



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Χρήση προσαρμοζόμενων νευροασαφών συστημάτων (ANFIS) για την
εκτίμηση αποθεμάτων και ποιότητας κοιτασμάτων

Ρογδάκη Αντωνία

Εξεταστική επιτροπή:

Καθηγητής Γαλετάκης Μιχαήλ (Επιβλέπων)

Καθηγητής Κομνίτσας Κωνσταντίνος

Δρ. Σαράτσης Γεώργιος

Χανιά, Δεκέμβριος 2023

Οι απόψεις που εκφράζονται στην παρούσα εργασία αποτελούν την προσωπική τοποθέτηση του συγγραφέα και δεν αντικατοπτρίζουν τις θέσεις της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής. Παρατίθεται πλήρης βιβλιογραφική λίστα για όλες τις πηγές που έχουν χρησιμοποιηθεί είτε αυτούσιες είτε παραφρασμένες μέσα στο κείμενο.

Περίληψη

Ιδιαίτερα σημαντικό και κρίσιμο στοιχείο στη διαδικασία του σχεδιασμού μιας εκμετάλλευσης, αποτελεί ο υπολογισμός των αποθεμάτων και η εκτίμηση της ποιότητάς του. Η εκτίμηση αποθεμάτων και ποιότητας κοιτασμάτων βασίζεται στη μοντελοποίηση της χωρικής διακύμανσης των γεωμετρικών και ποιοτικών χαρακτηριστικών τους, στην περιοχή έρευνας. Οι υφιστάμενες τεχνικές βασίζονται, είτε στη γεωμετρική συλλογιστική, είτε στις στατιστικές τεχνικές, και γενικά υποθέτουν ότι η χωρική κατανομή των χαρακτηριστικών του μεταλλεύματος είναι συνάρτηση της απόστασης. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται διαφέρουν ανάλογα με τον τύπο του κοιτάσματος, τον απαιτούμενο βαθμό ακρίβειας, τη μέθοδο εκμετάλλευσης, αλλά και με τη μορφή και το πλήθος των δεδομένων, που προέκυψαν από την έρευνα. Οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι εκτίμησης που χρησιμοποιούνται είναι η μέθοδος Kriging (γεωστατιστική μέθοδος), οι μέθοδοι των αντιστρόφων αποστάσεων, καθώς και οι παραδοσιακές γεωμετρικές μέθοδοι (μέθοδοι πολυγώνων, τριγώνων, τομών κ.ά.), οι οποίες εφαρμόζονται έως και σήμερα.

Ωστόσο, τα χαρακτηριστικά των κοιτασμάτων επηρεάζονται από παράγοντες, που σχετίζονται με τις πολύπλοκες γεωλογικές διεργασίες γένεσής τους και τα μοντέλα υπολογισμού τους θεωρούνται πολύπλοκα μη γραμμικά συστήματα. Οι εξελίξεις στον τομέα της τεχνητής νοημοσύνης και συγκεκριμένα, στα νευρωνικά δίκτυα και τη νευροασαφή λογική, παρέχουν μια νέα προσέγγιση για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων. Η εφαρμογή νευροασαφούς λογικής και νευρωνικών δικτύων σε τέτοια προβλήματα αποτελεί ιδιαίτερη πρόκληση, καθώς αποτελούν μη γραμμικά συστήματα τα οποία είναι δυνατόν να εκπαιδευτούν, είναι δυναμικά προσαρμοζόμενα και δεν είναι απαραίτητες παραδοχές και απλοποιήσεις για την εφαρμογή τους.

Η παρούσα διπλωματική εργασία, μελετά τη δυνατότητα εκτίμησης αποθεμάτων και ποιότητας κοιτασμάτων με χρήση προσαρμοζόμενων νευροασαφών συστημάτων (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems ή σύντομα ANFIS), καθώς και τη σύγκρισή τους με τα αποτελέσματα των νευρωνικών δικτύων (Neural Networks ή σύντομα NN) και της μεθόδου Kriging. Συγκεκριμένα, μελετάται ένα κοίτασμα χαλκού που βρίσκεται στην περιοχή Andina στη Χιλή από όπου και προέρχονται τα δείγματα που χρησιμοποιήθηκαν για να εκπαιδευτεί το μοντέλο ANFIS, αλλά και για να εκπαιδευτούν τα νευρωνικά δίκτυα.

Η ανάπτυξη και εφαρμογή των NNs και ANFIS για την εκτίμηση των αποθεμάτων, βασίστηκε στα δεδομένα της έρευνας με γεωτρήσεις για το κοίτασμα χαλκού. Τα αρχικά δεδομένα των γεωτρήσεων (πυρήνες) μετατράπηκαν σε σύνθετα ενοποιημένα δείγματα ίσου μήκους. Ο αριθμός των σύνθετων ενοποιημένων δειγμάτων των γεωτρήσεων (composites) που χρησιμοποιήθηκαν ανέρχεται σε 572. Τα δεδομένα αυτά χωρίστηκαν σε υποσύνολα που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση, την επικύρωση των NNs και ANFIS, ενώ χρησιμοποιήθηκε η τεχνική της έγκαιρης διακοπής της εκπαίδευσης (early stopping) για την αποφυγή της υπερεκπαίδευσης (overtraining). Ο τύπος του νευρωνικού δικτύου που χρησιμοποιήθηκε ήταν ένα πλήρως διασυνδεδεμένο εμπρόσθιας

τροφοδότησης με οπισθοδιάδοση του σφάλματος (feedforward with backpropagation), ενώ ο τύπος του νευροασαφούς συστήματος που επιλέχθηκε ήταν Sugeno 1^{ης} τάξης.

Τόσο στο NNs όσο και στα ANFIS που αναπτύχθηκαν, ως είσοδοι χρησιμοποιήθηκαν οι συντεταγμένες (X,Y,Z) κάθε δείγματος και ως έξοδος η περιεκτικότητά του σε Cu. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν (συνολικά αποθέματα, μέση ποιότητα, οι καμπύλες αποθεμάτων – περιεκτικότητας αλλά και οι χάρτες ισοπεριεκτικότητας χαλκού) συγκρίθηκαν με εκείνα που υπολογίστηκαν με τη χρήση της γεωστατιστικής μεθόδου Kriging.

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων προέκυψε ότι τόσο τα ANFIS όσο και τα νευρωνικά δίκτυα έχουν παρόμοια απόδοση και καλή συσχέτιση με τα αποτελέσματα της μεθόδου Kriging. Συνεπώς, φαίνεται ότι τα ANFIS και τα NNs μπορούν να αποτελέσουν ένα σύγχρονο αξιόπιστο εργαλείο για την εκτίμηση αποθεμάτων κοιτασμάτων.

Abstract

The calculation of reserves and the estimation of their quality constitute a particularly important and critical stage in the design process of an exploitation. The assessment of reserves and the quality of deposits is based on the modeling of the spatial variability of their geometric and qualitative characteristics. Existing techniques rely either on geometric reasoning or on statistical methods, generally assuming that the spatial distribution of the characteristics of the deposit is a function of distance. The methods used vary depending on the type of deposit, the required accuracy, the method of exploitation, as well as on the amount of data acquired from the drilling exploration program. The most common methods employed include the Kriging method (a geostatistical approach), the inverse distance methods, as well as traditional geometric methods (polygons, triangles, sections, etc.), which are still in use.

The characteristics of deposits are influenced by factors related to the complex geological processes resulting to their formation, and their modelling requires the use of highly complex nonlinear systems. Advances in the field of artificial intelligence, specifically in neural networks and neuro-fuzzy logic, provide a new approach to solving such problems. The application of neuro-fuzzy logic and neural networks to such problems is a particular challenge, as they are nonlinear systems that can be trained, are dynamically adaptable, and do not require assumptions and simplifications for their application.

This thesis explores the possibility of estimating reserves and the quality of deposits using adaptive neuro-fuzzy systems (ANFIS) and compares them with the results of a developed neural networks (NN) and the traditional Kriging method. For the training of ANFIS and NNs drillhole samples from a copper deposit located in the area of Andina in Chile are used. The original drillhole data (cores) were revaluated to form composite samples of equal length. The number of these composite samples used amounted to 572. The data were divided into subsets used for the training, validation and testing of NNs and ANFIS. For the training the early stopping technique was employed to prevent overfitting. The neural network (NN) developed was a fully connected feedforward with backpropagation, while the adaptable neuro-fuzzy inference system (ANFIS) selected was a first-order Sugeno type.

In both NNs and ANFIS developed, the input variables were the coordinates (X, Y, Z) of each composite sample, and the output was its Cu content. The results obtained (total reserves, average quality, reserve-content curves, and copper isopleth maps) were compared with those calculated using the geostatistical Kriging method.

From the comparison of the results, it was found that both ANFIS and neural networks have similar performance and good correlation with the Kriging method results. Therefore, it appears that ANFIS and NNs can be a modern reliable tool for grade and reserves estimation.

Ευχαριστίες

Η διπλωματική εργασία υλοποιήθηκε στη Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων του Πολυτεχνείου Κρήτης, με επιβλέποντα καθηγητή τον κ. Γαλετάκη Μιχαήλ.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου κ. Γαλετάκη Μιχαήλ για τις γνώσεις που μου παρείχε, τόσο κατά την εκπόνηση της εργασίας, όσο και κατά τη διάρκεια των σπουδών μου, καθώς και την κα. Βασιλείου Ανθούλα, συνεργάτιδα του εργαστηρίου, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση κατά την συγγραφή αυτής της διπλωματικής.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω προς τον καθηγητή κ. Κομνίτσα Κωνσταντίνο και τον Δρ. κ. Σαράτση Γεώργιο για την τιμή που μου έκαναν ως μέλη της εξεταστικής επιτροπής και για την βοήθειά τους.

Ευχαριστώ επίσης όλους τους καθηγητές της Σχολής Μηχανικών Ορυκτών Πόρων για τις γνώσεις που μου προσέφεραν όλα τα έτη σπουδών μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, που με την αγάπη και κατανόησή τους, μου πρόσφεραν την απαραίτητη στήριξη καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

Περιεχόμενα

Περίληψη	2
Abstract	4
Κατάλογος σχημάτων	8
Κατάλογος πινάκων	10
Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή	11
1.1 Υφιστάμενη μεθοδολογία εκτίμησης αποθεμάτων – ποιότητας κοιτασμάτων	11
1.2 Υπολογισμός αποθεμάτων με γεωμετρικές μεθόδους	11
1.3 Υπολογισμός αποθεμάτων με μαθηματικές-στατιστικές και γεωστατιστικές μεθόδους	13
1.4 Χρήση NN και ANFIS στη μεταλλευτική βιομηχανία	15
1.5 Στόχος της εργασίας και διάρθρωση της	18
Κεφάλαιο 2. Ασαφής λογική και προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα	20
2.1 Εισαγωγή στην ασαφή λογική	20
2.2 Βασικές έννοιες, ορισμοί και λογικοί τελεστές για τα ασαφή σύνολα	20
2.3 Γλωσσικές μεταβλητές και ασαφείς τελεστές	21
2.3.1 Ασαφείς Κανόνες	22
2.4 Συναρτήσεις συμμετοχής	22
2.5 Ασαφή συστήματα εξαγωγής συμπερασμάτων (FIS)	24
2.5.1 Ασαφή συστήματα τύπου Mamdani	25
2.5.2 Ασαφή συστήματα τύπου Sugeno	26
2.6 Προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα (ANFIS)	27
2.7 Αρχιτεκτονική του ANFIS	28
2.9 Ομαδοποίηση δεδομένων (Clustering)	32
2.9.1 Αλγόριθμος αφαιρετικής συσταδοποίησης (Subtractive clustering)	32
2.9.2 Αλγόριθμος διαμοιρασμού δεδομένων σε πλέγμα (Grid partitioning)	34
2.9.3 Ομαδοποίηση C-μέσων (C-Means Clustering)	34
2.10 Εκπαίδευση του ANFIS	35
2.11 Πλεονεκτήματα και περιορισμοί του ANFIS	36
Κεφάλαιο 3. Περιγραφή του κοιτάσματος χαλκού και των γεωτρητικών δεδομένων	38
3.1 Περιγραφή του κοιτάσματος χαλκού	38
3.2 Πρωτογενή στοιχεία γεωτρήσεων και δημιουργία σύνθετων δειγμάτων	40
3.3 Στατιστική ανάλυση και υπολογισμός βαριογραμμάτων για τα σύνθετα δείγματα	42

Κεφάλαιο 4. Ανάπτυξη, Εκπαίδευση και Έλεγχος των ANFIS για τον Υπολογισμό της Περιεκτικότητας.....	44
4.1 Ανάπτυξη νευροασαφούς συστήματος για την αξιολόγηση των γεωτρήσεων χαλκού.....	44
4.2 Εκπαίδευση και έλεγχος της δυνατότητας γενίκευσης της αποκτηθείσας γνώσης από το ANFIS.....	47
Κεφάλαιο 5. Ανάπτυξη Ψηφιακού Μοντέλου Κοιτάσματος με χρήση ANFIS – υπολογισμός αποθεμάτων και ποιότητας.....	55
5.1 Εφαρμογή του έμπειρου ασαφούς συστήματος	55
5.2 Συσχέτιση των εκτιμήσεων.....	59
Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα και προτάσεις.....	62
Βιβλιογραφία	64
Παράρτημα Α: Κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού Matlab, για την ανάπτυξη των μοντέλων ANFIS και NN	70
Παράρτημα Β: Κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB, για την επεξεργασία των δεδομένων	76
Παράρτημα Γ: Πίνακας σύνθετων δειγμάτων	82

Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 2.1: Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής trimf και τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής trapmf (Fuzzy Toolbox Matlab).	23
Σχήμα 2.2: Συναρτήσεις Συμμετοχής gaussmf, gauss2mf, gbellmf (Fuzzy Toolbox Matlab).	23
Σχήμα 2.3: Συναρτήσεις Συμμετοχής sigmf, dsigmf, psigmf (Fuzzy Toolbox Matlab).	24
Σχήμα 2.4: Συναρτήσεις συμμετοχής zmf, pimf, smf (Fuzzy Toolbox Matlab).	24
Σχήμα 2.5: Διεργασία ασαφοποίησης - αποσαφοποίησης (Καμπουρλάζος και Παπακώστας, 2015).	25
Σχήμα 2.6: Σύστημα Sugeno και τρόπος λειτουργίας (Fuzzy Toolbox Matlab).	26
Σχήμα 2.7: Η δομή του νευρο-ασαφούς συστήματος συμπερασμού ANFIS (Leonori et al., 2020).	29
Σχήμα 3.1 Χάρτης θέσης ορυχείου Andina της Codelco στη Χιλή (Linero et al., 2007).	39
Σχήμα 3.2: Γεωτεχνικές ζώνες στο ορυχείο Sur Sur βάσει του GSI κανονισμού (Hustrulid and Kuchta, 2006).	39
Σχήμα 3.3: Χάρτης γεωτρήσεων κοιτάσματος (διαστάσεις κατά τους άξονες X και Y σε ft σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων).	40
Σχήμα 3.4: Δημιουργία σύνθετου δείγματος βαθμίδας με βάση τους πυρήνες των γεωτρήσεων (Hustrulid and Kuchta, 2006).	41
Σχήμα 3.5: Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης και ιστόγραμμα των τιμών περιεκτικότητας σε Cu% των σύνθετων δειγμάτων.	42
Σχήμα 3.6 Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης και ιστόγραμμα κατανομής τιμών έπειτα από την εφαρμογή του λογαριθμικού μετασχηματισμού της περιεκτικότητας σε Cu% των σύνθετων δειγμάτων.	43
Σχήμα 3.7: Συνολικό βαριόγραμμα των λογαριθμισμένων τιμών των περιεκτικотήτων Cu των σύνθετων δειγμάτων για το κοιτάσμα Andina_Cu (οι αποστάσεις είναι σε ft).	43
Σχήμα 4.1: α)Δομή του ANFIS που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των αποθεμάτων του μεταλλεύματος με Grid Partition β)ANFIS που δημιουργήθηκε με Sub Clustering.....	45
Σχήμα 4.2: Δομή Νευρωνικού Δικτύου που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των αποθεμάτων του μεταλλεύματος.	47
Σχήμα 4.3: Συσχέτιση πραγματικών με υπολογισμένων τιμών (% Cu) με την μέθοδο ANFIS-Grid Partition (σύνολο δεδομένων χωρίς χρήση λογαριθμικού μετασχηματισμού)	51
Σχήμα 4.4: Συσχέτιση πραγματικών με υπολογισμένων τιμών με την μέθοδο ANFIS-Grid Partition και χρήση λογαριθμικού μετασχηματισμού (σύνολο δεδομένων).....	51
Σχήμα 4.5: Συσχέτιση πραγματικών με υπολογισμένων τιμών (% Cu) με την μέθοδο ANFIS-Sub clustering (σύνολο δεδομένων χωρίς χρήση λογαριθμικού μετασχηματισμού).	52

Σχήμα 4.6: Συσχέτιση πραγματικών με υπολογισμένων τιμών (% Cu) με την μέθοδο ANFIS-Sub clustering (σύνολο δεδομένων με χρήση λογαριθμικού μετασχηματισμού).	52
Σχήμα 4.7 Συντελεστές συσχέτισης (R) των τιμών των περιεκτικοτήτων (Cu%) για τα δείγματα εκπαίδευσης (Training) έπειτα από λογαρίθμιση των τιμών της % περιεκτικότητας των δειγμάτων, του ελέγχου της εκπαίδευσης (Validation) και του ελέγχου της γενίκευσης (Testing) για το σύνολο των δειγμάτων.....	54
Σχήμα 5.1a Τρισδιάστατο μοντέλο με κυψελίδα τετραγωνικής διατομής ($\Delta X = \Delta Y$) σταθερής σ' όλη την έκταση του κοιτάσματος και ΔZ ίσο με το ύψος της βαθμίδας εκμετάλλευσης.....	55
Σχήμα 5.1b Τρισδιάστατο μοντέλο μπλοκ βαθμίδας $Z=3075$ ft με απεικόνιση περιεκτικότητας σε Cu. (0.0 - 0.2% σκούρο μπλε, 0.2 - 1.0% γαλάζιο και >1.0% κίτρινο).....	56
Σχήμα 5.2: Χάρτης των ισοπεριεκτικοτήτων Cu% για την βαθμίδα $Z=3075$ ft με την μέθοδο ANFIS-Grid partition, ANFIS- Sub Clustering, Neural Networks και Kriging.	58
Σχήμα 5.3: Συσχέτιση εκτιμήσεων ANFIS με Grid partitioning με μέθοδο Kriging.	59
Σχήμα 5.4: Ιστόγραμμα Kriging, ANFIS_Grid Partition, ANFIS_Subclustering, Neural Network.....	60
Σχήμα 5.5: Καμπύλη αποθεμάτων – ποιότητας των Kriging, ANFIS με Grid partition, ANFIS με Subclustering και Neural Networks.	61

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 4.1: Παράμετροι και αποτελέσματα των αναπτυχθέντων ANFIS.	50
Πίνακας 4.2: Παράμετροι και αποτελέσματα των αναπτυχθέντων Νευρωνικών Δικτύων.....	53
Πίνακας 5.1: Αριθμός blocks ανά κατηγορία περιεκτικότητας Cu % για το ψηφιακό μοντέλο του κοιτάσματος.	57
Πίνακας 5.2: Αριθμός blocks ανά κατηγορία περιεκτικότητας Cu % για την βαθμίδα Z=3075ft	57
Πίνακας 5.3: Συντελεστές συσχέτισης R της Cu % των εκτιμώμενων μπλοκ από κάθε μέθοδο (Kriging, ANFIS, και Neural Networks).....	60

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

1.1 Υφιστάμενη μεθοδολογία εκτίμησης αποθεμάτων – ποιότητας κοιτασμάτων

Βασικός παράγοντας της διαδικασίας για την αξιολόγηση ενός κοιτάσματος, είναι να προσδιορίζεται η τιμή παραμέτρου ενδιαφέροντος σε όλη την περιοχή, η οποία συνιστά το κοίτασμα. Η τιμή της παραμέτρου μπορεί να είναι η περιεκτικότητα και το πάχος του, ενώ σε άλλες περιπτώσεις το πορώδες, η γεωμετρία, η αντοχή κλπ.

Ειδικότερα, ο υπολογισμός των αποθεμάτων και της μέσης περιεκτικότητας συνιστούν βασικές παραμέτρους για τη λεπτομερή γνώση του κοιτάσματος και κατ' επέκταση για τον τρόπο αξιοποίησής του και σχεδιασμού της εκμετάλλευσης. Μείζον ζήτημα καθίσταται η πραγματοποίηση των εκτιμήσεων ώστε να προσεγγιστούν οι βασικές παράμετροι που απαρτίζουν το κοίτασμα, όπως η περιεκτικότητα, το πάχος, η γεωμετρία, η αντοχή κτλ. Στον τομέα της μεταλλευτικής έρευνας, υπάρχουν πολλές μέθοδοι ώστε να υπολογίζονται τα αποθέματα και να εκτιμάται η περιεκτικότητα. Τόσο ο τρόπος επιλογής της εκάστοτε μεθόδου όσο και ο ίδιος ο υπολογισμός, πραγματοποιούνται συναρτήσει της πρόβλεψης των φυσικών χαρακτηριστικών ενός κοιτάσματος βάσει δεδομένων, της ανάλυσης και της μοντελοποίησής του ως προς το σχήμα, το μέγεθος, τη μεταβλητότητά του στο χώρο και της κατανομής της περιεκτικότητας (Michaud, 2017).

Η εκτίμηση της ποσότητας και της ποιότητας ενός κοιτάσματος γίνεται παραδοσιακά αναλύοντας το υπό μελέτη κοίτασμα για τις συγκεκριμένες ιδιότητες, όπως η περιεκτικότητά του σε χρήσιμα συστατικά, και δημιουργείται το εκάστοτε μοντέλο με διακριτοποίηση της περιοχής κοιτασμάτων σε μικρούς στοιχειώδους όγκους (μπλοκ) μορφής κύβου ή τετραγωνικών πρισμάτων. Οι υπάρχουσες μέθοδοι εκτίμησης είναι οι παραδοσιακές γεωμετρικές μέθοδοι, η μέθοδος των αντιστρόφων αποστάσεων, το kriging και οι στοχαστικές προσομοιώσεις. Αυτές οι μέθοδοι απαιτούν μια υπόθεση σε σχέση με τη χωρική συσχέτιση μεταξύ των δειγμάτων που θα χρησιμοποιηθούν για να εκτιμηθούν οι παράμετροι σε θέσεις στις οποίες δεν έχει πραγματοποιηθεί δειγματοληψία (Wu and Zhou, 1993).

1.2 Υπολογισμός αποθεμάτων με γεωμετρικές μεθόδους

Οι γεωμετρικές μέθοδοι εκτίμησης αποθεμάτων βασίζονται σε μαθηματικούς, στατιστικούς και γεωμετρικούς υπολογισμούς, χρησιμοποιώντας συνήθως την παραδοχή της εξάρτησης των γεωμετρικών και ποιοτικών παραμέτρων από την απόσταση ή την ύπαρξη κατανομών συγκεκριμένων μορφών. Οι βασικότερες γεωμετρικές μέθοδοι είναι:

- **Μέθοδος των τομών (κατακόρυφες ή οριζόντιες).**

Κατά τη μέθοδο αυτή, κατασκευάζεται μία τομή στη θέση κάθε παράλληλης σειράς γεωτρήσεων, από την οποία υπολογίζεται η επιφάνεια της τομής του κοιτάσματος στη θέση αυτή και στη συνέχεια η μέση περιεκτικότητα του μεταλλεύματος που αντιστοιχεί στην τομή. Αναλυτικότερα, η περιεκτικότητα ορίζεται από κάθε τμήμα μεταξύ δύο διαδοχικών τομών, από το οποίο προσδιορίζεται ο σταθμικός μέσος όρος, που λαμβάνεται από κάθε μέση περιεκτικότητα των τομών και το σύνολο των εμβαδών των αντίστοιχων επιφανειών, όπου σε αυτές τέμνεται το κοίτασμα (Μενεγάκη, 2010).

Έπειτα, καθορίζεται μεταξύ του χώρου κάθε ζεύγους τομών, ο όγκος του κοιτάσματος. Ταυτόχρονα, οι υπολογισμοί ελέγχονται με επανάληψη της ίδιας διαδικασίας για το σύστημα των τομών, που καθορίζονται από τις σειρές του κανάβου των γεωτρήσεων, με κατεύθυνση κάθετη προς την κατεύθυνση των προηγούμενων τομών (Μόδης και Σταματάκη, 2015).

- **Μέθοδος των πολυγώνων**

Κάθε γεώτρηση ενώνεται με ευθείες με τις πλησιέστερες γεωτρήσεις σε χάρτη, στον οποίο οι γεωτρήσεις και τα όρια του κοιτάσματος έχουν καθοριστεί. Στη συνέχεια, σχηματίζεται ένα πολύγωνο γύρω από κάθε γεώτρηση, επεκτείνοντας τις καθέτους στο μέσο των προηγούμενων ευθειών. Η συγκεκριμένη πολυγωνική επιφάνεια ορίζεται ως η επιφάνεια επιρροής της γεώτρησης. Ένα πολυγωνικό πρίσμα συναρτήσει της παραπάνω επιφάνειας, του ύψους, του πάχους, του κοιτάσματος στη θέση της γεώτρησης, αποτελεί ο αντίστοιχος όγκος επιρροής της γεώτρησης στο χώρο. Έτσι, το άθροισμα των πρισμάτων αυτών δίνει τον συνολικό όγκο του κοιτάσματος.

Ο αριθμητικός μέσος της κάθε περιεκτικότητας των γεωτρήσεων, εξαρτώμενος από τον όγκο επιρροής της κάθε γεώτρησης, ως συντελεστής στάθμισης, χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της μέσης περιεκτικότητας του κοιτάσματος.

Με τη μέθοδο αυτή θεωρείται ότι για ολόκληρο τον όγκο του αντίστοιχου πρίσματος η ποιότητα του κοιτάσματος είναι η ίδια. Επίσης το κοίτασμα θεωρείται ότι έχει το ίδιο πάχος με αυτό του μήκους της γεώτρησης εντός του πολυγωνικού πρίσματος.

- **Μέθοδος των τριγώνων**

Κατά τη μέθοδο αυτή οι όμορες γεωτρήσεις ενώνονται ανά τρεις και δημιουργούνται κατά αυτό τον τρόπο τρίγωνα με κορυφές τις γεωτρήσεις. Έτσι, σχηματίζονται ορθά, τριγωνικά πρίσματα και προσδίδεται ο όγκος των πρισμάτων από το γινόμενο της βάσης επί το ύψος των τριγώνων αυτών. Με τη βάση, αναλυτικότερα, να είναι το κάθε τρίγωνο και το ύψος ως ο μέσος όρος του μήκους των τριών γεωτρήσεων. Η μέση ποιότητα αποδίδεται από τον σταθμικό μέσο των τριών γεωτρήσεων που καθορίζεται από τις κορυφές του τριγώνου. Αντίστοιχα με τη μέθοδο των πολυγώνων, γίνονται οι εξής παραδοχές για κάθε τριγωνικό πρίσμα: γραμμική μεταβολή της ποιότητας του

κοιτάσματος και γραμμική μεταβολή του πάχους του κοιτάσματος (Μόδης και Σταματάκη, 2015).

1.3 Υπολογισμός αποθεμάτων με μαθηματικές-στατιστικές και γεωστατιστικές μεθόδους

- **Μέθοδοι της κλασικής στατιστικής**

Βασικό πλεονέκτημα των κλασικών μεθόδων είναι η ποσοτική έκφραση που αποδίδεται στο σφάλμα της εκτίμησης, που παρουσιάζεται ως διάστημα εμπιστοσύνης. Με αυτό τον τρόπο, γίνεται η εκτίμηση των ορίων της εκμετάλλευσης που είναι αναμενόμενα να βρεθούν και έτσι προσεγγίζεται η πραγματική τιμή με μία ορισμένη πιθανότητα (επίπεδο εμπιστοσύνης).

Η κλασική στατιστική σε σχέση με τις συμβατικές μεθόδους διαφοροποιείται σημαντικά, ως προς την προσπάθεια προσδιορισμού του κανόνα, με τον οποίο πραγματοποιείται η κατανομή της μεταλλοφορίας, αντί να αποδοθεί σε αυτή ένας νόμος, εντελώς αυθαίρετα, όπως είναι δυνατό να συμβεί, σε κάποιες περιπτώσεις, με τις γεωμετρικές μεθόδους (Μενεγάκη, 2010).

- **Μέθοδος των αντιστρόφων αποστάσεων (ID)**

Η περιεκτικότητα του κάθε πρίσματος είναι δυνατόν να υπολογιστεί από τον σταθμικό μέσο όρο, κατά τον οποίο λαμβάνονται οι περιεκτικότητες που είναι κατανεμημένες σε συγκεκριμένη ακτίνα από το κέντρο του πρίσματος και δεν παρεμβάλλεται άλλη γειτονική γεώτρηση. Σταθμικός συντελεστής καλείται το τετράγωνο του αντιστρόφου της απόστασης της γεώτρησης από το κέντρο του πρίσματος προς το άθροισμα όλων των αντιστρόφων τετραγώνων των αποστάσεων, βάσει του οποίου πολλαπλασιάζεται η περιεκτικότητα κάθε γεώτρησης.

Κατά τη μέθοδο αυτή, οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται βάσει της λογικής ότι, όσο πιο κοντά βρίσκεται στο μπλοκ το δείγμα, τόσο μεγαλύτερη αύξηση λαμβάνει ο συντελεστής επιρροής του στη διαμόρφωση του σταθμικού μέσου του μπλοκ.

Την πιο διαδεδομένη παραλλαγή της μεθόδου των αντιστροφών αποστάσεων, αποτελεί η μέθοδος των αντίστροφων αποστάσεων στο τετράγωνο, που καλείται και ως IDS (Inverse Distance Squared method). Η περιεκτικότητα g_{block} του κέντρου ενός μπλοκ με χρήση των k πλησιέστερων δειγμάτων, υπολογίζεται από την σχέση 1.1 (Γαλετάκης, 2012):

$$g_{block} = \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{d_i}\right)^2 g_i}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{d_i}\right)^2} \quad (1.1)$$

όπου d_i η απόσταση του δείγματος i από το κέντρο του μπλοκ και g_i η περιεκτικότητα του δείγματος i .

- **Μέθοδος Kriging**

Συγκριτικά με την μέθοδο των αντιστρόφων αποστάσεων, η οποία είναι εμπειρική, η μέθοδος αυτή βασίζεται στο θεωρητικό υπόβαθρο της γεωστατιστικής. Επιπλέον, ένα ακόμα πλεονέκτημα της μεθόδου Kriging είναι η δυνατότητα εκτίμησης και της διακύμανσης εκτός από τη μέση τιμή ενός μπλοκ. Η μέθοδος Kriging, είναι μια χωρική μέθοδος εκτίμησης, η οποία βασίζεται σε ένα μοντέλο που είναι εξαρτημένο χωρικά και εκτιμά τη μέση τιμή ενός μπλοκ αλλά και τη διακύμανσή του (Μάρης, κ.ά., 2014).

Για την εφαρμογή της μεθόδου Kriging λαμβάνονται υπόψη οι εξής παραδοχές (Χριστόπουλος, 2014):

- Το τυχαίο πεδίο θεωρείται ότι απαρτίζεται από δύο συνιστώσες: η πρώτη εκφράζει τη μεταβολή της μέσης τιμής, δηλαδή την τάση, ενώ, η δεύτερη ορίζει τη διακύμανση του πεδίου εκατέρωθεν της τάσης. Ένα σύνολο που αποτελείται από τυχαίες μεταβλητές ορίζεται ως «τυχαίο πεδίο», και περιγράφει τα σύνολα τυχαίων μεταβλητών που προσδιορίζουν τη χωρική μεταβολή του σχετικού φυσικού μεγέθους, όπως οι τιμές που δείχνουν τη συγκέντρωση ενός χρήσιμου συστατικού στο κοίτασμα.
- Αν εξασφαλιστεί η συμμετρία της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας του πεδίου, τότε μία εκτίμηση με βάση την ελαχιστοποίηση της διασποράς του σφάλματος είναι ακριβής.
- Η διακύμανση προσδιορίζεται από ένα στατιστικά ομοιογενές πεδίο, με στόχο την αποκλειστική εξάρτηση της συνάρτησης διασποράς και του βαριογράμματος, από την απόσταση που υπάρχει ανάμεσα σε δύο σημεία.
- Η συνθήκη ομοιογένειας δεν κρίνεται απολύτως αναγκαία, και στην περίπτωση της μεθόδου του καθολικού Kriging εξαρτάται μόνο από το βαριόγραμμα.

Η ομογενοποίηση των τιμών που υπολογίζονται από το μεσοσταθμικό τρόπο υπολογισμού, καθώς και η εξομάλυνση των τιμών που οδηγεί στη μείωση της πραγματικής διακύμανσης των δεδομένων, αποτελούν σημαντικό μειονέκτημα των μεθόδων Kriging και αντίστροφων αποστάσεων (Γαλετάκης, 2017).

Σε πολλές περιπτώσεις, λόγω των πολύπλοκων σχέσεων μεταξύ της ποιοτικής κατανομής και της μεταβλητότητας των χωρικών προτύπων, οι προαναφερθείσες μέθοδοι ενδέχεται να αποκλίνουν σε σημαντικό βαθμό στα αποτελέσματα εκτίμησης. Η μηχανική μάθηση, και πιο συγκεκριμένα τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (Neural Networks ή NN) και τα προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα συμπερασμάτων (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems ANFIS), παρέχουν μια άλλη προσέγγιση για την εκτίμηση των αποθεμάτων των κοιτασμάτων. Δεδομένου ότι τα NN και τα ANFIS δεν είναι μόνο εκπαιδύσιμα μη γραμμικά δυναμικά συστήματα, αλλά και προσαρμοστικοί εκτιμητές χωρίς προκαθορισμένα μαθηματικά μοντέλα, δεν χρειάζεται να γίνει καμία υπόθεση σχετικά με τη χωρική διακύμανση των χαρακτηριστικών μεταβλητών (Sridhar et al., 2010). Η βασική προσέγγιση για την ανάπτυξη μοντέλων NN και ANFIS για την εκτίμηση των αποθεμάτων είναι η εκπαίδευσή τους, χρησιμοποιώντας ένα υφιστάμενο σύνολο στοιχείων από την έρευνα του κοιτάσματος μέσω γεωτρήσεων και κατάλληλες μεθόδους εκμάθησης.

1.4 Χρήση NN και ANFIS στη μεταλλευτική βιομηχανία

Τα νευρωνικά δίκτυα (NN) και τα προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα συμπερασμάτων (ANFIS) αποτελούν μια νέα προσέγγιση για την εκτίμηση των αποθεμάτων ενός κοιτάσματος. Λαμβάνοντας υπόψιν, ότι τα NN και ANFIS δεν ορίζονται μόνο ως εκπαιδύσιμα μη γραμμικά συστήματα αλλά και ως προσαρμοστικοί εκτιμητές χωρίς μοντέλα, δεν υπάρχει η σχετική ασάφεια που συνδέεται με τη χωρική διακύμανση των χαρακτηριστικών του κοιτάσματος. Επομένως, είναι ικανά να εκπαιδεύονται από την υφιστάμενη γνώση, να την επεξεργάζονται και να εξάγουν αποτελέσματα σε σύντομο χρονικό διάστημα (Χαϊντούτη, 2020). Για την ανάπτυξη μοντέλων NN και ANFIS, με σκοπό να εκτιμηθούν τα αποθέματα μεταλλεύματος, απαιτείται η εκπαίδευση του χρησιμοποιώντας ένα υπάρχον σύνολο δεδομένων γεωτρήσεων και κατάλληλες μεθόδους μάθησης. Η απόδοση τους επηρεάζεται σημαντικά από τον τρόπο που χωρίζονται τα διαθέσιμα δεδομένα, σε δεδομένα για την εκπαίδευση (training), για τον έλεγχο (testing) της εκπαίδευσης και για την επιβεβαίωση (validation) της ικανότητας τους να αποδίδουν εξίσου καλά και σε άλλα δεδομένα που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί κατά την εκπαίδευση (γενίκευση της γνώσης) (Galetakis et al., 2017).

Το νευρωνικό δίκτυο (NN) μπορεί να προσεγγίσει τις συσχετίσεις που περιλαμβάνονται στα δεδομένα εκπαίδευσης και να «διδασχτεί» από αυτά με την κατάλληλη μεταβολή των συντελεστών βαρύτητας του δικτύου των κόμβων του. Με αυτό το τρόπο, εκπαιδεύεται σύμφωνα με βάση τα υπάρχοντα στοιχεία και στη συνέχεια προβαίνει τις αντίστοιχες προβλέψεις (Singh et al., 2014). Τα NN είναι εύχρηστα στη μοντελοποίηση της περιεκτικότητας των κοιτασμάτων, καθώς μαθαίνουν εμπειρικά, μπορούν να γενικεύουν, να εξάγουν βασικές «καθαρές» πληροφορίες από δεδομένα με θόρυβο, να βρίσκουν και να εφαρμόζουν γρήγορα λύσεις με μικρή εξάρτηση από ειδικές γνώσεις και επίσης είναι προσαρμοστικά (Karageridis, 2005).

Τα προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα συμπερασμάτων (ANFIS), στα οποία εστιάζει η παρούσα διπλωματική εργασία, αποτελούν κατά βάση έναν συνδυασμό ενός συστήματος συμπερασμάτων της μορφής if-then που χρησιμοποιεί την ασαφή λογική (Fuzzy Inference System ή FIS) και ενός νευρωνικού δικτύου. Ένα εκπαιδευμένο ANFIS μπορεί να αποδώσει τη σχέση που συνδέει τα δεδομένα εισόδου και εξόδου, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο υβριδικής μάθησης, για τον προσδιορισμό της βέλτιστης κατανομής των συναρτήσεων συμμετοχής (membership functions) των ασαφών συνόλων που χρησιμοποιεί. Δημιουργείται με βάση τους ασαφείς κανόνες if-then του συστήματος τύπου Sugeno (Ying and Pan, 2008). Αναλυτικότερα, το σύνολο των δεδομένων εισόδου/εξόδου, δίνει τη δυνατότητα προσαρμογής των συναρτήσεων συμμετοχής ενός ασαφούς συστήματος ελέγχου, με χρήση είτε μόνο του αλγόριθμου μάθησης οπισθόδρομης διάδοσης, ή σε συνδυασμό με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται ένα πιο αποδοτικό μοντέλο, λιγότερο εξαρτημένο από την γνώση του χειριστή (Çaydaş et al., 2016). Έτσι, αξιοποιούνται τα

πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται ένα ασαφές σύστημα ώστε η υφιστάμενη γνώση να είναι ερμηνεύσιμη και ένα νευρωνικό δίκτυο, ώστε να είναι δυνατή η παραμετροποίηση του συστήματος, δηλαδή η προσαρμογή της συνάρτησης μέλους και των γλωσσικών κανόνων απευθείας από δεδομένα, με τέτοιο τρόπο ώστε να γίνεται περισσότερο αποδοτικό (Kaburlasos and Kehagias, 2006).

Συστήματα αυτού του είδους καθιστούν δυνατή την μοντελοποίηση ασαφών και χαοτικών καταστάσεων, καθώς μπορούν να εφαρμόζονται αλγόριθμοι μάθησης νευρωνικών δικτύων, οδηγώντας στην προσαρμογή των παραμέτρων του ασαφούς συστήματος συλλογισμού. Κατά συνέπεια αποτρέπεται η αδυναμία αναπαράστασης της γνώσης που έχουν τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, αλλά και η αδυναμία της αυτόματης μάθησης των ελεγκτών της ασαφούς λογικής (Zadeh, 1965; Jang, 1993; Jang and Sun 1995; Jang et al, 1998). Επομένως, ο συνδυασμός των ασαφών συστημάτων και των νευρωνικών δικτύων επιτρέπει την καλύτερη διαχείριση των περιορισμών των δύο αυτών μεθόδων και προσφέρει μια δυνατότητα εξαγωγής σημαντικών δεδομένων ακόμη και από πολύπλοκα προβλήματα, όπως αυτά που συναντώνται στις γεωεπιστήμες.

Η διαθέσιμη βιβλιογραφία περιέχει πολυάριθμες δημοσιεύσεις ως προς την εφαρμογή των νευροασαφών συστημάτων τόσο στη μεταλλευτική έρευνα, όσο και στην εκμετάλλευση των κοιτασμάτων αλλά και στις διαδικασίες επεξεργασίας των ορυκτών υλών. Η χρήση τέτοιων συστημάτων μπορεί να συμβάλει στην επιλογή της καταλληλότερης μεθόδου εκμετάλλευσης, στη βελτιστοποίηση της απόδοσής, στη βελτίωση του επιπέδου της ασφάλειας και στη μείωση του κόστους. Παρακάτω παρατίθενται παραδείγματα εφαρμογής νευρωνικών και νευροασαφών συστημάτων στην μεταλλευτική έρευνα, στην εκμετάλλευση και στον εμπλουτισμό διαφόρων τύπων κοιτασμάτων.

Οι Tutmez και Tercan το 2007 πρότειναν μια μεθοδολογία για την αξιολόγηση της αβεβαιότητας σε γεωλογικές δομές, όπως κοιτάσματα μεταλλεύματος και υδροφορείς. Ο Tutmez το 2009, αναφέρει σε έρευνά του τη χρήση των συστημάτων υβριδικής νοημοσύνης στην μεταλλευτική έρευνα και την δυνατότητα που παρέχουν στη μείωση της αβεβαιότητας που συναντάται στις μεταλλευτικές διεργασίες, καθώς επίσης και τη σημασία της ομαδοποίησης των δεδομένων. Ο Tutmez το 2009, με εφαρμογή της μεθόδου των τεχνητών νευροασαφών δικτύων (Fuzzy-neural network), πραγματοποίησε εκτίμηση της περιεκτικότητας ενός λιγνιτικού κοιτάσματος. Έπειτα από σύγκριση με άλλες συμβατικές μεθόδους κατέληξε στο συμπέρασμα ότι αυτό το σύστημα είναι εξίσου αποδοτικό, καθώς επίσης τόνισε τη σημασία της ομαδοποίησης των δεδομένων. Ο ίδιος αργότερα το 2009 σε ένα άρθρο του με τίτλο “Χρήση υβριδικού ευφυούς συστήματος υπολογισμού στην αξιολόγηση ορυκτών πόρων”, πρότεινε τον υβριδικό ευφυή αλγόριθμο μοντελοποίησης που βασίζεται σε νευρωνικό δίκτυο και το σύστημα ασαφούς λογικής για την εξαγωγή συμπερασμάτων που βασίζεται σε ομαδοποίηση, για την εκτίμηση των παραμέτρων των ορυκτών αποθεμάτων, ως ένα χρήσιμο εργαλείο στην μεταλλευτική έρευνα. Οι Tahmasebi και Hezarkhani το 2010 σε

άρθρο τους με τίτλο “Εφαρμογή προσαρμοζόμενου νευροασαφούς συστήματος για την εκτίμηση αποθεμάτων κοιτάσματος πορφυριτικού χαλκού”, υπογραμμίζουν τη σημασία της εφαρμογής τέτοιων συστημάτων, ως πιο ακριβή, στην μεταλλευτική έρευνα και προτείνουν τρόπους βελτιστοποίησης τους. Οι Li et al., το 2010 σε εργασία τους με τίτλο “Προσαρμοστική μέθοδος για την εκτίμηση και αξιολόγηση αποθεμάτων”, μελετούν τη χρήση προσαρμοζόμενου νευρωνικού δικτύου και την απόδοσή του για την εκτίμηση της περιεκτικότητας μεταλλεύματος και πραγματοποιούν σύγκριση με τις καθιερωμένες μεθοδολογίες.

Οι Singh et al., 2012 σε μια εργασία τους επισήμαναν ότι συνδυάζοντας την ασαφή λογική και τα νευρωνικά δίκτυα, καθίσταται δυνατή η προσέγγιση δύσκολων και εξαιρετικά σύνθετων προβλημάτων στον τομέα της μεταλλευτικής. Οι Singh et al., το 2012 σε ένα άρθρο τους με τίτλο “ Εκτίμηση μέτρου ελαστικότητας πετρωμάτων με χρήση ANFIS”, υποστηρίζουν ότι τα ANFIS αποτελούν μια πολλά υποσχόμενη μέθοδο στον τομέα της μεταλλευτικής, καθώς στην συγκεκριμένη περίπτωση είχαν καλύτερα αποτελέσματα από τις υφιστάμενες μεθοδολογίες. Οι Žlender et al., το 2012 σε ένα άρθρο τους με τίτλο “Προγραμματισμό και σχεδιασμό γεωτεχνικής έρευνας με χρήση ANFIS”, προτείνουν ένα μοντέλο μηχανικής μάθησης βασισμένο σε ANFIS με έμφαση στη λήψη των βέλτιστων σημείων (ελάχιστων) που απαιτούνται, καθώς και των κατάλληλων παραμέτρων εισόδου για την επίτευξη του αποδοτικότερου μοντέλου σχεδιασμού μίας γεωτεχνικής έρευνας. Οι Guo et al., το 2012, στο άρθρο τους με τίτλο “Αξιολόγηση με χρήση ασαφούς λογικής της σχέσης των ανθρακικών ορυκτών και πορώδους”, διερεύνησαν τις σχέσεις των ανθρακικών ορυκτών και του πορώδους, εισάγοντας μια νέα εφαρμογή ασαφούς συνολικής αξιολόγησης για την εκτίμηση της σχέσης μεταξύ τους. Ο Vaidhehito 2014, τονίζει τον ρόλο του διαχωρισμού του συνόλου των δεδομένων κατά την εκπαίδευση των ANFIS ως προς την απόδοση του συστήματος, καθώς και τη σημασία των συναρτήσεων συμμετοχής σε αυτό.

Οι Parsa et al., το 2017 σε άρθρο τους με τίτλο “An Improved Data-Driven Fuzzy Mineral Prospectivity Mapping Procedure; Cosine Amplitude-Based Similarity Approach to Delineate Exploration Targets”, μελετούν τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας χαρτογράφησης στην μεταλλευτική έρευνα με χρήση ασαφούς λογικής. Οι Polykretis, et al., το 2017, σε ένα άρθρο τους με τίτλο “Χρήση νευροασαφούς συστήματος (ANFIS) για την εκτίμηση πιθανών κατολισθήσεων σε λοφώδη περιοχή της Μεσογείου”, παρουσιάζουν μοντέλα τα οποία έχουν αναπτυχθεί με διαφορετικές συναρτήσεις συμμετοχής και εκτιμούν την πιθανότητα κατολισθήσεων και ευστάθεια πρανών σε μία περιοχή. Οι Galetakis et al., το 2021, σε ένα άρθρο τους με τίτλο “Applications of fuzzy inference systems in mineral industry-an overview” παρουσιάζουν την αυξητική τάση στη χρήση της ασαφούς λογικής, στον τομέα της μεταλλευτικής έρευνας και την υπεροχή των νευροασαφών συστημάτων σε σχέση με τις συμβατικές μεθόδους.

Για την εκμετάλλευση των κοιτασμάτων, οι Esmaili, et al., 2012 ανέπτυξαν μοντέλα ANFIS πολλαπλής παλινδρόμησης, για την πρόβλεψη χαρακτηριστικών ανατίναξης σε

ανοιχτή εκμετάλλευση. Επιπλέον, οι Pishnamazi et al. το 2020 σε άρθρο τους με τίτλο “ANFIS: Μέθοδος Grid Partition και διαφορά μεταξύ σιγμοειδών συναρτήσεων συμμετοχής για τον έλεγχο ροής νανορευστών”, παρουσιάζουν τα πλεονεκτήματα της εφαρμογής της μεθόδου ANFIS με ομαδοποίηση δεδομένων, με χρήση της Grid Partition. Οι Lawalet al., το 2021, σε εργασία τους με τίτλο “Πρόβλεψη των δονήσεων του εδάφους που προκαλούνται από ανατίναξη σε λατομεία γρανίτη με χρήση βελτιστοποιημένου μοντέλου ANFIS”, παρουσιάζουν τα αναπτυχθέντα μοντέλα με διαφορετικά σύνολα δεδομένων, την απόδοσή τους με χρήση διαφορετικών παραμέτρων, ενώ διαπιστώθηκε η υπεροχή τους σε σχέση με ένα εμπειρικό μοντέλο που χρησιμοποιούσαν.

Όσον αφορά τον εμπλουτισμό και την επεξεργασία ορυκτών πρώτων υλών, η Βασιλείου το 2006 ανέπτυξε έναν αλγόριθμο βασισμένο σε ANFIS για τη βελτίωση της λειτουργίας των εν σειρά συστημάτων ελέγχου ποιότητας λιγνιτών. Οι Jahedsaravani et al., το 2016 σε άρθρο τους με τίτλο “Application of Image Processing and Adaptive Neuro-fuzzy System for Estimation of the Metallurgical Parameters of a Flotation Process” ασχολήθηκαν με την επεξεργασία της εικόνας με χρήση ANFIS για την εκτίμηση των παραμέτρων της διεργασίας της επίπλευσης. Οι Surjandari et al. το 2019 σε ένα άρθρο τους με τίτλο “Μέθοδος νευροασαφούς συστήματος (ANFIS) για τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας αναγωγής σαπροπηλινικών μεταλλευμάτων σε περιστροφική κάμνο”, μελετούν τον βέλτιστο συνδυασμό παραγόντων για τη διεργασία αναγωγής.

1.5 Στόχος της εργασίας και διάρθρωση της

Στην παρούσα εργασία διερευνάται η δυνατότητα εκτίμησης αποθεμάτων και ποιότητας κοιτασμάτων με χρήση προσαρμοστικών νευροασαφών συστημάτων (ANFIS). Χρησιμοποιούνται τα δεδομένα των γεωτρήσεων από ένα κοίτασμα χαλκού που βρίσκεται στην περιοχή Andina στη Χιλή για να εκπαιδευτεί το μοντέλο ANFIS που αναπτύχθηκε. Διερευνάται η επίδραση των παραμέτρων του ANFIS και των στρατηγικών εκπαίδευσης του στην ακρίβεια των εκτιμήσεων που πραγματοποιεί. Στη συνέχεια το εκπαιδευμένο ANFIS χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ποιότητας και των αποθεμάτων του κοιτάσματος και συγκρίνονται τα αποτελέσματα του με εκείνα των νευρωνικών δικτύων (NN) και της μεθόδου kriging. Για την ανάπτυξη των ANFIS και των NN χρησιμοποιήθηκε το προγραμματιστικό περιβάλλον της MatLab ενώ για την επεξεργασία των στοιχείων των γεωτρήσεων και τον υπολογισμό των αποθεμάτων και της ποιότητας με το Kriging το λογισμικό CSMine (Hustrulid & Kuchta, 2006).

Η εργασία αποτελείται από 6 κεφάλαια. Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή. Στο δεύτερο κεφάλαιο δίνονται τα απαραίτητα θεωρητικά στοιχεία για την ασαφή λογική, τα συστήματα ασαφούς συμπερασμού και τα προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα (ANFIS). Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται το κοίτασμα χαλκού της Andina

που χρησιμοποιήθηκε ως παράδειγμα εφαρμογής. Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφεται η εκπαίδευση και ανάπτυξη των ANFIS για τον υπολογισμό των αποθεμάτων και της ποιότητας του κοιτάσματος του χαλκού. Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζεται αναλυτικά η ανάπτυξη του ψηφιακού μοντέλου κοιτάσματος και γίνεται ο υπολογισμός των αποθεμάτων. Τα αποτελέσματα των ANFIS αναλύονται και συγκρίνονται με εκείνα που επιτυγχάνονται με τα νευρωνικά δίκτυα και το Kriging. Στο κεφάλαιο 6 παρατίθενται τα συμπεράσματα και οι προτάσεις για περαιτέρω έρευνα. Τέλος, στα παρατήματα Α, Β και Γ δίνονται οι κώδικες σε Matlab που αναπτύχθηκαν για την υλοποίηση των ANFIS.

Κεφάλαιο 2. Ασαφής λογική και προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα

2.1 Εισαγωγή στην ασαφή λογική

Περίπου πριν από δύο χιλιάδες χρόνια, ο Αριστοτέλης έθεσε τα θεμέλια της λογικής ως επιστήμη με τις αρχές της Τυπικής Λογικής ή Λογικής Πρώτης Τάξης (Formal Logic, First Order Logic). Σύμφωνα με αυτή τη λογική, είναι δυνατόν ένας συλλογισμός να είναι ή να μην είναι αληθής. Επιπλέον, ένα στοιχείο ανήκει ή δεν ανήκει σε ένα σύνολο, βασιζόμενο σε ορισμένους κανόνες, όπως είναι το σύνολο των ζυγών αριθμών. Η συμμετοχή ενός στοιχείου, επομένως, σε ένα σύνολο, συμβολίζεται από ένα δυαδικό ψηφίο: 1 για ένα στοιχείο που ανήκει στο σύνολο και 0 για ένα στοιχείο που δεν ανήκει. Το πρώτο βήμα πραγματοποιείται τη δεκαετία του 1920. Στην ανάπτυξη της "διακριτής" λογικής από τον Lukasiewicz, συμβάλλουν τα λογικά παράδοξα και η αρχή της απροσδιοριστίας. Στην περίπτωση αυτή, η "αλήθεια" και το "ψεύδος", το "σωστό" και το "λάθος" ενός συλλογισμού, παρουσιάζουν τις ακραίες τιμές ενός πεδίου τιμών, όπου μπορεί να προσδιοριστεί μια ή και περισσότερες ενδιάμεσες τιμές.

Ο Lotfi Zadeh λόγω αυτής της "διακριτής" λογικής μετάβασης από το απόλυτα αληθές στο απόλυτα ψευδές, τη δεκαετία του '60, στο Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνιας, στο Berkley, με στόχο να λαμβάνονται υπόψη η ασάφεια και η αμφιβολία στη λήψη αποφάσεων και στη θεωρία ελέγχου, ανέπτυξε μια λογική που παρουσιάζει και προσδιορίζεται από τη συνεχή μετάβαση μεταξύ των δύο αυτών τιμών. Η λογική αυτή ορίζεται ως ασαφής λογική και βασίζεται στα ασαφή σύνολα. Γύρω από αυτήν την ασαφή λογική, δεν υπάρχει τίποτα το ασαφές. Βασίζεται σε πολύ ισχυρά μαθηματικά θεμέλια, δίνοντας πολύ συγκεκριμένα αποτελέσματα. Δεν πρόκειται για άλλη μια θεωρία πιθανοτήτων. Η έννοια της τυχειότητας ορίζεται με βάση τις πιθανότητες, ενώ η έννοια της αβεβαιότητας με βάση την ασαφή λογική. Η ασαφής λογική βασίζεται στη θεωρία των ασαφών συνόλων που θεωρεί ότι τα στοιχεία μπορεί να ανήκουν σε διάφορα σύνολα με διαφορετικούς βαθμούς συμμετοχής (Zadeh, 1965).

Η έννοια της ασαφούς λογικής προσεγγίζει καλύτερα τον τρόπο σκέψης του ανθρώπου κατά τον οποίο μπορεί να διαχειριστεί όχι ιδιαίτερα σαφή δεδομένα και να καταλήξει σε λογικά συμπεράσματα. Η ασαφής λογική βασίζεται στη φυσική γλώσσα, καθώς η ανθρώπινη γλώσσα είναι αποδοτικότερη ως προς την επικοινωνία και πιο εύχρηστη (Γρούμπος, 2018) .

2.2 Βασικές έννοιες, ορισμοί και λογικοί τελεστές για τα ασαφή σύνολα

Στην κλασική θεωρία συνόλων, ένα σύνολο αποτελείται από έναν πεπερασμένο ή άπειρο αριθμό στοιχείων. Όλα τα στοιχεία των συνόλων ανήκουν σε ένα υπεрсύνολο

αναφοράς. Συγκεκριμένα, τα στοιχεία ενός υπερσυνόλου αναφοράς περιλαμβάνουν το σύνολο που μελετάται (σύνολο A), αλλά δεν είναι απαραίτητο να ανήκουν όλα σε αυτό το σύνολο.

Η χαρακτηριστική συνάρτηση Boolean $f_A(x)$ του σαφούς συνόλου A εκφράζει αυτή τη συνθήκη (Yager and Zadeh, 1992):

$$f_A(x) \begin{cases} 1, \text{ εάν } x \in A \\ 0, \text{ εάν } x \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

η οποία ορίζει την τιμή 1 σε κάθε στοιχείο που ανήκει στο σύνολο A και την τιμή 0 σε κάθε στοιχείο που δεν ανήκει μέσα σε αυτό το σύνολο.

Ένα ασαφές σύνολο A του υπερσυνόλου αναφοράς X μπορεί να εκφραστεί ως ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών (Harris et al., 1993):

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad (2.2)$$

όπου η $\mu_A(x)$ αναπαριστά τη συνάρτηση συμμετοχής (membership function) του στοιχείου x στο σύνολο A . Αυτή η συνάρτηση απεικονίζει τον βαθμό, εντός του κλειστού διαστήματος $[0,1]$, κατά τον οποίο το στοιχείο x ανήκει στο σύνολο A .

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1] \quad (2.3)$$

όπου περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο το στοιχείο x συμμετέχει στο ασαφές σύνολο A .

2.3 Γλωσσικές μεταβλητές και ασαφείς τελεστές

Η χρήση της συνάρτησης συμμετοχής επιτρέπει τον καθορισμό ασαφών συνόλων σε φυσική γλώσσα. Κατά αυτήν την διαδικασία, είναι σημαντικό να επιλέγονται απλούστερες μεταβλητές για να αποφεύγονται ασάφειες και η παρερμηνευση των μεταβλητών. Ακολουθώντας αυτόν τον γενικό κανόνα, η διαδικασία ορισμού κανόνων γίνεται πιο εύκολη και απλή. Τα ασαφή σύνολα σχεδιάστηκαν ώστε να είναι προσιτά και εύχρηστα στην εφαρμογή τους. Συνήθως, στη συνάρτηση συμμετοχής, οι μεταβλητές που συμβάλλουν στην υλοποίηση της διαδικασίας αποτελούνται από δύο ή τρία σύνολα. Όταν υπάρχουν σημαντικές μεταβλητές που συμμετέχουν με διαφορετικό τρόπο, χρησιμοποιούνται περισσότερα σύνολα ώστε να επιτευχθεί μεγαλύτερη αξιοπιστία (Dernoncourt, 2013).

Οι μεταβλητές που αντιστοιχούν στις τιμές στο ασαφές μοντέλο ορίζονται ως όροι ασαφών συνόλων. Οι προτάσεις που προκύπτουν από φυσική ή τεχνητή γλώσσα

χρησιμοποιούν αυτές τις μεταβλητές για να περιγράψουν τα ασαφή σύνολα, αναφερόμενες ως γλωσσικές μεταβλητές (linguistic variables) (Γρούμπος, 2018). Επιπλέον, για να δημιουργηθούν από μια ομάδα με πρωτεύοντες όρους μικρότερου εύρους σε ένα μεγαλύτερο σύνολο γλωσσικών τιμών, χρησιμοποιούνται τα γλωσσικά περιγράμματα.

2.3.1 Ασαφείς Κανόνες

Ο ασαφής κανόνας αποτελείται από δύο κύρια τμήματα: α) το τμήμα υπόθεσης (premise part) και β) το τμήμα απόδοσης ή απόφασης (consequent part). Στην απλούστερη μορφή του, ένας ασαφής κανόνας διατυπώνεται ως:

If X is A then y is B

με το «if x is A» να αποτελεί το τμήμα υπόθεσης-εισόδου και το «then y is B» να αποτελεί το τμήμα συμπεράσματος-εξόδου. Τα A και B αναφέρονται σε ασαφή σύνολα, ενώ το X προσδιορίζει την τιμή μιας μεταβλητής εισόδου, με τον βαθμό συμμετοχής στο ασαφές σύνολο A.

Η έξοδος του συστήματος, συμβολίζεται ως y, προκύπτει από το μηχανισμό συμπεράσματος σε ασαφή μορφή και περιγράφει την απόφαση του κανόνα. Έπειτα, το ασαφές συμπέρασμα αποασαφοποιείται με τη μέθοδο της αποσαφοποίησης (defuzzification), παράγοντας μια συγκεκριμένη τιμή, γνωστή ως αριθμητικό συμπέρασμα, που μπορεί να χειριστεί υπολογιστικά.

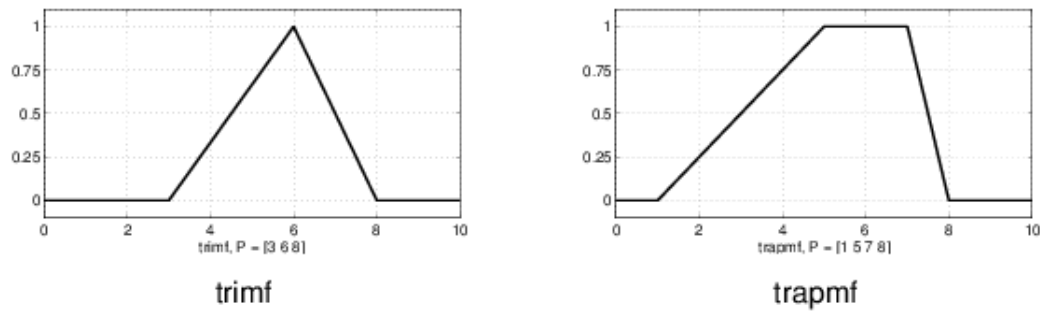
2.4 Συναρτήσεις συμμετοχής

Μια συνάρτηση συμμετοχής (membership function) προσδιορίζεται από μία καμπύλη η οποία δείχνει τον τρόπο που το εκάστοτε σημείο στην περιοχή εισόδου, αντιστοιχίζεται σε μία τιμή μέλους (ή βαθμό ιδιότητας μέλους) μεταξύ του διαστήματος 0 και 1. Οι απλούστερες συναρτήσεις συμμετοχής είναι η τριγωνική και η τραπεζοειδής (Σχήμα 2.1).

Αναλυτικότερα, η τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής έχει το όνομα trimf στο λογισμικό Fuzzy Toolbox – Matlab της Mathworks®, το οποίο χρησιμοποιήθηκε και είναι μια συλλογή τριών σημείων που δημιουργούν ένα τρίγωνο. Οι τιμές που βρίσκονται μεταξύ των ακραίων και της αναμενόμενης, ορίζουν τις ενδιάμεσες καταστάσεις που προσδίδουν την απόκλιση των εκτιμήσεων, ενώ τα σημεία της συνάρτησης αυτής, οριοθετούν το εύρος που μπορούν να λάβουν οι τιμές.

Η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής, ονομάζεται trapmf, αποτελείται από μία επίπεδη κορυφή και πρόκειται ουσιαστικά για μία καμπύλη τριγώνων που περικόπτεται.

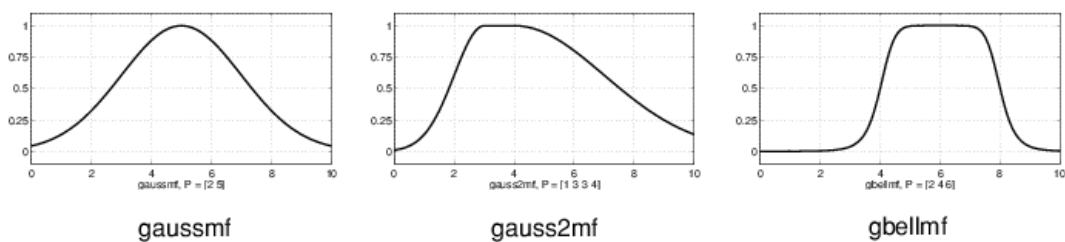
Στην συνάρτηση αυτή, εμφανίζεται στη βάση εκτίμησης των δύο διαστημάτων, η πιθανότητα εμφάνισης. Η μία βάση (μεγάλη πλευρά) ορίζει το εύρος που λαμβάνει το σύνολο των ενδεχομένων, ενώ η άλλη (μικρή πλευρά) προσδιορίζει το εύρος των ενδεχομένων που αναμένονται. Οι πλευρές της συνάρτησης αυτής, όπως και της τριγωνικής, οριοθετούν το εύρος που μπορούν να λάβουν οι τιμές στις ενδιάμεσες καταστάσεις που καθορίζονται από την απόκλιση των εκτιμήσεων.



Σχήμα 1.1: Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής *trimf* και τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής *trapmf* (Fuzzy Toolbox Matlab).

Οι συναρτήσεις συμμετοχής Gauss (υπάρχουν δύο συναρτήσεις) είναι βασισμένες στην συνάρτηση της κανονικής κατανομής του Gauss. Οι συναρτήσεις αυτές είναι η *gaussmf*, που είναι μια απλή γκαουσσσιανή καμπύλη και η *gauss2mf*, η οποία είναι μια σύνθεση δύο διαφορετικών γκαουσσσιανών καμπυλών.

Η γενικευμένη συνάρτηση συμμετοχής *bell* επηρεάζεται από τρεις παραμέτρους και καλείται συνάρτηση *gbellmf*. Η συνάρτηση συμμετοχής *bell* διαθέτει μία παραπάνω παράμετρο από τη γκαουσσσιανή συνάρτηση συμμετοχής. Λόγω της ομαλότητάς τους, οι γκαουσσσιανές συναρτήσεις και η *gbell* είναι δημοφιλείς συναρτήσεις για τον καθορισμό ασφών συνόλων. Και οι δύο αυτές καμπύλες έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι ομαλές και μη μηδενικές σε όλα τα σημεία.

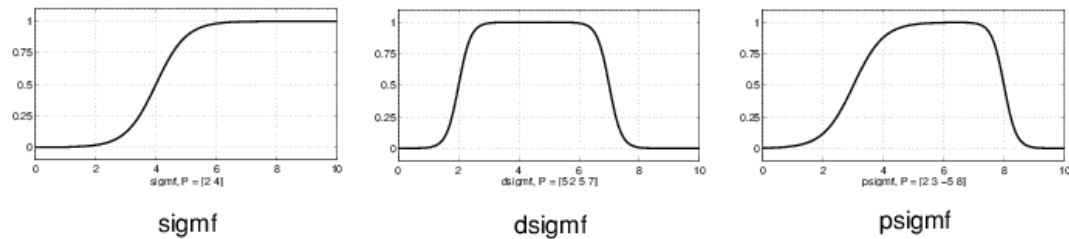


Σχήμα 2.2: Συναρτήσεις Συμμετοχής *gaussmf*, *gauss2mf*, *gbellmf* (Fuzzy Toolbox Matlab).

Αν και οι συναρτήσεις συμμετοχής Gauss και *bell* επιτυγχάνουν ομαλότητα, δεν είναι σε θέση να καθορίσουν ασύμμετρες συναρτήσεις συμμετοχής, οι οποίες είναι σημαντικές σε ορισμένες εφαρμογές.

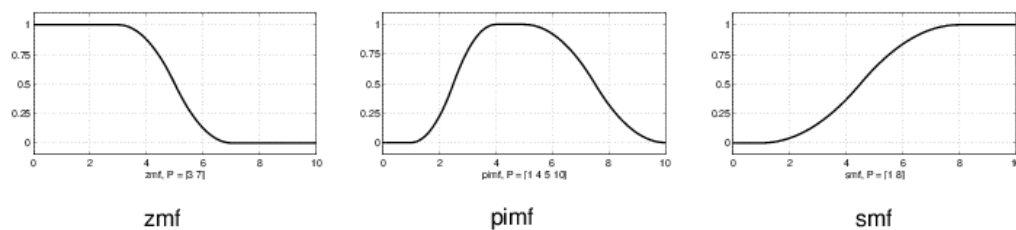
Μια άλλη συνάρτηση συμμετοχής είναι η σιγμοειδής, που είναι είτε ανοιχτή αριστερά είτε δεξιά. Ασύμμετρες και κλειστές (μη ανοιχτές προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά)

συναρτήσεις συμμετοχής, μπορούν να δημιουργηθούν με χρήση δύο σιγμοειδών συναρτήσεων. Εκτός από τη βασική *sigmf*, υφίσταται και η διαφορά μεταξύ δύο σιγμοειδών συναρτήσεων, που ονομάζεται *dsigmf*, και του γινομένου δύο σιγμοειδών συναρτήσεων που ονομάζεται *psigmf*.



Σχήμα 2.3: Συναρτήσεις Συμμετοχής *sigmf*, *dsigmf*, *psigmf* (Fuzzy Toolbox Matlab).

Άλλες συναρτήσεις συμμετοχής είναι οι *Z*, *S* και *Pi*, που ονομάζονται με βάση το σχήμα τους. Η συνάρτηση *zmf* είναι μια ασύμμετρη πολωνυμική καμπύλη ανοιχτή προς τα αριστερά, η *smf* είναι η συνάρτηση κατοπτρικής εικόνας που ανοίγει προς τα δεξιά και η *pimf* είναι μηδενική στο κάθε της άκρο και παρουσιάζει αυξητική τάση στη μέση.



Σχήμα 2.4: Συναρτήσεις συμμετοχής *zmf*, *pimf*, *smf* (Fuzzy Toolbox Matlab).

2.5 Ασαφή συστήματα εξαγωγής συμπερασμάτων (FIS)

Τα ασαφή συστήματα εξαγωγής συμπερασμάτων (FIS) τύπου Mamdani και τύπου Sugeno αποτελούν τα πιο διαδεδομένα ασαφή συστήματα συμπερασμάτων. Η βασική δομή ενός FIS διακρίνεται σε τρία μέρη:

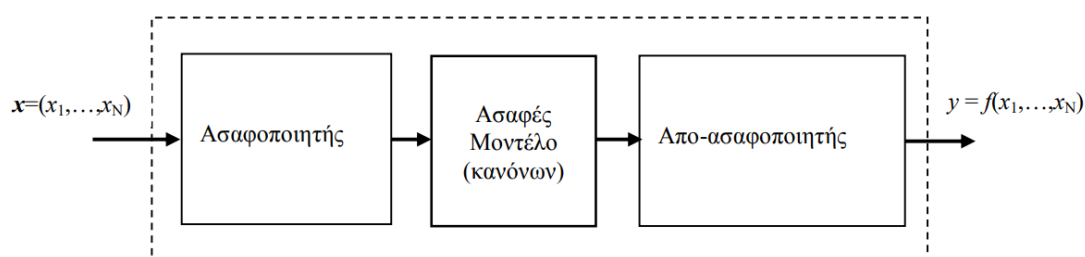
- Μια βάση κανόνων, που περιλαμβάνει μια ομάδα ασαφών κανόνων.
- Μια βάση δεδομένων, που καθορίζει τις συναρτήσεις συμμετοχής με τις οποίες αναπτύσσονται οι ασαφείς κανόνες.
- Τον μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων (reasoning mechanism), από τον οποίο εξάγονται τα συμπεράσματα βάσει των κανόνων και των δεδομένων.

Ένα FIS είναι δυνατόν να πάρει είτε ασαφείς εισόδους, είτε σαφείς (συγκεκριμένες) (Καμπουρλάζος και Παπακώστας, 2015).

Ένα FIS απεικονίζει την αντιστοίχιση μιας εξόδου σε μια συγκεκριμένη είσοδο με χρήση της ασαφούς λογικής. Τα FIS, κατά βάση απαρτίζονται από τρία μέρη: μία βάση κανόνων (rule base), η οποία εμπεριέχει ένα σύνολο ασαφών κανόνων, μία βάση

δεδομένων (data base), η οποία εμπεριέχει τις συναρτήσεις συμμετοχής, καθώς και έναν μηχανισμό αιτιότητας (reasoning mechanism), όπου αναλαμβάνει τη διαδικασία διεξαγωγής συμπερασμάτων. Εάν στην έξοδο είναι απαιτούμενη η κλασσική (crisp) και όχι η ασαφής τιμή, τότε θα εφαρμοστεί και ένα τέταρτο στάδιο αποασαφοποίησης (defuzzification) (Galetakis and Vasiliou, 2010).

Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές ένα ασαφές μοντέλο βρίσκεται στο κέντρο της διεργασίας για την υλοποίηση μίας συνάρτησης $f: R^N \rightarrow T$ (Kaburlasos and Kehagias, 2014), όπως απεικονίζεται στο σχήμα 2.5. Το σύνολο T μπορεί να είναι είτε ο Ευκλείδειος χώρος R^M , οπότε το ασαφές μοντέλο να παίρνει το ρόλο του παλινδρομητή (regressor), είτε κάποιο (πεπερασμένο) σύνολο L , οπότε το ασαφές μοντέλο λειτουργεί ως κατηγοριοποιητής (classifier) που διαμοιράζει το πεδίο ορισμού R^N της συνάρτησης f σε κατηγορίες. Παρόλο που υπάρχουν και διάφορα άλλα μοντέλα, όπως τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, που είναι ικανά να υλοποιήσουν μια συνάρτηση $f: R^N \rightarrow T$, τα ασαφή μοντέλα είναι δυνατόν να λάβουν και να αξιοποιήσουν την ανθρώπινη εμπειρία με τη χρήση όρων της ανθρώπινης γλώσσας, ώστε να υλοποιήσουν την συνάρτηση f (Καμπουρλάζος και Παπακώστας, 2015).



Σχήμα 2.5: Διεργασία ασαφοποίησης - αποασαφοποίησης (Καμπουρλάζος και Παπακώστας, 2015).

2.5.1 Ασαφή συστήματα τύπου Mamdani

Το ασαφές μοντέλο Mamdani προτάθηκε σαν μία πρώτη προσπάθεια ελέγχου ενός συστήματος από ένα σύνολο ασαφών κανόνων (fuzzy if-then rules). Περιλαμβάνει γλωσσικά μοντέλα που βασίζονται σε συλλογές κανόνων IF-THEN, των οποίων τα προηγούμενα και τα επακόλουθα χρησιμοποιούν ασαφείς τιμές. Χρησιμοποιεί ασαφή συλλογιστική και η συμπεριφορά του συστήματος μπορεί να περιγραφεί με φυσικούς όρους, όπου προτάθηκε από τον Ebrahim Mamdani το 1975 και υπήρξε από τους πρώτους που έθεσε σε εφαρμογή την Ασαφή Λογική. Οι έξοδοι των κανόνων με τη μορφή: "If x is A then y is B" αποτελούν ασαφή σύνολα. Ένας ασαφής κανόνας (fuzzy rule) τύπου Mamdani (Mamdani and Assilian, 1975) αναπτύσσεται ως εξής:

R_M : EAN (το υποκείμενο X είναι A) TOTE (το υποκείμενο Y είναι B).

ή συμβολικά

R_M : EAN $X = A$ TOTE $Y = B$ ή

R_M : $(X = A) \rightarrow (Y = B)$ ή

$R_M: A \rightarrow B$.

Στον κανόνα R_M , η πρόταση «το υποκείμενο X είναι A » αποτελεί το αίτιο, ενώ η πρόταση «το υποκείμενο Y είναι B » αποτελεί το αποτέλεσμα. Ή, αντίστοιχα, η ισότητα « $X = A$ » είναι το αίτιο, ενώ η ισότητα « $Y = B$ » αποτελεί το αποτέλεσμα του κανόνα R_M (Καμπουρλάζος και Παπακώστας, 2015).

Ένα σύνολο κανόνων τύπου Mamdani « $R_i: \text{ΕΑΝ } X = A_i \text{ ΤΟΤΕ } Y = B_i$ », $i \in \{1, \dots, I\}$ είναι δυνατόν να προσδιοριστεί και ως ένα σύνολο ζευγών (A_i, B_i) , $i \in \{1, \dots, I\}$ δειγμάτων μιας συνάρτησης $f: F_1 \rightarrow F_1$, στην οποία οι έξοδοι των κανόνων της μορφής αυτής αποτελούν ασαφή σύνολα (Mamdani and Assilian, 1975).

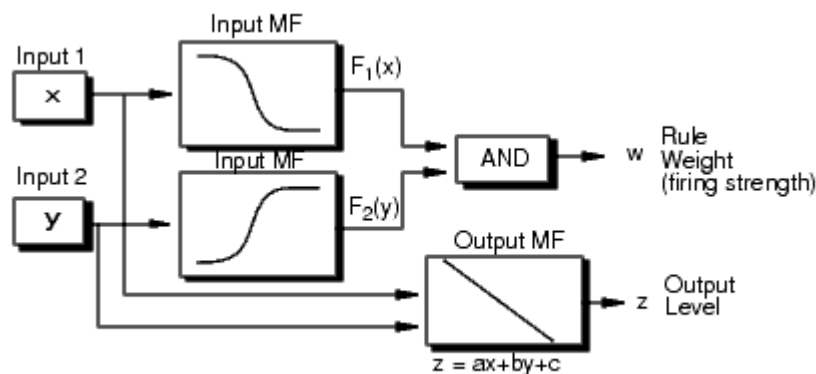
2.5.2 Ασαφή συστήματα τύπου Sugeno

Τα νευροασαφή συστήματα αναπτύσσονται βάσει του συστήματος Sugeno αντικαθιστώντας τα ασαφή σύνολα που ορίζουν την εξερχόμενη μεταβλητή από πλήθος σταθερών τιμών (Jang, 1993) :

"If x is A then y is c "

Όπου το c να ισούται με έναν αριθμό.

Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται ένα σύστημα τύπου Sugeno και ο τρόπος λειτουργίας του. Η δομή του μοντέλου Sugeno έχει σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε η είσοδος να αντιστοιχίζεται στη συνάρτηση συμμετοχής, η συνάρτηση συμμετοχής της εισόδου να αντιστοιχίζεται σε κανόνα, στη συνέχεια ο κανόνας να αντιστοιχίζεται στη συνάρτηση συμμετοχής της εξόδου και στη συνέχεια η συνάρτηση συμμετοχής εξόδου να αντιστοιχίζεται στην έξοδο (Vaidhehi, 2014).



Σχήμα 2.6: Σύστημα Sugeno και τρόπος λειτουργίας (Fuzzy Toolbox Matlab).

Ένας ασαφής κανόνας τύπου Sugeno (Sugeno and Kang, 1988, Takagi and Sugeno, 1985) αναπτύσσεται ως εξής:

$R_S: \text{ΕΑΝ (το υποκείμενο } X \text{ είναι } A) \text{ ΤΟΤΕ (η συνάρτηση } y \text{ ισούται με } f(x))$.

ή συμβολικά

$R_S: \text{EAN } X = A \text{ TOTE } y = f(x)$

ή $R_S: (X = A) \rightarrow (y = f(x))$

ή $R_S: A \rightarrow y = f(x)$, όπου $x=(x_1, \dots, x_N)$

Στον κανόνα R_S η πρόταση «το υποκείμενο X είναι A » αποτελεί το αίτιο, ενώ η πρόταση «η συνάρτηση y ισούται με $f(x)$ » είναι το αποτέλεσμα. Ή, αντίστοιχα, η ισότητα « $X = A$ » αποτελεί το αίτιο, ενώ η ισότητα « $y = f(x)$ » αποτελεί το αποτέλεσμα του κανόνα R_S . Ένα μοντέλο κανόνων τύπου Sugeno « $R_i : \text{EAN } X = A_i \text{ TOTE } y = f_i(X)$ », $i \in \{1, \dots, I\}$ απεικονίζει ασαφείς αριθμούς σε πραγματικές συναρτήσεις. Η συνάρτηση $f_i(X)$ στο αίτιο, είθισται να είναι γραμμική. Σε περιπτώσεις που υφίστανται πολλές αριθμητικές μετρήσεις, γίνεται χρήση του μοντέλου Sugeno.

Με δεδομένο ένα αίτιο, ένα ασαφές σύστημα τύπου Mamdani/Sugeno λαμβάνει και αξιοποιεί ανθρώπινη γνώση που απεικονίζεται με κανόνες, αλλά και ασαφή λογική προκειμένου να εξαχθεί με υπολογισμούς ένα συμπέρασμα. Αυτή η διαδικασία αναλύεται περαιτέρω και για ένα σύστημα Mamdani αλλά και για ένα σύστημα Sugeno (Καμπουρλάζος και Παπακώστας, 2015).

Η βασικότερη διαφοροποίηση ανάμεσα στις συναρτήσεις συμμετοχής Mamdani και Takagi-Sugeno είναι πως οι συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου, είναι σταθερές ή γραμμικές για τα Takagi-Sugeno (TS-FIS) ενώ για το Mamdani είναι ασαφή σύνολα. Επιπλέον, επειδή κάθε έξοδος θα είναι ένα ασαφές σύνολο, αντί για μια τιμή, απαιτούνται περίπλοκοι υπολογισμοί για την αποασαφοποίηση, αντί για την απλότητα του σταθμισμένου μέσου που χρησιμοποιεί το Takagi-Sugeno. Με δεδομένη την περιπλοκότητα των υπολογισμών που απαιτεί το Mamdani επικράτησε στις πρακτικές εφαρμογές (όπου απαιτείται ταχύτητα υπολογισμών) η χρήση του Takagi-Sugeno (Δογέας και Τζαφέστας, 2014).

Τέλος, το ασαφές σύστημα Τύπου Takagi - Sugeno – Kang ή T-S-K: αποτελεί μία επέκταση του συστήματος Sugeno – Takagi, και είναι ένας από τους βασικότερους τύπους ασαφούς κανόνα, όπου εφαρμόζεται σε πολλές περιπτώσεις στην ανάπτυξη ενός ασαφούς συστήματος. Οι έξοδοι των κανόνων αυτής της μορφής αποτελούν συνάρτηση των εισόδων και έχουν την μορφή:

"If x is A then y is $c_0 + c_1x$ ", όπου $c_0, c_1 \in \mathbb{R}$. (Çaydaş, 2009).

2.6 Προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα (ANFIS)

Το προσαρμοζόμενο νευροασαφές σύστημα συμπερασμάτων, το οποίο προτάθηκε από τους Jang (1993), Jang and Sun (1995), Jang et al. (1998), είναι ένας συνδυασμός συστήματος ασαφούς συμπεράσματος (FIS) και νευρωνικού δικτύου και έχει τα πλεονεκτήματα και των δύο τεχνικών. Αυτός ο συνδυασμός χρησιμοποιεί ένα ασαφές σύστημα για να αναπαραστήσει τη γνώση με ερμηνεύσιμο τρόπο και ένα νευρωνικό δίκτυο για να προσαρμόσει τις παραμέτρους της συνάρτησης μέλους και τους γλωσσικούς κανόνες, απευθείας από δεδομένα, με τέτοιο τρόπο ώστε η απόδοση του

συστήματος να βελτιωθεί. Με άλλα λόγια, ένα ANFIS είναι ένα ασαφές σύστημα συμπερασμάτων σχεδιασμένο με αρχές νευρωνικών δικτύων.

Ενώ στα κοινά ασαφή συστήματα συμπερασμάτων οι συναρτήσεις μέλους και η δομή των κανόνων επιλέγονται αρχικά κάπως αυθαίρετα και στη συνέχεια συντονίζονται χρησιμοποιώντας τη γνώση των ειδικών, στα προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα συμπερασμάτων, ένα σύνολο δεδομένων εισόδου/εξόδου χρησιμοποιείται για την κατασκευή ενός συστήματος ασαφούς συμπερασμάτων.

Ένα ασαφές σύστημα συμπερασμάτων (FIS) περιλαμβάνει ειδικές γνώσεις και εμπειρία για το σχεδιασμό μιας διαδικασίας με ασαφή σύνολα εισόδου και εξόδου, που ελέγχονται από κανόνες εάν-τότε (Armaghani et al., 2015a). Ένα FIS είναι ένα σύστημα που μπορεί να αποκτήσει νέα γνώση από την υπάρχουσα γνώση, χρησιμοποιώντας την ασαφή λογική (Ghorbanzadehet al., 2018).

Ένα ασαφές σύστημα συμπερασμάτων αποτελείται από τρία τμήματα:

- Το πρώτο τμήμα είναι η διαδικασία ασαφοποίησης όπου όλες οι τιμές μετατρέπονται σε ασαφείς αριθμούς χρησιμοποιώντας μια συνάρτηση συμμετοχής (membership function, MF) του συστήματος (Tahmasebi and Hezarkhani, 2012).
- Το δεύτερο τμήμα είναι ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων και χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση του βαθμού συμμετοχής των δεδομένων εισόδου με βάση τα ασαφή σύνολα εξόδου (Bui et al., 2012).
- Τέλος, στο τρίτο τμήμα οι ασαφείς τιμές εξόδου μετατρέπονται σε ευκρινείς τιμές σε μια διαδικασία που ονομάζεται αποασαφοποίηση (Armaghani et al., 2015a).

Το ANFIS λοιπόν, αντιστοιχίζει τις εισόδους, μέσω των συναρτήσεων συμμετοχής (MF), στις εξόδους. Οι παράμετροι που σχετίζονται με τις συναρτήσεις συμμετοχής μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας εκπαίδευσης. Ένα διάνυσμα κλίσης, όπου το κάθε στοιχείο του είναι η παράγωγος ενός μέτρου σφάλματος, διευκολύνει την προσαρμογή των παραμέτρων αυτών. Το πόσο ικανοποιητικά μοντελοποιούνται τα δεδομένα εισόδου/εξόδου από το ασαφές σύστημα συμπερασμάτων δίνεται από αυτό το διάνυσμα κλίσης (Papadakis et al., 2023).

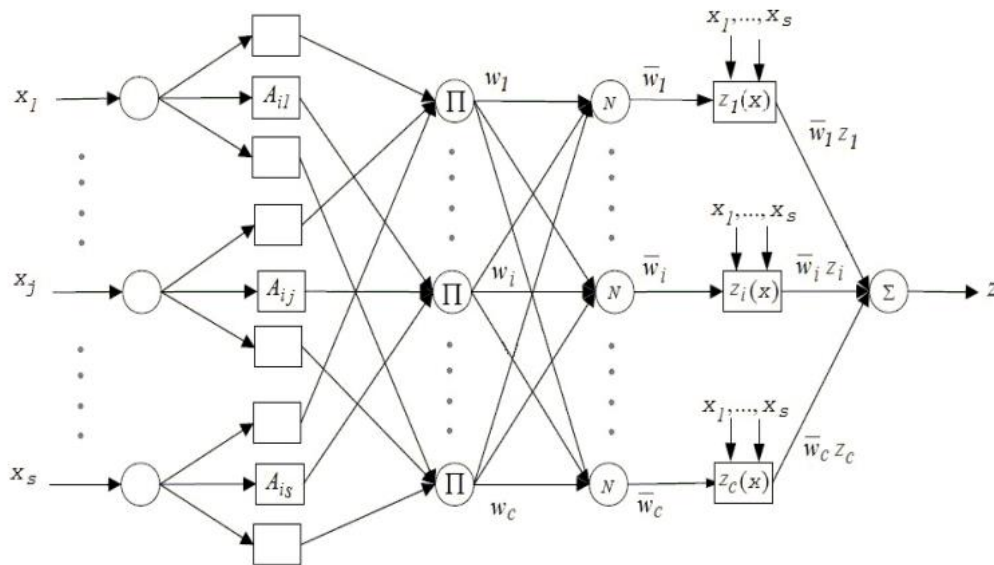
2.7 Αρχιτεκτονική του ANFIS

Το προσαρμοστικό νευροασαφές σύστημα (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System ή ANFIS) είναι ένα από τα πιο επιτυχημένα ευφυή συστήματα, το οποίο συνδυάζει τα πλεονεκτήματα και των δυο προαναφερθέντων τεχνολογιών, στον χώρο των συστημάτων. Το σύστημα αυτό λειτουργεί εφαρμόζοντας νευρωνικούς κανόνες εκμάθησης για την αναγνώριση και τον συντονισμό των παραμέτρων και της δομής του ασαφούς συστήματος λήψης αποφάσεων.

Συγκεκριμένα, στα διάφορα επίπεδα που απαρτίζουν το προσαρμοζόμενο νευροασαφές σύστημα, προσδίδονται συγκεκριμένες συναρτήσεις επεξεργασίας με τις οποίες θα

αναλυθούν τα εισερχόμενα σήματα. Σε κάθε επίπεδο υπάρχουν κόμβοι οι οποίοι αντιπροσωπεύουν συναρτήσεις εξαρτώμενες από το εισερχόμενο σήμα μόνο του ή σε συνδυασμό με παραμέτρους που βρίσκονται στον κόμβο.

Το ANFIS, λοιπόν, είναι ένα προσαρμοστικό δίκτυο που επιτρέπει την χρήση προσαρμοσμένων νευρωνικών δικτύων σε συνδυασμό με ασαφή λογική. Δεν περιλαμβάνει μόνο τα χαρακτηριστικά και των δύο μεθόδων, αλλά επίσης εξαλείφει ορισμένα μειονεκτήματα που προκύπτουν αν γίνει μεμονωμένα η χρήση του. Στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζεται η αρχιτεκτονική του ANFIS.



Σχήμα 2.7: Η δομή του νευρο-ασαφούς συστήματος συμπερασμού ANFIS (Leonoriet al., 2020).

Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζεται η διαμόρφωση του ANFIS που χρησιμοποιείται, το οποίο αποτελείται από μία δομή πέντε επιπέδων, με κάθε κόμβο να έχει παρόμοια λειτουργία. Ως $x_1, \dots, x_j, \dots, x_s$ ορίζονται οι είσοδοι που δίνονται στο σύστημα και z η έξοδος που αποδίδει. Στο πρώτο επίπεδο (A_{ij}) φαίνεται το στάδιο της ασαφοποίησης, στην συνέχεια στο επίπεδο (Π) γίνεται η εφαρμογή των κανόνων, το επίπεδο (N) αποτελεί το επίπεδο της κανονικοποίησης, έπειτα πραγματοποιείται η αποσαφοποίηση και τέλος στο επίπεδο (Σ) η άθροιση των εξόδων.

Η αρχιτεκτονική του ANFIS (Adaptive Network based Fuzzy Inference System) (Jang, 1993, Kaburlasos and Kehagias, 2014) χρησιμοποιεί ένα Sugeno ασαφές σύστημα και αποτελείται από πέντε επίπεδα. Η αρχιτεκτονική ANFIS αναπτύσσεται με βάση την εκμάθηση οπισθοδιάδοσης (backpropagation learning), ώστε να καθοριστούν οι παράμετροι της συνάρτησης συμμετοχής που ορίζονται στην είσοδο. Καθ' όλη την επαναληπτική διαδικασία εκμάθησης εκτελούνται δύο στάδια. Συγκεκριμένα, στο πρώτο στάδιο της εκπαίδευσης ορίζονται ως σταθερά τα EAN (IF) τμήματα των ασαφών κανόνων και γίνεται εκπαίδευση στα TOTE (THEN), ενώ στο δεύτερο

ορίζονται σταθερά τα TOTE (THEN) τμήματα και γίνεται εκπαίδευση στα EAN (IF) (Jang et al., 1998).

Η εκπαίδευση του μοντέλου πραγματοποιείται μέσω ενός αλγόριθμου εκπαίδευσης που αποτελείται από δύο στάδια:

1) Διάδοση προς τα εμπρός: Οι μη γραμμικοί παράμετροι παραμένουν σταθεροί και το δίκτυο παράγει εξόδους μέχρι το 4^ο επίπεδο, όπου οι γραμμικοί παράμετροι προσδιορίζονται με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

2) Διάδοση προς τα πίσω (οπισθοδιάδοση) των σφαλμάτων (διαφορά πραγματικής από την επιθυμητή έξοδο). Η διάδοση γίνεται προς τα πίσω με τις γραμμικές παραμέτρους να παραμένουν σταθερές. Οι μη γραμμικές μεταβάλλονται με βάση τον «αλγόριθμο μέγιστης κλίσης» (Ντεζές και Μαρκόπουλος, 2019).

Η οπισθοδιάδοση εφαρμόζεται με στόχο την εύρεση του καταλληλότερου συνόλου τιμών για την εφαρμογή του προς επίλυση προβλήματος. Η προσέγγιση, λοιπόν, πιο αξιόπιστου αποτελέσματος και η αποφυγή συνδέσεων νευρώνων που αποπροσανατολίζουν το στόχο αυτό, ενισχύεται με τη μέθοδο της οπισθοδιάδοσης.

Στο μοντέλο ANFIS, το FIS μετασχηματίζεται σε ένα προσαρμοστικό δίκτυο πέντε επιπέδων. Ο συνδυασμός αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων δημιουργεί έναν υβριδικό κανόνα εκμάθησης που χρησιμοποιείται για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων των ασαφών συστημάτων συμπερασμού. Το μοντέλο ANFIS μπορεί να προσεγγίσει με λίγα δεδομένα εκπαίδευσης και λίγο χρόνο εκμάθησης όλα τα μη γραμμικά συστήματα με υψηλή ακρίβεια.

Θεωρείται για ευκολία ένα ασαφές σύστημα με δύο εισόδους x , y και μία έξοδο z , αντίστοιχα. Ένα τυπικό σύνολο κανόνων με δύο ασαφείς κανόνες είναι οι παρακάτω και αποτελούνται από το υποθετικό μέρος και την απόφαση:

1^{ος} κανόνας: Αν $x=A_1$ και $y=B_1$ τότε $z_1=f_1x+g_1y+r_1$

2^{ος} κανόνας: Αν $x=A_2$ και $y=B_2$ τότε $z_2=f_2x+g_2y+r_2$

Το πολυεπίπεδο μονόδρομο δίκτυο που φαίνεται στο σχήμα 2.8, είναι το μοντέλο ANFIS, στο οποίο κάθε κόμβος εκτελεί μια ειδική λειτουργία στα σήματα που εισέρχονται. Η λειτουργία αυτή είναι συνάρτηση των συσχετιζόμενων παραμέτρων με τον κόμβο αυτόν και της όλης λειτουργίας εισόδου - εξόδου του προσαρμοστικού αυτού δικτύου. Στο σχήμα οι κόμβοι ανάλογα με το αν έχουν προσαρμοστικές ικανότητες ή όχι παριστάνονται με τετράγωνο ή κύκλο αντίστοιχα. Και η αρχιτεκτονική αυτού του νευροασαφούς προσαρμοστικού συστήματος συμπερασμού χωρίζεται σε πέντε επίπεδα (Βασιλείου, 2006) .

Στο πρώτο επίπεδο, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 2.7, οι κόμβοι είναι προσαρμοστικοί, δίνοντας σαν έξοδο τον βαθμό της συνάρτησης συμμετοχής για κάθε είσοδο x/y . Οι λεκτικές ετικέτες A_i , B_i σχετίζονται με τις λειτουργίες των κόμβων. Οι συναρτήσεις συμμετοχής που έχουν επιλεγεί για το επίπεδο αυτό είναι κωδωνοειδείς:

$$\mu_A = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c_i}{a_i} \right|^{2bi}} \quad (2.4)$$

και παίρνουν τιμές στο διάστημα $[0,1]$, όπου a_i, b_i, c_i είναι το σύνολο των παραμέτρων. Στο δεύτερο και τρίτο επίπεδο οι κόμβοι παραμένουν σταθεροί. Οι κόμβοι του δεύτερου επιπέδου συμβολίζονται με Π και εφαρμόζουν τον πολλαπλασιασμό των ασαφών συνόλων, δηλαδή η έξοδος που στέλνουν στο τρίτο επίπεδο είναι το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού όλων των εισερχόμενων σημάτων.

Στο τρίτο επίπεδο έπειτα, οι κόμβοι συμβολίζονται με N και κάθε κόμβος πραγματοποιεί την κανονικοποιημένη δύναμη πυροδότησης του κάθε άξονα και την εξάγει στο τέταρτο επίπεδο. Δηλαδή, η έξοδος σε αυτό το επίπεδο είναι ο λόγος του βαθμού ενεργοποίησης του i -οστού όρου, δηλαδή κάθε κανόνα προς το άθροισμα των βαθμών ενεργοποίησης όλων των κανόνων, το οποίο ορίζεται ως κανονικοποίηση.

$$O_{3,i} = \overline{w_i} = \frac{w_i}{w_1 + w_2}, \quad i = 1, 2. \quad (2.5)$$

Στο τέταρτο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα, υπάρχουν προσαρμοστικοί κόμβοι που υπολογίζουν το πόσο συμβάλλει ο κάθε κανόνας προς τη συνολική έξοδο, συνδυάζοντας γραμμικά τις εισόδους τους συστήματος και ένα σύνολο παραμέτρων με τις εξόδους του τρίτου επιπέδου, όπου p_i, q_i και r_i είναι οι παράμετροι συμπεράσματος, O_i η έξοδος των κανόνων και w_i η έξοδος του τρίτου επιπέδου.

$$O_{4,i} = \overline{w_i} f_i = \overline{w_i} (p_1 x + q_i y + r_i), \quad i = 1, 2. \quad (2.6)$$

Στο πέμπτο επίπεδο ο μοναδικός κόμβος είναι ένας σταθερός κόμβος συμβολιζόμενος με Σ , ο οποίος υπολογίζει την ολική έξοδο, ως το άθροισμα όλων των εισερχόμενων σημάτων:

$$\text{Ολική έξοδος} = O_{5,i} = \sum_i \overline{w_i} f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \quad (2.7)$$

Εφόσον η παραπάνω εξίσωση είναι μια συνάρτηση γραμμικών παραμέτρων, μπορούν να βρεθούν οι γραμμικές παράμετροι εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Επειδή, όμως ένα προσαρμοστικό δίκτυο έχει το μειονέκτημα να εγκλωβίζεται σε τοπικά ελάχιστα, το ANFIS με τους υβριδικούς κανόνες εκμάθησης που χρησιμοποιεί, οι οποίοι συνδυάζουν τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων με τη μέθοδο κλίσης (αποτελεί επαναληπτικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης για την εύρεση ενός τοπικού ελάχιστου μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης) (Tahmasebi and Hezarkhani, 2012).

Ο υβριδικός κανόνας προτάθηκε από τον Jang (1993), σύμφωνα με τον οποίο πραγματοποιούνται δύο βήματα, η μετάβαση προς τα εμπρός και η μετάβαση προς τα πίσω. Στην προς τα εμπρός μετάβαση, είναι απαραίτητο οι παράμετροι του πρώτου επιπέδου να παραμένουν σταθερές. Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων υπολογίζονται οι παράμετροι συμπεράσματος και κάθε κόμβος λαμβάνει δεδομένα εισόδου και προωθούνται λειτουργικά σήματα ώστε να υπολογιστεί σε κάθε κόμβο η έξοδος μέχρι το τέταρτο επίπεδο. Επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία για όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης υπολογίζεται το μέτρο του σφάλματος. Στην προς τα πίσω μετάβαση, οι ρυθμοί των σφαλμάτων που προκύπτουν από το μέτρο του σφάλματος διαδίδονται αντίστροφα, δηλαδή από το τελικό στάδιο της εξόδου προς την είσοδο (Jang, 1993). Οι υβριδικοί κανόνες εκμάθησης, λοιπόν, δίνουν τη δυνατότητα για αποδοτικότερο σύστημα, καθώς επιταχύνουν τη διαδικασία εκπαίδευσης με μεγαλύτερη ακρίβεια.

2.9 Ομαδοποίηση δεδομένων (Clustering)

Το ANFIS μπορεί να κατασκευαστεί με διαχωρισμό των δεδομένων εισόδου-εξόδου. Η ομαδοποίηση (αναφέρεται και ως συσταδοποίηση), αριθμητικών δεδομένων αποτελεί τη βάση πολλών αλγορίθμων ταξινόμησης και μοντελοποίησης συστημάτων. Ο σκοπός της ομαδοποίησης είναι ο εντοπισμός φυσικών ομαδοποιήσεων δεδομένων από ένα μεγάλο σύνολο δεδομένων για την παραγωγή μιας συνοπτικής αναπαράστασης της συμπεριφοράς ενός συστήματος.

Η ομαδοποίηση επιτυγχάνεται ανάλογα με τη μορφολογία των δεδομένων και τα κοινά τους χαρακτηριστικά, εφόσον υπάρχουν. Ανάλογα, δηλαδή, την απόσταση του εκάστοτε δεδομένου από το κοντινότερό του ή την κατανομή τους στο χώρο, πραγματοποιείται η αντίστοιχη ομαδοποίηση. Αυτές οι ομάδες που σχηματίζονται είναι γνωστές ως συστάδες (clusters) (Ozkan et al., 2017). Αυτό μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας μεθόδους όπως η grid-partitioning (τεχνική του πλήρη διαμερισμού του χώρου), η Subtractive clustering (τεχνική του επιλεκτικού διαχωρισμού) και fuzzy c-mean clustering (ασαφής ομαδοποίηση βάσει του μέσου), που περιγράφονται αναλυτικά παρακάτω.

Τέλος, παρατηρείται ότι σε ορισμένες περιπτώσεις μια γενικευμένη προσέγγιση οδηγεί σε λιγότερο αποδοτικά αποτελέσματα ομαδοποίησης. Έτσι, εισάγεται μια νέα παράμετρος βάσει της οποίας ομαδοποιούνται τα δεδομένα, διαχωρίζονται δηλαδή βάσει ενός κοινού μοτίβου, ώστε να παραχθούν πιο ακριβή αποτελέσματα και η ομαδοποίηση να οδηγήσει σε καλύτερη προσέγγιση (Sengupta et al., 2011).

2.9.1 Αλγόριθμος αφαιρετικής συσταδοποίησης (Subtractive clustering)

Η μέθοδος Subtractive clustering εφαρμόζεται στην περίπτωση που δεν υπάρχει σαφής ιδέα για τον αριθμό των κέντρων για τη διανομή των δεδομένων και είναι μια επέκταση της μεθόδου ταξινόμησης που προτείνεται από τον Yager (Yager and Filev 1994), ώστε να καθοριστεί ο αριθμός των συμπλεγμάτων και της θέσης του αρχικού κέντρου συμπλεγμάτων. Σε αυτόν τον αλγόριθμο, κάθε σημείο δεδομένων θεωρείται ως υποψήφιο κέντρο συμπλέγματος και στη συνέχεια υπολογίζει το δυναμικό κάθε σημείου δεδομένων μετρώντας την πυκνότητα των δεδομένων σημείων που το περιβάλλουν. Ο αλγόριθμος είναι μια επαναληπτική διαδικασία, η οποία υποθέτει ότι κάθε σημείο είναι ένα δυναμικό κέντρο συμπλέγματος ανάλογα με τη θέση του σε άλλα σημεία δεδομένων. Συνίσταται στην επιλογή ενός σημείου που έχει την πιθανότητα να είναι το υψηλότερο δυναμικό κέντρο συμπλέγματος και στη συνέχεια διαγράφονται όλα τα σημεία που βρίσκονται εντός της ακτίνας του πρώτου κέντρου συμπλέγματος (η ακτίνα ορίζεται από τις γειτονιές του κέντρου). Έπειτα, υπολογίζεται ξανά το δυναμικό των άλλων σημείων ώστε να προσδιοριστεί το επόμενο κέντρο συμπλέγματος. Τέλος, επαναλαμβάνεται αυτό το βήμα έως ότου όλα τα δεδομένα βρίσκονται στην ακτίνα ενός κέντρου συμπλέγματος (Benmouiza and Chekane, 2018).

Ο αλγόριθμος μπορεί να συνοψιστεί ως εξής:

1. Θεωρείται μια συλλογή από n σημεία δεδομένων σε ένα χώρο m -διαστάσεων. Επιλέγεται το σημείο δεδομένων με τη μεγαλύτερη δυνατότητα να είναι το κέντρο της πρώτης ομάδας.
2. Υπολογίζεται ο δείκτης πυκνότητας D_i που αντιστοιχεί στα δεδομένα x_i :

$$D_i = \sum_{j=1}^n \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{(r_a / 2)^2}\right) \quad (2.8)$$

όπου r_a είναι ένας θετικός αριθμός που αντιπροσωπεύει την ακτίνα, όπου όλα τα δεδομένα εντός του θεωρούνται γειτονιές: το σημείο δεδομένων με το μέτρο της υψηλότερης πυκνότητας επιλέγεται ως το πρώτο κεντρικό σύμπλεγμα που συμβολίζεται x_{c1} και η πυκνότητά του είναι D_{c1} .

3. Υπολογίζονται ξανά οι μετρήσεις πυκνότητας για κάθε σημείο δεδομένων x_i χρησιμοποιώντας την εξίσωση:

$$D'_i = D_i - D_{c1} \exp\left(-\frac{\|x_i - x_{c1}\|^2}{(r_b / 2)^2}\right) \quad (2.9)$$

$$r_b = K \cdot r_a$$

όπου το K είναι ένας θετικός αριθμός, συνήθως $K = 1,5$ (Yager and Filev 1994), με αποτέλεσμα όλα τα σημεία κοντά στο πρώτο κέντρο συμπλέγματος x_{c1} να έχουν μέτρο χαμηλής πυκνότητας και ως εκ τούτου δεν θεωρούνται ως τα επόμενα κέντρα συμπλεγμάτων. Το επόμενο κέντρο συμπλέγματος x_{c2} επιλέγεται μετά τον εκ νέου υπολογισμό του μέτρου πυκνότητας για κάθε σημείο δεδομένων.

4. Τέλος, υπολογίζονται ξανά όλα τα μέτρα πυκνότητας για τα σημεία δεδομένων και επαναλαμβάνεται η κάθε διαδικασία μέχρι να δημιουργηθεί επαρκής αριθμός κέντρων συμπλέγματος.

2.9.2 Αλγόριθμος διαμοιρασμού δεδομένων σε πλέγμα (Grid partitioning)

Σε αυτή τη μέθοδο, ο χώρος δεδομένων εισόδου χωρίζεται σε έναν ορθογώνιο υποχώρο, δηλαδή σε υποτμήματα παράλληλα μεταξύ τους με τη μορφή πλέγματος. Κάθε είσοδος χωρίζεται σε συναρτήσεις ιδιότητας μέλους πανομοιότυπου σχήματος.

Ο αριθμός των ασαφών κανόνων if-then είναι ίσος με Mn , όπου n είναι η διάσταση εισόδου και M είναι ο αριθμός των διαμοιρασμένων ασαφών υποσυνόλων για κάθε μεταβλητή εισόδου.

Το πλέγμα κατασκευάζεται χωρίς καμία φυσική σημασία ή ανακατανομή πυκνότητας δεδομένων και κάθε τμήμα του πλέγματος χρησιμοποιείται για τη δημιουργία ασαφών κανόνων με βάση τα δεδομένα εκπαίδευσης εισόδου-εξόδου του συστήματος, τα οποία επιτρέπουν γρήγορες διαδικασίες εκμάθησης και βελτιστοποίηση του χρόνου υπολογισμού. Ωστόσο, η απόδοση αυτής της μεθόδου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το μέγεθος των εισόδων και του πλέγματος. Γενικά, ένα λεπτότερο πλέγμα οδηγεί σε υψηλότερη απόδοση. Μια προσαρμοστική τμηματοποίηση πλέγματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βελτιστοποίηση του μεγέθους και της θέσης των ασαφών περιοχών πλέγματος (Benmouiza and Cheknane, 2018).

Η Grid partitioning, διαιρεί τον χώρο δεδομένων εισόδου σε πολλαπλούς ίσους αριθμούς ασαφών κελιών με την ίδια συνάρτηση μέλους. Ο χρόνος επεξεργασίας σε αυτή τη μέθοδο είναι γρήγορος, επειδή κάθε μεμονωμένο τμήμα του πλέγματος χρησιμοποιείται για τη δημιουργία ασαφών κανόνων. Η βελτιστοποίηση της συνάρτησης μέλους πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας τα δεδομένα εισόδου και εξόδου (Hussain et al., 2021).

2.9.3 Ομαδοποίηση C-μέσων (C-Means Clustering)

Στην ομαδοποίηση δεδομένων, το σύνολο δεδομένων ταξινομείται σε ομάδες και σύνολα δεδομένων με τα ίδια χαρακτηριστικά να ανήκουν στα ίδια συμπλέγματα και τα μη παρόμοια σύνολα δεδομένων σε διαφορετικά συμπλέγματα.

Ο αλγόριθμος Fuzzy c-means (FCM) προτάθηκε από τον Joseph Dunn και βελτιώθηκε περαιτέρω από τον James Bezdek. Η ομαδοποίηση FCM είναι μια τεχνική ομαδοποίησης χωρίς παρακολούθηση. Η FCM, βελτίωση και τροποποίηση της ομαδοποίησης K-means, χρησιμοποιεί ένα σύνολο δεδομένων σημείων x_i για να ορίσει συμπλέγματα C ελαχιστοποιώντας τη συνάρτηση στόχου.

Το FCM είναι μια από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους ασαφούς ομαδοποίησης που διαιρεί το σύνολο δεδομένων εισόδου s_t , $t = 1, 2, 3, \dots, n$ σε απαιτούμενες ασαφείς ομάδες και καθορίζει το κέντρο για κάθε σύμπλεγμα. Η διαδικασία ξεκινά με τον προσδιορισμό του αριθμού των συμπλεγμάτων σε ένα σύνολο δεδομένων και την εκχώρηση του κέντρου c_t , $t = 1, 2, 3, \dots, n$ κάθε συμπλέγματος τυχαία από n σύνολο δεδομένων, $t = 1, 2, 3, \dots, n$. (Izakian and Abraham, 2011).

Στη συνέχεια υπολογίζει τη συνάρτηση μέλους (μ_{ij}) όπως παρουσιάζεται στην παρακάτω εξίσωση:

$$\mu_{ij} = \frac{1}{\sum_{a=1}^c \left(\frac{\|s_t - c_j\|}{\|s_t - c_a\|} \right)^{\frac{2}{m-1}}} \quad (2.10)$$

όπου

μ_{ij} είναι η συνάρτηση μέλους

m είναι ο βαθμός ασάφειας - ελέγχει την ασάφεια των συστάδων που προκύπτουν

s είναι το σύνολο δεδομένων εισόδου

c είναι το κέντρο κάθε συμπλέγματος

Η επαναληπτική διαδικασία σταματά όταν ικανοποιείται ένα κριτήριο σφάλματος $0 < \epsilon < 1$. Ο αλγόριθμος αυτός συγκλίνει σε ένα τοπικό ελάχιστο ή σε ένα σημείο καμπής της παραπάνω εξίσωσης.

2.10 Εκπαίδευση του ANFIS

Η εκπαίδευση του μοντέλου ANFIS αποτελεί το τελευταίο στάδιο του σχεδιασμού του μοντέλου και αφορά την προσαρμογή του μοντέλου ώστε να βρεθούν οι κατάλληλες παράμετροι των κέντρων και των αποκλίσεων των ασαφών συνόλων για τις προκαθορισμένες συνθήκες. Τα κέντρα και οι αποκλίσεις αναφέρονται στις παραμέτρους των ασαφών συνόλων εισόδου, που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών εισόδου. Κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης του μοντέλου, οι παράμετροι αυτές προσαρμόζονται έτσι ώστε η έξοδος του μοντέλου να προσεγγίζει όσο το δυνατόν καλύτερα την πραγματική συνάρτηση που προσπαθούμε να μοντελοποιήσουμε. Δηλαδή, να ληφθούν τα αποτελέσματα που αποδίδουν το μικρότερο σφάλμα και καθιστούν αποδοτικότερο το μοντέλο. Τα ANFIS πρόσθιας τροφοδότησης (feed forward) εκπαιδεύονται με τον αλγόριθμο της οπισθόδρομης διάδοσης των σφαλμάτων (backpropagation of error), ο οποίος ονομάζεται και γενικευμένος κανόνας του Δέλτα (generalized delta rule) (Βασιλείου, 2006). Όταν υπάρχει μία ομάδα δεδομένων εισόδου-εξόδου, γίνεται δυνατή η χρήση του ANFIS για την εύρεση των καταλληλότερων συναρτήσεων συμμετοχής. Έτσι συλλέγονται οι πληροφορίες από το σύνολο των δεδομένων, με τις οποίες θα εκπαιδευτεί το μοντέλο, με στόχο να γίνουν οι υπολογισμοί των παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής και

η επίτευξη της αποδοτικότερης μεθοδολογίας για την εξαγωγή συμπερασμάτων από τα δεδομένα.

Ο αλγόριθμος ANFIS μπορεί να αναπτυχθεί στο περιβάλλον του λογισμικού Matlab με χρήση της συνάρτησης `anfis.m`. Έπειτα, επιλέγεται το μοντέλο που θα εισαχθεί αφού πρώτα δημιουργηθεί. Το μοντέλο μπορεί να δημιουργηθεί με τη συνάρτηση `genfis2` όπου δημιουργεί ένα FIS με τη μέθοδο Subtractive Clustering για δοθέντα ζεύγη δεδομένων εισόδων-εξόδου.

Αναλυτικότερα, κατά την ανάπτυξη του αλγόριθμου είναι εφικτό να προσδιοριστούν οι αριθμοί κύκλων εκπαίδευσης, η αρχική τιμή του συντελεστή εκμάθησης, το βήμα καθώς και οι συντελεστές αύξησης αλλά και μείωσης αυτού. Τέλος, επιλέγεται το σφάλμα, το οποίο αποτελεί μια συνάρτηση με μεταβλητές τις παραμέτρους των συναρτήσεων συμμετοχής και στόχος είναι η ελαχιστοποίησή του με κατάλληλη προσαρμογή των τιμών των παραμέτρων (Vaidhehi, 2014).

Ο σχεδιασμός και η εκπαίδευση ενός μοντέλου ασαφούς συλλογιστικής Takagi-Sugeno-Kang (TSK) μέσω του αλγορίθμου ANFIS, προϋποθέτει τα εξής:

- Αρχικά, διαχωρίζονται τα δεδομένα, σε ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης και ένα σύνολο δεδομένων ελέγχου.
- Έπειτα, γίνεται ομαδοποίηση με κάποια μέθοδο στα δεδομένα, ώστε να δημιουργηθεί το αρχικό ασαφές σύστημα συμπεράσματος.
- Επιπλέον, η δημιουργία του FIS, το οποίο παίρνει τα δεδομένα εισόδου και εξόδου, πραγματοποιεί σύγκριση μεταξύ τους, και έπειτα λαμβάνει τον αριθμό των clusters που αποτελεί το τρίτο στάδιο.
- Στη συνέχεια, ακολουθείται ο έλεγχος του FIS, ελέγχοντας το σφάλμα εκτίμησης. Αυτό, πραγματοποιείται εισάγοντας τα δεδομένα εκπαίδευσης και ελέγχου, και συγκρίνοντάς τα με τις εξόδους.
- Επιπρόσθετα, χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος ANFIS για να εκπαιδευτεί το FIS, όπου δίνεται ως παράμετρος ο αριθμός των εποχών.
- Σημαντικό βήμα, ακόμα, είναι ο έλεγχος του σφάλματος του εκπαιδευμένου FIS, εισάγοντας τα δεδομένα εκπαίδευσης και ελέγχου και συγκρίνοντάς τα με τις εξόδους.
- Τέλος, συγκρίνεται το σφάλμα των εξόδων, πριν και μετά την εκπαίδευση του μοντέλου (Μπογιατζής, 2019, Ροκάνη, 2020)

2.11 Πλεονεκτήματα και περιορισμοί του ANFIS

Μερικά από τα πλεονεκτήματα των μοντέλων είναι η υψηλή απόδοση τους αφού μπορούν να παράγουν προβλέψεις με υψηλή ακρίβεια και αξιοπιστία, λόγω της συνδυαστικής χρήσης των ασαφών συστημάτων και των νευρωνικών δικτύων (Yesiloglu, et. al., 2013). Η ευέλικτη δομή τους, καθώς μπορούν να προσαρμοστούν σε

μια μεγάλη ποικιλία από προβλήματα με διαφορετικές απαιτήσεις. Η συμπαγής δομή, δηλαδή το γεγονός ότι χρειάζονται λίγες παραμέτρους για να περιγράψουν μια συνάρτηση. Επιπλέον, η ευκολία στην εκπαίδευση, καθώς είναι σχετικά εύκολη και γίνεται με χρήση κατάλληλων αλγορίθμων ελαχιστοποίησης σφάλματος. Σημαντικό, επίσης, είναι η υψηλή ταχύτητα αφού μπορούν να εκτελούνται γρήγορα και αποτελεσματικά, ακόμα και για πολύπλοκες εισόδους (Δέδες και Δουληγέρης, 2016).

Η μέθοδος αυτή έχει το πλεονέκτημα της ταχύτερης σύγκλισης σε σύγκριση με ένα τυπικό δίκτυο προς τα εμπρός μετάδοσης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι παράμετροι των υποθέσεων παραμένουν σταθερές. Επιπλέον, η μέθοδος παρέχει αυτόματη ρύθμιση των παραμέτρων για τον έλεγχο της ασαφούς λογικής. Το μοντέλο ANFIS προσφέρει ομαλότητα μέσω της παρεμβολής ασαφούς ελέγχου και προσαρμοστικότητας των νευρωνικών δικτύων. Συνεπώς, αναδεικνύεται ως η καλύτερη προσέγγιση για την επίτευξη ισορροπίας μεταξύ νευρωνικών και ασαφών συστημάτων. (Harandizadeh and Armaghani, 2021).

Εκτός από πλεονεκτήματα, το μοντέλο ANFIS έχει και σημαντικούς περιορισμούς. Το ANFIS έχει μόνο μία έξοδο, η οποία λαμβάνεται με τη μέθοδο αποασαφοποίησης σταθμισμένου μέσου. Όλες οι συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου πρέπει να είναι ίδιου τύπου, είτε γραμμικές είτε σταθερές (Βασιλείου, 2006). Παράλληλα, βασίζεται σε ένα FIS που είναι δυνατόν να αναπτυχθεί μόνο με τύπου Sugeno. Επίσης, είναι απαραίτητο να διασφαλίζεται η γραμμικότητα ή η σταθερότητα στις συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου. Να είναι, δηλαδή, ίδιου τύπου και επιπλέον να είναι εφικτό να αλλάξουν μόνο οι τιμές των κανόνων και όχι οι συναρτήσεις συμμετοχής, είτε εισόδου είτε εξόδου. Θα πρέπει να χρησιμοποιείται, ακόμα, η προκαθορισμένη συνάρτηση συμμετοχής εξόδου, η οποία οφείλει να είναι όπως επιβάλλει το μοντέλο ANFIS. Επιπλέον, είναι απαραίτητο να καθορίζεται το βάρος σε κάθε κανόνα.

Στα κοινά συστήματα ασαφούς συλλογισμού, τα σύνολα μελών και η δομή των κανόνων επιλέγονται αρχικά κάπως τυχαία και στη συνέχεια προσαρμόζονται με τη χρήση της εμπειρίας των ειδικών. Στα προσαρμοστικά νευροασαφή συστήματα συλλογισμού, χρησιμοποιείται ένα συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων εισόδου/εξόδου για την κατασκευή ενός συστήματος ασαφούς συλλογισμού. Οι παράμετροι των συναρτήσεων μέλους στο ANFIS επιλέγονται και προσαρμόζονται με χρήση είτε ενός αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης, είτε σε συνδυασμό με μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Αυτό επιτρέπει στο ANFIS να μαθαίνει από τα δεδομένα και να έχει μια δομή παρόμοια με αυτήν ενός νευρωνικού δικτύου (Galetakis et al., 2021).

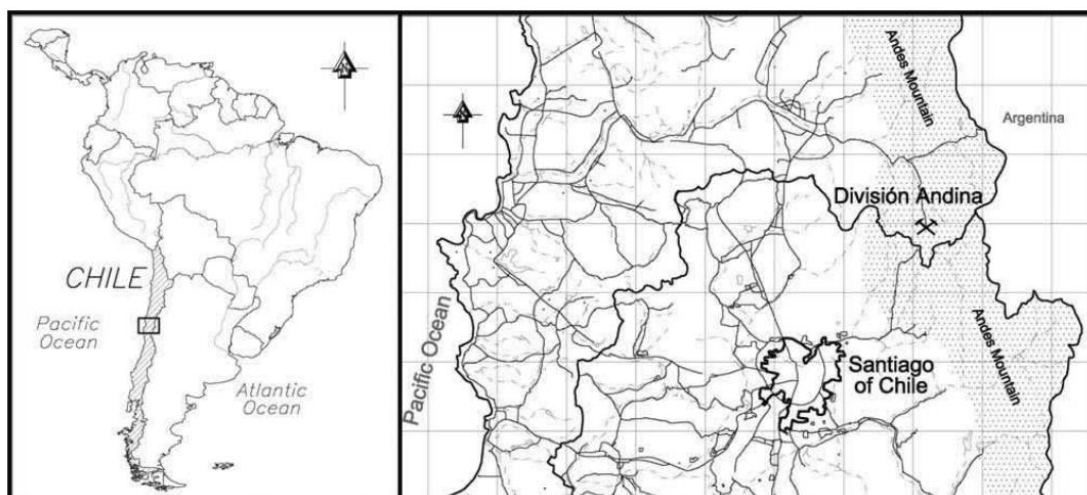
Κεφάλαιο 3. Περιγραφή του κοιτάσματος χαλκού και των γεωτρητικών δεδομένων

3.1 Περιγραφή του κοιτάσματος χαλκού

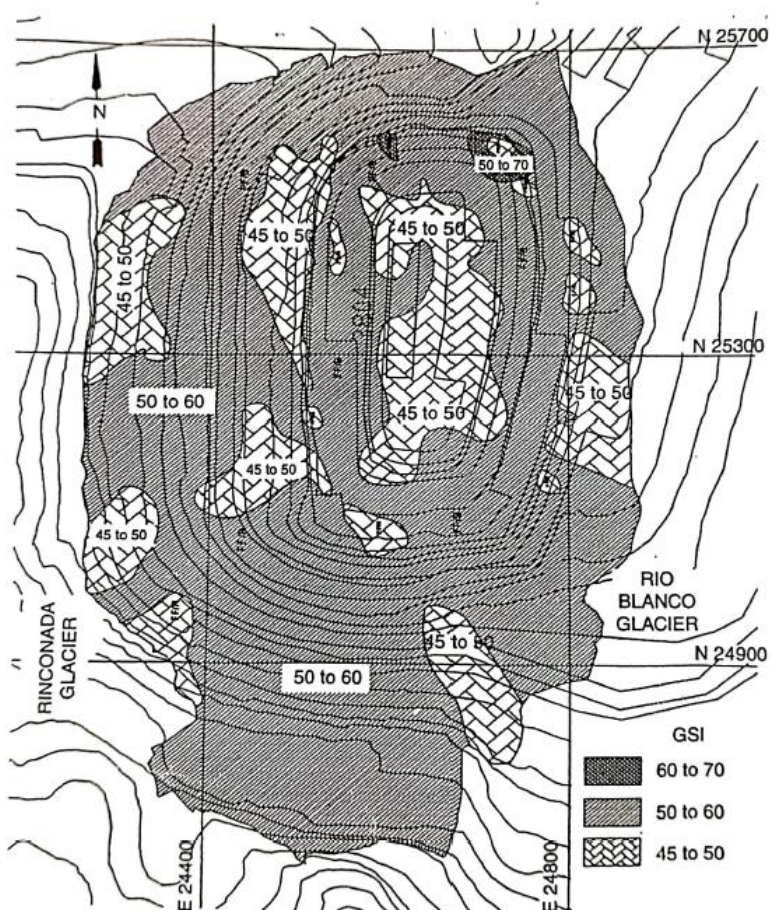
Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από ένα κοιτάσμα χαλκού που βρίσκεται στην περιοχή Andina των Άνδεων, στη Χιλή. Περιγράφεται αναλυτικά και χρησιμοποιείται ως παράδειγμα στο σύγγραμμα «Open Pit Mine Planning & Design: CSMine software package» των Hustrulid and Kuchta, 2006. Το κοιτάσμα το εκμεταλλεύεται η εταιρεία Codelco και πραγματοποιεί εξόρυξη στην περιοχή Rio Blanco, το οποίο βρίσκεται 80 χιλιόμετρα βορειοανατολικά του Σαντιάγο στην Χιλή. Η ύπαρξη των αποθεμάτων ήταν ήδη γνωστά από το 1920, όμως η εξόρυξή τους πραγματοποιήθηκε μετά το 1970.

Στο σχήμα 3.1 δίνεται ο τοπογραφικός χάρτης της περιοχής όπου βρίσκεται το κοιτάσμα. Είναι πορφυριτικού τύπου με διάσπαρτη μεταλλοφορία χαλκού. Το κοιτάσμα Andina εκμεταλλεύεται από δύο ορυχεία, το υπόγειο ορυχείο Andina του Rio Blanco και το ορυχείο υπαίθριας εκμετάλλευσης Sur-Sur. Στο Σχήμα 3.2 παρατίθενται οι γεωτεχνικές ζώνες στο ορυχείο Sur Sur που δείχνουν την τιμή GSI (Geological Strength Index) κάθε ζώνης. Το κοιτάσμα Sur Sur είναι ένα υδροθερμικό λατυποπαγές (breccia). Τα ορυχεία παράγουν μαζί περίπου 220.000 τόνους χαλκού και 1.900 τόνους μολυβδαινίου ανά έτος.

Στο Sur Sur ορυχείο, το οποίο ξεκίνησε τη λειτουργία του το 1981, εξορύσσονται κάθε χρόνο 7 εκατομμύρια τόνοι μεταλλεύματος χαλκού και μολυβδαινίου καθώς και 15 εκατομμύρια στείρου μεταλλεύματος. Η μέση περιεκτικότητα του χαλκού στο κοιτάσμα είναι περίπου 0.8%. Το γεγονός ότι βρίσκεται σε υψόμετρο 3500 με 4200 μέτρα πάνω από το επίπεδο της θάλασσας, το καθιστά ιδιαίτερα απαιτητικό έργο, ενώ οι κλιματικοί περιορισμοί δεν επιτρέπουν το ορυχείο να λειτουργεί παραπάνω από 320 ημέρες το χρόνο. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού και την ομαλή τροφοδοσία της μονάδας επεξεργασίας ολόκληρο το χρόνο, μέρος από το εξορυσσόμενο μέταλλευμα αποθηκεύεται σε ένα παλιό ορυχείο και χρησιμοποιείται όταν το ορυχείο δεν μπορεί να λειτουργήσει.

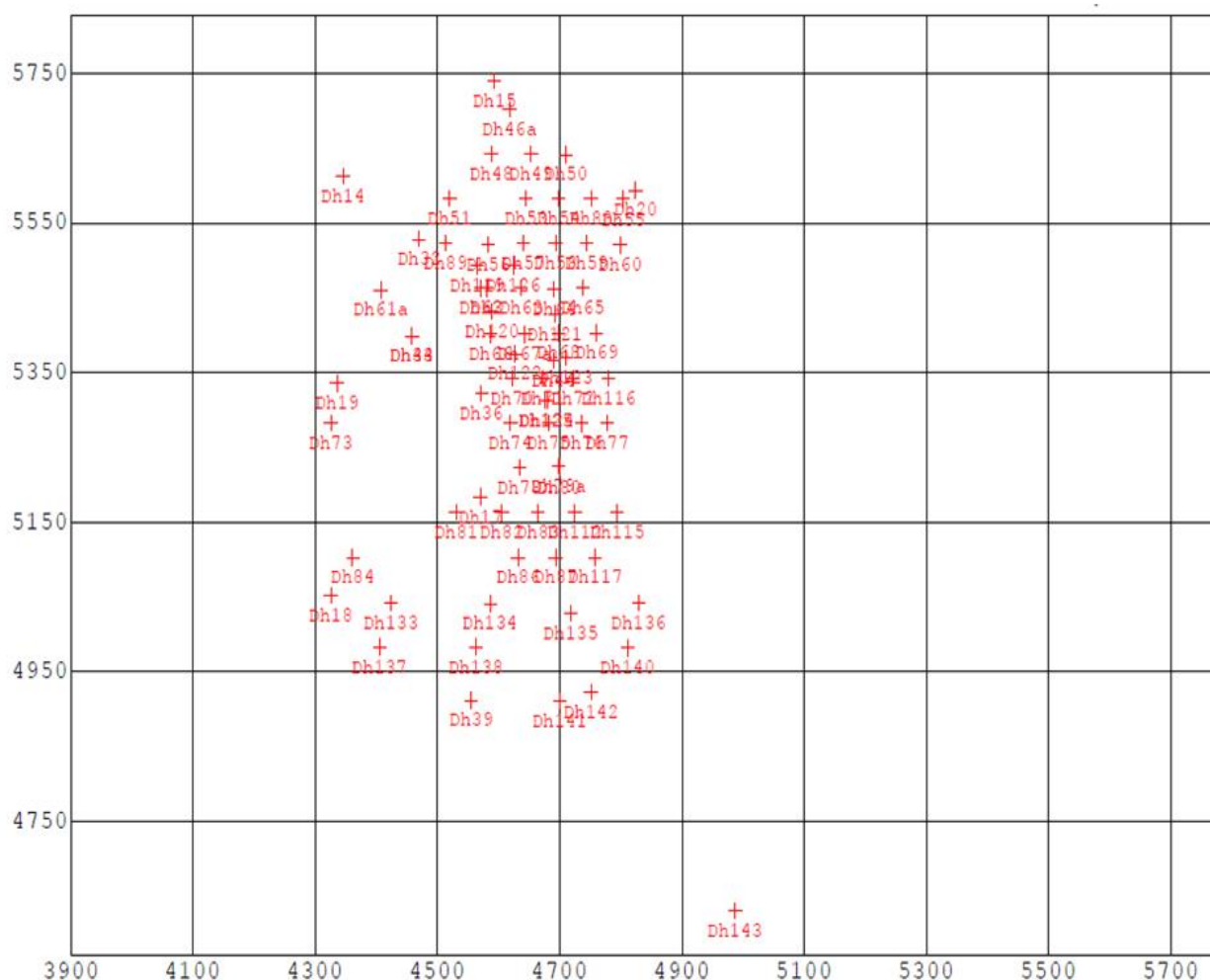


Σχήμα 3.1 Χάρτης θέσης ορυχείου Andina της Codelco στη Χιλή (Linero et al., 2007).



Σχήμα 3.2: Γεωτεχνικές ζώνες στο ορυχείο Sur Sur βάσει του GSI κανονισμού (Hustrulid and Kuchta, 2006).

Το κοίτασμα εξερευνήθηκε με 76 κατακόρυφες γεωτρήσεις δειγματοληψίας με διαφορετικό βάθος, οι θέσεις των οποίων δίνονται στον χάρτη γεωτρήσεων στο Σχήμα 3.3.



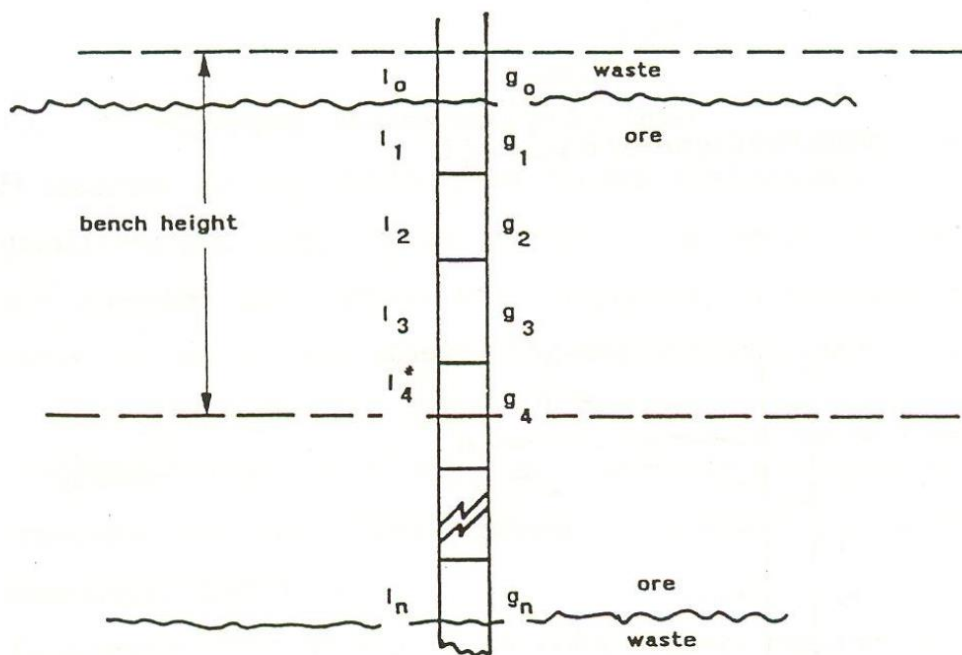
Σχήμα 3.3: Χάρτης γεωτρήσεων κοιτάσματος (διαστάσεις κατά τους άξονες X και Y σε ft σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων).

3.2 Πρωτογενή στοιχεία γεωτρήσεων και δημιουργία σύνθετων δειγμάτων

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται τα αναλυτικά στοιχεία των πυρήνων των γεωτρήσεων, ώστε να δημιουργηθούν τα σύνθετα δείγματα (composites) από το κοίτασμα χαλκού Andina. Βασική παράμετρος ώστε να υπολογιστούν τα σύνθετα δείγματα αποτελεί το ύψος της βαθμίδας. Το μοντέλο του κοιτάσματος είναι δυνατόν να δημιουργηθεί, εάν τα δεδομένα των δειγμάτων των γεωτρήσεων μετατραπούν σε ομαδοποιημένα σύνολα ή σύνθετα δείγματα ίσου μήκους (Γαλετάκης, 2017). Η δημιουργία τους πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του λογισμικού CSMine (Hustrulid

and Kuchta, 2006). Καθορίζεται εξ αρχής ότι, η εκμετάλλευση θα είναι υπαίθρια με μορφή βαθμίδων (benches), με αριθμό και ύψος βαθμίδων 20 και 25 ft αντίστοιχα.

Για να υπολογισθεί το σύνθετο δείγμα βαθμίδας, αξιολογούνται όλα τα δείγματα πυρήνων της γεώτρησης, τα οποία βρίσκονται εντός του ύψους της βαθμίδας και χαρακτηρίζονται ως μετάλλευμα (ore) και μένουν εκτός τα άγονα υλικά (waste). Προσδιορίζονται βάσει των πυρήνων των γεωτρήσεων, τα n δείγματα με μήκη και περιεκτικότητες l_1, l_2, \dots, l_n και g_1, g_2, \dots, g_n αντίστοιχα (Σχήμα 3.4)



Σχήμα 3.4: Δημιουργία σύνθετου δείγματος βαθμίδας με βάση τους πυρήνες των γεωτρήσεων (Hustrulid and Kuchta, 2006).

Η μέση περιεκτικότητα g για τη γεώτρηση αυτή για όλο το πάχος της μεταλλοφόρου ζώνης, υπολογίζεται από τον τύπο:

$$g = \frac{\sum g_i l_i}{\sum l_i}$$

Όπου:

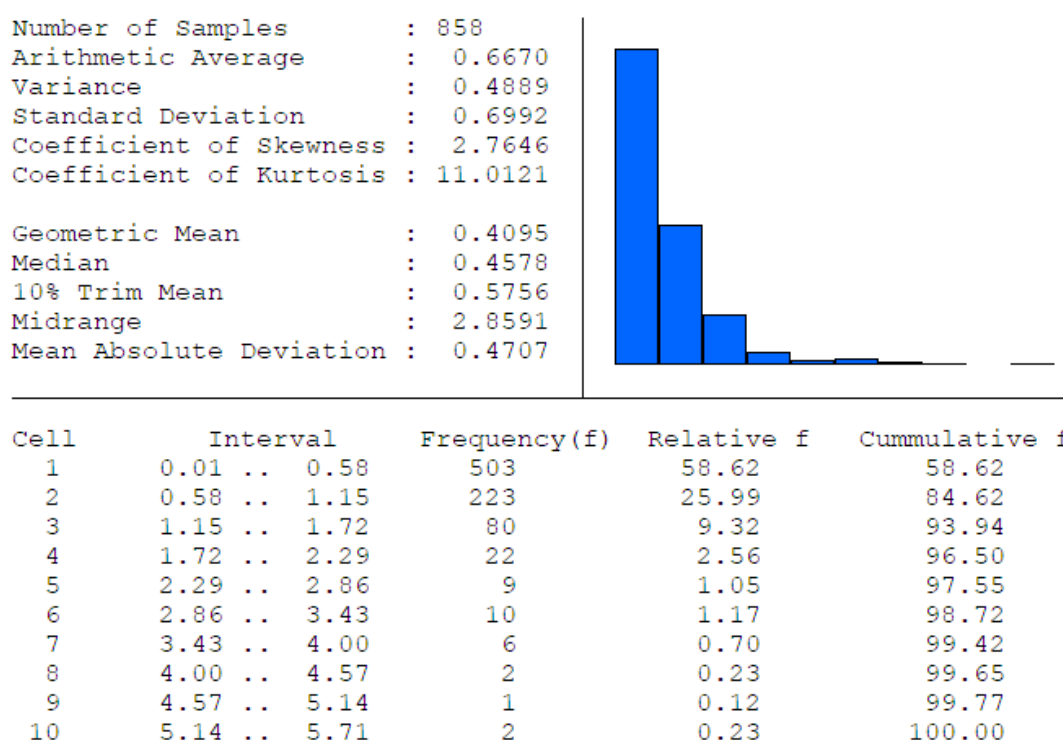
l_i = το μήκος του δείγματος

g_i = η περιεκτικότητα του δείγματος i

Τα σύνθετα δείγματα που προέκυψαν με βάση αυτές τις παραδοχές είναι 858.

3.3 Στατιστική ανάλυση και υπολογισμός βαριογραμμάτων για τα σύνθετα δείγματα

Με τη χρήση του λογισμικού CSMine πραγματοποιήθηκε η στατιστική ανάλυση των σύνθετων δειγμάτων του κοιτάσματος. Οι κύριες στατιστικές παράμετροι και το ιστόγραμμα των τιμών Cu% των σύνθετων δειγμάτων φαίνονται στο Σχήμα 3.5, όπου βλέπουμε ότι τα περισσότερα δείγματα είναι συγκεντρωμένα στις πρώτες κλάσεις με τις χαμηλές τιμές περιεκτικότητας.

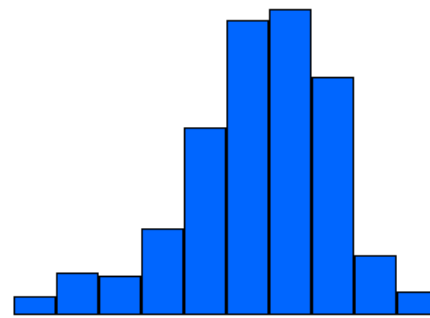


Σχήμα 3.5: Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης και ιστόγραμμα των τιμών περιεκτικότητας σε Cu% των σύνθετων δειγμάτων.

Δεδομένου ότι η παρατηρούμενη κατανομή των τιμών Cu% απέχει πολύ από την κανονική κατανομή, χρησιμοποιήθηκε ο λογαριθμικός μετασχηματισμός (Σχήμα 3.6). Πιο συγκεκριμένα εφαρμόστηκε ο σύνθετος λογαριθμικός μετασχηματισμός $y = \ln(x + \beta)$ στις αρχικές τιμές x με $\beta = -0.002$. Στο Σχήμα 3.6 φαίνεται το ιστόγραμμα των μετασχηματισμένων τιμών, όπου φαίνεται η κατανομή των μετασχηματισμένων τιμών να είναι πολύ κοντά στην κανονική κατανομή.

Variable : Ln(%Coppe), beta = -0.0020

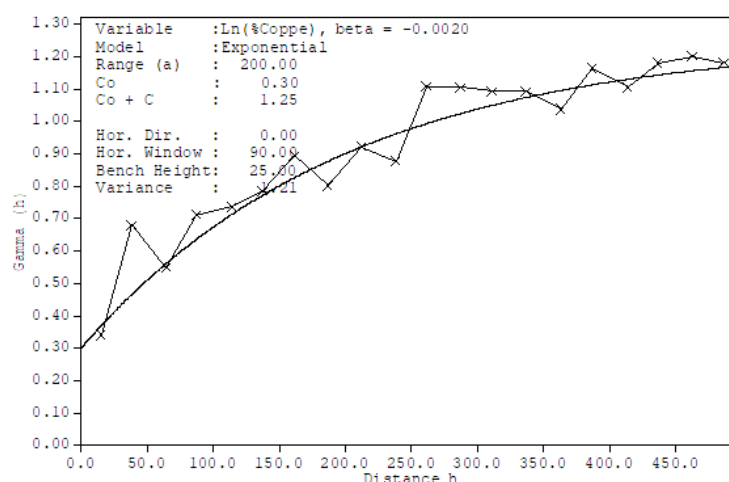
Number of Samples : 858
 Arithmetic Average : -0.9029
 Variance : 1.2121
 Standard Deviation : 1.1009
 Coefficient of Skewness : -0.6567
 Coefficient of Kurtosis : 0.4906
 Geometric Mean : 0.0000
 Median : -0.7857
 10% Trim Mean : -0.8574
 Midrange : -1.3579
 Mean Absolute Deviation : 0.8530



Cell	Interval	Frequency (f)	Relative f	Cummulative f
1	-4.46 .. -3.84	13	1.52	1.52
2	-3.84 .. -3.22	28	3.26	4.78
3	-3.22 .. -2.60	26	3.03	7.81
4	-2.60 .. -1.98	57	6.64	14.45
5	-1.98 .. -1.36	124	14.45	28.90
6	-1.36 .. -0.74	195	22.73	51.63
7	-0.74 .. -0.12	202	23.54	75.17
8	-0.12 .. 0.50	157	18.30	93.47
9	0.50 .. 1.12	40	4.66	98.14
10	1.12 .. 1.74	16	1.86	100.00

Σχήμα 3.6 Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης και ιστόγραμμα κατανομής τιμών έπειτα από την εφαρμογή του λογαριθμικού μετασχηματισμού της περιεκτικότητας σε Cu% των σύνθετων δειγμάτων.

Στο σχήμα 3.7 απεικονίζεται το συνολικό πειραματικό βαριόγραμμα των μετασχηματισμένων τιμών για την περιεκτικότητα σε Cu και η προσαρμογή του εκθετικού μοντέλου. Το μοντέλο αυτό με τις παραμέτρους που αναφέρονται στο Σχήμα 3.7 αποδίδει ικανοποιητικά τη χωρική μεταβολή της περιεκτικότητας σε Cu (μετασχηματισμένες τιμές) των σύνθετων δειγμάτων. Εκτός του συνολικού βαριογράμματος κατασκευάστηκαν και τα κατευθυντικά βαριογράμματα (0° , 45° , 90° , 135°) και διαπιστώθηκε ότι δεν υπάρχει ανισοτροποπία.



Σχήμα 3.7: Συνολικό βαριόγραμμα των λογαριθμισμένων τιμών των περιεκτικότητων Cu των σύνθετων δειγμάτων για το κοίτασμα Andina_Cu (οι αποστάσεις είναι σε ft).

Κεφάλαιο 4. Ανάπτυξη, Εκπαίδευση και Έλεγχος των ANFIS για τον Υπολογισμό της Περιεκτικότητας

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται η δυνατότητα αξιολόγησης αποθεμάτων και ποιότητας κοιτασμάτων μέσω της χρήσης προσαρμοζόμενων νευροασαφών συστημάτων, καθώς και η σύγκρισή τους με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα νευρωνικά δίκτυα και τη μέθοδο Kriging. Παρουσιάζεται η ανάπτυξη των συστημάτων ANFIS, και στη συνέχεια, δημιουργούνται αντίστοιχα συστήματα βασισμένα σε νευρωνικά δίκτυα, με σκοπό τη σύγκρισή τους.

4.1 Ανάπτυξη νευροασαφούς συστήματος για την αξιολόγηση των γεωτρήσεων χαλκού

Τα ANFIS που αναπτύχθηκαν βασίστηκαν στο νευροασαφές σύστημα Sugeno πρώτης τάξης. Ένα ασαφές μοντέλο Sugeno πρώτης τάξης μπορεί να συλλάβει τη μεταβλητότητα στα δεδομένα, καλύτερα από ένα ασαφές μοντέλο Sugeno μηδενικής τάξης. Τα συστήματα συμπερασμάτων τύπου Sugeno μηδενικής και πρώτης τάξης έχουν την ακόλουθη γενική μορφή (Sugeno, 1985):

ΑΝ το x είναι A και το y είναι B ΤΟΤΕ $z = k$ (μηδενική τάξη)

ΑΝ το x είναι A και το y είναι B ΤΟΤΕ $z = ax + by + c$ (πρώτης τάξης)

Όπου, x και y είναι οι ασαφείς μεταβλητές εισόδου, τα A και B είναι τα ασαφή σύνολα στα οποία ανήκουν, z είναι η έξοδος και τα k, a, b, c είναι σταθερές. Η έξοδος σε μορφή κλασικού αριθμού λαμβάνεται μετά από αποασαφοποίηση που γίνεται με τη χρήση της σταθμισμένης μέσης τιμής (Galetakis, 2021).

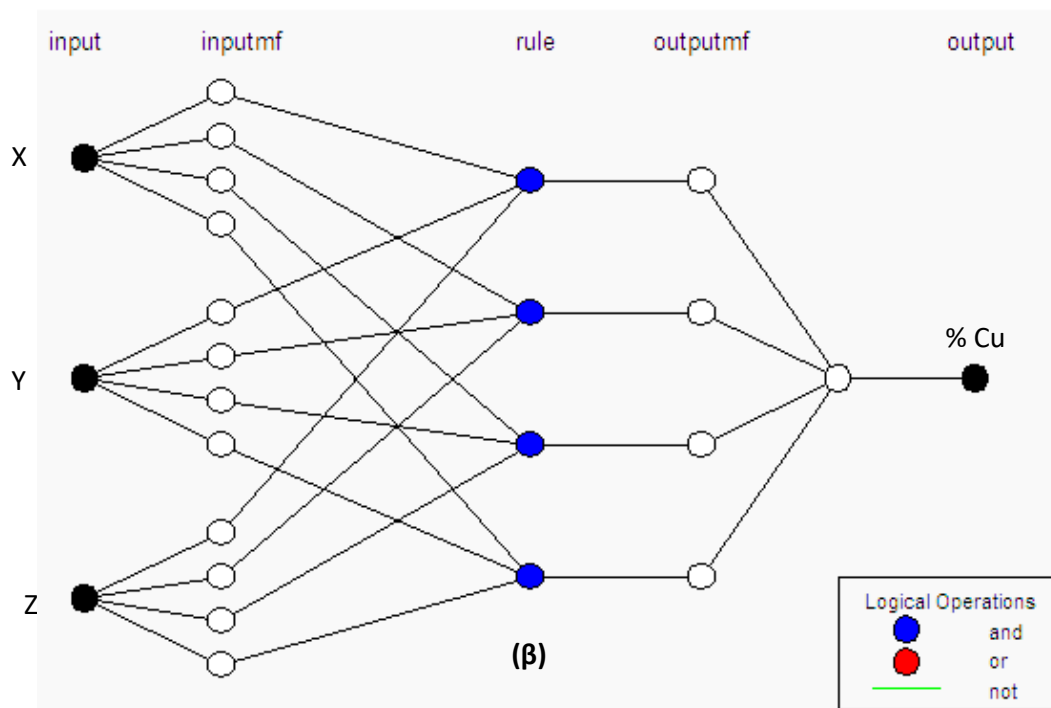
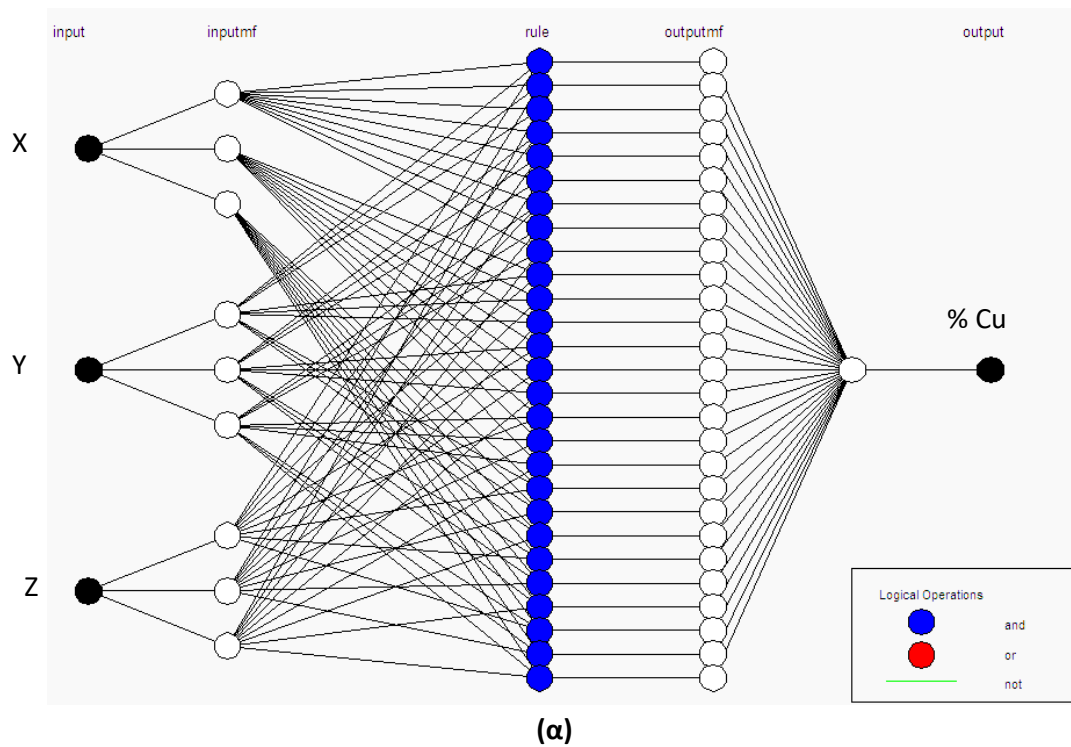
Το ANFIS που αναπτύχθηκε έχει τρεις εισόδους, που είναι οι συντεταγμένες X, Y και Z του σύνθετου δείγματος, και μια έξοδο που είναι η λογαριθμισμένη τιμή της % περιεκτικότητας Cu του σύνθετου δείγματος. Η τελική τιμή που λαμβάνεται από το σύστημα ANFIS είναι η % περιεκτικότητα σε Cu πραγματοποιώντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό (απολογαριθμοποίηση) των εκτιμώμενων μετασχηματισμένων λογαριθμικών τιμών % Cu .

Η ανάπτυξη των ANFIS πραγματοποιήθηκε σε περιβάλλον Matlab, χρησιμοποιώντας την εργαλειοθήκη Fuzzy Logic Toolbox, η οποία διαθέτει τα απαραίτητα προγραμματιστικά εργαλεία.

Αναπτύχθηκαν ANFIS με διαφορετικές παραμέτρους (τρόπος ομαδοποίησης των δεδομένων και αριθμός συναρτήσεων συμμετοχής) με στόχο να προσδιοριστεί εκείνο που επιτυγχάνει την καλύτερη ακρίβεια εκτιμήσεων (μικρότερο τετραγωνικό σφάλμα):

- Στο πρώτο μοντέλο ANFIS που αναπτύχθηκε χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του πλήρους διαμερισμού του χώρου των δεδομένων εισόδου, γνωστή ως Grid-Partitioning (Σχήμα 4.1α)

- Στο δεύτερο μοντέλο ANFIS χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του επιλεκτικού διαχωρισμού (sub-clustering) (Σχήμα 4.1β).



Σχήμα 4.1: α) Δομή του ANFIS που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των αποθεμάτων του μεταλλεύματος με Grid Partition β) ANFIS που δημιουργήθηκε με Sub Clustering.

Η εκπαίδευση του συστήματος πραγματοποιήθηκε με την υβριδική μέθοδο που βασίζεται στη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και στον αλγόριθμο οπισθοδιάδοσης, ενώ τα δεδομένα εκπαίδευσης διατάχθηκαν σε μορφή πίνακα προκειμένου να είναι σε μορφή συμβατή με τις απαιτήσεις του λογισμικού Matlab που χρησιμοποιήθηκε. Για ένα ασαφές σύστημα με N εισόδους και μια έξοδο, τα δεδομένα εκπαίδευσης του είναι ένας πίνακας με $N+1$ στήλες. Οι πρώτες N στήλες περιέχουν τις τιμές των εισόδων και η τελική στήλη περιέχει τις τιμές της εξόδου.

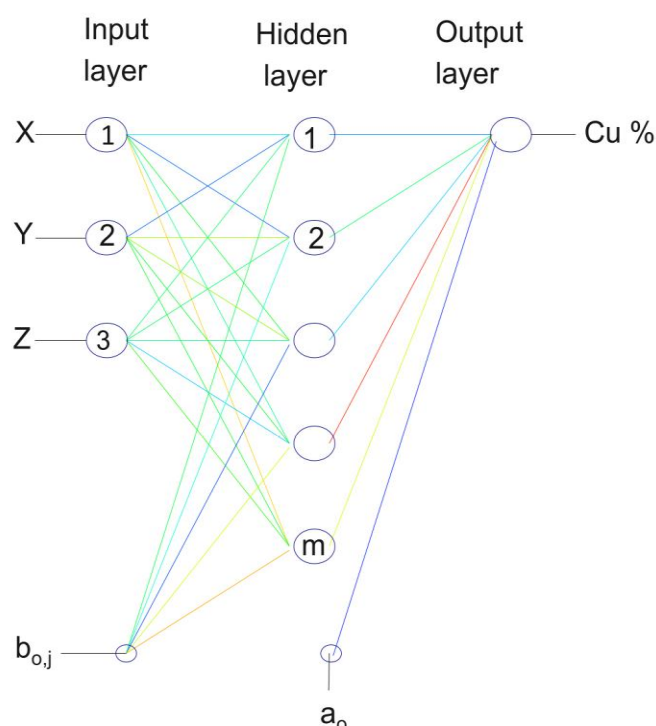
Για την εκπαίδευση και τον έλεγχο του ANFIS, χρησιμοποιήθηκαν όλα τα σύνθετα δείγματα των γεωτρήσεων (858). Το διαθέσιμο σύνολο των σύνθετων δειγμάτων χωρίστηκε σε τρία υποσύνολα. Το πρώτο που αποτελείται από το 70% δειγμάτων (572) είναι το σύνολο των δεδομένων της εκπαίδευσης (training set), το δεύτερο που αποτελείται από το 15% των δειγμάτων (143) χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της εκπαίδευσης (validation set) και το τρίτο που είναι το υπόλοιπο 15% των δειγμάτων (143) χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της ικανότητας γενίκευσης (testing set) του εκπαιδευθέντος ANFIS. Ο χωρισμός τους έγινε με τυχαίο τρόπο. Σε όλες τις περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκαν οι λογάριθμοι των περιεκτικοτήτων. Ο μετασχηματισμός αυτός βοήθησε στην αποφυγή των αρνητικών τιμών που δεν έχουν φυσικό νόημα στο πρόβλημα αυτό.

Επιπρόσθετα για λόγους σύγκρισης των αποτελεσμάτων των ANFIS με άλλες μεθόδους μηχανικής μάθησης και πιο συγκεκριμένα με τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (Neural Networks ή NN), αναπτύχθηκε ένα αντίστοιχης δομής νευρωνικό δίκτυο που έχει χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση αποθεμάτων και ποιότητας κοιτασμάτων με βάση στοιχεία γεωτρήσεων (Χαϊντούτη, 2020). Χρησιμοποιήθηκαν NN ευθείας προώθησης με οπισθοδιάδοση του σφάλματος. Συγκεκριμένα, τα NN είχαν ένα στρώμα εισόδου με τρεις νευρώνες, ένα κρυφό στρώμα από m νευρώνες και ένα στρώμα εξόδου με έναν νευρώνα. Οι συντεταγμένες κάθε σύνθετου δείγματος γεώτρησης χρησιμοποιήθηκαν ως είσοδοι, ενώ η καταγεγραμμένη τιμή του περιεχομένου (%) σε Cu χρησιμοποιήθηκε ως έξοδος (Σχήμα 4.2). Ο βέλτιστος αριθμός νευρώνων και η παραμετροποίηση των μοντέλων, καθορίστηκαν κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης.

Τόσο στα ANFIS όσο και στο NN, χρησιμοποιήθηκε η τεχνική της έγκαιρης διακοπής (early stopping) της εκπαίδευσης για να αποφευχθεί η υπερεκπαίδευση. Επίσης δόθηκε προσοχή στην επιλογή του αριθμού των χρησιμοποιούμενων συναρτήσεων συμμετοχής στα ANFIS και του αριθμού των νευρώνων στο εσωτερικό επίπεδο των NN, έτσι ώστε οι προκύπτοντες κανόνες και συνάψεις αντίστοιχα να είναι συγκρίσιμοι με το πλήθος των δεδομένων εκπαίδευσης, για να αποφευχθεί η υπερεκπαίδευση. Η ανάπτυξη των NN έγινε και αυτή σε περιβάλλον Matlab.

Τα εκπαιδευμένα ANFIS και NN χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό της περιεκτικότητας % σε Cu στα μπλοκ του ψηφιακού μοντέλου του κοιτάσματος που αναπτύχθηκε. Τέλος, ενώ για τη δημιουργία του ψηφιακού μοντέλου του κοιτάσματος με τη μέθοδο Kriging χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό CSMine (Hustrulid & Kuchta, 2006). Επίσης, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Surfer (Golden Software) για τη δημιουργία συγκριτικών χαρτών.

Στο Σχήμα 4.2 παρουσιάζεται η δομή του νευρωνικού δικτύου που προέκυψε για τον υπολογισμό των αποθεμάτων του μεταλλεύματος,



Σχήμα 4.2: Δομή Νευρωνικού Δικτύου που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των αποθεμάτων του μεταλλεύματος.

4.2 Εκπαίδευση και έλεγχος της δυνατότητας γενίκευσης της αποκτηθείσας γνώσης από το ANFIS

Ένα από τα πιο κοινά προβλήματα που μπορεί να προκύψουν κατά την εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου είναι η υπερεκπαίδευση (overtraining), η οποία συμβαίνει όταν το δίκτυο είναι πολύ καλά εκπαιδευμένο στις λεπτομέρειες και τον θόρυβο όλων των δεδομένων, αλλά δεν είναι δυνατό ως προς τη γενίκευση της αποκτηθείσας γνώσης και επομένως η απόδοσή του είναι χαμηλή κατά τον έλεγχο της αξιοπιστίας του με νέα δεδομένα, που δεν χρησιμοποιούνται στην εκπαίδευση. Το σφάλμα εκπαίδευσης υπολογίζεται ως η μέση τετραγωνική διαφορά μεταξύ της τιμής εξόδου των δεδομένων

εκπαίδευσης και της εξόδου του συστήματος (Vaidhehi, 2014). Το σφάλμα εκπαίδευσης καταγράφει τη ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) του συνόλου δεδομένων εκπαίδευσης σε κάθε εποχή.

Για την επίλυση, επομένως, αυτού του προβλήματος, χρησιμοποιείται η τεχνική της έγκαιρης διακοπής (early stopping), όπου η εκπαίδευση διακόπτεται εγκαίρως χρησιμοποιώντας ένα πρόσθετο σύνολο δεδομένων (validation set) που λαμβάνεται για τον έλεγχο της εκπαίδευσης, χωρίς να συμμετέχουν τα δεδομένα της σε αυτήν. Κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας, το σφάλμα εκτίμησης σταδιακά μειώνεται με το πέρασμα των κύκλων εκπαίδευσης (epochs) για το σύνολο των δεδομένων που εκπαιδεύονται. Αντίθετα, το σφάλμα του συνόλου δεδομένων προς επιβεβαίωση μειώνεται σε μια ελάχιστη τιμή και στη συνέχεια αυξάνεται. Σε αυτό το σημείο, στο ελάχιστο σφάλμα για το σύνολο δεδομένων προς επιβεβαίωση η εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου διακόπτεται για να αποφευχθεί η υπερεκπαίδευση. Τέλος, ένα τρίτο σύνολο δεδομένων εισάγεται στο εκπαιδευμένο μοντέλο για να ελεγχθεί η ακρίβεια της πρόβλεψης, για άγνωστα δεδομένα τα οποία δεν χρησιμοποιήθηκαν στην εκπαίδευση.

Χρησιμοποιήθηκαν δυο διαφορετικές στρατηγικές εκπαίδευσης του ANFIS και του NN που αναπτύχθηκαν. Στην πρώτη χρησιμοποιήθηκε το σύνολο των σύνθετων δειγμάτων (all_data) και οι τιμές της περιεκτικότητας σε Cu %. Στη δεύτερη χρησιμοποιήθηκε επίσης το σύνολο των σύνθετων δειγμάτων (all_data_in) αλλά οι μετασχηματισμένες τιμές της περιεκτικότητας σε Cu % (σύνθετος λογαριθμικός μετασχηματισμός). Και στις δυο αυτές περιπτώσεις το σύνολο των δεδομένων χωρίστηκε σε training set (70%), validation set (15%) και testing set (15%). Τα αποτελέσματα που προέκυψαν καθώς και οι άλλες παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν παρατίθενται στο συγκεντρωτικό πίνακα 4.1.

Στο Πίνακα 4.1 φαίνονται οι επαναλήψεις (epochs) που πραγματοποιήθηκαν κατά την εκπαίδευση, ο αριθμός των συναρτήσεων συμμετοχής (no of mfs) και ο αριθμός των κανόνων (rules) που προέκυψαν.

Για παράδειγμα, στο σύστημα που αναπτύσσεται με τη μέθοδο της Grid Partition, στην πρώτη περίπτωση για όλα τα δεδομένα χρησιμοποιούνται 4 συναρτήσεις σε κάθε είσοδο και έτσι προκύπτει ένα σύνολο από 64 κανόνες (4x4x4). Όσον αφορά την subtractive clustering μέθοδο, ο αριθμός των κανόνων επιλέγεται από τον χρήστη με βάση την εκτίμησή του και, στη συνέχεια, η μέθοδος Subtractive Clustering σε συνδυασμό με το ANFIS προσαρμόζει αυτόματα τους κανόνες για να επιτύχει βέλτιστη απόδοση στα δεδομένα.

Συγκεκριμένα, πραγματοποιείται η επιλογή κέντρων συστάδας (cluster). Η μέθοδος Subtractive Clustering υποθέτει ότι κάθε σημείο δεδομένων μπορεί να είναι ένα πιθανό κέντρο συστάδας. Εφαρμόζει έναν αλγόριθμο που υπολογίζει την πιθανότητα κάθε σημείου να είναι το κέντρο συστάδας, με βάση την πυκνότητα των γύρω σημείων δεδομένων. Έπειτα, δημιουργούνται οι ασαφείς κανόνες (fuzzy rules) ANFIS: Κάθε επιλεγμένο κέντρο συστάδας αντιστοιχεί σε έναν ασαφή κανόνα στο σύστημα ANFIS.

Οι παράμετροι του κανόνα περιλαμβάνουν τα κέντρα και τα πλάτη των συναρτήσεων συμμετοχής που περιγράφουν τον ρόλο κάθε σημείου στον κανόνα.

Επιπλέον, στον πίνακα 4.1 δίνονται ο τύπος της συνάρτησης συμμετοχής (mf type), το μέσο σφάλμα για τα δεδομένα επιβεβαίωσης (avg testing error), το μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα των δεδομένων εκπαίδευσης (Minimal training RMSE) και το μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα των δεδομένων επαλήθευσης (Minimal checking RMSE). Επίσης, στα αναπτυχθέντα συστήματα με τη μέθοδο της Sub Clustering, παρουσιάζονται οι σημαντικότερες παράμετροι που επηρεάζουν τη δημιουργία των ασαφών κανόνων: εύρος επιρροής (range of influence), παράγοντας συμπίεσης (Squash factor), αναλογία αποδοχής (Accept ratio) και αναλογία απόρριψης (Reject ratio). Τέλος, δίνεται το RMSE για κάθε περίπτωση, όπου αποτελεί βασικό παράγοντα σύγκρισης των μοντέλων.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n (x_{υπολογισμένο} - x_{πραγματικό})^2}{n}} \quad (4.1)$$

όπου: $x_{υπολογισμένο}$, είναι οι υπολογισθείσες τιμές, $x_{πραγματικό}$, είναι οι πραγματικές τιμές και n , είναι ο αριθμός των μετρήσεων

Οι επιλογές των παραμέτρων έγιναν βάσει του συνδυασμού που είχε το μικρότερο σφάλμα με τη λιγότερο πολύπλοκη δομή (τους λιγότερους κανόνες). Στις περισσότερες περιπτώσεις οι παράμετροι που επιλέχθηκαν ήταν κοινές.

Συγκεκριμένα, με τη μέθοδο Grid partition πραγματοποιήθηκαν 100 κύκλοι εκπαίδευσης, εκτός από την περίπτωση του δεύτερου σετ με χρήση λογαρίθμων όπου επιλέχθηκαν οι διπλάσιοι, ενώ με τη μέθοδο Subclustering πραγματοποιήθηκαν 10 κύκλοι επαναλήψεων σε κάθε περίπτωση, εκτός από εκείνο του δεύτερου σετ που πραγματοποιήθηκαν οι διπλάσιοι. Στις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν με τη μέθοδο Grid partition έγινε χρήση της τριγωνικής, της τραπεζοειδούς και της γκαουσσισιανής συνάρτησης συμμετοχής, καθώς ήταν περισσότερο αποδοτικές συγκριτικά με τις υπόλοιπες (λιγότερες επαναλήψεις, λιγότεροι κανόνες, μικρότερο σφάλμα, κλπ). Αποδοτικότερο φαίνεται να είναι στην κατηγορία ανάπτυξης με τη μέθοδο Grid partition το σύστημα του πρώτου σετ με χρήση λογαρίθμων, ενώ είναι αρκετά αποδοτικό το ίδιο χωρίς τη χρήση λογαρίθμων. Όμως επιλέγεται η χρήση λογαρίθμων, όπως προαναφέρθηκε για την αποφυγή αρνητικών τιμών. Παρατηρείται, επομένως, ότι αυτό το σύστημα απαρτίζεται από τους περισσότερους κανόνες συγκριτικά με τα υπόλοιπα και αποδίδει τη μικρότερη τιμή της ρίζας του μέσου τετραγωνικού σφάλματος.

Στην περίπτωση της μεθόδου Subclustering, φαίνεται να μην υπάρχει σημαντική διαφορά στο RMSE μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου συνόλου δεδομένων οπότε επιλέγεται το δεύτερο (χρήση λογαριθμισμένων τιμών) για την αποφυγή των αρνητικών τιμών.

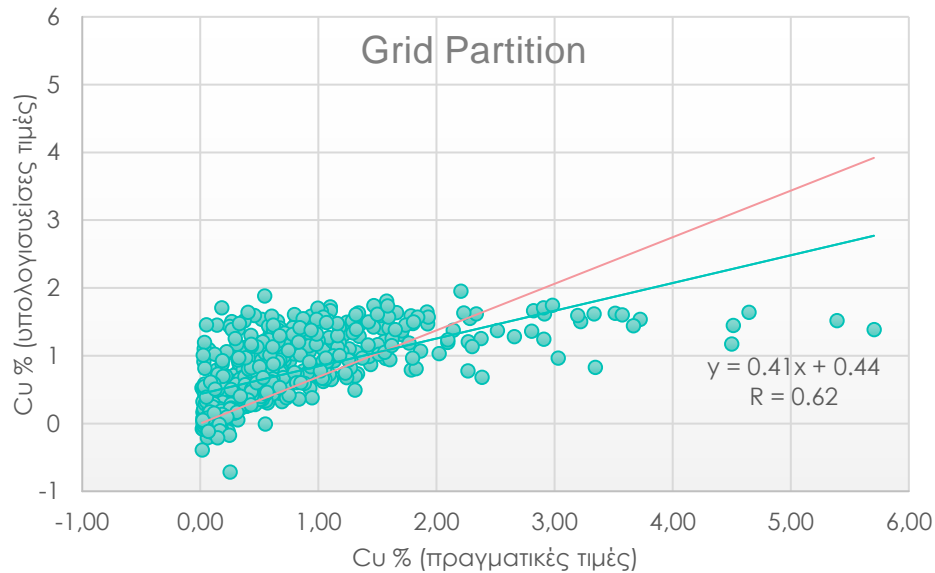
Πίνακας 4.1: Παράμετροι και αποτελέσματα των αναπτυχθέντων ANFIS.

Μέθοδος συσταδοποίησης	Παράμετροι ANFIS και μέτρα απόδοσης	Δεδομένα	
		all_data	all_data_In (χρήση λογαρίθμων)
Πλεγματοκή συσταδοποίηση (Grid partition)	Επαναλήψεις κατά την εκπαίδευση (Epochs)	100	100
	Αριθμός συναρτήσεων συμμετοχής (no of mfs)	4 4 4	5 5 5
	Κανόνες (rules)	64	125
	Τύπος Συνάρτησης συμμετοχής (mf type)	gaussian	gaussian
	Μέσο σφάλμα δεδομένων επιβεβαίωσης (avg testing error)	0.58	0.58
	Μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα δεδομένων εκπαίδευσης (Minimal training RMSE)	0.58	0.58
	Μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα των δεδομένων επαλήθευσης (Minimal checking RMSE)	0.56	0.59
	Ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE)	0.61	0.58
Αφαιρετική συσταδοποίηση (Subtractive Clustering)	Επαναλήψεις (Epochs)	10	10
	Αριθμός συναρτήσεων συμμετοχής (no of mfs)	34 34 34	49 49 49
	Κανόνες (rules)	34	49
	εύρος επιρροής (range of influence)	0.30	0.25
	παράγοντας συμπίεσης (squash factor)	0.70	0.60
	αναλογία αποδοχής (accept ratio)	0.50	0.50
	αναλογία απόρριψης (reject ratio)	0.15	0.15
	Μέσο σφάλμα δεδομένων επιβεβαίωσης (avg testing error)	0.44	0.48
	Μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα δεδομένων εκπαίδευσης (Minimal training RMSE)	0.44	0.48
	Μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα των δεδομένων επαλήθευσης (Minimal checking RMSE)	0.52	0.71
	Ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE)	0.51	0.51

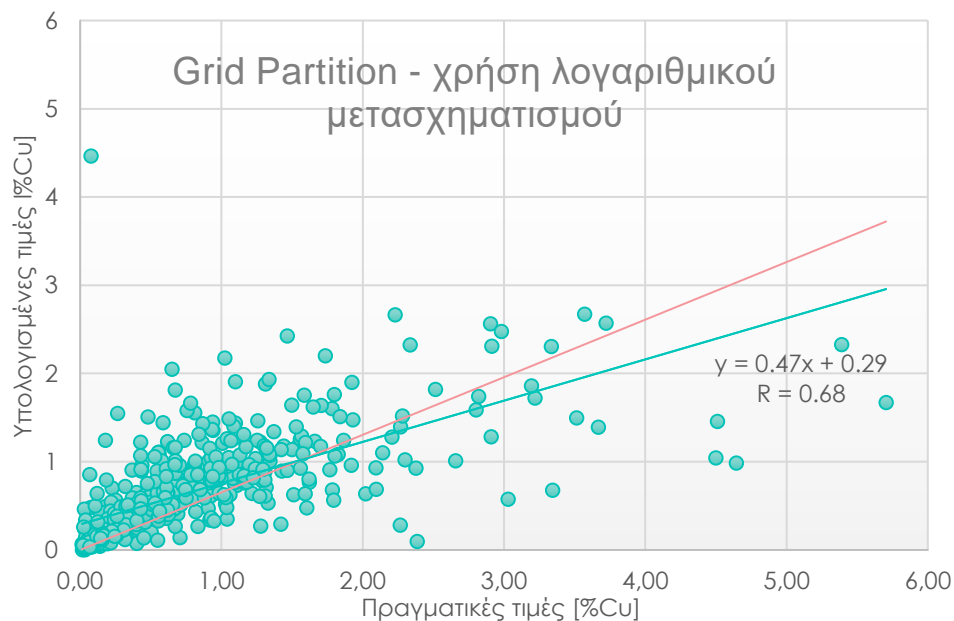
Στα Σχήματα 4.3 έως 4.4 δίνεται η συσχέτιση των πραγματικών τιμών της περιεκτικότητας % Cu σε σχέση με την υπολογισθείσα από τα ANFIS που χρησιμοποίησαν την πλεγματοκή μέθοδο ομαδοποίησης δεδομένων (Grid partition).

Στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζεται η συσχέτιση των τιμών του ANFIS με εφαρμογή της μεθόδου Grid Partitioning χωρίς την εφαρμογή του λογαριθμικού μετασχηματισμού. Εμφανίζονται αρνητικές τιμές στις εκτιμήσεις γεγονός που δεν είναι αποδεκτό, αφού

αφορά περιεκτικότητα. Αντίθετα, στο Σχήμα 4.4, όπου έχει γίνει χρήση του λογαριθμικού μετασχηματισμού δεν εμφανίζονται αρνητικές τιμές. Επιπλέον η συσχέτιση είναι σαφώς ισχυρότερη ($R=0.62$).



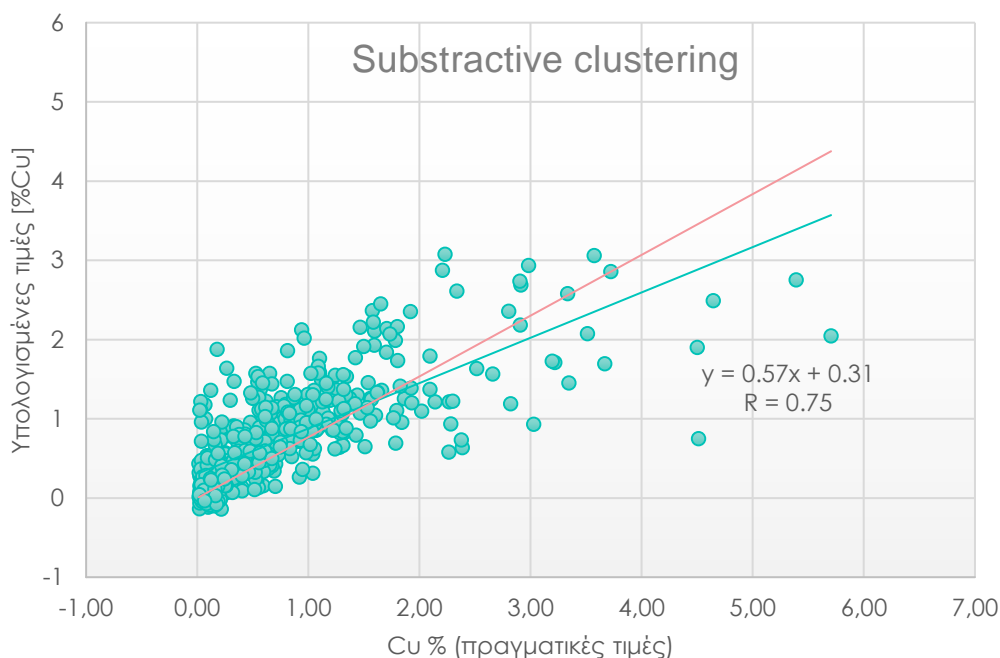
Σχήμα 4.3: Συσχέτιση πραγματικών με υπολογισμένων τιμών (% Cu) με την μέθοδο ANFIS-Grid Partition (σύνολο δεδομένων χωρίς χρήση λογαριθμικού μετασχηματισμού).



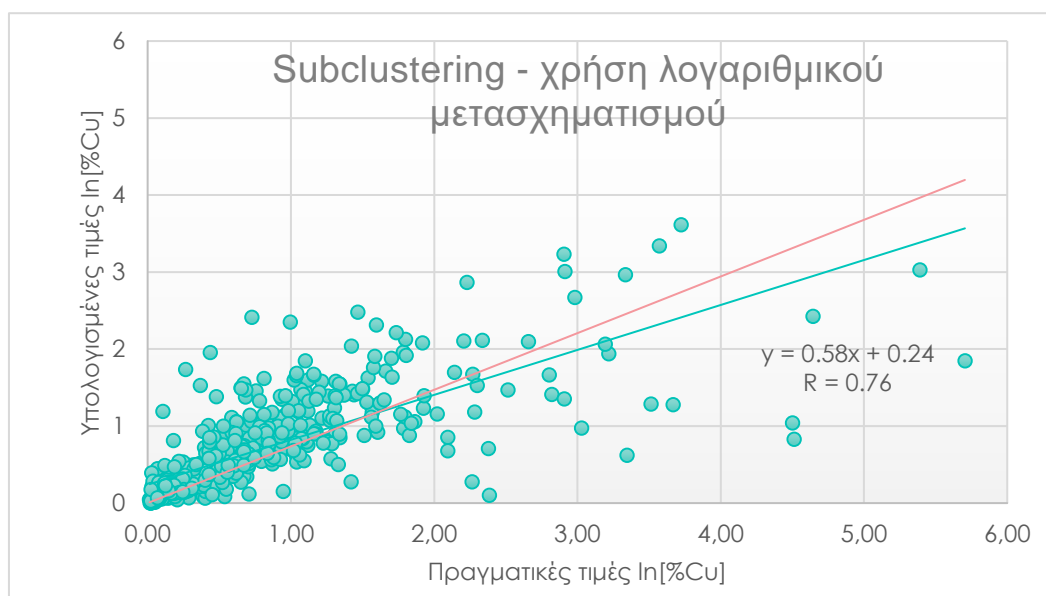
Σχήμα 4.4: Συσχέτιση πραγματικών με υπολογισμένων τιμών με την μέθοδο ANFIS-Grid Partition και χρήση λογαριθμικού μετασχηματισμού (σύνολο δεδομένων).

Στο Σχήμα 4.5 παρουσιάζεται η συσχέτιση των τιμών του ANFIS με εφαρμογή της μεθόδου Subtractive clustering χωρίς την εφαρμογή του λογαριθμικού μετασχηματισμού. Εμφανίζονται αρνητικές τιμές στις εκτιμήσεις γεγονός που δεν είναι

αποδεκτό, αφού αφορά περιεκτικότητα. Αντίθετα στο Σχήμα 4.6, όπου έχει γίνει χρήση του λογαριθμικού μετασχηματισμού δεν εμφανίζονται αρνητικές τιμές. Η συσχέτιση είναι ελαφρώς είναι περίπου ή ίδια ($R=0.75$ και 0.76 αντίστοιχα).



Σχήμα 4.5: Συσχέτιση πραγματικών με υπολογισμένων τιμών (% Cu) με την μέθοδο ANFIS-Sub clustering (σύνολο δεδομένων χωρίς χρήση λογαριθμικού μετασχηματισμού).



Σχήμα 4.6: Συσχέτιση πραγματικών με υπολογισμένων τιμών (% Cu) με την μέθοδο ANFIS-Sub clustering (σύνολο δεδομένων με χρήση λογαριθμικού μετασχηματισμού).

Παρατηρείται ότι η αφαιρετική μέθοδος συσταδοποίησης (Subtractive clustering) έδωσε σαφώς καλύτερα αποτελέσματα από την μέθοδο της πλεγματικής

συσταδοποίησης (Grid partition), ενώ η εφαρμογή του λογαριθμικού μετασχηματισμού οδήγησε και αυτή σε καλύτερα αποτελέσματα (μεγαλύτερο R και μικρότερο σφάλμα) και επιπλέον δεν επιτρέπει την εμφάνιση αρνητικών τιμών. Παρατηρείται, επίσης ότι λόγω της ύπαρξης μικρού αριθμού υψηλών τιμών περιεκτικότητας (σε σχέση με τον μεγάλο αριθμό χαμηλών περιεκτικότητας) τα αναπτυχθέντα συστήματα έχουν την τάση να αγνοούν τις υψηλότερες καθώς δεν επαναλαμβάνονται αρκετές φορές κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης και αυτό οδηγεί σε μεγαλύτερα σφάλματα εκτίμησης για τις υψηλές περιεκτικότητες.

Με βάση την παραπάνω αξιολόγηση ως καλύτερο σύστημα ANFIS επιλέχθηκε εκείνο που χρησιμοποιεί την αφαιρετική συσταδοποίηση (Subtractive clustering) και εφαρμόζεται στα δεδομένα ο λογαριθμικός μετασχηματισμός.

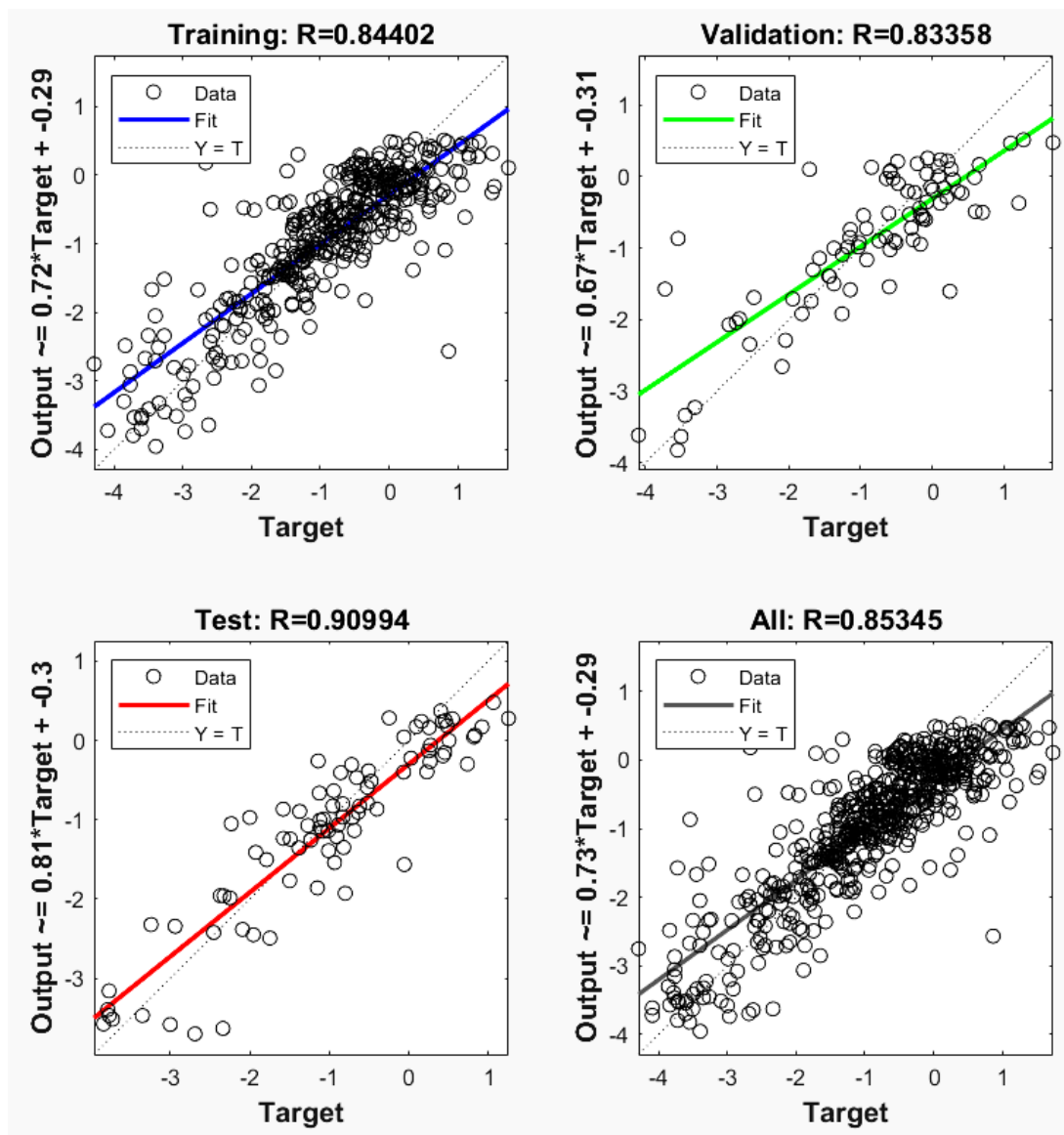
Για συγκριτικούς λόγους, αναπτύχθηκε για τα ίδια δεδομένα ένα μοντέλο σε κάθε περίπτωση με χρήση νευρωνικών δικτύων. Στον πίνακα 4.2 παρουσιάζονται οι παράμετροι και τα RMSE που έχουν προκύψει από την ανάπτυξη των Νευρωνικών Δικτύων. Συγκεκριμένα, φαίνονται ο αριθμός των δεδομένων εισόδου (inputs), εξόδου (outputs), τα κρυμμένα στρώματα (hidden layers) καθώς και ο αριθμός κανόνων (rules). Αναλυτικότερα έχει αναπτυχθεί ένα μοντέλο σε κάθε περίπτωση που λαμβάνει τρεις εισόδους και αποδίδει μία έξοδο (Σχήμα 4.2). Όλα αναπτύσσονται με 60 κανόνες και επομένως είναι ευδιάκριτη η σύγκριση των μοντέλων μεταξύ τους. Αντίστοιχα και με αυτή τη μέθοδο, του νευρωνικού δικτύου, είναι αποδοτικότερο το αναπτυχθέν σύστημα του πρώτου σετ, τόσο με χρήση λογαρίθμων όσο και χωρίς.

Πίνακας 4.2: Παράμετροι και αποτελέσματα των αναπτυχθέντων Νευρωνικών Δικτύων.

Νευρωνικά Δίκτυα (NN)	all_data	all_data_ln (χρήση λογαρίθμων)
Είσοδοι (inputs)	3	3
Έξοδοι (outputs)	1	1
Κρυφά στρώματα (hidden layers)	20	20
Συνάψεις = $3 \times 20 + 20 \times 1$	80	80
Ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE)	0.50	0.56

Στο Σχήμα 4.7 παρουσιάζονται οι συντελεστές συσχέτισης (Regressions) που εξήχθησαν από την εκπαίδευση του μοντέλου των νευρωνικών δικτύων, με όλα τα δεδομένα και χρήση λογαρίθμων.

Ο συντελεστής συσχέτισης R μεταξύ πραγματικών (target) και υπολογισμένων τιμών (output) για το σύνολο των δεδομένων (all)) έπειτα από λογαρίθμηση των τιμών της % περιεκτικότητας είναι $R=0.85$. Επίσης, παρουσιάζονται οι συντελεστές συσχέτισης για τα δεδομένα της εκπαίδευσης (training) $R=0.84$, του ελέγχου της εκπαίδευσης (validation) $R=0.83$ και του ελέγχου της γενίκευσης (test) $R=0.91$. Επομένως, και στην περίπτωση, των νευρωνικών δικτύων έχουν εξαχθεί ικανοποιητικά αποτελέσματα.



Σχήμα 4.7 Συντελεστές συσχέτισης (R) των τιμών των περιεκτικοτήτων ($\text{Cu}\%$) για τα δείγματα εκπαίδευσης (Training) έπειτα από λογαρίθμηση των τιμών της % περιεκτικότητας των δειγμάτων, του ελέγχου της εκπαίδευσης (Validation) και του ελέγχου της γενίκευσης (Testing) για το σύνολο των δειγμάτων.

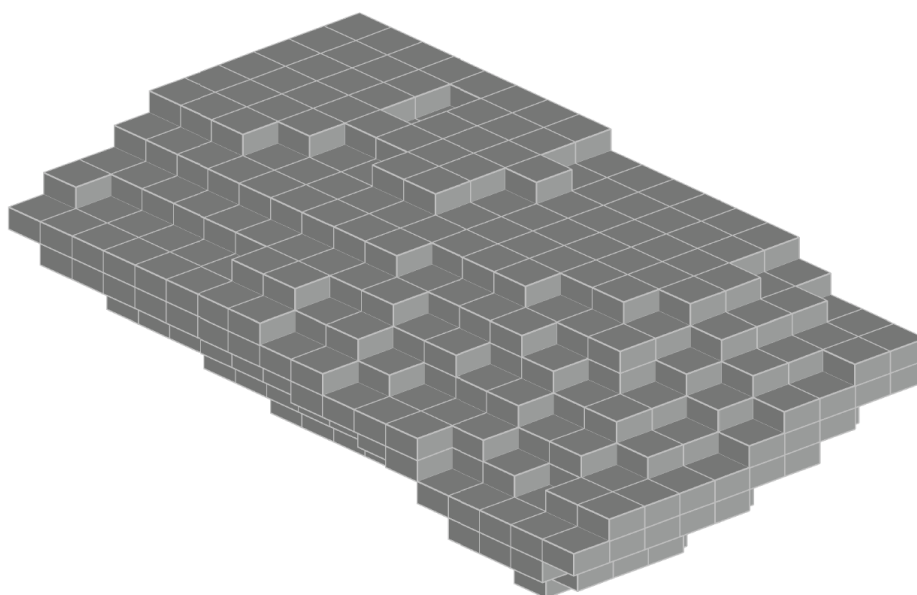
Κεφάλαιο 5. Ανάπτυξη Ψηφιακού Μοντέλου Κοιτάσματος με χρήση ANFIS – υπολογισμός αποθεμάτων και ποιότητας

Στο παρόν κεφάλαιο, περιγράφεται λεπτομερώς η διαδικασία ανάπτυξης του ψηφιακού μοντέλου, καθώς και η διαδικασία εκτίμησης των περιεκτικοτήτων των μπλοκ και ο υπολογισμός των αποθεμάτων με τη χρήση του Ασαφούς Συστήματος Συμπερασμού (ANFIS). Στη συνέχεια γίνεται σύγκριση με τις μεθόδους των νευρωνικών δικτύων και του Kriging

5.1 Εφαρμογή του έμπειρου ασαφούς συστήματος

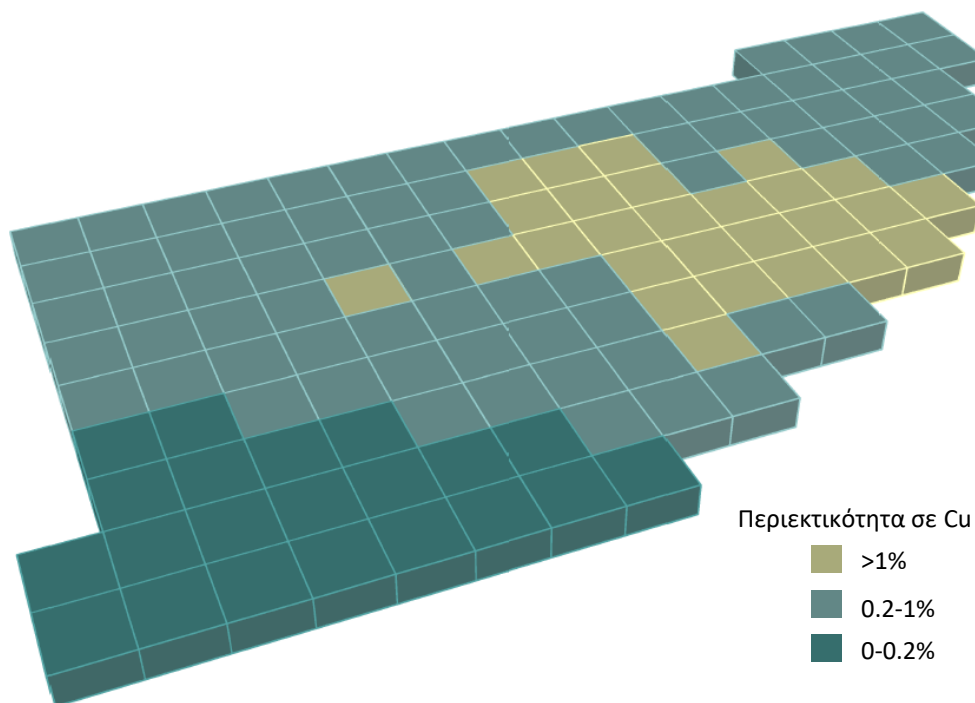
Τα συστήματα ANFIS που εκπαιδεύτηκαν, χρησιμοποιήθηκαν ώστε να υπολογιστούν οι τιμές της περιεκτικότητας Cu% σε συγκεκριμένες θέσεις που αποτελούν τα κέντρα των μπλοκς του ψηφιακού μοντέλου του κοιτάσματος.

Για τον υπολογισμό της ποιότητας και των αποθεμάτων του κοιτάσματος χαλκού Andina το κοιτάσμα διαιρέθηκε σε στοιχειώδους όγκους (blocks) διαστάσεων $\Delta X=50\text{ft}$, $\Delta Y=50\text{ft}$ και $\Delta Z=25\text{ft}$. Θεωρήθηκε, ότι το κοιτάσμα θα εξορυχθεί με υπαίθρια εκμετάλλευση, με ύψος βαθμίδα 25ft ίσο με το ύψος ΔZ του block. Η εκτίμηση πραγματοποιήθηκε στο κέντρο του κάθε μπλοκ. Δίνονταν οι συντεταγμένες του κάθε μπλοκ και περιφερειακά από αυτό ήταν γνωστά τα δεδομένα, ώστε να γίνει έτσι η εκτίμηση της ζητούμενης περιεκτικότητας. Συγκεκριμένα, υπολογίστηκε η περιεκτικότητα σε 905 μπλοκ του μοντέλου του κοιτάσματος (Σχήμα 5.1α) με το ANFIS που χρησιμοποιεί την αφαιρετική συσταδοποίηση (Subtractive clustering) ενώ εφαρμόστηκε στα δεδομένα ο λογαριθμικός μετασχηματισμός.



Σχήμα 5.1α Τρισδιάστατο μοντέλο με κυψελίδα τετραγωνικής διατομής ($\Delta X=\Delta Y$) σταθερής σ' όλη την έκταση του κοιτάσματος και ΔZ ίσο με το ύψος της βαθμίδας εκμετάλλευσης

Στο σχήμα 5.1b παρουσιάζεται η τρισδιάστατη απεικόνιση της βαθμίδας Z=3075 ft του ψηφιακού κοιτάσματος, στο οποίο φαίνεται η μεταβολή της περιεκτικότητας σε Cu (χρωματική κλίμακα για τρεις κλάσεις περιεκτικότητας). Επιλέχθηκε να παρουσιαστεί η κατανομή σε αυτή τη βαθμίδα, επειδή σε αυτή απαντάται σημαντικό μέρος του κοιτάσματος του Cu, και είναι πιο ευδιάκριτες οι κατηγορίες που κατατάσσονται τα μπλοκ. Τα μπλοκ που έχουν περιεκτικότητα σε Cu από 0.0% έως 0.2% εμφανίζονται με σκούρο μπλε χρώμα. Τα μπλοκ με περιεκτικότητα σε Cu από 0.2% έως 1.0% απεικονίζονται με γαλάζιο χρώμα. Τέλος, τα μπλοκ με περιεκτικότητα πάνω από 1.0% εμφανίζονται με κίτρινο χρώμα. Η χρήση διαφορετικών χρωμάτων σε αυτήν την απεικόνιση βοηθάει στην οπτικοποίηση της διακύμανσης των περιεκτικότητας σε χαλκό στις διάφορες περιοχές του σχηματισμού.



Σχήμα 5.1b Τρισδιάστατο μοντέλο μπλοκ βαθμίδας Z=3075 ft με απεικόνιση περιεκτικότητας σε Cu.

Για σύγκριση, πραγματοποιήθηκαν οι ίδιοι υπολογισμοί στο ψηφιακό μοντέλο του κοιτάσματος χρησιμοποιώντας το ANFIS με Grid partition, το νευρωνικό δίκτυο (NN) καθώς και τη μέθοδο kriging (ordinary kriging). Σε όλες τις περιπτώσεις, εφαρμόστηκε ο λογαριθμικός μετασχηματισμός στις τιμές της περιεκτικότητας σε Cu %.

Στον πίνακα 5.1 δίνεται ο αριθμός των μπλοκς ανά κλάση περιεκτικότητας που προέκυψαν ανά μέθοδο που εφαρμόστηκε (Kriging, ANFIS με Grid partition, ANFIS με Sub clustering και Νευρωνικά Δίκτυα).

Πίνακας 5.1: Αριθμός blocks ανά κατηγορία περιεκτικότητας Cu % για το ψηφιακό μοντέλο του κοιτάσματος.

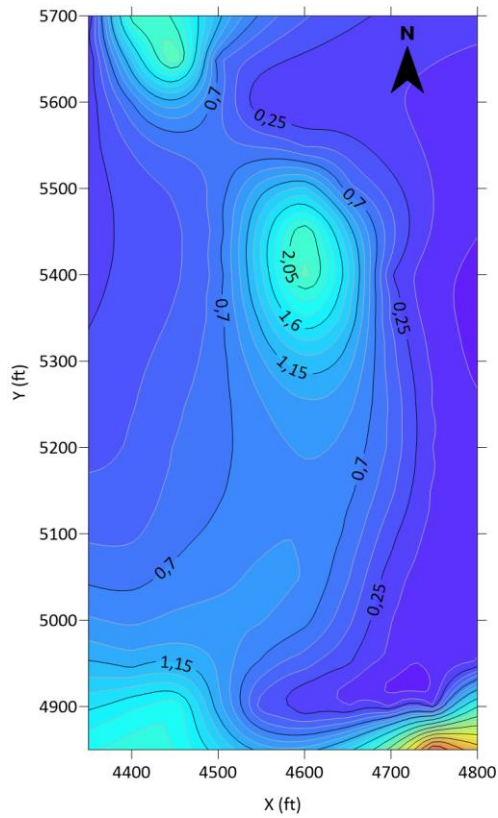
Περιεκτικότητα σε Cu %	Αριθμός μπλοκς ανά μέθοδο εκτίμησης της περιεκτικότητας			
	Kriging	ANFIS Grid_Partition_In	ANFIS Sub_clustering_In	Neural Network_In
<0.2	151	249	279	218
0.2 -1.00	559	480	445	572
>1	195	176	181	115
Σύνολο	905	905	905	905

Από τον πίνακα 5.1 φαίνεται στην κλάση περιεκτικότητας 0.0-0.2% υπάρχει σημαντική απόκλιση μεταξύ των τεσσάρων μεθόδων. Η μέθοδος του ANFIS με διαχωρισμό Sub clustering κατατάσσει μεγαλύτερο αριθμό μπλοκ του κοιτάσματος στην κατηγορία αυτή σε σχέση τις υπόλοιπες, ακολουθεί η ANFIS με Grid partition στην συνέχεια η μέθοδος των νευρωνικών δικτύων και τέλος η μέθοδος Kriging που δίνει τον μικρότερο αριθμό μπλοκ στην χαμηλή κατηγορία. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος Kriging εκτιμά ότι το 17% του κοιτάσματος έχει περιεκτικότητα σε Cu έως 0.2%, η μέθοδος ANFIS με Grid Partition 28%, η μέθοδος ANFIS με Sub clustering 30% και το νευρωνικό δίκτυο 24%. Αντίθετα, η μέθοδος Kriging δίνει μεγαλύτερο αριθμό μπλοκ στην μεσαία κλάση (0.2-1.0%) σε σχέση με τα ANFIs αλλά μικρότερο από εκείνον του νευρωνικού δικτύου. Τέλος στην κλάση των υψηλών περιεκτικότητας (>1.0%) οι μέθοδοι Kriging και ANFIS δίνουν παραπλήσια αποτελέσματα, ενώ το νευρωνικό δίκτυο δίνει σαφώς μικρότερο αριθμό.

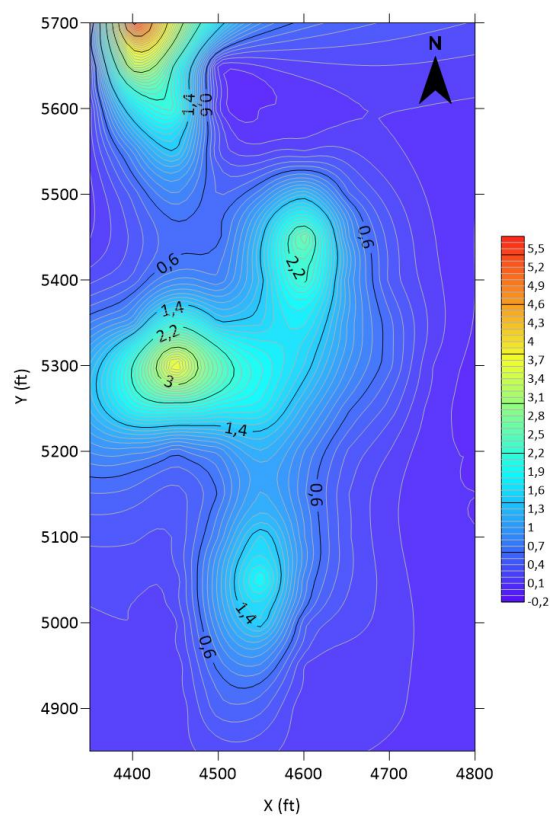
Στον πίνακα 5.2 παρουσιάζεται ο αριθμός των μπλοκς που προέκυψαν για την βαθμίδα Z= 3075 ft ανά μέθοδο που εφαρμόστηκε και στο Σχήμα 5.2 δίνονται οι χάρτες ισοπεριεκτικότητας (% Cu) για ANFIS με sub clustering, Kriging και νευρωνικά δίκτυα (Neural Networks). Οι διαφοροποιήσεις στον αριθμό των μπλοκ ανά κλάση περιεκτικότητας είναι παρόμοιες με εκείνες που αναφέρθηκαν για το σύνολο των μπλοκ του ψηφιακού μοντέλου του κοιτάσματος στον Πίνακα 5.2.

Πίνακας 5.2: Αριθμός blocks ανά κατηγορία περιεκτικότητας Cu % για την βαθμίδα Z=3075ft

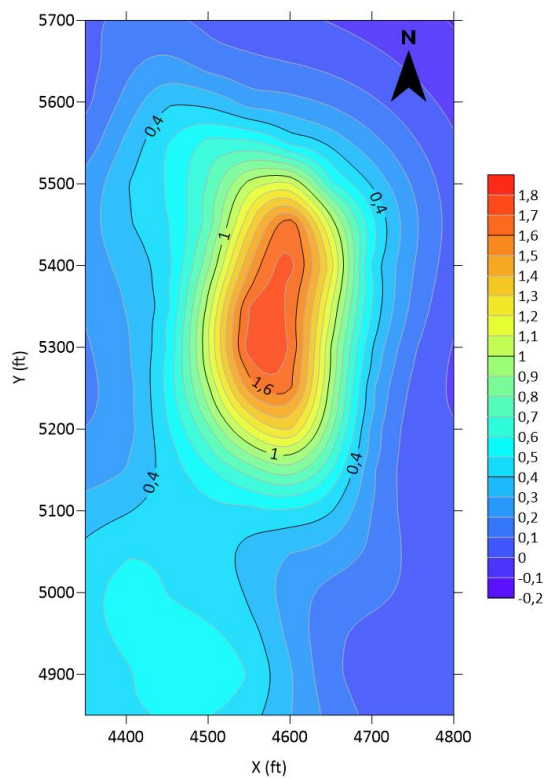
Περιεκτικότητα σε Cu %	Αριθμός μπλοκς			
	Kriging	ANFIS Grid_Partition_In	ANFIS Sub_clustering_In	Neural Network_In
<0.2	21	26	42	33
0.2 -1.00	76	73	50	72
>1	27	25	32	19
Σύνολο	124	124	124	124



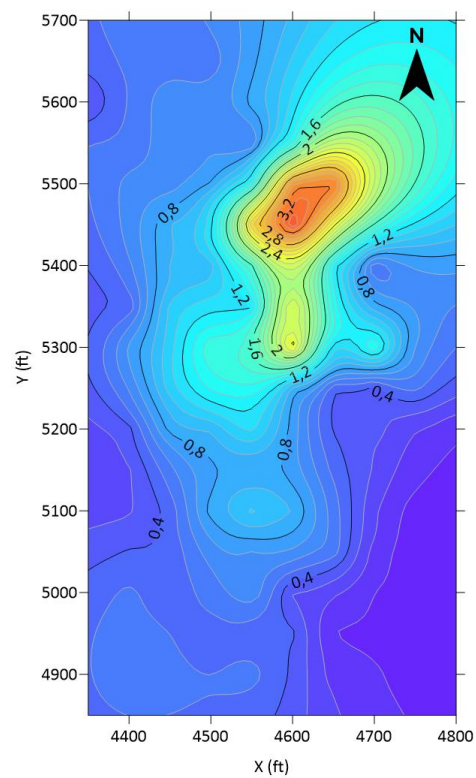
ANFIS-Grid partition



ANFIS-Sub clustering



Neural Networks



Kriging

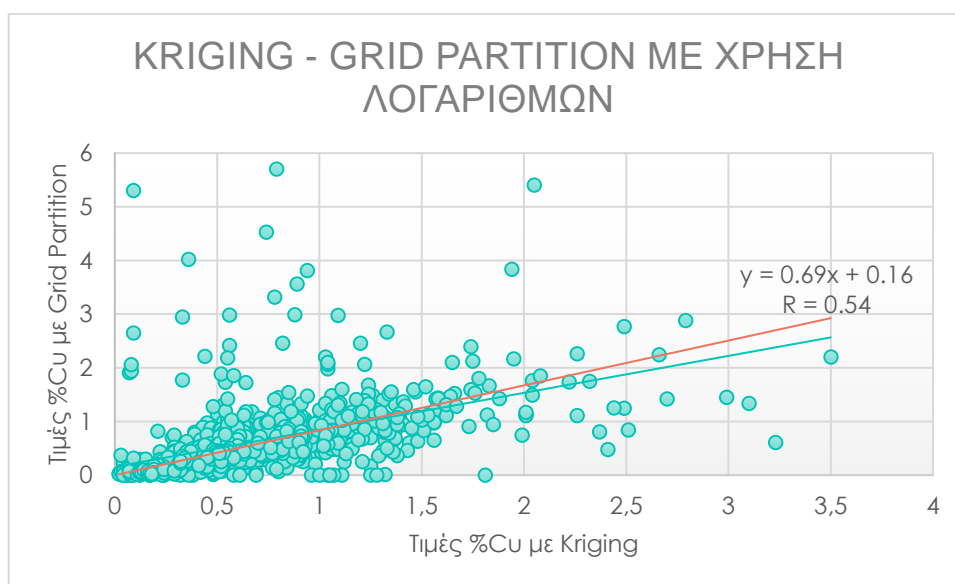
Σχήμα 5.2: Χάρτης των ισοπεριεκτικότητων Cu% για την βαθμίδα Z=3075 ft με την μέθοδο ANFIS-Grid partition, ANFIS- Sub Clustering, Neural Networks και Kriging.

Από Σχήμα 5.2 φαίνεται ότι κάθε μέθοδος αποδίδει διαφορετικά τη χωρική μεταβολή της περιεκτικότητας % Cu στη βαθμίδα Z=3075 ft που εξετάστηκε. Η μέθοδος των νευρωνικών δικτύων έχει δώσει τον μικρότερο αριθμό τοπικών ακροτάτων σε σχέση με τις άλλες μεθόδους, γεγονός που δείχνει ότι λειτουργεί ως γενικός εκτιμητής (Global estimator). Οι μέθοδοι ANFIS και Kriging λειτουργούν περισσότερο ως τοπικοί εκτιμητές (local estimators), απέδωσαν μεγαλύτερο αριθμό ακροτάτων χωρίς να ταυτίζονται πλήρως οι θέσεις τους. Η μέθοδος ANFIS-Sub clustering έδωσε τον ίδιο αριθμό τοπικών ακροτάτων με την μέθοδο Kriging.

5.2 Συσχέτιση των εκτιμήσεων

Οι εκτιμήσεις της περιεκτικότητας των μπλοκς των μοντέλων ANFIS συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα της γεωστατιστικής μεθόδου Kriging και τα νευρωνικά δίκτυα και εκτιμήθηκαν οι συντελεστές συσχέτισης R.

Στο Σχήμα 5.3 συσχετίζονται οι εκτιμήσεις από το ANFIS που αναπτύχθηκε με τη μέθοδο Grid Partition έπειτα από λογαρίθμηση, με τη μέθοδο Kriging. Η συσχέτιση κρίνεται μέτρια (R=0.54). Με παρόμοιο τρόπο έγιναν και οι υπόλοιπες συσχετίσεις και οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης δίνονται στον Πίνακα 5.3. Από τις τιμές του Πίνακα 5.3 φαίνεται ότι οι συσχετίσεις των εκτιμήσεων των μεθόδων που εξετάστηκαν κυμαίνονται από μέτριες έως σχετικά ισχυρές.



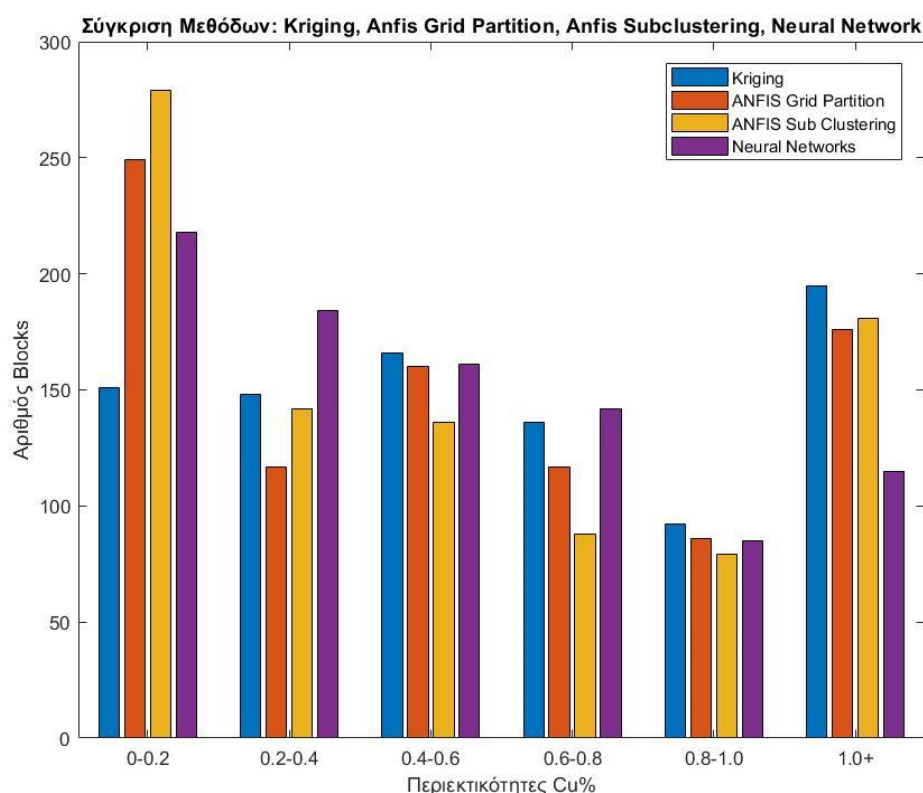
Σχήμα 5.3: Συσχέτιση εκτιμήσεων ANFIS με Grid partitioning με μέθοδο Kriging.

Πίνακας 5.3: Συντελεστές συσχέτισης R της $Cu\%$ των εκτιμώμενων μπλοκ από κάθε μέθοδο (Kriging, ANFIS, και Neural Networks)

Μέθοδος	Kriging	ANFIS (Grid Partition)	ANFIS (Sub Clustering)	Neural Networks
Kriging	1			
ANFIS (Grid Partition)	0.54	1		
ANFIS (Sub Clustering)	0.61	0.52	1	
Neural Networks	0.75	0.60	0.57	1

Προκειμένου να εκτιμηθεί η επίδραση της μεθόδου στην καμπύλη αποθεμάτων – ποιότητας, σχεδιάστηκε η μεταβολή των αποθεμάτων ανά κλάση ποιότητας για κάθε περίπτωση. Οι κλάσεις που επιλέχθηκαν για τον σχεδιασμό της καμπύλης μεταβολής των αποθεμάτων ήταν 6 και περιλαμβάνουν τα διαστήματα : 0.00-0.20, 0.20 - 0.40, 0.40 - 0.60, 0.60 - 0.80, 0.80 - 1.00 και >1.00.

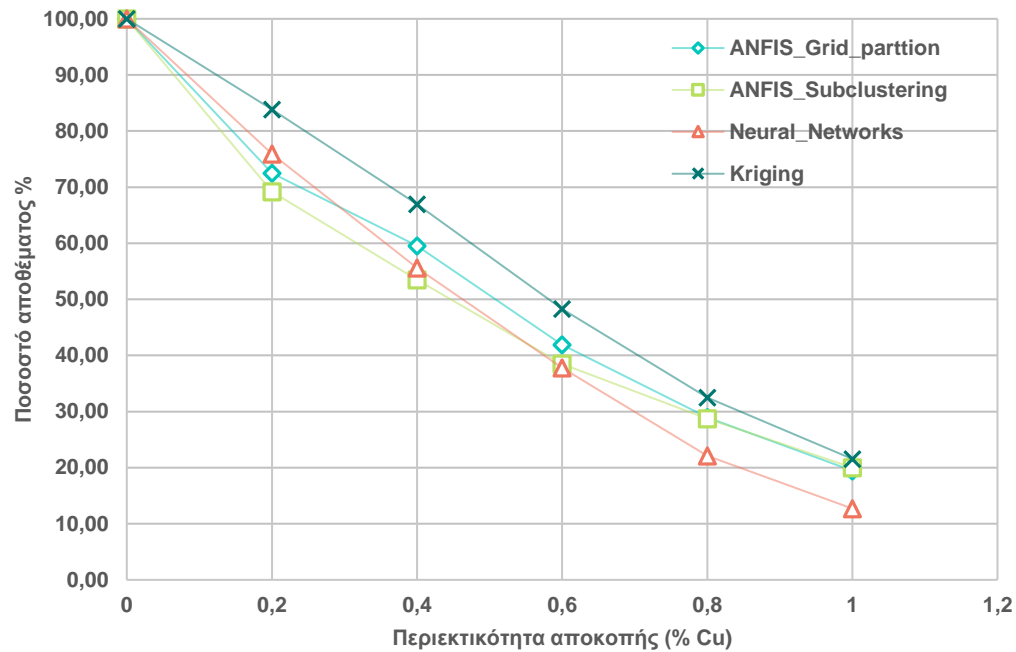
Στο Σχήμα 5.4 παρουσιάζεται ο αριθμός των μπλοκ ανά κλάση για κάθε μέθοδο, ενώ στο Σχήμα 5.5 παρουσιάζεται η καμπύλη μεταβολής των αποθεμάτων.



Σχήμα 5.4: Ιστόγραμμα Kriging, ANFIS_Grid Partition, ANFIS_Subclustering, Neural Network

Παρατηρείται ότι οι μέθοδοι ANFIS με Subclustering, ANFIS με Grid partition και Neural Networks δίνουν μικρότερο ποσοστό αποθεμάτων για την ίδια περιεκτικότητα

αποκοπής (cut-off grade) σε σχέση με τη μέθοδο Kriging. Είναι λοιπόν εμφανές και από την καμπύλη αποθεμάτων ποιότητα ότι η μέθοδος Kriging δίνει υψηλότερες τιμές περιεκτικότητας σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους. Οι μέθοδοι ANFIS με Subclustering, ANFIS με Grid partition έχουν πλησιέστερες με το Kriging εκτιμήσεις συγκρινόμενες με το Neural Network. Η διαφορά αυτή των μεθόδων σχετίζεται με το γεγονός ότι τα Neural Networks λειτουργούν ως συνολικοί εκτιμητές (global estimators) καθώς και τα ANFIS, αν και σε μικρότερο βαθμό, ενώ η μέθοδος Kriging είναι τοπικός εκτιμητής (local estimator).



Σχήμα 5.5: Καμπύλη αποθεμάτων – ποιότητας των Kriging, ANFIS με Grid partition, ANFIS με Subclustering και Neural Networks.

Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα και προτάσεις

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η δυνατότητα εκτίμησης των αποθεμάτων και της ποιότητας ενός κοιτάσματος χαλκού χρησιμοποιώντας ένα προσαρμοζόμενο νευροασαφές σύστημα (ANFIS). Για την ανάπτυξη του ANFIS, χρησιμοποιήθηκε το FIS τύπου Sugeno πρώτου βαθμού. Χρησιμοποιήθηκε η υβριδική μέθοδος, για την ρύθμιση και προσαρμογή των παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής, η οποία βασίζεται στη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και στον αλγόριθμο οπισθόδρομης διάδοσης. Επιλέχθηκε ένας ικανός αριθμός επαναλήψεων ώστε να εκπαιδευτεί το ANFIS και να επιτευχθεί η μείωση του σφάλματος κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο. Τέλος, πραγματοποιήθηκε έλεγχος του συστήματος, με στόχο να βρεθεί το μέσο σφάλμα ελέγχου και να γίνει σύγκριση με το αντίστοιχο σφάλμα της εκπαίδευσης.

Καθοριστικό ρόλο στην απόδοση του νευροασαφούς συστήματος είχε η εκπαίδευσή του και η επιλογή των κατάλληλων συναρτήσεων συμμετοχής. Παράγοντες που φαίνεται να επηρεάζουν σημαντικά την ακρίβεια των εκτιμήσεων αποτελούν, οι μετασχηματισμοί των δεδομένων εκπαίδευσης, ο τρόπος συσταδοποίησης των δεδομένων και σε μικρότερο βαθμό ο αριθμός και οι συναρτήσεις συμμετοχής του συστήματος ANFIS.

Τα ANFIS που αναπτύχθηκαν χρησιμοποιήθηκαν για την εκτίμηση των αποθεμάτων και της ποιότητας σε κοιτάσμα χαλκού και έγινε η σύγκριση με άλλες μεθόδους (Νευρωνικά δίκτυα και Kriging). Το κοιτάσμα χωρίστηκε σε μικρά μπλοκ ($50 \times 50 \times 25 \text{ ft}^3$) και για κάθε μπλοκ, υπολογίστηκε η περιεκτικότητα (Cu %) από τα ANFIS, το νευρωνικό δίκτυο και Kriging. Σε όλες τις περιπτώσεις εφαρμόστηκε ο λογαριθμικός μετασχηματισμός στις περιεκτικότητες. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν, βασίστηκε στην εκτίμηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) και στις τιμές των συντελεστών συσχέτισης R μεταξύ των εκτιμώμενων και πραγματικών τιμών.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (RMSE) για το νευρωνικό δίκτυο και το ANFIS που δημιουργείται με τη μέθοδο grid-partition είχαν παρόμοια τιμή. Παρατηρήθηκε ότι το ANFIS που δημιουργήθηκε με χρήση της μεθόδου sub clustering και το νευρωνικό δίκτυο είχαν την ισχυρότερη συσχέτιση με το Kriging. Οι τιμές R, ήταν μέτριες έως σχετικά ισχυρές, υποδεικνύοντας ότι τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν αποτύπωσαν ικανοποιητικά τη χωρική μεταβλητότητα της περιεκτικότητας % Cu.

Με βάση τους συγκεντρωτικούς πίνακες κατάταξης των αποθεμάτων σε κλάσεις ποιότητας και την καμπύλη αποθεμάτων – ποιότητας φάνηκε ότι το νευρωνικό δίκτυο και τα ANFIS δίνουν μικρότερο ποσοστό αποθεμάτων για την ίδια περιεκτικότητα αποκοπής (cut-off grade) σε σχέση με τη μέθοδο Kriging.

Συγκρίνοντας τις μεθόδους για τον συνολικό αριθμό των μπλοκ (905) φαίνεται ότι, η μέθοδος Kriging φαίνεται να δίνει τον μικρότερο αριθμό μπλοκ σε σχέση με τις υπόλοιπες για την κατηγορία με τις χαμηλές περιεκτικότητες σε Cu, δηλαδή έως 0.2%. Η Anfis με Grid Partition δίνει 11% μεγαλύτερο αριθμό μπλοκ σε σχέση με την Kriging,

με Sub Clustering δίνει 14% περισσότερο, καθώς και τα νευρωνικά δίκτυα υπολογίζουν 7% περισσότερο. Για την μεσαία κατηγορία 0.2 -1.00% η Kriging φαίνεται να εκτιμάει τον μεγαλύτερο αριθμό των μπλοκ σαν μέθοδος. Αναλυτικότερα, η Anfis με Grid Partition δίνει 9% μικρότερο αριθμό μπλοκ σε σχέση με την Kriging, με Sub Clustering δίνει 13 % λιγότερο, ενώ τα νευρωνικά δίκτυα υπολογίζουν 1% περισσότερο. Τέλος, στην κατηγορία με τις υψηλές περιεκτικότητες (>1.0%) η μέθοδος Kriging εκτιμάει τον μεγαλύτερο αριθμό μπλοκ από όλες τις μεθόδους. Συγκεκριμένα, η Anfis με Grid Partition δίνει 2% μικρότερο αριθμό μπλοκ σε σχέση με την Kriging, με Sub Clustering δίνει 1% λιγότερο καθώς και τα νευρωνικά δίκτυα υπολογίζουν 8% λιγότερο.

Αυτό δείχνει ότι η μέθοδος Kriging εκτιμά υψηλότερες τιμές περιεκτικότητας σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους ιδιαίτερα στα τμήματα του κοιτάσματος με υψηλές σχετικά περιεκτικότητες. Αντίθετα οι μέθοδοι ANFIS και Neural Networks εκτιμούν μεγάλο αριθμό μπλοκ με χαμηλές περιεκτικότητες. Αυτό αποδίδεται κυρίως στον μεγάλο αριθμό δειγμάτων γεωτρήσεων με χαμηλές τιμές περιεκτικότητας που χρησιμοποιήθηκαν κατά την εκπαίδευση του Neural Network και των ANFIS.

Η εξέταση των χαρτών ισοπεριεκτικοτήτων (% Cu στη βαθμίδα Z=3075 ft) που προκύπτουν από τις μεθόδους που συγκρίθηκαν έδειξε ότι κάθε μέθοδος αποδίδει διαφορετικά τη χωρική μεταβολή της περιεκτικότητας % Cu. Η μέθοδος των νευρωνικών δικτύων έδωσε τον μικρότερο αριθμό τοπικών ακροτάτων σε σχέση με τις άλλες μεθόδους, γεγονός που δείχνει ότι λειτουργεί ως γενικός εκτιμητής (Global estimator). Οι μέθοδοι ANFIS (λιγότερο) και η μέθοδος Kriging (κυρίως) λειτουργούν ως τοπικοί εκτιμητές (local estimators) και έδωσαν μεγαλύτερο αριθμό ακροτάτων.

Συμπερασματικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν δείχνουν ότι τόσο τα ANFIS έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν ως εκτιμητές αποθεμάτων – ποιότητας κοιτασμάτων. Δεδομένου ότι το NN και το ANFIS είναι εκπαιδύσιμα συστήματα που βασίζονται σε δεδομένα, θα πρέπει να δοθεί έμφαση στην ανάπτυξη αποτελεσματικών μεθόδων εκπαίδευσης, ικανών να συλλάβουν πιο αποτελεσματικά τη χωρική μεταβλητότητα της ποιότητας του μεταλλεύματος.

Προτάσεις για βελτιστοποίηση του νευροασαφούς συστήματος:

- ο Ανάπτυξη περισσότερων και μικρότερων νευροασαφών συστημάτων, με δεδομένα που θα έχουν υποστεί διαχωρισμό και ομαδοποίηση με γεωλογικά – κοιτασματολογικά κριτήρια για να επιτευχθεί καλύτερη εκπαίδευση.
- ο Να λαμβάνονται υπόψη και να παραμετροποιείται αναλόγως στο εκάστοτε νευροασαφές σύστημα, οι ιδιαιτερότητες των κοιτασμάτων (ακτίνα επιρροής, ανισοτροπία κλπ).
- ο Να χρησιμοποιηθεί μεγαλύτερος αριθμός εισόδων για το νευρωνικό δίκτυο, όπου εκτός από τις συντεταγμένες X, Y και Z, μπορεί να ληφθούν υπόψη οι περιεκτικότητες των γειτονικών δειγμάτων.

Βιβλιογραφία

Διεθνής

1. Armaghani DJ, Hajihassani M, Sohaei H, Mohamad ET, Marto A, Motaghedi H, Moghaddam MR, 2015a, “Neuro-fuzzy technique to predict air-overpressure induced by blasting.”, Arab J Geosci 8(12):10937–10950
2. Benmouiza, K., & Cheknane, A., 2018, “Clustered ANFIS network using fuzzy c-means, subtractive clustering, and grid partitioning for hourly solar radiation forecasting.”, Theoretical and Applied Climatology, 137(1-2), 31–43.
3. Çaydaş U., et al., 2009, “An Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) Model for Wire-EDM.” Expert Systems with Applications, vol. 36, no. 3, pp. 6135–6139, <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.07.019>. Accessed 24 Nov. 2020.
4. Çaydaş U., Hasçalık A., Ekici S., 2016, “An Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) Model for Wire-EDM.” Expert Systems with Applications, vol. 36, no. 3, Apr. 2009, pp. 6135–6139, 10.1016/j.eswa.2008.07.019. Accessed 24 Nov. 2020.
5. Cohen G., 2022, “Algorithmic Trading and Financial Forecasting Using Advanced Artificial Intelligence Methodologies.” Mathematics, vol. 10, no. 18, p. 3302, <https://doi.org/10.3390/math10183302>.
6. Dernocourt F., 2013, “Introduction to Fuzzy logic”, Lecture Notes, MIT, <http://aisii.azc.uam.mx/mcbc/Cursos/IntCompt/Lectura15.pdf>, Accessed 2 May. 2020.
7. Esmaeili M., Osanloo M., Rashidinejad F., Aghajani Bazzazi A., Taji M. et al., 2012, “Multiple Regression, ANN and ANFIS Models for Prediction of Backbreak in the Open Pit Blasting.” Engineering with Computers, vol. 30, no. 4, pp. 549–558, <https://doi.org/10.1007/s00366-012-0298-2>. Accessed 19 Oct. 2022.
8. Galetakis, M., 2011, “Application of AI technologies (artificial neural networks and fuzzy logic) in minerals industry”, Invited lectures, University of Wroclaw, Poland.
9. Galetakis M., Vasiliou A., 2010, “Selective Mining of Multiple-Layer Lignite Deposits. A Fuzzy Approach.” Expert Systems with Applications, vol. 37, no. 6, pp. 4266–4275
10. Galetakis M., Palogos I., Roumpos C., Pavlidakis F., 2017, “Selection of Optimal Land Uses for the Reclamation of Surface Mines by Using Evolutionary Algorithms.” International Journal of Mining Science and Technology, vol. 27, no. 3, pp. 491–498, <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2017.03.008>.
11. Galetakis M., Vasiliou A., Rogdaki A., Deligiorgis V., Raka S., 2022, “Estimation of Mineral Resources with Machine Learning Techniques.” Materials Proceedings, vol. 5, no. 1, p. 122, [www.mdpi.com/2673-4605/5/1/122](https://doi.org/10.3390/materproc2021005122), <https://doi.org/10.3390/materproc2021005122>. Accessed 3 Nov. 2022.
12. Galetakis, M., Vasiliou, A., Steiakakis, E., Soultana, A., & Deligiorgis, V., 2021, “Applications of fuzzy inference systems in mineral industry-an overview.”, In MATEC Web of Conferences (Vol. 342, p. 05006). EDP Sciences.
13. Ghorbanzadeh, O., Rostamzadeh, H., Blaschke, T., Gholaminia, K., & Aryal, J., 2018, “A new GIS-based data mining technique using an adaptive neuro-fuzzy inference

- system (ANFIS) and k-fold cross-validation approach for land subsidence susceptibility mapping.”, *Natural Hazards*, 94(2), 497–517.
14. Guo L., et al., 2012, “Fuzzy Comprehensive Evaluation on Relationship of Coal Maceral and Porosity.” *Procedia Engineering*, vol. 45., pp. 962–966, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187770581203278X, 10.1016/j.proeng.2012.08.266, Accessed 26 Nov. 2020
 15. Harandizadeh H., Armaghani D. J., 2021, “Prediction of Air-Overpressure Induced by Blasting Using an ANFIS-PNN Model Optimized by GA.” *Applied Soft Computing*, vol. 99, p. 106904, 10.1016/j.asoc.2020.106904, Accessed 02 Oct. 2021
 16. Harris, C. J., C. G. Moore and M. Brown, 1993, "Intelligent Control, Aspects of Fuzzy Logic and Neural Nets", World Scientific Publishing, Singapore.
 17. Hussain, W., Merigó, J. M., Raheel Raza, M., & Gao, H., 2021, “A New QoS Prediction Model using Hybrid IOWA- ANFIS with Fuzzy C-Means, Subtractive Clustering and Grid Partitioning.”, *Information Sciences*
 18. Hustrulid, W. Kuchta, M., 2006, “Open Pit Mine Planning & Design: CSMine software package, 2nd ed. Taylor and Francis/Balkema.
 19. Izakian H., Abraham A., 2011, “Fuzzy C-Means and Fuzzy Swarm for Fuzzy Clustering Problem.” *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 3, pp. 1835–1838, <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.112>. Accessed 12 Nov. 2020.
 20. Jahedsaravani A., Massinaei M., Marhaban M. H., 2016, “Application of Image Processing and Adaptive Neuro-Fuzzy System for Estimation of the Metallurgical Parameters of a Flotation Process.” *Chemical Engineering Communications*, vol. 203, no. 10, pp. 1395–1402, <https://doi.org/10.1080/00986445.2016.1198897>. Accessed 15 Feb. 2022.
 21. Jang, J.S., 1993, “ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system.” *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 23, 665–685.
 22. Jang, J.S.; Sun, C.T., 1995, Neuro-fuzzy modeling and control. *Proc. IEEE*, 83, 378–406.
 23. Jang J.S.R., Sun C.T., Mizutani E., 1998, “Neuro-fuzzy and soft computing-a computational approach to Learning and machine intelligence.” *Proc. IEEE*, 86, 600–603.
 24. Jin, Y., 2000, “Fuzzy Modeling of High-Dimensional Systems: Complexity Reduction and Interpretability Improvement.” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 212–221
 25. Kaburlasos V.G., Kehagias A., 2006, “Novel fuzzy inference system (FIS) analysis and design based on lattice theory. part I: working principles”, *International Journal of General Systems*, vol. 35, no. 1, pp. 45-67.
 26. Kaburlasos V.G., Kehagias A., 2014, “Fuzzy inference system (FIS) extensions based on lattice theory”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 3, pp. 531-546.
 27. Kapageridis I., 2005, “Input space configuration effects in neural network-based grade estimation.”, *Comput. Geosci.*, 112, 704–717.
 28. Lawal A. I., Kwon S., Hammed O. S., Idris M. A., 2021, “Blast-Induced Ground Vibration Prediction in Granite Quarries: An Application of Gene Expression

- Programming, ANFIS, and Sine Cosine Algorithm Optimized ANN.” *International Journal of Mining Science and Technology*, vol. 31, no. 2, pp. 265–277, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2095268621000136, <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2021.01.007>.
29. Leonori S., Martino A., Luzi M., Massimo F., Mascioli F., Rizzi A., 2020, “A Generalized Framework for ANFIS Synthesis Procedures by Clustering Techniques.” *Applied Soft Computing*, vol. 96, p. 106622, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494620305603, <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106622>. Accessed 5 Nov. 2022.
 30. Li, X.; Xie, Y.; Guo, Q.; Li, L , 2010, “Adaptive ore grade estimation method for the mineral deposit evaluation.”, *Math. Comput. Model.* 52, 1947–1956.
 31. Linero S., Palma C., Apablaza R., 2007, “Geotechnical Characterisation of Waste Material in Very High Dumps with Large Scale Triaxial Testing.” *Proceedings of the 2007 International Symposium on Rock Slope Stability in Open Pit Mining and Civil Engineering*, 10.36487/acg_repo/708_2.
 32. Mamdani E.H., Assilian S., 1975, “An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller.” *International Journal of Man-Machine Studies*, no. 1, pp. 1–13, [https://doi.org/10.1016/s0020-7373\(75\)80002-2](https://doi.org/10.1016/s0020-7373(75)80002-2).
 33. Michaud D., 2017, “Ore Reserve Estimation Method. Metallurgist & Mineral Processing Engineer.” <https://www.911metallurgist.com/ore-reserve-estimation-methods/>, Accessed 24 May 2021
 34. Ozkan E., Iphar M., Konuk A., 2017, “Fuzzy Logic Approach in Resource Classification.” *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, vol. 33, no. 3, pp. 183–205, <https://doi.org/10.1080/17480930.2017.1381219>. Accessed 16 Oct. 2020.
 35. Papadakis H., Atsalakis G.S., Zopounidis C., 2023, “Study on the Variables Reflecting the Action of Interest Groups. The Case of Greek Economy.”, Vol. 1, no. 1, 2 Mar. 2023, <https://doi.org/10.1007/s44257-022-00003-2>. Accessed 4 May 2023.
 36. Parsa M., Maghsoudi A., Yousefi M., 2017, “An Improved Data-Driven Fuzzy Mineral Prospectivity Mapping Procedure; Cosine Amplitude-Based Similarity Approach to Delineate Exploration Targets.” *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, vol. 58, pp. 157–167, 10.1016/j.jag.2017.02.006. , Accessed 12 May 2021
 37. Pishnamazi, M., Babanezhad, M., Nakhjiri, A. T., Rezakazemi, M., Marjani, A., & Shirazian, S., 2020, “ANFIS grid partition framework with difference between two sigmoidal membership functions structure for validation of nanofluid flow.”, *Scientific Reports*, 10(1), 15395.
 38. Polykretis C., Chalkias C., Ferentinou M., 2017, “Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) Modeling for Landslide Susceptibility Assessment in a Mediterranean Hilly Area.” *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, vol. 78, no. 2, pp. 1173–1187, <https://doi.org/10.1007/s10064-017-1125-1>. Accessed 27 Sept. 2022.
 39. Saade J., and Diab H., 2004, “DEFUZZIFICATION METHODS and NEW TECHNIQUES for FUZZY CONTROLLERS.” *Iranian Journal of Electrical and*

- Computer Engineering, api.semanticscholar.org/CorpusID:2737440. Accessed 4 Sept. 2022.
40. Sengupta S., Dey S., Konarz A., Jadavpur J. R., 2011, “An improved fuzzy clustering method using modified Fukuyama-Sugeno cluster validity index”, University, Calcutta, India, International Conference on Recent Trends in Information Systems
 41. Singh K. Sh., Jain Sh. K., Bárdossy A., 2014, Improving the efficiency of artificial neural networks for ore reserve estimation by employing suitable training methods, *Journal of Hydrology*
 42. Singh R., Kainthola A., Singh T.N., 2012, “Estimation of Elastic Constant of Rocks Using an ANFIS Approach.” *Applied Soft Computing*, vol. 12, no. 1, Jan. 2012, pp. 40–45, <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2011.09.010>. Accessed 4 Mar. 2022.
 43. Sridhar D., Bandopadhyay S., Ganguli R., Misra D., 2010, “Machine Learning Algorithms and Their Application to Ore Reserve Estimation of Sparse and Imprecise Data”, *Journal of Intelligent Learning Systems and Applications*, 02 (02). pp. 86-96. ISSN 2150-8402
 44. Sugeno, M., 1985, “Industrial Applications of Fuzzy Control”, Elsevier Science Pub. Co.: Amsterdam, The Netherlands.
 45. Sugeno, M., Kang, G., 1988. Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems* 28 (1), 15–33.
Surjandari I., Puspita A. N. G., Zulkarnain Z., Kawigraha A., Permatasari N. V., Rus A. M. M., 2019, “Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) Method to Optimize the Reduction Process of Sapolite Ore Composites in Tube Furnace.” *IEEE Xplore*, ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8887655/authors#authors. Accessed 27 Sept. 2022.
 46. Tahmasebi P., Hezarkhani A., 2010, “Application of Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System for Grade Estimation; Case Study, Sarcheshmeh Porphyry Copper Deposit, Kerman, Iran”, *Australian Journal of Basic and Applied Sciences* 4(3):408-420
 47. Tahmasebi P., Hezarkhani A., 2012, “A hybrid neural networks-fuzzy logic-genetic algorithm for grade estimation”, *Computers & Geosciences*, vol. 42, May 2012, pp. 18–27, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098300412000398, Accessed 24 May 2021
 48. Takagi, T., Sugeno, M., 1985. “Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control.”, *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics* 15 (1), 116–132.
 49. Tutmez, B., 2009, “Use of Hybrid Intelligent Computing in Mineral Resources Evaluation.” *Applied Soft Computing*, vol. 9, no. 3, pp. 1023–1028, [10.1016/j.asoc.2009.02.001](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2009.02.001). , Accessed 26 May 2021.
 50. Tutmez, B., Tercan, E., 2007, “Spatial estimation of some mechanical properties of rocks by fuzzy modeling.”, *Computers and Geotechnics*, 34, 10–18.
 51. Vaidhehi V., 2014, “The role of Dataset in training ANFIS System for Course Advisor”, Department of Computer Science, Christ University
 52. Wu X., Zhou Y., 1993, “Reserve Estimation Using Neural Network Techniques.” *Computers & Geosciences*, 2017, www.semanticscholar.org/paper/Reserve-estimation-

53. Yager R., Filev D., 1994, "Generation of fuzzy rules by mountain clustering. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems", 2(3):209 – 219.
54. Yager, R.R., Zadeh L.A., 1992, "An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems", Kluwer Academic Publishers, United States of America.
55. Yesiloglu-Gultekin, N., Sezer, E. A., Gokceoglu, C., & Bayhan, H., 2013, "An application of adaptive neuro fuzzy inference system for estimating the uniaxial compressive strength of certain granitic rocks from their mineral contents", Expert Systems with Applications, 40(3), 921–928.
56. Zadeh, L.A., 1965, "Fuzzy sets. Information and Cont.", 8: 338-353.
57. Žlender, B., Jelušič, P., & Boumezerane, D., 2012, "Planning Geotechnical Investigation Using ANFIS.", Geotechnical and Geological Engineering, 30(4), 975–989. <https://doi.org/10.1007/s10706-012-9520-7Žlender>, Accessed 22 Oct. 2021.

Ελληνική

1. Βασιλείου Α., 2006, "Ανάπτυξη αλγορίθμου βασισμένου σε προσαρμοζόμενα νευροασαφή συστήματα (ANFIS) για τη βελτίωση της λειτουργίας των εν σειρά συστημάτων ελέγχου ποιότητας λιγνιτών", Μεταπτυχιακή Διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
2. Γαλετάκης Μ., 2017, "Σχεδιασμός εκμεταλλεύσεων με ηλεκτρονικό υπολογιστή", Σημειώσεις Μαθήματος, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
3. Γρούμπος Π., 2018, "Στοιχεία της Ασαφούς Λογικής", Σημειώσεις μαθήματος, Πανεπιστήμιο Πάτρας, Πάτρα.
4. Δέδες Α., Δουληγέρης Χ., 2016, "Υπολογιστική νέφους και ευφυείς τεχνικές: επισκόπηση και εφαρμογές.", Μεταπτυχιακή Διατριβή, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Πειραιώς, dione.lib.unipi.gr/xmlui/handle/unipi/9436.
5. Δογέας, Κ., Τζαφέστας Κ., 2014, "Προσαρμοζόμενος Έλεγχος Αυτοκινούμενου Ρομπότ Διαφορικής Οδήγησης Για Την Παρακολούθηση Εξωτερικών Γεωμετρικών Χαρακτηριστικών Με Χρήση Τεχνικών Ασαφούς Συλλογιστικής Και Ενισχυτικής Μάθησης." [Dspace.lib.ntua.gr](http://dspace.lib.ntua.gr), dspace.lib.ntua.gr/xmlui/handle/123456789/39963.
6. Καμπουρλάζος Β., Παπακώστας Γ., 2015, "Ασαφή Συστήματα : Εισαγωγή στην υπολογιστική νοημοσύνη." Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. <https://hdl.handle.net/11419/3445>
7. Καραπιπεράκης Κ., 2022, "Μελέτη προηγμένων συστημάτων υπολογιστικής νοημοσύνης και υλοποίησή τους σε Tensorflow." [Polynoe.lib.uniwa.gr](http://polynoe.lib.uniwa.gr), polynoe.lib.uniwa.gr/xmlui/handle/11400/2953, <https://doi.org/10.26265/polynoe-2793>. Accessed 22 Feb. 2023.
8. Μάρης, Φ., Παπαρίζος, Σ., Καράτζιος, Γ., 2014, "Υδροπληροφορική", Εκδόσεις Δίσιγμα. σ . 23-28.
9. Μενεγάκη Μ., 2010. "Σχεδιασμός Υπαίθριων Εκμεταλλεύσεων", Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

10. Μόδης, Κ., Σταματάκη, Σ., 2015, "Εισαγωγή στη μεταλλευτική έρευνα", Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις.
11. Μπογιατζής Α., 2019, "Μέτρα ασαφούς υποσυνολότητας και εντροπίας και η εφαρμογή τους σε θέματα πληροφορικής.", Διδακτορική διατριβή, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης (ΔΠΘ), Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, www.didaktorika.gr, hdl.handle.net/10442/hedi/45140
12. Ντεζές Δ., Μαρκόπουλος Α., 2019, "Μοντελοποίηση Της Κατεργασίας Διάτρησης σύνθετων υλικών με μοντέλα Νευρωνικών δικτύων", Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Τμήμα Μηχανολόγων μηχανικών, Αθήνα
13. Οικονομίδου Ι., 2018, "Υπολογισμός αποθεμάτων και ποιοτικών χαρακτηριστικών κοιτασμάτων με χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων", Διπλωματική Εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
14. Ροκάνη Β., 2020, "Προηγμένες μέθοδοι εκτίμησης λειτουργικής κατάστασης εξοπλισμού συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας με χρήση τεχνικών τεχνητής νοημοσύνης και ασαφούς λογικής (Διάγνωση βλαβών μετασχηματιστών ισχύος)." Polynoe.lib.uniwa.gr, polynoe.lib.uniwa.gr/xmlui/handle/11400/1728, <https://doi.org/10.26265/polynoe-1579>. Accessed 12 July 2022.
15. Χαϊντούτη Α., 2020, "Ανάπτυξη νευρωνικών δικτύων με χαρακτηριστικά τοπικού εκτιμητή για υπολογισμό αποθεμάτων και ποιότητας κοιτασμάτων", Διπλωματική Εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
16. Χριστόπουλος Θ. Δ., 2014, "Εφαρμοσμένη Γεωστατιστική", Σημειώσεις Μαθήματος, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Παράρτημα Α: Κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού Matlab, για την ανάπτυξη των μοντέλων ANFIS και NN

ANFIS MODEL

```
%ardina all data
sum(ismissing(ardina_data_neo));

[train valid check]=dividerand(ardina_data_neo',0.7,0.15,0.15);
train=train';
valid=valid';
check=check';

anfisedit

%results grid partition
results_ardina_neo_grid=evalfis(ardina_data_neo(:,1:3),ardina_neo_grid);
plotregression(ardina_data_neo(:,4),results_ardina_neo_grid);

%results sub clustering
results_ardina_neo_sub=evalfis(ardina_data_neo(:,1:3),ardina_neo_sub);
plotregression(ardina_data_neo(:,4),results_ardina_neo_sub);

%ardina data ln
[trainln validln
checkln]=dividerand(ardina_data_neo_ln',0.7,0.15,0.15);
trainln=trainln';
validln=validln';
checkln=checkln';

anfisedit

%results grid partition ln
results_ardina_neo_ln_grid=evalfis(ardina_data_neo_ln(:,1:3),ardina_neo_ln_grid);
plotregression(ardina_data_neo_ln(:,4),results_ardina_neo_ln_grid);

%results sub clustering ln
results_ardina_neo_ln_sub=evalfis(ardina_data_neo_ln(:,1:3),ardina_neo_ln_sub);
plotregression(ardina_data_neo_ln(:,4),results_ardina_neo_ln_sub);

%set1
[train1 valid1 check1]=dividerand(set1_d',0.7,0.15,0.15);
train1=train1';
valid1=valid1';
check1=check1';
```

```

anfisedit

%results set1 grid partition
results_set1_d_grid=evalfis(set1_d(:,1:3),set1_d_grid);
plotregression(set1_d(:,4),results_set1_d_grid);

%results set1 sub clusterin
results_set1_d_sub=evalfis(set1_d(:,1:3),set1_d_sub);
plotregression(set1_d(:,4),results_set1_d_sub);

%set1_ln
[trains1_ln valids1_ln
checks1_ln]=dividerand(set1_d_ln',0.7,0.15,0.15);
trains1_ln=trains1_ln';
valids1_ln=valids1_ln';
checks1_ln=checks1_ln';

anfisedit

%results set1 ln grid partition
results_set1_d_ln_grid=evalfis(set1_d_ln(:,1:3),set1_d_ln_grid);
plotregression(set1_d_ln(:,4),results_set1_d_ln_grid);

%results set1 ln sub clusterin
results_set1_d_ln_sub=evalfis(set1_d_ln(:,1:3),set1_d_ln_sub);
plotregression(set1_d_ln(:,4),results_set1_d_ln_sub);

%set 2
[trains2 valids2 checks2]=dividerand(set2_d',0.7,0.15,0.15);
trains2=trains2';
valids2=valids2';
checks2=checks2';

anfisedit

%results set2 grid partition
results_set2_d_grid=evalfis(set2_d(:,1:3),set2_d_grid);
plotregression(set2_d(:,4),results_set2_d_grid);

%results set2 sub clusterin
results_set2_d_sub=evalfis(set2_d(:,1:3),set2_d_sub);
plotregression(set2_d(:,4),results_set2_d_sub);

%set2_ln
[trains2_ln valids2_ln
checks2_ln]=dividerand(set2_d_ln',0.7,0.15,0.15);
trains2_ln=trains2_ln';
valids2_ln=valids2_ln';

```



```

checks2_ln=checks2_ln';

anfisedit

%results set2 ln grid partition
results_set2_d_ln_grid=evalfis(set2_d_ln(:,1:3),set2_d_ln_grid);
plotregression(set2_d_ln(:,4),results_set2_d_ln_grid);

%results set2 ln sub clusterin
results_set2_d_ln_sub=evalfis(set2_d_ln(:,1:3),set2_d_ln_sub);
plotregression(set2_d_ln(:,4),results_set2_d_ln_sub);

%Compare to krig results

results_xyz_blocks_grid=evalfis(xyz_blocks,ardina_neo_grid);

results_xyz_blocks_sub=evalfis(xyz_blocks,ardina_neo_sub);

results_xyz_blocks_sub_ln=evalfis(xyz_blocks,ardina_neo_ln_sub);

results_krig_d_grid=evalfis(ardina_krig,set1_d_grid);

results_krig_d_ln_grid=evalfis(ardina_krig,set1_d_ln_grid);

results_krig_d_sub=evalfis(ardina_krig,set1_d_sub);

results_krig_set1_d_ln_sub=evalfis(ardina_krig,set1_d_ln_sub);

results_krig_set2_d_ln_sub=evalfis(ardina_krig,set2_d_ln_sub);

```

NEURAL NETWORK MODEL

```

ardina=table2array(Ardinacollarcomp);
sum(ismissing(ardina));

inp_ard=ardina(:,1:3)';
targ_ard=ardina(:,4)';
nntool
ardina_results=sim(net_all,ardina(:,1:3)');
ardina_results=ardina_results';

ardina_ln=[ardina(:,1:3),c_ln];
inp_ard_ln=ardina(:,1:3)';
targ_ard_ln=ardina_ln(:,4)';
nntool
ardina_results_ln=sim(net_all_ln,ardina(:,1:3)');

```

```

ardina_results_ln=ardina_results_ln';

%sets
inp_set1=set1(:,1:3)';
targ_set1=set1(:,4)';
nntool
ardina_set1_results=sim(net_set1,set1(:,1:3)');
ardina_set1_results=ardina_set1_results';

inp_set1_ln=set1_ln(:,1:3)';
targ_set1_ln=set1_ln(:,4)';
nntool
ardina_set1_ln_results=sim(net_set1_ln,set1_ln(:,1:3)');
ardina_set1_ln_results=ardina_set1_ln_results';

inp_set2=set2(:,1:3)';
targ_set2=set2(:,4)';
nntool
ardina_set2_results=sim(net_set2,set2(:,1:3)');
ardina_set2_results=ardina_set2_results';

inp_set2_ln=set2_ln(:,1:3)';
targ_set2_ln=set2_ln(:,4)';
nntool
ardina_set2_ln_results=sim(net_set2_ln,set2_ln(:,1:3)');
ardina_set2_ln_results=ardina_set2_ln_results';

m=mean(ardina(:,4));
d=median(ardina(:,4));

%create sets based d
Y = cdf('normal',ardina(:,4),d);
Y=findgroups(Y);
ardina_Y=[ardina,Y];
[groups_Y]=findgroups(Y);
gscatter(ardina_Y(:,1),ardina_Y(:,4),Y);
set1_Y=ardina_Y(groups_Y==1, :);
set2_Y=ardina_Y(groups_Y==2, :);
set1_Y=set1_Y(:,1:4);
set2_Y=set2_Y(:,1:4);

%edit sets

[train1 valid1 check1]=dividerand(set1_Y',0.7,0.15,0.15);
train1=train1';
valid1=valid1';
check1=check1';

anfisedit

```

```

results_set1_grid=evalfis(set1_Y(:,1:3),set1_Y_grid);
plotregression(set1_Y(:,4),results_set1_grid);

results_set1_sub=evalfis(set1_Y(:,1:3),set1_Y_sub);
plotregression(set1_Y(:,4),results_set1_sub);

[train2 valid2 check2]=dividerand(set2_Y',0.7,0.15,0.15);
train2=train2';
valid2=valid2';
check2=check2';

results_set2_grid=evalfis(set2_Y(:,1:3),set2_Y_grid);
plotregression(set2_Y(:,4),results_set2_grid);

results_set2_sub=evalfis(set2_Y(:,1:3),set2_Y_sub);
plotregression(set2_Y(:,4),results_set2_sub);

anfisedit

%edit ln sets

[train1_ln valid1_ln check1_ln]=dividerand(set1_Y_ln',0.7,0.15,0.15);
train1_ln=train1_ln';
valid1_ln=valid1_ln';
check1_ln=check1_ln';

anfisedit

results_set1_ln_grid=evalfis(set1_Y_ln(:,1:3),set1_Y_ln_grid);
plotregression(set1_Y(:,4),results_set1_Y_real_grid);

results_set1_ln_sub=evalfis(set1_Y_ln(:,1:3),set1_Y_ln_sub);
plotregression(set1_Y(:,4),results_set1_Y_real_sub);

[train2_ln valid2_ln check2_ln]=dividerand(set2_Y_ln',0.7,0.15,0.15);
train2_ln=train2_ln';
valid2_ln=valid2_ln';
check2_ln=check2_ln';

anfisedit

results_set2_ln_grid=evalfis(set2_Y_ln(:,1:3),set2_Y_ln_grid);
plotregression(set2_Y(:,4),results_set2_Y_real_grid);

results_set2_ln_sub=evalfis(set2_Y_ln(:,1:3),set2_Y_ln_sub);
plotregression(set2_Y(:,4),results_set2_Y_real_sub);

%compare Krig Cu to NN Cu

```

```
results_xyz_blocks_nn_ln=sim(net_all_ln,xyz_blocks');  
results_xyz_blocks_nn_ln=results_xyz_blocks_nn_ln';  
  
results_xyz_blocks_nn=sim(net_all,xyz_blocks');  
results_xyz_blocks_nn=results_xyz_blocks_nn';  
  
results_composites_nn=sim(net_all,andina_composites');  
results_composites_nn=results_composites_nn';
```

Παράρτημα Β: Κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB, για την επεξεργασία των δεδομένων

Σύστημα 1^ο – Δεδομένα Andina με Grid Partitioning

```
>> struct(ardina_grid)
```

```
ans =
```

```
struct with fields:
```

```
        name: 'ardina_grid'
        type: 'sugeno'
    andMethod: 'prod'
    orMethod: 'probor'
defuzzMethod: 'wtaver'
    impMethod: 'prod'
    aggMethod: 'sum'
        input: [1×3 struct]
        output: [1×1 struct]
        rule: [1×125 struct]
    trndata: [400×4 double]
    tstdata: [86×4 double]
    chkdata: [86×4 double]
```

```
>> struct(ardina_ln_grid)
```

```
ans =
```

```
struct with fields:
```

```
        name: 'ardina_ln_grid'
        type: 'sugeno'
    andMethod: 'prod'
    orMethod: 'probor'
defuzzMethod: 'wtaver'
    impMethod: 'prod'
    aggMethod: 'sum'
        input: [1×3 struct]
        output: [1×1 struct]
        rule: [1×125 struct]
    trndata: [400×4 double]
    tstdata: [86×4 double]
    chkdata: [86×4 double]
```

```
>> struct(ardina_sub)
```

```

ans =

struct with fields:

    name: 'ardina_sub'
    type: 'sugeno'
    andMethod: 'prod'
    orMethod: 'probor'
    defuzzMethod: 'wtaver'
    impMethod: 'prod'
    aggMethod: 'sum'
    input: [1×3 struct]
    output: [1×1 struct]
    rule: [1×42 struct]
    trndata: [400×4 double]
    tstdata: [86×4 double]
    chkdata: [86×4 double]

```

```
>> struct(ardina_ln_sub)
```

```

ans =

struct with fields:

    name: 'ardina_ln_sub'
    type: 'sugeno'
    andMethod: 'prod'
    orMethod: 'probor'
    defuzzMethod: 'wtaver'
    impMethod: 'prod'
    aggMethod: 'sum'
    input: [1×3 struct]
    output: [1×1 struct]
    rule: [1×42 struct]
    trndata: [400×4 double]
    tstdata: [86×4 double]
    chkdata: [86×4 double]

```

```

>> getfis(set1_Y_grid)
    Name      = set1_Y_grid
    Type      = sugeno
    NumInputs = 3
    InLabels  =

```

```

        input1
        input2
        input3
    NumOutputs = 1
    OutLabels =
        output
    NumRules = 125
    AndMethod = prod
    OrMethod = probor
    ImpMethod = prod
    AggMethod = sum
    DefuzzMethod = wtaver

>> getfis(set1_Y_ln_grid)
    Name      = set1_Y_ln_grid
    Type      = sugeno
    NumInputs = 3
    InLabels  =
        input1
        input2
        input3
    NumOutputs = 1
    OutLabels =
        output
    NumRules = 64
    AndMethod = prod
    OrMethod = probor
    ImpMethod = prod
    AggMethod = sum
    DefuzzMethod = wtaver

>> getfis(set1_Y_sub)
    Name      = set1_Y_sub
    Type      = sugeno
    NumInputs = 3
    InLabels  =
        in1
        in2
        in3
    NumOutputs = 1
    OutLabels =
        out1
    NumRules = 25
    AndMethod = prod
    OrMethod = probor

```

```

        ImpMethod = prod
        AggMethod = sum
        DefuzzMethod = wtaver

>> getfis(set1_Y_ln_sub)
    Name      = set1_Y_ln_sub
    Type      = sugeno
    NumInputs = 3
    InLabels  =
        in1
        in2
        in3
    NumOutputs = 1
    OutLabels =
        out1
    NumRules = 25
    AndMethod = prod
    OrMethod  = probor
    ImpMethod = prod
    AggMethod = sum
    DefuzzMethod = wtaver

>> getfis(set2_Y_grid)
    Name      = set2_Y_grid
    Type      = sugeno
    NumInputs = 3
    InLabels  =
        input1
        input2
        input3
    NumOutputs = 1
    OutLabels =
        output
    NumRules = 27
    AndMethod = prod
    OrMethod  = probor
    ImpMethod = prod
    AggMethod = sum
    DefuzzMethod = wtaver

>> getfis(set2_Y_ln_grid)
    Name      = set2_Y_ln_grid
    Type      = sugeno
    NumInputs = 3
    InLabels  =

```



```

        input1
        input2
        input3
    NumOutputs = 1
    OutLabels =
        output
    NumRules = 125
    AndMethod = prod
    OrMethod = probor
    ImpMethod = prod
    AggMethod = sum
    DefuzzMethod = wtaver

>> getfis(set2_Y_sub)
    Name      = set2_Y_sub
    Type      = sugeno
    NumInputs = 3
    InLabels  =
        in1
        in2
        in3
    NumOutputs = 1
    OutLabels =
        out1
    NumRules = 21
    AndMethod = prod
    OrMethod = probor
    ImpMethod = prod
    AggMethod = sum
    DefuzzMethod = wtaver

>> getfis(set2_Y_ln_sub)
    Name      = set2_Y_ln_sub
    Type      = sugeno
    NumInputs = 3
    InLabels  =
        in1
        in2
        in3
    NumOutputs = 1
    OutLabels =
        out1
    NumRules = 21
    AndMethod = prod
    OrMethod = probor

```

```
ImpMethod = prod  
AggMethod = sum  
DefuzzMethod = wtaver
```

Παράρτημα Γ: Πίνακας σύνθετων δειγμάτων

κ	γ	z	ς
4580,00	5463,00	3114,50	2,39
4580,00	5463,00	3089,50	4,50
4580,00	5463,00	3064,50	5,39
4580,00	5463,00	3039,50	3,33
4580,00	5463,00	3014,50	3,22
4580,00	5463,00	2989,50	2,27
4580,00	5463,00	2964,50	1,44
4580,00	5463,00	2939,50	1,31
4345,00	5613,00	3065,50	0,08
4345,00	5613,00	3040,50	0,10
4345,00	5613,00	3015,50	0,13
4345,00	5613,00	2990,50	0,07
4345,00	5613,00	2965,50	0,17
4345,00	5613,00	2940,50	0,11
4345,00	5613,00	2915,50	0,39
4345,00	5613,00	2890,50	0,40
4596,61	5742,88	2993,18	0,15
4603,83	5746,64	2969,54	0,40
4611,05	5750,40	2945,91	0,21
4618,27	5754,15	2922,27	0,28
4625,49	5757,91	2898,63	0,23
4632,71	5761,67	2874,99	0,21
4639,93	5765,43	2851,35	0,24
4647,15	5769,19	2827,72	0,31
4570,00	5184,00	3143,50	0,05
4570,00	5184,00	3118,50	0,71
4570,00	5184,00	3093,50	1,03
4570,00	5184,00	3068,50	0,68
4570,00	5184,00	3043,50	0,84
4570,00	5184,00	3018,50	1,21
4570,00	5184,00	2993,50	1,92
4570,00	5184,00	2968,50	2,21
4325,00	5053,00	3117,50	0,31
4325,00	5053,00	3092,50	0,39
4325,00	5053,00	3067,50	0,57
4325,00	5053,00	3042,50	0,69
4325,00	5053,00	3017,50	0,53
4325,00	5053,00	2992,50	0,53
4325,00	5053,00	2967,50	0,45
4335,00	5336,00	3132,50	0,07

4335,00	5336,00	3107,50	0,18
4335,00	5336,00	3082,50	0,17
4335,00	5336,00	3057,50	0,16
4335,00	5336,00	3032,50	0,23
4335,00	5336,00	3007,50	0,24
4335,00	5336,00	2982,50	0,20
4335,00	5336,00	2957,50	0,21
4818,45	5590,19	2954,47	0,11
4807,35	5582,56	2933,41	0,27
4796,25	5574,93	2912,35	0,29
4785,15	5567,30	2891,29	0,28
4774,05	5559,67	2870,22	0,34
4762,95	5552,04	2849,16	0,24
4751,85	5544,41	2828,10	0,30
4740,75	5536,78	2807,04	0,23
4471,94	5530,02	3120,69	0,06
4475,82	5532,07	3096,08	0,67
4479,70	5534,11	3071,47	1,04
4483,57	5536,16	3046,86	1,32
4487,45	5538,20	3022,24	1,22
4491,33	5540,25	2997,63	0,75
4495,21	5542,29	2973,02	0,59
4499,09	5544,34	2948,41	0,57
4458,00	5399,00	3132,50	0,02
4458,00	5399,00	3107,50	0,17
4458,00	5399,00	3082,50	0,92
4458,00	5399,00	3057,50	0,59
4458,00	5399,00	3032,50	0,32
4572,00	5323,00	3110,50	1,28
4572,00	5323,00	3085,50	2,66
4572,00	5323,00	3060,50	3,51
4572,00	5323,00	3035,50	1,10
4572,00	5323,00	3010,50	1,66
4572,00	5323,00	2985,50	1,54
4572,00	5323,00	2960,50	1,12
4551,95	4910,45	3160,98	0,11
4545,84	4907,35	3136,93	0,29
4539,73	4904,25	3112,89	0,31
4533,62	4901,15	3088,85	0,66
4527,51	4898,06	3064,80	0,64
4521,41	4894,96	3040,76	0,33
4515,30	4891,86	3016,72	0,31
4509,19	4888,76	2992,67	0,25
4460,63	5400,26	3132,85	0,02

4465,90	5402,77	3108,54	0,03
4471,17	5405,28	3084,23	1,04
4476,44	5407,79	3059,92	0,64
4481,70	5410,31	3035,61	0,52
4486,97	5412,82	3011,30	0,58
4492,24	5415,33	2986,99	0,44
4497,51	5417,84	2962,68	0,40
4682,47	5362,15	3078,80	0,07
4667,40	5354,44	3060,40	0,27
4652,34	5346,73	3041,99	1,10
4637,28	5339,02	3023,59	2,82
4622,21	5331,31	3005,19	2,28
4607,15	5323,60	2986,79	0,94
4592,08	5315,89	2968,38	1,56
4577,02	5308,19	2949,98	1,26
4579,10	5642,97	3042,22	0,10
4561,30	5642,91	3024,67	0,25
4543,50	5642,84	3007,12	0,54
4525,70	5642,78	2989,56	0,54
4507,90	5642,72	2972,01	0,47
4490,10	5642,66	2954,45	0,67
4472,30	5642,60	2936,90	0,59
4454,50	5642,53	2919,35	0,41
4644,02	5642,91	3018,30	0,09
4626,07	5642,72	3000,90	0,24
4608,12	5642,53	2983,51	0,35
4590,17	5642,34	2966,11	0,29
4572,22	5642,15	2948,71	0,40
4554,26	5641,97	2931,31	0,40
4536,31	5641,78	2913,91	0,41
4518,36	5641,59	2896,52	0,48
4701,92	5642,08	3001,47	0,10
4685,75	5642,25	2982,40	0,26
4669,58	5642,42	2963,33	0,28
4653,41	5642,59	2944,27	0,49
4637,24	5642,76	2925,20	0,61
4621,07	5642,93	2906,13	0,36
4604,90	5643,10	2887,07	0,29
4588,73	5643,27	2868,00	0,21
4513,04	5583,40	3104,62	0,02
4499,12	5584,20	3083,87	0,54
4485,20	5585,01	3063,12	1,04
4471,28	5585,81	3042,37	1,07
4457,36	5586,61	3021,62	0,63

4443,44	5587,41	3000,87	0,25
4429,52	5588,22	2980,12	0,22
4415,60	5589,02	2959,37	0,21
4636,22	5584,12	3051,10	0,13
4618,67	5584,37	3033,30	0,63
4601,12	5584,61	3015,50	0,87
4583,57	5584,86	2997,70	0,62
4566,02	5585,10	2979,90	0,60
4548,46	5585,35	2962,10	0,40
4530,91	5585,59	2944,30	0,36
4513,36	5585,84	2926,50	0,29
4689,16	5582,85	3020,16	0,30
4671,49	5582,54	3002,48	0,36
4653,81	5582,23	2984,81	0,61
4636,14	5581,92	2967,13	0,65
4618,46	5581,61	2949,45	0,70
4600,79	5581,30	2931,77	0,75
4583,11	5580,99	2914,10	0,38
4565,44	5580,69	2896,42	0,31
4795,10	5581,74	2964,22	0,06
4777,31	5581,21	2946,67	0,33
4759,52	5580,68	2929,12	0,26
4741,73	5580,15	2911,56	0,30
4723,93	5579,62	2894,01	0,32
4706,14	5579,10	2876,45	0,21
4688,35	5578,57	2858,90	0,35
4670,55	5578,04	2841,35	0,28
4574,10	5522,03	3107,22	0,14
4556,30	5522,09	3089,67	0,33
4538,50	5522,16	3072,12	0,07
4520,70	5522,22	3054,56	1,12
4502,90	5522,28	3037,01	0,72
4485,10	5522,34	3019,45	0,92
4467,30	5522,40	3001,90	0,45
4449,50	5522,47	2984,35	0,21
4631,12	5523,94	3077,21	0,48
4613,35	5523,81	3059,62	1,09
4595,58	5523,69	3042,04	0,81
4577,81	5523,57	3024,45	1,09
4560,04	5523,44	3006,87	1,50
4542,27	5523,32	2989,28	1,43
4524,50	5523,19	2971,70	1,79
4506,73	5523,07	2954,11	0,52
4684,10	5522,95	3042,22	0,70

4666,30	5522,86	3024,67	0,91
4648,50	5522,77	3007,12	1,86
4630,70	5522,67	2989,56	1,57
4612,90	5522,58	2972,01	1,01
4595,10	5522,49	2954,45	1,12
4577,30	5522,39	2936,90	1,11
4559,50	5522,30	2919,35	1,33
4735,05	5523,06	3011,27	0,17
4717,16	5523,19	2993,81	0,44
4699,27	5523,31	2976,35	0,77
4681,38	5523,44	2958,89	0,88
4663,49	5523,56	2941,43	0,92
4645,59	5523,69	2923,97	0,91
4627,70	5523,81	2906,51	1,31
4609,81	5523,94	2889,05	1,51
4790,15	5520,91	2977,18	0,09
4772,44	5520,72	2959,53	0,50
4754,73	5520,54	2941,88	0,31
4737,02	5520,35	2924,24	0,40
4719,32	5520,17	2906,59	0,46
4701,61	5519,98	2888,94	0,24
4683,90	5519,79	2871,30	0,45
4666,19	5519,61	2853,65	1,09
4563,83	5463,00	3118,76	0,01
4549,49	5463,00	3098,28	0,03
4535,15	5463,00	3077,80	1,34
4520,81	5463,00	3057,32	1,24
4506,47	5463,00	3036,85	1,08
4492,13	5463,00	3016,37	0,84
4477,79	5463,00	2995,89	0,38
4463,45	5463,00	2975,41	0,36
4628,15	5463,66	3098,18	0,03
4610,46	5462,98	3080,53	2,80
4592,76	5462,30	3062,88	3,72
4575,07	5461,62	3045,24	2,91
4557,37	5460,94	3027,59	1,78
4539,68	5460,26	3009,94	1,34
4521,98	5459,58	2992,30	0,71
4504,28	5458,90	2974,65	0,71
4682,15	5461,78	3060,18	2,38
4664,45	5461,35	3042,53	1,92
4646,74	5460,92	3024,88	0,65
4629,04	5460,49	3007,24	0,67
4611,34	5460,05	2989,59	0,76

4593,63	5459,62	2971,94	1,37
4575,93	5459,19	2954,30	1,05
4558,23	5458,75	2936,65	0,57
4729,10	5464,00	3025,22	0,18
4711,30	5464,00	3007,67	0,85
4693,50	5464,00	2990,12	1,20
4675,70	5464,00	2972,56	1,13
4657,90	5464,00	2955,01	0,95
4640,10	5464,00	2937,45	0,79
4622,30	5464,00	2919,90	0,92
4604,50	5464,00	2902,35	0,68
4578,13	5402,17	3125,19	0,02
4560,40	5402,51	3107,58	0,04
4542,66	5402,85	3089,96	1,17
4524,92	5403,19	3072,34	0,81
4507,19	5403,53	3054,73	0,80
4489,45	5403,87	3037,11	0,60
4471,72	5404,21	3019,50	0,25
4453,98	5404,55	3001,88	0,31
4689,19	5402,95	3067,13	0,71
4671,58	5402,86	3049,39	1,31
4653,96	5402,77	3031,65	1,02
4636,35	5402,68	3013,91	1,34
4618,73	5402,58	2996,17	0,78
4601,11	5402,49	2978,43	0,59
4583,50	5402,40	2960,69	1,27
4565,88	5402,31	2942,96	1,83
4751,16	5402,98	3027,16	0,36
4733,48	5402,95	3009,48	0,92
4715,81	5402,92	2991,81	1,16
4698,13	5402,89	2974,13	1,13
4680,45	5402,86	2956,45	0,67
4662,77	5402,83	2938,77	0,56
4645,10	5402,80	2921,10	0,55
4627,42	5402,77	2903,42	0,69
4613,21	5343,11	3121,11	0,15
4595,62	5343,32	3103,34	1,61
4578,04	5343,54	3085,57	1,70
4560,46	5343,75	3067,80	0,94
4542,87	5343,97	3050,04	0,18
4525,29	5344,18	3032,27	0,99
4507,71	5344,40	3014,50	0,46
4490,12	5344,61	2996,73	0,27
4679,06	5337,08	3099,56	0,03

4693,18	5325,23	3082,67	2,27
4707,30	5313,38	3065,78	3,03
4721,42	5301,53	3048,89	2,02
4735,54	5289,69	3032,00	1,80
4749,66	5277,84	3015,11	1,27
4763,78	5265,99	2998,22	1,24
4777,90	5254,14	2981,33	1,05
4712,18	5342,85	3069,15	0,44
4694,53	5342,54	3051,44	2,14
4676,89	5342,23	3033,73	1,93
4659,25	5341,92	3016,02	1,84
4641,60	5341,61	2998,31	4,51
4623,96	5341,31	2980,60	0,93
4606,31	5341,00	2962,89	0,74
4588,67	5340,69	2945,19	1,25
4320,89	5282,96	3139,20	0,03
4312,67	5282,87	3115,59	0,12
4304,45	5282,78	3091,98	0,55
4296,23	5282,70	3068,37	0,21
4288,00	5282,61	3044,76	0,23
4279,78	5282,53	3021,15	0,19
4271,56	5282,44	2997,54	0,17
4263,34	5282,35	2973,93	0,17
4609,71	5282,76	3132,64	0,03
4591,14	5282,27	3115,91	0,32
4572,57	5281,78	3099,18	1,04
4554,00	5281,30	3082,45	1,00
4535,42	5280,81	3065,72	1,47
4516,85	5280,33	3048,99	1,29
4498,28	5279,84	3032,27	0,37
4479,71	5279,35	3015,54	0,14
4673,97	5283,08	3104,42	0,15
4657,90	5283,25	3085,27	0,51
4641,83	5283,42	3066,12	0,62
4625,76	5283,59	3046,97	0,87
4609,69	5283,76	3027,82	1,53
4593,62	5283,93	3008,67	1,04
4577,55	5284,09	2989,52	1,42
4561,48	5284,26	2970,37	1,60
4727,16	5282,00	3075,16	0,09
4709,48	5282,00	3057,48	0,79
4691,81	5282,00	3039,81	0,93
4674,13	5282,00	3022,13	1,17
4656,45	5282,00	3004,45	0,86

4638,77	5282,00	2986,77	0,43
4621,10	5282,00	2969,10	0,66
4603,42	5282,00	2951,42	0,92
4769,16	5282,86	3043,16	0,32
4751,49	5282,58	3025,48	0,91
4733,81	5282,31	3007,81	0,84
4716,14	5282,03	2990,13	0,23
4698,46	5281,75	2972,45	0,65
4680,78	5281,47	2954,77	0,53
4663,11	5281,20	2937,10	0,65
4645,43	5280,92	2919,42	0,65
4625,16	5222,86	3134,16	0,03
4607,49	5222,58	3116,48	0,04
4589,81	5222,31	3098,81	0,82
4572,14	5222,03	3081,13	1,18
4554,46	5221,75	3063,45	1,77
4536,78	5221,47	3045,77	1,16
4519,11	5221,20	3028,10	0,66
4501,43	5220,92	3010,42	0,33
4694,28	5224,00	3109,43	0,10
4684,83	5224,00	3086,28	0,39
4675,38	5224,00	3063,13	0,71
4665,94	5224,00	3039,99	0,56
4656,49	5224,00	3016,84	0,56
4647,05	5224,00	2993,69	0,55
4637,60	5224,00	2970,55	0,58
4628,15	5224,00	2947,40	0,98
4521,13	5163,92	3148,19	0,04
4503,39	5163,77	3130,58	0,03
4485,65	5163,61	3112,96	0,25
4467,92	5163,46	3095,34	0,43
4450,18	5163,30	3077,73	0,25
4432,44	5163,15	3060,11	0,60
4414,70	5162,99	3042,50	0,36
4396,96	5162,84	3024,88	0,33
4596,15	5162,86	3137,18	0,03
4578,44	5162,58	3119,53	0,45
4560,73	5162,30	3101,88	0,93
4543,03	5162,03	3084,24	0,62
4525,32	5161,75	3066,59	0,93
4507,62	5161,47	3048,94	0,32
4489,91	5161,19	3031,30	0,22
4472,20	5160,91	3013,65	0,30
4655,01	5163,13	3124,32	0,02

4637,03	5163,38	3106,95	0,28
4619,05	5163,63	3089,58	0,54
4601,06	5163,88	3072,22	0,67
4583,08	5164,13	3054,85	1,07
4565,10	5164,38	3037,48	1,56
4547,12	5164,63	3020,12	1,62
4529,14	5164,88	3002,75	1,59
4356,50	5102,91	3138,34	0,02
4347,50	5102,74	3115,01	0,13
4338,50	5102,57	3091,69	0,29
4329,51	5102,40	3068,37	0,15
4320,51	5102,22	3045,04	0,29
4311,51	5102,05	3021,72	0,15
4302,51	5101,88	2998,40	0,21
4293,51	5101,70	2975,07	0,30
4623,15	5102,81	3132,18	0,02
4605,44	5102,44	3114,53	0,14
4587,74	5102,07	3096,88	0,56
4570,03	5101,70	3079,24	1,31
4552,33	5101,33	3061,59	0,81
4534,62	5100,96	3043,94	1,23
4516,92	5100,59	3026,30	1,06
4499,22	5100,22	3008,65	0,71
4684,01	5103,14	3109,32	0,04
4666,03	5103,42	3091,95	0,29
4648,05	5103,71	3074,58	0,52
4630,07	5103,99	3057,22	0,43
4612,08	5104,27	3039,85	0,70
4594,10	5104,55	3022,48	0,92
4576,12	5104,84	3005,12	0,78
4558,14	5105,12	2987,75	0,55
4742,18	5582,95	2989,15	0,06
4724,53	5582,86	2971,44	0,25
4706,88	5582,77	2953,73	0,33
4689,24	5582,68	2936,02	0,49
4671,59	5582,58	2918,31	0,43
4653,94	5582,49	2900,60	0,39
4636,30	5582,40	2882,89	0,38
4618,65	5582,31	2865,19	0,52
4504,18	5523,05	3126,15	0,02
4486,53	5523,14	3108,44	0,12
4468,88	5523,23	3090,73	0,55
4451,24	5523,32	3073,02	0,42
4433,59	5523,42	3055,31	0,41

4415,94	5523,51	3037,60	0,21
4398,30	5523,60	3019,89	0,20
4716,35	5163,17	3096,98	0,05
4699,05	5163,50	3078,93	0,24
4681,75	5163,83	3060,89	0,52
4664,45	5164,16	3042,85	0,61
4647,15	5164,49	3024,80	0,67
4629,85	5164,83	3006,76	0,53
4612,55	5165,16	2988,71	0,96
4595,25	5165,49	2970,67	1,58
4785,21	5163,17	3069,11	0,02
4767,63	5163,51	3051,34	0,03
4750,05	5163,84	3033,57	0,30
4732,46	5164,18	3015,80	0,11
4714,88	5164,52	2998,04	0,61
4697,30	5164,86	2980,27	0,49
4679,72	5165,19	2962,50	0,43
4662,14	5165,53	2944,73	0,65
4771,04	5343,02	3030,29	0,16
4753,12	5343,05	3012,86	0,50
4735,19	5343,08	2995,43	0,55
4717,27	5343,11	2978,00	0,59
4699,35	5343,14	2960,57	0,62
4681,42	5343,17	2943,14	0,80
4663,50	5343,20	2925,71	1,03
4645,58	5343,23	2908,28	0,82
4749,13	5102,95	3079,19	0,02
4731,39	5102,86	3061,58	0,21
4713,65	5102,77	3043,96	0,95
4695,91	5102,67	3026,34	0,36
4678,17	5102,58	3008,73	0,88
4660,44	5102,49	2991,11	3,35
4642,70	5102,40	2973,50	2,10
4624,96	5102,30	2955,88	0,98
4564,98	5493,04	3115,50	0,03
4564,94	5493,12	3090,50	0,12
4564,90	5493,19	3065,50	1,71
4564,86	5493,27	3040,50	1,80
4588,95	5432,07	3114,50	0,15
4588,85	5432,21	3089,50	2,91
4588,75	5432,36	3064,50	3,57
4588,65	5432,50	3039,50	2,91
4588,55	5432,64	3014,50	3,20
4691,96	5429,12	3062,50	0,53

4691,88	5429,37	3037,50	0,84
4691,80	5429,62	3012,50	1,30
4691,72	5429,87	2987,50	2,30
4626,01	5374,98	3115,50	0,19
4626,04	5374,95	3090,50	2,09
4626,06	5374,91	3065,50	2,34
4626,09	5374,88	3040,50	1,47
4710,01	5370,09	3064,50	0,38
4710,04	5370,26	3039,50	0,98
4710,07	5370,43	3014,50	1,29
4710,09	5370,60	2989,50	1,62
4678,81	5312,85	3096,50	0,11
4678,43	5312,56	3071,51	0,83
4678,05	5312,27	3046,51	1,16
4677,67	5311,98	3021,52	1,07
4666,90	5312,91	3101,64	0,09
4646,70	5312,74	3086,91	0,61
4626,50	5312,56	3072,18	3,67
4606,30	5312,38	3057,45	1,50
4623,81	5492,94	3092,50	1,42
4623,44	5492,81	3067,50	5,70
4623,07	5492,68	3042,51	1,74
4622,70	5492,55	3017,51	2,52
4622,33	5492,42	2992,51	0,48
4415,24	5042,98	3138,08	0,05
4397,72	5042,95	3120,25	0,24
4380,19	5042,92	3102,42	0,31
4362,67	5042,89	3084,59	0,29
4345,15	5042,86	3066,76	0,35
4327,63	5042,83	3048,93	0,43
4310,10	5042,80	3031,10	0,40
4292,58	5042,77	3013,27	0,33
4578,15	5040,88	3126,27	0,19
4562,45	5040,63	3106,82	0,46
4546,76	5040,38	3087,36	0,73
4531,06	5040,14	3067,90	0,37
4515,36	5039,89	3048,45	0,61
4499,67	5039,64	3028,99	1,02
4483,97	5039,40	3009,54	0,43
4468,27	5039,15	2990,08	1,34
4710,09	5029,21	3086,33	0,12
4694,26	5029,62	3066,98	0,11
4678,43	5030,04	3047,64	0,24
4662,60	5030,45	3028,29	0,50

4646,77	5030,87	3008,94	0,38
4630,94	5031,28	2989,60	0,32
4615,11	5031,69	2970,25	0,62
4599,28	5032,11	2950,91	0,40
4821,07	5042,82	3066,34	0,03
4805,20	5042,46	3047,02	0,03
4789,34	5042,10	3027,70	0,05
4773,48	5041,74	3008,39	0,13
4757,61	5041,38	2989,07	0,16
4741,75	5041,02	2969,75	0,32
4725,88	5040,66	2950,43	0,51
4710,02	5040,30	2931,11	0,44
4396,80	4983,03	3149,57	0,04
4380,40	4983,09	3130,70	0,19
4364,00	4983,14	3111,83	0,32
4347,60	4983,20	3092,96	0,43
4331,19	4983,26	3074,10	0,85
4314,79	4983,31	3055,23	0,60
4298,39	4983,37	3036,36	0,26
4281,99	4983,43	3017,49	0,24
4555,07	4982,86	3155,34	0,08
4539,20	4982,58	3136,02	0,11
4523,34	4982,31	3116,70	0,83
4507,47	4982,03	3097,39	0,75
4491,60	4981,75	3078,07	0,43
4475,74	4981,48	3058,75	0,67
4459,87	4981,20	3039,43	0,48
4444,01	4980,92	3020,11	0,53
4803,18	4982,07	3072,24	0,05
4787,55	4982,20	3052,73	0,05
4771,92	4982,34	3033,22	0,10
4756,29	4982,48	3013,71	0,07
4740,66	4982,61	2994,20	0,09
4725,03	4982,75	2974,69	0,09
4709,40	4982,89	2955,18	0,16
4693,77	4983,02	2935,67	0,22
4691,15	4911,05	3116,18	0,08
4673,44	4911,14	3098,53	0,07
4655,73	4911,23	3080,88	0,16
4638,02	4911,32	3063,24	0,08
4620,31	4911,42	3045,59	0,11
4602,60	4911,51	3027,94	0,26
4584,90	4911,60	3010,30	0,26
4567,19	4911,70	2992,65	0,14

4750,98	4923,01	3078,50	0,05
4750,94	4923,03	3053,50	0,04
4750,90	4923,04	3028,50	0,08
4750,86	4923,06	3003,50	0,09
4750,82	4923,08	2978,50	0,08
4750,78	4923,09	2953,50	0,08
4750,74	4923,11	2928,50	0,17
4750,70	4923,13	2903,50	0,08
4982,79	4630,10	3130,23	0,02
4974,36	4630,29	3106,69	0,02
4965,94	4630,48	3083,16	0,03
4957,51	4630,67	3059,62	0,05
4949,09	4630,86	3036,08	0,04
4940,66	4631,05	3012,55	0,02
4932,24	4631,24	2989,01	0,03
4923,81	4631,43	2965,47	0,04
4609,07	5702,78	3010,25	0,06
4591,22	5702,35	2992,76	0,25
4573,36	5701,91	2975,27	0,40
4555,50	5701,47	2957,78	0,56
4537,65	5701,04	2940,29	0,56
4519,79	5700,60	2922,80	0,34
4501,93	5700,16	2905,30	0,43
4484,08	5699,73	2887,81	0,18
4398,15	5460,86	3123,18	0,02
4380,44	5460,58	3105,53	0,12
4362,73	5460,30	3087,88	0,31
4345,03	5460,03	3070,24	0,22
4327,32	5459,75	3052,59	0,16
4309,62	5459,47	3034,94	0,17
4291,91	5459,19	3017,30	0,24
4274,20	5458,91	2999,65	0,15
4634,16	5402,46	3101,18	0,02
4616,47	5403,39	3083,53	1,65
4598,79	5404,32	3065,88	2,23
4581,10	5405,24	3048,24	2,98
4563,42	5406,17	3030,59	1,59
4545,74	5407,10	3012,94	1,32
4528,05	5408,02	2995,30	0,94
4510,37	5408,95	2977,65	0,75
4689,12	5225,14	3112,21	0,07
4671,35	5225,42	3094,62	0,12
4653,58	5225,70	3077,04	0,19
4635,81	5225,98	3059,45	0,43

4618,04	5226,26	3041,87	0,67
4600,28	5226,54	3024,28	1,32
4582,51	5226,81	3006,70	1,80
4564,74	5227,09	2989,11	4,64