



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΔΙΔΡΥΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΤΡΑΤΙΩΤΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΕΥΕΛΠΙΔΩΝ

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2021-22

Τμήμα Στρατιωτικών Επιστημών

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ & ΑΝΑΛΥΣΗ

(ΠΔ 97 / 2015 / ΦΕΚ 163Α' / 20.08.2014)

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΕΣ

ΣΤΡΑΤΙΩΤΙΚΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ

Διατριβή που υπεβλήθη για την μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την
απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Υπό:

ΚΑΤΣΑΡΗ ΜΑΡΙΑ

A.M.: 2014018031

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2021

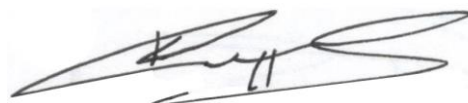
Η Μεταπτυχιακή Διατριβή της Μαρίας Κατσάρη εγκρίνεται:

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Καθηγητής Δάρας Νικόλαος (Επιβλέπων) ,...



Καθηγητής Καραματσούκης Κωνσταντίνος ,...



Καθηγητής Τσαφάρκης Στέλιος ,.....

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

© Copyright υπό Μαρία Κατσάρη

Έτος 2021

Αφιερώσεις

Αφιερώνω την παρούσα διπλωματική διατριβή στον άντρα μου Λεωνίδα, ο οποίος στις δύσκολες στιγμές ήταν πάντα δίπλα μου, με έπανε από το χέρι να προχωρήσουμε μπροστά και να δημιουργήσουμε μια υπέροχη οικογένεια.

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κύριο Δάρα Νικόλαο για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση του για την αποπεράτωση της παρούσης διατριβής. Επίσης για τις εύστοχες παρατηρήσεις και επισημάνσεις του αλλά και για την αφιέρωση του χρόνου του ώστε να ολοκληρωθεί με επιτυχία η μεταπτυχιακή διατριβή.

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	1
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	2
§1. Οι Πρωτοπόροι της Θεωρίας Παιγνίων	2
§2. Βασικοί Ορισμοί	3
§3. Σκοπός της Εργασίας	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	5
Από Την Κλασική Θεμελίωση Στη Σύγχρονη Θεωρία Παιγνίων	
§1. Υπομνήσεις Από Την Κλασική Θεωρία Παιγνίων	7
§2. Η Αναγκαιότητα Και Οι Προϋποθέσεις Εισαγωγής Νέων Εννοιών	8
§3. Η Θεωρία Της Εξέλιξης Στα Παίγνια	8
§3.1 Αλληλεπιδράσεις μεταξύ οντοτήτων και εξελικτικές σταθερές στρατηγικές	11
§3.2 Η Σχέση Μεταξύ Εξελικτικής Και Ισορροπίας Nash	12
§4. Αιτιοκρατικά Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων	13
§4.1 Αιτιοκρατικά Εξελικτικές Σταθερές	13
§4.2 Αιτιοκρατικά Εξελικτικές Δυναμικές	15
§5. Στοχαστικά Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων	31
§5.1 Πρωτόκολλα Αναθεώρησης Και Στοχαστικά Εξελικτική Διαδικασία	31
§5.2 Στάσιμες Κατανομές	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	38
Ενδεικτικά Παραδείγματα Εφαρμογής Εξελικτικών Στρατηγικών	
§1. Εφαρμογές Στη Βιολογία	38
§1.1 Κυτταρικές αλληλεπιδράσεις	38
§1.2 Η εξελικτική θεωρία παιγνίων ως πλαίσιο για τη μελέτη βιολογικών εισβολών	39

§1.3	Μεταλλάξεις, Επιθετικότητα, Εξέλιξη Και Ανοσοποιητικός Ανταγωνισμός Καρκινικών Κυττάρων	40
§1.4	Ενδογονιδιωματικές Συγκρούσεις	41
§1.5	Συνεργασία Μεταξύ Μικροβίων Και Συνθετότερους Οργανισμούς	43
§1.6	Βιολογικό Εμπόριο Και Αγορές	43
§2.	Εφαρμογές στο Δίκαιο και την Εγκληματολογία	44
§2.1	Η Εξελικτική Παιγνιοθεωρητική Δομή Του Δικαίου	44
§2.2	Εξελικτικές Παιγνιοθεωρητικές Ιδιότητες Ενός Μοντέλου Εγκληματικότητας	46
§3.	Εφαρμογές Στην Κυβερνοασφάλεια	46
§3.1	Ανταλλαγή πληροφοριών σχετικά με απειλές στον κυβερνοχώρο	46
§3.2	Παρεμβολές Στο Διαδίκτυο Των Πραγμάτων (Internet Of Things)	47
§4.	Εφαρμογές Στην Οικονομία	48
§5.	Εφαρμογές Στην Ηθική Και Τη Φιλοσοφία	50
§5.1	Ηθική Λήψη Αποφάσεων	50
§5.2	Αλληλεπιδράσεις Μεταξύ Εξελικτικής Θεωρίας Παιγνίων Και Ηθικής	51
§5.3	Ανθεκτικότητα Και Ενωσιολογική Ανάλυση Στην Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων	52
§5.4	Εξελικτικής Θεωρία Παιγνίων Και Φιλοσοφία	53
§5.5	Εξελικτικής Θεωρία Παιγνίων Και Ηγεσία	54
§6.	Εφαρμογές Στη Γλωσσολογία	55
§7.	Εφαρμογές Στην Ιατρική	58
§7.1	Εξελικτική θεωρία του καρκίνου	58
§7.2	Ο ρόλος της γλυκόλυσης στην εξέλιξη του γλοιώματος	58
§8.	Εφαρμογές Στα Συστήματα Πολλών Πρακτόρων Και Την Εκπαίδευση Αυτών	61
§8.1	Συνεργασία Σε Συστήματα Πολλών Πρακτοριών	

Αντιπροσώπων	61
§8.2 Χρήση Πολλαπλών Κόσμων Για Την Κατανομή Ρόλων Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων	62
§8.3 Συνεργατική Και Ανταγωνιστική Εκπαίδευση Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων	64
§8.4 Εξελικτική Δυναμική Της Εκπαίδευσης Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων	65
§8.5 Η Συνεργασία Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων Διευκολύνεται Από Την Εφαρμογή Μικρών Παιγνίων Και Τη Χρήση Μεγάλης Μνήμης	66
§8.6 Μια Εξελικτική Εφαρμογή Θεωρίας Παιγνίων Σε Ευφύες Δίκτυο	67
§9. Εφαρμογές Στην Ψυχολογία	68
§9.1 Προσαρμοστική Δυναμική Και Συνεχή Χαρακτηριστικά	68
§9.2 Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων Και Προσωπικότητα	69
§9.3 Συνεργασία, Ψυχολογική Θεωρία Παιγνίων Και Περιορισμοί Του Ορθολογισμού Στην Κοινωνική Αλληλεπίδραση	70
§9.4 Αντικοινωνική Διαταραχή Προσωπικότητας	71
§10. Εφαρμογές Στην Κοινωνιολογία	72
§10.1 Προσαρμοστική Δυναμική Και Συνεχή Χαρακτηριστικά	72
§10.2 Η Εξέλιξη Των Κοινωνικών Κανόνων	73
§10.3 Κοινωνικά Δίκτυα	74
§10.4 Οργανωτική Οικολογία	74
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	
Εξελικτικές Στρατιωτικές Στρατηγικές	76
§1. Τοποθέτηση Του Προβλήματος	76
§2. Οι Δυναμικές Της Μάχης	77
§2.1 Αναπαραγωγική Δυναμική Μάχης	79
§2.2 Η Αναπαραγωγική Δυναμική Της Μάχης Στην Περίπτωση Μη	79

Γραμμικών Συναρτήσεων Κερδαπωλειών	
§2.3 Απομιμητική Δυναμική Μάχης	80
§3. Ανοικτά Θέματα Προς Έρευνα	81
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	82

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή έχει ως στόχο την κριτική ανάλυση και την μελέτη των τομέων στους οποίους εφαρμόζεται η θεωρία παιγνίων. Όπως φάνηκε, η θεωρία αυτή, η οποία κατά την διάρκεια των ετών εξελίχτηκε και προσαρμόστηκε ώστε να καλύπτει πολλούς περισσότερους τομείς από την αρχική, εφαρμόζεται σε κλάδους όπως η βιολογία, το δίκαιο και η εγκληματολογία, στην σύγχρονη επιστήμη της κυβερνοασφάλειας, στην οικονομία, στην ηθική και την φιλοσοφία, στην γλωσσολογία, στην ιατρική, στην ψυχολογία και την κοινωνιολογία, μεταξύ άλλων. Επιπλέον, εφαρμόζεται και στις εξελεγμένες στρατιωτικές στρατηγικές και κυρίως στην αναπαραγωγική δυναμική μάχης, όπως αναλύεται διεξοδικά στην εργασία.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

§1. Οι πρωτοπόροι της Θεωρίας Παιγνίων

Η Θεωρία των Παιγνίων αναπτύχθηκε από τους John von Neumann και Oskar Morgenstern (1944), αν και ο Γάλλος μαθηματικός Antoine Augustin Cournot μελέτησε ορισμένες πτυχές της θεωρίας ήδη από το 1838. Αργότερα, η θεωρία αναπτύχθηκε περαιτέρω από τον John Forbes Nash. Η σημαντικότερη συμβολή του στην εξελικτική βιολογία είναι η έννοια της εξελικτικά σταθερής στρατηγικής (evolutionary stable strategy, ESS).

Η στρατηγική αυτή αποτελεί το κεντρικό στοιχείο της σύγχρονης εξελικτικής οικολογίας και ο Richard Dawkins (1976) προτείνει ότι μπορεί να είναι «μία από τις σημαντικότερες εξελίξεις στην εξελικτική θεωρία μετά τον Δαρβίνο». Εισήχθη στην οικολογία από τους John Maynard Smith και τον George R. Price (1973). Μπορεί να προέλθει από την έννοια του Nash Equilibrium (John Nash 1950), σύμφωνα με την οποία κανένας από έναν αριθμό παικτών σε ένα παιχνίδι δεν μπορεί να κερδίσει αλλάζοντας τη στρατηγική του/της μονομερώς.

Ο John Maynard Smith (1982) έδωσε μια λεπτομερή περιγραφή των εφαρμογών της Θεωρίας Παιγνίων στην εξελικτική θεωρία, συμπεριλαμβανομένου του ESS. Ωστόσο, μέρη του βιβλίου του βασίζονται σε μεγάλο βαθμό στα μαθηματικά. Ο Richard Dawkins (1976) με το βιβλίο του με τίτλο «Το εγωιστικό γονίδιο» περιέχει μια συζήτηση για το ESS και πολλά παραδείγματα, που εξηγούνται σαφώς χωρίς μαθηματικά.

§2. Βασικοί Ορισμοί

Σύμφωνα με τον Maynard Smith (1982), «Μια εξελικτικά σταθερή στρατηγική» είναι μια στρατηγική τέτοια που, αν όλα τα μέλη ενός πληθυσμού την υιοθετήσουν, καμία μεταλλαγμένη στρατηγική δεν μπορεί να εισβάλει». Μια στρατηγική είναι μια γενετικά καθορισμένη συμπεριφορική «πολιτική» («πορεία δράσης»). Μπορεί να υπάρχουν περισσότερα από ένα ESS για έναν πληθυσμό και ο τύπος (οι τύποι) του ESS εξαρτώνται από πολλά χαρακτηριστικά των μελών ενός πληθυσμού, όπως η γενετική συγγένεια των μελών στον πληθυσμό, το μέγεθος του πληθυσμού, είτε από το αν τα μέλη ενός πληθυσμού μπορούν να μάθουν από προηγούμενη εμπειρία, αν οι πληθυσμοί αναπαράγονται άσεξουαλικά ή σεξουαλικά, αν οι διαγωνισμοί είναι συμμετρικοί ή ασύμμετροι, κλπ.

Συμμετρικό παιχνίδι είναι αυτό στο οποίο οι αντίπαλοι ξεκινούν σε παρόμοιες καταστάσεις και μπορούν να επιλέξουν τις ίδιες στρατηγικές με τις ίδιες πιθανές αποδόσεις. Είναι σημαντικό να συνειδητοποιήσει κανείς ότι ένα ESS δεν είναι απαραίτητα μια «καλύτερη» στρατηγική για όλα τα μέλη του πληθυσμού, δηλαδή δεν εγγυάται τη μεγαλύτερη ικανότητα (αναπαραγωγική επιτυχία) για αυτά μακροπρόθεσμα. Ο λόγος είναι ότι τα γονίδια (οποιοδήποτε ποσοστό γενετικού υλικού που μπορεί να διακριέσει αρκεία για να λειτουργήσει η φυσική επιλογή ως μονάδα) δεν έχουν «προνοητικότητα». Επιλέγονται με βάση τις τρέχουσες συνθήκες στο περιβάλλον τους (Rhode, 2006).

Συνοψίζοντας, εξελικτικά σταθερές στρατηγικές είναι πιθανότατα αυτές που συναντώνται σε πληθυσμούς ζώων που ανήκουν στο ίδιο είδος, όταν οι συνθήκες παραμένουν σχετικά αμετάβλητες. Είναι πιθανό να δομήσουν συστήματα αρπακτικών-θηραμάτων και παρασίτων ξενιστών (που συζητούνται στο πρώτο κεφάλαιο), αλλά λιγότερο πιθανό να δομήσουν κοινότητες πολλών ειδών μέσω ανταγωνισμού, όταν οι συνθήκες τείνουν να αλλάζουν σημαντικά σε σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα και σε μεγάλα γεωγραφικά πλάτη. Ακόμη και κάτω από μακροπρόθεσμη περιβαλλοντική σταθερότητα, η μη γραμμική

εξελικτική δυναμική μπορεί να αποτρέψει την εγκατάσταση ESS και ακόμη και να απομακρυνθεί από αυτά (Rhode, 2006).

§3. Σκοπός της εργασίας

Η παρούσα εργασία στοχεύει στην ανάλυση των εφαρμογών σε πολλά και διαφορετικά πεδία διάφορων επιστημών (κεφάλαιο δεύτερο), με τελικό στόχο την ανάδειξη της εφαρμογής της εξελικτικής θεωρίας των παιγνίων στις εξελιγμένες στρατιωτικές στρατηγικές, στις οποίες είναι αφιερωμένο το τρίτο και τελευταίο κεφάλαιο της εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.

Από Την Κλασική Θεμελίωση Στη Σύγχρονη Θεωρία Παιγνίων

§1. Υπομνήσεις από την κλασική θεωρία παιγνίων

Γενικά, η θεωρία παιγνίων διερευνά καταστάσεις σύγκρουσης, την αλληλεπίδραση μεταξύ των παικτών και των αποφάσεών τους. Ένα παιχνίδι με την έννοια της θεωρίας του παιχνιδιού δίνεται από έναν (κυρίως πεπερασμένο) αριθμό παικτών, οι οποίοι αλληλεπιδρούν σύμφωνα με δεδομένους κανόνες. Το θέμα της θεωρίας παιγνίων είναι καταστάσεις, όπου το αποτέλεσμα για έναν παίκτη δεν εξαρτάται μόνο από τις αποφάσεις του, αλλά και από τη συμπεριφορά των άλλων παικτών

Η θεωρία παιγνίων έχει την ιστορική της προέλευση στο 1928. Αναλύοντας καταστάσεις, ο John von Neumann συνειδητοποίησε πολύ γρήγορα την πρακτικότητα των προσεγγίσεων του για την ανάλυση των οικονομικών προβλημάτων. Στο βιβλίο του Theory of Games and Economic Behavior, το οποίο έγραψε μαζί με τον Oskar Morgenstern το 1944, εφάρμοσε ήδη τη μαθηματική του θεωρία σε οικονομικές εφαρμογές. Η έκδοση αυτού του βιβλίου θεωρείται γενικά ως το αρχικό σημείο της σύγχρονης θεωρίας παιγνίων (Hotz, 2006).

Όταν υπάρχει ανταγωνισμός για έναν πόρο που θα αναλυθεί, η θεωρία παιχνιδιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για να εξηγήσει την υπάρχουσα συμπεριφορά είτε για να βελτιώσει τις στρατηγικές. Το πρώτο εφαρμόζεται ειδικά από επιστήμες που αναλύουν μακροπρόθεσμες καταστάσεις, όπως η βιολογία ή η κοινωνιολογία. Το επόμενο είναι ένα

κρίσιμο εργαλείο σε επιστήμες όπως τα οικονομικά. Οι εταιρείες χρησιμοποιούν τη θεωρία παιχνιδιών για να βελτιώσουν τη στρατηγική τους κατάσταση στην αγορά.

Πολλές περισσότερες επιστήμες όπως η κοινωνιολογία, η φιλοσοφία, η ψυχολογία και η πολιτιστική ανθρωπολογία χρησιμοποιούν τη θεωρία παιγνίων ως κατάλληλο εργαλείο. Στην συνέχεια, παρουσιάζονται οι βασικές μορφές των παιγνίων (Hotz, 2006):

- ✓ Παιγνία κανονικής μορφής: Ένα παίγνιο σε κανονική μορφή αποτελείται από έναν πεπερασμένο αριθμός παικτών, ένα σύνολο στρατηγικής που εκχωρείται σε κάθε παίκτη, μια συνάρτηση πληρωμής, η οποία εκχωρεί μια συγκεκριμένη απόδοση σε κάθε παίκτη ανάλογα με τη στρατηγική του και τη στρατηγική των άλλων παικτών. Σε αυτήν την μορφή παιγνίων και οι δύο παίκτες επιλέγουν τη στρατηγική τους ταυτόχρονα. Εάν ο αριθμός των παικτών περιορίζεται σε δύο και εάν τα σύνολα στρατηγικών τους αποτελούνται από λίγα μόνο στοιχεία, το αποτέλεσμα της συνάρτησης αποδόσεων μπορεί να αναπαρασταθεί σε έναν πίνακα, τον λεγόμενο πίνακα αποδόσεων, ο οποίος δείχνει στους δύο παίκτες, τις στρατηγικές τους και τις απολαβές τους:
- ✓ Παιγνία εκτατικής μορφής. Σε αντίθεση με τα Παιγνία κανονικής μορφής, οι κανόνες ενός παιχνιδιού εκτατικής μορφής περιγράφονται έτσι ώστε οι παίκτες να εκτελούν τις κινήσεις τους διαδοχικά.

Εάν κάθε παίκτης έχει επιλέξει μια στρατηγική και κανένας παίκτης δεν μπορεί να επωφεληθεί αλλάζοντας τη στρατηγική του, ενώ οι άλλοι παίκτες διατηρούν τη δική τους αμετάβλητη, τότε το τρέχον σύνολο επιλογών στρατηγικής και οι αντίστοιχες αποδόσεις αποτελούν ισορροπία Nash. Ο John Nash έδειξε το 1950, ότι κάθε παίγνιο με έναν πεπερασμένο αριθμό παικτών και πεπερασμένο αριθμό στρατηγικών έχει τουλάχιστον μία μικτή στρατηγική που οδηγεί σε ισορροπία Nash.

Σε μια καθαρή στρατηγική, μια στρατηγική παίζεται με πιθανότητα 1. Μια μικτή στρατηγική είναι ένας γραμμικός συνδυασμός τουλάχιστον δύο καθαρών στρατηγικών. Οι συντελεστές υποδηλώνουν τις πιθανότητες των καθαρών στρατηγικών που παίζονται. Η καλύτερη απάντηση είναι η στρατηγική (ή στρατηγιές) που παράγει το πιο ευνοϊκό άμεσο αποτέλεσμα για τον τρέχοντα παίκτη, λαμβάνοντας τις στρατηγιές άλλων παικτών όπως αυτές δίνονται (Hotz, 2006).

§2. Η Αναγκαιότητα Και Οι Προϋποθέσεις Εισαγωγής Νέων Εννοιών

Τα παίγνια μπορούν να παιχτούν επανειλημμένα, καθώς και με μεγαλύτερο αριθμό των δυο, παικτών. Το ερώτημα που γεννάται είναι ποιοι από τους παίκτες και τις στρατηγιές που αυτοί υιοθετούν, είναι σταθερές, καθώς επίσης και τον τρόπο με τον οποίο προκύπτει και εξελίσσεται η συνεργασία. Για τον λόγο αυτό κρίνεται σκόπιμο να γίνει αναφορά στην Εξελικτική σταθερή στρατηγική (Evolutionary Stable Strategy, ESS), ώστε να διερευνηθεί η σταθερότητα των πληθυσμών και να σημειωθεί η δυναμική των αντικαταστατών των παικτών, ώστε να περιγράψει η εξέλιξη των διαφορετικών ειδών σε έναν πληθυσμό με την πάροδο του χρόνου.

Η στρατηγική ESS είναι μια στρατηγική η οποία, εάν υιοθετηθεί από έναν πληθυσμό, δεν μπορεί να μην επιλεγεί έναντι μιας οποιαδήποτε ανταγωνιστικής εναλλακτικής στρατηγικής και έτσι προκύπτει μια διαδικασία εξισορρόπησης που οδηγεί σε ισορροπία Nash.

Έτσι, αν το $E(\mu, \sigma)$ είναι το κέρδος για έναν παίκτη που παίζει τη στρατηγική μ έναντι ενός παίκτη που παίζει τη στρατηγική σ . Για να προκύψει μια ισορροπία Nash απαιτείται $E(\sigma, \sigma) \geq E(\mu, \sigma)$. Για να είναι η στρατηγική αυτή, στρατηγική ESS, απαιτείται:

$E(\sigma, \sigma) > E(\mu, \sigma)$ (κατάσταση ισορροπίας) ή $E(\sigma, \sigma) = E(\mu, \sigma)$ και $E(\sigma, \mu) > E(\mu, \mu)$ (κατάσταση σταθερότητας) (Hotz, 2006).

§3. Η Θεωρία Της Εξέλιξης Στα Παιγνία

§3.1 Αλληλεπιδράσεις Μεταξύ Οντοτήτων Και Εξελικτικές Σταθερές Στρατηγικές

Η βασική εικόνα της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων είναι ότι πολλές συμπεριφορές περιλαμβάνουν την αλληλεπίδραση πολλαπλών οργανισμών σε έναν πληθυσμό και η επιτυχία οποιουδήποτε από αυτούς τους οργανισμούς εξαρτάται από το πώς αλληλεπιδρά η συμπεριφορά του με εκείνη των άλλων. Έτσι, η καταλληλότητα ενός μεμονωμένου οργανισμού δεν μπορεί να μετρηθεί μεμονωμένα, αλλά μάλλον πρέπει να αξιολογηθεί στο πλαίσιο του πλήρους πληθυσμού στον οποίο ζει. Αυτό ξεκινά την συζήτηση την πόρτα σε μια εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στην φύση.

Τα γενετικά καθορισμένα χαρακτηριστικά και συμπεριφορές ενός οργανισμού είναι σαν τη στρατηγική του σε ένα παίγνιο, ενώ η καταλληλότητά του είναι σαν την απόδοση του και αυτή η απόδοση εξαρτάται από τις στρατηγικές (χαρακτηριστικά) των οργανισμών με τους οποίους αλληλεπιδρά. Γράφοντας με αυτόν τον τρόπο, είναι δύσκολο να πούμε εκ των προτέρων αν αυτό θα αποδειχθεί επιφανειακό ή βαθύ, αλλά στην πραγματικότητα οι συνδέσεις αποδεικνύονται πολύ σημαντικές, καθώς οι θεωρητικές ιδέες της θεωρίας παιγνίων όπως η ισορροπία αποδεικνύονται χρήσιμος τρόπος να γίνονται προβλέψεις σχετικά με τα αποτελέσματα της εξέλιξης σε έναν πληθυσμό (Easley & Kleinberg, 2010).

Έτσι, αν για παράδειγμα, εξεταστεί ένα συγκεκριμένο είδος σκαθαριού. Με την υπόθεση ότι η καταλληλότητα για κάθε σκαθάρι σε ένα δεδομένο περιβάλλον καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από το βαθμό στον οποίο μπορεί να βρει τροφή και να χρησιμοποιεί

αποτελεσματικά τα θρεπτικά συστατικά από τα τρόφιμα, ας υποθέσουμε στην συνέχεια, ότι μια συγκεκριμένη μετάλλαξη εισάγεται στον πληθυσμό, αναγκάζοντας τα σκαθάρια με τη μετάλλαξη να μεγαλώσουν σημαντικά. Έτσι, έχουμε τώρα δύο ξεχωριστά είδη σκαθαριών στον πληθυσμό, τα μικρά και τα μεγάλα.

Παρατηρώντας ότι είναι πραγματικά δύσκολο για τα μεγάλα σκαθάρια να διατηρήσουν τις μεταβολικές απαιτήσεις του μεγαλύτερου μεγέθους του σώματός τους, καταλήγει κανείς στο συμπέρασμα ότι το μέγεθός τους έχει αρνητική επίδραση στην φυσική τους κατάσταση. Έτσι, συμπεραίνουμε ότι η μετάλλαξη μεγάλου μεγέθους σώματος μειώνει τη φυσική κατάσταση και έτσι θα απομακρυνθεί από τον πληθυσμό με την πάροδο του χρόνου, μέσω πολλών γενεών.

Ωστόσο, όλο αυτό το παράδειγμα, είναι δυνατόν να ειπωθεί και μέσα από την θεωρία παιγνίων, σύμφωνα με την οποία, υπάρχουν δυο ομάδες σκαθαριών, τα μικρά και τα μεγάλα, τα οποία ανταγωνίζονται η μια την άλλη για φαγητό. Επίσης είναι ευνόητο να υποθέσει κανείς ότι τα σκαθάρια με μεγάλα μεγέθη σώματος είναι πιο αποτελεσματικά στο να διεκδικήσουν ένα μερίδιο πάνω από το μέσο όρο των τροφών. Επίσης εύλογες είναι και οι ακόλουθες υποθέσεις (Easley & Kleinberg, 2010).

- Όταν ανταγωνίζονται σκαθάρια του ίδιου μεγέθους, λαμβάνουν ίσα μερίδια στο φαγητό.
- Όταν ένα μεγάλο σκαθάρι ανταγωνίζεται με έναν μικρό σκαθάρι, το μεγάλο σκαθάρι παίρνει την πλειονότητα του φαγητού.
- Σε όλες τις περιπτώσεις, τα μεγάλα σκαθάρια έχουν λιγότερο όφελος από τη φυσική κατάσταση μιας δεδομένης ποσότητας τροφής, καθώς ορισμένα από αυτά εκτρέπονται για να διατηρήσουν τον ακριβό μεταβολισμό τους.

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα σκαθάρια σε αυτό το παιχνίδι δεν αναρωτιούνται: "Τι θέλω να είναι το μέγεθος του σώματός μου σε αυτήν την αλληλεπίδραση;" Αντίθετα, το καθένα

είναι γενετικά ρυθμισμένο για να παίζει μία από αυτές τις δύο στρατηγικές καθ' όλη τη διάρκεια της ζωής του. Δεδομένης αυτής της σημαντικής διαφοράς, η ιδέα της επιλογής στρατηγικών λείπει από τη βιολογική της εφαρμογή.

Σε αυτό το πλαίσιο, λέμε ότι μια δεδομένη στρατηγική είναι εξελικτικά σταθερή εάν, όταν ολόκληρος ο πληθυσμός χρησιμοποιεί αυτήν τη στρατηγική, οποιαδήποτε μικρή ομάδα εισβολέων που χρησιμοποιούν μια διαφορετική στρατηγική τελικά θα εξαφανιστεί σε πολλές γενιές. (Μπορούμε να σκεφτούμε αυτούς τους εισβολείς είτε ως μετανάστες που μετακινούνται για να ενταχθούν στον πληθυσμό, είτε ως μεταλλαγμένα όντα που γεννήθηκαν με τη νέα συμπεριφορά απευθείας στον πληθυσμό.)

Γενικεύοντας, θα πρέπει (Easley & Kleinberg, 2010).

- Πρώτον, προκειμένου το S να είναι εξελικτικά σταθερό, η απόδοση για τη χρήση της στρατηγικής S εναντίον του S πρέπει να είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο η απόδοση για τη χρήση της στρατηγικής T εναντίον του S. Διαφορετικά, ένας εισβολέας που χρησιμοποιεί το T θα έχει μεγαλύτερη ικανότητα από το υπόλοιπο του πληθυσμού, και το κλάσμα του πληθυσμού που είναι εισβολείς θα είχε μια καλή πιθανότητα να αυξηθεί με την πάροδο του χρόνου.
- Δεύτερον, εάν οι S και T είναι εξίσου καλές αποκρίσεις στο S, τότε προκειμένου το S να είναι εξελικτικά σταθερό, οι παίκτες του S πρέπει να κάνουν καλύτερα στις αλληλεπιδράσεις τους με το T από ότι οι παίκτες του T κάνουν μεταξύ τους. Διαφορετικά, οι παίκτες του T θα έκαναν τόσο καλά όσο το S μέρος του πληθυσμού ως παίκτες του S, και τουλάχιστον επίσης εναντίον του τμήματος T του πληθυσμού, έτσι η συνολική τους φυσική κατάσταση θα ήταν τουλάχιστον τόσο καλή όσο η φυσική κατάσταση των παικτών του S.

§3.2 Η Σχέση Μεταξύ Εξελικτικής Και Ισορροπίας Nash

Χρησιμοποιώντας τον γενικό τρόπο χαρακτηρισμού των εξελικτικά σταθερών στρατηγικών, μπορούμε τώρα να κατανοήσουμε πώς αυτές σχετίζονται με την ισορροπία Nash. Αν επιστρέψουμε στο προηγούμενο παίγνιο η επιλογή (S, S) θα είναι μια ισορροπία Nash όταν το S είναι η καλύτερη απάντηση στην επιλογή του S από τον άλλο παίκτη. Άρα, αν η στρατηγική S είναι εξελικτικά σταθερή, τότε το (S, S) είναι μια ισορροπία Nash. Μπορούμε επίσης να δούμε ότι η άλλη κατεύθυνση δεν ισχύει, καθώς είναι δυνατόν να έχουμε ένα παίγνιο όπου η επιλογή (S, S) να είναι μια ισορροπία Nash, αλλά το S να μην είναι εξελικτικά σταθερό (Easley & Kleinberg, 2010).

Υπάρχει επίσης μια σχέση μεταξύ εξελικτικά σταθερών στρατηγικών και της έννοιας της αυστηρής ισορροπίας Nash. Λέμε ότι μια επιλογή στρατηγικών είναι μια αυστηρή ισορροπία Nash εάν κάθε παίκτης χρησιμοποιεί τη μοναδική καλύτερη απάντηση σε αυτό που κάνει ο άλλος παίκτης. Βλέπουμε λοιπόν ότι στην πραγματικότητα αυτές οι διαφορετικές έννοιες της ισορροπίας βελτιώνουν φυσικά η μια την άλλη.

Η έννοια μιας εξελικτικά σταθερής στρατηγικής μπορεί να θεωρηθεί ως βελτίωση της έννοιας της ισορροπίας Nash, καθώς το σύνολο των εξελικτικά σταθερών στρατηγικών S είναι ένα υποσύνολο του συνόλου στρατηγικών S για τις οποίες η επιλογή (S, S) είναι μια ισορροπία Nash. Ομοίως, η έννοια της αυστηρής ισορροπίας Nash (όταν οι παίκτες χρησιμοποιούν την ίδια στρατηγική) είναι μια βελτίωση της εξελικτικής σταθερότητας, καθώς εάν (S, S) είναι μια αυστηρή ισορροπία Nash, τότε το S είναι εξελικτικά σταθερό (Easley & Kleinberg, 2010).

§4. Αιτιοκρατικά Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων

Τα παίγνια που αναφέρονται σε πληθυσμούς παρέχουν ένα γενικό μοντέλο στρατηγικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ μεγάλων αριθμών ανώνυμων παικτών. Για απλότητα, η προσοχή μας πέφτει σε παιχνίδια που παίζονται από έναν μόνο πληθυσμό, στα οποία οι συμμετέχοντες δεν διαφοροποιούνται σε πολλούς ρόλους.

Πολλά μοντέλα στρατηγικών αλληλεπιδράσεων σε μεγάλους πληθυσμούς που προκύπτουν σε εφαρμογές δεν έχουν μια απλή γραμμική μορφή. Για παράδειγμα, σε μοντέλα κυκλοφοριακής συμφόρησης, οι συναρτήσεις αποδόσεων είναι κυρτές, καθώς οι αυξήσεις στην κυκλοφορία όταν τα επίπεδα κυκλοφορίας είναι χαμηλά δεν έχουν ουσιαστικά καμία επίδραση στις καθυστερήσεις των οχημάτων, ενώ οι αυξήσεις στην κυκλοφορία όταν τα επίπεδα κυκλοφορίας είναι υψηλά, οι καθυστερήσεις αυξάνονται σημαντικά. Επιτρέποντας μη γραμμικές αποδόσεις επεκτείνεται το φάσμα των πιθανών εφαρμογών των παιγνίων πληθυσμού χωρίς να μετατρέπεται η εξελικτική δυναμική ιδιαίτερα δυσκολότερη στην ανάλυση, δεδομένου ότι οι ίδιες οι δυναμικές είναι μη γραμμικές ακόμη και όταν οι υποκείμενες αποδόσεις δεν είναι (Sandholm, 2005).

Υπάρχουν τουλάχιστον δύο φυσικοί τρόποι για να εισάγουν την ιδέα της ανάμειξης στο εξελικτικό πλαίσιο. Πρώτον, θα μπορούσε να ισχύει ότι κάθε άτομο είναι δεδομένο ότι θα παίζει μια καθαρή στρατηγική, αλλά ένα μέρος του πληθυσμού παίζει μια στρατηγική ενώ ο υπόλοιπος πληθυσμός παίζει άλλη. Εάν η φυσική κατάσταση των ατόμων σε κάθε μέρος του πληθυσμού είναι η ίδια, και εάν οι εισβολείς τελικά πεθάνουν, τότε αυτό θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι εμφανίζει ένα είδος εξελικτικής σταθερότητας.

Δεύτερον, θα μπορούσε να ισχύει ότι κάθε άτομο είναι ρυθμισμένο για να παίζει μια συγκεκριμένη μεικτή στρατηγική, δηλαδή, είναι γενετικά διαμορφωμένο ώστε να επιλέγει τυχαία μεταξύ ορισμένων επιλογών με συγκεκριμένες πιθανότητες. Εάν οι εισβολείς που

χρησιμοποιούν οποιαδήποτε άλλη μεικτή στρατηγική τελικά εξαφανιστούν, τότε αυτό θα μπορούσε επίσης να θεωρηθεί ένα είδος εξελικτικής σταθερότητας. Θα δούμε ότι αυτές οι δύο έννοιες είναι στην πραγματικότητα ισοδύναμες μεταξύ τους και θα επικεντρωθούμε αρχικά στη δεύτερη ιδέα, στην οποία τα άτομα χρησιμοποιούν μικτές στρατηγικές. Ουσιαστικά, θα διαπιστώσουμε ότι σε καταστάσεις όπως το παιχνίδι Hawk-Dove, τα άτομα ή ο πληθυσμός στο σύνολό τους πρέπει να εμφανίζουν ένα μείγμα των δύο συμπεριφορών για να έχουν οποιαδήποτε πιθανότητα να είναι σταθεροί έναντι εισβολής από άλλες μορφές συμπεριφοράς (Sandholm, 2005).

§4.1 Αιτιοκρατικά Εξελικτικές Σταθερές Στρατηγικές

Ο ορισμός μιας εξελικτικά σταθερής μεικτής στρατηγικής είναι στην πραγματικότητα εντελώς παράλληλος με τον ορισμό της εξελικτικής σταθερότητας που έχουμε δει μέχρι τώρα. Απλά θα πρέπει τώρα να διευρύνουμε πολύ το σύνολο των πιθανών στρατηγικών, έτσι ώστε κάθε στρατηγική να αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη τυχαιοποιημένη επιλογή καθαρής στρατηγικής.

Το είδος της μεικτής ισορροπίας που παρουσιάζεται στο Παιχνίδι Hawk-Dove είναι χαρακτηριστικό των βιολογικών καταστάσεων στις οποίες οι οργανισμοί πρέπει να σπάσουν τη συμμετρία μεταξύ δύο διαφορετικών συμπεριφορών, όταν η συνεπής υιοθέτηση μόνο μιας από αυτές τις συμπεριφορές είναι εξελικτικά μη βιώσιμη (Krivan, 2008).

Μπορούμε να ερμηνεύσουμε το αποτέλεσμα αυτού του παραδείγματος με δύο πιθανούς τρόπους. Πρώτον, όλοι οι συμμετέχοντες στον πληθυσμό μπορεί στην πραγματικότητα να αναμειγνύουν τις δύο πιθανές καθαρές στρατηγικές με τη δεδομένη πιθανότητα. Σε αυτήν την περίπτωση, όλα τα μέλη του πληθυσμού είναι γενετικά τα ίδια, αλλά όταν δύο από αυτά ταιριάζουν για να παίξουν, οποιοσδήποτε συνδυασμός θα μπορούσε ενδεχομένως να παιχτεί. Είναι γνωστή η εμπειρική συχνότητα με την οποία θα παίζει οποιοδήποτε ζευγάρι στρατηγικών, αλλά όχι τι θα κάνουν πραγματικά δύο ζώα.

Μια δεύτερη ερμηνεία είναι ότι το μείγμα στρατηγιών θα μπορούσε να είναι τέτοιο ώστε το $1/3$ των ζώων να είναι ρυθμισμένο να παίζει πάντα την πρώτη στρατηγική, και τα $2/3$ να είναι ρυθμισμένα να παίζουν πάντα την δεύτερη στρατηγική. Σε αυτήν την περίπτωση, κανένα άτομο στην πραγματικότητα δεν παίζει μια μικτή στρατηγική, αλλά αν και δεν είναι δυνατό να πούμε εκ των προτέρων ποιο ζώο θα παίζει την πρώτη στρατηγική και ποιο θα παίζει την δεύτερη, η αλληλεπίδραση δύο τυχαία επιλεγμένων ζώων οδηγεί στην ίδια συχνότητα αποτελεσμάτων (Krivan, 2008).

Θα πρέπει να σημειωθεί επίσης ότι σε αυτήν την περίπτωση, η φυσική κατάσταση και των δύο ειδών ζώων είναι η ίδια, καθώς και οι δυο στρατηγιές είναι οι καλύτερες απαντήσεις στη μικτή στρατηγική με πιθανότητα $p = 1/3$. Έτσι, αυτές οι δύο διαφορετικές ερμηνείες της εξελικτικά σταθερής μικτής στρατηγικής οδηγούν στους ίδιους υπολογισμούς και στην ίδια παρατηρούμενη συμπεριφορά στον πληθυσμό.

Υπήρξε έρευνα για το πώς αυτό το όριο μεταξύ των δύο παιχνιδιών εκδηλώνεται και σε άλλα βιολογικά περιβάλλοντα. Ένα παράδειγμα είναι το σιωπηρό παιχνίδι που παίζουν τα θηλυκά λιοντάρια στην υπεράσπιση της επικράτειάς τους. Όταν δύο θηλυκά λιοντάρια συναντούν έναν εισβολέα στην άκρη του εδάφους τους, το καθένα μπορεί να επιλέξει να παίζει τη στρατηγική Confront, στην οποία η ύαινα αποφασίζει να αντιμετωπίσει τον εισβολέα, ή την στρατηγική Lag, στην οποία υστερεί και προσπαθεί να αφήσει το άλλο λιοντάρι να αντιμετωπίσει πρώτα τον επιτιθέμενο. Εάν κάποιος είναι ένα από τα λιοντάρια και ένα άλλο άτομο που έχει τον ρόλο του υπερασπιστή του πρώτου ατόμου επιλέξει τη στρατηγική Confront, τότε το πρώτο άτομο θα λάβει υψηλότερη απόδοση επιλέγοντας Lag, καθώς είναι λιγότερο πιθανό να τραυματιστεί (Krivan, 2008).

Σε αυτό, όπως σε πολλά παραδείγματα από την εξελικτική θεωρία παιγνίων, είναι πέρα από τη δύναμη των τρεχουσών εμπειρικών μελετών να επεξεργαστούμε λεπτομερείς τιμές φυσικής κατάστασης για συγκεκριμένες στρατηγιές. Ωστόσο, ακόμη και σε

περιπτώσεις όπου δεν είναι γνωστές οι ακριβείς αποδόσεις, το εξελικτικό πλαίσιο μπορεί να προσφέρει μια προοπτική σχετικά με τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ διαφορετικών μορφών συμπεριφοράς σε έναν υποκείμενο πληθυσμό και πώς αυτές οι αλληλεπιδράσεις διαμορφώνουν τη σύνθεση του πληθυσμού.

§4.2 Αιτιοκρατικά εξελικτικές δυναμικές

4.2.1. Η αναπαραγωγική δυναμική (*replicator dynamics*)

A. Ισορροπία Nash.

Ο απλούστερος τύπος παιγνίων έχει μόνο δύο παίκτες, I και II, ο καθένας με ένα πεπερασμένο σύνολο επιλογών ή καθαρών στρατηγικών, Strat (I) και Strat (II) αντίστοιχα. Θα πρέπει στο σημείο αυτό να τονιστεί ότι η ακόμη πιο απλή περίπτωση ενός παιχνιδιού με έναν παίκτη στην ουσία αποτελεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Εάν ο παίκτης I χρησιμοποιεί την στρατηγική $x \in S_n$ και ο παίκτης II χρησιμοποιεί την στρατηγική $y \in S_m$, τότε ο πρώτος έχει ως αναμενόμενη απόδοσή του $x^T Ay$ και ο δεύτερος $x^T By$. Η στρατηγική $x \in S_n$ λέγεται ότι είναι η καλύτερη απάντηση στο $y \in S_m$ εάν (Krivan, 2008)

$$z^T Ay \leq x^T Ay$$

για κάθε z .

Το σύνολο όλων των καλύτερων απαντήσεων στο y υποδηλώνεται από το $BR(y)$. Ένα ζεύγος $(x, y) \in S_n \times S_m$ είναι ισορροπία Nash (NE) εάν $x \in BR(y)$ και $y \in BR(x)$. Το ζευγάρι λέγεται ότι είναι μια αυστηρή ισορροπία Nash εάν το x είναι η μοναδική καλύτερη απάντηση στο y και το αντίστροφο. Εάν δύο στρατηγικές σχηματίζουν ισορροπία Nash, κανένας από τους παίκτες δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει μονομερώς. Υπό αυτήν την έννοια, ένα τέτοιο αποτέλεσμα ικανοποιεί μια προϋπόθεση συνοχής.

Β. Η αναπαραγωγική εξίσωση

Η αναπαραγωγική εξίσωση είναι η

$$\dot{x}_i = x_i((Ax)_i - \mathbf{x}^T A \mathbf{x})$$

για κάθε i . Η αναπαραγωγική εξίσωση περιγράφει μια διαδικασία επιλογής των πιο επιτυχημένων στρατηγιών που εξαπλώθηκαν στον πληθυσμό. Σημειώνεται ότι αυτή η διαφορική εξίσωση εμφανίστηκε νωρίτερα σε διαφορετικά περιβάλλοντα όπως η γενετική του πληθυσμού και τα χημικά δίκτυα (Krivan, 2008).

Γ. Ισορροπία Nash και η αναπαραγωγική εξίσωση

Από τα παραπάνω προκύπτει μια σχέση ανάμεσα στην ισορροπία Nash και την αναπαραγωγική εξίσωση, η οποία έχει να κάνει με την μήτρα αποδόσεων A που σημειώθηκε στην προηγούμενη παράγραφο και τα σημεία «ανάπαυσης» της αναπαραγωγικής εξίσωσης. Έτσι, σημειώνεται ότι (Krivan, 2008):

- (α) εάν το z είναι ισορροπία Nash, τότε είναι σημείο ανάπαυσης (rest point)
- (β) εάν το z είναι αυστηρή ισορροπία Nash, τότε αυτό είναι ασυμπτωτικά σταθερό.
- (γ) εάν το σημείο ηρεμίας z είναι το όριο μιας εσωτερικής τροχιάς, τότε το z είναι ισορροπία Nash. και
- (δ) εάν το σημείο ηρεμίας z είναι σταθερό, τότε είναι ισορροπία Nash.

Αυτό μερικές φορές αναφέρεται ως λαϊκό θεώρημα της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων (folk theorem of evolutionary game theory), το οποίο καταλήγει στο θεώρημα, σύμφωνα με το οποίο, κάθε παιχνίδι έχει τουλάχιστον μία ισορροπία Nash.

4.2.2. Η δυναμική διάχυσης (dispersal dynamics)

Στην παράγραφο αυτή στείκομαστε και πάλι στο παιχνίδι επιλογής των ζώων. Έχουμε ήδη δει ότι το τελικό αποτέλεσμα μιας κατανομής των ειδών σε ετερογενές περιβάλλον (το IFD) είναι ένα ESS. Αυτό σημαίνει ότι μια τέτοια διανομή που θα διαταραχθεί ελαφρώς, θα επιστρέψει στο IFD. Ωστόσο, αυτό δεν μας λέει τίποτα σχετικά με τους κανόνες διασποράς των ζώων που οδηγούν στο IFD. Για να περιγραφούν οι αλλαγές στην κατανομή του πληθυσμού λόγω της διασποράς, προσδιορίζεται αρχικά ο πίνακας διασποράς D:

Οι καταχωρήσεις αυτού του πίνακα (D_{ij}) περιγράφουν τις πιθανότητες μετάβασης ενός ατόμου που βρίσκεται στο patch j να μετακινηθεί στο patch i σε ένα χρονικό διάστημα μιας χρονικής μονάδας. Οι τοπικές αλλαγές στον αριθμό των πληθυσμών λόγω της διασποράς περιγράφονται από τους Cressman & Krivan (2006)

$$Dm_i/dt = \sum (D_{ij}(m)m_j - D_{ji}(m)m_i) \text{ για κάθε } i = 1, \dots, n$$

όπου $m = (m_1, \dots, m_n)$ είναι το διάνυσμα του πληθυσμού για n patches.

Έτσι, ο πρώτος όρος στην παραπάνω εξίσωση περιγράφει τη μετανάστευση στο patch i από άλλα patches και ο δεύτερος όρος περιγράφει τη μετανάστευση από το patch i σε άλλα patches. Δεδομένου ότι οι όροι $D_{ii}(m)m_i$ που περιγράφουν την κίνηση από το patch i στο ίδιο patch ακυρώνονται με βάση την προηγούμενη εξίσωση, το $D_{ii}(m)$ μπορεί να επιλεγεί με τέτοιο τρόπο ώστε το άθροισμα των καταχωρήσεων σε κάθε στήλη του πίνακα διασποράς να ισούται με 1. Εξάλλου, λαμβάνοντας το χρονικό διάστημα της μονάδας αρκετά σύντομο, όλες οι καταχωρήσεις $D_{ij}(m)$ είναι δυνατόν να είναι μη αρνητικές. Ο διαχωρισμός και των δύο πλευρών της παραπάνω εξίσωσης με το συνολικό μέγεθος του πληθυσμού M και η εγγραφή του πίνακα διασποράς ως συνάρτηση της κατανομής του πληθυσμού ($p = (p_1, \dots, p_n)$) οδηγεί στην ακόλουθη διανυσματική δυναμική διασποράς

$$Dp/dt = D(p)p - p \quad (1)$$

Η επόμενη πρόταση δίνει συνθήκες υπό τις οποίες οι τροχιές της προηγούμενης σχέσης συγκλίνουν σε μια ισορροπία.

ΠΡΟΤΑΣΗ 13. Cressman & Krivan (2006).

Ας υποθέσουμε ότι ο πίνακας διασποράς $D: S_n \rightarrow S_n$ είναι συνεχής και το $D_{ij}(p)$ δεν μειώνεται καθώς η απόδοση στο patch i αυξάνεται και δεν αυξάνεται καθώς η απόδοση στο patch j αυξάνεται. Τότε η προηγούμενη σχέση έχει μια μοναδική ασυμπτωτικά σταθερή κατανομή ισορροπίας $p \in S_n$.

Το ερώτημα τώρα που προκύπτει είναι υπό ποιες συνθήκες διασποράς η σταθερή κατανομή πληθυσμού του μοντέλου διασποράς που περιγράφεται με την εξίσωση 1 θα αντιστοιχεί στο IFD. Οι Fretwell και Lucas (1970) υπέθεσαν ότι τα ζώα είναι ιδανικά με την έννοια ότι γνωρίζουν την ποιότητα του κάθε patch. Αυτό συνεπάγεται ότι πρέπει να μετακινηθούν απευθείας στο καλύτερο patch. Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι με τέτοια υπόθεση η μήτρα διασποράς στην εξίσωση 1 αλλάζει ασυνεχώς κοντά σε κατανομές ζώων όπου δύο (ή περισσότερα) patches έχουν το ίδιο (υψηλότερο) ωφέλιμο.

Ωστόσο, η υπόθεση ότι τα ζώα είναι ιδανικά με την έννοια ότι μετακινούνται αμέσως στο καλύτερο patch είναι σε πολλές περιπτώσεις μη ρεαλιστική, διότι σημαίνει ότι τα ζώα γνωρίζουν τέλεια το περιβάλλον τους. Μπορούν να εξεταστούν και άλλοι, πιο ρεαλιστικοί κανόνες διασποράς που βασίζονται σε τοπικές γνώσεις. Για παράδειγμα, μπορεί να υποθέσει κανείς ότι τα άτομα δοκιμάζουν patches τυχαία και μεταβαίνουν σε νέο οικότοπο μόνο εάν έχει αυτός υψηλότερη απόδοση.

Σε αυτήν την περίπτωση, που στην σχετική βιβλιογραφία περιγράφεται ως η περίπτωση των «μυωπικών ζώων» (myopic animals) είναι κατ'αρχήν αδύνατο να προβλεφθεί ο ρυθμός διασποράς στο IFD. Ωστόσο, όπως και με τα ιδανικά ζώα, η δυναμική κατανομής

εξακολουθεί να είναι μοναδική για τα μυωπικά ζώα και θα εξακολουθεί να υπάρχει διασπορά στο IFD.

Συνοπτικά, ενώ η μη βέλτιστη διασπορά μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλή αντιστοίχιση των ζώων στα διάφορα patches, όπως περιγράφεται αναλυτικά στους Hugie & Grand (1998), μπορεί ωστόσο αυτή η κατάσταση συχνά να οδηγήσει στο αποτέλεσμα IFD μέσα από τη συνεχιζόμενη κίνηση μεταξύ διαφορετικών patches.

4.2.3. Η δυναμική απομίμησης (*imitation dynamics*)

Οι στρατηγικές μπορούν να μεταδοθούν μέσα σε έναν πληθυσμό μέσω απομίμησης. Μια τέτοια διαδικασία μπορεί να μοντελοποιηθεί με πολλούς τρόπους. Ακολουθώντας τον Weibull, ας υποθέσουμε ότι τα άτομα επιλέγουν περιστασιακά τυχαία έναν άλλο παίκτη στον πληθυσμό και υιοθετούν τη στρατηγική αυτού του «μοντέλου» με μια συγκεκριμένη πιθανότητα που μπορεί να εξαρτάται από την απόδοση, τη συχνότητα των στρατηγικών κτλ. Αυτό οδηγεί σε ένα μοντέλο εισόδου-εξόδου, το οποίο είναι δυνατόν να περιγραφεί ως εξής (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$\dot{x}_i = x_i \sum [f_{ij}(x) - f_{ji}(x)]x_j \quad (1)$$

με f_{ij} να παριστάνει το ρυθμό με τον οποίο ένας παίκτης τύπου j υιοθετεί τον τύπο i . Μια εύλογη υπόθεση είναι ότι αυτός ο ρυθμός εξαρτάται μόνο από τις απολαβές που επιτυγχάνονται από τους δύο παίκτες, δηλαδή

$$f_{ij}(x) = f(a_i(x), a_j(x))$$

όπου $f(u, v)$ ορίζει τον κανόνα απομίμησης (το ίδιο για όλους τους παίκτες). Ο απλούστερος κανόνας είναι να μιμηθούμε το καλύτερο, δηλαδή (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$f(u, v) = 0, \text{ αν } u < v \text{ και } f(u, v) = 1 \text{ αν } u > v$$

το οποίο όμως οδηγεί σε ασυνεχή δεξιά πλευρά. Σε αυτήν την περίπτωση, μια στρατηγική αυξάνεται αν η απόδοσή της είναι μεγαλύτερη από τη μέση τιμή απόδοσης $a_1(x), \dots, a_n(x)$ (ενώ αυξάνεται για την εξίσωση του μιμητή εάν υπερβαίνει το μέσο όρο). Σε μια περιοχή του S_n που καθορίζεται από μια δεδομένη σειρά κατάταξης των τιμών αποπληρωμής (για παράδειγμα $a_1(x) > a_2(x) > \dots > a_n(x)$), η δυναμική μειώνεται σε μια εξίσωση αναδιπλασιαστή με μια λοξή συμμετρική μήτρα A που αποτελείται μόνο από 0 και 1 (στο παράδειγμα, $a_{ij} = 1$ εάν $j > i$, $a_{ij} = 0$ για $j \leq i$, και $a_{ii} = 0$).

Με αυτά δεδομένα, η γενική μορφή της δυναμικής απομίμησης δίνεται από τον γενικό τύπο που ακολουθεί, ο οποίος είναι μονότονος και οδηγεί στις λύσεις που περιγράφονται στην συνέχεια (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$\dot{x}_i = x_i g_i(\mathbf{x})$$

Μια καθαρή στρατηγική υπενθυμίζεται ότι κυριαρχείται αυστηρά, εάν υπάρχει κάποιο y που να ανήκει στο S_n , ώστε

$$a_i(x) < y^T a(x) \quad (2)$$

για όλα τα $x \in S_n$. Ένας λογικός παίκτης δεν θα χρησιμοποιήσει μια τέτοια στρατηγική. Εάν εξαιρεθούν τέτοιες στρατηγικές, μπορεί να συμβεί στο παιχνίδι να κυριαρχούνται αυστηρά ορισμένες επιπλέον στρατηγικές. Κάποιος μπορεί να επαναλάβει αυτήν τη διαδικασία εξάλειψης πεπερασμένες φορές. Οι στρατηγικές που εξαλείφονται με αυτόν τον τρόπο λέγονται ότι κυριαρχούνται αυστηρά. Εάν όλοι οι παίκτες είναι λογικοί και είναι κοινή γνώση μεταξύ τους, αυτές οι στρατηγικές δεν θα χρησιμοποιηθούν.

Έτσι, προκύπτει το επόμενο θεώρημα.

Θεώρημα 11. Αν η δυναμική του παιχνιδιού είναι κυρτή μονότονη και η στρατηγική κυριαρχεί αυστηρά, τότε $\dot{x}(t) \geq 0$ για t τείνει στο άπειρο κατά μήκος εσωτερικών λύσεων.

Εάν η κυρίαρχη στρατηγική y στη σχέση 1 είναι καθαρή, τότε αυτό το αποτέλεσμα προκύπτει ήδη. Έτσι, η επιλογή εξαλείφει αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές όπως θα έκαναν οι λογικοί παίκτες. Ωστόσο, αυτή η ελκυστική ιδιότητα ισχύει για λιγότερες δυναμικές από ό, τι θα περίμενε κανείς. Μια εξίσωση του τύπου (1) είναι κυρτή μονότονη αν το f είναι κυρτό. Εάν το f δεν είναι κυρτό, υπάρχουν παιχνίδια με αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές που επιβιώνουν κατά μήκος ενός ανοιχτού συνόλου τροχιών.. Για μια άλλη κατηγορία δυναμικής απομίμησης η κατάσταση είναι ακόμη χειρότερη, καθώς, ουσιαστικά είναι δυνατή η επιβίωση όλων των μη γραμμικών ψ από αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές και για συναφή αποτελέσματα (Hofbauer & Sigmund, 1998).

4.2.4. Η δυναμική της βέλτιστης απόκρισης (best response dynamics)

Η εκμάθηση μέσω της μίμησης απαιτεί μόνο μέτριες απαιτήσεις σχετικά με τις γνωστικές ικανότητες των παικτών. Οι δυναμικές της καλύτερης απόκρισης ανταποκρίνονται σε καταστάσεις με περισσότερη πολυπλοκότητα: σε έναν μεγάλο πληθυσμό, ένα μικρό μέρος των παικτών αναθεωρεί τη στρατηγική τους, επιλέγοντας τις καλύτερες απαντήσεις $BR(x)$ στην τρέχουσα μέση στρατηγική πληθυσμού x . Αυτή η προσέγγιση, που υποδηλώνει ότι οι παίκτες είναι αρκετά έξυπνοι για να μετρήσουν την τρέχουσα κατάσταση του πληθυσμού και να ανταποκριθούν βέλτιστα, αποδίδει τη δυναμική της καλύτερης απόκρισης (Best response, BR) (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$\dot{x} \in BR(x) - x \quad (1)$$

Δεδομένου ότι οι καλύτερες απαντήσεις γενικά δεν είναι μοναδικές, η κατάσταση αυτή είναι μια διαφορετική συμπερίληψη περισσότερο, παρά μια διαφορετική εξίσωση. Για συνεχείς λειτουργίες αποδόσεων $a_i(x)$ η δεξιά πλευρά είναι ένα μη κενό, κυρτό, συμπαγές υποσύνολο

S_n που είναι άνω ημι-συνεχές στο x Ως εκ τούτου, υπάρχουν λύσεις που ικανοποιούν τις συναρτήσεις Lipschitz $x(t)$ της εξίσωσης 1 σχεδόν για κάθε t

Εάν το $BR(x)$ είναι μια μοναδικά καθορισμένη (και ως εκ τούτου καθαρή) στρατηγική b , η λύση του (1) δίνεται από (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$x(t) = (1 - e^{-t})b + e^{-t}x \quad (2)$$

για μικρό t , το οποίο περιγράφει μια γραμμική τροχιά που δείχνει κατευθείαν προς την καλύτερη απάντηση. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε μια κατάσταση όπου το b δεν είναι πλέον η μοναδική καλύτερη απάντηση. Αλλά για κάθε x υπάρχει πάντα ένα b που ανήκει στο $BR(x)$ το οποίο, μεταξύ όλων των καλύτερων απαντήσεων στο x , είναι η καλύτερη απάντηση στον εαυτό του (δηλαδή μια ισορροπία Nash του παιχνιδιού που περιορίζεται στο απλό $BR(x)$) και στη συνέχεια, το b ανήκει στο $BR((1-s)x + sb)$ θα ισχύει για μικρά s εάν το παιχνίδι είναι γραμμικό.

Μια επανάληψη αυτής της διαδικασίας αποδίδει τουλάχιστον μία γραμμική λύση στην εξίσωση (1) αν το x ορίζεται για όλα τα $t > 0$. Κάποιος μπορεί να δείξει ότι για τα γενικά γραμμικά παίγνια ουσιαστικά όλες οι λύσεις μπορούν να κατασκευαστούν με αυτόν τον τρόπο. Για το προκύπτον ημι-δυναμικό σύστημα, το simplex S_n είναι μόνο αμετάβλητο προς τα εμπρός και το $bd S_n$ δεν χρειάζεται πλέον να είναι αμετάβλητο: η συχνότητα των στρατηγικών που αρχικά λείπουν μπορεί να αυξηθεί, σε αντίθεση με τη δυναμική της μίμησης. Υπό αυτήν την έννοια, η καλύτερη δυναμική απόκριση είναι μια καινοτόμος δυναμική (Hofbauer & Sigmund, 1998).

Αυτό το αποτέλεσμα το οποίο στηρίχτηκε στην επανάληψη της διαδικασίας για $n=2$ και $n=3$, της οποίας η αναλυτική παρουσίαση ξεφεύγει από τις απαιτήσεις και τις επιδιώξεις αυτού του εγγράφου, γενικεύτηκε πρόσφατα σε μη γραμμικά κοίλα-κυρτά παιχνίδια

μηδενικού αθροίσματος. Ωστόσο, υπάρχει μια μικρή πιθανότητα η εφαρμογή τους να είναι δυνατόν να επεκταθεί πέρα από τα παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος.

Παρόλα αυτά, είναι δυνατόν να παρουσιαστεί η επόμενη εικασία, σχετικά με τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος (Hofbauer & Sigmund, 1998).

Εικασία. Αν υποθέσει κανείς ότι το $(p, q) > 0$ να είναι μια μεμονωμένη εσωτερική ισορροπία ενός παιχνιδιού bimatrix (A, B) , το οποίο είναι σταθερό υπό τη δυναμική BR. Τότε (A, B) είναι ένα παιχνίδι μηδενικού αθροίσματος.

Στην σχετική βιβλιογραφία, έχουν παρουσιαστεί αποδείξεις για το παραπάνω, στις περιπτώσεις για $n=2$ και $n=3$, σύμφωνα με τις οποίες, αποδεικνύεται η σύγκλιση σε μια ισορροπία Nash για αυτά τα παίγνια.

Συμπερασματικά, η καλύτερη δυναμική απόκρισης για ένα συμμετρικό παιχνίδι έχει μελετηθεί στην σχετική βιβλιογραφία. Εξάλλου, στο κυκλικό 2 2-παιχνίδι, όλες οι τροχιές εκτός της γραμμής της ισορροπίας Nash συγκλίνουν στη μοναδική ισορροπία Nash η οποία είναι πολύ πιο σταθερή συμπεριφορά από τη δυναμική ισορροπία των παιγνίων μίμησης. Ένα παρόμοιο αποτέλεσμα ισχύει εάν τα παραπάνω μελετηθούν σε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος.

4.2.5. Ομαλοποιημένες βέλτιστες αποκρίσεις (*smoothed best replies*)

Η δυναμική της βέλτιστης απόκρισης μπορεί να προσεγγιστεί από Ομαλοποιημένες βέλτιστες αποκρίσεις όπως η δυναμική logit που παρουσιάζεται στην συνέχεια (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$\dot{x} = \frac{e^{a(x)/\varepsilon}}{\sum e^{a(x)/\varepsilon}} - x_i$$

με $\varepsilon > 0$. Καθώς το ε τείνει στο 0, αυτό συγκλίνει στην καλύτερη δυναμική απόκρισης και κάθε οικογένεια σημείων ανάπαυσης $x^*(\varepsilon)$ συγκλίνει στο σύνολο της ισορροπίας Nash.

Από τα παραπάνω, προκύπτει το θεώρημα που ακολουθεί, σύμφωνα με το οποίο οι ομαλοποιημένες βέλτιστες πρακτικές παράγουν μια μονοτονική ροή, όπως ονομάστηκε το προκύπτον αποτέλεσμα από τους Hirsch et al.

4.2.6. Η δυναμική *Brown-von-Neumann-Nash*

Η δυναμική Brown-von-Neumann-Nash ορίζεται ως εξής (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$\dot{x} = K_i(x) - x_i \sum K_j(x) \quad (1)$$

όπου $k_i(x) = \max(0, a_i(x) - x^T a(x))$ δηλώνει το θετικό μέρος της πλεονάζουσας απόδοσης για τη στρατηγική i .

Αυτή η δυναμική σχετίζεται στενά με τον συνεχή χάρτη $f: S_n \rightarrow S_n$ που ορίζεται από (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$F_i(x) = \frac{x_i + k_i(x)}{1 + \sum k_j(x)} \quad (2)$$

που χρησιμοποίησε ο Nash για να αποδείξει την ύπαρξη ισορροπίας εφαρμόζοντας το θεώρημα σταθερού σημείου του Brouwer: Είναι εύκολο να δούμε ότι το x^* είναι ένα σταθερό σημείο του f αν και μόνο αν είναι ένα σημείο ανάπαυσης της εξίσωσης 1 της παραγράφου I.4.2.v, αν και μόνο αν $k_i(x^*) = 0$ για όλα τα i , δηλαδή αν και μόνο αν το x^* είναι μια ισορροπία Nash του παιχνιδιού.

Η διαφορική εξίσωση 1 της παραγράφου I.4.2.v είχε εξεταστεί νωρίτερα από τους Brown και von Neumann στην ειδική περίπτωση (γραμμικών) παιχνιδιών μηδενικού

αθροίσματος, για τα οποία αποδείχθηκε συνολική σύγκλιση με το σύνολο της ισορροπίας. Αυτό το αποτέλεσμα επεκτάθηκε με τις γενικεύσεις της προηγούμενης εξίσωσης, οι οποίες ερμηνεύθηκαν ως διαδικασίες προσαρμογής τιμών.

Ενώ ο χάρτης του Ναs, όπως αυτόs προσδιορίζεται από την εξίσωση 2 της παρούσας παραγράφου έπαιξε καθοριστικό ρόλο στη θεωρία της οικονομικής ισορροπίας, η εξίσωση 1 της προηγούμενης παραγράφου αναβίωσε ως εξελικτική δυναμική των παιγνίων από τους Skyrms και μελετήθηκε περαιτέρω. Ο Sandholm βρήκε μια σημαντική σύνδεση των γενικεύσεων της εξίσωσης της προηγούμενης παραγράφου με τα μοντέλα εκμάθησης που βασίζονται στη λύπη για επαναλαμβανόμενα παίγνια (Hofbauer & Sigmund, 1998).

Η εξίσωση αυτή ορίζει μια δυναμική «καινοτόμου καλύτερης απάντησης». Πράγματι, οι στρατηγικές με απόδοση κάτω του μέσου όρου μειώνονται σε συχνότητα, ενώ οι στρατηγικές με απόδοση άνω του μέσου όρου αυξάνονται, αρκεί να είναι αρκετά σπάνιες (και ακόμη και αν η συχνότητα είναι 0) Σε αντίθεση με τη βέλτιστη δυναμική απόκρισης, είναι οι λύσεις Lipschitz (εάν οι αποδόσεις είναι Lipschitz) και ως εκ τούτου έχει μοναδικές λύσεις.

Για γραμμικά παιχνίδια, ένα κανονικό ESS είναι ασυμπτωτικά σταθερό και ένα εσωτερικό ESS είναι global attractor. Στα παιχνίδια συνεργασίας, η μέση απόδοση αυξάνεται μονοτονικά, και κάθε τροχιά συγκλίνει στο σύνολο της ισορροπίας. Αναφερόμαστε για περαιτέρω αποτελέσματα και ειδικά σε παιχνίδια πέτρας-ψαλιδιού-χαρτιού) και για επεκτάσεις σε μη γραμμικά παιχνίδια. Είναι ενδιαφέρον ότι οι αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές μπορούν να επιβιώσουν υπό αυτή τη δυναμική.

Καταλήγουμε με ένα αποτέλεσμα που συνοψίζει τις παρόμοιες ιδιότητες σταθερότητας για όλες τις δυναμικές του παιχνιδιού που έχουν παρουσιαστεί μέχρι στιγμής, όσον αφορά την (αρνητική ή θετική) οριστικότητα του πίνακα πληρωμής A (Hofbauer & Sigmund, 1998).

4.2.7. Συνέχεια στρατηγικών και προσαρμοστική δυναμική

Μέχρι στιγμής έχουμε εξετάσει παιχνίδια με έναν πεπερασμένο αριθμό καθαρών στρατηγικών. Σε πολλές περιπτώσεις, συναντά κανείς παίγνια όπου οι καθαρές στρατηγικές ανήκουν σε ένα συνεχές. Αυτό θα μπορούσε, για παράδειγμα, να είναι το μέγεθος μιας επένδυσης ή το επίπεδο φιλοδοξίας ενός παίκτη. Στη βιολογία, τέτοιες στρατηγικές αντιστοιχούν σε κάποιο συνεχώς μεταβαλλόμενο χαρακτηριστικό - το μέγεθος των κέρατων, για παράδειγμα, η αναλογία φύλου σε ένα κοπάδι ή η μολυσματικότητα μιας αρρώστιας. Μια ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα εφαρμογή αφορά τον «πόλεμο του παιχνιδιού τριβής» (Hofbauer & Sigmund, 1998).

Υπάρχουν διάφορες προσεγγίσεις για τη μοντελοποίηση των αντίστοιχων δυναμικών του πληθυσμού. Ξεκινάμε περιγράφοντας αυτή του Bomze Το σύνολο των στρατηγικών περιγράφεται, όχι από το $1, \dots, n$, αλλά από ένα πιθανώς άπειρο σύνολο $S \subset \mathbb{R}^n$.

Ένας πληθυσμός αντιστοιχεί σε ένα μέτρο πιθανότητας στα υποσύνολα Borel του S . Η μέτρηση δίνεται από τον κανόνα παραλλαγής στον χώρο Banach των υπογεγραμμένων μέτρων στο S και η εξέλιξη του χρόνου t τείνει στο $Q(t)$ του πληθυσμού υπακούει σε μια συνηθισμένη διαφορική εξίσωση σε αυτόν τον χώρο Banach που αντιστοιχεί στην εξίσωση του αντιγράφου, δηλαδή

$$\dot{Q}(A) = \int_A \sigma(x, Q) dQ \quad (1)$$

για όλα τα υποσύνολα Borel A του S , όπου $\sigma(x, Q)$ είναι η διαφορά μεταξύ της απόδοσης για τη χρήση της στρατηγικής x που ανήκει στο S σε έναν πληθυσμό Q και της μέσης απόδοσης στον πληθυσμό.

Υπό ήπιες συνθήκες στη συνάρτηση πληρωμής, αυτή η δυναμική είναι καλά καθορισμένη. Είναι ενδιαφέρον ότι η αυστηρή BA δεν πρέπει να είναι σταθερή. Όμως οι ακατάλληλοι πληθυσμοί είναι σταθεροί και προσελκύουν ασθενώς με την έννοια ότι αυτές οι

καταστάσεις που βρίσκονται κοντά (στον κανόνα παραλλαγής) συγκλίνουν ασθενώς (δηλαδή, στην κατανομή). (Το P είναι αναμφισβήτητο εάν υπάρχει $s > 0$ έτσι ώστε για όλο το Q , η κατάσταση P την κάνει καλύτερη από το Q έναντι όλων των επιλογών του (1 η) $P + \eta Q$ με $\eta < s$. Αυτό παίζει το ρόλο ενός ομοιόμορφου φράγματος εισβολής · για παιχνίδια με απεριόριστα πολλές στρατηγικές. Τα αποτελέσματα σταθερότητας σε σχέση με την αδύναμη σύγκλιση σχετίζονται με την έννοια του CSS που συζητείται παρακάτω (Hofbauer & Sigmund, 1998).

Αντιμέτωποι με μια σειρά από καθαρές στρατηγικές, οι μοντελιστές συχνά αντισταθμίζουν το αυξημένο μέγεθος του χώρου στρατηγικής απλοποιώντας τη δομή του πληθυσμού. Ένα παράδειγμα είναι η προσρμοστική δυναμική προσέγγιση, όπου θεωρείται ότι ο πληθυσμός είναι ουσιαστικά ομοιογενής, όλα τα άτομα μοιράζονται την ίδια στρατηγική ή ιδιότητα, με εξαίρεση μια περιστασιακή, μικρή μειοψηφία που υιοθετεί μια στρατηγική που είναι κοντά στην επικρατούσα στρατηγική. Το βασικό ερώτημα λοιπόν είναι αν αυτοί οι αντιφρονούντες μπορούν να εισβάλουν στον πληθυσμό των κατοίκων. Θυμηθείτε ότι σύμφωνα με τη διαίσθηση πίσω από την έννοια ενός ESS, δεν μπορεί να εισβάλει μια εξελικτικά σταθερή στρατηγική.

Ας εξετάσουμε πρώτα την περίπτωση που η στρατηγική των κατοίκων δίνεται από κάποιους πραγματικούς αριθμούς και τη στρατηγική εισβολής από το $s + h$ (με h μικρό). Η αποζημίωση για ένα άτομο που χρησιμοποιεί τη στρατηγική $s + h$ σε έναν πληθυσμό όπου σχεδόν όλα τα άτομα χρησιμοποιούν s δίνεται από το $A(s + h, s)$. Ο εισβολέας πετυχαίνει εάν $W(h, s) := A(s + h, s) - A(s, s)$ είναι θετικό. Η προσρμοστική δυναμική δίνεται από τη διαφορική εξίσωση (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$\dot{S} = \frac{\partial W}{\partial h}(0, s) \quad (2)$$

Ανάλογα με το αν το s^* είναι θετικό ή αρνητικό, αυτό σημαίνει ότι οι αντιφρονούντες με μεγαλύτερη (αντίστοιχα μικρότερη) τιμή s μπορούν να εισβάλουν. Μια στρατηγική s^* είναι μια τοπική αυστηρή ισορροπία Nash εάν $W(h, s^*) < 0$ για όλα τα μικρά $h > 0$.

Λέγεται ότι είναι σταθερή στη σύγκλιση εάν για όλα τα $s = s^*$ σε μια γειτονιά του s^* , η διαφορά $W(h, s)$ έχει το σύμβολο του $h(s^*)$ για το μικρό h . Το σημείο s^* είναι σημείο ανάπαυσης της εξίσωσης 2 παραπάνω, εάν είναι μια τοπικά αυστηρή ισορροπία Nash σταθερό στη σύγκλιση. Γενικά, ένα σημείο ανάπαυσης είναι σταθερό στη σύγκλιση αν και μόνο αν $\frac{\partial^2 W}{\partial s \partial h}(s)$ και τοπικά αυστηρή ισορροπία Nash αν και μόνο αν $\frac{\partial^2 W}{\partial^2 h}(s) < 0$

Προφανώς, εάν ο (ομοιογενής) πληθυσμός βρίσκεται σε κατάσταση κοντά στην σταθερή σύγκλιση s^* , τότε θα επιτύχουν μικρές αποκλίσεις στην κατεύθυνση προς το s^* . Είναι ενδιαφέρον ότι το ίδιο δεν πρέπει να ισχύει εάν το s^* είναι μια τοπική αυστηρή ισορροπία Nash, αν και αυτό είναι ένα τοπικό ESS. Υπό αυτήν την έννοια, ένα ESS μπορεί να είναι ανέφικτο (και ως εκ τούτου η «εξελικτική σταθερότητα» είναι εσφαλμένη): υπάρχουν στρατηγικές έτσι ώστε (α) εάν όλα τα μέλη του πληθυσμού υιοθετήσουν s^* , οι αντιφρονούντες δεν μπορούν να εισβάλουν, αλλά (β) οι πληθυσμοί που βρίσκονται κοντά θα εξελιχθούν μακριά από το s^* .

Οι αντίστοιχες πολιτείες του πληθυσμού έχουν ονομαστεί «Κήπος της Εδέμ». Αντίθετα, υπάρχουν πολιτείες που προσελκύουν πληθυσμούς που βρίσκονται κοντά, αλλά είναι ανέφικτοι από αντιφρονούντες. Οι καταστάσεις που είναι τόσο τοπικά αυστηρές ισορροπίες Nash, όσο και σταθερές στη σύγκλιση έχουν ονομαστεί συνεχώς σταθερές στρατηγικές (continuously stable strategies, CSS) από τον Eshel.

4.2.8. Δυναμική διακριτού χρόνου και πλασματικό παίξιμο

Το ισοδύναμο της εξίσωσης μίμησης σε διακριτό χρόνο $t = 0, 1, 2, \dots$ είναι η εξής (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$X_i(t+1) = X_i(t) * \frac{(Ax(t))_i + c}{X(T)^T Ax(t) + c}$$

με κάποια σταθερά c , η αποστολή της οποίας είναι να διασφαλίσει ότι όλοι οι αριθμητές (και συνεπώς και ο παρονομαστής) είναι θετικοί. Αυτή η σταθερά μπορεί να θεωρηθεί ως ένα “background payoff” και, συνεπώς, οι τιμές λειτουργούν ως (θετικές ή αρνητικές) προσυζήσεις στην απόδοση.

Το προκύπτον διακριτικό δυναμικό σύστημα στο S_n εξακολουθεί να ικανοποιεί το κλασικό θεώρημα, σύμφωνα με το οποίο, η ισορροπία Nash εμφανίζεται σε σημεία ανάπαυσης κ.λπ.), αλλά για $n > 2$ μπορεί να προσφέρει πιο περίπλοκη συμπεριφορά από τη δυναμική του συνεχούς χρόνου. (Τέτοιες αποκλίσεις μπορούν να μειωθούν με την αύξηση της σταθεράς c).

Για παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος, η εσωτερική ισορροπία δείχνει τάσεις απόκλισης και το ESS δεν χρειάζεται πλέον να είναι ασυμπτωτικά σταθερό. Η διακριτή δυναμική του παιχνιδιού πέτρα-ψαλίδι-χαρτί εξακολουθεί να είναι απλή στην περίπτωση της κυκλικής συμμετρίας, αλλά γενικά μπορεί να δείξει την προσέλκυση κλειστών αναλλοίωτων καμπυλών. Οι κυριαρχούμενες στρατηγικές μπορούν να επιβιώσουν με βάση αυτά που έχουν ειπωθεί έως τώρα, αλλά εξακολουθούν να εξαλείφονται υπό την εναλλακτική διακριτή δυναμική (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$X_i(t+1) = X_i(t) * \frac{e^{(Ax(t))_i}}{\sum_j X_j e^{(Ax(t))_j}}$$

που περιστασιακά έχει καλύτερη συμπεριφορά από την προηγούμενη εξίσωση. Για παράδειγμα, εάν το p είναι μια μοναδική ισορροπία Nash, και το ω-όριο του $x(t)$

διαχωρίζεται από το bdS_n , τότε ο μέσος χρόνος $(x(1) + \dots + x(N)) / N$ συγκλίνει στο p . Η κατάσταση μονιμότητας εξακολουθεί να σημαίνει μονιμότητα, αλλά μόνο για το μεγάλο c . Ορισμένα μοντέλα μάθησης ενίσχυσης οδηγούν σε στοχαστικές διεργασίες σε διακριτό χρόνο του οποίου η αναμενόμενη κίνηση σχετίζεται στενά με την εξίσωση της συμπεριφοράς μίμησης.

Ένα διακριτό ισοδύναμο χρόνου της καλύτερης δυναμικής απόκρισης δίνεται από τη φανταστική διαδικασία παιχνιδιού των Brown και Robinson. Σε μια ρύθμιση πληθυσμού κατάλληλη για την εξελικτική δυναμική του παιχνιδιού, αυτό θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μια διαδικασία όπου, σε κάθε βήμα, ένας νέος παίκτης μπαίνει στον πληθυσμό και υιοθετεί (μια για πάντα) μια στρατηγική που είναι η καλύτερη απάντηση στην τρέχουσα κατάσταση x (τ). Αυτό αποδίδει (Hofbauer & Sigmund, 1998).

$$X_i(t+1) = \frac{1}{t+1}BR(x(t)) + \frac{t}{t+1}x(t)$$

Η αρχική ρύθμιση της φανταστικής διαδικασίας παιχνιδιού (FP) του Brown είναι αυτή ενός ασύμμετρου παιχνιδιού που παίζεται επανειλημμένα από τους δύο παίκτες, οι οποίοι και οι δύο επιλέγουν σε κάθε γύρο μια καλύτερη απάντηση στον μέσο όρο των στρατηγικών που χρησιμοποιεί ο συν-παίκτης στους προηγούμενους γύρους.

Θεώρημα 18. Για παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος, οποιαδήποτε τέτοια ακολουθία μικτών στρατηγικών (P_t, Q_t) συγκλίνει με το σύνολο ζευγών ισορροπίας (δηλαδή λύσεις maximin).

Φυσικά, μπορεί κανείς να μελετήσει τη διακριτή δυναμική χρόνου στο πλαίσιο της γενετικής του πληθυσμού - αυτό είναι ιδιαίτερα κατάλληλο για πληθυσμούς με διαχωρισμένες γενιές. Η εξίσωση με συμμετρική A (αντιστοιχεί σε ένα παιχνίδι συνεργασίας) δεν είναι παρά η κλασική εξίσωση επιλογής ενός τόπου της γενετικής του πληθυσμού. Η

μέση απόδοση x_T Αχ αυξάνεται σε όλες τις τροχιές και κάθε τροχιά συγκλίνει σε σημείο ανάπαυσης.

Αυτή η εξίσωση περιγράφει το σενάριο όπου κάθε γονότυπος έχει «ικανότητα» ή πιθανότητα επιβίωσης, η οποία είναι ανεξάρτητη από τη σύνθεση του πληθυσμού. Εάν ο γονότυπος καθορίζει μια στρατηγική της οποίας η επιτυχία εξαρτάται από τη συμπεριφορά των συν-παικτών, η προκύπτουσα επιλογή εξαρτάται από τη συχνότητα και είναι πολύ πιο περίπλοκη.

Εάν υπάρχουν μόνο δύο στρατηγικές, ωστόσο, οι αποδόσεις s_1 και s_2 εξαρτώνται από τις συχνότητες των στην ομάδα γονιδίων, τότε το μέγεθος $(s_1 - s_2)^2$ είναι μια αυστηρή συνάρτηση Lyapunov και η διαφορά $s_1 - s_2$ συγκλίνει στο 0 χωρίς αλλαγή σημείου (Hofbauer & Sigmund, 1998).

§5 Στοχαστικά Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων

§5.1 Πρωτόκολλα Αναθεώρησης Και Στοχαστικά Εξελικτική Διαδικασία

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι βάσεις για τα μοντέλα της εξελικτικής δυναμικής. Αυτά τα θεμέλια βασίζονται στην έννοια ενός πρωτοκόλλου αναθεώρησης, το οποίο περιγράφει τόσο τον χρόνο όσο και τα αποτελέσματα των μυωπικών αποφάσεων των παικτών για το πώς να συνεχίσουν να παίζουν το παιχνίδι.

Σε οικονομικά πλαίσια, τα πρωτόκολλα αναθεώρησης της μορφής (Sandholm, 2010).

$$Q_{ij}(\pi, \chi) = X_{ij} r_{ij}(\pi, \chi) \quad (1)$$

ονομάζονται μιμητικά πρωτόκολλα. Σε αυτά τα πρωτόκολλα μπορεί να δοθεί μια πολύ απλή ερμηνεία: όταν ένας πράκτορας λαμβάνει μια ευκαιρία αναθεώρησης, επιλέγει έναν αντίπαλο

τυχαία και παρατηρεί τη στρατηγική του. Εάν ο πράκτορας παίζει στρατηγική i και ο αντίπαλος την στρατηγική j , ο πράκτορας αλλάζει από i σε j με πιθανότητα ανάλογη με το π_{ij} . Παρατηρήστε ότι η αξία του μεριδίου πληθυσμού x_j δεν είναι κάτι που ο πράκτορας πρέπει να γνωρίζει. Αυτός ο όρος στην εξίσωση 1 αντιπροσωπεύει τον πράκτορα να παρατηρεί έναν τυχαία επιλεγμένο αντίπαλο.

Επίσης, ειδικές περιπτώσεις που δεν αναλύονται περαιτέρω στην παρούσα παράγραφο αναφέρονται όταν (Sandholm, 2010)

$$A) Q_{ij}(\pi, \chi) = X_j(\pi_j - \pi_i) \quad (2)$$

$$B) Q_{ij}(\pi, \chi) = \frac{X_i \pi_i}{\sum_k X_k \pi_k} \quad (3)$$

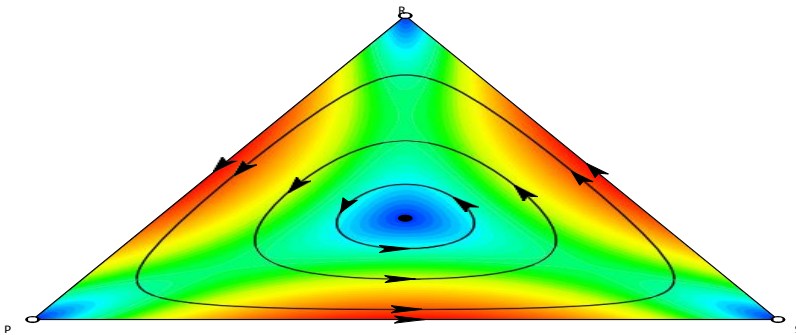
$$\gamma) Q_{ij}(\pi, \chi) = \frac{\exp(\eta^{-1} \pi_j)}{\sum_k \exp(\eta^{-1} \pi_k)} \quad (3)$$

Ένα πρωτόκολλο αναθεώρησης Q , ένα παιχνίδι πληθυσμού F και ένα μέγεθος πληθυσμού N ορίζουν μια διαδικασία Markov $\{X^N\}$ στο X^N μιας πεπερασμένης κατάστασης. Τώρα περιγράφεται μια ντετερμινιστική διαδικασία - τη μέση δυναμική - που περιγράφει την αναμενόμενη κίνηση του $\{X^N\}$. Στην παράγραφο αυτή θα περιγράψουμε τυπικά την έννοια με την οποία αυτή η ντετερμινιστική διαδικασία παρέχει μια πολύ καλή προσέγγιση της συμπεριφοράς της στοχαστικής διαδικασίας $\{X^N\}$, τουλάχιστον σε πεπερασμένους χρονικούς ορίζοντες και για μεγάλα μεγέθη πληθυσμού. Ωστόσο, έχοντας σημειώσει αυτό το αποτέλεσμα, θα επικεντρωθούμε σε αυτήν την ενότητα στην ίδια τη ντετερμινιστική διαδικασία.

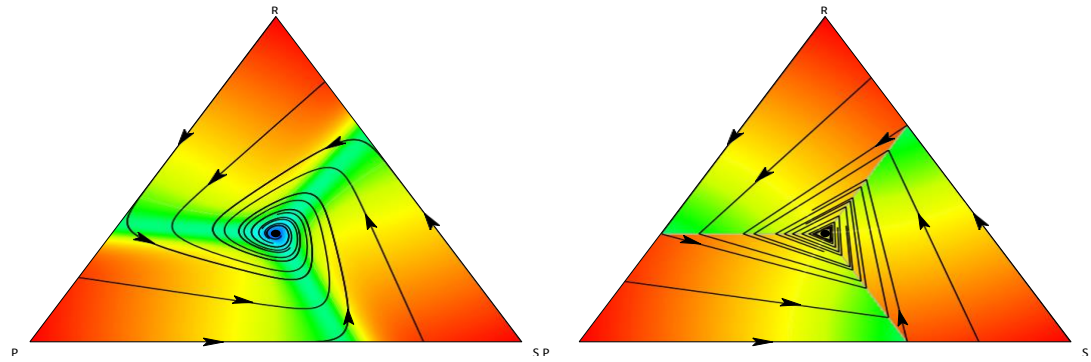
Για να υπολογίσουμε την αναμενόμενη αύξηση του $\{X^N\}$ στις επόμενες μονάδες χρόνου dt , θα πρέπει να υπογραμμιστεί πρώτα ότι καθένας από τους πράκτορες N λαμβάνει ευκαιρίες αναθεώρησης μέσω εκθετικής κατανομής ρυθμού R , και έτσι αναμένει να λάβει

αποδόσεις $R dt$ κατά τις επόμενες μονάδες χρόνου dt . Εάν η τρέχουσα κατάσταση είναι x , ο αναμενόμενος αριθμός ευκαιριών αναθεώρησης που λαμβάνονται από πράκτορες που παίζουν στρατηγική i είναι περίπου $Nx_i R dt$. Δεδομένου ότι ένας παίκτης i που λαμβάνει μια ευκαιρία αναθεώρησης αλλάζει στη στρατηγική j με πιθανότητα q_{ij} / R , ο αναμενόμενος αριθμός τέτοιων μεταβολών κατά τις επόμενες μονάδες χρόνου dt είναι περίπου $Nx_i q_{ij} dt$

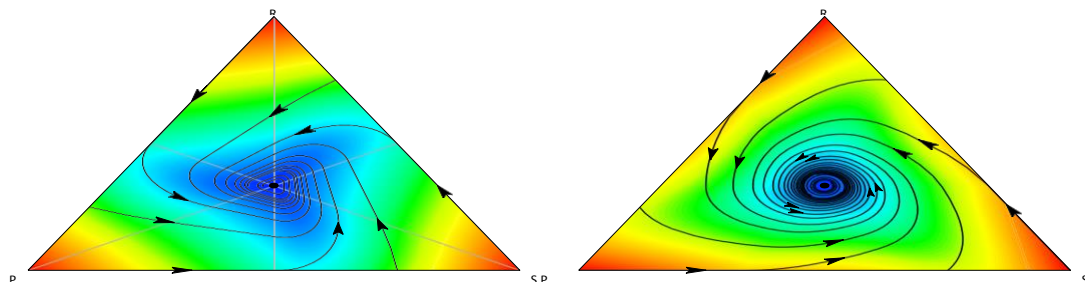
Το θεωρητικό υπόβαθρο της ντετερμινιστικής προσέγγισης δεν παρατίθεται στο σημείο αυτό, ωστόσο, αντ' αυτού, παρουσιάζονται σχηματικά πέντε βασικές ντετερμινιστικές δυναμικές στο τυπικό παιχνίδι «Πέτρα- ψαλίδι- χαρτί». Σημειώνεται επιπλέον, ότι τα χρώματα αντιπροσωπεύουν ταχύτητες: το κόκκινο είναι ταχύτερο, το μπλε είναι πιο αργό και το πράσινο είναι μέσης ταχύτητας.



Σχήμα 1. Η στρατηγική της μίμησης

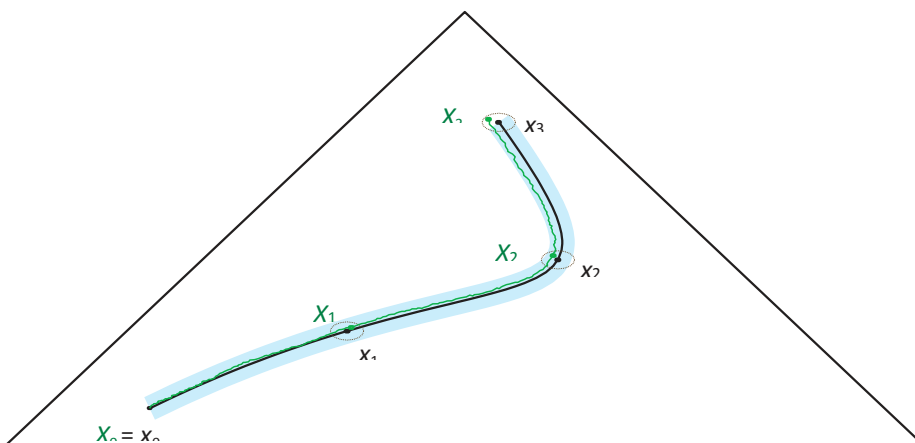


Σχήμα 2. Η στρατηγική (αριστερά) της logit (0,8) και δεξιά, της καλύτερης απόκρισης



Σχήμα 3. Η στρατηγική (αριστερά) BNN και δεξιά, η στρατηγική Smith,

Παράλληλα, παρουσιάζεται η ντετερμινιστική προσέγγιση της διαδικασίας Markov $\{X^N\}$, η οποία εισάγει στον αναγνώστη στο επόμενο τμήμα του παρόντος κεφαλαίου.



Σχήμα 4

§5.2 Στάσιμες Κατανομές

Με αυτήν την αιτιολόγηση, μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει μεθόδους από τη θεωρία των δυναμικών συστημάτων για να μελετήσει τη συμπεριφορά της μέσης δυναμικής (M). Μια μεγάλη σχετική βιβλιογραφία έχει εξετάσει αυτό το ερώτημα για ένα ευρύ φάσμα επιλογών του πρωτοκόλλου αναθεώρησης ρ και του παιχνιδιού F , αποδεικνύοντας μια ποικιλία αποτελεσμάτων σχετικά με την τοπική σταθερότητα της ισορροπίας, την γενική σύγκλιση στην ισορροπία και τη μη σύγκλιση (Sandholm, 2010).

Το θεώρημα 4.5 δείχνει ότι με πεπερασμένο χρονικό διάστημα, η στοχαστική εξελικτική διαδικασία $\{X^N\}$ ακολουθεί μια σχεδόν ντετερμινιστική πορεία, σκιαάζοντας προσεκτικά μια πορεία λύσης της αντίστοιχης μέσης δυναμικής (M). Αλλά αν κοιτάξουμε μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα - δηλαδή, αν καθορίσουμε το μέγεθος πληθυσμού N που ενδιαφέρει και εξετάσουμε τη θέση της διαδικασίας σε μεγάλες τιμές t - η τυχαία φύση της διαδικασίας πρέπει να επιβεβαιωθεί.

Εάν η διαδικασία δημιουργείται από ένα πρωτόκολλο αναθεώρησης πλήρους υποστήριξης, ένα που εκχωρεί πάντα θετικές πιθανότητες σε μεταβάσεις σε όλες τις γειτονικές καταστάσεις στο X^N , τότε το $\{X^N\}$ πρέπει να επισιέπεται όλες τις περιοχές στο X^N πάρα πολύ συχνά. Προφανώς, ένα θεώρημα προσέγγισης άπειρου ορίζοντα σύμφωνα με τις αρχικές υποθέσεις του παραπάνω θεωρήματος δεν μπορεί να διατηρήσει την ισχύ του. Για να γίνουν προβλέψεις για το παιχνίδι για πολύ μεγάλα χρονικά διαστήματα, χρειαζόμαστε νέες τεχνικές για τον χαρακτηρισμό της άπειρης οριζόντιας συμπεριφοράς της στοχαστικής εξελικτικής διαδικασίας.

Αυτό γίνεται λαμβάνοντας υπόψη τη στατική διανομή μ_N της διαδικασίας $\{X^N\}$. Μια στατική κατανομή ορίζεται από την ιδιότητα ότι μια διαδικασία της αρχικής κατάστασης που περιγράφεται από αυτήν την κατανομή θα συνεχίσει να περιγράφεται από αυτήν την κατανομή σε μελλοντικές στιγμές. Εάν το $\{X^N\}$ δημιουργείται από ένα πρωτόκολλο

αναθεώρησης πλήρους υποστήριξης, η μόνιμη διανομή του μ^N δεν είναι μόνο μοναδική, αλλά περιγράφει επίσης την άπειρη συμπεριφορά του $\{X^N\}$ ανεξάρτητα από την αρχική κατανομή αυτής της διαδικασίας.

Κατ' αρχήν, αυτό το γεγονός μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε τη στάσιμη κατανομή για να διαμορφώσουμε προβλέψεις σχετικά με τη μακροχρόνια συμπεριφορά ενός πληθυσμού που δεν εξαρτάται από την αρχική του συμπεριφορά. Αυτό έρχεται σε έντονη αντίθεση με τις προβλέψεις που βασίζονται στη μέση δυναμική (M), οι οποίες γενικά απαιτούν γνώση της αρχικής κατάστασης.

Στην συνέχεια, δίνονται παραδείγματα για παίγνια δυο στρατηγικών. Η δύναμη της ανάλυσης άπειρου ορίζοντα έγκειται στην ικανότητά της να δημιουργεί μοναδικές προβλέψεις παιχνιδιού ακόμη και σε παιχνίδια με πολλαπλές αυστηρές ισορροπίες. Τώρα επεξηγούμε αυτήν την ιδέα υπολογίζοντας μερικές σταθερές διανομές για παιχνίδια συντονισμού δύο στρατηγικών σύμφωνα με τους κανόνες BRM και logit. Σε όλες τις περιπτώσεις, διαπιστώνουμε ότι αυτές οι κατανομές τοποθετούν το μεγαλύτερο μέρος του βάρους τους κοντά σε μία μόνο ισορροπία. Αλλά διαπιστώνουμε επίσης ότι οι δύο κανόνες δεν χρειάζεται να επιλέγουν την ίδια ισορροπία.

Το συμμετρικό παιχνίδι κανονικής φόρμας συντονισμού (Sandholm, 2010)

$$A = \begin{pmatrix} h & h \\ 0 & s \end{pmatrix}$$

με $s > h > 0$ είναι γνωστό ως Stag Hunt. Ως ερμηνεία, φαντάζεται κανείς ότι κάθε πράκτορας σε έναν αγώνα πρέπει να αποφασίσει εάν θα κυνηγήσει λαγό ή για μπάστούνι. Το κυνήγι για λαγό διασφαλίζει την απόδοση του h ανεξάρτητα από την επιλογή του συνεργάτη του αγώνα. Το κυνήγι για stag μπορεί να δημιουργήσει απόδοση $s > h$ εάν ο αντίπαλος κάνει το ίδιο, αλλά έχει ως αποτέλεσμα μηδενική απόδοση στην αντίθετη περίπτωση. Κάθε μία από τις

δύο στρατηγικές έχει ξεχωριστά πλεονεκτήματα. Ο συντονισμός στο Stag αποφέρει υψηλότερες αποδόσεις από τον συντονισμό στο Hare. Ωστόσο, η αποπληρωμή στον Hare είναι σίγουρη, ενώ η αποπληρωμή στο Stag εξαρτάται από την επιλογή του συνεργάτη.

Ας υποθέσουμε ότι ένας πληθυσμός πρακτόρων ταιριάζει επανειλημμένα για να παίζει Stag Hunt. Εάν αφήσουμε το x να υποδηλώσει την αναλογία των πρακτόρων που παίζουν Stag, τότε, οι αποδόσεις στο προκύπτον παιχνίδι πληθυσμού είναι $FH(x) = h$ και $FS(x) = sx$. Αυτό το παιχνίδι πληθυσμού έχει τρεις ισορροπίες Nash: Δύο καθαρές ισορροπίες και την μικτή ισορροπία $x^* = h$. Υποθέτουμε στο εξής ότι $h = 2$ και $s = 3$, έτσι ώστε η μικτή ισορροπία να τοποθετεί $x^* = 2$ στο Stag.

Στο παράδειγμα που αναφέρεται σε ένα μη γραμμικό Stag Hunt, του οποίου η αναλυτική παρουσίαση δεν παρουσιάζεται στο σημείο αυτό, σημειώνεται ότι η πρόβλεψή μας για μακροχρόνια συμπεριφορά σύμφωνα με τον κανόνα BRM (.10) είναι ο ανεπαρκής συντονισμός στο Hare, ενώ η πρόβλεψή μας βάσει του κανόνα logit (.25) είναι ο αποτελεσματικός συντονισμός στο Stag.

Για να αποκτήσει κανείς μοναδικές προβλέψεις για τη συμπεριφορά σε έναν άπειρο ορίζοντα, γενικά αρκεί είτε το μέγεθος του πληθυσμού να μην είναι πολύ μικρό είτε το επίπεδο θορύβου στις επιλογές των παραγόντων να μην είναι πολύ μεγάλο. Αλλά μπορεί κανείς να επιτύχει καθαρότερα και γενικότερα αποτελέσματα μελετώντας την περιοριστική συμπεριφορά της στατικής κατανομής καθώς το μέγεθος του πληθυσμού πλησιάζει το άπειρο, το επίπεδο θορύβου πλησιάζει το μηδέν ή και τα δύο. Αυτή η προσέγγιση για τη μελέτη της άπειρης συμπεριφοράς του ορίζοντα, είναι γνωστή ως θεωρία της στοχαστικής σταθερότητας.

Μια δυσκολία που μπορεί να προκύψει σε αυτήν τη ρύθμιση είναι ότι η πρόβλεψη της συμπεριφοράς του άπειρου ορίζοντα, ωστόσο, μπορεί να εξαρτάται από την ταυτότητα ή από τη σειρά με την οποία λαμβάνονται τα όρια κάθε φορά (Sandholm, 2010).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.

Ενδεικτικά Παραδείγματα Εφαρμογής Εξελικτικών Στρατηγικών

§1. Εφαρμογές Στη Βιολογία

§1.1 Κυτταρικές Αλληλεπιδράσεις

Οι όγκοι συνήθως ξεκινούν ως κύτταρα πολλαπλασιαστικά ικανά για αυτόνομη ανάπτυξη. Η εμφάνιση διεισδυτικών φαινοτύπων είναι επομένως ένα ανησυχητικό αλλά συνήθως παρατηρούμενο γεγονός κατά τη διάρκεια της καρκινογένεσης. Ένα πολύ απλό παίγνιο θα μπορούσε να περιλαμβάνει καθαρά πολλαπλασιαστικά κύτταρα καθώς και αυτά που είναι επίσης ικανά για κινητικότητα.

Αυτή η κινητικότητα έχει κόστος (cost, c) αφού τα κύτταρα που είναι κινητά σε μια δεδομένη στιγμή δεν μπορούν να πολλαπλασιαστούν. Η κινητικότητα μπορεί να είναι στην ουσία ένα πλεονέκτημα για τα κύτταρα, καθώς επιτρέπει σε καθένα από αυτά να εξερευνήσει νέες τοποθεσίες που μπορεί να έχουν περισσότερους πόρους. Αυτό μπορεί να περιγραφεί με έναν πίνακα αποπληρωμών όπως αυτοί που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο και είναι τυπικοί στην θεωρία παιγνίων (Basant, 2015).

Οι ισορροπίες μπορούν να περιγραφούν με το ακόλουθο τύπο:

$$p = \frac{1-2c}{1-c}$$

όπου p είναι η αναλογία των διηθητικών κυττάρων. Αυτή η εξίσωση δείχνει πώς η αλλαγή του κόστους της κινητικότητας επηρεάζει την παρουσία κινητικών κυττάρων σε σταθερή κατάσταση (Basanta, 2015).

§1.2 Η εξελικτική θεωρία παιγνίων ως πλαίσιο για τη μελέτη βιολογικών εισβολών

Επιπλέον, πρόσφατες μελέτες αποκαλύπτουν ότι οι εξελικτικές αλλαγές μπορούν να επηρεάσουν έντονα την οικολογική δυναμική των αυτοφυών και των μη φυσιικών ειδών. Ωστόσο, οι περισσότερες μελέτες έχουν επικεντρωθεί στην κατανόηση είτε της οικολογικής είτε της εξελικτικής δυναμικής των βιολογικών εισβολών αλλά όχι και των δύο μαζί. Ωστόσο, πολλοί έχουν αναγνωρίσει τις μεγάλες δυνατότητες των ειδών που θεωρούνται ως εισβολείς, να αποτελέσουν ένα πρότυπο σύστημα για τη μελέτη της αλληλεπίδρασης μεταξύ της οικολογικής και της εξελικτικής δυναμικής των αλληλεπιδράσεων των ειδών, οι ερευνητικές προσπάθειες μπορεί να εμποδίζονται από την έλλειψη ολοκληρωμένων πλαισίων για τη δημιουργία μηχανιστικών υποθέσεων σχετικά με τους εισβολείς αυτούς (Pintor et al., 2011).

Έτσι, αν και οι βιολογικοί εισβολές αποτελούν σοβαρή απειλή για λόγους βιοποικιλότητας, παρέχουν επίσης την ευκαιρία να κατανοήσουν οι επιστήμονες καλύτερα τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των οικολογικών και των εξελικτικών διαδικασιών που συγκροτούν πληθυσμούς και κοινότητες. Ωστόσο, δεν υπάρχουν συγκεκριμένα οικολογικά πλαίσια για τη μελέτη των ειδών αυτών.

Ωστόσο, οι Pintor et al. (2011) προτείνουν τη χρήση της θεωρίας των παιγνίων και της έννοιας μιας εξελικτικά σταθερής στρατηγικής (evolutionarily stable strategy, ESS) ως εννοιολογικό πλαίσιο για την ενσωμάτωση της οικολογικής και εξελικτικής δυναμικής των εισβολών. Προτείνουν ότι οι τρόποι με τους οποίους μια κοινότητα- αποδέκτης μπορεί να μην έχει ESS, παρέχουν μηχανιστικές υποθέσεις για το πώς αυτές οι κοινότητες μπορεί να

είναι ευάλωτες στην εισβολή και πώς οι εισβολείς μπορούν να εκμεταλλευτούν αυτές τις ευπάθειες.

Διακρίνουν οι ερευνητές αυτοί μεταξύ περιπτώσεων επισημοποιώντας τα εξελικτικά πλαίσια του εισβολέα σε σχέση με την κοινότητα των αποδεκτών. Μοντελοποιούν τόσο την οικολογική όσο και την προσαρμοστική δυναμική των αλληλεπιδρώντων ειδών και δείχνουν πώς η έννοια του ESS παρέχει νέες μηχανιστικές υποθέσεις όταν οι εισβολές έχουν ως αποτέλεσμα μακροπρόθεσμες ή βραχυπρόθεσμες αυξήσεις στη βιοποικιλότητα, αντικατάσταση ειδών και επακόλουθες εξελικτικές αλλαγές (Pintor et al., 2011).

§1.3 Μεταλλάξεις, επιθετικότητα, εξέλιξη και ανοσοποιητικός ανταγωνισμός καρκινικών κυττάρων

Αναφορικά με το θέμα των μεταλλάξεων των καρκινικών κυττάρων κρίνεται σκόπιμο να γίνει αναφορά στην εργασία των Bellomo & Delitala (2008), η οποία ασχολείται με μια ανασκόπηση και κριτική ανάλυση της μαθηματικής κινητικής θεωρίας των ενεργών σωματιδίων που εφαρμόζεται στη μοντελοποίηση του πολύ πρώιμου σταδίου των φαινομένων του καρκίνου και πιο συγκεκριμένα των μεταλλάξεων, της επιθετικότητας και της εξέλιξης των καρκινικών κυττάρων και του ανταγωνισμού τους με το ανοσοποιητικό σύστημα.

Η μαθηματική θεωρία περιγράφει τη δυναμική μεγάλων συστημάτων αλληλεπιδρώντων οντοτήτων των οποίων η μικροσκοπική κατάσταση περιλαμβάνει όχι μόνο γεωμετρικές και μηχανικές μεταβλητές, αλλά και συγκεκριμένες βιολογικές λειτουργίες. Οι εφαρμογές επικεντρώνονται στη μοντελοποίηση σύνθετων βιολογικών συστημάτων όπου δύο κλίμακες σε επίπεδο γονιδίων και κυττάρων αλληλεπιδρούν δημιουργώντας την ετερογενή εμφάνιση καρκινικών φαινομένων.

Η ανάλυση αναφέρεται επίσης στην εξαγωγή μοντέλων επιπέδου ιστού από την υποκείμενη περιγραφή στις χαμηλότερες κλίμακες. Η ανασκόπηση συνδέεται συνεχώς με μια κριτική ανάλυση που επικεντρώνεται σε διάφορα ανοιχτά προβλήματα, συμπεριλαμβανομένου του φιλόδοξου στόχου της ανάπτυξης μιας μαθηματικής θεωρίας για πολύπλοκα βιολογικά συστήματα Bellomo & Delitala (2008),

§1.4 Ενδογονιδιωματικές συγκρούσεις

Αν και τα περισσότερα γονίδια έχουν πιθανώς μια λειτουργία που εξυπηρετεί τον οργανισμό στο σύνολό του, ορισμένα γενετικά στοιχεία (γονίδια ή μεγαλύτερα τμήματα του DNA) έχουν ιδιότητες που ενισχύουν τη δική τους μετάδοση σε σχέση με το υπόλοιπο γονιδίωμα ενός ατόμου. Αυτά ονομάζονται εγωιστικά γενετικά στοιχεία.

Τα εγωιστικά στοιχεία βρίσκονται σε σύγκρουση με το υπόλοιπο γονιδίωμα και έτσι εμπίπτουν στον τομέα της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων. Μιλώντας εννοιολογικά θα πρέπει αρχικά να προσδιοριστεί το τι είναι μια γενετική σύγκρουση. Οι Hurst et al. (1996) προτείνουν τον ακόλουθο ορισμό: «Τα γονίδια συγκρούονται εάν η εξάπλωση ενός γονιδίου δημιουργεί το πλαίσιο για την εξάπλωση ενός άλλου γονιδίου, που εκφράζεται στο ίδιο άτομο και έχει το αντίθετο αποτέλεσμα».

Η εξελικτική θεωρία παιγνίων μπορεί να είναι χρήσιμη για τον προσδιορισμό της γενετικής σύγκρουσης. Για παράδειγμα, εφαρμόζοντας την έννοια της αναπαραγωγικής αξίας ως μέτρο της Δαρβινικής χρησιμότητας σε ένα γενετικό στοιχείο που μεταδίδεται στις κόρες της μητέρας αλλά όχι στους γιους της, είναι προφανές ότι οι γιοι έχουν μηδενική χρησιμότητα. από τη στρατηγική προοπτική του στοιχείου.

Πολλοί οργανισμοί έχουν μικροβιακούς «επιβάτες». Οι άνθρωποι, για παράδειγμα, έχουν περισσότερα βακτήρια από ό, τι το σώμα τους έχει κύτταρα. Η ατομική μας επιβίωση εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη μικροβιακή συνεργασία. Ακόμα και τα μιτοχόνδρια, γνωστά και ως «οργανίδια» και ως «σταθμοί παραγωγής ενέργειας» από ζωικά και φυτικά

κύτταρα, παλαιότερα ήταν μικροβιακοί επιβάτες. Περίπου δύο δισεκατομμύρια χρόνια πριν, ήταν ακόμα «αυτόνομοι» βακτηριακοί οργανισμοί. Κάποια στιγμή, έγιναν ενδοσυμβιωτικοί εταίροι άλλων ειδών βακτηρίων που εξελίχθηκαν σε πυρηνικά κύτταρα. Τα τελευταία έχασαν στη συνέχεια μεγάλο μέρος της γενετικής τους αυτονομίας και τώρα ελέγχονται σε μεγάλο βαθμό από γονίδια που βρίσκονται στον πυρήνα του ευκαρυωτικού κυττάρου.

Τα μιτοχόνδρια και μερικά ενδοκυτταρικά βακτήρια μεταδίδονται μέσω των ωαρίων από τη μητέρα στους απογόνους της αλλά δεν μεταδίδονται μέσω του σπέρματος. Μια τέτοια γονική μετάδοση έχει μια αξιοσημείωτη θεωρητική συνέπεια, που τονίστηκε από τους Cosmides & Tooby (1981). Κάθε φορά που τα μιτοχόνδρια μεταφέρονται σε έναν ανδρικό οργανισμό, αυτό οδηγεί σε αδιέξοδο για τη δική τους αναπαραγωγή. Θα πρέπει επομένως να βρίσκονται υπό ισχυρή επιλογή για να χειριστούν το αναπαραγωγικό σύστημα του ξενιστή και να αυξήσουν όσο το δυνατόν το κλάσμα των θηλυκών στους απογόνους ξενιστές. Λαμβάνοντας υπόψη, ωστόσο, ότι τα μιτοχόνδρια έχουν πολύ λίγα γονίδια που έχουν απομείνει στα δικά τους γονιδιώματα, φαίνεται ότι δεν είναι δυνατόν να ανταποκριθούν εξελικτικά στην πίεση επιλογής που μόλις περιγράφηκε.

Ωστόσο, σε φυτά, όπως το καλαμπόκι και η σίκαλη, υπάρχουν μιτοχονδριακές παραλλαγές που στοχεύουν στους ανθήρες που παράγουν γύρη και διαταράσσουν την ανάπτυξή τους. Τα κατά τα άλλα εξαιρετικά συνεργαζόμενα μιτοχόνδρια λειτουργούν εδώ ως εχθροί του αρσενικού ιστού - ένα εντυπωσιακό παράδειγμα του τρόπου με τον οποίο η σύγκρουση αναλογίας φύλου που περιγράφεται από τους Cosmides και Tooby μπορεί να εκδηλωθεί στη φύση.

Για εμάς τους ανθρώπους, η σύγκρουση μεταξύ μιτοχονδρίων και των ξενιστών τους έχει μια ενοχλητική όψη. Δεδομένου ότι οι άνδρες δεν μεταδίδουν μιτοχόνδρια, τα τελευταία δεν θα τιμωρούνται με φυσική επιλογή εάν βλάψουν τα πρώτα. Οι Frank & Hurst (1996) υποψιάζονται ότι αυτό θα μπορούσε να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην

κατανόηση των ανδρικών ασθενειών, όπως οι ευρέως παρατηρούμενες ειτροπές στην κινητικότητα του σπέρματος και την ανδρική γονιμότητα. Άνοιξαν μια ακόμη ανεξερεύνητη περιοχή έρευνας όπου η θεωρία των εξελικτικών παιχνιδιών συναντά την ιατρική και έτσι συμμετέχουν σε μια ευρύτερη επιστημονική προσπάθεια που ξεκίνησε από τους Nesse & Williams (1994) ως «Εξελικτική ιατρική».

§1.5 Συνεργασία Μεταξύ Μικροβίων Και Συνθετότερους Οργανισμούς

Οι θεωρητικοί της θεωρίας των παιγνίων έχουν χρησιμοποιήσει μοντέλα όπως το δίλημμα του φυλακισμένου και συναφή εμπειρικά πρότυπα για να δείξουν τα εμπόδια στη συνεργασία σε έναν κόσμο όπου οι παίκτες ενεργούν αποκλειστικά σύμφωνα με το συμφέρον τους. Για τα ζώα, τα φυτά και τα μικρόβια, ωστόσο, αυτά τα εμπόδια συχνά απομακρύνονται μέσω της επίδρασης της γενετικής συγγένειας.

Όταν οι συμμετέχοντες σε μια συνεργατική προσπάθεια είναι γενετικοί συγγενείς, μπορούν να λάβουν ξεχωριστά ένα σημαντικό μερίδιο της επιτυχίας των συντρόφων τους μέσω έμμεσης μετάδοσης γονιδίων. Αυτό είναι το βασικό επιχείρημα της κλασικής θεωρίας επιλογής συγγενών (Hamilton, 1964) και μας επιτρέπει, για παράδειγμα, να κατανοήσουμε τους υψηλούς βαθμούς κοινωνικότητας που βρίσκονται στα μυρμήγκια, τις σφήκες και τις μέλισσες. Στην πραγματικότητα, η επιλογή συγγενών συχνά «κλέβει την παράσταση» από τη θεωρία των παιγνίων όταν πρόκειται να εξηγηθούν συνεργατικά φαινόμενα.

§1.6 Βιολογικό Εμπόριο Και Αγορές

Όπως περιγράφεται από τους Leimar & Hammerstein (2010), η επιλογή κοινωνικού εταίρου και η έννοια της βιολογικής αγοράς έχουν κερδίσει την προσοχή των ερευνητών που εξερεύνησαν την εξελικτική σταθερότητα της συνεργασίας μεταξύ μικροβίων, ζώων και φυτών. Αυτό μπορεί να φαίνεται σημαντικό επειδή τα συμβατικά μοντέλα της αγοράς στα

οικονομικά βασίζονται σε εξιδανικεύσεις στις οποίες οι βιολόγοι δεν μπορούν να αναφερθούν.

Για παράδειγμα, πολλά μοντέλα αγοράς περιγράφουν αλληλεπιδράσεις κατά τις οποίες τα αγαθά και οι υπηρεσίες που διακινούνται υπόκεινται σε πλήρεις συμβάσεις που είναι εκτελέσιμες χωρίς κόστος. Αυτά τα μοντέλα δεν ισχύουν για τη βιολογία αφού οι μη ανθρώπινοι οργανισμοί δεν υπογράφουν συμβόλαια και ακόμη και αν το έκαναν, αυτές οι συμβάσεις δεν θα μπορούσαν να εφαρμοστούν. Κάτω από τέτοιες συνθήκες, δεν μπορεί κανείς να αναμένει ότι οι βιολογικές αγορές θα ξεκαθαρίσουν με την έννοια ότι η προσφορά ταιριάζει με τη ζήτηση σε εξελικτική ισορροπία.

Η πιο βασική πτυχή μιας βιολογικής αγοράς είναι η δυνατότητα επιλογής μεταξύ προσφορών σε αλληλεπιδράσεις που μοιάζουν με το εμπόριο, όπου πραγματοποιείται κάποια ανταλλαγή «εμπορευμάτων». Υπάρχουν πολλά στοιχεία για τέτοιες επιλογές, και αυτό είναι σημαντικό για την κατανόηση της συνεργασίας. Οι συναλλαγές στη φύση πραγματοποιούνται συχνά σε αμοιβαία επωφελείς αλληλεπιδράσεις μεταξύ μελών διαφορετικών ειδών. Αυτές οι αλληλεπιδράσεις τείνουν να ακολουθούν το πρότυπο των «οικοδεσποτών» που προσφέρουν φαγητό ή καταφύγιο στους «επισκέπτες» ενώ παράλληλα κερδίζουν οφέλη από τους τελευταίους (Cushman & Beattie, 1991). Εάν οι επισκέπτες είναι αρκετά κινητικοί, αυτό τους δίνει τη δυνατότητα να ασκούν επιλογές ανάμεσα σε πιθανούς οικοδεσπότες.

§2. Εφαρμογές στο Δίκαιο και την Εγκληματολογία

§2.1 Η Εξελικτική Παιγνιοθεωρητική Δομή Του Δικαίου

Η διεπιστημονική εργασία στο νόμο συχνά ξεκινά και σταματά με τις κοινωνικές επιστήμες. Ωστόσο, για την πλήρη κατανόηση του τρόπου λειτουργίας του δικαίου, οι

εξελικτικές θεωρητικές γνώσεις πρέπει να συμπληρώνουν φιλοσοφικές, ψυχολογικές, οικονομικές και άλλες κοινωνικές επιστημονικές μεθόδους. Για παράδειγμα, υπάρχουν στην σχετική βιβλιογραφία δύο πρόσφατες συμβολές στη σύγχρονη κατανόηση του τρόπου λειτουργίας του δικαίου, ήτοι η «Δύναμη του νόμου» του Frederick Schauer και οι «Εκφραστικές δυνάμεις του δικαίου» του Richard McAdams. Χωρίς να βασίζεται αποκλειστικά στην εξελικτική θεωρία παιγνίων, ο Schauer διευκρινίζει την ανάγκη για έναν φιλοσοφικά σεβαστό και εμπειρικά καλὰ τεκμηριωμένο απολογισμό της παρουσίας των νομικών κυρώσεων. Ο McAdams από την άλλη πλευρά, τονίζει τη δυνατότητα του νόμου να αλλάξει την ανθρώπινη συμπεριφορά μέσω εκφράσεων που συντονίζουν (Kar, 2017).

Ωστόσο, αυτές οι συνεισφορές δημιουργούν επιπλέον γρίφους, οι οποίοι επιλύονται καλύτερα χρησιμοποιώντας την εξελικτική θεωρία παιγνίων. Με βάση την θεωρία αυτή ο Kar (2017) υποστηρίζει ότι οι νομικές κυρώσεις είναι πανταχού παρούσες στη νομοθεσία όχι επειδή είναι γενικά απαραίτητες για να κινητοποιήσουν τη νομική συμμόρφωση, αλλά μάλλον επειδή παρέχουν τις γενικές συνθήκες εξελικτικής σταθερότητας για εγγενή νομικά κίνητρα.

Αντιδρώντας στον McAdams, υποστηρίζει ο εν λόγω ερευνητής ότι οι εκφραστικές δυνάμεις του νόμου μπορούν να λειτουργήσουν μόνο για να συντονίσουν την ανθρώπινη συμπεριφορά, επειδή οι άνθρωποι έχουν αναπτυχθεί φυσικά και πολιτιστικά για να μοιραστούν μια προηγούμενη συμφωνία για τις μορφές ζωής. Με βάση την εξελικτική θεωρία παιγνίων, ο Kar (2017) παρέχει ένα ενιαίο πλαίσιο μέσα από το οποίο κατανοούνται οι πολύπλοκες αλληλεξαρτήσεις μεταξύ νομικών κυρώσεων, εγγενών νομικών κινήτρων και συντονιστικής δύναμης του νόμου. Επισημαίνει επίσης αρκετές υποτιμημένες πτυχές της ψυχολογικής βάσης του δικαίου. Προχωρώντας, ο ερευνητής καταλήγει στο συμπέρασμα οι διεπιστημονικές μελέτες για το πώς λειτουργεί το δίκαιο πρέπει να περιλαμβάνουν μεγαλύτερες συνθέσεις σύγχρονων ιδεών από την εξελικτική θεωρία παιγνίων.

§2.2 Εξελικτικές Παιγνιοθεωρητικές Ιδιότητες Ενός Μοντέλου Εγκληματικότητας

Στο ίδιο μήκος κύματος, οι McBride et al. (2012) εξετάζουν τις παιγνιοθεωρητικές ιδιότητες ενός μοντέλου εγκληματικότητας που εισήχθη αρχικά από τους Short et al. (2010) με τον τίτλο SBD Adversarial Game. Οι ερευνητές προσδιορίζουν τις εξορθολογιστικές στρατηγικές και τις ισορροπίες “one shot” υπό πολλαπλές βελτιώσεις ισορροπίας.

Περαιτέρω δείχνουν ότι το κύριο αποτέλεσμα της SBD σχετικά με την αποτελεσματικότητα των παραβατών που οδηγούν το σύστημα στην εξέλιξη της συνεργατικής ισορροπίας κάτω από μια δυναμική μίμησης γενικεύεται σε μια δυναμική καλύτερης απόκρισης, αν και η φύση του ρόλου αυτής της στρατηγικής διαφέρει σημαντικά μεταξύ των δύο δυναμιών. Από την ανάλυση προκύπτει επίσης ότι η θετική εξωτερικότητα στην τιμωρία του εγκλήματος στο παίγνιο SBD μετατρέπει το εχθρικό σκηνικό από ένα κοινωνικό δίλημμα σε ένα παιχνίδι συντονισμού. Παρέχονται, τέλος συνέπειες πολιτικής και διδάγματα σχετικά με την εξέλιξη της συνεργασίας γενικότερα.

§3. Εφαρμογές Στην Κυβερνοασφάλεια

§3.1. Ανταλλαγή Πληροφοριών Σχετικά Με Απειλές Στον Κυβερνοχώρο

Η πρωτοβουλία για προστασία από μελλοντικά εγκλήματα στον κυβερνοχώρο απαιτεί μια συλλογική προσπάθεια από όλους τους τύπους οργανισμών που καλύπτουν τη βιομηχανία, τον ακαδημαϊκό χώρο, τα ομοσπονδιακά ιδρύματα και τις στρατιωτικές υπηρεσίες. Ως εκ τούτου, απαιτείται ένα πλαίσιο ανταλλαγής πληροφοριών στον κυβερνοχώρο (Cybersecurity Information Exchange, CYBEX) για τη διευκόλυνση της

ανταλλαγής πληροφοριών σχετικά με την παραβίαση και την ενημέρωση του κώδικα μεταξύ των συμμετεχόντων (εταιρειών) για την καταπολέμηση των κυβερνοεπιθέσεων.

Στο άρθρο των Tosh et al. (2014), οι ερευνητές διαμορφώνουν ένα μη συνεργατικό παιχνίδι κοινής χρήσης πληροφοριών στον κυβερνοχώρο που μπορεί να καθοδηγήσει: (i) τις εταιρείες (παίκτες) να αποφασίσουν ανεξάρτητα εάν "θα συμμετάσχουν στο CYBEX και να μοιράζονται τις πληροφορίες" ή όχι.

(ii) το πλαίσιο CYBEX για τη δυναμική χρήση του κόστους συμμετοχής ως κίνητρο (για την προσέλκυση επιχειρήσεων) και ως χρέωση (για αύξηση εσόδων).

Αναλύουν επίσης το παίγνιο από μια εξελικτική στρατηγική στο πλαίσιο της θεωρίας των παιγνίων και καθορίζουν τις συνθήκες κάτω από τις οποίες μπορεί να επιτευχθεί η αυτόνομη εξελικτική σταθερότητα των παικτών. Παρουσιάζουν τέλος, έναν αναλυτικό τρόπο για την επίτευξη της εξελικτικής σταθερής στρατηγικής (evolutionary stable strategy, ESS) υπό διάφορες συνθήκες. Δείχνουν επίσης τον τρόπο με τον οποίο το CYBEX μπορεί να μεταβάλλει τις τιμές του για τη συμμετοχή και για να αυξήσει τον επιμερισμό του κόστους καθώς και τα δικά του έσοδα, εξελίσσοντας τελικά προς μια win-win κατάσταση.

§3.2 Παρεμβολές στο διαδίκτυο των πραγμάτων (internet of things)

Επιπλέον, λόγω της κλίμακας και της σε μεγάλο βαθμό διασυνδεδεμένης φύσης του, το Διαδίκτυο των Πραγμάτων (Internet of Things, IoT) αναμένεται να είναι ευάλωτο σε μια σειρά απειλών ασφαλείας που κυμαίνονται από επιθέσεις φυσικού επιπέδου έως επιθέσεις επιπέδου δικτύου. Στην έρευνα των Namva et al. (2016), προτείνεται μια νέα στρατηγική αντιμπλοκαρίσματος για συστήματα IoT που βασίζονται σε OFDM, η οποία επιτρέπει σε έναν ελεγκτή IoT να προστατεύει τις συσκευές IoT από έναν κακόβουλο παρεμβολέα ραδιοφώνου.

Η αλληλεπίδραση μεταξύ του κόμβου του ελεγκτή και του jammer διαμορφώνεται ως ένα παιχνίδι Colonel Blotto με συνεχείς και ασύμμετρους πόρους στους οποίους ο ελεγκτής IoT, ενεργώντας ως αμυντικός, επιδιώκει να ματαιώσει την επίθεση εμπλοκής, κατανέμοντας τη δύναμή του μεταξύ των υπο- for;evn με έξυπνο τρόπο για να μειωθεί ο συνολικός ρυθμός σφάλματος δυαδικών ψηφίων (bit error rate, BER) που προκαλείται από τον jammer.

Ο jammer, από την άλλη πλευρά, στοχεύει στη διακοπή της απόδοσης του συστήματος με την κατανομή ισχύος εμπλοκής σε διαφορετικές ζώνες συχνотήτων. Για την επίλυση του παιχνιδιού, προτείνεται ένας εξελικτικός αλγόριθμος που μπορεί να βρει μια ισορροπία μικτής στρατηγικής Nash του παιχνιδιού Blotto. Τα αποτελέσματα προσομοίωσης δείχνουν ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος επιτρέπει στον ελεγκτή IoT να διατηρήσει το BER πάνω από ένα αποδεκτό όριο, διατηρώντας έτσι την απόδοση του δικτύου IoT παρά την παρουσία της κακόβουλης εμπλοκής (Namva et al., 2016).

§4. Εφαρμογές στην Οικονομία

Οι εφαρμογές σε ουσιαστικά ερωτήματα στα οικονομικά και άλλες κοινωνικές επιστήμες της εξελικτικής θεωρίας παιχνιδιών είναι αριστετές. Σημειώνονται ορισμένοι συγγραφείς στην συνέχεια, που πραγματοποίησαν σχετικές ανασκοπήσεις εφαρμογών της θεωρίας αυτής στα οικονομικά.

Ο Hines (1987) πραγματοποίησε μια μαθηματικά περίπλοκη περίληψη της βιβλιογραφίας που επικεντρώνεται στις οικονομικές εφαρμογές του ESS. Το Κεφάλαιο 9 του βιβλίου του van Damme (1987) παρέχει μια συμπαγή περίληψη των θεωρητικών αποτελεσμάτων των παιχνιδιών που σχετίζονται με το ESS και μια εισαγωγή στη δυναμική των οικονομικών του Μάλθους. Οι Hofbauer & Sigmund (1988) παρέχουν μια συλλογή βιολογικών εφαρμογών της θεωρίας των δυναμικών συστημάτων, της οποίας η «κόκκινη γραμμή» είναι η δυναμική του Malthus.

Ο Crawford (1989) εξετάζει εργαστηριακά παίγνια στα οποία τα υποκείμενα έχουν κίνητρο να αντιστοιχίσουν την ελάχιστη ή την μέση συνεισφορά προς ένα δημόσιο αγαθό (οπότε η αποπληρωμή δεν είναι γραμμική). Σκιαγραφεί ένα προσαρμοστικό μοντέλο εμπνευσμένο από τη βιβλιογραφία του ESS (προφανώς μια στοχαστική έκδοση της γραμμικής δυναμικής) που φαίνεται ικανό να εξηγήσει τα δεδομένα. Η εργασία δείχνει γενικότερα την συνεισφορά των εργαστηριακών πειραμάτων ως εμπειρικού εργαλείου για την εύρεση συγκεκριμένων εξελικτικών δυναμικών οικονομικού ενδιαφέροντος.

Ο Arthur (1989) χρησιμοποιεί μια στοχαστική έκδοση της δυναμικής του Malthus που προέρχεται από έναν αλγόριθμο μάθησης και όχι από τον γενετικό μηχανισμό. Δείχνει ότι τα οριακά σημεία πρέπει να αποτελούν σημεία ισορροπίας Nash. Οι Boyd & Richerson (1985) εξερευνούν μια ποικιλία μοντέλων που έρχονται σε αντίθεση και συχνά συνδυάζουν μηχανισμούς γενετικής και κοινωνικής επιλογής. Στο βαθμό που οι οικονομολόγοι θεωρούν μια γενιά 30 ετών ως "μακροπρόθεσμη" ή "πολύ μακροπρόθεσμη", οι χρονικές κλίμακες στο άρθρο τους είναι εξαιρετικά μεγάλες για οικονομικές εφαρμογές.

Νέες πιθανές οικονομικές εφαρμογές εξελικτικών παιγνίων (πληθυσμού) περιλαμβάνουν την νομισματική θεωρία, την βιομηχανική οργάνωση και τα διεθνή οικονομικά. Φαίνεται φυσικό να αντιμετωπίζονται αυτά τα ζητήματα σε ένα εξελικτικό παίγνιο με καθαρές στρατηγικές που αντιπροσωπεύουν την προθυμία ενός πράκτορα να δεχτεί συγκεκριμένα αγαθά που τελικά δεν επιθυμεί να κρατήσει και να αναζητά την παρουσία μιας ισορροπίας Nash για να δικαιολογήσει ένα μόνο μέσο ανταλλαγής.

Στη βιομηχανική οργάνωση, μπορεί κανείς να μελετήσει την «καταλληλότητα» των εναλλακτικών στρατηγικών όπως η ανεξάρτητη είσοδος, το franchising και η συγχώνευση βάσει συγκεκριμένων υποθέσεων σχετικά με την τιμολόγηση των προϊόντων. Επιπλέον, ο ενδιαφερόμενος μπορεί να εξετάσει θέματα σχετικά με την ένωση, τη μαθητεία έναντι άλλων μεθόδων απόκτησης συγκεκριμένων δεξιοτήτων και μεθόδους αποζημίωσης. Για παράδειγμα, όσον αφορά το τελευταίο θέμα, αναρωτιέται κανείς αν η προτεινόμενη

οικονομία μετοχών του Weitzman (1984) είναι δυναμικά σταθερή, δεδομένου του κινήτρου των εργαζομένων να μην μειώσουν τα μερίδια ιδιοκτησίας τους.

Στα διεθνή οικονομικά, θα μπορούσε κανείς να εξετάσει τις τομεακές επενδυτικές επιλογές των επιχειρηματιών στην αυτοκινητοβιομηχανία ως μοντέλο $K = 1$. Στη συνέχεια, για n χώρες, αποκτά κανείς ένα $K = n$ εξελικτικό μοντέλο συνδέοντας τα μοντέλα υπό κάποιο (όχι απαραίτητα δωρεάν) καθεστώς συναλλαγών. Ένα τέτοιο μοντέλο μπορεί να είναι χρήσιμο για τη συζήτηση των δυναμικών επιπτώσεων των εμπορικών και κεφαλαιακών περιορισμών στις τομεακές επενδύσεις και την παραγωγή.

Μια άλλη δυνητικά γόνιμη οδός έρευνας μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με εφαρμογές όπως αυτές που μόλις περιγράφηκαν ή από μόνη της: η συστηματική διερεύνηση συγκεκριμένων κανόνων μάθησης και μίμησης και οι δυναμικές επιπτώσεις τους.

§5. Εφαρμογές Στην Ηθική Και Τη Φιλοσοφία

§5.1 Ηθική Λήψη Αποφάσεων

Η εφαρμογή της θεωρίας των παιγνίων σύμφωνα με τους Hargreaves-Heap & Varonfakis (1995) για την κατανόηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς και ιδιαίτερα της ηθικής συμπεριφοράς, είναι μια πολύτιμη εξέλιξη, καθώς η θεωρία παιγνίων σταδιακά έγινε ένα από τα βασικά πλαίσια που βοηθούν τους ερευνητές στην κατανόηση των κοινωνικών επιστήμων. Οι Esther (1982) και Aumann & Hart (1992) δείχνουν ότι υπάρχουν αρκετές μελέτες που δείχνουν τη σημασία ενός θεωρητικού πλαισίου παιγνίων στην προώθηση της κατανόησής για την κοινωνική συμπεριφορά και τις εξελικτικές επιστήμες. Παρόλο που η εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στους παραπάνω τομείς δεν έχει επισημοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό, η εφαρμογή της στους τομείς της ηθικής συμπεριφοράς και της ανθρώπινης συμπεριφοράς αναπτύσσεται προς το παρόν από πολλές απόψεις με τη σταδιακή βοήθεια

προόδων σε συναφείς τομείς όπως η εξελικτική βιολογία και η κατανόησή της ομαδικής κοινωνικής συμπεριφοράς.

Η θεωρία παιγνίων τείνει να κυριαρχείται από τις υποθέσεις της σχετικά με τη μη ορθολογική φύση της δυναμικής που υπάρχει μέσα στις κοινωνικές δομές και αυτές οι διαδικασίες γενικά αγνοούνται ή μερικές φορές είναι δύσκολο να μοντελοποιηθούν. Οι παραδοχές που γίνονται σχετικά με τις γνωστικές ικανότητες και πεποιθήσεις για τα άτομα είναι γενικά μη ρεαλιστικές και αυτό μερικές φορές είναι η κύρια κριτική για τις εφαρμογές των θεωρητικών παιγνίων στην κατανόηση της ηθικής συμπεριφοράς.

Αυτές είναι οι γραμμές που ακολούθησε ο Solomon (1999) στη συζήτησή του για τη θεωρία των παιγνίων, όταν χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση σεναρίων στην επιχειρηματική ηθική και γενικά στον επιχειρηματικό τομέα. Συγκεκριμένα, η θεωρία των παιγνίων τείνει να τονίζει υπερβολικά την καταστροφική εμμονή των ποσοτικοποιήσιμων αποτελεσμάτων και μια τεχνητή έννοια του ανταγωνισμού. Αυτό το μοντέλο ανταγωνισμού δεν είναι εξαντλητικό της ανθρώπινης συμπεριφοράς, αλλά μάλλον μια υπεραπλούστευση της κοινωνικής δυναμικής που υπάρχει σε πολλά διαφορετικά ανθρώπινα πλαίσια.

§5.2. Αλληλεπιδράσεις Μεταξύ Εξελικτικής Θεωρίας Παιγνίων Και Ηθικής

Είναι αληθοφανές να υποθέσει κανείς ότι η ηθική, στον πυρήνα της, είναι η διαδικασία κατά την οποία τα άτομα προσπαθούν να συνδυάζουν τα δικά τους συμφέροντα με αυτά των άλλων, άλλοτε σύμφωνα με τα δικά τους και άλλοτε αντικρουόμενα. Αυτό που ερευνούν οι θεωρητικοί της ηθικής μπορεί να περιλαμβάνει (ρητούς και σιωπηρούς) κανόνες συμπεριφοράς, ιδιότητες ανθρώπων και θεσμών και στάσεις απέναντι σε καταστάσεις και συναισθήματα που προκαλούνται από τη συμπεριφορά, τους ανθρώπους και τους θεσμούς (Kuhn, 2004).

Οι συγκεκριμένοι κανόνες, ιδιότητες, στάσεις και συναισθήματα που ενδιαφέρουν είναι αυτοί που εμποδίζουν τους ανθρώπους να αποτρέψουν τα συμφέροντα των άλλων για να εξυπηρετήσουν καλύτερα τα δικά τους ή που τους ωθούν να προωθήσουν αμοιβαία συμφέροντα ή να προωθήσουν τα συμφέροντα των άλλων εις βάρος των δικών τους. Το καλύτερα αναπτυγμένο θεωρητικό πλαίσιο μέσα στο οποίο εξετάζονται ερωτήματα σχετικά με τη σύγκρουση και τη σύγκλιση συμφερόντων είναι η μαθηματική θεωρία των παιγνίων.

Είναι φυσικό, επομένως, να αναμένεται ότι η θεωρία των παιγνίων μπορεί να είναι χρήσιμη στη θεωρητική ηθική, ότι μπορεί να χρησιμεύσει, όπως έγραψε ο R Braithwaite στα πρώτα χρόνια της ανάπτυξής του ως "εργαλείο για τον ηθικό φιλόσοφο". Πράγματι, θα περίμενε κανείς ότι οι αναλυτικές θεωρητικές αναλύσεις των παιχνιδιών θα αντικαθιστούσαν τελικά μεγάλο μέρος της πιο συνηθισμένης συζήτησης που γεμίζει τα περιοδικά δεοντολογίας και όντως σε μεγάλο βαθμό αυτό έχει συμβεί (Kuhn, 2004).

§5.3 Ανθεκτικότητα Και Εννοιολογική Ανάλυση Στην Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων

Έχουν διατυπωθεί ποικίλες αντιρρήσεις περί τις ανθεκτικότητας της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων. Μία από αυτές τις αντιρρήσεις ισχυρίζεται ότι τα παίγνια που χρησιμοποιούνται στο υποκείμενο μοντέλο είναι πολύ αυθαίρετα και υπεραπλουστευμένα για να δημιουργήσουν ένα ισχυρό μοντέλο ενδιαφερουσών προκοινωνικών συμπεριφορών. Στο έγγραφο του Ernst (2005), υποστηρίζεται ότι η υπόθεση της ανθεκτικότητας μπορεί να ικανοποιηθεί. Ωστόσο, για να γίνει αυτό, πρέπει να ασχοληθεί κανείς με σημαντικά εννοιολογικά ζητήματα σχετικά με τη φύση της δικαιοσύνης και άλλων ηθικών εννοιών. Συγκεκριμένα, πρέπει να κατανοήσει κανείς καλύτερα τη σχέση μεταξύ ηθικών εννοιών και τυπικών χαρακτηρισμών των παιγνίων.

Η ανταμοιβή του χαρακτηρισμού των παιγνίων δικαιοσύνης είναι ιδιαίτερα σημαντική. Πρώτα απ' όλα, μας γλιτώνει από το να πρέπει να υιοθετήσουμε μια μη φιλανθρωπική ερμηνεία των εξελικτικών θεωρητικών μοντέλων παιγνίων, τα οποία μπορεί να χρησιμοποιούν διαφορετικές κανονιστικές ετικέτες για την ίδια συμπεριφορά ή να χρησιμοποιούν το ίδιο παίγνιο για τη μοντελοποίηση διαφορετικών κανονιστικών εννοιών. Μπορεί να πει κανείς, αντ' αυτού, ότι υπάρχει μια ομάδα σχετικών κανονιστικών εννοιών που δεν είναι ισοδύναμες, αλλά επικεντρώνονται σε έναν μικρό αριθμό κοινών χαρακτηριστικών.

Ο απλός ορισμός του παιγνίου δικαιοσύνης εξάλλου, παρέχει τουλάχιστον μια αρχή στο να χαρακτηρίσει αυτό που μοιράζονται αυτές οι κανονιστικές έννοιες. Συγκεκριμένα, οι κανονιστικές έννοιες διαμορφώνονται από στρατηγικές καταστάσεις στις οποίες ένα αποτελεσματικό αποτέλεσμα Pareto μπορεί να μην επιλεγεί από έναν ορθολογικό παράγοντα, λόγω της ύπαρξης ενός εναλλακτικού αποτελέσματος που αποφέρει υψηλότερη απόδοση και το οποίο επιβιώνει από την επαναλαμβανόμενη διαγραφή στρατηγικών που κυριαρχούν Ernst (2005).

§5.4 Εξελικτική θεωρία παιγνίων και Φιλοσοφία

Η θεωρία των παιγνίων είναι η μαθηματική μελέτη της στρατηγικής και της σύγκρουσης. Έχει ευρείες εφαρμογές στα οικονομικά, τις πολιτικές επιστήμες, την κοινωνιολογία και, σε κάποιο βαθμό, στη φιλοσοφία. Όπου η θεωρία ορθολογικής επιλογής ή η θεωρία αποφάσεων αφορούν μεμονωμένους πράκτορες που αντιμετωπίζουν παιχνίδια ενάντια στη φύση, η θεωρία παιγνίων ασχολείται με παιχνίδια στα οποία όλοι οι παίκτες έχουν προτιμήσεις κατά των πιθανών αποτελεσμάτων του παιχνιδιού.

Η εργασία του de Bruin (2005) δίνει μια άτυπη εισαγωγή στη θεωρία και μια έρευνα εφαρμογών σε διάφορους κλάδους της φιλοσοφίας. Καμία κριτική δεν εξετάζεται. Η θεωρία των παιχνιδιών εμφανίζεται σε συζητήσεις σχετικά με την επιστημολογική εξάρτηση (δίλημμα των φυλακισμένων), τον φιλελευθερισμό και την αποτελεσματικότητα (ισορροπία

Nash), την έννοια της σύμβασης του Hume (συσχετισμένη ισορροπία), την ηθική και τον ορθολογισμό (παιχνίδια διαπραγμάτευσης) και τη διανεμητική δικαιοσύνη και την ισονομία (εξελικτική θεωρία παιχνιδιών). Ένας οδηγός στη βιβλιογραφία παρέχει υποδείξεις για εφαρμογές σε θέματα συλλογικής σκοπιμότητας, επιστημολογίας, ηθικής, ιστορίας της φιλοσοφίας, λογικής, φιλοσοφίας της γλώσσας και πολιτικής φιλοσοφία.

§5.5 Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων Και Ηγεσία

Η εξελικτική θεωρία της ηγεσίας προσφέρει μια νέα προοπτική για τους ηγέτες, τους οπαδούς και την πιθανή προέλευσή τους σε μη ανθρωπίνες και πρωτόγονες ανθρωπίνες συμπεριφορές. Οι συνδέσεις μεταξύ του συντονισμού της ομάδας, της ηγεσίας και της θεωρίας των παιγνίων έχουν κάποια προηγούμενη ιστορία, ωστόσο, αυτό υποδηλώνει ότι ορισμένα σημεία που έκαναν οι Van Vugt et al. θα μπορούσαν να ήταν πιο ακριβής.

Αρχικά, ο συντονισμός συμβαίνει όταν δύο ή περισσότερα άτομα κάνουν παρόμοιες ή συμβατές ενέργειες ταυτόχρονα. Σε αντίθεση με τη συμβατική σκέψη, υπάρχουν περισσότεροι από ένας τύποι συντονισμού στη θεωρία παιγνίων. Το παίγνιο δίλημμα του φυλακισμένου περιλαμβάνει επιλογές μεταξύ συνεργασίας και ανταγωνισμού. Το παιχνίδι Stag Hunt περιλαμβάνει επιλογές μεταξύ ένταξης στην ομάδα (για κυνήγι ελαφιού) και αποχώρηση (για κυνήγι κουνελιών). Ένα δυνητικό αρνητικό αποτέλεσμα στο Stag Hunt είναι η κοινωνική φλυαρία ή το σύνδρομο του ελεύθερου αναβάτη. Το παιχνίδι Διασταύρωση απαιτεί από τα μέλη της ομάδας να κάνουν τις σωστές ενέργειες με τη σωστή ακολουθία και να καταλάβουν τη σωστή ακολουθία. Τα άτομα λαμβάνουν αποφάσεις με βάση τα βοηθητικά προγράμματα που σχετίζονται με τις επιλογές. Ο συντονισμός δεν απαιτεί ηγέτες και η πλειοψηφία των πειραμάτων της θεωρίας παιγνίων διεξάγονται χωρίς ηγέτες ή ακόμη και χωρίς συνομιλία μεταξύ των συμμετεχόντων (Friedman, 1994).

Μια προϋπόθεση της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων είναι ότι ένας μεγάλος όγκος απλών διμερών αλληλεπιδράσεων παράγει συνολικά αποτελέσματα για το κοινωνικό σύστημα. Τα άτομα μπορούν να υιοθετήσουν ιεραρχικούς κανόνες ή στρατηγικές (λειτουργίες ολιγαρχικής αντίδρασης) όπως το tit-for-tat. Και πάλι, οι ηγέτες και οι ιεραρχικές σχέσεις δεν είναι απαραίτητες (πράγμα που εξηγεί τη δημοτικότητα της θεωρίας παιγνίων στους νεοκλασικούς οικονομολόγους). Ένα άλλο βασικό σημείο είναι η σχέση μεταξύ μακροχρόνιων ισορροπιών (εξελικτικά σταθερών καταστάσεων) και των βοηθητικών προγραμμαμάτων στα παιχνίδια μιας βολής.

Το παίγνιο που οι Van Vugt et al. (2008) ονομάζουν "το παιχνίδι των ηγετών" (σελ. 185) δεν αφορά πραγματικά τους ηγέτες και τους οπαδούς, είναι περισσότερο γνωστό ως ο πόλεμος των φύλων (Zagare, 1984). Αυτός και αυτή απολαμβάνουν την παρέα του άλλου και θέλουν να κάνουν πράγματα μαζί, αλλά εκείνος θέλει να πάει σε μια αθλητική εκδήλωση και εκείνη θέλει να πάει σε μια έκθεση κηπευτικών, και κανένας δεν ενδιαφέρεται πραγματικά για την επιλογή ψυχαγωγίας του άλλου. Το single-shot δεν έχει ισορροπία αλλά επιτυγχάνεται εάν υπάρχουν επαναλαμβανόμενες αλληλεπιδράσεις στις οποίες το ζευγάρι εναλλάσσει επιλογές ψυχαγωγίας. Από αυτή τη διαδικασία είναι δυνατόν να προκύψουν ηγέτες με εφαρμογές στην εξελικτική θεωρία παιγνίων.

§6. Εφαρμογές Στη Γλωσσολογία

Το άρθρο του Jaeger (2008) δίνει μια σύντομη επισκόπηση του νέου πεδίου της εφαρμογής της θεωρίας των παιγνίων στην γλωσσολογία, εστιάζοντας στη θεωρία παιγνίων αφενός και στη χρήση της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων για τη μοντελοποίηση της πολιτισμικής εξέλιξης της γλώσσας, αφετέρου. Δύο συγκεκριμένες εφαρμογές συζητούνται λεπτομερώς: η εξαγωγή κλιμακωτών επιπτώσεων μέσω ορθολογικής συλλογιστικής πάνω από επικοινωνιακές στρατηγικές και το προγνωστικό δυναμικό μιας εξελικτικής ερμηνείας της υποδειγματικής δυναμικής στη φωνητική.

Σε αυτό το άρθρο του Jaeger (2008), ο ερευνητής παρέχει μια σύντομη επισκόπηση για την κατάσταση της έρευνας στην εφαρμογή της θεωρίας των παιγνίων στην γλωσσολογία. Τόσο ο ορθολογιστικός όσο και ο εξελικτικός κλάδος αυτού του τομέα είναι ακόμη στα σπάργανα και μεγάλο μέρος της τρέχουσας συζήτησης περιστρέφεται γύρω από αρκετά βασικά ζητήματα σχετικά με το πώς οι γλωσσικές έννοιες πρέπει να αντιστοιχιστούν στις θεωρητικές προσεγγίσεις των παιγνίων. Το πιο επείγον ζήτημα είναι ίσως το ερώτημα σχετικά με το πώς πρέπει να κινητοποιηθούν οι λειτουργίες χρησιμότητας.

Οι εφαρμογές που σημειώνονται από τον ερευνητή δανείζονται τις τάξεις προτιμήσεων τους από παλαιότερες γλωσσικές παραδόσεις, όπως η ρεαλιστική προσέγγιση ή η θεωρία σηματοδότησης. Αυστηρά μιλώντας, οι υποθέσεις σχετικά με μια συνάρτηση χρησιμότητας είναι υποθέσεις σχετικά με τη λήψη αποφάσεων των χρηστών γλώσσας (στο ορθολογιστικό περιβάλλον) ή σχετικά με την πιθανότητα μίμησης γλωσσικών μεταβλητών (στην εξελικτική ερμηνεία). Τέτοιες υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν ψυχολογικά και ο συνδυασμός της θεωρίας παιγνίων και πειραματικών μεθόδων είναι μια πολλά υποσχόμενη διαδρομή για μελλοντική έρευνα.

Ένα άλλο ανοιχτό ερώτημα είναι ποια έννοια λύσης είναι στην πραγματικότητα κατάλληλη. Ο ερευνητής τάσσεται υπέρ της επαναλαμβανόμενης εξάλειψης των στρατηγικών που επικρατούν ασθενώς (σε συνδυασμό με την προεπιλεγμένη προτίμηση για την ειλικρίνεια) στο ορθολογιστικό περιβάλλον. Ο Parikh (2001), για παράδειγμα, προτείνει ισορροπίες Nash που κυριαρχούν στον Pareto. Άλλες προτάσεις μπορούν επίσης να βρεθούν στη βιβλιογραφία. Στο εξελικτικό περιβάλλον, οι ερευνητές έχουν συνεργαστεί με εξελικτικά σταθερές καταστάσεις, εξελικτικά σταθερά σύνολα και στοχαστικά σταθερές καταστάσεις.

Πιθανότατα, καμία από αυτές τις έννοιες λύσης δεν είναι κατάλληλη για όλες τις εφαρμογές. Αντίθετα, η παρακίνηση μιας έννοιας λύσης πρέπει να αποτελεί μέρος μιας εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων, όπως ακριβώς και η παρακίνηση μιας λειτουργίας

χρησιμότητας. Αυτό πιθανότατα θα οδηγήσει σε βελτιωμένη κατανόηση της σιωπηρής μοντελοποίησης, και επομένως του τομέα εφαρμογής.

§7. Εφαρμογές Στην Ιατρική

§7.1 Εξελικτική Θεωρία Του Καρκίνου

Η εφαρμογή της εξελικτικής σκέψης στη μελέτη της έναρξης, της εξέλιξης, της ετερογένειας και της αντίστασης του καρκίνου έχει παράγει πολλές επιτυχημένες μελέτες. Ωστόσο, αρκετές πτυχές του καρκίνου εξακολουθούν να υποεκπροσωπούνται στην εξελικτική βιβλιογραφία και θα μπορούσαν να επωφεληθούν εξαιρετικά από πιο εντατικές ποσοτικές έρευνες (Attolini & Michor, 2009).

Τα υποτιθέμενα καρκινικά βλαστοκύτταρα και η δυναμική τους κατά την εξέλιξη και τη θεραπεία του καρκίνου, για παράδειγμα, δεν έχουν λάβει μεγάλη προσοχή. Αυτό το γεγονός μπορεί εν μέρει να οφείλεται στη σχετική καινοτομία των πειραματικών μελετών των καρκινικών βλαστικών κυττάρων και της σχετικά μικρής ποσότητας βιολογικών πληροφοριών που διατίθενται στους μοντελιστές. Ωστόσο, οι ποσοτικές και εξελικτικές προσεγγίσεις στα καρκινικά βλαστοκύτταρα θα είναι απαραίτητες για την προώθηση των ερευνών που αποδεικνύουν (ή διαψεύδουν) την ύπαρξή τους, τους μηχανισμούς θεραπείας τους, καθώς και συναφείς πτυχές. Ομοίως, η πλήρης κατανόηση της αντίστασης από εξελικτική άποψη απαιτεί ακόμη σημαντική δουλειά (Attolini & Michor, 2009).

Εξάλλου, ο καρκίνος μπορεί να θεωρηθεί ως μια εξελικτική ασθένεια, όπου η φυσική επιλογή λειτουργεί στα κύτταρα ενός οργανισμού για να προωθήσει χαρακτηριστικά που είναι επιζήμια για τον οργανισμό. Η εξελικτική θεωρία παιγνίων (EGT) είναι ένα πεδίο που χρησιμοποιεί τις μεθόδους της θεωρίας παιγνίων, η οποία συνήθως ασχολείται με τη συμπεριφορά των ορθολογικών παραγόντων, για να μοντελοποιήσει προσαρμοστικά συστήματα. Η βάση για το EGT είναι ότι τα σταθερά σημεία ισορροπίας του

προσαρμοζόμενου συστήματος αντιστοιχούν σε σταθερές λύσεις ισορροπίας στα σχετικά παιχνίδια (Rand, 2013).

Το EGT έχει χρησιμοποιηθεί για να μοντελοποιήσει την κυτταρική εξέλιξη στον καρκίνο με έμφαση στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ διαφορετικών καρκινικών κυττάρων και μεταξύ καρκινικών κυττάρων και φυσιολογικών κυττάρων. Αυτή η παράγραφος αναφέρεται στην προσπάθεια μοντελοποίησης της σχέσης μεταξύ του ξενιστή και των καρκινικών κυττάρων χρησιμοποιώντας τη θεωρία παιγνίων. Παρουσιάζονται απλοποιημένα συστήματα διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν ταυτόχρονα την κυτταρική εξέλιξη στους οργανισμούς καθώς και την οργανική εξέλιξη, και παρουσιάζεται μια αντιστοιχία μεταξύ σταθερών σημείων ανάπαυσης αυτών των συστημάτων και σταθερών λύσεων ισορροπίας σε μια κατηγορία εκτεταμένων παιγνίων (Rand, 2013).

Τα θεωρητικά μοντέλα παιγνίων εφαρμόζονται σε τροποποιημένες εκδόσεις παιγνίων αλληλεπίδρασης κυττάρου-κυττάρου από τη βιβλιογραφία. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι είναι εξελικτικά εύλογο για τους πολυκύτταρους οργανισμούς να αναπτύξουν τακτικά στοιχεία στις αντικαρκινικές στρατηγικές τους.

§7.2 Ο Ρόλος Της Γλυκόλυσης Στην Εξέλιξη Του Γλοιώματος

Τα καρκινικά κύτταρα εμφανίζουν χαρακτηριστικά γνωρίσματα που αποκτήθηκαν σε κάθε βήμα κατά τη διάρκεια της καρκινογένεσης. Μερικά από αυτά τα χαρακτηριστικά είναι η αυτόνομη ανάπτυξη, η επαγωγή της νεοαγγειογένεσης και η εισβολή και μετάσταση. Περαιτέρω χαρακτηριστικά των καρκινικών κυττάρων περιλαμβάνουν έναν μεταβαλλόμενο μεταβολισμό της γλυκόζης: τα καρκινικά κύτταρα συνήθως μετατρέπονται σε γλυκόλυση για παραγωγή ενέργειας (Warburg, 1930).

Η απεικόνιση FDG-PET (τομογραφία εκπομπής ποζιτρονίου φθορο-D-δεοξυγλυκόζης) και MRS (φασματοσκοπία μαγνητικού συντονισμού) επιτρέπει την in-vivo

ανάλυση του μεταβολισμού της γλυκόζης και των συγκεντρώσεων λακτόζης. Η κλινική χρήση της απεικόνισης PET και του MRS επιβεβαίωσε σε μεγάλο βαθμό την πανταχού παρούσα μετάβαση στη γλυκόλυση σε πολλούς καρκίνους συμπεριλαμβανομένων των κακοήθων γλοιωμάτων (Basanta et al., 2008).

Η γλυκόλυση είναι λιγότερο αποδοτική από άποψη ενέργειας, αλλά επιτρέπει την επιβίωση σε υποξικά περιβάλλοντα, δηλαδή όταν οι απαιτήσεις οξυγόνου από τον αυξανόμενο αριθμό καρκινικών κυττάρων δεν ικανοποιούνται πλέον από την αγγειακή παροχή του όγκου. Επιπλέον, τα κύτταρα με γλυκολυτικό μεταβολισμό μπορούν να αλλάξουν το pH του τοπικού μικροπεριβάλλοντος προς όφελός τους. Κύτταρα με μη γλυκολυτικό μεταβολισμό θα υποστούν συχνά απόπτωση ή νέκρωση μετά από παρατεταμένη έκθεση σε όξινες συνθήκες. Έχει προταθεί ότι τα καρκινικά κύτταρα με γλυκολυτικό μεταβολισμό εξελίσσονται λόγω αυτού του πλεονεκτήματος ικανότητας έναντι άλλων κυττάρων (Gatenby et al., 2006).

Ο επιπολασμός της γλυκόλυσης σε διηθητικούς όγκους υποδηλώνει ότι η παρουσία της θα μπορούσε να βοηθήσει στην εμφάνιση διηθητικών φαινοτύπων. Μαθηματικά εργαλεία όπως η Θεωρία Παιγνίων (GT) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μελετήσουν πώς η αλληλεπίδραση μεταξύ διαφορετικών φαινοτύπων επηρεάζει το αποτέλεσμα της εξέλιξης του όγκου. Τα μοντέλα GT, που επισημοποιήθηκαν για πρώτη φορά από τους von Neumann και Morgenstern (von Neumann & Morgenstern, 1953), έχουν μια σχετικά μακρά παράδοση στις κοινωνικές και οικονομικές επιστήμες. Το GT έχει επίσης εφαρμοστεί με επιτυχία στη μελέτη της εξελικτικής δυναμικής στη φύση (Nowak, 2006).

Πιο πρόσφατα, το GT εμφανίστηκε ως εργαλείο στη θεωρητική ιατρική. Η GT μελετά τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ οντοτήτων που ονομάζονται παίκτες όπου η ικανότητα κάθε παίκτη εξαρτάται από το τι αποφασίζει να κάνει ο παίκτης (η στρατηγική του) καθώς και από το τι κάνουν οι άλλοι παίκτες. Οι παίκτες θα λάβουν μια ανταμοιβή φυσικής κατάστασης ως αποτέλεσμα αυτών των αλληλεπιδράσεων. Ο Maynard Smith (1982)

βοήθησε στην καθιέρωση της εξελικτικής GT (EGT) ως εργαλείου για τη μελέτη των ισορροπιών στα οικοσυστήματα. Στο EGT οι στρατηγικές των παικτών, δηλαδή οι φαινότυποί τους, δεν είναι αποτέλεσμα ορθολογικής ανάλυσης αλλά μάλλον συμπεριφοράς που διαμορφώνεται μέσω της φυσικής επιλογής.

Η εργασία των Basanta et al. (2008) εισάγεται ένα μοντέλο EGT στο οποίο διερευνάται η υπόθεση που προτάθηκε από τον Gatenby και τους συνεργάτες του (Gatenby et al., 2006) ότι η γλυκόλυση προηγείται της εισβολής στον όγκο και τοποθετεί τα αποτελέσματα στο πλαίσιο των γλοιωμάτων, των όγκων του κεντρικού νευρικού συστήματος από γλοιϊκά κύτταρα. Αρχικά, οι ερευνητές είχαν χρησιμοποιήσει ένα μοντέλο για να περιγράψουν την ανάπτυξη γλοιωμάτων. Το μοντέλο δεν περιλάμβανε διατάξεις για τους διάφορους βαθμούς κακοήθειας γλοιώματος και την κακοήγη εξέλιξη. Αντίθετα, η εργασία των Basanta et al. (2008) επικεντρώνεται ειδικά σε αυτές τις τελευταίες πτυχές της βιολογίας του καρκίνου.

Ξεκινάνε σε ένα στάδιο ογκογένεσης με κύτταρα που δεν απαιτούν πλέον εξωτερικούς παράγοντες ανάπτυξης και αγνοούν τα εξωτερικά σήματα αναστολής της ανάπτυξης (αυτόνομη ανάπτυξη). Υποστηρίζεται ότι επιπρόσθετες γενετικές μεταλλάξεις είτε θα οδηγήσουν σε επεμβατικό φαινότυπο, είτε θα στραφούν σε γλυκολυτικό μεταβολισμό. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ένας κινητός/διηθητικός φαινότυπος είναι πιο πιθανό να εξελιχθεί με την παρουσία γλυκολυτικών κυττάρων.

Το μοντέλο επιτρέπει την κατανόηση ορισμένων συγκεκριμένων πτυχών της εξέλιξης του γλοιώματος, όπως η εμφάνιση διάχυτης εισβολής κυττάρων όγκου σε όγκους χαμηλού βαθμού. Διαπιστώνεται ότι ο διηθητικός φαινότυπος είναι πιο πιθανό να εξελιχθεί μετά την εμφάνιση του γλυκολυτικού φαινοτύπου που θα εξηγούσε την πανταχού παρούσα παρουσία διηθητικής ανάπτυξης σε κακοήθεις όγκους. Το αποτέλεσμα υποδηλώνει ότι οι θεραπείες

που αυξάνουν το κόστος καταλληλότητας για μετάβαση στην αναερόβια γλυκόλυση μπορεί να μειώσουν την πιθανότητα εμφάνισης πιο επεμβατικών φαινοτύπων (Basanta et al., 2008).

§8. Εφαρμογές Στα Συστήματα Πολλών Πρακτόρων Και Την Εκπαίδευση Αυτών

§8.1 Συνεργασία Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων

Ένα σύστημα πολλαπλών παραγόντων (multi-agent system, MAS) που αποτελείται από πολλούς ευφυείς παράγοντες που αλληλεπιδρούν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση προβλημάτων που είναι δύσκολο ή αδύνατο να επιλυθούν από έναν μεμονωμένο παράγοντα ή ένα απλό σύστημα. Δεδομένου ότι ο πράκτορας είναι αυτόνομος και έξυπνος, είναι λογικό να υποθέσουμε ότι επιλέγει τη συμπεριφορά για να αποφέρει στον εαυτό του το μέγιστο όφελος. Έτσι, η συνεργασία και ο συντονισμός μπορούν να επιτευχθούν με επιτυχία εάν μπορεί κανείς να σχεδιάσει με σύνεση τη συνάρτηση χρησιμότητας για κάθε πράκτορα, έτσι ώστε κάθε πράκτορας να μπορεί να λάβει τη μέγιστη ανταμοιβή από τη συνεργασία για την εκπλήρωση μιας δεδομένης εργασίας (Wang, 2009).

Ωστόσο, η συνάρτηση χρησιμότητας ενός πράκτορα συνήθως περιλαμβάνει δεδομένα άλλων για τις περισσότερες εργασίες που απαιτούνται στον «πραγματικό κόσμο». Επιπλέον, δεν είναι ασυνήθιστο να προκύπτουν συγκρούσεις μεταξύ των κερδών αυτών των παραγόντων. Με άλλα λόγια, η ατομική βελτιστοποίηση δεν είναι πάντα συνεπής με τη συλλογική βελτιστοποίηση στο MAS. Αυτές οι συγκρούσεις θα μειώσουν τη συλλογική χρησιμότητα εάν δεν υπάρχει συντονισμός μεταξύ αυτών των αποκεντρωμένων, αυτόνομων παραγόντων.

Η έρευνα του Wang (2009) εξετάζει το ουσιώδες ότι στο MAS η δράση ενός πράκτορα μπορεί να επηρεάσει τη δράση άλλων και συνήθως υπάρχουν συγκρούσεις μεταξύ των ανταμοιβών των άλλων. Διερευνά ο συγγραφέας τη βέλτιστη προσέγγιση συντονισμού για

την αναζήτηση των κερδών πολλών πρακτόρων, μια τυπική εργασία MAS, από την άποψη της θεωρίας παιγνίων. Αφού παρουσιάσει αρκετές έννοιες, παράγει την ισοδυναμία μεταξύ της βέλτιστης λύσης του MAS και της ισορροπίας παιγνίων που αντιστοιχεί σε αυτήν την κατάσταση, και στη συνέχεια εισάγει την εξελικτικά σταθερή στρατηγική στην προσέγγιση, η οποία θεωρείται ίσως χρήσιμη για την αντιμετώπιση του προβλήματος επιλογής ισορροπίας με βάση την παραδοσιακή θεωρία παιγνίων.

Τέλος, με βάση το μοντέλο του παιγνίου «γεράκι-περιστέρι», προτείνεται ένας εξελικτικός αλγόριθμος συνεργασίας συλλογής κερδών (cooperation foraging algorithm, ECFA) για την ανάπτυξη μιας σταθερής εξελικτικά στρατηγικής (ESS) και τη μέγιστη ανταμοιβή για την ομάδα. Εάν υπάρξει κάποια αλλαγή στη διαμόρφωση του περιβάλλοντος, τότε το ECFA μπορεί να εξελιχθεί αυτόματα στο νέο ESS. Και επίσης προτείνει έναν παράγοντα ενίσχυσης για να επιταχυνθεί η διαδικασία σύγκλισης του ECFA και έτσι να δημιουργηθεί ένας νέος αλγόριθμος Accelerated ECFA (AECFA). Αυτές οι τεχνικές αποδείχθηκαν επιτυχημένες με τις προσομοιώσεις αναζήτησης κερδών πολλών παραγόντων (Wang, 2009).

§8.2 Χρήση Πολλαπλών Κόσμων Για Την Κατανομή Ρόλων Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων

Σε ένα παίγνιο συμβαίνει συχνά να υπάρχουν πολλαπλοί ρόλοι ή τύποι παικτών με διαφορετικούς στόχους. Ένας πιθανός στόχος για την αυτόματη δημιουργία περιεχομένου είναι η δημιουργία πολλών διαφορετικών παραγόντων λογισμικού για αυτούς τους ξεχωριστούς ρόλους. Η εργασία των Brown & Ashlock (2016) περιγράφει μια τεχνική, βασισμένη στο μοντέλο πολλαπλών κόσμων, για τη δημιουργία τέτοιων παικτών μέσω της εξέλιξης.

Η αντικειμενική λειτουργία βασίζεται στην απόδοση των παικτών στο ρόλο τους και διατηρεί την ικανότητα της εξέλιξης να λειτουργεί σε πληθυσμούς πρακτόρων, επιτρέποντας τη δημιουργία πολλών πιθανών παραγόντων για κάθε ρόλο. Η καταλληλότητα των διακριτών τύπων πράκτορα δεν συγκρίνεται ποτέ με αυτόν τον αλγόριθμο, επομένως η εξέλιξη των παραγόντων επηρεάζει τη φυσική κατάσταση μόνο στο επίπεδο της προσομοίωσης που έχει καθοριστεί από τον χρήστη και χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της απόδοσης. Η τεχνική αποδεικνύεται με την ταυτόχρονη εξέλιξη τεσσάρων πληθυσμών πρακτόρων στο παίγνιο του διλήμματος του κρατούμενου με πολύ διαφορετικούς ρόλους.

Το Μοντέλο Πολλαπλών Κόσμων (MWM) της Εξέλιξης χρησιμοποιείται σε καταστάσεις όπου απαιτούνται διάφορα διακριτά μοντέλα για την ταξινόμηση και την παροχή λύσης σε ένα πρόβλημα. Το πρώτο τέτοιο μοντέλο εξέτασε τη διαίρεση ενός χώρου δεδομένων με έναν αριθμό παλινδρομικών μοντέλων [10]. Αυτή η εφαρμογή αφορά μια τεχνική που ονομάζεται παλινδρόμηση κατατμήσεων, στην οποία το MWM χρησιμοποιείται για ταυτόχρονη διαίρεση ενός χώρου δεδομένων και εύρεση ανεξάρτητων μοντέλων κάθε διαμερίσματος (Brown & Ashlock, 2016).

Κάθε μέλος κάθε πληθυσμού που συμμετέχει στο MWM ανταμείβεται για τα σημεία δεδομένων που διαμορφώνει με το μικρότερο σφάλμα. Οι πληθυσμοί ανταγωνίζονται για να συλλάβουν σημεία δεδομένων. Ένα πιο γενικό μοντέλο (ένα που καλύπτει περισσότερα σημεία) είναι πιθανό να έχει μεγαλύτερο σφάλμα και έτσι η χρήση του MWM μπορεί να παρέχει στενά μοντέλα λογικά κατανεμημένων δεδομένων. Αυτή η εφαρμογή του MWM μοιράζεται με ομαδοποίηση k-μέσων όρων το πρόβλημα ότι ο αριθμός των μοντέλων πρέπει να επιλεγεί εκ των προτέρων, αλλά η εργασία δείχνει πώς να εφαρμοστεί ένα πρωτόκολλο που επιτρέπει επίσης τον αριθμό των μοντέλων που πρέπει να επιλεγούν (Brown & Ashlock, 2016).

§8.3 Συνεργατική Και Ανταγωνιστική Εκπαίδευση Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων

Τα συστήματα πολλαπλών παραγόντων (Multi-agent systems, MAS) είναι ένας τομέας κατανεμημένης τεχνητής νοημοσύνης που δίνει έμφαση στις κοινές συμπεριφορές των πρακτόρων με κάποιο βαθμό αυτονομίας και στις πολυπλοκότητες που προκύπτουν από τις αλληλεπιδράσεις τους. Η έρευνα για τα MAS εντείνεται, καθώς υποστηρίζεται από έναν αυξανόμενο αριθμό συνεδρίων, εργαστηρίων και άρθρων. Στην έρευνα των Hoen et al. (2006) δίνεται μια επισκόπηση της έρευνας μάθησης πολλών παραγόντων σε ένα φάσμα τομέων, συμπεριλαμβανομένης της μάθησης ενίσχυσης, του εξελικτικού υπολογισμού, της θεωρίας παιγνίων, των πολύπλοκων συστημάτων, της μοντελοποίησης πρακτόρων και της ρομποτικής.

Τα MAS κυμαίνονται στην περιγραφή τους από συνεταιριστικά έως ανταγωνιστικά. Τα ανταγωνιστικά συστήματα μπορούν να επιδείξουν εμφανή συνεργατική συμπεριφορά και αντίστροφα. Στην πράξη, οι πράκτορες μπορούν να επιδείξουν ένα ευρύ φάσμα συμπεριφορών σε ένα σύστημα, που μπορεί είτε να ταιριάζουν με την ετικέτα του συνεργατικού είτε του ανταγωνιστικού, ανάλογα με τις περιστάσεις. Στην έρευνα των Hoen et al. (2006) συζητούνται σύγχρονες εργασίες για συνεργατικά και ανταγωνιστικά MAS και στόχος της είναι το να γίνουν πιο σαφείς οι διακρίσεις και η αλληλεπικάλυψη μεταξύ των δύο προσεγγίσεων.

Τέλος, η έρευνα των Hoen et al. (2006) συνοψίζει τα έγγραφα του πρώτου Διεθνούς εργαστηρίου για την εκμάθηση και την προσαρμογή στο MAS (LAMAS) που φιλοξενήθηκε στο τέταρτο διεθνές συνέδριο για αυτόνομους πράκτορες και συστήματα πολλαπλών πρακτόρων (AAMAS'05) και τοποθετεί το έργο στην παραπάνω έρευνα.

§8.4 Εξελικτική Δυναμική Της Εκπαίδευσης Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων

Η αλληλεπίδραση πολλαπλών αυτόνομων παραγόντων δημιουργεί εξαιρετικά δυναμικά και μη οριστικά περιβάλλοντα, συμβάλλοντας στην πολυπλοκότητα εφαρμογών όπως είναι για παράδειγμα οι αυτοματοποιημένες χρηματοπιστωτικές αγορές, τα έξυπνα δίκτυα ή η ρομποτική. Λόγω του τεράστιου αριθμού καταστάσεων που μπορεί να προκύψουν, δεν είναι δυνατόν να προβλεφθεί και να προγραμματιστεί η βέλτιστη συμπεριφορά για όλους τους παράγοντες εκ των προτέρων. Κατά συνέπεια, είναι απαραίτητο για την επιτυχία του συστήματος να μπορούν οι πράκτορες να μάθουν τη βέλτιστη συμπεριφορά τους και να προσαρμοστούν σε νέες καταστάσεις ή συνθήκες (Bloembergen et al., 2015).

Τις τελευταίες δύο δεκαετίες εμφανίστηκε η εμφάνιση της ενισχυτικής μάθησης, τόσο σε μεμονωμένους, όσο και σε πολύ -παράγοντες, ως ένα ισχυρό, έντονο και προσαρμοστικό μοντέλο μάθησης. Η πρόοδος ήταν σημαντική και ένα ευρύ φάσμα αλγορίθμων είναι πλέον διαθέσιμο. Μια σημαντική πρόκληση στον τομέα της μάθησης πολλαπλών παραγόντων είναι η απόκτηση ποιοτικών πληροφοριών για τη δυναμική του συστήματος που προκύπτει. Την τελευταία δεκαετία, εργαλεία και μέθοδοι από την εξελικτική θεωρία παιγνίων έχουν χρησιμοποιηθεί με επιτυχία για τη μελέτη της δυναμικής μάθησης πολλαπλών παραγόντων τυπικά σε στρατηγικές αλληλεπιδράσεις.

Η έρευνα των Bloembergen et al. (2015) εξετάζει τα δυναμικά μοντέλα που έχουν προκύψει για διάφορους αλγόριθμους μάθησης ενίσχυσης πολλαπλών παραγόντων, καθιστώντας δυνατή τη ποιοτική μελέτη και σύγκρισή τους. Επιπλέον, αναθεωρούνται νέοι αλγόριθμοι μάθησης που έχουν εισαχθεί χρησιμοποιώντας αυτά τα εξελικτικά θεωρητικά εργαλεία παιγνιδιών. Τα εξελικτικά μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μελέτη σύνθετων στρατηγιών αλληλεπιδράσεων.

Παραδείγματα τέτοιας ανάλυσης δίνονται για τους τομείς της αυτοματοποιημένης διαπραγμάτευσης στα χρηματιστήρια και της αποφυγής σύγκρουσης σε συστήματα πολλαπλών ρομπότ. Η έρευνα παρέχει έναν χάρτη πορείας για την πρόοδο που έχει επιτευχθεί στην ανάλυση της εξελικτικής δυναμικής της μάθησης με πολλούς παράγοντες, επισημαίνοντας τα κύρια αποτελέσματα και επιτεύγματα.

§8.5 Η Συνεργασία Σε Συστήματα Πολλών Πρακτορικών Αντιπροσώπων Διευκολύνεται Από Την Εφαρμογή Μικρών Παιγνίων Και Τη Χρήση

Οι πολύπλοκες κοινωνικές συμπεριφορές βρίσκονται στο επίκεντρο πολλών από τις προκλήσεις που αντιμετωπίζει η εξελικτική βιολογία, η κοινωνιολογία, τα οικονομικά και όχι μόνο. Ειδικότερα, για τους εξελικτικούς βιολόγους, το ερώτημα είναι συχνά πώς αυτές οι συμπεριφορές μπορούν να προκύψουν *de novo* σε ένα απλό εξελισσόμενο σύστημα. Πώς μπορούν να εμφανιστούν και να παραμείνουν ομαδικές συμπεριφορές, όπως η συλλογική δράση ή η λήψη αποφάσεων που λαμβάνουν υπόψη τις αναμνήσεις της προηγούμενης εμπειρίας.

Η εξελικτική θεωρία παιγνίων παρέχει ένα πλαίσιο για την επισημοποίηση αυτών των ερωτήσεων και την αποδοχή τους σε αυστηρή μελέτη. Η εργασία των Stewart & Plotkin (2015) αναπτύσσει ένα τέτοιο πλαίσιο για τη μελέτη της εξέλιξης της συνεχούς συλλογικής δράσης σε παίγνια δημόσιων αγαθών πολλών παικτών, στα οποία οι παίκτες έχουν αυθαίρετα μεγάλες μνήμες από προηγούμενους γύρους παιχνιδιού και μπορούν να αντιδράσουν στην εμπειρία τους με αυθαίρετο τρόπο.

Για να μελετήσουν αυτό το πρόβλημα, οι ερευνητές κατασκευάζουν ένα σύστημα συντεταγμένων για στρατηγικές μνήμης-*m* σε επαναλαμβανόμενα παιχνίδια *n*-παιχτών που επιτρέπει να χαρακτηρίσουν όλες τις συνεργατικές στρατηγικές που αντιστέκονται στην

εισβολή οποιασδήποτε μεταλλαγμένης στρατηγικής και έτσι σταθεροποιείται η συνεργατική συμπεριφορά. Οι Stewart & Plotkin (2015) δείχνουν ότι ενώ τα μεγαλύτερα παιχνίδια αναπόφευκτα δυσκολεύουν την εξέλιξη της συνεργασίας, παρ'όλα αυτά υπάρχει πάντα ένας θετικός όγκος στρατηγιών που σταθεροποιούν τη συνεργασία με την προϋπόθεση ότι το μέγεθος του πληθυσμού είναι αρκετά μεγάλος.

Οι Stewart & Plotkin (2015) δείχνουν επίσης ότι, όταν τα παιχνίδια είναι μικρά, οι στρατηγικές μεγαλύτερης μνήμης διευκολύνουν την εξέλιξη της συνεργασίας, αυξάνοντας τον αριθμό των τρόπων σταθεροποίησης της συνεργασίας. Τέλος, διερευνούν τη συν-εξέλιξη της συμπεριφοράς και της ικανότητας μνήμης και διαπιστώνουν ότι οι στρατηγικές μεγαλύτερης μνήμης τείνουν να εξελίσσονται σε μικρά παιχνίδια, γεγονός που με τη σειρά του οδηγεί την εξέλιξη της συνεργασίας ακόμη και όταν τα οφέλη για τη συνεργασία είναι χαμηλά.

§8.6 Μια Εξελικτική Εφαρμογή Θεωρίας Παιγνίων Σε Ευφύες Δίκτυο

Το τεχνικό άρθρο των Coninx & Holvoet (2015) περιγράφει τις πρώτες εμπειρίες από την εφαρμογή της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων σε μια περίπτωση συντονισμού έξυπνου δικτύου. Η χρήση της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων για τη μοντελοποίηση της δυναμικής του πληθυσμού έχει χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά σε τομείς όπως η βιολογία και η οικονομία, αλλά οι εφαρμογές σε περιπτώσεις συντονισμού έξυπνων δικτύων δεν έχουν διαδοθεί.

Στην εργασία των Coninx & Holvoet (2015), διαμορφώνεται ρητά ένας πληθυσμός που αποτελείται από πελάτες από συγκεντρωτές ευελιξίας από την πλευρά της ζήτησης και επιδεικνύεται μια απόδειξη της ανάλυσης της σχέσης μεταξύ του μεριδίου αγοράς ενός συγκεντρωτή, της αποτελεσματικότητάς του και του ποσοστού πληρωμής προς τους ιδιώτες πελάτες του. Οι προσομοιώσεις χρησιμοποιούνται για την παροχή αναμενόμενων τιμών αποπληρωμής ως εισροή για την εξελικτική θεωρητική ανάλυση παιγνίων.

Τα προικαταρτιικά αποτελέσματα δείχνουν ότι το ποσοστό πληρωμής προς τους πελάτες έχει σημαντική επίδραση στην ικανότητα διατήρησης ενός μεριδίου αγοράς όταν υπάρχουν ανταγωνιστικοί συγκεντρωτές και ότι η εξελικτική θεωρία παιγνίων παρέχει ενδιαφέροντα εργαλεία για την ανάλυση τέτοιων περιπτώσεων στρατηγικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των συμφερόντων των πελατών.

§9 Εφαρμογές Στην Ψυχολογία

§9.1. Προσαρμοστική Δυναμική Και Συνεχή Χαρακτηριστικά

Η θεωρία παιγνίων συνεχούς χαρακτήρα σχετίζεται με την ενεργοποίηση αναλυτικά μοντέλων της εξέλιξης των βιολογικά ρεαλιστικά πολύπλοκων χαρακτηριστικών. Η θεωρία των παιγνίων παρέχει μια μαθηματική γλώσσα για την κατανόηση της εξέλιξης με φυσική επιλογή. Η θεωρία των παιγνίων συνεχούς χαρακτήρα ξεκινά με την έννοια μιας εξελικτικά σταθερής στρατηγικής (ESS) και προσθέτει την έννοια της σταθερότητας σύγκλισης (ότι το ESS είναι ένας εξελικτικός ελκυστής).

Με αυτά τα βασικά εργαλεία στο χέρι, η θεωρία παιγνίων συνεχούς χαρακτηριστικού μπορεί εύκολα να επεκταθεί για να μοντελοποιήσει κανείς την εξέλιξη υπό συνθήκες διαταρακτικής επιλογής και προειδοποίησης, μη ισορροπημένης δυναμικής του πληθυσμού, στοχαστικών περιβαλλόντων, συν -εξέλιξης και άλλα. Πολλά μοντέλα που εφαρμόζουν αυτά τα εργαλεία στην εξελικτική οικολογία και τη συνεξέλιξη έχουν αναπτυχθεί τις τελευταίες δύο δεκαετίες. Προχωρώντας, οι McGill & Brown (2007) δίνουν έμφαση στην επικοινωνία της εννοιολογικής απλότητας και της υποκείμενης ενότητας ιδεών που ενυπάρχουν στη θεωρία παιγνίων συνεχούς χαρακτήρα και στην ανάπτυξη νέων εφαρμογών σε βιολογικά ζητήματα.

§9.2 Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων Και Προσωπικότητα

Η ψυχολογία της προσωπικότητας και η εξελικτική θεωρία παιγνίων μπορεί να μην φαίνεται να συνδέονται στενά. Η εξελικτική θεωρία παιγνίων είναι ένα σύνολο εργαλείων που βοηθούν να κατανοήσει κανείς την εξέλιξη της κοινωνικής συμπεριφοράς. Οι ψυχολόγοι της προσωπικότητας ενδιαφέρονται κυρίως για τη συνολική περιγραφή των συνεπών ατομικών διαφορών μεταξύ των ανθρώπων (και για την πρόβλεψη των επιπτώσεων αυτών των διαφορών για διάφορα αποτελέσματα της ζωής).

Παραδοσιακά, από την άλλη πλευρά, η εξελικτική θεωρία παιγνίων έχει χρησιμοποιηθεί από τους βιολόγους στην προσπάθειά τους να κατανοήσουν την εξελικτική προέλευση της συμπεριφοράς των ζώων, αλλά έχει λάβει πολύ λιγότερη προσοχή από ψυχολόγους που προσπαθούν να κατανοήσουν την ανθρώπινη συμπεριφορά. Αντίθετα, η μελέτη της προσωπικότητας και των ατομικών διαφορών αποτέλεσε πρωταρχικό ενδιαφέρον των ψυχολόγων, αλλά σε μεγάλο βαθμό παραμελήθηκε από τους βιολόγους.

Ωστόσο, τα τελευταία χρόνια, αυτό έχει αλλάξει και η μελέτη των ατομικών διαφορών έχει γίνει ένα σημαντικό θέμα σε διάφορους υπο-κλάδους της βιολογίας. Συγκεκριμένα, συμπεριφορικές μελέτες σε όλο το ζωικό βασίλειο αποκάλυψαν ότι τα άτομα σχεδόν σε όλα τα είδη διαφέρουν συστηματικά και με συνέπεια στη συμπεριφορά τους (Gosling 2001). Αυτό έχει δημιουργήσει μια βιβλιογραφία στην οποία αυτές οι διαφορές όχι μόνο περιγράφονται, αλλά και ερμηνεύονται από εξελικτική σκοπιά.

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται επίσης αυξημένη προσοχή στις εξελικτικές εξηγήσεις των διαφορών της προσωπικότητας στην ψυχολογία, αλλά αυτές οι έρευνες έχουν παραμείνει διαχωρισμένες (αν και σίγουρα έχουν γίνει ορισμένες διασταυρούμενες αναφορές (π.χ., Nettle & Penke 2010). Σε σύγκριση με τους ψυχολόγους, οι βιολόγοι βασιζονται τα επιχειρήματά τους πιο έντονα στην επίσημη θεωρία, και συγκεκριμένα στην εξελικτική θεωρία παιγνίων, όταν προτείνουν εξηγήσεις για τις ατομικές διαφορές.

Στην εργασία των van den Berg & Weissing (2010), οι ερευνητές δείχνουν ότι η εξελικτική θεωρία παιγνίων είναι ένα κατάλληλο εργαλείο για τη μελέτη της προσαρμοστικής σημασίας των ατομικών διαφορών. Για να γίνει αυτό, δίνεται πρώτα μια σύντομη επισκόπηση της εξελικτικής θεωρίας παιχνιδιών και της μελέτης των ατομικών διαφορών τόσο σε ανθρώπους όσο και σε ζώα. Τέλος, με παραδείγματα, αποδεικνύουν ότι οι εξελικτικές προβλέψεις (συμπεριλαμβανομένων εκείνων της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων) μπορεί να είναι πολύ μακριά από τον στόχο όταν παραμελούνται οι μεμονωμένες διαφορές.

§9.3 Συνεργασία, Ψυχολογική Θεωρία Παιγνίων Και Περιορισμοί Του Ορθολογισμού Στην Κοινωνική Αλληλεπίδραση

Η θεωρία ορθολογικής επιλογής απολαμβάνει πρωτοφανή δημοτικότητα και επιρροή στις συμπεριφορικές και κοινωνικές επιστήμες, αλλά δημιουργεί δυσεπίλυτα προβλήματα όταν εφαρμόζεται σε κοινωνικά διαδραστικές αποφάσεις. Σε μεμονωμένες αποφάσεις, η ορθολογικότητα των εργαλείων ορίζεται με βάση την αναμενόμενη μεγιστοποίηση της χρησιμότητας. Αυτό καθίσταται προβληματικό στις διαδραστικές αποφάσεις, όταν τα άτομα έχουν μόνο μερικό έλεγχο των αποτελεσμάτων, επειδή η αναμενόμενη μεγιστοποίηση της χρησιμότητας είναι απροσδιόριστη ελλείψει υποθέσεων για το πώς θα συμπεριφερθούν οι άλλοι συμμετέχοντες (Colman, 2003).

Η θεωρία παιγνίων συνεπώς ενσωματώνει όχι μόνο τον ορθολογισμό αλλά και κοινές παραδοχές γνώσης, επιτρέποντας στους παίκτες να προβλέπουν τις στρατηγικές των συμπαίκτων τους. Κάτω από αυτές τις παραδοχές, προκύπτουν διαφορετικές ανωμαλίες. Ο ορθολογισμός των παικτών, συμβατικά ερμηνευμένος, δεν καταφέρνει να εξηγήσει τα διαισθητικά προφανή χαρακτηριστικά της ανθρώπινης αλληλεπίδρασης, αποδίδει προβλέψεις σε μεγάλο βαθμό σε αντίθεση με τα πειραματικά ευρήματα και καταρρέει εντελώς σε ορισμένες περιπτώσεις.

Συγκεκριμένα, η επιλογή εστιακών σημείων στα καθαρά παιχνίδια συντονισμού είναι ανεξήγητη, αν και επιτυγχάνεται εύκολα στην πράξη. Η διαισθητικά επιτακτική αρχή της κυριαρχίας αποπληρωμής στερείται επίσης ορθολογικής αιτιολόγησης. Ο ορθολογισμός στα κοινωνικά διλήμματα είναι αυτοκαταστροφικός. Μια βασική ιδέα λύσης για παιχνίδια συνεργατικού συνεργατισμού είναι συχνά ανεφάρμοστη και η ορθολογική επιλογή σε ορισμένα διαδοχικά παιχνίδια δημιουργεί αντιφάσεις (Colman, 2003).

Στα πειράματα, οι παίκτες συμπεριφέρονται πιο συνεργατικά και λαμβάνουν υψηλότερα κέρδη από ό, τι θα επέτρεπε ο αυστηρός ορθολογισμός. Οι ορθόδοξες αντιλήψεις για τον ορθολογισμό είναι προφανώς εσωτερικά ανεπαρκείς και ανίκανες για να εξηγήσουν την ανθρώπινη αλληλεπίδραση. Η ψυχολογική θεωρία παιγνίων, βασισμένη σε μη τυποποιημένες υποθέσεις, απαιτείται για την επίλυση αυτών των προβλημάτων και έχουν ήδη προταθεί ορισμένες εφαρμογές.

§9.4 Αντικοινωνική Διαταραχή Προσωπικότητας

Σκοπός της έρευνας των Colman & Wilson (1997) ήταν το να αναπτυχθεί ένα εξελικτικό παιχνίδι πολλών ατόμων, με δυναμική αναμόρφωσης πληθυσμού με βάση τις αποδόσεις του παιγνίου Hawk-Dove, με στόχο να καταφέρουν να μοντελοποιήσουν την αντικοινωνική διαταραχή προσωπικότητας (Antisocial Personality Disorder, APD) και να προσφέρουν έτσι μια εξήγηση για τη σχετικά σταθερή επικράτηση του APD σε ευρεία κλίμακα και σε διαφορετικές κοινωνίες παρά τους αυξανόμενους πόρους που αφιερώθηκαν στη μείωση της αντικοινωνικής συμπεριφοράς.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας των Colman & Wilson (1997), ο πληθυσμός εξελίσσεται σε σταθερή ισορροπία με ένα σταθερό ποσοστό ατόμων που συνηθίζουν να συμπεριφέρονται αντικοινωνικά, ή με κατάλληλες αποδόσεις το ποσοστό των αντικοινωνικών ατόμων αντιστοιχεί στη γνωστή επικράτηση του APD. Ένα απροσδόκητο αποτέλεσμα της ανάλυσης είναι η διαπίστωση ότι ο επιπολασμός είναι αναγκαστικά χαμηλός

όταν το σχετικό κέρδος από την αντικοινωνική συμπεριφορά προς έναν συνεργάτη είναι πολύ μικρότερο από τη σχετική απώλεια για τον συνεργάτη

Το μοντέλο των Colman & Wilson (1997) παρέχει μια εξήγηση στηριγμένη στην εξελικτική θεωρία παιγνίων για τον χαμηλό αλλά επικρατούμενο επιπολασμό του APD. Εάν ο εξελικτικός μηχανισμός είναι κοινωνικός και όχι βιολογικός, τότε η απομάκρυνση του αυξανόμενου αριθμού αντικοινωνικών ατόμων από την κοινωνία θα οδηγήσει σε άλλους που θα πάρουν τις θέσεις τους και ο πληθυσμός θα επιστρέψει στο σημείο ισορροπίας.

§10 Εφαρμογές Στην Κοινωνιολογία

§10.1 Προσαρμοστική Δυναμική Και Συνεχή Χαρακτηριστικά

Οι εθνοθρησκευτικές συγκρούσεις σε πολυπολιτισμικές κοινωνίες ήταν μία από τις κύριες αιτίες απώλειας ζωών και περιουσιών στην πρόσφατη ιστορία. Η εργασία των Luo et al. (2010), παρουσιάζει και αναλύει ένα θεωρητικό μοντέλο παιγνίων πολλαπλών πρακτόρων για υπολογιστική μελέτη των εθνοθρησκευτικών συγκρούσεων σε πολυπολιτισμικές κοινωνίες. Η εμπειρική έρευνα που βασίζεται σε γεγονότα στη βιβλιογραφία κοινωνιολογίας και επίλυσης συγκρούσεων έχει προσδιορίσει

- (α) την εθνοθρησκευτική ταυτότητα του πληθυσμού,
- (β) τη χωρική δομή (κατανομή) του πληθυσμού,
- (γ) την υπάρχουσα ιστορία της εχθρότητας και
- (δ) την επιρροή των ηγετών ως μερικοί από τους σημαντικότερους παράγοντες που προκαλούν εθνοθρησκευτική βία.

Έχει επίσης αποδειχθεί πειραματικά από τον Λάμσοντεν ότι η πολυπολιτισμική σύγκριση μπορεί να θεωρηθεί ως παιχνίδι του διλήμματος των φυλακισμένων (PD). Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω παρατηρήσεις, μοντελοποιούμε το πρόβλημα της πολυπολιτισμικής σύγκρισης ως παραλλαγή του επαναλαμβανόμενου παιχνιδιού PD σε γραφήματα. Οι ερευνητές παρουσιάζουν τα αποτελέσματα προσομοίωσης που δείχνουν την επίδραση διαφόρων παραμέτρων του μοντέλου στην τάση σύγκρισης σε έναν πληθυσμό που αποτελείται από δύο εθνοθρησκευτικές ομάδες και συγκρίνουν επίσης τα αποτελέσματα της προσομοίωσής τους με πραγματικά δεδομένα εμφάνισης εθνοθρησκευτικής βίας στη Γιουγκοσλαβία (Luo et al., 2010).

§10.2 Η Εξέλιξη Των Κοινωνικών Κανόνων

Οι κοινωνικοί κανόνες είναι πρότυπα συμπεριφοράς που επιβάλλονται σε επίπεδο ομάδας: Όλοι θέλουν να συμμορφωθούν όταν περιμένουν από όλους τους άλλους να συμμορφωθούν. Υπάρχουν πολλοί μηχανισμοί που υποστηρίζουν τις κοινωνικές νόρμες, συμπεριλαμβανομένης της επιθυμίας συντονισμού, του φόβου της επιβολής κυρώσεων, της σηματοδότησης της συμμετοχής στην ομάδα ή της απλής παρακολούθησης των άλλων.

Η εργασία του Young (2014) δείχνει πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η στοχαστική εξελικτική θεωρία παιγνίων για τη μελέτη της δυναμικής των κανόνων. Εικονογραφεί ο ερευνητής τις εφαρμογές με μια ποικιλία παραδειγμάτων που προέρχονται από την οικονομία, την κοινωνιολογία, τη δημογραφία και την πολιτική επιστήμη. Αυτές περιλαμβάνουν κανόνες διαπραγμάτευσης, κανόνες που διέπουν τους όρους των συμβάσεων, κανόνες συνταξιοδότησης, μονομαχίες, ιατρική περίθαλψη και χρήση αντισυλληπτικών. Αυτές οι περιπτώσεις αναδεικνύουν τις προκλήσεις της εφαρμογής της θεωρίας σε εμπειρικές περιπτώσεις. Δείχνουν επίσης ότι η σύγχρονη θεωρία της δυναμικής των κανόνων δίνει ιδέες και προβλέψεις που υπερβαίνουν τη συμβατική ανάλυση ισορροπίας.

§10.3 Κοινωνικά Δίκτυα

Η εξελικτική θεωρία παιγνίων έχει επεκταθεί σε πολλούς άλλους τομείς εκτός από την απλή βιολογική έννοια της εξέλιξης. Επιπλέον, τα κοινωνικά δίκτυα καθορίζουν τις οριστικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ ατόμων σε κοινωνικά περιβάλλοντα.

Η κοινή φύση αυτών των δύο τεράστιων περιοχών, έχει αυξήσει το ενδιαφέρον για την εφαρμογή εξελικτικών-θεωρητικών προσεγγίσεων σε προβλήματα που βασίζονται σε κοινωνικά δίκτυα. Το άρθρο του Esfandiar (2009) προσπαθεί να τα διερευνήσει και να τα κατηγοριοποιήσει σε σαφείς ομάδες, αν και τα ασαφή όρια μεταξύ των περιοχών το καθιστούν ένα δύσκολο έργο.

§10.4 Οργανωτική Οικολογία

Στην έρευνα του Zhou (2008), κατασκευάζεται ένα μαθηματικό μοντέλο που εφαρμόζει εργαλεία από την εξελικτική θεωρία παιγνίων σε θέματα οργανωτικής οικολογίας. Η εξελικτική θεωρία παιγνίων μοιράζεται το βασικό χαρακτηριστικό της μαθηματικής αυστηρότητας με την παράδοση της βιομηχανικής οργάνωσης, αλλά είναι παρόμοια με την οργανωτική οικολογία δίνοντας έμφαση στην εξελικτική δυναμική.

Η εξελικτική θεωρία παιγνίων μπορεί κάλλιστα να είναι ένα συμπληρωματικό εργαλείο μοντελοποίησης για την αναλυτική μελέτη θεμάτων οργανωτικής οικολογίας, δίπλα στην τυπική λογική, την τυπική θεωρία παιγνίων και την προσομοίωση κατά παράγοντες. Ο Zhou (2008) εξηγεί αυτόν τον ισχυρισμό στο πλαίσιο της θεωρίας καταμερισμού πόρων. Αξιολογεί τον αντίκτυπο του σχήματος και των οικονομιών κλίμακας του πληθυσμού ενός οργανισμού σε οργανωτικές επιδόσεις και την εξέλιξη της αγοράς.

Το μοντέλο καταδεικνύει ότι η μετατόπιση της κατανομής των πόρων από ομοιογενή (ετερογενή) σε ετερογενή (ομοιογενή) κατανομή ωφελεί την εξειδίκευση (γενικεύσεις).

Επιπλέον, προσφέρει ένα νέο αποτέλεσμα αποκαλύπτοντας τις ξεχωριστές επιπτώσεις των οικονομιών εξωτερικής και εσωτερικής κλίμακας στην εξέλιξη της αγοράς.

Έτσι, ο βασικός μας ισχυρισμός είναι ότι η EGT, μοιράζοντας την έμφαση της οργανωτικής οικολογίας στις εξελικτικές διαδικασίες, προσφέρει μια εργαλειοθήκη που μπορεί να συμβάλει στην ανάπτυξη μιας συμπληρωματικής προσέγγισης ανάλυσης θεωρίας στην οργανωτική οικολογία. Με αυτόν τον τρόπο, προσφέρει ο Zhou (2008) τρεις ουσιαστικές συνεισφορές στο σχετικό θέμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.

Εξελικτικές Στρατιωτικές Στρατηγικές

§1. Τοποθέτηση Του Προβλήματος

Ας υποδείξουμε με (MG) το Στρατιωτικό (Στρατηγικό) Παιχνίδι με ένα σετ παίκτη που αποτελείται από δύο «ξεχωριστούς» πληθυσμούς στρατιωτικών δυνάμεων (είτε ανθρώπων είτε όπλων), συγκεκριμένα της Μπλε δύναμης (B) και της Κόκκινης δύναμης (R). Στην συνέχεια, παρουσιάζονται συνοπτικά οι απαραίτητες υποθέσεις που πρέπει να γίνουν (Daras, 2009).

1η ΥΠΟΘΕΣΗ: Έστω ότι $b_1, b_2, \dots, b(M_B)$ αντιπροσωπεύουν τις ποσότητες χωριστών ομοιογενών στρατιωτικών δυνάμεων του ίδιου τύπου για τις μπλε δυνάμεις B, και $r_1, r_2, \dots, r(M_R)$ αντιπροσωπεύουν τις ποσότητες των χωριστών ομοιογενών στρατιωτικών δυνάμεων του ίδιου τύπου για τις κόκκινες δυνάμεις R.

2η ΥΠΟΘΕΣΗ: Ας υποθέσουμε ότι κάθε στρατιωτική δύναμη χωρίζεται σε διαφορετικές περιοχές ως εξής.

Η μπλε δύναμη B χωρίζεται σε K_B διαφορετικές περιοχές: $b(i)$ B-ποσότητες τύπου i καταλαμβάνουν την περιοχή j ($i = 1, 2, \dots, M_B$ και $j = 1, 2, \dots, K_B$)

Η Κόκκινη δύναμη R χωρίζεται σε K_R διαφορετικές περιοχές: $r(i)$ R-ποσότητες τύπου i καταλαμβάνουν την περιοχή j ($i = 1, 2, \dots, M_R$ και $j = 1, 2, \dots, K_R$).

3η ΥΠΟΘΕΣΗ: Όποτε $j = 1, 2, \dots, K_B$ και $i = 1, 2, \dots, M_B$, οι ποσότητες $b_i^{(j)}$ B του τύπου i στην περιοχή j χωρίζονται σε έξι διαφορετικές “ομάδες τακτικής” κατά $b_{-}^{(i' (s = 1))^{(j)}}$, $b_{-}^{(i' (s = 2))^{(j)}}$, ..., $b_{-}^{(i' (s = 6))^{(j)}}$. Η διάσπαση εξαρτάται άμεσα από τη στρατηγική που έχει υιοθετήσει ο στρατηγός B για τις $b_i^{(j)}$ B-ποσότητες

4η ΥΠΟΘΕΣΗ: Ομοίως, όποτε $j = 1, 2, \dots, K_R$ και $i = 1, 2, \dots, M_R$, οι ποσότητες $R_i^{(j)}$ R του τύπου i στην περιοχή j χωρίζονται σε έξι διαφορετικές “ομάδες τακτικής” Συμβολίζεται με $r_{-}^{(i' (s = 1))^{(j)}}$, $r_{-}^{(i' (s = 2))^{(j)}}$, ..., $r_{-}^{(i' (s = 6))^{(j)}}$. Ο διαχωρισμός εξαρτάται άμεσα από τη στρατηγική που υιοθετήθηκε από τον στρατηγό R για τις $r_i^{(j)}$ R-ποσότητες

5η ΥΠΟΘΕΣΗ: Οι δυνάμεις ανήκουν μόνο σε μία «ομάδα τακτικής» σε κάθε χρονική περίοδο, αλλά μπορούν να μετακινηθούν από τη μια «ομάδα τακτικής» στην άλλη στην αρχή κάθε περιόδου.

Έτσι, προκύπτει ο εξής σημαντικός ορισμός.

Ένα ζεύγος $(P, Q) \in \Delta^B \times \Delta^R$ λέγεται ότι είναι στρατηγική ισορροπία Nash (NSE) εάν $P \in BSR(Q)$ και $Q \in BSR(P)$, δηλαδή $(P, Q) \in BSR(Q) \times BSR(P)$.

Το ζεύγος (P, Q) λέγεται ότι είναι μια αυστηρή στρατηγική ισορροπία Nash (SNSE), εάν το P είναι η μοναδική καλύτερη απάντηση στο Q και αντίστροφα.

§2. Οι Δυναμικές Της Μάχης

Με την πάροδο του χρόνου, οι αναλογίες των υπόλοιπων δυνάμεων που εφαρμόζουν διάφορες μεικτές στρατηγικές προσαρμόζονται ως απάντηση στις διαφορές αποπληρωμών. Υποθέτουμε ότι αυτές οι αλλαγές στις αναλογίες πληθυσμού μπορούν να περιγραφούν με τον ακόλουθο τρόπο και με βάση τον ορισμό που ακολουθεί (Daras, 2009).

Έστω $f = (f_1, f_2, \dots, f_{(6M_B K_B)}) : \Delta^B \times \Delta^R \rightarrow R^{(6M_B K_B)}$ και

$$g = (g_1, g_2, \dots, g_{(6M_R K_R)}): \Delta^((B)) \times \Delta^((R)) \rightarrow \mathbb{R}^{(6M_R K_R)}$$

είναι δύο συναρτήσεις.

Στη συνέχεια το σύστημα

$$\{((dp_i)/dt = f_i(P, Q), i=1, 2, \dots, 6M_B K_B$$

$$\{ (dq_j)/dt = g_j(P, Q), j=1, 2, \dots, 6M_R K_R \} \text{ (CSD)}$$

είναι δυναμική επιλογής μάχης, εάν πληροί τις ακόλουθες τρεις προϋποθέσεις

1. Οι συναρτήσεις f και g είναι συνεχείς συναρτήσεις Lipschitz

$$2. \forall (P, Q) \in \Delta^{(B)} \times \Delta^{(R)} \Rightarrow \sum_{i=1}^{6M_B K_B} f_i(P, Q) = \sum_{i=1}^{6M_R K_R} g_i(P, Q)$$

$$3. \begin{cases} P = P^{(\tau_B)} = (p_1, \dots, p_{6M_B K_B})^T \in \Delta^{(B)} \text{ with } p_i = 0 \Rightarrow f_i(P, Q) \geq 0 \text{ } (Q \in \Delta^{(R)}) \\ Q = Q^{(\tau_R)} = (q_1, \dots, q_{6M_R K_R})^T \in \Delta^{(R)} \text{ with } q_j = 0 \Rightarrow g_j(P, Q) \geq 0 \text{ } (P \in \Delta^{(B)}) \end{cases}$$

Η συνθήκη Lipschitz διασφαλίζει ότι για κάθε αρχική κατάσταση η δυναμική επιλογής μάχης έχει μια μοναδική λύση. Στην ιδανική περίπτωση, κάποιος θα ήθελε να οικοδομήσει τη δυναμική της επιλογής από μια ακριβή θεωρία για το πώς οι επιμέρους δυνάμεις αλλάζουν στρατηγικές. Δυστυχώς, φαίνεται ότι μια τέτοια θεωρία πρέπει να περιλαμβάνει μια σειρά από ad hoc στοιχεία. Προσπαθούμε να αποφύγουμε αυθαίρετες επιλογές στην κατασκευή μιας θεωρίας μάθησης και ατομικής συμπεριφοράς δυνάμεων για την τοποθέτηση υποθέσεων απευθείας στη δυναμική της επιλογής (Daras, 2009).

§2.1. Αναπαραγωγική Δυναμική Μάχης

Η δυναμική επιλογής μάχης (combat selection dynamic, CSD) είναι μια δυναμική αναπαραγωγής μάχης εάν

$$\begin{cases} \frac{f_i}{p_i} = (\Pi^{(B)} Q)_i - P^T \Pi^{(B)} Q, & \forall i = 1, 2, \dots, 6M_B K_B \\ \frac{g_j}{q_j} = (\Pi^{(R)} P)_j - Q^T \Pi^{(R)} P, & \forall j = 1, 2, \dots, 6M_R K_R \end{cases}$$

1η ΕΙΔΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: Το Στρατιωτικό (Στρατηγικό) Παιχνίδι (MG) $\equiv (\Pi^*(B), \Pi^*(R))$ λέγεται ότι είναι ένα στρατιωτικό παιχνίδι c-συνεργασίας (, αντίστοιχο c-παιχνίδι μηδενικού αθροίσματος) για μερικά $c > 0$ (, αντίστοιχα για μερικά $c < 0$), εάν υπάρχουν κατάλληλες σταθερές $d_{i,j}$, c_j και d_i έτσι ώστε

$$\varepsilon_{\tau_{B_i}, \tau_{R_j}} = d_{i,j} + c_j \text{ και } \delta_{\tau_{B_i}, \tau_{R_j}} = c d_{i,j} + d_i$$

§2.2 Η αναπαραγωγική δυναμική της μάχης στην περίπτωση μη γραμμικών συναρτήσεων κερδαπωλειών

Έχουμε υποθέσει μέχρι τώρα ότι η μέση απόδοση των στρατηγικών i και j δίνεται από δύο γραμμικές συναρτήσεις $(\Pi^{(B)} Q)_i$ και $(\Pi^{(R)} P)_j$. Αυτό έχει νόημα εάν οι αλληλεπιδράσεις είναι ζευγαρωτές, με τους «συμπαίκτες» να επιλέγονται τυχαία στους πληθυσμούς. Αλλά πολλά ενδιαφέροντα παραδείγματα οδηγούν σε μη γραμμικές συναρτήσεις αποπληρωμής $U_i(Q)$ και $V_j(P)$, για παράδειγμα εάν οι αλληλεπιδράσεις εμφανίζονται σε ομάδες με περισσότερα από δύο μέλη. Αυτό οδηγεί στις εξισώσεις αναπαραγωγής (Daras, 2009).

$$\begin{cases} \frac{dp_i}{dt} = p_i[U_i(\mathcal{P}) - \bar{U}], \text{ on } \Delta^{(B)}, i = 1, 2, \dots, 6M_B K_B \\ \frac{dq_j}{dt} = q_j[V_j(\mathcal{Q}) - \bar{V}], \text{ on } \Delta^{(R)}, j = 1, 2, \dots, 6M_R K_R \end{cases}$$

Μια σημαντική κατηγορία συναρτήσεων αποπληρωμής $u_i(\mathcal{P})$ και $v_j(\mathcal{Q})$ δίνεται από τις δυνατότητες. Για αυτό, είναι χρήσιμο να εισαχθούν μετρήσεις Riemannian, οι λεγόμενες μετρικές Shahshahani, στους εσωτερικούς χώρους $\text{int}(\Delta^{(B)})$ και $\text{int}(\Delta^{(R)})$ των $\Delta^{(B)}$ and $\Delta^{(R)}$

Κάθε εξίσωση στο (NFL) ορίζει μια κλίση Shahshahani, εάν υπάρχουν δύο πιθανές συναρτήσεις U και V , τέτοιες ώστε

$$\langle \dot{\mathcal{P}}, \eta \rangle_{\mathcal{P}} = D_{\mathcal{P}} [U(\eta)] \text{ (για κάθε } \eta \in \mathfrak{T}\mathbb{R}^{6M_B K_B})$$

και

$$\langle \dot{\mathcal{Q}}, \zeta \rangle_{\mathcal{Q}} = D_{\mathcal{Q}} [V(\zeta)] \text{ (για κάθε } \zeta \in \mathfrak{T}\mathbb{R}^{6M_R K_R}).$$

§2.3 Απομιμητική Δυναμική Μάχης

Τέλος, οι στρατηγικές μπορούν να μεταδοθούν μέσα σε έναν πληθυσμό μέσω μίμησης. Μια τέτοια διαδικασία μπορεί να διαμορφωθεί με πολλούς τρόπους. Ας υποθέσουμε πρώτα ότι τα άτομα επιλέγουν περιστασιακά έναν τυχαίο άλλον παίκτη στον πληθυσμό και υιοθετούν τη στρατηγική αυτού του μοντέλου με μια ορισμένη πιθανότητα που μπορεί να εξαρτάται από τη διαφορά απόδοσης, τη συχνότητα των στρατηγικών κλπ. Αυτό αποδίδει ένα μοντέλο εισόδου-εξόδου (Daras, 2009).

$$\begin{cases} \frac{dp_i}{dt} = p_i \left\{ \sum_{k=1}^{6M_B K_B} \left[T_{i \rightarrow k}^{(\mathcal{B})}(\mathcal{P}) - T_{k \rightarrow i}^{(\mathcal{B})}(\mathcal{P}) \right] p_k \right\}, \text{ on } \Delta^{(\mathcal{B})}, \\ \frac{dq_j}{dt} = q_j \left\{ \sum_{m=1}^{6M_R K_R} \left[T_{j \rightarrow m}^{(\mathcal{R})}(\mathcal{Q}) - T_{m \rightarrow j}^{(\mathcal{R})}(\mathcal{Q}) \right] q_m \right\}, \text{ on } \Delta^{(\mathcal{R})}. \end{cases} \quad (\text{IM.D})_{\text{special}}$$

Μια εύλογη υπόθεση είναι ότι αυτά τα ποσοστά εξαρτώνται μόνο από τις αποδόσεις που επιτυγχάνονται από τους δύο παίκτες

§3. Ανοικτά Θέματα Προς Έρευνα

Η περαιτέρω μελέτη των στρατιωτικών στρατηγικών με βάση την εξελικτική θεωρία παιγνίων αποτελεί σε κάθε περίπτωση πρόκληση για τους θεωρητικούς, τόσο στο στρατιωτικό επίπεδο, όσο και στον τομέα των μαθηματικών. Ωστόσο, όπως αποδείχτηκε από την λεπτομερή ανάλυση που έλαβε χώρα στο δεύτερο κεφάλαιο σχετικά με τις δυνατότητες εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων σε μια σειρά από κλάδους, αυτό θα πρέπει να γίνεται με προσοχή και με επιφυλακτικότητα. Η «ποσοτικοποίηση» των ανθρώπινων συμπεριφορών που χρησιμοποιείται κατά κόρον στην θεωρία παιγνίων μπορεί να δώσει «εργαστηριακές» λύσεις ικανοποιητικές που ωστόσο απέχουν από την έμπρακτη εφαρμογή τους στο πεδίο.

Βιβλιογραφία

- Arthur, B. (1989). *A Nash-Discovering Classifier System for Finite-Action Games*. Manuscript: Santa Fe Institute.
- Attolini, C., Michor, F. (2009). Evolutionary Theory of Cancer. *Ann N Y Acad Sci*. 1168:23-51.
- Aumann R., Hart S. (1992) *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. Amsterdam: Elsevier.
- Basanta, D. (2015). Cell-cell interactions and evolution using evolutionary game theory. Available at: <https://www.biorxiv.org/content/10.1101/028746v1.full.pdf>. [1/7/2021].
- Basanta, D., Simon, M., Hatzikirou, H., Deutsch, A. (2008). Evolutionary game theory elucidates the role of glycolysis in glioma progression and invasion. *Cell Prolif*. 41(6):980-987.
- Bellomo, N., Delitala, M. (2008). From the mathematical kinetic, and stochastic game theory to modelling mutations, onset, progression and immune competition of cancer cells. *Physics of Life Reviews*. 5: 183–206.
- Bloembergen, D., Tuyls, K., Hennes, D., Kaisers, M. (2015). Evolutionary Dynamics of Multi-Agent Learning: A Survey. *Journal of Artificial Intelligence Research*. 53: 659-697.
- Boyd, R., Richerson, P. (1985). *Culture and the Evolutionary Process*. Chicago: University of Chicago Press.

- Brown, J., Ashlock, D. (2016). Using Multiple Worlds for Multiple Agent Roles in Games. Conference: 2017 IEEE Conference on Computational Intelligence in GamesAt: NYU, New York, New York, USA.
- Colman, A. (2003). Cooperation, psychological game theory, and limitations of rationality in social interaction. *Behavioral and Brain Sciences*. 26:139–198.
- Colman, A., Wilson, C. (1997). Antisocial personality disorder: An evolutionary game theory analysis. *Legal and Criminological Psychology*. 2:23-34.
- Coninx, K., Holvoet, T. (2015). An evolutionary game theory application in a smart grid context. Department of Computer Science, KU Leuven. Report CW681.
- Cosmides, L., Tooby, J. (1981). Cytoplasmic inheritance and intragenomic conflict. *Journal of Theoretical Biology*. 89:83-129.
- Crawford, V. (1989). *An 'Evolutionary' Explanation of Van Huyck, Battalio, and Beil's Experimental Results on Coordination*. San Diego: Manuscript, Department of Economics, University of California, San Diego.
- Cressman, R., Krivan, V. (2006). Migration dynamics for the ideal free distribution. *The American Naturalist*. 168:384-397.
- Cushman, J., Beattie, A. (1991). Mutualisms: Assessing the benefits to hosts and visitors. *Trends Ecol Evol*. 6(6):193-195.
- Daras, N. (2009). Missile Allocation Strategies and Multi-Agent Based Simulation of Combat. Hellenic Military Academy.
- Dawkins, R. (1976). *The Selfish Gene*. Oxford: Oxford University Press.
- de Bruin, B. (2005). Game Theory in Philosophy. *Topoi*. 24: 197–208.

Easley, D., Kleinberg, J. (2010). *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*. Cambridge: Cambridge University Press.

Ernst, Z. (2005). Robustness and Conceptual Analysis in Evolutionary Game Theory. *Philosophy of Science*. 72(5):1187-1198.

Esfandiar, P. (2009). Application of Evolutionary Game theory to Social Networks: A Survey. Available at: https://www.cs.ubc.ca/~kevinlb/teaching/cs532l%20-%202008-9/projects/Pooya-mas_project.pdf. [11/7/2021].

Esther, S. (2004) How Psychology Made Its (Limited) Way Back Into Economics. *History of Political Economy*. 36:735-760.

Frank, S., Hurst, L. (1996). Mitochondria and male disease. *Nature*. 383:224.

Friedman, W. (1994). *Problems of coordination in economic activity*. Boston: Kluwer.

Gatenby, R., Gawlinski, E., Gmitro, A., Kaylor, B., Gillies, R. (2006). Acid-mediated tumor invasion: a multidisciplinary study. *Cancer Res*. 66(10):5216–5223.

Gosling, D. (2001). From mice to men: What can we learn about personality from animal research? *Psychological Bulletin*. 127:45–86.

Hamilton, W. (1964). The Genetical Evolution of Social Behaviour. *Journal of Theoretical Biology*. 7:1-16.

Hargreaves-Heap, S., Varonfakis Y. (1995) *Game Theory: A Critical Introduction*. London: Routledge

Hines, W. (1987). Evolutionary Stable Strategies: A Review of Basic Theory. *Theoretical Population Biology*. 31:195-272.

Hoen, K., Tuyls, L., Panait, S., Luke, g., La Poutre, W. (2006). An Overview of Cooperative and Competitive Multiagent Learning. In K. Tuyls, P. J. Hoen, K. Verbeeck, & S. Sen (Eds.), *Learning and Adaption in Multi-Agent Systems, First International Workshop, LAMAS 2005, Revised Selected Papers* (pp. 1-46). Springer.

Hofbauer, J., Sigmund, K (1988). *The Theory of Evolution and Dynamical Systems*. Cambridge: Cambridge University Press.

Hofbauer, J., Sigmund, K. (1998). *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Hotz, H. (2006). A Short Introduction to Game Theory. Available at: https://www.theorie.physik.uni-muenchen.de/lsfrey/teaching/archiv/sose_06/softmatter/talks/Heiko_Hotz-Spieltheorie-Vortrag.pdf. [1/9/2020].

Hugie, M., Grand, C. (1998). Movement between patches, unequal competitors and the ideal free distribution. *Evolutionary Ecology*. 12:1-19.

Hurst, L., Atlan, A., Bengtsson, B. (1996). Genetic Conflicts. *The Quarterly Review of Biology*. 71(3):317-364.

Jaeger, G. (2008). Applications of Game Theory in Linguistics. *Language and Linguistics Compass*. 2/3: 406–421.

Kar, R. (2017). The Evolutionary Game- Theoretic Foundations of Law. *Law & Social Inquiry: Journal of the American Bar Foundation*. 42(1): 38-48.

Krivan, V. (2008). Evolutionary games and population dynamics. Available at: <http://baloun.entu.cas.cz/krivan/papers/kamenice13.pdf>. [2/9/2020].

Kuhn, S. (2004). Reflections on Ethics and Game Theory. *Synthese*. 141(1):1-44.

- Leimar, O., Hammerstein, P. (2010). Cooperation for direct fitness benefits. *Phil. Trans. R. Soc. B.* 365:2619 – 2626.
- Luo, L., Chakraborty, N., Sycara, K. (2010). An Evolutionary Game-theoretic Model for Ethno-religious Conflicts between Two Groups. Available at: https://www.ri.cmu.edu/pub_files/2011/10/EGT-CMOT.pdf. [9/7/2021].
- Maynard Smith, J. (1991). Theories of sexual selection. *Trends in Ecology and Evolution* 6, 146-151.
- Maynard Smith, J. and Price, G.R. (1973). The Logic of Animal Conflict. *Nature* 246, 15-18.
- McBride, M., Kendall, R., Short, M., D' Orsogna, M. (2012). Crime, Punishment, and Evolution in an Adversarial Game. Available at: <https://www.cambridge.org/core/journals/european-journal-of-applied-mathematics/article/abs/crime-punishment-and-evolution-in-an-adversarial-game/EA04E2E774950AE2359B78AE2A3D8138>. [2/7/2021].
- McGill, B., Brown, J. (2007). Evolutionary Game Theory and Adaptive Dynamics of Continuous Traits. *Annu. Rev. Ecol. Evol. Syst.* 38:403–435.
- Namva, N., Saad, N., Bahadori, N., Kelley, B. (2016). Jamming in the Internet of Things: A Game-Theoretic Perspective. Available at: <https://arxiv.org/abs/1607.06255>. [4/7/2021].
- Nash, J. (1950). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36, 48-49.

Nesse, R., Williams, G. (1994). *Why We Get Sick: The New Science of Darwinian Medicine*. New York: Times Books.

Nettle, D., Penke, L. (2010). Personality: Bridging the literatures from human psychology and behavioural ecology. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. 365:4043–4050.

Nowak, M. (2006). *Evolutionary dynamics*. Belknap.

Parikh, P. (2001). *The use of language*. Stanford, CA: CSLI Publications.

Pintor, L., Brown, J., Vincent, T. (2011). Evolutionary Game Theory as a Framework for Studying Biological Invasions. *The American Naturalist*. 177(4): 410-423.

Rand, K. (2013). Game Theory and Cancer. Using Game Theory to Model Host-Tumor Interactions. Available at: <https://www.duo.uio.no/bitstream/handle/10852/37685/rand-master.pdf?sequence=1>. [5/7/2021].

Rhode, K. (2006). Evolutionarily stable strategies and non-equilibrium. Available at: <https://rune.une.edu.au/web/handle/1959.11/9299>. [15/01/2021].

Sandholm, W. (2005). Deterministic Evolutionary Dynamics. Available at: <https://www.semanticscholar.org/paper/Deterministic-Evolutionary-Dynamics-Sandholm/a36cf04591b1f25f69ec104d52af1856e60914d8>. [1/9/2020].

Sandholm, W. (2010). Stochastic Evolutionary Game Dynamics: Foundations, Deterministic Approximation, and Equilibrium Selection. Available at: <https://www.ssc.wisc.edu/~whs/research/ams.pdf>. [15/8/2020].

Short, P., Brantingham, M., D'Orsogna, D. (2010). Cooperation and Punishment in an Adversarial Game: How Defectors Pave the Way to a Peaceful Society. *Physical Review*. E 82, 066114.

Solomon, R. (1999) Game Theory as a Model for Business and Business Ethics. *Business Ethics Quarterly*. 9(1):11-29.

Stewart, A., Plotkin, J. (2015). Small games and long memories promote cooperation. Available at: <https://www.nature.com/articles/srep26889>. [8/7/2021].

Tosh, D., Sengupta, S., Kamhoua, C., Kwiat, K., Martin, A. (2014). An Evolutionary Game-Theoretic Framework for Cyber-threat Information Sharing. Computer Science, Engineering 2015 IEEE International Conference on Communications (ICC).

van Damme, E. (1987). *Stability and Perfection of Nash Equilibria*. Berlin: Springer-Verlag.

Van den Berg, P., Molleman, L., Weissing, J. (2015). Focus on the success of others leads to selfish behavior. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.

Van Vugt, M., Hogan, R., Kaiser, B. (2008). Leadership, followership, and evolution: Some lessons from the past. *American Psychologist*. 63:182–196.

von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton University Press, Princeton, N.J.

von Neumann, J., Morgenstern, O. (1953). *Theory of games and economic behaviour*. Princeton: Princeton University Press.

Wang, Y. (2009). Evolutionary Game Theory based Cooperation Algorithm in Multi-agent System. Available at: <https://www.intechopen.com/chapters/6110>. [7/7/2021].

Warburg, O. (1930). The metabolism of tumors (English translation by F. Dickens). London: Constable

Weitzman, M. (1984). *The Share Economy*. Cambridge: Harvard University Press.

Young, P. (2014). The Evolution of Social Norms. Available at: <https://ideas.repec.org/p/oxf/wpaper/726.html>. [10/7/2021].

Zagare, C. (1984). *Game theory: Concepts and applications* (Quantitative Applications in the Social Sciences Paper Series, No. 41). Newbury Park, CA: Sage.

Zhou, C. (2008). Evolutionary game theory and organizational ecology: The case of resource-partitioning theory. Available at: <https://econpapers.repec.org/paper/antwpaper/2009002.htm>. [15/7/2021].