

Πολυτεχνείο Κρήτης

Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Διπλωματική εργασία

Επίλυση του προβλήματος πλανόδιου πωλητή με παραλαβές , παραδόσεις
εμπορευμάτων σε σκάφη με συγκεκριμένο θύθισμα

Παναγιώτης Μηνάς Μινόπουλος 2017010186



Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής

Δρ. Μαρινάκη Μαγδαληνή

Δρ. Ματσατσίνης Νικόλαος

Επιβλέπων καθηγητής

Δρ.Μαρινάκης Ιωάννης

Περιεχόμενα

| | |
|--|----|
| Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή | 4 |
| 1.1 Logistics..... | 4 |
| 1.1.2 Τομείς Logistics | 4 |
| 1.1.3 Εφαρμογές Logistics | 5 |
| 1.1.4 Μεταφορές | 6 |
| 1.1.5 Κατηγορίες Αποφάσεων στη Διαχείριση Μεταφορών | 7 |
| 1.2 Εφοδιαστική Αλυσίδα..... | 8 |
| 1.2.1 Βασικές Λειτουργίες Εφοδιαστικής Αλυσίδας..... | 8 |
| 1.2.2 Ο Ρόλος Της Ελλάδας..... | 12 |
| Κεφάλαιο 2 : Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problems) | 13 |
| 2.1 Δρομολόγηση Και Εφοδιαστική Αλυσίδα | 13 |
| 2.1.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων | |
| 2.3 Πρόβλημα Περιπλανώμενου Πωλητή..... | 17 |
| 2.3.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή..... | 18 |
| Κεφάλαιο 3 : Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης..... | 19 |
| 3.1 Ακριβείς Αλγόριθμοι..... | 19 |
| 3.2 Αλγόριθμος Διακλάδωσης και Τομής | 19 |
| 3.3 Ευρετικοί Αλγόριθμοι | 20 |
| 3.4 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης | 21 |
| 3.5 Αλγόριθμοι Απληστίας | 22 |
| 3.6 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι..... | 23 |
| 3.6.1 Αλγόριθμος Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu) | 23 |
| 3.6.2 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (ACO) | 24 |
| Κεφάλαιο 4 : Πρόβλημα Πλανόδιου Πωλητή Με Πλοίο Συγκεκριμένης Χωρητικότητας Που Κάνει Παραλαβές Και Παραδόσεις (Traveling Salesman Problem For Capacited Boat With Pickups, Deliveries And Draft Limits) | 28 |
| 4.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Περιορισμένης Χωρητικότητας Οχημάτων (CVRP) | 28 |
| 4.1.2 Μαθηματική μοντελοποίηση | 28 |
| 4.3 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Παραλαβές Και Παραδόσεις (VRPPD) Και Χρονικούς Περιορισμούς (Time Windows) | 29 |
| 4.3.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση..... | 29 |
| 4.4 Δεδομένα Και Περιορισμοί Προβλήματος..... | 31 |
| 4.4.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση..... | 32 |
| Κεφάλαιο 5 : Επίλυση Του Προβλήματος Με Τον Αλγόριθμο Ant Colony Optimiztion Και Ant System Min Max..... | 35 |

| | |
|--|----|
| 5.1 Δεδομένα Που Χρησιμοποιήθηκαν | 35 |
| 5.2 Βήματα Για Υπολογισμό Απόστασης Διαδρομής Και Μονοπατιού | 36 |
| 5.3 Ψευδοκώδικας | 36 |
| Κεφάλαιο 6 : Αποτελέσματα | 40 |
| 6.1 Σχεδιαγράμματα | 44 |
| Κεφάλαιο 7 : Συμπεράσματα | 47 |

Επισήμανση

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για μη κερδοσκοπικό σκοπό, εκπαιδευτικού ή ερευνητικού χαρακτήρα, με την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για άλλη χρήση θα πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζεται η βελτιστοποίηση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή με παραδώσεις και παραλαβές. Το πρόβλημα αναζητάει την βέλτιστη διαδρομή ενός πλοίου με φορτίο που καλείται να επισκεφτεί όλα τα λιμάνια και να επιστρέψει στο αρχικό λιμάνι άδειο, κάθε λιμάνι έχει συγκεκριμένα βυθίσματα. Στο σύνολο των λιμανιών υπάρχουν κάποια τα οποία δίνουν ποσότητες αγαθών και άλλα τα οποία ζητάνε αυτές τις ποσότητες από τα συγκεκριμένα λιμάνια, τα πρώτα είναι ο σταθμός προέλευσης και τα δεύτερα ο προορισμός. Μια αναγκαία συνθήκη είναι τα λιμάνια προέλευσης να επισκέπτονται πρώτα από τα αντίστοιχα προορισμού. Η χωρητικότητα του πλοίου είναι περιορισμένη και δεν πρέπει να ξεπεραστεί από το παρόν φορτίο καθ' όλη την διάρκεια της διαδρομής. Χρησιμοποιήθηκαν οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι ant colony optimization και ant system min max καθώς και οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης 2 opt και 3 opt για έναν σταθερό αριθμό επαναλήψεων και μυρμηγκιών. Σε ένα πλήθος δεδομένων εφαρμόστηκαν οι παραπάνω αλγόριθμοι και μέθοδοι έτσι ώστε να διερευνηθεί ποιος είναι ο καταλληλότερος. Στα περισσότερα παραδείγματα ο αλγόριθμος ant system min max σε συνδυασμό και με τις δυο μεθόδους τοπικής αναζήτησης είχε τα καλύτερα αποτελέσματα, όμως οι χρόνοι εκτέλεσης του ήταν αισθητά μεγαλύτεροι από τους υπόλοιπους αλγόριθμους και οι υπολογιστικές του ανάγκες απαιτητικές.

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Logistics :

Ορισμός [1] : Logistics είναι η φυσική διανομή των προϊόντων και συγκεκριμένα εκείνο το τμήμα της Διαχείρισης εφοδιαστικής Αλυσίδας που σχεδιάζει, υλοποιεί και ελέγχει την αποδοτική, αποτελεσματική, κανονική και αντίστροφη ροή και αποθήκευση των προϊόντων, υπηρεσιών και των σχετικών πληροφοριών από το σημείο προέλευσης τους έως το σημείο κατανάλωσης τους, ώστε να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις των πελατών.

1.1.2 Τομείς Logistics :

- Business Logistics
- Systems Logistics
- Maritime Logistics
- Logistics Υγείας
- Logistics Στρατού
- Περιβαλλοντικά Logistics
- City Logistics
- Crisis Logistics
- Logistics Υπηρεσιών
- Agro-logistics
- Supply Chain Management Logistics
- Information Systems και Reverse Logistics

Agro-logistics : Αφορά την παραγωγή, αποθήκευση, μεταφορά και διανομή των γεωργικών προϊόντων. Περιλαμβάνει τη διαχείριση της αλυσίδας εφοδιασμού από το αγρόκτημα έως τον τελικό καταναλωτή, συμπεριλαμβανομένου του χειρισμού και της συσκευασίας νωπών προϊόντων(κρέας), της διαχείρισης εγκαταστάσεων αποθήκευσης, της ασφαλούς μεταφοράς αγαθών σε μεγάλες αποστάσεις και τη διασφάλιση της ποιότητας και της 'φρεσκάδας' των προϊόντων. Η αποτελεσματική εφαρμογή των agro-logistics μπορεί να συμβάλει στη μείωση της σπατάλης των τροφίμων, στη βελτίωση της ποιότητας των γεωργικών προϊόντων και στην αύξηση των αγροτικών προϊόντων στις αγορές. Είναι ένας κρίσιμος κρίκος της γεωργικής βιομηχανίας, η οποία διαδραματίζει ζωτικό ρόλο για την παροχή τροφής στον όλο αυξανόμενο πληθυσμό του κόσμου.

Maritime logistics : Είναι τα logistics τα οποία ειδικεύονται στις θαλάσσιες μεταφορές εμπορευμάτων. Αποτελούν την βασική μορφή μεταφοράς εξαρτημάτων και τελικών προϊόντων σε παγκόσμια κλίμακα. Τα προτερήματα των θαλάσσιων μεταφορών είναι οι ανταγωνιστικές τιμές κυρίων σε μεγάλες αποστάσεις, με το κόστος τους να είναι από τέσσερις έως έξι φορές φθηνότερο από τις αερομεταφορές. Στον τομέα της αποδοτικότητας ένα πλοίο μπορεί να χωρέσει μέχρι και 24.000 container μήκους 6.1 μέτρα και δεν αντιμετωπίζουν το θέμα των υπέρογκων φορτίων, αφού μπορούν να κουβαλήσουν από δομικά υλικά πολλών τόνων μέχρι αρκετές χιλιάδες αμάξια. Κλείνοντας δεν μπορεί να παραλείψει κανείς την φιλικότητα τους προς το περιβάλλον. Παράγουν τα

λιγότερα γραμμάρια εκπομπών καυσαερίου από οποιαδήποτε άλλο μέσο μεταφοράς και με την βοήθεια της τεχνολογίας του υγροποιημένου φυσικού αερίου (Lng) αυτοί οι ρύποι μειώνονται αισθητά. Τα μειονεκτήματα των θαλάσσιων μεταφορών είναι η μικρότερη ταχύτητα σε σχέση με τις χερσαίες και τις εναέριες μεταφορές. Επίσης, υπάρχει περιορισμός ως προς το είδος και την ελάχιστη ποσότητα του προϊόντος που μεταφέρεται. Σε γενικές γραμμές, οι μεταφορές προϊόντων δια θαλάσσης έχει υπολογιστεί ότι αντιπροσωπεύει το 98% των μεταφορών του παγκοσμίου εμπορίου (ποσοτικά), με την η διακίνηση εμπορευματοκιβωτίων σε ευρωπαϊκά λιμάνια να αυξάνεται κατά 6% ετησίως, ενώ η κυκλοφορία μέσω των λιμανιών της Νοτιοανατολικής Ευρώπης να αυξάνεται κατά περισσότερο από 8% ετησίως.

Logistics Υγείας : Περιλαμβάνει τον σχεδιασμό, τη διαχείριση και τον συντονισμό της αλυσίδας εφοδιασμού για προϊόντα και υπηρεσίες υγειονομικής περίθαλψης, συμπεριλαμβανομένων φαρμάκων, ιατρικών συσκευών, καθώς και τη διαχείριση αποβλήτων υγειονομικής περίθαλψης. Επίσης αποτελείται από την αποθήκευση, τη μεταφορά και τη διανομή αυτών των προϊόντων σε εγκαταστάσεις υγειονομικής περίθαλψης, κλινικές και νοσοκομεία. Η αποτελεσματικότητα της είναι απαραίτητη για τη διασφάλιση της διαθεσιμότητας προϊόντων και υπηρεσιών υγειονομικής περίθαλψης στους ασθενείς. Συντελεί στη βελτίωση της ποιότητας ζωής, βοηθώντας στην αποτελεσματικότητα, στη μείωση του κόστους και στην αύξηση της πρόσβασης στην υγειονομική περίθαλψη για τους ανθρώπους σε όλο τον κόσμο.

1.1.3 Εφαρμογές Logistics :

1. **Στην επιχείρηση,** η οποία πρέπει να οργανώσει την εισροή, την εσωτερική διακίνηση και την εκροή υλικών και προϊόντων κατά τέτοιον τρόπο, έτσι ώστε να εξασφαλίζει τη μέγιστη ικανοποίηση των πελατών της.
2. **Στην εφοδιαστική αλυσίδα,** η οποία αποτελείται από όλες εκείνες τις επιχειρήσεις και οργανισμούς που είναι απαραίτητοι έτσι ώστε ένα προϊόν, από πρώτες ύλες να καταλήξει στον τελικό πελάτη. Η αποτελεσματική οργάνωση και διοίκηση της ροής προϊόντων και πληροφοριών σε αυτήν την αλυσίδα αποτελεί επιτακτική ανάγκη σε μία παγκοσμιοποιημένη και ψηφιακή οικονομία, όπου ο ανταγωνισμός από ατομικός (επιχείρηση εναντίον επιχείρησης) γίνεται συλλογικός (εφοδιαστική αλυσίδα εναντίον εφοδιαστικής αλυσίδας).

Τα logistics και τα μεταφορικά μέσα είναι στενά συνδεδεμένες λειτουργίες στην αλυσίδα εφοδιασμού. Ενώ τα logistics επικεντρώνονται στον σχεδιασμό και τον συντονισμό της κυκλοφορίας αγαθών και υπηρεσιών, τα μεταφορικά μέσα είναι η κινητήριος μοχλός αυτών των αγαθών και υπηρεσιών από τη μια τοποθεσία στην άλλη. Οι μεταφορές είναι ένα σημαντικό κομμάτι της εφοδιαστικής, καθώς περιλαμβάνει την επιλογή του κατάλληλου τρόπου μεταφοράς, όπως ο αέρας, η ξηρά ή η θάλασσα, για τα αγαθά έτσι ώστε να φτάσουν στον προορισμό τους. Η αποτελεσματική διαχείριση των δρομολογίων είναι κρίσιμη για τη διασφάλιση ότι τα αγαθά παραδίδονται έγκαιρα, στη σωστή κατάσταση και με το χαμηλότερο δυνατό κόστος. Τα logistics και τα μεταφορικά μέσα συνεργάζονται

για τη βελτιστοποίηση της ροής αγαθών και υπηρεσιών σε όλη την αλυσίδα εφοδιασμού, από την παροχή προμήθειων έως την παράδοση των αγαθών, για να καλύψουν τις ανάγκες των πελατών .

1.1.4 Μεταφορές :

Εναέριες Μεταφορές : Οι αεροπορικές μεταφορές είναι το νεότερο μέσο μεταφορών, με αναμφισβήτητη επιρροή στο διεθνές εμπόριο. Τα πλεονεκτήματα των εναέριων μεταφορών συνοψίζονται στα εξής :

- Πολύ γρήγορη μεταφορά
- Μικρότερο κόστος συσκευασίας
- Ελάχιστο ρίσκο για ζημιές, κλοπές κτλ.
- Συνεπής και έγκαιρη παράδοση

Χερσαίες Μεταφορές : Οι χερσαίες μεταφορές περιλαμβάνουν τις σιδηροδρομικές μεταφορές και τις οδικές μεταφορές. Οι **σιδηροδρομικές μεταφορές** αποτελούν την πλέον κλασική μορφή μεταφοράς. Τα πλεονεκτήματα των σιδηροδρομικών μεταφορών συνοψίζονται στα εξής :

- Χαμηλού κόστους μεταφοράς σε σχέση με άλλα μεταφορικά μέσα.
- Αποτελεσματικές μεταφορές μεγάλου φορτίου σε μεγάλες αποστάσεις
- Αποτελεί τον βασικό συνδετικό κρίκο για το διεθνές σύστημα μεταφορών
- Είναι το φιλικότερο προς το περιβάλλον μέσο μεταφοράς

Οδικές μεταφορές : Υπάρχει τάση σημαντικής αύξησης του μεριδίου των οδικών μεταφορών στο σύνολο των χερσαίων μεταφορών, καθώς είναι αναμφισβήτητα πιο ελαστικό μέσο μεταφοράς στον τομέα των δρομολογίων, στον προγραμματισμό και στη διαθεσιμότητα. Τα πλεονεκτήματα που χαρακτηρίζουν τις οδικές μεταφορές συνοψίζονται στα ακόλουθα:

- Ταχύτερη από τις θαλάσσιες μεταφορές
- Φθηνότερη από τις αεροπορικές μεταφορές
- Ικανότητα μεταφοράς από πόρτα σε πόρτα

Θαλάσσιες μεταφορές : Βασικό στοιχείο των θαλάσσιων μεταφορών είναι οι λιμένες, των οποίων ο αριθμός φτάνει τους 7.000 παγκοσμίως, από τους οποίους οι 1.700 είναι διεθνείς. Εκτός από τους λιμένες, οι διεθνείς θαλάσσιες μεταφορές εξυπηρετούνται με 20 θαλάσσιες διώρυγες και 120 πορθμούς. Οι θαλάσσιες μεταφορές στην Ελλάδα είναι ιδιαίτερα σημαντικές, αφού εξυπηρετούν μια κατεχοχήν νησιωτική χώρα. Η μεταφορά δια θαλάσσης, αφορά κυρίως προϊόντα που είναι βαριά, χωρίς συσκευασία, χαμηλής αξίας, που δεν είναι ευαίσθητα σε κλοπή ή καταστροφή και η ταχύτητα δεν αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους παράγοντες της μεταφοράς τους. Η φόρτωση και η εκφόρτωση με τη βοήθεια μηχανικών μέσων και η χρήση συμπληρωματικών μέσων στη στεριά είναι σημαντικά χαρακτηριστικά των θαλάσσιων μεταφορών. Κάποια από τα προϊόντα που μεταφέρονται με θαλάσσιες μεταφορές είναι ο άνθρακας, προϊόντα ξύλου και πετρελαιοειδή.

Κατηγορίες εμπορικών πλοίων :

- Φορτηγά πλοία Ξηρών φορτίων : χύμα ομοειδή φορτία (bulk carrier).
- Φορτηγά πλοία Ξηρών φορτίων : πλοία μεταφοράς γενικών φορτίων (general cargo).
- Φορτηγά πλοία υγρών φορτίων : που μεταφέρουν υγροποιημένο αέριο πετρελαίου (Liquefied Petroleum Gases).
- Φορτηγά πλοία υγρών φορτίων : που μεταφέρουν υγροποιημένο φυσικό αέριο (Liquefied Natural Gases).

Σύγκριση μεταξύ Μέσων Μεταφοράς :

| Βασικά χαρακτηριστικά | Οδικές Μεταφορές | Σιδη/κές Μεταφορές | Θαλάσσιες Μεταφορές | Εναέριες Μεταφορές |
|-----------------------|--------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| Κάλυψη αγοράς | Σημείο προς σημείο | Σταθμό προς σταθμό | Σταθμό προς σταθμό | Σταθμό προς σταθμό |
| Αξία αγαθών | Κάθε τύπου | Μικρή-μέτρια | Μικρή | Υψηλή |
| Ταχύτητα | Μέτρια | Χαμηλή | Χαμηλή | Υψηλή |
| Ανταγωνισμός | Υψηλή | Μέτρια | Χαμηλή | Μέτρια |
| Συνέπεια | Υψηλή | Μέτρια | Χαμηλή-Μέτρια | Υψηλή |
| Απώλειες | Χαμηλές | Μέτριες-Υψηλές | Χαμηλές-Μέτριες | Χαμηλές |
| Ευελιξία | Υψηλή | Μέτρια | Χαμηλή | Χαμηλή-Μέτρια |
| Περιβ/κοι ρύποι | Υψηλή | Χαμηλή | Χαμηλή | Υψηλή |
| κόστος | Μέτριο | Χαμηλό | Χαμηλό | Υψηλό |

1.1.5 Κατηγορίες Αποφάσεων στη Διαχείριση Μεταφορών : Οι παραπάνω κατηγορίες για τις μεταφορές κατηγοριοποιούνται σε **τρεις βασικές κατηγορίες** αποφάσεων στη διαχείριση μεταφορών :

- **Φυσικές :** Τα αντικείμενα που διαχειριζόμαστε όταν πραγματοποιούνται από την πλευρά του μεταφορέα, απλά έχουν ένα κόστος για την μεταφορά από τη μια τοποθεσία στην άλλη. Από την πλευρά της εταιρείας μεταφορών, αυτή η δραστηριότητα γίνεται με τη χρήση επαναχρησιμοποιούμενων πόρων. Η εξυπηρέτηση της ζήτησης ενός πελάτη μπορεί να απαιτεί τη χρήση διαφορετικών πόρων μιας εταιρείας που συνδυάζονται μεταξύ τους με στόχο την ολοκλήρωση της δουλειάς.
- **Οικονομικές :** Είναι πολύ σημαντικό να τιμολογηθεί σωστά μια υπηρεσία μεταφοράς. Η τιμολόγηση των υπηρεσιών μεταφοράς περιπλέκεται από τις επιδράσεις του δικτύου μεταφοράς και από την πρακτική ότι ο πελάτης πληρώνει μόνο όταν θα παραλάβει το προϊόν αλλά απαιτεί να είναι έτοιμο όταν το παραγγείλει. Επιπρόσθετα ο πελάτης ζητάει σταθερή τιμολόγηση που είναι το σταθερό κόστος το οποίο απαιτείται για τη μεταφορά κάποιου προϊόντος από την πηγή στον προορισμό.
- **Πληροφοριακές :** Οι πελάτες εισάγουν τις παραγγελίες τους στο σύστημα τυχαία με διαφορετική πληροφόρηση, η παραγγελία πρέπει να κατοχυρωθεί στο αντίστοιχο μέρος του συστήματος, εκεί ενημερώνονται για την διαθεσιμότητα του προϊόντος που συνήθως επηρεάζεται από

εξωγενείς παράγοντες. Πολλές πληροφορίες βρίσκονται σε διάφορα μέρη του συστήματος και δεν είναι διαθέσιμες κεντρικά. Ως αποτέλεσμα, πολλές αποφάσεις λαμβάνονται τοπικά, το οποίο επηρεάζει την αποτελεσματικότητα της επιχείρησης .

1.2 Εφοδιαστική Αλυσίδα :

Ορισμός εφοδιαστικής αλυσίδας : Η Εφοδιαστική Αλυσίδα είναι ο συνδυασμός των δραστηριοτήτων που σχετίζονται με την κίνηση των προϊόντων ή των υπηρεσιών από τους προμηθευτές προς τους πελάτες, μέσω μιας σειράς αλληλουχίας διαδικασιών, πόρων και επιχειρησιακών συστημάτων. Χωρίζεται στον σχεδιασμό και στην εκτέλεση. Ο σχεδιασμός περιλαμβάνει τις διαδικασίες που αφορούν στην πρόβλεψη των απαιτούμενων υλικών και στο σχεδιασμό της παραγωγής και διανομής. Η εκτέλεση εστιάζει στα αποτελέσματα του σχεδιασμού, χρησιμοποιώντας διαδικασίες, όπως τον έλεγχο της παραγωγής και των αποθεμάτων, την διαχείριση τους και η μεταφορά και διανομή. Έτσι ώστε να διασφαλίζεται ότι τα προϊόντα και οι υπηρεσίες παρέχονται στους πελάτες της επιχείρησης στον κατάλληλο χρόνο και με την κατάλληλη ποιότητα, ενώ ταυτόχρονα διατηρείται ένα υψηλό επίπεδο αποδοτικότητας και ανταγωνιστικότητας της επιχείρησης.

1.2.1 Βασικές Λειτουργίες Εφοδιαστικής Αλυσίδας [2]

1. Προμήθειες
2. Παραγωγή
3. Μεταφορές
4. Αποθήκευση
5. Διανομή
6. Εξυπηρέτηση Πελατών

Προμήθειες : Οι προμήθειες είναι μια θεμελιώδης λειτουργία της αλυσίδας εφοδιασμού που περιλαμβάνει τη διασφάλιση της διαθεσιμότητας των απαραίτητων πρώτων υλών και προϊόντων για την παραγωγή αγαθών. Κάποιες βασικές αρχές τους είναι η παραλαβή και η επιθεώρηση των παραδοθέντων υλικών και προϊόντων για να διασφαλιστεί ότι πληρούν τα συμφωνημένα πρότυπα ποιότητας, η επεξεργασία των πληρωμών προς τους προμηθευτές, η τήρηση ακριβών αρχείων συναλλαγών και η διαδικασία αναζήτησης και επιλογής προμηθευτών.

Παραγωγή : Η παραγωγή είναι η διαδικασία μετατροπής πρώτων υλών ή εξαρτημάτων σε τελικά προϊόντα ή προϊόντα που μπορούν να πωληθούν στους πελάτες. Βασικός τομέας της είναι ο σχεδιασμός, δηλαδή ο καθορισμός των ποσοτήτων και των τύπων των προϊόντων που θα κατασκευαστούν, το χρονοδιαγράμμα παραγωγής που θα ακολουθηθεί και η ανάγκη των απαραίτητων πόρων, άλλοι τομείς είναι :

- **Προγραμματισμός :** Περιλαμβάνει τη δημιουργία ενός λεπτομερούς σχεδίου για τη σειρά των εργασιών που πρέπει να πραγματοποιηθούν για την κατασκευή των προϊόντων.

- **Προμήθεια :** Παροχή πρώτων υλών, εξαρτημάτων και εξοπλισμού που είναι απαραίτητοι για την κατασκευή των προϊόντων.
- **Συναρμολόγηση :** Η συναρμολόγηση των διαφόρων εξαρτημάτων του προϊόντος με τη σωστή σειρά και τρόπο.
- **Δοκιμή :** Μόλις το προϊόν συναρμολογηθεί, πρέπει να ελεγχθεί για να διασφαλιστεί ότι πληροί τις απαιτούμενες προδιαγραφές και πρότυπα ποιότητας.
- **Συσκευασία :** Όταν έχει πάρει την τελική του μορφή πρέπει να συσκευαστεί με τρόπο που να το προστατεύει κατά τη μεταφορά και την αποθήκευση και επίσης να το παρουσιάζει ελκυστικά στους πελάτες.
- **Ποιοτικός έλεγχος :** Αυτό περιλαμβάνει την παρακολούθηση της παραγωγικής διαδικασίας για να διασφαλιστεί ότι τα προϊόντα πληρούν τα επιθυμητά πρότυπα ποιότητας.

Μεταφορές : Ο όρος μεταφορά αναφέρεται στα μεταφορικά μέσα που χρησιμοποιούνται για να μετακινήσουν τα αγαθά από τον προμηθευτή, στον τόπο παραγωγής και από εκεί προς τις αποθήκες είτε αυτές βρίσκονται στον τόπο παραγωγής είτε αλλού. Αποτελεί σημαντικό κόστος και χρειάζεται:

- Κατάλληλη επιλογή του μέσου μεταφοράς (συμφώνα πάντα με το είδος του παραγόμενου προϊόντος).
- Κατάλληλη επιλογή της τοποθεσίας των εγκαταστάσεων παραγωγής.
- Η σχεδίαση της γραμμής παραγωγής (φάσεις παραγωγής).

Αποθήκευση : Από τις σημαντικότερες λειτουργίες της εφοδιαστικής αλυσίδας που περιλαμβάνει την ασφαλή και αποτελεσματική αποθήκευση των πρώτων υλών, των υπό εξέλιξη εργασιών και των τελικών προϊόντων μέχρι να χρειαστούν για παραγωγή ή αποστολή. Με βασικές στάδια :

- **Παραλαβή :** Αυτό περιλαμβάνει την αποδοχή και την τεκμηρίωση των εισερχόμενων προϊόντων ή υλικών που παραδίδονται στην αποθήκη ή την εγκατάσταση αποθήκευσης.
- **Αναγνώριση και επισήμανση :** Κάθε στοιχείο προσδιορίζεται και επισημαίνεται με μοναδικά αναγνωριστικά για να διασφαλιστεί η εύκολη παρακολούθηση και διαχείριση (QR, RFID, Barcode).
- **Αποθήκευση :** Τα προϊόντα αποθηκεύονται σε καθορισμένες τοποθεσίες σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά τους. Για παράδειγμα, τα προϊόντα που απαιτούν ψύξη θα φυλάσσονται σε ξεχωριστό χώρο ψύξης.
- **Διαχείριση αποθεμάτων :** Το απόθεμα παρακολουθείται και για να διασφαλιστεί ότι θα διατηρούνται επαρκή επίπεδα αποθεμάτων και ότι τα προϊόντα αποθηκεύονται σωστά.
- **Παραλαβή παραγγελίας :** Τα επιθυμητά προϊόντα από τον πελάτη, επιλέγονται από το απόθεμα και προετοιμάζονται για αποστολή.
- **Αποστολή :** Τα προϊόντα συσκευάζονται για τη αποστολή τους (μπαίνουν σε παλέτες, τυλίγονται με σελοφάν) και αποστέλλονται στους πελάτες ή σε άλλες εγκαταστάσεις.

- **Συντήρηση :** Οι εγκαταστάσεις αποθήκευσης πρέπει να διατηρούνται καθαρές και ασφαλείς για το προσωπικό ώστε να θεωρούνται πλήρως λειτουργικές και κατάλληλες τόσο για τους υπάλληλους όσο και για τα προϊόντα.

Διανομή: Περιλαμβάνει τη μεταφορά των τελικών προϊόντων από τον κατασκευαστή ή την εγκατάσταση αποθήκευσης στον τελικό πελάτη. Με βασικές λειτουργίες της :

- **Επεξεργασία παραγγελιών :** Περιλαμβάνει τη λήψη και την επεξεργασία των παραγγελιών για τους πελατών.
- **Σχεδιασμός και προγραμματισμός :** Μετά την λήψη των παραγγελιών, το τμήμα διανομής πρέπει να σχεδιάσει και να προγραμματίσει τη μεταφορά των προϊόντων για να καλύψει τις παραγγελίες.
- **Μεταφορά :** Περιλαμβάνει τη φυσική μετακίνηση προϊόντων από την εγκατάσταση παραγωγής ή αποθήκευσης στην τοποθεσία του πελάτη. Η μεταφορά μπορεί να περιλαμβάνει διάφορους τρόπους, όπως φορτηγά, τρένα, πλοία ή αεροπλάνα.
- **Αποθήκευση :** Εάν τα προϊόντα πρέπει να αποθηκευτούν προσωρινά σε ενδιάμεση αποθήκη - στάση μέχρι να είναι ξανά έτοιμα για αποστολή.

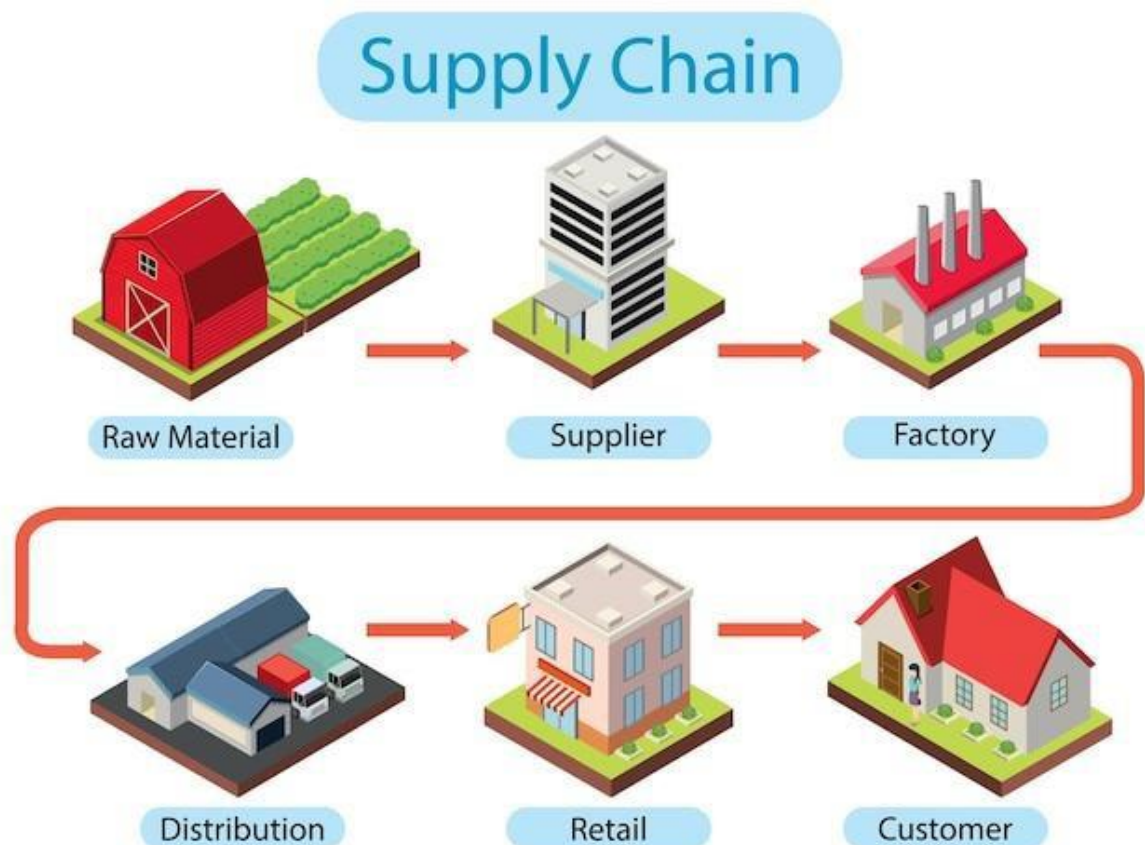
Εξυπηρέτηση Πελατών : Η εξυπηρέτηση πελατών είναι μια βασική λειτουργία στην αλυσίδα εφοδιασμού που εστιάζει στην παροχή άριστης εξυπηρέτησης και υποστήριξης στους πελάτες πριν, κατά τη διάρκεια και μετά την πώληση.

- **Επεξεργασία παραγγελιών :** Οι εκπρόσωποι της εξυπηρέτησης πελατών μπορούν να βοηθήσουν στην επεξεργασία των παραγγελιών πελατών και να διασφαλίσουν ότι είναι ακριβείς και πλήρεις.
- **Ερωτήσεις και υποστήριξη :** Οι αντιπρόσωποι μπορούν επίσης να χειριστούν ερωτήματα και να παρέχουν υποστήριξη σε πελάτες που έχουν ερωτήσεις ή ανησυχίες σχετικά με προϊόντα ή υπηρεσίες.
- **Επίλυση παραπόνων :** Εάν ένας πελάτης έχει πρόβλημα με ένα προϊόν ή μια υπηρεσία, οι εκπρόσωποι της εξυπηρέτησης πελατών είναι υπεύθυνοι για την επίλυση του ζητήματος όσο το δυνατόν γρηγορότερα και αποτελεσματικότερα.
- **Επιστροφές και ανταλλαγές :** Εάν ένας πελάτης χρειάζεται να επιστρέψει ή να ανταλλάξει ένα προϊόν, οι εκπρόσωποι της εξυπηρέτησης πελατών είναι υπεύθυνοι για τη διευκόλυνση της διαδικασίας και τη διασφάλιση ότι ο πελάτης είναι ικανοποιημένος με το αποτέλεσμα.
- **Γνώση προϊόντος :** Οι εκπρόσωποι εξυπηρέτησης πελατών πρέπει να έχουν εις βάθος γνώση των προϊόντων και των υπηρεσιών που πωλούν για να βοηθήσουν αποτελεσματικά τους πελάτες.
- **Επικοινωνία :** Η αποτελεσματική επικοινωνία είναι ζωτικής σημασίας για την παροχή άριστης εξυπηρέτησης πελατών, επομένως οι εκπρόσωποι πρέπει να είναι ειδικευμένοι στην καθαρή και επαγγελματική επικοινωνία με τους πελάτες.

- **Σχόλια πελατών :** Οι εκπρόσωποι της εξυπηρέτησης πελατών μπορούν επίσης να συλλέξουν σχόλια από τους πελάτες για να εντοπίσουν τομείς για βελτίωση σε προϊόντα ή υπηρεσίες και να βοηθήσουν στην ενημέρωση της μελλοντικής ανάπτυξης προϊόντων.

Κλείνοντας η αλυσίδα εφοδιασμού διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στην παγκόσμια οικονομία. Περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα δραστηριοτήτων, από την προμήθεια και την παραγωγή έως τη μεταφορά, την αποθήκευση, τη διανομή και την εξυπηρέτηση πελατών. Η εύρυθμη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι απαραίτητη για τη διασφάλιση της έγκαιρης και αποτελεσματικής ροής αγαθών και υπηρεσιών, τη μείωση του κόστους και την κάλυψη των αναγκών των πελατών.

Συνολικά, η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελεί βασικό γρανάζι της παγκόσμιας οικονομίας και η αποτελεσματική διαχείριση της είναι απαραίτητη για την προώθηση της οικονομικής ανάπτυξης. Δημιουργεί θέσεις εργασίας, τονώνει την καινοτομία και προωθεί τον ανταγωνισμό και τη συνεργασία μεταξύ των εταιρειών. Μια εύρυθμη αλυσίδα εφοδιασμού μπορεί να συμβάλει στην αύξηση της παραγωγικότητας, στη ευκολότερη πρόσβαση των πελατών σε μεγαλύτερη ποικιλία προϊόντων στην αγορά και στην προώθηση του εμπορίου και των επενδύσεων.



Εικόνα(1): Γραφική αναπαράσταση της εφοδιαστικής αλυσίδας

1.2.2 Ο Ρόλος Της Ελλάδας : Η γεωγραφική θέση της Ελλάδας στο σταυροδρόμι τριών ηπείρων (Ευρώπης, Ασίας και Αφρικής), την καθιστά, από την πρώιμη αρχαιότητα, στρατηγικό κομβικό σημείο σύνδεσης διαφορετικών λαών, αγαθών και πολιτισμών, κατέχοντας έτσι νευραλγική θέση στην ανάπτυξη των μεταφορών στην ευρύτερη περιοχή. Σε γενικές γραμμές τα Ελληνικά λιμάνια κατέχουν στρατηγική θέση και λειτουργούν ως περιφερειακά κέντρα εξέχουσας σημασίας για τις μεταφορές από την Ασία προς την Ευρώπη. Συγκεκριμένα, το κεντρικό λιμάνι του Πειραιά είναι ένα μεγάλο λιμάνι με πολλές δυνατότητες, το οποίο μπορεί να λειτουργήσει και ως λιμάνι εμπορευματοκιβωτίων, αλλά και ως τερματικός σταθμός αυτοκινήτων, ενώ έχει σχετικά μικρή απόσταση από την κεντρική μεσογειακή οδό μεταφοράς. Κατέλαβε την 1η θέση, το 2019, μεταξύ των λιμανιών της Μεσογείου και την 25η στον κόσμο, ως προς την διακίνηση εμπορευματοκιβωτίων, με συνολική δυναμικότητα 4,9 εκατ. TEU.

Κεφάλαιο 2 : Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problems)

2.1 Δρομολόγηση Και Εφοδιαστική Αλυσίδα [3] : Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) είναι ένα πολύ γνωστό πρόβλημα βελτιστοποίησης που προκύπτει σε διάφορους τομείς, συμπεριλαμβανομένης της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας προτάθηκε από τους Dantzig και Ramer το 1959 και αποτελεί σημαντικό πρόβλημα στους τομείς των μεταφορών, της διανομής και της εφοδιαστικής . Αναφέρεται στο πρόβλημα εύρεσης της βέλτιστης διαδρομής για μια ομάδα οχημάτων που πρέπει να επισκεφθούν μια σειρά από προορισμούς, όπως πελάτες ή αποθήκες, ενώ ταυτόχρονα πρέπει να εκπληρωθούν κάποιες συνθήκες περιορισμού, όπως οι περιορισμοί χωρητικότητας των οχημάτων ή οι χρονικοί περιορισμοί. Συνήθως το πρόβλημα αναφέρεται στην εύρεση των διαδρομών με τη μικρότερη συνολική απόσταση. Ωστόσο, εάν δεν υπάρχουν άλλοι περιορισμοί, η βέλτιστη λύση είναι να δρομολογηθεί μόνο ένα όχημα για να επισκεφθεί όλες τις τοποθεσίες και να βρεθεί η συντομότερη διαδρομή για αυτό το όχημα. Η βελτιστοποίηση της δρομολόγησης οχημάτων για μια εταιρεία μπορεί να της προσφέρει μια σειρά από πλεονεκτήματα, μερικά από τα οποία αναφέρονται παρακάτω.

- Μείωση του κόστους των μεταφορών, που μπορεί να μεταφραστεί σε μείωση και της τιμής των εμπορευμάτων και του κόστους λειτουργίας και σε αύξηση της ανταγωνιστικότητας της.
- Καλύτερη αξιοποίηση των πόρων της εταιρείας, καλύτερη αξιοποίηση των αποθηκών και χρήση φορτηγών με μεγαλύτερη πληρότητα, κάτι που μπορεί να βοηθήσει και στη μείωση των μέσων μεταφοράς που απαιτούνται για την δρομολόγηση.
- Βελτίωση λειτουργίας και επιπέδου εξυπηρέτησης, αφού όλη η διαδικασία είναι πιο οργανωμένη και έχει γίνει πρόβλεψη και προγραμματισμός για τις παραδόσεις. Έχουν υπολογιστεί οι χρόνοι μεταφοράς και παράδοσης, έχοντας ληφθεί υπόψιν και τα χρονικά παράθυρα στα οποία πρέπει να εξυπηρετηθεί ο κάθε πελάτης ή κατάστημα.
- Ελαχιστοποίηση των νεκρών χρόνων όπου τα οχήματα δεν εμπλέκονται σε κάποια δραστηριότητα.
- Διευκόλυνση του στρατηγικού σχεδιασμού της εταιρείας. Οι δρομολογήσεις του στόλου οχημάτων είναι προγραμματισμένες, ενώ μπορεί να έχουν προβλεφθεί και εναλλακτικές λύσεις για απρόβλεπτα συμβάντα ώστε να προσαρμόζεται δυναμικά στις συνθήκες και τις ανάγκες. Η ύπαρξη κάποιου λογισμικού και κατάλληλων αλγορίθμων μπορεί να επιτρέπει παρακολούθηση των δρομολογίων και δημιουργία εναλλακτικών σε πραγματικό χρόνο.
- Υπάρχει μεγαλύτερη σταθερότητα και ομοιομορφία στους χρόνους των δρομολογίων και στο φορτίο των οχημάτων, πράγματα που επίσης διευκολύνουν τον προγραμματισμό και μπορεί να βοηθήσουν στην αποφυγή καθυστερήσεων και πιθανών ποινών.

Για την επίλυση του vnp, χρησιμοποιούνται μια σειρά από αλγόριθμους εύρεσης καλύτερης δυνατής λύσης που θα αναλυθούν σε επόμενη ενότητα. Οι βασικές κατηγορίες είναι μεθευρετικοί αλγόριθμοι και ευρετικοί, αυτοί οι αλγόριθμοι δεν μπορούν να βρουν την βέλτιστη λύση αλλά είναι ικανοί να βρουν μια ικανοποιητική λύση σε κάποιο κοντινό ελάχιστο.

Το οδικό δίκτυο, που χρησιμοποιείται για την μεταφορά των αγαθών, περιγράφεται γενικά από ένα γράφημα, του οποίου τα τόξα αντιπροσωπεύουν τους δρόμους του δικτύου και οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν τις αποθήκες και τις θέσεις των πελατών. Τα τόξα μπορεί να είναι προσανατολισμένα ή όχι ανάλογα αν ο δρόμος είναι διπλής κατεύθυνσης ή όχι. Κάθε τόξο γενικά συσχετίζεται με ένα κόστος, που αντιστοιχεί συνήθως στο μήκος του, και ένα χρόνο ταξιδιού.

Οι διαδρομές θα πρέπει να ικανοποιούν ένα αριθμό από περιορισμούς, που εξαρτώνται από την φύση των μεταφερόμενων αγαθών, από την ποιότητα του επίπεδου εξυπηρέτησης και από διάφορα χαρακτηριστικά των οχημάτων και των πελατών.

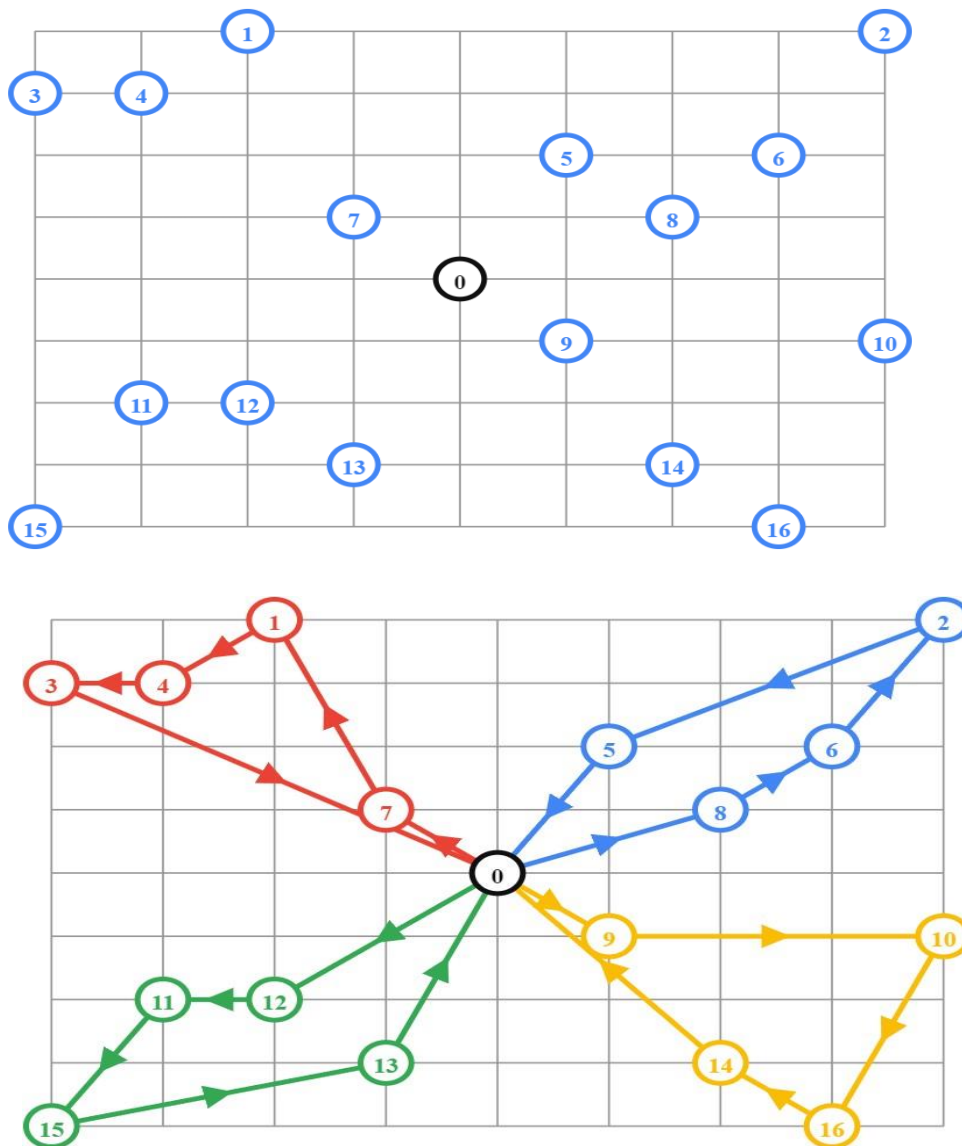
Μερικοί από τους βασικούς περιορισμούς που χρησιμοποιούνται είναι:

- Σε κάθε ξεχωριστή διαδρομή η ποσότητα που μεταφέρει το όχημα δεν μπορεί να ξεπερνάει την συνολική χωρητικότητα του.
- Μπορεί να υπάρχουν πελάτες που να ζητούν μόνο διανομή προϊόντων, άλλοι που να ζητάνε μόνο παραλαβή από αυτούς διαφόρων προϊόντων, ενώ άλλοι θα μπορούν να ζητάνε και από τα δύο.
- Μία παραλλαγή του παραπάνω προβλήματος, είναι οι πελάτες που θέλουν να προμηθευθούν προϊόντα να εξυπηρετηθούν πρώτα, ενώ οι υπόλοιποι να εξυπηρετηθούν στη συνέχεια.
- Πελάτες μπορεί να θέλουν να εξυπηρετηθούν μόνο σε κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.
- Οι οδηγοί μπορεί να δουλεύουν μόνο κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.
- Φυσικά, τα οχήματα μπορεί να μεταφέρουν παραπάνω από ένα προϊόντα.

Όπως γίνεται αντιληπτό το VRP εμφανίζει κάποιες παραλλαγές ανάλογα τους περιορισμούς του προβλήματος, οι βασικές αυτών είναι :

- Capacitated VRP (CVRP) : Σε αυτήν την παραλλαγή, κάθε όχημα έχει περιορισμένη χωρητικότητα που δεν πρέπει να ξεπεραστεί.
- Time-window VRP (TWVRP) : Σε αυτήν την παραλλαγή, υπάρχουν συγκεκριμένα χρονικά παράθυρα εντός των οποίων οι πελάτες πρέπει να εξυπηρετούνται.
- Pick up and delivey VRP (VRPPD) : Σε αυτήν την παραλλαγή, στη διάρκεια μιας διαδρομής μπορούν να πραγματοποιηθούν παραλαβές και διανομές αγαθών, με τα αγαθά που συλλέγονται και να πρέπει να παραδοθούν σε επόμενους πελάτες της ίδιας διαδρομής.

- Ανοιχτό VRP (OVRP) : Σε αυτήν την παραλλαγή, δεν υπάρχει σταθερή θέση αποθήκης και τα οχήματα μπορούν να ξεκινούν και να τελειώνουν σε οποιαδήποτε τοποθεσία πελάτη.
- Πολλαπλές αποθήκες VRP (MDVRP) : Σε αυτήν την παραλλαγή, υπάρχουν πολλές αποθήκες από τις οποίες τα οχήματα μπορούν να ξεκινήσουν και να τερματίσουν τις διαδρομές τους.
- Περιοδικό VRP (PVRP) : Σε αυτήν την παραλλαγή, το πρόβλημα επεκτείνεται σε μια χρονική περίοδο και ο στόχος είναι να βρεθεί ένα σύνολο διαδρομών που μπορούν να επαναλαμβάνονται περιοδικά κατά τη διάρκεια του δεδομένου χρονικού ορίζοντα.
- VRP με χρόνους ταξιδιού που εξαρτώνται από το χρόνο (TDVRP) : Σε αυτήν την παραλλαγή, οι χρόνοι ταξιδιού μεταξύ πελατών δεν είναι σταθεροί και ενδέχεται να διαφέρουν ανάλογα με την ώρα της ημέρας ή τις συνθήκες κυκλοφορίας.



Εικόνα (2) :Πάνω: κόμβοι πριν την εφαρμογή το vrp ,κάτω : Μετά την ολοκλήρωση

2.1.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων :

Η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (VRP) περιλαμβάνει τη διατύπωση του προβλήματος ως ένα σύνολο εξισώσεων και ανισοτήτων με στόχο την εύρεση των βέλτιστων διαδρομών για έναν στόλο οχημάτων που πρέπει να επισκεφθεί ένα σύνολο πελατών. Το VRP μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα ακέραιο γραμμικό πρόβλημα προγραμματισμού, το οποίο περιλαμβάνει τον ορισμό μεταβλητών απόφασης που αντιπροσωπεύουν τις διαδρομές και την εκχώρηση κατάλληλων περιορισμών για να διασφαλιστεί ότι οι διαδρομές είναι εφικτές. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι συνήθως μια ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυθείσας απόστασης ή του συνολικού αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων. Οι περιορισμοί περιλαμβάνουν περιορισμούς στη χωρητικότητα του οχήματος, τον αριθμό των πελατών που εξυπηρετούνται από κάθε όχημα και τη σειρά των επισκέψεων στους πελάτες.

$$x_{ijk} \begin{cases} 1 & \text{εάν το όχημα } k \text{ επισκέπτεται τον πελάτη } j \text{ αμέσως μετά τον πελάτη } i \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$y_{jk} \begin{cases} 1 & \text{εάν ο πελάτης } i \text{ επισκέπτεται από το όχημα } k \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Το μοντέλο :

$$\min \sum_{i,j} c_{ij} \sum_k x_{ijk} \quad (22)$$

Υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_k y_{ik} = \begin{cases} 1, & i = 2, \dots, n \\ m, & i = 1 \end{cases} \quad (23)$$

$$\sum_i q_i y_{ij} \leq Q_k \quad k = 1, \dots, m \quad (24)$$

$$\sum_j x_{ijk} = \sum_j x_{jik} = y_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad k = 1, \dots, m \quad (25)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \text{ για όλα τα } S \subseteq \{2, \dots, n\}, k = 1, \dots, m \quad (26)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (27)$$

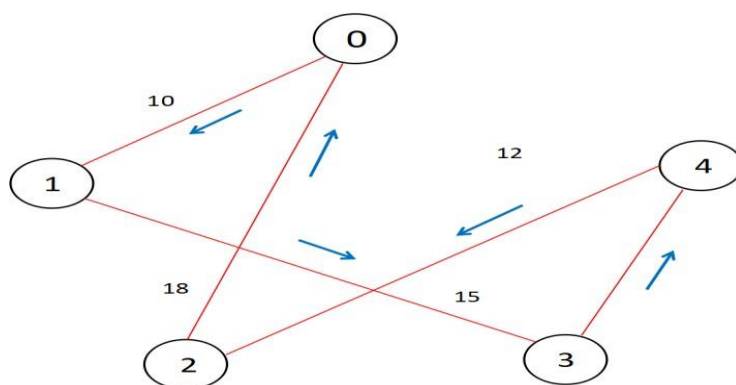
$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad i, j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m \quad (28)$$

Ο περιορισμός (23) δείχνει ότι κάθε πελάτης εκχωρείται σε ένα μόνο όχημα, εκτός από την αποθήκη που την επισκέπτονται όλα τα οχήματα, ο περιορισμός (24) είναι ο περιορισμός χωρητικότητας των οχημάτων, ο περιορισμός (25) δείχνει ότι ένα όχημα που επισκέπτεται ένα πελάτη φεύγει από τον πελάτη.

2.3 Πρόβλημα Περιπλανώμενου Πωλητή [4] : Το πρόβλημα του περιπλανώμενου πωλητή είναι ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης που μελετάται στην θεωρητική επιστήμη των υπολογιστών και σε πολλές εφαρμογές. Με δεδομένη μία λίστα από πόλεις και των μεταξύ τους αποστάσεων, το ζητούμενο του προβλήματος είναι να βρεθεί η συντομότερη διαδρομή που θα περιλαμβάνει όλες τις πόλεις από μία μόνο φορά.

Το πρόβλημα αρχικά διατυπώθηκε σαν ένα μαθηματικό πρόβλημα το 1930 και είναι ένα από τα πιο εντατικά μελετημένα προβλήματα βελτιστοποίησης με αποτέλεσμα να θεωρείται σημείο αναφοράς για πολλές μεθόδους βελτιστοποίησης. Παρόλη τη μαθηματική δυσκολία του προβλήματος, ένας μεγάλος αριθμός εμπειρικών αλλά και ακριβών μεθόδων είναι γνωστές και έτσι προβλήματα που περιλαμβάνουν δεκάδες χιλιάδες πόλεις μπορούν να λυθούν.

Το πρόβλημα του περιπλανώμενου πωλητή έχει πληθώρα εφαρμογών ακόμη και στην πιο αρχική διατύπωση, όπως στον σχεδιασμό, στην λογιστική και στην κατασκευή μικροτσίπ. Σε πολλές εφαρμογές, επιπλέον περιορισμοί όπως περιορισμένοι πόροι ή παράθυρα χρόνου καθιστούν το πρόβλημα ακόμη δυσκολότερο.



Εικόνα (3) : Απεικόνιση TSP

Επιπλέον το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή κατατάσσεται στην κατηγορία των προβλημάτων NP (Nondeterministic Polynomial) κλάσης. Ως πρόβλημα NP κλάσης εννοούμε το πρόβλημα το οποίο έχει πολυωνυμική επιβεβαίωση λύσης ή αλλιώς μη ντετερμινιστική πολυωνυμική πολυπλοκότητα χρόνου. Αυτό σημαίνει ότι το πρόβλημα δεν λύνεται σε πολυωνυμικό χρόνο, δηλαδή σε χρόνο που εξαρτάται πολυωνυμικά από το πλήθος των πόλεων που περιέχει σαν δεδομένο το πρόβλημα. Επομένως όταν αυξάνεται ο αριθμός των πόλεων ο απαιτούμενος χρόνος μεγαλώνει εκθετικά.

Παρόλο που οποιαδήποτε λύση στο πρόβλημα μπορεί να επαληθευτεί πολύ γρήγορα, δεν υπάρχει κανένας γνωστός τρόπος για να βρεθεί μία λύση. Το πιο χαρακτηριστικό γνώρισμα των NP-problems είναι ότι καμία γρήγορη λύση δεν είναι γνωστή. Άρα, ο χρόνος που απαιτείται για να λυθεί ένα πρόβλημα χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε γνωστό αλγόριθμο αυξάνεται πολύ γρήγορα όσο το μέγεθος του προβλήματος αυξάνεται, με αποτέλεσμα ο χρόνος που

χρειάζεται για να λυθούν ακόμη και μεσαία προς μεγάλα προβλήματα να είναι στο επίπεδο των εκατομμυρίων ή δισεκατομμυρίων χρόνων, χρησιμοποιώντας την υπολογιστική δύναμη που είναι διαθέσιμη σήμερα.

Αυτό έχει ως συνέπεια, ότι μόνο και ο καθορισμός αν είναι δυνατόν να λυθεί το πρόβλημα ή όχι να είναι από τα κύρια άλυτα προβλήματα στην επιστήμη των ηλεκτρονικών υπολογιστών

2.3.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση Του Προβλήματος Του Πλανόδιου Πωλητή :

Για τη διαμόρφωση ενός μαθηματικού προτύπου υποθέτουμε ότι οι κόμβοι ανήκουν σε ένα μη-διατεταγμένο γράφημα που είναι πλήρες. Ας είναι $i=2, \dots, n$ οι κόμβοι των πελατών και $i=1$ ο κόμβος της αφετηρίας. Από την υπόθεση, κάθε μη-διατεταγμένο ζεύγος $\{i,j\}$ με $i \neq j$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, αντιστοιχεί σε ένα σύνδεσμο ή ακμή του γραφήματος. Σε κάθε τέτοιο σύνδεσμο αντιστοιχίζουμε ένα σταθμό c_{ij} που είναι ίσο με το κόστος (όπως και αν νοείται αυτό) της διαδρομής του οχήματος από το i στο j ή αντίστροφα. Επειδή ένας τέτοιος σύνδεσμος δεν αντιστοιχεί πάντοτε σε κάποιο φυσικό τμήμα δρόμου θα υποθέσουμε ότι τα σταθμά έχουν υπολογιστεί έτσι ώστε να αντιστοιχούν στη διαδρομή ελαχίστου κόστους μεταξύ των δυο κόμβων, οπότε ικανοποιούν τις δυο συνθήκες που ακολουθούν: 1. συμμετρία: $c_{ij} = c_{ji}$, $i \neq j$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$ 2. τριγωνική ανισότητα: $c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}$, $i \neq k$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, $k=1, \dots, n$ οι οποίες υπό αυτές τις συνθήκες είναι φυσιολογικές, καθώς η μεν πρώτη διαχωρίζει το κόστος του απευθείας ταξιδιού μεταξύ i και j από την κατεύθυνση, ενώ η δεύτερη διατυπώνει ότι ο συντομότερος δρόμος μεταξύ δυο σημείων είναι ο απευθείας.

Αν ορίσουμε τις δυαδικές μεταβλητές :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα κάνει χρήση του συνδέσμου } \{i, j\} \\ 0, & \text{αλλιώς, για κάθε } i, j \text{ όπου } i \neq j \end{cases}$$

Τότε το πρότυπο διαμορφώνεται ως εξής:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Υπο :

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 2 \quad i=1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} x_{ij} \geq 1 \quad \forall C \subset \{1, \dots, n\} \quad C \neq \emptyset \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall i, \forall j \quad i \neq j \quad (4)$$

Κεφάλαιο 3 : Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης

Γενικά: Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης είναι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για τη βελτιστοποίηση μιας συνάρτησης σε σχέση με μία ή περισσότερες μεταβλητές εισόδου. Στόχος τους είναι να βρουν τις τιμές των μεταβλητών εισόδου που ελαχιστοποιούν ή μεγιστοποιούν τη συνάρτηση.

3.1 Ακριβείς Αλγόριθμοι: Είναι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που εγγυώνται την εύρεση της βέλτιστης λύσης για ένα δεδομένο πρόβλημα. Αυτοί οι αλγόριθμοι λειτουργούν αναζητώντας εξαντλητικά ολόκληρο τον χώρο λύσης για να βρουν τη βέλτιστη λύση.

Οι ακριβείς αλγόριθμοι σχεδιάζονται συνήθως για προβλήματα που είναι σχετικά ευκολά και μπορούν να είναι πολύ αποτελεσματικοί στην εύρεση της βέλτιστης λύσης. Ωστόσο για προβλήματα που έχουν πολύ μεγάλο χώρο λύσης, αυτοί οι αλγόριθμοι μπορεί να γίνουν υπολογιστικά ανέφικτοι, καθώς ο χρόνος που απαιτείται για την αναζήτηση λύσης γίνεται απαγορευτικά μεγάλος. Μερικά παραδείγματα ακριβών αλγορίθμων είναι ο δυναμικός προγραμματισμός και γραμμικός προγραμματισμός καθώς και ο αλγόριθμος διακλάδωσης και τομής (branch and cut) . Αυτοί οι αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται ευρέως σε διάφορους τομείς, συμπεριλαμβανομένης της επιχειρησιακής έρευνας, της επιστήμης των υπολογιστών, της μηχανικής και των οικονομικών.

3. Αλγόριθμος διακλάδωσης και τομής [13] : Η παραπάνω μέθοδος είναι μια πολύ αποτελεσματική και επιτυχημένη μέθοδος επίλυσης μιας ποικιλίας προβλημάτων ακέραιου προγραμματισμού, παρέχοντας παράλληλα εγγύηση βέλτιστης λύσης. Πολλά προβλήματα περιλαμβάνουν μεταβλητές που δεν είναι συνεχείς, αλλά έχουν ακέραιες τιμές ή συνδυάζουν ακέραιες και συνεχείς μεταβλητές και μπορούν να επιλυθούν με την αναφερόμενη μέθοδο. Αυτή η μέθοδος συνδυάζει τον αλγόριθμο διακλάδωσης και οριοθέτησης (branch and bound) και τη μέθοδο τομής επιπέδων (cutting planes). Ο αλγόριθμος διακλάδωσης και τομής (Branch and Cut) είναι ένας ακριβής αλγόριθμος, που σημαίνει ότι εγγυάται την εύρεση της βέλτιστης λύσης σε ένα πρόβλημα, υποθέτοντας επαρκείς υπολογιστικούς πόρους και χρόνο. Ωστόσο, μπορεί να είναι υπολογιστικά ακριβό για πολύ μεγάλα ή πολύπλοκα προβλήματα.

Συνοπτικά τα βήματα :

1. Διατύπωση : Το πρόβλημα αρχικά διατυπώνεται ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.
2. Επίλυση του χαλαρωμένου προβλήματος γραμμικού: Λύνεται το χαλαρωμένο γραμμικό πρόβλημα , που είναι μια συνεχής χαλάρωση των περιορισμών του προβλήματος. Αυτό παρέχει ένα ανώτερο όριο στη βέλτιστη τιμή λύσης.
3. Διακλάδωση : Εάν η βέλτιστη λύση της χαλάρωσης του γραμμικού προγραμματισμού δεν είναι μια ακέραια λύση (δηλαδή, ορισμένες μεταβλητές έχουν κλασματικές τιμές), ο αλγόριθμος διακλαδίζεται σε μία

από τις μεταβλητές. Αυτό περιλαμβάνει τη δημιουργία δύο υποπροβλημάτων, ένα στο οποίο η μεταβλητή είναι σταθερή στο ανώτατο όριο της τιμής της και ένα στο οποίο η μεταβλητή είναι σταθερή στο κατώτατο όριο της τιμής της.

4. Επίπεδα κοπής : Στη συνέχεια, ο αλγόριθμος προσθέτει επίπεδα κοπής στη διατύπωση του προβλήματος για να εξαλείψει λύσεις που δεν είναι εφικτές. Αυτό βοηθά στη μείωση του μεγέθους του εφικτού χώρου λύσης και μπορεί επίσης να βοηθήσει στη σύσφιξη του άνω ορίου στη βέλτιστη λύση.
5. Επανάληψη : Λύνεται επαναληπτικά η χαλάρωση του γραμμικού προγραμματισμού των υποπροβλημάτων, διακλαδίζοντας σε μεταβλητές και προσθέτοντας επίπεδα κοπής όπως απαιτείται, μέχρι να βρεθεί μια ακέραια λύση. Εάν η τιμή βέλτιστης λύσης του υποπροβλήματος είναι χειρότερη από την τρέχουσα καλύτερη λύση, ο αλγόριθμος κάνει πίσω και εξερευνά έναν διαφορετικό κλάδο του δέντρου.
6. Τερματισμός : τερματίζεται όταν έχουν διερευνηθεί όλα τα υποπροβλήματα και έχει βρεθεί μια βέλτιστη ακέραια λύση.

Πλεονεκτήματα :

- Εγγυάται την εύρεση της βέλτιστης λύσης σε ένα πρόβλημα
- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ενός ευρέος φάσματος προβλημάτων βελτιστοποίησης, συμπεριλαμβανομένων εκείνων με δυαδικές μεταβλητές ή άλλους τύπους περιορισμών.

Μειονεκτήματα :

- Είναι υπολογιστικά ακριβό για πολύ μεγάλα ή πολύπλοκα προβλήματα
- Απαιτεί εξειδικευμένες γνώσεις για να εφαρμοστεί και να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά.

3.3 Ευρετικοί Αλγόριθμοι [5] : Είναι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν προσεγγίσεις και τεχνικές "rule of thumb" για να βρουν μια καλή λύση για ένα δεδομένο πρόβλημα. Σε αντίθεση με τους ακριβείς αλγόριθμους, οι ευρετικοί αλγόριθμοι δεν εγγυώνται την εύρεση της βέλτιστης λύσης, αλλά στοχεύουν στην εύρεση μιας καλής λύσης σε εύλογο χρονικό διάστημα. Χρησιμοποιούνται συχνά για προβλήματα που είναι υπολογιστικά ανέφικτα για ακριβείς αλγόριθμους, είτε επειδή το πρόβλημα έχει πολύ μεγάλο χώρο λύσης είτε επειδή η εύρεση της βέλτιστης λύσης απαιτεί πάρα πολλούς υπολογιστικούς πόρους. Είναι σχεδιασμένοι για να εντοπίζουν γρήγορα φαινομενικά "καλές" περιοχές του χώρου λύσης και να τις εξερευνούν περαιτέρω, ενώ απορρίπτουν μη υποσχόμενες περιοχές. Υπάρχει ένας αρκετά μεγάλος αριθμός ευρετικών αλγορίθμων, που ο καθένας έχει κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Σύμφωνα με τα οποία κατατάσσονται σε 3 κατηγορίες:

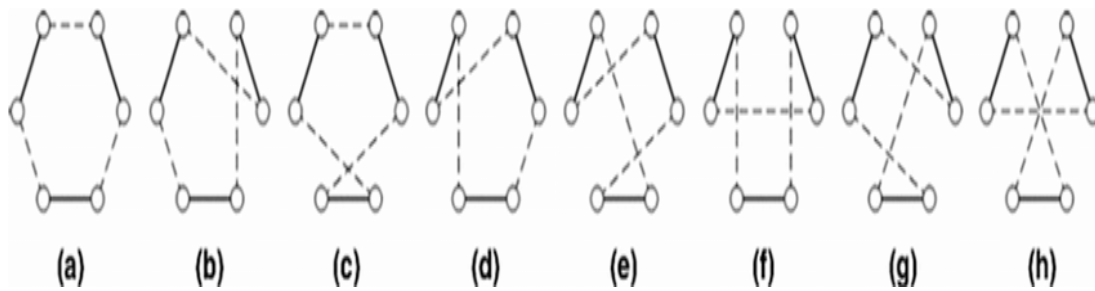
- Αλγόριθμοι Απληστίας (Greedy Algorithms)
- Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι (Approximation Algorithms)
- Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης (Local Search Algorithms)

3.4 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης [6] : Είναι αλγόριθμοι που λειτουργούν βελτιώνοντας επαναληπτικά μια δεδομένη λύση κάνοντας μικρές τροποποιήσεις σε αυτήν. Αυτοί οι αλγόριθμοι ξεκινούν με μια αρχική λύση και στη συνέχεια εξερευνούν επανειλημμένα τις γειτονικές περιοχές της τρέχουσας λύσης, αναζητώντας μια πιο συμφέρουσα. Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης χρησιμοποιούνται συνήθως για προβλήματα βελτιστοποίησης όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι μη γραμμική και έχει πολλά τοπικά βέλτιστα. Γενικά καταφέρνουν να βρίσκουν καλές λύσεις διερευνώντας επαναληπτικά το τοπικό βέλτιστο. Κάποια παραδείγματα αλγόριθμων είναι η αναζήτηση 2opt και 3opt, άλλες βασικές μορφές τοπικής αναζήτησης είναι :

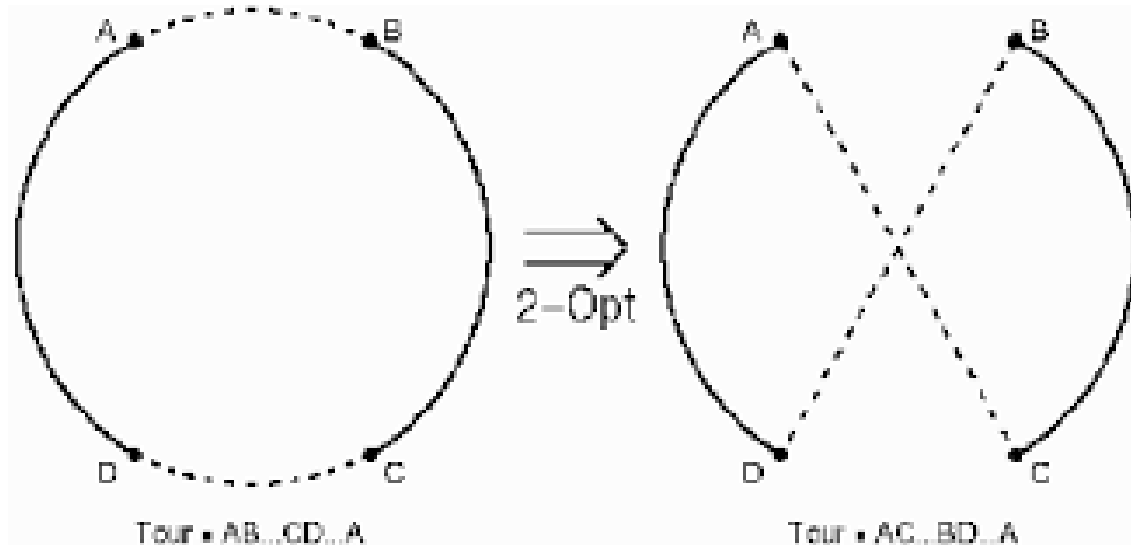
- λ-opt : ο πιο γνωστός από αυτούς είναι ο 2opt. Αυτή η μέθοδος αποτελείται γενικά από τη διαγραφή 2 ακμών και την επανασύνδεση δύο μονοπατιών με διαφορετικό τρόπο για να καθορίσουμε μια καινούρια διαδρομή.
- (λ-n)-exchange : ο πιο γνωστός από αυτούς είναι ο 1-1 ανταλλαγή(exchange) στο συγκεκριμένο αλγόριθμο 2 κόμβοι αλλάζουν θέση μεταξύ τους. Σημαντική είναι και η υποκατηγορία λ-0 ανταλλαγή γνωστή ως λ-0 επανατοποθέτηση(relocate). Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι 1-0 επανατοποθέτηση, όπου στη συγκεκριμένη μέθοδο ένας κόμβος επανατοποθετείται από το σημείο που βρίσκεται σε κάποιο άλλο σημείο.
- Κυκλικές κινήσεις (Cyclic moves) : Αυτές οι σύνθετες κινήσεις εκτελούν μια σειρά κινήσεων οι οποίες ξεχωριστά δεν βελτιώνουν αναγκαστικά τη λύση, αλλά στο σύνολό τους μειώνουν τη συνολική απόσταση ταξιδιού. Το πιο γνωστό παράδειγμα είναι ο NEC (Node Ejection Chain).

2-Opt/3-Opt : Σαν βελτιωτικός αλγόριθμος αναζητά την καλύτερη λύση, η λειτουργία του γίνεται σε ζεύγη ακμών (2 ή 3 ανάλογα την εκδοχή). Αυτή η μέθοδος αποτελείται γενικά από τη διαγραφή 2 ή 3 ακμών και την επανασύνδεση δύο ή τριών μονοπατιών με διαφορετικό τρόπο για να καθορίσουμε μια καινούρια διαδρομή.

Για την εύρεση του βέλτιστου κόστους υπάρχουν δύο τρόποι. Στον πρώτο τρόπο υπολογίζεται το κόστος ολόκληρης της διαδρομής και συγκρίνεται με το κόστος της νέας διαδρομής. Δεχόμαστε την καινούρια διαδρομή μόνο αν έχει μικρότερο κόστος. Αυτός ο τρόπος έχει το μειονέκτημα ότι πρέπει να ξαναυπολογίζεται το κόστος όλων των τόξων, οπότε γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι σε μεγάλα προβλήματα αυτό είναι χρονοβόρο. Ο πιο εφικτός τρόπος είναι να υπολογίσουμε τη διαφορά του κόστους των τόξων που εξέρχονται με το κόστος των τόξων που εισέρχονται (ή αντίστροφα) και αν το πρόσημο είναι θετικό (ή αρνητικό στην αντίστροφη περίπτωση) τότε δεχόμαστε τη λύση αφού αυτή θα μειώνει το αρχικό κόστος.



Εικόνα (4) : Πιθανοί συνδυασμοί για την 3opt μετάθεση



Εικόνα (5): 2opt μετάθεση

3.5 Αλγόριθμοι Απληστίας : Είναι αλγόριθμοι που προσπαθούν να οδηγήσουν σε μια εφικτή λύση του προβλήματος, αλλά πολλές φορές χρειάζονται πάρα πολύ μεγάλο χρόνο γιατί είναι μυωπικοί αλγόριθμοι, δηλαδή βλέπουν μόνο μπροστά. Κάνουν τοπικές βέλτιστες επιλογές σε κάθε βήμα του αλγορίθμου, αποσκοπώντας ότι αυτές οι επιλογές θα οδηγήσουν σε μια ολική βέλτιστη λύση.

Σε κάθε βήμα, ο αλγόριθμος επιλέγει την καλύτερη διαθέσιμη επιλογή εκείνη τη στιγμή, χωρίς να εξετάζει τις μελλοντικές συνέπειες αυτής, έτσι η λύση κατασκευάζεται τμηματικά. Το γνωστότερο παράδειγμα αυτού του αλγορίθμου είναι ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα ο οποίος χρησιμοποιείτε για την εύρεση μιας αρχικής λύσης.

Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι : Είναι αλγόριθμοι που στοχεύουν να βρουν μια κατά προσέγγιση λύση σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με γνωστή ακρίβεια. Λειτουργούν σαν τους αλγόριθμους απληστίας αλλά χρησιμοποιούν το λόγο προσέγγισης και μετρά πόσο κοντά είναι η κατά προσέγγιση λύση στη βέλτιστη λύση.

3.6 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι [7] : Είναι αλγόριθμοι που έχουν σχεδιαστεί για να επιλύουν πολύπλοκα προβλήματα που τα δεδομένα είναι λίγα, η βέλτιστη λύση δεν είναι ορατή και η πλήρης καταγραφή των λύσεων είναι αδύνατη, λόγω του μεγάλου εύρους των λύσεων. Αυτοί οι αλγόριθμοι είναι συνήθως γενικής χρήσης και δεν βασίζονται σε συγκεκριμένες δομές προβλημάτων, καθιστώντας τους κατάλληλους για ένα ευρύ φάσμα. Εμπνέονται από φυσικές διεργασίες όπως η εξέλιξη, η συμπεριφορά των σμήνων και η θερμοδυναμική και χρησιμοποιούν ευρετικές μεθόδους για την αναζήτηση καλών λύσεων.

Αυτοί οι αλγόριθμοι δεν εγγυώνται την εύρεση της βέλτιστης λύσης, αλλά στοχεύουν στην εύρεση μιας καλής λύσης σε εύλογο χρονικό διάστημα. Τα διάφορα είδη των μεθευρετικών αλγορίθμων κατηγοριοποιούνται ανάλογα με τις λύσεις τις οποίες χρησιμοποιούν. Δηλαδή, υπάρχουν αλγόριθμοι που βασίζονται σε μία λύση και κάνουν αναζήτηση στη γειτονιά αυτής της λύσης άλλοι αλγόριθμοι έχουν έναν πληθυσμό από λύσεις οι οποίες προσπαθούν να κάνουν αναζήτηση σε όλο τον χώρο των λύσεων καθώς και μια τρίτη κατηγορία είναι οι υβριδικές μορφές των παραπάνω κατηγοριών (hybrid algorithms). Κάποιοι χαρακτηριστικοί αλγόριθμοι της κατηγορίας των μεθευρετικών είναι :

- Αλγόριθμος Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu Search)
- Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization), σύστημα μυρμηγκιών (Ant System)
- Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms)

3.6.1 Αλγόριθμος Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu) [8] : Είναι μία μέθοδος επίλυσης που συνδυάζει τη διαδικασία τοπικής αναζήτησης και μια στρατηγική υψηλότερου επιπέδου για την αποφυγή παγίδευσης σε τοπικό ελάχιστο. Ο αλγόριθμος αυτός περιλαμβάνει μία λίστα, η οποία ονομάζεται λίστα περιορισμένων κινήσεων (tabu list). Οι κινήσεις που θα εισαχθούν στην λίστα απαγορεύεται να επαναληφθούν και έτσι αποφεύγεται η επανάληψη των ίδιων λύσεων. Οι συγκεκριμένες κινήσεις παραμένουν στη λίστα για ένα συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων που το ορίζει ο χρήστης ή προσαρμόζεται δυναμικά ανάλογα με τις απαιτήσεις του προβλήματος. Η ανανέωση της λίστας απαγορευμένων κινήσεων γίνεται δυναμικά και λειτουργεί σύμφωνα με το σύστημα FIFO (First In First Out). Η διαδικασία αυτή ονομάζεται μνήμη μικρής περιόδου (short term memory).

Μία άλλη στρατηγική που μπορεί να προστεθεί, είναι η εισαγωγή περιορισμών που αφορούν τη συχνότητα. Σύμφωνα με αυτή, μετράτε ο αριθμός των φορών που μια συγκεκριμένη κίνηση εμφανίζεται κατά τη διάρκεια της αναζήτησης και με βάση τον περιορισμό συχνότητας εμφάνισης μίας κίνησης, γίνεται προσπάθεια να εμποδιστεί η επανάληψη αυτής της κίνησης. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται μνήμη μακράς διάρκειας (long term memory) και βοηθάει να εξερευνηθούν κάποιοι αναξιοποίητοι χώροι.

Συνοπτικά τα βήματα :

1. Αρχικά ξεκινά με μια λύση $s = S_0$. Αυτή μπορεί να είναι οποιαδήποτε λύση που ταιριάζει στα κριτήρια μας.
2. Δημιουργείτε ένα σύνολο γειτονικών λύσεων $N(s)$. Από αυτό το σύνολο λύσεων, οι λύσεις που βρίσκονται στη Λίστα Tabu αφαιρούνται και ανανεώνεται το σύνολο $N(s)$.
3. Επιλέγεται η καλύτερη λύση από $N(s)$ και επισημάνετε αυτή τη νέα λύση ως s' . Εάν η λύση s' είναι καλύτερη από την τρέχουσα καλύτερη λύση τότε ενημερώνεται η τρέχουσα καλύτερη λύση. Πλέον θα ισχύει ότι $s = s'$.
4. Ενημερώνεται η Λίστα Tabu, αφαιρούνται όλες τις κινήσεις που έχουν λήξει και προστίθεται η νέα κίνηση s' στη λίστα.
5. Εάν πληρούνται τα Κριτήρια Τερματισμού, τότε η αναζήτηση σταματάει διαφορετικά θα προχωρήσει στην επόμενη. Να επισημανθεί εδώ ότι κάθε πρόβλημα έχει και διαφορετικά κριτήριά τερματισμού.

Ο αλγόριθμος περιορισμένης αναζήτησης (Tabu) είναι ένας αλγόριθμος που βασίζεται στην ικανότητά του να εξερευνά αποτελεσματικά σύνθετους χώρους αναζήτησης, στην ευελιξία του στο χειρισμό μιας ποικιλίας προβλημάτων βελτιστοποίησης και στην ικανότητά του να βρίσκει σχεδόν βέλτιστες λύσεις γρήγορα.

Πλεονεκτήματα :

- Μπορεί να ξεφύγει από τα τοπικά βέλτιστα.
- Η λίστα Tabu μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποφυγή κύκλων και την επιστροφή σε παλιές λύσεις.
- Μπορεί να εφαρμοστεί τόσο σε διακριτές όσο και σε συνεχείς λύσεις.

Μειονεκτήματα :

- Ο αριθμός των επαναλήψεων μπορεί να είναι πολύ υψηλός.
- Υπάρχουν πολλές παράμετροι που αλληλεξαρτούνται.

3.6.2 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (ACO) [9] :

Είναι μια τεχνική εύρεσης λύσης που εμπνέεται από τη συμπεριφορά των αποικιών μυρμηγκιών στην πραγματική ζωή. Στο ACO, τα πλασματικά μυρμήγκια μιμούνται την συμπεριφορά αναζήτησης τροφής των πραγματικών μυρμηγκιών. Τα μυρμήγκια καταθέτουν φερομόνες στα μονοπάτια που επισκέπτονται. Η ποσότητα της φερομόνης στο κάθε μονοπάτι εξαρτάται από την απόσταση, την ποιότητα και την ποσότητα της τροφής που βρέθηκε. Το επόμενο μυρμήγκι που θα φύγει από τη φωλιά του είναι πολύ πιθανό να ακολουθήσει τη φερομόνη που θα υπάρχει σε κάποιο μονοπάτι, αφήνοντας μια ποσότητα φερομόνης στο ίδιο μονοπάτι.

Η κύρια ιδέα της Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών είναι να μοντελοποιηθεί το πρόβλημα ως πρόβλημα εύρεσης μονοπατιού ελαχίστου κόστους σε ένα γράφημα. Κάθε μυρμήγκι αποτελεί μία λύση για το πρόβλημα. Ο αλγόριθμος αποτελείται από έναν αριθμό από επαναλήψεις, όπου σε κάθε

επανάληψη κάθε μυρμήγκι αρχίζει να κατασκευάζει μια λύση με βάση την εμπειρία που έχει αποκτηθεί από τις λύσεις που δημιούργησαν τα προηγούμενα μυρμήγκια. Στο τέλος των επαναλήψεων όλα ή σχεδόν όλα τα μυρμήγκια ακολουθούν την ίδια διαδρομή η οποία κρατείται ως βέλτιστη λύση.

Τύποι μαθηματικοί :

Τύπος εύρεσης πιθανότητας επιλογής επομένου κόμβου :

$$p_{i,j} = \frac{(\tau_{i,j}^a)(\eta_{i,j}^b)}{\sum_{i,j} (\tau_{i,j}^a)(\eta_{i,j}^b)}$$

$\tau_{i,j}$: η ποσότητα φερομόνης σε τόξο i,j

α : ο συντελεστής βαρύτητας του $\tau_{i,j}$

$\eta_{i,j}$: η επιθυμία για το τόξο i, j (τυπικά είναι $\frac{1}{d_{i,j}} = 1/\text{αποσταση δοσμένου μονοπατιού}$)

β : ο συντελεστής βαρύτητας του $\eta_{i,j}$

Τύπος αναβάθμισης φερομόνης :

$$\tau_{i,j} = (1 - \rho)\tau_{i,j} + \Delta\tau_{i,j}$$

ρ : ο ρυθμός εξάτμισης της φερομόνης

$\Delta\tau_{i,j}$: είναι η ποσότητα που εναποτίθεται και δίνεται από τύπο :

$$\Delta\tau_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{L_k} & \text{αμα μυρμήγκι } K \text{ ταξιδεύει σε τόξο } i, j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

L_k : το κόστος του k^{th} μυρμήγκιου

Συνοπτικά τα βήματα :

1. Στην αρχή τα μυρμήγκια κινούνται τυχαία, αφήνοντας φερομόνη όταν ανακαλύπτουν καλές λύσεις.
2. Τα επόμενα μυρμήγκια ακολουθούν την φερόμονη και την ενισχύουν όταν καταλήγουν σε καλές λύσεις και έτσι αυξάνεται η πιθανότητα επιλογής μονοπατιών.
3. Όσο ο αλγόριθμος τρέχει τα μονοπάτια της φερομόνης συγκλίνουν στις καλύτερες λύσεις και οδηγούνται σε μια (σχεδόν) βέλτιστη λύση.

Ψευδοκώδικας :

Αρχικοποιούμε τις παραμέτρους :

Αρχικοποιούμε τις τιμές φερομόνης για όλες τις ακμές του γράφου με την αρχική τιμή φερομόνης.

Για κάθε επανάληψη:

Για κάθε μυρμήγκι:

Αρχικοποιούμε το μυρμήγκι στο αρχικό κόμβο.

Όσο το μυρμήγκι δεν έχει φτάσει στον προορισμό:

Επιλέγουμε τον επόμενο κόμβο που θα επισκεφτεί με βάση τις τιμές φερομόνης και την τιμή συνάρτησης πιθανοτήτων.

Ενημερώνουμε την τιμή φερομόνης της ακμής που μόλις πέρασε το μυρμήγκι

Μετακινούμε το μυρμήγκι στον επόμενο κόμβο

Υπολογίζουμε την απόσταση του μυρμηγκιού και ανανεώνουμε το βέλτιστο μονοπάτι μέχρι τώρα

Ανανεώνουμε τα επίπεδα φερομόνης σε όλες τις ακμές με βάση το μυρμήγκι

Εξατμίζουμε ποσοστό από την φερομόνη σε όλες της ακμές

Όταν φτάσει το μυρμήγκι στο προορισμό ,τέλος επανάληψης

Επιστρέφουμε το βέλτιστο μονοπάτι που βρέθηκε από το μυρμήγκι.

Το ACO χαρακτηρίζεται από την απλότητα, την αποτελεσματικότητα και την ικανότητά του να συγκλίνει γρήγορα προς τη βέλτιστη λύση είναι ένα ισχυρό εργαλείο βελτιστοποίησης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διάφορες εφαρμογές, συμπεριλαμβανομένων των δικτύων μεταφορών, των logistics και των τηλεπικοινωνιών.

Πλεονεκτήματα :

- Μπορεί να βρει λύσεις υψηλής ποιότητας σε σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα, ειδικά σε σύγκριση με άλλες τεχνικές βελτιστοποίησης.
- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ενός ευρέος φάσματος προβλημάτων βελτιστοποίησης, συμπεριλαμβανομένων αυτών που είναι πολύπλοκα και μη γραμμικά.

Μειονεκτήματα :

- Απαιτεί προσεκτική ρύθμιση παραμέτρων.
- Χρειάζεται αρκετούς υπολογιστικούς πόρους όταν το πεδίο λύσεων είναι μεγάλο.

Παραλλαγή Min-Max [12] :

Στο MMAS, η λειτουργία της φερομόνης είναι παρόμοια με αυτή του ACO, αλλά με μια βασική διαφορά στον κανόνα ενημέρωσης/αναβάθμισης. Στο MMAS, μόνο ένας περιορισμένος αριθμός μυρμηγκιών επιτρέπεται να εναποθέτει φερομόνη, γεγονός που εμποδίζει τον σχηματισμό ισχυρών ιχνών φερομόνης που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε πρόωρη σύγκλιση σε μια λύση που δεν είναι βέλτιστη. Η ποσότητα της φερομόνης που εναποτίθεται από αυτά τα μυρμηγκία είναι επίσης περιορισμένη, γεγονός που βοηθά στην ενθάρρυνση της εξερεύνησης του χώρου αναζήτησης και στην αποτροπή των μυρμηγκιών από το να κολλήσουν στο τοπικό βέλτιστο.

Σε αυτή την παραλλαγή ο πίνακας της φερομόνης ανανεώνεται με βάση την ελάχιστη τιμή της φερόμενης (μια σταθερά) και την μέγιστη τιμή της (μια σταθερά). Έτσι αν κάποιο στοιχείο του πίνακα είναι μεγαλύτερο από την μέγιστη τιμή παίρνει σαν τιμή την μέγιστη, αντίστοιχα για κάποιο στοιχείο που είναι μικρότερο παίρνει την ελάχιστη τιμή.

Κεφάλαιο 4 : Πρόβλημα Πλανόδιου Πωλητή Με Πλοίο Συγκεκριμένης Χωρητικότητας Που Κάνει Παραλαβές Και Παραδώσεις (Traveling Salesman Problem For Capacited Boat With Pickups, Deliveries And Draft Limits)

Σε αυτή την ενότητα θα αναλύσουμε το δοσμένο πρόβλημα με τους περιορισμούς του και η μοντελοποίηση του προβλήματος που χρησιμοποιείται για την επίλυση του. Αρχίζοντας με μια σύντομη αναφορά του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων περιορισμένης χωρητικότητας (CVRP).

4.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Περιορισμένης Χωρητικότητας Οχημάτων (CVRP) [11] : Είναι μια παραλλαγή του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) που συναντάται συνήθως στην διαχείριση μεταφορών.

Στο CVRP, ένα σύνολο τοποθεσιών παράδοσης πρέπει να το επισκέπτεται ένας στόλος οχημάτων, το καθένα με περιορισμένη χωρητικότητα.

Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των οχημάτων που χρησιμοποιούνται, διασφαλίζοντας παράλληλα ότι όλες οι παραδόσεις γίνονται στην ώρα τους και ότι δεν θα ξεπεραστεί η συνολική χωρητικότητα κάθε οχήματος. Το πρόβλημα είναι NP-hard, που σημαίνει ότι η εύρεση της βέλτιστης λύσης απαιτεί μη πρακτικό χρόνο για μεγάλες περιπτώσεις.

4.1.2 Μαθηματική μοντελοποίηση : Ένα cnrp μπορεί να διαμορφωθεί ως ένα μοντέλο γραμμικού ακέραιου προγραμματισμού, όπου η συνολική απόσταση της διαδρομής, όπου ικανοποιούνται όλες οι απαιτήσεις των πελατών, θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί.

Η δυαδική μεταβλητή x_{ijk} έχει αξία 1 αν το τόξο από τον κόμβο i στον κόμβο j βρίσκεται στη βέλτιστη διαδρομή του οχήματος k .

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \{1, \dots, p\}, i, j \in \{1, \dots, n\}$$

Όπου, δεν ξεκινάει ταξίδι από έναν κόμβο στον εαυτό του:

$$x_{ii} = 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, p\}, i \in \{1, \dots, n\}$$

Η παράμετρος d_{ij} περιγράφει την απόσταση από τον κόμβο i στον κόμβο j . Υπάρχουν n κόμβοι και p οχήματα. Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να διατυπωθεί ως εξής :

$$\text{Min} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ijk}$$

Κάθε κόμβος πρέπει να εισάγεται και να αποχωρεί μία φορά (από αφετηρία αποθήκη) . Η αποθήκη πρέπει να την επισκέπτεται μία φορά κάθε όχημα. Το q_i περιγράφει τη ζήτηση του κάθε πελάτη και το Q είναι η χωρητικότητα των οχημάτων.

Το άθροισμα των απαιτήσεων όλων των πελατών του οχήματος k , δεν πρέπει να υπερβαίνει την χωρητικότητα του οχήματος k . Όλοι αυτοί οι περιορισμοί μπορούν να διατυπωθούν ως εξής :

1. Το όχημα εξέρχεται από τον κόμβο που επισκέπτεται :

Βεβαιώνει ότι όσες φορές ένα όχημα εισέρχεται σε έναν κόμβο τόσες φορές εξέρχεται από αυτόν τον κόμβο :

$$\sum_{i=1}^n x_{ijk} = \sum_{i=1}^n x_{jik} \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}, k \in \{1, \dots, p\}$$

2. Κάθε κόμβος έχει εισαχθεί μία φορά :

$$\sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in \{2, \dots, n\}$$

Μαζί με τον πρώτο περιορισμό, διασφαλίζετε ότι κάθε κόμβος εισάγεται μόνο μία φορά και επισκέπτεται από το ίδιο όχημα.

3. Κάθε όχημα φεύγει από την αποθήκη :

$$\sum_{i=1}^n x_{1jk} = 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, p\}$$

Μαζί με τον περιορισμό 1, γνωρίζουμε ότι κάθε όχημα φτάνει ξανά στην αποθήκη.

4. Περιορισμός χωρητικότητας :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n q_j x_{ij} \leq Q \quad \forall k \in \{1, \dots, p\}$$

4.3 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Παραλαβές Και Παραδόσεις (VRPPD) Και Χρονικούς Περιορισμούς (Time Windows) : Περιλαμβάνει την παράδοση αγαθών από μια κεντρική αποθήκη σε πολλούς πελάτες, ενώ παράλληλα παραλαμβάνει αγαθά από άλλες τοποθεσίες και τα παραδίδει στους πελάτες. Το VRPPD είναι ένα δύσκολο πρόβλημα βελτιστοποίησης λόγω της ανάγκης συντονισμού των λειτουργιών παραλαβής και παράδοσης, το οποίο προσθέτει ένα επιπλέον επίπεδο πολυπλοκότητας στο πρόβλημα δρομολόγησης του οχήματος. Το VRPPD έχει πολυάριθμες εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο, όπως συλλογή απορριμμάτων, παράδοση αλληλογραφίας και υπηρεσίες υγειονομικής περίθαλψης στο σπίτι.

4.3.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση : Όντας μια παραλλαγή του vrp πρώτα θα οριστούν οι παράμετροι στην συγκεκριμένη εκδοχή έχουμε βάλει και τον παράγοντα του χρόνου.

- **N :** σύνολο όλων των πελατών και σημείων παραλαβής/παράδοσης, συμπεριλαμβανομένης και της αποθήκης.

- V : σύνολο όλων των οχημάτων που είναι διαθέσιμα για δρομολόγηση.
- d_{ij} : απόσταση ή χρόνος ταξιδιού από το σημείο i στο σημείο j .
- q_i : ζήτηση ή χωρητικότητα που απαιτείται στο σημείο i .
- a_i : χρόνος άφιξης στο σημείο i (σε περίπτωση time window).
- b_i : χρόνος αναχώρησης από το σημείο i (σε περίπτωση time window).
- s_i : χρόνος υπηρεσίας που απαιτείται στο σημείο i (σε περίπτωση time window).
- P_i : σημείο παραλαβής για το σημείο παράδοσης i .
- D_i : σημείο παράδοσης για το σημείο παραλαβής i .

Μεταβλητές :

- x_{ijk} : δυαδική μεταβλητή που δείχνει εάν το όχημα k ταξιδεύει από το σημείο i στο σημείο j .
- y_{ik} : δυαδική μεταβλητή που δείχνει εάν το όχημα k επισκέπτεται το σημείο i .
- t_{ik} : χρόνος άφιξης του οχήματος k στο σημείο i .

Στόχος : ελαχιστοποίηση του αθροίσματος ($d_{ij} * x_{ijk}$ για i στο N για j στο N για k σε V).

Υπό τους περιορισμούς :

- $\sum x_{ijk}$ (για $j \in N$ αν j δεν είναι ίσο με i) = $y_{ik} - y_{ik-1}$ για i στο N και για k στο V .
- $\sum q_i * y_{ik}$ (για $i \in N$) $\leq Q_k$ για $k \in V$
- $\sum x_{ijk}$ (για $i \in N$ αν i δεν είναι ίσο με j) = 1 για $j \in N$
- $a_i \leq t_{ik} \leq b_i$ για $i \in N$ και $k \in V$ (σε περίπτωση time window)
- $t_{jk} \geq t_{ik} + s_i + d_{ip(i)}$ (για $i \in N$ αν υπάρχει P_i και k στο V (σε περίπτωση time window)
- $y_{1,k} = 1$ (για $k \in V$)
- $y_{ik} \in \{0,1\}$
- $x_{ijk} \in \{0,1\}$ για $i \in N, j \in N, k \in V$

Σε αυτή τη μορφοποίηση, οι μεταβλητές απόφασης είναι δυαδικές μεταβλητές x_{ijk} , οι οποίες υποδεικνύουν εάν το όχημα k ταξιδεύει από το σημείο i στο σημείο j και y_{ik} εάν το όχημα k επισκέπτεται το σημείο i . Η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιεί τη συνολική απόσταση ή το χρόνο ταξιδιού που απαιτείται για όλα τα οχήματα να ολοκληρώσουν τις διαδρομές τους. Οι περιορισμοί διασφαλίζουν ότι κάθε πελάτης επισκέπτεται ακριβώς μία φορά, ότι ικανοποιούνται οι περιορισμοί χωρητικότητας του οχήματος και ότι τηρούνται τα χρονικά παράθυρα για κάθε πελάτη.

4.4 Δεδομένα Και Περιορισμοί Προβλήματος [10] :

Περίληψη θέματος :

Εφαρμόζουμε το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή για ένα πλοίο περιορισμένης χωρητικότητας που θα κάνει παραλαβές και παραδώσεις σε ένα πλήθος λιμανιών στα οποία το κάθε λιμάνι έχει συγκεκριμένο βύθισμά εισόδου-εξόδου και θα αναζητήσουμε την μικρότερη δυνατή απόσταση που μπορεί να διανύσει το πλοίο.

Παρουσίαση θέματος :

Το θέμα είναι μια παραλλαγή του προβλήματος του περιπλανώμενου πωλητή (TSP), που προστίθεται ο παράγοντας των παραδόσεων και παραλαβών (TSPPD). Το πρόβλημα ορίζεται σε ένα κατευθυνόμενο γράφημα $G = (N, A)$ με σύνολο κόμβων $N = \{0, 1, \dots, n, n+1, \dots, 2n, 2n+1\}$ και τόξο σύνολο $A = \{(i, j) : i, j \in N\}$. Ο κόμβος 0 είναι η αρχική αποθήκη και ο κόμβος $2n+1$ είναι η τελική αποθήκη (που μπορεί τελικά να συμπίπτει). Κάθε τόξο $(i, j) \in A$ έχει κόστος $c_{ij} \geq 0$, και υποθέτουμε ότι ισχύει η τριγωνική ανισότητα ($c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj} \forall i, j, k \in N$). Το πλοίο πρέπει να εξυπηρετήσει n πελάτες, στους οποίους καθένας σχετίζεται με έναν κόμβο παραλαβής i και έναν κόμβο παράδοσης j . Υποθέτουμε ότι, για οποιονδήποτε πελάτη i , ο κόμβος παραλαβής i βρίσκεται στο $\{1, \dots, n\}$ και ο αντίστοιχος κόμβος παράδοσης j συμπίπτει με το $n+i$. Στόχος είναι να βρεθεί μια διαδρομή Χαμιλτόνια ελάχιστου συνολικού κόστους που ξεκινά από τον κόμβο 0 και τελειώνει στον κόμβο $2n+1$, στην οποία διαδρομή το πλοίο επισκέπτεται τους κόμβους παραλαβής πριν από τους αντίστοιχους κόμβους παράδοσης.

- Κάθε πελάτης ζητάει μια θετική ποσότητα d_i από έναν αντίστοιχο κόμβο i , η ποσότητα που αφήνει στον κόμβο είναι $d_{n+1} = -d_i$, για τον αρχικό κόμβο θεωρούμε $d_0 = d_{2n+1} = 0$.
- Οι παραδώσεις και οι παράλαβες γίνονται από ένα πλοίο χωρητικότητας Q .
- Σε καμία περίπτωση το εμπόρευμα του πλοίου δεν μπορεί να ξεπεράσει την χωρητικότητά του.
- Το πλοίο ξεκινάει και τελειώνει το ταξίδι του άδεια.

Όπως προαναφέρθηκε, εξετάζουμε μια ένα TSPPD που η εκδοχή του προβλήματος προέρχεται από ναυτιλιακές εφαρμογές, στις οποίες οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν λιμάνια. Κάθε κόμβος $i \in \{1, \dots, 2n\}$ έχει όριο βύθισης $l_i > 0$. Στη ναυτική ορολογία το βύθισμα είναι η απόσταση μεταξύ της υδάτινης γραμμής και του πυθμένα του κύτους ενός πλοίου και ποικίλλει ανάλογα με το φορτίο στο πλοίο. Εάν το βύθισμα ενός πλοίου είναι μεγαλύτερο από το όριο βύθισης ενός λιμένα, το πλοίο δεν μπορεί να εισέλθει και να λειτουργήσει με ασφάλεια σε αυτό το λιμάνι. Ένα πλοίο θα μπορούσε στη συνέχεια να παραδώσει μέρος του φορτίου του σε άλλα λιμάνια, έως ότου το βύθισμά του να είναι αρκετά μικρό έτσι ώστε να μπορέσει να επισκεφτεί το λιμάνι.

Η σχέση μεταξύ της ποσότητας φορτίου επί του πλοίου και του βυθίσματος ενός πλοίου και επομένως και του ορίου βύθισης l_i μπορεί να εκφραστεί με την ίδια μονάδα με τις απαιτήσεις d_i και την χωρητικότητα Q . Με άλλα λόγια, για το Πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με παραλαβές, παραδόσεις και Όρια βύθισης (TSPPDD) πρέπει να ισχύει επίσης ότι όταν το πλοίο ταξιδεύει στην διαδρομή i, j , το συνολικό του βάρος δεν μπορεί να ξεπεράσει το $\min(l_i, l_j)$.

Πλέον δεν μπορεί να μην λαμβάνεται υπόψιν το βύθισμα στις θαλάσσιες μεταφορές, καθώς αυξάνεται το μέσο μέγεθος των πλοίων. Ενώ το βύθισμα συνήθως απασχολούσε κυρίως τα δεξαμενόπλοια και τα πλοία χύδην, τώρα περιλαμβάνει και πλοία μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων : το μέσο μέγεθος ενός πλοίου μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων έχει αυξηθεί κατά 19% μόλις την τετραετία μεταξύ Ιανουαρίου 2007 και Ιανουαρίου 2011. Η αναβάθμιση της λιμενικής υποδομής είναι, τις περισσότερες φορές, πολύ δαπανηρή και χρονοβόρα για να θεωρηθεί εφικτή λύση. Ως εκ τούτου, γεννιέται η ανάγκη για ισορροπία ανάμεσα στο βάρος του πλοίου και στην σχεδιάσή μιας διαδρομής που θα ικανοποιεί τα ζητούμενα βυθίσματα.

4.4.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση : Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε μια διατύπωση Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (ILP) του TSPPDD .

Για κάθε τόξο $(i, j) \in A$, έστω x_{ij} μια δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 εάν και μόνο αν το τόξο (i, j) είναι μέρος της λύσης, y_{ij} μια ακέραια μεταβλητή που αντιπροσωπεύει την ποσότητα του φορτίου επί του πλοίου όταν ταξιδεύει κατά μήκος του τόξου (i, j) .

Ορίζουμε δύο παραμέτρους, λ_{ij} και u_{ij} για να αντιπροσωπεύσουμε ένα κάτω και ένα άνω όριο, αντίστοιχα, στο y_{ij} . Το πρώτο μπορεί να οριστεί ως :

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} d_i \text{ αν } i \in \{1, \dots, n\} \text{ και } j \in \{1, \dots, n\} \cup \{n+i\} & (1) \\ -d_j & \text{αν } j \in \{n+1, \dots, 2n\} & (2) \\ d_i - d_j \text{ αν } i \in \{1, \dots, n\} \text{ και } j \in \{n+1, \dots, 2n\} \setminus \{n+i\} & (3) \end{cases}$$

Στην περίπτωση (1) i είναι μια προέλευση και j είναι είτε άλλη προέλευση είτε ο προορισμός του i : ένα πλοίο που ταξιδεύει κατά μήκος (i, j) πρέπει να μεταφέρει τουλάχιστον το φορτίο που έχει παραληφθεί στο i . Στην περίπτωση (2) το i και το j είναι προορισμοί : το φορτίο που προορίζεται για το j πρέπει να βρίσκεται στο πλοίο όταν ταξιδεύει κατά μήκος της διαδρομής (i, j) . Στην περίπτωση (3) i είναι μια προέλευση και j είναι προορισμός : ένα πλοίο που ταξιδεύει κατά μήκος της διαδρομής (i, j) πρέπει να μεταφέρει το φορτίο που παραλαμβάνεται στο i και αυτό που θα παραδοθεί στο j . Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, το πλοίο είναι άδειο. Για το πάνω όριο στο y_{ij} ισχύει ότι είναι το $\min\{l_i * l_j * Q\}$, ένα πιο αυστηρό πάνω όριο μπορεί να θεωρηθεί το $u_{ij} = \min\{l_i + (0, d_i), l_i - \max(0, d_i), Q - \max(0, -d_i, d_j)\}$

Συμπερασματικά με τα παραπάνω έχουμε πως εάν i είναι ένας κόμβος προορισμός, τότε το φορτίο του πλοίου θα μειωθεί κατά την ποσότητα που ζητάει να παραδοθεί στον κόμβο i . Εάν όμως το j είναι κόμβος προέλευσης, τότε το φορτίο του πλοίου θα αυξηθεί κατά την ποσότητα που φόρτωσε από το j .

Το TSPPDD μπορεί στη συνέχεια να οριστεί μέσω του παρακάτω μοντέλου Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (ILP) :

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} \quad (6)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad (i = 0 \dots 2n) \quad (7)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \quad (j = 1 \dots 2n + 1) \quad (8)$$

$$\lambda_{ij} x_{ij} \leq y_{ij} \leq u_{ij} x_{ij} \quad (i, j = 1 \dots 2n) \quad (9)$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij} - \sum_{j \in N} y_{ji} = d_i \quad (i = 1 \dots 2n) \quad (10)$$

$$\sum_{j \in N} y_{0j} = 0 \quad (11)$$

$$\sum_{j \in S} x_{ij} \geq 1 \quad (i = 1 \dots n, SCN : i \notin S \text{ και } n + i \in S) \quad (12)$$

$$\sum_{j \in S} x_{ij} \geq 1 \quad (i = n + 1 \dots 2n, SCN : i \notin S \text{ και } 2n + i \in S) \quad (13)$$

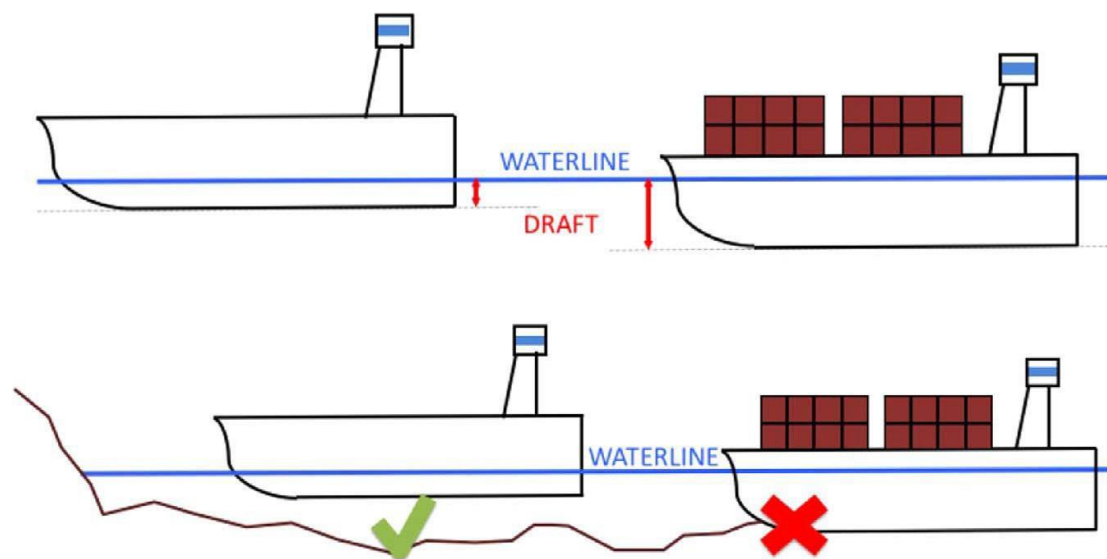
$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad , \quad y_{ij} \in N \quad (i,j=0 \dots 2n+1) \quad (14)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (6) ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος της διαδρομής. Οι περιορισμοί (7) και (8) διασφαλίζουν ότι το πλοίο ξεκινά από την αποθήκη 0 και τελειώνει στην αποθήκη $2n + 1$ αφού έχει επισκεφθεί κάθε λιμάνι ακριβώς μία φορά. Οι περιορισμοί (9) εγγυώνται την ύπαρξη της αναγκαίας ποσότητας φορτίου επί του πλοίου ανά πάσα στιγμή. Οι περιορισμοί (10) διασφαλίζουν ότι εκπληρώνονται όλες οι παραλαβές και οι παραδόσεις. Ο περιορισμός (11) διασφαλίζει ότι το πλοίο ξεκινά τη διαδρομή του χωρίς φορτίο. Οι περιορισμοί προτεραιότητας (12) επιβάλλουν την επίσκεψη σε κάθε κόμβο προέλευσης πριν από τον αντίστοιχο κόμβο προορισμού, ενώ οι περιορισμοί (13) επιβάλλουν να επισκέπτεται το πλοίο την αποθήκη $2n + 1$ μετά από όλους τους προορισμούς. Σημειώστε ότι οι περιορισμοί (7), (8), (12) και (13) μαζί διασφαλίζουν ότι πληρούνται οι περιορισμοί εξάλειψης των υποδιαδρομών.

Αφαίρεση τόξων εξαιτίας προτεραιότητας, βυθίσματος ή φορτίου :

Το μοντέλο ILP μπορεί να βελτιωθεί αφαιρώντας τόξα από το σύνολο A σύμφωνα με τις ακόλουθες διαδικασίες :

- Διαδρομές που καταλήγουν και αρχίζουν από ίδιο κόμβο απαγορεύονται (i,i) ($i \in N$).
- Διαδρομές της μορφής $(0, n+i)$ ή $(i, 2n+1)$ ($i \in \{1, \dots, n\}$) δεν μπορούν να αποτελούν μέρος μιας εφικτής λύσης, καθώς θα παραβιάζαν τους περιορισμούς προτεραιότητας.
- Διαδρομές της μορφής $(n+i, i)$ ($i \in \{1, \dots, n\}$) δεν θα είχαν νόημα σε μια λύση.
- Διαδρομές της μορφής (i,j) ($i, j \in \{1 \dots n\}$) όπως $d_i + d_j > \min(l_j, Q)$ παραβιάζουν το όριο βύθισης στο j ή την χωρητικότητα του πλοίου.
- Διαδρομές της μορφής $(n+i, n+j)$ ($i, j \in \{1 \dots n\}$) όπως $d_i + d_j > \min(l_{n+i}, Q)$ παραβιάζουν το όριο βύθισης στο $n+i$ ή την χωρητικότητα του πλοίου.
- Διαδρομές της μορφής $(i, n+j)$ ($i, j \in \{1 \dots n\} j \neq i$) όπως $d_i + d_j > \min(l_i, l_{n+j}, Q)$ παραβιάζουν το όριο βύθισης στο i ή το όριο βύθισης στο $n+j$ την χωρητικότητα του πλοίου.



Εικόνα (6): Αναπαράσταση του βυθίσματος

Κεφάλαιο 5 : Επίλυση Του Προβλήματος Με Τον Αλγόριθμο Ant Colony Optimization Και Ant System Min Max

Για την επίλυση του ζητούμενου προβλήματος συντάχθηκε αλγόριθμος στο προγραμματιστικό περιβάλλον του visual studio code με την χρήση της γλώσσας προγραμματισμού python.

5.1 Δεδομένα Που Χρησιμοποιήθηκαν :

Το αρχείο που περιείχε την βάση δεδομένων :

- Αριθμός λιμανιών για επίσκεψη.
- Πληροφορίες για τα επιμέρους λιμάνια (αριθμός λιμανιού, βύθισμα, αν είναι αποθήκη ή όχι).
- Αριθμός παραγγελιών (το αρχικό λιμάνι, την ποσότητα μεταφοράς και το λιμάνι προορισμός).
- Την χωρητικότητα του πλοίου.
- Τις αποστάσεις μεταξύ όλων των πόλεων.

Δημιουργήθηκε ένα αρχείο test2 από το οποίο θα υπολογίζουμε την απόσταση για κάθε βάση με τον αλγόριθμο του πλανόδιου πωλητή. Έγινε χρήση των βιβλιοθηκών cmath, random, json, numpy, math, copy, matplotlib.pyplot, itertools.

Σταθερές :

- a, b για τον τύπο των πιθανοτήτων, r για τον ρυθμό εξάτμισης της φερομόνης.

Συναρτήσεις :

- Συνάρτηση υπολογισμού του πίνακα eta που θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση του μονοπατιού.
- Συνάρτηση υπολογισμού του πίνακα tau, ένας πίνακας με ίδια στοιχεία παντού, θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση του μονοπατιού.
- Συνάρτηση υπολογισμού του διανύσματος που δείχνει ποια λιμάνια δίνουν ποσότητα αγαθών και την ποσότητα που δίνουν, θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του φορτίου.
- Συνάρτηση υπολογισμού του διανύσματος που δείχνει ποια λιμάνια παίρνουν ποσότητα αγαθών και την ποσότητα που δέχονται, θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του φορτίου.
- Συνάρτηση υπολογισμού της πιθανότητας επιλογής του λιμανιού σαν επόμενο.
- Συνάρτηση για τον περιορισμό που αφορά την αποθήκη η οποία πρέπει να επισκέπτεται μετά από όλα τα λιμάνια προορισμούς. Αυτή η συνάρτηση ελέγχει αν το δοσμένο μονοπάτι τηρεί το περιορισμό (α).
- Συνάρτηση για τον περιορισμό που αφορά την συνθήκη πως κάθε λιμάνι προορισμός πρέπει να επισκέπτεται μετά από το αντίστοιχο

λιμάνι προέλευσης. Αυτή η συνάρτηση ελέγχει αν το δοσμένο μονοπάτι τηρεί το περιορισμό(β).

- Συνάρτηση που υπολογίζει την ποσότητα αγαθών που κουβαλά το πλοίο μετά από την επίσκεψη του σε κάθε λιμάνι(γ).
- Συνάρτηση η οποία δημιουργεί το μονοπάτι διαδρομής.
- Συνάρτηση που υπολογίζει την απόσταση της δοσμένης διαδρομής.
- Συνάρτηση που υπολογίζει την ποσότητα φερομόνης που αφήνεται σε κάθε τόξο.
- Συνάρτηση για την τοπική αναζήτηση 2opt (δ).
- Συνάρτηση για την τοπική αναζήτηση 3opt (ε).
- Συνάρτηση για τον αλγόριθμο min max ant system.
- Συνάρτηση για τον αλγόριθμο ant colony optimization .

5.2 Βήματα Για Υπολογισμό Απόστασης Διαδρομής Και Μονοπατιού :

1. Εισαγωγή παραμέτρων από την βάση δεδομένων.
2. Εύρεση πίνακα tau,eta για υπολογισμό πιθανότητας επιλογής επόμενου λιμανιού.
3. Δημιουργία ενός πλήρους μονοπατιού με την βοήθεια των πιθανοτήτων και υπολογισμός φορτίου πλοίου σε κάθε λιμάνι.
4. Εφαρμογή της δημιουργίας μονοπατιού στον αλγόριθμο min max για 200 βήματα και για 20 μυρμηγκία και υπολογισμός της απόστασης της διαδρομής εάν ισχύουν οι περιορισμοί (α), (β) και (γ) για το εάν το βάρος του φορτίου σε κάποιο λιμάνι ξεπερνάει το βύθισμα του και εάν δεν ξεπερνιέται η χωρητικότητα του πλοίου. Εφόσον οι περιορισμοί δεν καταπατούνται επιστρέφεται το ιδανικό μονοπάτι και η απόσταση που διάνυσέ το πλοίο σε αυτό (ίδια διαδικασία για ant colony optimization). Σε περίπτωση που θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε την τοπική αναζήτηση 2opt, 3opt απλά στο μονοπάτι που δημιουργείται θα εφαρμόσουμε το (δ) ή (ε).

5.3 Ψευδοκώδικας :

Συνάρτηση υπολογισμού πιθανοτήτων :

1. Δημιουργήστε μια κενή λίστα «arith».
2. Για κάθε επανάληψη i του κόμβου στην λίστα των κόμβων που δεν έχουν επισκεφτεί :
 - Υπολογίστε την τιμή αριθμητή για κάθε στοιχείο i (i).
3. Υπολογίστε το άθροισμα όλων των στοιχείων του αριθμητή (ii).

Επιστροφή τιμής (i)/(ii)

Συνάρτηση υπολογισμού διαδρομής :

1. Δημιουργήστε μιας κενής λίστας «path» με τον αρχικό κόμβο «0».
2. Αρχικοποιήστε μια λίστα "unvisited" με όλους τους κόμβους εκτός από τον αρχικό κόμβο.
3. Αρχικοποιήστε μια λίστα «loads» με μηδενικά για όλους τους κόμβους.
4. Ενώ υπάρχουν ακόμη μη επισκέψιμοι κόμβοι :

i) Υπολογίστε τις πιθανότητες «πιθανότητες» για κάθε μη επισκέψιμο κόμβο χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση «calcprob» και τους πίνακες «tau» και «eta».

ii) Επιλέξτε τον επόμενο κόμβο από το "unvisited" χρησιμοποιώντας τις πιθανότητες σε "pithanotites".

iii) Εάν ο επόμενος κόμβος είναι αποθήκη και υπάρχουν ακόμα κόμβοι που δεν έχουν επισκεφτεί στη λίστα προορισμού, παραλείψτε τον και συνεχίστε στην επόμενη επανάληψη.

iv). Προσθέστε τον επόμενο κόμβο στη λίστα "path" και αφαιρέστε τον από το "unvisited".

5. Αφού επισκεφθείτε όλους τους κόμβους, υπολογίστε τα «φορτία» για κάθε κόμβο χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση «calculate_node_load».

6. Επιστρέψτε τις λίστες «path» και «loads».

Συνάρτηση υπολογισμού φορτίου κόμβων :

1. Ορίστε μια λίστα node_loads μήκους ίσου με το μήκος της διαδρομής εισόδου και όλα τα στοιχεία της να είναι 0.
2. Δημιουργήστε μια κενή λίστα "visited".
3. Επανάληψη για i και node στην δοσμένη διαδρομή :
 - i) Ελέγξτε εάν ο κόμβος έχει ήδη επισκεφθεί. Εάν έχει, ορίστε τα node_loads[i] ίσα με την προηγούμενη τιμή στο node_loads.
 - ii) Εάν ο κόμβος βρίσκεται και στην προέλευση και στους προορισμούς και δεν έχει γίνει επίσκεψη, υπολογίστε το φορτίο του κόμβου χρησιμοποιώντας τον τύπο : $node_loads[i] = - demands_take[node] + requests_give[node] + node_loads[i-1]$. Έπειτα προσθέστε τον κόμβο στο σύνολο επίσκεψης "visited".
 - iii) Εάν ο κόμβος είναι στους κόμβους προέλευσης και δεν έχει γίνει επίσκεψη, υπολογίστε το φορτίο του κόμβου χρησιμοποιώντας τον τύπο: $node_loads[i] = requests_give[node] + node_loads[i-1]$. Έπειτα προσθέστε τον κόμβο στο σύνολο επίσκεψης "visited".
 - iv) Εάν ο κόμβος είναι κόμβος προορισμού και δεν έχει γίνει επίσκεψη, υπολογίστε το φορτίο του κόμβου χρησιμοποιώντας τον τύπο: $node_loads[i] = - demands_take[node] + node_loads[i-1]$. Έπειτα προσθέστε τον κόμβο στο σύνολο επίσκεψης "visited".
 - v) Εάν ο κόμβος δεν είναι κόμβος προέλευσης ή προορισμού, ορίστε τα node_loads[i] ίσα με την προηγούμενη τιμή στο node_loads.
 - vi) Εάν ο κόμβος είναι ο προτελευταίος τότε αδειάστε ολο το εμπόρευμα που έχει το καράβι στον κόμβο.
 - vii) Εάν ο τελευταίος κόμβος είναι ο κόμβος 0 τότε το πλοίο πρέπει να έχει φορτίο 0.
4. Επιστρέψτε την λίστα των node_loads.

Συνάρτηση min-max :

1. Ορίστε μια κενή λίστα `global_best_path`, ένα `global_best_cost` σε άπειρο, τον αριθμό των βημάτων σε 500 και τον αριθμό των μυρμηγκιών σε 20, την ελάχιστη φερομόνη σε 0.001 και την μέγιστη σε 1.
 2. Για κάθε βήμα :
 - a) Για κάθε μυρμήγκι :
 - a) Δημιουργήστε μια διαδρομή και υπολογίστε το φορτίο σε κάθε κόμβο της (μπορεί να εφαρμοστεί και τοπική αναζήτηση) (δ) (ε).
 - b) Υπολογίστε την απόσταση που έκανε το πλοίο για την δοσμένη διαδρομή.
 - c) Για κάθε κόμβο στο δοσμένο μονοπάτι :
 - Εάν το φορτίο του κόμβου είναι μικρότερο από το βύθισμα του κόμβου και καμιά τιμή από το φορτίο δεν είναι μεγαλύτερη από την χωρητικότητα του πλοίου :
 - ♦ Εάν η απόσταση της διαδρομής είναι μικρότερη από το `global_best_cost` και τηρούνται οι συναρτήσεις (α),(β) :
 - Το `global_best_cost` παίρνει την τιμή της απόστασης που έκανε το πλοίο.
 - Το `global_best_path` παίρνει την τιμή της διαδρομής που δημιουργήθηκε.
 3. Ο πίνακας `tau` παίρνει την τιμή του γινομένου (1-ρυθμός εξάτμισης φερομόνης) με τον πίνακα τοποθέτησης φερομόνης.
 4. Για κάθε i στο μήκος του πλήθους των λιμανιών :
 - b) Για κάθε j στο μήκος του πλήθους των λιμανιών :
 - iv) Εάν η τιμή του στοιχείου i, j του πίνακα `tau` είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη φερομόνη τότε το στοιχείο παίρνει την τιμή της μέγιστης φερομόνης.
 - v) Αλλιώς εάν η τιμή του στοιχείου i, j του πίνακα `tau` είναι μικρότερη από την ελάχιστη φερομόνη τότε το στοιχείο παίρνει την τιμή της ελάχιστης φερομόνης.
5. Επιστρέψτε τις λίστες «`global_best_path`» και «`global_best_cost`».

Συνάρτηση Ant colony optimization :

1. Ορίστε μια κενή λίστα `global_best_path`, ένα `global_best_cost` σε άπειρο ,τον αριθμό των βημάτων σε 500 και τον αριθμό των μυρμηγκιών σε 20.
2. Για κάθε βήμα :
 - A) Για κάθε μυρμήγκι :
 - a) Δημιουργήστε μια διαδρομή και υπολογίστε το φορτίο σε κάθε κόμβο της (μπορεί να εφαρμοστεί και τοπική αναζήτηση (δ)(ε)).
 - b) Υπολογίστε την απόσταση που έκανε το πλοίο για την δοσμένη διαδρομή.
 - c) Για κάθε κόμβο στο δοσμένο μονοπάτι :

- Εάν το φορτίο του κόμβου είναι μικρότερο από το βύθισμα του κόμβου και καμιά τιμή από το φορτίο δεν είναι μεγαλύτερη από την χωρητικότητα του πλοίου:
 - ◆ Εάν η απόσταση της διαδρομής είναι μικρότερη από το `global_best_cost` και τηρούνται οι συναρτήσεις (α), (β):
 - Το `global_best_cost` παίρνει την τιμή της απόστασης που έκανε το πλοίο.
 - Το `global_best_path` παίρνει την τιμή της διαδρομής που δημιουργήθηκε.

d) Ο πίνακας `tau` παίρνει την τιμή του γινομένου (1-ρυθμός εξάτμισης φερομόνης) με τον πίνακα εναποθέτησης φερομόνης.

4.Επιστρέψτε τις λίστες «`global_best_path`» και «`global_best_cost`».

Συνάρτηση εναπόθεσης φερομόνης :

1. Ορίστε σαν τιμή `Dt` το κλάσμα $1 / \text{απόσταση δοσμένου μονοπατιού}$.
2. Για i στο μήκος του δοσμένου μονοπατιού -1 :
 - Ενημέρωση του πίνακα `tau` των i και $i+1$ στοιχείων του σύμφωνα με το δοσμένο μονοπατι να ισούται με τον τύπο $Dt + \text{τα στοιχεία του ενημερωμένου πίνακα tau}$.
3. Επιστρέψτε τον πίνακα `tau`.

Συνάρτηση υπολογισμού απόστασης διαδρομής :

1. Ορίστε παράμετρο `temp` να ισούται με το 0.
2. Για i στο μήκος του δοσμένου μονοπατιού -1 :
 - Η παράμετρος `temp` παίρνει την τιμή του αθροίσματος των στοιχείων του πίνακα των αποστάσεων μεταξύ των λιμανιών που είναι στα $i, i+1$ στοιχεία του δοσμένου μονοπατιού.
3. Επιστρέψτε την τιμή `temp` (μήκος διαδρομής).

Κεφάλαιο 6 : Αποτελέσματα

Για την επίλυση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή με πλοίο συγκεκριμένης χωρητικότητας που κάνει παραλαβές και παραδώσεις, χρησιμοποιήθηκαν 20 μυρμήγκια, 500 βήματα, οι σταθερές $\beta=2.5$ (η τιμή επιλέχθηκε μετά από διερεύνηση για $\beta=0.5$ έως 2.5 και επιλέχθηκε η τιμή με τα καλύτερα αποτελέσματα), $\rho=0,08$ (με ίδιο τρόπο για $\rho=0.8$, $\rho=0.5$, $\rho=0.1$, $\rho=0.05$ και $\rho=0.08$), $\alpha=1.5$. **Επιλογή για το κατάλληλο β :**

$\beta=0.5$ και $\rho=0.1$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 3355,6 |
| Ant colony optimization (2opt) | 3196,8 |
| Ant colony optimization (3opt) | 2275 |
| Mmas | 3508 |
| Mmas (2opt) | 3411 |
| Mmas (3opt) | 3132,4 |
| Συνολικό M/O | 3146,467 |

$\beta=1$ και $\rho=0.1$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 3118,6 |
| Ant colony optimization (2opt) | 2976 |
| Ant colony optimization (3opt) | 2087,2 |
| Mmas | 3240,8 |
| Mmas (2opt) | 3265,6 |
| Mmas (3opt) | 2190,2 |
| Συνολικό M/O | 2813,067 |

$\beta=1.5$ και $\rho=0.1$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 3462,2 |
| Ant colony optimization (2opt) | 2759,4 |
| Ant colony optimization (3opt) | 2416,6 |
| Mmas | 2912 |
| Mmas (2opt) | 2832,8 |
| Mmas (3opt) | 2640 |
| Συνολικό M/O | 2837,167 |

$\beta=2$ και $\rho=0.1$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 2418,2 |
| Ant colony optimization (2opt) | 2791 |
| Ant colony optimization (3opt) | 2167,2 |
| Mmas | 2586,2 |
| Mmas (2opt) | 2581,8 |
| Mmas (3opt) | 2398,4 |
| Συνολικό M/O | 2490,467 |

$\beta=2.5$ και $\rho=0.1$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 2454 |
| Ant colony optimization (2opt) | 2474,6 |
| Ant colony optimization (3opt) | 1978,8 |
| Mmas | 2350 |
| Mmas (2opt) | 2365,8 |
| Mmas (3opt) | 2263,2 |
| Συνολικό M/O | 2314,4 |

Όπως προκύπτει από τα παραπάνω πίνακάκια το μικρότερο μέσο κόστος (απόσταση) διαδρομής το έχει ο συνδυασμός $\beta=2.5$, $\rho=0.1$

Επιλογή για το κατάλληλο ρ δεδομένου ότι το β είναι 2.5 :

$\beta=2.5$ και $\rho=0.8$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 2650 |
| Ant colony optimization (2opt) | 2839 |
| Ant colony optimization (3opt) | 2694 |
| Mmas | 2410,6 |
| Mmas (2opt) | 2400,2 |
| Mmas (3opt) | 2269 |
| Συνολικό M/O | 2543,8 |

$\beta=2.5$ και $\rho=0.5$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 2594,4 |
| Ant colony optimization (2opt) | 2774 |
| Ant colony optimization (3opt) | 2344,8 |
| Mmas | 2375,8 |
| Mmas (2opt) | 2386,8 |
| Mmas (3opt) | 2326,8 |
| Συνολικό M/O | 2467,1 |

$\beta=2.5$ και $\rho=0.05$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 2588,4 |
| Ant colony optimization (2opt) | 2474,2 |
| Ant colony optimization (3opt) | 1973,6 |
| Mmas | 2457,8 |
| Mmas (2opt) | 2385,8 |
| Mmas (3opt) | 2236,2 |
| Συνολικό M/O | 2352,667 |

$\beta=2.5$ και $\rho=0.08$

| Μέθοδος | M/O Μετά Από 5 Επαναλήψεις |
|--------------------------------|----------------------------|
| Ant colony optimization | 2485,6 |
| Ant colony optimization (2opt) | 2436 |
| Ant colony optimization (3opt) | 2049 |
| Mmas | 2310,2 |
| Mmas (2opt) | 2405,4 |
| Mmas (3opt) | 2196 |
| Συνολικό M/O | 2313,7 |

Όπως προκύπτει από τα παραπάνω πινακάκια το μικρότερο μέσο κόστος (απόσταση) διαδρομής το έχει ο συνδυασμός $\beta=2.5$, $\rho=0.08$ που με αυτόν θα κάνουμε τις μετρήσεις μας στις διαφορές βάσεις για 2 διαφορετικά παραδείγματα (bayg29 ,burma14, fri26, gr17, gr21, gr18 και ulysses16). Η μορφή του κάθε παραδείγματος είναι η εξής : όνομα ,αριθμός λιμανιών _ πλήθος λιμανιών προέλευσης – προορισμών _ βάθος λιμανιών.

| Παράδειγμα | Μέθοδος | Καλύτερη Επανάληψη | M/O 5 Επαναλήψεων |
|----------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| | A.C.O | 2408 | 2514,2 |
| bayg29_5_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 1925 | 2198,6 |
| | Mmas | 2035 | 2256 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 2126 | 2170,8 |
| | | | |
| | A.C.O | 2200 | 2468,2 |
| bayg29_8_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 1999 | 2234 |
| | Mmas | 2375 | 2452,8 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 2067 | 2154,8 |
| | | | |

| | | | |
|-----------------|-----------------------|------|--------|
| | A.C.O | 3855 | 4216,8 |
| burma14_5_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 3484 | 3601,4 |
| | Mmas | 3497 | 3526,2 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 3448 | 3472 |
| | | | |
| | A.C.O | 4613 | 4894,4 |
| burma14_8_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 4604 | 4619,4 |
| | Mmas | 4466 | 4689,4 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 4350 | 4356,8 |
| | | | |
| | A.C.O | 1317 | 1334,8 |
| fri26_5_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 1093 | 1126 |
| | Mmas | 1256 | 1288,2 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 1153 | 1196,4 |
| | | | |
| | A.C.O | 1594 | 1758 |
| fri26_8_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 1526 | 1596,2 |
| | Mmas | 1529 | 1619,6 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 1499 | 1544,4 |

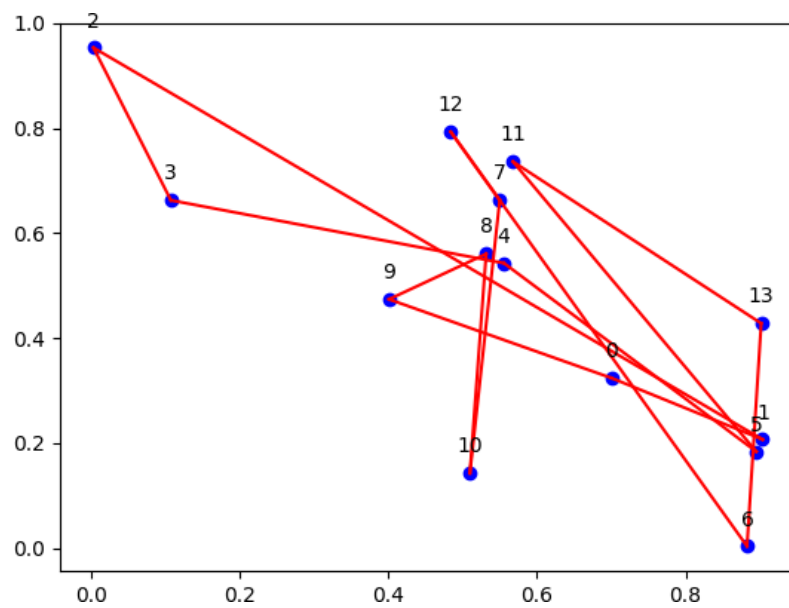
| | | | |
|--------------|-----------------------|------|--------|
| | | | |
| | A.C.O | 2643 | 2736 |
| gr17_5_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 2265 | 2395,2 |
| | Mmas | 2265 | 2302,2 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 2281 | 2339 |
| | | | |
| | A.C.O | 2922 | 3190 |
| gr17_8_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 2766 | 2925,2 |
| | Mmas | 2735 | 2991 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 2685 | 2816,2 |
| | | | |
| | A.C.O | 4748 | 4841,8 |
| gr21_5_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 4424 | 4636,2 |
| | Mmas | 4381 | 4506,6 |

| | | | |
|-------------------|-----------------------|------|--------|
| | Mmas (2opt+3opt) | 4539 | 4600,8 |
| | | | |
| | A.C.O | 4905 | 5175,8 |
| gr21_8_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 4755 | 4995,6 |
| | Mmas | 4635 | 4874,6 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 4371 | 4624,2 |
| | | | |
| | A.C.O | 8983 | 9645,6 |
| gr48_5_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 8763 | 9115,4 |
| | Mmas | 8387 | 8968,8 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 7805 | 8876,8 |
| | | | |
| | A.C.O | 9372 | 9928,2 |
| gr48_8_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 9166 | 9654,2 |
| | Mmas | 9117 | 9545 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 8188 | 8406 |
| | | | |
| | A.C.O | 8118 | 8346,4 |
| ulysses16_5_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 7154 | 7543,4 |
| | Mmas | 7079 | 7675,4 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 7057 | 7104,6 |
| | | | |
| | A.C.O | 7511 | 8334,6 |
| ulysses16_8_2_1.0 | A.C.O (2opt +3opt) | 7732 | 8020,4 |
| | Mmas | 7705 | 8066 |
| | Mmas (2opt+3opt) | 7361 | 7522,6 |

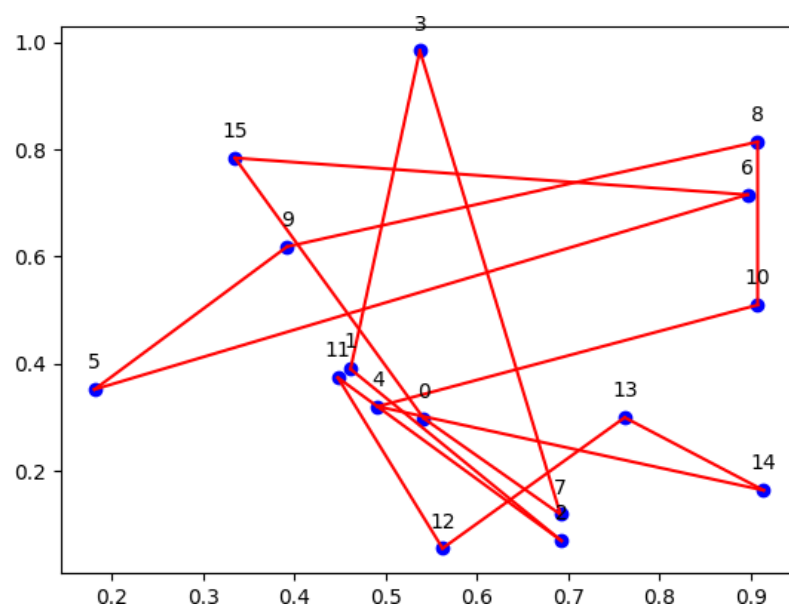
6.1 Σχεδιαγράμματα :

Για λόγους συντομίας θα παραθέσω τα σχεδιαγράμματα των βάσεων που είναι πιο κοντά στο μέχρι στιγμής ελάχιστο και αυτές είναι η burma14 (με ελάχιστο γνωστό 3323), η ulysses16 (με ελάχιστο γνωστό 6859) και η fri26 (με ελάχιστο γνωστό 937)

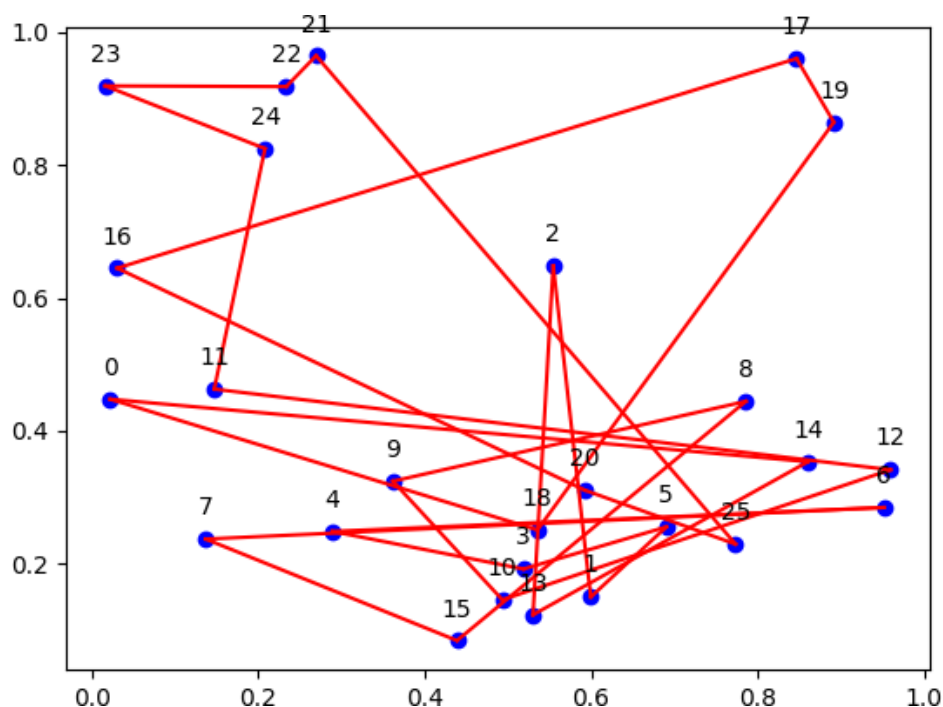
Burma14_5_2 με την μέθοδο MMAS 2 & 3 opt



Ulysses16_5_2 με την μέθοδο MMAS 2 & 3 opt



Fri26_5_2 με την μέθοδο MMAS 2 & 3 opt



Σχολιασμός Αποτελεσμάτων : Από τις μετρήσεις που πραγματοποιηθήκαν για τις συγκεκριμένες παραμέτρους και μεθόδους γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η ιδανικότερη μέθοδος στις περισσότερες βάσεις ήταν αυτή του MMAS 2opt & 3opt. Είχε τα καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τις υπόλοιπες, με την απλή MMAS να είναι αρκετά κοντά με την ACO 2opt & 3opt. Στην παράγραφο 3.4 που αναλύεται η μέθοδος τοπικής αναζήτησης, γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι ξαναυπολογίζεται το κόστος όλων των τόξων και επιλέγονται οι συνδυασμοί με το μικρότερο αρθροιστικά κόστος, έτσι το αποτέλεσμα της εφαρμογής τοπικής αναζήτησης φέρνει πάντα καλύτερα αποτελέσματα.

Όσον αναφορά τον χρόνο, ήταν αισθητά μεγαλύτερος από όταν γινόταν χρήση των απλών αλγόριθμων ACO, MMAS, επιπρόσθετα ο συνδυασμός τοπικής αναζήτησης απαιτούσε πολύ περισσότερους υπολογιστικούς πόρους. Σαν αλγόριθμος ο ACO είναι απλούστερος του MMAS αφού, τα μονοπάτια φερομόνης ενημερώνονται από όλα τα μυρμήγκια που διασχίζουν μια συγκεκριμένη διαδρομή ενώ στον δεύτερο μόνο ένας περιορισμένος αριθμός μυρμηγκιών επιτρέπεται να εναποθέτει φερομόνη.

Κεφάλαιο 7 : Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, παρουσιάστηκε η επίλυση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή για ένα πλοίο περιορισμένης χωρητικότητας που καλείται να επισκεφτεί ένα σύνολο λιμανιών και να πραγματοποιήσει παραδώσεις και παραλαβές. Σκοπός είναι η εύρεση της βέλτιστης διαδρομής με την βοήθεια αλγόριθμων. Για το ζητούμενο πρόβλημα χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού *python*, η επιλογή της έγινε διότι έχει μεγάλη ποικιλομορφία σε βιβλιοθήκες και εύκολο προγραμματιστικό συντακτικό. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι ο MMAS & ο ACO και οι τοπικές αναζητήσεις 2opt και 3opt.

Παρόλες τις διαφορές των αλγόριθμων, όσον αφορά την ταχύτητα ανάλυσης των δεδομένων και τα αποτελέσματα της απόστασης, η προσαρμογή της μεθόδου τοπικής αναζήτησης (2opt & 3opt) είχε εμφανές καλύτερα αποτελέσματα ως προς την μείωση του κόστους της διαδρομής.

Εκ του αποτελέσματος, η βέλτιστη λύση ως, προς την απόσταση, παρατηρείται να παράχθηκε από το MMAS (2opt & 3opt), με απόκλιση 264,35 / μονάδων κατά μέσο όρο από τον αντίστοιχο συνδυασμό ACO και τοπικής αναζήτησης. Στον αντίποδα αυτής, η ενναλακτική του, ο ACO, φαίνεται να παρείχε λύσεις που δεν συνιστούν βέλτιστο υπολογισμό της απόστασης, όμως παράχθηκαν σε συντομότερο χρονικό διάστημα και με λιγότερους υπολογιστικούς πόρους. Η βελτιστοποίηση όμως αφορά την απόσταση και όχι το χρόνο για την εύρεση της, οπότε εύκολα θα συμπεράνουμε ότι η κατάλληλη μέθοδος για τις συγκεκριμένες βάσεις δεδομένων είναι ο συνδυασμός MMAS με 2opt & 3opt. Για μελλοντική έρευνα πάνω στα προβλήματα της εφοδιαστικής αλυσίδας που αφορούν τις μεταφορές, θα μπορούσε να δημιουργηθούν σύγχρονα κέντρα παραλαβών και παραδόσεων που θα ελαχιστοποιούσαν τους χρόνους φορτώσεων και εκφορτώσεων. Έπειτα νέα μοντέλα μεταφορικών μέσων, με μεγαλύτερη χωρητικότητα και ταχύτητα. Τέλος αποτελεσματικότερος προγραμματισμός στα λιμάνια έτσι ώστε να ελαττωθούν οι αναμονές που αποτελούν τους νεκρούς χρόνους.

Πηγές

- [1] Logistics and supply chain management - Dewan Md Zahurul IslamJ, Fabian MeierPaulus T, AditjandraThomas H, ZunderGiuseppe PaceFig-
<http://dx.doi.org/10.1016/j.retrec.2012.10.006>
- [2] On the relationship between financial performance and position of businesses in supply chain networks - A. SeilerC. PapanagnouP. Scar-
<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107690>
- [3] Vehicle Route Problem ,διαφάνειες μαθήματος σχεδιασμός και βελτιστοποίηση εφοδιαστικής αλυσίδας, μάθημα 2 – Ι.Μαρινάκης
- [4] ICMMM – 2017 - An Ant Colony TSP to Evaluate the Performance of Supply Chain Network - T Srinivas Rao - <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.02.308>
- [5] Διαφάνειες μαθήματος σχεδιασμός και βελτιστοποίηση εφοδιαστικής αλυσίδας, Ευρετικοί – Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι – Ι.Μαρινάκης
- [6] Διαφάνειες μαθήματος σχεδιασμός και βελτιστοποίηση εφοδιαστικής αλυσίδας, Ευρετικοί – Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι – Ι.Μαρινάκης
- [7] Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliverie-Gabor Nagy a, Said Salhi
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2002.11.003>
- [8] A tabu search algorithm for the vehicle routing problem - Gulay Barbarosoglu, Demet Ozgur - [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(98\)00047-1](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(98)00047-1)
- [9] Improving Ant Colony Optimization efficiency for solving large TSP instances-Rafał Skinderowicz-Rafał Skinderowicz
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.108653>
- [10] Traveling salesman problem for capacited boat with pickups,deliveries and draft limits - Enrico Malaguti, Silvano Martello, Alberto Santini -
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2017.01.005>
- [11] Διαφάνειες μαθήματος σχεδιασμός και βελτιστοποίηση εφοδιαστικής αλυσίδας, Μάθημα 2- Μεταφορές Μοντελοποίηση VRP – Ι.Μαρινάκης
- [12] A model induced max-min ant colony optimization for asymmetric traveling salesman problem – Jie Bai, Gen-KeYang, Yu-WangChen, Li-ShengHu, Chang-ChunPan- <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2012.04.008>
- [13] The Pickup and Delivery Problem : Faces and Branch-and-Cut Algorithm-K.S.Ruland, E.Y Rodin - [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(97\)00090-4](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(97)00090-4)