

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

**Μοντελοποίηση και Υλοποίηση
Αλγορίθμων Επίλυσης Προβλημάτων
Δρομολόγησης Οχημάτων με Επιλεκτική
Εξυπηρέτηση Πελατών**

Δήμητρα Τραχανατζή

Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων
για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος

5 Αυγούστου 2021

Το έργο συγχρηματοδοτείται από την Ελλάδα και την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση», στο πλαίσιο της Πράξης «Ενίσχυση του ανθρώπινου ερευνητικού δυναμικού μέσω της υλοποίησης διδακτορικής έρευνας» (MIS-5000432), που υλοποιεί το Ίδρυμα Κρατικών Υποτροφιών (ΙΚΥ).



Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού,
Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Η διατριβή της Δήμητρας Τραχανατζή εγκρίνεται:

- 1) Ιωάννης Μαρινάκης, Αναπληρωτής Καθηγητής
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης
Πολυτεχνείο Κρήτης
Επιβλέπων-Μέλος τριμελούς επιτροπής _____
- 2) Νικόλαος Ματσατσίνης, Καθηγητής
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης
Πολυτεχνείο Κρήτης
Μέλος τριμελούς επιτροπής _____
- 3) Αθανάσιος Μυγδαλάς, Καθηγητής
Industrial Logistics
Lulea Technical University, Sweden
Μέλος τριμελούς επιτροπής _____
- 4) Πάνος Παρδαλός, Καθηγητής
Department in Industrial and Systems Engineering
University of Florida, USA

- 5) Γεώργιος Σταυρουλάκης, Καθηγητής
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης
Πολυτεχνείο Κρήτης

- 6) Άγγελος Σιφαλέρας, Αναπληρωτής Καθηγητής
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής
Πανεπιστήμιο Μακεδονίας

- 7) Γεώργιος Σαχαρίδης, Αναπληρωτής Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Στον άνθρωπο της ζωής μου,
Μανούσο.

Περιεχόμενα

Σύντομο Βιογραφικό	vii
Ευχαριστίες	ix
Κατάλογος Σχημάτων	x
Κατάλογος Πινάκων	xi
Συντομογραφίες	xiii
Σημειογραφίες και Σύμβολα	xv
Εισαγωγή	1
1 Παρουσίαση και Βιβλιογραφική Ανασκόπηση Προβλημάτων	7
1.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων	7
1.2 Δρομολόγηση οχημάτων με Επιλεκτική Εξυπηρέτηση Πελατών	12
1.2.1 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Συλλογής Βραβείου	13
1.3 Δρομολόγηση Οχημάτων σε Έκτακτες Καταστάσεις	16
1.3.1 Πρόβλημα Προστασίας Καίριων Σημείων	17
2 Παρουσίαση και Βιβλιογραφική Ανασκόπηση Αλγορίθμων	22
2.1 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών	25
2.2 Αλγόριθμος της Νυχτερίδας	29
2.3 Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης	33
2.4 Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας	36
2.5 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων	39
2.6 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης	42
3 Δρομολόγηση Ομογενούς Πυροσβεστικού Στόλου Οχημάτων	46
3.1 Υπολογισμός Εκπεμπόμενων Ρύπων	47
3.2 Περιβαλλοντικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Συλλογής Βραβείου	49
3.3 Πράσινο Πρόβλημα Δρομολόγησης Συλλογής Βραβείου	51
4 Αλγοριθμική Επίλυση του <i>Green – PCVRP</i>	53
4.1 Διακριτά Εμπνευσμένος Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (Discrete Inspired Bat Algorithm)	54
4.1.1 Κατασκευή αρχικών λύσεων	56

4.1.2	Ευρετικές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης	56
4.2	Μέθοδος Συσχέτιση με Συντεταγμένες (Coordinates Related)	59
4.3	Αλγόριθμος της Νυχτερίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες (Bat Algorithm based on Coordinates)	63
4.4	Υπολογιστικά Αποτελέσματα	64
4.4.1	Προβλήματα Αναφοράς και Αλγοριθμική Παραμετροποίηση	64
4.4.2	Αποτελέσματα Αλγοριθμικής Επίλυσης	65
4.4.3	Ανάλυση Αποτελεσμάτων	69
5	Αλγοριθμική επίλυση του $E - PCVRP$	70
5.1	Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες (Firefly Algorithm based on Coordinates)	71
5.2	Διαφορική Εξέλιξη βασισμένη στις Συντεταγμένες (Differential Evolution based on Coordinates)	73
5.3	Περιορισμένος Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων βασισμένος στις Συντεταγμένες (constriction Particle Swarm Optimization based on Coordinates)	75
5.4	Βελτιστοποίηση Διδασκαλίας-Μάθησης βασισμένη στις Συντεταγμένες (Teaching-Learning-Based Optimization based on Coordinates)	76
5.5	Υπολογιστικά Αποτελέσματα	78
5.5.1	Παραδείγματα Αναφοράς και Αλγοριθμική Παραμετροποίηση	78
5.5.2	Αποτελέσματα Αλγοριθμικής Επίλυσης	82
5.5.3	Ανάλυση Αποτελεσμάτων	87
6	Δρομολόγηση Ετερογενούς Πυροσβεστικού Στόλου Οχημάτων	91
6.1	Αλγοριθμική Επίλυση του APP	93
6.1.1	Κατασκευή αρχικών λύσεων του APP	95
6.1.2	Ευρετικές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης του APP	97
6.2	Υπολογιστικά Αποτελέσματα	100
6.2.1	Παραδείγματα Αναφοράς και Αλγοριθμική Παραμετροποίηση	101
6.2.2	Αποτελέσματα Αλγοριθμικής Επίλυσης	103
6.2.3	Ανάλυση Αποτελεσμάτων	110
	Επίλογος	112
	Βιβλιογραφία	119

Σύντομο Βιογραφικό

Η Δήμητρα Τραχανατζή γεννήθηκε στα Χανιά το 1991. Πήρε δίπλωμα Μηχανικού Παραγωγής και Διοίκησης από το Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, Ελλάδα το 2015 και μεταπτυχιακό (M.Sc.) στην Επιχειρησιακή Έρευνα από το ίδιο ίδρυμα το 2017. Το 2018 πήρε μεταπτυχιακό (M.Sc.) στη Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας από το τμήμα Rotterdam School of Management, Erasmus University, Ρότερνταμ, Ολλανδία. Από το 2017 έως το 2021 ήταν υποψήφια διδάκτορας (Ph.D.) στο Πολυτεχνείο Κρήτης στη σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης υπό την επίβλεψη του Δρ. Ιωάννη Μαρινάκη, με υποτροφία από το Ίδρυμα Κρατικών Υποτροφιών. Έχει ολοκληρώσει την πρακτική της άσκηση στο Διοικητικό Τμήμα του Δήμου Χανίων (2013) και στο Τμήμα Δρομολόγησης της εταιρίας A.P. Moller-Maersk, στη Χάγη της Ολλανδίας (2018). Από το 2015 μέχρι το 2017 τέλεσε εργαστηριακός βοηθός του Δρ. Ιωάννη Μαρινάκη στη Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης για το προπτυχιακό μάθημα Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Η έρευνα της αφορά στη βελτιστοποίηση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων με τη χρήση μεθευρετικών αλγορίθμων. Στις δημοσιευμένες εργασίες της περιλαμβάνονται οι εξής:

- Rigakis, M., Trachanatzi, D., Marinaki, M., & Marinakis, Y. (2021). Tourist group itinerary design: When the firefly algorithm meets the n-person Battle of Sexes. Knowledge-Based Systems, 107257. (I.F.: 8.038)
- Trachanatzi, D., Rigakis, M., Marinaki, M., & Marinakis, Y. (2020). A Firefly Algorithm for the Environmental Prize-Collecting Vehicle Routing Problem. Swarm and Evolutionary Computation, 100712. (I.F.: 7.177, Total number of citations: 9)
- Trachanatzi, D., Rigakis, M., Marinaki, M., & Marinakis, Y. (2020). An interactive preference-guided firefly algorithm for personalized tourist itineraries. Expert Systems with Applications, 113563. (I.F.: 6.954, Total number of citations: 3)
- Trachanatzi, D., Rigakis, M., Marinaki, M., Marinakis, Y., & Matsatsinis, N. (2020). Distance related: a procedure for applying directly Artificial Bee Colony algorithm in routing problems. Soft Computing, 24:9071-9089. (I.F.: 3.050, Total number of citations: 1)

- Trachanatzi, D., Rigakis, M., Marinaki, M., & Marinakis, Y. (2020). A Discrete Inspired Bat Algorithm for Firetruck Dispatch in Emergency Situations. In *Natural Risk Management and Engineering* (pp. 203-223). Springer, Cham.
- Rigakis, M., Trachanatzi, D., Marinaki, M., & Marinakis, Y. (2020). A Hybrid Firefly Algorithm Based on Coordinates for the Prize-Collecting Vehicle Routing Problem. In *Operational Research in Agriculture and Tourism* (pp. 145-167). Springer, Cham.
- Trachanatzi, D., Rigakis, M., Taxidou, A., Marinaki, M., Marinakis, Y., & Matsatsinis, N. (2019, May). A novel solution encoding in the differential evolution algorithm for optimizing tourist trip design problems. In *International conference on learning and intelligent optimization* (pp. 253-267). Springer, Cham. (Total number of citations: 1)
- Trachanatzi, D., Tsakirakis, E., Marinaki, M., Marinakis, Y., & Matsatsinis, N. (2019). A Memetic Algorithm for the Team Orienteering Problem. In *Business and Consumer Analytics: New Ideas* (pp. 609-635). Springer, Cham.
- Rigakis, M., Trachanatzi, D., Marinaki, M., & Marinakis, Y. (2017, September). A Differential Evolution Algorithm to Develop Strategies for the Iterated Prisoner's Dilemma. In *International Workshop on Machine Learning, Optimization, and Big Data* (pp. 133-145). Springer, Cham.
- Rigakis, M., Trachanatzi, D., Marinaki, M., & Marinakis, Y. (2016). Artificial Bee Colony Optimization Approach to Develop Strategies for the Iterated Prisoner's Dilemma. In *7th International Conference of Bioinspired Methods and Their Applications, Bled, Slovenia* (pp. 18-20). (Total number of citations: 1)

Ευχαριστίες

Σας ευχαριστώ όλους! Τρεις λέξεις που σχηματίζουν την πιο αληθινή φράση! Όπως η δρομολόγηση επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, έτσι και η διαδρομή μου για την ολοκλήρωση της παρούσας διδακτορικής διατριβής επηρεάστηκε από πολλούς ανθρώπους.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέπων μου, Αναπληρωτή Καθηγητή Ιωάννη Μαρινάκη και τη Δρ. Μαγδαληνή Μαρινάκη για τη στήριξη και τις γνώσεις που μου προσέφεραν τα τελευταία χρόνια, ξεκινώντας από τη πτυχιακή μου διατριβή μέχρι σήμερα. Οι άνθρωποι αυτοί υπήρξαν δίπλα μου, υποστηρίζοντας με κάθε τρόπο κάθε απόφαση μου. Ο άνθρωποι αυτοί με δίδαξαν, μου έδωσαν στόχο και κίνητρο. Οι άνθρωποι αυτοί θα είναι για πάντα ορόσημο, τόσο της ακαδημαϊκής μου πορείας, όσο και της προσωπικής μου ζωής. Ήταν τιμή μου να συνεργαστώ μαζί τους και τους ευχαριστώ βαθύτατα. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμελούς επιτροπής μου, τον Καθηγητή κ. Νικόλαο Ματσατσίνη και τον Καθηγητή κ. Αθανάσιο Μυγδαλά, καθώς επίσης και τα υπόλοιπα μέλη της επταμελούς επιτροπής, τον Καθηγητή κ. Πάνο Παρδαλό, τον Καθηγητή κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη, τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Άγγελο Σιφαλέρα και τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Γεώργιο Σαχαρίδη, οι οποίοι αφιέρωσαν μέρος του πολύτιμου χρόνου τους για να κρίνουν την παρούσα διατριβή.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ ανήκει στον συνοδοιπόρο της ζωής μου, κ. Μανούσο Ρηγάκη, γιατί στάθηκε δίπλα μου στην κοινή μας ακαδημαϊκή πορεία, προσφέροντας μου όχι μόνο άποψη συνεργασία στο ερευνητικό μας έργο, αλλά και προσωπική στήριξη και κατανόηση σε κάθε κομμάτι της ζωής μας, ωθώντας με να ολοκληρώσω αυτόν τον απαιτητικό στόχο. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω ολόκληρη την οικογένεια μου, για την αμέριστη συμπαράσταση που μου πρόσφεραν τα τελευταία χρόνια. Τέλος, ευχαριστώ τους φίλους μου, που μέσω της ψυχολογικής τους υποστήριξης βοήθησαν στην ολοκλήρωση της διδακτορικής μου έρευνας.

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Απεικόνιση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (<i>VRP</i>), με μία αποθήκη, 4 οχήματα, και 21 κόμβους εξυπηρέτησης.	8
5.1	Απεικόνιση απόστασης λύσεων r_{ij}	72
5.2	Παραμετρική ανάλυση του <i>FAC</i>	79
5.3	Παραμετρική ανάλυση του DEC_{bin}	80
5.4	Παραμετρική ανάλυση του DEC_{exp}	80
5.5	Παραμετρική ανάλυση του <i>BAC</i>	81
5.6	Παραμετρική ανάλυση του <i>cPSOC</i>	81
5.7	Σύνοψη τυπικής απόκλισης της ομάδας A	86
5.8	Σύνοψη τυπικής απόκλισης της ομάδας B	87
5.9	Σύνοψη τυπικής απόκλισης της ομάδας E	87
6.1	Παράδειγμα εφικτής λύσης του Προβλήματος Προστασίας Καίριων Σημείων (<i>APP</i>), με μία αποθήκη (κόμβος 0), 12 σημεία, 3 τύπους οχημάτων από 2 οχήματα διαθέσιμα στην αποθήκη.	92
6.2	Θηκόγραμμα μέσης ποσοστιαίας απόκλισης και υπολογιστικού χρόνου της μεθόδου <i>MACS</i> στην επίλυση των παραδειγμάτων αναφοράς του <i>APP</i>	111

Κατάλογος Πινάκων

4.1	Παράδειγμα εφαρμογής μεθόδου <i>CR</i>	61
4.2	Παραμετροποίηση αλγοριθμικών μεθόδων για την επίλυση του <i>Green-PCVRP</i>	65
4.3	Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας Α των παραδειγμάτων αναφοράς <i>Green-PCVRP</i>	66
4.4	Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας Β των παραδειγμάτων αναφοράς <i>Green-PCVRP</i>	67
4.5	Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας Ε των παραδειγμάτων αναφοράς <i>Green-PCVRP</i>	68
4.6	Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας Μ των παραδειγμάτων αναφοράς <i>Green-PCVRP</i>	68
5.1	Παράδειγμα υπολογισμού απόστασης λύσεων r_{ij}	72
5.2	Παραμετροποίηση αλγοριθμικών μεθόδων για την επίλυση του <i>E-PCVRP</i>	79
5.3	Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας Α των παραδειγμάτων αναφοράς <i>E-PCVRP</i>	82
5.4	Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας Β των παραδειγμάτων αναφοράς <i>E-PCVRP</i>	83
5.5	Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας Ε των παραδειγμάτων αναφοράς <i>E-PCVRP</i>	84
5.6	Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας Μ των παραδειγμάτων αναφοράς <i>E-PCVRP</i>	85
5.7	Αποτελέσματα μη-παραμετρικής στατιστικής ανάλυσης για το <i>E-PCVRP</i>	88
5.8	Πολλαπλή σύγκριση βάση του Friedman τεστ	89
5.9	Πολλαπλή σύγκριση βάση του Friedman Aligned-Ranks τεστ	89
5.10	Πολλαπλή σύγκριση βάση του Quade τεστ	89
5.11	Post-hoc ανάλυση βάση του Friedman τεστ	90
5.12	Post-hoc ανάλυση βάση του Friedman Aligned-Ranks τεστ	90
5.13	Post-hoc ανάλυση βάση του Quade τεστ	90
6.1	Παραμετρική μελέτη της τοπικής αναζήτησης του <i>MACS</i> . Οι τιμές παρουσιάζονται ως: $[f(x_{gbest}), time(s)]$	103
6.2	Τιμές των αλγοριθμικών παραμέτρων του αλγορίθμου <i>MACS</i>	103
6.3	Αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς <i>APP</i> με $N=100$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 6, 5, 4 \rangle$	104
6.4	Αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς <i>APP</i> με $N=100$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 7, 6, 5 \rangle$	105

6.5	Αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς <i>APP</i> με $N=200$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 9, 8, 7 \rangle$	106
6.6	Αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς <i>APP</i> με $N=200$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 12, 11, 10 \rangle$	107
6.7	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα επίλυσης του <i>APP</i> με $N=100$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 6, 5, 4 \rangle$	108
6.8	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα επίλυσης του <i>APP</i> με $N=100$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 7, 6, 5 \rangle$	109
6.9	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα επίλυσης του <i>APP</i> με $N=200$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 9, 8, 7 \rangle$	109
6.10	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα επίλυσης του <i>APP</i> με $N=200$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 12, 11, 10 \rangle$	110
6.11	Αποτελέσματα μη-παραμετρικής στατιστικής ανάλυσης	111
6.12	Post-hoc ανάλυση	112

Συντομογραφίες

<i>ACS</i>	Ant Colony System Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών
<i>APP</i>	Asset Protection Problem Πρόβλημα Προστασίας Καίριων Σημείων
<i>BA</i>	Bat Algorithm Αλγόριθμος της Νυχτερίδας
<i>BAC</i>	Bat Algorithm based on Coordinates Αλγόριθμος της Νυχτερίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες
<i>cPSOC</i>	constriction Particle Swarm Optimization based on Coordinates Περιορισμένος Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων βασισμένος στις Συντεταγμένες
<i>CR</i>	Coordinates Related Συσχέτιση με Συντεταγμένες
<i>DE</i>	Differential Evolution Διαφορική Εξέλιξη
<i>DEC_{bin}</i>	Differential Evolution based on Coordinates with binomial crossover Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης με διωνυμική διασταύρωση βασισμένος στις Συντεταγμένες
<i>DEC_{exp}</i>	Differential Evolution based on Coordinates with exponential crossover Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης με εκθετική διασταύρωση βασισμένος στις Συντεταγμένες
<i>DIBA</i>	Discrete Inspired Bat Algorithm Διακριτά Εμπνευσμένος Αλγόριθμος της Νυχτερίδας

<i>E – PCVRP</i>	Environmental Prize-Collecting Vehicle Routing Problem Περιβαλλοντικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Συλλογή Βραβείου
<i>FA</i>	Firefly Algorithm Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας
<i>FAC</i>	Firefly Algorithm based on Coordinates Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες
<i>GBR</i>	Global-Best Based Removal Αφαίρεση βάση της Ολικά Βέλτιστης Λύσης
<i>Green – PCVRP</i>	Green Prize-Collecting Vehicle Routing Problem Πράσινο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Συλλογή Βραβείου
<i>MACS</i>	Modified Ant Colony System Προσαρμοσμένο Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών
<i>PCVRP</i>	Prize-Collecting Vehicle Routing Problem Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Συλλογής Βραβείου
<i>PSO</i>	Particle Swarm Optimization Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων
<i>RN</i>	Relocate Nodes Μετατόπιση Σημείων
<i>RR</i>	Random Removal Τυχαία Αφαίρεση
<i>TLBO</i>	Teaching Learning Based Optimization Βελτιστοποίηση Διδασκαλίας-Μάθησης
<i>TLBOC</i>	Teaching Learning Based Optimization based on Coordinates Βελτιστοποίηση Διδασκαλίας-Μάθησης βασισμένη στις Συντεταγμένες
<i>VBR</i>	Value Based Removal Αφαίρεση βάση της Αξίας
<i>VRP</i>	Vehicle Routing Problem Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων
<i>WBR</i>	Wait Based Removal Αφαίρεση βάση της Αναμονής

Σημειογραφίες και Σύμβολα

Προβλήματα	$Green - PVC RP, E - PCV RP$
N	Πλήθος κόμβων
M	Αριθμός διαδρομών
Q	Χωρητικότητα οχήματος
G	Κόστος χρήσης οχήματος
t_{ij}	Ευκλείδεια απόσταση κόμβων i, j
d_i	Ζήτηση κόμβου i
p_i	Βραβείο κόμβου i
r	Παράμετρος ελάχιστης κάλυψης ζήτησης
e_f	Εκπεμπόμενοι ρύποι πλήρως φορτωμένου οχήματος (kg/km)
e_e	Εκπεμπόμενοι ρύποι μη φορτωμένου (άδειου) οχήματος (kg/km)
q_{ij}	Βάρος φορτίου που μεταφέρεται μεταξύ κόμβων i, j
x_{ij}^m	Μεταβλητή απόφασης μετακίνησης οχήματος m μεταξύ κόμβων i, j
y_{im}	Μεταβλητή απόφασης εξυπηρέτησης κόμβου i από όχημα m

Πρόβλημα	APP
N	Πλήθος κόμβων
Q	Αριθμός διαφορετικών τύπων οχημάτων ($q \in Q$)
P_q	Πλήθος οχημάτων τύπου q
p_i	Αξία σημείου i
s_i	Χρονική διάρκεια ενεργειών για το σημείο i
$[o_i, c_i]$	Χρονικό περιθώριο προστασίας σημείου i
\mathbf{P}_i	Απαιτήσεις σε αριθμό οχημάτων κάθε τύπου του σημείου i
r_{iq}	Απαιτήσεις σε αριθμό οχημάτων τύπου q του σημείου i
$sync_i$	Χρόνος έναρξης συγχρονισμού οχημάτων στο σημείο i

t_{ijq}	Χρόνος μετακίνησης οχήματος τύπου q μεταξύ σημείων i, j
A_i^{q+}	Σύνολο εφικτών μετακινήσεων οχήματος τύπου q από το σημείο i
A_i^{q-}	Σύνολο εφικτών μετακινήσεων οχήματος τύπου q προς το σημείο i
y_i	Μεταβλητή απόφασης για την προστασία του σημείου i
z_{ijq}	Μεταβλητή απόφασης μετακίνησης οχημάτων τύπου q μεταξύ σημείων i, j
x_{ijq}	Μεταβλητή απόφασης για τον αριθμό οχημάτων τύπου q που διέρχονται από το τόξο (i, j)

Αλγόριθμοι	$DIBA, BAC, FAC, DEC_{bin}, DEC_{exp}, cPSOC, TLBOC$
n	Μέγεθος πληθυσμού λύσεων
L	Αριθμός αλγοριθμικών επαναλήψεων
W^*	Μέγεθος ελίτ πληθυσμού λύσεων
v	Παράμετρος συχνότητας
A	Παράμετρος έντασης
rt	Παράμετρος εκπομπής
γ	Σταθερά
α	Σταθερά
it_{max}	Αριθμός επαναλήψεων τοπικής αναζήτησης
K	Πλήθος λύσεων προς αντικατάσταση
$f(x)$	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης της λύσης x
β	Ελκυστικότητα λύσης
δ	Παράμετρος κλιμάκωσης
I	Ένταση λύσης
F	Ρυθμός μετάλλαξης
Cr	Ρυθμός διασταύρωσης
$c1, c2$	Συντελεστές επιτάχυνσης
TF	Παράμετρος διδασκαλίας

Αλγόριθμος	$MACS$
W	Μέγεθος πληθυσμού
w	Μέγεθος ελίτ πληθυσμού λύσεων
q_0	Παράμετρος κανόνα μετάβασης

L	Αριθμός επαναλήψεων κριτηρίου τερματισμού
α	Παράμετρος ολικής ενημέρωσης της φερομόνης
β	Παράμετρος σημαντικότητας φερομόνης
ρ	Παράμετρος τοπικής ενημέρωσης της φερομόνης
τ_0	Αρχικό επίπεδο φερομόνης
$fit_{\%}$	Παράμετρος εφαρμογής τοπικής αναζήτησης και ενημέρωσης φερομόνης νέων λύσεων
fit_{dev}	Παράμετρος εφαρμογής τοπικής αναζήτησης και ενημέρωσης φερομόνης ελίτ λύσεων
I	Αριθμός επαναλήψεων τοπικής αναζήτησης
k	Πλήθος κόμβων που εξετάζονται κατά την τοπική αναζήτηση

Εισαγωγή

Οι φυσικές και ανθρωπογενείς καταστροφές πλήττουν την κοινωνία με απρόβλεπτο τρόπο. Προκειμένου να μετριαστούν οι καταστροφικές συνέπειες απαιτείται η άμεση και αποτελεσματική απόκριση των εθνικών οργανισμών. Συνεπώς, απαραίτητη κρίνεται η βελτιστοποίηση των διαδικασιών σχεδιασμού, εφαρμογής και έλεγχου, της αποτελεσματικής και οικονομικά αποδοτικής ροής και αποθήκευσης αγαθών, υλικών και πληροφοριών. Με άλλα λόγια, η βελτιστοποίηση της ανθρωπιστικής εφοδιαστικής (Humanitarian Logistics) [1]. Η ανθρωπιστική εφοδιαστική έχει ορισμένα κοινά στοιχεία με την εμπορική εφοδιαστική (Logistics), αλλά διαφέρει με πολλούς τρόπους. Αρχικά, ο στόχος μίας εφοδιαστικής που αφορά σε εμπορικές δραστηριότητες αποσκοπεί στη μείωση του κόστους των αντίστοιχων δραστηριοτήτων, ενώ ο στόχος της ανθρωπιστικής εφοδιαστικής είναι η παροχή αρωγής το συντομότερο δυνατόν. Ακόμα, οι επιχειρήσεις αντιμετώπισης καταστροφών υπόκεινται σε υψηλή πίεση χρόνου, ειδικά όταν ανταποκρίνονται στις επείγουσες ανάγκες ενός πληθυσμού και διακυβεύονται ζωές, ενώ η θέση και η έκταση μίας επικείμενης καταστροφής (ή μετέπειτα εξέλιξη της) είναι απρόβλεπτες. Επίσης, η υπάρχουσα υποδομή μεταφορών και επικοινωνιών μπορεί να καταστραφεί, απαιτώντας από τους οργανισμούς παροχής βοήθειας να λειτουργούν σε εξαιρετικά δύσκολες συνθήκες. Η κατάσταση επιδεινώνεται όταν υπάρχει έλλειψη πόρων και ανθρωπίνου δυναμικού να υποστηρίξει τα εγχειρήματα αρωγής.

Η δρομολόγηση οχημάτων αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι κάθε εφοδιαστικής αλυσίδας, και συχνά, κατά την εξέλιξη ή στον απόηχο μίας έκτακτης κατάστασης, συμβάλει στον περιορισμό των καταστροφικών επιπτώσεων και στη διάσωση πληθυσμού [2]. Χαρακτηριστικά, η δρομολόγηση των οχημάτων που μεταφέρουν κρίσιμα εφόδια ή εκτελούν προστατευτικές δράσεις είναι ζωτικής σημασίας, όπως και ο χρόνος απόκρισης σε κάθε σημείο που βρίσκεται σε ανάγκη (τοποθεσία που απειλείται ή έχει ήδη πληγεί). Επιπλέον, κατά την αντιμετώπιση έκτακτων καταστάσεων μεγάλης έκτασης, όπως είναι ο σεισμός, η πυρκαγιά ή η πλημμύρα, δεν μπορούν να προστατευθούν/βοηθηθούν όλα τα σημεία με την ίδια προτεραιότητα, δεδομένου ενός περιορισμένου σε μέγεθος στόλου οχημάτων. Συνεπώς, πρέπει να

ληφθούν οι σχετικές αποφάσεις, για τον τρόπο με τον οποίο θα δρομολογηθούν τα οχήματα προστασίας, καθώς και για τον τρόπο επιλογής των σημείων που θα προστατευθούν, με στόχο το συνολικό κοινωνικό όφελος.

Επιπρόσθετα, στον τομέα της ανθρωπιστικής αλυσίδας εφοδιασμού, η ακαδημαϊκή έρευνα έχει εστιαστεί σε διάφορα κριτήρια κατά τη βελτιστοποίηση της δρομολόγησης οχημάτων σε περίπτωση έκτακτης ανάγκης, όπως είναι το οικονομικό κόστος, η προτεραιότητα, η ισότητα, ο ενωρίτερος χρόνος ολοκλήρωσης των ενεργειών προστασίας και άλλα. Όμως, από όσο γνωρίζουμε, η εκπομπή των διοξειδίων του άνθρακα, δηλαδή το περιβαλλοντικό κόστος, δεν έχει ληφθεί ακόμη υπόψη στα μοντέλα βελτιστοποίησης δρομολόγησης οχημάτων στο πεδίο των επιχειρήσεων της ανθρωπιστικής αλυσίδας εφοδιασμού.

Βάση των παραπάνω παρατηρήσεων, η παρούσα έρευνα θέτει τα εξής ερωτήματα:

- Σε περίπτωση έκτακτης ανάγκης, κατά τη δρομολόγηση οχημάτων, ποια σημεία επιλέγονται προς προστασία;
- Ποια είναι η βέλτιστη διαδρομή που πρέπει να ακολουθήσουν τα οχήματα για να προστατεύσουν τα επιλεγμένα σημεία, και πως αυτή ορίζεται ως βέλτιστη;
- Πως επηρεάζεται η δρομολόγηση των οχημάτων από τη σύσταση του διαθέσιμου στόλου οχημάτων (ύπαρξη ομοιογένειας ή μη), τις διαφορετικές ανάγκες κάθε σημείου, τις διαφορετικές ενέργειες προστασίας που εκτελούν και το αντίστοιχο περιβαλλοντικό κόστος;
- Ποια μέθοδος κρίνεται ως πιο αποτελεσματική για την εύρεση της βέλτιστης διαδρομής των οχημάτων και πως αυτό διαφοροποιείται ανάλογα με τις εκάστοτε παραμέτρους και συνθήκες;

Συνεπώς, ο βασικός ερευνητικός σκοπός της παρούσας διατριβής είναι η μοντελοποίηση και υλοποίηση καινοτόμων αλγορίθμων, ειδικά σχεδιασμένων για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης με επιλεκτική εξυπηρέτηση, στα πλαίσια της δρομολόγησης οχημάτων σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης. Αυτός ο ερευνητικός σκοπός εξυπηρετείται με την επιτυχή ολοκλήρωση των παρακάτω ερευνητικών στόχων και απαντώντας στα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν.

Συγκεκριμένα, πρωταρχικός στόχος είναι η επιλογή των προβλημάτων δρομολόγησης που θα χρησιμοποιηθούν για να προσομοιωθεί η δρομολόγηση πυροσβεστικών οχημάτων. Με γνώμονα την ύπαρξη ενός ομοιογενούς στόλου οχημάτων, επιλέχθηκε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων συλλογής βραβείου (Prize-Collecting Vehicle Routing Problem (*PCVRP*)), το οποίο είναι ένα πρόβλημα επιλεκτικής

δρομολόγησης που στοχεύει στην ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυθείσας απόστασης και του αριθμού των χρησιμοποιημένων οχημάτων, και στη μεγιστοποίηση του συνολικού οφέλους από την προστασία των επιλεγμένων σημείων. Ενώ, για την προσομοίωση της δρομολόγησης ενός ετερογενούς στόλου πυροσβεστικών οχημάτων, επιλέχθηκε το πρόβλημα προστασίας καίριων σημείων (*Asset Protection Problem (APP)*). Το πρόβλημα αυτό είναι επίσης επιλεκτικό και στοχεύει στη μεγιστοποίηση του συνολικού οφέλους. Χαρακτηριστικά, ενώ το *PCVRP* αφορά στην προστασία σημείων με διαφορετικές ανάγκες (εκφραζόμενες ως επίπεδο ζήτησης), το *APP* αφορά στην προστασία σημείων με διαφορετικές ανάγκες σε αριθμό και είδος οχημάτων, με διαφορετικές απαιτήσεις σε διάρκεια των προστατευτικών ενεργειών, με συγκεκριμένα (ανά σημείο) χρονικά περιθώρια. Ακόμα, το *APP* προϋποθέτει το συντονισμό και συγχρονισμό των προστατευτικών ενεργειών των οχημάτων, για την προστασία ενός συγκεκριμένου σημείου, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται σχέσεις αλληλεξάρτησης μεταξύ των διαδρομών των διαφορετικών οχημάτων.

Πάραυτα, επειδή η δρομολόγηση οχημάτων σε έκτακτες καταστάσεις οφείλει να λαμβάνει υπόψιν και παράγοντες βιωσιμότητας, όπως η εκπομπή ρύπων (CO_2), στην παρούσα διατριβή, τροποποιήθηκε το πρόβλημα *PCVRP*, μετατρέποντας το στόχο ελαχιστοποίησης της διανυθείσας απόστασης, σε ελαχιστοποίησης της συνολικής κατανάλωσης ενέργειας των οχημάτων, και κατ' επέκταση της εκπομπής ρύπων. Ο νέος στόχος αποτελεί συνάρτηση του μεταφερόμενου φορτίου και της διανυθείσας απόστασης. Όμως, η δράση των οχημάτων που εκτελούν προστατευτικές ενέργειες κατά την αντιμετώπιση καταστροφών διαφέρει. Για παράδειγμα, υποθέτουμε ότι τα πυροσβεστικά οχήματα μεταφέρουν υγρό κατάσβεσης του οποίου ο όγκος μειώνεται μεταξύ διαδοχικών σημείων ή εστιών πυρκαγιάς που καταστέλλονται. Ενώ, σε περίπτωση πλημμύρας ο όγκος των υγρών που αντλούνται μπορεί να αυξάνεται από σημείο σε σημείο. Το ίδιο ισχύει και σε περίπτωση που χρησιμοποιούνται άλλα βαρέος τύπου οχήματα για τη μεταφορά συντριμμιών ή για τη μαζική εκκένωση ατόμων. Για αυτό το λόγο, στη παρούσα διδακτορική διατριβή προτείνονται δύο παραλλαγές του κλασσικού προβλήματος *PCVRP* που ενσωματώνουν τον περιβαλλοντικό αντίκτυπο των διαδρομών ως αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης, το πράσινο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου (*Green-PCVRP*) και το περιβαλλοντικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου (*E-PCVRP*), λαμβάνοντας υπόψιν τη μείωση και αύξηση του φορτίου, αντίστοιχα.

Επόμενος στόχος είναι η εύρεση της αποτελεσματικότερης μεθόδου για τη βελτιστοποίηση των εξεταζόμενων προβλημάτων, *Green-PCVRP*, *E-PCVRP* και

APP, και ειδικότερα των αντίστοιχων παραδειγμάτων αναφοράς μεγάλης κλίμακας. Επειδή τα προβλήματα αυτά αποτελούν παραλλαγές του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης, ανήκουν στην κατηγορία των μη-πολυωνυμικά δύσκολων προβλημάτων (NP-hard problems) και συνεπώς, για την επίλυση τους, σε λογικό υπολογιστικό χρόνο, προτιμάται μία προσεγγιστική μέθοδος, δηλαδή ένας μεθευρετικός αλγόριθμος. Ένας μεθευρετικός αλγόριθμος έχει την ικανότητα να επιλύει δύσκολα προβλήματα βελτιστοποίησης χωρίς να απαιτείται η ακριβής προσαρμογή του στα δεδομένα του προβλήματος. Τα τελευταία τριάντα χρόνια, οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται ευρέως για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων στη βιομηχανία και σε διάφορους τομείς όπως η διαχείριση παραγωγής και η μηχανική. Σχεδόν όλοι οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι είναι εμπνευσμένοι από τη φύση (βασισμένοι σε αρχές της φυσικής ή της βιολογίας) και κάνουν χρήση στοχαστικών στοιχείων (που περιλαμβάνουν τυχαίες μεταβλητές). Ακόμα, οι περισσότεροι μεθευρετικοί αλγόριθμοι είναι σχεδιασμένοι για την επίλυση προβλημάτων συνεχών μεταβλητών, αφού η λογική τους βασίζεται στην ενημέρωση ενός διανύσματος λύσης μέσω εξισώσεων, όμως τα εξεταζόμενα προβλήματα δρομολόγησης είναι διακριτά κωδικοποιημένα.

Συνεπώς, για την εναρμόνιση των μεθόδων επίλυσης με τις απαιτήσεις των εξεταζόμενων προβλημάτων, οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι της βιβλιογραφίας πρέπει να τροποποιηθούν. Αρχικά, για την επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος *Green – PCVRP*, επιλέχθηκε ο Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (Bat Algorithm (*BA*)), και με βάση αυτόν στην παρούσα διατριβή προτείνονται δύο νέα αλγοριθμικά πλαίσια. Η πρώτη μέθοδος που προτείνεται για την τροποποίηση του κλασσικού αλγορίθμου είναι η διακριτοποίηση του, η οποία βασίζεται στην αντικατάσταση των εξισώσεων κίνησης του αλγορίθμου από ευρετικές τεχνικές, και ο αλγόριθμος που προτείνεται δηλώνεται ως Διακριτά Εμπνευσμένος Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (Discrete Inspired Bat Algorithm (*DIBA*)). Ο προτεινόμενος αλγόριθμος *DIBA* περιλαμβάνει τεχνικές εντατικοποίησης και εξερεύνησης της αναζήτησης, όπως η προσπάθεια περαιτέρω βελτίωσης ενός ελίτ υποσυνόλου λύσεων και η διαδικασία επανεκκίνησης του πληθυσμού. Εξετάζοντας την ύπαρξη εναλλακτικής στη διακριτοποίηση του κλασσικού αλγορίθμου, γεννάται το εξής ερώτημα: μπορεί ένας μεθευρετικός αλγόριθμος που ενσωματώνει εξισώσεις ενημέρωσης ή μετακίνησης να εφαρμοστεί αυτούσια (χωρίς να χρειάζεται τροποποίηση ή υβριδοποίηση) στην επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων; Η απάντηση στο παραπάνω ερώτημα αφορά άλλη μία καινοτομία της παρούσας διδακτορικής διατριβής, μέσω της προτεινόμενης μεθόδου κωδικοποίησης/ αποκωδικοποίησης των λύσεων, που ονομάζεται Συσχέτιση με Συντεταγμένες (Coordinates Related (*CR*)) και βασίζεται στη χρήση των καρτεσιανών συντεταγμένων των σημείων (κόμβων). Η μέθοδος

αυτή ενσωματώνεται στον αλγόριθμο BA , και το προτεινόμενο εμπλουτισμένο αλγοριθμικό πλαίσιο δηλώνεται ως Αλγόριθμος της Νυχτερίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες (Bat Algorithm based on Coordinates (BAC)).

Οι δύο προτεινόμενες αλγοριθμικές μέθοδοι συγκρίνονται βάση της αποτελεσματικότητάς τους στην επίλυση του προβλήματος $Green - PCVRP$, σε παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας. Ακόμα, για την αξιολόγηση των δύο μεθόδων, τα παραδείγματα αναφοράς επιλύθηκαν και με τη χρήση ενός εμπορικού μαθηματικού πακέτου επίλυσης (Gurobi). Τα πειραματικά αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι η εμπλουτισμένη εκδοχή του κλασσικού αλγοριθμικού πλαισίου με την μέθοδο CR είναι αποτελεσματικότερη σε σύγκριση με τη διακριτή εκδοχή του ίδιου αλγορίθμου. Βασίζόμενοι σε αυτό το συμπέρασμα, για την επίλυση του δεύτερου προτεινόμενου προβλήματος, του $E - PCVRP$, υιοθετήθηκε και μελετήθηκε η εφαρμογή της μεθόδου CR και σε άλλους μεθευρετικούς αλγορίθμους. Συγκεκριμένα, πέρα από τον BAC , χρησιμοποιήθηκαν ο Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας (Firefly Algorithm (FA)), ο Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution (DE)) με διωνυμική και εκθετική διασταύρωση, ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization (PSO)) και ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης (Teaching Learning Based Optimization ($TLBO$)). Όλοι οι παραπάνω αλγόριθμοι στην κλασσική τους δομή περιέχουν εξισώσεις κίνησης ή ενημέρωσης και εφαρμόζονται σε συνεχή χώρο λύσεων. Συνεπώς, για την επίλυση του $E - PCVRP$ τα παραπάνω αλγοριθμικά πλαίσια εμπλουτίζονται με τη μέθοδο CR , χωρίς όμως να αλλοιώνεται η αρχική τους δομή. Οι εμπλουτισμένοι αλγόριθμοι συμβολίζονται ως Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες (Firefly Algorithm based on Coordinates (FAC)), Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης με διωνυμική διασταύρωση βασισμένος στις Συντεταγμένες (Differential Evolution with binomial crossover based on Coordinates (DEC_{bin})), Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης με εκθετική διασταύρωση βασισμένος στις Συντεταγμένες (Differential Evolution with exponential crossover based on Coordinates (DEC_{exp})), Περιορισμένος Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων βασισμένος στις συντεταγμένες (constriction Particle Swarm Optimization based on Coordinates ($cPSOC$)) και Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης βασισμένος στις συντεταγμένες (Teaching Learning Based Optimization based on Coordinates ($TLBOC$)). Στόχος είναι η εύρεση της αποτελεσματικότερης μεθόδου για την επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος, μέσω υπολογιστικών πειραμάτων που βασίστηκαν σε παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας, λαμβάνοντας υπόψιν και τα αποτελέσματα του εμπορικού μαθηματικού πακέτου επίλυσης (Gurobi).

Σχετικά με την προσομοίωση της δρομολόγησης ενός ετερογενούς στόλου πυροσβεστικών οχημάτων και την επίλυση του προβλήματος *APP*, η προτεινόμενη μέθοδος *CR* και οι παραπάνω προτεινόμενοι αλγόριθμοι δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν, γιατί το πρόβλημα αυτό απαιτεί τη χρήση ενός κατασκευαστικού αλγορίθμου. Συγκεκριμένα, προκειμένου να διασφαλιστεί η εφικτότητα μίας παραγόμενης λύσης, ως σύνολο των διαδρομών που εκτελούν τα οχήματα, η κατασκευή της πρέπει να γίνει βηματικά, ώστε να ενημερώνονται σταδιακά και οι χρονικοί προσδιορισμοί των οχημάτων, όπως αυτοί ορίζονται από τις ανάγκες συγχρονισμού των ενεργειών προστασίας σε κάθε σημείο και από την αλληλεξάρτηση των διαδρομών. Για αυτό τον λόγο, για την επίλυση του *APP* επιλέχθηκε ο κλασσικός κατασκευαστικός αλγόριθμος Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*Ant Colony System (ACS)*). Μάλιστα, το αλγοριθμικό του πλαίσιο ενισχύθηκε με στόχο την επίλυση παραδειγμάτων αναφοράς μεγάλης κλίμακας σε μικρό υπολογιστικό χρόνο. Το προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο συμβολίζεται ως Προσαρμοσμένο Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*Modified Ant Colony System (MACS)*) και ενσωματώνει τροποποιημένους κανόνες μετάβασης και ενημέρωσης της φερομόνης βάση προσαρμοστικών παραμέτρων, εξειδικευμένες τεχνικές τοπικής αναζήτησης για τη βελτίωση των λύσεων και διατηρεί ένα ελίτ υποσύνολο λύσεων μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων. Στόχος της παρούσας διατριβής είναι η προτεινόμενη μέθοδος να είναι αποτελεσματική και ανταγωνιστική των ήδη δημοσιευμένων (και ειδικά σχεδιασμένων) μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του *APP*.

Η παρούσα διδακτορική διατριβή διαρθρώνεται ως ακολούθως. Στο Κεφάλαιο 1 δίνεται η βιβλιογραφική ανασκόπηση και μαθηματική διατύπωση του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων, του προβλήματος *PCVRP* και του προβλήματος *APP*. Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται όλοι οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται ως βάση για τη δημιουργία των προτεινόμενων αλγοριθμικών πλαισίων. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι προτεινόμενες μοντελοποιήσεις των προβλημάτων *Green – PCVRP* και *E – PCVRP*. Στο Κεφάλαιο 4 δίνονται οι προτεινόμενες αλγοριθμικές μέθοδοι για την επίλυση του προβλήματος *Green – PCVRP*, συμπεριλαμβανομένου και την πρότυπης μεθόδου *CR*, καθώς και τα αντίστοιχα αποτελέσματα των υπολογιστικών πειραμάτων. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται οι εμπλουτισμένοι μεθευρετικοί αλγόριθμοι με τη μέθοδο *CR* για την επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος *E – PCVRP*, καθώς και τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα. Στο Κεφάλαιο 6 δίνεται ο προτεινόμενος αλγόριθμος *MACS* για την επίλυση του προβλήματος *APP*, καθώς και τα αποτελέσματα σύγκρισης της αποτελεσματικότητάς του σε σχέση με αντίστοιχες ήδη δημοσιευμένες μεθόδους. Τέλος, καταγράφονται τα συμπεράσματα της παρούσας διατριβής και ορίζονται οι κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.

Κεφάλαιο 1

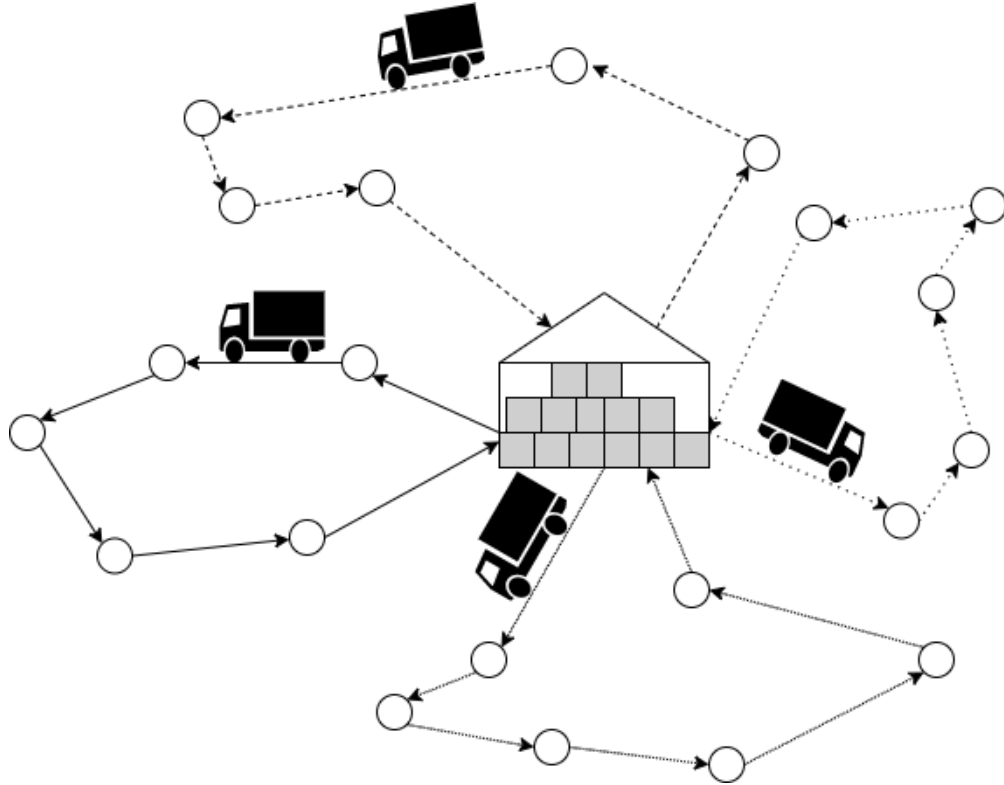
Παρουσίαση και Βιβλιογραφική Ανασκόπηση Προβλημάτων

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η μοντελοποίηση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων και αναφέρονται οι βασικές παραλλαγές του (Παράγραφος 1.1). Ακόμα, έμφαση δίνεται στη βιβλιογραφία που αφορά στη δρομολόγηση οχημάτων με επιλεκτική εξυπηρέτηση (Παράγραφος 1.2) και στη δρομολόγηση οχημάτων σε έκτακτες καταστάσεις (Παράγραφος 1.3). Επίσης δίνεται η μαθηματική μοντελοποίηση των προβλημάτων στα οποία επικεντρώνεται η παρούσα εργασία, δηλαδή το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων συλλογής βραβείου (Παράγραφος 1.2.1) και το πρόβλημα προστασίας καίριων σημείων (Παράγραφος 1.3.1).

1.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

Το 1959, οι Dantzig και Ramser [3], εισήγαγαν το πρόβλημα αποστολής φορτηγών (Truck Dispatching Problem), το οποίο προσομοιώνει τη δρομολόγηση ενός ομοιογενούς στόλου φορτηγών για την τροφοδοσία πρατηρίων υγρών καυσίμων, με στόχο την ελάχιστη διανυθείσα απόσταση. Αργότερα, το 1964, οι Clarke και Wright [4] γενίκευσαν την προηγούμενη μοντελοποίηση, σε ένα γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης με εφαρμογή στους τομείς της αλυσίδας εφοδιασμού και μεταφορών. Η μοντελοποίηση αυτή έγινε γνωστή ως το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem (*VRP*)), του οποίου η επίλυση απαντάει στο εξής ερώτημα: πως θα εξυπηρετηθεί ένα σύνολο πελατών, γεωγραφικά διασκορπισμένο γύρω από μία κεντρική αποθήκη χρησιμοποιώντας ένα στόλο φορτηγών με προκαθορισμένη χωρητικότητα (όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 1.1). Το *VRP* αποτελεί, πλέον,

σημαντικό και αναπόσπαστο κομμάτι της διαχείρισης μίας αλυσίδας εφοδιασμού (logistics), αφού μέσω της βασικής εκδοχής του (και των παραλλαγών του), μοντελοποιούνται προβλήματα που αντιμετωπίζουν καθημερινά οι σύγχρονες εταιρίες, και η βελτιστοποίηση τους αποτελεί ανταγωνιστικό πλεονέκτημα για αυτές [5].



Σχήμα 1.1: Απεικόνιση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (*VRP*), με μία αποθήκη, 4 οχήματα, και 21 κόμβους εξυπηρέτησης.

Η βασικότερη μορφή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (*VRP*) είναι αυτή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων περιορισμένης χωρητικότητας (*Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*), το οποίο έχει μοντελοποιηθεί με διαφορετικούς τρόπους στη βιβλιογραφία [6]. Για παράδειγμα, το *CVRP* μπορεί να περιγραφεί μέσω ενός πλήρους γραφήματος $G = (V, A)$ όπου $V = \{0, \dots, N\}$ το σύνολο των κόμβων και $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ το σύνολο των τόξων. Με 0 συμβολίζεται ο κόμβος εκκίνησης των οχημάτων (αποθήκη), ενώ οι υπολειπόμενοι κόμβοι αντιπροσωπεύουν τα σημεία εξυπηρέτησης (πελάτες). Το μη-αρνητικό κόστος μετακίνησης των οχημάτων μεταξύ δύο διαφορετικών κόμβων i, j , συμβολίζεται ως t_{ij} , το οποίο συχνά αφορά στην Ευκλείδεια απόσταση τους. Σε συμμετρικά προβλήματα δρομολόγησης θεωρείται ότι $t_{ij} = t_{ji}$. Κάθε κόμβος i εξυπηρετείται μία μοναδική φορά και αντιστοιχείται με ένα επίπεδο ζήτησης που πρέπει να καλυφθεί (πλήρως) για την επιτυχή εξυπηρέτηση του, το οποίο συμβολίζεται ως d_i . Δοθέντος ότι υπάρχουν $m = 1, \dots, M$ διαθέσιμα οχήματα στην αποθήκη, μέγιστης χωρητικότητας Q , κάθε ένα από αυτά ακολουθεί μία διαδρομή, με αρχή και τέλος την ίδια αποθήκη.

Στόχος του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους δρομολόγησης, το οποίο αναλογεί στην ελάχιστη συνολικά διανυθείσα απόσταση όλων των οχημάτων (Εξίσωση (1.1)), ενώ χρησιμοποιούνται οι εξής μεταβλητές απόφασης:

$$\bullet \quad x_{ijm} = \begin{cases} 1, & \text{εάν ο κόμβος } j \text{ εξυπηρετείται από το όχημα } m \text{ αμέσως μετά τον } i, \\ & (i \neq j \in V). \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$\bullet \quad y_i^m = \begin{cases} 1, & \text{εάν ο κόμβος } i \text{ περιλαμβάνεται στη διαδρομή του οχήματος } m \\ & (i = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M), \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Το μαθηματικό μοντέλο του *CVRP* παρουσιάζεται παρακάτω.

$$\min : \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} t_{ij} \sum_{m=1}^M x_{ijm} \quad (1.1)$$

υπό

$$\sum_{m=1}^M y_i^m = 1 \quad i = 1, \dots, N \quad (1.2)$$

$$\sum_{m=1}^M y_0^m = M \quad (1.3)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijm} = \sum_{j \in V} x_{jim} = y_i^m, \quad \forall i \in V, m = 1, \dots, M \quad (1.4)$$

$$\sum_{i \in V} d_i y_i^m \leq Q, \quad m = 1, \dots, M \quad (1.5)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ijm} \geq y_k^m, \quad \forall S \subset V \setminus \{0\}, k \in S, m = 1, \dots, M \quad (1.6)$$

$$x_{ijm} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, m = 1, \dots, M \quad (1.7)$$

$$y_i^m \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M \quad (1.8)$$

Ο Περιορισμός (1.2) εξασφαλίζει ότι κάθε πελάτης θα εξυπηρετηθεί ακριβώς μία φορά. Οι Περιορισμοί (1.3) και (1.4) διασφαλίζουν ότι κάθε όχημα αναχωρεί από την αποθήκη και ότι κάθε όχημα καταφθάνει και αναχωρεί από τον ίδιο κόμβο, αντίστοιχα. Ο Περιορισμός (1.5) αφορά στον περιορισμό χωρητικότητας του κάθε οχήματος. Ενώ, ο Περιορισμός (1.6) χρησιμοποιείται για την αποφυγή δημιουργίας υποδιαδρομών. Τέλος, οι Περιορισμοί (1.7) και (1.8) διασφαλίζουν την ακεραιότητα των μεταβλητών απόφασης.

Η πρότυπη αυτή μοντελοποίηση του κλασσικού προβλήματος, εξελίσσεται και παραλλάσσεται χρόνο με το χρόνο, προσομοιώνοντας προβλήματα της σύγχρονης πραγματικότητας και ενσωματώνοντας επιπλέον περιορισμούς και χαρακτηριστικά. Οι ενδιαφερόμενοι αναγνώστες μπορούν να ανατρέξουν σε βιβλιογραφικές ανασκοπήσεις του *VRP* και των παραλλαγών του [5–11]. Μερικές από τις πιο διαδεδομένες παραλλαγές του *VRP* είναι:

- Το ανοικτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Open VRP (*OVRP*)), σύμφωνα με το οποίο τα οχήματα δεν χρειάζεται να επιστρέψουν στην αποθήκη, μετά την ολοκλήρωση εξυπηρέτησης των πελατών της διαδρομής τους [12].
- Το ετερογενές πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Heterogeneous VRP (*HVRP*)), στο οποίο τα οχήματα που χρησιμοποιούνται έχουν διαφορετικό επίπεδο χωρητικότητας [13, 14].
- Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (VRP with Time Windows (*VRPTW*)), στο οποίο θεωρείται ότι τα προϊόντα παραδίδονται στους πελάτες εντός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος. Διαφορετικά *VRPTW*, θεωρούν αυστηρά χρονικά παράθυρα (hard) ή ελαστικά (soft) τα οποία επιτρέπουν την ολοκλήρωση της εξυπηρέτησης εκτός του προκαθορισμένου διαστήματος [15, 16].
- Το περιοδικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Periodic VRP (*PVRP*)), το οποίο γενικεύει την κλασσική εκδοχή του *VRP*, εκτείνοντας τον χρονικό ορίζοντα προγραμματισμού διαδρομών, σε αρκετές ημέρες, ενώ οι πελάτες μπορούν να εξυπηρετηθούν περισσότερες από μία φορές [17, 18].
- Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με παραλαβή και παράδοση (Pickup and Delivery Problem (*PDP*)), το οποίο δεν εξετάζει μόνο την παράδοση των προϊόντων σε πελάτες, αλλά και την παραλαβή τους από αυτούς [19, 20]. Στη βιβλιογραφία βρίσκονται διαφορετικές παραλλαγές του προβλήματος, όπου οι πελάτες απαιτούν είτε προϊόντα προς παραλαβή ή προς παράδοση (VRP with Backhauls (*VRPB*)) [21–23], είτε και τα δύο ταυτόχρονα (VRP with Simultaneous Pickups and Deliveries (*VRPSPD*)) [24].

- Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές αποθήκες (Multi-Depot VRP (*MDVRP*)), το οποίο επεκτείνει την κλασσική μοντελοποίηση χρησιμοποιώντας περισσότερες από μία αποθήκες [25].
- Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων χωρισμένης παράδοσης (Split-Delivery VRP (*SDVRP*)), σύμφωνα με το οποίο η συνολική ζήτηση των πελατών επιτρέπεται να χωριστεί, και η απαιτούμενη ποσότητα προϊόντων να παραδοθεί τμηματικά, από πολλαπλά οχήματα σε διαφορετικές διαδρομές [26].
- Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Stochastic VRP (*SVRP*)), το οποίο αφορά σε προβλήματα των οποίων η ζήτηση (VRP with Stochastic Demand (*VRPSD*)) [27], οι πελάτες (VRP with stochastic customers (*VRPSC*)), ή η διάρκεια μετακίνησης (VRP with Stochastic Travel Times (*VRPSTS*)) [28], ακολουθούν κάποια τυχαία κατανομή πιθανότητας.
- Το δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Dynamic VRP (*DVRP*)), το οποίο εξετάζει τη δρομολόγηση οχημάτων όπου όλα ή μερικά από τα δεδομένα είναι άγνωστα ή αλλάζουν δυναμικά κατά τη διάρκεια επίλυσης του αντίστοιχου προβλήματος [29, 30].
- Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με κέρδος (VRP with Profits (*VRPPs*)), το οποίο, σε αντίθεση με το κλασσικό πρόβλημα, δεν απαιτεί την εξυπηρέτηση όλων των διαθέσιμων πελατών, ενώ κάθε πελάτης αντιστοιχεί σε μία τιμή κέρδους. Στόχος των παραπάνω εκδοχών του *VRP*, είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους (όπως αυτό εκφράζεται σε συνολική διανυθείσα απόσταση ή ελάχιστος συνολικός χρόνος μετακίνησης και εξυπηρέτησης), ενώ η επίλυση του *VRPP* στοχεύει στη μεγιστοποίηση του συνολικού συλλεγόμενου κέρδους από την εξυπηρέτηση των επιλεγμένων πελατών [31].
- Το πράσινο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Green VRP (*G – VRP*)), προσανατολίζεται στην ελαχιστοποίηση του περιβαλλοντικού κόστους των διαδρομών. Στόχος του προβλήματος (και των παραλλαγών του) είναι η μείωση των εκπομπών αερίων θερμοκηπίου (π.χ. *CO2* [32]) μέσω της ελαχιστοποίησης της ενέργειας που καταναλώνουν τα οχήματα. Στη βιβλιογραφία βρίσκονται παραλλαγές του *G – VRP*, οι οποίες διακρίνονται από το είδος των οχημάτων που προσομοιώνουν, δηλαδή συμβατικά οχήματα [32–35], οχήματα με εναλλακτικά καύσιμα [36–38], υβριδικά οχήματα [39–41] και ηλεκτρικά οχήματα [42–44]. Οι ενδιαφερόμενοι αναγνώστες μπορούν να ανατρέξουν για περαιτέρω πληροφορίες στη σύγχρονη βιβλιογραφία [45–49].

1.2 Δρομολόγηση οχημάτων με Επιλεκτική Εξυπηρέτηση Πελατών

Η επιλεκτική εξυπηρέτηση πελατών εκφράζεται στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με κέρδος (Vehicle Routing Problem with Profits (*VRPPs*)), τα οποία είναι μία συγκεκριμένη κατηγορία *VRP* όπου το σύνολο των κόμβων προς εξυπηρέτηση δεν είναι αυστηρά καθορισμένο, και κάθε κόμβος αντιστοιχείται με μία τιμή κέρδους [8]. Κατά την επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος πρέπει να ληφθούν οι εξής αποφάσεις: α) ποιοι κόμβοι θα εξυπηρετηθούν, και β) πως η εξυπηρέτηση αυτών θα δρομολογηθεί σε μία ή περισσότερες διαδρομές. Γενικά, στόχος των *VRPPs* είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους εξυπηρέτησης, λαμβάνοντας ή μη υπόψιν τη συνολική διανυθείσα απόσταση [31]. Παραλλαγές προβλημάτων που ανήκουν στην κατηγορία των *VRPPs*, βρίσκουν εφαρμογή σε προβλήματα που εφαρμόζονται στην πραγματικότητα [50], σε διάφορους τομείς όπως: στον τομέα της κατασκευής [51], στο σχεδιασμό τουριστικών διαδρομών [52], στην εύρεση του βέλτιστου υποσυνόλου σχολείων που κάποιος θα πρέπει να επισκεφθεί για την επιλογή των αθλητών που θα ακολουθήσουν το πρόγραμμα του πανεπιστημίου του [53], στη συλλογή προϊόντων προς επιστροφή [54], στη μεταφορά φιαλών αίματος [55], στη μεταφορά χρημάτων [56] και στη δρομολόγηση πυροσβεστικών οχημάτων [57] και μη-επανδρωμένων ιπτάμενων οχημάτων [58].

Στη βιβλιογραφία συναντώνται τρεις βασικές παραλλαγές της αντικειμενικής συνάρτησης *VRPP* προβλημάτων. Στο πρόβλημα του ομαδικού προσανατολισμού (Team Orienteering Problem (*TOP*)) στόχος είναι η μεγιστοποίηση του συνολικά συλλεγόμενου κέρδους, θεωρώντας συγκεκριμένο όριο συνολικής διανυθείσας απόστασης. Στο πρόβλημα περιορισμένης χωρητικότητας κερδοφόρας διαδρομής (Capacitated Profitable Tour Problem (*CPTP*)) στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της διαφοράς συνολικού κέρδους και κόστους (όπως αυτό προέρχεται από τη συνολικά διανυθείσα απόσταση). Ενώ, στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων συλλογής βραβείου (Prize-Collecting Vehicle Routing Problem (*PCVRP*)) στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της διαφοράς συνολικού κέρδους και κόστους, θεωρώντας επιπλέον ένα ελάχιστο επίπεδο κάλυψης ζήτησης [59]. Διάφορες παραλλαγές των *VRPPs* περιλαμβάνουν επιπλέον περιορισμούς ή εξειδικευμένα χαρακτηριστικά όπως: περιορισμούς χωρητικότητας των οχημάτων [60], χρονικά παράθυρα [61], πολλαπλές αποθήκες [62], διαχωρισμένη εξυπηρέτηση [63], μη-ολοκληρωμένη εξυπηρέτηση [64], μη-γραμμική συνάρτηση κόστους [62], πολλαπλά χρονικά παράθυρα και προ-υπολογισμός κόστους [65, 66], με επικαλυπτόμενες διαδρομές [56], διαχωρισμός κόμβων με υποχρεωτική και προαιρετική εξυπηρέτηση [67], περιορισμοί συνέπειας [68], περιορισμοί συμβατότητας συνδέσεων κόμβων [69], χρονικά μεταβαλλόμενο

κέρδος [70], στοχαστική τιμή κέρδους [71], και άλλα. Αναλυτική ανασκόπηση της βιβλιογραφίας που σχετίζεται με την επιλεκτική δρομολόγηση οχημάτων και τις παραλλαγές του *VRPP* βρίσκονται στα [31, 50, 72–74].

1.2.1 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Συλλογής Βραβείου

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων συλλογής βραβείου (Prize-Collecting Vehicle Routing Problem (*PCVRP*)), προτάθηκε το 2006, από τους Tang και Wang [51] για την επίλυση του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής θερμής έλασης, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Επαναληπτικής Τοπικής Αναζήτησης (Iterated Local Search (*ILS*)). Η αντικειμενική συνάρτηση της προτεινόμενης μαθηματικής διατύπωσης του *PCVRP* είναι ένας γραμμικός σταθμισμένος όρος των εξής τριών στόχων: της ελαχιστοποίησης της συνολικής διανυθείσας απόστασης, της ελαχιστοποίησης του αριθμού των χρησιμοποιημένων οχημάτων (μαζί με το σχετικό σταθερό κόστος χρήσης) και της μεγιστοποίησης του συνολικού βραβείου που συλλέγεται από την εξυπηρέτηση των κόμβων που ανήκουν στις αντίστοιχες διαδρομές των οχημάτων. Με εφαρμογή στον ίδιο τομέα, οι Zhang et al. [75], πρότειναν μία πολυ-αντικειμενική εκδοχή του *PCVRP*, αντιστοιχώντας τους μη-εξυπηρετούμενους κόμβους με τιμές πέναλτι, και για την βελτιστοποίηση του πρότειναν μία παραλλαγή του αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization (*PSO*)). Μία αντίστοιχη μοντελοποίηση πρότειναν και οι Jia et al. [76], οι οποίοι χρησιμοποίησαν μία παραλλαγή του αλγορίθμου Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant System (*AS*)). Το 2015, οι Tiwari et al. [77] παρουσίασαν μία υβριδική τεχνική Ανασυνδυασμού Έκρων (Edge Recombination (*ER*)) για την επίλυση μίας παραλλαγής του εξεταζόμενου προβλήματος με τιμές πέναλτι στην αντικειμενική συνάρτηση. Το 2016, οι Li και Tian [78] συνόψισαν τους παραπάνω στόχους του *PCVRP* σε μία αντικειμενική συνάρτηση, και παρουσίασαν μία αυτο-προσαρμοζόμενη εκδοχή του αλγορίθμου Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (Two-level Self-Adaptive Variable Neighborhood Search (*TLSAVNS*)), για την επίλυση της προτεινόμενης μοντελοποίησης.

Έτσι, στη βιβλιογραφία συναντάμε δύο εκδοχές της βασικής μοντελοποίησης, μία πολυ-αντικειμενική και μία μονο-αντικειμενική (ντετερμινιστική στάθμιση των τριών στόχων σε μία συνάρτηση). Ακόμα, σε κάποιες εκδοχές του προβλήματος, ο αριθμός των οχημάτων που θα χρησιμοποιηθούν είναι προκαθορισμένος. Το 2018, οι Long et al. [79] μελέτησαν τη βελτιστοποίηση των πολυ-αντικειμενικών εκδοχών του *PCVRP*, με προκαθορισμένο αριθμό οχημάτων και χωρίς. Στη μελέτη τους

χρησιμοποίησαν υβριδοποιημένο γενετικό αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης βασισμένο στην κατά Pareto κυριαρχία. Οι Stenger et al. [62] παρουσίασαν μία μοντελοποίηση βασισμένη στο *PCVRP* με μη-γραμμικό κόστος, περιγράφοντας ένα πρόβλημα αποστολής μικρών πακέτων, η οποία ενσωματώνει την επιλογή εξωτερικής ανάθεσης πελατών σε υπερβολικούς και ανέπτυξαν έναν αλγόριθμο Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (Adaptive Variable Neighbourhood Search (*AVNS*)) για την επίλυσή του. Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με επίπεδα υπηρεσίας (*VRP with service levels (VRP – SL)*), προτάθηκε από τους Bulhoes et al. [80], ως επέκταση του *PCVRP* σε πολλές ομάδες, όπου κάθε ομάδα χαρακτηρίζεται από το δικό της απαιτούμενο επίπεδο υπηρεσίας που πρέπει να καλυφθεί. Πρόσφατα, το 2019, οι Orlis et al. [56] παρουσίασαν το πρόβλημα δρομολόγησης περιορισμένης χωρητικότητας με κέρδος και απαιτήσεις επιπέδου εξυπηρέτησης (*Capacitated Routing Problem with Profits and Service Level Requirements (CRPPSLR)*), ως μία γενικευμένη μορφή του *PCVRP*, ορίζοντας τις απαιτήσεις επιπέδου εξυπηρέτησης ως ένα ελάχιστο ποσοστό των πελατών με ικανοποιημένα αιτήματα.

Το *PCVRP* περιγράφεται μέσω ενός γραφήματος $Z = (V, A)$ όπου $V = \{0, \dots, N\}$ είναι το σύνολο των κόμβων και $A = \{(i, j) | i, j \in V\}$ το σύνολο των αντίστοιχων τόξων [78]. Στόχος του προβλήματος είναι να σχηματιστεί ένας προκαθορισμένος αριθμός διαδρομών, M , που θα περιέχουν μερικούς από τους διαθέσιμους κόμβους, έτσι ώστε να βελτιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση. Συγκεκριμένα, κάθε όχημα m επισκέπτεται τους κόμβους που ανήκουν στο σύνολο $N_m, m = \{1, \dots, M\}$. Σημείο έναρξης των διαδρομών ορίζεται ο κόμβος μηδέν και κάθε κόμβος i που ανήκει στο σύνολο $N_v = \{1, \dots, N\}$, αναπαριστά έναν πελάτη που δύναται να εξυπηρετηθεί. Κάθε κόμβος χαρακτηρίζεται από το κέρδος (βραβείο) p_i που λαμβάνεται από την εξυπηρέτηση αυτού και από την αντίστοιχη ζήτηση d_i . Επιπλέον, για κάθε ζευγάρι διαδοχικών κόμβων i, j ορίζεται η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ τους, που αναπαριστά και τον χρόνο μετάβασης, και συμβολίζεται ως t_{ij} . Λόγω συμμετρίας του προβλήματος ισχύει ότι $t_{ij} = t_{ji}$. Επιπρόσθετα, κάθε όχημα χαρακτηρίζεται από την μέγιστη χωρητικότητα του, Q , και από το κόστος χρήσης του, G . Τέλος, ορίζεται και η παράμετρος ολοκλήρωσης του έργου (ή ελάχιστης κάλυψης ζήτησης), r . Για την επίλυση του προβλήματος *PCVRP* χρησιμοποιούνται οι κάτωθι μεταβλητές απόφασης.

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{ij} &= \begin{cases} 1, & \text{εάν ο κόμβος } j \text{ επισκέπτεται αμέσως μετά τον } i, (i \neq j \in V). \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \\ \bullet \quad y_i &= \begin{cases} 0, & \text{εάν ο κόμβος } i \text{ περιλαμβάνεται στη λύση } (i \in N_v), \\ 1, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \end{aligned}$$

Το μαθηματικό μοντέλο του *PCVRP* παρουσιάζεται παρακάτω.

$$\min : \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, j \neq i} t_{ij} x_{ij} + G * M - \sum_{i=1}^{N_v} p_i (1 - y_i) \quad (1.9)$$

υπό

$$\sum_{i=1}^N x_{i0} = \sum_{i=1}^N x_{0i} = M \quad (1.10)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, N \quad (1.11)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.12)$$

$$\sum_{i \in N_m} d_i (1 - y_i) \leq Q, \quad m = 1, \dots, M \quad (1.13)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S, (j \neq i)} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V \quad (1.14)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^N d_i (1 - y_i)}{\sum_{i=1}^N d_i} \geq r \quad (1.15)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V \quad (1.16)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in N_v \quad (1.17)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, Εξίσωση (1.9), εκφράζει την ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση της διανυθείσας απόστασης και του συνολικού κόστους χρήσης οχήματος, και τη μεγιστοποίηση του συλλεγόμενου κέρδους. Ο Περιορισμός (1.10) εξασφαλίζει ότι κάθε όχημα θα ξεκινάει και θα ολοκληρώνει τη διαδρομή του στον κόμβο μηδέν. Οι Περιορισμοί (1.11) και (1.12) διασφαλίζουν ότι κάθε κόμβος ανήκει το πολύ σε μία διαδρομή. Ο Περιορισμός (1.13) αφορά στον περιορισμό χωρητικότητας του κάθε οχήματος. Επιπλέον, ο Περιορισμός (1.14) χρησιμοποιείται για την αποφυγή δημιουργίας υπο-διαδρομών και ο (1.15) για την κάλυψη της ελάχιστης ζήτησης. Τέλος, οι Περιορισμοί (1.16) και (1.17) διασφαλίζουν την ακεραιότητα των μεταβλητών απόφασης.

1.3 Δρομολόγηση Οχημάτων σε Έκτακτες Καταστάσεις

Χρονολογικά, η διαχείριση μίας έκτακτης ανάγκης μπορεί να χωριστεί σε τέσσερις φάσεις, συμπεριλαμβανομένου του μετριασμού (mitigation), της ετοιμότητας (preparedness), της αντίδρασης (response), και της ανάκαμψης (recovery) [81]. Οι φάσεις μετριασμού και ετοιμότητας πραγματοποιούνται πριν από την καταστροφή, οι οποίες στοχεύουν στη μείωση των πιθανοτήτων μιας καταστροφής ή στην ελαχιστοποίηση των επιπτώσεων και των απωλειών της [82]. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο σχεδιασμός δικτύου μεταφορών για περίπτωση έκτακτης ανάγκης [83] και η χωροθέτηση εγκαταστάσεων για βέλτιστη δρομολόγηση (καταφύγια, αποθήκες, εγκαταστάσεις πρώτων βοηθειών, κ.α.) [84, 85]. Ενώ, οι φάσεις απόκρισης και ανάκαμψης διαδραματίζονται μετά την καταστροφή. Η φάση απόκρισης επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει τις επιπτώσεις της καταστροφής, βοηθώντας τους ανθρώπους το συντομότερο δυνατό και αποτρέποντας οποιαδήποτε περαιτέρω απώλεια, ενώ η φάση ανάκαμψης υποστηρίζει την κοινότητα στην προσπάθειά της να επιστρέψει σε μια κανονική κατάσταση. Βασικά προβλήματα που εφάπτονται στη φάση απόκρισης, είναι η μαζική εκκένωση των θυμάτων, και η αναζήτηση και διάσωση επιζώντων [86–88]. Ενώ, στις τελευταίες δύο φάσεις ανήκει το πρόβλημα προγραμματισμού υλικών έκτακτης ανάγκης, ως ένα ιδιαίτερο είδος *VRP*, που αφορά στην τροφοδότηση των πληγέντων περιοχών με όλα τα εφόδια που καλύπτουν τις ανάγκες των θυμάτων και υποστηρίζουν την ανοικοδόμηση των αντίστοιχων περιοχών [89–93]. Στη βιβλιογραφία βρίσκονται ανασκοπήσεις μοντελοποίησης προβλημάτων που συναντώνται στη διαχείριση έκτακτων καταστάσεων (Emergency Response Operations Management) καθώς και των μεθόδων βελτιστοποίησής τους [94–99]. Η εκκένωση και η κατανομή της βοήθειας είναι οι δύο πιο κοινές διαδικασίες αντιμετώπισης, όμως άλλες διαδικασίες περιλαμβάνουν την καταστολή πυρκαγιάς, την απομάκρυνση συντριμμιών, και την προστασία ζωτικών σημείων για την κοινωνία [100]. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, παραλλαγές προβλημάτων *VRP* έχουν εφαρμοστεί σε περίπτωση πυρκαγιάς, εξυπηρετώντας διαφορετικούς στόχους, όπως είναι η κατάσβεση, η εκκένωση, η διασφάλιση υποδομών και η διάσωση θυμάτων [101–106].

Σε σενάρια έκτακτης ανάγκης, ο χρόνος είναι συχνά ο πιο σημαντικός παράγοντας, και έτσι, προβλήματα δρομολόγησης που εφαρμόζονται στον αντίστοιχο τομέα, στοχεύουν στη μείωση του χρόνου άφιξης και ολοκλήρωσης των προστατευτικών ενεργειών. Μία σύνοψη των συγκεκριμένων προβλημάτων δρομολόγησης

βρίσκεται στο [87]. Πάραυτα, προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων που έχουν προταθεί για την αντιμετώπιση έκτακτων αναγκών, εμφανίζουν διαφορετικά χαρακτηριστικά και στόχους, όπως η επιλεκτική εξυπηρέτηση πελατών και η μεγιστοποίηση του συνολικού οφέλους που επέρχεται από τις αντίστοιχες ενέργειες προστασίας. Η επιλεκτική δρομολόγηση οχημάτων (σε περίπτωση αντιμετώπισης έκτακτης ανάγκης), λαμβάνει χώρα όταν οι απαιτήσεις (προστασίας ή αρωγής) υπερβαίνουν τη δυνατότητα των επιχειρήσεων, δίνοντας προτεραιότητα στην προστασία ή αποκατάσταση των ζωτικότερων σημείων. Βάση αυτού, οι Allahviranloo et al. [107], πρότειναν ένα επιλεκτικό πρόβλημα δρομολόγησης για τη διανομή ανθρωπιστικής βοήθειας, με στοχαστική τιμή κέρδους σε κάθε κόμβο. Οι Van der Merwe et al. [108] πρότειναν ένα επιλεκτικό πρόβλημα δρομολόγησης διαφορετικών πυροσβεστικών οχημάτων για την προστασία καίριων υποδομών με περιορισμούς συγχρονισμού, το οποίο περιγράφεται στη Παράγραφο 1.3.1. Ο Balcik [109] πρότεινε το πρόβλημα δρομολόγησης επιλεκτικής αξιολόγησης (Selective Assessment Routing Problem (*SARP*)), μέσα από το οποίο καθορίζονται τα σημεία που πρέπει να αξιολογηθούν άμεσα μετά από ένα καταστροφικό συμβάν, καθώς και η σειρά με την οποία οι ομάδες αξιολόγησης και ανταπόκρισης θα μεταβούν σε αυτά. Οι Bruni et al. [110], πρότειναν ένα επιλεκτικό πρόβλημα δρομολόγησης με στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής καθυστέρησης των ενεργειών αξιολόγησης της καταστροφής μετά από σεισμό.

1.3.1 Πρόβλημα Προστασίας Καίριων Σημείων

Το πρόβλημα προστασίας καίριων σημείων (Asset Protection Problem (*APP*)) [57, 108, 111] περιγράφεται μέσω ενός γραφήματος, όπου $V = \{0, \dots, N\}$ είναι το σύνολο των κόμβων, με το σημείο έναρξης (αποθήκη/σταθμός) να ορίζεται στον κόμβο μηδέν και το σημείο επιστροφής στον κόμβο N . Όλοι οι ενδιαμέσσοι κόμβοι αποτελούν το σύνολο των καίριων σημείων για προστασία, μεγέθους $N - 1$. Είναι ακόμα δυνατόν, τα σημεία έναρξης και τερματισμού να ταυτίζονται. Το πρόβλημα ορίζεται βασιζόμενο σε ένα μη-ομοιογενή στόλο πυροσβεστικών οχημάτων, $q \in Q$ διαφορετικών τύπων. Σε κάθε τύπο οχημάτων q αντιστοιχούν P_q οχήματα. Κάθε καίριο σημείο (κόμβος) i χαρακτηρίζεται από: α) την αξία του p_i , η οποία σχετίζεται με το κοινωνικό όφελος που θα προσφέρει η προστασία του, β) την απαιτούμενη χρονική διάρκεια, s_i , των προστατευτικών ενεργειών που του αντιστοιχούν, γ) το χρονικό παράθυρο μέσα στο οποίο πρέπει να ξεκινήσουν οι απαραίτητες ενέργειες $[o_i, c_i]$, και δ) από τις απαιτήσεις σε τύπο και αριθμό οχημάτων που αντιστοιχούν στην προστασία του σημείου αυτού, οι οποίες αναπαριστώνται σε διάνυσμα $\mathbf{P}_i = \langle r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{iQ} \rangle$, όπου κάθε r_{iq} δηλώνει τον ζητούμενο αριθμό οχημάτων

τύπου q . Οι ενέργειες για την προστασία του σημείου i ξεκινάνε ταυτόχρονα από όλους τους πόρους (οχήματα) τη χρονική στιγμή $sync_i$ μέσα στο αντίστοιχο χρονικό παράθυρο.

Συγκεκριμένα, η χρονική στιγμή που γίνεται εφικτή (ή απαραίτητη) η προστασία ενός σημείου, o_i , αναφέρετε στη συνέχεια ως “άνοιγμα” του σημείου και σχετίζεται με τη θέση του στον χώρο και την ταχύτητα που επεκτείνεται το μέτωπο της πυρκαγιάς vel_f , ως: $o_i = \frac{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}{vel_f}$, λαμβάνοντας υπόψιν ότι η μετατόπιση είναι κυκλική [57]. Ο απαιτούμενος χρόνος μετακίνησης ενός οχήματος τύπου q μεταξύ των σημείων i και j ($\forall i, j \in V$) συμβολίζεται ως t_{ijq} και υπολογίζεται ως συνάρτηση της Ευκλείδειας απόστασης τους, ed_{ij} , και της ταχύτητας του οχήματος vel_q : $t_{ijq} = \frac{ed_{ij}}{vel_q}$. Ένα όχημα τύπου q μετακινείται από το σημείο i στο j , αν και μόνο αν και τα δύο σημεία απαιτούν τουλάχιστον ένα όχημα του συγκεκριμένου τύπου. Ακόμα, η μετακίνηση αυτή είναι εφικτή μόνο όταν ισχύει η εξής σχέση: $o_i + s_i + t_{ijq} \leq c_j$. Με άλλα λόγια, ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για τη μετακίνηση του εκάστοτε οχήματος από ένα σημείο στο αμέσως επόμενο του, θεωρώντας το νωρίτερο δυνατό σενάριο (όταν ξεκινήσουν οι ενέργειες προστασίας στο άνοιγμα του και ολοκληρωθούν), δεν πρέπει να υπερβαίνει το “κλείσιμο” του επόμενου σημείου, δηλαδή την αργότερα επιτρεπτή χρονική στιγμή για την έναρξη των ενεργειών προστασίας του τελευταίου. Βάση των παραπάνω, διαμορφώνονται τα σύνολο τόξων A_i^{q+} και A_i^{q-} , που περιέχουν όλες τις εφικτές μετακινήσεις, για κάθε τύπο οχήματος, που ξεκινάνε και τερματίζουν σε ένα σημείο i , αντίστοιχα. Για την επίλυση του προβλήματος APP χρησιμοποιούνται οι κάτωθι μεταβλητές απόφασης.

- $sync_i$: η χρονική στιγμή έναρξης συγχρονισμού οχημάτων στο σημείο i , που δηλώνει την έναρξη κατάσβεσης.
- $y_i = \begin{cases} 1, & \text{εάν το σημείο } i \text{ έχει κατασβεστεί} \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$
- x_{ijq} : ο αριθμός οχημάτων τύπου q που διέρχονται από το τόξο (i, j)
- $z_{ijq} = \begin{cases} 1, & \text{εάν οχήματα τύπου } q \text{ διέρχονται από το τόξο } (i, j) \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

Το μαθηματικό μοντέλο του APP παρουσιάζεται παρακάτω.

$$max : f = \sum_{i=1}^{N-1} p_i \cdot y_i \quad (1.18)$$

υπό

$$\sum_{(0,j) \in A_0^{q+}} x_{0jq} = \sum_{(i,N) \in A_N^{q-}} x_{iNq}, \quad q \in Q \quad (1.19)$$

$$\sum_{(i,k) \in A_k^{q-}} x_{ikq} = \sum_{(k,j) \in A_k^{q+}} x_{kj q}, \quad k = 1, \dots, N-1, \quad q \in Q \quad (1.20)$$

$$r_{kq} \cdot y_k = \sum_{(i,k) \in A_k^{q+}} x_{ikq}, \quad k = 1, \dots, N-1, \quad q \in Q \quad (1.21)$$

$$x_{ijq} \leq P_q \cdot z_{ijq}, \quad (i,j) \in A_i^{q+}, \quad q \in Q \quad (1.22)$$

$$sync_i + t_{ijq} + s_i - sync_j \leq M \cdot (1 - z_{ijq}), \quad (i,j) \in A_i^{q+}, \quad q \in Q \quad (1.23)$$

$$o_i \leq sync_i \leq c_i, \quad i = 0, \dots, N \quad (1.24)$$

$$x_{ijq} \in \{0, 1, \dots, P_q\}, \quad (i,j) \in A_i^{q+}, \quad q \in Q \quad (1.25)$$

$$y_i, z_{ijq} \in \{0, 1\}, \quad (i,j) \in A_i^{q+} \quad (1.26)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, Εξίσωση (1.18), επικεντρώνεται στη μεγιστοποίηση της συνολικής αξίας (κοινωνικό όφελος) που συνεπάγεται από την προστασία καίριων σημείων. Ο Περιορισμός (1.19) ορίζει ότι κάθε όχημα πρέπει να ξεκινάει τη διαδρομή του από την αποθήκη και να καταλήγει σε αυτήν. Ο Περιορισμός (1.20) διασφαλίζει τη συνέχεια της διαδρομής, έτσι τα οχήματα που προστατεύουν ένα σημείο k πρέπει και να αναχωρούν από αυτό. Ο Περιορισμός (1.21) ορίζει ότι ένα σημείο προστατεύεται όταν και μόνο όταν πληρούνται οι απαιτήσεις του σχετικά με τα οχήματα κατάσβεσης. Ο Περιορισμός (1.22) διασφαλίζει ότι ο αριθμός των οχημάτων (κάθε τύπου q) που διέρχονται από το τόξο (i,j) , δεν υπερβαίνει τον αντίστοιχο διαθέσιμο αριθμό P_q . Δοθέντος μεγάλου σταθερού θετικού αριθμού M , ο Περιορισμός (1.23) διασφαλίζει ότι το σημείο j καθίσταται επισκέψιμο μόνο όταν καλυφθούν οι απαιτήσεις του σημείου i , λαμβάνοντας υπόψιν την διάρκεια της μετακίνησης των οχημάτων μεταξύ των σημείων και το χρόνο που απαιτείται για την προστασία του σημείου i . Ο Περιορισμός (1.24) ορίζει τα χρονικά παράθυρα του προβλήματος, έτσι οι ενέργειες για την προστασία του σημείου i , μπορούν να ξεκινήσουν μόνο μέσα στο αντίστοιχο χρονικό παράθυρο. Τέλος, οι Περιορισμοί (1.25) και (1.26) ορίζουν τις εφικτές τιμές των μεταβλητών του μαθηματικού μοντέλου.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σύμφωνα με τον ορισμό του APP , για την προστασία ενός καίριου σημείου, ένα υποσύνολο ετερογενών οχημάτων πρέπει να συντονίσουν την άφιξη τους σε αυτό και έπειτα, να συγχρονίσουν την έναρξη των προστατευτικών ενεργειών που οφείλουν να εκτελέσουν σε αυτό. Η διαδικασία αυτή οδηγεί σε περίπλοκους χρονικούς και χωρικούς περιορισμούς συγχρονισμού.

Μία εκτενή βιβλιογραφική ανασκόπηση για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλούς περιορισμούς συγχρονισμού (VRPs with Multiple Synchronization constraints (*VRPMSs*)) έχει δοθεί από τον Drexl [112]. Σύμφωνα με την προαναφερθείσα μελέτη, το εξεταζόμενο πρόβλημα, *APP*, κατηγοριοποιείται ως πρόβλημα δρομολόγησης με συγχρονισμό εργασιών. Το *APP* εμφανίζει κοινά χαρακτηριστικά με το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ρυμουλκούμενα και μεταφορτώσεις (VRP with Trailers and Transshipments (*VRPTT*)) [113], σύμφωνα με το οποίο η μεταφόρτωση επιτρέπεται μόνο όταν το ενεργό και το παθητικό όχημα βρίσκονται ταυτόχρονα στο ίδιο σημείο και στην επιθυμητή χρονική στιγμή. Επιπλέον, στη βιβλιογραφία συναντώνται και άλλες παραλλαγές του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων που ενσωματώνουν περιορισμούς συγχρονισμού, εμπνευσμένες από πραγματικά σενάρια που εφαρμόζονται σε διαφορετικούς τομείς [114]. Οι Hu και Wei [115], εξέτασαν το πρόβλημα μεταφοράς ενός φορτίου με πολλαπλά οχήματα (Multi-Vehicle and One-Cargo transportation (*MVOC*)), σύμφωνα με το οποίο ένας ομογενής στόλος επίπεδων οχημάτων πρέπει να συντονιστεί για τη μεταφορά ενός ογκώδους φορτίου, το οποίο απαιτεί συγχρονισμό μεταξύ των διαδρομών. Εμπνευσμένο από ανθρωπιστικές και στρατιωτικές επιχειρήσεις δεμάτων, οι Lam et al. [116] παρουσίασαν μία γενικευμένη εκδοχή του προβλήματος δρομολόγησης με παραλαβή, παράδοση και χρονικά παράθυρα, το πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού κοινού οχήματος και πληρώματος (Joint Vehicle and Crew Routing and Scheduling Problem (*JVCRSP*)), που θεωρεί χρονική και χωρική αλληλεξάρτηση μεταξύ διαδρομών οχημάτων και διαδρομών πληρώματος, καθώς τα πληρώματα μπορούν να ανταλλάσσουν οχήματα. Ακόμα, οι Ali et al. [117] παρουσίασαν το πρόβλημα δρομολόγησης διανομής και εγκατάστασης (Delivery and Installation Routing Problem (*DIRP*)), το οποίο θεωρεί την εγκατάσταση προϊόντων σε τοποθεσία πελάτη, απαιτώντας τη συγχρονισμένη επίσκεψη οχημάτων παράδοσης και εγκατάστασης (ως μέλη ενός ετερογενή στόλου).

Άλλη εκδοχή του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων που σχετίζεται με το πρόβλημα προστασίας καίριων σημείων, είναι το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα και περιορισμούς συγχρονισμού (VRP with Time Windows and Synchronization constraints (*VRPTWSyn*)) [118]. Εμπνευσμένο από αναδυόμενα προβλήματα στη βιομηχανία πετρελαίου και φυσικού αερίου, οι Cavalcanti και Mendes [119], πρότειναν το *VRPTWSyn* για τη δρομολόγηση στόλου σκαφών εφοδιασμού, ρυμούλκησης και αγκύρωσης (Anchor Handling Tug Supply vessels (*AHTS*)), σύμφωνα με το οποίο τα σκάφη πρέπει να ανατεθούν σε υπερβάριες πλατφόρμες για την εκτέλεση εργασιών που απαιτούν την ταυτόχρονη

δράση περισσότερων από δύο ρυμουλκών. Πρόσφατα, οι Li et al. [120] παρουσίασαν μία παραλλαγή του *VRP* με συγχρονισμένες επισκέψεις σε προκατασκευασμένα συστήματα, ως επέκταση του *VRPTWSyn*. Οι Ha et al. [121] παρουσίασαν ένα μοντέλο περιοριστικού προγραμματισμού (Constraint Programming (*CP*)) για την εφαρμογή του *VRPTWSync* στη δρομολόγηση τεχνικού προσωπικού. Επίσης, το *VRPTWSyn*, εφαρμόζεται στη βιομηχανία οικιακής υγειονομικής περίθαλψης, όταν οι φροντιστές συντονίζονται και συγχρονίζονται (βάση πρακτικών περιορισμών και προτεραιοτήτων) για την επίσκεψη πελατών που χρειάζονται ιατρικές υπηρεσίες στα σπίτια τους [122]. Οι Hashemi Doulabi et al. [123] πρότειναν το πρόβλημα δρομολόγησης με συγχρονισμένες επισκέψεις και στοχαστικούς χρόνους ταξιδιού και εξυπηρέτησης, ως πρόβλημα προγραμματισμού οικιακής υγειονομικής περίθαλψης.

Κεφάλαιο 2

Παρουσίαση και Βιβλιογραφική Ανασκόπηση Αλγορίθμων

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (*VRP*), όπως και οι παραλλαγές του, έχει αποδειχθεί ως NP-hard πρόβλημα βελτιστοποίησης [124, 125], και άρα, δεν μπορεί να επιλυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο [126]. Συνεπώς, μόνο προβλήματα δρομολόγησης μικρής κλίμακας μπορούν να επιλυθούν σε λογικό χρόνο κάνοντας χρήση ακριβών μαθηματικών μεθόδων. Για τη βελτιστοποίηση προβλημάτων μεγάλης κλίμακας, όπως είναι το *VRP* όταν αφορά σε πρακτικές εφαρμογές, χρησιμοποιούνται προσεγγιστικές μέθοδοι, οι οποίες αποδίδουν μία αρκετά καλή λύση, σε λογικό χρόνο. Οι προσεγγιστικές αυτές μέθοδοι αποτελούνται από αλγοριθμικές δομές και κατηγοριοποιούνται σε ευρετικές (*heuristics*) και μεθευρετικές (*metaheuristics*). Η διαφορά μεταξύ των δύο έγκειται στο ότι οι ευρετικοί αλγόριθμοι είναι προσαρμοσμένοι στο εκάστοτε πρόβλημα που επιλύουν, ενώ οι μεθευρετικοί αφορούν ένα γενικό αλγοριθμικό πλαίσιο που εφαρμόζεται σε σχεδόν όλα τα προβλήματα βελτιστοποίησης [127]. Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι εφαρμόζουν ένα μηχανισμό αναζήτησης στο χώρο λύσεων, εναρμονίζοντας δύο βασικά σχήματα αναζήτησης, την εξερεύνηση ή διαφοροποίηση και την εκμετάλλευση ή εντατικοποίηση [128].

Όμως, σύμφωνα με το θεώρημα *NFL* (*No Free Lunch*) [129], ένας μεθευρετικός αλγόριθμος που επιλύει επιτυχώς ένα δοθέν πρόβλημα, δεν μπορεί αυτόματα να λύσει και όλα τα προβλήματα βελτιστοποίησης, ενώ όλοι οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι εμφανίζουν την ίδια μέση απόδοση. Για αυτό το λόγο, αναπτύχθηκε μία πληθώρα μεθευρετικών αλγορίθμων, οι οποίοι ανταποκρίνονται στην επίλυση προβλημάτων διαφορετικών τύπων. Συγκεκριμένα, οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: σε αυτούς που βασίζονται σε πληθυσμό λύσεων και σε αυτούς

που χρησιμοποιούν μία μόνο λύση. Οι αλγόριθμοι που ανήκουν στην πρώτη κατηγορία ξεκινάνε με την κατασκευή ενός τυχαίου πληθυσμού λύσεων, τον οποίο βελτιώνουν επαναληπτικά μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού. Οι αλγόριθμοι που ανήκουν στη δεύτερη κατηγορία εστιάζουν σε μία μόνο λύση, η οποία βελτιώνεται επαναληπτικά. Κάθε κατηγορία παρουσιάζει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα.

Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν έναν πληθυσμό λύσεων έχουν το πλεονέκτημα ότι εξερευνούν γρηγορότερα τον εκάστοτε χώρο λύσεων, μετατοπίζοντας την περιοχή στην οποία εστιάζουν σε κάθε επανάληψη. Επίσης, σε περίπτωση που κάποια λύση έχει παγιδευτεί σε μία περιοχή τοπικού βέλτιστου, στο πληθυσμό υπάρχουν άλλες λύσεις που βρίσκονται σε διαφορετική περιοχή και εμποδίζουν τη σύγκλιση του αλγορίθμου στο τοπικό βέλτιστο. Αυτό μας οδηγεί σε ένα ακόμα πλεονέκτημα αυτών των αλγορίθμων, την ανταλλαγή πληροφορίας μεταξύ των λύσεων του πληθυσμού. Με άλλα λόγια, σε μία επανάληψη, ο αλγόριθμος μπορεί να εντοπίσει την ποιότητα του χώρου λύσεων σε διαφορετικές περιοχές και να χρησιμοποιήσει αυτή την πληροφορία για να κατευθύνει αποτελεσματικά τις λύσεις στην επόμενη επανάληψη. Επιπλέον, οι αλγόριθμοι που βασίζονται σε πληθυσμό λύσεων, εμφανίζουν μειωμένη ευαισθησία σχετικά με τον αρχικό πληθυσμό λύσεων λόγω της ομοιόμορφης κατανομής στις τιμές όλων των μεταβλητών. Το βασικό τους μειονέκτημα είναι η ανάγκη της αξιολόγησης κάθε λύσης που ανήκει στον πληθυσμό, το οποίο απαιτεί τον υπολογισμό των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης πολλές φορές, το οποίο κοστίζει σε υπολογιστικό χρόνο. Επιπλέον, σε κάθε επανάληψη είναι απαραίτητη η διατήρηση (αποθήκευση) τόσο του ίδιου του πληθυσμού λύσεων όσο και των αντίστοιχων τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης, ώστε να αποτελέσουν εκμεταλλεύσιμη πληροφορία στην ακόλουθη επανάληψη. Τέλος, πρέπει να αναφέρουμε ότι λόγω των χαρακτηριστικών εξερεύνησης που παρουσιάζουν αυτοί οι αλγόριθμοι, μια μη-αποδοτική παραμετροποίηση τους μπορεί να οδηγήσει σε αργή σύγκλιση στο ολικό βέλτιστο.

Στον αντίποδα, οι αλγόριθμοι που βασίζονται στην εξέλιξη μίας και μόνο λύσης, απαιτούν λιγότερο χώρο αποθήκευσης και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίζεται λιγότερες φορές, σε σχέση με την προηγούμενη κατηγορία αλγορίθμων. Σημαντικό πλεονέκτημα αποτελεί και η ταχύτερη σύγκλιση αυτών των αλγορίθμων, κάτι που όμως μπορεί να οδηγήσει σε μη-επιθυμητή πρόωμη σύγκλιση. Έτσι, εμφανίζεται το μειονέκτημα αυτών των μεθόδων, δηλαδή της στασιμότητας και της σύγκλισης σε τοπικό βέλτιστο, το οποίο αντιμετωπίζεται στην προηγούμενη κατηγορία αλγορίθμων με την παράλληλη εξέλιξη πολλαπλών λύσεων.

Οι αλγόριθμοι που βασίζονται σε πληθυσμό λύσεων χωρίζονται σε κλάσεις ανάλογα με την πηγή έμπνευσης τους, σε: αλγόριθμους σμήνους, εξελικτικούς, βασισμένους στη φυσική, βασισμένους σε ενδεχόμενα, και βασισμένους σε μαθηματικά. Οι αλγόριθμοι που βασίζονται στη νοημοσύνη σμήνους (swarm intelligence), έχουν εμπνευστεί από τη συλλογική συμπεριφορά των ζώων που οδηγεί σε συλλογική γνώση, χωρίς την ύπαρξη κεντρικού ελέγχου από μία συγκεκριμένη μονάδα. Έτσι, αναπτύχθηκαν μαθηματικά μοντέλα που προσομοιώνουν αυτή τη συλλογική συμπεριφορά και χρησιμοποιήθηκαν στη δημιουργία αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Μερικοί από τους πιο διαδεδομένους αλγορίθμους αυτής της κλάσης είναι: ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization (PSO)) [130], ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization (ACO)) [131], ο Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας (Firefly Algorithm (FA)) [132], και ο Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (Bat Algorithm (BA)) [133].

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (evolutionary algorithms) έχουν εμπνευστεί από αντίστοιχα φαινόμενα στη φύση, προσομοιώνοντας τους τρόπους με τους οποίους διάφοροι οργανισμοί προσαρμόζονται σε διαφορετικά περιβάλλοντα, και βασίζονται σε διαδικασίες όπως η επιλογή και η μετάλλαξη. Ο τρόπος με τον οποίο επιλύουν προβλήματα βελτιστοποίησης αυτοί οι αλγόριθμοι διαφέρει σε σχέση με την προηγούμενη κατηγορία, διατηρώντας σταθερή αναλογία εξερεύνησης του χώρου λύσεων και εντατικοποίησης της αναζήτησης. Οι πιο διαδεδομένοι εξελικτικοί αλγόριθμοι είναι ο Γενετικός Αλγόριθμος (Genetic Algorithm (GA)) [134] και ο αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution (DE)) [135]. Οι αλγόριθμοι που ανήκουν στην κλάση που βασίζεται στη φυσική (physics-based), εμπνέονται από φαινόμενα όπως οι δυνάμεις μεταξύ σωμάτων (ή διαλυμάτων), η αλληλεπίδραση μεταξύ σωματιδίων και οι κινήσεις σωματιδίων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της κλάσης αποτελεί ο Αλγόριθμος της Βαρυτικής Αναζήτησης (Gravitational Search Algorithm (GSA)) [136]. Στην κατηγορία των αλγορίθμων που βασίζονται σε ενδεχόμενα (φαινόμενα) (event-based) ανήκει ενδεικτικά ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης (Teaching Learning Based Optimization (TLBO)) [137]. Τέλος, στην κλάση των αλγορίθμων των βασισμένων σε μαθηματικά μοντέλα και σε εξισώσεις (mathematics-based) ανήκει χαρακτηριστικά ο Αλγόριθμος Ημιτόνου Συνημιτόνου (Sine Cosine Algorithm (SCA)) [138]. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι των παραπάνω κλάσεων που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση προβλημάτων επιλεκτικής δρομολόγησης οχημάτων για τους σκοπούς της παρούσας διατριβής.

2.1 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών

Ένας από τους πιο διαδεδομένους αλγορίθμους βελτιστοποίησης βασισμένους στη νοημοσύνη σμήνους, είναι ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (*ACO*). Ο *ACO* βασίζεται στο φαινόμενο της στιγμέργιας (*stigmergy*), το οποίο αφορά στην αλληλεπίδραση και το συντονισμό των οργανισμών στη φύση μέσω του εντοπισμού των ενεργειών ενός οργανισμού από έναν ομοειδή του. Τα μυρμήγκια χρησιμοποιούν αυτό το φαινόμενο κατά τη διάρκεια αναζήτησης τροφής και με στόχο την κατανάλωση της ελάχιστης ενέργειας, εντοπίζοντας έτσι το κοντινότερο μονοπάτι από τη φωλιά στην πηγή τροφής. Το 1996, ο Dorigo, εμπνευσμένος από αυτό το φαινόμενο, πρότεινε τον *ACO*, παρουσιάζοντας την πρωταρχική θεωρία ως Σύστημα Μυρμηγκιών (*Ant System*) [131]. Αργότερα, παρουσιάστηκαν άλλες βασικές παραλλαγές του αρχικού αλγορίθμου, όπως το Μέγιστο-Ελάχιστο Σύστημα Μυρμηγκιών (*Max-Min Ant System (MMAS)*) [139] και το Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*Ant Colony System (ACS)*) [140]. Ακόμα, επιπλέον παραλλαγές του βασικού αλγοριθμικού πλαισίου παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία, μερικές από τις οποίες περιλαμβάνουν την υβριδοποίησή του βάση άλλων μεθευρετικών αλγορίθμων ή τεχνικών βελτιστοποίησης [141–148]. Τόσο ο πρωτότυπος αλγόριθμος, όσο και οι παραλλαγές του, έχουν χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης [149, 150], τα οποία βρίσκουν εφαρμογή σε διάφορους τομείς, όπως η επεξεργασία εικόνας [151], στη δρομολόγηση οχημάτων [152, 153], στη δρομολόγηση μη-επανδρωμένων οχημάτων [154, 155], στη δρομολόγηση δεδομένων σε δίκτυα τηλεπικοινωνίας [156] και στο χρονοπρογραμματισμό εργασιών [148].

Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος *ACO* ακολουθεί τη λογική των οργανισμών στη φύση. Όταν ένα μυρμήγκι φεύγει από τη φωλιά για να εντοπίσει μία πηγή τροφής, αφήνει μία χημική ουσία στο μονοπάτι που ακολουθεί, την ονομαζόμενη φερομόνη. Όσο τα μυρμήγκια ακολουθούν ένα συγκεκριμένο μονοπάτι, τόσο αυξάνεται η ποσότητα της φερομόνης σε αυτό. Κατά συνέπεια, αυξάνεται και η πιθανότητα ένα επόμενο μυρμήγκι, φεύγοντας από τη φωλιά, να ακολουθήσει το ίδιο μονοπάτι, το οποίο έχει χαρακτηριστεί από τα προηγούμενα ως αποτελεσματικό. Επιπλέον, η φερομόνη εξατμίζεται, και έτσι, τα μη-αποδοτικά μονοπάτια εντοπίζονται με μεγαλύτερη δυσκολία με την πάροδο του χρόνου. Με αυτό τον τρόπο, τα μυρμήγκια επικοινωνούν μεταξύ τους, συσσωρεύοντας γνώση την οποία αξιοποιεί ο αλγόριθμος *ACO* για να κατασκευάσει μία λύση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης τμηματικά [152].

Για την περιγραφή του αλγορίθμου χρησιμοποιείται η αναπαράσταση ενός διακριτού προβλήματος σε ένα γράφημα, όπως ένα πρόβλημα εύρεσης συντομότερης

διαδρομής. Έστω V το σύνολο των κόμβων και $A = \{(i, j) : i, j \in V\}$ το σύνολο των τόξων του γραφήματος. Κάθε τεχνητό μυρμήγκι αναπαριστά μία λύση και ακολουθεί ένα μονοπάτι που αποτελείται από τόξα του γραφήματος. Κάθε τόξο χαρακτηρίζεται από ένα μέτρο κόστους, δηλαδή το μήκος του, έστω δ_{ij} , και από ένα μέτρο ελκυστικότητας τ_{ij} , που αντιπροσωπεύει το επίπεδο της φερομόνης στο συγκεκριμένο τόξο. Περιγράφοντας τον αλγόριθμο, ένας πεπερασμένος αριθμός n μυρμηγκιών τοποθετείται σε έναν αρχικό κόμβο και κάθε ένα σχηματίζει ένα μονοπάτι σταδιακά, το οποίο αποτελεί μία εφικτή λύση του εκάστοτε εξεταζόμενου προβλήματος. Για να μετακινηθεί ένα μυρμήγκι k από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο $j \in J_k(i)$, όπου $J_k(i)$ το σύνολο των κόμβων που δεν έχει επισκεφτεί το συγκεκριμένο μυρμήγκι, ακολουθεί έναν πιθανοτικό κανόνα μετάβασης (state transition rule), βάση του οποίου επιλέγεται το τόξο (i, j) με το μικρότερο μήκος (μικρότερη διανυθείσα απόσταση) και με το υψηλότερο επίπεδο φερομόνης. Ο κανόνας μετάβασης παρουσιάζεται στην Εξίσωση (2.1), όπου η_{ij} το αντίστροφο του μήκους του αντίστοιχου τόξου και β η παράμετρος που ορίζει τη σχετική σημαντικότητα της φερομόνης έναντι της απόστασης ($\beta > 0$).

$$Pk_{ij} = \begin{cases} \frac{\tau_{ij} \cdot (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{u \in J_k(i)} \tau_{iu} \cdot (\eta_{iu})^\beta}, & \text{εάν } j \in J_k(i) \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (2.1)$$

Όταν όλα τα μυρμήγκια ολοκληρώσουν τη διαδρομή τους, εφαρμόζεται ο κανόνας ολικής ενημέρωσης της φερομόνης (global updating rule). Έτσι, το επίπεδο της φερομόνης στα τόξα διαφοροποιείται σύμφωνα με την Εξίσωση (2.2), όπου L_k είναι το συνολικό μήκος της διαδρομής που ακολούθησε το μυρμήγκι k , με $0 < \alpha < 1$. Σκοπός του κανόνα ενημέρωσης είναι να ενισχυθεί το επίπεδο της φερομόνης στα τόξα που απαρτίζουν τη συντομότερη διαδρομή. Το μαθηματικό μοντέλο κατασκευής των μονοπατιών και ενημέρωσης της φερομόνης επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθεί ένα κριτήριο τερματισμού.

$$\tau_{ij} = (1 - \alpha) \cdot \tau_{ij} + \sum_{k=1}^n \Delta\tau_{k(ij)} \quad (2.2)$$

όπου

$$\Delta\tau_{k(ij)} = \begin{cases} \frac{1}{L_k}, & \text{εάν το τόξο } (i, j) \text{ ανήκει στη διαδρομή του } k \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι στην κλασική εκδοχή του αλγορίθμου, οι λύσεις που σχηματίζονται δεν διατηρούνται αυτούσιες στη διαδοχή των επαναλήψεων, και μόνο το επίπεδο της φερομόνης στα τόξα αποθηκεύεται και λειτουργεί ως μνήμη

του αλγορίθμου. Μία από τις πιο διαδεδομένες παραλλαγές του *ACO*, όπως αναφέρεται παραπάνω, είναι αυτή του Συστήματος Αποικίας Μυρμηγκιών (*Ant Colony System (ACS)*). Ο *ACS* διαφέρει ως προς την αρχική εκδοχή σε τρία καίρια σημεία: α) ο κανόνας μετάβασης παρέχει έναν άμεσο τρόπο εξισορρόπησης της εξερεύνησης νέων κόμβων και της εκμετάλλευσης της συσσωρευμένης γνώσης (επίπεδο φερομόνης στα τόξα), β) ο ολικός κανόνας ενημέρωσης εφαρμόζεται μόνο στα τόξα που ανήκουν στην καλύτερη λύση του πληθυσμού, και γ) καθώς τα μυρμήγκια κατασκευάζουν μια λύση εφαρμόζεται ένας τοπικός κανόνας ενημέρωσης φερομόνης (*local pheromone updating rule*).

Ο *ACS* λειτουργεί ως εξής (Αλγόριθμος 1): κάθε μυρμήγκι μετακινείται εφαρμόζοντας επανειλημμένα τον στοχαστικό, άπληστο κανόνα μετάβασης, όπως παρουσιάζεται στην Εξίσωση (2.3), και παράλληλα τροποποιεί την ποσότητα της φερομόνης στα τόξα που επισκέπτεται εφαρμόζοντας τον τοπικό κανόνα ενημέρωσης, όπως παρουσιάζεται στην Εξίσωση (2.4). Όταν όλα τα μυρμήγκια ολοκληρώσουν τη διαδρομή τους η ποσότητα της φερομόνης τροποποιείται ξανά με βάση τον ολικό κανόνα ενημέρωσης, όπως παρουσιάζεται στην Εξίσωση (2.5). Το αρχικό επίπεδο της φερομόνης στα τόξα συμβολίζεται ως τ_0 . Η τοπική ενημέρωση στοχεύει στη μείωση των επιπέδων φερομόνης στα τόξα που έχουν ήδη επισκεφθεί, αυξάνοντας έτσι τη δυνατότητα διερεύνησης άλλων διαδρομών και εξαλείφοντας τον κίνδυνο ταχείας σύγκλισης.

$$j = \begin{cases} \underset{j \in J_k(i)}{\operatorname{argmax}} \{ \tau_{ij} \cdot (\eta_{ij})^\beta \}, & \text{εάν } q \leq q_0 \\ S, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \rho \cdot \tau_0, \quad 0 < \rho < 1 \quad (2.4)$$

$$\tau_{ij} = (1 - \alpha) \cdot \tau_{ij} + \alpha \cdot \Delta\tau_{ij}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.5)$$

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος είναι κατάλληλος για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης, των οποίων οι τιμές των μεταβλητών απόφασης ανήκουν σε καθορισμένα σύνολα τιμών, όπως είναι και το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (*VRP*), εφόσον μάλιστα, έχει προταθεί για την απλουστευμένη μορφή του προβλήματος, αυτής του πλανόδιου πωλητή (*Travelling Salesman Problem*

Αλγόριθμος 1 Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*ACS*)

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποίησης $f(x) = L$

Ορισμός μέγεθος πληθυσμού n

Αρχικοποίηση τ_0, α, ρ

repeat

for $x_k, k = 1, \dots, m$ **do**

repeat

 Εφαρμογή του κανόνα μετάβασης, Εξίσωση (2.3)

 Τοπική ενημέρωση της φερομόνης, Εξίσωση (2.4)

until Δημιουργία εφικτής λύσης

end for

 Αξιολόγηση των λύσεων & εντοπισμός της καλύτερης λύσης

 Ολική ενημέρωση της φερομόνης, Εξίσωση (2.5)

until Ικανοποίηση κριτηρίου τερματισμού

Επιστροφή της καλύτερης λύσης

(*TSP*)) [157–159]. Μία πληθώρα άρθρων είναι δημοσιευμένη στη σύγχρονη βιβλιογραφία, αναφορικά με τη χρήση του *ACO* και των παραλλαγών του, για την επίλυση διάφορων προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων και στη συνέχεια αναφέρονται χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτών. Ο *ACO* έχει χρησιμοποιηθεί στην επίλυση του *VRP* με διδιάστατη φόρτωση (*VRP with two-dimensional Loading Constraints (2 – LCVRP)*) [160] και του προβλήματος δρομολόγησης με παραλαβή και παράδοση (*VRP with Pickups and Deliveries (VRPPD)*) [161]. Οι Lee et al. [162], πρότειναν μία ενισχυμένη εκδοχή του αλγορίθμου με τεχνικές αναζήτησης για την επίλυση του προβλήματος *VRP* με περιορισμένη χωρητικότητα. Οι Ding et al. [163], πρότειναν μία υβριδοποιημένη εκδοχή του *ACO* για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με χρονικά παράθυρα (*VRP with Time Windows (VRPTW)*). Οι Yu et al. [164] πρότειναν άλλη μία βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου για το περιοδικό πρόβλημα δρομολόγησης με χρονικά παράθυρα (*Periodic VRPTW (PVRPTW)*), σύμφωνα με την οποία ο πίνακας που αναπαριστά το επίπεδο της φερομόνης είναι πολυδιάστατος, αντίστοιχα με τον αριθμό ημερών του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος. Ακόμα, ο *ACO* έχει χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με πολλαπλές αποθήκες (*Multi-Depot VRP (MDVRP)*), κάνοντας χρήση μίας σταθμισμένης στρατηγικής ενημέρωσης της φερομόνης, συνδυαστικά με τεχνικές μετάλλαξης του διανύσματος λύσης [165]. Ενώ, μία υβριδοποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου σε συνδυασμό με διαδικασίες τοπικής αναζήτησης, χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων πολλαπλών διαμερισμάτων (*Multi-Compartment VRP (MCVRP)*) [166]. Επιπλέον, οι Li et al. [167] πρότειναν μία βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου, με παραλλαγμένη ενημέρωση της φερομόνης, για την επίλυση της πράσινης εκδοχή του προαναφερθέντος προβλήματος (*Multi-Depot Green VRP (MDGVRP)*) [167]. Επίσης, ο *ACO*

έχει χρησιμοποιηθεί και σε προβλήματα με ετερογενής υπο-στόλους, όπως το πρόβλημα τροφοδοσίας (Feeder VRP (*FVRP*)) [168]. Πρόσφατα, για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με χαλαρωμένα χρονικά παράθυρα (VRP with Soft Time Windows (*VRPSTW*)), προτάθηκε μία υβριδοποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου με τον αλγόριθμο Προσαρμοστικής Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (Adaptive Variable Neighborhood Search (*AVNS*)) [169].

Το 2005, οι Montemanni et al. [170] χρησιμοποίησαν τον *ACS* για την επίλυση του δυναμικού προβλήματος δρομολόγησης (Dynamic VRP (*DVRP*)). Στη συνέχεια, οι Li και Tian, μέσω του *ACS* έλυσαν το ανοικτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Open VRP (*OVRP*)) [171], και οι Chen και Ting το κλασσικό πρόβλημα δρομολόγησης [172]. Το 2008, ο *ACS*, εφαρμόστηκε στην επίλυση του χρονο-εξαρτώμενου προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (Time Dependent VRP (*TDVRP*)) [173]. Οι Gajpal et al. [174], παρουσίασαν την εφαρμογή του αλγορίθμου *ACS* στην επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με ταυτόχρονη παράδοση και παραλαβή (VRP with Simultaneous Delivery and Pickup (*VRPSDP*)). Ακόμα, ο *ACS* έχει χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά στην επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων πολλαπλών διαμερισμάτων (Multi-Compartment VRP (*MCVRP*)) [175]. Μία άλλη υβριδοποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου, με βάση τον Αλγόριθμο της Πυγολαμπίδας (*FA*), παρουσιάστηκε από τους Goel et al. [176], για την επίλυση του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης. Ακόμα, οι Molina et al. [177] χρησιμοποίησαν μία υβριδοποιημένη εκδοχή του *ACS*, βάση της οποίας η τοπική αναζήτηση πραγματοποιείται με τη βοήθεια άλλων μεθευρετικών αλγορίθμων, για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με χρονικά παράθυρα και ετερογενή στόλο (Heterogeneous VRPTW (*HVRPTW*)). Πρόσφατα, ο *ACS* έχει χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα σε δυναμικό περιβάλλον (Dynamic VRP with Time Windows (*DTVRPTW*)), κάνοντας χρήση του υβριδοποιημένου αλγορίθμου *ACS* με πολλαπλούς πληθυσμούς και τυχαία κατεύθυνση αναζήτησης (Multiple Ant Colony System with Random Variable Neighborhood Descent (*MACS – RVND*)) [178].

2.2 Αλγόριθμος της Νυχτερίδας

Ο αλγόριθμος της νυχτερίδας (Bat Algorithm (*BA*)) προτάθηκε από τον Yang το 2010 [133, 179], ως ένας μεθευρετικός αλγόριθμος εμπνευσμένος από τη φύση, και συγκεκριμένα από τη συμπεριφορά ηχοεντοπισμού των νυχτερίδων στη φύση. Ο *BA* έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε ακαδημαϊκούς και βιομηχανικούς τομείς, όπως

σε προβλήματα ομαδοποίησης [180], υπολογιστικού νέφους [181], επεξεργασίας εικόνας [182], και ρομποτικής [183]. Επιπλέον, προκειμένου να βελτιωθεί η ικανότητα σύγκλισης του αλγορίθμου και άλλα χαρακτηριστικά του, π.χ. η ποικιλομορφία του πληθυσμού και ο μηχανισμός εξερεύνησης του χρόνου λύσεων, έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία διάφορες τροποποιήσεις του [184, 185] και υβριδοποιημένες εκδοχές με άλλους γνωστούς μεθευρετικούς αλγορίθμους [186, 187].

Οι νυχτερίδες χρησιμοποιούν φυσικό σόναρ για πλοήγηση και εντοπισμό τροφής. Τα δύο κύρια χαρακτηριστικά των νυχτερίδων κατά την εύρεση λείας έχουν υιοθετηθεί στο σχεδιασμό του *BA*. Συγκεκριμένα, οι νυχτερίδες τείνουν να μειώνουν την ένταση και να αυξάνουν το ρυθμό του εκπεμπόμενου ήχου υπερήχων όταν κυνηγούν το θήραμα. Επιπλέον, κάθε νυχτερίδα μπορεί είτε να εντοπίσει τις πιο αποδοτικές (θρεπτικές) περιοχές με ιδία αναζήτηση, είτε να κινηθεί προς αποδοτικές περιοχές που έχουν εντοπιστεί από άλλες νυχτερίδες του σμήνους. Έτσι, ο αλγόριθμος διέπεται από τους εξής ιδανικούς κανόνες:

1. Όλες οι νυχτερίδες χρησιμοποιούν τον ηχοεντοπισμό (echolocation) για να ανιχνεύσουν απόσταση και έχουν τη δυνατότητα να διακρίνουν μεταξύ ενός εμποδίου και ενός θηράματος.
2. Όλες οι νυχτερίδες πετάνε τυχαία με ταχύτητα v_i στη θέση x_i με σταθερή συχνότητα $f_{q_{min}}$, με μεταβλητό μήκος κύματος λ και ένταση A_i . Βασική υπόθεση είναι ότι κάθε νυχτερίδα μπορεί να προσαρμόσει με αυτόματο τρόπο τη συχνότητα των εκπεμπόμενων παλμών και τον ρυθμό εκπομπής τους $rt \in [0, 1]$. Αυτή η αυτόματη προσαρμογή εξαρτάται από την εγγύτητα του στοχευμένου θηράματος.
3. Στον πραγματικό κόσμο, η ένταση των εκπομπών μπορεί να ποικίλει, ωστόσο, υποθέτουμε ότι αυτή η ένταση μπορεί να κυμαίνεται από μία μέγιστη θετική τιμή A_0 έως μια ελάχιστη σταθερή τιμή A_{min} .

Ακολουθώντας τον ψευδο-κώδικα του αλγορίθμου *BA* (Αλγόριθμος 2), κάθε νυχτερίδα στον πληθυσμό αναπαριστά και μία εφικτή λύση του εκάστοτε εξεταζόμενου προβλήματος. Αρχικά, αρχικοποιείται ο πληθυσμός και οι τιμές των παραμέτρων κάθε λύσης, δηλαδή η συχνότητα f_{q_i} , η ταχύτητα v_i , η ένταση A_i και ο ρυθμός εκπομπής rt_i . Στην κύρια φάση, σε κάθε επανάληψη t , κάθε νυχτερίδα του πληθυσμού μετακινείται, ενημερώνοντας τη θέση και την ταχύτητα της σύμφωνα με τις Εξισώσεις (2.6), (2.7) και (2.8).

$$f_{q_i} = f_{q_{min}} + (f_{q_{max}} - f_{q_{min}})\beta, \quad \beta \in rand[0, 1] \quad (2.6)$$

Αλγόριθμος 2 Αλγόριθμος Νυχτερίδας *BA*

```

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης  $f(x)$ 
Αρχικοποίηση του πληθυσμού  $X = x_1, \dots, x_n$ 
for  $x_i \ i = 1, \dots, n$  do
  Αρχικοποίηση των  $v_i, A_i$  &  $rt_i$ 
  Ορισμός  $fq_i$ 
end for
repeat
  for  $x_i \ i = 1, \dots, n$  do
    Δημιουργία νέων λύσεων μέσω των Εξισώσεων (2.6), (2.7) & (2.8)
    if  $rand > rt_i$  then
      Επιλογή μιας λύσης από τις καλύτερες
      Δημιουργία νέας λύσης γύρω από την καλύτερη
    end if
    if  $rand < A_i$  &  $f(x_i) < f(x_*)$  then
      Αποδοχή νέας λύσης
      Αύξηση  $rt_i$  & μείωση  $A_i$ 
    end if
  end for
until Ικανοποίηση κριτηρίου τερματισμού
Ταξινόμηση των νυχτερίδων και επιστροφή της καλύτερης

```

$$v_i^t = v_i^{t-1} + [x_i^t - x_*]fq_i, \quad x_* : \text{η καλύτερη λύση του πληθυσμού} \quad (2.7)$$

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t \quad (2.8)$$

Στη συνέχεια, μία νέα λύση δημιουργείται με τυχαίο τρόπο (τοπική αναζήτηση), που βασίζεται σε τυχαίο περίπατο (random walk) : $x_{new} = x_{old} + rand[-1, 1] * A^t$, όπου A^t η μέση ένταση του σμήνους νυχτερίδων κατά την επανάληψη t . Τέλος, η ένταση A_i και ο ρυθμός εκπομπής rt_i κάθε νυχτερίδας ενημερώνονται βάση των Εξισώσεων (2.9) και (2.10).

$$A_i^{t+1} = \alpha A_i^t, \quad \alpha \in [0.90, 0.99] \quad (2.9)$$

$$rt_i^{t+1} = rt_i^0 [1 - \exp(-\gamma t)], \quad \gamma > 0 \quad (2.10)$$

Ο *BA* στην αρχική του μορφή, δεν είναι κατάλληλος για την επίλυση διακριτών προβλημάτων [188]. Συνεπώς, διακριτές και υβριδοποιημένες του μορφές έχουν χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία για την επίλυση διάφορων προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων, *VRP*. Το 2015, οι Taħa et al. [189] πρότειναν μία προσαρμοστική εκδοχή του αλγορίθμου για την επίλυση του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με πεπερασμένη χωρητικότητα (Capacitated VRP (*CVRP*)), που χρησιμοποιεί τρεις παραμέτρους (τη συχνότητα, το μήκος κύματος και την κατεύθυνση αναζήτησης), επιτρέποντας τη δημιουργία ποικιλόμορφου πληθυσμού και εναλλαγή του στόχου της αναζήτησης. Το ίδιο πρόβλημα επιλύθηκε από τους

Zhou et al. [190], μέσω ενός υβριδοποιημένου *BA* με τεχνική επανασύνδεσης μονοπατιού (Hybrid Bat Algorithm with Path Relinking (*HBA – PR*)), ο οποίος περιλαμβάνει και τη μέθοδο Άπληστης Τυχαιοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (*GRASP*)). Επιπλέον, το 2016, οι Osaba et al. [191] πρότειναν μία διακριτή έκδοχή του αλγορίθμου για την επίλυση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (Traveling Salesman Problem) και του αντίστοιχου ασύμμετρου προβλήματος. Στην έκδοχή που παρουσίασαν, οι νυχτερίδες έχουν κάποια ευφυΐα, η όποια τους επιτρέπει να ακολουθούν διαφορετικά μοτίβα κίνησης ανάλογα με το σημείο του χώρου λύσης στον οποίο βρίσκονται, ενώ υιοθέτησαν την απόσταση Hamming στην εξίσωση ταχύτητας για την κίνηση των νυχτερίδων και έναν επιπλέον μηχανισμό κινήσεων $3 - opt$. Επίσης το 2016, οι Saji και Riffi [192] παρουσίασαν μια διακριτή έκδοση του *BA* που περιλαμβάνει την τεχνική τοπικής αναζήτησης $2 - opt$.

Επιπρόσθετα, το 2017, οι Taha et al. [193] παρουσίασαν μια διακριτή έκδοση του *BA* για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (VRP with Time-Windows (*VRPTW*)), ο οποίος χρησιμοποιήθηκε σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο Αναζήτησης Μεγάλης Γειτονιάς (Large Neighborhood Search (*LNS*)). Η μέθοδος τους ενσωματώνει τελεστές που εκτελούν επιλεκτικές εξαγωγές κόμβων από το διάνυσμα λύσης σε μια προσπάθεια να ελαχιστοποιήσουν τον αριθμό των οχημάτων και την απόσταση ταξιδιού, επιτρέποντας την εξερεύνηση μεγαλύτερου χώρου λύσεων. Το 2018, οι Osaba et al. [194] πρότειναν μια εξελικτική και διακριτή παραλλαγή του αλγορίθμου, την Εξελικτική και Διακριτή Έκδοχή του Αλγορίθμου Νυχτερίδας (Evolutionary and Discrete Variant of the Bat Algorithm (*EDBA*)) για την επίλυση του *VRPTW*, σε συνδυασμό με διαφορετικούς ευρετικούς τελεστές, χρησιμοποιώντας επιλεκτική αφαίρεση κόμβων με επακόλουθη επανάθεση. Πρόσφατα, οι Osaba et al. [195] επικεντρώθηκαν στη κατηγορία προβλημάτων Rich VRP (*RVRP*), και συγκεκριμένα στο ομαδοποιημένο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, με παραλαβή και παράδοση, με ασύμμετρο μεταβλητό κόστος, με απαγορευμένους δρόμους και με περιορισμούς κόστους. Για την επίλυση αυτού του δύσκολου προβλήματος, δημιούργησαν έναν διακριτό και βελτιωμένο αλγόριθμο νυχτερίδας (Discrete and Improved Bat Algorithm (*DaIBA*)), ο οποίος χρησιμοποιεί δύο διαφορετικές δομές γειτονιάς, οι οποίες διερευνώνται ανάλογα με την απόσταση της νυχτερίδας σε σχέση με την καλύτερη του σμήνους.

2.3 Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης

Ο αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution (*DE*)), είναι ένας από τους πιο βασικούς μεθευρετικούς αλγορίθμους, ο οποίος προτάθηκε από τους Storn και Price, το 1996 [196, 197], με στόχο την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης συνεχών τιμών. Ο *DE* ανήκει στην κατηγορία των εξελικτικών αλγορίθμων και βασίζεται στην ενημέρωση ενός πληθυσμού λύσεων, χρησιμοποιώντας τεχνικές επιλογής, διασταύρωσης και μετάλλαξης. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς στην επίλυση προβλημάτων από διαφορετικούς επιστημονικούς χώρους [198, 199]. Όπως για παράδειγμα σε προβλήματα μηχανικής [200, 201], στην επεξεργασία εικόνας [202], σε νευρωνικά δίκτυα [203], σε προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας [204], καθώς και σε προβλήματα κατανομής ενέργειας [205]. Επιπλέον, στη βιβλιογραφία έχουν παρουσιαστεί και διαφορετικές παραλλαγές [206] ή υβριδοποιήσεις [207] του αλγορίθμου, οι οποίες για παράδειγμα περιλαμβάνουν αυτοπροσαρμοζόμενες παραμέτρους [208, 209] ή τροποποιημένες στρατηγικές μετάλλαξης [210–213].

Ένα από τα καίρια πλεονεκτήματα που εμφανίζει ο αλγόριθμος *DE*, είναι ότι απαιτεί λίγες παραμέτρους ελέγχου, οι οποίες αφορούν στο μέγεθος του πληθυσμού (NP), στο ρυθμό διασταύρωσης (Cr) και στο ρυθμό μετάλλαξης (F). Σύμφωνα με τον αλγόριθμο, ένας πληθυσμός λύσεων (τυχαία αρχικοποιημένος) ανανεώνεται μέσα από έναν αριθμό επαναλήψεων. Κάθε μέλος του πληθυσμού αντιπροσωπεύεται από ένα πολυδιάστατο διάνυσμα λύσης x_{ij} , όπου $i \in \{1, \dots, NP\}$ και $j \in \{1, \dots, D\}$, αναφορικά με ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης D διαστάσεων. Η πρώτη διαδικασία που εφαρμόζεται στον πληθυσμό, σε κάθε επανάληψη, είναι αυτή της μετάλλαξης (mutation), κατά την οποία τρία διανύσματα του πληθυσμού επιλέγονται τυχαία, δηλαδή ένα διάνυσμα βάσης ($i_1 \neq i$) και άλλα δύο διαφορετικά ($i \neq i_1 \neq i_2 \neq i_3$). Η διαφορά των διανυσμάτων x_{i_2} και x_{i_3} , πολλαπλασιάζεται με τον ρυθμό μετάλλαξης ($0 \leq F \leq 1$) και προστίθεται στο διάνυσμα βάσης, όπως φαίνεται στην Εξίσωση (2.11). Κατά αυτόν τον τρόπο δημιουργείται το μεταλλαγμένο διάνυσμα λύσης $v_{ij}(t)$, για κάθε μέλος του πληθυσμού στην γενιά (επανάληψη) t .

$$v_{ij}(t+1) = x_{i_1j}(t) + F * (x_{i_2j}(t) - x_{i_3j}(t)) \quad (2.11)$$

Έπειτα, για κάθε μέλος του πληθυσμού (διάνυσμα στόχου) εφαρμόζεται η διαδικασία της διασταύρωσης, η οποία αποτελεί έναν ανασυνδυασμό ενός διανύσματος

βάση του αντίστοιχου μεταλλαγμένου του, και οδηγεί στη δημιουργία του δοκιμαστικού διανύσματος $u_{ij}(t)$. Κοινώς χρησιμοποιούνται δύο είδη μεθόδων διασταύρωσης, η εκθετική (exponential) και η διωνυμική (binomial) [214]. Σύμφωνα με την εκθετική διασταύρωση, πρώτα επιλέγεται τυχαία ένας φυσικός αριθμός d από το σύνολο $\{1, 2, \dots, D\}$. Αυτός ο αριθμός αποτελεί και το σημείο εκκίνησης στο αρχικό διάνυσμα, το σημείο δηλαδή από το οποίο θα ξεκινήσει η διασταύρωση ή ανταλλαγή των τιμών με το μεταλλαγμένο διάνυσμα. Στη συνέχεια υπολογίζεται το πλήθος των στοιχείων L που θα μεταβιβαστούν από το μεταλλαγμένο διάνυσμα στο διάνυσμα στόχου. Για να υπολογιστεί ο αριθμός L , εφαρμόζεται μία επαναληπτική τεχνική, κατά την οποία η τιμή του αυξάνεται κατά μία μονάδα, μέχρι να ισχύει ότι: $rand[0, 1] < Cr \ \& \ L < D$. Κατόπιν, εφαρμόζεται η Εξίσωση (2.12) για τη δημιουργία του δοκιμαστικού διανύσματος.

$$u_{ij}(t+1) = \begin{cases} v_{ij}(t+1), & \text{εάν } j = (d)mod_D, (d+1)mod_D, \dots, (d+L-1)mod_D \\ x_{ij}(t), & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (2.12)$$

Σύμφωνα με την διωνυμική διασταύρωση, όπως παρουσιάζεται στην Εξίσωση (2.13), η διαδικασία ανασυνδυασμού καθορίζεται από την παράμετρο Cr , και επιλέγονται τα στοιχεία (τιμές των μεταβλητών απόφασης) που θα διατηρηθούν στο δοκιμαστικό διάνυσμα από το αντίστοιχο αρχικό του και ποια θα αποκτηθούν από το αντίστοιχο μεταλλαγμένο του. Η τιμή της παραμέτρου διασταύρωσης Cr καθορίζεται μέσα από το σύνολο τιμών $[0, 1]$. Για κάθε μεταβλητή j , υπολογίζεται ένας τυχαίος αριθμός ϕ και ένας τυχαίος δείκτης j_{rand} , έτσι ώστε $\phi, j_{rand} \in [0, 1]$. Εάν η τιμή του ϕ είναι μικρότερη ή ίση από την τιμή της παραμέτρου Cr ή εάν πρόκειται για κοινή μεταβλητή, τότε το δοκιμαστικό διάνυσμα υιοθετεί την τιμή της μεταβλητής απόφασης από το μεταλλαγμένο του διάνυσμα, διαφορετικά διατηρεί αυτή της αρχικής του εκδοχής.

$$u_{ij}(t+1) = \begin{cases} v_{ij}(t+1), & \text{εάν } \phi \leq Cr \ \text{ή} \ j = j_{rand} \\ x_{ij}(t), & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (2.13)$$

Οι διαδικασίες μετάλλαξης και διασταύρωσης είναι σχεδιασμένες για να ενισχύσουν την ποικιλομορφία του πληθυσμού. Προκειμένου, όμως να εντατικοποιηθεί η αναζήτηση και να διατηρηθεί σταθερό το μέγεθος του πληθυσμού, εφαρμόζεται η διαδικασία της επιλογής (selection). Έτσι, επιλέγεται ένα από τα δύο σχετιζόμενα διανύσματα, στόχου και δοκιμαστικό, το οποίο και διατηρείται στον πληθυσμό για την επόμενη επανάληψη. Η επιλογή γίνεται σύμφωνα με την αντίστοιχη τιμή

αντικειμενικής συνάρτησης των δύο διανυσμάτων, και συνεπώς, επιβιώνει η πιο ποιοτική λύση, όπως φαίνεται στην Εξίσωση (2.14).

$$x_{ij}(t+1) = \begin{cases} u_{ij}(t+1), & \text{εάν } f(x_{ij}(t)) \leq f(u_{ij}(t+1)) \\ x_{ij}(t), & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (2.14)$$

Επιπλέον, πρέπει να αναφερθεί ότι στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί παραλλαγές της στρατηγικής μετάλλαξης (Εξίσωση (2.11)), οι οποίες ακολουθούν το γενικό συμβολισμό $DE/x/y/z$, όπου το x δηλώνει τον τρόπο με τον οποίο επιλέγεται το διάνυσμα στόχος, το y δηλώνει τον αριθμό των διαφορικών διανυσμάτων που επιλέγονται για την μετάλλαξη του x , και το z αντιστοιχεί στην επιλεγμένη στρατηγική διασταύρωσης. Για παράδειγμα, η περιγραφόμενη εκδοχή που αναπαρίσταται από την Εξίσωση (2.11), συμβολίζεται ως $DE/rand/1$. Μερικές από τις πιο χρησιμοποιημένες στρατηγικές μετάλλαξης παρουσιάζονται στις Εξισώσεις (2.15-2.18). Ο αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης συνοψίζεται στον Αλγόριθμο 3.

$$DE/best/1 : v_{ij}(t+1) = x_{i_{best}j}(t) + F * (x_{i_{1j}}(t) - x_{i_{2j}}(t)) \quad (2.15)$$

$$DE/current-to-best/1 : v_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + F * (x_{i_{best}j}(t) - x_{ij}(t)) + F * F * (x_{i_{1j}}(t) - x_{i_{2j}}(t)) \quad (2.16)$$

$$DE/best/2 : v_{ij}(t+1) = x_{i_{best}j}(t) + F * (x_{i_{1j}}(t) - x_{i_{2j}}(t)) + F * (x_{i_{3j}}(t) - x_{i_{4j}}(t)) \quad (2.17)$$

$$DE/rand/2 : v_{ij}(t+1) = x_{i_{1j}}(t) + F * (x_{i_{2j}}(t) - x_{i_{3j}}(t)) + F * (x_{i_{4j}}(t) - x_{i_{5j}}(t)) \quad (2.18)$$

Ο DE , έχει εφαρμοστεί επίσης και στην επίλυση του προβλήματος VRP και των παραλλαγών του [215]. Το 2009, παρουσιάστηκε μία υβριδοποιημένη τεχνική βασισμένη στον αλγόριθμο DE και σε τεχνικές προσομοίωσης, για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με ασαφή ζήτηση (VRP with Fuzzy Demands ($VRPFD$)) [216]. Έπειτα, ο αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με ταυτόχρονη παραλαβή και παράδοση, με χρονικά παράθυρα (VRP with Simultaneous Pickups and Deliveries and Time Windows ($VRP - SPDTW$))

Αλγόριθμος 3 Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης *DE*

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$
 Αρχικοποίηση των παραμέτρων NP , F και Cr
 Αρχικοποίηση του πληθυσμού $X = x_1, \dots, x_{NP}$
repeat
 for $x_i \ i = 1, \dots, NP$ **do**
 Δημιουργία του μεταλλαγμένου διανύσματος v_i , εφαρμογή Εξίσωσης (2.11) ή επιλεκτικά από τις (2.15) - (2.18)
 Δημιουργία του δοκιμαστικού διανύσματος u_i μέσω διασταύρωσης, εφαρμογή Εξίσωσης (2.12) ή (2.13)
 Επιλογή της καλύτερης λύσης μεταξύ των x_i και u_i , εφαρμογή Εξίσωσης (2.14)
 end for
until Ικανοποίηση κριτηρίου τερματισμού
 Ταξινόμηση των μελών και επιστροφή της καλύτερης λύσης

[217]. Ακόμα, οι Teoh et al. [218] και οι Song et al. [219] παρουσίασαν διαφορετικές εκδοχές του *DE*, με διαδικασίες τοπικής αναζήτησης, για την επίλυση του προβλήματος *CVRP*. Ενώ, οι Marinakis et al. [220] χρησιμοποίησαν έναν υβριδικό αλγόριθμο βασισμένο στον *DE* για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης με στοχαστικά χαρακτηριστικά. Πρόσφατα, προτάθηκε ένας ακόμα, υβριδοποιημένος *DE* αλγόριθμος για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές διαδρομές και επιστροφές προϊόντων (Multi-Trip VRP with Backhauls (*MTVRPB*)) [221].

2.4 Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας

Ο Αλγόριθμος της πυγολαμπίδας (Firefly Algorithm (*FA*)) προτάθηκε από τον Yang το 2009 [132], ως ένας μεθευρετικός αλγόριθμος βασισμένος στη δημιουργία σμήνους, και αρχικά κατασκευάστηκε για την επίλυση προβλημάτων συνεχών μεταβλητών. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε με επιτυχία στη βελτιστοποίηση προβλημάτων από διαφορετικούς τομείς, όπως στον βέλτιστο σχεδιασμό κατασκευής χάλυβα [222], στην αναγνώριση εικόνας, προσώπου και κειμένου [223, 224], στη βελτιστοποίηση παραμέτρων ηλεκτροχημικών διεργασιών κατεργασίας [225], στη ψηφιακή επεξεργασία εικόνων [226], στη διαχείριση ισχύος σε ασύρματα δίκτυα αισθητήρων [227], στη μηχανική [228] και σε πολλούς ακόμα τομείς. Γενικότερα, ο *FA* θεωρείται ένας επιτυχημένος αλγόριθμος επίλυσης προβλημάτων συνεχών μεταβλητών, και κατά συνέπεια, στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί ποικίλες τεχνικές για την περαιτέρω βελτίωση του, καθώς και τροποποιήσεις του με στόχο την επίλυση διακριτών προβλημάτων [229–232].

Ο αλγόριθμος FA είναι εμπνευσμένος από το φαινόμενο της βιοφωταύγειας, το οποίο χρησιμοποιούν οι πυγολαμπίδες για να προσελκύουν συντρόφους ή λεία. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με το αλγοριθμικό σχήμα του FA , κάθε πυγολαμπίδα αντιπροσωπεύει μία λύση, και η ποιότητα της λύσης (η τιμή της εκάστοτε αντικειμενικής συνάρτησης) αντικατοπτρίζεται από την ένταση του φωτός της πυγολαμπίδας. Όπως συμβαίνει στη φύση, μία πυγολαμπίδα έλκεται από, και κινείται προς μία φωτεινότερη, έτσι και στον αλγόριθμό ενσωματώνεται ο αντίστοιχος μηχανισμός κίνησης, ώστε μία λύση να μετατοπίζεται στο χώρο λύσεων προς μία πιο αποδοτική περιοχή. Πάραυτα, η ένταση του φωτός δεν είναι η μοναδική παράμετρος του μηχανισμού κίνησης. Όσο αυξάνεται η απόσταση μεταξύ δύο πυγολαμπίδων τόσο μικραίνει η ένταση του φωτός της μίας πυγολαμπίδας, όπως γίνεται αντιληπτή από την άλλη, και κατά συνέπεια, η πρώτη γίνεται και λιγότερο ελκυστική. Ο Yang όρισε τρεις βασικούς κανόνες στον προτεινόμενο αλγόριθμο του για να προσομοιώσει το φυσικό φαινόμενο:

1. Οι πυγολαμπίδες δεν προσδιορίζονται φυλετικά, και κάθε πυγολαμπίδα μπορεί να προσελκύσει οποιαδήποτε άλλη.
2. Η ελκυστικότητα κάθε πυγολαμπίδας είναι ανάλογη της φωτεινότητας της. Έτσι, για κάθε δύο πυγολαμπίδες, η λιγότερο φωτεινή έλκεται και μετατοπίζεται προς μία περισσότερο φωτεινή. Τα παραπάνω μέτρα, η ελκυστικότητα και η φωτεινότητα, ελαττώνονται με την αύξηση της απόστασης μεταξύ των πυγολαμπίδων. Η πυγολαμπίδα με την μεγαλύτερη φωτεινότητα στο χώρο κινείται με βάση τη τυχειότητα.
3. Η φωτεινότητα μιας πυγολαμπίδας επηρεάζεται ή καθορίζεται από την αντικειμενική συνάρτηση.

Με βάση τα παραπάνω, κάθε πυγολαμπίδα χαρακτηρίζεται από την ένταση του φωτός της (I) και την ελκυστικότητα της (β). Λαμβάνοντάς υπόψιν ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, η ένταση του φωτός μίας πυγολαμπίδας στη θέση ξ , αντιπροσωπεύει τη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, $f(\xi)$, (σε προβλήματα μεγιστοποίησης) ή την αντίστροφη αυτής (σε προβλήματα ελαχιστοποίησης) [233]. Η ελκυστικότητά μίας πυγολαμπίδας i είναι ανάλογη της έντασης του φωτός που αντιλαμβάνονται γειτονικές πυγολαμπίδες j και επηρεάζεται από την απόσταση r_{ij} , όπως φαίνεται στην Εξίσωση (2.19), σταθμισμένη από το σταθερό συντελεστής απορρόφησης του φωτός γ , σύμφωνα με την Εξίσωση (2.20), ενώ το β_0 δηλώνει την ελκυστικότητα όταν $r = 0$.

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2} \quad (2.19)$$

$$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (2.20)$$

Η μετατόπιση μίας πυγολαμπίδας i που ελκύεται από μία άλλη j , τη χρονική στιγμή t , καθορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (x_j^t - x_i^t) + \alpha_t \epsilon_i^t, \quad (2.21)$$

Ο τελευταίος όρος της Εξίσωσης (2.21) περιλαμβάνει μία παράμετρο τυχειότητας και ένα διάνυσμα τυχαίων αριθμών από μία Γκαουσιανή ή κανονική κατανομή, τη χρονική στιγμή t .

Η παραμετροποίηση του αλγορίθμου είναι εξαιρετικά σημαντική και αποσκοπεί στον έλεγχο της ποικιλομορφίας (diversity) των παραγόμενων λύσεων. Μέσα από παραμετρικές μελέτες [230], έχουν προταθεί τα εξής:

$$\alpha_t = \alpha_0 \delta^t, \quad \delta \in [0.95, 0.97] \quad (2.22)$$

όπου για μέσο μέγεθος προβλήματος L , $\alpha_0 = 0.01L$ και $\gamma = 1/\sqrt{L}$. Επιπρόσθετα, η σχέση $\beta_0 = 1$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πλειοψηφία των εφαρμογών. Ο Αλγόριθμος 4 παρουσιάζει τον ψευδο-κώδικα του κλασσικού αλγορίθμου [132].

Αλγόριθμος 4 Αλγόριθμος Πυγολαμπίδας (FA)

```

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης  $f(x)$ 
Αρχικοποίηση του πληθυσμού  $X = x_1, \dots, x_n$ 
Ορισμός του συντελεστή  $\gamma$ 
for  $x_i$   $i = 1, \dots, n$  do
    Αρχικοποίηση της έντασης του φωτός  $I_i$ 
end for
repeat
    for  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  do
        for  $x_j$ ,  $j \neq i = 1, \dots, n$  do
            if  $I_j > I_i$  then
                Μετατόπιση πυγολαμπίδας  $x_i$  προς την  $x_j$ , Εξίσωση (2.21)
            end if
            Ενημέρωση της ελκυστικότητας, Εξίσωση (2.20)
            Αξιολόγηση των νέων λύσεων και ενημέρωση της έντασης του φωτός
        end for
    end for
    Ταξινόμηση των πυγολαμπίδων για να βρεθεί η καλύτερη
until Ικανοποίηση κριτηρίου τερματισμού
Ταξινόμηση των πυγολαμπίδων και επιστροφή της καλύτερης

```

Ο αλγόριθμος FA , έχει ελάχιστα χρησιμοποιηθεί στην επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων [232] λόγω της διακριτής τους φύσης. Αρχικά, ο αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (Traveling Salesman Problem (TSP)), τροποποιημένος βάση εξελικτικών και διακριτών ερευνητικών μεθόδων [234]. Το 2013, οι Pan et al. [235] πρότειναν τον FA

για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (*VRPTW*), συμπεριλαμβάνοντας διακριτούς μηχανισμούς κωδικοποίησης και τροποποίησης του διανύσματος λύσεων. Επιπλέον, μία γενετικά υβριδοποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου παρουσιάστηκε από τους Simic et al. [236], για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με ετερογενή στόλο (*HVRP*). Το 2016, οι Alinaghian και Naderipour [237] πρότειναν μία Γκαουσιανή υβριδοποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου για την επίλυση του χρονικά εξαρτώμενου προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων σε γράφημα πολλαπλών εναλλακτικών λύσεων. Μία ακόμα διακριτή εκδοχή του *FA* χρησιμοποιήθηκε από τους Osaba et al. [238] για την επίλυση του μη-συμμετρικού, ομαδοποιημένου προβλήματος δρομολόγησης με ταυτόχρονη παραλαβή και παράδοση προϊόντων, με μεταβλητό κόστος και απαγορευμένες διαδρομές (Asymmetric and Clustered VRP with Simultaneous Pickup and Deliveries, Variable Costs and Forbidden Paths (*AC – VRP – SPDVCFP*)). Το 2018, παρουσιάστηκε μία υβριδοποιημένη εκδοχή του *FA*, βάση του αλγορίθμου *ACS*, για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης, συμπεριλαμβάνοντας και μία νέα τεχνική για τη μέτρηση της απόστασης μεταξύ των λύσεων [176]. Πρόσφατα, το 2019, οι Li et al. [239] χρησιμοποίησαν μία διακριτή εκδοχή του αλγορίθμου με σύνθετη γειτονιά αναζήτησης, για την επίλυση μη-συμμετρικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα και πολλαπλές αποθήκες (Asymmetric Multi-Depot VRPTW (*AMDVRPTW*)).

2.5 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων

Ο αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization (*PSO*)), προτάθηκε το 1995, από τους James Kennedy και Russell Eberhart, ως ένας αλγόριθμος ολικής βελτιστοποίησης [130], εμπνευσμένος από τη συρρέουσα συμπεριφορά των πουλιών στη φύση. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος έχει μελετηθεί εκτενώς και εφαρμοστεί επιτυχώς σε διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης, είτε στην πρότυπη [240] του εκδοχή είτε σε παραλλαγμένη [241–244] ή υβριδοποιημένη μορφή [245–249]. Στη βιβλιογραφία βρίσκονται πολλές βιβλιογραφικές ανασκοπήσεις των εκδοχών του *PSO*, καθώς και των πεδίων εφαρμογής του. Στις πιο πρόσφατες συγκαταλέγονται οι [250–253].

Σύμφωνα με τον *PSO*, ένας αριθμός από αυτόνομες οντότητες (σωματίδια), κατασκευάζονται με στοχαστικό τρόπο αναφορικά με το χώρο λύσεων του εκάστοτε εξεταζόμενου προβλήματος βελτιστοποίησης. Έτσι, κάθε σωματίδιο αποτελεί και μία εφικτή λύση, το οποίο αντιπροσωπεύεται από την ταχύτητα του και τη θέση του στο χώρο λύσεων. Επιπλέον, κάθε σωματίδιο διατηρεί μνήμη που του επιτρέπει

να επιστρέψει (αν χρειαστεί) στην πρότερη καλύτερη θέση του. Χαρακτηριστικά, ένα σμήνος σωματιδίων αποτελείται από n σωματίδια που κινούνται σε ένα χώρο λύσεων, D -διαστάσεων. Επιπλέον, κάθε σμήνος σωματιδίων χαρακτηρίζεται από έναν είδος τοπολογίας, η οποία περιγράφει τις διασυνδέσεις μεταξύ των σωματιδίων. Το σύνολο των σωματιδίων που συνδέονται (τοπολογικά) με ένα σωματίδιο i , αποτελεί και τη γειτονιά του σωματιδίου αυτού, η οποία μπορεί να αντιστοιχεί και σε ολόκληρο τον πληθυσμό. Η κλασσική τοπολογία που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο *PSO* είναι η *gbest*, κατά την οποία το καλύτερο σωματίδιο του πληθυσμού (ως η πιο ποιοτική λύση) επηρεάζει τα υπόλοιπα. Πάραυτα, στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορες τοπολογίες που αποτρέπουν τον αλγόριθμο να παγιδευτεί σε σημείο τοπικού βέλτιστου [254].

Κατά την αρχικοποίηση του αλγορίθμου, η ταχύτητα και η θέση κάθε σωματιδίου ορίζεται τυχαία. Σε κάθε επανάληψη, κάθε σωματίδιο $i = 1, \dots, n$, προσαρμόζει τη θέση του x_i και την ταχύτητα του v_i σε κάθε διάσταση $j = 1, \dots, D$, με βάση την καλύτερη θέση (P_{best}) που έχει βρεθεί το ίδιο μέχρι την εξεταζόμενη στιγμή t και την καλύτερη θέση που έχει βρεθεί οποιοδήποτε σωματίδιο της γειτονιάς του (G_{best}), μέχρι την εξεταζόμενη χρονική στιγμή. Η ταχύτητα ορίζει την απόσταση την οποία το σωματίδιο πρέπει να διανύσει, καθώς και τη διεύθυνση που πρέπει να ακολουθήσει, και ενημερώνεται σύμφωνα με την Εξίσωση (2.23), όπου ϕ_1, ϕ_2 είναι δύο τυχαίοι αριθμοί ομοιόμορφα κατανεμημένοι στο $[0,1]$ και c_1, c_2 είναι σταθεροί πολλαπλασιαστικοί όροι, γνωστοί ως συντελεστές επιτάχυνσης. Οι συντελεστές αυτές ορίζουν την έλξη του σωματιδίου ως προς τη δική του επιτυχία ή ως προς αυτή των γειτόνων του. Ακόμα, η θέση του σωματιδίου ενημερώνεται σε κάθε επανάληψη μέσω της Εξίσωσης (2.24). Η βασική εκδοχή του *PSO* παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 5.

$$v_{ij}(t+1) = v_{ij}(t) + c_1\phi_1(P_{best} - x_{ij}(t)) + c_2\phi_2(G_{best} - x_{ij}(t)) \quad (2.23)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (2.24)$$

Ένα από τα μειονεκτήματα που εμφανίζει ο *PSO* είναι η πιθανότητα της πρόωρης σύγκλισης, και για την αντιμετώπιση του έχουν προταθεί διαφορετικές τεχνικές, όπως αυτή της αδράνειας (inertia) [255] και της στένωσης (constriction) [256]. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με την δεύτερη τεχνική που συμβολίζεται ως Constriction *PSO* (*cPSO*), η ενημέρωση του διανύσματος ταχύτητας πραγματοποιείται σύμφωνα με τις Εξισώσεις (2.25) και (2.26), όπου χ ο συντελεστής στένωσης και $c = c_1 + c_2, c > 4$.

Αλγόριθμος 5 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων *PSO*

```

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης  $f(x)$ 
Αρχικοποίηση της θέσης του σμήνους  $X = x_1, \dots, x_n$ 
Αρχικοποίηση της ταχύτητας του σμήνους  $V = v_1, \dots, v_n$ 
repeat
  for  $x_i \ i = 1, \dots, NP$  do
    Ενημέρωση της ταχύτητας  $v_i$ , εφαρμογή Εξίσωσης (2.23)
    Ενημέρωση της θέσης  $x_i$ , εφαρμογή Εξίσωσης (2.24)
    Αξιολόγηση της νέας λύσης  $x_i$ 
    if  $f(P_{best}) > f(x_i)$  then
       $P_{best} \leftarrow x_i$ 
    end if
    if  $f(G_{best}) > f(x_i)$  then
       $G_{best} \leftarrow x_i$ 
    end if
  end for
until Ικανοποίηση κριτηρίου τερματισμού
  Ταξινόμηση των σωματιδίων και επιστροφή της καλύτερης λύσης

```

$$v_{ij}(t+1) = \chi(v_{ij}(t) + c_1\phi_1(P_{best} - x_{ij}(t)) + c_2\phi_2(G_{best} - x_{ij}(t))) \quad (2.25)$$

$$\chi = \frac{2}{|c - 2 + \sqrt{c^2 - 4c}|} \quad (2.26)$$

Ο αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων έχει εκτενώς χρησιμοποιηθεί στην επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων. Μία εκτενής βιβλιογραφική ανασκόπηση για την εφαρμογή του *PSO* στο *VRP* και στις παραλλαγές του, παρουσιάστηκε το 2018, από τους Marinakis et al. [250]. Έκτοτε, έχουν δημοσιευτεί και άλλες σχετικές έρευνες. Για παράδειγμα, το 2019, οι Marinakis et al. [257] πρότειναν μία νέα εκδοχή του αλγορίθμου για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με χρονικά παράθυρα (*VRPTW*). Η προτεινόμενη εκδοχή περιλαμβάνει στρατηγικές προσαρμογής, όπως η εφαρμογή του αλγορίθμου 'Απληστης Τυχαιοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (*GRASP*)) για τη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού. Επίσης, οι Chen και Shi πρότειναν μία υβριδοποιημένη εκδοχή του *PSO*, για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων πολλαπλών διαμερισμάτων με χρονικά παράθυρά (*Multi-Compartment VRP with Time Windows (MCVRPTW)*), χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο της Προσομοιωμένης Ανόπτωσης (Simulated Annealing (*SA*)) [258]. Με βάση, τους δύο προαναφερόμενους αλγορίθμους έχει παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία και μία τεχνική για την επίλυση του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμένη χωρητικότητα (*CVRP*) [259]. Με στόχο την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης με ελαχιστοποίηση των εκπαισμένων ρύπων, οι Li et al. [260], πρότειναν μία τροποποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου. Πρόσφατα, ο

αλγόριθμος *PSO*, προτάθηκε και για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με πολλαπλές περιόδους και συλλογή κέρδους (Multi-Period VRP with Profit (*mVRPP*)) [261]. Ακόμα, ο Pekel [262], πρότεινε για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης και προγραμματισμού ενός τεχνικού (Technician Routing and Scheduling Problem (*TRSP*)), μία βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου και έναν νέο τελεστή γειτονιάς.

2.6 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης

Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης (Teaching-Learning-Based Optimization (*TLBO*)) είναι ένας μεθευρετικός αλγόριθμος βασισμένος σε πληθυσμό λύσεων, ο οποίος δεν απαιτεί τον καθορισμό συγκεκριμένων παραμέτρων και παρέχει γρήγορη σύγκλιση. Όπως αναφέρεται σε πρόσφατες δημοσιεύσεις βιβλιογραφικής ανασκόπησης [263–265], ο *TLBO* έχει εφαρμοστεί επιτυχώς στην επίλυση προβλημάτων από διαφορετικά επιστημονικά πεδία, όπως στην έρευνα κατασκευής και λειτουργίας [266], στη μηχανολογία και ηλεκτρολογία [267], στην πολιτική μηχανική [268, 269], στην ομαδοποίηση δεδομένων [270] και σε άλλα. Επιπλέον, σε πολλές μελέτες, το αρχικό αλγοριθμικό σχήμα του *TLBO* έχει επεκταθεί και τροποποιηθεί ώστε να βελτιωθούν οι δυνατότητες εξερεύνησης και εκμετάλλευσης και να αποφευχθεί τυχόν παγίδευση σε τοπική βέλτιστη λύση. Για παράδειγμα, ο *TLBO* έχει βελτιωθεί ενσωματώνοντας τεχνικές αρχικοποίησης [271], προσαρμοστικές παραμέτρους [272], στρατηγικές μάθησης [273] και γειτονιές πληθυσμού [274], ενώ έχει υβριδοποιηθεί βάση άλλων τεχνικών αναζήτησης [275] και αλγορίθμων βελτιστοποίησης [276].

Ο *TLBO* προτάθηκε από τους Rao et al., το 2011, ως ένας στοχαστικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης που μιμείται τις διαδικασίες διδασκαλίας και μάθησης που λαμβάνουν χώρα σε μία συνηθισμένη σχολική τάξη [137]. Βασικό χαρακτηριστικό αποτελεί η ιδιότητα των μαθητών να λαμβάνουν γνώση και πληροφορίες, όχι μόνο από τους δασκάλους τους, αλλά και από την μεταξύ τους διεπαφή. Έτσι, στην αλγοριθμική δομή του *TLBO*, οι μαθητές μίας τάξης αντιπροσωπεύουν ένα πληθυσμό λύσεων και τα διαφορετικά μαθήματα που διδάσκονται αντιστοιχούν στις εκάστοτε μεταβλητές απόφασης του υπό-εξέταση προβλήματος. Ο δάσκαλος ορίζεται ως η καλύτερη λύση του πληθυσμού. Η κλασσική εκδοχή του αλγορίθμου περιλαμβάνει μία στρατηγική δύο φάσεων, τη φάση διδασκαλίας (Teacher-Phase) και τη φάση μάθησης (Learner-Phase). Η πρώτη προσομοιώνει την προσπάθεια του δασκάλου να βελτιώσει το μέσο επίπεδο γνώσης της τάξης, ενώ η δεύτερη χρησιμοποιείται

για να ενισχυθεί η απόδοση κάθε μαθητή, όπως αυτός αλληλεπιδρά με άλλους τυχαία επιλεγμένους συμμαθητές του.

Έτσι, δοθέντος ενός D -διάστατου προβλήματος βελτιστοποίησης, κάθε μαθητής στον πληθυσμό n , σε επανάληψη t αντιπροσωπεύεται από διάνυσμα πραγματικών τιμών, $x_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, \dots, x_{iD}^t)$. Οι μαθητές αρχικοποιούνται με τυχαίο τρόπο βάση των αντίστοιχων ορίων των μεταβλητών απόφασης. Κατά τη διάρκεια της φάσης διδασκαλίας, ο δάσκαλος, που συμβολίζεται με x_{tch}^t , στοχεύει στη βελτίωση του επιπέδου γνώσεων της τάξης. Συνεπώς, όλοι οι μαθητές μετατοπίζονται προς το δικό του/της επίπεδο γνώσης, με άλλα λόγια, προς τη θέση του διανύσματος-δασκάλου στο χώρο λύσεων. Σε αυτή τη μετατόπιση λαμβάνεται υπόψη και το ισχύον μέσο επίπεδο της τάξης, που συμβολίζεται ως x_{mean}^t . Η μετατόπιση πραγματοποιείται σύμφωνα με την Εξίσωση (2.27), όπου η παράμετρος TF παίρνει την τιμή 1 ή 2, το οποίο υπολογίζεται ως τυχαίο ισοπίθανο ενδεχόμενο, ως $TF = round[1 + rand\{2 - 1\}]$, ενώ το $rand$ υποδηλώνει έναν τυχαίο κυμαινόμενο αριθμό στο εύρος $[0,1]$. Ο νέος μαθητής γίνεται αποδεκτός εάν η νέα αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι καλύτερη από την αντίστοιχη προηγούμενη.

$$x_i^{t'} = x_i^t + rand(x_{tch}^t - TF x_{mean}^t) \quad (2.27)$$

Στη συνέχεια, κατά τη διαδικασία μάθησης, οι μαθητές αυξάνουν το γνωστικό τους επίπεδο αλληλεπιδρώντας μέσα στην τάξη. Για κάθε μαθητή i , επιλέγεται τυχαία ένας άλλος k . Σε περίπτωση που ο μαθητής k είναι καλύτερος από τον i , ο τελευταίος κινείται προς αυτόν, ακολουθώντας την Εξίσωση (2.28). Η φάση μάθησης χρησιμοποιείται για να ενισχύσει την ποικιλομορφία των μαθητών και για την αποφυγή της πρόωρης σύγκλισης. Οι δύο φάσεις εφαρμόζονται επαναληπτικά στον κατασκευασμένο πληθυσμό έως ότου επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων. Ο Αλγόριθμος 6 παρουσιάζει τον ψευδο-κώδικα του $TLBO$.

$$x_i^{t'} = \begin{cases} x_i^t + rand(x_i^t - x_k^t), & \text{εάν } f(x_i^t) < f(x_k^t) \\ x_i^t + rand(x_k^t - x_i^t), & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (2.28)$$

Σύμφωνα με τη σχετική βιβλιογραφία ο αλγόριθμος $TLBO$ ανταποκρίνεται πολύ ικανοποιητικά στην επίλυση προβλημάτων συνεχών μεταβλητών, όμως η έρευνα σχετικά με την απόδοση του στην επίλυση διακριτών προβλημάτων είναι λιγοστή

Αλγόριθμος 6 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης (*TLBO*)

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(X)$.
 Αρχικοποίηση και αξιολόγηση του πληθυσμού $X = x_1, \dots, x_n$.
 Εύρεση του καλύτερου μαθητή: x_{tch} & υπολογισμός x_{mean} .
repeat
 for $x_i, i = 1, \dots, n$ **do**
 % ΦΑΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ%
 Ενημέρωση μαθητή i : $x_i^{t'} = x_i^t + rand(x_{tch}^t - TFx_{mean}^t)$.
 if $f(x_i^{t'}) < f(x_i^t)$ **then**
 $x_i^t \leftarrow x_i^{t'}$;
 end if
 end for
 % ΦΑΣΗ ΜΑΘΗΣΗΣ%
 for $x_i, i = 1, \dots, n$ **do**
 Επιλογή μαθητή k ($i \neq k$)
 if $f(x_i^t) < f(x_k^t)$ **then**
 $x_i^{t'} = x_i^t + rand(x_i^t - x_k^t)$
 else
 $x_i^{t'} = x_i^t + rand(x_k^t - x_i^t)$
 end if
 if $f(x_i^{t'}) < f(x_i^t)$ **then**
 $x_i^t \leftarrow x_i^{t'}$
 end if
 end for
 Ενημέρωση x_{tch} και x_{mean} ;
 $t \leftarrow t + 1$;
until $t > t_{max}$

[265]. Οι μελέτες της βιβλιογραφίας χρησιμοποιούν τον *TLBO* σε διακριτοποιημένες εκδοχές για την επίλυση διακριτών προβλημάτων. Οι Li et al. [277] παρουσίασαν μία διακριτή εκδοχή του αλγορίθμου, τον *DTLBO*, για την επίλυση του προβλήματος χρονικού επαναπρογραμματισμού εργασιών παραγωγής συνεχούς ροής (flowshop rescheduling problem), χρησιμοποιώντας στις δύο πρότυπες φάσεις του αλγορίθμου απλές ευρετικές τεχνικές και εξισώσεις μετατροπής, αντιστοιχώντας κάθε τιμή μεταβλητής κινητής υποδιαστολής μόνο με το ακέραιο μέρος της. Οι Lotfi-firou και Afrakhte [278], χρησιμοποίησαν άλλη διακριτή εκδοχή του αλγορίθμου για την επίλυση του διακριτού προβλήματος της αναδιαμόρφωσης του συστήματος διανομής ενέργειας, με την βοήθεια εξισώσεων μετατροπής των μεταβλητών (mapping equation). Οι Chen et al. [279] παρουσίασαν έναν ακόμα *DTLBO*, για την επίλυση του προβλήματος ομαδοποίησης δικτύων, χρησιμοποιώντας απλούς τελεστές, όπως αυτός της μετάλλαξης, και μηχανισμούς niching. Οι Shao et al. [280, 281] παρουσίασαν έναν υβριδοποιημένο διακριτό αλγόριθμο βελτιστοποίησης βασισμένο σε μηχανισμό πιθανοτικής διδασκαλίας και μάθησης τεσσάρων φάσεων, περιλαμβάνοντας ανακατασκευή του πληθυσμού και διαδικασίες τοπικής αναζήτησης. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση διαφορετικών παραλλαγών του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού εργασιών. Οι Ghazi

και Ahiod [282] πρότειναν μία ακόμα εκδοχή του *TLBO* που ενσωματώνει τεχνικές διασταύρωσης (crossover) και τελεστή ανασυνδυασμού σημείων (Edge Recombination Operator), για την επίλυση του διακριτού προβλήματος δρομολόγησης σε ασύρματα δίκτυα. Πρόσφατα, οι Wu et al. [266] παρουσίασαν μία διακριτή εκδοχή του αλγορίθμου για την επίλυση του δυαδικού προβλήματος σακιδίου ($\{0-1\}$ knapsack problem) χρησιμοποιώντας διπλή στρατηγική κωδικοποίησης (τετραδική και φυσικών αριθμών), παράγοντες αυτο-μάθησης και τελεστές διασταύρωσης για την εξισορρόπηση των ικανοτήτων εκμετάλλευσης και εξερεύνησης του αλγορίθμου. Επομένως, σύμφωνα με την βιβλιογραφική ανασκόπηση, ο αλγόριθμος *TLBO* δεν έχει χρησιμοποιηθεί ούτε στην πρότυπη μορφή του, ούτε ως υβριδοποιημένος ή διακριτός για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων.

Κεφάλαιο 3

Δρομολόγηση Ομογενούς Πυροσβεστικού Στόλου Οχημάτων

Όπως αναφέρθηκε στην Παράγραφο 1.3, η δρομολόγηση των πυροσβεστικών οχημάτων αποτελεί σημαντικό κομμάτι της αντιμετώπισης έκτακτων καταστάσεων, με στόχο είτε τη γρήγορη πρόσβαση στα σημεία που χρειάζονται προστασία, είτε το μεγαλύτερο όφελος από τις αντίστοιχες ενέργειες. Πάραυτα, ο τομέας της ανθρωπιστικής διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας (συμπεριλαμβανομένου της δρομολόγησης οχημάτων σε έκτακτες καταστάσεις) πρέπει να εξετάζει τη βιωσιμότητα και τις περιβαλλοντικές επιπτώσεις των ενεργειών (δρομολόγησης ανθρωπίνου δυναμικού, μαζική εκκένωση ή μεταφορά πόρων) [283, 284].

Προκείμενου να ενσωματώσουμε τον περιβαλλοντικό αντίκτυπο της δρομολόγησης πυροσβεστικών οχημάτων σε περίπτωση έκτακτης ανάγκης, όπως μία πυρκαγιά ή πλημμύρα μεγάλης κλίμακας, προχωρήσαμε σε τροποποίηση του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου (*PCVRP*), όπως αυτό παρουσιάζεται στην Παράγραφο 1.2.1. Συγκεκριμένα, η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος μετατρέπεται, έτσι ώστε να ενσωματώνει την εκπομπή ρύπων (CO_2), συναρτήσει της διανυθείσας απόστασης και του μεταφερόμενου φορτίου, βασιζόμενη στη σύγχρονη βιβλιογραφία (Παράγραφος 3.1). Έτσι, σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται δύο προτεινόμενες μοντελοποιήσεις του *PCVRP*, με διαφοροποιημένη αντικειμενική συνάρτηση, το περιβαλλοντικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου ($E-PCVRP$) και το πράσινο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου ($Green-PCVRP$). Οι δύο προτεινόμενες μοντελοποιήσεις περιγράφονται στις Παραγράφους 3.2 και 3.3, αντίστοιχα, και αποτελούν πρωτοτυπία της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Η διαφορά των δύο προτεινόμενων προβλημάτων έγκειται στον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται το

φορτίο του οχήματος. Στην εκδοχή του $E - PCVRP$, θεωρείται ότι το φορτίο κάθε οχήματος αυξάνεται σταδιακά, με την πρόοδο της διαδρομής του, ενώ στο $Green - PCVRP$ το φορτίο κάθε οχήματος μειώνεται μεταξύ διαδοχικών κόμβων που επισκέπτεται.

3.1 Υπολογισμός Εκπεμπόμενων Ρύπων

Σύμφωνα με την πρόσφατη βιβλιογραφική έρευνα των Dukkanci et al. [285] τα προβλήματα δρομολόγησης που σχετίζονται με την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμων χωρίζονται σε δύο κατηγορίες με βάση: α) το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ελαχιστοποίηση ενέργειας (Energy Minimizing Vehicle Routing Problem ($EMVRP$)) όπως προτάθηκε από τους Kara et al. [286], και β) το πρόβλημα δρομολόγησης ρύπανσης (Pollution-Routing Problem (PRP)) όπως προτάθηκε από τους Bektas και Laporte [32]. Το $EMVRP$ αποτελεί επέκταση του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων, με στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας μέσω μίας συνάρτησης που συνδυάζει τη διανυθείσα απόσταση και το μεταφερόμενο φορτίο. Το PRP στοχεύει στην ελαχιστοποίηση μίας συνάρτησης κόστους, η οποία περιλαμβάνει αρκετές παραμέτρους όπως το μεταφερόμενο φορτίο και την ταχύτητα του οχήματος. Επιπρόσθετα, όπως περιγράφουν οι Eskandarpour et al. [287] στη σχετική βιβλιογραφία, η ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας σε προβλήματα δρομολόγησης, συνάδει με την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμων ως συνάρτηση της διανυθείσας απόστασης και του βάρους του οχήματος. Ειδικότερα, σύμφωνα με τους Xiao et al. [288] υπάρχει μία γενική συσχέτιση του ρυθμού κατανάλωσης καυσίμου (Fuel Consumption Rate (FCR)) και του μεικτού βάρους ενός οχήματος. Η συσχέτιση αυτή εκφράζεται στην Εξίσωση (3.1), όπου με ρ συμβολίζεται ο ρυθμός κατανάλωσης καυσίμου, με q το φορτίο, με Q η χωρητικότητα του οχήματος, και με ρ^* και ρ_0 ο ρυθμός κατανάλωσης γεμάτου και άδειου οχήματος, αντίστοιχα [32].

$$\rho(q) = \rho_0 + \frac{\rho^* - \rho_0}{Q}q \quad (3.1)$$

Το 2014, οι Zhang et al. [289] πρότειναν το περιβαλλοντικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Environmental Vehicle Routing Problem (EVRP)) ως ένα δυ-αντικειμενικό πρόβλημα, με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους (που ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση της διανυθείσας απόστασης) και το σχηματισμό βέλτιστων διαδρομών με ελάχιστο περιβαλλοντικό κόστος (που ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση των εκπεμπομένων ρύπων, CO_2). Στη συγκεκριμένη έρευνα θεωρήθηκε ότι

ο υπολογισμός των εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα γίνεται χρησιμοποιώντας μία γραμμική σχέση του FCR και του βάρους του οχήματος, όπως φαίνεται στην Εξίσωση (3.2), όπου ο ρυθμός εκπομπών δηλώνεται ως CER και θεωρείται σχετική σταθερά δεδομένου γνωστού τύπου καυσίμου, π.χ. $2,61 \text{ kg/lt}$ για το πετρέλαιο ντίζελ.

$$e_{ijk} = CER * (\rho_0 + \frac{\rho^* - \rho_0}{Q} q_{ijk}) * t_{ij} \quad (3.2)$$

Επιπλέον, οι Eglese και Bektas [290] περιέγραψαν τα μοντέλα εκπομπών και κατανάλωσης καυσίμου της σύγχρονης βιβλιογραφίας και την ενσωμάτωση τους στη μοντελοποίηση διάφορων προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων. Ωστόσο, η εκτίμηση της κατανάλωσης καυσίμου και των εκπομπών ρύπων είναι περίπλοκη λόγω διαφόρων παραγόντων που σχετίζονται με αυτή, που σχετίζονται με την κίνηση του οχήματος (π.χ. ταχύτητα και επιτάχυνση), με το όχημα (π.χ. μέγεθος κινητήρα, τύπος καυσίμου, ωφέλιμο φορτίο και ηλικία του οχήματος) και με το δρόμο (κλίσεις, κυκλικούς κόμβους και φανάρια). Έτσι, προκειμένου να απλοποιήσουμε τον υπολογισμό των εκπεμπόμενων ρύπων, στην παρούσα διατριβή λαμβάνουμε υπόψιν μόνο το φορτίο του οχήματος και την απόσταση που διανύει. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούμε την Εξίσωση (3.3), η οποία προτάθηκε από τους Pan et al. [235], θεωρώντας όχημα βαρέως τύπου (Heavy Duty Vehicle (HDV)) το οποίο ζυγίζει (πλήρως φορτωμένο) 25 τόνους και κινείται με μέση ταχύτητα 80 km/h . Η παραδοχή αυτή είναι συμβατή με το ερευνητικό αντικείμενο, αφού ένα μέσο πυροσβεστικό όχημα ζυγίζει από 15 μέχρι 30 τόνους, και κινείται αρκετά γρήγορα σε περίπτωση έκτακτης ανάγκης. Επιπλέον, αυτή η γραμμική συνάρτηση έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς στη σχετική βιβλιογραφία [291–294], όπου:

- $E_{ij}(q, d)$: Οι εκπεμπόμενοι ρύποι (kg/km), CO_2 , ενός οχήματος βάρους q τόνων, σε απόσταση d χιλιομέτρων.
- e_f : οι εκπεμπόμενοι ρύποι (kg/km), CO_2 , ενός πλήρως φορτωμένου οχήματος (1.096 kg/km).
- e_e : Οι εκπεμπόμενοι ρύποι (kg/km), CO_2 , ενός άδειου οχήματος (0.772 kg/km).
- q_{ij} : Ο συνολικός όγκος της ζήτησης που μεταφέρεται από το όχημα καθώς μετακινείται από τον κόμβο i στον κόμβο j .

$$E_{ij}(q, d) = t_{ij} * [\frac{(e_f - e_e)}{Q} (q_{ij}) + e_e] \quad (3.3)$$

3.2 Περιβαλλοντικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Συλλογής Βραβείου

Το προτεινόμενο περιβαλλοντικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου (Environmental Prize-Collecting Vehicle Routing Problem ($E - PCVRP$)) περιλαμβάνει ως στόχο την ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων (CO_2), θεωρώντας τη βέλτιστη δρομολόγηση ενός ομογενούς στόλου M υδροφόρων οχημάτων σε περίπτωση πλημμύρας. Το προτεινόμενο πρόβλημα, $E - PCVRP$, βασίζεται στη μοντελοποίηση του κλασσικού προβλήματος $PCVRP$, όπως αυτή αναπτύσσεται στην Παράγραφο 1.2.1. Συγκεκριμένα, οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές απόφασης επεκτείνονται για να συμπεριλάβουν τον δείκτη οχήματος m , $m = 1, \dots, M$, ενώ προστίθεται και επιπλέον μεταβλητή, η q_{ij}^m , που εκφράζει το βάρος που μεταφέρει το όχημα m , όταν μετακινείται από τον κόμβο i στον κόμβο j . Η επιπλέον αυτή μεταβλητή μας επιτρέπει να ορίζουμε την ποσότητα εκπεμπόμενων ρύπων σε κάθε μετακίνηση. Δεδομένου ότι σε περίπτωση πλημμύρας τα πυροσβεστικά οχήματα μεταφέρονται σε σημεία για να αντλήσουν νερό, τα οχήματα ξεκινάνε από τον σταθμό (κόμβος μηδέν) άδεια, και καθώς μεταβαίνουν από σημείο σε σημείο, αυξάνεται και ο όγκος του νερού (δηλαδή το βάρος του φορτίου) που μεταφέρουν. Έτσι, για την διαμόρφωση της αντικειμενικής συνάρτησης του $E - PCVRP$, Εξίσωση (3.4), στην αντικειμενική συνάρτηση του κλασσικού προβλήματος, Εξίσωση (1.9), ο όρος που αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση της διανυθείσας απόστασης αντικαθιστάται από τον όρο που αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων, χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (3.3). Για την επίλυση του προβλήματος $E - PCVRP$ χρησιμοποιούνται οι κάτωθι μεταβλητές απόφασης.

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{ij}^m &= \begin{cases} 1, & \text{όταν το όχημα } m \text{ μετακινείται στον} \\ & \text{κόμβο } j \text{ αμέσως μετά τον } i, (i \neq j \in V). \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \\ \bullet \quad y_{im} &= \begin{cases} 0, & \text{όταν ο κόμβος } i \text{ περιλαμβάνεται στη} \\ & \text{διαδρομή του οχήματος } m (i \in N_v), \\ 1, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \end{aligned}$$

Το μαθηματικό μοντέλο του $E - PCVRP$ παρουσιάζεται παρακάτω.

$$\min : \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, j \neq i} \sum_{m=1}^M t_{ij} * x_{ij}^m \left[\frac{(e_f - e_e)}{Q} q_{ij}^m + e_e \right] + G * M - \sum_{i=1}^N p_i (1 - y_{im}) \quad (3.4)$$

υπό

$$\sum_{i=1}^N y_{i0} = \sum_{i=1}^N y_{0i} = M \quad (3.5)$$

$$\sum_{m=1}^M y_{im} \leq 1, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.6)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{im} \geq 1, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.7)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N x_{ij}^m = y_{im}, \quad i = 1, \dots, N \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.8)$$

$$\sum_{i=1, i \neq j}^N x_{ij}^m = y_{jm}, \quad j = 1, \dots, N \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{im} * d_i \leq Q, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.10)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M y_{im} * d_i}{\sum_{i=1}^N d_i} \geq r \quad (3.11)$$

$$\sum_{i=0, i \neq j}^N q_{ji}^m - \sum_{i=0, i \neq j}^N q_{ij}^m = d_j * y_{jm}, \quad j = 1, \dots, N \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.12)$$

$$0 \leq q_{ij}^m \leq Q * x_{ij}^m, \quad i, j = 1, \dots, N (i \neq j) \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.13)$$

$$q_{0i}^m = 0, \quad i = 1, \dots, N \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.14)$$

$$x_{ij}^m \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.15)$$

$$y_{im} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in N_v, \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.16)$$

Ο Περιορισμός (3.5) καθορίζει ότι θα σχηματιστεί ο απαραίτητος αριθμός διαδρομών. Ο Περιορισμός (3.6) διασφαλίζει ότι κάθε κόμβος ανήκει το πολύ σε μία διαδρομή και ο Περιορισμός (3.7) ότι κάθε διαδρομή περιέχει τουλάχιστον έναν κόμβο. Οι Περιορισμοί (3.8) και (3.9) εξασφαλίζουν τη συνοχή κάθε διαδρομής. Οι Περιορισμοί (3.10) και (3.11) αποτρέπουν την υπερχείλιση των οχημάτων και εξασφαλίζουν την ολοκλήρωση επαρκών εργασιών, αντίστοιχα. Επιπλέον, οι Περιορισμοί (3.12), (3.13) και (3.14), ελέγχουν την παράμετρο, q_{ij}^m . Επιπλέον, ο Περιορισμός (3.12) αποτρέπει τη δημιουργία μη-εφικτών υπο-διαδρομών. Τέλος, οι Περιορισμοί (3.15) και (3.16) διασφαλίζουν την ακεραιότητα των μεταβλητών απόφασης.

3.3 Πράσινο Πρόβλημα Δρομολόγησης Συλλογής Βραβείου

Σε αυτή τη παράγραφο παρουσιάζεται το προτεινόμενο πράσινο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου (*Green Prize-Collecting Vehicle Routing Problem (Green – PCVRP)*). Η μοντελοποίηση του προτεινόμενου προβλήματος βασίζεται σε αυτή του κλασσικού *PCVRP*, όπως αναπτύσσεται στην Παράγραφο 1.2.1, η οποία τροποποιείται κατάλληλα με στόχο να ενσωματωθεί η ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων (*CO2*) θεωρώντας ότι ο χρησιμοποιούμενος στόλος οχημάτων αποτελείται από (πανομοιότυπα) υδροφόρα οχήματα, που μεταφέρουν νερό ως κατασβεστικό μέσο. Συγκριτικά με το προτεινόμενο πρόβλημα *E – PCVRP*, όπως αυτό παρουσιάζεται στην Παράγραφο 3.2, στη μοντελοποίηση του *Green – PCVRP* θεωρείται ότι βάρος του φορτίου (σε νερό) που μεταφέρεται από τα οχήματα, ελαττώνεται καθώς πραγματοποιείται η κατάσβεση των εστιών πυρκαγιάς στα επιλεγμένα σημεία (κόμβους). Το βάρος που μεταφέρεται από το όχημα $m, m = 1, \dots, M$, κατά τη μετακίνηση του από τον κόμβο i στον κόμβο j , δηλώνεται από τη μεταβλητή q_{ij}^m . Συνεπώς, ο όρος $(Q - q_{ij}^m)$, εκφράζει το πόσο έχει ελαττωθεί ο όγκος (βάρος) του νερού που μεταφέρεται. Η αντικειμενική συνάρτηση του *Green – PCVRP* παρουσιάζεται στην Εξίσωση (3.17), η οποία μορφοποιήθηκε με βάση την αντικειμενική συνάρτηση του κλασσικού προβλήματος, Εξίσωση (1.9), αντικαθιστώντας την ελαχιστοποίηση της διανυθείσας απόστασης με τον όρο που αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων, χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (3.3) και θεωρώντας την μείωση του μεταφερόμενου φορτίου νερού. Για την επίλυση του προβλήματος *Green – PCVRP* χρησιμοποιούνται οι κάτωθι μεταβλητές απόφασης.

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{ij}^m &= \begin{cases} 1, & \text{όταν το όχημα } m \text{ μετακινείται στον} \\ & \text{κόμβος } j \text{ αμέσως μετά τον } i, (i \neq j \in V). \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \\ \bullet \quad y_{im} &= \begin{cases} 1, & \text{όταν ο κόμβος } i \text{ περιλαμβάνεται στη} \\ & \text{διαδρομή του οχήματος } m, \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \end{aligned}$$

Το μαθηματικό μοντέλο του *Green – PCVRP* παρουσιάζεται παρακάτω.

$$\min : \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{m=1}^M t_{ij} x_{ij}^m \left[\frac{(e_f - e_e)}{Q} (Q - q_{ij}^m) + e_e \right] + G * M - \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M p_i y_{im} \quad (3.17)$$

υπό

$$\sum_{i=1}^N y_{i0} = \sum_{i=1}^N y_{0i} = M \quad (3.18)$$

$$\sum_{m=1}^M y_{im} \leq 1, i = 1, \dots, N \quad (3.19)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{im} \geq 1, m = 1, \dots, M \quad (3.20)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N x_{ij}^m = y_{im}, \quad i = 1, \dots, N \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.21)$$

$$\sum_{i=1, i \neq j}^N x_{ij}^m = y_{jm}, \quad j = 1, \dots, N \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.22)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{im} * d_i \leq Q, m = 1, \dots, M \quad (3.23)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M y_{im} * d_i \geq Qr \quad (3.24)$$

$$\sum_{i=0, i \neq j}^N q_{ji}^m - \sum_{i=0, i \neq j}^N q_{ij}^m = d_j * y_{jm}, \quad j = 1, \dots, N \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.25)$$

$$0 \leq q_{ij}^m \leq Q * x_{ij}^m, \quad i, j = 1, \dots, N (i \neq j) \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.26)$$

$$q_{0i}^m = Q, \quad i = 1, \dots, N \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.27)$$

$$x_{ij}^m \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.28)$$

$$y_{im} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in N_v, \text{ \& } m = 1, \dots, M \quad (3.29)$$

Ο Περιορισμός (3.18) καθορίζει ότι θα σχηματιστεί ο απαραίτητος αριθμός διαδρομών. Ο Περιορισμός (3.19) διασφαλίζει ότι κάθε κόμβος ανήκει το πολύ σε μία διαδρομή και ο Περιορισμός (3.20) ότι κάθε διαδρομή περιέχει τουλάχιστον έναν κόμβο. Οι Περιορισμοί (3.21) και (3.22) εξασφαλίζουν τη συνοχή κάθε διαδρομής. Οι Περιορισμοί (3.23) και (3.24) εξασφαλίζουν την δυνατότητα εξυπηρέτησης (εφόσον υπάρχει ο διαθέσιμος όγκος νερού) και την ολοκλήρωση επαρκών εργασιών, αντίστοιχα. Επιπλέον, οι Περιορισμοί (3.25), (3.26) και (3.27), ελέγχουν την παράμετρο, q_{ij}^m . Επιπλέον, ο Περιορισμός (3.25) αποτρέπει τη δημιουργία μη-εφικτών υποδιαδρομών. Τέλος, οι Περιορισμοί (3.28) και (3.29) διασφαλίζουν την ακεραιότητα των μεταβλητών απόφασης.

Κεφάλαιο 4

Αλγοριθμική Επίλυση του *Green – PCVRP*

Στην παρούσα έρευνα, μελετάται η αλγοριθμική βελτιστοποίηση της προτεινόμενης μοντελοποίησης, *Green – PCVRP*, κάνοντας χρήση του Αλγορίθμου της Νυχτερίδας (*BA*). Σύμφωνα με την βιβλιογραφία, ο *BA* είχε αρχικά σχεδιαστεί για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης συνεχών μεταβλητών. Ακόμα, όπως αναφέρεται και στο Κεφάλαιο 2.2, για να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος σε προβλήματα με διακριτές τιμές όπως το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, πρέπει να τροποποιηθεί ή υβριδοποιηθεί κατάλληλα. Έτσι, για την επίλυση του *Green – PCVRP* παρουσιάζονται δύο διαφορετικές προσεγγίσεις αλγοριθμικής επίλυσης. Η πρώτη αφορά σε μία διακριτή εκδοχή του *BA*, η οποία δηλώνεται ως Διακριτά Εμπνευσμένος Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (Discrete Inspired Bat Algorithm (*DIBA*)), η οποία βασίζεται στην αντικατάσταση των εξισώσεων κίνησης του αλγορίθμου από ευρετικές τεχνικές με στόχο την αναζήτηση νέων λύσεων και περιγράφεται αναλυτικά στην Παράγραφο 4.1. Η δεύτερη βασίζεται στην εφαρμογή του κλασσικού αλγορίθμου χωρίς να χρειάζεται η τροποποίηση ή υβριδοποίηση του, κάνοντας χρήση της προτεινόμενης μεθόδου κωδικοποίησης/ αποκωδικοποίησης των λύσεων, βασισμένη στη χρήση των καρτεσιανών συντεταγμένων, που ονομάζεται Συσχέτιση με Συντεταγμένες (Coordinates Related (*CR*)) και παρουσιάζεται αναλυτικά στην Παράγραφο 4.2. Η προτεινόμενη αλγοριθμική προσέγγισή ονομάζεται Αλγόριθμος Νυχτερίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες (Bat Algorithm based on Coordinates (*BAC*)), η οποία χρησιμοποιεί τις ίδιες ευρετικές μεθόδους κατασκευής και βελτίωσης λύσεων που περιέχονται στο προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο *DIBA*, και παρουσιάζεται αναλυτικά στην Παράγραφο 4.3. Οι δύο αλγοριθμικές μέθοδοι συγκρίνονται βάση της αποτελεσματικότητάς τους στην επίλυση του προτεινόμενου

προβλήματος *Green – PCVRP*, σε παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας [79], και τα αντίστοιχα αποτελέσματα δίνονται και σχολιάζονται στην Παράγραφο 4.4.

4.1 Διακριτά Εμπνευσμένος Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (**Discrete Inspired Bat Algorithm**)

Στην προτεινόμενη αλγοριθμική μέθοδο *DIBA*, οι εξισώσεις κίνησης αντικαθίστανται από ευρετικές τεχνικές που αναζητούν στην τοπική περιοχή γύρω από μια λύση για την ανάκτηση μιας νέας. Επιπλέον, προκειμένου να μειωθεί η πολυπλοκότητα του αλγοριθμικού σχήματος, η παράμετρος συχνότητας f_{q_i} παραλείπεται, ενώ ο ρυθμός εκπομπής παλμών rt_i και η ένταση A_i ακολουθούν την αρχική λογική. Επιπλέον, επειδή η ταχύτητα εξαρτάται από τη θέση της βέλτιστης λύσης στον πληθυσμό και η εξίσωση ενημέρωσης της (Εξίσωση (2.7)) περιλαμβάνει την παράμετρο συχνότητας, η τιμή v_i υπολογίζεται ως η απόσταση μεταξύ της λύσης i και της καλύτερης λύσης στον πληθυσμό. Ως απόσταση λύσης, αναφερόμαστε στον αριθμό των κοινών τιμών που εμφανίζουν τα αντίστοιχα διανύσματα θέσης ανά δείκτη. Λόγω της επιλεκτικής φύσης του *Green – PCVRP*, ο πληθυσμός δεν είναι ομοιόμορφος όσον αφορά το μήκος και συνεπώς, άλλα ευρέως χρησιμοποιούμενα μέτρα απόστασης, π.χ. Hamming Distance, Manhattan Distance, δεν μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν. Επίσης, υιοθετείται η πρόταση των Osaba et al. [195], σύμφωνα με την οποία η τιμή της ταχύτητας αντιπροσωπεύει τον αριθμό των γειτονικών λύσεων που θα βρεθούν, με στόχο την αναζήτηση νέας καλύτερης λύσης. Το πλήρες προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο, *DIBA*, παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 7.

Ακολουθώντας το προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο, μετά την αρχικοποίηση των απαραίτητων παραμέτρων, δημιουργείται ο αρχικός πληθυσμός, ακολουθώντας τη λογική που παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 8 και περιγράφεται στην Παράγραφο 4.1.1. Στη συνέχεια, διεξάγεται η φάση τοπικής αναζήτησης, και για έναν τυχαίο αριθμό επαναλήψεων (που κυμαίνεται από μία έως v_i), εφαρμόζονται επαναληπτικά οι μέθοδοι που παρουσιάζονται στους Αλγόριθμους 9, 10 και 11, όπως περιγράφονται στην Παράγραφο 4.1.2. Μετά την ολοκλήρωση της φάσης τοπικής αναζήτησης, η εκάστοτε νέα κατασκευασμένη λύση γίνεται αποδεκτή βάση πιθανότητας που αναφέρεται στην τιμή της παραμέτρου έντασης της αντίστοιχης αρχικής λύσης, αν και μόνο αν εμφανίζει καλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση. Όταν μια νέα λύση γίνεται αποδεκτή και αντικαθιστά την αρχική της στον πληθυσμό, η παράμετρος έντασης του αντίστοιχου διανύσματος μειώνεται και ο ρυθμός εκπομπής αυξάνεται. Όλη η παραπάνω περιγραφείσα διαδικασία πρέπει να ακολουθείται για

Αλγόριθμος 7 Discrete Inspired Bat Algorithm (*DIBA*)

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$, Εξίσωση (3.17)
 Ορισμός n, L, W^* & K
 Αρχικοποίηση του πληθυσμού, Αλγόριθμος 8
 Αξιολόγηση του πληθυσμού και εύρεση καλύτερης λύσης: $x_*^t, t = 1$
repeat
 for $x_i^t, i = 1, \dots, n$ **do**
 Υπολογισμός v_i^t ως την απόσταση μεταξύ x_i^t και x_*^t
 for Τυχαίο αριθμό $\in [1, v_i^t]$ **do**
 Εφαρμογή τοπικής αναζήτησης για εύρεση x'_i , Αλγόριθμοι 9, 10 & 11
 Αξιολόγηση x'_i
 end for
 if $f(x'_i) < f(x_i^t)$ & $rand < A_i^t$ **then**
 Ενημέρωση $x_i^t \leftarrow x'_i$
 Μείωση A_i^t , (Εξίσωση 2.9)
 Αύξηση rt_i^t , (Εξίσωση 2.10)
 end if
 end for
 Εύρεση x_*^t
 Ορισμός ελίτ πληθυσμού W^*
for $x_j \in W^*$ **do**
 if $rand > rt_j$ **then**
 Εφαρμογή τοπικής αναζήτησης για εύρεση x'_j , Αλγόριθμοι 9, 10 & 11
 Ενημέρωση $x_j \leftarrow x'_j$
 end if
end for
 Εύρεση καλύτερης λύσης του πληθυσμού: x_*^t
if $x_*^{t-1} == x_*^t$ **then**
 Δημιουργία K νέων λύσεων, Αλγόριθμος 8
 Αντικατάσταση K χειρότερων λύσεων
end if
 $t = t + 1$
until $t == L$
 Ταξινόμηση των λύσεων και επιστροφή της καλύτερης

κάθε μέλος του πληθυσμού και ανακτάται η τρέχουσα καλύτερη λύση. Στη συνέχεια, επιλέγονται οι καλύτερες W^* λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού, οι οποίες χαρακτηρίζονται ως ελίτ. Από τον ελίτ πληθυσμό επιλέγονται τυχαία και με βάση την τιμή της παραμέτρου rt που αντιστοιχεί, μερικές από αυτές, οι οποίες θα αποτελέσουν τη βάση της δεύτερης τοπικής αναζήτησης, με σκοπό την εντατικοποίηση της αναζήτησης και την εύρεση πιο ποιοτικής λύσης. Τέλος, προκειμένου να αποφευχθεί η στασιμότητα του αλγορίθμου σε σημείο τοπικού βέλτιστου, στο προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο *DIBA*, εφαρμόζεται μια διαδικασία επανεκκίνησης, η οποία εισάγει στον τρέχοντα πληθυσμό, νέες λύσεις που θα πρέπει να αντικαταστήσουν το χειρότερο μέρος του, αποφεύγοντας έτσι και την πρόωρη σύγκλιση της μεθόδου επίλυσης.

4.1.1 Κατασκευή αρχικών λύσεων

Στην αλγοριθμική επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων (*VRP*), μία εφικτή λύση κωδικοποιείται είτε σε μορφή διανύσματος [239] είτε σε μορφή πίνακα [295]. Συγκεκριμένα, ο πιο σχετικός μηχανισμός κωδικοποίησης λύσης με την παρούσα έρευνα, είναι αυτός που παρουσιάζεται από τους Goel και Maini [176], σύμφωνα με τον οποίο η αρχή και το τέλος κάθε διαδρομής είναι ο κόμβος 0 και η ακολουθία επίσκεψης των υπόλοιπων κόμβων συμβολίζεται με τον αντίστοιχο διακριτό δείκτη στο διάνυσμα λύσης. Για παράδειγμα μία εφικτή λύση του *Green – PCVRP* με $N = 15$ διαθέσιμους κόμβους και $M = 3$ οχήματα μπορεί να αναπαρασταθεί ως $x = [0, 4, 1, 9, 12, 6, 0, 3, 8, 10, 0, 2, 7, 14, 0]$, όπου οι κόμβοι 11, 13 και 15 δεν εξυπηρετούνται λόγω της επιλεκτικής φύσης του εξεταζόμενου προβλήματος. Αυτή η αναπαράσταση κόμβου-ακολουθίας είναι κατάλληλη για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης και χρησιμοποιείται για έλεγχο εφικτότητας της λύσης.

Για την κατασκευή αρχικών λύσεων, χρησιμοποιείται η ευρετική μέθοδος που περιγράφεται στον Αλγόριθμο 8, η οποία βασίζεται στον αλγόριθμο εξοικονόμησης (savings) των Clarke και Wright [4]. Στόχος της μεθόδου είναι η δημιουργία ενός μερικώς τυχαιοποιημένου, αρχικού πληθυσμού εφικτών λύσεων. Αρχικά, σχεδιάζεται μία λύση M διαδρομών, όπου κάθε μία περιέχει έναν τυχαία επιλεγμένο κόμβο. Στη συνέχεια, μέχρι να καλυφθεί το κατά ελάχιστο απαιτούμενο επίπεδο ζήτησης (Περιορισμός (3.11)), εισάγονται επιπλέον κόμβοι στο διάνυσμα λύσης, με σεβασμό και στους υπόλοιπους περιορισμούς του προβλήματος. Πάραυτα, η διαδικασία είναι μερικώς κατευθυνόμενη με άξονα την τιμή βραβείου p και τη διανυθείσα απόσταση μεταξύ των κόμβων. Έτσι, το σύνολο των μη-χρησιμοποιούμενων κόμβων ταξινομείται βάση της τιμής p (κατά φθίνουσα σειρά) και για κάθε εξεταζόμενο κόμβο k προς εισαγωγή, εντοπίζεται η πιο οικονομική του θέση στο διάνυσμα λύσης μεταξύ των κόμβων i, j . Η οικονομική αυτή θέση βρίσκεται βάση της ελάχιστης τιμής $t_{ik} + t_{kj} - t_{ij}$, όπως ορίζεται από τη μέθοδο savings. Συνεπώς, η διαδικασία επιστρέφει ένα πληθυσμό n διαφοροποιημένων λύσεων, πάραυτα ισορροπημένων, δεδομένων των στόχων που εσωκλείονται στην αντικειμενική συνάρτηση του υπό-εξέτασης προβλήματος (ελαχιστοποίηση της διανυθείσας απόστασης και μεγιστοποίηση του συλλεγόμενου βραβείου).

4.1.2 Ευρετικές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης

Σε αυτή τη παράγραφο περιγράφονται οι ευρετικές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιούνται για να εξισορροπήσουν την ικανότητα εντατικοποίησης της

Αλγόριθμος 8 Δημιουργία αρχικού πληθυσμού

Είσοδος: Δεδομένα του προβλήματος

repeatΤυχαία επιλογή M κόμβων k από το σύνολο $\{1, \dots, N\}$ Δημιουργία αρχικής λύσης: $x = [0, k_1, 0, k_2, 0, \dots, 0, k_M, 0]$ Εύρεση συνόλου μη-χρησιμοποιούμενων κόμβων $S = V \setminus \{k_1, k_2, \dots, k_M\}$ Ταξινόμηση συνόλου S κατά φθίνουσα τιμή p_i Υπολογισμός συνολικής εξυπηρετούμενης ζήτησης $Total_{D_x}$ **while** $Total_{D_x} < \sum_{j=1}^N d_j \cdot r$ **do****for** $k \in S$ **do**Υπολογισμός οικονομικής θέσης k μεταξύ των κόμβων i, j : $\min t_{ik} + t_{kj} - t_{ij}$ Εύρεση διαδρομής m που αντιστοιχεί η αποδοτική θέση του k Υπολογισμός συνολικής ζήτησης με την προσθήκη του k , $Total'_{D_m}$ **if** $Total'_{D_m} \leq Q$ **then**Εισαγωγή του κόμβου k στο διάνυσμα λύσης**end if****end for****end while**Υπολογισμός τιμής αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$ **until** Κατασκευή n λύσεων

αναζήτησης και εξερεύνησης του χώρου λύσεων, του χρησιμοποιημένου αλγόριθμου. Στόχος των μεθόδων είναι η τροποποίηση των διανυσμάτων λύσεων, με εισαγωγή, εξαγωγή και μετατόπιση κόμβων, για τη δημιουργία πιο αποδοτικών λύσεων, βελτιώνοντας την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η πρώτη μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι αυτή της εισαγωγής κόμβων, όπως περιγράφεται στον Αλγόριθμο 9, όπου, ένα εφικτό διάνυσμα λύσης εμπλουτίζεται με μη-χρησιμοποιούμενους κόμβους, αυξάνοντας την ποιότητα λύσης βάση του συνολικού βραβείου που συλλέγεται από την εξυπηρέτησή τους. Οι κόμβοι που εξετάζονται εισέρχονται στο διάνυσμα λύσης, εφόσον η τοποθέτησή τους δεν παραβιάζει τους περιορισμούς του προβλήματος, στην πιο οικονομική για αυτούς θέση. Όπως και κατά τη δημιουργία αρχικών λύσεων, η πιο οικονομική θέση για να τοποθετηθεί ένας κόμβος, υπολογίζεται βάση της μεθόδου savings. Με άλλα λόγια, οι κόμβοι προστίθενται και βελτιώνουν την ποιότητα μίας λύσης, όταν το βραβείο που συλλέγεται από την εξυπηρέτησή τους υπερέρχει του κόστους εξυπηρέτησης σε σχέση με την αντίστοιχη εκπομπή ρύπων.

Στη συνέχεια, εφαρμόζεται η μέθοδος τοπικής αναζήτησης εξαγωγής κόμβων, όπως παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 10. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη μέθοδο, κόμβοι με χαμηλή τιμή βραβείου, εξάγονται από ένα εφικτό διάνυσμα λύσης με επαναληπτικό τρόπο. Μάλιστα, οι κόμβοι που εξετάζονται (για εξαγωγή) ανήκουν στη λιγότερο αποτελεσματική διαδρομή της λύσης, διαδρομή δηλαδή που εμφανίζει υψηλό επίπεδο κόστους. Το κόστος αυτό αφορά στον υπολογισμό του επιπέδου εκπομπής ρύπων, όπως ορίζεται από την αντικειμενική συνάρτηση του εξεταζόμενου προβλήματος. Για τη διασφάλιση της εφικτότητας της τροποποιημένης λύσης, πριν

Αλγόριθμος 9 Τοπική αναζήτηση: Εισαγωγή Κόμβων

```

Είσοδος: εφικτή λύση  $x_i$ 
Εύρεση συνόλου των κόμβων  $\notin x_i, S$ 
Ταξινόμηση συνόλου  $S$  κατά φθίνουσα τιμή  $p_i$ 
for  $\forall k \in S$  do
    Εύρεση αποδοτικής θέσης του κόμβου  $k$  στο διάνυσμα  $x_i$ 
    Εύρεση διαδρομής  $m$  που αντιστοιχεί η αποδοτική θέση του  $k$ 
    Υπολογισμός συνολικής ζήτησης με την προσθήκη του  $k$ ,  $Total'_{D_m}$ 
    if  $Total'_{D_m} \leq Q$  then
        Εισαγωγή του κόμβου  $k$  στο διάνυσμα λύσης,  $x_i \rightarrow x'_i$ 
        if  $f(x'_i) \leq f(x_i)$  then
             $x_i \leftarrow x'_i$ 
        end if
    end if
end if
end for

```

την εξαγωγή του επιλεγμένου κόμβου από το διάνυσμα, εξετάζεται η τιμή της νέας συνολικής ζήτησης και η ικανοποίηση του περιορισμού ελάχιστης κάλυψης. Συνεπώς, εάν η κίνηση αυτή δεν παραβιάζει τον συγκεκριμένο περιορισμό, ο κόμβος εξάγεται προσωρινά από το διάνυσμα λύσης, οι εναπομείναντες κόμβοι εκατέρωθεν του συνδέονται με ένα νέο τόξο, και αξιολογείται η νέα λύση που προκύπτει. Σε περίπτωση που η νέα λύση οδηγεί σε καλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, αντικαθιστά την αρχική της στον πληθυσμό λύσεων.

Αλγόριθμος 10 Τοπική αναζήτηση: Εξαγωγή Κόμβων

```

Είσοδος: εφικτή λύση  $x_i$ 
repeat
    Υπολογισμός κόστους εκπομπής ρύπων κάθε διαδρομής  $m \in x_i$ 
    Επιλογή διαδρομής  $m$  με το μεγαλύτερο κόστος
    Επιλογή κόμβου  $k$ ,  $\forall k \in m$  με την μικρότερη τιμή  $p$ 
    if Η εξαγωγή του κόμβου  $k$  από τη  $x_i$  δεν παραβιάζει τον Περιορισμό (3.24) then
        Εξαγωγή του κόμβου  $k$ ,  $x_i \rightarrow x'_i$ 
        if  $f(x'_i) \leq f(x_i)$  then
             $x_i \leftarrow x'_i$ 
        end if
    end if
until Ολοκλήρωση  $it_{max}$  επαναλήψεων

```

Τέλος, εφαρμόζεται η μέθοδος τοπικής αναζήτησης ανταλλαγής κόμβων, μεταξύ τυχαία επιλεγμένων διαδρομών μίας εφικτής λύσης, όπως περιγράφεται στον Αλγόριθμο 11. Συγκεκριμένα, με επαναληπτικό τρόπο, για ένα συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων it_{max} , από μία τυχαία επιλεγμένη διαδρομή m_1 επιλέγεται μία τυχαία θέση, που αντιστοιχεί στον κόμβο i , και από μία δεύτερη διαδρομή m_2 (ή την ίδια) επιλέγεται η θέση του κόμβου j , ο οποίος αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο κόστος. Όπως και στη μέθοδο εξαγωγής κόμβων, το κόστος αφορά στον υπολογισμό του κόστους σε εκπομπή ρύπων, όπως ορίζεται από την αντικειμενική συνάρτηση του εξεταζόμενου προβλήματος. Συνεπώς, το ποσοστό φόρτωσης του οχήματος πριν

και μετά την εξυπηρέτηση του κόμβου j , καθώς και η αντίστοιχη διανυθείσα απόσταση, επηρεάζουν το κόστος της εξυπηρέτησης του. Στόχος αυτής της μεθόδου είναι η δημιουργία οικονομικότερων συνδέσεων μεταξύ των υπαρχόντων κόμβων στην λύση, εξαλείφοντας αλληλουχίες μέσα στις διαδρομές που συντελούν στην μείωση της αποδοτικότητας της λύσης, σύμφωνα με την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος και δεδομένου της τήρησης της εφικτότητας της λύσης.

Αλγόριθμος 11 Τοπική αναζήτηση: Ανταλλαγή Κόμβων

Είσοδος: εφικτή λύση x_i

repeat

Επιλογή τυχαίων διαδρομών: m_1 και $m_2 \in x_i$

Τυχαία επιλογή κόμβου $i \in m_1$

Υπολογισμός του κόστους εκπεμπόμενων ρύπων σε κάθε τόξο της m_2

Επιλογή κόμβου $j \in m_2$, που αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο κόστος

Υπολογισμός συνολικής ζήτησης τροποποιημένων διαδρομών $Total_{D_{m1}}$ και $Total_{D_{m2}}$

if $Total_{D_{m1}} \leq Q$ && $Total_{D_{m2}} \leq Q$ **then**

Ανταλλαγή κόμβων $i, j, x_i \rightarrow x'_i$

if $f(x'_i) \leq f(x_i)$ **then**

$x_i \leftarrow x'_i$

end if

end if

until Ολοκλήρωση it_{max} επαναλήψεων

4.2 Μέθοδος Συσχέτιση με Συντεταγμένες (Coordinates Related)

Όπως αναφέρθηκε ο αλγόριθμος *BA* έχει προταθεί και σχεδιαστεί για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης συνεχών τιμών, κάνοντας χρήση ενός διανύσματος λύσης μεγέθους ίσου με το μέγεθος του εξεταζόμενου προβλήματος (δηλαδή με το πλήθος των αντίστοιχων μεταβλητών απόφασης). Όμως, για την αλγοριθμική επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος, χρησιμοποιείται διακριτή κωδικοποίηση, δηλαδή μία αναπαράσταση κόμβου-ακολουθίας, όπως αναφέρεται και στην Παράγραφο 4.1.1. Συνεπώς, διαπιστώνεται μία αναντιστοιχία μεταξύ της διακριτής κωδικοποίησης του προβλήματος και της φύσης της εξίσωσης ενημέρωσης του *BA* (Εξίσωση (2.8)), η οποία εφαρμόζεται σε συνεχείς τιμές. Πάραυτα, ο *BA*, όπως και άλλοι γνωστοί μεθευρετικοί αλγόριθμοι εμπνευσμένοι από τη φύση, έχει εφαρμοστεί στη βελτιστοποίηση προβλημάτων διακριτών μεταβλητών, όπως είναι το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων και οι παραλλαγές του, όπως αναφέρεται και στο Κεφάλαιο 2. Κυρίως, στη βιβλιογραφία εμφανίζονται έρευνες, οι οποίες για να εξυπηρετήσουν τον παραπάνω σκοπό, τροποποιούν τα κλασσικά αλγοριθμικά πλαίσια, εισάγοντας αντιστοιχώντας τις βασικές αλγοριθμικές διαδικασίες (και

εξισώσεις) με διακριτές τεχνικές ή ενσωματώνουν άλλους μεθευρετικούς αλγορίθμους σχεδιασμένους για την επίλυση διακριτών προβλημάτων.

Για παράδειγμα, η εξίσωση ενημέρωσης εφαρμόζεται απευθείας στο διάνυσμα λύσης, διακριτών τιμών, και το ενημερωμένο διάνυσμα διακριτοποιείται λαμβάνοντας υπόψη το ακέραιο μέρος κάθε πραγματικού αριθμού [296]. Πέρα των μεθόδων στρογγυλοποίησης, έχουν προταθεί μέθοδοι που βασίζονται στην τιμή της σειράς ταξινόμησης (ranked-order value [297]), σύμφωνα με την οποία, τα διανύσματα λύσης αρχικοποιούνται με ομοιόμορφα κατανεμημένες τυχαίες τιμές στο διάστημα $[0, 1]$, και μετά την εφαρμογή των εξισώσεων ενημέρωσης, οι νέες πραγματικές τιμές μετατρέπονται σε ακέραιες. Οι ακέραιες τιμές προκύπτουν βάση της θέσης στο διάνυσμα λύσης, ταξινομώντας κατά την μικρότερη [298] ή μεγαλύτερη τιμή [299]. Η εφαρμογή αυτών των μεθόδων συνοδεύεται από μία ευρετική τεχνική, προσαρμοσμένη στο εκάστοτε εξεταζόμενο πρόβλημα, ώστε να διασφαλιστεί η εφικτότητα της παραγόμενης λύσης. Επίσης, συνάγεται ότι οι τεχνικές που χρησιμοποιούν τη σειρά ταξινόμησης δεν μπορούν να εφαρμοστούν σε επιλεκτικά προβλήματα δρομολόγησης, εφόσον η εξυπηρέτηση ολόκληρου του συνόλου διαθέσιμων κόμβων σε μία λύση, δεν είναι δεδομένη. Μία βελτιωμένη εκδοχή των παραπάνω μεθόδων αποκωδικοποίησης, είναι αυτή που προτάθηκε από τους Ai και Kachitvichyanukul [240], για την εφαρμογή του αλγορίθμου *PSO* στο πρόβλημα *VRPSD*. Σύμφωνα με την προτεινόμενη εκδοχή τους, η κωδικοποίηση του διανύσματος λύσης, το οποίο αρχικοποιείται με συνεχείς τιμές (που ορίζονται από τον καρτεσιανό χώρο λύσεων), σε διάνυσμα μεγέθους $N + 2 \cdot M$, όπου τα πρώτα N στοιχεία αντιστοιχούν στους διαθέσιμους κόμβους και τα υπόλοιπα (ανά ζεύγη) στη θέση αναφοράς των οχημάτων στο χώρο λύσεων. Μετά την εφαρμογή της εξίσωσης μετατόπισης, τα στοιχεία που αφορούν στους κόμβους μετατρέπονται σε διακριτές τιμές που αντιστοιχούν στους διαθέσιμους κόμβους του προβλήματος, σχηματίζοντας μία λίστα προτεραιότητας (εξυπηρέτησης), ταξινομώντας τις τιμές των θέσεων από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη. Οι υπόλοιπες τιμές αφορούν στην ανανεωμένη θέση αναφοράς των οχημάτων. Στη συνέχεια, σχηματίζονται οι διαδρομές, αντιστοιχώντας τους κόμβους, βάση της λίστας προτεραιότητας, στα διαθέσιμα οχήματα, ενώ κάθε κόμβος αντιστοιχείται στο όχημα από το οποίο απέχει λιγότερο (Ευκλείδεια απόσταση). Η μέθοδος αυτή εμφανίζει το πλεονέκτημα της χαρτογράφησης της λύσης στον εξεταζόμενο χώρο λύσεων, όμως, η μέθοδος αποκωδικοποίησης της σειράς εξυπηρέτησης των κόμβων (όπως αναφέρθηκε παραπάνω) δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε προβλήματα επιλεκτικής δρομολόγησης οχημάτων.

Συνεπώς, για την επίλυση του *Green – PCVRP* προτείνεται η μέθοδος κωδικοποίησης/ αποκωδικοποίησης Συσχέτιση με Συντεταγμένες (Coordinates Related

(*CR*)), η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε πρόβλημα δρομολόγησης από οποιαδήποτε μεθευρετικό αλγόριθμο με εξισώσεις που εφαρμόζεται σε συνεχή χώρο λύσεων, χρησιμοποιώντας τις καρτεσιανές συντεταγμένες κάθε κόμβου. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με την τεχνική κωδικοποίησης της προτεινόμενης μεθόδου *CR*, για κάθε διάνυσμα εφικτής λύσης x , δημιουργούνται ακόμα δύο, τα οποία περιέχουν τις καρτεσιανές συντεταγμένες κάθε κόμβου στις αντίστοιχες θέσεις όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.1. Η συγκεκριμένη τεχνική είναι απλή και μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε πρόβλημα δρομολόγησης, ακόμα, τα διανύσματα αυτά δεν διατηρούνται για κάθε λύση του πληθυσμού σε κάθε αλγοριθμική επανάληψη, αλλά υπολογίζονται μόνο για τις ανάγκες της εκάστοτε εξίσωσης ενημέρωσης του διανύσματος λύσης. Οι τιμές των νέων διανυσμάτων είναι συνεχής αφού εκτείνονται (ως συντεταγμένες θέσης) σε όλο το χώρο λύσης. Έτσι, μέσα από αυτό το λογικό άλμα, η εκάστοτε εξίσωση ενημέρωσης εφαρμόζεται και στα δύο νέα διανύσματα συντεταγμένων, για να δημιουργηθούν δύο καινούργια αντίστοιχα, όπως η εξίσωση μετατόπισης του *BA*, Εξίσωση (2.8) που εφαρμόστηκε στο παράδειγμα του Πίνακα 4.1. Με αυτό τον τρόπο, δεν αλλοιώνεται η λογική βάση του αλγορίθμου όταν εφαρμόζεται σε πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, δηλαδή σε πρόβλημα με διακριτές μεταβλητές απόφασης.

Πίνακας 4.1: Παράδειγμα εφαρμογής μεθόδου *CR*

Θέση	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x	0	25	19	10	15	5	3	0	13	30	0
Κωδικοποίηση:											
Συντεταγμένη x	82	61	19	2	61	13	50	82	98	20	82
Συντεταγμένη y	73	59	32	39	62	7	5	76	52	70	76
Ενημέρωση:											
Συντεταγμένη x_{new}	82.012	61.020	18.998	3.214	5.122	13.425	49.897	82.350	98.314	20.056	82.100
Συντεταγμένη y_{new}	73.101	61.875	32.042	39.035	10.010	7.865	5.087	75.999	52.610	70.804	76.125
Αποκωδικοποίηση:											
x'	0	15	19	8	12	5	3	0	13	30	0

Στη συνέχεια, τα δύο νέα διανύσματα συντεταγμένων πρέπει να αποκωδικοποιηθούν, ώστε να δημιουργηθεί το αντίστοιχο ενημερωμένο διάνυσμα λύσης x' . Η λογική αποκωδικοποίησης της προτεινόμενης μεθόδου *CR*, βασίζεται στη λογική της Ευκλείδειας απόστασης. Θεωρείται ότι κάθε ζευγάρι νέων συντεταγμένων (αντίστοιχη θέση στα νέα διανύσματα), αντιπροσωπεύει έναν ψευδο-κόμβο. Έτσι, ο στόχος της μεθόδου είναι η αντιστοίχιση κάθε ψευδο-κόμβου, με κόμβο που ανήκει στον χώρο λύσεων του προβλήματος. Συνεπώς, για κάθε ψευδο-κόμβο επιλέγεται ο πλησιέστερος σε αυτόν κόμβος που ανήκει στο διαθέσιμο σύνολο V . Για παράδειγμα, οι τιμές που βρίσκονται στη δεύτερη θέση των ενημερωμένων διανυσμάτων συντεταγμένων του Πίνακα 4.1, αντιστοιχούν στον ψευδο-κόμβο που βρίσκεται στο σημείο (61.020,61.875) και ο πλησιέστερος του είναι ο κόμβος 15, ο οποίος βρίσκεται στο σημείο (61,62). Παρομοίως, εξετάζοντας τον ψευδο-κόμβο που δημιουργείται

από τις τιμές στην τρίτη θέση των διανυσμάτων, αυτός αντιστοιχεί στο ζεύγος συντεταγμένων (18.998,32.042) και ο πλησιέστερος σε αυτό το σημείο είναι ο κόμβος 19, ο οποίος βρίσκεται στο σημείο (19,32). Σε περίπτωση που βρίσκονται περισσότεροι από έναν κόμβοι σε ίση απόσταση από τον εξεταζόμενο ψευδο-κόμβο, επιλέγεται αυτός με την μεγαλύτερη τιμή βραβείου p_i . Η διαδικασία αποκωδικοποίησης και αντιστοίχισης κόμβων επαναλαμβάνεται για όλες τις τιμές του διανύσματος λύσης. Πάραυτα, η μέθοδος δεν εγγυάται ότι η αποκωδικοποιημένη λύση x' θα είναι και εφικτή. Για αυτό το λόγο, η x' , υπόκειται σε μία απλή ευρετική τεχνική που διασφαλίζει την εφικτότητά της, ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα, σύμφωνα με τους περιορισμούς του προτεινόμενου *Green – PCVRP*:

1. Έλεγχος μοναδικής εξυπηρέτησης. Κάθε κόμβος πρέπει να εξυπηρετείται μόνο μία φορά σε κάθε εφικτή λύση. Συνεπώς, διαγράφονται από το διάνυσμα λύσης x' , οι περισσότερες από μία εμφανίσεις κάθε κόμβου, με εξαίρεση τον αρχικό κόμβο 0.
2. Έλεγχος πλήθους διαδρομών. Μία εφικτή λύση του προβλήματος *Green – PCVRP* αποτελείται από M διαδρομές. Σε περίπτωση που ο αριθμός των σχηματισθέντων διαδρομών M' στο αποκωδικοποιημένο διάνυσμα διαφέρει από τον εκάστοτε προκαθορισμένο, πραγματοποιούνται διορθωτικές κινήσεις:
 - Εάν $M' < M$, στο διάνυσμα λύσης x' προστίθενται διαδρομές $[0, k, 0]$, όπου k τυχαία επιλεγμένος χρησιμοποιούμενος κόμβος, μέχρι να ισχύει η σχέση $M' == M$.
 - Εάν $M' > M$, από το διάνυσμα λύσης x' αφαιρούνται διαδρομές με το μικρότερο συνολικά συλλεγμένο επίπεδο βραβείου, μέχρι να ισχύει η σχέση $M' == M$.
3. Έλεγχος χωρητικότητας διαδρομών. Η συνολική ζήτηση $Total'_{D_m}$ των κόμβων που εξυπηρετούνται από μία διαδρομή ($\forall m' \in \{1, \dots, M\}$), δεν πρέπει να υπερβαίνει το ανώτατο επίπεδο Q . Συνεπώς, κάθε διαδρομή ελέγχεται, και σε περίπτωση υπέρβασης της ανώτατης τιμής, αφαιρούνται επαναληπτικά τυχαία επιλεγμένοι κόμβοι, μέχρι να ισχύει η σχέση $Total'_{D_m} \leq Q$.
4. Έλεγχος ελάχιστης κάλυψης. Βασική προϋπόθεση για την εφικτότητα της λύσης x' είναι να ισχύει η συνθήκη της ελάχιστης κάλυψης ζήτησης. Έτσι, μη-χρησιμοποιούμενοι κόμβοι, εισέρχονται διαδοχικά στο διάνυσμα x' στην πιο οικονομική θέση (όπως και στον Αλγόριθμο 8), μέχρι να ισχύει η σχέση $Total_{D_x} \geq \sum_{j=1}^N d_j r$.

4.3 Αλγόριθμος της Νυχτερίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες (Bat Algorithm based on Coordinates)

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος Bat Algorithm based on Coordinates (*BAC*), ακολουθεί το πρότυπο αλγοριθμικό πλαίσιο όπως παρουσιάζεται στην Παράγραφο 2.2 και στον Αλγόριθμο 2, ενσωματώνοντας την προτεινόμενη μέθοδο κωδικοποίησης/ αποκωδικοποίησης *CR* (Παράγραφος 4.2). Έτσι, το εκάστοτε διάνυσμα εφικτής λύσης του προβλήματος *Green – PCVRP*, και το αντίστοιχο καλύτερο (του ίδιου πληθυσμού) κωδικοποιούνται με τη μορφή συντεταγμένων χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα βοηθητικά διανύσματα, όπως περιγράφεται στην μέθοδο κωδικοποίησης *CR*, και σε αυτά εφαρμόζεται το σύστημα εξισώσεων του κλασσικού αλγορίθμου (Εξισώσεις (2.6)-(2.8)), για τη δημιουργία νέας λύσης. Στη συνέχεια, το νέο διάνυσμα, αποκωδικοποιείται κατά *CR* και διασφαλίζεται η εφικτότητα του. Ακόμα, για τη βελτίωση της ποιότητας της νέας λύσης εφαρμόζονται οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης όπως περιγράφονται στην Παράγραφο 4.1.2. Το προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο *BAC* δίνεται στον Αλγόριθμο 12.

Αλγόριθμος 12 Bat Algorithm based on Coordinates (*BAC*)

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$, Εξίσωση (3.17)

Ορισμός n, L

Αρχικοποίηση του πληθυσμού, Αλγόριθμος 8

Αξιολόγηση του πληθυσμού και εύρεση καλύτερης λύσης: $x_*^t, t = 1$

repeat

for $x_i^t, i = 1, \dots, n$ **do**

 Κωδικοποίηση x_i^t και x_*^t βάση της μεθόδου *CR*

 Δημιουργία $x_i^{t'}$, εφαρμόζοντας τις Εξισώσεις (2.6)-(2.8) στα διανύσματα συντεταγμένων

 Αποκωδικοποίηση $x_i^{t'}$ βάση της μεθόδου *CR*

 Διασφάλιση εφικτότητας $x_i^{t'}$

if $rand > rt_i^t$ **then**

 Εφαρμογή τοπικής αναζήτησης στη λύση $x_i^{t'}$, Αλγόριθμοι 9, 10 & 11

 Αξιολόγηση $x_i^{t'}$

end if

if $f(x_i^{t'}) < f(x_i^t) \& rand < A_i^t$ **then**

 Ενημέρωση $x_i^t \leftarrow x_i^{t'}$

 Μείωση A_i^t , Εξίσωση (2.9)

 Αύξηση rt_i^t , Εξίσωση (2.10)

end if

end for

 Εύρεση καλύτερης λύσης του πληθυσμού: x_*^t

$t = t + 1$

until $t == L$

 Ταξινόμηση των λύσεων και επιστροφή της καλύτερης

4.4 Υπολογιστικά Αποτελέσματα

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται και αναλύονται τα υπολογιστικά πειράματα που πραγματοποιήθηκαν, με στόχο την εύρεση της αποτελεσματικότερης μεθόδου για την επίλυση του προτεινόμενου *Green – PCVRP*, συγκρίνοντας την απόδοση των προτεινόμενων αλγοριθμικών πλαισίων, *DIBA* και *BAC* σε προβλήματα αναφοράς της βιβλιογραφίας. Ταυτόχρονα, ιδιαίτερο ενδιαφέρον εμφανίζει η σύγκριση των δύο αλγοριθμικών μεθόδων (Παράγραφος 4.4.3), δηλαδή της διακριτοποιημένης εκδοχής του *BA* και της εμπλουτισμένης εκδοχής με τη μέθοδο *CR*, κάνοντας χρήση κοινών μεθόδων δημιουργίας αρχικού πληθυσμού λύσεων και τοπικής αναζήτησης. Ακόμα, η απόδοση των χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων, συγκρίνεται και με βάση τα αποτελέσματα ακριβής επίλυσης των ίδιων παραδειγμάτων αναφοράς, μέσω του εμπορικού πακέτου μαθηματικής επίλυσης Gurobi.

4.4.1 Προβλήματα Αναφοράς και Αλγοριθμική Παραμετροποίηση

Σύμφωνα με την υπάρχουσα βιβλιογραφία, για την σύγκριση της αποτελεσματικότητας των μεθόδων που βελτιστοποιούν το *PCVRP* και τις παραλλαγές του, χρησιμοποιούνται τα παραδείγματα αναφοράς του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμένη χωρητικότητα, *CVRP*, (προσπελάσιμα μέσω: <http://www.coin-or.org/SYMPHONY/branchandcut/VRP/data/index.htm.old>). Συγκεκριμένα, τα κλασικά παραδείγματα αναφοράς προσαρμόζονται ώστε να ενσωματώνουν για τιμή βραβείου σε κάθε κόμβο, καθώς και τη παράμετρο ελάχιστης κάλυψης ζήτησης, r . Οι νέες αυτές τιμές παράγονται ομοιόμορφα στο εύρος $[1,80]$ ή $[1,100]$ και στο $[0.6,0.8]$, αντίστοιχα. Πάραυτα, πρόσφατα, οι Long et al. [79] δημοσίευσαν ένα σύνολο 120 παραδειγμάτων αναφοράς, ειδικά σχεδιασμένων για το *PCVRP*, τα οποία και χρησιμοποιούνται για τους σκοπούς της παρούσας έρευνας. Αναλυτικότερα, κάθε ένα από τα 24 παραδείγματα του *CVRP* (διαχωρισμένα σε ομάδες: A, B, E, M), παράχθηκαν πέντε εκδοχές αλλάζοντας την παράμετρο κάλυψης ως: $r : \{0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80\}$. Οι διαφορετικές εκδοχές περιλαμβάνουν παραδείγματα με συνολικό αριθμό κόμβων από 32 μέχρι 200, και αριθμό οχημάτων από 4 μέχρι 17. Κάθε παράδειγμα αναπαρίσταται από ένα κλειδί που δηλώνει τη διαφορετική τοπολογία (ανάλογα με την ομάδα στην οποία ανήκει), τον αριθμό των κόμβων, το πλήθος οχημάτων και την παράμετρο κάλυψης. Για παράδειγμα, το κλειδί $A - n32 - k5 - 1$ αναπαριστά ένα παράδειγμα της ομάδας A με 32 κόμβους και 5 οχήματα, για $r = 0.6$ (ο τελευταίος αριθμός κυμαίνεται από 1 έως 5, όπου το 1 αντιστοιχεί σε $r = 0.6$, το 2 αντιστοιχεί σε $r = 0.65$ και ούτω καθεξής). Τα αλγοριθμικά υπολογιστικά πειράματα της παρούσας έρευνας πραγματοποιήθηκαν σε περιβάλλον

Matlab, ενώ η ακριβής επίλυση των παραδειγμάτων έγινε με χρήση του εμπορικού πακέτου Gurobi 4.5.1 σε γλώσσα προγραμματισμού Python 3.0, χρησιμοποιώντας επεξεργαστή Intel(R) Core(TM) i7-7700HQ@2.80GHz με 8GB RAM. Συγκεκριμένα, για την επίλυση των παραδειγμάτων μέσω του πακέτου ακριβής επίλυσης, θεωρήθηκε μέγιστος επιτρεπτός χρόνος επίλυσης τα 1500 δευτερόλεπτα. Ενώ, για την αλγοριθμική επίλυση μέσω των προτεινόμενων *DIBA* και *BAC*, θεωρήθηκε μέγιστος χρόνος τα 60 δευτερόλεπτα, ανεξάρτητα από τις αλγοριθμικές επαναλήψεις, ως επιπλέον κριτήριο τερματισμού. Σχετικά με τις τιμές των παραμέτρων των υπολογιστικών μεθόδων, όπως παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.2, για τον αλγόριθμο *DIBA*, πραγματοποιήθηκαν πειράματα εξερεύνησης της αποτελεσματικότητας του χρησιμοποιώντας ένα υποσύνολο των παραδειγμάτων αναφοράς. Για τις παραμέτρους που ελέγχουν τον προτεινόμενο αλγόριθμο *BAC*, χρησιμοποιήθηκαν ίδιες τιμές με αυτές που επιλέχθηκαν στις αντίστοιχες του *DIBA*.

Πίνακας 4.2: Παραμετροποίηση αλγοριθμικών μεθόδων για την επίλυση του *Green – PCVRP*

Παράμετρος	n	L	W^*	A^0	rt^0	γ	α	it_{max}	K
<i>DIBA</i>	80	200	$0.2 \cdot n$	$rand[0.7, 0.1]$	$rand[0.1, 4]$	0.98	0.98	400	$0.1 \cdot n$
<i>BAC</i>	80	200	-	$rand[0.7, 0.1]$	$rand[0.1, 4]$	0.98	0.98	400	-

4.4.2 Αποτελέσματα Αλγοριθμικής Επίλυσης

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι Πίνακες 4.3-4.6, οι οποίοι περιέχουν τα αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς, ανά ομάδα, κάθε μεθόδου επίλυσης. Συγκεκριμένα, οι πίνακες περιλαμβάνουν την τιμή (σε χιλιάδες) της αντικειμενικής συνάρτησης του *Green – PCVRP* της καλύτερης εφικτής λύσης που απέδωσε το πακέτο επίλυσης Gurobi σε κάθε παράδειγμα αναφοράς. Ακόμα, παρουσιάζεται για κάθε παράδειγμα και για κάθε αλγοριθμική μέθοδο η τιμή (σε χιλιάδες) της αντικειμενικής συνάρτησης της καλύτερης λύσης που επιτεύχθηκε (f_{best}) και η αντίστοιχη μέση τιμή (σε χιλιάδες) (f_{avg}) που βρέθηκε μέσα από πέντε ανεξάρτητες εκτελέσεις της κάθε αλγοριθμικής μεθόδου. Σε κάθε παράδειγμα αναφοράς, η καλύτερη τιμή που έχει βρεθεί επισημαίνεται με έντονη γραμματοσειρά. Επιπλέον, για τις παραπάνω τιμές δίνεται και η ποσοστιαία απόκλιση τους από την καλύτερη τιμή της ακριβής επίλυσης μέσω Gurobi, dev και dev_{avg} , αντίστοιχα. Οι θετικές τιμές ποσοστιαίας απόκλισης υποδηλώνουν την επίτευξη καλύτερης λύσης από την συγκριτικά αντίστοιχη της.

Η συμπεριφορά των δύο προτεινόμενων αλγοριθμικών μεθόδων σε σχέση με την ακριβή μέθοδο επίλυσης, χαρακτηρίζεται έντονα από το μέγεθος του παραδείγματος αναφοράς που εξετάζεται. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με τα αποτελέσματα που

Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας A των παραδειγμάτων αναφοράς *Green – PCVRP*

Παράδειγμα	Gurobi	<i>DIBA</i>				<i>BAC</i>			
		f_{best}	f_{avg}	dev (%)	dev_{avg} (%)	f_{best}	f_{avg}	dev (%)	dev_{avg} (%)
A-n32-k5-1	4.357	4.396	4.410	-0.89	-1.20	4.357	4.363	0.00	-0.13
A-n32-k5-2	4.436	4.459	4.473	-0.52	-0.84	4.414	4.426	0.48	0.22
A-n32-k5-3	4.337	4.404	4.411	-1.55	-1.72	4.347	4.361	-0.24	-0.55
A-n32-k5-4	4.367	4.410	4.415	-0.98	-1.09	4.376	4.393	-0.19	-0.59
A-n32-k5-5	4.644	4.703	4.713	-1.26	-1.48	4.656	4.689	-0.25	-0.97
A-n37-k6-1	5.419	5.490	5.501	-1.30	-1.50	5.435	5.446	-0.29	-0.49
A-n37-k6-2	5.450	5.520	5.525	-1.28	-1.38	5.465	5.497	-0.27	-0.87
A-n37-k6-3	5.385	5.454	5.459	-1.28	-1.37	5.399	5.404	-0.27	-0.36
A-n37-k6-4	5.428	5.511	5.515	-1.53	-1.61	5.427	5.450	0.02	-0.41
A-n37-k6-5	5.181	5.239	5.241	-1.11	-1.16	5.186	5.215	-0.10	-0.65
A-n44-k6-1	5.053	5.115	5.117	-1.23	-1.26	5.064	5.065	-0.22	-0.25
A-n44-k6-2	4.884	4.928	4.943	-0.91	-1.22	4.909	4.918	-0.51	-0.71
A-n44-k6-3	5.249	5.316	5.328	-1.26	-1.50	5.316	5.328	-1.26	-1.50
A-n44-k6-4	4.828	4.887	4.892	-1.21	-1.31	4.838	4.843	-0.20	-0.30
A-n44-k6-5	5.032	5.122	5.123	-1.80	-1.83	5.122	5.123	-1.80	-1.83
A-n48-k7-1	5.941	6.008	6.009	-1.13	-1.16	5.951	5.979	-0.17	-0.65
A-n48-k7-2	6.217	6.277	6.282	-0.96	-1.04	6.214	6.219	0.05	-0.03
A-n48-k7-3	6.074	6.112	6.117	-0.61	-0.69	6.112	6.117	-0.61	-0.69
A-n48-k7-4	6.056	6.103	6.108	-0.77	-0.85	6.103	6.108	-0.77	-0.85
A-n48-k7-5	6.033	6.125	6.128	-1.53	-1.57	6.064	6.097	-0.52	-1.07
A-n53-k7-1	5.948	6.013	6.016	-1.08	-1.13	5.958	5.985	-0.17	-0.62
A-n53-k7-2	5.704	5.790	5.795	-1.50	-1.59	5.742	5.766	-0.66	-1.08
A-n53-k7-3	5.716	5.811	5.826	-1.67	-1.93	5.782	5.797	-1.17	-1.42
A-n53-k7-4	5.553	5.627	5.642	-1.34	-1.61	5.601	5.614	-0.86	-1.10
A-n53-k7-5	6.008	6.065	6.075	-0.94	-1.11	6.004	6.014	0.07	-0.10
A-n60-k9-1	7.969	8.083	8.093	-1.43	-1.56	8.002	8.053	-0.42	-1.05
A-n60-k9-2	8.031	7.971	7.976	0.75	0.68	8.035	8.037	-0.05	-0.08
A-n60-k9-3	9.923	8.211	8.219	17.25	17.17	8.129	8.178	18.08	17.58
A-n60-k9-4	7.801	7.926	7.931	-1.60	-1.66	7.857	7.891	-0.71	-1.15
A-n60-k9-5	8.069	8.157	8.173	-1.10	-1.30	8.157	8.173	-1.10	-1.30
A-n65-k9-1	7.848	7.661	7.761	2.39	1.11	7.584	7.683	3.36	2.10
A-n65-k9-2	9.680	7.599	7.649	21.50	20.98	7.523	7.573	22.28	21.77
A-n65-k9-3	8.931	7.448	7.598	16.61	14.93	7.448	7.598	16.61	14.93
A-n65-k9-4	9.049	7.692	7.697	14.99	14.94	7.625	7.659	15.73	15.36
A-n65-k9-5	7.546	7.355	7.405	2.53	1.87	7.355	7.405	2.53	1.87
A-n69-k9-1	9.410	7.599	7.634	19.25	18.88	7.523	7.596	20.06	19.28
A-n69-k9-2	9.785	7.607	7.647	22.26	21.85	7.531	7.609	23.03	22.24
A-n69-k9-3	9.450	7.492	7.542	20.72	20.19	7.417	7.505	21.51	20.59
A-n69-k9-4	9.877	7.395	7.410	25.13	24.98	7.395	7.410	25.13	24.98
A-n69-k9-5	9.819	7.503	7.511	23.58	23.50	7.503	7.511	23.58	23.50
A-n80-k10-1	10.993	9.009	9.059	18.05	17.59	9.009	9.013	18.05	18.01
A-n80-k10-2	11.211	8.951	8.976	20.16	19.93	8.951	8.976	20.16	19.93
A-n80-k10-3	11.024	8.789	8.814	20.27	20.05	8.702	8.770	21.07	20.44
A-n80-k10-4	11.297	9.078	9.118	19.64	19.29	8.987	9.027	20.44	20.09
A-n80-k10-5	10.973	8.606	8.621	21.57	21.43	8.520	8.578	22.35	21.82

δίνονται στον Πίνακα 4.3, στα παραδείγματα της ομάδας A, ο *DIBA* παρουσιάζει μέση ποσοστιαία απόκλιση -1.19% , στα προβλήματα που περιλαμβάνουν κατά μέγιστο 53 κόμβους, και 14.13% στα προβλήματα 60 έως 80 κόμβων. Η διαφοροποίηση στην απόδοση του αλγορίθμου μεταξύ των προαναφερθέντων κατηγοριών είναι μεγάλη, αποδεικνύοντας ότι η ακριβής μέθοδος επίλυσης αδυνατεί στην επίλυση δύσκολων προβλημάτων σε ανταγωνιστικό χρόνο. Οι αντίστοιχες τιμές του αλγορίθμου *BAC*, ανέρχονται σε -0.38% και 14.58% , αντίστοιχα. Άρα εξαγεται το συμπέρασμα, ότι ο εμπλουτισμένος αλγόριθμος με την μέθοδο *CR*, ανταποκρίνεται

Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας B των παραδειγμάτων αναφοράς *Green – PCVRP*

Παράδειγμα	Gurobi	<i>DIBA</i>				<i>BAC</i>			
		f_{best}	f_{avg}	dev (%)	dev_{avg} (%)	f_{best}	f_{avg}	dev (%)	dev_{avg} (%)
B-n39-k5-1	4.015	4.027	4.042	-0.30	-0.67	4.016	4.021	-0.02	-0.16
B-n39-k5-2	4.085	4.112	4.114	-0.64	-0.69	4.112	4.114	-0.64	-0.69
B-n39-k5-3	3.975	4.001	4.011	-0.65	-0.90	4.001	4.011	-0.65	-0.90
B-n39-k5-4	4.058	4.065	4.070	-0.17	-0.29	4.024	4.029	0.84	0.71
B-n39-k5-5	3.944	3.969	3.984	-0.62	-1.00	3.969	3.984	-0.62	-1.00
B-n41-k6-1	5.100	5.112	5.127	-0.24	-0.54	5.091	5.102	0.18	-0.03
B-n41-k6-2	5.090	5.132	5.182	-0.83	-1.81	5.132	5.156	-0.83	-1.30
B-n41-k6-3	4.914	4.919	4.924	-0.09	-0.19	4.869	4.899	0.91	0.31
B-n41-k6-4	4.807	4.821	4.851	-0.29	-0.91	4.773	4.827	0.71	-0.41
B-n41-k6-5	5.009	5.014	5.064	-0.11	-1.10	5.014	5.039	-0.11	-0.59
B-n50-k7-1	6.054	6.060	6.079	-0.10	-0.41	6.038	6.049	0.27	0.09
B-n50-k7-2	5.509	5.528	5.538	-0.34	-0.53	5.472	5.511	0.66	-0.03
B-n50-k7-3	5.718	5.787	5.807	-1.20	-1.55	5.769	5.778	-0.88	-1.04
B-n50-k7-4	5.747	5.780	5.790	-0.58	-0.74	5.818	5.820	-1.23	-1.27
B-n50-k7-5	5.815	5.823	5.838	-0.14	-0.40	5.765	5.790	0.86	0.43
B-n56-k7-1	5.311	5.352	5.357	-0.76	-0.86	5.308	5.330	0.06	-0.35
B-n56-k7-2	5.317	5.350	5.395	-0.62	-1.47	5.296	5.341	0.38	-0.45
B-n56-k7-3	5.289	5.366	5.371	-1.45	-1.55	5.312	5.344	-0.44	-1.04
B-n56-k7-4	5.478	5.518	5.549	-0.73	-1.31	5.518	5.521	-0.73	-0.80
B-n56-k7-5	5.468	5.500	5.570	-0.58	-1.87	5.500	5.570	-0.58	-1.87
B-n63-k10-1	9.320	9.170	9.210	1.61	1.18	9.157	9.164	1.75	1.68
B-n63-k10-2	9.287	9.003	9.053	3.06	2.52	8.913	9.008	4.03	3.01
B-n63-k10-3	11.037	9.415	9.465	14.70	14.25	9.415	9.417	14.70	14.68
B-n63-k10-4	10.875	9.096	9.146	16.36	15.90	9.096	9.100	16.36	16.33
B-n63-k10-5	10.217	9.436	9.446	7.65	7.55	9.342	9.352	8.57	8.47
B-n78-k10-1	10.919	7.892	7.895	27.72	27.69	7.813	7.816	28.45	28.41
B-n78-k10-2	10.702	8.037	8.087	24.90	24.43	7.957	8.047	25.65	24.81
B-n78-k10-3	11.041	8.357	8.362	24.31	24.27	8.283	8.320	24.98	24.64
B-n78-k10-4	10.595	8.069	8.104	23.84	23.51	8.069	8.104	23.84	23.51
B-n78-k10-5	11.094	8.440	8.465	23.92	23.70	8.356	8.381	24.68	24.46

καλύτερα από τη διακριτή εκδοχή, επιτυγχάνοντας συγκριτικά καλύτερες λύσεις στα μικρού μεγέθους παραδείγματα αυτής της ομάδας.

Παρόμοια συμπεριφορά εμφανίζουν οι αναπτυγμένες μέθοδοι επίλυσης και στα παραδείγματα αναφοράς της ομάδας B, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.4. Αφού στα παραδείγματα αναφοράς που περιλαμβάνουν μέχρι 56 κόμβους, παρουσιάζει μέση ποσοστιαία απόκλιση από την ακριβή επίλυση της τάξης του -0.52% , ενώ στα μεγαλύτερα παραδείγματα η μέση απόκλιση εκτοξεύεται στο 16.81% . Επιπλέον, οι αντίστοιχες τιμές του αλγορίθμου *BAC* ανέρχονται σε 0.09% και 17.26% , υπερσχύοντας έτσι, των άλλων δύο μεθόδων επίλυσης. Ομοίως, στα παραδείγματα της ομάδας E, των οποίων οι τιμές επίλυσης παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.5, ο αλγόριθμος *DIBA*, εμφανίζει μέση ποσοστιαία απόκλιση -1.09% επιλύοντας τα προβλήματα που περιέχουν 51 κόμβους κατά μέγιστο, ενώ στα μεγαλύτερα προβλήματα (με 76 και 101 κόμβους) η αντίστοιχη τιμή ξεπερνάει το 19.49% . Στην ίδια ομάδα παραδειγμάτων, ο *BAC* αποδίδει καλύτερα από τη διακριτή εκδοχή, με μέση ποσοστιαία απόκλιση από την ακριβή επίλυση -0.25% και 19.49% , στις δύο κατηγορίες πλήθους κόμβων, αντίστοιχα.

Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας E των παραδειγμάτων αναφοράς *Green – PCVRP*

Παράδειγμα	Gurobi	DIBA				BAC			
		f_{best}	f_{avg}	dev (%)	dev_{avg} (%)	f_{best}	f_{avg}	dev (%)	dev_{avg} (%)
E-n23-k3-1	2.597	2.593	2.613	0.15	-0.62	2.597	2.597	0.00	0.00
E-n23-k3-2	2.670	2.693	2.713	-0.87	-1.60	2.670	2.670	0.00	0.00
E-n23-k3-3	2.659	2.707	2.752	-1.80	-3.49	2.659	2.659	0.00	0.00
E-n23-k3-4	2.490	2.515	2.535	-1.00	-1.81	2.490	2.490	0.00	0.00
E-n23-k3-5	2.509	2.544	2.547	-1.38	-1.50	2.509	2.509	0.00	0.00
E-n33-k4-1	3.751	3.820	3.855	-1.85	-2.79	3.751	3.751	0.00	0.00
E-n33-k4-2	3.491	3.479	3.489	0.35	0.07	3.491	3.491	0.00	0.00
E-n33-k4-3	3.377	3.416	3.466	-1.14	-2.62	3.377	3.377	0.00	0.00
E-n33-k4-4	3.396	3.443	3.493	-1.38	-2.85	3.443	3.475	-1.38	-2.33
E-n33-k4-5	3.347	3.413	3.513	-1.99	-4.98	3.379	3.478	-0.97	-3.93
E-n51-k5-1	3.354	3.382	3.383	-0.84	-0.88	3.382	3.383	-0.84	-0.88
E-n51-k5-2	3.503	3.541	3.541	-1.09	-1.09	3.505	3.523	-0.08	-0.58
E-n51-k5-3	3.439	3.473	3.508	-0.99	-2.01	3.438	3.491	0.02	-1.50
E-n51-k5-4	3.416	3.457	3.482	-1.20	-1.93	3.457	3.482	-1.20	-1.93
E-n51-k5-5	3.540	3.589	3.596	-1.37	-1.57	3.553	3.578	-0.36	-1.06
E-n76-k10-1	10.023	8.135	8.165	18.84	18.54	8.053	8.124	19.65	18.95
E-n76-k10-2	9.686	7.710	7.710	20.40	20.40	7.710	7.710	20.40	20.40
E-n76-k10-3	9.447	7.720	7.720	18.28	18.28	7.643	7.682	19.10	18.69
E-n76-k10-4	9.982	7.811	7.811	21.75	21.75	7.733	7.772	22.53	22.14
E-n76-k10-5	10.036	7.935	7.935	20.93	20.93	7.856	7.895	21.72	21.33
E-n101-k14-1	13.362	10.968	11.468	17.92	14.17	10.968	11.408	17.92	14.62
E-n101-k14-2	13.992	11.428	11.678	18.33	16.54	11.428	11.678	18.33	16.54
E-n101-k14-3	13.897	11.088	11.538	20.21	16.97	11.088	11.538	20.21	16.97
E-n101-k14-4	13.559	10.954	10.954	19.21	19.21	10.844	10.899	20.02	19.62
E-n101-k14-5	14.006	11.344	11.344	19.00	19.00	11.231	11.287	19.81	19.41

Πίνακας 4.6: Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας M των παραδειγμάτων αναφοράς *Green – PCVRP*

Παράδειγμα	Gurobi	DIBA				BAC			
		f_{best}	f_{avg}	dev (%)	dev_{avg} (%)	f_{best}	f_{avg}	dev (%)	dev_{avg} (%)
M-n101-k10-1	-	7.043	7.074	-	-	6.832	6.933	-	-
M-n101-k10-2	-	7.211	7.238	-	-	7.139	7.202	-	-
M-n101-k10-3	-	7.167	7.167	-	-	7.096	7.169	-	-
M-n101-k10-4	-	7.006	7.075	-	-	7.006	7.004	-	-
M-n101-k10-5	-	7.072	7.089	-	-	7.085	7.060	-	-
M-n121-k7-1	-	3.195	3.196	-	-	3.163	3.164	-	-
M-n121-k7-2	-	3.483	3.495	-	-	3.448	3.478	-	-
M-n121-k7-3	-	3.391	3.397	-	-	3.357	3.397	-	-
M-n121-k7-4	-	3.151	3.156	-	-	3.161	3.182	-	-
M-n121-k7-5	-	3.346	3.349	-	-	3.312	3.332	-	-
M-n151-k12-1	-	7.573	7.585	-	-	7.399	7.460	-	-
M-n151-k12-2	-	7.013	7.039	-	-	6.943	7.004	-	-
M-n151-k12-3	-	7.360	7.365	-	-	7.360	7.291	-	-
M-n151-k12-4	-	6.974	6.989	-	-	6.907	6.956	-	-
M-n151-k12-5	-	6.726	6.738	-	-	6.663	6.672	-	-
M-n200-k17-1	-	6.726	6.726	-	-	6.659	6.700	-	-
M-n200-k17-2	-	10.937	10.952	-	-	10.828	10.897	-	-
M-n200-k17-3	-	10.453	10.454	-	-	10.348	10.454	-	-
M-n200-k17-4	-	10.295	10.307	-	-	10.189	10.242	-	-
M-n200-k17-5	-	10.437	10.454	-	-	10.365	10.402	-	-

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.6, η ακριβής μέθοδος επίλυσης δεν μπόρεσε να εντοπίσει εφικτή λύση στα παραδείγματα αναφοράς της ομάδας M, μέσα στο επιτρεπτό χρονικό περιθώριο. Επιπλέον, στα συγκεκριμένα παραδείγματα, με περισσότερους από 100 κόμβους και πάνω από 7 διαθέσιμα οχήματα, ο προτεινόμενος αλγόριθμος

BAC , αποδίδει καλύτερα από την προτεινόμενη διακριτή εκδοχή $DIBA$. Καταληκτικά, παρατηρείται ότι η ακριβής μέθοδος επίλυσης, λειτουργεί αρκετά καλά στην επίλυση παραδειγμάτων αναφοράς με περιορισμένο πλήθος διαθέσιμων κόμβων, δεδομένου ότι θεωρήθηκαν 1500 δευτερόλεπτα μέγιστος χρόνος επίλυσης. Για τη βελτιστοποίηση μεγαλύτερων παραδειγμάτων αναφοράς, όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα όλων των ομάδων, κρίνεται απαραίτητη η χρήση των αλγοριθμικών μεθόδων. Στην επόμενη παράγραφο αναλύονται τα αποτελέσματα των υπολογιστικών πειραμάτων.

4.4.3 Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Σε αυτή τη παράγραφο παρουσιάζεται η μη-παραμετρική ανάλυση των αποτελεσμάτων, λαμβάνοντας υπόψιν και τα 120 παραδείγματα αναφοράς που εξετάστηκαν. Μέσα από αυτή την ανάλυση αποδεικνύεται η υπεροχή μιας από τις προτεινόμενες μεθόδους σε ότι αφορά την επίτευξη ποιοτικών λύσεων, μεταξύ της προτεινόμενης διακριτής εκδοχής $DIBA$ και του προτεινόμενου αλγοριθμικού πλαισίου BAC με χρήση της μεθόδου CR . Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε το μη-παραμετρικό τεστ Wilcoxon signed ranks [300, 301], το οποίο είναι κατάλληλο για την ανίχνευση σημαντικών διαφορών μεταξύ δύο δειγμάτων κατά ζεύγη. Η υπόθεση που εξετάζεται (δηλαδή η μηδενική υπόθεση H_0) είναι ότι οι δυο μέθοδοι επίλυσης επιτυγχάνουν παρόμοια αποτελέσματα χωρίς σημαντικές διαφορές, λαμβάνοντας υπόψιν επίπεδο σημαντικότητας $\alpha_s = 0.05$. Το αποτέλεσμα του τεστ είναι η τιμή p , ίση με $5.914e-15$, τιμή δηλαδή πολύ μικρότερη του επιπέδου σημαντικότητας. Συνεπώς, η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και αποδεικνύεται ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές στην απόδοση των δύο αλγορίθμων. Επιπλέον, ο αλγόριθμος BAC υπερέχει του $DIBA$, σε 31 από τα 45 παραδείγματα της ομάδας Α, σε 24 από τα 30 παραδείγματα της ομάδας Β, σε 19 από τα 25 παραδείγματα της ομάδας Ε και σε 16 από τα 20 παραδείγματα της ομάδας Μ. Χαρακτηριστικά, η μέση ποσοστιαία διαφορά του BAC από την διακριτή εκδοχή, ανέρχεται στο 0.72%.

Συνεπώς, βάση των παραπάνω παρατηρήσεων, καθώς και αυτών που σημειώθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, η βέλτιστη επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος $Green - PCVRP$, πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας τον προτεινόμενο αλγόριθμο BAC . Ταυτόχρονα, αναδεικνύεται το γεγονός ότι η χρήση της πρωτοποριακής μεθόδου CR , συμβάλει σημαντικά στην ενίσχυση του κλασσικού αλγοριθμικού πλαισίου του BA , εν συγκρίσει της αντίστοιχης διακριτής εκδοχής.

Κεφάλαιο 5

Αλγοριθμική επίλυση του

$E - PCVRP$

Για την επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος $E - PCVRP$, χρησιμοποιήθηκαν μεθευρετικοί αλγόριθμοι εμπνευσμένοι από τη φύση, όπως ο Αλγόριθμος της πυγολαμπίδας (FA), ο Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης (DE), ο Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (BA), ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (PSO) και ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης ($TLBO$), οι οποίοι περιγράφονται στις Παραγράφους 2.2-2.6. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος $cPSO$ και δύο από τις βασικές παραλλαγές του DE , οι αλγόριθμοι $DE/best/1/bin$ (με διωνυμική διασταύρωση) και $DE/best/1/exp$ (με εκθετική διασταύρωση) [198]. Όμως, οι παραπάνω αλγόριθμοι έχουν προταθεί και δομηθεί για τη βελτιστοποίηση προβλημάτων συνεχών μεταβλητών, ενώ το $E - PCVRP$, ως πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων κάνει χρήση διακριτών μεταβλητών. Συνεπώς, διαπιστώνεται μία αναντιστοιχία μεταξύ της διακριτής κωδικοποίησης του προβλήματος και της φύσης των εξισώσεων ενημέρωσης των χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων (Εξισώσεις (2.8), (2.11), (2.21), (2.25) και (2.27), (2.28)), οι οποίες εφαρμόζονται σε συνεχή τιμές. Πάραυτα, όπως αναφέρεται και στο Κεφάλαιο 2, οι αλγόριθμοι FA , DE , BA , $cPSO$ και $TLBO$, έχουν εφαρμοστεί στη βελτιστοποίηση προβλημάτων διακριτών μεταβλητών, όπως είναι το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων και οι παραλλαγές του. Κυρίως, στη βιβλιογραφία εμφανίζονται έρευνες, οι οποίες για να εξυπηρετήσουν τον παραπάνω σκοπό, τροποποιούν τα κλασσικά αλγοριθμικά πλαίσια, αντιστοιχώντας τις βασικές αλγοριθμικές διαδικασίες (και εξισώσεις) με διακριτές τεχνικές ή ενσωματώνουν άλλους μεθευρετικούς αλγορίθμους σχεδιασμένους για την επίλυση διακριτών προβλημάτων.

Προκείμενου να εναρμονιστούν οι μέθοδοι επίλυσης με τις ανάγκες του προβλήματος, ενσωματώνεται σε αυτούς η προτεινόμενη μέθοδος κωδικοποίησης/ αποκωδικοποίησης των λύσεων, βασισμένη στη χρήση των καρτεσιανών συντεταγμένων, που ονομάζεται *Coordinates Related (CR)*, όπως παρουσιάζεται αναλυτικά στην Παράγραφο 4.2. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται σε όλα τα παραπάνω αλγοριθμικά πλαίσια, επιτρέποντας τη διαδοχική χαρτογράφηση των λύσεων στο συνεχή χώρο λύσεων, την εφαρμογή των εξισώσεων ενημέρωσης κάθε αλγορίθμου και την επαναφορά της νέας (ενημερωμένης λύσης) σε διακριτή μορφή. Συνεπώς, τα παραπάνω αλγοριθμικά πλαίσια εμπλουτίζονται με τη μέθοδο *CR*, χωρίς όμως να αλλοιώνεται η αρχική τους δομή. Οι εμπλουτισμένοι αλγόριθμοι συμβολίζονται ως *FAC*, *DEC_{bin}*, *DEC_{exp}*, *BAC*, *cPSOC* και *TLBOC*. Ο αλγόριθμος *BAC* περιγράφεται στην Παράγραφο 4.3, καθώς εφαρμόστηκε επιτυχώς στην επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος *Green - PCVRP*. Επιπλέον, ενδεικτικά στις Παραγράφους 5.1 και 5.4, παρουσιάζονται αναλυτικά οι αλγόριθμοι *FAC* και *TLBOC*, αντίστοιχα. Ακόμα, οι παραπάνω αλγόριθμοι κάνουν χρήση κοινών ευρετικών τεχνικών για τη δημιουργία αρχικών λύσεων (Παράγραφος 4.1.1) και τη βελτίωση του πληθυσμού λύσεων μέσω μεθόδων τοπικής αναζήτησης (Παράγραφος 4.1.2), όπως αυτές χρησιμοποιήθηκαν με επιτυχία στην επίλυση του *Green - PCVRP*. Στόχος είναι η εύρεση της αποτελεσματικότερης μεθόδου για την επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος, μέσω υπολογιστικών πειραμάτων που βασίστηκαν σε παραδείγματα αναφοράς για το *PCVRP*.

5.1 Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας βασισμένος στις Συντεταγμένες (Firefly Algorithm based on Coordinates)

Στον Αλγόριθμο 13 παρουσιάζεται το προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο *Firefly Algorithm based on Coordinates (FAC)*, το οποίο βασίζεται στη λογική του *FA* (Παράγραφος 2.4). Οι διαφορές που εντοπίζονται αφορούν στη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού λύσεων (Παράγραφος 4.1.1), στη μέθοδο υπολογισμού της απόστασης μεταξύ δύο λύσεων και στη χρήση τεχνικών τοπικής αναζήτησης (Παράγραφος 4.1.2). Θεωρείται ότι η χρήση των μεθόδων προτεινόμενης κωδικοποίησης, αποκωδικοποίησης και διασφάλισης εφικτότητας (Παράγραφος 4.2), δεν αλλοιώνουν την αρχική εκδοχή του αλγορίθμου, αλλά καθιστούν εφικτή την άμεση χρήση της εξίσωσης μετατόπισης (Εξίσωση (2.21)) στα διανύσματα λύσης του προβλήματος $E - PCVRP$.

Όπως αναφέρεται στην Παράγραφο 5.1, η εξίσωση της μετατόπισης μίας λύσης εξαρτάται από την απόσταση r_{ij} μεταξύ των εξεταζόμενων λύσεων. Όμως, το $E -$

Αλγόριθμος 13 Firefly Algorithm based on Coordinates (FAC)

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$
 Αρχικοποίηση (Αλγόριθμος 8) και αξιολόγηση του πληθυσμού $X = x_1, \dots, x_n$.
 Ορισμός του συντελεστή γ
for x_i $i = 1, \dots, n$ **do**
 Αρχικοποίηση της έντασης του φωτός $I_i = 1/f(x_i)$
end for
repeat
 for x_i^t , $i = 1, \dots, n$ **do**
 for x_j^t , $j \neq i = 1, \dots, n$ **do**
 if $I_j > I_i$ **then**
 Υπολογισμός απόστασης r_{ij} μεταξύ x_i^t και x_j^t
 Κωδικοποίηση x_i^t και x_j^t βάση της μεθόδου CR
 Μετατόπιση λύσης: $x_i^{t'} = x_i^t + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (x_j^t - x_i^t) + \alpha_t \epsilon_i^t$
 Αποκωδικοποίηση $x_i^{t'}$ βάση της μεθόδου CR
 Διασφάλιση εφικτότητας $x_i^{t'}$
 Εισαγωγή κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 9
 Εξαγωγή κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 10
 Μετατόπιση κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 11
 if $f(x_i^{t'}) < f(x_i^t)$ **then**
 $x_i^t \leftarrow x_i^{t'}$
 end if
 end if
 $\beta = \beta_0 e^{-\gamma r^2}$
 Ενημέρωση I_i
 end for
 end for
 $\alpha_t = \alpha_0 \delta^t$
 $l \leftarrow l + 1$;
until $l > L$
 Επιστροφή της καλύτερης λύσης του πληθυσμού

5.2 Διαφορική Εξέλιξη βασισμένη στις Συντεταγμένες (Differential Evolution based on Coordinates)

Για την επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος $E - PCVRP$, χρησιμοποιείται και ο αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης (DE), όπως αυτός περιγράφεται στην Παράγραφο 2.3. Συγκεκριμένα, η προτεινόμενη μέθοδος κωδικοποίησης/αποκωδικοποίησης CR (Παράγραφος 4.2), ενσωματώνεται σε δύο διαφορετικές εκδοχές

του κλασσικού αλγορίθμου, τις $DE/best/1/bin$ και $DE/best/1/exp$, οι οποίες χρησιμοποιούν την καλύτερη εκάστοτε λύση ως διάνυσμα στόχου και ένα διάνυσμα λύσης στη διαδικασία μετάλλαξης, όπως φαίνεται στην Εξίσωση (2.15), αλλά κάνουν χρήση διαφορετικής διαδικασίας διασταύρωσης.

Αλγόριθμος 14 Differential Evolution based on Coordinates with binomial crossover (DEC_{bin})

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$
 Αρχικοποίηση των παραμέτρων NP , F και Cr
 Αρχικοποίηση του πληθυσμού $X = x_1, \dots, x_{NP}$
repeat
 for $x_i \ i = 1, \dots, NP$ **do**
 Κωδικοποίηση x_i^t βάση της μεθόδου CR
 Δημιουργία του μεταλλαγμένου διανύσματος $v_i^{t'} = x_{i_{best}}^t + F(x_{i_1}^t - x_{i_2}^t)$
 Αποκωδικοποίηση $v_i^{t'}$ βάση της μεθόδου CR
 Διασφάλιση εφικτότητας $v_i^{t'}$
 Εισαγωγή κόμβων στο $v_i^{t'}$, Αλγόριθμος 9
 Εξαγωγή κόμβων στο $v_i^{t'}$, Αλγόριθμος 10
 Μετατόπιση κόμβων στο $v_i^{t'}$, Αλγόριθμος 11
 Δημιουργία του δοκιμαστικού διανύσματος $u_i^{t'}$ μέσω διασταύρωσης, Εξίσωση (2.12)
 Επιλογή της καλύτερης λύσης μεταξύ των x_i^t και $u_i^{t'}$, Εξίσωση (2.14)
end for
 $l \leftarrow l + 1$;
until $l > L$
 Ταξινόμηση των μελών και επιστροφή της καλύτερης λύσης

Αλγόριθμος 15 Differential Evolution based on Coordinates with exponential crossover (DEC_{bin})

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$
 Αρχικοποίηση των παραμέτρων NP , F και Cr
 Αρχικοποίηση του πληθυσμού $X = x_1, \dots, x_{NP}$
repeat
 for $x_i \ i = 1, \dots, NP$ **do**
 Κωδικοποίηση x_i^t βάση της μεθόδου CR
 Δημιουργία του μεταλλαγμένου διανύσματος $v_i^{t'} = x_{i_{best}}^t + F(x_{i_1}^t - x_{i_2}^t)$
 Αποκωδικοποίηση $v_i^{t'}$ βάση της μεθόδου CR
 Διασφάλιση εφικτότητας $v_i^{t'}$
 Εισαγωγή κόμβων στο $v_i^{t'}$, Αλγόριθμος 9
 Εξαγωγή κόμβων στο $v_i^{t'}$, Αλγόριθμος 10
 Μετατόπιση κόμβων στο $v_i^{t'}$, Αλγόριθμος 11
 Τυχαία επιλογή παραμέτρου διασταύρωσης d
 Υπολογισμός πλήθους στοιχείων προς διασταύρωση
 Δημιουργία του δοκιμαστικού διανύσματος $u_i^{t'}$ μέσω διασταύρωσης, Εξίσωση (2.13)
 Επιλογή της καλύτερης λύσης μεταξύ των x_i^t και $u_i^{t'}$, Εξίσωση (2.14)
end for
 $l \leftarrow l + 1$;
until $l > L$
 Ταξινόμηση των μελών και επιστροφή της καλύτερης λύσης

Έτσι, προκύπτει ο Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης με διωνυμική διασταύρωση βασισμένος στις Συντεταγμένες (Differential Evolution based on Coordinates

with binomial crossover (DEC_{bin}) και ο Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης με εκθετική διασταύρωση βασισμένος στις Συντεταγμένες (Differential Evolution based on Coordinates with exponential crossover (DEC_{bin})). Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι παρουσιάζονται στους Αλγορίθμους 14 και 15, αντίστοιχα. Αυτοί ενσωματώνουν τις προτεινόμενες μεθόδους που αφορούν στη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού λύσεων (Παράγραφος 4.1.1) και στη χρήση τεχνικών τοπικής αναζήτησης (Παράγραφος 4.1.2).

5.3 Περιορισμένος Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων βασισμένος στις Συντεταγμένες (constriction Particle Swarm Optimization based on Coordinates)

Το προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο constriction Particle Swarm Optimization based on Coordinates ($cPSOC$), παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 16 και ακολουθεί τη λογική του πρωτότυπου αλγορίθμου $cPSO$ (Παράγραφος 2.5).

Αλγόριθμος 16 constriction Particle Swarm Optimization based on Coordinates ($cPSOC$)

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$
 Αρχικοποίηση της θέσης του σμήνους $X = x_1, \dots, x_n$ (Αλγόριθμος 8)
 Αρχικοποίηση της ταχύτητας του σμήνους $V = v_1, \dots, v_n$
 Ορισμός $c1, c2$ και υπολογισμός χ
repeat
 for $x_i \ i = 1, \dots, n$ **do**
 Κωδικοποίηση x_i^t, P_{best} και G_{best} βάση της μεθόδου CR
 Ενημέρωση της ταχύτητας $i: v_i^{t'} = \chi(v_i^t + c_1\phi_1(P_{best} - x_i^t) + c_2\phi_2(G_{best} - x_i^t))$
 Ενημέρωση της θέσης $i: x_i^{t'} = x_i^t + v_i^{t'}$
 Αποκωδικοποίηση $x_i^{t'}$ βάση της μεθόδου CR
 Διασφάλιση εφικτότητας $x_i^{t'}$
 Εισαγωγή κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 9
 Εξαγωγή κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 10
 Μετατόπιση κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 11
 Αξιολόγηση της νέας λύσης $x_i^{t'}$
 if $f(P_{best}) > f(x_i^{t'})$ **then**
 $P_{best} \leftarrow x_i^{t'}$
 end if
 if $f(G_{best}) > f(x_i^{t'})$ **then**
 $G_{best} \leftarrow x_i^{t'}$
 end if
 end for
 $l \leftarrow l + 1$;
until $l > L$
 Επιστροφή G_{best}

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος ενσωματώνει τις μεθόδους κωδικοποίησης, αποκωδικοποίησης και διασφάλισης εφικτότητας (Παράγραφος 4.2), και εφαρμόζεται στην επίλυση του προβλήματος $E - PCVRP$, χωρίς να αλλοιώνεται η αλγοριθμική δομή του. Επιπλέον, περιέχονται διαδικασίες που αφορούν στη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού λύσεων (Παράγραφος 4.1.1) και στη χρήση τεχνικών τοπικής αναζήτησης (Παράγραφος 4.1.2). Θεωρείται ότι η χρήση των μεθόδων προτεινόμενης κωδικοποίησης, αποκωδικοποίησης και διασφάλισης εφικτότητας (Παράγραφος 4.2), δεν αλλοιώνουν την αρχική εκδοχή του αλγορίθμου, αλλά καθιστούν εφικτή την άμεση χρήση των εξισώσεων ενημέρωσης (Εξισώσεις (2.24) και (2.25)) στα διανύσματα λύσης του προβλήματος $E - PCVRP$, για την ενημέρωση τόσο της θέσης όσο και της ταχύτητας μέσω των κωδικοποιημένων διανυσμάτων συντεταγμένων.

5.4 Βελτιστοποίηση Διδασκαλίας-Μάθησης βασισμένη στις Συντεταγμένες (Teaching–Learning-Based Optimization based on Coordinates)

Στον Αλγόριθμο 17 παρουσιάζεται το προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο Teaching–Learning-Based Optimization based on Coordinates (*TLBOC*), το οποίο ακολουθεί τη λογική του πρωτότυπου αλγορίθμου *TLBO* (Παράγραφος 2.6). Οι διαφορές που εντοπίζονται αφορούν στη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού λύσεων (Παράγραφος 4.1.1) και στη χρήση τεχνικών τοπικής αναζήτησης και στις δύο φάσεις του αλγορίθμου (Παράγραφος 4.1.2). Θεωρείται ότι η χρήση των μεθόδων προτεινόμενης κωδικοποίησης, αποκωδικοποίησης και διασφάλισης εφικτότητας (Παράγραφος 4.2), δεν αλλοιώνουν την αρχική εκδοχή του αλγορίθμου, αλλά καθιστούν εφικτή την άμεση χρήση των εξισώσεων ενημέρωσης (Εξισώσεις (2.27) και (2.28)) στα διανύσματα λύσης του προβλήματος $E - PCVRP$.

Αλγόριθμος 17 Teaching–Learning-Based Optimization based on Coordinates (TLBOC)

Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(X)$.

Αρχικοποίηση (Αλγόριθμος 8) και αξιολόγηση του πληθυσμού $X = x_1, \dots, x_n$.

Εύρεση του καλύτερου μαθητή: x_{tch} και υπολογισμός x_{mean} .

repeat

for $x_i, i = 1, \dots, n$ **do**

% ΦΑΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ%

Κωδικοποίηση x_i^t και x_{tch}^t βάση της μεθόδου CR

Ενημέρωση μαθητή i : $x_i^{t'} = x_i^t + rand(x_{tch}^t - TFx_{mean}^t)$.

Αποκωδικοποίηση $x_i^{t'}$ βάση της μεθόδου CR

Διασφάλιση εφικτότητας $x_i^{t'}$

Εισαγωγή κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 9

Εξαγωγή κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 10

Μετατόπιση κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 11

if $f(x_i^{t'}) < f(x_i^t)$ **then**

$x_i^t \leftarrow x_i^{t'}$;

end if

end for

% ΦΑΣΗ ΜΑΘΗΣΗΣ%

for $x_i, i = 1, \dots, n$ **do**

Επιλογή μαθητή k ($i \neq k$)

Κωδικοποίηση x_i^t και x_k^t βάση της μεθόδου CR

if $f(x_i^t) < f(x_k^t)$ **then**

$x_i^{t'} = x_i^t + rand(x_i^t - x_k^t)$

else

$x_i^{t'} = x_i^t + rand(x_k^t - x_i^t)$

end if

Αποκωδικοποίηση $x_i^{t'}$ βάση της μεθόδου CR

Διασφάλιση εφικτότητας $x_i^{t'}$

Εισαγωγή κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 9

Εξαγωγή κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 10

Μετατόπιση κόμβων στο $x_i^{t'}$, Αλγόριθμος 11

if $f(x_i^{t'}) < f(x_i^t)$ **then**

$x_i^t \leftarrow x_i^{t'}$;

end if

end for

Ενημέρωση x_{tch}^t και x_{mean}^t ;

$l \leftarrow l + 1$;

until $l > L$

Επιστροφή της καλύτερης λύσης του πληθυσμού

5.5 Υπολογιστικά Αποτελέσματα

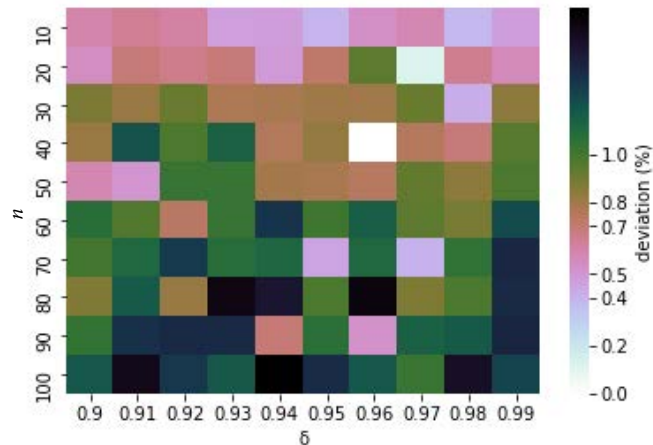
Στη συνέχεια, παρουσιάζονται και αναλύονται τα υπολογιστικά πειράματα που πραγματοποιήθηκαν, με στόχο την εύρεση της αποτελεσματικότερης μεθόδου για την επίλυση του προτεινόμενου $E - PCVRP$, συγκρίνοντας την απόδοση των προτεινόμενων αλγοριθμικών πλαισίων σε παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας. Ακόμα, η απόδοση των χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων, συγκρίνεται και με βάση τα αποτελέσματα ακριβής επίλυσης των ίδιων παραδειγμάτων αναφοράς, μέσου του εμπορικού πακέτου μαθηματικής επίλυσης Gurobi.

5.5.1 Παραδείγματα Αναφοράς και Αλγοριθμική Παραμετροποίηση

Για την σύγκριση της αποτελεσματικότητας των εμπλουτισμένων αλγορίθμων, FAC , DEC_{bin} , DEC_{exp} , BAC , $cPSOC$ και $TLBOC$, στην επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος $E - PCVRP$, χρησιμοποιούνται τα παραδείγματα αναφοράς που προτάθηκαν από τους [79] για το $PCVRP$ και τις παραλλαγές του. Η συγκεκριμένη κατηγορία των 120 παραδειγμάτων αναφοράς χρησιμοποιήθηκε και στη σύγκριση των προτεινόμενων μεθόδων βελτιστοποίησης του $Green - PCVRP$, όπως δίνεται στην Παράγραφο 4.4.1. Τα αλγοριθμικά υπολογιστικά πειράματα της παρούσας έρευνας πραγματοποιήθηκαν σε περιβάλλον Matlab, ενώ η ακριβής επίλυση των παραδειγμάτων έγινε με χρήση του εμπορικού πακέτου Gurobi 4.5.1 σε γλώσσα προγραμματισμού Python 3.0, χρησιμοποιώντας επεξεργαστή Intel(R) Core(TM) i7-7700HQ@ 2.80GHz με 8GB RAM.

Η προτεινόμενη μέθοδος FAC , απαιτεί τις ίδιες παραμέτρους με την κλασσική εκδοχή του αλγορίθμου. Έτσι, δεδομένου ότι το μέγεθος του προβλήματος σχετίζεται άμεσα με το πλήθος των διαθέσιμων κόμβων N , και λαμβάνοντας υπόψη τη μελέτη των Yang και He [230], οι τιμές των παραμέτρων που σχετίζονται με το πρότυπο αλγοριθμικό πλαίσιο, υπολογίζονται ως: $a_0 = 0.01N$ και $\gamma = 1/\sqrt{N}$, ανάλογα το μέγεθος του εξεταζόμενου παραδείγματος. Πάραυτα, το κατάλληλο μέγεθος του πληθυσμού N και η πιο αποτελεσματική τιμή της παραμέτρου δ , απαιτούν περαιτέρω διερεύνηση. Ο καθορισμός των πιο αποδοτικών τιμών των παραπάνω παραμέτρων, αποτελεί βασική προϋπόθεση για την επίτευξη των καλύτερων δυνατών αποτελεσμάτων. Ως εκ τούτου, έχει διεξαχθεί παραμετρική μελέτη, λαμβάνοντας υπόψη ένα παράδειγμα αναφοράς μέσης κλίμακας, το $B-n56-k7-4$, με 56 διαθέσιμους κόμβους και 7 διαδρομές που μπορούν να σχηματιστούν. Για το μέγεθος του πληθυσμού, θεωρήθηκε εξεταζόμενο εύρος [10:100], και τη παράμετρο δ [0.9:0.99]. Τα αποτελέσματα αυτής της παραμετρικής ανάλυσης παρουσιάζονται στο Σχήμα

5.2, στο οποίο απεικονίζεται η ποιότητα των λύσεων που δημιουργεί ο *FAC* (στο προαναφερθέν παράδειγμα) στο δισδιάστατο χώρο των εξεταζόμενων παραμετρικών τιμών. Ως ποιότητα ορίζεται η μέση απόκλιση από την καλύτερη λύση που έχει επιτευχθεί (από όλους τους συνδυασμούς τιμών), $avg_{dev}(\%)$, δεδομένων πέντε αλγοριθμικών εκτελέσεων με επιτρεπτό χρόνο επίλυσης τα 60 δευτερόλεπτα. Βάση των αποτελεσμάτων, συμπεραίνεται ότι οι τιμές που ενισχύουν την απόδοση της προτεινόμενης αλγοριθμικής μεθόδου είναι $n = 40$ και $\delta = 0.96$.



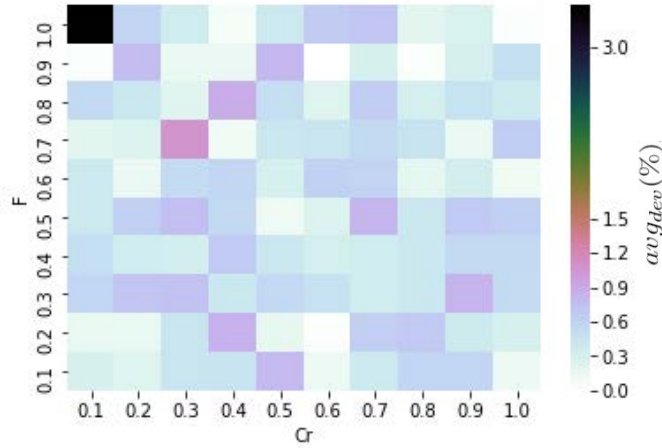
Σχήμα 5.2: Παραμετρική ανάλυση του FAC

Όπως αναφέρθηκε στην Παράγραφο 2.6, ο *TLBO* δεν απαιτεί τη χρήση συγκεκριμένων αλγοριθμικών παραμέτρων, πέρα από τον ορισμό των αλγοριθμικών επαναλήψεων και του μεγέθους του πληθυσμού λύσεων. Επιπλέον, στο προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο *TLBOC*, δεν τροποποιείται η βασική δομή του πρότυπου αλγορίθμου, και συνεπώς, ούτε αυτός απαιτεί εκτενή παραμετρική ανάλυση. Πά να διασφαλιστεί η δίκαιη σύγκριση των αλγοριθμικών μεθόδων, θεωρήθηκε κοινή τιμή στο μέγεθος του πληθυσμού, με αυτή του *FAC*, $n = 40$. Σε ότι αφορά την παραμετροποίηση των υπόλοιπων αλγοριθμικών μεθόδων, πραγματοποιήθηκαν υπολογιστικά πειράματα, ακολουθώντας τη λογική της παραμετροποίησης του *FAC*, σε ότι αφορά της ειδικές παραμέτρους που σχετίζονται με τον κάθε εξεταζόμενο αλγόριθμο.

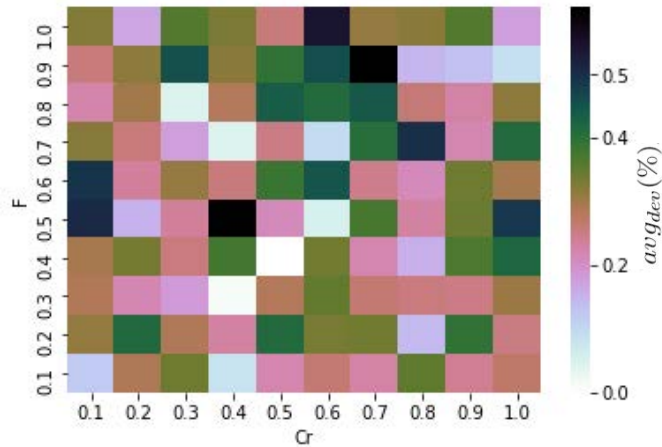
Πίνακας 5.2: Παραμετροποίηση αλγοριθμικών μεθόδων για την επίλυση του $E - PCVRP$

Κοινές Παράμετροι:		Παράμετρος	Τιμή	Παράμετρος	Τιμή	Παράμετρος	Τιμή
		n	40	L	80	it_{max}	400
FAC		DEC_{bin}		DEC_{exp}		BAC	$cPSOC$
Παράμετρος	Τιμή	Παράμετρος	Τιμή	Παράμετρος	Τιμή	Παράμετρος	Τιμή
δ	0.96	F	0.2	F	0.7	α	0.94
		Cr	0.6	Cr	0.5	γ	0.99
						A^0	$rand([0.7, 1])$
						rt^0	$rand([0.1, 0.4])$
							$c1$
							2.7
							$c2$
							1.4

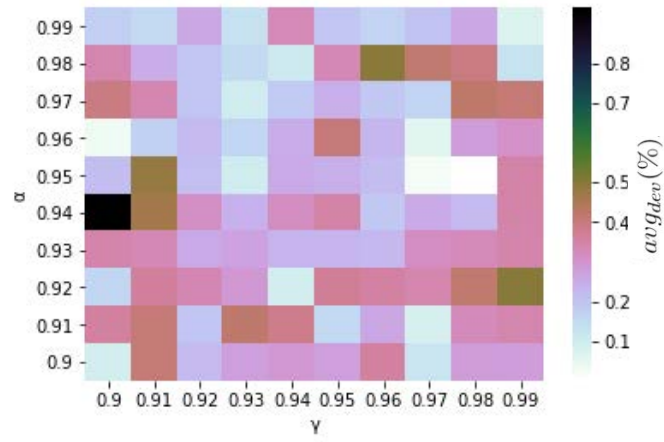
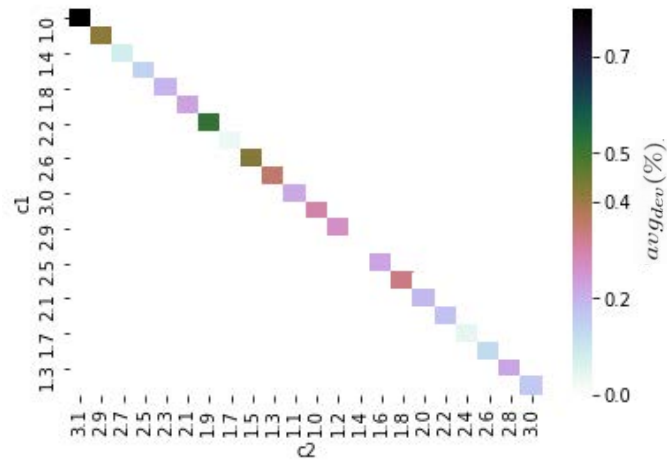
Αναλυτικότερα, διατηρώντας σταθερό το μέγεθος του πληθυσμού λύσεων, για τις δύο διαφορετικές εκδοχές του αλγορίθμου της Διαφορικής Εξέλιξης που ελήφθησαν υπόψη, DEC_{bin} και DEC_{exp} , πραγματοποιήθηκε παραμετρική ανάλυση που συνοψίζεται στα Σχήματα 5.3 και 5.4, με στόχο την εύρεση των αποτελεσματικότερων τιμών των συντελεστών μετάλλαξης και διασταύρωσης. Σε ότι αφορά τον αλγόριθμο BAC , οι τιμές των ειδικών παραμέτρων α και γ , χρειάστηκαν διεύρυνση βάση του εξεταζόμενου προβλήματος, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.5, καθώς επηρεάζουν σημαντικά την ενημέρωση των δύο βασικών αλγοριθμικών στοιχείων, της έντασης και του ρυθμού εκπομπής παλμών. Για την παραμετροποίηση του αλγορίθμου $cPSOC$, εξετάστηκαν οι τιμές των συντελεστών επιτάχυνσης, $c1$ και $c2$, δοθέντος ότι διέπονται από την σχέση $c1 + c2 = 4.1$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.6. Οι τιμές των παραμέτρων των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν στη παρούσα έρευνα συνοψίζονται στον Πίνακα 5.2.



Σχήμα 5.3: Παραμετρική ανάλυση του DEC_{bin}



Σχήμα 5.4: Παραμετρική ανάλυση του DEC_{exp}

Σχήμα 5.5: Παραμετρική ανάλυση του BAC Σχήμα 5.6: Παραμετρική ανάλυση του $cPSOC$

5.5.2 Αποτελέσματα Αλγοριθμικής Επίλυσης

Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας A των παραδειγμάτων αναφοράς $E - PCVRP$

Παράδειγμα	Gurobi	FAC	DEC_{bin}	DEC_{exp}	BAC	$cPSOC$	$TLBOC$
A-n32-k5-1	4.309	4.3110	4.3131	4.3080	4.3135	4.3318	4.3043
A-n32-k5-2	4.408	4.4205	4.4264	4.4290	4.4201	4.4397	4.4228
A-n32-k5-3	4.297	4.3057	4.3155	4.3020	4.3211	4.3225	4.3145
A-n32-k5-4	4.329	4.3412	4.3424	4.3427	4.3484	4.3418	4.3367
A-n32-k5-5	4.606	4.6110	4.6615	4.6288	4.6182	4.6248	4.6231
A-n37-k6-1	5.385	5.3915	5.4010	5.4028	5.4264	5.4097	5.3969
A-n37-k6-2	5.415	5.4310	5.4135	5.4238	5.4334	5.4191	5.4191
A-n37-k6-3	5.344	5.3437	5.3426	5.3359	5.3386	5.3456	5.3452
A-n37-k6-4	5.390	5.3977	5.3854	5.3855	5.3908	5.3981	5.3904
A-n37-k6-5	5.109	5.1263	5.1459	5.1490	5.1411	5.1406	5.1304
A-n44-k6-1	5.011	5.0189	5.0196	5.0253	5.0292	5.0290	5.0263
A-n44-k6-2	4.832	4.8225	4.8184	4.8205	4.8263	4.8345	4.8242
A-n44-k6-3	5.220	5.2355	5.2219	5.2286	5.2266	5.2159	5.2164
A-n44-k6-4	4.777	4.7991	4.7865	4.8032	4.8086	4.7963	4.7938
A-n44-k6-5	4.995	5.0112	4.9982	4.9915	5.0065	5.0060	5.0005
A-n48-k7-1	5.869	5.9048	5.9006	5.9081	5.9104	5.9160	5.9108
A-n48-k7-2	6.137	6.1348	6.1525	6.1535	6.1471	6.1540	6.1744
A-n48-k7-3	6.027	6.0533	6.0861	6.0840	6.0724	6.0705	6.0739
A-n48-k7-4	6.015	6.0378	6.0338	6.0319	6.0847	6.0312	6.0178
A-n48-k7-5	5.968	5.9771	5.9892	5.9644	6.0315	5.9823	5.9844
A-n53-k7-1	5.910	5.9342	5.9289	5.9431	5.9528	5.9289	5.9440
A-n53-k7-2	5.653	5.6353	5.6409	5.6413	5.6826	5.6348	5.6584
A-n53-k7-3	5.684	5.6972	5.6952	5.6903	5.6408	5.6989	5.6996
A-n53-k7-4	5.483	5.5135	5.5297	5.5034	5.5263	5.5311	5.5221
A-n53-k7-5	5.890	5.9344	5.9401	5.9377	5.5269	5.9438	5.9544
A-n60-k9-1	7.793	7.8314	7.8050	7.8091	7.8159	7.8296	7.8158
A-n60-k9-2	7.819	7.7044	7.7396	7.7227	7.7580	7.7167	7.7218
A-n60-k9-3	8.157	7.9788	7.9996	7.9861	8.0061	7.9751	8.0033
A-n60-k9-4	7.719	7.7026	7.7227	7.7345	7.7211	7.7140	7.6999
A-n60-k9-5	8.026	7.9471	7.9598	7.9765	7.9482	7.9590	7.9405
A-n65-k9-1	7.634	7.4914	7.4959	7.5011	7.4793	7.4843	7.5024
A-n65-k9-2	7.378	7.3773	7.3479	7.3491	7.3765	7.3841	7.3773
A-n65-k9-3	7.523	7.5177	7.5262	7.4904	7.5207	7.5173	7.5061
A-n65-k9-4	7.412	7.4316	7.4112	7.4465	7.4143	7.4299	7.4381
A-n65-k9-5	7.253	7.2761	7.2978	7.2992	7.2705	7.3007	7.3029
A-n69-k9-1	7.541	7.4464	7.4746	7.4746	7.4687	7.4612	7.4569
A-n69-k9-2	7.374	7.4060	7.4010	7.3999	7.4179	7.4057	7.4045
A-n69-k9-3	7.345	7.2337	7.2292	7.2220	7.2395	7.2274	7.2284
A-n69-k9-4	7.177	7.1939	7.2031	7.2049	7.1909	7.1941	7.1961
A-n69-k9-5	7.318	7.2761	7.2840	7.2954	7.2870	7.2858	7.2761
A-n80-k10-1	-	8.5711	8.5385	8.5853	8.5959	8.5608	8.5887
A-n80-k10-2	-	8.3490	8.3736	8.3502	8.3568	8.3553	8.3761
A-n80-k10-3	8.708	8.4632	8.4453	8.4495	8.4516	8.4638	8.4794
A-n80-k10-4	-	8.6589	8.6643	8.6715	8.6295	8.6585	8.5970
A-n80-k10-5	8.836	8.2887	8.2001	8.1325	8.2061	8.1495	8.1579

Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας B των παραδειγμάτων αναφοράς $E - PCVRP$

Παράδειγμα	Gurobi	FAC	DEC_{bin}	DEC_{exp}	BAC	$cPSOC$	$TLBOC$
B-n39-k5-1	3.967	3.9669	3.9654	3.9644	3.9631	3.9626	3.9617
B-n39-k5-2	4.085	4.0900	4.0911	4.0925	4.0928	4.0894	4.0844
B-n39-k5-3	3.911	3.9291	3.9368	3.9411	3.9302	3.9305	3.9290
B-n39-k5-4	4.018	4.0260	4.0244	4.0164	4.0269	4.0207	4.0213
B-n39-k5-5	3.932	3.9234	3.9226	3.9207	3.9165	3.9139	3.9129
B-n41-k6-1	5.076	5.0753	5.0679	5.0938	5.0935	5.0747	5.0830
B-n41-k6-2	5.037	5.0545	5.0751	5.0598	5.0815	5.0645	5.0415
B-n41-k6-3	4.896	4.9118	4.9188	4.9148	4.9246	4.9270	4.9211
B-n41-k6-4	4.798	4.7824	4.7578	4.7683	4.7556	4.7790	4.7564
B-n41-k6-5	4.957	4.9692	4.9799	4.9980	5.0115	5.0036	4.9988
B-n50-k7-1	5.996	6.0007	6.0089	6.0097	6.0087	6.0114	6.0136
B-n50-k7-2	5.477	5.4858	5.4720	5.4801	5.4734	5.4890	5.4796
B-n50-k7-3	5.669	5.6753	5.6708	5.6776	5.6770	5.6826	5.6839
B-n50-k7-4	5.707	5.7106	5.7079	5.7173	5.7103	5.7079	5.7028
B-n50-k7-5	5.765	5.7770	5.7706	5.7708	5.7836	5.7889	5.7799
B-n56-k7-1	5.265	5.2522	5.2604	5.2477	5.2433	5.2482	5.2524
B-n56-k7-2	5.267	5.2867	5.3070	5.2791	5.2864	5.2911	5.2926
B-n56-k7-3	5.237	5.2705	5.2740	5.2743	5.2782	5.2841	5.2785
B-n56-k7-4	5.435	5.4833	5.5115	5.5038	5.4928	5.4953	5.5007
B-n56-k7-5	5.413	5.4109	5.4252	5.4109	5.4165	5.4116	5.4264
B-n63-k10-1	8.773	8.8363	8.8568	8.8320	8.8219	8.8685	8.8389
B-n63-k10-2	8.552	8.6141	8.6588	8.6239	8.6467	8.6259	8.6291
B-n63-k10-3	8.959	9.0102	9.0589	9.0328	9.0443	9.0437	9.0289
B-n63-k10-4	8.787	8.7900	8.8271	8.7874	8.7981	8.7953	8.7766
B-n63-k10-5	9.103	9.0297	9.0673	9.0561	9.0882	9.0485	9.0580
B-n78-k10-1	8.001	7.5982	7.7581	7.6274	7.6438	7.6434	7.6180
B-n78-k10-2	-	7.7878	7.7890	7.7365	7.7747	7.7603	7.7330
B-n78-k10-3	8.239	8.1521	8.2494	8.1223	8.1140	8.1456	8.1089
B-n78-k10-4	8.051	7.8379	7.8457	7.7863	7.8440	7.8387	7.7870
B-n78-k10-5	-	8.0947	8.1289	8.1026	8.0418	8.1301	8.0543

Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας E των παραδειγμάτων αναφοράς $E - PCVRP$

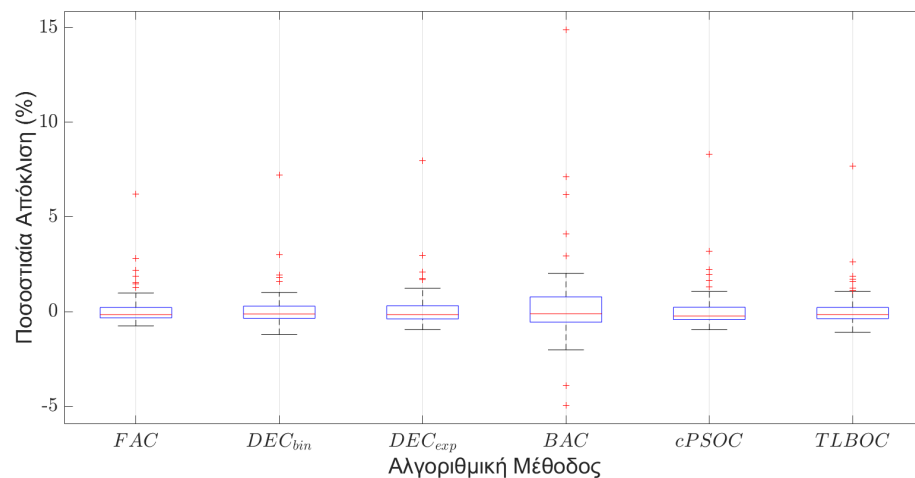
Παράδειγμα	Gurobi	FAC	DEC_{bin}	DEC_{exp}	BAC	$cPSOC$	$TLBOC$
E-n23-k3-1	2.583	2.5832	2.5832	2.5832	2.5832	2.5832	2.5832
E-n23-k3-2	2.646	2.6458	2.6458	2.6458	2.6458	2.6458	2.6458
E-n23-k3-3	2.652	2.6517	2.6517	2.6517	2.6517	2.6517	2.6517
E-n23-k3-4	2.467	2.4673	2.4673	2.4673	2.4673	2.4673	2.4673
E-n23-k3-5	2.487	2.4868	2.4868	2.4868	2.4868	2.4868	2.4868
E-n33-k4-1	3.715	3.7146	3.7161	3.7148	3.7150	3.7146	3.7146
E-n33-k4-2	3.457	3.4665	3.4687	3.4642	3.4662	3.4630	3.4622
E-n33-k4-3	3.323	3.3349	3.3472	3.3432	3.3384	3.3405	3.3415
E-n33-k4-4	3.340	3.3558	3.3666	3.3540	3.3527	3.3657	3.3525
E-n33-k4-5	3.304	3.3147	3.3249	3.3210	3.3214	3.3188	3.3176
E-n51-k5-1	3.336	3.3417	3.3737	3.3438	3.3592	3.3589	3.3216
E-n51-k5-2	3.485	3.4987	3.5134	3.4990	3.5040	3.4987	3.4985
E-n51-k5-3	3.422	3.4207	3.4471	3.4174	3.4278	3.4308	3.4282
E-n51-k5-4	3.421	3.4145	3.4295	3.4083	3.4134	3.4172	3.4069
E-n51-k5-5	3.504	3.4578	3.5391	3.5185	3.5194	3.5135	3.5156
E-n76-k10-1	8.233	7.9902	8.0266	7.9720	7.9829	7.9785	7.9736
E-n76-k10-2	8.034	7.6535	7.7184	7.6661	7.6607	7.6561	7.6666
E-n76-k10-3	7.890	7.6670	7.6986	7.6690	7.6614	7.6702	7.6679
E-n76-k10-4	7.881	7.7704	7.7800	7.7582	7.7674	7.7588	7.7573
E-n76-k10-5	8.031	7.8143	7.8829	7.8071	7.8095	7.8044	7.8100
E-n101-k14-1	-	10.8080	10.8590	10.8158	10.8064	10.8150	10.8110
E-n101-k14-2	-	11.2480	11.3091	11.2509	11.2403	11.2320	11.2540
E-n101-k14-3	-	10.9480	11.0232	10.9406	10.9497	10.9409	10.9459
E-n101-k14-4	-	10.7820	10.8502	10.7920	10.7892	10.7750	10.7790
E-n101-k14-5	-	11.2710	11.5325	11.2650	11.2686	11.2651	11.2680

Πίνακας 5.6: Αποτελέσματα επίλυσης ομάδας M των παραδειγμάτων αναφοράς $E - PCVRP$

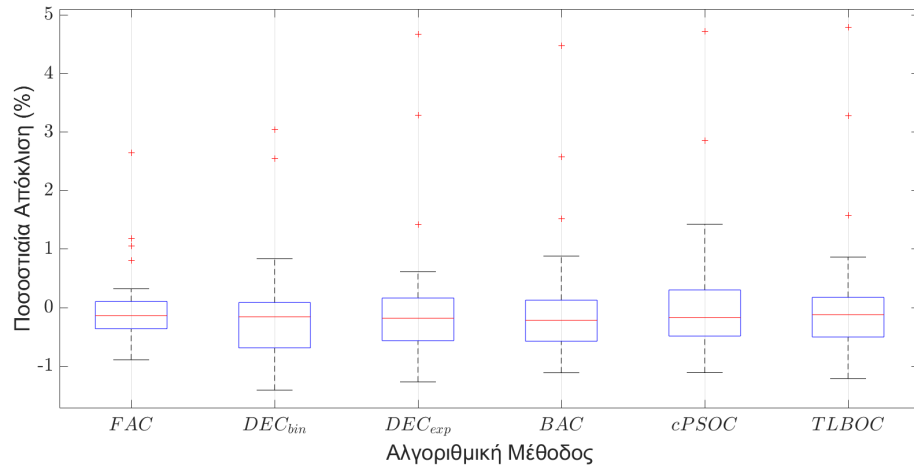
Παράδειγμα	Gurobi	FAC	DEC_{bin}	DEC_{exp}	BAC	$cPSOC$	$TLBOC$
M-n101-k10-1	-	6.9213	6.9401	6.9221	6.9231	6.9223	6.9266
M-n101-k10-2	-	7.0607	7.1056	7.0689	7.0887	7.0811	7.0772
M-n101-k10-3	-	6.9487	7.0066	6.9701	6.9909	6.9555	6.9640
M-n101-k10-4	-	6.8517	7.0077	6.8783	6.9165	6.9034	6.8943
M-n101-k10-5	-	6.8814	6.9793	6.9431	6.9674	6.9391	6.9336
M-n121-k7-1	-	2.9550	3.2119	2.9788	3.0080	2.9552	2.9728
M-n121-k7-2	-	3.2529	3.4572	3.2600	3.3296	3.3069	3.2704
M-n121-k7-3	-	3.2070	3.3921	3.2068	3.1649	3.2242	3.2008
M-n121-k7-4	-	3.0211	3.0743	2.9649	3.0448	3.0102	2.9727
M-n121-k7-5	-	3.1614	3.2855	3.1872	3.2102	3.2221	3.1874
M-n151-k12-1	-	7.3900	7.4802	7.3792	7.3862	7.3946	7.3736
M-n151-k12-2	-	6.9480	7.0574	6.9062	6.9335	6.9519	6.9265
M-n151-k12-3	-	7.2541	7.2956	7.1698	7.2280	7.2425	7.1502
M-n151-k12-4	-	6.9107	6.9371	6.8665	6.8402	6.8523	6.8207
M-n151-k12-5	-	6.6267	6.7162	6.6058	6.6003	6.6353	6.5973
M-n200-k17-1	-	10.4780	10.7361	10.4875	10.4591	10.5010	10.4628
M-n200-k17-2	-	10.7600	11.0397	10.7573	10.7607	10.7728	10.7506
M-n200-k17-3	-	10.3160	10.4999	10.2538	10.3125	10.3207	10.2954
M-n200-k17-4	-	10.1880	10.4672	10.1307	10.1693	10.1909	10.1678
M-n200-k17-5	-	10.3410	10.5443	10.2737	10.3318	10.3272	10.3298

Οι Πίνακες 5.3-5.6 περιέχουν τα αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς, ανά ομάδα, κάθε μεθόδου επίλυσης. Συγκεκριμένα, οι πίνακες περιλαμβάνουν την τιμή (σε χιλιάδες) της αντικειμενικής συνάρτησης του $E - PCVRP$ της καλύτερης εφικτής λύσης που απέδωσε το πακέτο επίλυσης Gurobi, σε κάθε παράδειγμα αναφοράς μέσα στον προκαθορισμένο χρόνο. Ακόμα, παρουσιάζεται για κάθε παράδειγμα και για κάθε αλγοριθμική μέθοδο, η τιμή (σε χιλιάδες) της αντικειμενικής συνάρτησης της καλύτερης λύσης που επιτεύχθηκε (f_{best}) μέσα από πέντε ανεξάρτητες εκτελέσεις της κάθε αλγοριθμικής μεθόδου. Σε κάθε παράδειγμα αναφοράς, η καλύτερη τιμή που έχει βρεθεί επισημαίνεται με έντονη γραμματοσειρά. Σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα η ακριβής μέθοδος επίλυσης, δεν κατάφερε να επιλύσει αρκετά από τα εξεταζόμενα παραδείγματα αναφοράς, μέσα στην επιτρεπτή διάρκεια. Ειδικότερα, το πακέτο Gurobi απέδωσε εφικτή λύση στα περισσότερα παραδείγματα που περιέχουν μεγάλο αριθμό κόμβων. Μάλιστα, στην ομάδα A, δίνεται λύση μέσω της ακριβής επίλυσης στα 42 από τα 45 παραδείγματα, στην ομάδα B παρουσιάζεται λύση στα 28 από τα 30 παραδείγματα, στην ομάδα E δίνετε λύση στα 20 από τα 25, ενώ η ακριβής επίλυση απέτυχε σε όλα τα παραδείγματα της ομάδας M.

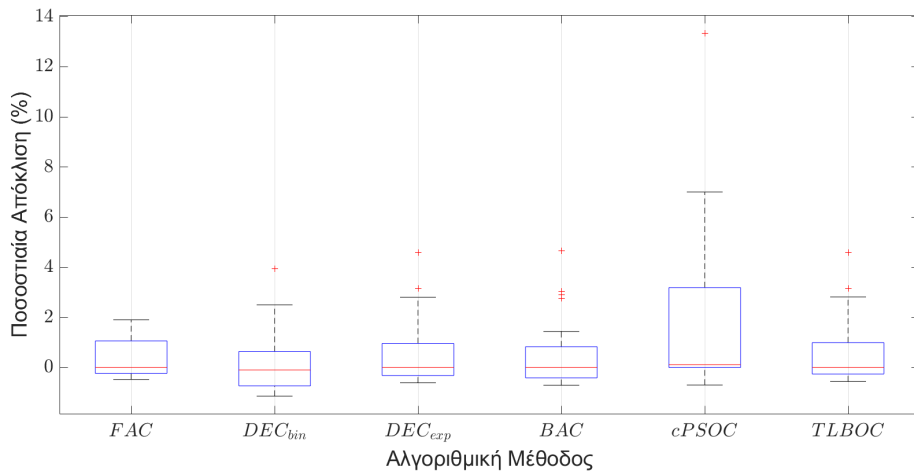
Στα Σχήματα 5.7-5.9, παρουσιάζεται η ποσοστιαία απόκλιση της καλύτερης λύσης κάθε αλγοριθμικής μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε, από την αντίστοιχη λύση του Gurobi (όπου επέφερε εφικτή λύση), με τη μορφή θηκογραμμάτων. Από το Σχήμα 5.7, που αφορά στα παραδείγματα της ομάδας A, παρατηρείται κατανομή των ποσοστιαίων αποκλίσεων με κοινά χαρακτηριστικά σε όλες τις αλγοριθμικές προσεγγίσεις, με τις τιμές να συγκεντρώνονται κοντά στο μηδέν. Σε ότι αφορά την ποσοστιαία απόκλιση των παραδειγμάτων της ομάδας B, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.8, η κατανομή των τιμών είναι διευρυμένη με πολλαπλές θετικές ακραίες τιμές, υποδηλώνοντας την ανταγωνιστική συμπεριφορά μεταξύ των εξεταζόμενων αλγορίθμων και της μεθόδου ακριβής επίλυσης. Σχετικά με την απόδοση των αλγοριθμικών μεθόδων στα παραδείγματα της ομάδας E, όπως φαίνεται από το Σχήμα 5.9, η κατανομή των τιμών της ποσοστιαίας απόκλισης (σε όλους τους εξεταζόμενους αλγορίθμους) είναι μετατοπισμένη προς τις θετικές τιμές. Συνεπώς, σε αυτά τα παραδείγματα οι αλγοριθμικές μέθοδοι απέδωσαν ως επί το πλείστον καλύτερα από την μέθοδο ακριβής επίλυσης. Λαμβάνοντας υπόψιν την αποτυχία της ακριβής μεθόδου στην επίλυση των παραδειγμάτων αναφοράς μεγάλης κλίμακας και την κατανομή της ποσοστιαίας απόκλισης στην ποιότητα των λύσεων που απέδωσαν οι αλγοριθμικές μέθοδοι (τιμές πολύ κοντά κατανεμημένες στο μηδέν και πολλαπλές θετικές ακραίες τιμές), εξάγεται το συμπέρασμα ότι τα προτεινόμενα αλγοριθμικά πλαίσια απέδωσαν καλύτερα στην επίλυση του εξεταζόμενου προβλήματος $E - PCVRP$.



Σχήμα 5.7: Σύνοψη τυπικής απόκλισης της ομάδας A



Σχήμα 5.8: Σύνοψη τυπικής απόκλισης της ομάδας B



Σχήμα 5.9: Σύνοψη τυπικής απόκλισης της ομάδας E

5.5.3 Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε μη-παραμετρική ανάλυση των αποτελεσμάτων των αλγοριθμικών μεθόδων, λαμβάνοντας υπόψιν και τα 120 παραδείγματα αναφοράς του προβλήματος $E - PCVRP$. Στόχος της ανάλυσης είναι η ανάδειξη μίας εκ των προτεινόμενων αλγοριθμικών μεθόδων, η οποία και υπερέχει στην επίτευξη ποιοτικών λύσεων. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν τρία γνωστά μη-παραμετρικά στατιστικά τεστ, το Friedman τεστ (η Iman-Davenport επέκταση), το Friedman Aligned-Ranks τεστ, και το Quade τεστ, ακολουθώντας τις οδηγίες της βιβλιογραφίας [300, 301]. Η υπόθεση που εξετάζεται (δηλαδή η μηδενική υπόθεση H_0) είναι ότι όλες οι μέθοδοι επίλυσης επιτυγχάνουν παρόμοια αποτελέσματα χωρίς σημαντικές διαφορές, λαμβάνοντας υπόψιν επίπεδο σημαντικότητας $\alpha_s = 0.05$. Τα αποτελέσματα των τεστ παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.7, τα οποία περιλαμβάνουν την κατάταξη

των συγκρινόμενων μεθόδων, την τιμή της στατιστικής F για κάθε τεστ, και την τιμή ελέγχου p για κάθε τεστ.

Εξηγώντας τον Πίνακα 5.7, η μικρότερη τιμή κατάταξης αντιστοιχεί στην πιο αποτελεσματική μέθοδο επίλυσης και συνεπώς, το προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο $TLBOC$ εμφανίζεται πρώτο στην κατάταξη, και άρα υπερέχει των υπόλοιπων στην αποτελεσματικότητα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς για το πρόβλημα $E - PCVRP$. Η στατιστική των Friedman και Quade τεστ ακολουθεί την κατανομή F με $(6 - 1) = 5$ και $(6 - 1) \cdot (120 - 1) = 595$ βαθμούς ελευθερίας, και συνεπώς η αντίστοιχη κρίσιμη τιμή είναι 2.290. Η στατιστική του Friedman Aligned-Ranks τεστ ακολουθεί την κατανομή χ^2 με $(6 - 1) = 5$ βαθμούς ελευθερίας, το οποίο αντιστοιχεί σε κρίσιμη τιμή 11.070. Λαμβάνοντας υπόψιν ότι η στατιστική τιμή όλων των τεστ είναι μεγαλύτερη της αντίστοιχης κρίσιμης τιμής της και ότι η τιμή ελέγχου p όλων των τεστ είναι μικρότερη του επιπέδου σημαντικότητας α_s , η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται. Κατά συνέπεια, η στατιστική ανάλυση υποδηλώνει έντονα την ύπαρξη σημαντικών διαφορών μεταξύ των προτεινόμενων μεθόδων λύσεων για την επίλυση του $E - PCVRP$. Επιπλέον, αναφέρεται ότι όσο μικρότερη η τιμή p , τόσο πιο έντονες είναι οι ενδείξεις για την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (δεδομένου ενός συγκεκριμένου επιπέδου εμπιστοσύνης).

Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα μη-παραμετρικής στατιστικής ανάλυσης για το $E - PCVRP$

	Μέθοδος	Friedman	Friedman Aligned-Ranks	Quade
Κατάταξη	FAC	3.050	303.924	2.987
	DEC_{bin}	4.449	507.239	4.903
	DEC_{exp}	3.130	302.853	2.927
	BAC	3.751	377.466	3.692
	$cPSOC$	3.609	361.878	3.593
	$TLBOC$	3.008	291.638	2.896
F		11.529	88.340	17.28917
p		1.221e-10	0.000	5.551e-16

Τα μη-παραμετρικά τεστ που χρησιμοποιήθηκαν, εντοπίζουν την ύπαρξη (ή μη) σημαντικών διαφορών μεταξύ των δειγμάτων που εξετάζονται, όμως δεν εντοπίζουν συγκεκριμένα τα δείγματα τα οποία διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους (ή όχι). Για αυτό το λόγο, πραγματοποιήθηκαν τα αντίστοιχα τεστ πολλαπλής σύγκρισης μεθόδων (όλων των κατά ζεύγη συγκρίσεων χωρίς επικάλυψη) χρησιμοποιώντας το M-Holm τεστ [300], και την κατάταξη από κάθε τεστ αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.8- 5.10. Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται οι προσαρμοσμένες τιμές p , οι οποίες μπορούν να συγκριθούν άμεσα με το επίπεδο σημαντικότητας α_s .

Πίνακας 5.8: Πολλαπλή σύγκριση βάση του Friedman τεστ

Προσαρμοσμένες τιμές	p				
M-Holm τεστ	DEC_{bin}	DEC_{exp}	BAC	$cPSOC$	$TLBOC$
FAC	$1.117e-07$	1	0.038	0.127	1
DEC_{bin}	-	$6.937e-07$	0.038	0.006	$4.220e-08$
DEC_{exp}	-	-	0.083	0.241	1
BAC	-	-	-	1	0.024
$cPSOC$	-	-	-	-	0.092

Πίνακας 5.9: Πολλαπλή σύγκριση βάση του Friedman Aligned-Ranks τεστ

Προσαρμοσμένες τιμές	p				
M-Holm τεστ	DEC_{bin}	DEC_{exp}	BAC	$cPSOC$	$TLBOC$
FAC	$3.752e-13$	1	0.047	0.1637	1
DEC_{bin}	-	$2.953e-13$	$1.336e-05$	$6.531e-05$	$9.992e-15$
DEC_{exp}	-	-	0.0473	0.1637	1
BAC	-	-	-	1	0.0132
$cPSOC$	-	-	-	-	0.0603

Πίνακας 5.10: Πολλαπλή σύγκριση βάση του Quade τεστ

Προσαρμοσμένες τιμές	p				
M-Holm τεστ	DEC_{bin}	DEC_{exp}	BAC	$cPSOC$	$TLBOC$
FAC	0.000	1	0.886	0.886	1
DEC_{bin}	-	0.000	0.067	0.036	$8.437e-07$
DEC_{exp}	-	-	0.754	0.886	1
BAC	-	-	-	1	0.720
$cPSOC$	-	-	-	-	0.886

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης πολλαπλών συγκρίσεων των μεθόδων, κατά βάση ο DEC_{bin} εμφανίζει σημαντικές διαφορές στην αποτελεσματικότητα του σε σχέση με όλους τους αλγορίθμους, μόνο σύμφωνα με την κατάταξη του Quade τεστ, η συμπεριφορά του δεν διαφέρει από αυτή του BAC (Πίνακας 5.10). Ακόμα, όλα τα τεστ δείχνουν ότι ο $cPSO$ και ο DEC_{exp} εμφανίζουν σημαντικές διαφορές με τον DEC_{bin} , όμως σύμφωνα με τον Πίνακα 5.9, ο τελευταίος διαφέρει σημαντικά και από τον BAC . Επιπλέον, δεν εμφανίζουν σημαντικές διαφορές μεταξύ τους όλοι οι συνδυασμοί των αλγορίθμων $TLBOC$, FAC , DEC_{exp} και $cPSO$.

Δεδομένου όμως, ότι ο $TLBOC$ εμφανίζεται πρώτος στην κατάταξη σύμφωνα με όλα τα μη-παραμετρικά τεστ (Πίνακας 5.7), ακολουθεί μια μετά-ανάλυση, post-hoc, κατά την οποία πραγματοποιούνται επιπλέον τεστ για την εύρεση των προσαρμοσμένων τιμών p , χρησιμοποιώντας ως μέθοδο ελέγχου της σύγκρισης τον $TLBOC$. Τα αποτελέσματα της post-hoc ανάλυσης παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.11-5.13, αντίστοιχα με την κατάταξη του τεστ στην οποία βασίστηκαν. Η εφαρμογή ενός post-hoc τεστ οδηγεί στη λήψη μιας τιμής p που καθορίζει το βαθμό απόρριψης κάθε υπόθεσης και υπολογίζεται μέσω της μετατροπής της ταξινόμησης από κάθε

τεστ χρησιμοποιώντας μια κανονική προσέγγιση, ενώ όπως αναφέρθηκε, συγκρίνεται άμεσα με το επίπεδο σημαντικότητας. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν μερικώς τα παραπάνω συμπεράσματα, δηλαδή, ο *TLBOC* δεν εμφανίζει σημαντικές διαφορές με τους αλγορίθμους *FAC* και *DEC_{exp}*, αλλά εμφανίζει με τον *cPSO* σύμφωνα με την πλειοψηφία των post-hoc τεστ.

Πίνακας 5.11: Post-hoc ανάλυση βάση του Friedman τεστ

Προσαρμοσμένες τιμές	<i>p</i>				
	Bonferroni-Dunn	Holm	Hochberg	Finner	Li
<i>FAC</i>	1	1	0.862	0.862	0.862
<i>DEC_{bin}</i>	1.407e-08	1.407e-08	1	1.407e-08	2.045e-08
<i>DEC_{exp}</i>	1	1	1	0.697	0.817
<i>BAC</i>	0.011	0.008	1	0.005	0.015
<i>cPSOC</i>	0.066	0.039	1	0.022	0.087

Πίνακας 5.12: Post-hoc ανάλυση βάση του Friedman Aligned-Ranks τεστ

Προσαρμοσμένες τιμές	<i>p</i>				
	Bonferroni-Dunn	Holm	Hochberg	Finner	Li
<i>FAC</i>	1	1	1	0.726	0.665
<i>DEC_{bin}</i>	3.330e-15	3.330e-15	1	3.330e-15	2.049e-15
<i>DEC_{exp}</i>	1	1	0.675	0.726	0.675
<i>BAC</i>	0.006	0.005	1	0.003	0.004
<i>cPSOC</i>	0.043	0.025	1	0.014	0.025

Πίνακας 5.13: Post-hoc ανάλυση βάση του Quade τεστ

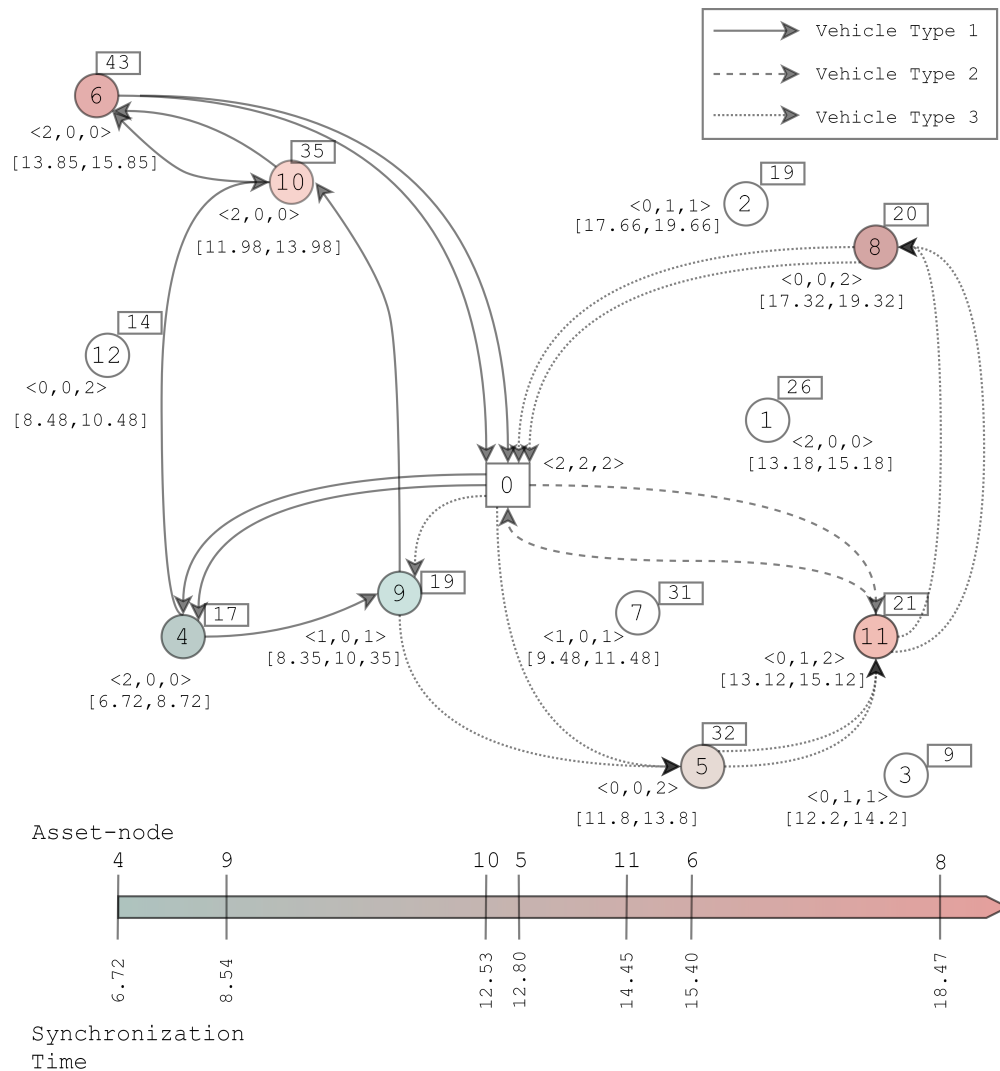
Προσαρμοσμένες τιμές	<i>p</i>				
	Bonferroni-Dunn	Holm	Hochberg	Finner	Li
<i>FAC</i>	1	1	1	0.897	0.944
<i>DEC_{bin}</i>	2,812e-05	2,812e-05	1	2,812e-05	0.000
<i>DEC_{exp}</i>	1	1	0.944	0.944	0.944
<i>BAC</i>	0.360	0.288	1	0.170	0.564
<i>cPSOC</i>	0.574	0.344	1	0.1839	0.673

Κεφάλαιο 6

Δρομολόγηση Ετερογενούς Πυροσβεστικού Στόλου Οχημάτων

Για την προσομοίωση της δρομολόγησης ενός ετερογενούς στόλου πυροσβεστικών οχημάτων, χρησιμοποιείται το πρόβλημα προστασίας καίριων σημείων *APP*, όπως αυτό παρουσιάζεται στην Παράγραφο 1.3.1. Ένα μικρό παράδειγμα λύσης του *APP*, παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.1, για να βοηθήσει την κατανόηση των αναγνωστών λαμβάνοντας υπόψη τους περίπλοκους περιορισμούς του προβλήματος.

Το απεικονιζόμενο παράδειγμα περιλαμβάνει 12 καίρια σημεία που πρέπει να προστατευθούν, χρησιμοποιώντας ένα στόλο που περιλαμβάνει τρεις διαφορετικούς τύπους οχημάτων, ενώ δύο οχήματα κάθε τύπου είναι διαθέσιμα στον αρχικό κόμβο 0. Συγκεκριμένα, απεικονίζονται τρία κύρια χαρακτηριστικά κάθε σημείου: α) η αξία του (ορίζεται μέσα στα ορθογώνια σχήματα), β) το διάνυσμα των ειδικών απαιτήσεων σε οχήματα και γ) το αντίστοιχο χρονικό παράθυρο. Επίσης, η γραμμή που παρουσιάζεται υποδεικνύει την ώρα έναρξης της συγχρονισμένης επίσκεψης σε κάθε κόμβο. Για παράδειγμα, το σημείο (κόμβος) 11 απαιτεί τη συγχρονισμένη επίσκεψη ενός οχήματος τύπου-2 και δύο οχημάτων τύπου-3, όπως παρουσιάζεται από το διάνυσμα $< 0, 1, 2 >$. Το απαιτούμενο όχημα τύπου-2 αναχωρεί κατευθείαν από τον αρχικό κόμβο, ενώ τα οχήματα τύπου-3 θα πρέπει πρώτα να ολοκληρώσουν την προστασία του σημείου 5. Ωστόσο, ένα από τα οχήματα τύπου-3 πρέπει να εμπλακεί στην προστασία του σημείου 9 πριν περάσει στο σημείο 5, ενώ οι προστατευτικές ενέργειες στο σημείο 9 μπορούν να ξεκινήσουν μετά την προστασία του σημείου 4, καθώς και τα δύο απαιτούν ένα όχημα τύπου-1. Κατ' επέκταση, η άφιξη του συγκεκριμένου οχήματος τύπου-3 στο σημείο 11 εξαρτάται από τις διαδρομές οχήματος τύπου-1, τα οποία προστατεύουν το σημείο 4. Έτσι, ο χρόνος έναρξης



Σχήμα 6.1: Παράδειγμα εφικτής λύσης του Προβλήματος Προστασίας Καίριων Σημείων (*APP*), με μία αποθήκη (κόμβος 0), 12 σημεία, 3 τύπους οχημάτων από 2 οχήματα διαθέσιμα στην αποθήκη.

των προστατευτικών ενεργειών στο σημείο 11 εξαρτάται από το συγχρονισμό των οχημάτων σε όλα τα προηγούμενα σημεία κάθε απαιτούμενου οχήματος.

Με άλλα λόγια, οι διαδρομές των οχημάτων σε μία λύση του *APP* είναι αλληλεξαρτώμενες και τα οχήματα πρέπει να περιμένουν σε ένα σημείο, όλα τα υπόλοιπα απαιτούμενα οχήματα, να ολοκληρώσουν τις προηγούμενες εργασίες τους και να φθάσουν στο συγκεκριμένο σημείο. Έτσι, γίνεται αντιληπτό το ότι μία αρχική εφικτή λύση δεν μπορεί να κατασκευαστεί ούτε ως μία τυχαία αλληλουχία κόμβων, αλλά ούτε και χρησιμοποιώντας απλή ευρετική τεχνική εισχώρησης κόμβων, όπως αυτή που χρησιμοποιήθηκε για την δημιουργία αρχικού πληθυσμού των προτεινόμενων παραλλαγών του *PCVRP* (Παράγραφος 4.1.1). Συγκεκριμένα, για το *APP*

απαιτείται η χρήση ενός κατασκευαστικού (βηματικού) αλγορίθμου, ώστε οι διαδρομές να σχηματίζονται σταδιακά και ταυτόχρονα να ενημερώνονται και οι χρονικοί προσδιορισμοί των οχημάτων (χρόνος άφιξης σε σημείο, αναμονής, εξυπηρέτησης, συγχρονισμού, αναχώρησης κ.α.). Η σταδιακή ενημέρωση των χρονικών προσδιορισμών των οχημάτων, όπως εξελίσσεται η διαδρομή των οχημάτων σε παράλληλο χρονικό ορίζοντα, είναι ο μόνος τρόπος διασφάλισης της εφικτότητας της λύσης. Έτσι, για την επίλυση του *APP* επιλέχθηκε ο αλγόριθμος Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*ACS*), όπως παρουσιάζεται στην Παράγραφο 2.1. Πάραυτα, για τους σκοπούς της παρούσας έρευνας, το κλασσικό αλγοριθμικό πλαίσιο τροποποιείται και εμπλουτίζεται κατάλληλα, με αποτέλεσμα τη δημιουργία του αλγορίθμου Προσαρμοσμένο Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*Modified Ant Colony System (MACS)*), ο οποίος είναι κατάλληλα σχεδιασμένος για την αποτελεσματική επίλυση του *APP*, όπως περιγράφεται στην Παράγραφο 6.1. Η αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου αποδεικνύεται μέσα από υπολογιστικά πειράματα, χρησιμοποιώντας παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας, σε σύγκριση με τις ήδη δημοσιευμένες μεθόδους επίλυσης του *APP*, όπως δίνεται στην Παράγραφο 6.2.

6.1 Αλγοριθμική Επίλυση του *APP*

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται ο προτεινόμενος αλγόριθμος Προσαρμοσμένο Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*Modified Ant Colony System (MACS)*), ο οποίος περιλαμβάνει ευρετικές τεχνικές κατάλληλα σχεδιασμένες για την επίλυση του προβλήματος Προστασίας Καίριων Σημείων (*APP*). Η βασική αλγοριθμική δομή του *MACS* ακολουθεί αυτή του κλασσικού αλγορίθμου Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών, όπως αυτή περιγράφεται στην Παράγραφο 2.1. Επιπλέον, ο προτεινόμενος αλγόριθμος περιλαμβάνει ένα μηχανισμό διατήρησης ελίτ λύσεων, ένα επιπλέον μηχανισμό ενημέρωσης της τοπικής φερομόνης, καθώς και κατάλληλα σχεδιασμένες τεχνικές τοπικής αναζήτησης οι οποίες περιγράφονται στην Παράγραφο 6.1.2.

Αρχικά, κατασκευάζεται ένας πληθυσμός λύσεων, μεγέθους W , ακολουθώντας ένα κανόνα μετάβασης και μία ευρετική τεχνική κατασκευής λύσεων, όπως περιγράφεται στην Παράγραφο 6.1.1. Έτσι, W λύσεις κατασκευάζονται επαναληπτικά και ο πίνακας της φερομόνης ενημερώνεται, αναπροσαρμόζοντας τη μνήμη του αλγορίθμου σχετικά με το επίπεδο της φερομόνης στα διαθέσιμα τόξα. Όμως, οι w καλύτερες λύσεις που παράχθηκαν από μία επανάληψη, διατηρούνται και στην ακόλουθη της, με αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να διατηρεί συνολικά $W + w$ λύσεις

μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού. Ειδικότερα, ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν δεν εμφανίζει βελτίωση στην καλύτερη λύση για L συνεχόμενες επαναλήψεις [303].

Ακόμα, οι κανόνες ενημέρωσης της φερομόνης του κλασσικού αλγορίθμου, έχουν τροποποιηθεί με στόχο να ενισχύσουν τις ικανότητες εξερεύνησης και εντατικοποίησης της αναζήτησης. Συγκεκριμένα, δοθέντος της καλύτερης λύσης (global best), x_{gbest} , η οποία αντιστοιχεί σε τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x_{gbest})$, και της συνολικής αξίας όλων των καίριων σημείων προς κατάσβεση $Total_{value}$, ο κανόνας ολικής ενημέρωσης της φερομόνης, της Εξίσωσης (2.5) τροποποιείται και εκφράζεται στην Εξίσωση (6.1). Ο όρος $\frac{f(x_{gbest})}{Total_{value}}$ εκφράζει την αναλογία της προστατευόμενης αξίας, που αντιστοιχεί στον στόχο του προβλήματος, δηλαδή την μεγιστοποίηση της συνολικής αξίας των σημείων που κατασβήνονται, αντικαθιστώντας τον όρο της αντίστροφης απόστασης. Συνεπώς, το επίπεδο της φερομόνης μειώνεται σε όλα τα τόξα που περιλαμβάνονται στην καλύτερη λύση, σύμφωνα με τον προαναφερθέν όρο και την παράμετρο εξασθένισης της φερομόνης α .

$$\tau_{ij} = \begin{cases} (1 - \alpha) \cdot \tau_{ij} + \alpha \cdot \left(\frac{f(x_{gbest})}{Total_{value}} \right), & \text{εάν } (i, j) \in x_{gbest} \\ (1 - \alpha) \cdot \tau_{ij}, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.1)$$

Με βάση τον κλασσικό κανόνα της τοπικής ενημέρωσης της φερομόνης, της Εξίσωσης (2.4), στο προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο, η τοπική ενημέρωση γίνεται σύμφωνα με δύο κανόνες, κατά την κατασκευή του πληθυσμού λύσεων, οι οποίοι παρουσιάζονται στις Εξισώσεις (6.2) και (6.3). Ο πρώτος κανόνας ενεργοποιείται όταν η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x_k)$, μίας λύσης x_k , $k = 1, \dots, W$, ξεπεράσει ένα ποσοστό $fit\%$ της συνολικής αξίας. Έτσι, το επίπεδο της φερομόνης στα τόξα που συμπεριλαμβάνονται σε αυτή την (ικανοποιητική) λύση, αυξάνεται, με αποτέλεσμα να ενισχύεται και η πιθανότητα να συμπεριλαμβάνονται αυτά τα τόξα στις επόμενες λύσεις που θα δημιουργηθούν. Στον αντίποδα, ο δεύτερος κανόνας ενεργοποιείται όταν η ποιότητα μίας λύσης είναι χαμηλότερη από ένα προκαθορισμένο όριο, και συντελεί στη μείωση του επιπέδου της φερομόνης στα τόξα που περιλαμβάνονται στη χαμηλής ποιότητας λύση. Συνεπώς, ελαχιστοποιείται το ρίσκο να ακολουθηθεί η ίδια μη αποδοτική διαδρομή από μια επόμενη λύση.

$$\tau_{ij} = \rho \cdot \tau_{ij} + (1 - \rho) \cdot \left(\frac{f(x_k)}{Total_{value}} \right), \quad 0 < \rho < 1, \quad \forall (i, j) \in x_k \quad (6.2)$$

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}, \quad 0 < \rho < 1, \quad \forall (i, j) \in x_k \quad (6.3)$$

Αλγόριθμος 18 Modified Ant Colony System (*MACS*)

```

1: Είσοδος:  $N, P_q, Q, vel_f, vel_q, Total\_value, p_i, o_i, s_i, c_i, x_i, y_i, t_{ijq}, \mathbf{P}_i \forall i, j \in V \ \& \ q \in Q$ 
2: Ορισμός:  $W, w, L, I, fit\%, fit_{dev}, \alpha, \rho, \beta, q_0, \tau_0$ 
3: Αρχικοποίηση:  $\tau_{ij} = \tau_0 (\forall i, j \in V), l = 0, Pop = \emptyset, f(x_{gbest}) = 0$ 
4: repeat
5:   for  $k = 1, \dots, W$  do
6:     Δημιουργία  $x_k$  μέσω Αλγορίθμου 19 και εφαρμογή Αλγορίθμου 20.
7:     if  $f(x_k) \leq fit\% \cdot Total\_value$  then
8:       Βελτίωση  $x_k$  με χρήση τοπικής αναζήτησης (RBR, WBR, VBR, RR, RN, Αλγόριθμος 20).
9:       Προσθήκη  $x_k$  στον πληθυσμό Pop και εφαρμογή Εξίσωσης (6.2).
10:    else
11:      Εφαρμογή Εξίσωσης (6.3).
12:    end if
13:  end for
14:  for  $x_k \in Pop$  do
15:    Βελτίωση  $x_k$  με χρήση τοπικής αναζήτησης (WBR, VBR, RN, Αλγόριθμος 20).
16:    if  $|f(x_{gbest}) - f(x_k)| / f(x_{gbest}) \leq fit_{dev}$  then
17:      Βελτίωση  $x_k$  με χρήση τοπικής αναζήτησης (GBR).
18:      Εφαρμογή Εξίσωσης (6.2).
19:    end if
20:  end for
21:  Εύρεση  $x_{best}$  με  $f(x_{best})$  στον πληθυσμό Pop
22:  if  $f(x_{best}) > f(x_{gbest})$  then
23:     $l = 0, fit\% = fit\% + 0.01, x_{gbest} \leftarrow x_{best}, f(x_{gbest}) \leftarrow f(x_{best});$ 
24:  else
25:     $l = l + 1 \ \& \ fit\% = fit\% - 0.01;$ 
26:  end if
27:  Εύρεση  $x_{gbest}, f(x_{gbest})$  και εφαρμογή Εξίσωσης (6.1).
28:  Διατήρηση  $w$  καλύτερων λύσεων στον πληθυσμό Pop.
29: until  $l = L$ 
30: Επιστροφή  $x_{gbest}$  και  $f(x_{gbest})$ .

```

Στόχος της προτεινόμενης αλγοριθμικής μεθόδου είναι η επίλυση παραδειγμάτων μεγάλης κλίμακας του προβλήματος *APP*, και προκειμένου να ενισχυθεί η ικανότητα του αλγορίθμου περί εντατικοποίησης της αναζήτησης σε αποτελεσματική περιοχή του χώρου λύσεων, εφαρμόζεται ξανά τοπική ενημέρωση της φερομόνης. Συγκεκριμένα, εφαρμόζεται η Εξίσωση (6.2) χρησιμοποιώντας λύσεις υψηλής ποιότητας, σύμφωνα με την παράμετρο fit_{dev} . Το προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 18.

6.1.1 Κατασκευή αρχικών λύσεων του *APP*

Πριν περιγραφεί αναλυτικά η μέθοδος κατασκευής των αρχικών λύσεων του *APP*, όπως αυτή παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 19, πρέπει να καθοριστεί ο τρόπος κωδικοποίησης των λύσεων. Ακολουθώντας τη μαθηματική μοντελοποίηση που δίνεται στην Παράγραφο 1.3.1, ένα σύνολο από $Fleet_size = \sum_{q=1}^Q P_q$ οχήματα, Q διαφορετικών τύπων, είναι διαθέσιμα στο αρχικό σημείο (π.χ., στον πυροσβεστικό σταθμό).

Συνεπώς, μία λύση του *APP* αποτελείται από $Fleet_{size}$ διαδρομές (το πολύ μία για κάθε όχημα) που ξεκινάνε και τελειώνουν στο αρχικό αυτό σημείο, το σημείο 0. Η σειρά με την οποία προστατεύονται τα σημεία σε κάθε διαδρομή δηλώνονται με την αντίστοιχη θέση τους στο διάνυσμα της αντίστοιχης διαδρομής. Για παράδειγμα, η ενδεικτική λύση που περιγράφεται στο Σχήμα 6.1 κωδικοποιείται ως εξής: $[[0,4,9,10,6,0], [0,4,10,6,0], [0,0], [0,11,0], [0,9,5,11,8,0], [0,5,11,8,0]]$.

Αλγόριθμος 19 Κατασκευή αρχικών λύσεων *APP*

```

1: Είσοδος:  $N, P_q, Q, vel_f, vel_q, Total_{value}, p_i, o_i, s_i, c_i, x_i, y_i, t_{ijq}, \mathbf{P}_i \forall i, j \in V, q \in Q, \beta, q_0, \tau_{ij} (\forall i, j \in V)$ .
2: Αρχικοποίηση:  $route_{nq}, VehPos, VehTime, VehComp, VehSel, check = 1, f(x_k) = 0, J_k = 1, \dots, N, V_k = \{0\}$ .
3: repeat
4:   Εφαρμογή κανόνα μετάβασης για επιλογή του σημείου  $j$ .
5:   for  $q=1, \dots, Q$  do
6:      $cv = \emptyset$ ;
7:     for  $n = 1, \dots, P_q$  do
8:       if  $(i, j) \in A_i^{q+} \& VehComp_{nq} \neq 1$  then
9:         Προσθήκη  $(i, j)$  στο  $cv$  και  $arr_{jnq} = t_{ijq} + VehTime_{nq}$ .
10:      end if
11:    end for
12:    if μέγεθος  $(cv) \geq r_{jq}$  then
13:      Εύρεση  $r_{jq}$  με δείκτες  $n, q$  των οχημάτων με τις μικρότερες τιμές  $arr_{jnq} \& VehSel_{nq} = 1$ .
14:    else
15:       $check = 0$ ;
16:    end if
17:  end for
18:  if  $check == 1$  then
19:    Εύρεση  $sync_j = \max_{\forall n, q: VehSel_{nq}=1} \{arr_{jnq}\}, o_j$ .
20:    if  $sync_j \leq c_j \& sync_j + d_j + t_{j0q} \leq T_{max}$  then
21:      Προσθήκη  $j$  στο  $route_{nq}, VehTime_{nq} = sync_j + d_j$  και  $VehPos_{nq} = j, \forall n, q : VehSel_{nq} = 1$ .
22:       $f(x_k) = f(x_k) + p_j$ ;
23:      Ενημέρωση των συνόλων  $V_k$  και  $J_k$ .  $check = 1$ .
24:    else
25:       $check = 0$ ;
26:    end if
27:  end if
28:  if  $VehComp_{nq} == 1 \forall n, q$  then
29:    break
30:  end if
31: until  $J_k == \emptyset$ 
32: Ένωση και επιστροφή όλων των  $route_{nq}, n = 1, \dots, P_q, q \in Q \rightarrow x_k \& f(x_k)$ .

```

Βάση του *APP*, όλα τα οχήματα δρομολογούνται ταυτόχρονα. Έτσι, κατά τη δημιουργία μίας λύσης x_k , χρησιμοποιείται ο κανόνας μετάβασης του αλγορίθμου *ACS*, βάση του οποίου επιλέγεται το επόμενο σημείο προς κατάσβεση $j \in J_k$. Στον κανόνα μετάβασης λαμβάνεται υπόψη το τελευταίο σημείο i , κάθε σχηματισμένης διαδρομής $route_{nq}, n = 1, \dots, P_q, \forall q \in Q$, δηλαδή $i \in V_k$ όπου το σύνολο V_k περιλαμβάνει τα πιο πρόσφατα προστατευμένα σημεία όλων των διαδρομών, όπως φαίνεται στην Εξίσωση (6.4). Επιπλέον, μέσω του χρησιμοποιούμενου κανόνα μετάβασης, δίνεται προτεραιότητα στα σημεία που απαιτούν την ενωρίτερη χρονικά

προστασία (με τον μικρότερο χρόνο ανοίγματος o_j). Στόχος της επίλυσης του προβλήματος είναι η εξυπηρέτηση όσο το δυνατό περισσότερων σημείων μέσα στον προκαθορισμένο χρονικό ορίζοντα ($c_0 = T_{max}$), για αυτό και στον προτεινόμενο κανόνα μετάβασης έχει αντικατασταθεί ο αντίστροφος όρος της απόστασης (η_{ij}), που βρίσκεται στην κλασσική εκδοχή της Εξίσωσης (2.3) και (2.1), από το αντίστροφο του χρόνου ανοίγματος. Πάραυτα, όταν χρησιμοποιείται προσανατολισμένη αναζήτηση S , τότε ο κόμβος i επιλέγεται τυχαία από το σύνολο V_k .

$$j = \begin{cases} \underset{j \in J_k, i \in V_k}{argmax} \{ \tau_{ij} \cdot (\frac{1}{o_j})^\beta \}, & \text{εάν } q \leq q_0 \\ S, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.4)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι κατά την ευρετική μέθοδο δημιουργίας των λύσεων (όπως παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 19), χρησιμοποιείται το διάνυσμα $VehPos$ στο οποίο αποθηκεύεται το τελευταίο σημείο που προστίθεται σε κάθε διαδρομή. Επιπλέον, στο διάνυσμα $VehTime$ αποθηκεύεται ο χρόνος αναχώρησης κάθε οχήματος από το τελευταίο σημείο στο οποίο βρέθηκε (μετά το πέρας των ενεργειών προστασίας του) και στο διάνυσμα $VehSel$ ορίζονται τα οχήματα που επιλέγονται για την προστασία ενός σημείου.

6.1.2 Ευρετικές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης του APP

Η εφαρμογή τεχνικών τοπικής αναζήτησης (που χρησιμοποιούνται ευρέως στη βιβλιογραφία βελτιστοποίησης δρομολόγησης οχημάτων) στο εξεταζόμενο πρόβλημα APP , αποτελεί μία περίπλοκη διαδικασία εξαιτίας των αλληλεξαρτήσεων που εμφανίζουν οι διαδρομές, σύμφωνα με τους περιορισμούς συγχρονισμού των ενεργειών τους. Συγκεκριμένα, η εισαγωγή ενός σημείου μέσα σε μία πλήρως διαμορφωμένη διαδρομή, απαιτεί έλεγχο της εφικτότητας και όλων των υπόλοιπων διαδρομών, αφού η χρονική μετατόπιση στην εξυπηρέτηση ενός σημείου μπορεί να επηρεάσει τον συγχρονισμό και την εξυπηρέτηση άλλων σημείων σε άλλες διαδρομές. Για να επιτευχθεί αυτό, ορίζονται και προ-υπολογίζονται χρονικές μεταβλητές και μεταβλητές συγχρονισμού, οι οποίες ενημερώνονται κατά την εισαγωγή ή μετατόπιση ενός σημείου στη λύση [57]. Η λογική των υπολογισμών αυτών εμφανίζει κοινά χαρακτηριστικά με αυτή που πραγματοποιείται κατά την εισαγωγή σημείων σε προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα και περιορισμούς συγχρονισμού ($VRPTW_{Syn}$) [304]. Ενώ, η προσέγγιση αυτή βασίζεται στη λογική του εμπρόσθιου χρονικού περιθωρίου (forward time slack) που χρησιμοποιείται ευρέως στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα ($VRPTW_s$)

[305]. Συγκεκριμένα, ορίζονται οι ακόλουθες μεταβλητές, δεδομένου ενός σημείου i σε μία λύση x_k , η οποία αποτελείται από $route_{nq}$ διαδρομές ($n = 1, \dots, P_q \forall q \in Q$):

- Το όχημα nq καταφθάνει στο σημείο i ερχόμενο από προηγούμενο σημείο j τη χρονική στιγμή: $arr_{inq} = dep_{inq} + t_{ijq}$.
- Οι συγχρονισμένες ενέργειες προστασίας του σημείου i ξεκινούν τη χρονική στιγμή:

$$sync_i = \max\left\{\max_{\forall n,q: route_{nq} \ni i} \{arr_{inq}\}, o_i\right\}.$$
- Το όχημα np αναχωρεί από το σημείο i τη χρονική στιγμή: $dep_{inq} = sync_i + s_i$.
- Ο χρόνος αναμονής του οχήματος nq στο σημείο i ορίζεται ως: $wait_{inq} = sync_i - arr_{inq}$.
- Η μέγιστη επιτρεπτή καθυστέρηση στην άφιξη του οχήματος nq στο σημείο i , δεδομένου του ακόλουθου σημείου j ορίζεται ως: $maxshift_{inq} = \min\{c_i - sync_i, wait_{jnq} + maxshift_{jnq}\}$. Ο υπολογισμός της μεταβλητής αυτής γίνεται από το τέλος κάθε διαδρομής προς την αρχή της. Αναφορικά με τον τελευταίο σημείο 0 (σταθμός) ισχύει: $maxshift_{0nq} = T_{max} - dep_{inq} - t_{i0q}$, όπου i το τελευταίο καίριο σημείο στη διαδρομή του οχήματος nq .
- Η συγχρονισμένη προστασία του σημείου i επιτρέπεται να καθυστερήσει κατά $maxshift_{inq}^{sync} = \min\{maxshift_{inq}, \min_{\forall nq \ni i} \{maxshift_{jnq}^{sync}\}\}$, όπου j το ακόλουθο σημείο του i σε κάθε διαδρομή $route_{nq}$ που περιέχει το σημείο i .
- Η εισαγωγή του σημείου z στη διαδρομή $route_{nq}$, μεταξύ των σημείων i και j , συνεπάγεται εμπρόσθια μετατόπιση του χρόνου κατά: $shift_{znq} = t_{izq} + wait_{znq} + s_z + t_{zjq} - t_{ijq}$.

Αλγόριθμος 20 Εισαγωγή σημείων

```

1: Είσοδος:  $N, P_q, Q, vel_f, vel_q, p_i, o_i, s_i, c_i, x_i, y_i, t_{ijq} \mathbf{P}_i \forall i, j \in V, q \in Q, \beta$ 
2: Είσοδος λύσης:  $x_k, f(x_k)$ 
3: Ορισμός συνόλου  $J_k$  (μη-προστατευμένων σημείων) και ταξινόμηση του κατά φθίνουσα σειρά
   βάση της αξίας  $p_i$ 
4: Υπολογισμός όλων των χρονικών προσδιορισμών
5: for  $z \in J_k$  do
6:   for  $q = 1, \dots, Q$  do
7:     if  $r_{zq} > 0$  then
8:       Δημιουργία συνόλου  $F_z = \{(i, j), nq\}$ , που περιλαμβάνει εφικτές θέσεις εισχώρησης του
       σημείου  $z$ 
9:       Επιλογή  $r_{zq}$  στοιχείων από το σύνολο  $F_z$ , που αντιστοιχούν στις μικρότερες τιμές  $t_{izq} +$ 
        $t_{zjq} - t_{ijq}$ 
10:      Υπολογισμός  $shift_{znq}$  και  $wait_{znq} \forall (z, nq) \in F_z$ 
11:      end if
12:      if Όλες οι τιμές  $shift_{znq}$  δηλώνουν εφικτή εισχώρηση then
13:        Εισαγωγή  $z$  σε κάθε θέση που περιλαμβάνεται στο  $F_z$ 
14:        Ενημέρωση  $x_k, f(x_k)$  και χρονικών προσδιορισμών
15:        Αφαίρεση  $z$  από το σύνολο  $J_k$ 
16:      end if
17:    end for
18:  end for

```

Σύμφωνα με τον ορισμό των παραπάνω μεταβλητών, που εφεξής αναφέρονται ως χρονικοί προσδιορισμοί, η εισαγωγή του σημείου z στη διαδρομή $route_{nq}$ μεταξύ των σημείων i και j , είναι εφικτή όταν $shift_{znq} \leq wait_{jnq} + maxshift_{jnq}^{sync}$. Βάση αυτών, προτείνεται η ευρετική μέθοδος για την εισαγωγή μη-προστατευόμενων σημείων σε μια ήδη δημιουργημένη λύση, όπως αυτή παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 20, αυξάνοντας έτσι τη συνολική προστατευόμενη αξία της λύσης. Πρέπει να αναφερθεί ότι σε περίπτωση που ένα σημείο απαιτεί ένα υποσύνολο των διαθέσιμων οχημάτων τύπου q , τα οχήματα που επιλέγονται αντιστοιχούν σε εφικτή εισαγωγή του σημείου επιτυγχάνοντας την ελάχιστη χρονική μετατόπιση. Έτσι, μη προστατευμένα σημεία εισάγονται σε μία λύση με γνώμονα τον ελάχιστο αντίκτυπο στο χρονοδιάγραμμα των οχημάτων.

Η ευρετική μέθοδος εισαγωγής των σημείων χρησιμοποιείται και ανεξάρτητα, αλλά και σε συνδυασμό με άλλες τεχνικές τοπικής αναζήτησης, μέσα στο προτεινόμενο αλγοριθμικό πλαίσιο, με στόχο την βελτίωση της ποιότητας των λύσεων. Επί της ουσίας, η λογική της τοπικής αναζήτησης που σχεδιάστηκε για το *APP*, είναι η αφαίρεση μη-αποδοτικών μεταβάσεων (ή σημείων) από μία λύση, έτσι ώστε να επιτρέπεται η εισαγωγή άλλων σημείων που θα αυξήσουν τη συνολική αξία της λύσης. Το ίδιο αποτέλεσμα επιτυγχάνεται και με τη μετατόπιση σημείων μέσα στη λύση,

ώστε να αυξήσουμε την χρονική αποδοτικότητα της. Οι αναπτυγμένες τεχνικές αναζήτησης που ενσωματώνονται στον προτεινόμενο αλγόριθμο, εφαρμόζονται για I αριθμό επαναλήψεων, και περιγράφονται παρακάτω.

1. Αφαίρεση βάση της αναμονής (Wait Based Removal (WBR)): Ένας αριθμός K σημείων αφαιρούνται από τη λύση, τα οποία επιλέγονται χρησιμοποιώντας σταθμισμένη δειγματοληψία (weighted random sampling)[306], με βάση τις τιμές $wait_{inq}$. Μετά την αφαίρεση των σημείων, γίνεται εισαγωγή των σημείων χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο 20.
2. Αφαίρεση βάση της αξίας (Value Based Removal (VBR)): Ένας αριθμός K σημείων αφαιρούνται από την λύση, τα οποία επιλέγονται χρησιμοποιώντας σταθμισμένη δειγματοληψία βάση των τιμών $1/p_i$. Μετά την αφαίρεση των σημείων, γίνεται εισαγωγή των σημείων χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο 20.
3. Τυχαία αφαίρεση (Random Removal (RR)): Ένας αριθμός K τυχαία επιλεγμένων σημείων αφαιρούνται από την λύση. Μετά την αφαίρεση των σημείων, γίνεται εισαγωγή των σημείων χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο 20.
4. Μετατόπιση Σημείων (Relocate Nodes (RN)): Ένα σημείο i επιλέγεται χρησιμοποιώντας σταθμισμένη δειγματοληψία με βάση τις τιμές $wait_{inq}$, αφαιρείται προσωρινά από τη λύση. Έπειτα, ξανά-εισάγεται στη λύση χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο 20, δεδομένου ότι $J_k = \{i\}$.
5. Αφαίρεση βάση της ολικά βέλτιστης λύσης (Global-Best Based Removal (GBR)): Δεδομένου λύσης $x_k \neq x_{gbest}$, τα στοιχεία στη λύση της τα οποία δεν παρουσιάζονται στην καλύτερη λύση που έχει βρεθεί στην εκάστοτε επανάληψη του αλγορίθμου, αφαιρούνται από αυτή. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο Αλγόριθμος 20.

6.2 Υπολογιστικά Αποτελέσματα

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζονται τα υπολογιστικά αποτελέσματα των πειραματικών συγκρίσεων που διεξήχθησαν προκειμένου να αξιολογηθεί η αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου $MACS$ στην επίλυση του προβλήματος Προστασίας Καίριων Σημείων (APP). Τα πειράματα βασίστηκαν σε ειδικά σχεδιασμένα παραδείγματα αναφοράς που έχουν παρουσιαστεί στη συναφή βιβλιογραφία (βλ. Παράγραφος 6.2.1), και τα αποτελέσματα επίλυσης τους συγκρίνονται με τα αντίστοιχα των ειδικά σχεδιασμένων τεχνικών για την επίλυση του APP που υπάρχουν στη βιβλιογραφία. Συγκεκριμένα, η σύγκριση των αποτελεσμάτων

βασίστηκε στα αποτελέσματα της ακριβής επίλυσης, της μεθόδου Μεταβλητή Μεγάλη Γειτονιά Αναζήτησης (Adaptive Large Neighborhood Search (*ALNS*)) [57], και της Μαθηματικής-ευρετικής μεθόδου με βάση τη Χωρική Αποσύνθεση (Spatial Decomposition based Math-heuristic (*SDM*)) [111], όπως αυτά παρουσιάζονται και αναλύονται στις επόμενες παραγράφους.

6.2.1 Παραδείγματα Αναφοράς και Αλγοριθμική Παραμετροποίηση

Προκειμένου να εξετάσουμε την αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης αλγοριθμικής μεθόδου *MACS*, όπως αυτή παρουσιάζεται στην Παράγραφο 6.1, πραγματοποιήσαμε μία σειρά υπολογιστικών πειραμάτων βασισμένη στα παραδείγματα αναφοράς της συναφούς βιβλιογραφίας. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν τα 240 παραδείγματα αναφοράς που δημιουργήθηκαν για το εξεταζόμενο πρόβλημα, το *APP* [307], τα οποία χωρίζονται σε τρεις κλάσεις, ανάλογα με τη διασπορά των σημείων στο χώρο λύσεων (σε ένα πλέγμα $140 \cdot 140$). Κάθε κλάση εμφανίζει δύο διαφορετικά σετ των 10 παραδειγμάτων, και έτσι έχουμε τα εξής σετ: cluster (C1, C2), random (R1, R2), και τον συνδυασμό τους (RC1, RC2).

Στα υπολογιστικά πειράματα που πραγματοποιήθηκαν, χρησιμοποιήθηκαν παραδείγματα αναφοράς μεγάλης κλίμακας με 100 και 200 καίρια σημεία, και τρεις διαφορετικούς τύπους οχημάτων. Στα παραδείγματα με 100 σημεία θεωρείται ότι τα οχήματα που υπάρχουν διαθέσιμα στο αρχικό σημείο ακολουθούν δύο διαφορετικές εκδοχές και περιγράφονται από τα διανύσματα $\mathbf{P}_0 = \langle 6, 5, 4 \rangle$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 7, 6, 5 \rangle$, αντίστοιχα. Ενώ, στα παραδείγματα με 200 σημεία, τα οχήματα περιγράφονται βάση δυο διαφορετικών ενδεχομένων από τα διανύσματα $\mathbf{P}_0 = \langle 9, 8, 7 \rangle$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 12, 11, 10 \rangle$, αντίστοιχα.

Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν σε γλώσσα προγραμματισμού Python 3.0 σε επεξεργαστή Intel(R) Core(TM) i7-7700HQ@2.80GHz με 8 GB RAM. Επιπλέον, όπως περιγράφεται στην Παράγραφο 6.1, ο προτεινόμενος αλγόριθμος *MACS* ενσωματώνει αρκετές μεταβλητές, κάποιες από τις οποίες περιέχονται στην κλασσική εκδοχή του *ACS*, ενώ οι υπόλοιπες έχουν οριστεί στην προτεινόμενη προσέγγιση. Συγκεκριμένα, οι μεταβλητές που βρίσκονται στην κλασσική εκδοχή του αλγορίθμου αφορούν το μέγεθος του πληθυσμού W , το αρχικό επίπεδο της φερομόνης τ_0 , την παράμετρο του κανόνα μετάβασης q_0 , την παράμετρο β που καθορίζει τη σημαντικότητα της φερομόνης σε σύγκριση με το άνοιγμα του σημείου, την παράμετρο ολικής ενημέρωσης της φερομόνης α και της τοπικής ενημέρωσης ρ . Σχετικά με το μέγεθος του πληθυσμού που χρησιμοποιείται θεωρείται ότι $W = 10\% \cdot N$. Το αρχικό επίπεδο της φερομόνης υπολογίζεται ως η μέση απόσταση μεταξύ κάθε σημείου

προς κατάσβεση από το σημείο έναρξης των οχημάτων. Οι υπόλοιποι παράμετροι ορίζονται σύμφωνα με τη συναφή βιβλιογραφία [140] (όπως φαίνονται στον Πίνακα 6.2), και οι αντίστοιχες τιμές τους έχουν αποδειχτεί ικανοποιητικές για την επίλυση του *APP* σχετικά με όλες τις εξεταζόμενες κλάσεις παραδειγμάτων.

Σχετικά με τις παραμέτρους που προστέθηκαν στην κλασσική εκδοχή του αλγορίθμου για τον καθορισμό των λειτουργιών του προτεινόμενου *MACS*, πραγματοποιήθηκαν υπολογιστικά πειράματα με στόχο την βέλτιστη παραμετροποίηση του αλγορίθμου για την επίλυση των παραδειγμάτων μεγάλης κλίμακας του *APP*. Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος διατηρεί w ελίτ λύσεις μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων, και μέσα από υπολογιστικά πειράματα δείχθηκε ότι η διατήρηση περισσότερων από πέντε λύσεων δεν προάγει την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Επιπλέον, με βάση τη μέση απόδοση του αλγορίθμου στα υπολογιστικά πειράματα, η διαδικασία βελτιστοποίησης πρέπει να τερματίζεται μετά από $L = 10$ συνεχόμενες επαναλήψεις για τις οποίες δεν βελτιώνεται η καλύτερη λύση που έχει βρεθεί μέχρι αυτό το σημείο. Όπως περιγράφεται στον Αλγόριθμο 18, η παράμετρος $fit_{\%}$ καθορίζει την εφαρμογή (ή μη) των τεχνικών τοπικής αναζήτησης στον πληθυσμό των καινούργιων λύσεων και την επιλογή του κανόνα τοπικής ενημέρωσης της φερόμνης. Η προαναφερθείσα παράμετρος αρχικοποιείται με μικρή τιμή π.χ. 0.25, και τροποποιείται κατά τη διάρκεια των αλγοριθμικών επαναλήψεων σύμφωνα με την ολικά βέλτιστη λύση. Κατά συνέπεια, η τιμή της παραμέτρου $fit_{\%}$ αυξάνεται όταν σε μία επανάληψη βελτιώνεται η ολικά βέλτιστη λύση, ώστε να εντατικοποιηθεί η αναζήτηση, ενώ διαφορετικά μειώνεται ώστε να εξερευνηθεί η ευρύτερη περιοχή του χώρου λύσεων.

Για την παράμετρο fit_{dev} εξετάστηκαν διάφορες τιμές, όπως 0.02, 0.025, 0.03, και 0.035, και διαπιστώθηκε ότι η τιμή 0.03 προσφέρει τα καλύτερα αποτελέσματα με μέτρο την αποδοτικότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου. Ειδικότερα, όταν για την παράμετρο fit_{dev} χρησιμοποιείται μεγάλη τιμή, στο αλγοριθμικό σχήμα θα εφαρμοστούν επιπλέον τεχνικές τοπικής αναζήτησης και ενημέρωσης της φερόμνης σε ένα υψηλό ποσοστό του πληθυσμού λύσεων, το οποίο μπορεί να παρέμβει στην αντικειμενικότητα της αναζήτησης. Επιπλέον, οι τεχνικές τοπικής αναζήτησης εφαρμόζονται σε μία λύση για I επαναλήψεις, και καθορίζονται από την παράμετρο k , δηλαδή τον αριθμό των κόμβων που αφαιρούνται προσωρινά από το διάνυσμα λύσης. Για την επιλογή των βέλτιστων τιμών των προαναφερθέντων παραμέτρων τοπικής αναζήτησης πραγματοποιήθηκαν υπολογιστικά πειράματα βασισμένα στην κλάση R2 με 100 καίρια σημεία και $< 7, 6, 5 >$ διαθέσιμα οχήματα. Τα πειραματικά αποτελέσματα της μελέτης παραμετροποίησης συνοψίζονται στον Πίνακα 6.1 και ο βέλτιστος συνδυασμός των παραμετρικών τιμών προκύπτει με βάση την απόδοση του αλγορίθμου τόσο σε σχέση με την ποιότητα των λύσεων

που παράγονται, αλλά και σε σχέση με το αντίστοιχο υπολογιστικό κόστος (όπως ορίζεται από τον χρόνο υπολογισμού).

Πίνακας 6.1: Παραμετρική μελέτη της τοπικής αναζήτησης του *MACS*. Οι τιμές παρουσιάζονται ως: $[f(x_{gbest}), time(s)]$

$k \setminus I$	10	20	30	40
1	[1195,53.89]	[1197,46.13]	[1197,35.56]	[1192,79.46]
2	[1197,47.53]	[1198,46.49]	[1195,39.84]	[1193,64.73]
3	[1198,45.76]	[1197,56.00]	[1198,45.22]	[1195,60.95]
4	[1193,68.34]	[1198,59.41]	[1191,45.91]	[1198,81.56]
5	[1183,54.19]	[1189,52.67]	[1195,49.27]	[1198,82.62]

Πίνακας 6.2: Τιμές των αλγοριθμικών παραμέτρων του αλγορίθμου *MACS*

Παράμετρος	Τιμή	Παράμετρος	Τιμή
W	$W = 10\% \cdot N$	w	5
q_0	0.90	L	10
α	0.1	$fit_{\%}$	0.25
β	2	fit_{dev}	0.3
ρ	0.1	I	30
τ_0	$(\sum_{i=1}^N ed_{0i})/N$	k	3

6.2.2 Αποτελέσματα Αλγοριθμικής Επίλυσης

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζονται, αναλυτικά και συγκεντρωτικά, τα πειραματικά αποτελέσματα που αποσκοπούν στην εκτίμηση της αποτελεσματικότητας του προτεινόμενου αλγορίθμου *MACS* στην επίλυση προβλημάτων Προστασίας Καίριων Σημείων (*APP*). Συγκεκριμένα, στους Πίνακες 6.3-6.6 δίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της επίλυσης των 240 παραδειγμάτων αναφοράς, ταξινομημένα ανάλογα με το μέγεθος (πλήθος σημείων) και το διαθέσιμο στόλο οχημάτων, όπως αυτά περιγράφονται στην Παράγραφο 6.2.1. Στους πίνακες αναφέρονται η συνολική αξία των σημείων, η τιμή της εφικτής λύσης (σε χιλιάδες) του εμπορικού πακέτου ακριβής επίλυσης (*CPLEX*) μέσα σε χρόνο λύσεων 10 ωρών (όπως αναφέρονται στη συναφή έρευνα [111]) και την καλύτερη λύση που έχει επιτευχθεί *best* από κάθε συγκρινόμενη μέθοδο, συνοδευόμενη από τον αντίστοιχο υπολογιστικό χρόνο T σε δευτερόλεπτα (s). Πρέπει να αναφερθεί ότι κάθε παράδειγμα αναφοράς επιλύθηκε πέντε ανεξάρτητες φορές από τον προτεινόμενο αλγόριθμο. Ακόμα, η καλύτερη τιμή σε κάθε παράδειγμα επισημαίνεται με έντονη γραφή.

Πίνακας 6.3: Αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς *APP* με $N=100$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 6, 5, 4 \rangle$

Παράδειγμα	Συνολική Αξία	<i>CPLEX</i>	<i>ALVS</i>		<i>SDM</i>		<i>MACS</i>	
			<i>best</i>	<i>T(s)</i>	<i>best</i>	<i>T(s)</i>	<i>best</i>	<i>T(s)</i>
c101	1.850	1.190	1.100	145.30	1.170	111.36	1.170	17.46
c102	1.700	1.170	1.080	143.28	1.130	91.29	1.130	25.14
c103	1.790	1.180	1.100	131.37	1.120	122.97	1.130	30.08
c104	1.780	1.180	1.080	126.63	1.170	60.36	1.180	55.20
c105	1.690	1.100	1.040	138.31	1.120	54.31	1.120	24.49
c106	1.740	1.160	1.090	142.07	1.100	99.36	1.120	44.94
c107	1.830	1.320	1.190	142.55	1.240	168.46	1.270	53.00
c108	1.830	1.250	1.170	145.84	1.250	92.53	1.250	31.84
c109	1.800	1.160	1.060	130.44	1.170	77.82	1.200	53.23
c110	1.780	1.140	1.090	138.86	1.110	76.05	1.130	24.23
c201	1.940	1.210	1.230	141.13	1.220	9.66	1.210	41.40
c202	1.930	1.250	1.210	135.25	1.180	76.78	1.210	38.74
c203	1.930	1.220	1.140	132.75	1.170	7.12	1.190	49.29
c204	1.980	1.260	1.170	141.88	1.190	37.18	1.210	46.17
c205	1.830	1.210	1.140	127.98	1.150	6.77	1.160	39.53
c206	1.900	1.220	1.170	127.93	1.140	75.65	1.170	38.55
c207	1.970	1.200	1.200	128.32	1.130	122.56	1.210	47.98
c208	1.800	1.180	1.070	138.12	1.150	18.23	1.180	44.11
c209	1.940	1.240	1.190	132.22	1.250	13.68	1.250	55.15
c210	1.900	1.150	1.090	129.25	1.110	77.18	1.150	46.05
r101	1.871	1.174	1.109	121.80	1.138	75.39	1.162	44.50
r102	1.783	1.179	1.102	133.36	1.139	6.31	1.148	54.86
r103	1.726	1.210	1.130	132.40	1.125	75.43	1.121	68.01
r104	1.738	1.178	1.164	129.12	1.181	11.99	1.189	52.92
r105	1.720	1.141	1.098	130.19	1.083	100.57	1.141	48.46
r106	1.843	1.205	1.036	158.00	1.077	84.37	1.135	67.12
r107	1.795	1.142	1.105	130.77	1.136	12.95	1.136	51.49
r108	1.688	1.112	1.095	140.68	1.056	46.28	1.105	43.46
r109	1.672	1.089	1.033	129.36	1.084	21.31	1.160	42.40
r110	1.838	1.220	1.162	139.04	1.230	8.36	1.223	33.37
r201	1.666	1.105	1.075	138.22	1.060	42.62	1.090	43.52
r202	1.797	1.203	1.143	123.60	1.146	10.34	1.171	35.53
r203	1.718	1.237	1.102	126.50	1.158	33.08	1.184	36.04
r204	1.687	1.178	1.059	142.51	1.089	5.03	1.147	40.24
r205	1.763	1.262	1.152	136.81	1.230	14.16	1.230	40.31
r206	1.807	1.224	1.203	142.74	1.202	11.49	1.226	42.78
r207	1.730	1.210	1.142	137.52	1.112	25.56	1.210	22.22
r208	1.765	1.234	1.103	124.14	1.157	12.89	1.233	39.67
r209	1.767	1.281	1.205	147.32	1.218	4.18	1.239	24.77
r210	1.827	1.335	1.266	138.10	1.177	4.13	1.247	36.45
rc101	1.814	1.314	1.215	136.72	1.179	78.88	1.236	47.74
rc102	1.906	1.357	1.295	144.11	1.253	77.20	1.253	46.06
rc103	1.803	1.308	1.258	152.15	1.290	86.61	1.290	46.59
rc104	1.792	1.302	1.222	133.44	1.295	64.12	1.292	47.70
rc105	1.782	1.312	1.248	151.28	1.260	77.04	1.260	47.16
rc106	1.731	1.278	1.148	139.63	1.194	7.51	1.241	49.29
rc107	1.751	1.309	1.199	142.07	1.271	113.56	1.306	41.95
rc108	1.853	1.189	1.276	148.33	1.320	78.25	1.372	40.12
rc109	1.841	1.391	1.278	145.98	1.230	25.12	1.321	55.59
rc110	1.734	1.294	1.212	148.24	1.228	26.76	1.247	43.84
rc201	1.782	1.245	1.200	138.29	1.282	76.34	1.287	43.21
rc202	1.836	1.360	1.261	139.16	1.314	150.35	1.339	65.48
rc203	1.839	1.354	1.253	137.98	1.282	63.27	1.366	42.54
rc204	1.764	1.294	1.184	140.19	1.221	143.29	1.294	49.77
rc205	1.787	1.362	1.314	138.29	1.311	75.27	1.346	43.70
rc206	1.755	1.242	1.210	146.13	1.258	37.35	1.323	55.09
rc207	1.727	1.343	1.201	146.83	1.233	23.97	1.300	50.30
rc208	1.854	1.391	1.269	154.11	1.241	126.11	1.314	75.68
rc209	1.833	1.359	1.268	139.53	1.334	55.79	1.316	55.39
rc210	1.807	1.320	1.271	149.21	1.268	40.85	1.319	62.19

Πίνακας 6.4: Αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς *APP* με $N=100$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 7, 6, 5 \rangle$

Παράδειγμα	Συνολική Αξία	<i>CPLEX</i>	<i>ALVS</i>		<i>SDM</i>		<i>MACS</i>	
			<i>best</i>	<i>T(s)</i>	<i>best</i>	<i>T(s)</i>	<i>best</i>	<i>T(s)</i>
c101	1.850	1.260	1.240	159.09	1.260	128.34	1.270	60.56
c102	1.700	1.230	1.160	149.31	1.240	4.89	1.270	47.33
c103	1.790	1.300	1.230	151.93	1.270	77.25	1.280	74.64
c104	1.780	1.320	1.190	141.57	1.270	78.31	1.260	52.29
c105	1.690	1.220	1.170	147.06	1.240	150.11	1.260	63.22
c106	1.740	1.220	1.180	151.22	1.220	77.04	1.270	53.97
c107	1.830	1.430	1.310	151.48	1.360	87.54	1.380	64.25
c108	1.830	1.400	1.270	151.64	1.390	50.08	1.390	70.21
c109	1.800	1.300	1.200	146.27	1.250	76.69	1.250	53.81
c110	1.780	1.290	1.210	154.36	1.190	19.53	1.270	43.70
c201	1.940	-	1.320	149.90	1.320	75.32	1.360	58.80
c202	1.930	-	1.340	145.69	1.330	5.68	1.330	42.50
c203	1.930	1.320	1.220	143.58	1.310	3.17	1.300	58.82
c204	1.980	1.360	1.270	150.94	1.270	63.16	1.290	41.08
c205	1.830	-	1.240	138.11	1.260	21.81	1.290	57.97
c206	1.900	-	1.290	137.75	1.360	15.76	1.340	52.15
c207	1.970	1.330	1.320	137.44	1.290	75.39	1.280	40.06
c208	1.800	1.300	1.190	150.28	1.240	75.33	1.330	39.63
c209	1.940	1.430	1.320	146.16	1.360	76.34	1.400	67.82
c210	1.900	-	1.220	139.39	1.300	18.37	1.310	57.79
r101	1.871	1.356	1.276	131.01	1.229	15.62	1.302	53.76
r102	1.783	1.313	1.220	138.16	1.308	28.66	1.313	58.59
r103	1.726	1.281	1.267	145.41	1.255	93.78	1.254	56.09
r104	1.738	1.356	1.260	136.57	1.304	21.00	1.332	48.55
r105	1.720	1.340	1.231	140.56	1.230	30.59	1.256	52.35
r106	1.843	1.283	1.178	127.08	1.310	39.78	1.273	54.26
r107	1.795	1.364	1.255	138.91	1.268	11.16	1.288	65.85
r108	1.688	1.255	1.228	148.23	1.226	4.60	1.262	50.49
r109	1.672	1.224	1.136	136.46	1.185	13.25	1.169	60.70
r110	1.838	1.392	1.287	147.28	1.378	8.55	1.402	53.39
r201	1.666	-	1.183	149.39	1.156	4.55	1.198	45.22
r202	1.797	-	1.259	135.63	1.289	5.39	1.302	60.65
r203	1.718	1.257	1.204	138.58	1.247	18.57	1.262	54.22
r204	1.687	1.269	1.164	152.45	1.179	3.69	1.271	58.66
r205	1.763	-	1.296	148.61	1.295	23.73	1.311	42.22
r206	1.807	-	1.243	146.06	1.321	75.44	1.395	57.56
r207	1.730	1.398	1.259	142.01	1.274	7.28	1.400	66.27
r208	1.765	1.384	1.288	135.90	1.373	4.17	1.346	45.63
r209	1.767	1.425	1.281	154.07	1.408	16.04	1.450	45.85
r210	1.827	-	1.335	143.84	1.367	52.00	1.443	57.35
rc101	1.814	1.455	1.302	138.50	1.282	54.56	1.448	50.02
rc102	1.906	1.526	1.441	151.23	1.436	150.06	1.452	46.74
rc103	1.803	1.505	1.363	161.37	1.452	72.13	1.458	66.84
rc104	1.792	1.503	1.337	142.81	1.395	18.30	1.445	69.10
rc105	1.782	1.497	1.338	159.04	1.424	10.12	1.451	56.62
rc106	1.731	1.413	1.287	143.51	1.285	5.43	1.413	50.63
rc107	1.751	1.454	1.308	142.14	1.405	98.74	1.440	58.27
rc108	1.853	1.498	1.413	155.15	1.505	77.89	1.492	61.22
rc109	1.841	1.527	1.445	150.54	1.385	5.96	1.480	59.58
rc110	1.734	1.379	1.305	151.04	1.344	5.76	1.381	52.55
rc201	1.782	-	1.290	144.43	1.411	87.04	1.435	62.51
rc202	1.836	-	1.386	144.79	1.453	83.78	1.461	55.11
rc203	1.839	1.475	1.387	146.57	1.434	7.65	1.449	68.05
rc204	1.764	1.405	1.290	144.73	1.400	115.09	1.417	66.95
rc205	1.787	-	1.375	146.98	1.446	10.13	1.461	52.65
rc206	1.755	-	1.327	144.95	1.370	76.84	1.396	52.54
rc207	1.727	1.501	1.318	147.51	1.390	57.45	1.479	72.55
rc208	1.854	1.514	1.297	149.42	1.449	8.39	1.463	61.07
rc209	1.833	1.513	1.383	145.66	1.403	3.78	1.442	83.75
rc210	1.807	-	1.380	153.91	1.453	31.15	1.462	60.46

Πίνακας 6.5: Αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς *APP* με $N=200$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 9, 8, 7 \rangle$

Παράδειγμα	Συνολική Αξία	<i>CPLEX</i>	<i>ALVS</i>		<i>SDM</i>		<i>MACS</i>	
			<i>best</i>	<i>T(s)</i>	<i>best</i>	<i>T(s)</i>	<i>best</i>	<i>T(s)</i>
c101	3.530	1.970	2.090	605.80	2.190	595.59	2.190	262.55
c102	3.530	2.050	2.050	605.21	2.200	344.37	2.200	359.63
c103	3.530	2.040	2.030	605.72	2.280	800.04	2.280	201.58
c104	3.530	2.020	2.050	563.29	2.290	600.50	2.290	276.36
c105	3.530	2.010	2.040	589.64	2.260	346.87	2.260	248.27
c106	3.530	2.030	1.960	580.96	2.170	702.83	2.180	315.26
c107	3.530	2.010	2.070	594.16	2.380	610.02	2.370	306.27
c108	3.530	2.000	2.040	609.17	2.300	490.50	2.300	239.36
c109	3.530	2.050	2.010	567.76	2.210	576.97	2.210	342.66
c110	3.530	1.960	2.020	574.32	2.210	417.04	2.210	224.23
c201	3.770	1.950	1.980	543.66	2.090	14.64	2.140	290.08
c202	3.770	1.880	2.030	541.02	2.210	240.67	2.230	274.23
c203	3.770	1.650	1.930	545.33	2.140	32.95	2.150	130.85
c204	3.770	1.940	2.050	562.72	2.370	299.13	2.360	221.23
c205	3.770	2.050	2.040	522.43	2.280	36.32	2.290	222.90
c206	3.770	1.940	2.020	540.05	2.260	230.70	2.260	331.05
c207	3.770	1.820	1.880	547.45	2.160	252.75	2.170	321.22
c208	3.770	1.850	1.970	554.94	2.250	166.47	2.250	261.63
c209	3.770	1.910	1.920	531.94	2.140	223.74	2.140	162.99
c210	3.770	2.030	2.010	536.84	2.300	374.04	2.290	214.98
r101	3.513	2.117	2.050	512.24	2.081	127.84	2.158	167.98
r102	3.513	2.017	2.095	544.28	2.267	218.10	2.258	194.27
r103	3.513	1.902	2.131	552.72	2.198	291.09	2.234	204.86
r104	3.513	2.099	2.096	528.85	2.264	40.62	2.349	182.16
r105	3.513	2.007	2.209	530.96	2.179	7.88	2.277	199.66
r106	3.513	2.014	2.064	537.73	2.324	87.74	2.308	207.20
r107	3.513	1.990	2.056	545.98	2.256	50.20	2.260	209.16
r108	3.513	2.091	2.171	537.44	2.292	206.70	2.320	227.13
r109	3.513	2.107	2.001	555.61	2.207	207.85	2.239	244.01
r110	3.513	1.969	2.065	546.12	2.260	56.45	2.269	178.63
r201	3.513	1.977	1.990	535.81	2.008	208.38	2.050	276.37
r202	3.513	2.105	2.080	526.41	2.190	208.75	2.233	296.34
r203	3.513	2.046	2.070	546.35	2.190	209.72	2.278	226.95
r204	3.513	2.020	2.058	548.02	2.067	221.41	2.225	150.59
r205	3.513	2.037	2.113	539.21	2.352	138.83	2.348	246.75
r206	3.513	2.070	2.027	543.80	2.325	116.35	2.312	352.95
r207	3.513	2.051	2.096	559.58	2.206	123.54	2.242	218.62
r208	3.513	2.143	2.131	520.21	2.177	203.29	2.277	296.33
r209	3.513	1.813	2.110	556.32	2.287	106.53	2.292	211.62
r210	3.513	1.761	2.145	552.07	2.242	10.14	2.279	89.65
rc101	3.558	2.234	2.165	552.37	2.411	404.71	2.425	312.30
rc102	3.558	2.276	2.190	564.74	2.412	414.94	2.439	367.65
rc103	3.558	2.276	2.233	575.20	2.293	217.44	2.378	267.98
rc104	3.558	2.207	2.287	553.59	2.452	272.15	2.409	299.15
rc105	3.558	2.162	2.210	564.75	2.342	220.04	2.391	347.28
rc106	3.558	2.148	2.220	557.34	2.448	401.71	2.476	292.26
rc107	3.558	2.327	2.150	548.91	2.422	592.25	2.360	226.20
rc108	3.558	2.250	2.242	578.91	2.402	209.65	2.402	244.98
rc109	3.558	2.223	2.261	551.32	2.378	600.62	2.431	322.98
rc110	3.558	2.199	2.164	570.87	2.314	401.14	2.357	231.16
rc201	3.558	2.241	2.190	554.65	2.321	408.84	2.394	365.33
rc202	3.558	2.091	2.228	571.83	2.463	244.83	2.480	388.47
rc203	3.558	2.245	2.243	571.37	2.366	247.96	2.375	295.32
rc204	3.558	2.177	2.216	570.15	2.478	405.24	2.478	357.97
rc205	3.558	2.209	2.258	562.18	2.492	312.59	2.472	292.74
rc206	3.558	2.237	2.250	575.69	2.425	413.32	2.425	277.27
rc207	3.558	2.094	2.173	588.23	2.382	404.87	2.382	273.37
rc208	3.558	2.205	2.249	586.25	2.326	413.64	2.424	226.30
rc209	3.558	2.253	2.196	559.95	2.409	240.86	2.463	304.32
rc210	3.558	2.221	2.291	560.25	2.482	406.36	2.482	294.79

Πίνακας 6.6: Αποτελέσματα επίλυσης των παραδειγμάτων αναφοράς *APP* με $N=200$ και $\mathbf{P}_0 = < 12, 11, 10 >$

Παράδειγμα	Συνολική Αξία	<i>CPLEX</i>	<i>ALVS</i>		<i>SDM</i>		<i>MACS</i>	
			<i>best</i>	<i>T(s)</i>	<i>best</i>	<i>T(s)</i>	<i>best</i>	<i>T(s)</i>
c101	3.530	2.450	2.330	612.14	2.520	19.80	2.520	224.37
c102	3.530	2.480	2.330	651.64	2.570	207.23	2.570	259.33
c103	3.530	2.490	2.300	620.43	2.570	35.61	2.570	198.36
c104	3.530	2.570	2.380	600.10	2.690	73.41	2.690	221.33
c105	3.530	2.420	2.360	622.02	2.680	43.93	2.680	217.63
c106	3.530	2.350	2.300	616.43	2.450	12.19	2.540	242.37
c107	3.530	2.550	2.440	619.09	2.640	11.86	2.650	241.63
c108	3.530	2.440	2.350	644.76	2.700	218.33	2.670	299.63
c109	3.530	2.420	2.340	600.03	2.610	31.45	2.610	190.63
c110	3.530	2.360	2.370	606.69	2.520	210.20	2.520	211.66
c201	3.770	2.360	2.250	561.63	2.550	139.96	2.580	213.66
c202	3.770	2.450	2.360	560.33	2.500	124.38	2.550	225.85
c203	3.770	2.280	2.280	559.86	2.600	20.76	2.630	207.66
c204	3.770	2.410	2.450	589.38	2.610	3.83	2.650	240.66
c205	3.770	2.440	2.320	551.46	2.620	203.22	2.630	220.33
c206	3.770	2.420	2.330	566.08	2.620	19.46	2.630	247.66
c207	3.770	2.370	2.250	558.12	2.520	242.50	2.540	220.33
c208	3.770	2.500	2.320	589.44	2.660	16.35	2.700	231.33
c209	3.770	2.400	2.290	565.96	2.610	8.49	2.660	241.33
c210	3.770	2.460	2.320	561.30	2.640	16.02	2.650	281.27
r101	3.513	2.522	2.443	567.01	2.598	14.32	2.685	144.63
r102	3.513	2.472	2.457	589.98	2.643	69.71	2.680	156.33
r103	3.513	2.509	2.492	590.24	2.647	211.18	2.666	136.66
r104	3.513	2.700	2.450	570.99	2.821	27.66	2.779	142.37
r105	3.513	2.596	2.583	585.49	2.641	4.42	2.742	136.33
r106	3.513	2.407	2.425	577.42	2.734	203.13	2.734	138.63
r107	3.513	2.454	2.468	588.91	2.758	33.54	2.732	148.33
r108	3.513	2.561	2.521	584.02	2.791	13.97	2.791	146.33
r109	3.513	2.525	2.426	607.29	2.761	11.44	2.761	137.37
r110	3.513	2.512	2.429	593.51	2.752	9.87	2.779	145.33
r201	3.513	2.401	2.362	589.39	2.569	212.86	2.682	302.63
r202	3.513	2.568	2.502	565.61	2.712	13.47	2.698	271.66
r203	3.513	2.532	2.553	594.81	2.636	202.44	2.733	299.36
r204	3.513	2.559	2.436	590.02	2.629	12.26	2.699	297.37
r205	3.513	2.517	2.474	590.35	2.693	49.19	2.705	265.37
r206	3.513	2.463	2.387	581.22	2.771	7.09	2.768	297.66
r207	3.513	2.531	2.457	595.66	2.633	209.69	2.713	298.37
r208	3.513	2.753	2.493	569.87	2.733	3.78	2.747	292.33
r209	3.513	2.572	2.480	613.44	2.826	33.79	2.816	284.66
r210	3.513	2.532	2.507	607.08	2.576	33.37	2.733	300.33
rc101	3.558	2.686	2.550	604.81	2.840	33.17	2.855	251.37
rc102	3.558	2.765	2.512	587.44	2.858	411.83	2.860	244.33
rc103	3.558	2.662	2.602	613.53	2.838	360.45	2.884	222.33
rc104	3.558	2.719	2.696	594.71	2.903	52.26	2.878	219.27
rc105	3.558	2.601	2.544	611.24	2.725	400.48	2.833	244.23
rc106	3.558	2.703	2.676	599.81	2.922	234.10	2.922	211.36
rc107	3.558	2.764	2.499	593.91	2.874	70.78	2.828	274.27
rc108	3.558	2.763	2.552	628.34	2.939	406.80	2.918	237.27
rc109	3.558	2.744	2.623	604.27	2.817	214.18	2.876	251.33
rc110	3.558	2.658	2.527	632.35	2.853	402.12	2.804	227.27
rc201	3.558	2.749	2.599	621.39	2.870	400.87	2.859	274.37
rc202	3.558	2.761	2.573	632.44	2.861	401.77	2.879	224.99
rc203	3.558	2.599	2.680	630.09	2.728	21.02	2.794	248.63
rc204	3.558	2.812	2.571	637.48	2.942	47.99	2.936	305.70
rc205	3.558	2.720	2.700	643.30	2.884	315.23	2.877	246.40
rc206	3.558	2.758	2.661	623.13	2.867	178.64	2.875	243.57
rc207	3.558	2.758	2.582	653.23	2.836	125.07	2.800	264.33
rc208	3.558	2.795	2.643	657.96	2.842	223.02	2.870	268.95
rc209	3.558	2.700	2.579	618.36	2.813	22.39	2.844	213.66
rc210	3.558	2.747	2.590	614.29	2.905	17.51	2.885	285.63

Λόγου του μεγάλου όγκου των αποτελεσμάτων που αναφέρονται στους Πίνακες 6.3-6.6, παρουσιάζονται στη συνέχεια οι Πίνακες 6.7-6.10, οι οποίοι συνοψίζουν τους αντίστοιχους αναλυτικούς. Στους συγκεντρωτικούς πίνακες παρουσιάζονται οι μέσες τιμές για κάθε κλάση παραδειγμάτων αναφοράς (μέσος όρος των καλύτερων λύσεων των δέκα παραδειγμάτων κάθε κλάσης), δηλαδή το κάτω και πάνω όριο που επήλθε από το *CPLEX* (lower bound (*LB*) και upper bound (*UB*)) και η ποιότητα λύσης από κάθε μέθοδο επίλυσης (σε ποσοστό της συνολικής αξίας $P = 100 \cdot (f(x_{gbest})/Total_{value})$) μαζί με τον αντίστοιχο μέσο χρόνο επίλυσης. Επιπλέον, παρουσιάζεται και η ποσοστιαία απόκλιση της καλύτερης λύσης που απέδωσε ο *MACS* από την καλύτερη λύση που έχει επιτευχθεί από τις δύο άλλες μεθόδους (*ALVS*, *SDM*), όπως φαίνεται στην Εξίσωση (6.5). Τέλος, στους πίνακες δίνεται και το πλήθος των παραδειγμάτων (Num^+) στα οποία ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπερίσχυσε των άλλων δύο μεθόδων, αντίστοιχα σε κάθε κλάση.

$$dev_{best} = 100 \cdot \frac{f_{MACS} - \max\{f_{ALNS}, f_{SDM}\}}{\max\{f_{ALNS}, f_{SDM}\}} \quad (6.5)$$

Πίνακας 6.7: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα επίλυσης του *APP* με $N=100$ και $P_0 = < 6, 5, 4 >$

Κλάση	<i>CPLEX</i>		<i>ALNS</i>		<i>SDM</i>		<i>MACS</i>		Σύγκριση	
	<i>LB</i> (%)	<i>UB</i> (%)	<i>P</i> (%)	<i>T</i> (s)	Π (%)	<i>T</i> (s)	<i>P</i> (%)	<i>T</i> (s)	dev_{best} (%)	Num^+
C1	26.61	90.52	61.84	138.47	65.09	95.45	65.76	35.96	1.04	7
C2	31.05	88.13	60.72	133.48	61.17	44.48	62.47	44.70	0.97	6
R1	31.79	91.36	62.50	134.47	63.68	44.30	65.24	50.66	1.94	7
R2	29.98	94.61	65.30	135.75	65.88	16.35	68.33	36.15	2.58	8
RC1	32.41	95.04	68.59	144.20	69.57	63.51	71.22	46.60	1.38	6
RC2	31.36	91.86	69.13	142.97	70.88	79.26	73.44	54.34	3.38	9

Ο Πίνακας 6.7 παρουσιάζει τα υπολογιστικά αποτελέσματα της επίλυσης παραδειγμάτων αναφοράς με 100 καίρια σημεία προς κατάσβεση και μικρό ετερογενή στόλο οχημάτων, με έξι οχήματα τύπου 1, πέντε οχήματα τύπου 2 και τέσσερα οχήματα τύπου 3. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπερίσχυσε των άλλων δύο μεθόδων, αφού πέτυχε καλύτερα αποτελέσματα στο 71.66% (43/60) των παραδειγμάτων. Η μέση ποσοστιαία βελτίωση που πέτυχε ο *MACS* από την πιο πρόσφατη και επιτυχημένη μέχρι τώρα μέθοδο *SDM*, κυμαίνεται μεταξύ του 0.67% με 2.56%. Επιπλέον, σημειώνεται ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος βελτίωσε τα μέχρι τώρα δημοσιευμένα αποτελέσματα κατά μέσο όρο 3.38%. Σε ότι αφορά τον υπολογιστικό χρόνο, ο *MACS* αποδείχθηκε αρκετά ανταγωνιστικός, με μέση τιμή 44.73s. Παρόμοια αποτελέσματα εμφανίζει η προτεινόμενη μέθοδος και για τον μεγαλύτερο στόλο (με 100 σημεία κατάσβεσης), όπου παρουσίασε καλύτερη λύση στο 80% (48/60) των παραδειγμάτων αναφοράς, με μέση βελτίωση 1.20%, 1.02%, 0.68%, 2.37% και 1.32%, για κάθε κλάση αντίστοιχα. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο *MACS* βελτίωσε τις δημοσιευμένες λύσεις κατά μέγιστο 3.45% στα

αντίστοιχα παραδείγματα, με μέσο υπολογιστικό χρόνο 54.75s.

Πίνακας 6.8: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα επίλυσης του *APP* με $N=100$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 7, 6, 5 \rangle$

Κλάση	<i>CPLEX</i>		<i>ALNS</i>		<i>SDM</i>		<i>MACS</i>		Σύγκριση	
	<i>LB</i> (%)	<i>UB</i> (%)	<i>P</i> (%)	<i>T</i> (s)	<i>Π</i> (%)	<i>T</i> (s)	<i>P</i> (%)	<i>T</i> (s)	<i>dev_{best}</i> (%)	<i>Num</i> ⁺
C1	31.11	94.45	68.35	150.39	71.34	74.98	72.54	58.40	1.54	7
C2	33.97	93.37	66.58	143.92	68.23	43.03	69.25	51.66	1.19	6
R1	32.60	96.10	69.86	138.97	71.85	26.70	72.73	55.40	0.75	7
R2	34.64	96.26	71.38	144.65	73.61	21.09	76.30	53.36	3.45	9
RC1	37.78	97.71	75.17	149.53	77.27	49.90	79.64	52.55	3.45	9
RC2	35.74	96.01	74.71	146.90	79.02	48.13	80.34	57.16	1.82	10

Σε ότι αφορά τα αποτελέσματα των παραδειγμάτων αναφοράς με 200 καίρια σημεία κατάσβεσης, τα οποία παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.9 και 6.10 με μεγάλο στόλο οχημάτων, ο *MACS* πέτυχε καλύτερη λύση στο 56.66% των παραδειγμάτων, με μέση βελτίωση της τάξης 1.09% και 0.80%, αντίστοιχα. Στην πρώτη περίπτωση, ο προτεινόμενος αλγόριθμος βελτίωσε τις ήδη δημοσιευμένες λύσεις με μέση απόκλιση στο εύρος [0.16%, 2.31%], σε σύντομο υπολογιστικό χρόνο (με μέσο όρο τα 259.60s). Ενώ, στη δεύτερη περίπτωση με 200 σημεία αλλά μεγαλύτερο στόλο, ο *MACS* υπερίσχυσε πάλι των άλλων μεθόδων, με μέση βελτίωση στο εύρος [0.26%, 1.99%] και μέσο υπολογιστικό χρόνο τα 232.30s.

Συνολικά, μέσα από τα υπολογιστικά πειράματα που βασίστηκαν στα παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας, ο προτεινόμενος αλγόριθμος *MACS* υπερισχύει των δημοσιευμένων μεθόδων επίλυσης του προβλήματος *APP*. Συγκεκριμένα, απέδωσε καλύτερα σε 159 παραδείγματα αναφοράς, σε σύγκριση με τις άλλες δύο μεθόδους (*ALNS*, *SDM*), με λύση ανώτερης ποιότητας και σε ανταγωνιστικό χρόνο επίλυσης. Ακόμα, λαμβάνοντας υπόψιν και τα στοιχεία που παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.3-6.6, 89 από τις 159 καλύτερες λύσεις αντιστοιχούν σε νέες βέλτιστες τιμές, αφού υπερισχύουν και των λύσεων της μεθόδου *CPLEX*.

Πίνακας 6.9: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα επίλυσης του *APP* με $N=200$ και $\mathbf{P}_0 = \langle 9, 8, 7 \rangle$

Κλάση	<i>CPLEX</i>		<i>ALNS</i>		<i>SDM</i>		<i>MACS</i>		Σύγκριση	
	<i>LB</i> (%)	<i>UB</i> (%)	<i>P</i> (%)	<i>T</i> (s)	<i>Π</i> (%)	<i>T</i> (s)	<i>P</i> (%)	<i>T</i> (s)	<i>dev_{best}</i> (%)	<i>Num</i> ⁺
C1	20.20	100	57.68	589.60	63.71	548.47	63.71	277.62	0.16	1
C2	18.73	100	52.60	542.64	58.89	187.14	59.10	243.12	0.38	5
R1	23.18	100	59.60	539.19	63.56	129.45	64.54	201.51	1.58	8
R2	13.52	100	59.27	542.78	62.75	154.69	64.15	236.62	2.31	8
RC1	15.80	100	62.18	561.80	67.10	373.47	67.64	291.19	0.84	7
RC2	12.37	100	62.66	570.06	67.86	349.85	68.51	307.59	0.99	5

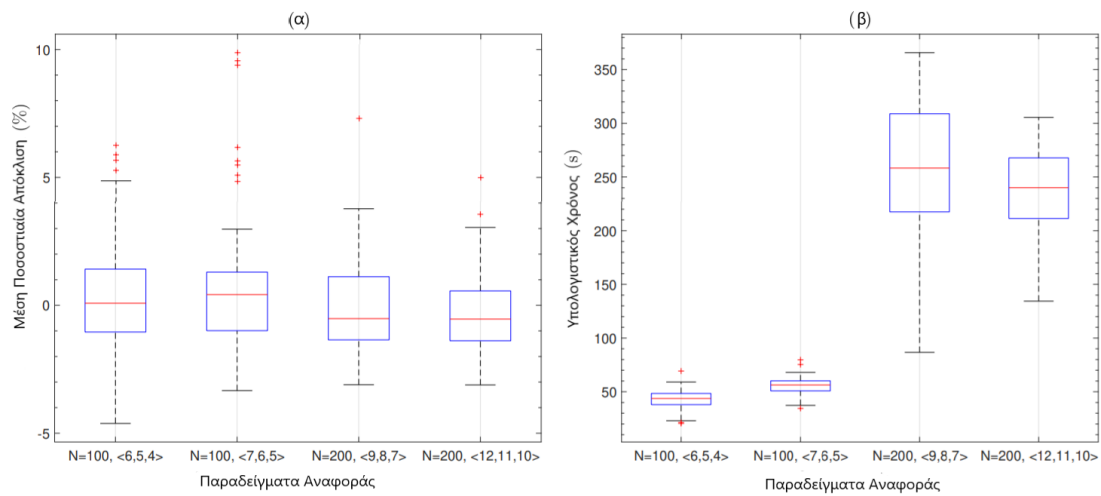
Πίνακας 6.10: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα επίλυσης του *APP* με $N=200$ και $\mathbf{P}_0 = < 12, 11, 10 >$

Κλάση	<i>CPLEX</i>		<i>ALNS</i>		<i>SDM</i>		<i>MACS</i>		Σύγκριση	
	<i>LB</i> (%)	<i>UB</i> (%)	<i>P</i> (%)	<i>T</i> (s)	Π (%)	<i>T</i> (s)	<i>P</i> (%)	<i>T</i> (s)	<i>dev_{best}</i> (%)	<i>Num</i> ⁺
C1	26.71	100	66.57	619.33	73.51	86.40	73.71	230.69	0.29	2
C2	16.47	100	61.46	566.36	68.78	79.50	69.55	233.01	1.12	10
R1	20.98	100	70.29	585.49	77.27	59.92	77.85	143.23	0.78	5
R2	27.81	100	70.17	589.75	76.23	77.79	77.69	290.97	1.99	7
RC1	24.70	100	72.46	607.04	80.30	258.62	80.55	238.30	0.34	5
RC2	20.21	100	73.58	633.17	80.24	175.35	80.44	257.62	0.26	5

6.2.3 Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Προκειμένου να αξιολογηθεί περαιτέρω η απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου *MACS* στην επίλυση των παραδειγμάτων αναφοράς του προβλήματος *APP*, παρουσιάζονται, στο Σχήμα 6.2, τα θηκογράμματα μέσης ποσοστιαίας απόκλισης και υπολογιστικού χρόνου, δεδομένου πέντε ανεξάρτητων εκτελέσεων του αλγορίθμου σε κάθε παράδειγμα. Τα διαγράμματα αυτά, απεικονίζουν τη μέση συμπεριφορά του *MACS* σύμφωνα με το μέγεθος του προβλήματος (σε σημεία) και τα χαρακτηριστικά του διαθέσιμου στόλου οχημάτων. Συγκεκριμένα, το Σχήμα 6.2 (α) παρουσιάζει τη μέση ποσοστιαία απόκλιση από την προηγούμενη καλύτερη λύση που βρέθηκε, δηλαδή, το μέσο *dev_{best}* ανά παράδειγμα. Σε ότι αφορά την ποιότητα της λύσης, ο *MACS* αποδίδει παρόμοια κατά μέσο όρο σε όλες τις θεωρούμενες κλάσεις παραδειγμάτων. Το Σχήμα 6.2 (β) απεικονίζει τον μέσο χρόνο υπολογισμού ανά παράδειγμα αναφοράς, και στα προβλήματα 100 κόμβων, ο προτεινόμενος αλγόριθμος είναι συνεπής, με τις μέσες τιμές που αναφέρονται να είναι 43.72s και 60.19s για $\mathbf{P}_0 = < 6, 5, 4 >$ και $\mathbf{P}_0 = < 7, 6, 5 >$, αντίστοιχα. Ωστόσο, λαμβάνοντας υπόψη τα προβλήματα με 200 κόμβους, η χωρική κατανομή των σημείων επηρεάζει τη διαδικασία επίλυσης, όπως φαίνεται από τις αντίστοιχες ακραίες τιμές.

Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε μη-παραμετρική ανάλυση των αποτελεσμάτων, λαμβάνοντας υπόψιν και τα 240 παραδείγματα αναφοράς μεγάλης κλίμακας του προβλήματος *APP*. Μέσα από την ανάλυση που ακολουθεί αποδεικνύεται η υπεροχή της προτεινόμενης μεθόδου σε ότι αφορά την επίτευξη ποιοτικών λύσεων, σε σχέση με τις δημοσιευμένες μεθόδους. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν τρία γνωστά μη-παραμετρικά στατιστικά τεστ, το Friedman τεστ (η Iman-Davenport επέκταση), το Friedman Aligned-Ranks τεστ, και το Quade τεστ, ακολουθώντας τις οδηγίες της βιβλιογραφίας [300, 301]. Η υπόθεση που εξετάζεται (δηλαδή η μηδενική υπόθεση H_0) είναι ότι όλες οι μέθοδοι επίλυσης επιτυγχάνουν παρόμοια αποτελέσματα χωρίς σημαντικές διαφορές, λαμβάνοντας υπόψιν επίπεδο σημαντικότητας $\alpha_s = 0.05$. Τα αποτελέσματα των τεστ παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.11, τα οποία περιλαμβάνουν την κατάταξη των συγκρινόμενων μεθόδων, την τιμή της στατιστικής F για κάθε τεστ, και την τιμή ελέγχου p για κάθε τεστ. Εξηγώντας τον Πίνακα



Σχήμα 6.2: Θηκόγραμμα μέσης ποσοστιαίας απόκλισης και υπολογιστικού χρόνου της μεθόδου *MACS* στην επίλυση των παραδειγμάτων αναφοράς του *APP*

6.11, η μικρότερη τιμή κατάταξης αντιστοιχεί στην πιο αποτελεσματική μέθοδο επίλυσης και συνεπώς, ο προτεινόμενος αλγόριθμος *MACS* υπερικχύει των άλλων δύο μεθόδων σε κάθε υλοποιημένο τεστ, με τιμές κατάταξης 1.278, 198 και 1.298, αντίστοιχα. Η στατιστική των Friedman και Quade τεστ ακολουθεί την κατανομή F με $(2 - 1) = 1$ και $(2 - 1) \cdot (240 - 1) = 478$ βαθμούς ελευθερίας, και συνεπώς η αντίστοιχη κρίσιμη τιμή είναι 3.015. Η στατιστική του Friedman Aligned-Ranks τεστ ακολουθεί την κατανομή χ^2 με $(2 - 1) = 1$ βαθμό ελευθερίας, το οποίο αντιστοιχεί σε κρίσιμη τιμή 5.991. Λαμβάνοντας υπόψιν ότι η στατιστική τιμή όλων των τεστ είναι μεγαλύτερη της αντίστοιχης κρίσιμης τιμής της και ότι η τιμή ελέγχου p όλων των τεστ είναι μικρότερη του επιπέδου σημαντικότητας α_s , η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται. Κατά συνέπεια, η στατιστική ανάλυση υποδηλώνει έντονα την ύπαρξη σημαντικών διαφορών μεταξύ των μεθόδων λύσεων που έχουν σχεδιαστεί για την επίλυση του προβλήματος *APP*.

Πίνακας 6.11: Αποτελέσματα μη-παραμετρικής στατιστικής ανάλυσης

		Friedman	Friedman Aligned-Ranks	Quade
Κατάταξη	<i>ALNS</i>	2.833	584.092	2.9467
	<i>SDM</i>	1.889	294.559	1.755
	<i>MACS</i>	1.278	198.349	1.298
F		377.393	322.213	318.338
p		1.110e-16	0.000	1.110e-16

Ωστόσο, τα μη-παραμετρικά τεστ αποδεικνύουν σημαντικές διαφορές μεταξύ όλων των εξεταζόμενων μεθόδων επίλυσης, χωρίς να εξετάζεται άμεσα η σύγκριση μιας μεθόδου έναντι μιας άλλης. Συνεπώς, πραγματοποιήθηκαν επιπλέον τεστ (post-hoc tests) τα οποία έχουν ως αποτέλεσμα τις προσαρμοσμένες τιμές p για κάθε

μη-παραμετρικό τεστ, όπως φαίνεται στον Πίνακα 6.12. Κάθε τιμή χρησιμοποιείται για τη δοκιμή απόρριψης κάθε μηδενικής υπόθεσης, που σχετίζεται με τη σύγκριση του *MACS* με κάθε άλλη μέθοδο επίλυσης [300]. Ερμηνεύοντας τα αποτελέσματα αυτά, οι προσαρμοσμένες τιμές συγκρίνονται άμεσα με το επίπεδο σημαντικότητας α_s που καθορίζει το βαθμό απόρριψης κάθε υπόθεσης, δηλαδή, όσο μικρότερη είναι η τιμή, τόσο ισχυρότερη είναι η απόρριψη της κάθε μηδενικής υπόθεσης. Όλες οι τιμές είναι κοντά στο μηδέν και, επομένως, υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ *MACS* και *ALNS*, και μεταξύ *MACS* και *SDM*. Συνεπώς, σύμφωνα και με την post-hoc ανάλυση, η προτεινόμενη μέθοδος υπερσχύει των ήδη δημοσιευμένων στη βιβλιογραφία στην επίλυση των παραδειγμάτων αναφοράς του *APP*.

Πίνακας 6.12: Post-hoc ανάλυση

Τεστ	Μέθοδος	Προσαρμοσμένες τιμές p (όπου <i>MACS</i> είναι η μέθοδος ελέγχου)				
		Bonferroni-Dunn	Holm	Hochberg	Finner	Li
Friedman	<i>ALNS</i>	0.000	0.000	2.424e-11	0.000	0.000
	<i>SDM</i>	4.848e-11	2.424e-11	2.424e-11	2.424e-11	2.424e-11
Friedman Aligned-Ranks	<i>ALNS</i>	0.000	0.000	3.819e-07	0.000	0.000
	<i>SDM</i>	7.639e-07	3.819e-07	3.819e-07	3.819e-07	3.819e-07
Quade	<i>ALNS</i>	0.000	0.000	1.464e-05	0.000	0.000
	<i>SDM</i>	2.929e-05	1.464e-05	1.464e-05	1.464e-05	1.464e-05

Επίλογος

Σκοπός της παρούσας διδακτορικής διατριβής αποτελεί αφενός η διερεύνηση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων με επιλεκτική εξυπηρέτηση πελατών και αφετέρου, η δημιουργία κατάλληλων αλγοριθμικών μεθόδων για την επίλυση τους. Τα προβλήματα δρομολόγησης με επιλεκτική εξυπηρέτηση (κατά κανόνα) ανήκουν στην κατηγορία των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων με κέρδος (*VRP with Profits (VRPPs)*). Τα προβλήματα που ανήκουν σε αυτή τη κατηγορία, σε αντίθεση με το κλασσικό πρόβλημα δρομολόγησης (*VRP*), δεν απαιτούν την εξυπηρέτηση όλων των διαθέσιμων πελατών και κάθε πελάτης αντιστοιχεί σε μία τιμή κέρδους. Ακόμα, στόχος του κλασσικού προβλήματος είναι η εύρεση ενός συνόλου διαδρομών που θα αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση του κόστους (όπως αυτό εκφράζεται σε συνολική διανυθείσα απόσταση ή ελάχιστος συνολικός χρόνος μετακίνησης και εξυπηρέτησης), ενώ στόχος της επίλυσης των *VRPPs* είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού συλλεγόμενου κέρδους από την εξυπηρέτηση των επιλεγμένων πελατών.

Συγκεκριμένα, θεωρήθηκε η εφαρμογή των επιλεκτικών προβλημάτων δρομολόγησης σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης, όπως μία πυρκαγιά ή μία πλημμύρα. Έτσι, επιλέχθηκαν προς μελέτη προβλήματα της βιβλιογραφίας με χαρακτηριστικά και περιορισμούς που εναρμονίζονται με τους σκοπούς αυτούς. Για την προσομοίωση της δρομολόγησης ενός ομογενούς στόλου πυροσβεστικών οχημάτων, επιλέχθηκε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων συλλογής βραβείου (*Prize-Collecting Vehicle Routing Problem (PCVRP)*). Η αντικειμενική συνάρτηση του *PCVRP* είναι ένας γραμμικός σταθμισμένος όρος των εξής τριών στόχων: της ελαχιστοποίησης της συνολικής διανυθείσας απόστασης, της ελαχιστοποίησης του αριθμού των χρησιμοποιημένων οχημάτων (μαζί με το σχετικό σταθερό κόστος χρήσης) και της μεγιστοποίησης του συνολικού βραβείου που συλλέγεται από την εξυπηρέτηση των κόμβων που ανήκουν στις αντίστοιχες διαδρομές των οχημάτων. Ακόμα, το *PCVRP* περιλαμβάνει έναν περιορισμό που διασφαλίζει την κάλυψη του ελάχιστου επιπέδου εξυπηρέτησης. Έτσι, το επιλεγμένο πρόβλημα καλύπτει της ανάγκες της

δρομολόγησης των πυροσβεστικών οχημάτων, αποσκοπώντας στη γρήγορη πρόσβαση στα σημεία που χρειάζονται προστασία και στο μεγαλύτερο όφελος από τις αντίστοιχες ενέργειες. Πάραυτα, η δρομολόγηση οχημάτων σε έκτακτες καταστάσεις οφείλει να λαμβάνει υπόψιν και τον περιβαλλοντολογικό αντίκτυπο που έχει. Για αυτό το λόγο, στη παρούσα διατριβή προτείνονται δύο νέα μαθηματικά μοντέλα, ως παραλλαγές του *PCVRP*, το περιβαλλοντικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου ($E - PCVRP$) και το πράσινο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με συλλογή βραβείου ($Green - PCVRP$). Στα προτεινόμενα προβλήματα, η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος βάσης μετατρέπεται, έτσι ώστε να ενσωματώνει την εκπομπή ρύπων (CO_2), συναρτήσει της διανυθείσας απόστασης και του μεταφερόμενου φορτίου. Η διαφορά των δύο προτεινόμενων προβλημάτων έγκειται στον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται το φορτίο του οχήματος. Στην εκδοχή του $E - PCVRP$, θεωρείται ότι το φορτίο κάθε οχήματος αυξάνεται σταδιακά, με την πρόοδο της διαδρομής του, ενώ στο $Green - PCVRP$ το φορτίο κάθε οχήματος μειώνεται μεταξύ διαδοχικών κόμβων που επισκέπτεται.

Για την προσομοίωση της δρομολόγησης ενός ετερογενούς στόλου πυροσβεστικών οχημάτων, επιλέχθηκε το πρόβλημα προστασίας καίριων σημείων (Asset Protection Problem (*APP*)). Το πρόβλημα αυτό έχει προταθεί για τη συντονισμένη και συγχρονισμένη δρομολόγηση πυροσβεστικών οχημάτων στη προστασία καίριων σημείων. Το *APP* ανήκει στη κατηγορία των *VRPPs*, αφού στοχεύει στην βέλτιστη επιλογή των σημείων που θα προστατευτούν και στη μεγιστοποίηση του οφέλους της κοινωνίας από τις αντίστοιχες ενέργειες προστασίας. Ακόμα, το *APP* θεωρείται ιδιαίτερα απαιτητικό πρόβλημα λόγω του ετερογενούς στόλου οχημάτων, των διαφοροποιημένων αναγκών (σε είδος και αριθμό οχημάτων) κάθε σημείου, των χρονικών περιορισμών για την προστασία κάθε σημείου (καθώς εξελίσσεται το μέτωπο της πυρκαγιάς) και την ανάγκη συγχρονισμού των οχημάτων (χωρικά και χρονικά). Παρόλο που το *APP* είναι ένα πρόβλημα με δυνατότητα άμεσης πρακτικής εφαρμογής και σε άλλους τομείς πέρα από μία κατάσταση έκτακτης ανάγκης, δεν έχει μελετηθεί εκτενώς. Στη βιβλιογραφία βρίσκονται δημοσιευμένες (έκτος της πρότυπης έρευνας) μόνο δύο υπολογιστικές μέθοδοι για τη βελτιστοποίηση του. Έτσι, ένας επιμέρους στόχος της παρούσας διατριβής είναι η δημιουργία μίας μεθόδου επίλυσης, η οποία να υπερισχύει σε αποδοτικότητα και αποτελεσματικότητα από τις προηγούμενες έρευνες.

Συνοψίζοντας, στη παρούσα διατριβή επιλύονται τρία διαφορετικά προβλήματα επιλεκτικής δρομολόγησης, τα δύο προτεινόμενα $Green - PCVRP$ και $E - PCVRP$, και το *APP*. Κατά βάση, όλα τα εξεταζόμενα προβλήματα αποτελούν παραλλαγές του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης, και άρα, ανήκουν στην κατηγορία των προβλημάτων NP-hard. Συνεπώς, για την βελτιστοποίηση παραδειγμάτων αυτών

των προβλημάτων, μεγάλης κλίμακας, έγινε χρήση μεθευρετικών αλγορίθμων εμπνευσμένων από τη φύση. Συγκεκριμένα, για την αλγοριθμική βελτιστοποίηση του προτεινόμενου προβλήματος *Green – PCVRP*, επιλέχθηκε ο Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (*BA*), ο οποίος όμως έχει σχεδιαστεί για την επίλυση προβλημάτων συνεχών μεταβλητών, ενώ το εξεταζόμενο πρόβλημα απαιτεί διακριτή κωδικοποίηση των λύσεων. Για αυτό το λόγο, στη παρούσα διατριβή προτείνονται δύο νέα αλγοριθμικά πλαίσια, βασισμένα στον *BA*. Το πρώτο αφορά σε διακριτοποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου, η οποία δηλώνεται ως *Discrete Inspired Bat Algorithm (DIBA)*, και βασίζεται στην αντικατάσταση των εξισώσεων κίνησης του αλγορίθμου από ευρετικές τεχνικές. Ακόμα, ο *DIBA* περιλαμβάνει τεχνικές εντατικοποίησης και εξερεύνησης, εφαρμόζοντας τοπική αναζήτηση σε ελίτ υπο-σύνολο λύσεων κάθε τρέχοντος πληθυσμού και εφαρμόζοντας μια διαδικασία επανεκκίνησης η οποία εισάγει στον τρέχοντα πληθυσμό νέες λύσεις αντικαθιστώντας τις χειρότερες, αντίστοιχα.

Το δεύτερο αλγοριθμικό πλαίσιο που προτείνεται αφορά στην εφαρμογή του κλασικού αλγορίθμου χωρίς να χρειάζεται η τροποποίηση ή υβριδοποίηση του, κάνοντας χρήση της προτεινόμενης μεθόδου κωδικοποίησης/ αποκωδικοποίησης των λύσεων, βασισμένη στη χρήση των καρτεσιανών συντεταγμένων, που ονομάζεται *Coordinates Related (CR)* και αποτελεί πρωτοτυπία της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Έτσι, η προτεινόμενη αλγοριθμική προσέγγιση για την επίλυση του *Green – PCVRP* ονομάζεται *Bat Algorithm based on Coordinates (BAC)*. Αναλυτικότερα, μέσω της μεθόδου *CR* για κάθε διακριτά-κωδικοποιημένο εφικτό διάνυσμα λύσης, δημιουργούνται ακόμα δύο, τα οποία περιέχουν τις καρτεσιανές συντεταγμένες κάθε κόμβου (όπως αυτοί είναι τοποθετημένοι στο αρχικό διάνυσμα). Έτσι, πλέον η εξίσωση μετατόπισης του *BA* εφαρμόζεται και στα δύο νέα διανύσματα συντεταγμένων, για να δημιουργηθούν δύο καινούργια, τα οποία περιέχουν συνεχείς τιμές που χαρτογραφούν τη λύση σε συγκεκριμένο χώρο, όπως αυτός ορίζεται από τα δεδομένα του εξεταζόμενου προβλήματος. Στη συνέχεια, τα δύο νέα διανύσματα αποκωδικοποιούνται ώστε να δημιουργηθεί το αντίστοιχο ενημερωμένο διάνυσμα λύσης. Η λογική αποκωδικοποίησης της προτεινόμενης μεθόδου *CR*, βασίζεται στη λογική της Ευκλείδειας απόστασης. Θεωρείται ότι κάθε ζευγάρι νέων συντεταγμένων αντιπροσωπεύει έναν ψευδο-κόμβο και για κάθε έναν επιλέγεται ο πλησιέστερος σε αυτόν κόμβος που ανήκει στο διαθέσιμο σύνολο του εξεταζόμενου προβλήματος. Όμως, η μέθοδος δεν εγγυάται ότι η αποκωδικοποιημένη λύση θα είναι εφικτή και για αυτό εφαρμόζεται μία επιπλέον, απλή ευρετική τεχνική που διασφαλίζει την εφικτότητα της βάση των περιορισμών του εξεταζόμενου προβλήματος.

Οι δύο προτεινόμενες αλγοριθμικές μέθοδοι συγκρίνονται βάση της αποτελεσματικότητας τους στην επίλυση του προβλήματος *Green – PCVRP*, σε παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας. Ακόμα, για την αξιολόγηση των δύο μεθόδων, τα παραδείγματα αναφοράς επιλύθηκαν και με τη χρήση ενός εμπορικού μαθηματικού πακέτου επίλυσης (Gurobi). Τα πειραματικά αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι οι προτεινόμενες μέθοδοι ανταγωνίζονται την ακριβή μέθοδο επίλυσης σε παραδείγματα αναφοράς με λίγους κόμβους. Όμως, σε παραδείγματα μεγαλύτερης κλίμακας, είναι φανερό ότι και οι δύο αλγοριθμικές μέθοδοι υπερισχύουν της ακριβούς μεθόδου. Ακόμα, ο προτεινόμενος αλγόριθμος *BAC*, υπερισχύει του *DIBA* σε 90 από τα 120 παραδείγματα αναφοράς. Μάλιστα, σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα και μέσω μη-παραμετρικής ανάλυσης των αποτελεσμάτων, αποδεικνύεται ότι οι δύο προτεινόμενοι αλγόριθμοι εμφανίζουν σημαντικές διαφορές στην αποτελεσματικότητά τους. Έτσι, εξάγεται το συμπέρασμα ότι η εμπλουτισμένη εκδοχή του κλασσικού αλγοριθμικού πλαισίου με την μέθοδο *CR* είναι αποτελεσματικότερη σε σύγκριση με την διακριτή εκδοχή του ίδιου αλγορίθμου.

Συνεπώς, βάση των παραπάνω παρατηρήσεων, για την επίλυση του δεύτερου προτεινόμενου προβλήματος, του *E – PCVRP*, υιοθετήθηκε και μελετήθηκε η εφαρμογή της καινοτόμου μεθόδου *CR* και σε άλλους μεθευρετικούς αλγορίθμους. Συγκεκριμένα, πέρα από τον *BAC*, χρησιμοποιήθηκαν ο Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας (*FA*), ο Αλγόριθμος της Διαφορικής Εξέλιξης (*DE*) με διωνυμική και εκθετική διασταύρωση, ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (*PSO*) και ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Διδασκαλίας-Μάθησης (*TLBO*). Όλοι οι παραπάνω αλγόριθμοι στην κλασσική τους δομή περιέχουν εξισώσεις κίνησης ή ενημέρωσης και εφαρμόζονται σε συνεχή χώρο λύσεων. Συνεπώς, για την επίλυση του *E – PCVRP* τα παραπάνω αλγοριθμικά πλαίσια εμπλουτίζονται με τη μέθοδο *CR*, χωρίς όμως να αλλοιώνεται η αρχική τους δομή. Οι εμπλουτισμένοι αλγόριθμοι συμβολίζονται ως *FAC*, *DEC_{bin}*, *DEC_{exp}*, *cPSOC* και *TLBOC*. Στόχος είναι η εύρεση της αποτελεσματικότερης μεθόδου για την επίλυση του προτεινόμενου προβλήματος, μέσω υπολογιστικών πειραμάτων που βασίστηκαν σε παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας, λαμβάνοντας υπόψιν και τα αποτελέσματα του εμπορικού μαθηματικού πακέτου επίλυσης (Gurobi). Σύμφωνα με την ανάλυση των αποτελεσμάτων, οι αλγόριθμοι *TLBOC*, *FAC* και *DEC_{exp}* δεν εμφανίζουν σημαντικές διαφορές στην απόδοση τους και κρίνονται ως οι πλέον αποτελεσματικοί. Ενώ, λιγότερο αποτελεσματικοί στην επίλυση του *E – PCVRP* είναι, κατά σειρά ισχύος, ο *cPSO*, *BAC* και ο *DEC_{bin}*.

Σε ότι αφορά την αλγοριθμική επίλυση του τρίτου εξεταζόμενου προβλήματος, του

APP, οι παραπάνω αλγόριθμοι δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν, γιατί για το συγκεκριμένο πρόβλημα απαιτείται η χρήση ενός κατασκευαστικού (βηματικού) αλγορίθμου, ώστε οι διαδρομές να σχηματίζονται σταδιακά και ταυτόχρονα να ενημερώνονται και οι χρονικοί προσδιορισμοί των οχημάτων. Συνεπώς, για την επίλυση του *APP* επιλέχθηκε ο αλγόριθμος Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*ACS*). Συγκεκριμένα, προτείνεται το Προσαρμοσμένο Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών (*Modified Ant Colony System (MACS)*), ως ένας κατάλληλα σχεδιασμένος αλγόριθμος για την αποτελεσματική επίλυση του *APP*, τροποποιώντας το κλασικό αλγοριθμικό πλαίσιο με στόχο την ενίσχυση των ικανοτήτων εξερεύνησης και εντατικοποίησης. Στα πρωτότυπα στοιχεία του *MACS* συγκαταλέγονται ο τροποποιημένος κανόνας μετάβασης που βασίζεται στο χρονικό προσδιορισμό των σημείων, οι τροποποιημένοι κανόνες ενημέρωσης της φερομόνης, η χρήση προσαρμοστικών παραμέτρων για την εφαρμογή των κανόνων αυτών, καθώς και την εφαρμογή των κατάλληλα σχεδιασμένων μεθόδων τοπικής αναζήτησης, και η διατήρηση ελίτ πληθυσμού λύσεων. Η αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου αποδεικνύεται μέσα από υπολογιστικά πειράματα, χρησιμοποιώντας παραδείγματα αναφοράς της βιβλιογραφίας, σε σύγκριση με τις ήδη δημοσιευμένες μεθόδους επίλυσης του *APP*. Συγκεκριμένα, μέσα από τα υπολογιστικά πειράματα αποδεικνύεται ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος *MACS* υπερσχύει των προηγούμενα δημοσιευμένων μεθόδων, αφού απέδωσε καλύτερα σε 159 από τα 240 παραδείγματα αναφοράς, σε ανταγωνιστικό χρόνο επίλυσης. Γεγονός που υποστηρίζεται και από την μη-παραμετρική στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων. Ακόμα, 89 από τις 159 καλύτερες λύσεις του *MACS* αντιστοιχούν σε νέες βέλτιστες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης των παραδειγμάτων αναφοράς.

Με βάση τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα της παρούσας διδακτορικής διατριβής, η σχετική έρευνα μπορεί να εξελιχθεί και να εμπλουτιστεί θέτοντας ως στόχους τα εξής:

- Την αντιμετώπιση των προτεινόμενων μοντελοποιήσεων *Green – PCVRP* και *E – PCVRP*, ως πολυ-αντικειμενικά προβλήματα, και κατ' επέκταση τη βελτιστοποίηση τους για την εύρεση του αντίστοιχου Pareto μετώπου.
- Την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου *CR* σε επιπλέον αλγοριθμικά πλαίσια.
- Την εφαρμογή των προτεινόμενων αποτελεσματικών αλγορίθμων (*TLBOC*, *FAC* και *DEC_{exp}*) και σε άλλα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων, με διαφορετικούς στόχους και περιορισμούς.
- Τη μελέτη για τη συσχέτιση της προτεινόμενης μεθόδου *CR* με το αλγοριθμικό πλαίσιο *MACS*. Κάτι το οποίο θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί με τη μορφή

ενός υπερ-ευρετικού αλγορίθμου, όπου εμπλουτισμένοι μεθευρετικοί αλγόριθμοι με τη μέθοδο *CR* θα λειτουργούσαν επικουρικά στην δομή του *MACS* (κάνοντας χρήση κατάλληλης κωδικοποίησης των λύσεων).

- Τη δημιουργία ενός ολοκληρωμένου (κλειστού) πακέτου βελτιστοποίησης που θα αφορά στη δρομολόγηση πυροσβεστικών οχημάτων σε έκτακτες καταστάσεις. Το πακέτο αυτό θα περιλαμβάνει όλα τα εξεταζόμενα προβλήματα επιλεκτικής δρομολόγησης και τους αντίστοιχους αλγορίθμους για τη βελτιστοποίηση τους. Ενώ, το πρόβλημα που θα βελτιστοποιείται κάθε φορά, θα εξαρτάται από τις εκάστοτε συνθήκες και τους διαθέσιμους πόρους.

Βιβλιογραφία

- [1] J. Marić, C. Galera-Zarco, M. Opazo-Basáez, The emergent role of digital technologies in the context of humanitarian supply chains: a systematic literature review, *Annals of Operations Research* (2021) 1–42.
- [2] A. M. Campbell, D. Vandenbussche, W. Hermann, Routing for relief efforts, *Transportation science* 42 (2008) 127–145.
- [3] G. B. Dantzig, J. H. Ramser, The truck dispatching problem, *Management science* 6 (1959) 80–91.
- [4] G. Clarke, J. W. Wright, Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points, *Operations research* 12 (1964) 568–581.
- [5] E. Demir, K. Huckle, A. Syntetos, A. Lahy, M. Wilson, Vehicle routing problem: Past and future, in: *Contemporary Operations and Logistics*, Springer, 2019, pp. 97–117.
- [6] P. Toth, D. Vigo, *The vehicle routing problem*, SIAM, 2002.
- [7] B. L. Golden, S. Raghavan, E. A. Wasil, *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*, volume 43, Springer Science & Business Media, 2008.
- [8] P. Toth, D. Vigo, *Vehicle routing: problems, methods, and applications*, SIAM, 2014.
- [9] K. Braekers, K. Ramaekers, I. Van Nieuwenhuyse, The vehicle routing problem: State of the art classification and review, *Computers & Industrial Engineering* 99 (2016) 300–313.
- [10] Y. Marinakis, M. Marinaki, A. Migdalas, Variants and formulations of the vehicle routing problem, in: *Open Problems in Optimization and Data Analysis*, Springer, 2018, pp. 91–127.

- [11] R. Elshaer, H. Awad, A taxonomic review of metaheuristic algorithms for solving the vehicle routing problem and its variants, *Computers & Industrial Engineering* 140 (2020) 106242.
- [12] Y. Marinakis, M. Marinaki, A bumble bees mating optimization algorithm for the open vehicle routing problem, *Swarm and Evolutionary Computation* 15 (2014) 80–94.
- [13] R. Baldacci, M. Battarra, D. Vigo, Routing a heterogeneous fleet of vehicles, in: *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*, Springer, 2008, pp. 3–27.
- [14] D. S. Lai, O. C. Demirag, J. M. Leung, A tabu search heuristic for the heterogeneous vehicle routing problem on a multigraph, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 86 (2016) 32–52.
- [15] M. M. Solomon, Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints, *Operations research* 35 (1987) 254–265.
- [16] A. Dixit, A. Mishra, A. Shukla, Vehicle routing problem with time windows using meta-heuristic algorithms: a survey, in: *Harmony search and nature inspired optimization algorithms*, Springer, 2019, pp. 539–546.
- [17] P. M. Francis, K. R. Smilowitz, M. Tzur, The period vehicle routing problem and its extensions, in: *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*, Springer, 2008, pp. 73–102.
- [18] A. Mor, M. G. Speranza, Vehicle routing problems over time: a survey, *4OR* (2020) 1–21.
- [19] S. N. Parragh, K. F. Doerner, R. F. Hartl, A survey on pickup and delivery problems, *Journal für Betriebswirtschaft* 58 (2008) 81–117.
- [20] Ç. Koç, G. Laporte, İ. Tükenmez, A review on vehicle routing with simultaneous pickup and delivery, *Computers & Operations Research* (2020) 104987.
- [21] M. Goetschalckx, C. Jacobs-Blecha, The vehicle routing problem with backhauls, *European Journal of Operational Research* 42 (1989) 39–51.
- [22] C. D. Tarantilis, A. K. Anagnostopoulou, P. P. Repoussis, Adaptive path relinking for vehicle routing and scheduling problems with product returns, *Transportation Science* 47 (2013) 356–379.

- [23] O. Dominguez, D. Guimarans, A. A. Juan, I. de la Nuez, A biased-randomised large neighbourhood search for the two-dimensional vehicle routing problem with backhauls, *European Journal of Operational Research* 255 (2016) 442–462.
- [24] F. A. T. Montané, R. D. Galvao, A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service, *Computers & Operations Research* 33 (2006) 595–619.
- [25] J. R. Montoya-Torres, J. L. Franco, S. N. Isaza, H. F. Jiménez, N. Herazo-Padilla, A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots, *Computers & Industrial Engineering* 79 (2015) 115–129.
- [26] M. M. Silva, A. Subramanian, L. S. Ochi, An iterated local search heuristic for the split delivery vehicle routing problem, *Computers & Operations Research* 53 (2015) 234–249.
- [27] Y. Marinakis, M. Marinaki, Combinatorial neighborhood topology bumble bees mating optimization for the vehicle routing problem with stochastic demands, *Soft Computing* 19 (2015) 353–373.
- [28] G. Laporte, F. Louveaux, H. Mercure, The vehicle routing problem with stochastic travel times, *Transportation science* 26 (1992) 161–170.
- [29] H. N. Psaraftis, Dynamic vehicle routing problems, *Vehicle routing: Methods and studies* 16 (1988) 223–248.
- [30] V. Pillac, M. Gendreau, C. Guéret, A. L. Medaglia, A review of dynamic vehicle routing problems, *European Journal of Operational Research* 225 (2013) 1–11.
- [31] C. Archetti, M. G. Speranza, D. Vigo, Chapter 10: Vehicle routing problems with profits, in: *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*, Second Edition, SIAM, 2014, pp. 273–297.
- [32] T. Bektas, G. Laporte, The pollution-routing problem, *Transportation Research Part B: Methodological* 45 (2011) 1232–1250.
- [33] J. F. Ehmke, A. M. Campbell, B. W. Thomas, Vehicle routing to minimize time-dependent emissions in urban areas, *European Journal of Operational Research* 251 (2016) 478–494.
- [34] J. Qian, R. Eglese, Fuel emissions optimization in vehicle routing problems with time-varying speeds, *European Journal of Operational Research* 248 (2016) 840–848.

- [35] R. Raeesi, K. G. Zografos, The multi-objective steiner pollution-routing problem on congested urban road networks, *Transportation Research Part B: Methodological* 122 (2019) 457–485.
- [36] A. Montoya, C. Guéret, J. E. Mendoza, J. G. Villegas, A multi-space sampling heuristic for the green vehicle routing problem, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 70 (2016) 113–128.
- [37] V. Leggieri, M. Haouari, A practical solution approach for the green vehicle routing problem, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 104 (2017) 97–112.
- [38] S. Zhang, W. Zhang, Y. Gajpal, S. Appadoo, Ant colony algorithm for routing alternate fuel vehicles in multi-depot vehicle routing problem, in: *Decision science in action*, Springer, 2019, pp. 251–260.
- [39] C. Doppstadt, A. Koberstein, D. Vigo, The hybrid electric vehicle–traveling salesman problem, *European Journal of Operational Research* 253 (2016) 825–842.
- [40] F. Y. Vincent, A. P. Redi, Y. A. Hidayat, O. J. Wibowo, A simulated annealing heuristic for the hybrid vehicle routing problem, *Applied Soft Computing* 53 (2017) 119–132.
- [41] L. Zhen, Z. Xu, C. Ma, L. Xiao, Hybrid electric vehicle routing problem with mode selection, *International Journal of Production Research* 58 (2020) 562–576.
- [42] M. Schneider, A. Stenger, D. Goeke, The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations, *Transportation science* 48 (2014) 500–520.
- [43] S. Pelletier, O. Jabali, G. Laporte, The electric vehicle routing problem with energy consumption uncertainty, *Transportation Research Part B: Methodological* 126 (2019) 225–255.
- [44] S. Zhang, Y. Gajpal, S. Appadoo, M. Abdulkader, Electric vehicle routing problem with recharging stations for minimizing energy consumption, *International Journal of Production Economics* 203 (2018) 404–413.
- [45] S. Erdoğan, E. Miller-Hooks, A green vehicle routing problem, *Transportation research part E: logistics and transportation review* 48 (2012) 100–114.

- [46] C. Lin, K. L. Choy, G. T. Ho, S. H. Chung, H. Lam, Survey of green vehicle routing problem: past and future trends, *Expert systems with applications* 41 (2014) 1118–1138.
- [47] Ç. Koç, I. Karaoglan, The green vehicle routing problem: A heuristic based exact solution approach, *Applied Soft Computing* 39 (2016) 154–164.
- [48] G. Macrina, L. D. P. Pugliese, F. Guerriero, The green-vehicle routing problem: A survey, in: *Modeling and Optimization in Green Logistics*, Springer, 2020, pp. 1–26.
- [49] M. Asghari, S. M. J. M. Al-e, et al., Green vehicle routing problem: A state-of-the-art review, *International Journal of Production Economics* (2020) 107899.
- [50] A. Gunawan, H. C. Lau, P. Vansteenwegen, Orienteering problem: A survey of recent variants, solution approaches and applications, *European Journal of Operational Research* 255 (2016) 315–332.
- [51] L. Tang, X. Wang, Iterated local search algorithm based on very large-scale neighborhood for prize-collecting vehicle routing problem, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 29 (2006) 1246–1258.
- [52] P. Vansteenwegen, D. Van Oudheusden, The mobile tourist guide: an OR opportunity, *OR insight* 20 (2007) 21–27.
- [53] S. E. Butt, T. M. Cavalier, A heuristic for the multiple tour maximum collection problem, *Computers & Operations Research* 21 (1994) 101–111.
- [54] N. Aras, D. Aksen, M. T. Tekin, Selective multi-depot vehicle routing problem with pricing, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 19 (2011) 866–884.
- [55] F. G. Şahinyazan, B. Y. Kara, M. R. Taner, Selective vehicle routing for a mobile blood donation system, *European Journal of Operational Research* 245 (2015) 22–34.
- [56] C. Orlis, D. Laganá, W. Dullaert, D. Vigo, Distribution with quality of service considerations: The capacitated routing problem with profits and service level requirements, *Omega* 93 (2019) 102034.
- [57] I. Roozbeh, M. Ozlen, J. W. Hearne, An adaptive large neighbourhood search for asset protection during escaped wildfires, *Computers & Operations Research* 97 (2018) 125–134.

- [58] W. Xu, W. Liang, Z. Xu, J. Peng, D. Peng, T. Liu, X. Jia, S. K. Das, Approximation algorithms for the generalized team orienteering problem and its applications, *IEEE/ACM Transactions on Networking* (2020).
- [59] C. D. Tarantilis, F. Stavropoulou, P. P. Repoussis, The capacitated team orienteering problem: a bi-level filter-and-fan method, *European Journal of Operational Research* 224 (2013) 65–78.
- [60] C. Archetti, D. Feillet, A. Hertz, M. G. Speranza, The capacitated team orienteering and profitable tour problems, *Journal of the Operational Research Society* 60 (2009) 831–842.
- [61] F. Tricoire, M. Romauch, K. F. Doerner, R. F. Hartl, Heuristics for the multi-period orienteering problem with multiple time windows, *Computers & Operations Research* 37 (2010) 351–367.
- [62] A. Stenger, M. Schneider, D. Goeke, The prize-collecting vehicle routing problem with single and multiple depots and non-linear cost, *EURO Journal on Transportation and Logistics* 2 (2013) 57–87.
- [63] C. Archetti, N. Bianchessi, M. G. Speranza, A. Hertz, The split delivery capacitated team orienteering problem, *Networks* 63 (2014) 16–33.
- [64] C. Archetti, N. Bianchessi, M. G. Speranza, The capacitated team orienteering problem with incomplete service, *Optimization letters* 7 (2013) 1405–1417.
- [65] S. Kotiloglu, T. Lappas, K. Pelechrinis, P. Repoussis, Personalized multi-period tour recommendations, *Tourism Management* 62 (2017) 76–88.
- [66] W. Souffriau, P. Vansteenwegen, G. Vanden Berghe, D. Van Oudheusden, The multiconstraint team orienteering problem with multiple time windows, *Transportation Science* 47 (2013) 53–63.
- [67] P. J. Palomo-Martínez, M. A. Salazar-Aguilar, V. M. Alborno, Formulations for the orienteering problem with additional constraints, *Annals of Operations Research* 258 (2017) 503–545.
- [68] F. Stavropoulou, P. P. Repoussis, C. D. Tarantilis, The vehicle routing problem with profits and consistency constraints, *European Journal of Operational Research* 274 (2019) 340–356.
- [69] Y. Lu, U. Benlic, Q. Wu, A memetic algorithm for the orienteering problem with mandatory visits and exclusionary constraints, *European Journal of Operational Research* 268 (2018) 54–69.

- [70] Q. Yu, Y. Adulyasak, L.-M. Rousseau, N. Zhu, S. Ma, Team orienteering with time-varying profit, *INFORMS Journal on Computing* (2021).
- [71] L. Evers, K. Glorie, S. Van Der Ster, A. I. Barros, H. Monsuur, A two-stage approach to the orienteering problem with stochastic weights, *Computers & Operations Research* 43 (2014) 248–260.
- [72] D. Feillet, P. Dejax, M. Gendreau, Traveling salesman problems with profits, *Transportation science* 39 (2005) 188–205.
- [73] P. Vansteenwegen, W. Souffriau, D. Van Oudheusden, The orienteering problem: A survey, *European Journal of Operational Research* 209 (2011) 1–10.
- [74] P. Vansteenwegen, A. Gunawan, Orienteering problems: Models and algorithms for vehicle routing problems with profits (2019).
- [75] T. Zhang, W. A. Chaovalitwongse, Y.-J. Zhang, P. M. Pardalos, The hot-rolling batch scheduling method based on the prize collecting vehicle routing problem, *Journal of Industrial and Management Optimization* 5 (2009) 749–765.
- [76] S. Jia, J. Yi, G. Yang, B. Du, J. Zhu, A multi-objective optimisation algorithm for the hot rolling batch scheduling problem, *International Journal of Production Research* 51 (2013) 667–681.
- [77] A. Tiwari, P.-C. Chang, G. Elangovan, S. P. Annadurai, A hybrid edge recombination approach to solve price collecting vehicle routing problem, in: *2015 International Conference on Control, Automation and Robotics, IEEE*, 2015, pp. 200–203.
- [78] K. Li, H. Tian, A two-level self-adaptive variable neighborhood search algorithm for the prize-collecting vehicle routing problem, *Applied Soft Computing* 43 (2016) 469–479.
- [79] J. Long, Z. Sun, P. M. Pardalos, Y. Hong, S. Zhang, C. Li, A hybrid multi-objective genetic local search algorithm for the prize-collecting vehicle routing problem, *Information Sciences* 478 (2019) 40–61.
- [80] T. Bulhões, M. H. Ha, R. Martinelli, T. Vidal, The vehicle routing problem with service level constraints, *European Journal of Operational Research* 265 (2018) 544–558.
- [81] L. Yáñez-Sandivari, C. E. Cortés, P. A. Rey, Humanitarian logistics and emergencies management: New perspectives to a sociotechnical problem and its optimization approach management, *International Journal of Disaster Risk Reduction* (2020) 101952.

- [82] D. E. Alexander, Principles of emergency planning and management, Oxford University Press on Demand, 2002.
- [83] N. Nikoo, M. Babaei, A. S. Mohaymany, Emergency transportation network design problem: Identification and evaluation of disaster response routes, *International journal of disaster risk reduction* 27 (2018) 7–20.
- [84] R. Das, Disaster preparedness for better response: Logistics perspectives, *International journal of disaster risk reduction* 31 (2018) 153–159.
- [85] S. Rath, W. J. Gutjahr, A math-heuristic for the warehouse location–routing problem in disaster relief, *Computers & Operations Research* 42 (2014) 25–39.
- [86] C. Cotta, Effective patient prioritization in mass casualty incidents using hyperheuristics and the pilot method, *OR spectrum* 33 (2011) 699–720.
- [87] X. Wang, T.-M. Choi, H. Liu, X. Yue, A novel hybrid ant colony optimization algorithm for emergency transportation problems during post-disaster scenarios, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 48 (2016) 545–556.
- [88] B. Liu, J.-B. Sheu, X. Zhao, Y. Chen, W. Zhang, Decision making on post-disaster rescue routing problems from the rescue efficiency perspective, *European Journal of Operational Research* 286 (2020) 321–335.
- [89] F.-S. Chang, J.-S. Wu, C.-N. Lee, H.-C. Shen, Greedy-search-based multi-objective genetic algorithm for emergency logistics scheduling, *Expert Systems with Applications* 41 (2014) 2947–2956.
- [90] B. Fontem, S. H. Melouk, B. B. Keskin, N. Bajwa, A decomposition-based heuristic for stochastic emergency routing problems, *Expert Systems with Applications* 59 (2016) 47–59.
- [91] X. Huang, L. Song, An emergency logistics distribution routing model for unexpected events, *Annals of Operations Research* 269 (2018) 223–239.
- [92] H. Hu, J. He, X. He, W. Yang, J. Nie, B. Ran, Emergency material scheduling optimization model and algorithms: A review, *Journal of traffic and transportation engineering (English edition)* 6 (2019) 441–454.
- [93] M. F. Maghfiroh, S. Hanaoka, Multi-modal relief distribution model for disaster response operations, *Progress in Disaster Science* 6 (2020) 100095.
- [94] A. M. Caunhye, X. Nie, S. Pokharel, Optimization models in emergency logistics: A literature review, *Socio-economic planning sciences* 46 (2012) 4–13.

- [95] A. M. Anaya-Arenas, J. Renaud, A. Ruiz, Relief distribution networks: a systematic review, *Annals of Operations Research* 223 (2014) 53–79.
- [96] L. Özdamar, M. A. Ertem, Models, solutions and enabling technologies in humanitarian logistics, *European Journal of Operational Research* 244 (2015) 55–65.
- [97] Y.-J. Zheng, S.-Y. Chen, H.-F. Ling, Evolutionary optimization for disaster relief operations: A survey, *Applied Soft Computing* 27 (2015) 553–566.
- [98] N. Chen, W. Liu, R. Bai, A. Chen, Application of computational intelligence technologies in emergency management: a literature review, *Artificial Intelligence Review* 52 (2019) 2131–2168.
- [99] A. Kaveh, S. Javadi, R. M. Moghanni, Emergency management systems after disastrous earthquakes using optimization methods: A comprehensive review, *Advances in Engineering Software* 149 (2020) 102885.
- [100] J. P. Minas, N. Simpson, Z. Tacheva, Modeling emergency response operations: a theory building survey, *Computers & Operations Research* 119 (2020) 104921.
- [101] M. Van Der Merwe, J. Minas, M. Ozlen, J. Hearne, The cooperative orienteering problem with time windows, *Optimization Online* 7 (2014) 11.
- [102] G. Tian, Y. Ren, M. Zhou, Dual-objective scheduling of rescue vehicles to distinguish forest fires via differential evolution and particle swarm optimization combined algorithm, *IEEE Transactions on intelligent transportation systems* 17 (2016) 3009–3021.
- [103] P. Wu, F. Chu, A. Che, M. Zhou, Bi-objective scheduling of fire engines for fighting forest fires: New optimization approaches, *IEEE transactions on intelligent transportation systems* 19 (2017) 1140–1151.
- [104] Y. Fang, Y. Deng, Z. Zhou, Formulation and solution of an emergency routing problem for forest fire with priority areas, in: *2019 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM)*, IEEE, 2019, pp. 1–5.
- [105] Z. Yang, L. Guo, Z. Yang, Emergency logistics for wildfire suppression based on forecasted disaster evolution, *Annals of Operations Research* 283 (2019) 917–937.

- [106] P. Wu, J. Cheng, C. Feng, Resource-constrained emergency scheduling for forest fires with priority areas: An efficient integer-programming approach, *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering* 14 (2019) 261–270.
- [107] M. Allahviranloo, J. Y. Chow, W. W. Recker, Selective vehicle routing problems under uncertainty without recourse, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 62 (2014) 68–88.
- [108] M. Van Der Merwe, J. P. Minas, M. Ozlen, J. W. Hearne, A mixed integer programming approach for asset protection during escaped wildfires, *Canadian Journal of forest research* 45 (2015) 444–451.
- [109] B. Balcik, Selective routing for post-disaster needs assessments, in: *International Conference on Dynamics of Disasters*, Springer, 2016, pp. 15–36.
- [110] M. Bruni, S. Khodaparasti, P. Beraldi, The selective minimum latency problem under travel time variability: An application to post-disaster assessment operations, *Omega* 92 (2020) 102154.
- [111] D. Nuraiman, M. Ozlen, J. Hearne, A spatial decomposition based math-heuristic approach to the asset protection problem, *Operations Research Perspectives* 7 (2020) 100141.
- [112] M. Drexler, Synchronization in vehicle routing—a survey of vrps with multiple synchronization constraints, *Transportation Science* 46 (2012) 297–316.
- [113] M. Drexler, Applications of the vehicle routing problem with trailers and transshipments, *European Journal of Operational Research* 227 (2013) 275–283.
- [114] A. Mourad, J. Puchinger, C. Chu, A survey of models and algorithms for optimizing shared mobility, *Transportation Research Part B: Methodological* 123 (2019) 323–346.
- [115] Z.-H. Hu, C. Wei, Synchronizing vehicles for multi-vehicle and one-cargo transportation, *Computers & industrial engineering* 119 (2018) 36–49.
- [116] E. Lam, P. Van Hentenryck, P. Kilby, Joint vehicle and crew routing and scheduling, *Transportation Science* 54 (2020) 488–511.
- [117] O. Ali, J.-F. Côté, L. C. Coelho, Models and algorithms for the delivery and installation routing problem, *European Journal of Operational Research* (2020).
- [118] D. Bredström, M. Rönnqvist, Combined vehicle routing and scheduling with temporal precedence and synchronization constraints, *European journal of operational research* 191 (2008) 19–31.

- [119] L. B. Cavalcanti, A. B. Mendes, A greedy heuristic for the vehicle routing problem with time windows, synchronization constraints and heterogeneous fleet, in: *International Conference on Computational Logistics*, Springer, 2019, pp. 265–280.
- [120] J.-q. Li, Y.-q. Han, P.-y. Duan, Y.-y. Han, B. Niu, C.-d. Li, Z.-x. Zheng, Y.-p. Liu, Meta-heuristic algorithm for solving vehicle routing problems with time windows and synchronized visit constraints in prefabricated systems, *Journal of Cleaner Production* 250 (2020) 119464.
- [121] M. H. Hà, T. D. Nguyen, T. N. Duy, H. G. Pham, T. Do, L.-M. Rousseau, A new constraint programming model and a linear programming-based adaptive large neighborhood search for the vehicle routing problem with synchronization constraints, *Computers & Operations Research* 124 (2020) 105085.
- [122] R. Liu, Y. Tao, X. Xie, An adaptive large neighborhood search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and synchronized visits, *Computers & Operations Research* 101 (2019) 250–262.
- [123] H. Hashemi Doulabi, G. Pesant, L.-M. Rousseau, Vehicle routing problems with synchronized visits and stochastic travel and service times: Applications in healthcare, *Transportation Science* 54 (2020) 1053–1072.
- [124] J. K. Lenstra, A. R. Kan, Complexity of vehicle routing and scheduling problems, *Networks* 11 (1981) 221–227.
- [125] C. Archetti, D. Feillet, M. Gendreau, M. G. Speranza, Complexity of the vrp and sdvrp, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 19 (2011) 741–750.
- [126] F. Neumann, C. Witt, Combinatorial optimization and computational complexity, in: *Bioinspired computation in combinatorial optimization*, Springer, 2010, pp. 9–19.
- [127] F. Glover, Future paths for integer programming and links to artificial intelligence, *Computers & operations research* 13 (1986) 533–549.
- [128] C. Blum, A. Roli, Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison, *ACM computing surveys (CSUR)* 35 (2003) 268–308.
- [129] D. H. Wolpert, W. G. Macready, No free lunch theorems for optimization, *IEEE transactions on evolutionary computation* 1 (1997) 67–82.

- [130] J. Kennedy, R. Eberhart, Particle swarm optimization, in: Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks, volume 4, IEEE, 1995, pp. 1942–1948.
- [131] M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Coloni, Ant system: optimization by a colony of cooperating agents, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics) 26 (1996) 29–41.
- [132] X.-S. Yang, Firefly algorithms for multimodal optimization, in: International symposium on stochastic algorithms, Springer, 2009, pp. 169–178.
- [133] X.-S. Yang, A new metaheuristic bat-inspired algorithm, in: Nature inspired cooperative strategies for optimization (NISCO 2010), Springer, 2010, pp. 65–74.
- [134] J. H. Holland, Genetic algorithms, Scientific american 267 (1992) 66–73.
- [135] F. Neri, V. Tirronen, Recent advances in differential evolution: a survey and experimental analysis, Artificial intelligence review 33 (2010) 61–106.
- [136] E. Rashedi, H. Nezamabadi-Pour, S. Saryazdi, Gsa: a gravitational search algorithm, Information sciences 179 (2009) 2232–2248.
- [137] R. V. Rao, V. J. Savsani, D. Vakharia, Teaching–learning-based optimization: a novel method for constrained mechanical design optimization problems, Computer-Aided Design 43 (2011) 303–315.
- [138] S. Mirjalili, Sca: a sine cosine algorithm for solving optimization problems, Knowledge-based systems 96 (2016) 120–133.
- [139] T. Stützle, H. H. Hoos, Improving the ant system: A detailed report on the max–min ant system, FG Intellektik, FB Informatik, TU Darmstadt, Germany, Tech. Rep. AIDA–96–12 (1996).
- [140] M. Dorigo, L. M. Gambardella, Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem, IEEE Transactions on evolutionary computation 1 (1997) 53–66.
- [141] B. Yagmahan, Mixed-model assembly line balancing using a multi-objective ant colony optimization approach, Expert systems with Applications 38 (2011) 12453–12461.
- [142] Z.-J. Lee, S.-F. Su, C.-C. Chuang, K.-H. Liu, Genetic algorithm with ant colony optimization (ga-aco) for multiple sequence alignment, Applied Soft Computing 8 (2008) 55–78.

- [143] R. K. Sivagaminathan, S. Ramakrishnan, A hybrid approach for feature subset selection using neural networks and ant colony optimization, *Expert systems with applications* 33 (2007) 49–60.
- [144] V. Maniezzo, A. Carbonaro, An ants heuristic for the frequency assignment problem, *Future Generation Computer Systems* 16 (2000) 927–935.
- [145] M. Reimann, M. Stummer, K. Doerner, A savings based ant system for the vehicle routing problem, in: *Proceedings of the 4th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, 2002, pp. 1317–1326.
- [146] M. Reimann, K. Doerner, R. F. Hartl, D-ants: Savings based ants divide and conquer the vehicle routing problem, *Computers & Operations Research* 31 (2004) 563–591.
- [147] C. Blum, M. Dorigo, The hyper-cube framework for ant colony optimization, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 34 (2004) 1161–1172.
- [148] C. Blum, Beam-aco—hybridizing ant colony optimization with beam search: An application to open shop scheduling, *Computers & Operations Research* 32 (2005) 1565–1591.
- [149] D. Qiao, W. Bai, K. Wang, Y. Wang, Review on the improvement and application of ant colony algorithm, in: *International Conference on Bio-Inspired Computing: Theories and Applications*, Springer, 2019, pp. 3–14.
- [150] M. Dorigo, T. Stützle, Ant colony optimization: overview and recent advances, *Handbook of metaheuristics* (2019) 311–351.
- [151] D. Zhao, L. Liu, F. Yu, A. A. Heidari, M. Wang, G. Liang, K. Muhammad, H. Chen, Chaotic random spare ant colony optimization for multi-threshold image segmentation of 2d kapur entropy, *Knowledge-Based Systems* 216 (2021) 106510.
- [152] J. E. Bell, P. R. McMullen, Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem, *Advanced engineering informatics* 18 (2004) 41–48.
- [153] B. Yu, Z.-Z. Yang, B. Yao, An improved ant colony optimization for vehicle routing problem, *European journal of operational research* 196 (2009) 171–176.
- [154] V. Sangeetha, R. Krishankumar, K. Ravichandran, S. Kar, Energy-efficient green ant colony optimization for path planning in dynamic 3d environments, *Soft Computing* 25 (2021) 4749–4769.

- [155] Q. M. Ha, Y. Deville, Q. D. Pham, M. H. Hà, On the min-cost traveling salesman problem with drone, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 86 (2018) 597–621.
- [156] K.-C. Chu, D.-J. Horng, K.-C. Chang, Numerical optimization of the energy consumption for wireless sensor networks based on an improved ant colony algorithm, *IEEE Access* 7 (2019) 105562–105571.
- [157] C. H. Papadimitriou, K. Steiglitz, *Combinatorial optimization: algorithms and complexity*, Courier Corporation, 1998.
- [158] A. E. Rizzoli, R. Montemanni, E. Lucibello, L. M. Gambardella, Ant colony optimization for real-world vehicle routing problems, *Swarm Intelligence* 1 (2007) 135–151.
- [159] X. Zhang, L. Tang, A new hybrid ant colony optimization algorithm for the vehicle routing problem, *Pattern Recognition Letters* 30 (2009) 848–855.
- [160] G. Fuellerer, K. F. Doerner, R. F. Hartl, M. Iori, Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem, *Computers & Operations Research* 36 (2009) 655–673.
- [161] B. Catay, Ant colony optimization and its application to the vehicle routing problem with pickups and deliveries, in: *Natural intelligence for scheduling, Planning and packing problems*, Springer, 2009, pp. 219–244.
- [162] C.-Y. Lee, Z.-J. Lee, S.-W. Lin, K.-C. Ying, An enhanced ant colony optimization (eaco) applied to capacitated vehicle routing problem, *Applied Intelligence* 32 (2010) 88–95.
- [163] Q. Ding, X. Hu, L. Sun, Y. Wang, An improved ant colony optimization and its application to vehicle routing problem with time windows, *Neurocomputing* 98 (2012) 101–107.
- [164] B. Yu, Z. Z. Yang, An ant colony optimization model: the period vehicle routing problem with time windows, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 47 (2011) 166–181.
- [165] B. Yu, Z. Yang, J. Xie, A parallel improved ant colony optimization for multi-depot vehicle routing problem, *Journal of the Operational Research Society* 62 (2011) 183–188.
- [166] M. M. Abdulkader, Y. Gajpal, T. Y. ElMekkawy, Hybridized ant colony algorithm for the multi compartment vehicle routing problem, *Applied Soft Computing* 37 (2015) 196–203.

- [167] Y. Li, H. Soleimani, M. Zohal, An improved ant colony optimization algorithm for the multi-depot green vehicle routing problem with multiple objectives, *Journal of cleaner production* 227 (2019) 1161–1172.
- [168] Y.-H. Huang, C. A. Blazquez, S.-H. Huang, G. Paredes-Belmar, G. Latorre-Nuñez, Solving the feeder vehicle routing problem using ant colony optimization, *Computers & Industrial Engineering* 127 (2019) 520–535.
- [169] M. He, Z. Wei, X. Wu, Y. Peng, An adaptive variable neighborhood search ant colony algorithm for vehicle routing problem with soft time windows, *IEEE Access* 9 (2021) 21258–21266.
- [170] R. Montemanni, L. M. Gambardella, A. E. Rizzoli, A. V. Donati, Ant colony system for a dynamic vehicle routing problem, *Journal of combinatorial optimization* 10 (2005) 327–343.
- [171] X. Li, P. Tian, An ant colony system for the open vehicle routing problem, in: *International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*, Springer, 2006, pp. 356–363.
- [172] C.-H. Chen, C.-J. Ting, An improved ant colony system algorithm for the vehicle routing problem, *Journal of the Chinese institute of industrial engineers* 23 (2006) 115–126.
- [173] A. V. Donati, R. Montemanni, N. Casagrande, A. E. Rizzoli, L. M. Gambardella, Time dependent vehicle routing problem with a multi ant colony system, *European journal of operational research* 185 (2008) 1174–1191.
- [174] Y. Gajpal, P. Abad, An ant colony system (acs) for vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup, *Computers & Operations Research* 36 (2009) 3215–3223.
- [175] M. Reed, A. Yiannakou, R. Evering, An ant colony algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem, *Applied Soft Computing* 15 (2014) 169–176.
- [176] R. Goel, R. Maini, A hybrid of ant colony and firefly algorithms (hafa) for solving vehicle routing problems, *Journal of Computational Science* 25 (2018) 28–37.
- [177] J. C. Molina, J. L. Salmeron, I. Eguia, An acs-based memetic algorithm for the heterogeneous vehicle routing problem with time windows, *Expert Systems with Applications* 157 (2020) 113379.

- [178] O. S. da Silva Junior, J. E. Leal, M. Reimann, A multiple ant colony system with random variable neighborhood descent for the dynamic vehicle routing problem with time windows, *Soft Computing* 25 (2021) 2935–2948.
- [179] X.-S. Yang, Bat algorithm for multi-objective optimisation, *International Journal of Bio-Inspired Computation* 3 (2011) 267–274.
- [180] S. Mishra, K. Shaw, D. Mishra, A new meta-heuristic bat inspired classification approach for microarray data, *Procedia Technology* 4 (2012) 802–806.
- [181] S. Raghavan, P. Sarwesh, C. Marimuthu, K. Chandrasekaran, Bat algorithm for scheduling workflow applications in cloud, in: 2015 International Conference on Electronic Design, Computer Networks & Automated Verification (EDCAV), IEEE, 2015, pp. 139–144.
- [182] S. Akhtar, A. Ahmad, E. M. Abdel-Rahman, A metaheuristic bat-inspired algorithm for full body human pose estimation, in: 2012 Ninth Conference on Computer and Robot Vision, IEEE, 2012, pp. 369–375.
- [183] P. Suárez, A. Iglesias, A. Gálvez, Make robots be bats: specializing robotic swarms to the bat algorithm, *Swarm and Evolutionary Computation* 44 (2019) 113–129.
- [184] Z. Cui, F. Li, W. Zhang, Bat algorithm with principal component analysis, *International Journal of Machine Learning and Cybernetics* 10 (2019) 603–622.
- [185] Y. Wang, P. Wang, J. Zhang, Z. Cui, X. Cai, W. Zhang, J. Chen, A novel bat algorithm with multiple strategies coupling for numerical optimization, *Mathematics* 7 (2019) 135.
- [186] G. Wang, L. Guo, A novel hybrid bat algorithm with harmony search for global numerical optimization, *Journal of Applied Mathematics* 2013 (2013).
- [187] M. Shehab, A. T. Khader, M. Laouchedi, O. A. Alomari, Hybridizing cuckoo search algorithm with bat algorithm for global numerical optimization, *The Journal of Supercomputing* 75 (2019) 2395–2422.
- [188] S. U. Umar, T. A. Rashid, Critical analysis: bat algorithm-based investigation and application on several domains, *World Journal of Engineering* (2021).
- [189] A. Taha, M. Hachimi, A. Moudden, Adapted bat algorithm for capacitated vehicle routing problem, *International Review on Computers and Software (IRECOS)* 10 (2015) 610–619.

- [190] Y. Zhou, Q. Luo, J. Xie, H. Zheng, A hybrid bat algorithm with path relinking for the capacitated vehicle routing problem, in: *Metaheuristics and Optimization in Civil Engineering*, Springer, 2016, pp. 255–276.
- [191] E. Osaba, X.-S. Yang, F. Diaz, P. Lopez-Garcia, R. Carballedo, An improved discrete bat algorithm for symmetric and asymmetric traveling salesman problems, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 48 (2016) 59–71.
- [192] Y. Saji, M. E. Riffi, A novel discrete bat algorithm for solving the travelling salesman problem, *Neural Computing and Applications* 27 (2016) 1853–1866.
- [193] A. Taha, M. Hachimi, A. Moudden, A discrete bat algorithm for the vehicle routing problem with time windows, in: *2017 International Colloquium on Logistics and Supply Chain Management (LOGISTIQUA)*, IEEE, 2017, pp. 65–70.
- [194] E. Osaba, R. Carballedo, X.-S. Yang, I. Fister Jr, P. Lopez-Garcia, J. Del Ser, On efficiently solving the vehicle routing problem with time windows using the bat algorithm with random reinsertion operators, in: *Nature-Inspired Algorithms and Applied Optimization*, Springer, 2018, pp. 69–89.
- [195] E. Osaba, X.-S. Yang, I. Fister Jr, J. Del Ser, P. Lopez-Garcia, A. J. Vazquez-Pardavila, A discrete and improved bat algorithm for solving a medical goods distribution problem with pharmacological waste collection, *Swarm and evolutionary computation* 44 (2019) 273–286.
- [196] R. Storn, K. Price, Minimizing the real functions of the icec'96 contest by differential evolution, in: *Proceedings of IEEE international conference on evolutionary computation*, IEEE, 1996, pp. 842–844.
- [197] R. Storn, K. Price, Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal of global optimization* 11 (1997) 341–359.
- [198] S. Das, S. S. Mullick, P. N. Suganthan, Recent advances in differential evolution—an updated survey, *Swarm and Evolutionary Computation* 27 (2016) 1–30.
- [199] M. Pant, H. Zaheer, L. Garcia-Hernandez, A. Abraham, et al., Differential evolution: a review of more than two decades of research, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 90 (2020) 103479.
- [200] B. Babu, R. Angira, Modified differential evolution (mde) for optimization of non-linear chemical processes, *Computers & chemical engineering* 30 (2006) 989–1002.

- [201] M. Marinaki, Y. Marinakis, G. E. Stavroulakis, Fuzzy control optimized by a multi-objective differential evolution algorithm for vibration suppression of smart structures, *Computers & Structures* 147 (2015) 126–137.
- [202] S. Das, A. Konar, Automatic image pixel clustering with an improved differential evolution, *Applied Soft Computing* 9 (2009) 226–236.
- [203] J.-X. Du, D.-S. Huang, X.-F. Wang, X. Gu, Shape recognition based on neural networks trained by differential evolution algorithm, *Neurocomputing* 70 (2007) 896–903.
- [204] Y. Wang, B. Li, T. Weise, Estimation of distribution and differential evolution cooperation for large scale economic load dispatch optimization of power systems, *Information Sciences* 180 (2010) 2405–2420.
- [205] A. S. Reddy, K. Vaisakh, Shuffled differential evolution for large scale economic dispatch, *Electric Power Systems Research* 96 (2013) 237–245.
- [206] S. Rahnamayan, H. R. Tizhoosh, M. M. Salama, Opposition-based differential evolution, *IEEE Transactions on Evolutionary computation* 12 (2008) 64–79.
- [207] B. Mao, Z. Xie, Y. Wang, H. Handroos, H. Wu, S. Shi, A hybrid differential evolution and particle swarm optimization algorithm for numerical kinematics solution of remote maintenance manipulators, *Fusion Engineering and Design* 124 (2017) 587–590.
- [208] A. K. Qin, P. N. Suganthan, Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization, in: 2005 IEEE congress on evolutionary computation, volume 2, IEEE, 2005, pp. 1785–1791.
- [209] J. Brest, S. Greiner, B. Boskovic, M. Mernik, V. Zumer, Self-adapting control parameters in differential evolution: A comparative study on numerical benchmark problems, *IEEE transactions on evolutionary computation* 10 (2006) 646–657.
- [210] J. Zhang, A. C. Sanderson, Jade: adaptive differential evolution with optional external archive, *IEEE Transactions on evolutionary computation* 13 (2009) 945–958.
- [211] Y. Wang, Z. Cai, Q. Zhang, Differential evolution with composite trial vector generation strategies and control parameters, *IEEE transactions on evolutionary computation* 15 (2011) 55–66.

- [212] R. Mallipeddi, P. N. Suganthan, Q.-K. Pan, M. F. Tasgetiren, Differential evolution algorithm with ensemble of parameters and mutation strategies, *Applied soft computing* 11 (2011) 1679–1696.
- [213] Y. Li, S. Wang, Differential evolution algorithm with elite archive and mutation strategies collaboration, *Artificial Intelligence Review* (2019) 1–46.
- [214] S. Das, P. N. Suganthan, Differential evolution: A survey of the state-of-the-art, *IEEE transactions on evolutionary computation* 15 (2010) 4–31.
- [215] P. Krömer, A. Abraham, V. Snášel, E. Berhan, D. Kitaw, On the differential evolution for vehicle routing problem, in: *2013 International Conference on Soft Computing and Pattern Recognition (SoCPaR)*, IEEE, 2013, pp. 384–389.
- [216] C. Erbao, L. Mingyong, A hybrid differential evolution algorithm to vehicle routing problem with fuzzy demands, *Journal of computational and applied mathematics* 231 (2009) 302–310.
- [217] L. Mingyong, C. Erbao, An improved differential evolution algorithm for vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries and time windows, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 23 (2010) 188–195.
- [218] B. E. Teoh, S. G. Ponnambalam, G. Kanagaraj, Differential evolution algorithm with local search for capacitated vehicle routing problem, *International Journal of Bio-Inspired Computation* 7 (2015) 321–342.
- [219] L. Song, Y. Dong, An improved differential evolution algorithm with local search for capacitated vehicle routing problem, in: *2018 tenth international conference on advanced computational intelligence (ICACI)*, IEEE, 2018, pp. 801–806.
- [220] Y. Marinakis, M. Marinaki, P. Spanou, A memetic differential evolution algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands, in: *Adaptation and hybridization in computational intelligence*, Springer, 2015, pp. 185–204.
- [221] K. Sethanan, T. Jamrus, Hybrid differential evolution algorithm and genetic operator for multi-trip vehicle routing problem with backhauls and heterogeneous fleet in the beverage logistics industry, *Computers & Industrial Engineering* 146 (2020) 106571.
- [222] S. Carbas, Enhanced firefly algorithm for optimum steel construction design, in: *Applications of Firefly Algorithm and its Variants*, Springer, 2020, pp. 119–146.

- [223] J. Kotia, R. Bharti, A. Kotwal, R. Mangrulkar, Application of firefly algorithm for face recognition, in: *Applications of Firefly Algorithm and its Variants*, Springer, 2020, pp. 147–171.
- [224] L. A. Sherly, T. Jaya, Improved firefly algorithm-based optimized convolution neural network for scene character recognition, *Signal, Image and Video Processing* (2021) 1–9.
- [225] D. Singh, R. Shukla, Development of firefly algorithm interface for parameter optimization of electrochemical-based machining processes, in: *Applications of Firefly Algorithm and its Variants*, Springer, 2020, pp. 29–52.
- [226] N. Dey, J. Chaki, L. Moraru, S. Fong, X.-S. Yang, Firefly algorithm and its variants in digital image processing: A comprehensive review, *Applications of firefly algorithm and its variants* (2020) 1–28.
- [227] H. Pakdel, R. Fotohi, A firefly algorithm for power management in wireless sensor networks (wsns), *The Journal of Supercomputing* (2021) 1–22.
- [228] D. Kumar, B. R. Gandhi, R. K. Bhattacharjya, Firefly algorithm and its applications in engineering optimization, in: *Nature-Inspired Methods for Metaheuristics Optimization*, Springer, 2020, pp. 93–103.
- [229] I. Fister, I. Fister Jr, X.-S. Yang, J. Brest, A comprehensive review of firefly algorithms, *Swarm and Evolutionary Computation* 13 (2013) 34–46.
- [230] X.-S. Yang, X. He, Firefly algorithm: recent advances and applications, *arXiv:1308.3898* (2013).
- [231] S. L. Tilahun, J. M. T. Ngnotchouye, Firefly algorithm for discrete optimization problems: A survey, *KSCE Journal of civil Engineering* 21 (2017) 535–545.
- [232] T. B. Chandrawati, R. F. Sari, A review of firefly algorithms for path planning, vehicle routing and traveling salesman problems, in: *2018 2nd International Conference on Electrical Engineering and Informatics (ICon EEI)*, IEEE, 2018, pp. 30–35.
- [233] X.-S. Yang, *Nature-inspired metaheuristic algorithms*, Luniver press, 2010.
- [234] G. K. Jati, et al., Evolutionary discrete firefly algorithm for travelling salesman problem, in: *International Conference on Adaptive and Intelligent Systems*, Springer, 2011, pp. 393–403.
- [235] F. Pan, C. Ye, K. Wang, J. Cao, Research on the vehicle routing problem with time windows using firefly algorithm., *JCP* 8 (2013) 2256–2261.

- [236] D. Simić, I. Kovačević, V. Svirčević, S. Simić, Hybrid firefly model in routing heterogeneous fleet of vehicles in logistics distribution, *Logic Journal of the IGPL* 23 (2015) 521–532.
- [237] M. Alinaghian, M. Naderipour, A novel comprehensive macroscopic model for time-dependent vehicle routing problem with multi-alternative graph to reduce fuel consumption: A case study, *Computers & Industrial Engineering* 99 (2016) 210–222.
- [238] E. Osaba, X.-S. Yang, F. Diaz, E. Onieva, A. D. Masegosa, A. Perallos, A discrete firefly algorithm to solve a rich vehicle routing problem modelling a newspaper distribution system with recycling policy, *Soft Computing* 21 (2017) 5295–5308.
- [239] J. Li, T. Li, Y. Yu, Z. Zhang, P. M. Pardalos, Y. Zhang, Y. Ma, Discrete firefly algorithm with compound neighborhoods for asymmetric multi-depot vehicle routing problem in the maintenance of farm machinery, *Applied Soft Computing* 81 (2019) 105460.
- [240] T. J. Ai, V. Kachitvichyanukul, Particle swarm optimization and two solution representations for solving the capacitated vehicle routing problem, *Computers & Industrial Engineering* 56 (2009) 380–387.
- [241] Y.-P. Chen, W.-C. Peng, M.-C. Jian, Particle swarm optimization with recombination and dynamic linkage discovery, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 37 (2007) 1460–1470.
- [242] W. Jiao, G. Liu, D. Liu, Elite particle swarm optimization with mutation, in: *2008 Asia Simulation Conference-7th International Conference on System Simulation and Scientific Computing*, IEEE, 2008, pp. 800–803.
- [243] C. Li, S. Yang, T. T. Nguyen, A self-learning particle swarm optimizer for global optimization problems, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 42 (2011) 627–646.
- [244] M. Marinaki, Y. Marinakis, G. E. Stavroulakis, Fuzzy control optimized by pso for vibration suppression of beams, *Control Engineering Practice* 18 (2010) 618–629.
- [245] H. Garg, A hybrid pso-ga algorithm for constrained optimization problems, *Applied Mathematics and Computation* 274 (2016) 292–305.
- [246] H. Liu, Z. Cai, Y. Wang, Hybridizing particle swarm optimization with differential evolution for constrained numerical and engineering optimization, *Applied Soft Computing* 10 (2010) 629–640.

- [247] T. Niknam, B. Amiri, An efficient hybrid approach based on pso, aco and k-means for cluster analysis, *Applied soft computing* 10 (2010) 183–197.
- [248] Y. Marinakis, M. Marinaki, Particle swarm optimization with expanding neighborhood topology for the permutation flowshop scheduling problem, *Soft Computing* 17 (2013) 1159–1173.
- [249] J. Dash, B. Dam, R. Swain, Optimal design of linear phase multi-band stop filters using improved cuckoo search particle swarm optimization, *Applied Soft Computing* 52 (2017) 435–445.
- [250] Y. Marinakis, M. Marinaki, A. Migdalas, Particle swarm optimization for the vehicle routing problem: a survey and a comparative analysis, in: *Handbook of Heuristics*, Springer, 2018, pp. 1163–1196.
- [251] N. Jain, U. Nangia, J. Jain, A review of particle swarm optimization, *Journal of The Institution of Engineers (India): Series B* 99 (2018) 407–411.
- [252] T. V. Sibalija, Particle swarm optimisation in designing parameters of manufacturing processes: A review (2008–2018), *Applied Soft Computing* 84 (2019) 105743.
- [253] A. Mittal, A. Pattnaik, A. Tomar, Different variants of particle swarm optimization algorithms and its application: A review, *Metaheuristic and Evolutionary Computation: Algorithms and Applications* (2021) 131–163.
- [254] J. Kennedy, R. Mendes, Population structure and particle swarm performance, in: *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02* (Cat. No. 02TH8600), volume 2, IEEE, 2002, pp. 1671–1676.
- [255] Y. Shi, R. Eberhart, A modified particle swarm optimizer, in: *1998 IEEE international conference on evolutionary computation proceedings. IEEE world congress on computational intelligence* (Cat. No. 98TH8360), IEEE, 1998, pp. 69–73.
- [256] M. Clerc, J. Kennedy, The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space, *IEEE transactions on Evolutionary Computation* 6 (2002) 58–73.
- [257] Y. Marinakis, M. Marinaki, A. Migdalas, A multi-adaptive particle swarm optimization for the vehicle routing problem with time windows, *Information Sciences* 481 (2019) 311–329.

- [258] J. Chen, J. Shi, A multi-compartment vehicle routing problem with time windows for urban distribution—a comparison study on particle swarm optimization algorithms, *Computers & Industrial Engineering* 133 (2019) 95–106.
- [259] F. Mar'i, W. F. Mahmudy, P. B. Santoso, Hybrid particle swarm optimization and simulated annealing for capacitated vehicle routing problem, in: 2019 International Conference on Sustainable Information Engineering and Technology (SIET), IEEE, 2019, pp. 66–71.
- [260] Y. Li, M. K. Lim, M.-L. Tseng, A green vehicle routing model based on modified particle swarm optimization for cold chain logistics, *Industrial Management & Data Systems* (2019).
- [261] R. El-Hajj, R. N. Guibadj, A. Moukrim, M. Serairi, A pso based algorithm with an efficient optimal split procedure for the multiperiod vehicle routing problem with profit, *Annals of Operations Research* 291 (2020) 281–316.
- [262] E. Pekel, Solving technician routing and scheduling problem using improved particle swarm optimization, *Soft Computing* 24 (2020) 19007–19015.
- [263] F. Zou, D. Chen, Q. Xu, A survey of teaching–learning-based optimization, *Neurocomputing* 335 (2019) 366–383.
- [264] J. Nayak, B. Naik, G. Chandrasekhar, H. Behera, A survey on teaching–learning-based optimization algorithm: short journey from 2011 to 2017, in: *Computational Intelligence in Data Mining*, Springer, 2019, pp. 739–758.
- [265] R. Xue, Z. Wu, A survey of application and classification on teaching–learning-based optimization algorithm, *IEEE Access* 8 (2019) 1062–1079.
- [266] C. Wu, J. Zhao, Y. Feng, M. Lee, Solving discounted {0-1} knapsack problems by a discrete hybrid teaching-learning-based optimization algorithm, *Applied Intelligence* (2020) 1–17.
- [267] A. K. Kashyap, A. Pandey, Optimized path planning for three-wheeled autonomous robot using teaching–learning-based optimization technique, in: *Advances in Materials and Manufacturing Engineering*, Springer, 2020, pp. 49–57.
- [268] T. Dede, Application of teaching-learning-based-optimization algorithm for the discrete optimization of truss structures, *ksce journal of civil engineering* 18 (2014) 1759–1767.

- [269] V. Toğan, M. A. Eirgash, Time-cost trade-off optimization of construction projects using teaching learning based optimization, *KSCE Journal of Civil Engineering* 23 (2019) 10–20.
- [270] A. Naik, Use of teaching learning based optimization for data clustering, in: *Innovation in Electrical Power Engineering, Communication, and Computing Technology*, Springer, 2020, pp. 123–134.
- [271] Y. Xu, Z. Yang, X. Li, H. Kang, X. Yang, Dynamic opposite learning enhanced teaching–learning-based optimization, *Knowledge-Based Systems* 188 (2020) 104966.
- [272] A. K. Shukla, P. Singh, M. Vardhan, An adaptive inertia weight teaching–learning-based optimization algorithm and its applications, *Applied Mathematical Modelling* 77 (2020) 309–326.
- [273] R. Mishra, N. Sharma, H. Sharma, Half-life teaching factor based tlbo algorithm, in: *Advances in Data and Information Sciences*, Springer, 2020, pp. 257–269.
- [274] Z. K. Peng, S. X. Zhang, S. Y. Zheng, Y. L. Long, Collective information-based teaching–learning-based optimization for global optimization, *Soft Computing* 23 (2019) 11851–11866.
- [275] G. Zhou, H. Moayedi, L. K. Foong, Teaching–learning-based metaheuristic scheme for modifying neural computing in appraising energy performance of building, *Engineering with Computers* (2020) 1–12.
- [276] S. Deb, X.-Z. Gao, K. Tammi, K. Kalita, P. Mahanta, A new teaching–learning-based chicken swarm optimization algorithm, *Soft Computing* 24 (2020) 5313–5331.
- [277] J.-q. Li, Q.-k. Pan, K. Mao, A discrete teaching-learning-based optimisation algorithm for realistic flowshop rescheduling problems, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 37 (2015) 279–292.
- [278] A. Lotfipour, H. Afrakhte, A discrete teaching–learning-based optimization algorithm to solve distribution system reconfiguration in presence of distributed generation, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 82 (2016) 264–273.
- [279] D. Chen, F. Zou, R. Lu, L. Yu, Z. Li, J. Wang, Multi-objective optimization of community detection using discrete teaching–learning-based optimization with decomposition, *Information Sciences* 369 (2016) 402–418.

- [280] W. Shao, D. Pi, Z. Shao, A hybrid discrete optimization algorithm based on teaching–probabilistic learning mechanism for no-wait flow shop scheduling, *Knowledge-Based Systems* 107 (2016) 219–234.
- [281] W. Shao, D. Pi, Z. Shao, A hybrid discrete teaching-learning based meta-heuristic for solving no-idle flow shop scheduling problem with total tardiness criterion, *Computers & Operations Research* 94 (2018) 89–105.
- [282] A. El Ghazi, B. Ahiod, Energy efficient teaching-learning-based optimization for the discrete routing problem in wireless sensor networks, *Applied Intelligence* 48 (2018) 2755–2769.
- [283] L. Laguna-Salvadó, M. Luras, U. Okongwu, T. Comes, A multicriteria master planning dss for a sustainable humanitarian supply chain, *Annals of Operations Research* 283 (2019) 1303–1343.
- [284] G. Fuli, C. Foropon, M. Xin, Reducing carbon emissions in humanitarian supply chain: the role of decision making and coordination, *Annals of Operations Research* (2020) 1–23.
- [285] O. Dukkanci, T. Bektas, B. Y. Kara, Green network design problems, in: *Sustainable Transportation and Smart Logistics*, Elsevier, 2019, pp. 169–206.
- [286] I. Kara, B. Y. Kara, M. K. Yetis, Energy minimizing vehicle routing problem, in: *International Conference on Combinatorial Optimization and Applications*, Springer, 2007, pp. 62–71.
- [287] M. Eskandarpour, D. Ouelhadj, G. Fletcher, Decision making using meta-heuristic optimization methods in sustainable transportation, in: *Sustainable Transportation and Smart Logistics*, Elsevier, 2019, pp. 285–304.
- [288] Y. Xiao, Q. Zhao, I. Kaku, Y. Xu, Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem, *Computers & Operations Research* 39 (2012) 1419–1431.
- [289] S. Zhang, C. Lee, K. Choy, W. Ho, W. Ip, Design and development of a hybrid artificial bee colony algorithm for the environmental vehicle routing problem, *Transportation Research Part D: Transport and Environment* 31 (2014) 85–99.
- [290] R. Eglese, T. Bektas, Chapter 15: Green vehicle routing, in: *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*, Second Edition, SIAM, 2014, pp. 437–458.

- [291] A. Elbouzekri, M. Elhassania, A. E. H. Alaoui, A hybrid ant colony system for green capacitated vehicle routing problem in sustainable transport, *J. Theor. Appl. Inf. Technol* 54 (2013).
- [292] R. Ayadi, A. E. ElIdrissi, Y. Benadada, A. E. H. Alaoui, Evolutionary algorithm for a green vehicle routing problem with multiple trips, in: 2014 International Conference on Logistics Operations Management, IEEE, 2014, pp. 148–154.
- [293] C.-Y. Wu, T. Visutarrow, T.-C. Chiang, Green vehicle routing problem: The tradeoff between travel distance and carbon emissions, in: 2018 15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), IEEE, 2018, pp. 1659–1664.
- [294] K. Karagul, Y. Sahin, E. Aydemir, A. Oral, A simulated annealing algorithm based solution method for a green vehicle routing problem with fuel consumption, in: *Lean and green supply chain management*, Springer, 2019, pp. 161–187.
- [295] A. M. Altabeeb, A. M. Mohsen, A. Ghallab, An improved hybrid firefly algorithm for capacitated vehicle routing problem, *Applied Soft Computing* 84 (2019) 105728.
- [296] H. Li, L. Zhang, A discrete hybrid differential evolution algorithm for solving integer programming problems, *Engineering Optimization* 46 (2014) 1238–1268.
- [297] J. C. Bean, Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization, *ORSA journal on computing* 6 (1994) 154–160.
- [298] B. Liu, L. Wang, Y.-H. Jin, An effective pso-based memetic algorithm for flow shop scheduling, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 37 (2007) 18–27.
- [299] E. Cao, M. Lai, H. Yang, Open vehicle routing problem with demand uncertainty and its robust strategies, *Expert Systems with Applications* 41 (2014) 3569–3575.
- [300] J. Derrac, S. García, D. Molina, F. Herrera, A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms, *Swarm and Evolutionary Computation* 1 (2011) 3–18.

- [301] J. Carrasco, S. García, M. Rueda, S. Das, F. Herrera, Recent trends in the use of statistical tests for comparing swarm and evolutionary computing algorithms: Practical guidelines and a critical review, *Swarm and Evolutionary Computation* 54 (2020) 100665.
- [302] E. Osaba, R. Carballedo, X.-S. Yang, F. Diaz, An evolutionary discrete firefly algorithm with novel operators for solving the vehicle routing problem with time windows, in: *Nature-inspired computation in engineering*, Springer, 2016, pp. 21–41.
- [303] S. N. Ghoreishi, A. Clausen, B. N. Jørgensen, Termination criteria in evolutionary algorithms: A survey., in: *IJCCI*, 2017, pp. 373–384.
- [304] S. Affi, D.-C. Dang, A. Moukrim, Heuristic solutions for the vehicle routing problem with time windows and synchronized visits, *Optimization Letters* 10 (2016) 511–525.
- [305] M. W. Savelsbergh, Local search in routing problems with time windows, *Annals of Operations research* 4 (1985) 285–305.
- [306] P. S. Efraimidis, P. G. Spirakis, Weighted random sampling with a reservoir, *Information Processing Letters* 97 (2006) 181–185.
- [307] I. Roozbeh, J. W. Hearne, D. Pahlevani, A solution approach to the orienteering problem with time windows and synchronisation constraints, *Heliyon* 6 (2020) e04202.