



ΣΤΡΑΤΙΩΤΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΕΥΕΛΠΙΔΩΝ
Τμήμα Στρατιωτικών Επιστημών

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΔΙΔΡΥΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2017-18

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ & ΑΝΑΛΥΣΗ

(ΠΔ 97 / 2015 / ΦΕΚ 163Α' / 20.08.2014)



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής &
Διοίκησης

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ανάλυση ακραίων τιμών ανέμου και θαλάσσιου κυματισμού σε περιοχές με ενδιαφέρον για ανάπτυξη υποδομών ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.

“Analysis of extreme wind speed and wave height values over areas of interest for renewal infrastructure development.”

Διατριβή που υπεβλήθη για την μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Επιβλέπων Καθηγητής: κ. Γαλάνης Γεώργιος
Μεταπτυχιακή Φοιτήτρια: Ελευθέρογλου Αθανασία
Α.Μ.: 2017018024

Απρίλιος 2021

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

Η Μεταπτυχιακή Διατριβή της Ελευθέρογλου Αθανασίας (Α.Μ.: 2017018024) εγκρίνεται:

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

κ. Γαλάνης Γεώργιος (Επιβλέπων)

κ. Δάρας Νικόλαος

κ. Τσαφάρakis Στυλιανός

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

©Copyright υπό Αθανασία Ελευθέρογλου

Έτος 2021

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ολοκληρώνοντας την παρούσα διπλωματική εργασία, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Γαλάνη Γεώργιο για την πολύτιμη καθοδήγησή του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησής της, χάρη στον οποίο διεύρυνα τις γνώσεις μου στον ιδιαίτερα απαιτητικό τομέα της ανάλυσης δεδομένων.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους αφανείς και φανερούς συμπαραστάτες μου για την ηθική και ψυχολογική στήριξη σε όλη τη διάρκεια των ακαδημαϊκής μου πορείας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου Στέργιο και Αγγελική που πρόσφεραν και συνεχίζουν να προσφέρουν την αμέριστη συμπαράσταση τους στους αγώνες μου δίνοντάς μου το κίνητρο και τη δύναμη να προσπαθώ να στέκομαι πάντα στα πόδια μου, και ιδιαίτερα τον πατέρα μου που πίστεψε σε μένα πριν ακόμα το κάνω εγώ.

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	13
1 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	15
1.1 ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ.....	15
1.1.1 The Generalized Extreme Value Distribution (GEV).....	15
1.1.2 The Generalized Pareto Distribution (G.P.D)	16
1.1.3 The Rayleigh distribution.....	17
1.1.4 The Rayleigh-Stokes distribution.....	18
1.1.5 The Wakeby distribution.....	19
1.1.6 The Johnson SB distribution.....	19
1.2 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ.....	20
1.2.1 Η Μέθοδος των Ροπών.....	20
1.2.2 Η Μέθοδος των L-moments.....	20
1.2.3 Η μέθοδος τις μέγιστης πιθανοφάνειας.....	21
1.3 ΔΕΙΚΤΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ.....	21
1.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ	22
1.4.1 Μέθοδος Block (Annual) Maxima.....	22
1.4.2 Μέθοδος των υπερβάσεων πάνω από ένα υψηλό κατώφλι (Peaks Over Threshold-POT).....	23
1.5 ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ.....	25
1.5.1 Μία βελτιωμένη μέθοδος Ανάλυσης Ακραίων Τιμών.....	25
1.5.2 Χωρική ανάλυση ακραίων τιμών ύψους κύματος με δεδομένα από το Νότιο Ατλαντικό.....	26
1.5.3 Στατιστικές μέθοδοι ανάλυσης Ακραίων τιμών και επιπτώσεις στις αναλύσεις.....	27
1.5.4 Διερεύνηση των επιδράσεων των έντονων μετεωρολογικών παλινροιών τις παράκτιες ζώνες τις Μεσογείου.....	28
1.5.5 Μελέτη κατανομής των ακραίων τιμών του ύψους κύματος στη βόρεια θάλασσα.....	29
1.5.6 Μελέτη συνάρτησης πιθανότητας μέγιστες τιμές ύψους και κορυφογραμμής.....	30
1.5.7 Εκτίμηση ακραίων τιμών κύματος και κορυφογραμμής χρησιμοποιώντας εργαστηριακά και πραγματικά δεδομένα μέτρησης.....	31
1.5.8 Οι Weibull και GEV κατανομές για την ανάλυση της ταχύτητας του ανέμου σε κάποιες περιοχές της Ινδίας.....	33

2	ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΑΝΕΜΟΥ ΚΑΙ ΥΨΟΥΣ ΘΑΛΑΣΣΙΟΥ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	35
2.1	ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΑΝΕΜΟΥ.....	35
2.1.1	Ανάλυση δεδομένων στη θέση C1 για την περίοδο 9/9-22/10 με συχνότητα 60 λεπτά.....	36
2.1.2	Ανάλυση δεδομένων στη θέση C1 για την περίοδο 23/10-31/10 με συχνότητα 60 λεπτά.....	44
2.1.3	Ανάλυση δεδομένων στη θέση C1 για την περίοδο 9/9-22/10 με συχνότητα 10λεπτά.....	50
2.1.4	Ανάλυση δεδομένων στη θέση C1 για την περίοδο 23/10-31/10 με συχνότητα 10λεπτά.....	56
2.1.5	Συμπεράσματα ανάλυσης του Α/Μ C1 στις δύο περιόδους.....	62
2.1.6	Ανάλυση δεδομένων μετρήσεων στη θέση C5 για την περίοδο 9/9-22/10 με συχνότητα 60 λεπτά	65
2.1.7	Ανάλυση δεδομένων μετρήσεων στη θέση C5 για την περίοδο 23/10-31/10 με συχνότητα 60 λεπτά.....	68
2.1.8	Ανάλυση δεδομένων μετρήσεων στη θέση C5 για την περίοδο 9/9-22/10 με συχνότητα 10 λεπτά.....	72
2.1.9	Ανάλυση δεδομένων μετρήσεων στη θέση C5 για την περίοδο 23/10-31/10 με συχνότητα 10 λεπτά	75
2.1.10	Συμπεράσματα από την ανάλυση δεδομένων μετρήσεων ταχύτητας ανέμου	79
2.2	ΑΝΑΛΥΣΗ ΥΨΟΥΣ ΘΑΛΑΣΣΙΟΥ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	80
2.2.1	Συμπεράσματα ανάλυσης των μετρήσεων θαλάσσιου κυματισμού.....	85
3	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	86
3.1	Συμπεράσματα για τη μεταβλητή ταχύτητα ανέμου.....	86
3.2	Συμπεράσματα για τη μεταβλητή ύψος κύματος.....	88
3.3	Εισηγήσεις για μελλοντική έρευνα.....	89
4	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	90

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ – ΠΙΝΑΚΩΝ

- Σχήμα 1.1: Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Generalized Extreme Value
- Σχήμα 1.2: Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Generalized Pareto Distribution
- Σχήμα 1.3: Σύγκριση τιμών δείγματος με την Raleigh κατανομή
- Σχήμα 2.1: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Log logistic (60min, 9/9/2019-22/10/2019, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.2: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Pearson (60min, 9/9/2019-22/10/2019, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.3: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Frechet (60min, 9/9/2019-22/10/2019, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.4: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (60min, 9/9/2019-22/10/2019, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.5: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Johnson (9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.6: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Beta (9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.7: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen. Pareto (9/9/2019-22/10/2019, 60 min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.8: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.9: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)
- Σχήμα 2.10: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen. Pareto (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)
- Σχήμα 2.11: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Beta (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)
- Σχήμα 2.12: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)
- Σχήμα 2.13: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Johnson (23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.14: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.15: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen. Pareto (23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.16: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.17: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen. Pareto (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.18: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.19: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Weibull (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.20: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

- Σχήμα 2.21: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.22: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen.Pareto (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.23: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Johnson (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.24: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.25: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen.Pareto (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.26: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.27: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Johnson (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.28: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.29: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Beta (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.30: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gamma (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.31: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Frechet (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.32: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.33: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (60min, 9/9/2019-22/10/2019, Μέγιστη τιμή)
- Σχήμα 2.34: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (60min, 9/9/2019-22/10/2019, Μέση τιμή)
- Σχήμα 2.35: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)
- Σχήμα 2.36: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 23/10/2019-31/10/2019 για τη μέση τιμή
- Σχήμα 2.37: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 9/9/2019-22/10/2019 για τη μέγιστη τιμή
- Σχήμα 2.38: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 9/9/2019-22/10/2019 για τη μέση τιμή
- Σχήμα 2.39: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 23/9/2019-31/10/2019 για τη μέγιστη τιμή
- Σχήμα 2.40: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 23/9/2019-31/10/2019 για τη μέση τιμή
- Σχήμα 2.41: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για την Λάρνακα
- Σχήμα 2.42: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για την Λάρνακα
- Σχήμα 2.43: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για το Βόρειο Αιγαίο
- Σχήμα 2.44: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για το Βόρειο Αιγαίο

Σχήμα 2.45: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για την Αλβανία

Σχήμα 2.46: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για την Αλβανία

ΠΙΝΑΚΕΣ

Πίνακας 2.1: Ακραίες τιμές του δείγματος προς επεξεργασία 9/9/2019-22/10/2019 για τη μέση τιμή

Πίνακας 2.2: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, Μέγιστη τιμή

Πίνακας 2.3: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή

Πίνακας 2.4: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 9/9/2019-22/10/2019

Πίνακας 2.5: Ακραίες τιμές του δείγματος προς επεξεργασία 23/10/2019-31/10/2019, Μέγιστη τιμή

Πίνακας 2.6: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, Μέγιστη τιμή, 60min

Πίνακας 2.7: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, Μέση τιμή, 60min

Πίνακας 2.8: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019, Μέση τιμή, 60min

Πίνακας 2.9: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή

Πίνακας 2.10: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή

Πίνακας 2.11: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή

Πίνακας 2.12: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή

Πίνακας 2.13: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, 10min, μέση τιμή

Πίνακας 2.14: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019, 10min, μέση τιμή

Πίνακας 2.15: Παράμετροι κατανομών μέσης τιμής περιόδου 60λεπτών

Πίνακας 2.16: Παράμετροι κατανομών μέσης τιμής περιόδου 10λεπτών

Πίνακας 2.17: Παράμετροι κατανομών μέσης τιμής περιόδου 60λεπτών

Πίνακας 2.18: Παράμετροι κατανομών μέγιστης τιμής περιόδου 10λεπτών

Πίνακας 2.19: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέγιστη τιμή

Πίνακας 2.20: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέγιστη τιμή

- Πίνακας 2.21: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέγιστη τιμή
- Πίνακας 2.22: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέγιστη τιμή
- Πίνακας 2.23: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019 για τη μέση τιμή
- Πίνακας 2.24: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019 για τη μέση τιμή
- Πίνακας 2.25: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019 για τη μέση τιμή
- Πίνακας 2.26: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019: 10min, Μέση τιμή
- Πίνακας 2.27: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 9/9/2019-22/10/2019 10min, Μέση τιμή
- Πίνακας 2.28: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, 10min, μέγιστη τιμή
- Πίνακας 2.29: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή
- Πίνακας 2.30: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων Λάρνακας
- Πίνακας 2.31: Συγκεντρωτικός πίνακας περιγραφικών στοιχείων Λάρνακας
- Πίνακας 2.32: Συγκεντρωτικός πίνακας περιγραφικών στοιχείων Βορείου Αιγαίου
- Πίνακας 2.33: Συγκεντρωτικός πίνακας περιγραφικών στοιχείων Βορείου Αιγαίου
- Πίνακας 2.34: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων Αλβανίας
- Πίνακας 2.35: Συγκεντρωτικός πίνακας περιγραφικών στοιχείων Αλβανίας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ακραίες τιμές ή δεδομένα ορίζονται τα συμβάντα ή οι παρατηρήσεις που δεν ακολουθούν ένα αναμενόμενο πρότυπο συγκριτικά με το περιβάλλον στο οποίο εντάσσονται. Η δυνατότητα ανίχνευσης τέτοιων περιπτώσεων αποτελεί σημαντικό εργαλείο για την εξόρυξη πληροφοριών - με σκοπό την επίλυση προβλημάτων τόσο σε επιχειρησιακό όσο και κοινωνικό-οικονομικό επίπεδο. Η εκτίμηση ακραίων τιμών και η αβεβαιότητα που προκύπτει από αυτές αποτελεί επίσης κεντρικό θέμα ενδιαφέροντος σήμερα για ερευνητικά κέντρα και πανεπιστήμια.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη και παρουσίαση μεθόδων ανίχνευσης ακραίων τιμών του θαλάσσιου κυματισμού σε περιοχές του Ελλαδικού χώρου που υπάρχει ενδιαφέρον για ανάπτυξη εγκαταστάσεων φυσικού αερίου ή άλλων πηγών ενέργειας. Η δυσκολία καταγραφής και πρόβλεψης ακραίων τιμών εγκυμονεί κινδύνους για τις σχετικές πλατφόρμες και καθιστά τη δυνατότητα ασφαλούς εκτίμησής τους κρίσιμο παράγοντα για το σχεδιασμό και την υλοποίηση των έργων υποδομής.

Στην κατεύθυνση αυτή θα χρησιμοποιηθούν δεδομένα από διαθέσιμες τοπικές παρατηρήσεις αλλά και από μοντέλα προσομοίωσης παραμέτρων περιβάλλοντος σε συνδυασμό με στατιστικούς αλγόριθμους που θα αναπτυχθούν.

ABSTRACT

Extreme values or data are defined as the events or records that do not follow an expected pattern compared to the general framework within they can be categorized. The ability to detect such cases is an important asset in order to extract critical information for operational and socio-economic activities. The extreme value analysis and the associated uncertainty is also a major issue of interest today for research centers and universities worldwide.

This thesis focuses on studying and presenting methods which are able to detect extreme values of wave characteristics in offshore areas of Greece with interest in developing natural gas or other energy installations. The difficulties in monitoring and predicting extreme values poses increased risks to the energy platforms and consequently makes crucial the estimation of extreme events in order to safely design and implement the necessary infrastructure.

Towards the above goals, available local observations will be used in conjunction with corresponding simulations from environmental models based on dedicated statistical algorithms that will be developed.

1

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Στο πρώτο - εισαγωγικό κεφάλαιο παρουσιάζονται βασικές έννοιες της Θεωρίας Ακραίων Τιμών (Extreme Value Theory) καθώς και το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο των μεθόδων ανάλυσής τους. Επιπλέον, μελετώνται δείκτες Ακραίων Τιμών που χρησιμοποιούνται με σκοπό τη στατιστική ανάλυση των δεδομένων.

Αντικείμενο της Θεωρίας Ακραίων Τιμών (Extreme Value Analysis-EVA)

αποτελεί η ανάπτυξη στοχαστικών-στατιστικών μοντέλων για την μελέτη εμφάνισης πολύ μεγάλων ή πολύ μικρών τιμών. Βρίσκει εφαρμογή σε περιοχές που συμβαίνουν ακραία καιρικά φαινόμενα όπως, πλημμύρες, έντονες χιονοπτώσεις, τυφώνες, μεγάλες σεισμικές δονήσεις, μεγάλες αποκλίσεις στη στάθμη των υδάτων, ηλιακές καταιγίδες (Αστρονομία) κα.

1.1 ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ

1.1.1 The Generalized Extreme Value Distribution (GEV)

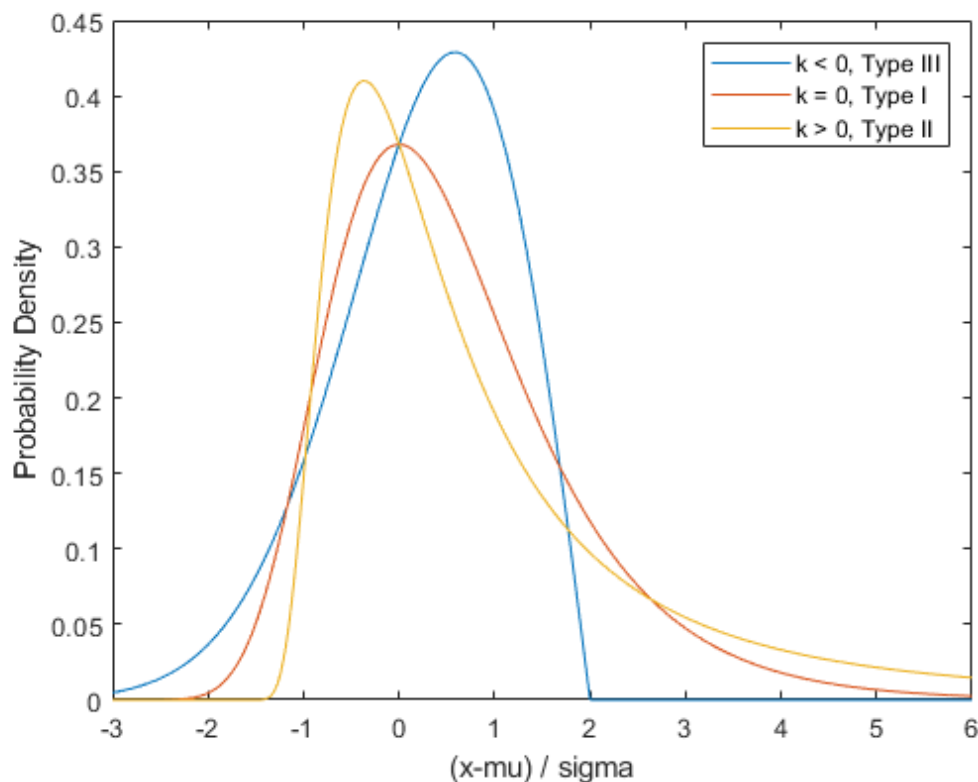
Κατασκευάζοντας ένα σύνολο δεδομένων από την ίδια κατανομή συμπεριλαμβάνοντας τις μέγιστες τιμές από αυτά, καταλήγουμε στο γεγονός ότι το σύνολο αυτών των δεδομένων μπορεί να περιγραφεί πλήρως από τρεις κατανομές που είναι η Gumbel, Frechet και Weibull. Η γενικευμένη κατανομή ακραίων τιμών (GEV) αποτελεί ένα μοντέλο που συνδυάζει τις τρεις κατανομές με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp(- (1 + kz)^{-1/k})(1 + kz)^{-1-1/k}, k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)), k = 0 \end{cases}$$

που $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ και k: παράμετρος σχήματος, σ: παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$), μ: παράμετρος θέσης. Ανάλογα με τις τιμές του k έχουμε κάθε μία από τις επόμενες κατανομές:

- k=0 Gumbel Distribution
- k>0 Frechet Distribution
- k<0 Weibull Distribution

Η διαφορά των παραπάνω κατανομών στη συνάρτηση πιθανότητας είναι εμφανής στο
επόμενο διάγραμμα:



Σχήμα 1.1 : Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Generalized Extreme Value

1.1.2 The Generalized Pareto Distribution (G.P.D)

Όπως αναφέρεται στο άρθρο των Hosking και Wallis(1987), η G.P.D προτάθηκε πρώτη φορά από τον Pickands το 1975 και είναι μία κατανομή που χρησιμοποιείται για την περιγραφή ουρών σε κατανομές. Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής έχει την μορφή:

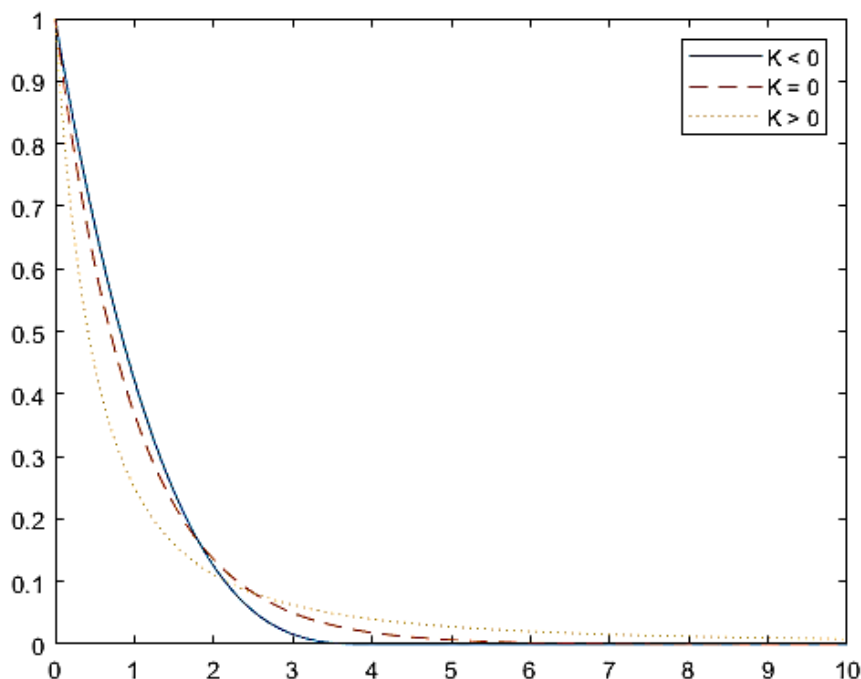
$$F(x) = \begin{cases} 1 - (1 - \frac{kx}{a})^{\frac{1}{k}}, & k \neq 0 \\ 1 - \exp(-\frac{x}{a}), & k = 0 \end{cases}$$

όπου a : η παράμετρος κλίμακας και k : η παράμετρος σχήματος.

Ανάλογα με τις τιμές τις παραμέτρου k έχουμε διαφορετικές κατανομές με διαφορετική σύγκλιση:

- $k=0$ η G.P.D παριστάνει την εκθετική κατανομή.
- $k<0$ παριστάνει τη Pareto κατανομή.
- $k>0$ παριστάνει τη δεύτερη μορφή τις Pareto κατανομής.

Η διαφορά των κατανομών για τις διάφορες τιμές του k παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 1.2 : Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Generalized Pareto Distribution

1.1.3 The Rayleigh distribution

Σύμφωνα με τη θεωρία πιθανοτήτων, η κατανομή Rayleigh είναι μία συνεχής συνάρτηση πιθανότητας μη αρνητικών τυχαίων μεταβλητών. Η κατανομή χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις που χρειάζεται ανάλυση δύο παραγόντων για την περιγραφή τις διανύσματος. Για παράδειγμα, η ανάλυση του ανέμου σε δύο διαστάσεις είναι ένα ζήτημα που περιγράφεται από την κατανομή Rayleigh όταν οι παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, κανονικά κατανομημένες με ίση διακύμανση και μηδενική μέση τιμή.

Η κατανομή χρησιμοποιείται και για την πρόβλεψη του ύψους κύματος, η οποία προκύπτει από το μοντέλο του Longuet- Higgings (1952) με βάση την παραδοχή ότι η επιφάνεια τις θάλασσας είναι γραμμική και ακολουθεί τη Gaussian διαδικασία. Παρακάτω δίνεται ο τύπος της πιθανότητας υπέρβασης του μέγιστου ύψους X το οποίο έχει κανονικοποιηθεί $\frac{H}{H_s}$ με θ τη συνάρτηση κλίμακας του ύψους κύματος που έχει καθιερωθεί ως 0,707.

$$Q(x) = \text{Pr ob}(X > x) = \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^2\right)$$

Το ύψος κύματος που προκύπτει από αυτόν τον τύπο είναι η διαφορά του κατωφλίου με τα κύματα γειτονικής μηδενικής διέλευσης. Γενικά είναι αποδεκτό ότι το σημαντικό ύψος κύματος είναι $4\sqrt{m_0}$ όπου m_0 είναι η στιγμή μηδενικής φάσης του κύματος που είναι ίση με τη διακύμανση της ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας. Στην εργασία του Rahma Poeti Aniesah Djunaidei αναφέρεται ότι μετά από μελέτες έχει καθιερωθεί άλλη τιμή για το θ με τιμή 0,638 η οποία προτάθηκε από την Det Norske Veritas.

1.1.4 The Rayleigh-Stokes distribution

Το μοντέλο Rayleigh-Stokes αποτελεί ένα τροποποιημένο μοντέλο από το Rayleigh το οποίο αρχικά αναπτύχθηκε από τον Tayfun(1980) .Το μοντέλο βασίστηκε σε δύο παραδοχές:

- I. Τα κύματα ακολουθούν το νόμο του Rayleigh, παραμέτρους σχήματος και την κλίμακα Gumbel.
- II. Οι αυξήσεις των κυμάτων προσεγγίζονται με τη θεωρία Stokes τρίτης τάξης.

$$G(y) = \text{Pr ob}(X_N \leq y) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{y - a_N}{b_N}\right)\right)$$

Στη συνάρτηση Rayleigh το N θεωρείται αρκετά μεγάλο ώστε να ακολουθεί την κατανομή Weibull ενώ εδώ το a_N δείχνει την κατάσταση του N και το b_N την παράμετρο της κλίμακας. Η μητρική κατανομή των δύο παραμέτρων δίνεται από τις τύπους: $Q(a_N) = \frac{1}{N}$ $b_N = \frac{1}{Nf(a_N)}$

Λαμβάνοντας υπόψη την κατανομή Rayleigh και την Weibull για $\beta=2$ έχουμε:

$$a_N = 4\sqrt{m_0} \sqrt{\left(\frac{\log(N)}{8}\right)} \quad b_N = \frac{a_N}{2\log(N)} .$$

Με m_0 τη διακύμανση της επιφάνειας της θάλασσας και N τον αριθμό των κυμάτων.

1.1.5 The Wakeby distribution

Η κατανομή Wakeby αποτελεί μία κατανομή 5 παραμέτρων η οποία πρώτη φορά προτάθηκε από τον Houghton (1978) για την ανάλυση συχνότητας των πλημμυρών. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τον τύπο:

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta}(1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta}(1 - (1 - F)^{-\delta})$$

όπου ξ είναι η παράμετρος τοποθεσίας και τα α η παράμετρος κλίμακας, β , γ , δ εκθετικές παράμετροι που καθορίζουν το σχήμα. Λόγω των 5 παραμέτρων της, αποτελεί κατάλληλο εργαλείο μελέτης υδρολογικών φαινομένων καθώς υπάρχει ποικιλία παραμέτρων σχετικές με το σχήμα αλλά και τις ιδιότητες της περιοχής μελέτης. Πιο συγκεκριμένα:

- Για συγκεκριμένο συνδυασμό παραμέτρων, η Wakeby μπορεί να αντικαταστήσει παραμέτρους όπως η Gumbel, Log-Normal, Pearson 3.
- Μπορεί να απορροφήσει την ποικιλομορφία των περιοχών χάρη στις 5 παραμέτρους πράγμα που τη καθιστά κατάλληλο εργαλείο για χωρική ανάλυση.
- Για $\delta > 0$ έχει συνδεθεί με την ανάλυση μέγιστων βροχοπτώσεων.
- Η κατανομή έχει ένα πεπερασμένο κάτω όριο, φυσιολογικό για τις υδρολογικές αναλύσεις.
- Η ρητή μορφή της συνάρτησης βοηθά στην δημιουργία τυχαίων δειγμάτων από την Wakeby.

1.1.6 The Johnson SB distribution

Η Johnson κατανομή αποτελεί μία οικογένεια τριών κατανομών: Johnson SU, Johnson SB και lognormal οι οποίες καλύπτουν κάθε μέσο όρο, τυπική απόκλιση, κύρτωση και ασυμμετρία που είναι μέσα στην εφικτή περιοχή. Η κατανομή Johnson SB καλύπτει τη περιοχή κάτω από την κανονική καμπύλη με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda\sqrt{2\pi z(1-z)}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right) \quad \text{και} \quad z = \frac{x - \xi}{\lambda}$$

όπου γ , δ : συνεχείς παράμετροι σχήματος, λ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, ξ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας.

1.2 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ

Οι μέθοδοι για την εκτίμηση των παραμέτρων των κατανομών που θα αναφερθούν στα πλαίσια τις παρούσας μελέτης είναι:

1. Η μέθοδος των ροπών.
2. Η μέθοδος των L moments και
3. Η μέθοδος τις μεγίστης πιθανοφάνειας.

1.2.1 Η Μέθοδος των Ροπών

Η μέθοδος πρώτη φορά προτάθηκε από τον Pearson το 1891 και αφορά γνωστές κατανομές με ροπές k τάξης με αποτέλεσμα να είναι γνωστές και η αθροιστική συνάρτηση κατανομής F αλλά και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f . Σκοπός τις μεθόδου είναι η εκτίμηση τις παραμέτρου μέσα από ένα δείγμα παρατηρήσεων.

Έστω $X' = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ τυχαίο δείγμα από κατανομή με θεωρητικές ροπές:
 $\mu'_1 = EX, \mu'_2 = EX^2, \dots, \mu'_k = EX^k$.

Δειγματικές ροπές: $m'_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, m'_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2, \dots, m'_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$

Εξισώνοντας τις θεωρητικές με τις δειγματικές ροπές προκύπτει ένα σύστημα με τόσες εξισώσεις όσες και οι άγνωστοι πράγμα που αποτελεί πλεονέκτημα τις μεθόδου.

1.2.2 Η Μέθοδος των L-moments

Η συγκεκριμένη μέθοδος (Hosking, 1990) βρίσκεται στην ίδια λογική με την μέθοδο των ροπών καθώς το σύστημα των εξισώσεων που προκύπτει έχει ίδια τάξη με τον αριθμό των παραμέτρων. Αναφέρεται στην διπλωματική εργασία του Καποδιστριακού Πανεπιστημίου (2014), οι εξισώσεις των L-moments ότι δίνονται από τη σχέση:

$$\beta_r = E(XF(X)^r) = \int_{-\infty}^{+\infty} xF(x)^r f(x)dx$$

όπου F : αθροιστική συνάρτηση κατανομής και f : η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Το β_r τίθεται ίσο με την αμερόληπτη εκτίμηση του, το b_r που ορίζεται ως εξής:

$$b_r = \frac{1}{n \binom{n-1}{r}} \sum_{i=1}^n \binom{i-1}{r} X_{(i)}$$

όπου X_i οι τιμές των παρατηρήσεων.

1.2.3 Η μέθοδος τις μέγιστης πιθανοφάνειας

Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας προτάθηκε από τον Fisher το 1921 και εστιάζει στην τιμή της παραμέτρου που είναι η πιο πιθανή με βάση τις παρατηρήσεις του δείγματος. Ορίζεται συγκεκριμένα ως εξής:

Έστω X_1, X_2, \dots, X_n ένα δείγμα από n ανεξάρτητες μεταβλητές και μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x_i|\theta)$ όπου θ είναι η παράμετρος. Τότε η πιθανότητα να συμβεί κάθε X_i ανεξάρτητη μεταβλητή δίνεται από τον τύπο της πιθανοφάνειας: $L(\theta) = f(x_1; \theta) \cdot f(x_2; \theta) \cdot \dots \cdot f(x_n; \theta)$. Για να βρεθεί ο εκτιμητής της μέγιστης πιθανοφάνειας πρέπει να επιλεγεί η μέγιστη τιμή του $L(x|\theta)$ ή ισοδύναμα να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση $\ln L(x|\theta)$. Για να ελαχιστοποιηθεί η συνάρτηση $\ln L(x|\theta)$ υπολογίζεται η πρώτη παράγωγος ως προς θ και τίθεται ίση με 0 δηλαδή $\frac{\partial(\ln L(\theta))}{\partial \theta} = 0$. Στη συνέχεια, βεβαιώνεται ότι η δεύτερη παράγωγος είναι γνησίως αρνητική και επιλέγεται η μέγιστη τιμή της παραμέτρου.

1.3 ΔΕΙΚΤΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Το μέσο σφάλμα (Bias), το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Root Square Mean Error) και ο συντελεστής προσδιορισμού (R^2 –coefficient of determination) είναι συντελεστές που βοηθούν στη σύγκριση των τιμών της παραμέτρου του θεωρητικού μοντέλου με των κανονικών παρατηρήσεων.

- Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 παίρνει τιμές από 0 έως 1 δίνεται από τον τύπο:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i^k [obs(i) - for(i)]^2}{\sum_i^k [obs(i) - \frac{1}{n} \sum_i^k obs(i)]^2}$$

- $R = 0$ καθόλου συσχέτιση
- $R = 1$ τέλεια συσχέτιση

όπου $obs(i)$: οι παρατηρούμενες τιμές $for(i)$: τιμές του μοντέλου.

- Το μέσο σφάλμα (Bias) δείχνει τις συστηματικές αποκλίσεις μεταξύ του θεωρητικού μοντέλου και των παρατηρήσεων και δίνεται από τον τύπο:

$$Bias = \frac{1}{k} \sum_i^k [for(i) - obs(i)]$$

- Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Root Square Mean Error) εξάγει συμπεράσματα για τα συστηματικά και μη σφάλματα της εκτίμησης:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_i^k [for(i) - obs(i)]^2}$$

1.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ

1.4.1 Μέθοδος Block (Annual) Maxima

Στην μέθοδο Block Maxima χωρίζουμε τις τιμές του δείγματος σε υποσύνολα και στη συνέχεια επιλέγουμε τις μέγιστες από αυτές (τις ελάχιστες- Block minima), τα βήματα τις μεθόδου έχουν ως εξής:

- I. Κατασκευή των υποσυνόλων (blocks).
- II. Επιλογή των μέγιστων τιμών από κάθε υποσύνολο και δημιουργία dataset
Καίριο βήμα τις μεθόδου αποτελεί η επιλογή των blocks διότι είναι επιρρεπής σε σφάλματα. Για παράδειγμα, αν τα blocks είναι μικρά σε μέγεθος θα υπάρξει μη ικανοποιητική προσαρμογή με αποτέλεσμα σφάλματα στον υπολογισμό των παραμέτρων. Ενώ αν είναι μεγάλο το μέγεθος θα υπάρξει μεγάλη διακύμανση των τιμών των παραμέτρων.
- III. Επιλογή κατάλληλης κατανομής.
Η κατανομή που προσαρμόζει καλύτερα τα δεδομένα είναι η γενικευμένη κατανομή ακραίων τιμών (GEV) καθώς εκτιμώντας την παράμετρο k τις GEV και ένα εύρος του διαστήματος εμπιστοσύνης καταλήγουμε σε μία από τις κατανομές που περιλαμβάνει η GEV. Γενικά, η Weibull χρησιμοποιείται για προσέγγιση κατανομών ταχύτητας ανέμου, ενώ οι ακραίες τιμές ταχύτητας ανέμου από την Gumbell κατανομή.
- IV. Εύρεση συντελεστών για καλύτερη προσαρμογή του θεωρητικού μοντέλου.
- V. Έλεγχος εγκυρότητας μοντέλου.
Δεν είναι απόλυτα εφικτό να επικυρωθεί η εγκυρότητα του μοντέλου αλλά υπάρχουν κάποια γραφικά τεστ προσαρμογής για την εκτίμηση των αποτελεσμάτων. Μερικά από αυτά τα τεστ είναι τα Q-Q plots (στα οποία συγκρίνονται οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής), τα probability plots καθώς και το τεστ Kolmogorov Smirnov.
- VI. Χρήση των συντελεστών για την εκτίμηση των ακραίων τιμών σε επαναληψιμότητα T χρόνων.
Προσοχή χρειάζεται εδώ η επιλογή του χρονικού διαστήματος T . Στην περίπτωση όπου, για παράδειγμα, η περίοδος θεωρείται ίση με ένα έτος, πράγμα που σημαίνει ότι κάθε έτος θα δίνει μία παρατήρηση με τα δεδομένα να είναι αυστηρά ανεξάρτητα μεταξύ τους, τότε μειώνονται τα δεδομένα της ανάλυσης. Έτσι, προτείνεται μία αρκετά μεγάλη χρονοσειρά (Cook 1985) για αποτελέσματα, σε επανάληψη των γεγονότων σε χρόνια.

U_T : ποσοστιμόριο, T : διάστημα επαναφοράς. Η πιθανότητα εμφάνισης

$$U_T = \begin{cases} \beta + \left(\frac{\alpha}{k}\right) \left\{ 1 - \left[-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right) \right]^k \right\}, & k \neq 0 \\ \beta - \alpha \ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right], & k = 0 \end{cases}$$

δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma(U_T) = \pi \cdot \alpha \sqrt{\frac{1 + 1.14k_T + 1.10k_T^2}{\sqrt{6}(\ln T - \gamma_E)}}$$

Εκτίμηση της αβεβαιότητας:

Με n : αριθμός ετών, γ : σταθερά Euler.

Έτσι, το 95% του διαστήματος εμπιστοσύνης μπορεί να εκτιμηθεί στο $1,96U_T$.

1.4.2 Μέθοδος των υπερβάσεων πάνω από ένα υψηλό κατώφλι (Peaks Over Threshold - POT)

Η συγκεκριμένη μέθοδος μπορεί να αξιοποιήσει περισσότερο όγκο παρατηρήσεων με αποτέλεσμα να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μικρότερες χρονοσειρές εφόσον αντλεί αρκετά δεδομένα. Τα βήματα της μεθόδου έχουν ως εξής:

I. Δημιουργία δεδομένων για μελέτη.

Σε αυτό το βήμα επιλέγονται τιμές που ξεπερνούν ένα προκαθορισμένο όριο. Δημιουργούνται οι υπερβάσεις (μετά από αφαίρεση του κατωφλίου) και έτσι κατασκευάζεται η προσομοίωση της κατανομής. Σημαντικό βήμα της μεθόδου είναι η επιλογή του κατωφλίου, θα πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο ώστε να συγκλίνει η κατανομή και αρκετά μικρό ώστε να υπάρχουν ικανοποιητικές τιμές για την ανάλυση αλλά και να συμβαδίζει με τα κλιματικά χαρακτηριστικά και τις κλιματικές αλλαγές κάθε περιοχής. Για την εύρεση του κατωφλίου υπάρχουν διάφορες μέθοδοι τις Mean Residual Lifeplot (Davinson and Smith 1990), L moments plot, Διαγράμματα Δείκτη Διασποράς (Cunnane 1979).

Όπως αναφέρθηκε βασική προϋπόθεση της μεθόδου είναι η ανεξαρτησία των δεδομένων και αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση του χρόνου διαχωρισμού των συμβάντων.

II. Επιλογή της κατανομής που θα γίνει η εφαρμογή.

Η συνάρτηση κατανομής δίνεται από τον τύπο:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 - \frac{k}{\alpha} (x - \xi) \right]^{\frac{1}{k}}, & k \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x - \xi}{\alpha}\right), & k = 0 \end{cases}$$

και για κάθε τιμή του k προκύπτει και

διαφορετική κατανομή. Για $k=0$ προκύπτει η εκθετική κατανομή, για $k<0$

προκύπτει η κλασσική Pareto distribution και για $k > 0$ η Pareto τύπου 2 distribution. Είναι γενικά αποδεκτό ότι οι ακραίες τιμές ανέμου σε εύκρατα κλίματα προσδιορίζεται από την τύπου I GEV (Cook 1985, Ross 1987, Gusella 1991) λόγω του ότι δεν παρουσιάζει άνω όριο των τιμών ενώ η επίλυση για $k=0$ είναι πιο εύκολη.

III. Εύρεση των συντελεστών έτσι ώστε η κατανομή να αντιπροσωπεύει καλύτερα το δείγμα.

Διάφορες τεχνικές έχουν προταθεί για την εύρεση των παραμέτρων των κατανομών, για παράδειγμα η τεχνική των ελαχίστων τετραγώνων, η μέθοδος των ροπών, L moments κ.α.

IV. Έλεγχος εγκυρότητας του μοντέλου.

Έχουν προταθεί διάφοροι μέθοδοι για τον έλεγχο εγκυρότητας του μοντέλου με επικρατέστερη τη μέθοδο Kolmogorov-Smirnov καθώς και η Anderson-Darling statistic (1987) καθώς δίνει ένα μεγαλύτερο βάρος στην ουρά κατανομής καθώς και πολλά γραφικά τεστ όπως quantile plots, probability plots.

V. Χρήση των συντελεστών που βρέθηκαν για την εκτίμηση των ακραίων τιμών του ανέμου με επαναληψιμότητα σε χρόνια .

$$\text{Σχέση που δίνει το συμβάν σε } T\text{-χρόνια: } U_T = \begin{cases} \xi + \left(\frac{\alpha}{k}\right) \left[1 - (\lambda T)^{-k}\right], & k \neq 0 \\ \xi + \alpha \ln(\lambda T), & k = 0 \end{cases}$$

Οι υπερβάσεις-παρατηρήσεις ακολουθούν την Poisson κατανομή με ρυθμό λ που υπολογίζεται από τον τύπο $\lambda = \frac{n}{M}$

με n : ο αριθμός των υπερβάσεων και M : τα χρόνια των δεδομένων.

Η αβεβαιότητα τις προσομοίωσης δίνεται από τον τύπο :

$$\sigma(U^T) \approx \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\lambda L}}\right) \sqrt{1 + \ln^2(\lambda T)} \quad L: \text{το μήκος των δεδομένων.}$$

Έτσι, το 95% του διαστήματος εμπιστοσύνης μπορεί να εκτιμηθεί στο $1,96 \sigma(U^T)$.

1.5 ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ

Στη συγκεκριμένη παράγραφο παρουσιάζεται η εξέλιξη των μεθόδων που παρουσιάστηκαν σε θεωρητικό επίπεδο σε προηγούμενο κεφάλαιο. Γίνεται περιγραφή των βημάτων τις κάθε μεθόδου καθώς και η εφαρμογή τους σε κατάλληλα δεδομένα. Σκοπός της παραγράφου είναι να περιγραφούν οι νεότερες τεχνολογικές εξελίξεις και τα περιθώρια βελτίωσής τους.

1.5.1 Μία βελτιωμένη μέθοδος Ανάλυσης Ακραίων Τιμών

Στο άρθρο των Lasse Makkonen και Maria Tikanmaki (2018) παρουσιάζεται μία βελτιωμένη μέθοδος για την εκτίμηση της πιθανότητας ακραίων τιμών από ανεξάρτητα δεδομένα. Η μέθοδος ονομάζεται VWLS καθώς συνδυάζει την ελαχιστοποίηση της διακύμανσης $X(V)$, τον Weibull σχεδιασμό θέσεως (W) και τα ελάχιστα τετράγωνα (LS) και έχει δώσει καλύτερα αποτελέσματα από οποιαδήποτε άλλη μέθοδο EVA μέχρι πρότινος. Η μέθοδος βασίζεται στην επιλογή των εξής:

- *Επιλογή της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής (CDF).*

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής των N ετήσιων μεγίστων εκτιμάται έτσι ώστε κάθε μέγιστο να αντιστοιχεί σε έναν αριθμό m σε αύξουσα σειρά και κάθε μία από αυτές τις τιμές πρέπει να αντιστοιχηθεί με κάποια πιθανότητα που βρίσκεται με την εξής τύπο: $P_m = \frac{m}{(N+1)}$
- *Επιλογή των συντελεστών βαρύτητας.*
Συγκριτικά με τις προηγούμενες μεθόδους η VWLS ελαχιστοποιεί το σφάλμα μεταξύ των πραγματικών και θεωρητικών δεδομένων λαμβάνοντας υπόψη τη μεταβλητή X . Αυτό συμβαίνει γιατί το P δεν είναι μία μεταβλητή και υποστηρίζεται από τη μέθοδο Monte Carlo γεγονός που αποτελεί και στοιχείο της αποτελεσματικότητας της μεθόδου.
- *Επιλογή της μεθόδου προσαρμογής.*
Η επιλογή αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι ακόμα και αν δεν υπάρχει σαφής σύγκλιση των δεδομένων, τα δεδομένα ακραίων τιμών μπορούν να προσαρμοστούν μέσα από μία κατανομή 3 μεταβλητών με πολύ καλά αποτελέσματα.

Η επιτυχία τις μεθόδου βασίζεται στο γεγονός ότι καμία επιλογή δε γίνεται από το χρήστη, καθώς μία συνάρτηση κατανομής τριών μεταβλητών εφαρμόζεται, η κατασκευή του Plot γίνεται με βάση την πραγματική κατάταξη των πιθανοτήτων, και τα βάρη και η προσαρμογή συνδέονται και βρίσκουν τη βέλτιστη επιλογή επαναληπτικά. Η μέθοδος απέδωσε καλύτερα αποτελέσματα συγκριτικά με τις ήδη

υπάρχουσες μεθόδους ειδικά σε μικρά σύνολα δεδομένων. Βασικό μειονέκτημα είναι οι παραδοχή κάποιων σταθερών, πράγμα που ξεπερνιέται χρησιμοποιώντας παραμέτρους από ένα ευρύτερο φάσμα. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία παρουσιάζει περιθώρια βελτίωσης καθώς μπορούν να συμπεριληφθούν και άλλα στατιστικά.

1.5.2 Χωρική ανάλυση ακραίων τιμών ύψους κύματος με δεδομένα από το Νότιο Ατλαντικό

Στο άρθρο των Campos, Soares, Alves, Parente, Guimaraes (2019) παρουσιάζεται το μέγεθος σημαντικότητας χρήσης βαθμονομημένων στατιστικών παρατηρήσεων (hindcast data) για ακραία φαινόμενα και τον τρόπο που επηρεάζουν και βελτιώνουν τα δεδομένα επιστροφής. Οι τελευταίες επιστημονικές εξελίξεις απέδειξαν ότι οι απλές βαθμονομήσεις και οι μέθοδοι γραμμικής παλινδρόμησης, δεν είναι αρκετές για να βελτιώσουν την πρόβλεψη της κορύφωσης των καταιγίδων.

Η προτεινόμενη μέθοδος πραγματοποιείται βάσει δεδομένων κυμάτων που προέρχονται από τον Νότιο Ατλαντικό όπου παρατηρούνται ακραίες τιμές ανέμων, καταιγίδων και κυμάτων που συνδέονται με τροπικούς κυκλώνες. Σκοπός είναι να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά δεδομένα και τεστ ευαισθησίας ώστε να βρεθεί το αντίκτυπο στις πραγματικές παρατηρήσεις και στις παραμετροποιήσεις τις κατανομής.

Για την παραγωγή ικανοποιητικών τιμών επιστροφής όσον αφορά το ύψος κύματος χρησιμοποιούνται ένα σύνολο στατιστικών παρατηρήσεων που προκύπτουν από δορυφορικούς ανέμους στο εσωτερικό των ακραίων κυκλώνων σε συνδυασμό με ισχυρή μεθοδολογία της Regional Frequency Analysis (Περιφερειακή Ανάλυση Συχνότητας) και μία συνάρτηση κατανομής. Αποτέλεσμα του συνδυασμού αυτού αποτέλεσε η μείωση του Bias και η βελτίωση της ουράς της κατανομής καθώς και τα αξιόπιστα αποτελέσματα επιστροφής σχετικά με το ύψος κύματος.

Η εφαρμογή της RFA (Regional Frequency Analysis) με την ιδιότητα να χρησιμοποιεί δεδομένα από μία ομογενή περιοχή κ όχι από ένα δείγμα ενισχύει την αποδοτικότητα του στατιστικού μοντέλου σε συνδυασμό με την επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης που αποσκοπεί στην καλύτερη ουρά τις κατανομής. Η μέθοδος ακολουθεί τα εξής βήματα:

- Υπολογισμός των L -παρατηρήσεων
- Καθορισμό των στατιστικά ομογενών περιοχών
- Επιλογή της συνάρτησης πιθανότητας και τεστ προσαρμογής
- Υπολογισμός του ποσοτικού παράγοντα $q_{ij} = \frac{Q_{ij}}{\mu_i}$ που υπολογίζονται οι τιμές επιστροφής. Όπου μ_i είναι ο παράγοντας τις περιοχής, το Q_{ij} είναι τα εμπειρικά

δεδομένα της περιοχής με $Q_i(F)$ ($0 < F < 1$) τη ποσοτική μεταβλητή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

Επιπλέον, τα αποτελέσματα της RFA σε κατάλληλα βαθμονομημένα δεδομένα κυμάτων οδήγησαν σε αποτελέσματα σχετικά με το ύψος για διάρκεια 100 ετών, στην Νότια Βραζιλία στα 9,5μ και στην βορειοανατολική 6,5μ με τους τοπικούς δείκτες να μπορούν να δώσουν ανάλυση σε 12 λεπτά έτσι ώστε να είναι εφικτή η γρήγορη και ακριβής τιμή επιστροφής.

1.5.3 Στατιστικές μέθοδοι ανάλυσης Ακραίων τιμών και επιπτώσεις στις αναλύσεις

Η δημοσίευση των Hiles, Robertson, Buckham (2019) περιγράφει μεθόδους Ανάλυσης Ακραίων Τιμών των θαλάσσιων κυμάτων συμπεριλαμβανομένου:

- την ειδική ανάλυση τις μεταβλητής ακραίων τιμών,
Σύμφωνα με την Ανάλυση Ακραίων Τιμών η κατάλληλη συνάρτηση κατανομής για την εφαρμογή της μεθόδου Peak-over-threshold (PoT) είναι η Pareto κατανομή (Generalized Pareto Distribution) όπου ξ :σχήμα, μ :τοποθεσία,

$$\text{σ:παράμετρος κλίμακας. } F_{\xi, \mu, \sigma}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{x - \mu}{\sigma}}, & \xi = 0 \end{cases}$$

- την περιβαλλοντική ανάλυση του περιγράμματος
Αποτελεί σημαντικό εργαλείο για την εκτίμηση γεγονότων με μικρές πιθανότητες να συμβούν. Για αυτό το σκοπό χρησιμοποιείται η μέθοδος Inverse First Order Reliability Method (IFORM) η οποία, αφού έχει καθοριστεί η πιθανότητα κατανομής της θαλάσσιας παραμέτρου, εφαρμόζεται για να οριστεί το επιτρεπόμενο περίγραμμα σε λογικά όρια.

- την χωρική ανάλυση
Σκοπός της ανάλυσης είναι να σκιαγραφηθεί μία κατανομή των περιοχών με παρόμοιες ακραίες κατανομές με σκοπό τη μείωση της αβεβαιότητας των αποτελεσμάτων. Αυτή η προσέγγιση βασίζεται στο γεγονός ότι τα συμβάντα της περιοχής ακολουθούν την κανονική κατανομή και οι προβλέψεις απλά διαφέρουν λόγω χωρικών παραγόντων.

Αποτελεί μία παραλλαγή της *Regional Frequency Analysis* βασισμένη στην υπόθεση ότι η κατανομή των ακραίων τιμών σε μία ομοιογενή περιοχή εξαρτάται μόνο από τη παράμετρο της εκάστοτε τοποθεσίας. Η προτεινόμενη μέθοδος έχει σκοπό να προσπεράσει την έλλειψη ακρίβειας των περισσότερων μοντέλων μέτρησης ακραίων τιμών μέχρι σήμερα, καθώς βασίζει το σχήμα και τη κλίμακα των μετρήσεων σε hindcast δεδομένα

περιοχών που είναι εφικτό να βρεθεί η ακριβής παράμετρος της τοποθεσίας. Η παρούσα μέθοδος έχει εφαρμοστεί στην περιοχή του Καναδά στον Ειρηνικό Ωκεανό με ικανοποιητικά αποτελέσματα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο για την κατανόηση της χωρικής ποικιλομορφίας των ακραίων τιμών του θαλάσσιου κυματισμού.

1.5.4 Διερεύνηση των επιδράσεων των έντονων μετεωρολογικών παλίρροιών τις παράκτιες ζώνες τις Μεσογείου.

Η διπλωματική εργασία του Χρήστου Μακρή (2017) έχει ως κίνητρο την μελέτη των ακραίων καιρικών φαινομένων σε παράκτιες περιοχές του ελλαδικού χώρου που συνδέονται με την Ανύψωση της Στάθμης της Θάλασσας (ΑΣΘ) και στοχεύει στην προστασία του περιβάλλοντος και των αστικών υποδομών. Αντικείμενο της έρευνας είναι οι μετεωρολογικές παλίρροιες δηλαδή οι θυελογενείς έντονες μεταβολές στη στάθμη της θάλασσας. Στόχος είναι η προσομοίωση των έντονων γεγονότων ΑΣΘ για να προσδιοριστεί η επίδραση της κλιματικής αλλαγής κατά τον 21^ο αιώνα.

Για τη μεθοδολογία χρησιμοποιήθηκαν:

- Μετρήσεις ετήσιων και μηνιαίων μέγιστων τιμών της μέγιστης τιμής του ύψους κύματος (Hs) και του επιπέδου της στάθμης της θάλασσας (SLH).
- Μέτρα ομοιογένειας των Hosking and Wallis (1997) για τα εξαγόμενα μεγέθη.
- Χωρισμός σε ομοιογενείς περιοχές.
- Επιλογή διακριτών σημείων του πλέγματος που να είναι αντιπροσωπευτικά για να γίνει η ανάλυση.
- Μονό-μεταβλητή Θεωρία Ακραίων Τιμών (EVT) για χρονική διάρκεια 50 ετών (1951-2000, 2001-2050, 2051-2100) με τύπο:

$$GEV(x) = \exp\left[-\left\{1 + \xi(t) \frac{(x - \mu(t))}{\sigma(t)}\right\}^{-\frac{1}{\xi(t)}}\right]$$

Όπου μ :παράμετρος θέσης, σ :παράμετρος κλίμακας, ξ :παράμετρος σχήματος.

Λόγω του γεγονότος ότι πρέπει να συμπεριληφθεί και η εποχή ως παράγοντας, κάθε παράμετρος έχει εκφραστεί σε συνάρτηση με το χρόνο. Έτσι, υπολογίζεται το επίπεδο αναφοράς z που παριστάνει την ποσότητα της κατανομής σε μία συγκεκριμένη περίοδο. Το z μεταβάλλεται ανάλογα με την τιμή της $Z_p(t)$ που παριστάνει την μεταβολή της z ανάλογα με το χρόνο για την υπέρβαση της πιθανότητας p και μπορεί να υπολογιστεί από την επίλυση της συνάρτησης αθροιστικής κατανομής της GEV. Επίσης, γίνεται ανάλυση των ακραίων τιμών με συνδυαστικά σχήματα επιλέγοντας πιθανές ακραίες τιμές σχεδιασμού και αθροιστική εκτίμηση της συνολικής στάθμης του νερού, πράγμα που συνέβη διότι οι πολυπαραμετρικές αναλύσεις είναι πιο αξιόπιστες.

Επιπλέον, εξετάζεται η τάση εξέλιξης των μέγιστων τιμών της μετεωρολογικής παλίρροιας θέτοντας ως κρίσιμο όριο $(m+3\sigma)_{SLH,obs}=30$ cm,

επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ,τιμές παραμέτρου $p < 0,5\%$ (Mann –Kendall) και έχοντας παρασταθεί σε διαγράμματα εξάγονται τα ανάλογα συμπεράσματα.

Ακόμη, γίνεται λόγος για την εποχιακή συχνότητα εμφάνισης των ετήσιων μέγιστων τιμών της Ανύψωσης της Στάθμης τις Θάλασσας η οποία βασίζεται στην ανάλυση των χρονοσειρών του SLH σε κάποιους σταθμούς με σκοπό να διερευνηθεί τυχόν αλλαγή στην εποχικότητα των ακραίων γεγονότων. Τα αποτελέσματα της εποχικότητας δείχνουν μία τάση διαστολής των φαινομένων κατά τη χειμερινή περίοδο και αύξησή τους κατά την εαρινή, γεγονός που συμφωνεί και με τις προβλέψεις των Jorda et al. 2012.

1.5.5 Μελέτη κατανομής των ακραίων τιμών του ύψους κύματος στη βόρεια θάλασσα

Το άρθρο του Paul Stansell παρουσιάζει ένα ευπροσάρμοστο στατιστικό μοντέλο, κατάλληλο για τη μοντελοποίηση ακραίων κατανομών, το οποίο προσαρμόζεται στα χαρακτηριστικά του ύψους κύματος δεδομένων των προσαρμοσμένων παραμέτρων. Χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από 14 ξεχωριστές περιόδους καταιγίδας από τις οποίες απομονώθηκαν εκείνες με τις ακραίες παρατηρήσεις. Παρουσιάζεται η εκτίμηση των αποτελεσμάτων προσαρμογής των δεδομένων σύμφωνα με την Rayleigh κατανομή καθώς και με την GPD.

Κατά τη μοντελοποίηση με τη Rayleigh κατανομή πραγματοποιείται ομαδοποίηση των δεδομένων δίνοντας ένα ενιαίο στατιστικό δείγμα και έτσι πλέον τα δεδομένα του ύψους κύματος χαρακτηρίζονται από στασιμότητα πράγμα που δεν αντιπροσωπεύει όλα τα χαρακτηριστικά του κύματος όπως η κορυφή και το ύψος τις καμπύλης. Η έρευνα αυτή οδηγεί στο γεγονός ότι η ομαδοποίηση δίνει ανεπαρκή δεδομένα για την προσαρμογή καθώς δεν ακολουθείται ο ασυμπτωτικός χαρακτήρας των κατανομών. Έτσι, χρησιμοποιείται η GDP με το X να είναι ίσο με μία από τις μεταβλητές του κύματος από τις 100 πιο ακραίες παρατηρήσεις σε κάθε μία από τις ομάδες που έχουν δημιουργηθεί. Εάν η σύγκλιση δεν έχει επιτευχθεί είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι οι τιμές δε μπορούν να ξεπερνούν την μεγαλύτερη ακραία τιμή. Αυτές οι προσαρμογές έδειξαν ότι η κατανομή Rayleigh δεν είναι κατάλληλη για την μοντελοποίηση των ακραίων τιμών.

Σύμφωνα με αυτά ο Stansell προτείνει μία προσέγγιση η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση των ακραίων τιμών ύψους κύματος, όταν δεν υπάρχει κάποια πιο αξιόπιστη εναλλακτική:

- I. Καθορισμός κατωφλίου u και παραμέτρου κλίμακας s .
- II. Τίθεται $\xi=0$ σύμφωνα με του πίνακες προσαρμογής για τα χαρακτηριστικά του κύματος και στη συνέχεια να υπολογιστούν τα μ και σ από τις τύπους:
$$\sigma = \bar{\sigma} \text{ και } \mu = u + \bar{\sigma} \ln p \text{ με } p=0,001434.$$
- III. Υπολογισμός για $\xi=0$ των $F_{0\mu\sigma}(x) = \exp(-\frac{x-\mu}{\sigma})$ και $f_{0\mu\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma} \exp(-\frac{x-\mu}{\sigma})$
Πρέπει να σημειωθεί ότι αυτές οι εκτιμώμενες πιθανότητες δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται για τιμές μικρότερες του κατωφλίου u .
Συνοψίζοντας, τα μοντέλα GPD τοποθετήθηκαν σε δεδομένα για να παρέχουν πληροφορίες για τα χαρακτηριστικά του κύματος σε ομαδοποιημένα δεδομένα αλλά και σε ένα ενιαίο δείγμα. Οι αναλύσεις αυτές εξάγουν το συμπέρασμα ότι η κατανομή Rayleigh δεν είναι επαρκής για την εξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων σχετικά με τη πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών ύψους κύματος. Το σημαντικότερο είναι ότι παρέχουν παραμετρικά μοντέλα κατάλληλα για την πρόβλεψη των τιμών όταν δεν υπάρχει κάποια πιο αξιόπιστη εναλλακτική. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι οι κατανομές αντιπροσωπεύουν τα μοντέλα που έχουν προσαρμοστεί στα δεδομένα και όχι την ασυμπτωτική τους συμπεριφορά με αποτέλεσμα να μην έχει νόημα τα εγκατεστημένα μοντέλα να παρεκκλίνουν πολύ από το εύρος των δεδομένων.

1.5.6 Μελέτη συνάρτησης πιθανότητας μέγιστες τιμές ύψους και κορυφογραμμής

Στη δημοσίευση των Marc Prevosto, Harald E. Krogstad, Agnes Robin γίνεται λόγος για τη σημαντικότητα της σωστής βραχυπρόθεσμης στατιστικής ανάλυσης και παρουσιάζεται η χρήση δύο μοντέλων επιβεβαίωσης της θεωρίας, το the Jahns–Wheeler μοντέλο και The Rayleigh– Stokes μοντέλο.

Γίνεται ανάλυση των δύο μοντέλων σε δύο σενάρια, το πρώτο είναι μία καταιγίδα από τη βάση δεδομένων Frigg όπου το ύψος κύματος είναι διαθέσιμο σε κάθε περίοδο. Κατασκευάζονται διαγράμματα που δείχνουν τις κατανομές πιθανοτήτων για το μέγιστο ύψος κορυφής και κύματος με την πάροδο του χρόνου. Παρατηρείται ότι για την κορυφή του κύματος το μοντέλο Rayleigh-Stokes και η παραμετροποίηση τις Weibull για την περιοχή του Ekofisk δίνουν περίπου ίδια αποτελέσματα. Από το γράφημα των μέγιστων υψών ανά αριθμό κυμάτων γίνεται αντιληπτό ότι οι κατανομές έχουν ελάχιστη διαφορά αλλά πιο αξιόπιστο φαίνεται το μοντέλο Rayleigh-Stokes καθώς η Gaussian παραμετροποίηση δίνει μικρότερα αναμενόμενα ύψη.

Στη συνέχεια προτείνεται, σε μία μακροπρόθεσμη κατανομή, να ενσωματωθεί μία κατανομή Weibull με τρεις παραμέτρους για το ύψος κύματος.

$$P(H_s \leq h) = 1 - \exp(-(\frac{h-H_0}{H_c})^\gamma) \quad \text{με} \quad \gamma=1,26, H_c=2,14, H_0=0,7m. \quad \text{Επιπλέον,}$$

απαιτείται μία συσχέτιση με το μέσο όρο κυμάτων που συμβαίνουν στη μονάδα χρόνου

δηλαδή τη συχνότητα: $\frac{1}{\langle T \rangle} = 0.234(H_s [m])^{-0.37} [s^{-1}]$ όπου H_s το σημαντικό ύψος

κύματος, T η περίοδος του κύματος, s θαλάσσιος συντελεστής (χαρακτηριστικό απόκρημνης τοποθεσίας). Τα αποτελέσματα της ενσωμάτωσης με αρκετά μεγαλύτερα μεγέθη γίνονται αντιληπτά από διαγράμματα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας σε σχέση με το ύψος του κύματος όπου οι τιμές των κατανομών μετατοπίζονται σημαντικά προς τις μεγαλύτερες τιμές.

1.5.7 Εκτίμηση ακραίων τιμών κύματος και κορυφογραμμής χρησιμοποιώντας εργαστηριακά και πραγματικά δεδομένα μέτρησης

Στη συγκεκριμένη εργασία παρουσιάζεται η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για να επικυρωθεί η καταλληλότερη θεωρητική κατανομή σχετικά με το ύψος κύματος και κορυφογραμμής κύματος χρησιμοποιώντας πραγματικές μετρήσεις και εργαστηριακά αποτελέσματα. Η μεθοδολογία βασίζεται στη στατιστική ανάλυση δεδομένων επιτήρησης αλλά και στο χρονικό ιστορικό έτσι ώστε να εντοπιστούν οι ιδιότητες του κύματος για να χρησιμοποιηθούν στην προσομοίωση των δεδομένων και έχει ως εξής:

- **Ανάλυση με χρονοσειρές:** Μετά τη συγκέντρωση των πραγματικών παρατηρήσεων του ύψους κύματος και της προσομοίωσης του εργαστηρίου πραγματοποιείται ανάλυση για το καθορισμό της ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας και των παραμέτρων που την επηρεάζουν. Πρωταρχικό ζήτημα είναι το να διαπιστωθεί αν η μέση τιμή ανύψωσης είναι 0. Σε περίπτωση που δεν είναι 0 θα πρέπει να αφαιρεθούν οι τιμές ανύψωσης από τον αρχικό μέσο όρο. Η συνάρτηση κατανομής ύψους κύματος σύμφωνα με τον Longuet Higgings (1952) μπορεί να είναι η Rayleigh:

$$p(H) = 2 \frac{H}{H_{rms}^2} \exp\left[-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2\right] \quad \text{όπου } H_{rms}: \text{το μέσο τετραγωνικό ύψος κύματος, } M: \text{αριθμός κυμάτων } H_j: \text{το ύψος του } j \text{ κύματος.}$$

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M H_j^2}$$

I. Ανάλυση ανύψωσης επιφάνειας τις θάλασσας

Οι σημαντικότερες παράμετροι για την επεξεργασία των δεδομένων είναι η διακύμανση και η τυπική απόκλιση γιατί με αυτές τις τιμές η κατανομή εξομαλύνεται ακόμη και αν τα δεδομένα είναι ακατέργαστα. Γίνεται ομαδοποίηση των δεδομένων καθορίζοντας το πλάτος της κάθε ομάδας από το εύρος των τιμών του ύψους και καθορίζεται το ποσοστό ανύψωσης η: $\frac{N_i}{N_T}$

όπου N_i : το νούμερο των τιμών της ομάδας και N_T : ο συνολικός αριθμός των τιμών που εμφανίζονται. Στη συνέχεια καθορίζεται η πυκνότητα πιθανότητας για διακριτά δεδομένα: $p(\eta_i) = \frac{N_i}{N_T \Delta \eta}$ όπου $\Delta \eta$: μέγεθος ομάδας και μη

$$\text{διακριτά: } \sum_{i=bin1}^{binNT} \frac{N_i}{N_T \Delta \eta} \Delta \eta = \sum \frac{N_i}{N_T} = 1.$$

II. Ανάλυση ύψους κύματος και κορυφογραμμής

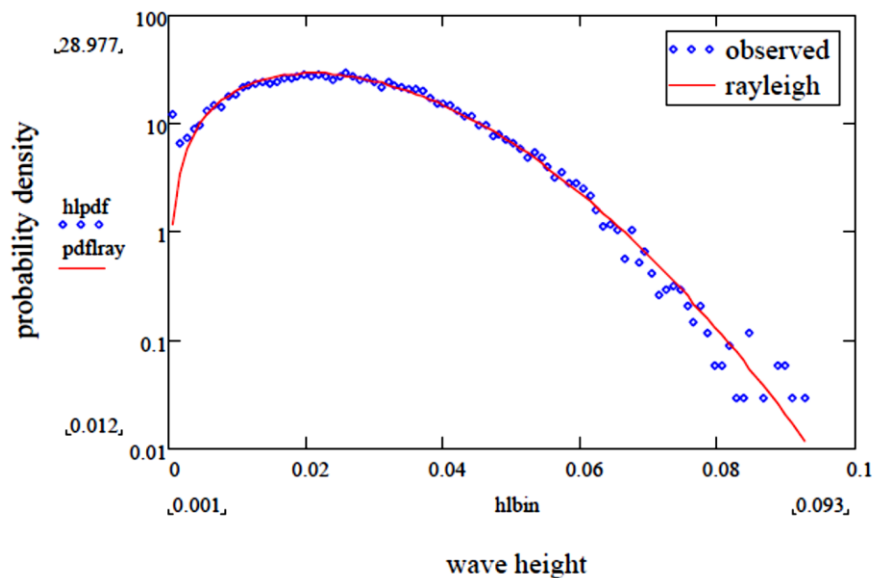
Το ύψος κύματος δίνεται από τον μαθηματικό τύπο: $p(H_i) = \frac{H_i}{H_T \Delta H}$ όπου H_i :

ο αριθμός των κυμάτων H_T : ο συνολικός αριθμός κυμάτων και ΔH : το πλάτος της ομάδας. Στη συνέχεια γίνεται σύγκριση με την Rayleigh κατανομή. Το ποσοστό των κυμάτων με ύψος ίσο ή λιγότερο από H :

$$P(H) = \int_0^H p(H) dH = 1 - \exp\left[-\left(\frac{H^2}{H_{rms}^2}\right)\right].$$

- **Κατανομή ύψους κύματος.**

Γίνεται παράθεση των παραμέτρων των δειγμάτων με σκοπό την επικύρωση του τύπου της κατανομής που είναι η μέση τιμή, η διακύμανση, η τυπική απόκλιση, η κυρτότητα και η καμπυλότητα. Πραγματοποιείται σύγκριση των τιμών με την Rayleigh κατανομή όπως φαίνεται για παράδειγμα στο σχήμα:



Σχήμα 1.3: Σύγκριση τιμών δείγματος με την Rayleigh κατανομή

Ομοίως, γίνεται σύγκριση με τους 6 τύπους ύψους κύματος (Rayleigh type1, Rayleigh type2 Forrsitall, Krogstad, Haring and Rayleigh-Stokes). Από τη σύγκριση αυτή παρατηρείται ότι η κατανομή Rayleigh υπereκτιμά τα αποτελέσματα στην εργαστηριακή προσομοίωση ενώ αντίθετα τα υποεκτιμά στην περίπτωση των δεδομένων από τις πραγματικές μετρήσεις. Έτσι, αποδείχθηκε ο πλησιέστερος θεωρητικός τύπος για τη γραμμική κατανομή του ύψους κύματος και συνίσταται σε περίπτωση εργαστηριακής προσομοίωσης. Αν και στο πεδίο των πραγματικών τιμών η Rayleigh βρέθηκε να υποεκτιμά την κατανομή του ύψους κύματος, διαπιστώθηκε ότι ταιριάζει καλύτερα από την τροποποιημένη διανομή Weibull των Forrsitall, Krogstad και Haring.

1.5.8 Οι Weibull και GEV κατανομές για την ανάλυση της ταχύτητας του ανέμου σε κάποιες περιοχές της Ινδίας.

Στην παρούσα εργασία, αναφέρεται η σημαντικότητα προσομοίωσης της ταχύτητας του ανέμου για τον υπολογισμό της αιολικής ενέργειας. Οι περισσότεροι αρθρογράφοι χρησιμοποίησαν την Weibull κατανομή στις προσομοιώσεις τους χωρίς όμως κανείς να εξετάσει την εγκυρότητα του μοντέλου ως προς τις ακραίες τιμές με αποτέλεσμα το μοντέλο Weibull να μην είναι κατάλληλο για τιμές πάνω από ένα ορισμένο κατώφλι.

Στην παρούσα εργασία, γίνεται έλεγχος εγκυρότητας αντλώντας δεδομένα από τέσσερις διαφορετικές περιοχές της Ινδίας. Στο πλαίσιο αυτό εξετάστηκαν πολλές κατανομές όπως η Frechet, η Gumbell προσδιορίζοντας έναν καλύτερο εκτιμητή για κάθε περιοχή εφόσον έχει παρατηρηθεί ότι οι ταχύτητες ανέμου των ανεμογεννητριών κυμαίνονται από 5-25m/s ενώ η Weibull είναι κατάλληλη μέχρι 14m/s και η ετήσια πιθανότητα υπέρβασης των τιμών αυτών της ταχύτητας είναι 1/50 πράγμα που καθιστά απαραίτητη την προσομοίωση της ουράς των παρατηρήσεων. Επίσης, γίνεται υπολογισμός του συντελεστή πιθανότητας ή κινδύνου που είναι απαραίτητος για την εκτίμηση της ταχύτητας του ανέμου και συγκρίνεται με τον αντίστοιχο συντελεστή του Ινδικού Προτύπου με τα αποτελέσματα να συγκλίνουν κατά 5%, επικυρώνοντας έτσι την ύπαρξη κινδύνου για ακραίες τιμές. Τα αποτελέσματα της εργασίας έδειξαν ότι:

- I. Η κατανομή Weibull μπορεί να μοντελοποιήσει σωστά τις τιμές της ταχύτητας μέχρι ένα συγκεκριμένο κατώφλι, το οποίο είναι συγκεκριμένο για κάθε περιοχή της μελέτης και έδειξε ότι η αντίστροφη Weibull και η Frechet είναι δύο από αυτές που μπορούν να προσομοιώσουν τις ακραίες τιμές.
- II. Σε αυτή τη μελέτη εφαρμόστηκε το μοντέλο μοντελοποίησης της ταχύτητας του ανέμου για τον προσδιορισμό του συντελεστή πιθανότητας ή του συντελεστή κινδύνου από τα ωριαία δεδομένα και τις ακραίες τιμές που καταγράφηκαν. Έτσι, το άρθρο προτείνει ότι ο συντελεστής κινδύνου μπορεί να προσδιοριστεί προσαρμόζοντας τα ακραία ωριαία δεδομένα πέρα από τα όρια, πράγμα που στη μελέτη συμφωνεί εντός του 5% που προτείνεται από το πρότυπο.
- III. Η τεχνική προσδιορισμού της ταχύτητας του ανέμου έχει διευρυνθεί σε όλη τη χερσόνησο της Ινδίας με προοπτική να εφαρμοστεί και παγκοσμίως.

Αξιοσημείωτη είναι η προσέγγιση για τον υπολογισμό του συντελεστή κινδύνου (Risk Coefficient). Η μοντελοποίηση της ταχύτητας του ανέμου μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο: $V_z = k_1 k_2 k_3 V_b$ όπου k_1 : ο συντελεστής κινδύνου, k_2 : τραχύτητα εδάφους και συντελεστής ύψους, k_3 : συντελεστής τοπογραφίας, V_b : βασική ταχύτητα ανέμου που έχει προκύψει από μελέτη των ακραίων τιμών σε περίοδο αναφοράς 50 ετών. Επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός του k_1 από τον τύπο

$$k_1 = \frac{A - B \left[\ln \left\{ -\frac{1}{N} \ln(1 - P_N) \right\} \right]}{A + 4B} \quad \text{όπου } P_N: \text{πιθανότητα ύπαρξης σε } N \text{ χρόνια } (=1-p^N \text{ με}$$

p : η πιθανότητα μη ύπαρξης), A : μέση τιμή, B : τυπική απόκλιση σ , τ : η παράμετρος καμπυλότητας. Με αντικατάσταση των παραμέτρων που αναφέρθηκαν ο τύπος μπορεί

να πάρει τη μορφή:
$$k_1 = \frac{\frac{\sigma}{f_2} \left\{ f_1 - \left[-\frac{1}{N} \ln(1 - P_N) \right]^{\tau} \right\} + m}{\frac{\sigma}{f_2} \{ f_1 - 0.02^{\tau} \} + m} \quad \text{με } f_1 = \Gamma(1 + \tau) \quad \text{και}$$

$f_2 = \sqrt{\Gamma(1 + 2\tau) - f_1^2}$. Τα αποτελέσματα τοποθετημένα σε πίνακα προτείνουν σύγκριση του προτεινόμενου k_1 με εκείνο του κώδικα. Το ποσοστό διαφοράς των δύο παραμέτρων κυμαίνεται στο $\pm 5\%$ γεγονός που καθιστά τη προσέγγιση αποδεκτή.

2

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΑΝΕΜΟΥ ΚΑΙ ΎΨΟΥΣ ΘΑΛΑΣΣΙΟΥ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση δεδομένων ταχύτητας ανέμου και ύψους θαλάσσιου κυματισμού με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την θεωρητική κατανομή που προσαρμόζεται με βέλτιστο τρόπο στα εκάστοτε δεδομένα. Στην πρώτη ενότητα σχετικά με τη ταχύτητα ανέμου έχουν συλλεχθεί δεδομένα από την Αγία Μαρίνα Μαραθώνα Αττικής όπου πρόκειται να στηθεί ανεμογεννήτρια. Στη δεύτερη ενότητα, τα δεδομένα προέρχονται από μετρήσεις του ύψους θαλάσσιου κυματισμού από τις εξής περιοχές: Λάρνακα, Αλβανία και Βόρειο Αιγαίο.

2.1 Ανάλυση ταχύτητας του ανέμου

Στο κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα μετρήσεων ταχύτητας ανέμου από την Αγία Μαρίνα Μαραθώνα Αττικής που πρόκειται να στηθεί ανεμογεννήτρια. Οι παρατηρήσεις περιλαμβάνουν τιμές της ταχύτητας του ανέμου που έχουν καταγραφεί ανά 60λεπτο και 10λεπτο από ανεμόμετρο ιστού αναφοράς 22m, 18m και 13m αποθηκεύοντας την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή κάθε φορά κατά τις ημερομηνίες 9/9/2019-22/10/2019 και 23/10/2019-31/10/2019.

Η μεθοδολογία της ανάλυσης έχει ως εξής :

- Συγκέντρωση των δεδομένων και απομόνωση του 97,5% των παρατηρήσεων με σκοπό τη μελέτη των ακραίων τιμών.
- Προσομοίωση μέσω μαθηματικού λογισμικού των ακραίων τιμών και καταγραφή των τριών επικρατέστερων κατανομών με βάση τα τεστ προσαρμογής του προγράμματος.
- Καταγραφή των πραγματικών στατιστικών στοιχείων πριν την προσομοίωση και σύγκριση αποτελεσμάτων.
- Η διαδικασία αυτή έχει επαναληφθεί για τις ακραίες τιμές και για τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.
- Στόχος της ανάλυσης είναι να βρεθεί κάποια κατανομή που να προσαρμόζει την τιμή του ανέμου με σκοπό τη πρόβλεψη του μεγέθους των ακραίων τιμών μελλοντικά αλλά και της πιθανότητας να συμβούν.

2.1.1 Ανάλυση δεδομένων για την περίοδο 9/9-22/10 με συχνότητα 60 λεπτά

Ξεκινώντας την επεξεργασία των δεδομένων του ανεμόμετρου C1 που έχει ιστό αναφοράς 22m συγκεντρώνονται οι μέγιστες και μέσες τιμές της ταχύτητας του ανέμου που καταγράφονται σε συχνότητα 60min και 30min. Πρώτο βήμα αποτελεί ο διαχωρισμός της ουράς των παρατηρήσεων σε κάθε περίπτωση. Απαραίτητο εργαλείο για το διαχωρισμό είναι τα εκατοστημόρια με τα οποία διαχωρίζεται το 95% ή το 97,5% καθορίζοντας τις ακραίες τιμές του δείγματος, στη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιείται το P97.5% των παρατηρήσεων όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Συχνότητα: **60min**

Ημερομηνία: **9/9/2019-22/10/2019**

Μεταβλητή: **Μέγιστη τιμή**

C1-max				C1-average			
Θέση	Στήλη1	Κατάταξη	Ποσοστό	Θέση	Στήλη1	Κατάταξη	Ποσοστό
332	33,2	1	100,00%	94	19,18	1	100,00%
110	26,5	2	99,80%	120	19,04	2	99,80%
121	26,1	3	99,70%	93	18,96	3	99,60%
97	25,6	4	99,60%	110	18,96	3	99,60%
120	25,2	5	99,40%	121	18,94	5	99,50%
122	25,2	5	99,40%	95	18,79	6	99,40%
91	25,1	7	99,00%	119	18,72	7	99,30%
94	25,1	7	99,00%	109	18,7	8	99,20%
108	25,1	7	99,00%	105	18,69	9	99,00%
113	24,8	10	98,90%	106	18,65	10	98,90%
525	24,7	11	98,80%	91	18,51	11	98,80%
95	24,5	12	98,70%	140	17,95	12	98,70%
98	24,4	13	98,60%	98	17,87	13	98,60%
109	24,3	14	98,50%	96	17,77	14	98,50%
93	24,2	15	98,10%	97	17,65	15	98,40%
99	24,2	15	98,10%	137	17,59	16	98,20%
137	24,2	15	98,10%	122	17,55	17	98,10%
119	24,1	18	98,00%	99	17,54	18	98,00%
96	23,8	19	97,90%	104	17,4	19	97,90%
105	23,7	20	97,80%	138	17,34	20	97,80%
				90	17	21	97,70%
				92	16,96	22	97,60%
				139	16,77	23	97,50%

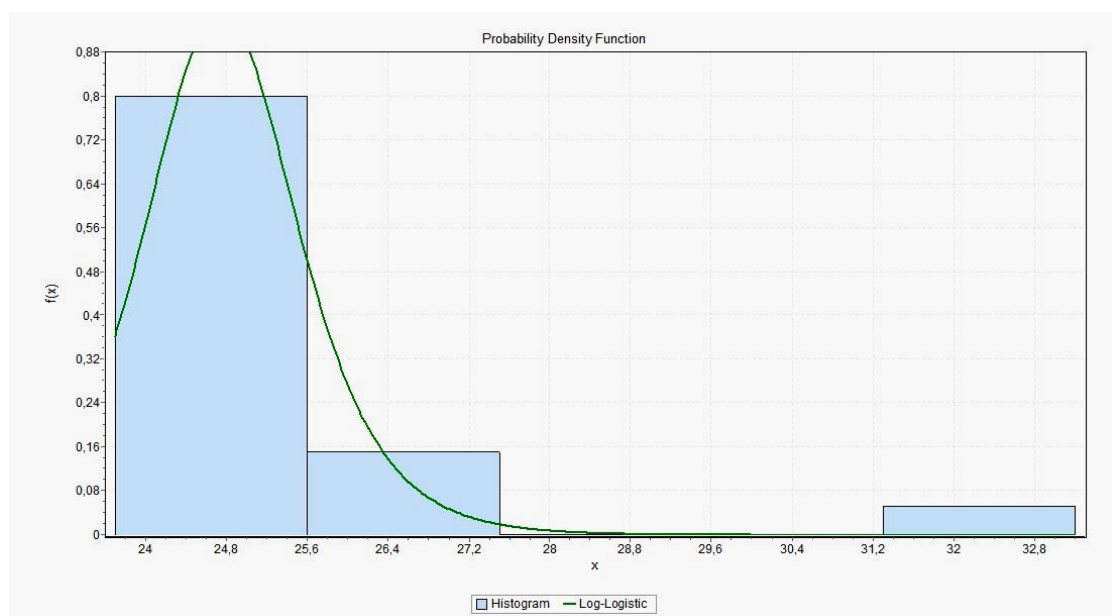
Πίνακας 2.1: Ακραίες τιμές του δείγματος προς επεξεργασία 9/9/2019-22/10/2019 για τη μέγιστη τιμή

Απομονώνοντας τις τιμές που είναι μεγαλύτερες από 97,5% πραγματοποιείται προσομοίωση με τη βοήθεια μαθηματικού λογισμικού. Τα αποτελέσματα μελέτης του 97,5% των **μέγιστων** καταγεγραμμένων παρατηρήσεων (C1-max) βγάζουν τις εξής κατανομές και παρουσιάζονται με τη καμπύλη κατανομής (παρουσιάζονται οι 3 πρώτες):

i. **Log-Logistic** με $\alpha=49,662$, $\beta=24,768$, $\gamma=0$

Όπου α :συνεχής παράμετρος σχήματος, β :συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha} \right)^{-2}.$$

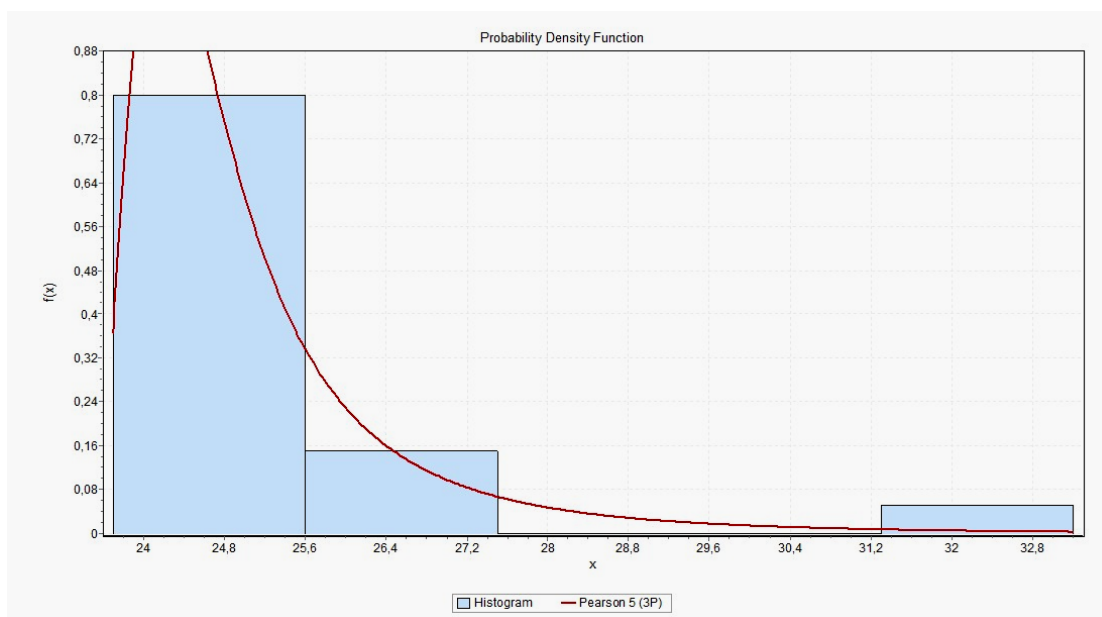


Σχήμα 2.1: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Log-logistic(60min,9/9/2019-22/10/2019,Μέγιστη τιμή)

ii. **Pearson5 (3P)** με $\alpha=3,0141$, $\beta=3,9573$, $\gamma=23,194$

Όπου α :συνεχής παράμετρος σχήματος, β :συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{\beta}{x-\gamma}\right)}{\beta \cdot \Gamma(\alpha) \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha+1}}$$

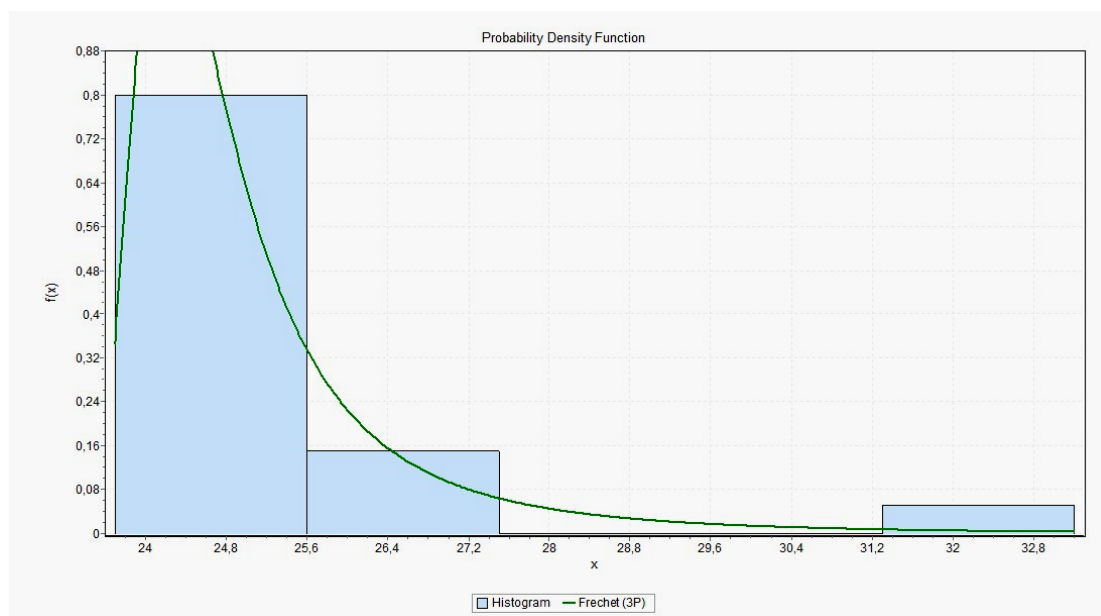


Σχήμα 2.2: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Pearson(60min,9/9/2019-22/10/2019,Μέγιστη τιμή)

iii. **Frechet (3P)** με $\alpha = 2,6641$, $\beta = 1,737$, $\gamma = 22,674$

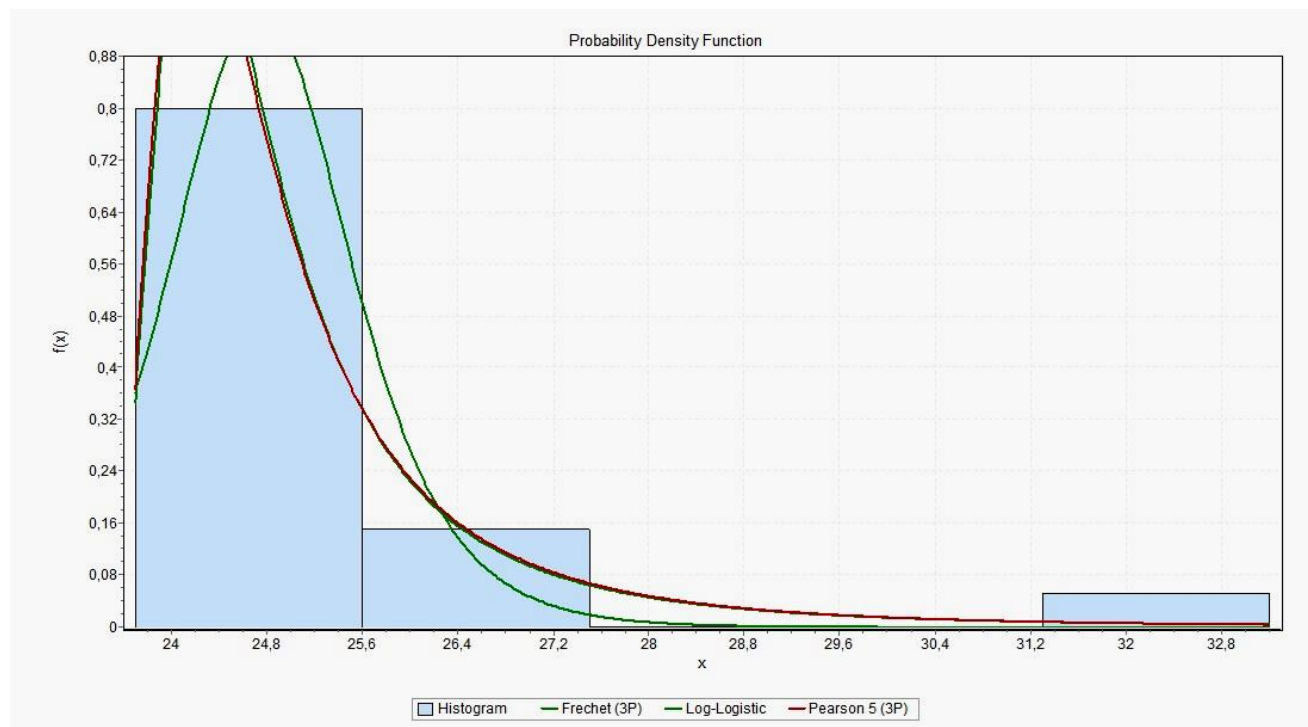
Όπου α :συνεχής παράμετρος σχήματος, β :συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x - \gamma} \right)^{\alpha+1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x - \gamma}\right)^{\alpha}\right).$$



Σχήμα 2.3: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Frechet(60min,9/9/2019-22/10/2019,Μέγιστη τιμή)

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.4: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας(60min,9/9/2019-22/10/2019,Μέγιστη τιμή)

Παρακάτω παρουσιάζονται τα περιγραφικά στοιχεία των μέγιστων τιμών που μελετήθηκαν παραπάνω:

Descriptive Statistics

Statistic	Value
Sample Size	20
Range	9,5
Mean	25,2
Variance	4,0768
Std. Deviation	2,0191
Coef. of Variation	0,08012
Std. Error	0,45149
Skewness	3,5718
Excess Kurtosis	14,343

Percentile	Value
Min	23,7
5%	23,705
10%	23,83
25% (Q1)	24,2
50% (Median)	24,75
75% (Q3)	25,2
90%	26,46
95%	32,865
Max	33,2

Πίνακας 2.2: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019 ,Μέγιστη τιμή

Ημερομηνία: 9/9/2019-22/10/2019

Συχνότητα: 60min

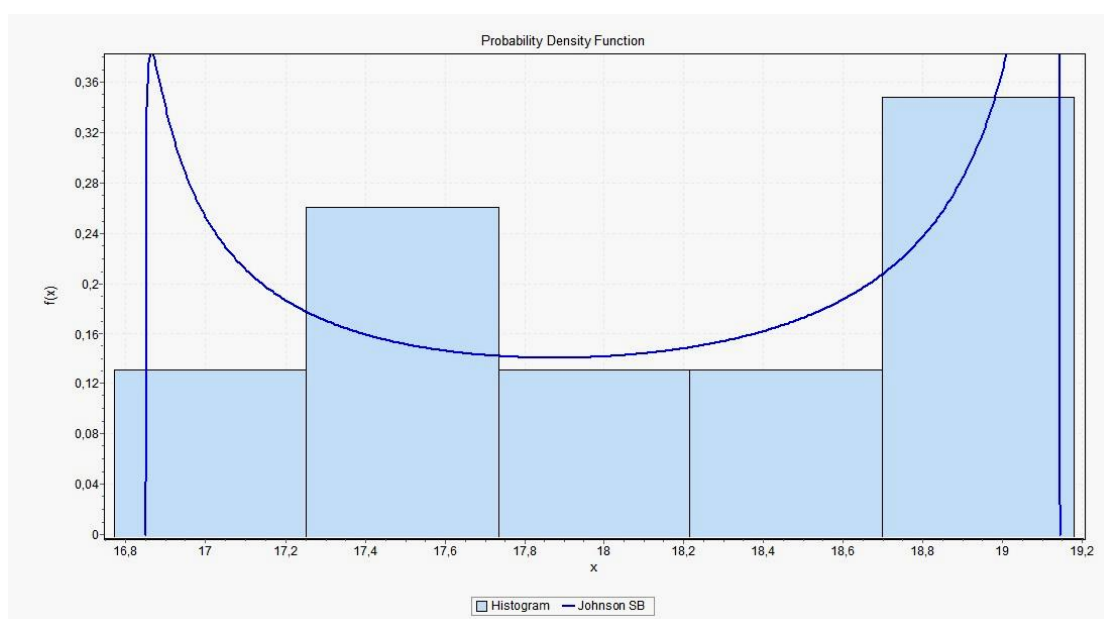
Μεταβλητή: Μέση τιμή

Ομοίως παρουσιάζονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τη μέση τιμή του 97,5% των παρατηρήσεων:

i. **Johnson SB** με $\gamma=0,15565$, $\delta=0,4289$, $\lambda=2,2946$, $\xi=16,849$

Όπου γ, δ : συνεχείς παράμετροι σχήματος, λ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, ξ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda \sqrt{2\pi z(1-z)}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right) \text{ και } z = \frac{x-\xi}{\lambda}.$$



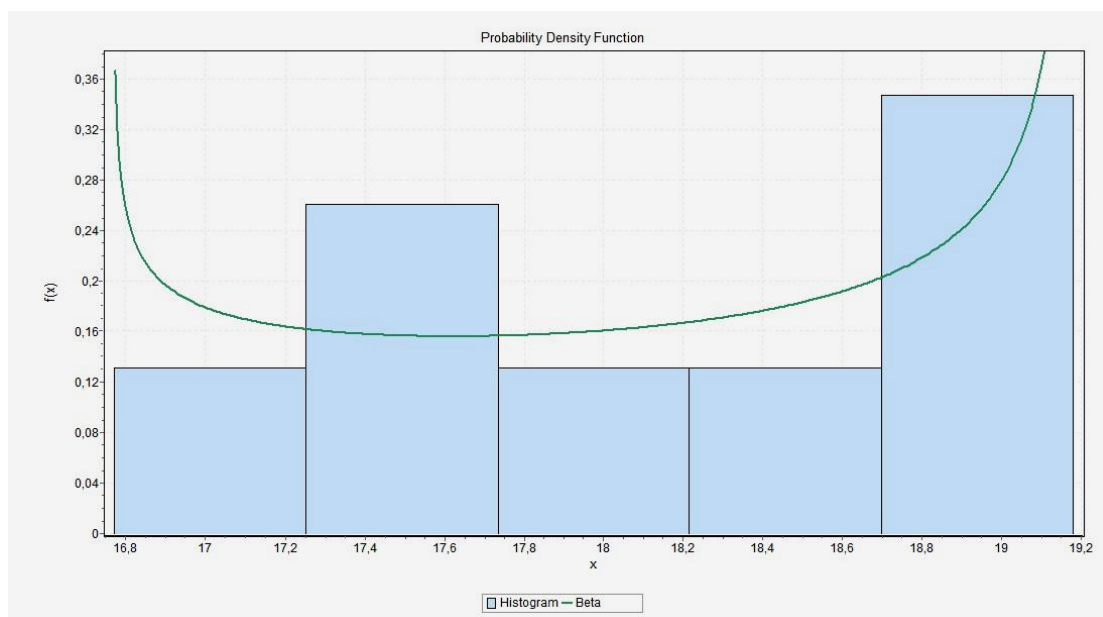
Σχήμα 2.5: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Johnson(9/9/2019-22/10/2019,60min,Μέση τιμή)

ii. **Beta** με $\alpha_1=0,8056$, $\alpha_2=0,64328$, $a=16,77$, $b=19,18$

Όπου α_1, α_2 : συνεχείς παράμετροι σχήματος, a, b : συνεχείς οριακοί παράμετροι με $\alpha < b$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

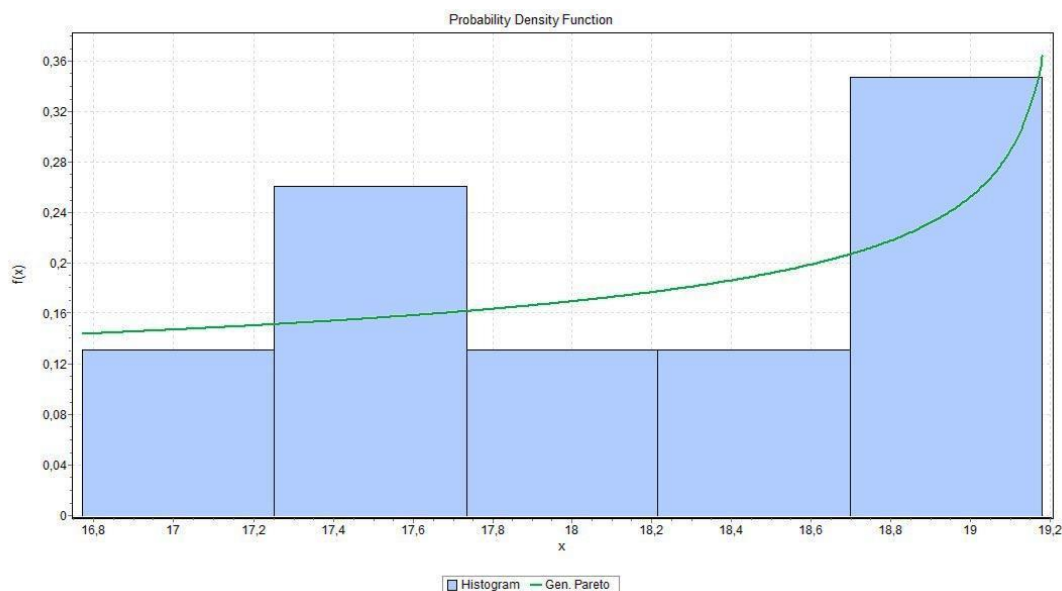
$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \frac{(x-a)^{\alpha_1-1} (b-x)^{\alpha_2-1}}{(b-a)^{\alpha_1+\alpha_2-1}} \text{ και } z \equiv \frac{x-a}{b-a}, B: \text{ η παράμετρος της}$$

Beta.



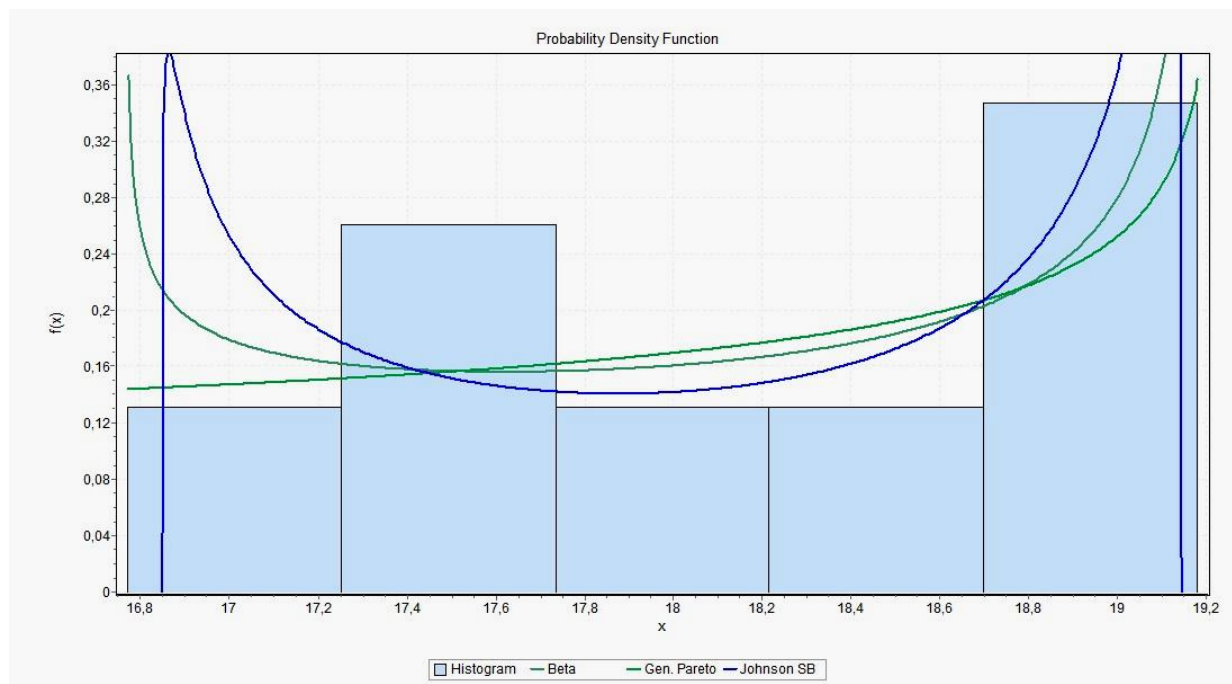
Σχήμα 2.6: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Beta (9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή)

- iii. **Gen. Pareto** με $k = -1,3098$, $\sigma = 3,3844$, $\mu = 16,645$
 Όπου k : συνεχής παράμετρος σχήματος, σ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, μ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας .
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{k}}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right), & k = 0 \end{cases}$$



Σχήμα 2.7: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen. Pareto (9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή)

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.8: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή)

Παρακάτω παρουσιάζονται τα περιγραφικά στοιχεία των μέσων τιμών που καταγράφηκαν και μελετήθηκαν προηγουμένως:

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	23	Min	16,77
Range	2,41	5%	16,808
Mean	18,11	10%	16,976
Variance	0,58549	25% (Q1)	17,54
Std. Deviation	0,76517	50% (Median)	17,95
Coef. of Variation	0,04225	75% (Q3)	18,79
Std. Error	0,15955	90%	19,008
Skewness	-0,19694	95%	19,152
Excess Kurtosis	-1,4163	Max	19,18

Πίνακας 2.3: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή

Συνοπτικά τα αποτελέσματα κάθε ουράς παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα:

Ημερομηνία: 9/9/2019-22/10/2019

Περίοδος: 60 λεπτά

A/M: C1

ΜΕΤΑ ΒΛΗΤ Η	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ Ι	ΜΕΤΑΒ ΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜ Η	ΠΑΡΑΜΕ ΤΡΟΙ
Μέση τιμή τιμών P97.5	1.Johnson SB	$\gamma=0,15565,$ $\delta=0,4289,$ $\lambda=2,2946,$ $\xi=16,849$	Μέγιστες τιμές	1.Log- Logistic	$\alpha=49,662,$ $\beta=24,768,$ $\gamma=0$
	2.Beta	$\alpha_1=0,8056,$ $\alpha_2=0,64328,$ $a=16,77,$ $b=19,18$		2.Pearson5 (3P)	$\alpha=3,0141,$ $\beta=3,9573,$ $\gamma=23,194$
	3.Gen.Pareto	$k=-1,3098,$ $\sigma=3,3844,$ $\mu=16,645$		3.Frechet (3P)	$\alpha=2,6641,$ $\beta=1,737,$ $\gamma=22,674$

Πίνακας 2.4:Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 9/9/2019-22/10/2019

Στη συνέχεια πραγματοποιείται η ίδια ανάλυση για τα δεδομένα του ανεμόμετρου C1 ιστού αναφοράς 22m που συλλέγονται σε επόμενη ημερομηνία με περίοδο 60min.

2.1.2 Ανάλυση δεδομένων για την περίοδο 23/10-31/10 με συχνότητα 60 λεπτά

Μεταβλητή: Μέγιστη τιμή

Συχνότητα: 60min

Ημερομηνία: 23/10/2019-31/10/2019

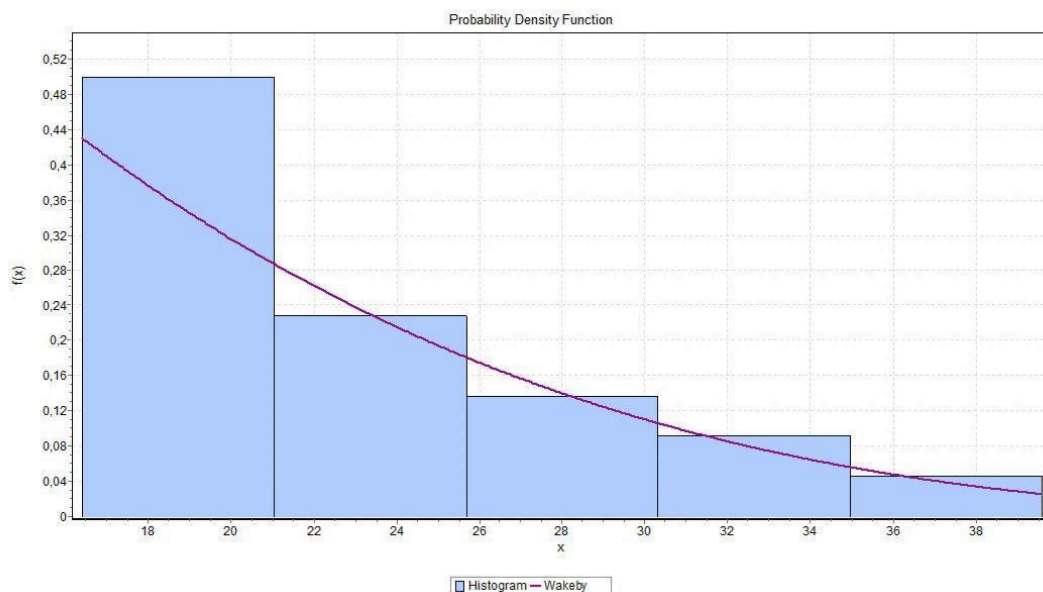
C1-max				C1-average			
Θέση	Στήλη1	Κατάταξη	Ποσοστό	Θέση	Στήλη1	Κατάταξη	Ποσοστό
390	39,6	1	100,00%	747	23,93	1	100,00%
747	31,5	2	99,80%	746	23,52	2	99,80%
744	31,2	3	99,70%	744	21,04	3	99,70%
745	30,3	4	99,60%	745	19,36	4	99,60%
746	28,4	5	99,50%	742	17,14	5	99,50%
661	25,7	6	99,40%	741	16,41	6	99,40%
743	25,5	7	99,30%	743	16,4	7	99,30%
748	25,4	8	99,10%	740	15,16	8	99,10%
742	24,1	9	99,00%	390	15,03	9	99,00%
389	23,9	10	98,90%	748	14,69	10	98,90%
741	23	11	98,80%	389	14,27	11	98,80%
740	20,7	12	98,70%	538	13,87	12	98,70%
660	20,5	13	98,60%	539	12,75	13	98,60%
538	19,7	14	98,40%	754	12,07	14	98,40%
753	17,4	15	98,30%	323	11,84	15	98,30%
539	17,1	16	98,20%	540	11,68	16	98,20%
537	17	17	98,00%	753	11,67	17	98,10%
739	17	17	98,00%	533	11,64	18	98,00%
758	16,7	19	97,70%	537	11,6	19	97,90%
759	16,7	19	97,70%	435	11,57	20	97,70%
754	16,6	21	97,60%	499	11,22	21	97,60%
388	16,4	22	97,50%	758	11,21	22	97,50%

Πίνακας 2.5: Ακραίες τιμές του δείγματος προς επεξεργασία 23/10/2019-31/10/2019, Μέγιστη τιμή, 60min

Τα αποτελέσματα μελέτης του P 97.5% των ακραίων τιμών του **C1-max** παρατίθενται παρακάτω:

- I. **Wakeby** με $\alpha=9,665$ $\beta=0,2286$ $\gamma=0$ $\delta=0$ $\xi=15,061$ όπου α , β , γ , δ , ξ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

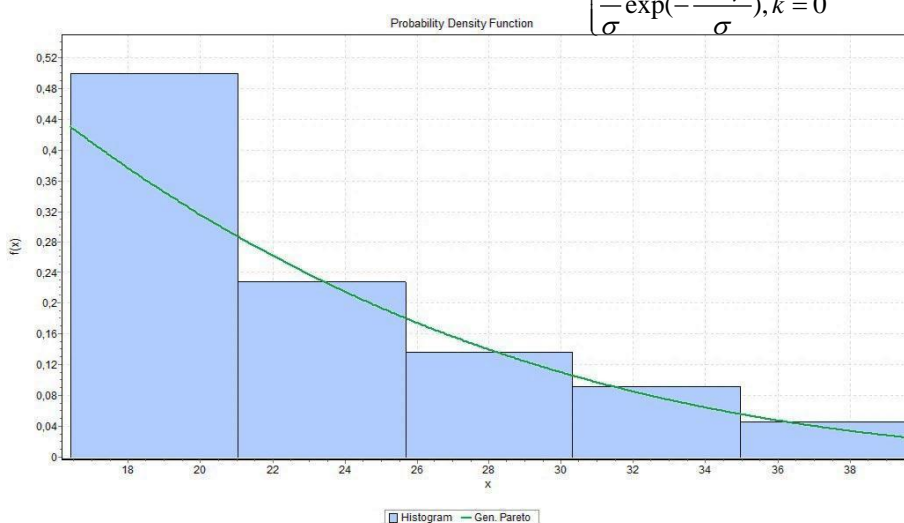
$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta}).$$



Σχήμα 2.9: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)

- II. **Gen. Pareto** με $k=-0,2286$, $\sigma=9,665$, $\mu=15,061$ Όπου k : συνεχής παράμετρος σχήματος, σ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, μ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-1/k}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right), & k = 0 \end{cases}$$



Σχήμα 2.10: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen. Pareto (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)

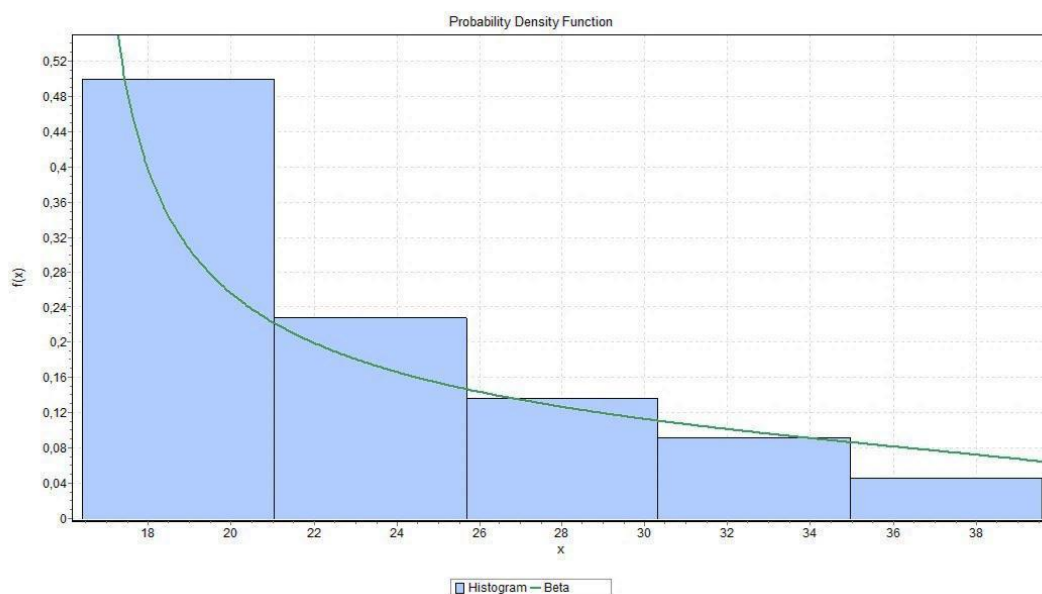
III.

IV. **Beta** με $\alpha_1 = 0,4812$, $\alpha_2 = 1,2291$, $a = 16,4$, $b = 43,56$

Όπου α_1, α_2 : συνεχείς παράμετροι σχήματος, a, b : συνεχείς οριακοί παράμετροι με $a < b$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

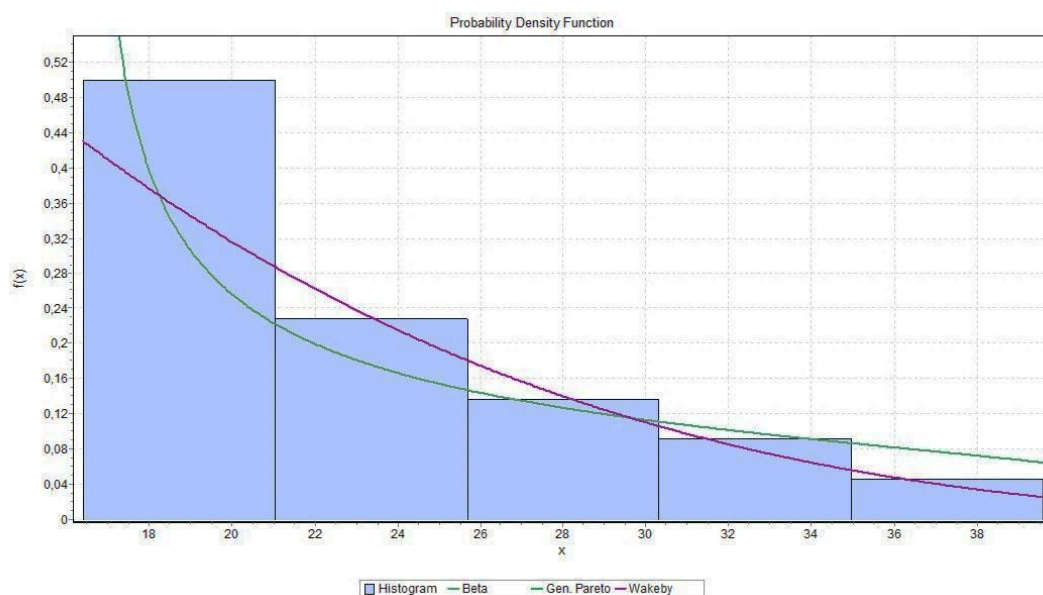
$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \frac{(x-a)^{\alpha_1-1} (b-x)^{\alpha_2-1}}{(b-a)^{\alpha_1+\alpha_2-1}} \quad \text{και} \quad z \equiv \frac{x-a}{b-a}, \quad B: \text{ η παράμετρος της}$$

Beta.



Σχήμα 2.11: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Beta (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.12: Συγκενρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)

Παρακάτω παρουσιάζονται τα περιγραφικά στοιχεία των μέγιστων τιμών:

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	22	Min	16,4
Range	23,2	5%	16,43
Mean	22,927	10%	16,63
Variance	40,153	25% (Q1)	17
Std. Deviation	6,3366	50% (Median)	21,85
Coef. of Variation	0,27638	75% (Q3)	26,375
Std. Error	1,351	90%	31,41
Skewness	0,94599	95%	38,385
Excess Kurtosis	0,54975	Max	39,6

Πίνακας 2.6: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019,Μέγιστη τιμή,60min

Ημερομηνία: **23/10/2019-31/10/2019**

Περίοδος: **60min**

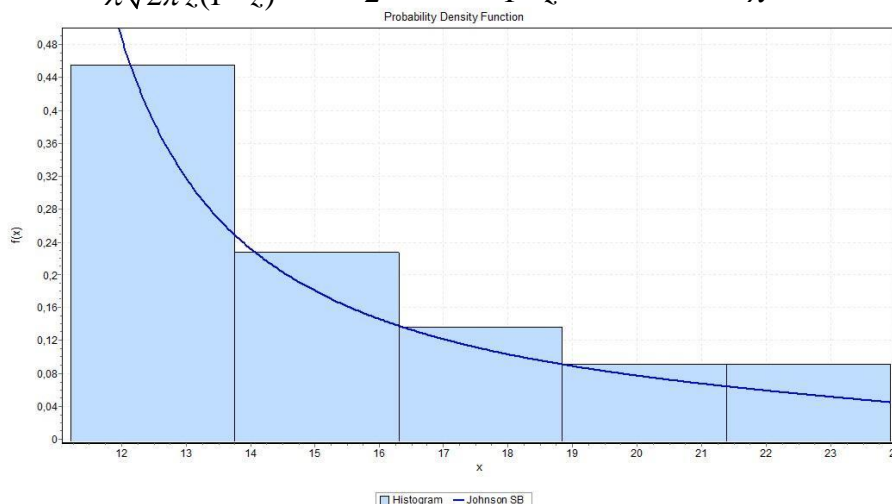
Μελέτη: **Μέση τιμή**

Στη συνέχεια αναλύονται οι **μέσες τιμές** του A/M **C1-average** που έχουν καταγραφεί σε περίοδο 60min για την ίδια ημέρα.

I. **Johnson SB** με $\gamma = 1,0028$, $\delta = 0,58787$, $\lambda = 16,831$, $\xi = 10,871$

Όπου γ, δ : συνεχείς παράμετροι σχήματος, λ :συνεχής παράμετρος κλίμακας, ξ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

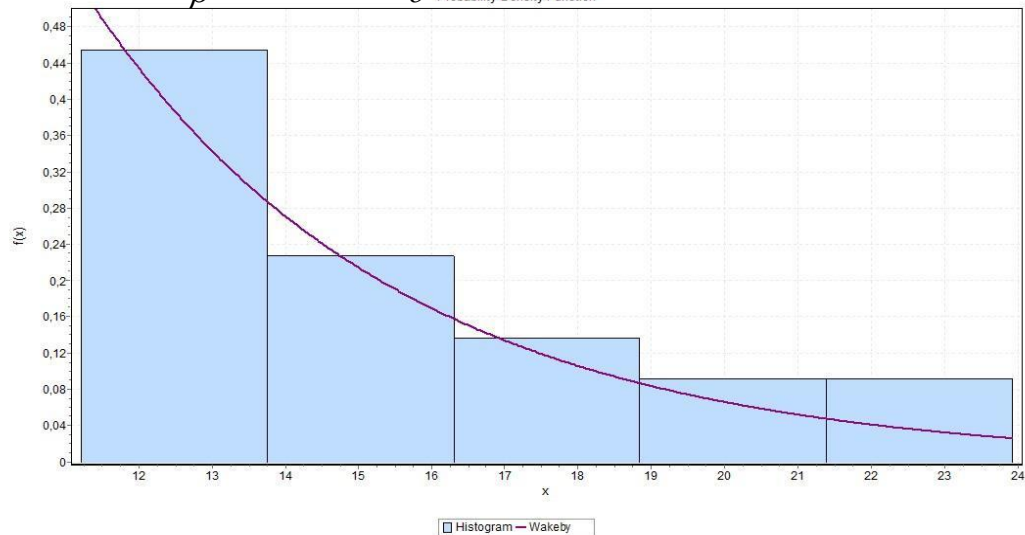
$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda \sqrt{2\pi} z(1-z)} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right) \text{ και } z = \frac{x - \xi}{\lambda}$$



Σχήμα 2.13:Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Johnson(23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέση τιμή)

- II. **Wakeby** με $\alpha=0$ $\beta=0$ $\gamma=4,2504$ $\delta=0,00456$ $\xi=10,642$ όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \xi$ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

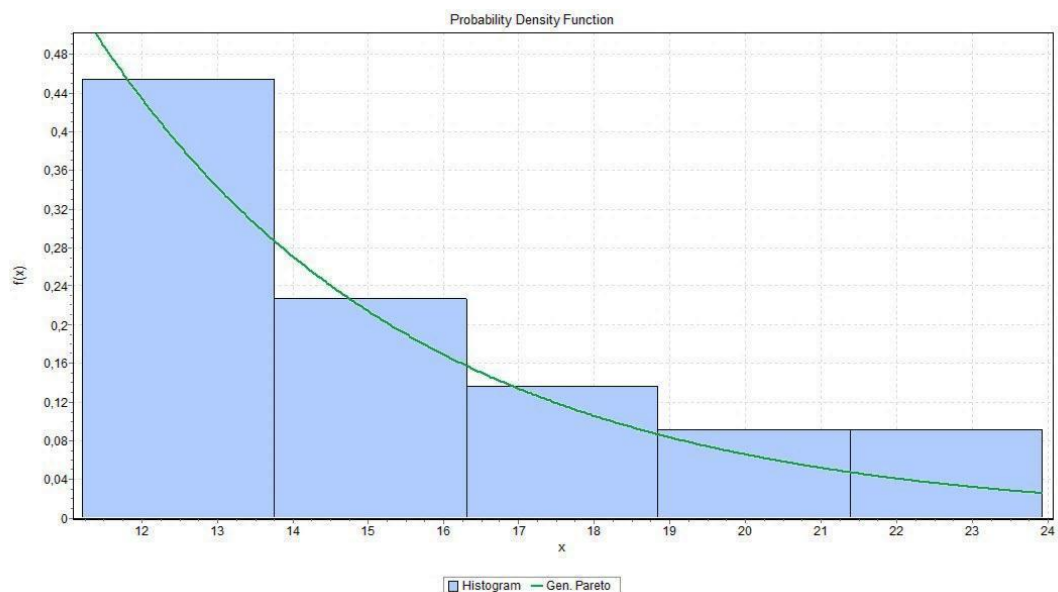
$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta}).$$



Σχήμα 2.14: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέση τιμή)

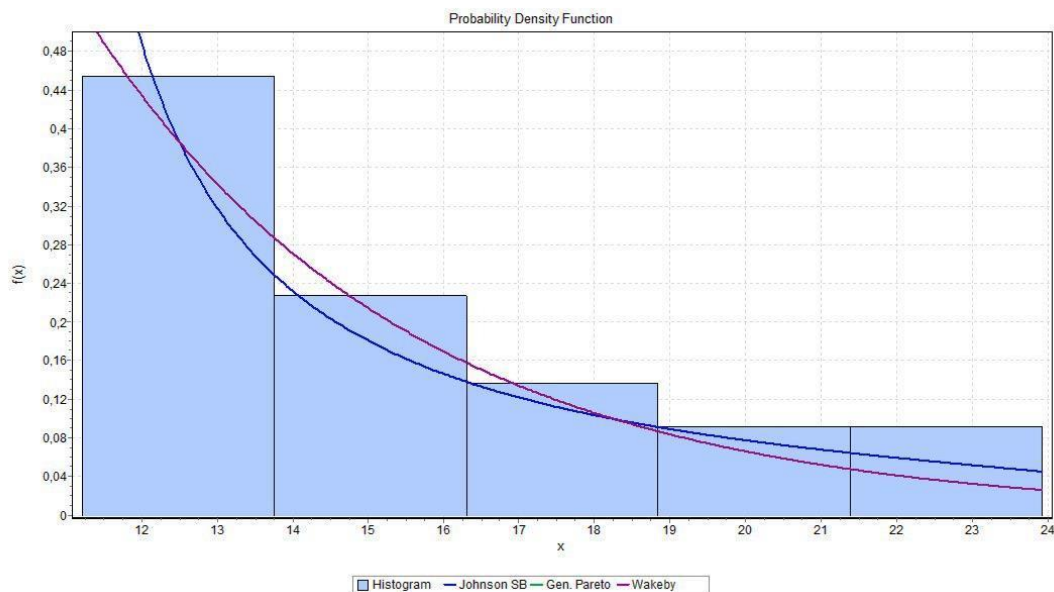
- III. **Gen. Pareto** με $k=0,00456$, $\sigma=4,2504$, $\mu=10,642$ Όπου k : συνεχής παράμετρος σχήματος, σ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, μ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-1 - \frac{1}{k}}, k \neq 0 \text{ και } f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right), k = 0.$$



Σχήμα 2.15: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen.Pareto (23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέση τιμή)

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.16: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέση τιμή)

Περιγραφικά στατιστικά δεδομένα:

Descriptive Statistics			
Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	22	Min	11,21
Range	12,72	5%	11,212
Mean	14,912	10%	11,325
Variance	15,578	25% (Q1)	11,663
Std. Deviation	3,9468	50% (Median)	14,07
Coef. of Variation	0,26467	75% (Q3)	16,593
Std. Error	0,84147	90%	22,776
Skewness	1,1636	95%	23,868
Excess Kurtosis	0,4561	Max	23,93

Πίνακας 2.7: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, Μέση τιμή, 60min

Συγκεντρωτικά έχουμε:

Ημερομηνία: 23/10/2019-31/10/2019

Περίοδος: 60 λεπτά

A/M: C1

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ
Μέση τιμή τιμών P97.5	1. Johnson SB	$\gamma=1,0028,$ $\delta=0,58787,$ $\lambda=16,831,$ $\xi=10,871$	Μέγιστες τιμές	1. Wakeby	$\alpha=9,665$ $\beta=0,2286$ $\gamma=0$ $\delta=0$ $\xi=15,061$
	2. Wakeby	$\alpha=0$ $\beta=0$ $\gamma=4,2504$ $\delta=0,00456$ $\xi=10,642$		2.Gen. Pareto	$k=-$ $0,2286,$ $\sigma=$ $9,665,$ $\mu=15,061$
	3. Gen. Pareto	$k=0,00456,$ $\sigma=4,2504,$ $\mu=10,642$		3.Beta	$\alpha_1=$ $0,4812,$ $\alpha_2=$ $1,2291,$ $a=$ $16,4,$ $b=43,56$

Πίνακας 2.8:Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019,Μέση τιμή,60min

2.1.3 Ανάλυση δεδομένων για την περίοδο 9/9-22/10 με συχνότητα 10λεπτά

Οι επόμενες μετρήσεις αφορούν αναλύσεις των μέσων και μέγιστων τιμών της ταχύτητας του ανέμου A/M C1 ιστού αναφοράς με διαφορετική περίοδο καταγραφής, η οποία έχει προσδιοριστεί σε 10 λεπτά. Οι τρεις πρώτες κατανομές μετά από προσομοίωση με το πρόγραμμα μαθηματικών προσομοιώσεων για τις ακραίες μέγιστες τιμές έχουν ως εξής:

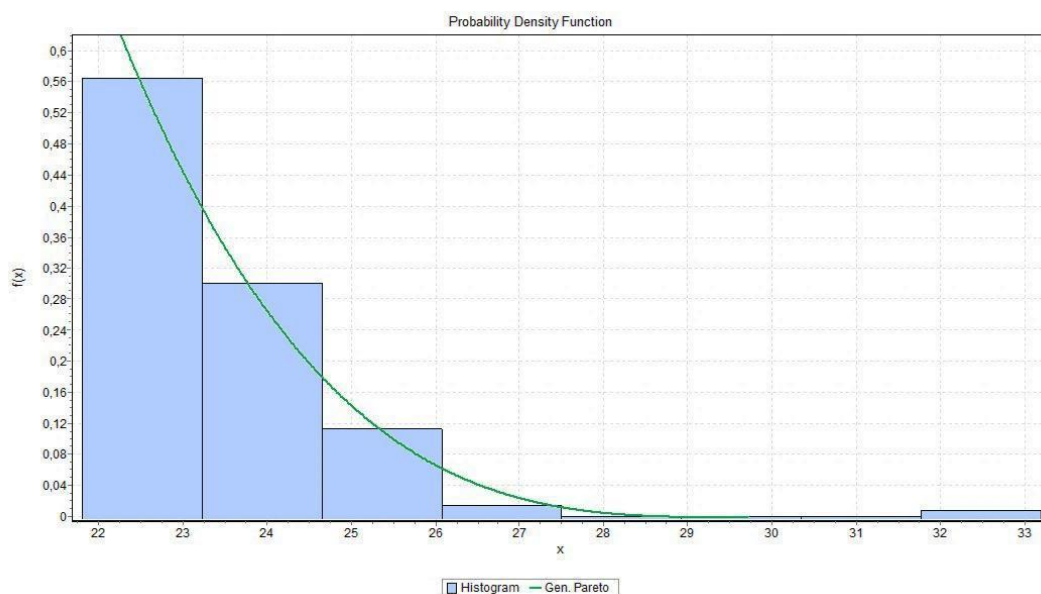
Ημερομηνία:9/9/2019-22/10/2019

Περίοδος: 10min

Μελέτη: Μέγιστη τιμή

- I. **Gen. Pareto** με $k = -0,23845$, $\sigma = 1,8882$, $\mu = 21,792$. Όπου k : συνεχής παράμετρος σχήματος, σ :συνεχής παράμετρος κλίμακας, μ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

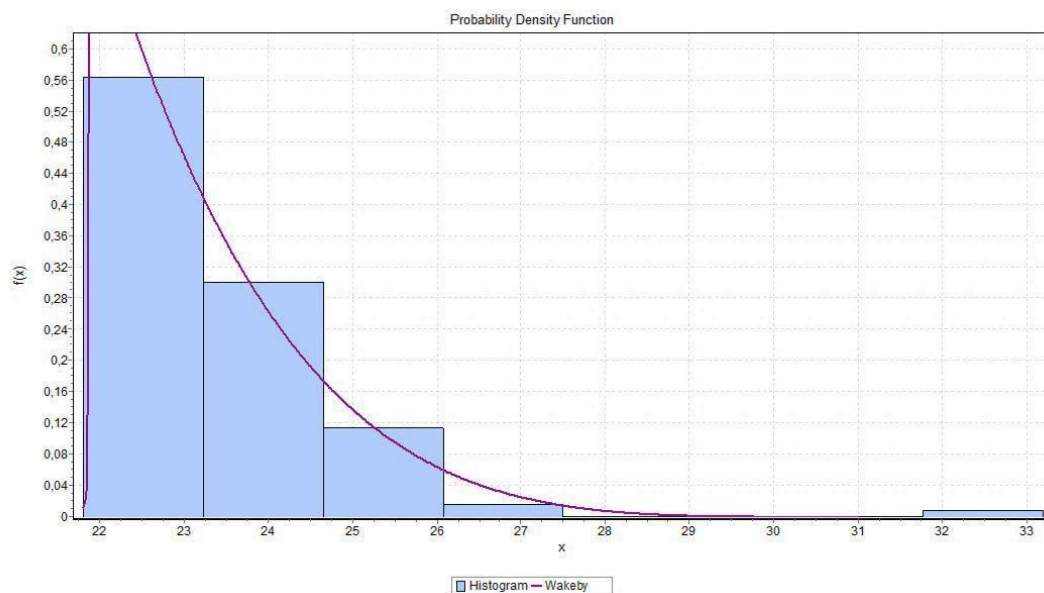
$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{k}}, k \neq 0 \text{ και } f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right), k = 0$$



Σχήμα 2.17: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen.Pareto (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

- II. **Wakeby** με $\alpha = 48100,0$, $\beta = 2200,8$, $\gamma = 1,7523$, $\delta = -0,19136$, $\xi = 0$ όπου α , β , γ , δ , ξ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

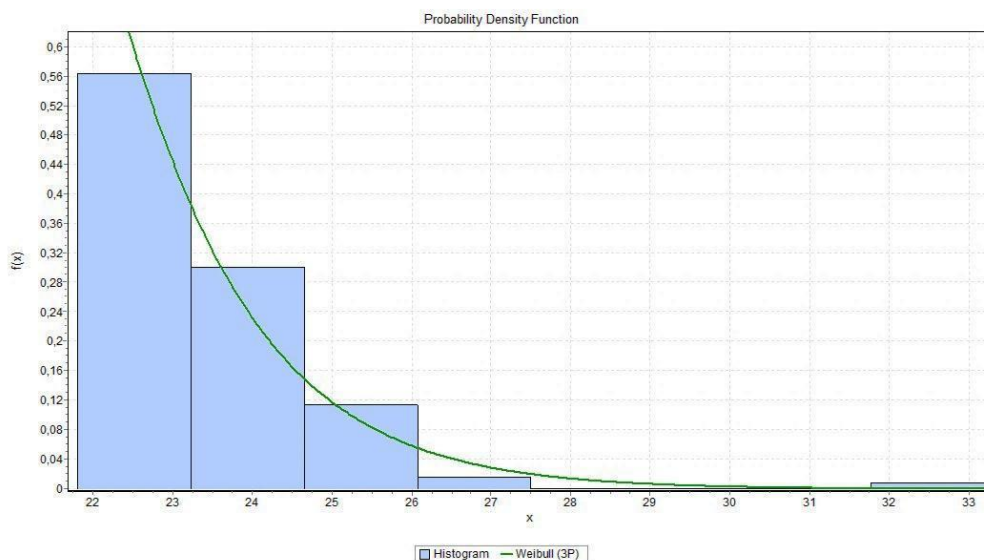
$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta})$$



Σχήμα 2.18: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

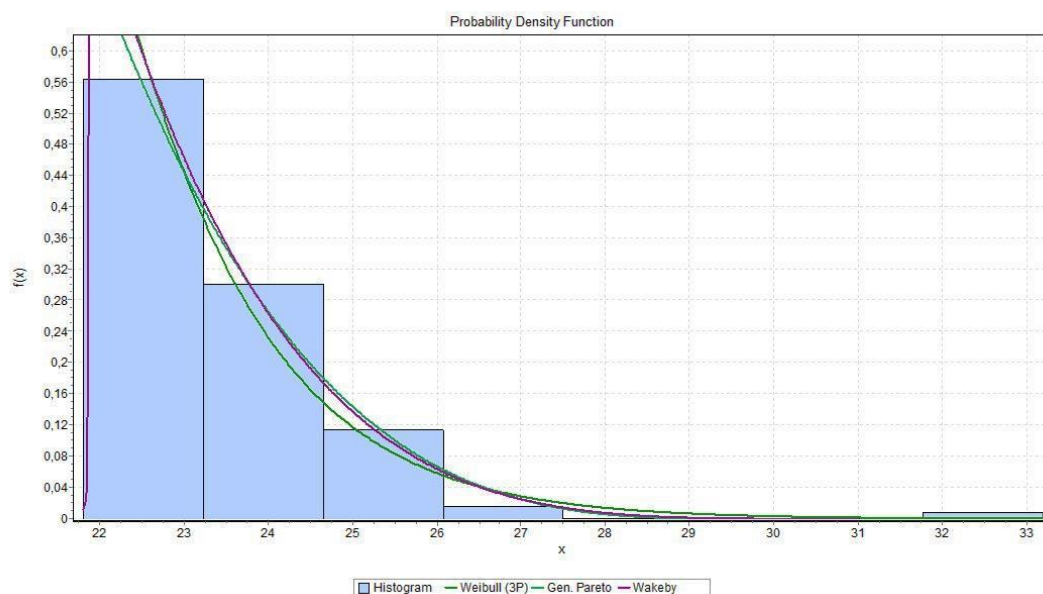
III. **Weibull (3P)** με $\alpha = 1,0561$ $\beta = 1,5506$ $\gamma = 21,796$ όπου α : συνεχής παράμετρος σχήματος, β : συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left(- \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha} \right).$$



Σχήμα 2.19: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Weibull (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.20: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	133	Min	21,8
Range	11,4	5%	21,87
Mean	23,317	10%	22
Variance	1,9305	25% (Q1)	22,35
Std. Deviation	1,3894	50% (Median)	23,1
Coef. of Variation	0,05959	75% (Q3)	24,1
Std. Error	0,12048	90%	25
Skewness	2,986	95%	25,23
Excess Kurtosis	18,193	Max	33,2

Πίνακας 2.9: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή

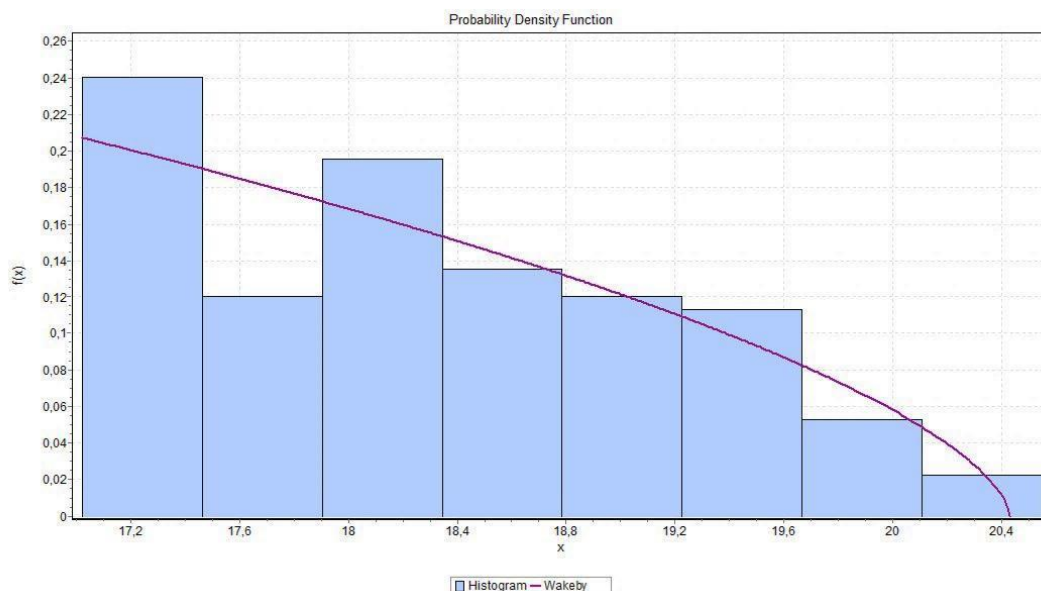
Ημερομηνία: 9/9/2019-22/10/2019

Περίοδος: 10min

Μελέτη: Μέση τιμή

- I. **Wakeby** με $\alpha = 72700,0$, $\beta = 4275,5$, $\gamma = 2,1232$, $\delta = -0,61972$, $\xi = 0$ όπου α , β , γ , δ , ξ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

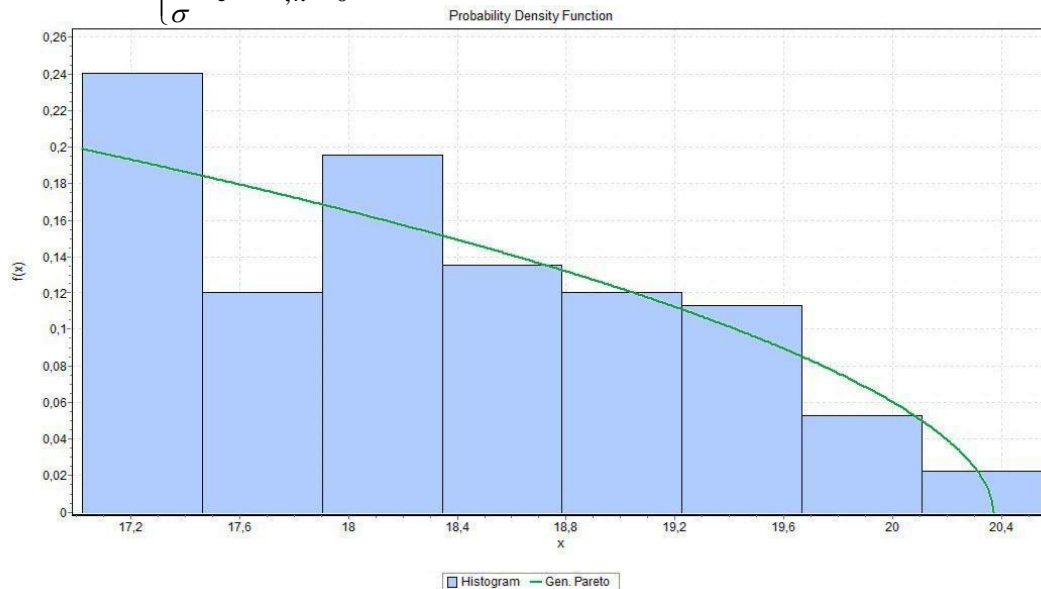
$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta}) .$$



Σχήμα 2.21: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή)

- II. **Gen. Pareto** με $k = -0,64845$, $\sigma = 2,2019$, $\mu = 16,975$ όπου k : συνεχής παράμετρος σχήματος, σ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, μ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

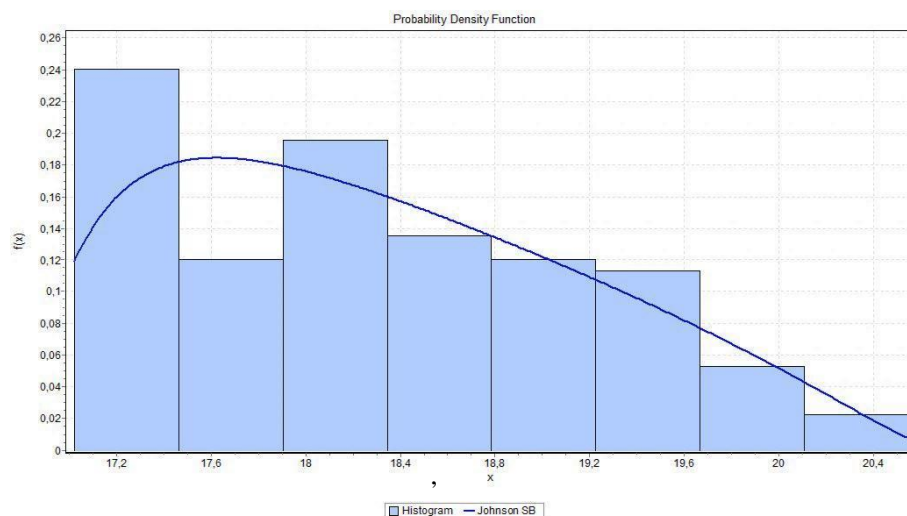
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{k}}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma}}, & k = 0 \end{cases}$$



Σχήμα 2.22: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen.Pareto (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή)

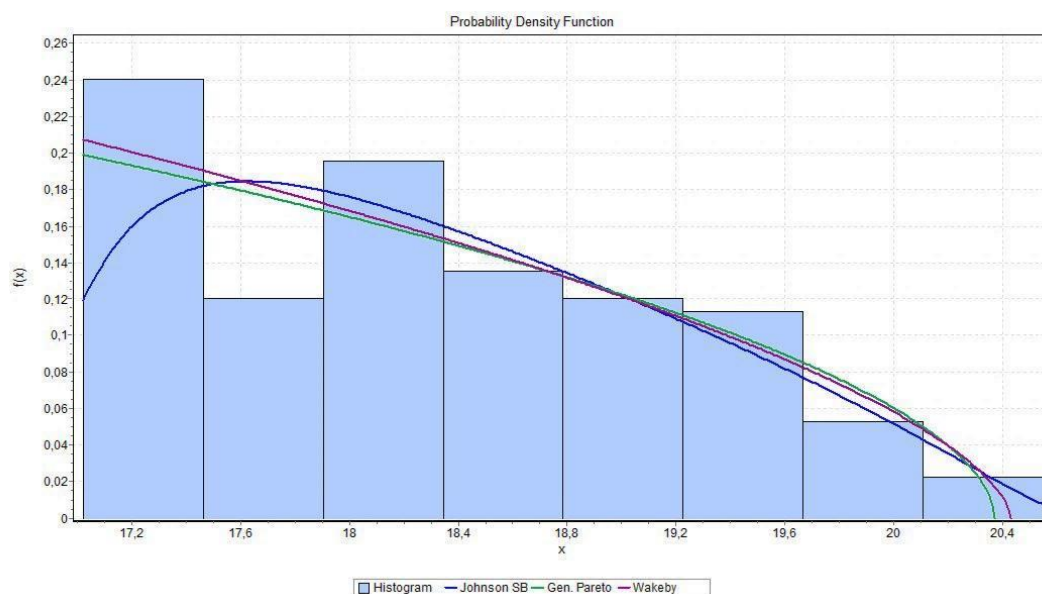
- III. **Johnson SB** με $\gamma = 0,48915$, $\delta = 0,88913$, $\lambda = 4,0398$, $\xi = 16,727$
Όπου γ, δ : συνεχείς παράμετροι σχήματος, λ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, ξ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda \sqrt{2\pi z(1-z)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right) \quad \text{και} \quad z = \frac{x-\xi}{\lambda}$$



Σχήμα 2.23: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Johnson (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή)

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.24: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή)

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	133	Min	17,02
Range	3,53	5%	17,127
Mean	18,311	10%	17,174
Variance	0,77662	25% (Q1)	17,49
Std. Deviation	0,88126	50% (Median)	18,23
Coef. of Variation	0,04813	75% (Q3)	18,955
Std. Error	0,07642	90%	19,5
Skewness	0,39273	95%	19,883
Excess Kurtosis	-0,7395	Max	20,55

Πίνακας 2.10: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 10min, Μέση τιμή

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ
Μέση τιμή τιμών P97.5	1. Wakeby	$\alpha=72700,0$ $\beta=4275,5$ $\gamma=2,1232$ $\delta=-0,61972$ $\xi=0$	Μέγιστες τιμές	1. Gen. Pareto	$k=0,23845,$ $\sigma=1,8882,$ $\mu=21,792$
	2. Gen. Pareto	$k=-0,64845,$ $\sigma=2,2019,$ $\mu=16,975$		2. Wakeby	$\alpha=48100,0$ $\beta=2200,8$ $\gamma=1,7523$ $\delta=-0,19136$ $\xi=0$
	3. Johnson SB	$\gamma=0,48915,$ $\delta=0,88913,$ $\lambda=4,0398,$ $\xi=16,727$		3. Weibull (3P)	$\alpha=1,0561$ $\beta=1,5506$ $\gamma=21,796$

Πίνακας 2.11: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 9/9/2019-22/10, 10min

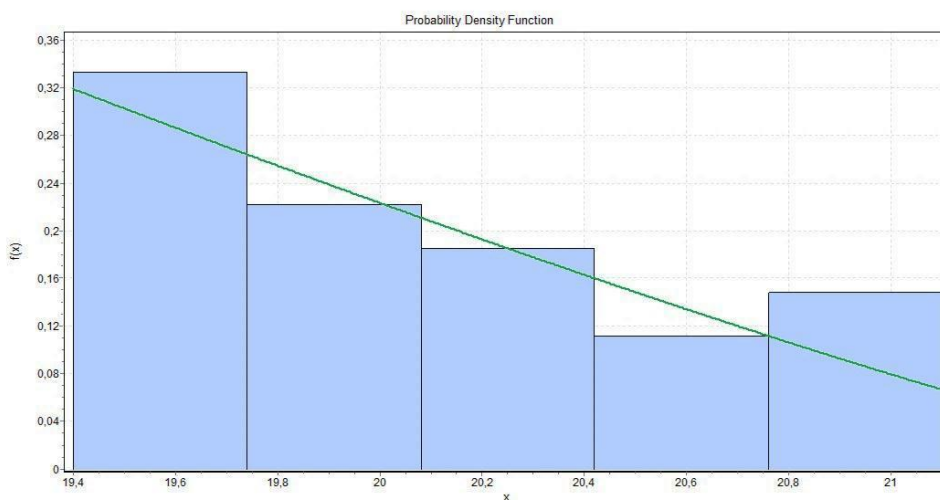
2.1.4 Ανάλυση δεδομένων για την περίοδο 23/10-31/10 με συχνότητα 10λεπτά

Ημερομηνία: 23/10/2019-31/10/2019

Περίοδος: 10min

Μελέτη: Μέγιστη τιμή

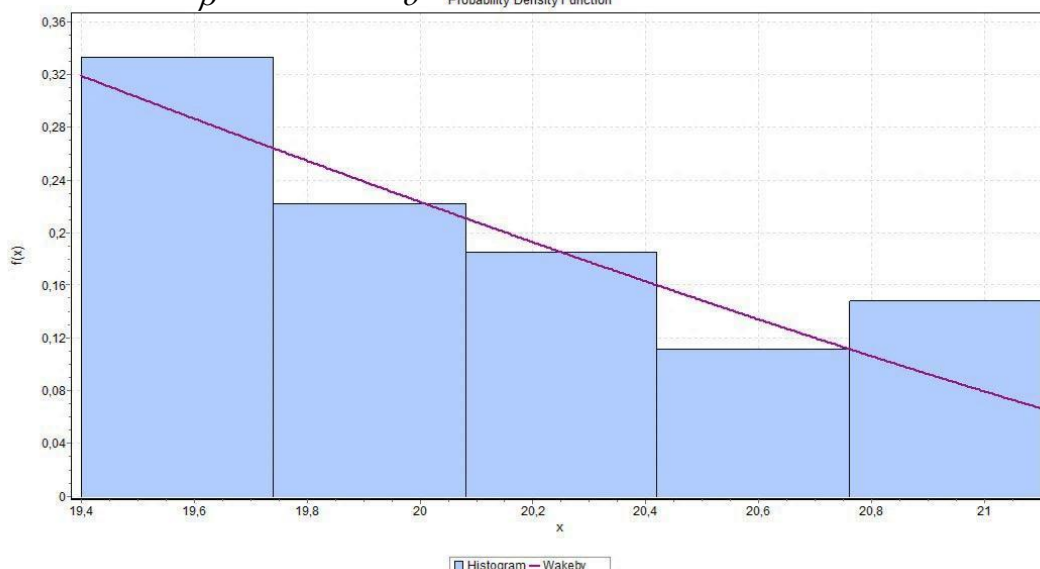
- I. **Gen. Pareto** με $k = -0,45477$, $\sigma = 1,0632$, $\mu = 19,395$ όπου
- k : συνεχής παράμετρος σχήματος, σ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, μ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-1-\frac{1}{k}}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right), & k = 0 \end{cases}$$



Σχήμα 2.25: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gen.Pareto (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

- II. **Wakeby** με $\alpha=1,0632$ $\beta=0,45477$ $\gamma=0$ $\delta=0$ $\xi=19,395$ όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \xi$ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

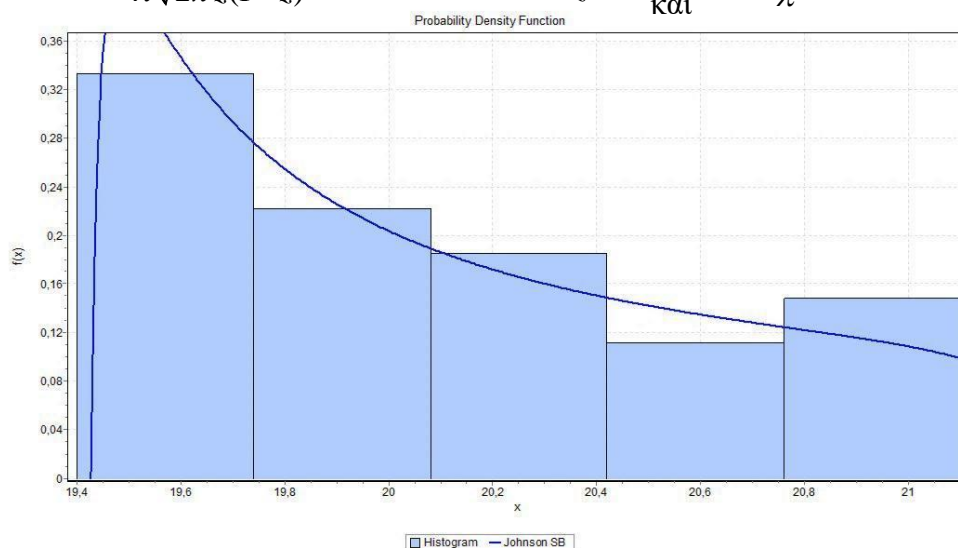
$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta}) \cdot$$



Σχήμα 2.26: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Wakeby (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

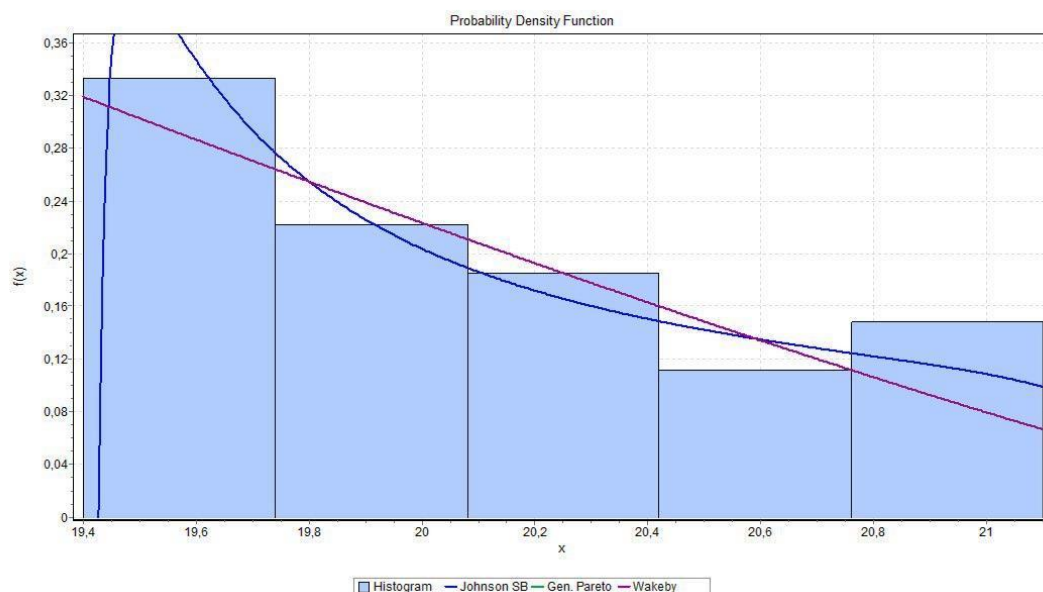
- III. **Johnson SB** με $\gamma=0,48408$, $\delta=0,60069$, $\lambda=1,8998$, $\xi=19,428$
Όπου γ, δ : συνεχείς παράμετροι σχήματος, λ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, ξ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda \sqrt{2\pi z(1-z)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right) \quad z = \frac{x - \xi}{\lambda} \quad \text{και}$$



Σχήμα 2.27: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Johnson (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.28: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή)

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	27	Min	19,4
Range	1,7	5%	19,44
Mean	20,126	10%	19,58
Variance	0,26892	25% (Q1)	19,7
Std. Deviation	0,51857	50% (Median)	20
Coef. of Variation	0,02577	75% (Q3)	20,5
Std. Error	0,0998	90%	21,02
Skewness	0,52625	95%	21,1
Excess Kurtosis	-0,9014	Max	21,1

Πίνακας 2.12: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέγιστη τιμή

Ημερομηνία: 23/10/2019-31/10/2019

Περίοδος: 10min

Μεταβλητή: Μέση τιμή

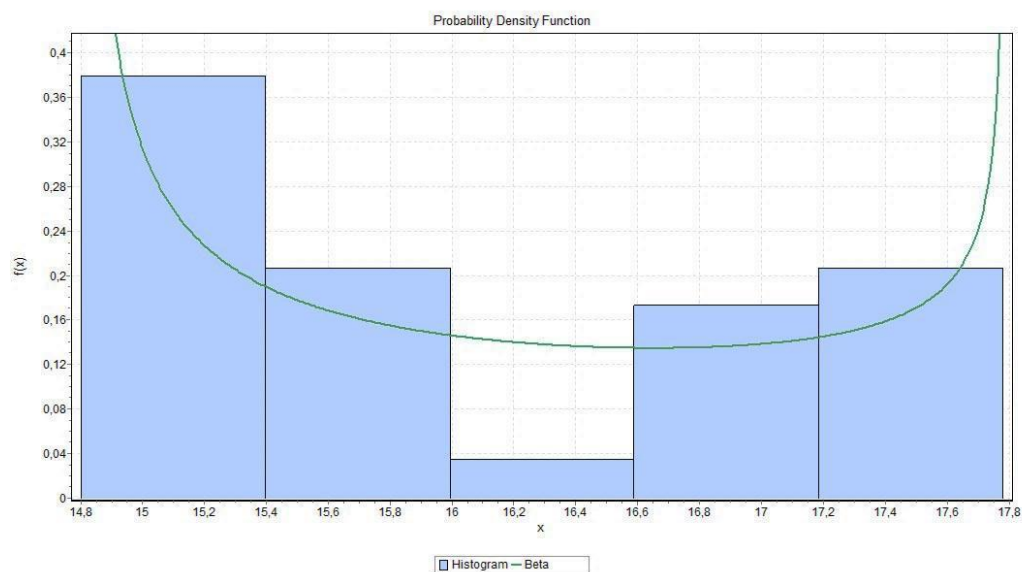
I. **Beta** με $\alpha_1 = 0,49582$, $\alpha_2 = 0,6931$, $a = 14,8$, $b = 17,78$

Όπου α_1, α_2 : συνεχείς παράμετροι σχήματος, a, b : συνεχείς οριακοί παράμετροι

με $a < b$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$z \equiv \frac{x-a}{b-a} \quad \text{και} \quad B: \text{η παράμετρος της Beta.}$$

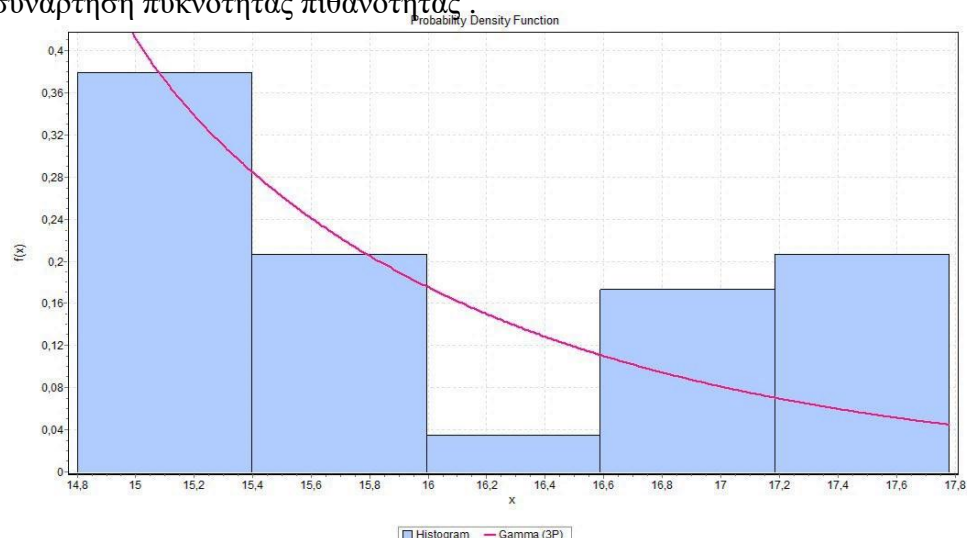
$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \frac{(x-a)^{\alpha_1-1} (b-x)^{\alpha_2-1}}{(b-a)^{\alpha_1+\alpha_2-1}}$$



Σχήμα 2.29: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Beta (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή)

II. **Gamma (3P)** με $\alpha = 0,92916$, $\beta = 1,3731$, $\gamma = 14,8$ όπου α : συνεχής παράμετρος σχήματος, β : συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

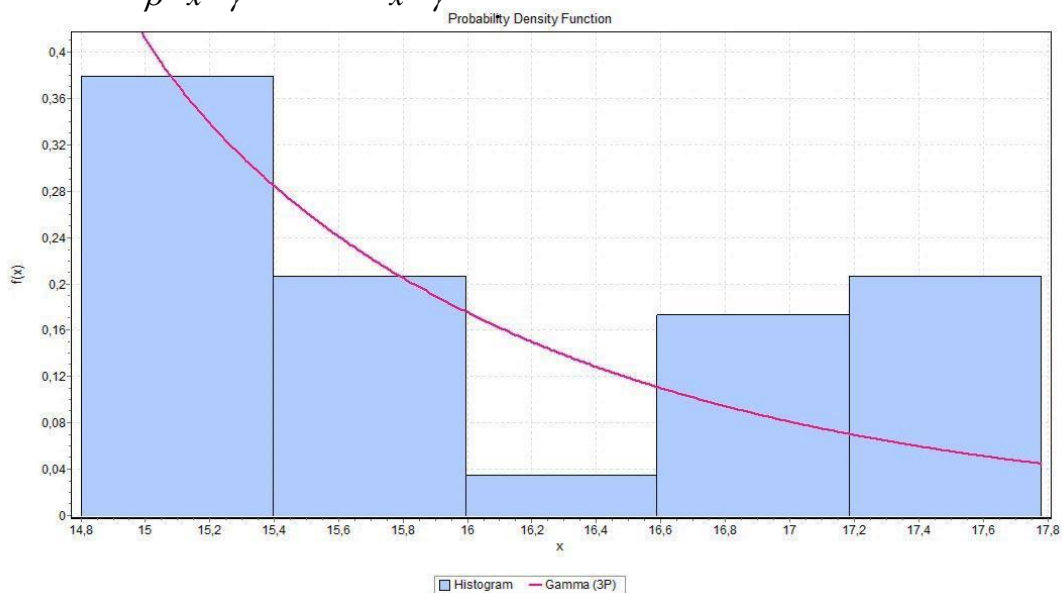
$$f(x) = \frac{(x-\gamma)^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \exp\left(-\frac{(x-\gamma)}{\beta}\right)$$



Σχήμα 2.30: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Gamma (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή)

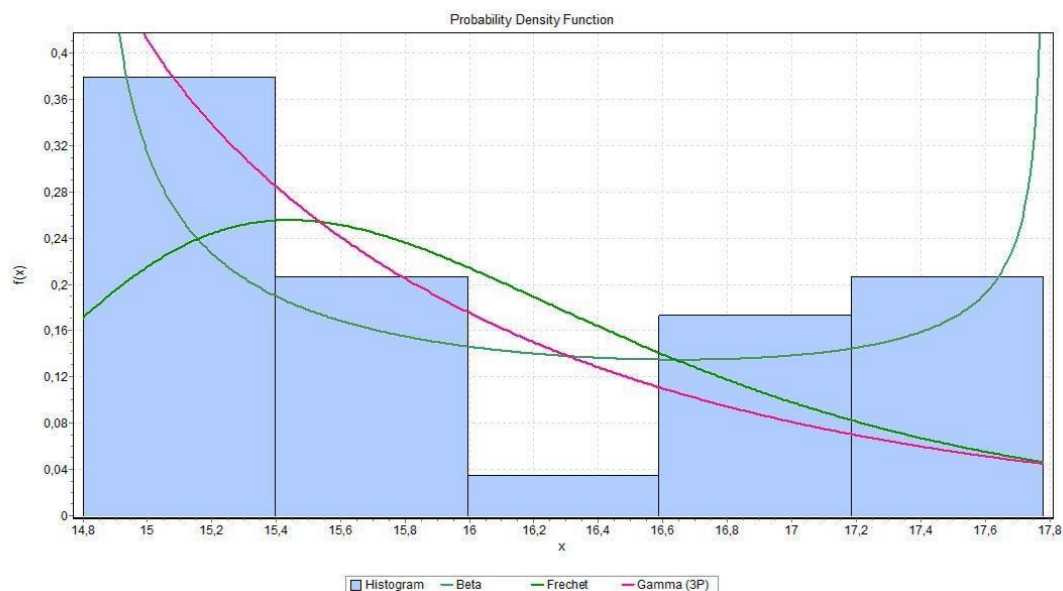
- III. **Frechet (3P)** με $\alpha=0,92916$, $\beta=1,3731$, $\gamma=14,8$
όπου α :συνεχής παράμετρος σχήματος, β :συνεχής παράμετρος κλίμακας,
 γ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x-\gamma} \right)^{\alpha+1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^{\alpha}\right)$$



Σχήμα 2.31: Διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας Frechet (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.32:Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (23/10/2019-31/10/2019, 10min, Μέση τιμή)

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	29	Min	14,8
Range	2,98	5%	14,815
Mean	16,043	10%	14,96
Variance	0,98632	25% (Q1)	15,245
Std. Deviation	0,99314	50% (Median)	15,52
Coef. of Variation	0,06191	75% (Q3)	17,08
Std. Error	0,18442	90%	17,5
Skewness	0,44607	95%	17,65
Excess Kurtosis	-1,5053	Max	17,78

Πίνακας 2.13: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, 10min, μέση τιμή

ΜΕΤΑ ΒΛΗΤ Η	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	ΜΕΤΑΒΛΗΤ Η	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ
Μέση τιμή τιμών P97.5	1. Beta	$\alpha_1 = 0,49582$, $\alpha_2 = 0,6931$, $a = 14,8$, $b = 17,78$	Μέγιστες τιμές	1. Gen. Pareto	$k = -0,45477$, $\sigma = 1,0632$, $\mu = 19,395$
	2. Gamma (3P)	$\alpha = 0,92916$ $\beta = 1,3731$ $\gamma = 14,8$		2. Wakeby	$\alpha = 1,0632$ $\beta = 0,45477$ $\gamma = 0$ $\delta = 0$ $\xi = 19,395$
	3. Frechet (3P)	$\alpha = 0,92916$, $\beta = 1,3731$, $\gamma = 14,8$		3. Johnson SB	$\gamma = 0,48408$, $\delta = 0,60069$, $\lambda = 1,8998$, $\xi = 19,428$

Πίνακας 2.14: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019

2.1.5 Συμπεράσματα ανάλυσης του A/M C1 σε δύο περιόδους

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται τα στατιστικά αποτελέσματα πριν την επεξεργασία των δεδομένων και την προσαρμογή τους σε κάποια κατανομή αλλά και μετά. Το μετά αφορά τις κατανομές που εμφανίζουν κοινή συμπεριφορά και στις δύο χρονικές περιόδους που έχουν γίνει οι καταγραφές. Σκοπός της παρούσας σύγκρισης είναι να βρεθεί κοινός γνώμονας που να μπορεί να περιγράψει τη συμπεριφορά των μετρήσεων και τη πρόβλεψη ακραίων τιμών.

Οι παράμετροι που θα εξεταστούν είναι η μέση τιμή (\bar{x}), η διακύμανση (Variance) και η τυπική απόκλιση (Standard Deviation). Η μέση τιμή είναι η τιμή γύρω από την οποία κυμαίνονται οι υπόλοιπες τιμές, η διακύμανση είναι δείκτης διασποράς των τιμών γύρω από τη μέση τιμή και η τυπική απόκλιση το ποσό της μεταβολής των παρατηρήσεων. Οι τρεις στατιστικοί δείκτες αυτοί μπορούν να δώσουν απαντήσεις σχετικά με την κατανομή που μπορεί να περιγράψει τις ακραίες τιμές ανέμου. Λαμβάνονται υπόψη ότι η μέση τιμή αντιστοιχίζεται με την παράμετρο θέσης της εκάστοτε κατανομής όπως και ότι η τυπική απόκλιση και η διακύμανση με τις παραμέτρους κλίμακας και σχήματος.

Μεταβλητή: Μέση τιμή του A/M C1

Περίοδος: 60min

9/9/2019-22/10/2019	23/10/2019-31/10/2019
$\bar{x}=18,11$	$\bar{x}=14,912$
Var=0,58549	Var=15,578
Std. Dev.=0,76517	Std. Dev.=3,9468
Johnson SB (1^η)	
$\xi=16,849$	$\xi=10,871$
$\lambda=2,2946$	$\lambda=16,831$
$\gamma=0,4289$	$\gamma=1,0028$
Gen Pareto (3^η)	
$\mu=16,645$	$\mu=10,642$
$\sigma=3,3844$	$\sigma=4,2504$
$\kappa=-1,3098$	$\kappa=0,00456$

Πίνακας 2.15: Παράμετροι κατανομών μέσης τιμής περιόδου 60λεπτών

Η κατανομή Johnson SB, η οποία βγαίνει πρώτη στα τεστ και στις δύο περιόδους, παρουσιάζει συμπεριφορά ανάλογη με τα πραγματικά στατιστικά αποτελέσματα δηλαδή οι παράμετροι κλίμακας και τοποθεσίας ακολουθούν την ανάλογη καθοδική αριθμητική πορεία όπως και η τυπική απόκλιση με τη μέση τιμή αντίστοιχα. Επίσης οι κατανομές Johnson και Gen. Pareto φαίνεται να περιγράφουν με τον ίδιο τρόπο το δείγμα των παρατηρήσεων καθώς παρατηρείται η ίδια ποσοστιαία μείωση της μέσης τιμής και στις δύο με την πρώτη να ανέρχεται στο 31,7% και η δεύτερη στο 36,06%. Όπως αναφέρεται στην διπλωματική εργασία «Απευθείας Έλεγχος Ενεργού / Άεργου Ισχύος σε Ανεμογεννήτρια Σύγχρονης Μηχανής Μόνιμου Μαγνήτη» κάθε ανεμογεννήτρια αποτελείται από δύο περιοχές μη λειτουργίας. Η πρώτη είναι εκείνη

που η ανεμογεννήτρια σταματά λόγω χαμηλής ταχύτητας του ανέμου άρα λιγότερη αεροδυναμική ισχύς από την απαιτούμενη για να υπερνικήσει τις τριβές και να υπάρξει κίνηση με κατώτατη τιμή ταχύτητας 2,5-3,5 m/s. Η δεύτερη είναι η περιοχή που σταματά να κινείται εν όψει κινδύνου αποκόλλησης λόγω υψηλής έντασης του αέρα και ταχύτητα που κυμαίνεται στα 20-25 m/s. Γι αυτό το λόγο θα υπολογιστεί η πιθανότητα της τιμής της ταχύτητας του ανέμου να ξεπεράσει το όριο των 22m/s. Η πιθανότητα αυτή δίνεται από το Easyfit μέσω της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας. Η τιμή της πιθανότητας $P(x>22)$ είναι ίση με 8,139% με την κατανομή Johnson SB για τη δεύτερη χρονική περίοδο που αναγράφεται στον πίνακα, για την κατανομή Gen. Pareto υπολογίζεται στο 7,023% ενώ για τις τιμές πριν την προσομοίωση υπολογίζεται στο 9%.

Μεταβλητή: C1 Μέση τιμή

Περίοδος: 10min

9/9/2019-22/10/2019	23/10/2019-31/10/2019
$\bar{x}=18,311$	$\bar{x}=16,043$
Var=0,77662	Var=0,98632
Std. Dev.=0,88126	Std. Dev.=0,99314
Wakeby (1^η και 3^η)	
$\alpha=72700$	$\alpha=1,9664$
$\beta=4275,5$	$\beta=0,44181$
$\gamma=2,1232$	$\gamma=0$
$\delta=0,61972$	$\delta=0$
$\xi=0$	$\xi=14,679$
Gen Pareto (2^η και 5^η)	
$\mu=16,975$	$\mu=14,679$
$\sigma=2,2019$	$\sigma=1,9664$
$\kappa=-0,64845$	$\kappa=-0,44181$

Πίνακας 2.16: Παράμετροι κατανομών μέσης τιμής περιόδου 10λεπτών

Αντίστοιχα για την ίδια περίοδο καταγραφών των μέσων τιμών του A/M C1 με περίοδο καταγραφής τα 10min παρουσιάζονται ομοιότητες στις προσομοιώσεις καθώς η κατανομή Wakeby και Gen. Pareto είναι αυτές που περιγράφουν καταλλήλότερα τα δείγματα.

Μεταβλητή: C1 Μέγιστη τιμή

Περίοδος: 60min

9/9/2019-22/10/2019	23/10/2019-31/10/2019
$\bar{x}=23,317$	$\bar{x}=20,126$
Var=1,9305	Var=0,26892
Std. Dev.=1,3894	Std. Dev.=0,51857
Gen Pareto (1^η)	
$\mu=21,792$	$\mu=19,395$
$\sigma=1,8882$	$\sigma=1,0632$
$\kappa=-0,23845$	$\kappa=-0,45477$
Wakeby (2^η)	
$\xi=0$	$\xi=19,395$
$\alpha=48100,0$	$\alpha=1,0632$
$\beta=2200,8$	$\beta=0,45477$
$\gamma=1,7523$	$\gamma=0$
$\delta=-0,19316$	$\delta=0$

Πίνακας 2.17: Παράμετροι κατανομών μέσης τιμής περιόδου 60λεπτών

Η προσαρμογή για τις μέγιστες τιμές του A/M C1 καταγεγραμμένες ανά 60min έδωσε ως αποτέλεσμα την κατανομή Frechet και μάλιστα στην πρώτη περίοδο καταγραφής η παράμετρος γ που περιγράφει την τοποθεσία αντιστοιχίζεται πλήρως με την μέση τιμή των παρατηρήσεων.

Μεταβλητή: C1 Μέγιστη τιμή

Περίοδος: 10min

9/9/2019-22/10/2019	23/10/2019-31/10/2019
$\bar{x}=22,927$	$\bar{x}=14,912$
Var=40,153	Var=15,578
Std. Dev.=6,3366	Std. Dev.=3,9468
Frechet (3^η και 5^η)	
$\alpha=2,6641$	$\alpha=4,5242$
$\beta=1,737$	$\beta=19,199$
$\gamma=22,674$	$\gamma=0$

Πίνακας 2.18: Παράμετροι κατανομών μέγιστης τιμής περιόδου 10λεπτών

Τέλος, στη μελέτη των μέγιστων τιμών ανά δεκάλεπτο φαίνεται ότι η Gen. Pareto προσαρμόζει κατάλληλα τα δεδομένα εμφανιζόμενη πρώτη στα τεστ προσαρμογής και των δύο παραγόντων καθώς η παράμετρος τοποθεσίας μ βρίσκεται πολύ κοντά στις μετρήσεις της μέσης τιμής, καθώς το ίδιο συμβαίνει και με τις τιμές της τυπικής απόκλισης και της διακύμανσης που περιγράφονται από τις παραμέτρους σχήματος κ και κλίμακας σ . Για την πρώτη περίοδο, η πιθανότητα η ταχύτητα του ανέμου να ξεπεράσει την οριακή τιμή των 22m/s υπολογίζεται με την κατανομή Gen. Pareto $P(x>22)=0.89433$ ή 89,43%, με την Wakeby $P(x>22)=0.92031$ ή 92,031% ενώ πριν την προσαρμογή $P(x>22)=0,91729$ ή 91,729%.

2.1.6 Ανάλυση δεδομένων μετρήσεων στη θέση C5 για τη περίοδο 9/9-22/10 με συχνότητα 60 λεπτά

Το επόμενο βήμα είναι να γίνει ανάλυση των ταχυτήτων του ανέμου στη θέση C5 όπου είναι η θέση στην οποία εκτιμάται ότι θα τοποθετηθεί η ανεμογεννήτρια.

Περίοδος: **60min**

Ημερομηνία: **9/9/2019-22/10/2019**

Μεταβλητή: **Μέγιστη τιμή**

Τα αποτελέσματα των τριών πρώτων κατανομών έχουν ως εξής:

I. **Log-Logistic** με $\alpha = 0,86015$, $\beta = 0,14576$, $\gamma = 1,906$

όπου α :συνεχής παράμετρος σχήματος, β :συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας .

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha} \right)^{-2}.$$

II. **Lognormal (3P)** με $\sigma=1,79$, $\mu=-1,9689$, $\gamma=1,9041$.

Όπου σ , μ :συνεχή παράμετροι με $\sigma>0$ και γ : παράμετρος τοποθεσίας και

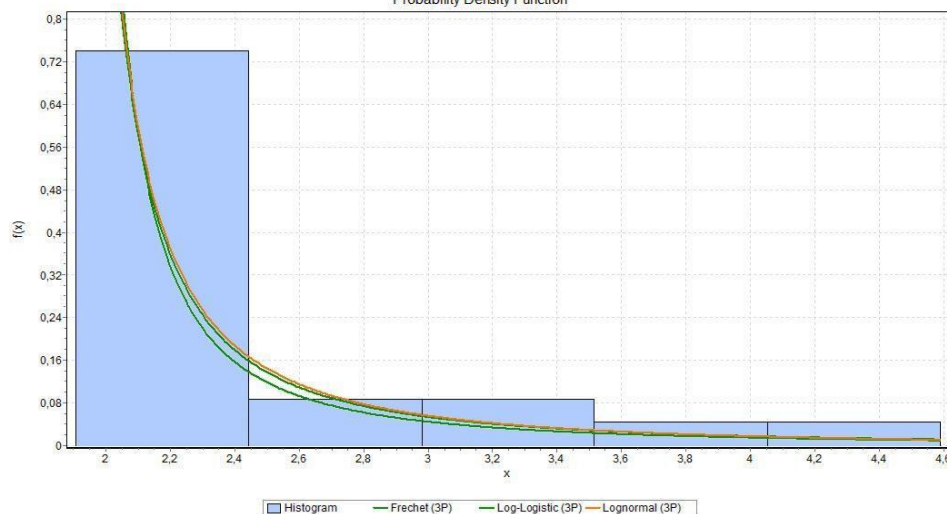
$$\text{συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας } f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-\gamma)-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{(x-\gamma)\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

III. **Frechet (3P)** με $\alpha= 0,7434$, $\beta= 0,0817$, $\gamma= 1,8943$

Όπου α :συνεχής παράμετρος σχήματος, β :συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x-\gamma} \right)^{\alpha+1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^{\alpha}\right).$$

. Συγκεντρωτικά:
Probability Density Function



Σχήμα 2.33: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας(60min,9/9/2019-22/10/2019, Μέγιστη τιμή)

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	23	Min	88
Range	787	5%	88,4
Mean	284,22	10%	90,4
Variance	56842,0	25% (Q1)	98
Std. Deviation	238,42	50% (Median)	124
Coef. of Variation	0,83885	75% (Q3)	546
Std. Error	49,713	90%	551,2
Skewness	0,92023	95%	810,4
Excess Kurtosis	-0,36822	Max	875

Πίνακας 2.19: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019,60min,Μέγιστη τιμή

Περίοδος: **60min**

Ημερομηνία: **9/9/2019-22/10/2019**

Μεταβλητή: **Μέση τιμή**

Τα αποτελέσματα των τριών πρώτων κατανομών έχουν ως εξής:

I. **Gen. Extreme Value** με $k=0,16405$, $\sigma=0,65298$, $\mu=9,8524$

Όπου k : παράμετρος σχήματος, σ : παράμετρος κλίμακας, μ : παράμετρος τοποθεσίας με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp\left(-(1+kz)^{-1/k}\right)(1+kz)^{-1-1/k}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)), & k = 0 \end{cases}$$

II. **Gen.Logistic** με $k=0,16405$, $\sigma=0,65298$, $\mu=9,8524$

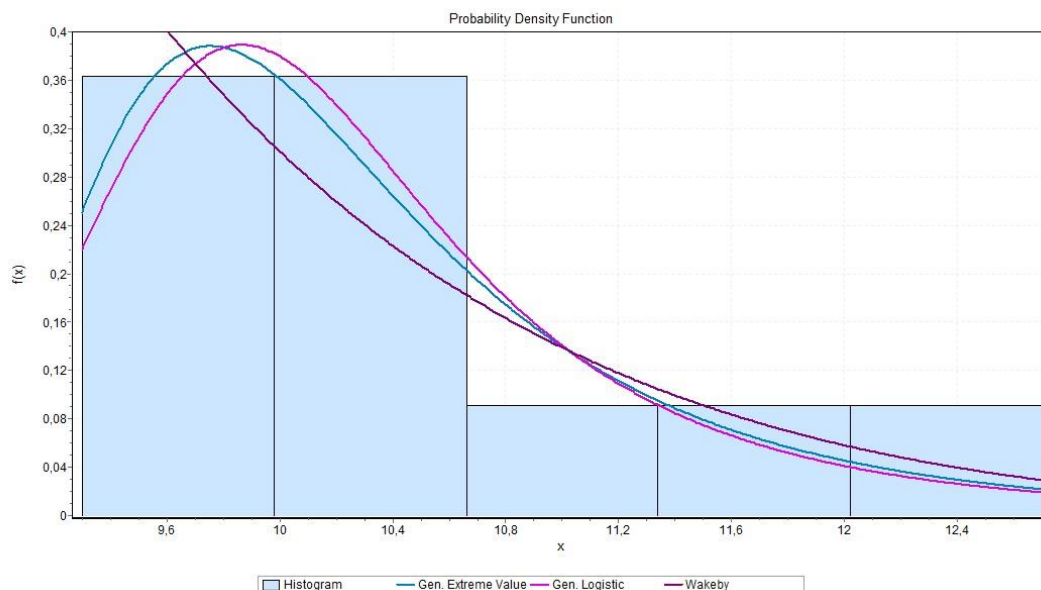
Όπου k : παράμετρος σχήματος, σ : παράμετρος κλίμακας, μ : παράμετρος

$$\text{τοποθεσίας } f(x) = \begin{cases} \frac{(1+kz)^{-1-1/k}}{\sigma(1+(1+kz)^{-1/k})^2}, & k \neq 0 \\ \frac{\exp(-z)}{\sigma(1+\exp(-z))^2}, & k = 0 \end{cases}$$

III. **Wakeby** με $\alpha=1,2914$, $\beta=0,12551$, $\gamma=0$, $\delta=0$, $\xi=9,2071$ όπου α , β , γ , δ , ξ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta}(1-(1-F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta}(1-(1-F)^{-\delta}).$$

Συνοπτικά:



Σχήμα 2.34: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (60min, 9/9/2019-22/10/2019, Μέση τιμή)

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	22	Min	9,3
Range	3,4	5%	9,3
Mean	10,355	10%	9,33
Variance	0,96926	25% (Q1)	9,575
Std. Deviation	0,98451	50% (Median)	10,05
Coef. of Variation	0,09508	75% (Q3)	10,7
Std. Error	0,2099	90%	12,11
Skewness	1,1061	95%	12,625
Excess Kurtosis	0,3908	Max	12,7

Πίνακας 2.20: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019, 60min, Μέση τιμή

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ
Μέση τιμή τιμών P97.5	1.Gen.Extreme Value	k= 0,16405 , σ= 0,65298 , μ= 9,8524	Μέγιστες τιμές	1.Log-Logistic	α= 0,86015, β= 0,14576, γ= 1,906
	2.Gen.Logistic	k= 0,16405 , σ= 0,65298 , μ= 9,8524		2.Lognormal (3P)	σ=1,79, μ=-1,9689, γ=1,9041.
	3. Wakeby	α= 1,2914, β= 0,12551, γ=0, δ=0, ξ= 9,2071		3.Frechet (3P)	α= 0,7434, β= 0,0817, γ= 1,8943

Πίνακας 2.21: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 9/9/2019-22/10/2019,60min

2.1.7 Ανάλυση δεδομένων μετρήσεων στη θέση C5 για τη περίοδο 23/10-31/10 με συχνότητα 60 λεπτά

Μεταβλητή: **Μέγιστη τιμή**

Περίοδος: **60min**

Ημερομηνία: **23/10/2019-31/10/2019**

- I. **Wakeby** με $\alpha= 9,7813$, $\beta= 0,24139$, $\gamma=0$, $\delta=0$, $\xi= 15,207$ όπου α , β , γ , δ , ξ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

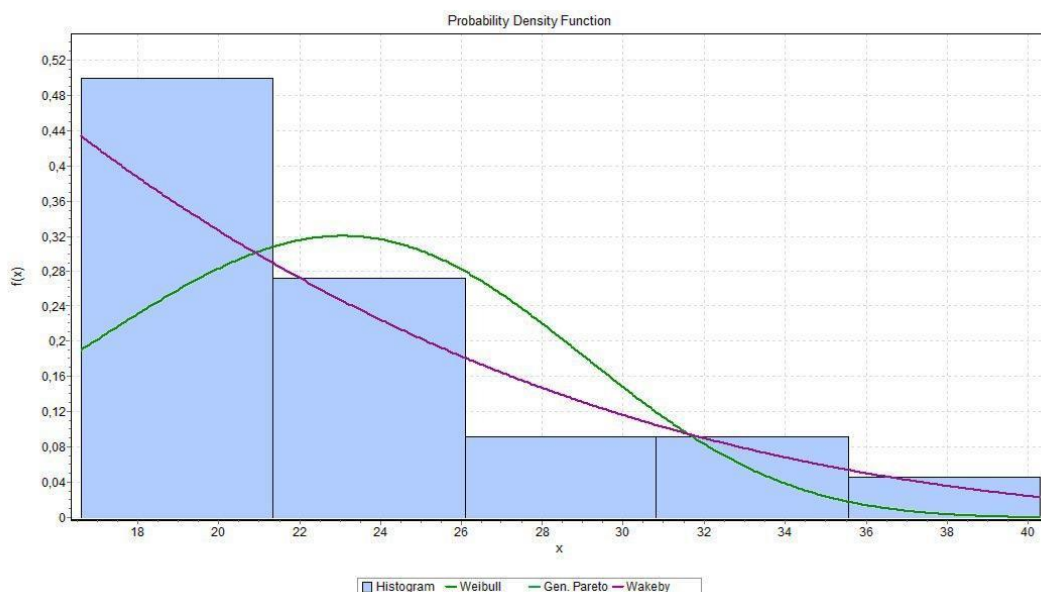
$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta})$$

- II. **Gen. Pareto** με $k= -0,24139$, $\sigma= 9,7813$, $\mu= 15,207$. Όπου k : συνεχής παράμετρος σχήματος, σ :συνεχής παράμετρος κλίμακας, μ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} (1 + k \frac{x - \mu}{\sigma})^{-1-\frac{1}{k}}, k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-\frac{x - \mu}{\sigma}), k = 0 \end{cases}$$

- III. **Weibull (3P)** με $\alpha= 4,3693$, $\beta= 24,482$, $\gamma= 0$ όπου α : συνεχής παράμετρος σχήματος, β : συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ :συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας .

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} (\frac{x - \gamma}{\beta})^{\alpha-1} \exp(-(\frac{x - \gamma}{\beta})^\alpha)$$

Συγκεντρωτικά:



Σχήμα 2.35: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Μέγιστη τιμή, 60min, 23/10/2019-31/10/2019)

Descriptive Statistics

Statistic	Value
Sample Size	22
Range	23,7
Mean	23,086
Variance	40,388
Std. Deviation	6,3551
Coef. of Variation	0,27528
Std. Error	1,3549
Skewness	0,99194
Excess Kurtosis	0,87584

Percentile	Value
Min	16,6
5%	16,615
10%	16,7
25% (Q1)	17,075
50% (Median)	22,65
75% (Q3)	26,325
90%	31,31
95%	38,965
Max	40,3

Πίνακας 2.22: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019, 60min, Μέγιστη τιμή

Μεταβλητή: **Μέση τιμή**

Περίοδος: **60min**

Ημέρα καταγραφής: **23/10/2019-31/10/2019**

I. **Beta** με $\alpha_1=0,32513$, $\alpha_2=0,80314$, $a=11,55$, $b=24,68$

Όπου α_1, α_2 : συνεχείς παράμετροι σχήματος, a, b : συνεχείς οριακοί παράμετροι με $a < b$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \frac{(x-a)^{\alpha_1-1} (b-x)^{\alpha_2-1}}{(b-a)^{\alpha_1+\alpha_2-1}}$$

$$z \equiv \frac{x-a}{b-a} \quad \text{και } B: \text{ η παράμετρος της Beta.}$$

II. **Weibull (3P)** με $\alpha=65,168$, $\beta=4,348$, $\gamma=11,55$ όπου α : συνεχής παράμετρος σχήματος, β : συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

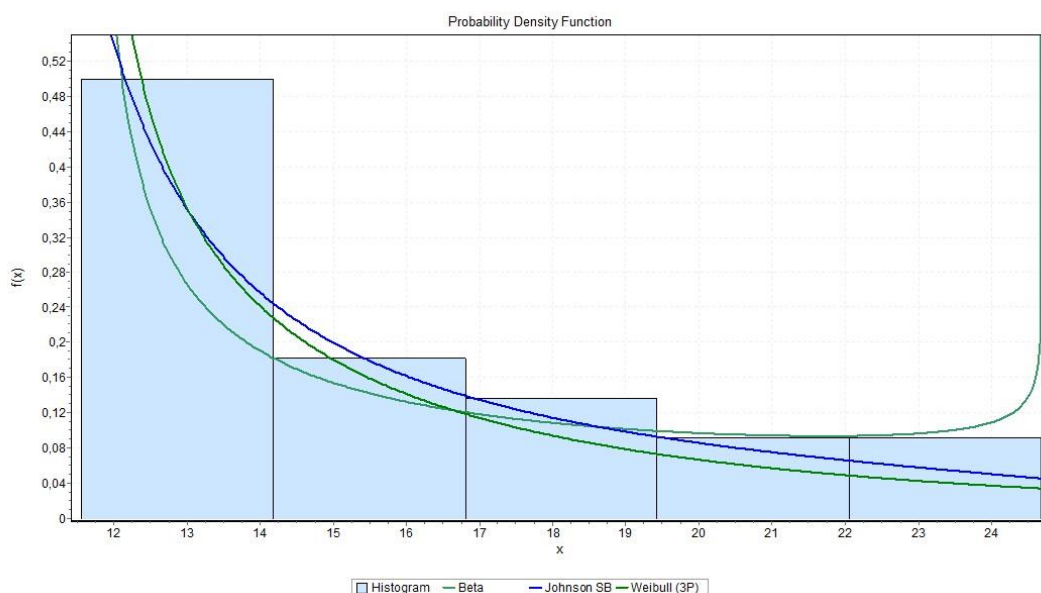
$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)$$

III. **Johnson SB** με $\gamma=0,98592$, $\delta=0,59988$, $\lambda=17,397$, $\xi=11,056$

Όπου γ, δ : συνεχείς παράμετροι σχήματος, λ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, ξ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda \sqrt{2\pi z(1-z)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right) \quad \text{και} \quad z = \frac{x-\xi}{\lambda}$$

Συγκεντρωτικά:



Σχήμα 2.36: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 23/10/2019-31/10/2019 για τη μέση τιμή

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	22	Min	388
Range	366	5%	388,15
Mean	635,05	10%	389,3
Variance	19877,0	25% (Q1)	525,75
Std. Deviation	140,99	50% (Median)	739,5
Coef. of Variation	0,22201	75% (Q3)	745,25
Std. Error	30,058	90%	751,5
Skewness	-0,78917	95%	753,85
Excess Kurtosis	-1,0637	Max	754

Πίνακας 2.23: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019 για τη μέση τιμή

ΜΕΤΑ ΒΛΗΤ Η	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ Ι	ΜΕΤΑΒ ΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜ Η	ΠΑΡΑΜΕ ΤΡΟΙ
Μέση τιμή τιμών P97.5	1.Beta	$\alpha_1=0,32513,$ $\alpha_2=0,80314,$ $a=11,55,$ $b=24,68$	Μέγιστες τιμές	1.Wakeby	$\alpha=9,7813,$ $\beta=0,24139,$ $\gamma=0,$ $\delta=0,$ $\xi=15,207$
	2.Weibull	$\alpha=65,168,$ $\beta=4,348,$ $\gamma=11,55$ $k=-1,3098,$ $\sigma=3,3844,$ $\mu=16,645$		2.Gen.Pareto	$k=0,24139,$ $\sigma=9,7813,$ $\mu=15,207$
	3Johnson SB	$\gamma=0,98592,$ $\delta=0,59988,$ $\lambda=17,397,$ $\xi=11,056$		3.Weibull (3P)	$\alpha=4,3693,$ $\beta=24,482,$ $\gamma=0$

Πίνακας 2.24: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019 για τη μέση τιμή

2.1.8 Ανάλυση δεδομένων μετρήσεων στη θέση C5 για τη περίοδο 9/9-22/10 με συχνότητα 10 λεπτά

Περίοδος: 10min

Ημέρα καταγραφής: 9/9/2019-22/10/2019

Μεταβλητή: **Μέγιστη τιμή**

- I. **Wakeby** με $\alpha=2,5502$, $\beta=0,68088$, $\gamma=0,01391$, $\delta=0,8892$, $\xi=21,946$ όπου α , β , γ , δ , ξ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta})$$

- II. **Gen. Extreme Value** με $k=0,07834$, $\sigma=0,90628$, $\mu=22,99$

όπου k : παράμετρος σχήματος, σ : παράμετρος κλίμακας, μ : παράμετρος τοποθεσίας με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

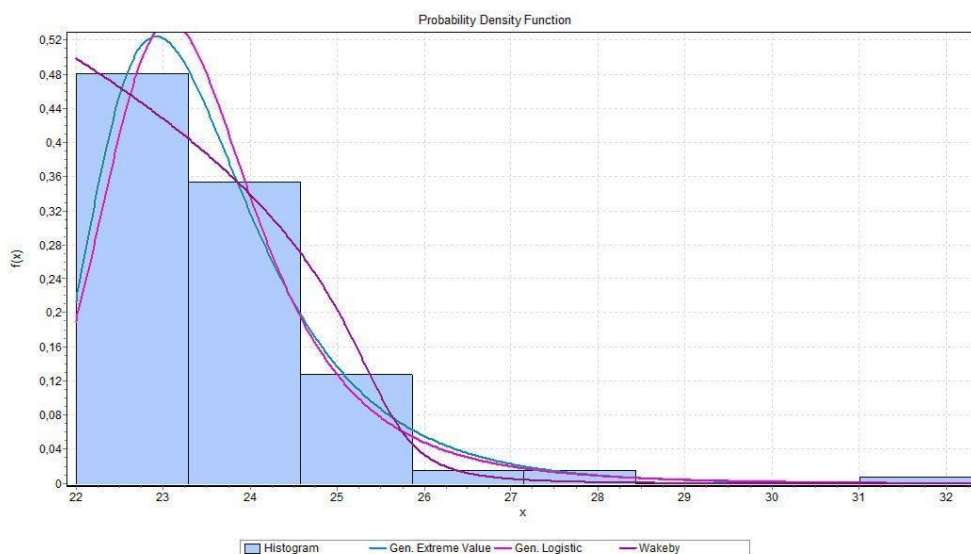
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp\left(-(1+kz)^{-1/k}\right) (1+kz)^{-1-1/k}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)), & k = 0 \end{cases}$$

- III. **Gen. Logistic** με $k=0,22127$, $\sigma=0,6256$, $\mu=23,347$

Όπου k : παράμετρος σχήματος, σ : παράμετρος κλίμακας, μ : παράμετρος

$$\text{τοποθεσίας } f(x) = \begin{cases} \frac{(1+kz)^{-1-1/k}}{\sigma \left(1 + (1+kz)^{-1/k}\right)^2}, & k \neq 0 \\ \frac{\exp(-z)}{\sigma (1 + \exp(-z))^2}, & k = 0 \end{cases}$$

Συγκεντρωτικά:



Σχήμα2.37: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 9/9/2019-22/10/2019 για τη μέγιστη τιμή

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	133	Min	22
Range	10,3	5%	22
Mean	23,589	10%	22,24
Variance	1,8622	25% (Q1)	22,6
Std. Deviation	1,3646	50% (Median)	23,3
Coef. of Variation	0,05785	75% (Q3)	24,25
Std. Error	0,11833	90%	24,8
Skewness	2,503	95%	25,59
Excess Kurtosis	12,259	Max	32,3

Πίνακας 2.25: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019 για τη μέγιστη τιμή

Περίοδος: **10min**

Ημέρα καταγραφής: **9/9/2019-22/10/2019**

Μεταβλητή: **Μέση τιμή**

- I. **Wakeby** με $\alpha = 2,0851\text{E}+5$, $\beta = 12177$, $\gamma = 2,3822$, $\delta = -0,71633$, $\xi = 0$ όπου α , β , γ , δ , ξ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta})$$

- II. **Johnson SB** με $\gamma = 0,37888$, $\delta = 0,87554$, $\lambda = 3,989$, $\xi = 16,853$

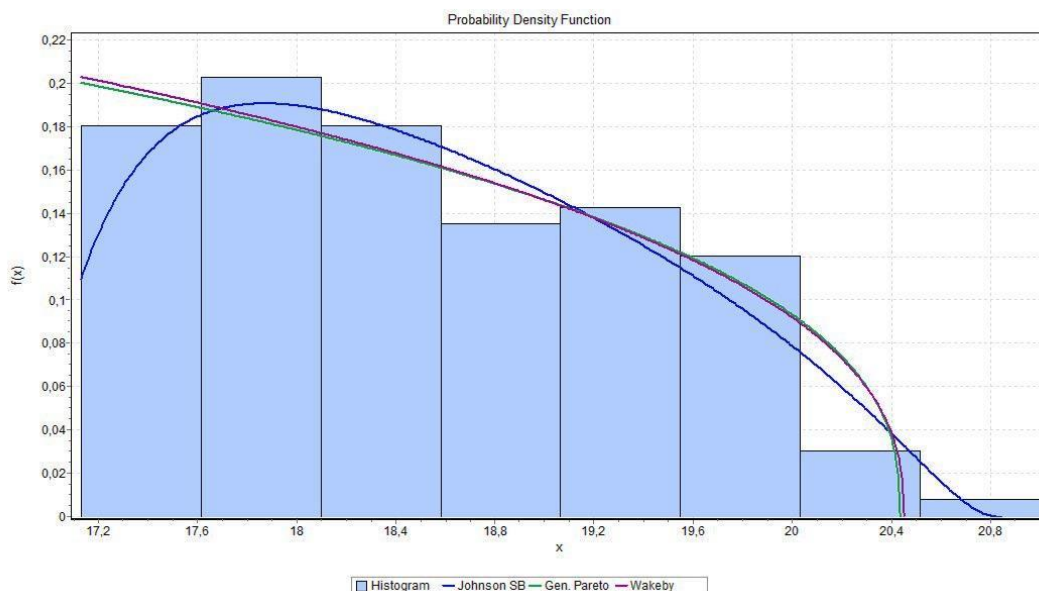
Όπου γ, δ : συνεχείς παράμετροι σχήματος, λ : συνεχήs παράμετρος κλίμακας, ξ : συνεχήs παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda \sqrt{2\pi z(1-z)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right) \quad \text{και} \quad z = \frac{x - \xi}{\lambda}$$

- III. **Gen. Pareto** με $k = -0,72655$, $\sigma = 2,4121$, $\mu = 17,112$. Όπου k : συνεχήs παράμετρος σχήματος, σ : συνεχήs παράμετρος κλίμακας, μ : συνεχήs παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{k}}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right), & k = 0 \end{cases} \quad \text{πυκνότητας}$$

Συγκεντρωτικά:



Σχήμα 2.38: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 9/9/2019-22/10/2019 για τη μέση τιμή

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	133	Min	17,13
Range	3,87	5%	17,227
Mean	18,509	10%	17,362
Variance	0,79504	25% (Q1)	17,725
Std. Deviation	0,89165	50% (Median)	18,45
Coef. of Variation	0,04817	75% (Q3)	19,225
Std. Error	0,07732	90%	19,762
Skewness	0,30766	95%	19,968
Excess Kurtosis	-0,83576	Max	21

Πίνακας 2.26: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 9/9/2019-22/10/2019: 10min, Μέση τιμή

ΜΕΤΑ ΒΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ I	ΜΕΤΑ ΒΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕ ΤΡΟΙ
Μέση τιμή τιμών P97.5	1.Wakeby	$\alpha=2,0851E+5,$ $\beta=12177,0,$ $\gamma=2,3822,$ $\delta=-0,71633,$ $\xi=0$	Μέγιστες τιμές	1.Wakeby	$\alpha=2,5502,$ $\beta=0,68088,$ $\gamma=0,01391,$ $\delta=0,8892,$ $\xi=21,946$
	2.Johnson SB	$\gamma=0,37888,$ $\delta=0,87554,$ $\lambda=3,989,$ $\xi=16,853$		2.Gen.Extreme Value	$k=0,07834$ $\sigma=0,90628$ $\mu=22,99$
	3.Gen.Pareto	$k=-0,72655,$ $\sigma=2,4121,$ $\mu=17,112$		3.Gen.Logistic	$k=0,22127$ $\sigma=0,6256$ $\mu=23,347$

Πίνακας 2.27: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 9/9/2019-22/10/2019 10min

2.1.9 Ανάλυση δεδομένων μετρήσεων στη θέση C5 για τη περίοδο 23/10-31/10 με συχνότητα 10 λεπτά

Περίοδος: 10min

Ημέρα καταγραφής: 23/10/2019-31/10/2019

Μεταβλητή: Μέγιστη τιμή

- I. **Wakeby** με $\alpha=1,2668$, $\beta=1,2541$, $\gamma=0,17378$, $\delta=0,32708$, $\xi=19,491$ όπου α , β , γ , δ , ξ συνεχείς μεταβλητές και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta} (1 - (1 - F)^{-\delta})$$

- II. **Pert** με $m=19,786$, $a=19,483$, $b=23,227$ όπου m : συνεχής παράμετρος με όρια a και b και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

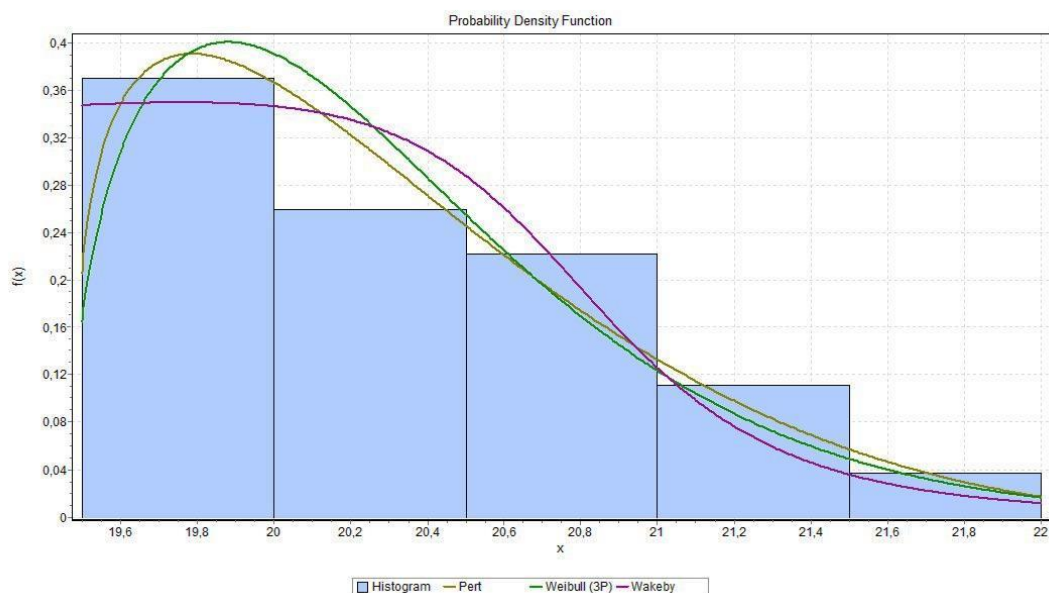
$$f(x) = \frac{1}{B(a_1, a_2)} \frac{(x-a)^{a_1-1} (b-x)^{a_2-1}}{(b-a)^{a_1+a_2-1}}$$

$$\text{Όπου } a_1 = \frac{4m+b-5a}{b-a} \quad a_2 = \frac{5b-a-4m}{b-a}$$

- III. **Weibull (3P)** με $\alpha=1,444$, $\beta=0,92289$, $\gamma=19,472$ όπου α : συνεχής παράμετρος σχήματος, β : συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)$$

Συγκεντρωτικά:



Σχήμα 2.39: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 23/9/2019-31/10/2019 για τη μέγιστη τιμή

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	27	Min	19,5
Range	2,5	5%	19,54
Mean	20,311	10%	19,68
Variance	0,34872	25% (Q1)	19,8
Std. Deviation	0,59052	50% (Median)	20,3
Coef. of Variation	0,02907	75% (Q3)	20,6
Std. Error	0,11365	90%	21,16
Skewness	1,0531	95%	21,76
Excess Kurtosis	1,2246	Max	22

Πίνακας 2.28: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019, 10min, μέγιστη τιμή

Περίοδος: **10min**

Ημερομηνία: **23/10/2019-31/10/2019**

Μεταβλητή: **Μέση τιμή**

I. **Beta** με $\alpha_1=0,33178$, $\alpha_2=0,52473$, $a=14,96$, $b=17,83$

Όπου α_1, α_2 : συνεχείς παράμετροι σχήματος, a, b : συνεχείς οριακοί παράμετροι με $a < b$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \frac{(x-a)^{\alpha_1-1} (b-x)^{\alpha_2-1}}{(b-a)^{\alpha_1+\alpha_2-1}}$$

$$z \equiv \frac{x-a}{b-a} \quad \text{και} \quad B: \text{η παράμετρος της Beta.}$$

II. **Johnson SB** με $\gamma=0,29805$, $\delta=0,19641$, $\lambda=2,5135$, $\xi=15,093$

Όπου γ, δ : συνεχείς παράμετροι σχήματος, λ : συνεχής παράμετρος κλίμακας, ξ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

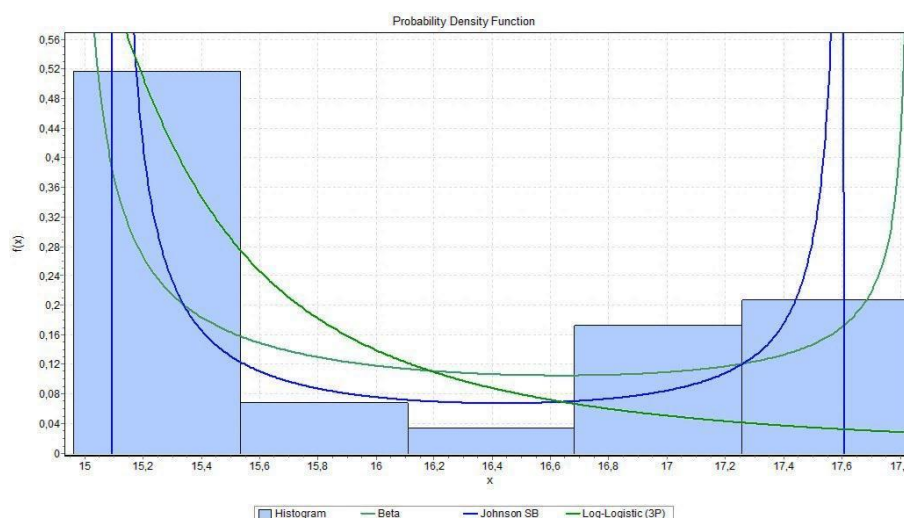
$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda \sqrt{2\pi z(1-z)}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right) \quad \text{και} \quad z = \frac{x-\xi}{\lambda}$$

III. **Log-Logistic** με $\alpha=1,1117$, $\beta=0,60903$, $\gamma=14,954$

Όπου α : συνεχής παράμετρος σχήματος, β : συνεχής παράμετρος κλίμακας, γ : συνεχής παράμετρος τοποθεσίας και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας .

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha}\right)^{-2}$$

Συγκεντρωτικά:



Σχήμα 2.40: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας 23/9/2019-31/10/2019 για τη μέση τιμή

Descriptive Statistics

Statistic	Value	Percentile	Value
Sample Size	29	Min	14,96
Range	2,87	5%	14,96
Mean	16,072	10%	15,02
Variance	1,0529	25% (Q1)	15,185
Std. Deviation	1,0261	50% (Median)	15,39
Coef. of Variation	0,06385	75% (Q3)	17,015
Std. Error	0,19054	90%	17,57
Skewness	0,45415	95%	17,765
Excess Kurtosis	-1,5435	Max	17,83

Πίνακας 2.29: Πίνακας περιγραφικών στατιστικών 23/10/2019-31/10/2019,10min,Μέση τιμή

ΜΕΤΑ ΒΛΗΤ Η	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ Ι	ΜΕΤΑΒ ΛΗΤΗ	ΚΑΤΑΝΟΜΗ	ΠΑΡΑΜΕ ΤΡΟΙ
Μέση τιμή τιμών P97.5	1.Beta	$\alpha_1=0,33178,$ $\alpha_2=0,52473,$ $a=14,96,$ $b=17,83$	Μέγιστες τιμές	1.Wakeby	$\alpha=1,2668,$ $\beta=1,2541,$ $\gamma=0,17378,$ $\delta=0,32708,$ $\xi=19,491$
	2.Johnson SB	$\gamma=0,29805,$ $\delta=0,19641,$ $\lambda=2,5135,$ $\xi=15,093$		2.Pert	$m=19,786,$ $a=19,483,$ $b=23,227$
	3.Log.Logistic	$\alpha=1,1117,$ $\beta=0,60903,$ $\gamma=14,954$		3.Weibull 3P	$\alpha=1,444,$ $\beta=0,92289,$ $\gamma=19,472$

Πίνακας 2.28: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων 23/10/2019-31/10/2019

2.1.10 Συμπεράσματα από την ανάλυση δεδομένων μετρήσεων ταχύτητας ανέμου

Μελετώντας τα αποτελέσματα των αναλύσεων του ανεμόμετρου στη θέση C5, που είναι η θέση που πρόκειται να στηθεί ανεμογεννήτρια στην Αγία Μαρίνα Μαραθώνα Αττικής, εξάγονται τα παρακάτω συμπεράσματα.

Οι τιμές της μέγιστης τιμής, ιδιαίτερα για τιμές που καταγράφηκαν ανά 10λεπτο, δίνουν καλύτερα αποτελέσματα με την κατανομή Wakeby καθώς οι παράμετροι θέσης και σχήματος έχουν πολύ μικρή απόκλιση από τις αντίστοιχες τιμές του δείγματος πριν την προσαρμογή. Πιο συγκεκριμένα, πριν την προσαρμογή η μέση τιμή των μέγιστων τιμών για την περίοδο 9/9/2019-22/9/2019 ($T=10\text{λεπτο}$) υπολογίζεται στο 23,589 και η διασπορά στο 1,8622 ενώ αντίστοιχα οι τιμές αυτές προσαρμόζονται από την παράμετρο $\xi=21,946$ και τις παραμέτρους $\delta=0,8892$ και $\beta=0,68088$. Επίσης, την περίοδο 23/10/2019-31/10/2019 η μέση τιμή του δείγματος είναι 20,311 και η διασπορά 0,34872 ενώ μετά την προσομοίωση οι παράμετροι της Wakeby που σχετίζονται με τη μέση τιμή και τη διασπορά είναι $\xi=19,491$, $\delta=0,32708$ και $\beta=1,254$. Επιπλέον, η πιθανότητα η μέγιστη τιμή της ταχύτητας του ανέμου να ξεπεράσει τα 22 m/s ανέρχεται στο $P(x>22)=0,5324$ κατά τη δεύτερη περίοδο μετρήσεων ενώ στη πρώτη η μέγιστη τιμή των 22m/s φαίνεται με μαθηματική ακρίβεια ότι θα ξεπεραστεί καθώς η πιθανότητα φτάνει το 99,725%.

Όσον αφορά τις μετρήσεις της μέσης τιμής η κατανομή που εμφανίζεται συχνότερα στις πρώτες θέσεις της προσαρμογής είναι η Johnson SB, η οποία δίνει μάλιστα καλύτερα αποτελέσματα στις μετρήσεις ανά 10λεπτο. Την περίοδο 9/9/2019-22/10/2019 η μέση τιμή του δείγματος ανέρχεται στο 18,509 και η διασπορά στο 0,79504 και με την κατανομή Johnson SB τα αποτελέσματα του ξ είναι 16,853 και $\gamma=0,37888$ και $\delta=0,87554$ που περιγράφουν την μέση τιμή και τη διασπορά αντίστοιχα.

Σχετικά με την πιθανότητα υπέρβασης της μέγιστης τιμής των 22m/s για την ανεμόμετρο στη θέση C5, η τιμή της υπολογίζεται $P(x>22)=0,01424$ για την πρώτη περίοδο ενώ για τη δεύτερη $P(x>22)=0,4676$ όταν η καταμέτρηση γίνεται ανά 60λεπτο. Στην περίπτωση των μετρήσεων ανά 10λεπτο, οι πιθανότητες υπέρβασης είναι 0,979 και 0,01645 για την πρώτη και δεύτερη περίοδο αντίστοιχα.

Στην περίπτωση μελέτης της μέσης τιμής του ανεμόμετρου C5 ανά 60λεπτο η πιθανότητα υπέρβασης είναι πολύ μικρή όπως και στην περίπτωση της μέγιστης τιμής για την πρώτη περίοδο ενώ για τη δεύτερη είναι περίπου στο 10%. Στις μετρήσεις ανά 10λεπτο δεν υπάρχει καν η περίπτωση της πιθανότητας αυτής καθώς δεν είναι τιμή που φτάνει η ταχύτητα σύμφωνα με τα αποτελέσματα.

2.2 Ανάλυση ύψους θαλάσσιου κυματισμού

Το τελευταίο μέρος της ανάλυσης περιλαμβάνει μετρήσεις ύψους κύματος από την Λάρνακα, την Αλβανία και περιοχές του Βορείου Αιγαίου. Από τις μετρήσεις έχει γίνει διαχωρισμός του 97,5% των ακραίων τιμών των παρατηρήσεων και προσομοίωση τους με το μέσω μαθηματικού λογισμικού. Στη συνέχεια καταγράφονται οι κατανομές που έχουν προσαρμοστεί με βέλτιστο τρόπο μαζί με τις αντίστοιχες παραμέτρους με σκοπό τη σύγκρισή τους με τα στατιστικά αποτελέσματα των αρχικών τιμών πριν την προσομοίωση. Σκοπός της ανάλυσης είναι η εύρεση μίας κατανομής που να προσαρμόζει το ύψος κύματος για την πρόβλεψη ακραίων τιμών μελλοντικά. Ξεκινώντας από τη Λάρνακα τα αποτελέσματα έχουν ως εξής:

OBS-ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

MODEL-MONTEΛΟ

ΕΠΙΚΡΑΤΗΣΤΕΡΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

1.Pearson 5(3P)	$\alpha=1.0016$ $\beta=0.05419$ $\gamma=1.2129$	1. Power Function	$\alpha= 0.49421$ $a= 1.54$ $b= 2.6042$
2.Frechet	$\alpha= 0.90803$ $\beta= 0.04882$ $\gamma= 1.2166$	2.Johnson SB	$\gamma= 0.52533$ $\delta= 0.67045$ $\lambda= 1.2685$ $\xi= 1.4596$
3.Inv. Gaussian	$\lambda= 0.05505$ $\mu= 0.17751$ $\gamma= 1.2185$	3.Gen. Pareto	$k= -0.44403$ $\sigma= 0.65301$ $\mu= 1.4693$

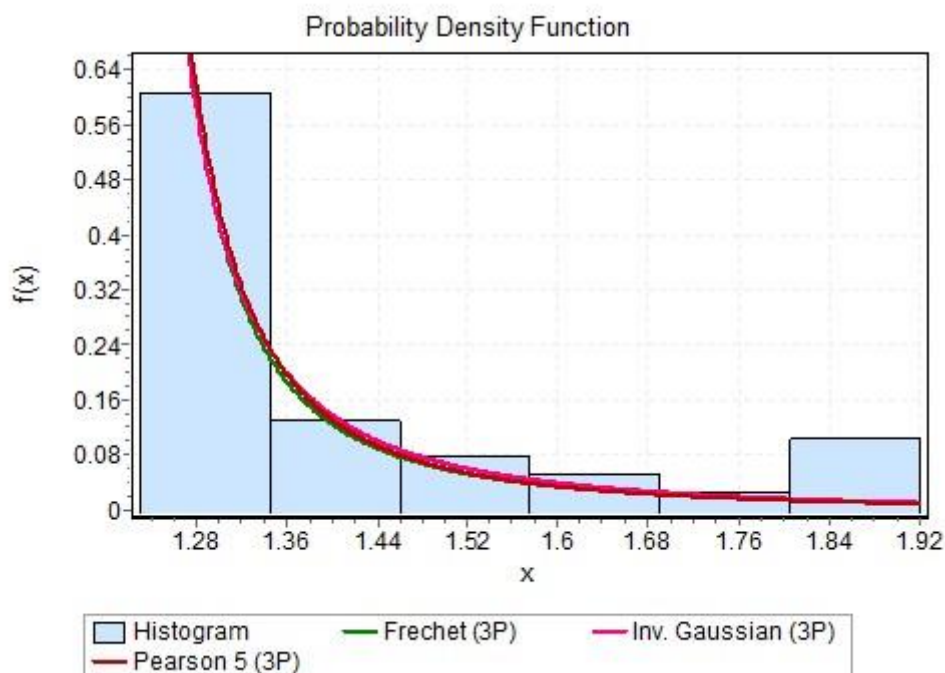
Πίνακας 2.30: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων Λάρνακας

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ

	OBS	MODEL
Μέση τιμή	1.3961	1.9215
Τυπική απόκλιση	0.21086	0.32452
Διασπορά	0.04446	0.10532

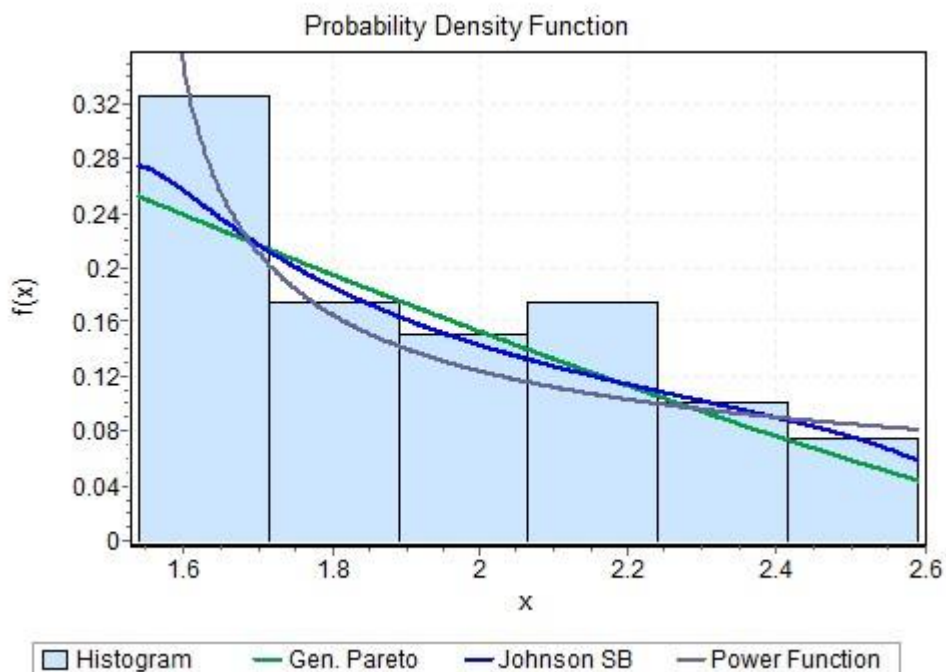
Πίνακας 2.31: Συγκεντρωτικός πίνακας περιγραφικών στοιχείων Λάρνακας

Συγκεντρωτικά για τις παρατηρήσεις (obs):



Σχήμα 2.41: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για την Λάρνακα

Και για το μοντέλο (model) :



Σχήμα 2.42: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για την Λάρνακα

Από τη σύγκριση των δεδομένων φαίνεται πώς οι παρατηρήσεις ακολουθούν καλύτερα την κατανομή Frechet καθώς η μέση τιμή 1,3961 και η παράμετρος τοποθεσίας $\gamma=1,2166$ έχουν μικρή απόκλιση όπως και οι υπόλοιπες παράμετροι.

Στη συνέχεια γίνεται ανάλυση του ύψους κύματος των περιοχών του Βορείου Αιγαίου:

OBS-ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

MODEL-MONTELO

ΕΠΙΚΡΑΤΗΣΤΕΡΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

1.Beta	$a_1=0,41854$ $a_2=0,65345$ $a=0.98$ $b=1.72$	1.Beta	$a_1=0.46417$ $a_2=0.24348$ $a=90.0$ $b=1253.0$
2.Johnson SB	$\gamma=0,2686$ $\delta=0,35548$ $\lambda=0,71072$ $\xi=0,97769$	2.Gen.Extreme value	$k=1.0476$ $\sigma=427.56$ $\mu=907.83$
3.Power Function	$\alpha=0,64562$ $a=0.98$ $b=1.7409$	3.Gen. Pareto	$k= 3.1666$ $\sigma= 4631.0$ $\mu= -212.23$

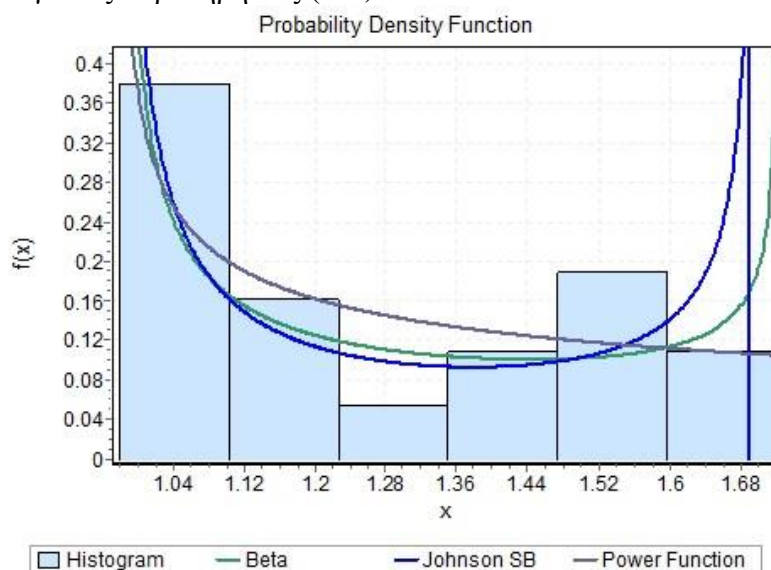
Πίνακας 2.32: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων Βορείου Αιγαίου

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ

	OBS	MODEL
Μέση τιμή	1.2689	899.24
Τυπική απόκλιση	0.2508	414.4
Διασπορά	0.0629	1.7172E+5

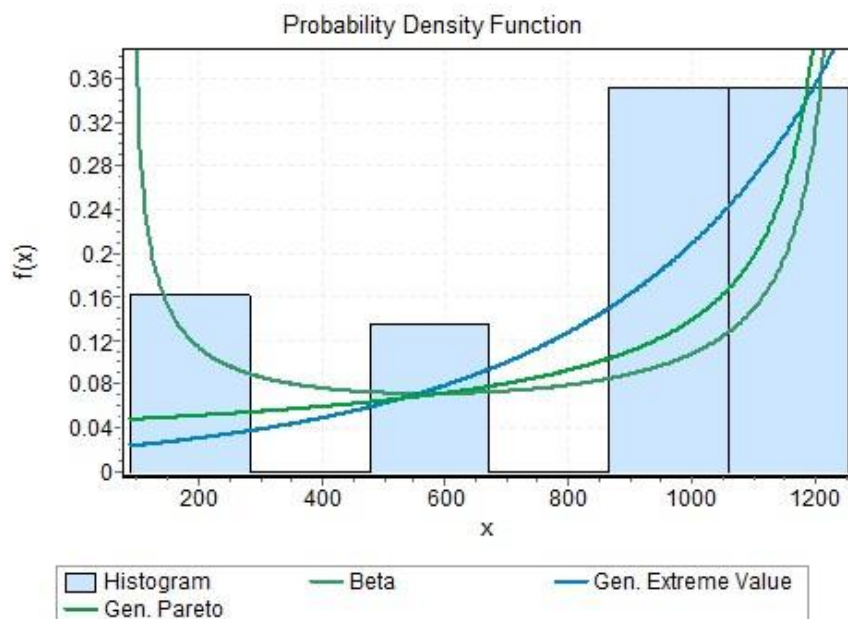
Πίνακας 2.33: Συγκεντρωτικός πίνακας περιγραφικών στοιχείων Βορείου Αιγαίου

Συγκεντρωτικά για τις παρατηρήσεις (obs) :



Σχήμα 2.43:Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για το Βόρειο Αιγαίο

Και για το μοντέλο (model) :



Σχήμα 2.44: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για το Βόρειο Αιγαίο

Στην περίπτωση του Βορείου Αιγαίου μοντέλο και παρατηρήσεις δείχνουν να συγκλίνουν στην κατανομή Beta. Όμως, οι παρατηρήσεις φαίνεται καλύτερα να περιγράφονται από την κατανομή Johnson καθώς μέση τιμή και παράμετροι έχουν μικρότερη διαφορά. Στη περίπτωση του μοντέλου καλύτερη προσομοίωση γίνεται από την κατανομή Gen. Extreme Value με $\mu=907,83$ και $\sigma=427,56$ έναντι των πραγματικών τιμών 899,24 και 414,4 αντίστοιχα.

Στη συνέχεια γίνεται ανάλυση του ύψους κύματος των περιοχών της Αλβανίας και τα αποτελέσματα έχουν ως εξής :

OBS-ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

MODEL-MONTEΛΟ

ΕΠΙΚΡΑΤΕΣΤΕΡΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

1.Burr	$k=0.2463$ $\alpha=19.372$ $\beta=3.8369$ $\gamma=0$	1.Johnson SB	$\gamma=0.24779$ $\delta=0.58786$ $\lambda=0.25841$ $\xi=0.66082$
2.Frechet	$\alpha=3.6936$ $\beta=2.4151$ $\gamma=1.7638$	2.Gen.Extreme value	$k=-0.43592$ $\sigma=0.0809$ $\mu=0.78682$
3. Gen. Extreme value	$k=0.23487$ $\sigma=0.67292$ $\mu=4.1786$	3.Kumaraswamy	$a_1=0.99808$ $a_2=0.99835$ $a=0.68$ $b=0.93013$

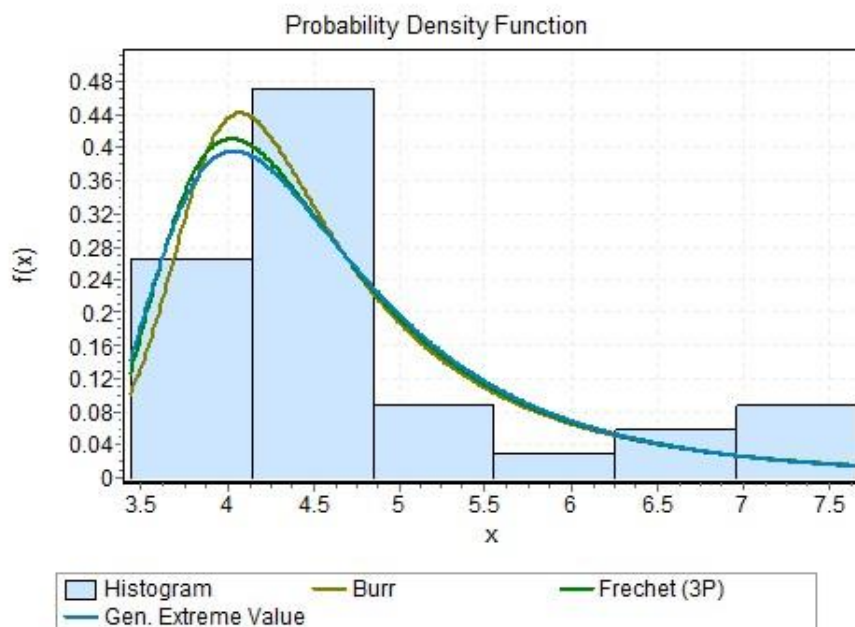
Πίνακας 2.34: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων Αλβανίας

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ

	OBS	MODEL
Μέση τιμή	4.7682	0.808
Τυπική απόκλιση	1.1671	0.07396
Διασπορά	1.3621	0.00547

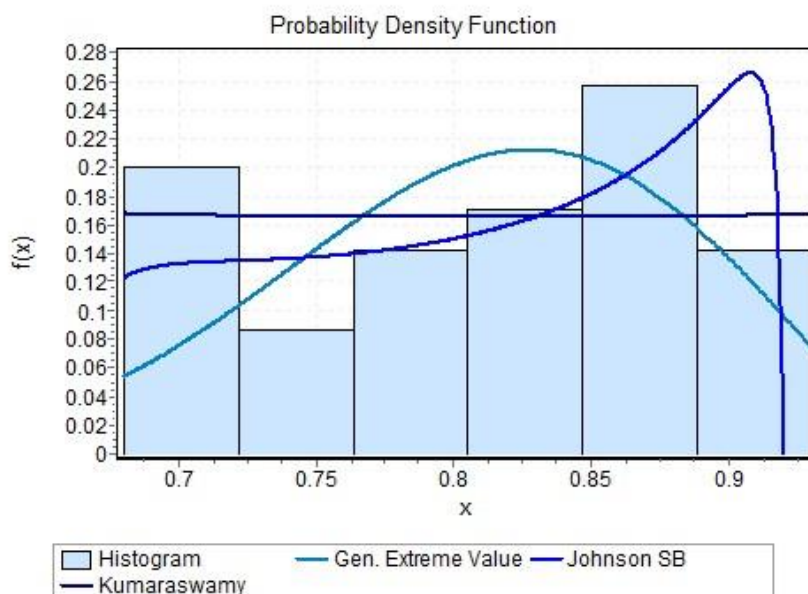
Πίνακας 2.35: Συγκεντρωτικός πίνακας περιγραφικών στοιχείων Αλβανίας

Συγκεντρωτικά για τις παρατηρήσεις (obs) :



Σχήμα 2.45: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για την Αλβανία

Και για το μοντέλο (model) :



Σχήμα 2.46: Συγκεντρωτικό διάγραμμα συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για την Αλβανία

2.2.1 Συμπεράσματα ανάλυσης των μετρήσεων θαλάσσιου κυματισμού

Στη περίπτωση της Αλβανίας, μοντέλο και παρατηρήσεις συγκλίνουν στην κατανομή Generalized Extreme Value τόσο ως προς τη φύση της κατανομής αλλά και ως προς τα αποτελέσματα των παραμέτρων. Μέση τιμή, παράμετροι τοποθεσίας και κλίμακας διαφέρουν κατά μικρό ποσοστό και περιγράφουν πλήρως τις παρατηρήσεις.

Επιπλέον, συγκρίνοντας σε κάθε περιοχή τις τιμές του μοντέλου με τις παρατηρούμενες τιμές γίνεται αντιληπτό ότι υπάρχει μία σύγκλιση σε μία κατανομή γεγονός αναμενόμενο καθώς επηρεάζεται η κατανομή από τους ίδιους παράγοντες. Για παράδειγμα στην περίπτωση της Αλβανίας κοινή κατανομή είναι η Generalized Extreme Value ενώ για την περιοχή του Βορείου Αιγαίου είναι η κατανομή Beta.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα και των τριών περιοχών, παρατηρείται ότι στις αναλύσεις όλων των περιοχών κοινός παρονομαστής είναι η κατανομή Johnson, η οποία προσαρμόζει κατάλληλα τα δεδομένα ύψους του θαλάσσιου κυματισμού. Για παράδειγμα στην ανάλυση των τιμών της Λάρνακας η μέση τιμή της Johnson είναι πολύ κοντά στη πραγματική μέση τιμή του δείγματος ($\xi=1,4596$ και $\mu=1,9215$) όπως όμοια συμβαίνει και με την τυπική απόκλιση και τη διασπορά. Στην περίπτωση των περιοχών του Βορείου Αιγαίου η μέση τιμή της Johnson είναι $\xi=0,97769$ και η πραγματική $\mu=1,2689$, αποτελέσματα με ελάχιστη διαφορά γεγονός που παρατηρείται και στα δεδομένα των περιοχών της Αλβανίας.

3

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

3.1 Συμπεράσματα για τη μεταβλητή ταχύτητα ανέμου

Στο τελευταίο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας θα γίνει αναφορά στα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των μεταβλητών ταχύτητα ανέμου και ύψος θαλάσσιου κυματισμού. Στόχος της παρούσας έρευνας είναι ο προσδιορισμός της συμπεριφοράς των τιμών αυτών καθώς και η σύνδεσή τους με παρόμοιες σε μοτίβο κατανομές. Γι αυτό το λόγο, συλλέχθηκαν δεδομένα ταχύτητας ανέμου από την περιοχή Αγία Μαρίνα Μαραθώνα Αττικής που πρόκειται να στηθεί ανεμογεννήτρια για την ανάλυση των τιμών του ανέμου και δεδομένα από τις παραθαλάσσιες περιοχές Βόρειο Αιγαίο, Λάρνακα και Αλβανία για τη μελέτη του ύψους κύματος. Στα προηγούμενα κεφάλαια έχει προηγηθεί στατιστική ανάλυση των δεδομένων συλλέγοντας τις ακραίες τιμές του δείγματος με τη μέθοδο των εκατοστημορίων σύμφωνα με την οποία απομονώνεται από το σύνολο των τιμών κάθε δείγματος το 2,5% που αποτελεί το αντικείμενο προς μελέτη.

Στη περίπτωση του ανέμου, έχει γίνει ανάλυση των τιμών μίας υπό μελέτη ανεμογεννήτριας σε δύο χρονικές περιόδους στην Αγία Μαρίνα, με διαφορετική συχνότητα μετρήσεων (ανά 10 λεπτά και ανά 60 λεπτά) αλλά και σε διαφορετικές θέσεις (C1 και C5) του ανεμομέτρου για σύγκριση αποτελεσμάτων. Πραγματοποιώντας την ανάλυση των τιμών στις δύο διαφορετικές θέσεις του ανεμόμετρου παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα δεν εξαρτώνται από τη συχνότητα των μετρήσεων καθώς προκύπτουν παρόμοια συμπεράσματα αλλά εξαρτώνται από τη θέση που γίνεται η μέτρηση καθώς επηρεάζονται οι μεταβλητές των κατανομών που καθορίζουν τη θέση και τη κλίμακα. Για παράδειγμα, τα αποτελέσματα της μελέτης για τη μέγιστη τιμή και στις δύο περιόδους ανάλυσης ταυτίζονται όσον αφορά τις κατανομές καθώς στις δύο πρώτες θέσεις των αναλύσεων προκύπτουν οι κατανομές Gen. Pareto και Wakeby με τις παραμέτρους να ταυτίζονται. Σε γενικές γραμμές, στη θέση C1 του ανεμόμετρου επικρατεί η κατανομή Generalized Pareto ανεξαρτήτως συχνότητας ενώ στη θέση C5 η κατανομή Wakeby.

Ειδικότερα για τη θέση C1 του ανεμόμετρου μελετώντας τη μέση τιμή, παρατηρούνται οι κατανομές Johnson SB ($\xi=16,849$ και $\xi=10,871$ τιμές στις δύο περιόδους) και Gen. Pareto ($\mu=16,645$ και $\mu=10,642$ τιμές στις δύο περιόδους) να ταυτίζονται ως προς τα αποτελέσματα τους και να μεταβάλλονται κατά τις δύο περιόδους με ανάλογο τρόπο με τα πραγματικά στατιστικά του δείγματος που είναι $\bar{x}=18.11$ και $\bar{x}=14.912$. Όσον αφορά τις μέγιστες τιμές, η κατανομή Gen. Pareto είναι εκείνη που επικρατεί στα αποτελέσματα των δύο περιόδων καθώς οι παράμετροι ($\mu=21,792$ και $\mu=19,395$, $\sigma=1,8882$ και $\sigma=1,0632$) έχουν μικρή απόκλιση από τα

πραγματικά στατιστικά του δείγματος ($\bar{x} = 23.317$ και $\bar{x} = 20.126$, $\text{Var} = 1.9305$ και $\text{Var} = 0.26892$).

Από τη μελέτη των δεδομένων στη θέση C5 του ανεμομέτρου προκύπτουν εξαιρετικά ενδιαφέροντα αποτελέσματα. Παρόλο που οι μετρήσεις προκύπτουν από την ίδια τοποθεσία πρακτικά, απλά από διαφορετική τοποθέτηση του ανεμομέτρου στην ίδια ανεμογεννήτρια, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι τελείως διαφορετικά. Για παράδειγμα, μελετώντας την ίδια χρονική περίοδο και με ίδια συχνότητα τα δεδομένα καταγραφής της θέσης C5 προκύπτουν κατανομές που στην προηγούμενη ανάλυση δεν βρίσκονταν καν στις πρώτες θέσεις της κατάταξης όπως είναι η Log-Logistic και η Lognormal. Παρόλα αυτά τα δεδομένα δείχνουν να συγκλίνουν σε μία κατανομή, την Wakeby. Πιο συγκεκριμένα, πραγματοποιώντας ανάλυση στις μέγιστες τιμές και για τις δύο περιόδους προκύπτει στη πρώτη θέση η Wakeby με τα στατιστικά της να έχουν μικρή απόκλιση από τα στατιστικά του δείγματος πριν την προσομοίωση. Για παράδειγμα, η μέγιστη τιμή του δείγματος στην δεύτερη περίοδο με συχνότητα μέτρησης 10λεπτά είναι $\bar{x} = 20.311$, η τυπική απόκλιση $\text{Std. Deviation} = 0.59052$ και η απόκλιση $\text{Var} = 0.34872$ ενώ με την προσομοίωση είναι $\bar{x} = 19.491$ και οι αντίστοιχες παράμετροι $\gamma = 0.17378$ και $\delta = 0.32708$. Όπως επίσης και για τη μελέτη των μέγιστων τιμών στη πρώτη περίοδο καταγραφής ανά 10λεπτά η Wakeby προσομοιώνει με ελάχιστη απόκλιση τα στατιστικά. Η μέση τιμή πριν την προσομοίωση είναι $\bar{x} = 23.589$, η τυπική απόκλιση $\text{Std. Deviation} = 1.3646$ και η απόκλιση $\text{Var} = 1.8622$ ενώ με τη Wakeby γίνονται $\xi = 21.946$, $\delta = 0.8892$ και $\gamma = 0.01391$.

Στην περίπτωση ανάλυσης της μέσης τιμής στην τοποθεσία C5 του ανεμομέτρου τα αποτελέσματα είναι και πάλι διαφορετικά με την κατανομή που κυριαρχεί να είναι η Johnson SB. Αυτό γίνεται αντιληπτό ήδη από τα αποτελέσματα της πρώτης περιόδου όπου τα στατιστικά του δείγματος είναι $\bar{x} = 18.509$, $\text{Var} = 0.79504$ και $\text{Std. Deviation} = 0.89165$ ενώ από τη προσομοίωση προκύπτουν $\bar{x} = 16.853$, $\delta = 0.87554$ και $\gamma = 0.37888$. Ομοίως τα αποτελέσματα συγκλίνουν με τον ίδιο τρόπο και στην δεύτερη περίοδο όπου $\bar{x} = 16.072$, $\text{Var} = 1.0529$ και $\text{Std. Deviation} = 1.0261$ ενώ με τη Johnson SB προκύπτει $\bar{x} = 15.093$, $\delta = 0.19641$ και $\gamma = 0.29805$.

Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι η κατανομή Johnson SB βρίσκεται στις πρώτες θέσεις στα αποτελέσματα της προσομοίωσης για τη μέση τιμή και του C1 και του C5. Έτσι, υπάρχει μία παραδοχή ότι η κατανομή Johnson SB είναι εκείνη που μπορεί να προσομοιώσει την ταχύτητα του ανέμου στην περίπτωση της ανεμογεννήτριας της Αγίας Μαρίνας όταν γίνεται μελέτη της μέσης τιμής. Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα αποτελέσματα της ανάλυσης των μέγιστων τιμών για την ταχύτητα του ανέμου συμπεραίνουμε ότι η καταλληλότερη κατανομή είναι η Gen. Pareto καθώς προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα ανεξαρτήτως συχνότητας των μετρήσεων για τη συγκεκριμένη τοποθεσία.

Όσον αφορά το ύψος κύματος έχουν αναλυθεί δεδομένα από τη Λάρνακα, την περιοχή του Βορείου Αιγαίου αλλά και την Αλβανία με σκοπό την εξαγωγή συμπεράσματος για το ποια κατανομή προσομοιώνει καλύτερα τις τιμές αυτές. Όσον αφορά το ύψος κύματος, η κατανομή που φαίνεται να προσαρμόζεται με τον ίδιο τρόπο

και εμφανίζεται στην ανάλυση και των τριών περιοχών είναι η Johnson SB. Όμως το συμπέρασμα αυτό δε μπορεί να είναι γενικό καθώς κάθε τοποθεσία επηρεάζεται από τις δικές της παραμέτρους όπως συμπεραίνεται και στη συνέχεια.

3.2 Συμπεράσματα για τη μεταβλητή ύψος κύματος

Στο επόμενο βήμα πραγματοποιείται η ανάλυση των τιμών θαλάσσιου κυματισμού των πραγματικών τιμών του ύψους και του μοντέλου από κάθε περιοχή με σκοπό τη σύγκριση των κατανομών που προκύπτουν.

Η πρώτη περιοχή στην οποία γίνεται η ανάλυση είναι η Λάρνακα. Οι παρατηρήσεις περιγράφονται βέλτιστα από την Pearson όπου ο συντελεστής τοποθεσίας $\gamma=1,219$ και οι συντελεστές σχήματος $\alpha=1,0016$ και $\beta=0,05419$ βρίσκονται πολύ κοντά με τις αντίστοιχες τιμές πριν την προσομοίωση δηλαδή $\bar{x}=1.3961$ και $\text{Var}=0,04446$ και $\text{Std. Deviation}=0.21086$. Στη συνέχεια, γίνεται ανάλυση του μοντέλου που χρησιμοποιείται για αυτή την περιοχή και προκύπτει η κατανομή Johnson SB ως κατάλληλη για την περιγραφή των τιμών του μοντέλου με παραμέτρους τοποθεσίας $\xi=1,4596$ και $\lambda=1,2685$ που συγκρίνονται με την $\bar{x}=1.9215$ και με τις παραμέτρους σχήματος με $\gamma=0,52533$ και $\delta=0,67045$ που αντιστοιχίζονται με $\text{Var}=0.10532$ και $\text{Std.Dev}=0,32452$. Σύμφωνα με τα δεδομένα αυτά, το μοντέλο δε φαίνεται να παρέχει μεγάλη βεβαιότητα στις προβλέψεις του γι' αυτό και απαιτούνται περισσότερα δείγματα προς ανάλυση.

Η επόμενη παραθαλάσσια περιοχή που έχει γίνει ανάλυση του ύψους κύματος είναι το Βόρειο Αιγαίο. Σε αυτή τη περίπτωση, μοντέλο και πραγματικές τιμές συγκλίνουν στην κατανομή Beta όπου και στις δύο ομάδες δεδομένων κατέχει την πρώτη θέση. Από το μοντέλο προκύπτουν οι παράμετροι σχήματος $a_1=0.46417, a_2=0.24348$ σε σχέση με τις πραγματικές τιμές $a_1=0.41854$ και $a_2=0,65345$. Επίσης, η ποσοστιαία απόκλιση των τιμών των κατανομών είναι ίδια και στα δύο σενάρια δηλαδή η απόκλιση των πραγματικών τιμών πριν και μετά τη προσομοίωση είναι 36,5% ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για το μοντέλο φτάνει το 39,33%.

Όσον αφορά τη τελευταία περιοχή προς ανάλυση, την Αλβανία, η κατανομή που επικρατεί είναι η Gen. Extreme Value. Πιο αναλυτικά, η μέση τιμή των παρατηρήσεων υπολογίζεται στο 4,7682 ενώ μετά τη προσομοίωση μέσω της Gen. Extreme Value γίνεται $\mu=4,1786$ και σε αντίστοιχη περίπτωση για το μοντέλο πριν την προσομοίωση η μέση τιμή είναι 0,808 ενώ μετά $\mu=0,78682$. Μελετώντας τα αποτελέσματα, γίνεται αντιληπτό ότι η κατανομή προσαρμόζει βέλτιστα τα δεδομένα καθώς οι μέσες τιμές διαφέρουν ελάχιστα δηλαδή η απόκλιση των δεδομένων υπολογίζεται ως μείωση κατά 12,5% της τιμής μετά την προσομοίωση για τις πραγματικές τιμές ενώ για το μοντέλο είναι 2,62%.

Ολοκληρώνοντας την μαθηματική ανάλυση της μεταβλητής ύψος κύματος προκύπτει ότι η προσομοίωση για κάθε περιοχή είναι μία διαφορετική διαδικασία. Οι παράμετροι τοποθεσίας και κλίμακας καθορίζουν την κατανομή που προσομοιώνει βέλτιστα τις τιμές που προκύπτουν σε κάθε περιοχή. Με άλλα λόγια, δεν είναι εφικτό

να γενικευτεί η άποψη ότι το ύψος κύματος περιγράφεται από κάποια συγκεκριμένη κατανομή ανεξαρτήτου τοποθεσίας αλλά απαιτείται περαιτέρω έρευνα.

3.3 Εισηγήσεις για μελλοντική έρευνα

Στόχος της αρχικής έρευνας ήταν να βρεθεί μία κατανομή που να μπορεί να προσομοιώσει βέλτιστα τις τιμές των μεταβλητών ύψος κύματος και ύψος θαλάσσιου κυματισμού. Ολοκληρώνοντας την μελέτη, τα αποτελέσματα δεν έδωσαν συγκεκριμένες κατανομές όπως ήταν το αρχικό πλάνο της έρευνας παρόλο που τα δεδομένα συγκλίνουν προς μία κατεύθυνση. Σύμφωνα με τα συμπεράσματα αυτά, δε μπορεί να γίνει γενίκευση ότι μία κατανομή προσομοιώνει το ύψος κύματος σε οποιαδήποτε τοποθεσία αλλά η τοποθεσία είναι εκείνη που κρίνει την κατανομή που θα χρησιμοποιηθεί εξαρτώμενη από τις παραμέτρους τοποθεσίας, κλίμακας και σχήματος. Έτσι, προτείνεται περαιτέρω εξειδικευμένη μελέτη της εκάστοτε περιοχής με περισσότερα δεδομένα για τον ακριβή προσδιορισμό της κατανομής έτσι ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο για μελλοντικές προβλέψεις.

4

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] R.M. Campos, C. Guedes Soares , J.H.G.M. Alves, C.E. Parente ,L.G. Guimaraes, Regional long-term extreme wave analysis using hind cast data from the South Atlantic Ocean, Ocean Engineering 179 (2019) 202-212.
- [2] Arnab Sarkar, Sneha Deep, D. Datta, Amit Vijaywargiya, R. Roy, and V. S. Phanikanth, Weibull and Generalized Extreme Value Distributions for Wind Speed Data Analysis of Some Locations in India, KSCE Journal of Civil Engineering (2019) 23(8):3476-3492, DOI 10.1007/s12205-019-1538-4
- [3] Generalized Extreme Value distribution and calculation of Return value, www.gmao.gsfc.nasa.gov URL: (<https://gmao.gsfc.nasa.gov/research/subseasonal/atlas/GEV-RV-html/GEV-RV-description.html>)
- [4] J. R. M. Hosking and J. R. Wallis, Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution, Technometrics, Vol. 29, No. 3 (Aug., 1987), pp. 339-349 URL: <http://www.jstor.org/stable/1269343>
- [5] Igor Leščešena, Marko Uroševb , Dragan Dolinaja, *, Milana Pantelića , Tamás Telbiszc , György Vargac , Stevan Savića, and Dragan Miloševića, Regional Flood Frequency Analysis Based on L-Moment Approach (Case Study Tisza River Basin) doi:10.1134/S009780781906006X
- [6] Marc Prevosto, Harald E. Krogstad, Agne`s Robin, Probability distributions for maximum wave and crest heights, DITI/GO/COM-IFREMER, Department of Mathematical Sciences, NTNU, Trondheim, Norway, Coastal Engineering 40 2000. 329–360
- [7] Clayton E. Hiles, Bryson Robertson, Bradley J. Buckham, Extreme wave statistical methods and implications for coastal analyses, Estuarine, Coastal and Shelf Science 223 (2019) 50–60
- [8] Θεωρία Ακραίων Τιμών (slides), Εισαγωγή στη θεωρία ακραίων τιμών 2008-10, Boutsikas Michael
- [9] Φ. Κολυβά Μαχαίρα, Εκτιμητική, Μαθηματική Στατιστική Τόμος 1, ISBN:960-431-240-5
- [10] Φ. Κολυβά Μαχαίρα, Ε. Μπόρα-Σέντα, Στατιστική ISBN:960-431-338-X
- [11] Lasse Makkonen, Maria Tikanmaki, An improved method of extreme value analysis, VTT Technical Research Centre of Finland, Finland, Journal of Hydrology X 2 (2019) 100012

- [12] Paul Stansell, Distributions of extreme wave, crest and trough heights measured in the North Sea, The University of Edinburgh 2004
- [13] Rahma Poeti Aniesah Djunaid, Validation of extreme wave and crest height distribution using laboratory simulation and field measurement data, University of Southampton 2009
- [14] Mauro Naghettini and Artur Tiago Silva, Probability Distributions and Their Applications in Hydrology, Chapter 5 Continuous Random Variables
- [15] Alex. B. McBratney, Budiman Minasny, Irina Mikheeva, Melissa Moyce, and Thomas F. A. Bishop, Chapter 3 Statistical Distributions of Soil Properties
- [16] Σωτήριος Δ. Θανόπουλος, Απευθείας Έλεγχος Ενεργού / Άεργου Ισχύος σε Ανεμογεννήτρια Σύγχρονης Μηχανής Μόνιμου Μαγνήτη, Πανεπιστήμιο Πατρών 2015
- [17] Δήμητρα Κ. Μπούρου, Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων με Ακραίες και Ελλιπούς τιμές, Πανεπιστήμιο Πατρών 2016
- [18] Χ. Μακρής, Διερεύνηση των επιδράσεων των έντονων μετεωρολογικών παλινδρομιών στις παράκτιες ζώνες της Μεσογείου, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης 2017
- [19] Χρήστος Σ. Γρηγορόπουλος, Διπλωματική εργασία στη Στατιστική Ακραίων Τιμών-Εφαρμογή σε μετρήσεις τεχνικών μεγεθών, Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο 2017
- [20] Γεώργιος Λιάγκας, Πτυχιακή εργασία στη Θεωρία Ακραίων Τιμών με εφαρμογή σε δεδομένα βροχοπτώσεως του Ελλαδικού χώρου, Πανεπιστήμιο Αιγαίου 2013
- [21] Νεραντζάκη Σοφία, Πιθανοτικές κατανομές ακραίων βροχοπτώσεων Εφαρμογές σε παγκόσμια κλίμακα, Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο 2012
- [22] Αθανάσιος Παπαδόπουλος, Ανάλυση μετρήσεων για τον προσδιορισμό της στάθμης της θάλασσας και δορυφορική αλτιμετρία, Διδακτορική διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης 2009
- [23] Ιστοσελίδα: www.wikipedia.com
- [24] Διπλωματική εργασία στην Εκτίμηση Ακραίων Τιμών ανέμου και υπολογισμού περιόδου αναφοράς, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014