

---

# Ανάλυση Βροχομετρικών Δεδομένων με Μεθόδους Χρονοσειρών και Διερεύνηση Σχέσεων Αιτιότητας

---

Διπλωματική εργασία

Πέτρος Συμεωνίδης



Πολυτεχνείο Κρήτης

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
Χανιά, Κρήτη, Ελλάδα

Εξεταστική Επιτροπή:

Καθ. Διονύσιος Χριστόπουλος (Επιβλέπων)

Καθ. Αθανάσιος Λιάβας

Δρ. Σοφία Τσακιρίδου



“The goal of forecasting is not to predict the future but to tell you what you need to know to take meaningful action in the present.” - Paul Saffo



# Ευχαριστίες

Για την πραγματοποίηση αυτής της εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Διονύσιο Χριστόπουλο, για την καθοδήγηση και γνώση την οποία παρείχε, την κυρία Σοφία Τσακιρίδου, για την συμβολή της στην γενική εικόνα του κειμένου της εργασίας, καθώς και τον κ. Εμμανουήλ Βαρουχάκη (Επ. Καθηγητή, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης) ο οποίος παρείχε δεδομένα μετρήσεων βροχόπτωσης για την Κρήτη που βοήθησαν στην υλοποίηση της εργασίας. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω το Θεό και την οικογένειά μου για την υποστήριξη την οποία παρείχαν.



# Περίληψη

Οι επιπτώσεις του φαινομένου της κλιματικής αλλαγής είναι ήδη αισθητές σε ολόκληρο τον κόσμο, με μια από τις κυριότερες να είναι η αύξηση της θερμοκρασίας των ωκεανών, η οποία μπορεί να προκαλέσει μεταβολή στην κατανομή και στην ποσότητα της βροχόπτωσης. Ειδικότερα, τα τελευταία χρόνια παρατηρείται αλλαγή στην χωρική και χρονική κατανομή της βροχόπτωσης στην Ευρώπη, με φαινόμενα ακραίων βροχοπτώσεων τα οποία μπορούν να οδηγήσουν σε πλημύρες με καταστροφικές περιβαλλοντικές, χρηματοοικονομικές και ανθρωπιστικές συνέπειες. Ωστόσο, δεν έχουν πλήρως εξακριβωθεί οι μηχανισμοί οι οποίοι σχετίζονται με τα ακραία φαινόμενα βροχόπτωσης και την πρόβλεψή τους. Αυτή η εργασία διερευνά την επίδραση του ατμοσφαιρικού δείκτη NAO (North Atlantic Oscillation) στη βροχόπτωση του Ελλαδικού χώρου, και συγκεκριμένα σε περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς. Στην ερευνητική βιβλιογραφία η επίδραση του δείκτη NAO στη βροχόπτωση στον Ελλαδικό χώρο βασίζεται σε εκτίμηση συσχετίσεων. Σε αντίθεση, η παρούσα εργασία διερευνά την επίδραση χρησιμοποιώντας μεθοδολογίες ανάλυσης αιτιότητας για τη σχέση του δείκτη NAO με την βροχόπτωση. Η ανάλυση αιτιότητας υλοποιήθηκε μέσω δυο προσεγγίσεων: της αιτιότητας κατά Granger και της αιτιότητας κατά Liang, χρησιμοποιώντας χρονικές υστερήσεις 1–12 μηνών μεταξύ των χρονοσειρών της βροχόπτωσης και του NAO. Χρησιμοποιούνται τόσο χρονοσειρές με δεδομένα επανανάλυσης όσο και πραγματικές μετρήσεις μηνιαίας βροχόπτωσης για την Κρήτη. Τα ευρήματα της ανάλυσης υποστηρίζουν την επίδραση του δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση όλων των εξεταζόμενων περιοχών. Επομένως, τα αποτελέσματα της εργασίας τεκμηριώνουν για πρώτη φορά την εξάρτηση NAO-βροχόπτωσης χρησιμοποιώντας μεθόδους ανάλυσης αιτιότητας. Συγχρόνως όμως, η ανάλυσή μας εντόπισε και μια μη αναμενόμενη αντίστροφη επίδραση της βροχόπτωσης προς τον δείκτη NAO για περιοχές της Κρήτης. Διερευνήθηκε με την βοήθεια συνθετικών δεδομένων κατά πόσο το φαινόμενο αυτό μπορεί να οφείλεται στην διαλειπτική φύση και στις αποκλίσεις των χρονοσειρών βροχόπτωσης από την κανονική κατανομή, αλλά χωρίς να επιτευχθούν κατηγορηματικά αποτελέσματα. Για μελ-

λοντική έρευνα προτείνεται περαιτέρω διερεύνηση του παραπάνω φαινομένου, καθώς και επέκταση της ανάλυσης σε διαφορετικές τοποθεσίες όπως και χρήση διαφορετικών μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας.

#### **Λέξεις κλειδιά**

Χρονοσειρές, Ανάλυση χρονοσειρών, Πρόβλεψη χρονοσειρών, Βροχόπτωση, Αιτιότητα, North Atlantic Oscillation (NAO), Granger causality, Information flow



# ABSTRACT

The effects of climate change are already being felt around the world, with one of the main ones being the warming of the oceans, which may cause a change in the distribution and amount of rainfall. In particular, recent years have seen a change in the spatial and temporal distribution of rainfall in Europe, with extreme rainfall events that can lead to flooding with devastating environmental, financial and humanitarian consequences. However, the mechanisms associated with extreme rainfall events and their prediction are not fully understood. This paper investigates the influence of the North Atlantic Oscillation (NAO) atmospheric index on precipitation in Greece, specifically in areas of Crete and Kilkis. In the research literature, the influence of the NAO on precipitation in Greece is based on correlation estimates. In contrast, this paper investigates the effect using causality analysis methodologies for the relationship between the NAO index and precipitation. The causality analysis was implemented through two approaches: Granger causality and causality by Liang, using time lags of 1–12 months between the precipitation and NAO time series. Both time series with reanalysis data and actual monthly precipitation measurements for Crete are used. The findings of the analysis support the effect of the NAO index on rainfall for all the study areas. Therefore, the results of the study document for the first time the NAO-precipitation dependence using causality analysis methods. At the same time, however, our analysis also identified an unexpected inverse effect of precipitation on the NAO index for regions of Crete. We investigated with the help of synthetic data whether this effect may be due to the interleaved nature and deviations of the rainfall time series from the normal distribution, but without obtaining categorical results. For future research, further investigation of this phenomenon is suggested, as well as extension of the analysis to different locations as well as the use of different methods of causality analysis.

## **Key words**

Timeseries, Timeseries analysis, Time series forecasting, Rainfall, Causality, North Atlantic Oscillation (NAO), Granger causality, Information flow



# Περιεχόμενα

Περίληψη	iii
ABSTRACT	v
1 Εισαγωγή	1
2 Δεδομένα και διερευνητική στατιστική ανάλυση	3
2.1 Περιγραφή των δεδομένων	3
2.2 Περιγραφή στατιστικών εργαλείων	6
2.2.1 Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας	6
2.2.2 Μοντέλο κατανομής πιθανότητας	7
2.2.3 Περιοδόγραμμα	7
2.2.4 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης	8
2.3 Διερευνητική στατιστική ανάλυση δείκτη NAO	8
2.4 Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης	11
2.4.1 Δεδομένα επανανάλυσης	12
2.4.2 Πραγματικά δεδομένα	19
2.5 Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων	31
2.5.1 Δεδομένα επανανάλυσης	32
2.5.2 Πραγματικά δεδομένα	34
2.6 Επισκόπηση αποτελεσμάτων	39
2.7 Υλοποίηση ανάλυσης σε περιβάλλον Matlab	39
2.7.1 Εκτίμηση Κατανομής Πιθανότητας	39

<b>3</b>	<b>Μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας</b>	<b>41</b>
3.1	Αιτιότητα κατά Granger	42
3.1.1	Η ιδέα της αιτιότητας κατά Granger	42
3.1.2	Υποδείγματα VAR (Vector autoregression)	43
3.1.3	Έλεγχος αιτιότητας κατά Granger	43
3.1.4	Εργαλεία ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger	44
3.2	Ρυθμός ροής πληροφορίας	46
<b>4</b>	<b>Εφαρμογή μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας</b>	<b>49</b>
4.1	Συνθετικά δεδομένα	49
4.1.1	Αυτοπαλινδρούμενο σύστημα έξι μεταβλητών	50
4.1.2	Αυτοπαλινδρούμενο σύστημα δυο μεταβλητών	54
4.1.3	Σύστημα διαφορικών εξισώσεων	64
4.2	Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO	70
4.2.1	Αιτιότητα κατά Granger	71
4.2.2	Μέθοδος ρυθμού ροής πληροφορίας	80
4.2.3	Συγκριτικά αποτελέσματα	82
<b>5</b>	<b>Συμπεράσματα</b>	<b>84</b>
	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>86</b>
	<b>ΠαράρτημαΑ' Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης βροχόπτωσης περιο-</b>	
	<b>χών Κρήτης και Κιλκίς</b>	<b>90</b>
A'.1	Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας	90
A'.2	Πρότυπο κατανομής πιθανότητας	98
A'.3	Περιοδόγραμμα	104
A'.4	Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης	108
A'.5	Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων περιοχών Κρήτης, Κιλκίς	113
	<b>ΠαράρτημαΒ' Μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας</b>	<b>121</b>
B'.1	Κώδικας υπολογισμού αιτιότητας κατά Granger	121

Β'.2 Κώδικας υπολογισμού ρυθμού ροής πληροφορίας	124
<b>ΠαράρτημαΓ' Αποτελέσματα στατιστικού ελέγχου αιτιότητας</b>	<b>127</b>
Γ'.1 Πίνακες πιθανοτήτων αιτιότητας κατά Granger για συνθετικά δε- δομένα	127



# Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Χάρτης Κρήτης με τις περιοχές των χρονοσειρών βροχοπτώσεων (κυανοί δείκτες: δεδομένα επανανάλυσης, μαύροι δείκτες: πραγματικά δεδομένα, ερυθροί δείκτες: κοινές τοποθεσίες). . . . .	4
2.2	Χάρτης Κιλκίς με τις περιοχές των χρονοσειρών βροχοπτώσεων. .	4
2.3	Διάγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022. . . . .	9
2.4	Ιστόγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022. . . . .	9
2.5	Ιστόγραμμα συχνότητας δείκτη NAO και προσαρμογή με την βέλτιστη κανονική κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή). . . . .	10
2.6	Περιοδόγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες). . . . .	10
2.7	Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα). . . . .	11
2.8	Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	12
2.9	Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	13
2.10	Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	13
2.11	Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	14

2.12 Ιστογράμματα βροχόπτωσης Κρήτης και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή). . . . .	15
2.13 Ιστογράμματα βροχόπτωσης Κιλκίς και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή). . . . .	16
2.14 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες). . . . .	17
2.15 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες). . . . .	18
2.16 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα). . . . .	19
2.17 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα). . . . .	19
2.18 Διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας. . . . .	20
2.19 Ιστογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας. . . . .	21
2.20 Διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου. . . . .	21
2.21 Ιστογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου. . . . .	22
2.22 Διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας. . . . .	23
2.23 Ιστογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας. . . . .	23
2.24 Ιστογράμματα βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή). . . . .	24
2.25 Ιστογράμματα βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή). . . . .	25



2.26 Ιστογράμματα βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή). . . . .	26
2.27 Περιοδογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες). . . . .	27
2.28 Περιοδογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες). . . . .	28
2.29 Περιοδογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες). . . . .	28
2.30 Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας για χρονική υστέρηση έως 20 μήνες μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα). . . . .	29
2.31 Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου για χρονική υστέρηση έως 20 μήνες μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα). . . . .	30
2.32 Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας για χρονική υστέρηση έως 20 μήνες μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα). . . . .	30
2.33 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κρήτης για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022. . . . .	32
2.34 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κρήτης και οι καμπύλες με τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις του δείκτη NAO. . . . .	33
2.35 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022. . . . .	34
2.36 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κιλκίς, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις. . . . .	34

2.37	Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης σε Ηράκλειο και Παλαιοχώρα. . . . .	35
2.38	Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης σε Ηράκλειο και Παλαιοχώρα, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις. .	36
2.39	Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης σε Χανιά και Ρέθυμνο. . . . .	36
2.40	Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης σε Χανιά και Ρέθυμνο, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις. . . . .	37
2.41	Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης σε Άγιο Νικόλαο και Ιεράπετρα. . . . .	37
2.42	Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης σε Άγιο Νικόλαο και Ιεράπετρα, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις. . . . .	38
4.1	Γράφος με τις συνδέσεις μεταβλητών στις οποίες παρατηρείται ροή πληροφορίας. . . . .	51
4.2	Χρονοσειρές $X_1, X_2$ γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος στο χρονικό διάστημα $t = 0 - 50$ . . . . .	55
4.3	Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος και η μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή). . . . .	56
4.4	Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) για την κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). . . . .	58

- 4.5 Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) εφαρμόζοντας τον μη γραμμικό αντίστροφο μετασχηματισμό Box-Cox στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). 59
- 4.6 Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) εφαρμόζοντας τον μη γραμμικό αντίστροφο μετασχηματισμό k-Logarithmic στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). 60
- 4.7 Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) για χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) με κατοπτρισμό των θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης. . . . . 61
- 4.8 Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) κατόπιν εφαρμογής απόλυτης τιμής στη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) με κατοπτρισμό των θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης. . . . . 62
- 4.9 Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) κατόπιν εφαρμογής εκθετικής τιμής στη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) με κατοπτρισμό των θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης. . . . . 63
- 4.10 Χρονοσειρές  $X_1, X_2$  γραμμικού διαφορικού συστήματος στο χρονικό διάστημα  $t = 0 - 50$ . . . . . 65
- 4.11 Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού διαφορικού συστήματος και η μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή). . . . . 66

4.12	Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού διαφορικού συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) για την κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). . . . .	67
4.13	Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού διαφορικού συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) εφαρμόζοντας τον μη γραμμικό αντίστροφο μετασχηματισμό Box-Cox στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). . . . .	68
4.14	Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού διαφορικού συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) εφαρμόζοντας τον μη γραμμικό αντίστροφο μετασχηματισμό k-Logarithmic στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). . . . .	69
4.15	Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	76
4.16	Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	77
A'.1	Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	90
A'.2	Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	91
A'.3	Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	92
A'.4	Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	92
A'.5	Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022). . . . .	93

A'.6	Ιστογράμµα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).	94
A'.7	Διάγραµµα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψήλορείτη και πόλης Ρεθύµνου (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).	94
A'.8	Ιστογράμµα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψήλορείτη και πόλης Ρεθύµνου (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).	95
A'.9	Διάγραµµα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αµαράντων και Μπέλλες (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).	96
A'.10	Ιστογράμµα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αµαράντων και Μπέλλες (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).	97
A'.11	Διάγραµµα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης λίµνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).	97
A'.12	Ιστογράμµα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης λίµνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).	98
A'.13	Ιστογράμµα βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων, και προσαρμογή µε την βέλτιστη κατανοµή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραµμή).	99
A'.14	Ιστογράμµα βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς, και προσαρμογή µε την βέλτιστη κατανοµή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραµμή).	100
A'.15	Ιστογράμµα βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας, και προσαρμογή µε την βέλτιστη κατανοµή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραµμή).	101
A'.16	Ιστογράμµα βροχόπτωσης Ψήλορείτη και πόλης Ρεθύµνου, και προσαρμογή µε την βέλτιστη κατανοµή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραµμή).	102
A'.17	Ιστογράμµα βροχόπτωσης Αµαράντων και οροσειράς Μπέλλες, και προσαρμογή µε την βέλτιστη κατανοµή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραµμή).	103
A'.18	Ιστογράμµα βροχόπτωσης λίµνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς, και προσαρμογή µε την βέλτιστη κατανοµή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραµμή).	103
A'.19	Περιοδόγραµµα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) µαζί τα διαστήµατα εμπιστοσύνης βαθµού 95% (κόκκινες καµπύλες).	104

A'.20	Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).	105
A'.21	Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).	106
A'.22	Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).	106
A'.23	Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).	107
A'.24	Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης λίμνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).	108
A'.25	Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).	109
A'.26	Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).	109
A'.27	Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).	110
A'.28	Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).	111

A'.29 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).	112
A'.30 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).	112
A'.31 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.	113
A'.32 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ και βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.	114
A'.33 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.	114
A'.34 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς και με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.	115
A'.35 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.	116
A'.36 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.	116
A'.37 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη ΝΑΟ, βροχόπτωσης Ψήλορείτη και πόλης Ρεθύμνου για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.	117

A'.38 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Ψηλο- ρείτη και πόλης Ρεθύμνου, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδια- τάξεις. . . . .	118
A'.39 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022. . . . .	118
A'.40 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις. . . . .	119
A'.41 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022. . . . .	120
A'.42 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρ- τησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις. .	120



# Κατάλογος Πινάκων

2.1	Τιμές βροχόπτωσης ανά περιοχή σε χιλιοστά (δεδομένα επανανάλυσης). . . . .	5
2.2	Τιμές μέσης βροχόπτωσης σε Κρήτη και Κιλκίς σε χιλιοστά (δεδομένα επανανάλυσης). . . . .	5
2.3	Τιμές βροχόπτωσης ανά περιοχή σε χιλιοστά (πραγματικά δεδομένα). . . . .	6
2.4	Τιμές μέσης βροχόπτωσης Κρήτης σε χιλιοστά (πραγματικά δεδομένα). . . . .	6
4.1	Κατανομές πιθανότητας των διαδικασιών ανανέωσης για το γραμμικό αυτοπαλίνδρομο σύστημα. <i>N</i> : Κανονική κατανομή. <i>W</i> : Κατανομή Weibull. <i>EXP</i> : Εκθετική κατανομή. . . . .	51
4.2	Βέλτιστα μοντέλα κατανομής πιθανότητας για τις χρονοσειρές 1 έως 3 οι οποίες παράγονται από το γραμμικό σύστημα (4.1) για διαφορετικά πιθανοτικά μοντέλα ανανέωσης. Χρησιμοποιούνται οι εξής συντομογραφίες κατανομών: <i>N</i> : Κανονική, <i>W</i> : Weibull, <i>NAK</i> : Nakagami, <i>LSTIC</i> : Logistic, <i>LLSTIC</i> : Loglogistic, <i>TLSC</i> : Student's, <i>EXP</i> : Εκθετική. . . . .	52
4.3	Βέλτιστα μοντέλα κατανομής πιθανότητας για τις χρονοσειρές 4 έως 6 οι οποίες παράγονται από το γραμμικό σύστημα (4.1) για διαφορετικά πιθανοτικά μοντέλα ανανέωσης. Χρησιμοποιούνται οι εξής συντομογραφίες κατανομών: <i>N</i> : Κανονική, <i>W</i> : Weibull, <i>NAK</i> : Nakagami, <i>LSTIC</i> : Logistic, <i>LLSTIC</i> : Loglogistic, <i>TLSC</i> : Student's, <i>EXP</i> : Εκθετική. . . . .	52
4.4	Συνδυασμοί παραμέτρων κατανομής Weibull. . . . .	53
4.5	Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <code>gctest</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης λευκού θορύβου $N(0,1)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	54

4.6	Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη <b>MVGC</b> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης λευκού θορύβου $N(0, 1)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	54
4.7	Αποτελέσματα ανάλυσης μεταφοράς πληροφορίας (μέση τιμή, τυπική απόκλιση) σε γραμμικό σύστημα αυτοπαλινδρούμενων εξισώσεων για κάθε περίπτωση τροποποίησης της χρονοσειράς δέκτη (με πράσινο χρώμα επισημαίνονται οι αποκλίσεις από τα αποτελέσματα του συστήματος χωρίς επεξεργασία οι οποίες θεωρούνται στατιστικά σημαντικές για στάθμη εμπιστοσύνης 95.45%). . . . .	64
4.8	Αποτελέσματα ανάλυσης μεταφοράς πληροφορίας (μέση τιμή, τυπική απόκλιση) σε γραμμικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων για κάθε περίπτωση τροποποίησης της χρονοσειράς δέκτη (με πράσινο χρώμα επισημαίνονται οι αποκλίσεις από τα αποτελέσματα του συστήματος χωρίς επεξεργασία οι οποίες θεωρούνται στατιστικά σημαντικές για στάθμη εμπιστοσύνης 95.45%). . . . .	70
4.9	Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <b>gctest</b> ) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση (δεδομένα επανάλυσης) περιοχών της Κρήτης βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με <b>κυανό χρωματισμό</b> . . . . .	72
4.10	Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <b>gctest</b> ) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση (δεδομένα επανάλυσης) περιοχών του Κιλκίς βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με <b>κυανό χρωματισμό</b> . . . . .	72

4.11 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη μέση βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**. 72

4.12 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC toolbox`) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (δεδομένα επανανάλυσης) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**. . . . . 73

4.13 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC toolbox`) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση περιοχών του Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**. . . . . 73

4.14 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC toolbox`) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη μέση βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12 . Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**. . . . . 74

4.15 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**. . . . . 74

4.16 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών του Κιλκίς και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**. . . . . 75

4.17 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στη μέση βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς (δεδομένα επανάλυσης) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**. . . . . 75

4.18 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC toolbox`) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (δεδομένα επανάλυσης) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**. . . . . 75

- 4.19 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC toolbox**) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών του Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**. . . . . 76
- 4.20 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC toolbox**) ανάμεσα στην μέση βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**. . . . . 76
- 4.21 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση **gctest**) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση (πραγματικά δεδομένα) περιοχών της Κρήτης βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**. 78
- 4.22 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC toolbox**) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (πραγματικά δεδομένα) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**. . . . . 78

4.23 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <code>gctest</code> ) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (πραγματικά δεδομένα) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με <b>ερυθρό χρωματισμό</b> .	79
4.24 Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη <code>MVGC toolbox</code> ) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (πραγματικά δεδομένα) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με <b>ερυθρό χρωματισμό</b> .	79
4.25 Μεταφορά πληροφορίας από το δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση Κρήτης (δεδομένα επανανάλυσης). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με <b>κυανό χρωματισμό</b> .	80
4.26 Μεταφορά πληροφορίας από το δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με <b>κυανό χρωματισμό</b> .	81
4.27 Μεταφορά πληροφορίας από τη βροχόπτωση Κρήτης προς το δείκτη NAO (δεδομένα επανανάλυσης). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με <b>ερυθρό χρωματισμό</b> .	81
4.28 Μεταφορά πληροφορίας από τη βροχόπτωση Κιλκίς προς το δείκτη NAO (δεδομένα επανανάλυσης). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με <b>ερυθρό χρωματισμό</b> .	81
4.29 Μεταφορά πληροφορίας από το δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση Κρήτης (πραγματικά δεδομένα). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με <b>κυανό χρωματισμό</b> .	82
4.30 Μεταφορά πληροφορίας από τη βροχόπτωση Κρήτης προς το δείκτη NAO (πραγματικά δεδομένα). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με <b>ερυθρό χρωματισμό</b> .	82

Γ'.1 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <code>gctest</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1, 1)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	127
Γ'.2 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη <code>MVGC</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1, 1)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	128
Γ'.3 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <code>gctest</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1, 0.5)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	128
Γ'.4 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη <code>MVGC</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1, 0.5)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	128
Γ'.5 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <code>gctest</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(0.22, 0.5)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	129
Γ'.6 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη <code>MVGC</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(0.22, 0.5)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	129
Γ'.7 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <code>gctest</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1, 1.5)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	129
Γ'.8 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη <code>MVGC</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1, 1.5)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	130
Γ'.9 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <code>gctest</code> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1.63, 1.5)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	130

Γ'.10 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειο- θήκη <b>MVGC</b> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1.63, 1.5)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	130
Γ'.11 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <b>gctest</b> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συ- στήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1, 3)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	131
Γ'.12 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειο- θήκη <b>MVGC</b> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(1, 3)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	131
Γ'.13 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <b>gctest</b> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συ- στήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(3.08, 3)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	131
Γ'.14 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειο- θήκη <b>MVGC</b> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull $\mathcal{W}(3.08, 3)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	132
Γ'.15 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση <b>gctest</b> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συ- στήματος, με εκθετική διαδικασία ανανέωσης $EXP(1)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	132
Γ'.16 Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειο- θήκη <b>MVGC</b> ) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με εκθετική διαδικασία ανανέωσης $EXP(1)$ (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα). . . . .	132



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Η κλιματική αλλαγή αποτελεί παγκόσμιο περιβαλλοντικό φαινόμενο, με μια από τις βασικές της συνέπειες να είναι η μεταβολή στη συχνότητα και ένταση της βροχόπτωσης. Ειδικότερα στην Ευρώπη, παρατηρείται σημαντική αύξηση σε ακραία φαινόμενα βροχόπτωσης κατά τις τελευταίες δεκαετίες, οδηγώντας σε καταστροφικές πλημμύρες με σοβαρές οικονομικές αλλά και ανθρωπιστικές απώλειες [1, 2]. Συνεπώς, ιδιαίτερη σημασία θα είχε η ανίχνευση των μηχανισμών οι οποίοι συσχετίζονται με τη βροχόπτωση, με στόχο την πρόβλεψη των ακραίων αυτών φαινομένων και την αποτροπή των καταστροφικών τους αποτελεσμάτων.

Σύμφωνα με έρευνες οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στον τομέα της Γεωφυσικής, διαπιστώθηκε ότι το μεγαλύτερο ποσοστό βροχόπτωσης στην Ευρώπη, συνδέεται με το Βόρειο Ατλαντικό Ωκεανό [3]. Ο δείκτης ταλάντωσης του Βόρειου Ατλαντικού (North Atlantic Oscillation) εκφράζει τη διαφορά της ατμοσφαιρικής πίεσης στο επίπεδο της θάλασσας μεταξύ της περιοχής της Ισλανδίας και των Αζορών και έχει αναγνωριστεί ως ο κύριος τρόπος μεταβλητότητας του ευρωπαϊκού κλίματος κατά τη χειμερινή περίοδο [4, 5, 6, 7]. Συγκεκριμένα, έχει ανιχνευθεί η σχέση του δείκτη NAO με τη θερμοκρασία της Ευρώπης, όπου θετικές τιμές του δείκτη συνδέονται με υψηλότερη θερμοκρασία και ηπιότερη χειμερινή περίοδο, ενώ αρνητικές τιμές του δείκτη συνδυάζονται με χαμηλότερες τιμές θερμοκρασίας [8]. Σε πιο πρόσφατη έρευνα, εξετάσθηκε η σύνδεση του δείκτη με τη βροχόπτωση της Ευρώπης, όπου διαπιστώθηκε η επίδραση του δείκτη κυρίως για τη χειμερινή περίοδο [9]. Ωστόσο, ένα σημαντικό χαρακτηριστικό από τις προηγούμενες έρευνες είναι ότι η σχέση μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης βασίζεται σε ανάλυση ετεροσυσχέτισης. Η ανάλυση ετεροσυσχέτισης είναι ένα χρήσιμο εργαλείο, το οποίο μπορεί να αποτελέσει ένδειξη για τη σύνδεση μεταξύ δυο χρονοσειρών, δεν αποτελεί όμως αυστηρό κριτήριο για τον ισχυρισμό της σχέσης μεταξύ τους.

---

Σε αυτή την εργασία, πραγματοποιείται ανάλυση αιτιότητας στη σχέση μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης σε περιοχές της Ελλάδος. Η ανάλυση αιτιότητας πραγματοποιήθηκε μέσω δυο μεθόδων: αιτιότητα κατά Granger, αιτιότητα κατά Liang. Η αιτιότητα κατά Granger αποτελεί μια διαδεδομένη μέθοδο ανάλυσης αιτιότητας, η οποία βρίσκει εφαρμογή κυρίως στον τομέα της οικονομίας, ενώ αντίθετα η μέθοδος αιτιότητας κατά Liang αποτελεί μία σχετικά νέα μέθοδο ανάλυσης αιτιότητας η οποία βασίζεται στη μεταφορά πληροφορίας μεταξύ δυο οντοτήτων, βρίσκοντας εφαρμογή κυρίως σε ερευνητικό επίπεδο μέχρι πρότινος. Ένα βασικό κοινό χαρακτηριστικό για τις δυο μεθόδους είναι η απουσία εφαρμογής τους σε μετεωρολογικά δεδομένα. Συνεπώς, απαραίτητη κρίνεται η δοκιμή των μεθόδων, με στόχο την κρίση της καταλληλότητάς τους για τα δεδομένα τα οποία εξετάζονται στην εργασία.

Για τον σκοπό αυτό, εξετάσθηκε η συμπεριφορά των μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας κατά την εφαρμογή τους σε συνθετικά δεδομένα τα οποία παράγονται σε περιπτώσεις γραμμικών συστημάτων. Τα συστήματα αυτά βασίζονται σε υπάρχουσες εργασίες, γνωρίζοντας εκ των προτέρων για τις σχέσεις αιτιότητας μεταξύ των μεταβλητών τους. Ακόμη, εξετάσθηκε η συμπεριφορά των μεθόδων, τροποποιώντας τις συνθετικές χρονοσειρές ούτως ώστε να προσομοιώνουν τη σχέση μεταξύ του δείκτη NAO και των χρονοσειρών βροχόπτωσης.

Σχετικά με τα μετεωρολογικά δεδομένα, πραγματοποιήθηκε ανάλυση αιτιότητας στη σχέση μεταξύ της χρονοσειράς του δείκτη NAO και χρονοσειρών βροχόπτωσης για χρονική υστέρηση 1-12 μηνών σε σημεία ενδιαφέροντος για τις περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς.

Συνοψίζοντας, στην παρούσα εργασία εξετάσθηκε η υλοποίηση των μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger, Liang και η αποτελεσματικότητά τους κατά την εφαρμογή σε συνθετικά δεδομένα τα οποία παράγονται από γραμμικά συστήματα. Ακόμη, πραγματοποιήθηκε η εφαρμογή των μεθόδων για τη σχέση μεταξύ του δείκτη NAO και των δεδομένων βροχόπτωσης σε περιοχές της Ελλάδος.

## Κεφάλαιο 2

# Δεδομένα και διερευνητική στατιστική ανάλυση

### 2.1 Περιγραφή των δεδομένων

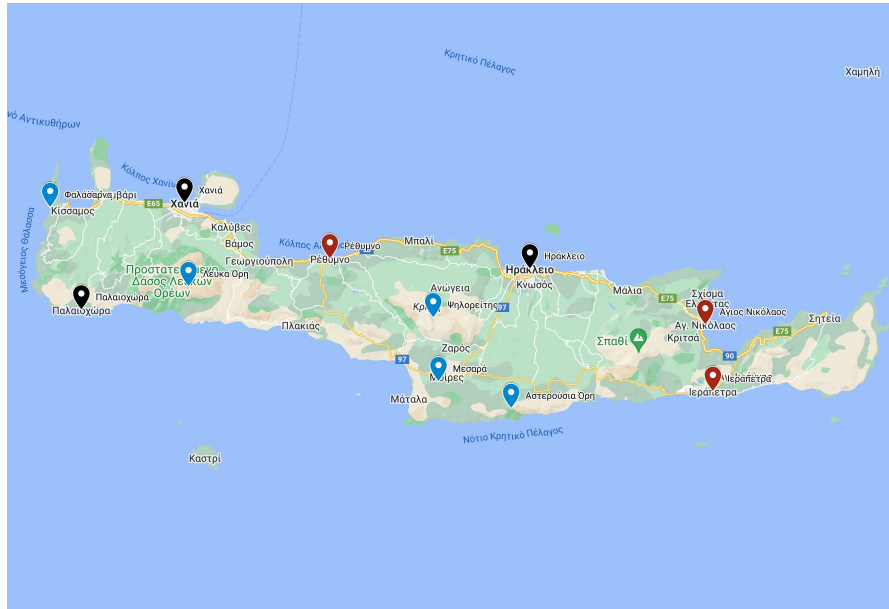
Για τη μελέτη της εργασίας χρησιμοποιήθηκε η χρονοσειρά του δείκτη ΝΑΟ, καθώς και δυο διαφορετικά είδη δεδομένων βροχόπτωσης: πραγματικά δεδομένα και δεδομένα επανανάλυσης. Τα δεδομένα επανανάλυσης αφορούν τη βροχόπτωση για περίοδο από τον Ιανουάριο 1982 έως τον Ιανουάριο 2022 σε περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς. Οι περιοχές ενδιαφέροντος για τη βροχόπτωση στην Κρήτη είναι η Φαλάσαρνα, τα Λευκά Όρη, τα Αστερούσια Όρη, η Μεσσαρά, ο Άγιος Νικόλαος, η Ιεράπετρα, ο Ψήλορείτης και η πόλη του Ρεθύμνου. Οι περιοχές ενδιαφέροντος για τη βροχόπτωση στο Κιλκίς είναι το χωριό Αμάραντα, η οροσειρά Μπέλλες, η λίμνη Δοϊράνη και η πόλη του Κιλκίς. Οι χρονοσειρές βροχόπτωσης έχουν χρονικό βήμα ένα μήνα. Τα δεδομένα προέρχονται από τη βάση δεδομένων επανανάλυσης (reanalysis) [MERRA-2](#). Τα δεδομένα επανανάλυσης βασίζονται στην ενσωμάτωση μετεωρολογικών παρατηρήσεων για διαφορετικές χρονικές στιγμές του παρελθόντος από σημεία σε όλο τον κόσμο, σε σύγχρονα μοντέλα καιρικών προβλέψεων. Λόγω αυτού, το βασικό τους πλεονέκτημα συγκριτικά με επίγειες μετεωρολογικές παρατηρήσεις είναι η δυνατότητα της ανακατασκευής παρελθοντικών κλιματικών δεδομένων ακόμη και σε περίπτωση απουσίας επίγειων παρατηρήσεων για συγκεκριμένη περιοχή και χρονική στιγμή.

Στα Σχήματα [2.1](#) και [2.2](#) φαίνονται οι χάρτες με τις περιοχές ενδιαφέροντος για την Κρήτη και το Κιλκίς. Ο [Πίνακας 2.1](#) παρουσιάζει την ελάχιστη, μέση και μέγιστη τιμή βροχόπτωσης για τα δεδομένα επανανάλυσης ανά περιοχή σε χιλιοστά, και ο [Πίνακας 2.2](#) παρουσιάζει τις μέσες τιμές βροχόπτωσης σε Κρήτη

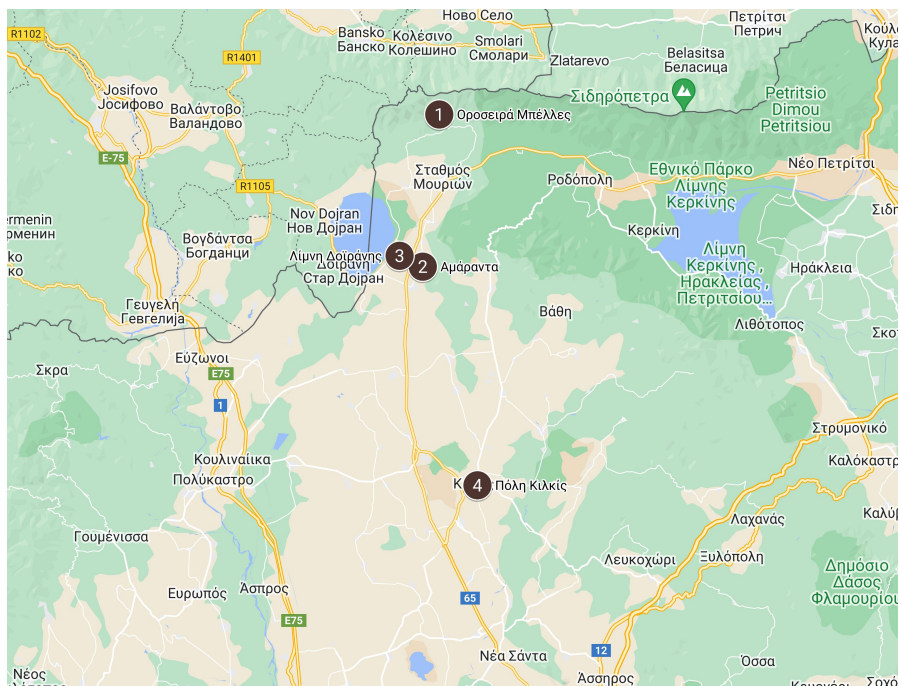
## 2.1. Περιγραφή των δεδομένων

και Κιλκίς που αντιστοιχούν στα δεδομένα του Πίνακα 2.1.

Τα δεδομένα της χρονοσειράς του δείκτη ΝΑΟ αφορούν την περίοδο από τον Ιανουάριο 1982 έως τον Ιανουάριο 2022 με μηνιαίο βήμα. Τα δεδομένα πάρθηκαν από τον NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration).



Σχήμα 2.1: Χάρτης Κρήτης με τις περιοχές των χρονοσειρών βροχοπτώσεων (κυανοί δείκτες: δεδομένα επανανάλυσης, μαύροι δείκτες: πραγματικά δεδομένα, ερυθροί δείκτες: κοινές τοποθεσίες).



Σχήμα 2.2: Χάρτης Κιλκίς με τις περιοχές των χρονοσειρών βροχοπτώσεων.

## 2.1. Περιγραφή των δεδομένων

Βροχόπτωση (mm)	Ελάχιστη	Μέση	Μέγιστη
Φαλάσαρνα	0.11	37.67	200.35
Λευκά Όρη	0.05	31.61	166.42
Αστερούσια Όρη	$9.18 \times 10^{-4}$	26.72	224.53
Μεσσαρά	$3 \times 10^{-3}$	27.96	221.92
Άγιος Νικόλαος	0.02	25.46	156.03
Ιεράπετρα	$2 \times 10^{-3}$	26.37	176.42
Ψηλορείτης	$8 \times 10^{-3}$	27.80	179.39
Πόλη Ρεθύμνου	$7 \times 10^{-3}$	28.82	150.52
Αμάραντα	0.6	55.54	209.27
Μπέλλες	0.84	56.89	212.53
Δοϊράνη	0.62	55.97	211.25
Πόλη Κιλκίς	0.36	53.29	215.71

**Πίνακας 2.1:** Τιμές βροχόπτωσης ανά περιοχή σε χιλιοστά (δεδομένα επανανάλυσης).

Βροχόπτωση (mm)	Ελάχιστη	Μέση	Μέγιστη
Κρήτη	0.03	29.05	163.24
Κιλκίς	0.61	55.42	208.32

**Πίνακας 2.2:** Τιμές μέσης βροχόπτωσης σε Κρήτη και Κιλκίς σε χιλιοστά (δεδομένα επανανάλυσης).

Συγκρίνοντας τις τιμές βροχόπτωσης σε Κρήτη και Κιλκίς (Πίνακας 2.2), διακρίνεται ότι, κατά μέσο όρο, οι τιμές ελάχιστης, μέσης και μέγιστης βροχόπτωσης είναι μεγαλύτερες για το Κιλκίς σε σχέση με την Κρήτη.

Τα πραγματικά δεδομένα ελήφθησαν από έξι μετεωρολογικούς σταθμούς της Κρήτης, σε Χανιά, Παλαιοχώρα, Ρέθυμνο, Ηράκλειο, Άγιο Νικόλαο και Ιεράπετρα. Η διαφοροποίηση από τα δεδομένα επανανάλυσης είναι ότι δεν έχουν υποβληθεί σε καμία επεξεργασία. Η επιλογή των συγκεκριμένων σταθμών πραγματοποιήθηκε σύμφωνα με το μέγιστο διαθέσιμο πλήθος καταγεγραμμένων μετρήσεων καθώς και με την ελάχιστη ύπαρξη κενών διαστημάτων ενδιάμεσα στις μετρήσεις. Αντίθετα με τα δεδομένα επανανάλυσης, τα πραγματικά δεδομένα δεν αφορούν μετρήσεις σε κοινό χρονικό διάστημα. Ο Πίνακας 2.3 περιέχει την ελάχιστη, μέση και μέγιστη τιμή βροχόπτωσης σε χιλιοστά για την κάθε περιοχή και ο Πίνακας 2.4 περιέχει το μέσο όρο για τις παραπάνω τιμές.

## 2.2. Περιγραφή στατιστικών εργαλείων

Βροχόπτωση (mm)	Ελάχιστη	Μέση	Μέγιστη
Χανιά	0	48.97	360
Παλαιοχώρα	0	44.49	306.4
Ρέθυμνο	0	44.23	305
Ηράκλειο	0	40.48	233.8
Άγιος Νικόλαος	0	39.29	280.2
Ιεράπετρα	0	32.22	185

**Πίνακας 2.3:** Τιμές βροχόπτωσης ανά περιοχή σε χιλιοστά (πραγματικά δεδομένα).

Βροχόπτωση (mm)	Ελάχιστη	Μέση	Μέγιστη
Κρήτη	0	41.61	278.4

**Πίνακας 2.4:** Τιμές μέσης βροχόπτωσης Κρήτης σε χιλιοστά (πραγματικά δεδομένα).

Συγκρίνοντας τις τιμές μέσης βροχόπτωσης Κρήτης οι οποίες προκύπτουν για τα πραγματικά δεδομένα και τα δεδομένα επανανάλυσης από τους Πίνακες 2.2 και 2.4, διακρίνεται απόκλιση μεταξύ των τιμών, με τις τιμές των πραγματικών δεδομένων να είναι μεγαλύτερες. Η απόκλιση αυτή είναι πιθανόν να οφείλεται σε πολλούς παράγοντες, όπως η επεξεργασία η οποία πραγματοποιείται στα δεδομένα επανανάλυσης, σε αντίθεση με τα πραγματικά δεδομένα, καθώς και στη διαφορετική τοποθεσία των σταθμών για τα πραγματικά δεδομένα από αυτή των σταθμών για τα δεδομένα επανανάλυσης.

## 2.2 Περιγραφή στατιστικών εργαλείων

Στο υπόλοιπο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια διερευνητική στατιστική ανάλυση για τη χρονοσειρά του δείκτη NAO και για τις μέσες χρονοσειρές βροχόπτωσης Κρήτης και Κιλκίς οι οποίες προκύπτουν ως ο μέσος όρος των περιοχών τους. Αυτή η διερεύνηση συνίσταται από την παρουσίαση διαγράμματος χρονοσειράς, ιστογράμματος συχνότητας, μοντέλου κατανομής πιθανότητας, περιοδογράμματος και συνάρτησης αυτοσυσχέτισης για κάθε χρονοσειρά βροχόπτωσης και για τη χρονοσειρά του δείκτη NAO. Η αντίστοιχη ανάλυση για τις επιμέρους περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς παρουσιάζεται στο Παράρτημα Α'.

### 2.2.1 Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

Το διάγραμμα χρονοσειράς παρουσιάζει τις τιμές της χρονοσειράς για την χρονική περίοδο των μετρήσεων σε κάθε περιοχή. Για τα δεδομένα επανανάλυ-



## 2.2. Περιγραφή στατιστικών εργαλείων

---

σης η χρονική περίοδος των μετρήσεων είναι από τον Ιανουάριο 1982 έως τον Ιανουάριο 2022. Αντίθετα, οι επίγειες μετρήσεις βροχόπτωσης δεν ελήφθησαν για κοινή χρονική περίοδο λόγω της ύπαρξης κενών μετρήσεων σε βροχομετρικούς σταθμούς.

Το ιστόγραμμα συχνότητας δείχνει την συχνότητα με την οποία εμφανίζονται οι τιμές της χρονοσειράς. Οι τιμές ομαδοποιούνται σε διαστήματα τα οποία αναφέρονται ως «κάδοι» (bins). Χρησιμοποιείται για την παρατήρηση της μορφής της κατανομής μιας χρονοσειράς καθώς και για την εξέταση ύπαρξης κενών διαστημάτων.

### 2.2.2 Μοντέλο κατανομής πιθανότητας

Το μοντέλο κατανομής πιθανότητας αφορά τον προσδιορισμό της κατανομής η οποία ταιριάζει περισσότερο με το ιστόγραμμα συχνότητας της χρονοσειράς. Η οπτικοποίηση των κατανομών πιθανότητας τις οποίες ακολουθούν τα δεδομένα βοηθά στην κατανόησή τους αφού οι στατιστικές τους ιδιότητες είναι ήδη γνωστές. Η εύρεση της πιο ταιριαστής κατανομής για τα δεδομένα πραγματοποιήθηκε μέσω της συνάρτησης Matlab `fitmethis`, η οποία δέχεται ως ορίσματα τη χρονοσειρά και το κριτήριο πληροφoρίας σύμφωνα με το οποίο επιλέγεται η βέλτιστη κατανομή. Η συνάρτηση παράγει ως έξοδο τη γραφική παράσταση του ιστογράμματος της χρονοσειράς σε κοινό διάγραμμα με τη βέλτιστη κατανομή καθώς και μια δομή δεδομένων σχετικά με τις παραμέτρους της κατανομής. Η παραμετροποίηση της συνάρτησης παρουσιάζεται στην Ενότητα 2.7.

Σε αυτή την εργασία επιλέχθηκε για την συνάρτηση το κριτήριο πληροφoρίας Akaike. Για την καλύτερη εφαρμογή των δεδομένων στη συνάρτηση εύρεσης του βέλτιστου προτύπου κατανομής πιθανότητας έχουν αφαιρεθεί από κάθε χρονοσειρά βροχόπτωσης τα δεδομένα για τους μήνες με μέση τιμή βροχόπτωσης μικρότερη των 2 χιλιοστών. Το μέρος των δεδομένων που αφαιρείται θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως η ξηρή ως προς την βροχόπτωση περίοδος, όπως αναφέρεται συχνά στον τομέα της γεωστατιστικής ανάλυσης.

### 2.2.3 Περιοδόγραμμα

Το περιοδόγραμμα αποτελεί μία εκτίμηση της φασματικής πυκνότητας των δεδομένων και χρησιμοποιείται για την ανίχνευση περιοδικότητας. Η συχνότητα για την οποία υπολογίζεται εκφράζεται ανά μήνα καθώς τα δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτη ΝΑΟ ελήφθησαν για μηνιαίο χρονικό βήμα. Σχεδιάζεται σε κοινό διάγραμμα με όρια στάθμης εμπιστοσύνης 95%.

## 2.3. Διερευνητική στατιστική ανάλυση δείκτη NAO

---

### 2.2.4 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι η συσχέτιση μίας χρονοσειράς με τον εαυτό της για διαφορετικές χρονικές στιγμές. Υψηλή τιμή αυτοσυσχέτισης συνεπάγεται σημαντική σύνδεση των δεδομένων για τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές και για αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως εργαλείο ανίχνευσης περιοδικότητας. Για την ανάλυση υπολογίστηκε η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης των χρονοσειρών για χρονική υστέρηση έως 20 μήνες<sup>1</sup>.

Η συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς μίας χρονοσειράς  $X_t$  για τις χρονικές στιγμές  $t_1, t_2$  υπολογίζεται από την εξίσωση (2.1):

$$C_X(t_1, t_2) = \mathbb{E} \left[ \{X_{t_1} - \mathbb{E}[X_{t_1}]\} \{X_{t_2} - \mathbb{E}[X_{t_2}]\} \right]. \quad (2.1)$$

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μίας χρονοσειράς  $X_t$  με διασπορά  $\sigma_X^2(t) = C_X(t, t)$  για τις χρονικές στιγμές  $t_1, t_2$  δίνεται από την εξίσωση (2.2):

$$\rho_X(t_1, t_2) = \frac{C_X(t_1, t_2)}{\sigma_X(t_1) \sigma_X(t_2)}. \quad (2.2)$$

## 2.3 Διερευνητική στατιστική ανάλυση δείκτη NAO

### Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

Το διάγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς του δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 εμφανίζεται στο Σχήμα 2.3.

Από το ιστόγραμμα της χρονοσειράς του δείκτη NAO το οποίο παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.4, ο δείκτης παίρνει τιμές στο διάστημα από -3.5 έως 3 με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από 0 έως 1. Η μορφή του ιστογράμματος φαίνεται να παραπέμπει σε κανονική κατανομή, κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται από το Σχήμα 2.5 στο οποίο απεικονίζεται το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας για τη χρονοσειρά του δείκτη NAO.

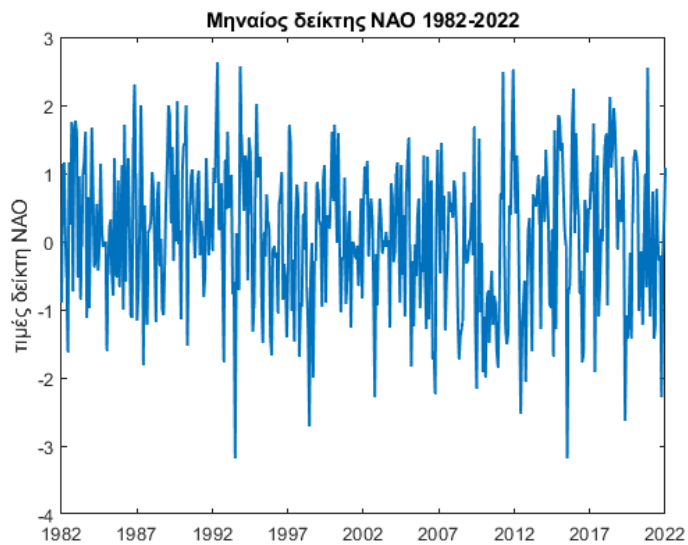
---

<sup>1</sup>Η υλοποίηση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης πραγματοποιήθηκε με τη συνάρτηση `xcorr` της Matlab με ορίσματα τη χρονοσειρά και την μέγιστη τιμή χρονικής υστέρησης για τον υπολογισμό της αυτοσυσχέτισης.

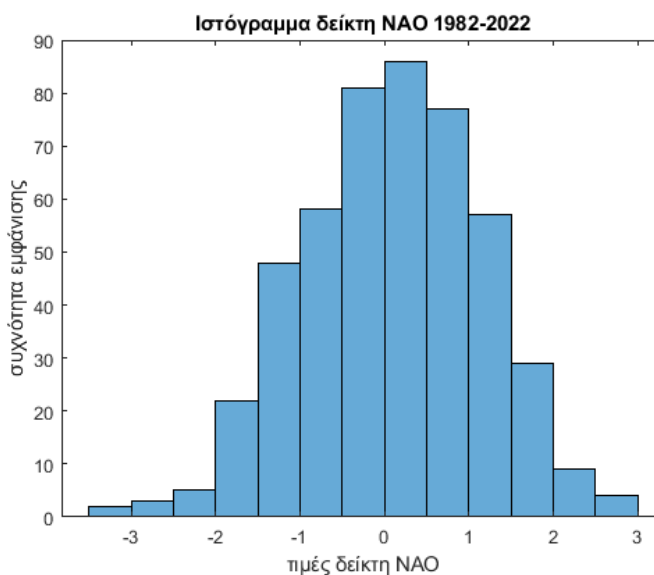


### 2.3. Διερευνητική στατιστική ανάλυση δείκτη NAO

---



Σχήμα 2.3: Διάγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.



Σχήμα 2.4: Ιστόγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

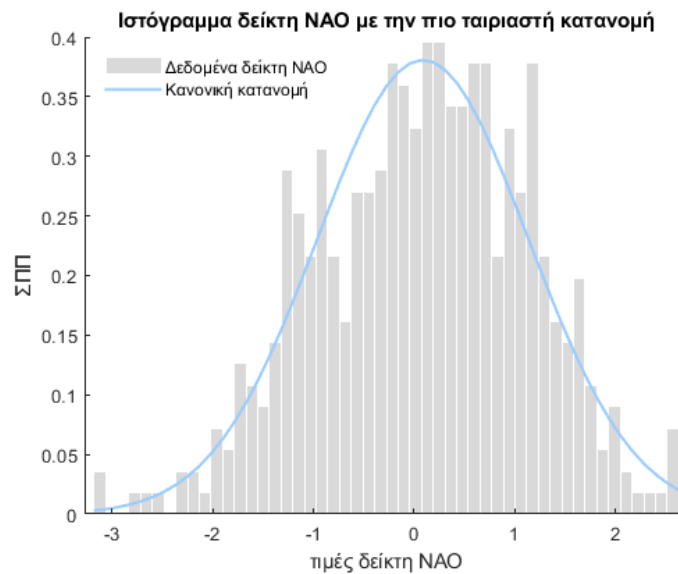
#### Μοντέλο κατανομής πιθανότητας

Στο Σχήμα 2.5 φαίνεται ότι η πιο ταιριαστή κατανομή πιθανότητας με το ιστόγραμμα του δείκτη NAO είναι η κανονική κατανομή  $N(0.09, 1.05)$ .

#### Περιοδόγραμμα

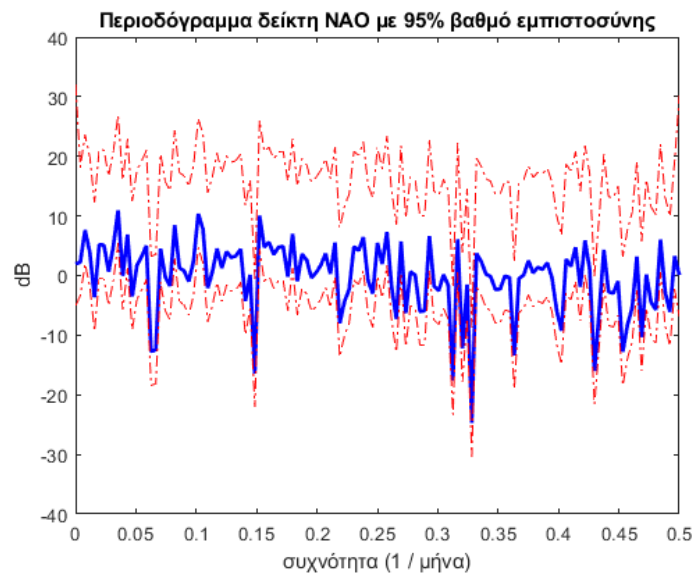
Το Σχήμα 2.6 παρουσιάζει το περιοδόγραμμα για τη χρονοσειρά του δείκτη NAO μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Δεν παρατηρείται κάποια

### 2.3. Διερευνητική στατιστική ανάλυση δείκτη NAO



Σχήμα 2.5: Ιστόγραμμα συχνότητας δείκτη NAO και προσαρμογή με την βέλτιστη κανονική κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

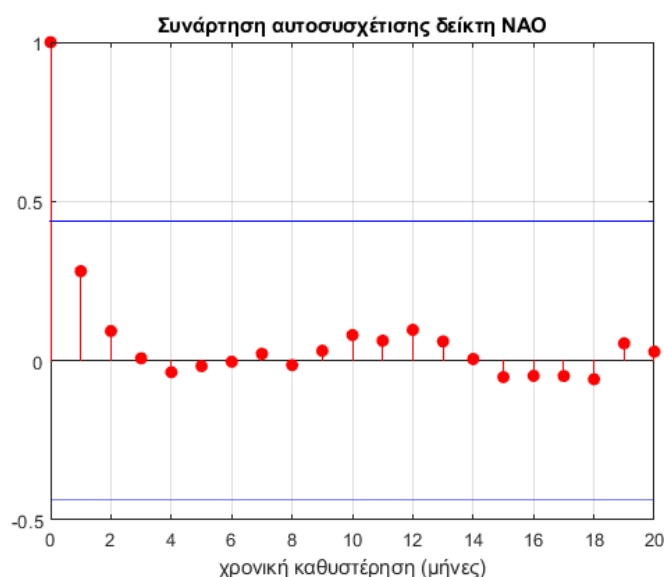
κυρίαρχη συχνότητα και έτσι δεν προκύπτει κάποιο συμπέρασμα για την περιοδικότητα της χρονοσειράς.



Σχήμα 2.6: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

### Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

Στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του δείκτη NAO. Παρατηρείται η απότομη πτώση της τιμής της συνάρτησης από το 1 σε τιμές πολύ κοντά στο 0 μέσα σε μια χρονική περίοδο ενός μήνα και η διατήρηση των τιμών αυτών. Η συμπεριφορά αυτή μπορεί να αποτελέσει ένδειξη στασιμότητας για τον δείκτη NAO.



Σχήμα 2.7: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).

## 2.4 Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

Πραγματοποιήθηκε διερευνητική στατιστική ανάλυση για τη βροχόπτωση σε σημεία ελέγχου της Κρήτης και του Κιλκίς, η οποία συνίσταται από τα στατιστικά εργαλεία τα οποία περιγράφηκαν στην Ενότητα 2.2. Τα δεδομένα για την Κρήτη διακρίνονται σε δεδομένα επανανάλυσης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) από τα σημεία ελέγχου: Φαλάσαρνα, Λευκά Όρη, Ρέθυμνο, Ψηλορείτης, Μεσσαρά, Αστερούσια Όρη, Άγιος Νικόλαος και Ιεράπετρα, καθώς και σε επίγεια δεδομένα βροχόπτωσης από τους βροχομετρικούς σταθμούς Χανίων, Παλαιχωράς, Ρεθύμνου, Ηρακλείου, Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας. Για το Κιλκίς χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα επανανάλυσης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) για τα σημεία ελέγχου: Αμάραντα, Μπέλλες, Δοϊράνη και πόλη Κιλκίς. Αναφορικά με τα δεδομένα επανανάλυσης, παρουσιάζεται η ανάλυση για τη μέση

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς, οι οποίες προκύπτουν ως ο μέσος όρος της βροχόπτωσης για τα επιμέρους σημεία ελέγχου της εκάστοτε περιοχής. Η αντίστοιχη ανάλυση για τα επιμέρους σημεία ελέγχου περιέχεται στο Παράρτημα Α'.

### 2.4.1 Δεδομένα επανανάλυσης

#### Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

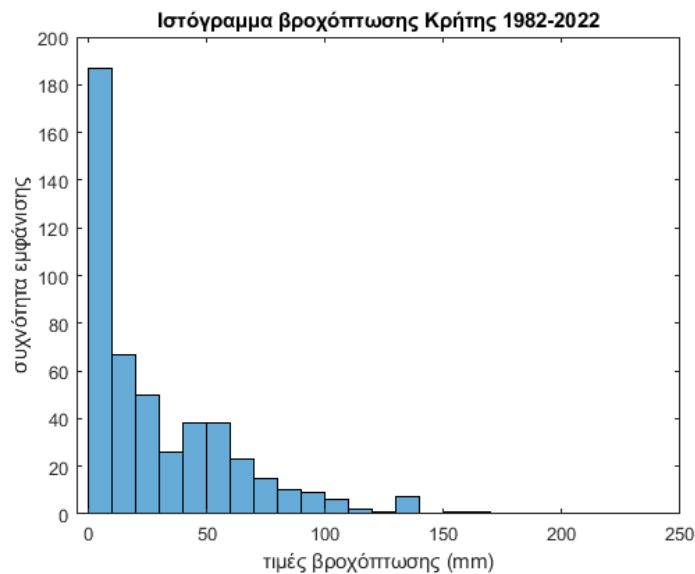
**Κρήτη:** Στο Σχήμα 2.8 παρουσιάζεται το διάγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022. Η χρονοσειρά της βροχόπτωσης Κρήτης προκύπτει ως ο μέσος όρος των χρονοσειρών των σημείων ελέγχου της.



**Σχήμα 2.8:** Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

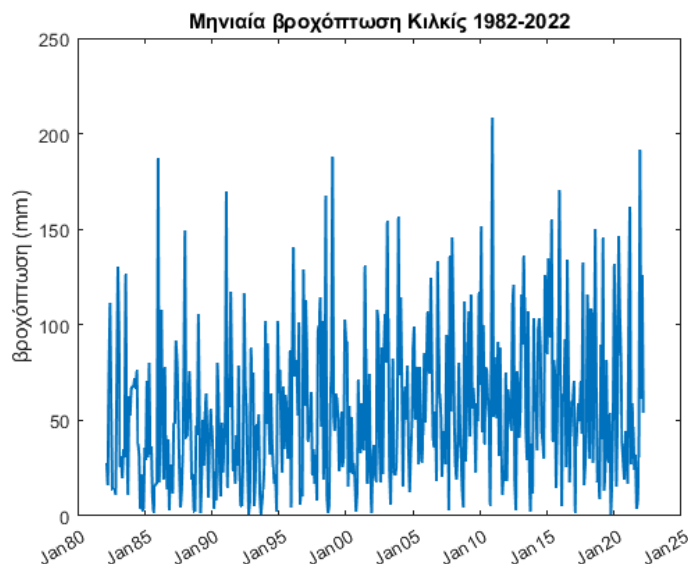
Στο Σχήμα 2.9 εμφανίζεται το ιστόγραμμα της χρονοσειράς βροχόπτωσης της Κρήτης. Οι τιμές βροχόπτωσης κυμαίνονται μεταξύ 0.03 και 163.24 χιλιοστών με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από 0.03 έως 10 χιλιοστά.

#### 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.9: Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

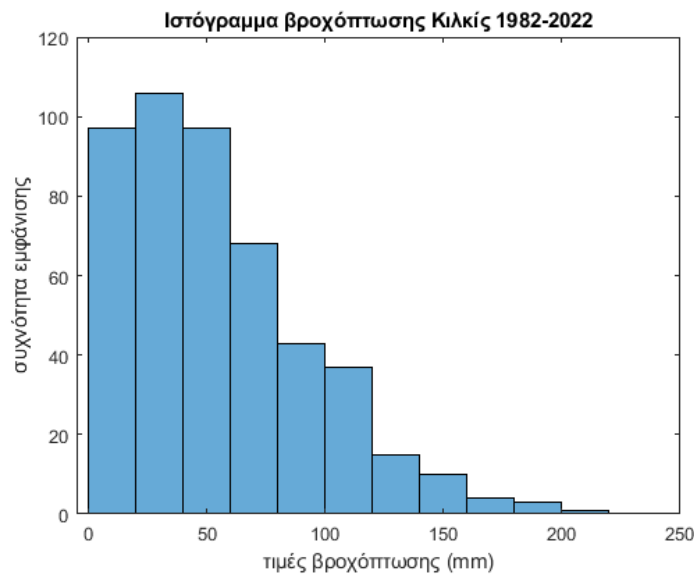
**Κιλκίς:** Στο Σχήμα 2.10 παρουσιάζεται το διάγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022. Η χρονοσειρά βροχόπτωσης για το Κιλκίς προκύπτει ως ο μέσος όρος των χρονοσειρών βροχόπτωσης στις υπό μελέτη περιοχές του.



Σχήμα 2.10: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

Στο Σχήμα 2.11 εμφανίζεται το ιστόγραμμα της παραπάνω χρονοσειράς βροχόπτωσης της οποίας οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ 0.61 και 208.32 χιλιοστών με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από 20 έως 40 χιλιοστά.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.11: Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

Στο ιστόγραμμα βροχόπτωσης Κρήτης παρατηρείται πολύ υψηλή συχνότητα εμφάνισης τιμών στο διάστημα από 0.03 έως 10 χιλιοστά. Επίσης, παρατηρείται η ύπαρξη κενών διαστημάτων μεταξύ των υψηλών τιμών βροχόπτωσης. Στο ιστόγραμμα βροχόπτωσης Κιλκίς παρατηρείται πιο ομοιόμορφη κατανομή για τη συχνότητα εμφάνισης τιμών βροχόπτωσης, με ομαλότερη μείωση από τις υψηλότερες προς τις χαμηλότερες συχνότητες εμφάνισης των τιμών βροχόπτωσης συγκριτικά με την Κρήτη.

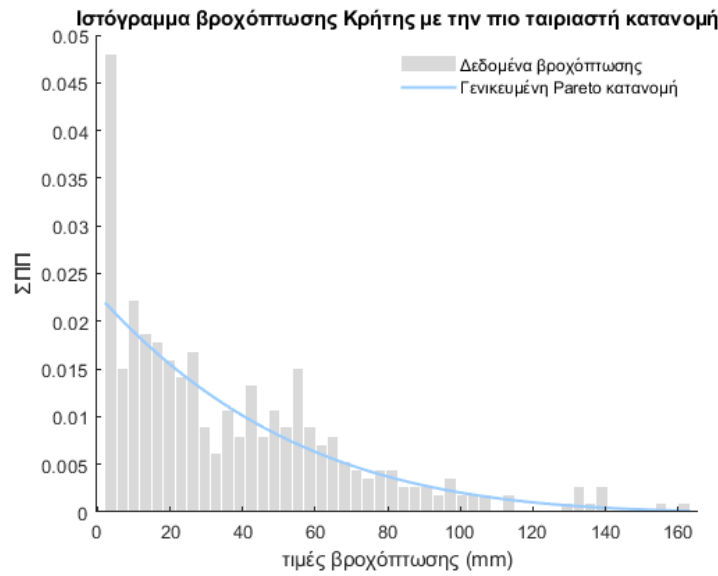
Τα διαγράμματα χρονοσειρών βροχόπτωσης και τα ιστογράμματα συχνότητας για τις υπό μελέτη περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς βρίσκονται στο [Παράρτημα Α΄](#).

### Μοντέλο κατανομής πιθανότητας

**Κρήτη:** Στο Σχήμα 2.12 φαίνεται η γενικευμένη κατανομή Pareto(-0.18,43.85) η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας για την βροχόπτωση στην Κρήτη. Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από την χρονοσειρά βροχόπτωσης με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 21.83%.

**Γενικευμένη κατανομή Pareto (Generalized Pareto Distribution, GPD):** Αποτελεί μια οικογένεια συνεχών κατανομών πιθανοτήτων και χρησιμοποιείται συχνά για την μοντελοποίηση των 'ουρών' διαφορετικών συναρτήσεων κατανομών πιθανότητας.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



**Σχήμα 2.12:** Ιστόγραμμα βροχόπτωσης Κρήτης και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για τη γενικευμένη κατανομή Pareto με παράμετρο μορφής  $k \neq 0$ , παράμετρο κλίμακας  $\sigma$  και όριο  $\theta$  δίνεται από

$$y = f(x; k, \sigma, \theta) = \frac{1}{\sigma} \left( 1 + k \frac{x - \theta}{\sigma} \right)^{-1 - \frac{1}{k}} \quad (2.3)$$

για  $\theta < x$  όταν  $k > 0$  ή για  $\theta < x < \theta - \frac{\sigma}{k}$  όταν  $k < 0$ .

Για  $k = 0$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι

$$y = f(x; k, \sigma, \theta) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x - \theta}{\sigma}} \quad (2.4)$$

για  $\theta > x$ . Όταν  $k = 0$ ,  $\theta = 0$  η γενικευμένη κατανομή Pareto είναι ισοδύναμη με την εκθετική κατανομή, όπως φαίνεται από τον τύπο (2.4).

**Κιλκίς:** Στο Σχήμα 2.13 φαίνεται η κατανομή Weibull(61.93,1.44) η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας για τη βροχόπτωση στο Κιλκίς. Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από την χρονοσειρά βροχόπτωσης με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 1.46%.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.13: Ιστόγραμμα βροχόπτωσης Κιλκίς και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

**Κατανομή Weibull (W):** Καθορίζεται από δυο παραμέτρους, την παράμετρο μορφής  $k$  και την παράμετρο κλίμακας  $\lambda$ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί κατανομή Weibull δίνεται από τη σχέση

$$f(x; \lambda, k) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Η κατανομή Weibull εφαρμόζεται σε πολλούς τομείς. Μερικοί από αυτούς είναι η μηχανική, η πρόβλεψη καιρικών φαινομένων καθώς χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση κατανομών ριπής ανέμων, ο τομέας των τηλεπικοινωνιών σε συστήματα ραντάρ και σε ασύρματες επικοινωνίες.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα από τα Σχήματα 2.12 και 2.13 παρατηρούμε ότι η βροχόπτωση στην Κρήτη μοντελοποιείται βέλτιστα από τη γενικευμένη κατανομή Pareto, ενώ στο Κιλκίς από την κατανομή Weibull. Η βασική διαφορά ανάμεσα στις δυο χρονοσειρές και κατ' επέκταση στις κατανομές με τις οποίες ταιριάζουν περισσότερο είναι η πολύ υψηλή συχνότητα εμφάνισης πρακτικά μηδενικών τιμών βροχόπτωσης για την Κρήτη, η οποία συνοδεύεται από απότομη πτώση στη συχνότητα εμφάνισης για μεγαλύτερες τιμές βροχόπτωσης, ενώ η βροχόπτωση Κιλκίς παρουσιάζει ομαλότερη πτώση από τις υψηλότερες στις χαμηλότερες τιμές συχνότητας εμφάνισης. Η βροχόπτωση Κιλκίς μπορεί να χαρακτηριστεί πιο συνεπής και αυτό επιβεβαιώνεται από το χαμηλό ποσοστό των δειγμάτων 1.46% τα οποία αφαιρέθηκαν για την καλύτερη μοντελοποίηση των δεδομένων και αναφέρονται στη ξηρή περίοδο όπου η μέση τιμή βροχόπτωσης



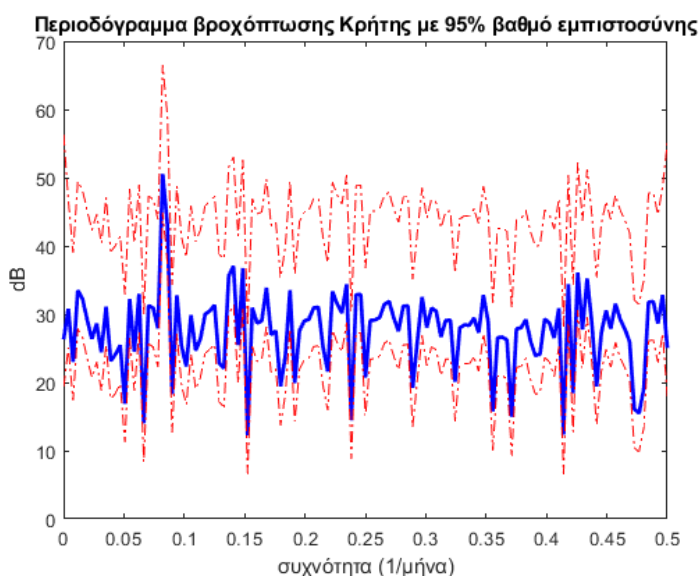
## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

ενός μήνα είναι μικρότερη των δυο χιλιοστών.

Τα πρότυπα κατανομών πιθανοτήτων για τις περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς βρίσκονται στο [Παράρτημα Α'](#).

### Περιοδόγραμμα

**Κρήτη:** Στο Σχήμα 2.14 εμφανίζεται το περιοδόγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Διακρίνεται μια υψηλή κορυφή στη συχνότητα 0.08 η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 12 μηνών κάτι το οποίο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως αναμενόμενο λόγω της εποχικής διακύμανσης που παρατηρείται σε κλιματολογικά δεδομένα κατά τη διάρκεια του έτους.

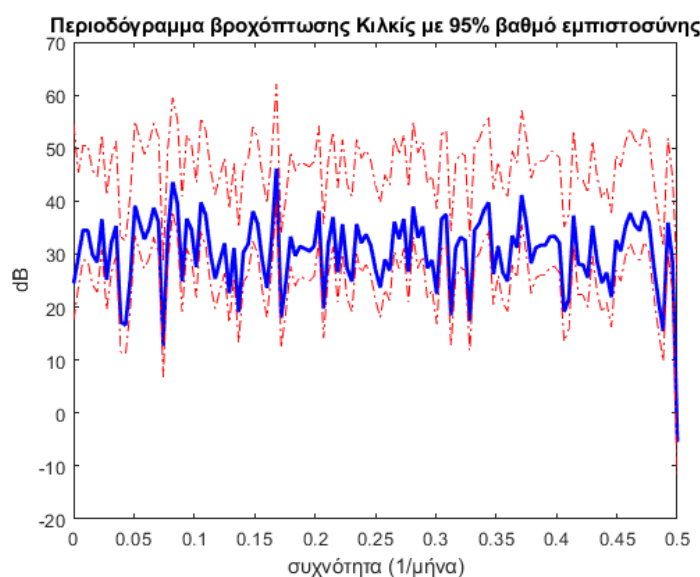


Σχήμα 2.14: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

**Κιλκίς:** Στο Σχήμα 2.15 εμφανίζεται το περιοδόγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Κιλκίς μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Από το περιοδόγραμμα δεν παρατηρείται κάποια υψηλή κορυφή σε κάποια συχνότητα και έτσι δεν μπορεί να διακριθεί κάποια περιοδικότητα.

Συγκρίνοντας τα περιοδογράμματα της Κρήτης και του Κιλκίς παρατηρούνται διαφορές ως προς την περιοδικότητα. Για την Κρήτη παρατηρείται περιοδικότητα ενός έτους, γεγονός αναμενόμενο στην ανάλυση μετεωρολογικών δεδομένων που οφείλεται στην εποχική διακύμανση. Αντίθετα, στο Κιλκίς δεν εμφανίζεται κάποια προφανής περιοδικότητα.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



**Σχήμα 2.15:** Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

Τα περιοδογράμματα για τις επιμέρους περιοχές Κρήτης και Κιλκίς βρίσκονται στο [Παράρτημα Α΄](#).

### Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

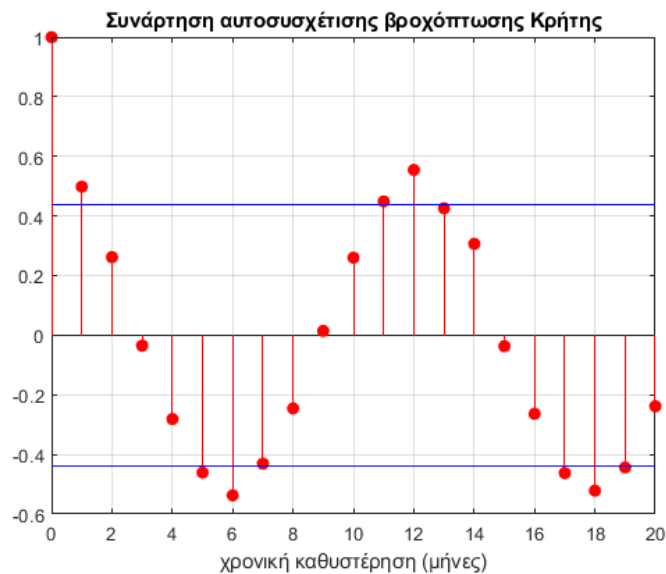
**Κρήτη:** Στο Σχήμα [2.16](#) εμφανίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης. Παρατηρείται περιοδικότητα 12 μηνών.

**Κιλκίς:** Στο Σχήμα [2.17](#) εμφανίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Κιλκίς. Παρατηρείται «σχετική» περιοδικότητα 12 μηνών, χωρίς ωστόσο οι τιμές αυτές να θεωρούνται στατιστικά σημαντικές εν αντιθέσει με την περίπτωση της βροχόπτωσης Κρήτης.

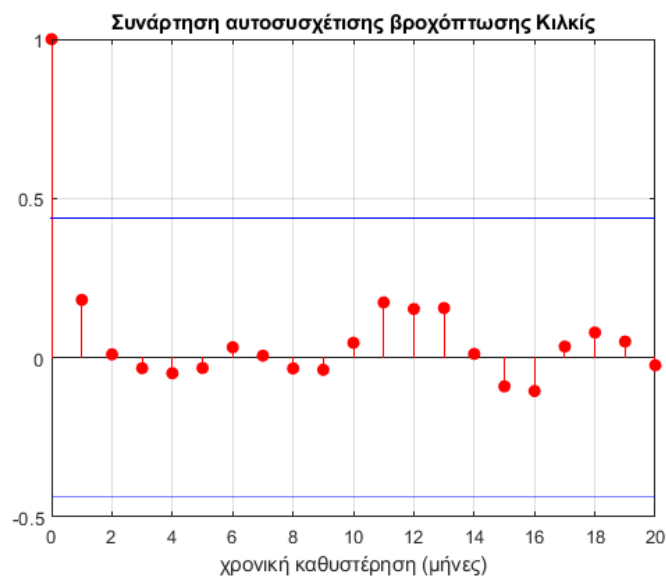
Συγκρίνοντας τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης των χρονοσειρών παρατηρείται μεγαλύτερη αυτοσυσχέτιση και εντονότερη εμφάνιση περιοδικότητας για την περίπτωση της Κρήτης συγκριτικά με το Κιλκίς, συμβαδίζοντας με τη γενική εικόνα η οποία προέκυψε από το περιοδόγραμμα για κάθε περίπτωση.

Οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης για τις περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς βρίσκονται στο [Παράρτημα Α΄](#).

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.16: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).



Σχήμα 2.17: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).

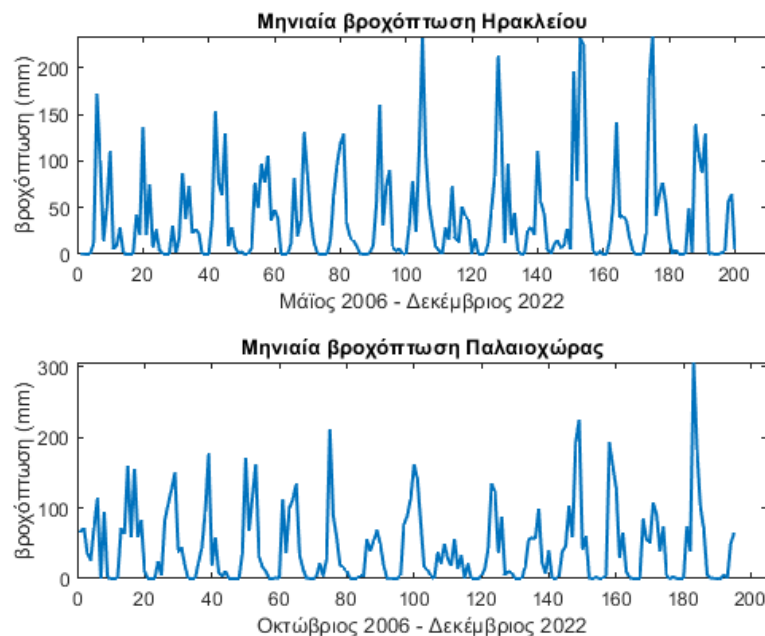
### 2.4.2 Πραγματικά δεδομένα

Ακολουθεί η διερευνητική στατιστική ανάλυση για τις χρονοσειρές βροχόπτωσης επίγειων δεδομένων βροχόπτωσης, οι οποίες ελήφθησαν από πέντε βροχομετρικούς σταθμούς της Κρήτης (Χανιά, Ρέθυμνο, Ηράκλειο, Ιεράπετρα, Άγιος Νικόλαος).

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

### Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

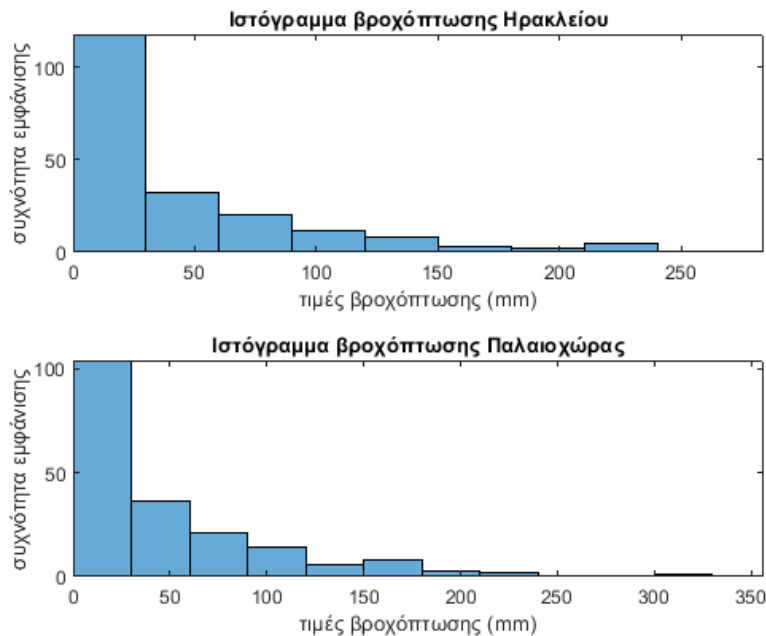
Περιοχές Ηρακλείου, Παλαιοχώρας: Στο Σχήμα 2.18 παρουσιάζονται τα διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας.



Σχήμα 2.18: Διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας.

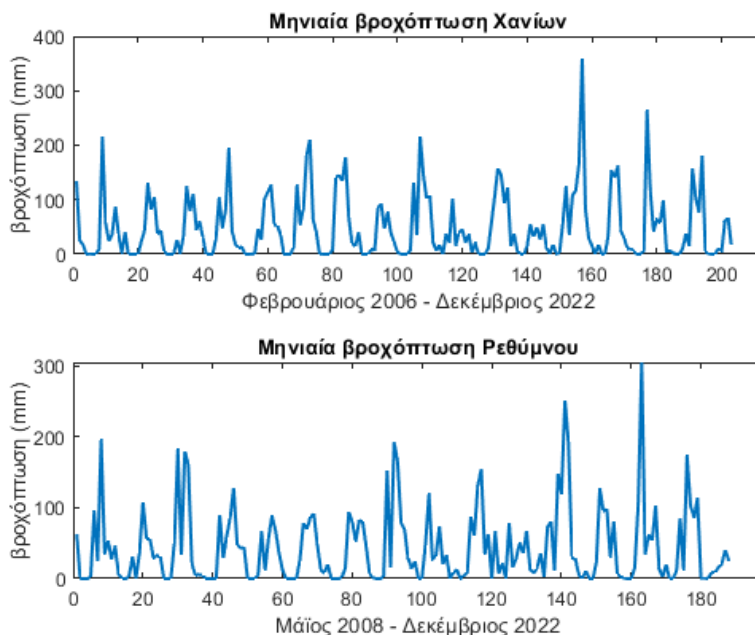
Στο Σχήμα 2.19 εμφανίζονται τα ιστογράμματα των χρονοσειρών βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας. Οι τιμές βροχόπτωσης κυμαίνονται στο διάστημα  $[0, 233.8]$  χιλιοστά για την περιοχή του Ηρακλείου και στο διάστημα  $[0, 306.4]$  για την περιοχή της Παλαιοχώρας με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από 0 έως 30 χιλιοστά και για τις δυο περιοχές.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.19: Ιστογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας.

**Περιοχές Χανίων, Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα 2.20 παρουσιάζονται τα διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου.

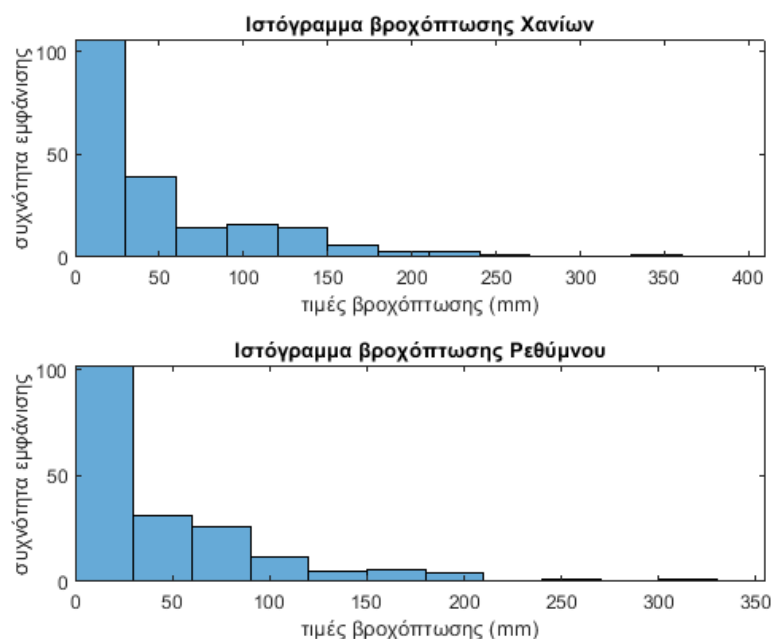


Σχήμα 2.20: Διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου.

Στο Σχήμα 2.21 εμφανίζονται τα ιστογράμματα των χρονοσειρών βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου. Οι τιμές βροχόπτωσης κυμαίνονται στο διάστημα

#### 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

[0, 360] χιλιοστά για την περιοχή των Χανίων και στο διάστημα [0, 305] για την περιοχή του Ρεθύμνου με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από 0 έως 30 χιλιοστά και για τις δυο περιοχές.

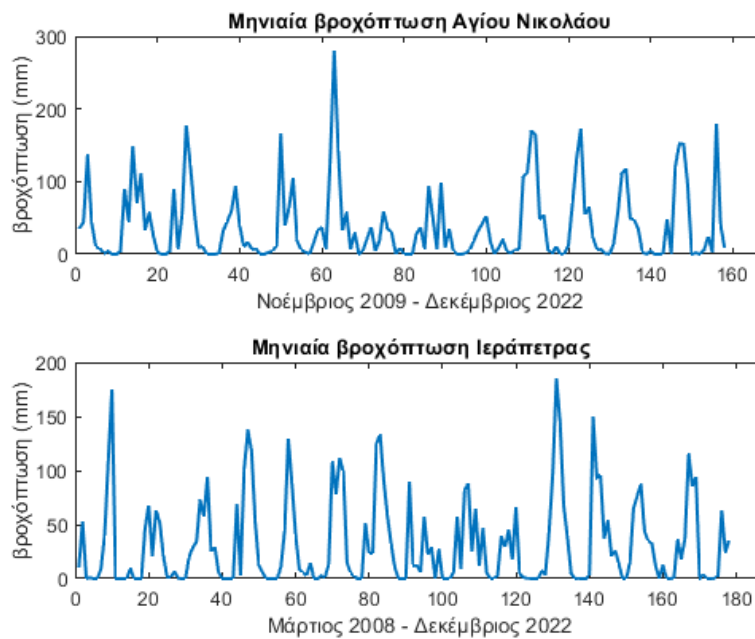


Σχήμα 2.24: Ιστογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου.

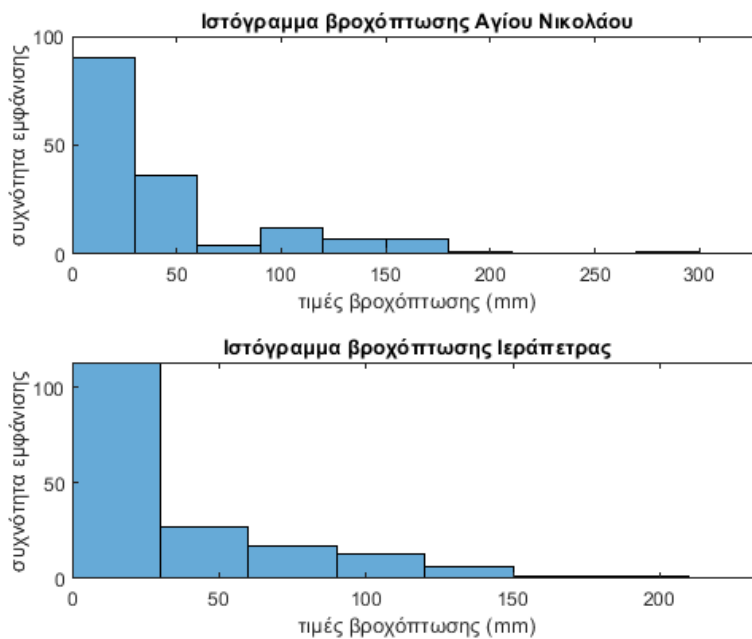
**Περιοχές Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας:** Στο Σχήμα 2.22 παρουσιάζονται τα διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας.

Στο Σχήμα 2.23 εμφανίζονται τα ιστογράμματα των χρονοσειρών βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας. Οι τιμές βροχόπτωσης κυμαίνονται στο διάστημα [0, 280.2] χιλιοστά για την περιοχή του Αγίου Νικολάου και στο διάστημα [0, 185] για την περιοχή της Ιεράπετρας με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από 0 έως 30 χιλιοστά και για τις δυο περιοχές.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



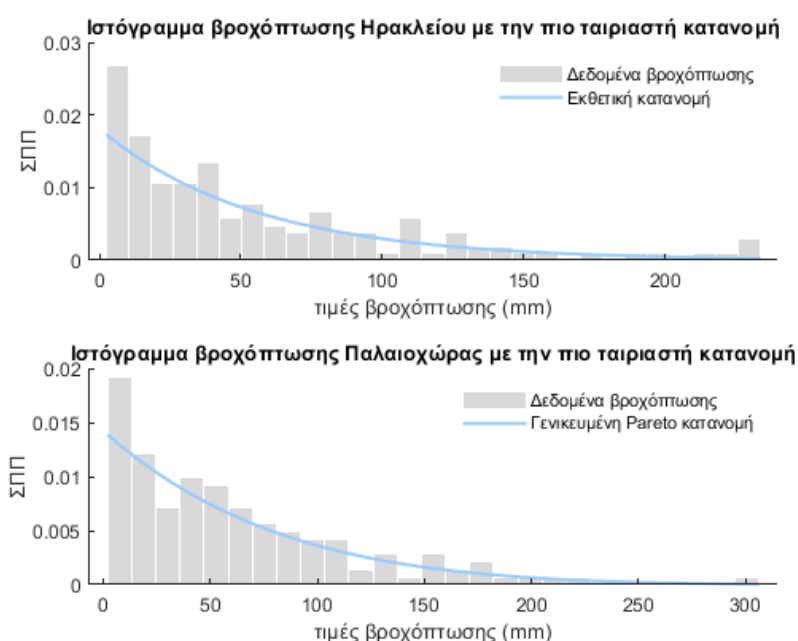
Σχήμα 2.22: Διαγράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας.



Σχήμα 2.23: Ιστογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας.

### Μοντέλο κατανομής πιθανότητας

**Περιοχές Ηρακλείου, Παλαιοχώρας:** Στο Σχήμα 2.24 φαίνεται η εκθετική κατανομή η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας για τη βροχόπτωση Ηρακλείου (EXP(55.3)) και η γενικευμένη κατανομή Pareto για τη βροχόπτωση Παλαιοχώρας (GP(-0.13,70.3)). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από την χρονοσειρά βροχόπτωσης με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 27% για το Ηράκλειο και 28.7% για την Παλαιοχώρα.

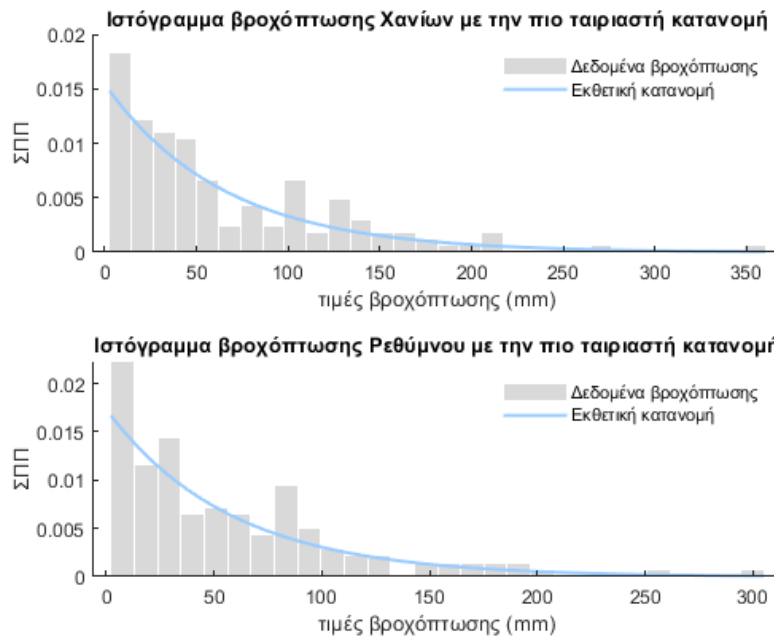


**Σχήμα 2.24:** Ιστογράμματα βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

**Περιοχές Χανίων, Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα 2.25 φαίνεται η εκθετική κατανομή η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας για τη βροχόπτωση Χανίων (EXP(64.89)), και Ρεθύμνου (EXP(57.67)). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από την χρονοσειρά βροχόπτωσης με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 24.6% για τα Χανιά και 23.4% για το Ρέθυμνο.



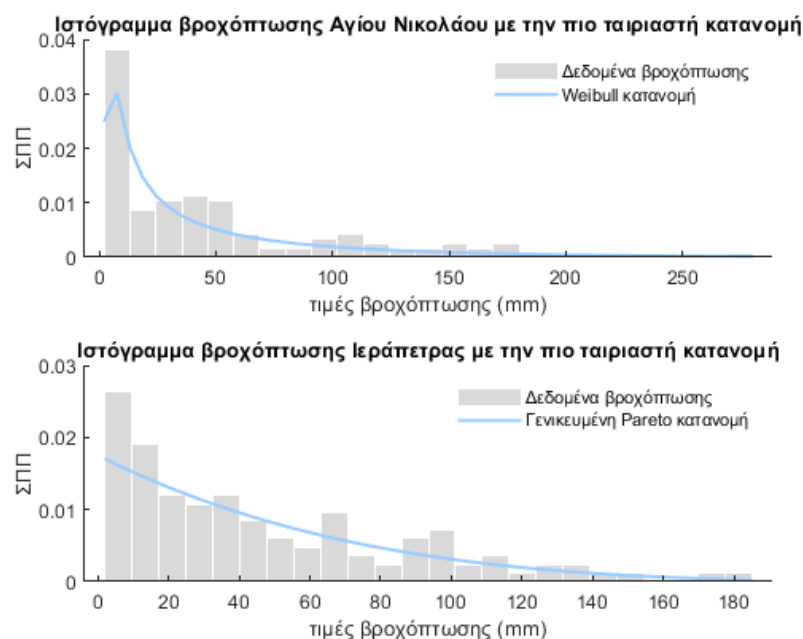
## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



**Σχήμα 2.25:** Ιστογράμματα βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

**Περιοχές Αγίου Νικολάου, Ιεράπετρας:** Στο Σχήμα 2.26 φαίνεται η Weibull κατανομή η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας για τη βροχόπτωση Αγίου Νικολάου ( $W(46.88, 1.45)$ ), και η γενικευμένη κατανομή Pareto για τη βροχόπτωση Ρεθύμνου ( $GP(-0.2, 57.05)$ ). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από την χρονοσειρά βροχόπτωσης με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 20.2% για τον Άγιο Νικόλαο και 32% για την Ιεράπετρα.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

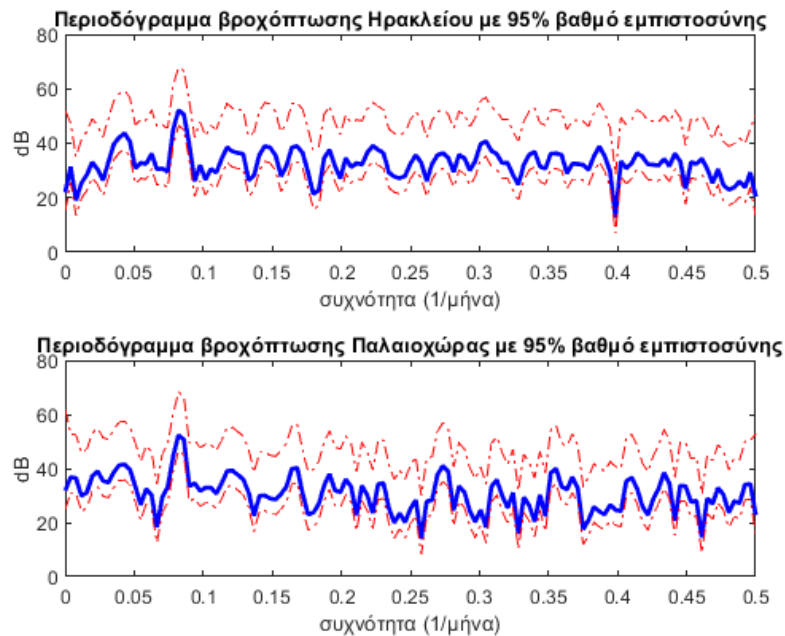


Σχήμα 2.26: Ιστογράμματα βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

### Περιοδόγραμμα

**Περιοχές Ηρακλείου, Παλαιοχώρας:** Στο Σχήμα 2.27 εμφανίζονται τα περιοδογράμματα των χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Διακρίνεται μια υψηλή κορυφή στη συχνότητα 0.08 η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 12 μηνών κάτι το οποίο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως αναμενόμενο λόγω της εποχικής διακύμανσης που παρατηρείται σε κλιματολογικά δεδομένα κατά τη διάρκεια του έτους.

#### 2.4. Διερευννητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

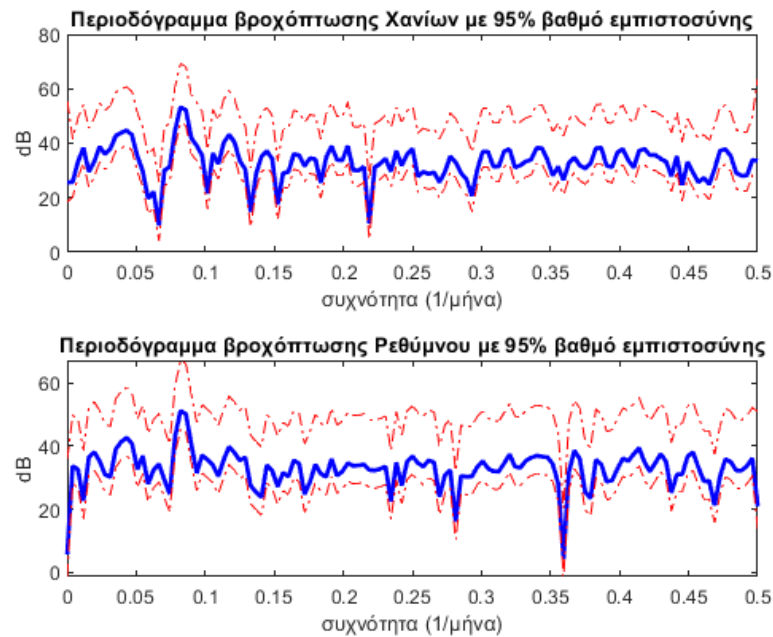


Σχήμα 2.27: Περιοδογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

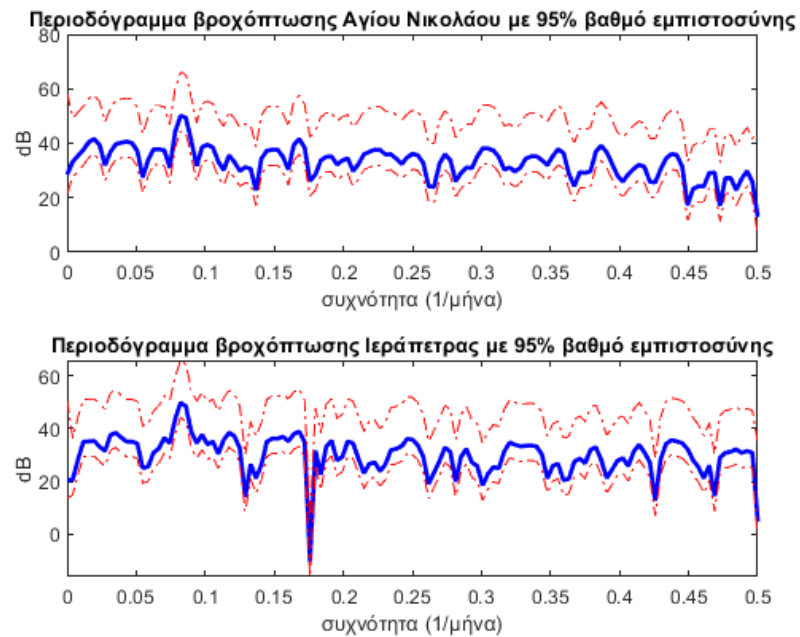
**Περιοχές Χανίων, Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα 2.28 εμφανίζονται τα περιοδογράμματα των χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Διακρίνεται μια υψηλή κορυφή στη συχνότητα 0.08 η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 12 μηνών.

**Περιοχές Αγίου Νικολάου, Ιεράπετρας:** Στο Σχήμα 2.29 εμφανίζονται τα περιοδογράμματα των χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Διακρίνεται μια υψηλή κορυφή στη συχνότητα 0.08 η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 12 μηνών.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



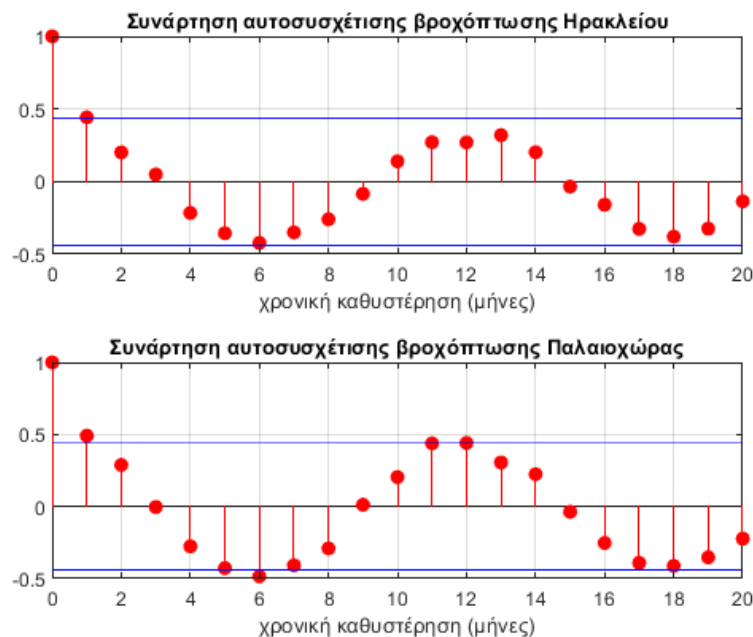
Σχήμα 2.28: Περιοδογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).



Σχήμα 2.29: Περιοδογράμματα χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας μαζί με τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

### Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

**Περιοχές Ηρακλείου, Παλαιοχώρας:** Το Σχήμα 2.30 περιέχει τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης για τις χρονοσειρές βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας με χρονική υστέρηση έως 20 μήνες. Διακρίνεται περιοδικότητα 12 μηνών.

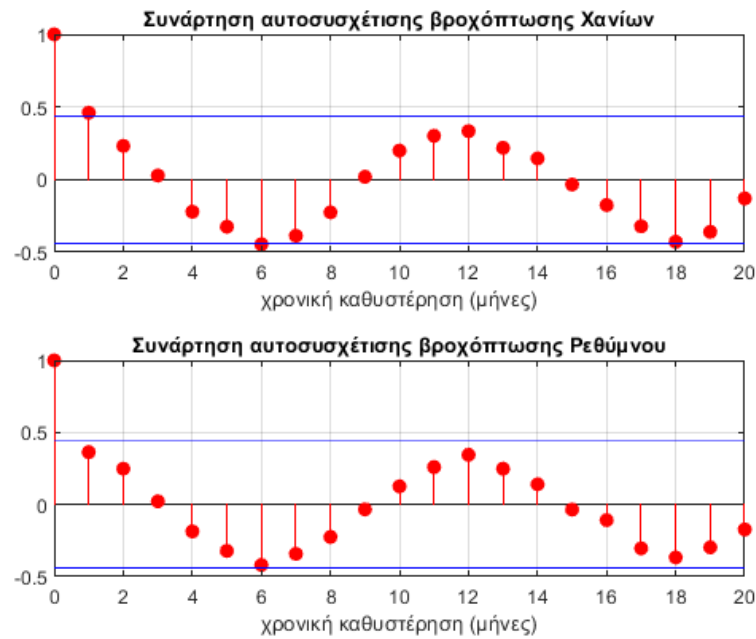


Σχήμα 2.30: Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας για χρονική υστέρηση έως 20 μήνες μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).

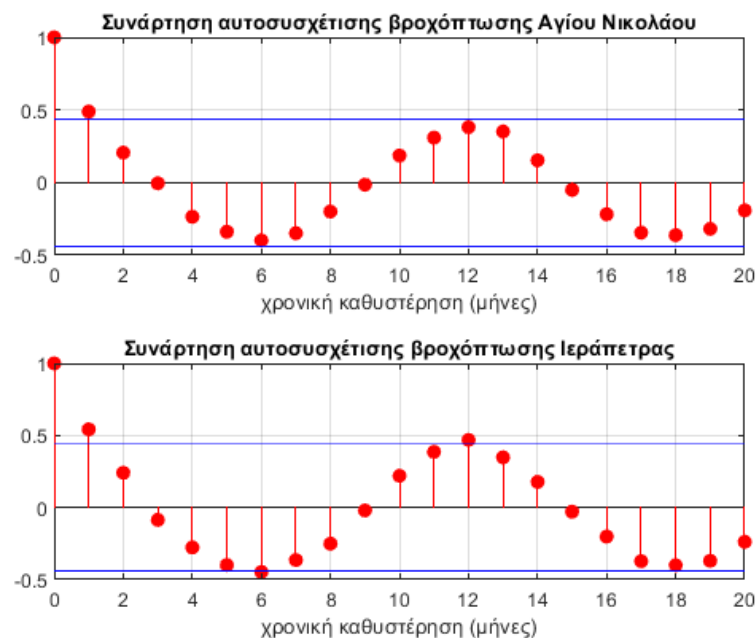
**Περιοχές Χανίων, Ρεθύμνου:** Το Σχήμα 2.31 περιέχει τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης για τις χρονοσειρές βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου με χρονική υστέρηση έως 20 μήνες. Διακρίνεται περιοδικότητα 12 μηνών.

**Περιοχές Αγίου Νικολάου, Ιεράπετρας:** Το Σχήμα 2.32 περιέχει τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης για τις χρονοσειρές βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας με χρονική υστέρηση έως 20 μήνες. Διακρίνεται περιοδικότητα 12 μηνών.

## 2.4. Διερευνητική στατιστική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



**Σχήμα 2.31:** Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Χανίων και Ρεθύμνου για χρονική υστέρηση έως 20 μήνες μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).



**Σχήμα 2.32:** Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης χρονοσειρών μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας για χρονική υστέρηση έως 20 μήνες μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).

## 2.5 Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων

Η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης χρησιμοποιείται ως μέτρο συσχέτισης μεταξύ χρονοσειρών. Υψηλή τιμή ετεροσυσχέτισης συνεπάγεται σημαντική επίδραση από την μία χρονοσειρά προς την άλλη. Εξετάσθηκε η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και των χρονοσειρών βροχόπτωσης με σκοπό την παρατήρηση της επίδρασης του δείκτη NAO στη βροχόπτωση<sup>2</sup>.

Η συνάρτηση ετεροσυνδιασποράς δυο χρονοσειρών  $X_t$ ,  $Y_t$  για τις χρονικές στιγμές  $t_1, t_2$  υπολογίζεται από την εξίσωση (2.5):

$$C_{XY}(t_1, t_2) = \mathbb{E} \left[ \left\{ X_{t_1} - \mathbb{E}[X_{t_1}] \right\} \left\{ Y_{t_2} - \mathbb{E}[Y_{t_2}] \right\} \right]. \quad (2.5)$$

Η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δυο χρονοσειρών  $X_t$  και  $Y_t$  με διασπορά  $\sigma_X^2(t)$  και  $\sigma_Y^2(t)$  αντίστοιχα για τις χρονικές στιγμές  $t_1, t_2$  δίνεται από την εξίσωση (2.6):

$$\rho_{XY}(t_1, t_2) = \frac{C_{XY}(t_1, t_2)}{\sigma_X(t_1) \sigma_Y(t_2)}. \quad (2.6)$$

Λόγω των υψηλών στατιστικών διακυμάνσεων που παρατηρούνται κατά τον υπολογισμό, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος ελέγχου αναδιατάξεων (permutation testing). Η μέθοδος ελέγχου μέσω αναδιατάξεων αποτελεί μια ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδο για τον καθορισμό της στατιστικής σημαντικότητας αποτελεσμάτων.

Για την περίπτωση της ετεροσυσχέτισης ανάμεσα στον δείκτη NAO και την βροχόπτωση η μέθοδος λειτουργεί ως εξής. Πραγματοποιούνται 500 τυχαίες αναδιατάξεις για τη χρονοσειρά του δείκτη NAO και υπολογίζεται για καθεμιά η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης με τη βροχόπτωση. Στη συνέχεια από αυτές τις 500 συναρτήσεις, επιλέγεται για κάθε χρονική στιγμή η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή ετεροσυσχέτισης. Οι τιμές της συνάρτησης που βρίσκονται εκτός του διαστήματος που καθορίζεται από τις ελάχιστες και τις μέγιστες τιμές αυτές θεωρούνται στατιστικά σημαντικές. Λόγω του μικρού πλήθους αναδιατάξεων οι οποίες εφαρμόζονται, τα διαστήματα τα οποία οριοθετούν την στατιστική σημαντικότητα της συνάρτησης έχουν τεθεί με βάση τις καμπύλες οι οποίες προκύπτουν μέσω των αναδιατάξεων και όχι μέσω της εφαρμογής διαστημάτων εμπιστοσύνης στο διάστημα το οποίο σχηματίζεται από την ελάχιστη και μέγιστη καμπύλη.

Η μέθοδος ελέγχου αναδιατάξεων ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

- Τυχαία αναδιάταξη της χρονοσειράς του δείκτη NAO

<sup>2</sup>Ο υπολογισμός πραγματοποιήθηκε με τη συνάρτηση `xcorr` της Matlab με ορίσματα τη χρονοσειρά του δείκτη NAO, τη χρονοσειρά βροχόπτωσης για την περιοχή ενδιαφέροντος καθώς και την μέγιστη τιμή χρονικής υστέρησης για τον υπολογισμό της ετεροσυσχέτισης.

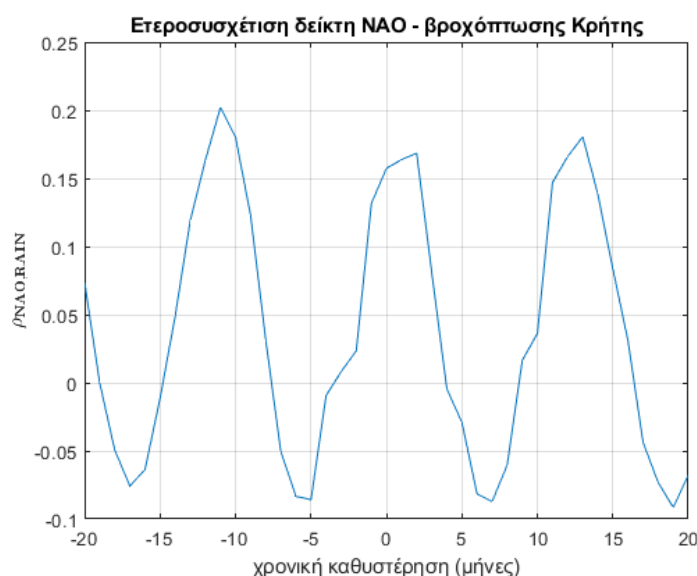
## 2.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων

- Υπολογισμός της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης μεταξύ του αναδιατεταγμένου δείκτη NAO και της χρονοσειράς βροχόπτωσης
- Εκτέλεση 500 επαναλήψεων για τα παραπάνω
- Επιλογή της ελάχιστης και μέγιστης τιμής ετεροσυσχέτισης για κάθε χρονική υστέρηση (από 0 έως 20 μήνες)
- Χρήση του διαστήματος το οποίο οριοθετείται μέσω των ελαχίστων και μεγίστων των συναρτήσεων ετεροσυσχέτισης ως μέτρο ελέγχου της στατιστικής σημαντικότητας για την αρχική συνάρτηση ετεροσυσχέτισης (χωρίς αναδιατάξεις), όπου οι τιμές οι οποίες βρίσκονται εκτός του διαστήματος αυτού θεωρούνται στατιστικά σημαντικές

Ακολουθεί η ανάλυση ετεροσυσχέτισης για το δείκτη NAO και τα δεδομένα βροχόπτωσης (επανανάλυσης, πραγματικά), κατά την οποία υπολογίζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης, η στατιστική σημαντικότητα της οποίας εκτιμάται μέσω της μεθόδου ελέγχου αναδιατάξεων όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

### 2.5.1 Δεδομένα επανανάλυσης

**Κρήτη:** Στο Σχήμα 2.33 παρουσιάζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Κρήτης. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών ανάμεσα στα γειτονικά ακρότατα της συνάρτησης.

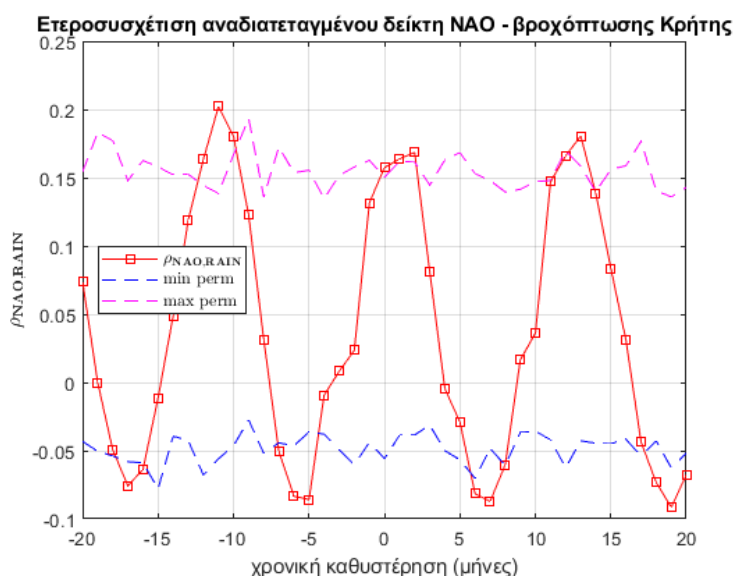


**Σχήμα 2.33:** Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κρήτης για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.



## 2.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων

Η καμπύλη της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή της Κρήτης παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.34. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης δεν περικλείονται μεταξύ των καμπυλών που ορίζονται από τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές οι οποίες προκύπτουν από τις αναδιατάξεις. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Κρήτης.



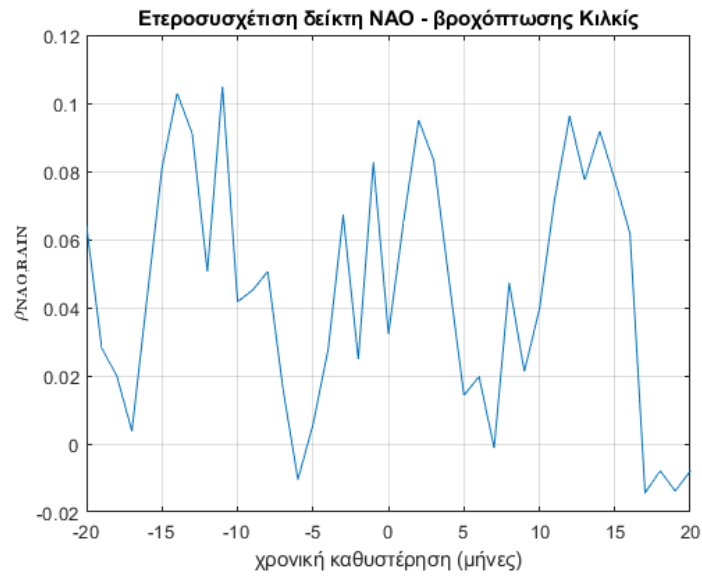
Σχήμα 2.34: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κρήτης και οι καμπύλες με τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις του δείκτη NAO.

**Κιλκίς:** Στο Σχήμα 2.35 παρουσιάζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κιλκίς. Σε αντίθεση με την περίπτωση της Κρήτης, δεν παρατηρείται κάποια σταθερή καθυστέρηση μεταξύ των ακρότατων τιμών της συνάρτησης.

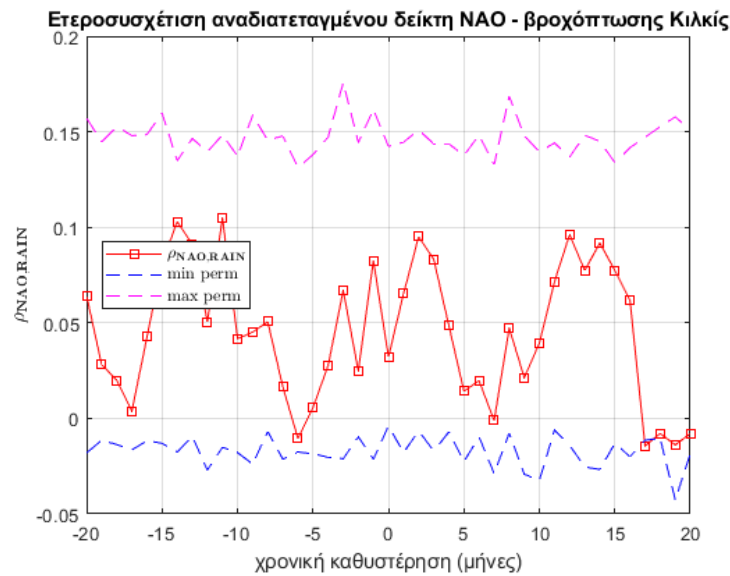
Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή του Κιλκίς παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.36. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης περικλείονται εξ ολοκλήρου στο διάστημα μεταξύ των αναδιατεταγμένων συναρτήσεων. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη μη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Κιλκίς.

Οι συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης για τις επιμέρους περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς ξεχωριστά βρίσκονται στο [Παράρτημα Α΄](#).

## 2.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων



Σχήμα 2.35: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

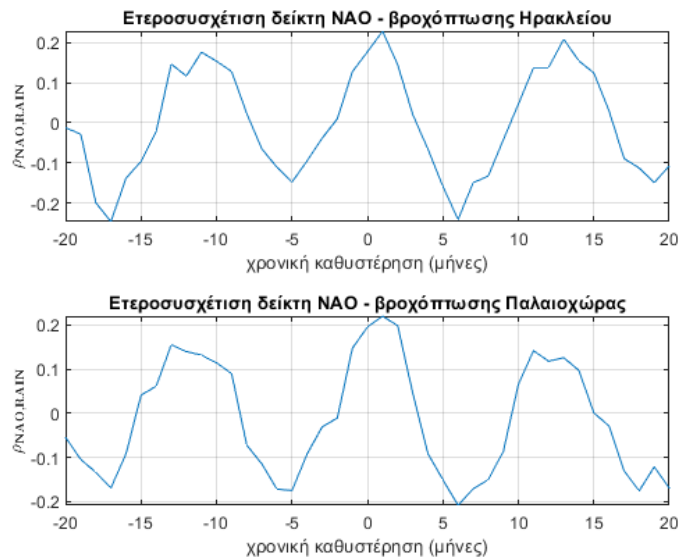


Σχήμα 2.36: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Κιλκίς, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.

### 2.5.2 Πραγματικά δεδομένα

**Περιοχές Ηρακλείου, Παλαιοχώρας:** Στο Σχήμα 2.37 παρουσιάζονται οι συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Ηρακλείου και Παλαιοχώρας. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών ανάμεσα στα γειτονικά ακρότατα της συνάρτησης.

## 2.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων

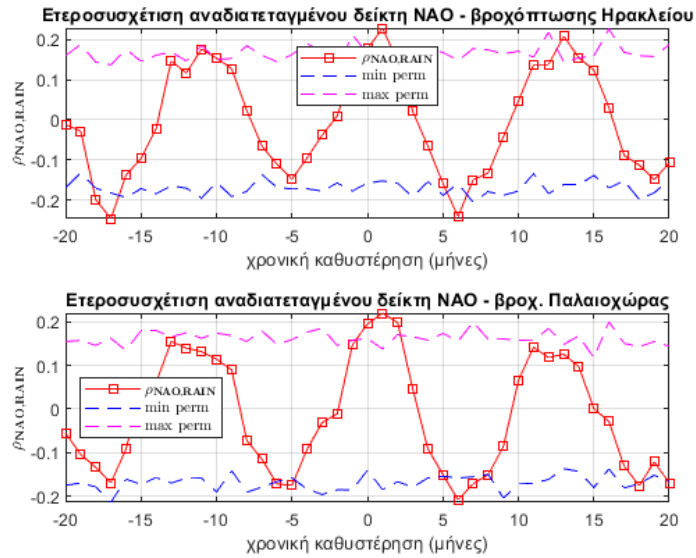


Σχήμα 2.37: Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης σε Ηράκλειο και Παλαιοχώρα.

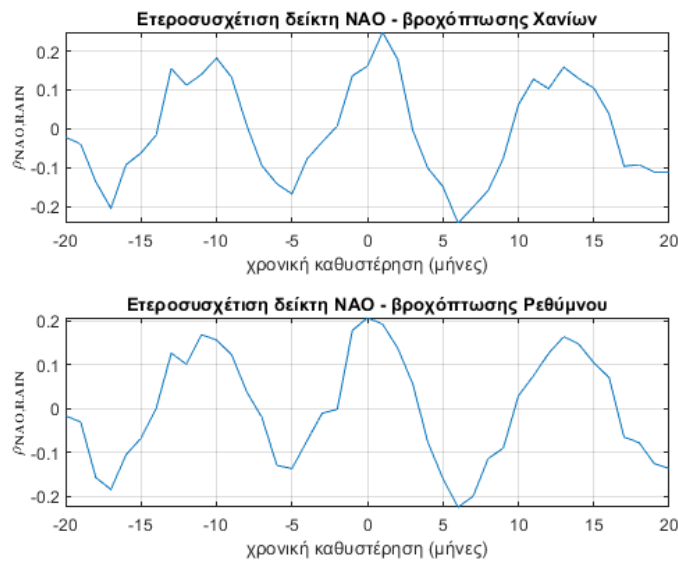
Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για τις περιοχές του Ηρακλείου και της Παλαιοχώρας παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.38. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης χωρίς αναδιατάξεις δεν περικλείονται στο διάστημα μεταξύ των αναδιατεταγμένων συναρτήσεων. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.

**Περιοχές Χανίων, Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα 2.39 παρουσιάζονται οι συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης μεταξύ δείκτη NAO και βροχόπτωσης σε Χανιά και Ρέθυμνο. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών ανάμεσα στα γειτονικά ακρότατα της συνάρτησης.

## 2.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων



Σχήμα 2.38: Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης σε Ηράκλειο και Παλαιοχώρα, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.

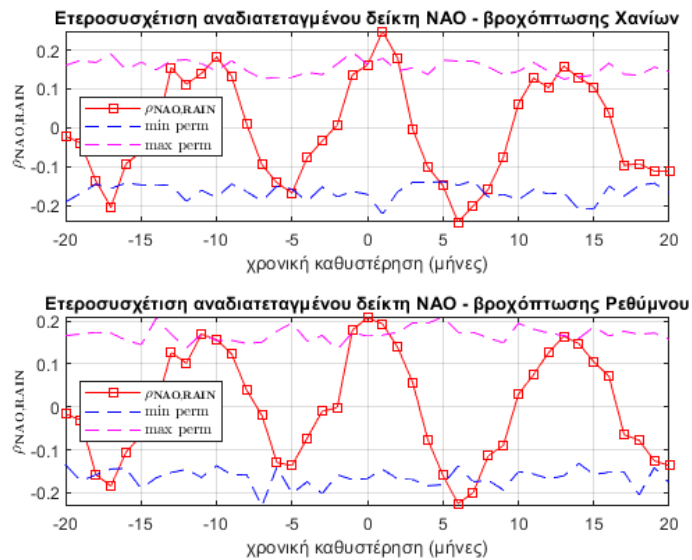


Σχήμα 2.39: Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης σε Χανιά και Ρέθυμνο.

Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για τις περιοχές Χανίων και Ρεθύμνου παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.40. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης χωρίς αναδιατάξεις δεν περικλείονται στο διάστημα μεταξύ των αναδιατεταγμένων συναρτήσεων. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας

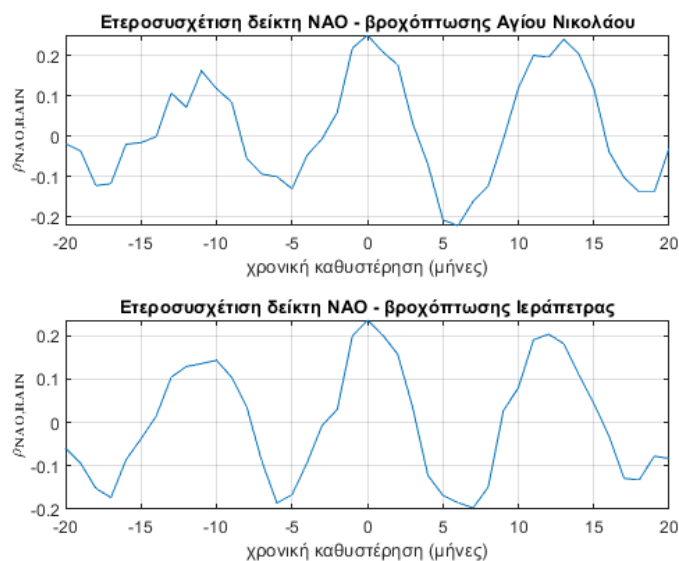
## 2.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων

μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.



Σχήμα 2.40: Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης σε Χανιά και Ρέθυμνο, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.

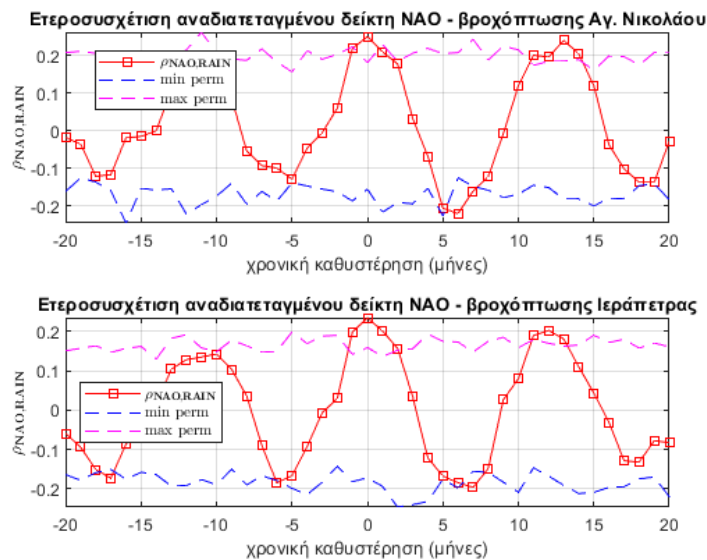
**Περιοχές Αγίου Νικολάου, Ιεράπετρας:** Στο Σχήμα 2.41 παρουσιάζονται οι συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης μεταξύ δείκτη NAO και βροχόπτωσης για τις περιοχές Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών ανάμεσα στα γειτονικά ακρότατα της συνάρτησης.



Σχήμα 2.41: Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης σε Άγιο Νικόλαο και Ιεράπετρα.

## 2.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων

Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή του Αγίου Νικολάου και της Ιεράπετρας παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.42. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης χωρίς αναδιατάξεις δεν περιλαμβάνονται στο διάστημα μεταξύ των αναδιατεταγμένων συναρτήσεων. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.



Σχήμα 2.42: Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης σε Άγιο Νικόλαο και Ιεράπετρα, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.

## 2.6 Επισκόπηση αποτελεσμάτων

Η διερευνητική στατιστική ανάλυση, καθώς και η ανάλυση ετεροσυσχετίσεων, οδήγησε σε διαφορετικά συμπεράσματα αναφορικά με τη βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς. Συγκεκριμένα, η βροχόπτωση Κρήτης (πραγματικά δεδομένα, δεδομένα επανανάλυσης) λαμβάνει υψηλή συχνότητα εμφάνισης για μικρές τιμές βροχόπτωσης, με τη συχνότητα εμφάνισης για μεγαλύτερες τιμές να είναι περισσότερη από δυο φορές μικρότερη από αυτή, παρουσιάζοντας έτσι μια «απότομη πτώση», η οποία διακρίνεται από το ιστόγραμμα των χρονοσειρών. Αντίθετα, για τη βροχόπτωση του Κιλκίς η συχνότητα εμφάνισης τιμών βροχόπτωσης είναι περισσότερο ομοιόμορφα κατανομημένη, εμφανίζοντας έτσι μια ομαλότερη μείωση στη συχνότητα εμφάνισης από τις μικρότερες προς τις μεγαλύτερες τιμές της βροχόπτωσης. Οι διαφορές αυτές οι οποίες προκύπτουν για τη συχνότητα εμφάνισης των τιμών βροχόπτωσης σε κάθε περιοχή, οδηγούν στη διαφοροποίηση των πιο ταιριαστών κατανομών πιθανότητας για κάθε χρονοσειρά.

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για τη βροχόπτωση Κρήτης υποδεικνύει την ύπαρξη περιοδικότητας με περίοδο 12 μήνες, γεγονός που επαληθεύεται και από το περιοδόγραμμα για καθεμία από τις χρονοσειρές της Κρήτης. Σε αντιπαράθεση, στην περίπτωση του Κιλκίς δεν διακρίνεται κάποια έντονη περιοδικότητα ούτε από τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, αλλά ούτε και από το περιοδόγραμμα για τις χρονοσειρές βροχόπτωσης.

Από την ανάλυση ετεροσυσχετίσεων, κατά την οποία υπολογίζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης για κάθε περιοχή, η στατιστική σημαντικότητα της οποίας προκύπτει από την εφαρμογή του ελέγχου αναδιατάξεων, παρατηρείται σημαντική συσχέτιση μεταξύ δείκτη NAO και βροχόπτωσης μόνο για την Κρήτη και όχι το Κιλκίς. Με βάση τα αποτελέσματα αυτά, υπάρχουν ενδείξεις για την ανίχνευση σχέσης αιτιότητας μεταξύ δείκτη NAO και βροχόπτωσης για την Κρήτη και όχι για το Κιλκίς, χωρίς όμως αυτές να αποτελούν εγγύηση για την ύπαρξη αιτιότητας.

## 2.7 Υλοποίηση ανάλυσης σε περιβάλλον Matlab

### 2.7.1 Εκτίμηση Κατανομής Πιθανότητας

Συντακτική μορφή συνάρτησης `fitmethis`

```
F= fitmethis(data,varargin)
```

Μεταβλητές εισόδου

## 2.7. Υλοποίηση ανάλυσης σε περιβάλλον Matlab

---

data : Δεδομένα εισόδου (χρονοσειρές) (2.7)

varargin : Προαιρετική παράμετρος (2.8)

Περιπτώσεις προαιρετικής παραμέτρου

‘dtype’ : Ακολουθία χαρακτήρων για την διευκρίνιση του τύπου των δεδομένων (συνεχή ή διακριτά)

‘ntrials’ : Πλήθος δοκιμών (αφορά τη διωνυμική κατανομή)

‘figure’ : Επιλογή εμφάνισης διαγράμματος κατανομής (‘on’ / ‘off’)

‘pdata’ : Επιλογή εμφάνισης ιστογράμματος δεδομένων (‘on’ / ‘off’)

‘pdist’ : Πλήθος εμφανιζόμενων κατανομών (ξεκινώντας από την πιο ταιριαστή)

‘alpha’ : Τιμή καθορισμού διαστήματος εμπιστοσύνης

‘criterion’ : Κριτήριο ταξινόμησης των ταιριαστών κατανομών (‘LL’ ή ‘AIC’)

‘output’ : Επιλογή εμφάνισης εξόδου στην κονσόλα

‘pref’ : Όνομα προτιμώμενης κατανομής

‘kernel’ : Επιλογή περίληψης μη-παραμετρικής

Πεδία δομής δεδομένων εξόδου

name : Όνομα κατανομής

par : Παράμετροι κατανομής

ci : Πίνακας διαστημάτων εμπιστοσύνης

LL : Αποτελέσματα εφαρμογής λογαριθμικής πιθανότητας

AIC : Αποτελέσματα εφαρμογής κριτηρίου Akaike



## Κεφάλαιο 3

# Μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας

Ο πρωταρχικός στόχος της εργασίας είναι η διερεύνηση ύπαρξης σχέσης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη ΝΑΟ και της βροχόπτωσης στην Ελλάδα. Κατά τη διερευνητική στατιστική ανάλυση η οποία παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, εξετάστηκε η ετεροσυσχέτιση μεταξύ των δεδομένων. Ωστόσο, η ύπαρξη ετεροσυσχέτισης δεν αποτελεί εγγύηση για την ύπαρξη αιτιότητας, παρά μόνο μπορεί να θεωρηθεί ως ένδειξη για περαιτέρω ανάλυση με πιο πολύπλοκες μεθόδους ανάλυσης αιτιότητας [10].

Μερικές από τις περισσότερο χρησιμοποιούμενες μεθόδους είναι η εντροπία μεταφοράς (transfer entropy) [11] η οποία χρησιμοποιεί την εντροπία Shannon ως μέτρηση μεταφοράς πληροφορίας μεταξύ μεταβλητών και η συγκλίνουσα διασταυρούμενη χαρτογράφηση (convergence cross mapping) [12] η οποία βρίσκει εφαρμογή στη νευροεπιστήμη. Στην εργασία αυτή, για την ανάλυση της αιτιότητας επιλέχθηκε η αιτιότητα κατά Granger και η μέθοδος Liang. Η αιτιότητα κατά Granger αποτελεί μία από τις πλέον διαδεδομένες μεθόδους ανάλυσης αιτιότητας παγκοσμίως και χρησιμοποιείται ευρέως για κλιματικά δεδομένα [13, 14, 15]. Ωστόσο, έχουν παρουσιαστεί προβλήματα σχετικά με αυτή, λόγω μεταβλητών οι οποίες ενδέχεται να μην έχουν παρατηρηθεί και επηρεάζουν το σύστημα [16] και λόγω της συχνότητας δειγματοληψίας των δεδομένων [17]. Ζητήματα όπως αυτά αποτελούν κίνητρο για τη δοκιμή εναλλακτικών μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας. Μία λιγότερο διαδεδομένη και σχετικά νέα μέθοδος είναι η αιτιότητα κατά Liang η οποία βασίζεται στη μέθοδο ροής πληροφορίας. Σε αυτό το κεφάλαιο θα περιγραφούν σε θεωρητικό υπόβαθρο οι μέθοδοι που εφαρμόζονται για την ανάλυση αιτιότητας των δεδομένων.

### 3.1 Αιτιότητα κατά Granger

#### 3.1.1 Η ιδέα της αιτιότητας κατά Granger

Η αιτιότητα κατά Granger αποτελεί μια στατιστική εκδοχή αιτιότητας βασισμένη στην πρόβλεψη. Αυτός είναι και ο λόγος που συχνά αναφέρεται ως πρόβλεψη κατά Granger [18]. Η βασική ιδέα είναι ότι η χρονοσειρά  $X$  αποτελεί αίτιο κατά Granger για τη χρονοσειρά  $Y$ , εάν η πρόβλεψη για το μέλλον της δεύτερης δεδομένου του παρελθόντος της καθώς και του παρελθόντος της πρώτης είναι καλύτερη από εκείνη στην οποία δεν λαμβάνεται υπόψιν το παρελθόν της πρώτης.

Έστω οι δυο χρονοσειρές  $X_t$  και  $Y_t$ ,  $t = 1, \dots, n$ , στις οποίες προσαρμόζεται ένα γραμμικό διανυσματικό αυτοπαλινδρούμενο (Vector Autoregressive, VAR) μοντέλο με δύο μεταβλητές

$$X_t = A_1 X_{t-1} + \dots + A_k X_{t-k} + B_1 Y_{t-1} + \dots + B_k Y_{t-k} + \epsilon_{xyt} \quad (3.1\alpha')$$

$$X_t = A'_1 X_{t-1} + \dots + A'_k X_{t-k} + \epsilon_{xt} \quad (3.1\beta')$$

$$Y_t = C_1 Y_{t-1} + \dots + C_k Y_{t-k} + D_1 X_{t-1} + \dots + D_k X_{t-k} + \epsilon_{yxt} \quad (3.1\gamma')$$

$$Y_t = C'_1 Y_{t-1} + \dots + C'_k Y_{t-k} + \epsilon_{yt} \quad (3.1\delta')$$

όπου  $A_i, B_j, C_i, D_j, A'_i, C'_i$  είναι οι συντελεστές του μοντέλου και  $\epsilon_x, \epsilon_{xy}, \epsilon_y, \epsilon_{yx}$  τα υπολοίπων της προσαρμογής του μοντέλου.

Η εξίσωση (3.1α') αποτελεί το προγνωστικό μοντέλο για τη μεταβλητή  $X$  σε σχέση με το κοινό παρελθόν της ίδιας και της μεταβλητής  $Y$  (πλήρες μοντέλο), ενώ η εξίσωση (3.1β') αποτελεί το προγνωστικό μοντέλο της  $X$  με βάση μόνο το δικό της παρελθόν (μειωμένο μοντέλο).

Η μεταβλητή  $Y$  μεταφέρει πληροφορία στη  $X$  εάν η διασπορά των υπολοίπων του πλήρους μοντέλου της δεύτερης είναι μικρότερη από αυτήν του μειωμένου μοντέλου. Το μέγεθος επίδρασης της μεταβλητής  $Y$  στη  $X$  δίνεται από το δείκτη αιτιότητας που ορίζεται ως

$$F_{Y \rightarrow X} \equiv \ln \left( \frac{\text{var}(\epsilon_{xt})}{\text{var}(\epsilon_{xyt})} \right). \quad (3.2)$$

Από την εξίσωση (3.2) διακρίνεται ότι εάν δεν υπάρχει επίδραση από την μεταβλητή  $Y$  προς τη  $X$ , τότε η διασπορά των υπολοίπων  $\epsilon_{xt}, \epsilon_{xyt}$  θα είναι ίδια και  $F_{Y \rightarrow X} \equiv 0$ . Αντίθετα, εάν η μεταβλητή  $Y$  επιδρά στη μεταβλητή  $X$ , τότε η διασπορά των υπολοίπων προσαρμογής  $\epsilon_{xyt}$  θα είναι μικρότερη από αυτή των υπολοίπων  $\epsilon_{xt}$  και  $F_{Y \rightarrow X} > 0$ .

### 3.1. Αιτιότητα κατά Granger

#### 3.1.2 Υποδείγματα VAR (Vector autoregression)

Ένα υπόδειγμα VAR είναι ένα αυτοπαλινδρούμενο σύστημα εξισώσεων ενδογενών μεταβλητών. Το υπόδειγμα περιγράφει την σύνδεση της κάθε μεταβλητής με το παρελθόν της ίδιας καθώς και των υπολοίπων μεταβλητών. Η τάξη του μοντέλου αφορά τον αριθμό των χρονικών υστερήσεων οι οποίες περιλαμβάνονται.

Τα υποδείγματα VAR μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην διαδικασία της πρόβλεψης δεδομένων χρονοσειρών. Για αυτό το λόγο βρίσκουν μεγάλη εφαρμογή σε μακροοικονομικές, χρηματοοικονομικές και περιβαλλοντικές χρονοσειρές.

Η γενική μορφή ενός υποδείγματος VAR τάξης  $k$  δυο μεταβλητών είναι

$$X_t = A_1 X_{t-1} + \dots A_k X_{t-k} + B_1 Y_{t-1} + \dots B_k Y_{t-k} + \epsilon_t, \quad (3.3)$$

$$Y_t = C_1 Y_{t-1} + \dots C_k Y_{t-k} + D_1 X_{t-1} + \dots D_k X_{t-k} + \epsilon'_t, \quad (3.4)$$

όπου  $\epsilon_t, \epsilon'_t$  είναι λευκός θόρυβος, τέτοιος ώστε  $\mathbb{E}[\epsilon_t] = \mathbb{E}[\epsilon'_t] = 0$ . Για τη συνάρτηση συνδιασποράς  $\Sigma_\epsilon$  των  $\epsilon_t$  και  $\epsilon'_t$  ισχύει  $\Sigma_\epsilon(t, t') = \mathbb{E}[\epsilon_t \epsilon'_{t'}] = 0$  για  $t' \neq t$ .

Το πρώτο υπόδειγμα αφορά τη μεταβλητή  $X$  και είναι συνάρτηση των τιμών του παρελθόντος της ίδιας καθώς και της μεταβλητής  $Y$ . Αντίστοιχα το δεύτερο υπόδειγμα αφορά τη μεταβλητή  $Y$  και είναι συνάρτηση του παρελθόντος της ίδιας καθώς και της μεταβλητής  $X$ .

Για την παρούσα εργασία θεωρούμε ότι τα αυτοπαλινδρούμενα υποδείγματα περιγράφουν στάσιμες χρονοσειρές. Μία στάσιμη χρονοσειρά χαρακτηρίζεται από σταθερή μέση τιμή και από συνδιασπορά που είναι αμετάβλητη ως προς τη χρονική ολίσθηση.

#### 3.1.3 Έλεγχος αιτιότητας κατά Granger

Αφού υπολογιστεί ο δείκτης αιτιότητας Granger (3.2), είναι σημαντικό να διερευνηθεί η στατιστική του σημαντικότητα. Για την περίπτωση ενός VAR υποδείγματος όπως αυτό που ορίζεται από την εξίσωση (3.1γ'), η χρονοσειρά  $X_t$  επιδρά στην  $Y_t$  εάν κάποιος από τους συντελεστές  $D_1, \dots, D_k$  είναι στατιστικά σημαντικός, δηλαδή εάν διαφέρει στατιστικά σημαντικά από το μηδέν. Ο στατιστικός έλεγχος σημαντικότητας για τις παραμέτρους μπορεί να υλοποιηθεί με το στατιστικό κριτήριο της κατανομής Fisher.

Στο παραπάνω παράδειγμα, για να ελέγξουμε την επίδραση της μεταβλητής  $X$  στην  $Y$ , ελέγχουμε την από κοινού μηδενική υπόθεση  $H_0 : D_1 = D_2 = \dots = D_k = 0$  ως προς την εναλλακτική υπόθεση  $H_1 : D_1 \neq 0$  ή  $D_2 \neq 0$  ή  $\dots$  ή  $D_k \neq 0$ . Η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης συνεπάγεται την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger.

### 3.1. Αιτιότητα κατά Granger

---

Η στατιστική σημαντικότητα του ελέγχου ποσοτικοποιείται με την έννοια της στάθμης πιθανότητας. Συγκεκριμένα, η στάθμη πιθανότητας αντιστοιχεί στην πιθανότητα πραγματοποίησης του δείγματος αν ισχύει η μηδενική υπόθεση. Πρακτικά η τιμή της αντιστοιχεί στην ακραία τιμή της ουράς της κατανομής Fisher. Όσο μικρότερη είναι η τιμή αυτή τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα εμφάνισης του αποτελέσματος αν η μηδενική υπόθεση είναι αληθής. Ενδεχόμενα αποτελέσματα με τιμή πιθανότητας μικρότερη από την στάθμη πιθανότητας εκλαμβάνονται ως ισχυρή ένδειξη ενάντια στην αρχική υπόθεση.

#### 3.1.4 Εργαλεία ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger

Στις προηγούμενες ενότητες περιγράφηκε η βασική ιδέα της αιτιότητας κατά Granger, καθώς και η μέθοδος για τον στατιστικό έλεγχο των αποτελεσμάτων της. Σε αυτή την ενότητα περιγράφονται τα προγραμματιστικά εργαλεία με τα οποία υλοποιείται η αιτιότητα κατά Granger για τα δεδομένα της εργασίας. Η υλοποίηση έλαβε χώρα στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν δυο μεθοδολογίες, με την πρώτη να αφορά τη συνάρτηση `gctest` και τη δεύτερη να αφορά την εργαλειοθήκη `MVGC toolbox` [49].

Η συνάρτηση `gctest` περιέχεται στην εργαλειοθήκη `Econometrics toolbox` και χρησιμοποιείται ως στατιστικός έλεγχος για την ανάλυση κατά Granger.

Συντακτική μορφή συνάρτησης

```
[h,pValue,stat,cValue] = gctest(Y1,Y2,Y3,varargin)
```

Μεταβλητές εισόδου

Y1 : Μονοδιάστατη ή πολυδιάστατη χρονοσειρά που θεωρείται ως αίτιο

Y2 : Μονοδιάστατη ή πολυδιάστατη χρονοσειρά που θεωρείται ως αποτέλεσμα

Y3 : Μονοδιάστατη ή πολυδιάστατη χρονοσειρά ως μεταβλητή προσαρμογής

varargin : Προαιρετική παράμετρος

Περιπτώσεις προαιρετικής παραμέτρου

‘NumLags’ : Τάξη του υποκείμενου υποδείγματος VAR

‘Integration’ : Μέγιστη τάξη ενσωμάτωσης των χρονοσειρών

‘Constant’ : Λογική μεταβλητή (0 ή 1) ενσωμάτωσης σταθεράς

‘Trend’ : Λογική μεταβλητή (0 ή 1) ενσωμάτωσης τάσης

‘X’ : Προβλεπτικά δεδομένα σχετικά με το υπόδειγμα VAR

‘Alpha’ : Τιμή στάθμης πιθανότητας

‘Test’ : Επιλογή στατιστικού ελέγχου (‘chi-square’ ή ‘f’)

### 3.1. Αιτιότητα κατά Granger

---

#### Μεταβλητές εξόδου

`h` : Λογική τιμή απόφασης στατιστικού ελέγχου  
`pValue` : Τιμή πιθανότητας στατιστικού ελέγχου  
`stat` : Στατιστικός έλεγχος  
`cValue` : Κρίσιμη τιμή ελέγχου

Η εργαλειοθήκη **MVGC toolbox** αποτελεί μια σχετικά πρόσφατη προσέγγιση για την ανάλυση αιτιότητας χρονοσειρών. Ένας τομέας στον οποίο βρίσκει κατά κύριο λόγο εφαρμογή είναι της νευροεπιστήμης. Η εργαλειοθήκη παρέχει συναρτήσεις μέσω των οποίων πραγματοποιείται η κατασκευή του βέλτιστου συσχετιζόμενου με την ανάλυση αιτιότητας υποδείγματος VAR (Vector Autoregressive model) και έπειτα ο στατιστικός έλεγχος της αιτιότητας κατά Granger.

Συντακτική μορφή συνάρτησης υπολογισμού της βέλτιστης τάξης υποδείγματος VAR

```
[aic,bic,moaic,mobic] = tsdata_to_infocrit(X,morder,regmode,verb)
```

#### Μεταβλητές εισόδου

`X` : Πολυδιάστατη χρονοσειρά  
`morder` : Μέγιστη τάξη υποδείγματος  
`regmode` : Είδος αναδρομής για τον υπολογισμό του υποδείγματος ('LWR' ή 'OLS')

#### Μεταβλητές εξόδου

`aic` : Διάνυσμα τιμών οι οποίες προκύπτουν από εφαρμογή του κριτηρίου Akaike  
`bic` : Διάνυσμα τιμών οι οποίες προκύπτουν από εφαρμογή του κριτηρίου Bayesian  
`moaic` : Βέλτιστη τάξη μοντέλου υποδείγματος σύμφωνα με το κριτήριο Akaike  
`mobic` : Βέλτιστη τάξη μοντέλου υποδείγματος σύμφωνα με το κριτήριο Bayesian

Συντακτική μορφή συνάρτησης κατασκευής υποδείγματος VAR

```
[A,SIG,E] = tsdata_to_var(X,p,regmode)
```

#### Μεταβλητές εισόδου

`X` : Πολυδιάστατη χρονοσειρά  
`p` : Τάξη υποδείγματος  
`regmode` : Είδος αναδρομής για τον υπολογισμό του υποδείγματος ('LWR' ή 'OLS')

#### Μεταβλητές εξόδου

### 3.2. Ρυθμός ροής πληροφορίας

---

A : Πίνακας συντελεστών

SIG : Πίνακας συνδιασποράς υπολοίπων

E : Χρονοσειρά υπολοίπων

Συντακτική μορφή συνάρτησης στατιστικού ελέγχου αιτιότητας κατά Granger

$[F, pval] = \text{var\_to\_mvgc}(A, SIG, x, y, X, \text{regmode}, tstat)$

Μεταβλητές εισόδου

A : Πίνακας συντελεστών συσχετιζόμενου υποδείγματος VAR

SIG : Πίνακας συνδιασποράς υπολοίπων

x : Διάνυσμα με τις χρονοσειρές που θεωρούνται ως αποτέλεσμα

y : Διάνυσμα με τις χρονοσειρές που θεωρούνται ως αίτιο

X : Πολυδιάστατη χρονοσειρά

regmode : Είδος αναδρομής για τον υπολογισμό του συσχετιζόμενου υποδείγματος

tstat : Επιλογή στατιστικού ελέγχου

Μεταβλητές εξόδου

F : Τιμή δείκτη αιτιότητας Granger

pval : Τιμή πιθανότητας στατιστικού ελέγχου

Στην παρούσα εργασία θεωρήθηκε ως τιμή στάθμης πιθανότητας 5%. Αυτό σημαίνει πως τιμές πιθανότητας που προκύπτουν από τον στατιστικό έλεγχο μικρότερης τιμής από 0.05 θεωρείται ότι απορρίπτουν την αρχική υπόθεση ότι δεν υπάρχει αιτιότητα.

## 3.2 Ρυθμός ροής πληροφορίας

Η ροή πληροφορίας ή μεταφορά πληροφορίας όπως συχνά εμφανίζεται στη βιβλιογραφία, αναφέρεται στη μεταφορά πληροφορίας ανάμεσα σε δυο οντότητες ενός δυναμικού συστήματος, με τη μια να λειτουργεί ως πηγή (πομπός) και την άλλη ως δέκτης. Εκτός από τον κυριολεκτικό της ορισμό, η σημασία της έχει ταυτιστεί με την ύπαρξη αιτιότητας [11], εκτίμηση αβεβαιότητας [20] και πρόβλεψη μεταφοράς πληροφορίας. Αποτέλεσμα της σύνδεσής της με την έννοια της αιτιότητας είναι το μεγάλο εύρος χρήσης της σε τομείς όπως η νευροεπιστήμη [21], η οικονομία [22] και η επιστήμη ατμόσφαιρας-ωκεανού [23].

### 3.2. Ρυθμός ροής πληροφορίας

Η ταύτιση της ροής πληροφορίας με την αιτιότητα προκύπτει λόγω της φυσικής της υπόστασης. Ωστόσο, προκειμένου να χρησιμοποιηθεί ως μέθοδος ανάλυσης αιτιότητας θα πρέπει να διατυπωθεί το αξίωμα της μηδενικής αιτιότητας: ένα γεγονός δεν αποτελεί αίτιο για ένα άλλο, εάν η εξέλιξη του δεύτερου δεν βασίζεται στο πρώτο.

Σε μια πρώτη έρευνα [24] οι Liang - Kleeman υπολόγισαν σε κλειστή μορφή τη ροή πληροφορίας μεταξύ των μεταβλητών ενός δυναμικού συστήματος δυο διαστάσεων, για το οποίο είναι γνωστά εκ των προτέρων όλα τα χαρακτηριστικά. Ωστόσο, το αποτέλεσμα της έρευνας αυτής αφορά δυναμικά συστήματα δυο διαστάσεων και δεν λειτουργεί για μεγαλύτερες διαστάσεις όπως διαπιστώθηκε από τους ίδιους. Σε μεταγενέστερες έρευνες [25, 26] ο X. San Liang κατάφερε να ξεπεράσει τον περιορισμό των δυο διαστάσεων και εκτίμησε τη ροή πληροφορίας μεταξύ δυο στοιχείων ενός δυναμικού συστήματος (ντετερμινιστικού ή στοχαστικού) για μεγαλύτερες διαστάσεις.

Θεωρούμε την περίπτωση ενός στοχαστικού συστήματος συνεχούς χρόνου

$$\frac{dx}{dt} = F(x; t) + B(x; t) \dot{W} \quad (3.5)$$

όπου  $F, x$  διανύσματα διάστασης  $n \times 1$ ,  $B$  πίνακας διαστάσεων  $n \times m$  και  $\dot{W}$  διάνυσμα λευκού θορύβου διάστασης  $m \times 1$ . Η αρχική θεώρηση είναι ότι το διάνυσμα  $F$  είναι διαφορίσιμο ως προς τις μεταβλητές  $x, t$ .

Η μεταφορά πληροφορίας από τη μεταβλητή  $X_2$  προς τη μεταβλητή  $X_1$  συμβολίζεται ως  $T_{2 \rightarrow 1}$  και υπολογίζεται

$$\begin{aligned} T_{2 \rightarrow 1} &= -\mathbb{E} \left[ \frac{1}{\rho_1} \int_{\mathbb{R}^{n-2}} \frac{\partial F_1 \rho_2}{\partial x_1} dx_3 \dots dx_n \right] + \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[ \frac{1}{\rho_1} \int_{\mathbb{R}^{n-2}} \frac{\partial^2 g_{11} \rho_2}{\partial x_1^2} dx_3 \dots dx_n \right] \\ &= - \int_{\mathbb{R}^n} \rho_{2|1}(x_2 | x_1) \frac{\partial F_1 \rho_2}{\partial x_1} dx + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} \rho_{2|1}(x_2 | x_1) \frac{\partial^2 g_{11} \rho_2}{\partial x_1^2} dx \\ &= \frac{C_{11} C_{12} C_{2,d1} - C_{12}^2 C_{1,d1}}{C_{11}^2 C_{22} - C_{11} C_{12}^2} \end{aligned}$$

όπου  $BB^T \equiv G = (g_{ij})$ ,  $\rho_2$  η συνάρτηση οριακής πυκνότητας πιθανότητας του  $x_2$ ,  $\rho_{2|1}$  η συνάρτηση οριακής πυκνότητας πιθανότητας του  $x_2$  υπό συνθήκη του  $x_1$ ,  $C_{ij}$  η συνδιασπορά μεταξύ  $X_i, X_j$ , και  $C_{i,dj}$  η συνδιασπορά μεταξύ  $X_i, \dot{X}_j = \left\{ \frac{X_{j,n+1} - X_{j,n}}{\Delta t} \right\}$ , με το  $\Delta t$  να συμβολίζει το χρονικό βήμα.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η μηδενική αιτιότητα μπορεί να εκφραστεί ως  $T_{2 \rightarrow 1} = 0$  όταν το  $x_1$  δεν βασίζεται στο  $x_2$ . Μη μηδενική τιμή  $T_{2 \rightarrow 1}$  σημαίνει ότι υπάρχει μεταφορά πληροφορίας από το  $x_2$  προς  $x_1$ , το μέτρο της οποίας εκφράζει το μέγεθος της αιτιότητας.



### 3.2. Ρυθμός ροής πληροφορίας

---

Η υλοποίηση της μεθόδου πραγματοποιείται με τις συναρτήσεις `causality_est.m` (συγγραφέας, San Liang) και `multi_inflow.m` στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab. Ο κώδικας των συναρτήσεων περιέχεται στο [Παράρτημα Β΄](#). Ακολουθεί η παραμετροποίηση των συναρτήσεων.

Συντακτική μορφή συνάρτησης `causality_est.m`

```
[T21, err90, err95, err99] = causality_est(X1,X2,np,dt)
```

Μεταβλητές εισόδου

X1 : Χρονοσειρά εισόδου (δέκτης) σε μορφή διανύσματος στήλης  
X2 : Χρονοσειρά εισόδου (πομπός) σε μορφή διανύσματος στήλης  
np : Χρονική υστέρηση (ακέραια τιμή) για τη διαφορίση Euler  
dt : Βήμα δειγματοληψίας

Μεταβλητές εξόδου

T21 : Μεταφορά πληροφορίας από τη χρονοσειρά X2 προς την X1  
err90 : Πρότυπο σφάλμα για στάθμη σημαντικότητας 90%  
err95 : Πρότυπο σφάλμα για στάθμη σημαντικότητας 95%  
err99 : Πρότυπο σφάλμα για στάθμη σημαντικότητας 99%

Συντακτική μορφή συνάρτησης `multi_inflow.m`

```
[Tij, ntij] = multi_inflow(X, options)
```

Μεταβλητές εισόδου

X : Πίνακας τιμών χρονοσειρών  
options : Δομή δεδομένων προαιρετικών παραμέτρων  
opt.ord : Τάξη διαφορίσης (τυπικά = 1)  
opt.dt : Χρονικό βήμα

Μεταβλητές εξόδου

Tij : Πίνακας με τις τιμές ροής πληροφορίας  
ntij : Πίνακας με τις τιμές κανονικοποιημένης ροής πληροφορίας



## Κεφάλαιο 4

# Εφαρμογή μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή των προαναφερθέντων μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας σε δυο κατηγορίες δεδομένων: συνθετικά, βροχομετρικά. Ειδικότερα, εξετάστηκαν οι περιπτώσεις κατά τις οποίες συνθετικά δεδομένα παράγονται από γραμμικά συστήματα αυτοπαλινδρούμενων και διαφορικών εξισώσεων. Για κάθε σύστημα είναι εκ των προτέρων γνωστή η μεταφορά πληροφορίας μεταξύ των μεταβλητών (χρονοσειρών), επιτρέποντας έτσι την παρατήρηση της αποτελεσματικότητας και αξιοπιστίας για την κάθε μέθοδο, καθώς και των προγραμματιστικών εργαλείων μέσω των οποίων υλοποιούνται, αλλά και τις ενδεχόμενες αποκλίσεις οι οποίες προκύπτουν. Στη συνέχεια, εμφανίζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των μεθόδων στα βροχομετρικά δεδομένα, με σκοπό τη διερεύνηση για την ύπαρξη αιτιότητας μεταξύ του δείκτη ΝΑΟ και των δεδομένων βροχόπτωσης.

### 4.1 Συνθετικά δεδομένα

Στη συνέχεια της ενότητας παρουσιάζεται η εφαρμογή των μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας σε συνθετικά δεδομένα τα οποία παράγονται από τρία γραμμικά συστήματα αυτοπαλινδρούμενων και διαφορικών εξισώσεων. Ειδικότερα, το πρώτο σύστημα παράγει έξι συνθετικές χρονοσειρές μέσω αυτοπαλινδρούμενων εξισώσεων και εξετάστηκε σε αυτό η αποτελεσματικότητα αλλά και η αξιοπιστία της μεθόδου ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger. Ακόμη, πραγματοποιήθηκε ανάλυση αιτιότητας μέσω της μεθόδου ροής πληροφορίας σε συνθετικά δεδομένα τα οποία παράγονται για τις περιπτώσεις γραμμικών συστημάτων αυτοπαλινδρούμενων και διαφορικών εξισώσεων δυο μεταβλητών. Η κάθε περίπτωση α-

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

νάλυσης συνθετικών δεδομένων, βασίζεται σε αντίστοιχες εργασίες του X. San Liang [27, 28], τα αποτελέσματα των οποίων αποτελούν το μέτρο σύγκρισης, με βάση το οποίο αξιολογείται η αποτελεσματικότητα της ανάλυσης σε κάθε περίπτωση.

##### 4.1.1 Αυτοπαλινδρούμενο σύστημα έξι μεταβλητών

Εξετάσθηκε η εφαρμογή της μεθόδου ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger σε συνθετικά δεδομένα τα οποία παράγονται από ένα γραμμικό σύστημα αυτοπαλινδρούμενων εξισώσεων πρώτης τάξης το οποίο ακολουθεί την μορφή της εργασίας του X. San Liang [27], δημιουργώντας έξι συνθετικές χρονοσειρές, μεταξύ των οποίων υπάρχει μεταφορά πληροφορίας. Γνωρίζοντας τα ζεύγη των χρονοσειρών στα οποία υπάρχει μεταφορά πληροφορίας από τη μια χρονοσειρά προς την άλλη, μπορούμε να εξετάσουμε την συμπεριφορά του συστήματος εφαρμόζοντας τη μέθοδο ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger και κατ' επέκτασιν να παρατηρήσουμε τις ενδεχόμενες αποκλίσεις μεταξύ των μεθόδων οι οποίες προκύψουν. Ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή της μορφής του συστήματος.

Η παραγωγή των χρονοσειρών πραγματοποιείται από μία  $d$ -διάστατη αυτοπαλινδρούμενη διαδικασία πρώτης τάξης.

$$X(n+1) = a + AX(n) + Be(n+1) \quad (4.1\alpha')$$

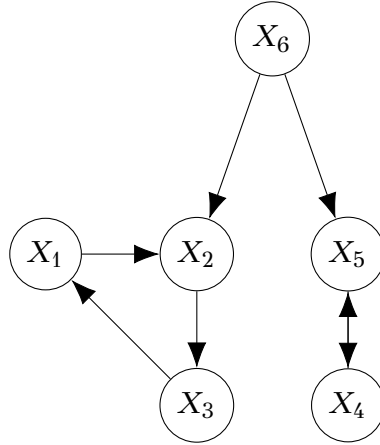
όπου  $X = (X_1, \dots, X_d)^\top$ ,  $A = [a_{ij}]_{d \times d}$ ,  $e = (e_1, \dots, e_d)^\top$ , και ο πίνακας  $B$  είναι ένας διαγώνιος πίνακας με διαγώνιες τιμές  $b_{ii}$ ,  $i = 1, \dots, d$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -0.6 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \end{pmatrix}, \quad (4.1\beta')$$

$$a = (0.1, 0.7, 0.5, 0.2, 0.8, 0.3)^\top. \quad (4.1\gamma')$$

Στο Σχήμα 4.1 εμφανίζεται ο γράφος με τα αποτελέσματα της έρευνας. Συγκεκριμένα διακρίνονται οι συνδέσεις μεταξύ των μεταβλητών στις οποίες παρατηρείται ροή πληροφορίας.

Η θεώρηση για την εργασία του X. San Liang είναι ότι η διαδικασία ανανέωσης είναι λευκός θόρυβος  $e_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . Στην παρούσα εργασία εξετάσθηκε η συμπεριφορά του συστήματος και για τις περιπτώσεις όπου η διαδικασία ανανέωσης



**Σχήμα 4.1:** Γράφος με τις συνδέσεις μεταβλητών στις οποίες παρατηρείται ροή πληροφορίας.

ακολουθεί την κατανομή Weibull και την εκθετική κατανομή  $e_i \sim \mathcal{EXP}(1)$ . Η κατανομή Weibull επιλέχθηκε καθώς συχνά αποτελεί ταιριαστή κατανομή πιθανότητας για δεδομένα βροχόπτωσης, κάτι το οποίο φαίνεται από τη διερευνητική στατιστική ανάλυση του Κεφαλαίου 2. Στον Πίνακα 4.1 εμφανίζονται όλες οι περιπτώσεις διαδικασιών ανανέωσης οι οποίες εξετάστηκαν. Οι Πίνακες 4.2, 4.3 περιέχουν τα βέλτιστα μοντέλα κατανομής πιθανότητας για τις χρονοσειρές εξόδου του συστήματος σε κάθε περίπτωση διαδικασίας ανανέωσης.

Διαδικασία ανανέωσης
$\mathcal{N}(0, 1)$
$\mathcal{W}(1, 1)$
$\mathcal{W}(1, 0.5)$
$\mathcal{W}(0.22, 0.5)$
$\mathcal{W}(1, 1.5)$
$\mathcal{W}(1.63, 1.5)$
$\mathcal{W}(1, 3)$
$\mathcal{W}(3.08, 3)$
$\mathcal{EXP}(1)$

**Πίνακας 4.1:** Κατανομές πιθανότητας των διαδικασιών ανανέωσης για το γραμμικό αυτοπαλίνδρομο σύστημα.  $\mathcal{N}$ : Κανονική κατανομή.  $\mathcal{W}$ : Κατανομή Weibull.  $\mathcal{EXP}$ : Εκθετική κατανομή.

Η κατανομή Weibull  $\mathcal{W}(\lambda, k)$  καθορίζεται από τις παραμέτρους κλίμακας  $\lambda$  και σχήματος  $k$ . Στον Πίνακα 4.4 παρουσιάζονται οι συνδυασμοί των παραμέτρων οι οποίοι εξετάστηκαν. Η βασική ιδέα για την επιλογή των συνδυασμών είναι η παρατήρηση των αποτελεσμάτων σε περιπτώσεις διαφορετικής τιμής διασποράς. Συγκεκριμένα έχει πραγματοποιηθεί κανονικοποίηση για την παράμετρο κλίμακας  $\lambda$  στις περιπτώσεις συνδυασμών με τιμή διασποράς διαφορετικής της μονάδας. Η διασπορά της υπολογίζεται από

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

Διαδικασία ανανέωσης	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$N(0, 1)$	$N(-0.606, 1.356)$	$N(1.088, 1.523)$	$N(1.222, 1.462)$
$\mathcal{W}(1, 1)$	$N(-0.856, 1.321)$	$N(2.098, 1.6)$	$N(3.463, 1.53)$
$\mathcal{W}(1, 0.5)$	$N(-1.351, 5.588)$	$N(4.653, 6.619)$	$N(5.723, 6.046)$
$\mathcal{W}(0.22, 0.5)$	$N(-0.904, 1.11)$	$N(1.967, 1.233)$	$N(2.318, 1.315)$
$\mathcal{W}(1, 1.5)$	$N(-1.016, 0.797)$	$\mathcal{NAK}(2.331, 8.46)$	$\mathcal{NAK}(3.664, 11.91)$
$\mathcal{W}(1.63, 1.5)$	$N(-1.244, 1.287)$	$N(3.801, 1.552)$	$N(4.651, 1.473)$
$\mathcal{W}(1, 3)$	$N(-0.992, 0.447)$	$N(2.729, 0.505)$	$\mathcal{TLSC}(3.303, 0.442, 8.886)$
$\mathcal{W}(3.08, 3)$	$N(-1.546, 1.408)$	$N(5.853, 1.546)$	$N(7.31, 1.576)$
$\mathcal{EXP}(1)$	$N(-0.895, 1.414)$	$N(2.831, 1.485)$	$N(3.44, 1.436)$

**Πίνακας 4.2:** Βέλτιστα μοντέλα κατανομής πιθανότητας για τις χρονοσειρές 1 έως 3 οι οποίες παράγονται από το γραμμικό σύστημα (4.1) για **διαφορετικά πιθανοτικά μοντέλα ανανέωσης**. Χρησιμοποιούνται οι εξής συντομογραφίες κατανομών: N: Κανονική, W: Weibull, NAK: Nakagami, LSTIC: Logistic, LLSTIC: Loglogistic, TLSC: Student's, EXP: Εκθετική.

Διαδικασία ανανέωσης	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$N(0, 1)$	$N(2.538, 1.63)$	$N(1.492, 1.327)$	$N(-0.188, 1.136)$
$\mathcal{W}(1, 1)$	$\mathcal{LSTIC}(9.826, 1.023)$	$\mathcal{LLSTIC}(1.425, 0.181)$	$N(0.908, 1.268)$
$\mathcal{W}(1, 0.5)$	$\mathcal{LLSTIC}(2.642, 0.207)$	$N(6.546, 5)$	$N(1.412, 4.744)$
$\mathcal{W}(0.22, 0.5)$	$N(5.777, 1.632)$	$N(2.766, 1.344)$	$N(0.475, 0.942)$
$\mathcal{W}(1, 1.5)$	$\mathcal{TLSC}(9.195, 0.986, 4.604)$	$N(4.088, 0.83)$	$N(0.816, 0.698)$
$\mathcal{W}(1.63, 1.5)$	$\mathcal{TLSC}(13.33, 1.381, 4.995)$	$N(5.696, 1.373)$	$N(1.185, 1.141)$
$\mathcal{W}(1, 3)$	$\mathcal{TLSC}(9.121, 0.433, 3.496)$	$\mathcal{TLSC}(4.067, 0.428, 11.8)$	$N(0.803, 0.386)$
$\mathcal{W}(3.08, 3)$	$N(22.02, 2.32)$	$\mathcal{TLSC}(9.364, 1.18, 8.288)$	$N(2.028, 1.093)$
$\mathcal{EXP}(1)$	$\mathcal{TLSC}(9.32, 1.169, 4.039)$	$\mathcal{LLSTIC}(1.403, 0.157)$	$N(0.849, 1.112)$

**Πίνακας 4.3:** Βέλτιστα μοντέλα κατανομής πιθανότητας για τις χρονοσειρές 4 έως 6 οι οποίες παράγονται από το γραμμικό σύστημα (4.1) για **διαφορετικά πιθανοτικά μοντέλα ανανέωσης**. Χρησιμοποιούνται οι εξής συντομογραφίες κατανομών: N: Κανονική, W: Weibull, NAK: Nakagami, LSTIC: Logistic, LLSTIC: Loglogistic, TLSC: Student's, EXP: Εκθετική.

$$\sigma^2 = \lambda^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right]$$

Εκτός από την παρατήρηση της συμπεριφοράς του συστήματος σε σχέση με τη διασπορά της κατανομής, εξετάστηκε ακόμη εάν προκύπτει κάποια σύνδεση με τη συμμετρικότητα της κατανομής. Συγκεκριμένα, για κάθε συνδυασμό παραμέτρων που εξετάστηκε, υπολογίστηκε ο δείκτης ασυμμετρίας ως η ποσότητα

$$\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) \lambda^3 - 3\mu\sigma^2 - \mu^3}{\sigma^2}$$

όπου θετικές τιμές του δείκτη υποδεικνύουν ότι η μάζα της κατανομής βρίσκεται

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

στην αριστερή μεριά και η ουρά της κατανομής στη δεξιά. Αντίθετα, αρνητικές τιμές υποδεικνύουν ότι η μάζα της κατανομής βρίσκεται στη δεξιά μεριά και η ουρά της κατανομής στην αριστερή. Μηδενική τιμή του δείκτη συνεπάγεται την συμμετρικότητα της κατανομής.

Παράμετρος κλίμακας $\lambda$	Παράμετρος σχήματος $k$	Διασπορά $\sigma^2$	Δείκτης ασυμμετρίας
1	1	1	2
1	0.5	20	132.37
0.22	0.5	1	-5.95
1	1.5	0.38	0.40
1.63	1.5	1	5.24
1	3	0.11	0.018
3.08	3	1	25.86

Πίνακας 4.4: Συνδυασμοί παραμέτρων κατανομής Weibull.

Η αιτιότητα κατά Granger υλοποιείται με δυο προγραμματιστικά εργαλεία, την συνάρτηση `gctest` και την εργαλειοθήκη `MVGC toolbox`. Στους ακόλουθους πίνακες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του στατιστικού ελέγχου της αιτιότητας κατά Granger για κάθε μεθοδολογία. Για τον στατιστικό έλεγχο, επιλέχθηκε στάθμη πιθανότητας 5%, με τη μηδενική υπόθεση να είναι ότι δεν υπάρχει σχέση αιτιότητας. Τιμές πιθανότητας μικρότερες από 0.05 απορρίπτουν την μηδενική υπόθεση και αποτελούν ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας. Ο κώδικας υπολογισμού της αιτιότητας και παραγωγής των συνθετικών δεδομένων περιέχεται στο [Παράρτημα Β'](#).

Στους πίνακες 4.5-4.6 εμφανίζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger του συστήματος, έχοντας λευκό θόρυβο  $N(0, 1)$  ως διαδικασία ανανέωσης. Συγκεκριμένα, οι πίνακες περιέχουν το ποσοστό ανίχνευσης σχέσης αιτιότητας για κάθε ζεύγος μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις. Οι αναμενόμενες σχέσεις αιτιότητας ανιχνεύονται σε ποσοστό 100% και για τις δυο μεθοδολογίες, ενώ παρατηρείται η ανίχνευση μη αναμενόμενων σχέσεων αιτιότητας για μικρές ποσοστιαίες τιμές. Συγκρίνοντας τους δυο πίνακες, η εργαλειοθήκη MVGC, ανιχνεύει μη αναμενόμενες σχέσεις αιτιότητας σε μικρότερο ποσοστό συγκριτικά με τη συνάρτηση `gctest`. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα αυτά, τα εργαλεία ανιχνεύουν κατά απόλυτο ποσοστό τις αναμενόμενες σχέσεις αιτιότητας, ενώ το ποσοστό ανίχνευσης για τις μη αναμενόμενες σχέσεις είναι αρκετά μικρό, καθιστώντας τα προγραμματιστικά εργαλεία ως αξιόπιστα και κατάλληλα προς χρήση στη συνέχεια της εργασίας. Εκτός από την περίπτωση όπου η διαδικασία

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

ανανέωσης είναι λευκός θόρυβος, αντίστοιχη ανάλυση πραγματοποιήθηκε και για τις περιπτώσεις διαδικασιών ανανέωσης οι οποίες περιέχονται στον Πίνακα 4.1, τα αποτελέσματα για τις οποίες παρουσιάζονται στο Παράρτημα Γ'.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	<i>NaN</i>	100%	4.5%	5.2%	5.2%	6.3%
$X_2$	4.6%	<i>NaN</i>	100%	4%	5.5%	5.9%
$X_3$	100%	5.8%	<i>NaN</i>	4.3%	5%	3.4%
$X_4$	4.1%	5.4%	4.7%	<i>NaN</i>	100%	4.7%
$X_5$	5.1%	5.4%	5.8%	100%	<i>NaN</i>	3.8%
$X_6$	4.9%	100%	6.1%	6.1%	100%	<i>NaN</i>

Πίνακας 4.5: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης λευκού θορύβου  $\mathcal{N}(0, 1)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	<i>NaN</i>	100%	0.9%	1%	0.7%	1.3%
$X_2$	0.2%	<i>NaN</i>	100%	0.9%	1.3%	1.2%
$X_3$	100%	0.9%	<i>NaN</i>	0.5%	0.4%	0.2%
$X_4$	1.2%	2.4%	1.6%	<i>NaN</i>	100%	1.4%
$X_5$	1.8%	2.7%	2.4%	100%	<i>NaN</i>	1.9%
$X_6$	4.4%	100%	5.5%	5.7%	100%	<i>NaN</i>

Πίνακας 4.6: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC`) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης λευκού θορύβου  $\mathcal{N}(0, 1)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

#### 4.1.2 Αυτοπαλινδρούμενο σύστημα δυο μεταβλητών

Εξετάσθηκε η περίπτωση ενός γραμμικού συστήματος αυτοπαλινδρούμενων εξισώσεων πρώτης τάξης δυο μεταβλητών

$$X(n+1) = a + AX(n) + Be(n+1)$$

όπου  $X = (X_1, \dots, X_d)^\top$ ,  $A = [a_{ij}]_{d \times d}$ ,  $e = (e_1, \dots, e_d)^\top$ , και ο πίνακας  $B$  είναι ένας διαγώνιος πίνακας με διαγώνιες τιμές  $b_{ii}$ ,  $i = 1, \dots, d$ .

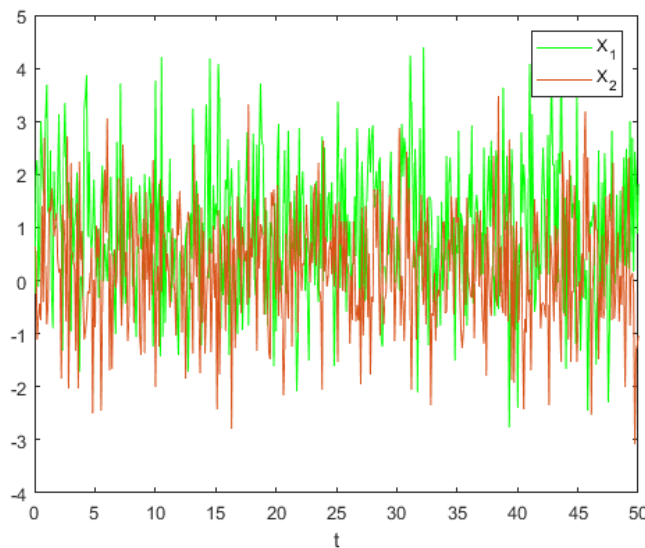
Η υλοποίηση πραγματοποιήθηκε για διάσταση  $d = 2$  και τους πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.7 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad a = (0.8, 0.3)^\top.$$

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

Το σύστημα παράγει δυο χρονοσειρές  $X_1, X_2$ , για τις οποίες υπάρχει ροή πληροφορίας από τη  $X_2$  προς τη  $X_1$  και όχι το αντίστροφο. Το σύστημα αποτελεί μια εξατομίκευση του [συστήματος](#) της εργασίας του X. San Liang, στο οποίο εφαρμόστηκε ανάλυση αιτιότητας κατά Granger στην προηγούμενη υποενότητα, έχοντας απομονώσει ένα ζεύγος μεταβλητών. Σύμφωνα με τις αναμενόμενες τιμές από τα αποτελέσματα της εργασίας αυτής, η ροή πληροφορίας από τη  $X_2$  προς τη  $X_1$ ,  $T_{2 \rightarrow 1}$  κατά απόλυτη τιμή τείνει προς την τιμή 0.18 ενώ για την αντίθετη κατεύθυνση  $T_{1 \rightarrow 2} \equiv 0$ .

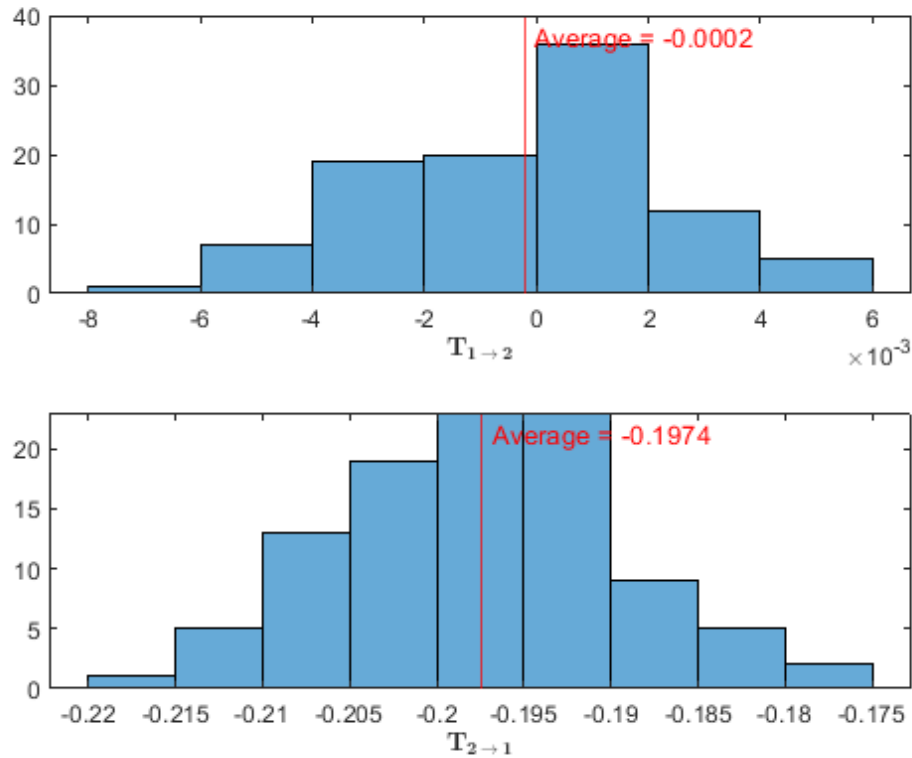
Το σύστημα κατά την υλοποίηση παράγει δυο συνθετικές χρονοσειρές  $X_1, X_2$  συνολικού αριθμού 10.000 δειγμάτων, με χρονικό βήμα  $dt = 0.01$  και η διαδικασία ανανέωσης του συστήματος είναι λευκός θόρυβος  $e_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . Το διάγραμμα των χρονοσειρών για το χρονικό διάστημα  $t = 0 - 50$  εμφανίζεται στο Σχήμα 4.2.



Σχήμα 4.2: Χρονοσειρές  $X_1, X_2$  γραμμικού αυτοπαλινδρούμενου συστήματος στο χρονικό διάστημα  $t = 0 - 50$ .

Στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζεται το ιστόγραμμα με τις τιμές της μεταφοράς πληροφορίας για 100 υλοποιήσεις του συστήματος. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0065, 0.0052]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0, 0.002]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.2183, -0.1765]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.2, -0.19]$ . Συγκρίνοντας τα ιστογράμματα καθώς και τους μέσους όρους για την μεταφορά πληροφορίας του συστήματος, επαληθεύονται οι πειραματικές αναμενόμενες τιμές, με την  $T_{2 \rightarrow 1}$  να προσεγγίζει την αναμενόμενη κατά απόλυτη τιμή 0.18, και την  $T_{1 \rightarrow 2}$  να τείνει προς το μηδέν.

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα



**Σχήμα 4.3:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτο-παλινδρούμενου συστήματος και η μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή).

Έχοντας λάβει τιμές για την μεταφορά πληροφορίας του συστήματος οι οποίες προσεγγίζουν τις αναμενόμενες πειραματικές τιμές, μπορούμε να θεωρήσουμε τη μέθοδο, καθώς και την υλοποίησή της ως αξιόπιστη, δίνοντας το έναυσμα για περαιτέρω πειραματική ανάλυση στα δεδομένα. Συγκεκριμένα, δεδομένου ότι το βασικό ενδιαφέρον της εργασίας είναι η διερεύνηση της αιτιότητας στη σχέση μεταξύ του δείκτη NAO και των δεδομένων βροχόπτωσης, ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα είχε η παρατήρηση της μεταφοράς πληροφορίας του συστήματος, τροποποιώντας τις συνθετικές χρονοσειρές έτσι ώστε να μοντελοποιούν τα βροχομετρικά δεδομένα. Ειδικότερα, η χρονοσειρά  $X_1$  η οποία λειτουργεί ως αποδέκτης πληροφορίας, θα επεξεργαστεί έτσι ώστε να προσομοιώνει τη χρονοσειρά βροχόπτωσης Κρήτης, ενώ η  $X_2$  η οποία συμπεριφέρεται ως πομπός για το σύστημα θα προσομοιώνει τη χρονοσειρά του δείκτη NAO.

Σύμφωνα με τη διερευνητική στατιστική ανάλυση για το δείκτη NAO η οποία παρουσιάστηκε στην Ενότητα 2.3, η χρονοσειρά ακολουθεί την κανονική κατανομή. Λαμβάνοντας αυτό ως δεδομένο, καθώς και ότι οι συνθετικές χρονοσειρές ακολουθούν παρομοίως την κανονική κατανομή, δεν απαιτείται περαιτέρω επε-



#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

---

ξεργασία στη χρονοσειρά  $X_2$ , έτσι ώστε να μοντελοποιεί το δείκτη ΝΑΟ. Αντίθετα, για την μοντελοποίηση της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης, απαιτείται η επεξεργασία της χρονοσειράς  $X_1$ , η οποία υλοποιήθηκε με διαφορετικές προσεγγίσεις.

Η χρονοσειρά βροχόπτωσης Κρήτης, εμφανίζει δυο κυρίαρχα χαρακτηριστικά τα οποία συναντώνται συχνά σε βροχομετρικά δεδομένα. Το πρώτο αφορά το ποσοστό των συνολικών δειγμάτων τα οποία λαμβάνουν πρακτικά μηδενικές τιμές, ενώ το δεύτερο αφορά τη διάταξη των μηδενικών αυτών τιμών στη χρονοσειρά. Σύμφωνα με αυτά, εφαρμόστηκαν στη συνθετική χρονοσειρά οι κατάλληλες τροποποιήσεις, με σκοπό την προσομοίωση των παραπάνω χαρακτηριστικών.

Τα βροχομετρικά δεδομένα, παρουσιάζουν δείγματα με χαμηλές τιμές, οι οποίες αναφέρονται με τον όρο «ξηρή περίοδος» σε μελέτες οι οποίες υπάγονται κατά κύριο λόγο στον τομέα της μετεωρολογίας, και συνήθως αντιστοιχούν στους θερινούς μήνες κατά τους οποίους η βροχόπτωση είναι μειωμένη. Για την Κρήτη, το ποσοστό των δειγμάτων (μήνες) το οποίο αντιστοιχεί στην «ξηρή περίοδο» κυμαίνεται στο διάστημα (35-40)% των συνολικών δειγμάτων. Έτσι, εισήχθησαν στη χρονοσειρά δέκτη μηδενικές τιμές σε τυχαίες θέσεις αντιστοιχώντας στο 40% των συνολικών δειγμάτων. Έχοντας ως βάση αυτή την επεξεργασία, εφαρμόστηκαν επίσης οι μη γραμμικοί αντίστροφοι μετασχηματισμοί Box-Cox και k-Logarithmic οι οποίοι βρίσκουν συχνά εφαρμογή στην μοντελοποίηση χρονοσειρών βροχόπτωσης. Ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή των μετασχηματισμών, ακολουθώντας τη δομή της εργασίας του κυρίου Χριστόπουλου Διονυσίου και Μπαξεβάνη Αναστασίας [29].

Οι δυο μετασχηματισμοί χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο για την «κανονικοποίηση» δεδομένων. Στην παρούσα ανάλυση η εφαρμογή των μετασχηματισμών έχει την μορφή

$$Y_1 = h[X_1 \theta(X_1 - X_c)] - h(0)$$

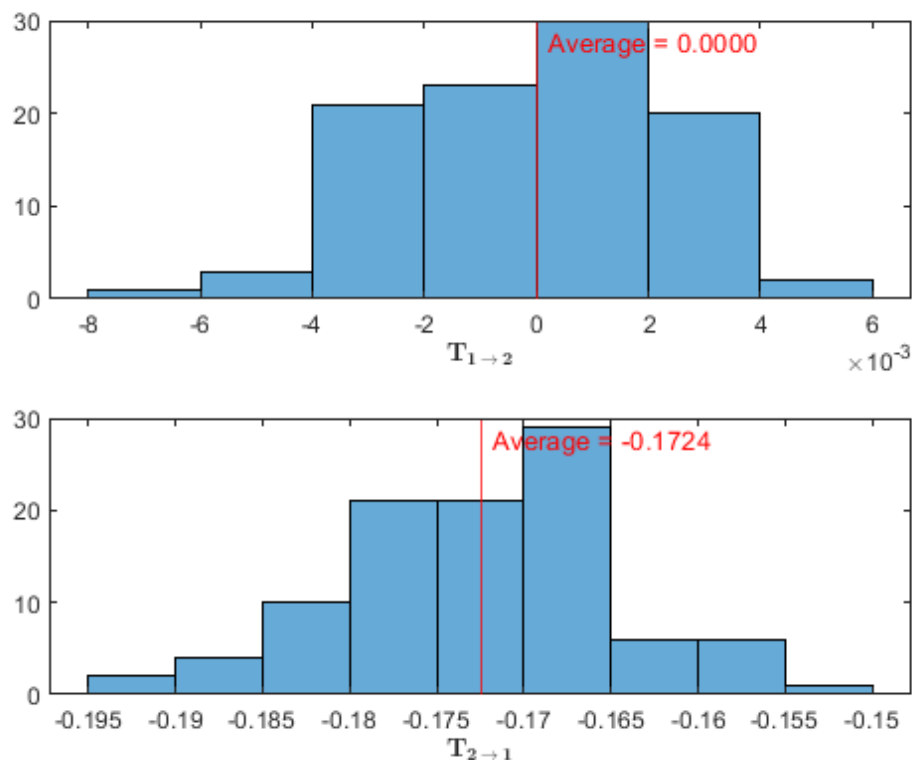
όπου  $h() : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  οι αντίστροφοι μετασχηματισμοί Box-Cox  $h_{BC}(y) = \left(1 + \kappa y\right)^{1/\kappa}$

και k-Logarithmic  $h_{KL}(y) = \left(\sqrt{1 + \kappa^2 y^2} + \kappa y\right)^{1/\kappa}$ , για  $\kappa > 0$ . Η συνάρτηση  $\theta$  είναι η συνάρτηση του μοναδιαίου βήματος και  $X_c$  η τιμή κατωφλίου για τη χρονοσειρά η οποία επιλέγεται έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών τιμών να αντιστοιχεί με αυτό της βροχόπτωσης.

Στο Σχήμα 4.4 παρουσιάζονται τα ιστογράμματα συχνότητας για τις τιμές της ροής πληροφορίας του συστήματος με την κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη  $X_1$  η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών, έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών τιμών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

βροχόπτωσης Κρήτης. Συγκεκριμένα, η χρονοσειρά έχει επεξεργαστεί έτσι ώστε το πλήθος των μηδενικών της τιμών να αποτελεί ποσοστό 40% των συνολικών δειγμάτων. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0064, 0.0056]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0, 0.002]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.1905, -0.1525]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.17, -0.165]$ .



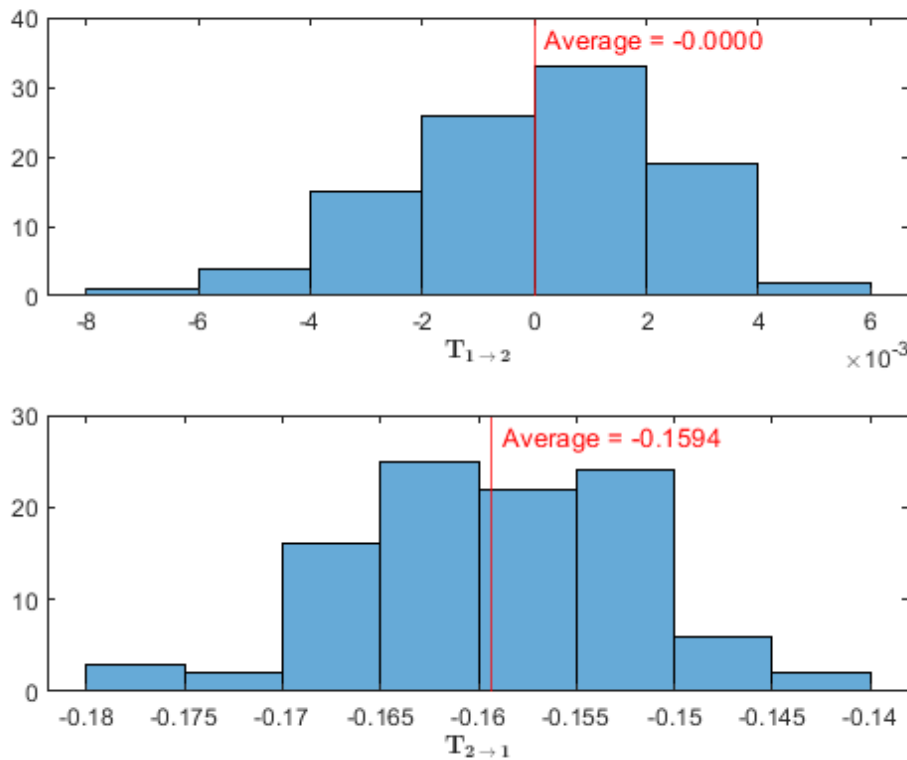
**Σχήμα 4.4:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτο-παλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) για την κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης).

Ακολουθούν τα αντίστοιχα αποτελέσματα της εφαρμογής των μη γραμμικών αντιστροφών μετασχηματισμών Box-Cox, k-Logarithmic στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη  $X_1$  η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). Για τους μετασχηματισμούς έχει επιλεγεί η ίδια τιμή παραμέτρων  $\kappa = 0.4$ .

Τα αποτελέσματα για τον αντίστροφο μετασχηματισμό Box-Cox εμφανίζονται στο Σχήμα 4.5. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0061, 0.0055]$  με τις

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

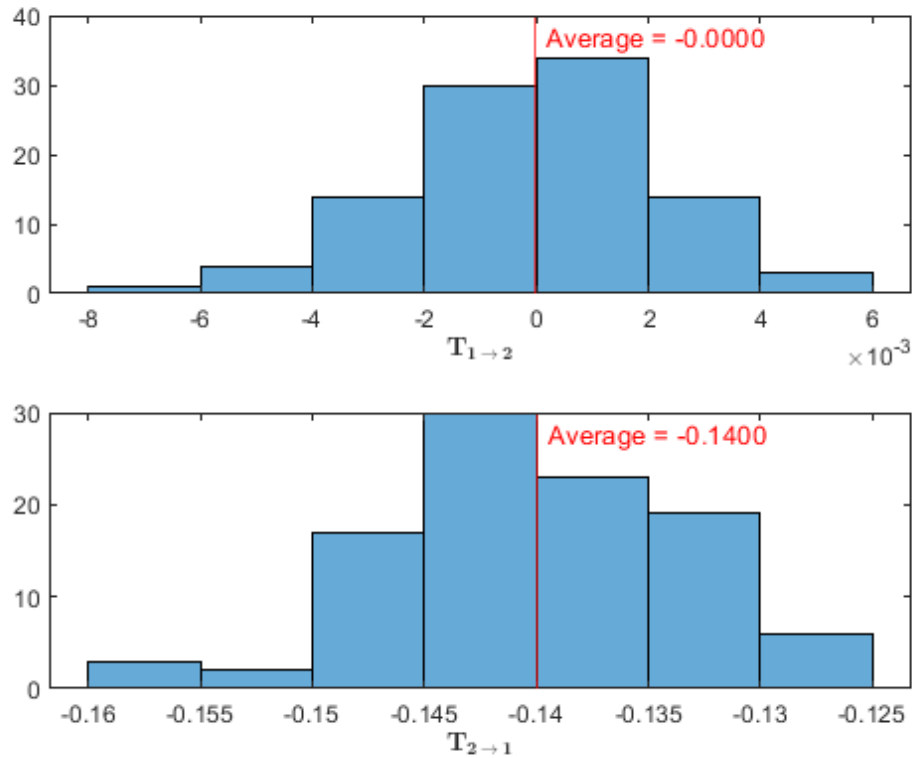
περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0, 0.002]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.1785, -0.1419]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.165, -0.16]$ .



**Σχήμα 4.5:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτο-παλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) εφαρμόζοντας τον μη γραμμικό αντίστροφο μετασχηματισμό Box-Cox στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης).

Τα αποτελέσματα για τον αντίστροφο μετασχηματισμό k-Logarithmic εμφανίζονται στο Σχήμα 4.6. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0063, 0.0048]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0, 0.002]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.1588, -0.1251]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.145, -0.14]$ .

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα



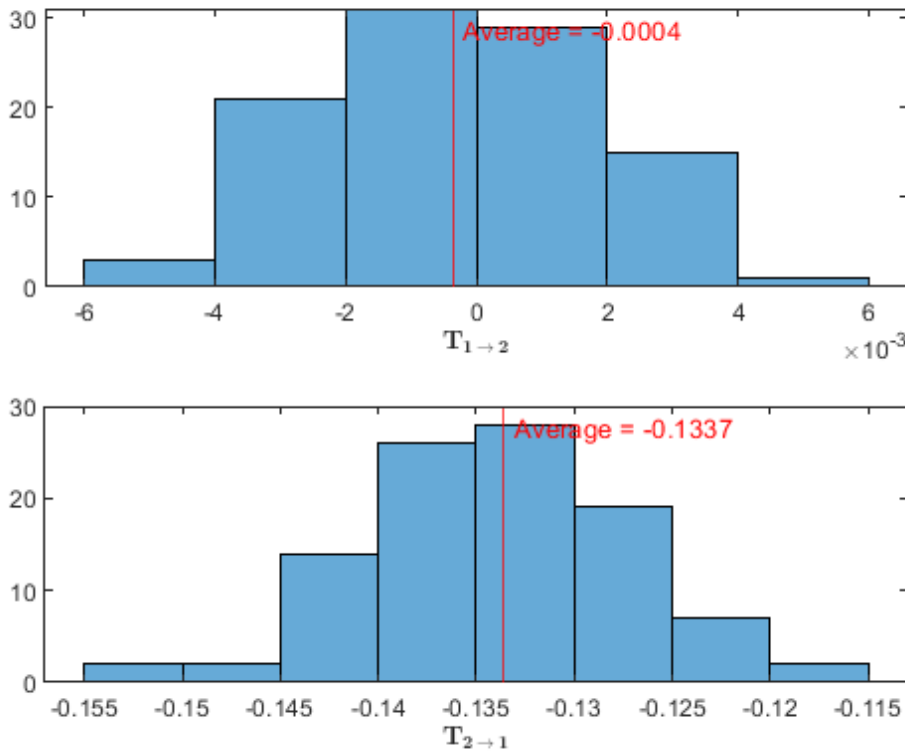
**Σχήμα 4.6:** Ιστογράμμο συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτο-παλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) εφαρμόζοντας τον μη γραμμικό αντίστροφο μετασχηματισμό k-Logarithmic στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης).

Η δεύτερη τροποποίηση αφορά την κατωφλίωση της αρχικής (μη επεξεργασμένης) χρονοσειράς δέκτη με κατοπτρισμό θέσεων των μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης. Εξετάζοντας τη χρονοσειρά βροχόπτωσης Κρήτης, παρατηρείται ότι οι μήνες με πρακτικά μηδενική τιμή βροχόπτωσης είναι κυρίως οι Ιούνιος, Ιούλιος, Αύγουστος και Σεπτέμβριος. Έχοντας αυτό κατά νου, εισήχθησαν μηδενικές τιμές στη χρονοσειρά  $X_1$  ανά τετράδες, σε θέσεις αντίστοιχες με τους μήνες αυτούς. Βασιζόμενες σε αυτό, εξετάστηκαν επίσης οι περιπτώσεις εφαρμογής απόλυτης και εκθετικής τιμής στην επεξεργασμένη χρονοσειρά δέκτη, καθώς η βροχόπτωση αναφέρεται εξ ορισμού σε θετικές τιμές.

Στο Σχήμα 4.7 παρουσιάζονται τα ιστογράμματα συχνότητας για τις τιμές της ροής πληροφορίας του συστήματος με την κατωφλίωση της μη επεξεργασμένης χρονοσειράς δέκτη  $X_1$  με κατοπτρισμό των θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης. Συγκεκριμένα, η χρονοσειρά έχει επεξεργαστεί έτσι ώστε

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

περιέχει μηδενικές τιμές σε παρόμοια διάταξη με αυτή των καλοκαιρινών μηνών για τη βροχοπτώση. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0049, 0.0041]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.002, 0]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.151, -0.1169]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.135, -0.13]$ .



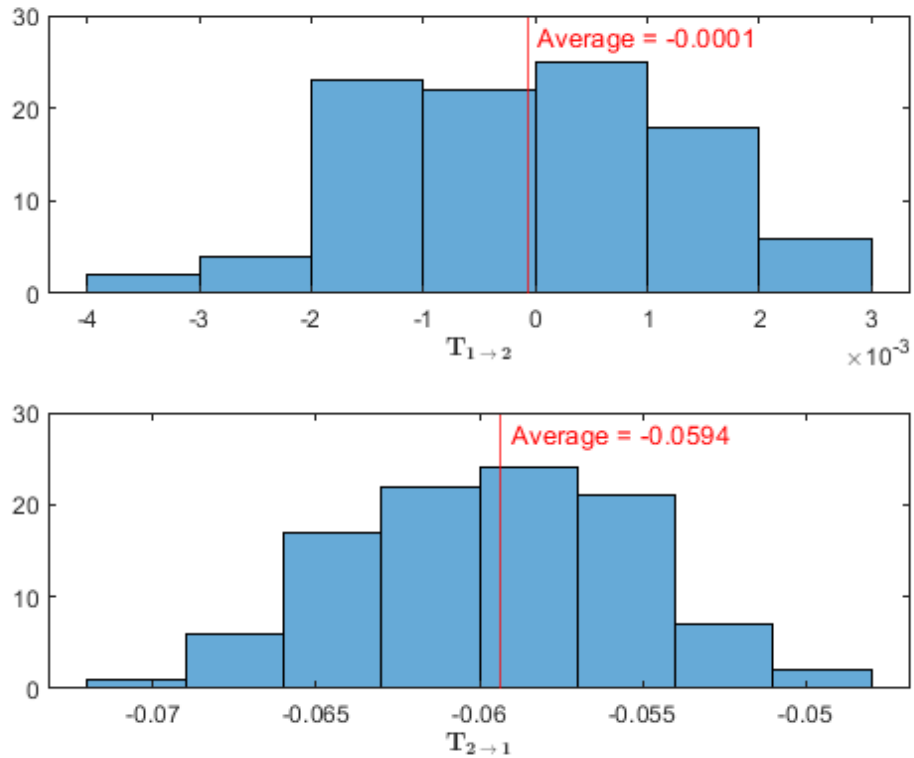
**Σχήμα 4.7:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτο-παλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) για χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) με κατοπτρισμό των θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχοπτώσης Κρήτης.

Ακολουθούν τα αποτελέσματα με την εφαρμογή απόλυτης και εκθετικής τιμής στη χρονοσειρά δέκτη  $X_1$  κατόπιν κατοπτρικής κατωφλίωσης.

Τα αποτελέσματα για την εφαρμογή απόλυτης τιμής στη χρονοσειρά δέκτη  $X_1$  εμφανίζονται στο Σχήμα 4.8. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0033, 0.0026]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0, 0.001]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0691, -0.0502]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.06, -0.057]$ .

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

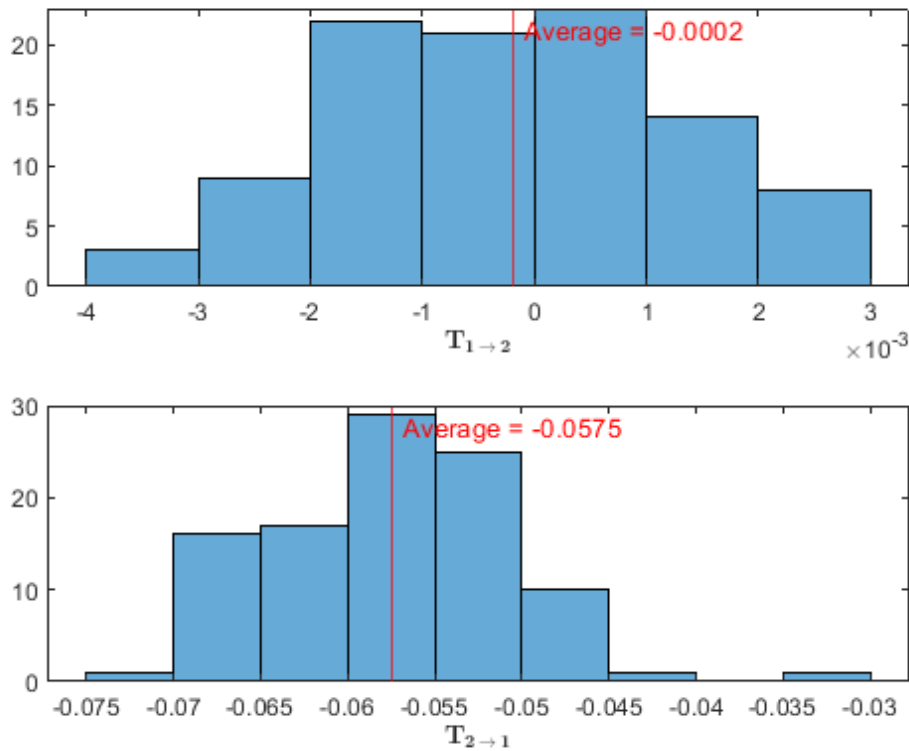
---



**Σχήμα 4.8:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτο-παλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) κατόπιν εφαρμογής απόλυτης τιμής στη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) με κατοπτρισμό των θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης.

Τα αποτελέσματα για την εφαρμογή εκθετικής τιμής στη χρονοσειρά δέκτη  $X_1$  εμφανίζονται στο Σχήμα 4.9. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0038, 0.0027]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0, 0.001]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0702, -0.0317]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.06, -0.055]$ .

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα



**Σχήμα 4.9:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού αυτο-παλινδρούμενου συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) κατόπιν εφαρμογής εκθετικής τιμής στη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) με κατοπτρισμό των θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης.

Η αξιολόγηση της στατιστικής σημαντικότητας των αποκλίσεων οι οποίες παρουσιάζονται σε κάθε περίπτωση γίνεται σύμφωνα τον στατιστικό έλεγχο one sample Student's t-test. Συγκεκριμένα, η μορφή του ελέγχου είναι  $t = \frac{\bar{X} - \mu}{\hat{\sigma} / \sqrt{n}}$ , όπου  $\bar{X}$  η μέση τιμή της κάθε τροποποίησης,  $\mu$  η μέση τιμή του συστήματος χωρίς τροποποιήσεις,  $\hat{\sigma}$  η τυπική απόκλιση και  $n$  οι υλοποιήσεις του συστήματος. Σύμφωνα με τον στατιστικό έλεγχο one sample Student's t-test,  $t \sim N(0, 1)$ , και επομένως για τον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαστήματα εμπιστοσύνης κανονικής κατανομής βαθμού 95.45%. Ειδικότερα, θεωρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική μεταβολή όταν η απόσταση της μέσης τιμής ροής πληροφορίας (η οποία προκύπτει κατόπιν της εκάστοτε επεξεργασίας) από την αρχική τιμή (χωρίς επεξεργασία) βρίσκεται εκτός του διαστήματος  $\left[-\frac{2\sigma}{\sqrt{N}}, \frac{2\sigma}{\sqrt{N}}\right]$ , όπου  $\sigma$  η τυπική απόκλιση της επεξεργασμένης χρονοσειράς και  $N$  ο αριθμός των υλοποιήσεων.

Ο Πίνακας 4.7 περιέχει τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα με τις τιμές της μεταφοράς πληροφορίας του συστήματος σε κάθε περίπτωση επεξεργασίας των

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

χρονοσειρών. Συγκεκριμένα, εμφανίζεται η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της μεταφοράς πληροφορίας κάθε κατεύθυνσης σε κάθε περίπτωση τροποποίησης της χρονοσειράς δέκτη, όπου με πράσινο χρώμα επισημαίνονται οι τιμές οι οποίες παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική απόκλιση από τις τιμές για το σύστημα χωρίς επεξεργασία. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα του πίνακα, διακρίνεται ότι η τιμή της  $T_{1 \rightarrow 2}$  παραμένει σταθερή σε τιμές με μικρή απόκλιση από το μηδέν. Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  παρουσιάζει μονότονη συμπεριφορά, καθώς εμφανίζει σημαντική μείωση στις περιπτώσεις μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών και μη γραμμικών αντιστροφών μετασχηματισμών Box-Cox, k-Logarithmic, αλλά και στις περιπτώσεις κατωφλίωσης της χρονοσειράς με κατοπτρισμό θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης και εφαρμογής απόλυτης και εκθετικής τιμής σε αυτή.

Τροποποίηση	Μέση τιμή $T_{1 \rightarrow 2}$	$\sigma_{T_{1 \rightarrow 2}}$	Μέση τιμή $T_{2 \rightarrow 1}$	$\sigma_{T_{2 \rightarrow 1}}$
Χωρίς επεξεργασία	$-2.1 \times 10^{-4}$	0.0025	-0.1974	0.0083
Μηδενισμός χαμηλών επιλεγμένων τιμών	$6.3 \times 10^{-6}$	0.0025	-0.1724	0.0076
Μη γραμμικός αντιστροφος M/Σ Box-Cox	$-3.3 \times 10^{-6}$	0.0025	-0.1594	0.0073
Μη γραμμικός αντιστροφος M/Σ k-Logarithmic	$-2 \times 10^{-5}$	0.0025	-0.14	0.0069
Κατωφλίωση με κατοπτρισμό θέσεων μηδενικών	$-3.6 \times 10^{-4}$	0.0021	-0.1337	0.0068
Εφαρμογή απόλυτης τιμής σε κατοπτρική κατωφλίωση	$-7.1 \times 10^{-5}$	0.0013	-0.0594	0.0044
Εφαρμογή εκθετικής τιμής σε κατοπτρική κατωφλίωση	$-1.9 \times 10^{-4}$	0.0015	-0.0575	0.007

**Πίνακας 4.7:** Αποτελέσματα ανάλυσης μεταφοράς πληροφορίας (μέση τιμή, τυπική απόκλιση) σε γραμμικό σύστημα αυτοπαλινδρούμενων εξισώσεων για κάθε περίπτωση τροποποίησης της χρονοσειράς δέκτη (με πράσινο χρώμα επισημαίνονται οι αποκλίσεις από τα αποτελέσματα του συστήματος χωρίς επεξεργασία οι οποίες θεωρούνται στατιστικά σημαντικές για στάθμη εμπιστοσύνης 95.45%).

#### 4.1.3 Σύστημα διαφορικών εξισώσεων

Εξετάσθηκε η περίπτωση ενός γραμμικού στοχαστικού συστήματος διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης

$$dX_1 = (-X_1 + 0.5X_2)dt + 0.1dW_1, \quad (4.3\alpha')$$

$$dX_2 = -X_2dt + 0.1dW_2. \quad (4.3\beta')$$

όπου  $W_1, W_2$  διανύσματα της τυποποιημένης διαδικασίας Weiner, η παράγωγος των οποίων είναι λευκός θόρυβος. Το σύστημα είναι της μορφής  $dX = AX + BdW$  όπου

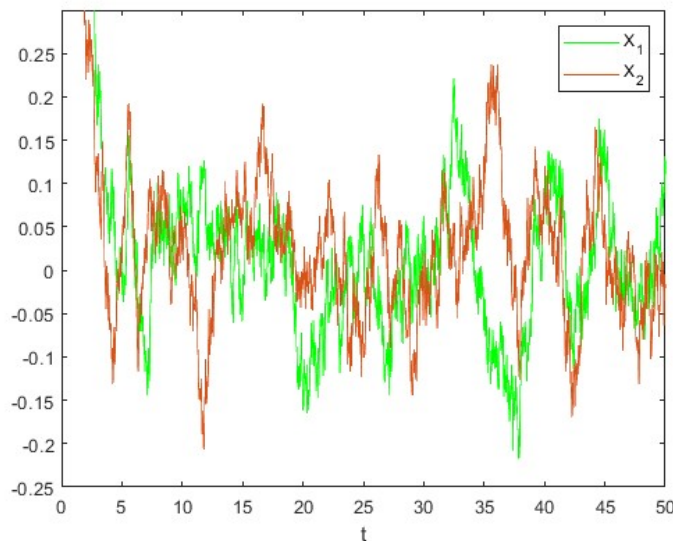
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0.5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}.$$



#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

με αρχικές συνθήκες  $X_{1,0} = 1, X_{2,0} = 2$ .

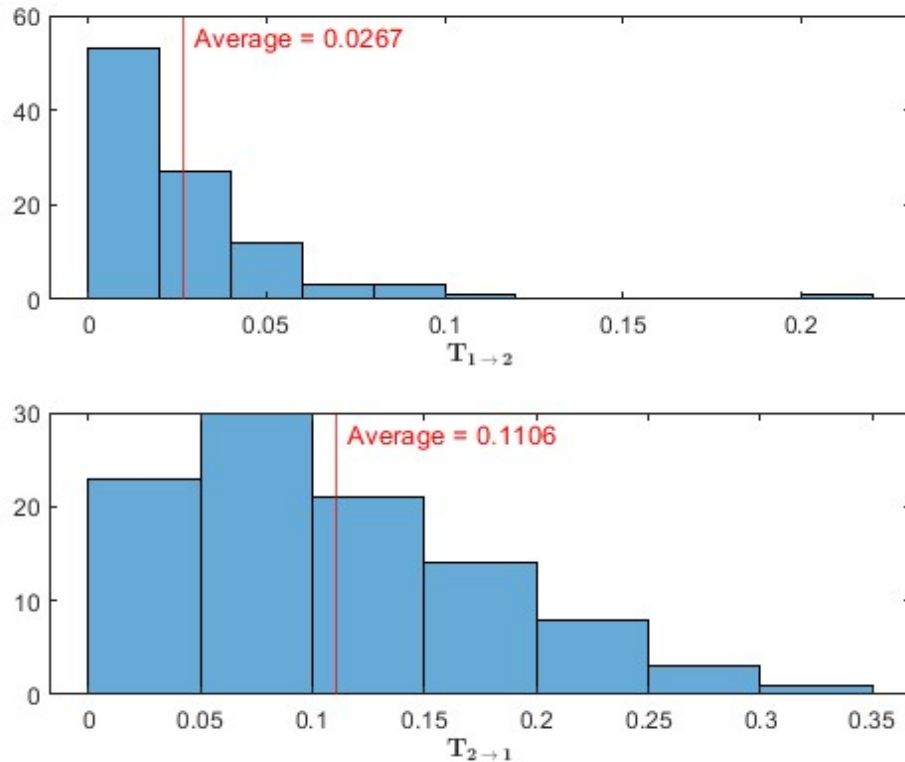
Παρατηρώντας την μορφή του συστήματος, η εξίσωση της μεταβλητής  $X_1$  περιέχει και τις δυο μεταβλητές ενώ αυτή της μεταβλητής  $X_2$  περιέχει μόνο την ίδια, καθιστώντας φανερό ότι υπάρχει μεταφορά πληροφορίας μόνο από την μεταβλητή  $X_2$  προς τη  $X_1$  και όχι το αντίστροφο. Αυτό επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα της εργασίας του X. San Liang, όπου χρησιμοποιώντας χρονικό βήμα  $dt = 0.01$  παράχθηκαν 10.000 βήματα, αντιστοιχώντας σε ένα χρονικό διάστημα  $t = 0 - 100$ , η τιμή της μεταφοράς πληροφορίας από τη  $X_2$  προς τη  $X_1, T_{2 \rightarrow 1}$  τείνει προς την τιμή 0.11 ενώ για την αντίθετη κατεύθυνση  $T_{1 \rightarrow 2} \equiv 0$ . Μια σημαντική σημείωση είναι ότι για τα παραπάνω αποτελέσματα έχουν ληφθεί υπόψιν οι χρονικές στιγμές μετά από τη χρονική στιγμή  $t = 5$ , μέχρι την οποία το σύστημα βρίσκεται σε ασταθή κατάσταση. Το διάγραμμα των χρονοσειρών για το χρονικό διάστημα  $t = 0 - 50$  εμφανίζεται στο Σχήμα 4.10.



Σχήμα 4.10: Χρονοσειρές  $X_1, X_2$  γραμμικού διαφορικού συστήματος στο χρονικό διάστημα  $t = 0 - 50$ .

Στο Σχήμα 4.11 παρουσιάζεται το ιστόγραμμα με τις τιμές της μεταφοράς πληροφορίας για 100 υλοποιήσεις του συστήματος. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[3.7195 \times 10^{-4}, 0.2035]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0, 0.02]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[0.008, 0.3411]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0.05, 0.1]$ . Συγκρίνοντας τα ιστογράμματα καθώς και τους μέσους όρους για την μεταφορά πληροφορίας του συστήματος, επαληθεύονται οι πειραματικές αναμενόμενες τιμές, με την  $T_{2 \rightarrow 1}$  να προσεγγίζει την αναμενόμενη τιμή 0.11, και την  $T_{1 \rightarrow 2}$  να τείνει προς το μηδέν.

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

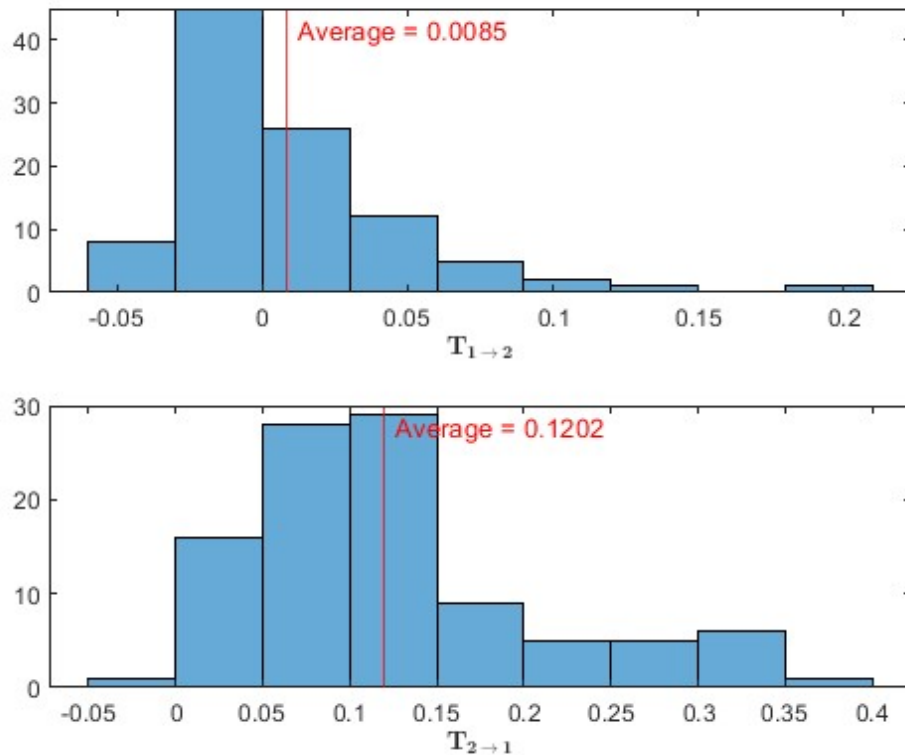


**Σχήμα 4.11:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού διαφορικού συστήματος και η μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή).

Ακολουθεί η παρατήρηση της συμπεριφοράς της μεθόδου ροής πληροφορίας, μοντελοποιώντας τις συνθετικές χρονοσειρές με τη βροχόπτωση Κρήτης και το δείκτη ΝΑΟ, ομοίως με το γραμμικό σύστημα αυτοπαλινδρούμενων εξισώσεων δυο μεταβλητών το οποίο εξετάσθηκε στην προηγούμενη υποενότητα.

Στο Σχήμα 4.12 παρουσιάζονται τα ιστογράμματα συχνότητας για τις τιμές της ροής πληροφορίας του συστήματος με την κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη  $X_1$  η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). Συγκεκριμένα, η χρονοσειρά έχει επεξεργαστεί έτσι ώστε το πλήθος των μηδενικών της τιμών να αποτελεί ποσοστό 40% των συνολικών δειγμάτων. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0527, 0.1925]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.03, 0]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-4.2043 \times 10^{-4}, 0.3778]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0.1, 0.15]$ .

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα



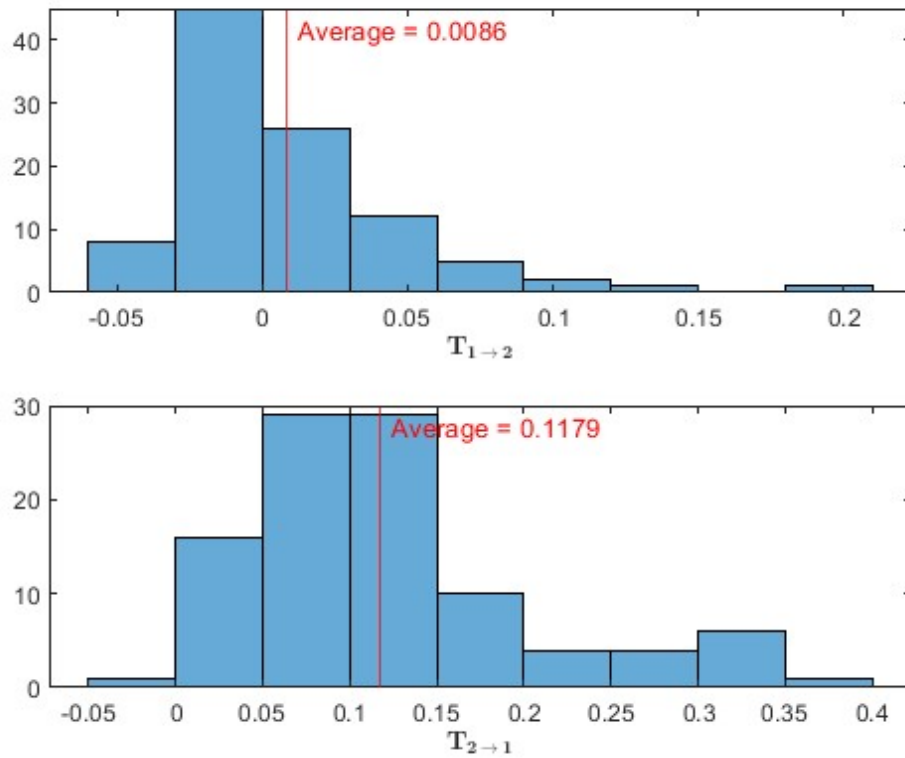
**Σχήμα 4.12:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού διαφορικού συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) για την κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης).

Ακολουθούν τα αντίστοιχα αποτελέσματα της εφαρμογής των μη γραμμικών αντιστροφών μετασχηματισμών Box-Cox, k-Logarithmic στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη  $X_1$  η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης). Για τους μετασχηματισμούς έχει επιλεγεί η ίδια τιμή παραμέτρων  $\kappa = 0.4$ .

Τα αποτελέσματα για τον αντίστροφο μετασχηματισμό Box-Cox εμφανίζονται στο Σχήμα 4.13. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0526, 0.1927]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.03, 0]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-4.4693 \times 10^{-4}, 0.3746]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0.05, 0.15]$ .

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα

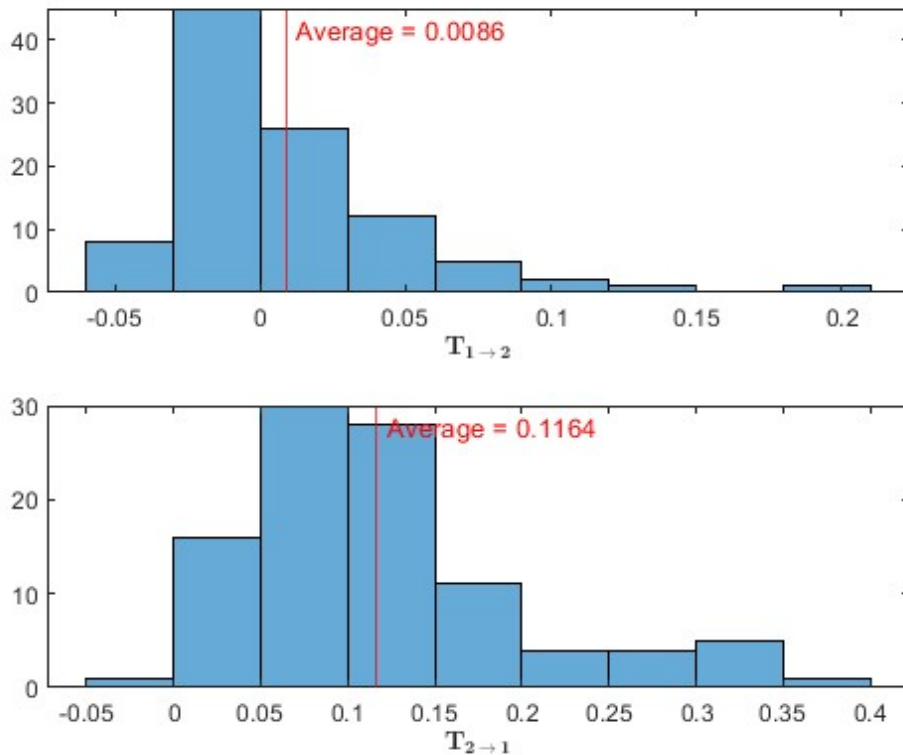
---



**Σχήμα 4.13:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού διαφορικού συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) εφαρμόζοντας τον μη γραμμικό αντίστροφο μετασχηματισμό Box-Cox στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης).

Τα αποτελέσματα για τον αντίστροφο μετασχηματισμό k-Logarithmic εμφανίζονται στο Σχήμα 4.14. Η  $T_{1 \rightarrow 2}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-0.0526, 0.1927]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[-0.03, 0]$ . Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  λαμβάνει τιμές από το διάστημα  $[-4.5665 \times 10^{-4}, 0.3725]$  με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0.05, 0.1]$ .

#### 4.1. Συνθετικά δεδομένα



**Σχήμα 4.14:** Ιστόγραμμα συχνότητας τιμών μεταφοράς πληροφορίας γραμμικού διαφορικού συστήματος και μέση τιμή για 100 υλοποιήσεις (κόκκινη κατακόρυφη γραμμή) εφαρμόζοντας τον μη γραμμικό αντίστροφο μετασχηματισμό k-Logarithmic στην κατωφλιωμένη χρονοσειρά δέκτη ( $X_1$ ) η οποία προέκυψε κατόπιν μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών (έτσι ώστε το ποσοστό των μηδενικών να ισούται με το αντίστοιχο της χρονοσειράς βροχόπτωσης Κρήτης).

Η αξιολόγηση της στατιστικής σημαντικότητας των αποκλίσεων οι οποίες παρουσιάζονται σε κάθε περίπτωση γίνεται σύμφωνα τον στατιστικό έλεγχο one sample Student's t-test. Συγκεκριμένα, η μορφή του ελέγχου είναι  $t = \frac{\bar{X} - \mu}{\hat{\sigma} / \sqrt{n}}$ , όπου  $\bar{X}$  η μέση τιμή της κάθε τροποποίησης,  $\mu$  η μέση τιμή του συστήματος χωρίς τροποποιήσεις,  $\hat{\sigma}$  η τυπική απόκλιση και  $n$ , οι υλοποιήσεις του συστήματος. Σύμφωνα με τον στατιστικό έλεγχο one sample Student's t-test,  $t \sim N(0, 1)$ , και επομένως για τον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαστήματα εμπιστοσύνης κανονικής κατανομής βαθμού 95.45%. Ειδικότερα, θεωρείται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική μεταβολή όταν η απόσταση της μέσης τιμής ροής πληροφορίας (η οποία προκύπτει κατόπιν της εκάστοτε επεξεργασίας) από την αρχική τιμή (χωρίς επεξεργασία) βρίσκεται εκτός του διαστήματος  $\left[-\frac{2\sigma}{\sqrt{N}}, \frac{2\sigma}{\sqrt{N}}\right]$ , όπου  $\sigma$  η τυπική απόκλιση της επεξεργασμένης χρονοσειράς και  $N$  ο αριθμός των υλοποιήσεων.

## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

Ο Πίνακας 4.8 περιέχει τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα με τις τιμές της μεταφοράς πληροφορίας του συστήματος σε κάθε περίπτωση επεξεργασίας των χρονοσειρών. Συγκεκριμένα, εμφανίζεται η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της μεταφοράς πληροφορίας κάθε κατεύθυνσης σε κάθε περίπτωση τροποποίησης της χρονοσειράς δέκτη, όπου με πράσινο χρώμα επισημαίνονται οι τιμές οι οποίες παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική απόκλιση από τις τιμές για το σύστημα χωρίς επεξεργασία. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα του πίνακα, διακρίνεται στατιστικά σημαντική μείωση της τιμής  $T_{1 \rightarrow 2}$  για όλες τις περιπτώσεις. Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι η διαφορά μεταξύ των περιπτώσεων μηδενισμού χαμηλών επιλεγμένων τιμών και μη γραμμικών αντίστροφων μετασχηματισμών Box-Cox, k-Logarithmic με αυτές της κατοπτρικής κατωφλίωσης οι οποίες λαμβάνουν τις μικρότερες τιμές. Η  $T_{2 \rightarrow 1}$  δεν παρουσιάζει μονότονη συμπεριφορά, καθώς εμφανίζει σημαντική αύξηση στην περίπτωση της κατωφλίωσης της χρονοσειράς με κατοπτρισμό θέσεων μηδενικών τιμών της χρονοσειράς βροχόπτωσης, ενώ εφαρμόζοντας απόλυτη και εκθετική τιμή στη χρονοσειρά δέκτη με κατοπτρική κατωφλίωση παρατηρείται σημαντική μείωση της τιμής.

Τροποποίηση	Μέση τιμή $T_{1 \rightarrow 2}$	$\sigma_{T_{1 \rightarrow 2}}$	Μέση τιμή $T_{2 \rightarrow 1}$	$\sigma_{T_{2 \rightarrow 1}}$
Χωρίς επεξεργασία	0.0267	0.0283	0.1106	0.0702
Μηδενισμός χαμηλών επιλεγμένων τιμών	0.0085	0.0385	0.1202	0.0854
Μη γραμμικός αντίστροφος M/Σ Box-Cox	0.0086	0.0385	0.1179	0.0838
Μη γραμμικός αντίστροφος M/Σ k-Logarithmic	0.0086	0.0385	0.1164	0.0827
Κατωφλίωση με κατοπτρισμό θέσεων μηδενικών	0.0008	0.0305	0.5394	0.4110
Εφαρμογή απόλυτης τιμής σε κατοπτρική κατωφλίωση	0.0032	0.0089	0.0770	0.0910
Εφαρμογή εκθετικής τιμής σε κατοπτρική κατωφλίωση	0.0005	0.0039	0.0222	0.0190

**Πίνακας 4.8:** Αποτελέσματα ανάλυσης μεταφοράς πληροφορίας (μέση τιμή, τυπική απόκλιση) σε γραμμικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων για κάθε περίπτωση τροποποίησης της χρονοσειράς δέκτη (με πράσινο χρώμα επισημαίνονται οι αποκλίσεις από τα αποτελέσματα του συστήματος χωρίς επεξεργασία οι οποίες θεωρούνται στατιστικά σημαντικές για στάθμη εμπιστοσύνης 95.45%).

## 4.2 Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

Στην προηγούμενη ενότητα πραγματοποιήθηκε εφαρμογή των μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας στις περιπτώσεις γραμμικών συστημάτων αυτοπαλινδρούμενων και διαφορικών εξισώσεων, γνωρίζοντας εκ των προτέρων τη συμπεριφορά. Εξετάσθηκε με αυτό τον τρόπο η αποτελεσματικότητα της κάθε μεθόδου ανάλυσης αιτιότητας. Εκ των αποτελεσμάτων της ανάλυσης αιτιότητας για το σύστημα αυτό, μπορούμε να χαρακτηρίσουμε τις μεθόδους ως αξιόπιστες.

Σε αυτή την ενότητα πραγματοποιείται ανάλυση αιτιότητας ανάμεσα στο δείκτη NAO και τα δεδομένα βροχόπτωσης σε περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς.

## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

---

Συγκεκριμένα, η ανάλυση αιτιότητας αφορά χρονικές υστερήσεις 1-12 μηνών με σκοπό την παρατήρηση της επίδρασης της χρονοσειράς του δείκτη NAO στη βροχόπτωση για χρονικό διάστημα έως ενός έτους.

### 4.2.1 Αιτιότητα κατά Granger

Η αιτιότητα κατά Granger για το δείκτη NAO και τα δεδομένα βροχόπτωσης υλοποιήθηκε με τις ίδες μεθοδολογίες όπως στην Ενότητα 3.1.4. Η μηδενική υπόθεση για τον στατιστικό έλεγχο της αιτιότητας κατά Granger είναι ότι δεν υπάρχει αιτιότητα μεταξύ των χρονοσειρών. Τιμές πιθανότητας μικρότερες του 0.05 απορρίπτουν την μηδενική υπόθεση και αποτελούν ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας.

### Δεδομένα επανανάλυσης

Οι Πίνακες 4.9, 4.10 περιέχουν τις τιμές πιθανότητας οι οποίες προκύπτουν κατά τον στατιστικό έλεγχο κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) για την επίδραση του δείκτη NAO στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης και του Κιλκίς. Η ανάλυση αιτιότητας κατά Granger έχει υπολογιστεί κατασκευάζοντας υποδείγματα VAR τάξης 1-12 με στόχο την παρατήρηση της επίδρασης του δείκτη NAO στη βροχόπτωση για χρονικές υστερήσεις 1-12 μηνών. Οι τιμές πιθανότητας με μπλε χρώμα είναι αυτές με τιμή μικρότερη της στάθμης πιθανότητας 5% και απορρίπτουν την μηδενική υπόθεση. Η συντριπτική πλειοψηφία των τιμών που αποτελούν ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας βρίσκονται στο διάστημα χρονικών υστερήσεων 5-10 μηνών.

Συγκεκριμένα, παρατηρείται η ύπαρξη σχέσης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης σε κάθε περιοχή της Κρήτης και του Κιλκίς για χρονική υστέρηση 6 και 7 μηνών. Μία ενδιαφέρουσα παρατήρηση σχετικά με τις διαφορές που παρουσιάζονται για τις δυο γεωγραφικές περιοχές βρίσκεται εντός του διαστήματος υστερήσεων 1-4 μηνών. Συγκεκριμένα, μόνο μία περιοχή του Κιλκίς εμφανίζει αιτιότητα για χρονική υστέρηση έως 4 μήνες. Επίσης, δεν προκύπτει καμία σχέση αιτιότητας για χρονική καθυστέρηση ενός μήνα, κάτι το οποίο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως αναμενόμενο λαμβάνοντας υπόψιν την στοχαστικότητα στην καθυστέρηση εμφάνισης μετεωρολογικών φαινομένων όπως είναι και η βροχόπτωση. Στον Πίνακα 4.11 εμφανίζονται οι τιμές πιθανότητας για τη μέση χρονοσειρά βροχόπτωσης Κρήτης και Κιλκίς, η οποία προκύπτει ως ο μέσος όρος των περιοχών της. Σχέση αιτιότητας παρατηρείται κυρίως για χρονικές υστερήσεις 5-11 μηνών, ενώ στο διάστημα 1-4 μηνών αιτιότητα εμφανίζεται μόνο



## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

για την περιοχή της Κρήτης.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Φαλάσαρνα	0.5369	0.0202	0.0595	0.3224	0.0244	0.009	0.0209	0.0328	0.0308	0.0323	0.0864	0.3268
Λευκά Όρη	0.4773	0.0145	0.0383	0.2764	0.0121	0.0038	0.0095	0.0162	0.0172	0.0244	0.0547	0.2268
Αστερούσια Όρη	0.2656	0.0146	0.0267	0.1692	0.0105	0.0027	0.0062	0.0149	0.0155	0.0274	0.0331	0.1249
Μεσσαρά	0.3106	0.0145	0.0272	0.1868	0.0111	0.0030	0.007	0.0157	0.017	0.0273	0.0365	0.1402
Άγιος Νικόλαος	0.1648	0.0081	0.0147	0.0982	0.0135	0.0044	0.0122	0.0221	0.0171	0.0353	0.0456	0.1829
Ιεράπετρα	0.1834	0.0087	0.0169	0.1149	0.011	0.0034	0.01	0.0197	0.0163	0.0332	0.0394	0.1601
Ψηλορείτης	0.3126	0.0176	0.0321	0.2126	0.0157	0.0051	0.0121	0.024	0.0229	0.0358	0.0578	0.1936
Πόλη Ρεθύμνου	0.3814	0.0188	0.0399	0.2699	0.0183	0.0079	0.017	0.0297	0.0274	0.0415	0.0808	0.2328

**Πίνακας 4.9:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση (δεδομένα επανανάλυσης) περιοχών της Κρήτης βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Αμάραντα	0.3688	0.0927	0.1487	0.0727	0.041	0.011	0.0157	0.0279	0.031	0.0357	0.0408	0.0402
Μπέλλες	0.2671	0.1515	0.2145	0.1124	0.0926	0.0304	0.0417	0.07	0.0653	0.069	0.0814	0.0696
Δοϊράνη	0.3628	0.1078	0.1695	0.0841	0.0531	0.0149	0.0213	0.0374	0.0394	0.0444	0.0482	0.0439
Πόλη Κιλκίς	0.4636	0.0348	0.0656	0.0324	0.0094	0.002	0.0026	0.0047	0.0071	0.0096	0.0137	0.0204

**Πίνακας 4.10:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση (δεδομένα επανανάλυσης) περιοχών του Κιλκίς βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Κρήτη	0.3363	0.0114	0.0237	0.1857	0.0107	0.0029	0.0077	0.0149	0.0139	0.0233	0.0402	0.1763
Κιλκίς	0.3591	0.0868	0.1394	0.0677	0.0361	0.0095	0.0134	0.0241	0.0274	0.0318	0.038	0.0393

**Πίνακας 4.11:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη μέση βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**.



## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

Οι τιμές πιθανότητας οι οποίες προκύπτουν κατά τον στατιστικό έλεγχο κατά Granger (εργαλειοθήκη [MVGC toolbox](#)) για την κάθε περιοχή της Κρήτης και του Κιλκίς σε χρονική καθυστέρηση 1-12 μηνών εμφανίζονται στους Πίνακες 4.12, 4.13. Αντίστοιχα ο Πίνακας 4.14 περιέχει τις τιμές πιθανότητας για τη μέση χρονοσειρά βροχόπτωσης Κρήτης και Κιλκίς, η οποία προκύπτει ως ο μέσος όρος των περιοχών της. Ομοίως με τα αποτελέσματα της συνάρτησης [gctest](#) σχέση αιτιότητας ανιχνεύεται κυρίως για χρονικές υστερήσεις 5-10 μηνών, με μέγιστη εμφάνιση σχέσης αιτιότητας για χρονική υστέρηση 6 και 7 μηνών.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Φαλάσαρνα	0.5763	0.0224	0.0785	0.3659	0.0287	0.0131	0.0312	0.0488	0.0448	0.0498	0.1260	0.3501
Λευκά Όρη	0.5105	0.0163	0.0573	0.3373	0.0146	0.0058	0.0139	0.0233	0.0243	0.0358	0.0801	0.2563
Αστερούσια Όρη	0.2820	0.0173	0.0444	0.2403	0.0137	0.0042	0.0095	0.0222	0.0225	0.0392	0.0516	0.1658
Μεσσαρά	0.3296	0.0170	0.0455	0.2605	0.0143	0.0044	0.0104	0.0229	0.0241	0.0382	0.0552	0.1792
Άγιος Νικόλαος	0.1792	0.01	0.0259	0.1492	0.019	0.0076	0.0201	0.0347	0.0267	0.0543	0.0765	0.2452
Ιεράπετρα	0.1986	0.0107	0.0288	0.1682	0.015	0.0057	0.0158	0.0299	0.0246	0.0503	0.0652	0.21
Ψήλορείτης	0.3318	0.0206	0.0534	0.2942	0.0203	0.0077	0.0178	0.0341	0.032	0.0491	0.084	0.2345
Πόλη Ρεθύμνου	0.4039	0.0215	0.0628	0.3509	0.0222	0.0112	0.0236	0.0401	0.0367	0.0543	0.1091	0.2627

**Πίνακας 4.12:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη [MVGC toolbox](#)) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (δεδομένα επανανάλυσης) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με [κυανό χρωματισμό](#).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Αμάραντα	0.3643	0.0899	0.1352	0.0699	0.041	0.0123	0.0196	0.0373	0.0401	0.0443	0.0484	0.0446
Μπέλλες	0.2628	0.1438	0.196	0.1062	0.0898	0.0316	0.0465	0.0819	0.0736	0.0737	0.0877	0.071
Δοϊράνη	0.3582	0.1041	0.1547	0.0809	0.0529	0.0164	0.0259	0.0482	0.049	0.0525	0.0555	0.0476
Πόλη Κιλκίς	0.4596	0.0346	0.0585	0.0316	0.0097	0.0024	0.0039	0.0079	0.0119	0.0162	0.0194	0.0261

**Πίνακας 4.13:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη [MVGC toolbox](#)) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση περιοχών του Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με [κυανό χρωματισμό](#).

#### 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Κρήτη	0.3604	0.0133	0.0396	0.2535	0.0138	0.0046	0.0119	0.0222	0.0202	0.0342	0.0625	0.2171
Κιλκίς	0.3546	0.0841	0.1264	0.0649	0.0362	0.0107	0.0171	0.0326	0.036	0.0403	0.0456	0.0439

**Πίνακας 4.14:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη [MVGC toolbox](#)) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη μέση βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με [κυανό χρωματισμό](#).

Με σκοπό την εκτενέστερη εξέταση της σχέσης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης, πραγματοποιήθηκε ανάλυση αιτιότητας κατά Granger για την αντίστροφη σχέση. Συγκεκριμένα διερευνήθηκε η επίδραση των δεδομένων βροχόπτωσης στον δείκτη NAO. Η σχέση αυτή δεν ευσταθεί πρακτικά, καθώς η βροχόπτωση ως φυσικό φαινόμενο δεν μπορεί να επιδράσει στον δείκτη NAO παρά μόνο το αντίστροφο. Στους ακόλουθους πίνακες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αιτιότητας κατά Granger χρησιμοποιώντας και τα δυο προγραμματιστικά εργαλεία (συνάρτηση [gctest](#)), (εργαλειοθήκη [MVGC toolbox](#)). Η ενδιαφέρουσα αλλά και μη αναμενόμενη παρατήρηση η οποία προκύπτει είναι ότι διακρίνεται η ύπαρξη αιτιότητας για κάθε περιοχή της Κρήτης και σε κάθε χρονική υστέρηση και επισημαίνεται με κόκκινο χρώμα. Αντίθετα, για τις περιοχές του Κιλκίς δεν εμφανίζεται σχέση αιτιότητας από τη βροχόπτωση προς τον δείκτη NAO σε καμία χρονική υστέρηση. Τα αποτελέσματα αυτά προκύπτουν και για τις δυο υλοποιήσεις της αιτιότητας κατά Granger, ελαχιστοποιώντας έτσι την πιθανότητα να ευθύνονται τα προγραμματιστικά εργαλεία.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Φαλάσαρνα	0.0082	0.0098	0.0061	0.0043	0.0091	0.0011	$5.2859 \times 10^{-4}$	0.001	0.0018	0.0012	0.0012	0.0042
Λευκά Όρη	0.0084	0.0089	0.0059	0.0033	0.0075	0.0017	$9.1636 \times 10^{-4}$	0.0015	0.0025	0.0022	0.0019	0.0057
Αστερούσια Όρη	0.0230	0.0167	0.0221	0.0055	0.0103	0.0146	0.0069	0.0078	0.0108	0.0121	0.007	0.0161
Μεσσαρά	0.0205	0.0141	0.0159	0.0042	0.0086	0.0105	0.0046	0.0051	0.0072	0.0093	0.006	0.0144
Άγιος Νικόλαος	0.0162	0.0211	0.0292	0.0087	0.0145	0.0065	0.0045	0.0063	0.0093	0.0074	0.003	0.0077
Ιεράπετρα	0.0126	0.0155	0.0223	0.0078	0.0132	0.0074	0.0058	0.0085	0.0128	0.0085	0.0041	0.0103
Ψήλορείτης	0.0184	0.0145	0.0152	0.0045	0.0094	0.0067	0.0032	0.0032	0.0045	0.007	0.0045	0.0114
Πόλη Ρεθύμνου	0.0126	0.0128	0.0109	0.0054	0.0116	0.0042	0.0021	0.0021	0.003	0.0053	0.0038	0.0098

**Πίνακας 4.15:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση [gctest](#)) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με [ερυθρό χρωματισμό](#).

## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Αμάραντα	0.8041	0.4756	0.6485	0.6866	0.4102	0.3744	0.1942	0.2908	0.1758	0.2595	0.3085	0.3251
Μπέλλες	0.9812	0.5275	0.6954	0.7836	0.487	0.4733	0.2702	0.3823	0.2479	0.3399	0.3855	0.3773
Δοϊράνη	0.8399	0.4758	0.6468	0.7048	0.4394	0.4077	0.217	0.3199	0.1967	0.2852	0.331	0.3513
Πόλη Κιλκίς	0.5506	0.4164	0.5782	0.5135	0.2526	0.2113	0.1017	0.1642	0.0945	0.1503	0.2038	0.229

**Πίνακας 4.16:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών του Κιλκίς και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Κρήτη	<b>0.0123</b>	<b>0.0122</b>	<b>0.0111</b>	<b>0.004</b>	<b>0.0083</b>	<b>0.0043</b>	<b>0.0023</b>	<b>0.0031</b>	<b>0.0049</b>	<b>0.0045</b>	<b>0.0028</b>	<b>0.0075</b>
Κιλκίς	0.7939	0.4784	0.6487	0.6811	0.3934	0.3567	0.1826	0.2757	0.1655	0.2461	0.2964	0.3096

**Πίνακας 4.17:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στη μέση βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Φαλάσαρνα	<b>0.0084</b>	<b>0.0088</b>	<b>0.0053</b>	<b>0.0042</b>	<b>0.0118</b>	<b>0.0026</b>	<b>0.0022</b>	<b>0.0043</b>	<b>0.0095</b>	<b>0.0047</b>	<b>0.0053</b>	<b>0.0129</b>
Λευκά Όρη	<b>0.0086</b>	<b>0.0082</b>	<b>0.0053</b>	<b>0.0035</b>	<b>0.0099</b>	<b>0.0035</b>	<b>0.0031</b>	<b>0.0056</b>	<b>0.0121</b>	<b>0.0075</b>	<b>0.0075</b>	<b>0.0182</b>
Αστερούσια Όρη	<b>0.0233</b>	<b>0.0167</b>	<b>0.0209</b>	<b>0.0064</b>	<b>0.0140</b>	<b>0.0208</b>	<b>0.0156</b>	<b>0.02</b>	<b>0.0363</b>	<b>0.0286</b>	<b>0.0199</b>	<b>0.0482</b>
Μεσσαρά	<b>0.0208</b>	<b>0.0141</b>	<b>0.0151</b>	<b>0.005</b>	<b>0.0118</b>	<b>0.0154</b>	<b>0.0109</b>	<b>0.014</b>	<b>0.026</b>	<b>0.0235</b>	<b>0.0181</b>	<b>0.044</b>
Άγιος Νικόλαος	<b>0.0167</b>	<b>0.02</b>	<b>0.0261</b>	<b>0.0094</b>	<b>0.0184</b>	<b>0.0107</b>	<b>0.011</b>	<b>0.0172</b>	<b>0.0333</b>	<b>0.0179</b>	<b>0.0104</b>	<b>0.0236</b>
Ιεράπετρα	<b>0.013</b>	<b>0.0151</b>	<b>0.0205</b>	<b>0.0086</b>	<b>0.0174</b>	<b>0.0128</b>	<b>0.0145</b>	<b>0.0234</b>	<b>0.0441</b>	<b>0.0204</b>	<b>0.0132</b>	<b>0.0318</b>
Ψηλορείτης	<b>0.0187</b>	<b>0.0143</b>	<b>0.0142</b>	<b>0.0052</b>	<b>0.0129</b>	<b>0.0108</b>	<b>0.0078</b>	<b>0.0096</b>	<b>0.0183</b>	<b>0.0185</b>	<b>0.0146</b>	<b>0.0341</b>
Πόλη Ρεθύμνου	<b>0.0129</b>	<b>0.0125</b>	<b>0.0101</b>	<b>0.0062</b>	<b>0.0159</b>	<b>0.0074</b>	<b>0.0055</b>	<b>0.0068</b>	<b>0.0135</b>	<b>0.0151</b>	<b>0.0128</b>	<b>0.0291</b>

**Πίνακας 4.18:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC toolbox`) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (δεδομένα επανανάλυσης) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

Μία πιθανή επεξήγηση για την διαφορά που παρατηρείται μεταξύ της Κρήτης και του Κιλκίς ως προς την αντίστροφη σχέση αιτιότητας είναι η διαφορά στην κατανομή της βροχόπτωσης μεταξύ τους. Παρουσιάζονται τα ιστογράμματα συχνότητας για τις μέσες χρονοσειρές Κρήτης και Κιλκίς τα οποία προέκυψαν από τη διερευνητική στατιστική ανάλυση των δεδομένων βροχόπτωσης του Κεφαλαίου 2. Ως προς την κατανομή της βροχόπτωσης Κρήτης εμφανίζεται μια υψηλή συχνότητα εμφάνισης για μικρές τιμές βροχόπτωσης και έπειτα μια απότομη

## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

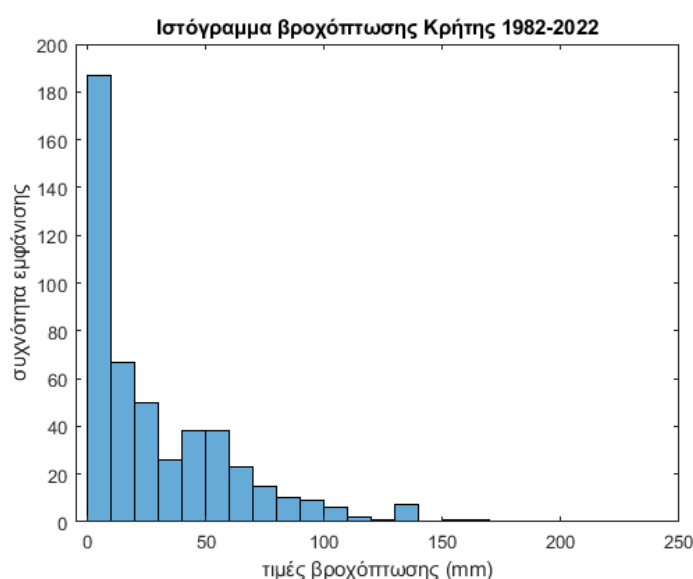
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Αμάραντα	0.8043	0.4834	0.668	0.7032	0.4363	0.4722	0.2494	0.3547	0.2514	0.3352	0.3849	0.3873
Μπέλλες	0.9813	0.5293	0.7082	0.7291	0.5048	0.5605	0.3181	0.4311	0.3127	0.3994	0.4473	0.4319
Δοϊράνη	0.84	0.4826	0.6676	0.72	0.4642	0.5052	0.2721	0.3817	0.2721	0.3584	0.4057	0.4135
Πόλη Κιλκίς	0.5507	0.4298	0.6071	0.5383	0.2825	0.2986	0.1531	0.2333	0.168	0.233	0.2888	0.2921

**Πίνακας 4.19:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη [MVGC toolbox](#)) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών του Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Κρήτη	<b>0.0125</b>	<b>0.0117</b>	<b>0.0102</b>	<b>0.0045</b>	<b>0.0114</b>	<b>0.0079</b>	<b>0.0066</b>	<b>0.0103</b>	<b>0.0207</b>	<b>0.0131</b>	<b>0.0102</b>	<b>0.0249</b>
Κιλκίς	0.7941	0.4866	0.6712	0.6982	0.4198	0.4539	0.2372	0.3399	0.2403	0.3221	0.3729	0.3712

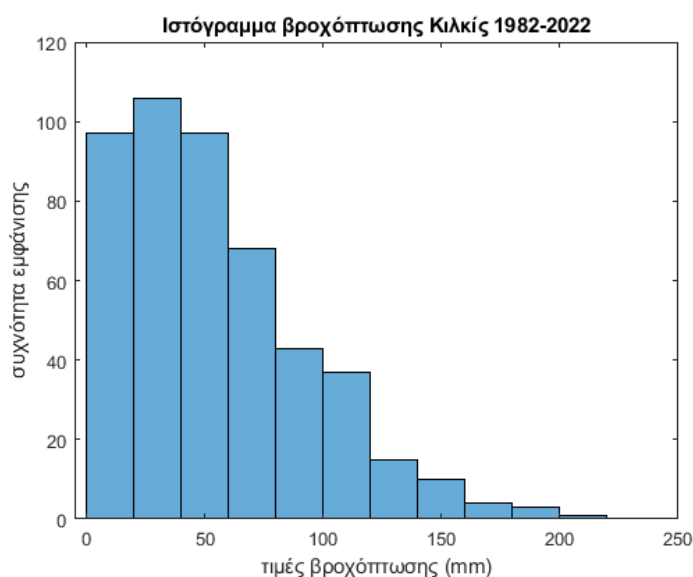
**Πίνακας 4.20:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη [MVGC toolbox](#)) ανάμεσα στην μέση βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

πτώση καθώς επίσης και κάποιες ασυνέχειες λόγω ύπαρξης κενών διαστημάτων. Από την άλλη, για την περίπτωση του Κιλκίς, διακρίνεται μια πιο ομοιόμορφη κατανομή της συχνότητας εμφάνισης και ομαλότερη πτώση της συχνότητας εμφάνισης μεγαλύτερων τιμών βροχόπτωσης.



**Σχήμα 4.15:** Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κρήτης (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO



Σχήμα 4.16: Ιστογράμμο χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

### Πραγματικά δεδομένα

Η παραπάνω ανάλυση πραγματοποιήθηκε αντίστοιχα και για τα πραγματικά δεδομένα βροχόπτωσης. Ο Πίνακας 4.21 περιέχει τις τιμές πιθανότητας οι οποίες προκύπτουν κατά τον στατιστικό έλεγχο κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) για την επίδραση του δείκτη NAO στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης. Η ανάλυση αιτιότητας κατά Granger έχει υπολογιστεί κατασκευάζοντας υποδείγματα VAR τάξης 1-12 με στόχο την παρατήρηση της επίδρασης του δείκτη NAO στη βροχόπτωση για χρονικές υστερήσεις 1-12 μηνών. Οι τιμές πιθανότητας με μπλε χρώμα είναι αυτές με τιμή μικρότερη της στάθμης πιθανότητας 5% και απορρίπτουν την μηδενική υπόθεση. Οι τιμές οι οποίες αποτελούν ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας βρίσκονται στο διάστημα χρονικών υστερήσεων 1-3 μηνών και αφορούν τις περιοχές της Παλαιοχώρας, του Ηρακλείου και του Ρεθύμνου. Συγκεκριμένα παρατηρούνται στατιστικά σημαντικές τιμές για χρονική υστέρηση 2 μηνών στις περιοχές της Παλαιοχώρας και του Ηρακλείου, ενώ για την περιοχή του Ρεθύμνου στατιστικές σημαντικές τιμές εμφανίζονται σε όλο το διάστημα 1-3 μηνών.

Οι τιμές πιθανότητας οι οποίες προκύπτουν κατά τον στατιστικό έλεγχο κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC toolbox`) για την κάθε περιοχή της Κρήτης σε χρονική καθυστέρηση 1-12 μηνών εμφανίζονται στον Πίνακα 4.22. Τα αποτελέσματα του πίνακα είναι όμοια με αυτά τα οποία προέκυψαν από την ανάλυση μέσω της συνάρτησης `gctest`, με τη διαφοροποίηση ότι για την περιοχή Παλαιοχώρας δεν προκύπτει κάποια στατιστικά σημαντική τιμή για καμία χρονική υστέρηση.

## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Χανιά	0.1753	0.1206	0.3109	0.6681	0.406	0.7154	0.9023	0.7469	0.4885	0.5871	0.7138	0.7706
Παλαιχώρα	0.3112	0.0411	0.103	0.382	0.2545	0.3212	0.3666	0.3849	0.1655	0.2451	0.4501	0.5249
Ρέθυμνο	0.0463	0.012	0.0482	0.1063	0.2684	0.4355	0.2939	0.2307	0.2045	0.2705	0.337	0.3742
Ηράκλειο	0.3112	0.2705	0.417	0.6325	0.8042	0.9781	0.9904	0.7538	0.4792	0.5743	0.5557	0.6371
Άγιος Νικόλαος	0.1066	0.0694	0.0575	0.2658	0.4169	0.7165	0.7551	0.8383	0.6537	0.7667	0.8685	0.6633
Ιεράπετρα	0.1254	0.0362	0.0681	0.131	0.2095	0.2793	0.3297	0.1602	0.1587	0.2485	0.2208	0.2497

**Πίνακας 4.21:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση **gctest**) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση (πραγματικά δεδομένα) περιοχών της Κρήτης βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Χανιά	0.1971	0.1194	0.3175	0.6937	0.4764	0.7956	0.9371	0.8073	0.5789	0.6176	0.7167	0.7858
Παλαιχώρα	0.3394	0.0507	0.165	0.4834	0.3461	0.3704	0.5671	0.6712	0.4137	0.5045	0.7427	0.8103
Ρέθυμνο	0.0498	0.0138	0.047	0.1131	0.2747	0.4284	0.2939	0.1951	0.1682	0.229	0.2798	0.3253
Ηράκλειο	0.3182	0.2695	0.4565	0.678	0.8225	0.9692	0.9856	0.8357	0.6313	0.7202	0.7194	0.7881
Άγιος Νικόλαος	0.1097	0.0739	0.1411	0.4404	0.5931	0.8478	0.8854	0.9341	0.8146	0.8915	0.9264	0.7151
Ιεράπετρα	0.1286	0.0354	0.0581	0.1104	0.1847	0.2527	0.313	0.1714	0.2217	0.3252	0.2396	0.3119

**Πίνακας 4.22:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC toolbox**) ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (πραγματικά δεδομένα) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **κυανό χρωματισμό**.

Οι Πίνακες 4.23-4.24 περιέχουν τις τιμές πιθανότητας οι οποίες προκύπτουν για την αντίστροφη σχέση αιτιότητας (από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO). Το πλήθος των στατιστικά σημαντικών τιμών για την κάθε περιοχή διαφέρει κατά το πολύ για μια τιμή κατά την υλοποίηση μέσω των δυο εργαλείων. Συγκεκριμένα, για την περιοχή των Χανίων προκύπτουν στατιστικά σημαντικές τιμές πιθανότητας σε κάθε χρονική υστέρηση. Οι περιοχές με το μικρότερο πλήθος στατιστικά σημαντικών τιμών είναι η περιοχή του Ρεθύμνου και της Ιεράπετρας, ενώ για τις περιοχές Ηρακλείου, Παλαιχωράς και Αγίου Νικολάου το πλήθος κυμαίνεται μεταξύ πέντε και οκτώ στατιστικά σημαντικών τιμών.



#### 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Χανιά	0.0001	0.0003	0	0.0001	0.0003	0.0001	0.0007	0.0011	0.0018	0.0128	0.0243	0.025
Παλαιχώρα	0.0047	0.0139	0.005	0.0034	0.0122	0.0161	0.0364	0.0426	0.0607	0.0919	0.1111	0.0849
Ρέθυμνο	0.0208	0.0714	0.098	0.0568	0.0537	0.0243	0.0469	0.0747	0.1126	0.1969	0.2514	0.3614
Ηράκλειο	0.0013	0.0053	0.0051	0.0134	0.0184	0.0044	0.0167	0.0321	0.0613	0.1317	0.1458	0.1831
Άγιος Νικόλαος	0.0713	0.2048	0.0557	0.1038	0.0084	0.0105	0.0201	0.0264	0.0398	0.069	0.1005	0.1115
Ιεράπετρα	0.025	0.101	0.055	0.025	0.0604	0.0768	0.0666	0.0677	0.0475	0.0982	0.092	0.1443

**Πίνακας 4.23:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (πραγματικά δεδομένα) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Χανιά	0.0001	0.0006	0.0001	0.0002	0.0006	0.0005	0.00012	0.0021	0.0088	0.0125	0.0338	0.0342
Παλαιχώρα	0.0047	0.0113	0.0039	0.0027	0.01	0.0191	0.0442	0.0579	0.0874	0.1082	0.1281	0.1
Ρέθυμνο	0.0222	0.0762	0.1054	0.0647	0.0715	0.041	0.0734	0.1402	0.1929	0.3122	0.3915	0.4942
Ηράκλειο	0.0013	0.0062	0.0071	0.0132	0.0193	0.0092	0.0166	0.0292	0.0636	0.1279	0.1746	0.2177
Άγιος Νικόλαος	0.0757	0.2026	0.0727	0.1573	0.0157	0.0189	0.0351	0.042	0.0728	0.1138	0.1585	0.1707
Ιεράπετρα	0.0278	0.0963	0.0661	0.0323	0.0735	0.1055	0.0985	0.1072	0.0951	0.1793	0.2513	0.3612

**Πίνακας 4.24:** Τιμές στάθμης πιθανότητας (pval) για τον στατιστικό έλεγχο που αφορά την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC toolbox`) ανάμεσα στη βροχόπτωση περιοχών της Κρήτης (πραγματικά δεδομένα) και στο δείκτη NAO βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 1 έως 12. Σε στάθμη σημαντικότητας 5%, τιμές πιθανότητες μικρότερες της τιμής 0.05 υποδηλώνουν στατιστικά σημαντική σχέση αιτιότητας και επισημαίνονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

Εξετάζοντας τα αποτελέσματα και για τα δυο είδη δεδομένων, παρατηρείται ισχυρότερη ύπαρξη σχέσης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και των δεδομένων επανανάλυσης και ειδικότερα για αυτά τα οποία αφορούν περιοχές της Κρήτης συγκριτικά με τα πραγματικά δεδομένα, παρατηρώντας το πλήθος των στατιστικά σημαντικών τιμών για την κάθε περιοχή. Από την άλλη, και για τα δυο είδη δεδομένων και συγκεκριμένα για την Κρήτη, παρατηρείται η ύπαρξη σχέσης αιτιότητας από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO, μια «κατεύθυνση» αιτιότητας η οποία δεν έχει κάποια φυσική σημασία μέχρι στιγμής. Η απουσία της κατεύθυνσης αυτής για τα δεδομένα επανανάλυσης των περιοχών του Κιλκίς, προκαλεί ενδιαφέρον, καθώς έτσι υποδεικνύει ότι η «λανθασμένη» αυτή κατεύθυνση αιτιότητας δεν προκαλείται από τα χρησιμοποιούμενα προγραμματιστικά εργαλεία και αποτελεί αιτία περαιτέρω διερεύνησης επάνω στις χρονοσειρές βροχόπτωσης Κρήτης. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, μια πιθανή εξήγηση θα μπορούσε να είναι η ύπαρξη μηδενικών τιμών όπως είναι ορατό από το ιστόγραμμα της βροχόπτωσης. Με σκοπό την περαιτέρω ανάλυση, πραγματοποιήθηκε η εξής ανάλυση, μέσω ελέγχου αναδιατάξεων.

## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

Συγκεκριμένα, πραγματοποιήθηκε η μέθοδος του ελέγχου αναδιατάξεων για τις τιμές πιθανότητας οι οποίες προκύπτουν για την σχέση αιτιότητας από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO και παρουσιάστηκαν παραπάνω σε πίνακες. Ειδικότερα, εφαρμόστηκαν 500 τυχαίες αναδιατάξεις στις χρονοσειρές βροχόπτωσης, όπου για κάθε μια από αυτές υπολογίστηκε η αιτιότητα κατά Granger από αυτές προς το δείκτη NAO. Τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν είναι ότι εξακολουθεί να υπάρχει αιτιότητα από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO και για τους δυο τύπους δεδομένων βροχόπτωσης, κάτι το οποίο θα μπορούσε να αποτελέσει μια ένδειξη για την μη αποτελεσματική εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου αιτιότητας σε βροχομετρικά δεδομένα, καθώς η αιτιότητα εξακολουθεί να υπάρχει παρόλο που η χρονοσειρά βροχόπτωσης «καταστρέφεται» μέσω των αναδιατάξεων.

### 4.2.2 Μέθοδος ρυθμού ροής πληροφορίας

Στους πίνακες οι οποίοι ακολουθούν, εμφανίζεται η μεταφορά πληροφορίας ανάμεσα στα δεδομένα βροχόπτωσης (δεδομένα επανανάλυσης, πραγματικά δεδομένα) και στο δείκτη NAO. Ο στατιστικός έλεγχος για τις τιμές πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο αναδιατάξεων, για αριθμό χιλίων αναδιατάξεων.

Συγκεκριμένα, οι Πίνακες 4.25-4.28 περιέχουν τις τιμές για τα δεδομένα επανανάλυσης σε περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς. Η πλειοψηφία των στατιστικά σημαντικών τιμών παρατηρείται για τα διαστήματα χρονικών υστερήσεων (4-6) και (9-10) μηνών και αφορά κατά το μεγαλύτερο ποσοστό της περιοχές της Κρήτης. Ακριβέστερα, οι μοναδικές στατιστικά σημαντικές τιμές για περιοχές του Κιλκίς αφορούν την περιοχή των Αμαράντων και της πόλης του Κιλκίς για χρονική υστέρηση 5 μηνών. Αναφορικά με την αντίστροφη σχέση αιτιότητας (από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO), εξακολουθούν να υπάρχουν στατιστικά σημαντικές τιμές μόνο σε περιοχές της Κρήτης, για χρονικές υστερήσεις 4,5 και 11 μηνών.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Φαλάσαρνα	-0.0098	0.0015	0.0048	0.0155	0.0193	0.0076	-0.0044	-0.0047	0.0116	0.0161	0.0021	-0.0036
Λευκά Όρη	-0.01	0.0017	0.0041	0.0141	0.0194	0.0091	-0.0046	-0.0041	0.0101	0.0157	0.0035	-0.0029
Αστερούσια Όρη	-0.0093	0.0014	0.0026	0.01	0.0189	0.0103	-0.0050	-0.003	0.0087	0.0165	0.0104	-0.0008
Μεσσαρά	-0.0095	0.0014	0.0028	0.0106	0.0187	0.0101	-0.0050	-0.0032	0.009	0.0167	0.0096	-0.0011
Άγιος Νικόλαος	-0.01	0.0012	0.0034	0.011	0.019	0.009	-0.0067	-0.0027	0.0096	0.0162	0.0085	-0.0014
Ιεράπετρα	-0.01	0.0014	0.0034	0.0106	0.0192	0.0099	-0.0063	-0.0027	0.0092	0.0164	0.0102	-0.0018
Ψηλορείτης	-0.0094	0.0012	0.0031	0.0119	0.019	0.0096	-0.0057	-0.0032	0.0101	0.016	0.0072	-0.001
Πόλη Ρεθύμνου	-0.0095	0.0015	0.0039	0.0134	0.0186	0.0091	-0.0058	-0.0034	0.0109	0.0149	0.0048	-0.0015

**Πίνακας 4.25:** Μεταφορά πληροφορίας από το δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση Κρήτης (δεδομένα επανανάλυσης). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με **κυανό χρωματισμό**.



## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Αμάραντα	-0.0023	-0.0014	-0.0002	0.0067	0.0128	0.0084	0.0006	0.0013	0.0022	-0.0036	-0.0037	-0.0013
Μπέλλες	-0.002	-0.0013	-0.0008	0.0055	0.0107	0.0077	0.0005	0.0014	0.0031	-0.0034	-0.0028	-0.0023
Δοϊράνη	-0.0021	-0.0013	-0.0003	0.0064	0.0122	0.0081	0.0004	0.0012	0.0024	-0.0037	-0.0037	-0.0015
Πόλη Κιλκίς	-0.0027	-0.0013	0.0005	0.0086	0.016	0.0099	0.0014	0.0013	0.001	-0.0027	-0.0034	-0.0002

**Πίνακας 4.26:** Μεταφορά πληροφορίας από το δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με **κυανό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Φαλάσαρνα	0.081	-0.0035	-0.0244	0.0018	0.2133	0.0051	0.0529	-0.0233	-0.0053	0.1212	0.4116	-0.0052
Λευκά Όρη	-0.1612	0.0159	0.0336	-0.0556	-0.3355	0.0176	-0.0088	0.0437	-0.0328	-0.2136	-0.6954	0.0506
Αστερούσια Όρη	-0.2253	0.0194	-0.0706	0.1287	-0.386	0.41	0.0066	0.0622	-0.1226	0.2441	-0.6252	-0.1512
Μεσσαρά	0.2034	-0.0369	0.2237	0.0514	0.4718	-0.4032	-0.1529	-0.0322	0.076	-0.2805	0.8651	0.2263
Άγιος Νικόλαος	-0.0714	-0.029	0.061	-0.0211	0.0164	-0.0509	-0.0577	0.0376	-0.056	-0.019	-0.0864	0.0715
Ιεράπετρα	0.0947	0.0199	-0.0461	-0.0031	0.051	-0.0082	0.064	-0.0434	0.0815	0.0225	0.1619	-0.0211
Ψηλορείτης	0.0574	0.03	-0.2494	-0.4749	-0.1216	-0.1281	0.2886	-0.0537	0.0731	-0.0918	-0.2541	-0.081
Πόλη Ρεθύμνου	0.0356	-0.0179	0.0824	0.332	0.0988	0.1857	-0.1716	0.0179	-0.0188	0.2297	0.2482	-0.0624

**Πίνακας 4.27:** Μεταφορά πληροφορίας από τη βροχόπτωση Κρήτης προς το δείκτη NAO (δεδομένα επανανάλυσης). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Αμάραντα	-0.8008	2.7032	-0.0887	0.8195	0.071	-3.017	-2.6981	-2.1531	0.3957	-0.9482	0.0637	0.092
Μπέλλες	0.0975	-0.2287	0.0428	-0.1193	-0.0247	0.3455	0.2695	0.2099	0.0193	0.1489	0.0088	-0.0854
Δοϊράνη	0.5662	-1.7601	0.0842	-0.5339	-0.0222	2.0009	1.8771	1.3578	-0.3954	0.6972	-0.0919	-0.7787
Πόλη Κιλκίς	0.1374	-0.7131	-0.0293	-0.1669	-0.0193	0.6931	0.5741	0.5947	-0.0219	0.1046	0.0247	-0.0454

**Πίνακας 4.28:** Μεταφορά πληροφορίας από τη βροχόπτωση Κιλκίς προς το δείκτη NAO (δεδομένα επανανάλυσης). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

## 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης NAO

Αντίστοιχα, στους Πίνακες 4.29-4.30 εμφανίζονται τα αποτελέσματα για τα πραγματικά δεδομένα βροχόπτωσης σε περιοχές της Κρήτης. Στατιστικά σημαντικές τιμές παρουσιάζονται για τις περιοχές Χανίων, Παλαιχωράς και Ιεράπετρας σε χρονικές υστερήσεις 1,9 μηνών. Σχετικά με την αντίστροφη σχέση αιτιότητας δεν προκύπτει καμία στατιστικά σημαντική τιμή για καμία περιοχή.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Χανιά	-0.0266	-0.0006	0.0094	0.024	0.0114	-0.0014	-0.0079	0.0049	0.0389	0.0161	0.0069	0.0159
Παλαιχωρά	-0.0392	0.0073	0.0101	0.019	0.0217	0.01	-0.001	-0.0089	0.0106	0.0061	0.0103	0.0207
Ρέθυμνο	-0.0227	0.0004	0.0022	0.0152	0.0026	-0.0038	-0.0049	0.0071	0.0247	0.0307	0.0113	0.0091
Ηράκλειο	-0.0199	-0.0008	0.0049	0.0175	-0.004	0.0015	-0.0085	0.0046	0.0205	0.0215	0.0105	0.0138
Άγιος Νικόλαος	-0.0262	-0.002	0.0023	0.0118	0.005	0.0061	0.0067	-0.0068	0.0031	0.0083	-0.0119	0.0029
Ιεράπετρα	-0.0299	-0.0007	0.0011	0.0137	0.017	-0.0004	-0.0117	0.004	0.0103	0.0099	0.0079	0.0071

**Πίνακας 4.29:** Μεταφορά πληροφορίας από το δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση Κρήτης (πραγματικά δεδομένα). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με **κίτρινο χρωματισμό**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Χανιά	-0.0147	0.0004	-0.0052	0.0222	0.0098	0.0216	0.0132	-0.0005	-0.0378	0.0328	0.0593	-0.0109
Παλαιχωρά	-0.006	-0.0043	0.0221	0.0234	0.0041	0.0108	0.0153	0.0062	-0.0264	-0.0024	-0.0056	-0.0318
Ρέθυμνο	0.0011	-0.0023	0.0041	-0.0097	-0.0129	0.005	0.0037	0.0098	0.0085	-0.0038	0.004	0.0303
Ηράκλειο	0.0118	-0.0042	-0.0025	0.0005	0.0279	0.0044	-0.0327	-0.0066	0.026	0.0381	-0.0054	0.0093
Άγιος Νικόλαος	-0.0083	0.009	-0.0046	0.01	-0.0235	0.0062	-0.0092	-0.0061	-0.0416	-0.0191	-0.0411	0.0131
Ιεράπετρα	0.0617	0.0044	0.0007	-0.0206	0.0087	-0.0153	-0.0313	-0.0055	0.0477	-0.0089	0.0141	-0.0251

**Πίνακας 4.30:** Μεταφορά πληροφορίας από τη βροχόπτωση Κρήτης προς το δείκτη NAO (πραγματικά δεδομένα). Οι στατιστικά σημαντικές τιμές αναγράφονται με **ερυθρό χρωματισμό**.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα για τα δυο είδη δεδομένων, είναι ιδιαίτερα εμφανές το μειωμένο πλήθος στατιστικά σημαντικών τιμών για τα πραγματικά δεδομένα βροχόπτωσης συγκριτικά με αυτό για τα δεδομένα επανανάλυσης. Το ίδιο ισχύει και για τις δυο «κατευθύνσεις» της μεταφοράς πληροφορίας, με τα πραγματικά δεδομένα υποδεικνύουν την μεταφορά πληροφορίας από το δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση και όχι την αντίστροφη. Στην περίπτωση των δεδομένων επανανάλυσης αυτό δεν ισχύει, με ένδειξη ύπαρξης μεταφοράς πληροφορίας και προς τις δυο κατευθύνσεις.

### 4.2.3 Συγκριτικά αποτελέσματα

Αναλύοντας τα αποτελέσματα των δυο μεθόδων, η βασική διαφορά η οποία προκύπτει ως αποτέλεσμα αφορά το πλήθος των στατιστικά σημαντικών τιμών οι οποίες ανιχνεύονται για την κάθε μέθοδο. Συγκεκριμένα, με την αιτιότητα κατά Granger το πλήθος των στατιστικά σημαντικών τιμών το οποίο προέκυψε είναι σαφώς μεγαλύτερο από αυτό το οποίο προκύπτει από τη μέθοδο ροής

#### 4.2. Δεδομένα βροχόπτωσης και δείκτης ΝΑΟ

---

πληροφορίας και για τα δυο είδη δεδομένων. Παραδόξως, αυτό ισχύει και τις δυο κατευθύνσεις της αιτιότητας (μόνο για περιοχές της Κρήτης), οδηγώντας σε ασαφή συμπεράσματα για την αξιοπιστία και την καταλληλότητα της μεθόδου σε τέτοιου είδους δεδομένα. Από την άλλη, στα κοινά στοιχεία των δυο μεθόδων, περιέχεται η ένδειξη ασθενέστερης ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ των πραγματικών δεδομένων και του δείκτη ΝΑΟ, συγκριτικά με τα δεδομένα επανανάλυσης, κάτι το οποίο ενδεχομένως οφείλεται στις χρονολογικές και τοπολογικές διαφορές των χρονοσειρών.

## Κεφάλαιο 5

### Συμπεράσματα

Οι καταστροφικές συνέπειες από ακραία φαινόμενα βροχοπτώσεων στην Ευρώπη, αλλά και στον υπόλοιπο κόσμο αποτελούν το κίνητρο για αυτή την εργασία και συγκεκριμένα για την προσπάθεια απάντησης στο ερώτημα σχετικά με το πως μπορεί να γίνει η πρόβλεψη, και κατ' επέκτασιν η πρόληψη από αυτές. Ο δείκτης NAO (North Atlantic Oscillation), όντας αναγνωρισμένος για τη συσχέτισή του με την μεταβλητότητα του ευρωπαϊκού κλίματος, αποτελεί την κατάλληλη πηγή για την προσπάθεια πρόβλεψης των έντονων φαινομένων βροχόπτωσης. Συνεπώς, το αρχικό ερώτημα αφορά πλέον τη διερεύνηση της σχέσης μεταξύ της βροχόπτωσης και του δείκτη NAO με σκοπό τη διαπίστωση ύπαρξης αιτιότητας για τη σχέση αυτή. Συγκεκριμένα, η εργασία περιορίστηκε στη βροχόπτωση στον ελλαδικό χώρο, και ειδικότερα στη βροχόπτωση σε περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς.

Πραγματοποιώντας ανάλυση ετεροσυσχετίσεων για τις χρονοσειρές βροχόπτωσης, παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική συσχέτιση μεταξύ των δεδομένων για τις περιοχές της Κρήτης και του δείκτη NAO, αποτελώντας ένδειξη για την ύπαρξη αιτιότητας στη σχέση αυτή. Γνωρίζοντας ότι η ετεροσυσχέτιση δεν συνεπάγεται την αιτιότητα, παρά μόνο αποτελεί μια πιθανή ένδειξη για την ύπαρξη αυτής, πραγματοποιήθηκε ανάλυση αιτιότητας κατά Granger, και μέσω της μεθόδου ρυθμού ροής πληροφορίας (αιτιότητα κατά Liang). Η παρούσα εργασία είναι μια από τις πρώτες μελέτες στις οποίες οι προαναφερόμενες μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας εφαρμόζονται σε μετεωρολογικά δεδομένα με σκοπό την σύγκριση των αποτελεσμάτων τους. Συνεπώς, προτού πραγματοποιηθεί η εφαρμογή των μεθόδων στη σχέση μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης, απαραίτητος ήταν ο έλεγχος για τη συμπεριφορά και αξιοπιστία των μεθόδων, και κατ' επέκτασιν των προγραμματιστικών εργαλείων μέσω των οποίων υλοποιούνται.

Ο έλεγχος αυτός πραγματοποιήθηκε μέσω της εφαρμογής των μεθόδων σε

---

συνθετικά δεδομένα, γνωρίζοντας εξ αρχής την αναμενόμενη συμπεριφορά των γραμμικών συστημάτων μέσω των οποίων αυτά παράγονται. Δεδομένων των αποτελεσμάτων για την κάθε περίπτωση, οι μέθοδοι κρίθηκαν ως αξιόπιστες και κατάλληλες προς εφαρμογή στη σχέση βροχόπτωσης και δείκτη NAO. Γνωρίζοντας ότι οι μέθοδοι στη συνέχεια θα εφαρμοσθούν στα βροχομετρικά δεδομένα, εξετάσθηκε η συμπεριφορά των μεθόδων, μοντελοποιώντας τις χρονοσειρές βροχόπτωσης Κρήτης μέσω των συνθετικών δεδομένων. Τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν από την εξέταση αυτή, δεν ήταν ξεκάθαρα, καθώς ανάλογα με το είδος της τροποποίησης των συνθετικών δεδομένων έτσι ώστε να μοντελοποιούν τη βροχόπτωση Κρήτης, υπήρξαν αυξομειώσεις στην τιμή της μεταφοράς πληροφορίας μεταξύ των χρονοσειρών.

Προχωρώντας στην ανάλυση αιτιότητας για τα δεδομένα βροχόπτωσης και το δείκτη NAO, παρουσιάστηκαν αποκλίσεις μεταξύ των αποτελεσμάτων για την κάθε μέθοδο.

Η ανάλυση αιτιότητας κατά Granger είχε ως αποτέλεσμα την ανίχνευση αμφίδρομης σχέσης αιτιότητας μεταξύ των δεδομένων επανανάλυσης για τις περιοχές της Κρήτης και του δείκτη NAO. Συγκεκριμένα, ανιχνεύθηκε σχέση αιτιότητας για κάθε περιοχή της Κρήτης, και ειδικότερα για τη σχέση από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO, εμφανίστηκαν στατιστικά σημαντικές τιμές για όλες τις χρονικές υστερήσεις 1-12 μηνών. Αντιθέτως, για τις περιοχές του Κιλκίς, αιτιότητα φαίνεται να υπάρχει μόνο από το δείκτη NAO προς τις χρονοσειρές βροχόπτωσης και όχι το αντίστροφο. Η μη αναμενόμενη αυτή κατεύθυνση αιτιότητας από τη βροχόπτωση Κρήτης προς το δείκτη NAO, προκάλεσε προβληματισμό κατά την έρευνα, καθώς η φυσική σημασία της δεν είναι έως τώρα γνωστή στο χώρο της μετεωρολογίας.

Ως αποτέλεσμα, αφού τα αποτελέσματα αυτά παρατηρήθηκαν μόνο για περιοχές της Κρήτης, πραγματοποιήθηκε εξέταση στις χρονοσειρές για τις περιοχές της, με σκοπό την εύρεση της αιτίας για τα αποτελέσματα αυτά. Συγκρίνοντας τις χρονοσειρές για περιοχές της Κρήτης και του Κιλκίς, η εμφανέστερη διαφοροποίηση φαίνεται να είναι η έντονη παρουσία μηδενικών τιμών για τις περιοχές της Κρήτης. Για τον λόγο αυτό, κατά την εφαρμογή των μεθόδων σε συνθετικά δεδομένα, η μοντελοποίηση των δεδομένων αφορούσε μόνο τη βροχόπτωση της Κρήτης. Από αυτή, δεν προέκυψαν κάποια αποτελέσματα με τα οποία θα μπορούσε να εξηγηθεί η μη αναμενόμενη ύπαρξη αιτιότητας από τη βροχόπτωση Κρήτης προς το δείκτη NAO.

Συνεχίζοντας με τα πραγματικά δεδομένα, τα οποία αφορούν μόνο σταθμούς της Κρήτης, δεν προέκυψε σχέση αιτιότητας για όλες τις περιοχές από το δείκτη

---

NAO προς τη βροχόπτωση. Σχετικά με την αιτιότητα από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO, η μη αναμενόμενη αυτή κατεύθυνση αιτιότητας, εξακολουθεί να ανιχνεύεται, ομοίως με τα δεδομένα επανανάλυσης.

Η μέθοδος ρυθμού ροής πληροφορίας, για τα δεδομένα αποτελέσματα, οδήγησε στην ανίχνευση αιτιότητας από το δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση, κατά κύριο λόγο για τις περιοχές της Κρήτης, με την παρουσία αιτιότητας μόνο σε δυο περιοχές του Κιλκίς. Σχετικά με την αιτιότητα από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO, αιτιότητα συνεχίζει να ανιχνεύεται για τις περιοχές της Κρήτης, με τη διαφορά ότι εμφανίζεται σε μικρότερο αριθμό χρονικών υστερήσεων συγκριτικά με τα αποτελέσματα της αιτιότητας κατά Granger, ενώ δεν ανιχνεύεται για περιοχές του Κιλκίς.

Σχετικά με τα πραγματικά δεδομένα, η μέθοδος ανιχνεύει την αιτιότητα από το δείκτη NAO προς τις περιοχές της Κρήτης: Χανιά, Παλαιοχώρα και Ιεράπετρα, ενώ δεν ανιχνεύεται αιτιότητα από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO.

Σαν γενική εικόνα, συγκρίνοντας τη βροχόπτωση Κρήτης και Κιλκίς, ανιχνεύεται ισχυρότερη σχέση αιτιότητας για την Κρήτη, επαληθεύοντας την ανάλυση ετεροσυσχετίσεων, κατά την οποία η ετεροσυσχέτιση μεταξύ της βροχόπτωσης Κρήτης και του δείκτη NAO, λαμβάνει σημαντικές τιμές κατόπιν ελέγχου μέσω αναδιατάξεων, σε αντίθεση με αυτή του Κιλκίς. Ο δείκτης NAO φαίνεται να έχει επίδραση προς τη βροχόπτωση κυρίως σε περιοχές της Κρήτης, η οποία όμως δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως πλήρως αξιόπιστη, λόγω της ανίχνευσης αιτιότητας από τη βροχόπτωση προς το δείκτη για τα δεδομένα επανανάλυσης. Στην περίπτωση του Κιλκίς, καθώς και των πραγματικών δεδομένων βροχόπτωσης Κρήτης, ανιχνεύθηκε επίδραση του δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση, η οποία μπορεί να θεωρηθεί περισσότερο αξιόπιστη, λόγω της απουσίας αμφίπλευρης σχέσης (αιτιότητα από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO).

Συνοψίζοντας, ανιχνεύθηκε η επίδραση του δείκτη NAO προς τη βροχόπτωση Κιλκίς (δεδομένα επανανάλυσης), καθώς και η αμφίδρομη σχέση αιτιότητας μεταξύ του δείκτη και της βροχόπτωσης Κρήτης.

Ενδιαφέρον θα είχε η υλοποίηση της ανάλυσης αιτιότητας, μέσω διαφορετικών προγραμματιστικών περιβαλλόντων, και η σύγκριση με τα αποτελέσματα αυτής της εργασίας, καθώς και περαιτέρω διερεύνηση για τη μη αναμενόμενη κατεύθυνση αιτιότητας από τη βροχόπτωση προς το δείκτη NAO σε μελλοντική εργασία.

# Βιβλιογραφία

- [1] L. Cheng, A. AghaKouchak, Nonstationary precipitation intensity-duration-frequency curves for infrastructure design in a changing climate, *Scientific Reports* 4 (1) (2014) 1–6.
- [2] W. Kron, P. Löw, Z. W. Kundzewicz, Changes in risk of extreme weather events in Europe, *Environmental Science & Policy* 100 (2019) 74–83.
- [3] L. Gimeno, A. Drumond, R. Nieto, R. M. Trigo, A. Stohl, On the origin of continental precipitation, *Geophysical Research Letters* 37 (13) (2010).
- [4] J. W. Hurrell, Decadal trends in the North Atlantic Oscillation: Regional temperatures and precipitation, *Science* 269 (5224) (1995) 676–679.
- [5] C. Wunsch, The interpretation of short climate records, with comments on the North Atlantic and Southern Oscillations, *Bulletin of the American Meteorological Society* 80 (2) (1999) 245–256.
- [6] G. W. K. Moore, I. A. Renfrew, R. S. Pickart, Multidecadal mobility of the North Atlantic Oscillation, *Journal of Climate* 26 (8) (2013) 2453–2466.
- [7] J. W. Hurrell, Y. Kushnir, G. Ottersen, M. Visbeck, An overview of the North Atlantic Oscillation, *Geophysical Monograph-American Geophysical Union* 134 (2003) 1–36.
- [8] J. Luterbacher, E. Xoplaki, C. Casty, H. Wanner, A. Pauling, M. Küttel, S. Brönnimann, E. Fischer, D. Fleitmann, F. J. Gonzalez-Rouco, et al., Mediterranean climate variability over the last centuries: A review, *Developments in Earth and Environmental Sciences* 4 (2006) 27–148.
- [9] G. Müller-Plath, H. J. Lüdecke, S. Lüning, Long-distance air pressure differences correlate with European rain, *Sci Rep* 12 (10191) (2022) 1–2.
- [10] R. T. Dean, W. T. M. Dunsmuir, Dangers and uses of cross-correlation in analyzing time series in perception, performance, movement, and neuroscience:

- The importance of constructing transfer function autoregressive models, *Behavior Research Methods* 48 (2) (2016) 783–802.
- [11] T. Schreiber, “Measuring information transfer”, *Physical Review Letters* 85 (2) (2000) 461–464.
- [12] G. Sugihara, R. May, H. Ye, C. Hsieh, E. Deyle, M. Fogarty, S. Munch, Detecting causality in complex ecosystems, *Science* 338 (2012) 496–500.
- [13] C. Diks, M. Mudelsee, Redundancies in the Earth’s climatological time series, *Physics Letters A* 275 (5-6) (2000) 407–414.
- [14] R. K. Kaufmann, L. Zhou, R. B. Myneni, C. J. Tucker, D. Slayback, N. V. Shabanov, J. Pinzon, The effect of vegetation on surface temperature: A statistical analysis of NDVI and climate data, *Geophysical Research Letters* 30 (22) (2003).
- [15] S. Mason, J. K. Fletcher, J. M. Haynes, C. Franklin, A. Protat, C. Jakob, A hybrid cloud regime methodology used to evaluate Southern Ocean cloud and shortwave radiation errors in ACCESS, *Journal of Climate* 28 (15) (2015) 6001–6018.
- [16] C. W. J. Granger, Testing for causality: A personal viewpoint, *Econ. Dyn. Control* 2 (329) (1980).
- [17] D. A. Smirnov, B. P. Bezruchko, Spurious causalities due to low temporal resolution: Towards detection of directional coupling from time series, *Europhysical Letter* 100 (10005) (2012).
- [18] M. X. Cohen, *Analyzing neural time series data: theory and practice*, MIT press, 2014.
- [19] L. Barnett, A.K. Seth, The MVGC multivariate Granger causality toolbox: A new approach to Granger-causal inference, *J. Neurosci Methods* 223 (2014) 50–68.
- [20] X. S. Liang, Uncertainty generation in deterministic fluid flows, *Dyn. Atmos. Oceans* 52 (51) (2011).
- [21] E. Pereda, R. Q. Quiroga, J. Bhattacharya, Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals, *Progress in Neurobiology* 77 (1-2) (2005) 1–37.
- [22] S. S. Lee, Jumps and information flow in financial markets, *Rev. Financ. Stud.* 25 (439) (2012).



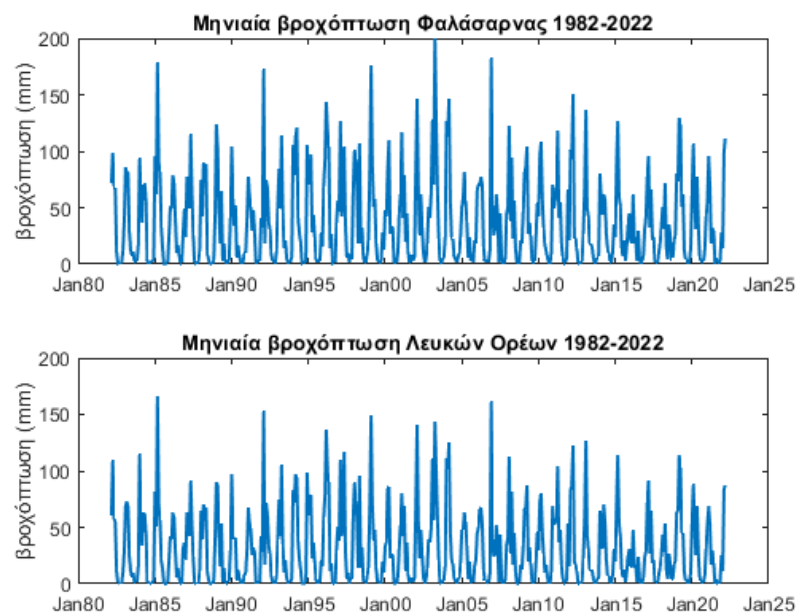
- [23] J. J. Schauer, M. J. Kleeman, G. R. Cass, B. R. T. Simoneit, Measurement of emissions from air pollution sources. 5. C1-C32 organic compounds from gasoline-powered motor vehicles, *Environmental Science & Technology* 36 (6) (2002) 1169–1180.
- [24] X. S. Liang, R. Kleeman, Information Transfer between Dynamical System Components, *Phys. Rev. Lett.* 95 (244101) (2005).
- [25] X. S. Liang, The Liang-Kleeman information flow: Theory and applications, *Entropy* 15 (1) (2013) 327–360.
- [26] X. S. Liang, Information flow and causality as rigorous notions ab initio, *Physical Review E* 94 (5) (2016) 052201.
- [27] X. S. Liang, Normalized Multivariate Time Series Causality Analysis and Causal Graph Reconstruction, *Entropy* 23 (679) (2021).
- [28] X. S. Liang, Unraveling the cause-effect relation between time series, *Physical Review E* 90 (5) (2014) 052150.
- [29] D. T. Hristopulos, A. Baxevani, Kaniadakis Functions Beyond Statistical Mechanics: Weakest-Link Scaling, Power-Law Tails, and Modified Lognormal Distribution, *Entropy* 24 (1362) (2022).

## Παράρτημα Α΄

# Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης βροχόπτωσης περιοχών Κρήτης και Κιλκίς

### Α΄.1 Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

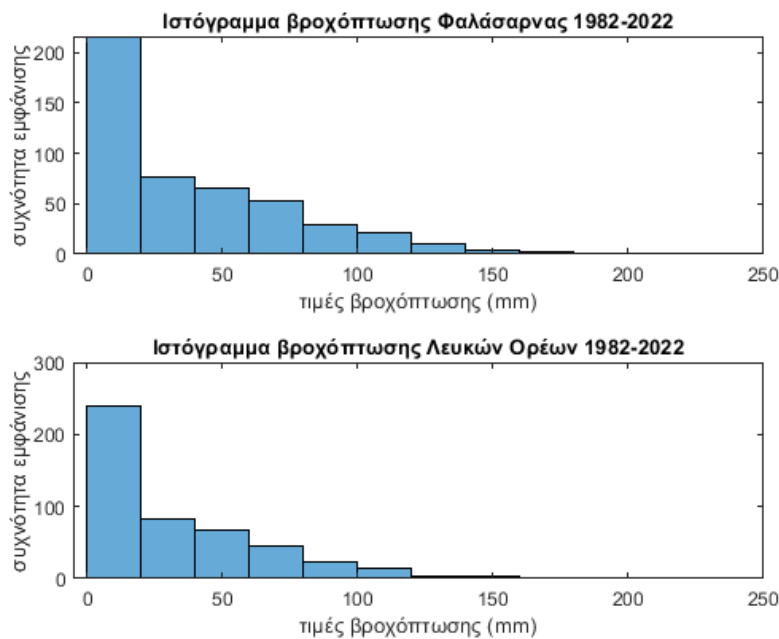
Νομός Χανίων: Στο Σχήμα Α΄.1 παρουσιάζονται τα διαγράμματα βροχόπτωσης Φαλάσαρνas και Λευκών Ορέων για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.



Σχήμα Α΄.1: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνas και Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

#### Α.1. Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

Στο Σχήμα Α.2 εμφανίζονται τα ιστογράμματα συχνότητας της βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων. Οι τιμές για την Φαλάσαρνα κυμαίνονται μεταξύ 0.12 και 200.35 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα [0.11,20]. Για τα Λευκά Όρη οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ 0.05 και 166.42 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα [0.05,20].



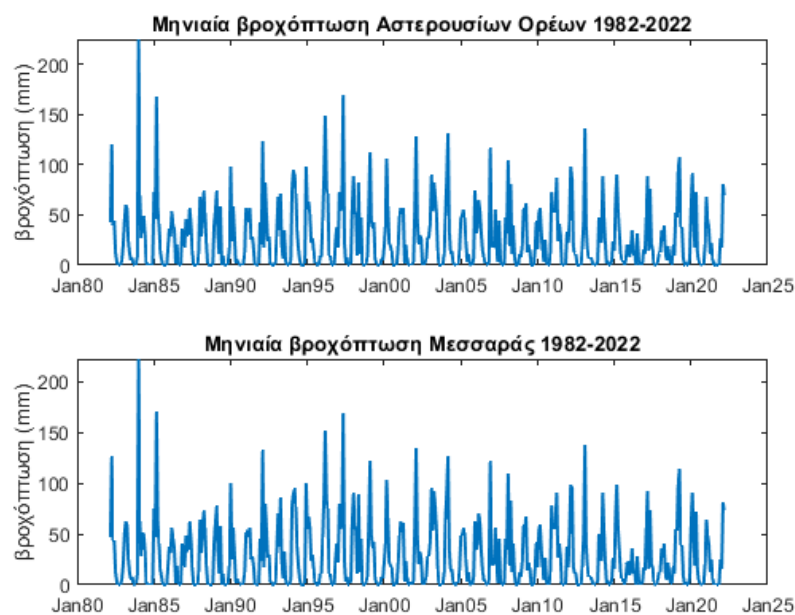
Σχήμα Α.2: Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

**Νομός Ηρακλείου:** Στο Σχήμα Α.3 παρουσιάζονται τα διαγράμματα βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

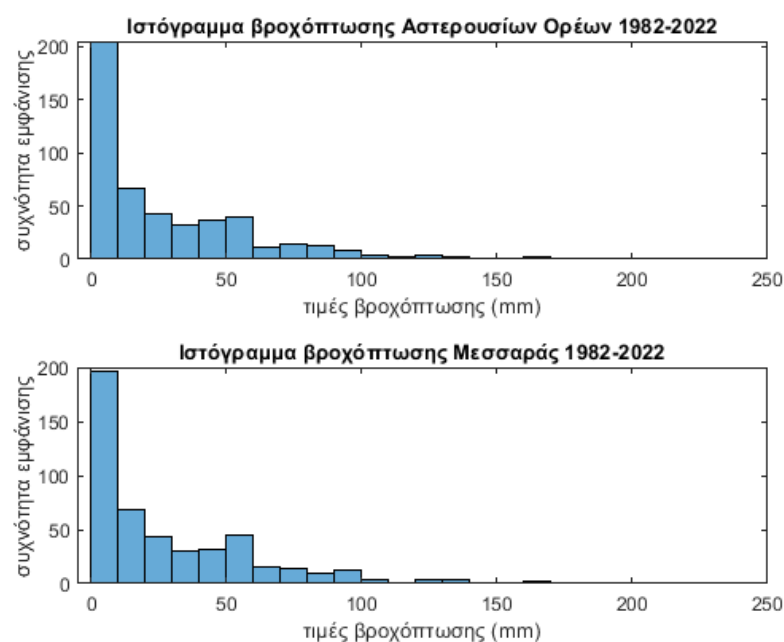
Στο Σχήμα Α.4 εμφανίζονται τα ιστογράμματα συχνότητας της βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς. Οι τιμές για τα Αστερούσια Όρη κυμαίνονται μεταξύ  $9.18 \times 10^{-4}$  και 224.53 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[9.18 \times 10^{-4}, 10]$ . Για την Μεσσαρά οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ  $3 \times 10^{-3}$  και 221.92 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από  $[3 \times 10^{-3}, 10]$ .

#### Α.1. Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

---



Σχήμα Α.3: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

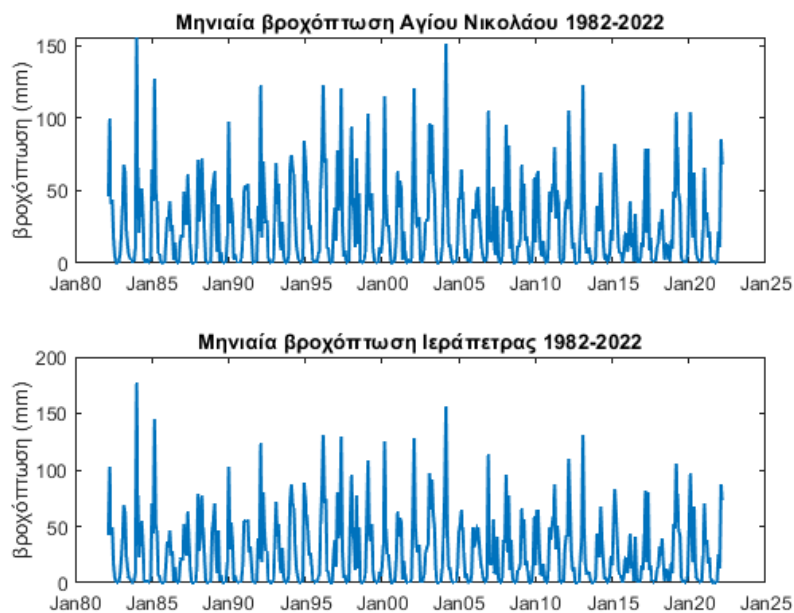


Σχήμα Α.4: Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

**Νομός Λασιθίου:** Στο Σχήμα Α.5 παρουσιάζονται τα διαγράμματα βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

#### Α.1. Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

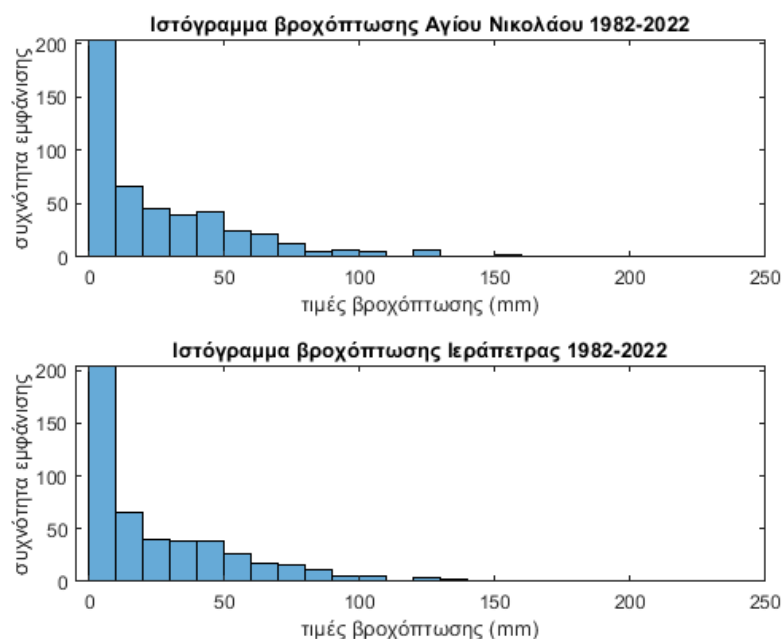
---



Σχήμα Α.5: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

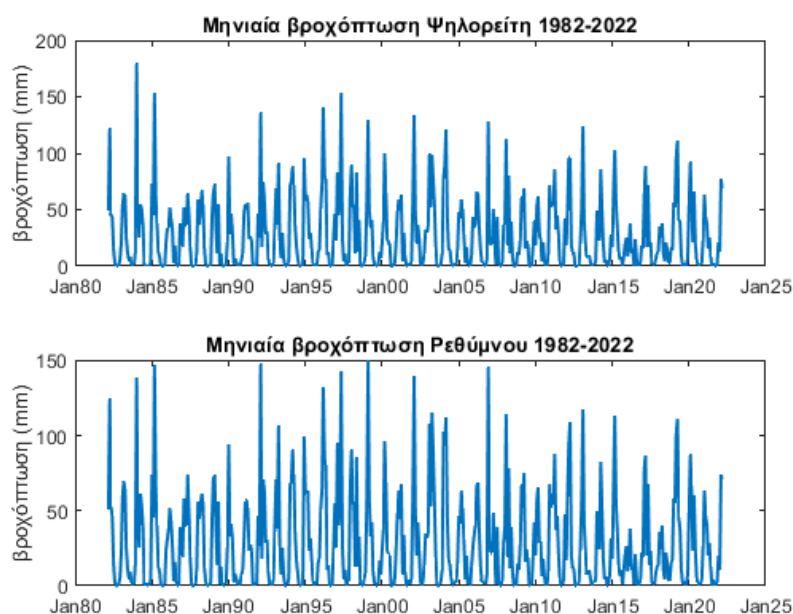
Στο Σχήμα Α.6 εμφανίζονται τα ιστογράμματα συχνότητας της βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας. Οι τιμές για τον Άγιο Νικόλαο κυμαίνονται μεταξύ 0.02 και 156.03 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0.03, 10]$ . Για την Ιεράπετρα οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ  $2 \times 10^{-3}$  και 176.42 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[2 \times 10^{-3}, 10]$ .

#### Α.1. Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας



Σχήμα Α.6: Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

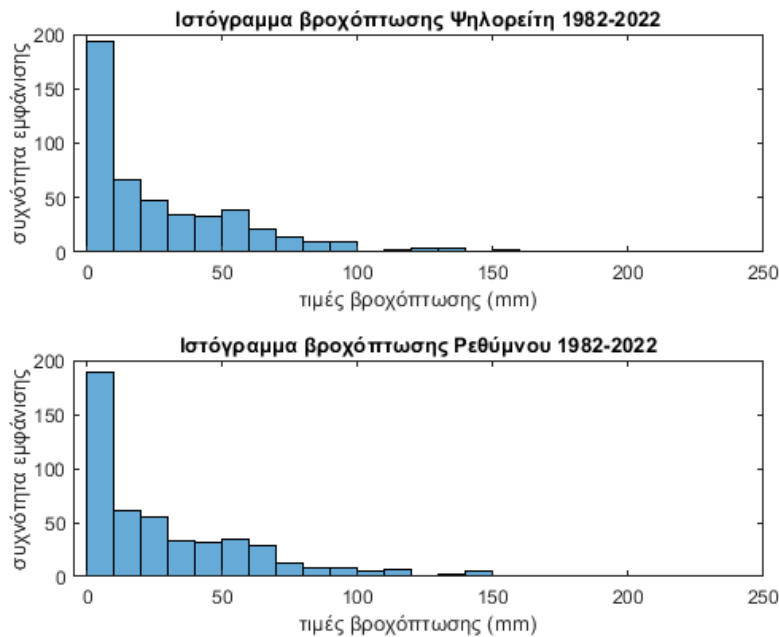
**Νομός Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα Α.7 παρουσιάζονται τα διαγράμματα μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.



Σχήμα Α.7: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

#### Α.1. Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

Στο Σχήμα Α.8 εμφανίζονται τα ιστογράμματα συχνότητας της βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου. Οι τιμές για τον Ψηλορείτη κυμαίνονται μεταξύ  $8 \times 10^{-3}$  και 179.39 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[8 \times 10^{-3}, 10]$ . Για την πόλη του Ρεθύμνου οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ  $7 \times 10^{-3}$  και 150.52 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[8 \times 10^{-3}, 10]$ .

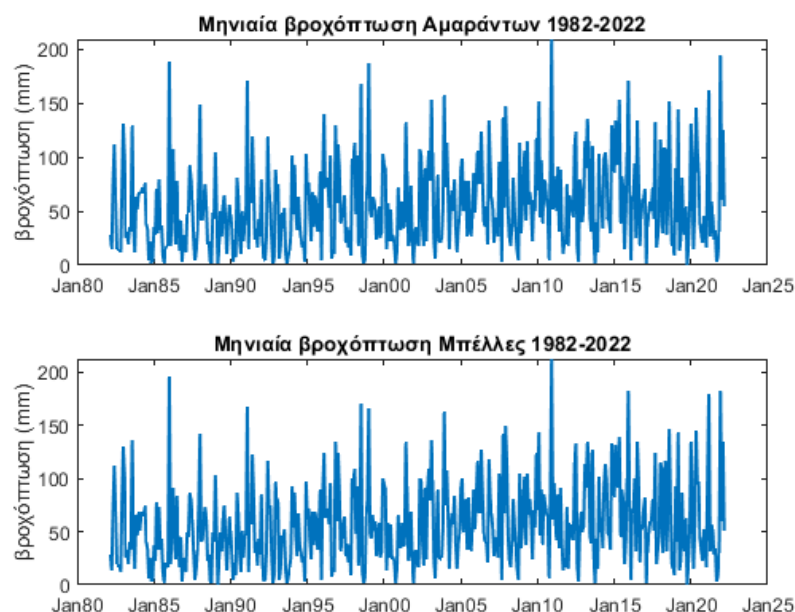


Σχήμα Α.8: Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

#### Α.1. Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

---

**Περιοχές Αμαράντων, Μπέλλες:** Στο Σχήμα Α.9 παρουσιάζονται τα διαγράμματα βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

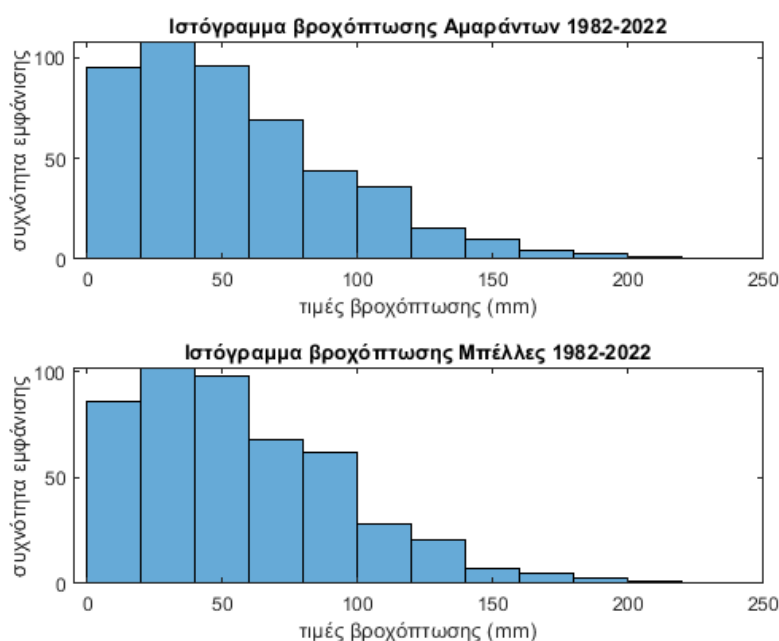


**Σχήμα Α.9:** Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

Στο Σχήμα Α.10 εμφανίζονται τα ιστογράμματα συχνότητας της βροχόπτωσης Αμαράντων και οροσειράς Μπέλλες. Οι τιμές για τα Αμάραντα κυμαίνονται μεταξύ 0.6 και 209.27 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα [20,40]. Για την οροσειρά Μπέλλες οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ 0.84 και 212.53 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα [20,40].

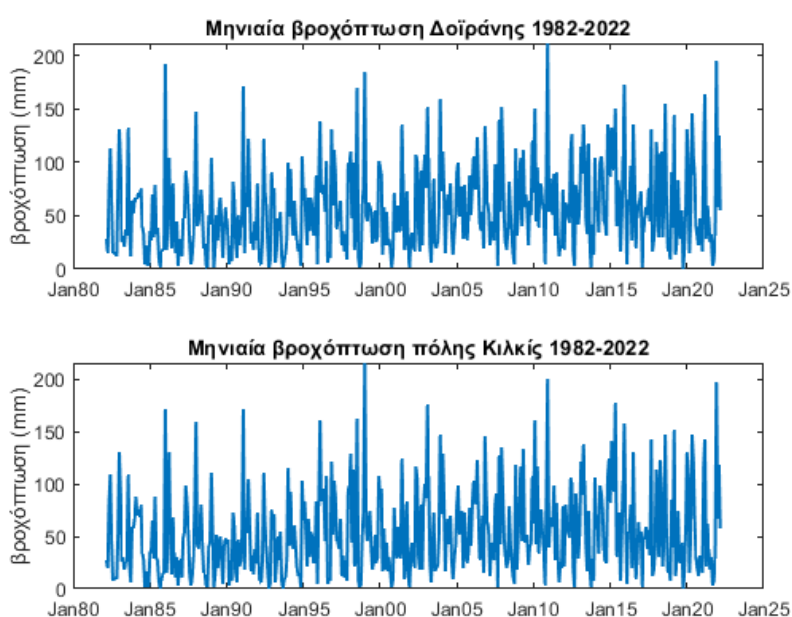


### Α.1. Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας



Σχήμα Α.10: Ιστόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

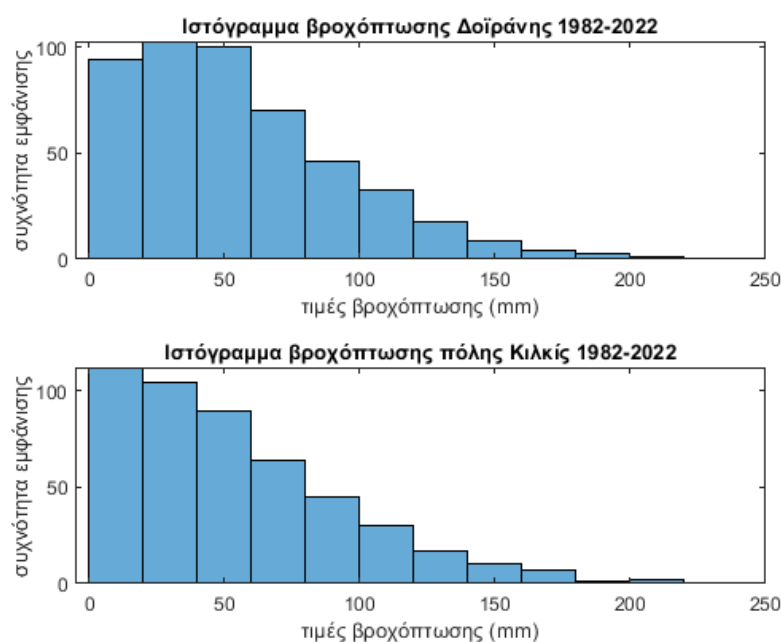
Περιοχές Δοϊράνης, πόλης Κιλκίς: Στο Σχήμα Α.11 παρουσιάζονται τα διαγράμματα βροχόπτωσης λίμνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.



Σχήμα Α.11: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης λίμνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

## Α.2. Πρότυπο κατανομής πιθανότητας

Στο Σχήμα Α.12 εμφανίζονται τα ιστογράμματα συχνότητας της βροχόπτωσης λίμνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς. Οι τιμές για την λίμνη Δοϊράνη κυμαίνονται μεταξύ 0.62 και 211.25 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από [20,40]. Για την πόλη του Κιλκίς οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ 0.36 και 215.71 χιλιοστών βροχόπτωσης με τις περισσότερες τιμές να βρίσκονται στο διάστημα από [0,20].

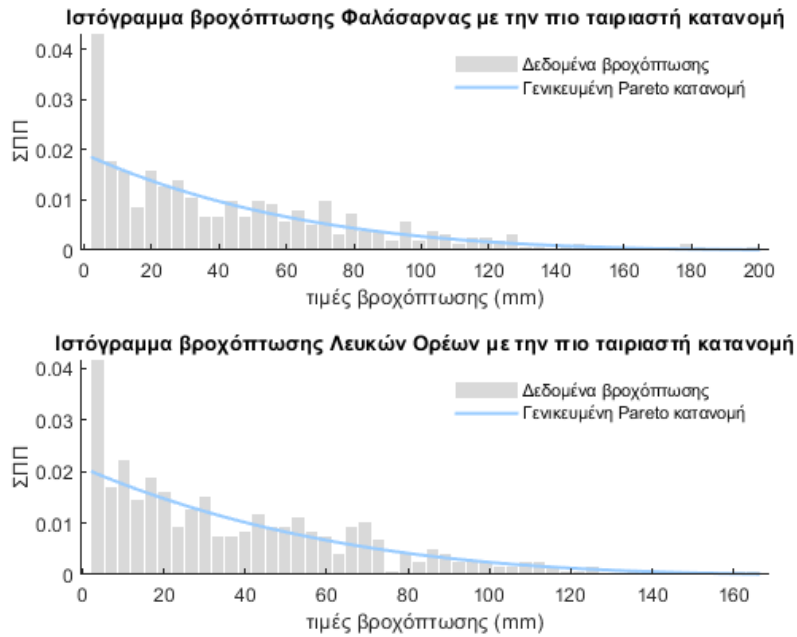


Σχήμα Α.12: Ιστογράμματα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης λίμνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022).

## Α.2 Πρότυπο κατανομής πιθανότητας

**Νομός Χανίων:** Στο Σχήμα Α.13 εμφανίζεται η γενικευμένη κατανομή Pareto η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας (**Pareto**(−0.18, 52.03)) και Λευκών Ορέων (**Pareto**(−0.22, 48.28)). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από τις χρονοσειρές με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 14.76% για τη Φαλάσαρνα και 20.79% για τα Λευκά Όρη.

## Α.2. Πρότυπο κατανομής πιθανότητας



Σχήμα Α.13: Ιστόγραμμα βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

**Νομός Ηρακλείου:** Στο Σχήμα Α.14 εμφανίζεται η κατανομή Γάμμα η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας της βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων ( $\Gamma(1.25, 29.13)$ ) και πεδιάδας Μεσσαράς ( $\Gamma(1.24, 30.32)$ ). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από τις χρονοσειρές με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 27.03% για τα Αστερούσια Όρη και 25.99% για την πεδιάδα Μεσσαράς.

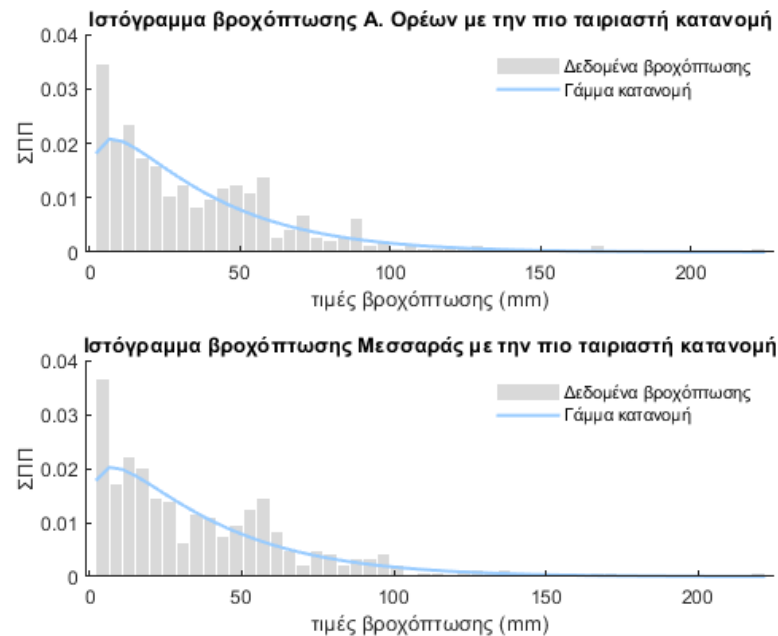
**Γάμμα κατανομή:** Καθορίζεται από δυο παραμέτρους, την παράμετρο σχήματος  $a$  και την παράμετρο μέτρου  $\lambda$ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί την γάμμα κατανομή με παραμέτρους  $a, \lambda > 0$  δίνεται από

$$f(x) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\lambda x}, x > 0. \quad (\text{Α.1})$$

Η εφαρμογή της Γάμμα κατανομής είναι συχνότερη στον τομέα της γεωστατιστικής για έρευνα βροχόπτωσης καθώς και στον τομέα των επιχειρήσεων με μεγάλη χρήση στις ασφαλίσσεις.

## Α.2. Πρότυπο κατανομής πιθανότητας

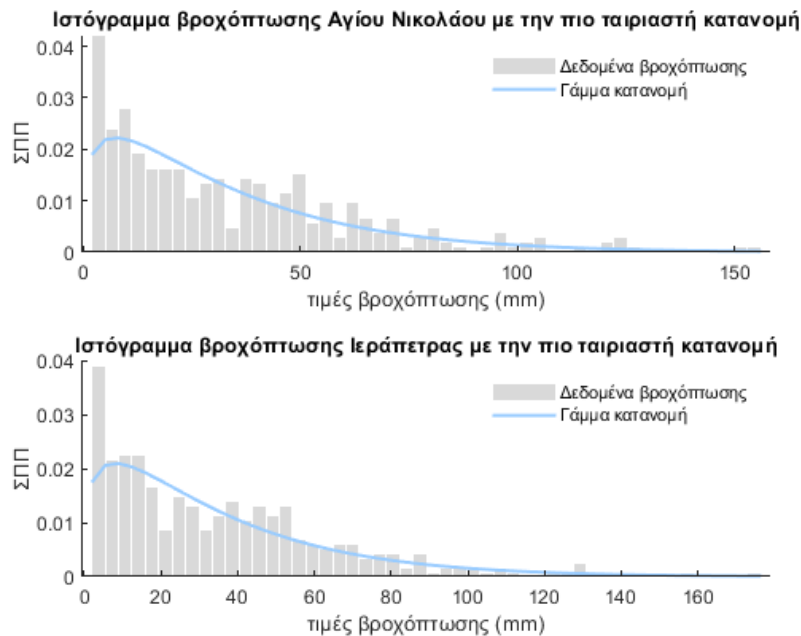
---



**Σχήμα Α.14:** Ιστόγραμμα βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

**Νομός Λασιθίου:** Στο Σχήμα Α.15 εμφανίζεται η κατανομή Γάμμα η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας της βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου ( $\Gamma(1.28, 26.41)$ ) και Ιεράπετρας ( $\Gamma(1.29, 27.74)$ ). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από τις χρονοσειρές με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 25.16% για τον Άγιο Νικόλαο και 26.61% για την Ιεράπετρα.

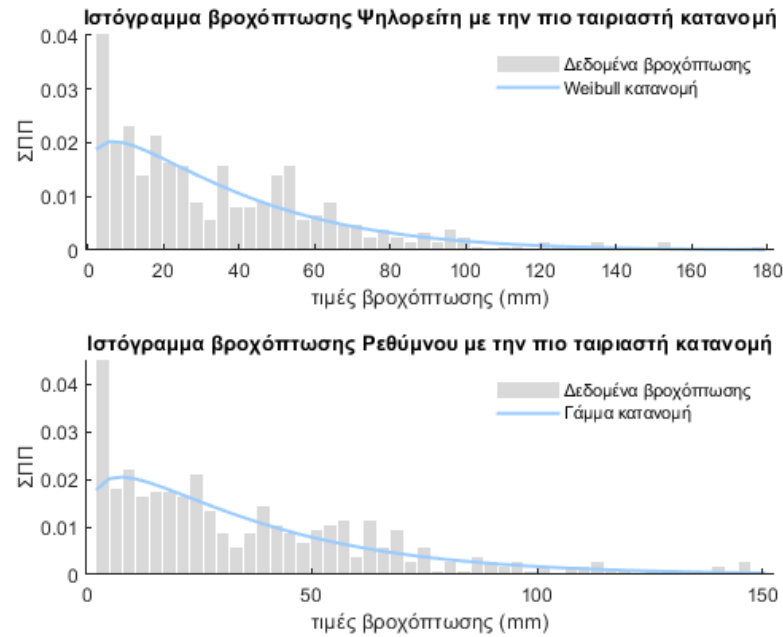
## Α.2. Πρότυπο κατανομής πιθανότητας



Σχήμα Α.15: Ιστόγραμμα βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

**Νομός Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα Α.16 εμφανίζεται η κατανομή Weibull η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας της βροχόπτωσης Ψηλορείτη ( $W(38.21, 1.15)$ ) και η κατανομή Γάμμα για την πόλη του Ρεθύμνου ( $\Gamma(1.25, 29.47)$ ). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από τις χρονοσειρές με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι 23.91% για τον Ψηλορείτη και 22.45% για την πόλη Ρεθύμνου.

## Α.2. Πρότυπο κατανομής πιθανότητας



**Σχήμα Α.16:** Ιστόγραμμα βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

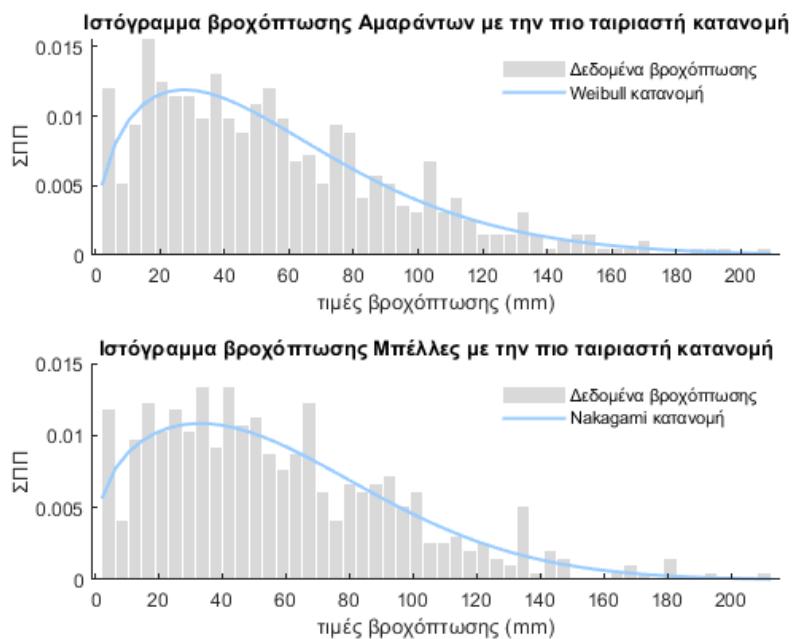
**Περιοχές Αμαράντων, Μπέλλες:** Στο Σχήμα Α.17 εμφανίζεται η κατανομή Weibull η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας της βροχόπτωσης Αμαράντων ( $W(62.08, 1.45)$ ) και η κατανομή Nakagami για την οροσειρά Μπέλλες ( $NAK(0.65, 4.83 \times 10^3)$ ). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από τις χρονοσειρές με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας για τα Αμάραντα και την οροσειρά Μπέλλες είναι 1.46%.

**Κατανομή Nakagami:** Η κατανομή Nakagami είναι μία συγγενική κατανομή με την Γάμμα κατανομή. Το πεδίο εφαρμογής της είναι κυρίως ο τομέας των τηλεπικοινωνιών και συγκεκριμένα στις ασύρματες επικοινωνίες. Καθορίζεται από δυο παραμέτρους, την παράμετρο σχήματος  $\mu$  και την παράμετρο μέτρου  $\omega$ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί την Nakagami κατανομή δίνεται από

$$f(x; \mu, \omega) = 2 \left( \frac{\mu}{\omega} \right)^\mu \frac{1}{\Gamma(\mu)} x^{2\mu-1} e^{-\frac{\mu}{\omega} x^2}, \forall x \geq 0. \quad (A.2)$$

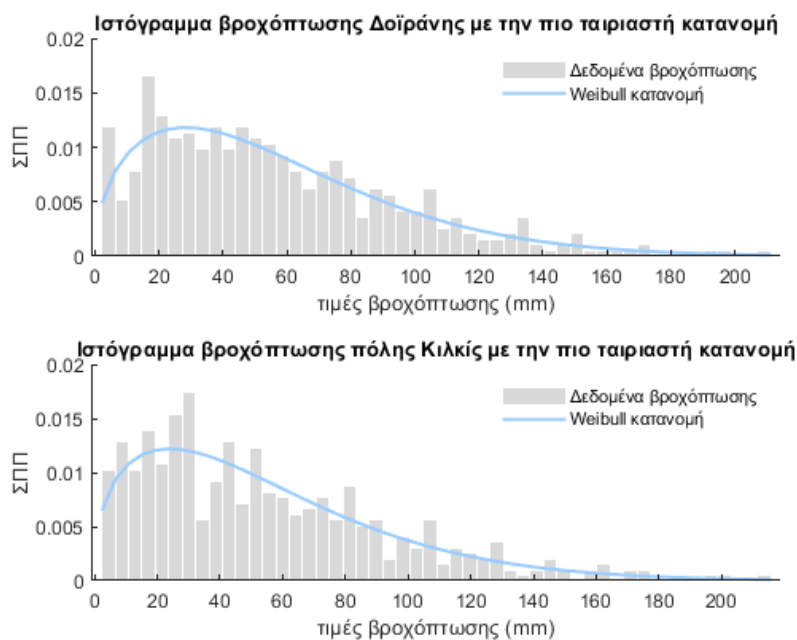
**Περιοχές Δοϊράνης, πόλης Κιλκίς:** Στο Σχήμα Α.18 εμφανίζεται η κατανομή Weibull η οποία προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας της βροχόπτωσης Δοϊράνης ( $W(62.62, 1.46)$ ) και της πόλης του Κιλκίς ( $W(60.25, 1.38)$ ). Το ποσοστό των δειγμάτων που αφαιρέθηκαν από τις χρονοσειρές με σκοπό την ακριβέστερη προσέγγιση της πιο ταιριαστής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας

## Α.2. Πρότυπο κατανομής πιθανότητας



Σχήμα Α.17: Ιστογράμμο βροχόπτωσης Αμαράντων και οροσειράς Μπέλλες, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

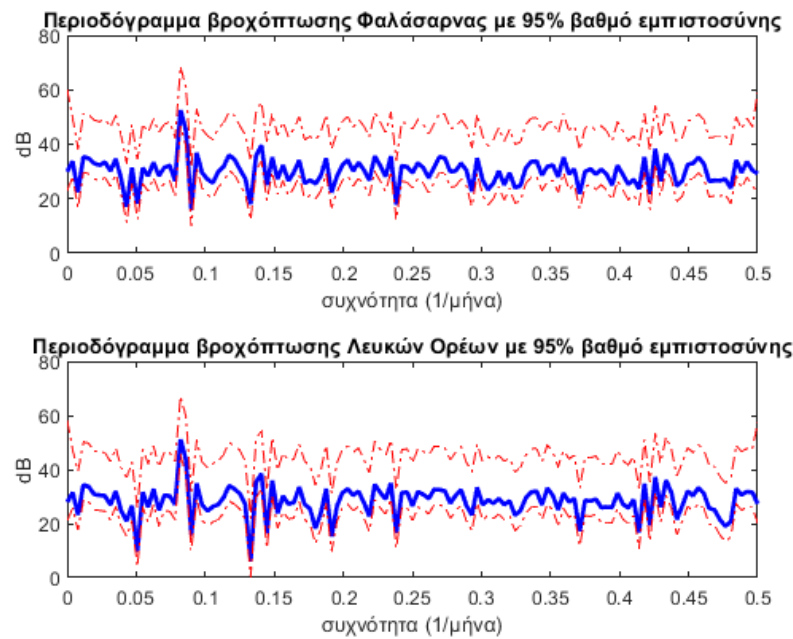
είναι 1.46% για την λίμνη Δοϊράνης και 3.12% για την πόλη του Κιλκίς.



Σχήμα Α.18: Ιστογράμμο βροχόπτωσης λίμνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς, και προσαρμογή με την βέλτιστη κατανομή πιθανότητας (συνεχής γαλάζια γραμμή).

### Α.3 Περιοδόγραμμα

**Νομός Χανίων:** Στο Σχήμα Α.19 εμφανίζεται το περιοδόγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας, Λευκών Ορέων μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Διακρίνεται μια υψηλή κορυφή στη συχνότητα 0.08 η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 12 μηνών κάτι το οποίο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως αναμενόμενο λόγω της εποχικής διακύμανσης που παρατηρείται σε κλιματολογικά δεδομένα κατά τη διάρκεια του έτους.



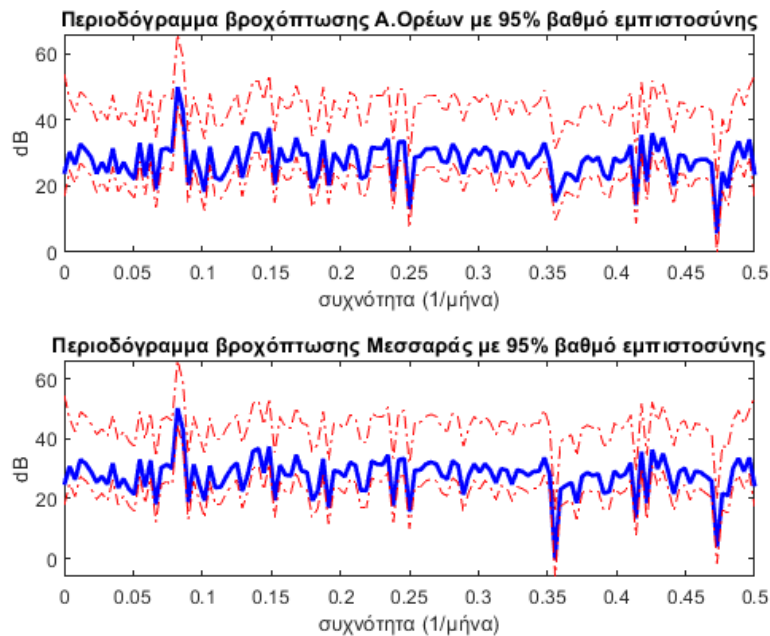
**Σχήμα Α.19:** Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

**Νομός Ηρακλείου:** Στο Σχήμα Α.20 εμφανίζεται το περιοδόγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων, Μεσσαράς μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Διακρίνεται μια υψηλή κορυφή στη συχνότητα 0.08 η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 12 μηνών.



### Α.3. Περιοδόγραμμα

---



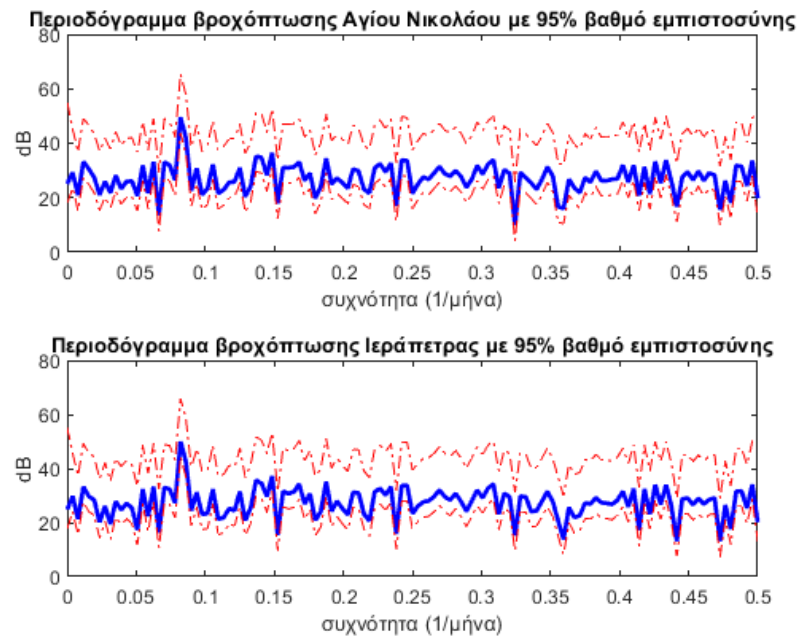
**Σχήμα Α'.20:** Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

**Νομός Λασιθίου:** Στο Σχήμα Α'.21 εμφανίζεται το περιοδόγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου, Ιεράπετρας μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Διακρίνεται μια υψηλή κορυφή στη συχνότητα 0.08 η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 12 μηνών.

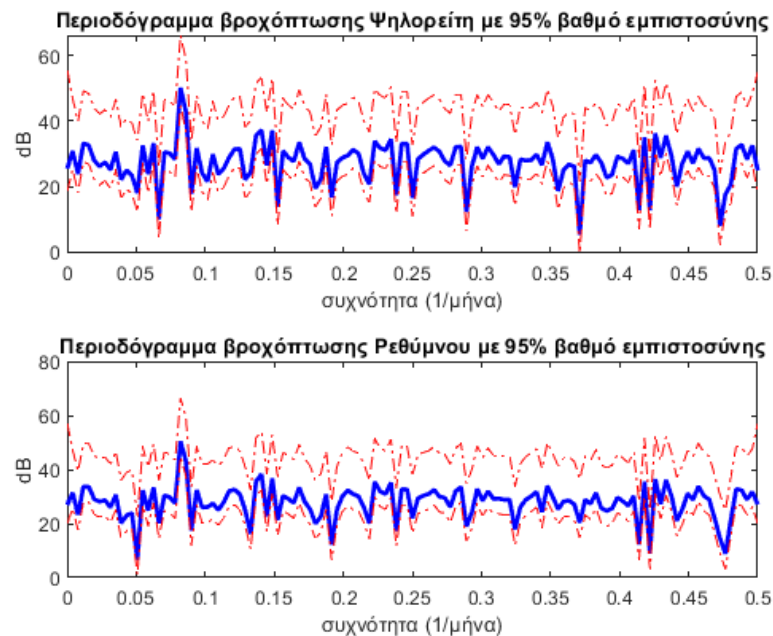
**Νομός Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα Α'.22 εμφανίζεται το περιοδόγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψήλορείτη, Ρεθύμνου μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Διακρίνεται μια υψηλή κορυφή στη συχνότητα 0.08 η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 12 μηνών.

### Α.3. Περιοδόγραμμα

---



Σχήμα Α'.21: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).



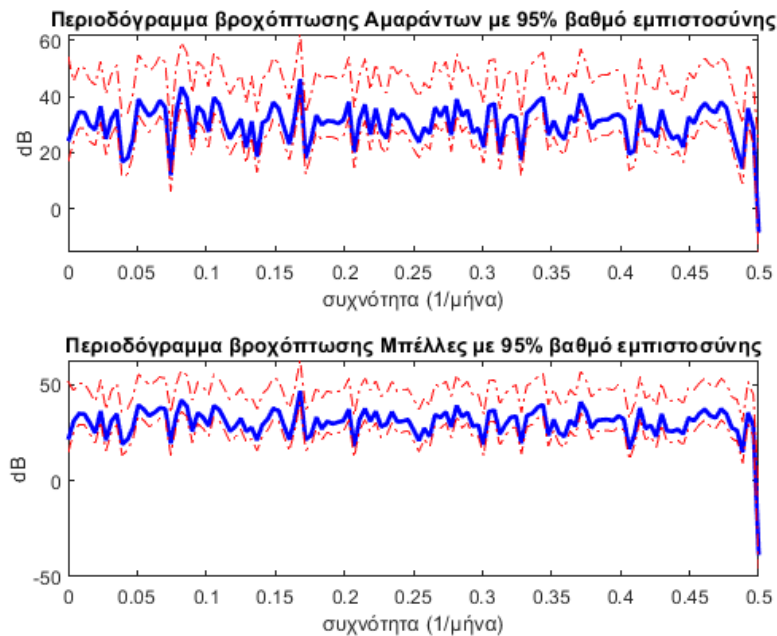
Σχήμα Α'.22: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

**Περιοχές Αμαράντων, Μπέλλες:** Στο Σχήμα [Α'.23](#) εμφανίζεται το περιοδόγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Αμαράντων, Μπέλλες μαζί

### Α.3. Περιοδόγραμμα

---

τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Από το περιοδόγραμμα δεν παρατηρείται κάποια υψηλή κορυφή σε κάποια συχνότητα και έτσι δεν μπορεί να διακριθεί κάποια περιοδικότητα.

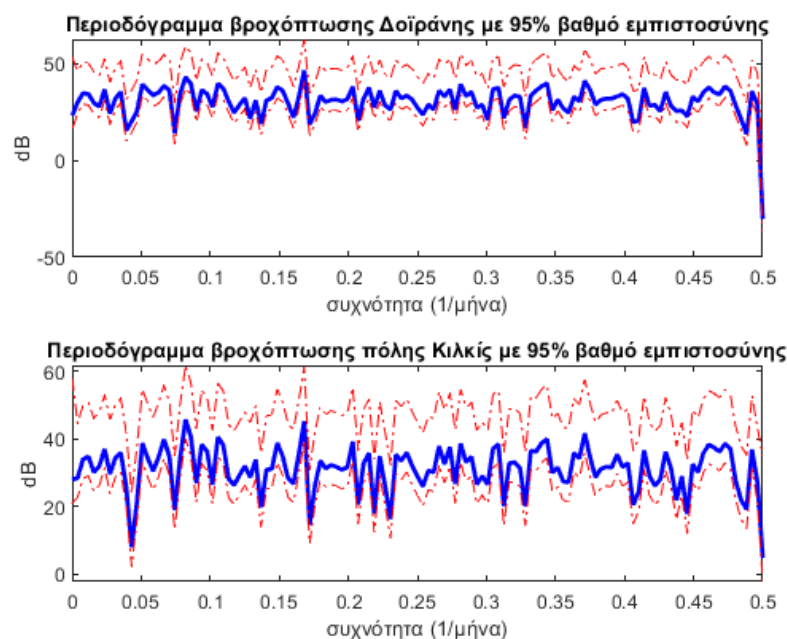


**Σχήμα Α.23:** Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

**Περιοχές Δοϊράνης, πόλης Κιλκίς:** Στο Σχήμα [Α.24](#) εμφανίζεται το περιοδόγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης λίμνης Δοϊράνης, πόλης Κιλκίς μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95%. Από το περιοδόγραμμα δεν παρατηρείται κάποια υψηλή κορυφή σε κάποια συχνότητα και έτσι δεν μπορεί να διακριθεί κάποια περιοδικότητα.

#### Α'.4. Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

---



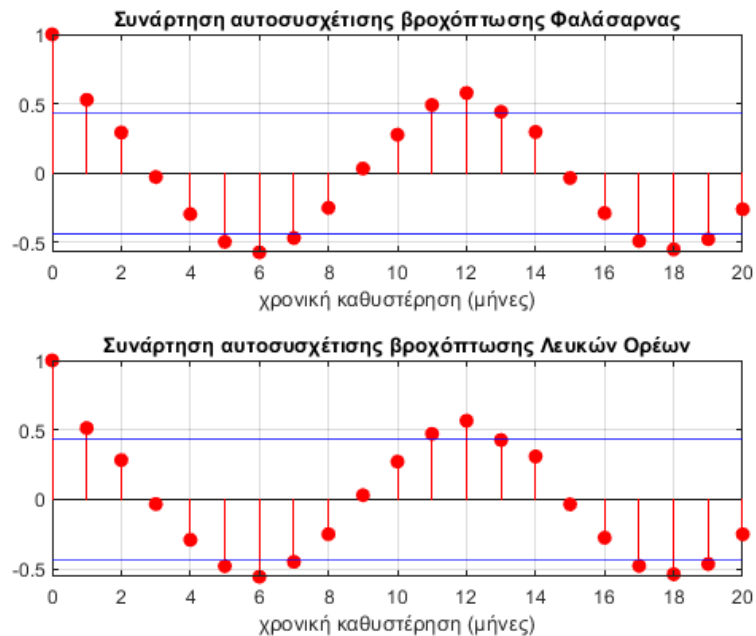
Σχήμα Α'.24: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης λίμνης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς (Ιανουάριος 1982 - Ιανουάριος 2022) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (κόκκινες καμπύλες).

#### Α'.4 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

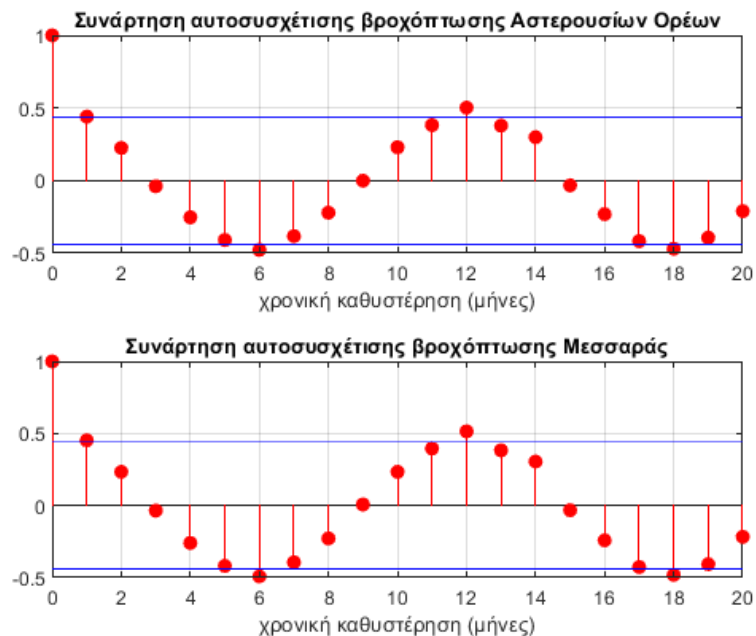
**Νομός Χανίων:** Στο Σχήμα Α'.25 εμφανίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας, Λευκών Ορέων για μέγιστη χρονική υστέρηση 20 μηνών. Παρατηρείται περιοδικότητα 12 μηνών.

**Νομός Ηρακλείου:** Στο Σχήμα Α'.26 εμφανίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων, Μεσσαράς για μέγιστη χρονική υστέρηση 20 μηνών. Παρατηρείται περιοδικότητα 12 μηνών.

#### Α'.4. Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης



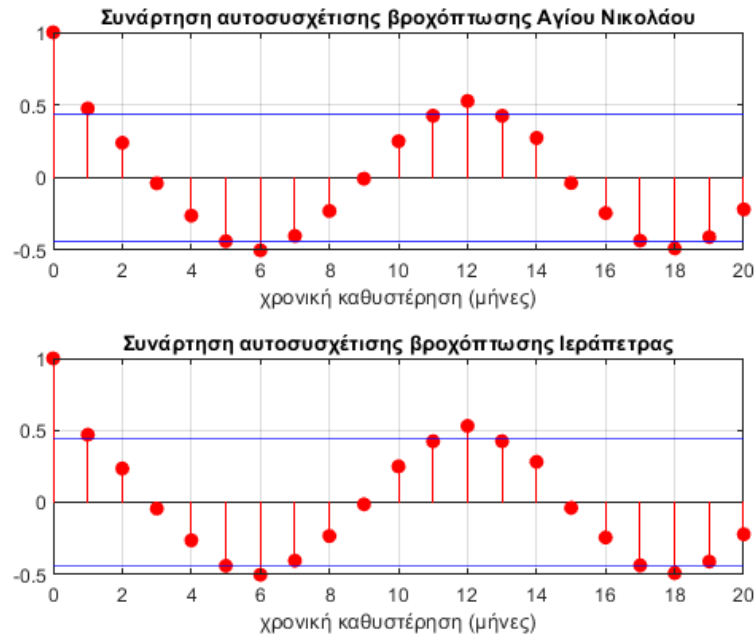
Σχήμα Α'.25: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).



Σχήμα Α'.26: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).

#### Α.4. Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

**Νομός Λασιθίου:** Στο Σχήμα Α.27 εμφανίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου, Ιεράπετρας για μέγιστη χρονική υστέρηση 20 μηνών. Παρατηρείται περιοδικότητα 12 μηνών.

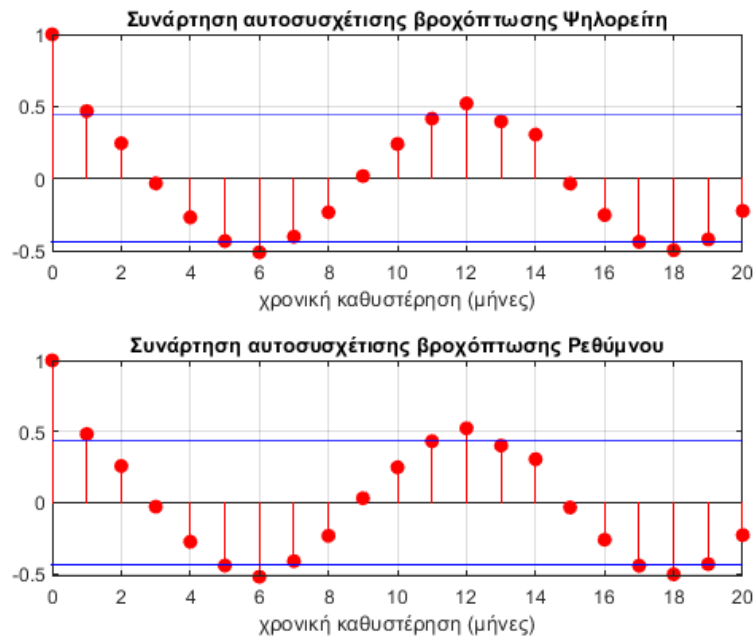


**Σχήμα Α.27:** Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).

**Νομός Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα Α.22 εμφανίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψηλορείτη, πόλης Ρεθύμνου για μέγιστη χρονική υστέρηση 20 μηνών. Παρατηρείται περιοδικότητα 12 μηνών.

#### Α.4. Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

---

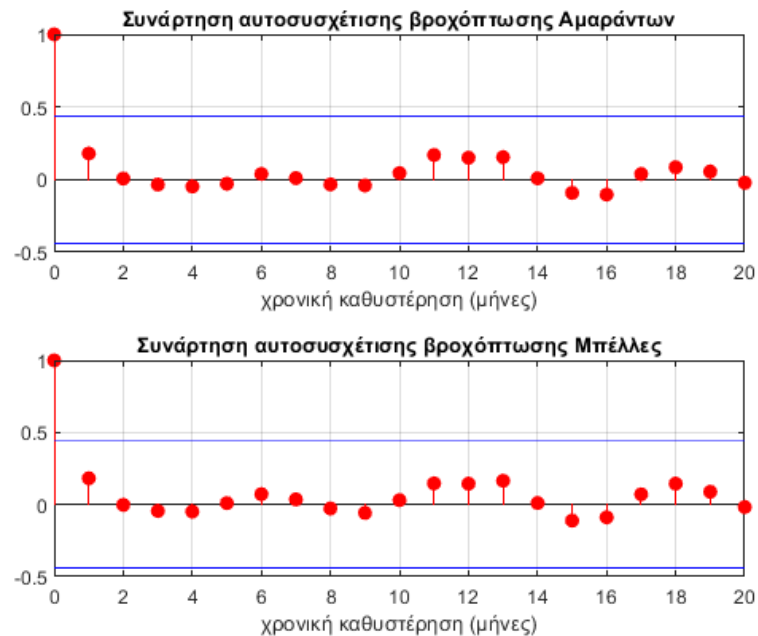


**Σχήμα Α.28:** Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).

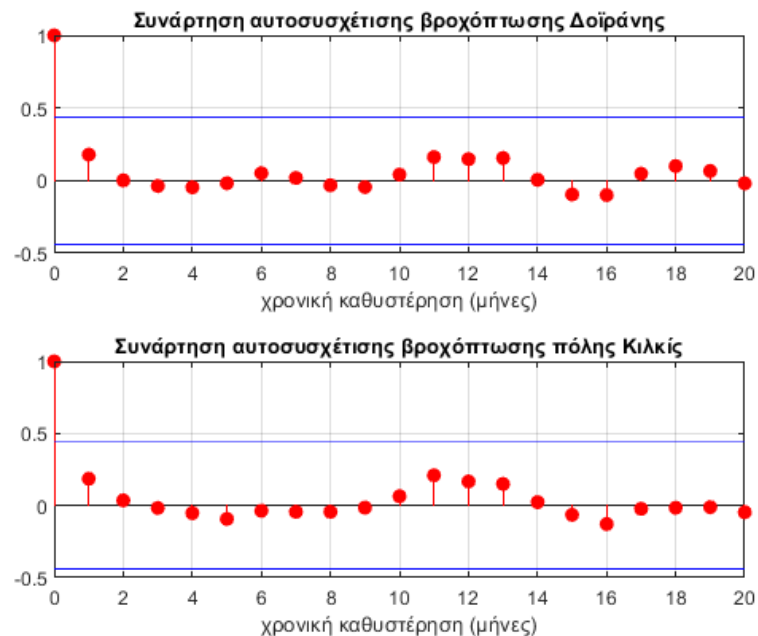
**Περιοχές Αμαράντων, Μπέλλες:** Στο Σχήμα [Α.29](#) εμφανίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Αμαράντων, Μπέλλες για μέγιστη χρονική υστέρηση 20 μηνών. Παρατηρείται περιοδικότητα 12 μηνών.

**Περιοχές Δοϊράνης, πόλης Κιλκίς:** Στο Σχήμα [Α.30](#) εμφανίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης Δοϊράνης, πόλης Κιλκίς για μέγιστη χρονική υστέρηση 20 μηνών. Παρατηρείται περιοδικότητα 12 μηνών.

#### Α.4. Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης



Σχήμα Α.29: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).

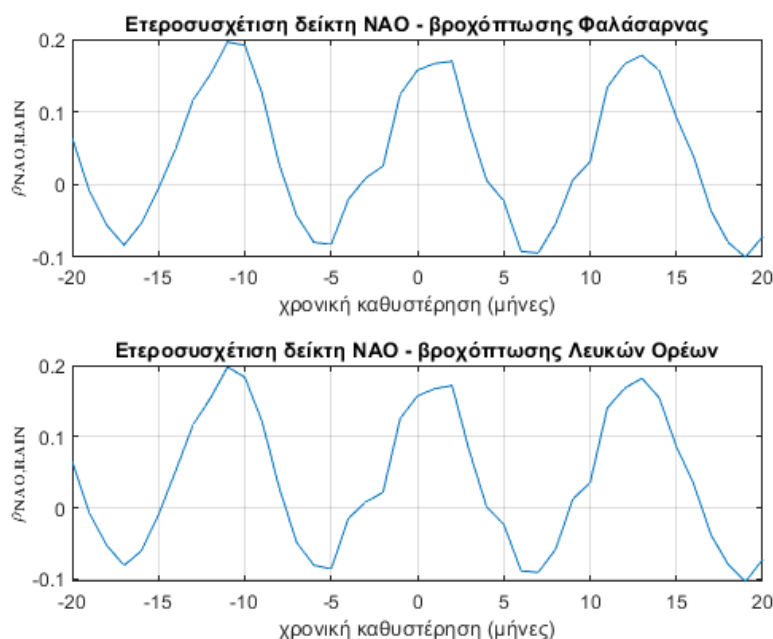


Σχήμα Α.30: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022 (κόκκινες κουκκίδες) μαζί τα διαστήματα εμπιστοσύνης βαθμού 95% (μπλε ευθύγραμμα τμήματα).



## Α'.5 Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων περιοχών Κρήτης, Κιλκίς

**Νομός Χανίων:** Στο Σχήμα Α'.31 παρουσιάζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Φαλάσαρνας, Λευκών Ορέων. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών ανάμεσα στα γειτονικά ακρότατα της συνάρτησης.

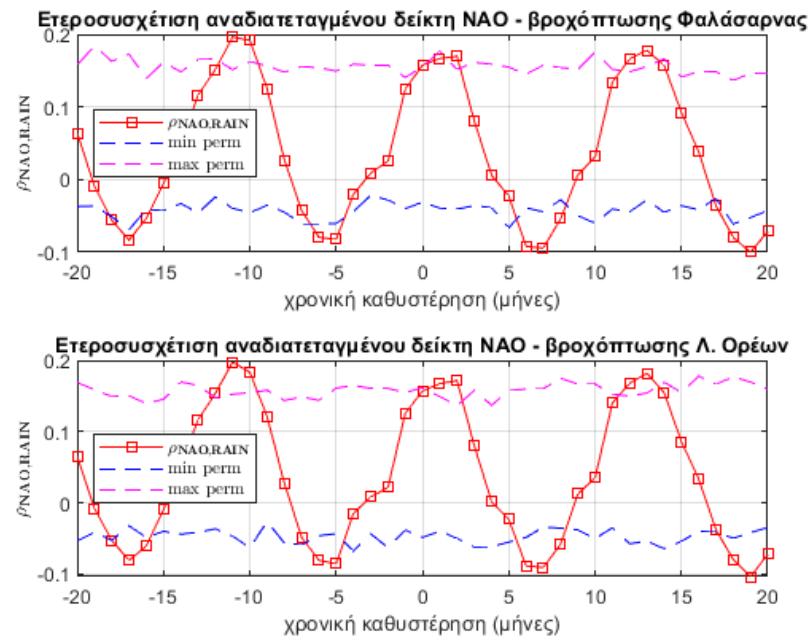


**Σχήμα Α'.31:** Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

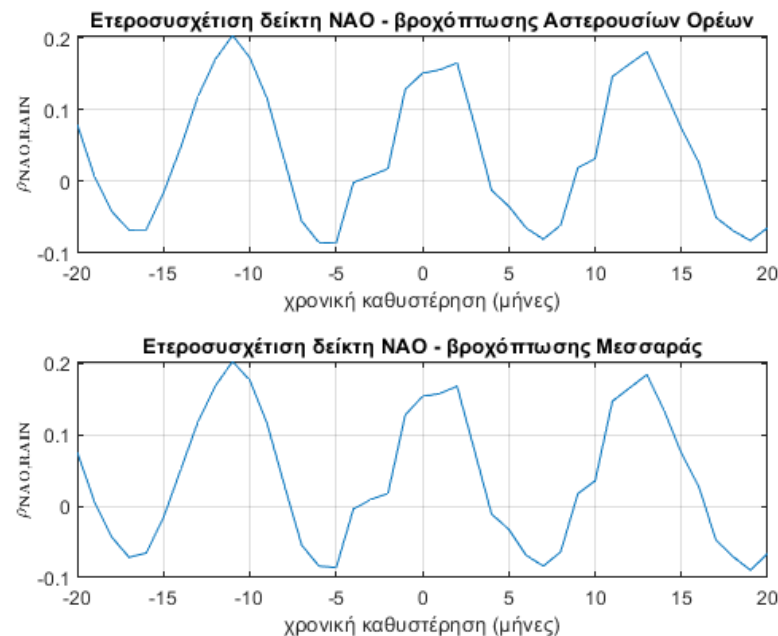
Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή της Φαλάσαρνας και των Λευκών Ορέων παρουσιάζονται στο Σχήμα Α'.32. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης δεν περικλείονται μεταξύ των καμπυλών που ορίζονται από τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές οι οποίες προκύπτουν από τις αναδιατάξεις. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.

**Νομός Ηρακλείου:** Στο Σχήμα Α'.33 παρουσιάζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων, Μεσσαράς. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών ανάμεσα στα γειτονικά ακρότατα της συνάρτησης

#### Α.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων περιοχών Κρήτης, Κιλκίς



Σχήμα Α.32: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Φαλάσαρνας και Λευκών Ορέων με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.

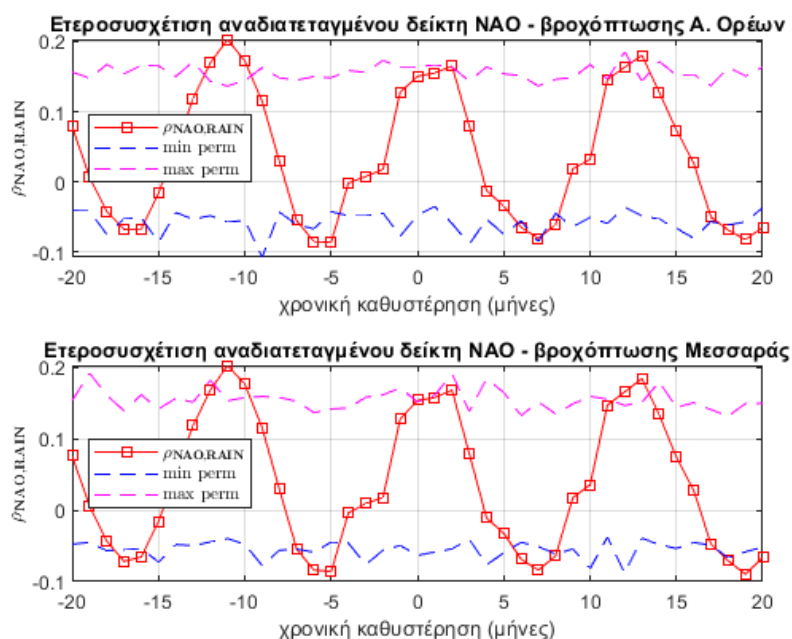


Σχήμα Α.33: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιάταξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως

#### Α.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων περιοχών Κρήτης, Κιλκίς

προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή των Αστερουσίων Ορέων και της Μεσσαράς παρουσιάζονται στο Σχήμα Α.34. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης δεν περικλείονται μεταξύ των καμπυλών που ορίζονται από τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές οι οποίες προκύπτουν από τις αναδιατάξεις. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.



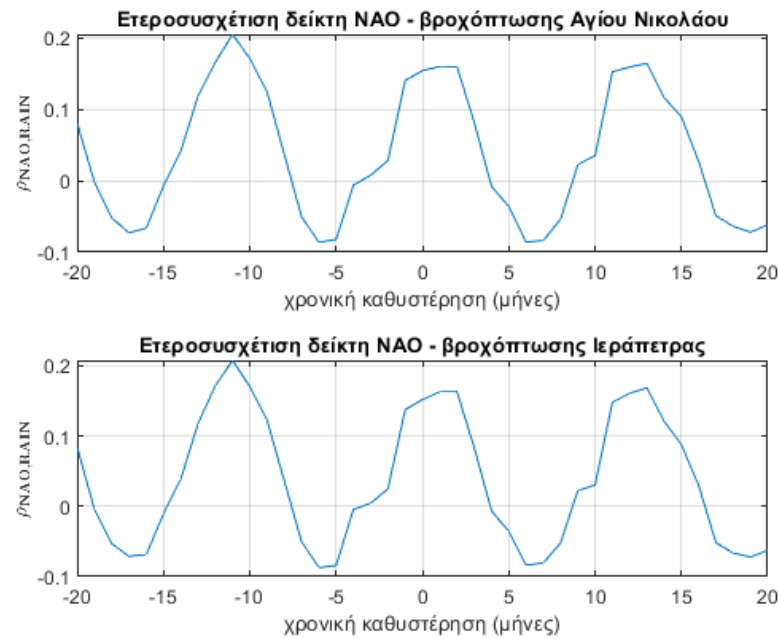
Σχήμα Α.34: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Αστερουσίων Ορέων και Μεσσαράς και με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.

**Νομός Λασιθίου:** Στο Σχήμα Α.35 παρουσιάζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου, Ιεράπετρας. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών ανάμεσα στα γειτονικά ακρότατα της συνάρτησης.

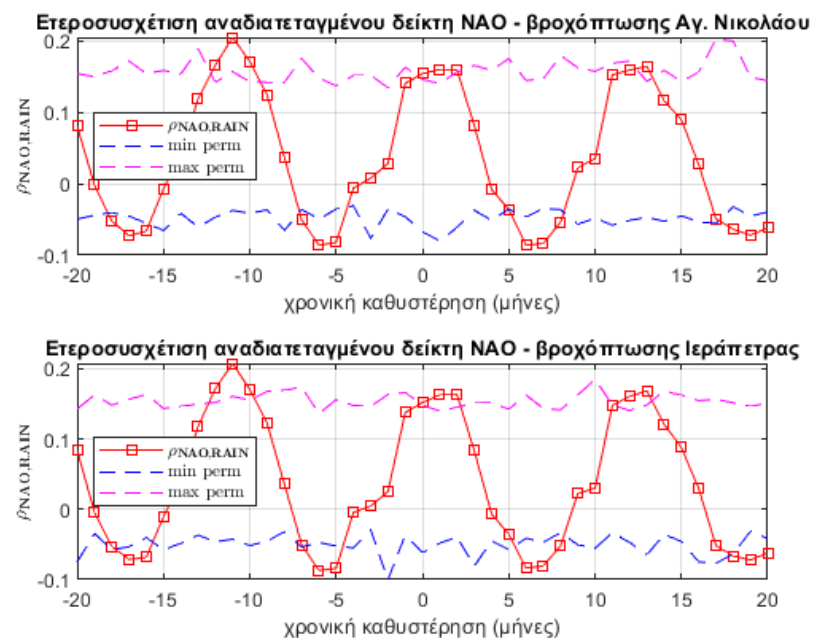
Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιάταξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή του Αγίου Νικολάου και της Ιεράπετρας παρουσιάζονται στο Σχήμα Α.36. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης δεν περικλείονται μεταξύ των καμπυλών που ορίζονται από τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές οι οποίες προκύπτουν από τις αναδιατάξεις. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.

**Νομός Ρεθύμνου:** Στο Σχήμα Α.37 παρουσιάζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτι-

#### Α.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων περιοχών Κρήτης, Κιλκίς



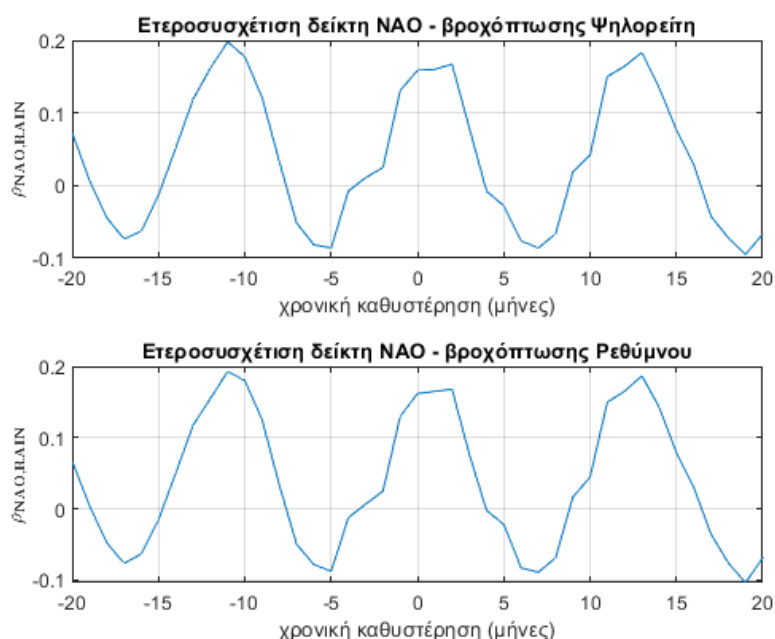
Σχήμα Α.35: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.



Σχήμα Α.36: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Αγίου Νικολάου και Ιεράπετρας με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.

σης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Ψηλορείτη, πόλης Ρεθύμνου. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών ανάμεσα στα γειτονικά α-

κρότατα της συνάρτησης.



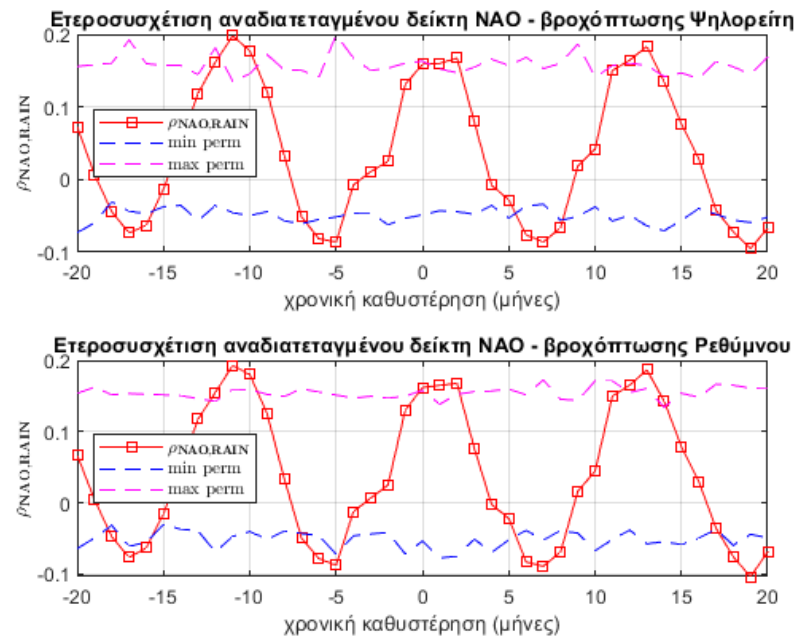
Σχήμα Α.37: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή του Ψηλορείτη και της πόλης Ρεθύμνου παρουσιάζονται στο Σχήμα Α.38. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης δεν περικλείονται μεταξύ των καμπυλών που ορίζονται από τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές οι οποίες προκύπτουν από τις αναδιατάξεις. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.

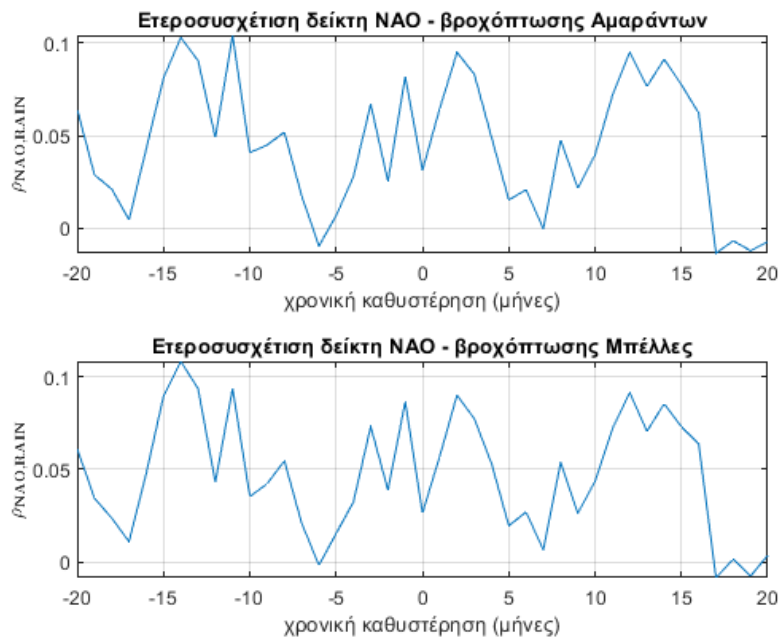
**Περιοχή Αμαράντων, Μπέλλες:** Στο Σχήμα Α.39 παρουσιάζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Αμαράντων, Μπέλλες. Δεν παρατηρείται κάποια σταθερή καθυστέρηση μεταξύ των ακρότατων τιμών της συνάρτησης.

Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή των Αμαράντων και της οροσειράς Μπέλλες παρουσιάζονται στο Σχήμα Α.40. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης περικλείονται εξ ολοκλήρου στο διάστημα μεταξύ των αναδιατεταγμένων συναρτήσεων. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη μη ύπαρξης

#### Α.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων περιοχών Κρήτης, Κιλκίς



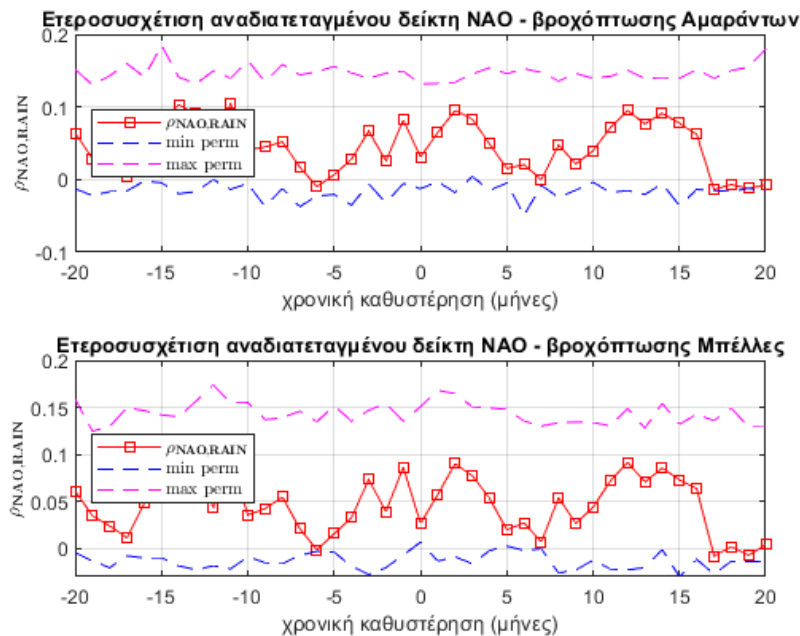
Σχήμα Α.38: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης Ψηλορείτη και πόλης Ρεθύμνου, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.



Σχήμα Α.39: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.

αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.

#### Α.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων περιοχών Κρήτης, Κιλκίς

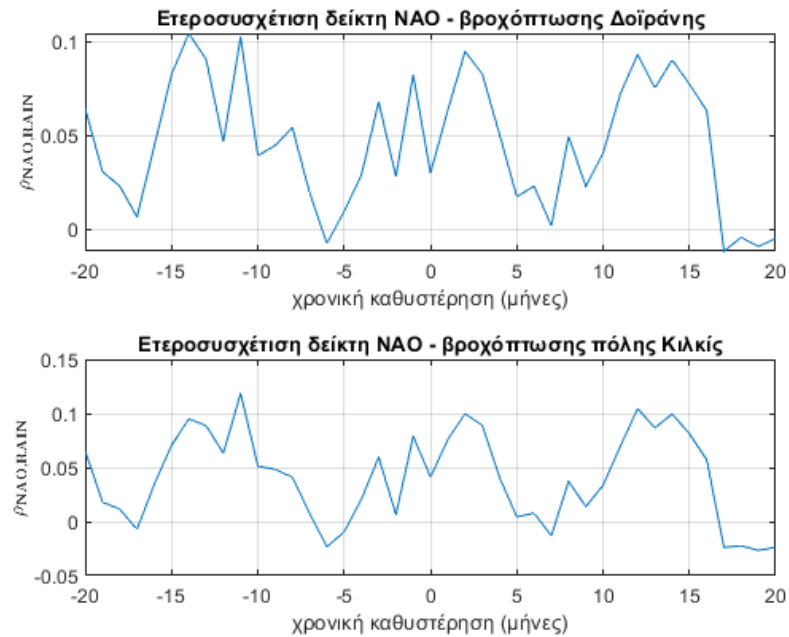


Σχήμα Α.40: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Αμαράντων και Μπέλλες, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.

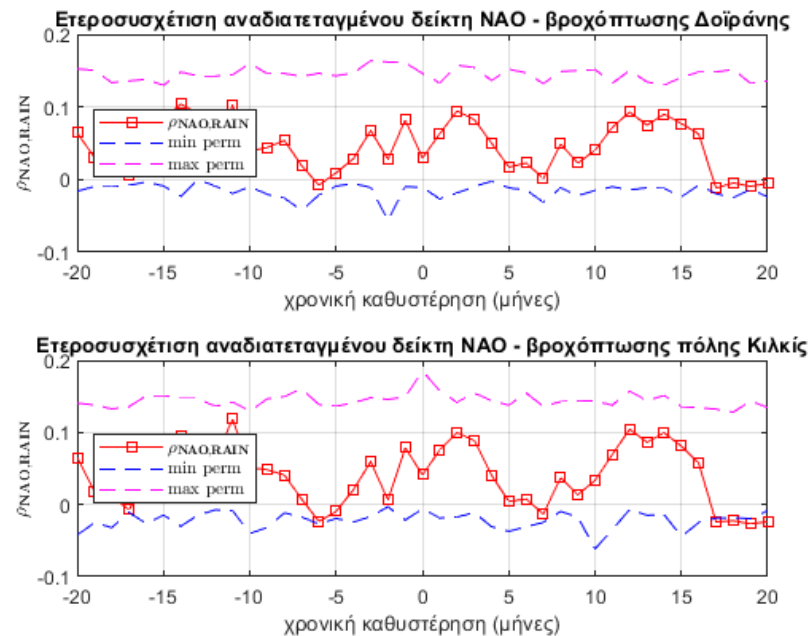
**Περιοχή Δοϊράνης, πόλης Κιλκίς:** Στο Σχήμα Α.41 παρουσιάζεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης Δοϊράνης, πόλης Κιλκίς. Δεν παρατηρείται κάποια σταθερή καθυστέρηση μεταξύ των ακρότατων τιμών της συνάρτησης.

Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιατάξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) για την περιοχή της Δοϊράνης και της πόλης Κιλκίς παρουσιάζονται στο Σχήμα Α.42. Τα ακρότατα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης περιλαμβάνονται εξ ολοκλήρου στο διάστημα μεταξύ των αναδιατεταγμένων συναρτήσεων. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια ένδειξη μη ύπαρξης αιτιότητας μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης.

#### Α.5. Ανάλυση ετεροσυσχετίσεων περιοχών Κρήτης, Κιλκίς



Σχήμα Α.41: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1982 έως τον Ιανουάριο του 2022.



Σχήμα Α.42: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO, βροχόπτωσης Δοϊράνης και πόλης Κιλκίς, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές συνάρτησης ετεροσυσχέτισης ανά χρονικό βήμα από 500 αναδιατάξεις.



## Παράρτημα Β΄

# Μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας

### Β.1 Κώδικας υπολογισμού αιτιότητας κατά Granger

```
1 %% Liang's system Granger Causality Analysis using MVGC Toolbox and using
  gctest() function.
2
3 % Loading VAR coefficients and X multi - variable time series, generated by
4 % Liang 6x6 AR file.
5
6 Gen_AR_6x6_Liang;
7
8 %% Liang's system Granger Causality Analysis using MVGC Toolbox.
9
10 %% Parameters.
11
12 momax = 6; % Maximum model order for model order estimation.
13 regmode = 'LWR'; % VAR model estimation regression mode ('OLS', 'LWR' or
  empty for default ).
14 icregmode = 'LWR'; % information criteria regression mode ('OLS', 'LWR' or
  empty for default ).
15 ntrials = 1; % Number of trials.
16 nob = length(X); % Number of observations.
17 tstat = ''; % statistical test for MVGC: 'F' for Granger's F-test (default)
  or 'chi2' for Geweke's chi2 test.
18 nvars = size(A, 1); % Number of variables.
19 mhtc = 'NONE'; % multiple hypothesis test correction (see routine '
  significance').
20
21 %% Optimal model order estimation.
22
23 % Calculate Akaike (AIC) and Bayesian (BIC) information criteria up to max
  model order.
24
25 [AIC, BIC, moAIC, moBIC] = tsdata_to_infocrit(X, momax, icregmode);
```

#### B'1. Κώδικας υπολογισμού αιτιότητας κατά Granger

---

```
26 morder = moAIC; % We use the Akaike information criteria.
27
28 %% Constructing the VAR model.
29
30 [A, SIG] = tsdata_to_var(X, morder);
31
32 %% Calculating the conditional Granger causality from the VAR model.
33
34 % Pre - allocating matrices.
35
36 F2_conditional = ones(nvars);
37 pval2_conditional = ones(nvars);
38
39 for i = 1 : nvars
40     for j = 1 : nvars
41         if(i == j)
42             F2_conditional(i, j) = NaN;
43             pval2_conditional(i, j) = NaN;
44         else
45             [F2_conditional(i, j), pval2_conditional(i, j)] = var_to_mvgc(A,
46                                     SIG, i, j, X, regmode, tstat);
47         end
48     end
49 end
50 F2_conditional = F2_conditional';
51 pval2_conditional = pval2_conditional';
52
53 %% Liang's system Granger Causality Analysis using gctest() function.
54
55 %% Parameters.
56
57 % Transposing the multi - variable time series X , so that every column is a
58 % one - variable time series.
59
60 X = X';
61
62 % Number of time lags (order of the VAR model).
63
64 numlags = morder;
65
66 % Indicator of statistic test type.
67
68 test = 'f';
69
70 %% Calculating conditional Granger's causality probability values and logical
71     decision values (0 or 1).
```

## B.1. Κώδικας υπολογισμού αιτιότητας κατά Granger

```
72 % In the case of conditional Granger causality for each variable
73 % combination, the conditioning variable set is the whole set of
74 % variables except from the two variables of the combination.
75
76 % Pre - allocating matrices.
77
78 h_values_conditional_gctest = zeros(nvars);
79 p_values_conditional_gctest = zeros(nvars);
80
81 for i = 1 : nvars
82     for j = 1 : nvars
83         if( i == j )
84             h_values_conditional_gctest(i, j) = NaN;
85             p_values_conditional_gctest(i, j) = NaN;
86         else
87             Y = X;
88             Y(:, [i,j]) = [];
89             [h_values_conditional_gctest(i, j), p_values_conditional_gctest(i
, j)] = gctest(X(:, i), X(:, j), Y, 'NumLags', morder, 'test', test);
90         end
91     end
92 end
```

Listing B.1: Κώδικας υπολογισμού αιτιότητας κατά Granger

```
1 % This script generates simulations of a 6x6 AR linear time series system
2 % The system is the one used in Liang's paper:
3 % Liang, X.S. Normalized Multivariate Time Series Causality Analysis and
4 % Causal Graph Reconstruction. Entropy 2021, 23, 679.
5 % https://doi.org/10.3390/e23060679
6 %
7 %=====
8
9 %% Initializing parameters.
10
11 close all;
12 clearvars;
13
14 L = 500; % Length of time series.
15 p = 1; % Order of AR model.
16 alpha = 0.05;
17 d = 6; % Dimension of the system.
18 a = [0.1, 0.7, 0.5, 0.2, 0.8, 0.3]';
19 A = [0 0 -0.6 0 0 0; -0.5 0 0 0 0 0.8; 0 0.7 0 0 0 0; 0 0 0 0.7 0.4 0; ...
20      0 0 0 0.2 0 0.7; 0 0 0 0 0 -0.5];
21 B = eye(d);
22
23 %% Constructing Gaussian Noise.
```

## B.2. Κώδικας υπολογισμού ρυθμού ροής πληροφορίας

---

```
24
25 % noise = randn(d, L + 1);
26
27 %% Constructing Noise from Weibull distribution.
28
29 % Taking some cases for scale and shape parameters.
30
31 %l = 1;
32 % k = 1;
33 % k = 0.5;
34 %k = 1.5;
35 % k = 3;
36
37 % Normalizing in each case so that variance equals to 1.
38
39 %root = sqrt((gamma(1 + 2/k) - (gamma(1 + 1/k))^2));
40 %l = 1 / root;
41 %variance = l^2 * ((gamma(1 + 2/k) - (gamma(1 + 1/k))^2));
42 %noise = wblrnd(l, k, d, L + 1);
43
44 %% Generating the multi - variable time serie.
45
46 X = zeros(d, L + 1);
47 X(:, 1) = randn(d, 1);
48 for i = 1 : L
49     X(:, i + 1) = a + A * X(:, i) + B * noise(:, i + 1);
50 end
```

Listing B.2: Κώδικας παραγωγής συνθετικών δεδομένων

## B.2 Κώδικας υπολογισμού ρυθμού ροής πληροφορίας

```
1 if nargin >1 && isfield(options,'ord')==1
2     ord = options.ord;
3 else
4     ord = 1;
5 end
6 if nargin >1 && isfield(options,'dt')==1
7     dt = options.dt;
8 else
9     dt = 1;
10 end
11
12 % Number of components
13 L = min( size(eeg,1), size(eeg, 2));
14
15 % Ensure that the input matrix has dimensions N x L and takes double
```

## B'.2. Κώδικας υπολογισμού ρυθμού ροής πληροφορίας

---

```
16 % precision numbers
17 if size(eeg, 2) > size(eeg, 1)
18     eeg = eeg';
19 end
20 eeg = double(eeg);
21
22 % Initialize matrices
23 Tij = zeros(L, L);
24 ntij = zeros(L, L);
25 Cd = zeros(L, L);
26
27 % Calculate the L x L covariance matrix
28 C = cov(eeg);
29 detC = det(C);
30
31 % Matrix of time series differences of order "ord"
32 Xd = diff( eeg, ord, 1 ) / dt;
33
34 % Cofactors of the covariance matrix
35 % Covariance between derivatives and values
36 covfa = zeros(L,L);
37
38 % Generalize Eq. (14) in Liang2021
39 for m=1: L
40     for n = 1: L
41         covfa(m,n) = cofactor(m, n, C);
42         Cdmn = cov( eeg(1:end-1, m) , Xd(:,n) );
43         Cd(m,n) = Cdmn(1,2); % Cd(m,n) is the covariance C_{m,dn}
44     end
45 end
46
47 mTij = covfa * Cd /detC ;
48
49 for m = 1: L
50     for n =1 : L
51         Tij(m,n) = mTij(m,n) * C(n,m) / C(n,n) ;
52     end
53 end
54 %=====
55 % Here starts the calculation of normalized information flow rates
56 %=====
57 Cdndn = cov(Xd); % Covariance of the differences
58
59 self = zeros(L, 1);
60 interact = zeros(L, 1);
61 noise = zeros(L, 1);
62
63 hata = mTij';
```

## B.2. Κώδικας υπολογισμού ρυθμού ροής πληροφορίας

---

```
64 for n = 1 : L
65     self(n) = abs( covfa(n, :) * Cd(:, n) ); % This is dH*_1/dt, Eq. (15)
66     interact(n) = sum( abs(Tij(:,n)) ) - abs(Tij(n,n));
67     % This is Sum_{j \neq n} | T_{j \to n} |
68     term3 = 0;
69     for i1 = 1: L
70         for i2 = 1 : L
71             term3 = term3 + hata(n,i1)*hata(n,i2)*C(i1,i2); % based on Eq.
72             (10)
73         end
74     end
75     gnn = Cdndn(n,n) - 2 *hata(n,:) * Cd(:,n) + term3; % based on Eq. (10)
76     and Q(N,1)---below Eq. (13)
77     noise(n) = gnn * dt / ( 2* C(n,n)) ;
78
79 % Determine the normalization factor for each time series
80 self = self / detC;
81
82 Z = self + interact + noise;
83
84 % Normalized information flow
85 for j = 1: L
86     ntij(:, j) = Tij(:, j) / Z(j);
87 end
```

**Listing B.3:** Συνάρτηση υπολογισμού ρυθμού ροής πληροφορίας multi\_infowflow

## Παράρτημα Γ'

# Αποτελέσματα στατιστικού ελέγχου αιτιότητας

### Γ'.1 Πίνακες πιθανοτήτων αιτιότητας κατά Granger για συνθετικά δεδομένα

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	<i>NaN</i>	100%	5%	4.4%	4.2%	6.2%
$X_2$	5.8%	<i>NaN</i>	100%	4%	7.1%	6.4%
$X_3$	100%	4.5%	<i>NaN</i>	4.9%	4.1%	5.3%
$X_4$	5.9%	4.2%	4%	<i>NaN</i>	100%	4.4%
$X_5$	5.8%	4.2%	4.7%	100%	<i>NaN</i>	5.2%
$X_6$	4.8%	100%	5.9%	4.7%	100%	<i>NaN</i>

Πίνακας Γ'.1: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1, 1)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

Γ.1. Πίνακες πιθανοτήτων αιτιότητας κατά Granger για συνθετικά δεδομένα

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	0.7%	1.9%	0.7%	0.8%
$X_2$	1.1%	NaN	100%	2.6%	2%	0.8%
$X_3$	100%	0.8%	NaN	1%	0.6%	0.7%
$X_4$	1%	1%	0.9%	NaN	100%	0.9%
$X_5$	2.3%	1.7%	2%	100%	NaN	2.4%
$X_6$	4.1%	100%	5.4%	9.5%	100%	NaN

Πίνακας Γ.2: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1, 1)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	4.6%	5.3%	5.1%	5.8%
$X_2$	5.1%	NaN	100%	5.7%	4.7%	5%
$X_3$	100%	4.3%	NaN	3.5%	5.2%	4.6%
$X_4$	6%	5.6%	4.9%	NaN	99.9%	5.1%
$X_5$	3.5%	5%	4.3%	100%	NaN	5.4%
$X_6$	4.3%	100%	5.4%	4%	100%	NaN

Πίνακας Γ.3: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση **gctest**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1, 0.5)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	1.9%	1.7%	1.3%	1.6%
$X_2$	1.3%	NaN	100%	2%	1.4%	1.2%
$X_3$	100%	0.6%	NaN	1.2%	1.1%	0.6%
$X_4$	2.5%	1.6%	2%	NaN	99.9%	2.1%
$X_5$	1.3%	2.5%	1.9%	100%	NaN	2.5%
$X_6$	4.1%	100%	5.1%	3.8%	100%	NaN

Πίνακας Γ.4: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1, 0.5)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).



Γ.1. Πίνακες πιθανοτήτων αιτιότητας κατά Granger για συνθετικά δεδομένα

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	4.5%	5.4%	5.1%	5.8%
$X_2$	5%	NaN	100%	5.6%	4.4%	4.9%
$X_3$	100%	4.3%	NaN	3.8%	5.2%	4.1%
$X_4$	6.2%	5.1%	4.8%	NaN	99.9%	5.4%
$X_5$	3.8%	5.1%	4.5%	100%	NaN	5.2%
$X_6$	4.2%	100%	5.5%	4%	100%	NaN

Πίνακας Γ.5: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(0.22, 0.5)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	1.9%	1.6%	1.2%	1.6%
$X_2$	1.1%	NaN	100%	2.6%	1.6%	1.3%
$X_3$	100%	0.7%	NaN	1.3%	1.1%	0.7%
$X_4$	2.4%	1.3%	2%	NaN	99.9%	1.9%
$X_5$	1.3%	2.5%	1.8%	100%	NaN	2.5%
$X_6$	3.9%	100%	5.5%	4.6%	100%	NaN

Πίνακας Γ.6: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη `MVGC`) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(0.22, 0.5)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	6%	5.2%	5%	5%
$X_2$	7.1%	NaN	100%	5.6%	5.4%	5.7%
$X_3$	100%	5%	NaN	5.4%	6.8%	5.4%
$X_4$	4.9%	4.6%	6.8%	NaN	100%	5%
$X_5$	3.6%	5.9%	4.3%	100%	NaN	6.9%
$X_6$	5%	100%	5.5%	5%	100%	NaN

Πίνακας Γ.7: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση `gctest`) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1, 1.5)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

Γ.1. Πίνακες πιθανοτήτων αιτιότητας κατά Granger για συνθετικά δεδομένα

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	<i>NaN</i>	100%	2.1%	5.6%	1.3%	1%
$X_2$	0.9%	<i>NaN</i>	100%	12.3%	2.5%	0.5%
$X_3$	100%	0.4%	<i>NaN</i>	2.4%	1.2%	0.6%
$X_4$	0.3%	0.9%	1.4%	<i>NaN</i>	100%	1.6%
$X_5$	0.8%	2.2%	1.8%	100%	<i>NaN</i>	3.2%
$X_6$	4.6%	100%	7.9%	21.1%	100%	<i>NaN</i>

Πίνακας Γ.8: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1, 1.5)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	<i>NaN</i>	100%	4.5%	4.9%	5.3%	5%
$X_2$	4.5%	<i>NaN</i>	100%	5%	4.7%	5.5%
$X_3$	100%	3.7%	<i>NaN</i>	4.9%	5.2%	5.4%
$X_4$	4.3%	5.9%	4.3%	<i>NaN</i>	100%	6.2%
$X_5$	5%	4.3%	4.3%	100%	<i>NaN</i>	6.2%
$X_6$	4.7%	100%	5.9%	4.5%	100%	<i>NaN</i>

Πίνακας Γ.9: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση **gctest**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1.63, 1.5)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	<i>NaN</i>	100%	0.8%	3.9%	1.3%	1.5%
$X_2$	0.9%	<i>NaN</i>	100%	7.3%	1.3%	1.1%
$X_3$	100%	0.2%	<i>NaN</i>	1.5%	0.9%	0.3%
$X_4$	0.9%	0.4%	0.8%	<i>NaN</i>	100%	1.1%
$X_5$	1.9%	1.4%	2%	100%	<i>NaN</i>	2.2%
$X_6$	4.4%	100%	5.6%	14.4%	100%	<i>NaN</i>

Πίνακας Γ.10: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1.63, 1.5)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

Γ'.1. Πίνακες πιθανοτήτων αιτιότητας κατά Granger για συνθετικά δεδομένα

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	5.4%	4.8%	4.8%	4.1%
$X_2$	4.3%	NaN	100%	5.7%	5%	6.6%
$X_3$	100%	4.1%	NaN	4.7%	4.1%	5.3%
$X_4$	4.9%	4.6%	5.3%	NaN	100%	6.5%
$X_5$	4.7%	6%	5.6%	100%	NaN	5.3%
$X_6$	5.1%	100%	4.3%	4.1%	100%	NaN

Πίνακας Γ'.11: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση **gctest**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1, 3)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	7.9%	53.2%	7.2%	1.8%
$X_2$	0.9%	NaN	100%	77.1%	15.7%	3.6%
$X_3$	100%	2%	NaN	19.3%	3%	0.7%
$X_4$	0.1%	0.4%	0.5%	NaN	100%	4.7%
$X_5$	0.9%	1.9%	2.7%	100%	NaN	2.8%
$X_6$	4.1%	100%	35.2%	84%	100%	NaN

Πίνακας Γ'.12: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(1, 3)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	4.5%	4.9%	4.7%	4.9%
$X_2$	5%	NaN	100%	5.3%	4.5%	5.4%
$X_3$	100%	5.4%	NaN	5%	4.2%	5.8%
$X_4$	4%	5.7%	4.7%	NaN	100%	5%
$X_5$	4.2%	4.7%	4.7%	100%	NaN	5.7%
$X_6$	5.5%	100%	5.7%	3.8%	100%	NaN

Πίνακας Γ'.13: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση **gctest**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(3.08, 3)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

Γ.1. Πίνακες πιθανοτήτων αιτιότητας κατά Granger για συνθετικά δεδομένα

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	1.6%	22.4%	3%	1%
$X_2$	0.7%	NaN	100%	54.8%	4.4%	1.1%
$X_3$	100%	0.4%	NaN	2.8%	0.2%	1%
$X_4$	0.3%	0.4%	0.3%	NaN	100%	1.4%
$X_5$	2.2%	1.4%	2.2%	100%	NaN	2.1%
$X_6$	4.5%	100%	12.7%	59.6%	100%	NaN

Πίνακας Γ.14: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με διαδικασία ανανέωσης Weibull  $\mathcal{W}(3.08, 3)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	5.4%	5.3%	5.4%	4.1%
$X_2$	6.2%	NaN	100%	4.9%	4.6%	5.7%
$X_3$	100%	5.2%	NaN	5.9%	6.9%	5.3%
$X_4$	4.9%	5%	6.1%	NaN	100%	5.1%
$X_5$	3.6%	5.8%	4.8%	100%	NaN	6.2%
$X_6$	5.6%	100%	5.1%	5.3%	100%	NaN

Πίνακας Γ.15: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (συνάρτηση **gctest**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με εκθετική διαδικασία ανανέωσης  $\mathcal{EXP}(1)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
$X_1$	NaN	100%	1.6%	1.9%	0.9%	0.7%
$X_2$	1.5%	NaN	100%	2.4%	1.2%	0.7%
$X_3$	100%	0.1%	NaN	1.1%	1.1%	0.6%
$X_4$	0.9%	1.4%	1.5%	NaN	100%	1.4%
$X_5$	1%	2.2%	2%	100%	NaN	3.2%
$X_6$	5.3%	100%	5.5%	8.7%	100%	NaN

Πίνακας Γ.16: Ποσοστό εμφάνισης σχέσης αιτιότητας κατά Granger (εργαλειοθήκη **MVGC**) κάθε ζεύγους μεταβλητών για 1000 υλοποιήσεις του συστήματος, με εκθετική διαδικασία ανανέωσης  $\mathcal{EXP}(1)$  (γραμμή - αίτιο, στήλη - αποτέλεσμα).