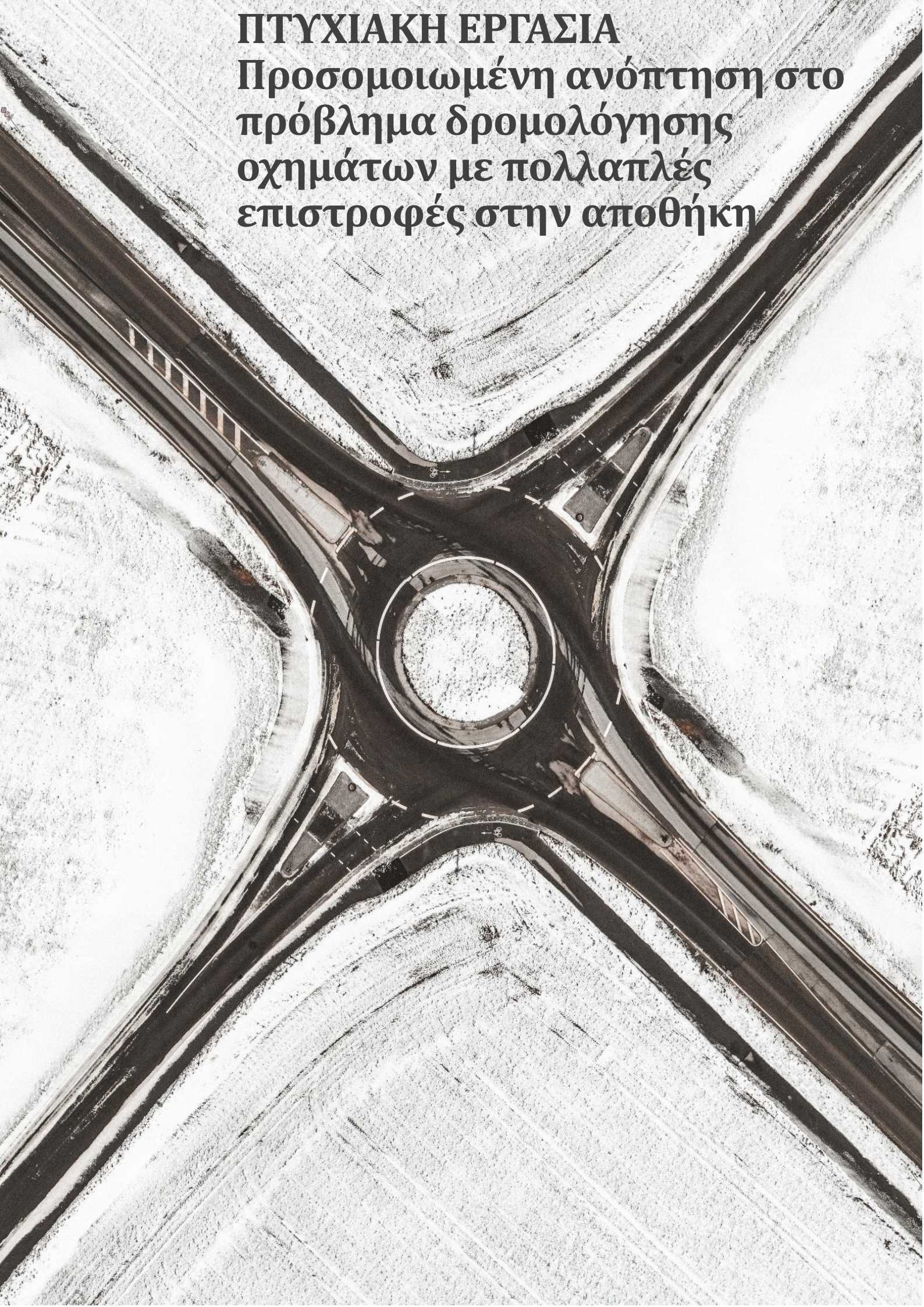


# ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

## Προσομοιωμένη ανόπτηση στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη







# **Πολυτεχνείο Κρήτης**

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

## **Πτυχιακή εργασία**

Προσομοιωμένη ανόπτηση στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές  
επιστροφές στην αποθήκη.

Κωνσταντίνος Βακάλης

Επιβλέπων: Δρ. Ιωάννης Μαρινάκης

Χανιά

2021-2022

## Περιεχόμενα

Περίληψη .....	0
Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή .....	1
Εφοδιαστική.....	1
Διαχείριση εφοδιαστικής Αλυσίδας .....	2
Σημασία της ΔΕΑ.....	3
Προβλήματα που αντιμετωπίζει η εφοδιαστική αλυσίδα.....	4
Κεφάλαιο 2 - Το δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων. ....	5
2.1 Εισαγωγή.....	5
2.2 Προβλήματα δρομολόγησης Οχημάτων (VRP). ....	5
2.3 Δεδομένα & Περιορισμοί των προβλημάτων δρομολόγησης.....	6
2.4 Κόστος Διαδρομής. ....	7
2.5 Συχνά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων. ....	8
2.5.1 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης χωρητικότητας (Capacitated Vehicle Routing Problem) .....	8
2.5.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Πολλαπλές Επιστροφές στην Αποθήκη. (Multitrip Vehicle Routing Problem).....	10
2.5.3 Το ανοιχτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων. (Open Vehicle Routing Problem) .....	11

2.5.4 Το ανοιχτό κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Close-Open Vehicle Routing Problem).....	12
2.5.5 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με μόνο περιορισμό τον χρόνο μετάβασης .....	12
2.5.6 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για εξυπηρέτηση πελατών σε συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο. (VRP with Time Windows) .....	13
2.5.7 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά την διάρκεια της διαδρομής (VRP with Backhauls and Linehauls) .....	14
2.5.8 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ταυτόχρονη διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery) .....	16
2.5.9 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με ύπαρξη πολλαπλών αποθηκών (Multidepot VRP) .....	16
2.5.10 Το Δυναμικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Dynamic Vehicle Routing Problem).....	17
2.6 Η μαθηματική διατύπωση ενός VRP. ....	19
2.6.2 Μοντελοποίηση δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων .....	22
Κεφάλαιο 3 - Αλγόριθμοι επίλυσης.....	24
3.1 Εισαγωγή.....	24
3.2 Ευρετικοί αλγόριθμοι .....	24
3.2.1 Αλγόριθμοι απληστίας .....	25
3.2.2 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι.....	27
3.2.3 Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης.....	28
3.3 Μεθευρετικοί και εξελικτικοί αλγόριθμοι .....	29

3.4 Αναφορά χρησιμοποιούμενων αλγόριθμων.....	31
3.4.1 Αλγόριθμος των Clarke & Wright.....	31
3.4.2 Αλγόριθμος 2-opt.....	33
3.4.3 Αλγόριθμος 1-0 relocate.....	35
3.4.4 Αλγόριθμος 1-1 Exchange .....	35
3.4.4 Αλγόριθμος προσομοιωμένης ανόπτησης.....	36
Κεφάλαιο 4 - Επίλυση του VRP και ανάλυση των αποτελεσμάτων.....	39
4.1 Περιορισμοί και δεδομένα προβλήματος.....	39
4.2 Προσέγγιση του προβλήματος .....	40
4.3 Αποτελέσματα.....	43
4.3.1 CMT1.....	43
4.3.2 CMT2.....	47
4.3.3 CMT3.....	51
4.3.4 CMT4.....	55
4.3.5 CMT5.....	60
4.3.6 CMT6.....	65
4.3.7 CMT7.....	68
4.3.8 CMT8.....	72
4.3.9 CMT9.....	76
4.3.10 CMT10 .....	81
4.3.11 CMT11 .....	86
4.3.12 CMT12 .....	90

4.3.13 CMT13 .....	94
4.3.14 CMT14 .....	98
Συμπεράσματα.....	102
Βιβλιογραφία .....	103

## Περίληψη

Η παρούσα πτυχιακή εργασία δύναται να επιλύσει ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης διαδρομής που θα ακολουθηθεί. Η βέλτιστη διαδρομή εξαρτάται από μεταβλητές όπως ο χρόνος, η συνολική απόσταση και το κόστος. Το πρόβλημα ανάγεται σε δρομολόγηση οχημάτων με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη το οποίο περιλαμβάνει ορισμένους περιορισμούς κατά τη μοντελοποίηση, οι οποίοι λαμβάνονται υπόψη κατά την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Η αρχική λύση θα βρεθεί με τον αλγόριθμο των εξοικονομήσεων των Clarke & Wright. Συγκεκριμένα θα διαμορφωθεί μια αρχική διαδρομή η οποία θα βρίσκεται εντός των περιορισμών χωρίς να είναι βέλτιστη. Για την εύρεση της βέλτιστης λύσης θα ληφθεί η πρώτη λύση και στην συνέχεια θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης απόκτησης με σκοπό την βελτίωσή της, επίσης θα γίνει εφαρμογή τοπικών αναζητήσεων έτσι ώστε να βελτιωθεί περαιτέρω η λύση (2-opt, 1-1 exchange, 1-0 relocate). Η υλοποίηση των αλγορίθμων θα γίνει μέσω της Matlab και στην συνέχεια τα αποτελέσματα θα αναλυθούν. Η χρησιμότητα της εργασίας ανάγεται στην ευκολία που προσδίδει σε μελλοντικές χρήσεις για την εύρεση της καλύτερης διαδρομής ενός προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων σε μικρό χρόνο και με μικρό υπολογιστικό κόστος.

## Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή

### Εφοδιαστική

Η εφοδιαστική ευρέως γνωστή και ως Logistics αφορά όλες τις επιχειρηματικές διαδικασίες οι οποίες αποσκοπούν στην βέλτιστη διαχείριση των πόρων, αρχίζοντας από την παραγωγή και επεξεργασία τους και καταλήγοντας στο σημείο της κατανάλωσης. Η βέλτιστη διαχείριση περιλαμβάνει την υψηλή σχέση απόδοσης-τιμής σε ένα περιβάλλον όπου ο χρόνος είναι μέγιστης σημασίας.

Εφαρμόζεται σε κάθε επιτυχή επιχείρηση φυσικά σε διαφορετικό βαθμό. Περιλαμβάνει ως κύριες λειτουργίες, την αποθήκευση των προϊόντων, την μεταφορά τους και τον χρονικό προγραμματισμό. Ενδεικτικές περιοχές εφαρμογών της εφοδιαστικής είναι στη βιομηχανία, τον στρατό, τις μεταφορές, τις επιχειρήσεις παροχής υπηρεσιών, στην πολιτική διαχείριση και σε κάθε οργανωμένη, οικονομική ύπαρξη που παράγει η διαμοιράζει κάποιο προϊόν/υπηρεσία.



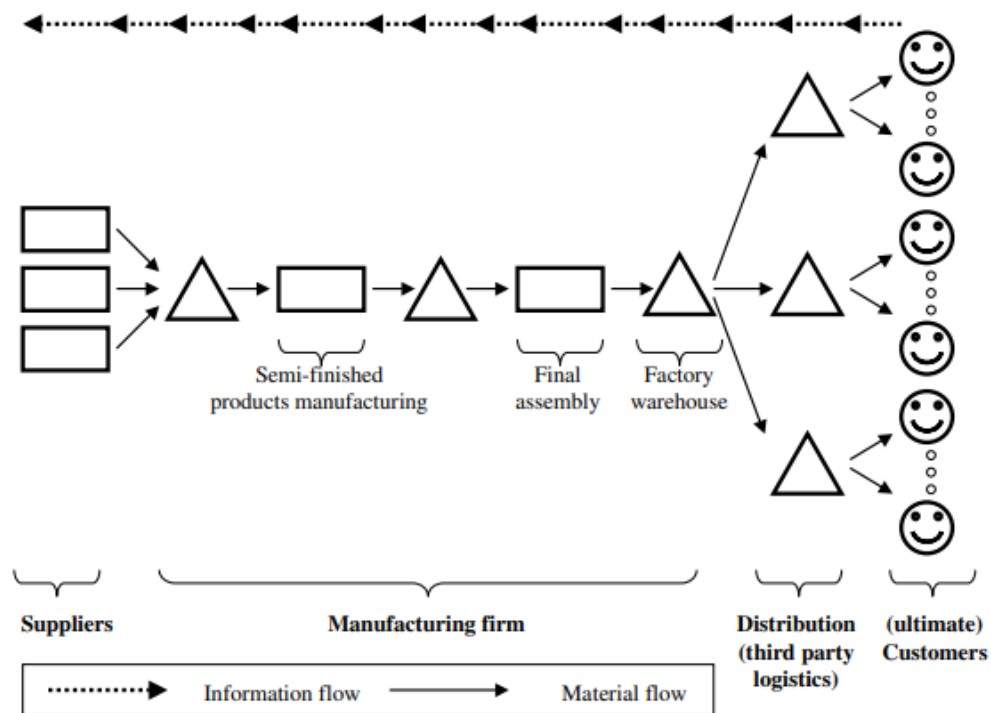


Figure 1 Εφοδιαστική αλυσίδα (Stadtler, 2008)

## Διαχείριση εφοδιαστικής Αλυσίδας

Η Διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας (ΔΕΑ) αφορά την προσπάθεια οργάνωσης και ελέγχου όλων των διαδικασιών που ανήκουν στην εφοδιαστική αλυσίδα. Πρόκειται για τον κεντρικό έλεγχο που ενώνει όλες τις επιμέρους διαδικασίες με σκοπό την ομαλή τους λειτουργία και την επίτευξη του στόχου της εφοδιαστικής. Μέσω της διαχείρισης, επιτυγχάνεται για τις εταιρίες ελαχιστοποίηση του κόστους με την ταυτόχρονη γρήγορη παράδοση ποιοτικά άρτιων προϊόντων. Η επίτευξη αυτού του

αποτελέσματος γίνεται μέσω του συνεχή ελέγχου των αποθηκών, της παραγωγής, τον διαμοιρασμό των προϊόντων και τον έλεγχο των αποθεμάτων<sup>1</sup>.

Οι βασικές διαδικασίες της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας ορίζονται ως εξής:

- Διαχείριση πελατειακών σχέσεων
- Τομέας εξυπηρέτησης πελατών.
- Τρόποι διαχείρισης της ζήτησης.
- Διαχείριση παραγγελιών.
- Διαχείριση βιομηχανικής ροής.
- Διαχείριση σχέσεων με προμηθευτές.
- Ανάπτυξη προϊόντος και η εμπορευματοποίηση του.
- Διαχείριση επιστροφών<sup>2</sup>

Θα μπορούσαν να προταθούν επιπλέον διαδικασίες που σχετίζονται με την διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας, όμως οι παραπάνω συνδέονται σε μεγάλο βαθμό με την αξιολόγηση της απόδοσης της διαχείρισης, καθιστώντας τις, τις πιο σημαντικές.

## Σημασία της ΔΕΑ

Οι οργανισμοί και οι επιχειρήσεις δύνανται να καλύψουν τις ανάγκες ενός σύνθετου και καταναλωτικά έντονου περιβάλλοντος. Η πολυπλοκότητα καθώς και οι συνεχείς προκλήσεις που προκύπτουν δημιουργούν την απαίτηση για ένα άρτιο σύστημα διαχείρισης εντός των επιχειρήσεων. Αυτό οφείλει όχι μόνο να καλύπτει τις

---

<sup>1</sup> (FERNANDO, 2022)

<sup>2</sup> (Cooper, 1997)

καθημερινές καταναλωτικές ανάγκες αλλά και να είναι προετοιμασμένο και επικείμενες κρίσεις. Αντίστοιχη περίπτωση χαρακτηριστικού παραδείγματος αποτέλεσε η περίοδος 2019-2020 η οποία λόγω της παγκόσμιας πανδημίας δημιούργησε την ανάγκη για μία αποτελεσματική ΔΕΑ. Οργανισμοί και επιχειρήσεις που το κατάφεραν, έθεσαν σαν απόδειξη την σημαντικότητα της ΔΕΑ.<sup>3</sup>

## Προβλήματα που αντιμετωπίζει η εφοδιαστική αλυσίδα.

Η εφοδιαστική αλυσίδα επηρεάζεται άμεσα από το περιβάλλον στο οποίο βρίσκεται δημιουργώντας την ανάγκη για αναπροσαρμογή και για την κατάλληλη διαχείριση της κρίσης. Οι σημαντικότεροι τομείς που δημιουργούν την ανάγκη αναπροσαρμογής αφορούν :

- Πολιτικές εξελίξεις.
- Συστημικές εξελίξεις στην οικονομία.
- Ενεργειακή κρίση.
- Κρίσεις στον κλάδο των μεταφορών.
- Υγειονομικές Κρίσεις σε βαθμό πανδημίας.

Όλα τα παραπάνω αφορούν του συχνότερους λόγους που ταρασσονται οι διαδικασίες της εφοδιαστικής αλυσίδας και αποτελούν ταυτόχρονα επίκαιρα ζητήματα που καθημερινά απασχολούν τις μεγαλύτερες επιχειρήσεις στον κόσμο.

Παρουσιάζονται συνεχώς νέα δεδομένα που επηρεάζουν τον τρόπο με τον οποίο πρέπει κινηθεί μία επιχείρηση εάν επιθυμεί να παραμείνει ανταγωνιστική και να καλύψει τις ανάγκες του περιβάλλοντος της.

---

<sup>3</sup> (David Cochrane, 2020)

## Κεφάλαιο 2 - Το δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων.

### 2.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται εισήγηση των βασικότερων προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων με σκοπό την βασική τους κατανόηση.

### 2.2 Προβλήματα δρομολόγησης Οχημάτων (VRP).

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων αναζητεί τον καθορισμό ενός συνόλου βέλτιστων διαδρομών από έναν στόλο οχημάτων με σκοπό την εξυπηρέτηση ενός αριθμού πελατών. Αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα και πιο μελετημένα συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης.

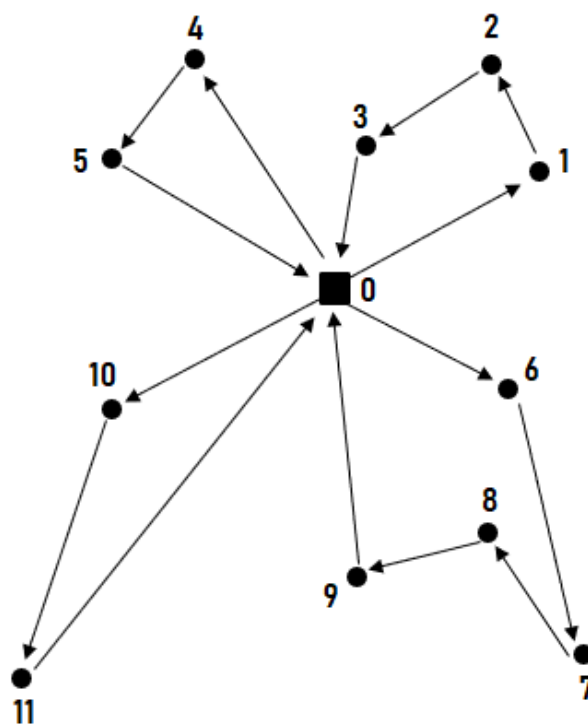


Figure 2 VRP (10 Clients, 4 routes)

Το παραπάνω διάγραμμα αφορά την αναπαράσταση της λύσης ενός προβλήματος δρομολόγησης. Έχουν προκύψει 4 βέλτιστες διαδρομές μεταξύ 10 κόμβων.

## 2.3 Δεδομένα & Περιορισμοί των προβλημάτων δρομολόγησης.

Τα χαρακτηριστικά των διαδρομών πληρούν ορισμένες προδιαγραφές. Αρχικά η κάθε διαδρομή πρέπει να έχει ως αφετηρία την αποθήκη. Η ζήτηση του κάθε πελάτη πρέπει να καλυφθεί. Η βέλτιστη λύση είναι αυτή με το μικρότερο κόστος και εννοείται δεν γίνεται να παραβιαστούν οι περιορισμοί του εκάστοτε προβλήματος.

Κάθε πρόβλημα έχει διαφορετικά δεδομένα τα οποία απαιτούνται για την επίλυση του. Ορισμένα απαραίτητα έχουν ως εξής:

- Η τοποθεσία των πελατών/κόμβων.
- Η ζήτηση κάθε πελάτη που δύναται να καλυφθεί.
- Ο χρόνος εξυπηρέτησης του πελάτη.
- Ο χρόνος που μπορεί να εξυπηρετηθεί ένας πελάτης.
- Η τοποθεσία της αποθήκης.
- Η χωρητικότητα της αποθήκης.
- Η χωρητικότητα των οχημάτων.
- Ο αριθμός των οχημάτων.
- Το λειτουργικό κόστος.

Όσον αφορά τους περιορισμούς, αφορούν :

- Τον χρόνο.
- Την σειρά επίσκεψης των κόμβων.



- Την χωρητικότητα των οχημάτων.
- Τον αριθμό των οχημάτων
- Το είδος της εξυπηρέτησης.

Σε κάθε πρόβλημα οι περιορισμοί όπως και τα δεδομένα είναι διαφορετικοί και διαμορφώνουν σε μεγάλο βαθμό την πολυπλοκότητα του προβλήματος και φυσικά τον χρόνο επίλυσης και υπολογισμού της βέλτιστης λύσης.

## 2.4 Κόστος Διαδρομής.

Το κόστος διαδρομής συνυπολογίζεται συνήθως από το κόστος μετάβασης από έναν κόμβο  $i$  σε έναν κόμβο  $j$  καθώς και το χρονικό κόστος εξυπηρέτησης του κάθε κόμβου/πελάτη. Το άθροισμα των κοστών διαμορφώνει το τελικό συνολικό κόστος μίας πλήρους διαδρομής, με αρχή και τέλος την αφετηρία.

Όπως έχει προαναφερθεί ζητούμενο σε κάθε πρόβλημα δρομολόγησης και κύριο μέλημα της εφοδιαστικής είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους. Αυτό σημαίνει πως η βέλτιστη διαδρομή θα αποτελείται πιθανώς από επιμέρους διαδρομές οι οποίες περιέχουν κόμβους οι οποίοι χαμηλώνουν το χρονικό και μεταφορικό κόστος.

## 2.5 Συχνά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.<sup>4</sup>

### 2.5.1 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης χωρητικότητας (Capacitated Vehicle Routing Problem)

Το συγκεκριμένο πρόβλημα απαιτεί την χρήση πολλαπλών οχημάτων για την εξυπηρέτηση των πελατών. Αυτό σημαίνει πως δημιουργούνται διαφορετικές διαδρομές οι οποίες πραγματοποιούνται από διαφορετικά οχήματα για την εξυπηρέτηση όλου του δικτύου. Αυτές οι λύσεις αφορούν προβλήματα στα οποία η ζήτηση των πελατών υπερβαίνει την δυναμικότητα ενός οχήματος επομένως η επάνδρωση παραπάνω του ενός οχήματος παράγει μια αποδοτικότερη λύση, είτε από άποψη χρόνου ή απόστασης.

Όλες οι διαδρομές ξεκινούν και τελειώνουν στην αποθήκη. Ένα όχημα έχει οριστεί για κάθε διαφορετική διαδρομή το οποίο αναγκαστικά θα περάσει ακριβώς μία φορά από όλους τους κόμβους της διαδρομής. Αυτό σημαίνει προφανώς ότι η ζήτηση των πελατών/κόμβων δεν υπερβαίνει την χωρητικότητα του οχήματος.

Η σχηματική αναπαράσταση του προβλήματος είναι ακριβώς όπως το σχήμα 2. Φαίνονται 4 διαφορετικές διαδρομές με επιστροφή στην αφετηρία, οι οποίες στην προκειμένη περίπτωση θα πραγματοποιηθούν από 4 οχήματα.

---

<sup>4</sup> (Ιωάννης Μαρινάκης, 2019)

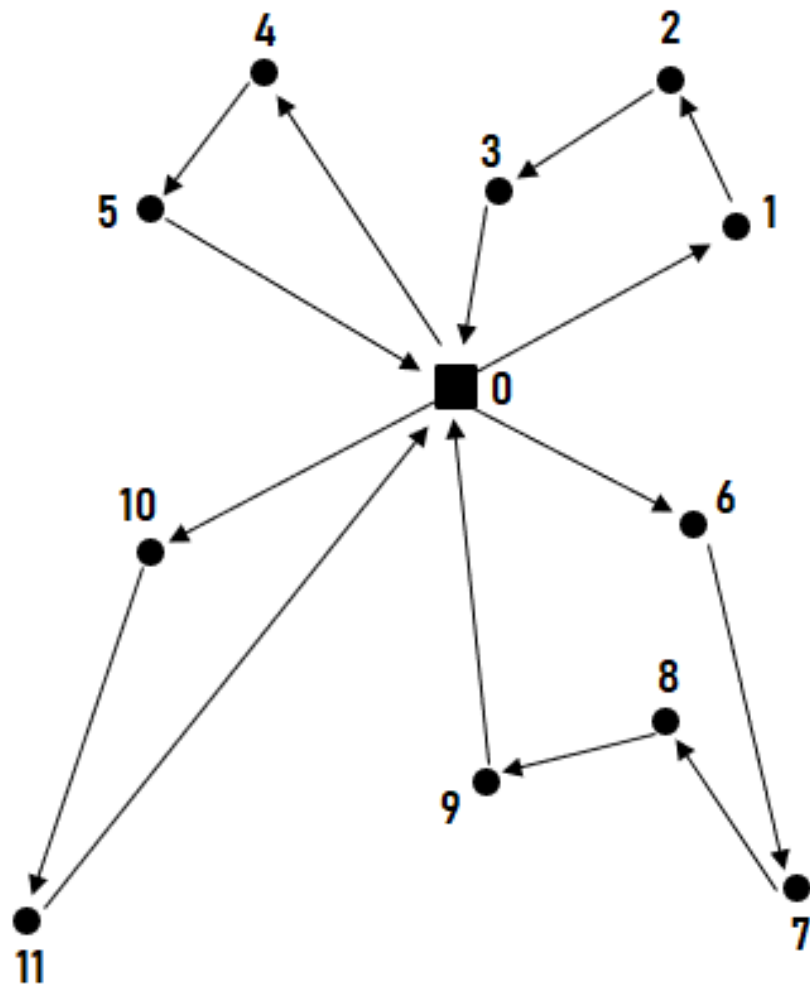


Figure 3 VRP περιορισμένης χωρητικότητας.

## 2.5.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Πολλαπλές Επιστροφές στην Αποθήκη. (Multitrip Vehicle Routing Problem)

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα δρομολόγησης η διαφορά με το προηγούμενο είναι πως επιτρέπεται το όχημα να πραγματοποιήσει παραπάνω από μία διαδρομές αφού ολοκληρώσει την προηγούμενη. Αυτό σημαίνει πως το χρονικό περιθώριο το επιτρέπει. Το κόστος επάνδρωσης οχημάτων σε αυτήν την περίπτωση είναι μικρότερο όμως αυξάνεται το χρονικό κόστος της λύσης εφόσον η εξυπηρέτηση των διαδρομών δεν αρχίζει ταυτόχρονα.

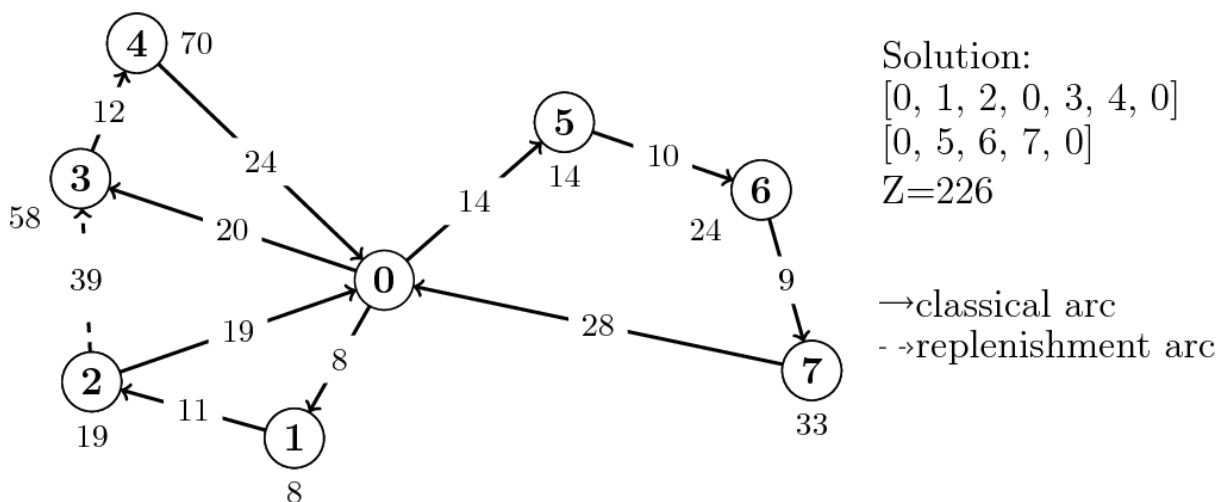


Figure 4 VRP με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη (Rivera, 2014)

Όπως φαίνεται και στο σχήμα το χρονικό κόστος της κάθε διαδρομής προστίθεται στην επόμενη εφόσον υπάρχει ένα όχημα.

### 2.5.3 Το ανοιχτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων. (Open Vehicle Routing Problem)

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα τα οχήματα που πραγματοποιούν τις διαδρομές ξεκινούν από την αφετηρία όμως αφού εξυπηρετήσουν και τον τελευταίο κόμβο δεν επιστρέφουν στην αρχή. Σαν κύρια εφαρμογή βρίσκει περιπτώσεις όπου μια εταιρία χρησιμοποιεί στον στόλο της ενοικιαζόμενα οχήματα άλλης εταιρίας εφόσον δεν έχει η ίδια αρκετά για να διεκπεραιώσουν τις απαιτούμενες διαδρομές. Για αυτόν τον λόγο τα συγκεκριμένα οχήματα είτε επιστρέφουν στην εταιρία τους, είτε πραγματοποιούν διαδρομές για άλλες επιχειρήσεις. Σε κάθε περίπτωση η διαδρομή που αφορά την λύση τελειώνει στον τελευταίο κόμβο.

Το αρχικό σχήμα σε αυτήν την περίπτωση έχει την εξής μορφή:

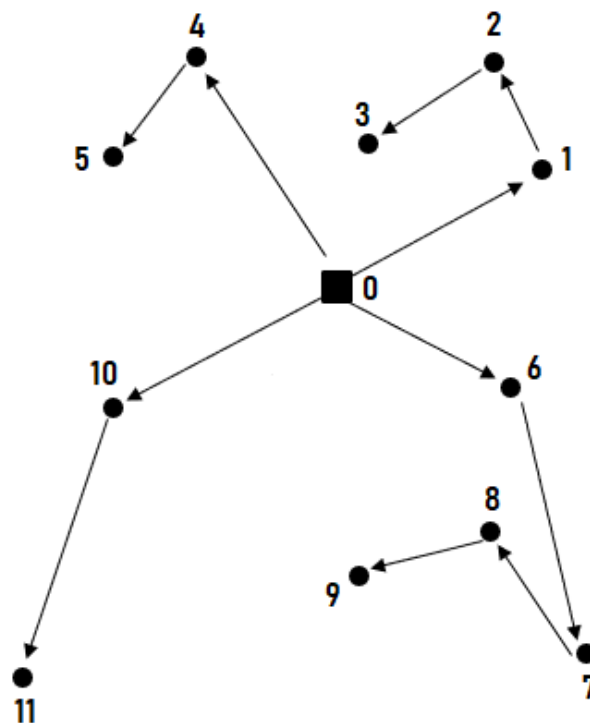


Figure 5 Ανοιχτό Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων.



## 2.5.4 Το ανοιχτό κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Close-Open Vehicle Routing Problem)

Σε σύγκριση με το ανοιχτό πρόβλημα το συγκεκριμένο εμφανίζει και επιστροφές στην αποθήκη. Σε αυτήν την περίπτωση όταν τα οχήματα ολοκληρώσουν την διαδρομή τους εάν έχουν χρόνο για παραπάνω διαδρομή γυρνάνε στην αποθήκη, ξεφορτώνουν και στην συνέχεια πραγματοποιούν μία παραπάνω διαδρομή από την οποία μετά θα αναχωρήσουν και θα επιστρέψουν στην εταιρία που ανήκουν. Μία ενδιαφέρουσα παραλλαγή αυτού του προβλήματος είναι μία που περιλαμβάνει στην βέλτιστη λύση τόσο ιδιόκτητα αλλά και νοικιασμένα οχήματα. Τα ιδιόκτητα στο τέλος της υπηρεσίας τους θα επιστρέψουν στην αποθήκη ενώ τα ενοικιαζόμενα στην εταιρία τους.

## 2.5.5 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με μόνο περιορισμό τον χρόνο μετάβασης

Σε αυτού του είδους προβλήματα η ζήτηση δεν αποτελεί περιορισμό, αλλά μόνο ο χρόνος εξυπηρέτησης. Πρακτικά τέτοιου είδους προβλήματα αφορούν για παράδειγμα τεχνικούς οι οποίοι εξυπηρετούν πελάτες επιδιορθώνοντας σε κάποιον συγκεκριμένο χρόνο συσκευές ή γενικότερα ζημιές.

## 2.5.6 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για εξυπηρέτηση πελατών σε συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο. (VRP with Time Windows)

Το συγκεκριμένο πρόβλημα εμφανίζει επιπλέον περιορισμό όσον αφορά το χρονικό περιθώριο στο οποίο είναι δυνατή η εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη. Σε αυτήν την περίπτωση η βέλτιστη λύση συνδυάζει μία ελάχιστη απόσταση που πρέπει να διανύσουν τα οχήματα μαζί με τον χρόνο στον οποίο μπορούν να εξυπηρετήσουν τον κάθε πελάτη. Βεβαίως σε κάθε διαδρομή δεν πρέπει να παραβιαστεί και η χωρητικότητα του οχήματος.

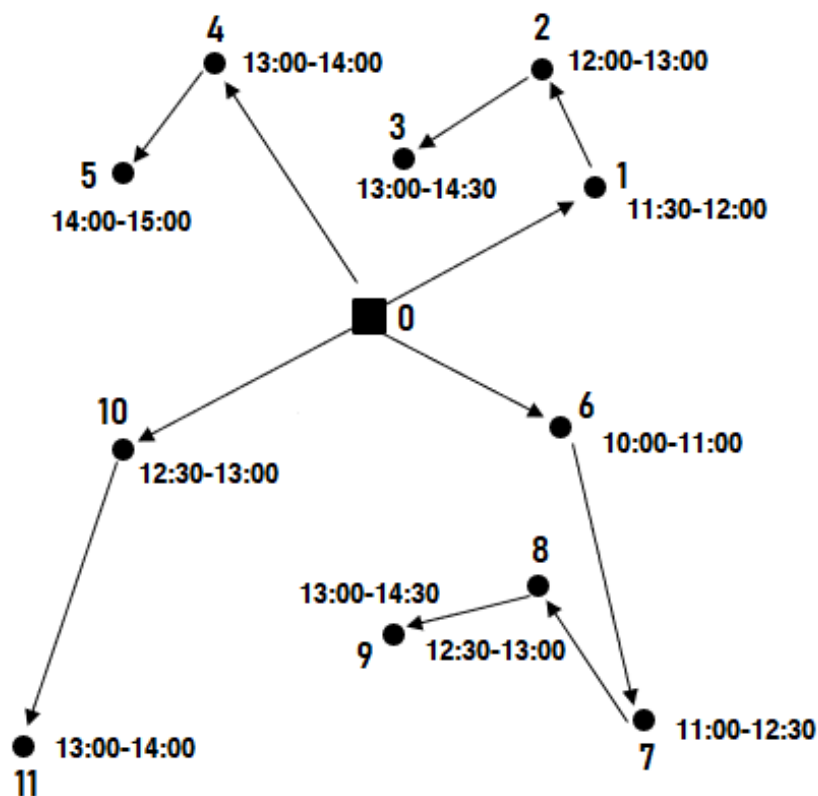


Figure 6 VRP εξυπηρέτησης πελατών σε συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο.

### 2.5.7 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά την διάρκεια της διαδρομής (VRP with Backhauls and Linehauls)

Στο πρόβλημα αυτό οι πελάτες χωρίζονται σε δύο υποσύνολα. Στους πελάτες που απαιτούν την διανομή προϊόντων και στους πελάτες όπου ο καθένας εξ' αυτών απαιτεί μια ποσότητα του προϊόντος να περισυλλέγει από αυτόν (linehaul & backhaul customers). Κάθε διαδρομή μπορεί να περιλαμβάνει είτε μόνο ένα είδος πελατών είτε και τα δύο. Στην δεύτερη περίπτωση πρέπει όμως να εξυπηρετηθούν πρώτα όλοι οι πελάτες που ανήκουν στο ίδιο σύνολο και έπειτα οι υπόλοιποι. Επίσης ο κάθε πελάτης θα έχει ανάγκη για μόνο ένα είδος εξυπηρέτησης. Σε αυτό το πρόβλημα ισχύουν και μερικοί ακόμη περιορισμοί.

- Κάθε όχημα ακολουθεί μια διαδρομή η οποία έχει σαν αφετηρία και τερματισμό την αποθήκη.
- Ο κάθε πελάτης επισκέπτεται από μόνο ένα κύκλο.
- Η συνολική φόρτωση του οχήματος για την εξυπηρέτηση και των δύο ειδών πελατών σε κάθε διαδρομή δεν μπορεί να ξεπερνά την αντίστοιχη χωρητικότητα.
- Η απόσταση της κάθε διαδρομής πρέπει να είναι εντός της απόστασης που μπορεί να διανύσει το κάθε όχημα.
- Πρώτα εξυπηρετούνται οι πελάτες διανομής και στην συνέχεια οι πελάτες περισυλλογής, λόγω βελτιστοποίησης της χωρητικότητας.

- Οι διαδρομές πρέπει να περιλαμβάνουν τουλάχιστον έναν πελάτη διανομής.
- Πρέπει να ελαχιστοποιηθεί η συνολική απόσταση που διανύουν τα οχήματα.

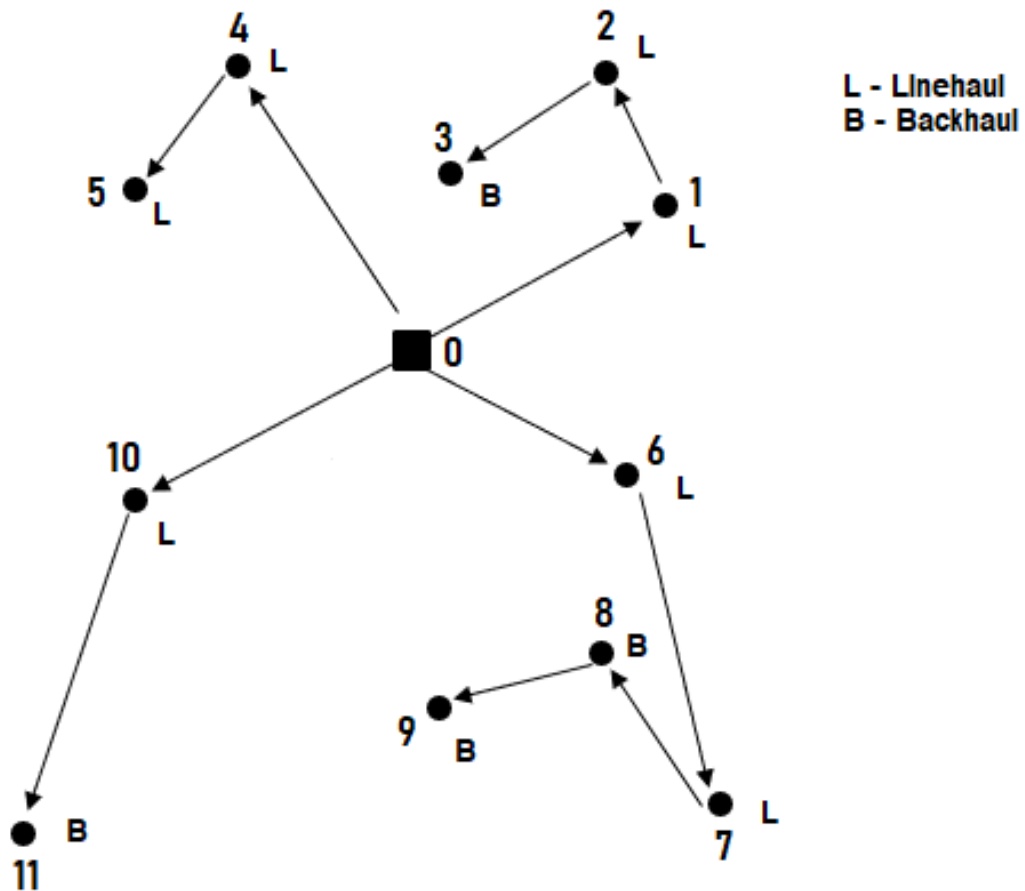


Figure 7 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά την διάρκεια της διαδρομής.

### 2.5.8 Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ταυτόχρονη διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery)

Το πρόβλημα σε αυτήν την μορφή του περιλαμβάνει πελάτες οι οποίοι επιθυμούν τόσο παραλαβή όσο και διανομή προϊόντων κατά την άφιξη του οχήματος. Σαν βασικός περιορισμός εισάγεται η ανάγκη για διανομή των προϊόντων πριν πραγματοποιηθεί η παραλαβή, όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα ο λόγος βρίσκεται στην ανάγκη για χαμηλή χωρητικότητα στα οχήματα.

### 2.5.9 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με ύπαρξη πολλαπλών αποθηκών (Multidepot VRP)

Η παρούσα παραλλαγή των VRP's χρησιμοποιεί παραπάνω από μια αποθήκες για την εξυπηρέτηση των πελατών. Η σε κάθε αποθήκη ανήκουν τα δικά της οχήματα και οι δικοί της πελάτες. Αυτό σημαίνει πως η λύση ουσιαστικά προκύπτει από την επίλυση πολλών επιμέρους προβλημάτων δρομολόγησης, ένα για κάθε αποθήκη. Μια διαφορετική παραλλαγή του προβλήματος ως λύση περιλαμβάνει διαδρομές στις οποίες το όχημα ξεκινά από μία αποθήκη, τερματίζει σε μία άλλη, είτε χρησιμοποιεί ενδιάμεσα μία αποθήκη για ανεφοδιασμό. Η βέλτιστη λύση ομαδοποιεί τους πελάτες ανάλογα με την αποθήκη η οποία συμφέρει να τους εξυπηρετήσει και στην συνέχεια διαμορφώνει την σειρά εξυπηρέτησης όπως στα υπόλοιπα προβλήματα.



### 2.5.10 Το Δυναμικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Dynamic Vehicle Routing Problem)

Όπως αναφέρθηκε και προηγούμενα, έχουν μελετηθεί προβλήματα με αβεβαιότητα σε μία ή περισσότερες βασικές παραμέτρους. Ένα από αυτά τα προβλήματα είναι και το Δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων. Στα προβλήματα αυτά, οι διαδρομές επανακαθορίζονται με έναν συνεχόμενο τρόπο, ο οποίος απαιτεί τεχνολογική υποστήριξη και συνεχόμενη επικοινωνία σε πραγματικό χρόνο μεταξύ των οχημάτων, του πελάτη και της αποθήκης. Στα δυναμικά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων νέες πληροφορίες και νέα δεδομένα καταφθάνουν σε πραγματικό χρόνο. Σκοπός είναι, οι αποφάσεις που θα παρθούν στο μεταβαλλόμενο αυτό περιβάλλον να είναι οι βέλτιστες, καθώς και ο αποφασίζοντας να λαμβάνει υπόψιν του τα νέα δεδομένα και να προσαρμόζει τις διαδρομές με βάση αυτά. Όπως όλα τα προβλήματα, έτσι και το δυναμικό πρόβλημα έχει πολλές υποκατηγορίες. Η πιο κοινή είναι η άφιξη απαιτήσεων πελατών κατά την διάρκεια της εκτέλεσης της διαδρομής, δηλαδή σε πραγματικό χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, οι απαιτήσεις μπορεί να είναι απαιτήσεις αγαθών είτε υπηρεσιών. Επίσης, άλλη μια γνωστή κατηγορία δυναμικού προβλήματος είναι αυτή που θεωρεί τον χρόνο της διαδρομής ως στοχαστική μεταβλητή, καθώς μπορεί να υπάρχει κίνηση στον δρόμο ή μπορεί το όχημα να εμφανίσει κάποια βλάβη. Στο δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, η ικανότητα επαναπροσδιορισμού της διαδρομής και κατ' επέκταση του κινούμενου οχήματος οδηγεί σε επιπλέον εξοικονομήσεις. Για να επιτευχθεί όμως, απαιτείται συνεχής πληροφόρηση για την θέση του οχήματος σε πραγματικό χρόνο, καθώς και ικανότητα γρήγορης και αποτελεσματικής επικοινωνίας με τους οδηγούς, για την

ανάθεση των νέων διαδρομών. Διαφορετικές προβλήματα έχουν και διαφορετικά επίπεδα δυναμικότητας. Το επίπεδο αυτό, μπορεί να χαρακτηριστεί με δύο διαστάσεις:

1. Την συχνότητα των αλλαγών η οποία είναι ο ρυθμός με τον οποίο η πληροφορία γίνεται διαθέσιμη.
2. Το επείγον των απαιτήσεων, δηλαδή το χρονικό διάστημα μεταξύ την εμφάνισης της νέας απαίτησης και του χρόνου εξυπηρέτησης.

Με βάση τις παραπάνω διαστάσεις έχουν δημιουργηθεί τρεις βαθμοί για την μέτρηση της δυναμικότητας του εκάστοτε προβλήματος.

1. Ο βαθμός δυναμικότητας,  $\delta$ , ο οποίος είναι ο λόγος μεταξύ του αριθμού των δυναμικών απαιτήσεων  $nd$  και του συνολικού αριθμού απαιτήσεων  $ntot$ :  $\delta = nd / ntot$

2. Ο ενεργός βαθμός δυναμικότητας,  $\delta$ , ο οποίος θεωρείται ως ο κανονικοποιημένος μέσος όρος των χρόνων εμφάνισης των απαιτήσεων.  $\delta = (1/ ntot) \sum (ti/T)$  όπου  $T$  είναι το μήκος του ορίζοντα σχεδιασμού και  $ti$  είναι ο χρόνος εμφάνισης της απαίτησης  $i$ . Οι απαιτήσεις που είναι γνωστές από πριν έχουν χρόνο εμφάνισης ίσο με μηδέν.

3. Ο ενεργός βαθμός δυναμικότητας για προβλήματα με χρονικά παράθυρα,  $\delta^{TW}$ . Καθορίζεται ο χρόνος αντίδρασης ως την διαφορά μεταξύ του χρόνου εμφάνισης  $ti$  και του τέλους του αντίστοιχου χρονικού παραθύρου  $li$ . Μεγαλύτεροι χρόνοι αντίδρασης σημαίνουν περισσότερη ευελιξία για την εισαγωγή μιας απαίτησης στις τρέχουσες διαδρομές.  $\delta^{TW} = (1/ ntot) \sum (1-(li-ti)/T)$ .

Οι βαθμοί αυτοί παίρνουν τιμές στο διάστημα  $[0,1]$  και όσο πιο μεγάλο είναι του επίπεδο δυναμικότητας τόσο πιο μεγάλος είναι και ο βαθμός δυναμικότητας. Ανάλογα, λοιπόν, με τον βαθμό ονομάζεται και ένα πρόβλημα ως ελαφρώς, μεσαίο και

ισχυρό δυναμικό πρόβλημα με τις τιμές του  $\delta$  να είναι μικρότερες του 0,3, μεταξύ 0,3 και 0,8 και 0,8 έως 1 αντίστοιχα.

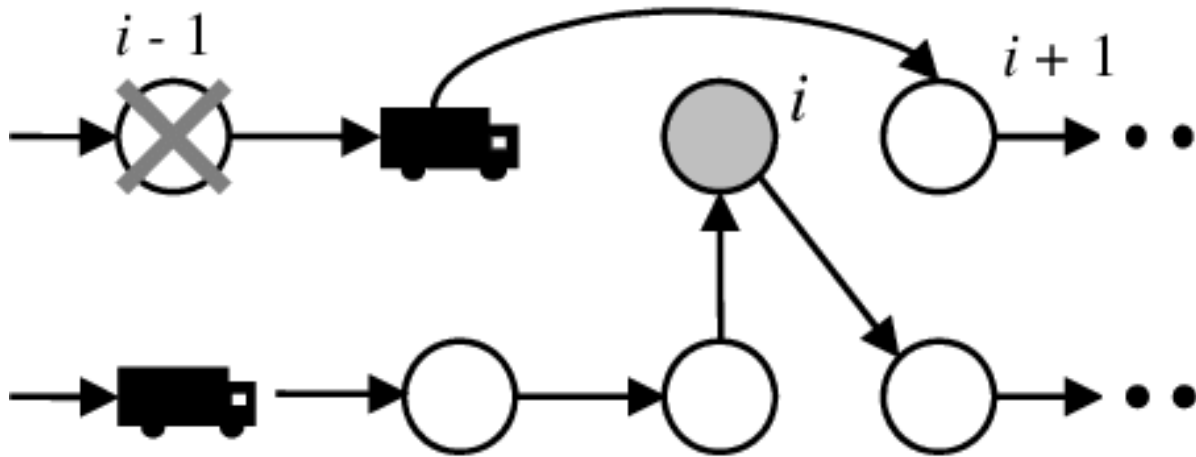


Figure 8 Δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων.

## 2.6 Η μαθηματική διατύπωση ενός VRP.

Οι μεταβλητές σε ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων εκφράζονται ως εξής.

Όνομα Μεταβλητής	Ορισμός μεταβλητής
$S = \{1, 2, \dots, m\}$	Το σύνολο των αποθηκών
$T = \{1, 2, \dots, n\}$	Το σύνολο των πελατών
$C_{ij}$	Το κόστος τόξου $(i, j)$
$t \in T$	Ο πελάτης
$d_t$	Η ζήτηση του πελάτη $t$

<b>K</b>	Το σύνολο των οχημάτων
<b>Q</b>	Η χωρητικότητα των οχημάτων
<b>F<sub>t</sub></b>	Το κόστος εξυπηρέτησης κάθε πελάτη
<b>R</b>	Ο μέγιστος χρόνος παραμονής του οχήματος εντός διαδρομής
<b>A</b>	Το σύνολο των τόξων που ανήκουν στις διαδρομές
<b>x<sub>ij</sub> = 1</b>	Τα τόξα από τα οποία έχει περάσει το όχημα
<b>P<sub>t</sub></b>	Η έκτακτη εξυπηρέτηση του πελάτη

Figure 9 Μεταβλητές δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων.

Περιορισμοί	Σημασία
$\sum_{i \in S \cup A} \sum_{j \in K} x_{ij} = n, \forall t \in T$	Εξασφάλιση της επίσκεψης όλων των πελατών
$\sum_{t \in T} \sum_{j \in S \cup T} dt \times x_{tj} \leq Q$	Η ζήτηση των πελατών $dt$ που θα εξυπηρετηθούν από το όχημα $t$ δεν μπορεί να ξεπερνάει την μέγιστη τιμή χωρητικότητας του οχήματος $Q$ .
$\sum_{i \in S \cup T} x_{ij} = \sum_{j \in S \cup T} x_{ji}$	Διασφάλιση της εκκίνησης όλων των οχημάτων από μια αποθήκη και

	επιστροφή σε αυτήν.
$\sum_{i \in S \cup A} \sum_{j \in S \cup T} cij + Ft \leq R$	Το άθροισμα των τόξων της κάθε διαδρομής θα πρέπει να είναι μικρότερο από τον μέγιστο χρόνο παραμονής του οχήματος στην διαδρομή R.
$\sum_{i \in S \cup A} \sum_{j \in S \cup T} cit + Ft \geq Pt$	Η χρονική στιγμή εξυπηρέτησης του πελάτη με έκτακτη εξυπηρέτηση θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την χρονική στιγμή που καλεί για έκτακτη εξυπηρέτηση.
$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A$	Ακέραια μεταβλητή με τιμές 0 ή 1.
$S \in \mathbb{Z}$	Ακέραια μεταβλητή.
$T \in \mathbb{Z}$	Ακέραια μεταβλητή.
$K \in \mathbb{Z}$	Ακέραια μεταβλητή.
$Q \in \mathbb{Z}$	Ακέραια μεταβλητή.
$R \in \mathbb{Z}$	Ακέραια μεταβλητή.
$A \in \mathbb{Z}$	Ακέραια μεταβλητή.
$Pt \in \mathbb{Z}$	Ακέραια μεταβλητή.
$Ft \in \mathbb{Z}$	Ακέραια μεταβλητή.

Figure 10 Περιορισμοί δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων.



## 2.6.2 Μοντελοποίηση δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων

Το βασικό στοιχείο μιας μοντελοποίησης είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να μεγιστοποιηθεί, σε περίπτωση κέρδους, ενώ αντίστοιχα μπορεί να ελαχιστοποιηθεί, σε περίπτωση κόστους. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους σε συνδυασμό με την ικανοποίηση των πελατών. Για αυτόν το λόγο η αντικειμενική συνάρτηση είναι ως εξής:

$$\min \sum_{i,j \in A} \sum_{t \in T} cij \times x_{ij} + Ft$$

Αντίστοιχα οι περιορισμοί είναι :

$$\sum_{i \in SUA} \sum_{j \in K} x_{ij} = n, \forall t \in T$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in SUT} dt \times x_{tj} \leq Q$$

$$\sum_{i \in SUT} x_{ij} = \sum_{j \in SUT} x_{ji}$$

$$\sum_{i \in SUA} \sum_{j \in SUT} cij + Ft \leq R$$

$$\sum_{i \in SUA} \sum_{j \in SUT} cit + Ft \geq Pt$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A$$

$$S \in Z$$

$$T \in Z$$

$$K \in Z$$

$$Q \in Z$$

$$R \in Z$$

$$A \in Z$$

$$Pt \in Z$$

Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελείται από το άθροισμα των κοστών όλων των διαδρομών καθώς και το άθροισμα του χρόνου εξυπηρέτησης. Έχει στόχο, λοιπόν, την ελαχιστοποίηση του παραπάνω κόστους ενώ παράλληλα ικανοποιεί τους περιορισμούς οι οποίοι έχουν τεθεί στο πρόβλημα. Η αντικειμενική συνάρτηση διαφέρει από πρόβλημα σε πρόβλημα καθώς το κάθε πρόβλημα έχει διαφορετικούς περιορισμούς, διαφορετικές μεταβλητές αλλά και διαφορετικό στόχο, ο οποίος καθορίζεται από την ίδια την επιχείρηση.

## Κεφάλαιο 3 - Αλγόριθμοι επίλυσης

### 3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι βασικές κατηγορίες αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση VRP's, καθώς και μερικοί βασικοί αλγόριθμοι σε κάθε κατηγορία. Σε βάθος θα αναπτυχθούν και οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση της λύσης της παρούσας διπλωματικής.

### 3.2 Ευρετικοί αλγόριθμοι

Όλοι οι ευρετικοί αλγόριθμοι κατάγονται από τη θεωρία μαθηματικής βελτιστοποίησης, όπου αναπτύχθηκαν για να εντοπίζουν το ελάχιστο ή το μέγιστο μίας πραγματικής συνάρτησης διακριτής μεταβλητής. Η βέλτιστη τιμή για τον αλγόριθμο αφορούν το τοπικό ελάχιστο/μέγιστο και όχι το ολικό. Εξυπηρετούν την ανάγκη μιας γρήγορης αλλά όχι αναγκαστικά βέλτιστης λύσης. Οι ευρετικοί αλγόριθμοι υπάγονται στις εξής κατηγορίες:

- Αλγόριθμοι απληστίας (Greedy algorithms)
- Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι (Approximation algorithms)
- Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης (Local search algorithms)

Η πρώτη κατηγορία αλγορίθμων χρησιμοποιείται για να δημιουργηθεί η αρχική λύση του προβλήματος ενώ η τρίτη κατηγορία χρησιμοποιείται για την βελτίωση μιας ήδη υπάρχουσας λύσης. Οι κατηγορίες αυτές αναλύονται στην συνέχεια.

### 3.2.1 Αλγόριθμοι απληστίας

Οι άπληστοι αλγόριθμοι όπως αναφέρθηκε ανήκουν στους ευρετικούς, δηλαδή η παραγόμενη λύση δεν είναι αναγκαστικά η ολική βέλτιστη. Σε κάθε βήμα ο αλγόριθμος παίρνει μία αμετάκλητη λύση ανάλογα με το τι είναι βέλτιστο εκείνη την στιγμή στην τρέχουσα κατάσταση. Στην συνέχεια παράγεται ένα υποπρόβλημα στο οποίο ακολουθείται παρόμοια στρατηγική με σκοπό την περεταίρω βελτιστοποίηση της λύσης.

Ορισμένα πλεονεκτήματα των άπληστων αλγορίθμων είναι η ταχύτητα και η απλότητα τους. Ενώ το μειονέκτημα όπως έχει προαναφερθεί είναι πως η παραγόμενη βέλτιστη λύση δεν είναι αναγκαστικά η καλύτερη και χρειάζεται να γίνει ο απαραίτητος έλεγχος.

Οι αλγόριθμοι αυτοί χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές οι οποίες στοχεύουν στην αποτελεσματικότητα των μεθόδων. Οι στρατηγικές είναι 5:

#### **1. Ομαδοποίηση πρώτα – δρομολόγηση έπειτα (Cluster first – route second)**

Στην συγκεκριμένη στρατηγική γίνεται αρχικά ομαδοποίηση των κόμβων και στην συνέχεια δημιουργούνται οι διαδρομές.

#### **2. Δρομολόγηση πρώτα – ομαδοποίηση έπειτα (Route first – cluster second)**

Αντίθετα από την παραπάνω στρατηγική, εδώ δημιουργείται μία μεγάλη διαδρομή η οποία ικανοποιεί την συνολική ζήτηση, και στην συνέχεια διαχωρίζεται σε περισσότερες μικρές διαδρομές.

#### **3. Εξοικονομήσεις / καταχώρηση (Savings / Insertion)**

Η στρατηγική αυτή έχει ως στόχο την βελτιστοποίηση του κόστους. Γίνεται σύγκριση δύο διαδρομών, οι οποίες μπορεί να είναι και μη εφικτές, και γίνεται καταχώρηση αυτής με την μεγαλύτερη εξοικονόμηση, δηλαδή αυτή με το μικρότερο κόστος. Η επανάληψη τελειώνει με μία εφικτή λύση.

#### **4. Βελτίωση ή ανταλλαγή (Improvement or exchange)**

Αντίθετα από την προηγούμενη στρατηγική, η συγκεκριμένη χρησιμοποιεί μόνο εφικτές λύσεις και τις συγκρίνει ως προς το κόστος. Στο τέλος παραμένει η εφικτή λύση με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

#### **5. Προσέγγιση μαθηματικού προγραμματισμού (Mathematical programming approach)**

Γίνεται χρήση μαθηματικών μοντέλων και μαθηματικού προγραμματισμού που περιλαμβάνει αλγορίθμους που βασίζονται στην μορφοποίηση του εκάστοτε προβλήματος δρομολόγησής οχημάτων.

#### **6. Αλληλοεπιδρών βελτιστοποίηση (Interactive optimization)**

Στην συγκεκριμένη διαδικασία ενσωματώνονται έμπειροι αποφασίζοντες οι οποίοι εκφέρουν την άποψη τους. Η ιδέα είναι ότι η εμπειρία του αποφασίζοντα και η διορατικότητά του θα αποτελέσουν βασικό παράγοντα για την λύση του προβλήματος.

## 7. Ακριβής διαδικασία (Exact procedure)

Οι ακριβείς διαδικασίες για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων περιλαμβάνουν εξειδικευμένους αλγόριθμους όπως ο αλγόριθμος διακλάδωσης και οριοθέτησης (branch and bound) και ο αλγόριθμος τομής επιπέδων (cutting planes).

Οι κυριότεροι αλγόριθμοι απληστίας είναι 5:

- Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighbourhood Algorithm).
- Αλγόριθμος της διαδικασίας εισαγωγής κόμβων (Nearest Insertion Algorithm).
- Αλγόριθμος εγγύτερης συγχώνευσης.
- Αλγόριθμος εγγύτερης πρόσθεσης
- Ο αλγόριθμος εξοικονομήσεων των Clarke and Write (The savings Algorithm)

### 3.2.2 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι

Οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι λειτουργούν όπως και οι αλγόριθμοι απληστίας με την μόνη διαφορά ότι χρησιμοποιούν παραπάνω πληροφορίες. Ουσιαστικά οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι υπολογίζουν σε πολυωνυμικό χρόνο μία λύση η οποία είναι εγγυημένα κοντά στην βέλτιστη. Η χρήση τους, γίνεται είτε όταν δεν μπορεί να βρεθεί λύση στο πρόβλημα με κάποια άλλη μέθοδο είτε όταν η λύση των υπόλοιπων μεθόδων δεν είναι αρκετά αποδοτική και χρονοβόρα. Με τους προσεγγιστικούς αλγόριθμους ενσωματώνεται και ο όρος της προσέγγισης. Ουσιαστικά, είναι ο λόγος της απόκλισης της λύσης του προσεγγιστικού αλγορίθμου σε σχέση με την βέλτιστη δυνατή λύση.

### 3.2.3 Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης

Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης χρησιμοποιούν την τεχνική της επαναληπτικής βελτίωσης. Αυτό σημαίνει πως ο αλγόριθμος ξεκινάει από μια μοναδική τρέχουσα κατάσταση και προσπαθεί να την βελτιώσει. Συγκεκριμένα ένας αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης λειτουργεί ως εξής. Γίνεται επιλογή μιας λύσης από τον χώρο αναζήτησης και αποτιμάται. Αυτή η λύση είναι η τρέχουσα. Γίνεται εφαρμογή του μετασχηματισμού στην τρέχουσα λύση για την παραγωγή μιας νέας και γίνεται αξιολόγηση της. Εάν η νέα λύση είναι καλύτερη από την τρέχουσα τότε την ανταλλάσσουμε με την τρέχουσα λύση, διαφορετικά απορρίπτεται. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως κανένας μετασχηματισμός να μην μπορεί να βελτιώσει την τρέχουσα λύση.

Οι παράγοντες που επηρεάζουν την ακρίβεια της λύσης είναι:

- Η επιλογή της κατάλληλης αρχικής γειτονίας αναζήτησης.
- Η ποιότητα της αρχικής λύσης.
- Η μέθοδος βελτιστοποίησης της αρχικής λύσης.

Οι βασικοί αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιούνται είναι:

- 2-opt
- 3opt
- Swap
- Or-opt
- 1-1 exchange
- 1-0 Relocate

### 3.3 Μεθευρετικοί και εξελικτικοί αλγόριθμοι

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι έχουν προταθεί για να λύσουν το πρόβλημα των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης. Δηλαδή με την εφαρμογή τους γίνεται προσπάθεια η αναζήτηση της λύσης να ξεφύγει από ένα πιθανό τοπικό ελάχιστο. Χωρίζονται σε ορισμένες κατηγορίες ανάλογα με το πόσες αρχικές λύσεις δέχονται. Υπάρχουν οι αλγόριθμοι που δέχονται μία αρχική λύση και με βάση αυτή βρίσκουν το ολικό ελάχιστο και υπάρχουν και οι αλγόριθμοι που δέχονται πολλαπλές λύσεις ως αρχικές. Αυτοί που χρησιμοποιούν μία λύση κάνουν εξερεύνηση στην γειτονιά της λύσης. Αντίστοιχα οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν πληθυσμό λύσεων, έχουν ισχυρές δυνατότητες διάχυσης της πληροφορίας γύρω από πολλά σημεία στο χώρο λύσεων. Υπάρχουν και στρατηγικές που συνδυάζουν και τους δύο τύπους αλγορίθμων για καλύτερο αποτέλεσμα.

Οι Μεθευρετικοί αλγόριθμοι χωρίζονται σε επιπλέον κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο που χρησιμοποιούν για να αποφύγουν το τοπικό ελάχιστο. Αυτοί είναι 5:

- Επαναληπτικές διαδικασίες που αρχίζουν από διαφορετικές αρχικές λύσεις. Μερικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν αυτόν τον τρόπο είναι οι αλγόριθμοι πολυεναρκτήριας τοπικής αναζήτησης (multi-start local search) και αλγόριθμοι επαναληπτικής τοπικής αναζήτησης (iterated local search).
- Αλγόριθμοι που δέχονται γειτονικές κινήσεις που δεν βελτιώνουν την λύση. Σε αυτές τις μεθόδους γίνεται δεκτή μία λύση η οποία δεν είναι καλύτερη από



την προηγούμενη σε περίπτωση που ικανοποιεί μερικούς περιορισμούς που θέτονται. Η λογική είναι ότι με την αποδοχή της λύσης αυτής ο αλγόριθμος θα ξεφύγει από το τοπικό ελάχιστο και θα μπορέσει να βρει την βέλτιστη λύση σε επόμενη επανάληψη. Μερικοί αλγόριθμοι που εκφράζουν την κατηγορία αυτή είναι η προσομοιωμένη απόπτηση (simulated annealing) και περιορισμένη αναζήτηση (tabu search).

- Αλγόριθμοι που αλλάζουν την γειτονιά αναζήτησης. Στην κατηγορία αυτή, οι αλγόριθμοι όταν θεωρήσουν ότι έχουν πετύχει ένα τοπικό ελάχιστο, για να το αποφύγουν αλλάζουν τον αλγόριθμο που χρησιμοποιούν για την αναζήτηση των λύσεων. Μερικοί αλγόριθμοι που ανήκουν σε αυτή την κατηγορία είναι ο αλγόριθμος μεταβλητής γειτονιάς αναζήτησης (variable neighbourhood search VNS) και ο αλγόριθμος επέκτασης της γειτονιάς αναζήτησης (expanding neighbourhood search ENS).
- Αλγόριθμοι που αλλάζουν την αντικειμενική συνάρτηση ή κάποια από τα δεδομένα του προβλήματος. Στην κατηγορία αυτή ο αλγόριθμος όταν θεωρήσει ότι βρήκε ένα τοπικό ελάχιστο αλλάζει είτε την αντικειμενική συνάρτηση είτε τους περιορισμούς του προβλήματος για να βρει το ολικό ελάχιστο. Η πιο χαρακτηριστική μέθοδος αυτής της κατηγορίας είναι ο αλγόριθμος καθοδηγούμενης τοπικής αναζήτησης (guided local search)

Στους εξελικτικούς αλγόριθμους επιλέγεται η καλύτερη δυνατή λύση (επιβίωση του ικανότερου) η οποία συνδυάζεται με τις αλλαγές που έχουν γίνει στην αρχική λύση (μεταλλάξεις). Με άλλα λόγια οι εξελικτικοί αλγόριθμοι μιμούνται την φυσικές

διαδικασίες της φύσης και τις χρησιμοποιούν ως τελεστές αναζήτησης για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Οι σημαντικότεροι εξελικτικοί αλγόριθμοι είναι:

- Γενετικοί αλγόριθμοι πολλαπλών πληθυσμών - νησιών (Island genetic algorithms IGA)
- Μιμητικοί αλγόριθμοι (Memetic algorithms MAs)
- Αλγόριθμος της διαφορικής εξέλιξης (Differential evolution DE)

### 3.4 Αναφορά χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων.

Κάθε δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων μπορεί να λυθεί με πολλούς διαφορετικούς αλγορίθμους και ανάλογα με την φύση του προβλήματος ορισμένοι ταιριάζουν περισσότερο. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα έγινε χρήση των εξής αλγορίθμων.

Για την δημιουργία της αρχικής λύσης έγινε χρήση του αλγορίθμου του πλησιέστερου γείτονα. Για προσπάθεια βελτιστοποίησης της λύσης έγινε χρήση του αλγορίθμου 2-opt, 1-0 relocate, 1-1 Exchange και της προσομοιωμένης απόπτωσης.

#### 3.4.1 Αλγόριθμος των Clarke & Wright.

Ο αλγόριθμος ανήκει στους αλγορίθμους εξοικονόμησης. Σε αυτήν την μέθοδο αρχικά υπολογίζονται οι εξοικονομήσεις όλων των πελατών και στην συνέχεια δημιουργούνται διαδρομές με βάση την οικονομικότερη διαδρομή, σύμφωνα με τις παραγόμενες εξοικονομήσεις.

Ο υπολογισμός των εξοικονομήσεων για κάθε κόμβο έχει ως εξής:

$$s_{ij} = c_{1i} - c_{ij} + c_{j1} \quad \text{για όλους τους κόμβους.}$$

Πρακτικά το  $S$  συμβολίζει την εξοικονόμηση σε κόστος που δημιουργείται εάν αντί για 2 διαδρομές την  $1-i-1$  και  $1-j-1$  παραχθεί η διαδρομή  $1-i-j-1$

Το πρώτο βήμα για τον αλγόριθμο είναι η παραγωγή των εξοικονομήσεων για όλους τους κόμβους.

Κατατάσσονται οι εξοικονομήσεις σε φθίνουσα σειρά.

Από την αρχή της λίστας βρίσκεται ο πρώτος εφικτός δεσμός που μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να προεκτείνει ένα από τα δύο άκρα της τρέχουσας διαδρομής.

Εάν η διαδρομή δεν μπορεί να επεκταθεί άλλο, ολοκληρώνεται η συγκεκριμένη διαδρομή και επιλέγεται ο πρώτος εφικτός δεσμός στην λίστα με σκοπό την δημιουργία μιας νέας διαδρομής.

Τα βήματα επαναλαμβάνονται μέχρι να μην υπάρχει άλλος δεσμός προς επιλογή.

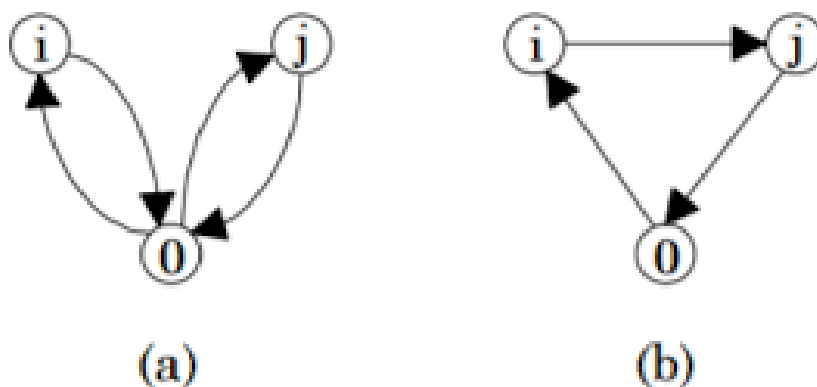


Figure 10 Αναπαράσταση αλγορίθμου εξοικονομήσεων

### 3.4.2 Αλγόριθμος 2-opt

Ο αλγόριθμος 2-opt ανήκει στην κατηγορία αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης. Η χρήση τους αποσκοπεί στην βελτίωση μίας υπάρχουσας λύσης. Στην προκειμένη περίπτωση ο αλγόριθμός του πλησιέστερου γείτονα παράγει μία λύση η οποία είναι η αρχική λύση και μέσα από τον 2-opt γίνεται μια προσπάθεια βελτιστοποίησης. Στο πρόβλημα, παράγονται πολλές διαφορετικές διαδρομές το σύνολο των οποίων αποτελεί την λύση του προβλήματος. Ο 2-opt εκτελείται απομονωμένα σε κάθε διαδρομή με σκοπό να την βελτιώσει.

Λειτουργεί ως εξής, ο αλγόριθμος επιλέγει τυχαία 2 κόμβους από την διαδρομή και αντιστρέφει τους κόμβους που βρίσκονται ανάμεσα σε αυτούς τους κόμβους. Στην συνέχεια υπολογίζεται το κόστος της διαδρομής και αν είναι μικρότερο της αρχικής τότε η αλλαγή γίνεται αποδεκτή. Η μέθοδος σταματάει είτε με ένα κριτήριο τερματισμού όπως ένας αριθμός επαναλήψεων είτε όταν δεν βελτιστοποιείται η λύση περαιτέρω.

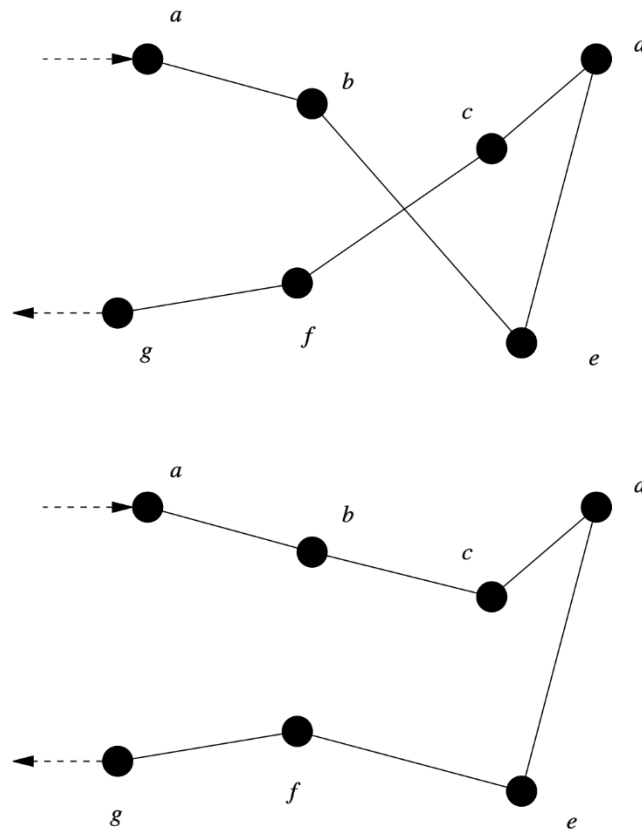


Figure 11 Βήμα του αλγορίθμου 2-opt

Τα βήματα του αλγορίθμου είναι:

**Βήμα 1:** Επιλογή δύο κόμβων.

**Βήμα 2:** Αντιστροφή των κόμβων και των επιμέρους κόμβων (με τον παραπάνω τρόπο).

**Βήμα 3:** Υπολογισμός του κόστους της νέας διαδρομής. Σε περίπτωση μείωσης του κόστους επιλέγεται η διαδρομή αυτή ως το σημείο αναφοράς.

**Βήμα 4:** Επανάληψη της διαδικασίας έως ότου ικανοποιηθεί το κριτήριο Τερματισμού.

### 3.4.3 Αλγόριθμος 1-0 relocate.

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος ανήκει στην κατηγορία της τοπικής αναζήτησης. Λειτουργεί ως εξής: επιλέγεται ένας τυχαίος κόμβος από μία διαδρομή ο οποίος διαγράφεται και τοποθετείται σε μία άλλη διαδρομή με σκοπό την μείωση του κόστους. Αφού λοιπόν πραγματοποιηθεί η αλλαγή γίνεται έλεγχος εάν το κόστος συνολικά μειώθηκε. Οι υπόλοιποι περιορισμοί δεν παραβιάζονται εξίσου.

Αναλυτικά τα βήματα σε σειρά είναι

**Βήμα 1:** Επιλογή ενός κόμβου (Είτε τυχαία είτε επιλέγεται ο κόμβος με το μεγαλύτερο κόστος).

**Βήμα 2:** Διαγραφή του κόμβου από την μία διαδρομή και επανατοποθέτηση του σε μία άλλη.

**Βήμα 3:** Υπολογισμός του κόστους των δύο διαδρομών. Σε περίπτωση μείωσης του κόστους η αλλαγή παραμένει.

**Βήμα 4:** Επανάληψη της διαδικασίας έως ότου ικανοποιηθεί το κριτήριο Τερματισμού.

### 3.4.4 Αλγόριθμος 1-1 Exchange

Με παρόμοιο τρόπο όπως και ο 1-0, ο αλγόριθμος 1-1 exchange εναλλάσσει δύο κόμβους από δύο διαφορετικές διαδρομές με σκοπό την συνολική μείωση του κόστους. Επιλέγει έναν κόμβο από μία διαδρομή και του αλλάζει θέση με έναν άλλον κόμβο. Οι υπόλοιποι κόμβοι παραμένουν στις θέσεις τους. Η επιλογή του κόμβου μπορεί να γίνει τυχαία, αλλά είναι πιο αποδοτική όταν λειτουργεί στοχευμένα. Επιλέγεται ο κόμβος που επιφέρει το μεγαλύτερο κόστος στην διαδρομή και αλλάζει θέση, με την λογική ότι η νέα του θέση θα προκαλέσει μείωση του κόστους. Στην

συνέχεια, υπολογίζεται το κόστος των δύο διαδρομών που τροποποιήθηκαν και σε περίπτωση που είναι μικρότερο από το αρχικό τότε η αλλαγή παραμένει. Όπως και στις προηγούμενους αλγόριθμους η επανάληψη τερματίζεται όταν ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού.

Ο αλγόριθμος σε βήματα:

**Βήμα 1:** Επιλογή δύο κόμβων (Είτε τυχαία είτε επιλέγεται ο κόμβος με το μεγαλύτερο κόστος).

**Βήμα 2:** Ανταλλαγή των θέσεων των δύο αυτών κόμβων.

**Βήμα 3:** Υπολογισμός του κόστους των δύο διαδρομών. Σε περίπτωση μείωσης του κόστους η αλλαγή παραμένει.

**Βήμα 4:** Επανάληψη της διαδικασίας έως ότου ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού.

### 3.4.4 Αλγόριθμος προσομοιωμένης ανόπτησης.

Ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης ανόπτησης ανήκει στην οικογένεια των μεθευρετικών αλγορίθμων. Από τις κατηγορίες που αναλύθηκαν προηγούμενα, ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης ανόπτησης περιλαμβάνεται στην κατηγορία που δέχεται λύσεις οι οποίες δεν βελτιώνουν την ήδη υπάρχουσα. Πιο αναλυτικά, ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης ανόπτησης δέχεται μία λύση που αυξάνει το κόστος της διαδρομής με μία πιθανότητα. Η ιδέα είναι ότι, η αποδοχή της «χειρότερης» λύσης θα βοηθήσει τον αλγόριθμο να ξεφύγει από κάποιο τοπικό ελάχιστο και θα μπορέσει να βρει την βέλτιστη λύση. Αρχικά, ο αλγόριθμος δέχεται ως είσοδο μια αρχική λύση η οποία έχει δημιουργηθεί από κάποιον άλλον αλγόριθμο. Στην συνέχεια γίνεται μια μετατροπή στην λύση, χρησιμοποιώντας οποιονδήποτε αλγόριθμο (στη συγκεκριμένη

εργασία χρησιμοποιήθηκε ο 2-opt). Στην συνέχεια, συγκρίνονται οι δύο λύσεις ως προς το κόστος τους. Σε περίπτωση που η λύση έχει μικρότερο κόστος από την αρχική τότε η αρχική λύση αντικαθίσταται. Στους υπόλοιπους αλγορίθμους, σε περίπτωση που η λύση επιφέρει χειρότερο αποτέλεσμα από το αρχικό, η λύση απορρίπτεται και επιλέγεται η αρχική. Στην προσομοιωμένη απόκτηση, η καινούρια λύση έχει μία πιθανότητα να γίνει αποδεκτή ακόμα και αν δεν έχει καλύτερο αποτέλεσμα. Υπολογίζεται η μεταβλητή  $\delta$ , η οποία ορίζεται ως την διαφορά του κόστους την καινούριας λύσης με την αρχική. Έπειτα, υπολογίζεται μία πιθανότητα, η οποία ορίζεται ως:

$$p(\delta) = e^{-\frac{\delta}{T}}$$

Η μεταβλητή  $T$  που υπάρχει μέσα στην πιθανότητα, ορίζεται στην αρχή της επαναληπτικής διαδικασίας και μειώνεται κατά την διάρκεια του αλγορίθμου. Η λογική είναι ότι, όσο μικραίνει το  $T$  τόσο μικραίνει και η πιθανότητα αποδοχής μίας μη βέλτιστης λύσης. Ουσιαστικά, η αρχική τιμή του  $T$  είναι μεγάλη έτσι ώστε να αποδεχθεί η «χειρότερη» λύση σχετικά σίγουρα τουλάχιστον μία φορά, με αποτέλεσμα την αποφυγή του τοπικού ελάχιστου. Πρακτικά, μετά τον υπολογισμό της πιθανότητας, ο αλγόριθμος επιλέγει τυχαία μια τιμή από το 0 έως το 1, και αν ο αριθμός που επιλέχθηκε είναι μεγαλύτερος από την πιθανότητα, τότε η λύση γίνεται αποδεκτή. Σε αντίθετη περίπτωση η λύση απορρίπτεται.



**Αλγόριθμος** Προσομοιωμένη Ανόπτηση*Αρχικοποίηση***Επέλεξε** μια αρχική λύση  $s_0$ **Επέλεξε** μια αρχική θερμοκρασία  $t_0$ **Επέλεξε** μια συνάρτηση μείωσης της θερμοκρασίας  $\alpha(t)$ **repeat****repeat**    τυχαία επιλογή μιας γειτονιάς  $s \in N(s_0)$      $\delta = f(s) - f(s_0)$     **if**  $\delta < 0$  **then**         $s_0 = s$     **else**        δημιουργούμε τυχαία  $x$ , ομοιόμορφα κατανεμημένα  
        στην ακτίνα  $(0, 1)$         **if**  $x < e^{-\frac{\delta}{t}}$  **then**             $s_0 = s$         **endif**    **endif**    **until** ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ολοκληρωθεί     $t = \alpha(t)$ **until** κάποιο κριτήριο τερματισμού να ικανοποιηθεί**Επέστρεψε** τη βέλτιστη λύση.*Figure 12 Ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης ανόπτησης σε μορφή κώδικα.*

Βασικό στοιχείο του αλγορίθμου είναι η σωστή αρχή επιλογή του  $T$  καθώς και ο τρόπος μείωσής του. Η αρχική τιμή του  $T$  επηρεάζει τον αλγόριθμο σημαντικά, καθώς μια κακή επιλογή τιμής θα είχε ως αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να μην αποδεχθεί ποτέ καμία λύση με χειρότερο κόστος, με αποτέλεσμα τον εγκλωβισμό σε ένα τοπικό ελάχιστο. Αντίστοιχα η μείωση της τιμής  $T$  επηρεάζει την αποδοτικότητα του αλγορίθμου. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι μείωσης, οι σημαντικότεροι είναι η γραμμική μείωση αλλά και η εκθετική μείωση. Η επιλογή του τρόπου μείωσης γίνεται με βάση το πρόβλημα.

## Κεφάλαιο 4 - Επίλυση του VRP και ανάλυση των αποτελεσμάτων.

### 4.1 Περιορισμοί και δεδομένα προβλήματος.

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων η επιλογή των προαναφερθέντων αλγορίθμων έγινε με σκοπό την επίτευξη του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος. Οι αλγόριθμοι και η λύση υλοποιήθηκαν μέσα από το περιβάλλον του υπολογιστικού προγράμματος MATLAB, κατάλληλο για την μοντελοποίηση και επίλυση αντίστοιχων προβλημάτων.

Τα δεδομένα του προβλήματος αφορούν την τοποθεσία της αποθήκης και των πελατών, την ζήτηση του κάθε πελάτη και τον χρόνο εξυπηρέτησης του καθενός.

Οι περιορισμοί αφορούν τον μέγιστο χρόνο παραμονής του οχήματος στην διαδρομή και την μέγιστη χωρητικότητα των οχημάτων. Ο αριθμός των οχημάτων είναι ελεύθερος.

<b>Δεδομένα</b>	<b>Περιορισμοί</b>
<b>Αριθμός αποθηκών</b>	<b>Χωρητικότητα οχήματος</b>
<b>Αριθμός πελατών</b>	<b>Μέγιστος χρόνος παραμονής οχήματος στην διαδρομή</b>
<b>Τοποθεσία πελατών και αποθήκης</b>	
<b>Χρόνος εξυπηρέτησης πελατών</b>	
<b>Ζήτηση του κάθε πελάτη</b>	

*Figure 13 Δεδομένα & Περιορισμοί*

Η τοποθεσία των πελατών και της αποθήκης δίνονται με την μορφή δύο συντεταγμένων. Στον τρόπο επίλυσης του προβλήματος γίνεται χρήση αποστάσεων επομένως οι συντεταγμένες μετατρέπονται σε έναν πίνακα αποστάσεων από τον έναν κόμβο στους υπόλοιπους.

## 4.2 Προσέγγιση του προβλήματος

Για την εξυπηρέτηση των πελατών έχουμε πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη, αυτό σημαίνει πως το φορτηγό εξυπηρετεί τους πελάτες με το μικρότερο κόστος απόστασης και όταν γεμίσει επιστρέφει στην αποθήκη ώστε να φύγει για την επόμενη διαδρομή. Αυτό μπορεί προφανώς να λειτουργήσει και με πολλαπλά οχήματα. Η αρχική λύση του προβλήματος λαμβάνεται από τον αλγόριθμο εξοικονομήσεων των Clarke & Wright. Διαμορφώνεται μία αρχική λύση η οποία περιλαμβάνει τις διαδρομές που εξυπηρετούν όλους τους πελάτες. Οι διαδρομές ικανοποιούν τους περιορισμούς χωρητικότητας και χρόνου χωρίς όμως να είναι βέλτιστες. Η διαφοροποίηση σε αυτό

το σημείο από ένα απλό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων είναι πως δίνεται η δυνατότητα το όχημα μετά την διεκπεραίωση μίας διαδρομής να συνεχίσει να εξυπηρετεί πελάτες άλλων διαδρομών εφόσον έχει διαθέσιμο χρόνο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του χρονικού κόστους ενός φορτηγού, όμως υπάρχει η περίπτωση να μειωθούν οι τελικές διαδρομές ή να μειωθούν τα φορτηγά που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών. Θα γίνεται παρουσίαση και αυτής την εναλλακτικής στην οποία ο υπεύθυνος

Στην συνέχεια γίνεται μία προσπάθεια περαιτέρω βελτίωσης των διαδρομών με τον αλγόριθμο 2opt. Με σκοπό την βελτίωση της λύσης ακόμη περισσότερο, γίνεται χρήση της προσομοιωμένης ανόπτησης στην οποία λαμβάνουμε ως αρχική λύση τις διαδρομές των Clarke & Wright και μέσα από την εκχώρηση και ανταλλαγή παρατηρούμε εάν η λύση βελτιώνεται. Επειδή η προσομοιωμένη ανόπτηση λειτουργεί με πιθανότητα αποδοχής των λύσεων και η επιλογή κάθε φορά είτε της εκχώρησης, είτε της ανταλλαγής είναι τυχαιοποιημένη, ενδεχομένως να χρειαστούν επανειλημμένες προσπάθειες χρήσης του αλγορίθμου στον υπολογιστή μέχρι να εμφανιστεί μια βελτιωμένη λύση.

Ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί ο αλγόριθμος στην Matlab δίνει στον χρήστη την δυνατότητα να επιλέξει εάν θα κρατήσει μια καινούρια λύση. Αποθηκεύονται ξεχωριστά με σκοπό την επαλήθευση από τον άνθρωπο και την εισαγωγή της προτίμησης.

Η λύση του προβλήματος γίνεται με 14 διαφορετικές βάσεις δεδομένων. Η κωδικοποίηση των δεδομένων έχει ως εξής:

- CMT1
- CMT2
- CMT3
- CMT4
- CMT5
- CMT6
- CMT7
- CMT8
- CMT9
- CMT10
- CMT11
- CMT12
- CMT13
- CMT14

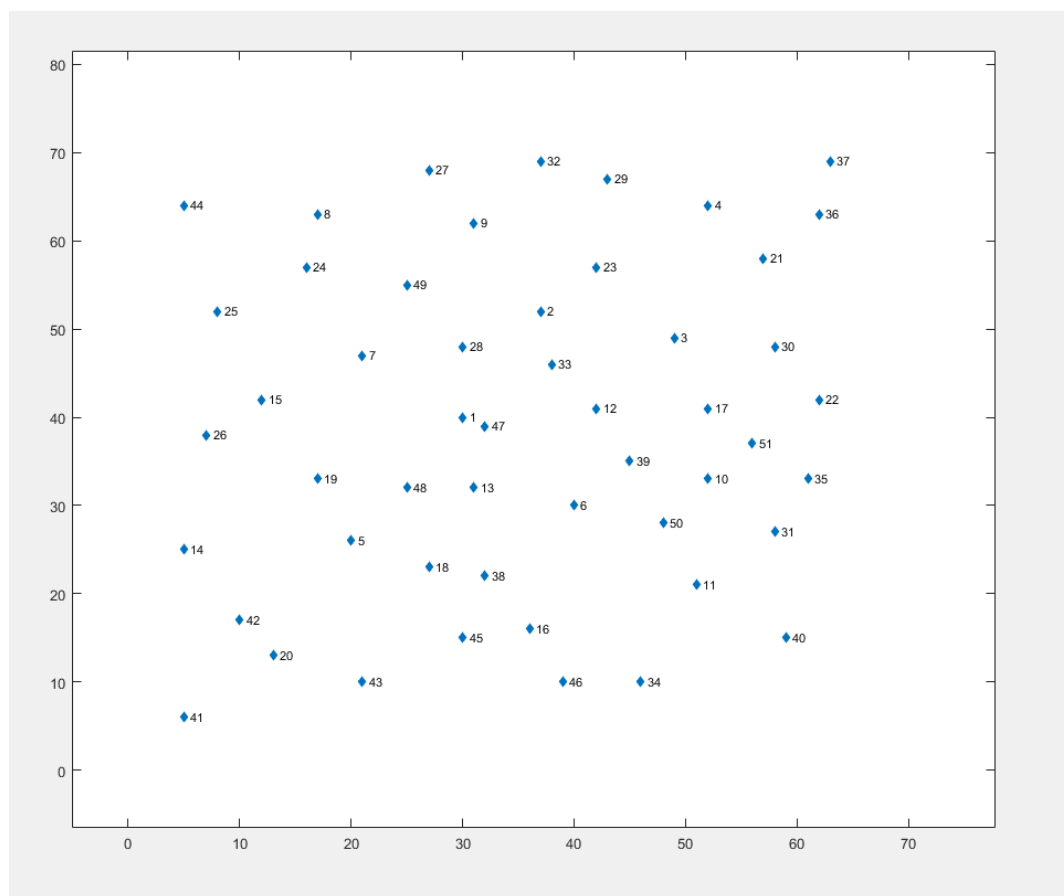
Σε κάθε set δεδομένων αλλάζουν οι τοποθεσίες των πελατών καθώς και ο αριθμός τους. Η χωρητικότητα των φορτηγών θα παραμείνει σε όλες τις περιπτώσεις 200 μονάδες, καθώς και ο χρόνος εξυπηρέτησης του κάθε πελάτη. Επίσης σταθερός θα παραμείνει σε όλες τις περιπτώσεις ο διαθέσιμος χρόνος που έχει ένα φορτηγό. Αυτό σημαίνει πως στις περιπτώσεις με τους περισσότερους πελάτες είναι αναμενόμενο να παρουσιαστούν περισσότερες διαδρομές. Σε κάθε περίπτωση θα παρουσιάζονται οι διαδρομές που προκύπτουν από τον αλγόριθμο Clarke & Wright στην συνέχεια οι

προτεινόμενες αλλαγές από τον αλγόριθμο 2opt και τέλος, όπου υπάρχει, η βελτιστοποιημένη διαδρομή από την προσομοιωμένη ανόπτηση.

## 4.3 Αποτελέσματα

### 4.3.1 CMT1

Στο πρώτο παράδειγμα της διαδικασίας υπάρχουν 50 πελάτες προς εξυπηρέτηση. Η κατανομή τους στο επίπεδο αναπαρίσταται στην ακόλουθη εικόνα:



VRP figure 1 Πελάτες CMT1

Αρχικά γίνεται παραγωγή των διαδρομών σύμφωνα με τον αλγόριθμο των εξοικονομήσεων των Clarke & Wright.

Οι διαδρομές που παρήχθησαν σύμφωνα με αυτήν την διαδικασία είναι 8, με 9 πελάτες να είναι ο μέγιστος αριθμός προς εξυπηρέτηση σε μία διαδρομή.

Οι διαδρομές όπως παρήχθησαν από το πρόγραμμα MATLAB είναι οι εξής:

1	48	5	19	1						
1	13	6	39	47	1					
1	24	8	44	25	7	1				
1	17	51	10	11	50	1				
1	38	45	43	20	41	42	14	26	15	1
1	2	29	32	27	9	49	28	1		
1	18	16	46	34	40	31	35	22	30	1
1	12	3	21	36	37	4	23	33	1	1

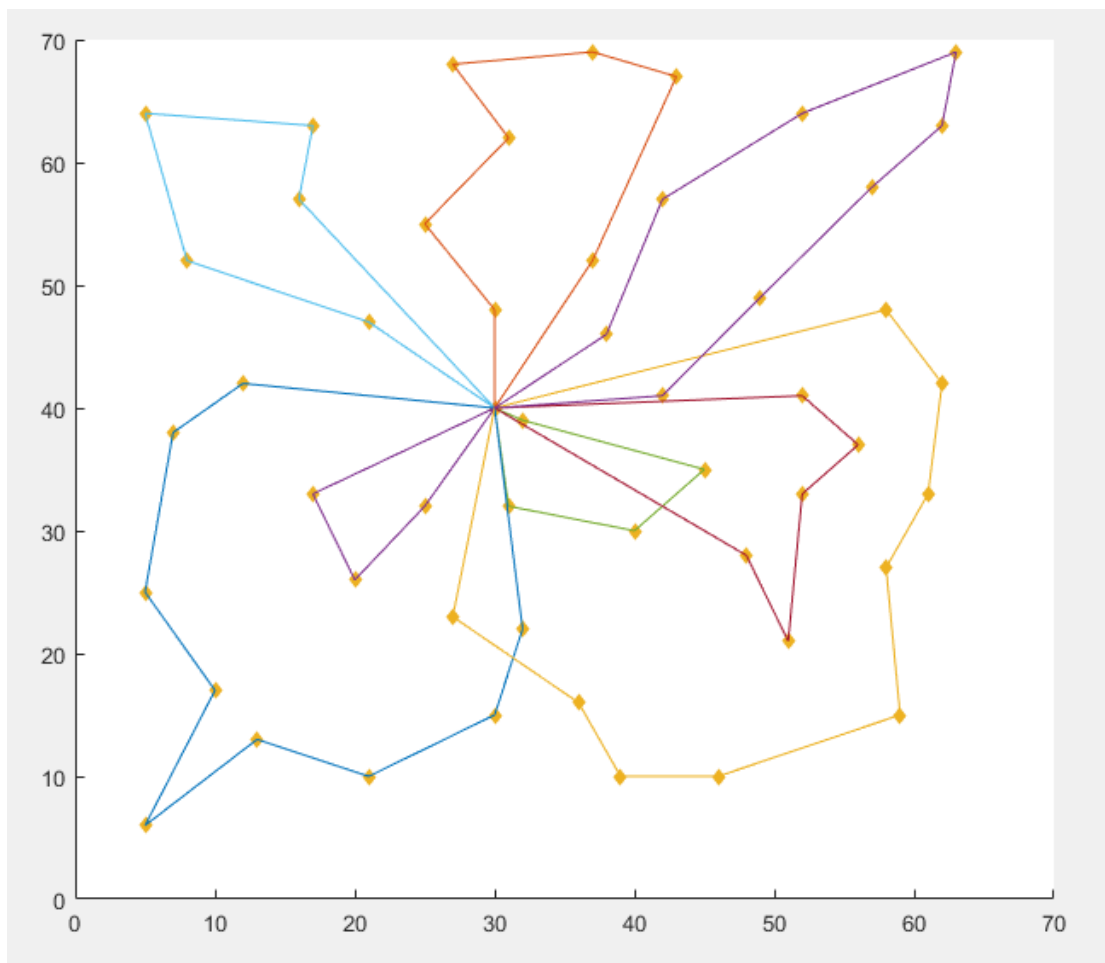
Table 1

Ο αριθμός 1 αφορά την αποθήκη, δηλαδή την αρχή της διαδρομής. Κάθε διαδρομή τελειώνει με την επιστροφή του οχήματος στην αποθήκη. Αυτού του είδους μορφοποίηση των αποτελεσμάτων θα ακολουθηθεί σε όλη την παρουσίαση των αποτελεσμάτων.

Τα βασικά στοιχεία που συνοδεύουν τις διαδρομές είναι το κόστος της διαδρομής ή εναλλακτικά η απόσταση. Σε αυτήν την περίπτωση θεωρείται με μονάδες χρόνου ανάλογες της απόστασης. Ενδεικτικά παρουσιάζεται και η ζήτηση που καλύπτεται σε κάθε διαδρομή.

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση που καλύφθηκε
1	515.0504124	75
2	237.9543405	70
3	549.7812019	71
4	547.2243058	59
5	545.9337576	153
6	545.4262221	94
7	541.3173092	119
8	483.8614668	136

Για κατανόηση των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται σχηματικά οι διαδρομές εξαγόμενες από το ίδιο το πρόγραμμα με βάση την λύση των Clarke & Wright.



*VRP Routes 1*

Σε αυτό το σημείο της λύσης εφαρμόζεται ο αλγόριθμος 2 οrt με σκοπό την μερική βελτίωσης της λύσης δοκιμάζοντας εναλλαγές μεταξύ των κόμβων όλων των διαδρομών. Λόγω της υψηλής ποιότητας της λύσης αυτή η βελτίωση αναμένεται να είναι σπάνια σε ορισμένες περιπτώσεις.

Στην προκειμένη περίπτωση ο αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης 2 οrt δεν βελτίωσε με κάποιον τρόπο κάποια διαδρομή.



Στην συνέχεια επιλέγεται μια γειτονία λύσεων με σκοπό την βελτίωσης της μέσα από την προσομοιωμένη ανόπτηση όπως αναπτύχθηκε σε προηγούμενο στάδιο.

Στο συγκεκριμένο σετ δεδομένων η προσομοιωμένη ανόπτηση μετά από 3 προσπάθειες εφαρμογής της κατέληξε σε νέο τοπικό ελάχιστο για μία 2 διαδρομές διαγράφοντας έναν κόμβο από την μία και εισάγοντάς τον σε μία δεύτερη. Η νέα διαδρομή αντικαθιστά την 5 εισάγοντας τον κόμβο 25 από την διαδρομή 2. Αυτή η αλλαγή έχει ως αποτέλεσμα το συνδυαστικό κόστος των δύο διαδρομών να μειωθεί κατά 16 μονάδες χρόνου. Αυτή η μείωση είναι της τάξεως του 10%, ένα ποσοστό σημαντικό στον τομέα της εφοδιαστικής.

Η νέα διαδρομή:

1      38      45      43      20      41      25      42      14      26      15      1.

Στο πρόβλημα υπάρχει η δυνατότητα αντί το φορτηγό όχημα να επιστρέψει απλά στην αποθήκη να συνεχίσει να εξυπηρετεί πελάτες μέχρι να μην έχει άλλον διαθέσιμο χρόνο.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργηθούν νέες διαδρομές.

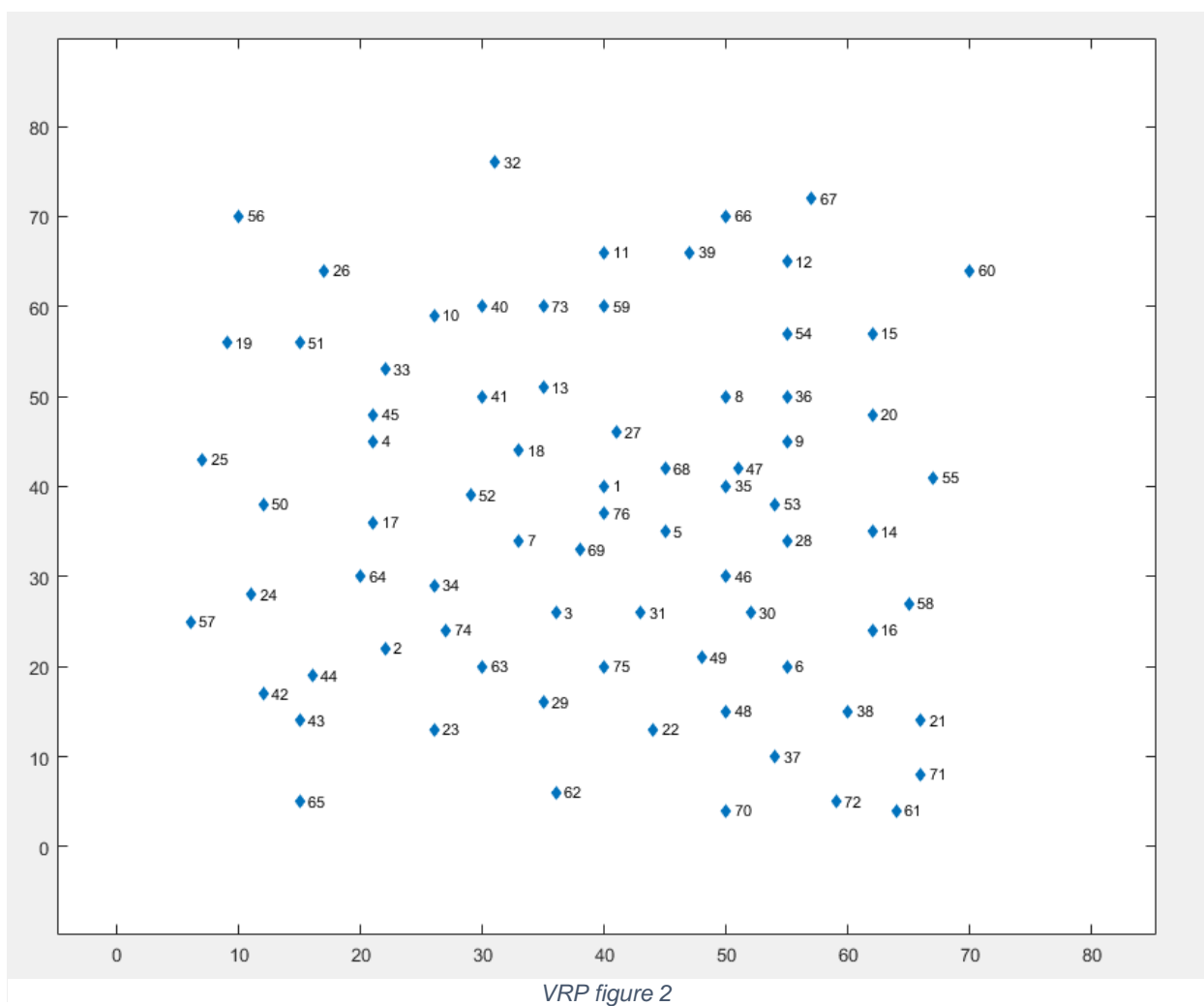
1	48	5	19	1	13	6	39	47	1	
1	24	8	44	25	7	1	17	51	10	1
1	11	50	1	38	45	43	20	1		
1	41	42	14	26	15	1				
1	2	29	32	27	9	49	28	1	18	46
1	16	1	34	40	31	35	22	30	1	
1	12	3	21	36	37	4	23	33	1	

Η προσέγγιση του προβλήματος με αυτόν τον τρόπο είχε ως αποτέλεσμα την χρήση ενός λιγότερου οχήματος με την μεγιστοποίηση του χρόνου αξιοποίησης των υπολοίπων. Σε κάθε νέα διαδρομή το φορτηγό όταν επιστρέφει στην αποθήκη ξεφορτώνει επομένως δεν υπάρχει ζήτημα στον περιορισμό της χωρητικότητας. Σε

κάθε νέα διαδρομή συνεχίζει να συνυπολογίζεται ο νέος επιπρόσθετος χρόνος. Επίσης η διαδρομή που τελικά θα διανύσει ένα όχημα ενδεχομένως να είναι μεγαλύτερη γιατί πλέον μια διαδρομή μπορεί να κοπεί μετά από έναν πελάτη εάν αυτό γεμίσει τον χρόνο που έχει διαθέσιμο το φορτηγό.

### 4.3.2 CMT2

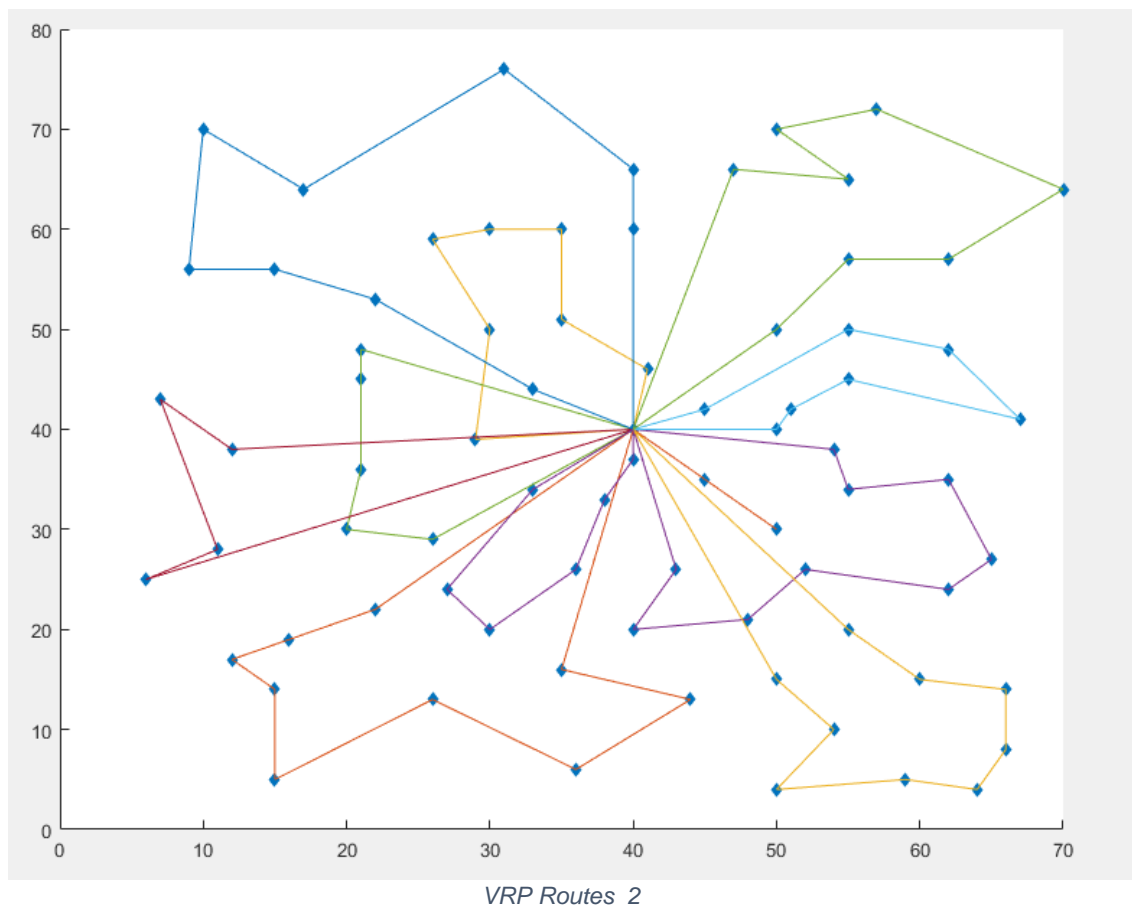
Στην παρούσα φάση δεδομένων υπάρχει μια αποθήκη και 75 πελάτες προς εξυπηρέτηση. Με τον αλγόριθμο των Clarke & Wright οι παραγόμενες διαδρομές είναι 11 και παρουσιάζονται στην συνέχεια.



1	5	46	1							
1	52	41	10	40	73	13	27	1		
1	31	75	49	30	16	58	14	28	53	1
1	45	4	17	64	34	1				
1	68	36	20	55	9	47	35	1		
1	57	24	25	50	1					
1	59	11	32	26	56	19	51	33	18	1
1	2	44	42	43	65	23	62	22	29	1
1	48	37	70	72	61	71	21	38	6	1
1	76	69	3	63	74	7	1			
1	39	12	66	67	60	15	54	8	1	

Table 2

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση που καλύφθηκε
1	114.1421356	51
2	407.8729351	125
3	519.6702639	135
4	294.7810532	85
5	403.9590271	133
6	265.5880028	64
7	558.9763698	176
8	545.8038296	174
9	528.3204218	123
10	339.899431	99
11	490.8360681	199



Ο αλγόριθμος 2opt έκανε αλλαγές σε ακμές χωρίς να μπορεί να βρει μια καλύτερη διαδρομή. Υπήρχαν πολύ μικρές αυξήσεις στους χρόνους επομένως είναι κινήσεις που με βάση τους συγκεκριμένους περιορισμούς δεν έχουν λόγο πραγματοποίησης.

Έπειτα με προσομοιωμένη απόπτηση το πρόγραμμα με πιθανότητα επιλογής μεθόδου σε κάθε επανάληψη και μετά από 100 επαναλήψεις βρήκε μια καλύτερη διαδρομή με την μέθοδο της διαγραφής κόμβου και επανατοποθέτησης του σε άλλη διαδρομή. Η καινούρια διαδρομή είναι η:

1      35      59      11      32      26      56      19      51      33      18

1

Στην οποία έγινε εισαγωγή του κόμβου 35 από την διαδρομή 4 στην διαδρομή 7. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα η συνολική ζήτηση να παραμείνει ίδια, όμως ο συνολικός χρόνος έπεσε από τις 181 μονάδες χρόνου στις 162,4. Αυτό σημαίνει πως η προσομοιωμένη ανόπτηση με επιτυχία πραγματοποίησε μια εφικτή αλλαγή μειώνοντας το συνολικό κόστος.

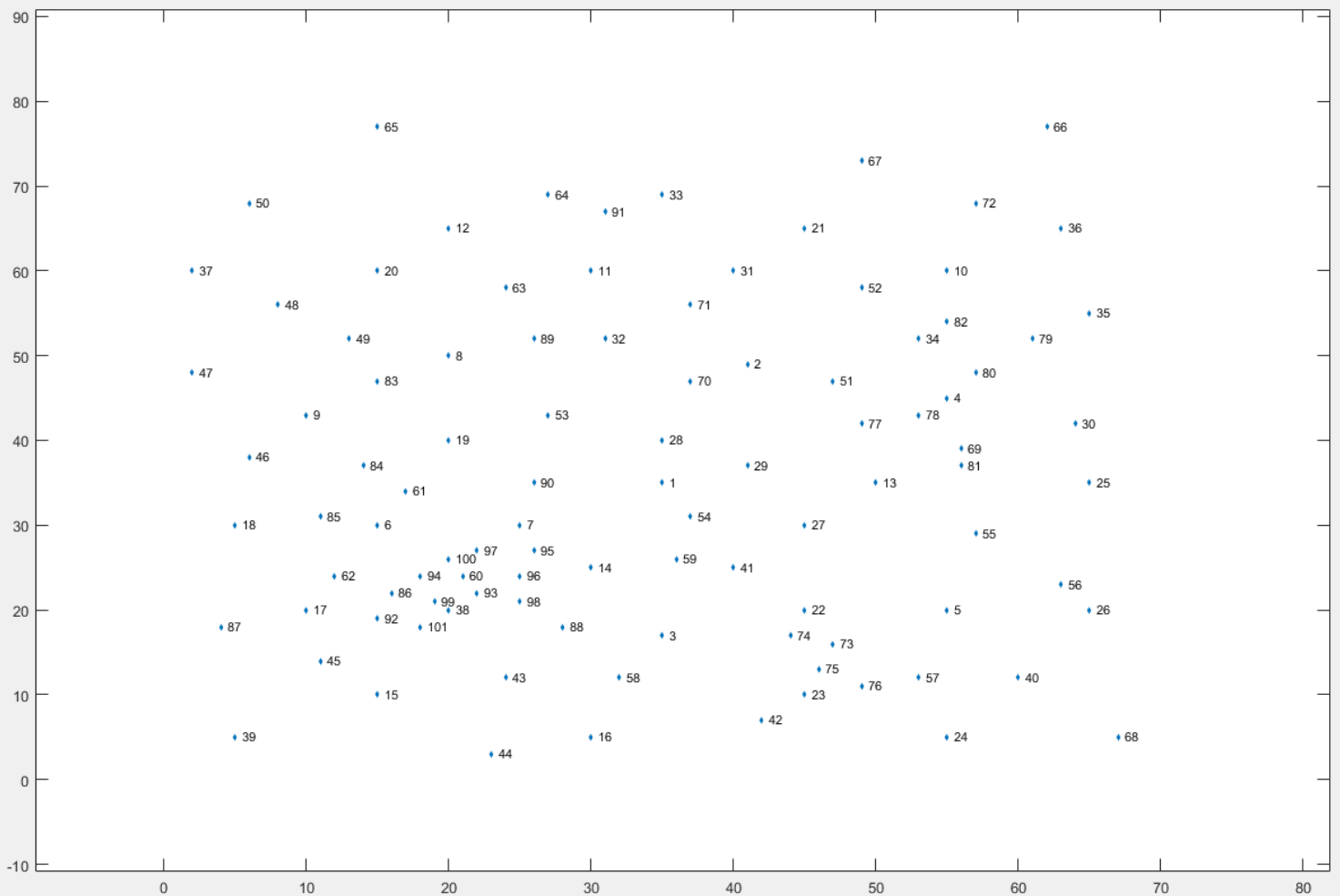
Η λύση σύμφωνα με την βελτίωση από την επιστροφή στην αποθήκη πολλαπλές φορές είναι

1	5	46	1	52	41	10	40	73	13	27	1
1	31	75									
1	49	30	16	58	14	28	53				
1	45	4	17	64	34	1	68	36	20	55	1
1	9	47	35	1	57	24	1				
1	25	50	1	59	11	32	26	1			
1	56	19	51	33	18	1					
1	2	44	42	43	65	23	62	22	29	1	
1	48	37	70	72	61	71	21	38	6	1	
1	76	69	3	63	74	7	1	39	12	66	
1	67	60	15	54	8	1					

Τα φορτηγά παραμένουν 11. Σε αυτές τις περιπτώσεις η μέθοδος δεν προτιμάται έναντι της αρχικής λύσης.

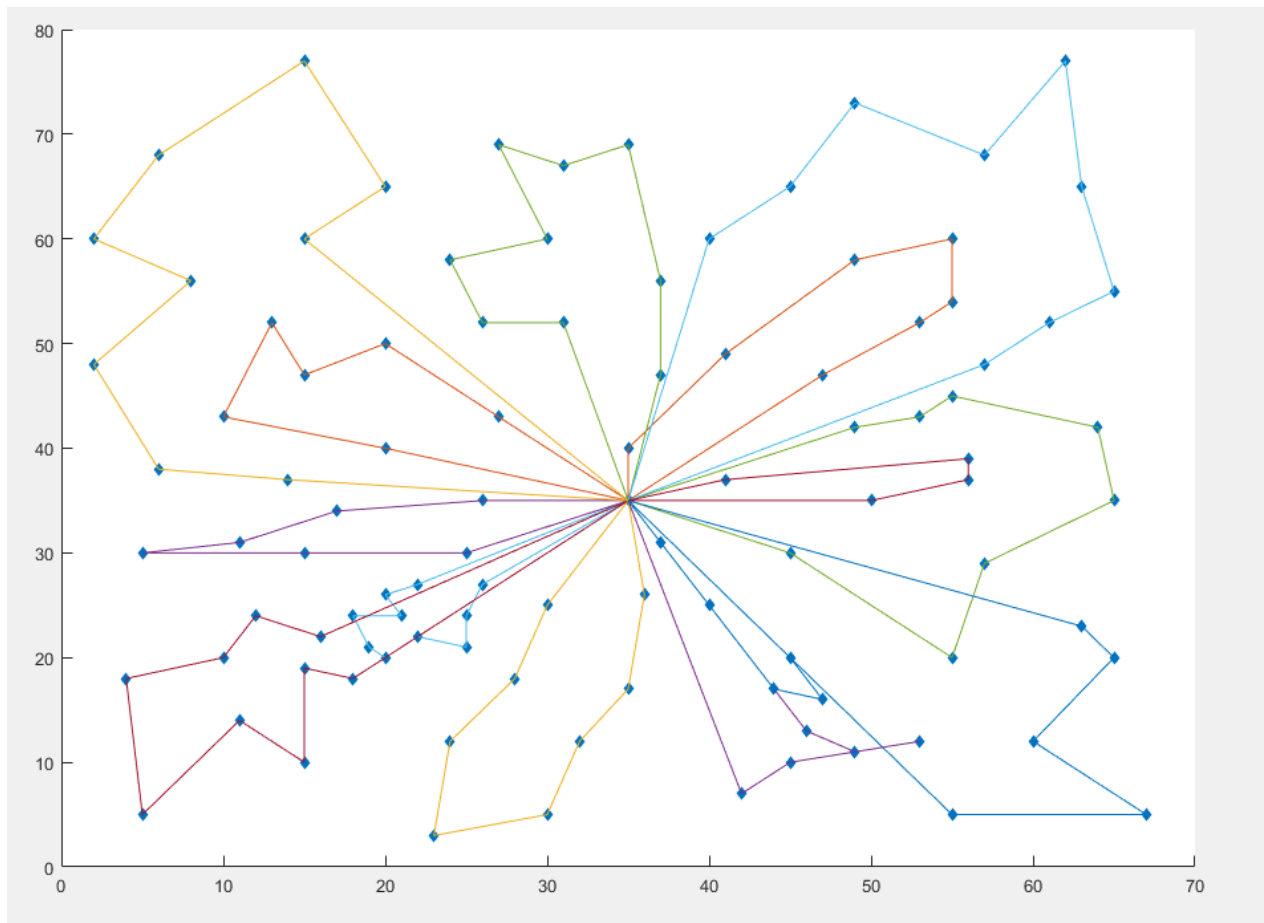
### 4.3.3 CMT3

Σε αυτήν την περίπτωση υπάρχουν 100 πελάτες και τα υπόλοιπα δεδομένα και περιορισμοί παραμένουν σταθερά. Αξίζει να σημειωθεί πως κάθε φορά που αυξάνονται οι κόμβοι, αυξάνεται και το υπολογιστικό κόστος.



VRP figure 3

Δημιουργήθηκαν 13 νέες διαδρομές όπως φαίνονται στην συνέχεια μέσω του προγράμματος MATLAB.



VRP Routes 3

## Ο Πίνακας των διαδρομών:

1	28	2	52	10	82	34	51	1			
1	59	3	58	16	44	43	88	14	1		
1	7	6	18	85	61	90	1				
1	27	5	55	25	30	4	78	77	1		
1	95	96	98	93	38	99	94	60	100	97	1
1	101	92	15	45	39	87	17	62	86	1	
1	56	26	40	68	24	1					
1	19	9	49	83	8	53	1				
1	84	46	47	48	37	50	65	12	20	1	
1	42	23	57	76	75	1					
1	32	89	63	11	64	91	33	71	70	1	
1	80	79	35	36	66	72	67	21	31	1	
1	29	69	81	13	1						
1	22	73	74	41	54	1					

Table 3

## Τα βασικά χαρακτηριστικά των διαδρομών:

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση καλύφθηκε	που
1	400.8214805	102	
2	462.0485395	101	
3	353.0266915	56	
4	468.0514535	106	
5	536.2432042	149	
6	530.9846483	180	
7	315.4021198	93	
8	356.8541394	87	
9	548.8819748	128	
10	299.0792482	55	
11	525.6974112	118	
12	544.1953035	138	
13	229.7818566	77	
14	291.3146458	68	

Ο Αλγόριθμος 2ort δεν επέφερε κάποια βελτίωση.



Αντιθέτως μέσω της προσομοιωμένης ανόπτησης και με εισαγωγή κόμβου 1-0, επήλθε μείωση του συνολικού κόστους όσον αφορά τον χρόνο με διαφορά 16 μονάδες. Η νέα διαδρομή αντικαθιστά την διαδρομή 3 και στην θέση της έχουμε

1      95      7      6      18      85      61      90      1

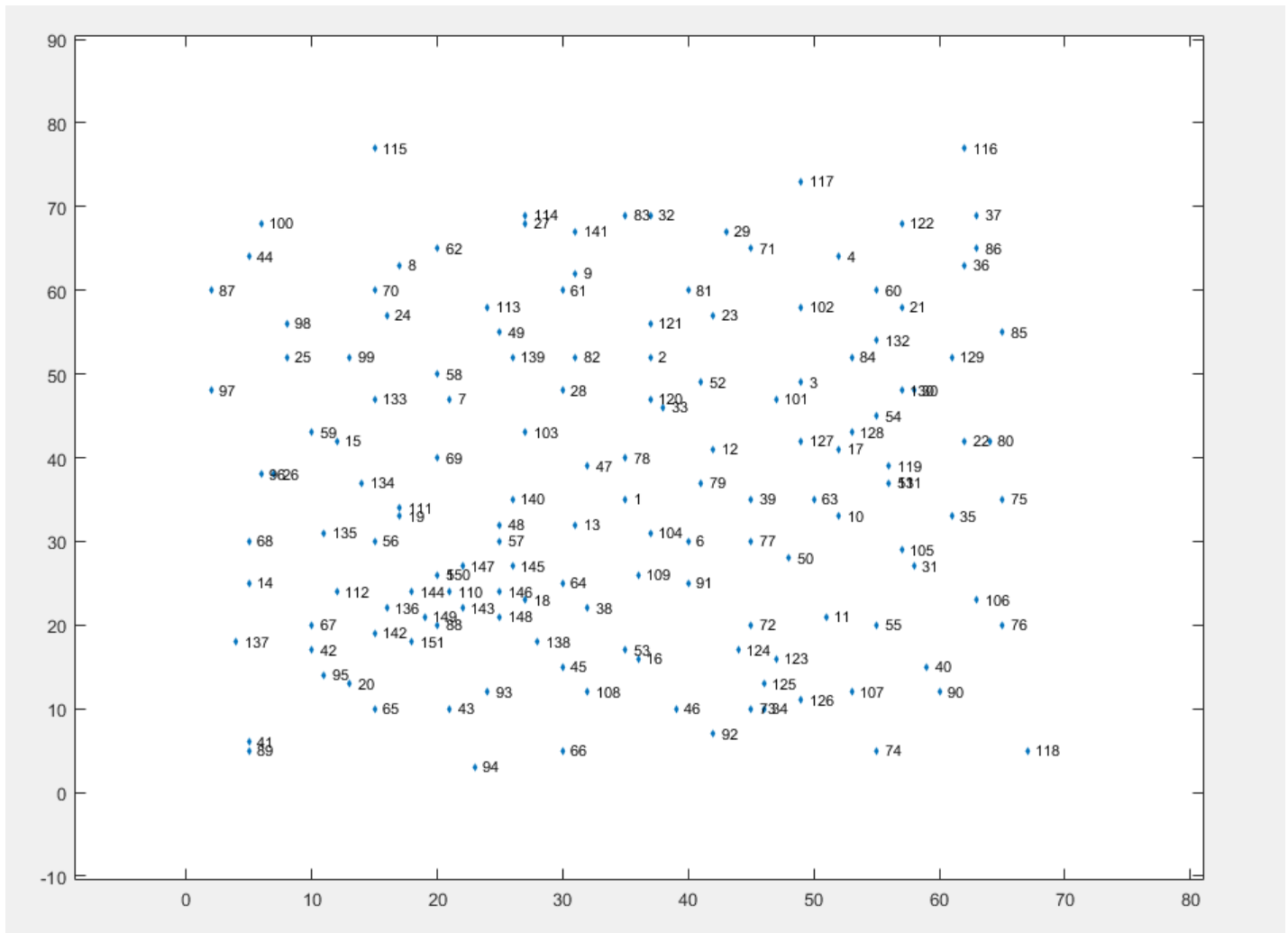
Με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη οι νέες διαδρομές είναι.

1	28	2	52	10	82	34	51	1	59	3	1
1	58	16	44	43	88	14	1				
1	7	6	18	85	61	90	1	27	5	55	1
1	25	30	4	78	77	1					
1	95	96	98	93	38	99	94	60	100	97	1
1	101	92	15	45	39	87	17	62	86	1	
1	56	26	40	68	24	1	19	9	49	1	
1	83	8	53	1	84	46	47	1			
1	48	37	50	65	12	20	1				
1	42	23	57	76	75	1	32	89	63	11	1
1	64	91	33	71	70	1					
1	80	79	35	36	66	72	67	21	31	1	
1	29	69	81	13	1	22	73	74	41	54	1

Σε αυτήν την περίπτωση που ο στόχος είναι η μείωση των επανδρωμένων οχημάτων καταλήγει η λύση σε 13 οχήματα έναντι των 14 που ήταν προηγουμένως.

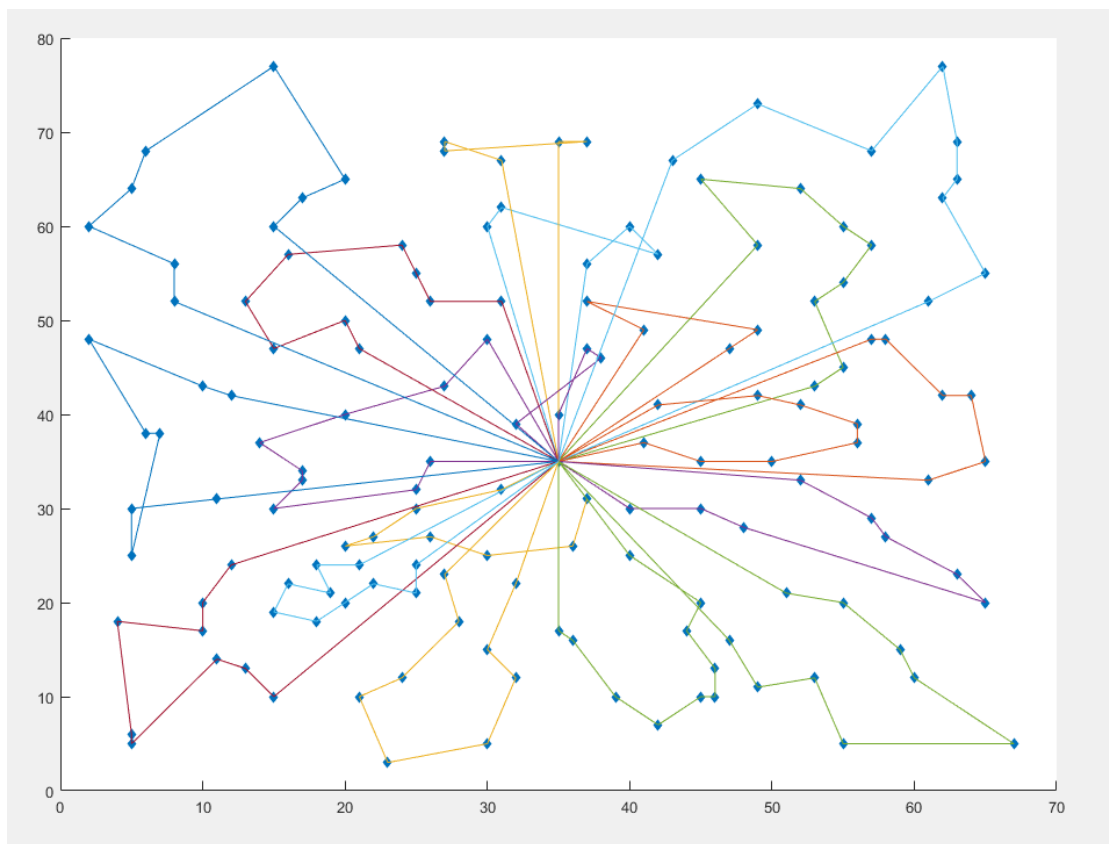
### 4.3.4 CMT4

Σε αυτό το σετ δεδομένων υπάρχουν 150 πελάτες



VRP figure 4

Με τον αλγόριθμο των εξοικονομήσεων οι 19 διαδρομές είναι οι ακόλουθες.



Με την χρήση του αλγορίθμου 2opt δεν δημιουργήθηκαν καλύτερες διαδρομές.

1	52	2	3	101	1						
1	13	57	147	5	150	145	64	109	104	1	
1	140	48	56	19	111	134	69	103	28	1	
1	128	54	84	132	21	60	4	71	102	1	
1	61	9	23	81	121	1					
1	82	139	49	113	24	99	133	58	7	1	
1	135	68	14	26	96	97	59	15	1		
1	35	75	80	22	30	130	1				
1	141	114	27	32	83	1					
1	47	33	120	78	1						
1	91	72	124	125	34	73	92	46	16	53	1
1	129	85	36	86	37	116	122	117	29	1	
1	112	67	42	137	41	89	95	20	65	1	
1	25	98	87	44	100	115	62	8	70	1	
1	12	127	17	119	51	131	63	39	79	1	
1	38	45	108	66	94	43	93	138	18	1	
1	6	77	50	76	106	31	105	10	1		
1	11	55	40	90	118	74	107	126	123	1	
1	110	144	149	136	142	151	88	143	148	146	1

Table 4

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση καλύφθηκε που
1	235.4292902	60
2	489.5399445	143
3	501.3634376	157
4	510.0685684	143
5	298.4197628	73
6	507.0604085	160
7	472.0071378	107
8	347.8311159	75
9	299.7710426	54
10	222.9138679	39
11	546.4935202	110
12	537.1216713	122
13	518.7498637	164
14	535.1793451	140
15	491.7217172	149
16	511.9833282	94
17	453.112781	112
18	523.6366744	172
19	545.2727364	161

Μετά την λειτουργία της προσομοιωμένης ανόπτησης έγινε ανταλλαγή κόμβου από την διαδρομή 19 στην 9 με αποτέλεσμα την μείωση του συνολικού χρόνου. Η νέα διαδρομή 9 είναι η:

1      141    136    27      32      83      1

Και η διαδρομή 19:

1      110    144    149    114    142    151    88    143    148    146    1

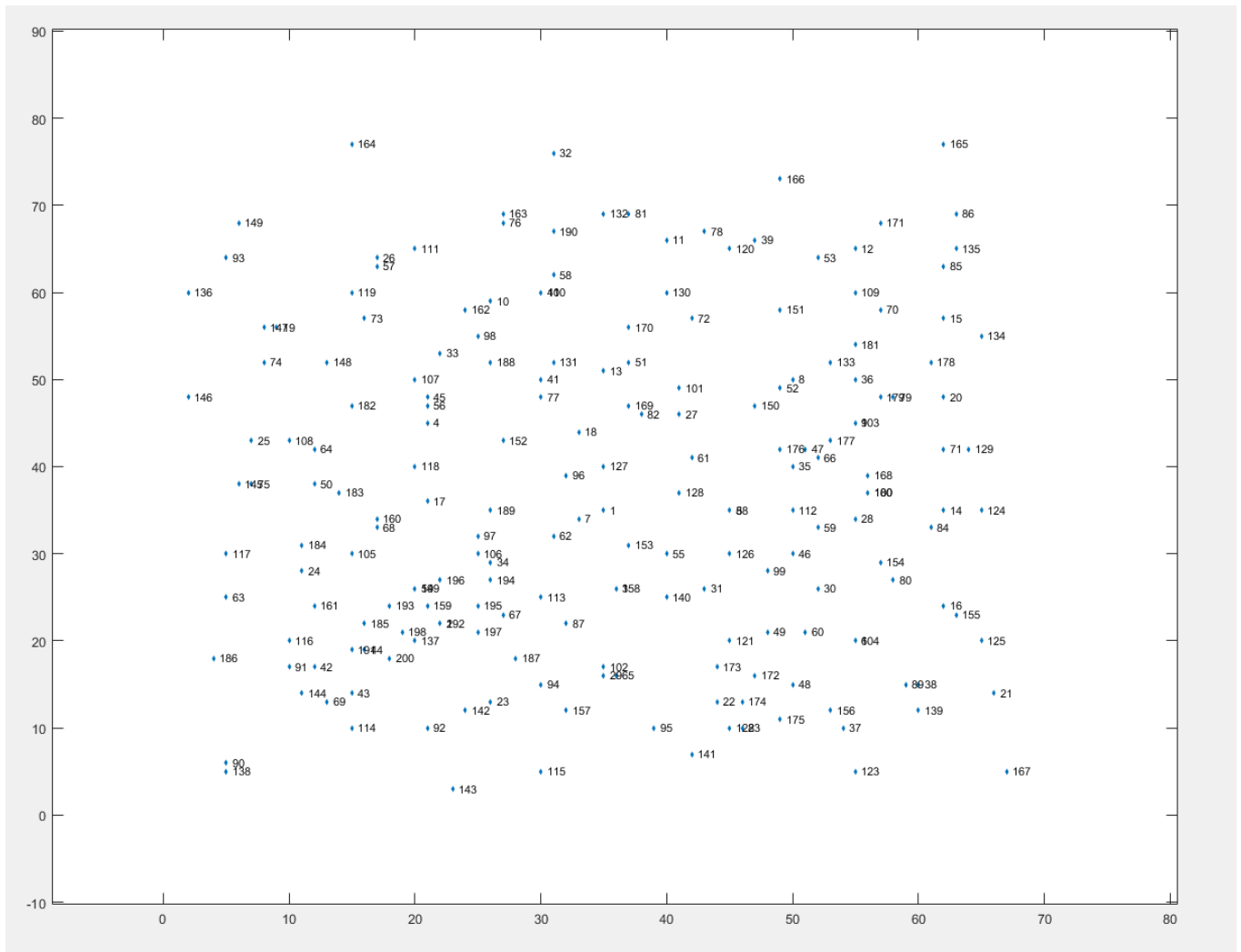
Με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη οι νέες διαδρομές είναι:

1	52	2	3	101	1	13	57	147	5	150	1
1	145	64	109	104	1						
1	140	48	56	19	111	134	69	103	28	1	
1	128	54	84	132	21	60	4	71	102	1	
1	61	9	23	81	121	1	82	139	49	113	1
1	24	99	133	58	7	1					
1	135	68	14	26	96	97	59	15	1		
1	35	75	80	22	30	130	1	141	114	27	1
1	32	83	1	47	33	120	78	1			
1	91	72	124	125	34	73	92	46	16	53	1
1	129	85	36	86	37	116	122	117	29	1	
1	112	67	42	137	41	89	95	20	65	1	
1	25	98	87	44	100	115	62	8	70	1	
1	12	127	17	119	51	131	63	39	79	1	
1	38	45	108	66	94	43	93	138	18	1	
1	6	77	50	76	106	31	105	10	1		
1	11	55	40	90	118	74	107	126	123	1	
1	110	144	149	136	142	151	88	143	148	146	1

Η νέα λύση με επιτυχία μειώνει τα απαιτούμενα οχήματα κατά 1 λιγότερο. Το σχετικό κόστος διαδρομών αυξάνεται φυσικά.

### 4.3.5 CMT5

Στην συγκεκριμένη περίπτωση 199 πελάτες δύναται να εξυπηρετηθούν.



VRP figure 5

Παρήχθησαν οι διαδρομές:

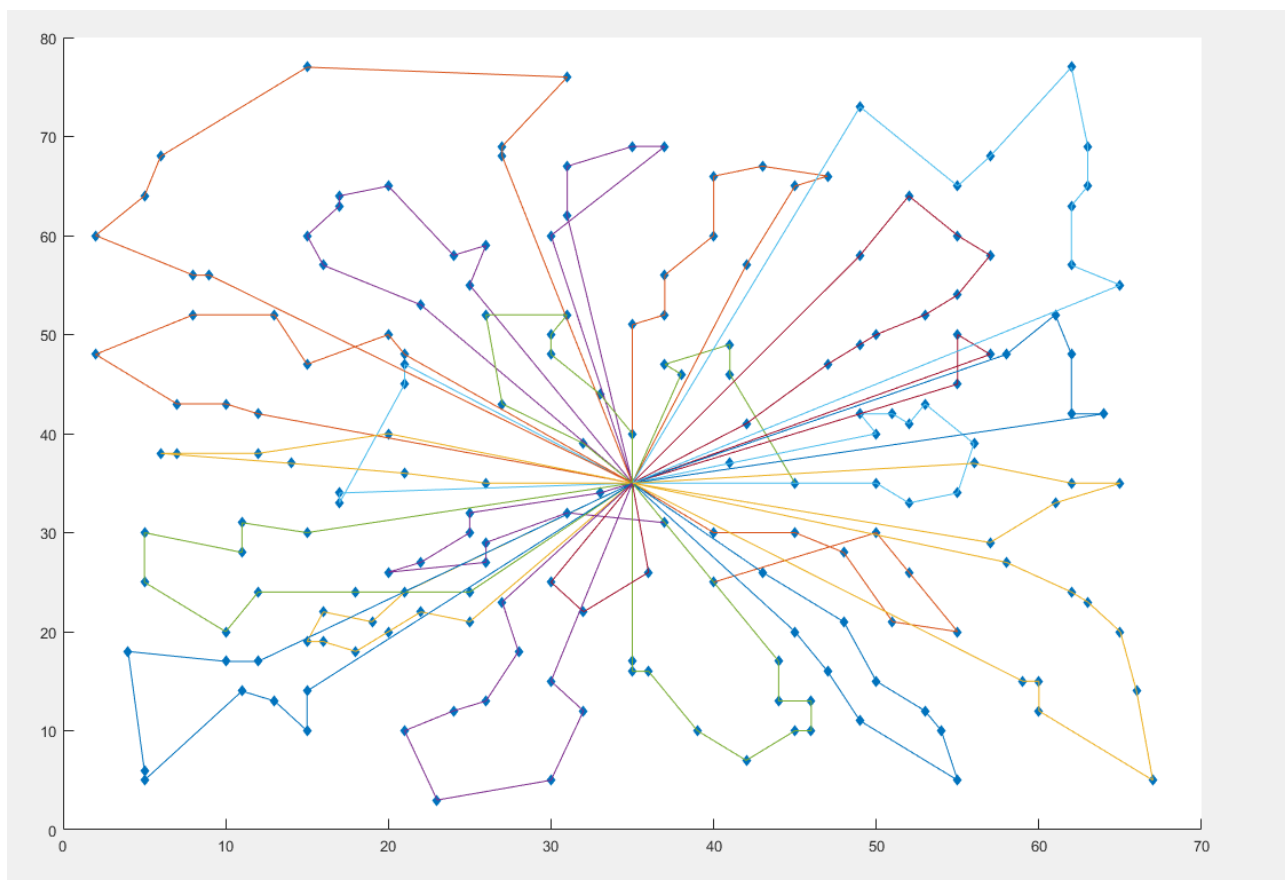
1	55	126	99	60	6	104	30	46	140	1	
1	80	16	155	125	21	167	139	38	89	1	
1	98	10	162	111	26	57	119	73	33	1	
1	88	5	27	101	169	82	1				
1	112	59	28	168	177	66	47	176	35	128	1
1	103	9	36	179	1						
1	31	49	48	156	37	123	175	172	121	1	
1	13	51	170	130	11	78	39	120	72	1	
1	197	192	2	137	200	44	191	185	198	159	1
1	7	97	106	196	54	199	194	34	62	153	1
1	195	193	161	116	63	117	24	184	105	1	
1	56	4	68	160	1						
1	61	150	52	8	133	181	70	109	53	151	1
1	79	178	20	71	129	1					
1	45	107	182	148	74	146	25	108	64	1	
1	118	50	75	145	183	17	189	1			
1	110	40	81	132	190	58	1				
1	173	22	174	83	122	141	95	65	29	102	1

Table 5



Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση που καλύφθηκε
1	499.7761776	144
2	513.4089988	141
3	504.9233203	171
4	330.5910494	91
5	548.4629068	187
6	230.1891069	62
7	505.357528	162
8	501.301523	130
9	539.189957	155
10	538.9574648	173
11	507.8569335	138
12	234.0881996	70
13	546.7151802	184
14	293.5427953	41
15	507.0753962	142
16	400.2899446	106
17	348.3689878	92
18	547.3180971	147
19	533.8605712	173
20	218.3177907	76
21	520.9887939	158
22	538.5771575	137
23	342.257054	75
24	512.3872126	97
25	439.1667133	134

Οι παραγόμενες διαδρομές όπως φαίνονται στο σχήμα.



VRP Routes 5

Ο αλγόριθμος 2opt δεν επέφερε βελτίωση στις διαδρομές. Παρήγαγε διαδρομές που ήταν μεν πολύ κοντά στην βέλτιστη λύση χωρίς να είναι καλύτερες από άποψη χρόνου. Σε τέτοιες περιπτώσεις σε καθημερινά προβλήματα μπορούν τέτοιου είδους λύσεις να γίνουν αποδεκτές από την διοίκηση εάν εξυπηρετούν κάποιον άλλον σκοπό. Στην προκειμένη περίπτωση με τους παρόντες περιορισμούς δεν υπάρχει λόγος να επιλεγούν αυτές οι λύσεις.

Με προσομοιωμένη ανόπτηση προέκυψαν δύο νέες διαδρομές με ανταλλαγή κόμβων μειώνοντας το συνολικό κόστος των δύο διαδρομών.

1      118    178    20      71      129    1      1      1

1      79      50      75      145    183    17      189    1

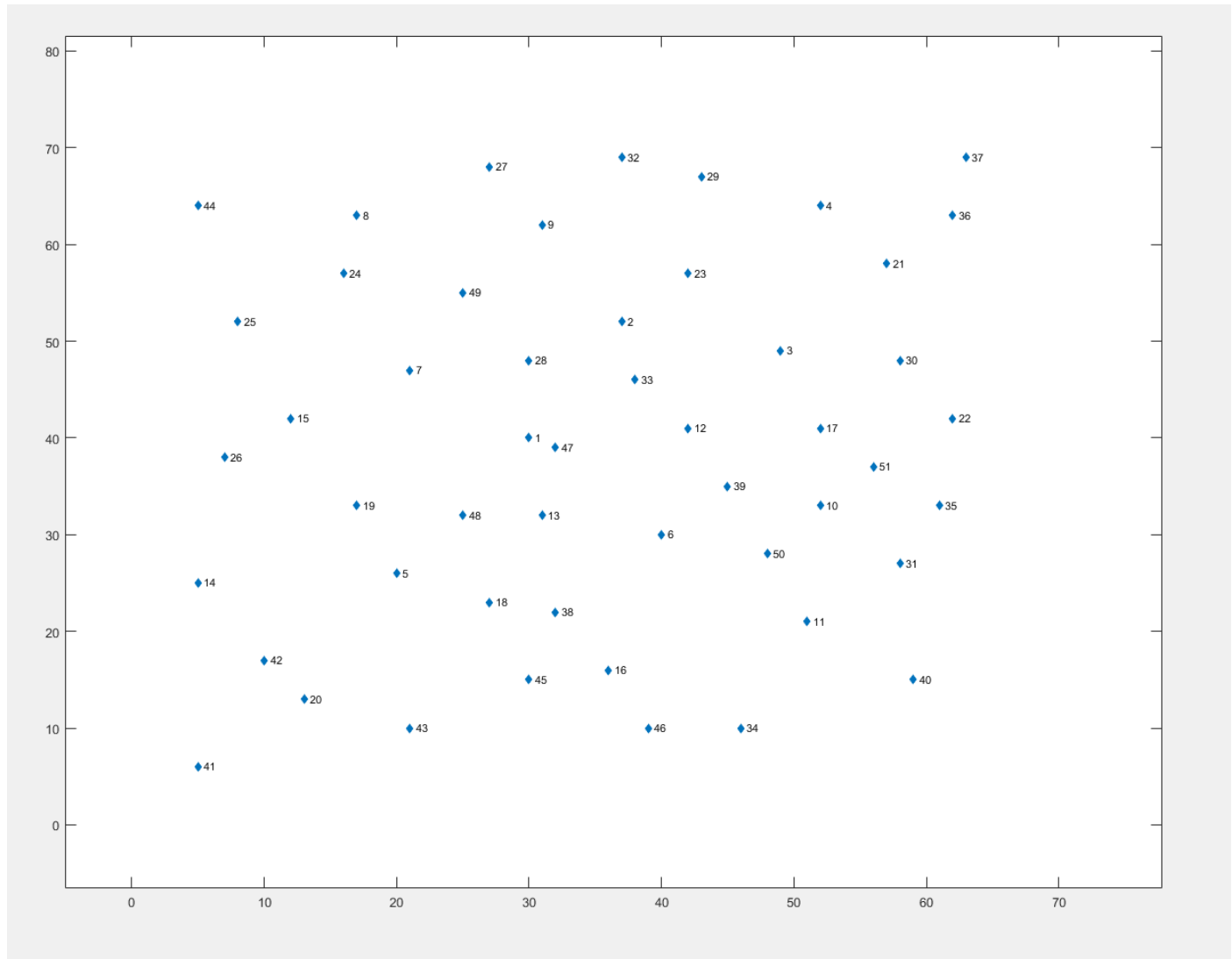
Με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη:

1	55	126	99	60	6	104	30	46	140	1	
1	80	16	155	125	21	167	139	38	89	1	
1	98	10	162	111	26	57	119	73	33	1	
1	88	5	27	101	169	82	1	112	59	28	1
1	1	168	177	66	47	176	35	128	1		
1	103	9	36	179	1	31	49	48	156	37	1
1	123	175	172	121	1						
1	13	51	170	130	11	78	39	120	72	1	
1	197	192	2	137	200	44	191	185	198	159	1
1	7	97	106	196	54	199	194	34	62	153	1
1	195	193	161	116	63	117	24	184	105	1	
1	56	4	68	160	1	61	150	52	8	133	1
1	181	70	109	53	151	1					
1	79	178	20	71	129	1	45	107	182	148	1
1	74	146	25	108	64	1					
1	118	50	75	145	183	17	189	1	110	40	1
1	81	132	190	58	1	173	22	174	1		
1	83	122	141	95	65	29	102	1			
1	134	15	85	135	86	165	171	12	166	1	
1	158	3	87	113	1	42	91	186	90	138	1
1	144	69	114	43	1						
1	19	147	136	93	149	164	32	163	76	1	
1	154	84	124	14	100	180	1	94	157	115	1
1	143	92	142	23	187	67	1				
1	127	18	77	41	131	188	152	96	1		

Τα οχήματα δεν μειώθηκαν επομένως η αρχική λύση προτιμάται.

### 4.3.6 CMT6

Σε αυτήν την περίπτωση υπάρχουν 50 πελάτες προς εξυπηρέτηση



VRP figure 6

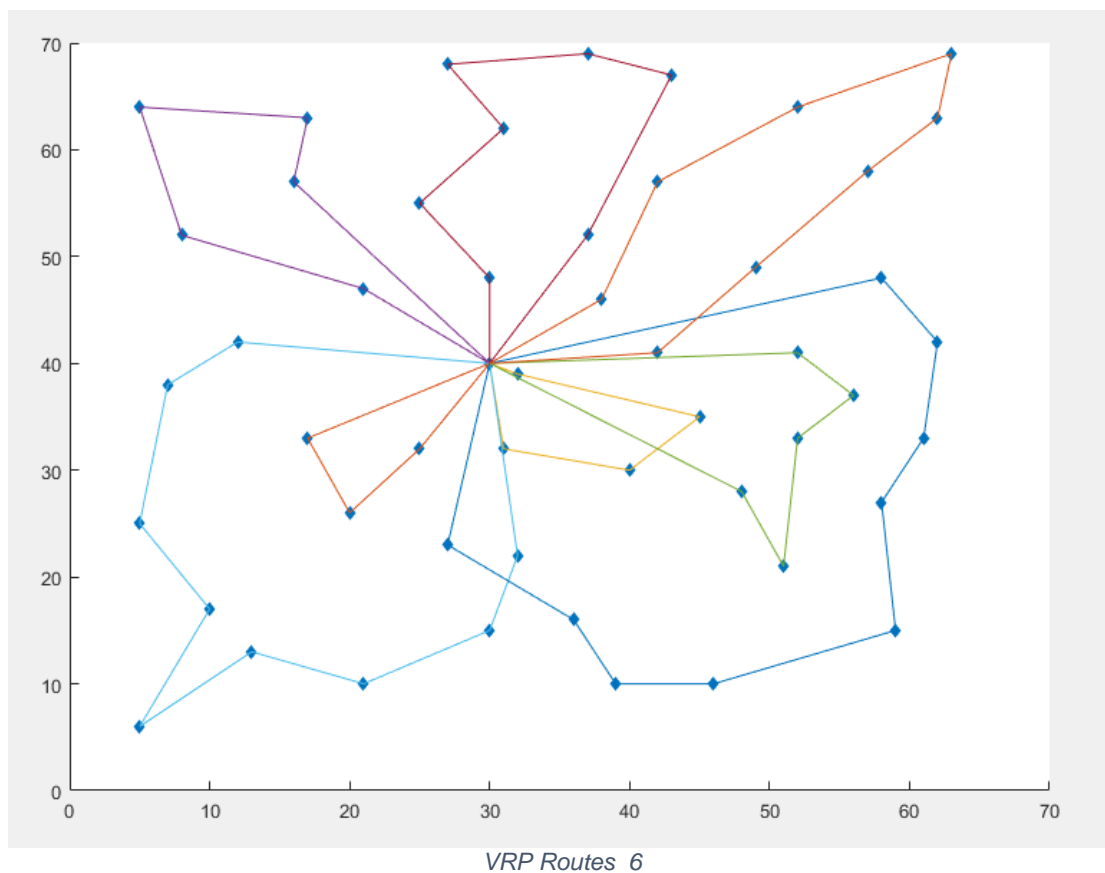
Οι 8 διαδρομές είναι οι εξής

1	48	5	19	1						
1	13	6	39	47	1					
1	24	8	44	25	7	1				
1	17	51	10	11	50	1				
1	38	45	43	20	41	42	14	26	15	1
1	2	29	32	27	9	49	28	1		
1	18	16	46	34	40	31	35	22	30	1
1	12	3	21	36	37	4	23	33	1	

Table 6

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση που καλύφθηκε
1	174.8600039	75
2	237.9543405	70
3	316.4447778	71
4	302.9937917	59
5	545.9337576	153
6	421.4553416	94
7	541.3173092	119
8	483.8614668	136

Μπορούμε να τις δούμε εικονικά



Ο αλγόριθμος 2 ορτ δεν παρήγαγε καλύτερη διαδρομή. Η συγκεκριμένη περίπτωση έχει λίγους πελάτες και έχει ενδιαφέρον όσον αφορά το συγκεκριμένο αποτέλεσμα. Είναι εύκολο να παρατηρήσουμε από το σχήμα πως καμία διαδρομή δεν είναι μπερδεμένη για να την “λύσει” ο αλγόριθμος το οποίο καθιστά λογικό το γεγονός πως δεν βρέθηκε καλύτερη λύση.

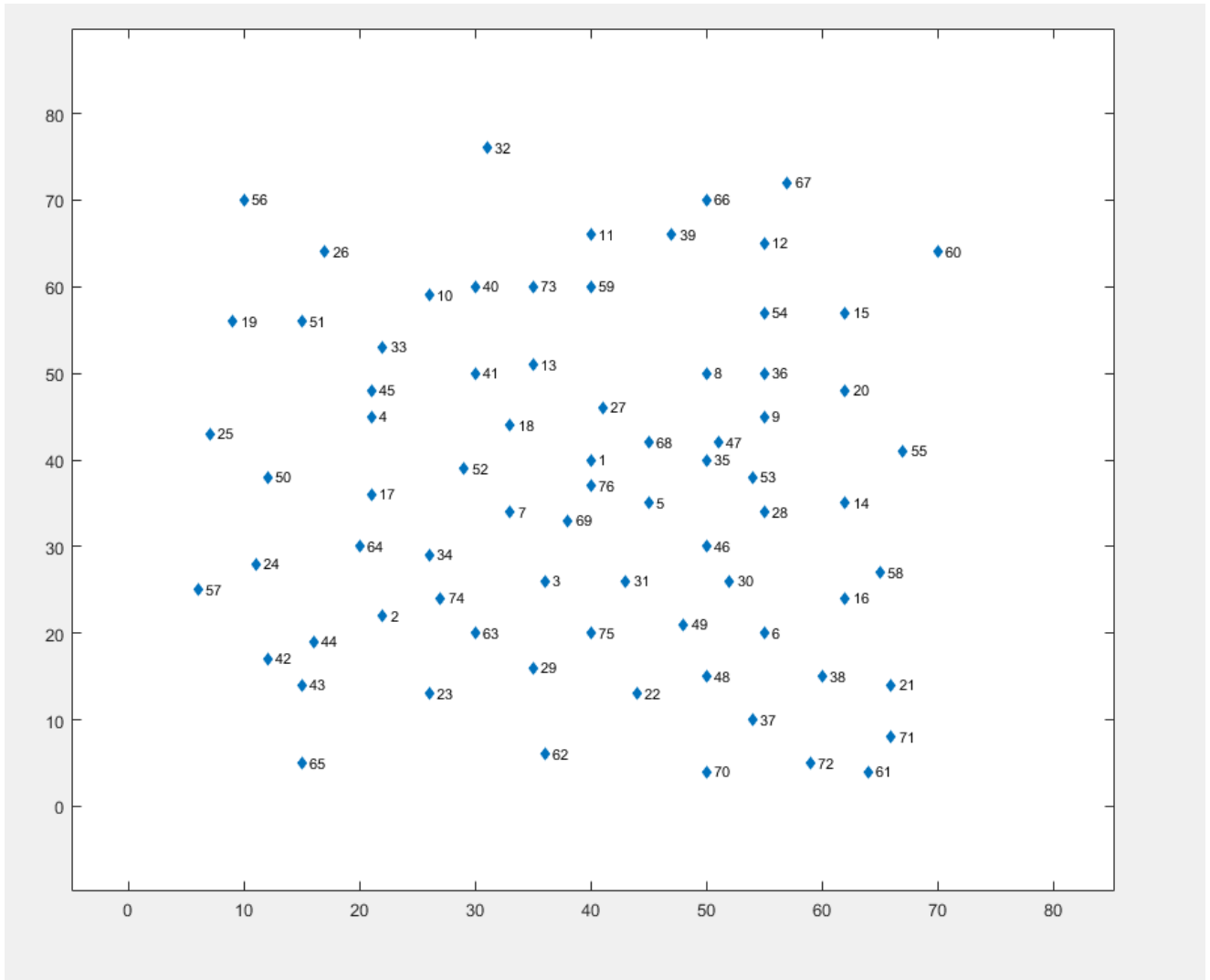
Μετά την προσομοιωμένη ανόπτηση προκύπτει η διαδρομή:

1      36      17      51      10      11      50      1

Από τις διαδρομές 4 και 8. Το νέο συνολικό κόστος χρόνου μειώθηκε.

### 4.3.7 CMT7

Οι πελάτες προς εξυπηρέτηση είναι 75. Η κατανομή τους είναι όπως φαίνεται.



VRP figure 7

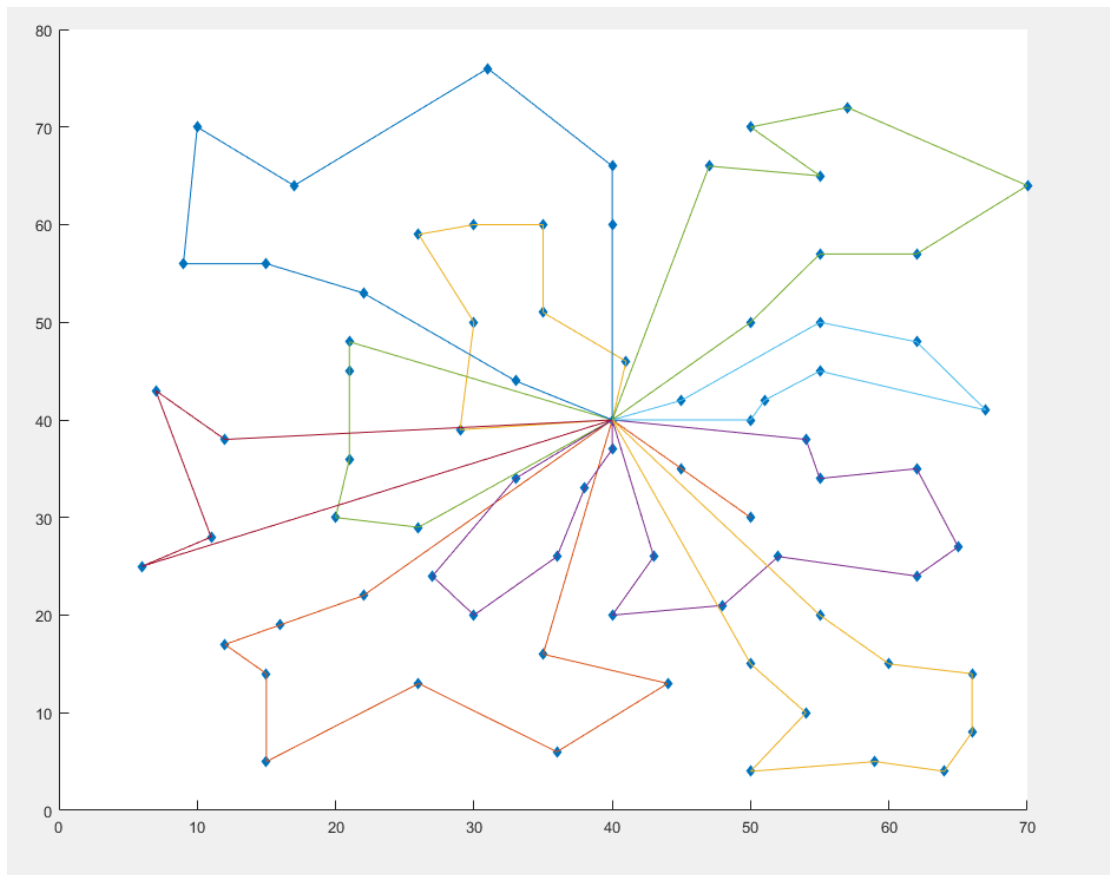
Οι παραγόμενες αρχικές διαδρομές είναι 11.

1	5	46	1							
1	52	41	10	40	73	13	27	1		
1	31	75	49	30	16	58	14	28	53	1
1	45	4	17	64	34	1				
1	68	36	20	55	9	47	35	1		
1	57	24	25	50	1					
1	59	11	32	26	56	19	51	33	18	1
1	2	44	42	43	65	23	62	22	29	1
1	48	37	70	72	61	71	21	38	6	1
1	76	69	3	63	74	7	1			
1	39	12	66	67	60	15	54	8	1	

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση καλύφθηκε που
1	114.1421356	51
2	407.8729351	125
3	519.6702639	135
4	294.7810532	85
5	403.9590271	133
6	265.5880028	64
7	558.9763698	176
8	545.8038296	174
9	528.3204218	123
10	339.899431	99
11	490.8360681	199

Table 7





*VRP Routes 7*

Με προσομοιωμένη ανόπτηση το κόστος έπεσε 30 μονάδες και η νέα διαδρομή 7 μέσω της 10 γίνεται

1      76      69      3      63      74      19      1

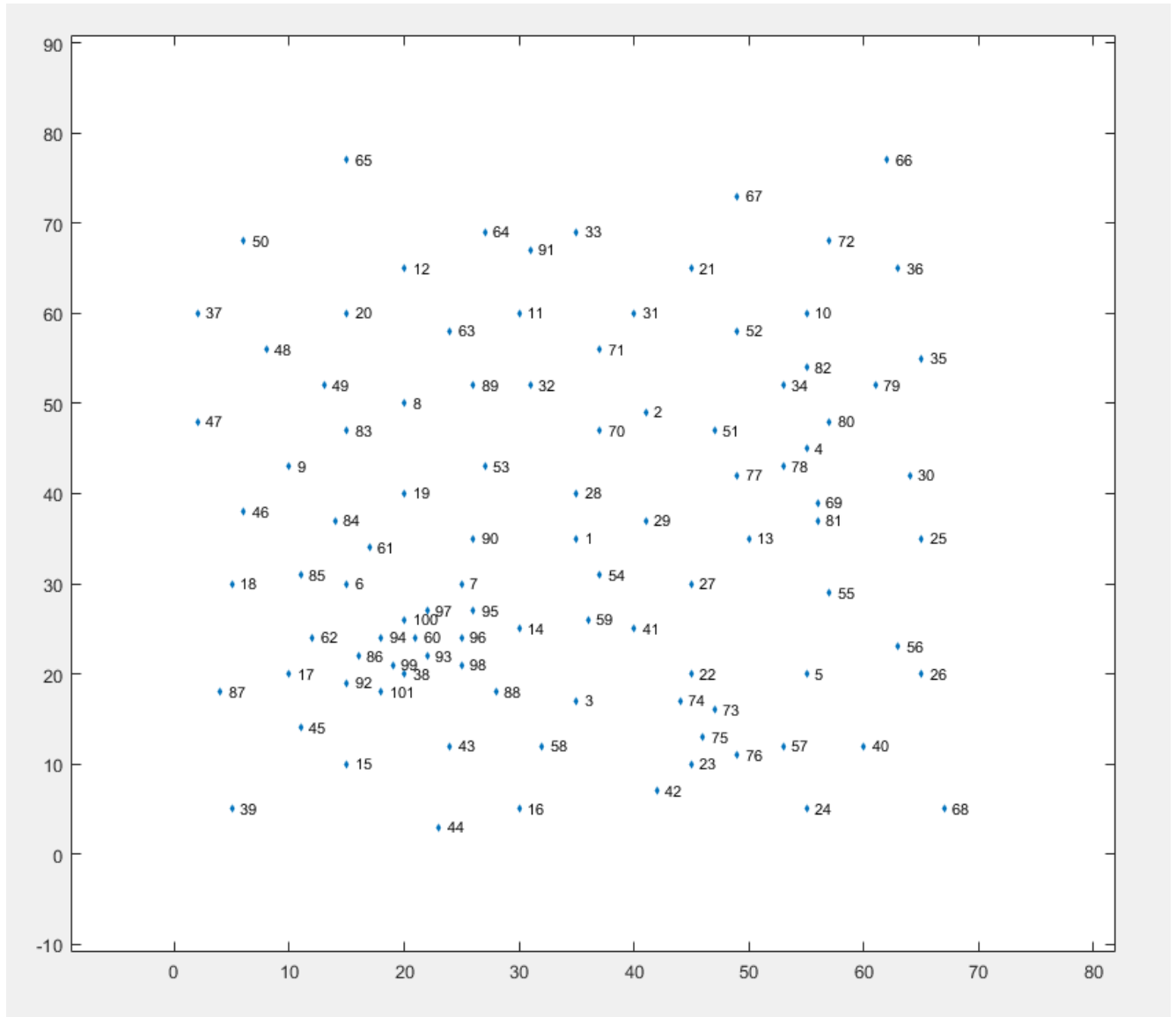
Με πολλαπλές επιστροφές οι διαδρομές είναι :

1	5	46	1	52	41	10	40	73	13	27	1
1	31	75									
1	1	49	30	16	58	14	28	53	1		
1	45	4	17	64	34	1	68	36	20	55	1
1	9	47	35	1	57	24	1				
1	50	1	59	11	32	26	1				
1	56	19	51	33	18	1					
1	2	44	42	43	65	23	62	22	29	1	
1	48	37	70	72	61	71	21	38	6	1	
1	76	69	3	63	74	7	1	39	12	66	
1	67	60	15	54	8	1					

Ο αλγόριθμος δεν κατάφερε να μειώσει τα χρησιμοποιούμενα οχήματα.

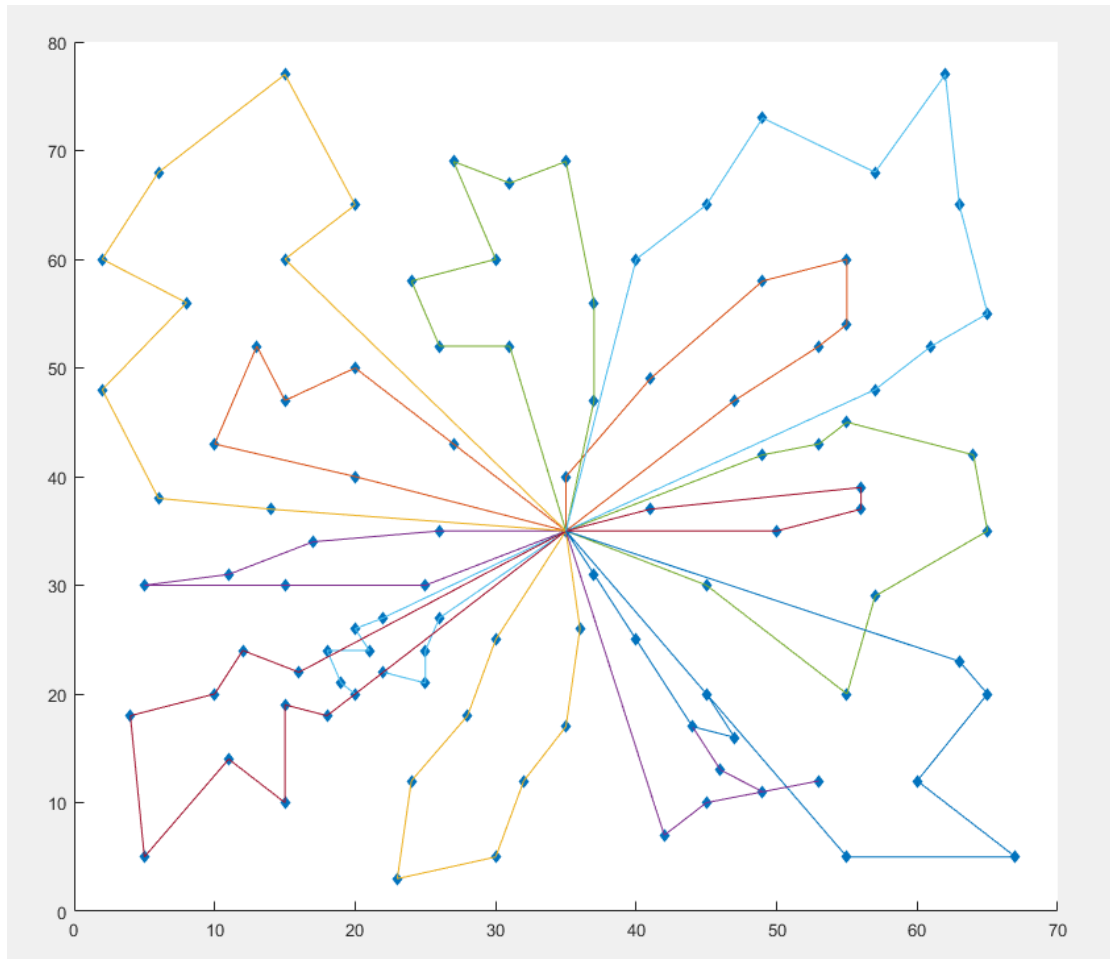
### 4.3.8 CMT8

Οι πελάτες είναι 100 σε αυτήν την περίπτωση.



VRP figure 8

Σχηματικά οι διαδρομές :



VRP Routes 8

Ο Πίνακας των διαδρομών:

1	28	2	52	10	82	34	51	1			
1	59	3	58	16	44	43	88	14	1		
1	7	6	18	85	61	90	1				
1	27	5	55	25	30	4	78	77	1		
1	95	96	98	93	38	99	94	60	100	97	1
1	101	92	15	45	39	87	17	62	86	1	
1	56	26	40	68	24	1					
1	19	9	49	83	8	53	1				
1	84	46	47	48	37	50	65	12	20	1	
1	42	23	57	76	75	1					
1	32	89	63	11	64	91	33	71	70	1	
1	80	79	35	36	66	72	67	21	31	1	
1	29	69	81	13	1						
1	22	73	74	41	54	1					

Table 8

Τα βασικά χαρακτηριστικά των διαδρομών:

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση καλύφθηκε που
1	400.8214805	102
2	462.0485395	101
3	353.0266915	56
4	468.0514535	106
5	536.2432042	149
6	530.9846483	180
7	315.4021198	93
8	356.8541394	87
9	548.8819748	128
10	299.0792482	55
11	525.6974112	118
12	544.1953035	138
13	229.7818566	77
14	291.3146458	68

Ο Αλγόριθμος 2ort δεν επέφερε κάποια βελτίωση.

Το παρών σετ έχει ίδιες συντεταγμένες στους πελάτες όπως και το παράδειγμα CMT3, επομένως τα αποτελέσματα μέχρι στιγμής είναι τα ίδια εφόσον δεν άλλαξε κάποια άλλη μεταβλητή. Αυτό που έχει διαφορά είναι η παραγόμενη λύση από την προσομοιωμένη ανόπτηση καθώς είναι τυχαιοποιημένη.

1      101    39      15      45      39      87      17      62      86      1

Αυτήν την φορά υπήρξε μείωση 20 μονάδων. Αυτό αποδεικνύει πως οι παραπάνω επαναλήψεις που έγιναν εντός της προσομοιωμένης ανόπτησης επέφεραν μία καλύτερη λύση από ότι προηγουμένως. Πιθανώς το ίδιο θα γινόταν εάν υπήρχε μια αντίστοιχη αύξηση των επαναλήψεων με αφετηρία την παρούσα λύση.

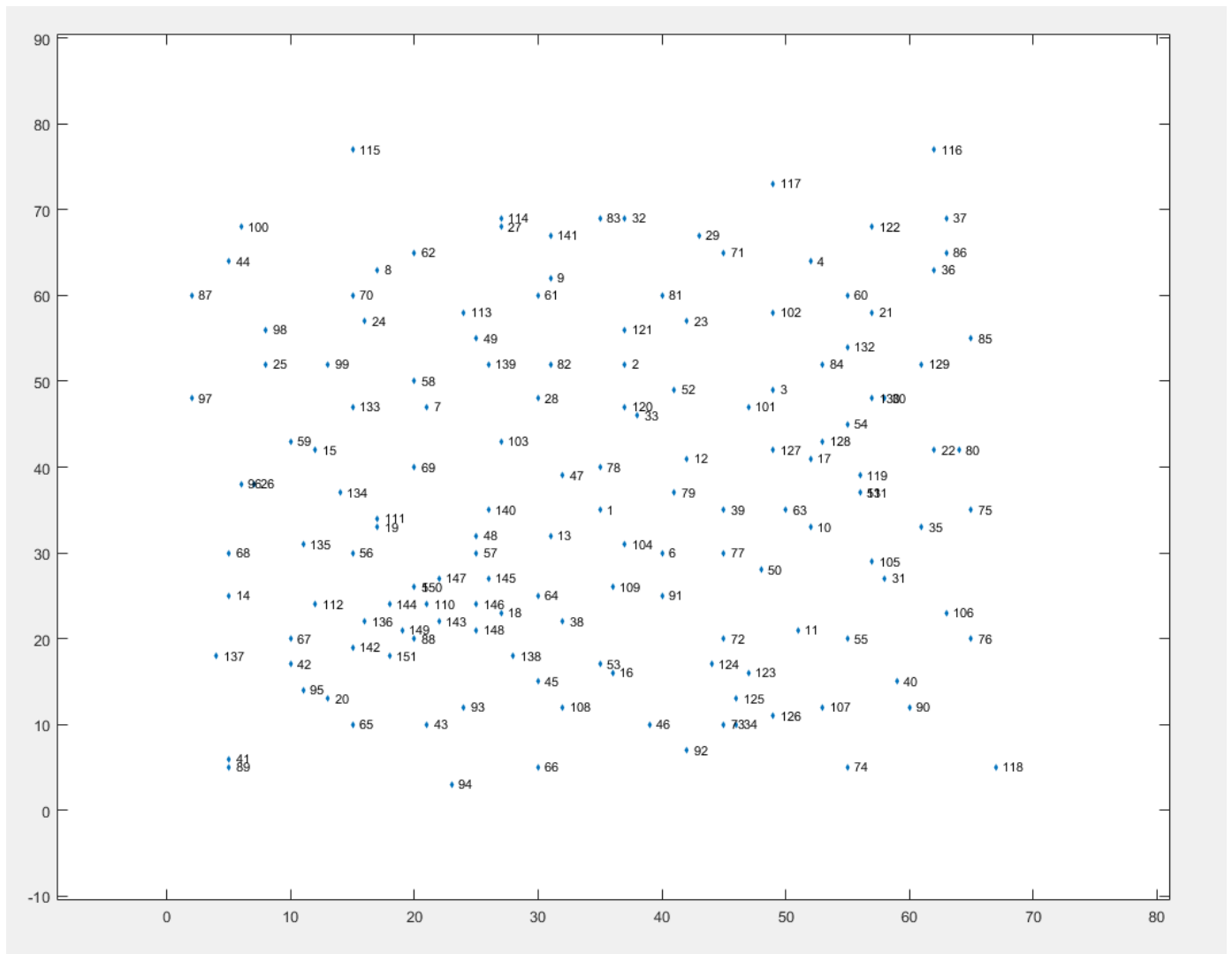
Μετά από πολλαπλές επιστροφές:

1	28	2	52	10	82	34	51	1	59	3	1
1	1	58	16	44	43	88	14	1			
1	7	6	18	85	61	90	1	27	5	55	1
1	25	30	4	78	77	1					
1	95	96	98	93	38	99	94	60	100	97	1
1	101	92	15	45	39	87	17	62	86	1	
1	56	26	40	68	24	1	19	9	49	1	
1	83	8	53	1	84	46	47	1			
1	48	37	50	65	12	20	1				
1	42	23	57	76	75	1	32	89	63	11	1
1	64	91	33	71	70	1					
1	80	79	35	36	66	72	67	21	31	1	
1	29	69	81	13	1	22	73	74	41	54	1

Υπάρχει μείωση των οχημάτων για μία μονάδα.

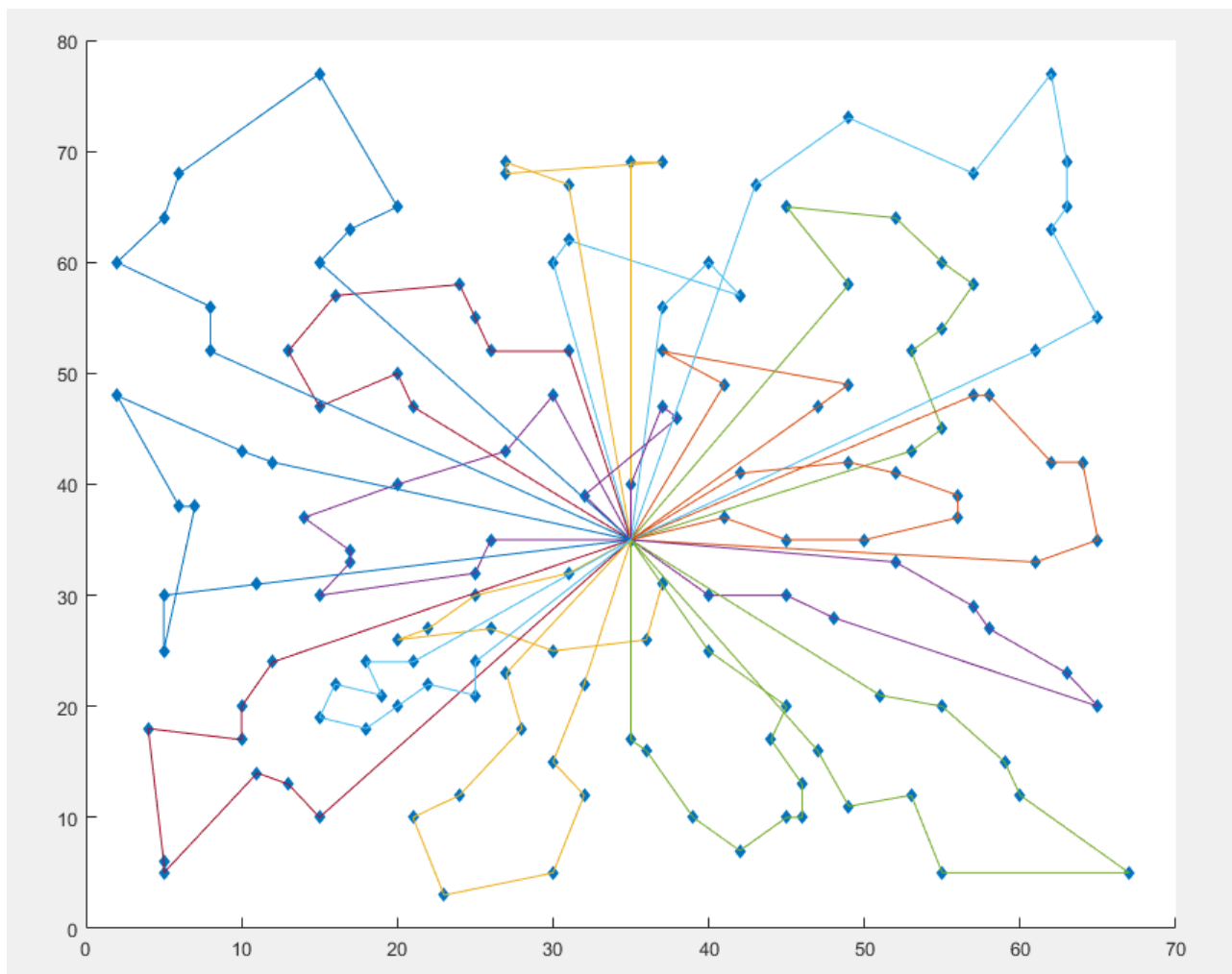
### 4.3.9 CMT9

Υπάρχουν 150 πελάτες.



VRP figure 9

Οι διαδρομές του αλγορίθμου των εξοικονομήσεων είναι 18.



VRP Routes 9



Με την χρήση του αλγορίθμου 2opt δεν δημιουργήθηκαν καλύτερες διαδρομές.

1	52	2	3	101	1						
1	13	57	147	5	150	145	64	109	104	1	1
1	140	48	56	19	111	134	69	103	28	1	
1	128	54	84	132	21	60	4	71	102	1	
1	61	9	23	81	121	1					
1	82	139	49	113	24	99	133	58	7	1	
1	135	68	14	26	96	97	59	15	1		
1	35	75	80	22	30	130	1				
1	141	114	27	32	83	1					
1	47	33	120	78	1						
1	91	72	124	125	34	73	92	46	16	53	1
1	129	85	36	86	37	116	122	117	29	1	
1	112	67	42	137	41	89	95	20	65	1	
1	25	98	87	44	100	115	62	8	70	1	
1	12	127	17	119	51	131	63	39	79	1	
1	38	45	108	66	94	43	93	138	18	1	
1	6	77	50	76	106	31	105	10	1		
1	11	55	40	90	118	74	107	126	123	1	
1	110	144	149	136	142	151	88	143	148	146	1

Table 9

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση καλύφθηκε που
1	235.4292902	60
2	489.5399445	143
3	501.3634376	157
4	510.0685684	143
5	298.4197628	73
6	507.0604085	160
7	472.0071378	107
8	347.8311159	75
9	299.7710426	54
10	222.9138679	39
11	546.4935202	110
12	537.1216713	122
13	518.7498637	164
14	535.1793451	140
15	491.7217172	149
16	511.9833282	94
17	453.112781	112
18	523.6366744	172
19	545.2727364	161

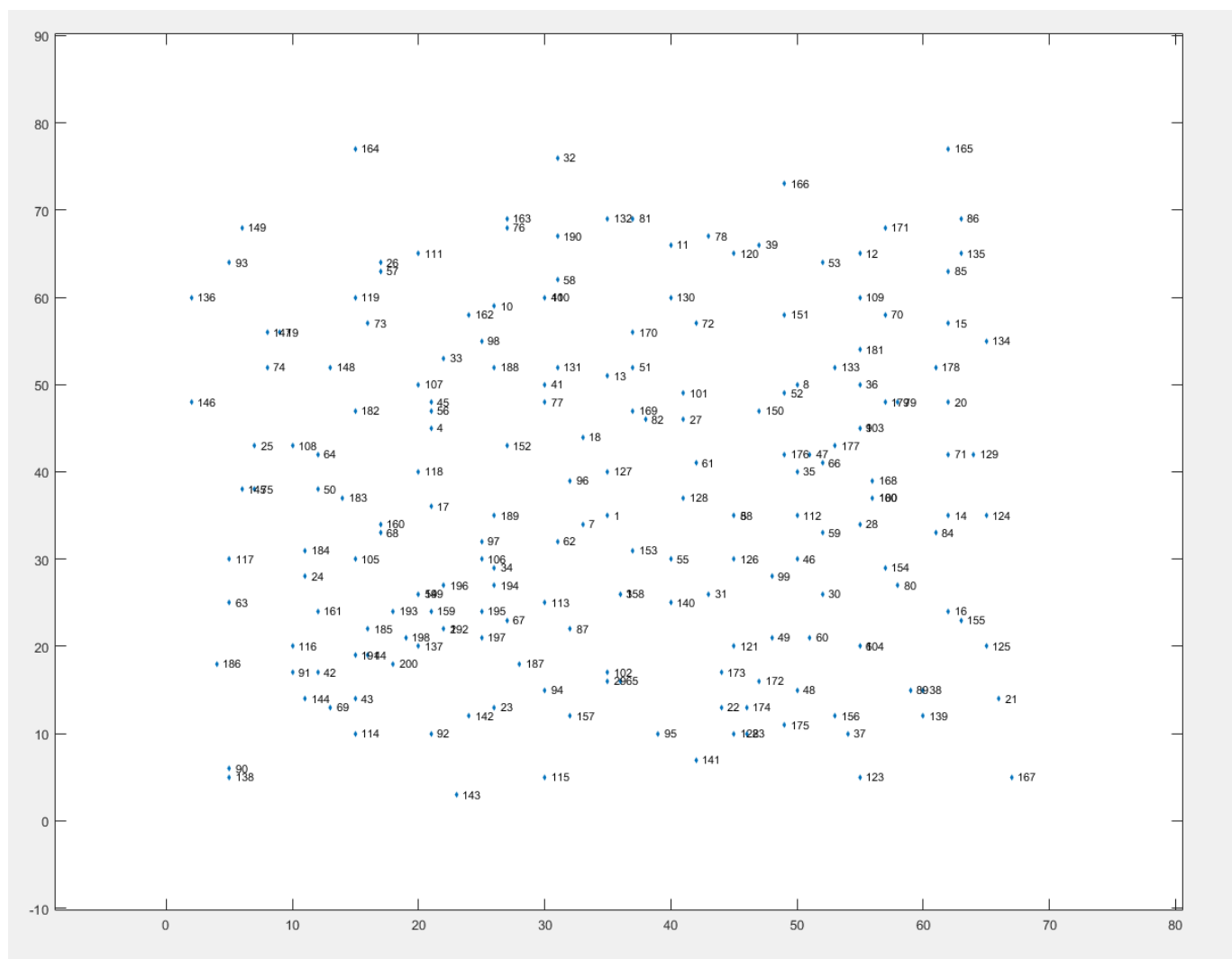
Μετά την λειτουργία της προσομοιωμένης ανόπτησης παρατηρήθηκε πως δεν βελτιώθηκε καμία διαδρομή το οποίο συνέβη για πρώτη φορά. Για αυτόν τον λόγο έγινε επανάληψη της χρήσης του κώδικα. Αυτό πρακτικά σημαίνει διπλασιασμός των επαναλήψεων της ανόπτησης και διπλασιασμός του υπολογιστικού χρόνου. Μετά από αυτήν την διαδικασία δεν βρέθηκε μία βέλτιστη λύση.

Με τις πολλαπλές επιστροφές καταλήγουμε σε ένα λιγότερο όχημα.

1	52	2	3	101	1	13	57	147	5	150	1	
1	145	64	109	104	1							
1	140	48	56	19	111	134	69	103	28	1		
1	128	54	84	132	21	60	4	71	102	1		
1	61	9	23	81	121	1	82	139	49	113	1	
1	24	99	133	58	7	1						
1	135	68	14	26	96	97	59	15	1			
1	35	75	80	22	30	130	1	141	114	27	1	
1	32	83	1	47	33	120	78	1				
1	91	72	124	125	34	73	92	46	16	53	1	
1	129	85	36	86	37	116	122	117	29	1		
1	112	67	42	137	41	89	95	20	65	1		
1	25	98	87	44	100	115	62	8	70	1		
1	12	127	17	119	51	131	63	39	79	1		
1	38	45	108	66	94	43	93	138	18	1		
1	6	77	50	76	106	31	105	10	1			
1	11	55	40	90	118	74	107	126	123	1		
1	110	144	149	136	142	151	88	143	148	146	1	0

### 4.3.10 CMT10

Στην συγκεκριμένη περίπτωση 199 πελάτες δύναται να εξυπηρετηθούν.



VRP figure 10

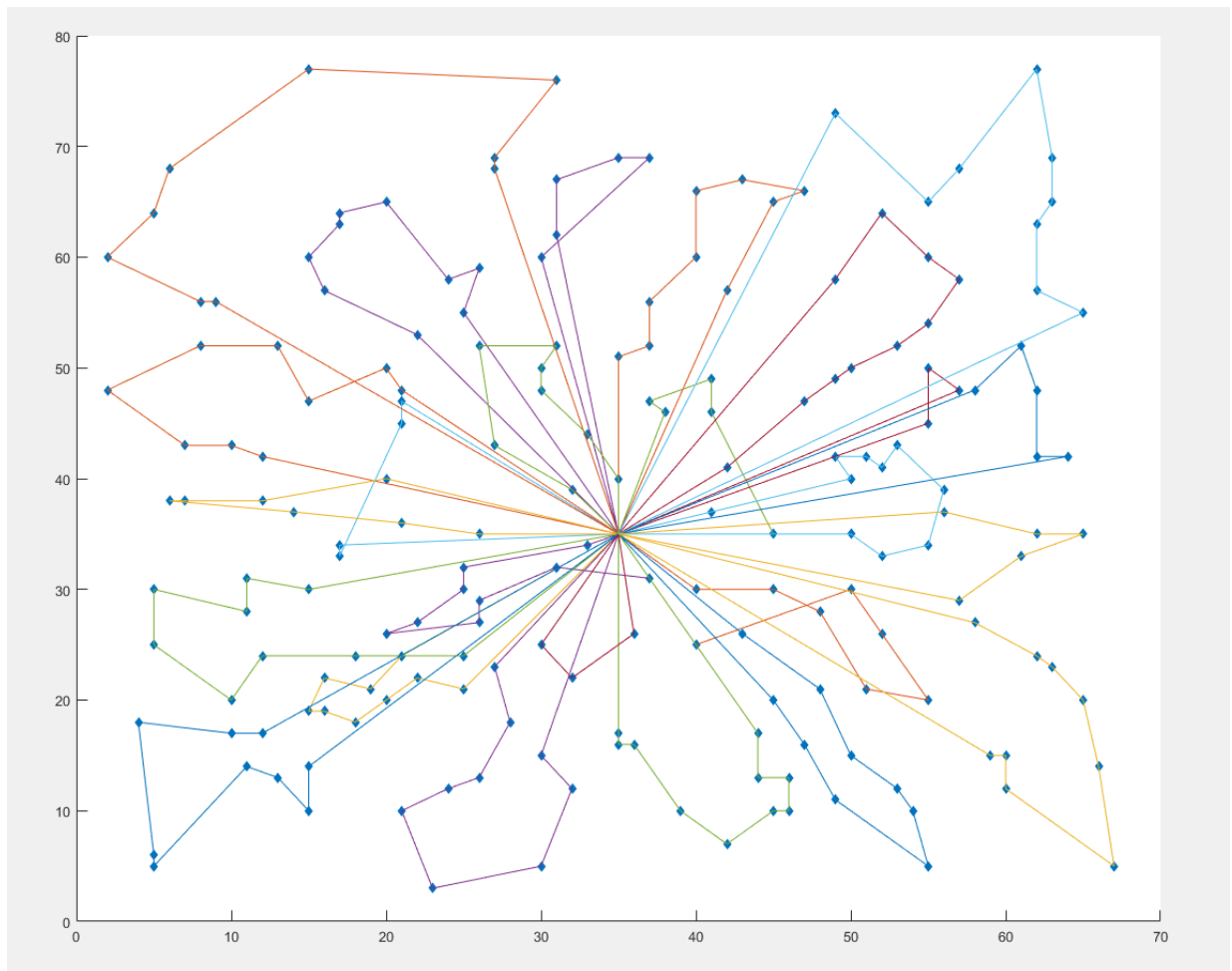
Παρήχθησαν οι διαδρομές:

1	55	126	99	60	6	104	30	46	140	1	
1	80	16	155	125	21	167	139	38	89	1	
1	98	10	162	111	26	57	119	73	33	1	
1	88	5	27	101	169	82	1				
1	112	59	28	168	177	66	47	176	35	128	1
1	103	9	36	179	1						
1	31	49	48	156	37	123	175	172	121	1	
1	13	51	170	130	11	78	39	120	72	1	
1	197	192	2	137	200	44	191	185	198	159	1
1	7	97	106	196	54	199	194	34	62	153	1
1	195	193	161	116	63	117	24	184	105	1	1
1	56	4	68	160	1						
1	61	150	52	8	133	181	70	109	53	151	1
1	79	178	20	71	129	1					
1	45	107	182	148	74	146	25	108	64	1	
1	118	50	75	145	183	17	189	1			
1	110	40	81	132	190	58	1				
1	173	22	174	83	122	141	95	65	29	102	1
1	134	15	85	135	86	165	171	12	166	1	
1	158	3	87	113	1						
1	42	91	186	90	138	144	69	114	43	1	
1	19	147	136	93	149	164	32	163	76	1	
1	154	84	124	14	100	180	1				
1	94	157	115	143	92	142	23	187	67	1	
1	127	18	77	41	131	188	152	96	1		

Table 10

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση που καλύφθηκε
1	499.7761776	144
2	513.4089988	141
3	504.9233203	171
4	330.5910494	91
5	548.4629068	187
6	230.1891069	62
7	505.357528	162
8	501.301523	130
9	539.189957	155
10	538.9574648	173
11	507.8569335	138
12	234.0881996	70
13	546.7151802	184
14	293.5427953	41
15	507.0753962	142
16	400.2899446	106
17	348.3689878	92
18	547.3180971	147
19	533.8605712	173
20	218.3177907	76
21	520.9887939	158
22	538.5771575	137
23	342.257054	75
24	512.3872126	97
25	439.1667133	134

Οι παραγόμενες διαδρομές όπως φαίνονται στο σχήμα.



VRP Routes 10

Η νέα διαδρομή της προσομοιωμένης ανόπτησης είναι η νέα 15 που προέκυψε με ανταλλαγή κόμβων.

1      45      107      182      148      74      146      160      108      64      1

η οποία προκαλεί μικρή μείωση του κόστους.

Με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη:

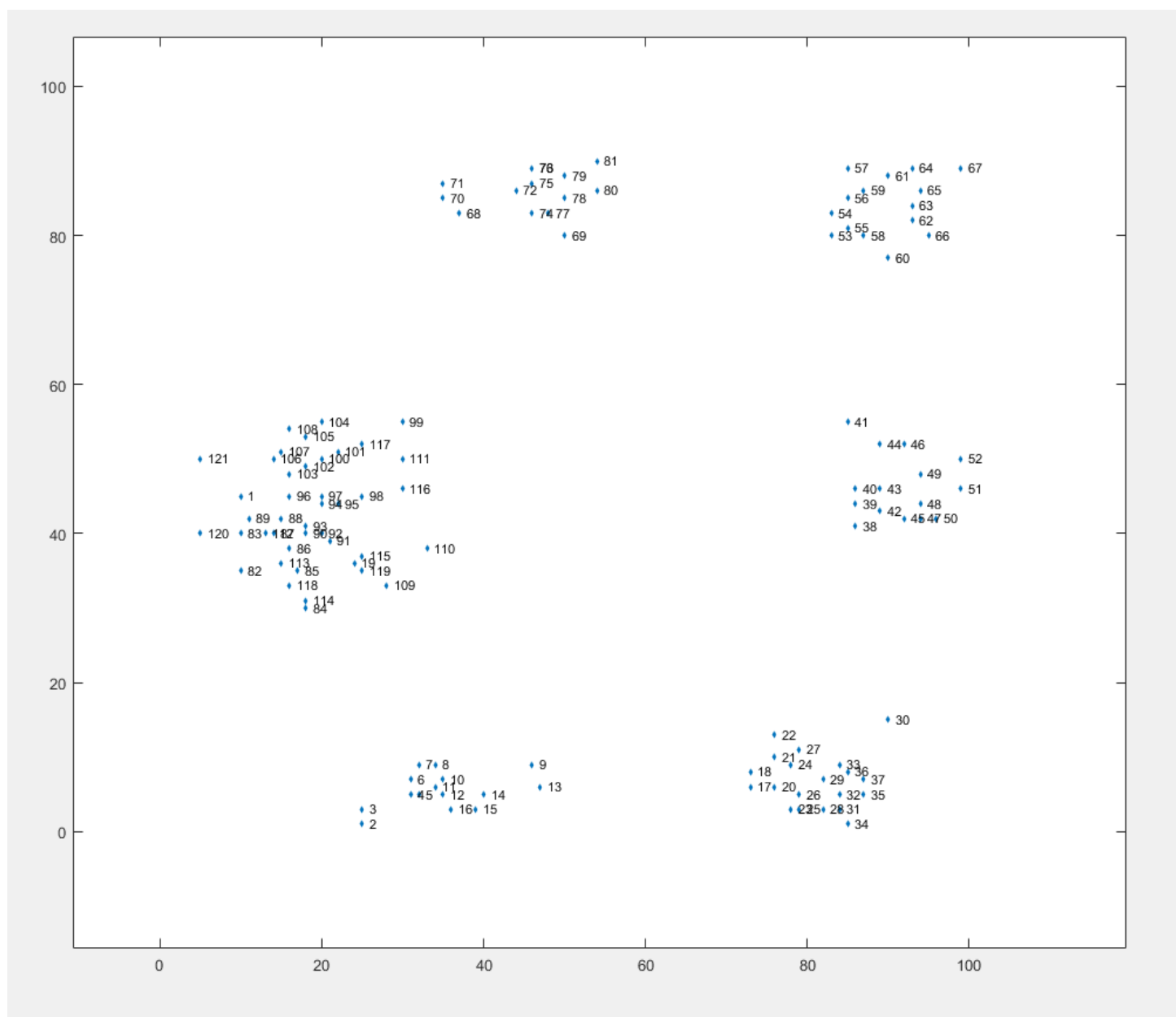
1	55	126	99	60	6	104	30	46	140	1	
1	80	16	155	125	21	167	139	38	89	1	
1	98	10	162	111	26	57	119	73	33	1	
1	88	5	27	101	169	82	1	112	59	28	1
1	168	177	66	47	176	35	128	1			
1	103	9	36	179	1	31	49	48	156	37	1
1	123	175	172	121	1						
1	13	51	170	130	11	78	39	120	72	1	
1	197	192	2	137	200	44	191	185	198	159	1
1	7	97	106	196	54	199	194	34	62	153	1
1	195	193	161	116	63	117	24	184	105	1	
1	56	4	68	160	1	61	150	52	8	133	1
1	181	70	109	53	151	1					
1	79	178	20	71	129	1	45	107	182	148	1
1	74	146	25	108	64	1					
1	118	50	75	145	183	17	189	1	110	40	1
1	81	132	190	58	1	173	22	174	1		
1	83	122	141	95	65	29	102	1			
1	134	15	85	135	86	165	171	12	166	1	
1	158	3	87	113	1	42	91	186	90	138	1
1	144	69	114	43	1						
1	19	147	136	93	149	164	32	163	76	1	
1	154	84	124	14	100	180	1	94	157	115	1
1	143	92	142	23	187	67	1				
1	127	18	77	41	131	188	152	96	1		

Τα οχήματα δεν μειώθηκαν.



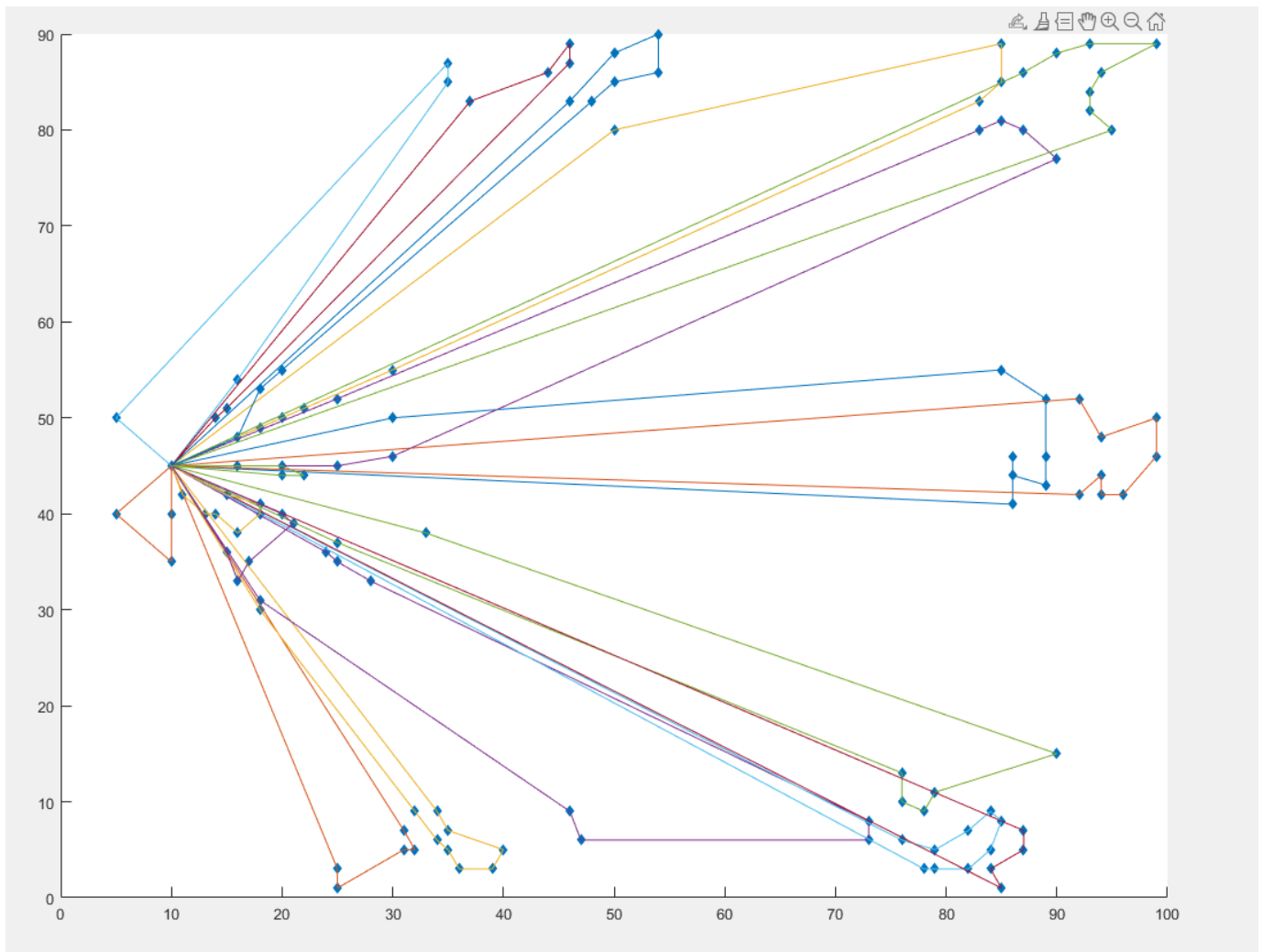
### 4.3.11 CMT11

Στο συγκεκριμένο σετ υπάρχουν 120 πελάτες και όπως παρατηρείται είναι ομαδοποιημένοι σε ομάδες και όχι διάσπαρτα όπως πριν.



VRP figure 11

Ο αλγόριθμος των εξοικονομήσεων παρήγαγε 18 διαδρομές:



VRP Routes 11

1	3	2	4	5	6	1				
1	8	10	14	15	16	12	11	7	84	1
1	114	9	13	17	18	109	119	19	1	
1	115	22	21	24	27	30	110	1		
1	23	25	28	32	36	33	29	26	20	1
1	34	31	35	37	1					
1	38	40	39	42	43	44	41	111	1	
1	45	48	47	50	51	52	49	46	1	
1	102	100	101	99	54	56	57	69	1	
1	117	53	55	58	60	116	98	1		
1	59	61	64	67	65	63	62	66	1	1
1	108	70	71	121	1					
1	106	107	75	73	76	72	68	1		
1	103	105	104	77	78	80	81	79	74	1
1	120	82	83	1						
1	89	112	87	86	90	93	88	1		
1	113	118	85	91	92	1				
1	94	95	97	96	1					

Table 11

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση καλύφθηκε	που
1	307.0453768	65	
2	538.6186078	105	
3	539.3936963	106	
4	504.007156	74	
5	550.9261392	81	
6	294.7956301	24	
7	555.4942731	118	
8	507.7405876	80	
9	525.2693672	87	
10	512.3068863	90	
11	512.8985899	105	
12	296.8099932	48	
13	418.5465563	97	
14	526.3465686	92	
15	169.1421356	39	
16	366.8098367	82	
17	272.7650436	45	
18	218.2859436	37	

Σε τέτοιου είδους κατανομές το όχημα χρειάζεται να κάνει μεγάλη απόσταση για να φτάσει τους αρχικούς πελάτες, όμως έπειτα είναι μεταξύ τους κοντά, είναι ήδη ομαδοποιημένοι. Επομένως θα είναι δύσκολο μέθοδοι όπως η ανταλλαγή 1-1 και η διαγραφή και εισαγωγή 1-0 να βελτιώσουν τις λύσεις, καθώς θα αφορά πελάτες που βρίσκονται πολύ μακριά μεταξύ τους.

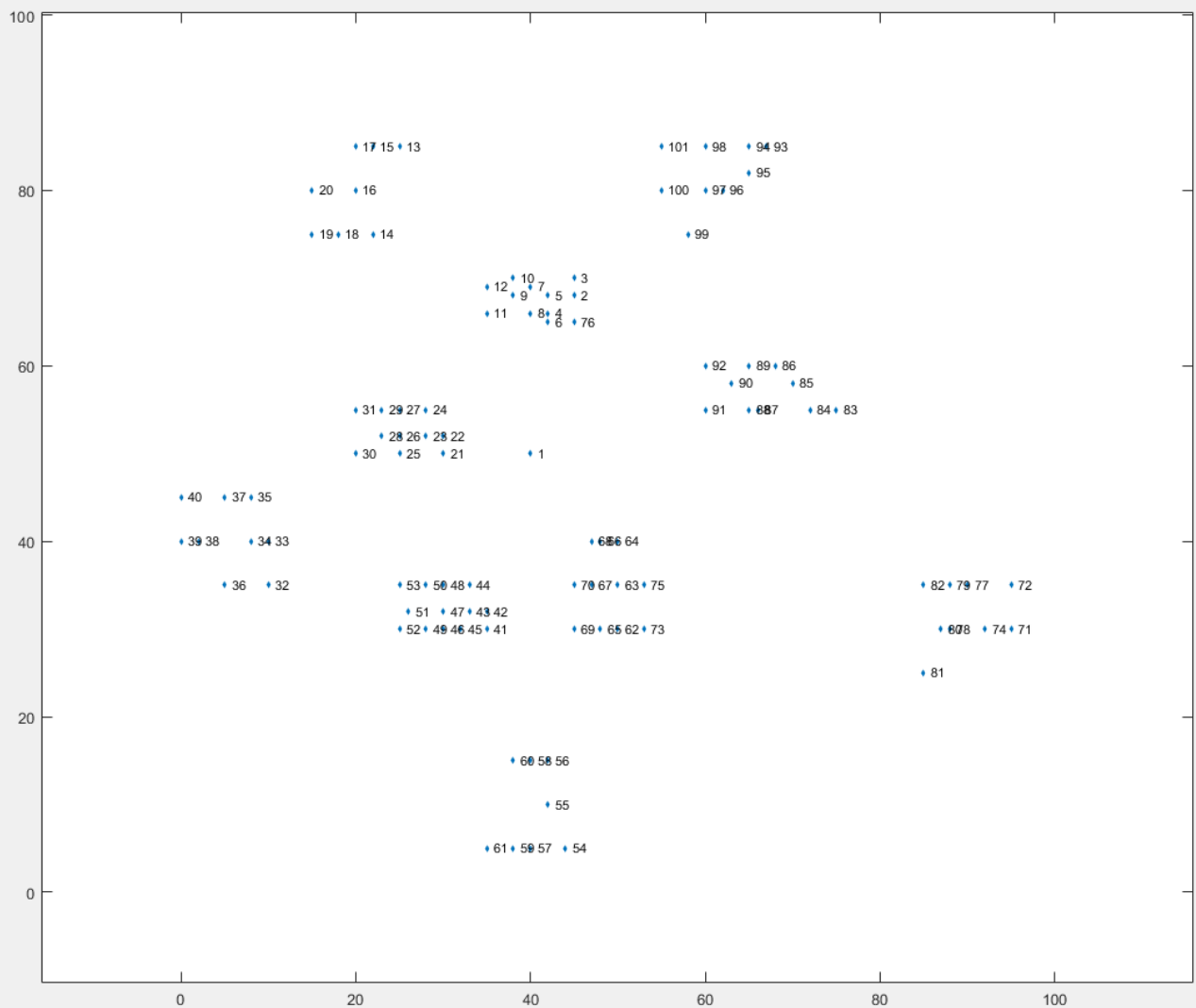
Το παραπάνω συμπέρασμα επιβεβαιώθηκε στην συνέχεια και πειραματικά, καθώς μετά από πολλές συνεχόμενες επαναλήψεις όλης της διαδικασίας της προσομοιωμένης ανόπτησης δεν βρέθηκε κάποια καλύτερη λύση. Σε συνδυασμό με την ομαδοποίηση των πελατών δρα και η τυχειότητα της επιλογής των κόμβων. Εάν η επιλογή των κόμβων γινόταν μόνο ανάμεσα σε γειτονικές διαδρομές ενδεχομένως να βρισκόταν μία καλύτερη λύση γρηγορότερα.

Με την επάνδρωση των οχημάτων σε νέες διαδρομές έχουμε μείωση του αριθμού τους, παράγοντας τις ακόλουθες διαδρομές:

1	3	2	4	5	6	1	8	10	14	1		
1	15	16	12	11	7	84	1					
1	114	9	13	17	18	109	119	19	1			
1	115	22	21	24	27	30	110	1				
1	23	25	28	32	36	33	29	26	20	1		
1	34	31	35	37	1	38	40	39	1			
1	42	43	44	41	111	1						
1	45	48	47	50	51	52	49	46	1			
1	102	100	101	99	54	56	57	69	1			
1	117	53	55	58	60	116	98	1				
1	59	61	64	67	65	63	62	66	1			
1	108	70	71	121	1	106	107	75	1			
1	73	76	72	68	1	103	105	1				
1	104	77	78	80	81	79	74	1				
1	120	82	83	1	89	112	87	86	90	93	88	1
1	1	113	118	85	1							
1	91	92	1	94	95	97	96	1				

### 4.3.12 CMT12

Σε αυτό το παράδειγμα η ομαδοποίηση των πελατών είναι όπως και στο CMT11 με την διαφορά ότι η αποθήκη εντοπίζεται σε κεντρικό σημείο όλων των πελατών.



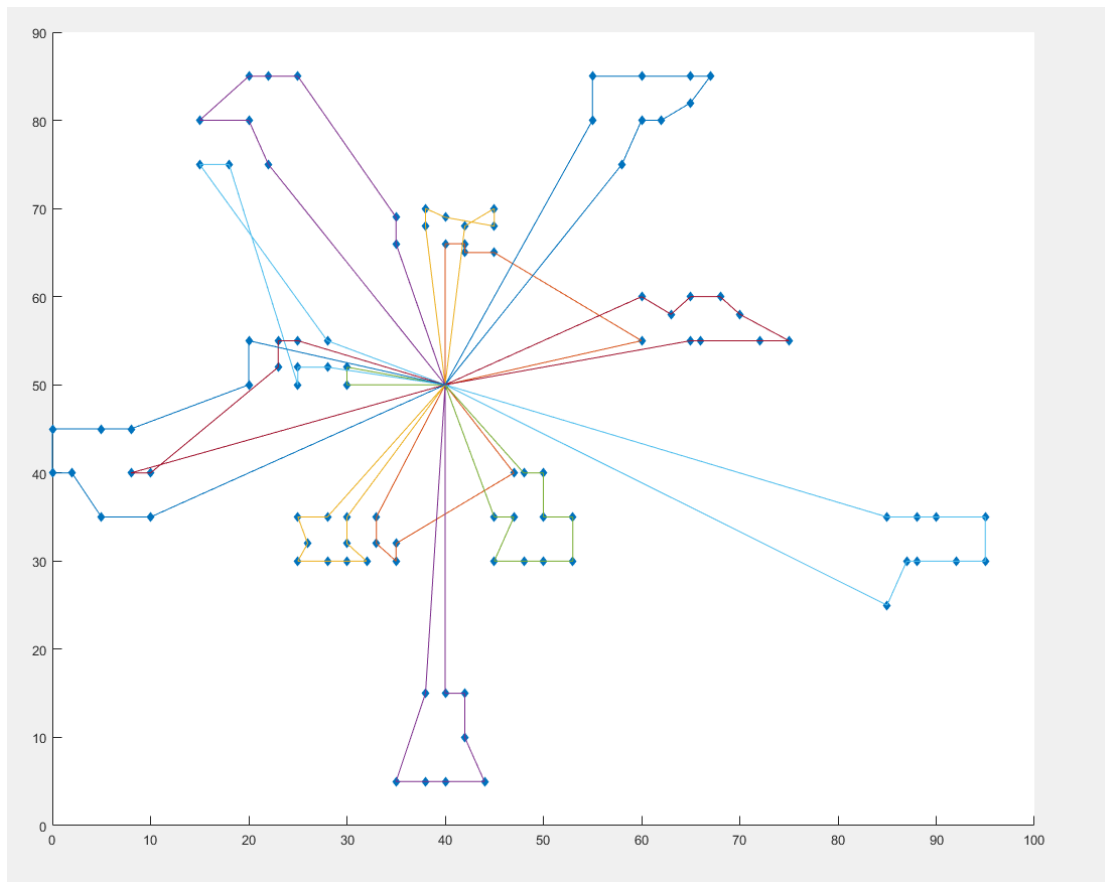
VRP figure 12

Οι διαδρομές είναι 14.

1	8	4	6	76	91	1					
1	5	3	2	7	10	9	1				
1	11	12	13	15	17	20	16	14	1		
1	21	22	1								
1	24	19	18	25	26	23	1				
1	27	29	28	33	34	1					
1	32	36	38	39	40	37	35	30	31	1	
1	44	43	41	42	68	1					
1	50	53	51	52	49	46	45	47	48	1	1
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1		
1	70	67	69	65	62	73	75	63	64	66	1
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1	
1	92	90	89	86	85	83	84	87	88	1	
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1	

Table 12

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση καλύφθηκε που
1	290.0277564	70
2	333.051409	100
3	461.0872495	170
4	112	30
5	370.8152309	120
6	290.5031943	110
7	527.3719716	150
8	288.8035776	60
9	490.4361455	110
10	466.8254713	200
11	546.1965531	190
12	525.8193297	150
13	500.4540372	160
14	512.402111	190



VRP Routes 12

Με εξέταση της αναπαράστασης των διαδρομών όπως ήταν και αναμενόμενο ο αλγόριθμος 2opt δεν παρήγαγε μια καλύτερη λύση.

Μετά από πολλές εκτελέσεις της προσομοιωμένης απόκτησης, δεν βρέθηκε μία καλύτερη λύση, το οποίο ήταν αναμενόμενο.

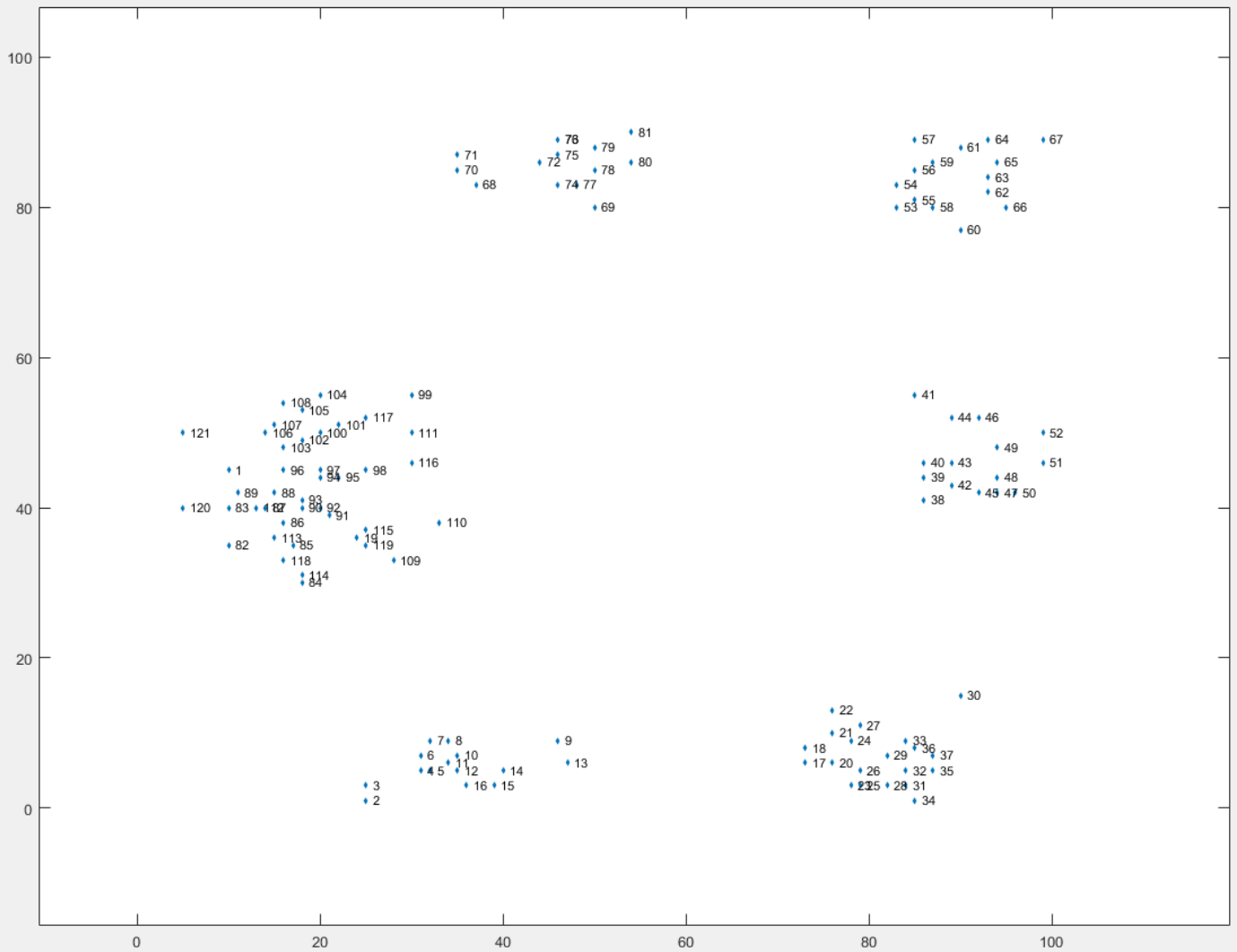
Με επιστροφές στην αποθήκη γίνεται εξοικονόμηση ενός οχήματος και προκύπτουν οι ακόλουθες διαδρομές.

1	8	4	6	76	91	1	5	3	2	7	1
1	10	9	1	11	12	13	1				
1	15	17	20	16	14	1					
1	21	22	1	24	19	18	25	26	23	1	
1	27	29	28	33	34	1	32	36	38	39	1
1	40	37	35	30	31	1					
1	44	43	41	42	68	1	50	53	51	52	1
1	49	46	45	47	48	1					
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1		
1	70	67	69	65	62	73	75	63	64	66	1
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1	
1	92	90	89	86	85	83	84	87	88	1	
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1	



### 4.3.13 CMT13

Στην περίπτωση 13 120 πελάτες πρέπει να εξυπηρετηθούν. Η κατανομή τους στον χώρο είναι παρόμοια με τις προηγούμενες δύο περιπτώσεις.



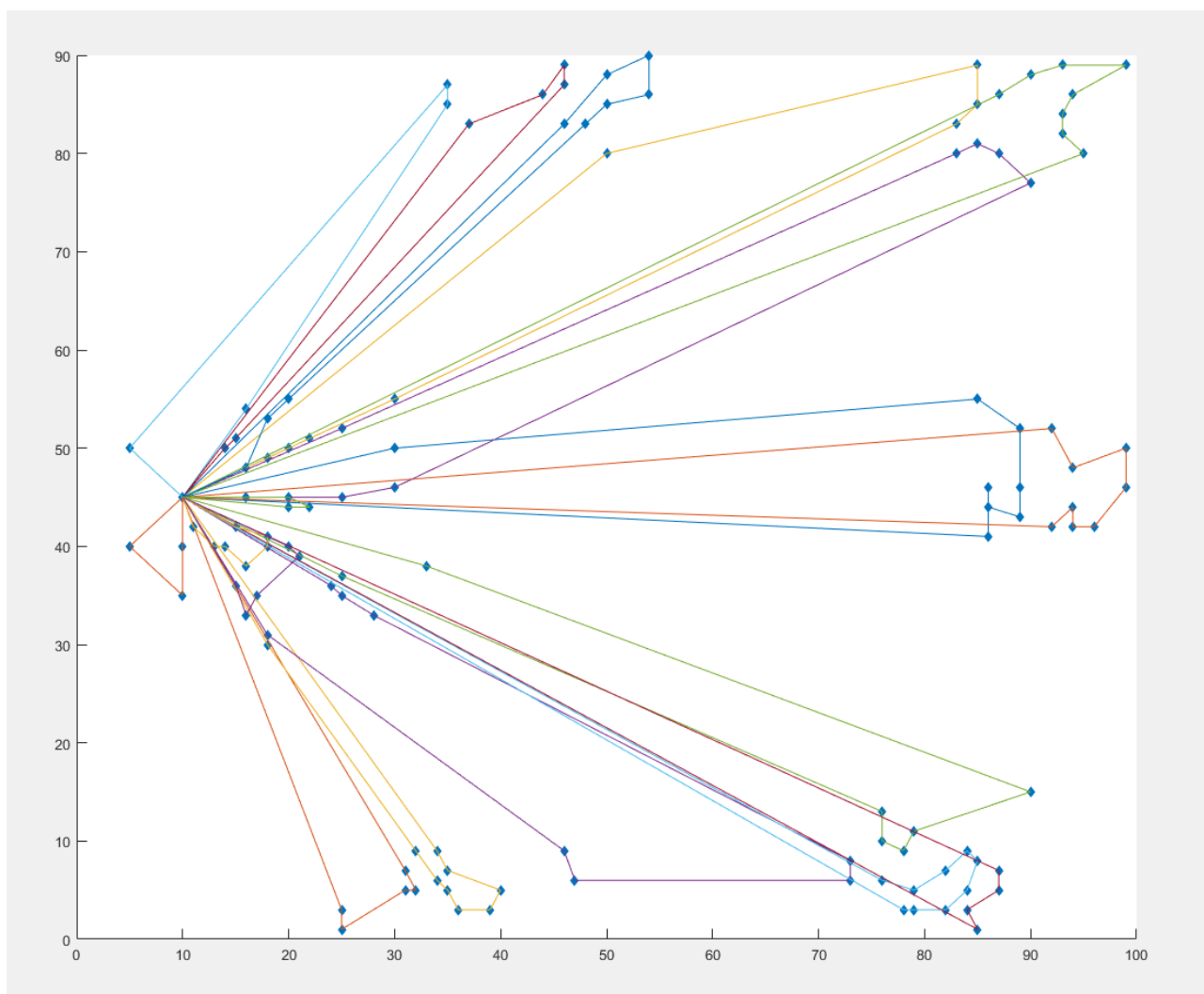
VRP figure 13

Οι παραγόμενες αρχικές διαδρομές είναι 15.

1	3	2	4	5	6	1				
1	8	10	14	15	16	12	11	7	84	1
1	114	9	13	17	18	109	119	19	1	
1	115	22	21	24	27	30	110	1		
1	23	25	28	32	36	33	29	26	20	1
1	34	31	35	37	1					
1	38	40	39	42	43	44	41	111	1	
1	45	48	47	50	51	52	49	46	1	
1	102	100	101	99	54	56	57	69	1	
1	117	53	55	58	60	116	98	1		
1	59	61	64	67	65	63	62	66	1	
1	108	70	71	121	1					
1	106	107	75	73	76	72	68	1		
1	103	105	104	77	78	80	81	79	74	1
1	120	82	83	1						
1	89	112	87	86	90	93	88	1		
1	113	118	85	91	92	1				
1	94	95	97	96	1					

Table 13

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση που καλύφθηκε
1	307.0453768	65
2	538.6186078	105
3	539.3936963	106
4	504.007156	74
5	550.9261392	81
6	294.7956301	24
7	555.4942731	118
8	507.7405876	80
9	525.2693672	87
10	512.3068863	90
11	512.8985899	105
12	296.8099932	48
13	418.5465563	97
14	526.3465686	92
15	169.1421356	39
16	366.8098367	82
17	272.7650436	45
18	218.2859436	37



VRP Routes 13

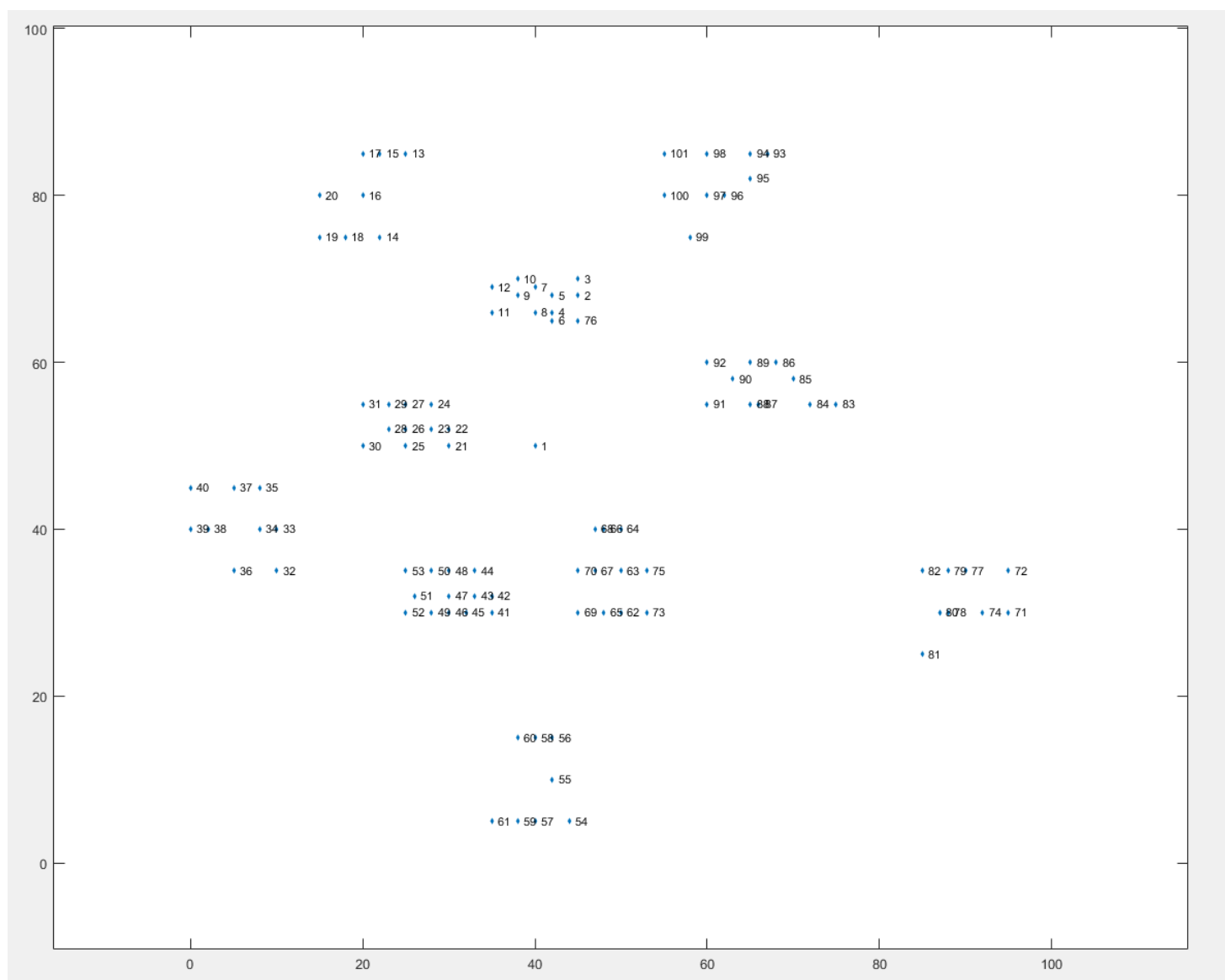
Με την χρήση της προσομοιωμένης ανόπτησης δημιουργήθηκαν διαδρομές με μεγάλο κόστος.

Σε αντίθεση με πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη τα οχήματα μειώθηκαν.

1	3	2	4	5	6	1	8	10	14		
1	15	16	12	11	7	84	1				
1	114	9	13	17	18	109	119	19	1		
1	115	22	21	24	27	30	110	1			
1	23	25	28	32	36	33	29	26	20	1	
1	34	31	35	37	1	38	40	39			
1	42	43	44	41	111	1					
1	45	48	47	50	51	52	49	46	1		
1	102	100	101	99	54	56	57	69	1		
1	117	53	55	58	60	116	98	1			
1	59	61	64	67	65	63	62	66	1		
1	108	70	71	121	1	106	107	75	1		
1	73	76	72	68	1	103	105	1			
1	104	77	78	80	81	79	74	1			
1	120	82	83	1	89	112	87	86	90	93	88
1	113	118	85								
1	91	92	1	94	95	97	96	1			

### 4.3.14 CMT14

Στην τελευταία περίπτωση υπάρχουν 100 πελάτες με την ακόλουθη κατανομή στο επίπεδο.



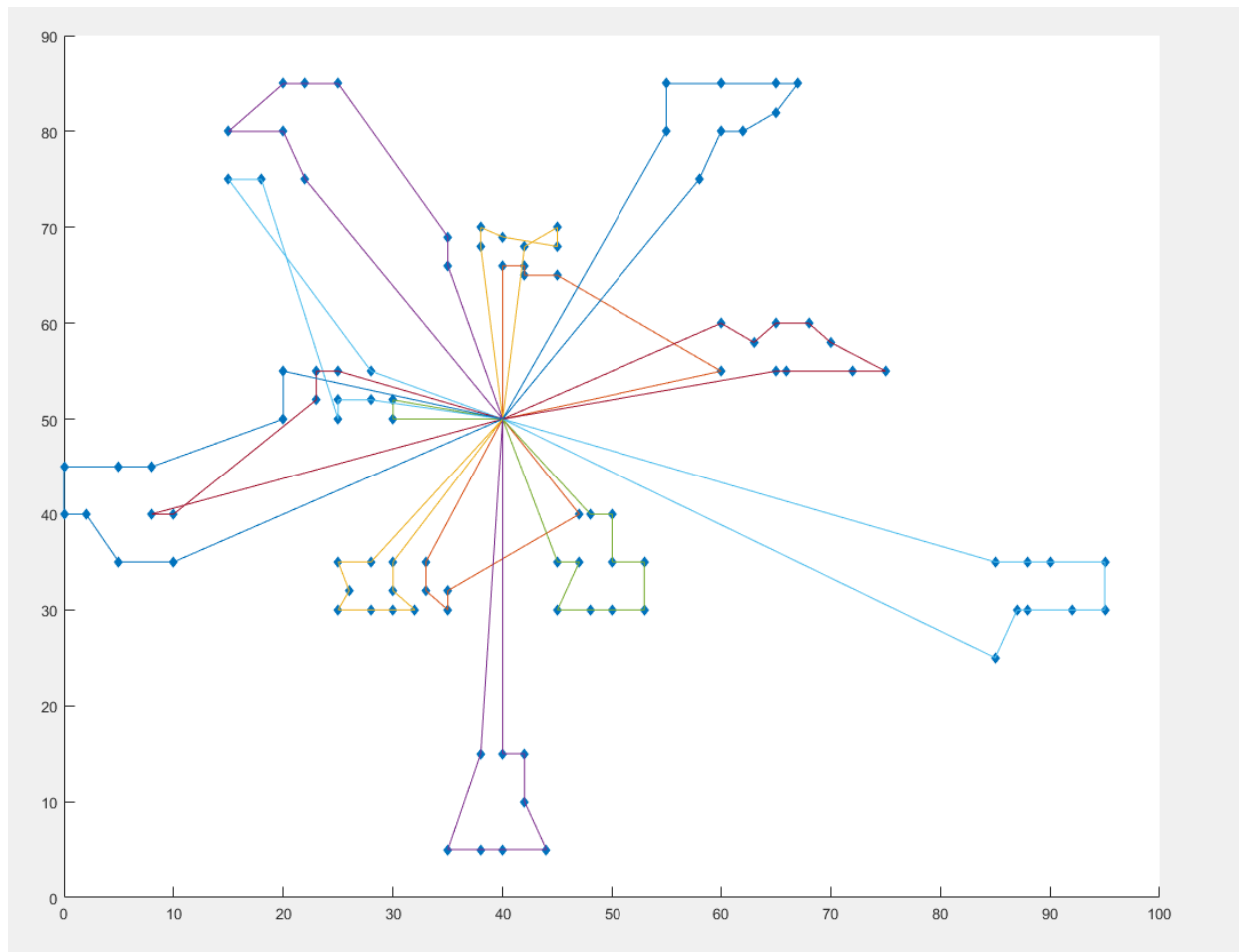
VRP figure 14

Οι διαδρομές που παρήχθησαν είναι οι εξής 14:

1	8	4	6	76	91	1					
1	5	3	2	7	10	9	1				
1	11	12	13	15	17	20	16	14	1		
1	21	22	1								
1	24	19	18	25	26	23	1				
1	27	29	28	33	34	1					
1	32	36	38	39	40	37	35	30	31	1	
1	44	43	41	42	68	1					
1	50	53	51	52	49	46	45	47	48	1	1
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1		
1	70	67	69	65	62	73	75	63	64	66	1
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1	
1	92	90	89	86	85	83	84	87	88	1	
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1	

Table 14

Διαδρομές	Χρόνος Διαδρομής	Ζήτηση καλύφθηκε	που
1	290.0277564	70	
2	333.051409	100	
3	461.0872495	170	
4	112	30	
5	370.8152309	120	
6	290.5031943	110	
7	527.3719716	150	
8	288.8035776	60	
9	490.4361455	110	
10	466.8254713	200	
11	546.1965531	190	
12	525.8193297	150	
13	500.4540372	160	
14	512.402111	190	



VRP Routes 14

Με επανειλημμένες προσπάθειες ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης ανόπτησης κατάφερε να παραγάγει μια καλύτερη λύση, μετά από πολλές επαναλήψεις του αλγορίθμου βρέθηκε μία οριακά καλύτερη λύση.

Τα οχήματα εάν κάνουν πολλαπλές επιστροφές στην αποθήκη θα χρησιμοποιηθεί ένα λιγότερο όχημα. Οι νέες διαδρομές είναι οι:

1	8	4	6	76	91	1	5	3	2	7	1
1	10	9	1	11	12	13	1				
1	15	17	20	16	14	1					
1	21	22	1	24	19	18	25	26	23	1	
1	27	29	28	33	34	1	32	36	38	39	1
1	40	37	35	30	31	1					
1	44	43	41	42	68	1	50	53	51	52	1
1	49	46	45	47	48	1					
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1		
1	70	67	69	65	62	73	75	63	64	66	1
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1	
1	92	90	89	86	85	83	84	87	88	1	
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1	



## Συμπεράσματα

Παρατηρήθηκε πως η προσομοιωμένη ανόπτηση με μεγάλη επιτυχία κατάφερε να δημιουργήσει πολλές νέες διαδρομές με μειωμένο κόστος. Συγκεκριμένα με διαγραφή ενός κόμβου και εισαγωγή του σε μια υπάρχουσα διαδρομή φαίνεται να λειτουργήσει καλύτερα. Σε συνδυασμό με τις υψηλές επαναλήψεις ήταν πάντα σχεδόν σίγουρη η δημιουργία μίας νέας διαδρομής. Οι αρχικές λύσεις από τον αλγόριθμο εξοικονομήσεων των Clarke & Wright παρήχθησαν με εξίσου μεγάλη επιτυχία και υψηλή ποιοτική σημασία, κάνοντας την βελτίωση τους από τον αλγόριθμο 2opt πολύ δύσκολη. Παρατηρήθηκε επίσης πως ο μέγιστος αριθμός πελάτων σε ένα γενικό πλαίσιο στις διαδρομές ήταν σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο. Αυτό οφείλεται στην σχετική ομοιομορφία των δεδομένων από το ένα σετ στο άλλο (ζήτηση, αποστάσεις, χρόνος εξυπηρέτησης), καθώς και στον μέγιστο χρόνο εξυπηρέτησης διαδρομών που παρέμεινε σταθερός.

Στην περίπτωση που κάποιος επιθυμεί να δημιουργήσει διαδρομές με λιγότερους ή περισσότερους πελάτες αρκεί να αλλάξει την τιμή του διαθέσιμου χρόνου των οχημάτων. Όπως έχει προαναφερθεί οι διαδρομές μπορούν να πραγματοποιηθούν από ένα φορτηγό όχημα το οποίο επιστρέφει στην αποθήκη πριν εξυπηρετήσει την επόμενη διαδρομή, είτε σε ταυτόχρονους χρόνους από διαφορετικά οχήματα. Στην περίπτωση που επιλεγεί το ίδιο όχημα να κάνει περισσότερες από 1 διαδρομές για εξοικονόμηση οχημάτων το συνολικό κόστος διαδρομής ανεβαίνει αλλά μειώνεται το κόστος επάνδρωσης των οχημάτων. Σε κάθε στάδιο της διαδικασίας πέραν των βέλτιστων λύσεων η τελική απόφαση επιλογής των διαδρομών ανάγονται στην επιλογή του υπευθύνου.

## Βιβλιογραφία

Cooper, M. L. (1997). Supply Chain Management: More Than a New Name for Logistics. *The International Journal of Logistics Management Vol 8*, 1-14.

David Cochrane, K. H. (2020, April 13). Canada building its own PPE network in China. *CBC News*.

FERNANDO, J. (2022, January 29). *Investopedia*. Retrieved from Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/s/scm.asp>

Rivera, J. A. (2014). A multistart iterated local search for the multitrip cumulative capacitated vehicle routing problem. . *Springer Link*.

Stadtler, H. (2008). *Supply Chain Management — An Overview*. Springer, Berlin, Heidelberg.

Ιωάννης Μαρινάκης, Μαγδαληνή Μαρινάκη. (2019). *Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων στη διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας* (1η εκδ.). Αθήνα: NewTech Pub ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΝΕΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ.