



Πολυτεχνείο Κρήτης

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής
& Διοίκησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων αυξητικής δομής
σχήματος «μπισκότου» με ανάλυση πεπερασμένων
στοιχείων

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΚΟΥΣΤΟΥΜΠΑΡΔΗΣ ΧΡΗΣΤΟΣ ΓΕΡΑΣΙΜΟΣ
ΑΜ : 2017010041

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΣΤΑΥΡΟΥΛΑΚΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΧΑΝΙΑ 2023

Copyright ©

Κουστουμπάρδης Χρήστος Γεράσιμος, 2023
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

(Αυτή η σελίδα σκοπίμως αφέθηκε κενή)

Μέλη επιτροπής

Επιβλέπων: Καθ. Γ. Σταυρουλάκης

Πρώτο Μέλος: Καθ. Β. Μουστάκης

Δεύτερο Μέλος: Δρ. Μ. Μπακατσάκη, ΕΔΙΠ

Περίληψη

Μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων αυξητικής δομής σχήματος «μπισκότου» με ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων

Τα μεταλλικά αποτελούν κατηγορία τεχνητά κατασκευασμένων υλικών τα οποία παρουσιάζουν ιδιότητες που συναντώνται ελάχιστα ή και καθόλου σε φυσικά υλικά. Λόγω αυτών των ιδιοτήτων τους, ενδείκνυνται ως ιδανικές επιλογές για πληθώρα εφαρμογών. Επομένως, η ενδελεχής μελέτη των ιδιοτήτων των μεταλλικών καθώς και η εξάρτηση αυτών από τις διάφορες παραμέτρους τους καθίσταται ιδιαίτερα σημαντική.

Υποκατηγορία αυτών των υλικών είναι τα αυξητικά υλικά, τα οποία παρουσιάζουν αρνητικό λόγο Poisson και κατ' επέκταση αντίστροφο μηχανισμό παραμόρφωσης. Δηλαδή κατά την εφαρμογή μιας θλιπτικής τάσης στον διαμήκη άξονα, τα αυξητικά συστέλλονται εγκάρσιως αντίθετα με εκείνα που έχουν θετικό λόγο Poisson, τα οποία σε αντίστοιχη καταπόνηση διαστέλλονται.

Στην παρούσα εργασία δημιουργείται η αυξητική δομή σχήματος cookie με 4 πέταλα μέσω ενός συνόλου εξισώσεων. Ο σχεδιασμός της δομής γίνεται στο πρόγραμμα Inventor της Autodesk. Στην συνέχεια μελετάται η επίδραση της κάθε παραμέτρου στην τιμή του λόγου Poisson καθώς και του μέτρου δυσκαμψίας. Τα μεγέθη αυτά υπολογίζονται με ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων στο πρόγραμμα Inventor Nastran της Autodesk. Τέλος, ως παράδειγμα πιθανής εφαρμογής, γίνεται αντικατάσταση του εσωτερικού μίας ρομποτικής αρπάγης με πλέγμα της παραπάνω αυξητικής δομής. Από αυτή την εφαρμογή διερευνάται η ικανότητα συγκράτησης αντικειμένων από τον μηχανισμό αλλά και οι τάσεις που δημιουργούνται εντός του πλέγματος κατά την διαδικασία συγκράτησης.

Λέξεις κλειδιά: Λόγος Poisson, Αυξητικά υλικά, Μεταλλικά, Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων

Abstract

Study of the mechanical properties of cookie-shaped auxetic structure by finite element analysis

Metamaterials are a category of artificially manufactured materials that exhibit extraordinary properties not available or not easily obtainable in natural materials. Because of these properties, they are ideal choices for a plethora of applications. Therefore, the thorough study of the properties of metamaterials as well as their dependence on their various parameters becomes particularly important.

A subcategory of these materials is auxetic materials, which present a negative Poisson ratio and, by extension, an inverse deformation mechanism. That is, when compressive stress is applied to the longitudinal axis, auxetics contract transversely, contrary to materials with a positive Poisson's ratio, which expands under corresponding stress.

In this thesis, the auxetic 4-petal cookie-shaped structure is generated through a set of equations. The design of the structure is created in Autodesk's Inventor program. Then the effect of each parameter on Poisson's ratio as well as the stiffness is studied. These values are calculated by finite element analysis in Autodesk's Inventor Nastran program. Finally, as a case study, a grid of the above auxetic structure is placed as an infill of a robotic gripper. This application investigates the ability to hold objects by the mechanism, as well as the stresses created within the mesh during the holding process.

Keywords: Poisson's Ratio, Auxetic Materials, Metamaterials, Finite Element Analysis

Ευχαριστίες

Για την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας, οφείλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κύριο Σταυρουλάκη Γεώργιο για την διαρκή καθοδήγηση που μου παρείχε καθώς και για τις χρήσιμες συμβουλές και υποδείξεις του. Ακόμη, οφείλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την υποστήριξη που μου παρείχε καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

Περιεχόμενα

Μέλη επιτροπής	4
Περίληψη	5
Μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων αυξητικής δομής σχήματος cookie με ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων	5
Abstract	6
Study of the mechanical properties of cookie-shaped auxetic structure by finite element analysis	6
Ευχαριστίες	7
Περιεχόμενα.....	8
Πίνακας περιεχομένων εικόνων	10
Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή	11
1.1 Μεταϋλικά.....	11
1.2 Αυξητικές δομές.....	12
Κεφάλαιο 2 Θεωρητικό υπόβαθρο	13
2.1 Μετατόπιση δ	13
2.2 Ανηγγμένη παραμόρφωση ϵ	13
2.3 Λόγος Poisson ν	13
2.4 Μέτρο δυσκαμψίας S	14
2.5 Ισοτροπικά – Ανισοτροπικά Υλικά.....	15
2.6 Μέτρο ελαστικότητας Young E	15
2.7 Θεωρία αποτυχίας Von Mises – Τάση Von Mises σ_v	16
2.8 Γραμμική & Μη γραμμική ανάλυση.....	17
Μη γραμμικότητα λόγω γεωμετρίας	17
Μη γραμμικότητα λόγω υλικού.....	17
Μη γραμμικότητα λόγω περιορισμών και σημείων επαφής	17
2.9 Τριγωνικό πλέγμα - Mesh	17
Κεφάλαιο 3 Κατασκευή της αυξητικής δομής.....	19
3.1 Εξισώσεις καμπυλών τύπου μπισκότο	19
3.2 Τροποποιημένες εξισώσεις καμπυλών τύπου μπισκότο	20
3.3 Κατασκευή της δομής	21
Κεφάλαιο 4 Μελέτη της δομής.....	24
4.1 Καθορισμός δεδομένων ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων	24

4.2 Υπολογισμός της ανηγμένης παραμόρφωσης.....	26
4.3 Σενάρια ανάλυσης.....	27
Κεφάλαιο 5 Αποτελέσματα ανάλυσης.....	29
5.1 Μελέτη παραμέτρου R	29
5.2 Μελέτη παραμέτρου b_2	30
5.3 Μελέτη παραμέτρου r_2	32
5.4 Μελέτη ταυτόχρονης μεταβολής παραμέτρων b_1 & b_2	34
5.5 Μελέτη ταυτόχρονης μεταβολής παραμέτρων r_1 & r_2	35
5.6 Μελέτη παραμέτρου F_x	36
5.7 Μελέτη παραμέτρου F_y	38
5.8 Μελέτη με βάση τα αποτελέσματα των προηγούμενων σεναρίων.....	39
5.9 Σμίκρυνση της δομής	40
Κεφάλαιο 6 Εφαρμογή σε ρομποτική αρπάγη.....	42
6.1 Κατασκευή αρπάγης.....	42
6.2 Προετοιμασία προσομοίωσης	43
6.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης	44
Κεφάλαιο 7 Συμπεράσματα & Προτάσεις για μελλοντική έρευνα	47
7.1 Συμπεράσματα	47
7.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα	47
Βιβλιογραφία	48

Πίνακας περιεχομένων εικόνων

Εικόνα 1 Μεταϋλικά τα οποία ελέγχουν την διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.	11
Εικόνα 2 Α παραμόρφωση ενός αυξητικού υλικού, Β παραμόρφωση ενός συνηθισμένου υλικού.....	12
Εικόνα 3 Διάφορες μορφές αυξητικών δομών	12
Εικόνα 4 Παραμόρφωση δοκιμίου κατά την εφαρμογή θλιπτικής τάσης	14
Εικόνα 5 Η μετατόπιση δοκιμίου υπό την εφαρμογή θλιπτικής τάσης	15
Εικόνα 6 Ποιοτικό διάγραμμα Τάσης – Παραμόρφωσης για τις κύριες κατηγορίες υλικών	16
Εικόνα 7 Ανάλυση κύριων τάσεων και υπολογισμός τάσης Von Mises.....	16
Εικόνα 8 α) Μοντέλο καμπύλης, β) Πλέγμα μικρής ακρίβειας της προηγούμενης καμπύλης γ) Αντίστοιχα, πλέγμα μεγάλης ακρίβειας.....	18
Εικόνα 9 Οι παραγόμενες καμπύλες για παραμέτρους α) $r = 10 \text{ cm}$, $b = 0.5 \text{ cm}$, $n = 3$, β) $r = 10 \text{ cm}$, $b = 0.5 \text{ cm}$, $n = 4$	19
Εικόνα 10 Άξονες συμμετρίας της δομής.....	20
Εικόνα 11 Δομές τύπου μπισκότο για διάφορες τιμές των μεταβλητών F_x και F_y	21
Εικόνα 12 Καθορισμός παραμέτρων στο πρόγραμμα για την κατασκευή της δομής.	23
Εικόνα 13 Η μοναδιαία κυψελίδα τύπου μπισκότο με τις παραμέτρους της.....	23
Εικόνα 14 Παραγωγή του πλέγματος της δομής για την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων.....	25
Εικόνα 15 Ισομετρική όψη της δομής με τα επίπεδα στα οποία βασίστηκε η ανάλυση	25
Εικόνα 16 α) Εμπρόσθια όψη της δομής με εμφανείς τους άξονες του συστήματος συντεταγμένων, β) Τα επίπεδα που χρειάστηκαν στην ανάλυση	26
Εικόνα 17 Οι μετατοπίσεις που πραγματοποιούνται στην δομή κατά την παραμόρφωσή της.....	27
Εικόνα 18 α) Ισομετρική όψη της αρπάγης β) Κάτοψη αρπάγης και μηχανισμός λειτουργίας κατά την εφαρμογής δύναμης	42
Εικόνα 19 Αυξητική δομή τύπου Re-entrant Honeycomb	43
Εικόνα 20 Πορεία δημιουργίας της αρπάγης με πλέγμα αυξητικής δομής	43
Εικόνα 21 Το τελικό μοντέλο της αρπάγης με το σώμα ενδιάμεσα για προσομοίωση της σύσφιξης	44
Εικόνα 22 Πλάγια όψη της αρπάγης με εμφανείς τις ακλόνητες επιφάνειες	44
Εικόνα 23 Αποτελέσματα τάσεων Von Mises.....	45
Εικόνα 24 Τάσεις στο επάνω μέρος της αρπάγης υπό γωνία	45
Εικόνα 25 Αποτελέσματα μετατόπισης αρπάγης κατά τον άξονα X.....	46

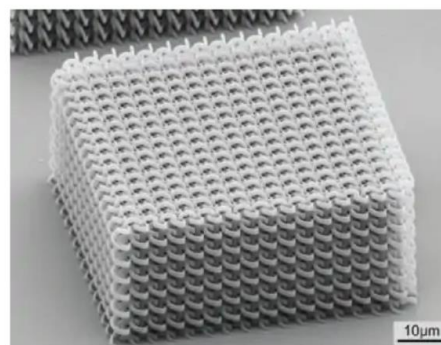
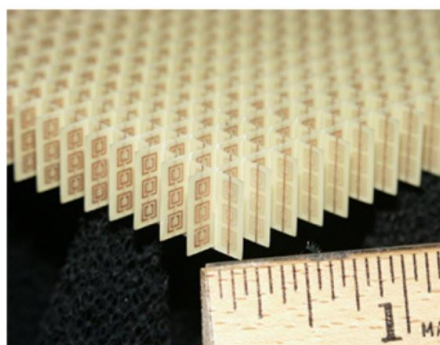
Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

Τα υλικά και η συστηματική μελέτη τους έχουν καθορίσει την δομή της κοινωνίας από την πρώτη κιόλας βήματα του ανθρώπινου είδους. Με την ανακάλυψη νέων υλικών και την βελτίωση των τεχνικών αξιοποίησης των ήδη γνωστών, οι άνθρωποι κατάφεραν να φτιάξουν καλύτερα εργαλεία και άλλα αντικείμενα μέσω των οποίων αναβαθμίστηκε η ποιότητα ζωής, αυξήθηκε η πιθανότητα επιβίωσης και επομένως κατάφεραν να εξαπλωθούν και να εξελιχθούν. Μάλιστα, τα υλικά έχουν συντελέσει τόσο πολύ στην εξέλιξη της κοινωνίας που οι ιστορικοί έχουν ονομάσει ολόκληρες χρονικές περιόδους βάση του κυριάρχου υλικού που χρησιμοποιούνταν τότε (Εποχή του Λίθου, Εποχή του Χαλκού κλπ.). Έτσι, λόγω της σπουδαιότητας των υλικών και της ανάγκης γνώσης των ιδιοτήτων τους, έχει αναπτυχθεί και το διεπιστημονικό πεδίο της Επιστήμης Υλικών ή όπως είναι επίσης γνωστό Επιστήμης και Τεχνολογίας Υλικών το οποίο συμπεριλαμβάνει την μελέτη, τον σχεδιασμό και την ανακάλυψη νέων υλικών με βελτιωμένες ιδιότητες που δεν υπάρχουν στην φύση.

1.1 Μεταϋλικά

Με την διαρκή αύξηση του πλήθους αυτών των νέων, τεχνητά κατασκευασμένων υλικών, δημιουργήθηκε και ένας νέος όρος για να τα χαρακτηρίσει, ο όρος μεταϋλικά. Με τον όρο μεταϋλικό (από την ελληνική λέξη μετά meta, που σημαίνει "πέρα από" και η λατινική λέξη materia, που σημαίνει "ύλη" ή "υλικό") λοιπόν ορίζεται οποιοδήποτε υλικό που έχει σχεδιαστεί για να έχει μια ιδιότητα που δεν βρίσκεται σε φυσικά υλικά. Ένα τέτοιο υλικό είναι κατασκευασμένο από στοιχεία διατεταγμένα σε τυχαία ή προκαθορισμένα επαναλαμβανόμενα μοτίβα, κατασκευασμένα από άλλα υλικά όπως μέταλλα, πλαστικά κ.ά. [1], [2]

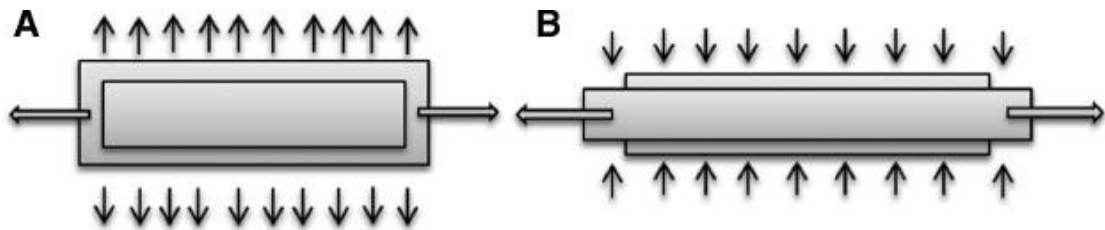
Μερικά μεταϋλικά παρουσιάζουν ιδιότητες όπως καθορισμένη τιμή ηλεκτρικής επιτρεπτότητας και μαγνητικής διαπερατότητας, αρνητικό λόγο Poisson, αρνητικό δείκτη διάθλασης, ικανότητα απόσβεσης συγκεκριμένων συχνοτήτων κ.ά. [3], [4] Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται δύο παραδείγματα μεταϋλικών. [5], [6]



Εικόνα 1 Μεταϋλικά τα οποία ελέγχουν την διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

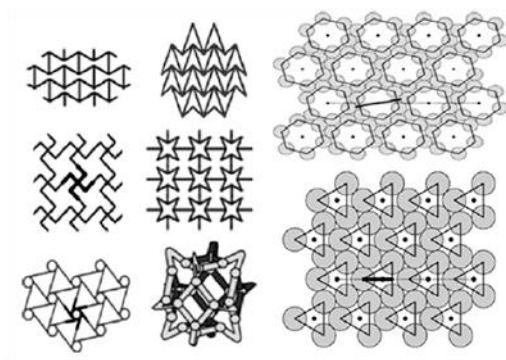
1.2 Αυξητικές δομές

Υποκατηγορία των μεταλλικών αποτελούν τα αυξητικά υλικά, τα οποία μελετήθηκαν για πρώτη φορά στις αρχές του 20^{ου} αιώνα από τον Γερμανό φυσικό Woldemar Voigt [7]. Με τον όρο αυξητικά υλικά ορίζονται τα υλικά εκείνα που έχουν αρνητικό λόγο Poisson και κατ' επέκταση αντίστροφο μηχανισμό παραμόρφωσης. Δηλαδή κατά την εφαρμογή μιας θλιπτικής τάσης στον διαμήκη άξονα, τα αυξητικά συστέλλονται εγκάρσιως αντίθετα με εκείνα που έχουν θετικό λόγο Poisson, τα οποία σε αντίστοιχη καταπόνηση διαστέλλονται (παράδειγμα Εικόνα 2).



Εικόνα 2 Α παραμόρφωση ενός αυξητικού υλικού, Β παραμόρφωση ενός συνηθισμένου υλικού

Στα τέλη του 1980 κατασκευάστηκε σκόπιμα ο πρώτος αφρός ο οποίος είχε αρνητικό λόγο Poisson και επομένως αυξητικές ιδιότητες [8]. Αυτό το υλικό κέρδισε το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας η οποία αντιλήφθηκε αμέσως τις δυνατότητες υλικών με την συγκεκριμένη ιδιότητα, σε εφαρμογές όπως, απορρόφηση κραδασμών, φίλτρων, τεχνητών οργάνων κλπ. Έκτοτε η επιστημονική κοινότητα σχεδιάζει, μελετάει και κατασκευάζει ποικίλες αυξητικές δομές.



Εικόνα 3 Διάφορες μορφές αυξητικών δομών

Στην παρούσα εργασία λοιπόν θα σχεδιαστεί και αναλυθεί ένας συγκεκριμένος τύπος αυξητικής δομής με κύριο στόχο την μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων της. Τέλος, η δομή αυτή θα χρησιμοποιηθεί ως μοτίβο πλήρωσης του εσωτερικού μιας ρομποτικής αρπάγης. Η μελέτη αυτή έχει στόχο να αποδείξει την χρησιμότητα μιας τέτοιας αυξητικής δομής σε πρακτική εφαρμογή.

Κεφάλαιο 2 Θεωρητικό υπόβαθρο

Προτού ξεκινήσει η μελέτη της αυξητικής δομής, θεωρείται συνετό να γίνει μια σύντομη ανασκόπηση των μεγεθών και όρων που θα χρησιμοποιηθούν στην συνέχεια.

2.1 Μετατόπιση | δ

Έστω στην μονοδιάστατη περίπτωση, υλικό μετατοπίζεται κατά τον άξονα z λόγω διαμήκους τάσης σε μια νέα θέση $z' = z + u$. Η παράμετρος u ονομάζεται μετατόπιση και γενικά είναι συνάρτηση του z . Η μετατόπιση σημείων μπορεί να οφείλεται σε λόγους όπως:

- Μετακίνηση σημείων
- Περιστροφή γραμμών
- Αλλαγή μήκους (π.χ. επιμήκυνση ή επιβράχυνση)
- Άλλου είδους παραμόρφωση (π.χ. στρέψη)

Σε περίπτωση μετατοπίσεων σε περισσότερους του ενός άξονες, γίνεται ανάλυση σε κάθε άξονα και στην μετατόπιση σημειώνεται ως δείκτης ο άξονας αναφοράς. Στην εργασία αυτή η μετατόπιση που μετριέται, προκαλείται από μετακίνηση των σημείων λόγω παραμόρφωσης της δομής. Η μετατόπιση θα συμβολίζεται ως δ με δείκτη τον εκάστοτε άξονα αναφοράς. Προφανώς, η μετατόπιση έχει μονάδες μέτρησης μήκους. [9]

2.2 Ανηγμένη παραμόρφωση | ε

Η σχετική (ή ανηγμένη) παραμόρφωση ε (strain) είναι αδιάστατο μέγεθος και έχει ιδιαίτερες ονομασίες ανάλογα με το είδος της παραμόρφωσης που υφίσταται το σώμα, όπως για παράδειγμα, σχετική διόγκωση και σχετική επιμήκυνση (ή σχετική επιβράχυνση), που είναι η επιμήκυνση (ή επιβράχυνση) ΔL που υφίσταται ένα υλικό ως προς το αρχικό του μήκος L .

Έτσι λοιπόν, ο τύπος μέσω του οποίου υπολογίζεται η ανηγμένη παραμόρφωση (σχετική επιμήκυνση ή επιβράχυνση) είναι:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

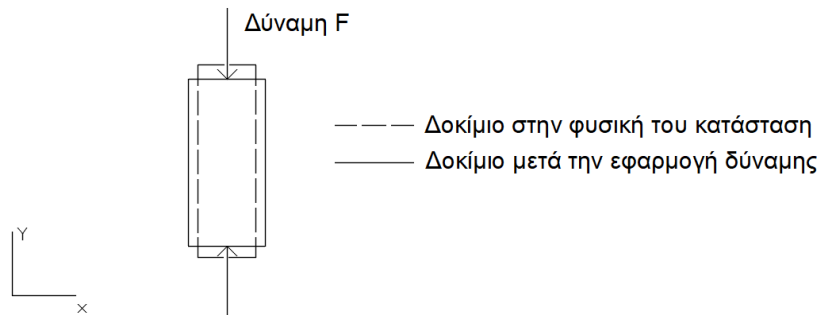
Όπου L_0 το αρχικό μήκος και ΔL η επιμήκυνση ή επιβράχυνση μετά την επίδραση δύναμης.

Σε επόμενη ενότητα θα αναλυθεί και ο τρόπος υπολογισμού της ανηγμένης παραμόρφωσης για την συγκεκριμένη αυξητική δομή καθώς υπάρχουν μερικές ιδιαιτερότητες στον υπολογισμό της [10].

2.3 Λόγος Poisson | ν

Ως λόγος Poisson ορίζεται ο λόγος της εγκάρσιας ανηγμένης παραμόρφωσης με της διαμήκους ανηγμένης παραμόρφωσης στην κατεύθυνση εφαρμογής μίας δύναμης. Δηλαδή στο παράδειγμα της παρακάτω εικόνας (Εικόνα 4) ο λόγος Poisson δίνεται από τον τύπο:

$$\text{Λόγος Poisson } \nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$$



Εικόνα 4 Παραμόρφωση δοκίμιου κατά την εφαρμογή θλιπτικής τάσης

Σχεδόν όλα τα φυσικά υλικά καθώς συστέλλονται στον εγκάρσιο άξονα διαστέλλονται στον διαμήκη και το αντίστροφο και επομένως τα μεγέθη ε_x , ε_y είναι ετερόσημα. Έτσι, προκειμένου να διασφαλιστεί το θετικό πρόσημο, στον τύπο συμπεριλαμβάνεται το αρνητικό πρόσημο όπως φαίνεται και παραπάνω. Ο λόγος αυτός είναι αδιάστατο μέγεθος και οι τυπικές τιμές για τα περισσότερα υλικά κυμαίνονται μεταξύ 0.2 και 0.3 ενώ μέγιστη τιμή είναι 0.5 η οποία παρατηρείται στα ελαστικά υλικά. Παρακάτω δίνονται ενδεικτικές τιμές του λόγου Poisson για μερικά γνωστά υλικά [11].

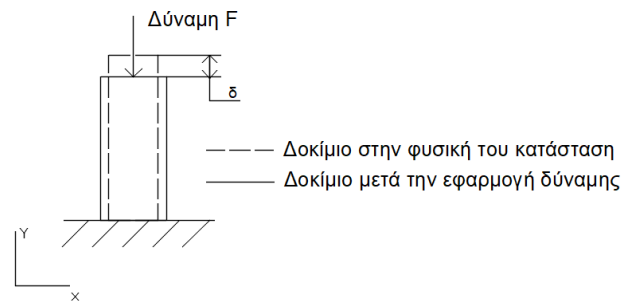
Υλικό	Λόγος Poisson ν
Σκηρόδεμα	0.20
Ανοξείδωτο ατσάλι	0.30
Έλασης αλουμίνιο	0.34
PLA	0.35
ABS	0.37
Φυσικό καουτσούκ	0.50

Πίνακας 1 Ο λόγος Poisson για διάφορα υλικά

2.4 Μέτρο δυσκαμψίας | S

Ο λόγος Poisson από μόνος του πολλές φορές δεν προσφέρει αντιπροσωπευτική εικόνα για τις ιδιότητες του υλικού που μελετάται. Έτσι, θεωρείται απαραίτητο να υπολογισθεί ένα ακόμα μέγεθος. Αυτό το μέγεθος ονομάζεται μέτρο δυσκαμψίας και ορίζεται ως η αντίσταση ενός σώματος να παραμορφωθεί από μία ασκούμενη δύναμη. Συμβολίζεται με το αγγλικό γράμμα S, εκφράζεται ως το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο δοκίμιο προς την μετατόπιση, είτε λόγω επιμήκυνσης είτε λόγω επιβράχυνσης, και επομένως έχει μονάδες μέτρησης N/m στο σύστημα SI [12].

$$\text{Μέτρο δυσκαμψίας } S = \frac{F}{\delta}$$



Εικόνα 5 Η μετατόπιση δοκιμίου υπό την εφαρμογή θλιπτικής τάσης

2.5 Ισοτροπικά – Ανισοτροπικά Υλικά

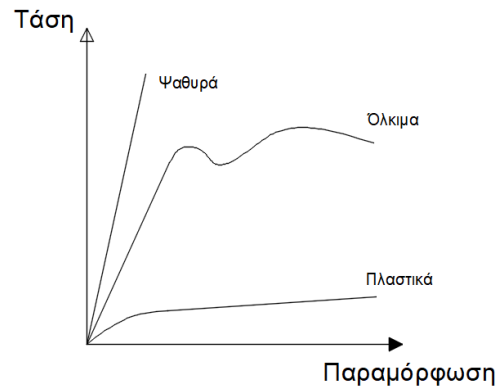
Δύο ακόμη όροι που εμφανίζεται συχνά σε αντικείμενα μελέτης που σχετίζονται με την επιστήμη των υλικών και χρειάζονται στην παρούσα εργασία, είναι οι όροι ισοτροπικό και ανισοτροπικό. Οι όροι αυτοί στο συγκεκριμένο επιστημονικό πεδίο χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τις ιδιότητες των υλικών. Συγκεκριμένα η ανισοτροπία σημαίνει η ιδιότητα να εξαρτάται από την κατεύθυνση. Στην περίπτωση δηλαδή που ένα υλικό είναι ανισοτροπικό, οι μετρούμενες ιδιότητές του, φυσικές ή μηχανικές, διαφέρουν σε διάφορες κατευθύνσεις. Αντίθετα, η λέξη «ισοτροπία» αναφέρεται στην ομοιομορφία. Έτσι λοιπόν, ένα ισοτροπικό υλικό παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες ανεξάρτητα με την κατεύθυνση μέτρησης. [13], [14]

2.6 Μέτρο ελαστικότητας Young | E

Τέλος ένα ακόμα πολύ βασικό μέγεθος της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών είναι το μέτρο Young το οποίο εξαρτάται μόνο από το υλικό. Το μέτρο αυτό είναι μια μηχανική ιδιότητα που μετρά την ακαμψία εφελκυσμού ή συμπίεσης ενός στερεού υλικού όταν η δύναμη εφαρμόζεται κατά μήκος, έχει μονάδες μέτρησης πίεσης και εκφράζεται από τον παρακάτω τύπο.

$$\text{Μέτρο ελαστικότητας Young} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}}$$

Το μέτρο αυτό μπορεί να υπολογιστεί μέσω ενός διαγράμματος τάσης – παραμόρφωσης με δεδομένα που έχουν παρθεί πειραματικά. Αυτό συμβαίνει γιατί η κλίση της καμπύλης είναι ίση με την τάση προς την παραμόρφωση, δηλαδή το μέτρο ελαστικότητας Young. Παρακάτω έχουν σχεδιαστεί ποιοτικά οι καμπύλες τάσης – παραμόρφωσης για ψαθυρά υλικά (BRITTLE), για όλκιμα (DUCTILE) και για πλαστικά (PLASTIC) [15]



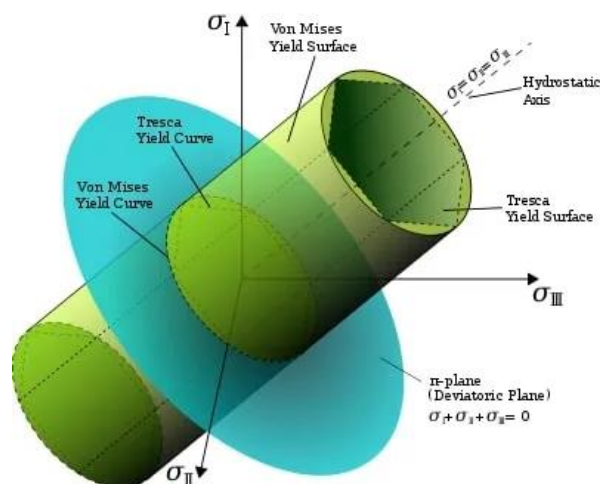
Εικόνα 6 Ποιοτικό διάγραμμα Τάσης – Παραμόρφωσης για τις κύριες κατηγορίες υλικών

2.7 Θεωρία αποτυχίας Von Mises – Τάση Von Mises | σ_v

Κύριος στόχος των μηχανικών κατά την σχεδίαση και κατασκευή δομών είναι η εξασφάλιση της ευστάθειάς τους. Έτσι λοιπόν έχουν αναπτυχθεί διάφορες θεωρίες για τον υπολογισμό του σημείου αστοχίας της δομής ή του υλικού. Πιθανώς το πιο γνωστό κριτήριο αστοχίας και αυτό που θα χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση αυτή, είναι η θεωρία αστοχίας Von Mises. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό ένα υλικό αστοχεί, όταν το τμήμα της αποθηκευμένης σε αυτό ενέργειας, το οποίο ευθύνεται για την αλλαγή σχήματος του σώματος (η λεγόμενη ελαστική ενέργειας στρεβλώσεως), υπερβεί κάποιο κρίσιμο όριο. Η τάση η οποία υπολογίζεται με την παραπάνω θεωρία ονομάζεται τάση Von Mises και συμβολίζεται με σ_v . Μαθηματικά η θεωρία αυτή διατυπώνεται ως:

$$\sigma_v = \left[\frac{1}{2} [(\sigma_{III} - \sigma_I)^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_I - \sigma_{II})^2] \right]^{0.5}$$

Όπου οι τάσεις σ_I , σ_{II} & σ_{III} αντιπροσωπεύουν τις κύριες τάσεις όπως φαίνονται στην Εικόνα 7. [16]



Εικόνα 7 Ανάλυση κύριων τάσεων και υπολογισμός τάσης Von Mises

Στην ανάλυση, η θεωρία αστοχίας που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα επιλέγεται από τον χρήστη, όλοι οι υπολογισμοί των τάσεων γίνονται στο παρασκήνιο και επομένως περαιτέρω ανάλυση δεν θεωρείται αναγκαία στην παρούσα εργασία.

2.8 Γραμμική & Μη γραμμική ανάλυση

Γραμμική ανάλυση είναι η ανάλυση όπου η σχέση μεταξύ των ασκούμενων φορτίων και των μετατοπίσεων είναι γραμμική. Συνηθίζεται να χρησιμοποιείται όταν οι τάσεις παραμένουν στο γραμμικό-ελαστικό εύρος του επιλεγμένου υλικού. Επίσης η γραμμική ανάλυση επιλύεται σε σύντομο χρονικό διάστημα και επομένως επιλέγεται συχνότερα ως μια πρώτη προσέγγιση σε σύγκριση με το να γίνει πλήρης μη γραμμική ανάλυση.[10], [17], [18]

Αντίθετα η μη γραμμική ανάλυση εφαρμόζεται σε περιπτώσεις όπου τα ασκούμενα φορτία και οι μετατοπίσεις έχουν μη γραμμική σχέση μεταξύ τους. Αυτές οι μη γραμμικές σχέσεις μπορεί να προκύψουν από τις παρακάτω κατηγορίες.

Μη γραμμικότητα λόγω γεωμετρίας

Σε περίπτωση όπου κατά την παραμόρφωση της δομής αλλαγές στην γεωμετρία της πρέπει να ληφθούν υπόψιν στον υπολογισμό τότε θεωρείται ότι υπάρχει μη γεωμετρική γραμμικότητα

Μη γραμμικότητα λόγω υλικού

Η μη γραμμικότητα υλικού περιλαμβάνει μη γραμμικές συμπεριφορές που οφείλονται στην παρούσα παραμόρφωση του υλικού, σε παραμορφώσεις που πραγματοποιήθηκαν στο παρελθόν, στον ρυθμό παραμόρφωσης, στην θερμοκρασία, την πίεση κλπ.

Μη γραμμικότητα λόγω περιορισμών και σημείων επαφής

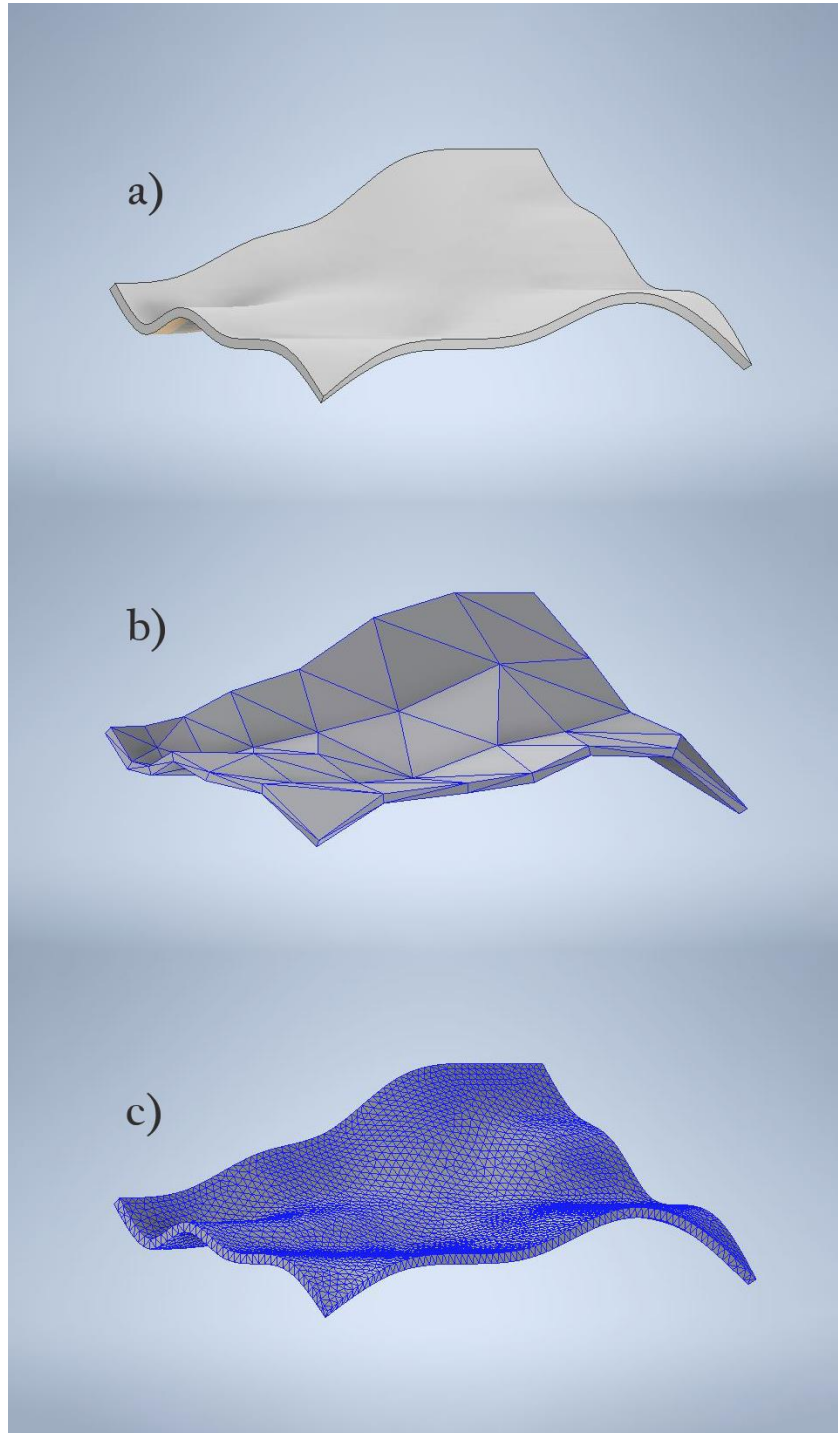
Η συγκεκριμένη κατηγορία εμφανίζεται στην περίπτωση όπου στο μοντέλο εφαρμόζονται κινηματικοί περιορισμοί (πχ πάκτωση, κύλιση κλπ.) ή ορίζονται σημεία επαφής με άλλο σώμα.

2.9 Τριγωνικό πλέγμα - Mesh

Το πλέγμα είναι η διακριτοποίηση ενός γεωμετρικού τομέα σε μικρότερα απλά σχήματα, όπως τα τρίγωνα και τα τετράπλευρα, στις δύο διαστάσεις, και τα τετράεδρα και τα εξαέδρα, στις τρεις διαστάσεις. Τα πλέγματα χρησιμοποιούνται σε πολλές περιοχές εφαρμογών. Στη γεωγραφία και στη χαρτογραφία, τα πλέγματα δίνουν μια συμπαγή αναπαράσταση δεδομένων εδάφους. Στα γραφικά του υπολογιστή, τα περισσότερα αντικείμενα τελικά καταλήγουν να είναι πλέγματα πριν την διαδικασία του rendering. Τέλος, τα πλέγματα είναι σχεδόν απαραίτητα στην αριθμητική λύση μερικών διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες προκύπτουν από προσομοιώσεις. [19]

Στο πρόγραμμα όπου θα γίνει η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, η δημιουργία του πλέγματος είναι προαπαιτούμενη. Για την δημιουργία του, ο χρήστης έχει την δυνατότητα να καθορίσει την επιθυμητή ακρίβεια η οποία εκφράζεται σε mm και οι τιμές είναι ανάλογες του μοντέλου. Μεγάλη τιμή αντιστοιχεί σε χονδρική προσέγγιση του μοντέλου ενώ αντίθετα για μικρή τιμή τείνει να προσεγγίσει επακριβώς το μοντέλο.

Φυσικά, στόχος είναι η μέγιστη δυνατή ακρίβεια για καλύτερα αποτελέσματα στην προσομοίωση, παρ' όλα αυτά το αντίτιμο αυτής είναι το κατά πολύ αυξημένο υπολογιστικό κόστος. Παρακάτω φαίνεται ένα παράδειγμα παραγωγής δύο πλεγμάτων διαφορετικής ακρίβειας για το ίδιο μοντέλο επιφάνειας διαστάσεων $\sim 150 \times 75 \text{ mm}$.



Εικόνα 8 α) Μοντέλο καμπύλης, β) Πλέγμα μικρής ακρίβεια της προηγούμενης καμπύλης γ) Αντίστοιχα, πλέγμα μεγάλης ακρίβειας

Κεφάλαιο 3 Κατασκευή της αυξητικής δομής

3.1 Εξισώσεις καμπυλών τύπου μπισκότο

Στην παρούσα εργασία η αυξητική δομή σχεδιάζεται βάση της καμπύλης “Centered cookie-shaped”, όπως αναφέρεται και στην βιβλιογραφία, δηλαδή καμπύλες τύπου μπισκότο. Οι καμπύλες αυτές ορίζονται από τις παρακάτω δύο Καρτεσιανές παραμετρικές εξισώσεις [20]

$$x(\theta) = p(\theta) \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

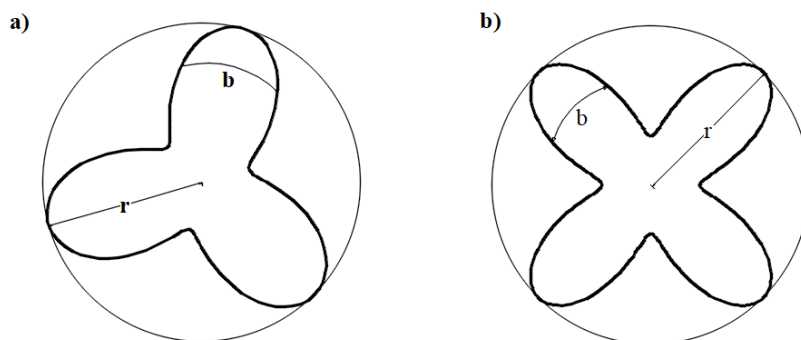
$$y(\theta) = p(\theta) \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

Όπου:

$$p(\theta) = \frac{r}{1+b} [1 + b \cos(n\theta)]$$

$$\text{και} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

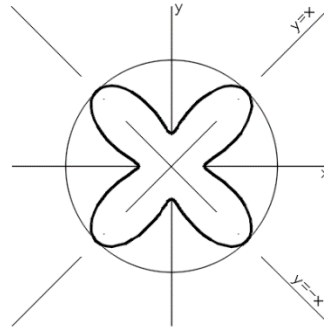
Η μεταβλητή b καθορίζει το «πλάτος» του λοβού και είναι αδιάστατο μέγεθος ενώ η μεταβλητή r καθορίζει το «ύψος» του και έχει μονάδες μέτρησης μονάδες μήκους. Η γωνία θ παίρνει τιμές όπως φαίνεται και παραπάνω από 0 έως 2π rad. Τέλος, η μεταβλητή n καθορίζει το πλήθος των λοβών και είναι και αυτό φυσικά αδιάστατο μέγεθος. Δίνοντας στις παραπάνω εξισώσεις για παράδειγμα τις τιμές $r = 10$ cm, $b = 0.5$ και $n = 3$, προκύπτει καμπύλη με τρεις λοβούς (Εικόνα 9.a). Παρόμοια, μεταβάλλοντας μόνο την παράμετρο n και θέτοντάς την ίση με 4, προκύπτει η καμπύλη με τέσσερις λοβούς (Εικόνα 9.b). Η καμπύλη με 4 λοβούς είναι και αυτή που θα χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί η αυξητική δομή.



Εικόνα 9 Οι παραγόμενες καμπύλες για παραμέτρους α) $r = 10$ cm, $b = 0.5$ cm, $n = 3$, β) $r = 10$ cm, $b = 0.5$ cm, $n = 4$

3.2 Τροποποιημένες εξισώσεις καμπυλών τύπου μπισκότο

Οι εξισώσεις που αναλύθηκαν παραπάνω και για $n = 4$, παράγουν καμπύλες συμμετρικές ως προς τέσσερις άξονες. Ως προς τον άξονα x , τον άξονα y , τον άξονα που ταυτίζεται με την ευθεία $y = x$ αλλά και την ευθεία $y = -x$ (Εικόνα 10).



Εικόνα 10 Άξονες συμμετρίας της δομής

Προκειμένου λοιπόν να γίνει εφικτός ο έλεγχος της παραμόρφωσης της δομής προς τους άξονες x και y , στις εξισώσεις προστίθενται οι μεταβλητές F_x και F_y . Επομένως οι νέες εξισώσεις είναι της μορφής

$$x(\theta) = F_x p(\theta) \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

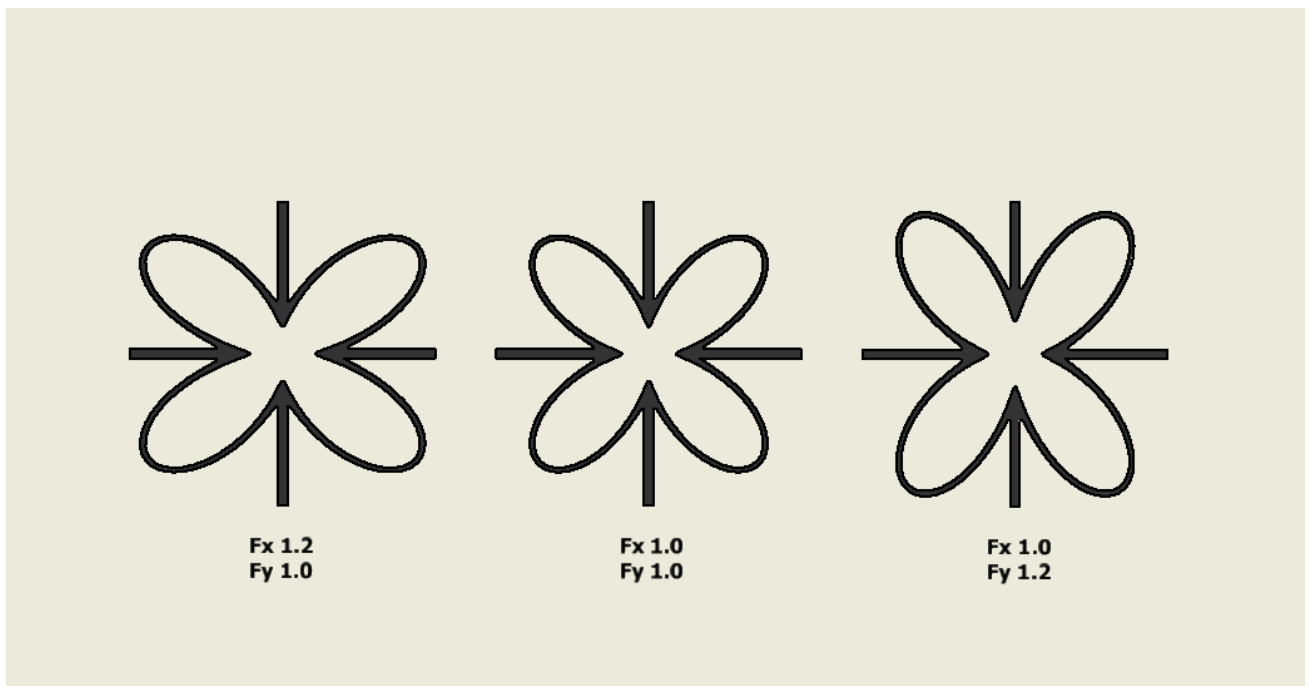
$$y(\theta) = F_y p(\theta) \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

Όπου:

$$p(\theta) = \frac{r}{1+b} [1 + b \cos(n\theta)]$$

$$\text{και} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

Για παράδειγμα αλλάζοντας τις τιμές των παραμέτρων F_x και F_y μπορούν να παραχθούν οι δομές που φαίνονται στην Εικόνα 11. Με αυτήν την τροποποίηση λοιπόν, δημιουργήθηκε ένα νέο σετ παραμέτρων που αξίζει να μελετηθεί και να διαπιστωθεί εάν η μεταβολή των τιμών αυτών πέρα από τις προεπιλεγμένες, δηλαδή ίσες με την μονάδα, μπορούν να μεταβάλουν σημαντικά τις ιδιότητες της δομής.



Εικόνα 11 Δομές τύπου μπισκότο για διάφορες τιμές των μεταβλητών F_x και F_y

3.3 Κατασκευή της δομής

Αφού έχουν ορισθεί πλήρως οι εξισώσεις που παράγουν την επιθυμητή καμπύλη, το επόμενο βήμα είναι να κατασκευασθεί η μοναδιαία κυψελίδα (αλλιώς κυψελίδα ή δομή) του αυξητικού υλικού. Η κυψελίδα αυτή παράγεται από την εξώθηση της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ των δύο καμπυλών με παραμέτρους r_1, b_1 και r_2, b_2, F_x & F_y , καθώς και την προσθήκη τεσσάρων ορθογώνιων στελεχών πλάτους t και μήκους L από άκρη σε άκρη. Τα στελέχη αυτά είναι απαραίτητα τόσο για την σύνδεση των κυψελίδων μεταξύ τους, και επομένως την δημιουργία του αυξητικού υλικού, όσο και για την μεταβίβαση των φορτίων στην δομή. Τέλος, προστίθεται στρογγύλεμα ακτίνας R , σε κάθε σημείο, όπως αυτό που φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 13).

Το τελευταίο αυτό χαρακτηριστικό δεν υπάρχει στην βιβλιογραφία της δομής και προστέθηκε με στόχο την πιθανή μείωση του λόγου Poisson καθώς και του μέτρου δυσκαμψίας μέσω της πιθανής μείωσης των εσωτερικών τάσεων που σε άλλη περίπτωση συγκεντρώνονται στις συγκεκριμένες γωνίες. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί, πως η συνολική επιφάνεια που καλύπτει η κυψελίδα είναι ίση με $L \times L$ και επομένως αυτή είναι και η διάσταση που καθορίζει το σχετικό μέγεθος της δομής και τα πιθανά πεδία εφαρμογής της.

Οι τιμές που επιλέχθηκαν ως προεπιλεγμένες για την δημιουργία της βασικής έκδοσης της δομής είναι:

Μεταβλητή	Τιμή	Μονάδα μέτρησης
r_1	10.0	cm
r_2	10.3	cm
b_1	0.70	ul (unitless)
b_2	0.53	ul
R	0.00	mm
F_x	1.00	ul
F_y	1.00	ul
L	20.00	cm
t	0.60	cm
n	4	ul

Πίνακας 2 Παράμετροι, προκαθορισμένες τιμές και οι μονάδες μέτρησής τους

Η παραπάνω διαδικασία έγινε στο πρόγραμμα *Inventor*[®] της *Autodesk*. Το πρόγραμμα αυτό αποτελεί μια επαγγελματική επιλογή για τρισδιάστατο σχεδιασμό και μελέτη αντικειμένων καθώς προσφέρει ποικιλία εργαλείων μέσω των οποίων επιταχύνεται η διαδικασία σχεδιασμού και με έξυπνη υλοποίηση, ελαχιστοποιούνται και απλοποιούνται οι απαραίτητες ενέργειες σε ενδεχόμενες τροποποιήσεις. Ακόμη, το πρόγραμμα προσφέρει μεγάλη βιβλιοθήκη υλικών τα οποία μπορούν να ανατεθούν στο αντικείμενο προς μελέτη, ενώ ακόμη δίνεται και η δυνατότητα δημιουργίας νέων υλικών τα οποία θα έχουν τις επιθυμητές μηχανικές ιδιότητες. Τέλος, μία πολύ χρήσιμη λειτουργία του προγράμματος που χρησιμοποιήθηκε στην συνέχεια για τις αναλύσεις είναι η επιλογή δημιουργίας παραλλαγών/επαναλήψεων του πρωτότυπου σχεδίου μέσω της χρήσης πινάκων ή και υπολογιστών φύλλων.

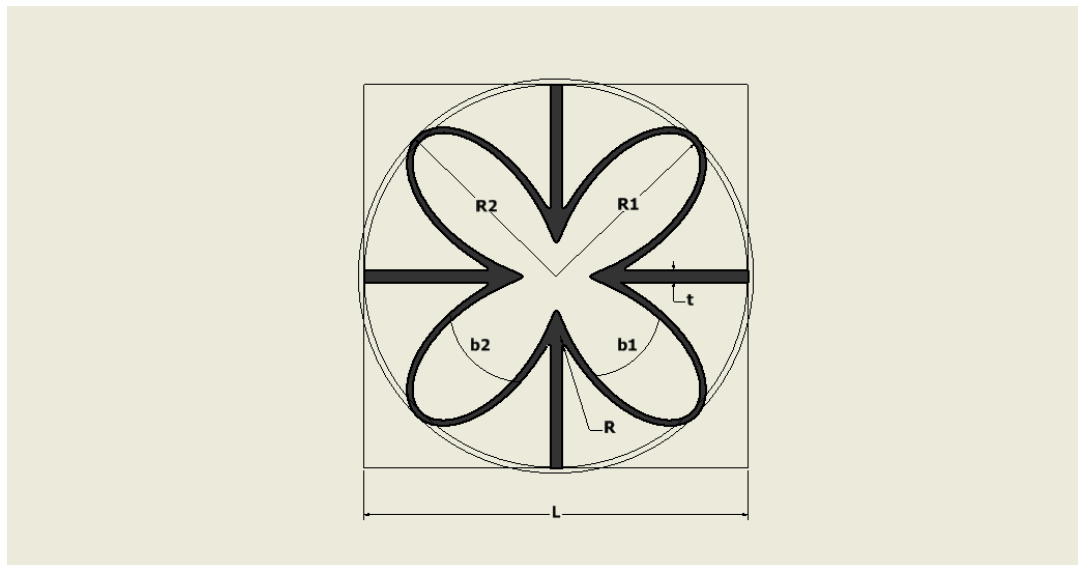
Η διαδικασία που ακολουθήθηκε προκειμένου να δημιουργηθούν οι παραλλαγές ήταν αρχικά σε ένα κενό έγγραφο τύπου *Inventor*, να κατοχυρωθούν τα ονόματα όλων των μεταβλητών που αναλύθηκαν παραπάνω, το σύμβολο τους, ο τύπος τους καθώς και μία αρχική τιμή όπως φαίνονται στην Εικόνα 12. Στην συνέχεια ξεκίνησε η διαδικασία δημιουργίας των καμπυλών μέσω της αντίστοιχης εντολής δημιουργίας καμπύλης με εξίσωση. Στην εξίσωση αυτή πλέον, αντί αριθμών, χρησιμοποιήθηκαν τα αντίστοιχα σύμβολα που είχαν τεθεί στο προηγούμενο βήμα για τις μεταβλητές. Επομένως, με την ολοκλήρωση αυτών βημάτων δημιουργήθηκε η μορφή της δομής η οποία με μερικές τροποποιήσεις στις τιμές των μεταβλητών παίρνει νέο σχήμα.

Παρ' όλα αυτά, επειδή στην πορεία θα δημιουργηθεί ένα μεγάλο πλήθος παραλλαγών για μελέτη και η χειροκίνητη αλλαγή των τιμών για τέτοιο πλήθος γίνεται χρονοβόρα διαδικασία, για κάθε σενάριο μελέτης δημιουργήθηκε ένα υπολογιστικό φύλλο στο οποίο ανά στήλη αναγράφεται η μεταβλητή και ανά σειρά καθορίζεται ένα νέο μοντέλο. Έτσι το κάθε μοντέλο έχει τις δικές του τιμές που μπορούν εύκολα να τροποποιηθούν με την χρήση ενός προγράμματος επεξεργασίας υπολογιστικών φύλλων και στην συνέχεια να εισαχθούν στο *Inventor* το οποίο έχοντας το πρωτότυπο μπορεί να αναπαράγει πανομοιότυπα μοντέλα αντικαθιστώντας τις τιμές στην αντίστοιχη εντολή. Σε επόμενη ενότητα θα διευκρινιστεί το πλήθος των σεναρίων μελέτης καθώς και το πλήθος μοντέλων ανά ανάλυση που επιλέχθηκαν.

Parameters									
Parameter Name	Consumed by	Unit/Type	Equation	Nominal Value	Toleran	Model Value	Key		Comment
Model Parameters									
Reference Param...									
User Parameters									
r1		ul	10 ul	10.000000		10.000000			
r2		ul	10.3 ul	10.300000		10.300000			
b1		ul	0.7 ul	0.700000		0.700000			
b2		ul	0.65 ul	0.650000		0.650000			
L	d18, d15, ...	cm	20 cm	20.000000		20.000000			
t	d19, d10, ...	cm	0.6 cm	0.600000		0.600000			
n		ul	4 ul	4.000000		4.000000			
x_factor		cm	1 cm	1.000000		1.000000			
y_factor		cm	1 cm	1.000000		1.000000			
relief_radius	d22	mm	0 mm	0.000000		0.000000			
Shape Generator:1									
sa_0		ul	0.4 ul	0.400000	<De	0.400000			

☒ Immediate Update

Εικόνα 12 Καθορισμός παραμέτρων στο πρόγραμμα για την κατασκευή της δομής



Εικόνα 13 Η μοναδιαία κυψελίδα τύπου μπισκότο με τις παραμέτρους της

Κεφάλαιο 4 Μελέτη της δομής

4.1 Καθορισμός δεδομένων ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων

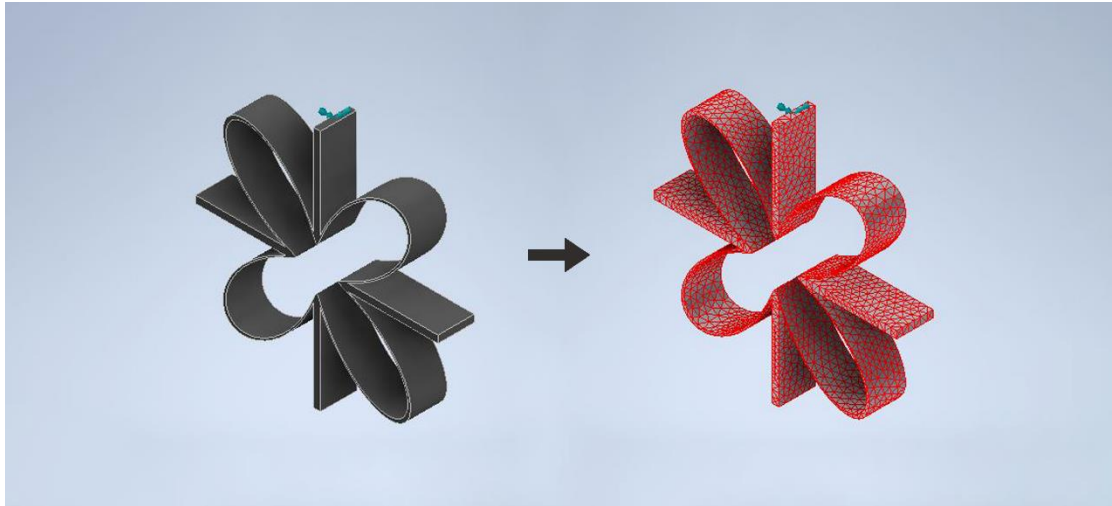
Για να κατανοηθεί σε βάθος η επιρροή κάθε παραμέτρου στις μηχανικές ιδιότητες της παραγόμενης κυψελίδας και συγκεκριμένα στην αυξητική της ιδιότητα, κάθε μορφή που παράχθηκε υποβλήθηκε σε ψηφιακή καταπόνηση. Στην προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία μέσω γραφικού περιβάλλοντος του προγράμματος *Inventor Nastran*[®] το οποίο εγκαταστάθηκε επιπρόσθετα στο πρόγραμμα σχεδιασμού *Inventor*[®] της *Autodesk*.

Αρχικά, απαραίτητη διαδικασία για την εκκίνηση του περιβάλλοντος ήταν ο καθορισμός του είδους της ανάλυσης. Λόγω της γεωμετρίας της δομής και των αναμενόμενων παραμορφώσεων, ως μέθοδος ανάλυσης επιλέχθηκε η μη γραμμική ανάλυση. Ακόμη, εφόσον μελετάται η παραμόρφωση της δομής υπό στατικό φορτίο συγκεκριμενοποιήθηκε η μέθοδος ως μη γραμμική – στατική (Nonlinear Static όπως αναφέρεται στο πρόγραμμα).

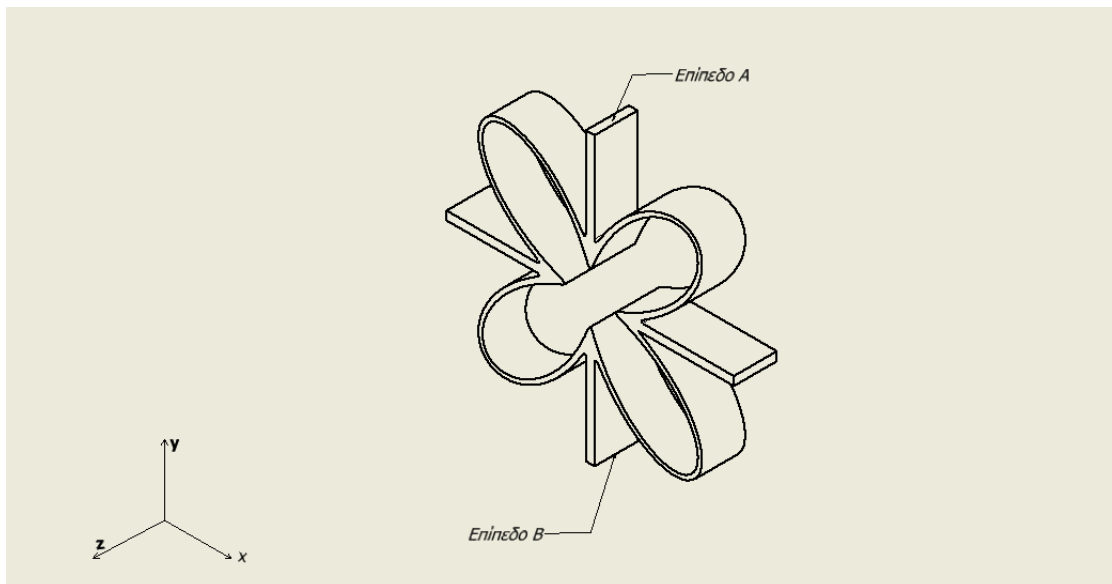
Στην συνέχεια, με την επιτυχή δημιουργία του εγγράφου της ανάλυσης, χρειάστηκε να ορισθούν μερικά μεγέθη και χαρακτηριστικά. Αρχικά ορίστηκε η ακρίβεια του πλέγματος ίση με 5 mm όπου για το μέγεθος της δομής, η τιμή αυτή αντιστοιχεί σε μεγάλη ακρίβεια (Fine Mesh). Με τον καθορισμό της ακρίβειας, πλέον ήταν εφικτή η παραγωγή του πλέγματος (Εικόνα 14). Επόμενο απαραίτητο βήμα για την επιτυχή ανάλυση ήταν ο ορισμός των φορτίων και των κινηματικών περιορισμών. Ως επίπεδα αναφοράς χρησιμοποιήθηκαν τα δυο παράλληλα επίπεδα που φαίνονται στην Εικόνα 15. Το επίπεδο Α ορίστηκε ως ακλόνητο επίπεδο. Επιπλέον, στο επίπεδο Β εφαρμόστηκε ομοιόμορφα κάθετη δύναμη μέτρου 50 N και φοράς προς την θετική κατεύθυνση του άξονα y. Τέλος, στην ανάλυση ως υλικό κατασκευής της δομής τέθηκε αλουμίνιο με τα παρακάτω χαρακτηριστικά.

Μέγεθος / Μεταβλητή	Τιμή / Τύπος	Μονάδες μέτρησης
Τύπος υλικού	Ισοτροπικό	-
Πυκνότητα ρ	2685	kg/m ³
Λόγος Poisson ν	0.3	ul
Μέτρο ελαστικότητας E	70	GPa
Θεωρία αποτυχίας	Von Mises	-

Πίνακας 3 Δεδομένα του υλικού που χρησιμοποιήθηκε κατά τις αναλύσεις



Εικόνα 14 Παραγωγή του πλέγματος της δομής για την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων

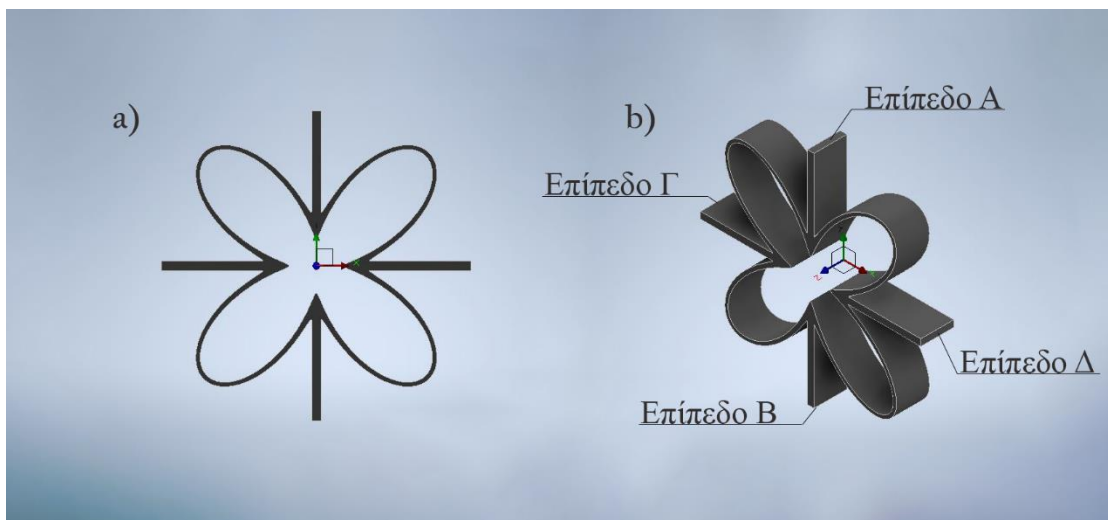


Εικόνα 15 Ισομετρική όψη της δομής με τα επίπεδα στα οποία βασίστηκε η ανάλυση

Οι επιφάνειες αναφοράς που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω, παρά τις αλλαγές στις τιμές των παραμέτρων της δομής παρέμεναν διαρκώς σταθερές. Αυτό οφείλεται στον ανεξάρτητο σχεδιασμό των τεσσάρων στελεχών γύρω από την δομή. Έτσι, οι αρχικές επιλογές που αφορούν την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων μπορούσαν να μείνουν αμετάβλητες για το σύνολο των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν. Αντίθετα, επειδή οι καμπύλες που όριζαν την ειδική μορφή της δομής άλλαζαν μεταξύ των αναλύσεων και ενώ δεν άλλαζε η ορισμένη ακρίβεια του πλέγματος, υποχρεωτικά χρειαζόταν να παραχθεί ξανά αυτό για κάθε αλλαγή στις τιμές των παραμέτρων. Από την αλλαγή αυτή φυσικά πρόκυπτε και διαφορετικό πλήθος κόμβων και στοιχείων πλέγματος με ανάλογο υπολογιστικό κόστος. Έχοντας ολοκληρώσει όλες τις απαιτούμενες διαδικασίες είναι δυνατή η εκκίνηση της ανάλυσης.

4.2 Υπολογισμός της ανηγμένης παραμόρφωσης

Ένα κρίσιμο σημείο κατά την διαδικασία εύρεσης των επιθυμητών μεγεθών μέσω των αποτελεσμάτων της ανάλυσης, είναι ο τρόπος υπολογισμού της ανηγμένης παραμόρφωσης. Όπως ήδη καθορίστηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, η ανηγμένη παραμόρφωση ορίζεται ως η επιμήκυνση (ή επιβράχυνση) ΔL που υφίσταται ένα υλικό ως προς το αρχικό του μήκος L . Το αρχικό μήκος είναι προφανές και εύκολο να βρεθεί είτε σε θεωρητική μελέτη είτε σε πειραματική. Αντίθετα, ο τρόπος υπολογισμού της επιμήκυνσης (ή επιβράχυνσης) μπορεί να μην είναι πάντοτε προφανής και πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην θέση του σημείου αναφοράς των μετρήσεων. Στην ανάλυση αυτή, οι μετρήσεις έγιναν από τα επίπεδα που ορίζονται μέσω των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων που φαίνονται και στην Εικόνα 16. Στην ίδια εικόνα φαίνεται το Επίπεδο Α που όπως ήδη αναφέρθηκε ορίστηκε ως ακλόνητο επίπεδο, το Επίπεδο Β το οποίο είναι το επίπεδο εφαρμογής της δύναμης, το Επίπεδο Γ και Δ που χρησιμοποιούνται αποκλειστικά ως σημεία αναφοράς για το υπολογισμό των μεγεθών.



Εικόνα 16 α) Εμπρόσθια όψη της δομής με εμφανείς τους άξονες του συστήματος συντεταγμένων, β) Τα επίπεδα που χρειάστηκαν στην ανάλυση

Τρέχοντας λοιπόν την ανάλυση η μορφή από την αρχική της κατάσταση συμπίεζεται και αποκτά την παραμορφωμένη μορφή της Εικόνας 17. Από το γραφικό περιβάλλον του προγράμματος μετράται η απόσταση που μετατοπίστηκε το επίπεδο Γ, από την αρχική κατάσταση στην τελική, κατά μήκος του άξονα x. Παρόμοια μετράται και η μετατόπιση του επιπέδου Δ πάνω στον ίδιο άξονα. Προφανώς οι δύο αυτές μετατοπίσεις πραγματοποιούνται προς αντίθετη κατεύθυνση και επομένως εκείνη που είχε φορά προς τα αρνητικά δίνεται από το πρόγραμμα με αρνητικό πρόσημο. Προκειμένου αυτό να μην δημιουργήσει σύγχυση κατά τους επόμενους υπολογισμούς μία εκ των δύο πολλαπλασιάζεται με το -1 . Ακόμη, εφόσον παρατηρήθηκε στις πρώτες αναλύσεις ότι η απόκλιση των απόλυτων τιμών, των δύο αυτών μεγεθών είναι της τάξης μερικών νανομέτρων στην συνέχεια για τα μεγέθη διατυπώθηκε και χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω ισχυρισμός.

$$\delta_x = \delta_{x1} = -\delta_{x2}$$

Και άρα:

$$\varepsilon_x = \frac{\delta_{x1} + \delta_{x2}}{L_0} = \frac{2\delta_x}{L_0}$$

Όπου σε περίπτωση πού:

$$\delta_x < 0 \Rightarrow \varepsilon_x < 0 \text{ ή}$$

$$\delta_x > 0 \Rightarrow \varepsilon_x > 0$$

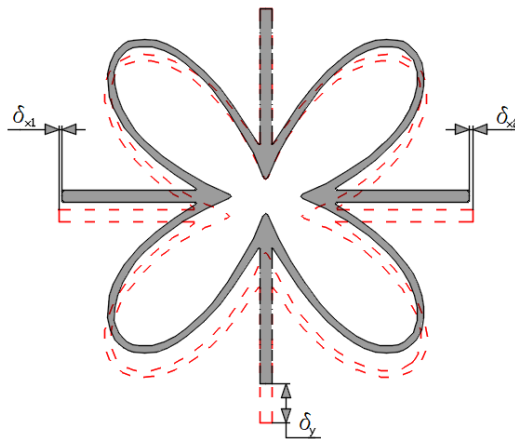
Ο υπολογισμός της ανηγμένης παραμόρφωσης κατά τον άξονα y γίνεται με το ίδιο τύπο επομένως:

$$\varepsilon_y = \frac{\delta_y}{L_0}$$

Όπου σε περίπτωση:

$$\delta_y < 0 \Rightarrow \varepsilon_y < 0 \text{ ή}$$

$$\delta_y > 0 \Rightarrow \varepsilon_y > 0$$



Εικόνα 17 Οι μετατοπίσεις που πραγματοποιούνται στην δομή κατά την παραμόρφωσή της

Καταγράφοντας λοιπόν μέσω του προγράμματος τις μετατοπίσεις μετά από κάθε ανάλυση, υπολογίζονται διαδοχικά η ανηγμένη παραμόρφωση για κάθε κατεύθυνση, ο λόγος Poisson και το μέτρο δυσκαμψίας.

4.3 Σενάρια ανάλυσης

Η διερεύνηση των μηχανικών ιδιοτήτων της δομής αποτελείται από 9 σενάρια. Σε κάθε σενάριο ισχύουν οι συνθήκες ανάλυσης που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

Τα σενάρια είναι τα εξής:

- Αύξηση της παραμέτρου R
- Αύξηση της παραμέτρου b_2
- Αύξηση της παραμέτρου r_2
- Ταυτόχρονη και ίση αύξηση των παραμέτρων b_1 & b_2
- Ταυτόχρονη και ίση αύξηση των παραμέτρων r_1 & r_2
- Αύξηση της παραμέτρου F_x
- Αύξηση της παραμέτρου F_y
- Συνδυασμός τιμών παραμέτρων βάση των προηγούμενων σεναρίων
- Σμίκρυνση της δομής

Κεφάλαιο 5 Αποτελέσματα ανάλυσης

5.1 Μελέτη παραμέτρου R

Στην μελέτη αυτή δόθηκαν 12 διαφορετικές τιμές στην παράμετρο R . Η αρχική τιμή είναι 0 (δεν υπάρχει δηλαδή καμπύλωση) και αυξάνονται για τις πρώτες 5 μετρήσεις με βήμα 0.2 mm ενώ στην συνέχεια το βήμα αυξάνεται σταδιακά έως την τελική ανάλυση όπου η ακτίνα καμπυλότητας παίρνει την τιμή 5 mm.

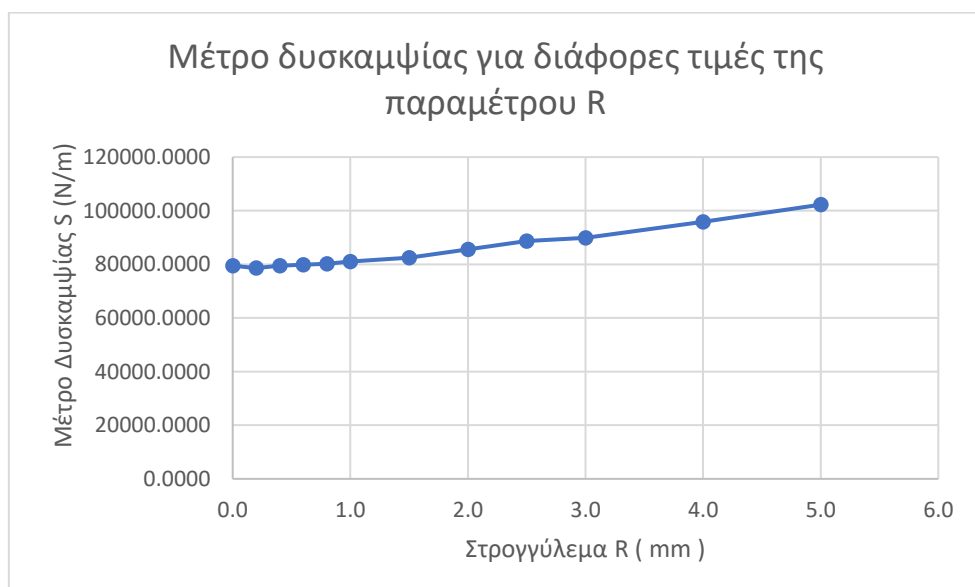
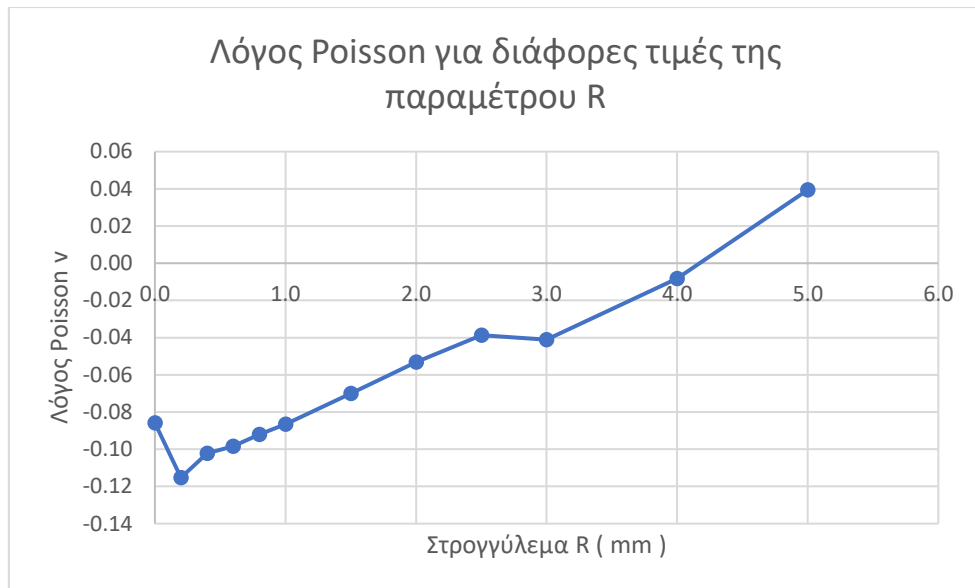
Στον Πίνακα 4 αναγράφονται οι τιμές των σταθερών παραμέτρων. Στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5) έχουν καταγραφεί οι μετατοπίσεις της κάθε ανάλυσης και έχουν υπολογιστεί οι τιμές για κάθε ανηγμένη παραμόρφωση, ο λόγος Poisson και το μέτρο δυσκαμψίας. Για καλύτερη απεικόνιση των αποτελεσμάτων έχουν δοθεί χρώματα της τιμές του λόγου Poisson και του μέτρου δυσκαμψίας. Στον λόγο Poisson έχει τεθεί το πράσινο χρώμα στην χαμηλότερη τιμή, σταδιακή εναλλαγή της λευκό καθώς αυξάνεται η τιμή και έντονο κόκκινο σε περίπτωση που τιμή ξεπεράσει το μηδέν και επομένως χάνεται η αυξητική ιδιότητα. Στο μέτρο δυσκαμψίας τέθηκε το πράσινο ως χρώμα για την υψηλότερη τιμή μεταξύ των δεδομένων και σταδιακή εναλλαγή της προς το λευκό καθώς αυτή μειώνεται. Τέλος, από τα αποτελέσματα αυτά παρήχθησαν και τα αντίστοιχα διαγράμματα που φαίνονται παρακάτω.

R1 (cm)	r2 (cm)	b1	b2	Δύναμη (N)
10	10.3	0.7	0.53	-50

Πίνακας 4 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

	Στρογγύλεμα R (mm)	Μετατόπιση (mm)		Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
		δx	δy	ϵx	ϵy	$\nu = -\epsilon x / \epsilon y$	$S = F / \delta y$
1	0.0	-0.02700	-0.62868	-0.00027	-0.00314	-0.0859	79531.3377
2	0.2	-0.03666	-0.63607	-0.00037	-0.00318	-0.1153	78608.0712
3	0.4	-0.03218	-0.62934	-0.00032	-0.00315	-0.1023	79448.4372
4	0.6	-0.03083	-0.62597	-0.00031	-0.00313	-0.0985	79875.7772
5	0.8	-0.02871	-0.62350	-0.00029	-0.00312	-0.0921	80192.8478
6	1.0	-0.02668	-0.61669	-0.00027	-0.00308	-0.0865	81077.8818
7	1.5	-0.02123	-0.60604	-0.00021	-0.00303	-0.0700	82502.5328
8	2.0	-0.01550	-0.58416	-0.00016	-0.00292	-0.0531	85592.5487
9	2.5	-0.01090	-0.56392	-0.00011	-0.00282	-0.0387	88664.7444
10	3.0	-0.01140	-0.55612	-0.00011	-0.00278	-0.0410	89908.0061
11	4.0	-0.00214	-0.52166	-0.00002	-0.00261	-0.0082	95848.7890
12	5.0	0.00964	-0.48898	0.00010	-0.00244	0.0394	102253.2527

Πίνακας 5 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων



Από τα παραπάνω δεδομένα είναι άμεσα ορατή η επιρροή της συγκεκριμένης παραμέτρου στις μηχανικές ιδιότητες της δομής. Συγκεκριμένα, για $R = 0.2 \text{ mm}$ ο λόγος Poisson αμέσως μειώθηκε σημαντικά φτάνοντας από το -0.0859 στο -0.1153 . Ταυτόχρονα με αυτή την μείωση, επήλθε και αντίστοιχη μείωση του μέτρου δυσκαμψίας. Στην συνέχεια, με κάθε διαδοχική αύξηση της τιμής της παραμέτρου, τόσο ο λόγος Poisson όσο και το μέτρο δυσκαμψίας αυξάνονται σχεδόν γραμμικά. Τέλος, για την τελική τιμή $R = 5 \text{ mm}$, ο λόγος Poisson της δομής είναι πλέον θετικός χάνοντας έτσι την αυξητική της ιδιότητα.

5.2 Μελέτη παραμέτρου b_2

Στην μελέτη αυτή, παρόμοια με την προηγούμενη, μελετάται η επιρροή της παραμέτρου b_2 στην συμπεριφορά της δομής. Η μελέτη αποτελείται από 8 διαφορετικές δομές και επομένως 8 προσομοιώσεις. Στην πρώτη δομή τέθηκε η τιμή της παραμέτρου

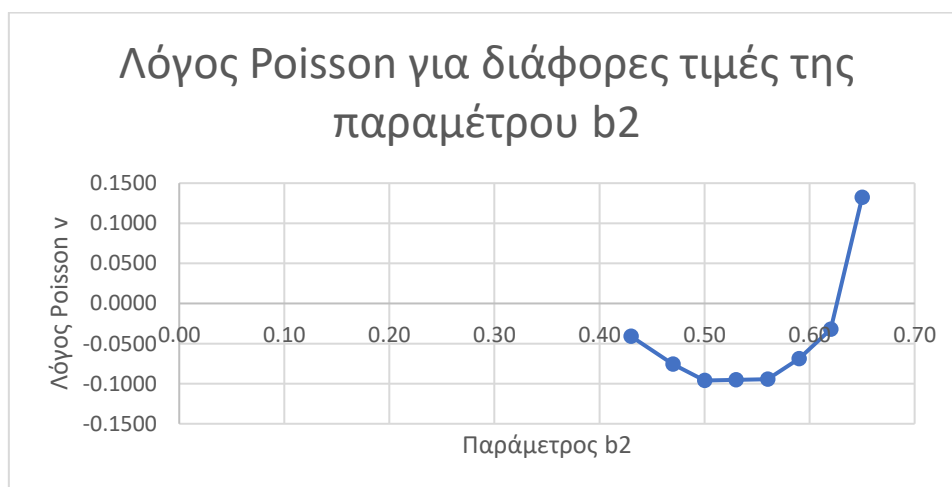
b_2 ίση με 0.43 και στην τελευταία 0.65. Όλα τα δεδομένα και τα αποτελέσματα φαίνονται της πίνακες και στα διαγράμματα που ακολουθούν.

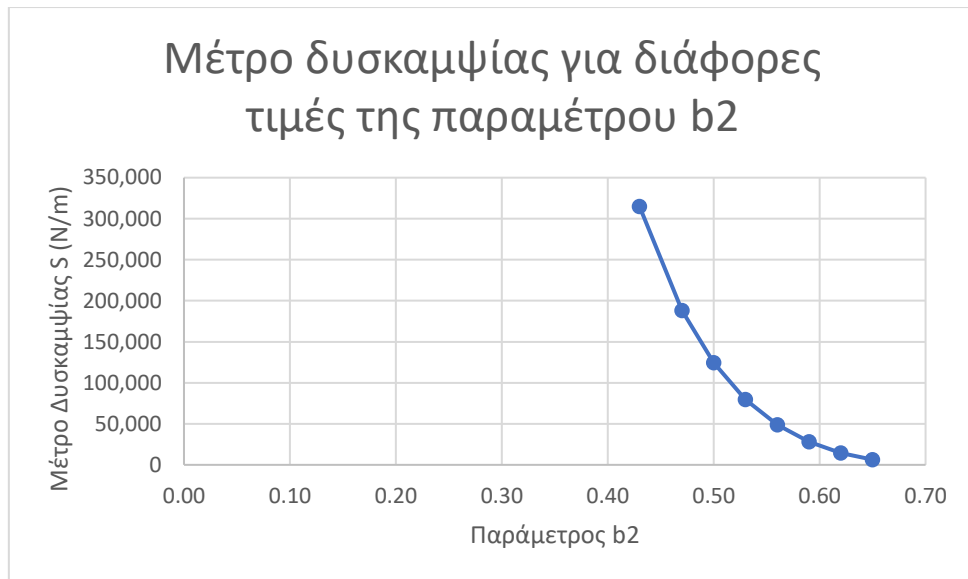
R1 (cm)	r2 (cm)	b1	Στρογγύλεμα R (mm)	Δύναμη (N)
10	10.3	0.7	0	-50

Πίνακας 6 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

	Μετατόπιση (mm)			Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
	b2	δx	δy	ϵx	ϵy	$\nu = -\epsilon x / \epsilon y$	$S = F / \delta y$
1	0.43	-0.00327	-0.15881	-0.00003	-0.00079	-0.0411	314845.5997
2	0.47	-0.01006	-0.26590	-0.00010	-0.00133	-0.0756	188040.6168
3	0.50	-0.01933	-0.40231	-0.00019	-0.00201	-0.0961	124282.2699
4	0.53	-0.02991	-0.62874	-0.00030	-0.00314	-0.0951	79524.3806
5	0.56	-0.04835	-1.02454	-0.00048	-0.00512	-0.0944	48802.3894
6	0.59	-0.06150	-1.78731	-0.00062	-0.00894	-0.0688	27975.0015
7	0.62	-0.05482	-3.42104	-0.00055	-0.01711	-0.0320	14615.4386
8	0.65	0.52314	-7.91707	0.00523	-0.03959	0.1322	6315.4677

Πίνακας 7 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων





Κατά τις πρώτες δυο μεταβολές της παραμέτρου, ο λόγος Poisson μειώνεται σταδιακά φτάνοντας στην ελάχιστη τιμή που ισούται με -0.0961 για $b_2 = 0.5$ και παραμένει σχεδόν σταθερός έως την μεταβολή της παραμέτρου από 0.56 σε 0.59 όπου επανέρχεται στην αρχική τιμή του. Στην τελευταία μεταβολή ο λόγος αυξάνεται ραγδαία έως το 0.1322 και επομένως χάνεται και πάλι η αυξητική ιδιότητα.

Αντίθετα με την μεταβαλλόμενη μονοτονία του λόγου Poisson, το μέτρο δυσκαμψίας φθίνει συνεχώς φτάνοντας από τα 314845.5997 N/m στα μόλις 6315.4677 N/m.

5.3 Μελέτη παραμέτρου r_2

Η μελέτη αυτή αφορά την παράμετρο r_2 . Όπως και προηγουμένως, αποτελείται από 8 διαφορετικές δομές και επομένως 8 προσομοιώσεις. Στην πρώτη δομή τέθηκε η τιμή της παραμέτρου ίση με 10.1 cm και με βήμα 0.1 cm αυξήθηκε έως τα 10.7 cm. Όλα τα δεδομένα και τα αποτελέσματα φαίνονται της πίνακες και στα διαγράμματα που ακολουθούν.

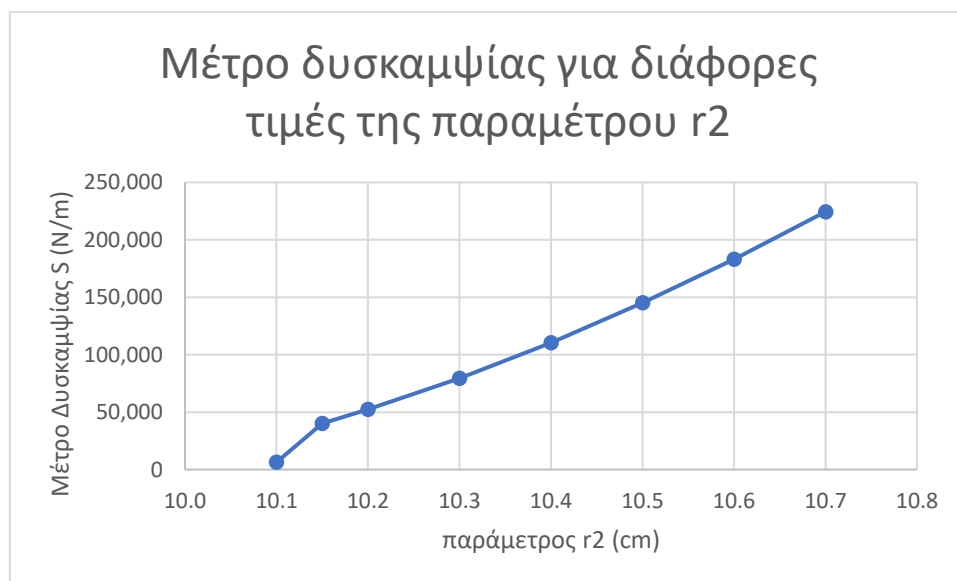
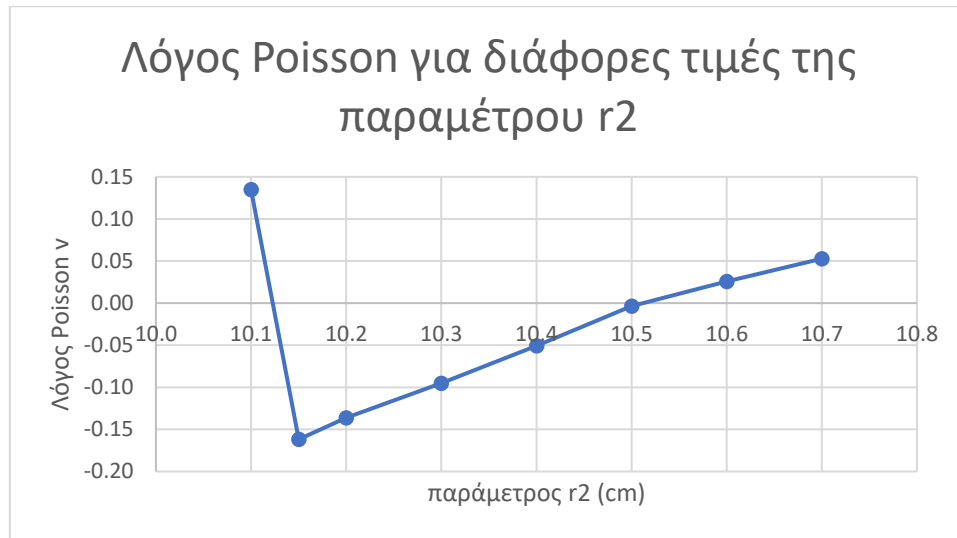
R1 (cm)	b1	b2	Στρογγύλεμα R (mm)	Δύναμη (N)
10	0.7	0.53	0	-50

Πίνακας 8 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

		Μετατόπιση (mm)		Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
r_2 (cm)		δx	δy	ϵ_x	ϵ_y	$\nu = -\epsilon_x/\epsilon_y$	$S = F/\delta y$
1	10.1	0.53431	-7.91688	0.00534	-0.03958	0.1350	6315.6193
2	10.2	-0.10069	-1.24410	-0.00101	-0.00622	-0.1619	40189.6954
3	10.2	-0.06509	-0.95605	-0.00065	-0.00478	-0.1362	52298.7388
4	10.3	-0.02988	-0.62875	-0.00030	-0.00314	-0.0950	79523.2423
5	10.4	-0.01144	-0.45331	-0.00011	-0.00227	-0.0505	110300.2815
6	10.5	-0.00060	-0.34440	-0.00001	-0.00172	-0.0035	145178.7586

7	10.6	0.00355	-0.27332	0.00004	-0.00137	0.0260	182938.4302
8	10.7	0.00589	-0.22279	0.00006	-0.00111	0.0529	224423.5681

Πίνακας 9 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων



Στην παραπάνω μελέτη, η πρώτη τιμή που δόθηκε στην παράμετρο r_2 επέφερε τον μέγιστο θετικό λόγο Poisson και ταυτόχρονα την ελάχιστη δυσκαμψία. Στην συνέχεια, η δεύτερη τιμή που δόθηκε, επέφερε τον ελάχιστο λόγο Poisson με τιμή -0.1619. Ταυτόχρονο παρατηρείται σημαντική αύξηση της τιμής του μέτρου δυσκαμψίας. Κατά τις επόμενες προσομοιώσεις τόσο ο λόγος Poisson όσο και το μέτρο δυσκαμψίας αυξάνονται και συγκεκριμένα ο λόγος Poisson για $r_2 > 10.5$ αποκτά θετική τιμή.

5.4 Μελέτη ταυτόχρονης μεταβολής παραμέτρων b_1 & b_2

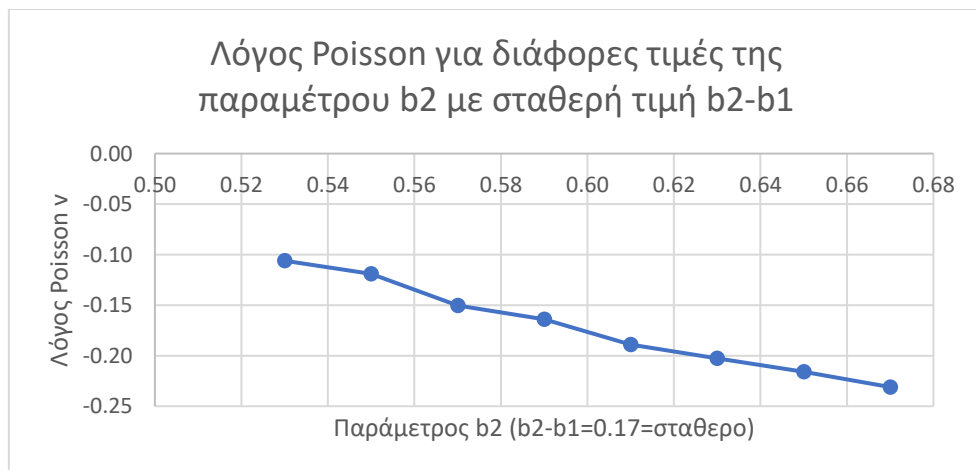
Στη μελέτη αυτή γίνεται μια ταυτόχρονη και ίση αύξηση των μεταβλητών b_1 και b_2 , διατηρώντας έτσι σταθερή την διαφορά μεταξύ τους. Συγκριμένα στην μελέτη δίνονται οι αρχικές τιμές 0.70 και 0.53 για της μεταβλητές b_1 και b_2 αντίστοιχα. Η διαφορά δηλαδή μεταξύ των δύο μεγεθών είναι 0.17 και επομένως για κάθε νέα τιμή της παραμέτρου b_1 , η παράμετρος b_2 θα ισούται με $b_1 - 0.17$. Η μελέτη αυτή αποτελείται της από 8 προσομοιώσεις και τα δεδομένα παρουσιάζονται παρακάτω.

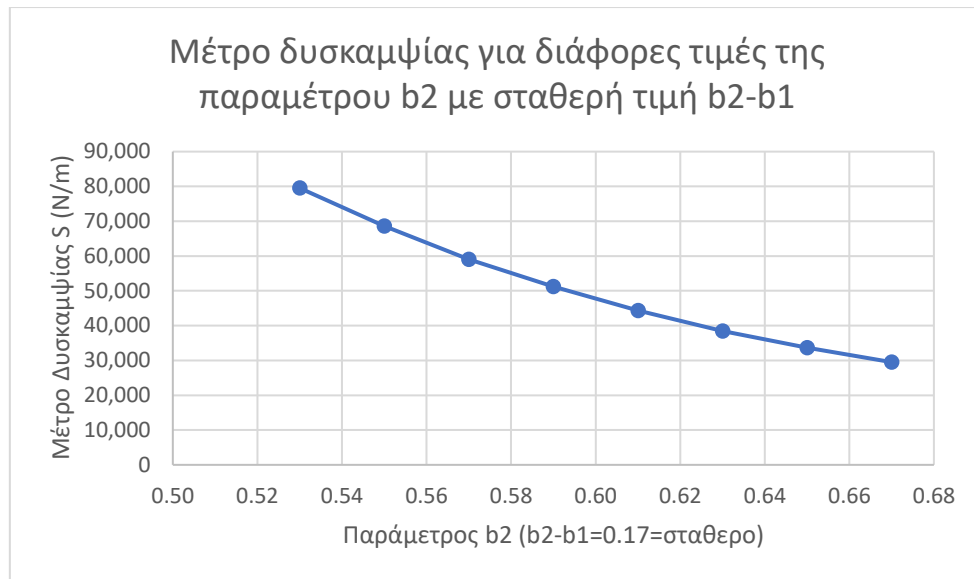
R1 (cm)	r2 (cm)	Στρογγύλεμα R (mm)	Δύναμη (N)
10.00	10.30	0	-50

Πίνακας 10 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

	Μετατόπιση (mm)				Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
	b1	b2	δx	δy	εx	εy	ν = -εx/εy	S = F/δy
1	0.70	0.53	-0.03333	-0.62875	-0.00033	-0.00314	-0.1060	79522.9893
2	0.72	0.55	-0.04335	-0.72864	-0.00043	-0.00364	-0.1190	68620.9925
3	0.74	0.57	-0.06362	-0.84680	-0.00064	-0.00423	-0.1503	59046.1682
4	0.76	0.59	-0.08002	-0.97592	-0.00080	-0.00488	-0.1640	51233.7549
5	0.78	0.61	-0.10669	-1.12834	-0.00107	-0.00564	-0.1891	44312.8844
6	0.80	0.63	-0.13172	-1.30007	-0.00132	-0.00650	-0.2026	38459.4676
7	0.82	0.65	-0.16033	-1.48592	-0.00160	-0.00743	-0.2158	33649.1870
8	0.84	0.67	-0.19574	-1.69449	-0.00196	-0.00847	-0.2310	29507.4034

Πίνακας 11 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων





Στην παρούσα ανάλυση, ξεκινώντας από τις τιμές 0.7 και 0.53 για τις παραμέτρους b_1 και b_2 αντίστοιχα, προκύπτει λόγος Poisson ίσος με -0.1060 και μέτρο δυσκαμψίας 79522.9893 N/m. Στην συνέχεια και για κάθε αύξηση των παραμέτρων, τα δύο μεγέθη ακολουθούν φθίνουσα πορεία έως και την τελική προσομοίωση όπου ο λόγος Poisson ισούται με -0.2310 και το μέτρο δυσκαμψίας με 29507.4034 N/m.

5.5 Μελέτη ταυτόχρονης μεταβολής παραμέτρων r_1 & r_2

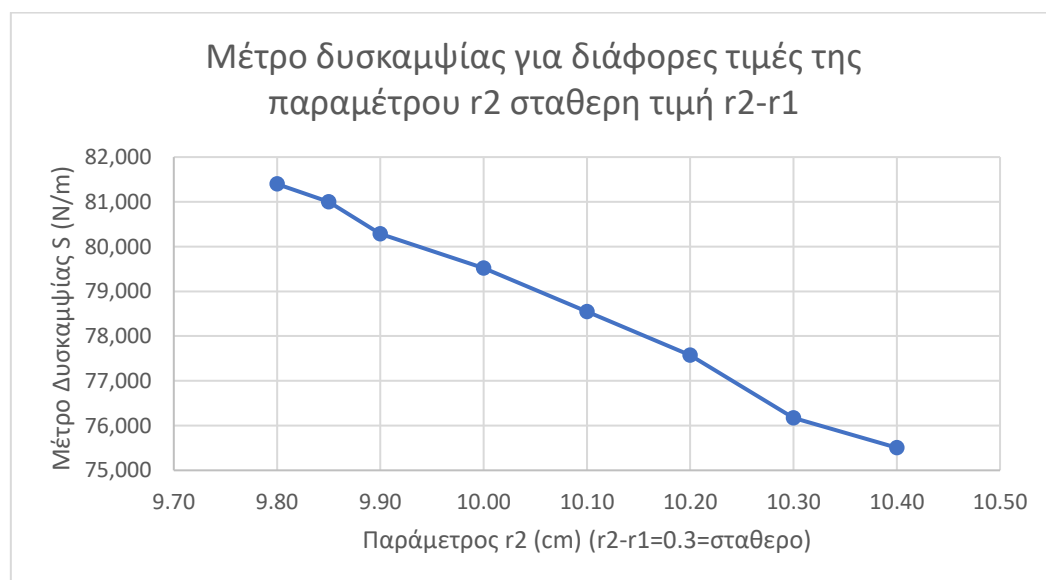
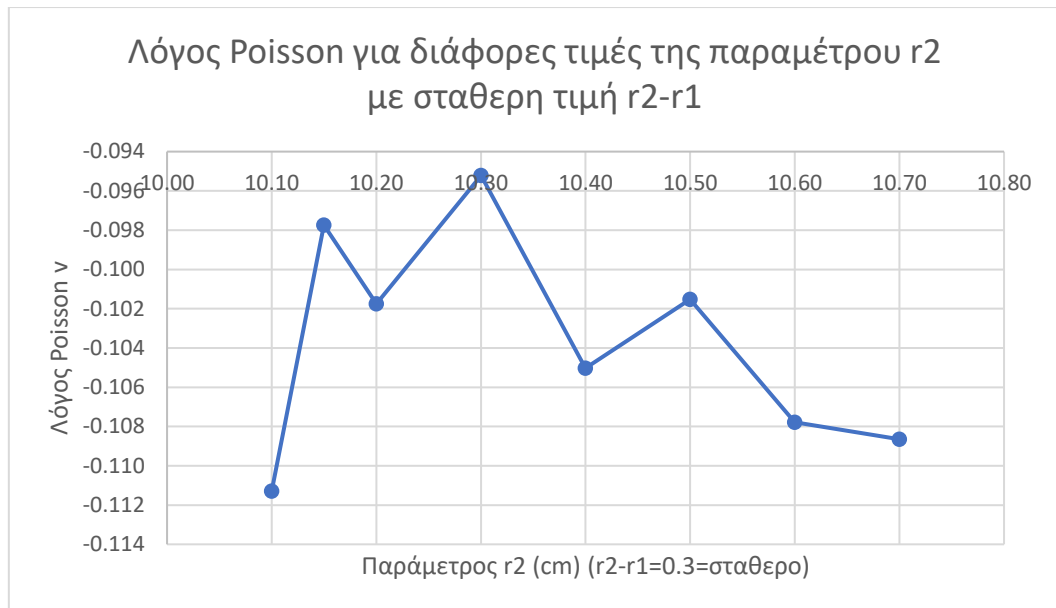
Παρόμοια με την προηγούμενη μελέτη, έγινε νέα μελέτη για ταυτόχρονη και ίση αύξηση των μεταβλητών r_1 και r_2 , διατηρώντας έτσι σταθερή την διαφορά μεταξύ τους. Οι αρχικές τιμές ορίστηκαν 9.80 και 10.10 cm για τις μεταβλητές r_1 και r_2 αντίστοιχα. Δηλαδή διαφορά ίση με 0.30 cm και επομένως για κάθε νέα τιμή κατά παραμέτρον r_1 , η παράμετρος r_2 θα ισούται με $r_1 - 0.30$.

b_1	b_2	Στρογγύλεμα R (mm)	Δύναμη (N)
0.7	0.53	0	-50

Πίνακας 12 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

			Μετατόπιση (mm)		Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
	r1 (cm)	r2 (cm)	δx	δy	εx	εy	ν = -εx/εy	S = F/δy
1	9.80	10.10	-0.03418	-0.61427	-0.00034	-0.00307	-0.1113	81397.4311
2	9.85	10.15	-0.03017	-0.61725	-0.00030	-0.00309	-0.0977	81003.9303
3	9.90	10.20	-0.03168	-0.62281	-0.00032	-0.00311	-0.1017	80281.4346
4	10.00	10.30	-0.02993	-0.62875	-0.00030	-0.00314	-0.0952	79522.9893
5	10.10	10.40	-0.03343	-0.63658	-0.00033	-0.00318	-0.1050	78544.8468
6	10.20	10.50	-0.03272	-0.64454	-0.00033	-0.00322	-0.1015	77574.2230
7	10.30	10.60	-0.03537	-0.65641	-0.00035	-0.00328	-0.1078	76171.9048
8	10.40	10.70	-0.03597	-0.66220	-0.00036	-0.00331	-0.1086	75505.3992

Πίνακας 13 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων



Στα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ο λόγος Poisson να κυμαίνεται από -0.0952 έως -0.1113 χωρίς να ακολουθεί κάποια συγκεκριμένη τάση. Ταυτόχρονα το μέτρο δυσκαμψίας φθίνει από τα 81397.4311 N/m στα 75505.3992 N/m.

5.6 Μελέτη παραμέτρου F_x

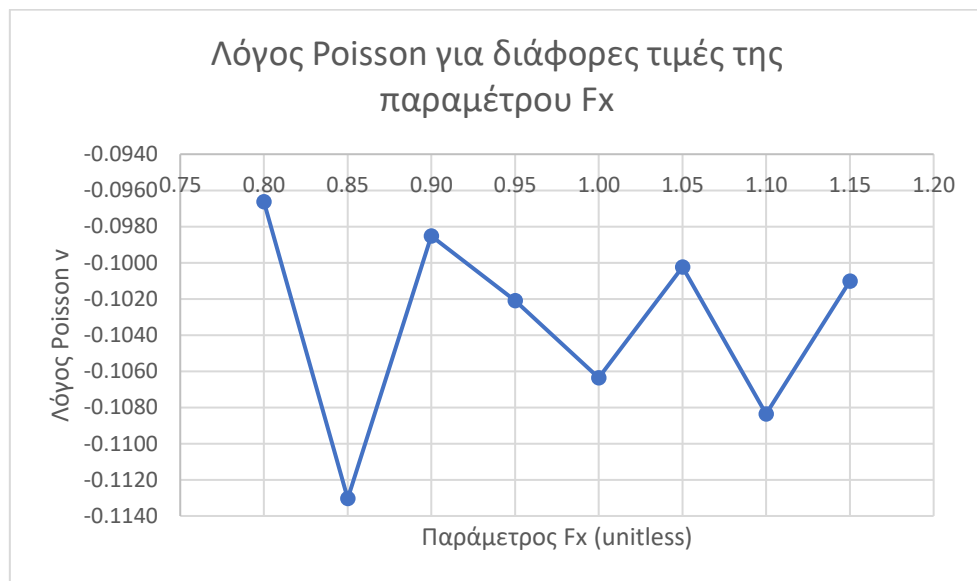
Στο σενάριο αυτό μεταβάλλεται η τιμή κατά παραμέτρου F_x με σκοπό να μελετηθεί η μεταβολή του λόγου Poisson και του μέτρου δυσκαμψίας για μη συμμετρικές δομές κατά κατά άξονες $y=x$ και $y=-x$. Οι τιμές των σταθερών παραμέτρων αναγράφονται στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 14) και παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων.

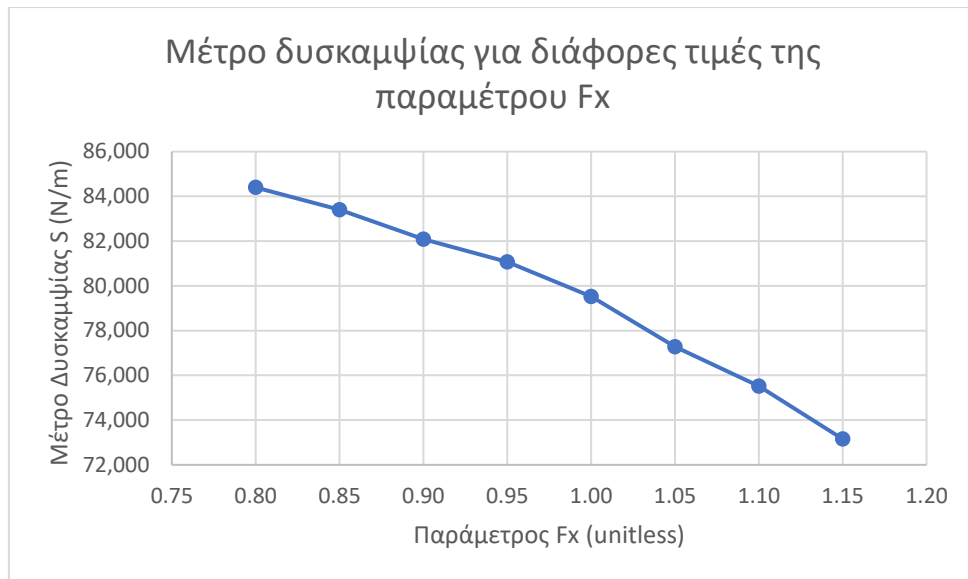
R1 (cm)	r2 (cm)	b2	b1	Στρογγύλεμα R (mm)	Δύναμη (N)	Fy
10	10.3	0.53	0.7	0.2	-50	1

Πίνακας 14 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

	Μετατόπιση (mm)			Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
	Fx	δx	δy	εx	εy	$\nu = -\varepsilon_x/\varepsilon_y$	$S = F/\delta y$
1	0.80	-0.02863	-0.59243	-0.00029	-0.00296	-0.0966	84397.5869
2	0.85	-0.03388	-0.59952	-0.00034	-0.00300	-0.1130	83400.0534
3	0.90	-0.03001	-0.60912	-0.00030	-0.00305	-0.0985	82085.0927
4	0.95	-0.03149	-0.61676	-0.00031	-0.00308	-0.1021	81068.4169
5	1.00	-0.03343	-0.62874	-0.00033	-0.00314	-0.1064	79524.6336
6	1.05	-0.03243	-0.64701	-0.00032	-0.00324	-0.1002	77279.1555
7	1.10	-0.03587	-0.66212	-0.00036	-0.00331	-0.1084	75515.4686
8	1.15	-0.03452	-0.68348	-0.00035	-0.00342	-0.1010	73154.7090

Πίνακας 15 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων





Κατά την παρούσα μελέτη, ο λόγος Poisson διαρκώς αυξομειώνεται σε μικρό εύρος τιμών από -0.0966 έως -0.1130 . Οι τιμές της δυσκαμψίας αντίθετα φθίνουν με μέγιστη τιμή τα 84397.5869 N/m και ελάχιστη τα 73154.7090 N/m .

5.7 Μελέτη παραμέτρου F_y

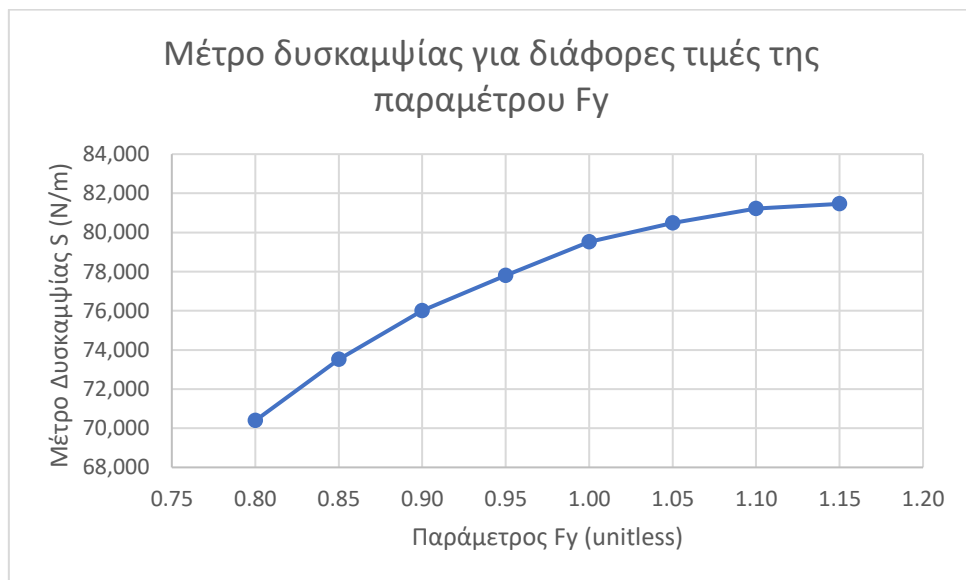
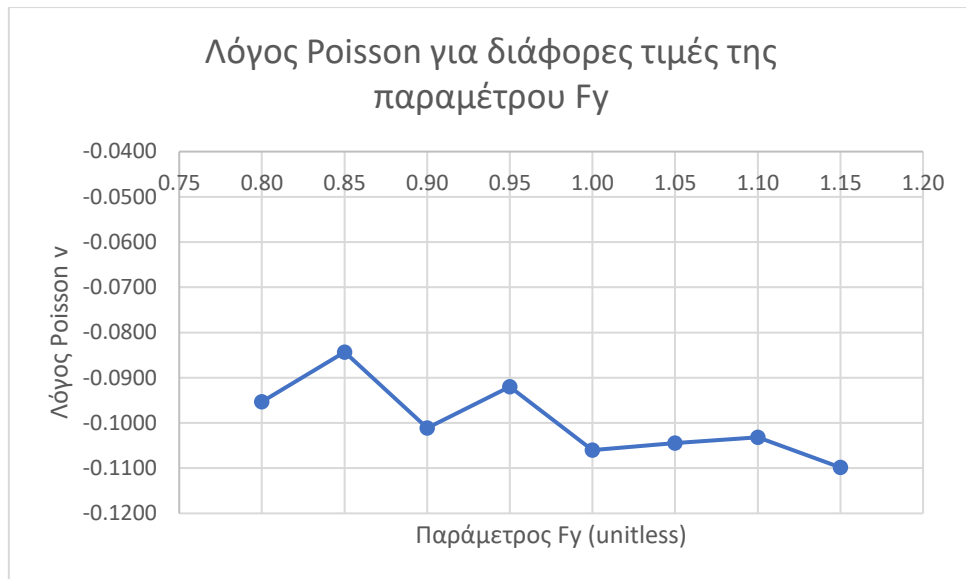
Παρόμοια με το προηγούμενο σενάριο μεταβάλλεται η παράμετρος F_y που παραμορφώνει την μορφή της δομής κάθετα. Τα δεδομένα και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην συνέχεια.

$R1$ (cm)	$r2$ (cm)	$b1$	$b2$	Στρογγύλεμα R (mm)	Δύναμη (N)
10	10.3	0.7	0.53	0.2	-50

Πίνακας 16 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

		Μετατόπιση (mm)		Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
F_y		δx	δy	ϵx	ϵy	$\nu = -\epsilon x / \epsilon y$	$S = F / \delta y$
1	0.80	-0.03385	-0.71034	-0.00034	-0.00355	-0.0953	70389.1252
2	0.85	-0.02867	-0.68012	-0.00029	-0.00340	-0.0843	73516.0059
3	0.90	-0.03327	-0.65784	-0.00033	-0.00329	-0.1011	76006.4393
4	0.95	-0.02957	-0.64268	-0.00030	-0.00321	-0.0920	77798.7316
5	1.00	-0.03333	-0.62875	-0.00033	-0.00314	-0.1060	79522.8628
6	1.05	-0.03244	-0.62125	-0.00032	-0.00311	-0.1044	80483.0269
7	1.10	-0.03176	-0.61561	-0.00032	-0.00308	-0.1032	81220.5170
8	1.15	-0.03371	-0.61379	-0.00034	-0.00307	-0.1098	81460.6879

Πίνακας 17 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων



Στην παρούσα ανάλυση, ξεκινώντας από την τιμή 0.8 προκύπτει λόγος Poisson ίσος με -0.0953 και μέτρο δυσκαμψίας 70389.1252 N/m. Στην συνέχεια ο λόγος Poisson αυξάνεται φτάνοντας την μέγιστη τιμή του στο -0.0843 και έπειτα φθίνει έως το -0.1098. Η δυσκαμψία αντίθετα ακολουθεί αύξουσα πορεία ξεκινώντας από τα 70389.1252 N/m και φτάνοντας στα 81460.6879 N/m.

5.8 Μελέτη με βάση τα αποτελέσματα των προηγούμενων σεναρίων

Σε αυτό το στάδιο θεωρήθηκε σκόπιμο να μελετηθεί η συμπεριφορά δομής με τιμές παραμέτρων επιλεγμένες βάση των παραπάνω αναλύσεων. Οι τιμές που επιλέχθηκαν ήταν εκείνες που είχαν ως αποτέλεσμα τον χαμηλότερο λόγο Poisson και ταυτόχρονα χαμηλή τιμή δυσκαμψίας.

Οι επιλεγμένες τιμές φαίνονται στον Πίνακα 18 και τα αποτελέσματα τις προσομοίωσης στον Πίνακα 19.

b1	b2	r1 (cm)	r2 (cm)	Στρογγύλεμα R (mm)	Fx	Fy	Force (N)
0.84	0.67	10.4	10.7	0.2	1	1	-50

Πίνακας 18 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

Μετατόπιση (mm)		Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
δx	δy	εx	εy	$\nu = -\varepsilon_x/\varepsilon_y$	$S = F/\delta y$
-0.20723	-1.74900	-0.00207	-0.00875	-0.2370	28587.7644

Πίνακας 19 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων

Έχοντας συνδυάσει λοιπόν τις παραπάνω τιμές παραμέτρων, προκύπτει λόγος Poisson ίσος με -0.2370 και μέτρο δυσκαμψίας 28587.7644 N/m. Η συγκεκριμένη δομή έχει τον χαμηλότερο λόγο Poisson που έχει υπολογισθεί έως αυτό το σημείο και ταυτόχρονα μία από τις χαμηλότερες τιμές δυσκαμψίας.

5.9 Σμίκρυνση της δομής

Η δομής έως αυτό το σημείο μελετήθηκε για διάφορες τιμές παραμέτρων, παρ' όλα αυτά το μέγεθος της κυψελίδας παρέμενε σταθερό και ίσο με 200x200 mm σε κάθε προσομοίωση. Το μέγεθος αυτό είναι ακατάλληλο για εφαρμογή σε ρομποτική αρπάγη και έτσι απαραίτητο είναι να σμικρυνθεί και να δοκιμαστεί υπό την νέα διάσταση. Το νέο μέγεθος της κυψελίδας ορίστηκε ίσο με 10x10 mm, δηλαδή 5% της αρχικής διάστασης. Οι αρχικές τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν είναι εκείνες της προηγούμενης μελέτης (Πίνακας 18). Για την επιτυχή μελέτη της δομής, όλες οι τιμές των παραμέτρων προσαρμόστηκαν κατάλληλα όπου αυτό ήταν απαραίτητο. Τόσο οι παλαιές όσο και οι προσαρμοσμένες τιμές φαίνονται στον Πίνακα 20 ενώ τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων παρουσιάζονται στην συνέχεια.

	b1	b2	r1 (cm)	r2 (cm)	Στρογγύλεμα R (mm)	Fx	Fy	t (mm)	L (mm)	Force (N)
Αρχικές τιμές	0.84	0.67	10.4	10.7	0.2	1	1	0.6	200	50
Τελικές τιμές	0.84	0.67	1.04	1.07	0.02	1	1	0.06	20	5

Πίνακας 20 Δεδομένα σταθερών παραμέτρων

	Μετατόπιση (mm)		Παραμόρφωση		Λόγος Poisson	Μέτρο Δυσκαμψίας (N/m)
	δx	δy	εx	εy	$\nu = -\varepsilon_x/\varepsilon_y$	$S = F/\delta y$
Αρχικές τιμές	-0.20723	-1.74900	-0.00207	-0.00875	-0.2370	28587.7644

**Τελικές
τιμές**

-0.0185

-0.1619

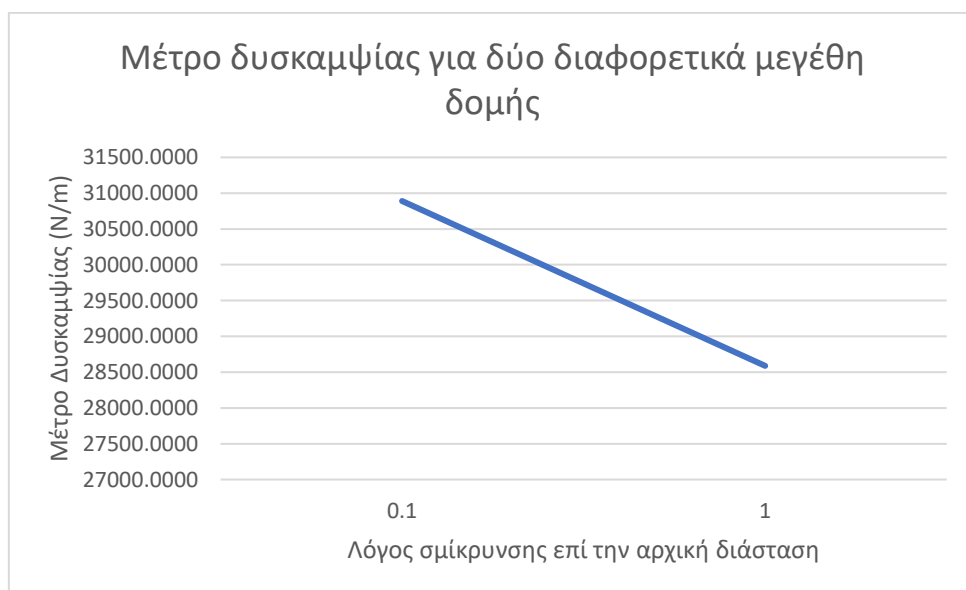
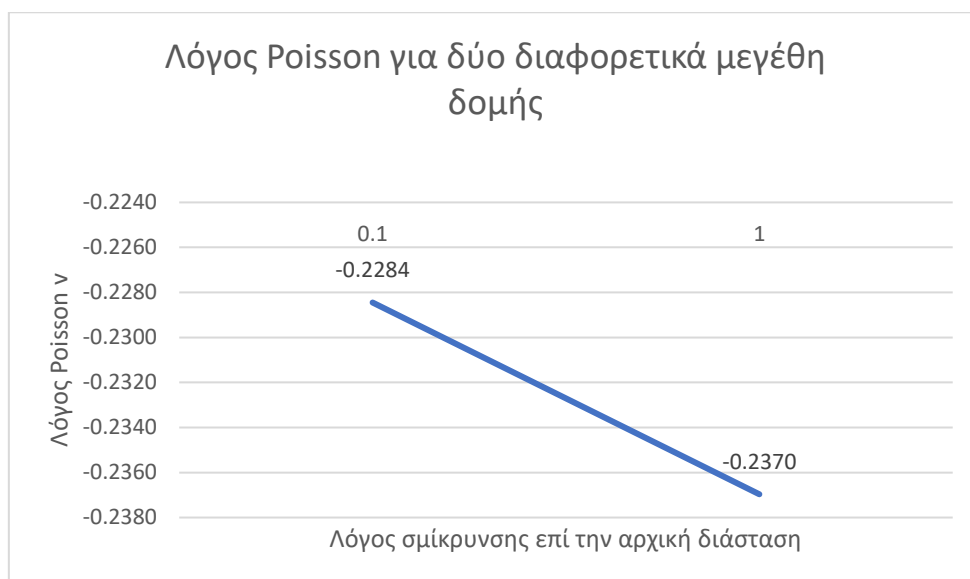
-0.00185

-0.00809

-0.2284

30890.1300

Πίνακας 21 Τιμές μεταβλητής παραμέτρου και αποτελέσματα αναλύσεων



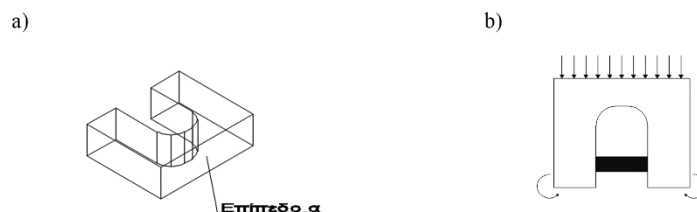
Όπως φαίνεται στα παραπάνω διαγράμματα κατά την σμίκρυνση της δομής κατά 90% ο λόγος Poisson αυξήθηκε περίπου κατά 3% από -0.2370 σε -0.2284. Παρόμοια, το μέτρο δυσκαμψίας για την ίδια μεταβολή αυξήθηκε περίπου κατά 7% από τα 28587.7644 N/m στα 30890.1300 N/m.

Κεφάλαιο 6 Εφαρμογή σε ρομποτική αρπάγη

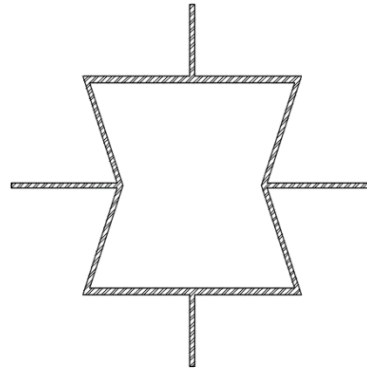
Με σκοπό την διερεύνηση πρακτικών εφαρμογών, η τελική δομή που παράχθηκε θα χρησιμοποιηθεί ως υλικό πλήρωσης μιας ρομποτικής αρπάγης. Η αρπάγη και ο τρόπος λειτουργίας της φαίνονται στην Εικόνα 18. Συγκεκριμένα, ασκώντας δύναμη στο Επίπεδο α, τα άκρα της περιστρέφονται (Εικόνα 18.b) δημιουργώντας έτσι την ικανότητα συγκράτησης. Παρ' όλα αυτά, για συμπαγή δομή η περιστροφή αυτή, και ως αποτέλεσμα η δύναμη συγκράτησης, είναι αμελητέα και επομένως ένας εξυπνότερος σχεδιασμός είναι απαραίτητος. Σε συναφή εργασία στο παρελθόν, έχει γίνει εφαρμογή αυξητικής δομής σχήματος τύπου «Re-entrant Honeycomb» (Εικόνα 19) για την αύξηση της απόδοσής της, με εξαιρετικά αποτελέσματα έχοντας όμως ταυτόχρονα συσσώρευση τάσεων στις γωνίες της δομής και επομένως κόπωση [21]. Ως λύση αυτών των προβλημάτων, προτείνεται λοιπόν η δομή που σχεδιάστηκε παραπάνω μέσω της οποίας υπάρχει ομοιόμορφη κατανομή τάσεων λόγω της απουσίας γωνιών.

6.1 Κατασκευή αρπάγης

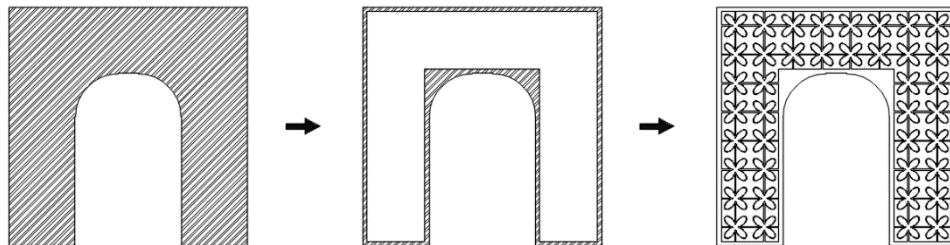
Σε επόμενο στάδιο λοιπόν ξεκινά ο σχεδιασμός της αρπάγης. Αρχικά σχεδιάζεται ως συμπαγής δομή με πλάτος και ύψος 83 mm. Στην συνέχεια δημιουργείται κέλυφος από την προηγούμενη συμπαγή δομή με πάχος 1.5 mm περιμετρικά. Τέλος τοποθετούνται στο υπάρχον κενό ο απαραίτητος αριθμός κυψελίδων. Όλα αυτά φαίνονται στην Εικόνα 20. Η δομή που χρησιμοποιείται έχει τα χαρακτηριστικά που αναγράφονται στον Πίνακα 20 με την ένδειξη «Τελικές τιμές».



Εικόνα 18 α) Ισομετρική όψη της αρπάγης β) Κάτοψη αρπάγης και μηχανισμός λειτουργίας κατά την εφαρμογής δύναμης



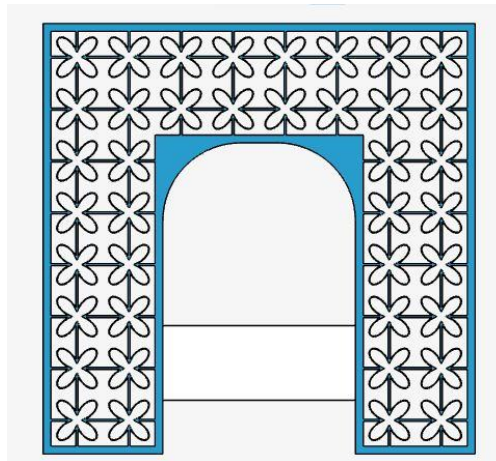
Εικόνα 19 Αυξητική δομή τύπου Re-entrant Honeycomb



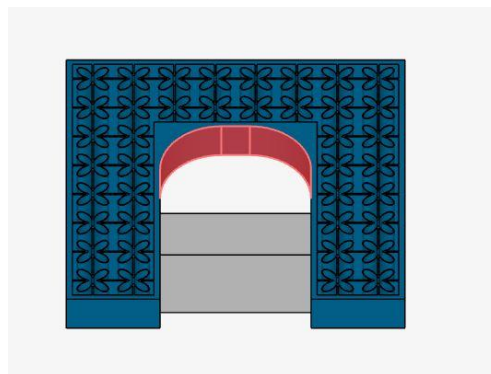
Εικόνα 20 Πορεία δημιουργίας της αρπάγης με πλέγμα αυξητικής δομής

6.2 Προετοιμασία προσομοίωσης

Η προσομοίωση συγκράτησης πραγματοποιήθηκε στο πρόγραμμα SimScale, ένα προϊόν λογισμικού μηχανικής με τη βοήθεια υπολογιστή που βασίζεται στο cloud computing. Το SimScale αναπτύχθηκε από τη SimScale GmbH και επιτρέπει υπολογιστική ρευστοδυναμική, ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων και θερμικές προσομοιώσεις χωρίς να απαιτείται εγκατάσταση ή χρήση υπολογιστή υψηλών επιδόσεων. Για την προσομοίωση παράχθηκε ως έξτρα σώμα, ορθογώνιο σχήμα που προσομοιάζει το αντικείμενο συγκράτησης (Εικόνα 21). Λόγω της ύπαρξης δύο σωμάτων απαραίτητος ήταν ο καθορισμός των επιφανειών επαφής μεταξύ αυτών. Επίσης τέθηκαν οι σκιασμένες επιφάνειες ως ακλόνητες (Εικόνα 22) και έτσι ολοκληρώθηκαν οι κινηματικοί περιορισμοί. Τέλος, εφαρμόσθηκε δύναμη 50 N και το υλικό παρόμοια με εκείνο των προηγούμενων αναλύσεων. Έχοντας ορίσει όλα τα απαιτούμενα δεδομένα έγινε εκκίνηση της προσομοίωσης.



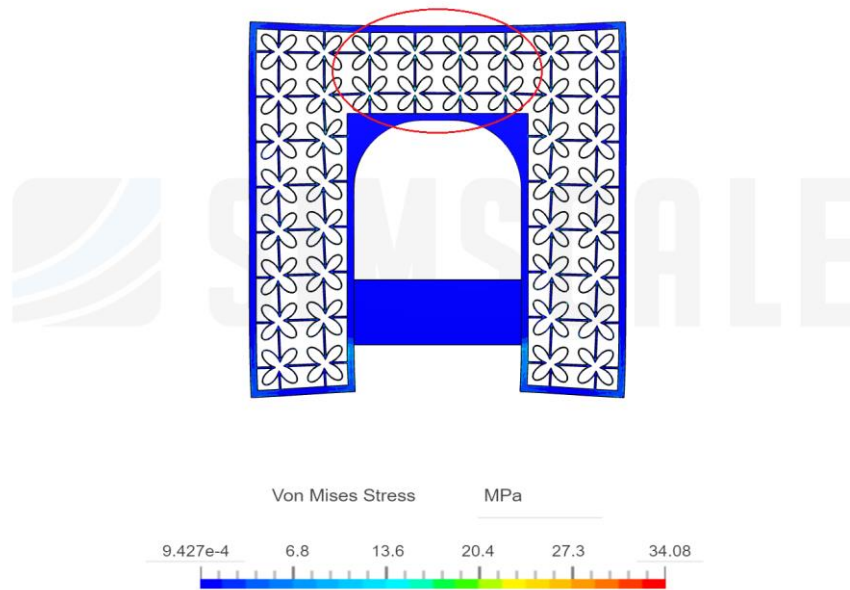
Εικόνα 21 Το τελικό μοντέλο της αρπάγης με το σώμα ενδιάμεσα για προσομοίωση της σύσφιξης



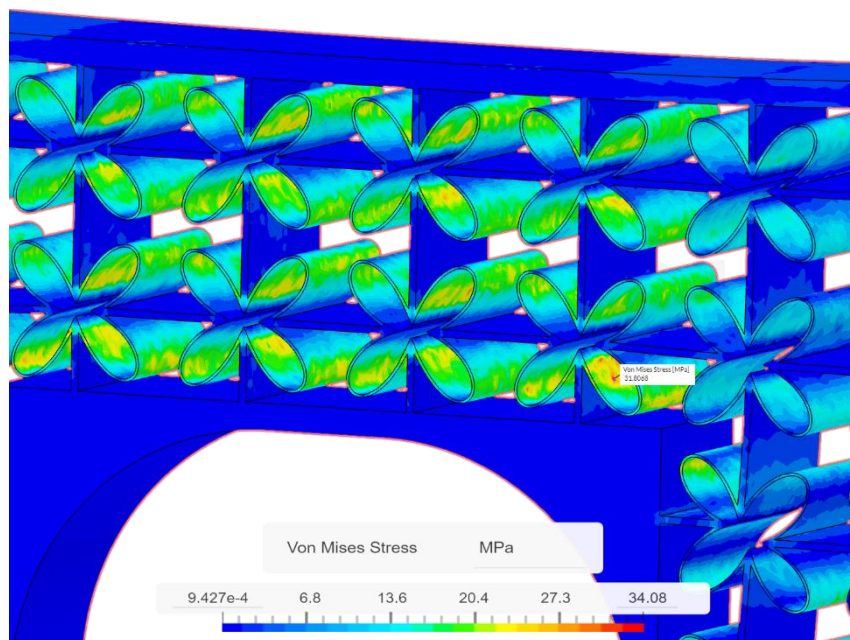
Εικόνα 22 Πλάγια όψη της αρπάγης με εμφανείς τις ακλόνητες επιφάνειες

6.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης

Το πρόγραμμα κατά την ολοκλήρωση της ανάλυσης παρουσιάζει το σύνολο των αποτελεσμάτων μέσω του γραφικού περιβάλλοντος επάνω στο σώμα που μελετάται. Κάθε τιμή του επιθυμητού μεγέθους λαμβάνει κάποιο χρώμα και έτσι με την μεταβολή του χρώματος μπορεί να γίνει εκτίμηση της τιμής. Για ακριβέστερη καταγραφή των επιθυμητών τιμών είναι δυνατή η χρήση ενός σημειακού μετρητικού οργάνου. Συγκεκριμένα από τα αποτελέσματα ιδιαίτερο ενδιαφέρον είχαν οι τάσεις Von Mises και η μετατόπιση της δομής. Στην Εικόνα 23 φαίνονται οι τάσεις Von Mises όπου όπως προβλέφθηκε κατανέμονται ομοιόμορφα κατά μήκος της κυψελίδας. Συγκεκριμένα η ελάχιστη καταγεγραμμένη τιμή είναι 9.427×10^{-4} MPa και η μέγιστη 34.08 MPa. Όπως φαίνεται και στην εικόνα, στην δομή εμφανίζονται κατά κύριο λόγο χαμηλές τάσεις ενώ αυξάνονται ελαφρά στις γωνίες που έρχονται σε επαφή τα δύο σώματα. Υψηλότερες τιμές εμφανίζονται συγκεντρωμένες στην περιοχή εντός της κόκκινης καμπύλης που φαίνεται στην Εικόνα 23 ενώ παρ' όλα αυτά σπάνια ξεπερνούν τα 17 MPa. Τοπικά στην ίδια περιοχή παρουσιάζονται και οι μέγιστες τιμές. Αυτές φαίνονται σε μεγέθυνση και υπό κλίση στην Εικόνα 24.

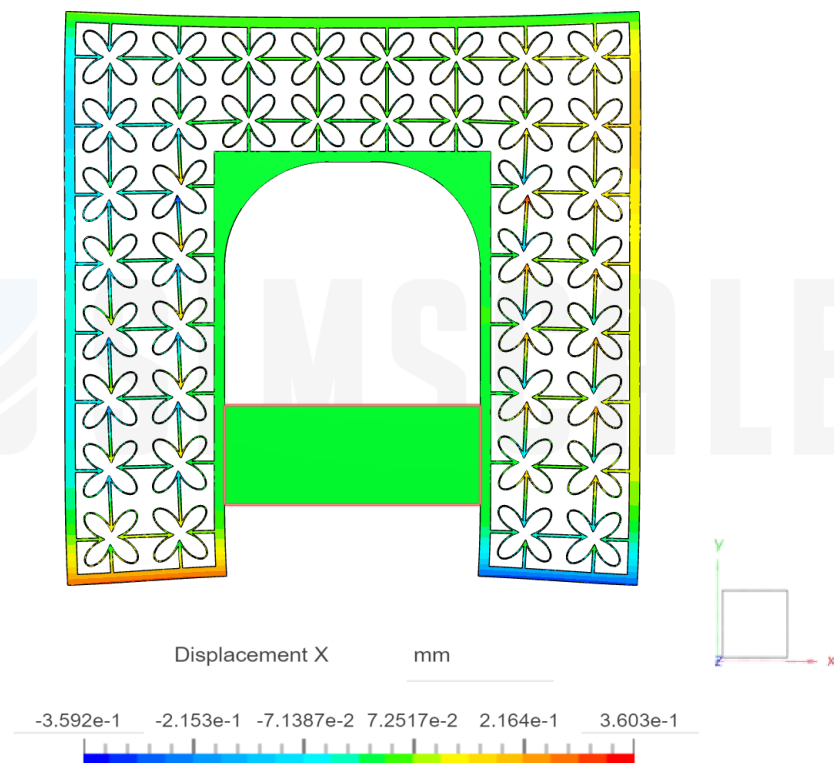


Εικόνα 23 Αποτελέσματα τάσεων Von Mises



Εικόνα 24 Τάσεις στο επάνω μέρος της αρπάγης υπό γωνία

Παρόμοια παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα για την μετατόπιση των σημείων της δομής (Εικόνα 25). Αυτά τα αποτελέσματα αφορούν μετατόπιση μόνο κατά τον άξονα x. Όπως φαίνεται οι μετατοπίσεις είναι σχεδόν συμμετρικές κατά τον άξονα συμμετρίας της δομής, η μέγιστη μετατόπιση είναι στα άκρα της αρπάγης με τιμή περίπου 3.6×10^{-1} mm.



Εικόνα 25 Αποτελέσματα μετατόπισης αρπάγης κατά τον άξονα X

Κεφάλαιο 7 Συμπεράσματα & Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

7.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία διερευνήθηκε ο τρόπος μεταβολής του λόγου Poisson και του μέτρου δυσκαμψίας της αυξητικής δομής τύπου μπισκότο για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων της. Συγκεκριμένα δημιουργήθηκαν 9 διαφορετικά σενάρια όπου σε κάθε σενάριο γινόταν μεταβολή μίας ή δύο παραμέτρων ταυτόχρονα και σε κάθε σενάριο πραγματοποιήθηκαν τουλάχιστον 6 μεταβολές. Από τις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων προέκυψε ένα μεγάλο εύρος τιμών τόσο για τον λόγο Poisson όσο και για το μέτρο δυσκαμψίας. Συγκεκριμένα ο λόγος Poisson είχε ελάχιστη τιμή -0.2369 και μέγιστη 0.1349 ενώ το μέτρο δυσκαμψίας ελάχιστη 6315.46 και μέγιστη 314845.59 N/m. Για αρνητικές μόνο τιμές του λόγου Poisson η ελάχιστη τιμή του μέτρου δυσκαμψίας υπολογίστηκε στα 14615.43 N/m. Έτσι λοιπόν προκύπτει ένα εύρος λόγου Poisson ίσο με 0.2369 και μέτρου δυσκαμψίας 300230.16 N/m.

Με τέτοιο εύρος τιμών λοιπόν, εκτιμάται ότι με κατάλληλη επιλογών παραμέτρων είναι εφικτός ο σχεδιασμός δομής είτε με προκαθορισμένη τιμή λόγου Poisson, είτε μέτρου δυσκαμψίας, είτε και των δύο ταυτόχρονα δίνοντας την δυνατότητα να καλυφθεί μεγάλο σύνολο εφαρμογών. Τέλος, από τα αποτελέσματα γίνεται προφανής η απαίτηση προσοχής και μελέτης κατά την σχεδίαση κάθε νέας δομής, αφού για συγκεκριμένες τιμές αυτή είναι πιθανόν να μην διαθέτει την αυξητική ιδιότητα.

Στην συνέχεια την εργασίας προτάθηκε η κατασκευή ρομποτικής αρπάγης με πλέγμα πλήρωσης της, την δομή που μελετήθηκε παραπάνω. Η χρήση της δομής προτείνεται ως εναλλακτική μεταξύ συμπαγούς κατασκευής ή κατασκευής από πλέγμα κάποιας άλλης αυξητικής δομής η οποία παρουσίαζε υψηλή συγκέντρωση τάσεων στις γωνίες. Αν και από την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων προέκυψαν ποσοτικά δεδομένα, αυτά δεν ήταν εφικτό να συγκριθούν με την αντίστοιχη εργασία αφού έλειπαν από αυτήν απαραίτητες πληροφορίες για την ακριβή προσομοίωση των συνθηκών. Παρ' όλα αυτά, από την προσομοίωση ήταν προφανής η ομαλότερη κατανομή των τάσεων κατά μήκος της δομής λόγω της απαλλαγής από τις γωνίες. Πέρα από την σύγκριση, η αρπάγη λειτούργησε κατά τον επιθυμητό τρόπο δεδομένου του μεγέθους της και του υλικού κατασκευής της (αλουμίνιο). Το πλέγμα της εμφάνισε κυρίως μικρές τάσεις και ικανοποιητικές μετατοπίσεις σε όποια σημεία ήταν απαραίτητο.

7.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Οι προτάσεις για μελλοντική έρευνα συνοψίζονται στις εξής:

- Μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων της δομής για διαφορετικά υλικά.
- Πειραματική μελέτη των δομών που παράχθηκαν μέσω της εργασίας.
- Ανάπτυξη αυτοματοποιημένης διαδικασίας εύρεσης των βέλτιστων παραμέτρων της δομής δίνοντας τις επιθυμητές τιμές λόγου Poisson και μέτρου δυσκαμψίας.
- Σχεδιασμός και μελέτη τρισδιάστατης δομής τύπου μπισκότο.

Βιβλιογραφία

- [1] R. S. Kshetrimayum, “A brief intro to metamaterials,” *IEEE Potentials*, vol. 23, no. 5, pp. 44–46, Dec. 2005, doi: 10.1109/MP.2005.1368916.
- [2] S. K. Bhullar, “Three decades of auxetic polymers: a review,” *e-Polymers*, vol. 15, no. 4, pp. 205–215, Jul. 2015, doi: 10.1515/epoly-2014-0193.
- [3] G. E. Stavroulakis, “Auxetic behaviour: appearance and engineering applications,” *physica status solidi (b)*, vol. 242, no. 3, pp. 710–720, 2005, doi: 10.1002/pssb.200460388.
- [4] D. Chinis, “Band gap regions on material with combined auxetic microstructures, using finite element method.” doi: 10.26233/heallink.tuc.92955.
- [5] F. Magnus *et al.*, “A d.c. magnetic metamaterial,” *Nature Mater*, vol. 7, no. 4, Art. no. 4, Apr. 2008, doi: 10.1038/nmat2126.
- [6] X. Ren, R. Das, P. Tran, T. D. Ngo, and Y. M. Xie, “Auxetic metamaterials and structures: a review,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 27, no. 2, p. 023001, Jan. 2018, doi: 10.1088/1361-665X/aaa61c.
- [7] O. E. Albag, “Auxetic Materials,” in *Material Balance: A Design Equation*, I. Paoletti and M. Nastri, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2021, pp. 65–74. doi: 10.1007/978-3-030-54081-4_6.
- [8] “Foam Structures with a Negative Poisson’s Ratio | Science.” <https://www.science.org/doi/10.1126/science.235.4792.1038> (accessed Feb. 06, 2023).
- [9] I. Paterakis, “Μηχανική των Στερεών,” Aristotle University of Thessaloniki, 2011.
- [10] C. Truesdell, W. Noll, and S. S. Antman, *The non-linear field theories of mechanics*, 3rd ed. Berlin ; New York: Springer, 2004.
- [11] Z. Hu and M. M. Hassan, “Effect of Poisson’s ratio on material property characterization by nanoindentation with a cylindrical flat-tip indenter,” *Journal of Materials Research*, vol. 34, no. 14, pp. 2482–2491, Jul. 2019, doi: 10.1557/jmr.2019.160.
- [12] R. Luciano and E. J. Barbero, “Formulas for the stiffness of composites with periodic microstructure,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 31, no. 21, pp. 2933–2944, Nov. 1994, doi: 10.1016/0020-7683(94)90060-4.
- [13] “Isotropic Material - an overview | ScienceDirect Topics.” <https://www.sciencedirect.com/topics/materials-science/isotropic-material> (accessed Feb. 06, 2023).
- [14] “Anisotropic Material - an overview | ScienceDirect Topics.” <https://www.sciencedirect.com/topics/materials-science/anisotropic-material> (accessed Feb. 06, 2023).
- [15] “Physics - Young’s modulus,” *University of Birmingham*. <https://www.birmingham.ac.uk/teachers/study-resources/stem/Physics/youngs-modulus.aspx> (accessed Feb. 06, 2023).
- [16] “Von Mises Criterion (Maximum Distortion Energy Criterion) - Strength (Mechanics) of Materials.” https://www.engineersedge.com/material_science/von_mises.htm (accessed Feb. 06, 2023).

- [17] “Linear Analysis Vs Non-Linear Analysis in FEA | Mechanical Blogs.” <https://skill-lync.com/blogs/technical-blogs/cae-linear-analysis-and-non-linear-analysis-in-fea> (accessed Feb. 06, 2023).
- [18] “In short explained: Linear and nonlinear structural analysis,” *Femto Engineering*. <https://www.femto.eu/stories/linear-non-linear-analysis-explained/> (accessed Jan. 31, 2023).
- [19] M. Bern and D. Eppstein, “Mesh generation and optimal triangulation,” in *Computing in Euclidean Geometry*, vol. Volume 4, WORLD SCIENTIFIC, 1995, pp. 47–123. doi: 10.1142/9789812831699_0003.
- [20] S.-H. Xiao, C. Zhang, Q.-H. Qin, and H. Wang, “A novel planar auxetic phononic crystal with periodic cookie-shaped cellular microstructures,” *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Mar. 2021, Accessed: Jan. 31, 2023. [Online]. Available: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/15376494.2021.1896057>
- [21] J. Prendergast, M. Oddiraju, M. Nouh, and S. Chowdhury, “Conceptual Design of Cellular Auxetic Systems with Passive Adaptation to Loading.” arXiv, Oct. 04, 2022. Accessed: Jan. 31, 2023. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/2210.01659>