



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ



Σχολή  
Μηχανικών  
Παραγωγής &  
Διοίκησης



Industrial  
Energy  
Environmental  
Systems  
Laboratory

# Ανάπτυξη Συστήματος Ελέγχου για Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους - Αυλών

Σταύρος Γκίκας

A.M.: 2016010181

Επιβλέπων καθηγητής  
Δημήτρης Ιψάκης

Χανιά, Σεπτέμβριος 2021

## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική πραγματεύεται τη δυναμική μοντελοποίηση ενός εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους-αυλών (shell and tube heat exchanger) και την ανάπτυξη συστήματος ελέγχου με ανάδραση ή ανατροφοδότηση (feedback system). Ουσιαστικά, η συγκεκριμένη μελέτη αναφέρεται στη θεωρία των συστημάτων ελέγχου, όπου είναι ο κλάδος της επιστήμης των μαθηματικών και της μηχανικής, που ασχολείται με τη συμπεριφορά των δυναμικών συστημάτων με τη χρήση διάφορων τύπων ελεγκτών σε ένα κλειστό βρόγχο.

Ως γνωστόν, τα περισσότερα συστήματα εμφανίζουν μη-γραμμική συμπεριφορά και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να είναι δύσκολη η μελέτη τους. Συνεπώς είναι αναγκαία η γραμμικοποίηση των εξισώσεων που περιγράφουν τη λειτουργία τους. Η είσοδος και η έξοδος κάθε συστήματος περιγράφονται από διαφορικές εξισώσεις όπου με τη χρήση μαθηματικών μοντέλων (σειρά Taylor, μετασχηματισμός Laplace) και το μοντέλο χώρου κατάστασης (State - Space Model) μπορούν να γραμμικοποιηθούν και να εξαχθούν σημαντικές πληροφορίες για το σύστημα, όπως η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας. Στη συνέχεια για να γίνει εφικτός ο σχεδιασμός διάφορων τύπων ελεγκτών στο σύστημα κλειστού βρόχου χρησιμοποιούνται μεθοδολογίες από τη θεωρία των συστημάτων ελέγχου όπως: ο γεωμετρικός τόπος των πόλων, ο πίνακας Ziegler – Nichols και η μεθοδολογία Morari – Zafiriou. Ακολουθούν διάφορες προσομοιώσεις και αναλύσεις, ώστε να εξαχθεί ο κατάλληλος ελεγκτής στο σύστημα κλειστού βρόχου και συνεπώς το καλύτερο γραμμικό μοντέλο.

Οι προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν αφορούσαν τέσσερις τύπους ελεγκτών και πιο συγκεκριμένα τους P, PI, PID και αυτόν της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou (για γραμμικά μοντέλα). Τα σενάρια που μελετήθηκαν στο σύστημα κλειστού βρόχου παρουσία των παραπάνω ελεγκτών αφορούσαν: σταθερό σήμα αναφοράς, μεταβλητό σήμα αναφοράς, μεταβολές σε μία διαταραχή του συστήματος για σταθερό σήμα αναφοράς και μεταβολές σε δύο διαταραχές του συστήματος για σταθερό σήμα αναφοράς. Μετά από ανάλυση και σύγκριση των αποτελεσμάτων ο πιο κατάλληλος ελεγκτής προέκυψε ο ελεγκτής της μεθόδου Morari – Zafiriou. Ο συγκεκριμένος ελεγκτής προσδίδει στο σύστημα ευστάθεια, μηδενικό σφάλμα και την πιο επιθυμητή δυναμική απόκριση για οποιαδήποτε προσομοίωση πραγματοποιήθηκε, σε σχέση με τους άλλους τύπους ελεγκτών. Ακολούθησε ως αμέσως πιο κατάλληλος ελεγκτής ο PID, στη συνέχεια ο PI ελεγκτής και τέλος ο P ελεγκτής ως τον πιο ακατάλληλο.

## Abstract

The current thesis deals with the dynamic modeling of a shell and tube heat exchanger and with the development of a feedback control system. Essentially, the specific study is referred to the theory of control systems, which is the branch of mathematical science and engineering that deals with the behavior of dynamic systems using different types of controllers in a closed loop.

It is common knowledge that most systems appear a non – linear behavior and as a result it is difficult to study them. Consequently, it is necessary to use linearized mathematical models. The input and output of each system are described by differential equations, using mathematical models (Taylor series, Laplace transformation) and the State – space model which can be linearized and export important information such as process transfer function. Subsequently, in order to provide a feasible design of different types of controllers, a set of relevant methods are used: root locus method, matrix of Ziegler – Nichols (Ziegler – Nichols tuning method) and method of Morari – Zafiriou. Different simulation scenarios export the suitable controller in the closed loop system.

The simulations involved four types of controllers and more specifically P, PI, PID and the one by the method of Morari – Zafiriou (for linear models). The scenarios which have been studied in the closed loop system in the presence of the above controllers concerned: steady set point, variable set point, changes in a system disturbance with a steady set point and changes in two system disturbances with a steady set point. Ultimately, after comparison of the results, the most suitable controller was the one by the method of Morari – Zafiriou. The specific controller gives the system stability, zero error and most desirable dynamic response for any simulation carried out, compared with other types of controllers. Following the second suitable controller was PID, subsequently it was PI controller and finally it was P controller as most unsuitable.

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα μου Δημήτριο Ιψάκη, επίκουρο καθηγητή του Πολυτεχνείου Κρήτης, για την καθοδήγηση που μου προσέφερε και το χρόνο που διέθεσε δίνοντας μου χρήσιμες οδηγίες και συμβουλές για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας. Επιπλέον οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς και την αδελφή μου για την ηθική υποστήριξη σε όλο το διάστημα των σπουδών μου, καθώς και τους συγγενείς και του φίλους μου.

# Περιεχόμενα

Περίληψη .....	2
Abstract .....	3
<b>Κεφάλαιο 1: Εναλλάκτης Θερμότητας Τύπου Κελύφους – Αυλών (Shell and Tube Heat Exchanger) .....</b>	<b>7</b>
1.1 Εξαρτήματα Εναλλάκτη Θερμότητας .....	7
1.2 Λειτουργία Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους – Αυλών .....	10
1.3 Διάφορες Κατασκευαστικές Μορφές .....	11
1.4 Διάφοροι Τύποι Ροών.....	13
1.5 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα .....	14
<b>Κεφάλαιο 2: Μαθηματική Ανάλυση και Γραμμικοποίηση Εναλλάκτη Θερμότητας .....</b>	<b>16</b>
2.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους – Αυλών ....	17
2.2 Γραμμικοποίηση Συστήματος Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους – Αυλών.....	19
2.2.1 Γραμμικοποίηση - Σειρά Taylor.....	19
2.2.2 Γραμμικοποίηση - Μοντέλο Χώρου Κατάστασης (State Space Model) .....	20
2.2.3 Γραμμικοποίηση - Μετασχηματισμός Laplace .....	22
2.3 Αποτελέσματα Μη-Γραμμικού και Γραμμικού Μοντέλου .....	24
<b>Κεφάλαιο 3: Σύνθεση Διάφορων Τύπων Ελεγκτών .....</b>	<b>33</b>
3.1 Περιγραφή Συστήματος Ελέγχου .....	33
3.1.1 Διάγραμμα Βαθμίδων (Block Diagram).....	33
3.1.2 Συνάρτηση Μεταφοράς (Transfer Function) .....	34
3.2 Περιγραφή Συστήματος Αυτόματου Ελέγχου (ΣΑΕ).....	34
3.2.1 Σύστημα Ελέγχου Ανοικτού Βρόχου.....	34
3.2.2 Σύστημα Ελέγχου Κλειστού Βρόχου .....	35
3.3 Ευστάθεια Συστήματος – Ανοικτός και Κλειστός Βρόχος.....	37
3.4 Γεωμετρικός Τόπος Ριζών.....	39
3.5 Προσδιορισμός Παραμέτρων PID Ελεγκτών (Tuning) .....	46
3.5.1 Αναλογικός Ελεγκτής (P Controller) .....	46
3.5.2 Αναλογικός – Ολοκληρωτικός Ελεγκτής (PI Controller) .....	47
3.5.3 Αναλογικός – Ολοκληρωτικός – Διαφορικός Ελεγκτής (PID Controller) .....	48
3.5.4 Μεθοδολογία Ziegler - Nichols .....	49
3.6 Σύνθεση Ελεγκτή με τη Χρήση της Συνάρτησης Μεταφοράς Διεργασίας .....	50
3.7 Συνολικός πίνακας με τους διάφορους τύπους ελεγκτών .....	55

<b>Κεφάλαιο 4: Προσομοιώσεις του Συστήματος Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους - Αυλών.....</b>	<b>56</b>
4.1 Προσομοίωση και Σύγκριση Γραμμικών Μοντέλων.....	56
4.1.1 Πρώτη Προσομοίωση – Σταθερό Σήμα Αναφοράς.....	57
4.1.2 Δεύτερη Προσομοίωση – Μεταβλητό Σήμα Αναφοράς .....	60
4.1.3 Τρίτη Προσομοίωση – Μεταβολές σε Μία Διαταραχή για Σταθερό Σήμα Αναφοράς.....	68
4.1.4 Τέταρτη Προσομοίωση – Μεταβολές σε Δύο Διαταραχές για Σταθερό Σήμα Αναφοράς.....	77
<b>Συμπεράσματα .....</b>	<b>86</b>
<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>87</b>
<b>Παραρτήματα.....</b>	<b>89</b>

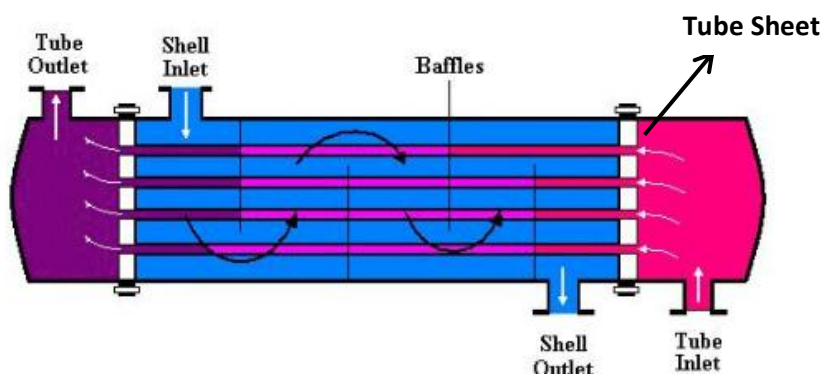
# Κεφάλαιο 1

## Κεφάλαιο 1: Εναλλάκτης Θερμότητας Τύπου Κελύφους – Αυλών (Shell and Tube Heat Exchanger)

Ο συγκεκριμένος τύπος εναλλάκτη θερμότητας είναι ένας από τους πιο διαδεδομένους στον κόσμο της μηχανικής και πιο συγκεκριμένα σε βιομηχανικό επίπεδο, μαζί με τον εναλλάκτη θερμότητας τύπου πλάκας (plate heat exchanger). Ο εναλλάκτης θερμότητας με κέλυφος και αυλούς λειτουργεί σε ένα μεγάλο φάσμα θερμοκρασιών και πιέσεων. Για αυτό το λόγο έχει και αμέτρητες εφαρμογές (πχ παραγωγή ενέργειας, χημική επεξεργασία, ψύξη ηλεκτρονικών μέσων, εφαρμογές κλιματισμού και ψύξης αυτοκινήτων). Επιπλέον ο συγκεκριμένος τύπος εναλλάκτη κατασκευάζεται σε ποικίλα μεγέθη και διαμορφώσεις και διαθέτει μεγάλες αποδόσεις ως προς τον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας από το ένα ρευστό στο άλλο. Ο εναλλάκτης θερμότητας με κέλυφος και αυλούς έχει απλό σχεδιασμό, εύρωστα χαρακτηριστικά, σχετικά χαμηλή τιμή και κόστος συντήρησης.

### 1.1 Εξαρτήματα Εναλλάκτη Θερμότητας

Ο εναλλάκτης θερμότητας με κέλυφος και αυλούς όπως λέει και το όνομα του, αποτελείται από μία σειρά σωλήνων (tubes) που βρίσκονται εντός ενός κιβωτίου (container). Το συγκεκριμένο δοχείο είναι γνωστό με τον όρο κέλυφος (shell). Οι αυλοί εντός του κελύφους ονομάζονται ως σύνολο, δέσμη σωλήνων (tube bundle). Κάθε αυλός διέρχεται από μία σειρά ανακλαστήρων ή παρακαμπτήρες ροής (baffles) και φύλλα σωλήνων (tube sheets).



Εικόνα 1.1: Τα εξαρτήματα ενός εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών [1]

Όπως παρατηρείται από την παραπάνω εικόνα 1.1 υπάρχουν δύο κανάλια εισόδου και εξόδου. Στο ένα κανάλι εισέρχεται και εξέρχεται το ρευστό από τους σωλήνες

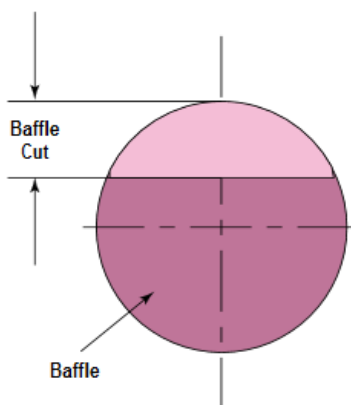
(Tube- side), ενώ στο άλλο εισέρχεται και εξέρχεται το ρευστό από το κέλυφος (Shell-side). Παρακάτω επισημαίνονται με λεπτομέρεια τα μέρη του συγκεκριμένου εναλλάκτη σύμφωνα με τις πηγές [2], [3], [4]:

**Αυλοί (Tubes):** Είναι από τα κύρια μέρη του συγκεκριμένου τύπου εναλλάκτη και βρίσκονται εντός του κελύφους (Εικόνα 1.1). Διαθέτουν ποικίλα μεγέθη και διαμορφώσεις όπως σωλήνες σε σχήμα 'U' ή ευθύγραμμες σωλήνες. Οι αυλοί αποτελούν το ένα από τα δύο μέσα ροής, το οποίο διαθέτει μία είσοδο (tube-side fluid in) και μία έξοδο (tube-side fluid out).

**Κέλυφος (Shell):** Αποτελεί το κύριο σώμα του συγκεκριμένου τύπου εναλλάκτη και περιλαμβάνει εντός του, τους αυλούς (Εικόνα 1.1). Το μέγεθος του εξαρτάται από την διάμετρο των σωλήνων και το σχήμα του είναι συνήθως κυλινδρικό. Το κέλυφος αποτελεί το δεύτερο μέσο ροής, το οποίο διαθέτει και αυτό μία είσοδο (shell-side fluid in) και μία έξοδο (shell-side fluid out).

**Ανακλαστήρες (Baffles):** Βρίσκονται μέσα στο κέλυφος κατά μήκος των αυλών με κατάλληλο βήμα (Εικόνα 1.1). Διαθέτουν τρεις λειτουργίες. Αρχικά στηρίζουν τους σωλήνες και τους κρατούν σταθερές στην σωστή θέση, ώστε να αποτρέπουν τους κραδασμούς που προέρχονται από δίνες του ρευστού, καθώς ρέει. Άλλη μία λειτουργία των ανακλαστήρων είναι ότι καθοδηγούν την ροή του ρευστού από την πλευρά του κελύφους, καθώς συναντούν τους αυλούς. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να αυξάνεται ο συντελεστής ταχύτητας και μεταφοράς θερμότητας. Τέλος άλλη μία λειτουργία είναι ότι οι ανακλαστήρες κρατούν απόσταση μεταξύ των αυλών.

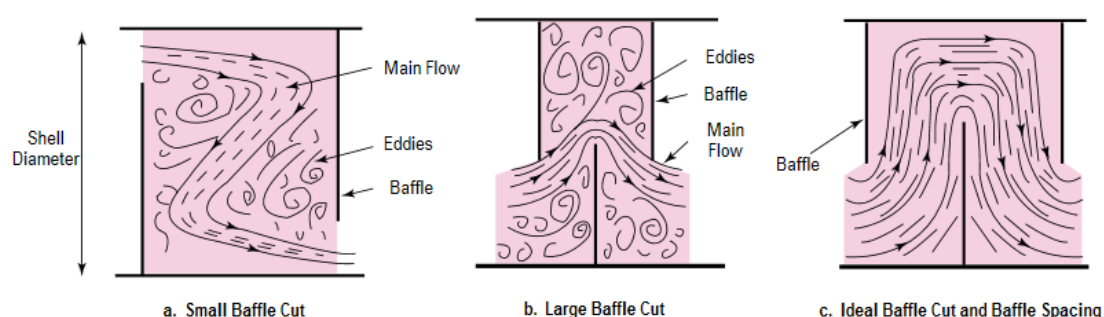
Ένα τμήμα των ανακλαστήρων κόβεται (baffle cut), ώστε να επιτρέψει στο ρευστό να ρέει παράλληλα με τον άξονα των σωλήνων (Εικόνα 1.2). Αυτό ισχύει για κάθε βήμα ανακλαστήρα. Το βήμα των ανακλαστήρων και το τμήμα που κόβεται από τον κάθε ένα, είναι σημαντικά χαρακτηριστικά σχεδίασης του εναλλάκτη που βοηθούν στο να αυξάνεται η ταχύτητα του ρευστού και ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας. Η κοπή του κάθε ανακλαστήρα κυμαίνεται από 15% έως 45% της εσωτερικής διαμέτρου του κελύφους.



Εικόνα 1.2: Αποκοπή τμήματος ανακλαστήρα [4]

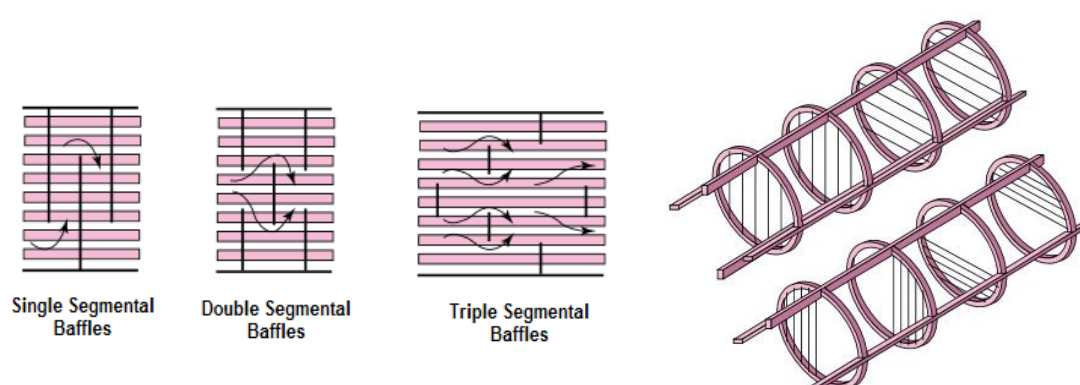


Για μικρό ποσοστό αποκοπής τμήματος του ανακλαστήρα επηρεάζει αρνητικά την κύρια ροή εντός του κελύφους, καθώς δημιουργούνται δίνες όπως παρατηρείται στο πρώτο σχήμα της εικόνας 1.3. Αντίστοιχα υπάρχει δημιουργία δινών, όταν το ποσοστό αποκοπής τμήματος του ανακλαστήρα είναι μεγάλο όπως φαίνεται στο δεύτερο σχήμα της εικόνας 1.3. Η ιδανική κατάσταση αποκοπής τμήματος του ανακλαστήρα παρατηρείται στο τρίτο σχήμα της εικόνας 1.3 που δεν εμφανίζονται δίνες. Συνήθως το ποσοστό αποκοπής που προσεγγίζει την ιδανική κατάσταση είναι μεταξύ 20% και 35%.



**Εικόνα 1.3:** Η κύρια ροή του ρευστού διαμέσου των ανακλαστήρων [4]

Οι ανακλαστήρες αποτελούνται από δύο είδη, τύπου πλάκας ή ράβδου (Εικόνα 1.4). Οι ανακλαστήρες πλάκας μπορεί να είναι είτε μονό-τμηματικές ή διπλό-τμηματικές ή και τριπλό-τμηματικές. Κάθε τύπος ανακλαστήρων προκαλεί διαφορετική ροή στο ρευστό, αναλόγως την εφαρμογή που πρέπει να επιτευχθεί. Οι διάφοροι τύποι ανακλαστήρων απεικονίζονται στην παρακάτω εικόνα 1.4. Αριστερά είναι οι ανακλαστήρες τύπου πλάκας και δεξιά τύπου ράβδου.



**Εικόνα 1.4:** Διάφοροι τύποι ανακλαστήρων. Αριστερά είναι οι ανακλαστήρες τύπου πλάκας και δεξιά τύπου ράβδου. [4]

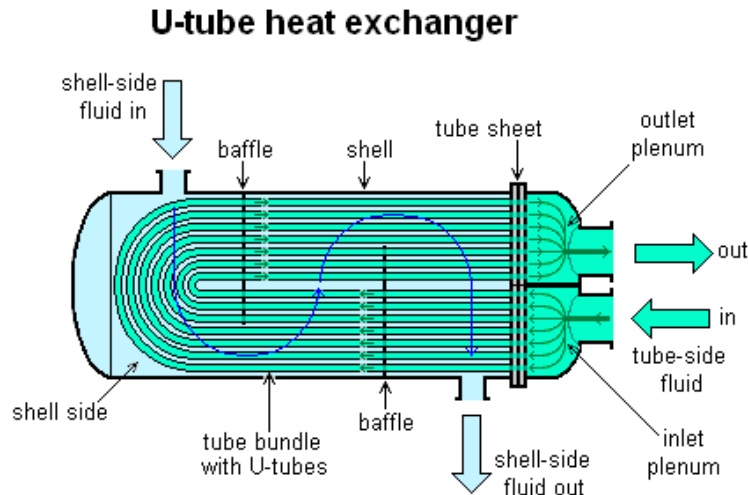
**Φύλλα σωλήνων (Tube sheets):** Είναι συνήθως στρογγυλές επίπεδες πλάκες με κατάλληλο σχήμα εγκοπών (πχ κυλινδρικό, τετραγωνικό, τριγωνικό) στην επιφάνεια τους, ώστε να ταιριάζουν με τις διαμέτρους ή το σχήμα της δέσμης σωλήνων (Εικόνα 1.1). Τα φύλλα σωλήνων στηρίζουν τη δέσμη σωλήνων αλλά και συνδέονται μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο, ώστε να αποτρέπουν την ανάμιξη των ρευστών μεταξύ του κελύφους και των αυλών. Ανάλογα την διαμόρφωση του συγκεκριμένου τύπου εναλλάκτη θερμότητας μπορεί να διαθέτει ένα ή δύο φύλλα σωλήνων. Στην περίπτωση εναλλάκτη θερμότητας με μορφή αυλών τύπου 'U' υπάρχει ένα φύλλο σωλήνα όπως παρατηρείται στην εικόνα 1.5. Ενώ οι εναλλάκτες θερμότητας με μορφή ευθύγραμμων αυλών μονής ή διπλής ροής διαθέτουν δύο φύλλα σωλήνων, όπως διαπιστώνεται στις εικόνες 1.6 και 1.7 αντίστοιχα.

## 1.2 Λειτουργία Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους – Αυλών

Δύο ρευστά, τα οποία διαθέτουν διαφορετικές αρχικές θερμοκρασίες, ρέουν διαμέσου του εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους - αυλών. Το ένα ρευστό ρέει στην πλευρά των σωλήνων (tube side) και το άλλο ρευστό εξωτερικά των σωλήνων και εσωτερικά του κελύφους (shell side). Θερμότητα μεταφέρεται από το ένα ρευστό στο άλλο διαμέσου των τοιχωμάτων των αυλών, είτε από την πλευρά των σωλήνων στην πλευρά του κελύφους ή το αντίστροφο. Επομένως η μεταφορά θερμότητας μεταξύ των δύο ρευστών δεν πραγματοποιείται άμεσα αλλά έμμεσα. Τα ρευστά μπορούν να είναι είτε υγρά είτε αέρια στην κάθε πλευρά. Προκειμένου να υπάρχει μεγάλη αποδοτικότητα μεταφοράς θερμότητας, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιούνται μεγάλες επιφάνειες μεταφοράς θερμότητας, δηλαδή χρήση πολλών αυλών. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται η σπατάλη θερμότητας και έτσι γίνεται εφικτή η διατήρηση της ενέργειας. Επίσης ένας παράγοντας που αυξάνει τον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας του ρευστού είναι η τυρβώδης ροή εντός των σωλήνων. Η τυρβώδης ροή δημιουργείται από στροβιλιστές (turbulators) που βρίσκονται στην είσοδο κάθε σωλήνα. Αντίστοιχα τυρβώδη ροή υπάρχει και στην περιοχή του κελύφους, όπου προκαλείται από τους ανακλαστήρες που χρησιμοποιούνται για να κατευθύνουν το ρευστό διαμέσου των σωλήνων, μέσα στον εναλλάκτη θερμότητας. Ο εναλλάκτης θερμότητας με μόνο μία φάση (αέριο ή υγρό) σε κάθε πλευρά ονομάζεται μονοφασικός εναλλάκτης θερμότητας (single phase heat exchanger). Εναλλάκτης θερμότητας διπλής φάσης μπορεί να εφαρμοστεί ώστε να θερμανθεί ένα υγρό με την συμβολή ενός αερίου ή να ψυχθεί ένα αέριο με την συμβολή ενός υγρού, με την φάση αλλαγής συνήθως να συμβαίνει στην πλευρά του κελύφους. Οι συγκεκριμένες πληροφορίες για τη λειτουργία του συστήματος εναλλάκτη θερμότητας προέρχονται από την πηγή [5].

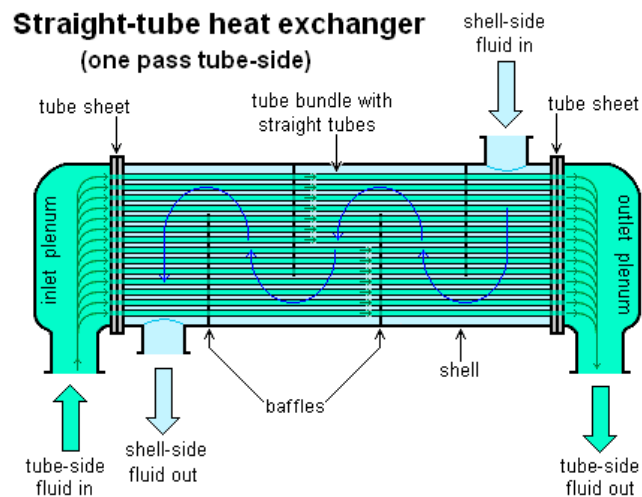
### 1.3 Διάφορες Κατασκευαστικές Μορφές

Οι εναλλάκτες θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών έχουν διάφορες κατασκευαστικές μορφές και οι πιο γνωστές από αυτές είναι σύμφωνα με τις πηγές [5], [6], [4] οι εξής:



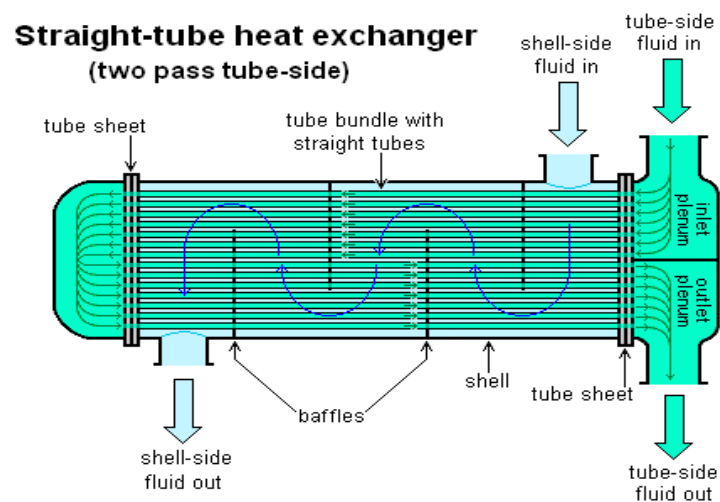
**Εικόνα 1.5:** Εναλλάκτης θερμότητας με μορφή αυλών τύπου ‘U’[6]

Η συγκεκριμένη μορφή διαθέτει σωλήνες σε μορφή ‘U’ που αναγκάζουν το μέσο ροής να ρέει εμπρός και πίσω κατά μήκος του εναλλάκτη θερμότητας. Με τη συγκεκριμένη εικόνα 1.5 πραγματοποιείται μεγαλύτερη απόδοση του ρυθμού μεταφοράς θερμότητας. Αυτό συμβαίνει, γιατί το ένα μέσο ροής συναντά το άλλο μέσο πολλές φορές (multi-pass) και έτσι θερμότητα ανταλλάσσεται διαδοχικά. Το πλεονέκτημα αυτής της μορφής αυλών είναι ότι το ένα άκρο του εναλλάκτη είναι ελεύθερο. Αυτό δίνει την δυνατότητα στην δέσμη σωλήνων να διαστέλλεται ή να συστέλλεται στις διάφορες τάσεις με εύκολο τρόπο. Άλλο ένα πλεονέκτημα είναι ότι η εξωτερική πλευρά της δέσμης σωλήνων μπορεί να καθαριστεί εύκολα, αφού μπορεί να αφαιρεθεί από το κέλυφος. Επίσης ο συγκεκριμένος τύπος εναλλάκτη διαθέτει ένα φύλλο σωλήνα, άρα και το κόστος κατασκευής μειώνεται. Όμως το μειονέκτημα είναι ότι το εσωτερικό μέρος της δέσμης σωλήνων τύπου ‘U’ δεν μπορεί να καθαριστεί, εξαιτίας της εύκαμπτης μορφής που διαθέτει.



**Εικόνα 1.6:** Εναλλάκτης θερμότητας με μορφή ευθύγραμμων αυλών μονής ροής [6]

Η συγκεκριμένη μορφή διαθέτει ευθύγραμμους σωλήνες με το μέσο ροής που διαρρέει εντός του, να συναντά το άλλο μέσο μία φορά (single pass) (Εικόνα 1.6). Επομένως θα έχει μικρότερη απόδοση στον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας σε σχέση με τον τύπο αυλών 'U'. Το πλεονέκτημα του συγκεκριμένου τύπου σωλήνων είναι ότι έχει απλή μορφή και για αυτό το λόγο έχει αμέτρητες εφαρμογές. Ένα βασικό μειονέκτημα είναι πως δεν διαθέτει ελεύθερη πλευρά, αφού η είσοδος του ρευστού που ρέει εντός των αυλών (tube-side fluid in) είναι από αριστερά, ενώ η έξοδος από δεξιά (tube-side fluid out). Αυτό έχει ως συνέπεια την δυσκολία καθαρισμού των σωλήνων, αφού δεν μπορούν να αφαιρεθούν από το κέλυφος. Άλλο ένα μειονέκτημα αυτού του τύπου εναλλάκτη είναι πως διαθέτει δύο φύλλα σωλήνων άρα αυξάνεται το συνολικό κόστος.



**Εικόνα 1.7:** Εναλλάκτης θερμότητας με μορφή ευθύγραμμων αυλών διπλής ροής [6]

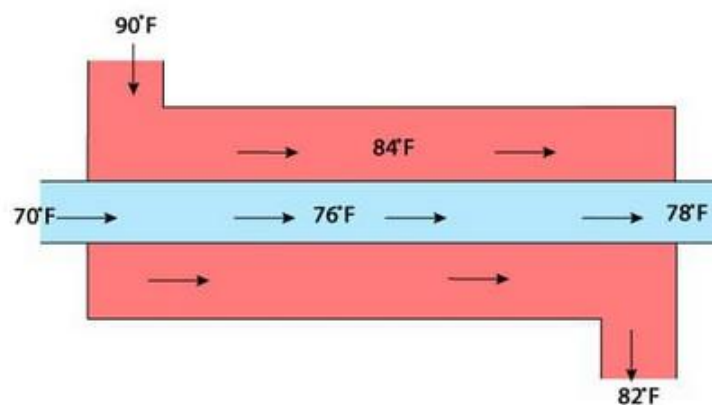
Η συγκεκριμένη μορφή διαθέτει ευθύγραμμους σωλήνες με το μέσο ροής που διαρρέει εντός του, να συναντά το άλλο μέσο δύο φορές (two pass) (Εικόνα 1.7). Επομένως θα έχει μεγαλύτερη απόδοση στον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας σε σχέση με την προηγούμενη μορφή. Το πλεονέκτημα του συγκεκριμένου τύπου αυλών είναι ότι έχει απλή μορφή και για αυτό το λόγο έχει αμέτρητες εφαρμογές. Επιπλέον σε αυτή την μορφή εναλλάκτη θερμότητας, η είσοδος και η έξοδος του ρευστού για την δέσμη σωλήνων είναι από την μία πλευρά. Αυτό διευκολύνει στον καθαρισμό των σωλήνων, αφού μπορούν να αφαιρεθούν εύκολα από το κέλυφος. Ένα μειονέκτημα αυτού του τύπου εναλλάκτη είναι πως διαθέτει δύο φύλλα σωλήνων άρα αυξάνεται το συνολικό κόστος.

## 1.4 Διάφοροι Τύποι Ροών

Ένας τρόπος να ταξινομήσεις τους διάφορους τύπους εναλλακτών θερμότητας είναι ο τύπος ροής, σύμφωνα με τις ακόλουθες πηγές [1], [5]. Υπάρχουν τρεις βασικοί τύποι ροής, όπου διακρίνονται στην ομορροή (ή παράλληλη ροή), στην αντιρροή και στην εγκάρσια ροή. Όμως εξαιτίας των πολλών εφαρμογών που έχει ο συγκεκριμένος εναλλάκτης θερμότητας, είναι δύσκολο να έχει ένα είδος ροής. Συνήθως διαθέτει μίξη αυτών.

### Ομορροή

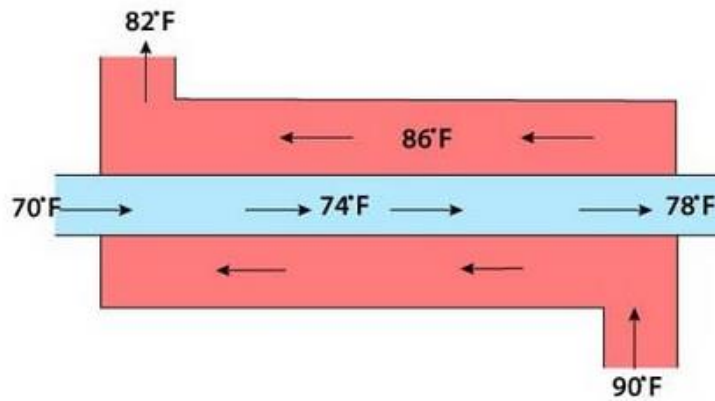
Ο συγκεκριμένος τύπος εμφανίζεται όταν και τα δύο μέσα ροής από την περιοχή του κελύφους και των αυλών έχουν την ίδια κατεύθυνση ροής (Εικόνα 1.8).



Εικόνα 1.8: Ομορροή [5]

### Αντιρροή

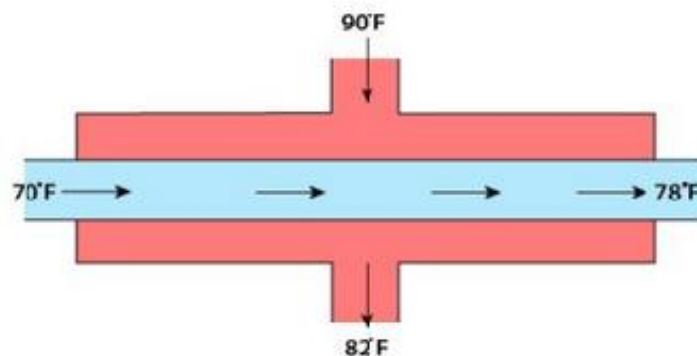
Ο συγκεκριμένος τύπος εμφανίζεται όταν τα δύο μέσα ροής από την περιοχή του κελύφους και των αυλών έχουν αντίθετη κατεύθυνση ροής (Εικόνα 1.9).



Εικόνα 1.9: Αντιρροή [5]

### Εγκάρσια ροή

Ο συγκεκριμένος τύπος εμφανίζεται όταν ένα μέσο ρέει κάθετα στο άλλο. Συνήθως αυτός ο τύπος ροής εμφανίζεται, όταν υπάρχει αλλαγή κατάστασης ενός μέσου σε σχέση με την είσοδο και την έξοδο. Για παράδειγμα θα μπορούσε να εισέρχεται ατμός και μόλις χάνει την θερμότητα του να συμπυκνώνεται και να γίνεται νερό (Εικόνα 1.10).



Εικόνα 1.10: Εγκάρσια ροή [5]

## 1.5 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα

Παρακάτω θα αναφερθούν κάποια από τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα για τον εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους - αυλών.

### Πλεονεκτήματα

- Απλός σχεδιασμός και εύκολη συντήρηση
- Μεγάλο φάσμα εφαρμογών σε μεγάλο εύρος θερμοκρασιών και πιέσεων
- Εύκολο να επιδιορθωθεί ένας σωλήνας που έχει διαρροή
- Δεν εμφανίζει αστοχίες σε μεγάλο βαθμό
- Κατάλληλο για μεγάλες θερμοκρασίες και πιέσεις

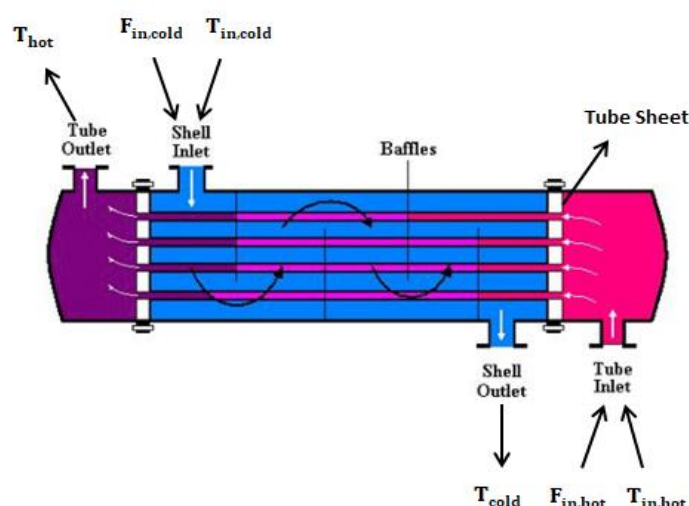
### Μειονεκτήματα

- Λιγότερο αποδοτικό, όσον αφορά τον ρυθμό μεταφοράς θερμότητας σε σχέση με άλλους τύπους εναλλακτών (π.χ. plate heat exchanger)
- Απαιτεί περισσότερο χώρο για το άνοιγμα και την αφαίρεση των αυλών
- Η ικανότητα ψύξης δεν μπορεί να αυξηθεί σε σχέση με άλλους τύπους εναλλακτών

# Κεφάλαιο 2

## Κεφάλαιο 2: Μαθηματική Ανάλυση και Γραμμικοποίηση Εναλλάκτη Θερμότητας

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί η ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών και θα πραγματοποιηθεί η γραμμικοποίηση αυτού, εξαιτίας της μη-γραμμικότητας που εμφανίζει. Για τη γραμμικοποίηση θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο χώρου - κατάστασης (State Space Model) και ορισμένα μαθηματικά εργαλεία όπως η σειρά Taylor και ο μετασχηματισμός Laplace. Τέλος θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των διαφορετικών γραμμικών μοντέλων και του μη – γραμμικού (προκύπτουν από κώδικες στο πρόγραμμα Matlab), μέσω συνολικών διαγραμμάτων που δημιουργήθηκαν στο Excel.



**Εικόνα 2.1:** Οι μεταβλητές εισόδου και εξόδου για το συγκεκριμένο τύπο εναλλάκτη [1]

Όπως παρατηρείται από την εικόνα 2.1 υπάρχουν δύο κανάλια ροής. Το ένα αναφέρεται στο κανάλι του κελύφους (Shell Side) και το άλλο στο κανάλι των αυλών (Tube Side). Το ψυχρό ρεύμα αντιστοιχεί στο κανάλι του κελύφους, ενώ το θερμό ρεύμα στο κανάλι των αυλών. Διαπιστώνεται ότι η είσοδος του κελύφους (Shell Inlet), διαθέτει δύο μεταβλητές εισόδου ( $F_{in,cold}$ ,  $T_{in,cold}$ ). Η  $F_{in,cold}$  εκφράζει το ρυθμό ροής εισόδου του ψυχρού ρευστού στο κέλυφος του εναλλάκτη, ενώ η μεταβλητή  $T_{in,cold}$  εκφράζει τη διαταραχή της θερμοκρασίας εισόδου του ψυχρού ρευστού στο κέλυφος. Η έξοδος του κελύφους (Shell Outlet) διαθέτει τη μεταβλητή εξόδου  $T_{cold}$  που εκφράζει τη θερμοκρασία εξόδου του ψυχρού ρεύματος από το κέλυφος. Επιπλέον, η είσοδος των αυλών (Tube Inlet), διαθέτει δύο μεταβλητές



εισόδου ( $F_{in,hot}$ ,  $T_{in,hot}$ ). Η  $F_{in,hot}$  εκφράζει το ρυθμό ροής εισόδου του θερμού ρευστού στους αυλούς του εναλλάκτη, ενώ η μεταβλητή  $T_{in,hot}$  εκφράζει τη διαταραχή της θερμοκρασίας εισόδου του θερμού ρευστού στους αυλούς. Η έξοδος των αυλών (Tube Outlet) διαθέτει τη μεταβλητή εξόδου  $T_{hot}$  που εκφράζει τη θερμοκρασία εξόδου του θερμού ρεύματος από τους αυλούς.

## 2.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους – Αυλών

Η παρακάτω μαθηματική μοντελοποίηση είναι η αναλυτική έκφραση της πηγής [7], όπου τα τελικά αποτελέσματα των σχέσεων (2.12) και (2.13) για το θερμό ρεύμα, συμφωνούν απόλυτα με αυτά της πηγής (Σχέση (13) και (14)). Όμως στην παρακάτω μαθηματική ανάλυση διατυπώθηκαν άλλες δύο σχέσεις για το ψυχρό ρεύμα (2.14) και (2.15), αφού ο εναλλάκτης θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών απαρτίζεται από δύο ρεύματα ένα θερμό και ένα ψυχρό. Επιπλέον για την ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν βασικοί νόμοι της φυσικής και σημαντικές σχέσεις από τις ακόλουθες πηγές [1], [8]. Τέλος βρέθηκαν όμοιες μαθηματικές μοντελοποιήσεις (από πειραματικές μετρήσεις) για το συγκεκριμένο σύστημα εναλλάκτη θερμότητας από τους συγγραφείς των πηγών [9], [10].

### Ισοζύγιο μάζας (Συσώρευση μάζας)

$$\frac{dV \cdot \rho}{dt} = \sum F_{in} \cdot \rho - \sum F_{out} \cdot \rho \quad (2.1)$$

Για πυκνότητα σταθερή η σχέση (2.1) γίνεται:

$$\frac{dV}{dt} = \sum F_{in} - \sum F_{out} \quad (2.2)$$

Το άθροισμα του ρυθμού ροής που εισέρχεται στο σύστημα ισούται με το άθροισμα του ρυθμού ροής που εξέρχεται από αυτό. Επομένως προκύπτει η σχέση:

$$\sum F_{in} = \sum F_{out} \quad (2.3)$$

### Ισοζύγιο ενέργειας

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d(U+K+P)}{dt} = \sum F_{in} \cdot \rho \cdot \left( \bar{H}_{in} + \frac{u^2}{2} + g \cdot z \right) - \sum F_{out} \cdot \rho \cdot \left( \bar{H}_{out} + \frac{u^2}{2} + g \cdot z \right) + Q + W \quad (2.4)$$

$$H = U + p \cdot V \quad (2.5)$$

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T \Rightarrow Q = U \cdot A \cdot (T_{cold} - T_{hot}) \quad (2.6)$$

Παραδοχές για τις σχέσεις (2.4), (2.5):

- Μη λαμβάνοντας υπόψιν την κινητική και δυναμική ενέργεια.
- Το έργο στο σύστημα είναι ίσο με το μηδέν ( $W=0$ ).
- $\frac{dp \cdot V}{dt} \rightarrow 0$  (αμελητέα ποσότητα).

Η σχέση (2.4) μετά τις παραδοχές και τη συμβολή των σχέσεων (2.5) και (2.6) προκύπτει:

$$\frac{dH}{dt} = \sum F_{in} \cdot \rho \cdot \bar{H}_{in} - \sum F_{out} \cdot \rho \cdot \bar{H}_{out} + U \cdot A \cdot (T_{cold} - T_{hot}) \quad (2.7)$$

$$H = V \cdot \rho \cdot \bar{H} \quad (2.8)$$

Άλλη μία παραδοχή είναι να υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει καμία φάση αλλαγής και επιλέγουμε μια θερμοκρασία αναφοράς  $T_{ref}$  για την ειδική ενθαλπία.

$$\bar{H}(T) = \int_{T_{ref}}^T c_p dT \quad (2.9)$$

Η σχέση (2.7) με τη συμβολή των σχέσεων (2.8) και (2.9) γίνεται:

$$\frac{d(V \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T - T_{ref}))}{dt} = \sum F_{in} \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T_{in} - T_{ref}) - \sum F_{out} \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T_{out} - T_{ref}) + U \cdot A \cdot (T_{cold} - T_{hot}) \quad (2.10)$$

Αναλύοντας την παράγωγο του πρώτου μέλους και μετά από πράξεις όπου απαλείφονται κάποιοι όροι η σχέση (2.10) προκύπτει ως εξής:

$$V \cdot \rho \cdot c_p \cdot \frac{d(T - T_{ref})}{dt} = \sum F_{in} \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T_{in} - T) + U \cdot A \cdot (T_{cold} - T_{hot}) \quad (2.11)$$

(όπου  $T = T_{out}$ )

Εάν θεωρηθεί ότι στο σύστημα το  $T_{ref}$  = σταθερό και επίσης ότι εξετάζουμε δύο ρεύματα στον εναλλάκτη θερμότητας (θερμό και ψυχρό ρεύμα), δημιουργούνται τα παρακάτω μοντέλα εξισώσεων:

$$\frac{dV_{hot}}{dt} = F_{in} - F_{out} \quad (2.12)$$

$$\frac{dT_{hot}}{dt} = \frac{F_{in,hot,s}}{V_{hot,s}} \cdot (T_{in,hot,s} - T_{hot}) + \frac{U \cdot A \cdot (T_{cold} - T_{hot})}{V_{hot,s} \cdot \rho_{hot} \cdot c_{p,hot}} \quad (2.13) \text{ (θερμό ρεύμα)}$$

Αντίστοιχα για το ψυχρό ρεύμα έχουμε μία μικρή αλλαγή ως προς το πρόσημο της θερμότητας και όπου ο δείκτης **hot** αντικαθίσταται από τον δείκτη **cold**.

$$\frac{dV_{cold}}{dt} = F_{in} - F_{out} \quad (2.14)$$

$$\frac{dT_{cold}}{dt} = \frac{F_{in,cold,s}}{V_{cold,s}} \cdot (T_{in,cold,s} - T_{cold}) - \frac{U \cdot A \cdot (T_{cold} - T_{hot})}{V_{cold,s} \cdot \rho_{cold} \cdot c_{p,cold}} \quad (2.15) \text{ (ψυχρό ρεύμα)}$$

Όπου ο δείκτης 's' δηλώνει ότι οι μεταβλητές έχουν σταθερή τιμή

## 2.2 Γραμμικοποίηση Συστήματος Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους – Αυλών

Από τη μαθηματική μοντελοποίηση του συγκεκριμένου συστήματος που αναλύθηκε στην προηγούμενη υποενότητα, διατυπώθηκαν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{dT_{hot}}{dt} = \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} * (T_{in,hot} - T_{hot}) + \frac{U*A*(T_{cold} - T_{hot})}{V_{hot,s}*\rho_{hot}*c_{p,hot}} \quad (2.13) \text{ (θερμό ρεύμα)}$$

$$\frac{dT_{cold}}{dt} = \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} * (T_{in,cold} - T_{cold}) - \frac{U*A*(T_{cold} - T_{hot})}{V_{cold,s}*\rho_{cold}*c_{p,cold}} \quad (2.15) \text{ (ψυχρό ρεύμα)}$$

Όπως διαπιστώνεται οι σχέσεις (2.13) και (2.15) που αναφέρονται στα δύο ρεύματα του εναλλάκτη θερμότητας είναι μη-γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, επειδή πολλαπλασιάζεται η είσοδος  $F_{in,hot}$  του θερμού ρεύματος με τη διαταραχή  $T_{in,hot}$  (αντίστοιχα και για το ψυχρό ρεύμα). Για να πραγματοποιηθεί πιο εύκολη μελέτη του συγκεκριμένου συστήματος και για να εξαχθούν σημαντικές πληροφορίες για αυτό θα πρέπει να γίνει γραμμικοποίηση του συστήματος. Για τη γραμμικοποίηση θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο χώρου - κατάστασης (State – Space Model) και ορισμένα μαθηματικά εργαλεία όπως η σειρά Taylor και ο μετασχηματισμός Laplace.

### 2.2.1 Γραμμικοποίηση - Σειρά Taylor

Ως πρώτη εναλλακτική για τη γραμμικοποίηση των μη-γραμμικών διαφορικών εξισώσεων χρησιμοποιείται η ανάπτυξη με σειρά Taylor γύρω από ένα σημείο μόνιμης κατάστασης  $x(t_s) = x_s$ , στο οποίο η παράγωγος είναι μηδενική ( $\frac{dx(t_s)}{dt} = 0$ ). Η μέθοδος ανάπτυξη με σειρά Taylor για τη γραμμικοποίηση του συστήματος συμφωνεί με το συγγραφέα της πηγής [11].

Για το θερμό ρεύμα

$$\begin{aligned} \frac{dT_{hot}}{dt} = (SS) - & \left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} \right]_s * (T_{hot} - T_{hot,s}) - \left[ \frac{U*A}{\rho_{hot}*c_{p,hot}*V_{hot}} \right]_s * (T_{hot} - T_{hot,s}) + \\ & \left[ \frac{U*A}{\rho_{hot}*c_{p,hot}*V_{hot}} \right]_s * (T_{cold} - T_{cold,s}) + \left[ \frac{T_{in,hot}}{V_{hot}} \right]_s * (F_{in,hot} - F_{in,hot,s}) - \\ & \left[ \frac{T_{hot}}{V_{hot}} \right]_s * (F_{in,hot} - F_{in,hot,s}) + \left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} \right]_s * (T_{in,hot} - T_{in,hot,s}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Οι όροι μέσα στις παρενθέσεις (πχ  $(T_{hot} - T_{hot,s})$ ,  $(F_{in,hot} - F_{in,hot,s})$ ) ονομάζονται μεταβλητές απόκλισης γύρω από ένα σημείο  $x(t_s) = x_s$ . Το σημείο μόνιμης κατάστασης είναι  $T_{hot,s} = 375 \text{ K}$  και η παράγωγος του είναι  $(SS) = 0$ , άρα η σχέση (2.16) θα γίνει:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{hot}}{dt} &= \frac{d(T_{hot} - T_{hot,s})}{dt} = - \left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \cdot (T_{hot} - T_{hot,s}) + \\ &\quad \left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \cdot (T_{cold} - T_{cold,s}) + \left[ \frac{(T_{in,hot} - T_{hot})}{V_{hot}} \right]_s \cdot (F_{in,hot} - F_{in,hot,s}) + \\ &\quad \left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} \right]_s \cdot (T_{in,hot} - T_{in,hot,s}) \quad (2.17) \end{aligned}$$

Για το ψυχρό ρεύμα

$$\begin{aligned} \frac{dT_{cold}}{dt} &= (SS) - \left[ \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} \right]_s \cdot (T_{cold} - T_{cold,s}) - \left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right]_s \cdot (T_{cold} - T_{cold,s}) + \\ &\quad \left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right]_s \cdot (T_{hot} - T_{hot,s}) + \left[ \frac{T_{in,cold}}{V_{cold}} \right]_s \cdot (F_{in,cold} - F_{in,cold,s}) - \\ &\quad \left[ \frac{T_{cold}}{V_{cold}} \right]_s \cdot (F_{in,cold} - F_{in,cold,s}) + \left[ \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} \right]_s \cdot (T_{in,cold} - T_{in,cold,s}) \quad (2.18) \end{aligned}$$

Οι όροι μέσα στις παρενθέσεις (πχ  $(T_{cold} - T_{cold,s})$ ,  $(F_{in,cold} - F_{in,cold,s})$ ) ονομάζονται μεταβλητές απόκλισης γύρω από ένα σημείο  $x(t_s) = x_s$ . Το σημείο μόνιμης κατάστασης είναι  $T_{cold,s} = 320 \text{ K}$  και η παράγωγος του είναι  $(SS) = 0$ , άρα η σχέση (2.18) θα γίνει:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{cold}}{dt} &= \frac{d(T_{cold} - T_{cold,s})}{dt} = - \left[ \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right]_s \cdot (T_{cold} - T_{cold,s}) + \\ &\quad \left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right]_s \cdot (T_{hot} - T_{hot,s}) + \left[ \frac{(T_{in,cold} - T_{cold})}{V_{cold}} \right]_s \cdot (F_{in,cold} - F_{in,cold,s}) + \\ &\quad \left[ \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} \right]_s \cdot (T_{in,cold} - T_{in,cold,s}) \quad (2.19) \end{aligned}$$

### 2.2.2 Γραμμικοποίηση - Μοντέλο Χώρου Κατάστασης (State Space Model)

Στη συνέχεια οι γραμμικές διαφορικές εξισώσεις στο πεδίο του χρόνου, πρέπει να καταλήξουν στη παρακάτω γενική μορφή που χαρακτηρίζει το μοντέλο χώρου - κατάστασης:

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + E \cdot d(t)$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t)$$

Όπου x: μεταβλητές κατάστασης ( $T_{hot}$ ,  $T_{cold}$ )

y: μεταβλητές εξόδου ( $T_{hot}$ ,  $T_{cold}$ )

u: μεταβλητές εισόδου ( $F_{in,hot}$ ,  $F_{in,cold}$ )

d: διαταραχές ( $T_{in,hot}$ ,  $T_{in,cold}$ )

A,B,C,D,E: πίνακες χώρου κατάστασης που περιγράφουν πλήρως το μοντέλο

Η συγκεκριμένη μορφή είναι άλλη μία εναλλακτική γραμμικοποίησης του μη-γραμμικού μοντέλου, σύμφωνα με το συγγραφέα της πηγής [12].

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} T'_{hot} \\ T'_{cold} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s & \left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \\ \left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right]_s & -\left[ \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right]_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{hot} \\ T'_{cold} \end{bmatrix} + \\
 &\quad \begin{bmatrix} \left[ \frac{(T_{in,hot} - T_{hot})}{V_{hot}} \right]_s & 0 \\ 0 & \left[ \frac{(T_{in,cold} - T_{cold})}{V_{cold}} \right]_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F'_{in,hot} \\ F'_{in,cold} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} \right]_s & 0 \\ 0 & \left[ \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} \right]_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{in,hot} \\ T'_{in,cold} \end{bmatrix} \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} T_{hot} \\ T_{cold} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{hot} \\ T'_{cold} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F'_{in,hot} \\ F'_{in,cold} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Όπου οι μεταβλητές κατάστασης, εξόδου, εισόδου και διαταραχές με τόνο (πχ  $T'_{hot}$ ) δηλώνουν τις μεταβλητές απόκλισης γύρω από ένα σημείο  $x(t_s) = x_s$ . Για παράδειγμα  $T'_{hot} = (T_{hot} - T_{hot,s})$ .

Επίσης από τους πίνακες του μοντέλου χώρου κατάστασης, μπορεί να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας του συστήματος ( $G_p$ ) όπου είναι πολύ βασική πληροφορία, αφού αργότερα θα χρησιμοποιηθεί για το σύστημα κλειστού βρόχου με την παρουσία ελεγκτών.

Η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο και συμφωνεί με τη σχέση (2.3-11) της πηγής [12]:

$$G_p = \frac{y(s)}{u(s)} = [C * (s * I - A)^{-1} * B + D] \quad (2.22)$$

Μετά από πράξεις και την συμβολή των πινάκων του μοντέλου χώρου κατάστασης (2.20) και (2.21), η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας (2.22) προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned}
 G_p = & \left[ \begin{aligned} & s + \frac{\left[ \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right]_s \left[ \frac{(T_{in,hot} - T_{hot})}{V_{hot}} \right]_s}{\det(s \cdot I - A)} & \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \left[ \frac{(T_{in,cold} - T_{cold})}{V_{cold}} \right]_s}{\det(s \cdot I - A)} \\ & \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right]_s \left[ \frac{(T_{in,hot} - T_{hot})}{V_{hot}} \right]_s}{\det(s \cdot I - A)} & s + \frac{\left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \left[ \frac{(T_{in,cold} - T_{cold})}{V_{cold}} \right]_s}{\det(s \cdot I - A)} \end{aligned} \right] \quad (2.23)
 \end{aligned}$$

Η σχέση (2.23) είναι ένας πίνακας 2x2 που αναφέρεται στις συναρτήσεις μεταφοράς διεργασίας του συστήματος. Το πρώτο στοιχείο του πίνακα (1,1) δηλώνει τη σχέση της απόκρισης  $T_{hot}$  ως προς την είσοδο  $F_{in,hot}$  του συστήματος. Το στοιχείο (2,1) του πίνακα δηλώνει τη σχέση της απόκρισης  $T_{hot}$  ως προς την είσοδο  $F_{in,cold}$  του συστήματος. Το στοιχείο (1,2) του πίνακα δηλώνει τη σχέση της απόκρισης  $T_{cold}$  ως προς την είσοδο  $F_{in,hot}$  του συστήματος. Τέλος, το στοιχείο (2,2) του πίνακα δηλώνει τη σχέση της απόκρισης  $T_{cold}$  ως προς την είσοδο  $F_{in,cold}$  του συστήματος. Η πιο σημαντική σχέση από τα παραπάνω στοιχεία του πίνακα είναι η (2,1) όπου θα αναφερθεί και σε επόμενο κεφάλαιο, αφού στο κλειστό σύστημα με παρουσία ελεγκτή η συγκεκριμένη συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας βρίσκεται εντός του κλειστού βρόχου.

### 2.2.3 Γραμμικοποίηση - Μετασχηματισμός Laplace

Οι εξισώσεις (2.17) και (2.19) θα μετασχηματιστούν από το πεδίο του χρόνου(t) στο μιγαδικό πεδίο Laplace (s). Είναι άλλος ένας τρόπος έκφρασης της γραμμικοποίησης του συστήματος όπου δίνει την αναλυτική έκφραση των δύο αποκρίσεων του εναλλάκτη θερμότητας  $T'_{hot}(s)$  και  $T'_{cold}(s)$ . Η μεθοδολογία του μετασχηματισμού Laplace που αναλύεται παρακάτω, συμφωνεί με τις πηγές [11] και [13]

Για το θερμό ρεύμα

Η αρχική θερμοκρασία του θερμού ρεύματος είναι 423K.

$$s \cdot T'_{hot}(s) - T'_{hot}(0) = \left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \cdot T'_{hot}(s) + \left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \cdot T'_{cold}(s) + \left[ \frac{(T_{in,hot} - T_{hot})}{V_{hot}} \right]_s \cdot F'_{in,hot}(s) + \left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} \right]_s \cdot T'_{in,hot}(s) \quad (2.24)$$

Αφού αναλυθεί η σχέση (2.24) προκύπτει το εξής αποτέλεσμα:

$$T'_{hot}(s) = \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right)_s \right]} \cdot T'_{cold}(s) + \frac{\left[ \frac{(T_{in,hot} - T_{hot})}{V_{hot}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right)_s \right]} \cdot F'_{in,hot}(s) + \frac{\left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right)_s \right]} \cdot T'_{in,hot}(s) + \frac{423}{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right)_s \right]} \quad (2.25)$$

Για το ψυχρό ρεύμα

Η αρχική θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος είναι 298K.

$$s \cdot T'_{\text{cold}}(s) - \overset{298K}{T'_{\text{cold}}(0)} = \left[ \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right]_s \cdot T'_{\text{cold}}(s) + \left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right]_s \cdot T'_{\text{hot}}(s) + \left[ \frac{(T_{\text{in,cold}} - T_{\text{cold}})}{V_{\text{cold}}} \right]_s \cdot F'_{\text{in,cold}}(s) + \left[ \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} \right]_s \cdot T'_{\text{in,cold}}(s) \quad (2.26)$$

Αφού αναλυθεί η σχέση (2.26) προκύπτει το εξής αποτέλεσμα:

$$T'_{\text{cold}}(s) = \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right)_s \right]} \cdot T'_{\text{hot}}(s) + \frac{\left[ \frac{(T_{\text{in,cold}} - T_{\text{cold}})}{V_{\text{cold}}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right)_s \right]} \cdot F'_{\text{in,cold}}(s) + \frac{\left[ \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right)_s \right]} \cdot T'_{\text{in,cold}}(s) + \frac{298}{\left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right)_s \right]} \quad (2.27)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (2.27) στη σχέση (2.25) προκύπτει:

$$T'_{\text{hot}}(s) = \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}} \right]_s \cdot \left[ \frac{(T_{\text{in,cold}} - T_{\text{cold}})}{V_{\text{cold}}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,hot}}}{V_{\text{hot}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}} \right)_s \right] \cdot \left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right)_s \right] - \left[ \frac{(U \cdot A)^2}{(\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}) \cdot (\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}})} \right]_s} \cdot G_{p\_F_{\text{in,cold}}}(s) + \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}} \right]_s \cdot \left[ \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,hot}}}{V_{\text{hot}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}} \right)_s \right] \cdot \left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right)_s \right] - \left[ \frac{(U \cdot A)^2}{(\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}) \cdot (\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}})} \right]_s} \cdot G_{p\_T_{\text{in,cold}}}(s) + \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}} \right]_s \cdot 298}{\left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,hot}}}{V_{\text{hot}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}} \right)_s \right] \cdot \left[ s + \left( \frac{F_{\text{in,cold}}}{V_{\text{cold}}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}}} \right)_s \right] - \left[ \frac{(U \cdot A)^2}{(\rho_{\text{hot}} \cdot c_{p,\text{hot}} \cdot V_{\text{hot}}) \cdot (\rho_{\text{cold}} \cdot c_{p,\text{cold}} \cdot V_{\text{cold}})} \right]_s} \cdot G_{p_2}(s) +$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{(T_{in,hot} - T_{hot})}{V_{hot}} \right]_s * \left[ s + \left( \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right) \right]_s \xrightarrow{\quad} G_{p\_F_{in,hot}}(s) \\
& \frac{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right) \right]_s * \left[ s + \left( \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right) \right]_s - \left[ \frac{(U \cdot A)^2}{(\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}) \cdot (\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold})} \right]_s}{* F'_{in,hot}(s) +} \\
& \left[ \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} \right]_s * \left[ s + \left( \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right) \right]_s \xrightarrow{\quad} G_{p\_T_{in,hot}}(s) \\
& \frac{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right) \right]_s * \left[ s + \left( \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right) \right]_s - \left[ \frac{(U \cdot A)^2}{(\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}) \cdot (\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold})} \right]_s}{* T'_{in,hot}(s) +} \\
& \xrightarrow{\quad} G_{p_1}(s) \\
& \frac{\left[ s + \left( \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right) \right]_s * 423}{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right) \right]_s * \left[ s + \left( \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right) \right]_s - \left[ \frac{(U \cdot A)^2}{(\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}) \cdot (\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold})} \right]_s}
\end{aligned}$$

(2.28)

Η σχέση (2.28) είναι η αναλυτική έκφραση της απόκρισης του θερμού ρεύματος στο μιγαδικό πεδίο Laplace  $T'_{hot}(s)$ , όπου εξαρτάται από τις διαταραχές του συστήματος ( $T'_{in,hot}(s)$ ,  $T'_{in,cold}(s)$ ), από τις εισόδους του συστήματος ( $F'_{in,hot}(s)$ ,  $F'_{in,cold}(s)$ ) και μία σταθερά που προκύπτει από το μετασχηματισμό Laplace της παραγώγου της θερμοκρασίας του θερμού και ψυχρού ρεύματος ( $\frac{dT_{hot}}{dt}$  και  $\frac{dT_{cold}}{dt}$ ). Με βελάκια επισημαίνονται οι συναρτήσεις μεταφοράς στην αναλυτική τους μορφή, όπου θα γίνει αναφορά αυτών στο επόμενο κεφάλαιο.

Αντίστοιχη σχέση είναι και η (2.27) για το ψυχρό ρεύμα του εναλλάκτη θερμότητας.

## 2.3 Αποτελέσματα Μη-Γραμμικού και Γραμμικού Μοντέλου

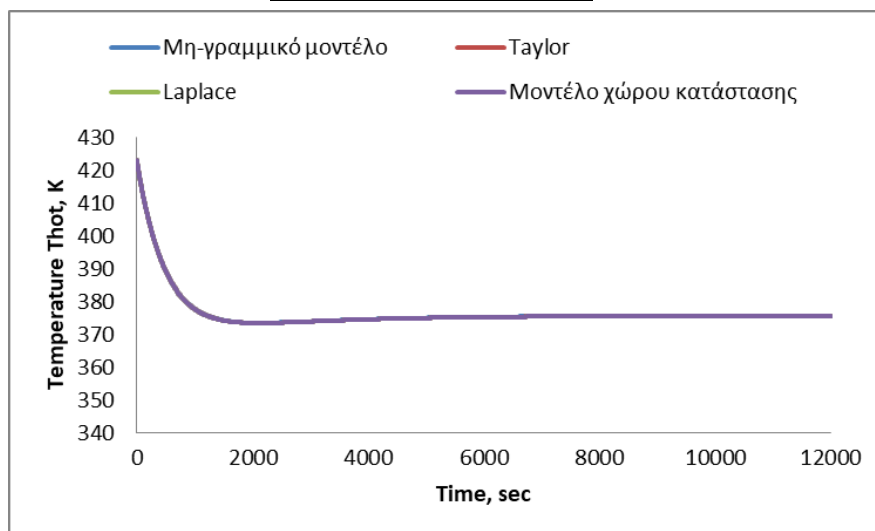
Στη συγκεκριμένη υποενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του μη γραμμικού μοντέλου αλλά και του γραμμικού μέσα από κώδικες που έχουν δημιουργηθεί στο πρόγραμμα Matlab για διάφορα σενάρια προσομοίωσης. Σκοπός είναι να διαπιστωθεί ότι όλα τα γραμμικά μοντέλα εξάγουν τα ίδια αποτελέσματα και ότι τα γραμμικά μοντέλα συμφωνούν με το μη-γραμμικό. Για το μη-γραμμικό μοντέλο έχει δημιουργηθεί ένας κώδικας, ενώ για τα γραμμικά μοντέλα έχουν δημιουργηθεί τρεις διαφορετικοί κώδικες. Όλοι οι κώδικες επισημαίνονται στο παράρτημα της διπλωματικής εργασίας, καθώς και τα δεδομένα τους (Παράρτημα 1-4). Επιπλέον για τις προσομοιώσεις αξίζει να σημειωθεί ότι: το ψυχρό ρεύμα αντιστοιχεί σε νερό ψύξης, το θερμό ρεύμα αντιστοιχεί σε απαέρια βιομηχανικής μονάδας (τσιμεντοβιομηχανία) και τα δεδομένα (ροές, θερμοκρασίες, φυσικοχημικές ιδιότητες) λήφθηκαν από το λογισμικό aspen.

### Πρώτο σενάριο προσομοίωσης



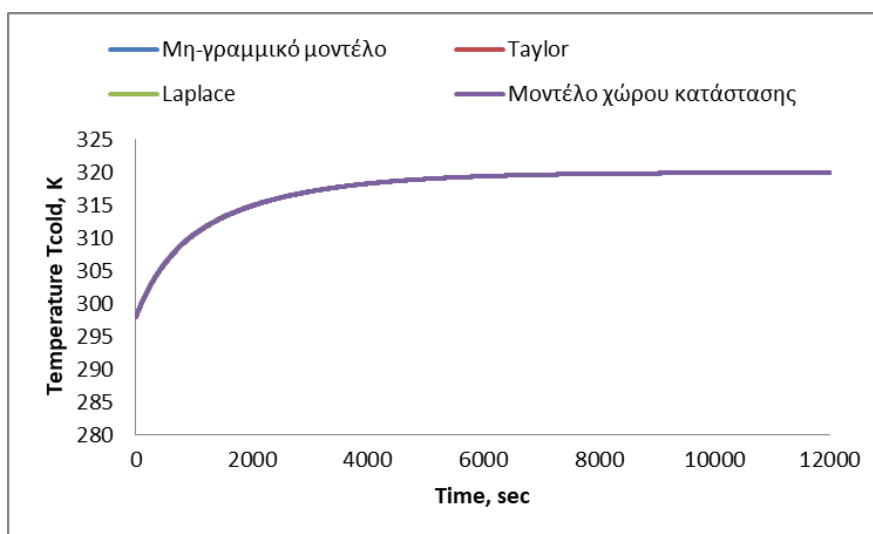
Πίνακας 2.1: Δεδομένα πρώτης προσομοίωσης

$F_{in,cold}=2.81e-5 \text{ (m}^3/\text{s)}$
$F_{in,hot}=0.062 \text{ (m}^3/\text{s)}$
$T_{in,hot}=423 \text{ (K)}$
$T_{in,cold}=298 \text{ (K)}$



Διάγραμμα 2.1: Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.1 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K). Όπως διαπιστώνεται τα μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση του κάθε μοντέλου συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του θερμού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 423K και μετά από χρόνο 12.000 sec πέφτει στους 375K. Αυτή η πτώση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.



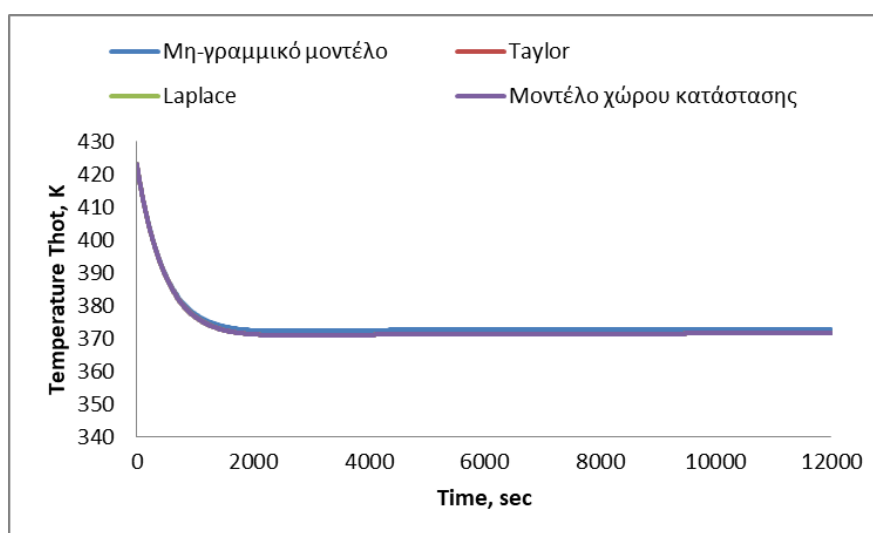
Διάγραμμα 2.2: Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.2 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K). Όπως διαπιστώνεται τα μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση του κάθε μοντέλου συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 298K και μετά από χρόνο 12.000 sec αυξάνεται στους 320K. Αυτή η αύξηση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.

Δεύτερο σενάριο προσομοίωσης – Αύξηση του ρυθμού ροής στην είσοδο του ψυχρού ρεύματος

**Πίνακας 2.2:** Δεδομένα δεύτερης προσομοίωσης

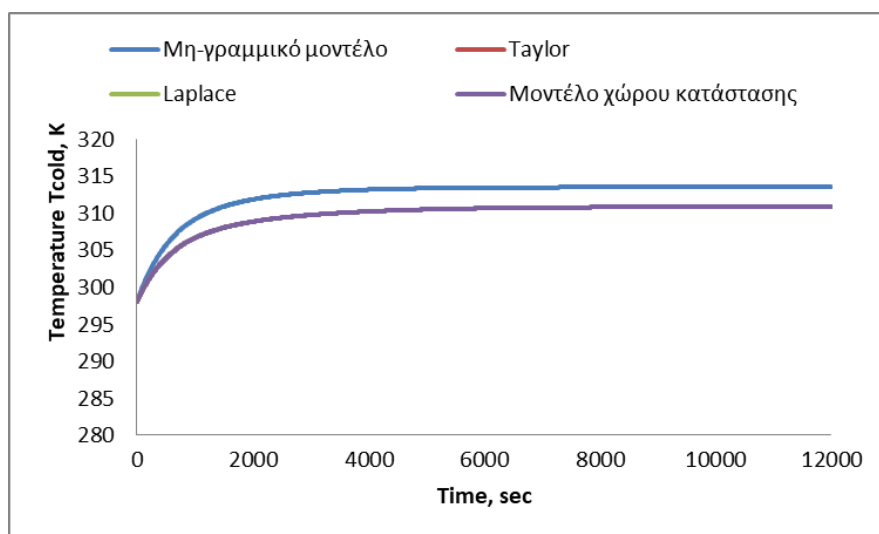
$F_{in,cold}=1.5*2.81e-5$ (m <sup>3</sup> /s)
$F_{in,hot}=0.062$ (m <sup>3</sup> /s)
$T_{in,hot}=423$ (K)
$T_{in,cold}=298$ (K)



**Διάγραμμα 2.3:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.3 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K). Όπως παρατηρείται τα γραμμικά μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση τους συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Η απόκριση του μη-γραμμικού μοντέλου είναι σχεδόν ίδια με τα γραμμικά. Αυτή η μικρή διαφορά εμφανίζεται, γιατί τα γραμμικά μοντέλα κατά το σχηματισμό τους χρησιμοποιούν την πρώτη παράγωγο (σειρά Taylor), σε σχέση με το μη-γραμμικό μοντέλο και έτσι υπάρχει ένα μικρό σφάλμα μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του θερμού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 423K για όλα τα μοντέλα και

μετά από χρόνο 12.000 sec πέφτει στους 372K για το μη-γραμμικό μοντέλο, ενώ για τα γραμμικά στους 371K. Αυτή η πτώση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.



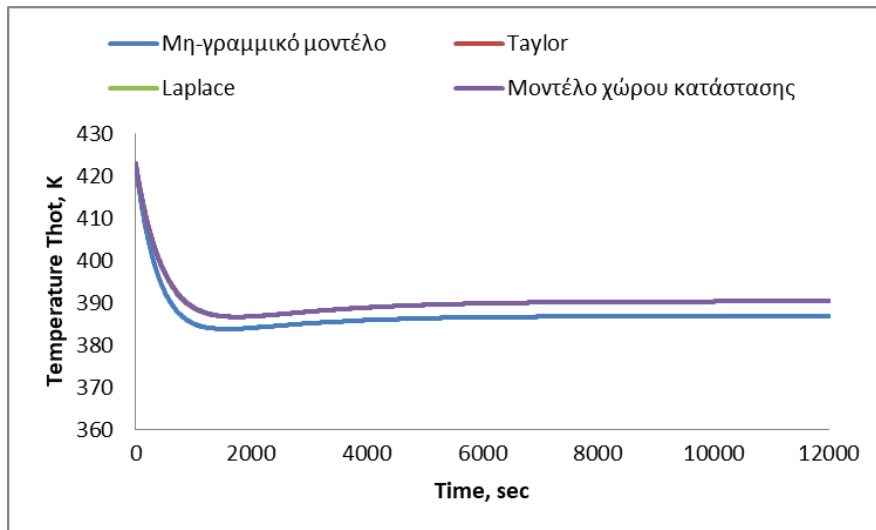
**Διάγραμμα 2.4:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.4 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K). Όπως παρατηρείται τα γραμμικά μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση τους συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Η απόκριση του μη-γραμμικού μοντέλου είναι πολύ κοντά σε σχέση με τα γραμμικά. Αυτή η μικρή διαφορά εμφανίζεται, γιατί τα γραμμικά μοντέλα κατά το σχηματισμό τους χρησιμοποιούν την πρώτη παράγωγο (σειρά Taylor), σε σχέση με το μη-γραμμικό μοντέλο και έτσι υπάρχει ένα μικρό σφάλμα μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 298K για όλα τα μοντέλα και μετά από χρόνο 12.000 sec αυξάνεται στους 313K για το μη-γραμμικό μοντέλο, ενώ για τα γραμμικά στους 311K. Αυτή η αύξηση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.

Τρίτο σενάριο προσομοίωσης – Αύξηση του ρυθμού ροής στην είσοδο του θερμού ρεύματος

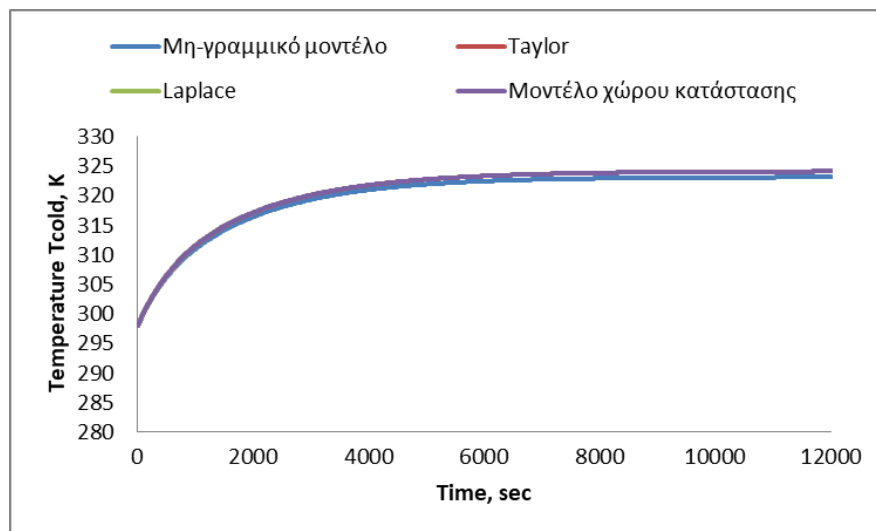
**Πίνακας 2.3:** Δεδομένα τρίτης προσομοίωσης

$F_{in,cold}=2.81e-5 \text{ (m}^3/\text{s)}$
$F_{in,hot}=1.5*0.062 \text{ (m}^3/\text{s)}$
$T_{in,hot}=423 \text{ (K)}$
$T_{in,cold}=298 \text{ (K)}$



**Διάγραμμα 2.5:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.5 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K). Όπως παρατηρείται τα γραμμικά μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση τους συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Η απόκριση του μη-γραμμικού μοντέλου είναι πολύ κοντά σε σχέση με τα γραμμικά. Αυτή η μικρή διαφορά εμφανίζεται, γιατί τα γραμμικά μοντέλα κατά το σχηματισμό τους χρησιμοποιούν την πρώτη παράγωγο (σειρά Taylor), σε σχέση με το μη-γραμμικό μοντέλο και έτσι υπάρχει ένα μικρό σφάλμα μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του θερμού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 423K για όλα τα μοντέλα και μετά από χρόνο 12.000 sec πέφτει στους 387K για το μη-γραμμικό μοντέλο, ενώ για τα γραμμικά στους 390K. Αυτή η πτώση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.



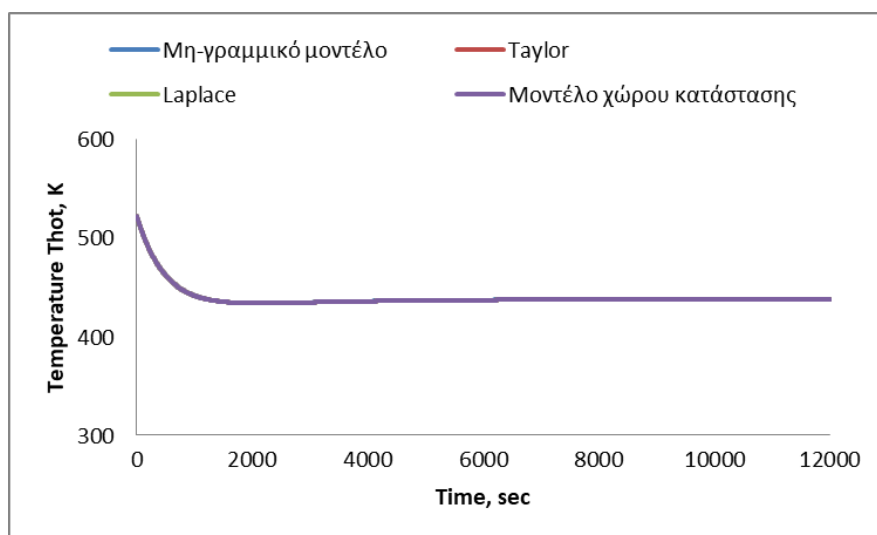
**Διάγραμμα 2.6:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.6 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K). Όπως παρατηρείται τα γραμμικά μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση τους συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Η απόκριση του μη-γραμμικού μοντέλου είναι σχεδόν ίδια με τα γραμμικά. Αυτή η μικρή διαφορά εμφανίζεται, γιατί τα γραμμικά μοντέλα κατά το σχηματισμό τους χρησιμοποιούν την πρώτη παράγωγο (σειρά Taylor), σε σχέση με το μη-γραμμικό μοντέλο και έτσι υπάρχει ένα μικρό σφάλμα μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 298K για όλα τα μοντέλα και μετά από χρόνο 12.000 sec αυξάνεται στους 323K για το μη-γραμμικό μοντέλο, ενώ για τα γραμμικά στους 324K. Αυτή η αύξηση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.

#### Τέταρτο σενάριο προσομοίωσης – Αύξηση της θερμοκρασίας εισόδου του θερμού ρεύματος

**Πίνακας 2.4:** Δεδομένα τέταρτης προσομοίωσης

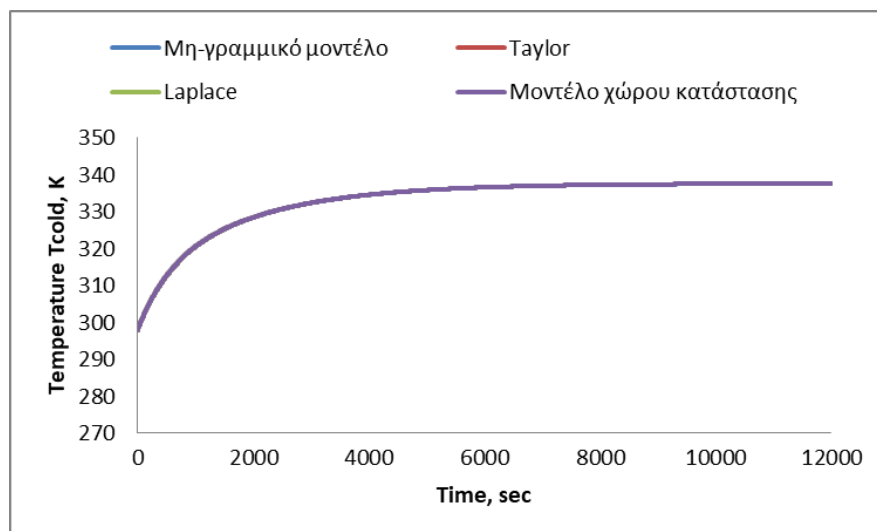
$F_{in,cold}=2.81e-5$ (m <sup>3</sup> /s)
$F_{in,hot}=0.062$ (m <sup>3</sup> /s)
<b><math>T_{in,hot}=423+100</math> (K)</b>
$T_{in,cold}=298$ (K)



**Διάγραμμα 2.7:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.7 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K). Όπως διαπιστώνεται τα μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η

απόκριση του κάθε μοντέλου συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του θερμού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 523K και μετά από χρόνο 12.000 sec πέφτει στους 438K. Αυτή η πτώση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.



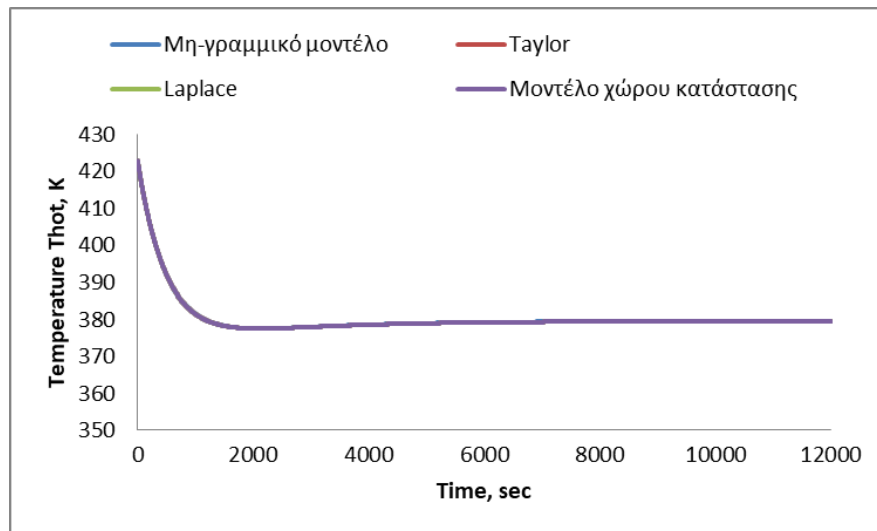
**Διάγραμμα 2.8:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.8 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K). Όπως διαπιστώνεται τα μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση του κάθε μοντέλου συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 298K και μετά από χρόνο 12.000 sec αυξάνεται στους 337K. Αυτή η αύξηση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.

Πέμπτο σενάριο προσομοίωσης – Αύξηση της θερμοκρασίας εισόδου του ψυχρού ρεύματος

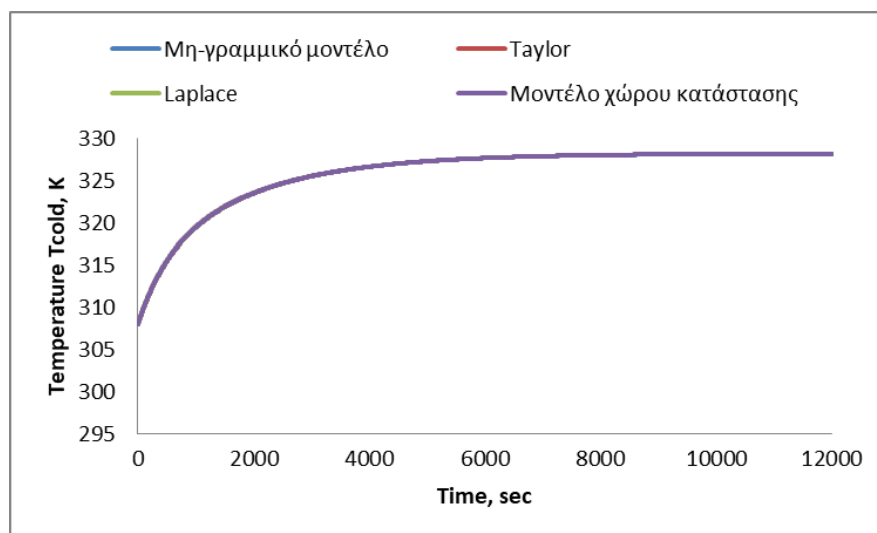
**Πίνακας 2.5:** Δεδομένα πέμπτης προσομοίωσης

$F_{in,cold}=2.81e-5 \text{ (m}^3/\text{s)}$
$F_{in,hot}=0.062 \text{ (m}^3/\text{s)}$
$T_{in,hot}=423 \text{ (K)}$
<b><math>T_{in,cold}=298+10 \text{ (K)}</math></b>



**Διάγραμμα 2.9:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.9 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος  $T_{hot}$  (K). Όπως διαπιστώνεται τα μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση του κάθε μοντέλου συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Πιο συγκεκριμένα η θερμοκρασία του θερμού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 423K και μετά από χρόνο 12.000 sec πέφτει στους 380K. Αυτή η πτώση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.



**Διάγραμμα 2.10:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K)

Το παραπάνω συνολικό διάγραμμα 2.10 αποτελείται από το μη-γραμμικό μοντέλο αλλά και τα τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα (Taylor, Laplace και Μοντέλο χώρου κατάστασης) και παρουσιάζει την απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος  $T_{cold}$  (K). Όπως διαπιστώνεται τα μοντέλα συμφωνούν απόλυτα μεταξύ τους, καθώς η απόκριση του κάθε μοντέλου συμπίπτει η μία πάνω στην άλλη. Πιο συγκεκριμένα η

Θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος σε μηδενικό χρόνο ξεκινάει από τους 308K και μετά από χρόνο 12.000 sec αυξάνεται στους 328K. Αυτή η αύξηση της θερμοκρασίας οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό.

### **Συμπέρασμα**

Διαπιστώνεται πως σύμφωνα με τις προσομοιώσεις οι αποκρίσεις των θερμοκρασιών του θερμού και του ψυχρού ρεύματος είναι πολύ κοντά ή όμοιες, τόσο για το μη-γραμμικό μοντέλο, όσο και για τις τρεις διαφορετικές μεθόδους γραμμικοποίησης που εφαρμόστηκαν για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας. Επομένως έχει πραγματοποιηθεί επαλήθευση του μοντέλου, καθώς τα γραμμικά μοντέλα συμφωνούν σε αποτελέσματα με το μη-γραμμικό.



# Κεφάλαιο 3

## Κεφάλαιο 3: Σύνθεση Διάφορων Τύπων Ελεγκτών

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο αρχικά θα παρουσιαστεί ένα θεωρητικό υπόβαθρο, με χρήσιμες πληροφορίες για την επιστήμη των συστημάτων ελέγχου, σύμφωνα με τους συγγραφείς των πηγών [12] και [14]. Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η μέθοδος σχεδιασμού διάφορων τύπων ελεγκτών. Οι μεθοδολογίες που θα χρησιμοποιηθούν για αυτό το σκοπό είναι η ευστάθεια του συστήματος, ο γεωμετρικός τόπος ριζών, ο προσεγγιστικός πίνακας Ziegler – Nichols που ρυθμίζει τις παραμέτρους  $k_c$ ,  $\tau_I$ ,  $\tau_D$  για τους τρεις τύπους ελεγκτών (P, PI και PID Controller) και η θεωρία Morari – Zafiriou. Για το σχεδιασμό της συνάρτησης μεταφοράς ελεγκτή δημιουργήθηκαν τρεις κώδικες από τους οποίους, οι δύο αφορούν γραμμικά μοντέλα και ο τρίτος μη-γραμμικό μοντέλο. Στο τέλος του κεφαλαίου θα δημιουργηθεί ένας συνολικός πίνακας που θα αναφέρει τους τύπους ελεγκτών σε κάθε περίπτωση.

### 3.1 Περιγραφή Συστήματος Ελέγχου

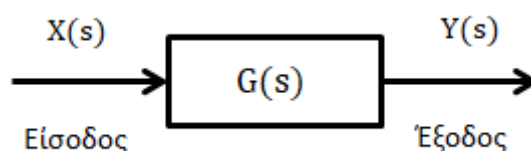
Ένα σύστημα ελέγχου μπορεί να αναπαρασταθεί μέσω μαθηματικών εξισώσεων, όπως παρουσιάστηκε στο δεύτερο κεφάλαιο για το σύστημα εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών. Κάθε μαθηματική εξίσωση συμβολίζει τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά για κάθε εξάρτημα (ή λειτουργία) που απαρτίζει το σύστημα. Μία πιο ευκρινή μέθοδος αναπαράστασης των χαρακτηριστικών ενός συνόλου εξαρτημάτων που αποτελούν ένα σύστημα ελέγχου είναι τα διαγράμματα βαθμίδων. Σε αυτά παρουσιάζονται σήματα εισόδου και εξόδου για κάθε εξάρτημα. Δηλαδή ένα τμήμα του συστήματος μπορεί να λαμβάνει κάποιο σήμα εισόδου και στη συνέχεια να δημιουργεί ένα σήμα εξόδου για ένα άλλο τμήμα του συστήματος. Υπάρχουν διάφορες μορφές σημάτων όπως : θερμοκρασίες, ροή υγρών, πίεση κλπ.

#### 3.1.1 Διάγραμμα Βαθμίδων (Block Diagram)

Το διάγραμμα βαθμίδων είναι ένας απλοποιημένος και ευκρινής τρόπος παρουσίασης φυσικών συστημάτων. Με την εφαρμογή τους διακρίνονται πολλαπλά σήματα εισόδου / εξόδου, καθώς και ο τρόπος διασύνδεσης τους με τα διάφορα φυσικά εξαρτήματα που αποτελούν ένα σύστημα ελέγχου. Κάθε βαθμίδα του διαγράμματος παρουσιάζει μία φυσική συνιστώσα του συστήματος που αναπαριστάται στο διάγραμμα βαθμίδων με ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Εντός του συγκεκριμένου σχήματος καταγράφεται η συνάρτηση μεταφοράς για κάθε βαθμίδα. Επιπλέον σε ένα διάγραμμα βαθμίδων διακρίνονται ευθείες γραμμές όπου συμβολίζουν την κατεύθυνση των σημάτων εισόδου και εξόδου με βέλη.

### 3.1.2 Συνάρτηση Μεταφοράς (Transfer Function)

Κάθε συνάρτηση μεταφοράς περιγράφει την είσοδο και την έξοδο μιας βαθμίδας και συμβολίζεται ως  $G(s)$ . Επιπλέον οι συναρτήσεις μεταφοράς χρησιμοποιούνται στα γραμμικά μοντέλα και ορίζονται ως ο λόγος του μετασχηματισμού Laplace της μεταβλητής εξόδου προς το μετασχηματισμό Laplace της μεταβλητής εισόδου ( $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ ). Ουσιαστικά κάθε συνάρτηση μεταφοράς παρουσιάζει τις σχέσεις εισόδου με εξόδου και δεν δίνει άλλη πληροφορία για τη συμπεριφορά του συστήματος. Η δημιουργία των συναρτήσεων μεταφοράς προκύπτει από τις διαφορικές εξισώσεις του συστήματος, οι οποίες έχουν προκύψει από την μαθηματική μοντελοποίηση. Αυτές οι διαφορικές εξισώσεις μετατρέπονται από το πεδίο του χρόνου στο μιγαδικό επίπεδο, μέσω του μετασχηματισμού Laplace και έτσι προκύπτουν οι συναρτήσεις μεταφοράς. Μία απλή αναπαράσταση της συνάρτησης μεταφοράς είναι η εξής:

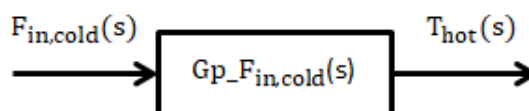


Σχήμα 3.1: Μία βαθμίδα συνάρτησης μεταφοράς μονής εισόδου - εξόδου

## 3.2 Περιγραφή Συστήματος Αυτόματου Ελέγχου (ΣΑΕ)

Σύστημα αυτόματου ελέγχου ορίζεται το σύνολο των φυσικών στοιχείων που συνδέονται έτσι μεταξύ τους, ώστε να καθοδηγούν, να ελέγχουν και να ρυθμίζουν το ίδιο το σύστημα με σκοπό να λειτουργεί με έναν καθορισμένο τρόπο. Τα συστήματα αυτόματου ελέγχου που θα αναφερθούν παρακάτω είναι του ανοικτού και κλειστού βρόχου.

### 3.2.1 Σύστημα Ελέγχου Ανοικτού Βρόχου

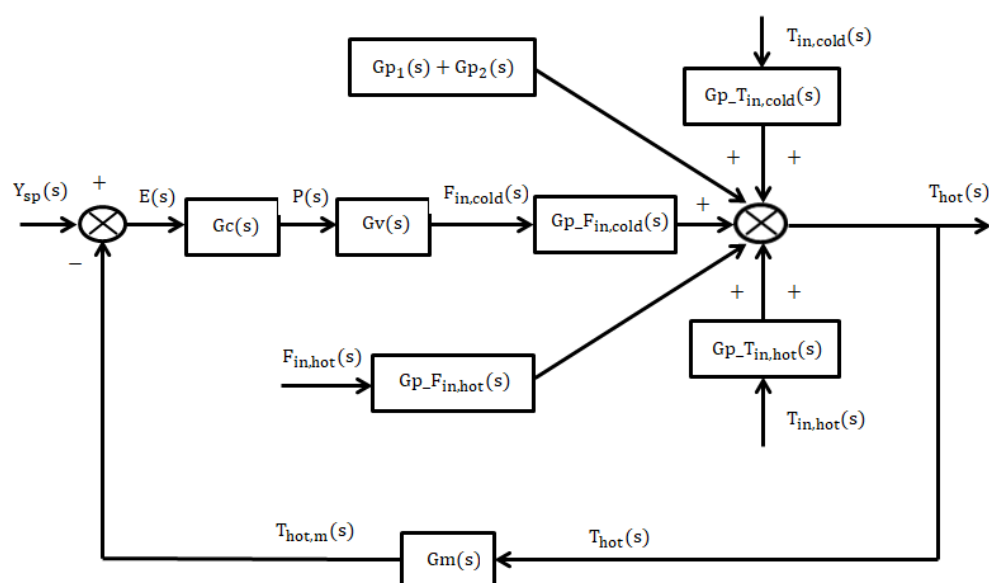


Σχήμα 3.2: Διάγραμμα βαθμίδας συστήματος ελέγχου ανοικτού βρόχου για τον εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους - αυλών

Στο παραπάνω σχήμα 3.2 φαίνεται το διάγραμμα βαθμίδας συστήματος ελέγχου ανοικτού βρόχου για τον εναλλάκτη θερμότητας. Το σύστημα ανοικτού βρόχου έχει πάρει την ονομασία του, από το γεγονός ότι η μεταβλητή εξόδου δεν επηρεάζει καθόλου τη μεταβλητή εισόδου για οποιαδήποτε μεταβολή. Με πιο απλά λόγια η

καθορισμένη τιμή της εισόδου για το σύστημα που είναι υπό έλεγχο δεν επηρεάζεται από τις μεταβολές της εξόδου. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζεται στο πεδίο Laplace η είσοδος  $F_{in,cold}(s)$ , η έξοδος  $T_{hot}(s)$  και η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας  $Gp\_F_{in,cold}(s)$  του συστήματος ανοικτού βρόχου στο πεδίο Laplace. Η είσοδος του ανοικτού βρόχου συμβολίζει τον ρυθμό ροής του ψυχρού ρεύματος που εισέρχεται στον εναλλάκτη θερμότητας. Η έξοδος συμβολίζει την απόκριση του συστήματος, η οποία είναι η θερμοκρασία εξόδου του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας. Η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας ουσιαστικά περιγράφει τη σχέση εισόδου και εξόδου για το σύστημα ελέγχου ανοικτού βρόχου.

### 3.2.2 Σύστημα Ελέγχου Κλειστού Βρόχου



**Σχήμα 3.3:** Διάγραμμα βαθμίδων συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου για τον εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών

Στο παραπάνω σχήμα 3.3 παρουσιάζεται το πλήρες διάγραμμα βαθμίδων συστήματος κλειστού βρόχου για τον εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών στο πεδίο Laplace. Η προσέγγιση του είναι σύμφωνα με τους συγγραφείς των πηγών [7], [9] και [10]. Σύστημα ελέγχου κλειστού βρόχου ονομάζεται εκείνο όπου οι μεταβολές της εξόδου ( $T_{hot}(s)$ ) επηρεάζουν άμεσα τις μεταβολές οποιασδήποτε εισόδου (πχ  $F_{in,hot}(s)$ ,  $F_{in,cold}(s)$ ). Ο συγκεκριμένος τύπος συστήματος λέγεται και αλλιώς σύστημα ανάδρασης ή ανατροφοδότησης (feedback system). Σύμφωνα με τις πηγές [15], [16], η έννοια της ανάδρασης δηλώνει την πορεία του μετρούμενου σήματος της μεταβλητής εξόδου ( $T_{hot,m}(s)$ ) του συστήματος, προς την επιθυμητή είσοδο ( $Y_{sp}(s)$ ). Σκοπός ενός συστήματος ανατροφοδότησης είναι οι επαναλαμβανόμενες αναπροσαρμογές των μεταβλητών εισόδου, ώστε να απαλείψει τις διάφορες διαταραχές του συστήματος που επιδρούν σε αυτό. Πιο αναλυτικά το σύστημα διαθέτει δύο διαταραχές, οι οποίες είναι η  $T_{in,cold}(s)$  και η  $T_{in,hot}(s)$ . Η πρώτη διαταραχή είναι η θερμοκρασία εισόδου του ψυχρού ρεύματος στον

εναλλάκτη θερμότητας, ενώ η δεύτερη είναι η θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρεύματος στον εναλλάκτη θερμότητας με τις αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς ( $Gp_{F_{in,cold}}(s)$ ,  $Gp_{F_{in,hot}}(s)$ ). Εάν αυτές οι θερμοκρασίες εισόδου μεταβάλλονται, τότε επηρεάζουν το σύστημα. Για να αποφευχθεί αυτό υπάρχει μία συνάρτηση μεταφοράς μετρητικού στοιχείου ( $Gm(s)$ ) που παίρνει ως είσοδο τη θερμοκρασία εξόδου του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας ( $T_{hot}(s)$ ) και ως έξοδο την μετρούμενη ποσότητα του ( $T_{hot,m}(s)$ ). Ως φυσικό μέγεθος η συνάρτηση μεταφοράς του μετρητικού στοιχείου μπορεί να είναι ένα θερμόμετρο. Στη συνέχεια αυτή η θερμοκρασία συγκρίνεται με την είσοδο του επιθυμητού σήματος αναφοράς ( $Y_{sp}(s)$ ), δηλαδή την προκαθορισμένη θερμοκρασία που πρέπει να έχει το θερμό ρεύμα του εναλλάκτη. Αυτή η σύγκριση επιτυγχάνεται στην είσοδο της συνάρτησης μεταφοράς ελεγκτή ( $Gc(s)$ ), όπου είναι το σφάλμα ( $E(s) = Y_{sp}(s) - T_{hot}(s)$ ). Εάν υπάρχει απόκλιση, τότε ο ελεγκτής δίνει εντολή με κατάλληλο τρόπο, μέσω ενός σήματος εξόδου ( $P(s)$ ), ώστε να αποτρέψει αυτό το σφάλμα. Αποδέκτης αυτού του σήματος είναι η συνάρτηση μεταφοράς του τελικού στοιχείου ενεργοποίησης ( $Gv(s)$ ), όπου με τη σειρά του ενεργεί κατάλληλα μέσω ενός σήματος εξόδου ( $F_{in,cold}(s)$ ). Ουσιαστικά το τελικό στοιχείο ενεργοποίησης είναι το μέσο που θα πράξει ο ελεγκτής στο σύστημα. Ως φυσική συνιστώσα του συστήματος το τελικό στοιχείο ενεργοποίησης είναι μία βάννα, όπου ο ελεγκτής ρυθμίζει το ρυθμό ροής του ψυχρού ρεύματος που θα εισέλθει στον εναλλάκτη θερμότητας. Στη συνέχεια ακολουθεί η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας ( $Gp_{F_{in,cold}}(s)$ ), όπου παίρνει ως είσοδο τη μεταβολή του ρυθμού ροής για το ψυχρό ρεύμα που έχει προκύψει, ώστε να επηρεάσει την απόκριση του συστήματος. Η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας είναι πολύ σημαντική για τον εναλλάκτη θερμότητας, διότι είναι αυτή όπου με την κατάλληλη μεταβολή του ρυθμού ροής του ψυχρού ρεύματος θα δώσει την απαραίτητη μεταβολή στη θερμοκρασία εξόδου του συστήματος ( $T_{hot}(s)$ ). Η μόνη μεταβλητή εισόδου που μπορεί ο ελεγκτής να μεταβάλλει αυτόματα, είναι η  $F_{in,cold}(s)$ , διότι βρίσκεται εντός του κλειστού βρόχου. Συνεπώς είναι πολύ σημαντική παράμετρος για την απόκριση του εναλλάκτη θερμότητας. Με βάση αυτή τη διόρθωση που θα κάνει ο ελεγκτής στο σύστημα, τότε η απόκριση του θερμού ρεύματος θα <<πιάσει>> την ίδια τιμή θερμοκρασίας με το σήμα αναφοράς. Επιπλέον εκτός από την είσοδο ψυχρού ρεύματος στον εναλλάκτη θερμότητας υπάρχει και είσοδος θερμού ρεύματος  $F_{in,hot}(s)$  με την αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς ( $Gp_{F_{in,hot}}(s)$ ). Όπως φαίνεται από το σχήμα 3.3, η απόκριση (έξοδος) του κλειστού βρόχου επηρεάζεται από πολλές συναρτήσεις μεταφοράς, όπου στον αριθμό είναι πέντε ( $Gp_{T_{in,hot}}(s)$ ,  $Gp_{T_{in,cold}}(s)$ ,  $Gp_{F_{in,hot}}(s)$ ,  $Gp_{F_{in,cold}}(s)$ ,  $Gp_1(s) + Gp_2(s)$ ). Η τελευταία συνάρτηση μεταφοράς ( $Gp_1(s) + Gp_2(s)$ ) είναι μια σταθερά που έχει προκύψει από τον μετασχηματισμό Laplace του θερμού και ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας. Τέλος ο εναλλάκτης θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών ως φυσικό μέγεθος, αντιστοιχεί σε όλες τις συναρτήσεις μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου, εκτός από τις:  $Gv(s)$ ,  $Gc(s)$  και  $Gm(s)$ .

Η απόκριση της θερμοκρασίας εξόδου του θερμού ρεύματος για το σύστημα του κλειστού βρόχου στο πεδίο Laplace, συμπεριλαμβανομένου των μεταβλητών απόκρισης υπολογίζεται από τον τύπο:

$$T_{hot}'(s) = \frac{Gp_{Fin,cold}(s) * Gv(s) * Gc(s)}{1 + Gp_{Fin,cold}(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} * Y_{sp}'(s) + \frac{Gp_{Tin,cold}(s)}{1 + Gp_{Fin,cold}(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} * T_{in,cold}'(s) + \frac{Gp_{Fin,hot}(s)}{1 + Gp_{Fin,cold}(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} * F_{in,hot}'(s) + \frac{Gp_{Tin,hot}(s)}{1 + Gp_{Fin,cold}(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} * T_{in,hot}'(s) + \frac{Gp_1(s) + Gp_2(s)}{1 + Gp_{Fin,cold}(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} \quad (3.1)$$

Η αναλυτική έκφραση για κάθε συνάρτηση μεταφοράς φαίνεται από τη σχέση (2.28). Ο αριθμητής κάθε κλάσματος είναι το γινόμενο όλων των συναρτήσεων μεταφοράς που βρίσκονται μεταξύ των σημάτων εισόδου (π.χ.  $Y_{sp}'(s)$ ,  $T_{in,hot}'(s)$ ,  $F_{in,hot}'(s)$  κλπ.) και του σήματος εξόδου ( $T_{hot}'(s)$ ). Όσον αφορά τον παρονομαστή που είναι και η χαρακτηριστική εξίσωση προκύπτει από το γινόμενο όλων των συναρτήσεων μεταφοράς που βρίσκονται εντός του κλειστού βρόχου ( $Gp_{Fin,cold}(s)$ ,  $Gv(s)$ ,  $Gc(s)$ ,  $Gm(s)$ ). Η πρόσθεση που εμφανίζεται στον παρονομαστή του κάθε κλάσματος προκύπτει εξαιτίας της αρνητικής ανατροφοδότησης που φαίνεται στο σχήμα 3.3. Τέλος το σήμα αναφοράς ( $Y_{sp}'(s)$ ), οι διαταραχές ( $T_{in,hot}'(s)$ ,  $T_{in,cold}'(s)$ ) και η είσοδος ( $F_{in,hot}'(s)$ ) του συστήματος, μπορούν να έχουν είτε σταθερό είτε μεταβαλλόμενο σήμα (στο μιγαδικό επίπεδο Laplace ή στον χρόνο) και αυτό να επηρεάζει σε κάθε περίπτωση την απόκριση του συστήματος.

Για τον σωστό σχεδιασμό της συνάρτησης μεταφοράς του ελεγκτή ( $Gc$ ) θα πρέπει ταυτόχρονα να ισχύουν οι εξής προϋποθέσεις :

- Ευστάθεια ανοικτού και κλειστού βρόχου
- Το σφάλμα να μηδενίζεται ( $e = Y_{sp} - T_{hot} = 0$ )
- Η απόκριση του συστήματος να <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς με γρήγορο τρόπο

### 3.3 Ευστάθεια Συστήματος – Ανοικτός και Κλειστός Βρόχος

Σύμφωνα με τις πηγές [11], [14] και [17] η ευστάθεια του ανοικτού και κλειστού βρόχου είναι ένας πολύ σημαντικός παράγοντας για την ανάπτυξη του γραμμικού μοντέλου.

Σύμφωνα με το σχήμα 3.2 παρουσιάζεται το σύστημα ελέγχου ανοικτού βρόχου. Στόχος του συγκεκριμένου συστήματος είναι η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας να διαθέτει ευστάθεια. Η ευστάθεια του καθορίζεται από την τιμή ή θέση των πόλων (ριζών) της χαρακτηριστικής εξίσωσης. Ο όρος χαρακτηριστική εξίσωση ισοδυναμεί με τον παρονομαστή του κλάσματος της συνάρτησης μεταφοράς διεργασίας. Η

αναλυτική της μορφή φαίνεται από τη σχέση (2.28), στο πεδίο Laplace και είναι η εξής:

$$G_{p\_F_{in,cold}}(s) = \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \left[ \frac{(T_{in,cold} - T_{cold})}{V_{cold}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right) \right]_s \left[ s + \left( \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right) \right]_s - \frac{(U \cdot A)^2}{[(\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}) \cdot (\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold})]_s}}$$

Χαρακτηριστική εξίσωση

(3.2)

Για να υπάρχει ευστάθεια πρέπει οι πόλοι της χαρακτηριστικής εξίσωσης να έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος ή αλλιώς να βρίσκονται αριστερά του φανταστικού άξονα. Μετά τη δημιουργία ενός κώδικα για το σύστημα ανοικτού βρόχου στο πρόγραμμα Matlab (Παράρτημα 5) , οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης είναι οι εξής:

ROOTS = -0.0020  
-0.0005

Όπως διαπιστώνεται οι πόλοι έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος και συνεπώς το σύστημα ανοικτού βρόχου είναι ευσταθές.

Η ίδια θεωρία για την ευστάθεια ισχύει και για το σύστημα κλειστού βρόχου (Σχήμα 3.3). Όμως αυτό θα διαπιστωθεί από τη μέθοδο του γεωμετρικού τόπου ριζών, διότι όπως θα επισημανθεί και στην επόμενη υποενότητα είναι ένα εργαλείο όπου με διάφορες μεταβολές της παραμέτρου  $k_c$  (Gain), είναι εύκολο να παρατηρηθεί εάν οι πόλοι της χαρακτηριστικής εξίσωσης προκαλούν ευστάθεια ή αστάθεια στο σύστημα κλειστού βρόχου. Στον κλειστό βρόγχο η χαρακτηριστική εξίσωση είναι πιο πολύπλοκης μορφής σε σχέση με τον ανοικτό βρόγχο όπου παρουσιάζεται παρακάτω:

$$T_{hot}'(s) = \frac{G_{p\_F_{in,cold}}(s) \cdot G_v(s) \cdot G_c(s)}{1 + G_{p\_F_{in,cold}}(s) \cdot G_v(s) \cdot G_c(s) \cdot G_m(s)} \cdot Y_{sp}'(s) + \frac{G_{p\_T_{in,cold}}(s)}{1 + G_{p\_F_{in,cold}}(s) \cdot G_v(s) \cdot G_c(s) \cdot G_m(s)} \cdot T_{in,cold}'(s) + \frac{G_{p\_F_{in,hot}}(s)}{1 + G_{p\_F_{in,cold}}(s) \cdot G_v(s) \cdot G_c(s) \cdot G_m(s)} \cdot F_{in,hot}'(s) + \frac{G_{p\_T_{in,hot}}(s)}{1 + G_{p\_F_{in,cold}}(s) \cdot G_v(s) \cdot G_c(s) \cdot G_m(s)} \cdot T_{in,hot}'(s) + \frac{G_{p_1}(s) + G_{p_2}(s)}{1 + G_{p\_F_{in,cold}}(s) \cdot G_v(s) \cdot G_c(s) \cdot G_m(s)}$$

Χαρακτηριστική εξίσωση

### 3.4 Γεωμετρικός Τόπος Ριζών

Ο γεωμετρικός τόπος ριζών (πόλων) είναι μια γραφική μέθοδος που δημιουργήθηκε από τον Walter Richard Evans το 1948 και προσδιορίζει τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς κλειστού βρόχου στο πεδίο Laplace. Πιο συγκεκριμένα η γραφική παράσταση αποτυπώνεται στο μιγαδικό επίπεδο. Ο οριζόντιος άξονας αναφέρεται στο πραγματικό μέρος των πόλων, ενώ ο κατακόρυφος άξονας στο φανταστικό. Εντός αυτών των αξόνων κινούνται οι πόλοι (ρίζες) της χαρακτηριστικής εξίσωσης για το σύστημα κλειστού βρόχου, καθώς μία παράμετρος του συστήματος, συνήθως η σταθερά ενίσχυσης ( $k_c$ ) μεταβάλλεται. Η συγκεκριμένη γραφική μέθοδος εξάγει χρήσιμες πληροφορίες για το σύστημα, όπως αν υπάρχει ευστάθεια. Για να υπάρχει ευστάθεια θα πρέπει οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης να βρίσκονται στα αριστερά του φανταστικού άξονα. Εάν βρίσκονται πάνω στον κατακόρυφο άξονα υπάρχει οριακή ευστάθεια, ενώ αν είναι από τα δεξιά χαρακτηρίζεται από αστάθεια το σύστημα.

Πριν το σχεδιασμό του γεωμετρικού τόπου είναι απαραίτητο να βρεθούν οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης. Ουσιαστικά η μορφή της προκύπτει από την απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου (3.1), παίρνοντας τον παρονομαστή χωρίς την μονάδα που εμφανίζεται εξαιτίας της αρνητικής ανατροφοδότησης. Δηλαδή η σχέση είναι η εξής:

$$G(s) = G_p \cdot F_{in,cold}(s) * G_v(s) * G_c(s) * G_m(s) \quad (3.3)$$

Οι συναρτήσεις μεταφοράς του τελικού στοιχείου ενεργοποίησης και του μετρητικού στοιχείου παίρνουν ως τιμή μονάδα (παραδοχές), ενώ η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή αφορά έναν αναλογικό ελεγκτή με τιμή σταθεράς ενίσχυσης  $k_c$  να ισούται επίσης με μονάδα. Επομένως οι ρίζες της  $G(s)$  θα είναι ίδιες με αυτές του συστήματος ανοικτού βρόχου και συνεπώς το σύστημα κλειστού βρόχου θα είναι ευσταθές.

$$G(s) = G_p \cdot F_{in,cold}(s) \quad (3.4)$$

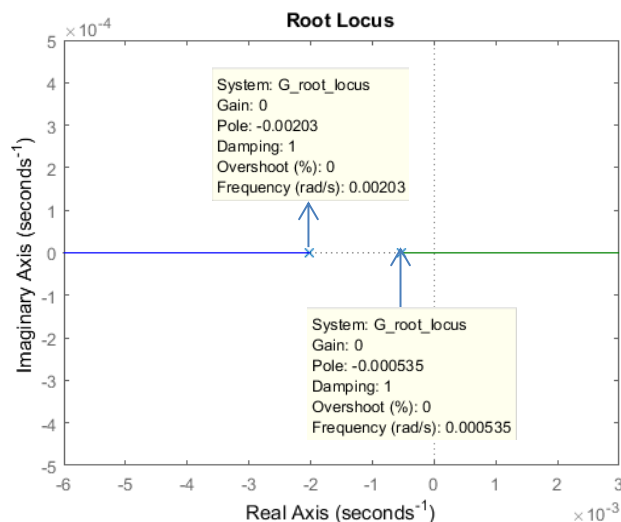
Μετά τη δημιουργία ενός κώδικα για το γεωμετρικό τόπο των πόλων στο πρόγραμμα Matlab (Παράρτημα 6) , οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης είναι οι εξής:

ROOTS = -0.0020

-0.0005

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν εκτός από τη θεωρία του γεωμετρικού τόπου των πόλων, οι κανόνες για την κατασκευή του, σύμφωνα με τους ακόλουθους συγγραφείς των πηγών [12], [17], [18] και [19].

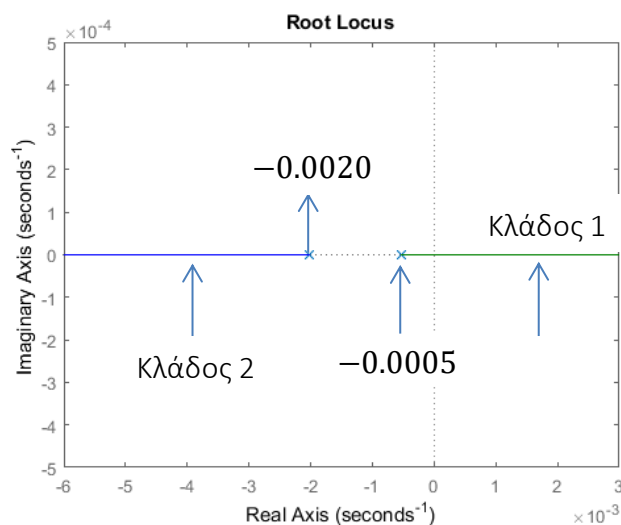
1) Στο γεωμετρικό τόπο των πόλων για  $k_c$  (Gain) ίσο με το μηδέν βρίσκονται οι πόλοι της  $G(s)$ . Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα του γεωμετρικού τόπου διακρίνονται οι πόλοι της χαρακτηριστικής εξίσωσης ( $p_1 = -0.0005$ ,  $p_2 = -0.0020$ ), στο αριστερό μέρος του φανταστικού άξονα και συνεπώς υπάρχει ευστάθεια στο σύστημα κλειστού βρόχου. Όμως στο διάγραμμα 3.1 παρατηρείται μία ασταθής περιοχή από τη δεξιά πλευρά του φανταστικού (κατακόρυφου) άξονα που μπορεί να πάρει τιμές το πραγματικό μέρος του ενός πόλου της χαρακτηριστικής εξίσωσης.



**Διάγραμμα 3.1:** Οι πόλοι του γεωμετρικού τόπου για το σύστημα κλειστού βρόχου

2) Στο γεωμετρικό τόπο των πόλων για  $k_c$  (Gain) ίσο με  $\pm \infty$  βρίσκονται τα μηδενικά της  $G(s)$ .

3) Ο αριθμός των κλάδων στη γραφική μέθοδο του γεωμετρικού τόπου, είναι ίσος με το πλήθος των πόλων της  $G(s)$ .



**Διάγραμμα 3.2:** Κλάδοι του γεωμετρικού τόπου των πόλων για το σύστημα κλειστού βρόχου



Όπως φαίνεται στο διάγραμμα 3.2 του γεωμετρικού τόπου υπάρχουν δύο κλάδοι, αφού οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης βρέθηκαν δύο σε αριθμό ( $p_1 = -0.0005$ ,  $p_2 = -0.0020$ ).

4) Η αρχή κάθε κλάδου ξεκινά από έναν πόλο της  $G(s)$  και τελειώνει σε μία μηδενική θέση της  $G(s)$ . Το πλήθος των μηδενικών θέσεων για κάθε φυσικό σύστημα πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο του αριθμού των πόλων, δηλαδή  $m < n$ . Όταν ισχύει αυτή η ανισότητα, τότε  $n - m$  κλάδοι του γεωμετρικού τόπου έχουν κατάληξη σε μηδενικά που βρίσκονται στο άπειρο  $n - m$  ασύμπτωτων. Σε περίπτωση που ένας πόλος διαθέτει πολλαπλότητα  $q$ , τότε τόσοι κλάδοι ξεκινούν από τον πόλο αυτό του γεωμετρικού τόπου.

Για το γεωμετρικό τόπο του συστήματος κλειστού βρόχου όπως διαπιστώθηκε και προηγουμένως, υπάρχουν δύο πόλοι της  $G(s)$ , δηλαδή  $n = 2$ . Επιπλέον το πλήθος των μηδενικών της  $G(s)$  είναι μηδενικό (φαίνεται από τη σχέση 3.2), δηλαδή  $m = 0$ . Επομένως υπάρχουν δύο μηδενικά, τα οποία βρίσκονται στο άπειρο αντίστοιχων ασύμπτωτων. Όσον αφορά τους κλάδους του γεωμετρικού τόπου (Διάγραμμα 3.2) ξεκινούν από τους πόλους της  $G(s)$  και καταλήγουν ασυμπτωτικά στα μηδενικά που βρίσκονται στο  $\pm$  άπειρο των δύο ασύμπτωτων.

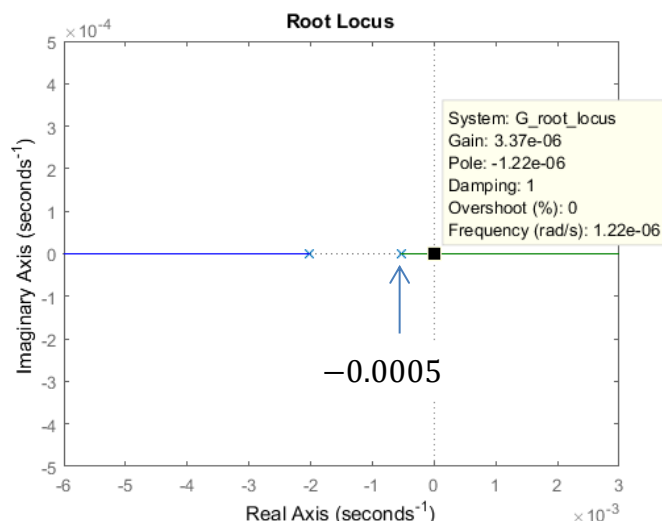
5) Ως προς τον πραγματικό άξονα υπάρχει συμμετρία στους γεωμετρικούς τόπους. Αυτό ισχύει γιατί οι μιγαδικές ρίζες, εμφανίζουν πάντα ζεύγη μιγαδικών συζυγών αριθμών.

Στην περίπτωση του συστήματος που εξετάζεται οι τιμές των πόλων δεν έχουν φανταστικό μέρος αλλά μόνο πραγματικό, δηλαδή βρίσκονται πάνω στον οριζόντιο άξονα.

6) Στο γεωμετρικό τόπο μπορεί να συμμετέχει ένα σημείο του άξονα των πραγματικών αριθμών, εφόσον ο αριθμός των πόλων και μηδενικών δεξιά του υπόψιν σημείου είναι περιττός.

Για το γεωμετρικό τόπο του εναλλάκτη θερμότητας υπάρχουν κάποια διαστήματα του πραγματικού άξονα που ανήκουν σε αυτό και είναι:  $[-0.0005, +\infty]$ ,  $[-\infty, -0.0020]$  (Διάγραμμα 3.2).

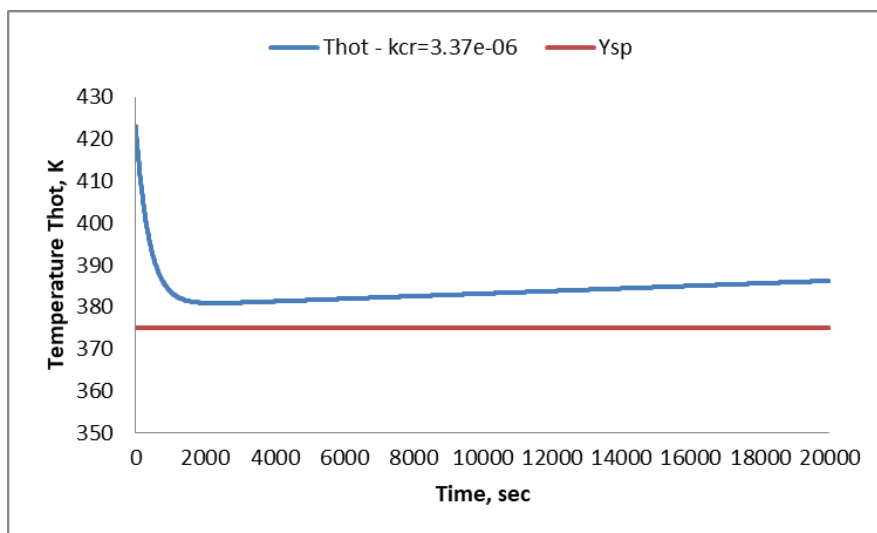
Στη συνέχεια μεταφέρεται ο κέρσορας από το σημείο του πόλου  $-0.0005$  με σταθερά ενίσχυσης  $k_c$  να ισούται με μηδέν (Gain) στο σημείο οριακής ευστάθειας, ώστε να βρεθεί η κρίσιμη τιμή ενίσχυσης ( $k_{cr}$ ). Αυτό το σημείο βρίσκεται πάνω στον κατακόρυφο άξονα και το πραγματικό μέρος του πόλου πρέπει να μηδενίζεται. Ουσιαστικά αυτό το βήμα γίνεται για να διαπιστωθεί ότι με την συγκεκριμένη κρίσιμη τιμή ενίσχυσης, η απόκριση του συστήματος εμφανίζει σταθερή ταλαντωτική συμπεριφορά. Δηλαδή το σύστημα κλειστού βρόχου οριακά εμφανίζει ευστάθεια.



**Διάγραμμα 3.3:** Σημείο οριακής ευστάθειας για το σύστημα κλειστού βρόχου

Από το διάγραμμα 3.3 παρατηρείται η μεταφορά του κέρσορα από τον πόλο  $-0.0005$  της  $G(s)$  στον κατακόρυφο άξονα. Σε αυτό το σημείο διαπιστώνεται ότι το πραγματικό μέρος του πόλου προσεγγίζει το μηδέν ( $-1.22e-06$ ) και η τιμή της  $k_{cr}$  παίρνει την τιμή  $3.37e-06$ .

Έπειτα δημιουργήθηκε κώδικας με την απόκριση του συστήματος για κλειστό βρόγχο (Σχέση 3.1 – Παράρτημα 7), δεδομένου ότι ο ελεγκτής είναι αναλογικός και παίρνει ως σταθερά ενίσχυσης ( $k_c$ ) την τιμή  $k_{cr}$  που βρέθηκε από το οριακό σημείο ευστάθειας του γεωμετρικού τόπου.

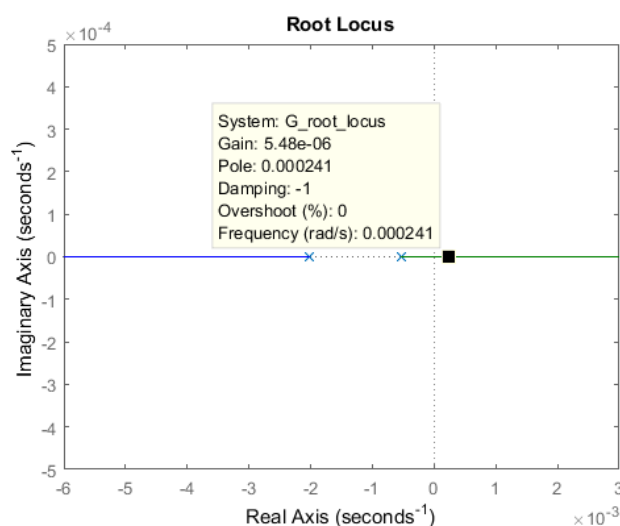


**Διάγραμμα 3.4:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον κλειστό βρόγχο, παρουσία αναλογικού ελεγκτή

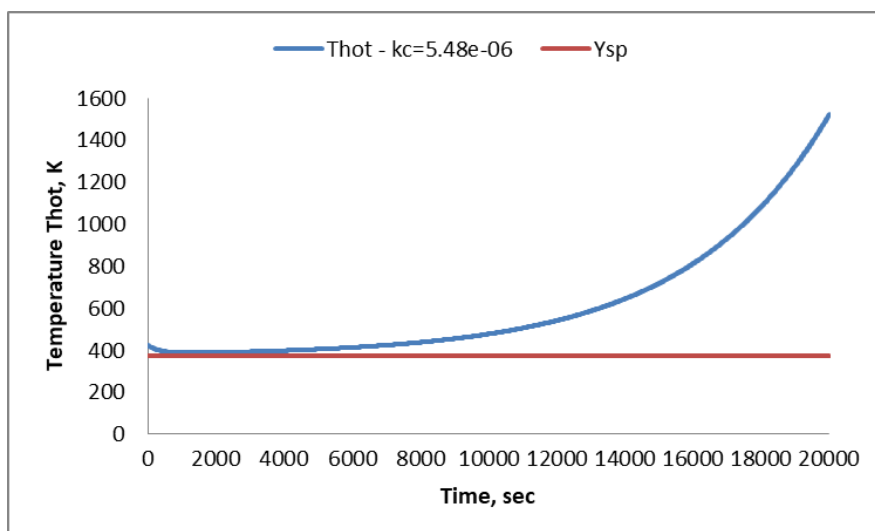
Στο παραπάνω διάγραμμα 3.4 παρουσιάζεται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου για χρονική διάρκεια 20.000 sec. Παρατηρείται ότι από τα 4.000 sec μέχρι τα 20.000 sec το σήμα εξόδου του

συστήματος έχει μία μικρή ανοδική πορεία, αυξάνοντας το σφάλμα του σε σχέση με το σήμα αναφοράς (375 K). Όμως το σύστημα δεν παρουσιάζει κάποιο φαινόμενο αστάθειας. Τέλος δεν παρατηρείται κάποια σταθερή ταλαντωτική συμπεριφορά στην απόκριση του συστήματος και αυτό οφείλεται στις παραδοχές που πραγματοποιήθηκαν αρχικά, δηλαδή ότι οι συναρτήσεις μεταφοράς του τελικού στοιχείου ενεργοποίησης και μετρητικού στοιχείου ισούται με μονάδα.

Έπειτα για να βρεθούν οι τιμές των πόλων της  $G(s)$ , όπου με το αντίστοιχο  $k_c$  οδηγούν το σύστημα κλειστού βρόχου σε αστάθεια θα χρησιμοποιηθούν οι προηγούμενοι κώδικες συνδυαστικά (Παραρτήματα 6 και 7). Δηλαδή από τον κώδικα του γεωμετρικού τόπου ριζών θα μεταβάλλεται η τιμή του  $k_c$  (με τη βοήθεια του κέρσορα) και στη συνέχεια θα μεταφέρεται η συγκεκριμένη τιμή στον κώδικα που μας δείχνει την απόκριση του συστήματος για αναλογικό ελεγκτή. Ο πόλος της  $G(s)$  για μηδενικό κέρδος που περιμένουμε να προκαλεί αστάθεια στο σύστημα, εάν πάρει τιμές στο δεξί μέρος του κατακόρυφου άξονα είναι η  $-0.0005$ . Συνεπώς μετά από δοκιμή και σφάλμα το σύστημα κλειστού βρόχου οδηγείται σε αστάθεια, όταν ο πόλος που αναφέρθηκε προηγουμένως παίρνει τιμές εντός του διαστήματος  $[0.0002, +\infty]$ . Σε αυτό το διάστημα οι αντίστοιχες τιμές του κέρδους  $k_c$  είναι στο διάστημα  $[5.48 \cdot 10^{-6}, +\infty]$ . Θα παρουσιαστεί παρακάτω ο γεωμετρικός τόπος ριζών και η απόκριση του συστήματος για  $k_c$  να ισούται με  $5.48 \cdot 10^{-6}$ , και η τιμή του πόλου της  $G(s)$  με  $0.0002$ :



**Διάγραμμα 3.5:** Ο πόλος του γεωμετρικός τόπου που δημιουργεί αστάθεια στο σύστημα κλειστού βρόχου



**Διάγραμμα 3.6:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον κλειστό βρόγχο, παρουσία αναλογικού ελεγκτή

Όπως φαίνεται και από το διάγραμμα 3.6 η συγκεκριμένη τιμή του πόλου οδηγεί το σύστημα σε αστάθεια. Μεγαλύτερες θετικές πραγματικές τιμές του πόλου θα παρουσιάζουν πιο απότομη καμπύλη.

Η κρίσιμη τιμή ενίσχυσης ( $k_{cr}$ ) που βρέθηκε από το οριακό σημείο ευστάθειας του γεωμετρικού τόπου όπως διαπιστώθηκε και προηγουμένως δεν φέρνει στο σύστημα εναλλάκτη θερμότητας κάποια αστάθεια. Όμως όπως παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα δημιουργεί μεγάλο σφάλμα. Συνεπώς για να βρεθεί πιο κατάλληλη τιμή στην κρίσιμη τιμή ενίσχυσης, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος δοκιμής και σφάλματος.

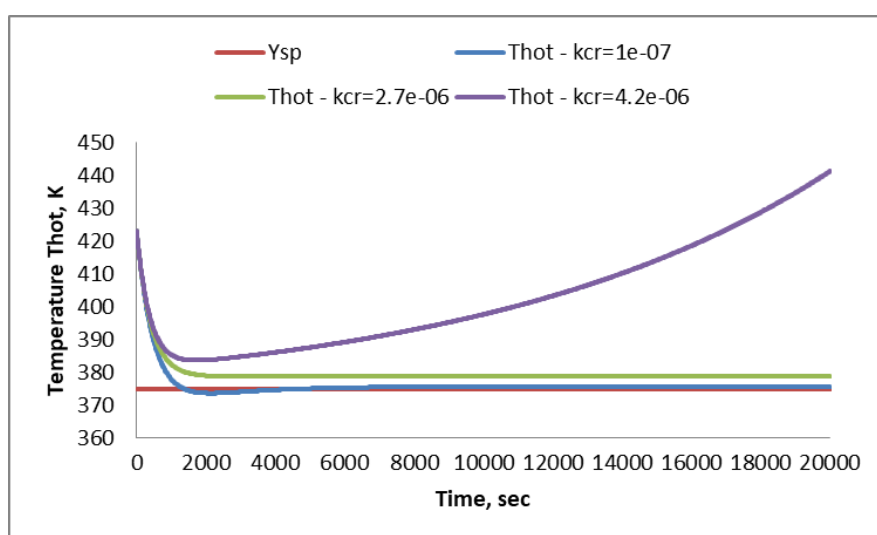
**Πίνακας 3.1:** Μέθοδος δοκιμής και σφάλματος

$k_{cr}$	$e = Y_{sp} - T_{hot} \text{ (K)}$
$4.2 \cdot 10^{-6}$	-66.32
$3.37 \cdot 10^{-6}$	-11,28
$2.7 \cdot 10^{-6}$	-3.73
$1.6 \cdot 10^{-6}$	-1,41
$1 \cdot 10^{-7}$	-0,77

Μετά τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος (Πίνακας 3.1) διαπιστώθηκε ότι αν η τιμή της  $k_{cr}$  πάρει τιμές από  $2.8 \cdot 10^{-6}$  και άνω (μέχρι τις τιμές που δίνουν ευστάθεια στο σύστημα), η συμπεριφορά της απόκρισης είναι ίδια με αυτή για  $k_{cr}$  ίση με  $3.37 \cdot 10^{-6}$  (Διάγραμμα 3.4). Δηλαδή το σφάλμα του συστήματος έχει ανοδική πορεία. Για κρίσιμη τιμή ενίσχυσης ίση με  $2.7 \cdot 10^{-6}$ , η απόκριση του συστήματος αρχίζει να σταθεροποιείται χωρίς να αυξάνεται το σφάλμα σε σχέση με το σήμα

αναφοράς (4.000 – 20.000 sec). Όμως το σφάλμα είναι αρκετά μεγάλο όπως φαίνεται και από τον παραπάνω πίνακα ( $-3.73$ ), ώστε να πάρουμε ως κρίσιμη τιμή ενίσχυσης την συγκεκριμένη. Η  $k_{cr}$  που θα επιλεχτεί για τη συνέχεια είναι  $1 \cdot 10^{-7}$ . Όπως φαίνεται το σφάλμα της απόκρισης του συστήματος σε σχέση με το σήμα αναφοράς μετά από 20.000 sec είναι μικρό ( $-0,77$ ). Δεν χρειάζεται η  $k_{cr}$  να είναι πιο μικρός αριθμός ώστε να πέφτει περισσότερο το σφάλμα, γιατί πρέπει να επισημανθεί το γεγονός ότι μιλάμε για αναλογικό ελεγκτή (P Controller) που από την φύση του έχει ένα μικρό σφάλμα. Μόλις δημιουργηθεί ένας αναλογικό – ολοκληρωτικός ελεγκτής (PI Controller) ή ένας αναλογικό – ολοκληρωτικό – διαφορικός ελεγκτής (PID Controller), τότε το σφάλμα θα είναι μηδενικό.

Στο παρακάτω διάγραμμα 3.7 φαίνεται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος του εναλλάκτη θερμότητας με κρίσιμη τιμή ενίσχυσης να ισούται με  $1 \cdot 10^{-7}$ ,  $2.7 \cdot 10^{-6}$  και  $4.2 \cdot 10^{-6}$ . Διαπιστώνεται ότι για  $k_{cr}$  ίσο με  $1 \cdot 10^{-7}$  η απόκριση του συστήματος είναι πολύ κοντά στο σήμα αναφοράς, δηλαδή υπάρχει μικρό σφάλμα.



**Διάγραμμα 3.7:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου για διάφορα  $k_{cr}$ , παρουσία αναλογικού ελεγκτή

#### Παρατήρηση

Ο υπολογισμός της κρίσιμης περιόδου σταθερής ταλάντωσης ( $P_{cr}$ ) δεν μπορούσε να υπολογιστεί ούτε από τον γεωμετρικό τόπο ριζών, ούτε από την απόκριση του συστήματος. Από το γεωμετρικό τόπο ριζών δεν ήταν εφικτό, διότι ο πόλος της χαρακτηριστικής εξίσωσης στο οριακό σημείο ευστάθειας δεν είχε φανταστικό μέρος. Εάν υπήρχε φανταστικό μέρος, τότε θα μπορούσε να βρεθεί η συχνότητα ( $\omega$ ) και κατά συνέπεια η κρίσιμη περίοδος σταθερής ταλάντωσης από τον τύπο:

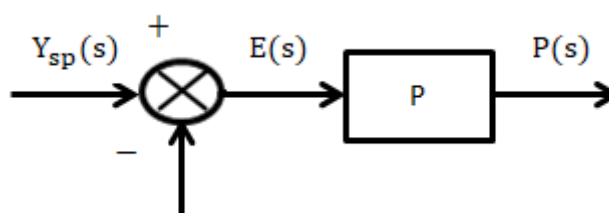
$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.5)$$

Επιπλέον η κρίσιμη περίοδος σταθερής ταλάντωσης δεν μπορεί να υπολογιστεί από την απόκριση του συστήματος, διότι δεν παρατηρείται κάποια ταλαντωτική συμπεριφορά. Αυτό οφείλεται στις παραδοχές που πραγματοποιήθηκαν αρχικά, δηλαδή ότι οι συναρτήσεις μεταφοράς του τελικού στοιχείου ενεργοποίησης και μετρητικού στοιχείου ισούται με μονάδα. Συνεπώς η τιμή της  $P_{cr}$  θα βρεθεί κατά εκτίμηση, διότι είναι απαραίτητη για τον σχεδιασμό του πίνακα Ziegler - Nichols που θα αναφερθεί στην επόμενη υποενότητα.

### 3.5 Προσδιορισμός Παραμέτρων PID Ελεγκτών (Tuning)

Η συγκεκριμένη υποενότητα θα παρουσιάσει το σχεδιασμό των τριών τύπων ελεγκτών (P, PI και PID controller), καθώς και τις παραμέτρους που τους απαρτίζουν ( $k_c$ ,  $\tau_I$  και  $\tau_D$ ), σύμφωνα με τις πηγές [11] και [14]. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος Ziegler – Nichols για να επιτευχθεί αυτόματη ρύθμιση των παραμέτρων (auto-tuning). Αυτό θα πραγματοποιηθεί με τον προσεγγιστικό πίνακα της μεθοδολογίας Ziegler – Nichols.

#### 3.5.1 Αναλογικός Ελεγκτής (P Controller)



Σχήμα 3.4: Αναλογικός ελεγκτής

Στο παραπάνω σχήμα 3.4 φαίνεται ο P ελεγκτής, ο οποίος χαρακτηρίζεται από απλή κατασκευή και για αυτό το λόγο έχει χαμηλό κόστος. Η παράμετρος που ρυθμίζει έναν αναλογικό ελεγκτή είναι η σταθερά ενίσχυσης ελεγκτή (Proportional gain) και συμβολίζεται με  $k_c$ . Εάν δοθεί κατάλληλη τιμή στην παράμετρο  $k_c$ , τότε θα εξαλειφθούν τυχόν ταλαντωτικές συμπεριφορές στην απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου και θα υπάρχει σταθεροποίηση. Επιπλέον ο αναλογικός ελεγκτής με τον όρο  $k_c$  είναι αρκετά γρήγορος. Δηλαδή ενεργεί γρήγορα στο να επαναφέρει την απόκριση του συστήματος κοντά στο σήμα αναφοράς, μετά από πιθανές διαταραχές. Η σχέση που συνδέει την έξοδο και την είσοδο του P ελεγκτή στο πεδίο του χρόνου είναι η εξής:

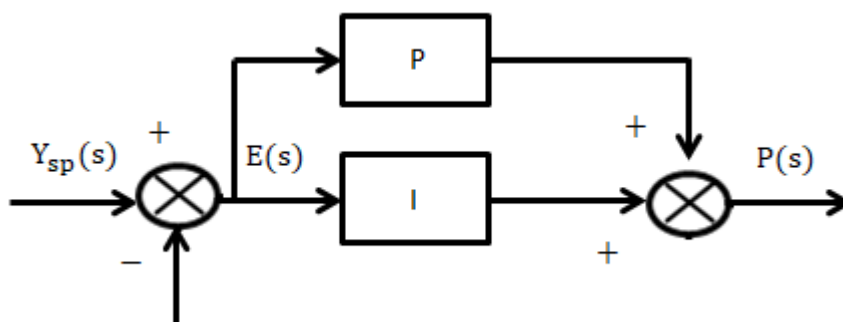
$$P(t) = k_c * E(t) \quad (3.6)$$

Εάν στη σχέση (3.6) πραγματοποιηθεί μετασχηματισμός Laplace προκύπτει:

$$P(s) = k_c * E(s) \quad (3.7)$$

Ένα βασικό μειονέκτημα που έχει ο συγκεκριμένος τύπος ελεγκτή είναι πως η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου δεν μπορεί να <<πιάσει>> ακριβώς το σήμα αναφοράς (set point), όσο και αν ρυθμιστεί η παράμετρος  $k_c$ . Συνεπώς θα έχει πάντα ένα σφάλμα.

### 3.5.2 Αναλογικός – Ολοκληρωτικός Ελεγκτής (PI Controller)



Σχήμα 3.5: Αναλογικός - Ολοκληρωτικός ελεγκτής

Στο παραπάνω σχήμα 3.5 παρουσιάζεται ο PI ελεγκτής, ο οποίος είναι ένας σύνθετος ελεγκτής σε σχέση με τον αναλογικό. Ο συγκεκριμένος τύπος ελεγκτή είναι σύνθετος, διότι για να ρυθμιστεί σωστά χρειάζονται δύο παράμετροι. Οι παράμετροι είναι: η σταθερά ενίσχυσης ελεγκτή (Proportional gain) που συμβολίζεται με  $k_c$  και η ολοκληρωτική χρονική σταθερά (Integral time) που συμβολίζεται με  $\tau_I$ . Τα προτερήματα αυτού του τύπου ελεγκτή είναι ότι μπορεί να μηδενίσει το σφάλμα, αφού διαθέτει την παράμετρο  $\tau_I$ . Επίσης είναι αρκετά γρήγορος, αφού διαθέτει την παράμετρο  $k_c$ . Η σχέση που συνδέει την έξοδο και την είσοδο του PI ελεγκτή είναι η εξής:

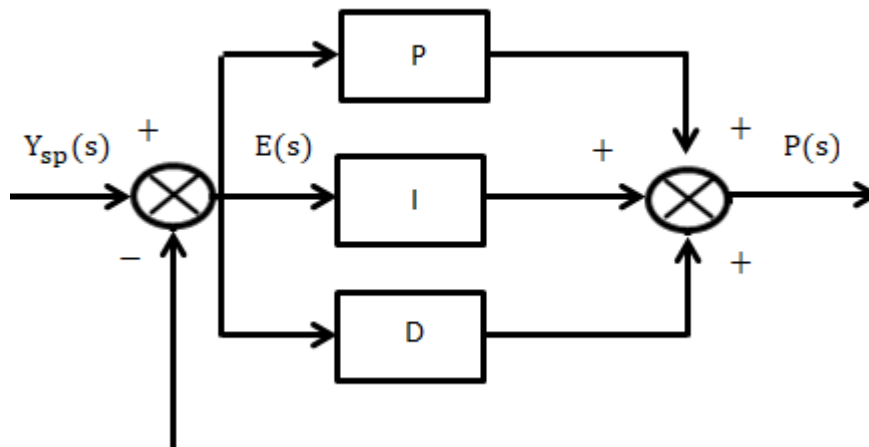
$$P(t) = k_c * E(t) + \left(\frac{k_c}{\tau_I}\right) * \int E(t) \quad (3.8)$$

Εάν στη σχέση (3.8) πραγματοποιηθεί μετασχηματισμός Laplace προκύπτει:

$$P(s) = k_c * \left[1 + \frac{1}{\tau_I * s}\right] * E(s) \quad (3.9)$$

Το μόνο μειονέκτημα του συγκεκριμένου τύπου ελεγκτή είναι πως αν αυξηθεί ο βαθμός του συστήματος, τότε υπάρχει περίπτωση ο PI ελεγκτής να φέρει στο σύστημα αστάθεια. Αυτό οφείλεται στην προσθήκη της δεύτερης παραμέτρου  $\tau_I$ .

### 3.5.3 Αναλογικός – Ολοκληρωτικός – Διαφορικός Ελεγκτής (PID Controller)



Σχήμα 3.6: Αναλογικός – Ολοκληρωτικός – Διαφορικός ελεγκτής

Στο παραπάνω σχήμα 3.6 φαίνεται ο PID ελεγκτής, ο οποίος είναι ο πιο σύνθετος ελεγκτής, αφού χρειάζονται τρεις παράμετροι να ρυθμιστούν. Οι παράμετροι είναι: η σταθερά ενίσχυσης ελεγκτή (Proportional gain) που συμβολίζεται με  $k_c$ , η ολοκληρωτική χρονική σταθερά (Integral time) που συμβολίζεται με  $\tau_I$  και η παραγωγική χρονική σταθερά (Derivative time) που συμβολίζεται με  $\tau_D$ . Ο συγκεκριμένος τύπος ελεγκτή είναι ο πιο διαδεδομένος και έχει μεγάλο φάσμα εφαρμογών (πχ συστήματα παραγωγής, βιομηχανίες). Τα πλεονεκτήματα που διαθέτει είναι ότι έχει μηδενικό σφάλμα, αφού απαρτίζεται από την παράμετρο  $\tau_I$ . Επιπλέον είναι γρήγορος, αφού διαθέτει την παράμετρο  $k_c$  και αντιδρά σε απότομες μεταβολές της μεταβλητής εξόδου του συστήματος κλειστού βρόχου, αφού διαθέτει την παράμετρο  $\tau_D$ . Η σχέση που συνδέει την έξοδο και την είσοδο του PID ελεγκτή είναι η εξής:

$$P(t) = k_c * E(t) + \left(\frac{k_c}{\tau_I}\right) * \int E(t) + (k_c * \tau_D) * \frac{dE(t)}{dt} \quad (3.10)$$

Εάν στη σχέση (3.10) πραγματοποιηθεί μετασχηματισμός Laplace προκύπτει:

$$P(s) = k_c * \left[1 + \frac{1}{\tau_I * s} + \tau_D * s\right] * E(s) \quad (3.11)$$

Συνολικά ο PID ελεγκτής υπερτερεί σε σχέση με τους άλλους τύπους ελεγκτών. Η μόνη δυσκολία είναι η ρύθμιση των τριών παραμέτρων  $k_c$ ,  $\tau_I$  και  $\tau_D$ , ώστε να λειτουργεί ο ελεγκτής με ορθό τρόπο. Παρακάτω παρουσιάζεται ένας πίνακας με τις συναρτήσεις μεταφοράς των τριών ελεγκτών που αναφέρθηκαν:



**Πίνακας 3.2:** Συναρτήσεις μεταφοράς για τους τρεις τύπους ελεγκτών

Τύποι Ελεγκτών	$G_c$
P Controller	$k_c$
PI Controller	$k_c * \left( 1 + \left( \frac{1}{\tau_I * s} \right) \right)$
PID Controller	$k_c * \left( 1 + \left( \frac{1}{\tau_I * s} \right) + \tau_D * s \right)$

### 3.5.4 Μεθοδολογία Ziegler - Nichols

Η μεθοδολογία Ziegler – Nichols όπως λέει και το όνομα της προτάθηκε το 1942 από τους Ziegler και Nichols. Η συγκεκριμένη μέθοδος έχει εφαρμογή για ευσταθή συστήματα και στόχος της είναι ο καθορισμός τιμών για τις παραμέτρους  $k_c$ ,  $\tau_I$  και  $\tau_D$ , έτσι ώστε οι τρεις τύποι ελεγκτών να ρυθμίζονται (auto-tuning) κατάλληλα και να λειτουργούν με σωστό τρόπο για το σύστημα κλειστού βρόχου. Κατάλληλοι ελεγκτές είναι αυτοί που ενεργούν με τέτοιο τρόπο στις διάφορες διαταραχές του συστήματος, όπου οδηγούν την απόκριση του στο να <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς (για σταθερό ή μεταβλητό σήμα) και συνεπώς το σφάλμα του συστήματος να είναι ελάχιστο ή μηδενικό. Η μεθοδολογία Ziegler – Nichols βασίζεται στην θεωρία της οριακής ευστάθειας που αναλύθηκε στην προηγούμενη υποενότητα. Δηλαδή για να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $k_c$ ,  $\tau_I$  και  $\tau_D$ , πρέπει στο σύστημα κλειστού βρόχου να εφαρμοστεί αναλογικός ελεγκτής για να βρεθεί η κρίσιμη τιμή ενίσχυσης ( $k_{cr}$ ). Στη συνέχεια η απόκριση του συστήματος πρέπει να εμφανίζει σταθερή ταλαντωτική συμπεριφορά, ώστε να υπολογιστεί η κρίσιμη περίοδος σταθερής ταλάντωσης ( $P_{cr}$ ). Συνεπώς αν βρεθούν οι συγκεκριμένες τιμές, τότε μπορούν να βρεθούν και οι παράμετροι των τριών τύπων ελεγκτών από τον προσεγγιστικό πίνακα Ziegler – Nichols. Οι τιμές των παραμέτρων που απαρτίζουν τον πίνακα βρέθηκαν από την πρακτική εμπειρία στη χειροκίνητη ρύθμιση ελεγκτών από τους δύο ερευνητές. Έτσι κατέληξαν στον ακόλουθο εμπειρικό (προσεγγιστικό) πίνακα 3.3, σύμφωνα με την πηγή [11]:

**Πίνακας 3.3:** Πίνακας παραμέτρων Ziegler – Nichols

Τύποι Ελεγκτών	$k_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
P Controller	$0.5k_{cr}$	$\infty$	0
PI Controller	$0.45k_{cr}$	$\frac{1}{1.2} P_{cr}$	0
PID Controller	$0.6k_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

### Σχόλιο

Όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη υποενότητα η τιμή της  $P_{cr}$  θα βρεθεί κατά εκτίμηση, εξαιτίας κάποιων παραδοχών που έχουν γίνει ( $Gv(s) = Gm(s) = 1$ ), οι οποίες οδηγούν την απόκριση του συστήματος στην απουσία σταθερής ταλαντωτικής συμπεριφοράς.

Συνεπώς δημιουργήθηκε ένας κώδικας στο πρόγραμμα Matlab (Παράρτημα 8), ο οποίος αφορά τη μεθοδολογία Ziegler – Nichols και περιέχει τον παραπάνω προσεγγιστικό πίνακα. Όμως τα αποτελέσματα της απόκρισης και του σφάλματος για τους τρεις τύπους ελεγκτών δεν ήταν ορθά και έτσι πραγματοποιήθηκαν διορθωτικές ενέργειες στον πίνακα Ziegler – Nichols, ώστε να καταλήξουμε σε πιο λογικά αποτελέσματα.

**Πίνακας 3.4:** Διορθωμένος πίνακας παραμέτρων Ziegler - Nichols

Τύποι Ελεγκτών	$k_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
P Controller	$(-1000) * 0.5k_{cr}$	$\infty$	0
PI Controller	$(-1000) * 0.45k_{cr}$	$(0.7) * \frac{1}{1.2} P_{cr}$	0
PID Controller	$(-1000) * 0.6k_{cr}$	$(0.7) * 0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Οι διορθώσεις των παραμέτρων του πίνακα Ziegler – Nichols διακρίνονται στον παραπάνω πίνακα 3.4 και αφορούν τις τιμές των  $k_{cr} = 1 * 10^{-7}$  και  $P_{cr} = 500 * \frac{2 * \pi}{0.188}$ . Αντίστοιχες αλλαγές πραγματοποιήθηκαν και στον κώδικα του προγράμματος Matlab (Παράρτημα 8) .

### Σχόλιο

Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν αναλυτικά αποτελέσματα για διάφορα σενάρια προσομοίωσης για τους τρεις τύπους ελεγκτών όπως: σταθερό σήμα αναφοράς, μεταβολές στο σήμα αναφοράς, μεταβολές στις διαταραχές του συστήματος κλπ.

## **3.6 Σύνθεση Ελεγκτή με τη Χρήση της Συνάρτησης Μεταφοράς Διεργασίας**

Σε αυτή την υποενότητα θα πραγματοποιηθεί ο σχεδιασμός συνάρτησης μεταφοράς ελεγκτή για το σύστημα εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών, χωρίς να είναι στη μορφή ενός P , PI, PID ελεγκτή. Αυτή η σύνθεση θα γίνει με τη βοήθεια της συνάρτησης μεταφοράς διεργασίας και τη μέθοδο Morari – Zafiriou, καθώς και κάποια άλλα κριτήρια που πρέπει να ισχύουν. Ο νέος ελεγκτής του συστήματος θα πρέπει να ικανοποιεί τρία κριτήρια:

- ευστάθεια στο σύστημα κλειστού βρόχου
- μηδενικό σφάλμα ( $e=0$ )
- ταχεία απόκριση του συστήματος

### Πρώτο κριτήριο

Αρχικά για να αποδειχτεί το πρώτο κριτήριο, δηλαδή η ευστάθεια στο σύστημα κλειστού βρόχου χρησιμοποιείται η σχέση (3.1) στο πεδίο Laplace.

$$T_{hot}'(s) = \frac{Gp\_Fin,cold(s) * Gv(s) * Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} * Y_{sp}'(s) + \frac{Gp\_Tin,cold(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} * T_{in,cold}'(s) + \frac{Gp\_Fin,hot(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} * F_{in,hot}'(s) + \frac{Gp\_Tin,hot(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)} * T_{in,hot}'(s) + \frac{Gp_1(s) + Gp_2(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gv(s) * Gc(s) * Gm(s)}$$

Ήδη είναι γνωστό ότι η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας ( $Gp\_Fin,cold$ ) υποδηλώνει ευσταθή διεργασία, καθώς διαθέτει δύο ρίζες με αρνητικό πραγματικό μέρος (υποενοότητα 3.3). Όσον αφορά τις τιμές τη συναρτήσεων μεταφοράς τελικού στοιχείου ενεργοποίησης ( $Gv$ ) και μετρητικού στοιχείου ( $Gm$ ) ισούται με μονάδα. Οπότε η σχέση (3.1) θα γίνει:

$$T_{hot}'(s) = \frac{Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} * Y_{sp}'(s) + \frac{Gp\_Tin,cold(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} * T_{in,cold}'(s) + \frac{Gp\_Fin,hot(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} * F_{in,hot}'(s) + \frac{Gp\_Tin,hot(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} * T_{in,hot}'(s) + \frac{Gp_1(s) + Gp_2(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} \quad (3.12)$$

Μετά από πράξεις της σχέσης (3.12) προκύπτει:

$$T_{hot}'(s) = \frac{Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} * Gp\_Fin,cold(s) * Y_{sp}'(s) + \left[ \frac{Gp\_Tin,cold(s) + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} - \frac{Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} * Gp\_Fin,cold(s) \right] * T_{in,cold}'(s) + \left[ \frac{Gp\_Fin,hot(s) + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} - \frac{Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} * Gp\_Fin,cold(s) \right] * F_{in,hot}'(s) + \left[ \frac{Gp_1(s) + Gp_2(s) + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} - \frac{Gc(s)}{1 + Gp\_Fin,cold(s) * Gc(s)} * Gp\_Fin,cold(s) \right] * T_{in,hot}'(s) \quad (3.13)$$

Για να ισχύει το πρώτο κριτήριο πρέπει:

$$Q(s) = \frac{G_c(s)}{1 + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)} \quad (3.14)$$

Όπου Q είναι μια οποιαδήποτε ευσταθής συνάρτηση μεταφοράς

Από τις σχέσεις (3.13) και (3.14) προκύπτει η απόκριση του συστήματος στην εξής μορφή:

$$\begin{aligned} T_{hot}(s) = & Q(s) * G_{p\_Fin,cold}(s) * Y_{sp}(s) + \\ & \left[ \frac{G_{p\_Tin,cold}(s) + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)}{1 + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)} - Q(s) * G_{p\_Fin,cold}(s) \right] * T_{in,cold}(s) + \\ & \left[ \frac{G_{p\_Fin,hot}(s) + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)}{1 + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)} - Q(s) * G_{p\_Fin,cold}(s) \right] * F_{in,hot}(s) + \\ & \left[ \frac{G_{p\_Tin,hot}(s) + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)}{1 + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)} - Q(s) * G_{p\_Fin,cold}(s) \right] * T_{in,hot}(s) + \\ & \left[ \frac{G_{p1}(s) + G_{p2}(s) + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)}{1 + G_{p\_Fin,cold}(s) * G_c(s)} - Q(s) * G_{p\_Fin,cold}(s) \right] \quad (3.15) \end{aligned}$$

#### Δεύτερο κριτήριο

Στη συνέχεια για να ισχύει το δεύτερο κριτήριο, δηλαδή το σφάλμα να είναι μηδέν, θα χρησιμοποιηθεί το θεώρημα της τελικής τιμής, σύμφωνα με την πηγή [13]. Σε αυτό το θεώρημα φαίνεται η συμπεριφορά της συνάρτησης  $f(t)$  καθώς ο χρόνος τείνει στο άπειρο. Για να ισχύει αυτό το θεώρημα πρέπει η πρώτη παράγωγος του  $f(t)$  να μπορεί να μετασχηματιστεί στο πεδίο Laplace και ο παρονομαστής της συνάρτησης  $sF(s)$  να μην έχει ρίζες στον κατακόρυφο άξονα (μιγαδικό) ή στο δεξί μέρος αυτού.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (3.16)$$

Το σφάλμα ορίζεται στο πεδίο Laplace (ο τόνος αντιστοιχεί σε μεταβλητή απόκλισης):

$$E(s) = Y_{sp}(s) - T_{hot}(s) \quad (3.17)$$

Στη σχέση (3.16) γίνεται αντικατάσταση όπου  $F(s) = E(s)$  και πρέπει το όριο να καταλήξει μηδενικό για να ισχύει το δεύτερο κριτήριο (μηδενικό σφάλμα).

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} [s(Y_{sp}(s) - T_{hot}(s))] \quad (3.18)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.18) τη σχέση (3.15) και γράφοντας αναλυτικά τις μεταβλητές απόκλισης (πχ  $Y_{sp}(s) = \frac{Y_{sp} - T_{hot,s}}{s}$ ), μετά από πράξεις προκύπτει:

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = 0 \quad (3.19)$$

### Σχόλιο

Όλες οι τιμές των μεταβλητών που συμπεριλαμβάνονται στις πράξεις της σχέσης (3.18) επισημαίνονται στον κώδικα του προγράμματος Matlab (Παράρτημα 9).

### Τρίτο κριτήριο

Έπειτα για το τρίτο κριτήριο, δηλαδή τη δυναμική απόδοση του συστήματος με βάση το σχεδιασμό του νέου ελεγκτή θα χωριστεί η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας σε δύο μέρη:

$$G_p(s) = G_p^-(s) * G_p^+(s) \quad (3.20)$$

Το πρώτο μέρος ( $G_p^-(s)$ ) ονομάζεται το γινόμενο συναρτήσεων μεταφοράς που είναι ελάχιστης φάσης και αντικατοπτρίζει ουσιαστικά το <<καθαρό>> μέρος. Ενώ το δεύτερο μέρος ( $G_p^+(s)$ ) ονομάζεται το γινόμενο συναρτήσεων μεταφοράς που είναι μη-ελάχιστης φάσης και δηλώνει ουσιαστικά το <<μη επιθυμητό>> μέρος. Δηλαδή είναι το τμήμα που μπορεί να περιέχει:

- νεκρό χρόνο (πχ εκθετικός όρος)
- μηδενικά στο δεξί μέρος του μιγαδικού επιπέδου (πχ στον αριθμητή της συνάρτησης μεταφοράς)
- $|G_p^+(s = i\omega)| = 1$

Στη περίπτωση του εναλλάκτη θερμότητας η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας είναι μόνο ελάχιστης φάσης, δηλαδή:

$$G_p(s) = G_p^-(s) = G_{p\_Fin,cold}(s) \quad (3.21)$$

Επιπλέον η σχέση (3.14) μπορεί να γραφτεί αλλιώς ως:

$$G_c(s) = \frac{Q(s)}{1 - G_{p\_Fin,cold}(s) * Q(s)} \quad (3.22)$$

Για την καλύτερη δυναμική απόδοση πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$Q_{min}(s) = \frac{1}{G_p^-(s)} \quad (3.23)$$

Εάν αντικατασταθεί στη σχέση (3.22), η σχέση (3.23) για  $Q(s) = Q_{min}(s)$  τότε προκύπτει:

$$G_{c,min}(s) = \left( \frac{1}{G_p^-(s)} \right) * \left( \frac{1}{1 - G_p^+(s)} \right) \quad (3.24)$$

Συνολικά παρουσιάστηκαν και τα τρία κριτήρια για τον σχεδιασμό του νέου ελεγκτή. Όμως για το τρίτο κριτήριο (σχέση (3.24)) υπάρχει περίπτωση να δημιουργηθεί συνάρτηση μεταφοράς ελεγκτή που έχει απροσδιόριστη μορφή. Δηλαδή ο βαθμός του πολυωνύμου για τον αριθμητή της  $G_p(s)$  να είναι μεγαλύτερος από τον βαθμό

του παρονομαστή της  $G_p(s)$ . Αυτό το πρόβλημα μπορεί να προκύψει είτε εάν η συνάρτηση μεταφοράς ελεγκτή είναι μόνο ελάχιστης φάσης, είτε είναι συνδυασμός ελάχιστης και μη ελάχιστης φάσης με την παρουσία θετικών μηδενικών. Σε αυτό το πρόβλημα λύση έδωσε η μεθοδολογία Morari – Zafiriou με τον ακόλουθο τύπο:

$$Q(s) = \frac{1}{(\lambda*s+1)^r} * Q_{\min}(s) = \frac{1}{(\lambda*s+1)^r} * \frac{1}{G_p^-(s)} \quad (3.25)$$

Εάν αντικατασταθεί στη σχέση (3.22), η σχέση (3.25) προκύπτει μετά από πράξεις ο επιθυμητός τύπος της συνάρτησης μεταφοράς ελεγκτή:

$$G_c(s) = \left(\frac{1}{G_p^-(s)}\right) * \left(\frac{1}{(\lambda*s+1)^r - G_p^+(s)}\right) \quad (3.26)$$

Ο νέος τύπος ελεγκτή μπορεί να ρυθμιστεί μόνο από μία μεταβλητή σε σχέση με τους PI και PID ελεγκτές που εξαρτιούνται από περισσότερους παραμέτρους ( $k_c$ ,  $\tau_I$ ,  $\tau_D$ ). Αυτή η μεταβλητή είναι το  $\lambda$ , όπου συμβολίζει μία μικρή χρονική σταθερά. Ο εκθετικός όρος  $r$  που βρίσκεται στο νέο τύπο ελεγκτή (σχέση (3.26)), είναι η διαφορά του βαθμού του πολυώνυμο για τον παρονομαστή της  $G_p(s)$  μείον το βαθμό του πολυωνύμου για τον αριθμητή της  $G_p(s)$ . Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως από τη σχέση (3.21) η συνάρτηση μεταφοράς διεργασίας είναι αποκλειστικά ελάχιστης φάσης. Έτσι για να βρεθεί ο όρος  $r$  πρέπει να διατυπωθεί η αναλυτική έκφραση της συνάρτησης μεταφοράς διεργασίας που επισημαίνεται στη σχέση (3.2) και είναι η εξής:

$$G_p(s) = G_p^-(s) = G_{p\_Fin,cold}(s) = \frac{\left[ \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right]_s \left[ \frac{(T_{in,cold} - T_{cold})}{V_{cold}} \right]_s}{\left[ s + \left( \frac{F_{in,hot}}{V_{hot}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}} \right) \right]_s \left[ s + \left( \frac{F_{in,cold}}{V_{cold}} + \frac{U \cdot A}{\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold}} \right) \right]_s} - \left[ \frac{(U \cdot A)^2}{(\rho_{hot} \cdot c_{p,hot} \cdot V_{hot}) \cdot (\rho_{cold} \cdot c_{p,cold} \cdot V_{cold})} \right]_s$$

Παρατηρείται ότι είναι δευτέρου βαθμού:

$$r = \text{βαθμός πολυωνύμου παρονομαστή} - \text{βαθμός πολυωνύμου αριθμητή} = 2 - 0 = 2$$

Οι τύποι των σχέσεων (3.20), (3.22) και (3.23) επαληθεύονται και από τις πηγές [7], [9] και [10].

### Σχόλιο

Για το νέο τύπο ελεγκτή από την μεθοδολογία Morari – Zafiriou δημιουργήθηκε κώδικας στο πρόγραμμα Matlab (Παράρτημα 9), για  $\lambda=1$  και  $r=2$ . Τα αποτελέσματα θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο συγκριτικά με τα αποτελέσματα που θα δώσουν οι ελεγκτές P, PI και PID για διάφορα σενάρια προσομοίωσης.

### 3.7 Συνολικός πίνακας με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Συνολικά παρουσιάστηκε ο σχεδιασμός τεσσάρων μορφών ελεγκτή. Οι τρεις συναρτήσεις μεταφοράς ελεγκτή αφορούν τους P, PI και PID ελεγκτές, με τις παραμέτρους ( $k_c$ ,  $\tau_I$ ,  $\tau_D$ ) να ρυθμίζονται κατάλληλα για κάθε τύπο. Η σύνθεση του τέταρτου τύπου ελεγκτή δημιουργήθηκε από κάποια κριτήρια που αναφέρθηκαν στην υποενότητα 3.6 και τη μεθοδολογία Morari – Zafiriou. Επιπλέον για αυτούς τους τύπους ελεγκτών δημιουργήθηκαν δύο γραμμικοί κώδικες. Ο πρώτος αφορά τους P, PI και PID ελεγκτές, ενώ ο δεύτερος τη σύνθεση ελεγκτή με τη μέθοδο Morari – Zafiriou. Η ανάλυση και η σύγκριση των αποτελεσμάτων για τους γραμμικούς κώδικες θα πραγματοποιηθεί λεπτομερώς στο επόμενο κεφάλαιο. Παρακάτω θα επισημανθεί ο συνολικός πίνακας 3.5 με τους τέσσερις διαφορετικούς τύπους ελεγκτών:

**Πίνακας 3.5:** Συναρτήσεις μεταφοράς για τους τέσσερις τύπους ελεγκτών

Τύποι Ελεγκτών	$G_c$
P Controller	$k_c$
PI Controller	$k_c * \left( 1 + \left( \frac{1}{\tau_I * s} \right) \right)$
PID Controller	$k_c * \left( 1 + \left( \frac{1}{\tau_I * s} \right) + \tau_D * s \right)$
Morari – Zafiriou Controller	$\left( \frac{1}{G_p^-(s)} \right) * \left( \frac{1}{(\lambda * s + 1)^r - G_p^+(s)} \right)$

# Κεφάλαιο 4

## Κεφάλαιο 4: Προσομοιώσεις του Συστήματος Εναλλάκτη Θερμότητας Τύπου Κελύφους - Αυλών

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει ανάλυση των αποτελεσμάτων του συστήματος κλειστού βρόχου για τους διάφορους τύπους ελεγκτών που προαναφέρθηκαν στο τρίτο κεφάλαιο. Η ανάλυση θα πραγματοποιηθεί για διάφορα σενάρια προσομοίωσης και θα γίνει σύγκριση αυτών. Πιο συγκεκριμένα θα γίνει σύγκριση των γραμμικών μοντέλων, δηλαδή μεταξύ του κώδικα που αναφέρεται στη σύνθεση ελεγκτών μέσω της μεθοδολογίας Ziegler – Nichols (Παράρτημα 8) και του κώδικα που αναφέρεται στη σύνθεση ελεγκτή μέσω της μεθοδολογία Morari – Zafiriou (Παράρτημα 9). Από τα αποτελέσματα που θα προκύψουν θα επιλεγεί το καλύτερο γραμμικό μοντέλο. Θα είναι αυτό που αντιδρά στις διαταραχές και στις μεταβολές του κλειστού βρόχου με τον πιο γρήγορο και κατάλληλο τρόπο, χωρίς την παρουσία σφάλματος. Για κάθε προσομοίωση θα εξάγονται τα αποτελέσματα από το πρόγραμμα Matlab και θα παρουσιάζονται μέσω διαγραμμάτων από το πρόγραμμα Excel. Τα αποτελέσματα θα αφορούν: τις αποκρίσεις  $T_{hot}$  και  $T_{cold}$  αλλά και το σφάλμα  $e$  για το σύστημα κλειστού βρόχου στο πεδίο του χρόνου.

### 4.1 Προσομοίωση και Σύγκριση Γραμμικών Μοντέλων

Στη συγκεκριμένη υποενότητα θα παρουσιαστούν τα συγκριτικά αποτελέσματα του συστήματος κλειστού βρόχου για τα γραμμικά μοντέλα και θα επιλεγεί αυτό που δίνει τις καλύτερες προσομοιώσεις. Οι προσομοιώσεις θα αφορούν:

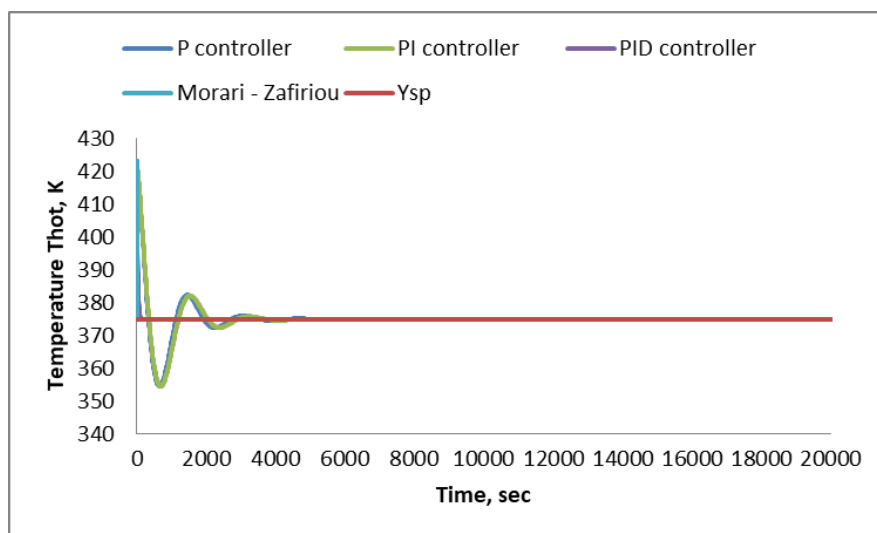
- Σταθερό σήμα αναφοράς στο σύστημα κλειστού βρόχου
- Μεταβλητό σήμα αναφοράς στο σύστημα κλειστού βρόχου
- Μεταβολές σε μία διαταραχή ( $T_{in,hot}$  ή  $T_{in,cold}$ ) του συστήματος κλειστού βρόχου για σταθερό σήμα αναφοράς
- Μεταβολές και στις δύο διαταραχές ( $T_{in,hot}$ ,  $T_{in,cold}$ ) του συστήματος κλειστού βρόχου για σταθερό σήμα αναφοράς

Όλες οι προσομοιώσεις θα παρουσιαστούν μέσα από διαγράμματα του Excel στο πεδίο του χρόνου. Επιπλέον για τις προσομοιώσεις αξίζει να σημειωθεί ότι: το ψυχρό ρεύμα αντιστοιχεί σε νερό ψύξης, το θερμό ρεύμα αντιστοιχεί σε απαέρια βιομηχανικής μονάδας (τσιμεντοβιομηχανία) και τα δεδομένα (ροές, θερμοκρασίες, φυσικοχημικές ιδιότητες) λήφθηκαν από το λογισμικό aspen.



#### 4.1.1 Πρώτη Προσομοίωση – Σταθερό Σήμα Αναφοράς

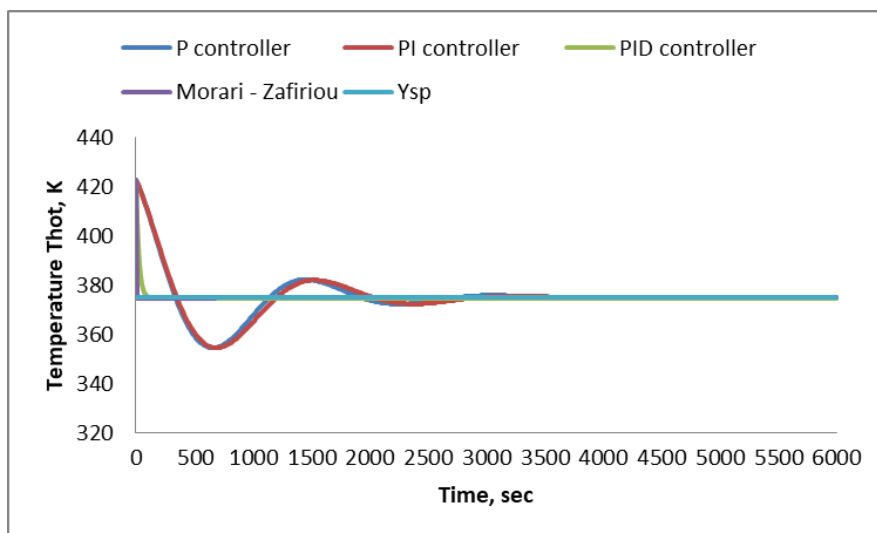
Το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει σταθερό σήμα αναφοράς με τιμή θερμοκρασίας τους 375 K, σε όλο το πεδίο του χρόνου (20.000 sec).



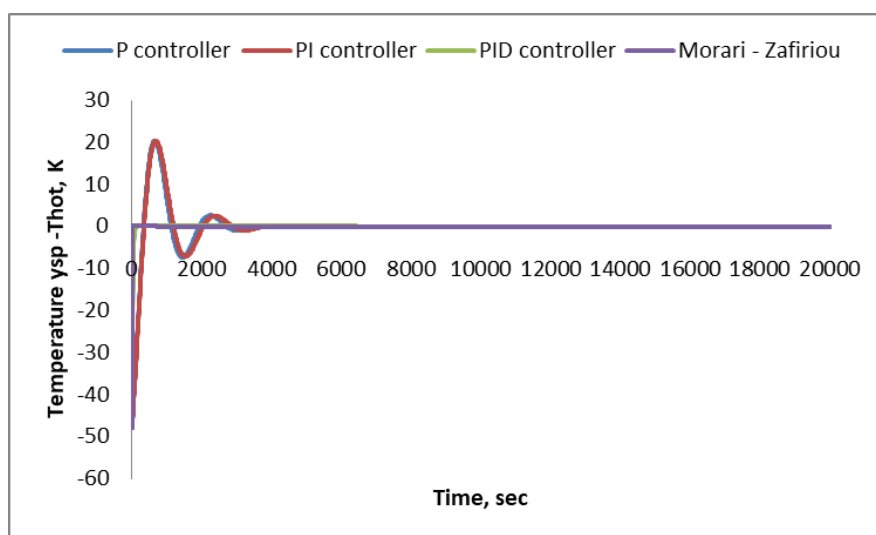
**Διάγραμμα 4.1:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Από το παραπάνω διάγραμμα 4.1 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών. Ο P ελεγκτής φαίνεται να έχει την ίδια ταλαντωτική συμπεριφορά στην αρχή του χρόνου (0-4000 sec) με τον PI ελεγκτή. Αντίθετα οι ελεγκτές PID και Morari - Zafiriou <<πιάνουν>> το σήμα αναφοράς με μεγάλη ταχύτητα. Πιο συγκεκριμένα οι αποκρίσεις του συστήματος με τους ελεγκτές PID και Morari - Zafiriou ξεκινούν από τους 423 K και γρήγορα μειώνεται η θερμοκρασία τους στους 375 K που είναι και το σήμα αναφοράς (σταθερό). Για τις άλλες δύο αποκρίσεις με την παρουσία του P και PI ελεγκτή ξεκινάει η θερμοκρασία από τους 423 K, μετά υπάρχει μία μικρή διακύμανση στη θερμοκρασία (ταλαντωτική συμπεριφορά) και στο τέλος η θερμοκρασία καταλήγει στο σήμα αναφοράς.

Για μεγαλύτερη κατανόηση της σύγκρισης των τεσσάρων ελεγκτών δημιουργήθηκε το παρακάτω εστιασμένο διάγραμμα 4.1α που δείχνει τη συμπεριφορά της απόκρισης του θερμού ρεύματος τα πρώτα 6.000 sec για σταθερό σήμα αναφοράς. Όπως επισημάνθηκε και παραπάνω φαίνεται η ταλαντωτική συμπεριφορά των P και PI ελεγκτών με μεγαλύτερη ευκρίνεια, όπου στη συνέχεια της προσομοίωσης απαλείφεται. Στη συνέχεια διαπιστώνεται πως οι ελεγκτές PID και της μεθοδολογίας Morari - Zafiriou <<πιάνουν>> το σήμα αναφοράς με μεγάλη ταχύτητα, με λίγο πιο γρήγορο να είναι ο δεύτερος τύπος ελεγκτή.



**Διάγραμμα 4.1α:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

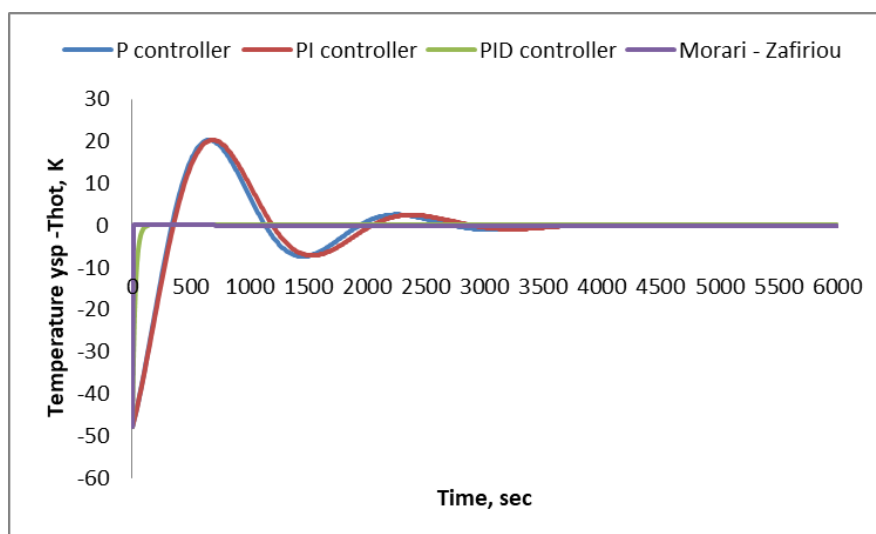


**Διάγραμμα 4.2:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

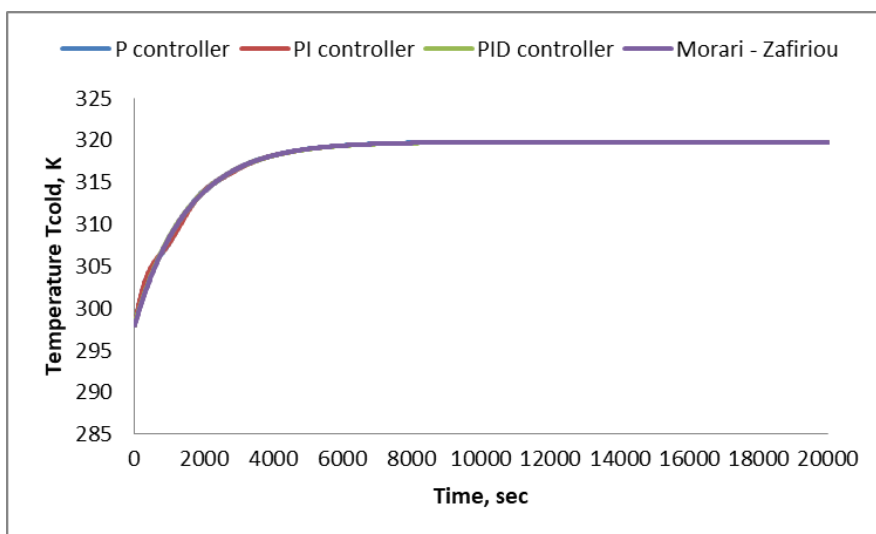
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.2 παρουσιάζεται το σφάλμα για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας που δημιουργούν οι διάφοροι τύποι ελεγκτών. Πιο συγκεκριμένα ισχύουν οι ίδιες συμπεριφορές σφάλματος για τους P και PI ελεγκτές. Δηλαδή παρατηρούνται οι διακυμάνσεις, όπως και στην απόκριση του συστήματος. Μετά από 20.000 sec, ο P ελεγκτής δίνει ένα μικρό σφάλμα της τάξεως του 0.047, ενώ ο PI ελεγκτής δίνει μηδενικό σφάλμα. Αντίστοιχα το σφάλμα των ελεγκτών PID και Morari – Zafiriou έχουν όμοια συμπεριφορά και όπως διακρίνεται από το σχήμα μηδενίζεται σε κάθε περίπτωση πολύ γρήγορα, μετά από λίγα δευτερόλεπτα.

Όπως για την απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου, έτσι και για το σφάλμα δημιουργήθηκε το παρακάτω εστιασμένο διάγραμμα 4.2α που δείχνει τη συμπεριφορά του σφάλματος, συγκριτικά για τους τέσσερις τύπους ελεγκτών τα πρώτα 6.000 sec. Παρατηρείται και πάλι η ταλαντωτική συμπεριφορά των P και PI

ελεγκτών, καθώς και ότι ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou μηδενίζει το σφάλμα λίγο πιο γρήγορα σε σχέση με τον PID ελεγκτή.



**Διάγραμμα 4.2α:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

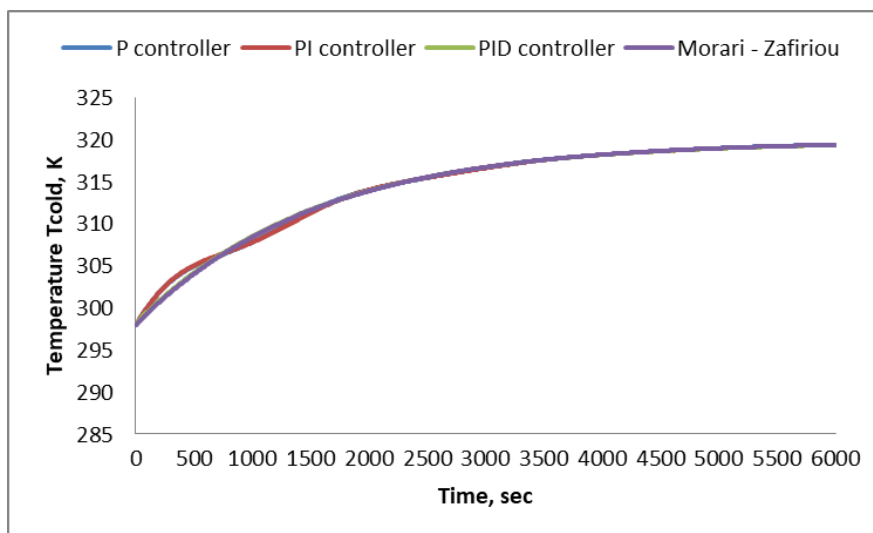


**Διάγραμμα 4.3:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.3 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας, σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών. Όπως διαπιστώνεται η απόκριση του ψυχρού ρεύματος είναι όμοια για όλους τους τύπους ελεγκτών. Πιο συγκεκριμένα η τιμή της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος ξεκινάει στους 298 K και αυξάνεται στους 320 K, μετά από 20.000 sec.

Για μεγαλύτερη κατανόηση της σύγκρισης των τεσσάρων ελεγκτών δημιουργήθηκε το παρακάτω εστιασμένο διάγραμμα 4.3α που δείχνει τη συμπεριφορά της

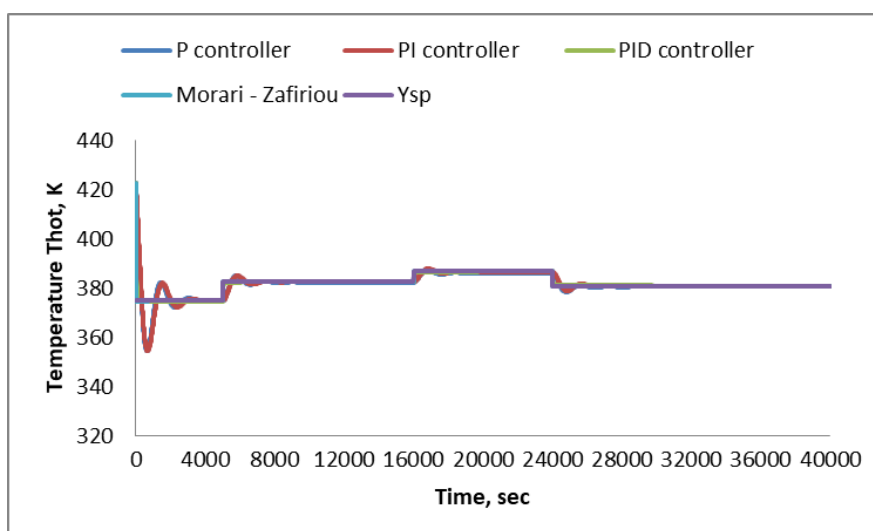
απόκρισης του ψυχρού ρεύματος τα πρώτα 6.000 sec για σταθερό σήμα αναφοράς. Το μόνο που διαπιστώνεται είναι πως ο P και PI ελεγκτής στην αρχή της προσομοίωσης εμφανίζουν μία μικρή διακύμανση, όπως και στο θερμό ρεύμα, συγκριτικά με τους άλλους δύο ελεγκτές.



**Διάγραμμα 4.3α:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

#### 4.1.2 Δεύτερη Προσομοίωση – Μεταβλητό Σήμα Αναφοράς

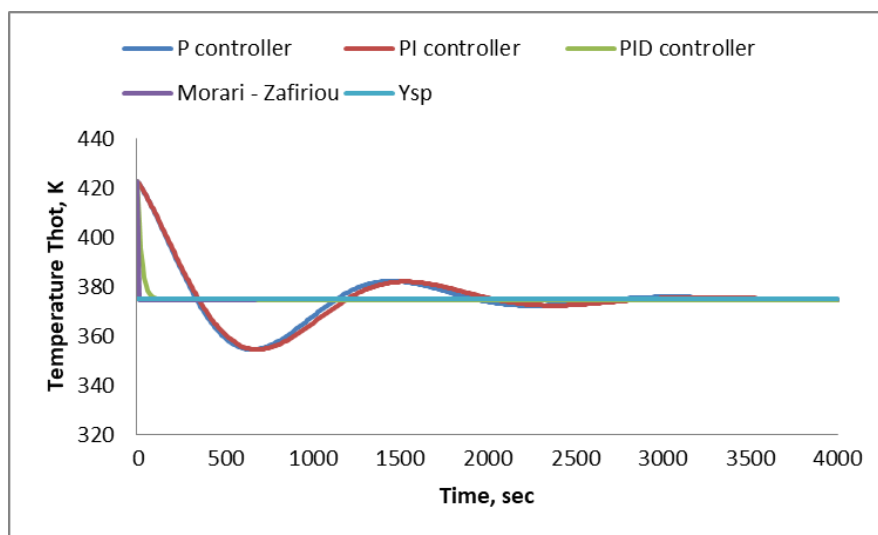
Το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει μεταβλητό σήμα αναφοράς κατά τη διάρκεια των 40.000 sec. Αρχικά η τιμή της θερμοκρασίας αναφοράς είναι στους 375 K, στη συνέχεια αυξάνεται οκτώ μονάδες (383 K) στα 5.000 sec, έπειτα αυξάνεται ακόμα τέσσερις μονάδες (387 K) στα 16.000 sec και τέλος μειώνεται έξι μονάδες (381 K) στα 24.000 sec.



**Διάγραμμα 4.4:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

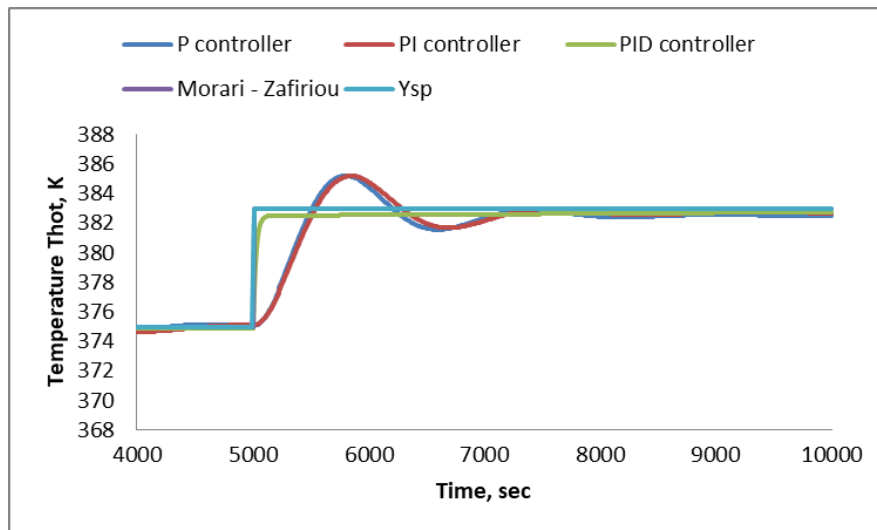
Από το παραπάνω διάγραμμα 4.4 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών. Ο P ελεγκτής φαίνεται να έχει την ίδια ταλαντωτική συμπεριφορά με τον PI ελεγκτή. Αντίθετα οι ελεγκτές PID και Morari - Zafiriou <<πιάνουν>> το σήμα αναφοράς με μεγάλη ταχύτητα. Πιο συγκεκριμένα οι αποκρίσεις του συστήματος με τους ελεγκτές PID και Morari - Zafiriou ξεκινούν από τους 423 K και γρήγορα μειώνεται η θερμοκρασία τους στους 375 K που είναι αρχικά το σήμα αναφοράς. Στη συνέχεια διαπιστώνεται ότι οι συγκεκριμένοι ελεγκτές κάνουν τις απαραίτητες διορθωτικές ενέργειες κάθε φορά, ώστε η απόκριση του κλειστού βρόχου να ακολουθεί το σήμα αναφοράς σε οποιαδήποτε μεταβολή του στο χρόνο. Για τις άλλες δύο αποκρίσεις με την παρουσία του P και PI ελεγκτή ξεκινάει η θερμοκρασία στους 423 K και στη συνέχεια υπάρχει μία μικρή διακύμανση στη θερμοκρασία (ταλαντωτική συμπεριφορά), όταν το σήμα αναφοράς είναι στους 375 K. Τέλος για τους ίδιους ελεγκτές παρουσιάζονται ακόμα πιο μικρές ταλαντωτικές συμπεριφορές στην απόκριση του συστήματος, όταν υπάρχουν μεταβολές του σήματος αναφοράς κατά τη διάρκεια του χρόνου. Όμως στο τέλος οι αποκρίσεις του κλειστού βρόχου ακολουθούν το σήμα αναφοράς.

Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές του σήματος αναφοράς.



**Διάγραμμα 4.4α:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

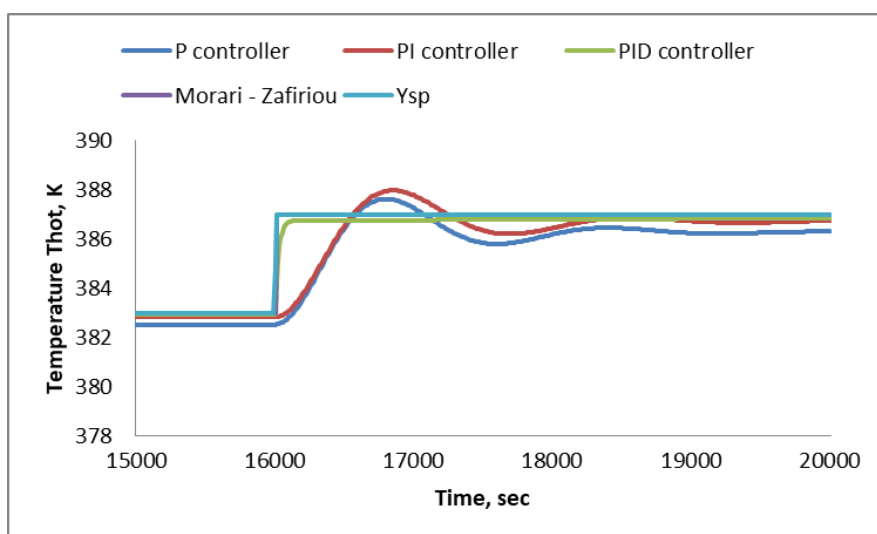
Στο διάγραμμα 4.4α φαίνεται η συμπεριφορά των αποκρίσεων του θερμού ρεύματος για τους διάφορους τύπους ελεγκτών, στην αρχή της προσομοίωσης (0 – 4.000 sec). Παρατηρείται η ταλαντωτική συμπεριφορά τόσο για τον P ελεγκτή, όσο και για τον PI ελεγκτή. Επίσης διαπιστώνεται πως ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς λίγο πιο γρήγορα σε σχέση με τον PID ελεγκτή.



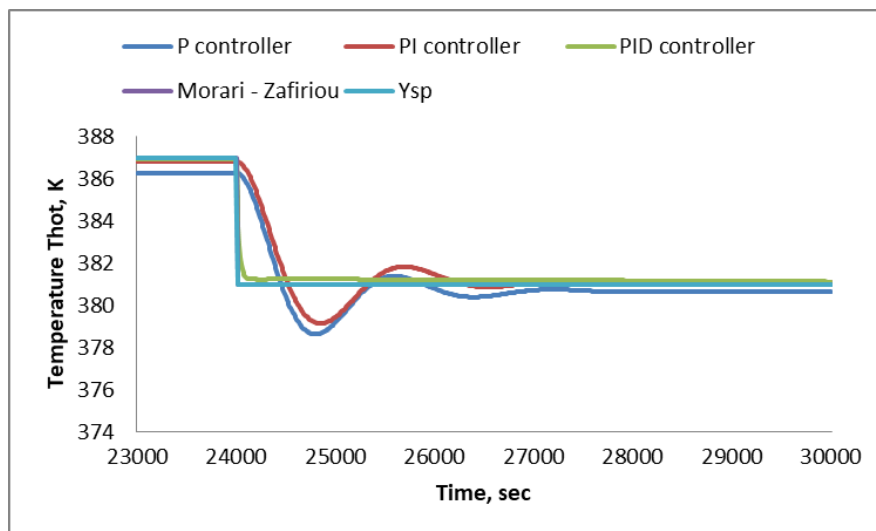
**Διάγραμμα 4.4β:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.4β φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή του σήματος αναφοράς. Παρατηρείται ακριβώς η ίδια συμπεριφορά για τους ελεγκτές, όπως και στην αρχή της προσομοίωσης. Πιο συγκεκριμένα φαίνονται μικρότερες ταλαντωτικές συμπεριφορές για τους P και PI ελεγκτές. Επιπλέον ο ελεγκτής της μεθόδου Morari – Zafiriou στα 5.000 sec (πρώτη μεταβολή) <<πιάνει >> τη μεταβολή του σήματος αναφοράς με πολύ γρήγορο τρόπο και αμέσως μετά ακολουθεί ο PID ελεγκτής.

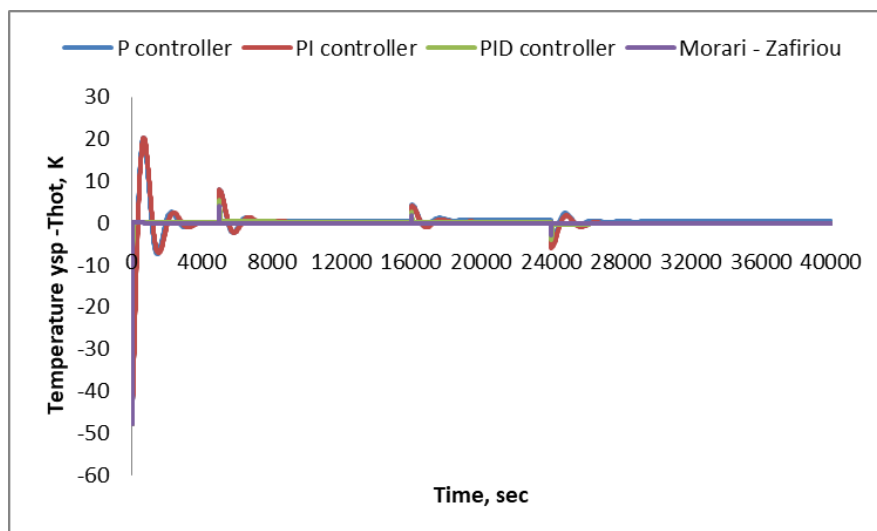
Για τις άλλες δύο μεταβολές του σήματος αναφοράς θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα 4.4γ και 4.4δ, στα οποία έχουν όμοια συμπεριφορά οι ελεγκτές με το διάγραμμα 4.4β.



**Διάγραμμα 4.4γ:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών



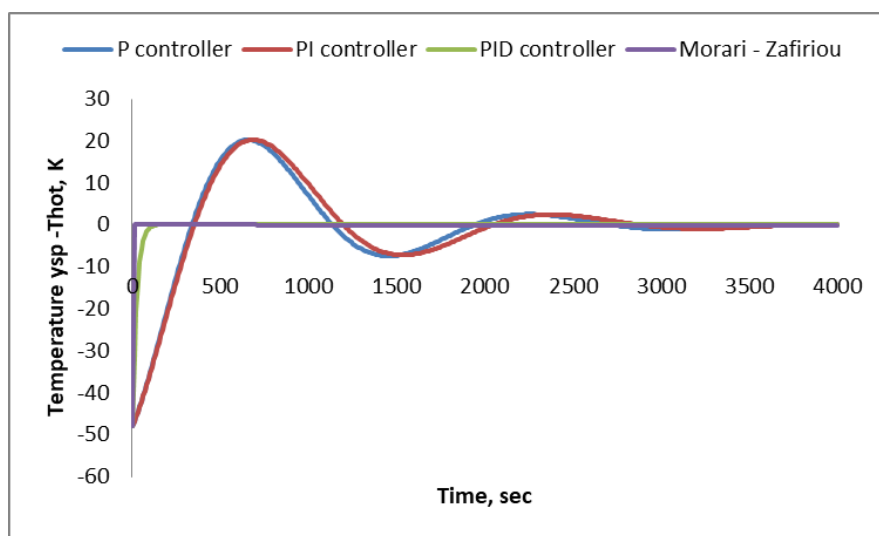
**Διάγραμμα 4.4δ:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών



**Διάγραμμα 4.5:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

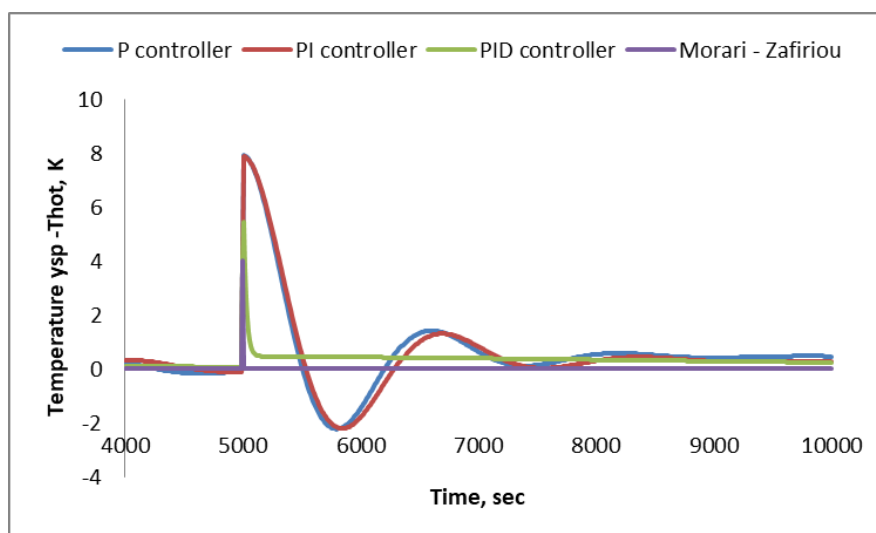
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.5 παρουσιάζεται το σφάλμα για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας που δημιουργούν οι διάφοροι τύποι ελεγκτών. Πιο συγκεκριμένα ισχύουν οι ίδιες συμπεριφορές σφάλματος για τους P και PI ελεγκτές. Δηλαδή παρατηρούνται οι διακυμάνσεις, όπως και στην απόκριση του συστήματος. Μετά από 40.000 sec, ο P ελεγκτής δίνει ένα σφάλμα της τάξεως του 0.332, ενώ ο PI ελεγκτής δίνει 0,034. Αντίστοιχα το σφάλμα των ελεγκτών PID και Morari – Zafiriou έχουν όμοια συμπεριφορά και όπως διακρίνεται από το σχήμα μηδενίζεται σε κάθε περίπτωση πολύ γρήγορα μετά από λίγα δευτερόλεπτα από τις μεταβολές του σήματος αναφοράς.

Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές του σήματος αναφοράς.



**Διάγραμμα 4.5α:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο διάγραμμα 4.5α φαίνεται η συμπεριφορά του σφάλματος για τους διάφορους τύπους ελεγκτών, στην αρχή της προσομοίωσης (0 – 4.000 sec). Παρατηρείται η ταλαντωτική συμπεριφορά τόσο για τον P ελεγκτή, όσο και για τον PI ελεγκτή. Επίσης διαπιστώνεται πως ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou μηδενίζει το σφάλμα λίγο πιο γρήγορα σε σχέση με τον PID ελεγκτή.



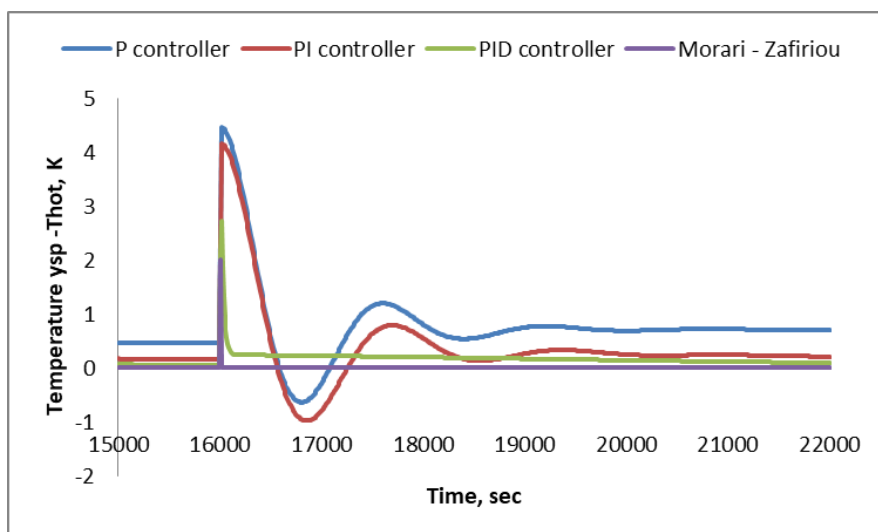
**Διάγραμμα 4.5β:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.5β φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή του σήματος αναφοράς, όσον αφορά

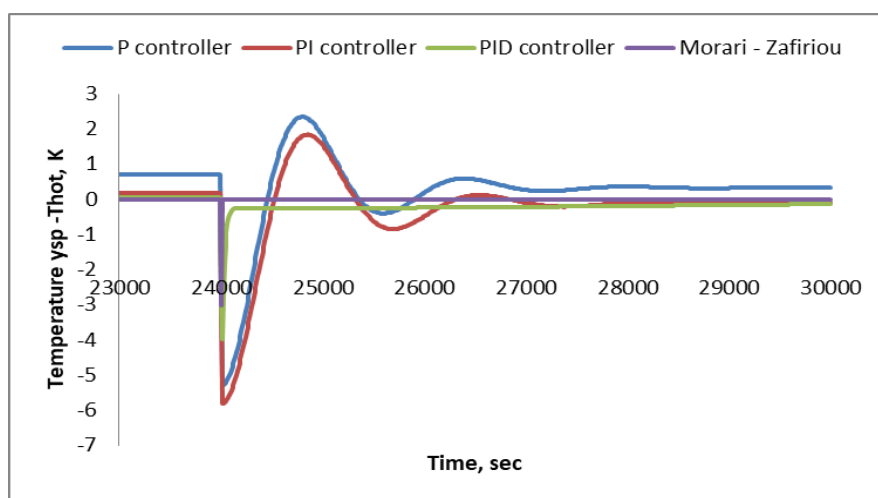


το σφάλμα. Παρατηρείται ακριβώς η ίδια συμπεριφορά για τους ελεγκτές, όπως και στην αρχή της προσομοίωσης. Πιο συγκεκριμένα φαίνονται μικρότερες ταλαντωτικές συμπεριφορές στο σφάλμα για τους P και PI ελεγκτές. Επιπλέον ο ελεγκτής της μεθόδου Morari – Zafiriou μετά τα 5.000 sec (πρώτη μεταβολή) μηδενίζει το σφάλμα με πολύ γρήγορο τρόπο. Ίδια συμπεριφορά με λίγο πιο αργό τρόπο ισχύει και για τον PID ελεγκτή. Στην συγκεκριμένη μεταβολή (5.000 sec) διαπιστώνεται αύξηση του σφάλματος, γιατί αυξάνεται το σήμα αναφοράς και συνεπώς η διαφορά της σχέσης  $error = y_{sp} - y$ . Αντίθετη συμπεριφορά παρατηρείται όταν το σήμα αναφοράς μειώνεται (διάγραμμα 4.5δ).

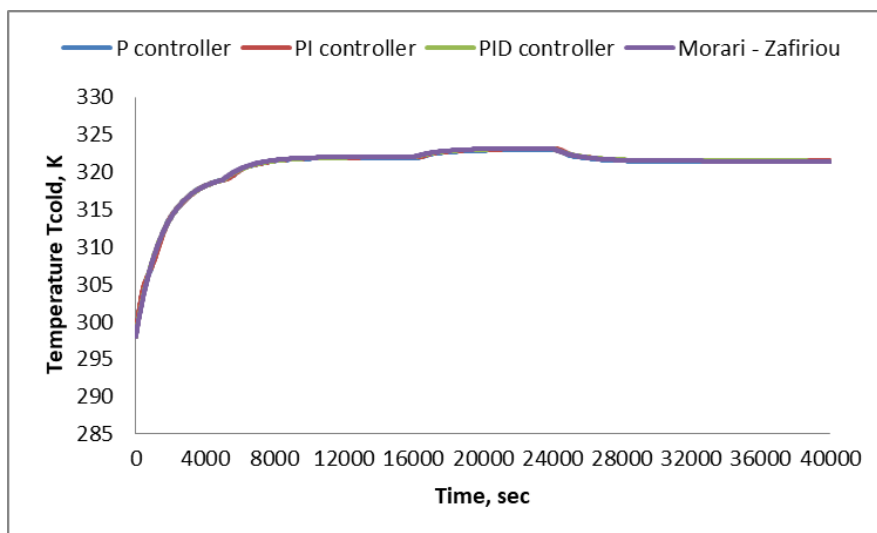
Για τις άλλες δύο μεταβολές του σήματος αναφοράς θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα 4.5γ και 4.5δ, στα οποία το σφάλμα έχει όμοια συμπεριφορά για τους ελεγκτές με το διάγραμμα 4.5β.



**Διάγραμμα 4.5γ:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών



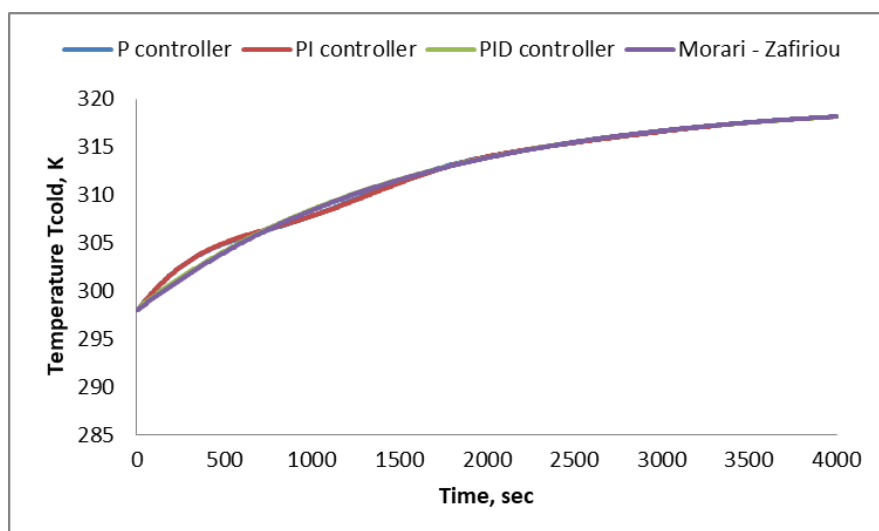
**Διάγραμμα 4.5δ:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών



**Διάγραμμα 4.6:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

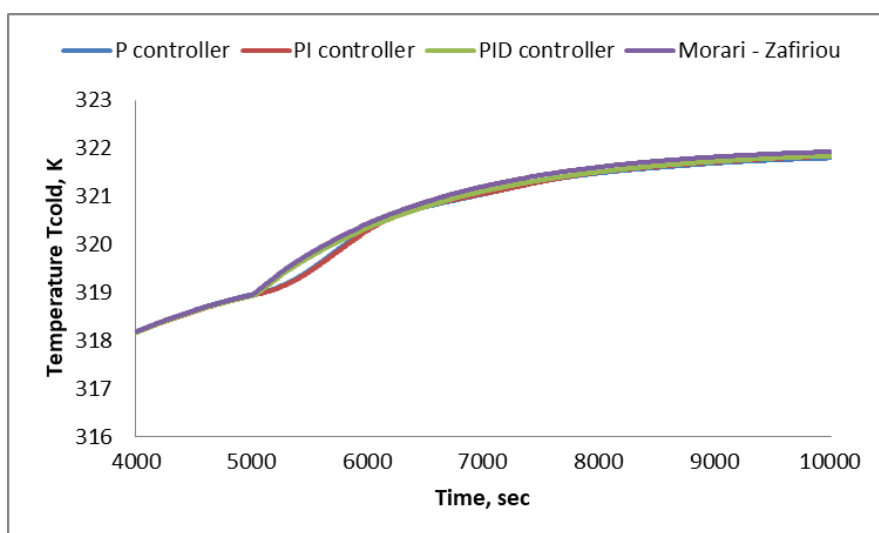
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.6 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας, σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών. Όπως διαπιστώνεται η απόκριση του ψυχρού ρεύματος είναι όμοια για όλους τους τύπους ελεγκτών με τις αντίστοιχες αυξομειώσεις κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Πιο συγκεκριμένα η τιμή της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος ξεκινάει από τους 298 K και αυξάνεται στους 319 K, μετά από 5.000 sec. Στη συγκεκριμένη χρονική στιγμή όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, πραγματοποιείται αύξηση του σήματος αναφοράς κατά οκτώ μονάδες. Συνεπώς είναι λογικό να αυξηθεί και η θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος, όπως παρατηρείται από το διάγραμμα 4.6. Όμοια συμπεριφορά πραγματοποιείται και τη χρονική στιγμή 16.000 sec. Αντίθετα τη χρονική στιγμή 24.000 sec, επειδή υπάρχει μείωση του σήματος αναφοράς κατά έξι μονάδες, παρατηρείται όπως είναι λογικό μείωση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος. Αξίζει να επισημανθεί ότι όταν υπάρχει αύξηση του σήματος αναφοράς, υπάρχει και αύξηση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος. Επομένως το ψυχρό ρεύμα θα απορροφήσει μεγαλύτερη ποσότητα θερμότητας και έτσι θα αυξήσει και την ίδια τη θερμοκρασία του. Το ανάποδο ισχύει όταν υπάρχει μείωση του σήματος αναφοράς.

Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές του σήματος αναφοράς.



**Διάγραμμα 4.6α:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο διάγραμμα 4.6α φαίνεται η συμπεριφορά της απόκρισης του ψυχρού ρεύματος για τους διάφορους τύπους ελεγκτών, στην αρχή της προσομοίωσης (0 – 4.000 sec). Το μόνο που διαπιστώνεται είναι πως ο P και PI ελεγκτές στην αρχή της προσομοίωσης εμφανίζουν μία μικρή διακύμανση, όπως και στο θερμό ρεύμα, συγκριτικά με τους άλλους δύο ελεγκτές.

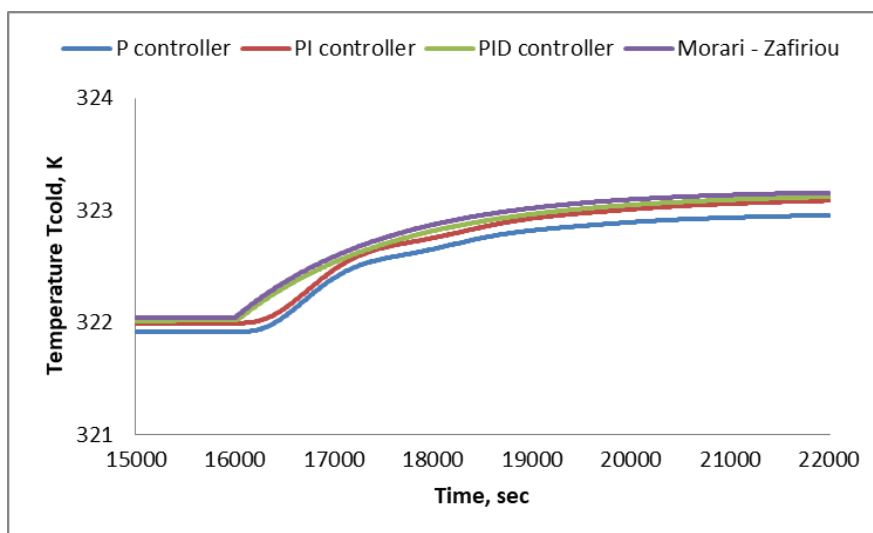


**Διάγραμμα 4.6β:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

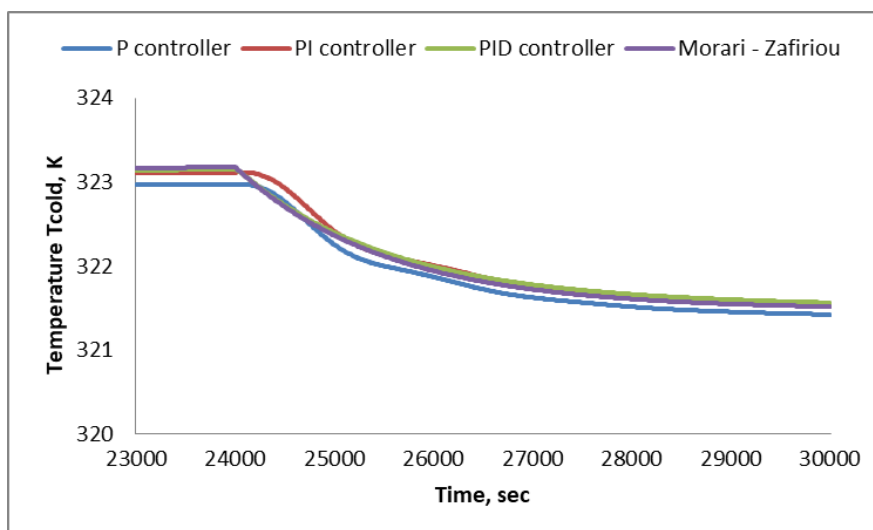
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.6β φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή του σήματος αναφοράς, όσον αφορά την απόκριση του ψυχρού ρεύματος. Την χρονική στιγμή 5.000 sec υπάρχει αύξηση του σήματος αναφοράς, άρα και αύξηση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος. Επομένως το ψυχρό ρεύμα θα απορροφήσει μεγαλύτερη ποσότητα θερμότητας και έτσι θα αυξήσει τη θερμοκρασία του. Παρατηρείται πως οι ελεγκτές PID και της

μεθοδολογίας Morari – Zafiriou τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή πραγματοποιούν πιο απότομη αύξηση σε σχέση με τους άλλους δύο ελεγκτές.

Για τις άλλες δύο μεταβολές του σήματος αναφοράς θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα 4.6γ και 4.6δ, στα οποία η απόκριση του ψυχρού ρεύματος έχει όμοια συμπεριφορά για τους ελεγκτές με το διάγραμμα 4.6β.



**Διάγραμμα 4.6γ:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

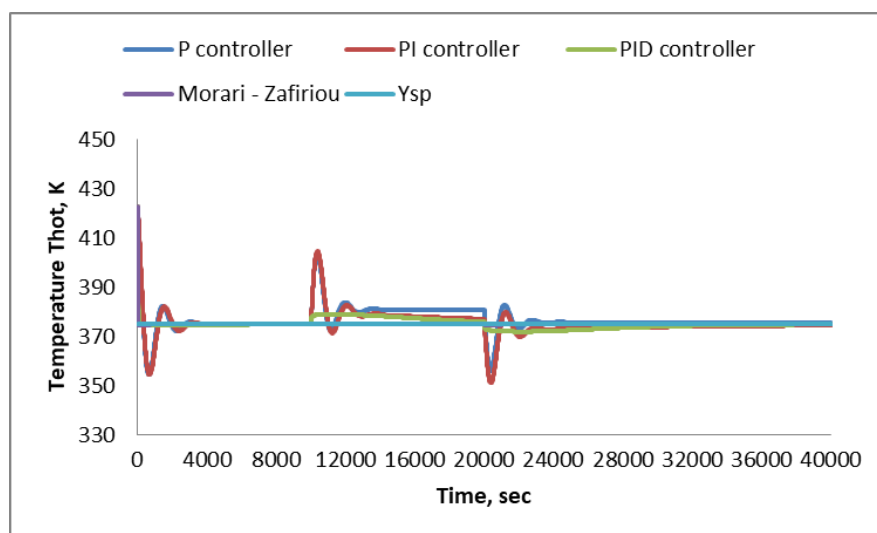


**Διάγραμμα 4.6δ:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

#### 4.1.3 Τρίτη Προσομοίωση – Μεταβολές σε Μία Διαταραχή για Σταθερό Σήμα Αναφοράς

Το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει μεταβολές στη θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρεύματος  $T_{in,hot}$  (διαταραχή) στο πεδίο του χρόνου (40.000 sec), για σταθερό

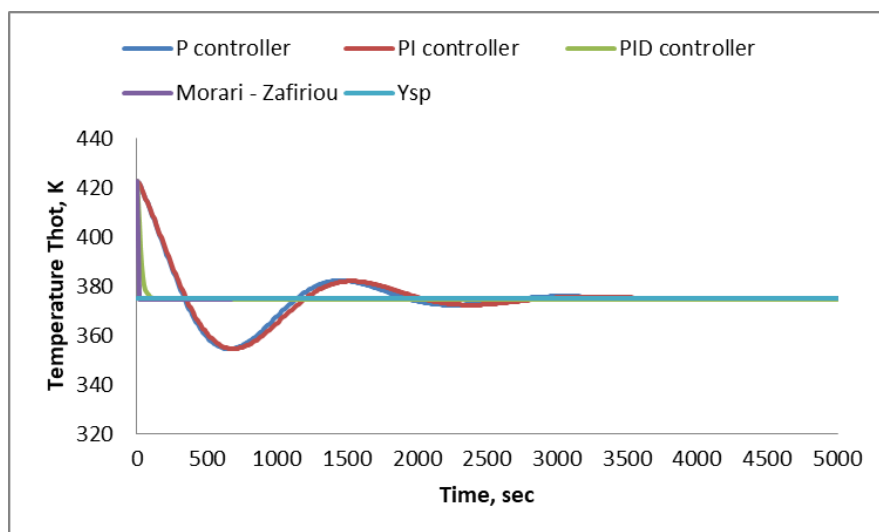
σήμα αναφοράς (375 K). Αρχικά η τιμή της διαταραχής του κλειστού βρόχου είναι στους 423 K, στη συνέχεια αυξάνεται εκατό – πενήντα μονάδες (573 K) στα 10.000 sec και τέλος μειώνεται εκατό – τριάντα μονάδες (443 K) στα 20.000 sec. Αξίζει να επισημανθεί πως έχουν πραγματοποιηθεί μεγάλες μεταβολές στη συγκεκριμένη διαταραχή του συστήματος, ώστε να αποτυπώνονται με ευκρίνεια πάνω στα διαγράμματα που θα παρουσιαστούν παρακάτω.



**Διάγραμμα 4.7:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

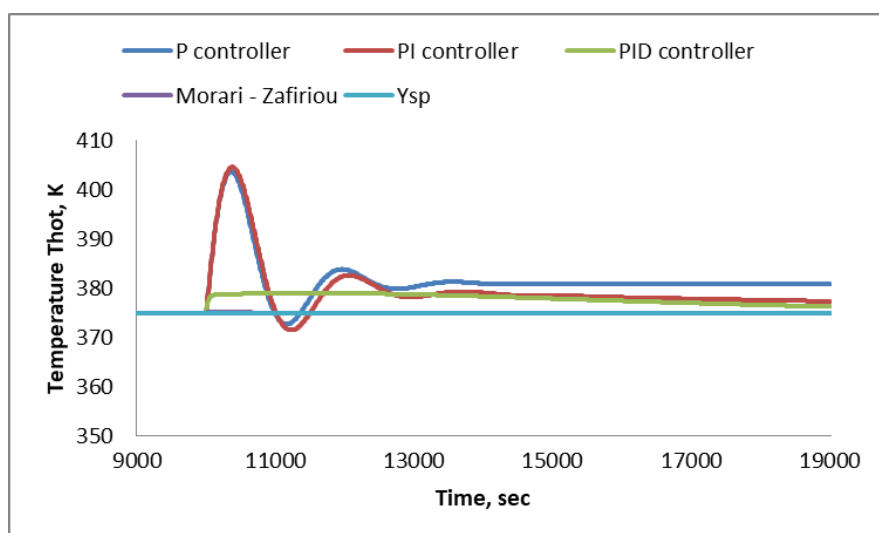
Από το παραπάνω διάγραμμα 4.7 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών. Ο P ελεγκτής φαίνεται να έχει την ίδια ταλαντωτική συμπεριφορά με τον PI ελεγκτή στην αρχή της προσομοίωσης και μετά τις χρονικές στιγμές 10.000 sec και 20.000 sec που είναι οι μεταβολές της  $T_{in,hot}$ . Ο PID ελεγκτής φαίνεται να <<πιάνει>> γρήγορα το σήμα αναφοράς στην αρχή της προσομοίωσης. Όμως λίγο μετά τα 10.000 sec και 20.000 sec παρατηρείται μία αύξηση και μείωση αντίστοιχα, σε σχέση με το σήμα αναφοράς. Αυτό προκύπτει εξαιτίας των μεταβολών της  $T_{in,hot}$  τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να επηρεάζεται το σύστημα κλειστού βρόχου, όπως είναι λογικό. Στη συνέχεια των μεταβολών (τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές) ο PID ελεγκτής, μόλις πραγματοποιήσει τις απαραίτητες διορθωτικές ενέργειες <<πιάνει>> το σταθερό σήμα αναφοράς. Ίδια συμπεριφορά με τον PID ελεγκτή φαίνεται να έχει και ο ελεγκτής της μεθόδου Morari – Zafiriou στην αρχή της προσομοίωσης. Δηλαδή να <<πιάνει>> γρήγορα το σήμα αναφοράς. Η μόνη τους διαφορά είναι πως τις χρονικές στιγμές που πραγματοποιούνται οι μεταβολές της  $T_{in,hot}$ , ο ελεγκτής Morari – Zafiriou κάνει τις διορθωτικές ενέργειες πολύ πιο γρήγορα. Συνεπώς δεν φαίνεται να αποκλίνει τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές (10.000 sec και 20.000 sec) από το σήμα αναφοράς.

Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές της  $T_{in,hot}$ .



**Διάγραμμα 4.7α:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο διάγραμμα 4.7α φαίνεται η συμπεριφορά των αποκρίσεων του θερμού ρεύματος για τους διάφορους τύπους ελεγκτών, στην αρχή της προσομοίωσης (0 – 5.000 sec). Παρατηρείται η ταλαντωτική συμπεριφορά τόσο για τον P ελεγκτή, όσο και για τον PI ελεγκτή. Επίσης διαπιστώνεται πως ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς λίγο πιο γρήγορα σε σχέση με τον PID ελεγκτή.

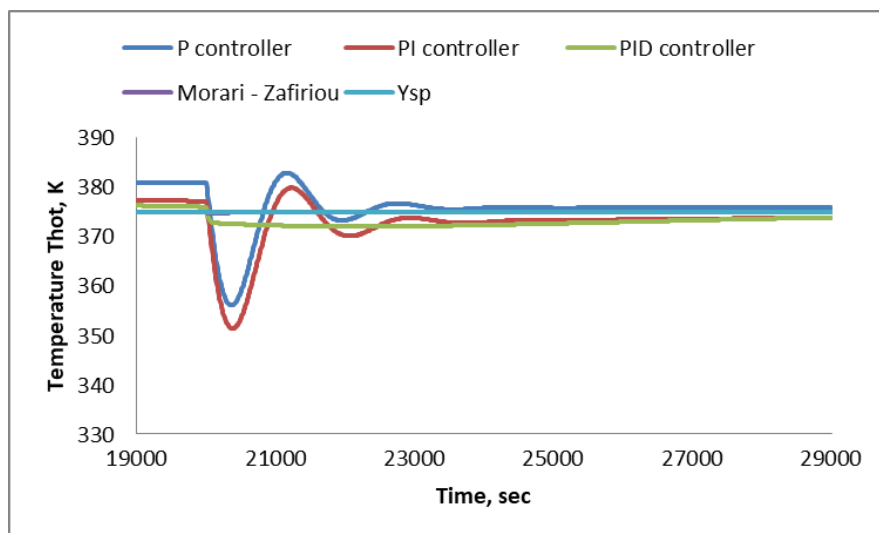


**Διάγραμμα 4.7β:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

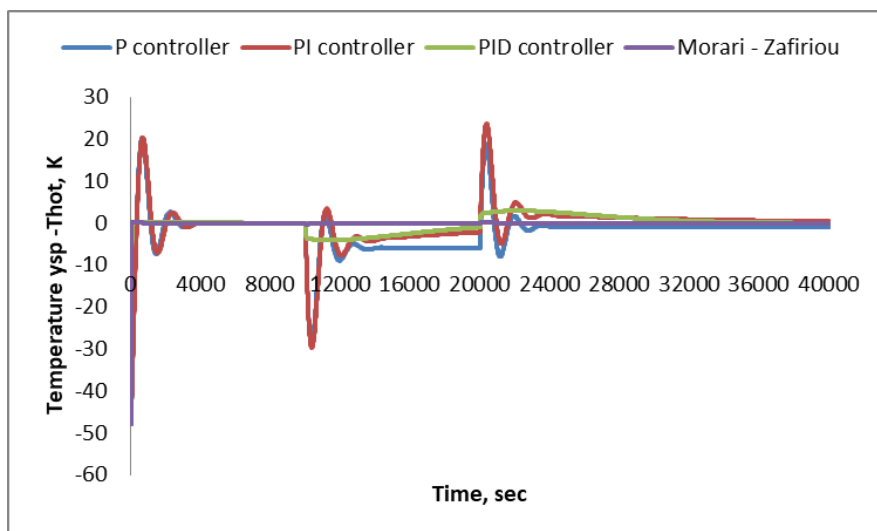
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.7β φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή της διαταραχής  $T_{in,hot}$ . Παρατηρείται

πως λίγο μετά τη χρονική στιγμή 10.000 sec οι ελεγκτές P και PI εμφανίζουν διακυμάνσεις. Όμως ο PI ελεγκτής φαίνεται να αντιδράει με πιο κατάλληλο τρόπο σε σχέση με τον P ελεγκτή, αφού μετά τις διακυμάνσεις φαίνεται να τείνει προς το σήμα αναφοράς. Επιπλέον για τον PID ελεγκτή, η απόκριση του θερμού ρεύματος φαίνεται να αυξάνεται μετά τα 10.000 sec, όμως στη συνέχεια με τις κατάλληλες διορθωτικές ενέργειες που πραγματοποιεί, τείνει να πηγαίνει προς το σήμα αναφοράς. Τέλος ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou φαίνεται να πραγματοποιεί διορθωτική ενέργεια στη μεταβολή της διαταραχής  $T_{in,hot}$  με πολύ γρήγορο τρόπο σε σχέση με τους υπόλοιπους ελεγκτές. Ανάλογα τη μεταβολή της διαταραχής  $T_{in,hot}$  παρατηρείται και η αντίστοιχη συμπεριφορά στην απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος. Για παράδειγμα εάν υπάρχει αύξηση στη θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρεύματος μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή (πχ 10.000 sec), μετά από λίγα δευτερόλεπτα διαπιστώνεται αύξηση της  $T_{hot}$ , μέχρι να αντιμετωπίσει ο κάθε ελεγκτής αυτή τη διαταραχή στο σύστημα κλειστού βρόχου. Αντίστοιχα εάν υπάρχει μείωση στη θερμοκρασίας εισόδου του θερμού ρεύματος (διάγραμμα 4.7γ).

Για την άλλη μεταβολή της  $T_{in,hot}$  θα παρουσιαστεί το διάγραμμα 4.7γ στο οποίο έχουν όμοια συμπεριφορά οι ελεγκτές με το διάγραμμα 4.7β, μόνο που τώρα υπάρχει μείωση της θερμοκρασίας εισόδου του θερμού ρεύματος.



**Διάγραμμα 4.7γ:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

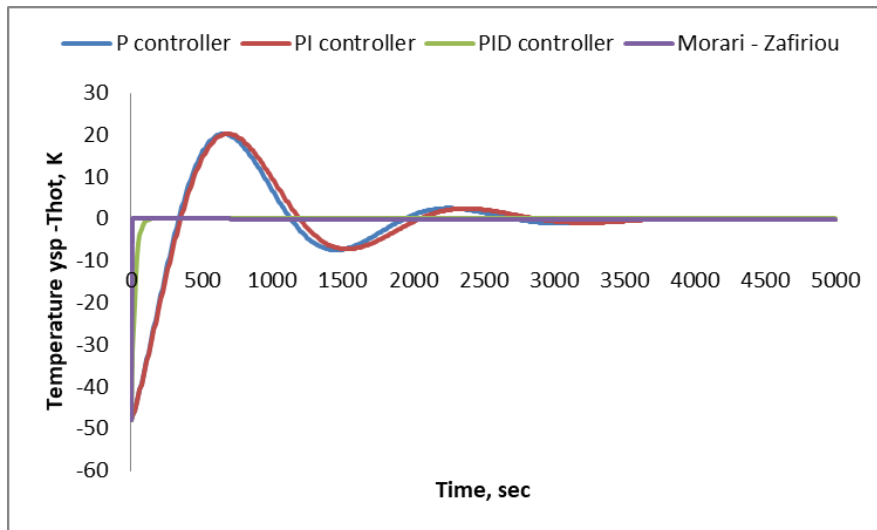


**Διάγραμμα 4.8:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.8 παρουσιάζεται το σφάλμα για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας που δημιουργούν οι διάφοροι τύποι ελεγκτών. Πιο συγκεκριμένα ο P ελεγκτής φαίνεται να έχει διακυμάνσεις στο σφάλμα όπως και ο PI ελεγκτής στην αρχή της προσομοίωσης και μετά τις χρονικές στιγμές 10.000 sec και 20.000 sec που πραγματοποιούνται οι μεταβολές της  $T_{in,hot}$ . Ο PID ελεγκτής φαίνεται να μηδενίζει το σφάλμα στην αρχή της προσομοίωσης με γρήγορο τρόπο. Όμως λίγο μετά τα 10.000 sec και 20.000 sec παρατηρείται μία αύξηση στον αρνητικό και θετικό κατακόρυφο άξονα αντίστοιχα. Αυτό προκύπτει εξαιτίας των μεταβολών της  $T_{in,hot}$  τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να επηρεάζεται το σύστημα κλειστού βρόχου, όπως είναι λογικό. Στη συνέχεια των μεταβολών (τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές) ο PID ελεγκτής, μόλις πραγματοποιήσει τις απαραίτητες διορθωτικές ενέργειες μηδενίζει το σφάλμα. Ίδια συμπεριφορά με τον PID ελεγκτή φαίνεται να έχει και ο ελεγκτής της μεθόδου Morari – Zafiriou στην αρχή της προσομοίωσης. Δηλαδή να μηδενίζει πολύ γρήγορα το σφάλμα. Η μόνη τους διαφορά είναι πως τις χρονικές στιγμές που πραγματοποιούνται οι μεταβολές της  $T_{in,hot}$ , ο ελεγκτής Morari – Zafiriou κάνει τις διορθωτικές ενέργειες πολύ πιο γρήγορα. Συνεπώς δεν φαίνεται να υπάρχει κάποιο σφάλμα. Μετά από 40.000 sec, ο P ελεγκτής δίνει ένα σφάλμα της τάξεως του 0,835, ενώ ο PI ελεγκτής δίνει 0,04. Για τους άλλους δύο ελεγκτές το σφάλμα είναι μηδενικό.

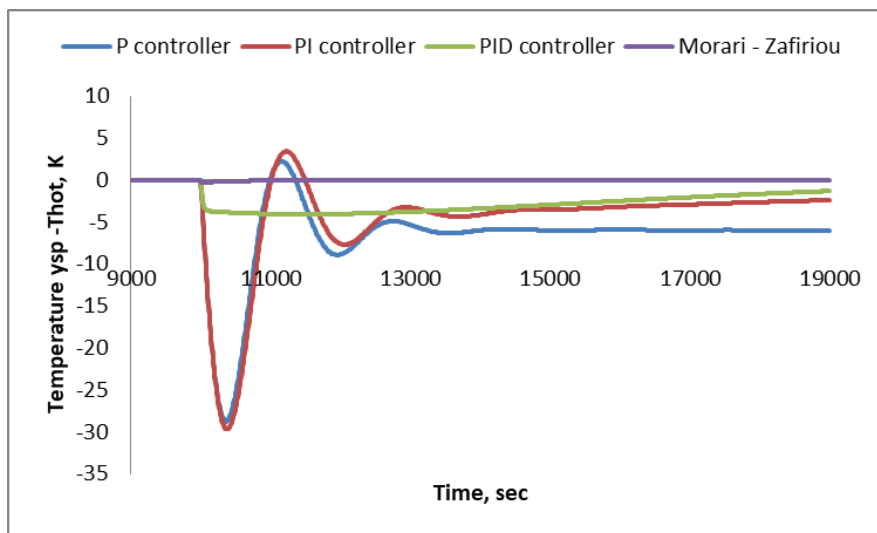
Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές της  $T_{in,hot}$ .





**Διάγραμμα 4.8α:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο διάγραμμα 4.8α φαίνεται η συμπεριφορά του σφάλματος για τους διάφορους τύπους ελεγκτών, στην αρχή της προσομοίωσης (0 – 5.000 sec). Παρατηρείται η ταλαντωτική συμπεριφορά τόσο για τον P ελεγκτή, όσο και για τον PI ελεγκτή. Επίσης διαπιστώνεται πως ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou μηδενίζει το σφάλμα λίγο πιο γρήγορα σε σχέση με τον PID ελεγκτή.

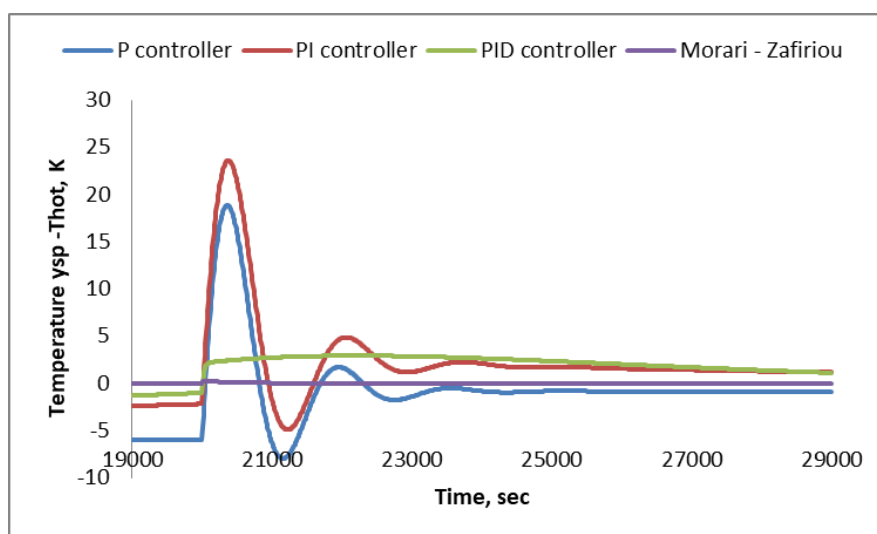


**Διάγραμμα 4.8β:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

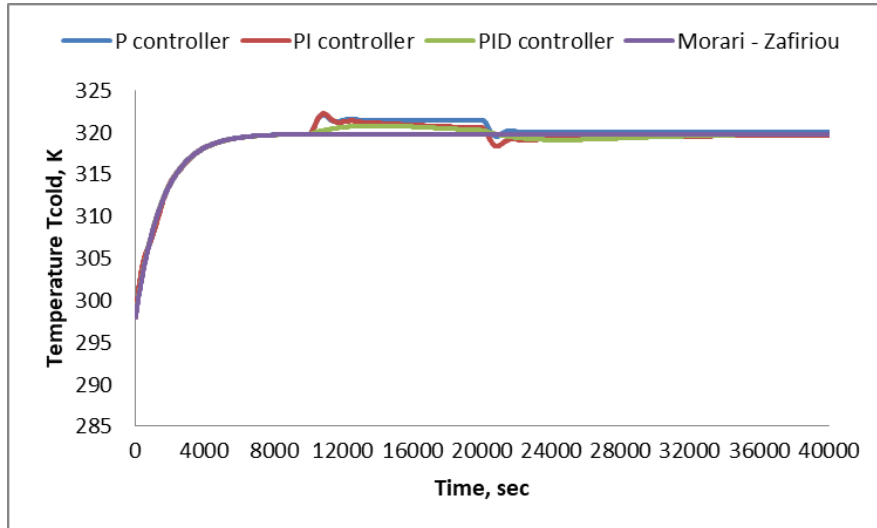
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.8β φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή της  $T_{in,hot}$ , όσον αφορά το σφάλμα. Παρατηρείται πως λίγο μετά τη χρονική στιγμή 10.000 sec οι ελεγκτές P και PI εμφανίζουν διακυμάνσεις στο σφάλμα. Όμως ο PI ελεγκτής φαίνεται να αντιδράει με

πιο κατάλληλο τρόπο σε σχέση με τον P ελεγκτή, αφού μετά τις διακυμάνσεις φαίνεται να τείνει προς το μηδενικό σφάλμα. Επιπλέον για τον PID ελεγκτή, το σφάλμα φαίνεται να αυξάνεται (στον αρνητικό κατακόρυφο άξονα) μετά τα 10.000 sec, όμως στη συνέχεια με τις κατάλληλες διορθωτικές ενέργειες που πραγματοποιεί, τείνει να πηγαίνει προς το μηδενικό σφάλμα. Τέλος ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou φαίνεται να πραγματοποιεί διορθωτική ενέργεια στη μεταβολή της διαταραχής  $T_{in,hot}$  με πολύ γρήγορο τρόπο σε σχέση με τους υπόλοιπους ελεγκτές. Συνεπώς εμφανίζει ένα ελάχιστο σφάλμα μετά τη μεταβολή της  $T_{in,hot}$  που στη συνέχεια είναι μηδενικό. Στην συγκεκριμένη μεταβολή (10.000 sec) διαπιστώνεται αύξηση του σφάλματος (αρνητικό πρόσημο), γιατί αυξάνεται η  $T_{in,hot}$ . Συνεπώς πραγματοποιείται αύξηση στη θερμοκρασία της  $T_{hot}$  και έτσι η διαφορά της σχέσης  $error = y_{sp} - y$  αυξάνεται, πάντα με αρνητικό πρόσημο. Ίδια συμπεριφορά παρατηρείται όταν υπάρχει μείωση της  $T_{in,hot}$  (διάγραμμα 4.8γ). Όμως αυτή τη φορά η αύξηση του σφάλματος πραγματοποιείται στο θετικό κατακόρυφο άξονα.

Για την άλλη μεταβολή της  $T_{in,hot}$  θα παρουσιαστεί το παρακάτω διάγραμμα 4.8γ, στο οποίο το σφάλμα έχει όμοια συμπεριφορά για τους ελεγκτές με το διάγραμμα 4.8β. Το μόνο που αλλάζει είναι πως υπάρχει μείωση στη μεταβολή της  $T_{in,hot}$  και άρα στο συγκεκριμένο διάγραμμα το σφάλμα θα αυξάνεται στο θετικό κατακόρυφο άξονα.



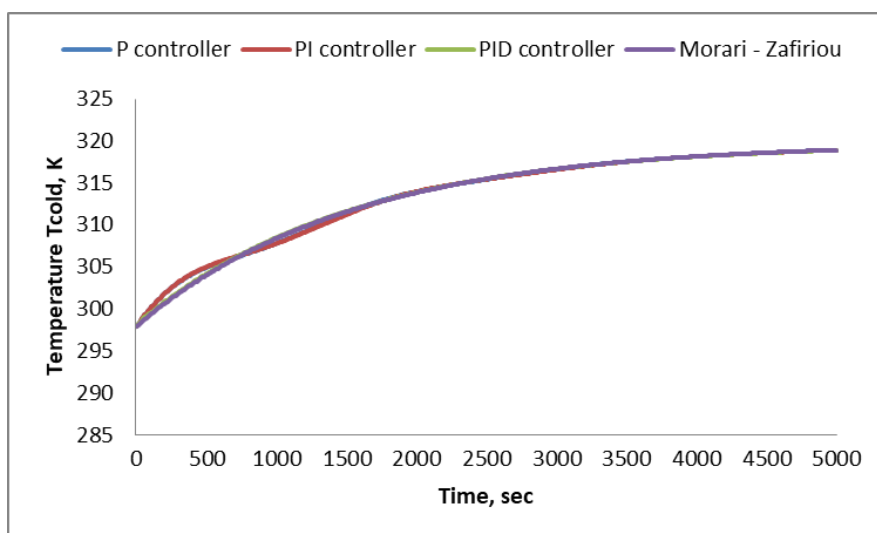
**Διάγραμμα 4.8γ:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών



**Διάγραμμα 4.9:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

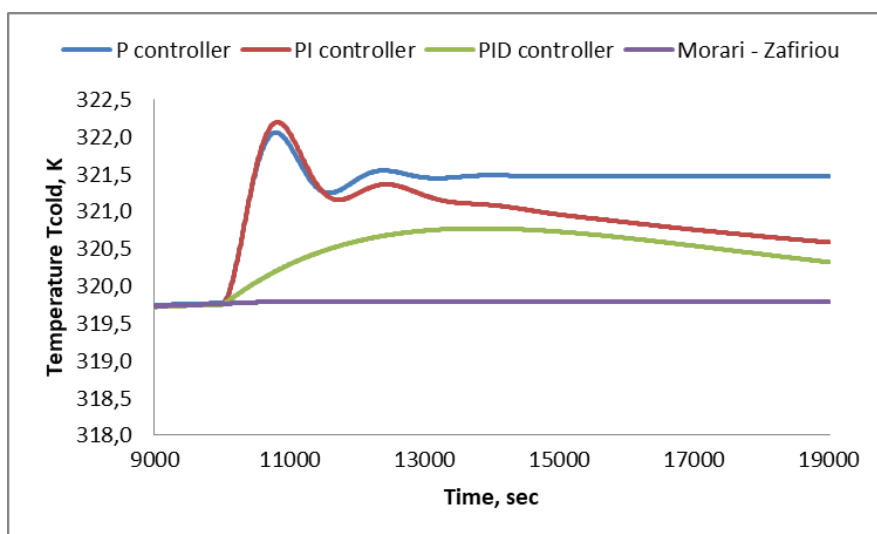
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.9 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας, σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών. Όπως διαπιστώνεται η απόκριση του ψυχρού ρεύματος δεν έχει την ίδια συμπεριφορά, κυρίως τις χρονικές μεταβολές της  $T_{in,hot}$ . Πιο συγκεκριμένα η τιμή της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος ξεκινάει από τους 298 K και αυξάνεται στους 320 K τη χρονική στιγμή των 10.000 sec. Στη συνέχεια εξαιτίας της αύξησης της  $T_{in,hot}$ , προκύπτει αύξηση και για τη θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος για τους ελεγκτές P, PI και PID. Έπειτα αυτή η διαταραχή φαίνεται να αντιμετωπίζεται από τους PI και PID ελεγκτές, με ορισμένες διορθωτικές ενέργειες που πραγματοποιούν. Αντίστοιχα το ίδιο προκύπτει και τη χρονική στιγμή της δεύτερης μεταβολής για την  $T_{in,hot}$ . Μόνο που αυτή τη φορά υπάρχει μείωση της  $T_{in,hot}$  και άρα είναι λογικό να πέφτει η θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος. Αξίζει να επισημανθεί πως όταν προκύπτει αύξηση της  $T_{in,hot}$ , τότε αυξάνεται και η θερμοκρασία της  $T_{hot}$ . Έτσι όμως αυξάνεται και η μετάδοση θερμότητας που απορροφά το ψυχρό ρεύμα από το θερμό και συνεπώς προκύπτει αύξηση στη θερμοκρασία της  $T_{cold}$ . Ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou φαίνεται (όπως διαπιστώθηκε και στα διαγράμματα της απόκρισης του θερμού ρεύματος) να μην επηρεάζεται από τις μεταβολές της διαταραχής του συστήματος. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι όταν διαβάσει τις διαταραχές ο συγκεκριμένος τύπος ελεγκτή, πραγματοποιεί διορθωτικές ενέργειες με πολύ γρήγορο τρόπο.

Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές της  $T_{in,hot}$ .



**Διάγραμμα 4.9α:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο διάγραμμα 4.9α φαίνεται η συμπεριφορά της απόκρισης του ψυχρού ρεύματος για τους διάφορους τύπους ελεγκτών, στην αρχή της προσομοίωσης (0 – 5.000 sec). Το μόνο που διαπιστώνεται είναι πως ο P και PI ελεγκτές στην αρχή της προσομοίωσης εμφανίζουν μία μικρή διακύμανση, όπως και στο θερμό ρεύμα, συγκριτικά με τους άλλους δύο ελεγκτές.

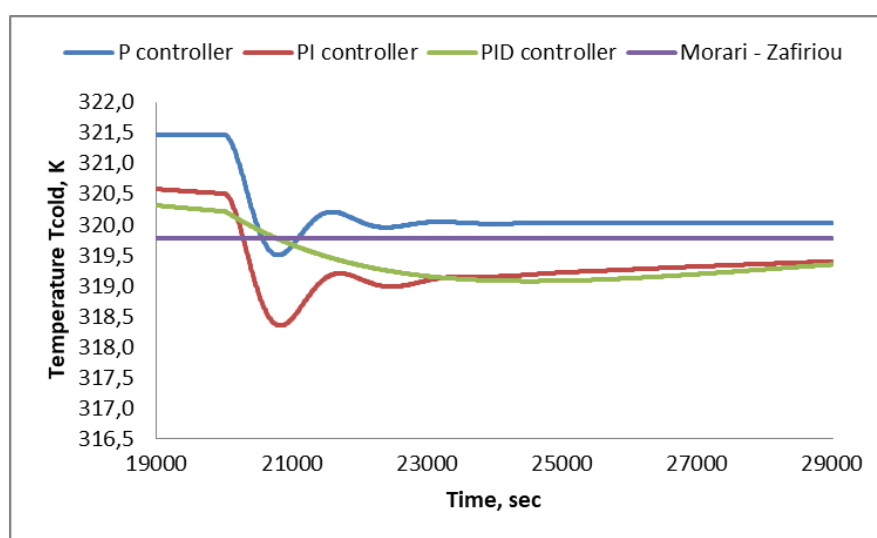


**Διάγραμμα 4.9β:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.9β φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή της  $T_{in,hot}$ , όσον αφορά την απόκριση του ψυχρού ρεύματος. Την χρονική στιγμή 10.000 sec υπάρχει αύξηση της  $T_{in,hot}$ , άρα και αύξηση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος. Επομένως το ψυχρό ρεύμα θα απορροφήσει μεγαλύτερη ποσότητα θερμότητας και έτσι θα αυξήσει τη

θερμοκρασία του. Παρατηρείται μετά τα 10.000 sec πως οι ελεγκτές P και PI έχουν μία πιο απότομη αύξηση της θερμοκρασίας, την οποία μετά ο PI ελεγκτής προσπαθεί να απαλείψει σε σχέση με τον P. Μικρότερη αύξηση φαίνεται να έχει PID ελεγκτής όπου στη συνέχεια όπως ο PI ελεγκτής προσπαθεί να απαλείψει τη διαταραχή του συστήματος. Ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή δεν φαίνεται να επηρεάζεται όπως οι υπόλοιποι ελεγκτές.

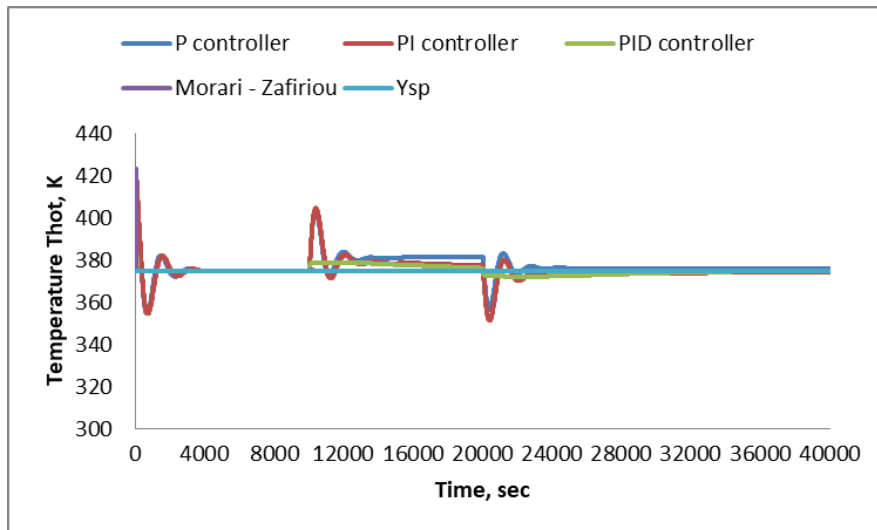
Για την άλλη μεταβολή της  $T_{in,hot}$  θα παρουσιαστεί το διάγραμμα 4.9γ, στο οποίο η απόκριση του ψυχρού ρεύματος έχει όμοια συμπεριφορά για τους ελεγκτές με το διάγραμμα 4.9β. Μόνο που αυτή τη φορά υπάρχει μείωση για τη διαταραχή  $T_{in,hot}$ . Επομένως περιμένουμε την ανάποδη συμπεριφορά στις αποκρίσεις του ψυχρού ρεύματος.



**Διάγραμμα 4.9γ:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

#### 4.1.4 Τέταρτη Προσομοίωση – Μεταβολές σε Δύο Διαταραχές για Σταθερό Σήμα Αναφοράς

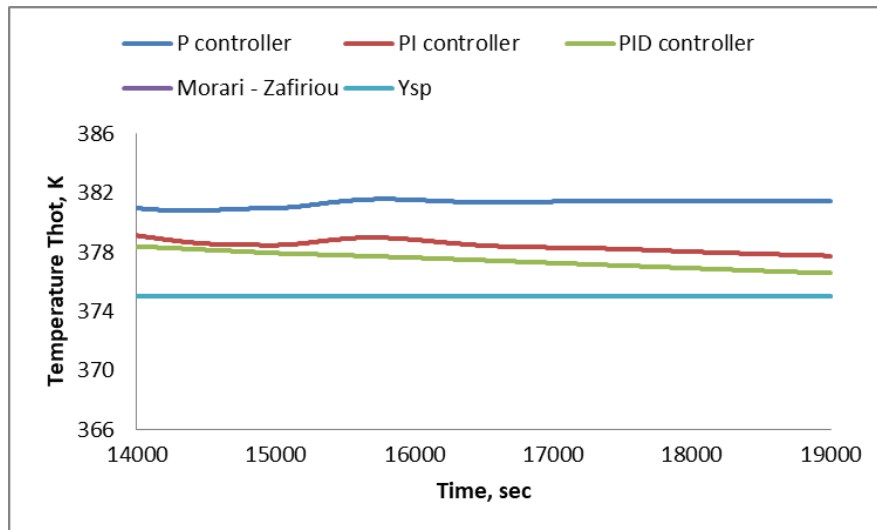
Το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει μεταβολές στη θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρεύματος  $T_{in,hot}$  (διαταραχή) στο πεδίο του χρόνου (40.000 sec), για σταθερό σήμα αναφοράς (375 K). Αρχικά η τιμή της διαταραχής του κλειστού βρόχου είναι στους 423 K, στη συνέχεια αυξάνεται εκατό – πενήντα μονάδες (573 K) στα 10.000 sec και τέλος μειώνεται εκατό – τριάντα μονάδες (443 K) στα 20.000 sec. Επίσης το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει μεταβολές στη θερμοκρασία εισόδου του ψυχρού ρεύματος  $T_{in,cold}$  (διαταραχή) στο πεδίο του χρόνου (40.000 sec), για σταθερό σήμα αναφοράς (375 K). Αρχικά η τιμή της διαταραχής του κλειστού βρόχου είναι στους 298 K, στη συνέχεια αυξάνεται είκοσι μονάδες (318 K) στα 15.000 sec και τέλος μειώνεται δεκαπέντε μονάδες (303 K) στα 25.000 sec.



**Διάγραμμα 4.10:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Από το παραπάνω διάγραμμα 4.10 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών. Ο P ελεγκτής φαίνεται να έχει την ίδια ταλαντωτική συμπεριφορά με τον PI ελεγκτή στην αρχή της προσομοίωσης και μετά τις χρονικές στιγμές 10.000 sec και 20.000 sec, που είναι οι μεταβολές της  $T_{in,hot}$ . Ο PID ελεγκτής φαίνεται να <<πιάνει>> γρήγορα το σήμα αναφοράς στην αρχή της προσομοίωσης. Όμως λίγο μετά τα 10.000 sec και 20.000 sec παρατηρείται μία αύξηση και μείωση αντίστοιχα, σε σχέση με το σήμα αναφοράς. Αυτό προκύπτει εξαιτίας των μεταβολών της  $T_{in,hot}$  τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να επηρεάζεται το σύστημα κλειστού βρόχου, όπως είναι λογικό. Στη συνέχεια των μεταβολών (τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές) ο PID ελεγκτής, μόλις πραγματοποιήσει τις απαραίτητες διορθωτικές ενέργειες <<πιάνει>> το σταθερό σήμα αναφοράς. Ίδια συμπεριφορά με τον PID ελεγκτή φαίνεται να έχει και ο ελεγκτής της μεθόδου Morari – Zafiriou στην αρχή της προσομοίωσης. Δηλαδή να <<πιάνει>> γρήγορα το σήμα αναφοράς. Η μόνη τους διαφορά είναι πως τις χρονικές στιγμές που πραγματοποιούνται οι μεταβολές της  $T_{in,hot}$ , ο ελεγκτής Morari – Zafiriou κάνει τις διορθωτικές ενέργειες πολύ πιο γρήγορα. Συνεπώς δεν φαίνεται να αποκλίνει τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές (10.000 sec και 20.000 sec) από το σήμα αναφοράς. Η επίδραση των μεταβολών της  $T_{in,cold}$  στο σύστημα κλειστού βρόχου, όσον αφορά την απόκριση του θερμού ρεύματος για τους διάφορους τύπους ελεγκτών θα παρουσιαστεί σε πιο ευκρινή διαγράμματα παρακάτω.

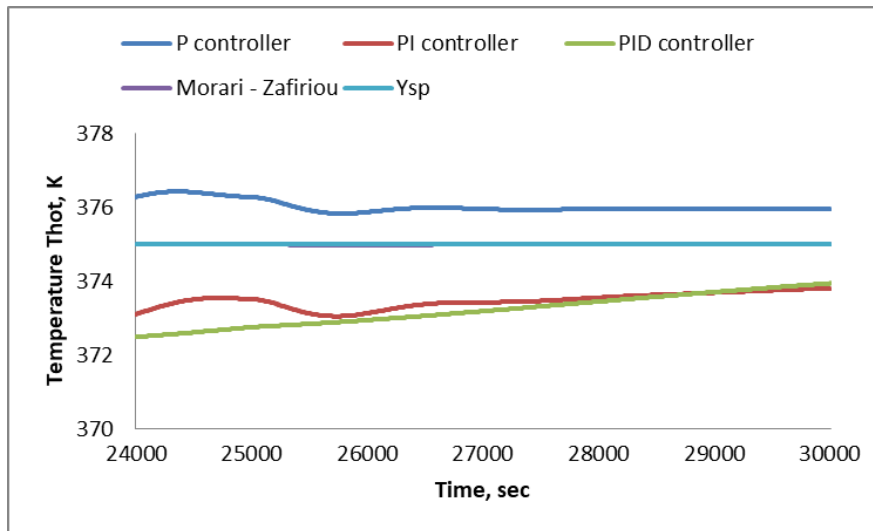
Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές της  $T_{in,hot}$  και  $T_{in,cold}$ . Όμως τα διαγράμματα που αφορούν την αρχή της προσομοίωσης και τις μεταβολές της  $T_{in,hot}$  είναι ίδια με αυτά της τρίτης προσομοίωσης. Συνεπώς θα παρουσιαστούν μόνο οι χρονικές στιγμές των μεταβολών της  $T_{in,cold}$ .



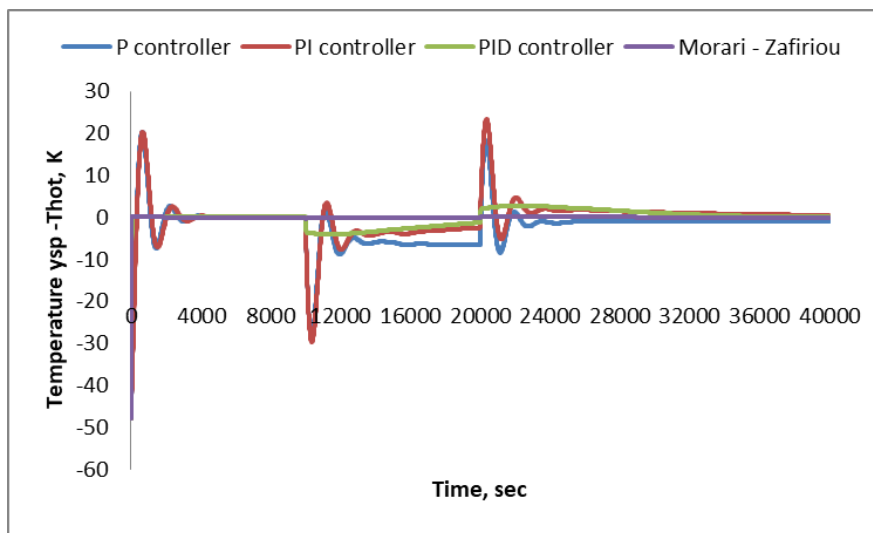
**Διάγραμμα 4.10α:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.10α φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή της διαταραχής  $T_{in,cold}$ . Παρατηρείται πως λίγο μετά τη χρονική στιγμή 15.000 sec οι ελεγκτές P και PI εμφανίζουν μία μικρή αύξηση. Αυτό προκύπτει εξαιτίας της πρώτης μεταβολής της  $T_{in,cold}$ . Ουσιαστικά η συγκεκριμένη διαταραχή καθυστερεί τις αποκρίσεις θερμού ρεύματος (για τους συγκεκριμένους ελεγκτές) να <<πιάσουν>> το σήμα αναφοράς μετά και την πρώτη μεταβολή της  $T_{in,hot}$ , που εφαρμόστηκε στο σύστημα κλειστού βρόχου. Όμως ο PI ελεγκτής φαίνεται να αντιδράει με πιο κατάλληλο τρόπο σε σχέση με τον P ελεγκτή, αφού στη συνέχεια φαίνεται να τείνει προς το σήμα αναφοράς. Επιπλέον για τον PID ελεγκτή, η διαταραχή της  $T_{in,cold}$  δεν φαίνεται να επηρεάζει την απόκριση του θερμού ρεύματος, αφού συνεχίζει να τείνει προς το σήμα αναφοράς μετά και από την πρώτη μεταβολή της  $T_{in,hot}$ . Τέλος ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou φαίνεται επίσης να μην επηρεάζεται από τη μεταβολή της  $T_{in,cold}$ . Αξίζει να επισημανθεί ότι ο ελεγκτής Morari – Zafiriou δεν επηρεάζεται ούτε σε μεγαλύτερες μεταβολές διαταραχών, όπως διαπιστώθηκε και με την  $T_{in,hot}$ , διότι πραγματοποιεί πολύ γρήγορα διορθωτικές ενέργειες.

Για την άλλη μεταβολή της  $T_{in,cold}$  θα παρουσιαστεί το διάγραμμα 4.10β στο οποίο έχουν όμοια συμπεριφορά οι ελεγκτές με το διάγραμμα 4.10α, μόνο που τώρα υπάρχει μείωση της θερμοκρασίας εισόδου του ψυχρού ρεύματος.



**Διάγραμμα 4.10β:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών



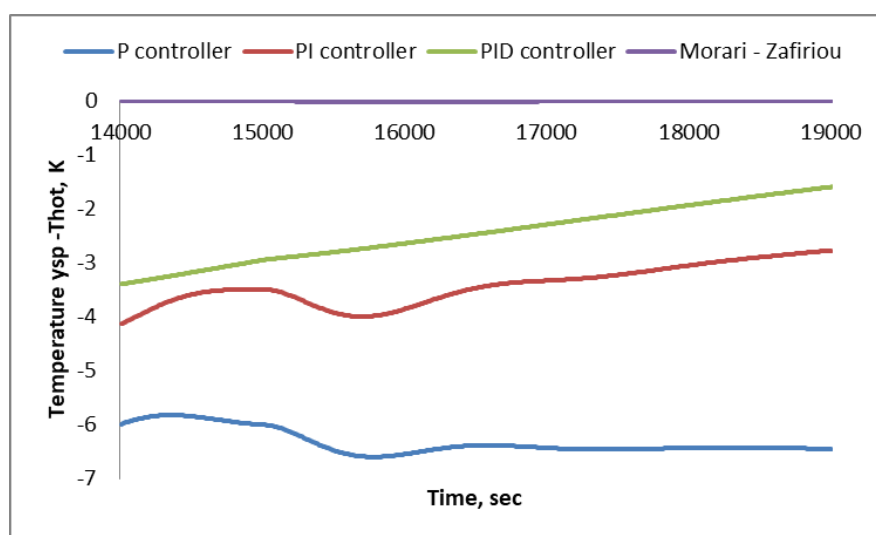
**Διάγραμμα 4.11:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.11 παρουσιάζεται το σφάλμα για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας που δημιουργούν οι διάφοροι τύποι ελεγκτών. Πιο συγκεκριμένα ο P ελεγκτής φαίνεται να έχει διακυμάνσεις στο σφάλμα όπως και ο PI ελεγκτής στην αρχή της προσομοίωσης και μετά τις χρονικές στιγμές 10.000 sec και 20.000 sec που πραγματοποιούνται οι μεταβολές της  $T_{in,hot}$ . Ο PID ελεγκτής φαίνεται να μηδενίζει το σφάλμα στην αρχή της προσομοίωσης με γρήγορο τρόπο. Όμως λίγο μετά τα 10.000 sec και 20.000 sec παρατηρείται μία αύξηση στον αρνητικό και θετικό κατακόρυφο άξονα αντίστοιχα. Αυτό προκύπτει εξαιτίας των μεταβολών της  $T_{in,hot}$  τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να επηρεάζεται το σύστημα κλειστού βρόχου, όπως είναι λογικό. Στη συνέχεια των μεταβολών (τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές) ο PID ελεγκτής, μόλις πραγματοποιήσει τις απαραίτητες διορθωτικές ενέργειες μηδενίζει το σφάλμα. Ίδια συμπεριφορά με τον PID ελεγκτή φαίνεται να έχει και ο ελεγκτής της μεθόδου Morari – Zafiriou στην αρχή



της προσομοίωσης. Δηλαδή να μηδενίζει πολύ γρήγορα το σφάλμα. Η μόνη τους διαφορά είναι πως τις χρονικές στιγμές που πραγματοποιούνται οι μεταβολές της  $T_{in,hot}$ , ο ελεγκτής Morari – Zafiriou κάνει τις διορθωτικές ενέργειες πολύ πιο γρήγορα. Συνεπώς δεν φαίνεται να υπάρχει κάποιο σφάλμα. Η επίδραση των μεταβολών της  $T_{in,cold}$  στο σύστημα κλειστού βρόχου, όσον αφορά το σφάλμα για τους διάφορους τύπους ελεγκτών θα παρουσιαστεί σε πιο ευκρινή διαγράμματα παρακάτω. Μετά από 40.000 sec, ο P ελεγκτής δίνει ένα σφάλμα της τάξεως του 0,955, ενώ ο PI ελεγκτής δίνει 0,04. Για τους άλλους δύο ελεγκτές το σφάλμα είναι μηδενικό.

Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές της  $T_{in,hot}$  και  $T_{in,cold}$ . Όμως τα διαγράμματα που αφορούν την αρχή της προσομοίωσης και τις μεταβολές της  $T_{in,hot}$  είναι ίδια με αυτά της τρίτης προσομοίωσης. Συνεπώς θα παρουσιαστούν μόνο οι χρονικές στιγμές των μεταβολών της  $T_{in,cold}$ .

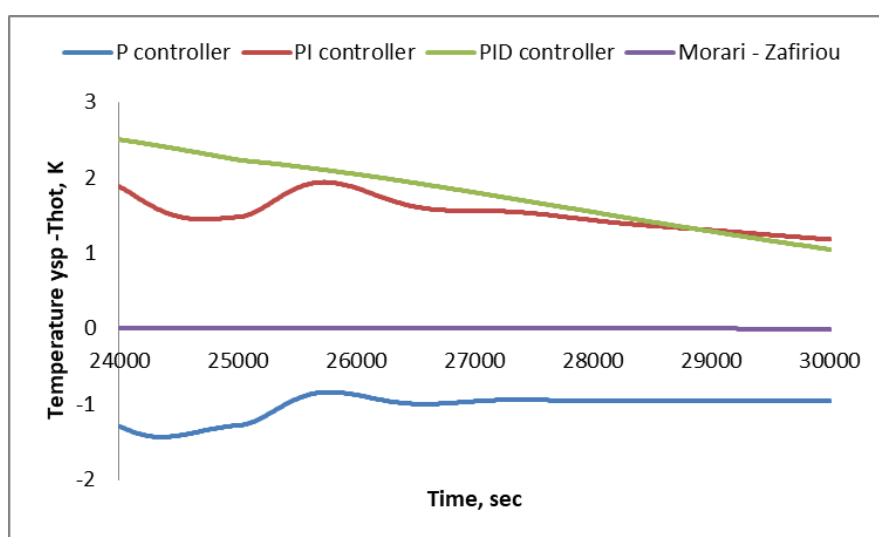


**Διάγραμμα 4.11α:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

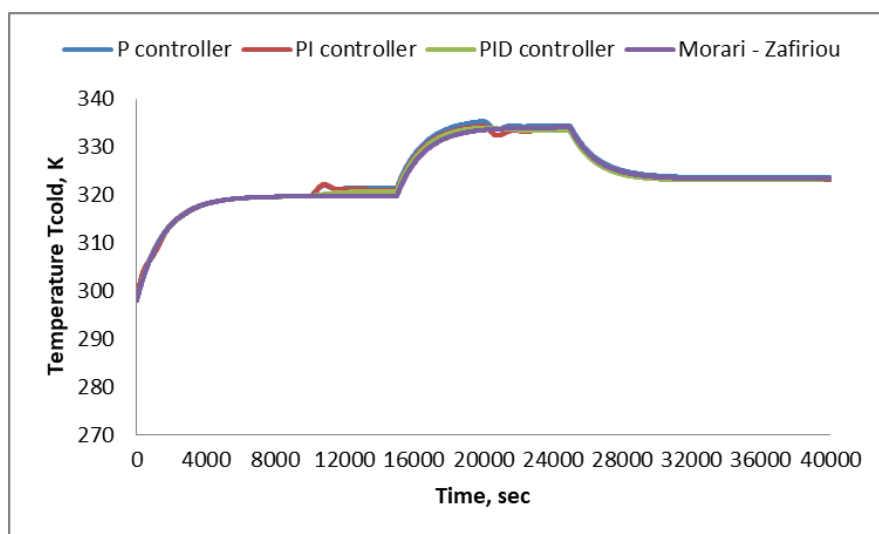
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.11α φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή της διαταραχής  $T_{in,cold}$ , όσον αφορά το σφάλμα. Παρατηρείται πως λίγο μετά τη χρονική στιγμή 15.000 sec οι ελεγκτές P και PI εμφανίζουν μία μικρή αύξηση (στον αρνητικό κατακόρυφο άξονα). Αυτό προκύπτει εξαιτίας της πρώτης μεταβολής της  $T_{in,cold}$ . Ουσιαστικά η συγκεκριμένη διαταραχή καθυστερεί τις αποκρίσεις θερμού ρεύματος (για τους συγκεκριμένους ελεγκτές) να μηδενίσουν το σφάλμα τους μετά και την πρώτη μεταβολή της  $T_{in,hot}$ , που εφαρμόστηκε στο σύστημα κλειστού βρόχου. Όμως ο PI ελεγκτής φαίνεται να αντιδράει με πιο κατάλληλο τρόπο σε σχέση με τον P ελεγκτή, αφού στη συνέχεια φαίνεται να τείνει προς το μηδενικό σφάλμα. Επιπλέον για τον PID ελεγκτή, η

διαταραχή της  $T_{in,cold}$  δεν φαίνεται να επηρεάζει την απόκριση του θερμού ρεύματος, αφού συνεχίζει να τείνει προς το μηδενικό σφάλμα μετά και από την πρώτη μεταβολή της  $T_{in,hot}$  (10.000 sec). Τέλος ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou φαίνεται επίσης να μην επηρεάζεται από τη μεταβολή της  $T_{in,cold}$ , αφού δείχνει να έχει μηδενικό σφάλμα. Αξίζει να επισημανθεί ότι ο ελεγκτής Morari – Zafiriou δεν επηρεάζεται ούτε σε μεγαλύτερες μεταβολές διαταραχών, όπως διαπιστώθηκε και με την  $T_{in,hot}$ , διότι πραγματοποιεί πολύ γρήγορα διορθωτικές ενέργειες.

Για την άλλη μεταβολή της  $T_{in,cold}$  θα παρουσιαστεί το διάγραμμα 4.11β στο οποίο έχουν όμοια συμπεριφορά σφάλματος οι ελεγκτές με το διάγραμμα 4.11α, μόνο που τώρα υπάρχει μείωση της θερμοκρασίας εισόδου του ψυχρού ρεύματος.



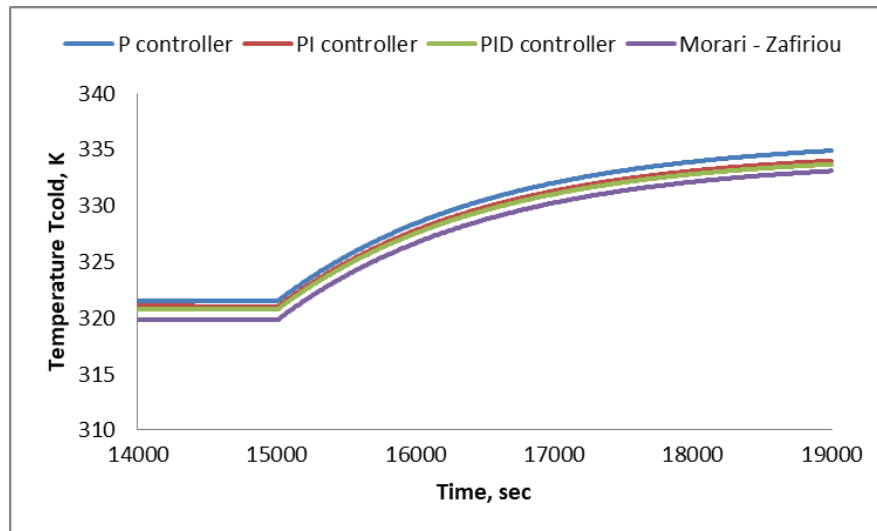
**Διάγραμμα 4.11β:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών



**Διάγραμμα 4.12:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

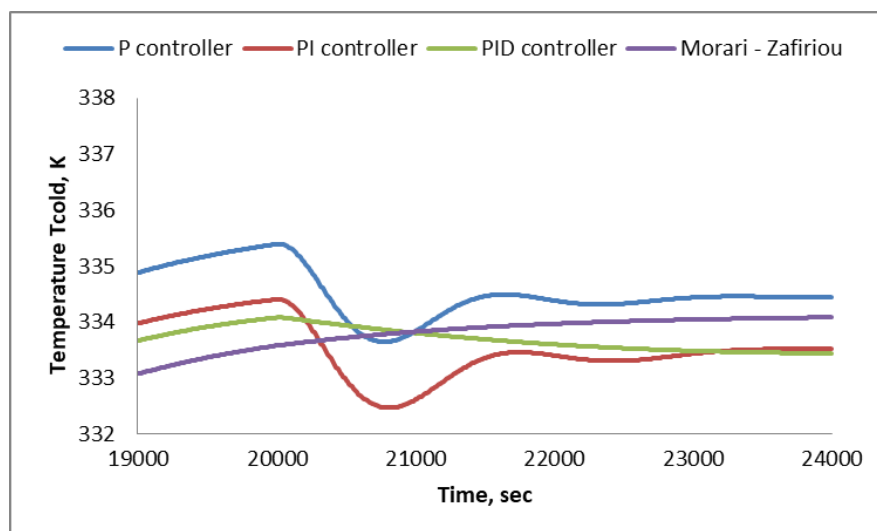
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.12 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας, σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών. Όπως διαπιστώνεται η απόκριση του ψυχρού ρεύματος δεν έχει την ίδια συμπεριφορά, κυρίως τις χρονικές μεταβολές της  $T_{in,hot}$  και  $T_{in,cold}$ . Πιο συγκεκριμένα η τιμή της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος ξεκινάει από τους 298 K και αυξάνεται στους 320 K τη χρονική στιγμή των 10.000 sec. Στη συνέχεια εξαιτίας της αύξησης της  $T_{in,hot}$ , προκύπτει αύξηση και για τη θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος για τους ελεγκτές P, PI και PID. Έπειτα αυτή η διαταραχή φαίνεται να αντιμετωπίζεται από τους PI και PID ελεγκτές, με ορισμένες διορθωτικές ενέργειες που πραγματοποιούν, όπως διαπιστώθηκε και προηγουμένως. Όμως στα 15.000 sec προκύπτει αύξηση της  $T_{in,cold}$ . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αυξηθεί και η θερμοκρασία της  $T_{cold}$  όπως είναι λογικό. Αυτή η αύξηση της θερμοκρασίας διαπιστώνεται για όλους τους ελεγκτές. Αντίστοιχα τη χρονική στιγμή 20.000 sec προκύπτει μείωση της  $T_{in,hot}$ . Επομένως παρατηρείται μείωση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τους P, PI και PID ελεγκτές. Τέλος τη χρονική στιγμή 25.000 sec προκύπτει μείωση της διαταραχής  $T_{in,cold}$ . Αυτό αποτυπώνεται στο διάγραμμα 4.16 με τη μείωση της θερμοκρασίας  $T_{cold}$  για όλους τους τύπους ελεγκτών. Αξίζει να επισημανθεί πως όταν προκύπτει αύξηση της  $T_{in,hot}$ , τότε αυξάνεται και η θερμοκρασία της  $T_{hot}$ . Έτσι όμως αυξάνεται και η μετάδοση θερμότητας που απορροφά το ψυχρό ρεύμα από το θερμό και συνεπώς προκύπτει αύξηση στη θερμοκρασία της  $T_{cold}$ . Αντίστοιχα όταν αυξάνεται η διαταραχή  $T_{in,cold}$ , αυξάνεται και η θερμοκρασία της  $T_{cold}$ . Με αποτέλεσμα να μειώνεται η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ θερμού και ψυχρού ρεύματος. Συνεπώς μειώνεται η απορρόφηση θερμότητας από το θερμό ρεύμα και έτσι η  $T_{hot}$  δεν έχει τόσο μεγάλη πτώση θερμοκρασίας.

Για καλύτερη κατανόηση, παρακάτω θα επισημανθούν κάποια πιο εστιασμένα διαγράμματα όπως: στην αρχή της προσομοίωσης και στις μεταβολές της  $T_{in,hot}$  και  $T_{in,cold}$ . Όμως τα διαγράμματα που αφορούν την αρχή της προσομοίωσης και την πρώτη μεταβολή της  $T_{in,hot}$  είναι ίδια με αυτά της τρίτης προσομοίωσης. Συνεπώς θα παρουσιαστούν μόνο οι χρονικές στιγμές των μεταβολών της  $T_{in,cold}$  και η δεύτερη μεταβολή της  $T_{in,hot}$ .



**Διάγραμμα 4.12α:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

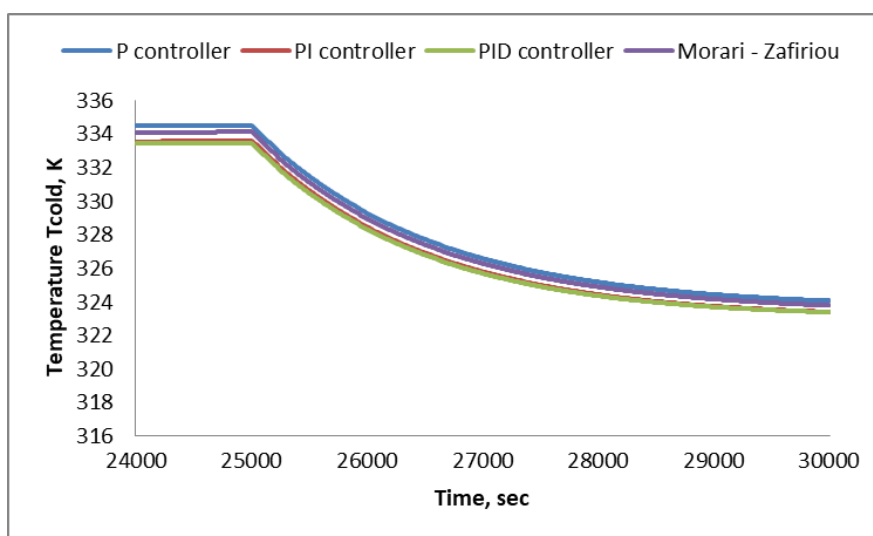
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.12α φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην πρώτη μεταβολή της  $T_{in,cold}$ , όσον αφορά την απόκριση του ψυχρού ρεύματος. Την χρονική στιγμή 15.000 sec υπάρχει αύξηση της  $T_{in,cold}$ , άρα και αύξηση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος. Παρατηρείται μετά τα 15.000 sec πως οι ελεγκτές P και PI έχουν μία πιο απότομη αύξηση της θερμοκρασίας, σε σχέση με τους PID και Morari - Zafiriou. Μικρότερη αύξηση φαίνεται να έχει PID ελεγκτής την πιο μικρή ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari - Zafiriou.



**Διάγραμμα 4.12β:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.12β φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην δεύτερη μεταβολή της  $T_{in,hot}$ , όσον αφορά την

απόκριση του ψυχρού ρεύματος. Την χρονική στιγμή 20.000 sec υπάρχει μείωση της  $T_{in,hot}$ , άρα και μείωση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος. Επομένως το ψυχρό ρεύμα θα απορροφήσει μικρότερη ποσότητα θερμότητας και έτσι θα μειώσει τη θερμοκρασία του. Παρατηρείται μετά τα 20.000 sec πως οι ελεγκτές PI και PID έχουν μία πιο απότομη μείωση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος. Μικρότερη μείωση φαίνεται να έχει P ελεγκτής, αλλά με μία χαρακτηριστική διακύμανση, όπως και ο PI ελεγκτής. Τέλος ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή δεν φαίνεται να επηρεάζεται όπως οι υπόλοιποι ελεγκτές.



**Διάγραμμα 4.12γ:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τους διάφορους τύπους ελεγκτών

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.12γ φαίνεται με μεγαλύτερη ευκρίνεια η συμπεριφορά των τεσσάρων ελεγκτών στην δεύτερη μεταβολή της  $T_{in,cold}$ , όσον αφορά την απόκριση του ψυχρού ρεύματος. Την χρονική στιγμή 25.000 sec υπάρχει μείωση της  $T_{in,cold}$ , άρα και μείωση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος. Παρατηρείται μετά τα 25.000 sec πως οι ελεγκτές PI και PID έχουν μία πιο απότομη μείωση της θερμοκρασίας, σε σχέση με τους P και Morari - Zafiriou. Μικρότερη μείωση φαίνεται να έχει ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou και την πιο μικρή μείωση ο P ελεγκτής.

Σχόλιο: Στο παράρτημα της διπλωματικής εργασίας θα επισημανθεί σύγκριση γραμμικού (Παράρτημα 8) και μη – γραμμικού μοντέλου (Παράρτημα 10), όσον αφορά τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν στο τρέχων κεφάλαιο. Η σύγκριση θα περιλαμβάνει έναν από τους τέσσερις ελεγκτές και πιο συγκεκριμένα τον PID ελεγκτή. Σκοπός της συγκεκριμένης ενέργειας είναι να διαπιστωθεί πόσο κοντά βρίσκεται το γραμμικό μοντέλο με το μη – γραμμικό, δηλαδή πόσο κοντά είναι στην πραγματικότητα (Παράρτημα 11).

## Συμπεράσματα

Συνοπτικά στην παρούσα διπλωματική εργασία διατυπώθηκαν με σαφήνεια τα χαρακτηριστικά και η λειτουργία του εναλλάκτη θερμότητας τύπου κελύφους – αυλών. Επιπλέον, παρουσιάστηκε η μαθηματική μοντελοποίηση του και η γραμμικοποίηση του συστήματος με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Εν συνεχεία παρουσιάστηκαν σε θεωρητικό υπόβαθρο κάποια σημαντικά μέρη της επιστήμης των Συστημάτων Ελέγχου και αναλύθηκαν ορισμένες μεθοδολογίες για την υλοποίηση τεσσάρων τύπων ελεγκτών για το σύστημα κλειστού βρόχου. Ακολούθησαν διάφορες προσομοιώσεις για τους ελεγκτές που δημιουργήθηκαν, σχετικά με το σύστημα κλειστού βρόχου και πραγματοποιήθηκε σύγκριση αυτών, για το ποιος ελεγκτής λειτουργεί με τον πιο επιθυμητό τρόπο. Με βάση τις προσομοιώσεις του τέταρτου κεφαλαίου καλύτερος ελεγκτής βρέθηκε αυτός της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou. Ο συγκεκριμένος ελεγκτής ενεργεί με γρήγορο και κατάλληλο τρόπο στο σύστημα, ώστε η απόκριση του εναλλάκτη θερμότητας να <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς σε οποιαδήποτε προσομοίωση πραγματοποιήθηκε. Δηλαδή είτε με την παρουσία διαταραχών στο σύστημα κλειστού βρόχου, είτε με τις μεταβολές του σήματος αναφοράς κατά τη διάρκεια του χρόνου. Παρόλο τα αξιόλογα αποτελέσματα που προέκυψαν στο σύστημα κλειστού βρόχου με την παρουσία του PID ελεγκτή, παρατηρήθηκε ότι στις διάφορες μεταβολές που ενεργούν στο σύστημα (όσον αφορά το σήμα αναφοράς ή τις διαταραχές), ο συγκεκριμένος ελεγκτής δεν λειτουργεί με τον πιο επιθυμητό τρόπο. Δηλαδή μετά τα χρονικά σημεία των μεταβολών φαίνεται ότι ο PID ελεγκτής <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς με πιο αργό τρόπο, σε σχέση με τον ελεγκτή της μεθοδολογίας Morari - Zafiriou. Επιπλέον οι ελεγκτές P και PI διαπιστώθηκε να έχουν όμοιες συμπεριφορές στις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν, εξαιτίας των ταλαντωτικών συμπεριφορών. Όμως ο PI ελεγκτής είναι καλύτερος, διότι δεν δημιουργεί τόσο μεγάλα σφάλματα όπως ο P ελεγκτής. Επίσης φαίνεται να αντιδράει με πιο κατάλληλο τρόπο σε σχέση με τις διαταραχές που επηρεάζουν το σύστημα κλειστού βρόχου. Τέλος ο PID ελεγκτής παρατηρήθηκε ότι είναι καλύτερος σε σχέση με τον PI, επειδή δεν δημιουργεί διακυμάνσεις στην απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου και επίσης ενεργεί πιο γρήγορα σε όλες τις προσομοιώσεις που διεξήχθη. Καταλήγοντας ο ελεγκτής και κατά συνέπεια το γραμμικό μοντέλο που διαπιστώθηκε ότι είναι καλύτερο για τους παραπάνω λόγους που αναφέρθηκαν, είναι ο ελεγκτής της μεθοδολογίας Morari – Zafiriou. Ακολουθεί ο PID ελεγκτής, μετά ο PI και στο τέλος ο P, ο οποίος είναι ο πιο ακατάλληλος. Για την τρέχων διπλωματική εργασία οι προτάσεις που θα έκανα όσον αφορά την επέκταση της, είναι η εφαρμογή διαφορετικού τύπου ελέγχου. Δηλαδή στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε ο τύπος ελέγχου με ανάδραση ή ανατροφοδότηση (feedback control) και θα πρότεινα να εφαρμοστεί ο τύπος ελέγχου με πρόδραση (feedforward control) ή ένας συνδυασμός ελέγχου ανάδρασης και πρόδρασης. Επιπλέον θα πρότεινα να δημιουργηθεί μοντέρνα σύνθεση ελεγκτή

και να γίνει σύγκριση με τους ήδη υπάρχων ελεγκτές (πχ βέλτιστος έλεγχος). Τέλος άλλη μία πρόταση είναι η εφαρμογή των συγκεκριμένων ελεγκτών της διπλωματικής εργασίας σε ένα σύστημα εναλλάκτη θερμότητας διαφορετικού τύπου (πχ εναλλάκτης θερμότητας τύπου πλάκας). Θα είχε ενδιαφέρον να διαπιστωθεί πως οι συγκεκριμένοι ελεγκτές λειτουργούν σε έναν διαφορετικό τύπο εναλλάκτη με διαφορετικά χαρακτηριστικά και απαιτήσεις. Καταλήγοντας η διαφορά της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας σε σχέση με άλλα επιστημονικά άρθρα όπως: [7], [9], [10], [20] και [21], είναι η σύγκριση των προσομοιώσεων. Δηλαδή στην παρούσα διπλωματική πραγματοποιείται σύγκριση ελεγκτών με βάση ένα είδος ελέγχου, αυτό της ανατροφοδότησης. Ενώ στα άλλα επιστημονικά άρθρα γίνεται σύγκριση ελεγκτών για διαφορετικού είδους ελέγχου (πχ ανάδρασης και ανάδρασης-πρόδρασης).

## Βιβλιογραφία

- [1] U. U. Rehman, "Heat Transfer Optimization of Shell-and-Tube Heat Exchanger through CFD Studies," 2011. Accessed: Mar. 24, 2021. [Online]. Available: <https://odr.chalmers.se/bitstream/20.500.12380/155992/1/155992.pdf>.
- [2] D. Q. Kern, Process Heat Transfer | Enhanced Reader, Internatio. 1950.
- [3] "Volume XXIII: Components of Shell & Tube Heat Exchangers | Boardman LLC." <http://www.boardmaninc.com/news.html/2017/12/28/volume-xxiii-asme-pressure-vessels/> (accessed Mar. 12, 2021).
- [4] R. Mukherjee, "Effectively design hell-and-tube heat exchangers," Chem. Eng. Prog., vol. 94, no. 2, pp. 21–37, 1998.
- [5] "Encyclopedia - saVRee." <https://savree.com/en/encyclopedia/shell-and-tube-type-heat-exchanger> (accessed Mar. 12, 2021).
- [6] "Tube and Shell Heat Exchanger Review - Engineers Edge." [https://www.engineersedge.com/heat\\_exchanger/tube\\_shell.htm](https://www.engineersedge.com/heat_exchanger/tube_shell.htm) (accessed Mar. 26, 2021).
- [7] G. M. Sarabeevi and M. L. Beebi, "Temperature control of shell and tube heat exchanger system using internal model controllers," Feb. 2017, doi: 10.1109/ICNGIS.2016.7854015.
- [8] "Balance Equations." <http://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/PhysicsBasedModels> (accessed Mar. 12, 2021).

- [9] S. Padhee, I. model based P. control of shell and tube heat exchanger system Yuvraj B. Khare, and Y. Singh, "Internal model based PID control of shell and tube heat exchanger system," in TechSym 2011 - Proceedings of the 2011 IEEE Students' Technology Symposium, 2011, pp. 297–302, doi: 10.1109/TECHSYM.2011.5783833.
- [10] S. Padhee, "Controller design for temperature control of heat exchanger system: Simulation studies," WSEAS Trans. Syst. Control, vol. 9, no. 1, pp. 485–491, 2014.
- [11] Πουλιέζος Αναστάσιος, Περί συστημάτων ελέγχου. Αθήνα: Τζιόλα, 2013.
- [12] D. G. S. Charles E. Rohrs, James L. Melsa, Γραμμικά συστήματα αυτόματου ελέγχου. Τζιόλα, 1996.
- [13] "ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α Μετασχηματισμοί Laplace," 2011, pp. 437–471.
- [14] Κωνσταντίνου Κωνσταντίνος, "ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΘΕΜΑ «Μελέτη Αναλογικών, Ψηφιακών και Προγραμματιζόμενων Ελεγκτών», ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ, 2012.
- [15] S. Yehia, "Applying heat exchanger control strategies," Control Eng., vol. 63, no. 1, pp. P1–P6, Jan. 2016.
- [16] "Basic Feedback Control Principles | Closed-loop Control Systems | Automation Textbook." <https://control.com/textbook/closed-loop-control/basic-feedback-control-principles/> (accessed Mar. 13, 2021).
- [17] Γ. Μ. Κ Σιέττος, "Enhanced Reader," 2015.
- [18] F. Merrikh-Bayat and M. Afshar, "Extending the root-locus method to fractional-order systems," J. Appl. Math., 2008, doi: 10.1155/2008/528934.
- [19] D. L. Spencer, L. Philipp, S. Member, and B. Philipp, "Root Loci Design Using Dickson's Technique," 2001.
- [20] S. Khan, "Modelling and Temperature Control of Heat Exchanger process," www.ijraset.com, vol. 2, 2014, Accessed: Mar. 13, 2021. [Online]. Available: www.ijraset.com.
- [21] S. Padhee and Y. Singh, "A comparative analysis of various control strategies implemented on heat exchanger system: A case study," in WCE 2010 - World Congress on Engineering 2010, 2010, vol. 2, pp. 873–877.



## Παραρτήματα

### Συμβολισμοί

A: Εμβαδόν ( $\text{m}^2$ )

E: Συνολική ενέργεια (J)

F: Ρυθμός ροής ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

$G_p(s)$ : Συνάρτηση μεταφοράς στο πεδίο Laplace

$G_p^-(s)$ : Συνάρτηση μεταφοράς ελάχιστης φάσης στο πεδίο Laplace

$G_p^+(s)$ : Συνάρτηση μεταφοράς μη – ελάχιστης φάσης στο πεδίο Laplace

H: Ενθαλπία (J)

$\bar{H}$ : Ειδική ενθαλπία (J/kg)

K: Κινητική ενέργεια (J)

P: Δυναμική ενέργεια (J)

$P_{cr}$ : Κρίσιμη περίοδος σταθερής ταλάντωσης

Q: Ρυθμός ροής θερμότητας (W)

$Q(s)$ : Ευσταθής συνάρτηση μεταφοράς στο πεδίο Laplace

T: Θερμοκρασία (K)

U: Εσωτερική ενέργεια (J)

U: Συντελεστής μεταφοράς θερμότητας ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ )

V: Όγκος ( $\text{m}^3$ )

W: Έργο (J)

$Y_{sp}(s)$ : Επιθυμητό σήμα αναφοράς στο πεδίο Laplace

$c_p$ : Ειδική θερμότητα (J/K \* kg)

$d(t)$ : Διαταραχή στο πεδίο του χρόνου

$e(t)$ : Σφάλμα στο πεδίο του χρόνου

g: Επιτάχυνση βαρύτητας ( $\text{m}/\text{s}^2$ )

$k_c$ : Σταθερά ενίσχυσης

$k_{cr}$ : Κρίσιμη σταθερά ενίσχυσης

$p$ : Στατική πίεση (Pa)

$r$ : Διαφορά του βαθμού του πολυώνυμο για τον παρονομαστή της  $Gp(s)$  μείον το βαθμό του πολυωνύμου για τον αριθμητή της  $Gp(s)$

$t$ : Χρόνος (s)

$u$ : Ταχύτητα (m/s)

$u(t)$ : Μεταβλητή εισόδου στο πεδίο του χρόνου

$x(t)$ : Μεταβλητή κατάστασης στο πεδίο του χρόνου

$y(t)$ : Μεταβλητή εξόδου στο πεδίο του χρόνου

$z$ : Υψομετρική στάθμη, μετρημένη από στάθμη αναφοράς (m)

$\lambda$ : Μικρή χρονική σταθερά

$\rho$ : Πυκνότητα ( $\text{kg/m}^3$ )

$\tau_D$ : Παραγωγική χρονική σταθερά

$\tau_I$ : Ολοκληρωτική χρονική σταθερά

$\omega$ : Συχνότητα (rad/s)

#### Δείκτες

**cold**: ψυχρό ρευστό

**hot**: θερμό ρευστό

**in**: είσοδος ρευστού

**out**: έξοδος ρευστού

**ref**: σημείο αναφοράς

**s**: σημείο μόνιμης κατάστασης

## Παράρτημα 1

### Κώδικας Μη – Γραμμικού Μοντέλου

```
1 function [dx] = Simulation_Heat(Time, x)
2
3
4
5 %Parameters
6
7 Vcold=0.06;          %m3
8 Vhot=60;             %m3
9 A=0.06;              %m2
10 U=835;               %W/m2*K
11 Fin_cold=2.81e-5;    % m3/s
12 Fin_hot=0.062;       % m3/s
13 Tin_hot=(273+150);   %K
14 Tin_cold=(273+25);   %K
15 rcold=1000;          %kg/m3
16 rhot=0.9;            %kg/m3
17 cpcold=4.52e3;        %J/K*kg
18 cphot=1.06e3;        %J/K*kg
19
20 %State Variables
21 Thot = x(1,1);
22 Tcold = x(2,1);
23
24
25 %Dynamic Model of the Hot and Cold Stream
26
27 dx = zeros(2,1);
28
29
30 % Temperature Thot(t)
31 dx(1) = ((Fin_hot/Vhot) * (Tin_hot - x(1))) + ((U*A*(x(2) - x(1))) / (Vhot*rhot*cphot));
32
33 % Temperature Tcold(t)
34 dx(2) = ((Fin_cold/Vcold) * (Tin_cold - x(2))) - ((U*A*(x(2) - x(1))) / (Vcold*rcold*cpcold));
35
36
37 return
38
39
40 clear
41 clc
42
43 tspan=[0:10:12000];
44
45 % Initial Values for State Variables
46 x0(1)=273+150;
47 x0(2)=273+25;
48
49 [tsol,xsol]=ode45(@Simulation_Heat,tspan,x0);
50
51 figure(1);plot(tsol,xsol(:,1));xlabel('Time, s');ylabel('Temperature Thot, K')
52 figure(2);plot(tsol,xsol(:,2));xlabel('Time, s');ylabel('Temperature Tcold, K')
53
54 xlswrite('excel_non-linear.xlsx',[tsol xsol])
```

## Παράρτημα 2

### Κώδικας Γραμμικού Μοντέλου - Taylor

```
1 function [dx] = Simulation_Heat_Linear(Time, x)
2
3
4
5 %Parameters
6
7 Vcold=0.06; %m3
8 Vhot=60; %m3
9 A=0.06; %m2
10 U=835; %W/m2*K
11 Fin_cold=2.81e-5; % m3/s
12 Fin_hot=0.062; % m3/s
13 Tin_hot=(273+150); %K
14 Tin_cold=(273+25); %K
15 rcold=1000; %kg/m3
16 rhot=0.9; %kg/m3
17 cpcold=4.52e3; %J/K*kg
18 cphot=1.06e3; %J/K*kg
19
20 %ss point 1
21 Tcold_s=320;
22 Thot_s=375.75;
23 Fin_cold_s=2.81e-5;
24 Fin_hot_s=0.062;
25 Tin_cold_s=273+25;
26 Tin_hot_s=273+150;
27
28
29
30 %State Variables
31 Thot = x(1,1);
32 Tcold = x(2,1);
33
34
35 %Dynamic Model of the Hot and Cold Stream
36
37 dx = zeros(2,1);
38
39
40 % Temperature Thot(t)
41 dx(1) = ((-Fin_hot_s/Vhot) - ((U*A)/(rhot*cphot*Vhot))) * x(1) + ((U*A)/(Vhot*rhot*cphot)) * x(2) + ((1/Vhot) * (Tin_hot_s-Thot_s)) * ...
42 (Fin_hot-Fin_hot_s) + (Fin_hot_s/Vhot) * (Tin_hot-Tin_hot_s);
43
44
45 % Temperature Tcold(t)
46 dx(2) = ((-Fin_cold_s/Vcold) - ((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold))) * x(2) + ((U*A)/(Vcold*rcold*cpcold)) * x(1) + ((1/Vcold) * ...
47 (Tin_cold_s-Tcold_s)) * (Fin_cold-Fin_cold_s) + (Fin_cold_s/Vcold) * (Tin_cold-Tin_cold_s);
48
49
50 return
51
52
53 clear
54 clc
55
56 tspan=[0:10:12000];
57
58 Tcold_s=320;
59 Thot_s=375.75;
60
61 % Initial Values for State Variables
62 x0(1)=273+150-Thot_s;
63 x0(2)=273+25-Tcold_s;
64
65 [tsol,xsol]=ode45(@Simulation_Heat_Linear,tspan,x0);
66 xsol(:,1)=xsol(:,1)+Thot_s;
67 xsol(:,2)=xsol(:,2)+Tcold_s;
68
69 figure(1);plot(tsol,xsol(:,1));xlabel('Time, sec');ylabel('Temperature Thot, K')
70 figure(2);plot(tsol,xsol(:,2));xlabel('Time, sec');ylabel('Temperature Tcold, K')
```

## Παράρτημα 3

### Κώδικας Γραμμικού Μοντέλου - Χώρου-Κατάστασης

```
1 - clc
2 - clear
3 -
4 - syms s
5 -
6 - %Parameters
7 -
8 - Vcold=0.06;           %m3
9 - Vhot=60;              %m3
10 - A=0.06;              %m2
11 - U=835;                %W/m2*K
12 - Fin_cold=2.81e-5;    % m3/s
13 - Fin_hot=0.062;       % m3/s
14 - Tin_hot=(273+150);   %K
15 - Tin_cold=(273+25);   %K
16 - rcold=1000;          %kg/m3
17 - rhoth=0.9;           %kg/m3
18 - cpcold=4.52e3;        %J/K*kg
19 - cphot=1.06e3;         %J/K*kg
20 -
21 - %ss point 1
22 - Tcold_s=320;
23 - Thot_s=375.75;
24 - Fin_cold_s=2.81e-5;
25 - Fin_hot_s=0.062;
26 - Tin_cold_s=273+25;
27 - Tin_hot_s=273+150;
28 -
29 -
30 - A=[(-(Fin_hot_s)/(Vhot))-((U*A)/(rhoth*cphot*Vhot)) ((U*A)/(rhoth*cphot*Vhot));...
31 -      ((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)) (-(Fin_cold_s)/(Vcold))-((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold))];
32 - B=[((Tin_hot_s-Thot_s)/(Vhot)) 0; 0 ((Tin_cold_s-Tcold_s)/(Vcold))];
33 - x0=[273+150-Thot_s;273+25-Tcold_s];
34 - C=[1 0;0 1];
35 - D=[0 0;0 0];
36 - E=[((Fin_hot_s)/(Vhot)) 0;0 ((Fin_cold_s)/(Vcold))];
37 -
38 - size_A=rank(A);
39 - I=eye(size_A);
40 - u_s=[(Fin_hot-Fin_hot_s)/s; (Fin_cold-Fin_cold_s)/s];
41 - d_s=[(Tin_hot-Tin_hot_s)/s; (Tin_cold-Tin_cold_s)/s];
42 -
43 - x_s=(inv(s*I-A)*x0)+(inv(s*I-A)*B*u_s)+(inv(s*I-A)*E*d_s);
44 - y_s=C*inv(s*I-A)*x0+[C*inv(s*I-A)*B+D]*u_s+[C*inv(s*I-A)*E]*d_s;
45 - Gp=[C*inv(s*I-A)*B+D];
46 -
47 - u_t=ilaplace(u_s);
48 - d_t=ilaplace(d_s);
49 - x_t=ilaplace(x_s);
50 - y_t=ilaplace(y_s);
51 -
52 - Total_Time=12000;
53 - t=0:10:Total_Time;
54 -
55 - u_t=subs(u_t,t);
56 - u_t=double(u_t);
57 - d_t=subs(d_t,t);
58 - d_t=double(d_t);
59 - x_t=subs(x_t,t);
60 - x_t=double(x_t);
61 - y_t=subs(y_t,t);
62 - y_t=double(y_t);
63 -
64 - x_t(1,:)=x_t(1,:)+Thot_s;
65 - x_t(2,:)=x_t(2,:)+Tcold_s;
66 -
```

```

67 - y_t(1,:)=y_t(1,:)+Thot_s;
68 - y_t(2,:)=y_t(2,:)+Tcold_s;
69
70 - u_t(1,:)=u_t(1,:)+Fin_hot_s;
71 - u_t(2,:)=u_t(2,:)+Fin_cold_s;
72
73 - d_t(1,:)=d_t(1,:)+Tin_hot_s;
74 - d_t(2,:)=d_t(2,:)+Tin_cold_s;
75
76 - figure(1);plot(t,x_t(1,:),t,x_t(2,:), '--');xlabel('time, sec');ylabel('x(t)')
77 - figure(2);plot(t,y_t(1,:),t,y_t(2,:), '--');xlabel('time, sec');ylabel('y(t)')
78 - figure(3);plot(t,u_t(1,:),t,u_t(2,:), '--');xlabel('time, sec');ylabel('u(t)')
79 - figure(4);plot(t,d_t(1,:),t,d_t(2,:), '--');xlabel('time, sec');ylabel('d(t)')
80
81 - y_t_new=y_t';

```

## Παράρτημα 4

### Κώδικας Γραμμικού Μοντέλου - Laplace

```

1 - clc
2 - clear
3
4 - syms s t
5
6 - %Parameters
7
8 - Vcold=0.06;           %m3
9 - Vhot=60;              %m3
10 - A=0.06;              %m2
11 - U=835;               %W/m2*K
12 - Fin_cold=2.81e-5; % m3/s
13 - Fin_hot=0.062;       % m3/s
14 - Tin_hot=(273+150);   %K
15 - Tin_cold=(273+25);   %K
16 - rcold=1000;          %kg/m3
17 - rhot=0.9;            %kg/m3
18 - cpcold=4.52e3;       %J/K*kg
19 - cphot=1.06e3;        %J/K*kg
20
21 - %ss point 1
22 - Tcold_s=320;
23 - Thot_s=375.75;
24 - Fin_cold_s=2.81e-5;
25 - Fin_hot_s=0.062;
26 - Tin_cold_s=273+25;
27 - Tin_hot_s=273+150;
28 - T_hot_zero=423-Thot_s;
29 - T_cold_zero=298-Tcold_s;
30
31
32 - %Eisodoi / Diegerseis
33
34 - %Step Change
35 - U1=(Fin_hot-Fin_hot_s)*heaviside(t);
36 - U1=laplace(U1);
37
38 - U2=(Fin_cold-Fin_cold_s)*heaviside(t);
39 - U2=laplace(U2);
40
41 - %Diataraxes
42
43 - %Step Change
44 - D1=(Tin_hot-Tin_hot_s)*heaviside(t);
45 - D1= laplace(D1);
46
47 - D2=(Tin_cold-Tin_cold_s)*heaviside(t);
48 - D2= laplace(D2);
49
50 - %Eisodos/Diegersi i paroxi atmou
51 - Fin_hot=U1;
52 - Fin_cold=U2;
53 - %Diataraxi
54 - Tin_hot=D1;
55 - Tin_cold=D2;
56
57

```

```

58 - Gp_Fin_cold=(( (U*A) / (rho*cph*Vhot)) * ((Tin_cold_s-Tcold_s) / (Vcold))) / ((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)) + ((U*A) / (rho*cph*Vhot))) *...
59 - (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) - ((U*A)^2) / ((rho*cph*Vhot) * (rcold*cpcold*Vcold)));
60
61 - Gp_Tin_cold=(( (U*A) / (rho*cph*Vhot)) * ((Fin_cold_s) / (Vcold))) / ((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)) + ((U*A) / (rho*cph*Vhot))) *...
62 - (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) - ((U*A)^2) / ((rho*cph*Vhot) * (rcold*cpcold*Vcold)));
63
64 - Gp_Fin_hot= (((Tin_hot_s-Thot_s) / (Vhot)) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) / ((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)) +...
65 - ((U*A) / (rho*cph*Vhot))) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) - ((U*A)^2) / ((rho*cph*Vhot) *...
66 - (rcold*cpcold*Vcold)));
67
68 - Gp_Tin_hot= (((Fin_hot_s) / (Vhot)) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) / ((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)) +...
69 - ((U*A) / (rho*cph*Vhot))) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) - ((U*A)^2) / ((rho*cph*Vhot) *...
70 - (rcold*cpcold*Vcold)));
71
72 - Gp_1= ((T_hot_zero) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) / ((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)) + ((U*A) / (rho*cph*Vhot))) *...
73 - (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) - ((U*A)^2) / ((rho*cph*Vhot) * (rcold*cpcold*Vcold)));
74
75
76 - Gp_2= ((T_cold_zero) * ((U*A) / (rho*cph*Vhot))) / ((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)) + ((U*A) / (rho*cph*Vhot))) *...
77 - (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) - ((U*A)^2) / ((rho*cph*Vhot) * (rcold*cpcold*Vcold)));
78
79 - Thot= (Gp_Fin_cold*Fin_cold) + (Gp_Tin_cold*Tin_cold) + Gp_2 + (Gp_Fin_hot*Fin_hot) + (Gp_Tin_hot*Tin_hot) + Gp_1 ;
80
81 - Tcold= (((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)) / (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) * Thot+...
82 - (((Tin_cold_s-Tcold_s) / (Vcold)) / (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) * Fin_cold+...
83 - (((Fin_cold_s) / (Vcold)) / (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)))) * Tin_cold +...
84 - (T_cold_zero) / (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)) + ((U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)));
85
86 - Thot=ilaplace(Thot);
87 - Tcold=ilaplace(Tcold);
88
89 - t=0:10:12000;
90
91 - Thot=subs(Thot,t);
92 - Thot=double(Thot);
93 - Thot=Thot+Thot_s;
94
95 - Tcold=subs(Tcold,t);
96 - Tcold=double(Tcold);
97 - Tcold=Tcold+Tcold_s;
98
99 - u1=ilaplace((Fin_hot));
100 - u1=subs(u1,t);
101 - u1=double(u1);
102 - u1=u1+Fin_hot_s;
103
104 - u2=ilaplace((Fin_cold));
105 - u2=subs(u2,t);
106 - u2=double(u2);
107 - u2=u2+Fin_cold_s;
108
109 - d1=ilaplace(Tin_hot);
110 - d1=subs(d1,t);
111 - d1=double(d1);
112 - d1=d1+Tin_hot_s;
113
114 - d2=ilaplace(Tin_cold);
115 - d2=subs(d2,t);
116 - d2=double(d2);
117 - d2=d2+Tin_cold_s;
118
119 - figure(1);plot(t,Thot);xlabel('time, sec');ylabel('Thot(t)')
120 - figure(2);plot(t,Tcold);xlabel('time, sec');ylabel('Tcold(t)')
121 - figure(3);plot(t,u1);xlabel('time, sec');ylabel('Fin_hot(t)')
122 - figure(4);plot(t,u2);xlabel('time, sec');ylabel('Fin_cold(t)')
123 - figure(5);plot(t,d1);xlabel('time, sec');ylabel('Tin_hot(t)')
124 - figure(6);plot(t,d2);xlabel('time, sec');ylabel('Tin_cold(t)')

```

## Παράρτημα 5

### Κώδικας για το Σύστημα Ανοικτού Βρόχου

```
1 - clear all
2 - clc
3
4 - syms s
5
6 - %Parameters
7
8 - Vcold=0.06;           %m3
9 - Vhot=60;              %m3
10 - A=0.06;              %m2
11 - U=835;               %W/m2*K
12 - Fin_cold=2.81e-5;    % m3/s
13 - Fin_hot=0.062;       % m3/s
14 - Tin_hot=(273+150);   %K
15 - Tin_cold=(273+25);   %K
16 - rcold=1000;          %kg/m3
17 - rhot=0.9;            %kg/m3
18 - cpcold=4.52e3;       %J/K*kg
19 - cphot=1.06e3;        %J/K*kg
20
21 - %ss point 1
22 - Tcold_s=320;
23 - Thot_s=375.75;
24 - Fin_cold_s=2.81e-5;
25 - Fin_hot_s=0.062;
26 - Tin_cold_s=273+25;
27 - Tin_hot_s=273+150;
28 - T_hot_zero=423-Thot_s;
29 - T_cold_zero=298-Tcold_s;
30
31 - Gp_Fin_cold=((U*A)/(rhot*cphot*Vhot))*((Tin_cold_s-Tcold_s)/(Vcold))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rhot*cphot*Vhot)))*...
32 - (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-(((U*A)^2)/((rhot*cphot*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
33
34 - Gp= Gp_Fin_cold;
35
36 - [num,den]=numden(Gp)
37
38 - num=sym2poly(num)
39 - den=sym2poly(den)
40
41 - ROOTS=roots(den)
42 - [a,b]=size(ROOTS);
43
44 - for i=1:1:a;
45
46 -     if ROOTS(i)>0
47 -         disp('το σύστημα είναι ασταθές')
48 -     elseif ROOTS(i)<0
49 -         disp('το σύστημα είναι ευσταθές')
50 -     else
51 -         disp('το σύστημα είναι οριακά ευσταθές')
52 -     end
53 - end
```



## Παράρτημα 6

### Κώδικας Γεωμετρικού Τόπου Ριζών

```
1 - clear all
2 - clc
3
4 - syms s
5
6 - %Parameters
7
8 - Vcold=0.06;          %m3
9 - Vhot=60;             %m3
10 - A=0.06;              %m2
11 - U=835;               %W/m2*K
12 - Fin_cold=2.81e-5;    % m3/s
13 - Fin_hot=0.062;       % m3/s
14 - Tin_hot=(273+150);   %K
15 - Tin_cold=(273+25);   %K
16 - rcold=1000;          %kg/m3
17 - rhot=0.9;            %kg/m3
18 - cpcold=4.52e3;        %J/K*kg
19 - cphot=1.06e3;        %J/K*kg
20
21 - %ss point 1
22 - Tcold_s=320;
23 - Thot_s=375.75;
24 - Fin_cold_s=2.81e-5;
25 - Fin_hot_s=0.062;
26 - Tin_cold_s=273+25;
27 - Tin_hot_s=273+150;
28 - T_hot_zero=423-Thot_s;
29 - T_cold_zero=298-Tcold_s;
30
31 - Gp_Fin_cold=((U*A)/(rhot*cphot*Vhot))*((Tin_cold_s-Tcold_s)/(Vcold))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rhot*cphot*Vhot)))*...
32 - (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rhot*cphot*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold)));
33
34 - Gv=1;
35 - Gm=1;
36
37 - Kc=1;
38 - Gc=Kc;
39 - G_open_loop=(Gp_Fin_cold)*Gc*Gm*Gv;
40 - G_open_loop=simplifyFraction(G_open_loop)
41 - [num,den]=numden(G_open_loop)
42
43 - num=sym2poly(num);
44 - den=sym2poly(den);
45
46 - Roots_den=roots(den)
47 - Roots_num=roots(num)
48
49 - G_root_locus=tf(num,den)
50
51 - figure(1);rlocus(G_root_locus)
```

## Παράρτημα 7

### Κώδικας Απόκρισης Κλειστού Βρόχου

```
1 - clear all
2 - clc
3
4 - syms s t
5
6 - %Parameters
7
8 - Vcold=0.06;          %m3
9 - Vhot=60;             %m3
10 - A=0.06;             %m2
11 - U=835;              %W/m2*K
12 - Fin_cold=2.81e-5;   % m3/s
13 - Fin_hot=0.062;      % m3/s
14 - Tin_hot=(273+150);  %K
15 - Tin_cold=(273+25);  %K
16 - rcold=1000;         %kg/m3
17 - rhot=0.9;           %kg/m3
18 - cpcold=4.52e3;      %J/K*kg
19 - cphot=1.06e3;       %J/K*kg
20
21 - %ss point 1
22 - Tcold_s=320;
23 - Thot_s=375.75;
24 - Fin_cold_s=2.81e-5;
25 - Fin_hot_s=0.062;
26 - Tin_cold_s=273+25;
27 - Tin_hot_s=273+150;
28 - T_hot_zero=423-Thot_s;
29 - T_cold_zero=298-Tcold_s;
30
31 - %Eisodoi / Diegerseis
32
33 - %Step Change
34 - U1=(Fin_hot-Fin_hot_s)*heaviside(t);
35 - U1=laplace(U1);
36
37 - D1=(Tin_hot-Tin_hot_s)*heaviside(t);
38 - D1= laplace(D1);
39
40 - D2=(Tin_cold-Tin_cold_s)*heaviside(t);
41 - D2= laplace(D2);
42
43 - %Eisodos/Diegersi i paroxi atmou
44 - Fin_hot=U1;
45 - %Diataraxi
46 - Tin_hot=D1;
47 - Tin_cold=D2;
48
49 - Gp_Fin_cold=((U*A)/(rhot*cphot*Vhot))*((Tin_cold_s-Tcold_s)/(Vcold))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rhot*cphot*Vhot)))*...
50 - (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rhot*cphot*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
51
52 - Gp_Tin_cold=((U*A)/(rhot*cphot*Vhot))*((Fin_cold_s)/(Vcold))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rhot*cphot*Vhot)))*...
53 - (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rhot*cphot*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
54
55 - Gp_Fin_hot= (((Tin_hot_s-Thot_s)/(Vhot))*(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+...
56 - ((U*A)/(rhot*cphot*Vhot))*(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rhot*cphot*Vhot)*...
57 - (rcold*cpcold*Vcold))));
58
59 - Gp_Tin_hot= (((Fin_hot_s)/(Vhot))*(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+...
60 - ((U*A)/(rhot*cphot*Vhot))*(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rhot*cphot*Vhot)*...
61 - (rcold*cpcold*Vcold))));
62
63 - Gp_l= ((T_hot_zero)*(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rhot*cphot*Vhot)))*...
64 - (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rhot*cphot*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
```

```

65
66 - Gp_2= ((T_cold_zero)*((U*A)/(rhot*cphot*Vhot)))/(((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rhot*cphot*Vhot)))*...
67 (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-(((U*A)^2)/((rhot*cphot*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
68
69
70 - Gv=1;
71 - Gm=1;
72
73 - Kc=0.0000001; %2.7e-06 %5.5e-06 %3.37e-06;
74 - Gc=Kc;
75 - Ysp=(375-Thot_s)/s;
76
77 - Y=(Gp_Fin_cold*Gv*Gc/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm))*Ysp + (Gp_Tin_cold/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm))*Tin_cold +...
78 (Gp_Fin_hot/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm))*Fin_hot + (Gp_Tin_hot/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm))*Tin_hot + ...
79 (Gp_1+Gp_2)/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm);
80 - Error=Ysp-Y;
81
82 - G_help=simplifyFraction(Y)
83 - [num,den]=numden(Y)
84
85 - num=sym2poly(num);
86 - den=sym2poly(den);
87
88 - Roots_den=roots(den)
89 - Roots_num=roots(num)
90
91
92 - y=ilaplace(Y)
93 - error=ilaplace(Error);
94
95 - Total_Time=20000;
96 - t=0:10:Total_Time;
97 - y=subs(y,t);
98 - y=double(y);
99 - y=y+Thot_s;
100 - yspl=ilaplace(Ysp);
101 - yspl=subs(yspl,t);
102 - yspl=double(yspl);
103 - error=subs(error,t);
104 - error=double(error);
105
106 - ysp=yspl+Thot_s;
107 - figure(1);plot(t,y,t,ysp,'--');xlabel('time,sec');ylabel('y(t)')

```

## Παράρτημα 8

### Κώδικας για τη μέθοδο Ziegler – Nichols (γραμμικό μοντέλο)

```

1 - clear all
2 - clc
3
4 - syms s t
5
6 - %Parameters
7
8 - Vcold=0.06; %m3
9 - Vhot=60; %m3
10 - A=0.06; %m2
11 - U=835; %W/m2*K
12 - Fin_cold=2.81e-5; % m3/s
13 - Fin_hot=0.062; % m3/s
14 - Tin_hot=(273+150); %K
15 - Tin_cold=(273+25); %K
16 - rcold=1000; %kg/m3
17 - rhot=0.9; %kg/m3
18 - cpcold=4.52e3; %J/K*kg
19 - cphot=1.06e3; %J/K*kg
20
21 - %ss point 1
22 - Tcold_s=320;
23 - Thot_s=375.75;
24 - Fin_cold_s=2.81e-5;
25 - Fin_hot_s=0.062;
26 - Tin_cold_s=273+25;
27 - Tin_hot_s=273+150;
28 - T_hot_zero=423-Thot_s;
29 - T_cold_zero=298-Tcold_s;

```

```

30
31 %Eisodoi / Diegerseis
32
33 %Step Change
34 - U1=(Fin_hot-Fin_hot_s)*heaviside(t);
35 - U1=laplace(U1);
36
37 - U2=(Fin_cold-Fin_cold_s)*heaviside(t);
38 - U2=laplace(U2);
39
40 - D1=(Tin_hot-Tin_hot_s)*heaviside(t);
41 - D1= laplace(D1);
42
43 - D2=(Tin_cold-Tin_cold_s)*heaviside(t);
44 - D2= laplace(D2);
45
46 %Eisodos/Diegersi i paroxi atmou
47 - Fin_hot=U1;
48 - Fin_cold=U2;
49 %Diataraxi
50 - Tin_hot=D1;
51 - Tin_cold=D2;
52
53
54 - Gp_Fin_cold=(( (U*A) / (rho*cphot*Vhot)) * ((Tin_cold_s-Tcold_s) / (Vcold)) / (((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)))+(U*A) / (rho*cphot*Vhot))) *...
55 - (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) - ((U*A)^2 / ((rho*cphot*Vhot) * (rcold*cpcold*Vcold))));
56
57 - Gp_Tin_cold=(( (U*A) / (rho*cphot*Vhot)) * ((Fin_cold_s) / (Vcold)) / (((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)))+(U*A) / (rho*cphot*Vhot))) *...
58 - (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) - ((U*A)^2 / ((rho*cphot*Vhot) * (rcold*cpcold*Vcold))));
59
60 - Gp_Fin_hot= (( (Tin_hot_s-Thot_s) / (Vhot)) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) / (((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)))+(U*A) / (rho*cphot*Vhot))) *...
61 - ((U*A) / (rho*cphot*Vhot))) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) - ((U*A)^2 / ((rho*cphot*Vhot) *...
62 - (rcold*cpcold*Vcold))));
63
64 - Gp_Tin_hot= (( (Fin_hot_s) / (Vhot)) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) / (((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)))+(U*A) / (rho*cphot*Vhot))) *...
65 - ((U*A) / (rho*cphot*Vhot))) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) - ((U*A)^2 / ((rho*cphot*Vhot) *...
66 - (rcold*cpcold*Vcold))));
67
68 - Gp_1= ((T_hot_zero) * (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) / (((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)))+(U*A) / (rho*cphot*Vhot))) *...
69 - (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) - ((U*A)^2 / ((rho*cphot*Vhot) * (rcold*cpcold*Vcold))));
70
71 - Gp_2= ((T_cold_zero) * (U*A) / (rho*cphot*Vhot)) / (((s+((Fin_hot_s) / (Vhot)))+(U*A) / (rho*cphot*Vhot))) *...
72 - (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) - ((U*A)^2 / ((rho*cphot*Vhot) * (rcold*cpcold*Vcold))));
73
74
75 - Gv=1;
76 - Gm=1;
77
78
79 - Kcr=0.0000001;
80 - Pcr=500 * ((2*pi) / 0.188);
81
82 %P Ziegler Nichols
83 - Kc=(-1000) * 0.5 * Kcr;
84 - P=Kc;
85
86 %PI Ziegler Nichols
87 - Kc=(-1000) * 0.45 * Kcr; tI=0.7 * (Pcr / 1.2);
88 - PI=Kc * (1 + (1 / (tI * s)));
89
90 %PID Ziegler Nichols
91 - Kc=(-1000) * 0.6 * Kcr; tI=0.7 * 0.5 * Pcr; tD=0.125 * Pcr;
92 - PID=Kc * (1 + (1 / (tI * s)) + tD * s);
93
94 - Gc=PID
95 - Ysp=(375-Thot_s) / s;
96 %Ysp=(( (375-Thot_s) / s) + (8/s) * exp(-5000*s) + (4/s) * exp(-16000*s) - (6/s) * exp(-24000*s);
97 - Tin_hot=(( (423-Tin_hot_s) / s) + (150/s) * exp(-10000*s) - (130/s) * exp(-20000*s);
98 - Tin_cold=(( (298-Tin_cold_s) / s) + (20/s) * exp(-15000*s) - (15/s) * exp(-25000*s);
99
100 - Y=(Gp_Fin_cold*Gv*Gc / (1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm)) * Ysp + (Gp_Tin_cold / (1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm)) * Tin_cold +...
101 - (Gp_Fin_hot / (1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm)) * Fin_hot + (Gp_Tin_hot / (1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm)) * Tin_hot +...
102 - (Gp_1+Gp_2) / (1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm);
103 - Tcold=(( (U*A) / (rcold*cpcold*Vcold)) / (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) * Y+...
104 - (((Tin_cold_s-Tcold_s) / (Vcold)) / (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) * Fin_cold+...
105 - (((Fin_cold_s) / (Vcold)) / (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold))) * Tin_cold +...
106 - (T_cold_zero) / (s+((Fin_cold_s) / (Vcold)))+(U*A) / (rcold*cpcold*Vcold));
107 - Error=Ysp-Y;
108 - U=(Gc*Gv*Error);
109
110 - y=ilaplace(Y)
111 - ysp1=ilaplace(Ysp);
112 - Tcold=ilaplace(Tcold);
113 - error=ilaplace(Error);
114 - u=ilaplace(U);
115 - d1=ilaplace(Tin_hot);
116 - d2=ilaplace(Tin_cold);
117
118 - Total_Time=40000;
119 - t=0:10:Total_Time;
120

```

```

121 - y=subs(y,t);
122 - y=double(y);
123 - y=y+Thot_s;
124
125 - yspl=subs(yspl,t);
126 - yspl=double(yspl);
127 - ysp=yspl+Thot_s;
128
129 - Tcold=subs(Tcold,t);
130 - Tcold=double(Tcold);
131 - Tcold=Tcold+Tcold_s;
132
133 - error=subs(error,t);
134 - error=double(error);
135
136 - u=subs(u,t);
137 - u=double(u);
138 - u=u+Fin_cold_s;
139
140 - for i=1:length(u);
141
142 -     if u(i) < 0
143 -         u(i)=0;
144 -     else
145 -         u(i) = u(i);
146 -     end
147 - end
148
149
150 - d1=subs(d1,t);
151 - d1=double(d1);
152 - d1=d1+Tin_hot_s;
153
154 - d2=subs(d2,t);
155 - d2=double(d2);
156 - d2=d2+Tin_cold_s;
157
158 - figure(1);plot(t,y,t,ysp,'--');xlabel('time,sec');ylabel('y(t)')
159 - figure(2);plot(t,error);xlabel('time,sec');ylabel('error(t)')
160 - figure(3);plot(t,u);xlabel('time,sec');ylabel('u(t)')
161 - figure(4);plot(t,Tcold);xlabel('time, sec');ylabel('Tcold(t)')
162 - figure(5);plot(t,d1);xlabel('time, sec');ylabel('Tin_hot(t)')
163 - figure(6);plot(t,d2);xlabel('time, sec');ylabel('Tin_cold(t)')

```

## Παράρτημα 9

### Κώδικας για τη μέθοδο Morari - Zafiriou

```

1 - clear all
2 - clc
3
4 - syms s t
5
6 - %Parameters
7
8 - Vcold=0.06;           %m3
9 - Vhot=60;              %m3
10 - A=0.06;              %m2
11 - U=835;               %W/m2*K
12 - Fin_cold=2.81e-5;    % m3/s
13 - Fin_hot=0.062;       % m3/s
14 - Tin_hot=(273+150);    %K
15 - Tin_cold=(273+25);    %K
16 - rcold=1000;          %kg/m3
17 - rhot=0.9;            %kg/m3
18 - cpcold=4.52e3;       %J/K*kg
19 - cphot=1.06e3;        %J/K*kg
20
21 - %ss point 1
22 - Tcold_s=320;
23 - Thot_s=375.75;
24 - Fin_cold_s=2.81e-5;
25 - Fin_hot_s=0.062;
26 - Tin_cold_s=273+25;
27 - Tin_hot_s=273+150;
28 - T_hot_zero=423-Thot_s;
29 - T_cold_zero=298-Tcold_s;
30
31 - %Step Change
32 - U1=(Fin_hot-Fin_hot_s)*heaviside(t);

```

```

33 - U1=laplace(U1);
34
35 - U2=(Fin_cold-Fin_cold_s)*heaviside(t);
36 - U2=laplace(U2);
37
38 - D1=(Tin_hot-Tin_hot_s)*heaviside(t);
39 - D1= laplace(D1);
40
41 - D2=(Tin_cold-Tin_cold_s)*heaviside(t);
42 - D2= laplace(D2);
43
44 %Eisodos/Diegersi i paroxi atmou
45 Fin_hot=U1;
46 Fin_cold=U2;
47 %Diataraxi
48 Tin_hot=D1;
49 Tin_cold=D2;
50
51
52 lamda=1;r=2;
53
54
55 Gp_Fin_cold=((U*A)/(rho*cpho*Vhot))*((Tin_cold_s-Tcold_s)/(Vcold))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rho*cpho*Vhot)))*...
56 (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rho*cpho*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
57 Gp_plus=1;
58 Gp_minus=Gp_Fin_cold;
59 Gc=(1/Gp_minus)*(1/((lamda*s+1)^r)-Gp_plus));
60
61
62 Gp_Tin_cold=((U*A)/(rho*cpho*Vhot))*((Fin_cold_s)/(Vcold))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rho*cpho*Vhot)))*...
63 (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rho*cpho*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
64
65 Gp_Fin_hot=((Tin_hot_s-Thot_s)/(Vhot))*((s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+...
66 ((U*A)/(rho*cpho*Vhot)))*(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rho*cpho*Vhot)*...
67 (rcold*cpcold*Vcold))));
68
69 Gp_Tin_hot=((Fin_hot_s)/(Vhot))*((s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+...
70 ((U*A)/(rho*cpho*Vhot)))*(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rho*cpho*Vhot)*...
71 (rcold*cpcold*Vcold))));
72
73 Gp_1=((T_hot_zero)*(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rho*cpho*Vhot)))*...
74 (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rho*cpho*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
75
76 Gp_2=((T_cold_zero)*(U*A)/(rho*cpho*Vhot))/((s+((Fin_hot_s)/(Vhot))+((U*A)/(rho*cpho*Vhot)))*...
77 (s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))-((U*A)^2)/((rho*cpho*Vhot)*(rcold*cpcold*Vcold))));
78
79 Gv=1;
80 Gm=1;
81
82 Ysp=((375-Thot_s)/s);
83 %Ysp=((375-Thot_s)/s)+(8/s)*exp(-5000*s)+(4/s)*exp(-16000*s)-(6/s)*exp(-24000*s);
84 Tin_hot=((423-Tin_hot_s)/s)+(150/s)*exp(-10000*s)-(130/s)*exp(-20000*s);
85 Tin_cold=((298-Tin_cold_s)/s)+(20/s)*exp(-15000*s)-(15/s)*exp(-25000*s);
86
87 Y=(Gp_Fin_cold*Gv*Gc/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm))*Ysp + (Gp_Tin_cold/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm))*Tin_cold +...
88 (Gp_Fin_hot/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm))*Fin_hot + (Gp_Tin_hot/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm))*Tin_hot +...
89 (Gp_1+Gp_2)/(1+Gp_Fin_cold*Gv*Gc*Gm);
90 Tcold=((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold))/(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))*Y+...
91 ((Tin_cold_s-Tcold_s)/(Vcold))/(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))*Fin_cold+...
92 ((Fin_cold_s)/(Vcold))/(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)))*Tin_cold +...
93 (T_cold_zero)/(s+((Fin_cold_s)/(Vcold))+((U*A)/(rcold*cpcold*Vcold)));
94
95 Error=Ysp-Y;
96 U=Gc*Gv*Error;
97
98 y=ilaplace(Y)
99 ysp1=ilaplace(Ysp);
100 Tcold=ilaplace(Tcold);
101 error=ilaplace(Error);
102 u=ilaplace(U);
103 dl=ilaplace(Tin_hot);
104 d2=ilaplace(Tin_cold);
105
106 Total_Time=40000;
107 t=0:10:Total_Time;
108
109 y=subs(y,t);
110 y=double(y);
111 y=y+Thot_s;
112
113 ysp1=subs(ysp1,t);
114 ysp1=double(ysp1);
115 ysp=ysp1+Thot_s;
116
117 Tcold=subs(Tcold,t);
118 Tcold=double(Tcold);
119 Tcold=Tcold+Tcold_s;
120
121 error=subs(error,t);
122 error=double(error);
123

```

```

124 - u=subs(u,t);
125 - u=double(u);
126 - u=u+Fin_cold_s;
127
128 - for i=1:length(u);
129
130 -     if u(i) < 0
131 -         u(i)=0;
132 -     else
133 -         u(i) = u(i);
134 -     end
135
136 - end
137
138 - dl=subs(dl,t);
139 - dl=double(dl);
140 - dl=dl+Tin_hot_s;
141
142 - d2=subs(d2,t);
143 - d2=double(d2);
144 - d2=d2+Tin_cold_s;
145
146 - figure(1);plot(t,y,t,ysp,'--');xlabel('time,sec');ylabel('y(t)')
147 - figure(2);plot(t,error);xlabel('time,sec');ylabel('error(t)')
148 - figure(3);plot(t,u);xlabel('time,sec');ylabel('u(t)')
149 - figure(4);plot(t,Tcold);xlabel('time, sec');ylabel('Tcold(t)')
150 - figure(5);plot(t,d1);xlabel('time, sec');ylabel('Tin_hot(t)')
151 - figure(6);plot(t,d2);xlabel('time, sec');ylabel('Tin_cold(t)')

```

## Παράρτημα 10

### Κώδικας για τη μέθοδο Ziegler – Nichols (μη – γραμμικό μοντέλο)

```

1  function [dx] = Simulation_Heat_PID(Time, x)
2
3
4
5  %Parameters
6
7  Vcold=0.06;           %m3
8  Vhot=60;              %m3
9  A=0.06;               %m2
10 U=835;                %W/m2*K
11 Fin_cold=2.81e-3;     % m3/s
12 Fin_hot=0.062;        % m3/s
13 Tin_hot=(273+150);    %K
14 Tin_cold=(273+25);    %K
15 rcold=1000;           %kg/m3
16 rhot=0.9;             %kg/m3
17 cpcold=4.52e3;        %J/K*kg
18 cphot=1.06e3;         %J/K*kg
19
20 Kcr=0.0000001;
21 Pcr=500*((2*pi)/0.188);
22
23 %Controller
24 %PID
25 Kc=(-1000)*0.6*Kcr;
26 tI=0.7*0.5*Pcr;
27 tD=0.125*Pcr;
28
29 %PI
30 %Kc=(-1000)*0.45*Kcr;
31 %tI=0.7*(Pcr/1.2);
32 %tD=0;
33
34 %P
35 %Kc=(-1000)*0.5*Kcr;
36 %tI=1000000000;
37 %tD=0;
38
39 %State Variables
40 Thot = x(1,1);
41 Tcold = x(2,1);
42 e = x(3,1);
43
44

```

```

45 - for i=1:length(Time);
46
47 - if Time(i) >= 0 & Time(i) < 5000
48
49 -     Thot_sp(i)=375;
50 -     error(i)=Thot_sp(i)-Thot;
51
52 - %elseif Time(i) >= 5000 & Time(i) < 16000
53
54 -     % Thot_sp(i)=383;
55 -     % error(i)=Thot_sp(i)-Thot;
56
57 - %elseif Time(i) >= 16000 & Time(i) < 24000
58
59 -     % Thot_sp(i)=387;
60 -     % error(i)=Thot_sp(i)-Thot;
61
62 - else
63 -     Thot_sp(i)=375;
64 -     error(i)=Thot_sp(i)-Thot;
65
66 - end
67
68 - end
69
70
71
72 - for i=1:length(Time);
73
74 - if Time(i) >= 0 & Time(i) < 10000
75 -     Tin_hot(i)=423;
76 - elseif Time(i) >= 10000 & Time(i) < 20000
77 -     Tin_hot(i)=573;
78 - else
79 -     Tin_hot(i)=443; %423
80 - end
81
82 - end
83
84 - for i=1:length(Time);
85
86 - if Time(i) >= 0 & Time(i) < 15000
87 -     Tin_cold(i)=298;
88 - elseif Time(i) >= 15000 & Time(i) < 25000
89 -     Tin_cold(i)=318;
90 - else
91 -     Tin_cold(i)=303; %298
92 - end
93
94 - end
95
96 - %Dynamic Model of the Hot and Cold Stream
97
98 - dx = zeros(3,1);
99
100
101 - % Temperature Thot(t)
102 - dx(1)=((Fin_hot/Vhot)*(Tin_hot-x(1)))+(U*A*(x(2)-x(1)))/(Vhot*rhot*cphot));
103
104 - % Temperature Tcold(t)
105 - % dx(2)=((Fin_cold/Vcold)*(Tin_cold-x(2)))-(U*A*(x(2)-x(1)))/(Vcold*rcold*cpcold));
106
107 - dx(2)=((Kc*error+(Kc/tI)*e+Kc*tD*dx(3))/Vcold)*(Tin_cold-x(2))-(U*A*(x(2)-x(1)))/(Vcold*rcold*cpcold));
108
109 - %Integral of Error
110 - dx(3)=Thot_sp-Thot;
111
112 - return

```

```

1 - clear
2 - clc
3
4 - Kcr=0.0000001;
5 - Pcr=500*((2*pi)/0.188);
6
7 - %Controller
8 - %PID
9 - Kc=(-1000)*0.6*Kcr;
10 - tI=0.7*0.5*Pcr;
11 - tD=0.125*Pcr;
12

```



```

13 %PI
14 %Kc=(-1000)*0.45*Kcr;
15 %tI=0.7*(Pcr/1.2);
16 %tD=0;
17
18 % P
19 %Kc=(-1000)*0.5*Kcr;
20 %tI=1000000000;
21 %tD=0;
22
23 tspan=[0:10:40000];
24
25
26 % Initial Values for State Variables
27 x0(1)=273+150;
28 x0(2)=273+25;
29 x0(3)=0;
30
31 [tsol,xsol]=ode45(@Simulation_Heat_PID,tspan,x0);
32
33 for i=1:length(tsol);
34
35     if tsol(i) >= 0 & tsol(i) < 5000
36
37         Thot_sp(i)=375;
38         error(i)=Thot_sp(i)-xsol(i,1);
39
40     elseif tsol(i) >= 5000 & tsol(i) < 16000
41
42         % Thot_sp(i)=383;
43         % error(i)=Thot_sp(i)-xsol(i,1);
44
45     elseif tsol(i) >= 16000 & tsol(i) < 24000
46
47         % Thot_sp(i)=387;
48         % error(i)=Thot_sp(i)-xsol(i,1);
49
50     else
51         Thot_sp(i)=375;
52         error(i)=Thot_sp(i)-xsol(i,1);
53
54     end
55
56 end
57
58 for i=1:length(tsol);
59
60     if tsol(i) >= 0 & tsol(i) < 10000
61         Tin_hot(i)=423;
62     elseif tsol(i) >= 10000 & tsol(i) < 20000
63         Tin_hot(i)=573;
64     else
65         Tin_hot(i)=443; %423
66     end
67
68 end
69
70 for i=1:length(tsol);
71
72     if tsol(i) >= 0 & tsol(i) < 15000
73         Tin_cold(i)=298;
74     elseif tsol(i) >= 15000 & tsol(i) < 25000
75         Tin_cold(i)=318;
76     else
77         Tin_cold(i)=303; %298
78     end
79
80 end
81
82 %Extra Calculations
83
84
85 for i=1:length(tsol)-1;
86
87     Fin_cold(i)=2.81e-3+Kc*error(i)+(Kc/tI)*xsol(i,3)+(Kc*tD)*((xsol(i+1,3)-xsol(i,3))/i);
88
89 end
90
91 Fin_cold=[2.81e-3 Fin_cold];
92
93 for i=1:length(Fin_cold);
94
95     if Fin_cold(i) < 0
96         Fin_cold(i)=0;

```

```

97 - else
98 -     Fin_cold(i) = Fin_cold(i);
99 - end
100 -
101 - end
102 -
103 -
104 - figure(1);plot(tsol,xsol(:,1), tsol, Thot_sp, '--');xlabel('Time, s');ylabel('Temperature Thot, K')
105 - figure(2);plot(tsol,xsol(:,2));xlabel('Time, s');ylabel('Temperature Tcold, K')
106 - figure(3);plot(tsol,error);xlabel('Time, s');ylabel('Error, K')
107 - figure(4);plot(tsol,Tin_hot);xlabel('Time, s');ylabel('Disturbance variable, Tinhot, K')
108 - figure(5);plot(tsol,Tin_cold);xlabel('Time, s');ylabel('Disturbance variable, Tincold, K')
109 - figure(6);plot(tsol,Fin_cold);xlabel('Time, s');ylabel('Manipulated variable, Fincold, m3/s')
110 -
111 - xlswrite('excel non-linear.xlsx',[tsol xsol])

```

## Παράρτημα 11

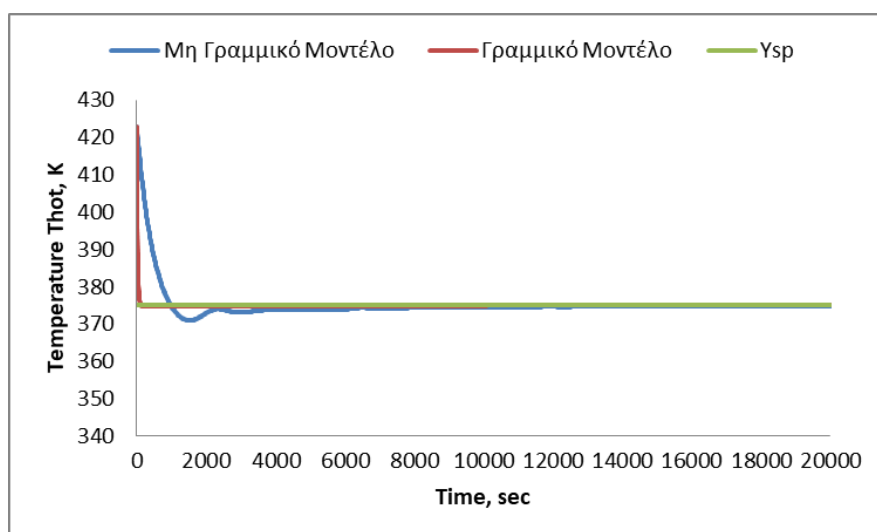
Στο συγκεκριμένο παράρτημα θα παρουσιαστούν τα συγκριτικά αποτελέσματα του συστήματος κλειστού βρόχου για το γραμμικό μοντέλο και μη – γραμμικό μοντέλο, με παρουσία του PID ελεγκτή. Το μη-γραμμικό μοντέλο (Παράρτημα 10) αναφέρεται στις διαφορικές εξισώσεις (2.13) και (2.15) με την παρουσία του ελεγκτή PID. Οι προσομοιώσεις θα αφορούν:

- Σταθερό σήμα αναφοράς στο σύστημα κλειστού βρόχου
- Μεταβλητό σήμα αναφοράς στο σύστημα κλειστού βρόχου
- Μεταβολές σε μία διαταραχή ( $T_{in,hot}$  ή  $T_{in,cold}$ ) του συστήματος κλειστού βρόχου για σταθερό σήμα αναφοράς
- Μεταβολές και στις δύο διαταραχές ( $T_{in,hot}$ ,  $T_{in,cold}$ ) του συστήματος κλειστού βρόχου για σταθερό σήμα αναφοράς

Όλες οι προσομοιώσεις θα παρουσιαστούν μέσα από διαγράμματα του Excel στο πεδίο του χρόνου. Στόχος του παρόντος παραρτήματος είναι να διαπιστωθεί πόσο κοντά είναι τα αποτελέσματα του μη-γραμμικού με το γραμμικό μοντέλο.

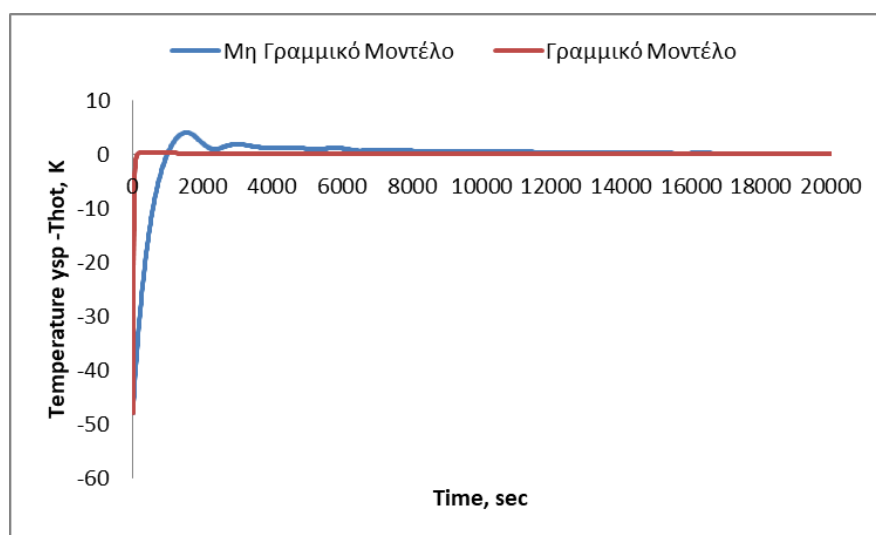
### Πρώτη προσομοίωση

Το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει σταθερό σήμα αναφοράς με τιμή θερμοκρασίας τους 375 K, σε όλο το πεδίο του χρόνου (20.000 sec).



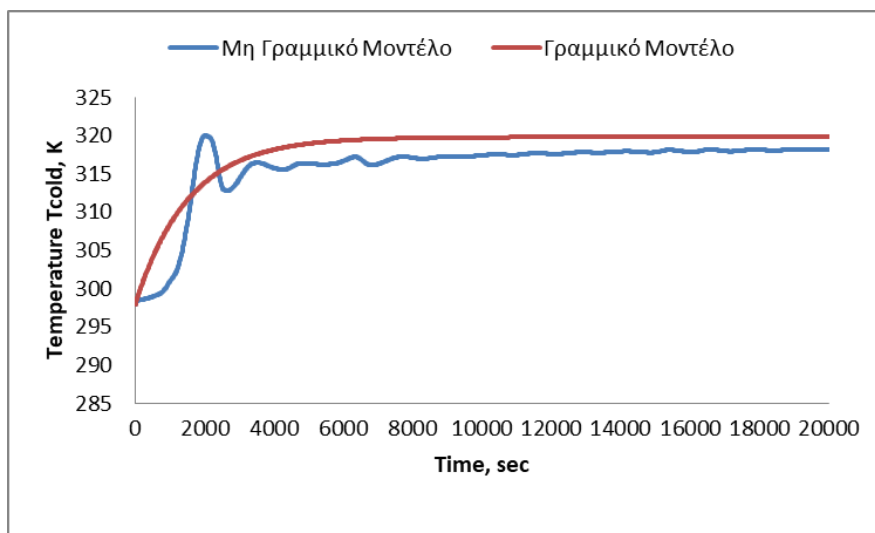
**Διάγραμμα 4.13:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Από το παραπάνω διάγραμμα 4.13 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας σε σχέση με τον PID ελεγκτή για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Όπως διαπιστώνεται οι αποκρίσεις ξεκινούν από τη θερμοκρασία των 423 K και μετά από 20.000 sec πέφτει στους 375 K, που είναι και το επιθυμητό σήμα αναφοράς. Συγκριτικά τα δύο μοντέλα δεν φαίνονται να έχουν μεγάλες αποκλίσεις, κάτι το οποίο είναι σημαντικό αφού το απλουστευμένο μοντέλο (γραμμικό) προσεγγίζει το πραγματικό (μη – γραμμικό). Οι μόνες διαφορές είναι ότι το γραμμικό μοντέλο φαίνεται να <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς με πιο γρήγορο τρόπο, σε σχέση με το μη – γραμμικό. Επίσης το μη – γραμμικό μοντέλο στο χρόνο 1.000 – 2.000 sec παρατηρείται πως η θερμοκρασία του θερμού ρεύματος πέφτει κάτω από το σήμα αναφοράς, όμως στη συνέχεια επανέρχεται. Αυτή είναι μία κατάσταση που αντικατοπτρίζει την πραγματικότητα, αφού οι τιμές της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος δεν μπορεί να μεταβάλλονται γραμμικά.



**Διάγραμμα 4.14:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.14 παρουσιάζεται το σφάλμα για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας που δημιουργεί ο PID ελεγκτής για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Πιο συγκεκριμένα διαπιστώνεται πως το γραμμικό μοντέλο μηδενίζει το σφάλμα του με πολύ γρήγορο τρόπο, ενώ το μη – γραμμικό μοντέλο φαίνεται να αργεί να το μηδενίσει (μικρές ταλαντωτικές συμπεριφορές). Η συμπεριφορά της γραφικής παράστασης για το μη – γραμμικό μοντέλο αντιστοιχεί με το διάγραμμα της απόκρισης.

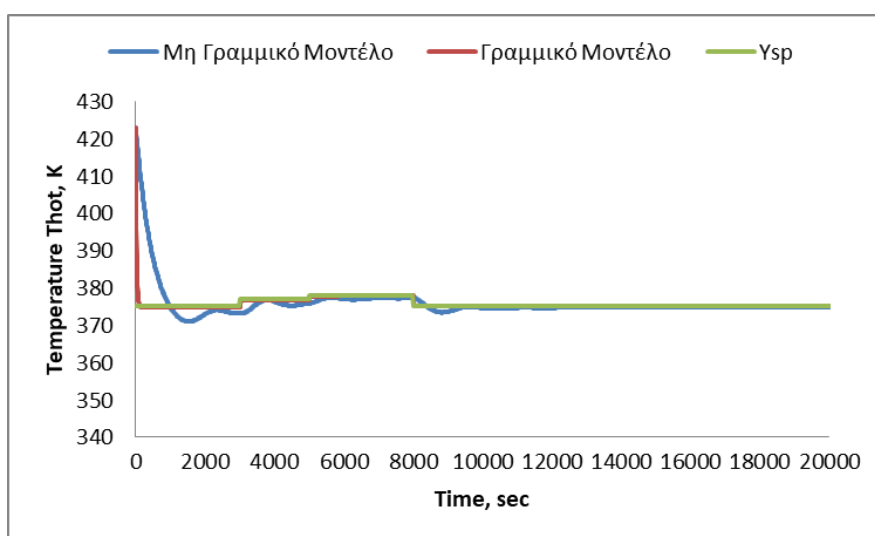


**Διάγραμμα 4.15:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.15 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας, σε σχέση με τον PID ελεγκτή για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Όπως διαπιστώνεται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τα δύο μοντέλα δεν έχουν μεγάλη απόκλιση κατά τη διάρκεια του χρόνου. Η μόνη διαφορά είναι ότι το μη – γραμμικό μοντέλο παρουσιάζει μικρές ταλαντωτικές συμπεριφορές. Πιο συγκεκριμένα τα δύο μοντέλα ξεκινούν με μία θερμοκρασία στους 298 K και μετά από 20.000 sec το γραμμικό μοντέλο αυξάνει τη θερμοκρασία στους 320 K, ενώ το μη – γραμμικό στους 318 K.

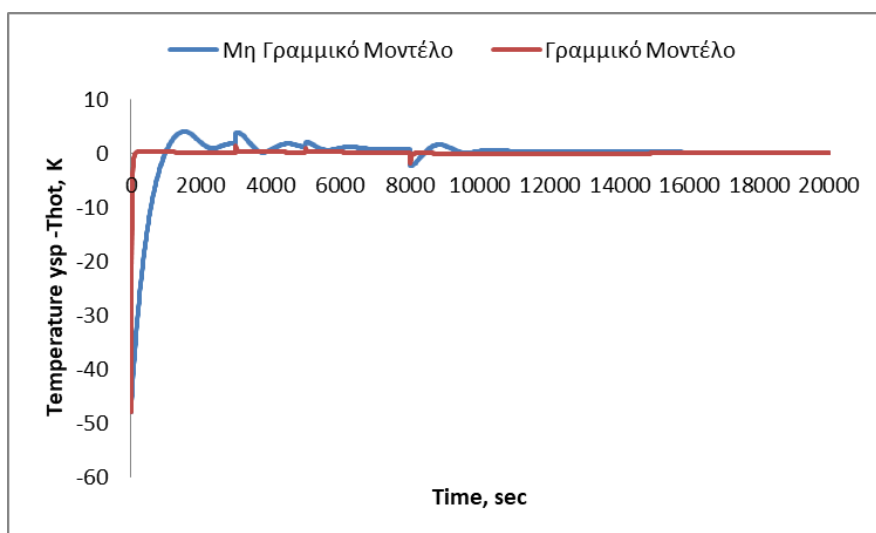
#### Δεύτερη προσομοίωση

Το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει μεταβλητό σήμα αναφοράς κατά τη διάρκεια των 20.000 sec. Αρχικά η τιμή της θερμοκρασίας αναφοράς είναι στους 375 K, στη συνέχεια αυξάνεται δύο μονάδες στα 3.000 sec, έπειτα αυξάνεται ακόμα μία μονάδα στα 5.000 sec και τέλος μειώνεται τρεις μονάδες στα 8.000 sec.



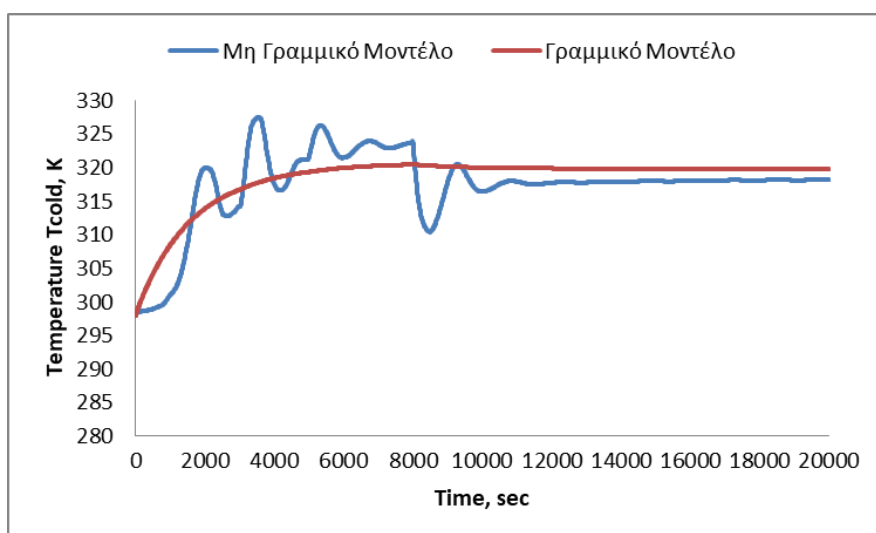
**Διάγραμμα 4.16:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Από το παραπάνω διάγραμμα 4.16 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας σε σχέση με τον PID ελεγκτή για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Όπως διαπιστώνεται οι αποκρίσεις ξεκινούν από τη θερμοκρασία των 423 K και μετά από 20.000 sec πέφτει στους 375 K, που είναι και το επιθυμητό σήμα αναφοράς την συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Επίσης παρατηρείται ότι ακολουθούν τις μεταβολές του σήματος αναφοράς σε ικανοποιητικό βαθμό. Συγκριτικά τα δύο μοντέλα δεν φαίνονται να έχουν μεγάλες αποκλίσεις, κάτι το οποίο είναι σημαντικό αφού το απλουστευμένο μοντέλο (γραμμικό) προσεγγίζει το πραγματικό (μη – γραμμικό). Οι μόνες διαφορές είναι ότι το γραμμικό μοντέλο φαίνεται να <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς (στην αρχή και σε οποιαδήποτε μεταβολή του κατά τη διάρκεια του χρόνου) με πιο γρήγορο τρόπο, σε σχέση με το μη – γραμμικό. Επίσης το μη – γραμμικό μοντέλο κατά τη διάρκεια των μεταβολών στο σήμα αναφοράς παρατηρούνται μικρές ταλαντωτικές συμπεριφορές. Όμως αυτή η συμπεριφορά αντικατοπτρίζει και την πραγματικότητα, αφού σε τυχόν μεταβολές δεν μπορεί η θερμοκρασία να μεταβάλλεται γραμμικά.



**Διάγραμμα 4.17:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.17 παρουσιάζεται το σφάλμα για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας που δημιουργεί ο PID ελεγκτής για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Πιο συγκεκριμένα διαπιστώνεται πως το γραμμικό μοντέλο μηδενίζει το σφάλμα του με πολύ γρήγορο τρόπο, ενώ το μη – γραμμικό μοντέλο φαίνεται να αργεί να το μηδενίσει (μικρές ταλαντωτικές συμπεριφορές). Η συμπεριφορά της γραφικής παράστασης για το μη – γραμμικό μοντέλο αντιστοιχεί με το διάγραμμα της απόκρισης. Επιπλέον για το γραμμικό μοντέλο υπάρχει ένα μικρό σφάλμα τις χρονικές στιγμές 3.000, 5.000 και 8.000 sec, όπου αντιστοιχούν στις μεταβολές του σήματος αναφοράς. Όμως ακαριαία το μοντέλο μετά από αυτές τις χρονικές περιόδους μηδενίζει.

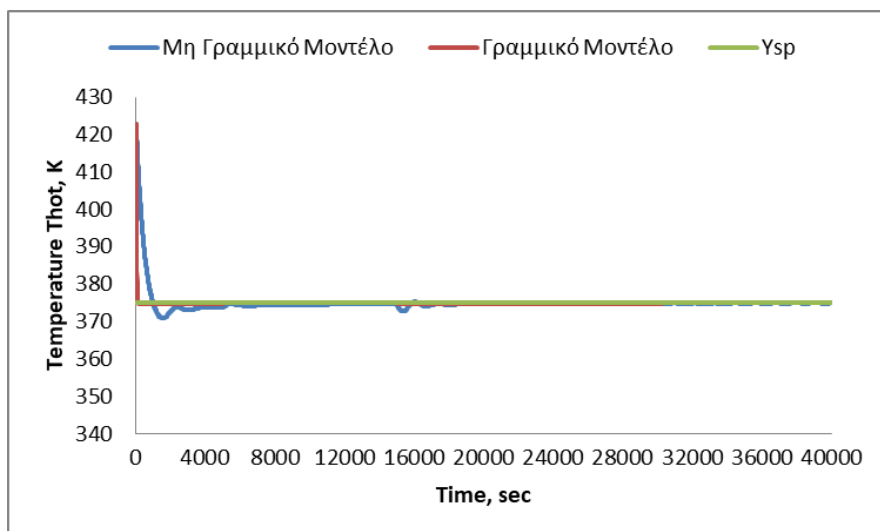


**Διάγραμμα 4.18:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.18 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας, σε σχέση με τον PID ελεγκτή για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Όπως διαπιστώνεται οι αποκρίσεις της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τα δύο μοντέλα δεν έχουν μεγάλη απόκλιση μετά το πέρας της προσομοίωσης (20.000 sec). Η διαφορά είναι ότι το μη – γραμμικό μοντέλο παρουσιάζει διακυμάνσεις κατά τη διάρκεια του χρόνου σε σχέση με το γραμμικό. Αυτό είναι αποδεκτό, αφού μιλάμε για ένα πραγματικό μοντέλο που εμφανίζονται μεταβολές στο σήμα αναφοράς. Πιο συγκεκριμένα τα δύο μοντέλα ξεκινούν με μία θερμοκρασία στους 298 K και μετά από 20.000 sec το γραμμικό μοντέλο αυξάνει τη θερμοκρασία στους 320 K, ενώ το μη – γραμμικό στους 318 K.

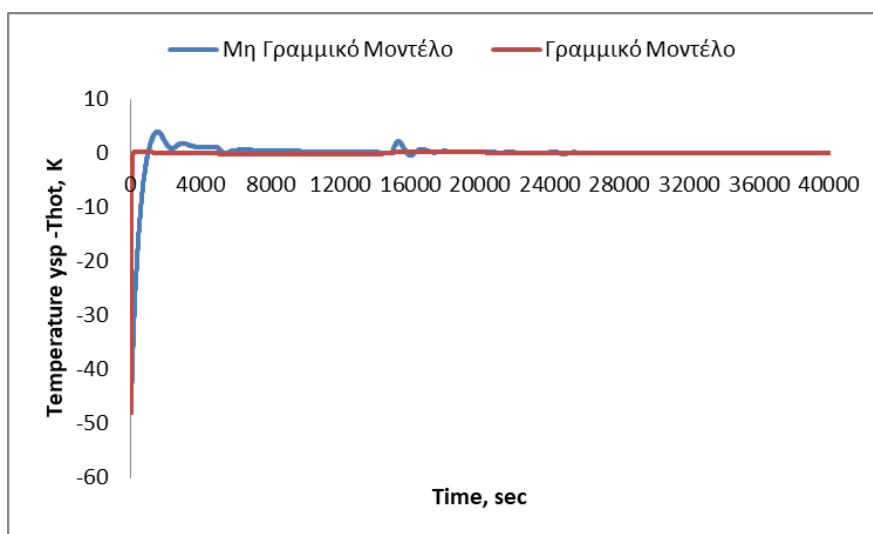
### Τρίτη προσομοίωση

Το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει μεταβολές στη θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρεύματος  $T_{in,hot}$  (διαταραχή) στο πεδίο του χρόνου (40.000 sec), για σταθερό σήμα αναφοράς (375 K). Αρχικά η τιμή της διαταραχής του κλειστού βρόχου είναι στους 423 K, στη συνέχεια αυξάνεται στους 428 K στα 5.000 sec και τέλος μειώνεται στους 418 K στα 15.000 sec.



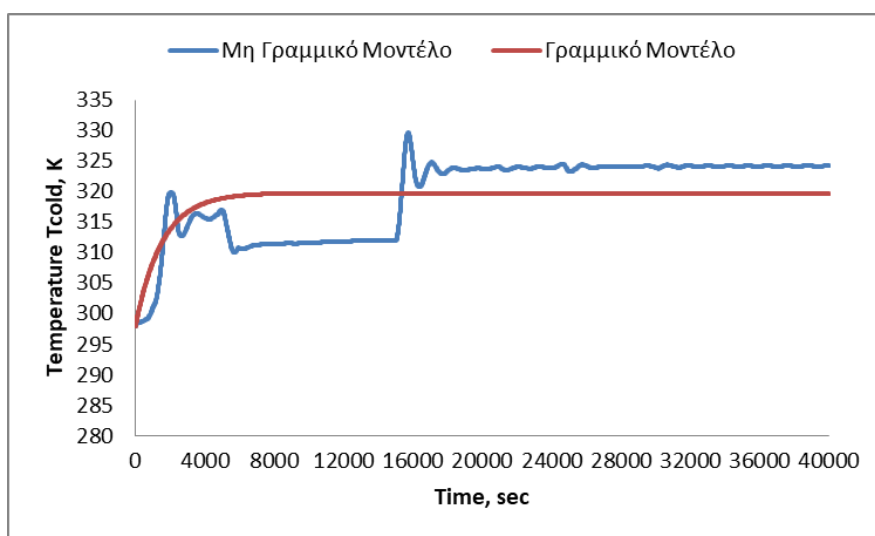
**Διάγραμμα 4.19:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Από το παραπάνω διάγραμμα 4.19 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας σε σχέση με τον PID ελεγκτή για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Όπως διαπιστώνεται οι αποκρίσεις ξεκινούν από τη θερμοκρασία των 423 K και μετά από 40.000 sec πέφτει στους 375 K, που είναι και το επιθυμητό σήμα αναφοράς. Συγκριτικά τα δύο μοντέλα δεν φαίνονται να έχουν μεγάλες αποκλίσεις, κάτι το οποίο είναι σημαντικό αφού το απλουστευμένο μοντέλο (γραμμικό) προσεγγίζει το πραγματικό (μη – γραμμικό). Οι μόνες διαφορές είναι ότι το γραμμικό μοντέλο φαίνεται να <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς με πιο γρήγορο τρόπο, σε σχέση με το μη – γραμμικό. Επίσης το μη – γραμμικό μοντέλο παρατηρείται πως εμφανίζει πολύ μικρές ταλαντώσεις κατά τη διάρκεια του χρόνου (πχ 15.000 – 16.000 sec). Αυτή είναι μία κατάσταση που αντικατοπτρίζει την πραγματικότητα, αφού οι τιμές της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος δεν μπορεί να μεταβάλλονται γραμμικά.



**Διάγραμμα 4.20:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.20 παρουσιάζεται το σφάλμα για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας που δημιουργεί ο PID ελεγκτής για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Πιο συγκεκριμένα διαπιστώνεται πως το γραμμικό μοντέλο μηδενίζει το σφάλμα του με πολύ γρήγορο τρόπο, ενώ το μη – γραμμικό μοντέλο φαίνεται να αργεί να το μηδενίσει (μικρές ταλαντωτικές συμπεριφορές). Η συμπεριφορά της γραφικής παράστασης για το μη – γραμμικό μοντέλο αντιστοιχεί με το διάγραμμα της απόκρισης.



**Διάγραμμα 4.21:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

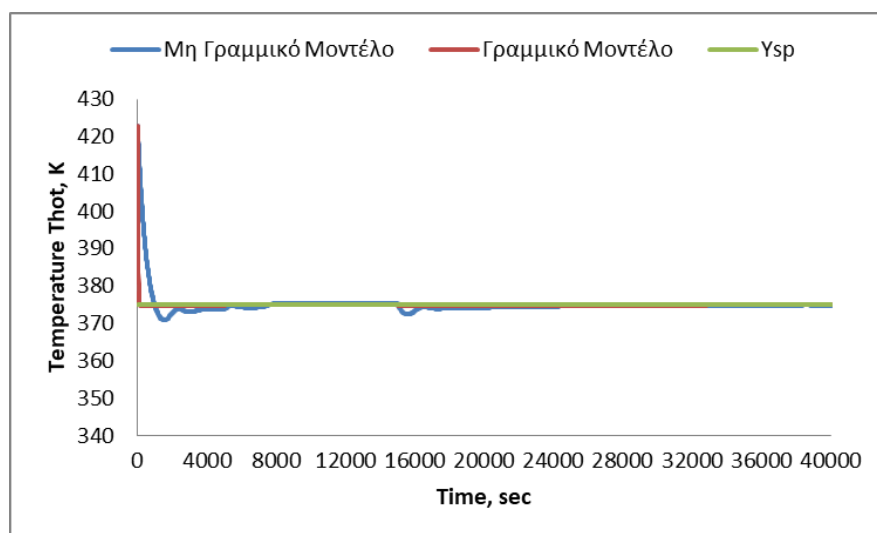
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.21 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας, σε σχέση με τον PID ελεγκτή για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Όπως διαπιστώνεται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τα δύο μοντέλα δεν έχουν την ίδια συμπεριφορά κατά τη διάρκεια του χρόνου. Η διαφορά είναι ότι το μη – γραμμικό μοντέλο παρουσιάζει διακυμάνσεις αλλά και αποκλίσεις ως προς τις τιμές της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος, σε σχέση με το γραμμικό. Οι συγκεκριμένες αποκλίσεις δημιουργούνται από τις μεταβολές της διαταραχής  $T_{in,hot}$  στο σύστημα κλειστού βρόχου για τους χρόνους 5.000 και 15.000 sec. Πιο συγκεκριμένα τα δύο μοντέλα ξεκινούν με μία θερμοκρασία στους 298 K και μετά από 40.000 sec το γραμμικό μοντέλο αυξάνει τη θερμοκρασία στους 320 K, ενώ το μη – γραμμικό στους 324 K.

#### Τέταρτη προσομοίωση

Το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει μεταβολές στη θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρεύματος  $T_{in,hot}$  (διαταραχή) στο πεδίο του χρόνου (40.000 sec), για σταθερό σήμα αναφοράς (375 K). Αρχικά η τιμή της διαταραχής του κλειστού βρόχου είναι στους 423 K, στη συνέχεια αυξάνεται στους 428 K στα 5.000 sec και τέλος μειώνεται

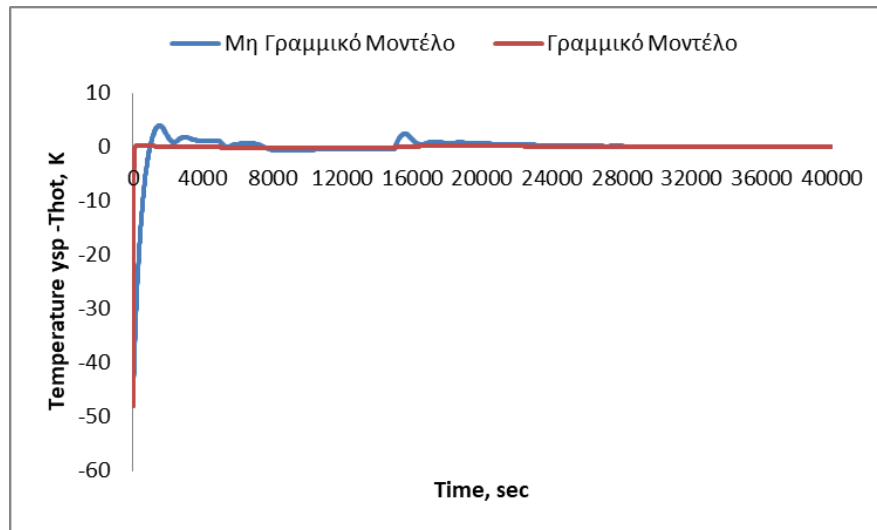


στους 418 K στα 15.000 sec. Επίσης το σύστημα κλειστού βρόχου διαθέτει μεταβολές στη θερμοκρασία εισόδου του ψυχρού ρεύματος  $T_{in,cold}$  (διαταραχή) στο πεδίο του χρόνου (40.000 sec), για σταθερό σήμα αναφοράς (375 K). Αρχικά η τιμή της διαταραχής του κλειστού βρόχου είναι στους 298 K, στη συνέχεια αυξάνεται στους 308 K στα 7.000 sec και τέλος μειώνεται στους 303K στα 18.000 sec.



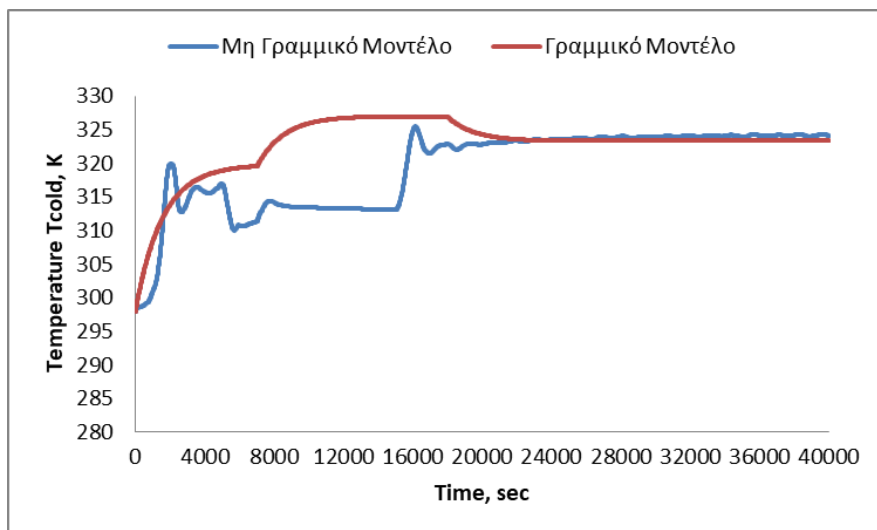
**Διάγραμμα 4.22:** Απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Από το παραπάνω διάγραμμα 4.22 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας σε σχέση με τον PID ελεγκτή για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Όπως διαπιστώνεται οι αποκρίσεις ξεκινούν από τη θερμοκρασία των 423 K και μετά από 40.000 sec πέφτει στους 375 K, που είναι και το επιθυμητό σήμα αναφοράς. Συγκριτικά τα δύο μοντέλα δεν φαίνονται να έχουν μεγάλες αποκλίσεις, κάτι το οποίο είναι σημαντικό αφού το απλουστευμένο μοντέλο (γραμμικό) προσεγγίζει το πραγματικό (μη – γραμμικό). Οι μόνες διαφορές είναι ότι το γραμμικό μοντέλο φαίνεται να <<πιάνει>> το σήμα αναφοράς με πιο γρήγορο τρόπο, σε σχέση με το μη – γραμμικό. Επίσης το μη – γραμμικό μοντέλο παρατηρείται πως εμφανίζει πολύ μικρές ταλαντώσεις κατά τη διάρκεια του χρόνου (πχ 15.000 – 16.000 sec). Αυτή είναι μία κατάσταση που αντικατοπτρίζει την πραγματικότητα, αφού οι τιμές της θερμοκρασίας του θερμού ρεύματος δεν μπορεί να μεταβάλλονται γραμμικά.



**Διάγραμμα 4.23:** Σφάλμα για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.23 παρουσιάζεται το σφάλμα για το σύστημα του εναλλάκτη θερμότητας που δημιουργεί ο PID ελεγκτής για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Πιο συγκεκριμένα διαπιστώνεται πως το γραμμικό μοντέλο μηδενίζει το σφάλμα του με πολύ γρήγορο τρόπο, ενώ το μη – γραμμικό μοντέλο φαίνεται να αργεί να το μηδενίσει (μικρές ταλαντωτικές συμπεριφορές). Η συμπεριφορά της γραφικής παράστασης για το μη – γραμμικό μοντέλο αντιστοιχεί με το διάγραμμα της απόκρισης.



**Διάγραμμα 4.24:** Απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για το σύστημα κλειστού βρόχου σε σχέση με τον PID ελεγκτή

Στο παραπάνω διάγραμμα 4.24 παρατηρείται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τον εναλλάκτη θερμότητας, σε σχέση με τον PID ελεγκτή για το γραμμικό και μη – γραμμικό μοντέλο. Όπως διαπιστώνεται η απόκριση της θερμοκρασίας του ψυχρού ρεύματος για τα δύο μοντέλα δεν έχουν μεγάλη απόκλιση

μετά το πέρας του χρόνου (40.000 sec). Η μόνη διαφορά είναι ότι το μη – γραμμικό μοντέλο παρουσιάζει διακυμάνσεις την χρονική περίοδο 2.000 – 20.000 sec. Οι συγκεκριμένες διακυμάνσεις οφείλονται στις διάφορες μεταβολές της  $T_{in,hot}$  και  $T_{in,cold}$  κατά τη διάρκεια του χρόνου. Πιο συγκεκριμένα τα δύο μοντέλα ξεκινούν με μία θερμοκρασία στους 298 K και μετά από 40.000 sec το γραμμικό μοντέλο αυξάνει τη θερμοκρασία στους 323 K, ενώ το μη – γραμμικό στους 324 K.