



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

**Αλγόριθμος Αναζήτησης της Μουσικής Αρμονίας για το πρόβλημα
Δρομολόγησης Οχημάτων με Περιορισμό της Ρύπανσης**



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σηφάκης Μιχαήλ

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Μαρινάκης Ιωάννης

Χανιά 2023

Σηφάκης Μ. (2023). Αλγόριθμος Αναζήτησης της Μουσικής Αρμονίας για το πρόβλημα
Δρομολόγησης Οχημάτων με Περιορισμό της Ρύπανσης.

Διπλωματική Εργασία

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης,

Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Sifakis M. (2023). Harmony Search Algorithm for solving the Pollution-Routing Problem.

Diploma Thesis

School of Production Engineering & Management,

Technical University of Crete, Greece.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου, κ. Ιωάννη Μαρινάκη, για την πολύτιμη βοήθειά του καθώς και την καθοδήγηση του καθ' όλη την διάρκεια της διπλωματικής εργασίας.

Αφιερώνω την εργασία μου σε όλη την οικογένειά μου και τους φίλους μου που με υποστήριξαν σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου στο Πολυτεχνείο Κρήτης.

Περιεχόμενα

Περίληψη	6
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή στην εφοδιαστική αλυσίδα.....	7
1.1 Η έννοια της εφοδιαστικής αλυσίδας	7
1.2 Διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας	8
1.3 Λειτουργίες εφοδιαστικής αλυσίδας.....	10
1.4 Στόχοι της εφοδιαστικής αλυσίδας	11
1.5 Οφέλη της εφοδιαστικής αλυσίδας.....	12
Κεφάλαιο 2: Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων	14
2.1 Εισαγωγή.....	14
2.2 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem).....	14
2.2.1 Τα κύρια χαρακτηριστικά των διαδρομών	15
2.2.2 Οι παράμετροι του προβλήματος.....	16
2.2.3 Οι περιορισμοί του προβλήματος	17
2.2.4 Οι στόχοι της επίλυσης	17
2.3 Βασικά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.....	18
2.3.1 Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Travelling Salesman Problem).....	18
2.3.2 Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem).....	18
2.3.3 Το ανοιχτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων.....	20
2.3.4 Το ανοιχτό κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης.....	20
2.3.5 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη (MVRP)	21
2.3.6 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με μόνο περιορισμό τον χρόνο μετάβασης	22
2.3.7 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικά παράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows).....	22
2.3.8 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ύπαρξη πολλαπλών αποθηκών (Multidepot Vehicle Routing).....	23
2.3.9 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά την διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Backhaus and Line Hauls).	24
2.3.10 Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά την διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery).....	25
2.3.11 Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands)	26

2.4 Το πρόβλημα ρύπανσης δρομολόγησης (Pollution Routing Problem)	27
2.5 Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης.....	28
2.5.1 Οι μεταβλητές και οι παράμετροι	28
2.5.2 Οι περιορισμοί.....	30
2.5.3 Μοντελοποίηση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης.....	31
Κεφάλαιο 3: Εισαγωγή στους αλγόριθμους επίλυσης.....	34
3.1 Εισαγωγή.....	34
3.2 Ευρετικοί αλγόριθμοι	34
3.2.1 Αλγόριθμοι απληστίας (Greedy algorithms).....	35
3.2.2 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι	37
3.2.3 Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης	37
3.3 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι	38
3.4 Εξελικτικοί και εμπνευσμένοι από την φύση αλγόριθμοι.....	40
3.4.1 Εξελικτικοί αλγόριθμοι	40
3.4.2 Αλγόριθμοι εμπνευσμένοι από την φύση	41
3.5 Ανάλυση των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης.	42
3.5.1 Ο αλγόριθμος πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbor algorithm).....	42
3.5.2 Ο αλγόριθμος αναζήτησης της μουσικής αρμονίας.....	43
3.5.3 Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης	46
Κεφάλαιο 4: Επίλυση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης οχημάτων	47
4.1 Εισαγωγή.....	47
4.2 Περιγραφή δοκιμαστικών δεδομένων – datasets.....	47
4.3 Επίλυση PRP προβλήματος δρομολόγησης.....	48
4.4 Πίνακες και γραφήματα αποτελεσμάτων	54
4.5 Συμπεράσματα.....	67
Βιβλιογραφία	69

Περίληψη

Η διπλωματική εργασία ασχολείται με το πράσινο πρόβλημα ρύπανσης δρομολόγησης οχημάτων και προτείνει μια λύση με τη χρήση διαφόρων αλγορίθμων. Οι αλγόριθμοι που εφαρμόζονται είναι ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα, ο αλγόριθμος αναζήτησης μουσικής αρμονίας καθώς και οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης 1-1 exchange και 2-opt. Μέσω της εφαρμογής και συνδυασμού αυτών των αλγορίθμων, η εργασία παρουσιάζει μια προσέγγιση για την επίλυση του πράσινου προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης οχημάτων. Ο στόχος είναι να βρεθεί μια βέλτιστη δρομολόγηση που μειώνει την εκπομπή αερίων των οχημάτων, μειώνοντας έτσι την ρύπανση και τον αντίκτυπο στο περιβάλλον. Τέλος η εργασία αναλύει την αποτελεσματικότητα των αλγορίθμων που εφαρμόζονται και παρουσιάζει πειραματικά αποτελέσματα για την αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου.

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή στην εφοδιαστική αλυσίδα

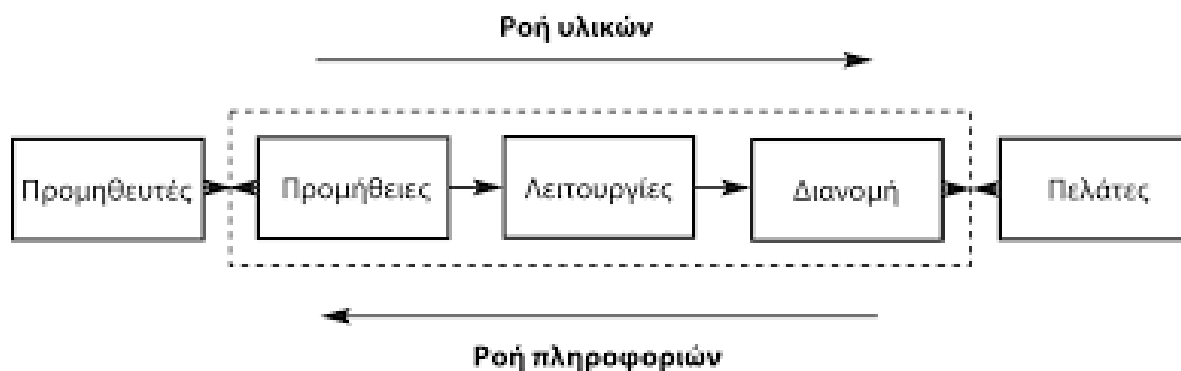
1.1 Η έννοια της εφοδιαστικής αλυσίδας

Ως αλυσίδα εφοδιασμού ορίζεται η όλη διαδικασία παραγωγής και πώλησης εμπορικών αγαθών, συμπεριλαμβανομένου κάθε σταδίου από την προμήθεια υλικών και την κατασκευή των αγαθών έως τη διανομή και την πώλησή τους. Η επιτυχής διαχείριση των αλυσίδων εφοδιασμού είναι απαραίτητη για κάθε εταιρεία που ελπίζει να ανταγωνιστεί.

Ένας άλλος ορισμός από τους Jespersen και Larsen (2005) ορίζει την εφοδιαστική αλυσίδα ως : “ένα σύστημα του οποίου τα συστατικά αποτελούνται από προμηθευτές υλικών, εγκαταστάσεις παραγωγής, υπηρεσίες διανομής και πελάτες, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους μέσω της ροής υλικών προς τα εμπρός και τη ροή πληροφοριών προς τα πίσω”.

Ενώ σύμφωνα με τον Quinn (1997) “ η εφοδιαστική αλυσίδα περιλαμβάνει όλες τις δραστηριότητες και τις διαδικασίες που σχετίζονται με το σχεδιασμό και την παραγωγή προϊόντων και υπηρεσιών , τη διανομή και την εξυπηρέτηση πελατών που εκτελούνται από δύο ή περισσότερες επιχειρήσεις με σκοπό τη ικανοποίηση των αναγκών του πελάτη”.

Από στρατηγική σκοπιά οι Fandel and Stammen (2004) ορίζουν την εφοδιαστική αλυσίδα ως την διαδικασία επανεξέτασης των σχέσεων μίας επιχείρησης (διεθνούς εμβέλειας) με τους προμηθευτές και τους πελάτες της, με σκοπό την εκκίνηση νέων επιχειρηματικών πεδίων.



1.1 Σχηματική απεικόνιση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας

1.2 Διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας

Μια αλυσίδα εφοδιασμού ή δίκτυο εφοδιαστικής είναι ένα σύστημα διασυνδεδεμένων επιχειρήσεων και οργανισμών που εργάζονται μαζί για να προσφέρουν τα προϊόντα στους πελάτες. Η διαχείριση της αλυσίδας εφοδιασμού περιλαμβάνει ολόκληρη τη διαδικασία της μεταφοράς και αποθήκευσης πρώτων υλών και τελικών προϊόντων από τα σημεία προέλευσης σε σημεία κατανάλωσης. Αποτελεσματική διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας έχει ως στόχο να επιτευχθεί η ικανοποίηση του πελάτη με το χαμηλότερο δυνατό κόστος, με το σωστό ποσό της το σωστό προϊόν, στο σωστό μέρος και τη σωστή στιγμή. Αυτό θα απαιτήσει τη διαθεσιμότητα των πρώτων υλών, τα αποθέματα και τα τελικά προϊόντα, στη σωστή ποσότητα, στο σωστό τόπο και στο σωστό χρόνο. Η βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι απαραίτητη στη δημιουργία αξίας και ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος για την επιχείρηση.

Για την επιτυχία των ανωτέρω και του σωστού τρόπου διαχείρισης είναι απαραίτητη η δημιουργία ενός συστημικού μοντέλου που αναλύει τις παραμέτρους και τις μεταβλητές που συνθέτουν μια αλυσίδα εφοδιασμού. Πρόκειται για ένα δυναμικό σύστημα, όπου κάθε στάδιο αλληλοεπιδρά με το υπόλοιπο με την ροή των πληροφοριών και υλικών να κινούνται προς τις δύο κατευθύνσεις. Αυτό το σύστημα αποτελείται από τις εισερχόμενες και εξερχόμενες ροές, καθώς και οι διαδικασίες που χρησιμοποιούνται για να παραδοθεί το προϊόν στον πελάτη.

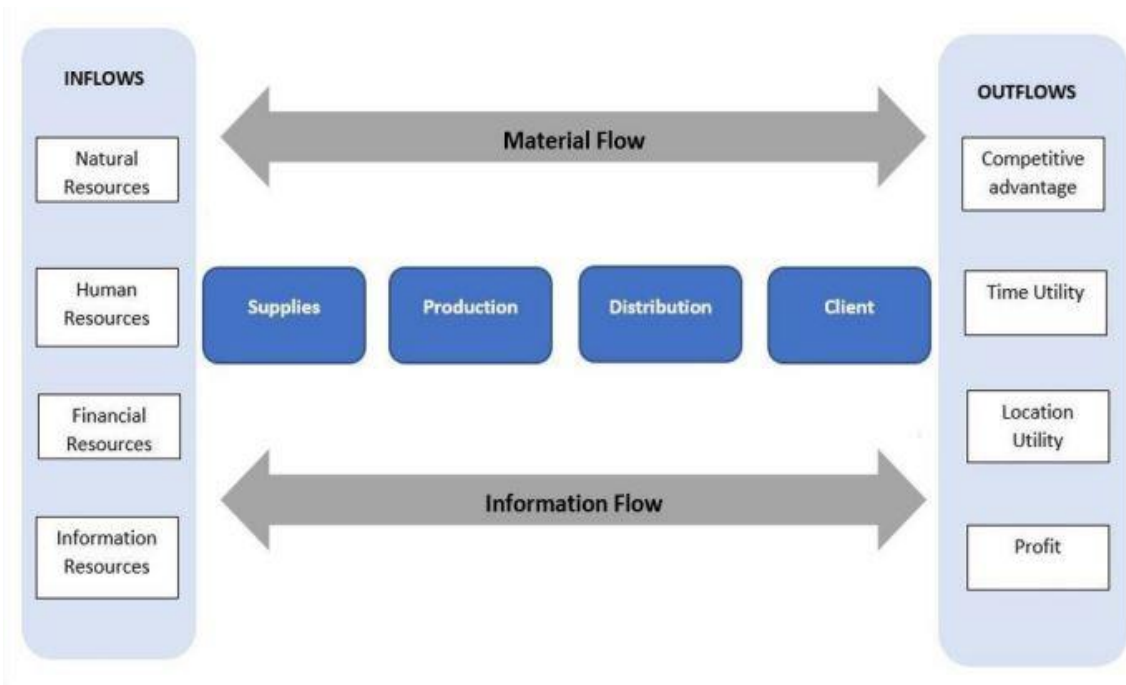
Από εισερχόμενες ροές έχουμε:

- Φυσικούς πόρους
- Οικονομικούς πόρους
- Ανθρώπινο Δυναμικό
- Πληροφοριακούς Πόρους

Και από εξερχόμενες:

- Ανταγωνιστικό πλεονέκτημα
- Χρησιμότητα χρόνου
- Χρησιμότητα τόπου
- Κερδοφορία

Το ολοκληρωμένο σύστημα διαχείρισης βασίζεται σε ένα ενιαίο σχέδιο δράσης που θα λαμβάνει υπόψη όλες τις λειτουργίες, τους περιορισμούς και τη ζήτηση του συστήματος ενώ οι απαιτούμενες πληροφορίες συλλέγονται από το σύστημα.



Εικόνα 1.2 Ανάλυση συστήματος Εφοδιαστικής Αλυσίδας

Η ορθή διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι μείζων σημασίας για την ανταγωνιστικότητα μιας επιχείρησης ενώ συγχρόνως αποτελεί μέρος της στρατηγικής της. Για τη βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας ο τομέας της επιχειρησιακής έρευνας παρέχει εξειδικευμένα εργαλεία μοντελοποίησης και τεχνικών λήψης αποφάσεων σε συνεργασία με τη σύγχρονη τεχνολογία όπου αναλύονται σε πολλά επίπεδα.

Τα βασικότερα στοιχεία είναι ο προγραμματισμός και η εκτέλεση.

- Προγραμματισμός: Πρόβλεψη ζήτησης βασιζόμενη σε παλαιότερα δεδομένα πωλήσεων και προμηθειών.
- Εκτέλεση: Εφαρμογή του σχεδίου που έχει δημιουργηθεί με βάση τον προγραμματισμό που έχει γίνει, το οποίο παρακολουθείται και ελέγχεται καθ' όλη την διάρκεια της εκτέλεσης.

1.3 Λειτουργίες εφοδιαστικής αλυσίδας

Οι λειτουργίες της εφοδιαστικής αλυσίδας κατανέμονται σε δύο κατηγορίες : τις κύριες και τις υποστηρικτικές.

Οι κύριες λειτουργίες: είναι διεργασίες που δαπανούν περισσότερο χρόνο για την επιχείρηση αφού όμως έχουν και το μεγαλύτερο βάρος στην απόδοση της αλυσίδας. Οι διεργασίες αυτές είναι:

- οι μεταφορές
- η επεξεργασία των παραγγελιών
- η διαχείριση των αποθεμάτων

Οι υποστηρικτικές λειτουργίες: είναι οι διεργασίες που είναι απαραίτητες για την ολοκλήρωση των κύριων λειτουργιών, ενώ παράλληλα αλληλοϋποστηρίζονται. Αυτές είναι:

- Προμήθειες
- Αποθήκευση
- Διακίνηση υλικών
- Προγραμματισμός παραγωγής
- Προστατευτική συσκευασία
- Πληροφοριακή υποστήριξη
- Πρόβλεψη της ζήτησης

Οι λειτουργίες είναι αλληλοεξαρτώμενες ώστε η εφοδιαστική αλυσίδα να καθίσταται ολοκληρωμένη και αποδοτική.

Αναλυτικότερα, η εύρεση του βέλτιστου μονοπατιού μεταφοράς προϊόντων από την αποθήκη προς του πελάτες με σκοπό το ελάχιστο κόστος και με βάση τους περιορισμούς που έχει το όχημα είναι μια από τις κύριες αποφάσεις που πρέπει να παρθούν για να λειτουργήσει σωστά και αποδοτικά η εφοδιαστική αλυσίδα. Επίσης, εξίσου σημαντική είναι και η διαρκής παρακολούθηση των αποθεμάτων σε συνδυασμό με την επεξεργασία των παραγγελιών προκειμένου να μην υπάρξει καμία έλλειψη στην αποθήκη και ταυτόχρονα να ικανοποιηθούν οι πελάτες.

Ο σημαντικότερος στόχος της επιχείρησης είναι η ικανοποίηση των πελατών της, επομένως μια ορθολογική και αξιόπιστη εφοδιαστική αλυσίδα επιφέρει ένα ανταγωνιστικό πλεονέκτημα, ελαχιστοποιεί το κόστος ενώ παράλληλα συνεισφέρει στην κερδοφορία της επιχείρησης.

1.4 Στόχοι της εφοδιαστικής αλυσίδας

Η εφοδιαστική αλυσίδα σκοπεύει με το μικρότερο δυνατό κόστος στην ικανοποίηση των επιχειρησιακών στόχων. Ή όπως έχει αναφέρει και ο Gattorna το 1997, «η εφοδιαστική επιδιώκει να βρίσκεται το σωστό προϊόν, στη σωστή ποσότητα και ποιότητα, στον σωστό τόπο, στον σωστό χρόνο με το ελάχιστο δυνατό κόστος».

Συμπερασματικά των παραπάνω, βασικοί στόχοι της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι

- 1) Η ικανοποίηση των πελατών
- 2) Η μείωση του κόστους

Εκτός των βασικών στόχων της εφοδιαστικής αλυσίδας υπάρχουν και επιμέρους στόχοι. Ένας από αυτούς είναι η επιδίωξη υψηλού επιπέδου εξυπηρέτησης σε συνδυασμό με την σωστή διαχείριση των αποθεμάτων. Τα αποθέματα όντας απαραίτητα για την εξυπηρέτηση πελατών, χρήζουν ιδιαίτερης διαχείρισης, καθώς τα υψηλά αποθέματα συνδέονται με μεγάλο κόστος (συντήρησης, αποθήκευσης) ενώ παράλληλα τα χαμηλά αποθέματα προκαλούν υψηλό κίνδυνο σε ελλείψεις.

Προκειμένου να επέλθει ισορροπία μεταξύ διατήρησης αποθεμάτων και ρυθμού παραγωγής, χρειάζονται οι τεχνικές έγκυρης και έγκαιρης πρόβλεψης της ζήτησης.

Επιπρόσθετα, στόχο αποτελεί ο έλεγχος και η διασφάλιση της ποιότητας των υπηρεσιών. Από την διαδικασία παραγωγής έχοντας δεδομένη ποιότητα η εφοδιαστική αλυσίδα στοχεύει στη διατήρηση της ωσότου παραδοθεί στον πελάτη. Η ποιότητα του προϊόντος αποτελεί κρίσιμο ρόλο στην ακεραιότητα της επιχείρησης. Επομένως, στην εφοδιαστική αλυσίδα παρουσιάζονται ορισμένα στοιχεία, τα οποία στοχεύουν στην επίτευξη της επιθυμητής ποιότητας στις υπηρεσίες της επιχείρησης. Είναι τα εξής :

- Δυναμικότητα: Η ικανότητα της επιχείρησης να μεταφέρει εντός των χρονικών ορίων της το προϊόν.
- Διαθεσιμότητα: Η ικανότητα της επιχείρησης να διαθέτει το σωστό απόθεμα για κάθε προϊόν.
- Συνέπεια: Η δυνατότητα να πραγματοποιούνται τα προαναφερθέντα σε καθημερινή βάση χωρίς λάθη.

1.5 Οφέλη της εφοδιαστικής αλυσίδας

Όπως έχει διαπιστωθεί ως εδώ η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελεί αναγκαίο μέρος της επιχείρησης καθώς χρειάζεται για την επίτευξη των στόχων της. Ορισμένα οφέλη που προσφέρει είναι :

- Μείωση λειτουργικών εξόδων. Αυτό επιτυγχάνεται με την έγκαιρη παράδοση των προϊόντων καθώς και με την σωστή διαχείριση των αποθεμάτων. Παράλληλα μειώνει και το κόστος παραγωγής με την αγορά κατάλληλων ποσοτήτων πρώτων υλών.
- Δημιουργία ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος. Η βελτίωση της χρηματοοικονομικής θέσης της επιχείρησης παράλληλα με την μείωση των εξόδων δημιουργεί ένα ανταγωνιστικό πλεονέκτημα.
- Ενθάρρυνση εξυπηρέτησης πελατών. Βασικό στόχο της εφοδιαστικής αλυσίδας αποτελεί η ικανοποίηση των πελατών. Η επίτευξη γίνεται με την σωστή διανομή των προϊόντων συγχρόνως με την κατάλληλη ποιότητα.

Η εφοδιαστική αλυσίδα όντας ένα δυναμικό σύστημα, εξελίσσεται διαρκώς και προσαρμόζεται στις ανάγκες του περιβάλλοντος. Κύριος λόγος της επιτυχίας της δεν είναι παρά η αποτελεσματικότητα της. Μέσω σωστής διαχείρισης και ολοκληρωμένης εφαρμογής της εφοδιαστικής αλυσίδας, αναμφίβολα η επιχείρηση κατέχει ένα ισχυρότατο όπλο απέναντι στο ανταγωνιστικό περιβάλλον.

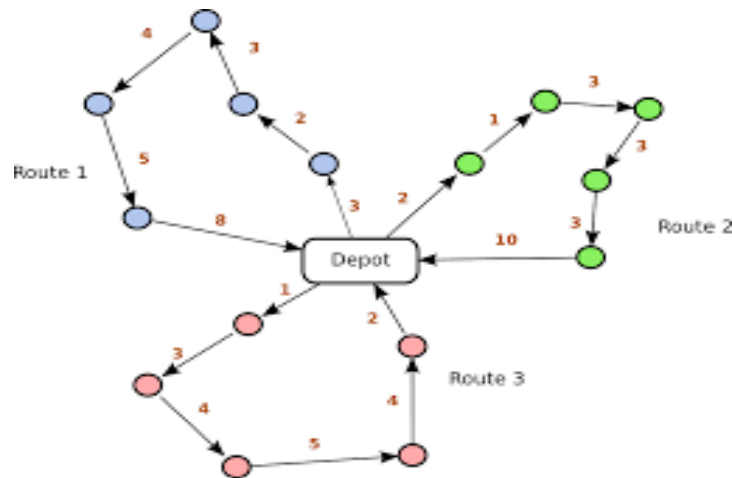
Κεφάλαιο 2: Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων

2.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο, γίνεται εισαγωγή στην δρομολόγηση οχημάτων δηλαδή στο πρόβλημα διαμοιρασμού ορισμένων διαδρομών, σε ορισμένο πλήθος οχημάτων, με σκοπό την μεταφορά αγαθών από την αποθήκη στους πελάτες. Αρχικά, περιγράφονται διάφορα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων όπου και αναλύονται τα κυριότερα εξ αυτών. Ανάμεσα τους, στη συνέχεια, αναλύεται περαιτέρω το πρόβλημα ρύπανσης δρομολόγησης οχημάτων όπου διατυπώνεται και το μαθηματικό του μοντέλο. Όπως αναφέρεται παρακάτω, το πρόβλημα ρύπανσης δρομολόγησης οχημάτων αποτελεί μία επέκταση του κλασικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με σκοπό την ελαχιστοποίηση των εκπομπών, του κόστους καυσίμων και του πλήθους των οδηγών.

2.2 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem)

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP) είναι ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης και προγραμματισμού ακεραίου στο οποίο διερωτάται "Ποιο είναι το βέλτιστο σύνολο διαδρομών που πρέπει να διασχίσει ένας στόλος οχημάτων προκειμένου να παραδοθούν τα προϊόντα σε ένα δεδομένο σύνολο πελατών;" Συχνά, το πλαίσιο του αφορά την παράδοση αγαθών από μια κεντρική αποθήκη στους πελάτες που έχουν κάνει τις συγκεκριμένες παραγγελίες. Ως στόχο έχει την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της διαδρομής.



Εικόνα 2.2.1: Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές διαδρομές

Τα τόξα είναι οι διαδρομές και οι κορυφές είναι οι πελάτες. Τα τόξα μπορεί να είναι κατευθυνόμενα ή μη, λόγω της πιθανής παρουσίας μονοδρομικών δρόμων ή διαφορετικού κόστους προς κάθε κατεύθυνση. Κάθε τόξο έχει ένα σχετικό κόστος που είναι γενικά το μήκος ή ο χρόνος ταξιδιού του που μπορεί να εξαρτάται από τον τύπο του οχήματος. Για να γνωρίζετε το συνολικό κόστος κάθε διαδρομής, πρέπει να είναι γνωστά το κόστος ταξιδιού και ο χρόνος ταξιδιού μεταξύ κάθε πελάτη και της αποθήκης.

2.2.1 Τα κύρια χαρακτηριστικά των διαδρομών

Υπάρχουν κάποια χαρακτηριστικά τα οποία είναι αναγκαίο να πληρούνται από τις διαδρομές. Είναι τα εξής:

- Η αποθήκη αποτελεί την αφετηρία κάθε διαδρομής.
- Οι περιορισμοί, οι οποίοι παρατίθενται παρακάτω, να τηρούνται από όλες τις διαδρομές.
- Η ζήτηση των πελατών να καλύπτεται πλήρως από τις συνολικές διαδρομές.
- Ο κυρίαρχος στόχος είναι η εύρεση διαδρομών που πληρούν τις απαιτήσεις με ελάχιστο κόστος.

2.2.2 Οι παράμετροι του προβλήματος

Προκειμένου να είναι εφικτή η επίλυση του προβλήματος χρειάζονται τα παρακάτω δεδομένα που χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες:

Δεδομένα πελάτη:

- Η τοποθεσία του.
- Τυχόν ιδιαιτερότητες για την προσβασιμότητα της τοποθεσίας του.
- Το χρονικό περιθώριο της εξυπηρέτησης του.
- Τα χρονικά διαστήματα στα οποία ο πελάτης είναι διαθέσιμος προς εξυπηρέτηση.
- Η κατηγορία της εξυπηρέτησης.

Δεδομένα αποθήκης:

- Η χωρητικότητα
- Η τοποθεσία
- Το πλήθος των οχημάτων που είναι εφικτό να φιλοξενήσει.

Δεδομένα οχημάτων:

- Η αποθήκη έναρξης.
- Ο αριθμός του διαθέσιμου στόλου.
- Το κόστος λειτουργίας τους.
- Η χωρητικότητα τους.

2.2.3 Οι περιορισμοί του προβλήματος

Οι περιορισμοί που τίθενται διαμορφώνουν και καθορίζουν το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων και αφορούν τους πελάτες, τις αποθήκες καθώς και τα οχήματα. Μπορούν να καθοριστούν διάφοροι περιορισμοί, γι αυτό είναι σημαντική η σωστή διαχείρισή τους. Μερικά είδη περιορισμών αφορούν:

- Το είδος της εξυπηρέτησης.
- Το πλήθος των διαθέσιμων οχημάτων.
- Το χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης.
- Τη χωρητικότητα των οχημάτων.
- Την σειρά επίσκεψης των πελατών.

2.2.4 Οι στόχοι της επίλυσης

Το ελάχιστο κόστος σε συνάρτηση με την ικανοποίηση των πελατών αποτελούν τον σημαντικότερο στόχο όπως έχει προαναφερθεί. Αποτελεσματικά σημαντική είναι η επιλογή βέλτιστου πλήθους οχημάτων καθώς συμβάλλει στο καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα κόστους και στην αποφυγή ελλιπής εξυπηρέτησης που ενδέχεται να οδηγήσει σε κυρώσεις. Ακόμα, βασικός παράγοντας είναι η εξομάλυνση της λύσης κατά την οποία οι διαδρομές να φέρουν παρόμοια στοιχεία ως αναφορά το κόστος και τις ποσότητες μεταφοράς.

2.3 Βασικά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων

2.3.1 Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Travelling Salesman Problem)

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή καθίσταται ως βάση των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων καθώς με τη γενίκευση του προκύπτουν τα πιο σύνθετα προβλήματα δρομολόγησης. Τα δεδομένα του προβλήματος είναι τα εξής:

- Ένα καθορισμένο πλήθος κόμβων τους οποίους πρέπει ο πωλητής να επισκεφθεί.
- Η αφετηρία.
- Οι αποστάσεις μεταξύ των κόμβων.

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (ή TSP) θέτει την ακόλουθη ερώτηση: «Δεδομένης μιας λίστας κόμβων και των αποστάσεων μεταξύ κάθε ζεύγους κόμβων, ποια είναι η συντομότερη δυνατή διαδρομή που επισκέπτεται κάθε κόμβο ακριβώς μία φορά και επιστρέφει στην αφετηρία. Διατυπώθηκε για πρώτη φορά το 1930 και είναι ένα από τα πιο εντατικά μελετημένα προβλήματα βελτιστοποίησης. Χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς για πολλές μεθόδους βελτιστοποίησης. Παρόλο της απλής διατύπωσής του, είναι υπολογιστικά δύσκολο σε λογικά χρονικά πλαίσια. Ωστόσο με την ανάπτυξη διάφορων αλγορίθμων προκύπτουν λύσεις με οριακά βέλτιστα αποτελέσματα.

2.3.2 Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem)

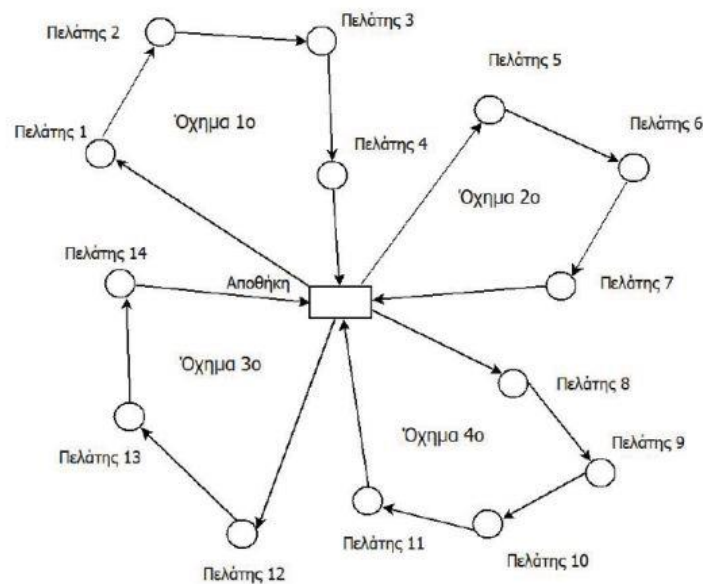
Το πρόβλημα περιορισμένης χωρητικότητας περιλαμβάνει όλες τις περιπτώσεις στις οποίες χρίζεται αναγκαία η χρήση πολλών οχημάτων προκειμένου να ικανοποιηθεί η ζήτηση.

Αναλυτικότερα οι λόγοι που συμβαίνει είναι οι εξής:

- Η συνολική ζήτηση είναι μεγαλύτερη της δυναμικής του οχήματος.
- Η ικανοποίηση της ζήτησης εντός συγκεκριμένου χρόνου.
- Η ποικιλία των προϊόντων προς παράδοση τα οποία δεν είναι εφικτό να αναμειχθούν.

Επομένως προκειμένου να καλυφθεί η ζήτηση προκύπτουν πολλαπλές διαδρομές με τα εξής χαρακτηριστικά :

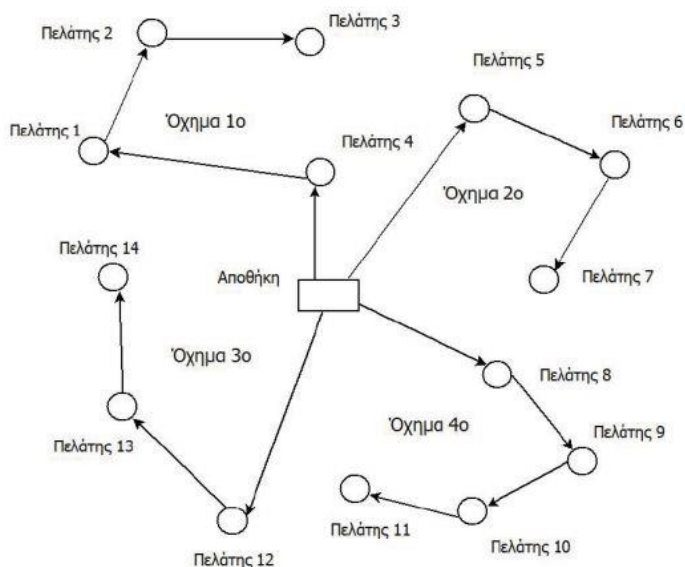
- Κάθε πελάτης πρέπει να εξυπηρετηθεί μόνο μία φορά.
- Πρέπει να εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες.
- Τα οχήματα ξεκινάνε από την αποθήκη και επιστρέφουν σε αυτήν στο τέλος της διαδρομής .
- Η χωρητικότητα του οχήματος είναι το όριο της ζήτησης που θα ικανοποιηθεί σε κάθε διαδρομή.



Εικόνα 2.3.1.1 Απεικόνιση προβλήματος περιορισμένης χωρητικότητας

2.3.3 Το ανοιχτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων

Το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ανοιχτό αφού τα οχήματα δεν επιστρέφουν στην αποθήκη με την ολοκλήρωση της διαδρομής. Αυτό συμβαίνει όταν λόγω υψηλής ζήτησης τα οχήματα της επιχείρησης δεν αρκούν, οπότε πραγματοποιείται ενοικίαση οχημάτων από εξωτερικό συνεργάτη. Έτσι μετά το τέλος της εξυπηρέτησης των πελατών τα οχήματα επιστρέφουν στην επιχείρηση που ανήκουν.

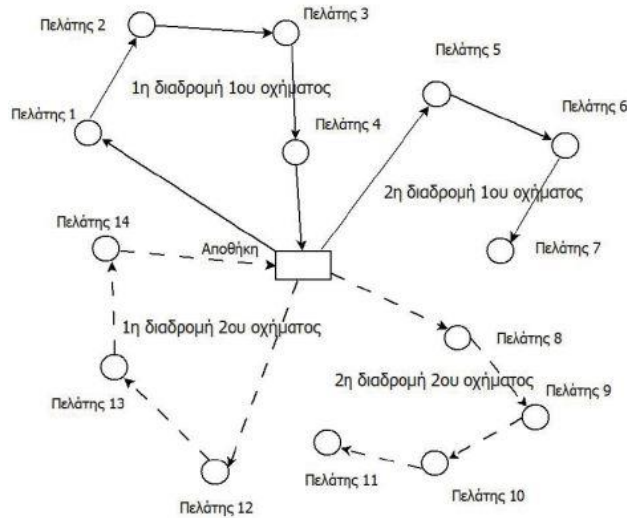


Εικόνα 2.3.3.1 Το ανοιχτό πρόβλημα δρομολόγησης

2.3.4 Το ανοιχτό κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης

Σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται δύο επεκτάσεις του ανοιχτού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Στην πρώτη περίπτωση εξετάζεται το ενδεχόμενο εκμετάλλευσης του επιπλέον χρόνου του οχήματος, για ανεφοδιασμό και δρομολόγηση νέας διαδρομής.

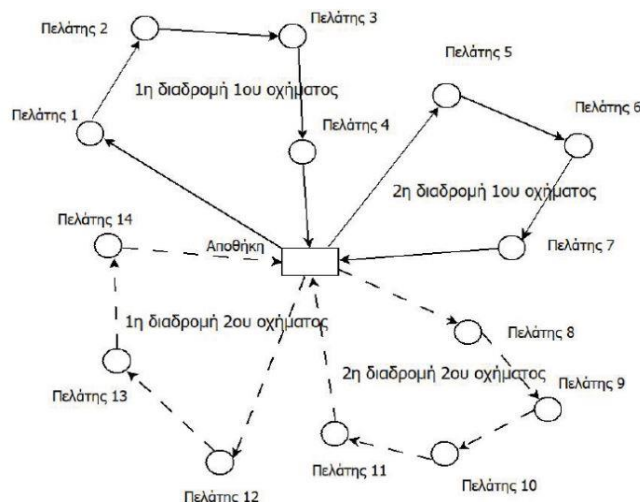
Η δεύτερη περίπτωση, εμπεριέχει τον συνδυασμό του περιορισμένου προβλήματος και του ανοιχτού προβλήματος δρομολόγησης. Σε αυτήν ο στόλος οχημάτων της επιχείρησης αποτελείται τόσο από ιδιόκτητα όσο και ενοικιαζόμενα οπού και επιστρέφουν στην αποθήκη που ανήκουν αντίστοιχα.



Εικόνα 2.3.4.1 Ανοιχτό Κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων

2.3.5 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη (MVRP)

Στο πλήθος των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων μόνο μία διαδρομή είναι επιτρεπτή από κάθε όχημα. Αυτό προκύπτει επειδή η φόρτωση και η διανομή καταλαμβάνουν ολόκληρο τον διαθέσιμο χρόνο του οχήματος σε μια εργάσιμη ημέρα. Παρόλα αυτά, στην περίπτωση μεγαλύτερων χρονικών πλαισίων η χρήση οχήματος για περισσότερες διαδρομές είναι δυνατή.



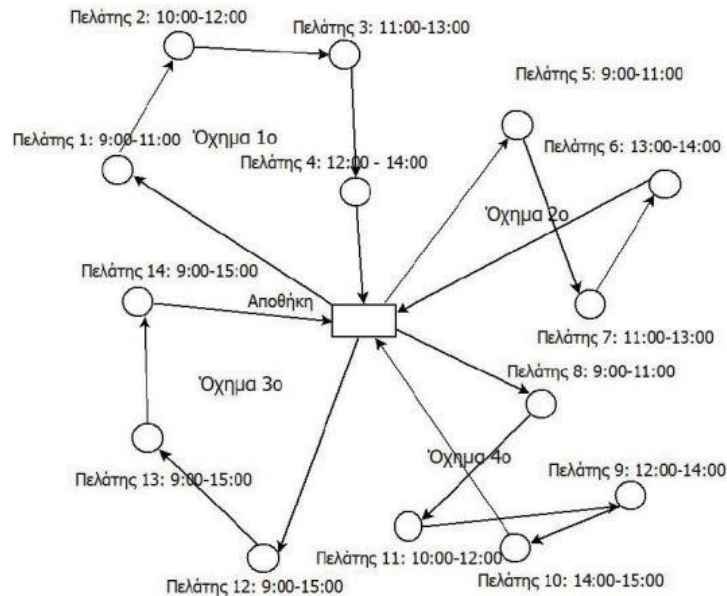
Εικόνα 2.3.2.1 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη

2.3.6 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με μόνο περιορισμό τον χρόνο μετάβασης

Το πρόβλημα ασχολείται μόνο με τον χρόνο μετάβασης είτε από την αποθήκη στον πελάτη ή από πελάτη σε πελάτη. Η ζήτηση δεν υπάρχει αφού πρακτικά αυτό το πρόβλημα μοντελοποιεί την εξυπηρέτηση τεχνικών.

2.3.7 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικά παράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows)

Αυτό το πρόβλημα προκύπτει ως συνδυασμός του προβλήματος περιορισμένης χωρητικότητας και του προβλήματος με μοναδικό περιορισμό τον χρόνο μετάβασης. Δεδομένα απαραίτητα για την επίλυση είναι οι χρόνοι μετάβασης ανάμεσα στους κόμβους καθώς και εξυπηρέτησης των πελατών. Ως επιπλέον περιορισμός προκύπτει το χρονικό πλαίσιο εξυπηρέτησης το οποίο καθορίζεται από τον πελάτη και ονομάζεται χρονικό παράθυρο. Έτσι η εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη συμβαίνει μέσα στο χρονικό παράθυρο. Τα χρονικά παράθυρα χαρακτηρίζονται είτε χαλαρά ή σκληρά. Επομένως όταν το όχημα βρίσκεται εκτός χρονικού παραθύρου, η διαφορά μεταξύ χαλαρού και σκληρού χρονικού παραθύρου καθορίζει αν είναι εφικτή ή όχι η εξυπηρέτηση του πελάτη.



Εικόνα 2.3.6 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμούς χωρητικότητας και χρονικά παράθυρα

2.3.8 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ύπαρξη πολλαπλών αποθηκών (Multidepot Vehicle Routing)

Το πρόβλημα πραγματεύεται την περίπτωση των επιχειρήσεων με πολλαπλές αποθήκες. Προς επίλυση έχουν αναπτυχθεί δύο μεθοδολογίες προσέγγισης οι οποίες είναι οι εξής:

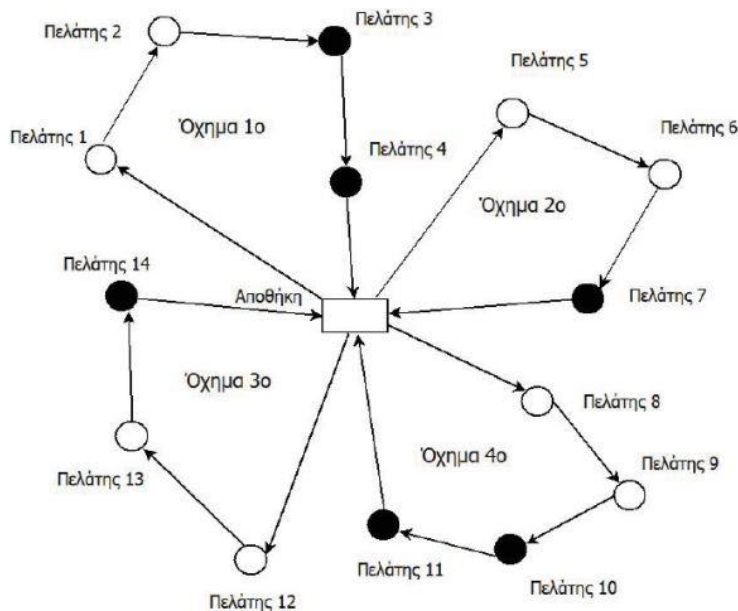
- Η κάθε αποθήκη διαθέτει ορισμένο αριθμό οχημάτων και εξυπηρετεί συγκεκριμένους πελάτες. Έτσι σχηματίζονται προς επίλυση μικρά προβλήματα δρομολόγησης με μία αποθήκη.
- Τα οχήματα έχουν ελευθερία κίνησης δηλαδή έχουν τη δυνατότητα εκκίνησης, ανεφοδιασμού, επιστροφής από και σε οποιαδήποτε αποθήκη.

2.3.9 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά την διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Backhaus and Line Hauls).

Οι πελάτες κατηγοριοποιούνται σε δύο σύνολα. Οι πελάτες του πρώτου απαιτούν την διανομή των προϊόντων ενώ του δεύτερου τη παραλαβή από αυτούς κάποιας ποσότητας προϊόντος. Για το σχεδιασμό του προβλήματος πρέπει να καθοριστεί ένα πλήθος διαδρομών για ένα δεδομένο αριθμό οχημάτων ώστε να επισκεφθούν όλους τους πελάτες. Επιπλέον προκειμένου να εξυπηρετούνται παράλληλα τα δύο σύνολα θέτονται οι εξής περιορισμοί:

- Προτεραιότητα εξυπηρέτησης έχουν πάντα οι πελάτες που απαιτούν διανομή.
- Δεν επιτρέπεται πελάτης να ανήκει και στις δύο κατηγορίες.
- Οι διαδρομές με εξολοκλήρου παραλαβές απαγορεύονται.

Κατά τ' άλλα ισχύουν τα ίδια που ισχύουν για τα απλά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων (περιορισμοί στην χωρητικότητα, ελαχιστοποίηση κόστους, κάλυψη ζήτησης κλπ).

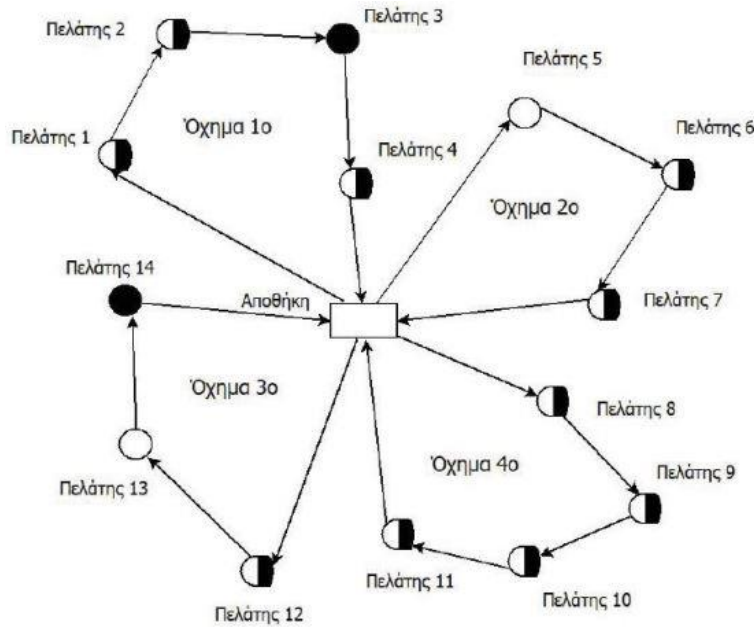


Εικόνα 2.3.8 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά την διάρκεια της διαδρομής

Στην εικόνα φαίνονται με άσπρο οι πελάτες του πρώτου και με μαύρο του δεύτερου συνόλου.

2.3.10 Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά την διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery)

Επέκταση του προηγούμενου προβλήματος με τη δυνατότητα όμως συγχρόνως διανομής και παραλαβής προϊόντος από τον ίδιο πελάτη. Προκειμένου να απλοποιηθεί το πρόβλημα θεωρείται ότι οι πελάτες ανήκουν και στα δύο σύνολα που ορίσαμε στο προηγούμενο πρόβλημα με μηδενική τη μεταβλητή εάν δεν χρειάζονται παραλαβή ή παράδοση προϊόντος αντίστοιχα. Ακόμα προκειμένου να μην δημιουργηθεί κορεσμός στη χωρητικότητα, υποχρεωτικά η διανομή στον κάθε πελάτη προηγείται χρονικά της παραλαβής.



Εικόνα 2.3.8 Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά την διάρκεια της διαδρομής

2.3.11 Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands)

Τα στοιχεία ενός προβλήματος τα οποία είναι γνωστά, στην πραγματικότητα υπάρχει πιθανότητα μεταβολής τους με την πάροδο του χρόνου ή να υστερούν σε πληροφορίες. Συγχρόνως ορισμένες πληροφορίες προέρχονται από εκτιμήσεις βασισμένες σε προηγούμενα στοιχεία πράγμα που δημιουργεί αμφιβολίες για την εγκυρότητα τους. Εντούτοις τα δεδομένα αντιμετωπίζονται ως στοχαστικές μεταβλητές, οι οποίες είναι μεταβλητές χρονικά μεταβαλλόμενες με γνωστές κατανομές. Συγκεκριμένα σε πρόβλημα δρομολόγησης με στοχαστική ζήτηση οι τιμές της ορίζονται κατά την εξυπηρέτηση. Αντίστοιχη περίπτωση με στοχαστικούς χρόνους, ο χρόνος διανομής είναι ρευστός αφού μεταβάλλεται λόγω περιβαλλοντικών συνθηκών.

2.4 Το πρόβλημα ρύπανσης δρομολόγησης (Pollution Routing Problem)

Ο τομέας των οδικών μεταφορών είναι σημαντικός παράγοντας εκπομπής διοξειδίου του άνθρακα (CO₂), η ποσότητα του οποίου είναι ευθέως ανάλογη του καταναλισκόμενου καυσίμου. Η κατανάλωση καυσίμου εξαρτάται από μια ποικιλία παραγόντων, όπως την ταχύτητα του οχήματος, το φορτίο, την επιτάχυνση, τους χρόνους ταξιδιού. Αυτή η εργασία παρουσιάζει το πρόβλημα ρύπανσης δρομολόγησης (PRP), μια πρόσφατη επέκταση του κλασικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (VRP) αλλά με μια ευρύτερη και πιο ολοκληρωμένη αντικειμενική συνάρτηση στην οποία λαμβάνεται υπόψη όχι μόνο η απόσταση ταξιδιού, αλλά και η ποσότητα των εκπομπών θερμοκηπίου, δηλαδή τα καύσιμα.

Αποτελείται από τη δρομολόγηση ενός στόλου οχημάτων που εξυπηρετεί ένα σύνολο πελατών εντός προκαθορισμένων χρονικών παραθύρων και να προσδιορίζει την ταχύτητά τους σε κάθε τμήμα διαδρομής, προκειμένου να ελαχιστοποιείται η λειτουργία που περιλαμβάνει τις εκπομπές, το κόστος καυσίμων και του πλήθους των οδηγών. Παρουσιάζονται αντισταθμίσεις μεταξύ διαφόρων παραμέτρων όπως το φορτίο του οχήματος, η ταχύτητα του, το συνολικό κόστος, καθώς και πληροφορίες για τα οφέλη της «φιλικής προς το περιβάλλον» δρομολόγησης οχημάτων. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι, σε αντίθεση με το VRP, το PRP είναι σημαντικά πιο δύσκολο να λυθεί με βέλτιστο τρόπο, αλλά έχει τη δυνατότητα να αποφέρει εξοικονόμηση στο συνολικό κόστος.

Η αντικειμενική συνάρτηση ενός VRP μπορεί να είναι πολύ διαφορετική, ανάλογα με τη συγκεκριμένη εφαρμογή, αλλά μερικοί από τους πιο κοινούς στόχους είναι:

- Ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς με βάση την απόσταση που διανύθηκε καθώς και το πάγιο κόστος που σχετίζεται με τα μεταχειρισμένα οχήματα και τους οδηγούς.
- Ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.
- Ελάχιστη διακύμανση στον χρόνο ταξιδιού και στο φορτίο του οχήματος.
- Ελαχιστοποίηση των κυρώσεων για υπηρεσίες χαμηλής ποιότητας.

- Μεγιστοποίηση του κέρδους.

2.5 Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης

2.5.1 Οι μεταβλητές και οι παράμετροι

Πίνακας 2.5.1: Οι μεταβλητές του προβλήματος

Όνομα μεταβλητής	Ορισμός
N	Το σύνολο των κόμβων (πελατών).
0	Η αποθήκη.
A	Το σύνολο των τόξων.
d_{ij}	Η απόσταση από το i στο j.
K	Το σταθερό μέγεθος του διαθέσιμου στόλου οχημάτων.
Q	Η χωρητικότητα κάθε οχήματος.
q_i	Η ζήτηση του πελάτη. $q_i \leq 0$
[a_i, b_i]	Το χρονικό διάστημα εξυπηρέτησης του πελάτη.
t_i	Η χρονική διάρκεια εξυπηρέτησης του πελάτη.
\bar{v}^r	Ταχύτητα χωρισμένη σε R επίπεδα η οποία δεν μειώνεται.
R	Τα επίπεδα που διακρίνεται η ταχύτητα.
s_j	Η συνολική διάρκεια μίας διαδρομής με τελευταίο κόμβο j $\in N_0$ πριν επιστρέψει στην αποθήκη.

Πίνακας 2.5.2 Περιγραφή των παραμέτρων του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης

Σημειογραφία	Περιγραφή
w	Απόβαρο (kilogram)
ξ	Αναλογία μάζας καυσίμου προς αέρα
k	Συντελεστής τριβής κινητήρα (kilojoule/rev/liter)
N	Ταχύτητα κινητήρα (rev/second)
V	Κυβισμός κινητήρα (liters)
g	Βαρυτική σταθερά (meter/second^2)
C_d	Συντελεστής αεροδυναμικής οπισθέλκουσας
ρ	Πυκνότητα αέρα (kilogram/meter^3)
A	Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας (meter^2)
C_r	Συντελεστής αντίστασης κύλισης
n_{if}	Απόδοση κίνησης οχημάτων
η	Παράμετρος απόδοσης για κινητήρες ντίζελ
f_c	Κόστος καυσίμου και εκπομπών CO ₂ ανά λίτρο (£)
f_d	Μισθός οδηγού (£/second)
κ	Θερμική αξία ενός τυπικού καυσίμου ντίζελ (kJ/gram)
ψ	Συντελεστής μετατροπής (gram/second to liter/second)
v^l	Χαμηλότερο όριο ταχύτητας (meter/second)
v^u	Ανώτατο όριο ταχύτητας (meter/second)

2.5.2 Οι περιορισμοί

Πίνακας 2.5.3: Ανάλυση περιορισμών του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης

Μαθηματική διατύπωση περιορισμών	Ανάλυση περιορισμών
$\sum_{j \in N} y_{0j} = m$	Δήλωση ότι κάθε όχημα πρέπει να εγκαταλείψει την αποθήκη.
$\sum_{j \in N} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N_0$	Δήλωση ότι κάθε πελάτης επισκέπτεται ακριβώς μία φορά.
$\sum_{i \in N} y_{ij} = 1 \quad \forall j \in N_0$	Δήλωση ότι κάθε πελάτης επισκέπτεται ακριβώς μία φορά.
$\sum_{j \in N} f_{ji} - \sum_{j \in N} f_{ij} = q_i \quad \forall i \in N_0$	Καθορισμός της ροής του τόξου
$q_j x_{ij} \leq f_{ij} \leq (Q - q_i) x_{ij} \quad \forall i, j \in A$	Καθορισμός της ροής του τόξου
$y_i - y_j + t_j + \sum_{r \in R} d_{j0} z^r_{j0} / \bar{u}^r \leq K_{ij} (1 - x_{ij})$ $\forall i \in N, j \in N_0, i \neq j$	Δήλωση περιορισμών χρονικού παραθύρου όπου $K_{ij} = \max\{0, b_i + s_i + d_{ij}/l_{ij} - \alpha_j\}$.
$\alpha_i \leq y_i \leq b_i \quad \forall i \in N_0$	Δήλωση περιορισμών χρονικού παραθύρου.
$y_j + t_j - s_j + \sum_{r \in R} d_{j0} z^r_{j0} / \bar{u}^r \leq L(1 - x_{j0})$ $\forall j \in N_0$	Δήλωση περιορισμών χρονικού παραθύρου όπου L ένας μεγάλος αριθμός.

$\sum_{r=1}^R z_{ij}^r = x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A$	Επιβάλλει μόνο ένα επιλεγμένο επίπεδο ταχύτητας για κάθε διαδρομή και $z_{ij}^r=1$ εάν $x_{ij}=1$.
$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A$	Δυαδική μεταβλητή ισούται με 1 μόνο εάν το τόξο (i,j) εμφανίζεται στη λύση.
$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A$	Η συνολική ποσότητα ροής σε κάθε τόξο (i,j) $\in A$ να είναι θετική ή 0.
$y_i \geq 0 \quad \forall i \in N_0$	Η χρονική στιγμή που ξεκινάει η εξυπηρέτηση στον κόμβο $j \in N_0$ παίρνει μόνο θετικές τιμές ή μηδέν.
$z_{ij}^r \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, r = 1, \dots, R$	Δυαδική μεταβλητή που δηλώνει εάν το τόξο (i,j) $\in A$ διασχίστηκε ή όχι με επίπεδο ταχύτητας r.

2.5.3 Μοντελοποίηση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης

Παρακάτω φαίνεται η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίησή η οποία προσφέρει λύσεις που εξασφαλίζουν χαμηλότερα λειτουργικά έξοδα παράλληλα με μειωμένη κατανάλωση καυσίμων.

$$\begin{aligned}
& \text{Minimize} \sum_{(i,j) \in A} k_{NV} \lambda_{dij} \sum_{r=1}^R z_{ij}^r / \bar{u}^r \\
& + \sum_{(i,j) \in A} w_{\gamma} \lambda_{\alpha_{ij}} d_{ij} x_{ij} \\
& + \sum_{(i,j) \in A} \gamma \lambda_{\alpha_{ij}} d_{ij} f_{ij}
\end{aligned}$$

$$+ \sum_{(i,j) \in A} \beta \gamma \lambda d_{ij} \sum_{r=1}^R z_{ij}^r (v^r)^2$$

$$+ \sum_{j \in N_0} f_d s_j$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{j \in N} x_{0j} = m$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N_0$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N_0$$

$$\sum_{j \in N} f_{ij} - \sum_{j \in N} f_{ji} = q_i \quad \forall i \in N_0$$

$$q_j x_{ij} \leq f_{ij} \leq (Q - q_i) x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A$$

$$y_i - y_j + t_j + \sum_{r \in R} d_{j0} z_{j0}^r / \bar{v}^r \leq K_{ij} (1 - x_{ij}) \quad \forall i \in N, j \in N_0, i \neq j$$

$$\alpha_i \leq y_i \leq b_i \quad \forall i \in N_0$$

$$y_j + t_j - s_j + \sum_{r \in R} d_{j0} z_{j0}^r / \bar{v}^r \leq L (1 - x_{j0}) \quad \forall j \in N_0$$

$$\sum_{r \in I} z_{ij}^r = x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A$$

$$y_i \geq 0 \quad \forall i \in N_0$$

$$z_{ij}^r \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, r = 1, \dots, R$$

Κεφάλαιο 3: Εισαγωγή στους αλγόριθμοι επίλυσης

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται περιληπτικά τα είδη αλγορίθμων τα οποία χρησιμοποιούνται προς εύρεση και βελτιστοποίηση των λύσεων σε προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων καθώς και αλγόριθμοι που ανήκουν σε αυτά. Λόγω του μεγάλου πλήθους παρατίθενται οι κυριότεροι εξ αυτών. Στην συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικότερα οι αλγόριθμοι που εφαρμόστηκαν για την επίλυση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης.

3.2 Ευρετικοί αλγόριθμοι

Με την αύξηση του μεγέθους προβλημάτων βελτιστοποίησης και συγκεκριμένα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, αυξάνεται συγχρόνως και η δυσκολία επίλυσης τους, ενώ μία ολικά βέλτιστη λύση είναι πρακτικά αδύνατο λόγω χρόνου να βρεθεί. Έτσι αναπτύχθηκαν αλγόριθμοι οι οποίοι εστιάζουν στην αναζήτηση εφικτών λύσεων. Προκειμένου να γίνει αποδεκτή μία λύση είναι απαραίτητο να ικανοποιούνται κάποια κριτήρια όπως η χαμηλή απόκλιση από τη βέλτιστη λύση ή η απόκτηση της σε σύντομο χρόνο. Επομένως σύμφωνα με τη λογική την οποία ακολουθεί κάθε ευρετικός αλγόριθμος ταξινομείται στις εξής υποκατηγορίες οι οποίες αναλύονται περαιτέρω ακολούθως: Αλγόριθμοι απληστίας, προσεγγιστικοί αλγόριθμοι, αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης .

3.2.1 Αλγόριθμοι απληστίας (Greedy algorithms)

Οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι στοχεύουν στην δημιουργία αρχικής εφικτής λύσης η οποία μπορεί να απέχει αρκετά από την βέλτιστη. Αρχικά εισέρχονται τα δεδομένα του προβλήματος και στην πορεία γίνεται αναζήτηση λύσεων. Έπειτα καθορίζονται οι μεταβλητές ούτως ώστε να προκύψει κάποια εφικτή λύση δηλαδή λύση κατά την οποία ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος. Η κάθε εφικτή λύση πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ως είσοδος σε αλγόριθμους για να την βελτιστοποιήσουν. Επειδή οι αλγόριθμοι αυτής της κατηγορίας βλέπουν μόνο το επόμενο βήμα και επιλέγουν απ' ότι βρίσκεται μπροστά τους χαρακτηρίζονται μυωπικοί. Παρόλο που η λύση δίνεται σύντομα βρίσκεται μακριά από το ολικό ελάχιστο.

Οι αλγόριθμοι αυτοί έχουν υιοθετήσει στρατηγικές για περισσότερη αποτελεσματικότητα, οι οποίες παρουσιάζονται ομαδοποιημένες παρακάτω, προκειμένου να επιλυθούν τα προβλήματα.

- **Ομαδοποίηση πρώτα-δρομολόγηση έπειτα**

Πρώτα ομαδοποιούνται η κόμβοι συναρτήσει των αποστάσεών τους και στη συνέχεια κατασκευάζονται δρομολόγια ελάχιστου δυνατού κόστους.

- **Δρομολόγηση πρώτα-ομαδοποίηση έπειτα**

Σε αντίθεση με την προηγούμενη στρατηγική, αρχικά κατασκευάζεται κύκλος με όλους τους κόμβους και ύστερα διαχωρίζεται σε τμήματα μικρότερων διαδρομών.

- **Εξοικονομήσεις/καταχώρηση**

Στη στρατηγική αυτή εφαρμόζεται σύγκριση δύο διαδρομών, οι οποίες μπορεί είτε να είναι ή να μην είναι εφικτές και καταχωρείται εκείνη με το μικρότερο κόστος. Ο αλγόριθμος ολοκληρώνεται με την επιστροφή μίας εφικτής λύσης. Γενικότερα στοχεύει στην βελτιστοποίηση του κόστους.

- **Βελτίωση ή ανταλλαγή**

Σε αντίθεση με την παραπάνω, συγκρίνονται μόνο εφικτές λύσεις αναφορικά με το κόστος τους και σκοπεύει στην κατασκευή εφικτής λύσης με ελάχιστο κόστος.

- **Προσέγγιση μαθηματικού προγραμματισμού**

Εφαρμογή μαθηματικών μοντέλων και μαθηματικού προγραμματισμού μέσω αλγορίθμων βασισμένοι σε αυτήν τη λογική.

- **Αλληλοεπιδρών βελτιστοποίηση**

Σε αυτήν συμμετέχουν ενεργά στον σχηματισμό της λύσης έμπειροι αποφασίζοντες αξιοποιώντας το εμπειρικό και γνωσιακό τους στοιχείο.

- **Ακριβής διαδικασία**

Η ακριβής διαδικασία αφορά την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης μέσω της αναζήτησης σε όλο το πεδίο λύσεων και εφαρμόζονται εξειδικευμένοι αλγόριθμοι όπως ο αλγόριθμος τομής επιπέδων και ο αλγόριθμος διακλάδωσης και οριοθέτησης.

Οι βασικότεροι αλγόριθμοι απληστίας είναι:

- ❖ Ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα (Nearest Neighbourhood Algorithm).
- ❖ Ο αλγόριθμος της διαδικασίας εισαγωγής κόμβων (Nearest Insertion Algorithm).
- ❖ Ο αλγόριθμος εξοικονομήσεων των Clarke and Write.
- ❖ Ο αλγόριθμος εγγύτερης συγχώνευσης.
- ❖ Ο αλγόριθμος εγγύτερης πρόσθεσης.

3.2.2 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι

Παρόμοια με τους αλγόριθμους απληστίας επιλύουν το πρόβλημα και οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι όμως χρησιμοποιούν περισσότερη πληροφορία. Οι συγκεκριμένοι δίνουν λύση κοντά στη βέλτιστη η οποία υπολογίζεται σε πολυωνυμικό χρόνο. Εφαρμόζονται όταν αποτελούν τη μόνη μέθοδο επίλυσης ή εάν η λύση των υπόλοιπων μεθόδων χρονοτριβεί και δεν είναι αποδοτική. Μέσα από αυτούς τους αλγόριθμους εισέρχεται και ο όρος της προσέγγισης. Ορίζεται ως ο λόγος της απόκλισης της λύσης που δίνει ο προσεγγιστικός αλγόριθμος προς το κόστος της βέλτιστης δυνατής λύσης.

3.2.3 Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης

Βασισμένοι σε κλασική μέθοδο βελτιστοποίησης λύσεων, τη δοκιμή και σφάλμα, οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης έχουν διαχρονική αξία αφού είναι απλοί και αποτελεσματικοί, αποδίδοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα. Έχοντας ως προϋπόθεση την παραγωγή λύσης με εφαρμογή προσεγγιστικών ή απληστίας αλγόριθμων, οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης χρησιμοποιούνται για τη βελτιστοποίηση της συγκεκριμένης λύσης

Η μέθοδος αναλύεται πολύ απλά ως εξής:

Στην αρχή γίνεται η επιλογή μιας γειτονιάς λύσεων μέσα από ένα ευρύ διαθέσιμο σύνολο και εφαρμογή μιας επαναλαμβανόμενης διαδικασίας ώστε να προκύψει μία εφικτή λύση. Με την κάθε επανάληψη δημιουργείται ξεχωριστή λύση από την αρχική και στη συνέχεια επιλέγεται εκείνη με το ελάχιστο κόστος. Όταν φτάσει στο σημείο τερματισμού οι επαναλήψεις διακόπτονται. Το σημείο αυτό μπορεί να οριστεί ως αριθμός επαναλήψεων με μη βελτιωμένη λύση.

Η αρχική γειτονιά αναζήτησης, η ποιότητα της αρχικής λύσης και η μέθοδος βελτιστοποίησης της αρχικής λύσης μπορούν να αποτελέσουν σημαντικά προβλήματα στους αλγόριθμους τοπικής αναζήτησης. Οι βασικότεροι εξ' αυτών των αλγορίθμων είναι :

- 2-opt
- 3-opt
- swap
- Or-opt
- 1-1 exchange
- 1-0 Relocate

3.3 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι

Ένας από τους βασικούς περιορισμούς των ευρετικών αλγορίθμων είναι η έντονη εξάρτησή τους από την αρχική λύση που τους παρέχεται. Πιο συγκεκριμένα, εάν η αρχική αυτή λύση βρίσκεται κοντά σε ένα τοπικό ελάχιστο, ο αλγόριθμος μπορεί να "παγιδευτεί" σε αυτό το τοπικό ελάχιστο, υποθέτοντας παραπλανητικά ότι αυτή η λύση είναι η βέλτιστη και αποτυγχάνοντας να εντοπίσει το γενικότερο ολικό ελάχιστο του προβλήματος. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, χρησιμοποιούνται οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι διαθέτουν διάφορες τεχνικές που επιτρέπουν την αποφυγή των τοπικών ελαχίστων.

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες: αυτοί που χρησιμοποιούν μία αρχική λύση και αυτοί που χρησιμοποιούν έναν πληθυσμό λύσεων. Και στις δύο περιπτώσεις, ο στόχος της αναζήτησης είναι να βρεθούν βελτιωμένα αποτελέσματα σε όλο το φάσμα των λύσεων. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν μία μόνο λύση μπορούν να εκμεταλλευτούν καλύτερα την περιοχή και να επικεντρωθούν στην προσπάθεια αναζήτησης. Από την άλλη, οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν πληθυσμό λύσεων έχουν μεγαλύτερη δυνατότητα να διαδώσουν πληροφορίες σε πολλά σημεία του χώρου των λύσεων και επιπλέον

έχουν το πλεονέκτημα της εξερεύνησης. Αυτοί οι αλγόριθμοι λειτουργούν πρώτα δημιουργώντας μία αρχική λύση (ή μια συλλογή από αρχικές λύσεις) και στη συνέχεια, μέσω τοπικής αναζήτησης, προσπαθούν να βελτιώσουν αυτήν τη λύση. Πρέπει να τονίσουμε ότι υπάρχουν επίσης υβριδικές παραλλαγές από τους αλγορίθμους που προαναφέρθηκαν, οι οποίες συνδυάζουν τα χαρακτηριστικά και τις μεθόδους των δύο αυτών κατηγοριών. Ο σκοπός αυτών των υβριδικών μορφών είναι να επιτύχουν βελτιωμένα αποτελέσματα, ενώ συνδυάζουν την ικανότητα των αλγορίθμων που βασίζονται σε μία αρχική λύση να επικεντρώνονται σε συγκεκριμένες περιοχές με τη δυνατότητα των αλγορίθμων που χρησιμοποιούν πληθυσμό λύσεων να εξερευνούν ευρύτερα τον χώρο των λύσεων. Μέσω αυτής της συνδυαστικής προσέγγισης, οι υβριδικοί αλγόριθμοι αποσκοπούν στην επίτευξη βελτιωμένων αποτελεσμάτων και στην αντιμετώπιση των περιορισμών που μπορεί να παρουσιάζουν οι αλγόριθμοι των δύο αρχικών κατηγοριών που αναφέρθηκαν.

Οι αλγόριθμοι που βασίζονται σε μία μόνο λύση χωρίζονται συνήθως σε τέσσερις κύριες κατηγορίες:

- ❖ Οι επαναληπτικές διαδικασίες που αρχίζουν από διαφορετικές αρχικές λύσεις αντιπροσωπεύουν μία κατηγορία αλγορίθμων. Σε αυτήν την προσέγγιση, οι αλγόριθμοι επαναλαμβάνουν τη διαδικασία αναζήτησης αρκετές φορές, ξεκινώντας από διαφορετικές αρχικές λύσεις. Δύο κατηγορίες αλγορίθμων που λειτουργούν με αυτόν τον τρόπο είναι οι αλγόριθμοι επαναληπτικής τοπικής αναζήτησης και οι αλγόριθμοι πολυεναρκτήριας τοπικής αναζήτησης.
- ❖ Οι αλγόριθμοι που δέχονται γειτονικές κινήσεις που δεν βελτιώνουν τη λύση ανήκουν σε μία άλλη κατηγορία αλγορίθμων. Σε αυτούς τους αλγορίθμους, μπορεί να γίνει αποδεκτό ένα βήμα που δεν βελτιώνει την λύση αν πληροί ορισμένους περιορισμούς που τίθενται. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να επιτρέπεται η διαφυγή από το τοπικό ελάχιστο και η σύγκλιση σε ένα επόμενο τοπικό ελάχιστο που μπορεί να είναι καλύτερο από το προηγούμενο ή ακόμα και η βέλτιστη λύση. Οι πιο διαδεδομένοι αλγόριθμοι σε αυτήν την κατηγορία είναι η περιορισμένη αναζήτηση και η προσομοιωμένη ανόπτηση.

- ❖ Αλγόριθμοι που τροποποιούν τη γειτονιά αναζήτησης αποτελούν μια κατηγορία όπου οι αλγόριθμοι, εάν φθάσουν σε ένα τοπικό ελάχιστο, προβαίνουν σε αλλαγή της αλγοριθμικής διαδικασίας και εξερευνούν λύσεις σε διαφορετικές γειτονιές του χώρου λύσεων. Οι πιο γνωστοί αλγόριθμοι σε αυτήν την κατηγορία είναι ο αλγόριθμος επέκτασης της γειτονιάς αναζήτησης και ο αλγόριθμος μεταβλητής γειτονιάς (Variable Neighbourhood Search - VNS).
- ❖ Στην κατηγορία αυτή, οι αλγόριθμοι τροποποιούν είτε την αντικειμενική συνάρτηση είτε ορισμένα από τα δεδομένα του προβλήματος. Αυτό σημαίνει ότι προσαρμόζουν τον τρόπο με τον οποίο αξιολογείται η λύση ή τον τρόπο με τον οποίο περιορίζονται οι παράμετροι του προβλήματος. Ένα παράδειγμα χαρακτηριστικού αλγορίθμου σε αυτήν την κατηγορία είναι ο αλγόριθμος καθοδηγούμενης τοπικής αναζήτησης, όπου η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να αλλάξει ή να προσαρμοστεί για να βελτιώσει τα αποτελέσματα της αναζήτησης.

3.4 Εξελικτικοί και εμπνευσμένοι από την φύση αλγόριθμοι

3.4.1 Εξελικτικοί αλγόριθμοι

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι βασίζονται στις αρχές της φυσικής επιλογής και της επιβίωσης του ισχυρότερου ή πιο κατάλληλου για το περιβάλλον. Αρχικά, δημιουργείται ένας αρχικός πληθυσμός λύσεων. Στη συνέχεια, εφαρμόζονται γενετικοί τελεστές όπως η διασταύρωση (crossover) και η μετάλλαξη (mutation) που προκαλούν τη δημιουργία νέων λύσεων. Οι νέες λύσεις αξιολογούνται βάσει μιας αντικειμενικής συνάρτησης και επιλέγονται οι καλύτερες για να επιβιώσουν και να αποτελέσουν τη βάση για τη δημιουργία του επόμενου πληθυσμού. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι μιμούνται τη φυσική εξέλιξη και χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης και αναζήτησης, παρέχοντας αποτελέσματα που πλησιάζουν τη βέλτιστη λύση.

Οι πιο σημαντικοί αλγόριθμοι που περιλαμβάνονται σε αυτήν την κατηγορία είναι:

- Οι γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms)
- Οι γενετικοί αλγόριθμοι πολλαπλών πληθυσμών-νησιών (Island genetic algorithms)
- Οι μιμητικοί αλγόριθμοι (Memetic algorithms)
- Οι αλγόριθμοι της διαφορικής εξέλιξης (Differential evolution)

3.4.2 Αλγόριθμοι εμπνευσμένοι από την φύση

Οι αλγόριθμοι που ανήκουν στην κατηγορία αυτή, που προέκυψαν έπειτα από μοντελοποίηση ζωντανών οργανισμών και φυσικών φαινομένων, διαφέρουν πράγματι μεταξύ τους και παρουσιάζουν μεγάλη ποικιλομορφία. Ορισμένες από τις βασικές κατηγορίες που προτάθηκαν από την έρευνα των Fister Jr. και Xin-She Yang το 2013 περιλαμβάνουν:

- ο Αλγόριθμοι σμήνους (Swarm Intelligence): Αυτοί οι αλγόριθμοι εμπνέονται από τη συμπεριφορά και την οργάνωση των σμηνών στη φύση. Παραδείγματα περιλαμβάνουν τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (Particle Swarm Optimization - PSO) και τον αλγόριθμο τεχνητής αποικίας μελισσών (Artificial Bee Colony - ABC).
- ο Βιο-εμπνευσμένοι αλγόριθμοι (Bio-inspired algorithms): Αυτή η κατηγορία αλγορίθμων εμπνέεται από βιολογικές διαδικασίες και μηχανισμούς που παρατηρούνται στη φύση. Παραδείγματα περιλαμβάνουν τον γενετικό αλγόριθμο (Genetic Algorithm - GA) και τον αλγόριθμο πολυμορφισμού (Polymorphic Algorithm).
- ο Φυσικό-χημικοί αλγόριθμοι (Physical Phenomena and laws of science) : Οι αλγόριθμοι αυτής της κατηγορίας βασίστηκαν στους νόμους φυσικής και χημείας.

- Άλλοι: Σε αυτήν την κατηγορία περιλαμβάνονται αλγόριθμοι που δεν ανήκουν σε κάποια συγκεκριμένη κατηγορία που προκύπτει από τη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ορισμένων ζωντανών οργανισμών ή φυσικών φαινομένων. Αυτοί οι αλγόριθμοι μπορεί να είναι ανεξάρτητοι ή εμπνευσμένοι από διάφορες πηγές και αρχές. Παράδειγμα αποτελεί ο αλγόριθμος της τεχνητής ανοσολογίας (Artificial Immune Algorithm - AIA).

3.5 Ανάλυση των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης.

3.5.1 Ο αλγόριθμος πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbor algorithm)

Σε πολλά προβλήματα δρομολόγησης, είναι αναγκαίο να βρεθεί μια αρχική λύση. Αυτή η αρχική λύση μπορεί να καλύπτει τις ανάγκες του προβλήματος σε ορισμένες περιπτώσεις, αλλά συνήθως χρησιμοποιείται ως αφετηρία για τη βελτιστοποίηση της ακολουθούμενης λύσης.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων απληστίας. Η μεθοδολογία του αλγορίθμου είναι απλή. Αρχικά, το όχημα ξεκινά από την αποθήκη (αρχικός κόμβος) με βάση τις θέσεις των πελατών του. Στη συνέχεια, επισκέπτεται τον πλησιέστερο πελάτη, δηλαδή τον πελάτη με το χαμηλότερο κόστος, με βάση το κόστος του προηγούμενου κόμβου. Έπειτα, εξυπηρετεί τον πελάτη, τον αφαιρεί από τη λίστα και επαναλαμβάνει την ίδια διαδικασία μέχρι να εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες.

Στη μέθοδο του αλγορίθμου πλησιέστερου γείτονα για τη δρομολόγηση, τα βήματα παρουσιάζονται ως εξής:

- I. Αρχικοποίηση: Ξεκινάμε από την αποθήκη ως αρχικό κόμβο και διατηρούμε μια λίστα με τους πελάτες που πρέπει να εξυπηρετήσουμε.
- II. Εύρεση κοντινότερου πελάτη: Επιλέγουμε τον πελάτη με το μικρότερο κόστος σε σχέση με τον προηγούμενο κόμβο. Αυτός είναι ο πλησιέστερος πελάτης στην τρέχουσα θέση του οχήματος.
- III. Εξυπηρέτηση πελάτη: Το όχημα επισκέπτεται τον επιλεγμένο πελάτη, πραγματοποιεί την εξυπηρέτησή του και αφαιρεί τον πελάτη από τη λίστα των εκκρεμών πελατών.
- IV. Επανάληψη: Ο αλγόριθμος επαναλαμβάνει τα βήματα 2 και 3 για τον υπόλοιπο πληθυσμό των πελατών μέχρι να εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες.
- V. Τερματισμός: Όταν έχουν εξυπηρετηθεί όλοι οι πελάτες, ο αλγόριθμος τερματίζει και έχουμε την τελική λύση για το πρόβλημα δρομολόγησης.

3.5.2 Ο αλγόριθμος αναζήτησης της μουσικής αρμονίας

Ο αλγόριθμος εμπνεύστηκε από τον τρόπο που ένας μουσικός παίζει μέσα σε μια μουσική ομάδα.

Κατά τη διάρκεια προβών ή συναυλιών, ένας μουσικός έχει τρεις επιλογές:

- I. Να παίζει την γνωστή - βασική μελωδία του μουσικού κομματιού. Αυτή η μελωδία είναι γνωστή ως "θέμα" και χαρακτηρίζει κάθε κομμάτι. Είναι φυσικά γνωστή και ήδη στη μνήμη του μουσικού.
- II. Να παίζει κάτι παρόμοιο με τη βασική μελωδία. Να αλλάξει ελαφρώς το "θέμα" εμπλουτίζοντας το κομμάτι με νότες που δεν έχουν παιχτεί ποτέ πριν.
- III. Να ξεκινήσει ένα αυθόρμητο αυτοσχεδιασμό επιλέγοντας νέες ακολουθίες νοτών που θα δημιουργήσουν ένα εντελώς νέο μουσικό υλικό.

Ο αλγόριθμος αναζήτησης αρμονίας είναι μία στοχαστική μεθευρετική μέθοδος που βασίζεται στην σταδιακή παραγωγή δυνατών λύσεων. Ανήκει στην κατηγορία των "μεθευρετικών γειτονιάς" που παράγουν μία πιθανή λύση ανά επανάληψη. Κάθε πιθανή λύση αποτελείται από ένα σύνολο τιμών των μεταβλητών απόφασης της συνάρτησης που χρειάζεται να βελτιστοποιηθεί. Κάθε ένα από αυτά τα σύνολα τιμών ονομάζεται "Αρμονία" (Harmony). Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης, ένας αριθμός "αρμονιών" ίσος με το "μέγεθος μνήμης αρμονίας" αποθηκεύεται στην "Μνήμη Αρμονίας" (Harmony Memory), μια βάση δεδομένων που περιλαμβάνει το σύνολο των παραγόμενων λύσεων. Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν έχει επιτευχθεί.

Η πρώτη φάση για την εφαρμογή του αλγορίθμου Αναζήτησης Αρμονίας είναι η περιγραφή του προβλήματος και ο ορισμός των παραμέτρων του. Αυτή είναι μια πολύ σημαντική φάση, καθώς η διατύπωση των μεταβλητών απόφασης, των ορίων τους και της συμμετοχής τους στην αντικειμενική συνάρτηση είναι κρίσιμες για μια ρεαλιστική προσέγγιση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Μετά τον ορισμό των μεταβλητών, διατυπώνεται ο πίνακας που περιέχει την Μνήμη Αρμονίας. Οι διαστάσεις του πίνακα είναι $m \times n$, όπου m είναι το μέγεθος της Μνήμης Αρμονίας και n είναι ο αριθμός των μεταβλητών που συμμετέχουν στην αντικειμενική συνάρτηση. Πριν από την πρώτη εκτέλεση, ο πίνακας πρέπει να είναι πλήρης με αρχικές τιμές, που συνήθως προκύπτουν από σύνολα τυχαίων τιμών των μεταβλητών απόφασης. Σε αυτό το σημείο, ο αλγόριθμος είναι έτοιμος να ξεκινήσει να παράγει και να αξιολογεί νέες "Αρμονίες" με την προσομοίωση της αναζήτησης αρμονίας στη μουσική μέσω της εφαρμογής των παρακάτω μηχανισμών, σύμφωνα με τις διαδικασίες που παρουσιάστηκαν στην αρχή:

- Η χρήση ενός από τα σύνολα μεταβλητών που αποθηκεύονται στην Μνήμη Αρμονίας (Harmony Memory - HM) είναι πολύ σημαντική. Η Μνήμη Αρμονίας λαμβάνεται υπόψη κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης για να διασφαλιστεί ότι οι καλές αρμονίες, δηλαδή οι λύσεις που παρέχουν καλά αποτελέσματα, θα ληφθούν υπόψη και θα αποτελέσουν τη βάση για τη δημιουργία ακόμη καλύτερων λύσεων. Για την αποτελεσματική εφαρμογή αυτής της διαδικασίας, χρησιμοποιείται ο ρυθμός έλεγχου της Μνήμης Αρμονίας (Harmony Memory Consideration Rate - HMCR). Εάν

αυτός ο δείκτης αντιστοιχίζεται σε μικρές τιμές, τότε μόνο λίγες από τις καλές λύσεις που αποθηκεύονται στην Μνήμη Αρμονίας θα ληφθούν υπόψη κατά την αξιολόγηση νέων λύσεων, με αποτέλεσμα μια πολύ αργή σύγκλιση. Από την άλλη πλευρά, μεγάλες τιμές του HMCR θα επιβάλλουν περιορισμούς στη δυνατότητα της διαδικασίας να εξετάσει ένα μεγάλο πεδίο πιθανών λύσεων.

- Ένα συνήθως μικρότερο ποσοστό των λύσεων που επιλέγονται με την εφαρμογή του προηγούμενου μηχανισμού επιτρέπεται να αλλάξει ελαφρώς. Αυτός είναι ο δεύτερος μηχανισμός του αλγορίθμου. Σε αυτήν την περίπτωση χρησιμοποιείται ο ρυθμός προσαρμογής της τονικότητας (Pitch Adjusting Rate - PAR). Το συγκεκριμένο σενάριο είναι ότι αν ο αλγόριθμος επιλέξει να αλλάξει ελαφρώς τον όρο x_i που επιλέχθηκε από την αρμονική μνήμη, αυτό θα γίνει επιλέγοντας μια γειτονική τιμή του x_i , όπως $x_{i_{new}} = x_i \pm \text{rand}(bw)$, όπου bw είναι ένας τυχαίος αριθμός μεταξύ 0 και 1 που εκφράζει το εύρος της προσαρμογής. Αυτή η διαδικασία είναι παρόμοια με τη μετάλλαξη στους γενετικούς αλγορίθμους. Αξίζει να σημειωθεί ότι, αν και ο PAR μπορεί να παίρνει μόνο μικρές τιμές, θεωρείται ότι παίζει σημαντικό ρόλο στη σύγκλιση του αλγορίθμου.
- Η τρίτη διαδικασία είναι η αυτοσχεδιασμός, που σημαίνει να εισάγονται εντελώς τυχαίες τιμές σε νέες λύσεις. Η πιθανότητα εισαγωγής τυχαίων τιμών είναι $(100 - \text{HMCR})\%$. Με αυτόν τον τρόπο, εμπλουτίζεται η μεταβλητότητα των λύσεων. Αντίθετα με την παράμετρο PAR, μέσω της οποίας ο αλγόριθμος εξετάζει την περιοχή γύρω από τις τιμές της Μνήμης Αρμονίας, η τυχαιοποίηση στοχεύει στη διεύρυνση του πεδίου των λύσεων. Μετά τη δημιουργία μιας νέας "Αρμονίας", η απόδοσή της αξιολογείται σύμφωνα με την αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Εάν αυτή η απόδοση είναι καλύτερη από αυτήν της χειρότερης "Αρμονίας" που αποθηκεύεται στην Μνήμη Αρμονίας, αυτή αντικαθιστά την προηγούμενη. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί το κριτήριο τερματισμού, συνήθως ένα μέγιστο αριθμό επαναλήψεων. Η επιλογή τιμών για τις παραμέτρους που προαναφέρθηκαν έχει ανέκαθεν αποτελέσει ένα ζήτημα. Επιπλέον, το μέγεθος της Μνήμης Αρμονίας είναι μια ακόμη παράμετρος που απαιτεί βαθμονόμηση. Διάφοροι

επιστήμονες έχουν προτείνει διάφορες τιμές για το HMCR, PAR και το μέγεθος της Μνήμης Αρμονίας, συχνά αρκετά διαφορετικές μεταξύ τους.

3.5.3 Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης

3.5.3.1 Αλγόριθμος 1-1 exchange

Αυτή η μέθοδος λειτουργεί με μια αρχική λύση η οποία προέρχεται από μια προηγούμενη μέθοδο. Ο αλγόριθμος 1-1 exchange εφαρμόζεται σε ολόκληρη τη λύση και επιτρέπει την ταυτόχρονη ανταλλαγή δύο πελατών από διαφορετικές διαδρομές. Η επιλογή των πελατών για ανταλλαγή μπορεί να γίνει τυχαία ή με σκοπό. Ωστόσο, η τυχαία επιλογή μπορεί να οδηγήσει σε άσκοπες επαναλήψεις που δεν βελτιώνουν τη λύση ή καταστρέφουν τις καλές διαδρομές. Προκειμένου να είναι αποδοτική η μέθοδος, η επιλογή των πελατών πρέπει έχει στόχο τον κόμβο που προκαλεί το μεγαλύτερο κόστος στη διαδρομή. Αφού γίνει η ανταλλαγή, υπολογίζεται το νέο κόστος και αν οι τροποποιημένες διαδρομές είναι φθηνότερες από τις αρχικές, η αλλαγή γίνεται δεκτή. Ο αλγόριθμος σταματά όταν εκπληρωθεί το κριτήριο τερματισμού.

3.5.3.2 Αλγόριθμος 2-Opt

Ο αλγόριθμος 2-opt εκτελείται ξεχωριστά σε κάθε πιθανή διαδρομή και όχι στη συνολική λύση. Η αρχική λύση που προκύπτει επίσης από προηγούμενη μέθοδο αναλύεται σε διαδρομές. Επιλέγονται δύο κόμβοι και αντιστρέφεται η σειρά των ενδιάμεσων μαζί με τους δύο επιλεγμένους κόμβους. Εάν μειωθεί το κόστος της διαδρομής η αλλαγή διατηρείται. Επαναλαμβάνεται έως ότου δεν είναι δυνατή περαιτέρω βελτίωση με αυτήν την μέθοδο ή ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού.

Κεφάλαιο 4: Επίλυση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης οχημάτων

4.1 Εισαγωγή

Στην παρούσα ενότητα περιγράφεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε, οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν, τα αποτελέσματα της εφαρμογής τους σε σχετικά σύνολα δεδομένων (datasets) καθώς και οι πίνακες των αποτελεσμάτων. Οι αλγόριθμοι υλοποιήθηκαν με χρήση της γλώσσας προγραμματισμού C++ στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Codeblocks.

4.2 Περιγραφή δοκιμαστικών δεδομένων – datasets

Για την εφαρμογή - δοκιμή των αλγορίθμων χρησιμοποιήθηκαν τα dataset B και C της PRPLIB, τα οποία περιέχουν πραγματικά δεδομένα για PRP προβλήματα δρομολόγησης και βρίσκονται διαθέσιμα στη θέση: <https://w1.cirrelt.ca/~vidalt/resources/PRP-Instances-Krameretal.zip>. Και τα δύο dataset αποτελούνται συνολικά από 360 αρχεία, οργανωμένα σε 9 φακέλους – ομάδες αρχείων το καθένα, όπου κάθε φάκελος διαθέτει από 20 αρχεία δεδομένων. Επίσης, οι ομάδες – φάκελοι αρχείων αφορούν σε 10, 15, 20, 25, 50, 75, 100, 150 και 200 πελάτες προς εξυπηρέτηση, ενώ η ονομασία των φακέλων και των αρχείων είναι κωδικοποιημένη με βάση το πλήθος των πελατών. Πιο συγκεκριμένα, η ονομασία των φακέλων-ομάδων αρχείων είναι κωδικοποιημένη με τη μορφή PRPxy, όπου x=πλήθος πελατών από 10 ως 200 και y=B ή C, ανάλογα με το dataset, ενώ τα ονόματα των αρχείων μέσα σε κάθε φάκελο είναι κωδικοποιημένα με τη μορφή UKx_i-y, όπου x=πλήθος πελατών από 10 ως 200, i=αριθμός αρχείου από 1 ως 20 και y=B ή C ανάλογα με το dataset. Έτσι, για παράδειγμα ο φάκελος PRB10B, αφορά τα δεδομένα για την εξυπηρέτηση 10 πελατών του dataset B και περιέχει 20 αρχεία με ονόματα UK10_01-B ως UK10_20-B, ενώ ο φάκελος PRP200C, αφορά τα δεδομένα για την εξυπηρέτηση 200 πελατών του dataset C και περιέχει 20 αρχεία με ονόματα UK200_01-

C ως UK200_20-C. Επισημαίνεται ότι και στα δύο datasets ο μέγιστος χρόνος κάθε δρομολογίου εξυπηρέτησης πελατών ορίζεται στα 32400 sec, όπου στο dataset B τα χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης των πελατών έχουν τυχαία τιμή στο διάστημα [2000, 5000] δευτερολέπτων ακολουθώντας ομοιόμορφη κατανομή, ενώ στο dataset C στο διάστημα [2000, 15000] δευτερολέπτων. Επίσης, κάθε αρχείο περιέχει πληροφορίες για: α) το πλήθος των πελατών, β) το βάρος του οχήματος-φορτηγού σε kg (Vehicle Curb Weight), γ) το μέγιστο βάρος του φορτίου που μπορεί να δεχθεί το όχημα-φορτηγό σε kg (Maximum Payload), δ) την ελάχιστη και μέγιστη ταχύτητα του φορτηγού - οχήματος σε km/h (Minimum Maximum Speed Level), ε) πίνακα αποστάσεων μεταξύ όλων των πελατών συμπεριλαμβανομένης και της αποθήκης σε m (Distance Section) και ζ) τις εξής πληροφορίες ανά πελάτη – κόμβο: 1) αριθμός πελάτη – κόμβου (Node Number), 2) όνομα της πόλης που βρίσκεται ο πελάτης – κόμβος (City Name), 3) ζήτηση σε kg (Demand), 4) χρόνος έναρξης εξυπηρέτησης σε sec (Ready Time), 5) χρόνος λήξης εξυπηρέτησης σε sec (Due Time) και 6) απαιτούμενος χρόνος εξυπηρέτησης σε sec (Service Time).

Για λόγους εξοικονόμησης χρόνου, από τα datasets B και C χρησιμοποιήθηκαν μόνο τα δεδομένα – στιγμιότυπα που αφορούν την εξυπηρέτηση 10 ως 50 πελατών (PRP10B ως PRP50B και PRP10C ως PRP50C).

4.3 Επίλυση PRP προβλήματος δρομολόγησης

Για την επίλυση του PRP προβλήματος υπολογίστηκε το ελάχιστο κόστος (κατανάλωση καυσίμου σε λίτρα) της συνολικής διαδρομής (λύσης) σε κάθε αρχείο, με βάση: α) τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα (Nearest Neighbor - NN), β) τον αλγόριθμο μουσικής αρμονίας (Harmony Search), γ) τον αλγόριθμο μουσικής αρμονίας με τοπική αναζήτηση 2-opt (HS+2opt) και δ) τον αλγόριθμο μουσικής αρμονίας με τοπική αναζήτηση 1-1 exchange (HS+1_1x). Στόχος ήταν μέσω της σύγκρισης των αλγορίθμων να επιλεγεί ο καταλληλότερος αλγόριθμος, που επιτύγχανε την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους.

Αναφορικά με τη συνάρτηση κόστους επισημαίνονται τα εξής: α) υπολογίζει την συνολική κατανάλωση καυσίμου σε λίτρα για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών, β) δεν λαμβάνει υπόψη τις αμοιβές των οδηγών, γ) όλες οι διαδρομές διανύονται με σταθερή ταχύτητα, που είναι ίση με το μέσο όρο της ελάχιστης και μέγιστης επιτρεπτής ταχύτητας και δ) η επιτάχυνση και η κλίση των δρόμων θεωρήθηκαν μηδενικές.

Στον C++ κώδικα που αναπτύχθηκε, αρχικά γίνεται ανάγνωση καθενός αρχείου των dataset B και C (στιγμιότυπα PRP10B ως PRP50B και PRP10C ως PRP50C) και δημιουργούνται οι κόμβοι – πελάτες προς εξυπηρέτηση, όπου καθένας διαθέτει συγκεκριμένο αριθμητικό αναγνωριστικό, ζήτηση, χρονικά παράθυρα και χρόνο εξυπηρέτησης. Επισημαίνεται ότι η αποθήκη αναπαριστάται με τον κόμβο 0. Επίσης, γίνεται ανάγνωση του πίνακα με τις αποστάσεις μεταξύ όλων των κόμβων, η ελάχιστη και μέγιστη ταχύτητα με την οποία μπορούν να κινούνται τα οχήματα που εξυπηρετούν τους πελάτες, το βάρος του άδειου οχήματος και το μέγιστο βάρος που μπορεί να φορτωθεί σε καθένα όχημα εξυπηρέτησης. Έχοντας κάνει τη θεώρηση ότι τα οχήματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα και ίση με τον μέσο όρο της ελάχιστης και της μέγιστης επιτρεπτής ταχύτητας, που διαβάστηκε από το αρχείο, υπολογίζουμε τον πίνακα με τους χρόνους μετάβασης μεταξύ όλων των κόμβων, διαιρώντας τον πίνακα αποστάσεων με τη μέση ταχύτητα του οχήματος.

Στη συνέχεια, δημιουργείται μία αρχική λύση – συνολική διαδρομή, με χρήση του αλγορίθμου του πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbor – NN), κάνοντας εφαρμογή των περιορισμών που αφορούν τους χρόνους εξυπηρέτησης, τη ζήτηση και το μέγιστο φορτίο του οχήματος, ενώ υπολογίζεται και το συνολικό κόστος της λύσης, το οποίο υπολογίζεται σε λίτρα καυσίμου.

Έπειτα αρχικοποιούνται οι παράμετροι του αλγορίθμου μουσικής αρμονίας (Harmony Search – HS), όπου ορίζεται το πλήθος των λύσεων σε 20, το πλήθος των επαναλήψεων σε 100 και το ποσοστό διασταύρωσης των λύσεων σε 80%. Με βάση αυτές τις τιμές, αρχικά δημιουργούνται οι 20 πρώτοι γονείς – λύσεις του HS, οι οποίες παράγονται με τυχαίο ανακάτεμα της λύσης που έχει παραχθεί από τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα (NN), υπολογίζεται το κόστος τους και ταξινομούνται σε αύξουσα σειρά κόστους. Επισημαίνεται ότι μετά την αύξουσα ταξινόμηση, η λύση που βρίσκεται στην πρώτη θέση είναι αυτή με το βέλτιστο - μικρότερο κόστος, δηλαδή η συνολική διαδρομή (πολλαπλών δρομολογίων) εξυπηρέτησης των πελατών,

που έχει την χαμηλότερη κατανάλωση καυσίμου σε λίτρα. Η λύση που βρίσκεται στην πρώτη θέση της κατάταξης, αρχικά θεωρείται ως η συνολικά βέλτιστη λύση.

Ακολούθως ξεκινάει ο βασικός βρόχος του HS, ο οποίος επαναλαμβάνεται συνολικά 100 φορές (πλήθος επαναλήψεων = 100) και μέσω του οποίου βελτιώνονται οι αρχικές λύσεις. Πιο συγκεκριμένα, σε κάθε βήμα επανάληψης πραγματοποιούνται τα εξής:

- Σαρώνονται με τη σειρά όλες οι λύσεις – γονείς και για καθέναν γονέα επιλέγονται τυχαία άλλοι 3
- Πραγματοποιείται διασταύρωση της λύσης – γονέα με τις 3 τυχαία επιλεγμένες με ποσοστό διασταύρωσης 80%, οπότε παράγεται μία νέα λύση – απόγονος
- Υπολογίζεται το κόστος της νέας λύσης – απογόνου και αν είναι καλύτερο (μικρότερο) από το κόστος της τρέχουσας λύσης - γονέα, τότε αντικαθίσταται από τη λύση – απόγονο που παράχθηκε
- Πραγματοποιείται εξαντλητική τοπική αναζήτηση (είτε με τον 2-opt είτε με τον 1-1 exchange) είτε στη λύση – γονέα εφόσον δεν αντικαταστάθηκε από τη λύση απόγονο, είτε στη λύση απόγονο εφόσον αυτή αντικατέστησε τη λύση – γονέα, προκειμένου να βελτιωθεί περαιτέρω η λύση. Εφόσον, εντοπιστεί λύση (συνολική διαδρομή) με μικρότερο κόστος, δηλαδή με μικρότερη κατανάλωση καυσίμου σε λίτρα, τότε η βελτιωμένη λύση αντικαθιστά την τρέχουσα λύση
- Όταν σαρωθούν όλες οι λύσεις – γονείς, πραγματοποιείται ταξινόμησή τους σε αύξουσα σειρά κόστους, συνεπώς η λύση με το βέλτιστο (μικρότερο) κόστος βρίσκεται στην πρώτη θέση της κατάταξης
- Αν η βέλτιστη λύση που έχει εντοπιστεί στην τρέχουσα επανάληψη έχει μικρότερο κόστος από την συνολικά βέλτιστη λύση, τότε ενημερώνεται η συνολικά βέλτιστη λύση

Όταν ολοκληρωθεί η παραπάνω διαδικασία, θα έχει εντοπιστεί η συνολικά βέλτιστη λύση – συνολική διαδρομή με το βέλτιστο κόστος, δηλαδή η συνολική διαδρομή εξυπηρέτησης των πελατών του προβλήματος με τη χαμηλότερη κατανάλωση καυσίμου σε λίτρα.

Επισημαίνεται ότι από τη βιβλιογραφία (Demir et al., 2012; Kramer et al., 2015) είναι γνωστά τα βέλτιστα κόστη μόνο για τα datasets με 10, 50, 100 και 200 πελάτες προς εξυπηρέτηση, ενώ

αυτά αφορούν τιμές σε £, συνεπώς για να μετατραπούν σε λίτρα διαιρέσαμε με 1.4 £/lt, ώστε να γίνει σύγκριση, όπου αυτό είναι εφικτό.

Ακολουθεί ενδεικτικά η εκτέλεση των παραπάνω βημάτων σε ορισμένα από τα αρχεία των datasets.

Αρχείο UK10_01-B, με 10 πελάτες (dataset B)			
NN	HS	HS με 2-opt	HS με 1-1 exchange
R1: 0 5 2 0 R2: 0 8 1 7 0 R3: 0 3 10 9 0 R4: 6 4 0 Cost= 113.02 lt	R1: 0 4 0 R2: 0 8 6 9 7 0 R3: 0 3 10 1 5 2 0 Cost= 96.39 lt	R1: 0 8 6 9 7 0 R2: 0 3 10 1 5 0 R3: 0 4 2 0 Cost= 93.68 lt	R1: 0 6 9 7 0 R2: 0 8 10 1 5 0 R3: 0 3 4 2 0 , Cost= 93.45 lt
<p>Βέλτιστο γνωστό κόστος (από βιβλιογραφία): 89.63 lt</p> <p>Βελτίωση κόστους HS έναντι του NN: 16.63 (ή 14.71%)</p> <p>Βελτίωση κόστους HS με 2-opt έναντι του NN: 19.34 (ή 17.11%)</p> <p>Βελτίωση κόστους HS με 1-1 exchange έναντι του NN: 19.57 (ή 17.32%)</p> <p>Απόκλιση HS με 1-1 exchange από το βέλτιστο γνωστό κόστος: 3.82 (4.09%)</p>			

Αρχείο UK15_01-B, με 15 πελάτες (dataset B)			
NN	HS	HS με 2-opt	HS με 1-1 exchange
R1: 0 11 0 R2: 0 12 10 7 8 14 0 R3: 0 1 6 0 9 3 0 R4: 0 5 13 0 R5: 0 2 0 R6: 0 15 0 R7: 0 4 0 Cost= 215.87 lt	R1: 0 9 3 11 0 R2: 0 10 12 1 7 6 8 0 R3: 0 5 0 R4: 0 4 13 14 0 R5: 0 15 2 0 Cost= 164.57 lt	R1: 0 11 0 R2: 0 12 10 1 7 6 8 0 R3: 0 9 3 0 R4: 0 4 5 13 14 0 R5: 0 15 2 0 Cost= 149.22 lt	R1: 0 4 5 13 14 0 R2: 0 15 2 0 R3: 0 12 10 1 7 6 8 0 R4: 0 9 3 11 0 Cost= 145.93 lt

Βελτίωση κόστους HS έναντι του NN: 51.3 (ή 23.76%)
Βελτίωση κόστους HS με 2-opt έναντι του NN: 66.65 (ή 30,88%)
Βελτίωση κόστους HS με 1-1 exchange έναντι του NN: 66.94 (ή 32,40%)

Αρχείο UK20_02-B, με 20 πελάτες (dataset B)			
NN	HS	HS με 2-opt	HS με 1-1 exchange
R1: 0 20 16 1 0	R1: 0 14 18 1 0	R1: 0 15 5 18 14 1 0	R1: 0 7 13 14 18 16 0
R2: 0 8 14 18 0	R2: 0 15 19 10 0	R2: 0 8 0	R2: 0 5 11 2 9 0
R3: 0 15 17 9 0	R3: 0 20 16 0	R3: 0 20 7 13 17 0	R3: 0 20 19 10 0
R4: 0 5 11 2 0	R4: 0 8 0	R4: 0 11 2 9 0	R4: 0 4 6 12 3 0
R5: 0 6 12 3 0	R5: 0 5 11 2 9 0	R5: 0 4 12 6 19 10 16 0	R5: 0 15 8 17 1 0
R6: 0 19 10 0	R6: 0 4 6 12 3 0	R6: 0 3 0	
R7: 0 4 1 3 0	R7: 0 7 13 17 0		
R8: 0 7 0			
Cost= 284.41 lt	Cost= 224.12 lt	Cost= 214.93 lt	Cost= 201.56 lt
Βελτίωση κόστους HS έναντι του NN: 60.29 (ή 21.20%)			
Βελτίωση κόστους HS με 2-opt έναντι του NN: 69.48 (ή 24.43%)			
Βελτίωση κόστους HS με 1-1 exchange έναντι του NN: 82.85 (ή 29.13%)			

Αρχείο UK25_01-C, με 20 πελάτες (dataset C)			
NN	HS	HS με 2-opt	HS με 1-1 exchange
R1: 0 8 6 16 9 24 21 0	R1: 0 8 6 16 9 24 21 0	R1: 0 8 6 16 9 24 21 0	R1: 0 12 6 22 10 24 21 0
R2: 0 12 17 15 25 3 11	R2: 0 12 17 15 25 3	R2: 0 12 17 15 25 10	R2: 0 17 9 15 25 3 11 20
20 22 0	11 10 22 0	11 3 20 0	16 0
R3: 0 18 5 1 7 2 13 19 0	R3: 0 18 20 0	R3: 0 18 5 1 7 2 13 19 0	R3: 0 18 5 1 7 2 13 19 0
R4: 0 23 4 14 0	R4: 0 14 7 2 13 19 0	R4: 0 23 4 14 22 0	R4: 0 23 4 14 0 8 0
R5: 0 10 0	R5: 0 23 4 5 1 0		
Cost= 167.93 lt	Cost= 163.06 lt	Cost= 160.97 lt	Cost= 152.82 lt

Βελτίωση κόστους HS έναντι του NN: 4.87 (ή 2.90%)
 Βελτίωση κόστους HS με 2-opt έναντι του NN: 6.96 (ή 4.14%)
 Βελτίωση κόστους HS με 1-1 exchange έναντι του NN: 15.11 (ή 9.00%)

Αρχείο UK50_01-C, με 50 πελάτες (dataset C)

NN	HS	HS με 2-opt	HS με 1-1 exchange
R1: 0 43 22 49 0	R1: 0 43 22 49 0	R1: 0 43 22 49 0	R1: 0 43 22 49 0
R2: 0 40 10 11 18 39 0	R2: 0 40 10 11 18 39 0	R2: 0 40 10 11 18 39 0	R2: 0 40 10 11 18 39 0
R3: 0 42 33 30 29 14 0	R3: 0 42 33 30 29 14 0	R3: 0 42 33 30 29 14 0	R3: 0 42 33 30 29 14 0
R4: 0 3 20 12 23 5 0	R4: 0 3 20 12 5 23 0	R4: 0 3 20 12 23 5 0	R4: 0 3 20 12 23 5 0
R5: 0 28 34 19 16 38 24 26 7 0	R5: 0 28 34 19 16 38 24 26 7 0	R5: 0 28 34 19 16 38 24 2 0	R5: 0 46 34 19 16 38 24 26 7 0
R6: 0 25 13 50 27 0	R6: 0 25 13 50 27 0	R6: 0 32 25 13 50 0	R6: 0 25 41 50 13 0
R7: 0 17 36 21 35 0	R7: 0 17 36 21 35 0	R7: 0 45 17 36 21 35 0	R7: 0 17 36 21 35 0
R8: 0 41 44 48 2 0	R8: 0 41 44 48 2 0	R8: 0 41 44 48 7 0	R8: 0 45 44 37 48 0
R9: 0 47 15 6 4 31 37 0	R9: 0 47 15 4 6 31 37 0	R9: 0 47 15 6 4 31 37	R9: 0 47 15 6 4 8 27 0
R10: 0 9 32 1 0	R10: 0 9 1 32 0	26 0	R10: 0 28 9 32 1 31 2 0
R11: 0 46 8 0	R11: 0 46 8 0	R10: 0 9 1 46 8 27 0	
R12: 0 45 0	R12: 0 45 0		
Cost= 359.21 lt	Cost= 355.01 lt	Cost= 335.69 lt	Cost= 324.59 lt

Βέλτιστο γνωστό κόστος (από βιβλιογραφία): 266.82 lt
 Βελτίωση κόστους HS έναντι του NN: 4.20 (ή 1.17%)
 Βελτίωση κόστους HS με 2-opt έναντι του NN: 23.52 (ή 6.55%)
 Βελτίωση κόστους HS με 1-1 exchange έναντι του NN: 34.62 (ή 9,64%)
 Απόκλιση HS με 1-1 exchange από το βέλτιστο γνωστό κόστος: 57.77 (17.80%)

4.4 Πίνακες και γραφήματα αποτελεσμάτων

Ακολουθεί σύγκριση των αποτελεσμάτων που παρήχθησαν από την εκτέλεση των αλγορίθμων μέσω πινάκων (Πίνακας 4.4.1 Πίνακας, Πίνακας 4.4.2

Πίνακας) και γραφημάτων (Γράφημα 4.4.1 Γράφημα 4.4.1 ως Γράφημα 4.4.4). Στη στήλη Dataset φαίνεται το όνομα του συνόλου δεδομένων, στη στήλη πελάτες φαίνεται το πλήθος των πελατών του dataset, στις στήλες NN ως BKV φαίνονται οι μέσοι όροι κόστους σε λίτρα, που υπολογίστηκαν με τους αλγορίθμους:

- a) του πλησιέστερου γείτονα (NN),
- b) της μουσικής αρμονίας (HS),
- c) της μουσικής αρμονίας με 2opt (HS+2opt),
- d) της μουσικής αρμονίας με 1-1 exchange (HS+1_1x) και
- e) η βέλτιστη γνωστή τιμή από τη βιβλιογραφία (όπου υπάρχει).

Επίσης, στις τέσσερις τελευταίες στήλες καταγράφονται η μέση ποσοστιαία βελτίωση του αλγορίθμου μουσικής αρμονίας με 1-1 exchange συγκριτικά με:

- I. τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα (NN),
- II. τον αλγόριθμο της μουσικής αρμονίας χωρίς τοπική αναζήτηση (HS),
- III. του αλγορίθμου μουσικής αρμονίας με τοπική αναζήτηση 2-opt και
- IV. τη βέλτιστη γνωστή τιμή από τη βιβλιογραφία (όπου υπάρχει).

Από τους πίνακες είναι εμφανές ότι:

- Και στα δύο datasets (B και C) ο αλγόριθμος της μουσικής αρμονίας (HS) δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα (NN). Ωστόσο, φαίνεται ότι καθώς αυξάνει το πλήθος των πελατών, μειώνεται η βελτίωση που παρέχει ο HS (από 21%-22% για 10 πελάτες ως 2%-5% για 50 πελάτες (Γράφημα 4.4.1).

- Γενικά, οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης 2-opt και 1-1 exchange βελτιώνουν τα αποτελέσματα του HS. Μάλιστα φαίνεται ότι ο 1-1 exchange (HS+1_1x) βελτιώνει περαιτέρω τα αποτελέσματα του HS έναντι του 2-opt (HS+2opt), παρέχοντας μία μέση βελτίωση 9,10% για το datasetB και 8,49% για το datasetC. Η υπεροχή του 1-1 exchange μάλιστα φαίνεται να αυξάνεται καθώς αυξάνει το πλήθος των πελατών από 10 πελάτες μέχρι 50 πελάτες (Γράφημα 4.4.2).
- Αναφορικά με την εφαρμογή του αλγορίθμου μουσικής αρμονίας με τοπική αναζήτηση 1-1 exchange (HS+1_1x):
 - ο για το datasetB παρέχει 23,6% συνολική μέση βελτίωση έναντι του πλησιέστερου γείτονα (NN), ενώ για το datasetC 20,1% (Γράφημα 4.4.3).
 - ο για το datasetB παρέχει 9,65% συνολική μέση βελτίωση έναντι του αλγορίθμου μουσικής αρμονίας χωρίς τοπική αναζήτηση (HS), ενώ για το datasetC 9,0% (Γράφημα 4.4.4).
- Τέλος, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της εφαρμογής του αλγορίθμου μουσικής αρμονίας με τοπική αναζήτηση 1-1 exchange (HS+1_1x) με τα γνωστά ως βέλτιστα από τη βιβλιογραφία παρατηρείται:
 - ο μικρή βελτίωση 0,2% για το στιγμιότυπο 10 πελατών του datasetB (PRP10B) και 2,58% για το αντίστοιχο του datasetC (PRP10C).
 - ο Απόκλιση 19,32% από το στιγμιότυπο 50 πελατών του datasetB (PRP50B) και 18,79% από το αντίστοιχο του datasetC (PRP50C).

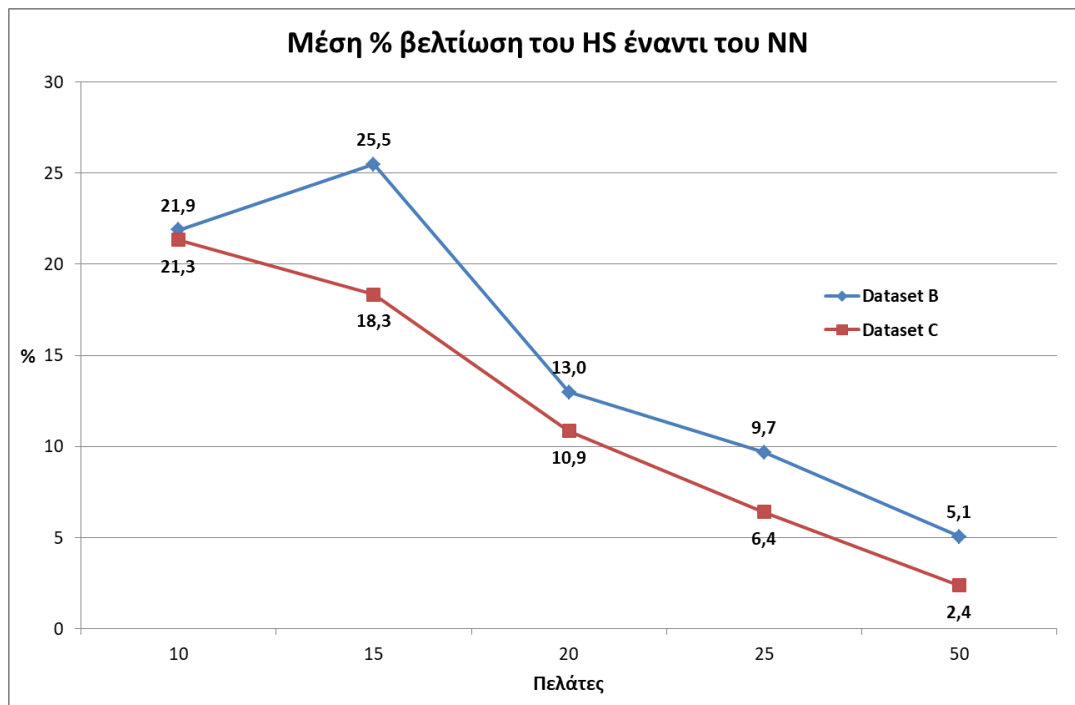
Πίνακας 4.4.1: Σύγκριση αποτελεσμάτων αλγορίθμων για το datasetB

DatasetB	Πελάτες	Μέσο κόστος (It)					Μέση βελτίωση (%)			
		NN	HS	HS+2opt	HS+1_1x	BKV	HS+1_1x - NN	HS+1_1x - HS	HS+1_1x - HS+2opt	HS+1_1x - BKV
PRP10B	10	133,25	104,10	103,18	102,08	102,28	23,39	1,94	1,07	0,20
PRP15B	15	193,02	143,84	140,77	136,48		29,29	5,12	3,05	

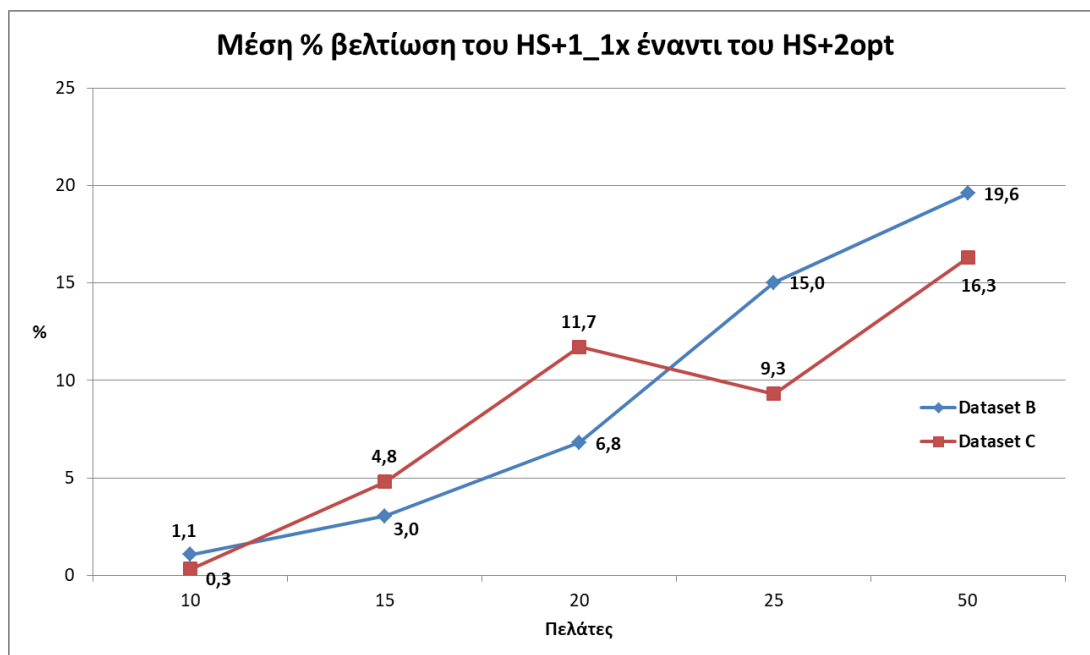
PRP20B	20	230,05	200,21	195,91	182,58		20,63	8,81	6,80	
PRP25B	25	256,45	231,60	228,83	194,47		24,17	16,03	15,02	
PRP50B	50	472,70	448,80	466,77	375,34	314,57	20,60	16,37	19,59	-19,32
MO		257,09	225,71	227,09	198,19	208,43	23,62	9,65	9,10	

Πίνακας 4.4.2: Σύγκριση αποτελεσμάτων αλγορίθμων για το datasetC

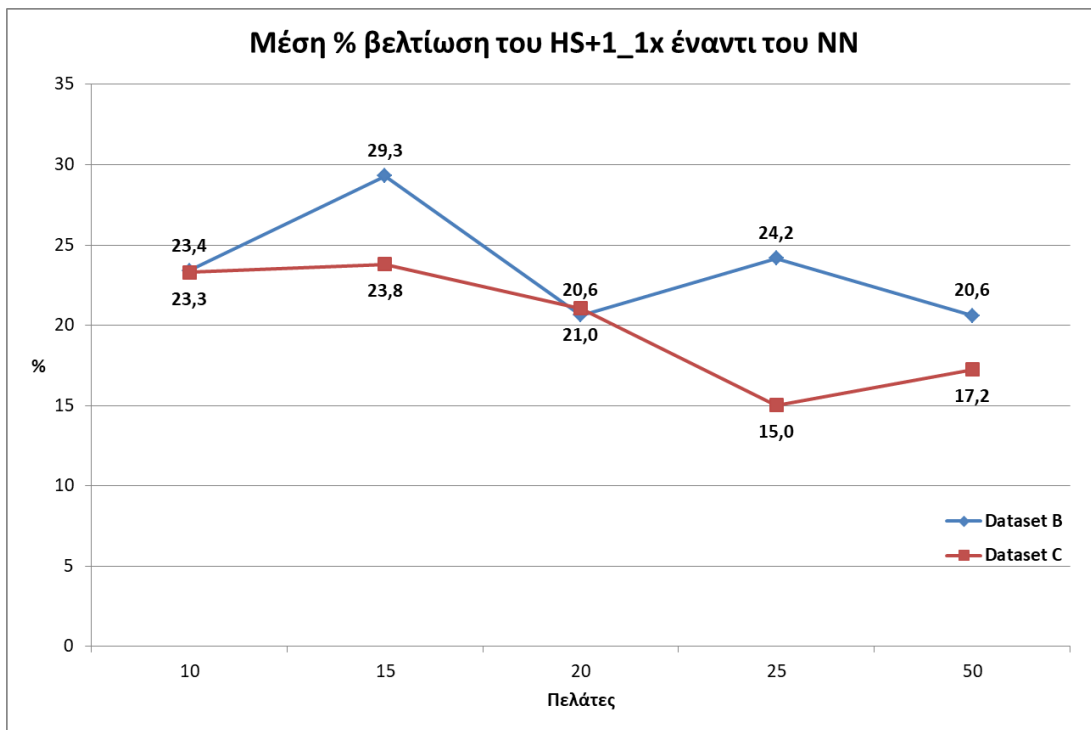
DatasetC	Πελάτες	Μέσο κόστος (lt)					Μέση βελτίωση (%)			
		NN	HS	HS+2opt	HS+1_1x	BKV	HS+1_1x - NN	HS+1_1x - HS	HS+1_1x - HS+2opt	HS+1_1x - BKV
PRP10C	10	110,37	86,81	84,93	84,65	86,89	23,30	2,49	0,33	2,58
PRP15C	15	158,45	129,38	126,85	120,76		23,79	6,66	4,80	
PRP20C	20	203,65	181,54	182,15	160,80		21,04	11,42	11,72	
PRP25C	25	200,61	187,76	187,99	170,48		15,02	9,20	9,31	
PRP50C	50	400,49	391,01	396,01	331,46	279,04	17,24	15,23	16,30	-18,79
MO		214,71	195,30	195,59	173,63	182,97	20,08	9,00	8,49	



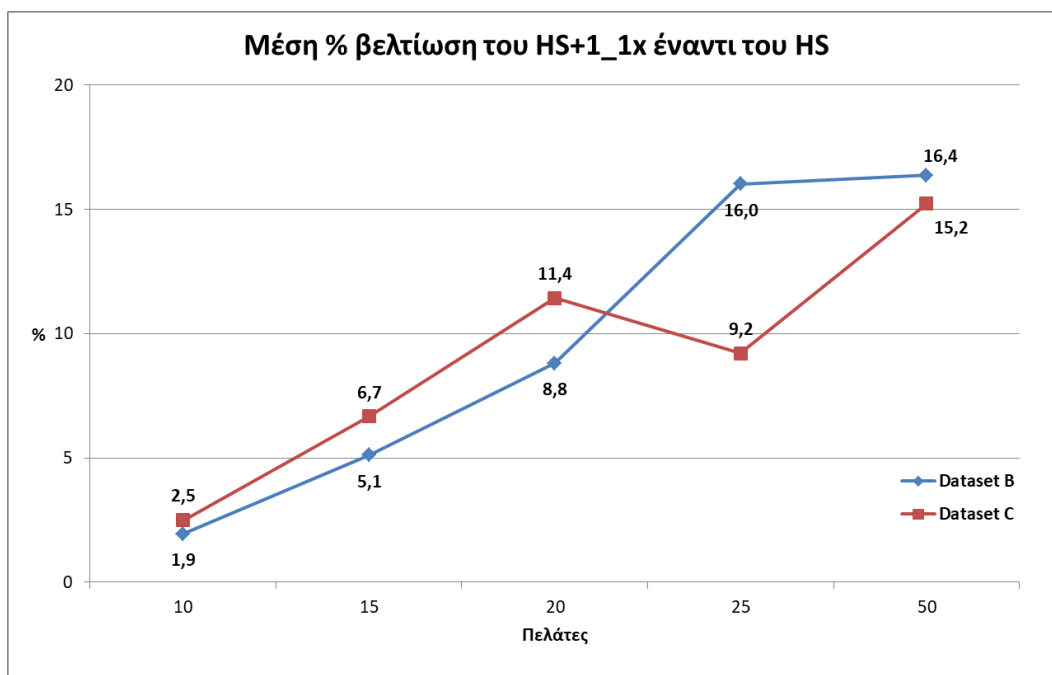
Γράφημα 4.4.1: Μέση % βελτίωση του HS έναντι του NN



Γράφημα 4.4.2: Μέση % βελτίωση του HS+1_1x έναντι του HS+2opt



Γράφημα 4.4.3: Μέση % βελτίωση του HS+1_1x έναντι του NN



Γράφημα 4.4.4: Μέση % βελτίωση του HS+1_1x έναντι του HS

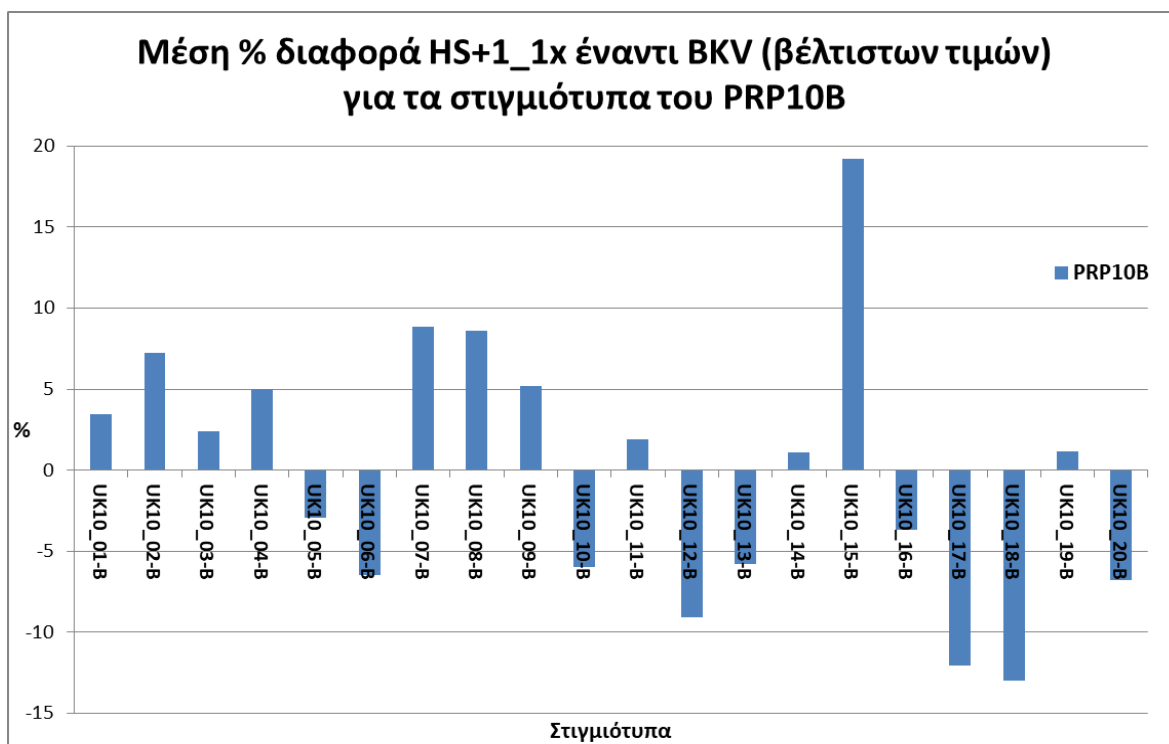
Στους παρακάτω πίνακες (Πίνακας ως Πίνακας 4.4.7) και γραφήματα (Γράφημα 4.4.5 ως Γράφημα 4.4.8) παρατίθεται προς σύγκριση με τα γνωστά από τη βιβλιογραφία βέλτιστα κόστη (BKV) τα αναλυτικά αποτελέσματα μίας εφαρμογής του αλγορίθμου μουσικής αρμονίας με τοπική αναζήτηση 1-1 exchange (HS+1_1x) στα στιγμιότυπα 10 και 50 πελατών του datasetB (PRP10B και PRP50B) και του datasetC (PRP10C και PRP50C). Πιο συγκεκριμένα, στην πρώτη στήλη καταγράφεται το όνομα του στιγμιότυπου, στη δεύτερη στήλη το κόστος της λύσης (σε It) που παρέχει ο HS+1_1x, στην τρίτη στήλη το βέλτιστο γνωστό κόστος (σε It) από τη βιβλιογραφία (BKV), ενώ στην τέταρτη στήλη καταγράφεται η % διαφορά τους. Οι αρνητικές διαφορές καταδεικνύουν καλύτερα αποτελέσματα του HS+1_1x σε σχέση με τις BKV. Πιο συγκεκριμένα:

- Για το PRP10B ο HS+1_1x παρέχει βελτιωμένες λύσεις για 9 από τα 20 στιγμιότυπα, με τις βελτιώσεις να κυμαίνονται από 3% ως 13% (Πίνακας 4.4.3, Γράφημα 4.4.5).
- Για το PRP10C ο HS+1_1x παρέχει βελτιωμένες λύσεις για 15 στιγμιότυπα, με τις βελτιώσεις να κυμαίνονται από 0,5% ως 10% (Πίνακας 4.4.4, Γράφημα 4.4.6).
- Για το PRP50B ο HS+1_1x δεν παρέχει καμία βελτίωση, αντιθέτως εμφανίζει αποκλίσεις από 6% ως 29% (Πίνακας 4.4.5, Γράφημα 4.4.7).
- Τέλος, στο PRP50C ο HS+1_1x δεν παρέχει καμία βελτίωση, εμφανίζοντας παρόμοιες αποκλίσεις από 7% ως 27% (Πίνακας 4.4.6, Γράφημα 4.4.8).

Πίνακας 4.4.4: Σύγκριση αποτελεσμάτων HS+1_1x με τα βέλτιστα γνωστά κόστη για το PRP10B

PRP10B	Μέσο κόστος (It)		% διαφορά
	HS+1-1x	BKV	
UK10_01-B	92,73	89,63	3,46
UK10_02-B	122,02	113,78	7,24
UK10_03-B	94,65	92,41	2,43
UK10_04-B	113,87	108,43	5,02

UK10_05-B	97,37	100,29	-2,91
UK10_06-B	113,83	121,71	-6,48
UK10_07-B	114,41	105,09	8,87
UK10_08-B	131,4	120,96	8,63
UK10_09-B	108,12	102,81	5,17
UK10_10-B	101,43	107,87	-5,97
UK10_11-B	150,39	147,61	1,89
UK10_12-B	83,19	91,51	-9,10
UK10_13-B	100,03	106,19	-5,80
UK10_14-B	104,26	103,16	1,07
UK10_15-B	72,78	61,05	19,21
UK10_16-B	80,15	83,24	-3,72
UK10_17-B	102,3	116,34	-12,07
UK10_18-B	77,18	88,69	-12,98
UK10_19-B	109,13	107,85	1,19
UK10_20-B	71,7	76,94	-6,81
Μέσος όρος	102,05	102,28	-0,23

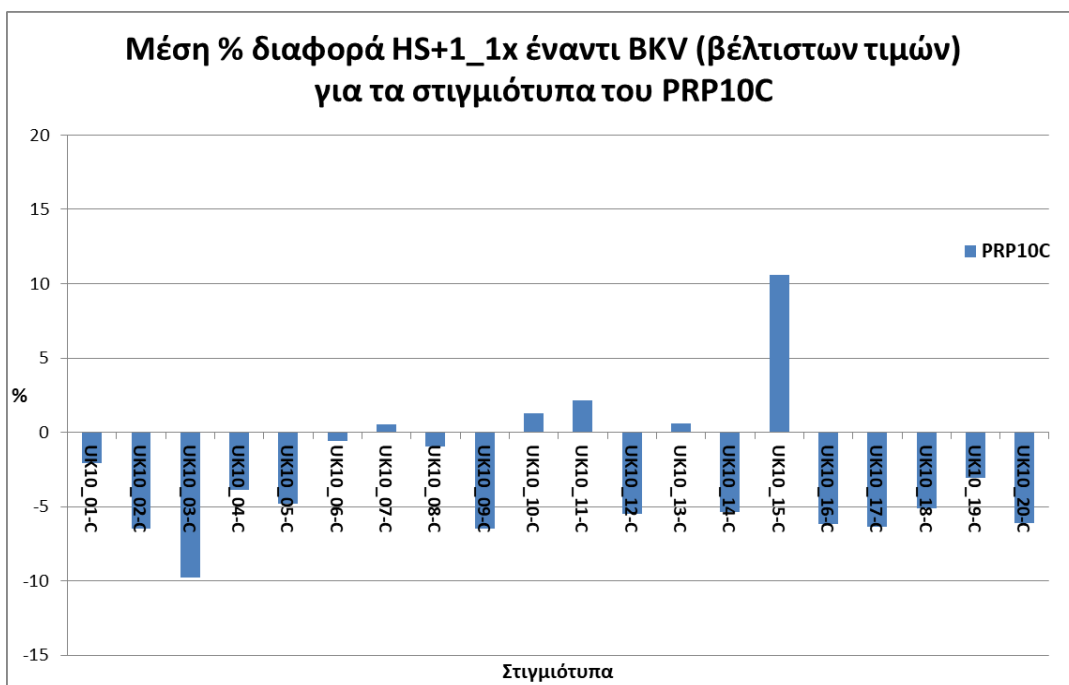


Γράφημα 4.4.5: Μέση % διαφορά HS+1_1x με βέλτιστα γνωστά κόστη για PRP10B

Πίνακας 4.4.5: Σύγκριση αποτελεσμάτων HS+1_1x με τα βέλτιστα γνωστά κόστη για το PRP10C

PRP10C	Μέσο κόστος (lt)		% διαφορά
	HS+1-1x	BKV	
UK10_01-C	71,56	73,06	-2,06
UK10_02-C	92,33	98,74	-6,49
UK10_03-C	81,22	90,01	-9,76

UK10_04-C	80,03	83,28	-3,90
UK10_05-C	77,94	81,88	-4,81
UK10_06-C	107,05	107,65	-0,56
UK10_07-C	85,88	85,44	0,51
UK10_08-C	111,33	112,37	-0,93
UK10_09-C	73,07	78,13	-6,47
UK10_10-C	90,56	89,41	1,29
UK10_11-C	127,39	124,73	2,13
UK10_12-C	76,61	81,06	-5,49
UK10_13-C	88,22	87,69	0,60
UK10_14-C	77,87	82,26	-5,33
UK10_15-C	60,66	54,86	10,56
UK10_16-C	77,26	82,33	-6,16
UK10_17-C	76,81	82,01	-6,34
UK10_18-C	73,14	77,07	-5,10
UK10_19-C	89,23	92,04	-3,06
UK10_20-C	69,32	73,85	-6,13
Μέσος όρος	84,37	86,89	-2,90

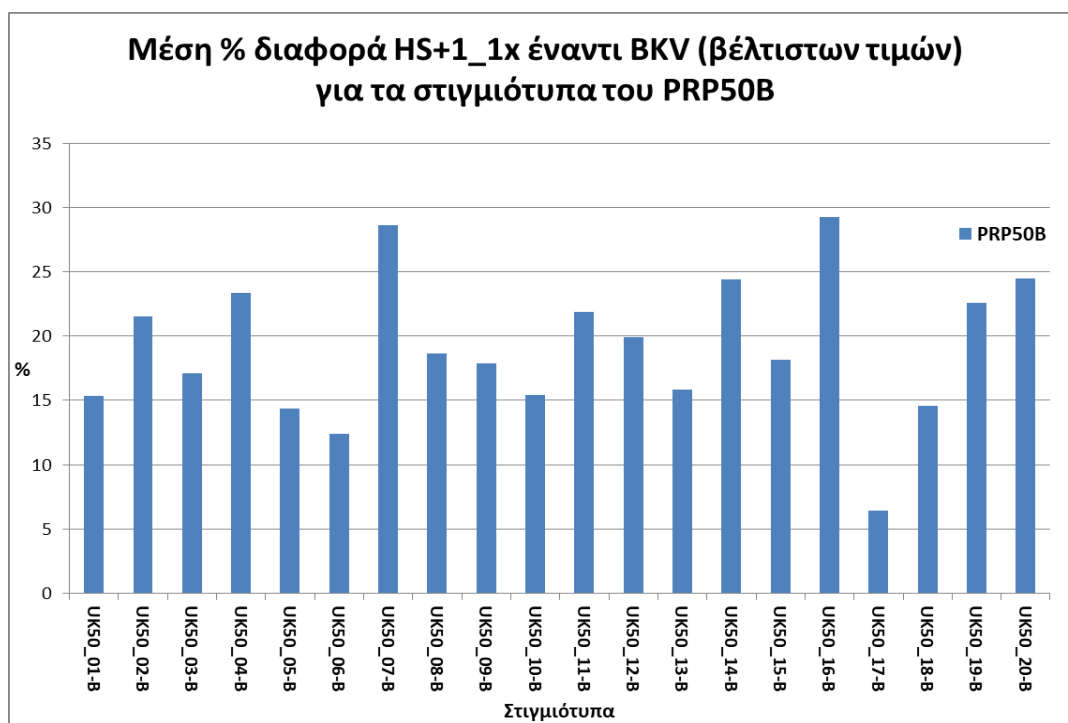


Γράφημα 4.4.6: Μέση % διαφορά HS+1_1x με βέλτιστα γνωστά κόστη για PRP10C

Πίνακας 4.4.6: Σύγκριση αποτελεσμάτων HS+1_1x με τα βέλτιστα γνωστά κόστη για το PRP50B

PRP50B	Μέσο κόστος (lt)		% διαφορά
	HS+1-1x	BKV	
UK50_01-B	374,36	324,54	15,35
UK50_02-B	402,94	331,58	21,52
UK50_03-B	363,99	310,77	17,12
UK50_04-B	454,16	368,13	23,37
UK50_05-B	409,31	357,88	14,37
UK50_06-B	320,33	284,96	12,41
UK50_07-B	339,33	263,76	28,65
UK50_08-B	342,91	289,07	18,62
UK50_09-B	419,59	356,04	17,85

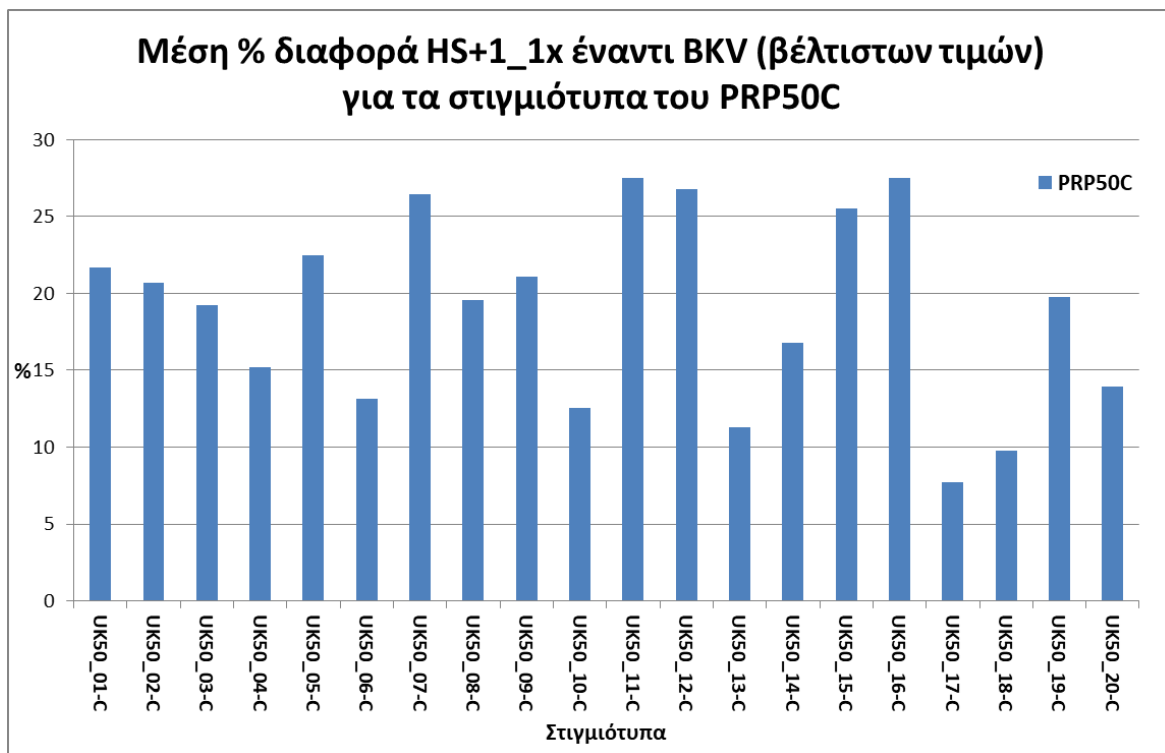
UK50_10-B	374,15	324,21	15,40
UK50_11-B	407,3	334,16	21,89
UK50_12-B	354,19	295,46	19,88
UK50_13-B	335,6	289,74	15,83
UK50_14-B	442,89	355,96	24,42
UK50_15-B	372,65	315,41	18,15
UK50_16-B	363,39	281,13	29,26
UK50_17-B	237,09	222,74	6,44
UK50_18-B	398,61	347,87	14,59
UK50_19-B	353,5	288,35	22,59
UK50_20-B	435,03	349,57	24,45
Μέσος όρος	375,07	314,57	19,23



Γράφημα 4.4.7: Μέση % διαφορά HS+1_1x με βέλτιστα γνωστά κόστη για PRP50B

Πίνακας 4.4.7: Σύγκριση αποτελεσμάτων HS+1_1x με τα βέλτιστα γνωστά κόστη για το PRP50C

PRP50C	Μέσο κόστος (lt)		% διαφορά
	HS+1-1x	BKV	
UK50_01-C	324,59	266,82	21,65
UK50_02-C	359,36	297,76	20,69
UK50_03-C	330,84	277,56	19,20
UK50_04-C	396,22	343,96	15,19
UK50_05-C	373,05	304,66	22,45
UK50_06-C	284,65	251,60	13,14
UK50_07-C	315,85	249,77	26,46
UK50_08-C	302,34	252,86	19,57
UK50_09-C	383,27	316,50	21,10
UK50_10-C	336,84	299,31	12,54
UK50_11-C	355,78	279,08	27,48
UK50_12-C	318,66	251,34	26,79
UK50_13-C	305,86	274,82	11,29
UK50_14-C	359,74	308,11	16,76
UK50_15-C	337,91	269,26	25,50
UK50_16-C	331,29	259,77	27,53
UK50_17-C	204,21	189,58	7,72
UK50_18-C	336,38	306,40	9,78
UK50_19-C	320,64	267,69	19,78
UK50_20-C	357,72	313,91	13,96
Μέσος όρος	331,76	279,04	18,89



Γράφημα 4.4.8: Μέση % διαφορά HS+1_1x με βέλτιστα γνωστά κόστη για PRP50C

4.5 Συμπεράσματα

Στη παρούσα εργασία έγινε επίλυση του προβλήματος ρύπανσης δρομολόγησης (Pollution-Routing Problem) με τη χρήση του αλγόριθμου του πλησιέστερου γείτονα (Nearest Neighbor – NN) και της μουσικής αρμονίας (Harmony search - HS) σε συνδυασμό με τοπικές αναζητήσεις. Πραγματοποιήθηκε εφαρμογή στα datasets B και C με 10 ως 50 πελάτες του Kramer et al. (Kramer et al., 2015).

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων παρατηρήθηκε ότι ο HS με τοπική αναζήτηση 1-1 exchange παράγει τα καλύτερα αποτελέσματα, σε σχέση είτε με τον NN είτε με τον HS με τοπική αναζήτηση 2-opt είτε με τον HS χωρίς τοπική αναζήτηση.

Κατά τη σύγκριση του αλγορίθμου της μουσικής αρμονίας (HS) με τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα (NN), φάνηκε ότι ο HS δίνει καλύτερα αποτελέσματα, όμως καθώς αυξάνει το πλήθος των πελατών, μειώνονται οι επιδόσεις του HS. Αυτό θα μπορούσε να διορθωθεί, αλλάζοντας τις παραμέτρους του HS (αυξάνοντας τις επαναλήψεις και τις λύσεις του HS). Η χρήση του αλγορίθμου HS πραγματοποιήθηκε με συγκεκριμένες παραμέτρους, οι οποίες επιλέχθηκαν ύστερα από πολλές δοκιμές με στόχο την επίτευξη αρκετά ικανοποιητικών λύσεων σε χρόνο εκτέλεσης που δεν ξεπερνούσε τις 6 ώρες. Πιο συγκεκριμένα, επιλέχθηκε το πλήθος των λύσεων του HS σε 20, των επαναλήψεων σε 100 και του ποσοστού διασταύρωσης των λύσεων σε 80%. Σίγουρα η αύξηση των επαναλήψεων και των λύσεων οδηγεί σε καλύτερα αποτελέσματα, ωστόσο σε συνδυασμό με την εξαντλητική τοπική αναζήτηση που εφαρμόζεται αργότερα αυξάνει κατακόρυφα τον χρόνο εκτέλεσης.

Αναφορικά με την υλοποίηση των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης 2-opt και 1-1 exchange επισημαίνεται ότι πραγματοποιήθηκε με εξαντλητικό τρόπο, στοχεύοντας στον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης, δηλαδή της λύσης με την χαμηλότερη κατανάλωση καυσίμου. Έτσι επιτυγχάνονται μεν καλύτερα αποτελέσματα, αλλά αυξάνεται σημαντικά ο χρόνος εκτέλεσης. Αυτός ακριβώς ήταν και ο λόγος για τον οποίο δεν έγινε έλεγχος στιγμιότυπων σε περισσότερους από 50 πελάτες.

Εφαρμόζοντας τον HS σε συνδυασμό με τοπικές αναζητήσεις 2-opt και 1-1 exchange, φάνηκε ότι οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης βελτιώνουν περαιτέρω τα αποτελέσματα του HS, με τον 1-1 exchange να υπερτερεί έναντι του 2-opt, παρέχοντας μία μέση βελτίωση 9,10% για το datasetB και 8,49% για το datasetC. Η υπεροχή του 1-1 exchange μάλιστα φαίνεται να αυξάνεται καθώς αυξάνει το πλήθος των πελατών από 10 πελάτες μέχρι 50 πελάτες.

Ο αλγόριθμος αναζήτησης της μουσικής αρμονίας(HS) με τοπική αναζήτηση 1-1 exchange συγκριτικά με: α) τον NN για το datasetB παρέχει 23,6% συνολική μέση βελτίωση και για το datasetC 20,1%, και β) τον HS χωρίς τοπική αναζήτηση για το datasetB παρέχει 9,65% συνολική μέση βελτίωση και για το datasetC 9,0%.

Τέλος, παρατηρήθηκε ότι ο HS με τοπική αναζήτηση 1-1 exchange στην περίπτωση εξυπηρέτησης 10 πελατών παρουσίασε κατά μέσο όρο ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα από τα γνωστά ως βέλτιστα από τη βιβλιογραφία, καταγράφοντας βελτίωση 0,2% για το στιγμιότυπο PRP10B του dataset B και 2,58% για το στιγμιότυπο PRP10C του dataset C. Ωστόσο, για τα στιγμιότυπα των 50 πελατών (PRP50B και PRP50C) παρουσίασε αποκλίσεις 19,32% και 18,79% αντίστοιχα, καταδεικνύοντας ότι δεν είναι εφικτή η επίτευξη των βέλτιστων αποτελεσμάτων της βιβλιογραφίας, δεδομένου ότι στην περίπτωση αυτή έχουν χρησιμοποιηθεί άλλοι αλγόριθμοι ώστε να δίνουν τα βέλτιστα αποτελέσματα.

Βιβλιογραφία

Τσιφτσόγλου Μ. (2020). Αλγόριθμος Αποικίας Μυρμηγκιών για το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων και Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων Δύο Επιπέδων, Διπλωματική Εργασία, Επιβλέπων Καθηγητής: Μαρινάκης Ιωάννης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης.

<https://supplychaindigital.com/digital-supply-chain/what-supply-chain-definitive-guide>

<https://www.sciencedirect.com/topics/economics-econometrics-and-finance/vehicle-routing-problem>

Beck, J.C.; Prosser, P.; Selensky, E. (2003). "Vehicle routing and job shop scheduling: What's the difference?" (PDF). *Proceedings of the 13th International Conference on Artificial Intelligence Planning and Scheduling*.

<https://www.linkedin.com/pulse/vehicle-routing-problem-its-variants-sajaykumar-j>

https://www.researchgate.net/publication/314523255_Harmony_Search_Algorithm Chapter 1
Harmony Search Algorithm: Basic Concepts and Engineering Applications

<https://doi.org/10.1155/2015/258491> Harmony Search Method: Theory and Applications

CHAPTER 7 Harmony search algorithm

N.P. Theodossiou & I.P. Kougias

Division of Hydraulics and Environmental Engineering, Department of Civil Engineering, Aristotle University of Thessaloniki, Greece.

- Demir, E., Bektas, T., Laporte, G. (2012). An adaptive large neighborhood search heuristic for the Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research* 223 (2), 346–359. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.06.044>
- Kramer, R., Subramanian, A., Vidal, T., Cabral, L. (2015). A matheuristic approach for the Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research* 243 (2), 523–539. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.12.009>
- Kramer, R., Maculan, N., Subramanian, S., Vidal, T. (2015). Electronic Companion of “A speed and departure time optimization algorithm for the Pollution-Routing Problem”. *European Journal of Operational Research* 247(8), 782-787. <https://w1.cirrelt.ca/~vidalt/resources/e-compPRP.pdf>
- Vidal T. Web page: Supplementary Research Material Related to Vehicle Routing Problems. Ανακτήθηκε 10 Ιουνίου 2023 από: <https://w1.cirrelt.ca/~vidalt/en/VRP-resources.html>