέντρωσης εξόδου:

$$\frac{dC_{out,i,an/cat}}{dt} = \frac{C_{in,i,an/cat} \cdot Q_{in,i,an/cat} - C_{out,i,an/cat} \cdot Q_{out,i,an/cat}}{V_{an/cat}} - \frac{v_i \cdot R_j}{V_{an/cat}} \quad (2.5)$$

$$Q_{in,an/cat} = \frac{\sum_{i=1}^N F_{in,i,an/cat} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5} \quad (2.6)$$

$$Q_{out,an/cat} = \frac{\sum_{i=1}^N F_{out,i,an/cat} \cdot R_g \cdot T}{P_{fc} \cdot 10^5} \quad (2.7)$$

$$F_{out,an/cat} = F_{in,an/cat} \cdot v_i \cdot R_j \quad (2.8)$$

$$R_j = \frac{n_f \cdot I_{fc} \cdot n_c}{n_e \cdot Far} \quad (2.9)$$

$$C_{in,i,an/cat} = \frac{F_{in,i,an/cat}}{Q_{in,an/cat}} \quad (2.10)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις αφορούν το ισοζύγιο μάζας που ισχύει για την άνοδο και κάθοδο που θεωρούμε δύο ξεχωριστά τμήματα. Ως συστατικά που εισέρχονται στις εισόδους της ανόδου και καθόδου ορίζονται το υδρογόνο στην άνοδο και το οξυγόνο/άζωτο στην κάθοδο. Η ποσότητα νερού που εισέρχεται στην κυψέλη είναι μηδενική καθώς μόνο παράγεται κατά τη λειτουργία της κυψέλης καυσίμου και αποβάλλεται από την έξοδο. Κυριότερη των εξισώσεων αυτών θεωρείται η σχέση 2.5 όπου περιγράφεται η συγκέντρωση εξόδου $C_{out,i,an/cat}$ του αντίστοιχου συστατικού i στην άνοδο ή κάθοδο σε mol/m³ και η οποία εφαρμόζεται και για τα τέσσερα συστατικά που συμμετέχουν. Δηλαδή θα υπάρχει μία διαφορική εξίσωση συγκέντρωσης εξόδου για κάθε ένα από τα τέσσερα συστατικά. Ως $C_{in,i,an/cat}$ περιγράφεται η συγκέντρωση εισόδου του συστατικού i στην άνοδο ή κάθοδο σε mol/m³, ενώ ως $Q_{in,i,an/cat}$ και $Q_{out,i,an/cat}$ δηλώνονται οι ογκομετρικές ροές εισόδου και εξόδου στην άνοδο και κάθοδο αντίστοιχα σε m³/s. Παράλληλα, δηλώνεται ως $C_{in,i,an/cat}$ η συγκέντρωση εισόδου στην άνοδο ή κάθοδο. Τέλος, ως γραμμομοριακές ροές εισόδου και εξόδου ανόδου/καθόδου χαρακτηρίζονται οι

$F_{in,i,an/cat}$ και $F_{out,i,an/cat}$ σε mol/s, η $V_{an/cat}$ δηλώνεται ο όγκος της ανόδου/καθόδου σε m^3 , v_i ο στοιχειομετρικός συντελεστής του συστατικού i και R_j η ταχύτητα της αντίδρασης σε mol/s. [9]

2.1.2 Υπολογισμός ισοζυγίου ενέργειας

Έχοντας αντλήσει μέσω του ισοζυγίου μάζας τις απαραίτητες εξισώσεις για τον υπολογισμό των συγκεντρώσεων εισόδου και εξόδου σε κάθε τμήμα της κυψέλης, δηλαδή στην άνοδο και κάθοδο όπου αυτό εφαρμόστηκε, κρίνεται απαραίτητο να αναπτυχθούν και οι υπόλοιπες διαφορικές σχέσεις που θα αφορούν την έκλυση ενέργειας. Προκειμένου να πραγματοποιηθεί αυτό, η κυψέλη καυσίμου θα αντιμετωπιστεί ως ένα σύστημα και όχι ως δύο ξεχωριστά τμήματα ανόδου και καθόδου, στο οποίο θα εφαρμοστεί το ισοζύγιο ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα, θα ενσωματώνονται σε μία εξίσωση οι όροι για τις θερμότητες που αντιστοιχούν σε κάθε επιμέρους τμήμα της. Στοχεύοντας στην απεικόνιση της πραγματικής συμπεριφοράς και ακριβούς υπολογισμού της θερμοκρασίας, όλοι οι όροι θερμότητας του κάθε επιμέρους τμήματος της κυψέλης λαμβάνεται υπόψη.

Οι κυριότεροι όροι του ισοζυγίου ενέργειας διακρίνονται σε εκείνους των θερμοτήτων εισόδου και εξόδου, των θερμοτήτων που εκλύονται λόγω ηλεκτρικών και χημικών αλληλεπιδράσεων καθώς και λόγω παρουσίας συστήματος ψύξης που απαιτείται λόγω εξώθερμης αντίδρασης παραγωγής νερού. Συνεπώς, η διαφορική εξίσωση που εκφράζει το ισοζύγιο ενέργειας θα είναι η εξής:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q_{th,in} - Q_{th,out} - Q_{chem} - Q_{elec} - Q_{cool} - Q_{rad}}{m_{fc} \cdot cp_{fc}} \quad (2.13)$$

Κυριότερη μεταβλητή της εξίσωσης του ισοζυγίου ενέργειας αποτελεί η θερμοκρασία εξόδου T , η οποία βρίσκεται στην κλίμακα Kelvin. Οι όροι των m_{fc} και cp_{fc} δηλώνονται ως το βάρος της κυψέλης καυσίμου σε kg και η ειδική θερμότητα σε J/K·kg αντίστοιχα. Οι $Q_{th,in}$ και $Q_{th,out}$ ορίζονται ως η θερμότητα του συνολικού ρεύματος εισόδου και εξόδου της κυψέλης σε W, Q_{chem} η θερμότητα αντίδρασης λόγω παραγωγής νερού σε W, Q_{elec} η θερμότητα που εκλύεται λόγω ηλεκτρικών δράσεων σε W, Q_{cool} η θερμότητα που απάγεται από το ψυκτικό μέσο σε W και τέλος ως Q_{rad} χαρακτηρίζεται η θερμότητα εναλλαγής με το περιβάλλον σε W.

Αναλυτικότερα, για κάθε όρο θερμότητας στον αριθμητή του κλάσματος θα ισχύουν τα εξής:

$$Q_{th,in} = [\sum_{i=1}^N F_{in,i,anode} \cdot cp_i + \sum_{i=1}^N F_{in,i,cathode} \cdot cp_i] \cdot (T_{in} - T_{ref}) \quad (2.14)$$

$$Q_{th,out} = [\sum_{i=1}^N F_{out,i,anode} \cdot cp_i + \sum_{i=1}^N F_{out,i,cathode} \cdot cp_i] \cdot (T - T_{ref}) \quad (2.15)$$

$$Q_{chem} = \Delta H_{R,T} \cdot (T - T_{ref}) \cdot R_j \quad (2.16)$$

$$Q_{elec} = n_c \cdot I_{fc} \cdot \left(\frac{\Delta H_{f,o}}{n_e \cdot F} - V_{fc} \right) \quad (2.17)$$

$$Q_{rad} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_{fc} \cdot n_c \cdot (T^4 - T_{amb}^4) \quad (2.18)$$

Επιπρόσθετα, η θερμοκρασία του ψυκτικού μέσου στην έξοδο περιγράφεται από την εξής διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dT_{cool}}{dt} = \frac{m_{cool} \cdot c_{p_{cool}} \cdot (T_{cool,in} - T_{cool}) + Q_{cool}}{p_{cool} \cdot V_{cool} \cdot c_{p_{cool}}} \quad (2.19)$$

$$Q_{cool} = U_{fc} \cdot A_{fc} \cdot n_c \cdot (T - T_{cool}) \quad (2.20)$$

Αρχικά, ως $F_{in,i,anode}$ και $F_{in,i,cathode}$ καθορίζονται οι γραμμομοριακές ροές εισόδου της ανόδου και καθόδου αντίστοιχα ενώ ως $F_{out,i,anode}$ και $F_{out,i,cathode}$ ορίζονται οι γραμμομοριακές ροές εξόδου της ανόδου και καθόδου. Ως T_{in} και T_{ref} χαρακτηρίζονται η θερμοκρασία στην είσοδο της κυψέλης καυσίμου και η θερμοκρασία αναφοράς αντίστοιχα. Όπου cp_i ορίζεται η ειδική θερμότητα του συστατικού i σε $J/K \cdot mol$, $\Delta H_{R,T}$ η θερμότητα αντίδρασης σε J/mol , ε η διαπερατότητα του υλικού τοιχώματος, σ η σταθερά Stefan-Boltzmann σε $W/m^2 \cdot K^4$, A_{fc} η επιφάνεια των κελιών σε m^2 , T_{amb} η θερμοκρασία περιβάλλοντος σε K , m_{cool} η ροή του ψυκτικού μέσου σε kg/s , cp_{cool} η ειδική θερμότητα του ψυκτικού μέσου σε $J/K \cdot kg$, $T_{cool,in}$ η θερμοκρασία του ψυκτικού μέσου στην είσοδο σε K , p_{cool} η πυκνότητα του ψυκτικού μέσου σε kg/m^3 , V_{cool} ο όγκος του μανδύα ψύξης σε m^3 και τέλος U_{fc} ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας σε $W/m^2 \cdot K$. Η προσομοίωση που λαμβάνει χώρα μέσω κώδικα στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB περιλαμβάνει και σταθερές τιμές παραμέτρων που παίρνουν μέρος στις εξισώσεις, μερικές εκ των οποίων ορίστηκαν προηγουμένως, και δίνονται με τις τιμές τους ως εξής:

Πίνακας 2.1: Παρουσίαση τιμών των σταθερών παραμέτρων της κυψέλης καυσίμου.

ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ		
Όγκος μείγματος ανόδου	V_{anode}	$50 \cdot 10^{-3} m^3$
Όγκος μείγματος καθόδου	$V_{cathode}$	$50 \cdot 10^{-3} m^3$
Αριθμός κελιών	n_c	18
Αριθμός ηλεκτρονίων	n_e	2
Σταθερά Faraday	Far	96485 Cb/mol
Απόδοση	n_f	0.8
Πίεση εντός κυψέλης καυσίμου	P_{fc}	1.3 Pa
Θερμοκρασία εισόδου	$T_{in_{fc}}$	413 K

Παγκόσμια σταθερά των αερίων	R_g	8.314 J/mol·K
Θερμότητα αντίδρασης νερού	ΔH_{water}	$-241.82 \cdot 10^3$ J/mol
Θερμότητα αντίδρασης οξυγόνου	ΔH_{oxygen}	0 J/mol
Θερμότητα αντίδρασης υδρογόνου	$\Delta H_{hydrogen}$	0 J/mol
Θερμοκρασία αναφοράς	T_{ref}	298 K
Ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας	U_{fc}	900 W/ m ² · K
Επιφάνεια κελιών	A_{fc}	$9 \cdot 10^{-4}$ m ²
Πυκνότητα ψυκτικού μέσου	$\rho_{cool_{fc}}$	1.14 kg/m ³
Όγκος μανδύα ψύξης	$V_{cool_{fc}}$	$10 \cdot 10^{-2}$ m ³
Ειδική θερμότητα ψυκτικού μέσου	$c_{p_{cool_{fc}}}$	1010 J/K· kg
Διαπερατότητα υλικού τοιχώματος	ε	0.9
Σταθερά Stefan-Boltzmann	σ	$5.678 \cdot 10^{-8}$ W/ m ² · K ⁴
Θερμοκρασία περιβάλλοντος	T_{amb}	293 K
Χωρητικότητα πυκνωτή	C	10^3 A/V· s
Μέγιστο επιτρεπτό ρεύμα	I_{lim}	250 A
Λόγος O_2/H_2	O_H	1.5
Θερμοκρασία εισόδου ψυκτικού μέσου	$T_{cool,in}$	298 K
Χρόνος για επίτευξη μόνιμης κατάστασης	τ	5 s
	Cp_{anode}	2247.2 J/K· kg
	$Cp_{cathode}$	1032 J/K· kg
Παράμετροι που περιγράφουν τις ηλεκτροχημικές δράσεις ανόδου/καθόδου		
ξ_1	-0.944	
ξ_2	0.000354	
ξ_3	$-1.91 \cdot 10^{-4}$	
ξ_4	$7.6 \cdot 10^{-5}$	
ξ_5	$3.3 \cdot 10^{-3}$	

ξ_6	$-1.2 \cdot 10^{-5}$
ξ_7	$1.1 \cdot 10^{-6}$

Οι παράμετροι του διαφορικού μοντέλου προσομοίωσης της λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου αντλήθηκαν έπειτα από δοκιμές διαφορετικών θερμοκρασιών λειτουργίας και αφορούν κατά αποκλειστικότητα την σχέση τάσης – έντασης. Οι τιμές τους που δίνονται παραπάνω θεωρούνται ευρείας εφαρμογής για οποιαδήποτε κυψέλη καυσίμου τύπου PEM. Άγνωστο παράγοντα αποτελεί μόνο ο αριθμός των κελιών που θα συνδεθούν σε σειρά, πληροφορία που δίνεται από τις κατασκευαστικές εταιρείες.

Μετά την παρουσίαση των παραμέτρων που λαμβάνουν μέρος στις σχέσεις του δυναμικού μοντέλου, θα δοθούν αναλυτικά οι μη-γραμμικές διαφορικές εξισώσεις για κάθε μία μεταβλητή κατάστασης έχοντας ως γνώμονα τη γενική μορφή των εξισώσεων που αναπτύχθηκαν στην ενότητα αυτή.

- Η μεταβλητή κατάστασης της θερμοκρασίας T_{out} της κυψέλης καυσίμου κατά τη διάρκεια λειτουργίας της δίνεται από την πρώτη διαφορική εξίσωση ως:

$$\frac{dT_{out}}{dt} = \frac{(p_{in,anode} \cdot Q_{in,anode} + p_{in,cathode} \cdot Q_{cathode}) \cdot (T_{in} - T_{out})}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} \cdot Cp_{anode} \cdot V_{cathode} \cdot p_{out,cathode} \cdot Cp_{cathode}} + \frac{(-Q_{chem}) + Q_{elec} - Q_{cool} - Q_{rad}}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} \cdot Cp_{anode} \cdot V_{cathode} \cdot p_{out,cathode} \cdot Cp_{cathode}}$$

(2.21)

- Οι μεταβλητές κατάστασης που περιγράφουν τις συγκεντρώσεις εξόδου στην άνοδο και κάθοδο των συστατικών υδρογόνου, οξυγόνου, αζώτου και νερού θα δίνονται από τις εξής τέσσερις σχέσεις:

$$\frac{dC_{out,H_2}}{dt} = \frac{Q_{in,anode}}{V_{anode}} \cdot (C_{in,H_2} - C_{out,H_2}) - \frac{R_{fc}}{V_{anode}} \quad (2.22)$$

$$\frac{dC_{out,O_2}}{dt} = \frac{Q_{in,cathode}}{V_{cathode}} \cdot (C_{in,O_2} - C_{out,O_2}) - 0.5 \cdot \frac{R_{fc}}{V_{Cathode}} \quad (2.23)$$

$$\frac{dC_{out,N_2}}{dt} = \frac{Q_{in,cathode}}{V_{cathode}} \cdot (C_{in,N_2} - C_{out,N_2}) \quad (2.24)$$

$$\frac{dC_{out,H_2O}}{dt} = \frac{Q_{in,cathode}}{V_{cathode}} \cdot (C_{in,H_2O} - C_{out,H_2O}) + \frac{R_{fc}}{V_{Cathode}} \quad (2.25)$$

- Η θερμοκρασία T_{cool} που απάγει το ψυκτικό μέσο θα δίνεται από την σχέση:

$$\frac{dT_{cool}}{dt} = \frac{m_{cool} \cdot Cp_{cool} \cdot (T_{cool,in} - T_{cool}) + Q_{cool}}{p_{cool} \cdot V_{cool} \cdot Cp_{cool}} \quad (2.26)$$

- Η δυναμική τάση ενεργοποίησης της κυψέλης προτιμάται να μελετηθεί σε σχέση με την στατική τάση ενεργοποίησης καθώς δίνει την δυναμική μορφή λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου και η σχέση της παρουσιάζεται ως:

$$\frac{dn_{act}}{dt} = \frac{I_{fc}}{Capacity} \cdot \left(1 + \frac{n_{act}}{V_{act}}\right) \quad (2.27)$$

- Επιπρόσθετα, οι σχέσεις που θα δίνουν το ρεύμα λειτουργίας και την αποδιδόμενη ισχύ είναι:

$$\frac{dI_{fc}}{dt} = \frac{I_{fc,in} - I_{fc}}{\tau} \quad (2.28)$$

$$\frac{dP_{fc}}{dt} = \frac{P_{total} - P_{fc}}{\tau} \quad (2.29)$$

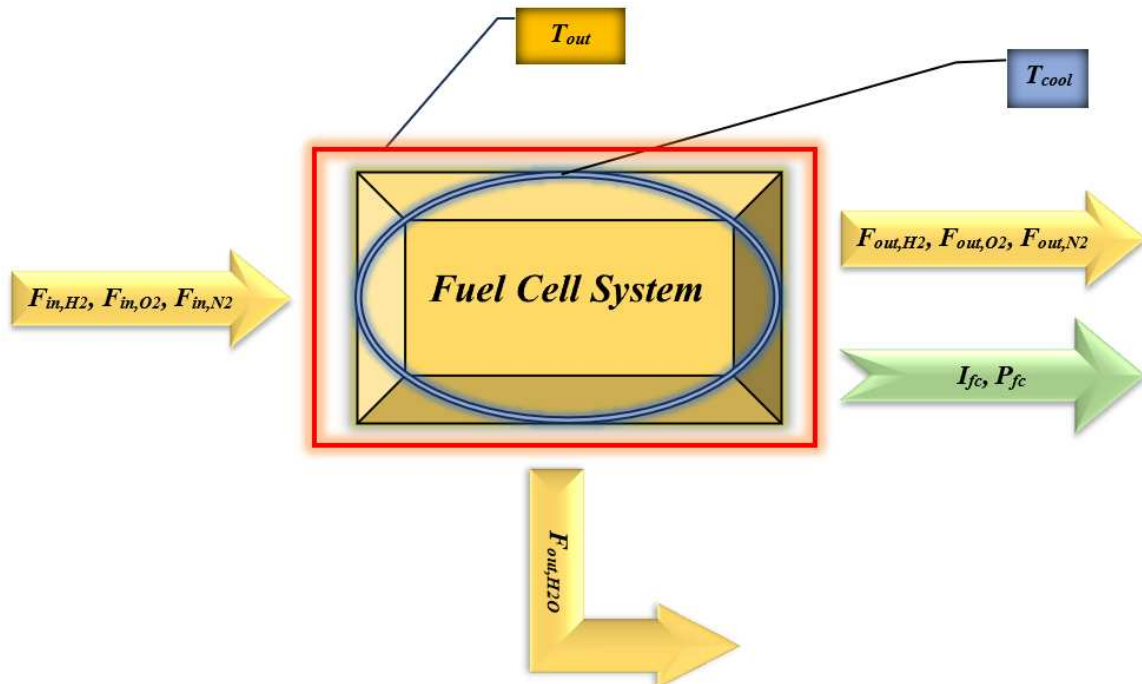
- Τέλος, οι γραμμομοριακές ροές των συστατικών στην έξοδο της ανόδου και καθόδου αντίστοιχα θα δίνονται από τις τέσσερις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{dF_{out,H_2}}{dt} = \frac{1}{4} \cdot (F_{in,H_2} - R_{fc} - F_{out,H_2}) \quad (2.30)$$

$$\frac{dF_{out,O_2}}{dt} = \frac{1}{4} \cdot (F_{in,O_2} - 0.5 \cdot R_{fc} - F_{out,O_2}) \quad (2.31)$$

$$\frac{dF_{out,N_2}}{dt} = \frac{1}{4} \cdot (F_{in,N_2} - F_{out,N_2}) \quad (2.32)$$

$$\frac{dF_{out,H_2O}}{dt} = \frac{1}{4} \cdot (F_{in,H_2O} + R_{fc} - F_{out,H_2O}) \quad (2.33)$$



Εικόνα 2.1: Απεικόνιση των κυριότερων μεταβλητών που χαρακτηρίζουν την λειτουργία του συστήματος της κυψέλης καυσίμου.

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB θα δοθούν προς σύγκριση με εκείνα του γραμμικοποιημένου μοντέλου καθώς και του μοντέλου χώρου – κατάστασης. Στην επόμενη ενότητα θα αναλυθεί η μέθοδος γραμμικοποίησης κατά Taylor και εν συνεχεία θα εφαρμοστεί στο διαφορικό μοντέλο παράγοντας την γραμμική μορφή του. [9]

2.2 Ανάπτυξη του γραμμικοποιημένου μαθηματικού μοντέλου κυψέλης καυσίμου τύπου PEM

Η μέθοδος γραμμικοποίησης ενός διαφορικού μοντέλου καθώς και ο τρόπος εφαρμογής της σε ένα πολυμετάβλητο σύστημα αναλύεται εκτενώς στο παράρτημα 1. Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε στην ολότητα του μοντέλου με αποτέλεσμα την δημιουργία νέων διαφορικών γραμμικών εξισώσεων οι οποίες πηγάζουν από τις δυναμικές μη-γραμμικές. Έπειτα, εισάγονται σε προγραμματιστικό κώδικα στο περιβάλλον MATLAB με σκοπό την παρουσίαση της συμπεριφοράς τους σε μορφή γραφικών παραστάσεων, σε ένα συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο προσομοίωσης.

Για την πραγματοποίηση της γραμμικοποίησης των εξισώσεων είναι απαραίτητη η δήλωση των σημείων μόνιμης κατάστασης για την κάθε μεταβλητή κατάστασης καθώς και της νέας μορφής που λαμβάνουν πλέον οι μεταβλητές αυτές. Πιο συγκεκριμένα, έχοντας δεκατρείς μεταβλητές κατάστασης θα υπάρχουν και δεκατρία σημεία ισορροπίας των οποίων οι τιμές δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 2.2: Μεταβλητές μόνιμης κατάστασης και τιμές τους.

Μεταβλητή κατάστασης	Μεταβλητή μόνιμης κατάστασης	Αλγεβρική τιμή
T_{out}	$T_{out,s}$	413 K
C_{out,H_2}	$C_{out,H_2,s}$	8.3295 mol/m ³
C_{out,O_2}	$C_{out,O_2,s}$	5.8835 mol/m ³
C_{out,N_2}	$C_{out,N_2,s}$	29.9096 mol/m ³
C_{out,H_2O}	$C_{out,H_2O,s}$	4.1343 mol/m ³
T_{cool}	$T_{cool,s}$	309.395 K
n_{act}	$n_{act,s}$	0.2659 V
I_{fc}	$I_{fc,s}$	39.324 A
P_{fc}	$P_{fc,s}$	619.211 W
F_{out,H_2}	$F_{out,H_2,s}$	0.0013 mol/s
F_{out,O_2}	$F_{out,O_2,s}$	0.0065 mol/s

F_{out,N_2}	$F_{out,N_2,s}$	0.0332 mol/s
F_{out,H_2O}	$F_{out,H_2O,s}$	0.0046 mol/s
F_{in,H_2}	$F_{in,H_2,s}$	0.0059 mol/s
F_{in,O_2}	$F_{in,O_2,s}$	0.0088 mol/s
F_{in,N_2}	$F_{in,N_2,s}$	0.0332 mol/s
F_{in,H_2O}	$F_{in,H_2O,s}$	0 mol/s
m_{cool}	$m_{cool,s}$	0.12 kg/s

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά τα σημεία ισορροπίας της κάθε μεταβλητής κατάστασης καθώς επίσης και εκείνων των μεταβλητών εισόδων του συστήματος, όπως είναι η ροή του ψυκτικού υγρού και οι εισερχόμενες γραμμομοριακές ροές των τεσσάρων συστατικών που μετέχουν στην ηλεκτροχημική διαδικασία. Στον πίνακα 2.2 δεν σημειώνονται οι μεταβλητές των συγκεντρώσεων εισόδου της κυψέλης διότι παρόλο που συμπληρώνουν το μοντέλο πλήρως και γραμμικοποιούνται επίσης, δεν αποτελούν άμεσο παράγοντα επιρροής των μεγεθών στην έξοδο, όπως την θερμοκρασία λειτουργίας ή το ρεύμα που παράγεται, καθώς αυτά τα μεγέθη αυξομειώνονται ανάλογα με τις γραμμομοριακές ροές εισόδου και την ροή του ψυκτικού υγρού. Οι νέες μεταβλητές κατάστασης εφόσον γραμμικοποιούνται συμβολίζονται πλέον ως εξής:

- Η θερμοκρασία λειτουργίας T_{out} καθώς και η θερμότητα που απάγει το ψυκτικό μέσον πλέον ως γραμμική συνάρτηση συμβολίζονται σαν: $T_{out}^{\circ} = T_{out} - T_{out,s}$, $T_{cool}^{\circ} = T_{cool} - T_{cool,s}$
- Οι συγκεντρώσεις εξόδου $C_{out,i}$ των συστατικών θα συμβολίζονται ως: $C_{out,H_2}^{\circ} = C_{out,H_2} - C_{out,H_2,s}$, $C_{out,O_2}^{\circ} = C_{out,O_2} - C_{out,O_2,s}$, $C_{out,N_2}^{\circ} = C_{out,N_2} - C_{out,N_2,s}$, $C_{out,H_2O}^{\circ} = C_{out,H_2O} - C_{out,H_2O,s}$.
- Η δυναμική τάση ενεργοποίησης αναπτύσσεται ως: $n_{act}^{\circ} = n_{act} - n_{act,s}$.
- Το ρεύμα λειτουργίας I_{fc} καθώς και η ισχύς που παράγεται από την κυψέλη καυσίμου δίνονται ως: $I_{fc}^{\circ} = I_{fc} - I_{fc,s}$ και $P_{fc}^{\circ} = P_{fc} - P_{fc,s}$.
- Τέλος, οι γραμμομοριακές ροές εξόδου των τεσσάρων συστατικών θα δίνονται ως εξής: $F_{out,H_2}^{\circ} = F_{out,H_2} - F_{out,H_2,s}$, $F_{out,O_2}^{\circ} = F_{out,O_2} - F_{out,O_2,s}$, $F_{out,N_2}^{\circ} = F_{out,N_2} - F_{out,N_2,s}$ και $F_{out,H_2O}^{\circ} = F_{out,H_2O} - F_{out,H_2O,s}$.

Επιπρόσθετα, οι εισοδοί της κυψέλης καυσίμου αντιπροσωπεύονται από εννέα μεταβλητές οι οποίες γραμμικοποιούνται επίσης και όπως αναφέρθηκε προηγουμένως θα είναι οι συγκεντρώσεις εισόδου $C_{in,i}$, οι γραμμομοριακές ροές εισόδου $F_{in,i}$ καθώς και η ροή ψυκτικού μέσου m_{cool} και θα ορίζονται ως εξής:

- $C_{in,H_2} = C_{in,H_2} - C_{in,H_2,s}$, $C_{in,O_2} = C_{in,O_2} - C_{in,O_2,s}$, $C_{in,N_2} = C_{in,N_2} - C_{in,N_2,s}$,
 $C_{in,H_2O} = C_{in,H_2O} - C_{in,H_2O,s}$, $F_{in,H_2} = F_{in,H_2} - F_{in,H_2,s}$, $F_{in,O_2} = F_{in,O_2} - F_{in,O_2,s}$, $F_{in,N_2} = F_{in,N_2} - F_{in,N_2,s}$ και $F_{in,H_2O} = F_{in,H_2O} - F_{in,H_2O,s}$ ενώ τέλος η ροή του ψυκτικού μέσου εκφράζεται ως $m_{cool} = m_{cool} - m_{cool,s}$.

Στην συνέχεια, δίνονται αναλυτικά οι γραμμικοποιημένες διαφορικές εξισώσεις για κάθε μία από τις παραπάνω μεταβλητές κατάστασης:

- Η συμπεριφορά της θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} , η οποία αριθμείται ως η νο.3 εξίσωση του μη-γραμμικού μοντέλου, θα δίνεται πλέον από την εξής σχέση:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{out}}{dt} = & \frac{p_{in,anode} \cdot \frac{F_{in,anode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5} + p_{in,cathode} \cdot \frac{F_{in,cathode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5}}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode}} \cdot (-(T_{out} - T_{out,s}) + \\ & \frac{1}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} \cdot c_{p,anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode} \cdot c_{p,cathode}} \cdot \left[-[(\Delta H_{H_2O} - 0.5 \cdot \Delta H_{O_2} - \right. \\ & \Delta H_{H_2}) + (c_{p,H_2O} - 0.5 \cdot c_{p,O_2} - c_{p,H_2}) \cdot (T_{out,s} - T_{ref})] \cdot \left(\frac{n_c}{n_e \cdot Far \cdot n_f} \right) \cdot (I_{fc} - I_{fc,s}) + \\ & (c_{p,H_2O} - 0.5 \cdot c_{p,O_2} - c_{p,H_2}) \cdot (T_{out} - T_{out,s}) \cdot \left(\frac{n_c \cdot I_{fc,s}}{n_e \cdot Far \cdot n_f} \right) \left. \right] + (n_c \cdot (1.25 - V_{fc}) \cdot \\ & (I_{fc} - I_{fc,s})) - (U \cdot A \cdot n_c) \cdot ((T_{out} - T_{out,s}) - (T_{cool} - T_{cool,s})) - \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot n_c \cdot 4 \cdot \\ & T_{out,s}^3 \cdot (T_{out} - T_{out,s}) \left. \right] + \frac{p_{in,anode} \cdot \frac{F_{in,anode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5}}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode}} \cdot (T_{in,s} - T_{out,s}) \cdot \\ & (F_{in,H_2} - F_{in,H_2,s}) + \frac{p_{in,cathode} \cdot \frac{F_{in,cathode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5}}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode}} \cdot (T_{in,s} - T_{out,s}) \cdot \\ & [(F_{in,O_2} - F_{in,O_2,s}) + (F_{in,N_2} - F_{in,N_2,s}) + (F_{in,H_2O} - F_{in,H_2O,s})] \end{aligned} \quad (2.27)$$

- Η συμπεριφορά των συγκεντρώσεων εξόδου των συστατικών $C_{out,i}$, των οποίων οι εξισώσεις στο μη-γραμμικό μοντέλο αριθμούνται μεταξύ των αριθμών 6-9, θα δίνεται από τις εξής σχέσεις:

$$\begin{aligned} \frac{dC_{out,H_2}}{dx} = & \frac{R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{anode}} \cdot (C_{in,H_2,s} - C_{out,H_2,s}) \cdot (F_{in,H_2} - F_{in,H_2,s}) + \frac{R_g \cdot T_{in} \cdot F_{in,H_2,s}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{anode}} \cdot \\ & [(C_{in,H_2} - C_{in,H_2,s}) - (C_{out,H_2} - C_{out,H_2,s})] - \frac{n_c}{V_{anode} \cdot n_e \cdot Far \cdot n_f} \cdot (I_{fc} - I_{fc,s}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{dC_{out,O_2}}{dx} = & \frac{R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \cdot (C_{in,O_2,s} - C_{out,O_2,s}) \cdot [(F_{in,O_2} - F_{in,O_2,s}) + (F_{in,N_2} - F_{in,N_2,s}) + \\ & (F_{in,H_2O} - F_{in,H_2O,s})] + \left[\frac{R_g \cdot T_{in} \cdot (F_{in,O_2,s} + F_{in,N_2,s} + F_{in,H_2O,s})}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \right] \cdot [(C_{in,O_2} - C_{in,O_2,s}) - \\ & (C_{out,O_2} - C_{out,O_2,s})] - \frac{0.5 \cdot n_c}{V_{cathode} \cdot n_e \cdot Far \cdot n_f} \cdot (I_{fc} - I_{fc,s}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\frac{dC_{out,N_2}}{dx} = \frac{R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \cdot (C_{in,N_2,s} - C_{out,N_2,s}) \cdot [(F_{in,O_2} - F_{in,O_2,s}) + (F_{in,N_2} - F_{in,N_2,s}) + (F_{in,H_2O} - F_{in,H_2O,s})] + \left[\frac{R_g \cdot T_{in} \cdot (F_{in,O_2,s} + F_{in,N_2,s} + F_{in,H_2O,s})}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \right] \cdot [(C_{in,N_2} - C_{in,N_2,s}) - (C_{out,N_2} - C_{out,N_2,s})] \quad (2.30)$$

$$\frac{dC_{out,H_2O}}{dx} = \frac{R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \cdot (C_{in,H_2O,s} - C_{out,H_2O,s}) \cdot [(F_{in,O_2} - F_{in,O_2,s}) + (F_{in,N_2} - F_{in,N_2,s}) + (F_{in,H_2O} - F_{in,H_2O,s})] + \left[\frac{R_g \cdot T_{in} \cdot (F_{in,O_2,s} + F_{in,N_2,s} + F_{in,H_2O,s})}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \right] \cdot [(C_{in,H_2O} - C_{in,H_2O,s}) - (C_{out,H_2O} - C_{out,H_2O,s})] + \frac{n_c}{V_{cathode} \cdot n_e \cdot Far \cdot n_f} \cdot (I_{fc} - I_{fc,s}) \quad (2.31)$$

- Η θερμότητα που απάγει το ψυκτικό μέσο T_{cool} και που ορίζεται ως η 10^η σχέση στο μη-γραμμικό μοντέλο, στην γραμμικοποιημένη μορφή της θα είναι:

$$\frac{dT_{cool}}{dt} = \frac{1}{p_{cool} \cdot cp_{cool} \cdot V_{cool}} \cdot [cp_{cool} \cdot (T_{cool,in} - T_{cool,s}) \cdot (m_{cool} - m_{cool,s}) - m_{cool,s} \cdot cp_{cool} \cdot (T_{cool} - T_{cool,s}) - U \cdot A \cdot n_c \cdot (T_{cool} - T_{cool,s}) + U \cdot A \cdot n_c \cdot (T_{out} - T_{out,s})] \quad (2.32)$$

- Ορίζοντας την δυναμική τάση ενεργοποίησης n_{act} στο μη-γραμμικό μοντέλο ως την 11^η σχέση, στην γραμμικοποιημένη μορφή της θα δίνεται ως:

$$\frac{dn_{act}}{dx} = \frac{I_{fc,s}}{Capacity} \cdot \frac{(n_{act} - n_{act,s})}{V_{act}} + \frac{I_{fc} - I_{fc,s}}{Capacity} \cdot \left(1 + \frac{n_{act,s}}{V_{act}}\right) \quad (2.33)$$

- Το ρεύμα λειτουργίας I_{fc} καθώς και η ισχύς P_{fc} που παράγει η κυψέλη καυσίμου, με τις μη-γραμμικές σχέσεις του να αριθμούνται ως 12 και 13, δίνονται από τις σχέσεις:

$$\frac{dI_{fc}}{dt} = \frac{0.78 \cdot n_e \cdot Far \cdot n_f}{n_c \cdot \tau} \cdot (F_{in,H_2} - F_{in,H_2,s}) - \frac{(I_{fc} - I_{fc,s})}{\tau} \quad (2.34)$$

$$\frac{dP_{fc}}{dt} = \frac{(I_{fc} - I_{fc,s}) \cdot V_{fc} \cdot n_c}{\tau} - \frac{(P_{fc} - P_{fc,s})}{\tau} \quad (2.35)$$

- Τέλος, με τις σχέσεις τους στο μη-γραμμικό μοντέλο να αντιστοιχούν στις στα νούμερα 14-17, οι γραμμικοποιημένες σχέσεις των γραμμομοριακών ροών εξόδου των συστατικών $F_{out,i}$ διακρίνονται ως εξής: $\frac{dF_{out,H_2}}{dt} = \frac{1}{4} \cdot [(F_{in,H_2} - F_{in,H_2,s}) - \frac{n_c}{n_f \cdot Far \cdot n_e} \cdot (I_{fc} - I_{fc,s}) - (F_{out,H_2} - F_{out,H_2,s})]$

$$(2.36)$$

$$\frac{dF_{out,O_2}}{dt} = \frac{1}{4} \cdot [(F_{in,O_2} - F_{in,O_2,s}) - \frac{0.5 \cdot n_c}{n_f \cdot Far \cdot n_e} \cdot (I_{fc} - I_{fc,s}) - (F_{out,O_2} - F_{out,O_2,s})]$$

$$(2.37)$$

$$\frac{dF_{out,N_2}}{dt} = \frac{1}{4} \cdot [(F_{in,N_2} - F_{in,N_2,s}) - (F_{out,H_2} - F_{out,H_2,s})] \quad (2.38)$$

$$\frac{dF_{out,H_2O}}{dt} = \frac{1}{4} \cdot \left[(F_{in,H_2O} - F_{in,H_2O,s}) + \frac{n_c}{n_f \cdot Far \cdot n_e} \cdot (I_{fc} - I_{fc,s}) - (F_{out,H_2O} - F_{out,H_2O,s}) \right] \quad (2.39)$$

2.3 Περιγραφή του γραμμικού μοντέλου στο Χώρο Κατάστασης (State-Space model)

Στην τελευταία ενότητα του 2^{ου} κεφαλαίου αναλύεται η περιγραφή του γραμμικοποιημένου δυναμικού μοντέλου της κυψέλης υδρογόνου τύπου PEM μέσω της μεθοδολογίας του χώρου κατάστασης ή πιο ευρέως διαδεδομένης ως state space. Οι εξισώσεις κατάστασης αποτελούν περιγραφή στο πεδίο του χρόνου και η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί για μία μεγάλη ποικιλία συστημάτων. Παρακάτω ακολουθούν τα πλεονεκτήματα της περιγραφής αυτής του συστήματος με τη μέθοδο εξισώσεων κατάστασης σε σχέση με κλασικότερες μεθόδους:

- Η προσομοίωση και ο προγραμματισμός τους αποδεικνύεται απλός σε προγραμματιστικό κώδικα, εφόσον αποτελούν ένα γραμμικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων.
- Παρέχεται, επίσης, η δυνατότητα περιγραφής της κατάστασης του συνολικού συστήματος κάθε χρονική στιγμή, σε αντίθεση με τη συνάρτηση μεταφοράς η οποία συνδέει την είσοδο με την έξοδο του συστήματος.

Το σύστημα εξισώσεων κατάστασης που περιγράφει επακριβώς ένα μοντέλο χώρου – κατάστασης θα είναι της μορφής:

$$\dot{x} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t)$$

$$y = C \cdot x(t) + D \cdot u(t)$$

Οι A, B, C και D των μεταβλητών $x(t)$ και $u(t)$ είναι πίνακες και καλούνται πίνακες του χώρου κατάστασης. Στο σύστημα εξισώσεων ως πίνακας A ορίζεται ο τετραγωνικός πίνακας του συστήματος (state matrix) με διαστάσεις $n \times n$ ο οποίος αντιπροσωπεύει το φυσικό σύστημα. Ο πίνακας B είναι $n \times m$ διαστάσεων και καλείται πίνακας εισόδων. Στις εξισώσεις εξόδου y, ο πίνακας C ονομάζεται πίνακας εξόδων και είναι $k \times n$ διαστάσεων, ενώ τέλος ο πίνακας D ονομάζεται απευθείας πίνακας και θα είναι $k \times m$ διαστάσεων (στην περίπτωση μας θα είναι μηδέν).

Το γραμμικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα είναι ικανό να αναπτύξει τους εν λόγω πίνακες προκειμένου να λυθεί μέσω της μεθοδολογίας χώρου

– κατάστασης, με τα αποτελέσματα της να συγκρίνονται με εκείνα του γραμμικού μοντέλου, πιο συγκεκριμένα τις γραφικές παραστάσεις που θα παραχθούν. Τόσο οι μεταβλητές κατάστασης όσο και οι εισόδοι του συστήματος θα είναι οι ίδιες που αναπτύχθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Οι μεταβλητές κατάστασης είναι δεκατρείς, άρα ο πίνακας του συστήματος A θα θεωρείται διαστάσεων 13×13 , ενώ οι εισόδοι στο σύστημα αντιπροσωπεύονται από αρχικά εννέα μεταβλητές, εισάγοντας σε αυτές τις συγκεντρώσεις εισόδου για το κάθε συστατικό $C_{in,i}$, τις γραμμομοριακές ροές εισόδου $F_{in,i}$ καθώς και την ροή ψυκτικού μέσου m_{cool} . Άμεσες εισόδοι που θα μπορούσε να ελέγξει ένα είδος ελεγκτή αποτελούν οι γραμμομοριακές ροές εισόδου για το κάθε συστατικό που μετέχει καθώς και η ροή του ψυκτικού μέσου. Οι συγκεντρώσεις εισόδου στο σύστημα μπορούν να θεωρηθούν ως έμμεσες εισόδοι καθώς εξαρτώνται πλήρως από τις γραμμομοριακές ροές εισόδου και τον τρόπο με τον οποίο θα αυξομειωθούν οι ίδιες. Για το λόγο αυτό οι συγκεντρώσεις εισόδου των τεσσάρων συστατικών δεν θα μετέχουν ενεργά ως εισόδοι στην ανάπτυξη του μοντέλου χώρου κατάστασης καθώς δεν επηρεάζουν την απόκριση των μεταβλητών κατάστασης, σε αντίθεση με τις γραμμομοριακές ροές εισόδου και την ροή του ψυκτικού μέσου οι οποίες, με την παρουσία ελεγκτή, είναι δυνατόν να καθορίζονται σε πραγματικό χρόνο και να επιδρούν άμεσα στην απόκριση των μεταβλητών κατάστασης. Αυτό το γεγονός οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο πίνακας B θα είναι διαστάσεων 13×5 , όντας τέσσερις γραμμομοριακές ροές εισόδου και μία που θα αντιπροσωπεύει την ροή του ψυκτικού μέσου. Παράλληλα, στην έξοδο του συστήματος $y(t)$ και ανάλογα με την επιθυμία του χειριστή για το ποιων μεταβλητών κατάστασης τις αποκρίσεις θέλει να εξετάσει, καθορίζεται ο πίνακας C ο οποίος στην πλειοψηφία των περιπτώσεων συμπληρώνεται με μονάδες και μηδενικά. Μονάδες τοποθετούνται για την περίπτωση που ο χειριστής επιθυμεί να ελέγξει τις εκάστοτε μεταβλητές ενώ μηδενικά ορίζονται σε θέσεις που δεν είναι επιθυμητός ο έλεγχος. Επιπρόσθετα, στον τελευταίο πίνακα D για τις εισόδους του συστήματος ορίζονται ξανά μονάδες και μηδενικά.

Οι άγνωστοι όροι που συμπληρώνουν ορισμένες θέσεις του πίνακα A και θα εμφανιστούν επίσης στον πίνακα B , ισούνται με πολύπλοκες σχέσεις που λειτουργούν ως συντελεστές των αντίστοιχων μεταβλητών κατάστασης σε κάθε διαφορική εξίσωση, οι οποίες θα δυσχέραιναν τη μελέτη των πινάκων αν συμπληρωνόντουσαν αυτές καθαυτές. Για το λόγο αυτό γράφονται εν συντομία χρησιμοποιώντας τη μεταβλητή X η οποία φέρει δύο δείκτες, με τον πρώτο να αντιπροσωπεύει την μεταβλητή κατάστασης της οποίας είναι συντελεστής και την δεύτερη να ορίζει σε ποια διαφορική εξίσωση βρίσκεται.

Παρακάτω δίνονται αναλυτικά οι πίνακες που θα αντιπροσωπεύουν το μοντέλο χώρου κατάστασης για την κυψέλη υδρογόνου τύπου PEM ως εξής:

Πίνακας 2.3: Πίνακας Α φυσικού συστήματος διαστάσεων 13×13

$$A = \begin{bmatrix} X_{T_{out},1} & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{T_{cool}} & 0 & X_{I_{fc},1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_{H_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{I_{fc},2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{O_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{I_{fc},3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_{N_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{H_2O} & 0 & 0 & X_{I_{fc},5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{T_{out},6} & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{T_{cool},6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{n_{act}} & X_{I_{fc},7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{I_{fc},8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{I_{fc},9} & X_{P_{fc}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{I_{fc},10} & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{I_{fc},11} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{I_{fc},13} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

Πίνακας 2.4: Πίνακας εισόδων Β διαστάσεων 13×5

$$B = \begin{bmatrix} X_{F_{in},H_2,1} & X_{F_{in},O_2,1} & X_{F_{in},N_2,1} & X_{F_{in},H_2O,1} & 0 \\ X_{F_{in},H_2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_{F_{in},O_2,2} & X_{F_{in},O_2,2} & X_{F_{in},O_2,2} & 0 \\ 0 & X_{F_{in},N_2,2} & X_{F_{in},N_2,2} & X_{F_{in},N_2,2} & 0 \\ 0 & X_{F_{in},H_2O,2} & X_{F_{in},H_2O,2} & X_{F_{in},H_2O,2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{m_{cool}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{F_{in},H_2,3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{bmatrix}$$

Πίνακας 2.5: Πίνακας C εξόδων διαστάσεων 13×13 .

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Αρχικά επιλέγονται ως έξοδοι όλες οι μεταβλητές κατάστασης εφόσον έχουν οριστεί μονάδες κατά μήκος της διαγώνιου, δηλαδή ο χειριστής του κώδικα είναι σε θέση να εξετάσει όλες τις αποκρίσεις που παράγονται στην έξοδο της κυψέλης. Στην περίπτωση που δεν απαιτείται να εξεταστούν οι αποκρίσεις και των δεκατριών μεταβλητών αλλά μόνο όσων κρίνονται απαραίτητες για την λειτουργία του συστήματος κάποιες αφαιρούνται από την έξοδο απλά με την δήλωση μηδενικού στη θέση προϋπάρχουσας μονάδας.

Οι μεταβλητές X που παρουσιάζονται στους πίνακες A και B και οι οποίες αντιπροσωπεύουν μαθηματικές σχέσεις αναλύονται περαιτέρω στο παράρτημα 2, μετά το τέλος του κυρίως κειμένου της εργασίας.

Πολλά μοντέλα χώρου κατάστασης εμφανίζουν μαζί με τους τέσσερις βασικούς πίνακες A , B , C και D και έναν πέμπτο ο οποίος αντιπροσωπεύει τις διαταραχές που ενδέχεται να λαμβάνουν χώρα στο σύστημα και ονομάζεται πίνακας διαταραχών E . Στο εν λόγω γραμμικό μοντέλο δεν λαμβάνεται υπόψιν κάποιο είδος διαταραχής για καμία μεταβλητή κατάστασης, με αποτέλεσμα ο πίνακας αυτός να είναι αμελητέος και συνάμα να θεωρείται μηδενικός.

Το εν λόγω μοντέλο χώρου κατάστασης αναπτύσσεται σε κώδικα στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB με σκοπό να επιλυθεί και να αναπτύξει στην συνέχεια γραφικές παραστάσεις των αποκρίσεων των μεταβλητών κατάστασης, οι οποίες θα συγκριθούν με τις αντίστοιχες του γραμμικού μοντέλου στο τρίτο κεφάλαιο, όπου θα έχει προηγηθεί η ίδια διαδικασία μεταξύ του δυναμικού και του γραμμικού μοντέλου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο : ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΡΧΙΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΤΥΠΟΥ PEM

Εισαγωγή κεφαλαίου

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται αναλυτικά οι αποκρίσεις των μεταβλητών κατάστασης που περιγράφουν τη λειτουργία του συστήματος της κυψέλης καυσίμου μέσω τριών διαφορετικών μαθηματικών μοντέλων, του δυναμικού μη-γραμμικού, του γραμμικού καθώς και του μοντέλου χώρου – κατάστασης.

Στόχος της προσομοίωσης του συστήματος της κυψέλης με τα δυο τελευταία μοντέλα είναι η προσπάθεια για ακριβή αποτύπωση της πραγματικής συμπεριφοράς της όπως ακριβώς δίνεται από το αρχικό δυναμικό μοντέλο. Το δυναμικό μοντέλο θεωρείται ρεαλιστικό διότι έχει την ικανότητα να αποτυπώνει την συμπεριφορά της διάταξης συγκριτικά με την πραγματική με μεγάλη ευστοχία και μικρή απόκλιση.

3.1 Διαγράμματα καμπυλών του Δυναμικού μοντέλου Κυψέλης Μεμβράνης Ανταλλαγής Πρωτονίων (PEMFC)

Στην προσομοίωση που συμβαίνει για τα τρία μαθηματικά μοντέλα που αναλύθηκαν και των οποίων τα αποτελέσματα δίνονται παρακάτω, λαμβάνονται υπόψη οι αρχικές συνθήκες των μεταβλητών κατάστασης στην χρονική στιγμή $t=0$. Οι τιμές αυτές δίνονται στον παρακάτω πίνακα ως εξής:

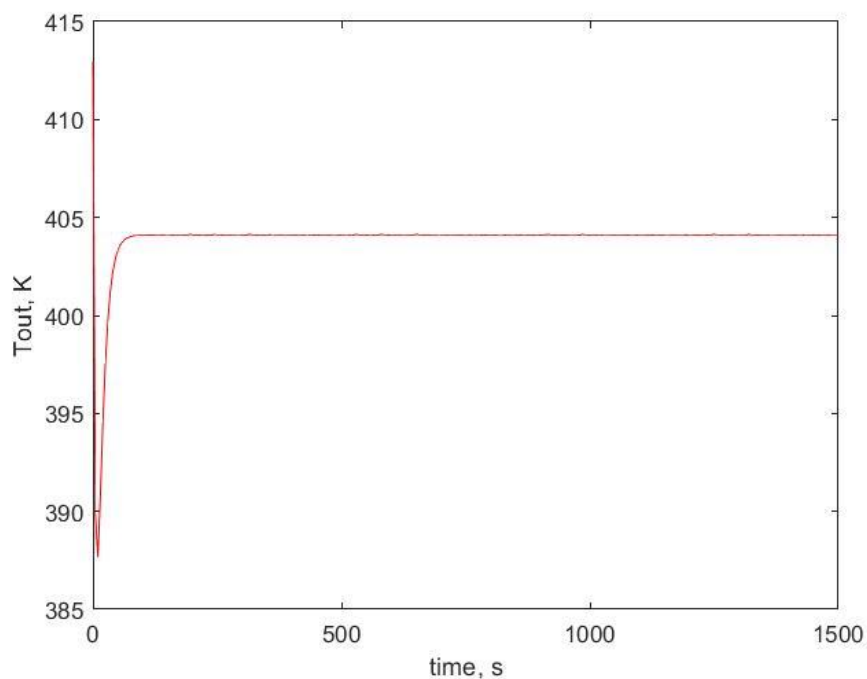
Πίνακας 3.1: Μεταβλητές κατάστασης στις αρχικές συνθήκες $t=0$

Μεταβλητή κατάστασης	Αρχικές συνθήκες ($t=0$)
T_{out}	413 K
C_{out,H_2}	0.00001 mol/m ³
C_{out,O_2}	0.00001 mol/m ³
C_{out,N_2}	0 mol/m ³
C_{out,H_2O}	0 mol/m ³

T_{cool}	298 K
n_{act}	0 V
I_{fc}	0.001 A
P_{fc}	0 W
F_{out,H_2}	0 mol/s
F_{out,O_2}	0 mol/s
F_{out,N_2}	0 mol/s
F_{out,H_2O}	0 mol/s
F_{in,H_2}	0.0059 mol/s
F_{in,O_2}	0.0088 mol/s
F_{in,N_2}	0.0332 mol/s
F_{in,H_2O}	0 mol/s
m_{cool}	0.12 kg/s

Οι αποκρίσεις που θα μελετηθούν δεν θα αφορούν και τις δεκατρείς μεταβλητές κατάστασης που περιγράφουν το μοντέλο κυψέλης καυσίμου αλλά εκείνες που θεωρούνται ως οι κρίσιμότερες για την μελέτη του μοντέλου όπως είναι η θερμοκρασία T_{out} , η θερμότητα απαγωγής από το ψυκτικό μέσο T_{cool} καθώς και το ρεύμα λειτουργίας I_{fc} αλλά και η παραγόμενη ισχύς P_{fc} .

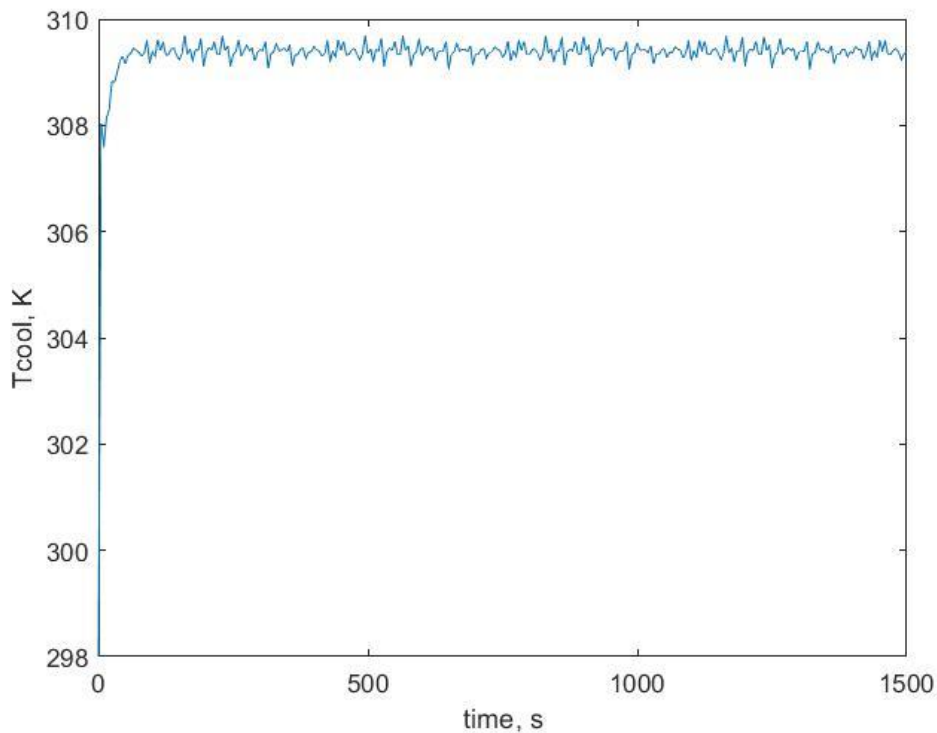
Διάγραμμα καμπύλης της θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out}



Εικόνα 3.1: Καμπύλη θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} κυψέλης PEMFC.

Η καμπύλη T_{out} δεν σταθεροποιείται άμεσα αλλά πρώτα κατεβαίνει σχεδόν στιγμιαία κάτω από τους 390 K και στη συνέχεια αυξάνεται μέχρι το σημείο που σταθεροποιείται εντελώς στους 404.1 K.

Διάγραμμα καμπύλης θερμοκρασίας ψυκτικού T_{cool}

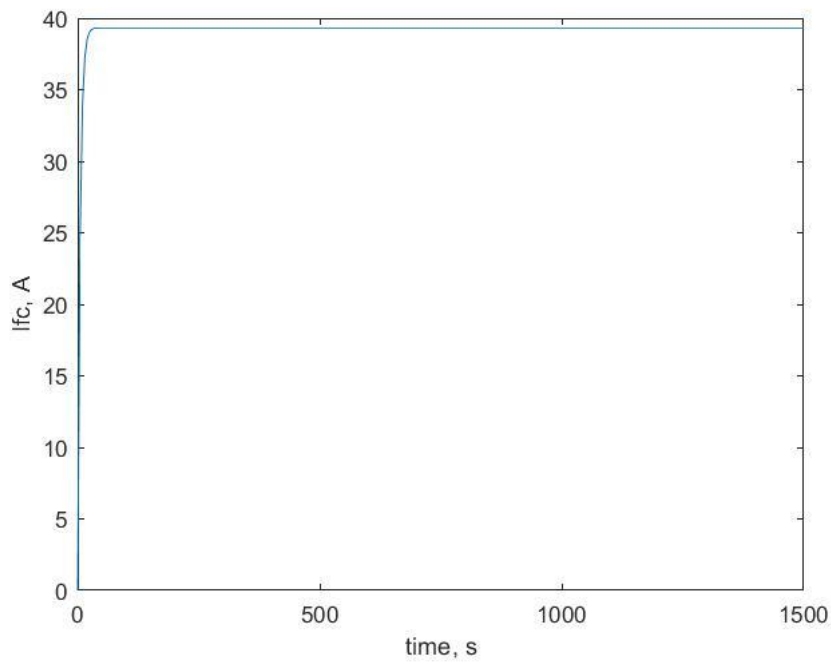


Εικόνα 3.2: Καμπύλη απαγόμενης θερμότητας T_{cool} κυψέλης PEMFC.

Η θερμοκρασία T_{cool} παρουσιάζει διακύμανση καθώς δεν σταθεροποιείται σε μία τιμή αλλά αυξομειώνεται μεταξύ των 310 K και 308 K και αυτό οφείλεται στην θερμοκρασία εισόδου του ψυκτικού μέσου η οποία λειτουργεί ως διαταραχή.

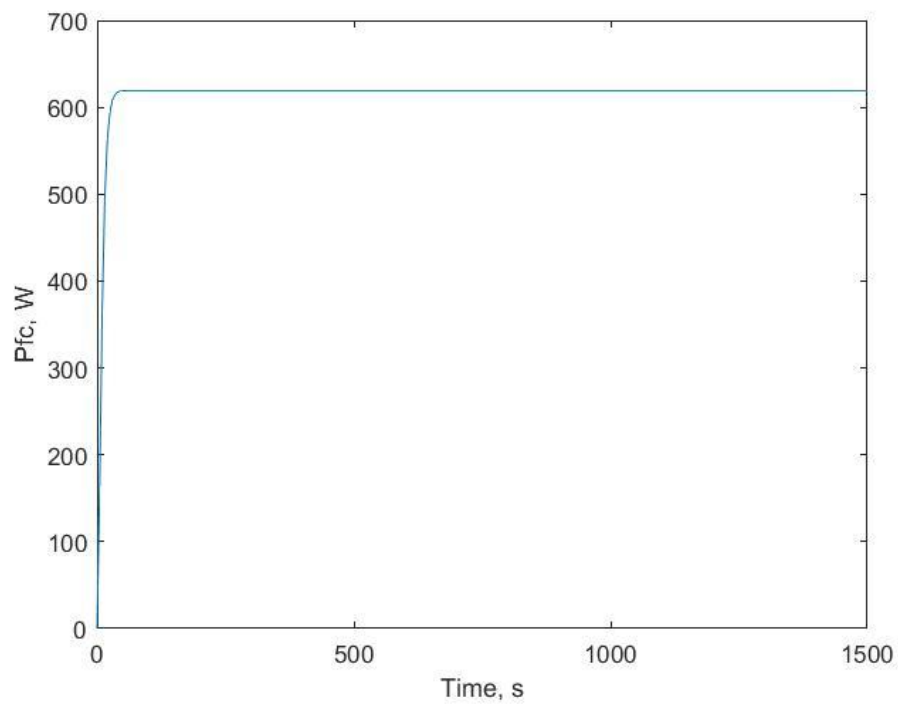
Διάγραμμα καμπύλης του ρεύματος λειτουργίας I_{fc}

Η καμπύλη που περιγράφει το ρεύμα λειτουργίας I_{fc} με βάση τις τιμές των παραμέτρων που έχουν οριστεί δίνεται στην ακόλουθη μορφή. Η απόκριση του ρεύματος λειτουργίας σύμφωνα με το δυναμικό μοντέλο παρουσιάζει ταχύτατη σταθεροποίηση σε τιμή λίγο κάτω από τα 40A και πιο συγκεκριμένα στα 39.3 A .



Εικόνα 3.3: Καμπύλη ρεύματος λειτουργίας I_{fc} κυψέλης PEMFC.

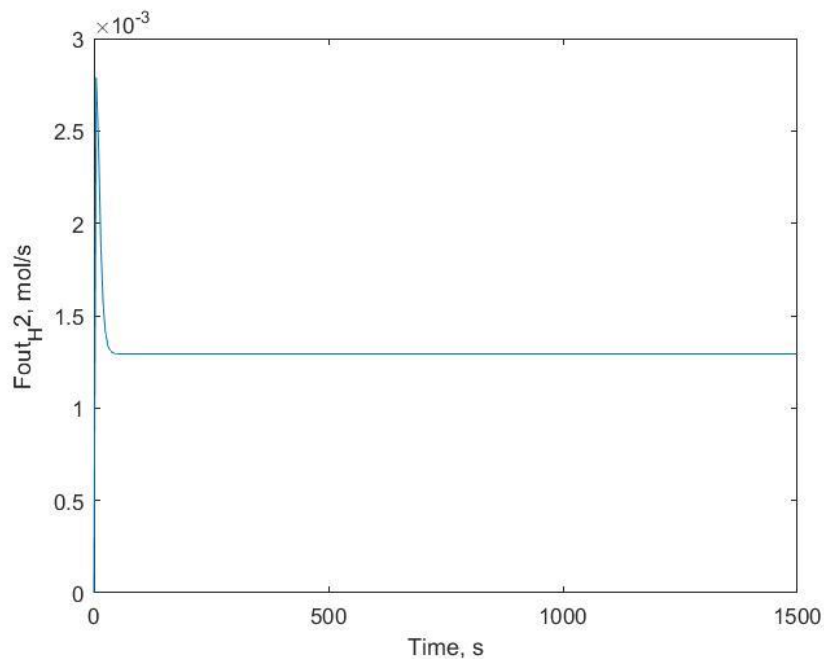
Διάγραμμα καμπύλης της παραγόμενης ισχύος P_{fc}



Εικόνα 3.4: Καμπύλη παραγόμενης ισχύος P_{fc} κυψέλης PEMFC.

Παρόμοια με την καμπύλη που περιγράφει την απόκριση του ρεύματος λειτουργίας της κυψέλης, η ισχύς δείχνει να σταθεροποιείται σε μία τιμή πολύ γρήγορα, λίγο πάνω από τα 600 W.

Διάγραμμα καμπύλης της γραμμομοριακής ροής H_2 στην έξοδο



Εικόνα

3.5:

Καμπύλη γραμμομοριακής ροής εξόδου υδρογόνου F_{out,H_2} κυψέλης PEMFC

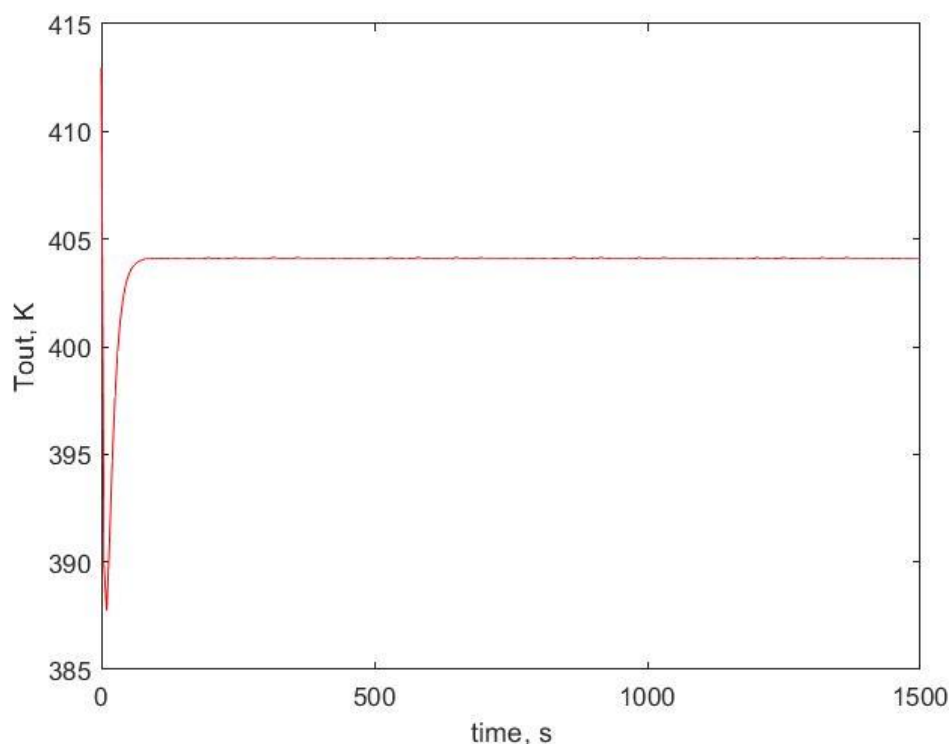
Η ροή του υδρογόνου στην έξοδο της κυψέλης καυσίμου σχετίζεται άμεσα με την ροή εισόδου του καυσίμου καθώς και του ρεύματος λειτουργίας. Η ροή εξόδου σταθεροποιείται στα 0.00129 mol/s με σχετικά μεγάλη ταχύτητα και για το υπόλοιπο της προσομοίωσης.

3.2 Διαγράμματα καμπυλών του γραμμικού μοντέλου Κυψέλης Μembrάνης Ανταλλαγής Πρωτονίων (PEMFC)

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των αντίστοιχων μεταβλητών κατάστασης που δόθηκαν στην προηγούμενη και θα μελετηθούν ως προς την συμπεριφορά τους. Όπως θα γίνει εμφανές στην συνέχεια, οι αποκρίσεις των γραμμικοποιημένων μεταβλητών εμφανίζουν ελάχιστη απόκλιση από εκείνες του δυναμικού μοντέλου, γεγονός που επιβεβαιώνει την εγκυρότητα του μοντέλου.

Διαγράμματα καμπυλών της θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} και της θερμότητας απαγωγής T_{cool} από το ψυκτικό μέσο

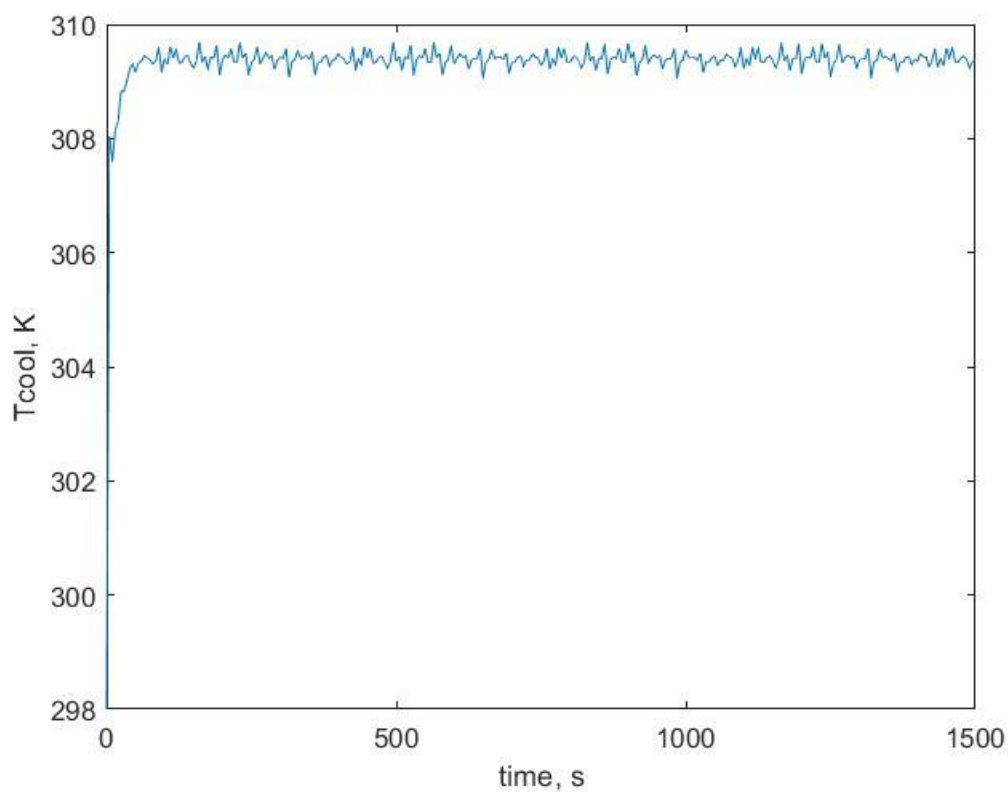
Η εκτιμώμενη καμπύλη απόκρισης της θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} καθώς και της θερμοκρασίας T_{cool} που απάγεται από το ψυκτικό μέσο βάσει των γνωστών παραμέτρων θα έχει την ακόλουθη μορφή:



Εικόνα 3.6: Καμπύλη θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} κυψέλης PEMFC κατά το γραμμικό μοντέλο.

Η καμπύλη της θερμοκρασίας λειτουργίας στο γραμμικό μοντέλο ταυτίζεται απόλυτα με του ετέρου του στο μη-γραμμικό μοντέλο. Η καμπύλη βυθίζεται και στην συνέχεια σταθεροποιείται στις ίδιες ακριβώς τιμές και με την ίδια απόκριση με εκείνη του διαγράμματος στο δυναμικό σύστημα. Η προσομοίωση δεν παρουσίασε παρεκκλίσεις ή τυχόν αργή απόκριση της καμπύλης, γεγονός που αποδεικνύει την αξιοπιστία του γραμμικού μοντέλου να αποτυπώσει άριστα την μεταβλητή κατάσταση που περιγράφει τη θερμοκρασία λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου.

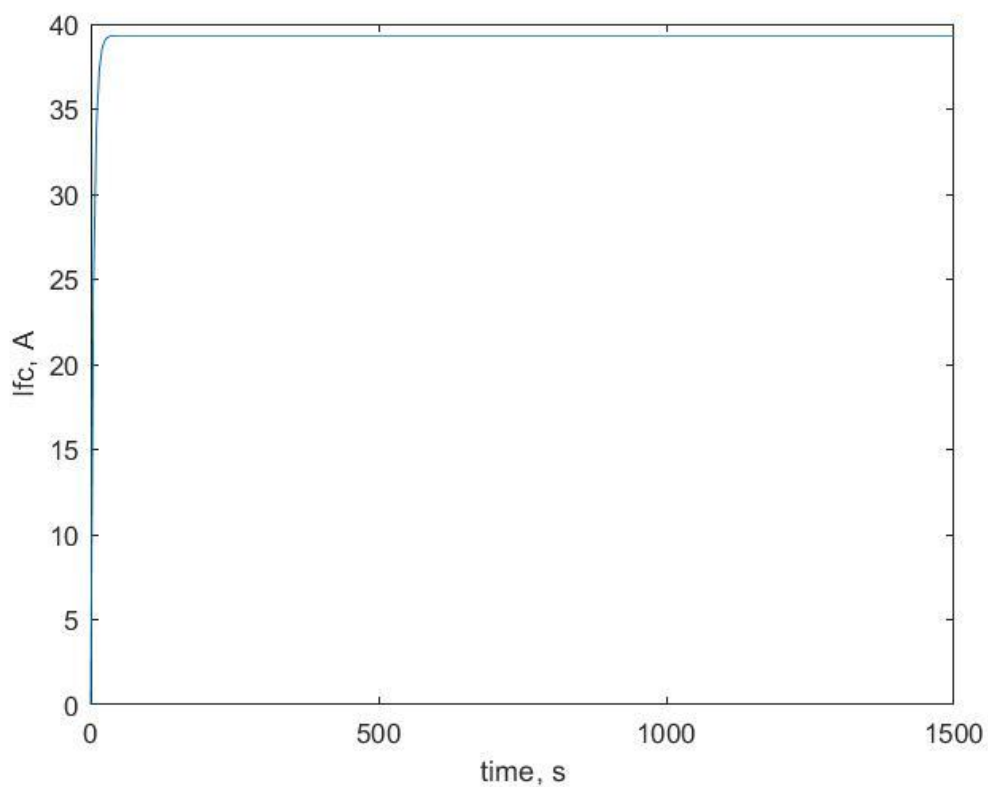
Αντίστοιχα με την καμπύλη της θερμοκρασίας λειτουργίας, εκείνη της θερμότητας που απάγεται από το ψυκτικό μέσο εμφανίζει επίσης ακρίβεια με του μη-γραμμικού μοντέλου. Παράλληλα διατηρεί την χαρακτηριστική διαταραχή που εμφανίζεται και στο μη-γραμμικό μοντέλο, δηλαδή την εμφάνιση πολλαπλών ακανόνιστων κορυφών γύρω από την τιμή των 309 K.



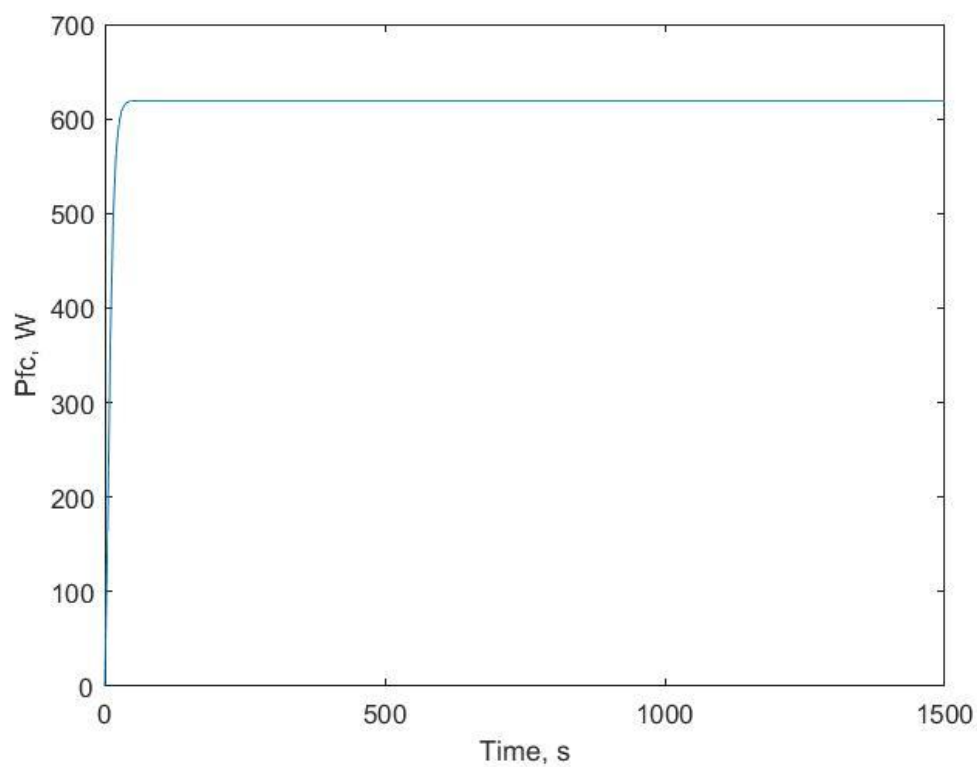
Εικόνα 3.7: Καμπύλη θερμοκρασίας T_{cool} κυψέλης PEMFC κατά το γραμμικό μοντέλο.

Διαγράμματα καμπύλης του ρεύματος λειτουργίας I_{fc} και της παραγόμενης ισχύος P_{fc}

Τα διαγράμματα που απεικονίζουν τις καμπύλες του ρεύματος λειτουργίας I_{fc} και της παραγόμενης ισχύος P_{fc} της κυψέλης καυσίμου βάσει των δεδομένων παραγόντων που δίνονται στην αρχή της προηγούμενης ενότητας παρουσιάζονται στην συνέχεια ως εξής:



Εικόνα 3.8: Καμπύλη ρεύματος λειτουργίας I_{fc} κυψέλης PEMFC κατά το γραμμικό μοντέλο.



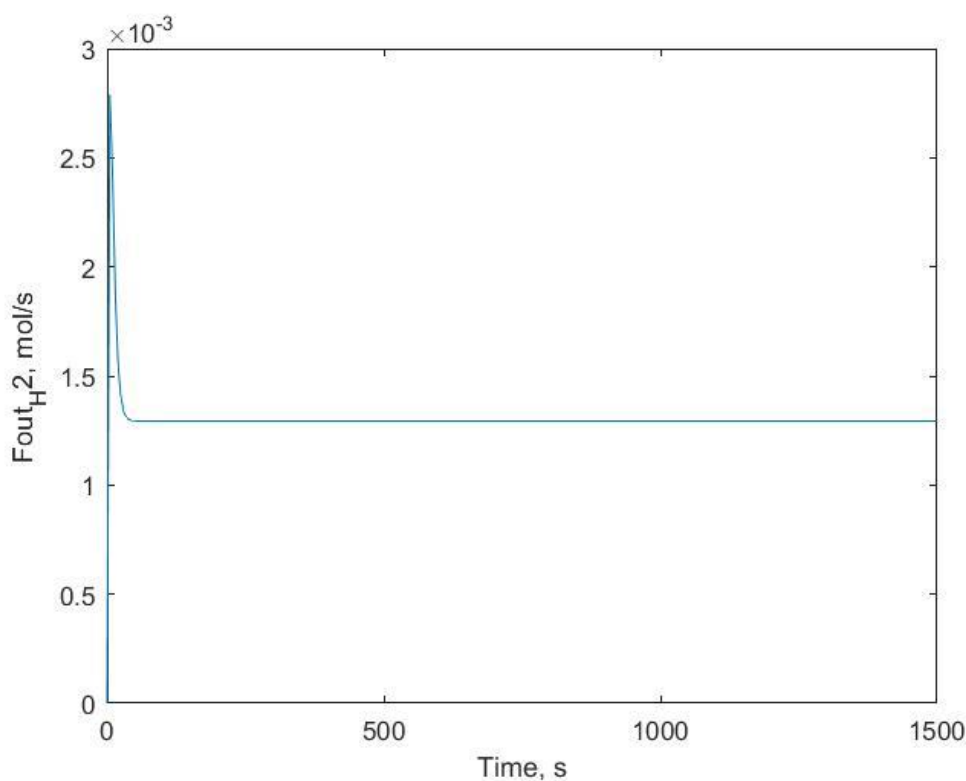
Εικόνα 3.9: Καμπύλη παραγόμενης ισχύος P_{fc} κυψέλης PEMFC κατά το γραμμικό μοντέλο.

Στο πρώτο διάγραμμα εμφανίζεται η καμπύλη του ρεύματος λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου ενώ στο δεύτερο αντίστοιχα η παραγόμενη ισχύς. Η καμπύλη που περιγράφει την συμπεριφορά του ρεύματος σύμφωνα με το γραμμικό μοντέλο εμφανίζεται πανομοιότυπη με εκείνη του μη-γραμμικού συστήματος. Η απόκριση της είναι εξίσου γρήγορη, δηλαδή προσεγγίζει τα 40 A με απόλυτη ακρίβεια συγκριτικά πάντα με το δυναμικό μοντέλο. Το ρεύμα λειτουργίας καταλήγει να σταθεροποιηθεί στα 39.3 A μέχρι το τέλος της προσομοίωσης.

Παράλληλα, στο δεύτερο διάγραμμα όπου δίνεται η συμπεριφορά της μεταβλητής ισχύος, η καμπύλη εμφανίζει εξαιρετική ακρίβεια και ταχύτερη απόκριση στην προσέγγιση της τιμής στην οποία σταθεροποιείται, δηλαδή στα 611.1 W. Δεν διαφέρει σε τίποτα με εκείνη του μη-γραμμικού μοντέλου εφόσον αποτελεί ένα τέλειο αντίγραφο της.

Διάγραμμα καμπύλης της γραμμομοριακής ροής H_2 στην έξοδο της κυψέλης καυσίμου κατά το γραμμικό μοντέλο.

Η γραμμομοριακή ροή του υδρογόνου στην έξοδο της κυψέλης καυσίμου, F_{out,H_2} , σύμφωνα με το γραμμικό μοντέλο που αναπτύχθηκε θα δίνεται στην παρακάτω μορφή:



Εικόνα 3.10: Καμπύλη γραμμομοριακής ροής εξόδου υδρογόνου F_{out,H_2} κυψέλης PEMFC κατά το γραμμικό μοντέλο.

Το διάγραμμα της καμπύλης της γραμμομοριακής ροής εξόδου του H_2 εμφανίζεται επίσης πανομοιότυπο με το αντίστοιχο στο μη-γραμμικό μοντέλο. Η στιγμιαία αύξηση που συμβαίνει στην αρχή της προσομοίωσης και εμφανίζεται ως κορυφή καθώς και η σταθεροποίηση της τιμής της μεταβλητής στην συνέχεια εμφανίζονται όπως και στο αντίστοιχο διάγραμμα του δυναμικού μοντέλου.

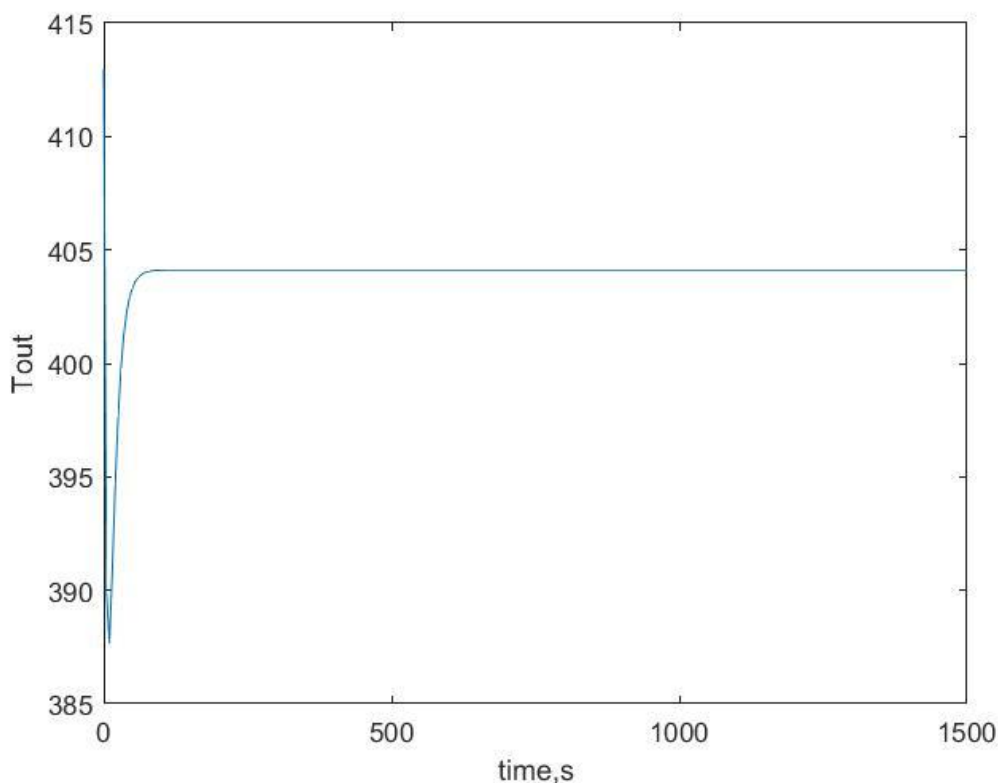
Συνοψίζοντας με την σύγκριση των διαγραμμάτων καμπυλών μεταξύ του μη-γραμμικού και του γραμμικού μοντέλου αντλείται το συμπέρασμα ότι η ακρίβεια και αξιοπιστία του γραμμικού μοντέλου όσον αφορά την προσομοίωση της συνολικής λειτουργίας της κυψέλης μέσω των μεταβλητών κατάστασης που την περιγράφουν, θεωρούνται αδιαμφισβήτητες. Το συμπέρασμα αυτό αντλείται από τις αναλύσεις που διεξήχθησαν παραπάνω για τις κυριότερες μεταβλητές που την περιγράφουν αλλά και από τις υπόλοιπες γραφικές που αναπτύχθηκαν κατά την προσομοίωση και δίνονται αναλυτικά στο παράρτημα της εργασίας. Το γραμμικό μοντέλο έχει την δυνατότητα να παρουσιάζει την δυναμική πτυχή της συμπεριφοράς της κυψέλης καυσίμου χωρίς να χάνει σχεδόν καμία λεπτομέρεια της καμπύλης για κάθε μεταβλητή και συνεπώς να απεικονίζει επιτυχημένα την ρεαλιστική συμπεριφορά της.

3.3 Διαγράμματα καμπυλών του μοντέλου Χώρου-Κατάστασης για Κυψέλη Μembrάνης Ανταλλαγής Πρωτονίων (PEMFC)

Σε αυτή την ενότητα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των καμπυλών των μεταβλητών κατάστασης όπως υπολογίζονται στο φυσικό σύστημα καθώς και για το πως ισούνται στην έξοδο, όπου πρέπει να είναι πανομοιότυπες με τις προηγούμενες. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παρακάτω θα συγκριθούν με εκείνα του γραμμικού μοντέλου και κατ' επέκταση με τις γραφικές παραστάσεις του δυναμικού ως προς την ομοιότητα των καμπυλών τους. Προκειμένου να θεωρηθούν ακριβείς οι γραφικές που παράγει το μοντέλο χώρου κατάστασης χρειάζεται να παρουσιάζουν όμοια απόκριση και μορφή με τις αντίστοιχες του γραμμικού μοντέλου. Αυτή η διαπίστωση θα είναι αποτέλεσμα οπτικής παρατήρησης των αντίστοιχων γραφικών παραστάσεων.

Διάγραμμα καμπύλης της θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} σύμφωνα με το μοντέλο Χώρου-Κατάστασης

Το διάγραμμα καμπύλης που εκφράζει την θερμοκρασία λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου όπως υπολογίστηκε από το μοντέλο κατάστασης για την μεταβολή $T_{out}(t)$ στην έξοδο θα δίνεται ως εξής:

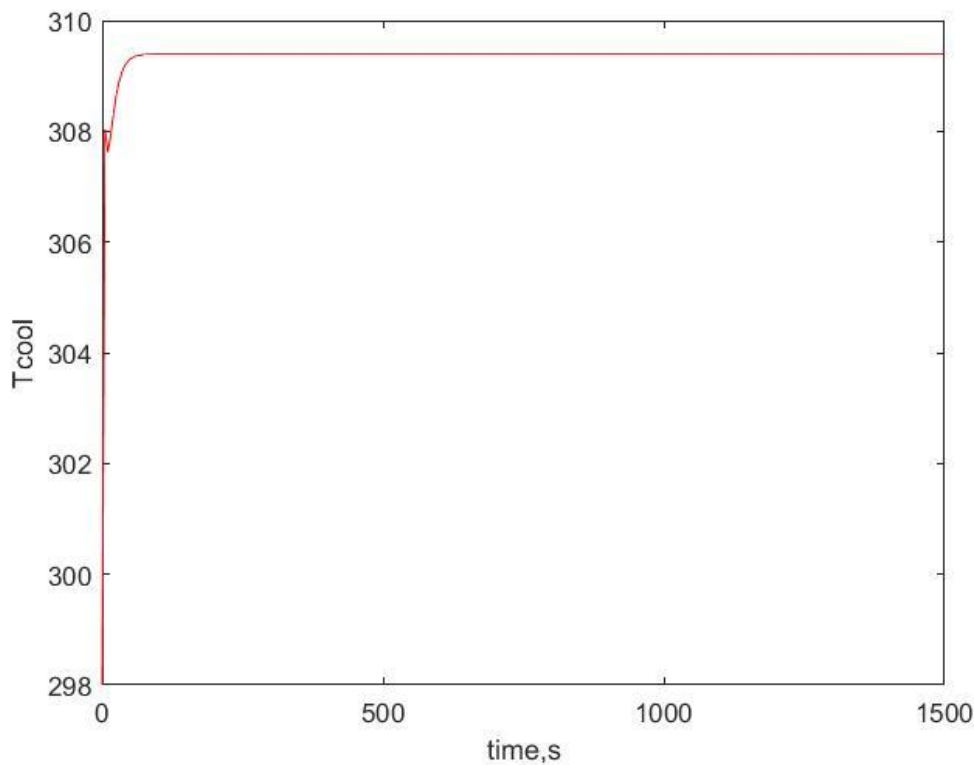


Εικόνα 3.11: Καμπύλη θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} κυψέλης PEMFC σύμφωνα με το μοντέλο Χώρου – Κατάστασης.

Το παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζει την συμπεριφορά της μεταβλητής της θερμοκρασίας λειτουργίας για την μεταβολή $T_{out}(t)$. Το διάγραμμα αυτό πρέπει να είναι πανομοιότυπο με το αντίστοιχο διάγραμμα της θερμοκρασίας της εικόνας **3.6** του γραμμικού μοντέλου ώστε θεωρηθεί η διαδικασία επίλυσης σωστή. Εύκολα διαπιστώνεται ότι η καμπύλη κατεβαίνει κάτω από τα 390 K και στην συνέχεια ανεβαίνει στα 404 K όπου και σταθεροποιείται. Συγκριτικά με το αντίστοιχο διάγραμμα του γραμμικού μοντέλου της εικόνας **3.6**, η καμπύλη του μοντέλου κατάστασης ταυτίζεται απόλυτα και δεν παρουσιάζει μειωμένη ταχύτητα απόκρισης ή τυχόν σφάλματα, γεγονός που καθιστά αυτό το αποτέλεσμα ως αποδεκτό.

Διάγραμμα καμπύλης της θερμοκρασίας T_{cool} από το ψυκτικό μέσο

Το διάγραμμα καμπύλης που εκφράζει την θερμότητα που απάγεται από το ψυκτικό μέσο της κυψέλης καυσίμου όπως υπολογίστηκε από το μοντέλο κατάστασης για την μεταβολή $T_{cool}(t)$ στην έξοδο θα δίνεται ως εξής:

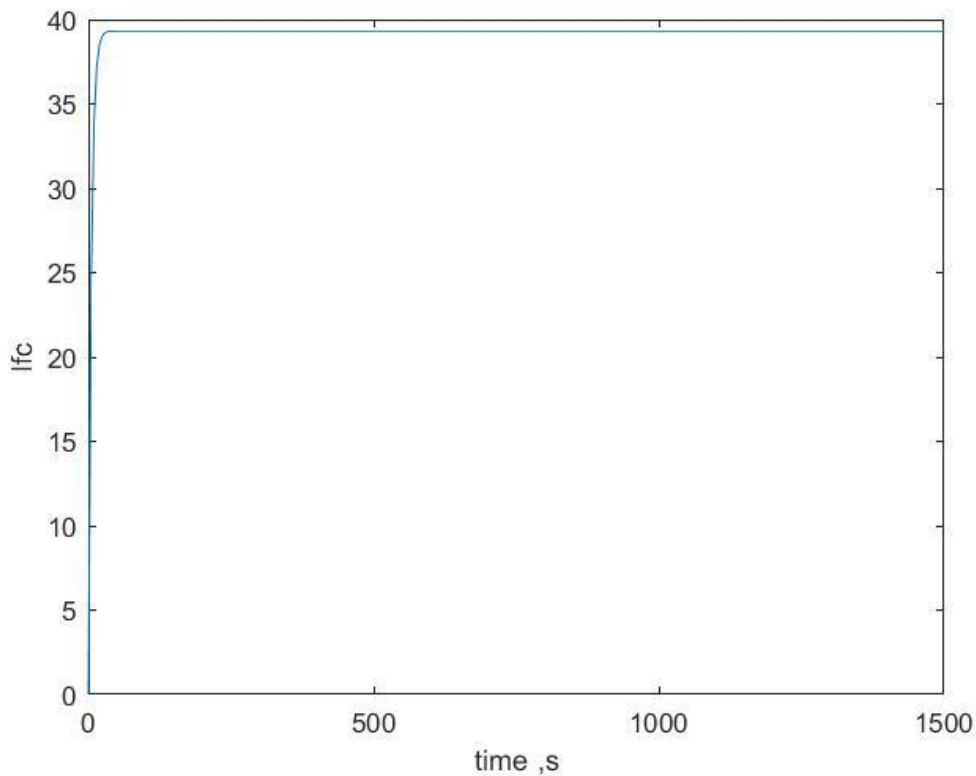


Εικόνα 3.12: Καμπύλη θερμότητας που απάγεται από ψυκτικό μέσο T_{cool} κυψέλης PEMFC σύμφωνα με το μοντέλο Χώρου – Κατάστασης.

Το διάγραμμα καμπύλης για την θερμότητα που απάγεται από το ψυκτικό T_{cool} όπως δίνεται παραπάνω παρουσιάζει αρκετές διαφορές με την αντίστοιχη γραφική που παράγει το γραμμικό μοντέλο. Η γραφική αυτή αδυνατεί να ακολουθήσει την συμπεριφορά που παρατηρείται στην εικόνα 3.7, δηλαδή να αποτυπώσει σωστά τις ακανόνιστες διακυμάνσεις από τις οποίες χαρακτηρίζεται η T_{cool} στο γραμμικό μοντέλο. Αντίθετα, η εξέλιξη της μεταβλητής στο χρονικό πλαίσιο της προσομοίωσης φαίνεται να είναι τελείως σταθερή και να ισούται με 309.4 K. Συμπερασματικά, η απώλεια των κορυφών που δηλώνουν διαταραχή οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο χώρου – κατάστασης αδυνατεί να αποτυπώσει με απόλυτη ακρίβεια την δυναμική και ρεαλιστική συμπεριφορά μεταβλητών που παρουσιάζουν συνεπής αταξία.

Διάγραμμα καμπύλης του ρεύματος λειτουργίας I_{fc}

Στην συνέχεια της ενότητας δίνεται το αντίστοιχο διάγραμμα της καμπύλης του ρεύματος λειτουργίας της κυψέλης I_{fc} με την εξής μορφή:

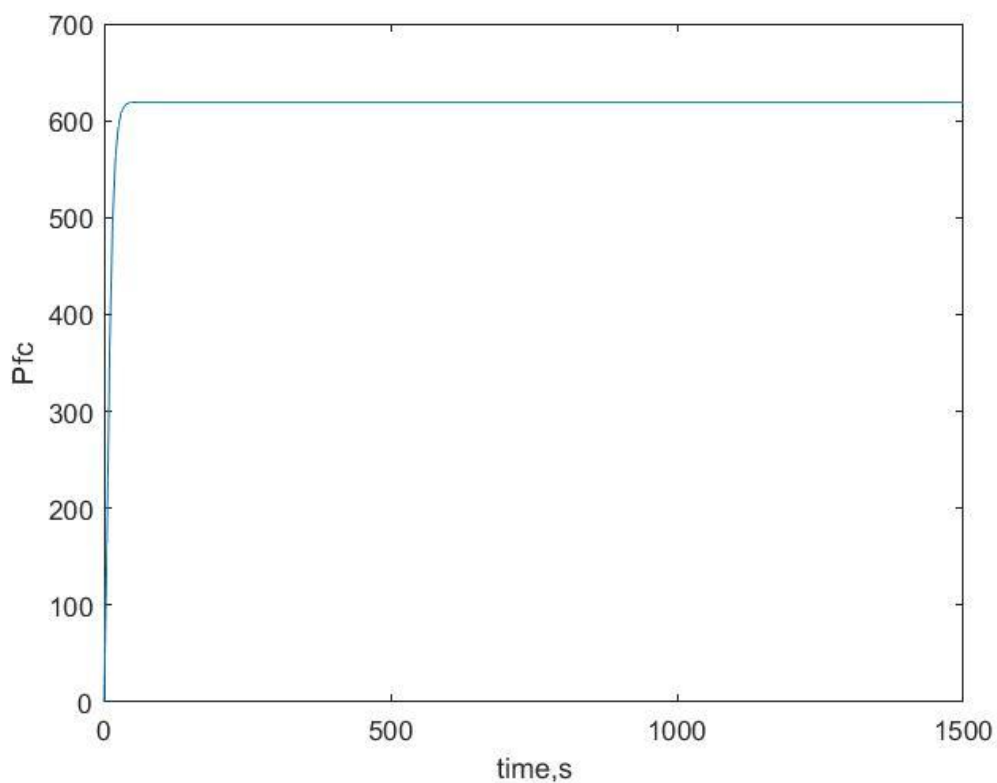


Εικόνα 3.13: Καμπύλη ρεύματος λειτουργίας I_{fc} κυψέλης PEMFC σύμφωνα με το μοντέλο Χώρου – Κατάστασης.

Το διάγραμμα της καμπύλης του ρεύματος λειτουργίας που παράγει το μοντέλο χώρου κατάστασης φαίνεται να είναι απόλυτα ακριβές και πανομοιότυπο με το έτερο του στο γραμμικό μοντέλο. Η καμπύλη πολύ γρήγορα βρίσκει την τιμή στην οποία σταθεροποιείται χωρίς να εμφανίζει κάποιο είδος διαταραχής. Η καμπύλη αυτή σε σύγκριση με την αντίστοιχη του γραμμικού μοντέλου και πιο συγκεκριμένα της εικόνας **3.8** ταυτίζεται απόλυτα και ακολουθεί με παρόμοιο τρόπο την πορεία της καμπύλης αυτής. Δεν παρεκκλίνει σε υψηλότερη ή χαμηλότερη τιμή σε σχέση με του γραμμικού μοντέλου και παράλληλα εμφανίζει ταυτόσημη απόκριση, πετυχαίνοντας την τέλεια διατύπωση.

Διάγραμμα καμπύλης της παραγόμενης ισχύος P_{fc}

Το διάγραμμα της καμπύλης που εκφράζει την ισχύς που παράγει μία κυψέλη καυσίμου Μεμβράνης Ανταλλαγής Πρωτονίων όπως υπολογίστηκε από το μοντέλο κατάστασης για την μεταβολή $P_{fc}(t)$ στην έξοδο θα δίνεται ως εξής:

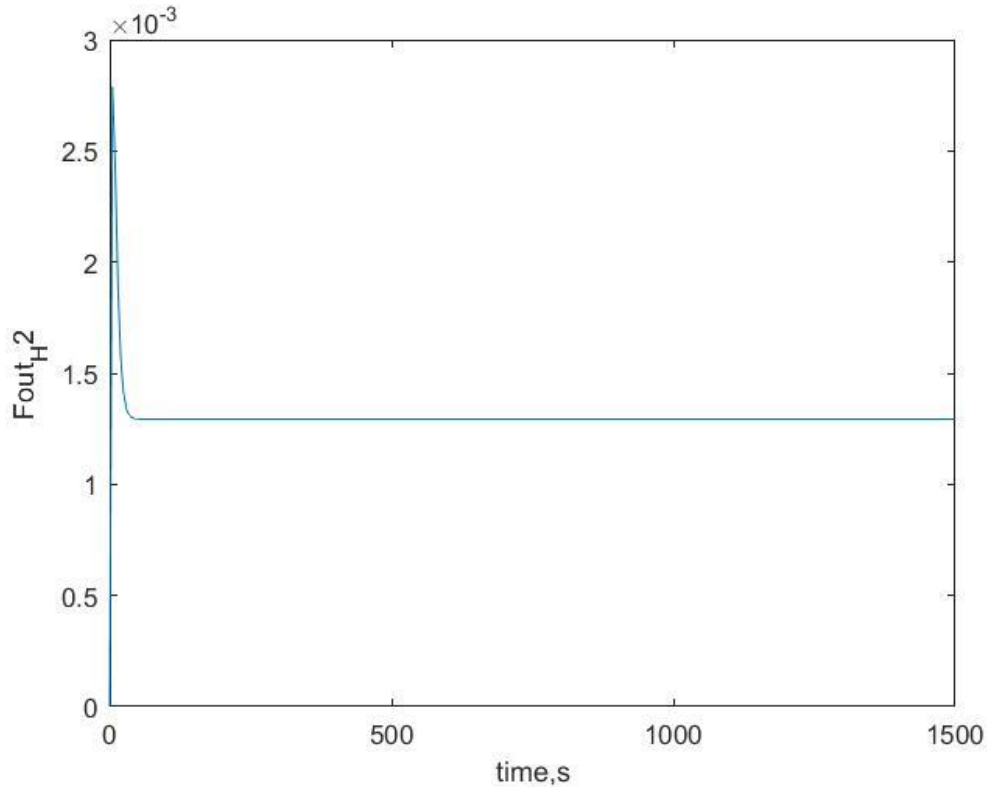


Εικόνα 3.14: Καμπύλη παραγόμενης ισχύος P_{fc} κυψέλης PEMFC σύμφωνα με το μοντέλο Χώρου – Κατάστασης.

Αντίστοιχα με το διάγραμμα της καμπύλης του ρεύματος λειτουργίας αυτό της παραγόμενης ισχύος είναι επίσης απλό. Όπως διαπιστώνεται πολύ εύκολα η καμπύλη της παραγόμενης ισχύος προσεγγίζει με μεγάλη ταχύτητα τιμή λίγο μεγαλύτερη των 600 W και στην οποία σταθεροποιείται για το υπόλοιπο της προσομοίωσης. Σε σύγκριση με την καμπύλη της ισχύος όπως υπολογίστηκε μέσω του γραμμικού μοντέλου και φαίνεται στην εικόνα 3.9, οι καμπύλες του μοντέλου κατάστασης δεν παρουσιάζουν καμία διαφορά και την ακολουθούν με απόλυτη ακρίβεια και συνέπεια.

Διάγραμμα καμπύλης της γραμμομοριακής ροής H_2 στην έξοδο της κυψέλης καυσίμου κατά το μοντέλο Χώρου-Κατάστασης.

Τέλος, το διάγραμμα της καμπύλης που εκφράζει την γραμμομοριακή ροή εξόδου του υδρογόνου H_2 όπως υπολογίστηκε από το μοντέλο κατάστασης για την μεταβολή $F_{out,H2}(t)$ στην έξοδο θα δίνεται ως εξής:



Εικόνα 3.15: Καμπύλη γραμμομοριακής ροής εξόδου υδρογόνου $F_{out,H2}$ κυψέλης PEMFC σύμφωνα με το μοντέλο Χώρου – Κατάστασης.

Όπως και για τα προηγούμενα μοντέλα έτσι και για αυτό, η γραμμομοριακή ροή εξόδου του υδρογόνου $F_{out,H2}$ μελετάται τελευταία. Συγκριτικά με το αντίστοιχο διάγραμμα που παράγει το γραμμικό μοντέλο και δίνεται από την εικόνα **3.10**, το διάγραμμα που υπολογίζεται από το μοντέλο κατάστασης είναι ταυτόσημο. Παρουσιάζουν στιγμιαία άνοδο πάνω από τα 0.0025 mol/s και ταχύτατα η καμπύλη τους πέφτει στην τιμή των 0.0013 mol/s όπου και σταθεροποιείται για το υπόλοιπο της προσομοίωσης.

3.4 Γενικά συμπεράσματα αναλύσεων και συγκρίσεων των αποτελεσμάτων

Στόχος του παρόντος κεφαλαίου ήταν αρχικά να δοθούν τα διαγράμματα των καμπυλών των κυριότερων μεταβλητών κατάστασης για την λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου και στην συνέχεια να μελετηθούν και να σχολιαστούν ως προς την μορφή και συμπεριφορά τους. Εν συνεχεία ακολούθησε σύγκριση μεταξύ των καμπυλών που υπολόγισε το δυναμικό μη-γραμμικό μοντέλο με τις αντίστοιχες καμπύλες του γραμμικού μοντέλου καθώς και μεταξύ των διαγραμμάτων του τελευταίου με το μοντέλο Χώρου – Κατάστασης, το οποίο αντιπροσωπεύει μία διαφορετική όψη του

γραμμικού μοντέλου. Οι συγκρίσεις που πραγματοποιήθηκαν βασίστηκαν σε οπτική παρατήρηση των καμπυλών με στόχο την εύρεση διαφοροποιήσεων στην μορφή τους αλλά και στην ταχύτητα απόκρισης που εμφανίζουν. Το γραμμικό μοντέλο που αναπτύχθηκε μπορεί να λύσει το πολύπλοκο σύστημα διαφορικών εξισώσεων της κυψέλης καυσίμου σε αντίθεση με το δυναμικό που καθίσταται ως μη επιλύσιμο. Για το λόγο αυτό και προκειμένου να θεωρηθεί αξιόπιστο πρέπει τα διαγράμματα που υπολογίζει να ταυτίζονται απολύτως με εκείνα του μη – γραμμικού μοντέλου και να μην εμφανίζουν σημαντικές αποκλίσεις τόσο στην μορφή όσο και στην απόκριση τους. Παράλληλα, η ίδια συνθήκη εφαρμόζεται και για το μοντέλο χώρου – κατάστασης, του οποίου τα διαγράμματα απαιτείται να ακολουθούν εκείνα του γραμμικού.

Αρχικά υπολογίστηκε η καμπύλη για την μεταβλητή της θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} από τα δύο μοντέλα, με τις ομοιότητες να είναι εμφανείς. Η καμπύλη του γραμμικού μοντέλου ταυτίζεται απόλυτα με εκείνη του δυναμικού, δείχνει την ίδια απόκριση και σταθεροποιείται στην ίδια τιμή χωρίς την παρουσία διαταραχών. Το ίδιο συμβαίνει και με την γραφική παράσταση της T_{cool} την οποία παράγει με απόλυτη ακρίβεια υπολογίζοντας τις διαταραχές που παρουσιάζονται σε μορφή ακανόνιστων κορυφών. Επιπρόσθετα, το γραμμικό μοντέλο υπολογίζει με εξαιρετική ακρίβεια και τις γραφικές παραστάσεις των υπόλοιπων τριών μεταβλητών, δηλαδή του ρεύματος λειτουργίας I_{fc} , της παραγόμενης ισχύος P_{fc} καθώς και της γραμμομοριακής ροής εξόδου $F_{out,H2}$ οι οποίες αντιγράφουν με μεγάλη ακρίβεια την συμπεριφορά των ετέρων τους στο μη – γραμμικό μοντέλο.

Τα διαγράμματα του μοντέλου κατάστασης συγκρίθηκαν με τη σειρά τους με τα αντίστοιχα του γραμμικού μοντέλου. Η γραφική παράσταση της θερμοκρασίας λειτουργίας που υπολογίζει το μοντέλο κατάστασης ταυτίζεται απόλυτα με εκείνη του γραμμικού και δεν παρουσιάζει αποκλίσεις ή σφάλματα. Το ίδιο δεν συμβαίνει με την γραφική παράσταση της T_{cool} μιας και το μοντέλο κατάστασης δεν καταφέρνει να αναγνωρίσει την διαταραχές σε μορφή κορυφών που παρουσιάζει η γραφική του γραμμικού μοντέλου αλλά αντ' αυτού σταθεροποιείται σε μία συγκεκριμένη τιμή. Άρα χάνει την δυναμική συμπεριφορά της συγκεκριμένης μεταβλητής. Τέλος, οι καμπύλες του ρεύματος λειτουργίας I_{fc} της παραγόμενης ισχύος P_{fc} καθώς και της γραμμομοριακής ροής εξόδου $F_{out,H2}$ που υπολογίζει το μοντέλο κατάστασης είναι σωστές και συμβαδίζουν με εξαιρετική ακρίβεια με τις αντίστοιχες του γραμμικού μοντέλου όπως διαπιστώνεται μέσω οπτικού ελέγχου.

Για την περαιτέρω κατανόηση της ικανοποιητικής συμφωνίας που εμφανίζουν τα διαγράμματα καθενός από τα τρία μοντέλα δίνεται παρακάτω πίνακας με τις τιμές στις οποίες σταθεροποιούνται για κάθε μεταβλητή. Μέσω του παραπάνω πίνακα διαπιστώνεται με μεγαλύτερη ευκολία το πολύ μικρό μέγεθος σφάλματος μεταξύ των τιμών των πέντε μεταβλητών που παράγουν τα μοντέλα ενώ ταυτόχρονα αποδεικνύεται η άριστη συμφωνία τους. Συνοψίζοντας την ανάλυση και σύγκριση των αποτελεσμάτων που εξήχθησαν από τα εν λόγω συστήματα λαμβάνεται το συμπέρασμα ότι το γραμμικό μοντέλο που αναπτύχθηκε θεωρείται ιδιαίτερα

αξιόπιστο για την ασφαλή και ακριβή προσομοίωση της λειτουργίας κυψέλης καυσίμου τύπου PEM καθώς επίσης καθίσταται ικανό για την διατύπωση της δυναμικής συμπεριφοράς της. Παράλληλα, το μοντέλο Χώρου – Κατάστασης έδειξε σημαντική ακρίβεια και συνέπεια στην αποτύπωση των γραφημάτων συγκριτικά με το γραμμικό μοντέλο από το οποίο προήλθε και άρα αποτελεί επίσης αξιόλογη λύση στο σύστημα.

<u>Μετρήσεις σε σταθεροποίηση (Base case)</u>			
<u>Μεταβλητές</u>	<u>Μη – γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Μοντέλο χώρου - κατάστασης</u>
<u>T_{out}</u>	404.111 K	404.123 K	404.119 K
<u>T_{cool}</u>	309.06 – 309.684 K	309.06 – 309.684 K	309.395 K
<u>I_{fc}</u>	39.324 A	39.324 A	39.324 A
<u>P_{fc}</u>	619.216 W	619.211 W	619.211 W
<u>$F_{out,H2}$</u>	0.0013 mol/s	0.0013 mol/s	0.0013 mol/s

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο : ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΟΚΙΜΩΝ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΤΥΠΟΥ PEM

Εισαγωγή κεφαλαίου

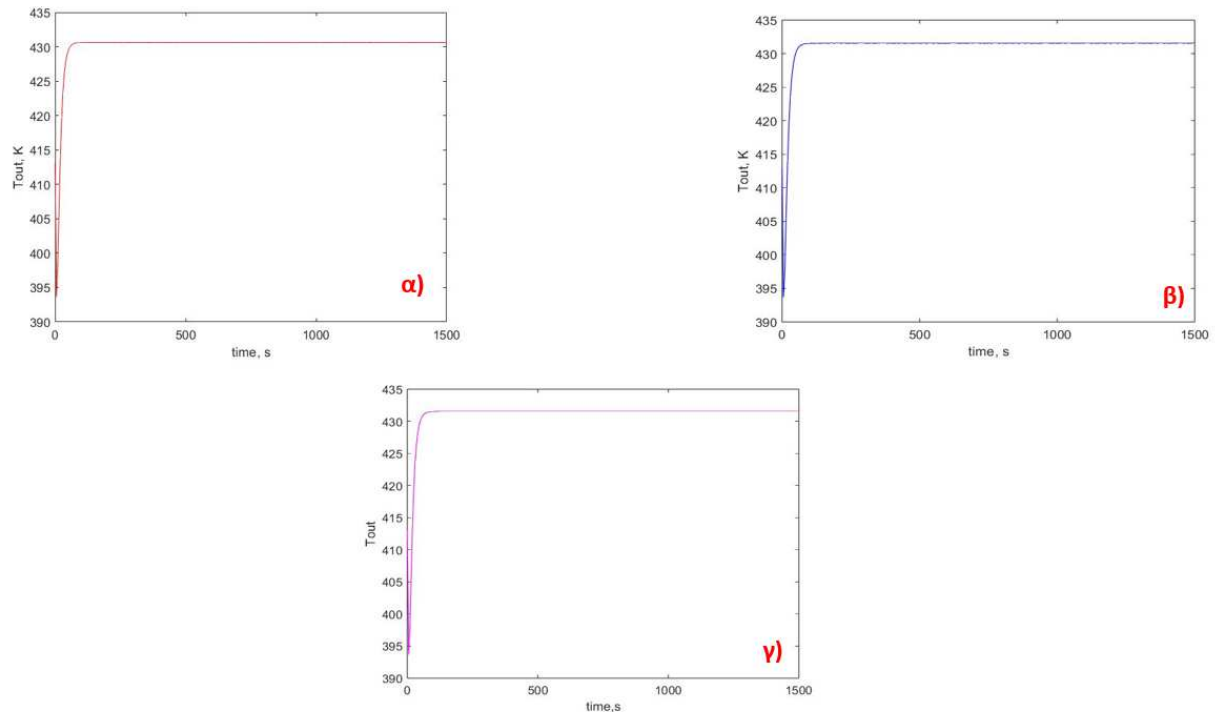
Στόχο του παρόντος κεφαλαίου αποτελεί η περαιτέρω δοκιμή και επαλήθευση της ακρίβειας των τριών μαθηματικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας καθώς και της μεταξύ τους συμφωνίας στην διατύπωση της συμπεριφοράς των μεταβλητών που χαρακτηρίζουν την λειτουργία της μελετώμενης κυψέλης καυσίμου.

Πιο συγκεκριμένα, οι δοκιμές που θα λάβουν χώρα στο δυναμικό, γραμμικό και μοντέλο χώρου – κατάστασης αφορούν μεταβολές σε συγκεκριμένες παραμέτρους οι οποίες επηρεάζουν άμεσα τις μεταβλητές της κυψέλης και έμμεσα την τελική της λειτουργία. Οι παράμετροι που θα λάβουν μέρος στις δοκιμές είναι η γραμμομοριακή ροή εισόδου του υδρογόνου F_{in,H_2} καθώς και η ροή του ψυκτικού μέσου m_{cool} . Απλούστερα, η δοκιμή αυτή αφορά αλλαγές τόσο στην ποσότητα του καυσίμου που εισέρχεται στο σύστημα όσο και στην ροή του ψυκτικού μέσου κατά ποσοστό $\pm 30\%$. Οι αλλαγές αυτές θα γίνουν στους αντίστοιχους κώδικες που υπολογίζουν το κάθε μοντέλο στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB. Στην συνέχεια θα ακολουθήσει σύγκριση των γραφικών παραστάσεων των τριών μοντέλων για κάθε μία από τις μεταβολές που εφαρμόστηκαν ώστε να επαληθευτεί η ορθότητα των μετρήσεων τους.

4.1 Αύξηση γραμμομοριακής ροής εισόδου υδρογόνου F_{in,H_2} κατά $+30\%$

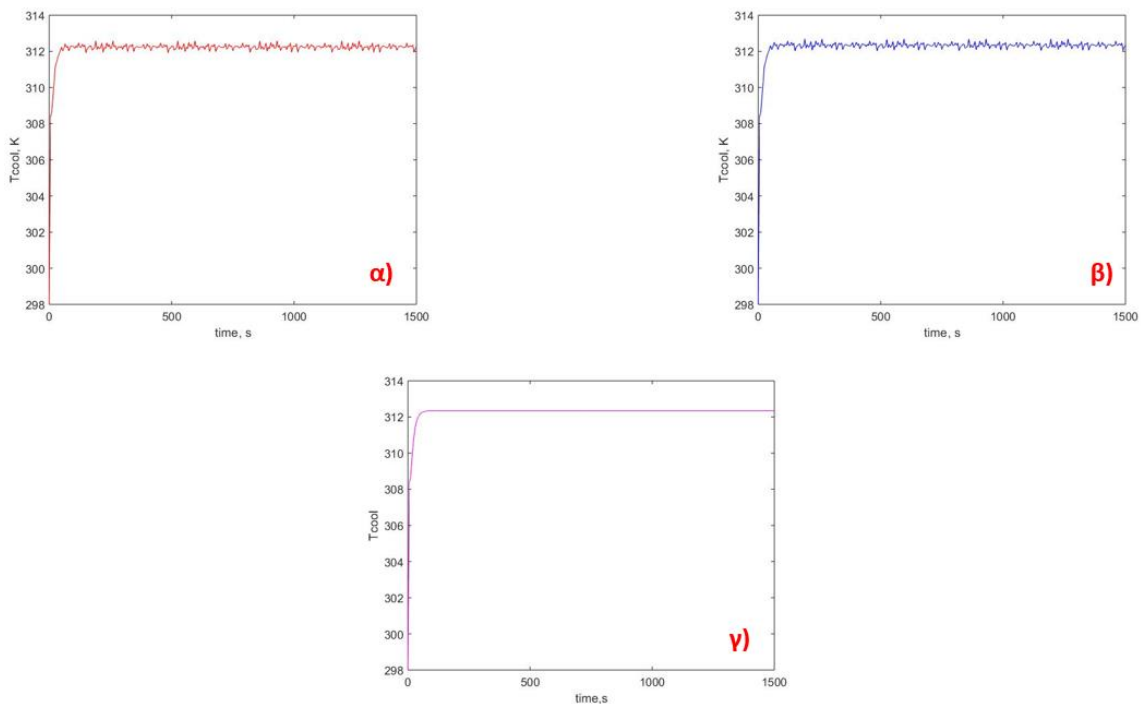
Πρωταρχική δοκιμή που θα λάβει χώρα στα τρία μοντέλα είναι η αύξηση της ροής του υδρογόνου κατά 30%. Ακολουθεί ο έλεγχος κάθε μιας από τις πέντε βασικότερες μεταβλητές που χαρακτηρίζουν την λειτουργία του συστήματος ως προς την μεταξύ τους συμφωνία και ακρίβεια. Στην περίπτωση που οι γραφικές παραστάσεις κάθε μεταβλητής μεταξύ και των τριών μοντέλων παρουσιάζουν ικανοποιητική συμφωνία τότε αυτό θα υποδηλώνει επιτυχή γραμμικοποίηση και ανάπτυξη του μοντέλου χώρου κατάστασης. Οι καμπύλες με κόκκινο χρώμα αντιπροσωπεύουν το μη-γραμμικό μοντέλο, οι μπλε το γραμμικό και εκείνες με μωβ το μοντέλο χώρου-κατάστασης.

Ακολουθεί ανάλυση των γραφημάτων, ξεκινώντας με την μεταβλητή της θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} για κάθε ένα από τα τρία μοντέλα, όπως φαίνεται παρακάτω:



Διάγραμμα 4.1: Καμπύλες θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

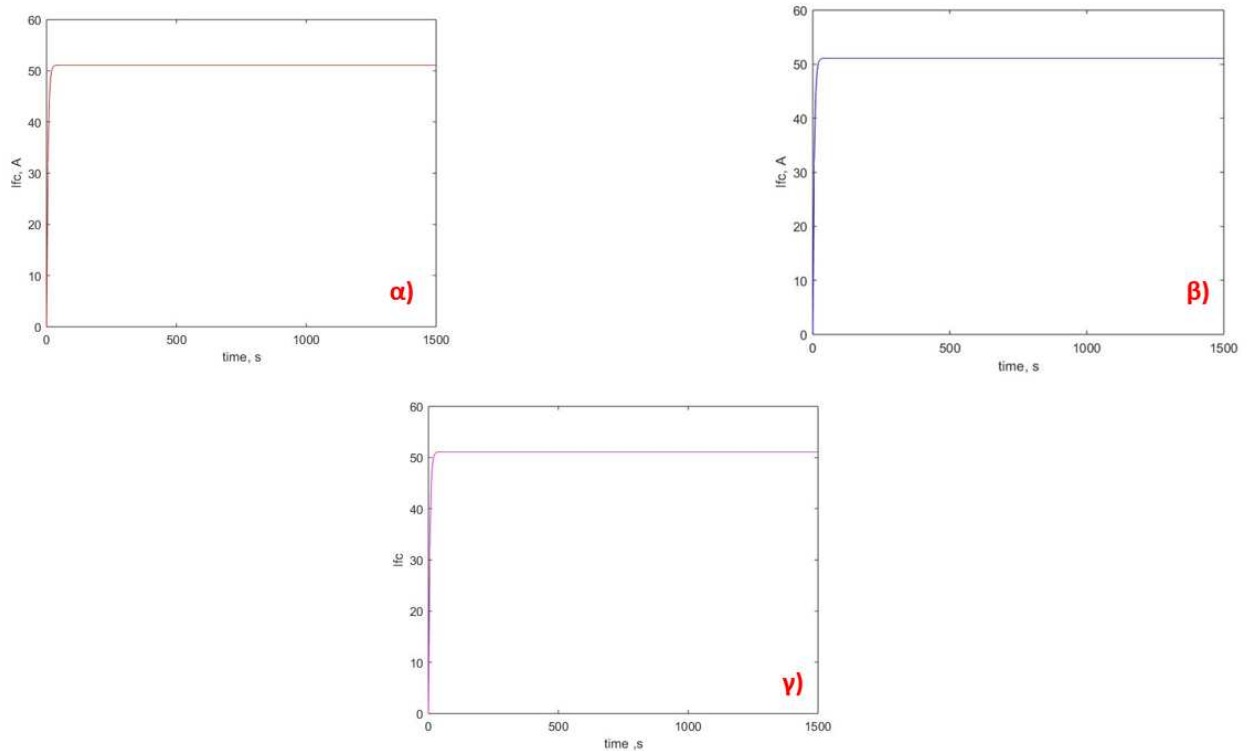
Ξεκινώντας με την θερμοκρασία λειτουργίας γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι και τα τρία μοντέλα συμφωνούν απόλυτα τόσο ως προς την απόκριση όσο και ως προς την μορφή που εμφανίζουν. Ξεκινώντας από την τιμή των 413 K, πέφτουν στιγμιαία κάτω από τους 395 K και με παρόμοια απόκριση ανεβαίνουν λίγο παραπάνω από τους 430 K όπου και σταθεροποιούνται για το υπόλοιπο της προσομοίωσης. Δεν διακρίνεται κάποια διαφορά μεταξύ τους πέρα από κάποιο είδος μικρών ασταθειών στην γραφική παράσταση του γραμμικού μοντέλου οι οποίες φαίνεται να μην επηρεάζουν σοβαρά την σταθερότητα της καμπύλης. Συνεχίζοντας με την θερμότητα που απάγεται από το ψυκτικό μέσο T_{cool} δίνονται παρακάτω οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις:



Διάγραμμα 4.2: Καμπύλες θερμότητας που απάγεται από το ψυκτικό μέσο T_{cool} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Σε γενικές γραμμές η συμφωνία που παρουσιάζεται από τις γραφικές χαρακτηρίζεται ως ικανοποιητική. Το γραμμικό μοντέλο παράγει με εξαιρετική ακρίβεια την αντίστοιχη T_{cool} καθώς εμφανίζει το ίδιο μέγεθος αστάθειας γύρω από την ίδια τιμή καθώς και παρόμοια απόκριση. Αντίθετα, η γραφική παράσταση του μοντέλου χώρου – κατάστασης, όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο, αδυνατεί να δώσει την ίδια ακρίβεια καθώς χάνει τις αστάθειες που σχολιάστηκαν παραπάνω και αντ’ αυτού σταθεροποιείται στα 312 K. Παρόλα αυτά, παρουσιάζει αντίστοιχη ταχύτητα απόκρισης με τις προηγούμενες δύο γραφικές, με την προηγούμενη διαφορά να είναι και η μοναδική που χρειάζεται επισήμανση.

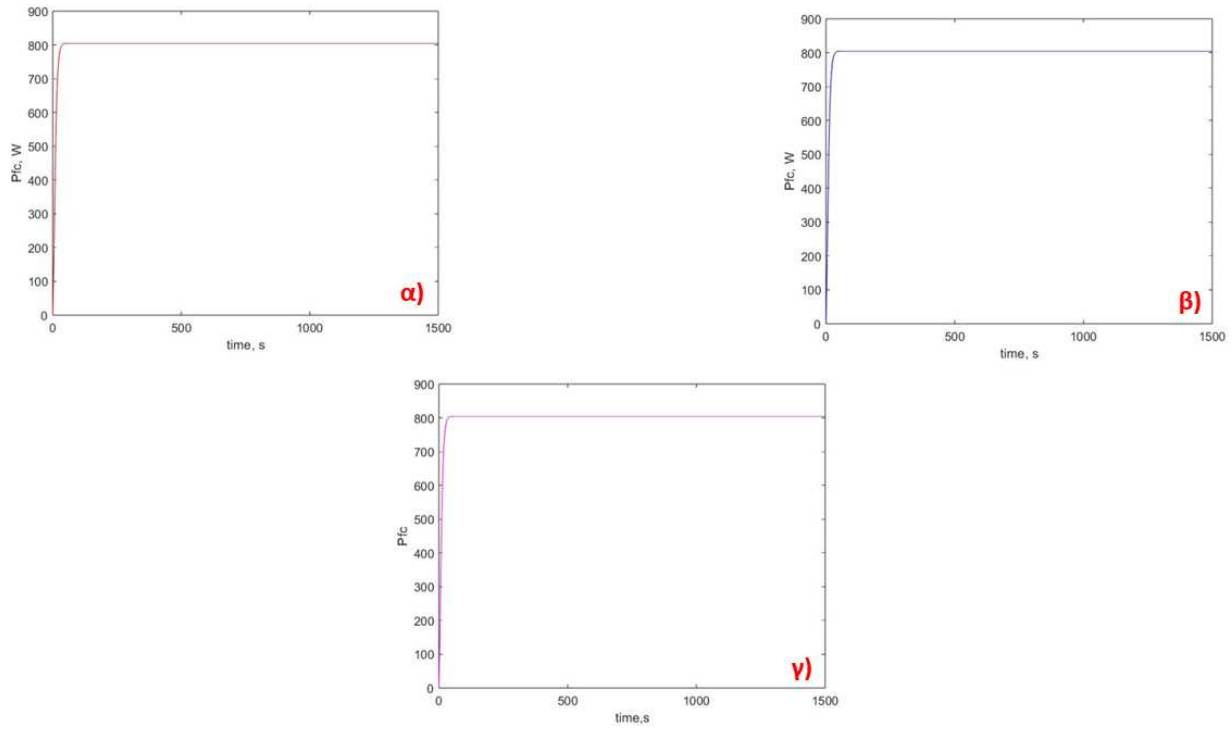
Παρακάτω ακολουθεί η ανάλυση των καμπυλών του ρεύματος λειτουργίας που παράγουν τα τρία μοντέλα και δίνονται παρακάτω ως εξής:



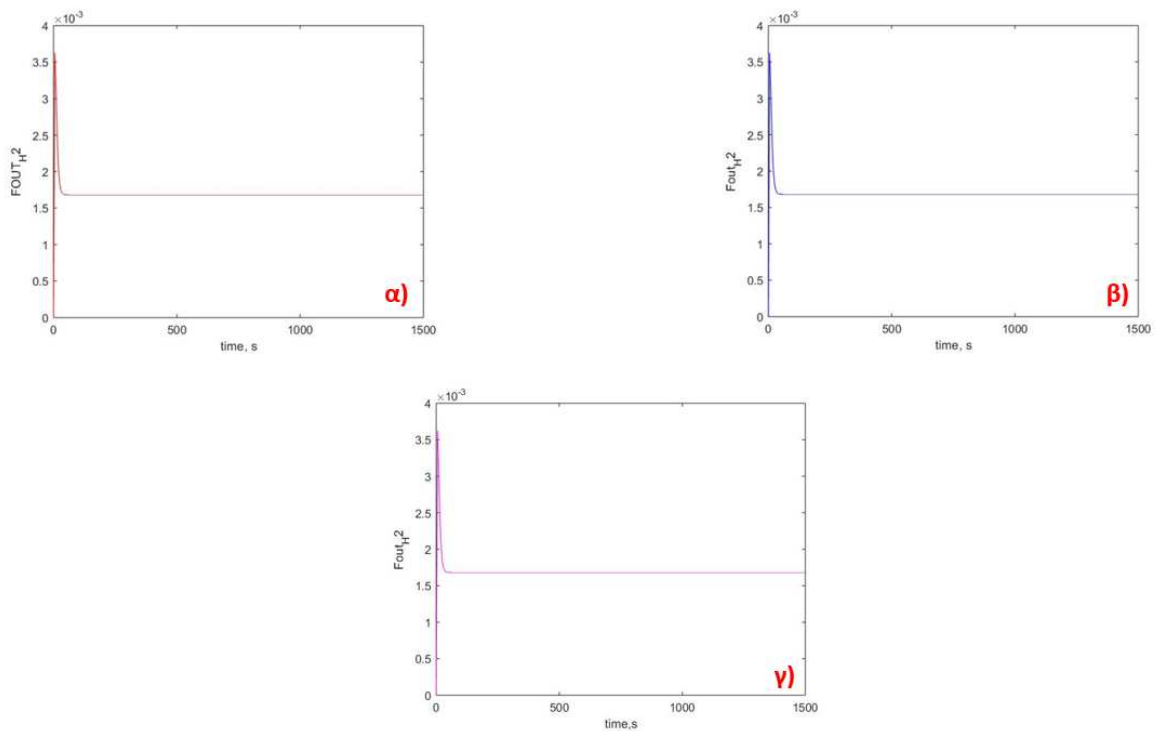
Διάγραμμα 4.3: Καμπύλες ρεύματος λειτουργίας I_{fc} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Όπως και με τις καμπύλες της θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} έτσι και οι καμπύλες που παράγονται για το ρεύμα λειτουργίας φαίνονται πανομοιότυπες μεταξύ τους. Η ταχύτητα απόκρισης τους είναι παρόμοια καθώς αυξάνονται στιγμιαία μέχρι λίγο πάνω από τα 50 A στην οποία τιμή σταθεροποιούνται και οι τρεις για το υπόλοιπο διάστημα της προσομοίωσης.

Στην συνέχεια ακολουθούν με τη σειρά τους οι δύο τελευταίες μεταβλητές, η παραγόμενη ισχύς P_{fc} καθώς και η γραμμομοριακή ροή υδρογόνου στην έξοδο της κυψέλης καυσίμου $F_{out,H2}$ των οποίων οι καμπύλες διακρίνονται ως εξής παρακάτω. Οι γραφικές παραστάσεις των καμπυλών της παραγόμενης ισχύος που παράγουν τα μοντέλα για την μεταβολή αυτή είναι παρόμοιες. Αυξάνονται με μεγάλη ταχύτητα και φτάνουν στα 800 W με την ίδια απόκριση. Σταθεροποιούνται στην τιμή αυτή για το υπόλοιπο της προσομοίωσης και δεν εμφανίζουν οποιοδήποτε είδος αστάθειας ή απόκλιση από την σωστή τιμή.



Διάγραμμα 4.4: Καμπύλες παραγόμενης ισχύος P_{fc} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).



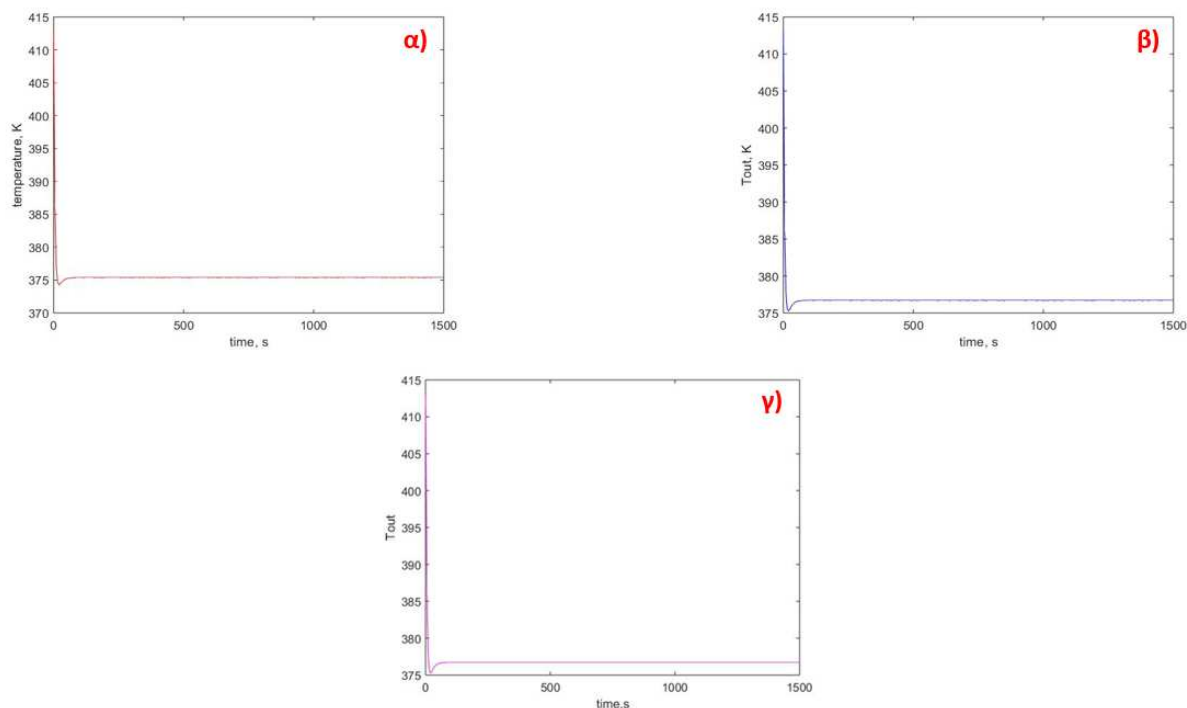
Διάγραμμα 4.5: Καμπύλες γραμμομοριακής ροής εξόδου υδρογόνου F_{out} , του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Η μορφή της γραμμομοριακής ροής εξόδου του υδρογόνου τόσο του γραμμικού μοντέλου όσο και του μοντέλου χώρου – κατάστασης είναι ικανοποιητικές ως προς την ακρίβεια τους σχετικά με την γραφική που παράγει το μη-γραμμικό μοντέλο. Ακολουθούν αντίστοιχη στιγμιαία αύξηση και έπειτα σταθεροποιούνται με παρόμοια απόκριση στην ίδια τιμή. Για την περαιτέρω κατανόηση της ικανοποιητικής συμφωνίας που εμφανίζουν τα διαγράμματα καθενός από τα τρία μοντέλα δίνεται παρακάτω πίνακας με τις τιμές στις οποίες σταθεροποιούνται για κάθε μεταβλητή:

<u>Μετρήσεις σε σταθεροποίηση (+30% $F_{in,H2}$)</u>			
<u>Μεταβλητές</u>	<u>Μη – γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Μοντέλο χώρου - κατάστασης</u>
<u>T_{out}</u>	430.654 K	431.562 K	431.54 K
<u>T_{cool}</u>	311.93 – 312.579 K	312.032 – 312.676 K	312.339 K
<u>I_{fc}</u>	51.122 A	51.121 A	51.121 A
<u>P_{fc}</u>	804.981 W	804.976 W	804.976 W
<u>$F_{out,H2}$</u>	0.00168 mol/s	0.00168 mol/s	0.00168 mol/s

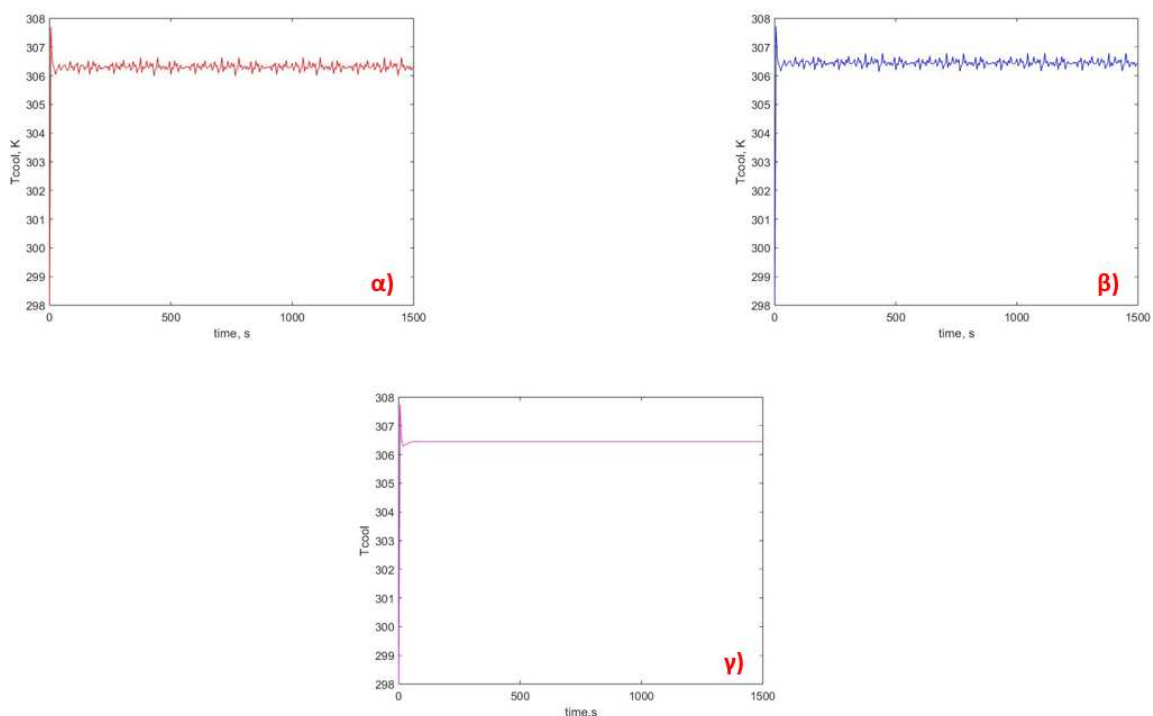
4.2 Μείωση γραμμομοριακής ροής εισόδου υδρογόνου $F_{in,H2}$ κατά - 30%

Στην ενότητα αυτή εφαρμόζεται μειωμένη ροή καυσίμου κατά 30% (δηλ. της μεταβλητής εισόδου παροχής H_2 , $F_{H2,in}$) στην κυψέλη καυσίμου, δηλαδή αντίστροφα από την πρώτη ενότητα του κεφαλαίου. Θα ακολουθήσει παρόμοιος έλεγχος των διαγραμμάτων που παράγουν τα μοντέλα και σύγκριση ως προς την μεταξύ τους συμφωνία. Οι μεταβλητές που μελετώνται στην συνέχεια δίνονται με την ίδια σειρά που δόθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, ξεκινώντας με την θερμοκρασία λειτουργίας T_{out} :



Διάγραμμα 4.6: Καμπύλες θερμοκρασία λειτουργίας T_{out} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Στην περίπτωση της μείωσης της γραμμομοριακής ροής εισόδου του υδρογόνου κατά 30%, η κυψέλη καυσίμου παράγει λιγότερο ρεύμα και ισχύ καθώς λειτουργεί με χαμηλότερο ρυθμό από πριν. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μειωθεί αισθητά η θερμοκρασία λειτουργίας της T_{out} από τους 430 K λίγο πάνω από τους 375 K. Μέσα από τις γραφικές παραστάσεις που δόθηκαν παρατηρείται ότι στην περίπτωση του μη-γραμμικού μοντέλου η καμπύλη της θερμοκρασίας πέφτει ελάχιστα κάτω από τους 375 K και ταχύτατα αυξάνεται ελάχιστα και σταθεροποιείται στους 375.4 K. Στις περιπτώσεις του γραμμικού και του μοντέλου χώρου – κατάστασης αυτή η κοιλάδα που συναντάται στο μη-γραμμικό μοντέλο κάτω από τους 375 K, βρίσκεται από πάνω, δηλαδή τα δύο τελευταία μοντέλα εμφανίζουν γρηγορότερα τον κυματισμό και σταθεροποιούνται σε τιμή μεγαλύτερη των 375.4 K και ειδικότερα στους 376.7 K. Η απόκριση μεταξύ των διαγραμμάτων χαρακτηρίζεται ως ιδιαίτερα ικανοποιητική όπως και η γραφική τους συμφωνία, παρά την διαφορά που προαναφέρθηκε.

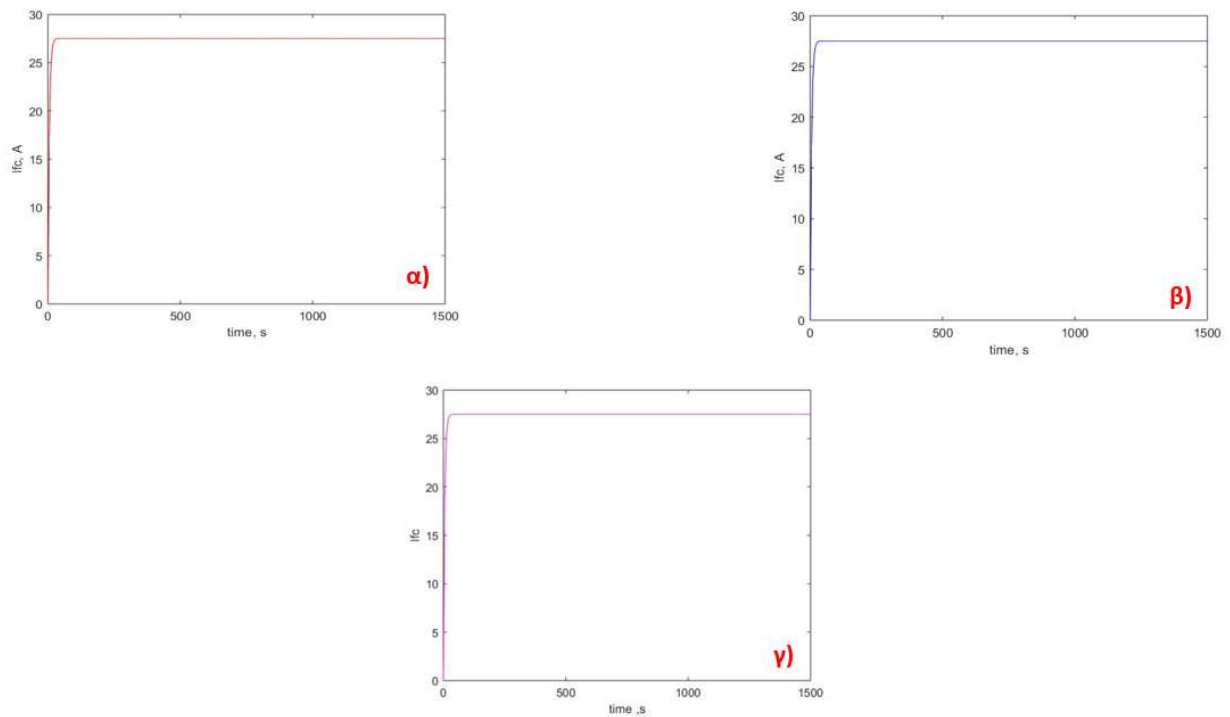


Διάγραμμα 4.7: Καμπύλες θερμότητας που απάγεται από το ψυκτικό μέσο T_{cool} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

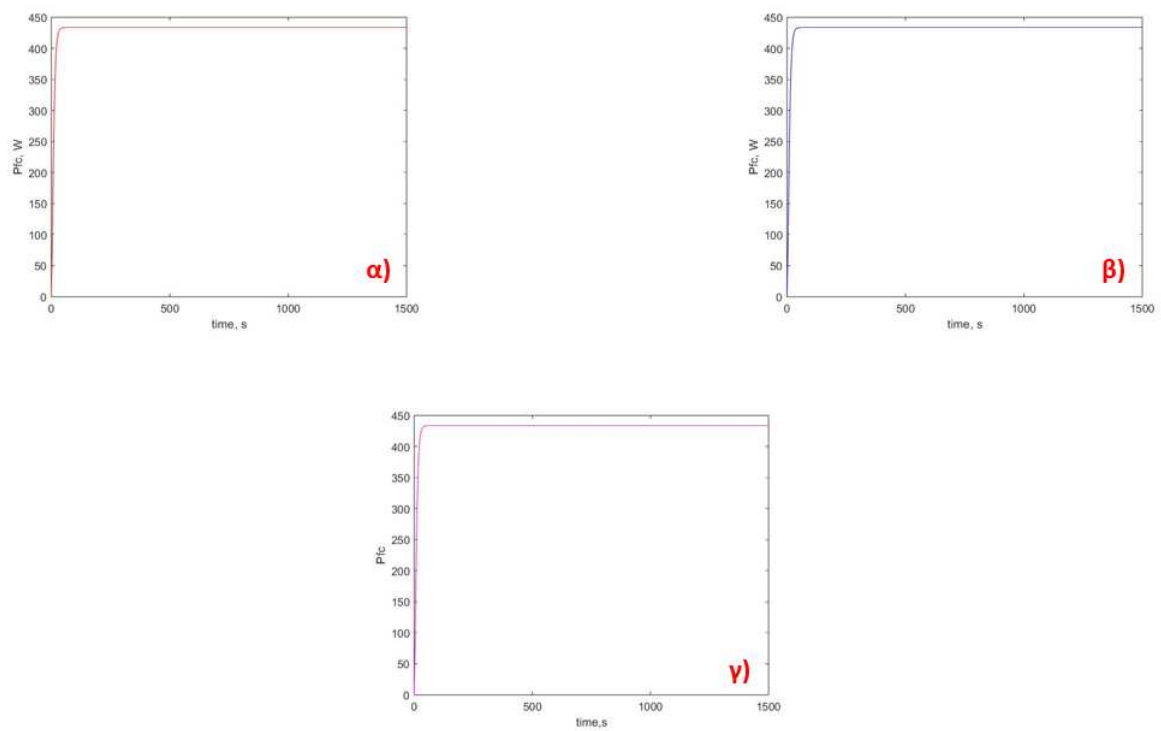
Αντίστοιχα με την θερμοκρασία λειτουργίας, η θερμότητα απαγωγής από το ψυκτικό μέσο T_{cool} παρουσιάζεται μειωμένη συγκριτικά με την πρώτη μεταβολή. Το γεγονός ότι η κυψέλη καυσίμου λειτουργεί σε χαμηλότερη θερμοκρασία επηρεάζει και την θερμοκρασία που απάγει το ψυκτικό μέσο, καθιστώντας ολόκληρο το σύστημα πιο δροσερό και απαλλάσσοντας το από παραπάνω θερμικό φορτίο που θα χρειαζόταν να διαχειριστεί. Το μη-γραμμικό και γραμμικό μοντέλο παράγουν πανομοιότυπες γραφικές, με παρόμοιες αποκρίσεις καθώς αυξάνονται μέχρι τους 307.7 K και ταχύτατα μειώνεται μεταξύ τους 307 και 306 K όπου δεν σταθεροποιούνται αλλά εμφανίζουν συνεχείς αυξομειώσεις. Σε αντίθεση με αυτή τη συμπεριφορά, η καμπύλη το μοντέλο χώρου – κατάστασης σταθεροποιείται στους 306.4 K και δεν εκδηλώνει κυματισμούς. Παρά ταύτα ακολουθεί την γενικότερη συμπεριφορά που χαρακτηρίζει την συγκεκριμένη μεταβλητή, γεγονός που καθιστά τα αποτελέσματα ως ικανοποιητικά.

Το ηλεκτρικό ρεύμα που παράγει η κυψέλη καυσίμου με μειωμένη ροή εισόδου του υδρογόνου είναι σαφώς μειωμένο συγκριτικά με την αύξηση της ροής εισόδου του καυσίμου. Σε αντίθεση με τις πρώτες δύο μεταβλητές όπου εμφανίστηκαν διαφορές στις γραφικές παραστάσεις, στην περίπτωση του ρεύματος λειτουργίας η καμπύλη αυξάνεται με μεγάλη ταχύτητα μέχρι την τιμή των 27.5 A όπου και σταθεροποιείται για το υπόλοιπο της προσομοίωσης και για τα τρία μοντέλα. Τα αποτελέσματα αυτά

θεωρούνται επιτυχή και πλήρως ικανοποιητικά. Η τιμή του ρεύματος στην περίπτωση της base case ήταν 39,324 A.



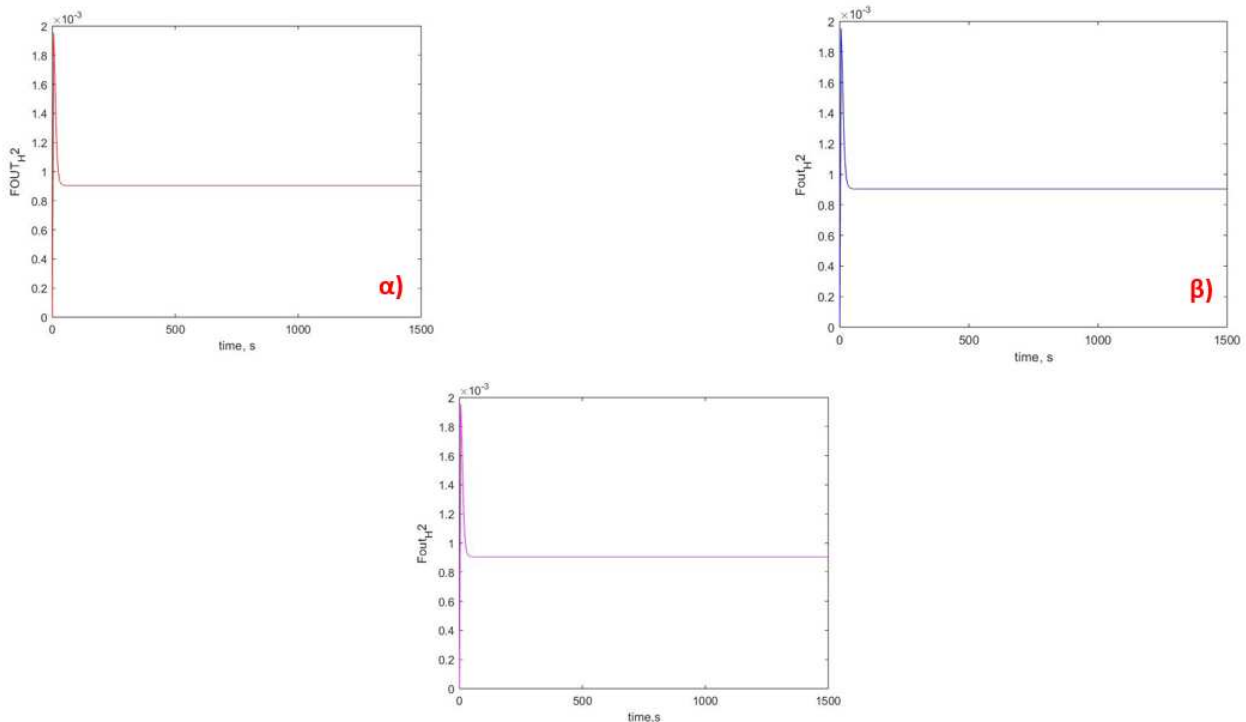
Διάγραμμα 4.8: Καμπύλες ρεύματος λειτουργίας I_{fc} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου – κατάστασης (καμπύλη γ).



Διάγραμμα 4.9: Καμπύλες παραγόμενης ισχύος P_{fc} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Σε παρόμοια κατάσταση με το ρεύμα λειτουργίας, η παραγόμενη ισχύς έχει μειωθεί αισθητά σε τιμή υποδιπλάσια της προηγούμενης μεταβολής. Πιο συγκεκριμένα και στα τρία μοντέλα αυξάνεται σχετικά γρήγορα μέχρι την τιμή των 433.4 W όπου και σταθεροποιείται η καμπύλη της. Οι γραφικές απεικονίσεις που δίνονται δεν παρουσιάζουν καμία σημαντική διαφορά μεταξύ τους και συνεπώς εμφανίζοντας άριστη συμφωνία καθίστανται ορθές.

Τέλος, με τη σειρά που δόθηκαν και στην προηγούμενη ενότητα, δίνονται τα διαγράμματα της γραμμομοριακής ροής εξόδου $F_{out,H2}$ της κυψέλης καυσίμου όπως αναπτύχθηκαν μέσω των μαθηματικών μοντέλων που βρίσκονται υπό μελέτη. Η μορφή τους αναμένεται να εμφανίζει απόλυτη συμφωνία, όπως συνέβη τόσο στην base case όσο και στην περίπτωση αύξησης της γραμμομοριακής ροής εισόδου στην παραπάνω ενότητα. Οι καμπύλες αυτές θα δίνονται ως εξής:



Διάγραμμα 4.10: Καμπύλες γραμμομοριακής ροής εξόδου υδρογόνου F_{out} , του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

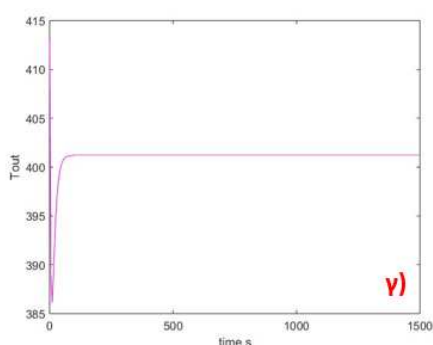
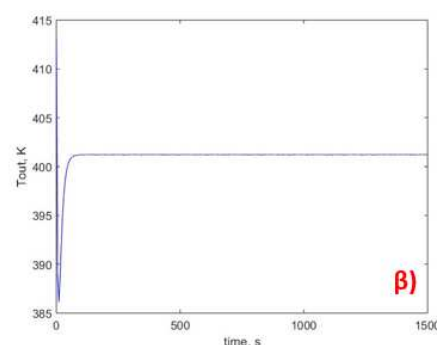
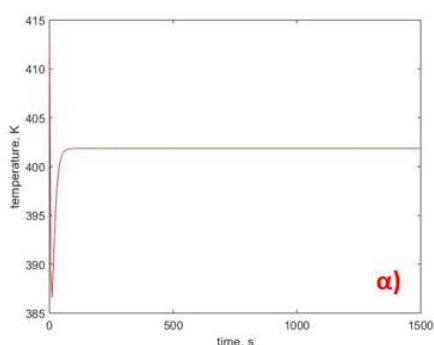
Τέλος, όπως και στην ενότητα που προηγήθηκε, παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις της μεταβλητής της γραμμομοριακής ροής εξόδου του υδρογόνου στις οποίες είναι εμφανώς μειωμένη σε σχέση με τις αντίστοιχες προηγούμενες. Τα μοντέλα συμφωνούν ως προς την μορφή της καμπύλης που ακολουθεί η μεταβλητή

και αποφεύγουν τυχόν διαφορές ως προς την μορφή τους. Η καμπύλη αυξάνεται στιγμιαία και απότομα μειώνεται στην τιμή των $0.9 \cdot 10^{-3}$ mol/s όπου και σταθεροποιείται για το υπόλοιπο της προσομοίωσης.

Μετρήσεις σε σταθεροποίηση (-30% $F_{in,H2}$)			
<u>Μεταβλητές</u>	<u>Μη – γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Μοντέλο χώρου - κατάστασης</u>
<u>T_{out}</u>	375.377 K	376.708 K	376.698 K
<u>T_{cool}</u>	305.99 – 306.643 K	306.143 – 306.787 K	306.451 K
<u>I_{fc}</u>	27.527 A	27.527 A	27.527 A
<u>P_{fc}</u>	433.451 W	433.446 W	433.446 W
<u>$F_{out,H2}$</u>	$9 \cdot 10^{-4}$ mol/s	$9 \cdot 10^{-4}$ mol/s	$9 \cdot 10^{-4}$ mol/s

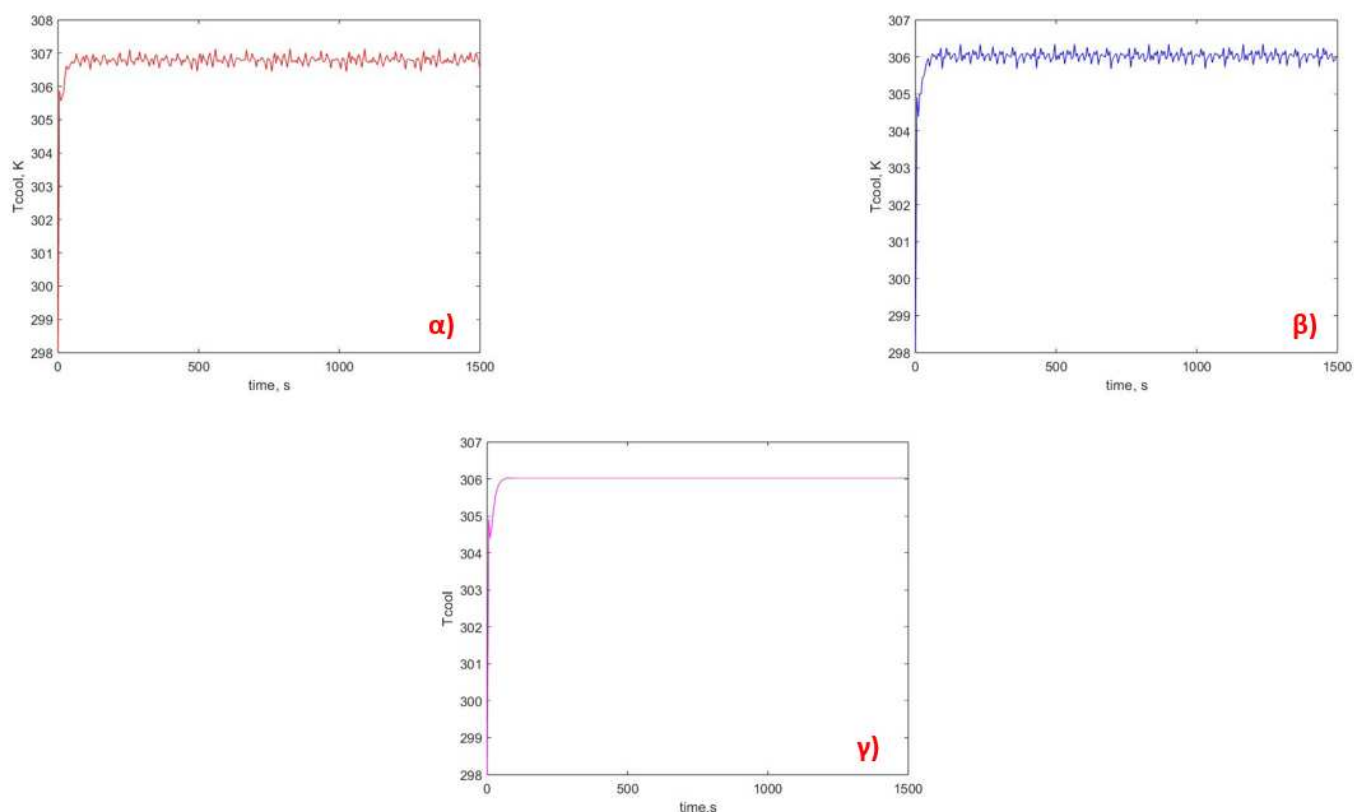
4.3 Αύξηση ροής του ψυκτικού μέσου m_{cool} κατά +30%

Στην ενότητα αυτή, όπως και στην επόμενη, οι μεταβολές που θα εφαρμοστούν θα αφορούν την αλλαγή της παραμέτρου της ροής του ψυκτικού μέσου στο σύστημα τόσο κατά αύξηση όσο και κατά μείωση της. Αρχικά η ροή θα αυξηθεί κατά 30%, δηλαδή το σύστημα θα μπορεί να απάγει μεγαλύτερα ποσά θερμότητας καθιστώντας το δροσερότερο και μειώνοντας την συνολική θερμοκρασία λειτουργίας. Ταυτόχρονα, η αλλαγή αυτή δεν αναμένεται να επηρεάσει την το ηλεκτρικό φορτίο και ισχύ που παράγει η κυψέλη, γεγονός που μπορεί να επαληθευτεί από τις γραφικές παραστάσεις που δίνονται στην συνέχεια.



Διάγραμμα 4.11: Καμπύλες θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

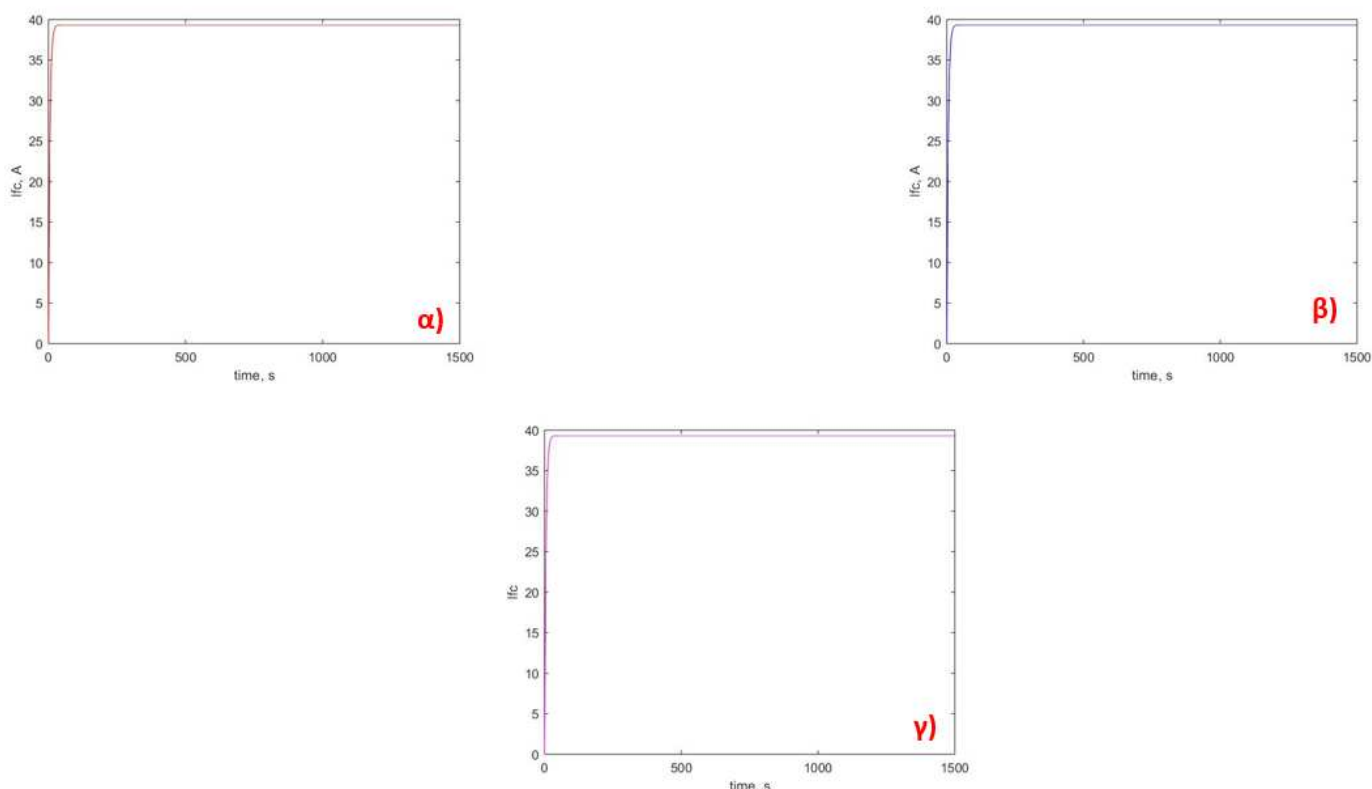
Οι γραφικές που ανέπτυξαν τα μοντέλα για την θερμοκρασία λειτουργίας συμφωνούν κατά μεγάλο βαθμό μεταξύ τους τόσο στην τροχιά όσο και στην ταχύτητα απόκρισης που ακολουθείται. Όπως και στο σενάριο του 3^{ου} κεφαλαίου, οι καμπύλες εμφανίζουν την ίδια μορφή, δηλαδή πέφτουν στιγμιαία κάτω από τους 390 K και ραγδαία αυξάνονται και σταθεροποιούνται μεταξύ των 400 και 405 K. Στο μη-γραμμικό μοντέλο, η τιμή στην οποία σταθεροποιείται η θερμοκρασία είναι οι 401.8 K, ενώ στο γραμμικό και μοντέλο χώρου – κατάστασης σταθεροποιείται στους 401.2 K, δηλαδή σε ελάχιστα χαμηλότερη τιμή. Εφόσον, λοιπόν, τα αποτελέσματα παραπάνω ταυτίζονται και δεν εμφανίζουν μεγάλο βαθμό σφάλματος, μπορούν να θεωρηθούν αξιόπιστα και ιδιαίτερα ικανοποιητικά ως προς την ακρίβεια τους.



Διάγραμμα 4.12: Καμπύλες θερμότητας που απάγεται από το ψυκτικό μέσο T_{cool} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Συνεχίζοντας με την μεταβλητή της θερμότητας που απάγει το ψυκτικό μέσο T_{cool} παρατηρούνται ορισμένες εμφανείς διαφορές μεταξύ των διαγραμμάτων του μη-γραμμικού και των γραμμικού και μοντέλου χώρου κατάστασης. Η γραφική

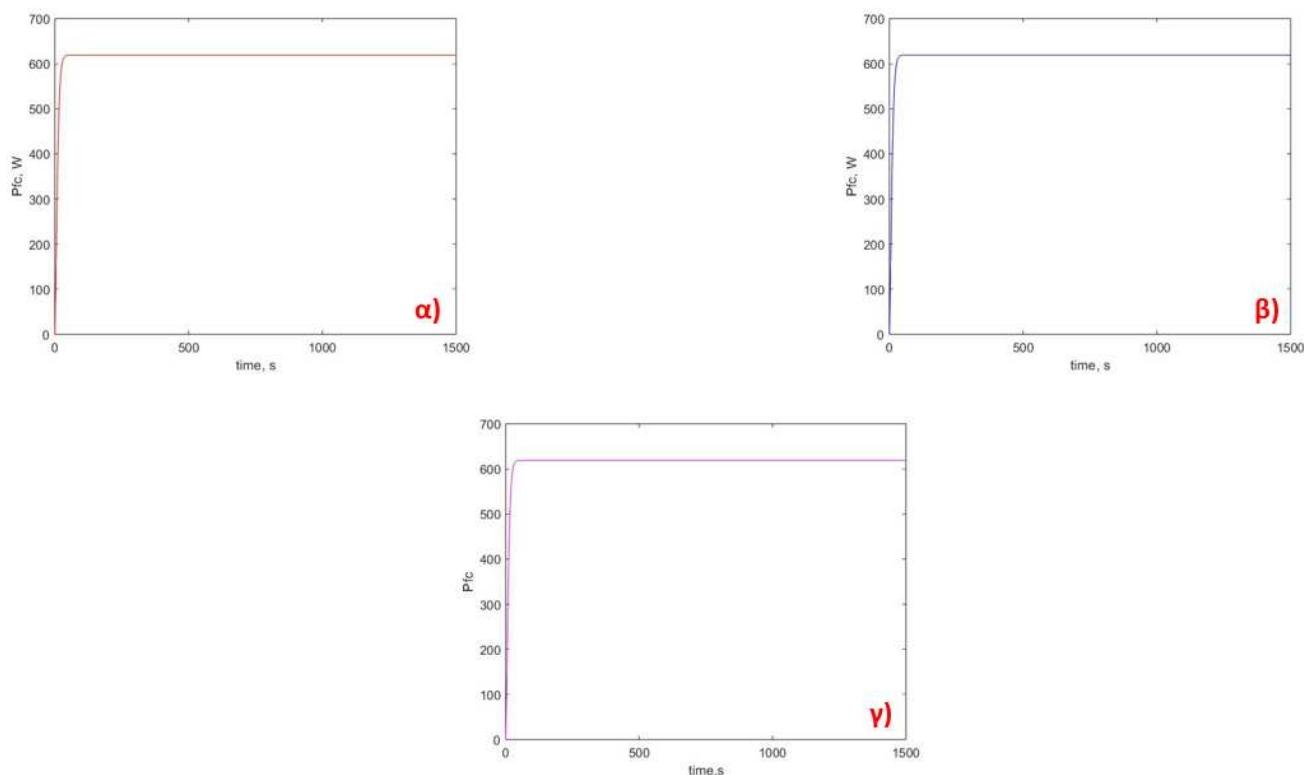
παράσταση που παράγει το μη-γραμμικό εμφανίζει την καμπύλη με πανομοιότυπη μορφή σε σχέση με την αντίστοιχη στο 3^ο κεφάλαιο αλλά σε διαφορετικές τιμές. Εξαιτίας την αύξησης στη ροή του ψυκτικού, η θερμότητα που απάγεται είναι χαμηλότερη και κατά συνέπεια η καμπύλη εμφανίζει σχετική σταθερότητα μεταξύ των 307 και 306 K. Η λέξη σχετική δεν χρησιμοποιείται τυχαία καθώς δημιουργούνται συνεχώς αυξομειώσεις μεταξύ των τιμών που αναφέρθηκαν καθιστώντας την πραγματική σταθερότητα αδύνατη. Το γραμμικό μοντέλο παράγει παρόμοια καμπύλη όσον αφορά την μορφή η οποία και καταλήγει να εμφανίζει αυξομειώσεις γύρω από τους 306 K, χαμηλότερα από την αντίστοιχη του μη-γραμμικού. Τέλος, το μοντέλο χώρου κατάστασης απορρίπτει πλήρως τις αυξομειώσεις αυτές και αντίθετα σταθεροποιείται μόνιμα στους 306 K, χάνοντας έτσι την δυναμική συμπεριφορά που χαρακτήριζε την μεταβλητή στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.



Διάγραμμα 4.3: Καμπύλες ρεύματος λειτουργίας I_{fc} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Η συμπεριφορά της μεταβλητής του ρεύματος λειτουργίας παραμένει ίδια και για τα τρία μοντέλα με την αντίστοιχη που είχε στο αρχικό σενάριο χωρίς τις αλλαγές. Οι καμπύλες δεν διαφοροποιούνται ούτε σε μορφή ούτε σε ταχύτητα απόκρισης και παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα μεταξύ τους. Αυτό συμβαίνει διότι τόσο αυτή όσο και η ισχύς μαζί με την γραμμομοριακή ροή εξόδου του υδρογόνου δεν

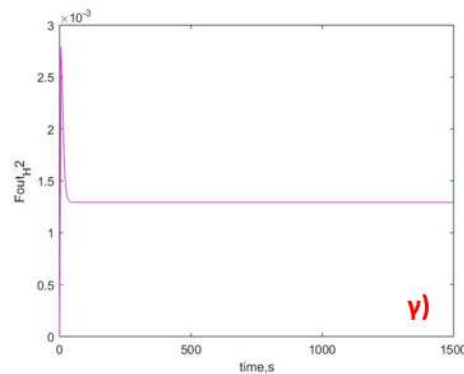
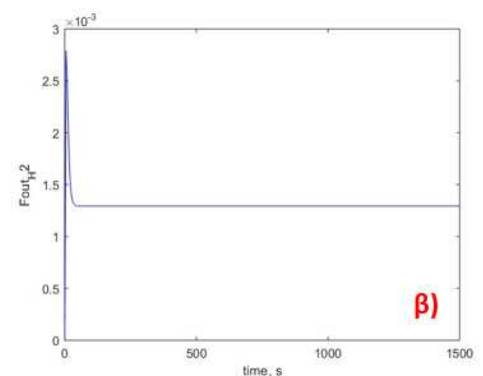
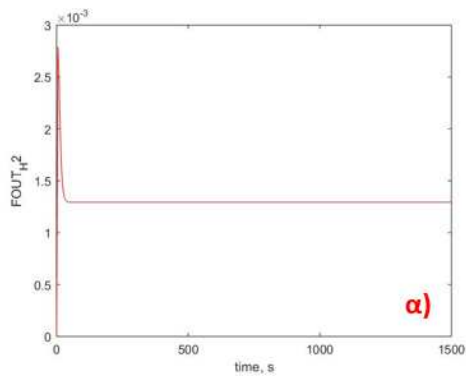
επηρεάζονται από μεταβολές στη ροή του ψυκτικού μέσου αλλά από εκείνες που συμβαίνουν στη ροή του καυσίμου.



Διάγραμμα 4.14: Καμπύλες παραγόμενης ισχύος P_{fc} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Παράλληλα, οι γραφικές των καμπυλών της παραγόμενης ισχύος της κυψέλης καυσίμου δεν διαφέρουν καθόλου με τις αντίστοιχες στο 3^ο κεφάλαιο όπου δεν είχαν επέλθει αλλαγές στο σύστημα. Δεν επηρεάζεται από την αύξηση της ροής του ψυκτικού μέσου και συνεπώς προσφέρει το ίδιος μέγεθος ισχύος με προηγούμενα. Τέλος, οι γραφικές των τριών μοντέλων δεν διαφοροποιούνται πουθενά και παρουσιάζουν τέλεια συμφωνία μεταξύ τους.

Για την ολοκλήρωση της ενότητας, με τη σειρά που δόθηκαν και στην προηγούμενη ενότητα, δίνονται τα διαγράμματα της γραμμομοριακής ροής εξόδου F_{out,H_2} της κυψέλης καυσίμου όπως αναπτύχθηκαν μέσω των μαθηματικών μοντέλων που βρίσκονται υπό μελέτη. Η μορφή τους αναμένεται να εμφανίζει απόλυτη συμφωνία, όπως συνέβη τόσο στην base case όσο και στις προηγούμενες δύο περιπτώσεις αύξησης και μείωσης της γραμμομοριακής ροής εισόδου στην παραπάνω ενότητα. Οι καμπύλες αυτές θα δίνονται ως εξής:



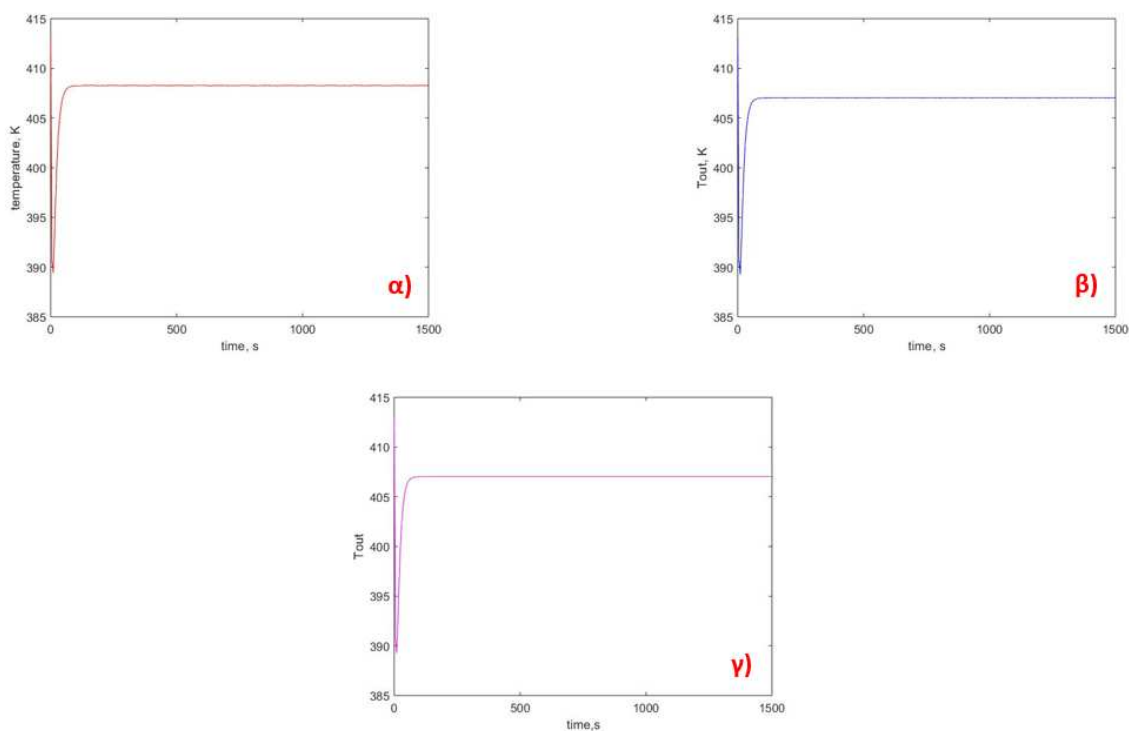
Διάγραμμα 4.15: Καμπύλες γραμμομοριακής ροής εξόδου υδρογόνου $F_{out,H2}$ του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Τέλος, η γραμμομοριακή ροή εξόδου του υδρογόνου δεν αλλάζει παρόμοια με το ρεύμα λειτουργίας και την παραγόμενη ισχύ καθώς δεν επηρεάζεται ενεργά από την μεταβολή της ροής του ψυκτικού μέσου. Οι καμπύλες που δημιουργούν τα μοντέλα είναι πανομοιότυπες και συμφωνούν απόλυτα ως προς την τροχιά και ταχύτητα απόκρισης τους. Παρουσιάζουν παρόμοια μορφή με τα αντίστοιχα διαγράμματα που δίνονται στο κεφάλαιο 3 και ως αποτέλεσμα θεωρούνται πλήρως ικανοποιητικά. Για την περαιτέρω κατανόηση της ικανοποιητικής συμφωνίας που εμφανίζουν τα διαγράμματα καθενός από τα τρία μοντέλα δίνεται παρακάτω πίνακας με τις τιμές στις οποίες σταθεροποιούνται για κάθε μεταβλητή:

Μετρήσεις σε σταθεροποίηση (+30% m_{cool})			
<u>Μεταβλητές</u>	<u>Μη – γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Μοντέλο χώρου - κατάστασης</u>
<u>T_{out}</u>	401.855 K	401.204 K	401.208 K
<u>T_{cool}</u>	306.447 – 307.128 K	305.686 – 306.343 K	306.031 K
<u>I_{fc}</u>	39.324 A	39.324 A	39.324 A
<u>P_{fc}</u>	619.216 W	619.211 W	619.211 W
<u>$F_{out,H2}$</u>	0.0013 mol/s	0.0013 mol/s	0.0013 mol/s

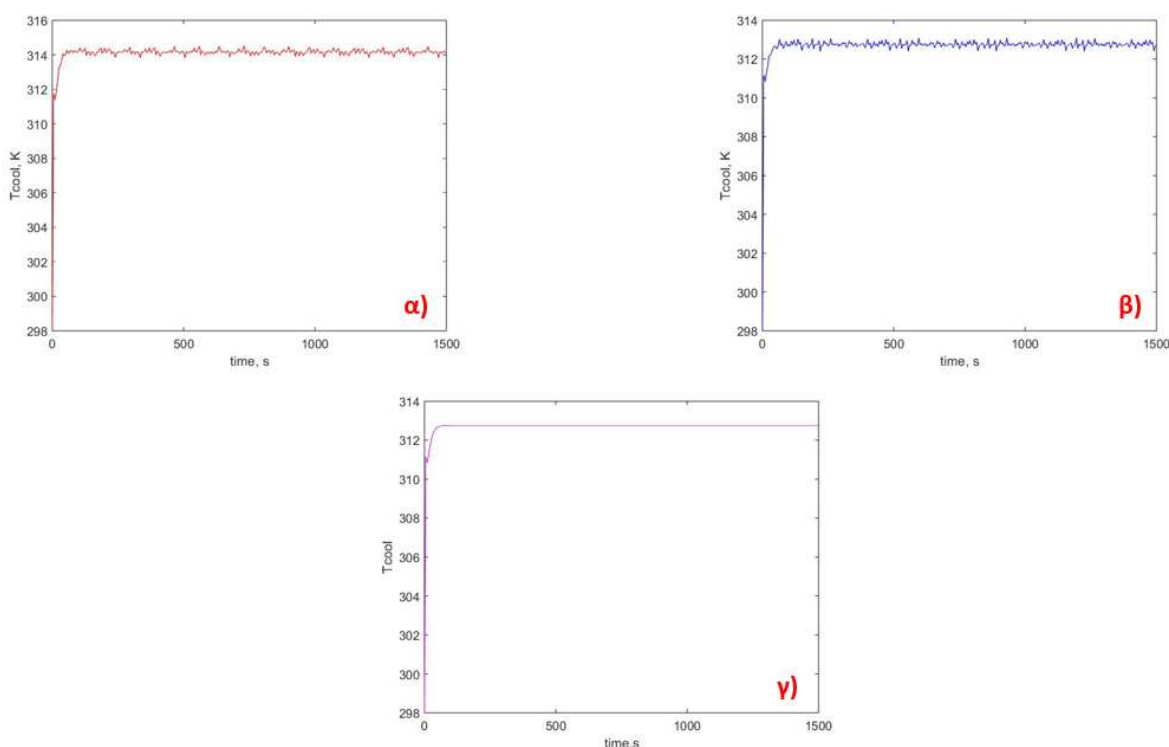
4.4 Μείωση ροής του ψυκτικού μέσου m_{cool} κατά -30%

Στην τέταρτη και τελευταία μεταβολή που πραγματοποιείται στο σύστημα και η οποία είναι η μείωση της ροής του ψυκτικού μέσου κατά 30%, θα συγκριθούν όπως προηγουμένως οι μεταβλητές κάθε μοντέλου ως προς την συμπεριφορά τους και την γραφική τους αναπαράσταση. Οι μεταβλητές που προβλέπεται να επηρεαστούν άμεσα είναι η θερμοκρασία λειτουργίας T_{out} καθώς και η θερμότητα που απάγεται από το ψυκτικό μέσο T_{cool} , οι οποίες θεωρητικά θα εμφανίσουν μια σχετική αύξηση. Ξεκινώντας με την μελέτη της θερμοκρασίας λειτουργίας για τα τρία μοντέλα, δίνονται οι σχετικές γραφικές ως εξής:



Διάγραμμα 4.16: Καμπύλες θερμοκρασίας λειτουργίας T_{out} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

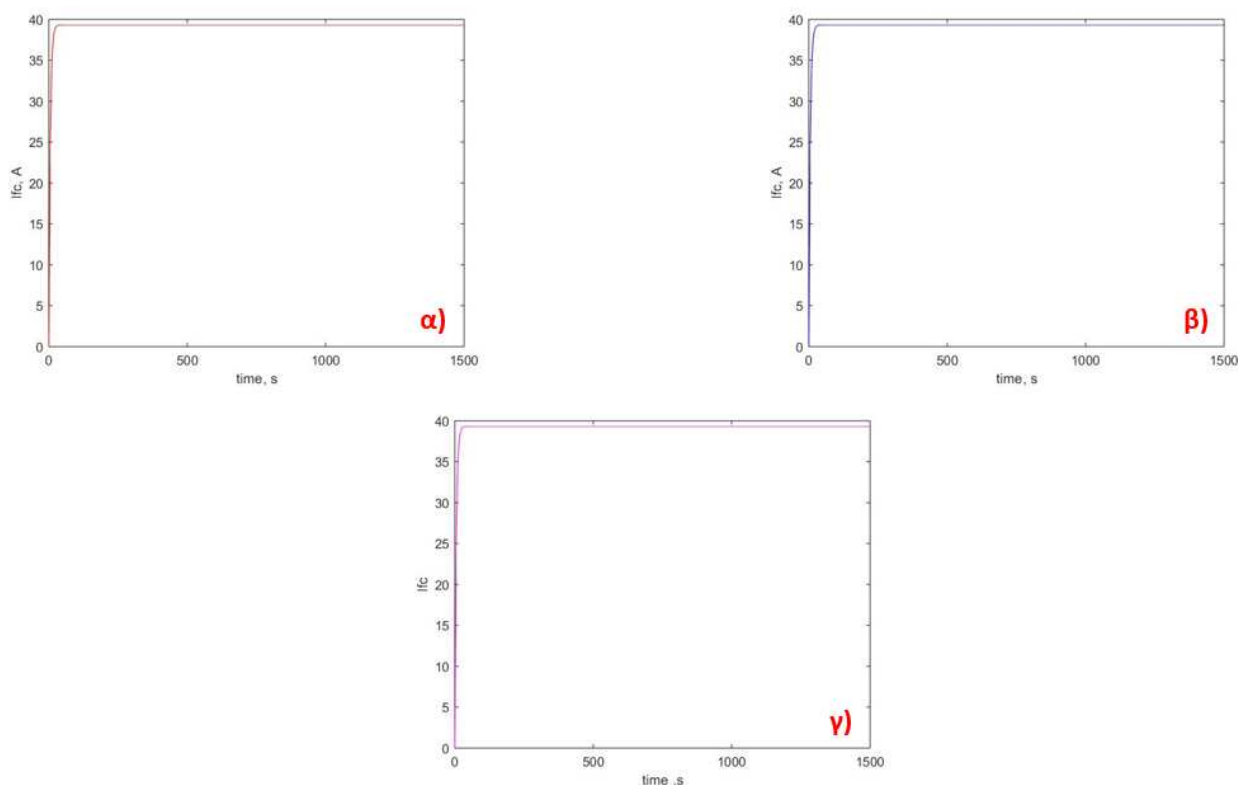
Στην προσομοίωση που ακολούθησε κάθε ένα από τα μελετώμενα μοντέλα παρατηρείται μία ελάχιστη αύξηση της θερμοκρασίας λειτουργίας της κυψέλης καυσίμου. Η τροχιά που ακολουθεί η μεταβλητή είναι παρόμοια με την αρχική της υπό τις αρχικές συνθήκες προσομοίωσης με την διαφορά ότι σταθεροποιείται σε μεγαλύτερη τιμή. Πιο συγκεκριμένα, το μη-γραμμικό μοντέλο παράγει καμπύλη που σταθεροποιείται στα 408.3 K ενώ αντίστοιχα του γραμμικού μοντέλου καθώς και του μοντέλου χώρου – κατάστασης σταθεροποιούνται στην τιμή των 407 K. Οι γραφικές παραστάσεις που παράγονται συμφωνούν με μεγάλη ακρίβεια ως προς την μορφή τους και δεν παρουσιάζουν εμφανείς διαφορές πέραν της αριθμητικής απόκλισης της τιμής στην οποία σταθεροποιούνται και η οποία δεν μπορεί να θεωρηθεί σοβαρό σφάλμα.



Διάγραμμα 4.17: Καμπύλες θερμότητας που απάγεται από το ψυκτικό μέσο T_{cool} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Η μεταβλητή T_{cool} όπως φαίνεται και από τις γραφικές παραστάσεις των καμπυλών του κάθε μοντέλου, είναι εκείνη που υφίσταται τις περισσότερες εμφανείς αλλαγές. Αρχικά χρειάζεται να σημειωθεί ότι και οι τρεις καμπύλες εμφανίζουν παρόμοια μορφή με τις αντίστοιχες που δόθηκαν στο κεφάλαιο 3 όπου ισχύουν οι αρχικές συνθήκες προσομοίωσης. Εν συνεχεία, οι διαφορές που παρουσιάζονται μεταξύ των καμπυλών του κάθε μοντέλου είναι εμφανείς. Πιο συγκεκριμένα, η γραφική παράσταση του μη-γραμμικού μοντέλου εμφανίζει σχετική σταθερότητα στους 314 K εκδηλώνοντας ταυτόχρονα συνεχείς αυξομειώσεις και χωρίς να σταθεροποιείται πλήρως στην τιμή αυτή. Παρόμοια συμπεριφορά εμφανίζει το γραμμικό μοντέλο, με την διαφορά ότι οι αυξομειώσεις του εκδηλώνονται στα 312 K, δηλαδή περίπου 2 K χαμηλότερα του μη-γραμμικού μοντέλου. Επιπρόσθετα, διαφέρει ελάχιστα και το

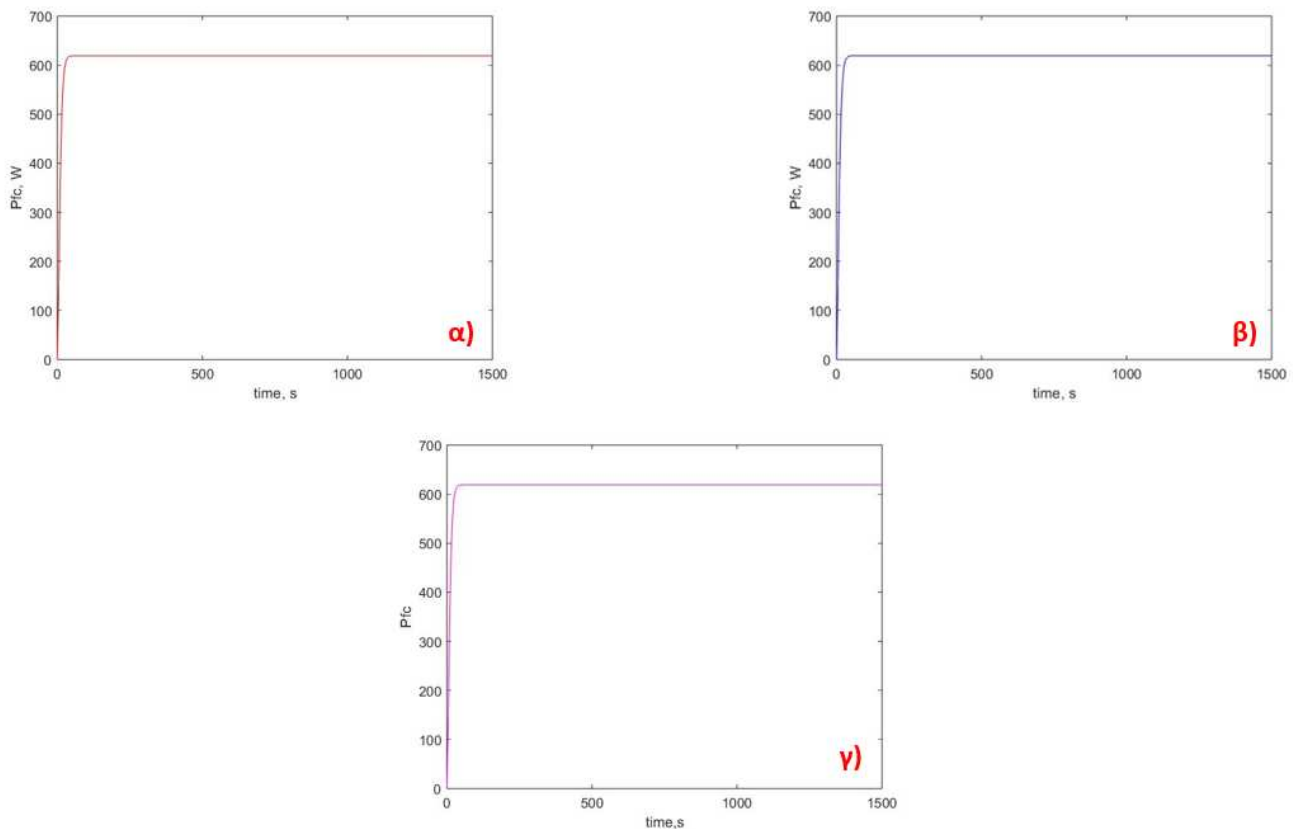
μέγεθος της θερμότητας στην οποία ξεκινάει η εξομάλυνση, δηλαδή στο μη-γραμμικό να λαμβάνει χώρα στους 312 K ενώ στο γραμμικό στους 311 K. Παράλληλα, η καμπύλη του μοντέλου χώρου – κατάστασης, παρόμοια με την προηγούμενη ενότητα και το κεφάλαιο 3, δεν μπορεί να αποτυπώσει τις αυξομειώσεις των δύο προηγούμενων μοντέλων και συνεπώς σταθεροποιείται πλήρως στα 312.7 K. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα την απώλεια της δυναμικής συμπεριφοράς της μεταβλητής από το εν λόγω μοντέλο.



Διάγραμμα 4.18: Καμπύλες ρεύματος λειτουργίας I_{fc} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Η μεταβλητή του ρεύματος λειτουργίας I_{fc} δεν επηρεάζεται από την μεταβολή που συμβαίνει σε αυτή την ενότητα. Συνεπώς, η μορφή και των τριών καμπυλών που παράγουν τα μοντέλα παραμένει όμοια με την αντίστοιχη της προηγούμενης ενότητας καθώς και του κεφαλαίου 3 όπου επικρατούν οι αρχικές συνθήκες. Τα αποτελέσματα αυτά θεωρούνται απολύτως ικανοποιητικά.

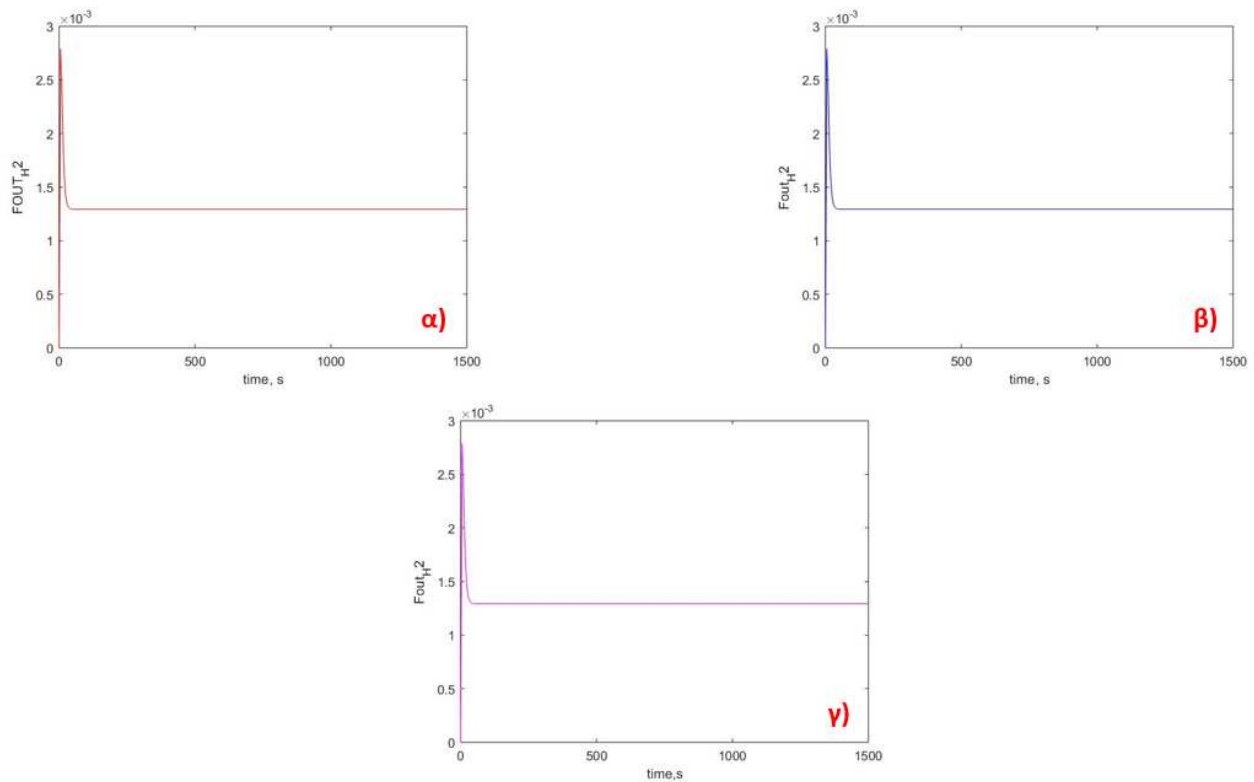
Κατόπιν ακολουθούν οι καμπύλες της ισχύος P_{fc} που παράγει η διάταξη της κυψέλης καυσίμου ενώ έπειτα δίνονται και εκείνες της γραμμομοριακής ροής εξόδου όπως αναπτύχθηκαν από τα τρία μαθηματικά μοντέλα κατά της διάρκειας της παρούσας εργασίας:



Διάγραμμα 4.19: Καμπύλες παραγόμενης ισχύος P_{fc} του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Ομοίως με την μεταβλητή του ρεύματος λειτουργίας, η μεταβλητή της παραγόμενης ισχύος επίσης δεν επηρεάζεται από την μεταβολή αυτή. Παραμένει η ίδια μορφή για την καμπύλη που παράγει το κάθε μοντέλο συγκριτικά με την προηγούμενη ενότητα και το κεφάλαιο 3 όπου οι καμπύλες αυξάνονται και σταθεροποιούνται στα 619 K. Επίσης τα αποτελέσματα αυτά θεωρούνται πλήρως ικανοποιητικά και γίνονται αποδεκτά.

Τελευταίο διάγραμμα της προσομοίωσης δίνεται εκείνο της μεταβλητής γραμμομοριακής ροής εξόδου του υδρογόνου F_{out,H_2} του οποίου η συμπεριφορά της καμπύλης δεν αναμένεται να αλλάξει αλλά να παραμείνει ίδια με εκείνη του 1^{ου} και του 4^{ου} σεναρίου, εφόσον δεν μεταβάλλεται η ροή καυσίμου που εισέρχεται στην κυψέλη καυσίμου.



Διάγραμμα 4.20: Καμπύλες γραμμομοριακής ροής εξόδου υδρογόνου $F_{out,H2}$ του μη-γραμμικού (καμπύλη α), γραμμικού (καμπύλη β) και μοντέλου χώρου-κατάστασης (καμπύλη γ).

Τέλος, δίνεται η γραμμομοριακή ροή εξόδου του υδρογόνου της οποίας η μορφή των καμπύλων για κάθε μοντέλο επίσης δεν μεταβάλλεται. Συνεχίζει να ακολουθεί παρόμοια τροχιά με την αντίστοιχη του κεφαλαίου 3 και της ενότητας 4.3 και για αυτό το λόγο θεωρείται αποδεκτή με και πλήρως ικανοποιητική ως προς την ορθότητα της. Για την περαιτέρω κατανόηση της ικανοποιητικής συμφωνίας που εμφανίζουν τα διαγράμματα καθενός από τα τρία μοντέλα δίνεται παρακάτω πίνακας με τις τιμές στις οποίες σταθεροποιούνται για κάθε μεταβλητή:

Μετρήσεις σε σταθεροποίηση (-30% m_{cool})			
<u>Μεταβλητές</u>	<u>Μη – γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Γραμμικό μοντέλο</u>	<u>Μοντέλο χώρου - κατάστασης</u>
<u>T_{out}</u>	408.272 K	407.013 K	407.03 K
<u>T_{cool}</u>	313.842 – 314.49 K	312.408 – 313.072 K	312.759 K
<u>I_{fc}</u>	39.324 A	39.324 A	39.324 A
<u>P_{fc}</u>	619.216 W	619.211 W	619.211 W
<u>$F_{out,H2}$</u>	0.0013 mol/s	0.0013 mol/s	0.0013 mol/s

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε μία θεωρητική έρευνα γύρω από την γραμμικοποίηση, μοντελοποίηση και προσομοίωση ενός δυναμικού μοντέλου κυψέλης καυσίμου τύπου PEM. Στο κεφάλαιο 2 επεξηγήθηκε η μοντελοποίηση της διάταξης σε μορφή μη-γραμμικού μοντέλου, μέσω διατύπωσης των αντίστοιχων εξισώσεων, καθώς και η μετέπειτα μετατροπή του σε γραμμικό μέσω διαδικασίας γραμμικοποίησης αλλά και η παραγωγή ενός τρίτου μοντέλου, εκείνου του χώρου – κατάστασης (State Space). Στη συνέχεια έγινε υλοποίηση των τριών μοντέλων στο προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB και ακολούθησε προσομοίωση τους σε προκαθορισμένες αρχικές συνθήκες. Σύμφωνα με την προσομοίωση αυτή εξήχθησαν σημαντικά συμπεράσματα για την αποτελεσματική περιγραφή του συστήματος τόσο από το γραμμικό όσο και από το μοντέλο χώρου – κατάστασης σε σύγκριση με το αρχικό μη-γραμμικό μοντέλο που το περιέγραφε. Έπειτα εφαρμόζονται μεταβολές στις μεταβλητές της εισροής του υδρογόνου και στην ροή του ψυκτικού, για κάθε ένα από τα τρία μοντέλα, με στόχο την περαιτέρω παρατήρηση της μεταξύ τους συμφωνίας καθώς και τυχών διαφορών που παρουσιάζει το καθένα στην προσομοίωση του συστήματος της κυψέλης καυσίμου. Τέλος, παρουσιάζονται οι μετρήσεις των μεταβλητών σε κατάσταση σταθεροποίησης που παράγει κάθε μοντέλο για κάθε διαφορετική μεταβολή που εφαρμόζεται.

Στα κεφάλαια 3 και 4 δόθηκαν πέντε συνολικά πίνακες στους οποίους καταγράφονται οι μετρήσεις των μεταβλητών σε κατάσταση σταθεροποίησης που ανέπτυξε το κάθε μοντέλο, προκειμένου να συγκριθούν ως προς τις μεταξύ τους αποκλίσεις. Στην 1^η περίπτωση, base case, οι τιμές που παράγουν το γραμμικό μοντέλο και το μοντέλο χώρου – κατάστασης είναι σχεδόν πανομοιότυπες με τις αντίστοιχες του μη-γραμμικού και η απόκλιση που εμφανίζουν είναι της τάξεως του 0 – 0.09%, ιδιαίτερα ικανοποιητική. Στην περίπτωση αύξησης της γραμμομοριακής ροής εισόδου οι αποκλίσεις κυμαίνονται μεταξύ του 0% και 0.2% ενώ στην περίπτωση της μείωσης της ίδιας μεταβλητής είναι μεταξύ του 0% και 0.55%. Το μέγεθος των αποκλίσεων που εμφανίζουν τα μοντέλα σε σχέση με το μη-γραμμικό μοντέλο αποδεικνύει την επιτυχημένη διατύπωση της λειτουργικής απόκρισης του συστήματος. Αντίστοιχα, στην περίπτωση αύξησης του μεγέθους της ροής του ψυκτικού μέσου, οι αποκλίσεις που υπολογίζονται μεταξύ των τιμών των μεταβλητών κάθε μοντέλου είναι της τάξεως από 0% έως 0.25%. Παράλληλα, η διαδικασία μείωσης της ροής του ψυκτικού μέσου αποδίδει αποκλίσεις μεταξύ των μεταβλητών στις τιμές 0% - 0.45%, ποσοστά αντιστοίχως ικανοποιητικά με τα υπόλοιπα που δόθηκαν παραπάνω.

Η διαδικασία που ακολούθηθηκε για την γραμμικοποίηση της κυψέλης καυσίμου θεωρείται επιτυχημένη όπως συμπεραίνεται από τα αποτελέσματα που επέφερε. Συνεπώς, στην έρευνα αυτή μπορεί να στηριχτεί η ανάπτυξη συστήματος ελεγκτή/ών

οι οποίοι θα βελτιστοποιήσουν περαιτέρω την απόδοση και την οικονομία του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, ένα σύστημα πολλαπλών ελεγκτών τύπου PID, είναι ικανό να ελέγχει την ροή του υδρογόνου στην κυψέλη και παράλληλα να ρυθμίζει την ροή του ψυκτικού μέσου που την διατρέχει. Με αυτό τον τρόπο ορίζει την θερμοκρασία λειτουργίας της μηχανικής διάταξης προστατεύοντας την από πιθανή βλάβη λόγω υπερθέρμανσης αλλά και βελτιώνοντας την συνολική της απόδοση.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1 : ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΗΣ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ

Ως μη-γραμμική διαφορική εξίσωση ορίζεται εκείνη που σχηματίζεται από τα στοιχεία της άγνωστης συνάρτησης $y=f(x)$ και τα παράγωγα της, των οποίων ο βαθμός είναι >1 . Υπάρχουν ελάχιστες μέθοδοι επίλυσης για τέτοιου είδους εξισώσεις και μία από αυτές που θα αξιοποιηθεί στην παρών εργασία είναι η μέθοδος γραμμικοποίησης που χρησιμοποιεί την ανάπτυξη σε σειρά Taylor γύρω από ένα αρχικό σημείο $x(t_s) = x_s$, η οποία θα αναλυθεί στην συνέχεια της ενότητας. Κατόπιν, η μέθοδος αυτή θα εφαρμοστεί στο δυναμικό μοντέλο και θα αναπτυχθεί κώδικας στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB με σκοπό την προσομοίωση της γραμμικής έκδοσης του και σύγκριση με το μη-γραμμικό που αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Για την γραμμικοποίηση του δυναμικού μοντέλου της κυψέλης καυσίμου θα αξιοποιηθεί η μέθοδος ανάπτυξης σειράς Taylor γύρω από ένα σημείο μόνιμης κατάστασης (steady state). Η ανάπτυξη σειράς κατά Taylor χρησιμοποιώντας μία εξίσωση $f(x)$ μεταβλητής κατάστασης x και με ένα σημείο ισορροπίας \bar{x} για το οποίο θα ισχύει ότι $f(\bar{x}) = 0$, στο οποίο φτάνει σε ισορροπία δίνεται από την σχέση:

$$f(x) = f(\bar{x}) + \frac{df}{dx} \cdot (x - \bar{x}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2f}{dx^2} \cdot (x - \bar{x})^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{d^3f}{dx^3} \cdot (x - \bar{x})^3 + \dots \quad (2.21)$$

Η οποία μπορεί να γραφεί συντομότερα ως:

$$f(x) = f(\bar{x}) + \frac{df}{dx} \cdot (x - \bar{x}) + \text{όρους υψηλότερης τάξης} \quad (2.22)$$

Για τιμή της μεταβλητής x κοντά σε εκείνη της μεταβλητής μόνιμης κατάστασης ή ισορροπίας, αυτοί οι όροι υψηλότερης τάξης θα τείνουν ολοένα και πλησιέστερα στο μηδέν με αποτέλεσμα η παραπάνω σχέση να λαμβάνει την προσέγγιση της παρακάτω μορφής:

$$f(x) \approx f(\bar{x}) + a \cdot (x - \bar{x}) \quad (2.23)$$

Εφόσον ισχύει $f(\bar{x}) = 0$, η μη-γραμμική διαφορική εξίσωση $\dot{x} = f(x)$ μπορεί να προσεγγιστεί γύρω από το σημείο ισορροπίας από την εξής σχέση:

$$\dot{x} = a \cdot (x - \bar{x}) \quad (2.24)$$

Για να ολοκληρωθεί η γραμμικοποίηση του μοντέλου, ορίζεται η κατάσταση διαταραχής (γνωστή και ως φάση δέλτα), κατά την οποία $\delta\chi = \chi - \bar{\chi}$, και αξιοποιώντας την πληροφορία ότι $\delta\dot{\chi} = \dot{\chi}$, αντλείται το παρακάτω γραμμικό πλέον μοντέλο:

$$\delta\dot{\chi} = \alpha \cdot \delta\chi \quad (2.25)$$

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το γραμμικό μοντέλο που θα αναπτυχθεί γύρω από ένα σημείο μόνιμης κατάστασης για μία μεταβλητή κατάστασης, μπορεί να ισχύει μονάχα κοντά σε αυτό το σημείο, με το πόσο κοντά να εξαρτάται από το πόσο μη-γραμμική είναι η συνάρτηση αυτή.

Στην περίπτωση της κυψέλης καυσίμου, το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει τη λειτουργία της απαρτίζεται από δεκατρείς διαφορετικές σχέσεις, με την καθεμία να περιγράφει μία μεταβλητή κατάστασης, όπως για παράδειγμα την θερμοκρασία λειτουργίας T_{out} ή το ρεύμα λειτουργίας I_{fc} . Για το λόγο αυτό, η μέθοδος γραμμικοποίησης για μία εξίσωση που παρουσιάστηκε παραπάνω χρειάζεται να επεκταθεί και για την επίλυση συστημάτων πολλαπλών μη-γραμμικών εξισώσεων όπως το παρών μοντέλο της κυψέλης καυσίμου.

Η επέκταση σε εξισώσεις με πολλές μεταβλητές κατάστασης και εισόδους είναι παρόμοια με την διαδικασία που ακολουθήθηκε προηγούμενα. Υποθέτοντας ότι η συμπεριφορά της μεταβλητής x_i δίνεται από την συνθήκη f_i :

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m)$$

Έστω ότι τα σημεία ισορροπίας δίνονται ως $\bar{\chi}_1, \bar{\chi}_2, \bar{\chi}_3, \dots, \bar{\chi}_m, \bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_m$ έτσι ώστε να ισχύει ότι:

$$f_i(\bar{\chi}_1, \bar{\chi}_2, \bar{\chi}_3, \dots, \bar{\chi}_m, \bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_m) = 0$$

Επιπρόσθετα ισχύει ότι το σημείο ισορροπίας πρέπει να μηδενίζει όλες τις εξισώσεις f_i , έτσι ώστε κάθε μεταβλητή κατάστασης του συστήματος να σταματήσει να λειτουργεί τη στιγμή που θα φτάσει στην τιμή του σημείου ισορροπίας. Η γραμμικοποίηση του συστήματος εξισώσεων f_i ως προς το σημείο ισορροπίας θα δίνεται από τον τύπο:

$$f_i(\bar{\chi}_1, \dots, \bar{\chi}_m, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_m) \approx \sum_{j=1}^n \frac{df_i}{dx_j} \cdot (x_j - \bar{x}_j) + \sum_{j=1}^m \frac{df_i}{du_j} \cdot (u_j - \bar{u}_j) \quad (2.26)$$

Σύμφωνα με την τελευταία σχέση θα γραμμικοποιηθεί κάθε εξίσωση του δυναμικού μοντέλου με στόχο την μοντελοποίηση του μέσω κώδικα στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB και την περαιτέρω σύγκριση του με το μη-γραμμικό από το οποίο προήλθε.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2: ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ Χ ΤΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ Α ΚΑΙ Β ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΧΩΡΟΥ - ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

Στο παράρτημα αυτό διατυπώνονται αναλυτικά οι μαθηματικές σχέσεις που αντιπροσωπεύουν οι μεταβλητές X των πινάκων Α, Β και C, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για λόγους απλότητας και σαφέστερης μορφής των πινάκων. Παρακάτω, λοιπόν, δίνονται οι εξισώσεις με τη σειρά που εμφανίζονται στους πίνακες ως εξής:

$$X_{T_{out},1} = \frac{p_{in,anode} \cdot \frac{F_{in,anode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5} + p_{in,cathode} \cdot \frac{F_{in,cathode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5}}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode}} + \frac{1}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} \cdot c p_{anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode} \cdot c p_{cathode}} \cdot \left[(c p_{H_2O} - 0.5 \cdot c p_{O_2} - c p_{H_2}) \cdot \left(\frac{n_c \cdot I_{fc,s}}{n_e \cdot Far \cdot n_f} \right) - (U \cdot A \cdot n_c) - \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot n_c \cdot 4 \cdot T_{outs}^3 \right] \quad (2.40)$$

$$X_{T_{cool}} = \frac{U \cdot A \cdot n_c}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} \cdot c p_{anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode} \cdot c p_{cathode}} \quad (2.41)$$

$$X_{I_{fc},1} = \frac{-[(\Delta H_{H_2O} - 0.5 \cdot \Delta H_{O_2} - \Delta H_{H_2}) + (c p_{H_2O} - 0.5 \cdot c p_{O_2} - c p_{H_2}) \cdot (T_{out,s} - T_{ref})]}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} \cdot c p_{anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode} \cdot c p_{cathode}} \cdot \frac{n_c}{n_e \cdot Far \cdot n_f} + \frac{n_c \cdot (1.25 - V_{fc})}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} \cdot c p_{anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode} \cdot c p_{cathode}} \quad (2.42)$$

$$X_{H_2} = \frac{-F_{in,anode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{anode}} \quad (2.43)$$

$$X_{I_{fc},2} = \frac{-n_c}{n_e \cdot Far \cdot n_f \cdot V_{anode}} \quad (2.44)$$

$$X_{O_2} = - \left[\frac{R_g \cdot T_{in} \cdot (F_{in,O_2,s} + F_{in,N_2,s} + F_{in,H_2O,s})}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \right] \quad (2.45)$$

$$X_{I_{fc},3} = \frac{-0.5 \cdot n_c}{n_e \cdot Far \cdot n_f \cdot V_{cathode}}$$

$$X_{N_2} = - \left[\frac{R_g \cdot T_{in} \cdot (F_{in,O_2,s} + F_{in,N_2,s} + F_{in,H_2O,s})}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \right] \quad (2.46)$$

(2.47)

$$X_{H_2O} = - \left[\frac{R_g \cdot T_{in} \cdot (F_{in,O_2,s} + F_{in,N_2,s} + F_{in,H_2O,s})}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \right] \quad (2.48)$$

(2.49)

$$X_{I_{fc},5} = \frac{n_c}{n_e \cdot Far \cdot n_f \cdot V_{cathode}}$$

$$X_{T_{out},6} = \frac{U \cdot A \cdot n_c}{p_{cool} \cdot C p_{cool} \cdot V_{cool}} \quad (2.50)$$

$$X_{T_{cool},6} = \frac{-m_{cool} \cdot C p_{cool}}{p_{cool} \cdot C p_{cool} \cdot V_{cool}} - \frac{U \cdot A \cdot n_c}{p_{cool} \cdot C p_{cool} \cdot V_{cool}} \quad (2.51)$$

$$X_{n_{act}} = \frac{I_{fc,s}}{Capacity \cdot V_{act}} \quad (2.52)$$

$$X_{I_{fc},7} = \left(1 + \frac{n_{act,s}}{V_{act}}\right) \cdot \left(\frac{1}{Capacity}\right) \quad (2.53)$$

$$X_{I_{fc},8} = -\frac{1}{\tau} \quad (2.54)$$

$$X_{I_{fc},9} = \frac{V_{fc} \cdot n_c}{\tau} \quad (2.55) \quad X_{P_{fc}} = -\frac{1}{\tau} \quad (2.56)$$

$$X_{I_{fc},10} = \frac{-n_c}{n_e \cdot Far \cdot n_f} \quad (2.57) \quad X_{I_{fc},11} = \frac{-0.5 \cdot n_c}{n_e \cdot Far \cdot n_f} \quad (2.58)$$

$$X_{I_{fc},13} = \frac{n_c}{n_e \cdot Far \cdot n_f} \quad (2.59)$$

Συνεχίζοντας με τους συντελεστές που υπάρχουν στον πίνακα Β θα ισχύουν τα εξής:

$$X_{F_{in},H_2,1} = \frac{p_{in,anode} \cdot \frac{F_{in,anode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5}}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode}} \cdot (T_{in,s} - T_{out,s}) \quad (2.60)$$

$$X_{F_{in},O_2,1} = \frac{p_{in,cathode} \cdot \frac{F_{in,cathode,s} \cdot R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5}}{V_{anode} \cdot p_{out,anode} + V_{cathode} \cdot p_{out,cathode}} \cdot (T_{in,s} - T_{out,s}) = X_{F_{in},N_2,1} = X_{F_{in},H_2O,1} \quad (2.61)$$

$$X_{F_{in},H_2,2} = \frac{R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{anode}} \cdot (C_{in,H_2,s} - C_{out,H_2,s}) \quad (2.62)$$

$$X_{F_{in},O_2,2} = \frac{R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \cdot (C_{in,O_2,s} - C_{out,O_2,s}) \quad (2.63)$$

$$X_{F_{in},N_2,2} = \frac{R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \cdot (C_{in,N_2,s} - C_{out,N_2,s}) \quad (2.64)$$

$$X_{F_{in},H_2O,2} = \frac{R_g \cdot T_{in}}{P_{fc} \cdot 10^5 \cdot V_{cathode}} \cdot (C_{in,H_2O,s} - C_{out,H_2O,s}) \quad (2.65)$$

$$X_{m_{cool}} = \frac{1}{p_{cool} \cdot V_{cool}} \cdot (T_{cool,in} - T_{cool,s}) \quad (2.66)$$

$$X_{F_{in},H_2,3} = \frac{0.78 \cdot n_e \cdot Far \cdot n_f}{n_c \cdot \tau} \quad (2.67)$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Λουκάς Κουτσούμπας, «Ανάπτυξη συστήματος ελέγχου κυψέλης καυσίμου για ηλεκτρικά οχήματα», Διπλωματική εργασία, Χανιά 2021.
2. Μπομπολάκη Ευτυχία, “Ανάλυση Λειτουργίας Κυψελών Καυσίμου και Μοντελοποίηση τους με τη Χρήση του Λογισμικού Simulink”, Διπλωματική εργασία, Χανιά 2015.
3. Εριέτα Ι. Ζουντουρίδου, “ΑΝΑΛΥΣΗ – ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΥΨΕΛΩΝ ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΚΥΨΕΛΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ MEMBRANΗΣ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗΣ ΠΡΩΤΟΝΙΩΝ (PEMFC) ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ”, Διπλωματική εργασία, Αθήνα 2006.
4. James Larminie, Andrew Dicks, “Fuel Cell Systems Explained: Second Edition”, 2003.
5. Frano Barbir, “PEM FUEL CELLS THEORY AND PRACTICE”, 2012.
6. Paul Ridden through “NEW ATLAS”, “PowerTrek fuel cell allows for power on the go”, February 14, 2011.
7. Green Car Congress: ICCT LCA study finds only battery and hydrogen fuel-cell EVs have potential to be very low-GHG passenger vehicle pathways, 21 July 2021.
8. Fuel Cell Types. Source: E4Tech, FUEL CELL INDUSTRY REVIEW, 2016.
9. Δημήτριος Κ. Μ. Ιψάκης, “ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΑΝΑΝΕΩΣΙΜΩΝ ΚΑΙ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ”, Διδακτορική διατριβή, Θεσσαλονίκη 2011.
10. Tabbi Wilberforce Awotwe, A. Alaswad, A. Palumbo, Michele Dassisti, Abdul Ghani Olabi, International Journal of Hydrogen Energy: “ADVANCES IN STATIONARY AND PORTABLE FUEL CELL APPLICATIONS”, March 2016.
11. W.R.W Daud, R.E. Rosli, E.H. Majlan, S.A.A. Hamid, R. Mohamed, T. Husaini, Renewable Energy, Volume 113: “PEM fuel cell system control: A review”, December 2017.
12. Akshay Kumar Rathore, Prasanna Udupi, “Novel Snubberless Bidirectional ZCS/ZVS Current-Fed Half-Bridge Isolated Dc/Dc Converter for Fuel Cell Vehicles”, November 2011.
13. Γεώργιος Μαρνέλλος, “Ειδικά Κεφάλαια Παραγωγής Ενέργειας, Ενότητα 5(β): Κυψέλες Καυσίμου”, 2013.
14. Νικόλας Τσαπατσούλης, “Ανάλυση Σ.Α.Ε στο χώρο κατάστασης”, 2006.
15. Χρυσοβαλάντου Ο. Ζιώγου, «Ρύθμιση συστήματος κυψέλης καυσίμου βασισμένη σε μαθηματικό μοντέλο προβλεπτικού ελέγχου (predictive) και ανίχνευση βέλτιστου σημείου λειτουργίας», Μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, Θεσσαλονίκη, Φεβρουάριος 2009.

16. Ι. Μπούταλης, Αναπληρωτής καθηγητής Δ.Π.Θ, «Συστήματα αυτόματου ελέγχου (II) Modern Control Theory (1^η Ενότητα: Συστήματα Συνεχούς Ελέγχου).
17. Αναστασία Βελώνη, «Συστήματα Αυτόματου Ελέγχου» Ενότητα: Ψηφιακά Σ.Α.Ε: Περιγραφή στο Χώρο – Κατάστασης, 2013.
18. Χριστίνα Λυμπεροπούλου, «Μοντελοποίηση Κυψέλης Καυσίμου», Διπλωματική εργασία, 2017.