



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΪΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Διπλωματική Εργασία

Προσομοίωση και έλεγχος αποθεμάτων σε
βιομηχανία μεταποίησης τροφίμων

Νίκος Αποστολάκης

Εξεταστική Επιτροπή

Βασίλειος Κουϊκόγλου: Επιβλέπων

Ευστράτιος Ιωαννίδης

Γεώργιος Τσιναράκης

Χανιά, Οκτώβριος 2023

Στη Μαίρη και τη Φωφώ

Περίληψη

Σε αυτή την εργασία προτείνεται μία πολιτική παραγωγής διαφορετικών προϊόντων -με περιορισμένο χρόνο ζωής- από γραμμή παραγωγής η οποία παράγει κατά παρτίδες. Τα έτοιμα προϊόντα μεταφέρονται στην αποθήκη του εργοστασίου και διατηρούνται εκεί σε κατάλληλες συνθήκες μέχρις ότου ζητηθούν και πωληθούν. Σκοπός της εργασίας είναι η προσομοίωση του συστήματος και η εύρεση της βέλτιστης πολιτικής παραγωγής κατά παρτίδες από μία οικογένεια πολιτικών που χαρακτηρίζονται από ορισμένες λειτουργικές παραμέτρους. Συγκεκριμένα αναζητούνται το σημείο αναπαραγγελίας όπου εκδίδεται εντολή παραγωγής, η μέγιστη στάθμη αποθέματος οπότε σταματά η παραγωγή και το μέγεθος παρτίδας για κάθε προϊόν ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μέσο μηνιαίο κόστος λειτουργίας του συστήματος.

Simulation and inventory control in a food processing plant

Nikos Apostolakis

October 2023

Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the diploma in Production Engineering and Management at the Technical University of Crete

Abstract

In this study, a production policy for different products -with a limited lifespan- produced in batches from a production line, is proposed. The finished products are transported to the factory warehouse and are stored there under appropriate conditions until they are requested and sold. The aim of the study is to simulate the system and to find the optimal batch production policy from a family of policies characterized by specific operational parameters. Specifically, the reorder point at which a production order is issued, the maximum inventory level at which production stops, and the batch size for each product are sought in order to minimize the system's average monthly operating cost

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας αυτό το όμορφο ταξίδι, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την καθολική στήριξη που μου παρείχαν. Ήταν πάντα δίπλα μου όποτε τους χρειάστηκα.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς τους δύο αγαπημένους μου δάσκαλους και καλούς μου φίλους, τον κύριο Βασίλη Κουϊκόγλου και τον κύριο Γιάννη Φίλη. Ανθρώπους συγκροτημένους, με ευαισθησίες και ανιδιοτελή διάθεση για προσφορά. Χωρίς τη βοήθεια, την παρακίνηση και την προτροπή τους, το ταξίδι αυτό ίσως να μην έφτανε στο τέλος του. Προσδοκώντας για το επόμενο όμορφο ταξίδι, νοιώθω την ανάγκη να τους ομολογήσω ότι, είναι χαρά και τιμή μου, να με θεωρούν φίλο παντοτινό.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	3
1.1	Γενικά	3
1.2	Αντικείμενο της εργασίας	5
1.2.1	Προσομοίωση	5
1.2.2	Συστήματα	5
1.2.3	Μοντέλα	6
1.2.4	Μεθοδολογία για την εκπόνηση μελέτης με τη χρήση προσομοίωσης	7
2	Εφαρμογή Μεθοδολογίας	9
2.1	Διατύπωση του προβλήματος	9
2.2	Αντικείμενο της μελέτης	12
2.3	Μοντελοποίηση	14
2.3.1	Πληροφορίες για το υπό μελέτη σύστημα	14
2.3.2	Μέτρα απόδοσης	16
2.3.3	Μεταβλητές	17
2.3.4	Πολιτική ελέγχου αποθεμάτων	18
2.3.5	Ανάπτυξη του μοντέλου	18
2.4	Συλλογή Δεδομένων και Προτυποποίηση Εισόδου.	31
2.5	Μετάφραση του μοντέλου	40
2.6	Στατιστική ανάλυση	44
2.6.1	Προσδιορισμός του πλήθους προσομοιώσεων	44
2.6.2	Εξάλειψη μεταβατικών φαινομένων - Προσδιορισμός περιόδου προ- θέρμανσης.	48
3	Βελτιστοποίηση	54
3.1	OptQuest	54
3.2	Διαμόρφωση και επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης	56
4	Συμπεράσματα	64

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας αποτελεί μία κρίσιμη λειτουργία των επιχειρήσεων στη σύγχρονη παγκοσμιοποιημένη οικονομία. Στην παρούσα εισαγωγή, θα εξεταστούν τα βασικά στοιχεία που αφορούν τη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας, τη σημασία της για την αποτελεσματικότητα των επιχειρήσεων, καθώς και τις προκλήσεις που αντιμετωπίζουν οι επιχειρήσεις στην επίτευξη βέλτιστης διαχείρισης.

Η εφοδιαστική αλυσίδα είναι το σύνολο των διαδικασιών, πληροφοριών και πόρων που απαιτούνται για τη μεταφορά ενός προϊόντος από τον προμηθευτή στον τελικό καταναλωτή. Η αποτελεσματική διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας περιλαμβάνει τον συντονισμό και τη βελτιστοποίηση των διαδικασιών προμήθειας, παραγωγής, αποθήκευσης, μεταφοράς και διανομής των προϊόντων, καθώς και τη διαχείριση των αντίστοιχων πληροφοριών και χρηματοοικονομικών ροών.

Η σημασία της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι πολυδιάστατη, καθώς επηρεάζει την αποδοτικότητα, την ανταγωνιστικότητα και τη βιωσιμότητα των επιχειρήσεων. Με την αποτελεσματική διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας, οι επιχειρήσεις μπορούν να επιτύχουν χαμηλότερο κόστος παραγωγής, καλύτερη διαθεσιμότητα προϊόντων, μεγαλύτερη ταχύτητα απόκρισης στη ζήτηση των πελατών και αυξημένη ευελιξία στην αντιμετώπιση αλλαγών στην αγορά.

Ωστόσο, η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας αντιμετωπίζει πολλές προκλήσεις, όπως η πολυπλοκότητα των διεθνών αγορών, η αστάθεια των κυβερνήσεων και των νομοθεσιών, οι τεχνολογικές εξελίξεις, οι περιβαλλοντικές και κοινωνικές απαιτήσεις, καθώς και η αυξανόμενη ανάγκη για συνεργασία μεταξύ των εταίρων της αλυσίδας. Επίσης, η πανδημία COVID-19 έχει αποκαλύψει τις ευπάθειες πολλών εφοδιαστικών αλυσίδων, υπογραμμίζοντας την ανάγκη για μεγαλύτερη ανθεκτικότητα και ευελιξία στη διαχείρισή τους. Η πανδημία έχει καταστήσει επείγουσα την αναθεώρηση των στρατηγικών και των πρακτικών διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας, ώστε να ανταποκριθούν στις νέες προκλήσεις και ευκαιρίες.

Εκτός από τις προκλήσεις που παρουσιάζουν οι αλλαγές στο περιβάλλον των επιχειρήσεων, η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας πρέπει επίσης να αντιμετωπίσει ζητήματα που αφορούν τη βιωσιμότητα, την κοινωνική ευθύνη και την ηθική. Οι καταναλωτές και οι μέτοχοι απαιτούν ολοένα και περισσότερο από τις επιχειρήσεις να είναι υπεύθυνες για τις επιπτώσεις των δραστηριοτήτων τους στο περιβάλλον και την κοινωνία. Η εφαρμογή βιώσιμων πρακτικών στη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας και η ανάπτυξη συνεργασιών με περιβαλλοντικά και κοινωνικά υπεύθυνους εταίρους μπορεί να ενισχύσει τη φήμη των επιχειρήσεων και να προσφέρει στρατηγικά πλεονεκτήματα. Επιπλέον, η συμμόρφωση με τους νόμους και τους κανονισμούς που αφορούν την αειφορία και την κοινωνική ευθύνη μπορεί να αποτρέψει την εκδήλωση νομικών κινδύνων και κυρώσεων.

Η χρήση τεχνολογίας και των ψηφιακών εργαλείων είναι επίσης απαραίτητη για την αποτελεσματική διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας στη σύγχρονη εποχή. Η ανάπτυξη λύσεων όπως το Internet of Things (IoT), τα Big Data, τα συστήματα αυτοματισμού και οι τεχνολογίες τεχνητής νοημοσύνης μπορούν να βελτιώσουν τη διαφάνεια, την αποδοτικότητα και την ακρίβεια των διαδικασιών διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας έχει άμεση σχέση με τη διαχείριση ενός συστήματος παραγωγής, μεταφοράς και αποθήκευσης, καθώς αυτά τα στοιχεία αποτελούν κρίσιμους κρίκους της αλυσίδας. Για να επιτύχει μια επιχείρηση στη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας, πρέπει να συντονίσει αποτελεσματικά τις διαδικασίες που αφορούν την παραγωγή, τη μεταφορά και την αποθήκευση των προϊόντων.

Στο στάδιο της παραγωγής, η επιχείρηση πρέπει να εξασφαλίσει ότι οι προμήθειες και τα υλικά που χρησιμοποιούνται είναι βιώσιμα, ποιοτικά και προέρχονται από αξιόπιστους προμηθευτές. Επίσης, οι μηχανές και οι εργαζόμενοι πρέπει να είναι αποδοτικοί και παραγωγικοί, καθώς αυτό επηρεάζει τη χρονική στιγμή που τα προϊόντα είναι έτοιμα για μεταφορά.

Κατά τη μεταφορά, η επιχείρηση πρέπει να επιλέξει τον πλέον αποδοτικό και βιώσιμο τρόπο μετακίνησης των προϊόντων από το σημείο παραγωγής στο σημείο κατανάλωσης ή αποθήκευσης. Αυτό μπορεί να περιλαμβάνει τη χρήση διαφορετικών μέσων μεταφοράς, όπως φορτηγά, πλοία, τρένα ή αεροπλάνα, ανάλογα με την απόσταση, το κόστος και τον χρόνο παράδοσης. Επίσης, η επιχείρηση πρέπει να λάβει υπόψη της τις περιβαλλοντικές επιπτώσεις των επιλογών μεταφοράς και να επιδιώκει τη μείωση του αποτυπώματος άνθρακα.

Τέλος, στο στάδιο της αποθήκευσης, η επιχείρηση πρέπει να διασφαλίζει ότι τα προϊόντα αποθηκεύονται σε ασφαλή, καθαρά και οργανωμένα περιβάλλοντα, προκειμένου να διατηρηθεί η ποιότητα και να αποφευχθούν ζημιές ή απώλειες. Η χρήση σύγχρονων τεχνολογιών, όπως συστήματα διαχείρισης αποθηκών (Warehouse Management Systems, WMS) και αυτοματοποιημένα συστήματα αποθήκευσης, μπορεί να βελτιώσει την αποτελεσματικότητα και την ακρίβεια των διαδικασιών αποθήκευσης.

Η σωστή διαχείριση ενός συστήματος παραγωγής-μεταφοράς-αποθήκευσης απαιτεί τη συνεχή εποπτεία, αναθεώρηση και βελτίωση των διαδικασιών, καθώς και τη συνεργασία μεταξύ όλων των εμπλεκόμενων μερών. Αυτό περιλαμβάνει την ανταλλαγή πληροφοριών

και την επικοινωνία μεταξύ των προμηθευτών, των μεταφορέων, των αποθηκών και των πελατών, προκειμένου να διασφαλιστεί η ομαλή λειτουργία της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Η χρήση τεχνολογιών πληροφορικής και της τεχνητής νοημοσύνης, όπως τα συστήματα διαχείρισης εφοδιαστικής αλυσίδας (SCM), τα ολοκληρωμένα συστήματα διαχείρισης πόρων (ERP) και οι τεχνικές ανάλυσης δεδομένων, μπορούν να συμβάλουν στη βελτίωση της διαχείρισης των συστημάτων παραγωγής, μεταφοράς και αποθήκευσης, επιτρέποντας την πρόβλεψη και την αντιμετώπιση πιθανών προβλημάτων, καθώς και την ανάλυση των επιδόσεων και των τάσεων της αγοράς.

Συνοψίζοντας, η διαχείριση ενός συστήματος παραγωγής, μεταφοράς και αποθήκευσης αποτελεί ένα κεντρικό στοιχείο της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας και έχει κρίσιμη σημασία για την αποδοτικότητα και τη βιωσιμότητα των επιχειρήσεων. Η εξισορρόπηση μεταξύ των αναγκών των πελατών, των περιβαλλοντικών απαιτήσεων και της αποδοτικότητας των διαδικασιών απαιτεί τη συνεχή αναθεώρηση και προσαρμογή των στρατηγικών και των τεχνολογιών που χρησιμοποιούνται.

1.2 Αντικείμενο της εργασίας

Η παρούσα εργασία εστιάζει στη βελτιστοποίηση του κόστους ενός συστήματος παραγωγής, μεταφοράς και αποθήκευσης για τέσσερα ευαίσθητα προϊόντα με περιορισμένο χρόνο ζωής. Τα προϊόντα παράγονται σε μια γραμμή παραγωγής και στη συνέχεια μεταφέρονται σε ένα συνεργαζόμενο κέντρο διανομής, από όπου παραλαμβάνονται από τους πελάτες. Για την περιγραφή και βελτιστοποίηση του συστήματος, χρησιμοποιείται προσομοίωση.

1.2.1 Προσομοίωση

Προσομοίωση είναι, η μίμηση της λειτουργίας ενός συστήματος με τη δημιουργία τεχνητών δεδομένων στον υπολογιστή. Η παρατήρηση και επεξεργασία αυτών των τεχνητών δεδομένων, οδηγούν στην εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικών με τα λειτουργικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

1.2.2 Συστήματα

Ένα σύστημα ορίζεται ως ένα σύνολο αλληλοεπιδρώντων ή αλληλεξαρτημένων αντικειμένων τα οποία δρουν και αλληλοεπιδρούν με βάση ορισμένους κανόνες. Για να μελετηθεί ένα σύστημα ορίζονται τα παρακάτω:

- Οντότητα (entity): Είναι ένα αντικείμενο ενδιαφέροντος του συστήματος. Μπορεί να είναι ένας πελάτης σε μια τράπεζα, μια κλήση σε ένα τηλεφωνικό κέντρο, τεμάχιο για κατεργασία σε μια μηχανή κ.τ.λ.

- Χαρακτηριστικό οντότητας (attribute): Για μια οντότητα σε ένα σύστημα εξυπηρέτησης, ένα χαρακτηριστικό μπορεί να είναι ο τύπος πελάτη, ενώ για κάποια οντότητα σε ένα αποθεματικό σύστημα, μπορεί να είναι το είδος ενός προϊόντος. Δεν υπάρχει περιορισμός, στον αριθμό των χαρακτηριστικών που μπορεί να λάβει μια οντότητα. .
- Κατάσταση του συστήματος (state): Ορίζεται ως το σύνολο των τιμών των μεταβλητών που είναι αναγκαίες για να περιγράψουν το σύστημα κάθε χρονική στιγμή. Σε ένα απλό σύστημα αναμονής με s εξυπηρετητές, η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από τον αριθμό των πελατών στο σύστημα. Αν σε κάποια χρονική στιγμή βρίσκονται στο σύστημα $(s+j)$ πελάτες μπορεί να αντιληφθεί κάποιος ότι s πελάτες βρίσκονται στην εξυπηρέτηση και j στην ουρά αναμονής.
- Γεγονός (event): Είναι κάτι που συμβαίνει στιγμιαία και μπορεί να αλλάξει την κατάσταση του συστήματος. Σε ένα σύστημα αναμονής, γεγονότα είναι οι αφίξεις και οι αναχωρήσεις πελατών.
- Δραστηριότητα (activity): Αντιπροσωπεύει χρόνο (αιτιοκρατικό ή στοχαστικό), για να πραγματοποιηθεί κάποια ενέργεια.

Τα συστήματα διακρίνονται σε συνεχή και διακριτά. Συνεχές είναι ένα σύστημα στο οποίο η μεταβλητή που περιγράφει την κατάσταση του συστήματος είναι συνεχής συνάρτηση του χρόνου. Η μεταβολή της κατάστασης του συστήματος από μια τιμή σε κάποια άλλη απαιτεί χρόνο. Σε ένα διακριτό σύστημα οι μεταβολές της κατάστασης πραγματοποιούνται ακαριαία.

1.2.3 Μοντέλα

Πολλές φορές για να μελετηθεί ένα σύστημα, θα πρέπει να παρατηρηθεί η απόκριση του σε διαφορετικά σήματα εισόδου. Όταν αυτό δεν είναι εφικτό να πραγματοποιηθεί με το ίδιο το σύστημα, ο μελετητής καταφεύγει στη δημιουργία κάποιου μοντέλου του συστήματος. Ένα μοντέλο μπορεί να είναι μια φυσική αναπαράσταση του συστήματος ή μια μαθηματική περιγραφή του (Μαθηματικό μοντέλο). Οι εξισώσεις που απαιτούνται για τη ρεαλιστική αναπαράσταση ενός συστήματος, είναι τις περισσότερες φορές πολύπλοκες, πράγμα που καθιστά αδύνατη την αναλυτική επίλυση τους. Χρησιμοποιούνται τότε προσεγγιστικές αριθμητικές μέθοδοι ή προσομοίωση.

Τα μοντέλα προσομοίωσης είναι μαθηματικά-αριθμητικά μοντέλα με τη διαφορά ότι δεν επιλύονται (με την κλασική έννοια του όρου). Δημιουργούν δεδομένα, όπως θα δημιουργούσε το πραγματικό σύστημα, στην εξέλιξη του στο χρόνο. Τα δεδομένα αυτά συλλέγονται και επεξεργάζονται ώστε, να εκτιμηθούν τα επιλεγμένα μέτρα απόδοσης του συστήματος. Μπορούν να διακριθούν σε στατικά ή δυναμικά, αιτιοκρατικά ή στοχαστικά, διακριτά ή συνεχή. Τα στατικά μοντέλα (Monte Carlo) αναπαριστούν ένα σύστημα σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, ενώ τα δυναμικά μοντέλα περιγράφουν την εξέλιξη του συστήματος στο

χρόνο. Όταν στο σήμα εισόδου περιλαμβάνονται τυχαίες μεταβλητές τότε και η απόκριση του μοντέλου είναι τυχαία. Στην περίπτωση αυτή το μοντέλο είναι στοχαστικό. Αντίθετα, αν το σήμα εισόδου είναι αιτιοκρατικό και οι δραστηριότητες (activities) λαμβάνουν χώρα, σε αιτιοκρατικούς χρόνους, το μοντέλο είναι αιτιοκρατικό. Παραπάνω αναφέρθηκε η διάκριση των συστημάτων σε διακριτά και συνεχή. Με ανάλογο τρόπο γίνεται και η διάκριση των μοντέλων.

1.2.4 Μεθοδολογία για την εκπόνηση μελέτης με τη χρήση προσομοίωσης

Προκειμένου να εκπονηθεί μια μελέτη, είναι απαραίτητη η εφαρμογή κάποιας μεθόδου. Τα παρακάτω στάδια περιγράφουν την μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε για την ανάπτυξη του μοντέλου και την εξαγωγή αποτελεσμάτων.

1. *Διατύπωση του προβλήματος.* Σε αυτό το στάδιο περιγράφεται αναλυτικά το σύστημα που μελετάται και υποδεικνύονται τα προβλήματα που παρουσιάζονται κατά τη λειτουργία του. Αναζητούνται τα σημεία εισόδου στο σύστημα που δημιουργούν αβεβαιότητα και παρατηρούνται οι δραστηριότητες που λαμβάνουν χώρα.
2. *Αντικείμενο της μελέτης.* Περιγράφεται ο αντικειμενικός σκοπός της μελέτης και συγκεκριμενοποιούνται τα μέτρα απόδοσης. Αντικειμενικός σκοπός μιας μελέτης μπορεί να είναι:
 - Η βελτιστοποίηση ενός συστήματος
 - Η πρόβλεψη της συμπεριφοράς ενός συστήματος στο μέλλον
 - Η κατανόηση της συμπεριφοράς ενός συστήματος σε διαφορετικά ερεθίσματα
 - Η σύγκριση μεταξύ εναλλακτικών συστημάτων
3. *Μοντελοποίηση.* Η διαδικασία αυτή ξεκινά με την κατασκευή ενός απλούστερου μοντέλου, αποτυπώνοντας τη λογική του σε μορφή ψευδοκώδικα ή μέσω ενός λογικού διαγράμματος. Στη συνέχεια εμπλουτίζεται, ανάλογα με τη λεπτομέρεια που κρίνεται απαραίτητη. Πρέπει να απαντηθούν τα παρακάτω ερωτήματα:
 - Ποιό είναι το σύστημα; Ποιές πληροφορίες υπάρχουν για το σύστημα;
 - Ποιά είναι τα απαιτούμενα μέτρα απόδοσης;
 - Τι θα αναπαριστούν οι οντότητες που θα δημιουργηθούν στο μοντέλο;
 - Ποιά θα είναι τα χαρακτηριστικά τους;
 - Πώς θα εισάγονται οι οντότητες στο μοντέλο;
 - Σε ποια τμήματα του μοντέλου πραγματοποιείται εξυπηρέτηση; Ποιες οντότητες εξυπηρετούνται και πώς;

4. *Συλλογή δεδομένων.* Τα παραπάνω στάδια υποδεικνύουν συνήθως τα είδη των δεδομένων που πρέπει να συλλεχθούν και να αναλυθούν. Έστω ότι η αναπαράσταση ενός συστήματος αναμονής γίνεται με τη χρήση του μοντέλου $M/M/1$ ¹. Δείγματα κατάλληλου μεγέθους των χρόνων μεταξύ αφίξεων των πελατών και των χρόνων εξυπηρέτησης θα πρέπει να συλλεχθούν. Στη συνέχεια θα πρέπει να διαπιστωθεί με τη χρήση κατάλληλων στατιστικών μεθόδων, ότι οι χρόνοι αυτοί είναι εκθετικά κατανεμημένοι και να εκτιμηθεί για κάθε κατανομή, η αντίστοιχη παράμετρος. Η προσομοίωση χρησιμοποιεί γεννήτριες τυχαίων αριθμών που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0,1]$. Με κατάλληλο μετασχηματισμό, κατασκευάζονται τυχαίες ποσότητες, που ακολουθούν την κατανομή που υποδείχτηκε από την στατιστική ανάλυση των παραπάνω δειγμάτων. Αυτές οι ποσότητες χρησιμοποιούνται στην προσομοίωση για τη δημιουργία του σήματος εισόδου στο μοντέλο.
5. *Μετάφραση του μοντέλου.* Στο στάδιο αυτό γίνεται η μετατροπή του ψευδοκώδικα σε εκτελέσιμο πρόγραμμα, χρησιμοποιώντας κάποια γλώσσα προγραμματισμού ή χρησιμοποιώντας κάποιο λογισμικό προσομοίωσης. Στην παρούσα εργασία γίνεται χρήση του λογισμικού *Arena Simulation* της εταιρείας *Rockwell Automation*².
6. *Επιβεβαίωση (verification).* Πρέπει να επιβεβαιωθεί ότι το μοντέλο δεν περιέχει λογικά σφάλματα. Για παράδειγμα, αν παρατηρώντας την εξέλιξη ενός μοντέλου $M/M/s/k$ διαπιστωθεί ότι δέχεται στην αποθήκη αριθμό πελατών μεγαλύτερο από k , αντιλαμβάνεται κανείς ότι υπάρχει σφάλμα και πρέπει να αναζητηθεί η αιτία που οδήγησε σε αυτό.
7. *Πιστοποίηση (validation).* Πρέπει να εξακριβωθεί αν το μοντέλο αναπαριστά με ικανοποιητική ακρίβεια το πραγματικό σύστημα.
8. *Στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων.*

¹Το μοντέλο προϋποθέτει 1 εξυπηρετητή και χρόνους μεταξύ διαδοχικών αφίξεων καθώς και χρόνους εξυπηρέτησης, εκθετικά κατανεμημένους

²www.rockwellautomation.com

Κεφάλαιο 2

Εφαρμογή Μεθοδολογίας

2.1 Διατύπωση του προβλήματος

Σε εργοστάσιο βιομηχανίας τροφίμων λειτουργεί, μεταξύ άλλων, μια γραμμή επεξεργασίας και συσκευασίας φρέσκων λαχανικών. Η γραμμή εξυπηρετεί στην κάλυψη αναγκών της εταιρείας σε ημιέτοιμα προϊόντα (σε διάφορες φάσεις της παραγωγής άλλων τελικών προϊόντων), στην παραγωγή τελικών προϊόντων, τα οποία διατίθενται στους πελάτες της, αλλά και στην παραγωγή και συσκευασία ημιέτοιμων προϊόντων, που η εταιρεία διαθέτει σε άλλες βιομηχανίες τροφίμων.

Κατά την παρούσα χρονική περίοδο εξυπηρετούνται οκτώ βιομηχανίες – συνεργάτες. Η εταιρεία προσφέρει στους συνεργάτες της τέσσερα διαφορετικά είδη προϊόντων. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής: οι συνεργάτες καταχωρούν τις παραγγελίες τους και τον επιθυμητό χρόνο παράδοσης αυτών στο σύστημα παραγγελιοληψίας. Εντολή έναρξης της παραγωγής δίδεται, εφόσον γνωστοποιηθούν τα είδη και οι ποσότητες των προϊόντων. Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας παραγωγής, τα προϊόντα αποστέλλονται στο συνεργαζόμενο κέντρο διανομής, όπου και παραλαμβάνονται. Οι χρόνοι μεταξύ αφίξεων δύο διαδοχικών παραγγελιών του ίδιου συνεργάτη για το ίδιο προϊόν, οι προθεσμίες παράδοσης και οι ποσότητες παραγγελίας κάθε προϊόντος, είναι τυχαίες μεταβλητές.

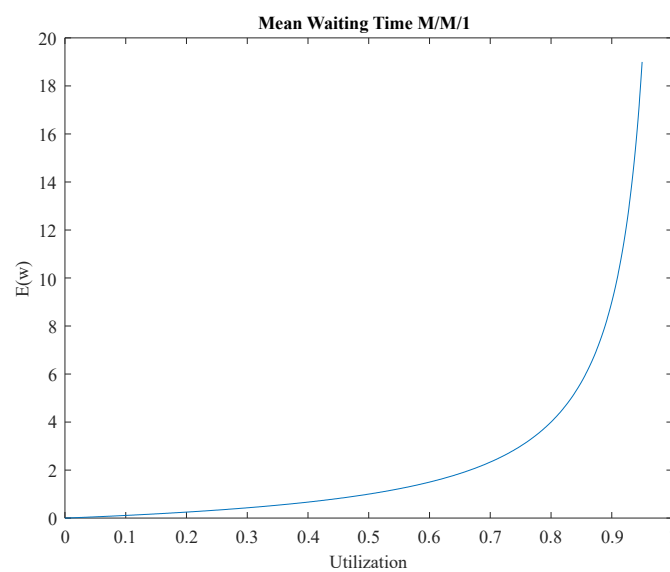
Ο ρυθμός παραγωγής κάθε είδους προϊόντος είναι σχεδόν σταθερός. Όταν όμως η γραμμή είναι απασχολημένη μπορεί να συμβεί κάποια βλάβη. Οι χρόνοι μεταξύ βλαβών και οι χρόνοι αποκατάστασης είναι τυχαίοι.

Η διαθεσιμότητα των πρώτων υλών δεν είναι απόλυτα εξασφαλισμένη. Η τροφοδοσία του εργοστασίου πραγματοποιείται καθημερινά και οι ποσότητες που παραλαμβάνονται, ελέγχονται δειγματοληπτικά από το τμήμα ελέγχου ποιότητας της εταιρείας. Αν κάποια παρτίδα πρώτων υλών δεν πληροί τις προϋποθέσεις ποιότητας, απορρίπτεται. Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι η εμφάνιση ελλείψεων σε πρώτες ύλες που συνεπάγεται την αδυναμία εκτέλεσης κάποιων παραγγελιών.

Όπως γίνεται αντιληπτό από την παραπάνω περιγραφή, το εργοστάσιο εξυπηρετεί κα-

τά παραγγελία (*make to order*). Κατά την εφαρμογή τέτοιων συστημάτων επιτυγχάνονται μηδενικά αποθέματα τελικών προϊόντων, καθώς η ζήτηση είναι εκ των προτέρων γνωστή. Επίσης, θεωρητικά, δεν παρατηρούνται απώλειες στις πωλήσεις, γιατί κάθε παραγγελία κάποια στιγμή θα ικανοποιηθεί.

Εν προκειμένω, όμως, στην εφαρμογή τέτοιων συστημάτων εντοπίζονται και μειονεκτήματα. Ειδικότερα, η ζήτηση δεν μπορεί ποτέ να καλυφθεί άμεσα. Συνεπώς, οι πελάτες πρέπει να περιμένουν μέχρι να λάβουν την παραγγελία τους. Αν ο χρόνος αναμονής είναι μεγαλύτερος από αυτόν που οι πελάτες είναι διατεθειμένοι να περιμένουν, τότε οι τελευταίοι αποχωρούν, με διακύβευμα όχι μόνο την απώλεια εσόδων της εταιρείας από τις συγκεκριμένες πωλήσεις, αλλά και την απώλεια των εν λόγω πελατών. Για να αντιληφθεί κάποιος

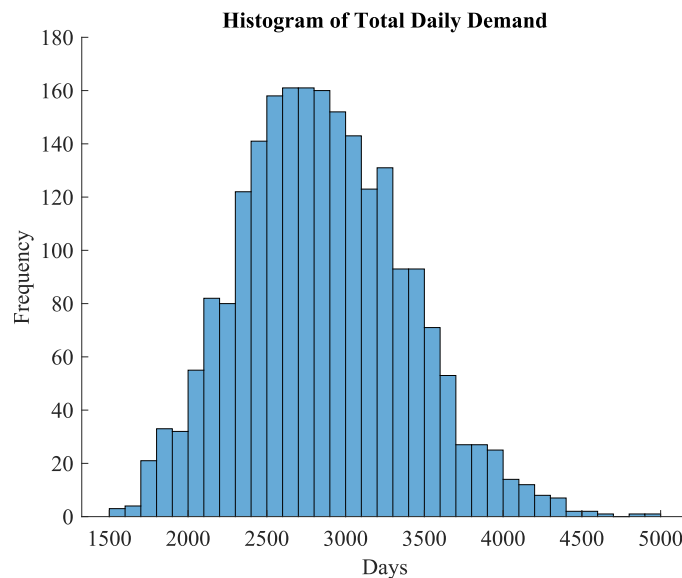


Σχήμα 2.1: Μέσος χρόνος αναμονής στο σύστημα M/M/1

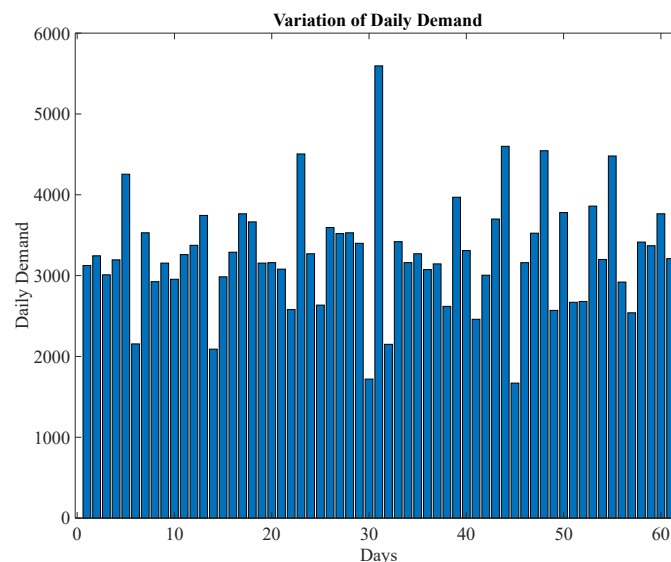
τί καθορίζει τους χρόνους αναμονής, όταν η παραγωγή γίνεται κατά παραγγελία, μπορεί να ανατρέξει στη θεωρία ουρών αναμονής. Ανεξάρτητα από τον αριθμό των εξυπηρετητών, βασικό χαρακτηριστικό ενός συστήματος αναμονής είναι, ότι η εξυπηρέτηση ενός πελάτη εκκινεί μόνο μετά την άφιξη του (ακριβώς όπως και η παραγωγή εκκινεί -κατά την παραγωγή κατά παραγγελία- μόνο μετά τη λήψη κάποιας παραγγελίας). Ένα άλλο χαρακτηριστικό των συστημάτων αναμονής είναι ότι οι πελάτες πρέπει να περιμένουν στην ουρά, όταν όλοι οι εξυπηρετητές είναι απασχολημένοι (όπως συμβαίνει και όταν η παραγωγή είναι απασχολημένη με την κάλυψη παραγγελιών προηγούμενων πελατών). Σε ένα σύστημα αναμονής, ο μέσος χρόνος στην ουρά εξαρτάται μη γραμμικά, από το πηλίκο του μέσου ρυθμού άφιξης πελατών, προς τη δυναμικότητα (ρυθμό) της εξυπηρέτησης (*utilization*). Όταν οι χρόνοι αφίξεων ή εξυπηρέτησης είναι τυχαίοι και το πηλίκο τείνει στη μονάδα, ο μέσος χρόνος αναμονής, τείνει στο άπειρο. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το μοντέλο M/M/1 (Σχήμα 2.1).

Με την εφαρμοζόμενη πολιτική, εκτός από τον κίνδυνο απώλειας πωλήσεων ή και πελατών, δημιουργείται πρόβλημα και στην καθημερινή λειτουργία του εργοστασίου. Υπάρ-

χει μεγάλη διακύμανση στην συνολική ημερήσια ζήτηση (Σχήμα 2.2 - 2.3), με αποτέλεσμα κάποιες μέρες, η παραγωγή να υπολειπουργεί, ενώ κάποιες άλλες, να γίνεται επιτακτική η ανάγκη επιλογής των πελατών που δεν πρόκειται να εξυπηρετηθούν. Όπως προαναφέρθηκε, η συγκεκριμένη γραμμή παραγωγής δεν εξυπηρετεί μόνο τις ανάγκες των συνεργατών. Υπάρχουν και άλλες εργασίες που απαιτούν σημαντικό χρόνο. Θα ήταν ευκολότερο για τον διευθυντή του εργοστασίου, να γνωρίζει εκ των προτέρων τις χρονικές απαιτήσεις κάθε εργασίας, ώστε να σχεδιάσει ένα αποτελεσματικό πρόγραμμα παραγωγής.



Σχήμα 2.2: Διακύμανση συνολικής ημερήσιας ζήτησης σε ένα τυχαίο δίμηνο.



Σχήμα 2.3: Διακύμανση συνολικής ημερήσιας ζήτησης σε ένα τυχαίο δίμηνο.

2.2 Αντικείμενο της μελέτης

Προκειμένου να λυθούν τα παραπάνω προβλήματα, η διοίκηση της εταιρείας έχει ζητήσει, να μελετηθούν εναλλακτικές προτάσεις για τον έλεγχο της παραγωγής, που αφορά στην εξυπηρέτηση των συνεργατών. Πιο συγκεκριμένα, ζητεί να ελαχιστοποιηθεί το μέσο μηνιαίο κόστος, προσφέροντας παράλληλα υψηλό επίπεδο εξυπηρέτησης. Επίσης επιθυμώντας την εξομάλυνση της παραγωγικής διαδικασίας, ζητεί να εκτιμηθεί ο απαιτούμενος χρόνος απασχόλησης της γραμμής στις συγκεκριμένες εργασίες, σε ημερήσια βάση.

Ως εναλλακτικός τρόπος ελέγχου, μελετάται ένα σύστημα παραγωγής για αποθήκευση (make to stock). Στο κέντρο διανομής προβλέπεται να διατηρούνται αποθέματα προϊόντων, η στάθμη των οποίων θα ελέγχεται συνεχώς, με την υποστήριξη κατάλληλου συστήματος διαχείρισης αποθήκης (Warehouse Management System-WMS). Μάλιστα, η παραγόμενη από το σύστημα διαχείρισης αποθήκης πληροφορία θα είναι διαθέσιμη σε πραγματικό χρόνο και στο εργοστάσιο. Η διατήρηση αποθεμάτων αντισταθμίζει τις διακυμάνσεις της ζήτησης. Τα αποθέματα λειτουργούν ως μία εικονική αποθήκη (buffer) μεταξύ δύο μηχανών (προσφοράς και ζήτησης), ώστε η πρώτη μηχανή να μην παραμένει αποκλεισμένη (blocked) και η δεύτερη να μην παραμένει αποστερημένη (starved). Οι αποφάσεις έναρξης και τερματισμού της παραγωγής κάθε προϊόντος, καθώς και το μέγεθος της παραγγελίας, θα λαμβάνονται με τη χρησιμοποίηση κάποιας πολιτικής ελέγχου από τη θεωρία αποθεματικών συστημάτων. Σημαντικό να αναφερθεί είναι το γεγονός ότι τα παραγόμενα προϊόντα έχουν περιορισμένη διάρκεια ζωής. Μια μονάδα προϊόντος διατηρεί την αξία της για χρόνο ίσο με τη διάρκεια ζωής της. Οι ποσότητες που παραμένουν αποθηκευμένες πέραν ενός συγκεκριμένου χρονικού ορίου απορρίπτονται.

Το αναλυτικό μοντέλο που αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη της θεωρίας αποθεματικών συστημάτων, είναι αυτό της οικονομικής ποσότητας παραγγελίας (Economic Order Quantity - EOQ) και αφορά σε ένα προϊόν. Για την εφαρμογή του μοντέλου γίνονται οι ακόλουθες υποθέσεις:

- Ο ρυθμός ζήτησης (λ) του προϊόντος είναι γνωστός και σταθερός.
- Δεν επιτρέπονται ελλείψεις.
- Ο χρόνος μεταξύ καταχώρησης και άφιξης μιας παραγγελίας είναι μηδενικός.
- Τα κόστη που περιλαμβάνονται είναι:
 1. K : Σταθερό κόστος παραγγελίας.
 2. c : Κόστος ανά μονάδα προϊόντος.
 3. h : Κόστος αποθεματοποίησης ανά μονάδα προϊόντος και ανά μονάδα χρόνου.

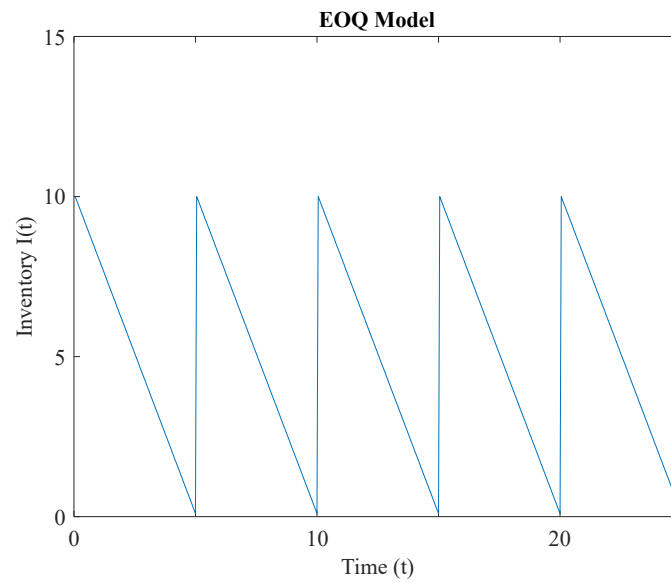
Η συνάρτηση κόστους είναι κυρτή. Περιλαμβάνει το κόστος κτήσης, το κόστος αποθεματοποίησης, το κόστος από το συνολικό αριθμό παραγγελιών που εκτελούνται στη μονάδα

του χρόνου και είναι:

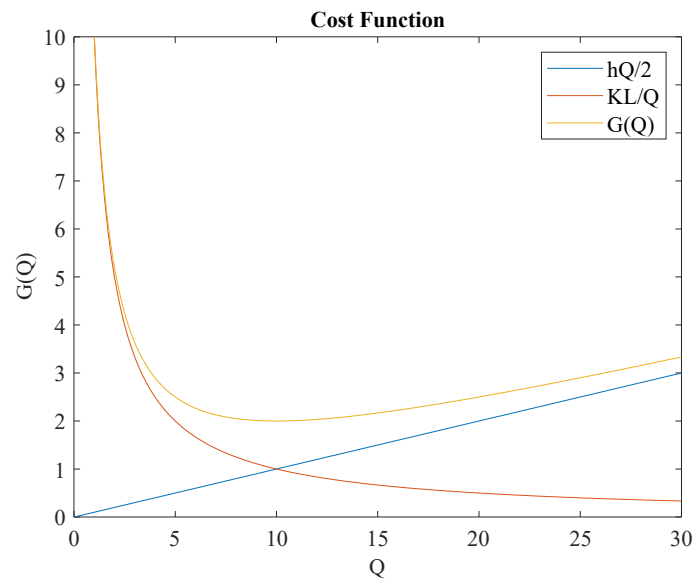
$$G(Q) = \frac{K\lambda}{Q} + \lambda c + \frac{hQ}{2} \quad (2.1)$$

Η ποσότητα παραγγελίας που ελαχιστοποιεί το κόστος, προκύπτει από την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης και είναι:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} \quad (2.2)$$



Σχήμα 2.4: Εξέλιξη αποθέματος.



Σχήμα 2.5: Συνάρτηση μηνιαίου κόστους.

Στο Σχήμα 2.4 απεικονίζεται, η εξέλιξη του αποθέματος ενός προϊόντος, όταν ο ρυθμός ζήτησης είναι, 60 μονάδες ανά μήνα και η ποσότητα αναπλήρωσης είναι, 10 μονάδες. Όπως διακρίνεται στο Σχήμα 2.5, αποτελεί τη βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας¹ ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μηνιαίο κόστος. Ο βέλτιστος χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών παραγγελιών είναι $T^* = Q^*/\lambda = 5$ ημέρες. Μια παραλλαγή του μοντέλου οικονομικής ποσότητας παραγγελίας ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν ένα προϊόν έχει περιορισμένο χρόνο ζωής παρουσιάζεται στη συνέχεια. Αν υποτεθεί ότι το προϊόν έχει ωφέλιμη διάρκεια ζωής: $m < T^*$ τότε σε χρόνο m από την αρχή κάθε κύκλου, θα παραμείνει απόθεμα με μηδενική αξία και μια νέα παραγγελία θα πρέπει να τοποθετηθεί εκείνη τη χρονική στιγμή. Αν όμως μειωθεί η ποσότητα παραγγελίας από $Q^* = \lambda T^*$ σε $Q = \lambda m$ τότε ο χρόνος περιόδου θα παραμείνει m , δεν πρόκειται να υπάρξει απόθεμα με μηδενική αξία και το κόστος αποθέματος μειώνεται αφού μειώνεται το μέσο απόθεμα. Το συνολικό κόστος βέβαια αυξάνεται.

2.3 Μοντελοποίηση

2.3.1 Πληροφορίες για το υπό μελέτη σύστημα

Παρακάτω συνοψίζονται οι διαθέσιμες πληροφορίες που είναι αναγκαίες για την κατασκευή του μοντέλου:

- Τα σημεία που πρέπει να προσεγγιστούν μέσω πιθανοθεωρητικών μοντέλων είναι:
 1. Οι αφίξεις των παραγγελιών.
 2. Οι προθεσμίες.
 3. Οι ποσότητες ζήτησης.
 4. Οι χρόνοι μεταξύ βλαβών στη γραμμή παραγωγής.
 5. Οι χρόνοι αποκατάστασης βλαβών.
 6. Οι νεκροί χρόνοι που δημιουργούνται από τις εναλλαγές στα είδη των προϊόντων που παράγονται.
 7. Η αποδοχή-απόρριψη των πρώτων υλών.
 8. Οι χρόνοι μεταφοράς των προϊόντων από το εργοστάσιο στο κέντρο διανομής.
- Το κόστος παραγωγής ανά μονάδα προϊόντος είναι γνωστό. Σημειώνεται ότι έχουν υπολογισθεί με τη γραμμή σε πλήρη λειτουργία.
- Το κόστος αποθεματοποίησης ανά μονάδα προϊόντος και ανά μονάδα χρόνου είναι γνωστό.

¹Το παράδειγμα κατασκευάστηκε έτσι ώστε να προκύψει η συγκεκριμένη βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας. $\lambda = 60$, $c = 1$, $h = 0.2/12$, $K = h(Q^*)^2/2\lambda$. Στη συνάρτηση κόστους (Σχήμα 2.5), δεν περιλαμβάνεται ο όρος λc .

- Για τη μεταφορά των προϊόντων μπορούν να χρησιμοποιηθούν ιδιόκτητα φορτηγά-ψυγεία τα οποία μπορούν να μεταφέρουν μέχρι 4 παλέτες. Στην περίπτωση αυτή η εταιρεία επιβαρύνεται με ένα σταθερό κόστος μεταφοράς για κάθε δρομολόγιο. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί μεταφορική εταιρεία. Το κόστος σε αυτή την περίπτωση περιλαμβάνει μια σταθερή χρέωση ανά δρομολόγιο και ένα μεταβλητό κόστος ανά παλέτα που μεταφέρεται. Δεν υπάρχει περιορισμός στο μέγεθος του φορτίου.
- Παραγγελίες που δεν καλύπτονται πλήρως από το διαθέσιμο απόθεμα, ικανοποιούνται μερικώς και το εναπομείναν υπόλοιπο διαγράφεται.
- Το κέρδος από την πώληση μιας μονάδας προϊόντος είναι γνωστό.
- Το εργοστάσιο λειτουργεί καθημερινά από τις 4:00 έως τις 16:00 και απασχολεί 2 βάρδιες. Στις εργασίες που πραγματοποιούνται για την εξυπηρέτηση των συνεργατών απαιτούνται 18 εργαζόμενοι. Το κόστος κανονικής και υπερωριακής απασχόλησης είναι γνωστό.
- Το κέντρο διανομής εξυπηρετεί καθημερινά από τις 7:00 έως τις 17:00.
- Είναι γνωστός ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος παραμονής μιας μονάδας προϊόντος σε απόθεμα.

Οι μεταβλητές που διαμορφώνουν την κατάσταση του συστήματος κάθε χρονική στιγμή είναι:

- Η στάθμη του αποθέματος κάθε προϊόντος στο κέντρο διανομής.
- Οι ποσότητες αποθέματος κάθε προϊόντος που έχουν απορριφθεί.
- Η ποσότητα κάθε προϊόντος που βρίσκεται στο στάδιο της παραγωγής.
- Οι ποσότητες από τις παραγγελίες κάθε προϊόντος που δεν έχουν εκτελεστεί.
- Η κατάσταση της γραμμής παραγωγής.

Τα γεγονότα που σηματοδοτούν αλλαγές στην κατάσταση του συστήματος είναι:

- Οι αφίξεις πελατών στο κέντρο διανομής
- Η έναρξη της παραγωγής συγκεκριμένου προϊόντος
- Η εμφάνιση βλάβης
- Η αποκατάσταση βλάβης
- Η ολοκλήρωση της παραγωγής μιας παρτίδας προϊόντος.
- Οι αφίξεις πρώτων υλών και ο ποιοτικός έλεγχος
- Η άφιξη δρομολογίου στο κέντρο διανομής.

2.3.2 Μέτρα απόδοσης

Από την παραπάνω περιγραφή προκύπτει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς

$$\text{minimize } C(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.3)$$

$$\text{subject to } g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1, \quad (2.4)$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_2, \quad (2.5)$$

$$\vdots \quad (2.6)$$

$$g_8(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_8, \quad (2.7)$$

όπου, C είναι η συνάρτηση κόστους και $-g_i$ είναι η πιθανότητα ο πελάτης i να ικανοποιηθεί πλήρως. Οι συναρτήσεις όμως, C και g_i δεν είναι γνωστές. Η μελέτη με τη χρήση προσομοίωσης συνιστά ένα στατιστικά σχεδιασμένο πείραμα (*Designed Experiments*). Τα υπολογιστικά εργαλεία που χρησιμοποιούνται, με βάση τα αποτελέσματα του στατιστικού πειράματος, προσπαθούν να προσεγγίσουν τη μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης ώστε, να αναζητηθεί η βέλτιστη τιμή, ικανοποιώντας παράλληλα τους περιορισμούς.

Το συνολικό μέσο μηνιαίο κόστος προκύπτει ως άθροισμα των παρακάτω μέσων τιμών:

- Μέσο μηνιαίο κόστος από τη διατήρηση αποθεμάτων στο κέντρο διανομής.
- Μέσο μηνιαίο κόστος από τη διατήρηση αποθεμάτων κατά τη διαδικασία παραγωγής (*WIP*).
- Μέσο μηνιαίο κόστος από τη διατήρηση αποθεμάτων στο στάδιο της μεταφοράς.
- Μέσο μηνιαίο κόστος μεταφοράς.
- Μέσο μηνιαίο κόστος από την απώλεια πωλήσεων.
- Μέσο μηνιαίο κόστος από την εμφάνιση νεκρών χρόνων κατά τη διαδικασία παραγωγής.
- Μέσο μηνιαίο κόστος που προκύπτει από υπερωριακή απασχόληση.
- Μέσο μηνιαίο κόστος από την απόρριψη αποθέματος.

Για να εκτιμηθεί το συνολικό μέσο μηνιαίο κόστος, χρειάζεται να εκτιμηθούν όλα τα παραπάνω κόστη ενώ για να λυθεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης, πρέπει επίσης να εκτιμηθούν τα επίπεδα εξυπηρέτησης των πελατών.

2.3.3 Μεταβλητές

Προκειμένου να εκτιμηθούν τα προαναφερθέντα στατιστικά μεγέθη, ορίζονται οι ακόλουθες μεταβλητές:

- $vInventoryOnHand_j(t)$: Η μεταβλητή αυτή παρακολουθεί και καταγράφει τη στάθμη του αποθέματος του προϊόντος j στο κέντρο διανομής, κατά την εξέλιξη της στο χρόνο.
- $vOnProduction_j(t)$: Καταγράφει την ποσότητα του προϊόντος j που παράγεται κάθε χρονική στιγμή t .
- $vOnDelivery_j(t)$: Καταγράφει την ποσότητα του προϊόντος j που μεταφέρεται ή τελεί προς μεταφορά κάθε χρονική στιγμή t .

Οι μεταβλητές αυτές θα χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση του μέσου κόστους αποθεματοποίησης καθώς και για τη λήψη απόφασης σχετικά με την έναρξη παραγωγής για το προϊόν j .

Για την εκτίμηση του μέσου κόστους μεταφοράς ορίζεται η μεταβλητή:

- $vTransportationCost$ η οποία υπολογίζει το κόστος κάθε δρομολογίου ανάλογα αν αυτό πραγματοποιείται με ιδιότητα μέσα ή μέσω μεταφορικής εταιρείας. Τα κόστη αυτά αθροίζονται και στο τέλος κάθε ημέρας αποδίδεται το ημερήσιο μεταφορικό κόστος. Στη συνέχεια η μεταβλητή μηδενίζεται για να υπολογισθεί το μεταφορικό κόστος για την επόμενη ημέρα κ.ο.κ..

Κατά αντίστοιχο τρόπο, για την εκτίμηση του μέσου κόστους λόγω απώλειας πωλήσεων του προϊόντος j , ορίζεται η μεταβλητή:

- $vAmountLost(j)$: Υπολογίζει την συνολική ποσότητα του προϊόντος j που δεν πωλήθηκε λόγω έλλειψης αποθέματος, ανά ημέρα.

Για να εκτιμηθεί το μέσο κόστος από την απόρριψη αποθέματος ορίζεται η μεταβλητή:

- $vDiscardedAmount(j)$ η οποία υπολογίζει τη συνολική ποσότητα προϊόντος j που απορρίπτεται ανά ημέρα.

Η μέση τιμή του κόστους λόγω εμφάνισης νεκρών χρόνων στη διαδικασία παραγωγής εκτιμάται χρησιμοποιώντας τη μεταβλητή:

- $vIdleTime$ η οποία υπολογίζει το ποσοστό του εργάσιμου χρόνου που η γραμμή παραγωγής δεν παράγει λόγω έλλειψης πρώτης ύλης, λόγω μη ενεργής εντολής παραγωγής ή λόγω προετοιμασίας για την παραγωγή νέου είδους προϊόντος.

2.3.4 Πολιτική ελέγχου αποθεμάτων

Οι πολιτικές ελέγχου αποθεμάτων χρησιμοποιούνται για να απαντήσουν σε δύο ερωτήματα:

- Πότε να πραγματοποιηθεί μια παραγγελία;
- Ποια θα είναι η ποσότητα της παραγγελίας;

Η πολιτική που θα χρησιμοποιηθεί αρχικά είναι αυτή του βασικού αποθέματος (*base-stock policy*). Σύμφωνα με αυτή την πολιτική, ορίζεται ένα επίπεδο αποθέματος για κάθε προϊόν. Εντολή παραγωγής ενός είδους προϊόντος ενεργοποιείται όταν η παρακάτω σχέση είναι αληθής:

$$vInventoryOnHand(j) + vOnProduction(j) + vOnDelivery(j) < vReorderPoint(j) \quad (2.8)$$

όπου $vReorderPoint(j)$ είναι το επίπεδο αποθέματος που έχει ορισθεί για το προϊόν j και αποτελεί μεταβλητή απόφασης για το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Όταν ληφθεί απόφαση για την παραγωγή του προϊόντος j , η ποσότητα που θα παραχθεί προκύπτει από την παρακάτω διαφορά:

$$vOrderQuantity(j) = vReorderPoint(j) - vInventoryOnHand(j) - vOnDelivery(j) \quad (2.9)$$

2.3.5 Ανάπτυξη του μοντέλου

Ένα πρόγραμμα προσομοίωσης, σε αντίθεση με μια γλώσσα προγραμματισμού, επιτρέπει τη δημιουργία ενός μοντέλου μέσω της απεικόνισης κάθε διαδικασίας όπως πραγματοποιείται στο πραγματικό σύστημα (*Process-oriented modeling*). Ακολουθώντας αυτή την προσέγγιση, το σύστημα αποσυντίθεται σε επιμέρους διαδικασίες, εξετάζοντας πώς αυτές συνδέονται και αλληλοεπιδρούν.

Το μοντέλο που αναπτύχθηκε χωρίζεται σε τρία βασικά επίπεδα. Το πρώτο επίπεδο περιγράφει τη λειτουργία του κέντρου διανομής, το δεύτερο αναφέρεται στη λειτουργία της γραμμής παραγωγής, και το τρίτο στη μεταφορά των έτοιμων προϊόντων. Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή.

Λειτουργία κέντρου διανομής

Δεδομένου ότι τα προϊόντα είναι ευαίσθητα, είναι απαραίτητο να υπολογιστεί το κόστος που αναλαμβάνει η εταιρεία λόγω απόρριψης αποθέματος. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το ζήτημα, αποφασίστηκε η δημιουργία δύο υπο-τιμημάτων που περιγράφουν τη συνολική λειτουργία του κέντρου διανομής. Το πρώτο υπό-τιμήμα αφορά την εξυπηρέτηση των πελατών, ενώ το δεύτερο ασχολείται με τη διαχείριση των αποθεμάτων.

1. *Εξυπηρέτηση πελατών.* Οι διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα στο κέντρο διανομής και αφορούν στην εξυπηρέτηση πελατών είναι οι εξής:

- Αφίξεις παραγγελιών.
- Καταγραφή ποσοτήτων ζήτησης και χρόνων παράδοσης.
- Έλεγχος αποθέματος. Στην περίπτωση που το απόθεμα αρκεί για να καλυφθεί μια παραγγελία, αφαιρείται από το απόθεμα η ποσότητα του προϊόντος που ζητήθηκε και ο πελάτης αποχωρεί πλήρως ικανοποιημένος. Διαφορετικά ο πελάτης ικανοποιείται μερικώς και το απόθεμα του προϊόντος μηδενίζεται. Μετά από κάθε εξυπηρέτηση πραγματοποιείται έλεγχος, προκειμένου να εκδοθεί εντολή παραγωγής. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η μεταβλητή *υOnOrder(j)* οποία δέχεται τιμές 0 ή 1.

Κάθε οντότητα που δημιουργείται σε αυτό το τμήμα του μοντέλου, αναπαριστά παραγγελία συγκεκριμένου πελάτη για συγκεκριμένο προϊόν. Δημιουργούνται συνολικά 32 τέτοιες οντότητες. Τα χαρακτηριστικά που αποδίδονται σε κάθε μια από αυτές είναι:

- *myCustomerName*: Περιγράφει την ταυτότητα του πελάτη (Τιμές: 1- 8).
- *myProductType*: Δηλώνει το είδος προϊόντος που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη οντότητα (Τιμές: 1- 4).

Οι τιμές των παραπάνω χαρακτηριστικών παραμένουν σταθερές σε όλη τη διάρκεια της προσομοίωσης. Αποδίδονται επίσης τα ακόλουθα:

- *myThinkTime*: Είναι τυχαία μεταβλητή και δηλώνει κάθε φορά τον χρόνο από την ολοκλήρωση μιας παραγγελίας μέχρι την αποστολή νέας.
- *myArriveTime*: Σημειώνει κάθε φορά τον χρόνο άφιξης νέας παραγγελίας.
- *myDemand*: Τυχαία μεταβλητή που δηλώνει την ποσότητα ζήτησης κάθε νέας παραγγελίας.
- *myDueDate*: Επίσης τυχαία μεταβλητή που δηλώνει τον επιθυμητό χρόνο εκτέλεσης της παραγγελίας.
- *mySatisfactionFlag*: Παίρνει τιμές 1 ή 0, ανάλογα αν ο πελάτης που αντιπροσωπεύεται από τη συγκεκριμένη οντότητα, εξυπηρετηθεί πλήρως ή όχι. Το χαρακτηριστικό αυτό χρησιμοποιείται, για να υπολογισθεί το επίπεδο εξυπηρέτησης κάθε πελάτη.

Στον Αλγόριθμο 1 περιγράφεται η διαδρομή μιας οντότητας σε αυτό το τμήμα του μοντέλου σε μορφή ψευδοκώδικα:

2. *Διαχείριση αποθεμάτων.* Οι διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα στο κέντρο διανομής και αφορούν στη διαχείριση των αποθεμάτων είναι οι ακόλουθες:

- Αφίξεις παρτίδας ή παρτίδων εμπορεύματος.
- Έλεγχος και αποθήκευση.
- Ανάλυση. Όταν ζητείται κάποιο προϊόν, αφαιρείται απόθεμα από την παρτίδα εκείνη με την συντομότερη διάρκεια ζωής. Στην περίπτωση που η ημερομηνία λήξης μιας παρτίδας έχει παρέλθει, η εναπομείνασα ποσότητα απορρίπτεται και η ζήτηση (ή μέρος της ζήτησης) καλύπτεται από την επόμενη παρτίδα με τη συντομότερη διάρκεια ζωής.

Οι οντότητες που δημιουργούνται σε αυτό το τμήμα του μοντέλου αναπαριστούν παρτίδες έτοιμων προϊόντων. Μετά τη δημιουργία τους, όλες οι οντότητες μεταφέρονται σε ένα εικονικό χώρο αναμονής και περιμένουν ενημέρωση από το τμήμα μεταφοράς για την άφιξη εμπορεύματος. Μετά την άφιξη εμπορεύματος, ανάλογα με τον αριθμό των παρτίδων και το είδος των προϊόντων, ίσος αριθμός οντοτήτων οδηγείται σε αντίστοιχους αποθηκευτικούς χώρους . Αποδίδονται τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- *myArriveTime*: Είναι η χρονική στιγμή λήξης της παραγωγής της συγκεκριμένης παρτίδας.
- *myType*: Αντιστοιχεί στο είδος προϊόντος.
- *mySize*: Το μέγεθος της παρτίδας.
- *myQueuePriority*: Πρόκειται για χαρακτηριστικό που αποδίδεται ώστε να γίνει ανάλυση από την παρτίδα με την συντομότερη διάρκεια ζωής.

Στον Αλγόριθμο 2-3 περιγράφεται σε μορφή ψευδοκώδικα, η ανάπτυξη του συγκεκριμένου τμήματος του μοντέλου.

Αλγόριθμος 1: Περιγραφή υπο-τμήματος Εξυπηρέτηση Πελατών

Data: Entity parameters, and ReorderPoint

Result: System statistical data

/* Create entity and assign initial values */

CreateEntity()

AssignInitialValues()

myCustomerName = ...

myProductType = ...

myThinkTime = ...

vReorderPoint(myProductType) = ...

/* Main loop */

while $TNOW < TEND$ **do**

 Περίμενε για χρόνο $myThinkTime$

 AssignAttributes()

 myArriveTime = TNOW

 myDemand = ...

 myDueDate = ...

 Περίμενε μέχρι $(TNOW - myArriveTime \geq myDueDate)$

 Αν το Κέντρο Διανομής είναι κλειστό, περίμενε ...

 vIndividualDemand(myProductType) = myDemand

 Ενημέρωσε τη διαχείριση αποθεμάτων

 για την άφιξη ζήτησης του είδους σου

if $vInventoryOnHand(myProductType) \geq myDemand$ **then**

 mySatisfactionFlag = 1

 vInventoryOnHand(myProductType) =

 vInventoryOnHand(myProductType) - myDemand

else

 mySatisfactionFlag = 0

 vAmountLost(myProductType) = vAmountLost(myProductType)

 + myDemand - vInventoryOnHand(myProductType)

 vInventoryOnHand(myProductType) = 0

end

if $vInventoryOnHand(myProductType) + vOnProduction(myProductType)$

 + $vOnDelivery(myProductType) < vReorderPoint(myProductType)$ **then**

 vOnOrder(myProductType) = 1

end

 /* Υπολογισμός στατιστικού δείκτη */

 FillRate(myCustomerName) = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n mySatisfactionFlag(i)$

 /* End of loop */

end

Αλγόριθμος 2: Περιγραφή υπο-τμήματος Διαχείριση Αποθεμάτων (Μέρος 1)

Create entity()

while $TNOW < TEND$ **do**

 LABEL 1. Περίμενε μέχρι να λάβεις ενημέρωση από το τμήμα μεταφοράς

 Assign values:

 myArriveTime = vTime

 myType = vType

 mySize = vSize

 vQueueCount = vQueueCount + 1

 myQueuePriority = vQueueCount

for $j = 1$ **to** 4 **do**

if $myType == j$ **then**

 Πήγαινε στην αποθήκη #j

 Τερματισμός Επαναλήψεων

end

end

 ΑΠΟΘΗΚΗ J . Περίμενε μέχρι να λάβεις ενημέρωση από το τμήμα

 εξυπηρέτησης πελατών και εφόσον έχεις προτεραιότητα ή μέχρι

 να εξαντληθεί η προηγούμενη παρτίδα και λάβεις αντίστοιχη ενημέρωση.

if $TNOW - myArriveTime < ShelfLife$ **then**

if $mySize > vIndividualDemand(myType)$ **then**

 mySize = mySize - vIndividualDemand(myType)

 vIndividualDemand(myType) = 0

 Πήγαινε στην αποθήκη #myType

end

else

 vIndividualDemand(myType) =

 vIndividualDemand(myType) - mySize

 mySize = 0

 Ενημέρωσε την αποθήκη #myType ότι εξαντλήθηκες

 Go to LABEL 1

end

end

else

break

end

end

Αλγόριθμος 3: Περιγραφή υπο-τμήματος Διαχείριση Αποθεμάτων (Μέρος 2)

Συνέχεια αλγορίθμου 2.

$vDiscardedAmount(myType) = vDiscardedAmount(myType) + mySize$

$vInventoryOnHand(myType) = vInventoryOnHand(myType) - mySize$

if $vInventoryOnHand(myType) + vOnProduction(myType) +$
 $vOnDelivery(myPType) < vReorderPoint(myType)$ **then**
 $vOnOrder(myType) = 1$

end

Ενημέρωσε την αποθήκη #myType ότι εξαντλήθηκες

Go to LABEL 1

Παραγωγή

Η διαδικασία που ακολουθείται κατά την παραγωγή περιγράφεται στη συνέχεια:

- Έναρξη εργασιών καθημερινά στις 4:00
- Έλεγχος για εκκρεμότητες από την προηγούμενη ημέρα. Έχει αναφερθεί προηγούμενα ότι, ένας από τους στόχους της εφαρμοζόμενης πολιτικής, είναι η εκτίμηση του απαιτούμενου καθημερινού χρόνου απασχόλησης της γραμμής παραγωγής στη συγκεκριμένη εμπορική δραστηριότητα. Έτσι, αν ο χρόνος αυτός παρέλθει ενώ η παραγωγή κάποιας παρτίδας προϊόντος βρίσκεται σε εξέλιξη, η παραγωγή τερματίζεται και συνεχίζεται την επόμενη ημέρα.
- Επιλογή προϊόντος προς παραγωγή. Αν υπάρχουν ενεργές εντολές παραγωγής για περισσότερα από ένα προϊόντα και με την προϋπόθεση της διαθεσιμότητας αντίστοιχων πρώτων υλών, επιλέγεται να παραχθεί το προϊόν j , για το οποίο ικανοποιείται ο ακόλουθος κανόνας:

$$\frac{vReorderPoint(j) - vInventoryOnHand(j) - vOnDelivery(j)}{vReorderPoint(j)} = \max(I_1, I_2, I_3, I_4) \quad (2.10)$$

όπου:

$$I_i = \frac{vReorderPoint(i) - vInventoryOnHand(i) - vOnDelivery(i)}{vReorderPoint(i)} \quad (2.11)$$

- Το μέγεθος παρτίδας του προϊόντος j είναι:

$$vOrderQuantity(j) = vReorderPoint(j) - vInventoryOnHand(j) - vOnDelivery(j) \quad (2.12)$$

- Κατά τη διάρκεια μιας εργάσιμης ημέρας ανάλογα με το μέγεθος των παρτίδων υπάρχει πιθανότητα να μην ολοκληρωθεί η παραγωγή ούτε μιας παρτίδας. Υπάρχει επίσης πιθανότητα δυο διαδοχικές παρτίδες να αφορούν στο ίδιο προϊόν. Σε αυτή την περίπτωση η παραγωγή συνεχίζεται χωρίς διακοπή για καθαρισμούς και ρυθμίσεις των μηχανών. Διαφορετικά, μεσολαβεί στοχαστικός ‘νεκρός χρόνος’.

Σε αυτό το τμήμα του μοντέλου δημιουργείται μόνο μια οντότητα. Αναπαριστά ικανή ποσότητα πρώτων υλών που μετατρέπεται σε παρτίδα έτοιμου προϊόντος. Δεν διαπιστώθηκε η ανάγκη απόδοσης κάποιων χαρακτηριστικών σε αυτή την οντότητα. Χρησιμοποιούνται ωστόσο οι παρακάτω μεταβλητές:

- *CurrentItem*: Είναι το είδος του προϊόντος που επιλέγεται για να παραχθεί.
- *vDay1*: Αποδίδει την ημερομηνία κατά την έναρξη παραγωγής κάποιου προϊόντος.
- *vDay2*: Αποδίδει την ημερομηνία κατά την ολοκλήρωση της παραγωγής μιας παρτίδας.
- *LastItem*: Είναι το είδος του προϊόντος του οποίου η παραγωγή ολοκληρώθηκε.
- *vRawMaterial(j)*: Μεταβλητή που δηλώνει τη διαθεσιμότητα πρώτων υλών για το προϊόν j . Λαμβάνει τιμές 0 ή 1 ως αποτέλεσμα του ελέγχου ποιότητας.

Ο ψευδοκώδικας που περιγράφει τη διαδρομή της οντότητας παρουσιάζεται παρακάτω:

Μεταφορά

Όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, με τη συμπλήρωση ενός καθορισμένου αριθμού παρτίδων, τα προϊόντα αποστέλλονται στο κέντρο διανομής για αποθήκευση. Το κόστος της κάθε μεταφοράς εξαρτάται από τον συνολικό αριθμό των παλετών που μεταφέρονται. Για μεταφορά έως και 4 παλέτες, το κόστος ανέρχεται στα 80 €. Ωστόσο, εάν ο συνολικός αριθμός των παλετών που μεταφέρονται υπερβαίνει αυτόν τον αριθμό, τότε επιβάλλεται επιπρόσθετο κόστος 10 € ανά παλέτα. Το μέγιστο βάρος κάθε παλέτας είναι 350 κιλά.

Αλγόριθμος 4: Περιγραφή του τμήματος Παραγωγή.

Data: $TEND$, $CurrentTime$, $vUpDuration$, $vReorderPoint$, $vInventoryOnHand$, $vOnDelivery$

Create entity

while $TNOW < TEND$ **do**

 LABEL 1

if $CurrentTime > 4:00 + vUpDuration$ **then**

 | Περίμενε μέχρι τις 4:00 της επόμενης ημέρας.

end

if $\sum_{i=1}^4 vOnOrder(i) > 0$ **then**

for $j = 1$ **to** 4 **do**

if $R_j \& \& O_j \& \& I_j == \max(O_1 R_1 I_1, O_2 R_2 I_2, O_3 R_3 I_3, O_4 R_4 I_4)$ **then**

 | Τερματισμός επαναλήψεων.

end

end

else

 | Go to LABEL 1

end

$CurrentItem = j$

$vOrderQuantity(CurrentItem) = vReorderPoint(CurrentItem) -$
 $vInventoryOnHand(CurrentItem) - vOnDelivery(CurrentItem)$

$vOnProduction(CurrentItem) = vOrderQuantity(CurrentItem)$

$vDay1 = CallDayOfYear(TNOW)$

if $vDay1 == vDay2 \ \&\& \ CurrentItem \neq LastItem$ **then**

 | Περίμενε μέχρι να καθαριστούν οι μηχανές και να γίνουν οι απαραίτητες
 | ρυθμίσεις.

end

 Εναρξη Παραγωγής:

 Περίμενε μέχρι να συμβεί ένα από τα παρακάτω γεγονότα:

- Ολοκλήρωση παραγωγής παρτίδας.
- Παρέλευση χρόνου $vUpDuration$. Σε αυτή την περίπτωση παράμεινε στη θέση σου μέχρι την έναρξη της παραγωγής την επόμενη ημέρα και συνέχισε.

$LastItem = CurrentItem$

if $vInventoryOnHand>LastItem) + vOnDelivery>LastItem) +$
 $vOnProduction>LastItem) \geq vReorderPoint>LastItem)$ **then**

 | $vOnOrder>LastItem) = 0$

end

$vOnProduction>LastItem) = 0$

$vDay2 = CallDayOfYear(TNOW)$

 Ενημέρωσε το τμήμα μεταφοράς για την ολοκλήρωση παραγωγής παρτίδας.

end

Αλγόριθμος 5: Περιγραφή του τμήματος Μεταφορά.

Create entities

while $TNOW < TEND$ **do**

 LABEL 1. Περίμενε μέχρι να λάβεις ενημέρωση από το τμήμα Παραγωγής.

 Assign values

$myLoadType \leftarrow LastItem$

$myArriveTime \leftarrow TNOW$

$myLoadSize \leftarrow vOrderQuantity(myLoadType)$

$vOnDelivery(myLoadType) \leftarrow vOnDelivery(myLoadType) + myLoadSize$

$vOrderQuantity(myLoadType) \leftarrow 0$

$vLoad \leftarrow vLoad + myLoadSize$

$vCount \leftarrow vCount + 1$

 Περίμενε μέχρι η συνθήκη: $vCount == vLimit$, γίνει αληθής

 Δημιουργία μιας οντότητας από ένα πλήθος $vLimit$ οντοτήτων

 Assign values

$myLoad \leftarrow vLoad$

$myPalletNumber \leftarrow AINT(myLoad/350) + (MOD(myLoad, 350) > 0)$

$vTransportationCost \leftarrow vTransportationCost + (myPalletNumber > 4) * (80 + 10 * myPalletNumber) + (1 - (myPalletNumber > 4)) * 80$

$vCount \leftarrow 0$

$vLoad \leftarrow 0$

 Περίμενε για χρόνο ίσο με τη διάρκεια της διαδρομής

 Διάσπαση στις επί μέρους $vLimit$ οντότητες

 Assign values

$vInventoryOnHand(myLoadType) \leftarrow$

$vInventoryOnHand(myLoadType) + myLoadSize$

$vType \leftarrow myLoadType$

$vTime \leftarrow myArriveTime$

$vSize \leftarrow myLoadSize$

 Ενημέρωσε το τμήμα διαχείρισης αποθεμάτων για την άφιξη παρτίδας

$vOnDelivery(myLoadType) \leftarrow 0$

 Go to LABEL 1

end

Οι οντότητες που δημιουργούνται αναπαριστούν παρτίδες έτοιμων προϊόντων που πρόκειται να μεταφερθούν στο κέντρο διανομής. Αφού συμπληρωθεί ο καθορισμένος αριθμός, οι οντότητες συμπύσσονται και δημιουργούν μια οντότητα που αναπαριστά το συνολικό φορτίο μεταφοράς. Υπολογίζεται το κόστος του δρομολογίου και αφού μεσολαβήσει στοχαστικός χρόνος μεταφοράς, η οντότητα διασπάται και ξαναδημιουργούνται οι αρχικές οντότητες. Ενημερώνεται το απόθεμα του είδους ή των ειδών των προϊόντων που μεταφέρθηκαν και στη συνέχεια οι οντότητες επιστρέφουν στο αρχικό σημείο. Αποδίδονται τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- *myLoadType*: Πρόκειται για το είδος του προϊόντος που ανατίθεται στη συγκεκριμένη οντότητα.
- *myArriveTime*: Είναι η χρονική στιγμή ολοκλήρωσης της παραγωγής της συγκεκριμένης παρτίδας.
- *myLoadSize*: Είναι το μέγεθος της παρτίδας.
- *myLoad*: Είναι το συνολικό φορτίο μεταφοράς

Ορίζονται επίσης οι παρακάτω μεταβλητές:

- *vLoad*: Χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του συνολικού φορτίου.
- *vCount*: Είναι ένας μετρητής που χρησιμοποιείται ώστε να ελεγχθεί αν έχει συμπληρωθεί ο καθορισμένος αριθμός παρτίδων.
- *vLimit*: Πρόκειται για τον καθορισμένο αριθμό παρτίδων που απαιτείται να συμπληρωθεί ώστε να ξεκινήσει η μεταφορά. Αποτελεί μεταβλητή απόφασης του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Υπολογισμός μέτρων απόδοσης

Μέχρι τώρα, το μόνο μέτρο απόδοσης που έχει υπολογιστεί, είναι το επίπεδο εξυπηρέτησης πελατών. Ακολουθεί περιγραφή του τρόπου υπολογισμού των υπόλοιπων στατιστικών μεγεθών που είναι απαραίτητα για να εκτιμηθεί το συνολικό μέσο μηνιαίο κόστος λειτουργίας του συστήματος.

- Μέσο μηνιαίο κόστος αποθεματοποίησης. Το κόστος αυτό υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{C}_h = \sum_{j=1}^4 h_j \frac{1}{T} \int_0^T [I_j(t) + D_j(t) + P_j(t)] dt \quad (2.13)$$

όπου:

h_j : κόστος αποθεματοποίησης ανά μονάδα προϊόντος j και ανά μονάδα χρόνου.

$I_j(t) : vInventoryOnHand_j(t)$

$D_j(t) : vOnDelivery_j(t)$

$P_j(t) : vOnProduction_j(t)$

T : Χρόνος προσομοίωσης.

Τα παραπάνω ολοκληρώματα υπολογίζονται αυτόματα από το λογισμικό προσομοίωσης και προκύπτουν από το θεώρημα μέσης τιμής του ολοκληρωτικού λογισμού.

- Μέσο μηνιαίο κόστος λόγω εμφάνισης νεκρών χρόνων. Σε κάθε χρονική στιγμή η γραμμή παραγωγής μπορεί να βρεθεί σε μια από τις παρακάτω καταστάσεις:

1. IDLE : Σε αυτή την κατάσταση δεν παράγονται προϊόντα λόγω μη ενεργών εντολών παραγωγής, λόγω απουσίας διαθέσιμων πρώτων υλών ή λόγω προετοιμασίας για την παραγωγή διαφορετικού είδους προϊόντος.
2. BUSY : Απασχολημένη.
3. FAILED : Σε βλάβη.
4. INACTIVE : Σε αδράνεια. Σε αυτή την κατάσταση βρίσκεται η γραμμή παραγωγής καθημερινά εντός του χρονικού διαστήματος $(4 : 00 + vUpDuration, 4 : 00)$

Το λογισμικό μπορεί να αποδώσει το ποσοστό του χρόνου προσομοίωσης που η γραμμή παραγωγής βρίσκεται σε κάθε μια από τις παραπάνω καταστάσεις. Το μέσο μηνιαίο κόστος που ενδιαφέρει υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{C}_I = C_L \cdot vIdleTime \quad (2.14)$$

όπου:

C_L : Το μηνιαίο εργατικό κόστος. (κανονική και υπερωριακή εργασία).

$vIdleTime$: Το ποσοστό του εργάσιμου χρόνου που η γραμμή παραγωγής βρίσκεται στην κατάσταση IDLE.

- Μηνιαίο κόστος λόγω υπερωριακής απασχόλησης. Το κόστος αυτό είναι σταθερό και υπολογίζεται από το παρακάτω γινόμενο:

$$\bar{C}_E = 30 \cdot 1.4 \cdot C_{Lh} \cdot (vUpDuration - 8) \quad (2.15)$$

C_{Lh} : Ωριαίο εργατικό κόστος το οποίο προσαυξάνεται κατά 40%

$vUpDuration - 8$: Αριθμός ωρών ημερήσιας υπερωριακής απασχόλησης.

Για τον υπολογισμό των υπόλοιπων μέτρων απόδοσης, προστίθεται ακόμα ένα τμήμα στο μοντέλο το οποίο δεν αναπαριστά κάποια φυσική λειτουργία. Όπως θα δειχθεί στη συνέχεια χρησιμοποιείται για να καταγράψει τις ημερήσιες ποσότητες των προϊόντων που ζητήθηκαν, αλλά δεν πουλήθηκαν, λόγω έλλειψης αποθέματος, τις ημερήσιες ποσότητες των προϊόντων που απορρίφθηκαν λόγω παρέλευσης της διάρκειας ζωής τους και το ημερήσιο μεταφορικό κόστος. Αφού ολοκληρωθεί μια προσομοίωση, υπολογίζονται οι μέσες τιμές από τις παραπάνω δειγματοληψίες. Κάθε τέτοια μέση τιμή αντιπροσωπεύει μέσο ρυθμό. Μέσω της ιδιότητας της μέσης τιμής: $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$, θα εκτιμηθούν τα μέτρα απόδοσης.

Στο τμήμα αυτό του μοντέλου δημιουργείται μια οντότητα στο τέλος κάθε ημέρας. Κάθε μια από αυτές τις οντότητες εκτελεί τα βήματα του Αλγορίθμου 5 και στη συνέχεια απορρίπτεται.

- Μέσο μηνιαίο κόστος λόγω απώλειας πωλήσεων:

$$\bar{C}_{LS} = 30 \frac{1}{N} \sum_{j=1}^4 p_j \sum_{i=1}^N LostAmount(i, j) \quad (2.16)$$

όπου p_j είναι το κέρδος από την πώληση μιας μονάδας προϊόντος j και N ο χρόνος προσομοίωσης μετρημένος σε ημέρες.

- Μέσο μηνιαίο κόστος λόγω απόρριψης αποθέματος:

$$\bar{C}_W = 30 \frac{1}{N} \sum_{j=1}^4 c_j \sum_{i=1}^N DiscardedAmount(i, j) \quad (2.17)$$

όπου c_j είναι το κόστος παραγωγής μιας μονάδα προϊόντος j .

- Μέσο μηνιαίο κόστος μεταφοράς:

$$\bar{C}_T = 30 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N TransportationCost(i) \quad (2.18)$$

Αλγόριθμος 6: Υπολογισμός Μέτρων Απόδοσης

```
 $i \leftarrow 1$   
while  $TNOW < TEND$  do  
  Δημιουργία οντότητας στο τέλος της ημέρας  $i$   
  for  $j \leftarrow 1$  to 4 do  
    DiscardedAmount( $i, j$ )  $\leftarrow v$ DiscardedAmount( $j$ )  
    LostAmount( $i, j$ )  $\leftarrow v$ LostAmount( $j$ )  
     $v$ DiscardedAmount( $j$ )  $\leftarrow 0$   
     $v$ LostAmount( $j$ )  $\leftarrow 0$   
  end  
  TransportationCost( $i$ )  $\leftarrow v$ TransportationCost  
   $v$ TransportationCost  $\leftarrow 0$   
   $i \leftarrow i + 1$   
  Απόρριψη.  
end
```

2.4 Συλλογή Δεδομένων και Προτυποποίηση Εισόδου.

Σίγουρα το πιο επίπονο και ταυτόχρονα το πιο σημαντικό στάδιο κατά την εκπόνηση μιας μελέτης με τη χρήση προσομοίωσης, είναι η συλλογή και επεξεργασία δεδομένων εισόδου. Η επιτυχία του εγχειρήματος κρίνεται στο μέγιστο βαθμό από την αξιοπιστία των δεδομένων και την κατάλληλη επεξεργασία τους. Ακόμα και αν το μοντέλο που αναπτύχθηκε αναπαριστά με τη μέγιστη ακρίβεια το υπό μελέτη σύστημα, τα δεδομένα εισόδου είναι εκείνα που θα καθορίσουν τη χρησιμότητα των αποτελεσμάτων για τη λήψη αποφάσεων.

Σχεδόν όλα τα πραγματικά συστήματα εμπεριέχουν μια ή περισσότερες πηγές αβεβαιότητας. Αφού αναγνωριστούν αυτές οι πηγές, συλλέγονται δεδομένα είτε από διαθέσιμα αρχεία ή με δειγματοληψία. Τα δεδομένα αυτά μπορούν να τροφοδοτηθούν αυτούσια στο μοντέλο, ή μέσω κάποιας θεωρητικής κατανομής που έχει προσαρμοστεί σε αυτά. Στην περίπτωση που αυτό δεν είναι εφικτό, κατασκευάζεται εμπειρική κατανομή. Τα σύγχρονα λογισμικά έχουν τη δυνατότητα να παράγουν τυχαίες ποσότητες με βάση την κατανομή που υποδεικνύει ο χρήστης.

Η διαδικασία που ακολουθείται για την προσαρμογή θεωρητικών κατανομών στα δεδομένα είναι η ακόλουθη:

- Επιλογή από κάποια οικογένεια κατανομών αξιοποιώντας κάθε πληροφορία που είναι διαθέσιμη σχετικά με την προέλευση των δεδομένων. Η ανάλυση των στατιστικών χαρακτηριστικών του δείγματος και η γραφική απεικόνιση είναι τα κύρια εργαλεία προκειμένου να γίνει αυτή η επιλογή.
- Εκτίμηση παραμέτρων της κατανομής που επιλέχθηκε χρησιμοποιώντας κατάλληλες στατιστικές μεθόδους όπως για παράδειγμα η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας.
- Τέλος θα πρέπει να ελεγχθεί κατά πόσο η κατανομή που επιλέχθηκε αντιπροσωπεύει τα δεδομένα. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν γραφικές μέθοδοι όπως τα $Q-Q Plot$ και $P-P Plot$ ή/και στατιστικοί έλεγχοι υποθέσεων καλής προσαρμογής όπως ο έλεγχος χ^2 ή ο έλεγχος *Anderson-Darling*.

Πρέπει να σημειωθεί ότι, η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας και οι έλεγχοι καλής προσαρμογής προϋποθέτουν ανεξαρτησία.

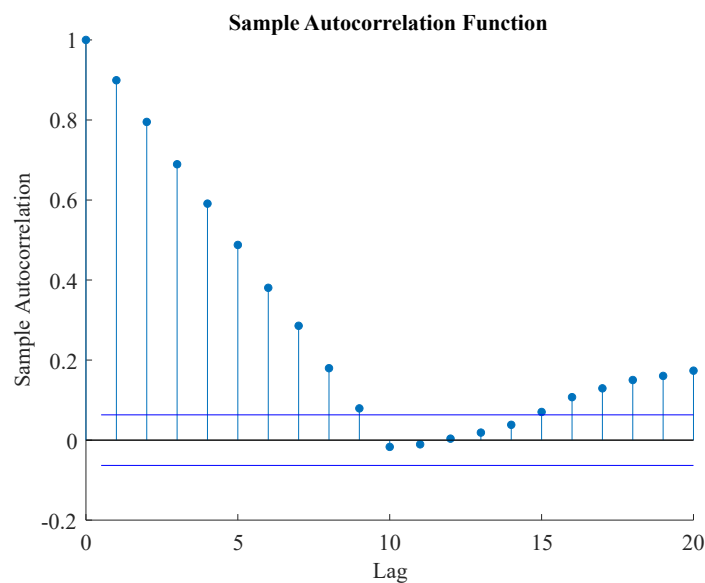
Στο παράρτημα... της παρούσας εργασίας παρατίθενται τα δεδομένα που έχουν συλλεχθεί και αφορούν στους χρόνους μεταξύ βλαβών που συμβαίνουν κατά τη λειτουργία της γραμμής παραγωγής. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η εφαρμογή της παραπάνω μεθοδολογίας.

Αρχικά ελέγχεται αν τα δεδομένα X_1, X_2, \dots, X_n που απαρτίζουν το δείγμα, είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα. Για το σκοπό αυτό μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω γραφικές τεχνικές:

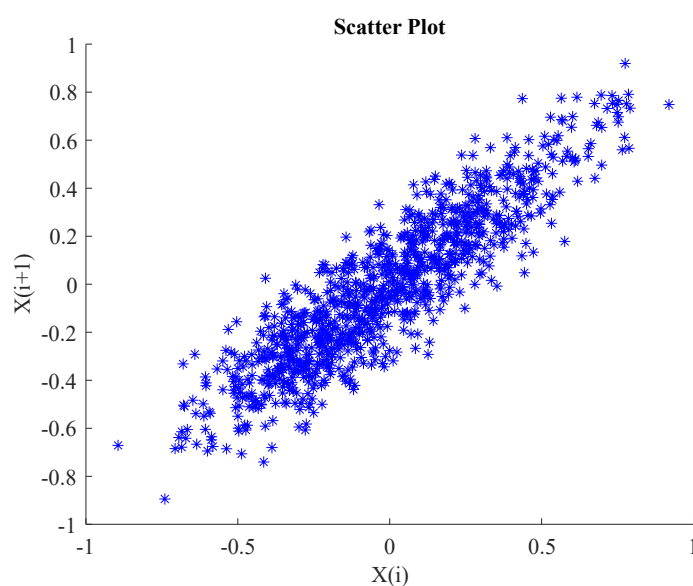
- Η γραφική παράσταση της δειγματικής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης.

- Το διάγραμμα διασποράς (X_i, X_{i+1}) για $i = 1, 2, \dots, n - 1$.

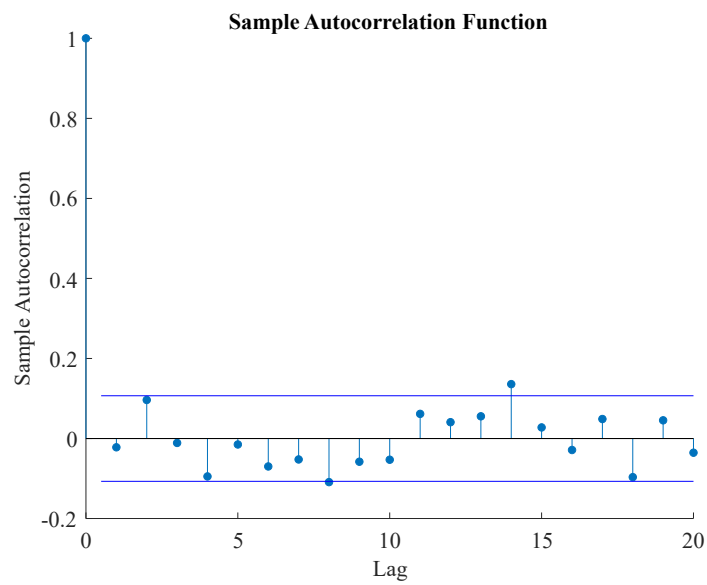
Στο Σχήμα 2.4.1 παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης ενός δείγματος του οποίου οι παρατηρήσεις δεν είναι ανεξάρτητες. Στο Σχήμα 2.4.2 παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς του ίδιου δείγματος ενώ, στα Σχήματα 2.4.3 – 2.4.4 παρουσιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα που αφορούν στους χρόνους μεταξύ βλαβών που συμβαίνουν κατά τη λειτουργία της γραμμής παραγωγής. Διαπιστώνεται ότι ο δείκτης αυτοσυσχέτισης δεν είναι σημαντικά διαφορετικός από το 0 ενώ από την εμφάνιση του διαγράμματος διασποράς δεν προκύπτει κάποιου είδους συσχέτιση μεταξύ των τιμών X_i και X_{i+1} . Μπορεί επομένως να θεωρηθεί ότι οι παρατηρήσεις είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες.



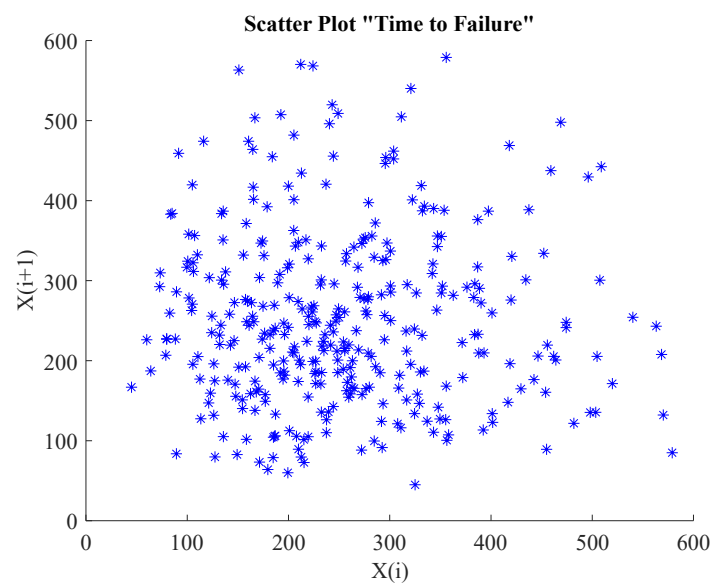
Σχήμα 2.6: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης δείγματος με παρατηρήσεις εξαρτημένες μεταξύ τους.



Σχήμα 2.7: Διάγραμμα διασποράς δείγματος με παρατηρήσεις εξαρτημένες μεταξύ τους.



Σχήμα 2.8: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης χρόνων μεταξύ διαδοχικών βλαβών.



Σχήμα 2.9: Διάγραμμα διασποράς των χρόνων μεταξύ διαδοχικών βλαβών.

Για να μελετηθεί η μορφή της κατανομής των χρόνων μέχρι την επόμενη βλάβη και να γίνει η επιλογή από κάποια οικογένεια κατανομών, κατασκευάζεται το ιστόγραμμα συχνότητων Σχήμα 2.10. Παρατηρείται ότι η κατανομή δεν είναι συμμετρική. Υποψήφιες κατανομές λόγω της μορφής του ιστογράμματος είναι οι κατανομές *Γάμμα*, *Βήτα* και *Weibull*. Για να μοντελοποιηθούν χρόνοι μέχρι την επόμενη βλάβη, χρησιμοποιείται συνήθως η κατανομή *Weibull*. Επομένως θα πρέπει να ελεγχθεί κατά πόσο ισχύει η παρακάτω μηδενική υπόθεση:

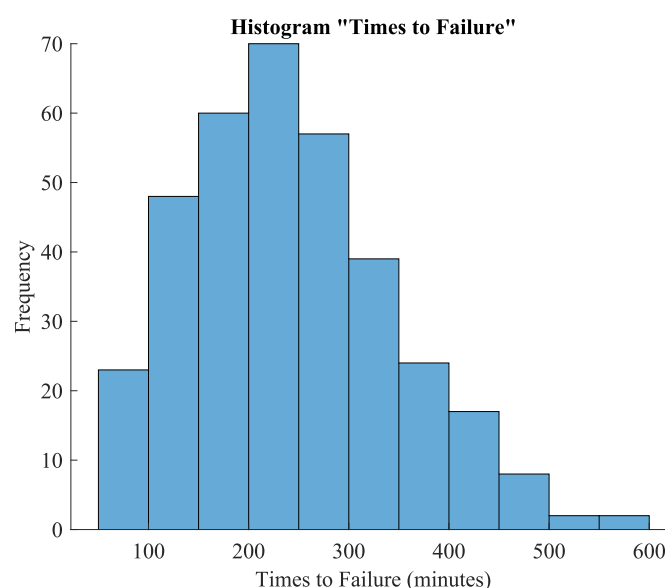
H_0 : Οι χρόνοι μέχρι την επόμενη βλάβη ακολουθούν κατανομή *Weibull*.

Σε περιβάλλον *Matlab*, (Κώδικας 2.1) πραγματοποιήθηκαν οι έλεγχοι καλής προσαρμογής χ^2 και *Anderson-Darling*. Και οι δύο έλεγχοι απέρριψαν τη μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας, $\alpha = 0.05$ ($p - value < 0.05$).

Κώδικας 2.1: Έλεγχοι καλής προσαρμογής

```

1 % Chi-square goodness of fit test
2 pd=fitdist(x,'weibull');
3 [h1,p1]=chi2gof(x,'cdf',pd);
4
5
6 % Anderson-Darling goodness of fit test
7 [h2,p2]=adtest(x,'Distribution','weibull');
```



Σχήμα 2.10: Ιστόγραμμα χρόνων μεταξύ διαδοχικών βλαβών.

Μελετώντας το δείγμα, παρατηρούμε ότι η ελάχιστη τιμή είναι 52.5 λεπτά. Αυτό συνεπάγεται ότι μετά από μια επισκευή, δεν εμφανίζονται βλάβες σε σύντομο χρονικό διάστημα. Ωστόσο, το πεδίο ορισμού της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής *Weibull* είναι το διάστημα $(0, \infty)$ και, για να μην απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, αναμένουμε να υπάρχουν τιμές στο διάστημα $(0, 52.5)$. Κατά συνέπεια, πρέπει να εκτιμηθεί μια παράμετρος θέσης γ , έτσι ώστε να ελεγχθεί αν τα $(X_i - \gamma)$ ακολουθούν αυτήν την κατανομή.

Για να επιτευχθεί αυτό, δημιουργήθηκε μια συνάρτηση *Matlab* (Κώδικας 2.2), η οποία θα εκτιμήσει τις παραμέτρους της κατανομής με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, ενώ τα ορίσματά της είναι το διάνυσμα δεδομένων και μια αρχική εκτίμηση για τις 3 παραμέτρους. Η αρχική εκτίμηση λαμβάνεται από τη συνάρτηση *wblfit()* της *Matlab*, η οποία, ωστόσο, δεν παρέχει τη δυνατότητα εκτίμησης της παραμέτρου θέσης. Η συνάρτηση που δημιουργήθηκε ελαχιστοποιεί την αρνητική λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας, καθιστώντας έτσι δυνατή την εκτίμηση των τριών παραμέτρων.

Κώδικας 2.2: Εκτίμηση παραμέτρων της κατανομής *Weibull*

```

1
2 function [shift, scale, shape] = fit_three_param_weibull(data
   , initial_guess)
3 % Definition of 3-parameter Weibull pdf
4 three_param_weibull_pdf = @(x, shift, scale, shape) ...
5     arrayfun(@(x) max(eps, (shape / scale) * ((x - shift) /
6         scale)^(shape - 1)...
7         * exp(-((x - shift) / scale)^shape))), x);
8 % Definition of negative Loglikelihood function
9 loglikelihood = @(params) -sum(log(three_param_weibull_pdf(
10     data, params(1), ...
11     params(2), params(3))));
12 % Optimization
13 params = fminunc(loglikelihood, initial_guess);
14
15 % Optimum
16 shift = params(1);
17 scale = params(2);
18 shape = params(3);
19 end

```

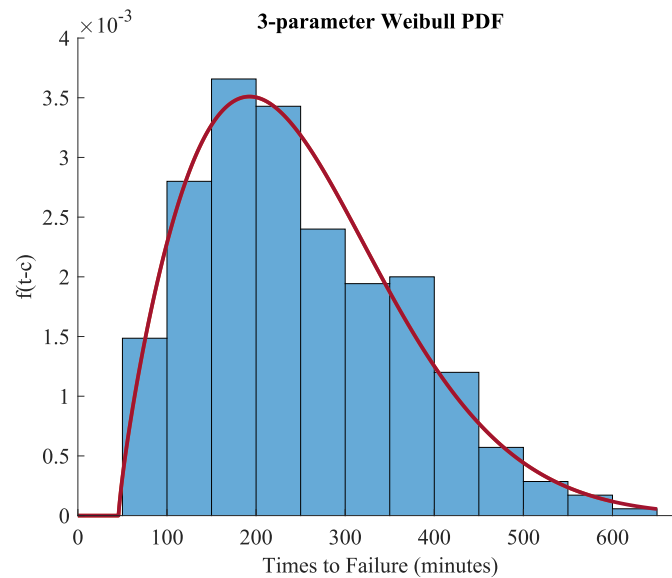

Αφού εκτιμήθηκαν οι παράμετροι, στο Σχήμα 2.13 απεικονίζεται η καμπύλη της σ.π.π της μετατοπισμένης κατανομής $Weibull(\alpha, \beta, \gamma)$ η οποία προσαρμόστηκε στα δεδομένα. Πραγματοποιήθηκαν οι έλεγχοι καλής προσαρμογής όπως προηγούμενα, με αποτέλεσμα να μην απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση ($p - value > 0.5$):

$H_0 : X_1 - \gamma, X_2 - \gamma, \dots, X_n - \gamma$ ακολουθούν κατανομή Weibull.

$$f(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x-\gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\alpha} \right)^\beta}, & x \geq \gamma \\ 0, & x < \gamma \end{cases} \quad (2.19)$$

όπου: $\alpha = 229.77$, $\beta = 1.81$ και $\gamma = 45.65$. Η μέση τιμή δίνεται από τη σχέση:

$$E[X] = \gamma + \alpha \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) = 249.92 \text{ λεπτά.} \quad (2.20)$$



Σχήμα 2.11: Έλεγχος καλής προσαρμογής και εκτίμηση παραμέτρων κατανομής.

Αφού έγινε η επιλογή της συγκεκριμένης κατανομής με τη διαδικασία που ακολουθήθηκε, εισάγεται στο λογισμικό ώστε, οι χρόνοι μέχρι την επόμενη βλάβη κατά την εκτέλεση μιας προσομοίωσης να ακολουθούν τη συγκεκριμένη κατανομή.

Η προηγούμενη διαδικασία χρειάζεται να επαναληφθεί για κάθε πηγή αβεβαιότητας του συστήματος. Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 2.3.1, εκτός από τους χρόνους μέχρι την επόμενη βλάβη στη γραμμή παραγωγής, χρειάζεται να προσαρμοστούν θεωρητικές ή εμπειρικές κατανομές και σε δεδομένα που αφορούν τις ακόλουθες τυχαίες μεταβλητές:

1. Του χρόνου μεταξύ ολοκλήρωσης μιας παραγγελίας και της αποστολής νέας, του ίδιου πελάτη για το ίδιο προϊόν.
2. Τις προθεσμίες παράδοσης.
3. Τις ποσότητες ζήτησης.
4. Τους χρόνους αποκατάστασης βλάβης.
5. Του χρόνου προετοιμασίας που μεσολαβεί μεταξύ λήξης της παραγωγής μιας παρτίδας και της έναρξης παραγωγής διαφορετικού είδους προϊόντος.
6. Τη διαθεσιμότητα των πρώτων υλών.
7. Τους χρόνους μεταφοράς των προϊόντων από το εργοστάσιο στο κέντρο διανομής.

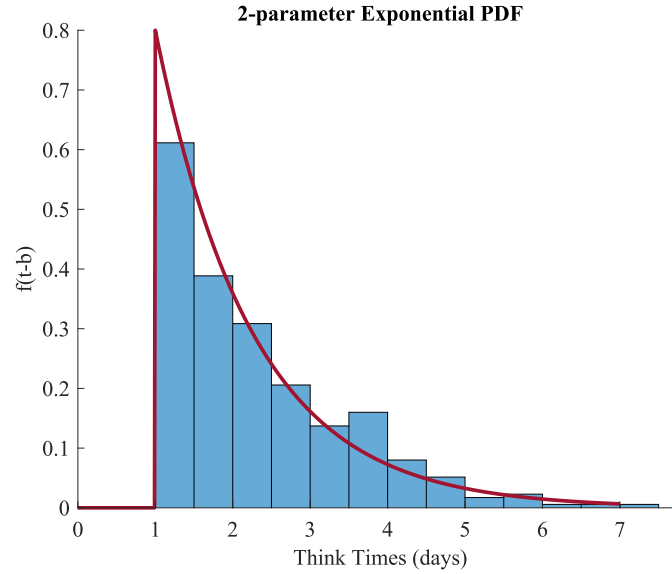
Το μοντέλο τροφοδοτήθηκε με τα ακόλουθα δεδομένα:

Πίνακας 2.4.1: Χρόνος μέχρι την αποστολή νέας παραγγελίας

Όνομα Πελάτη	Προϊόν 1	Προϊόν 2	Προϊόν 3	Προϊόν 4
Πελάτης 1	1+EXPO(1.25)	10000000	10000000	1+EXPO(1.25)
Πελάτης 2	3+EXPO(0.3)	10000000	3+EXPO(0.3)	3+EXPO(0.3)
Πελάτης 3	1+EXPO(0.9)	1+EXPO(1.25)	2+EXPO(1)	10000000
Πελάτης 4	1+EXPO(1.25)	1+EXPO(1.25)	1+EXPO(1.25)	1+EXPO(0.9)
Πελάτης 5	10000000	1+EXPO(0.5)	1+EXPO(0.5)	1+EXPO(0.5)
Πελάτης 6	1+EXPO(0.8)	1+EXPO(0.8)	1+EXPO(0.8)	1+EXPO(0.8)
Πελάτης 7	10000000	0	10000000	10000000
Πελάτης 8	0	10000000	10000000	10000000

Στον Πίνακα 2.4.1 παρουσιάζονται οι κατανομές των χρόνων μέχρι την αποστολή νέας παραγγελίας για κάθε πελάτη και κάθε προϊόν. Όπως διακρίνεται, οι πελάτες 7 και 8 αγοράζουν μόνο ένα είδος προϊόντος και με την παραλαβή μιας παραγγελίας αποστέλλουν άμεσα μια νέα. Η εμφάνιση ενός σταθερού μεγάλου αριθμού σε κάποιο κελί σημαίνει ότι ο συγκεκριμένος πελάτης δεν αγοράζει ποτέ το αντίστοιχο προϊόν. Η συνάρτηση $b+EXPO(1/a)$ χρησιμοποιείται από το λογισμικό ώστε να γεννήσει τυχαίες ποσότητες οι οποίες να ακολουθούν μετατοπισμένη εκθετική κατανομή κατά b με μέση τιμή $b+1/a$. Η μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι: 1 ημέρα. Στο Σχήμα 2.14 απεικονίζεται η καμπύλη της σ.π.π μετατοπισμένης εκθετικής κατανομής η οποία προσαρμόστηκε στα δεδομένα, όπου: $\alpha = 0.8$ και $\beta = 1$.

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha(x-\beta)} & \text{για } x \geq \beta, \alpha > 0, \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (2.21)$$



Σχήμα 2.12: Έλεγχος καλής προσαρμογής και εκτίμηση παραμέτρων κατανομής.

Στον Πίνακα 2.4.2 παρουσιάζονται οι προθεσμίες παράδοσης. Η συνάρτηση $a+POIS(b)$ οδηγεί το λογισμικό ώστε να γεννήσει τυχαίες ποσότητες οι οποίες ακολουθούν μετατοπισμένη κατά a κατανομή *Poisson* με μέση τιμή $a+b$. Διακρίνεται επίσης ότι οι πελάτες 7 και 8 ζητούν να παραλαμβάνουν την παραγγελία τους σε μια ημέρα μετά την αποστολή της.

Πίνακας 2.4.2: Προθεσμία παράδοσης παραγγελίας.

Ονομα Πελάτη	Προϊόν 1	Προϊόν 2	Προϊόν 3	Προϊόν 4
Πελάτης 1	1+POIS(1)	-	-	1+POIS(1)
Πελάτης 2	1+POIS(1)	-	1+POIS(1)	1+POIS(1)
Πελάτης 3	1+POIS(1)	1+POIS(1)	1+POIS(1)	-
Πελάτης 4	1+POIS(1)	1+POIS(1)	1+POIS(1)	1+POIS(1)
Πελάτης 5	-	1+POIS(1)	1+POIS(1)	1+POIS(1)
Πελάτης 6	1+POIS(1)	1+POIS(1)	1+POIS(1)	1+POIS(1)
Πελάτης 7	-	1	-	-
Πελάτης 8	1	-	-	-

Στους Πίνακες 2.4.3 - 2.4.4 παρουσιάζονται οι ποσότητες ζήτησης κάθε πελάτη για κάθε προϊόν. Η συνάρτηση $DISC(0.5,a,0.8,b,1.0,c)$ γεννάει διακριτές τυχαίες μεταβλητές, με την ακόλουθη συνάρτηση μάζας πιθανότητας:

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.5, & \text{αν } x = a, \\ 0.3, & \text{αν } x = b, \\ 0.2, & \text{αν } x = c. \end{cases} \quad (2.22)$$

Πίνακας 2.4.3: Ποσότητες Ζήτησης

Όνομα Πελάτη	Προϊόν 1	Προϊόν 2
Πελάτης 1	DISC(0.2,200,0.5,225,0.85,280,1,320)	-
Πελάτης 2	10*ANINT(UNIF(20,32))	-
Πελάτης 3	10*ANINT(UNIF(30,42))	DISC(0.2,200,0.5,225,0.85,280,1,320)
Πελάτης 4	10*ANINT(UNIF(20,32))	DISC(0.2,200,0.5,225,0.85,280,1,320)
Πελάτης 5	-	DISC(0.2,100,0.5,120,0.85,150,1,180)
Πελάτης 6	10*ANINT(UNIF(20,32))	DISC(0.2,250,0.5,260,0.85,290,1,320)
Πελάτης 7	-	-
Πελάτης 8	DISC(0.2,800,0.5,850,0.85,870,1,950)	-

Πίνακας 2.4.4: Ποσότητες Ζήτησης

Όνομα Πελάτη	Προϊόν 3	Προϊόν 4
Πελάτης 1 -		10*ANINT(UNIF(20,32))
Πελάτης 2	DISC(0.2,200,0.5,225,0.85,280,1,320)	10*ANINT(UNIF(20,32))
Πελάτης 3	DISC(0.2,200,0.5,225,0.85,280,1,320)	-
Πελάτης 4	DISC(0.2,100,0.5,120,0.85,150,1,180)	10*ANINT(UNIF(40,52))
Πελάτης 5	DISC(0.2,100,0.5,120,0.85,150,1,180)	10*ANINT(UNIF(40,52))
Πελάτης 6	DISC(0.2,200,0.5,225,0.85,280,1,320)	10*ANINT(UNIF(40,52))
Πελάτης 7	-	-
Πελάτης 8	DISC(0.2,800,0.5,850,0.85,870,1,950)	-

Η συνάρτηση $ANINT(UNIF(a,b))$ γεννάει τυχαίες ποσότητες που ακολουθούν διακριτή ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[a,b]$.

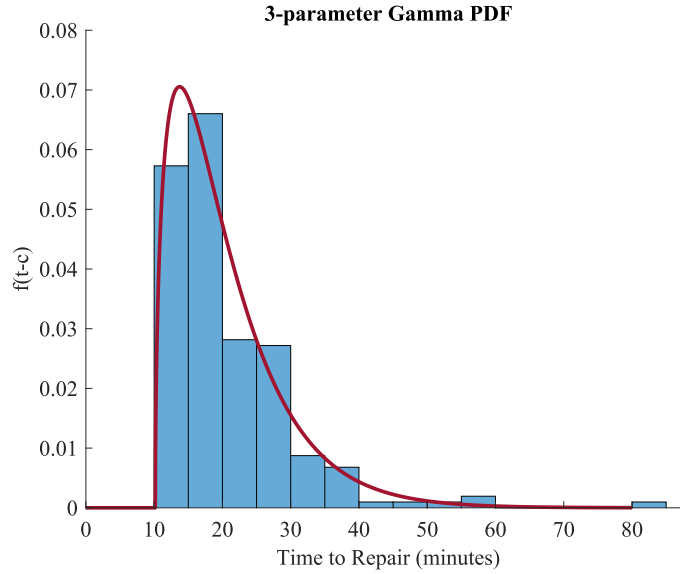
Οι χρόνοι αποκατάστασης βλάβης ακολουθούν κατανομή *Γάμμα*, μετατοπισμένη κατά γ

$$f(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} (x - \gamma)^{\alpha-1} e^{-(x-\gamma)/\beta} & \text{για } x > \gamma, \alpha > 0, \beta > 0, \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (2.23)$$

Η μέση τιμή της κατανομής *Γάμμα* με παραμέτρους α, β, γ είναι:

$$E[X] = \alpha\beta + \gamma \quad (2.24)$$

Στο Σχήμα 2.15 απεικονίζεται η καμπύλη της σ.π.π της μετατοπισμένης κατανομής *Γάμμα* η οποία προσαρμόστηκε στα δεδομένα όπου $\alpha = 1,53$, $\beta = 6,71$ και $\gamma = 10,17$. Η συνάρτηση του λογισμικού που χρησιμοποιείται ώστε να γεννηθούν αντίστοιχες τυχαίες ποσότητες είναι: 10.17+GAMM(6.71,1.53)



Σχήμα 2.13: Έλεγχος καλής προσαρμογής και εκτίμηση παραμέτρων κατανομής.

Η διαθεσιμότητα των πρώτων υλών μοντελοποιήθηκε ως μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή *Bernoulli* με πιθανότητα επιτυχίας 0.95. Μετρήθηκε ότι το ποσοστό απόρριψης των εισερχόμενων παρτίδων είναι 5%.

$$P(X = x) = p^x(1 - p)^{1-x}, \quad x \in \{0, 1\} \quad (2.25)$$

Η συνάρτηση $\text{DISC}(0.95, 1, 1.0, 0)$ του λογισμικού χρησιμοποιήθηκε για να αποδώσει τις αντίστοιχες τυχαίες ποσότητες.

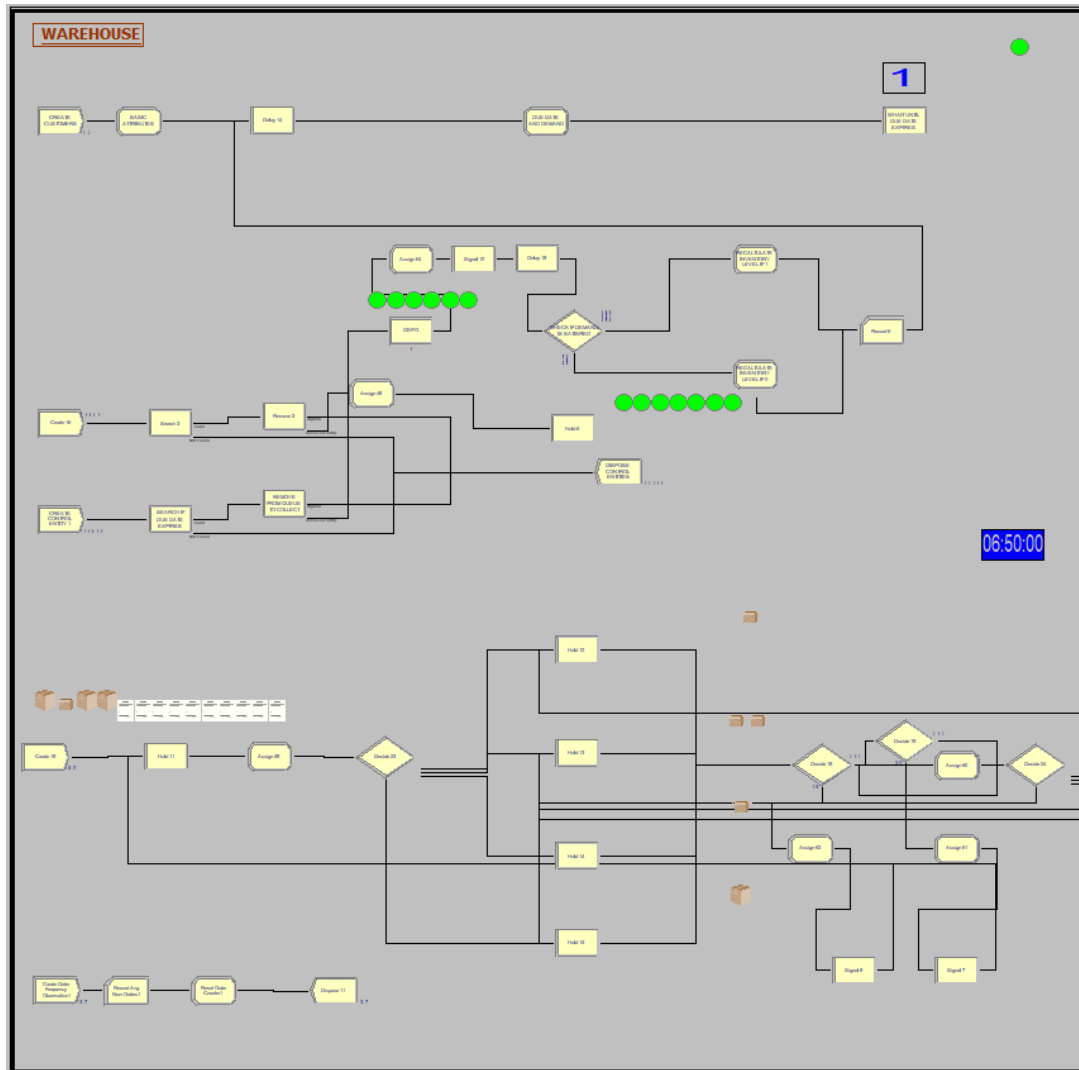
Οι χρόνοι προετοιμασίας της γραμμής παραγωγής και οι χρόνοι μεταφοράς των προϊόντων μοντελοποιήθηκαν ως τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν ομοιόμορφες κατανομές στα διαστήματα $[7, 12]$ και $[45, 60]$ αντίστοιχα. Η μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι το 1 λεπτό και χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις $\text{UNIF}(7, 12)$ και $\text{UNIF}(45, 60)$.

2.5 Μετάφραση του μοντέλου

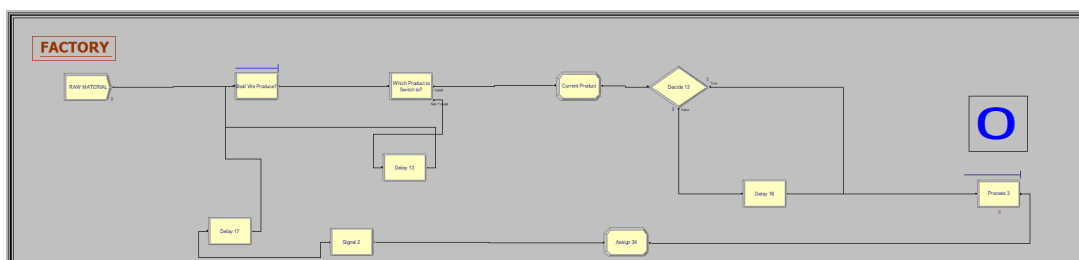
Στο επάνω μέρος του Σχήματος 2.16 απεικονίζεται η μοντελοποίηση του υπο-τμήματος της εξυπηρέτησης πελατών σε περιβάλλον *Arena Simulation* ενώ στο κάτω μέρος διακρίνεται η μοντελοποίηση του υπο-τμήματος διαχείρισης αποθεμάτων.

Στο Σχήμα 2.17 διακρίνεται ένα στιγμιότυπο του μοντέλου που αφορά στο τμήμα παραγωγής.

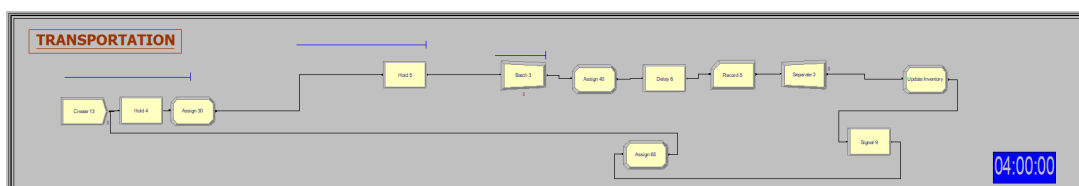
Το Σχήμα 2.18 αναφέρεται στο τμήμα της μεταφοράς των προϊόντων από το εργοστάσιο στο κέντρο διανομής.



Σχήμα 2.14: Στιγμιότυπο του τμήματος Κέντρο Διανομής σε περιβάλλον *Arena Simulation* .



Σχήμα 2.15: Στιγμιότυπο του τμήματος Παραγωγή σε περιβάλλον *Arena Simulation* .



Σχήμα 2.16: Στιγμιότυπο του τμήματος Μεταφορά σε περιβάλλον *Arena Simulation* .

	Name	Comment	Rows	Columns	Data Type	Clear Option	File Name	Recordset	File Read Time	Initial Values	Report Statistics
1	vReorderPoint1				Real	System	Data	REORDERPOINT1	BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
2	vReorderPoint2				Real	System	Data	REORDERPOINT2	BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
3	vReorderPoint3				Real	System	Data	REORDERPOINT3	BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
4	vReorderPoint4				Real	System	Data	REORDERPOINT4	BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
5	vReorderPoint		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
6	vOrderQuantity		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
7	vInventoryOnHand		4		Real	System			BeginReplication	1 rows	<input type="checkbox"/>
8	vOnOrder		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
9	Current Item				Real	System			BeginReplication	1 rows	<input type="checkbox"/>
10	vOnDelivery		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
11	LastItem				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
12	vAmountLost		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
13	vLoad				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
14	vLimit				Real	System	Data	LIMIT	BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
15	vLostCount		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
16	vCount				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
17	vRawMaterial		4		Real	System			BeginReplication	1 rows	<input type="checkbox"/>
18	vUpDuration				Real	System	Data	UPDURATION	BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
19	vTransportationCost				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
20	vDay1				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
21	vDay2				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
22	vOnProduction		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
23	vDemand		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
24	vDueDate				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
25	vDate				Real	System	Data	CHOOSEDATE	BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
26	vDiscardedAmount		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
27	vIndividualDemand		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
28	vType				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
29	vQueueCount				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
30	vTime				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
31	vSize				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
32	vTotalDemand		4		Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>
33	vPallet				Real	System			BeginReplication	0 rows	<input type="checkbox"/>

Σχήμα 2.17: Λογιστικό φύλλο εισαγωγής δεδομένων και δήλωσης μεταβλητών.

Στο Σχήμα 2.19 παρουσιάζεται ένας από τους διαθέσιμους τρόπους για τη δήλωση μεταβλητών και της απόδοσης αρχικών τιμών που χρησιμοποιούνται στο λογισμικό *Arena Simulation* ενώ στο Σχήμα 20 διακρίνεται τρόπος με τον οποίο παραγματοποιείται η δήλωση των χαρακτηριστικών των διάφορων οντοτήτων.

Στο Σχήμα 2.21 παρουσιάζεται η δήλωση των σημείων όπου πραγματοποιείται εξυπηρέτηση ενώ στο Σχήμα 2.22 διακρίνεται η δήλωση των κατανομών για τους χρόνους μέχρι την επόμενη βλάβη και των χρόνων αποκατάστασης της, στη γραμμή παραγωγής. Το σημείο όπου δηλώνονται τα προγράμματα λειτουργίας των σταθμών εξυπηρέτησης παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.23 ενώ τέλος, στο Σχήμα 2.24 διακρίνεται το λογιστικό φύλλο όπου δηλώνονται τα στατιστικά μεγέθη και ο τρόπος υπολογισμού τους.

	Name	Comment	Rows	Columns	Data Type	Initial Values
1	myArriveTime				Real	0 rows
2	myDueDate				Real	0 rows
3	myProductType				Real	0 rows
4	myDemand				Real	0 rows
5	myLoadType				Real	0 rows
6	myCustomerID				Real	0 rows
7	myThinkTime				Real	0 rows
8	myCustomerName				Real	0 rows
9	myLoad				Real	0 rows
10	myPalletNumber				Real	0 rows
11	mySatisfactionFlag				Real	0 rows
12	mySize				Real	0 rows
13	myType				Real	0 rows
14	myQueuePriority				Real	0 rows
15	myLoadSize				Real	0 rows

Σχήμα 2.18: Λογιστικό φύλλο εισαγωγής δεδομένων και δήλωσης μεταβλητών.

	Name	Type	Schedule Name	Schedule Rule	Busy / Hour	Idle / Hour	Per Use	StateSet Name	Failures	Report Statistics
1	Packaging Process	Based on Schedule	ProductionSchedule	Preempt	0.0	0.0	0.0		1 rows	<input checked="" type="checkbox"/>
2	Warehouse	Based on Schedule	WarehouseSchedule	Ignore	0.0	0.0	0.0		0 rows	<input checked="" type="checkbox"/>

Σχήμα 2.19: Λογιστικό φύλλο εισαγωγής δεδομένων και δήλωσης μεταβλητών.

	Name	Type	Up Time	Up Time Units	Down Time	Down Time Units	Uptime in this State only
1	Failure 3	Time	41 + WEIB(238, 1.97)	Minutes	10.17+GAMM(6.71 , 1.53)	Minutes	BUSY

Σχήμα 2.20: Λογιστικό φύλλο εισαγωγής δεδομένων και δήλωσης μεταβλητών.

						Durations	
						Value	Duration
						1	vUpDuration
						2	0 24-vUpDuration
						Double-click here to add a new row.	

	Name	Type	Time Units	Scale Factor	File Name	Duration
1	ProductionSchedule	Capacity	Hours	1.0		2 rows
2	WarehouseSchedule	Capacity	Hours	1.0		3 rows

Σχήμα 2.21: Λογιστικό φύλλο εισαγωγής δεδομένων και δήλωσης μεταβλητών.

	Name	Type	Tally Name	Tally Output File	Expression
1	DiscardCost	Output	MeanDiscardRate		$1.4 * \text{TAVG}(\text{MeanDiscardRate} 1) * 30 + 0.9 * \text{TAVG}(\text{MeanDiscardRate} 2) * 30 +$
2	LostSalesCost	Output	Tally 99		$30 * (2.8 * \text{TAVG}(\text{MeanLostAmountRate} 1) +$
3	ExtraTimeCost	Output	Tally 100		$30 * 1.4 * 18 * 5 * (vUpDuration - 3)$
4	HoldingCost	Output	Tally 105		$1.4 * 0.35 / 12 * \text{DAVG}(\text{InventoryLevel} 1) + 0.9 * 0.35 / 12 * \text{DAVG}(\text{InventoryLevel}$
5	TransportationCost	Output	Tally 106		$30 * \text{TAVG}(\text{MeanTransportationCostRate})$
6	IdleTimeCost	Output	Tally 107		$30 * (18 * 5 * 8 + 1.4 * 18 * 5 * (vUpDuration - 3)) * \text{FRESTR}(\text{LineStatus}, -1) * 0.01$
7	Cost	Output	Tally 108		$\text{OVALUE}(\text{HoldingCost}) + \text{OVALUE}(\text{TransportationCost})$
8	LineStatus	Frequency	Tally 109		
9	InventoryLevel 1	Time-Persistent	Tally 110		$v\text{InventoryOnHand} (1)$
10	InventoryLevel 2	Time-Persistent	Tally 111		$v\text{InventoryOnHand} (2)$
11	InventoryLevel 3	Time-Persistent	Tally 112		$v\text{InventoryOnHand} (3)$
12	InventoryLevel 4	Time-Persistent	Tally 113		$v\text{InventoryOnHand} (4)$
13	DailyCost	Tally	CostRate	CostRate.dat	
14	TotalDailyDemand	Tally	DailyDemand	DailyDemand.dat	

Σχήμα 2.22: Λογιστικό φύλλο εισαγωγής δεδομένων και δήλωσης μεταβλητών.

2.6 Στατιστική ανάλυση

2.6.1 Προσδιορισμός του πλήθους προσομοιώσεων

Αφού εξετάστηκαν οι κατανομές των τυχαίων μεταβλητών που εμπλέκονται και καταγράφηκε η λογική της προσομοίωσης σε ένα μοντέλο *Arena Simulation*, στο επόμενο στάδιο της μελέτης πρέπει να καθοριστεί το πλήθος των ανεξάρτητων επαναλήψεων, ώστε οι εκτιμήσεις του μέσου μηνιαίου κόστους και του αντίστοιχου διαστήματος εμπιστοσύνης να είναι αξιόπιστες.

Για τον καθορισμό αυτού του αριθμού, θα γίνει μια προσωρινή εκτίμηση για τις τιμές των μεταβλητών απόφασης, ώστε να εκτελεστεί ένα πειραματικό πλήθος ανεξάρτητων επαναλήψεων. Με βάση τα αποτελέσματα που θα προκύψουν, θα εκτιμηθεί η τυπική απόκλιση του μηνιαίου κόστους και στη συνέχεια, υποθέτοντας ότι η κατανομή είναι κανονική, θα προσδιοριστεί το πλήθος των επαναλήψεων R , ώστε το απόλυτο σφάλμα, $|\mu_Y - \bar{Y}| \leq E$ με πιθανότητα 95%, όπου E είναι ένα γνωστό μέγιστο ανεκτό επίπεδο σφάλματος.

Αφού εκτελεστεί ένας αριθμός επαναλήψεων, το λογισμικό αποδίδει τους δειγματικούς μέσους των μέτρων απόδοσης που έχουν ορισθεί, καθώς και το μισό μήκος των 95% αντίστοιχων διαστημάτων εμπιστοσύνης.

Έστω R_0 ο αρχικός αριθμός επαναλήψεων, h_0 το μισό μήκος του διαστήματος εμπιστοσύνης για το μέσο μηνιαίο κόστος και $\alpha = 0.05$. Ισχύει:

$$h_0 = t_{\frac{\alpha}{2}, R_0-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{R_0}} \quad (2.26)$$

Από την εξίσωση (2.26) εκτιμάται η τυπική απόκλιση και χρησιμοποιώντας προσέγγιση κανονικής κατανομής, μέσω της σχέσης (2.27), προσδιορίζεται το πλήθος των επαναλήψεων R . Η ακρίβεια της διαδικασίας εξαρτάται από το σφάλμα εκτίμησης της διασποράς.

$$R \geq \left(\frac{z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S}{E} \right)^2 \quad (2.27)$$

Για την εφαρμογή της διαδικασίας κατασκευάστηκε συνάρτηση *Matlab* (Κώδικας 2.3) η οποία λαμβάνει ως είσοδο το μισό μήκος του 95% διαστήματος εμπιστοσύνης που προέκυψε από την πιλοτική εφαρμογή h_0 , το μέγιστο ανεκτό σφάλμα E , και το πλήθος R_0 των επαναλήψεων.

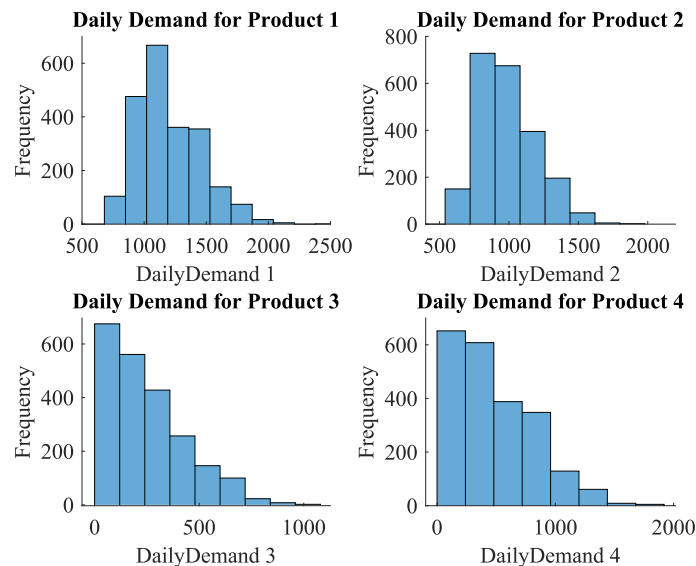
Για να καθοριστούν αρχικές τιμές στις μεταβλητές απόφασης, πραγματοποιήθηκε μια προσομοίωση με σκοπό να εξεταστούν οι κατανομές της ημερήσιας ζήτησης των προϊόντων (Σχήμα 2.23). Βάσει των ιστογραμμάτων συχνότητας, οι εξής τιμές καθορίστηκαν: 2800, 2500, 1100 και 2000 κιλά για τα μέγιστα επίπεδα αποθεμάτων των προϊόντων 1, 2, 3 και 4 αντίστοιχα. Η τιμή του ημερήσιου χρόνου λειτουργίας της παραγωγής ορίστηκε στις 8 ώρες, ενώ η μεταβλητή $vLimit$, που καθορίζει τον αριθμό των παρτίδων που θα μεταφέρονται ανά δρομολόγιο, έλαβε την τιμή 1. Ο χρόνος προσομοίωσης ορίστηκε στις 2000 ημέρες.

Κώδικας 2.3: Προσδιορισμός πλήθους προσομοιώσεων

```

1
2 function R = required_simulations( half_confidence_interval ,
   target_half_CI , confidence_level , R0)
3
4     if (confidence_level <= 0 || confidence_level >= 1)
5         error('The confidence level must be between 0 and 1.'
6             );
7     end
8
9     t_score = abs(tinv((1 - confidence_level) / 2, R0));
10
11     sample_std_dev = half_confidence_interval / (t_score /
12         sqrt(R0));
13
14     z_score = abs(norminv((1 - confidence_level) / 2, 0, 1));
15
16     R = ceil((z_score * sample_std_dev / target_half_CI)^2);
17 end

```



Σχήμα 2.23: Κατανομές ημερήσιας ζήτησης προϊόντων.

Το μοντέλο τροφοδοτήθηκε με τα παραπάνω δεδομένα και εκτελέστηκαν 15 επαναλήψεις. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στους Πίνακες 2.6.5-6-7.

Πίνακας 2.6.5: Αποτελέσματα προσομοίωσης (15 επαναλήψεις).

Μέτρα Απόδοσης	\bar{Y}	HW	MIN	MAX
Κόστος Μεταφοράς	6873.9	88.463	6594.3	7200.4
Κόστος Απόρριψης	45.27	25.98	4.29	15.84
Κόστος νεκρών χρόνων	513.49	23.12	439.38	577.53
Κόστος υπερωριακής εργασίας	0	0	0	0
Κόστος αποθεματοποίησης	162.27	3.7	148.53	173.14
Κόστος λόγω απώλειας πωλήσεων	10443	1641.8	6150.9	16359
Συνολικό κόστος	18038	1530.5	14121	23637

Πίνακας 2.6.6: Αποτελέσματα προσομοίωσης (15 επαναλήψεις).

Μέτρα Απόδοσης	Πελάτης 1	Πελάτης 2	Πελάτης 3	Πελάτης 4
Επίπεδο εξυπηρέτησης	0.945	0.971	0.925	0.945

Πίνακας 2.6.7: Αποτελέσματα προσομοίωσης (15 επαναλήψεις).

Μέτρα Απόδοσης	Πελάτης 5	Πελάτης 6	Πελάτης 7	Πελάτης 8
Επίπεδο εξυπηρέτησης	0.968	0.949	0.86	0.822

Παρατηρείται ότι το συνολικό κόστος διαμορφώνεται κυρίως από το κόστος λόγω απώλειας πωλήσεων και από το κόστος μεταφοράς. Το επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών δεν είναι αποδεκτό. Χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση: *required simulations()* για να προσδιορισθεί το πλήθος των επαναλήψεων έτσι ώστε, στο 95% του αριθμού των προσομοιώσεων που εκτελούνται, η πραγματική μέση τιμή του μηνιαίου κόστους να βρίσκεται στο διάστημα $\bar{Y} \pm 1000\text{€}$. Η συνάρτηση έδειξε ότι απαιτούνται τουλάχιστον 30 επαναλήψεις.

Εναλλακτικά για τον προσδιορισμό του πλήθους των επαναλήψεων χρησιμοποιούνται και οι ακόλουθες μέθοδοι:

- Επαναληπτική μέθοδος. Αφού εκτιμηθεί η τυπική απόκλιση (Εξ. 2.26) και υποτεθεί ότι δεν μεταβάλλεται σημαντικά συναρτήσει του πλήθους των επαναλήψεων, αυξάνεται διαδοχικά το μέγεθος του δείγματος $R = R + 1$ μέχρις ότου:

$$t_{\frac{\alpha}{2}, R-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{R}} \leq E \quad (2.28)$$

Ο Κώδικας 2.4 εφαρμόζει τη μέθοδο και προσδιορίζεται ότι απαιτούνται τουλάχιστον 32 επαναλήψεις.

Κώδικας 2.4: Προσδιορισμός πλήθους προσομοιώσεων (Επαναληπτική μέθοδος)

```

1
2 function R = t_required_simulations(half_ci_initial,
3   target_half_CI, confidence_level, R0)
4   % Initialize R with the initial value of simulations
5   (R0)
6   R = R0;
7   % Set the initial half confidence interval
8   half_ci = half_ci_initial;
9
10  % Calculate the standard deviation from the initial
11  half_CI
12  std_dev = half_ci_initial / abs(tinv((1 -
13    confidence_level) / 2, R0 - 1)) * sqrt(R0);
14
15  % Calculate alpha value
16  alpha = 1 - confidence_level;
17
18  % Keep updating the number of simulations and half
19  confidence interval until the target is met
20  while half_ci > target_half_CI
21    % Increment the number of simulations
22    R = R + 1;
23
24    % Update the t-value based on the new number of
25    simulations
26    t_value = abs(tinv(alpha / 2, R - 1));
27
28    % Calculate the new half confidence interval
29    half_ci = t_value * (std_dev / sqrt(R));
30  end
31 end

```

- Προσεγγιστική μέθοδος. Γίνεται επιπρόσθετα η υπόθεση: $t_{\frac{\alpha}{2}, R-1} \approx t_{\frac{\alpha}{2}, R_0-1}$ τότε:

$$R \approx R_0 \cdot \left(\frac{h_0}{E}\right)^2 \quad (2.29)$$

Αυτή η μέθοδος προσδιορισμού του πλήθους των επαναλήψεων έδειξε ότι, απαιτούνται τουλάχιστον 36 επαναλήψεις.

Εκτελέστηκαν 36 επαναλήψεις και τα αποτελέσματα παρατίθενται στους Πίνακες 2.6.8-9-10.

Πίνακας 2.6.8: Αποτελέσματα προσομοίωσης (36 επαναλήψεις).

Μέτρα Απόδοσης	\bar{Y}	HW	MIN	MAX
Κόστος Μεταφοράς	6933	112,06	6481.2	8436.4
Κόστος Απόρριψης	44.503	16.544	0.9	241.08
Κόστος νεκρών χρόνων	544.44	46.636	399.12	1239.4
Κόστος υπερωριακής εργασίας	0	0	0	0
Κόστος αποθεματοποίησης	163.45	3.46	144.33	201
Κόστος λόγω απώλειας πωλήσεων	10421	1285.6	1604.1	20000
Συνολικό κόστος	18107	1147.7	11722	27026

Πίνακας 2.6.9: Αποτελέσματα προσομοίωσης (36 επαναλήψεις).

Μέτρα Απόδοσης	Πελάτης 1	Πελάτης 2	Πελάτης 3	Πελάτης 4
Επίπεδο εξυπηρέτησης	0.933	0.937	0.913	0.921

Πίνακας 2.6.10: Αποτελέσματα προσομοίωσης (36 επαναλήψεις).

Μέτρα Απόδοσης	Πελάτης 5	Πελάτης 6	Πελάτης 7	Πελάτης 8
Επίπεδο εξυπηρέτησης	0.959	0.921	0.824	0.786

Παρατηρείται ότι το μισό του πλάτους του διαστήματος εμπιστοσύνης για το μέσο μηνιαίο κόστος είναι 1147.7 € και είναι μεγαλύτερο από το όριο των 1000 € που έχει τεθεί. Αυτό σημαίνει ότι η εκτίμηση για την τυπική απόκλιση με βάση το αρχικό δείγμα των 15 επαναλήψεων δεν ήταν σωστή ($S_{(15)} = 2762$, $S_{(36)} = 3375.8$). Εφαρμόζεται η επαναληπτική μέθοδος προσδιορισμού του πλήθους επαναλήψεων με αρχικό μέγεθος δείγματος $R_0 = 36$. Η εφαρμογή της μεθόδου έδειξε ότι, απαιτούνται 47 επαναλήψεις. Το αποτέλεσμα μετά την εκτέλεση του νέου πειράματος είναι: $\bar{Y} = 18347 \pm 1005.4\text{€}$.

Αντίστοιχα, η εφαρμογή της προσεγγιστικής μεθόδου έδειξε ότι, απαιτούνται 48 επαναλήψεις και το αποτέλεσμα του πειράματος είναι: $\bar{Y} = 18260 \pm 999.81\text{€}$.

2.6.2 Εξάλειψη μεταβατικών φαινομένων - Προσδιορισμός περιόδου προθέρμανσης.

Στο διεξαγόμενο πείραμα, στόχος είναι η εκτίμηση του λειτουργικού κόστους του συστήματος όταν λειτουργεί για παρατεταμένο χρονικό διάστημα (στη μόνιμη κατάσταση). Στην αρχή κάθε κύκλου, όλες οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος έχουν μηδενικές τιμές και κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος (μεταβατική περίοδος), οι δείκτες απόδοσης

του συστήματος επηρεάζονται από αυτήν την αρχική κατάσταση. Εάν η μεταβατική περίοδος είναι μεγάλη, το πείραμα πιθανότατα θα υπολογίσει υπερβολικά το λειτουργικό κόστος του συστήματος, κυρίως λόγω του κόστους που προκύπτει από την απώλεια πωλήσεων κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου.

Μια στρατηγική για την άμβλυνση του φαινομένου είναι, να βρεθεί κάποιος δείκτης, d για τη στοχαστική διαδικασία $Y_j : j = d + 1, \dots$ τέτοιος ώστε, $F_{Y_j}(y) \rightarrow F_Y(y)$ όπου F_Y είναι η συνάρτηση κατανομής μόνιμης κατάστασης του ημερήσιου λειτουργικού κόστους του συστήματος και να διαγραφούν οι αρχικές d παρατηρήσεις. Το μέσο ημερήσιο κόστος εκτιμάται από τον δειγματικό μέσο (εξ.2.30):

$$\bar{Y} = \frac{1}{m-d} \sum_{j=d+1}^m Y_j \quad (2.30)$$

Το χρονικό διάστημα των d ημερών λέγεται περίοδος προθέρμανσης. Για τον προσδιορισμό της θα χρησιμοποιηθεί η γραφική μέθοδος που περιγράφεται στη συνέχεια και προτάθηκε από τον Welch (βλ [2], [4]).

- Κάνε R επαναλήψεις μήκους m , $R \geq 5$. Έστω Y_{ji} είναι η i -οστή παρατήρηση από την j -οστή επανάληψη ($j = 1, 2, \dots, R; i = 1, 2, \dots, m$)
- Έστω $\bar{Y}_i = \frac{1}{R} \sum_{j=1}^R Y_{ji}$. Η διαδικασία $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots$ έχει τους ίδιους μέσους με τη διαδικασία Y_1, Y_2, \dots και διασπορές $Var(\bar{Y}_i) = \frac{1}{R} Var(Y_i)$
- Έστω $\bar{Y}_i(w) = \frac{1}{w} \sum_{s=0}^{w-1} \bar{Y}_{i-s}$ (κινούμενος μέσος με παράθυρο w)
- Σχεδιάσε το διάγραμμα της ακολουθίας $\bar{Y}_i(w)$ για $i = 1, 2, \dots, m$ και επέλεξε το d να είναι εκείνο το i μετά την τιμή του οποίου η ακολουθία φαίνεται να συγκλίνει.

Για την εφαρμογή της γραφικής μεθόδου του Welch δημιουργήθηκε κώδικας *Matlab* (Κώδικας 2.5). Η συνάρτηση λαμβάνει ως είσοδο, το διάνυσμα εξόδου από την εκτέλεση προσομοιώσεων στο *Arena*, τον αριθμό των επαναλήψεων που εκτελέστηκαν και το μέγεθος παραθύρου για τον κινούμενο μέσο.

Πραγματοποιήθηκαν 48 επαναλήψεις, ενώ το μέγεθος του παραθύρου ορίστηκε στο $w = 30$. Στο Σχήμα 2.24, παρουσιάζεται το διάγραμμα που προκύπτει από την εφαρμογή της εν λόγω μεθόδου. Παρατηρείται πως η ακολουθία των κινούμενων μέσων συγκλίνει γρήγορα, ωστόσο, η καμπύλη που δημιουργείται δεν είναι απόλυτα ομαλή, παρά τη χρήση ενός σχετικά μεγάλου μεγέθους παραθύρου, όπως φαίνεται καλύτερα στο Σχήμα 2.25.

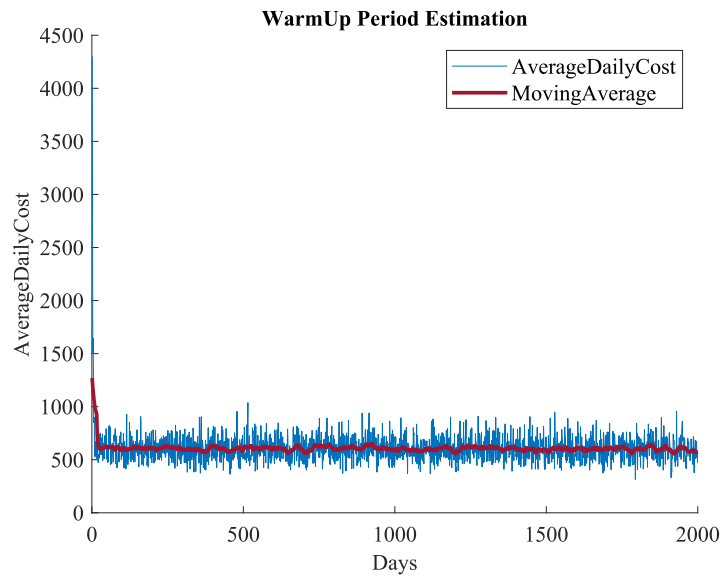
Ως εναλλακτική μέθοδος για την εξομάλυνση της ακολουθίας $\bar{Y}_i, i = 1, 2, \dots, m$, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αθροιστικό μέσο όρο, ο οποίος ορίζεται ως εξής: $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{Y}_i, n = 1, 2, \dots, m$. Η καμπύλη που δημιουργείται είναι ομαλή, ωστόσο συγκλίνει με πολύ αργό ρυθμό. (Σχήμα 2.26-27)

Κώδικας 2.5: Εκτίμηση περιόδου προθέρμανσης με τη μέθοδο του Welch

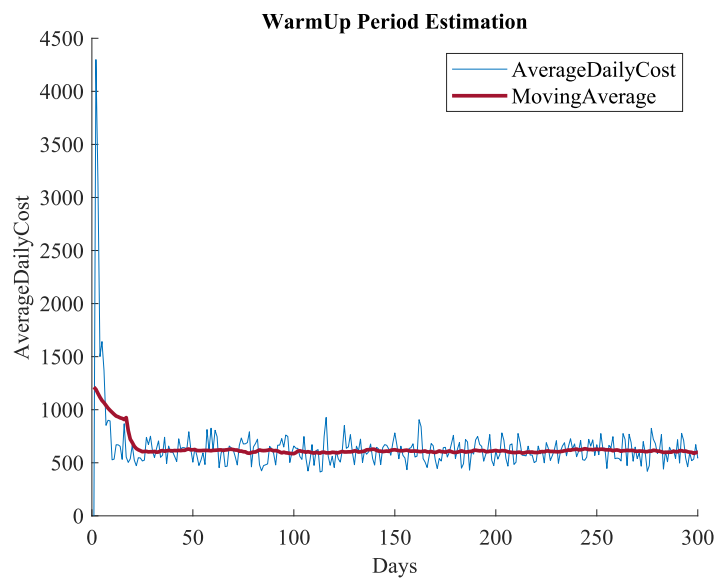
```

1
2 function [ plot_handle] = welch_plot(input_vector,
   num_Replications, window_size,smooth_choice)
3 input_vector(input_vector == 0) = [];
4 % Convert input_vector to matrix
5 num_rows = ceil(length(input_vector) / num_Replications);
6 data_matrix = reshape(input_vector,num_rows,num_Replications)
   ;
7 data_matrix = data_matrix';
8 % Compute across replications averagew
9 mean_vals = mean(data_matrix);
10 if smooth_choice==1
11     % Apply smoothing technique (Moving Average)
12     moving_avg = movmean(mean_vals, window_size);
13     plot_handle = figure;
14     plot(mean_vals, 'DisplayName', 'AverageDailyCost');
15     hold on;
16     plot(moving_avg, 'DisplayName', 'MovingAverage');
17     hold off;
18     xlabel('Days');
19     ylabel('AverageDailyCost');
20     legend;
21     title('WarmUp Period Estimation');
22 else
23     % Apply smoothing technique ( Cumulative Average)
24     cumul_avg = cumulative_averages(mean_vals);
25     plot_handle = figure;
26     plot(mean_vals, 'DisplayName', 'AverageDailyCost');
27     hold on;
28     plot(cumul_avg, 'DisplayName', 'CumulativeAverage');
29     hold off;
30     xlabel('Days');
31     ylabel('AverageDailyCost');
32     legend;
33     title('WarmUp Period Estimation');
34 end
35 end

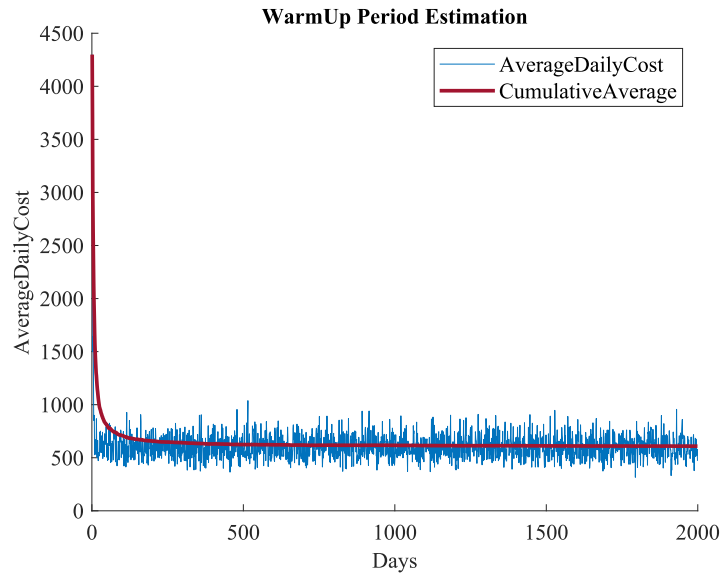
```



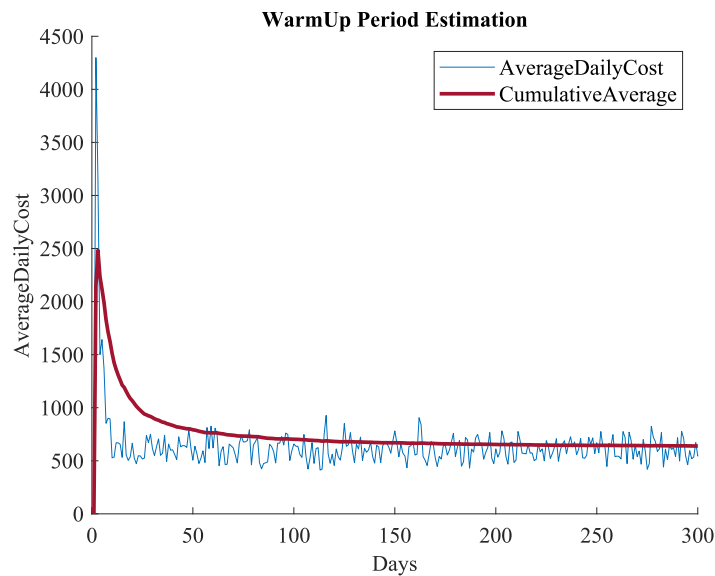
Σχήμα 2.24: Γραφική μέθοδος για τον προσδιορισμό της περιόδου προθέρμανσης (Εξομάλυνση: Κινούμενος μέσος όρος).



Σχήμα 2.25: Γραφική μέθοδος για τον προσδιορισμό της περιόδου προθέρμανσης (Λεπτομέρεια).



Σχήμα 2.26: Γραφική μέθοδος για τον προσδιορισμό της περιόδου προθέρμανσης(Εξομάλυνση: Αθροιστικός μέσος όρος).



Σχήμα 2.27: Γραφική μέθοδος για τον προσδιορισμό της περιόδου προθέρμανσης.

Η περίοδος προθέρμανσης καθορίστηκε στις 30 ημέρες. Βασιζόμενοι σε έναν εμπειρικό κανόνα που προτείνει το μήκος της προσομοίωσης να είναι τουλάχιστον 10 φορές μεγαλύτερο από το μήκος της περιόδου προθέρμανσης, διεξήχθησαν 48 επαναλήψεις. Το αποτέλεσμα για το μέσο μηνιαίο κόστος είναι: $\bar{Y} = 18169 \pm 1021.1 \text{ €}$.

Για να θεωρηθεί αξιόπιστο το διάστημα εμπιστοσύνης, πρέπει να εξεταστεί η ασυμμετρία του δείγματος. Στο Σχήμα 2.28 παρουσιάζεται το διάγραμμα Box-Plot, καθώς και τα στατιστικά χαρακτηριστικά του δείγματος.

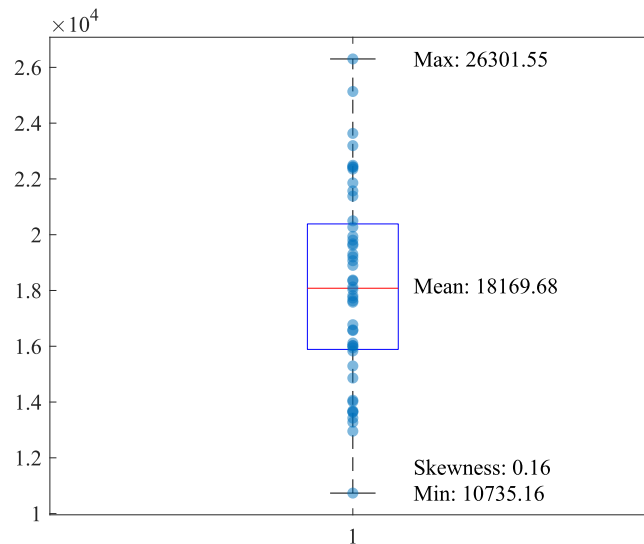


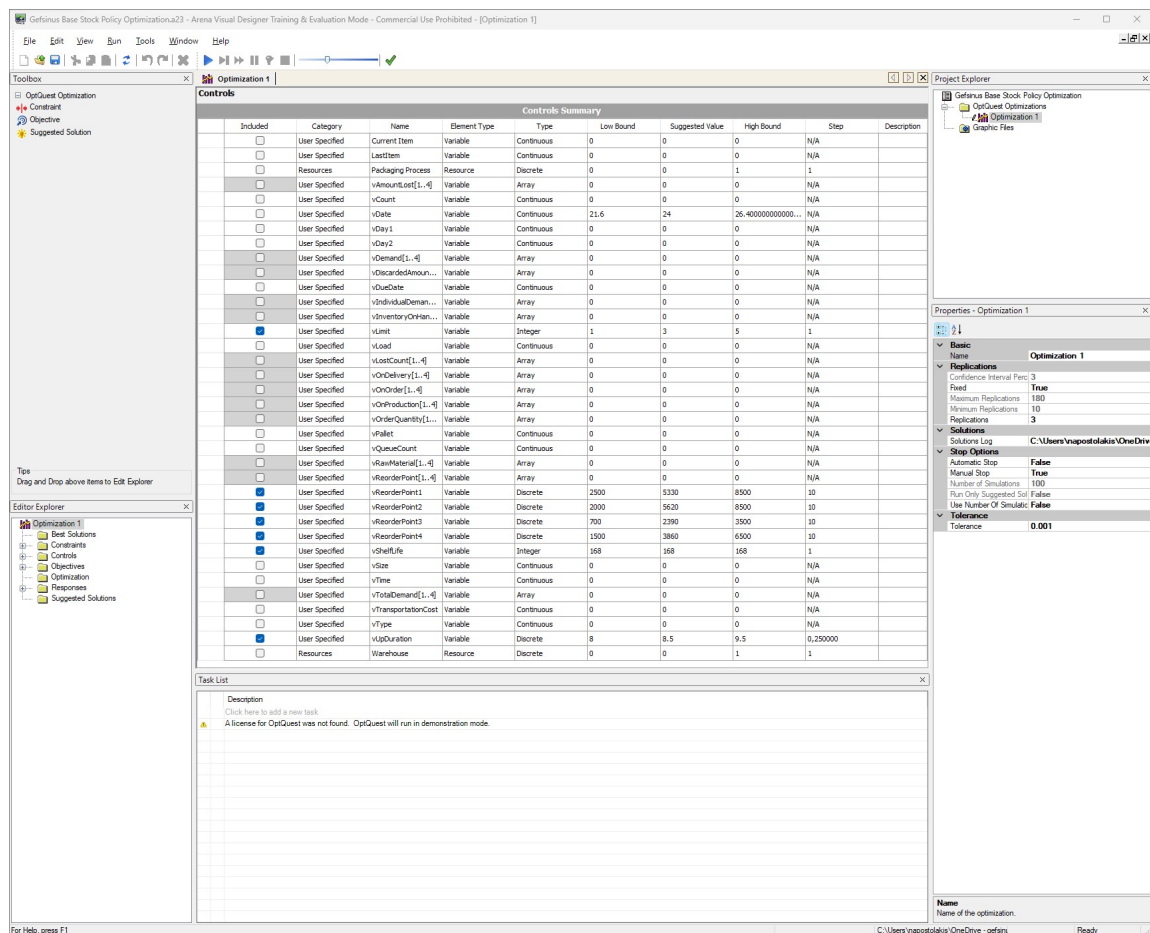
Figure 2.28: Box-Plot και στατιστικά χαρακτηριστικά δείγματος.

Όπως φαίνεται, το δείγμα είναι σχεδόν συμμετρικό, με μια τιμή ασυμμετρίας (Skewness) 0.16. Πιο συγκεκριμένα, δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση ότι τα δεδομένα ακολουθούν κανονική κατανομή, καθώς το p-value που προέκυψε από αντίστοιχο έλεγχο καλής προσαρμογής είναι 0.8131 ($\alpha = 0.05$).

Κεφάλαιο 3

Βελτιστοποίηση

3.1 OptQuest



Σχήμα 3.1: Οθόνη διεπαφής χρήστη.

Το OptQuest είναι ένα πρόσθετο λογισμικό το οποίο βελτιώνει τις δυνατότητες ανάλυσης του Arena® καθώς επιτρέπει την αναζήτηση βέλτιστων λύσεων στα μοντέλα προσομοίωσης. Συχνά, τα μοντέλα προσομοίωσης ενσωματώνονται σε ένα ευρύτερο πλαίσιο λήψης

αποφάσεων, με στόχο τον καθορισμό των καλύτερων τιμών για διάφορες μεταβλητές απόφασης, προκειμένου να βελτιστοποιηθεί κάποιο μέτρο απόδοσης.

Ωστόσο, τα μοντέλα προσομοίωσης συχνά λειτουργούν ως *μαύρα κουτιά* και μπορούν να αξιολογήσουν μόνο τις τιμές των μεταβλητών που έχουν οριστεί. Για να αξιολογηθεί η απόδοση μιας διαδικασίας, πρέπει πρώτα να γίνει επιλογή των τιμών των μεταβλητών απόφασης και στη συνέχεια να εκτελεστεί μια προσομοίωση για να εκτιμηθεί η απόδοση αυτής της διαμόρφωσης.

Χωρίς το κατάλληλο εργαλείο, η αναζήτηση βέλτιστης λύσης για ένα μοντέλο προσομοίωσης συνήθως απαιτεί ευρετική ή πρόχειρη αναζήτηση. Αυτό συχνά περιλαμβάνει την εκτέλεση προσομοίωσης για μια αρχική σειρά μεταβλητών απόφασης, την ανάλυση των αποτελεσμάτων, την αλλαγή μίας ή περισσότερων μεταβλητών, την επανάληψη της προσομοίωσης και την επανάληψη αυτής της διαδικασίας μέχρι να βρεθεί μια ικανοποιητική λύση. Αυτή η διαδικασία μπορεί να είναι πολύ κουραστική και χρονοβόρα, ακόμη και για μικρά προβλήματα, και συχνά δεν είναι σαφές πώς να προσαρμοστούν οι μεταβλητές από τη μία προσομοίωση στην επόμενη.

Το OptQuest ξεπερνά αυτόν τον περιορισμό καθώς αναζητά αυτόματα βέλτιστες λύσεις μέσα στα μοντέλα προσομοίωσης του Arena . Πρώτα περιγράφεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης στο OptQuest Στη συνέχεια το λογισμικό αναζητά τιμές για τις μεταβλητές που μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν έναν προκαθορισμένο αντικειμενικό κριτήριο. Επιπλέον, το OptQuest έχει σχεδιαστεί για να βρίσκει λύσεις που ικανοποιούν μια ευρεία ποικιλία περιορισμών που μπορούν να οριστούν.

Πρόσφατες εξελίξεις στη βελτιστοποίηση έχουν επιτρέψει τη δημιουργία ευφύων μεθόδων αναζήτησης που μπορούν να βρουν βέλτιστες ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις σε περίπλοκα προβλήματα που περιλαμβάνουν στοιχεία αβεβαιότητας. Συχνά, οι βέλτιστες λύσεις μπορούν να βρεθούν ανάμεσα σε μεγάλα σύνολα πιθανών λύσεων, ακόμη και όταν εξετάζεται μόνο ένα μικρό ποσοστό αυτών. Το OptQuest αποτελεί το αποτέλεσμα της εφαρμογής αυτών των τεχνολογιών αναζήτησης σε συνδυασμό με τα μοντέλα προσομοίωσης που έχουν δημιουργηθεί για το Arena .

Αφού περιγραφεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης (μέσω της επιλογής μεταβλητών ελέγχου, συμπεριλαμβάνοντας αποκρίσεις, αντικειμενικού κριτηρίου και πιθανών περιορισμών), το Arena καλείται κάθε φορά που πρέπει να αξιολογηθεί ένα διαφορετικό σύνολο τιμών ελέγχου. Η μέθοδος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιεί το OptQuest αξιολογεί τις αποκρίσεις από την τρέχουσα προσομοίωση, αναλύει και ενσωματώνει αυτές με τις αποκρίσεις από προηγούμενες προσομοιώσεις και καθορίζει ένα νέο σύνολο τιμών για τους ελέγχους, τα οποία στη συνέχεια αξιολογούνται με την εκτέλεση του μοντέλου Arena . Πρόκειται για μια επαναληπτική διαδικασία που δημιουργεί επιτυχώς νέα σύνολα τιμών για τους ελέγχους, με κάποια βελτίωση, αλλά η οποία, με το πέρασμα του χρόνου, παρέχει μια ιδιαίτερα αποτελεσματική τροχιά προς τις καλύτερες λύσεις. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού - συνήθως σταματώντας μετά από έναν αριθμό προσομοιώσεων ή όταν

το OptQuest καθορίζει ότι η τιμή του αντικειμενικού κριτηρίου έχει σταματήσει να βελτιώνεται. Στόχος του είναι να βρει τη λύση που βελτιστοποιεί (μεγιστοποιεί ή ελαχιστοποιεί) την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου.

Μόλις το OptQuest τερματίσει, οι τιμές των μεταβλητών απόφασης στο μοντέλο Arena επιστρέφουν στις αρχικές τους προεπιλεγμένες τιμές. Το μοντέλο Arena δεν επηρεάζεται καθόλου από το OptQuest.

3.2 Διαμόρφωση και επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης

Η διαδικασία για τη διαμόρφωση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης σε περιβάλλον OptQuest περιγράφεται στη συνέχεια:

- Επιλογή των μεταβλητών απόφασης που θα βελτιστοποιηθούν: Σε αυτό το στάδιο, καθορίζονται οι μεταβλητές απόφασης, μαζί με ένα εύρος πιθανών τιμών για καθεμία από αυτές. Επιπλέον, προσδιορίζεται ο τύπος των τιμών (συνεχείς, διακριτές, ακέραιες).
- Ορισμός των μεταβλητών απόκρισης.
- Καθορισμός τυχόν περιορισμών.
- Καθορισμός αντικειμενικής συνάρτησης.
- Επιλογή από διαθέσιμη λίστα επιλογών που αφορούν στο κριτήριο τερματισμού της διαδικασίας και στον αριθμό επαναλήψεων για κάθε προσομοίωση.

Όπως έχει αναφερθεί προηγούμενα, οι μεταβλητές απόφασης στο πρόβλημα βελτιστοποίησης περιλαμβάνουν το μέγιστο επίπεδο αποθέματος για κάθε κατηγορία προϊόντων, τον χρόνο λειτουργίας της παραγωγής κατά τη διάρκεια της ημέρας, ο οποίος σχετίζεται με την συγκεκριμένη εμπορική δραστηριότητα της εταιρίας, και τον αριθμό των παρτίδων που προωθούνται, μετά την ολοκλήρωση της παραγωγής τους, στο κέντρο διανομής.

Οι μεταβλητές απόκρισης περιλαμβάνουν τα ακόλουθα μεγέθη:

- Μέσο μηνιαίο κόστος αποθεματοποίησης.
- Μέσο μηνιαίο κόστος μεταφοράς.
- Μέσο μηνιαίο κόστος από την απώλεια πωλήσεων.
- Μέσο μηνιαίο κόστος από την εμφάνιση νεκρών χρόνων κατά τη διαδικασία παραγωγής.
- Μέσο μηνιαίο κόστος που προκύπτει από υπερωριακή απασχόληση.
- Μέσο μηνιαίο κόστος από την απόρριψη αποθέματος.

- Ποσοστό πλήρους εξυπηρέτησης για κάθε πελάτη.

Η αντικειμενική συνάρτηση που επιδιώκουμε να ελαχιστοποιήσουμε αφορά το μέσο μηνιαίο λειτουργικό κόστος του συστήματος. Αυτό προκύπτει από το άθροισμα των μέσων τιμών των παραπάνω παραμέτρων.

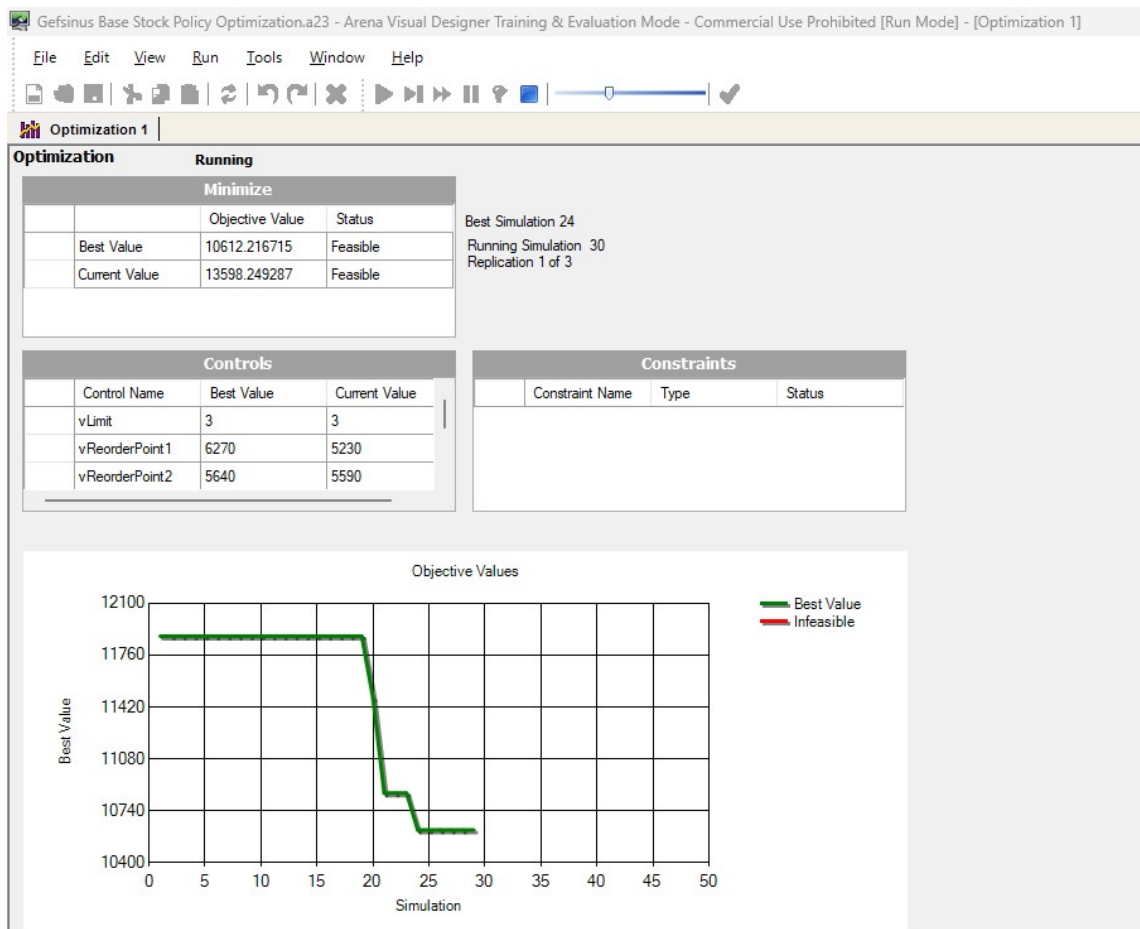
Επειδή το κόστος από την απώλεια πωλήσεων αποτελεί τον κύριο παράγοντα που επηρεάζει το λειτουργικό κόστος, δεν εισάγονται περιορισμοί που σχετίζονται με το ποσοστό ικανοποίησης των πελατών. Κατά τη διαδικασία εύρεσης της βέλτιστης λύσης, το κόστος από την απώλεια πωλήσεων θα μειώνεται σταδιακά, οδηγώντας έτσι στη μεγιστοποίηση του ποσοστού ικανοποίησης των πελατών.

Παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοση της διαδικασίας αναζήτησης, ως προς το χρόνο που απαιτείται για την ανεύρεση 'καλών λύσεων,' είναι μεταξύ άλλων ο αριθμός επαναλήψεων σε κάθε προσομοίωση, το σημείο εκκίνησης της διαδικασίας, και το εύρος του διαστήματος δυνατών τιμών για κάθε μεταβλητή απόφασης.

Καθώς δεν υπάρχει αξιόπιστη μέθοδος για τον εντοπισμό ενός κατάλληλου σημείου εκκίνησης, αποφασίστηκε να καθοριστεί ένας σχετικά μικρός αριθμός επαναλήψεων για κάθε προσομοίωση, ενώ ταυτόχρονα θα χρησιμοποιηθεί ένα ευρύ διάστημα δυνατών τιμών για τις μεταβλητές απόφασης. Προσεγγίζοντας το πρόβλημα με αυτό τον τρόπο, ελπίζουμε ότι θα οδηγηθούμε σχετικά γρήγορα σε μια περιοχή κοντά στο βέλτιστο. Στη συνέχεια, με τη μείωση του εύρους των τιμών για τις μεταβλητές απόφασης και την επιλογή της καλύτερης λύσης που προκύπτει από την προηγούμενη διαδικασία ως σημείο εκκίνησης, θα αυξήσουμε τον αριθμό των επαναλήψεων για να καθορίσουμε τη βέλτιστη λύση με αυξημένη ακρίβεια.

Πίνακας 3.2.1: Αποτελέσματα αρχικής αναζήτησης.

Αρ. Παρτίδων	R1	R2	R3	R4	Χρ. Λ/γίας	Κόστος
3	6600	5940	1330	2930	8.5	8937.96
3	6570	5950	1380	2950	8.5	8985.43
3	6620	5930	1320	2930	8.5	8998.88
3	6640	5920	1290	2930	8.5	9007.62
3	6540	5960	1440	2970	8.5	9026.45
3	6380	5690	1330	2870	8.5	9027.47
3	6600	5940	1330	2870	8.5	9036.41
3	6610	5940	1330	2930	8.5	9040.71
3	6470	5980	1450	2990	8.5	9043.41
3	6660	5920	1260	2910	8.5	9054.02
3	6650	5940	1310	2910	8.5	9063.59
3	6610	5940	1320	2930	8.5	9090.97
3	7240	6540	1410	2970	8.5	9092.84
3	6580	5950	1370	2950	8.5	9094.77
3	6480	5960	1400	2980	8.5	9095.62
3	6600	5940	1340	2930	8.5	9098.15
3	6610	6090	1340	2930	8.5	9103.43



Σχήμα 3.2: Στιγμιότυπο από τη διαδικασία αρχικής αναζήτησης.

Εκτελέστηκαν 150 προσομοιώσεις με 3 επαναλήψεις η κάθε μια. Στον Πίνακα 3.2.1 εμφανίζονται τα αποτελέσματα που περιλαμβάνουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τις αντίστοιχες τιμές των μεταβλητών απόφασης (οι καλύτερες λύσεις που προέκυψαν από την αρχική αναζήτηση).

Επιλέγοντας ως αρχικό σημείο την καλύτερη λύση και μειώνοντας το εύρος το διαστήματος των δυνατών τιμών για κάθε μεταβλητή απόφασης, η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Ορίστηκε να εκτελούνται 50 επαναλήψεις για κάθε προσομοίωση.

Πίνακας 3.2.2: Αποτελέσματα τελικής αναζήτησης.

Αρ. Παρτίδων	R_1	R_2	R_3	R_4	Χρ. Λ/γίας	Κόστος
3	6690	6240	1360	2710	8.5	9887.99
3	6560	6260	1360	2740	8.5	9890.15
3	6700	6160	1350	2680	8.5	9891.47
3	6690	6230	1360	2710	8.5	9892.57
3	6660	6240	1360	2710	8.5	9893.12
3	6690	6170	1350	2690	8.5	9894.01

Πίνακας 3.2.3: Αποτελέσματα τελικής αναζήτησης.

\bar{C}_W	\bar{C}_E	\bar{C}_h	\bar{C}_I	\bar{C}_{LS}	\bar{C}_T
1836.03	1890	357.19	480.60	1026.49	4297.66
1844.24	1890	356.65	481.48	1025.23	4292.53
1847.62	1890	356.76	479.85	1023.33	4293.89
1845.57	1890	357.19	483.25	1023.33	4293.21
1841.83	1890	356.52	478.95	1036.17	4289.63
1841.41	1890	356.90	484.16	1024.19	4297.32

Πίνακας 3.2.4: Αποτελέσματα τελικής αναζήτησης.

FR_1	FR_2	FR_3	FR_4
0.993041317	0.993628013	0.99348934	0.991016691
0.993041317	0.993908125	0.992986575	0.991016691
0.993041317	0.993908125	0.99348934	0.991016691
0.993041317	0.993908125	0.99348934	0.990834574
0.993041317	0.993908125	0.993232469	0.990836802
0.992707093	0.993908125	0.99348934	0.990839511

Πίνακας 3.2.5: Αποτελέσματα τελικής αναζήτησης.

FR_5	FR_6	FR_7	FR_8
0.993814075	0.99234194	0.99983884	0.982111201
0.993814075	0.99234194	0.99983884	0.982111201
0.993814075	0.99218078	0.99983884	0.982111201
0.993814075	0.99234194	0.99983884	0.982111201
0.993814075	0.992180337	0.99983884	0.98195004
0.993814075	0.99234194	0.99983884	0.982111201

Τα αποτελέσματα από την επανάληψη της διαδικασίας παρουσιάζονται στους παραπάνω πίνακες. Στον Πίνακα 3.2.2 εμφανίζονται οι 6 καλύτερες λύσεις για τις μεταβλητές απόφασης καθώς και οι αντίστοιχες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης. Παρατηρείται ότι το μέσο μηνιαίο λειτουργικό κόστος είναι μεγαλύτερο από εκείνο που είχε προκύψει κατά την αρχική αναζήτηση. Στους επόμενους πίνακες εμφανίζονται οι αποκρίσεις του μοντέλου. Αν επιλεγεί η εφαρμογή της καλύτερης λύσης, το μέσο λειτουργικό κόστος αναμένεται να είναι 9888 € και το κόστος από την απόρριψη αποθέματος αναμένεται να είναι 1836 €.

Είναι δυνατόν, χρησιμοποιώντας διαφορετικά μείγματα αδρανών αερίων κατά τη διάρκεια της συσκευασίας, να επεκταθεί η διάρκεια ζωής των προϊόντων κατά 2 ημέρες. Μεταβάλλεται η τιμή της μεταβλητής $v_{ShelfLife}$ στο μοντέλο *Arena* και επαναλαμβάνεται η διαδικασία για την ανεύρεση βέλτιστης λύσης στο *OptQuest*. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στη συνέχεια:

Πίνακας 3.2.6: Αποτελέσματα τελικής αναζήτησης.

Αρ. Παρτίδων	R_1	R_2	R_3	R_4	Χρ. Λ/γίας	Κόστος
4	6390	6580	1430	2550	8.5	8055.16
4	6390	6560	1430	2550	8.5	8055.32
4	7500	6550	1570	2550	8.5	8058.00
4	6390	6590	1430	2550	8.5	8058.05
4	6410	6560	1430	2560	8.5	8059.02
4	6390	6490	1440	2550	8.5	8059.22

Πίνακας 3.2.7: Αποτελέσματα τελικής αναζήτησης.

\bar{C}_W	\bar{C}_E	\bar{C}_h	\bar{C}_I	\bar{C}_{LS}	\bar{C}_T
9.22	1890	398.91	917.85	501.28	4337.90
9.99	1890	399.66	913.40	495.57	4346.71
10.75	1890	401.86	918.19	495.91	4341.28
10.40	1890	399.69	918.06	495.70	4344.20
8.37	1890	399.69	918.04	497.85	4345.07
9.25	1890	398.97	918.17	501.84	4341.00

Πίνακας 3.2.8: Αποτελέσματα τελικής αναζήτησης.

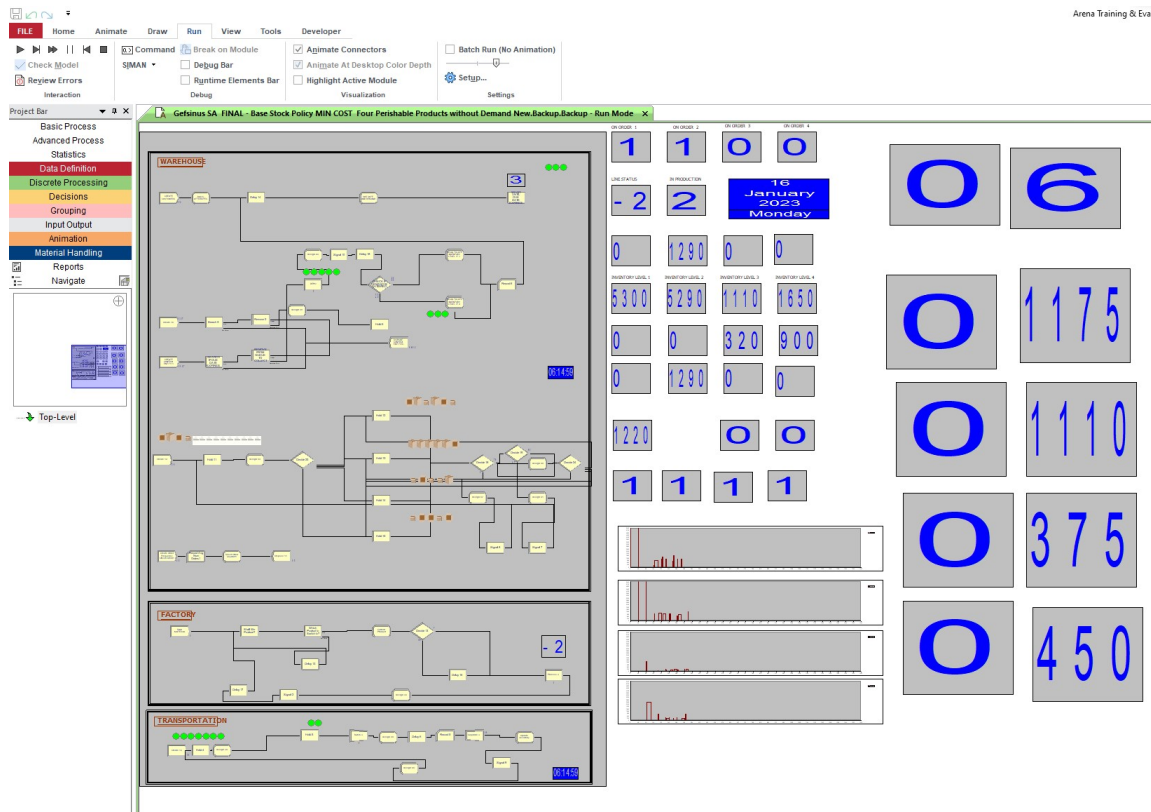
FR_1	FR_2	FR_3	FR_4
0.995734295	0.993908135	0.996396299	0.997179028
0.995734295	0.993908135	0.996396299	0.997520908
0.995734295	0.993908135	0.996396299	0.997348376
0.995734295	0.993641041	0.996396299	0.997520908
0.995734295	0.993908135	0.996396299	0.997352047
0.995734295	0.993908135	0.996396299	0.997520908

Πίνακας 3.2.9: Αποτελέσματα τελικής αναζήτησης.

FR_5	FR_6	FR_7	FR_8
0.996915737	0.996771792	1	0.99238965
0.996915737	0.996771792	1	0.992541857
0.996915737	0.996771792	1	0.992541857
0.996915737	0.996771792	1	0.992541857
0.996915737	0.996771792	1	0.992541857
0.996915737	0.996771792	1	0.99238965

Στον Πίνακα 3.2.6 παρουσιάζονται οι καλύτερες λύσεις που προέκυψαν μετά την επανάληψη της διαδικασίας. Το μέσο λειτουργικό κόστος μειώθηκε (8065 € από 9888 €) ενώ ο αριθμός παρτίδων που μεταφέρονται σε κάθε δρομολόγιο αυξήθηκε. Στον Πίνακα 3.2.7 παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του μοντέλου. Το κόστος από την απόρριψη αποθέματος μει-

ώθηκε σημαντικά (9.22 € από 1836 €). Το κόστος λόγω απώλειας πωλήσεων μειώθηκε επίσης.



Σχήμα 3.3: Στιγμιότυπο από την εκτέλεση του μοντέλου *Arena*.

Προκειμένου να εκτιμηθεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το μέσο λειτουργικό κόστος του συστήματος, το μοντέλο *Arena* τροφοδοτήθηκε με τις νέες παραμέτρους και εκτελέστηκαν 50 επαναλήψεις.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους Πίνακες 3.2.10-12. Το πραγματικό μέσο μηνιαίο λειτουργικό κόστος του συστήματος αναμένεται να είναι: $\bar{Y} = 8071.9 \pm 179.13$ €.

Πίνακας 3.2.10: Αποτελέσματα προσομοίωσης

Μέτρα Απόδοσης	\bar{Y}	HW	MIN	MAX
Κόστος Μεταφοράς	4320.61	80.14	3648.49	4768.77
Κόστος Απόρριψης	46.64	19.08	0.0	244.60
Κόστος νεκρών χρόνων	967.67	115.66	357.34	2399.37
Κόστος υπερωριακής εργασίας	1890	0	1890	1890
Κόστος αποθεματοποίησης	401.05	10.56	294.90	459.01
Κόστος λόγω απώλειας πωλήσεων	445.84	243.54	0.00	4227.08
Συνολικό κόστος	8071.80	179.13	6974.97	10417.82

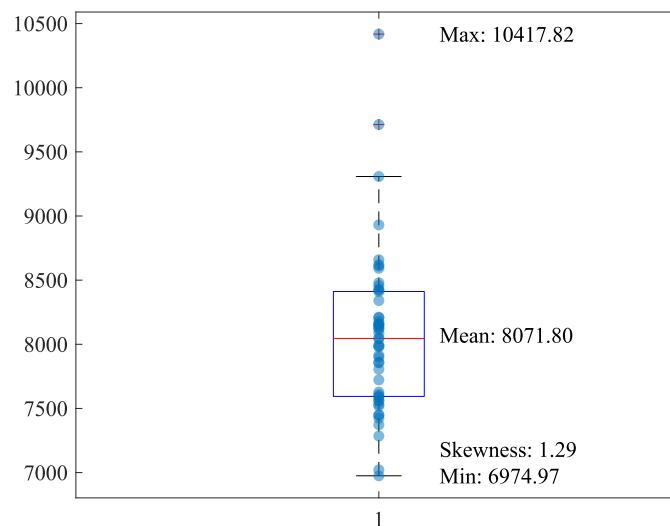
Πίνακας 3.2.11: Αποτελέσματα προσομοίωσης (36 επαναλήψεις).

Μέτρα Απόδοσης	Πελάτης 1	Πελάτης 2	Πελάτης 3	Πελάτης 4
Επίπεδο εξυπηρέτησης	0.996041046	0.997271762	0.997165686	0.996382058

Πίνακας 3.2.12: Αποτελέσματα προσομοίωσης (36 επαναλήψεις).

Μέτρα Απόδοσης	Πελάτης 5	Πελάτης 6	Πελάτης 7	Πελάτης 8
Επίπεδο εξυπηρέτησης	0.997561555	0.996286091	0.999287671	0.995671233

Για να θεωρηθεί αξιόπιστο το διάστημα εμπιστοσύνης, πρέπει να εξεταστεί η ασυμμετρία του δείγματος. Στο Σχήμα 3.4 παρουσιάζονται το διάγραμμα Box-Plot, καθώς και τα στατιστικά χαρακτηριστικά του δείγματος. Όπως φαίνεται, το δείγμα δεν είναι συμμετρικό, με μια τιμή ασυμμετρίας (Skewness) 1.29. Πιο συγκεκριμένα, απορρίπτεται η υπόθεση ότι τα δεδομένα ακολουθούν κανονική κατανομή, καθώς το p -value που προέκυψε από αντίστοιχο έλεγχο καλής προσαρμογής είναι μικρότερο από 0.05 ($p - value < 0.0005, \alpha = 0.05$). Ωστόσο με τη δεδομένη τιμή ασυμμετρίας το διάστημα εμπιστοσύνης μπορεί να θεωρηθεί αξιόπιστο.



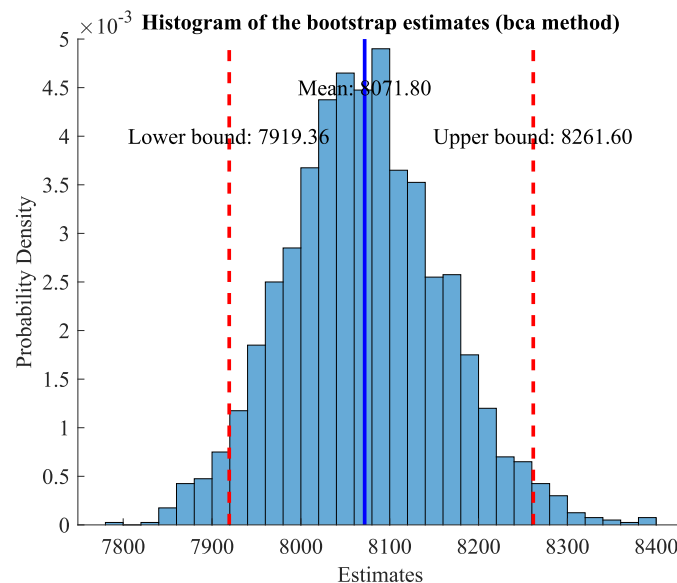
Σχήμα 3.4: Box-Plot και στατιστικά χαρακτηριστικά δείγματος.

Για λόγους πληρότητας περιγράφεται στη συνέχεια εναλλακτικός τρόπος για την εκτίμηση διαστημάτων εμπιστοσύνης.

Ένα διάστημα εμπιστοσύνης είναι μια εκτίμηση του περιθωρίου σφάλματος που συνδέεται με τη μέση τιμή ενός δείγματος. Είναι ένα εύρος τιμών που με μια συγκεκριμένη πιθανότητα, συνήθως 95% ή 99%, περιέχει την πραγματική μέση τιμή του πληθυσμού από τον οποίο

προέρχεται το δείγμα. Όταν η κατανομή του δείγματος είναι κανονική, ο υπολογισμός του διαστήματος εμπιστοσύνης είναι απλός και ακριβής.

Όταν το δείγμα δεν ακολουθεί κανονική κατανομή, τα παραδοσιακά διαστήματα εμπιστοσύνης μπορεί να μην είναι αξιόπιστα, καθώς οι υποθέσεις που ισχύουν για την κανονική κατανομή δεν ισχύουν. Συνεπώς, το πραγματικό περιθώριο σφάλματος μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ό,τι υπολογίζεται με την παραδοσιακή μέθοδο. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος του bootstrap.



Σχήμα 3.5: Εφαρμογή της μεθόδου bootstrap.

Η μέθοδος του bootstrap είναι μια υπολογιστική τεχνική που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμήσει την ακρίβεια και τη βελτίωση των εκτιμήσεων στατιστικών, όπως τα διαστήματα εμπιστοσύνης, χωρίς να κάνει υποθέσεις για τη μορφή της κατανομής των δεδομένων. Η μέθοδος του bootstrap λειτουργεί με τα ακόλουθα βήματα:

- Δημιουργία ενός νέου δείγματος (bootstrap δείγμα) επιλέγοντας τυχαία σημεία από το αρχικό δείγμα, με επανατοποθέτηση (δηλαδή, ένα σημείο μπορεί να επιλεγεί περισσότερες από μία φορές).
- Υπολογισμός του ενδιαφέροντος στατιστικού (π.χ., μέση τιμή) για το bootstrap δείγμα.
- Επανάληψη των βημάτων 1 και 2 πολλές φορές (συνήθως χιλιάδες) για να δημιουργήσει μια σειρά εκτιμήσεων του στατιστικού.
- Χρήση της διακύμανσης αυτής της σειράς εκτιμήσεων για να υπολογίσει το διάστημα εμπιστοσύνης του στατιστικού

Η μέθοδος του bootstrap δεν κάνει υποθέσεις για τη μορφή της κατανομής των δεδομένων, και έτσι μπορεί να παρέχει αξιόπιστα διαστήματα εμπιστοσύνης για μη κανονικά δείγματα.

Κεφάλαιο 4

Συμπεράσματα

Σε αυτή την εργασία αναπτύχθηκε ένα μοντέλο προσομοίωσης ενός συστήματος παραγωγής για αποθήκευση. Η ιδιαιτερότητα του συγκεκριμένου συστήματος είναι ότι τα προϊόντα τα οποία παράγονται έχουν περιορισμένο χρόνο ζωής. Σκοπός της μελέτης ήταν να αναζητηθούν οι παράγοντες που διαμορφώνουν το κόστος λειτουργίας του συστήματος και με τη χρήση των εργαλείων που προσφέρει το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε, να βρεθεί μια σχεδόν βέλτιστη λύση.

Η προσομοίωση αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο στη διάθεση ενός μηχανικού παραγωγής. Για να θεωρηθούν όμως αξιόπιστα τα αποτελέσματα που παράγει και κατάλληλα για τη λήψη αποφάσεων, δεν αρκεί μόνο η τέχνη της μοντελοποίησης. Χρειάζεται ομαδική εργασία και γνώση στατιστικής ώστε τα δεδομένα εισόδου στο μοντέλο να εκτιμηθούν σωστά.

Βιβλιογραφία

- [1] Κωνσταντάς.Δ Κουικόγλου.Β. *Προσομοίωση Συστημάτων Διακριτών Γεγονότων*. Δίσιγμα, 2016.
- [2] Rossetti.M. *Simulation Modeling and Arena*. Wiley, 2016.
- [3] Runger.G Montgomery.D. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Wiley, 2014.
- [4] Law.A. *Simulation Modeling and Analysis 5e*. McGraw Hill, 2013.
- [5] Zupick.N Kelton.D, Sadowski.R. *Simulation with Arena 6e*. McGraw Hill, 2015.
- [6] Melamed.B Altiock.T. *Simulation Modeling and Analysis with Arena*. Academic Press, 2007.