

---

Διερεύνηση Σχέσεων Αιτιότητας ανάμεσα σε  
Περιβαλλοντικές Μεταβλητές, βασισμένες σε Ανάλυση  
Χρονοσειρών

---

Διπλωματική εργασία  
Αναστασία Καρεκλά



Πολυτεχνείο Κρήτης  
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
Χανιά, Κρήτη, Ελλάδα

Εξεταστική Επιτροπή:

Καθ. Διονύσιος Χριστόπουλος (Επιβλέπων)

Καθ. Αθανάσιος Λιάβας

Καθ. Γεώργιος Καρυστινός



“We’ve been given a warning by science and a wake-up call by nature; it is up to us  
now to heed them.” – Bill McKibben



## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Χριστόπουλο Διονύσιο για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε εξ' αρχής, αναθέτοντάς μου το συγκεκριμένο θέμα, την επιστημονική του καθοδήγηση, τις υποδείξεις του, την επιμονή του και το αμείωτο ενδιαφέρον του.

Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω την κ. Τσακιρίδου Σοφία για τη σημαντική βοήθεια της στη διπλωματική μου εργασία.

Τις ευχαριστίες μου θέλω να εκφράσω στον κ. Λιάβα Αθανάσιο για τα σχόλια του που βοήθησαν τη διπλωματική μου εργασία και στον κ. Καρυστινό Γεώργιο που δέχτηκαν να είναι μέλη της τριμελούς επιτροπής αξιολόγησης.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω του γονείς μου Καρεκλά Μάριο και Στέργου Κωνσταντίνα, που με υπομονή και κουράγιο πρόσφεραν την απεριόριστη ηθική συμπαράσταση για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας.



# Περίληψη

Οι ακραίες βροχοπτώσεις στην Ευρώπη ρυθμίζονται από ατμοσφαιρικές διαδικασίες μεγάλης κλίμακας. Αυτές οι διαδικασίες λειτουργούν σε περιόδους πολλών δεκαετιών και μεταφέρουν τεράστιες ποσότητες υγρασίας από τους ωκεανούς. Ακραία φαινόμενα βροχόπτωσης μπορούν να προκαλέσουν πλημμύρες και να προκαλέσουν ανθρωπιστική και οικονομική καταστροφή. Επιπλέον, διάφορα κλιματικά μοντέλα δίνουν μεγάλες πιθανότητες για ερημοποίηση τμημάτων της Μεσογειακής λεκάνης. Σε συνάρτηση με αυτές τις προβλέψεις, είναι σημαντικό να κατανοηθεί καλύτερα το φαινόμενο της βροχόπτωσης και οι παράγοντες που το επηρεάζουν.

Έχουν πραγματοποιηθεί πολλές μελέτες σχετικά με την χρονική και χωρική μεταβλητότητα της βροχόπτωσης, ωστόσο πολλά ερωτήματα παραμένουν ακόμα αναπάντητα. Ο δείκτης NAO εκφράζει την διαφορά της ατμοσφαιρικής πίεσης στο επίπεδο της θάλασσας μεταξύ της Ισλανδίας και των Αζορών, και έχει αναγνωρισθεί ως ο κύριος παράγοντας μεταβλητότητας του Ευρωπαϊκού κλίματος. Το πρόβλημα που εξετάζει αυτή η εργασία είναι η επίπτωση του NAO στις μηνιαίες βροχοπτώσεις στον ελλαδικό χώρο και ειδικότερα στα νησιά της Ρόδου και της Κρήτης. Χρησιμοποιήθηκαν μηνιαία δεδομένα για την χρονική περίοδο 1980-2020. Τα δεδομένα βροχόπτωσης σε σημεία ελέγχου στα νησιά της Ρόδου και της Κρήτης προέρχονται από τη βάση δεδομένων επανανάλυσης (reanalysis) [MERRA-2](#), ενώ τα δεδομένα για το δείκτη NAO από τον [NOAA](#) (National Oceanic and Atmospheric Administration).

Αρχικά πραγματοποιήθηκε διερευνητική στατιστική ανάλυση των δεδομένων, για να εκτιμηθούν βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά του δείκτη NAO και της μηνιαίας βροχόπτωσης. Η ανάλυση της ετεροσυσχέτισης μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης έδειξε στατιστικά σημαντική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών. Ωστόσο, η συσχέτιση ανάμεσα στο δείκτη NAO και την βροχόπτωση δεν εξασφαλίζει ότι ο δείκτης NAO συνδέεται με τη βροχόπτωση με αιτιατή σχέση. Προκειμένου να διερευνηθεί η ύπαρξη αιτιατής σχέσης, εφαρμόσθηκε η ανάλυση αιτιότητας κατά Granger. Αυτή είναι μία ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος για την διερεύνηση σχέσεων αιτιότητας ανάμεσα σε χρονοσειρές. Επίσης, χρησιμοποιήθηκε μια σχετικά νέα μέθοδος ανάλυσης αιτιότητας (αιτιότητα κατά Liang), η οποία βασίζεται στον

υπολογισμό του ρυθμού ροής πληροφορίας μεταξύ χρονοσειρών.

Εφαρμόζοντας την μέθοδο αιτιότητας κατά Granger με αυτοπαλινδρούμενα μοντέλα τάξης από 1 έως και 12, διαπιστώθηκε επίδραση του δείκτη NAO στη βροχόπτωση σε όλα τα σημεία ελέγχου. Αυτό το αποτέλεσμα αντιστοιχεί σε επίδραση του NAO στην βροχόπτωση με υστέρηση 1-12 μηνών. Με την μέθοδο του ρυθμού ροής πληροφορίας ανιχνεύτηκε πολύ μικρή αλλά στατιστικά σημαντική ροή πληροφορίας μεταξύ NAO και βροχόπτωσης μόνο σε κάποιες περιπτώσεις. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger συμφωνούν όσον αφορά την ύπαρξη επίδρασης του NAO στις βροχοπτώσεις με ευρήματα άλλων ερευνών στα οποία εφαρμόστηκε η ίδια μέθοδος. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις δύο μεθόδους (αιτιότητα κατά Granger και ρυθμός ροής πληροφορίας) διαφέρουν μεταξύ τους, καθώς βασίζονται σε διαφορετικά μαθηματικά πλαίσια. Η διάσταση ανάμεσα στα αποτελέσματα των δύο μεθοδολογιών μπορεί να οφείλεται σε διάφορους παράγοντες, όπως η έλλειψη στασιμότητας και κανονικής κατανομής των χρονοσειρών της βροχόπτωσης, ή η ύπαρξη στατιστικής μεροληψίας στα δεδομένα επανανάλυσης. Επομένως, προτείνεται περαιτέρω διερεύνηση για να διαπιστωθεί με μεγαλύτερη βεβαιότητα η ύπαρξη ή η απουσία επίδρασης του δείκτη NAO στην βροχόπτωση στον Ελλαδικό χώρο.

#### **Λέξεις κλειδιά**

Χρονοσειρές, Ανάλυση χρονοσειρών, Πρόβλεψη χρονοσειρών, Βροχόπτωση, Αιτιότητα, North Atlantic Oscillation (NAO), Granger causality, Information flow



# ABSTRACT

Extreme precipitation in Europe is modulated by large scale atmospheric processes. These processes operate over many decades and carry huge amounts of water from the oceans. Extreme rainfall phenomena can cause humanitarian and economic disasters. Various climate model scenarios predict desertification of certain areas of the Mediterranean basin. In light of such forecasts, it is important to better understand the phenomenon of rainfall and the factors that control it.

Many studies have been conducted regarding the temporal and spatial variability of rainfall; however, many questions still remain unanswered. The North Atlantic Oscillation (NAO) index reflects the difference in atmospheric pressure at sea level between Iceland and the Azores, and it has been identified as the main source of variability in the European climate. This thesis aims to examine the impact of the NAO index on the monthly rainfall on the Greek islands of Rhodes and Crete. Monthly data for the period 1980-2020 were used to investigate the causal relationship between NAO index and rainfall. Rainfall data at stations on the islands of Rhodes and Crete come from the reanalysis database [MERRA-2](#), while data for the NAO index were obtained from [NOAA](#) (National Oceanic and Atmospheric Administration).

Initially, an exploratory statistical analysis of the data was performed in order to assess basic statistical characteristics of the NAO index and monthly rainfall. The analysis of the cross correlation between the NAO index and rainfall showed a statistically significant relation between the two variables. However, the correlation between the NAO index and rainfall does not ensure that the NAO index is causally related to precipitation. In order to investigate the existence of a causal relationship, Granger causality (GC) analysis was conducted. GC is a widely used method for investigating causal relationships between time series. In addition, a new method of causality analysis (developed by Liang) was used; this method is based on the calculation of the information flow rate between time series.

It was established in this thesis through Granger causality analysis (using autoregressive models of orders between 1 and 12) that the NAO index has an impact on rainfall at every station that was examined. This result corresponds to an effect of

NAO on rainfall with a temporal lag between 1 and 12 months. The information flow method, on the other hand, detected a small but statistically significant information flow between NAO and rainfall, only for some cases (that is, stations and time lags). The results of Granger causality are consistent with findings from other studies, in which the same method was applied. The results obtained from the two methods (Granger causality and information flow rate) are different, as they are based on different mathematical frameworks. The difference may be due to various factors, such as the nonstationarity and the lack of normal distribution of the rainfall time series, or the existence of statistical biases in the reanalysis precipitation data. Therefore, further investigation is necessary in order to determine with greater certainty the existence or absence of the effect of the NAO index on rainfall in Greece.

# Περιεχόμενα

Περίληψη	iii
ABSTRACT	v
1 Εισαγωγή	1
2 Δεδομένα και διερευνητική στατιστική ανάλυση	5
2.1 Περιγραφή των δεδομένων	5
2.2 Διερευνητική στατιστική ανάλυση του δείκτη NAO	6
2.2.1 Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας	6
2.2.2 Μοντέλο κατανομής πιθανότητας	7
2.2.3 Περιοδόγραμμα	7
2.2.4 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης	8
2.3 Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης	9
2.3.1 Διαγράμματα χρονοσειρών και ιστογράμματα συχνότητας	9
2.3.2 Πρότυπο κατανομής πιθανότητας	14
2.3.3 Περιοδόγραμμα	19
2.3.4 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης	22
2.3.5 Διάγραμμα διασποράς NAO-βροχόπτωσης	25
3 Μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας	29
3.1 Αιτιότητα κατά Granger	29
3.1.1 Η ανάλυση Granger για κλιματικά προβλήματα	29
3.1.2 Η ιδέα της αιτιότητας κατά Granger	30

3.1.3	Υποδείγματα VAR (Vector Autoregression)	31
3.1.4	Έλεγχος αιτιότητας κατά Granger	32
3.2	Συνάρτηση ετεροσυνδιασποράς	34
3.3	Εντροπία μεταφοράς	34
3.4	Ρυθμός ροής πληροφορίας	35
3.4.1	Κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας	37
<b>4</b>	<b>Επεξεργασία δεδομένων με εργαλεία ανάλυσης χρονοσειρών</b>	<b>39</b>
4.1	Ανάλυση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης	39
4.2	Εφαρμογή μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας	41
4.3	Ροή πληροφορίας σε γραμμικό σύστημα	42
4.3.1	Κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας	44
4.4	Ροή πληροφορίας από τον δείκτη NAO στη βροχόπτωση	46
4.4.1	Κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας	46
4.5	Ανάλυση αιτιότητας κατά Granger	47
<b>5</b>	<b>Συμπεράσματα</b>	<b>51</b>
	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>53</b>
	<b>ΠαράρτημαΑ' Αποτελέσματα ανάλυσης ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO - βροχόπτωσης</b>	<b>61</b>
	<b>ΠαράρτημαΒ' Κώδικας υπολογισμού ρυθμού ροής πληροφορίας σε σύστημα δύο εξισώσεων</b>	<b>67</b>

# Κατάλογος Σχημάτων

2.1 Διάγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	6
2.2 Ιστόγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	6
2.3 Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς δείκτη NAO. . . . .	7
2.4 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	8
2.5 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	8
2.6 Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ρόδου (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	9
2.7 Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ρόδου (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	9
2.8 Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	10
2.9 Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	10
2.10 Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	11
2.11 Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψηλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	11
2.12 Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	12
2.13 Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	12

2.14 Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	13
2.15 Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	13
2.16 Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	14
2.17 Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	14
2.18 Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Ρόδου.	15
2.19 Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Ιεράπετρας.	16
2.20 Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψηλορείτη.	17
2.21 Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Μεσαράς.	18
2.22 Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας.	18
2.23 Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Λευκών Ορέων.	19
2.24 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ρόδου (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	19
2.25 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	20
2.26 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψηλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	20
2.27 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	21
2.28 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	21
2.29 Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	22
2.30 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Ρόδου (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).	22

2.31 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	23
2.32 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Ψήλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	23
2.33 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	24
2.34 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	24
2.35 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	25
2.36 Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Ρόδου ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	25
2.37 Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Ιεράπετρας ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	26
2.38 Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψήλορείτη ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	26
2.39 Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Μεσαράς ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	27
2.40 Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	27
2.41 Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Λευκών Ορέων ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	28
3.1 Απεικόνιση των εξελίξεων της οριακής εντροπίας και του ρυθμού ροής πληροφορίας στο σύστημα του $(X_1, X_2)$ (Εικόνα από [1]). . . . .	38
4.1 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO, βροχόπτωσης στην Ρόδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020. . . . .	40

4.2	Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO και βροχόπτωσης Ρόδου, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις. . . . .	41
4.3	Οι χρονοσειρές $X_1$ και $X_2$ του γραμμικού στοχαστικού διαφορικού συστήματος εξισώσεων 4.1. . . . .	43
4.4	Ιστόγραμμα των τιμών $T_{1 \rightarrow 2}$ για 100 υλοποιήσεις. . . . .	44
4.5	Ιστόγραμμα των τιμών $T_{2 \rightarrow 1}$ για 100 υλοποιήσεις. . . . .	44
4.6	Ιστόγραμμα των τιμών κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας $\tau_{1 \rightarrow 2}$ για 100 υλοποιήσεις. . . . .	45
4.7	Ιστόγραμμα των τιμών κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας $\tau_{2 \rightarrow 1}$ για 100 υλοποιήσεις. . . . .	45
4.8	Η χρονοσειρά $Z$ μεταφέρει πληροφορία στις χρονοσειρές $X$ και $Y$ . . .	48
4.9	Η χρονοσειρά $X$ μεταφέρει πληροφορία στη χρονοσειρά $Z$ και αυτή στη $Y$ . . . . .	49
A'.1	Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	61
A'.2	Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Ιεράπετρας, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις. . . . .	62
A'.3	Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Ψηλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	62
A'.4	Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Ψηλορείτη, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις. . . . .	63
A'.5	Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	63
A'.6	Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Μεσαράς, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις. . . . .	64
A'.7	Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	64



A'.8 Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Φαλάσαρνας, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις. . . . .	65
A'.9 Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020). . . . .	65
A'.10 Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Λευκών Ορέων, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις. . . . .	66



# Κατάλογος Πινάκων

4.1	Ρυθμός ροής πληροφορίας NAO βροχόπτωσης κάθε περιοχής για 0 έως 12 μήνες καθυστέρηση. . . . .	46
4.2	Κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας NAO βροχόπτωσης κάθε περιοχής για 0 έως 12 μήνες καθυστέρησης. . . . .	47
4.3	Τιμές πιθανότητας $p$ που αφορούν στον έλεγχο της επίδρασης του NAO στην βροχόπτωση βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 0 έως 12. . . . .	47
4.4	Τιμές πιθανότητας $p$ που αφορούν στον έλεγχο της αντίστροφης σχέσης (επίδρασης της βροχόπτωσης στο NAO) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 0 έως 12. . . . .	48



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Πρόσφατα ακραία γεγονότα στην Ευρώπη, όπως οι καταστροφικές πλημμύρες του 2021 προκάλεσαν σοβαρές ζημιές και θανάτους [2], [3]. Αυτό έχει προκαλέσει ένα ενδιαφέρον για να χαρακτηρισθούν οι διαδικασίες οι οποίες οδηγούν σε ακραία γεγονότα που θέτουν σε κίνδυνο την ανθρώπινη ζωή.

Η πρώτη βάση για την καλύτερη κατανόηση των υπεύθυνων μηχανισμών είναι να εντοπιστεί με ακρίβεια η πηγή υγρασίας για ένα τόσο τεράστιο γεγονός, έχοντας κατά νου ότι η βροχόπτωση σε οποιοδήποτε μέρος του κόσμου προέρχεται από το νερό που εξατμίζεται από μεγάλα υδάτινα σώματα όπως οι ωκεανοί.

Πρόσφατα εντοπίστηκαν οι κύριες πηγές βροχοπτώσεων στην Ευρώπη. Διαφέρουν από εποχή σε εποχή, με τον Βόρειο Ατλαντικό να παρέχει το μεγαλύτερο μέρος της υγρασίας για τις χειμερινές βροχοπτώσεις και τη Μεσόγειο Θάλασσα για τις καλοκαιρινές βροχοπτώσεις [4]. Με αυτές τις γνωστές πηγές υγρασίας, τίθεται ένα ερώτημα σχετικά με το πόσο μπορεί να εξηγηθεί το φαινόμενο της βροχόπτωσης από τα μοτίβα ατμοσφαιρικής κυκλοφορίας που ορίζονται σε αυτές τις πηγές υγρασίας.

Ο δείκτης ταλάντωσης του Βορείου Ατλαντικού (North Atlantic Oscillation, NAO), που εκφράζει τη μεταβλητότητα ισχύος της ανωμαλίας του μεσημβρινού δίπολου στην πίεση στη στάθμη της θάλασσας πάνω από την πηγή υγρασίας του Βόρειου Ατλαντικού, έχει αναγνωριστεί ως ο κύριος τρόπος μεταβλητότητας του ευρωπαϊκού κλίματος κατά τη διάρκεια του χειμώνα [5] [6] [7] [8].

Ταυτόχρονα με την σχέση μεταξύ των ακραίων βροχοπτώσεων και των μοτίβων ατμοσφαιρικής κυκλοφορίας, η μακρά μνήμη των ατμοσφαιρικών ανωμαλιών έχει ως αποτέλεσμα επίσης μια καθυστερημένη επίδραση στη βροχόπτωση. Οι σχέσεις των βροχοπτώσεων με τα μοτίβα κυκλοφορίας των προηγούμενων εποχών προσφέρουν σημαντικά οφέλη για μια καλή εποχική προβλεψιμότητα των βροχοπτώσεων. Ωστόσο, υπάρχει σχετικά χαμηλή ικανότητα προβλεψιμότητας για το κλίμα σε τροπικές

---

περιοχές συμπεριλαμβανομένης της Ευρώπης λόγω της υψηλής μεταβλητότητάς του [9] [10] [11].

Το NAO, που ορίζεται ως η διαφορά της πίεσης στη στάθμη της θάλασσας μεταξύ Ισλανδίας και Αζορών, είναι η κύρια πηγή της ατμοσφαιρικής μεταβλητότητας στην περιοχή του Βόρειου Ατλαντικού ειδικότερα τον χειμώνα. Η θερμοκρασία και οι κατακρημνίσεις επηρεάζονται από το NAO στην Ευρασία, Βόρεια Αμερική και Γροιλανδία, με επιπτώσεις στα οικοσυστήματα και τις ανθρώπινες δραστηριότητες. Ένα θετικό NAO υποδηλώνει μεγαλύτερη διαφορά πίεσης μεταξύ Ισλανδίας-Αζορών, με αποτέλεσμα μια ισχυρότερη κλίση πίεσης μεταξύ του Ισλανδικού χαμηλού και του υψηλού των Αζορών. Αυτό με τη σειρά του θα οδηγήσει σε ισχυρότερους δυτικούς ανέμους. Αντίστροφα, ένα αρνητικό NAO οδηγεί σε πιο ασθενή διαφορά πίεσης μεταξύ Ισλανδίας και Αζορών δίνοντας ασθενέστερους δυτικούς ανέμους.

Σύμφωνα με τα μοτίβα των τελευταίων τουλάχιστον 500 χρόνων [12], ένας αρνητικός δείκτης NAO σχετίζεται με υγρό κλίμα και χαμηλής πίεσης ανωμαλίες και συνήθως ψυχρότερες συνθήκες στη Μεσόγειο, ενώ ένας θετικός δείκτης NAO συνδέεται με πολύ θερμές και ξηρές συνθήκες σε υψηλά και μεσαία γεωγραφικά πλάτη στη Μεσόγειο.

Οι μηχανισμοί που επιδρούν στην μηνιαία βροχόπτωση στη Μεσόγειο δεν έχουν κατανοηθεί αρκετά. Το ερώτημα που θα εξεταστεί είναι εάν ο δείκτης NAO επιδρά στην βροχόπτωση στον ελλαδικό χώρο. Για την απάντηση του ερωτήματος, θα γίνει διερεύνηση ύπαρξης σχέσεων αιτιότητας μεταξύ NAO και βροχόπτωσης. Για τη μελέτη απαιτούνται δεδομένα βροχόπτωσης, τα οποία θα ληφθούν για τη Ρόδο και την Κρήτη.

Συγκεκριμένα το ενδιαφέρον εστιάστηκε σε μία περιοχή στο νησί της Ρόδου και σε πέντε περιοχές στο νησί της Κρήτης. Αρχικά, επιλέχθηκε η κοιλάδα της Μεσαράς, επειδή είναι η μεγαλύτερη και πιο παραγωγική γεωργική περιοχή στη νότια Κρήτη, ακολουθούμενη από την κοιλάδα της Ιεράπετρας στα νοτιοανατολικά. Επίσης χρησιμοποιήθηκε η χρονοσειρά βροχόπτωσης του Ψηλορείτη, που είναι στο κέντρο της Κρήτης, λόγω της πλούσιας πανίδας και χλωρίδας. Τα Λευκά Όρη που βρίσκονται νοτιοδυτικά, επιλέχθηκαν εξαιτίας της πολύ μεγάλης ορεινής έκτασής τους. Τέλος, εξετάστηκε η χρονοσειρά βροχόπτωσης της Φαλάσαρνας, γιατί είναι στην δυτική Κρήτη.

Στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάζονται οι χρονοσειρές των δεδομένων και η διερευνητική στατιστική τους ανάλυση. Τα εργαλεία ανάλυσης που θα χρησιμοποιηθούν είναι τα ιστογράμματα, οι κατανομές, τα περιοδογράμματα, οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης και τα διαγράμματα διασποράς. Στο Κεφάλαιο 2 αναφέρονται οι μέθοδοι ανάλυσης χρονοσειρών που θα εφαρμοσθούν για την εξέταση αιτιατών σχέσεων

---

μεταξύ των δεδομένων (ΝΑΟ, βροχόπτωση). Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η διερευνητική επεξεργασία των δεδομένων και τα αποτελέσματά της. Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται η επεξεργασία δεδομένων με εργαλεία ανάλυσης χρονοσειρών για να διαπιστωθεί η ύπαρξη στατιστικής εξάρτησης ανάμεσα στα δεδομένα και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα. Κλείνοντας, στο Κεφάλαιο 5 πραγματοποιείται συζήτηση για τα συμπεράσματα της έρευνας και τη μελλοντική έρευνα.

---



## Κεφάλαιο 2

# Δεδομένα και διερευνητική στατιστική ανάλυση

### 2.1 Περιγραφή των δεδομένων

Για την μελέτη αυτής της εργασίας χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα βροχόπτωσης και του δείκτη NAO για την περίοδο από τον Ιανουάριο 1980 έως τον Ιανουάριο 2020. Οι περιοχές ενδιαφέροντος για τη βροχόπτωση που έχουν προαναφερθεί, είναι η Ρόδος, Ιεράπετρα, Μεσαρά, Ψήλορείτης, Φαλάσαρνα και Λευκά Όρη. Οι χρονοσειρές της βροχόπτωσης και του δείκτη NAO έχουν χρονικό βήμα τον έναν μήνα.

Τα δεδομένα βροχόπτωσης προέρχονται από τη βάση δεδομένων επανανάλυσης (reanalysis) [MERRA-2](#). Τα δεδομένα επανανάλυσης (reanalysis) είναι ένα μείγμα παρατηρήσεων με προηγούμενες προβλέψεις καιρού μικρής εμβέλειας που επαναλαμβάνονται με σύγχρονα μοντέλα πρόγνωσης καιρού. Είναι συνολικά πλήρεις και συνεπείς στο χρόνο. Μερικές φορές αναφέρονται ως χάρτες χωρίς κενά (maps without gaps).

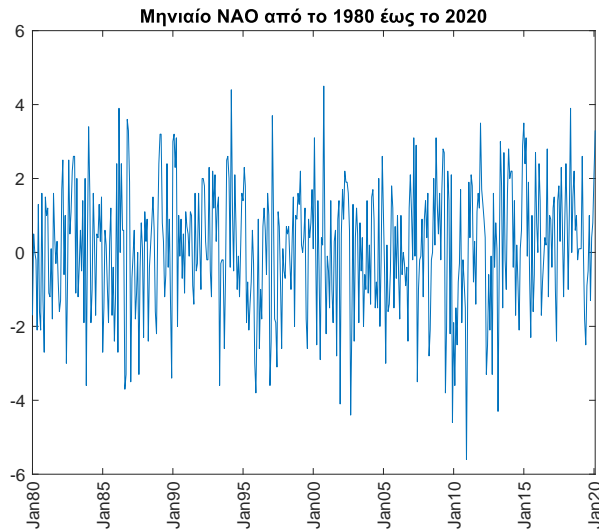
Τα δεδομένα της χρονοσειράς του δείκτη NAO αφορούν την περίοδο από τον Ιανουάριο 1980 έως τον Ιανουάριο 2020 με μηνιαίο βήμα. Αυτά τα δεδομένα πάρθηκαν από τον [NOAA](#) (National Oceanic and Atmospheric Administration).

Στο υπόλοιπο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια διερευνητική στατιστική ανάλυση των δεδομένων βροχόπτωσης για κάθε μια από τις περιοχές και για τη χρονοσειρά του δείκτη NAO. Αυτή η διερεύνηση συνίσταται από την παρουσίαση των διαγραμμάτων χρονοσειράς, ιστογραμμάτων, μοντέλων κατανομής πιθανότητας, περιοδογραμμάτων, συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης και διαγραμμάτων διασποράς της κάθε χρονοσειράς.

## 2.2 Διερευνητική στατιστική ανάλυση του δείκτη NAO

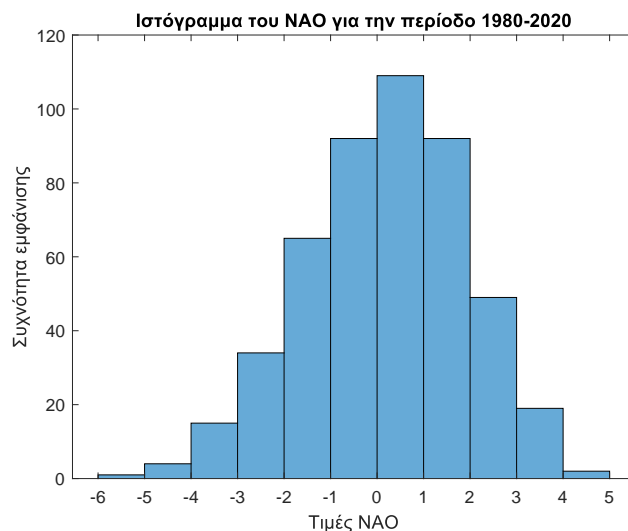
### 2.2.1 Διάγραμμα χρονοσειράς και ιστόγραμμα συχνότητας

Το διάγραμμα της μηνιαίας χρονοσειράς του δείκτη NAO για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020 εμφανίζεται στο Σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1: Διάγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Όπως φαίνεται από το ιστόγραμμα της χρονοσειράς του δείκτη NAO που δίνεται στο Σχήμα 2.2, ο δείκτης αυτός παίρνει τιμές από  $-6$  έως  $5$  με τις περισσότερες τιμές να κυμαίνονται από  $0$  έως  $1$ . Η μορφή του ιστογράμματος παραπέμπει στην κανονική κατανομή, γεγονός το οποίο φαίνεται περισσότερο από το Σχήμα 2.3.



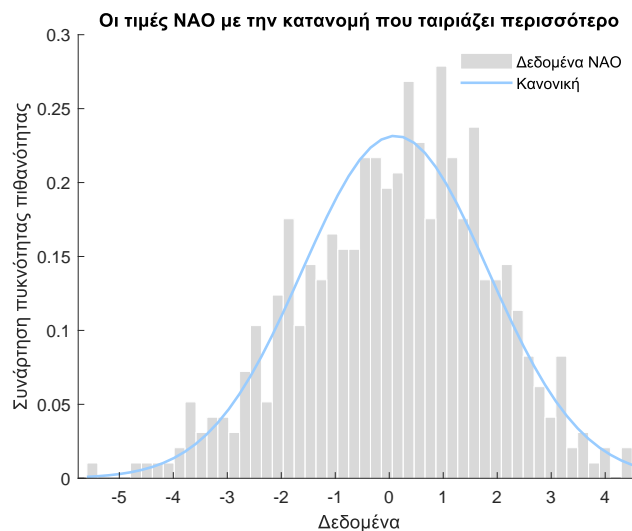
Σχήμα 2.2: Ιστόγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

## 2.2. Διερευνητική στατιστική ανάλυση του δείκτη NAO

### 2.2.2 Μοντέλο κατανομής πιθανότητας

Χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `fitmethis()` στο `matlab` για την εύρεση της κατανομής πιθανότητας που ταιριάζει καλύτερα στο συγκεκριμένο ιστόγραμμα του δείκτη NAO. Υπολογίστηκαν με αυτό τον τρόπο οι παράμετροι, το διάστημα εμπιστοσύνης, η τιμή μέγιστης πιθανοφάνειας και η τιμή που έχει το κριτήριο Akaike. Η επιλογή του μοντέλου κατανομής πιθανότητας έγινε με βάση την μικρότερη τιμή στο κριτήριο Akaike.

Στο Σχήμα 2.3 η κανονική συνάρτηση κατανομής είναι η συνάρτηση κατανομής που ταιριάζει περισσότερο με αυτή του δείκτη NAO. Το ταίριασμα με την κανονική κατανομή δεν είναι ικανοποιητικό στις “ουρές” (μεγάλες θετικές και μικρές αρνητικές τιμές). Η μάζα πιθανότητας στις ουρές του ιστογράμματος του δείκτη NAO είναι μικρότερη σε σχέση με την κανονική.

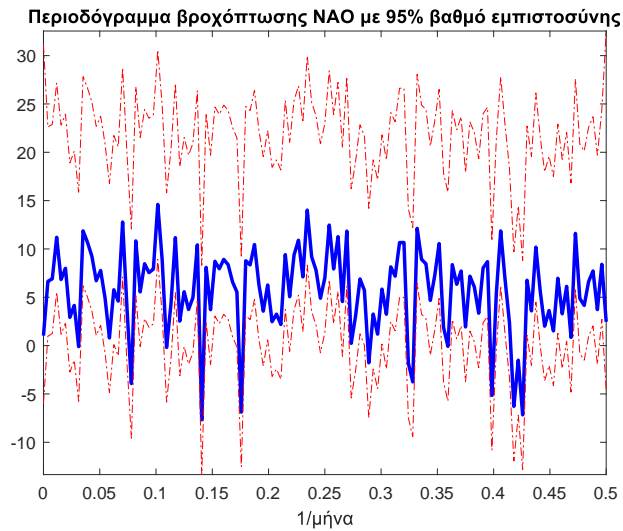


Σχήμα 2.3: Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς δείκτη NAO.

### 2.2.3 Περιοδόγραμμα

Το περιοδόγραμμα της χρονοσειράς του δείκτη NAO στο Σχήμα 2.4 έχει συχνότητα το 1/μήνα. Έχει υπολογιστεί το διάστημα εμπιστοσύνης σε 95%. Παρατηρούνται πολλές τάσεις και είναι δύσκολο να βρεθεί η περιοδικότητά του.

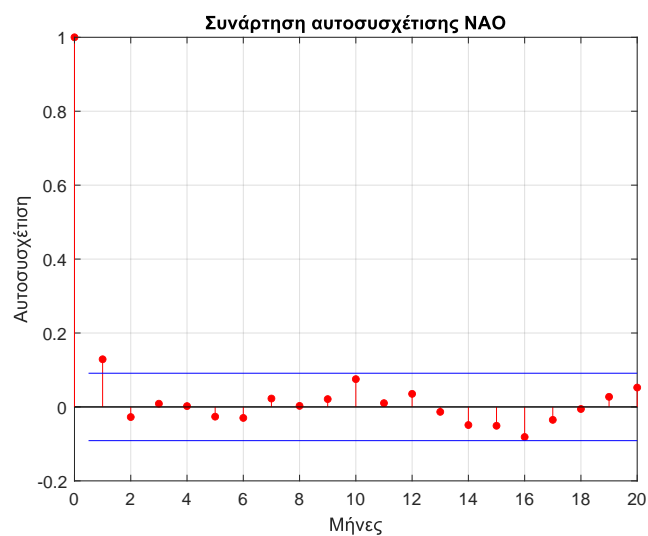
## 2.2. Διερευνητική στατιστική ανάλυση του δείκτη NAO



Σχήμα 2.4: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

### 2.2.4 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

Από το γράφημα της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.5, η αυτοσυσχέτιση είναι μικρής εμβέλειας διάρκειας ενός μήνα. Από αυτό συμπεραίνεται ότι η χρονοσειρά του δείκτη NAO είναι στάσιμη, καθώς πέφτει πολύ γρήγορα στο 0.

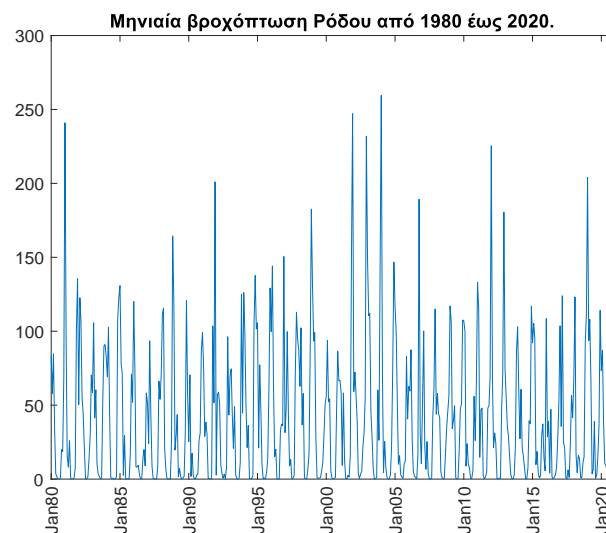


Σχήμα 2.5: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

## 2.3 Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

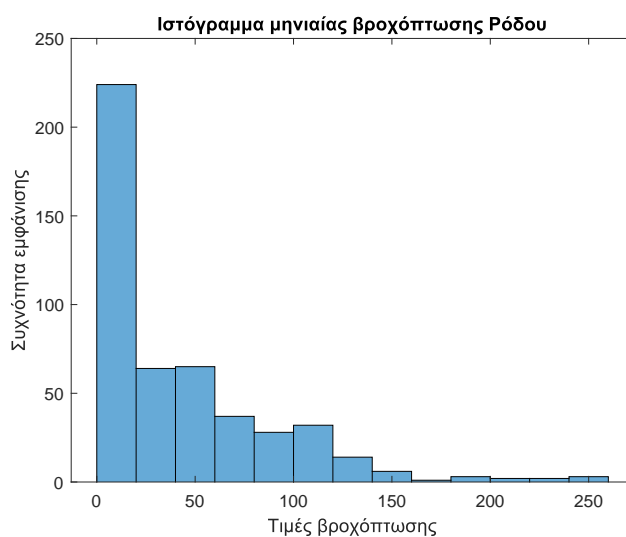
### 2.3.1 Διαγράμματα χρονοσειρών και ιστογράμματα συχνότητας

**Νήσος Ρόδος:** Το διάγραμμα της χρονοσειράς της μηνιαίας βροχόπτωσης στη Ρόδο για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020 εμφανίζεται στο Σχήμα 2.6.



**Σχήμα 2.6:** Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ρόδου (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

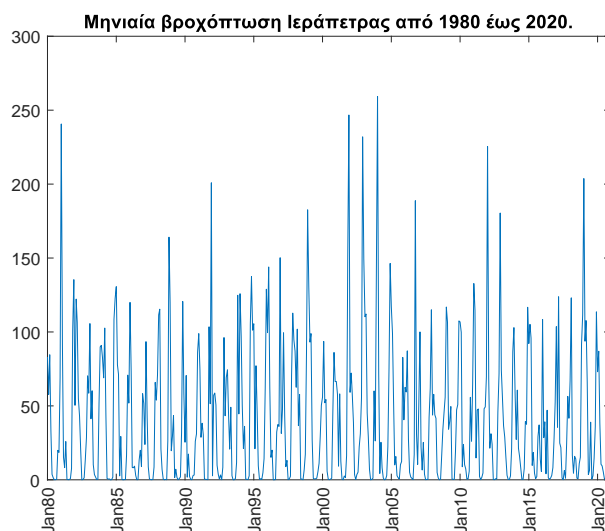
Το ιστόγραμμα της χρονοσειράς βροχόπτωσης στη Ρόδο που φαίνεται στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζει τιμές από 0.4 έως 260 mm με τις περισσότερες τιμές να κυμαίνονται από 0.4 έως 20 mm.



**Σχήμα 2.7:** Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ρόδου (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

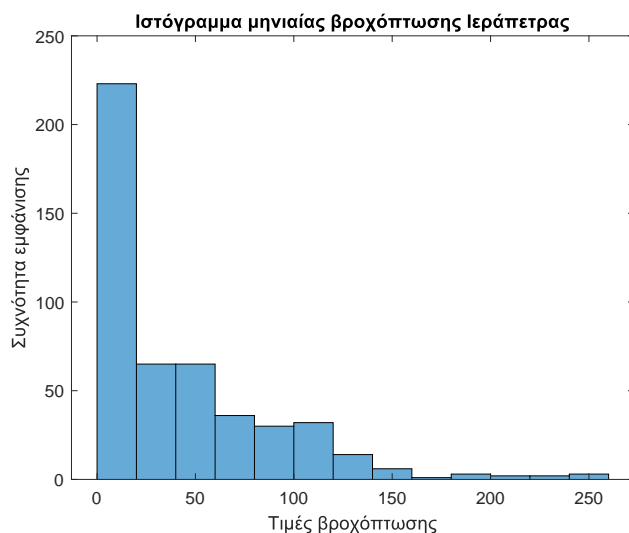
### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

**Νήσος Κρήτη:** Το διάγραμμα της χρονοσειράς της μηνιαίας βροχόπτωσης στην Ιεράπετρα για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020 εμφανίζεται στο Σχήμα 2.8.



**Σχήμα 2.8:** Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

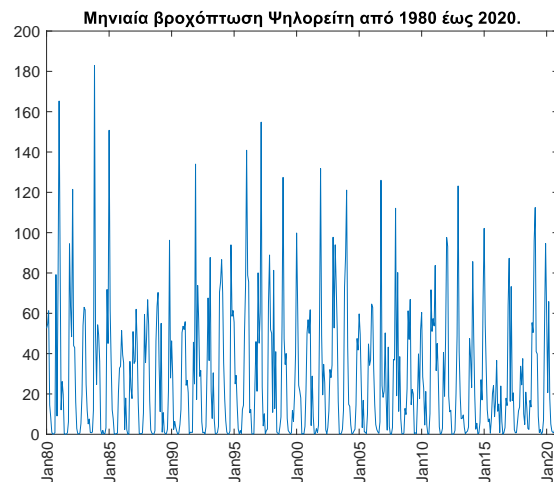
Το ιστόγραμμα της χρονοσειράς της βροχόπτωσης στην Ιεράπετρα στο Σχήμα 2.9 παρουσιάζει τιμές από 0.5 έως 180 mm με τις περισσότερες τιμές να κυμαίνονται από 0.5 έως 20 mm.



**Σχήμα 2.9:** Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

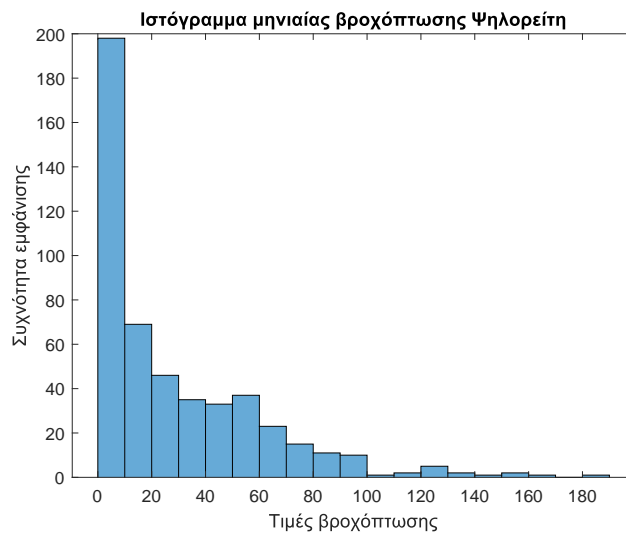
Το διάγραμμα της χρονοσειράς της μηνιαίας βροχόπτωσης του Ψηλορείτη για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020 εμφανίζεται στο Σχήμα 2.10.

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.10: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Ψηλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

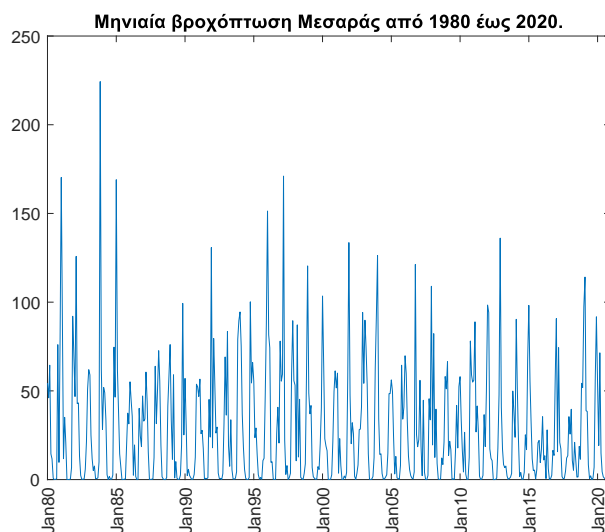
Το ιστόγραμμα της χρονοσειράς της βροχόπτωσης του Ψηλορείτη στο Σχήμα 2.11 παρουσιάζει τιμές από 0.5 έως 200 mm με τις περισσότερες τιμές να κυμαίνονται από 0.5 έως 20 mm.



Σχήμα 2.11: Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψηλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

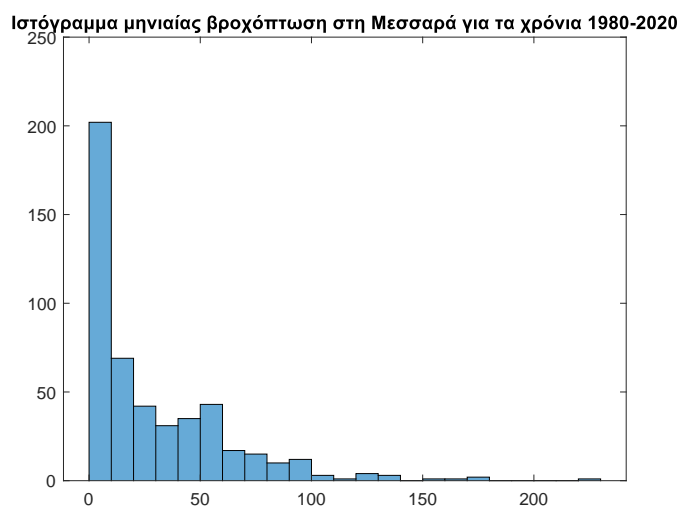
Το διάγραμμα της χρονοσειράς της μηνιαίας βροχόπτωσης της Μεσαράς για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020 εμφανίζεται στο Σχήμα 2.12.

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.12: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Το ιστόγραμμα της χρονοσειράς βροχόπτωσης στη Μεσαρά στο Σχήμα 2.13 παρουσιάζει τιμές από 0.5 έως 230 mm με τις περισσότερες τιμές να κυμαίνονται από 0.5 έως 10 mm.

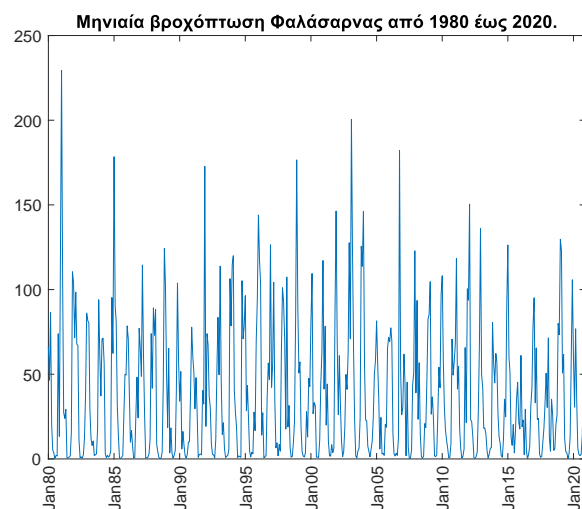


Σχήμα 2.13: Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Το διάγραμμα της χρονοσειράς της μηνιαίας βροχόπτωσης της Φαλάσαρνας για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020 εμφανίζεται στο Σχήμα 2.14.

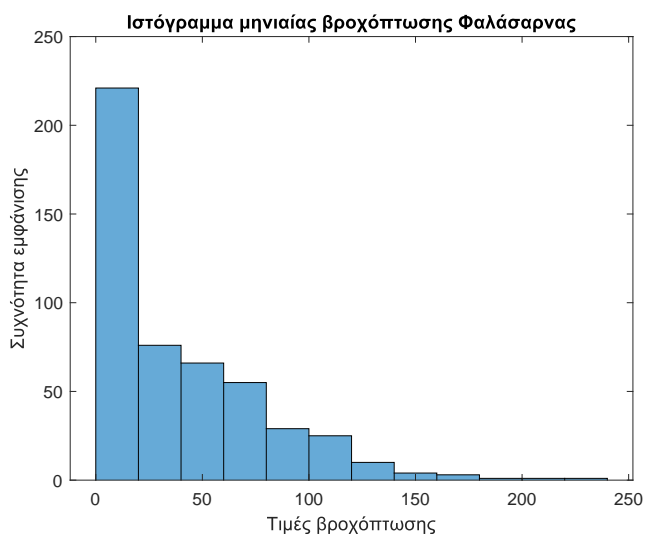


### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.14: Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

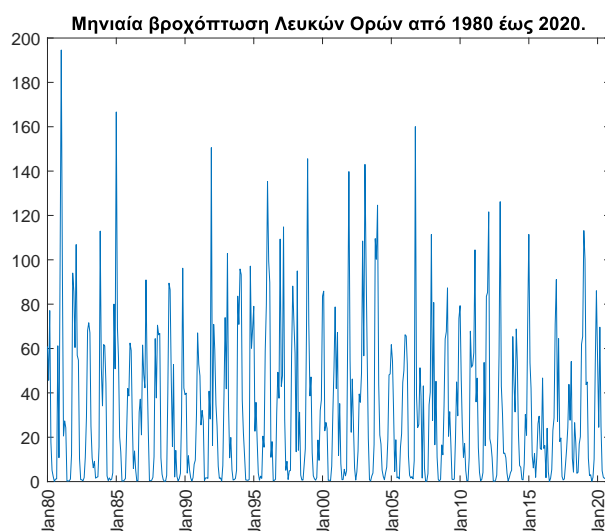
Το ιστόγραμμα της χρονοσειράς NAO στο Σχήμα 2.15 παρουσιάζει τιμές από 0.5 έως 240 mm με τις περισσότερες τιμές να κυμαίνονται από 0.5 έως 20 mm.



Σχήμα 2.15: Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

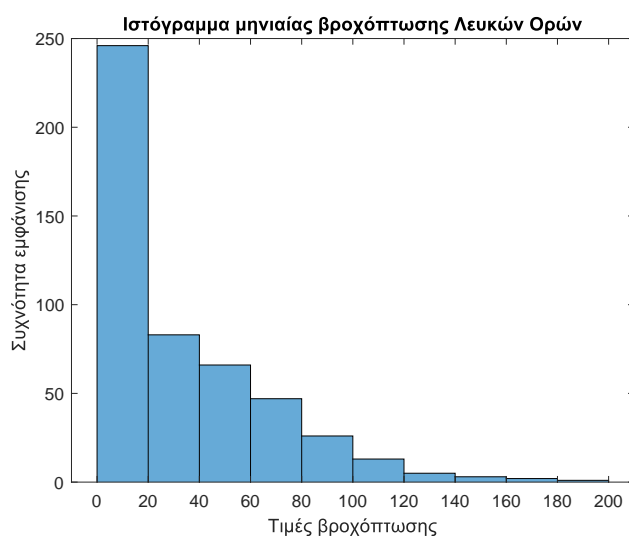
Το διάγραμμα της χρονοσειράς της μηνιαίας βροχόπτωσης των Λευκών Ορέων για τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020 εμφανίζεται στο Σχήμα 2.16.

## 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



**Σχήμα 2.16:** Διάγραμμα χρονοσειράς μηνιαίας βροχόπτωσης Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Το ιστόγραμμα της χρονοσειράς βροχόπτωσης των Λευκών Ορέων στο Σχήμα 2.17 παρουσιάζει τιμές από 0.5 έως 200 mm με τις περισσότερες τιμές να κυμαίνονται από 0.5 έως 20 mm.



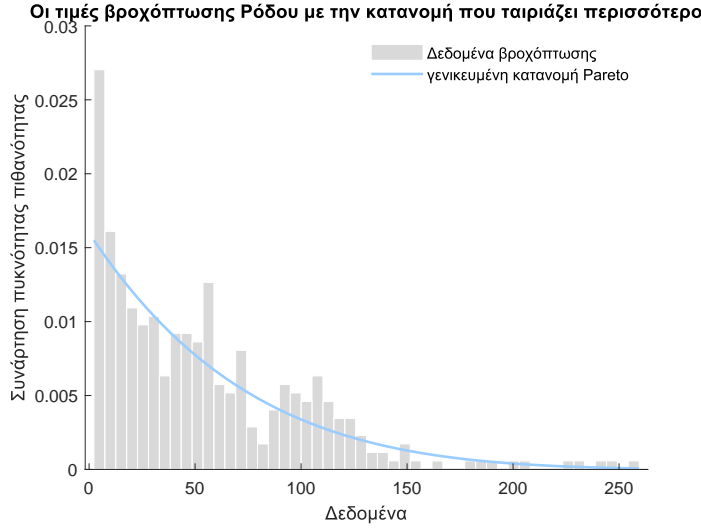
**Σχήμα 2.17:** Ιστόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

### 2.3.2 Πρότυπο κατανομής πιθανότητας

**Νήσος Ρόδος:** Στο Σχήμα 2.18 φαίνεται η κατανομή Pareto που προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας στην περίπτωση βροχόπτωσης Ρόδου. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση αυτή αφαιρέθηκαν από τα δεδομένα οι

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

μηδενικές τιμές που αντιστοιχούν περίπου στο 24.74% των δειγμάτων. Πρακτικά οι 3 καλοκαιρινοί μήνες από το σύνολο των 12 μηνών αφαιρέθηκαν για να επιτευχθεί καλύτερη εφαρμογή της συνάρτησης κατανομής.



Σχήμα 2.18: Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Ρόδου.

Η Γενικευμένη κατανομή Pareto εισήχθη από τον Pickands [13] και μελετήθηκε περαιτέρω από τον Davison [14] και άλλους. Το γράφημα Pareto χρησιμοποιείται για να τονίσει τον πιο σημαντικό από ένα (συνήθως μεγάλο) σύνολο παραγόντων. Στον ποιοτικό έλεγχο, τα γραφήματα Pareto είναι χρήσιμα για την εύρεση των ελαττωμάτων που πρέπει να ιεραρχηθούν, προκειμένου να παρατηρηθεί η μεγαλύτερη συνολική βελτίωση.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την γενικευμένη κατανομή Pareto με παράμετρο μορφής  $k \neq 0$ , παράμετρο κλίμακας  $\sigma$  και όριο  $\theta$  δίνεται από τον τύπο

$$y = f(x, k, \sigma, \theta) = \left(\frac{1}{\sigma}\right) \left(1 + k \frac{x - \theta}{\sigma}\right)^{-1 - \frac{1}{k}} \quad (2.1)$$

για  $\theta < x$  ή για  $\theta < x < \theta - \frac{\sigma}{k}$  όταν  $k < 0$ .

Για  $k = 0$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι

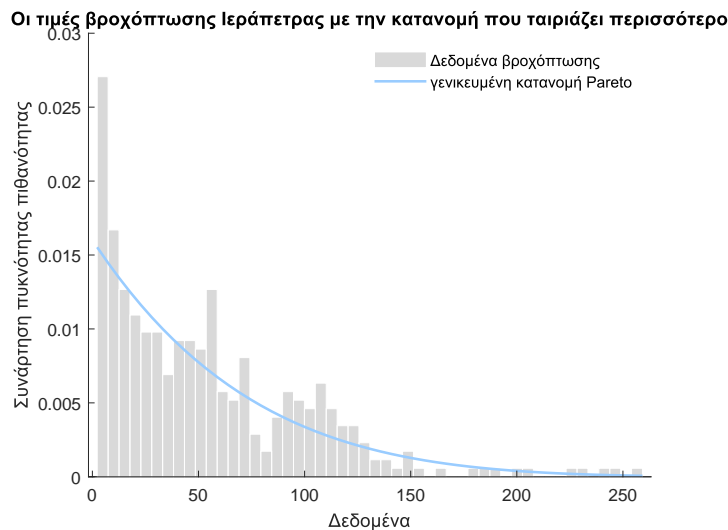
$$y = f(x, k, \sigma, \theta) = \left(\frac{1}{\sigma}\right) e^{-\frac{x - \theta}{\sigma}} \quad (2.2)$$

για  $\theta < x$ .

Για  $k = 0$  και  $\theta = 0$ , η γενικευμένη κατανομή Pareto είναι ισοδύναμη με την εκθετική κατανομή, ενώ για  $k > 0$  και  $\theta = \frac{\sigma}{k}$  η γενικευμένη κατανομή Pareto είναι ισοδύναμη με την κατανομή Pareto. Για  $k = 1$  η γενικευμένη κατανομή Pareto είναι ισοδύναμη με την ομοιόμορφη κατανομή.

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

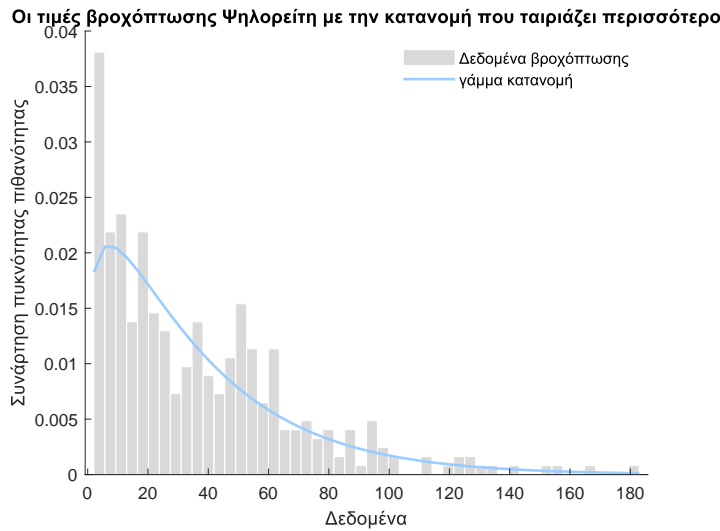
**Νήσος Κρήτη:** Στο Σχήμα 2.19 φαίνεται ότι η κατανομή Pareto προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας στην περίπτωση βροχόπτωσης Ιεράπετρας. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση αυτή αφαιρέθηκαν από τα δεδομένα οι μηδενικές τιμές που αντιστοιχούν περίπου στο 24.74% των δειγμάτων. Πρακτικά οι 3 καλοκαιρινοί μήνες από το σύνολο των 12 μηνών αφαιρέθηκαν για να επιτευχθεί καλύτερη εφαρμογή της συνάρτησης κατανομής.



**Σχήμα 2.19:** Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Ιεράπετρας.

Στο Σχήμα 2.20 φαίνεται ότι η γάμμα κατανομή προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας στην περίπτωση βροχόπτωσης Ψήλορείτη. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση αυτή αφαιρέθηκαν από τα δεδομένα οι μηδενικές τιμές που αντιστοιχούν περίπου στο 26.13% των δειγμάτων. Πρακτικά οι 3 καλοκαιρινοί μήνες από το σύνολο των 12 μηνών αφαιρέθηκαν για να επιτευχθεί καλύτερη εφαρμογή της συνάρτησης κατανομής.

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



**Σχήμα 2.20:** Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψηλορείτη.

Η κατανομή γάμμα χρησιμοποιείται στη μηχανική (επίπεδα φορτίου για τηλεπικοινωνίες), την μετεωρολογία (βροχόπτωση) και τις επιχειρήσεις (ασφαλιστικές απαιτήσεις, αθέτηση δανείων) στα οποία οι μεταβλητές είναι πάντα θετικές και τα αποτελέσματα δεν είναι σε ισορροπία.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί κατανομή γάμμα με παραμέτρους  $\alpha, \lambda > 0$  είναι

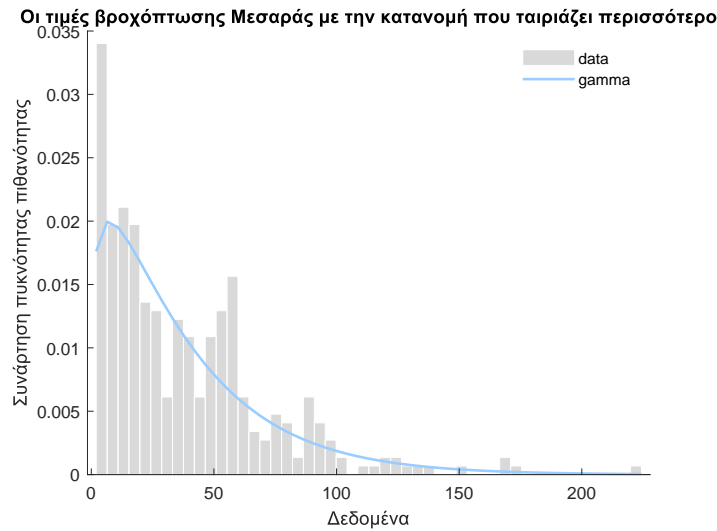
$$f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad x > 0 \quad (2.3)$$

και η συνάρτηση κατανομής είναι

$$F(y) = \int_0^y \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} dx, \quad y > 0. \quad (2.4)$$

Στο Σχήμα 2.21 φαίνεται ότι η γάμμα κατανομή προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας στην περίπτωση βροχόπτωσης Μεσαράς. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση αυτή αφαιρέθηκαν από τα δεδομένα οι μηδενικές τιμές που αντιστοιχούν περίπου στο 25.89% των δειγμάτων. Πρακτικά οι 3 καλοκαιρινοί μήνες από το σύνολο των 12 μηνών αφαιρέθηκαν για να επιτευχθεί καλύτερη εφαρμογή της συνάρτησης κατανομής.

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.21: Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Μεσαράς.

Στο Σχήμα 2.22 φαίνεται ότι η κατανομή Pareto προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας στην περίπτωση βροχόπτωσης Φαλάσαρνας. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση αυτή αφαιρέθηκαν από τα δεδομένα οι μηδενικές τιμές που αντιστοιχούν περίπου στο 18.7% των δειγμάτων. Πρακτικά οι 3 καλοκαιρινοί μήνες από το σύνολο των 12 μηνών αφαιρέθηκαν για να επιτευχθεί καλύτερη εφαρμογή της συνάρτησης κατανομής.

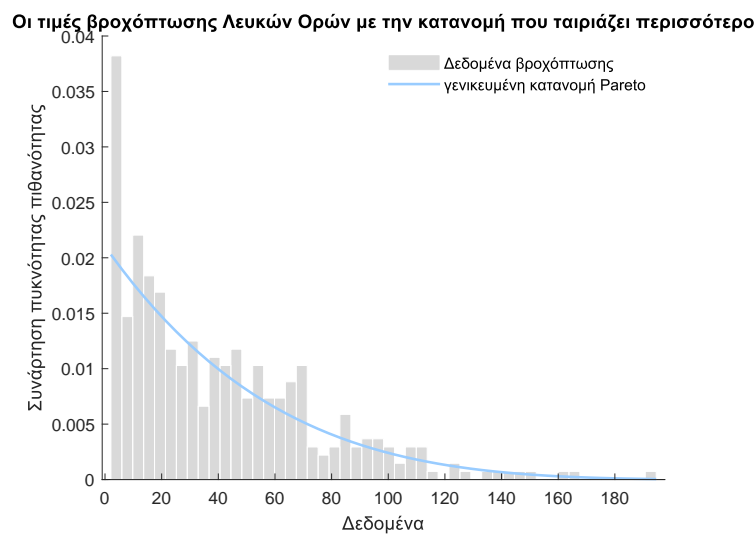


Σχήμα 2.22: Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας.

Στο Σχήμα 2.23 φαίνεται ότι η κατανομή Pareto προέκυψε ως το βέλτιστο πρότυπο κατανομής πιθανότητας στην περίπτωση βροχόπτωσης Λευκών Ορέων. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση αυτή αφαιρέθηκαν από τα δεδομένα οι μηδενικές τιμές που αντιστοιχούν περίπου στο 19.35% των δειγμάτων. Πρακτικά οι 3 καλοκαιρινοί μήνες από το σύνολο των 12 μηνών αφαιρέθηκαν για να επιτευχθεί καλύτερη

## 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

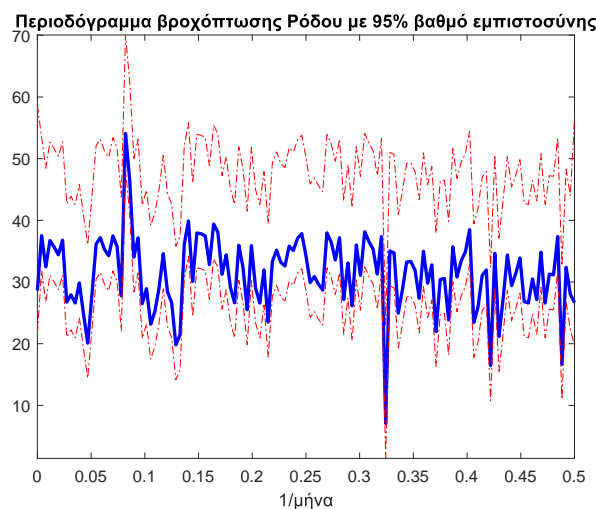
εφαρμογή της συνάρτησης κατανομής.



**Σχήμα 2.23:** Βέλτιστο πρότυπο συνάρτησης κατανομής χρονοσειράς βροχόπτωσης Λευκών Ορέων.

### 2.3.3 Περιοδόγραμμα

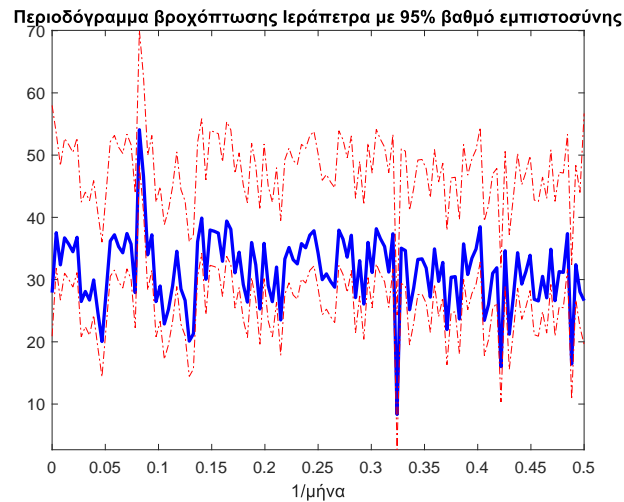
**Νήσος Ρόδος:** Το Σχήμα 2.24 δείχνει το περιοδόγραμμα των δεδομένων βροχόπτωσης που ελήφθησαν από το μετεωρολογικό σταθμό της Ρόδου. Έχει υπολογιστεί το διάστημα εμπιστοσύνης σε 95%. Εδώ, διακρίνεται μια υψηλή κορυφή, στη συχνότητα 0.08 (1/μήνας), που αντιστοιχεί στην περίοδο των 12 μηνών. Η περίοδος αυτή είναι πιο έντονη από τις άλλες. Προφανώς, η περίοδος των 12 μηνών σχετίζεται με την εποχική διακύμανση των βροχοπτώσεων κατά τη διάρκεια του έτους που παρατηρείται τυπικά στα κλιματολογικά δεδομένα.



**Σχήμα 2.24:** Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ρόδου (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

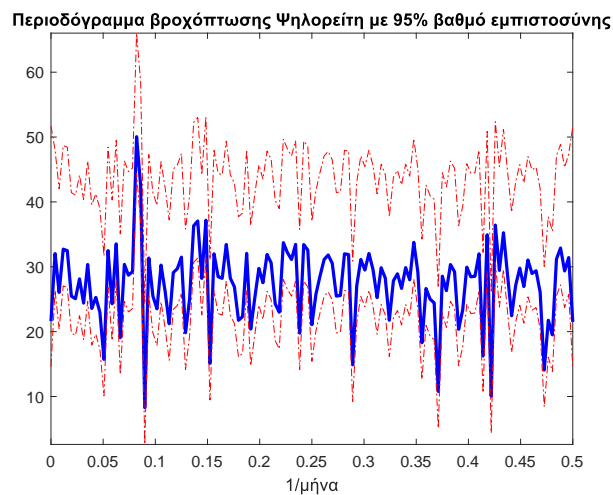
### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

**Νήσος Κρήτη:** Το Σχήμα 2.25 δείχνει το περιοδόγραμμα των δεδομένων βροχόπτωσης που λήφθηκε από το μετεωρολογικό σταθμό της Ιεράπετρας. Εδώ, διακρίνεται μια υψηλή κορυφή, στη συχνότητα 0.09 (1/μήνας), που αντιστοιχεί στην περίοδο των 12 μηνών περίπου. Η περίοδος αυτή είναι πιο έντονη από τις άλλες. Προφανώς, η περίοδος των 12 μηνών σχετίζεται με την εποχική διακύμανση των βροχοπτώσεων κατά τη διάρκεια του έτους που παρατηρείται τυπικά στα κλιματολογικά δεδομένα.



**Σχήμα 2.25:** Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Το Σχήμα 2.26 δείχνει το περιοδόγραμμα των δεδομένων βροχόπτωσης που λήφθηκε από το μετεωρολογικό σταθμό του Ψηλορείτη. Εδώ, διακρίνεται μια υψηλή κορυφή, στη συχνότητα 0.08 (1/μήνας), που αντιστοιχεί στην περίοδο των 12 μηνών. Η περίοδος αυτή είναι πιο έντονη από τις άλλες. Προφανώς, η περίοδος των 12 μηνών σχετίζεται με την εποχική διακύμανση των βροχοπτώσεων κατά τη διάρκεια του έτους που παρατηρείται τυπικά στα κλιματολογικά δεδομένα.

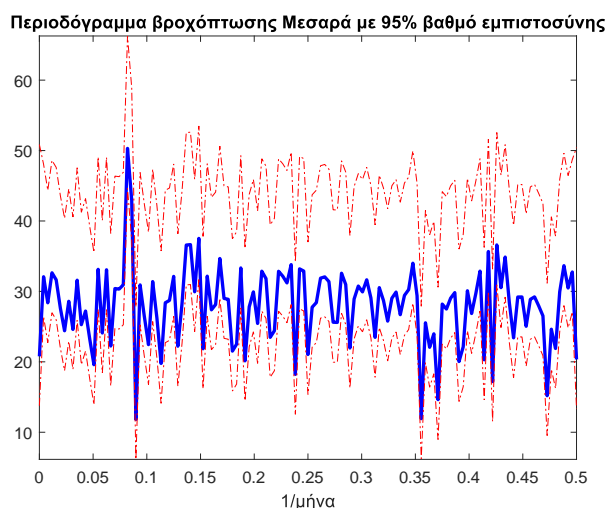


**Σχήμα 2.26:** Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψηλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).



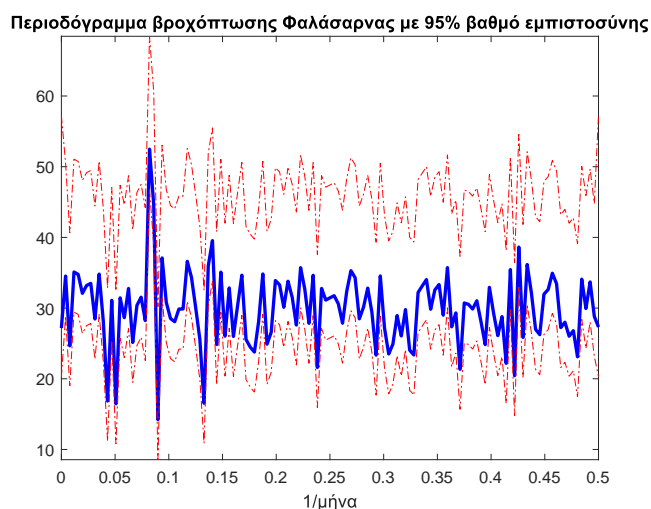
### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

Το Σχήμα 2.27 δείχνει το περιοδόγραμμα των δεδομένων βροχόπτωσης που λήφθηκε από το μετεωρολογικό σταθμό της Μεσαράς. Εδώ, διακρίνεται μια υψηλή κορυφή, στη συχνότητα 0.08 (1/μήνας), που αντιστοιχεί στην περίοδο των 12 μηνών. Προφανώς, η περίοδος των 12 μηνών σχετίζεται με την εποχική διακύμανση των βροχοπτώσεων κατά τη διάρκεια του έτους που παρατηρείται τυπικά στα κλιματολογικά δεδομένα.



Σχήμα 2.27: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Το Σχήμα 2.28 δείχνει το περιοδόγραμμα των δεδομένων βροχόπτωσης που λήφθηκε από το μετεωρολογικό σταθμό της Φαλάσαρνas. Εδώ, διακρίνεται μια υψηλή κορυφή, στη συχνότητα 0.08 (1/μήνας), που αντιστοιχεί στην περίοδο των 12 μηνών. Η περίοδος αυτή είναι πιο έντονη από τις άλλες. Προφανώς, η περίοδος των 12 μηνών σχετίζεται με την εποχική διακύμανση των βροχοπτώσεων κατά τη διάρκεια του έτους που παρατηρείται τυπικά στα κλιματολογικά δεδομένα.

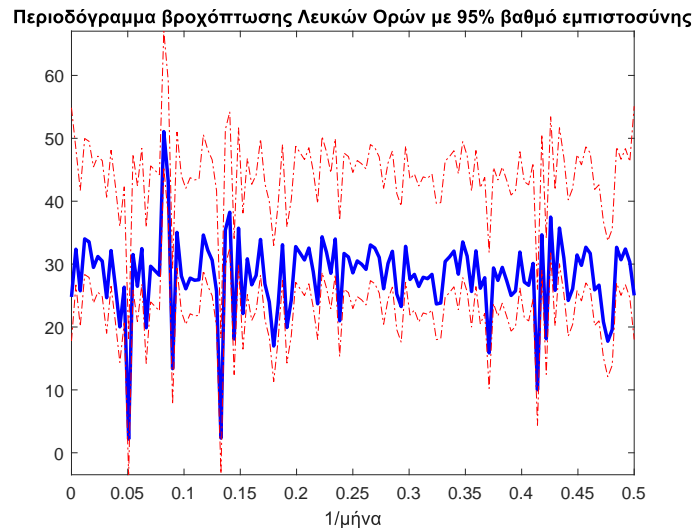


Σχήμα 2.28: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνas (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Το Σχήμα 2.29 δείχνει το περιοδόγραμμα των δεδομένων βροχόπτωσης που λή-

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

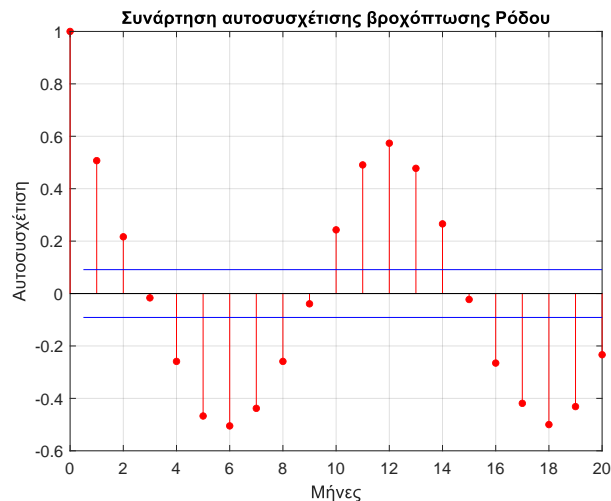
φθηκε από το μετεωρολογικό σταθμό των Λευκών Ορέων. Εδώ, διακρίνεται μια υψηλή κορυφή, στη συχνότητα 0.08 (1/μήνας), που αντιστοιχεί στην περίοδο των 12 μηνών. Η περίοδος αυτή είναι πιο έντονη από τις άλλες. Προφανώς, η περίοδος των 12 μηνών σχετίζεται με την εποχική διακύμανση των βροχοπτώσεων κατά τη διάρκεια του έτους που παρατηρείται τυπικά στα κλιματολογικά δεδομένα.



Σχήμα 2.29: Περιοδόγραμμα χρονοσειράς βροχόπτωσης Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

#### 2.3.4 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

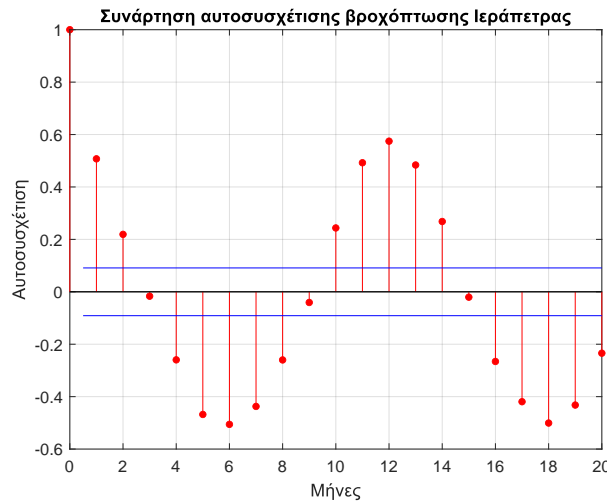
**Νήσος Ρόδος:** Στο Σχήμα 2.30 φαίνεται πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση στη χρονοσειρά της βροχόπτωσης της Ρόδου σε πολλές υστερήσεις. Όπως ήταν αναμενόμενο, υπάρχει μια έντονη περιοδικότητα 12 μηνών.



Σχήμα 2.30: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Ρόδου (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

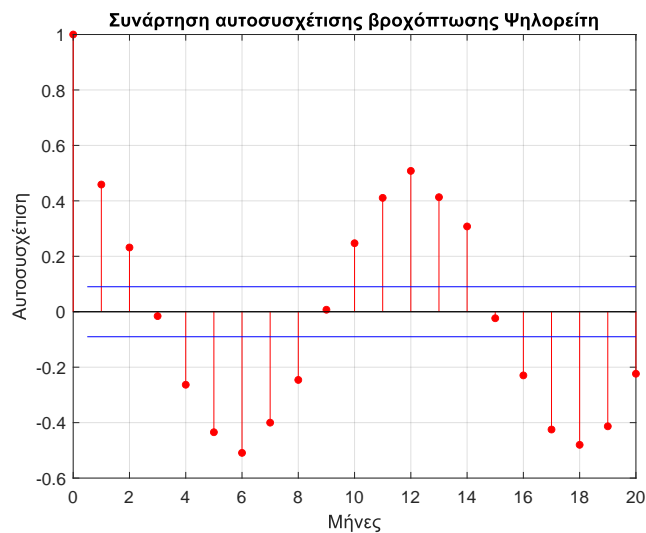
### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

**Νήσος Κρήτη:** Στο Σχήμα 2.31 φαίνεται πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση στη χρονοσειρά της βροχόπτωσης της Ιεράπετρας σε πολλές υστερήσεις. Όπως ήταν αναμενόμενο, υπάρχει μια έντονη περιοδικότητα 12 μηνών.



**Σχήμα 2.31:** Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

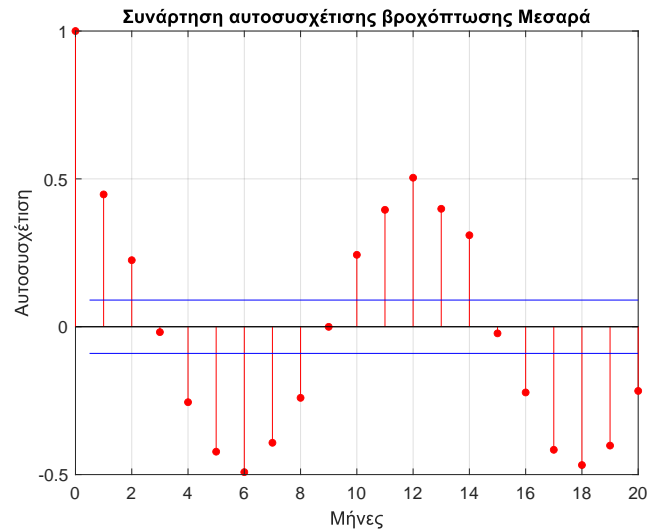
Στο Σχήμα 2.32 φαίνεται πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση στη χρονοσειρά της βροχόπτωσης του Ψήλορείτη σε πολλές υστερήσεις. Όπως ήταν αναμενόμενο, υπάρχει μια έντονη περιοδικότητα 12 μηνών.



**Σχήμα 2.32:** Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Ψήλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

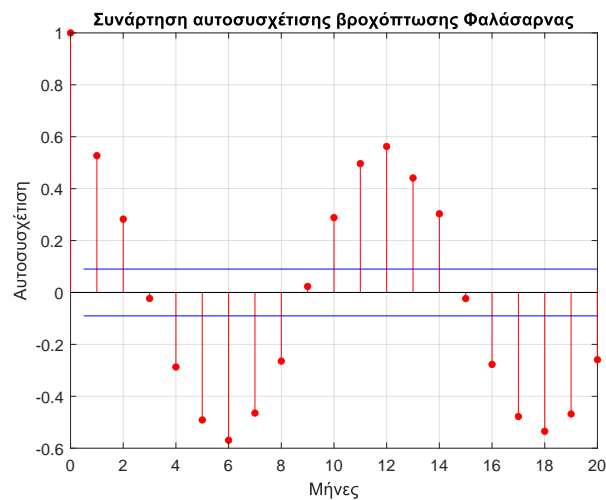
Στο Σχήμα 2.33 φαίνεται πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση στη χρονοσειρά της βροχόπτωσης της Μεσαράς σε πολλές υστερήσεις. Όπως ήταν αναμενόμενο, υπάρχει μια έντονη περιοδικότητα 12 μηνών.

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



Σχήμα 2.33: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

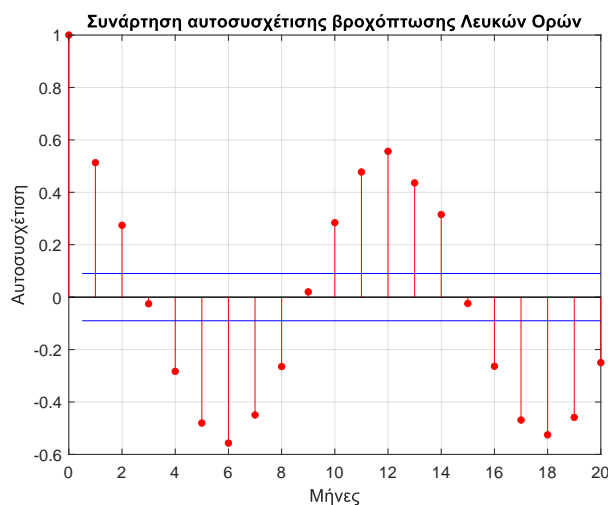
Στο Σχήμα 2.34 φαίνεται πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση στη χρονοσειρά της βροχόπτωσης της Φαλάσαρνας σε πολλές υστερήσεις. Όπως ήταν αναμενόμενο, υπάρχει μια έντονη περιοδικότητα 12 μηνών.



Σχήμα 2.34: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Στο Σχήμα 2.35 φαίνεται πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση στη χρονοσειρά της βροχόπτωσης των Λευκών Ορέων σε πολλές υστερήσεις. Όπως ήταν αναμενόμενο, υπάρχει μια έντονη περιοδικότητα 12 μηνών.

## 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης



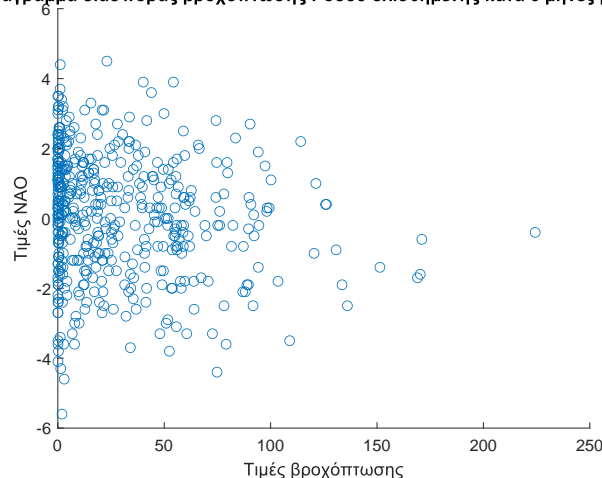
Σχήμα 2.35: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βροχόπτωσης Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

### 2.3.5 Διάγραμμα διασποράς NAO-βροχόπτωσης

**Νήσος Ρόδος:** Το διάγραμμα διασποράς είναι ένα είδος απεικόνισης των δεδομένων που δείχνει τη σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών. Κάθε μέλος του συνόλου δεδομένων σχεδιάζεται ως ένα σημείο, του οποίου οι συντεταγμένες  $(x, y)$  απεικονίζουν τις τιμές των δύο μεταβλητών. Μέσω των διαγραμμάτων διασποράς μπορεί να εντοπιστεί σχέση συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών.

Στο Σχήμα 2.36 το διάγραμμα διασποράς έχει την μορφή μιας πυραμίδας με τη βάση της στον κατακόρυφο άξονα. Συγκεκριμένα οι μεγάλες απόλυτες τιμές του δείκτη NAO συγκεντρώνονται στις μικρές τιμές της βροχόπτωσης. Όσο περισσότερο αυξάνεται η βροχόπτωση, η απόλυτη τιμή του δείκτη NAO μειώνεται. Οι ακραίες τιμές βροχόπτωσης βρίσκονται όταν ο δείκτης NAO έχει τιμές από -2 έως 0.

Διάγραμμα διασποράς βροχόπτωσης Ρόδου ολισθημένης κατά 6 μήνες με NAO

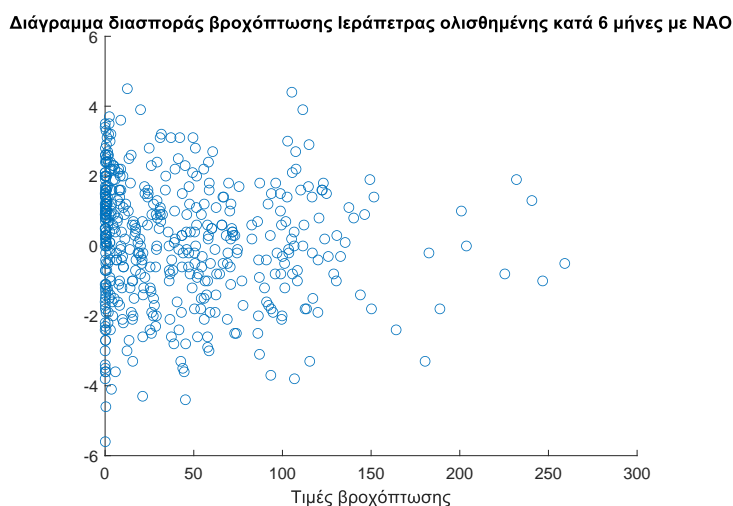


Σχήμα 2.36: Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Ρόδου ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

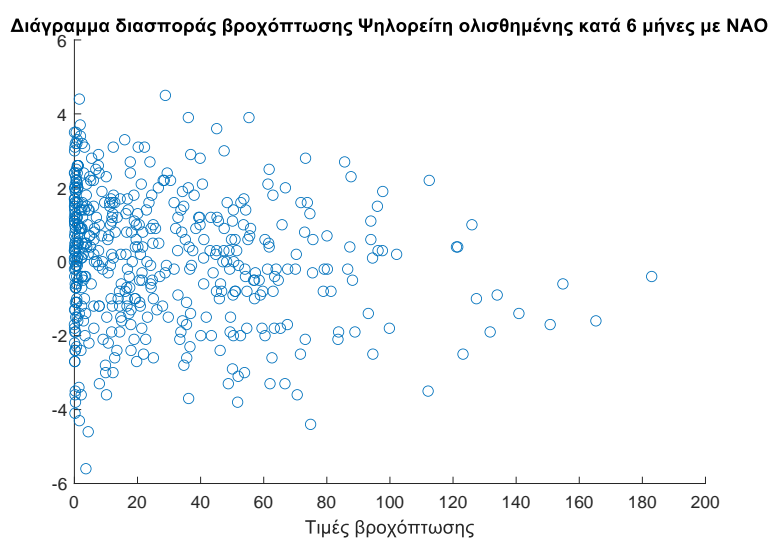
Ποιοτικά η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται στα διαγράμματα διασποράς του δείκτη NAO με τις χρονοσειρές βροχόπτωσης της Κρήτης, όπως φαίνεται παρακάτω. Οι ακραίες τιμές βροχόπτωσης αντιστοιχούν στο διάστημα -2 έως 2 των τιμών του δείκτη NAO, ανάλογα με την τοποθεσία.

**Νήσος Κρήτη:** Στο Σχήμα 2.37 οι ακραίες τιμές βροχόπτωσης βρίσκονται όταν ο δείκτης NAO έχει τιμές από -2 έως 2.



**Σχήμα 2.37:** Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Ιεράπετρας ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Στο Σχήμα 2.38 οι ακραίες τιμές βροχόπτωσης βρίσκονται όταν ο δείκτης NAO έχει τιμές από -2 έως 0.

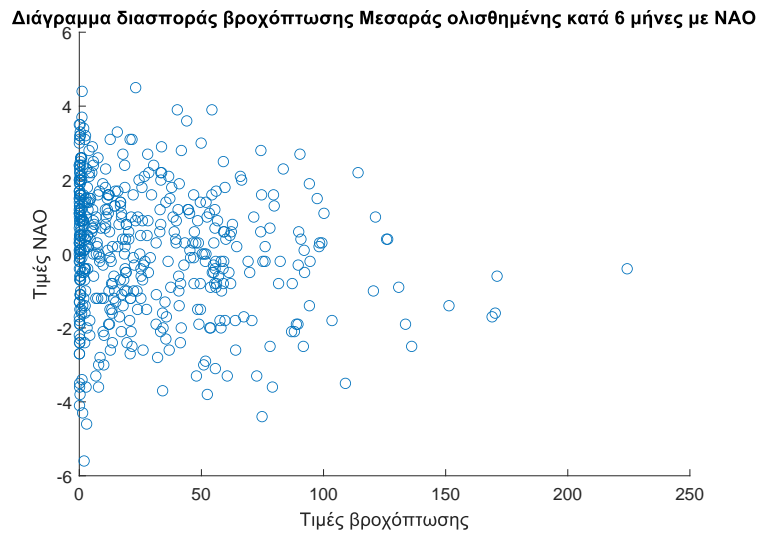


**Σχήμα 2.38:** Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Ψηλορείτη ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Στο Σχήμα 2.39 οι ακραίες τιμές βροχόπτωσης βρίσκονται όταν ο δείκτης NAO

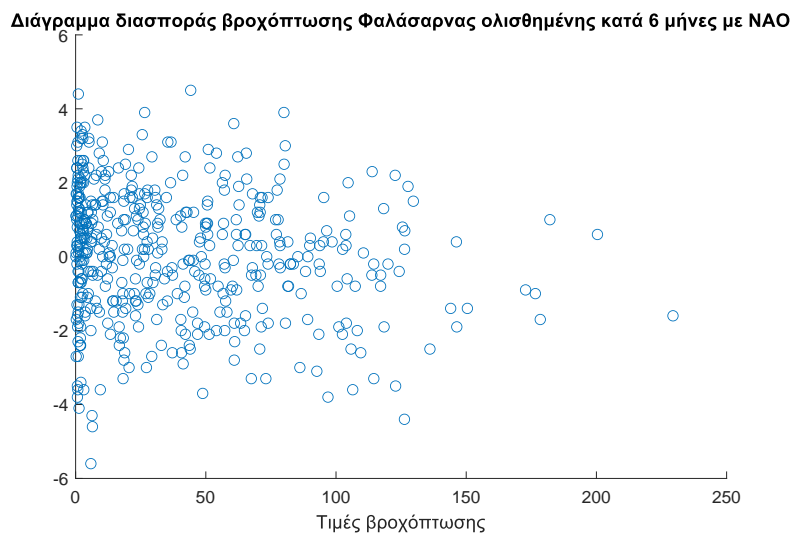
### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

έχει τιμές από -2 έως 0.



**Σχήμα 2.39:** Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Μεσαράς ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Στο Σχήμα 2.40 οι ακραίες τιμές βροχόπτωσης βρίσκονται όταν ο δείκτης NAO έχει τιμές από -2 έως 2.

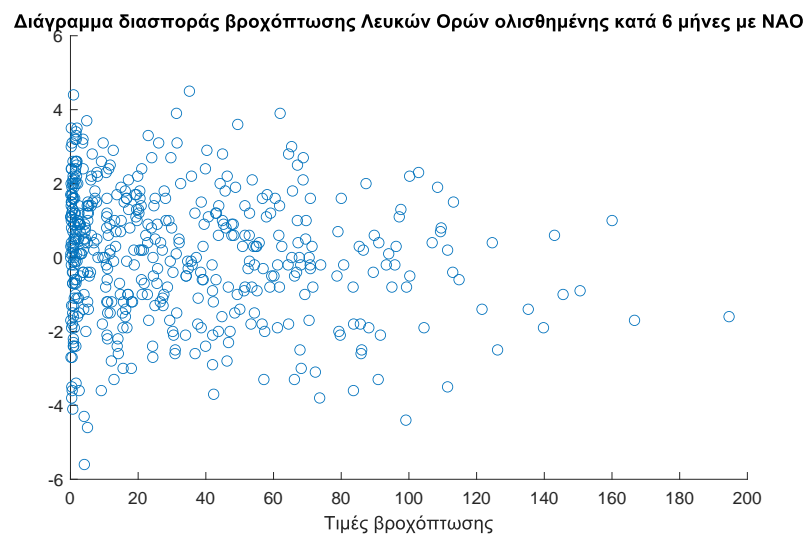


**Σχήμα 2.40:** Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Φαλάσαρνας ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).

Στο Σχήμα 2.41 οι ακραίες τιμές βροχόπτωσης βρίσκονται όταν ο δείκτης NAO έχει τιμές από -2 έως 2.

### 2.3. Διερευνητική ανάλυση χρονοσειρών βροχόπτωσης

---



**Σχήμα 2.41:** Διάγραμμα διασποράς χρονοσειράς βροχόπτωσης Λευκών Ορέων ολισθημένης κατά 6 μήνες με τον δείκτη NAO (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).



## Κεφάλαιο 3

# Μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας

Στο προηγούμενο κεφάλαιο εξετάστηκαν οι χρονοσειρές βροχόπτωσης στα νησιά της Κρήτης και της Ρόδου με απλά μαθηματικά εργαλεία διερευνητικής στατιστικής ανάλυσης. Σε αυτό το κεφάλαιο θα οριστούν οι πιο πολύπλοκοι μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας μεταξύ χρονοσειρών. Ο σκοπός είναι να εφαρμοστούν αργότερα αυτές οι μέθοδοι ανάλυσης αιτιότητας στα δεδομένα ώστε να εντοπιστούν τυχόν σχέσεις αιτιότητας μεταξύ του δείκτη ΝΑΟ και της βροχόπτωσης.

### 3.1 Αιτιότητα κατά Granger

#### 3.1.1 Η ανάλυση Granger για κλιματικά προβλήματα

Κατά την τελευταία δεκαετία, η έννοια της αιτιότητας κατά Granger έχει χρησιμοποιηθεί αρκετά συχνά για την αντιμετώπιση συγκεκριμένων προβλημάτων αιτιότητας στο κλιματικό σύστημα. Για παράδειγμα, οι Diks και Mudelsee [15] ανέλυσαν τα δεδομένα που προήλθαν από ένα πρόγραμμα ωκεάνιων γεωτρήσεων προκειμένου να εκτιμήσουν τις σχέσεις αιτιότητας μεταξύ κλιματολογικών παραμέτρων και της έκθεσης στην ηλιακή ακτινοβολία.

Οι Kaufmann et al. [16] εφάρμοσαν την ανάλυση αιτιότητας κατά Granger σε δορυφορικά δεδομένα και επίγειες μετεωρολογικές μετρήσεις για να εξετάσουν την επίδραση της χιονοκάλυψης και της βλάστησης στη θερμοκρασία σε Βόρειο Αμερική και Ευρασία σε διαφορετικές εποχές.

Σε άλλη περίπτωση, εξετάστηκε η σχέση μεταξύ της ισχύος των τυφώνων και της θερμοκρασίας στην επιφάνεια της θάλασσας (Sea Surface Temperature, SST) στον Ατλαντικό ωκεανό (Elsner, [17], [18]). Με ανάλυση αιτιότητας κατά Granger σε χρονοσειρές παγκόσμιας θερμοκρασίας (Global Temperature, GT) και χρονοσειρές

### 3.1. Αιτιότητα κατά Granger

---

SST βρέθηκε μια αιτιώδης σχέση από GT προς SST που συμφωνεί με την υπόθεση της ενίσχυσης των τυφώνων από την υπερθέρμανση του πλανήτη.

Οι Mosedale et al. [19] ερεύνησαν τις επιδράσεις SST στην Ταλάντωση του βόρειου Ατλαντικού (NAO) και βρήκε ότι ο δείκτης SST παρέχει πρόσθετες προγνωστικές πληροφορίες για το NAO από αυτές που είναι διαθέσιμες χρησιμοποιώντας μόνο προηγούμενες τιμές του NAO, δηλαδή το SST είναι αιτιατό κατά Granger για το NAO.

Οι Mason et. al [20] επίσης μελέτησαν την επίδραση της αστικοποίησης στη βροχόπτωση εφαρμόζοντας την αιτιότητα του Granger και διαπίστωσαν ότι, γενικά η αστικοποίηση προκαλεί έλλειμμα βροχοπτώσεων.

Τέλος, οι Mohkov et. al [21] ανέλυσαν τη σχέση μεταξύ της ταλάντωσης El Niño (ENSO) και της ισχύος των ινδικών μουσώνων. Βρήκαν μια αμφίδρομη επίδραση που ποικίλλει με το χρόνο και αυτό το αποτέλεσμα θα είναι σίγουρα χρήσιμο για την καλύτερη κατανόηση του δυναμικού μηχανισμού πίσω από αυτήν την αλληλεπίδραση.

Τα παραδείγματα εφαρμογής της ανάλυσης αιτιότητας Granger που αναφέρθηκαν παραπάνω δείχνουν τη δυνατότητα αυτής της τεχνικής στην αντιμετώπιση προβλημάτων αιτιότητας στο κλιματικό σύστημα, καθώς είναι μία από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες μεθόδους ανάλυσης αιτιότητας.

#### 3.1.2 Η ιδέα της αιτιότητας κατά Granger

Η αιτιότητα κατά Granger βασίζεται στην ιδέα ότι αν παραλειφθεί το παρελθόν μιας χρονοσειράς  $X$  σε ένα μοντέλο χρονοσειρών, συμπεριλαμβανομένου του παρελθόντος του  $Y$ , αυξάνεται το σφάλμα πρόβλεψης του μέλλοντος του  $Y$ . Συνεπώς έχοντας δύο μεταβλητές  $X$  και  $Y$  που αλληλοεξαρτώνται, το  $Y$  μεταφέρει πληροφορία στο  $X$ , αν το  $Y$  βοηθά στην πρόβλεψη του μέλλοντος του  $X$  εκτός από τον βαθμό που ο  $Y$  ήδη προβλέπει το δικό του μέλλον.

Έστω δύο χρονοσειρές  $x(t)$  και  $y(t)$ ,  $t = 1, \dots, n$ , στις οποίες προσαρμόζεται ένα γραμμικό διμεταβλητό αυτοπαλινδρούμενο μοντέλο (linear vector autoregressive VAR)

$$X_t = A_1 X_{t-1} + \dots + A_k X_{t-k} + B_1 Y_{t-1} + \dots + B_k Y_{t-k} + \epsilon_t, \quad (3.1\alpha')$$

$$X_t = A'_1 X_{t-1} + \dots + A'_k X_{t-k} + \epsilon'_t, \quad (3.1\beta')$$

### 3.1. Αιτιότητα κατά Granger

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + \dots + A_k Y_{t-k} + B_1 X_{t-1} + \dots + B_k X_{t-k} + \epsilon_t, \quad (3.2\alpha')$$

$$Y_t = A'_1 Y_{t-1} + \dots + A'_k Y_{t-k} + \epsilon'_t, \quad (3.2\beta')$$

όπου  $A_i, B_j, A'_i$  είναι οι συντελεστές του μοντέλου και οι πίνακες συνδιακύμανσης  $\Sigma \equiv c(\epsilon_t), \Sigma' \equiv c(\epsilon'_t)$ , όπου  $\epsilon_t, \epsilon'_t$  τα υπόλοιπα της προσαρμογής του μοντέλου. Τα υποδείγματα VAR (Vector Autoregression) θα αναλυθούν περισσότερο στην επόμενη ενότητα.

Η προσέγγιση του Granger προβάλλει τα 3.1α', 3.1β' ως προγνωστικά μοντέλα για τη μεταβλητή  $X$  σε σχέση με το κοινό παρελθόν του ίδιου και της μεταβλητής  $Y$  (πλήρες μοντέλο), και μόνο το δικό του παρελθόν (μειωμένο μοντέλο).

Εάν η διασπορά των υπολοίπων του πλήρους μοντέλου είναι μικρότερη από αυτήν του μειωμένου μοντέλου που δεν συμπεριλαμβάνει τη  $Y$ , τότε η μεταβλητή  $Y$  μεταφέρει πληροφορία στη  $X$ . Το μέγεθος της επίδρασης της  $Y$  στη  $X$  δίνεται από το δείκτη της αιτιότητας κατά Granger που ορίζεται ως

$$F_{Y \rightarrow X}^{(k,l)} \equiv \log \frac{|\Sigma'|}{|\Sigma|}. \quad (3.3)$$

Αν ισχύει  $F_{Y \rightarrow X} = 0$  τότε δεν υπάρχει αιτιότητα της χρονοσειράς  $Y$  στη  $X$ . Αντίθετα, αν  $F_{Y \rightarrow X} > 0$  τότε υπάρχει αιτιότητα της χρονοσειράς  $Y$  στη  $X$ . Μάλιστα όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη  $F_{Y \rightarrow X}$  τόσο περισσότερο επιδρά η χρονοσειρά  $Y$  στη  $X$ .

Σε παρακάτω ενότητα θα αναφερθεί με περισσότερη λεπτομέρεια για το πως δουλεύει η αιτιότητα κατά Granger, με σκοπό να βρεθεί η στατιστική σημαντικότητα του δείκτη αιτιότητας κατά Granger.

#### 3.1.3 Υποδείγματα VAR (Vector Autoregression)

Ένα υπόδειγμα VAR [22] είναι ένα αυτοπαλίνδρομο σύστημα εξισώσεων στο οποίο υπάρχουν μόνο ενδογενείς μεταβλητές. Όλες οι μεταβλητές ερμηνεύονται από χρονικές υστερήσεις των ίδιων και των υπόλοιπων ενδογενών μεταβλητών.

Τα υποδείγματα VAR είναι αρκετά αποτελεσματικά στη μελέτη πολυμεταβλητών χρονολογικών σειρών [23]. Μάλιστα, έχει αποδειχθεί ότι είναι ιδιαίτερα χρήσιμα στην περιγραφή της συμπεριφοράς των περιβαλλοντικών, μακροοικονομικών και χρηματοοικονομικών χρονοσειρών και για προβλέψεις χρονοσειρών. Επιπλέον, τα υποδείγματα VAR μπορούν να παρέχουν προβλέψεις των μονομεταβλητών χρονολογικών σειρών αλλά και των θεωρητικά επεξεργασμένων ταυτόχρονων υποδειγμάτων

### 3.1. Αιτιότητα κατά Granger

εξίσωσης. Τέλος, ένα υπόδειγμα VAR χρησιμοποιείται σε διαρθρωτικές αναλύσεις (structural VARs) και για μελέτες των επιδράσεων περιβαλλοντικών μεταβλητών.

Η γενική μορφή ενός υποδείγματος VAR δύο μεταβλητών που συσχετίζονται με-  
ταξύ τους είναι

$$X_t = A_1 X_{t-1} + \dots + A_k X_{t-k} + B_1 Y_{t-1} + \dots + B_k Y_{t-k} + \epsilon_t, \quad (3.4)$$

$$Y_t = C_1 Y_{t-1} + \dots + C_k Y_{t-k} + D_1 X_{t-1} + \dots + D_k X_{t-k} + \epsilon'_t, \quad (3.5)$$

όπου  $\epsilon_t$  είναι ένας λευκός θόρυβος, τέτοιος ώστε  $\mathbb{E}(\epsilon_t) = 0$ ,  $\mathbb{E}(\epsilon_t \epsilon'_t) = \Sigma_e$  και  $\mathbb{E}(\epsilon_t \epsilon'_t) = 0$  για  $t' \neq t$ , όπου  $\Sigma_e$  είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης.

Το πρώτο υπόδειγμα αφορά τη μεταβλητή  $Y$  και είναι συνάρτηση των τιμών της από το πρόσφατο παρελθόν καθώς επίσης και των προηγούμενων πληροφοριών των τιμών της  $X$ . Αντιστοίχως, το δεύτερο υπόδειγμα αναφέρεται στη μεταβλητή  $X$ , η οποία είναι συνάρτηση των παρελθοντικών τιμών της  $Y$  και των προηγούμενων (χρονικά) τιμών (υστερήσεις) της μεταβλητής  $X$ .

Στην παρούσα έρευνα, θεωρούμε ότι τα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα είναι στάσιμα ή περιγράφουν την δυναμική στάσιμων χρονοσειρών. Μία χρονοσειρά χαρακτηρίζεται στάσιμη αν η μέση τιμή, η διακύμανση και η συνδιακύμανση της χρονοσειράς δεν εξαρτώνται από τον χρόνο.

Επίσης, μια χρονοσειρά ονομάζεται αυστηρά στάσιμη όταν η από κοινού κατανομή των μεταβλητών είναι χρονικά αναλλοίωτη. Αντιθέτως, η μη-στασιμότητα, συνεπάγεται εκτιμήσεις με μη τυπικές κατανομές, ενώ η αύξηση των παραμέτρων λόγω της εισαγωγής ολοένα και περισσότερων μεταβλητών οδηγεί σε αναποτελεσματικότητες (μείωση βαθμών ελευθερίας).

#### 3.1.4 Έλεγχος αιτιότητας κατά Granger

Αφού έχουμε υπολογίσει το δείκτη αιτιότητας κατά Granger, είναι σημαντικό να βρούμε την στατιστική σημαντικότητα του. Στην πράξη, για την περίπτωση ενός VAR μοντέλου όπως για παράδειγμα η εξίσωση 3.5. Η χρονοσειρά  $X_t$  επιδρά στην  $Y_t$ , αν και μόνο αν, κάποιος από τους συντελεστές  $B_1, \dots, B_K$  είναι στατιστικά σημαντικός δηλαδή, διαφέρει στατιστικά σημαντικά από το μηδέν. Ο έλεγχος αυτός μπορεί να πραγματοποιηθεί με το γνωστό στατιστικό κριτήριο της κατανομής Fisher για την σημαντικότητα των παραμέτρων των χρονικών υστερήσεων των αντίστοιχων μεταβλητών.

Έτσι για παράδειγμα, για να ελέγξουμε κατά πόσο η χρονοσειρά  $X_t$  επιδρά στην  $Y_t$ , προβαίνουμε στον έλεγχο της από κοινού μηδενικής υπόθεσης  $H_0 : B_1 = B_2 =$

### 3.1. Αιτιότητα κατά Granger

---

$\dots = B_k = 0$  ως προς την εναλλακτική ότι  $H_1 : B_1 \neq 0$  ή  $B_2 \neq 0$  ή  $B_K \neq 0$ . Η απόρριψη της αρχικής υπόθεσης συνεπάγεται ότι υπάρχει αιτιότητα κατά Granger.

Η στάθμη πιθανότητας  $p$  (διαφέρει από την τάξη της αυτοπαλινδρόμησης) χρησιμοποιείται ώστε να ποσοτικοποιηθεί η στατιστική σημαντικότητα του αποτελέσματος ενός ελέγχου. Η στάθμη πιθανότητας  $p$  αντιστοιχεί στην πιθανότητα πραγματοποίησης (εμφάνισης) του δείγματος αν ισχύει η  $H_0$ . Αυτή η τιμή αντιπροσωπεύει την ακραία τιμή της ουράς της κατανομής  $F$ . Όσο μικρότερη είναι αυτή η τιμή τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα να προκύψει αυτό το αποτέλεσμα αν η μηδενική υπόθεση είναι αληθής. Μικρότερες τιμές της στάθμης πιθανότητας  $p$  εκλαμβάνονται ως ισχυρότερη ένδειξη ενάντια στην αρχική υπόθεση.

**Παραμετρικός Έλεγχος:** Θεωρούμε τα εξής υποδείγματα των εξισώσεων 3.4, 3.5 και υποθέτουμε ότι οι τιμές των μεταβλητών και  $Y$ , εξαρτώνται από τις προηγούμενες τιμές και των δύο μεταβλητών. Υποθέτουμε επίσης ότι  $Cov(e_t, e'_t) = 0$ , και ότι οι σειρές είναι στάσιμες, επισημαίνοντας τη σημαντικότητα της τελευταίας υπόθεσης, γιατί διαφορετικά υπάρχει το ενδεχόμενο της πλασματικής παλινδρόμησης οπότε και τα αποτελέσματα των ελέγχων μπορεί να είναι παραπλανητικά. Οι σχέσεις αιτίου – αποτελέσματος μπορούν να διατυπωθούν ως ακολούθως:

- Αν οι συντελεστές  $D_{i,i} = (1, 2, \dots, k)$  των μεταβλητών  $X_{t-i}$  είναι στατιστικά σημαντικοί, ενώ οι συντελεστές  $B_{i,i} = (1, 2, \dots, k)$  των μεταβλητών  $Y_{t-i}$  είναι στατιστικά ίσοι με το μηδέν, υπάρχει αιτιότητα κατά Granger, από τη  $X$  προς την  $Y$ . Αυτό σημαίνει ότι οι μεταβολές των τιμών της  $X$  προηγούνται των ανάλογων μεταβολών των τιμών της  $Y$ . Οπότε σε ένα ανάλογο διμεταβλητό υπόδειγμα η  $Y$  θα είναι η εξαρτημένη μεταβλητή και η  $X$  η ερμηνευτική μεταβλητή.
- Αν οι συντελεστές  $D_{i,i} = (1, 2, \dots, k)$  των μεταβλητών  $X_{t-i}$  είναι στατιστικά σημαντικοί, ενώ οι συντελεστές  $B_{i,i} = (1, 2, \dots, k)$  των μεταβλητών  $Y_{t-i}$  δεν είναι στατιστικά σημαντικοί, υπάρχει αιτιότητα κατά Granger, από τη  $Y$  προς την  $X$ .
- Αν οι συντελεστές  $D_{i,i} = (1, 2, \dots, k)$  και  $B_{i,i} = (1, 2, \dots, k)$  των μεταβλητών  $X_{t-i}$  και  $Y_{t-i}$  αντίστοιχα στις δύο εξισώσεις είναι στατιστικά σημαντικοί, υπάρχει ένδειξη αιτιότητας κατά Granger και προς τις δύο κατευθύνσεις. Με άλλα λόγια, υπάρχει αμφίδρομη σχέση μεταξύ των μεταβλητών  $X$  και  $Y$ .
- Τέλος, θεωρείται ότι δεν υπάρχει αιτιώδης σχέση μεταξύ των μεταβλητών  $X$  και  $Y$  αν οι συντελεστές  $D_{i,i} = (1, 2, \dots, k)$  και  $B_{i,i} = (1, 2, \dots, k)$  των μεταβλητών

### 3.2. Συνάρτηση ετεροσυνδιασποράς

---

$X_{t-i}$  και  $Y_{t-i}$  αντίστοιχα στις δύο εξισώσεις δεν είναι στατιστικά σημαντικοί. Η περίπτωση αυτή αναφέρεται και ως κατάσταση ανεξαρτησίας.

### 3.2 Συνάρτηση ετεροσυνδιασποράς

Εφόσον μια τυχαία διαδικασία είναι μια αριθμημένη ακολουθία τυχαίων μεταβλητών, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση τιμή καθεμιάς από αυτές τις τυχαίες μεταβλητές. Με τον τρόπο αυτό παράγεται μια ντετερμινιστική ακολουθία:

$$m_t = \mathbb{E}[X_t] \quad (3.6)$$

γνωστή ως η αναμενόμενη τιμή της διαδικασίας. Κατά αντιστοιχία, υπολογίζοντας τη διασπορά κάθε τυχαίας μεταβλητής, δημιουργούμε την ακολουθία

$$\sigma_t^2 = \mathbb{E}[(X_t - m_t)^2] \quad (3.7)$$

που λέγεται διασπορά της διαδικασίας.

Δύο πολύ χρήσιμα μέτρα στατιστικής εξάρτησης είναι η συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς (autocovariance):

$$c_{t,t'} = \mathbb{E}[(X_t - m_t)(X_{t'} - m_{t'})] \quad (3.8)$$

και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (autocorrelation):

$$r_{t,t+\tau} = \frac{c_{t,t+\tau}}{\sigma_t \sigma_{t+\tau}}. \quad (3.9)$$

Αν η στοχαστική διαδικασία  $X_t$  είναι στάσιμη, τότε ισχύει ότι

$$r_\tau = \frac{c_\tau}{\sigma_t^2}. \quad (3.10)$$

### 3.3 Εντροπία μεταφοράς

Η εντροπία μεταφοράς έχει αναπτυχθεί ως μία μη γραμμική επέκταση της αιτιότητας Granger. Ουσιαστικά, η εντροπία μεταφοράς βασίζεται στην έννοια της εντροπίας κατά Shannon αλλά στοχεύει στην ανίχνευση δυναμικών δεσμών αιτιότητας μεταξύ ενός ζεύγους μεταβλητών. Αντίθετα από την αιτιότητα Granger, η εντροπία μεταφοράς δεν προβλέπει το μέλλον κάποιας μεταβλητής, αλλά συμβάλλει στην επίλυση της αβεβαιότητας.

### 3.4. Ρυθμός ροής πληροφορίας

Θεωρητικά, η εντροπία μεταφοράς είναι ένα μέτρο πληροφορίας ως γενίκευση της αμοιβαίας πληροφορίας. Ενώ η αμοιβαία πληροφορία δεν περιέχει ούτε δυναμική ούτε κατευθυντική πληροφορία, η εντροπία μεταφοράς λαμβάνει υπόψη τη δυναμική της μεταφοράς πληροφορίας μεταξύ δύο συστημάτων. Αυτό επιτρέπει την ποσοτικοποίηση της ανταλλαγής πληροφορίας.

Τα θεμέλια της εντροπίας μεταφοράς βρίσκονται από την θεωρία πληροφορίας. Η εντροπία Shannon δίνεται από τον τύπο

$$H_1 = - \sum_i p(i) \log_2 p(i) \quad (3.11)$$

όπου το  $i$  είναι οι καταστάσεις τις οποίες η διαδικασία  $I$  μπορεί να υποθέσει και  $p(i)$  η κατανομή πιθανότητας που ακολουθούν.

Η εντροπία μεταφοράς από την μεταβλητή  $Y$  στη  $X$  ορίζεται ως

$$T_{Y \rightarrow X}(t) = I(X_t : Y_{t-1} | X_{t-1}) = H(X_t | X_{t-1}) - H(X_t | X_{t-1}, Y_{t-1}) \quad (3.12)$$

Η αμοιβαία πληροφορία  $I(x_{1:n} : y_{1:m})$  μεταξύ δύο διανυσματικών τυχαίων μεταβλητών ποσοτικοποιεί το βαθμό εξάρτησης μεταξύ αυτών των διανυσμάτων. Ειδικότερα,  $I(x_{1:n} : y_{1:m}) = D_{KL}(p(x_{1:n}, y_{1:m}) || p(x_{1:n})p(y_{1:m}))$ , όπου  $D_{KL}(p || q)$  είναι η σχετική εντροπία, ή απόκλιση Kullback-Leibler, μεταξύ δύο συναρτήσεων μάζας πιθανότητας. Η σχετική εντροπία είναι ίση με μηδέν αν και μόνο αν  $p = q$ , ενώ παίρνει θετικές τιμές αν  $p \neq q$ .

Συνεπώς η αμοιβαία πληροφορία μετρά την ανεξαρτησία δεδομένου ότι είναι 0 αν, και μόνο αν τα διανύσματα  $x_{1:n}$  και  $y_{1:m}$  είναι ανεξάρτητα. Η αμοιβαία πληροφορία έχει επίσης μια ερμηνεία ως προς την πληροφορία. Η αμοιβαία πληροφορία μπορεί να γραφτεί ως

$$I(x_{1:n} : y_{1:m}) = H(y_{1:m}) - H(y_{1:m} | x_{1:n}) \quad (3.13)$$

και μετρά την απώλεια αβεβαιότητας για μία μεταβλητή εξαιτίας της γνώσης για την άλλη μεταβλητή.

## 3.4 Ρυθμός ροής πληροφορίας

Ο ρυθμός ροής πληροφορίας αναφέρεται στην μεταφορά πληροφορίας μεταξύ δύο μεταβλητών σε ένα δυναμικό σύστημα, με την μία μεταβλητή να θεωρείται ως πηγή ή πομπός και την άλλη ως δέκτης. Έχει εφαρμογές σε μια μεγάλη ποικιλία επιστημονικών κλάδων όπως η νευροεπιστήμη [24], επιστήμη ατμόσφαιρας-ωκεανού [25], [26], [27], ανάλυση σειρών μη γραμμικού χρόνου [28], [29], οικονομικά και επιστήμη υλικών.



### 3.4. Ρυθμός ροής πληροφορίας

Η μεταφορά πληροφορίας ή ροή πληροφορίας χρησιμοποιείται για να μετρηθεί η αιτιότητα μεταξύ δυναμικών γεγονότων, καθώς το ποσό της ανταλλαγής πληροφορίας μεταξύ δύο γεγονότων εκφράζει και το μέγεθος και την κατεύθυνση της σχέσης αίτιο-αποτέλεσμα.

Συνειδητοποιώντας ότι ο ρυθμός ροής πληροφορίας είναι μια φυσική έννοια, οι Liang και Kleeman [30] έθεσαν το πρόβλημα σε μια αυστηρή βάση και απέκτησαν σε κλειστή μορφή τη ροή πληροφοριών μεταξύ των στοιχείων ενός δισδιάστατου δυναμικού συστήματος. Αυτός ο φορμαλισμός γενικεύτηκε σύντομα από τους Majda και Harlim [31] με δύο υποχώρους. Πρόσφατα, επεκτάθηκε από τον Liang σε συστήματα αυθαίρετων διαστάσεων. Ακολουθεί μια σύντομη ανασκόπηση της εργασίας [32] που αφορά αυτή τη μελέτη.

Ο ρυθμός ροής πληροφορίας από μία χρονοσειρά π.χ  $X_2$  σε μία άλλη χρονοσειρά π.χ  $X_1$  εκφράζεται ως  $T_{2 \rightarrow 1}$ . Αρχικά η κύρια ιδέα είναι ότι αν η πρόβλεψη ενός γεγονότος,  $X_1$ , είναι ανεξάρτητη από ένα άλλο, το  $X_2$ , τότε η αιτιότητα από το  $X_2$  στο  $X_1$  είναι μηδέν και συνεπώς το  $X_2$  δεν μεταφέρει πληροφορία στο  $X_1$ .

Αν ο ρυθμός ροής πληροφορίας δεν είναι μηδενικός τότε υπάρχει μεταφορά πληροφορίας. Υπό την παρουσία της αιτιότητας, διακρίνονται δυο περιπτώσεις. Η πρώτη περίπτωση είναι ένα θετικό  $T_{2 \rightarrow 1}$ , το οποίο σημαίνει ότι το  $X_2$  τείνει να κάνει πιο αβέβαιο το  $X_1$ . Η δεύτερη περίπτωση είναι μια αρνητική τιμή του  $T_{2 \rightarrow 1}$ , όπου το  $X_2$  τείνει να σταθεροποιεί το  $X_1$ .

Θεωρούμε ένα στοχαστικό σύστημα συνεχούς χρόνου  $n$  διαστάσεων  $x = (x_1, \dots, x_n)$

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(x(t), t) + B(x(t), t)E(t), \quad (3.14)$$

όπου  $F = (F_1, \dots, F_n)$  είναι ένα διάνυσμα αυθαίρετων μη γραμμικών συναρτήσεων των  $x$  και  $t$ ,  $E$  είναι ένα διάνυσμα λευκού θορύβου και  $B = [b_{ij}]_{i,j=1}^n$  είναι ένας πίνακας διάστασης  $n \times n$  με τα πλάτη των διαταραχών, τα οποία μπορεί να είναι επίσης αυθαίρετες συναρτήσεις του  $x$  και  $t$ . Υποθέτουμε ότι οι συνιστώσες των  $F$  και  $B$  είναι παραγωγίσιμα ως προς το  $x$  και  $t$ .

$$\begin{aligned} T_{j \rightarrow i} &= -\mathbb{E} \left[ \frac{1}{\rho_i} \int_{R^{n-2}} \frac{\partial(F_i \rho_j)}{\partial x_i} dx_{ij} \right] + \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[ \frac{1}{\rho_i} \int_{R^{n-2}} \frac{\partial^2(g_{ii} \rho_j)}{\partial^2 x_i} dx_{ij} \right] = \\ &= -\int_{R^n} \rho_{j|i}(x_j|x_i) \frac{\partial(F_i \rho_j)}{\partial x_i} dx + \frac{1}{2} \int_{R^n} \rho_{j|i}(x_j|x_i) \frac{\partial^2(g_{ii} \rho_j)}{\partial^2 x_i} dx, \end{aligned} \quad (3.15)$$

όπου  $dx_{ij}$  είναι  $dx_i \dots dx_{i-1} \dots dx_{j-1} dx_{j+1} \dots dx_n$ ,  $g_{ii} = \sum_{k=1}^n b_{ik} b_{ik}$ ,  $\rho_i = \rho_i(x_i)$  είναι η συνάρτηση οριακής πυκνότητας πιθανότητας του  $x_i$ ,  $\rho_{j|i}$  είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του  $x_i$  και  $\rho_j = \int_R \rho(x) dx_j$ .



### 3.4. Ρυθμός ροής πληροφορίας

Αν  $T_{j \rightarrow i} = 0$ , τότε το  $x_j$  δεν μεταφέρει πληροφορία στο  $x_i$ . Διαφορετικά, υπάρχει μεταφορά πληροφορίας και η απόλυτη τιμή  $T_{j \rightarrow i}$  μετρά το μέγεθος της αιτιότητας από  $x_j$  σε  $x_i$ . Για αντιστοιχίσεις διακριτού χρόνου, η ροή πληροφοριών είναι σε πολύ πιο περίπλοκη μορφή [32].

Ο ρυθμός ροής πληροφορίας (σε μονάδα nats/ unit time) από την χρονοσειρά  $X_2$  προς την χρονοσειρά  $X_1$  βάσει της θεωρίας του Liang δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$T_{2 \rightarrow 1} = \frac{C_{11}C_{12}C_{2,d1} - C_{12}^2C_{1,d1}}{C_{11}^2C_{22} - C_{11}C_{12}^2}, \quad (3.16)$$

όπου  $C_{12}$  είναι η δειγματική συνδιακύμανση των  $X_1$  και  $X_2$ , δηλαδή

$$C_{12} = \overline{(X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2)},$$

όπου η οριζόντια γραμμή πάνω από το σύμβολο της χρονοσειράς συμβολίζει τον δειγματικό μέσο όρο, και  $C_{1,d2}$  είναι η συνδιακύμανση των  $X_1$  και  $\dot{X}_2$ , δηλαδή

$$C_{1,d2} = \overline{(X_1 - \bar{X}_1)(\dot{X}_2 - \bar{\dot{X}}_2)},$$

όπου  $\dot{X}_{i,n} = \frac{X_{i,n+1} - X_{i,n}}{\Delta t}$  είναι η διαφορά τάξης  $n \geq 1$  η οποία προσεγγίζει την πρώτη παράγωγο [33].

Αυτή η εξίσωση έχει εφαρμοστεί με επιτυχία στην ανάλυση πολύπλοκων συστημάτων για την διερεύνηση σχέσεων αιτιότητας, όπως ανάμεσα στον δείκτη El Niño και το Δίπολο του Ινδικού Ωκεανού [33], για την πρόβλεψη τροπικών κυκλώνων [34], για την παγκόσμια κλιματική αλλαγή [35], και για την ανάλυση χρηματοοικονομικών χρονοσειρών [1]. Επίσης, η μελέτη των Stips και Liang [36], διαπιστώνει αιτιατή σχέση μεταξύ της συγκέντρωσης  $\text{CO}_2$  και της θερμοκρασίας στην επιφάνεια του πλανήτη. Αυτή η αιτιατή σχέση είναι μονόδρομη, δηλαδή ενώ ο δείκτης  $\text{CO}_2$  επιδρά στην παγκόσμια μέση θερμοκρασία της ατμόσφαιρας δεν συμβαίνει το αντίθετο.

#### 3.4.1 Κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας

Για να εκτιμηθεί η σημαντικότητα μιας προκύπτουσας αιτιότητας, χρειάζεται να κανονικοποιηθεί ο ρυθμός ροής πληροφορίας. Η κανονικοποίηση επιτυγχάνεται με τη διάκριση τριών τύπων θεμελιωδών μηχανισμών που διέπουν την οριακή μεταβολή της εντροπίας της ροής του παραλήπτη. Μια κανονικοποιημένη ροή μετρά τη σημασία της σε σχέση με άλλους μηχανισμούς. Η κανονικοποίηση δεν μπορεί να ακολουθήσει μια συγκεκριμένη πορεία υπολογισμού ενός συντελεστή συσχέτισης, καθώς δεν υπάρχει κάποιο θεώρημα όπως η ανισότητα Cauchy-Schwartz.

Οι τρεις τύποι μηχανισμών που συμβάλλουν στην εξέλιξη της οριακής εντροπίας του  $X_1$ ,  $H_1$ :

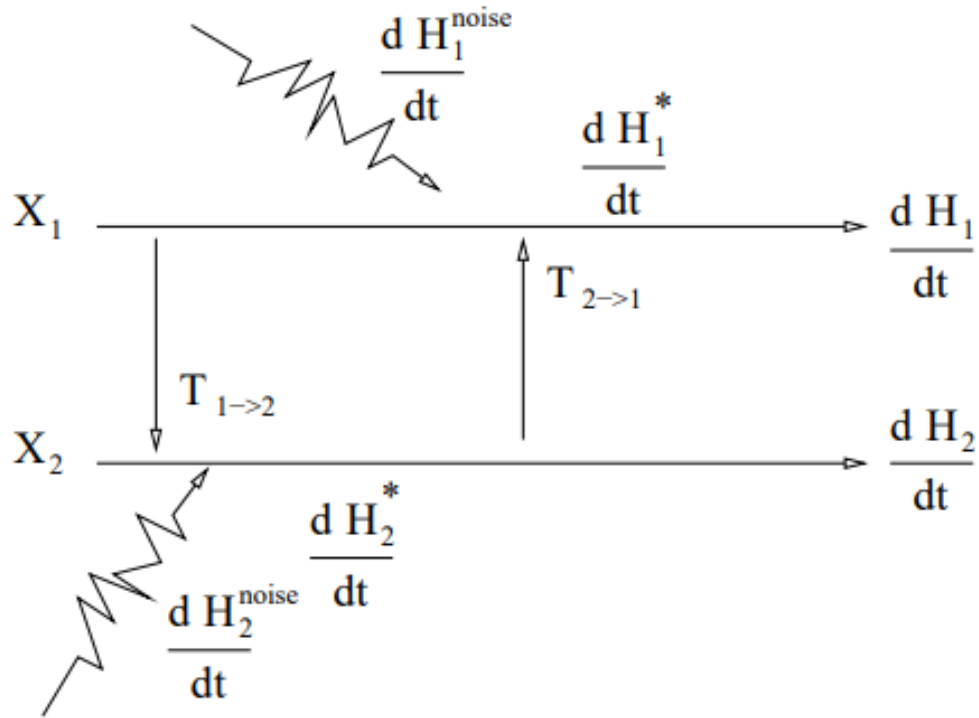
### 3.4. Ρυθμός ροής πληροφορίας

1.  $\frac{dH_1^*}{dt}$  : η συνεισφορά μόνο του  $X_1$ ,
2.  $T_{2 \rightarrow 1}$ : ο ρυθμός ροής πληροφορίας από το  $X_2$  στο  $X_1$ ,
3.  $\frac{dH_1^{noise}}{dt}$  : η συνεισφορά του θορύβου.

Έτσι, η εξίσωση του κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας από το  $X_2$  στο  $X_1$  είναι η Εξίσωση (3.17) και από το  $X_1$  στο  $X_2$  είναι η Εξίσωση (3.18):

$$\tau_{2 \rightarrow 1} = \frac{T_{2 \rightarrow 1}}{\left| \frac{dH_1^*}{dt} \right| + \left| \frac{dH_1^{noise}}{dt} \right| + |T_{2 \rightarrow 1}|}, \quad (3.17)$$

$$\tau_{1 \rightarrow 2} = \frac{T_{1 \rightarrow 2}}{\left| \frac{dH_2^*}{dt} \right| + \left| \frac{dH_2^{noise}}{dt} \right| + |T_{1 \rightarrow 2}|}. \quad (3.18)$$



**Σχήμα 3.1:** Απεικόνιση των εξελίξεων της οριακής εντροπίας και του ρυθμού ροής πληροφορίας στο σύστημα του  $(X_1, X_2)$  (Εικόνα από [1]).

## Κεφάλαιο 4

# Επεξεργασία δεδομένων με εργαλεία ανάλυσης χρονοσειρών

### 4.1 Ανάλυση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης

Σε προηγούμενο κεφάλαιο εξετάστηκαν οι αυτοσυσχετίσεις των χρονοσειρών της βροχόπτωσης και του NAO, και διαπιστώθηκε η ύπαρξη συσχετίσεων σε χρονική απόσταση τουλάχιστον ενός μήνα (NAO) έως και αρκετών μηνών με έντονη ένδειξη περιοδικότητας (βροχόπτωση). Σε αυτό το κεφάλαιο θα πραγματοποιηθεί διερεύνηση για την ύπαρξη σχέσεων στατιστικής εξάρτησης ανάμεσα στις χρονοσειρές της βροχόπτωσης και του NAO. Ιδιαίτερα θα δοθεί έμφαση στην διερεύνηση σχέσεων αιτιότητας ανάμεσα στις δύο χρονοσειρές. Αυτό θα μας επιτρέψει να εξετάσουμε το ερώτημα κατά πόσον ο δείκτης NAO επηρεάζει την βροχόπτωση σε δύο νησιά της Ελλάδας (Ρόδο και Κρήτη).

Ωστόσο, ακόμα και αν διαπιστωθεί συσχέτιση ανάμεσα σε αυτές τις χρονοσειρές, δεν εξασφαλίζεται ότι ο δείκτης NAO συνδέεται με την βροχόπτωση με αιτιατή σχέση. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η συσχέτιση του υψόμετρου με τον υψηλό δείκτη θνησιμότητας [6]. Αυτό δεν συνεπάγεται ότι το αυξημένο υψόμετρο προκαλεί θνησιμότητα. Οι χαμηλές θερμοκρασίες είναι πιθανότερο να συνδέονται με το υψόμετρο και να οδηγούν σε αυξημένη θνησιμότητα.

Θα ερευνηθεί αρχικά η ύπαρξη στατιστικών συσχετίσεων μέσω της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης της μηνιαίας χρονοσειράς του δείκτη NAO με αυτήν της βροχόπτωσης για τη χρονική περίοδο 1980-2020. Τα παραγόμενα αποτελέσματα θα ελεγχθούν με την μέθοδο των αναδιατάξεων (permutation testing).

Το Σχήμα 4.1 δείχνει την συνάρτηση ετεροσυσχέτισης του δείκτη NAO με την βροχόπτωση στη περιοχή της Ρόδου. Παρατηρείται μια σταθερή καθυστέρηση 6 μηνών

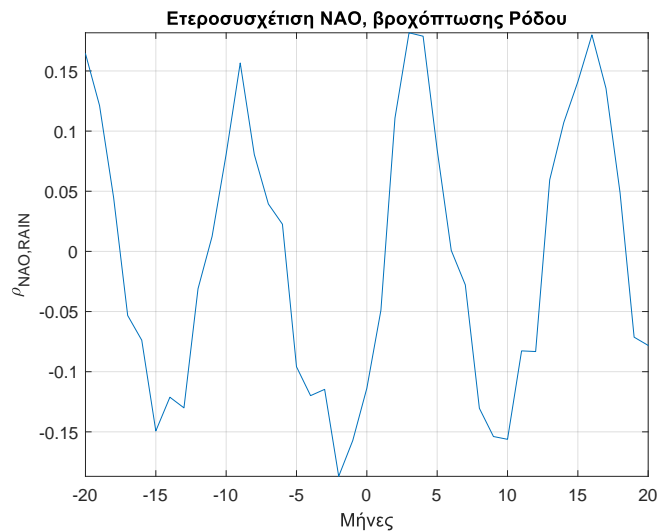
#### 4.1. Ανάλυση ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO και βροχόπτωσης

μεταξύ των κορυφών της. Η εκτίμηση της ετεροσυσχέτισης από δεδομένα υπόκειται σε μεγάλες στατιστικές διακυμάνσεις, για αυτό το λόγο χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος permutation testing (έλεγχος αναδιατάξεων).

Συγκεκριμένα, εφαρμόστηκαν 500 τυχαίες αναδιατάξεις στη χρονοσειρά του δείκτη NAO. Για κάθε αναδιάταξη υπολογίστηκε η ετεροσυσχέτιση της αναδιατεταγμένης σειράς του δείκτη με αυτή της βροχόπτωσης. Στο τέλος υπολογίστηκαν οι ελάχιστες και οι μέγιστες τιμές (από το σύνολο των 500 τιμών που προέκυψαν από τις αναδιατάξεις) της ετεροσυσχέτισης για κάθε χρονική απόσταση.

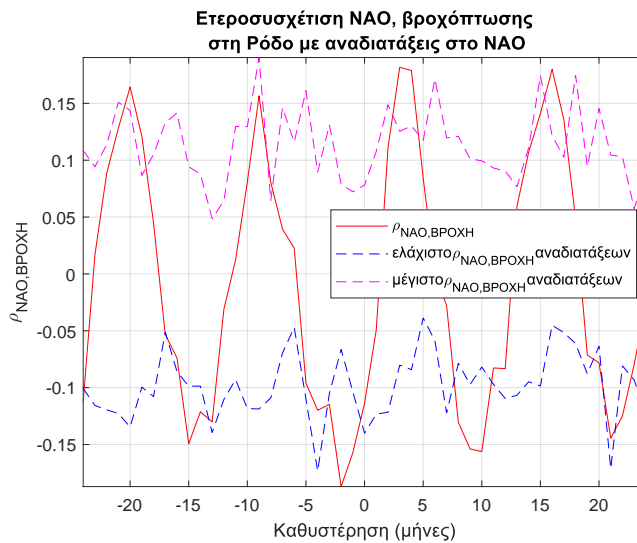
Οι καμπύλες της αρχικής (χωρίς αναδιάταξη του NAO) συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, καθώς και των ελαχίστων και των μεγίστων της ετεροσυσχέτισης (όπως προκύπτουν από τις αναδιατάξεις) παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.2. Ότι δεν περικλείεται από τις δύο αναδιατεταγμένες καμπύλες είναι στατιστικά σημαντικό.

Με τη μέθοδο των αναδιατάξεων φαίνεται ότι οι περισσότερες κορυφές της αρχικής (χωρίς αναδιάταξη NAO) ετεροσυσχέτισης δεν περικλείονται από τις αναδιατεταγμένες καμπύλες. Για αυτό τον λόγο, υπάρχει ετεροσυσχέτιση του δείκτη NAO με τη βροχόπτωση σε κάποιες χρονικές αποστάσεις.



**Σχήμα 4.1:** Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO, βροχόπτωσης στην Ρόδο από τον Ιανουάριο του 1980 έως τον Ιανουάριο του 2020.

## 4.2. Εφαρμογή μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας



**Σχήμα 4.2:** Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO και βροχόπτωσης Ρόδου, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις.

Οι συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης των άλλων περιοχών είναι παρόμοιες και τα σχετικά γραφήματα παρατίθενται στο [Παράρτημα Α'](#).

## 4.2 Εφαρμογή μεθόδων ανάλυσης αιτιότητας

Στην προηγούμενη ενότητα, εξετάστηκε η ανάλυση συσχετίσεων της χρονοσειράς του δείκτη NAO με τη βροχόπτωση, μέσω της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης του NAO με τη βροχόπτωση. Βρέθηκε η ύπαρξη ετεροσυσχέτισης σε ορισμένες χρονικές αποστάσεις και επιβεβαιώθηκε από τον έλεγχο αναδιατάξεων. Στο κεφάλαιο αυτό θα πραγματοποιηθεί επεξεργασία των δεδομένων με την μέθοδο ρυθμού ροής πληροφορίας, κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας και αιτιότητας κατά Granger.

Για τον εντοπισμό σχέσεων αιτιότητας ανάμεσα στο δείκτη NAO και τη βροχόπτωση θα εφαρμοσθεί μια νέα μέθοδος, αυτή του ρυθμού ροής πληροφορίας. Ο ρυθμός ροής πληροφορίας μετριέται από το χρονικό ρυθμό ροής πληροφορίας μιας χρονοσειράς σε μία άλλη. Αυτή η μέθοδος υλοποιείται μέσω δειγματικών συνδιακυμάνσεων και υπολογίζει τη ποσότητα της ανταλλαγής πληροφοριών μεταξύ δύο χρονοσειρών και την κατεύθυνσή της.

Η παραπάνω μέθοδος μαζί με την μέθοδο κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας θα εφαρμοσθούν σε ένα “απλό” σύστημα δύο γραμμικών στοχαστικών εξισώσεων, στο οποίο η δεύτερη μεταφέρει πληροφορία στην πρώτη αλλά όχι αντίστροφως. Το συνθετικό αυτό σύστημα λόγω της απλότητας του και του ότι γνω-

#### 4.3. Ροή πληροφορίας σε γραμμικό σύστημα

ρίζουμε εκ των προτέρων την κατεύθυνση της ροής πληροφορίας μας επιτρέπει να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα των δύο αυτών μεθόδων στο να ανιχνεύουν την υπάρχουσα αιτιότητα.

Οι ίδιες μέθοδοι (ρυθμός ροής πληροφορίας, κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας) εφαρμόστηκαν μετά για τον υπολογισμό του ρυθμού ροής πληροφορίας και του κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας από το NAO στη βροχόπτωση με υστέρηση 0-12 μηνών. Τα αποτελέσματα θα ελεγχθούν με την μέθοδο των αναδιατάξεων (permutation testing).

Τέλος, πραγματοποιήθηκε η ανάλυση αιτιότητας κατά Granger. Είναι από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες μεθόδους ανάλυσης αιτιότητας. Η ανάλυση αιτιότητας κατά Granger κατασκευάζει ένα μοντέλο παλινδρόμησης τάξης  $p$  για δύο χρονοσειρές. Μέσω αυτής της ανάλυσης ελέγχεται κατά πόσο η πληροφορία της πρώτης χρονοσειράς επηρεάζει τη δεύτερη ή το αντίστροφο, για τάξεις αυτοπαλινδρόμησης από 1 έως 12, που αντιστοιχεί σε υστέρηση 1-12 μηνών. Τα αποτελέσματα θα ελεγχθούν με την μη ύπαρξη αντίστροφης σχέσης (από βροχόπτωση σε δείκτη NAO).

Ο στόχος είναι να εφαρμοσθεί μια μέθοδος που χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό και εύρος εφαρμογών (ανάλυση αιτιότητας κατά Granger) και μια νέα μέθοδος (ρυθμός ροής πληροφορίας), ώστε να συγκριθούν τα αποτελέσματα που θα προκύψουν. Καθώς αυτές οι δύο μέθοδοι βασίζονται σε διαφορετικά μαθηματικά πλαίσια, θα βρεθούν οι διαφορές που μπορεί να υπάρξουν.

#### 4.3 Ροή πληροφορίας σε γραμμικό σύστημα

Θεωρούμε ένα σύστημα δύο γραμμικών στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης:

$$dX_1 = (-X_1 + 0.5X_2)dt + 0.1dW_1, \quad (4.1\alpha')$$

$$dX_2 = -X_2dt + 0.1dW_2, \quad (4.1\beta')$$

όπου  $W_1, W_2$  δύο διανύσματα της τυποποιημένης διαδικασίας Wiener (η “παράγωγος” της στοχαστικής διαδικασίας Wiener  $W$  είναι ο λεγόμενος λευκός θόρυβος). Οι δύο αυτές σειρές είναι της μορφής  $dx = Ax + BdW$  όπου

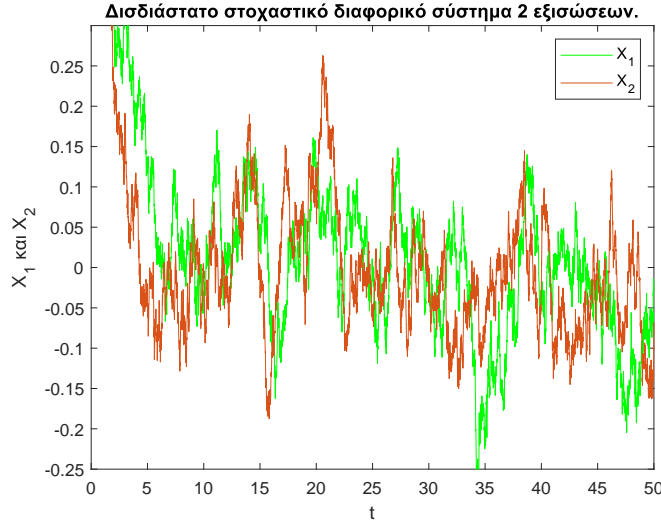
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0.5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

#### 4.3. Ροή πληροφορίας σε γραμμικό σύστημα

με αρχικές συνθήκες  $X_{1,0} = 1$  και  $X_{2,0} = 2$ .

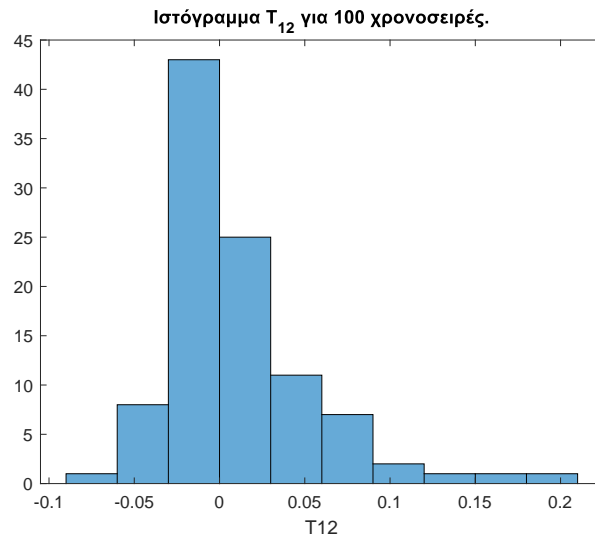
Είναι φανερό ότι το  $X_2$  μεταφέρει πληροφορία στο  $X_1$ , αλλά όχι το αντίστροφο. Χρησιμοποιώντας χρονικό βήμα  $\Delta_t = 0.001$ , παράχθηκαν 100.000 βήματα, που αντιστοιχούν σε χρονικό διάστημα  $t = 0 - 100$ . Στην αρχή οι χρονοσειρές διέρχονται από μια μεταβατική κατάσταση και μετά από την χρονική στιγμή  $t = 4$ , εισέρχονται σε κατάσταση ισορροπίας όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.3.



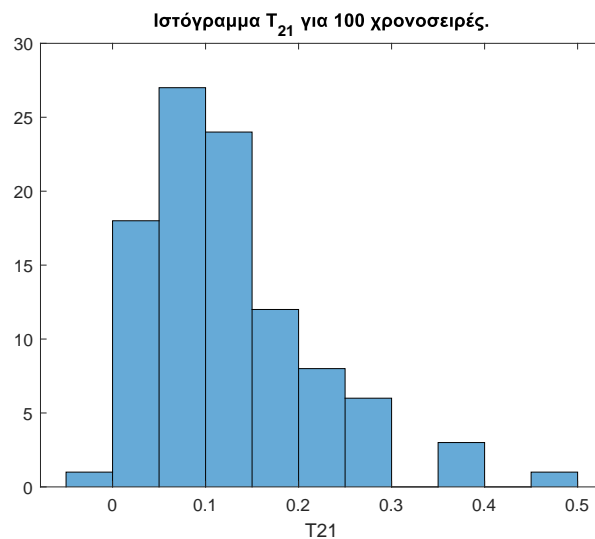
Σχήμα 4.3: Οι χρονοσειρές  $X_1$  και  $X_2$  του γραμμικού στοχαστικού διαφορικού συστήματος εξισώσεων 4.1.

Οι τιμές των  $T_{2 \rightarrow 1}$  και  $T_{1 \rightarrow 2}$  φαίνονται στα Σχήματα 4.5, 4.4 αντίστοιχα. Το ιστόγραμμα  $T_{1 \rightarrow 2}$  έχει τιμές από το  $-0.07$  έως το  $0.22$  και το ιστόγραμμα  $T_{2 \rightarrow 1}$  έχει τιμές από το  $-0.05$  έως το  $0.5$ . Οι περισσότερες τιμές του  $T_{1 \rightarrow 2}$  είναι μηδενικές, όπως αναμενόταν, καθώς η πληροφορία που μεταφέρει το  $X_1$  στο  $X_2$  δεν εξαρτάται από το  $X_2$ . Δηλαδή το  $X_1$  δεν μεταφέρει πληροφορία στο  $X_2$ . Όμως, το  $X_2$  μεταφέρει πληροφορία στο  $X_1$ , δηλαδή  $T_{2 \rightarrow 1} \neq 0$ . Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.5 οι περισσότερες τιμές των  $T_{2 \rightarrow 1}$  δεν είναι μηδενικές, κάτι που επιβεβαιώνει την μέθοδο του ρυθμού ροής πληροφορίας.

### 4.3. Ροή πληροφορίας σε γραμμικό σύστημα



Σχήμα 4.4: Ιστόγραμμα των τιμών  $T_{1 \rightarrow 2}$  για 100 υλοποιήσεις.



Σχήμα 4.5: Ιστόγραμμα των τιμών  $T_{2 \rightarrow 1}$  για 100 υλοποιήσεις.

#### 4.3.1 Κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας

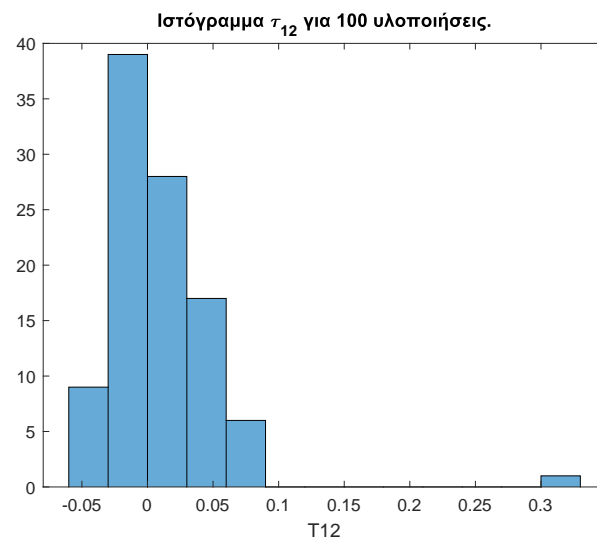
Υποθέτοντας ξανά το προηγούμενο σύστημα δύο γραμμικών στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων 4.1 με χρονικό βήμα  $\Delta_t = 0.001$ , παρήχθησαν 100.000 βήματα, που αντιστοιχούν σε χρονικό διάστημα  $t = 0 - 100$ . Οι τιμές των κανονικοποιημένων ρυθμών ροής πληροφορίας  $\tau_{2 \rightarrow 1}$  και  $\tau_{1 \rightarrow 2}$  φαίνονται στα Σχήματα 4.6-4.7 αντίστοιχα. Το ιστογράμμο  $\tau_{1 \rightarrow 2}$  έχει τιμές από το  $-0.07$  έως το  $0.25$  και το ιστογράμμο  $\tau_{2 \rightarrow 1}$  έχει τιμές από το  $-0.05$  έως το  $0.5$ .

Με την κανονικοποίηση παρατηρούνται πιο καθαρά οι πολλές μηδενικές τιμές

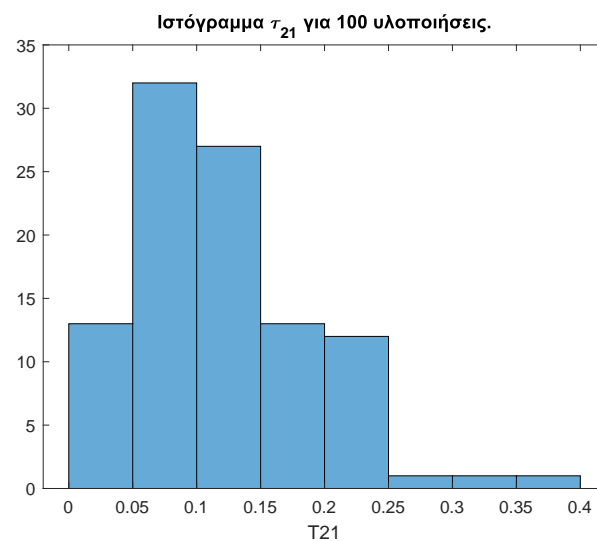


#### 4.3. Ροή πληροφορίας σε γραμμικό σύστημα

του  $\tau_{1 \rightarrow 2}$ , καθώς δεν συμβαίνει μεταφορά πληροφορίας από το  $X_1$  στο  $X_2$ . Στο ιστόγραμμα  $\tau_{2 \rightarrow 1}$  οι μηδενικές τιμές είναι ελάχιστες και είναι περισσότερο απλωμένες από το 0.05 μέχρι το 0.3, κάτι που δεν παρατηρείται στο ιστόγραμμα  $\tau_{1 \rightarrow 2}$  που οι τιμές του απλώνονται στο  $-0.055$  έως το  $0.058$ . Δηλαδή, το  $X_1$  δεν μεταφέρει πληροφορία στο  $X_2$ . Όμως, το  $X_2$  μεταφέρει πληροφορία στο  $X_1$ , δηλαδή  $\tau_{2 \rightarrow 1} \neq 0$ . Τα ιστογράμματα αυτά επιβεβαιώνουν την μέθοδο του κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας.



Σχήμα 4.6: Ιστόγραμμα των τιμών κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας  $\tau_{1 \rightarrow 2}$  για 100 υλοποιήσεις.



Σχήμα 4.7: Ιστόγραμμα των τιμών κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας  $\tau_{2 \rightarrow 1}$  για 100 υλοποιήσεις.

## 4.4 Ροή πληροφορίας από τον δείκτη NAO στη βροχόπτωση

Εφαρμόζοντας την μέθοδο του ρυθμού ροής πληροφορίας της χρονοσειράς NAO με την χρονοσειρά της βροχόπτωσης σε κάθε μία από τις πόλεις της Ρόδου, Ιεράπετρας, Ψηλορείτης, Μεσαρά, Φαλάσαρνα και Λευκών Ορέων για την περίοδο 1980–2020 με χρονικό βήμα τον ένα μήνα, προέκυψαν τα αποτελέσματα στον Πίνακα 4.1.

Για να ελεγχθεί αν η τιμή του ρυθμού ροής πληροφορίας είναι στατιστικά σημαντική ώστε να αποφανθεί η ύπαρξη αιτιότητας από το δείκτη NAO στην βροχόπτωση χρησιμοποιήθηκε ο έλεγχος αναδιατάξεων. Εφαρμόσθηκαν 1000 αναδιατάξεις στην χρονοσειρά του NAO, ξεκινώντας χωρίς καθυστέρηση έως την χρονική καθυστέρηση των 12 μηνών. Εφόσον η τιμή του αποτελέσματος του ρυθμού ροής πληροφορίας είναι εκτός του διαστήματος που ανήκει στον ρυθμό ροής πληροφορίας των 1000 αναδιατάξεων, τότε η τιμή είναι στατιστικά σημαντική.

Στον Πίνακα 4.1 οι τιμές με κόκκινο είναι αυτές που δεν ανήκουν στο παραπάνω διάστημα. Ο Ψηλορείτης, η Μεσαρά και τα Λευκά Όρη έχουν στατιστικά σημαντικό ρυθμό ροής πληροφορίας με υστέρηση 2 μηνών και η Ιεράπετρα με 8 μηνών. Η Ρόδος επίσης με υστέρηση 4 και 9 μηνών.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ρόδος	0.003	0.001	0.004	0.005	0.01	0.001	-0.001	-0.001	0.004	0.01	-0.003	-0.0004	-0.006
Ιεράπετρα	0.001	0.001	0.004	0.009	0.0008	-0.001	-0.0009	0.004	0.01	-0.003	-0.0008	0.0005	-0.006
Ψηλορείτης	0.002	0.004	0.01	0.009	-0.005	-0.001	0.004	0.007	0.001	0.002	-0.002	0.001	-0.004
Μεσαρά	0.002	0.002	0.01	0.01	-0.004	-0.001	0.003	0.007	0.001	0.002	-0.003	0.001	-0.006
Φαλάσαρνα	0.001	0.001	0.01	0.005	-0.004	-0.001	0.005	0.007	-0.0001	0.001	-0.002	0.0006	-0.006
Λευκά Όρη	0.002	0.002	0.01	0.007	-0.004	-0.001	0.004	0.007	-0.0002	0.001	-0.002	0.0007	0.003

Πίνακας 4.1: Ρυθμός ροής πληροφορίας NAO βροχόπτωσης κάθε περιοχής για 0 έως 12 μήνες καθυστέρηση.

### 4.4.1 Κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας

Εφαρμόζοντας την ίδια μέθοδο αξιολόγησης της στατιστικής σημαντικότητας των τιμών του κανονικοποιημένου ρυθμού ροής πληροφορίας με τις τιμές του ρυθμού ροής πληροφορίας παρατηρείτε (βλ. Σχήμα 4.2) ότι με υστέρηση 3 μηνών ο Ψηλορείτης, η Φαλάσαρνα και τα Λευκά Όρη έχουν στατιστικά σημαντικούς ρυθμούς ροής πληροφορίας ενώ η Ιεράπετρα με υστέρηση 9 μηνών. Η Ρόδος με υστέρηση 8 μηνών έχει στατιστικά σημαντικούς κανονικοποιημένους ρυθμούς ροής πληροφορίας.

#### 4.5. Ανάλυση αιτιότητας κατά Granger

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ρόδος	0.004	0.0009	0.004	0.01	0.001	-0.001	-0.001	0.003	0.01	-0.003	-0.0003	0.001	-0.006
Ιεράπετρα	0.003	0.001	0.001	0.004	0.009	0.0009	-0.001	-0.001	0.003	0.01	-0.003	-0.0008	0.0006
Ψηλορείτης	0.002	0.002	0.005	0.01	0.01	-0.006	-0.001	0.004	0.007	0.001	0.002	-0.002	0.001
Μεσαρά	0.001	0.002	0.002	0.01	0.01	-0.005	-0.001	0.003	0.008	0.001	0.002	-0.003	0.001
Φαλάσαρνα	0.004	0.001	0.001	0.01	0.005	-0.004	-0.002	0.006	0.007	-0.0001	0.001	-0.002	0.0006
Λευκά Όρη	0.003	0.01	0.002	0.01	0.007	-0.04	-0.001	0.004	0.007	-0.0002	0.001	-0.002	0.0007

**Πίνακας 4.2:** Κανονικοποιημένος ρυθμός ροής πληροφορίας NAO βροχοπτώσης κάθε περιοχής για 0 έως 12 μήνες καθυστέρησης.

#### 4.5 Ανάλυση αιτιότητας κατά Granger

Η μηδενική υπόθεση είναι πως η χρονοσειρά του δείκτη NAO δεν επηρεάζει την χρονοσειρά της βροχοπτώσης. Αν η τιμή πιθανότητας  $p$  είναι μικρότερη του 0.05, τότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και υπάρχει επαρκής απόδειξη ότι ο δείκτης NAO επηρεάζει κατά Granger την βροχοπτώση.

Στον Πίνακα 4.3 οι τιμές με ροζ είναι οι τιμές πιθανότητας  $p$  μικρότερες του 0.05. Οι τιμές με φούξια είναι μικρότερες του 0.01 και οι μωβ τιμές είναι μικρότερες του 0.001. Οι περισσότερες στατιστικά σημαντικές τιμές των τιμών πιθανότητας  $p$  βρίσκονται στην Ιεράπετρα, στον Ψηλορείτη, στη Μεσαρά, στη Φαλάσαρνα και στα Λευκά Όρη με τάξη αυτοπαλινδρόμησης 5, 6, που αντιστοιχεί σε χρονική καθυστέρηση 5, 6 μηνών. Η Ιεράπετρα έχει τις μικρότερες τιμές με χρονική καθυστέρηση 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 μηνών. Ο Ψηλορείτης παρουσιάζει τις μικρότερες τιμές του στις τάξεις 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 μηνών. Η Μεσαρά έχει τις στατιστικά σημαντικότερες τιμές με χρονική καθυστέρηση 1, 5, 6, 7, 8 μηνών. Η Φαλάσαρνα με χρονική καθυστέρηση 5, 6 μηνών, τα Λευκά Όρη με χρονική καθυστέρηση 5, 6, 7 μηνών παρουσιάζουν τις μικρότερες τιμές πιθανότητας  $p$ . Ενώ η Ρόδος με χρονική καθυστέρηση 1, 2 μηνών έχει την μικρότερη τιμή.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ρόδος	0.003	0.004	0.04	0.04	0.02	0.04	0.09	0.11	0.08	0.11	0.19	0.52
Ιεράπετρα	0.0001	0.0003	0.005	0.0005	0.0001	0.00006	0.0001	0.0001	0.002	0.005	0.02	0.05
Ψηλορείτης	0.0005	0.0009	0.009	0.001	0.0002	0.0001	0.0002	0.0005	0.003	0.01	0.02	0.08
Μεσαρά	0.0004	0.001	0.01	0.002	0.0002	0.0001	0.0002	0.0004	0.003	0.009	0.03	0.09
Φαλάσαρνα	0.003	0.005	0.04	0.003	0.0005	0.0009	0.001	0.002	0.006	0.01	0.04	0.1
Λευκά Όρη	0.001	0.002	0.02	0.002	0.0002	0.0002	0.0005	0.001	0.004	0.01	0.03	0.1

**Πίνακας 4.3:** Τιμές πιθανότητας  $p$  που αφορούν στον έλεγχο της επίδρασης του NAO στην βροχοπτώση βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 0 έως 12.

Με σκοπό να επιβεβαιωθεί η μέθοδος ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger, εφαρμόστηκε η ίδια μέθοδος για την αντίστροφη σχέση. Δηλαδή, εξετάστηκε το εάν η βροχοπτώση έχει επίπτωση στο δείκτη NAO με αιτιότητα κατά Granger. Εάν, οι τιμές πιθανότητας που θα προκύψουν δεν είναι σημαντικές, θα επιβεβαιωθεί ότι ο δείκτης NAO συνδέεται με τη βροχοπτώση με αιτιατή σχέση.

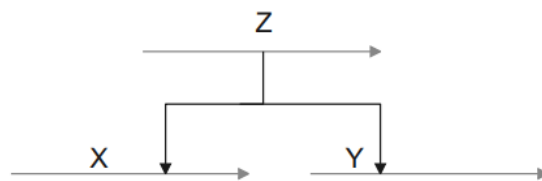
#### 4.5. Ανάλυση αιτιότητας κατά Granger

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ρόδος	0.3	0.05	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05	0.06	0.05	0.08	0.08	0.1
Ιεράπετρα	0.06	0.05	0.09	0.05	0.08	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	0.2	0.4
Ψηλορείτης	0.01	0.07	0.1	0.05	0.07	0.1	0.09	0.08	0.1	0.2	0.2	0.3
Μεσαρά	0.07	0.06	0.09	0.05	0.06	0.09	0.08	0.08	0.1	0.2	0.1	0.3
Φαλάσαρνα	0.1	0.07	0.06	0.08	0.09	0.05	0.05	0.05	0.08	0.06	0.07	0.01
Λευκά Όρη	0.1	0.06	0.06	0.05	0.07	0.06	0.06	0.07	0.1	0.09	0.1	0.2

**Πίνακας 4.4:** Τιμές πιθανότητας  $p$  που αφορούν στον έλεγχο της αντίστροφης σχέσης (επίδρασης της βροχόπτωσης στο NAO) βάσει μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης τάξης από 0 έως 12.

Στον παραπάνω Πίνακα 4.4 φαίνεται πως οι τιμές πιθανότητας  $p$  δεν είναι μικρότερες του 0.05 σε καμία περιοχή στο νησί της Ρόδου και Κρήτης. Για αυτό τον λόγο οι τιμές πιθανότητας  $p$  του Πίνακα 4.3 είναι στατιστικά σημαντικές. Με αυτό τον τρόπο, αποδεικνύεται ότι με την μέθοδο ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger υπάρχει σχέση αιτιότητας από το δείκτη NAO στη βροχόπτωση.

Η αιτιότητα κατά Granger παρέχει ένα ισχυρό στατιστικό εργαλείο για τον χαρακτηρισμό κατευθυνόμενων λειτουργικών αλληλεπιδράσεων από δεδομένα χρονοσειρών. Εάν χρησιμοποιηθεί προσεκτικά μπορεί να διακριθούν τα λειτουργικά κυκλώματα που υποκρύπτουν την αντίληψη [37]. Τα αποτελέσματα αιτιότητας κατά Granger δεν αποκαλύπτουν αιτιατές σχέσεις, αν και μπορούν να παρέχουν στοιχεία για την υποστήριξη μιας υπόθεσης σχετικά με τις αιτιατές αλληλεπιδράσεις. Για αυτόν τον λόγο, ορισμένοι επιστήμονες προτιμούν όρους όπως “πρόβλεψη κατά Granger” και αποφεύγουν την αναφορά της “αιτιότητας” [38].

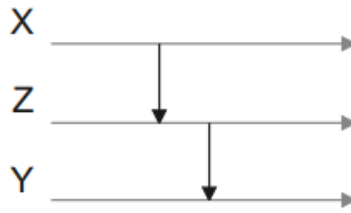


**Σχήμα 4.8:** Η χρονοσειρά  $Z$  μεταφέρει πληροφορία στις χρονοσειρές  $X$  και  $Y$ .

Επίσης, ένα μειονέκτημα είναι ότι η αιτιότητα Granger μπορεί να δηλώσει ότι το  $X$  μεταφέρει πληροφορία στο  $Y$ , παρόλο που το  $Z$  μεταφέρει πληροφορία στην πραγματικότητα τόσο το  $X$  όσο και το  $Y$  ( $Z \rightarrow X, Z \rightarrow Y$ ), όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.8.

#### 4.5. Ανάλυση αιτιότητας κατά Granger

---



**Σχήμα 4.9:** Η χρονοσειρά  $X$  μεταφέρει πληροφορία στη χρονοσειρά  $Z$  και αυτή στη  $Y$ .

Ομοίως, η αιτιότητα Granger δεν λαμβάνει υπόψη τις έμμεσες επιδράσεις. Μια διεργασία  $X$  μπορεί έμμεσα να οδηγεί το  $Y$  μέσω μιας τρίτης διεργασίας  $Z$  ( $X \rightarrow Z \rightarrow Y$ ), όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.9. Και πάλι, η αιτιότητα Granger μπορεί να δηλώσει ότι το  $X$  οδηγεί το  $Y$  χωρίς να περιλαμβάνει τον απαραίτητο σύνδεσμο  $Z$  [39].

Επίσης, η ανάλυση αιτιότητας κατά Granger έχει κάποιους περιορισμούς, οι οποίοι είναι ότι το σύστημα των ελεγχόμενων χρονοσειρών πρέπει να είναι γραμμικό και στάσιμο, με πεπερασμένο βήμα δειγματοληψίας και με Γκαουσιανό στοχαστικό παράγοντα [40], [41]. Οι χρονοσειρές της μηνιαίας βροχόπτωσης και του δείκτη NAO έχουν αναφερθεί ως μη γραμμικές [42], [43], [44]. Ως προς τη στασιμότητα, η χρονοσειρά της βροχόπτωσης δεν είναι στάσιμη λόγω εμφάνισης περιοδικής συνιστώσας [45]. Ο δείκτης NAO φαίνεται ότι έχει στασιμότητα, γιατί ανεξαρτήτως του πρώτου μήνα, η συνάρτηση αυτοσυσχέτισής του είναι εντός της ζώνης εμπιστοσύνης. Ο δείκτης NAO έχει Γκαουσιανό παράγοντα καθώς ακολουθεί κανονική κατανομή όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3. Αντίθετα, οι χρονοσειρές μηνιαίας βροχόπτωσης δεν ακολουθούν κανονική κατανομή.



## Κεφάλαιο 5

### Συμπεράσματα

Σύμφωνα με την υπάρχουσα βιβλιογραφία, ο δείκτης NAO έχει σημαντική επιρροή στις τιμές χειμερινής βροχόπτωσης στη βόρεια και στην δυτική Ευρώπη. Αυτή η παρατήρηση βασίζεται σε ανάλυση του συντελεστή ετεροσυσχέτισης του NAO με την βροχόπτωση, η οποία καταδεικνύει την ύπαρξη “σημαντικής” συσχέτισης με χρονική καθυστέρηση της τάξης των 9-12 μηνών. Ειδικότερα, βρέθηκε ότι ο συντελεστής ετεροσυσχέτισης του δείκτη NAO με τη χειμερινή βροχόπτωση είναι μεγαλύτερος του 0.57 στις περιοχές της βόρειας και δυτικής Ευρώπης. Η ανάλυση βασίζεται σε μηνιαία δεδομένα της χρονικής περιόδου 1950-2015 [46].

Μέσω αιτιότητας κατά Granger, προκύπτει ότι ο δείκτης NAO επηρεάζει τη βροχόπτωση στην Ευρώπη και στη βόρεια Αφρική. Επίσης, διαπιστώθηκε ότι η μεταβλητότητα του κλίματος (βροχόπτωση και θερμοκρασία) στην νότια Ευρώπη επηρεάζεται από τον δείκτη NAO. Σε χρονική καθυστέρηση των 3 μηνών βρέθηκε η τιμή πιθανότητας  $p$  ίση με 0.01. Τα δεδομένα της μηνιαίας βροχόπτωσης και του δείκτη NAO που χρησιμοποιήθηκαν αναφέρονται στην χρονική περίοδο 1902-2013 [47].

Μια άλλη έρευνα βασισμένη στην μέθοδο συνάφειας κυματιδίων έχει διαπιστώσει ότι ο μέσος χρόνος καθυστέρησης μεταξύ μεταβολών του NAO και επιπτώσεων του στην βροχόπτωση είναι μικρότερος του ενός έτους. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αφορούν τη βροχόπτωση τους χειμερινούς μήνες (Δεκέμβρη-Μάρτιο) για το 1951-2004 και το δείκτη NAO της ίδιας χρονικής περιόδου [48].

Στο νοτιοδυτικό Ιράν βρέθηκε ότι υπάρχει υψηλή συσχέτιση NAO και βροχόπτωσης με καθυστέρηση 6 μηνών, από δεδομένα χρονικής περιόδου 1969-2003, [49]. Εφαρμόστηκε η μέθοδος ανάλυσης του συντελεστή ετεροσυσχέτισης Pearson. Συγκεκριμένα βρέθηκε αρνητική ετεροσυσχέτιση μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης με συντελεστή ετεροσυσχέτισης μικρότερο του  $-0.5$ . Το ίδιο αποδείχθηκε και σε διάφορες περιοχές της Μέσης Ανατολής με την ίδια μέθοδο χρησιμοποιώντας

---

δεδομένα μηνιαίας βροχόπτωσης από 94 συνολικά σταθμούς στην Τουρκία, Ιράν, Ισραήλ, Ομάν και Κουβέιτ για την χρονική περίοδο 1951-1993 [50].

Η παρούσα μελέτη εξετάζει την επίδραση του δείκτη NAO στη βροχόπτωση στα νησιά της Ρόδου και της Κρήτης. Με εφαρμογή της αιτιότητας κατά Granger και του ρυθμού ροής πληροφορίας διερευνήθηκε η ύπαρξη αιτιατών σχέσεων μεταξύ του δείκτη NAO και της βροχόπτωσης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την κάθε μέθοδο ήταν διαφορετικά, καθώς οι δυο μέθοδοι βασίζονται σε διαφορετικά μαθηματικά πλαίσια.

Συγκεκριμένα, με την μέθοδο ρυθμού ροής πληροφορίας ανιχνεύτηκε πολύ μικρή αλλά στατιστικά σημαντική ροή πληροφορίας μεταξύ NAO και βροχόπτωσης σε λίγες περιπτώσεις. Ειδικότερα, με χρονική υστέρηση 2 μηνών σε κάποιες περιοχές της Κρήτης (Ψήλορείτης, Μεσαρά, Λευκά Όρη) και 8 μηνών στην Ιεράπετρα. Με χρονική υστέρηση 4 και 9 μηνών στη Ρόδο, υπάρχει επίδραση του δείκτη NAO στη βροχόπτωση.

Η μέθοδος κανονικοποιημένης ροής πληροφορίας έδειξε μικρή αλλά στατιστικά σημαντική ροή πληροφορίας του δείκτη NAO στη βροχόπτωση με χρονική υστέρηση 3 μηνών σε κάποιες περιοχές της Κρήτης (Ψήλορείτη, Φαλάσαρνα και Λευκά Όρη) και 9 μηνών στην Ιεράπετρα. Για την Ρόδο βρέθηκε η στατιστικά σημαντική ροή πληροφορίας με χρονική υστέρηση 8 μηνών.

Σε άλλες μελέτες που αφορούν κλιματικές μεταβλητές έχουν διαπιστωθεί αιτιατές σχέσεις με την μέθοδο ρυθμού ροής πληροφορίας. Παρ' όλα αυτά, στη παρούσα μελέτη δεν προκύπτουν τέτοιες σχέσεις παρά λίγες περιπτώσεις για την συγκεκριμένη ανάλυση.

Με την μέθοδο αιτιότητας κατά Granger διαπιστώθηκε επίδραση του δείκτη NAO με την βροχόπτωση. Χρησιμοποιήθηκαν αυτοπαλινδρούμενα μοντέλα τάξης από 1 έως και 12, τα οποία αντιστοιχούν σε χρονική υστέρηση από 1 έως 12 μήνες. Στις περισσότερες περιοχές της Κρήτης και Ρόδου παρουσιάστηκε η μεγαλύτερη επίδραση του δείκτη NAO στη βροχόπτωση με χρονική υστέρηση 5 και 6 μηνών.

Ωστόσο, η μέθοδος ανάλυσης αιτιότητας κατά Granger βασίζεται στη γραμμικότητα, στην στασιμότητα και στον Γκαουσιανό στοχαστικό παράγοντα των χρονοσειρών. Οι χρονοσειρές της βροχόπτωσης δεν είναι γραμμικές, στάσιμες και δεν ακολουθούν κανονική κατανομή. Ο δείκτης NAO είναι στάσιμος και ακολουθεί κανονική κατανομή αλλά δεν είναι γραμμικός.

Εκτός των παραπάνω μεθόδων, εξετάστηκε η ανάλυση συσχετίσεων της χρονοσειράς του δείκτη NAO με αυτή της βροχόπτωσης. Διαπιστώθηκε η ύπαρξη αυτοσυσχετίσης σε χρονική απόσταση τουλάχιστον ενός μήνα για το δείκτη NAO. Αντίστοιχα,



---

για την βροχόπτωση παρατηρήθηκε αυτοσυσχέτιση με διάρκεια έως και αρκετών μηνών και έντονη ένδειξη περιοδικότητας. Επιπλέον διαπιστώθηκε η ύπαρξη ετεροσυσχέτισης του δείκτη ΝΑΟ με τη βροχόπτωση με διάρκεια μερικών μηνών.

Σε πολλά άρθρα επιδιώκεται η συσχέτιση ζευγών χρονοσειρών μέσω της αξιολόγησης της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης. Αυτή η διαδικασία μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα συμπεράσματα για δύο λόγους: (1) η εκτίμηση της ετεροσυσχέτισης βάσει δειγμάτων έχει σημαντική αβεβαιότητα, σε περίπτωση που οι χρονοσειρές είναι αυτο-συσχετισμένες και (2) επειδή η ανίχνευση ετεροσυσχετίσεων δεν προδικάζει την ύπαρξη αιτιότητας [51].

Ανακεφαλαιώνοντας, η μέθοδος Granger δίνει αποτελέσματα τα οποία υποδηλώνουν ότι υπάρχει αιτιατή σχέση ανάμεσα στο δείκτη ΝΑΟ και τη βροχόπτωση. Ωστόσο, δεδομένου ότι δεν ικανοποιούνται οι συνθήκες συνθήκες τις οποίες χρειάζεται η μέθοδος Granger, η ισχύς αυτών των αιτιατών σχέσεων χρήζει περισσότερης διερεύνησης. Με το ρυθμό ροής πληροφορίας στις περισσότερες περιπτώσεις δεν παρατηρήθηκε ανάλογη αιτιατή σχέση.

Τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης αποτελούν μια βάση για μελλοντική έρευνα για την επίδραση του δείκτη ΝΑΟ στην μεταβλητότητα των βροχοπτώσεων στη Ρόδο και την Κρήτη. Μια ποσοτική αξιολόγηση της σχέσης μεταξύ του δείκτη ΝΑΟ και της βροχόπτωσης θα μπορούσε να ενσωματωθεί σε ένα μοντέλο για την πρόβλεψη της μηνιαίας ποσότητας βροχόπτωσης στα νησιά αυτά, και κατ' επέκταση στην Ελλάδα γενικότερα. Επίσης εάν διαπιστωθεί (σε μελλοντική έρευνα) σχέση μεταξύ του δείκτη ΝΑΟ με ακραίες τιμές της βροχόπτωσης, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στο πλαίσιο της ανάλυσης και πρόβλεψης καταστροφικών βροχοπτώσεων και πλημμυρών στην Ελλάδα.

---

# Βιβλιογραφία

- [1] X. S. Liang, Normalizing the causality between time series, *Physical Review E* 92 (2) (2015) 022126.
- [2] L. Cheng, A. AghaKouchak, Nonstationary precipitation intensity-duration-frequency curves for infrastructure design in a changing climate, *Scientific Reports* 4 (1) (2014) 1–6.
- [3] W. Kron, P. Löw, Z. W. Kundzewicz, Changes in risk of extreme weather events in Europe, *Environmental Science & Policy* 100 (2019) 74–83.
- [4] L. Gimeno, A. Drumond, R. Nieto, R. M. Trigo, A. Stohl, On the origin of continental precipitation, *Geophysical Research Letters* 37 (13) (2010).
- [5] J. W. Hurrell, Decadal trends in the North Atlantic Oscillation: Regional temperatures and precipitation, *Science* 269 (5224) (1995) 676–679.
- [6] C. Wunsch, The interpretation of short climate records, with comments on the North Atlantic and Southern Oscillations, *Bulletin of the American Meteorological Society* 80 (2) (1999) 245–256.
- [7] G. W. K. Moore, I. A. Renfrew, R. S. Pickart, Multidecadal mobility of the North Atlantic Oscillation, *Journal of Climate* 26 (8) (2013) 2453–2466.
- [8] J. W. Hurrell, Y. Kushnir, G. Ottersen, M. Visbeck, An overview of the North Atlantic Oscillation, *Geophysical Monograph-American Geophysical Union* 134 (2003) 1–36.
- [9] M. A. Abid, F. Kucharski, M. Almazroui, I.-S. Kang, Interannual rainfall variability and ECMWF-Sys4-based predictability over the Arabian Peninsula winter monsoon region, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 142 (694) (2016) 233–242.
- [10] P. J. Athanasiadis, A. Bellucci, A. A. Scaife, L. Hermanson, S. Materia, A. Sanna, A. Borrelli, C. MacLachlan, S. Gualdi, A multisystem view of wintertime NAO seasonal predictions, *Journal of Climate* 30 (4) (2017) 1461–1475.

- [11] M. A. Ehsan, M. K. Tippett, M. Almazroui, M. Ismail, A. Yousef, F. Kucharski, M. Omar, M. Hussein, A. A. Alkhalaf, Skill and predictability in multimodel ensemble forecasts for Northern Hemisphere regions with dominant winter precipitation, *Climate Dynamics* 48 (9-10) (2017) 3309–3324.
- [12] J. Luterbacher, E. Xoplaki, C. Casty, H. Wanner, A. Pauling, M. Küttel, S. Brönnimann, E. Fischer, D. Fleitmann, F. J. Gonzalez-Rouco, et al., Mediterranean climate variability over the last centuries: A review, *Developments in Earth and Environmental Sciences* 4 (2006) 27–148.
- [13] J. Pickands III, Statistical inference using extreme order statistics, *The Annals of Statistics* 3 (1) (1975) 119–131.
- [14] A. C. Davison, Modelling excesses over high thresholds, with an application, in: *Statistical Extremes and Applications*, Springer, 1984, pp. 461–482.
- [15] C. Diks, M. Mudelsee, Redundancies in the Earth’s climatological time series, *Physics Letters A* 275 (5-6) (2000) 407–414.
- [16] R. K. Kaufmann, L. Zhou, R. B. Myneni, C. J. Tucker, D. Slayback, N. V. Shabanov, J. Pinzon, The effect of vegetation on surface temperature: A statistical analysis of NDVI and climate data, *Geophysical Research Letters* 30 (22) (2003).
- [17] J. B. Elsner, Evidence in support of the climate change–Atlantic hurricane hypothesis, *Geophysical Research Letters* 33 (16) (2006).
- [18] J. B. Elsner, Granger causality and Atlantic hurricanes, *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography* 59 (4) (2007) 476–485.
- [19] T. J. Mosedale, D. B. Stephenson, M. Collins, T. C. Mills, Granger causality of coupled climate processes: Ocean feedback on the North Atlantic Oscillation, *Journal of Climate* 19 (7) (2006) 1182–1194.
- [20] S. Mason, J. K. Fletcher, J. M. Haynes, C. Franklin, A. Protat, C. Jakob, A hybrid cloud regime methodology used to evaluate Southern Ocean cloud and shortwave radiation errors in ACCESS, *Journal of Climate* 28 (15) (2015) 6001–6018.
- [21] I. I. Mokhov, D. A. Smirnov, P. I. Nakonechny, S. S. Kozlenko, E. P. Seleznev, J. Kurths, Alternating mutual influence of El-Niño/ Southern Oscillation and Indian monsoon, *Geophysical Research Letters* 38 (8) (2011).
- [22] C. A. Sims, et al., Are forecasting models usable for policy analysis?, *Quarterly Review* 10 (1) (1986) 2–16.

- [23] J. H. Stock, M. W. Watson, Vector autoregressions, *Journal of Economic Perspectives* 15 (4) (2001) 101–115.
- [24] E. Pereda, R. Q. Quiroga, J. Bhattacharya, Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals, *Progress in Neurobiology* 77 (1-2) (2005) 1–37.
- [25] J. J. Schauer, M. J. Kleeman, G. R. Cass, B. R. T. Simoneit, Measurement of emissions from air pollution sources. 5. C1-C32 organic compounds from gasoline-powered motor vehicles, *Environmental Science & Technology* 36 (6) (2002) 1169–1180.
- [26] A. Diosi, L. Kleeman, Fast laser scan matching using polar coordinates, *The International Journal of Robotics Research* 26 (10) (2007) 1125–1153.
- [27] A. Rousseau, R. Temam, J. Tribbia, Boundary conditions for the 2D linearized PEs of the ocean in the absence of viscosity, *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series A* 13 (5) (2005) 1257–1276.
- [28] H. Kantz, T. Schreiber, *Nonlinear Time Series Analysis*, Vol. 7, Cambridge University Press, 2004.
- [29] H. D. I. Abarbanel, N. F. Rulkov, M. M. Sushchik, Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach, *Physical Review E* 53 (5) (1996) 4528–4535.
- [30] X. S. Liang, R. Kleeman, Information transfer between dynamical system components, *Physical Review Letters* 95 (24) (2005) 244101.
- [31] A. J. Majda, J. Harlim, Information flow between subspaces of complex dynamical systems, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 104 (23) (2007) 9558–9563.
- [32] X. S. Liang, Information flow and causality as rigorous notions ab initio, *Physical Review E* 94 (5) (2016) 052201.
- [33] X. S. Liang, Unraveling the cause-effect relation between time series, *Physical Review E* 90 (5) (2014) 052150.
- [34] C. Bai, R. Zhang, S. Bao, X. S. Liang, W. Guo, Forecasting the tropical cyclone genesis over the Northwest Pacific through identifying the causal factors in cyclone–climate interactions, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 35 (2) (2018) 247–259.
- [35] B. H. Vaid, X. S. Liang, The changing relationship between the convection over the western Tibetan Plateau and the sea surface temperature in the northern Bay of Bengal, *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography* 70 (1) (2018) 1–9.

- [36] A. Stips, D. Macias, C. Coughlan, E. Garcia-Gorriz, X. S. Liang, On the causal structure between CO<sub>2</sub> and global temperature, *Scientific Reports* 6 (1) (2016) 1–9.
- [37] A. K. Seth, A. B. Barrett, L. Barnett, Granger causality analysis in neuroscience and neuroimaging, *Journal of Neuroscience* 35 (8) (2015) 3293–3297.
- [38] M. X. Cohen, *Analyzing neural time series data: theory and practice*, MIT press, 2014.
- [39] M. C. McGraw, E. A. Barnes, Memory matters: A case for Granger causality in climate variability studies, *Journal of Climate* 31 (8) (2018) 3289–3300.
- [40] P. A. Stokes, *Fundamental problems in Granger causality analysis of neuroscience data*, Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology (2015).
- [41] A. Shojaie, E. B. Fox, Granger causality: A review and recent advances, *arXiv preprint arXiv:2105.02675* (2021).
- [42] P. J. Lawrence, J. J. Feddema, G. B. Bonan, G. A. Meehl, B. C. O'Neill, K. W. Oleson, S. Levis, D. M. Lawrence, E. Kluzek, K. Lindsay, Simulating the biogeochemical and biogeophysical impacts of transient land cover change and wood harvest in the Community Climate System Model (CCSM4) from 1850 to 2100, *Journal of Climate* 25 (9) (2012) 3071–3095.
- [43] M. C. Smith, J. S. Singarayer, P. J. Valdes, J. O. Kaplan, N. P. Branch, The biogeophysical climatic impacts of anthropogenic land use change during the Holocene, *Climate of the Past* 12 (4) (2016) 923–941.
- [44] J. J. Benedict, S. Lee, S. B. Feldstein, Synoptic view of the North Atlantic Oscillation, *Journal of the Atmospheric Sciences* 61 (2) (2004) 121–144.
- [45] M. G. Kendall, *The Advanced Theory of Statistics*, 2nd Edition, Vol. 1, Charles Griffin and Co., Ltd., London, 1945.
- [46] H. Tabari, P. Willems, Lagged influence of Atlantic and Pacific climate patterns on European extreme precipitation, *Scientific Reports* 8 (1) (2018) 1–10.
- [47] Q. Sun, C. Miao, A. AghaKouchak, Q. Duan, Century-scale causal relationships between global dry/wet conditions and the state of the Pacific and Atlantic oceans, *Geophysical Research Letters* 43 (12) (2016) 6528–6537.
- [48] N. Fritier, N. Massei, A. Durand, B. Laignel, J. Deloffre, M. Fournier, Links between NAO fluctuations and interannual variability of precipitation in the Seine River watershed, in: *Proceedings of the Sixth World FRIEND Conference*, Global

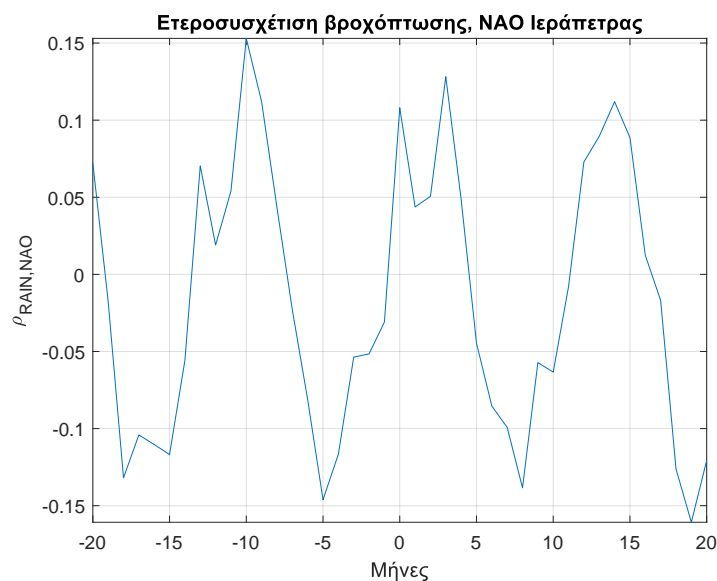
- Change: Facing Risks and Threats to Water Resources, Fez, Morocco, 2010, pp. 576–583.
- [49] A. K. Dezfuli, M. Karamouz, S. Araghinejad, On the relationship of regional meteorological drought with SOI and NAO over southwest Iran, *Theoretical and Applied Climatology* 100 (1) (2010) 57–66.
- [50] E. Kahya, The impacts of NAO on the hydrology of the Eastern Mediterranean, in: *Hydrological, Socioeconomic and Ecological Impacts of the North Atlantic Oscillation in the Mediterranean Region*, Springer, 2011, pp. 57–71.
- [51] R. T. Dean, W. T. M. Dunsmuir, Dangers and uses of cross-correlation in analyzing time series in perception, performance, movement, and neuroscience: The importance of constructing transfer function autoregressive models, *Behavior Research Methods* 48 (2) (2016) 783–802.



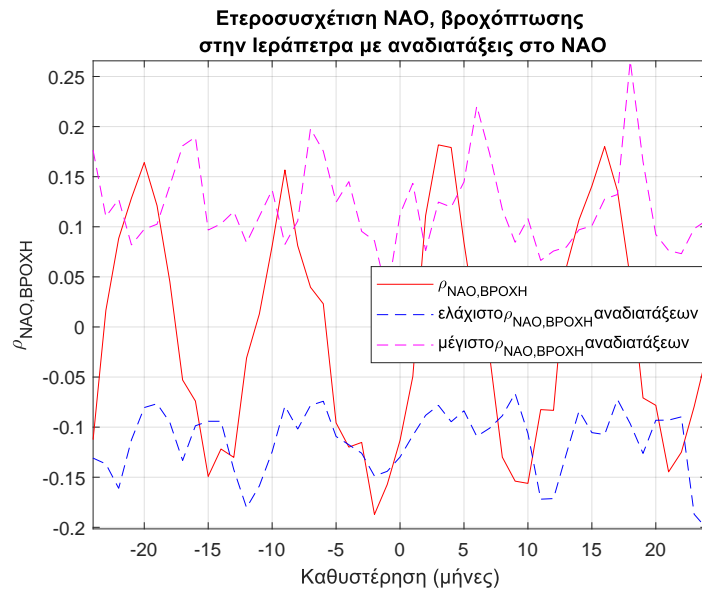


## Παράρτημα Α΄

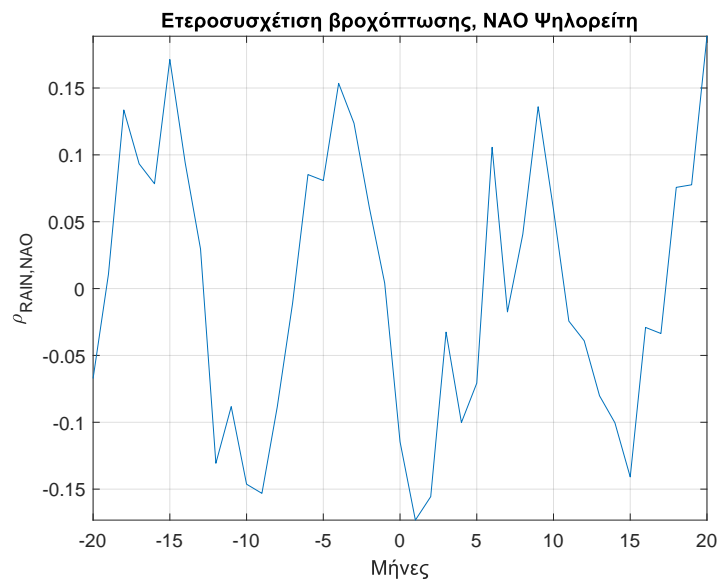
# Αποτελέσματα ανάλυσης ετεροσυσχέτισης δείκτη NAO - βροχόπτωσης



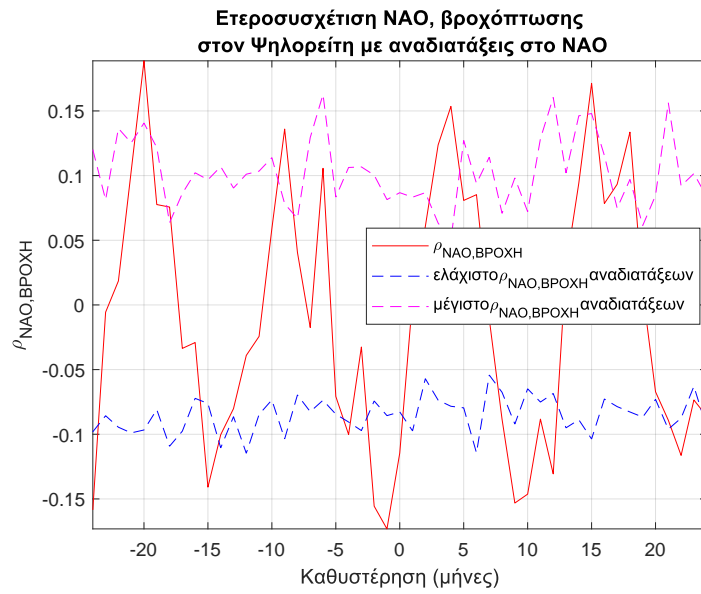
Σχήμα Α΄.1: Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Ιεράπετρας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).



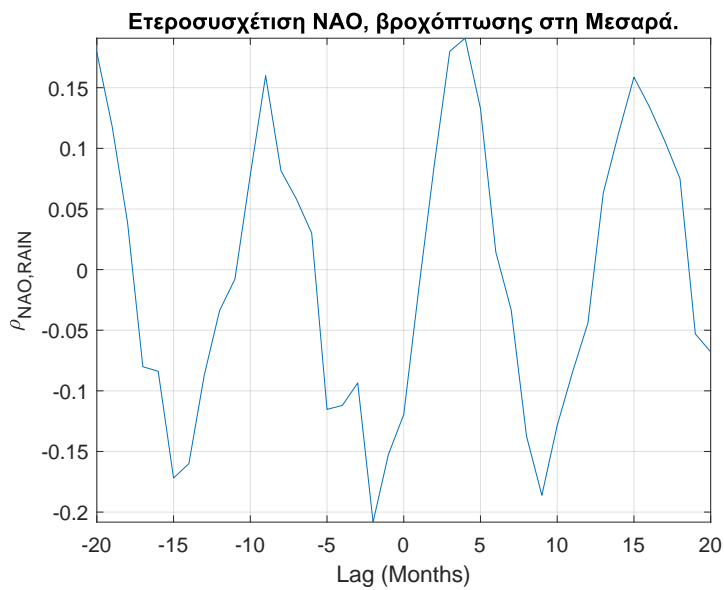
**Σχήμα Α'.2:** Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Ιεράπετρας, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις.



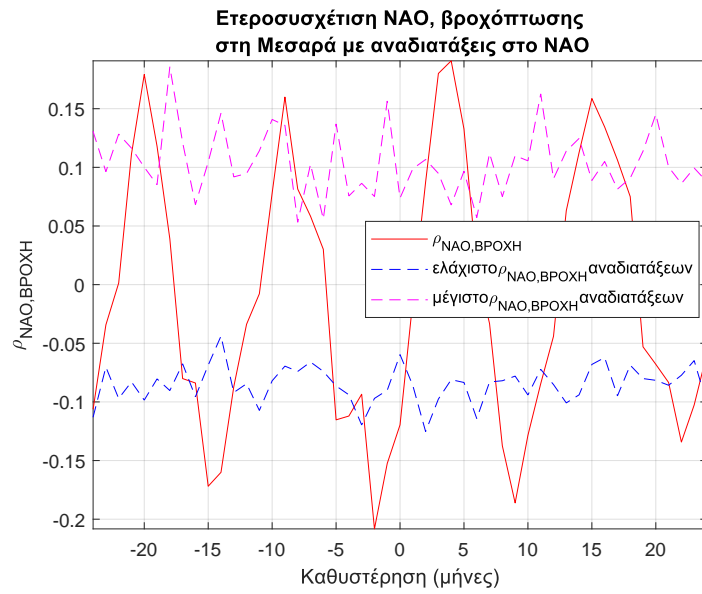
**Σχήμα Α'.3:** Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Ψηλορείτη (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).



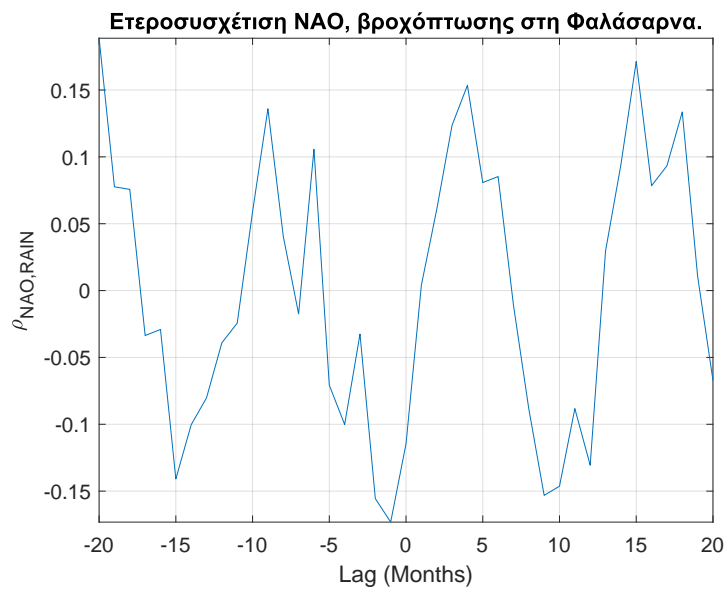
**Σχήμα Α'.4:** Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Ψηλορείτη, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις.



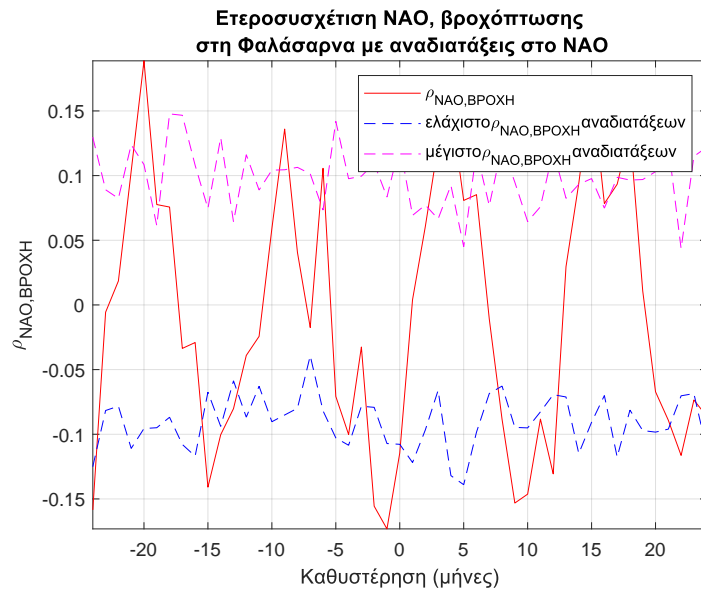
**Σχήμα Α'.5:** Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Μεσαράς (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).



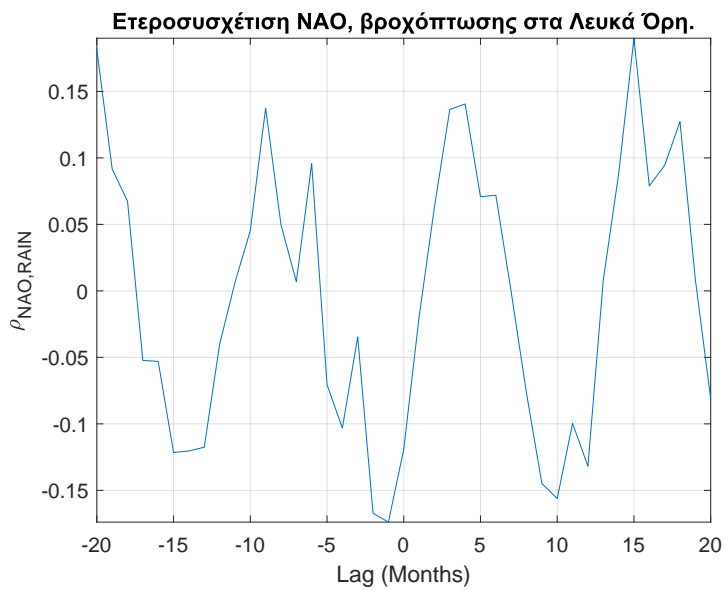
**Σχήμα Α'.6:** Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Μεσαράς, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις.



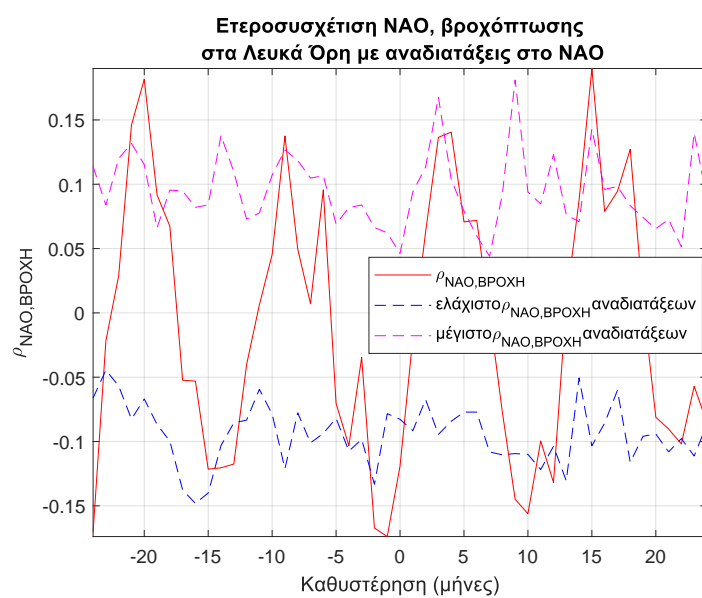
**Σχήμα Α'.7:** Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Φαλάσαρνας (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).



**Σχήμα Α'.8:** Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Φαλάσαρνας, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις.



**Σχήμα Α'.9:** Συνάρτηση ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Λευκών Ορέων (Ιανουάριος 1980 - Ιανουάριος 2020).



**Σχήμα Α'.10:** Η τιμή ετεροσυσχέτισης NAO με βροχόπτωση Λευκών Ορέων, με τις μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές ανά χρονικό βήμα ετεροσυσχέτισης από 500 αναδιατάξεις.

## Παράρτημα Β΄

# Κώδικας υπολογισμού ρυθμού ροής πληροφορίας σε σύστημα δύο εξισώσεων

```
1 dt = 1;
2 [nm, one] = size(xx1);
3 dx1(:,1) = (xx1(1+np:nm, 1) - xx1(1:nm-np, 1)) / (np*dt);
4 x1(:,1) = xx1(1:nm-np, 1);
5 dx2(:,1) = (xx2(1+np:nm, 1) - xx2(1:nm-np, 1)) / (np*dt);
6 x2(:,1) = xx2(1:nm-np, 1);
7 clear xx1 xx2;
8 N = nm-np;
9 C = cov(x1, x2);
10 C_infty = C;
11 dC(1,1) = sum((x1 - mean(x1)) .* (dx1 - mean(dx1)));
12 dC(1,2) = sum((x1 - mean(x1)) .* (dx2 - mean(dx2)));
13 dC(2,1) = sum((x2 - mean(x2)) .* (dx1 - mean(dx1)));
14 dC(2,2) = sum((x2 - mean(x2)) .* (dx2 - mean(dx2)));
15 dC = dC / (N-1);
16 detc = det(C);
17 a11 = C(2,2) * dC(1,1) - C(1,2) * dC(2,1);
18 a12 = -C(1,2) * dC(1,1) + C(1,1) * dC(2,1);
19 a11 = a11 / detc;
20 a12 = a12 / detc;
21 f1 = mean(dx1) - a11 * mean(x1) - a12 * mean(x2);
22 R1 = dx1 - (f1 + a11*x1 + a12*x2);
23 Q1 = sum(R1 .* R1);
24 b1 = sqrt(Q1 * dt / N);
25 T21 = C_infty(1,2)/C_infty(1,1) * (-C(2,1)*dC(1,1) + C(1,1)*dC(2,1)) / detc;
26 NI(1,1) = N * dt / b1/b1;
27 NI(2,2) = dt/b1/b1 * sum(x1 .* x1);
```

---

```

28 NI(3,3) = dt/b1/b1 * sum(x2 .* x2);
29 NI(4,4) = 3*dt/b1^4 * sum(R1 .* R1) - N/b1/b1;
30 NI(1,2) = dt/b1/b1 * sum(x1);
31 NI(1,3) = dt/b1/b1 * sum(x2);
32 NI(1,4) = 2*dt/b1^3 * sum(R1);
33 NI(2,3) = dt/b1/b1 * sum(x1 .* x2);
34 NI(2,4) = 2*dt/b1^3 * sum(R1 .* x1);
35 NI(3,4) = 2*dt/b1^3 * sum(R1 .* x2);
36 NI(2,1) = NI(1,2);
37 NI(3,1) = NI(1,3);    NI(3,2) = NI(2,3);
38 NI(4,1) = NI(1,4);    NI(4,2) = NI(2,4);    NI(4,3) = NI(3,4);
39 invNI = inv(NI);
40 var_a12 = invNI(3,3);
41 var_T21 = (C_infty(1,2)/C_infty(1,1))^2 * var_a12;
42 z99 = 2.56;
43 z95 = 1.96;
44 z90 = 1.65;
45 err90 = sqrt(var_T21) * z90;
46 err95 = sqrt(var_T21) * z95;
47 err99 = sqrt(var_T21) * z99;

```

**Listing B.1:** Κώδικας Liang για υπολογισμό ρυθμού ροής πληροφορίας από ένα σύστημα δύο στοχαστικών κανονικών διαφορικών εξισώσεων.