

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη συμπεριφοράς και ενίσχυσης λίθινου τόξου
υπό την εμφάνιση ρωγμών με την εκτεταμένη
μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (XFEM)

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Επιμέλεια:
Λουκάς-Ραφαήλ Νομικός

Επιβλέπων Καθηγητής:
Γεώργιος Σταυρουλάκης

Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής:
Μαρία Σταυρουλάκη
Μαρία Μπακατσάκη

ΧΑΝΙΑ 2021

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου δρ. Σταυρουλάκη Γεώργιο που με εμπιστεύτηκε με την ανάθεση της εργασίας αυτής καθώς και για τη μετέπειτα καθοδήγηση του.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον δρ. Κουτσιανίτη Παναγιώτη για το συνεχές ενδιαφέρον και την προθυμία του να μου παρέχει την πολύτιμη βοήθειά του όσες φορές χρειάστηκε.

Ακόμη, ένα μεγάλο ευχαριστώ στους αγαπημένους μου φίλους, Γρηγόρη, Γιάννη, Παναγιώτη, Πέτρο, Κατερίνα, Ειρήνη καθώς και την αδερφή μου Μαρία και τον ξάδερφο μου Κώστα. Ο καθένας ξεχωριστά έχει συμβάλει με τον δικό του τρόπο στην ολοκλήρωση των σπουδών μου.

Επιπλέον, οφείλω να ευχαριστήσω τον αγαπημένο μου θείο Χρήστο που ήταν πάντα δίπλα μου και με στήριζε όλα αυτά τα χρόνια φοίτησης μου στα Χανιά.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω από τα βάθη της καρδιάς μου τους γονείς μου για τη συνεχή τους στήριξη και για την ευκαιρία που μου έδωσαν να πετύχω τους στόχους μου. Τους χρωστάω τα πάντα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	4
1 Εισαγωγή	5
1.1 Λίθινα τοξωτά γεφύρια	5
1.2 Περιγραφή της ιστορικής γέφυρας στο χωριό Κακοδίκι	6
1.3 Σχεδιασμός της λίθινης τοξωτής γέφυρας	8
2 Θεωρητικό υπόβαθρο	9
2.1 Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων	9
2.2 Λογισμικό Abaqus	9
2.3 Εκτεταμένη μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων	10
2.4 Von Mises yield criterion	13
3 Ανάλυση και μελέτη συμπεριφοράς μοντέλων γέφυρας	14
3.1 Γραμμική ανάλυση ελαστικής συμπεριφοράς γέφυρας χωρίς ρωγμές	16
3.2 Σχεδίαση ρωγμών και ανάλυση τους με την χρήση της εκτεταμένης μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (XFEM)	22
3.3 Ανάλυση ενίσχυσης μοντέλου γέφυρας με μεταλλικές λάμες	43
3.4 Συμπεράσματα αναλύσεων	54
Βιβλιογραφία	55

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία αφορά την μελέτη μίας λίθινης τοξωτής γέφυρας η οποία ενισχύεται μετά από την εφαρμογή φορτίσεων και εμφάνισης ρωγμών. Αρχικά, η γέφυρα θα σχεδιαστεί με χρήση του προγράμματος SolidWorks. Στην συνέχεια, μέσω του εμπορικού προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων Abaqus, θα μελετηθεί το μοντέλο λίθινης γέφυρας υπό διαφορετικές συνθήκες. Πιο συγκεκριμένα, στην πρώτη περίπτωση θα θεωρηθούν μοντέλα γραμμικά στα οποία θα εφαρμοστούν φορτίσεις στην μορφή μετατοπίσεων στους δύο άξονες, με την χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Στην συνέχεια, θα σχεδιαστούν ρωγμές σε διάφορα σημεία της κατασκευής όπου θα μελετηθεί η συμπεριφορά τους και η επίδρασή τους σε αυτή με την χρήση της εκτεταμένης μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (XFEM). Τέλος, η γέφυρα θα ενισχυθεί με μεταλλικές λάμες με σκοπό να προσομοιωθεί και να μελετηθεί η επίδρασή τους στην διάδοση των ρωγμών.

1 Εισαγωγή

1.1 Λίθινα τοξωτά γεφύρια

Ανά τους αιώνες, οι γέφυρες αποτέλεσαν έργα εξαιρετικής σημασίας για τον άνθρωπο όντας επίσης αρκετά απαιτητικές όσον αφορά το κόστος και τον χρόνο κατασκευής τους. Η δημιουργία τους απαιτούσε εξειδικευμένες τεχνικές δεξιότητες και συχνά η κατασκευή τους διαρκούσε δεκαετίες. Κάνοντας ασφαλή την διέλευση πάνω από φυσικά εμπόδια, όπως τα ποτάμια, η σύνδεση μεταξύ περιοχών έγινε πιο άμεση και δημιουργήθηκαν κατάλληλες συνθήκες για πιο εύκολη επικοινωνία και ανταλλαγή αγαθών. Για αυτό το λόγο οι γέφυρες έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην οικονομική και πολιτιστική ανάπτυξη. [3]

Οι λίθινες γέφυρες είχαν αρχίσει να κατασκευάζονται από την αρχαιότητα, με τους Ρωμαίους να συνειδητοποιούν πλήρως τις δυνατότητες του ημικυκλικού τόξου καθώς και της θολοδομίας [7]. Πρόκειται για ιστορικές κατασκευές που βρίσκονται ακόμα σε πολλές χώρες σε όλο τον κόσμο. Πολλές από αυτές εξακολουθούν να διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στα σιδηροδρομικά και οδικά δίκτυα, ενώ άλλες υποβαθμίζονται σταδιακά από τις πιο σύγχρονες κατασκευές από χάλυβα και σκυρόδεμα. [2]

Στην Ελλάδα, οι λίθινες τοξωτές γέφυρες είχαν ιδιαίτερη αξία στο παρελθόν και πλαισίωναν κάθε οικισμό, ειδικά τους ορεινούς. Τα γεφύρια αυτά αποτελούν ιστορικά μνημεία καθώς είναι άρρηκτα συνδεδεμένα με την ιστορία της χώρας, είναι εξαιρετικές κατασκευές αντιπροσωπευτικές της λαϊκής αρχιτεκτονικής και έχουν υπάρξει πηγή πληθωρικού λαογραφικού υλικού. Στο παρόν, τα περισσότερα από τα γεφύρια που άντεξαν στον χρόνο παραμένουν εγκαταλελειμμένα και ανεξερευνήτα, ως προς την αρχιτεκτονική και την ιστορία τους. Συχνά ανακηρύσσονται διατηρητέα μνημεία της Πολιτιστικής Κληρονομιάς της χώρας αλλά δυστυχώς δεν τυγχάνουν της ανάλογης πολιτειακής φροντίδας μετέπειτα. Μερικά είναι ετοιμόρροπα και πολλά παρουσιάζουν φθορές οι οποίες με το πέρασμα του χρόνου θα επεκταθούν σε μεγάλο βαθμό και θα οδηγήσουν στην κατάρρευσή τους. Ωστόσο, καμία φθορά δεν οδηγεί απευθείας σε καταστροφή. Πολλές κρίσιμες φθορές θα μπορούσαν να είχαν αποφευχθεί και πολλές από τις γέφυρες που τελικά γκρεμίστηκαν θα μπορούσαν αν είχαν σωθεί. Σε πολύ λίγες όμως έχουν γίνει οι κατάλληλες εργασίες, παρόλο που η κατάσταση των περισσότερων γεφυρών κρούουν τον κώδωνα του κινδύνου για πάρα πολλά χρόνια [1].

Οι λίθινες τοξωτές γέφυρες αποτελούν ανεκτίμητο κομμάτι της πολιτιστικής κληρονομιάς της χώρας, και η διαφύλαξη αυτής της κληρονομιάς είναι μείζονος σημασίας. Χτισμένα σύμφωνα με τις γνώσεις και τα μέσα της εποχής, προσωποποιούν τα σημάδια και τις αναμνήσεις των προηγούμενων γενεών μας [2]. Επομένως, επιβάλλεται να ληφθούν άμεσα κατάλληλα μέτρα για την επισκευή των γεφυριών, την συντήρησή τους για την αποφυγή μελλοντικών φθορών, όπως επίσης πολύ σημαντική είναι η ανάδειξη των πέτρινων τοξωτών γεφυριών ως μοναδικά δείγματα της πολιτιστικής κληρονομιάς της χώρας.

1.2 Περιγραφή της ιστορικής γέφυρας στο Κακοδίκι

Η γέφυρα πάνω στην οποία θα γίνει η μελέτη της εργασίας αυτής είναι το λίθινο μονότοξο γεφύρι που βρίσκεται στη Κρήτη, στο χωριό Κακοδίκι του νομού Χανίων.

Η γέφυρα χτίστηκε το 1903 από το Κρητικό κράτος και χρησιμοποιούταν εδώ και δεκαετίες ως το κύριο μέσο επικοινωνίας για τους πεζούς από τα ανατολικά και δυτικά τμήματα της περιοχής. Ήταν ένα παράδειγμα των παραδοσιακών τεχνικών κατασκευής που χρησιμοποιούνταν σε αυτήν την περιοχή και μία από τις λίγες πέτρινες γέφυρες που σώζονταν ακόμη στο νομό Χανίων, καθώς και σε όλο το νησί της Κρήτης. Σύμφωνα με αυτό το γεγονός, το 2005 η ελληνική κυβέρνηση είχε αναγνωρίσει επίσημα τη σημασία της κληρονομιάς της, χαρακτηρίζοντάς την ως ιστορικό μνημείο. [2]



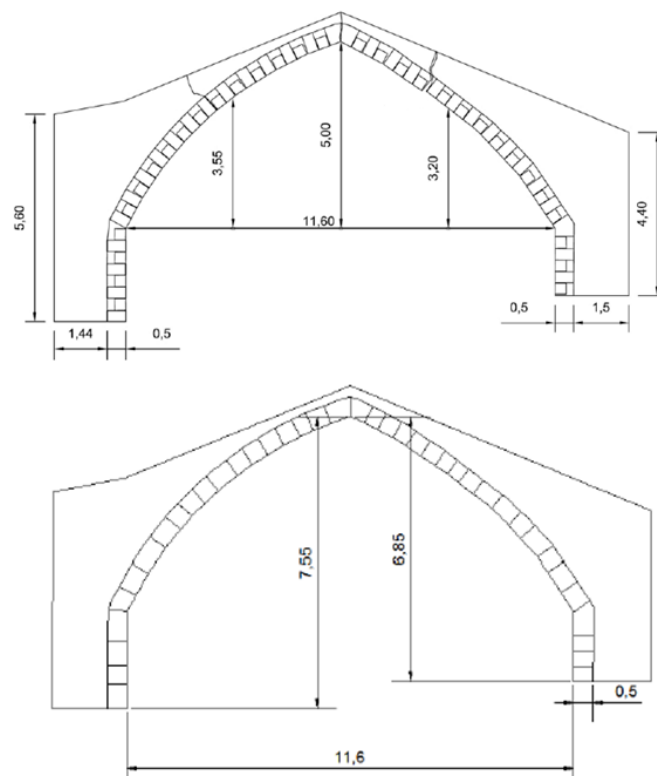
Εικόνα 1: Η εγκαταλελειμμένη γέφυρα στο Κακοδίκι λίγα χρόνια πριν την κατάρρευσή του.

Παρόλα αυτά, και ενώ βρισκόταν σε μία κρίσιμη κατάσταση για πολλά χρόνια, παρέμενε εγκαταλελειμμένη και οι αρμόδιοι αδιαφορούσαν, χωρίς να προχωρούν στις απαιτούμενες εργασίες επισκευής και συντήρησης. Ως αποτέλεσμα, τα τελευταία χρόνια της ζωής του, το γεφύρι να βρίσκεται σε μία ετοιμόρροπη κατάσταση παρουσιάζοντας πολύ κρίσιμες φθορές, όπως η ανάπτυξη τριών κύριων ρωγμών καθώς και ζημιές στα στηρίγματά του, όπου μερικές πέτρες είχαν αφαιρεθεί εντελώς. [2] Όλα αυτά οδήγησαν τελικά στην κατάρρευση του ιστορικού μνημείου τον χειμώνα του 2018.



Εικόνα 2: Τα ερείπια του γεφυριού.

❖ Γεωμετρία λίθινου τοξωτού γεφυριού



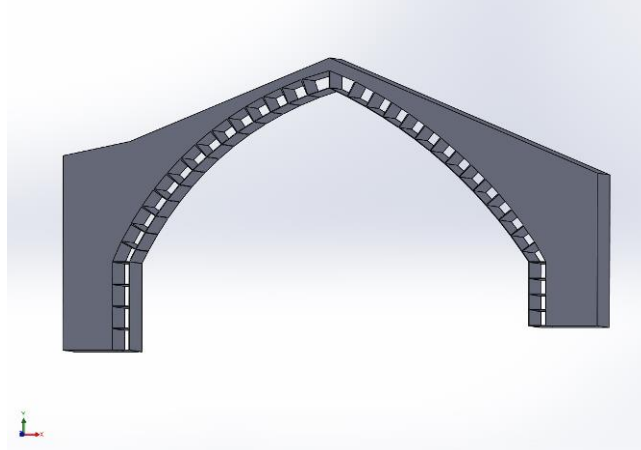
Εικόνα 3: Γεωμετρία γεφυριού πριν την κατάρρευσή του (σε μέτρα).

Η γέφυρα έχει πλάτος 3 μέτρα και το άνοιγμα τις καμάρας φτάνει τα 11.6 μέτρα. Το τόξο πάχους 0.5 μέτρα είναι από λίθινη τοιχοποιία και το υπόλοιπο υλικό γεμίματος από χυτή τοιχοποιία.

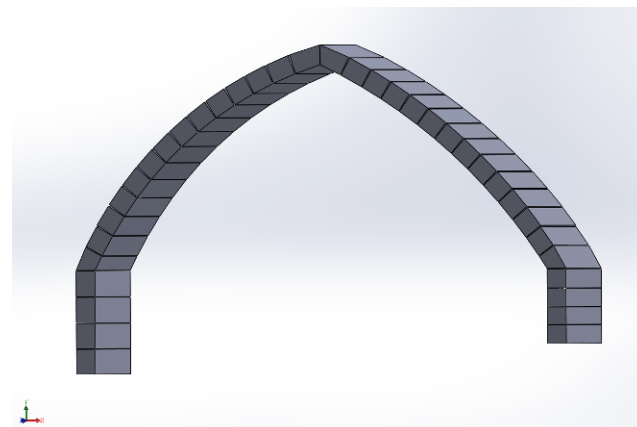
1.3 Σχεδιασμός της λίθινης τοξωτής γέφυρας

Το λίθινο τοξωτό γεφύρι σχεδιάστηκε στο εμπορικό πρόγραμμα SolidWorks2016. Το SolidWorks είναι ένα πρόγραμμα σχεδίασης (CAD) αλλά και πρόγραμμα υποβοηθούμενης μηχανικής (CAE) το οποίο τρέχει στα Microsoft Windows και δημοσιεύεται από τη Dassault Systèmes. Το συγκεκριμένο λογισμικό είναι ένας σταθερός μοντελοποιητής με σκοπό τη δημιουργία και την συναρμολόγηση μοντέλων.

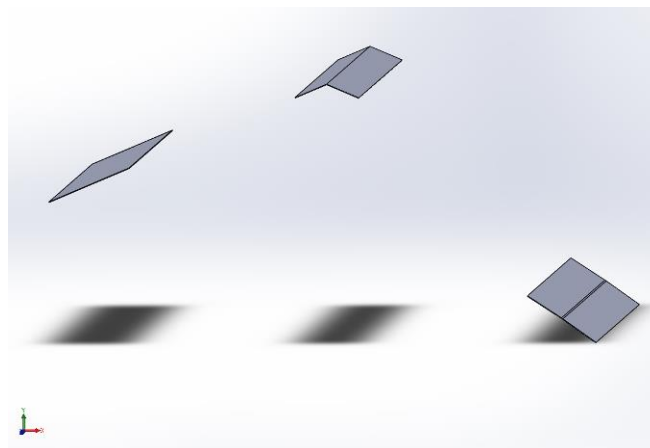
Παρακάτω παρουσιάζονται τα Parts από τα οποία αποτελείται η γέφυρα.



Εικόνα 4: Χυτή τοιχοποιία.



Εικόνα 5: Λίθινη τοιχοποιία.



Εικόνα 6: Μεταλλικές λάμες ενίσχυσης.

2 Θεωρητικό υπόβαθρο

2.1 Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (finite element method - FEM) είναι η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος για την επίλυση προβλημάτων μηχανικών και μαθηματικών μοντέλων. Οι περιοχές ενδιαφέροντος περιλαμβάνουν τα πεδία δομικής ανάλυσης, μεταφοράς θερμότητας, ροής ρευστού, μεταφοράς μάζας και ηλεκτρομαγνητικού δυναμικού. Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων είναι μια αριθμητική μέθοδος για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων. Για την επίλυση ενός προβλήματος, η FEM υποδιαιρεί ένα μεγάλο σύστημα σε μικρότερα, απλούστερα μέρη που ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία (finite elements). Το μειονέκτημά της είναι οι αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ, ιδίως όταν εφαρμόζεται σε σύνθετα μοντέλα. Αυτό όμως το μειονέκτημα ξεπεράστηκε τα τελευταία χρόνια χάρη στη ραγδαία ανάπτυξη των υπολογιστών.

Η μελέτη ή η ανάλυση ενός φαινομένου με FEM αναφέρεται συχνά ως ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (finite element analysis - FEA). Η FEA όπως εφαρμόζεται στην μηχανική είναι ένα υπολογιστικό εργαλείο για την εκτέλεση της μηχανικής ανάλυσης. Περιλαμβάνει τη χρήση τεχνικών δημιουργίας πλέγματος για τη διαίρεση ενός πολύπλοκου προβλήματος σε μικρά στοιχεία, καθώς και τη χρήση προγράμματος λογισμικού που κωδικοποιείται με αλγόριθμο FEM. [9]

2.2 Λογισμικό Abaqus

Το Abaqus είναι μια σειρά από ισχυρά προγράμματα προσομοίωσης για μηχανικούς, βασισμένο στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, που μπορούν να λύσουν προβλήματα που κυμαίνονται από σχετικά απλές γραμμικές αναλύσεις έως τις πιο απαιτητικές μη γραμμικές προσομοιώσεις. Το Abaqus περιέχει μια εκτενή βιβλιοθήκη στοιχείων που μπορούν να μοντελοποιήσουν σχεδόν οποιαδήποτε γεωμετρία. Έχει μια εξίσου εκτεταμένη λίστα από μοντέλα υλικών που μπορούν να προσομοιώσουν τη συμπεριφορά των πιο τυπικών μηχανικών υλικών, όπως μέταλλα, καουτσούκ, πολυμερή, σύνθετα υλικά, οπλισμένο σκυρόδεμα, αφρολέξ και γεωτεχνικά υλικά όπως χώμα και πέτρα.

Σχεδιασμένο ως εργαλείο προσομοίωσης γενικού σκοπού, το Abaqus μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μελετήσει περισσότερα από απλά δομικά (τάσεων / μετατοπίσεων) προβλήματα. Μπορεί να προσομοιώσει προβλήματα σε διαφορετικές περιοχές όπως μεταφορά θερμότητας, διάχυση μάζας, θερμική διαχείριση ηλεκτρικών εξαρτημάτων (συζευγμένες θερμικές-ηλεκτρικές αναλύσεις), ακουστική, πιεζοηλεκτρική ανάλυση, ηλεκτρομαγνητική ανάλυση και δυναμική ρευστού. [6]

2.3 Εκτεταμένη μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων

Η εκτεταμένη μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (extended finite element method - XFEM), είναι μια αριθμητική μέθοδος η οποία έχει αναπτυχθεί βάσει της κλασσικής μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για να επεκτείνει την προσέγγισή της εμπλουτίζοντας τον χώρο λύσεων για λύσεις σε διαφορικές εξισώσεις με ασυνεχείς συναρτήσεις.

Η μοντελοποίηση ασυνεχειών, όπως μια ρωγμή, με τη συμβατική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων απαιτεί το πλέγμα (mesh) να προσαρμόζεται με τις γεωμετρικές ασυνέχειες. Επομένως, χρειάζεται σημαντική βελτίωση του πλέγματος γύρω από τις ρωγμές για να καταγράφονται επαρκώς τα μοναδικά ασυμπτωτικά πεδία. Η μοντελοποίηση μιας αναπτυσσόμενης ρωγμής είναι ακόμη πιο απαιτητική επειδή το πλέγμα πρέπει να ενημερώνεται συνεχώς για να ταιριάζει με τη γεωμετρία της ασυνέχειας καθώς αναπτύσσεται η ρωγμή.

Η εκτεταμένη μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων ανακουφίζει τις αδυναμίες που σχετίζονται με τις επιφάνειες ρωγμών. Η μέθοδος αυτή πρόκειται για μια επέκταση της συμβατικής μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων η οποία επιτρέπει στις τοπικές συναρτήσεις εμπλουτισμού να ενσωματώνονται εύκολα σε μια προσέγγιση πεπερασμένων στοιχείων. Η παρουσία ασυνεχειών διασφαλίζεται από τις ειδικές εμπλουτισμένες συναρτήσεις σε συνδυασμό με επιπλέον βαθμούς ελευθερίας. Ωστόσο, διατηρείται η δομή πεπερασμένων στοιχείων και οι ιδιότητές του.

Επιπλέον, η εκτεταμένη μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μελετηθεί η έναρξη και η ανάπτυξη μιας ρωγμής χωρίς να χρειάζεται να ξαναγίνει το πλέγμα του μοντέλου, μειώνοντας έτσι το υπολογιστικό κόστος. [8]

❖ Μοντελοποίηση ρωγμών με την μέθοδο συνεκτικής συμπεριφοράς έλξης – διαχωρισμού και τους φανταστικούς κόμβους

Για τη μελέτη της έναρξης και ανάπτυξης ρωγμών με τη χρήση της XFEM μία από τις προσεγγίσεις που προσφέρει το Abaqus και θα χρησιμοποιηθεί στη συγκεκριμένη διπλωματική είναι αυτή της συνεκτικής συμπεριφοράς έλξης – διαχωρισμού (traction – separation cohesive behavior). Σε αυτή τη προσέγγιση, η διάδοση των ρωγμών δεν συνδέεται με τα όρια των στοιχείων σε ένα πλέγμα, επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση έναρξης και ανάπτυξης μιας ρωγμής κατά μήκος μιας αυθαίρετης διαδρομής.

Οι φανταστικοί κόμβοι, οι οποίοι τοποθετούνται πάνω στους αρχικούς πραγματικούς κόμβους, εισάγονται για να αντιπροσωπεύσουν την ασυνέχεια των στοιχείων ρωγμής. Όταν το στοιχείο είναι άθικτο, κάθε φανταστικός κόμβος περιορίζεται πλήρως στον αντίστοιχο πραγματικό κόμβο του. Όταν το στοιχείο κοπεί από μια ρωγμή, το στοιχείο ρωγμής χωρίζεται σε δύο μέρη. Κάθε τμήμα σχηματίζεται από ένα συνδυασμό μερικών πραγματικών και φανταστικών κόμβων ανάλογα με τον προσανατολισμό της

ρωγμής. Κάθε φανταστικός κόμβος και ο αντίστοιχος πραγματικός κόμβος δεν είναι πλέον συνδεδεμένοι μεταξύ τους και μπορούν να απομακρυνθούν.

Το μέγεθος του διαχωρισμού διέπεται από τον συνεκτικό νόμο έως ότου η συνεκτική ισχύς του ραγισμένου στοιχείου είναι μηδέν και έπειτα οι φανταστικοί και οι πραγματικοί κόμβοι κινούνται ανεξάρτητα. Αυτή η μέθοδος παρέχει μια αποτελεσματική και ελκυστική μηχανική προσέγγιση και έχει χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση της έναρξης και ανάπτυξης πολλαπλών ρωγμών στα στερεά. Έχει αποδειχθεί ότι δεν παρουσιάζει σχεδόν καμία εξάρτηση από το πλέγμα εάν το πλέγμα είναι αρκετά εκλεπτυσμένο.

Το μοντέλο έλξης - διαχωρισμού στο Abaqus προϋποθέτει αρχικά γραμμική ελαστική συμπεριφορά ακολουθούμενη από την έναρξη και την εξέλιξη της ζημιάς. Η ελαστική συμπεριφορά γράφεται με όρους ελαστικού συστατικού πίνακα που συσχετίζει τις ορθές και διατμητικές τάσεις με τους ορθούς και διατμητικούς διαχωρισμούς ενός στοιχείου ρωγμής.

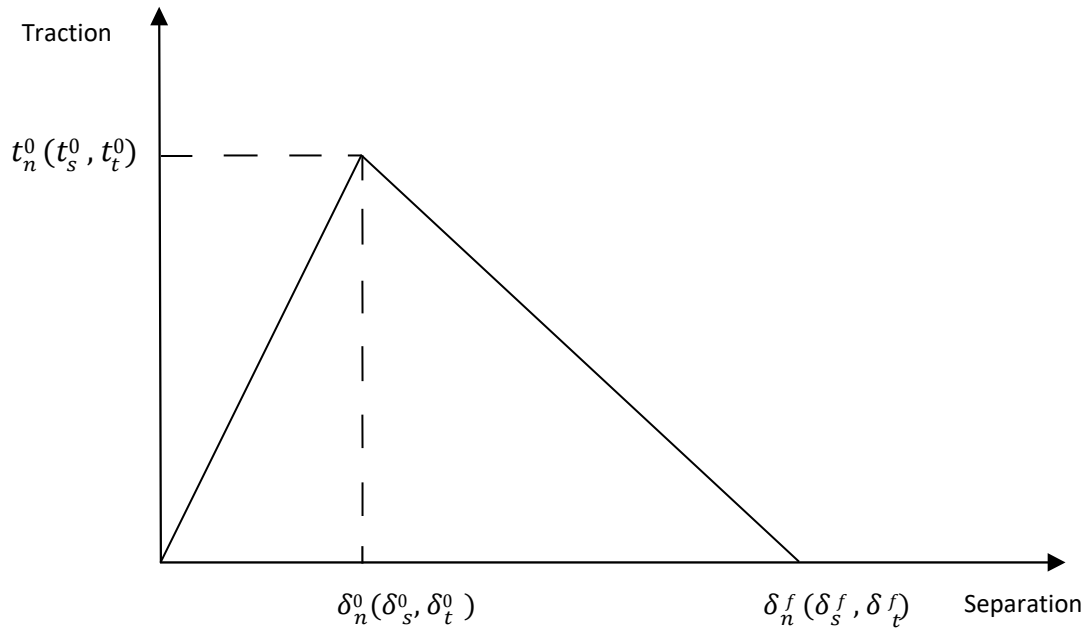
Ο ονομαστικός φορέας τάσης έλξης, \mathbf{t} , αποτελείται από τα ακόλουθα στοιχεία: t_n, t_s και (σε τρισδιάστατα προβλήματα) t_t , τα οποία αντιπροσωπεύουν τις ορθές και τις δύο διατμητικές έλξεις, αντίστοιχα. Οι αντίστοιχοι διαχωρισμοί συμβολίζονται με, δ_n, δ_s και δ_t . Η ελαστική συμπεριφορά μπορεί στη συνέχεια να γραφτεί ως :

$$\mathbf{t} = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} = \mathbf{K} \delta .$$

Οι συνιστώσες ορθής και εφαπτομενικής δυσκαμψίας δεν θα συζευχθούν: ο καθαρός ορθός διαχωρισμός από μόνος του δεν δημιουργεί συνεκτικές δυνάμεις στις κατευθύνσεις διάτμησης και η ορθή διατμητική ολίσθηση με μηδενικό ορθό διαχωρισμό δεν δημιουργεί συνεκτικές δυνάμεις στην ορθή κατεύθυνση.

Οι όροι K_{nn} , K_{ss} και K_{tt} υπολογίζονται με βάση τις ελαστικές ιδιότητες ενός εμπλουτισμένου στοιχείου. Ο προσδιορισμός των ελαστικών ιδιοτήτων του υλικού σε μια εμπλουτισμένη περιοχή αρκεί για να ορίσει τόσο την ελαστική δυσκαμψία όσο και τη συμπεριφορά έλξης - διαχωρισμού.

Η μοντελοποίηση ζημιών επιτρέπει την προσομοίωση της υποβάθμισης και της ενδεχόμενης αποτυχίας ενός εμπλουτισμένου στοιχείου. Το διάγραμμα 1 δείχνει μια τυπική απόκριση έλξης- διαχωρισμού με έναν μηχανισμό αστοχίας. [6]



Διάγραμμα 1: Τυπική ανταπόκριση έλξη – διαχωρισμού.

❖ Κριτήριο έναρξης ρωγμών

Η έναρξη της ρωγμής αναφέρεται στην αρχή της πτώσης της συνεκτικής απόκρισης σε ένα εμπλουτισμένο στοιχείο. Η διαδικασία πτώσης ξεκινά όταν οι τάσεις ή παραμόρφωσης πληρούν συγκεκριμένα κριτήρια έναρξης ρωγμών. Το κριτήριο εκκίνησης ρωγμών που θα χρησιμοποιηθεί σε αυτήν την εργασία είναι το κριτήριο μέγιστης κύριας τάσης (maximum principal stress - MAXPS).

Το κριτήριο μέγιστης κύριας τάσης μπορεί να αναπαρασταθεί ως :

$$f = \left\{ \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{max}^0} \right\}$$

Εδώ, το σ_{max}^0 αντιπροσωπεύει τη μέγιστη επιτρεπόμενη κύρια τάση. Το σύμβολο $\langle \rangle$ αντιπροσωπεύει της αγκύλες Macaulay (δηλαδή, $\langle \sigma_{max} \rangle = 0$ εάν $\sigma_{max} < 0$ και $\langle \sigma_{max} \rangle = \sigma_{max}$ εάν $\sigma_{max} \geq 0$). Οι αγκύλες Macaulay χρησιμοποιούνται για να δηλώσουν ότι μια καθαρά συμπίεστική κατάσταση καταπόνησης δεν προκαλεί ζημιά. Η ζημιά θεωρείται ότι ξεκινά όταν ο μέγιστος λόγος κύριας τάσης (όπως ορίζεται στην παραπάνω έκφραση) φτάσει τη τιμή ένα (1). [6]

2.4 Von Mises yield criterion

Σε αυτήν την εργασία θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα των γραμμικών αναλύσεων, όσον αφορά την κατανομή των τάσεων, μέσω της τάσης von Mises.

Στην επιστήμη υλικών και τη μηχανική, το κριτήριο διαρροής von Mises μπορεί να διατυπωθεί με όρους της τάσης von Mises ή της ισοδύναμης εφελκυστικής τάσης. Αυτή είναι μια κλίμακα της τάσης που μπορεί να υπολογιστεί από τον τανυστή τάσης Cauchy. Σε αυτήν την περίπτωση, η διαρροή ενός υλικού αρχίζει όταν η τάση von Mises φτάσει σε μια τιμή γνωστή ως τάση διαρροής. Η τάση von Mises χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη διαρροής των υλικών που βρίσκονται υπό σύνθετη φόρτιση σε αποτελέσματα μονοαξονικών δοκιμών εφελκυσμού. Τέλος, η τάση von Mises ικανοποιεί την ιδιότητα όπου δύο καταστάσεις υπό πίεση με ίση ενέργεια παραμόρφωσης έχουν ίση τάση von Mises. [10]

3 Ανάλυση και μελέτη συμπεριφοράς μοντέλων γέφυρας

Η ανάλυση και η μελέτη συμπεριφοράς της γέφυρας, η οποία θα πραγματοποιηθεί μέσω του εμπορικού προγράμματος **Abaqus**, θα γίνει σε τρία διαφορετικά μοντέλα της λίθινης γέφυρας. Το πρώτο είναι το απλό μοντέλο στο οποίο η γέφυρα δεν έχει ρωγμές ή κάποια ενίσχυση. Στο δεύτερο μοντέλο θα σχεδιαστούν τρεις ρωγμές στην χυτή τοιχοποιία και στο τρίτο μοντέλο, η γέφυρα με τις ρωγμές, θα ενισχυθεί με την χρήση μεταλλικών λαμών.

Το λίθινο τοξωτό γεφύρι είναι πακτωμένο στη βάση του αριστερού θεμελίου και καταπονείται, στο δεξί θεμέλιο, με φορτίσεις μετατόπισης. Συμπεριλαμβάνονται και τα φορτία βαρύτητας.

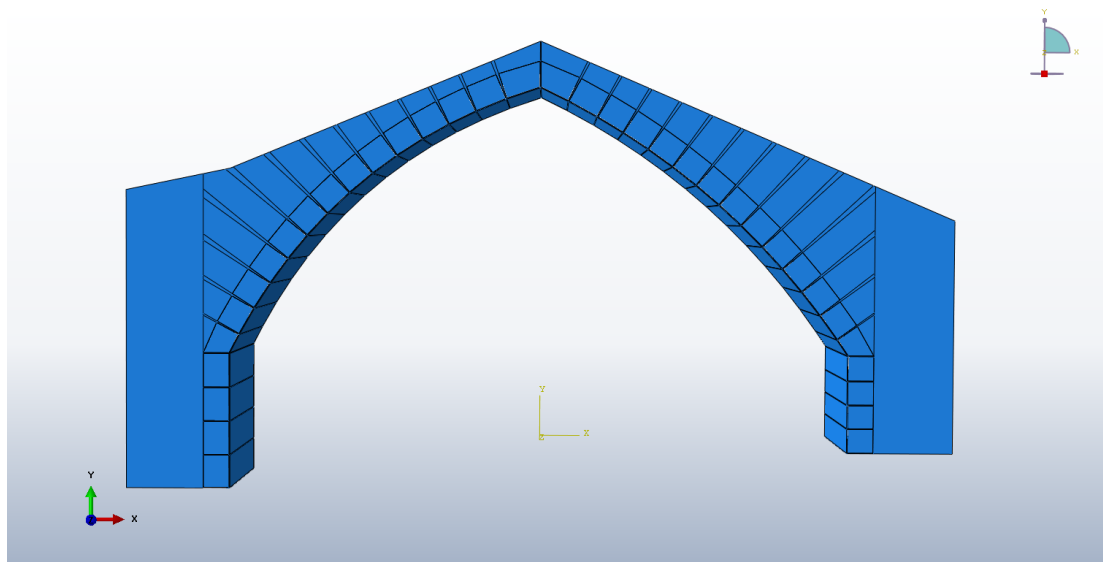
Κάθε μοντέλο ξεχωριστά θα μελετηθεί, αρχικά, με μικρές φορτίσεις και στη συνέχεια με μεγάλες φορτίσεις στη μορφή μετατόπισης.

- **Μικρές φορτίσεις:** Κατακόρυφης μετακίνησης **0.10m** προς τα κάτω και οριζόντιας μετακίνησης **0.05m** προς τα αριστερά.
- **Μεγάλες φορτίσεις:** Κατακόρυφης μετακίνησης **5m** προς τα κάτω και οριζόντιας μετακίνησης **1m** προς τα αριστερά.

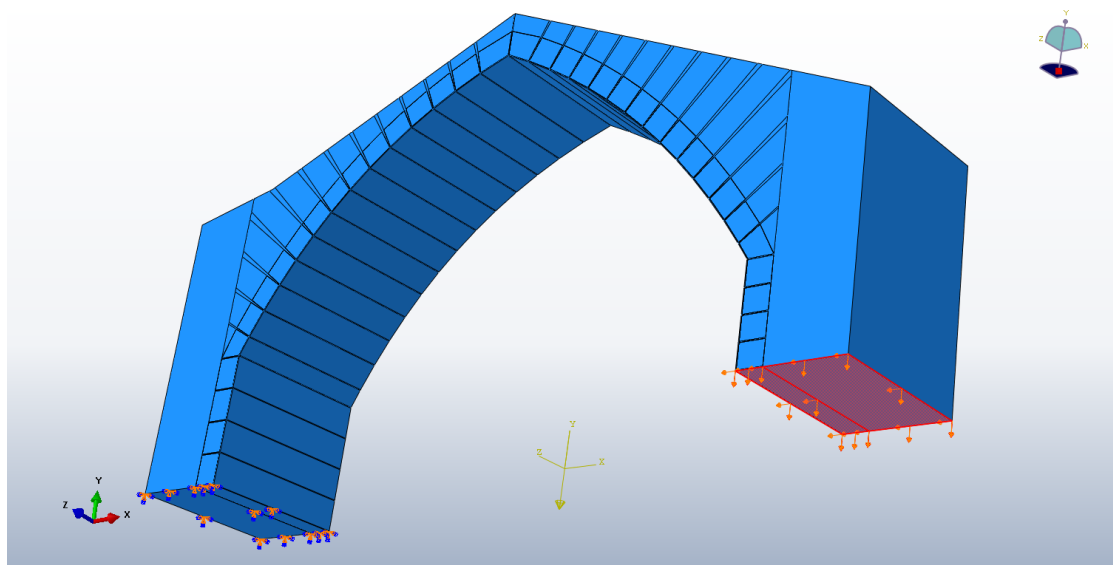
Η περίπτωση στην οποία η γέφυρα καταπονείται με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης και ιδιαίτερα με φόρτιση κατακόρυφης μετακίνησης **5m** προς τα κάτω, πρόκειται για ένα ακραίο σενάριο το οποίο δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. **Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας** είναι να καταπονηθεί η γέφυρα με αρκετά μεγάλο φορτίο, τέτοιο ώστε να έχουμε άνοιγμα και ανάπτυξη των ρωγμών που έχουν σχεδιαστεί στη γέφυρα και να μελετηθεί η επίδρασή τους σε αυτήν. Στη συνέχεια, στόχος είναι να εξεταστεί η καταλληλότητα των μεταλλικών λαμών ως ενίσχυση στη γέφυρα και η επίδρασή τους στη διάδοση των ρωγμών.

Οι μηχανικές ιδιότητες των υλικών δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

	Density (kg / m ³)	Young's Modulus (Pa)	Poisson's Ratio
Λίθινη τοιχοποιία	2x10 ³	5x10 ⁹	0.2
Χυτή τοιχοποιία	1.8x10 ³	5x10 ⁸	0.2



Εικόνα 7: Μοντέλο του λίθινου τοξωτού γεφυριού πριν την γραμμική ανάλυση.

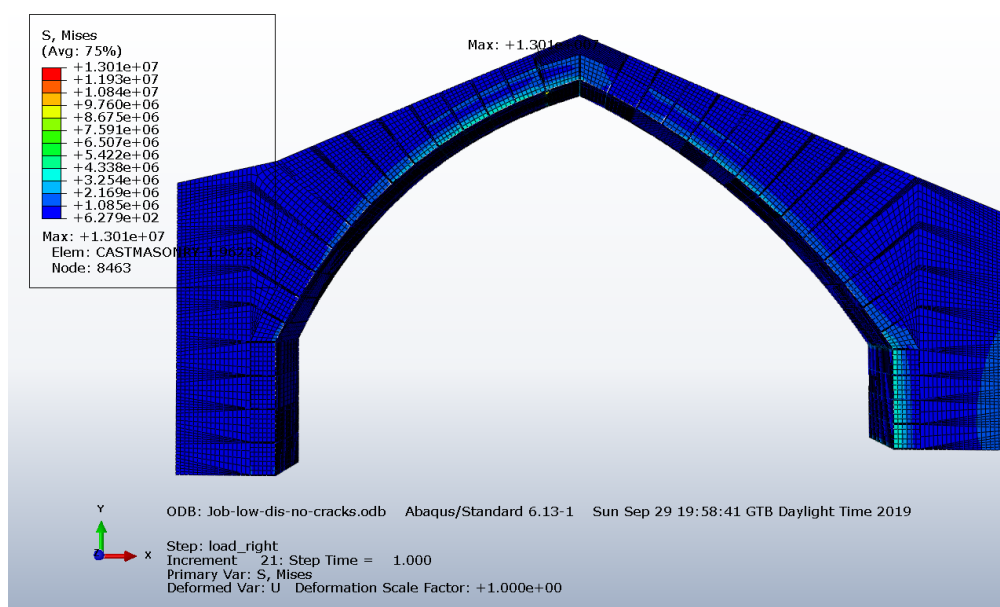


Εικόνα 8: Πάκτωση στο αριστερό θεμέλιο και φορτίσεις στη μορφή μετατόπισης στο δεξί θεμέλιο της γέφυρας.

3.1 Γραμμική ανάλυση ελαστικής συμπεριφοράς γέφυρας χωρίς ρωγμές

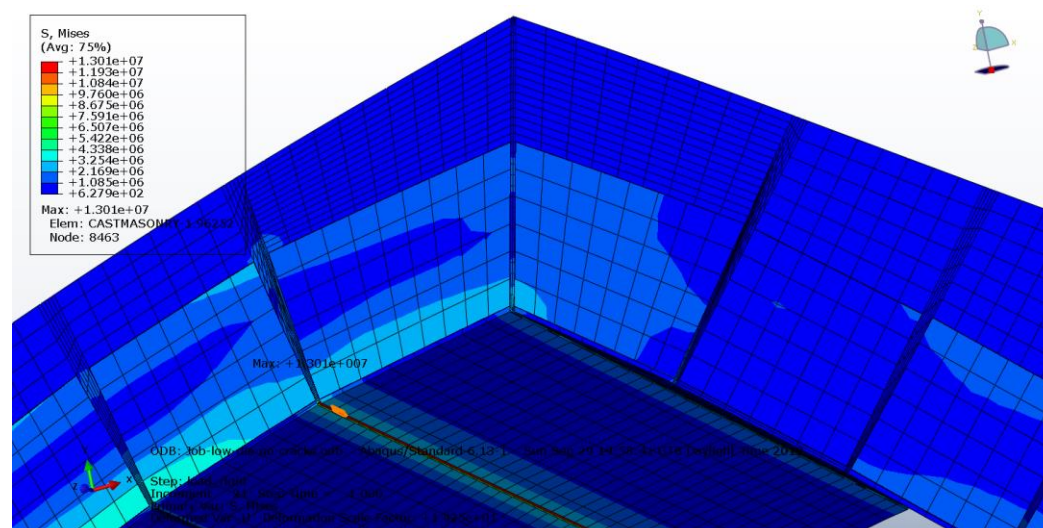
❖ Με μικρές φορτίσεις μετατόπισης

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά την κατανομή των τάσεων von Mises:

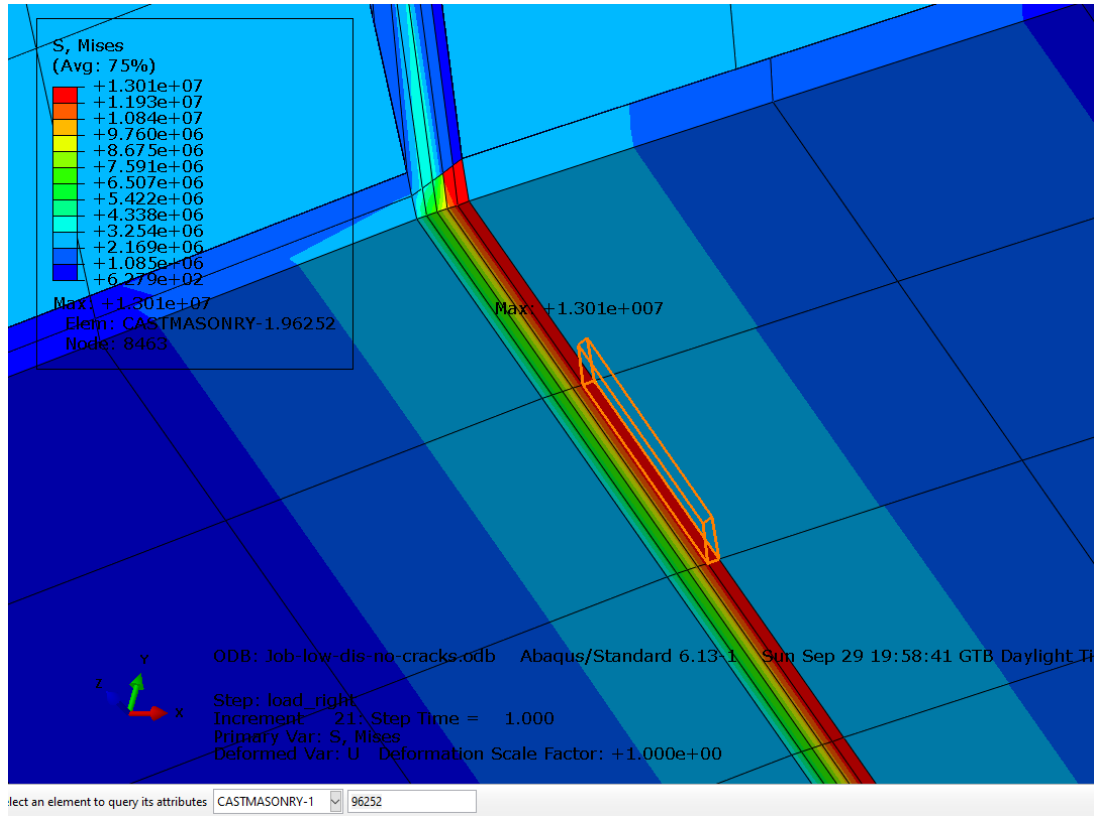


Εικόνα 9: Μοντέλο της γέφυρας μετά την γραμμική ανάλυση.

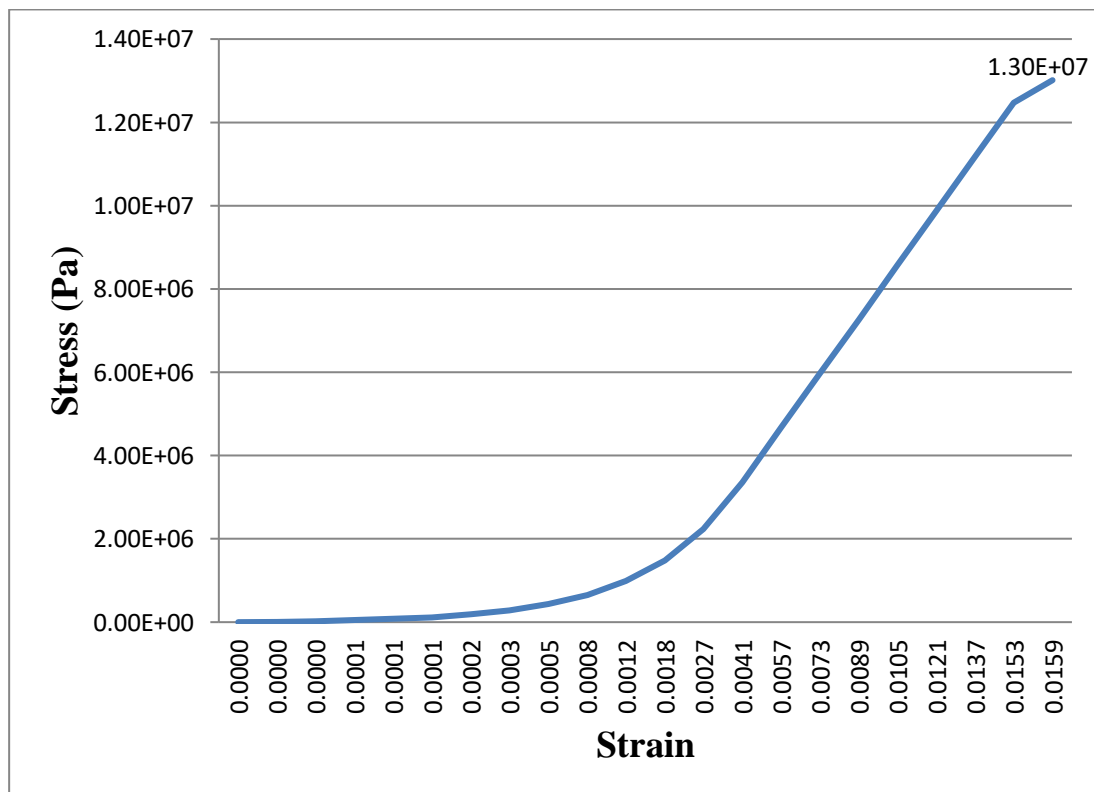
Από την εικόνα 9 παρατηρείται ότι οι μεγαλύτερες τάσεις συγκεντρώνονται κατά κύριο λόγο στην λίθινη τοιχοποιία ,στο κάτω μέρος του τόξου καθώς και στην εσωτερική μεριά του δεξιού θεμελίου. Παρόλα αυτά, η μέγιστη τάση von Mises, με τιμή $1.301 \times 10^7 \text{ Pa}$, εμφανίζεται στην χυτή τοιχοποιία στην κορυφή του τόξου. Στις δύο παρακάτω εικόνες το στοιχείο 96252 στο οποίο βρίσκεται η μέγιστη τάση von Mises επισημαίνεται με πορτοκαλί χρώμα. Ύστερα, ακολουθεί το διάγραμμα stress-strain του στοιχείου αυτού.



Εικόνα 10: Μέγιστη τάση von Mises.



Εικόνα 11: Το στοιχείο 96252.

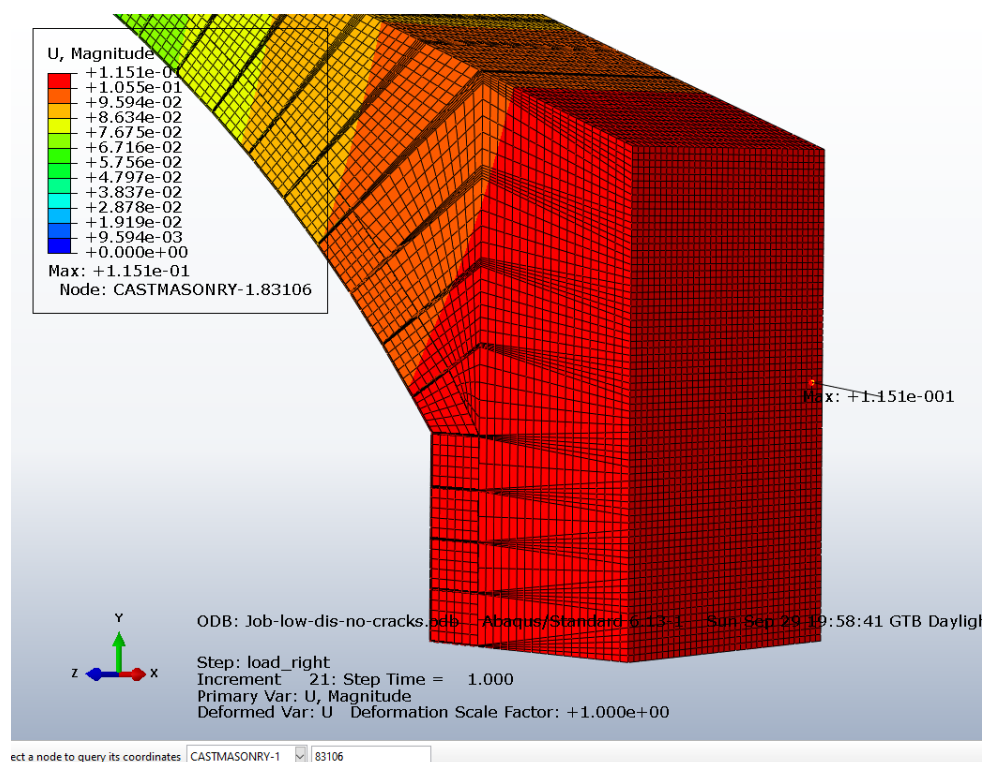


Διάγραμμα 2: Διάγραμμα Stress-Strain του στοιχείου 96252.

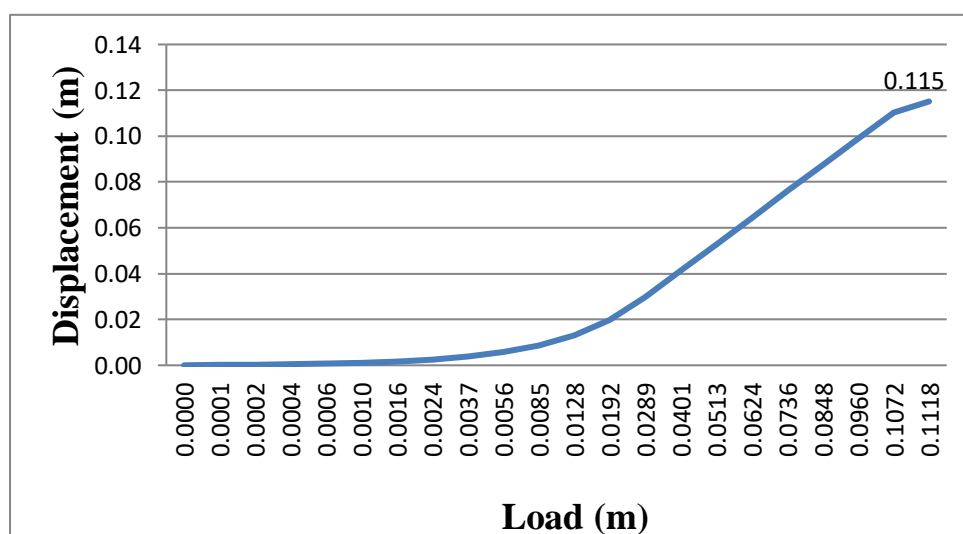
Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά τις μετατοπίσεις U:

Η μέγιστη τιμή μετατόπισης με τιμή **0.1151m** εμφανίζεται στη δεξιά μεριά της γέφυρας, όπως ήταν αναμενόμενο διότι το γεφύρι είναι πακτωμένο στη βάση του αριστερού θεμελίου και στη βάση του δεξιού θεμελίου εφαρμόζονται οι φορτίσεις μετατόπισης. Παρακάτω, στην εικόνα 12, φαίνεται ο κόμβος 83106 όπου εμφανίζεται η μέγιστη μετατόπιση και ακολουθεί το διάγραμμα Displacement – Load του κόμβου αυτού.

Το μέγιστο φορτίο με το οποίο καταπονείται η γέφυρα είναι **0.1118m**.



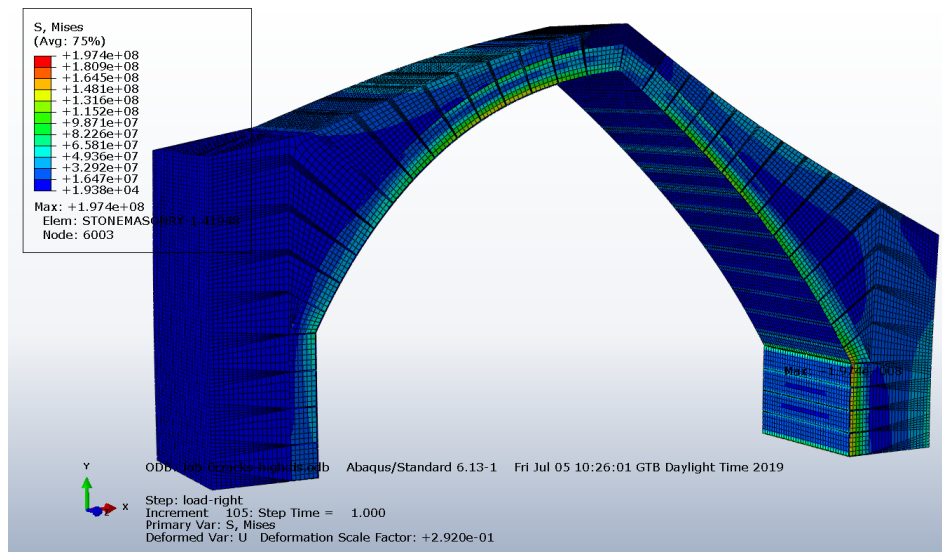
Εικόνα 12: Ο κόμβος 83106.



Διάγραμμα 3: Displacement-Load του κόμβου 83106.

❖ Με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης

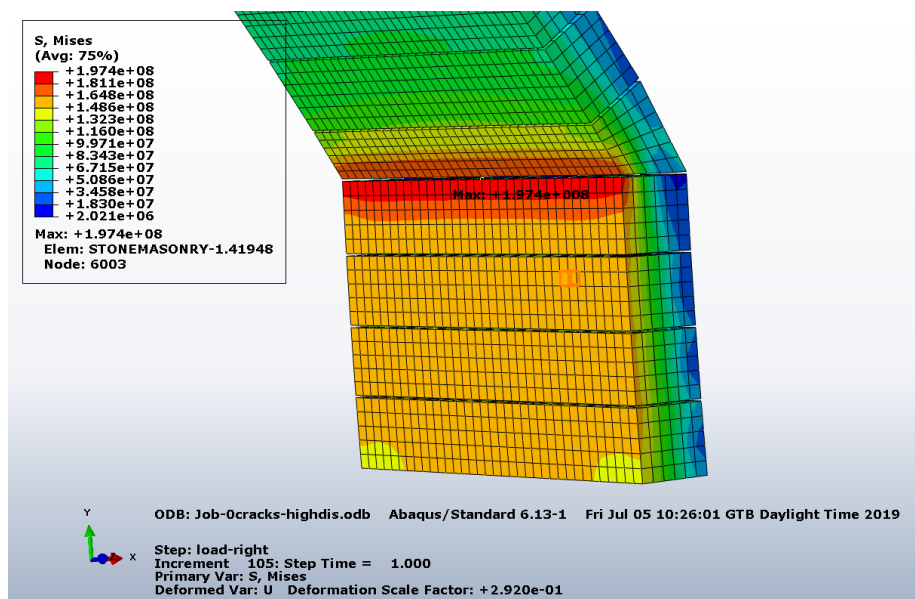
Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά την κατανομή των τάσεων von Mises:



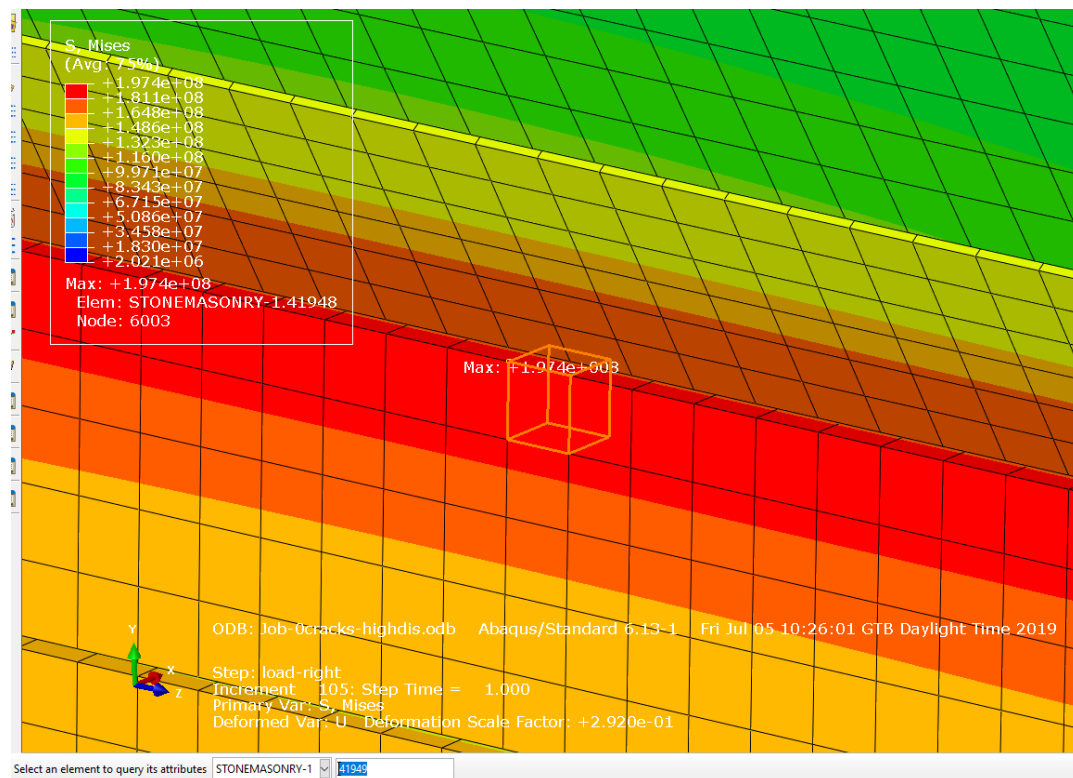
Εικόνα 13: Κατανομή των τάσεων von Mises.

Σε αυτήν την ανάλυση παρατηρούμε παρόμοια συμπεριφορά με την προηγούμενη ανάλυση των μικρών φορτίσεων μετατόπισης, καθώς οι μεγαλύτερες τάσεις συγκεντρώνονται πάλι κατά κύριο λόγο στην λίθινη τοιχοποιία, στο κάτω μέρος του τόξου καθώς και στην εσωτερική μεριά του δεξιού θεμελίου. Η μέγιστη τάση von Mises με τιμή 1.974×10^8 Pa εμφανίζεται στο στοιχείο 41949, αυτή τη φορά στην εσωτερική μεριά του δεξιού θεμελίου στη λίθινη τοιχοποιία, σε αντίθεση με την προηγούμενη ανάλυση που ήταν στην χυτή τοιχοποιία στην κορυφή του τόξου. Η μέγιστη τάση φαίνεται στις δύο παρακάτω εικόνες, στις οποίες έχει αφαιρεθεί η χυτή τοιχοποιία για να είναι εμφανής η τάση αυτή.

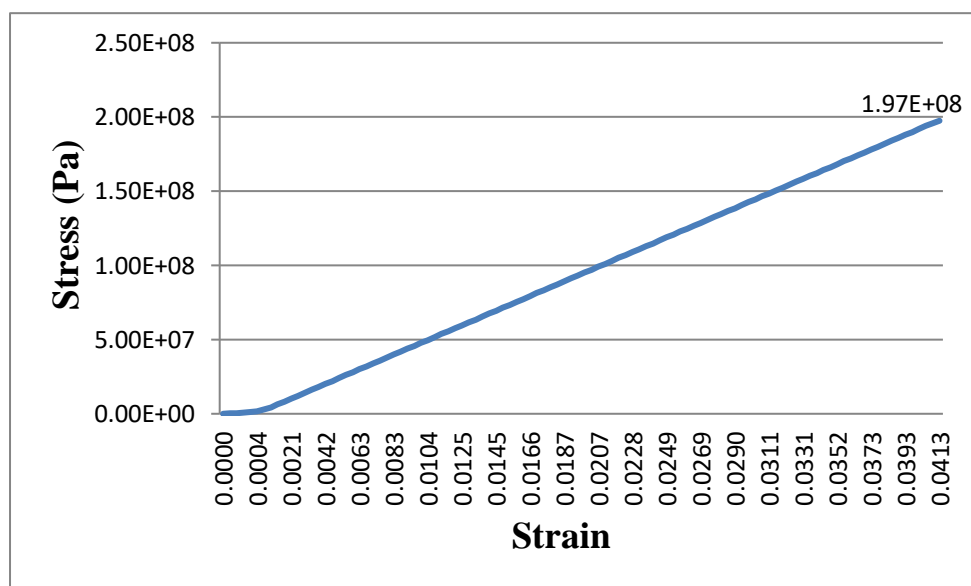
Επίσης, συγκριτικά με την προηγούμενη ανάλυση, η μέγιστη τάση από 1.301×10^7 Pa αυξήθηκε στα 1.974×10^8 Pa.



Εικόνα 14: Μέγιστη τάση von Mises.



Εικόνα 15: Το στοιχείο 41949 στο οποίο εμφανίζεται η μέγιστη τάση von Mises.

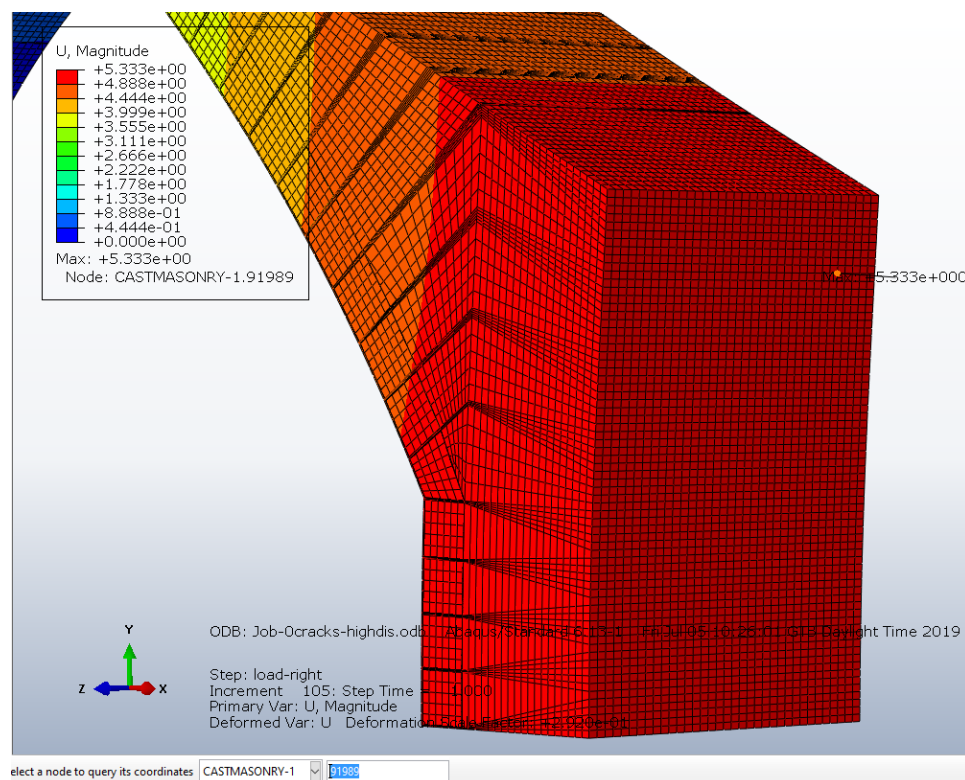


Διάγραμμα 4: Stress-Strain του στοιχείου 41949.

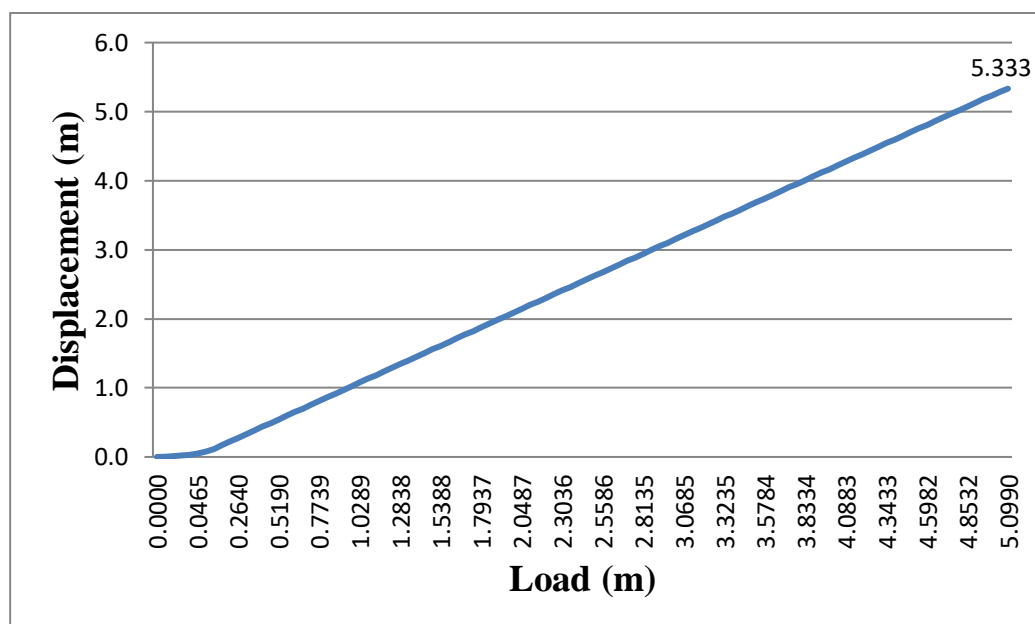
Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά τις μετατοπίσεις U:

Η μέγιστη τιμή μετατόπισης, σε σύγκριση με την προηγούμενη ανάλυση, αυξήθηκε από **0.1151m** στα **5.333m** και εμφανίζεται στη δεξιά μεριά της γέφυρας, όπως και πριν. Παρακάτω, στην εικόνα 12 φαίνεται ο κόμβος 91989 όπου εμφανίζεται η μέγιστη μετατόπιση και ακολουθεί το διάγραμμα Displacement – Load του κόμβου αυτού.

Το μέγιστο φορτίο με το οποίο καταπονείται η γέφυρα είναι **5.099m**.



Εικόνα 16: Ο κόμβος 91989 στον οποίο εμφανίζεται η μεγαλύτερη μετατόπιση.

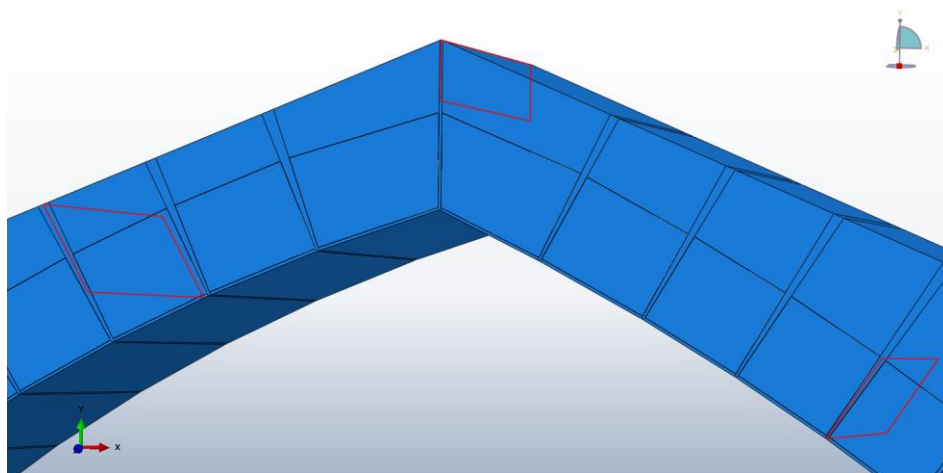


Διάγραμμα 5: Displacement-Load του κόμβου 91989.

3.2 Σχεδίαση ρωγμών και ανάλυση τους με την χρήση της εκτεταμένης μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (XFEM)

Για την ανάλυση αυτή έχουν σχεδιαστεί τρεις ρωγμές οι οποίες έχουν τοποθετηθεί στην χυτή τοιχοποιία και με την χρήση της εκτεταμένης μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων θα μελετηθούν οι επιδράσεις που έχουν στην γέφυρα. Στην παρακάτω εικόνα, οι τρεις ρωγμές επισημαίνονται με κόκκινο χρώμα.

Το κριτήριο μέγιστης κύριας τάσης εφαρμόζεται στη χυτή τοιχοποιία όπου έχουν τοποθετηθεί οι ρωγμές και η τιμή του είναι $6 \times 10^7 \text{ Pa}$ (Maximum Principal Stress) .

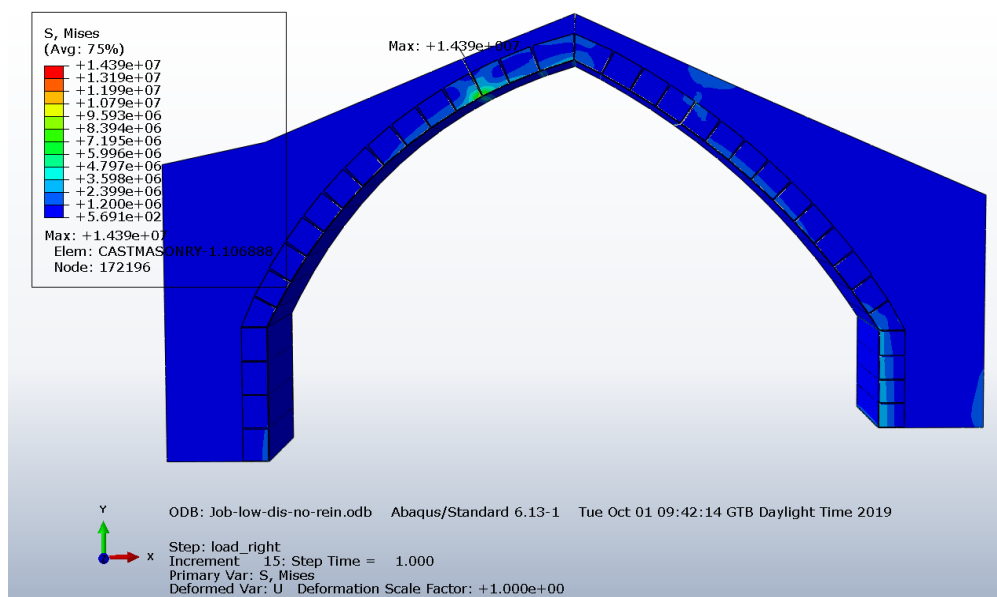


Εικόνα 17: Το μοντέλο της γέφυρας με την αρχική θέση των τριών ρωγμών.

Επίσης, σε αυτό το κεφάλαιο, το μοντέλο γέφυρας με ρωγμές και με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης θα μελετηθεί με ακόμα δύο διαφορετικά Maximum Principal Stress, με $8 \times 10^7 \text{ Pa}$ MAXPS και στη συνέχεια με $4 \times 10^7 \text{ Pa}$ MAXPS.

❖ Με μικρές φορτίσεις μετατόπισης

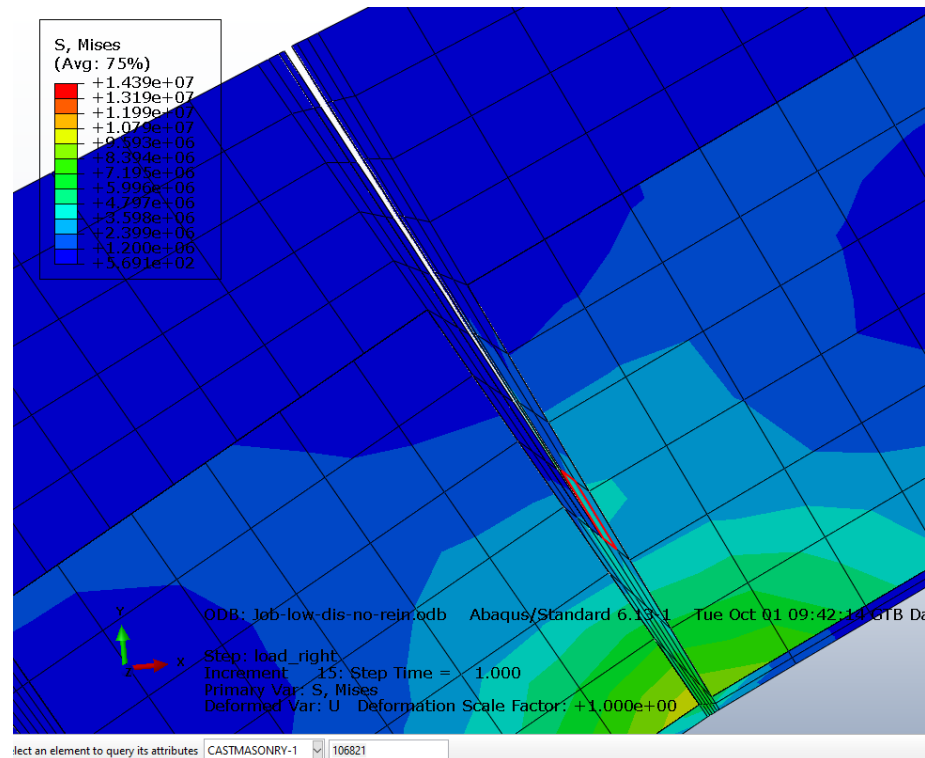
Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά την κατανομή των τάσεων von Mises:



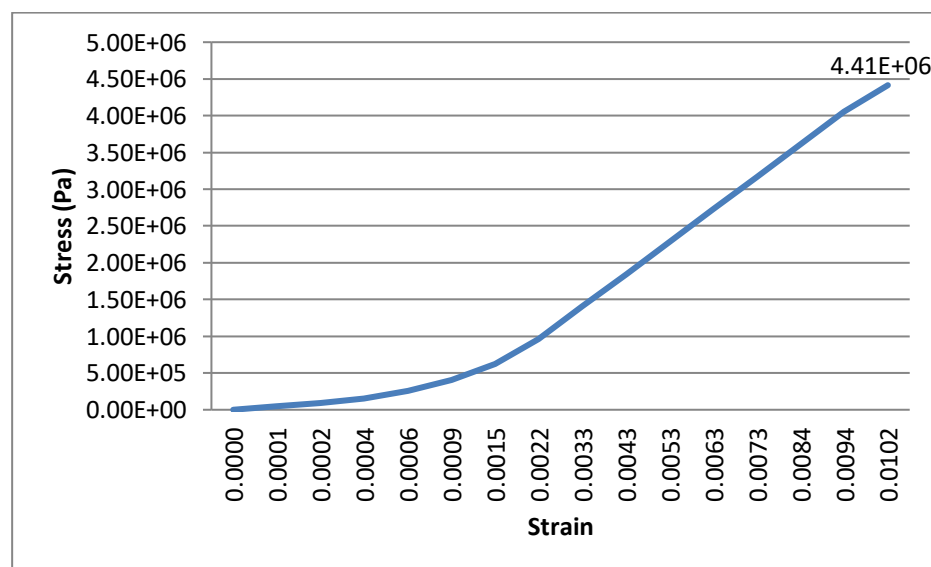
Εικόνα 18: Κατανομή τάσεων von Mises.

Μετά την εμφάνιση των ρωγμών παρατηρούμε ότι οι μεγαλύτερες τάσεις συγκεντρώνονται πλέον γύρω από τις ρωγμές, κυρίως στην ρωγή της αριστερής μεριάς του τόξου, όπου εκεί εμφανίζεται και η μέγιστη τάση. Συγκριτικά με την ανάλυση του μοντέλου της γέφυρας χωρίς ρωγμές και με μικρές φορτίσεις μετατόπισης, παρατηρούμε αύξηση της μέγιστης τάσης von Mises από 1.301×10^7 Pa στα 1.439×10^7 Pa.

Στην εικόνα 19 επισημαίνεται με κόκκινο χρώμα το στοιχείο 106821 το οποίο βρίσκεται πάνω στην ρωγή της αριστερής μεριάς του τόξου και ύστερα ακολουθεί το διάγραμμα Stress – Strain του στοιχείου αυτού.

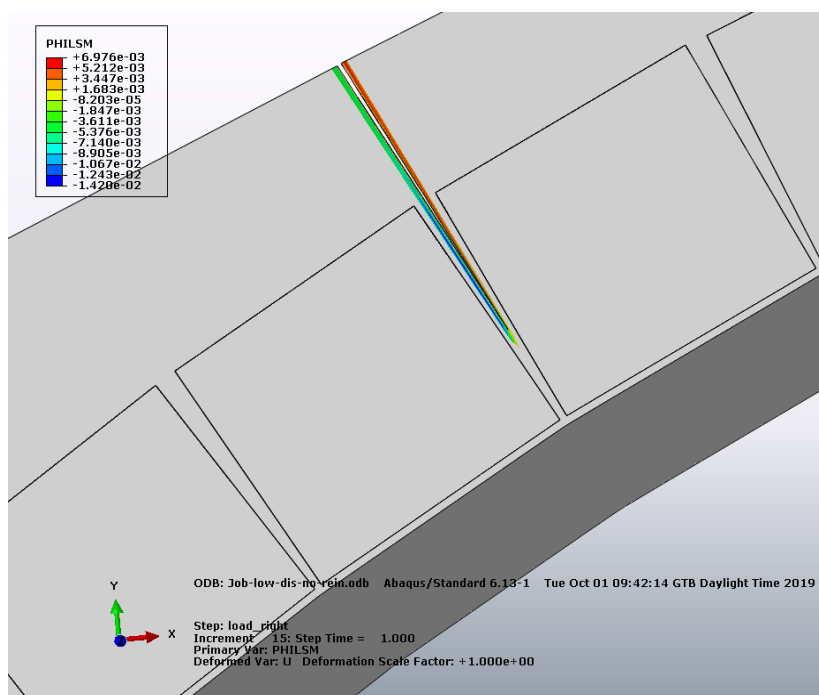


Εικόνα 19: Το στοιχείο 106821.

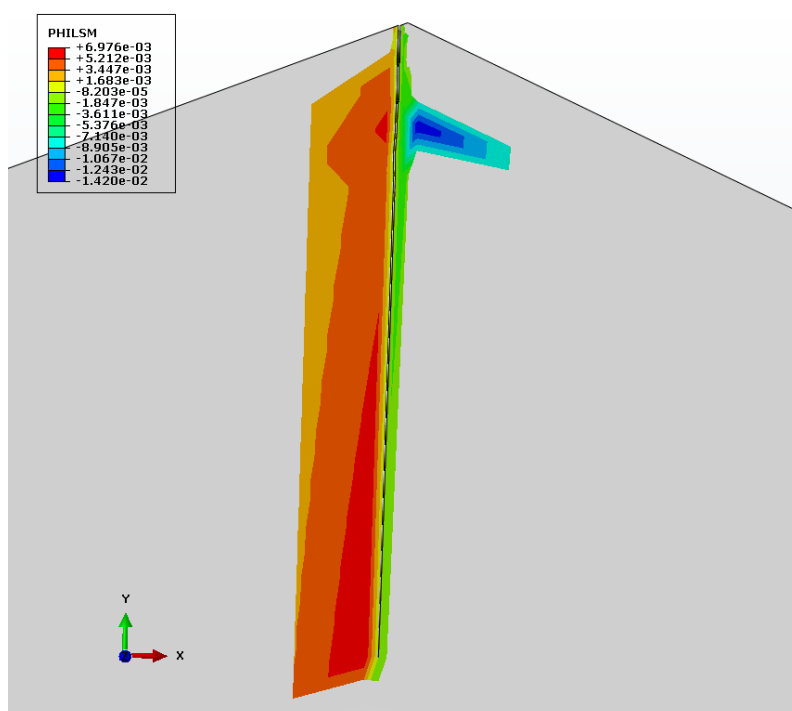


Διάγραμμα 6: Stress – Strain του στοιχείου 106821.

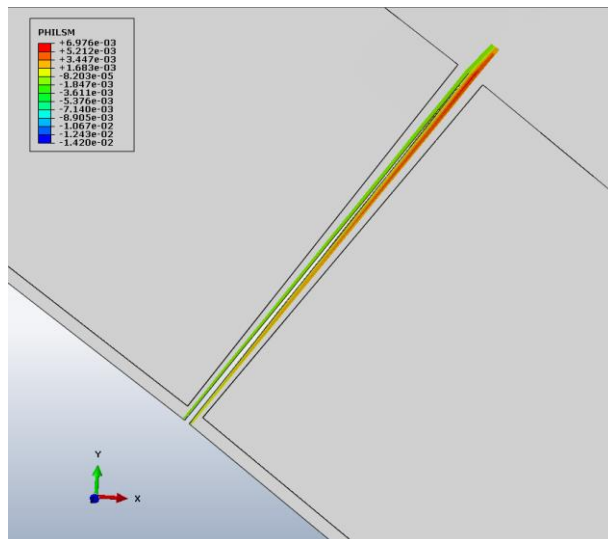
- Οι παρακάτω εικόνες περιγράφουν την επιφάνεια των τριών ρωγμών μέσω της συνάρτησης απόστασης PHILSM.



Εικόνα 20: Η ρωγμή που βρίσκεται στην αριστερή μεριά του τόξου.



Εικόνα 21: Η ρωγμή που βρίσκεται στην κορυφή του τόξου.

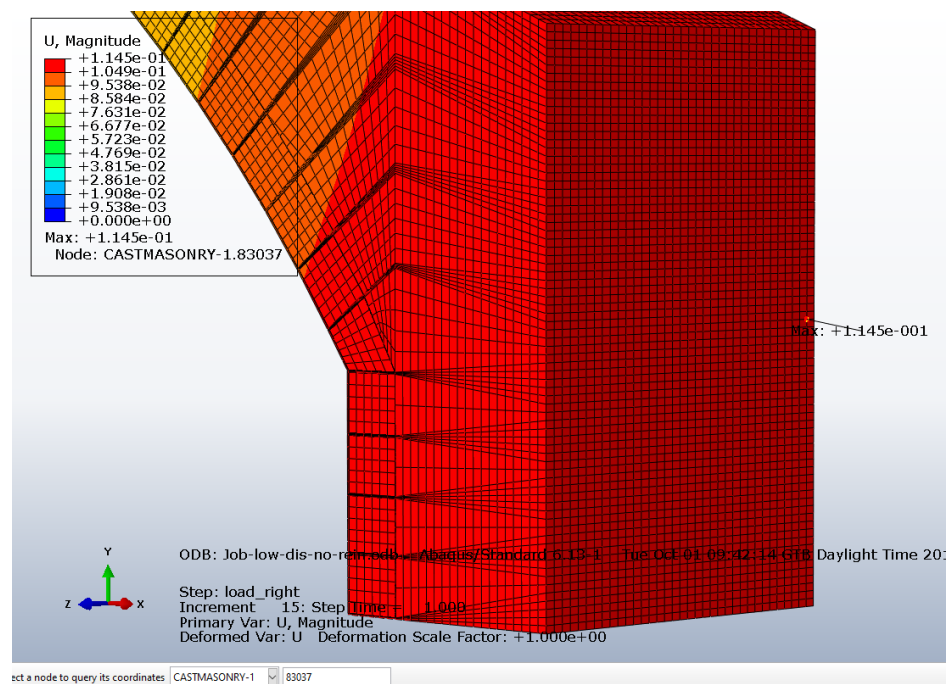


Εικόνα 22: Η ρωγμή που βρίσκεται στη δεξιά μεριά του τόξου.

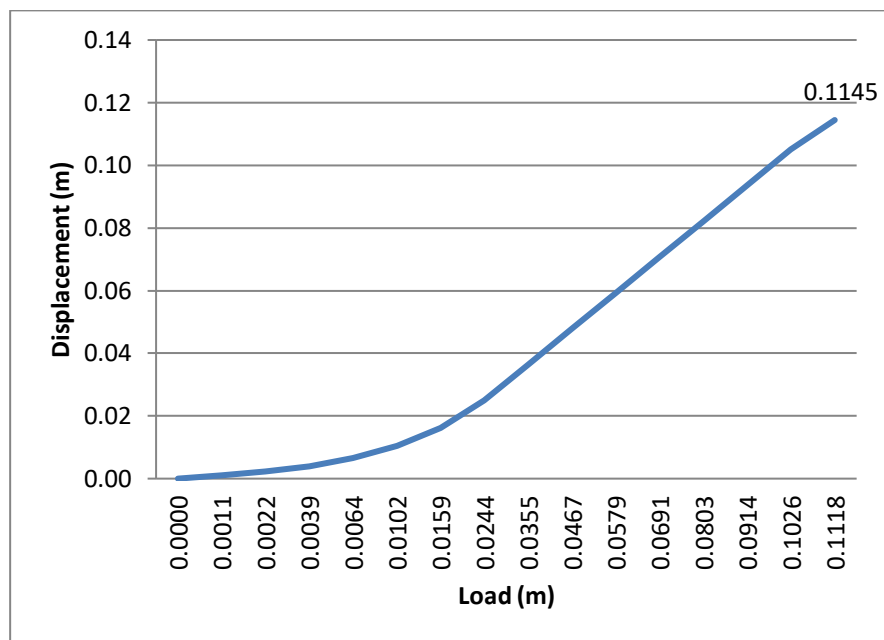
Από τις παραπάνω εικόνες και από το διάγραμμα 6 παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει έναρξη ζημιάς και ανάπτυξη ρωγμής σε καμία από τα τρία στοιχεία ρωγμής που έχουν σχεδιαστεί. Σε αυτή την ανάλυση η γέφυρα καταπονείται με μικρές φορτίσεις μετατόπισης και δεν αναπτύσσονται αρκετά μεγάλες τάσεις και για αυτό τον λόγο το κριτήριο έναρξης ρωγμής δεν ικανοποιείται.

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά τις μετατοπίσεις U:

Η μέγιστη τιμή μετατόπισης είναι **0.1145m** στον κόμβο 83037, όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα. Συγκριτικά με την ανάλυση του μοντέλου της γέφυρας χωρίς ρωγμές και με μικρές φορτίσεις μετατόπισης, παρατηρούμε ελάχιστη μείωση της μέγιστης μετατόπισης από **0.1151m** στα **0.1145m**.



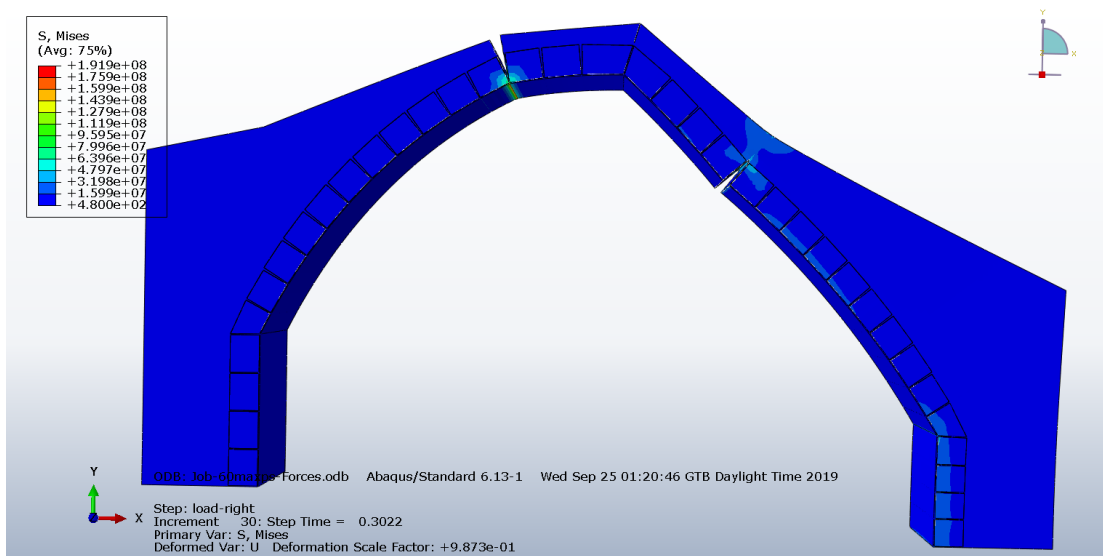
Εικόνα 23: ο κόμβος 83037.



Διάγραμμα 7: Displacement-Load του κόμβου 83037.

❖ Με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά την κατανομή των τάσεων Von Mises:

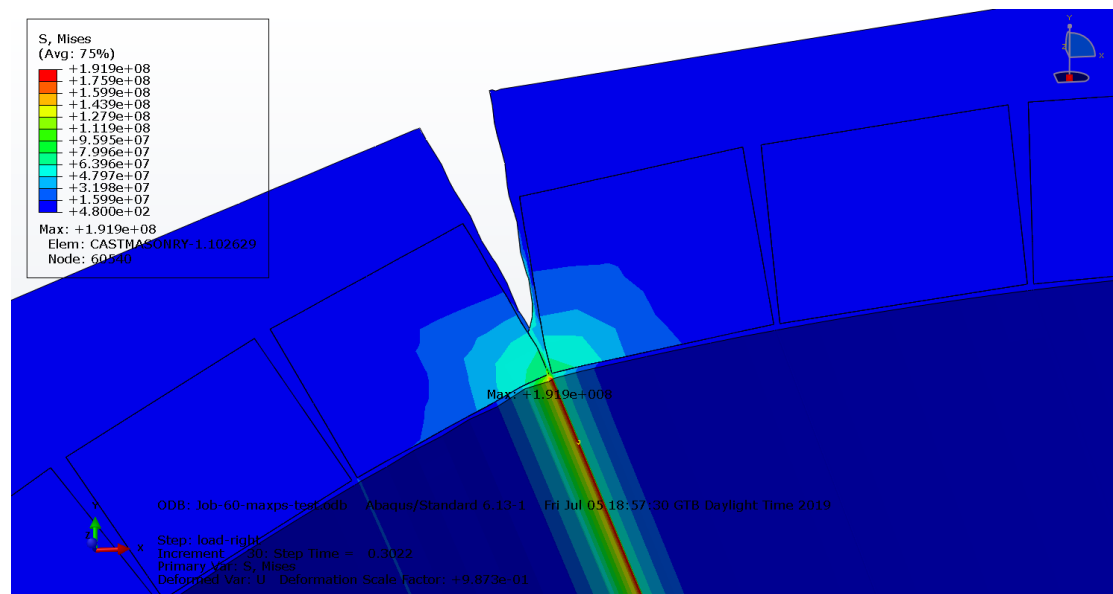


Εικόνα 24: Κατανομή τάσεων von Mises.

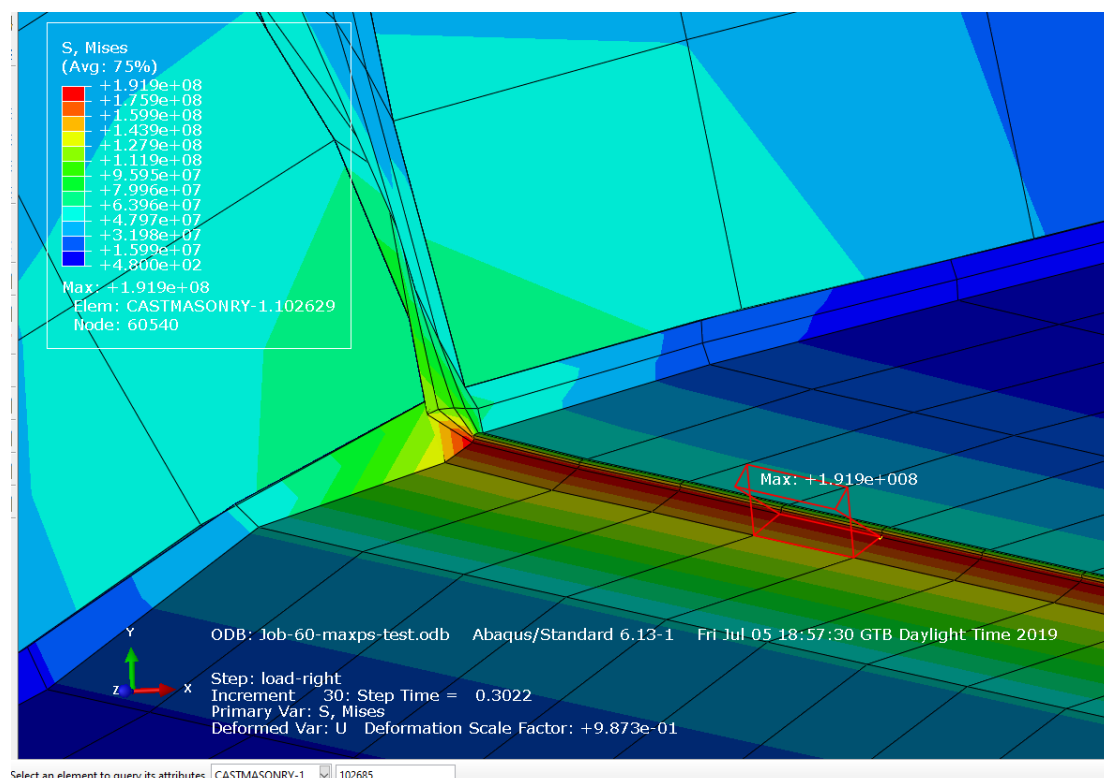
Να σημειωθεί ότι η διαδικασία της ανάλυσης του λίθινου γεφυριού υπό την εμφάνιση ρωγμών σταμάτησε στο **30.22%**.

Οι μεγαλύτερες τάσεις συγκεντρώνονται γύρω από τις ρωγμές, όπως και στην προηγούμενη ανάλυση. Η μέγιστη τάση von Mises με τιμή **$1.919 \times 10^8 \text{ Pa}$** εμφανίζεται στην χυτή τοιχοποιία στην αριστερή μεριά του τόξου, κάτω από την ρωγμή, όπως φαίνεται και στις δύο παρακάτω εικόνες. Παρατηρείται μια μικρή μείωση της μέγιστης τάσης σε σύγκριση με την ανάλυση του μοντέλου χωρίς ρωγμές και μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης, όπου σε αυτήν η μέγιστη τιμή ήταν **$1.974 \times 10^8 \text{ Pa}$** . Επιπλέον, παρατηρείται αύξηση των παραμορφώσεων.

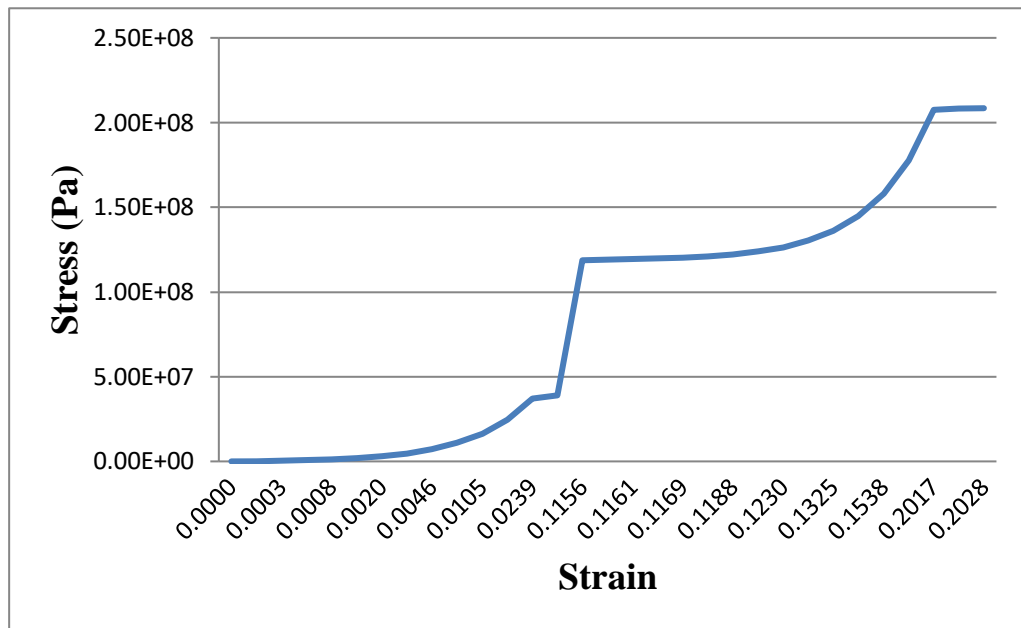
Στην εικόνα 26, το στοιχείο 102685 στο οποίο βρίσκεται η μέγιστη τάση Von Mises επισημαίνεται με κόκκινο χρώμα, και ακολουθεί το διάγραμμα stress-strain του στοιχείου αυτού.



Εικόνα 25: Μέγιστη τάση Von Mises του λίθινου γεφυριού υπό την εμφάνιση ρωγμών.

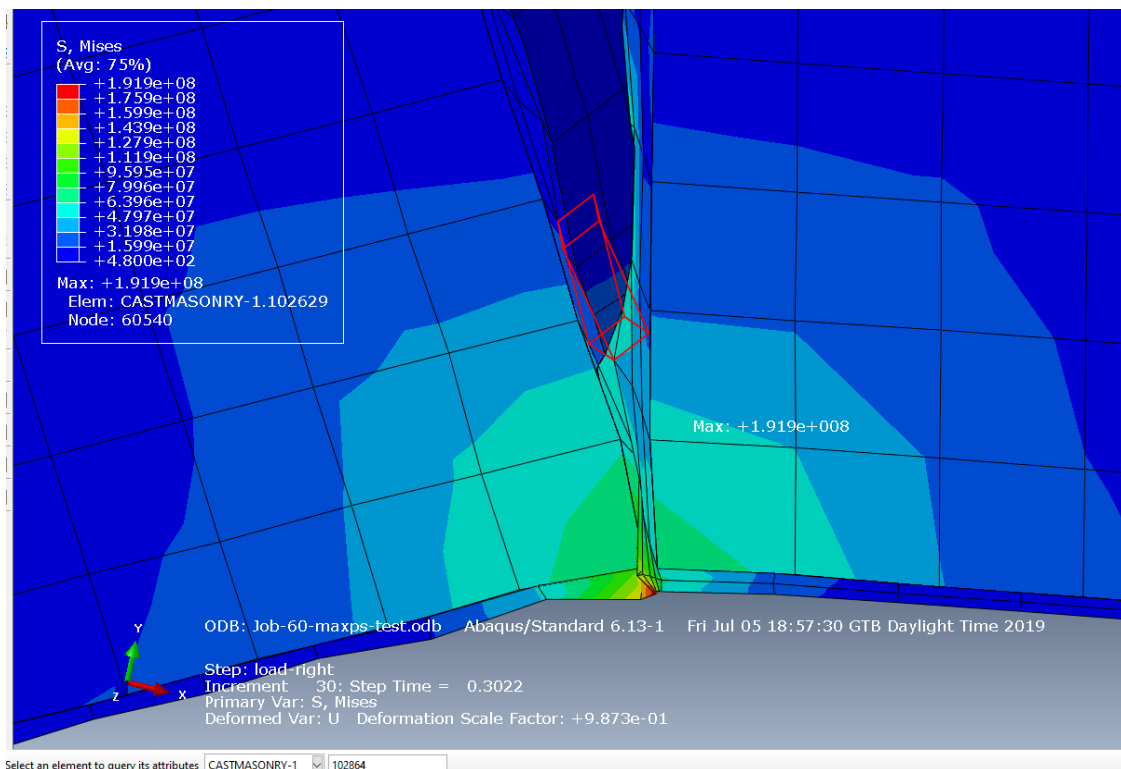


Εικόνα 26: Το στοιχείο 102685 στο οποίο εμφανίζεται η μέγιστη τάση von Mises.

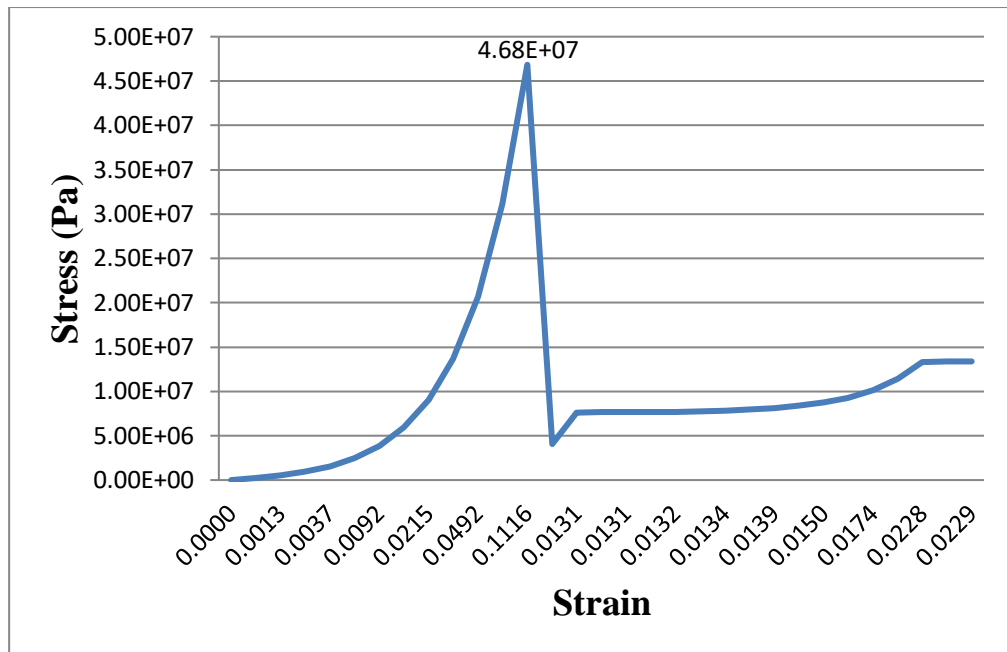


Διάγραμμα 8: Stress – Strain του στοιχείου 102685.

Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται το στοιχείο 102864 το οποίο ανήκει στη ρωγμή της αριστερής μεριάς του τόξου και έπειτα ακολουθεί το διάγραμμα stress-strain του στοιχείου αυτού.



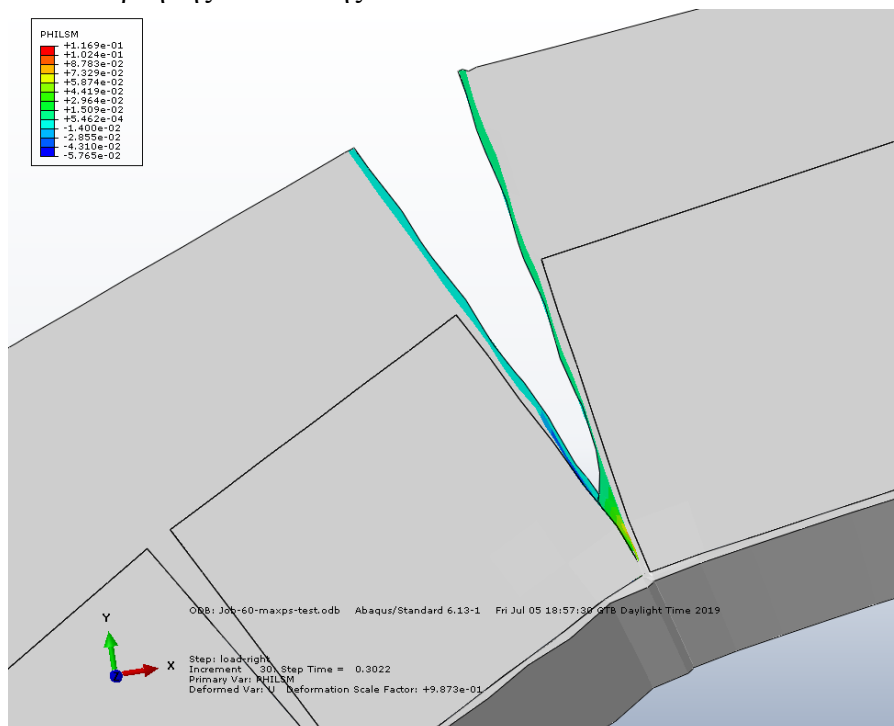
Εικόνα 27: Το στοιχείο 102864 το οποίο βρίσκεται πάνω στην ρωγμή της αριστερής μεριάς του τόξου.



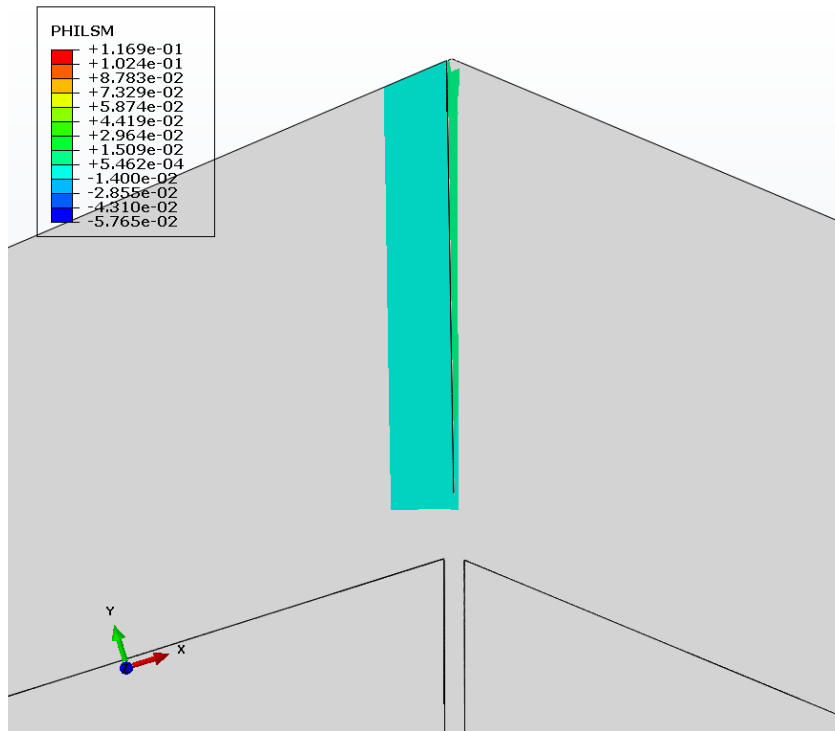
Διάγραμμα 9: Stress – Strain του στοιχείου 102864.

Σε αντίθεση με την προηγούμενη ανάλυση, με τις μικρές φορτίσεις μετατόπισης, εδώ παρατηρούμε παρόμοια συμπεριφορά με το Διάγραμμα 1: τυπική ανταπόκριση έλξης – διαχωρισμού του κεφαλαίου 2.2. Διακρίνουμε δηλαδή μια ανταπόκριση έλξης – διαχωρισμού. Αρχικά έχουμε άνοδο της τάσης μέχρι και την τιμή **$4.683 \times 10^7 \text{ Pa}$** όπου σε αυτό το σημείο γίνεται η έναρξη της ζημιάς και το στοιχείο ρωγμής αρχίζει να χωρίζεται σε δύο μέρη. Μετά η τάση πέφτει απότομα και πραγματοποιείται η ανάπτυξη της ρωγμής.

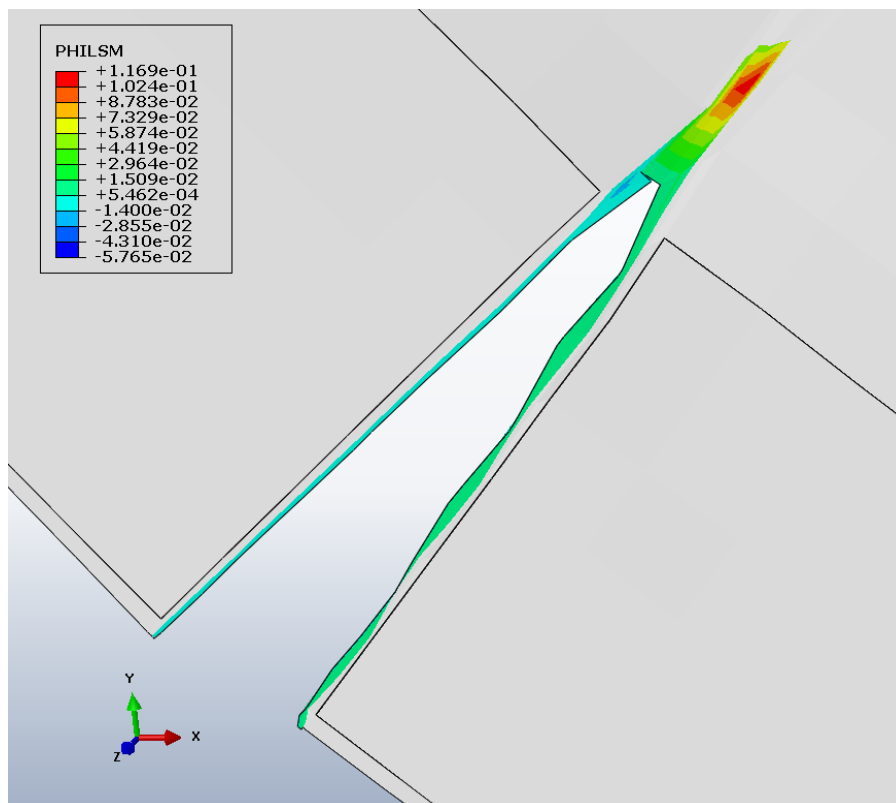
- Οι παρακάτω εικόνες περιγράφουν την επιφάνεια των τριών ρωγμών μέσω της συνάρτησης απόστασης PHILSM.



Εικόνα 28: Ανάπτυξη της ρωγμής που βρίσκεται στην αριστερή μεριά του τόξου.



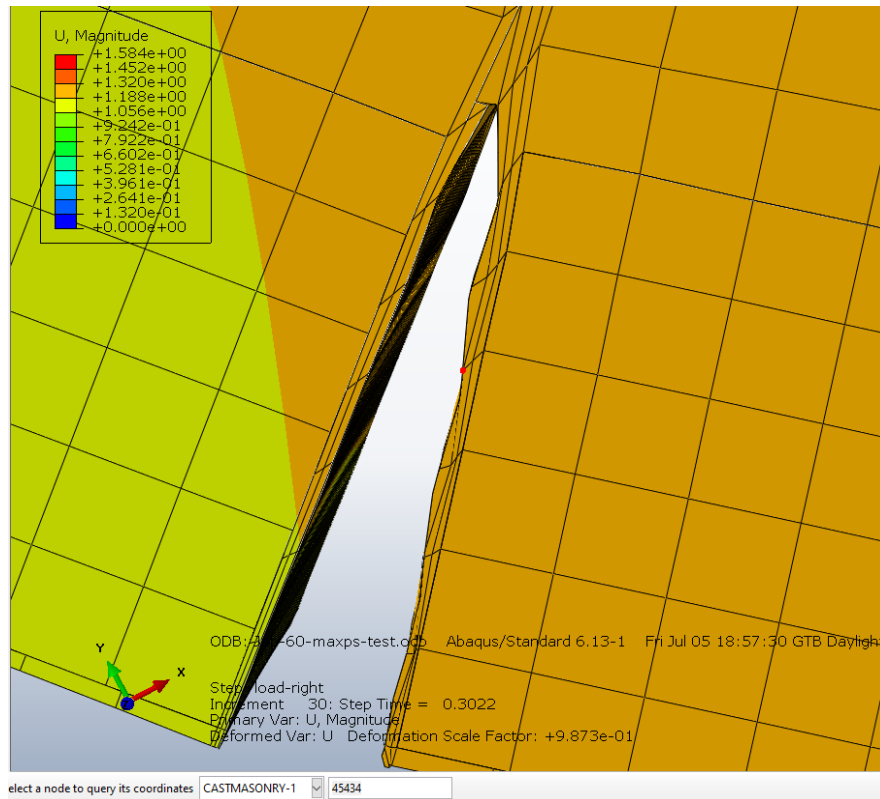
Εικόνα 29: Ανάπτυξη της ρωγμής που βρίσκεται στην κορυφή του τόξου.



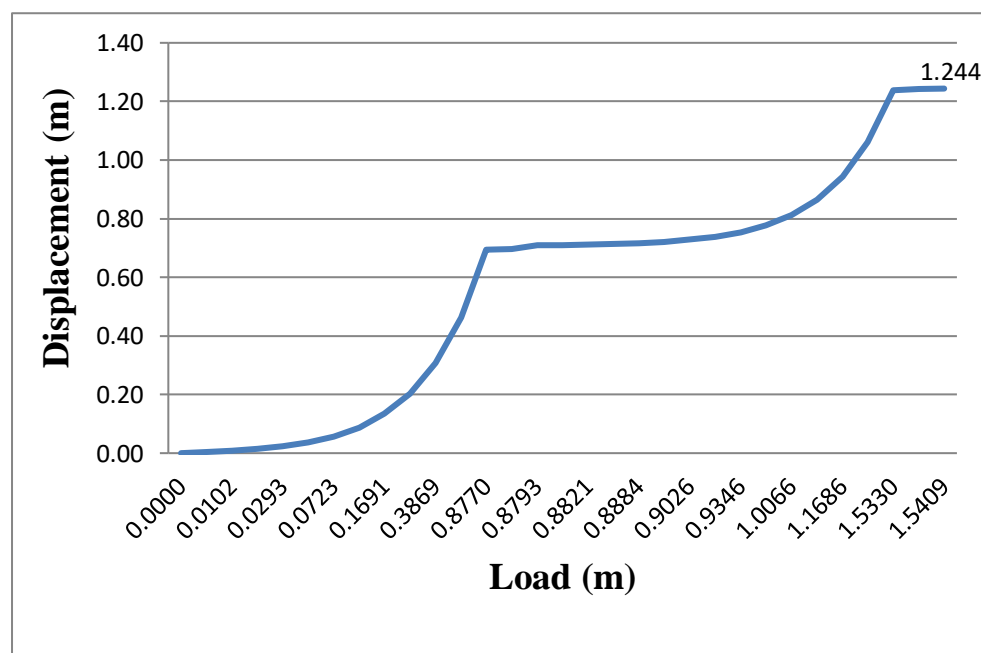
Εικόνα 30: Ανάπτυξη της ρωγμής που βρίσκεται στην δεξιά μεριά του τόξου.

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά τις μετατοπίσεις U:

Στην παρακάτω εικόνα, φαίνεται ο κόμβος 45434, ο οποίος ανήκει στην ρωγμή της δεξιάς μεριάς του τόξου και ύστερα ακολουθεί το διάγραμμα displacement - load του κόμβου αυτού. Η μέγιστη τιμή μετατόπισης του κόμβου αυτού είναι **1.244m**.

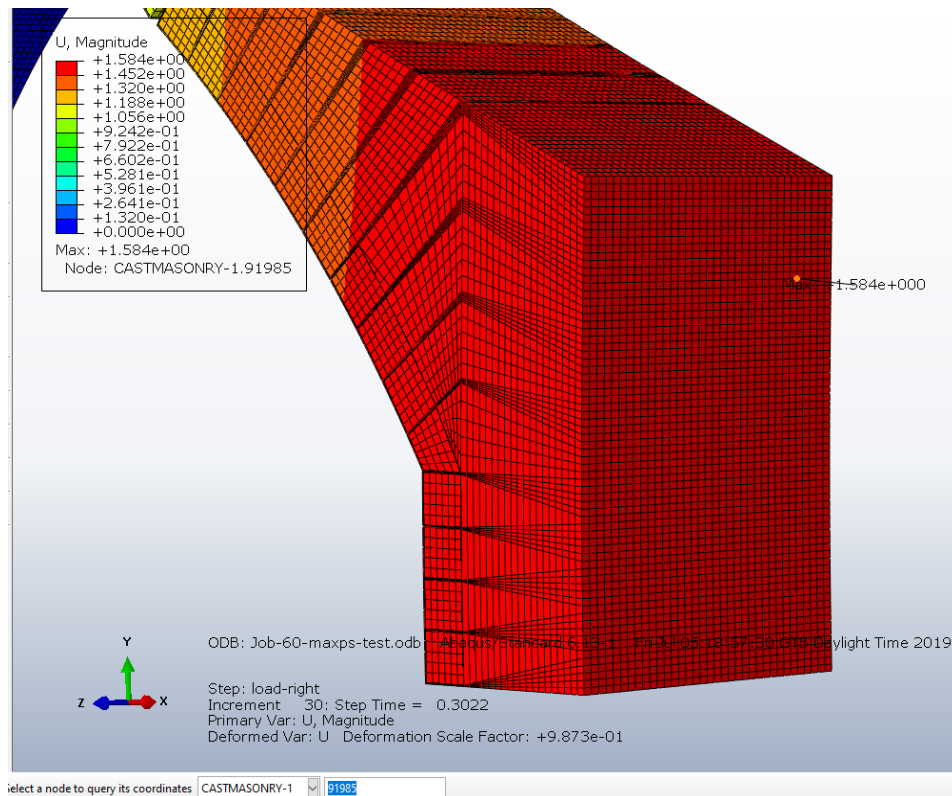


Εικόνα 31: Κόμβος 45434 της ρωγμής που βρίσκεται στη δεξιά μεριά του τόξου.

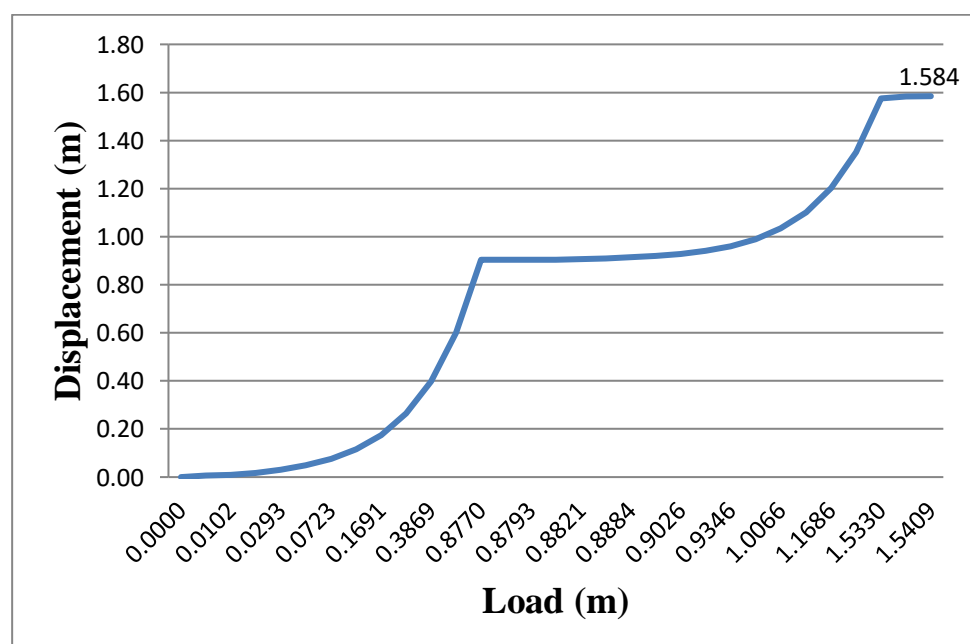


Διάγραμμα 10: Displacement-Load του κόμβου 45434.

Σε αυτή την ανάλυση η μέγιστη τιμή μετατόπισης είναι **1.584m** , και βρίσκεται στον κόμβο 91985, όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα. Συγκριτικά με την ανάλυση του μοντέλου γέφυρας χωρίς ρωγμές και με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης, η μέγιστη μετατόπιση μειώθηκε αρκετά, από **5.333m** στα **1.584m**, διότι η διαδικασία της ανάλυσης του λίθινου γεφυριού υπό την εμφάνιση ρωγμών σταμάτησε στο **30.22%**. Για τον ίδιο λόγο το μέγιστο φορτίο με το οποίο καταπονείται η γέφυρα, μειώθηκε από **5.099m** στα **1.5409m** φόρτιση μετατόπισης.



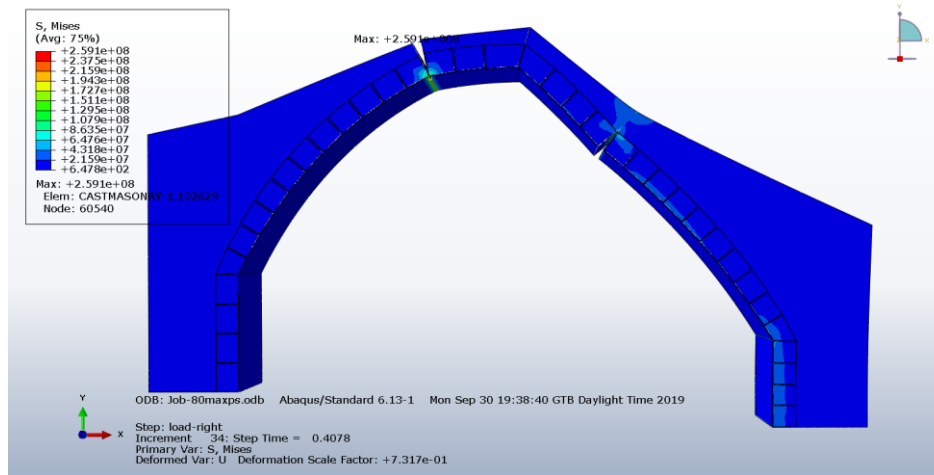
Εικόνα 32: Ο κόμβος 91985 στον οποίο εμφανίζεται η μεγαλύτερη μετατόπιση.



Διάγραμμα 11: Displacement-Increment του κόμβου 91985.

- Ανάλυση με 8×10^7 Pa Maximum Principal Stress.

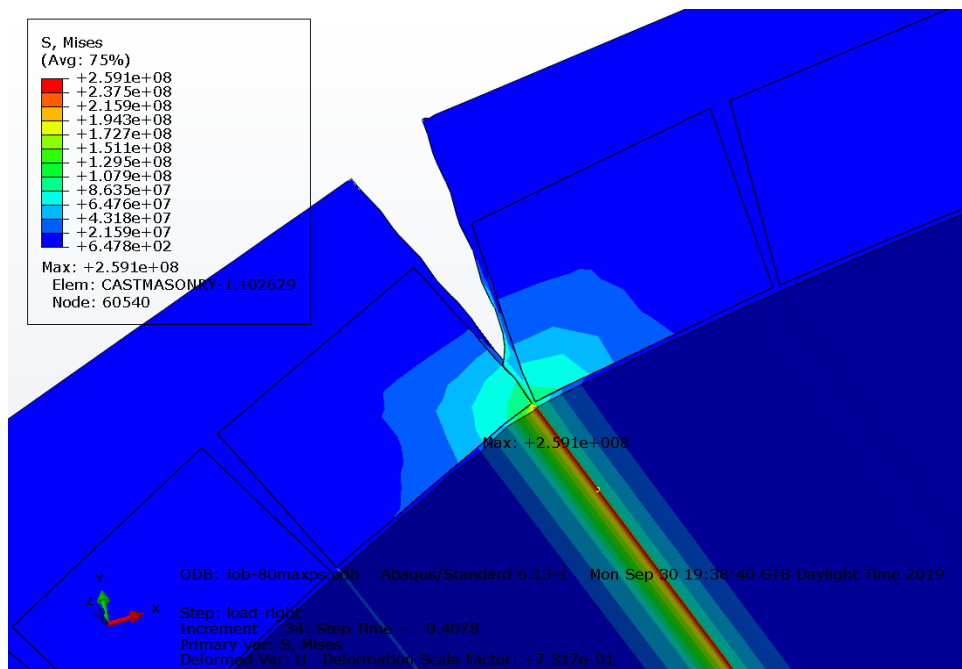
Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά την κατανομή των τάσεων Von Mises:



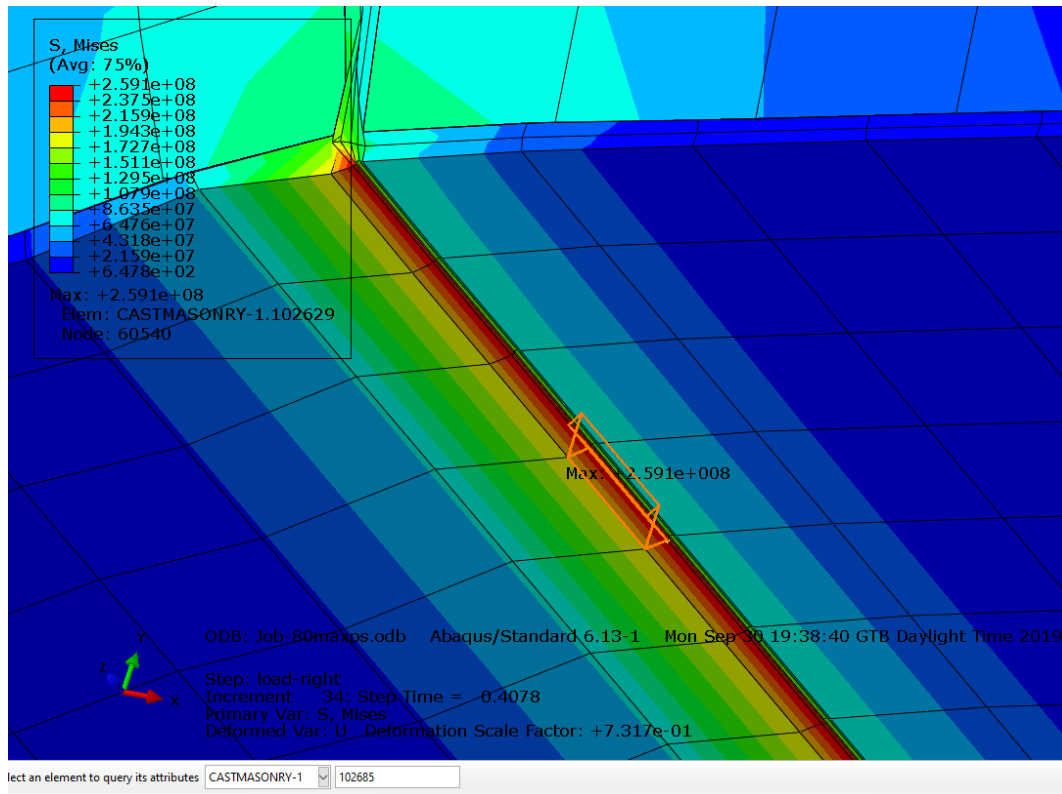
Εικόνα 33: Κατανομή τάσεων Von Mises.

Η διαδικασία της ανάλυσης αυτής σταμάτησε στο 40.8%.

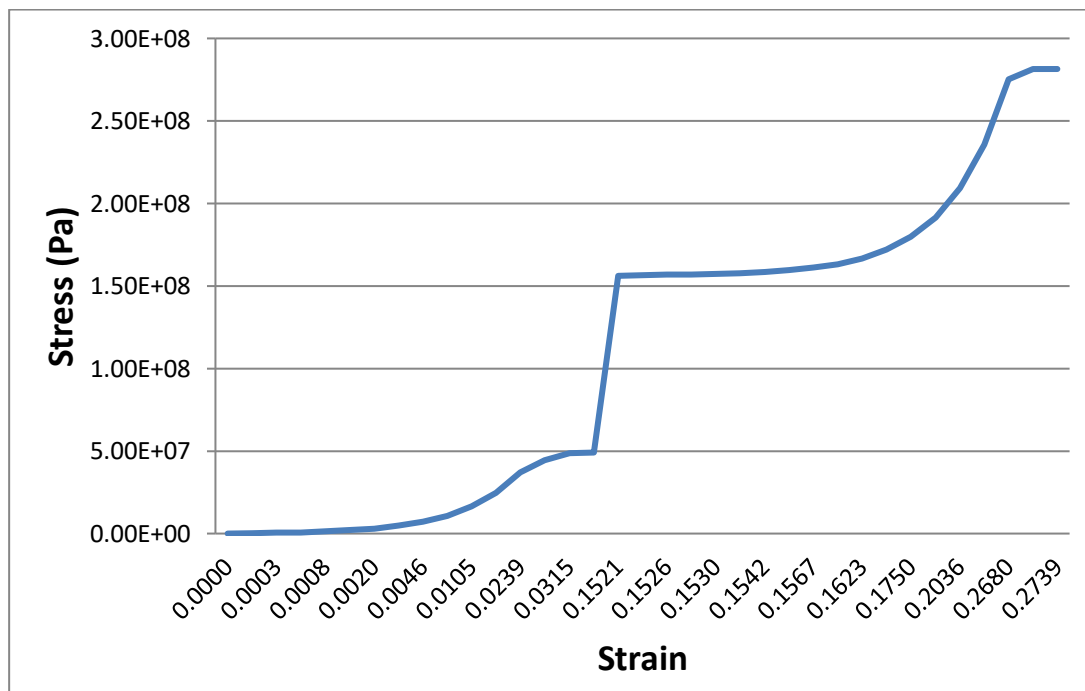
Σε σύγκριση με την προηγούμενη ανάλυση η μέγιστη τάση αυξήθηκε από 1.919×10^8 Pa στα 2.591×10^8 Pa και εμφανίζεται κάτω από τη ρωγμή που βρίσκεται στην αριστερή μεριά του τόξου, όπως φαίνεται και στις δύο παρακάτω εικόνες.



Εικόνα 34: Μέγιστη τάση Von Mises.

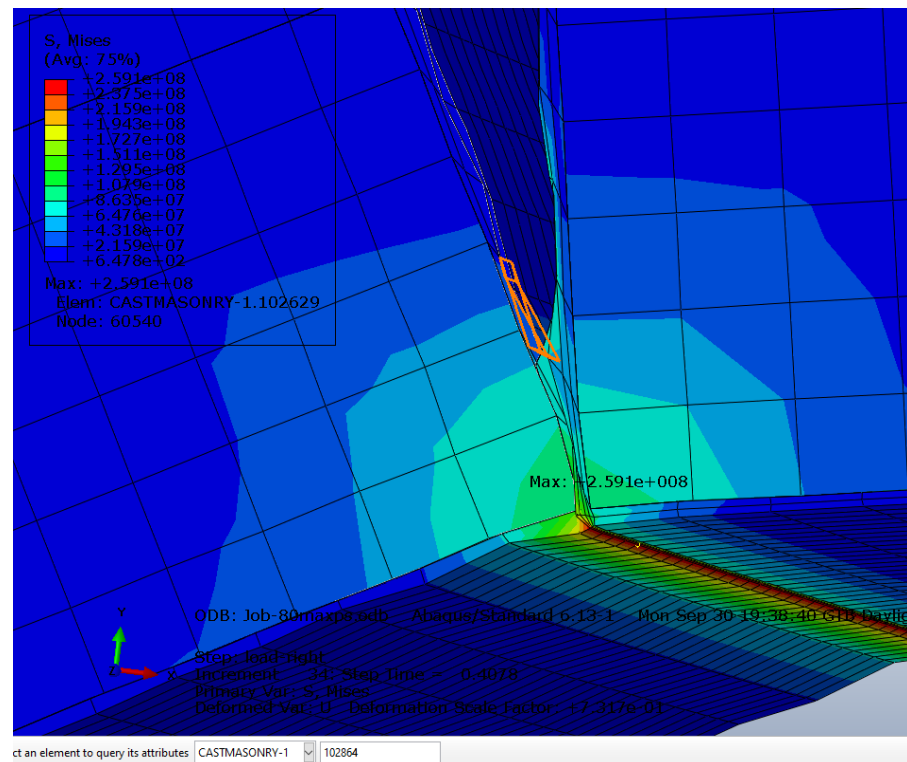


Εικόνα 35: Το στοιχείο 102685.

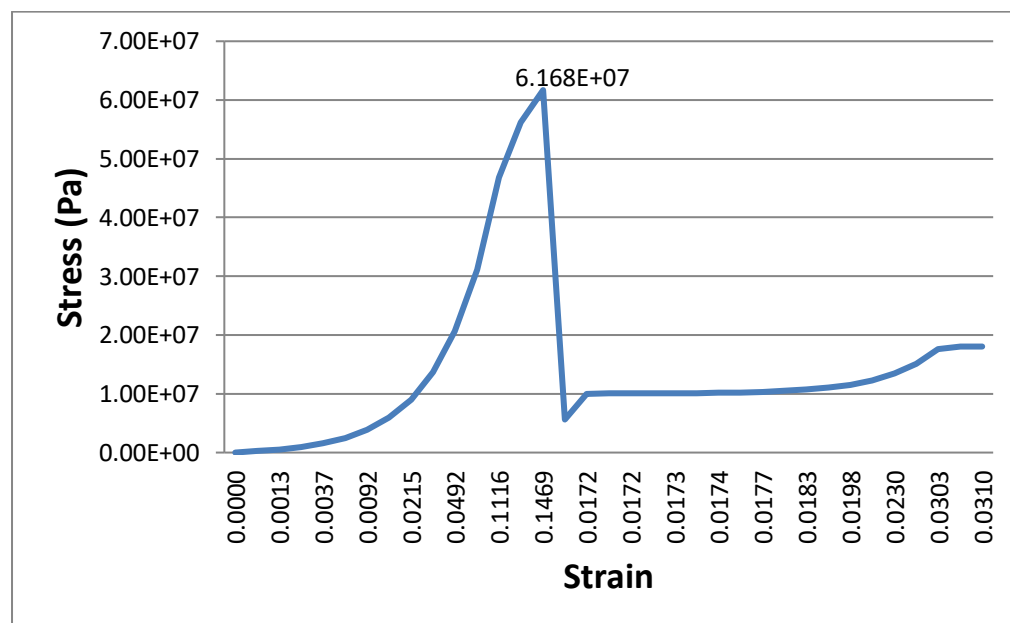


Διάγραμμα 12: Stress – Strain του στοιχείου 102685.

Στην εικόνα 36 επισημαίνεται με πορτοκαλί χρώμα το στοιχείο 102864 το οποίο βρίσκεται πάνω στην ρωγμή της αριστερής μεριάς του τόξου και έπειτα ακολουθεί το διάγραμμα stress-strain του στοιχείου αυτού.



Εικόνα 36: Το στοιχείο 102864.

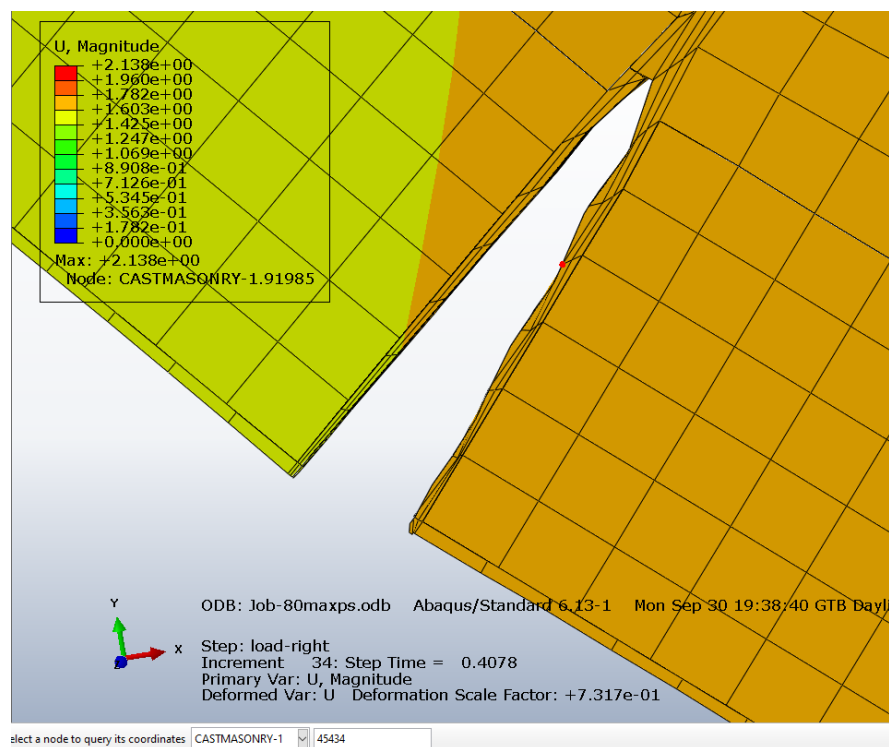


Διάγραμμα 13: Stress – Strain του στοιχείου 102864.

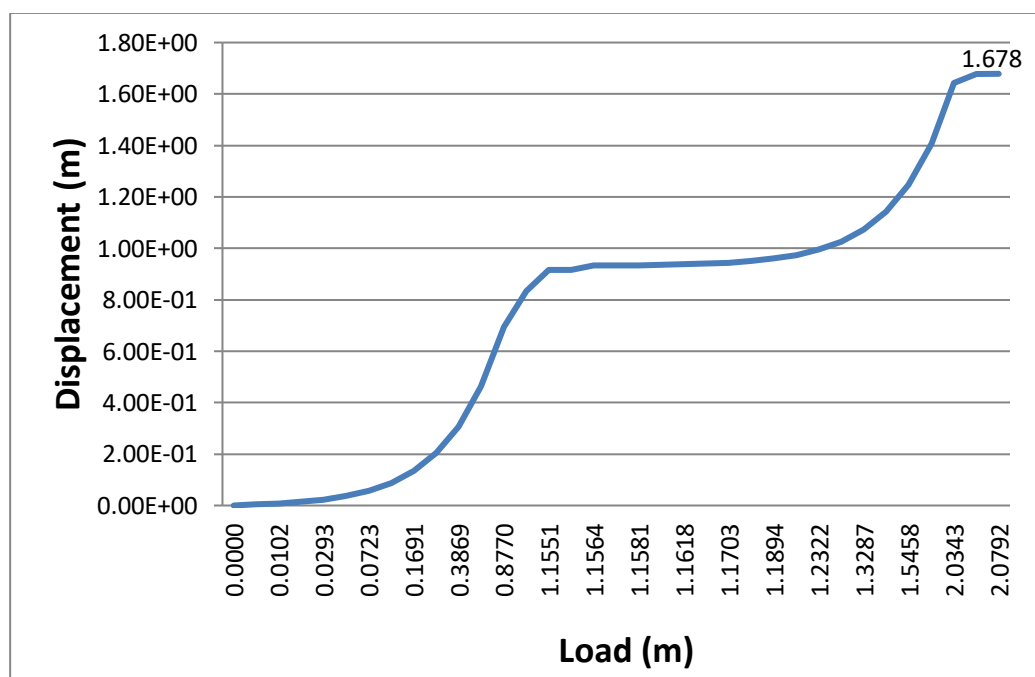
Στο διάγραμμα 13 παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά με το διάγραμμα 9 του αντίστοιχου στοιχείου στην προηγούμενη ανάλυση. Όπως ήταν αναμενόμενο, το κριτήριο έναρξης ζημιάς ικανοποιείται και αναπτύσσεται ρωγμή. Στη συγκεκριμένη ανάλυση το σημείο έναρξης είναι τα $6.168 \times 10^7 \text{ Pa}$ ενώ στην προηγούμενη ήταν $4.683 \times 10^7 \text{ Pa}$.

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά τις μετατοπίσεις U:

Στην παρακάτω εικόνα, φαίνεται ο κόμβος 45434, ο οποίος ανήκει στην ρωγμή της δεξιάς μεριάς του τόξου και ύστερα ακολουθεί το διάγραμμα displacement - load του κόμβου αυτού. Παρατηρείται αύξηση της μέγιστης μετατόπισης του κόμβου, σε σύγκριση με την προηγούμενη ανάλυση, από 1.244m στα 1.678m.

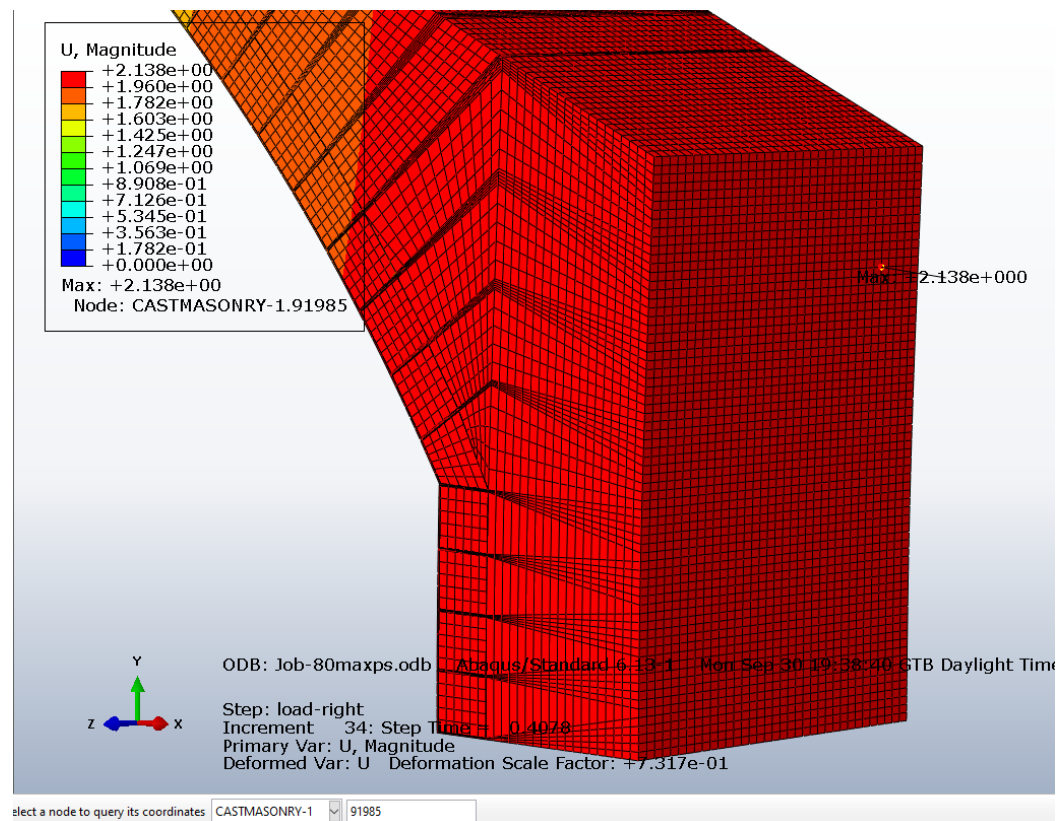


Εικόνα 37: Κόμβος 45434 της ρωγμής που βρίσκεται στη δεξιά μεριά του τόξου.

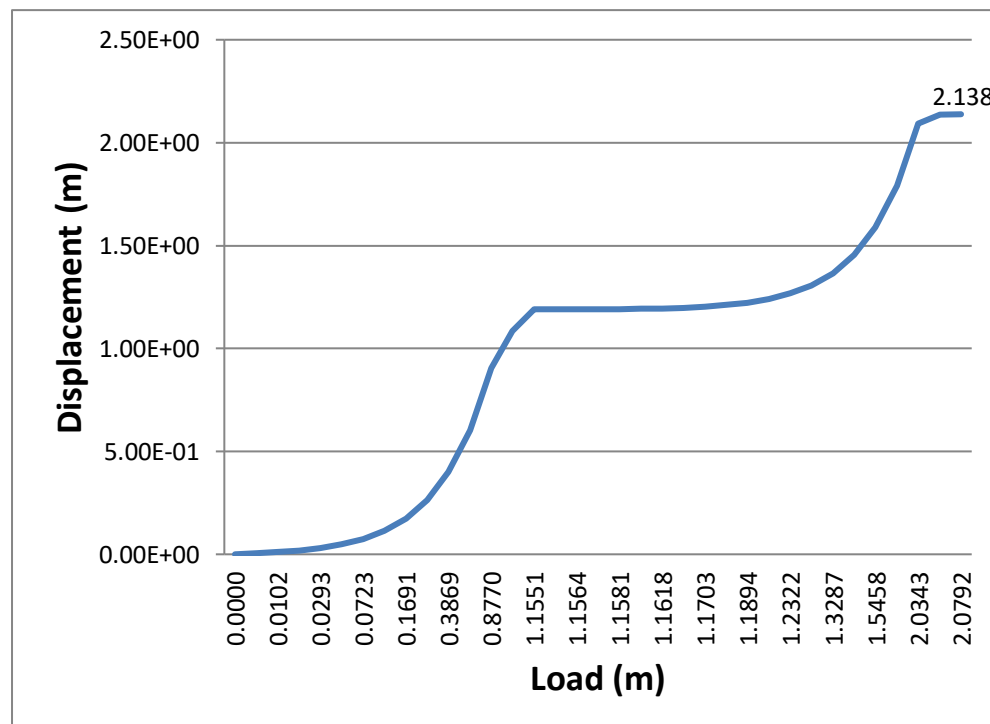


Διάγραμμα 14: Displacement-Load του κόμβου 45434.

Η μέγιστη μετατόπιση της ανάλυσης βρίσκεται στον κόμβο 91985 με τιμή 2.138m (εικόνα 38) ενώ στην προηγούμενη ανάλυση η τιμή ήταν 1.584m.



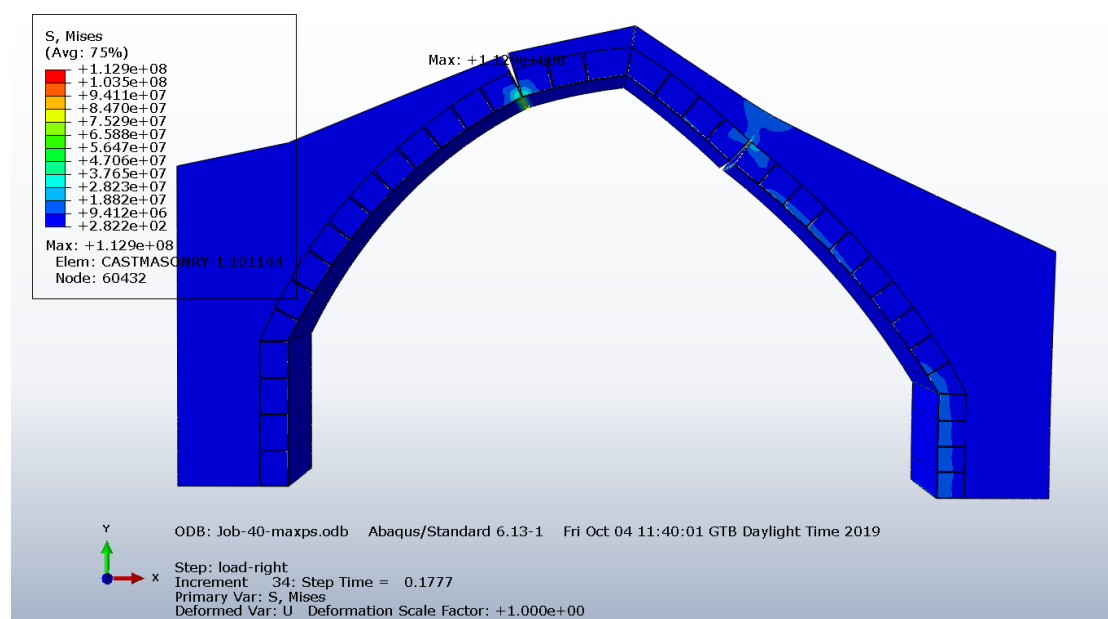
Εικόνα 38: Ο κόμβος 91985.



Διάγραμμα 15: Displacement-Increment του κόμβου 91985.

- Ανάλυση με 4×10^7 Pa Maximum Principal Stress.

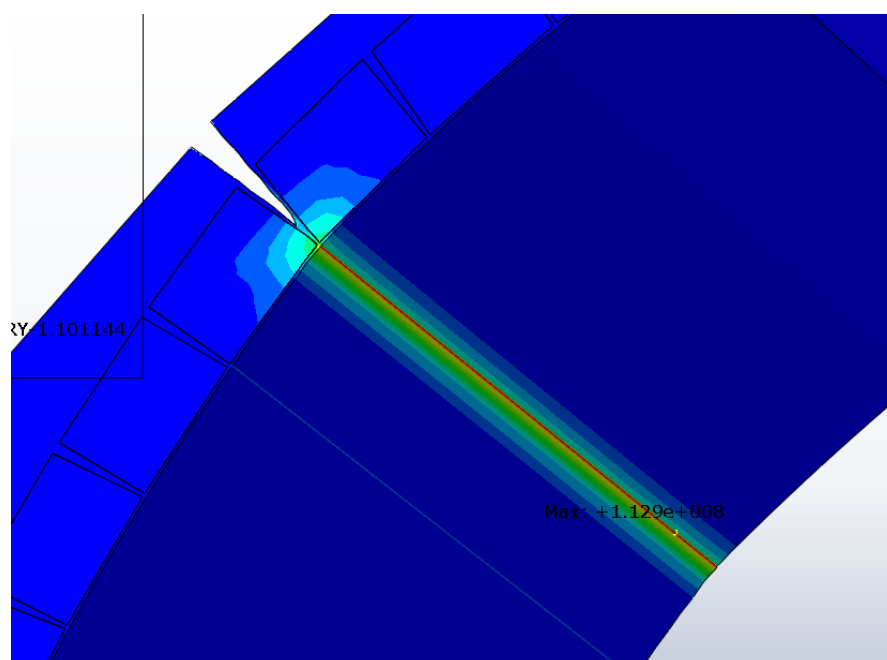
Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά την κατανομή των τάσεων von Mises:



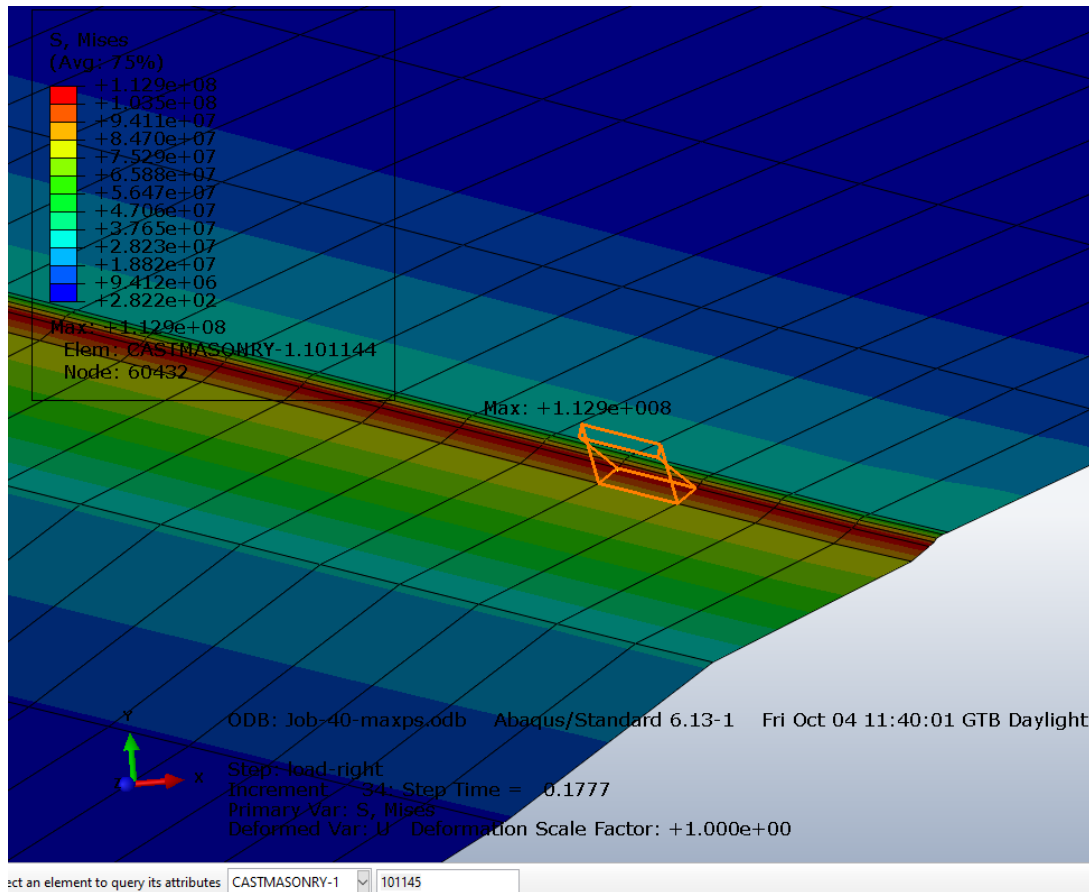
Εικόνα 39: Κατανομή τάσεων Von Mises.

Η διαδικασία της ανάλυσης αυτής σταμάτησε στο 17.8%.

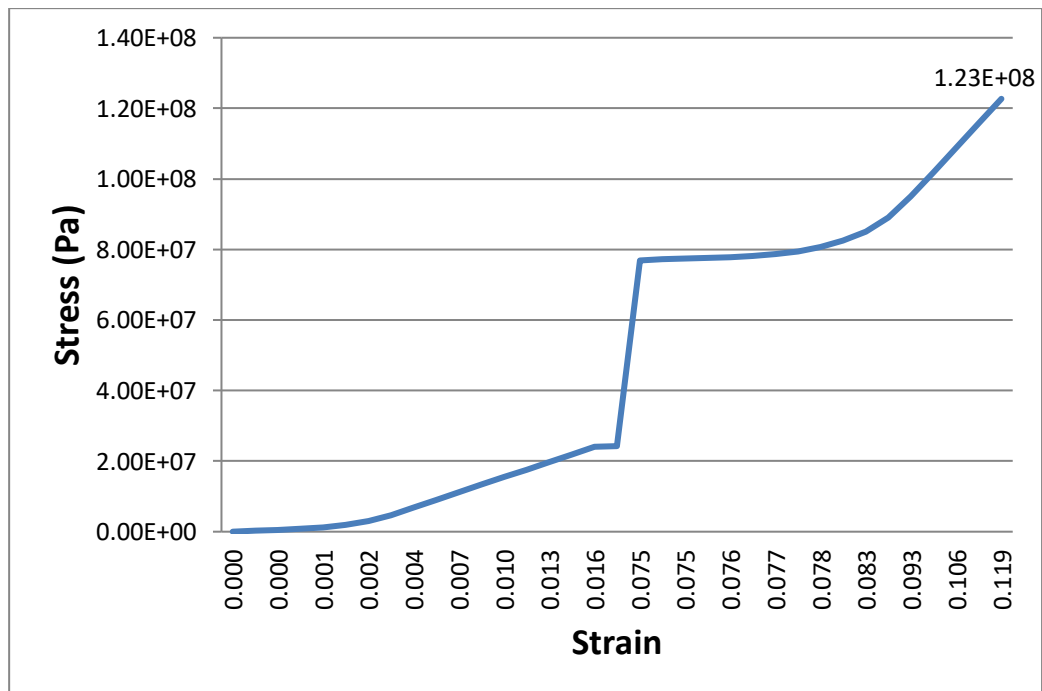
Η μέγιστη τιμή της ανάλυσης αυτής με τιμή 1.129×10^8 Pa είναι η μικρότερη σε σύγκριση με τις δύο τελευταίες αναλύσεις. Όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα, η μέγιστη τάση, εμφανίζεται και πάλι κάτω από τη ρωγμή της αριστερής μεριάς του τόξου.



Εικόνα 40: Μέγιστη τάση von Mises.

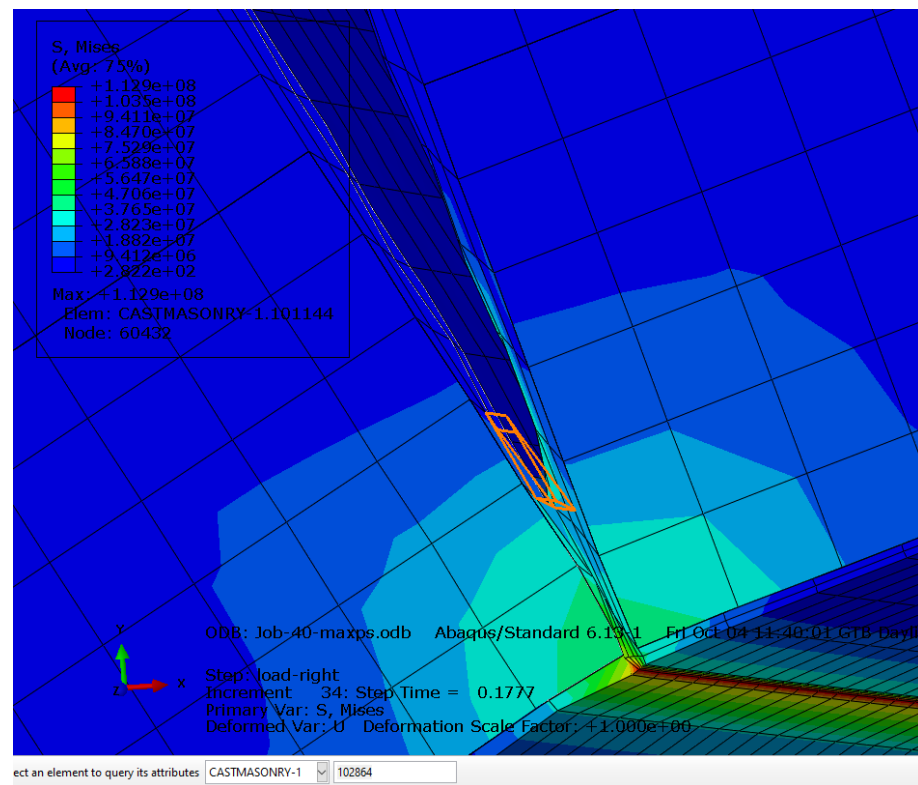


Εικόνα 41: Το στοιχείο 101145 στο οποίο εμφανίζεται η μέγιστη τάση Von Mises.

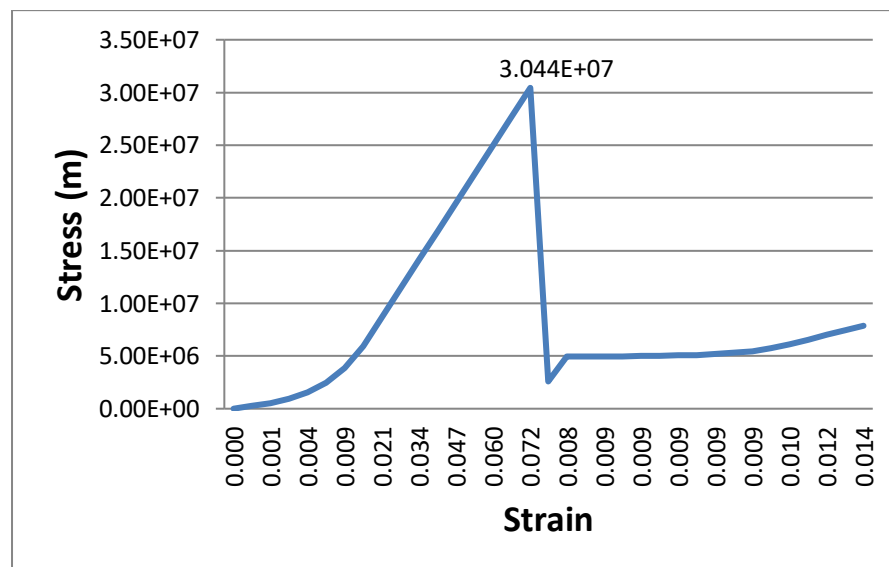


Διάγραμμα 16: Stress – Strain του στοιχείου 101145.

Στην εικόνα 36 επισημάνεται με πορτοκαλί χρώμα το στοιχείο 102864 το οποίο βρίσκεται πάνω στην ρωγμή της αριστερής μεριάς του τόξου και έπειτα ακολουθεί το διάγραμμα stress-strain του στοιχείου αυτού.



Εικόνα 42: Το στοιχείο 102864.

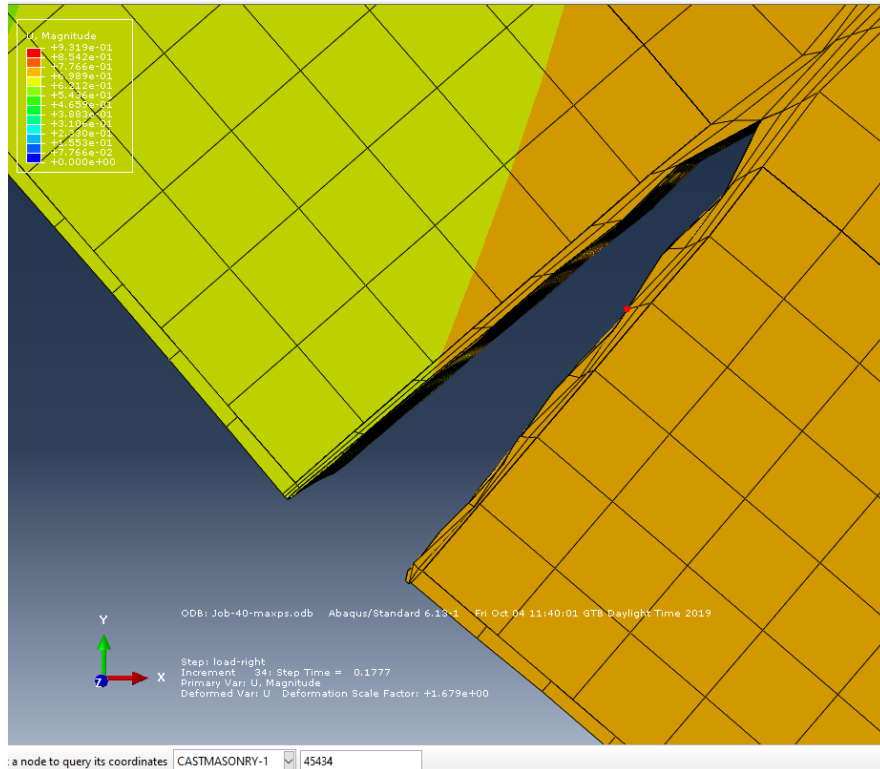


Διάγραμμα 17: Stress – Strain του στοιχείου 102864.

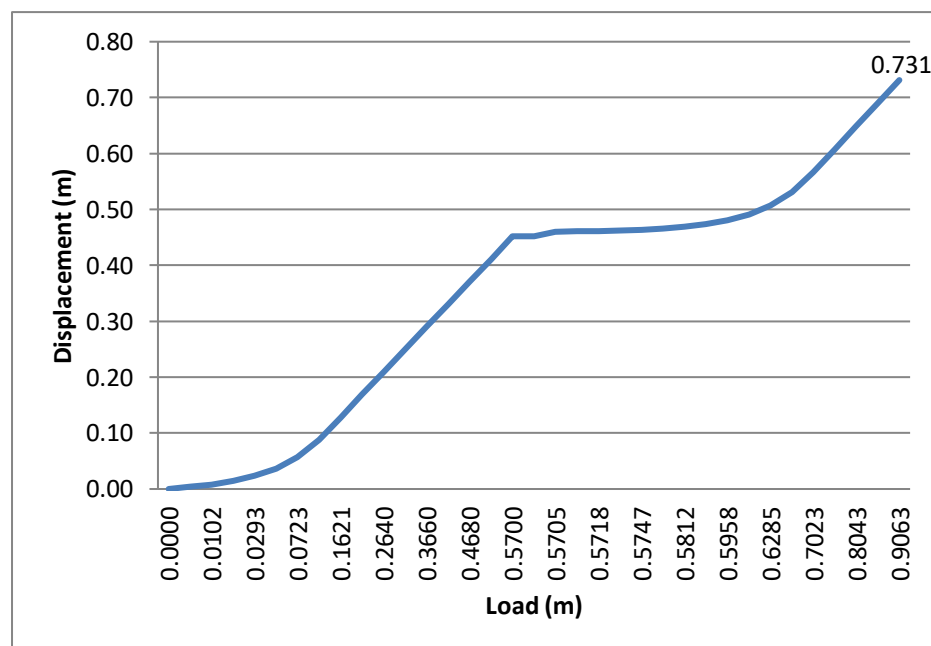
Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται ανταπόκριση έλξης διαχωρισμού, όπως και στις δύο προηγούμενες αναλύσεις. Στη συγκεκριμένη ανάλυση το σημείο έναρξης ζημιάς μειώθηκε στα 3.044×10^7 Pa.

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά τις μετατοπίσεις U:

Στην παρακάτω εικόνα, φαίνεται ο κόμβος 45434 ύστερα ακολουθεί το διάγραμμα displacement - load του κόμβου αυτού. Η μέγιστη μετατόπιση του κόμβου αυτού είναι τα 0.731m η οποία είναι η μικρότερη σε σχέση με τις προηγούμενες δύο αναλύσεις.

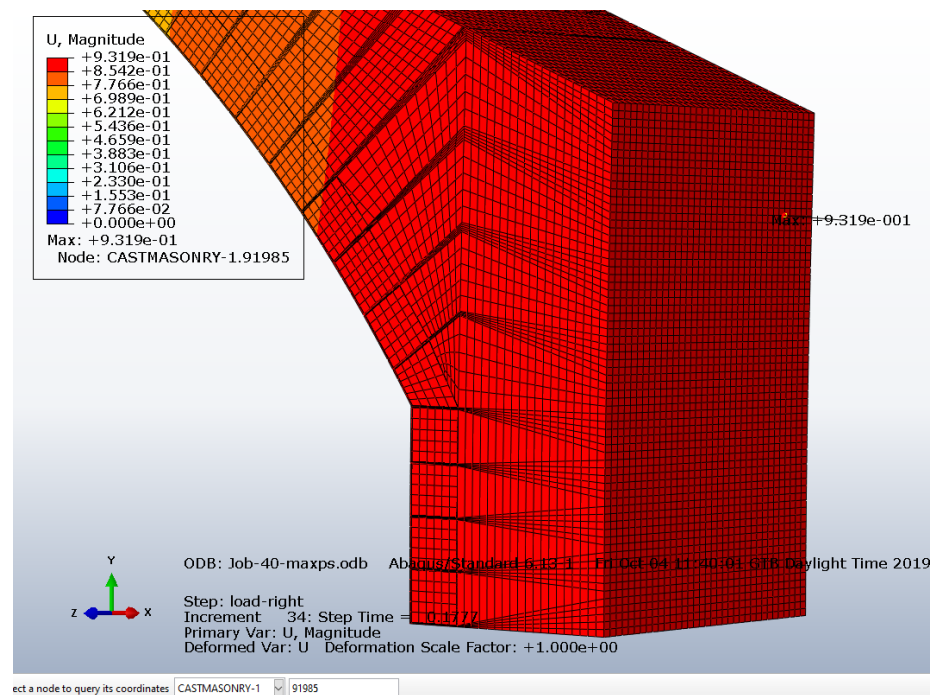


Εικόνα 43: Ο κόμβος 45434 της ρωγμής που βρίσκεται στη δεξιά μεριά του τόξου.

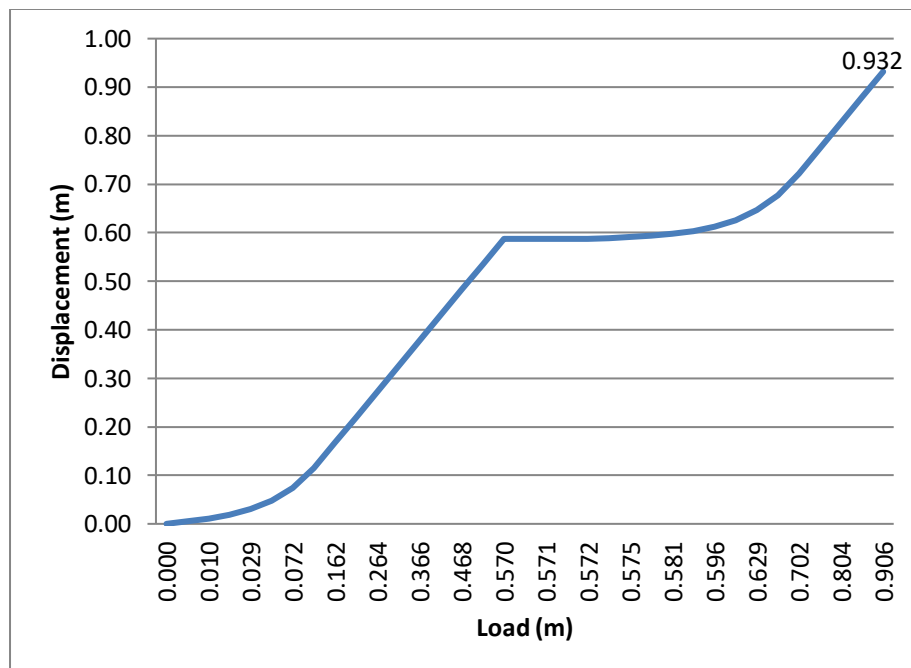


Διάγραμμα 18: Displacement-Load του κόμβου 45434.

Η μέγιστη μετατόπιση της ανάλυσης βρίσκεται στον κόμβο 91985 με τιμή 0.932m ενώ στην προηγούμενη ανάλυση η τιμή ήταν 2.138m.



Εικόνα 44: Ο κόμβος 91985.



Διάγραμμα 19: Displacement-Load του κόμβου 91985.

3.3 Ανάλυση ενίσχυσης μοντέλου γέφυρας με μεταλλικές λάμες

Σε αυτό το σημείο η λίθινη γέφυρα θα ενισχυθεί με μεταλλικές λάμες πάχους **5mm**.

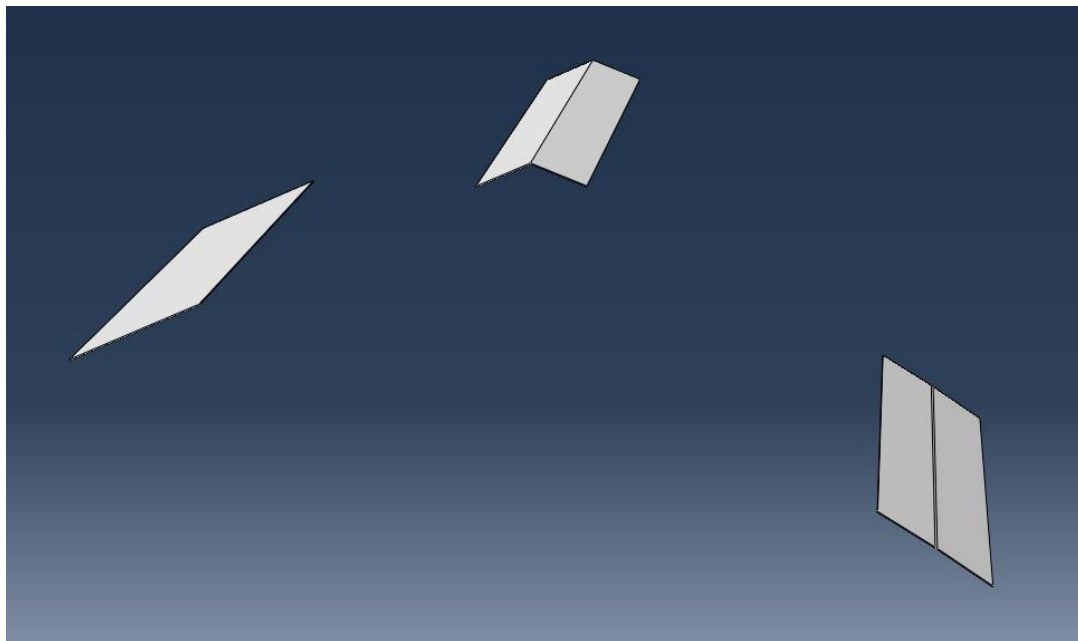
- Ιδιότητες μεταλλικών λαμών :

Density: **7500 kg / m³**

Young's Modulus: **210x10⁹ Pa**

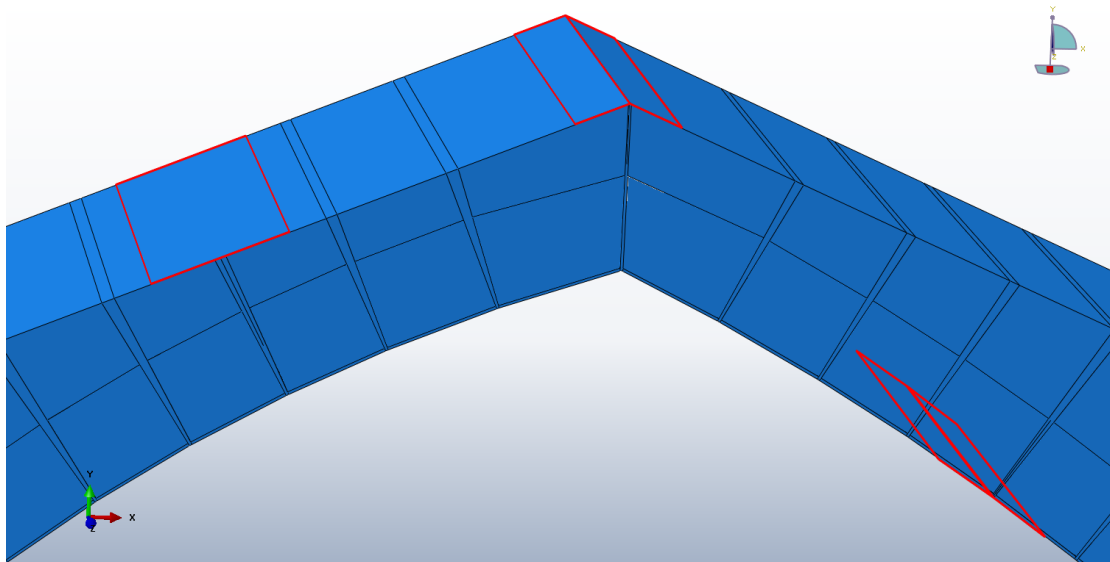
Poisson's Ratio: **0.15**

- Κριτήριο μέγιστης κύριας τάσης (MAXPS) : **6x10⁷ Pa**



Εικόνα 45: Μεταλλικές λάμες ενίσχυσης της γέφυρας.

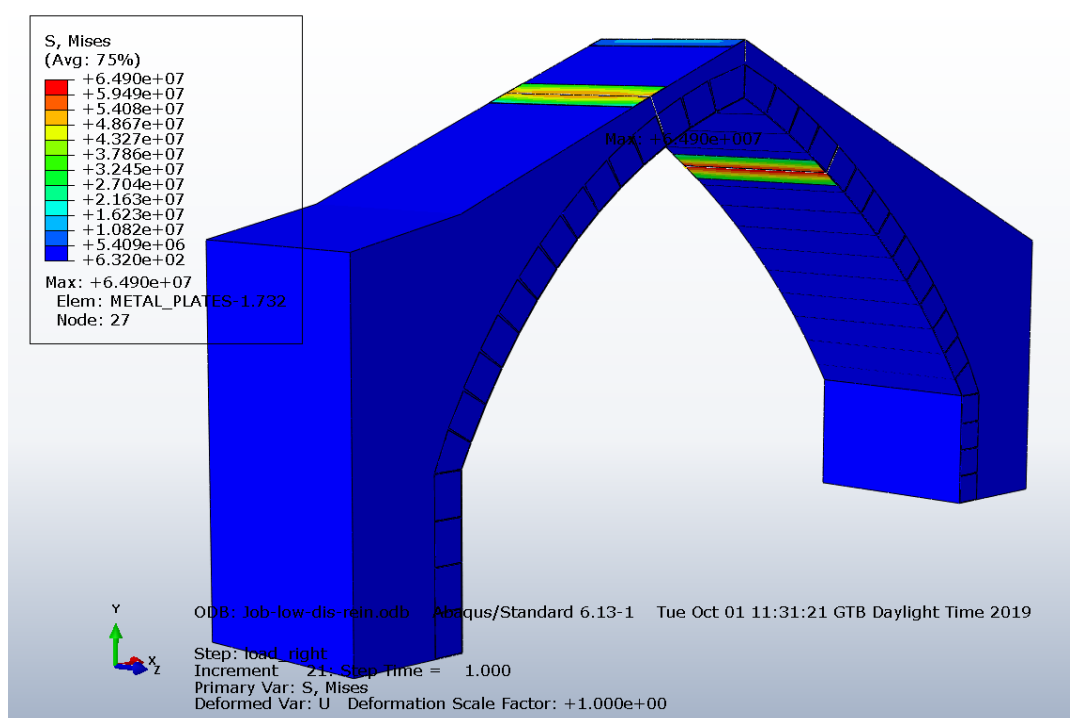
Οι μεταλλικές λάμες ενίσχυσης θα τοποθετηθούν στα σημεία που ανοίγουν οι ρωγμές, όπως φάνηκε και στο κεφάλαιο 3.2. Στην παρακάτω εικόνα, οι τρεις μεταλλικές λάμες επισημαίνονται με κόκκινο χρώμα.



Εικόνα 46: Μοντέλο ενισχυμένης λίθινης τοξωτής γέφυρας με την χρήση μεταλλικών λαμών.

❖ Με μικρές φορτίσεις μετακίνησης

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά την κατανομή των τάσεων von Mises:



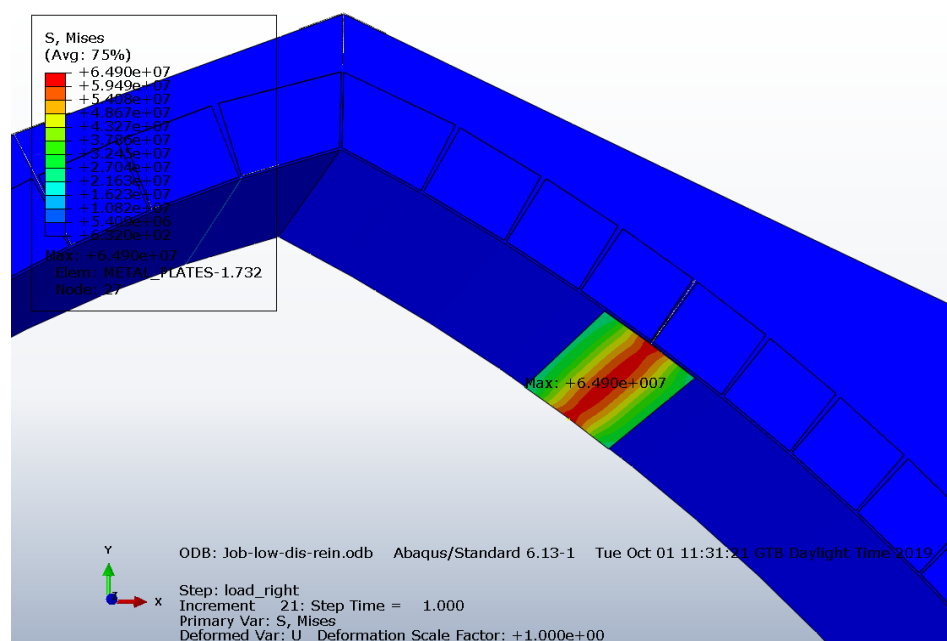
Εικόνα 47: Κατανομή τάσεων von Mises.

Μετά την ενίσχυση της γέφυρας οι μεγαλύτερες τάσεις συγκεντρώνονται στη μεταλλική λάμα που βρίσκεται στην αριστερή μεριά του τόξου καθώς στη μεταλλική λάμα που βρίσκεται στη δεξιά μεριά του τόξου.

Να σημειωθεί ότι στις αναλύσεις με μικρές φορτίσεις μετατόπισης το μοντέλο χωρίς ρωγμές εμφάνιζε μέγιστη τάση $1.301 \times 10^7 \text{ Pa}$ και το μοντέλο με ρωγμές $1.439 \times 10^7 \text{ Pa}$. Τώρα, η μέγιστη τάση von Mises έχει τιμή $6.490 \times 10^7 \text{ Pa}$ και εμφανίζεται στην λάμα

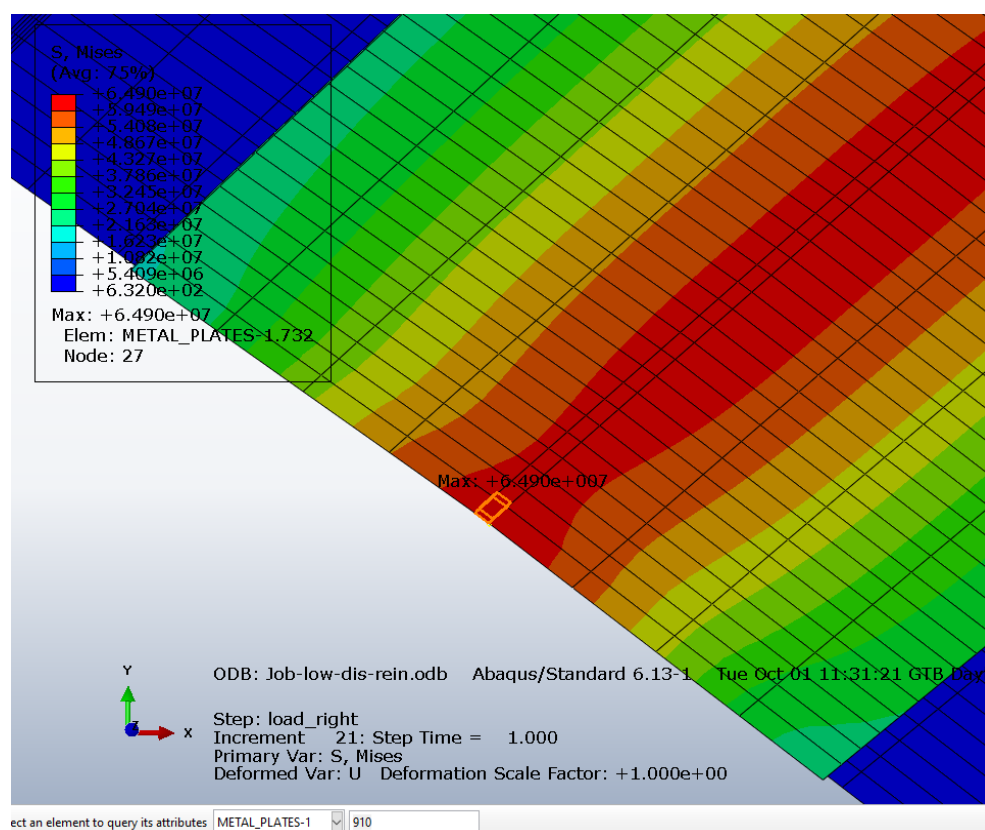
ενίσχυσης για την ρωγμή που βρίσκεται στην δεξιά μεριά του τόξου, όπως φαίνεται και στις δύο παρακάτω εικόνες.

Επίσης, σε αυτήν την ανάλυση εμφανίζονται οι μικρότερες παραμορφώσεις σε σύγκριση με τις προηγούμενες αναλύσεις με μικρές φορτίσεις μετατόπισης.

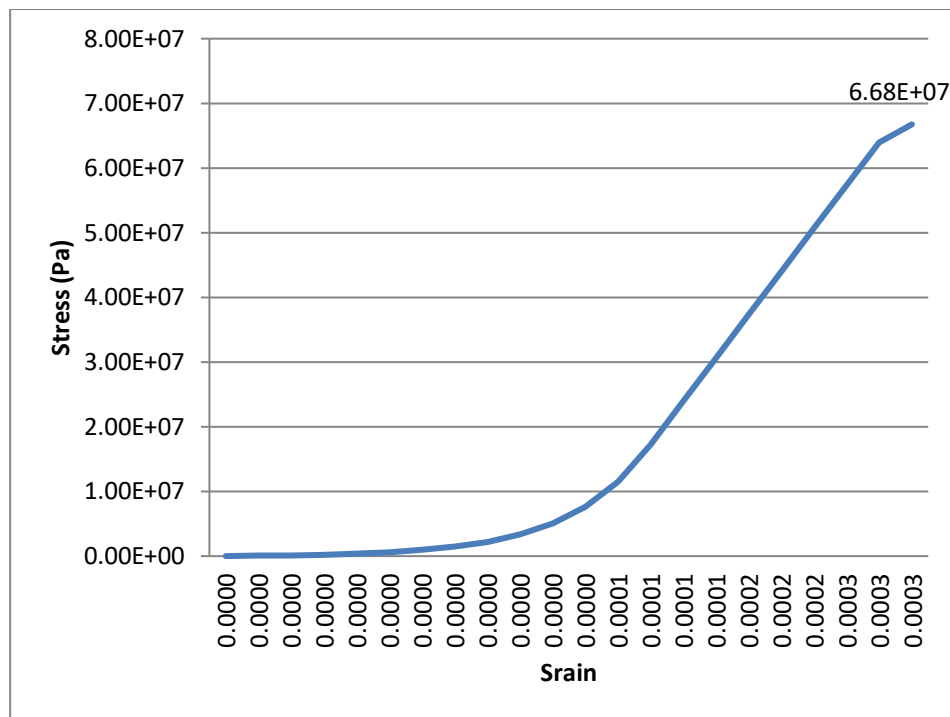


Εικόνα 48: Μέγιστη τάση von Mises του ενισχυμένου μοντέλου.

Στην παρακάτω εικόνα, το στοιχείο 910 στο οποίο εμφανίζεται η μέγιστη τάση von Mises επισημαίνεται με πορτοκαλί χρώμα και ακολουθεί το διάγραμμα Stress – Strain του κόμβου αυτού.

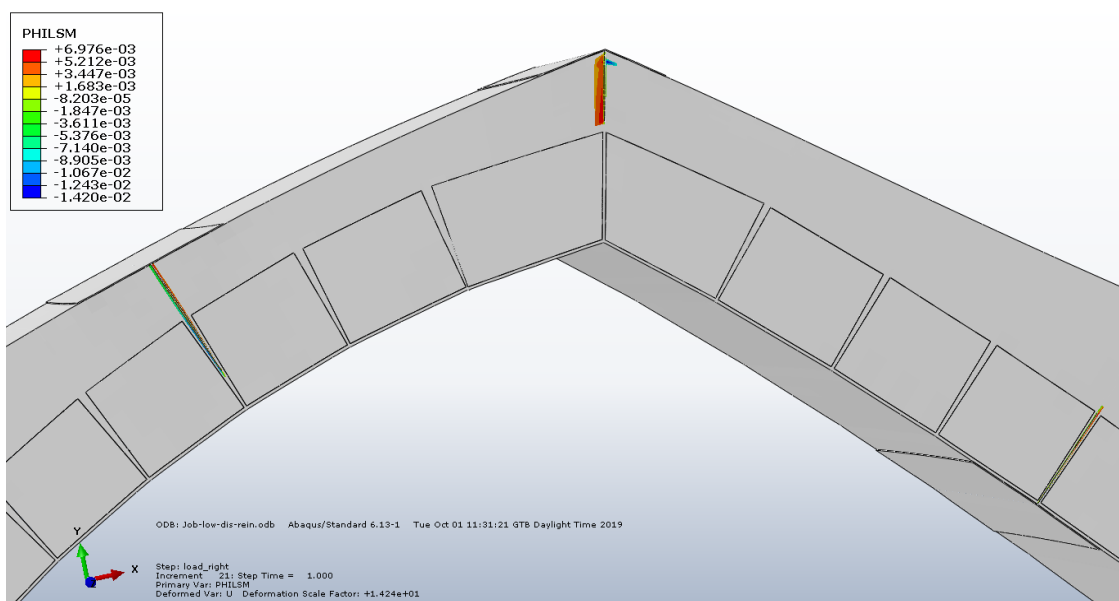


Εικόνα 49: Το στοιχείο 910.



Διάγραμμα 20: Stress – Strain του στοιχείου 910.

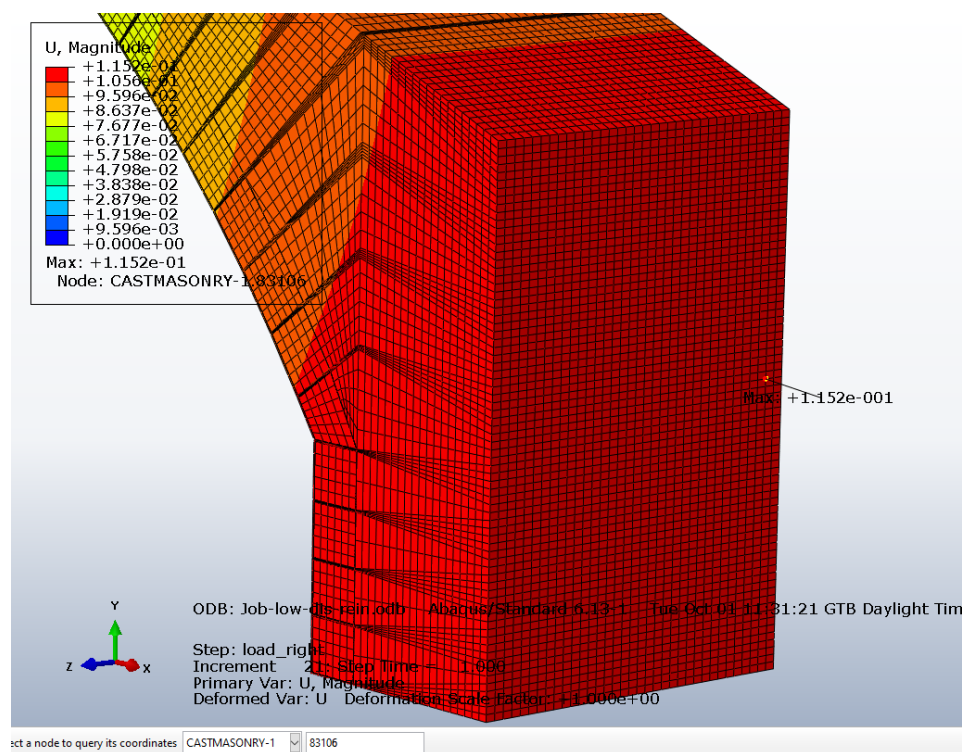
- Οι παρακάτω εικόνα περιγράφει την επιφάνεια των τριών ρωγμών μέσω της συνάρτησης απόστασης PHILSM.



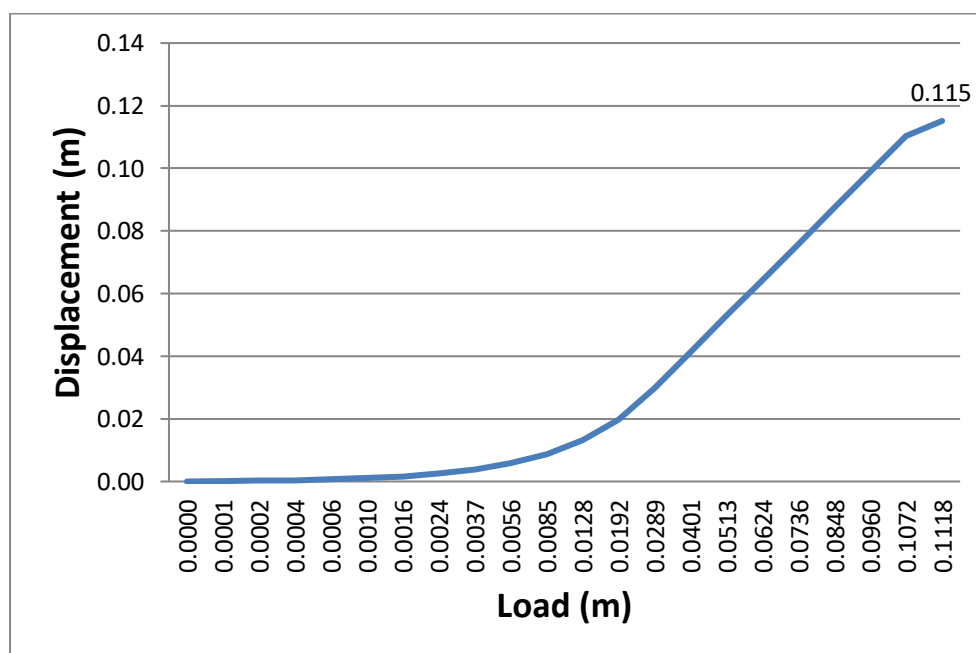
Εικόνα 50: Επιφάνεια των τριών ρωγμών και κατανομή της PHILSM.

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά τις μετατοπίσεις U:

Η μέγιστη μετατόπιση της ανάλυσης βρίσκεται στον κόμβο 83106 με τιμή **0.1152m**. Σε σύγκριση με τις αναλύσεις των μοντέλων με μικρές φορτίσεις μετατόπισης η μέγιστη τιμή είναι ουσιαστικά ίδια, γιατί το μοντέλο χωρίς ρωγμές εμφάνιζε μέγιστη μετατόπιση **0.1151m** και το μοντέλο με ρωγμές **0.1145m**.



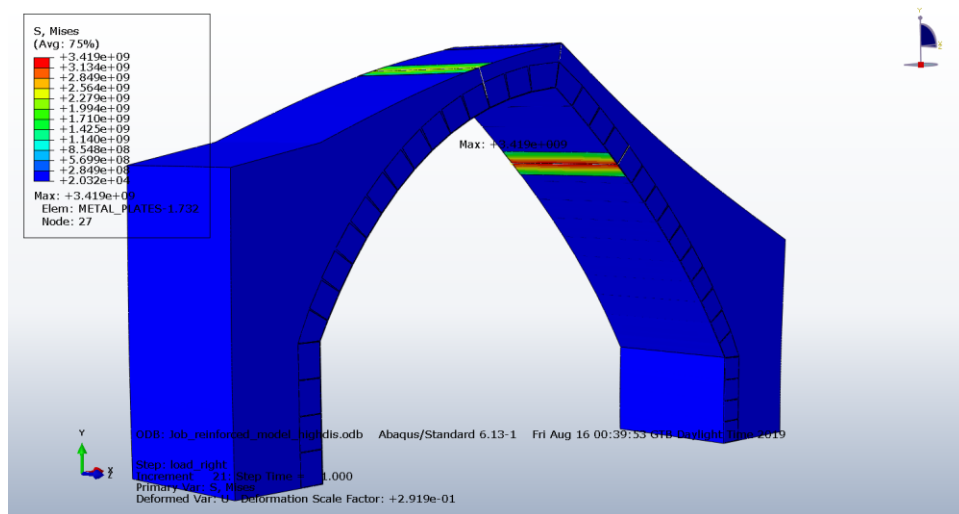
Εικόνα 51: Ο κόμβος 83106 στον οποίο εμφανίζεται η μεγαλύτερη μετατόπιση.



Διάγραμμα 21: Displacement-Load του κόμβου 83106.

❖ Με μεγάλες φορτίσεις μετακίνησης

Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά την κατανομή των τάσεων von Mises:



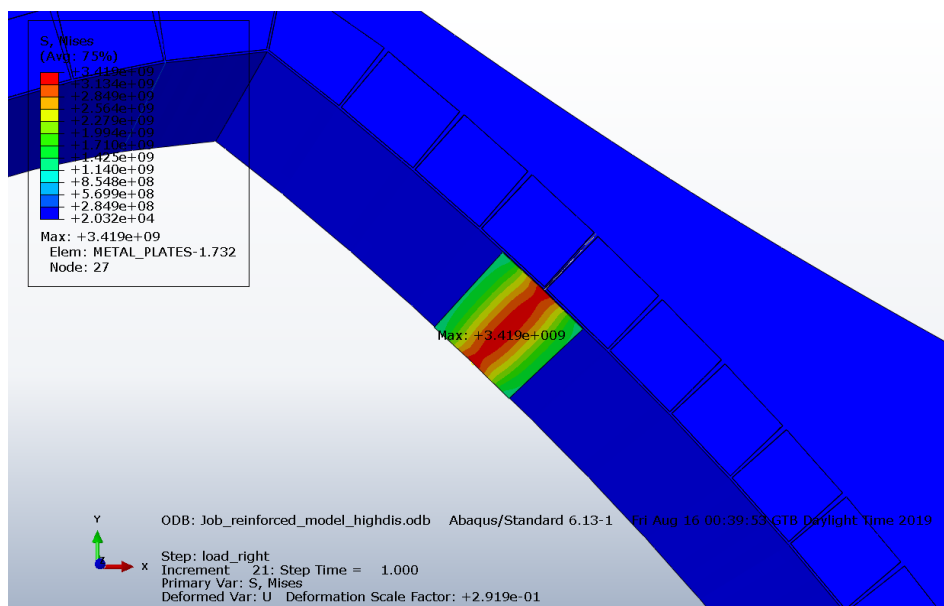
Εικόνα 52: Κατανομή τάσεων von Mises.

Να σημειωθεί ότι η διαδικασία της ανάλυσης αυτής δεν σταμάτησε και ολοκληρώθηκε στο 100%, σε αντίθεση με τις αναλύσεις μοντέλων γέφυρας με ρωγμές και με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης.

Όπως και στην προηγούμενη ανάλυση, οι μεγαλύτερες τάσεις συγκεντρώνονται στις μεταλλικές λάμες, εκτός της λάμας που βρίσκεται στην κορυφή της γέφυρας.

Η μέγιστη τάση von Mises βρίσκεται στην λάμα ενίσχυσης που βρίσκεται στην δεξιά μεριά του τόξου, με τιμή 3.419×10^9 Pa. Παρατηρούμε δηλαδή μεγάλη αύξηση της μέγιστης τιμής καθώς, στις αναλύσεις με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης το μοντέλο χωρίς ρωγμές εμφάνιζε μέγιστη τάση 1.974×10^8 Pa και το μοντέλο με ρωγμές είχε 1.919×10^8 Pa.

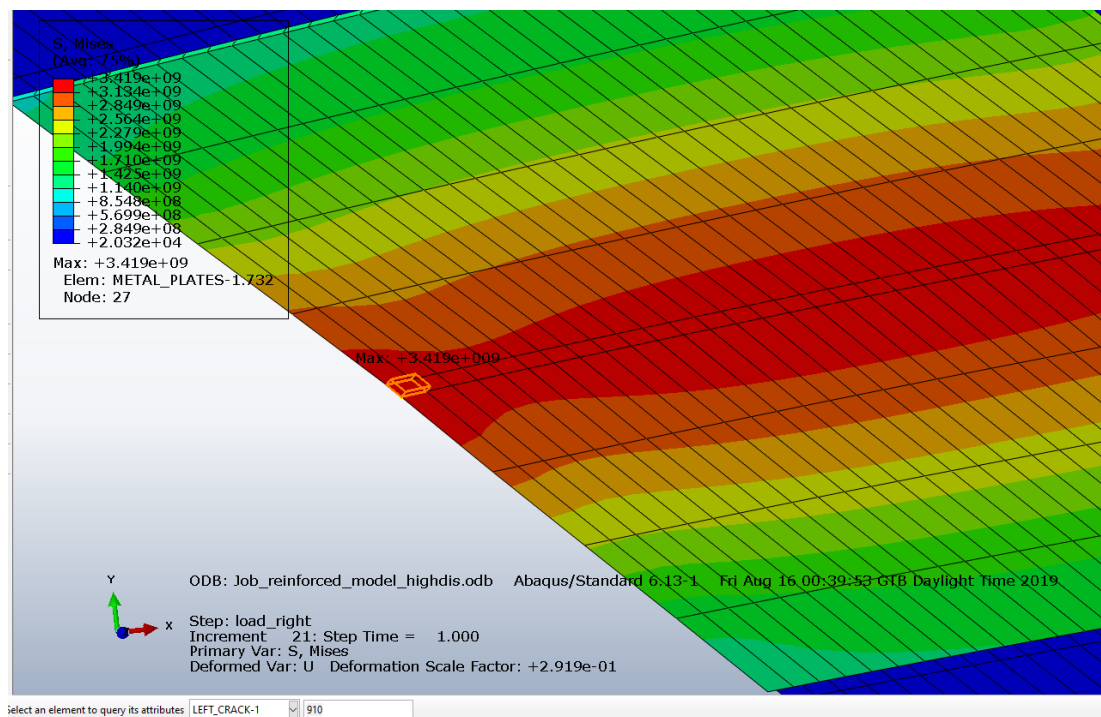
Επίσης, σε αυτήν την ανάλυση εμφανίζονται οι μικρότερες παραμορφώσεις σε σύγκριση με τις προηγούμενες αναλύσεις με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης.



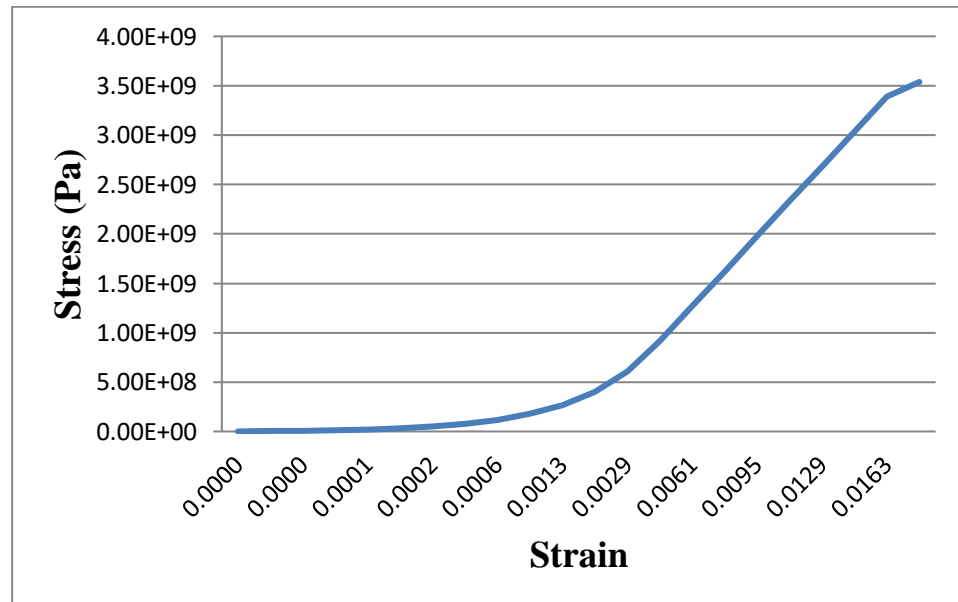
Εικόνα 53: Μέγιστη τάση von Mises του ενισχυμένου μοντέλου λίθινης γέφυρας.

Στην παρακάτω εικόνα, το στοιχείο 910 στο οποίο εμφανίζεται η μέγιστη τάση von

Mises επισημαίνεται με πορτοκαλί χρώμα και ακολουθεί το διάγραμμα Stress – Strain του στοιχείου αυτού.

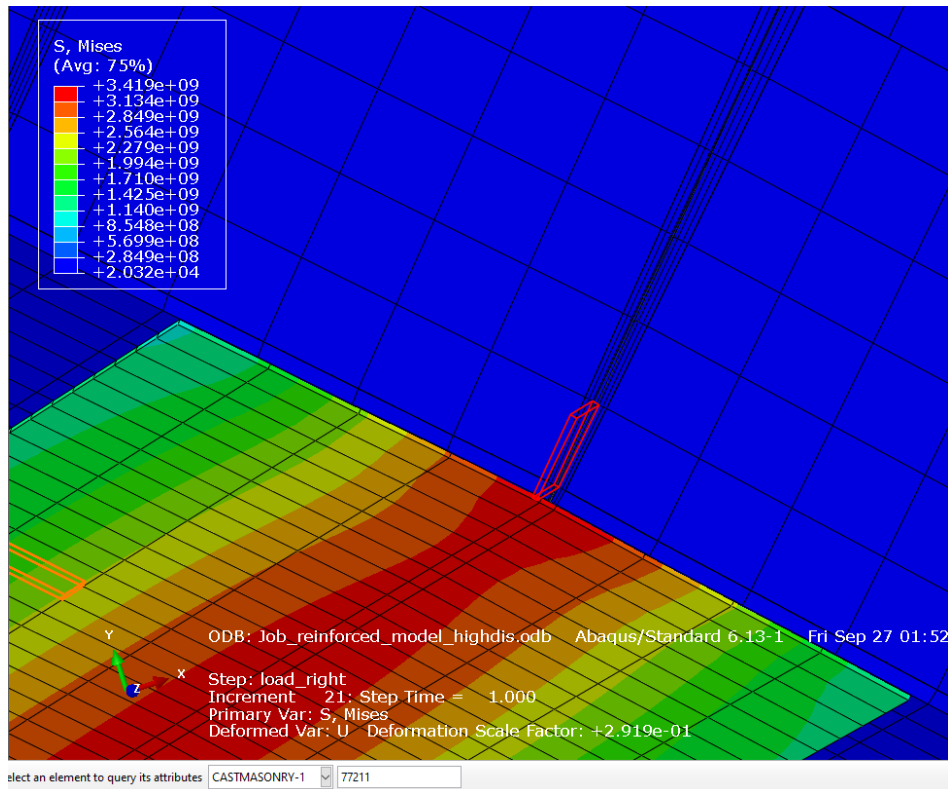


Εικόνα 54: Το στοιχείο 910 στο οποίο εμφανίζεται η μέγιστη τάση von Mises.

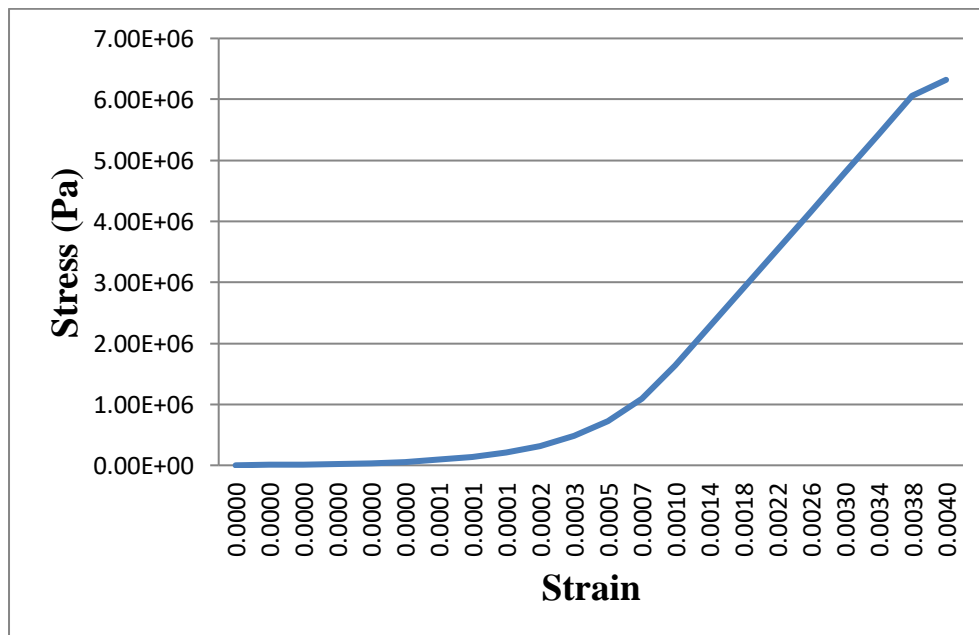


Διάγραμμα 22: Stress – Strain του στοιχείου 910.

Στην παρακάτω εικόνα, επισημαίνεται με κόκκινο χρώμα το στοιχείο 77211 της ρωγμής που βρίσκεται στην δεξιά μεριά του τόξου και ακολουθεί το διάγραμμα Stress – Strain του στοιχείου αυτού.



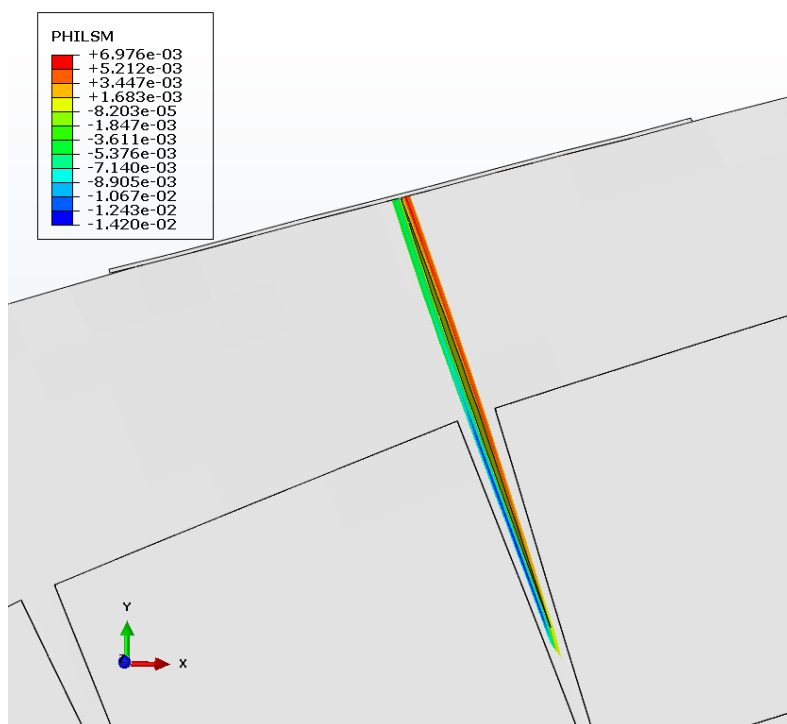
Εικόνα 55: Το στοιχείο 77211 της ρωγμής που βρίσκεται στην δεξιά μεριά του τόξου.



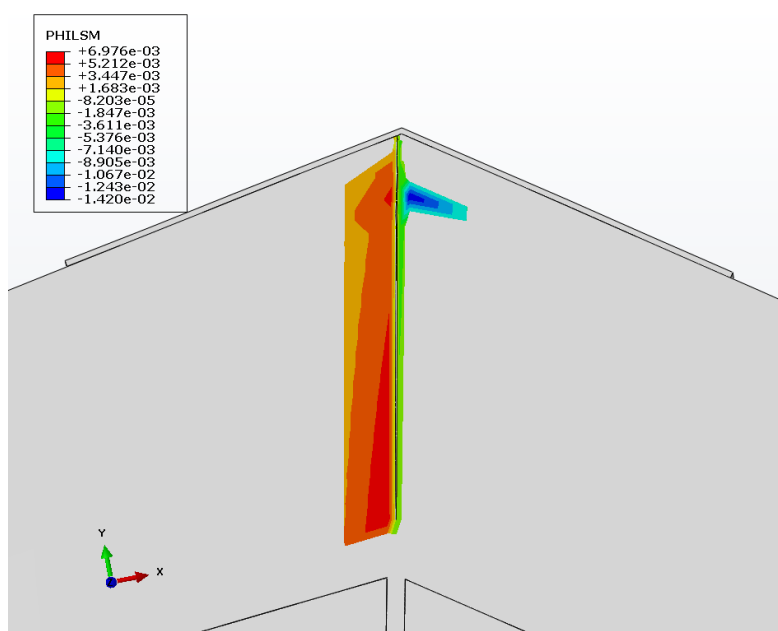
Διάγραμμα 23: Stress - Strain του στοιχείου 77211.

Στα διαγράμματα 22 και 23 παρατηρούμε παρόμοια συμπεριφορά με τα αντίστοιχα διαγράμματα της ανάλυσης του μοντέλου πριν την εμφάνιση των ρωγμών. Επίσης, στο διάγραμμα 23, ενώ είναι διάγραμμα στοιχείου που βρίσκεται σε ρωγμή, δεν διακρίνεται κάποια ανταπόκριση έλξης διαχωρισμού, δηλαδή δεν υπάρχει ανάπτυξη ρωγμής παρόλο που η γέφυρα καταπονείται με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης.

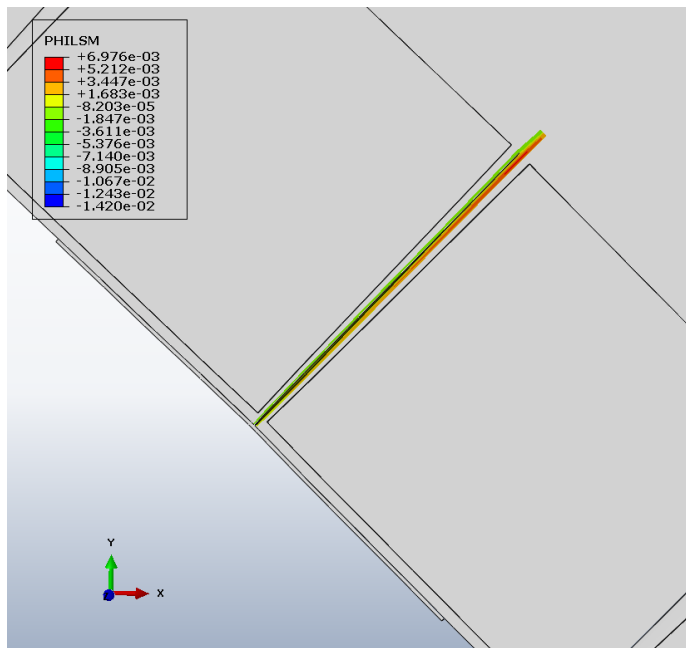
- Οι παρακάτω εικόνες περιγράφουν την επιφάνεια των τριών ρωγμών μέσω της συνάρτησης απόστασης PHILSM.



Εικόνα 56: Η ρωγμή που βρίσκεται στην αριστερή μεριά του τόξου μετά την ενίσχυση της γέφυρας.



Εικόνα 57: Η ρωγμή που βρίσκεται στην κορυφή του τόξου μετά την ενίσχυση της γέφυρας.



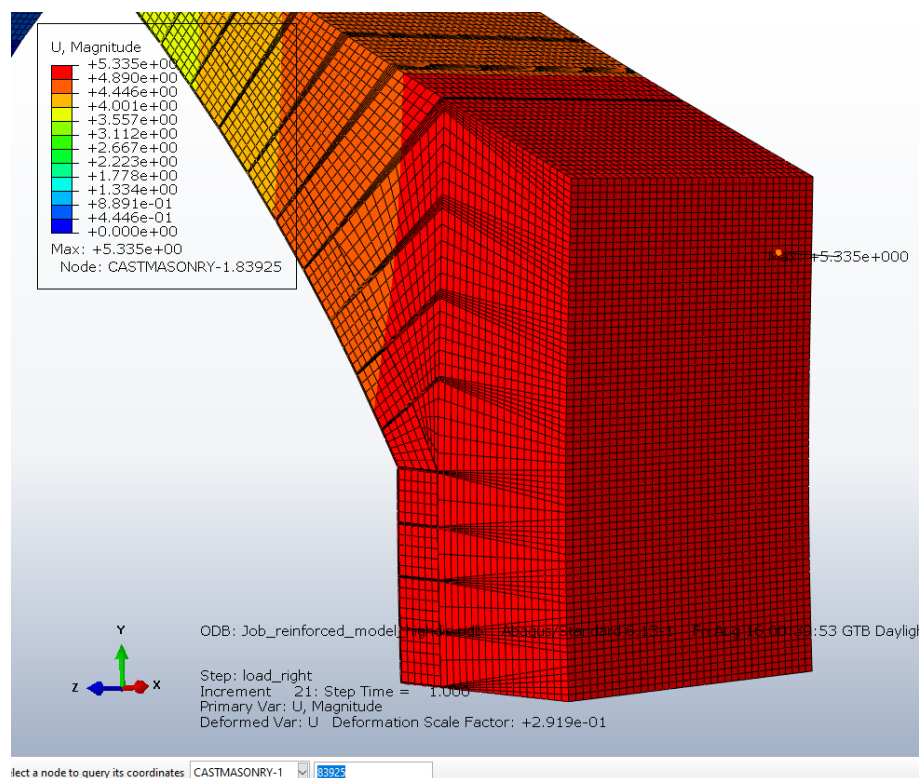
Εικόνα 58: Η ρωγμή που βρίσκεται στην δεξιά μεριά του τόξου μετά την ενίσχυση της γέφυρας.

Από τις παραπάνω εικόνες παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει ανάπτυξη ρωγμής. Επίσης, ενώ στη συγκεκριμένη ανάλυση έχουμε μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης, διακρίνουμε ότι η κατανομή της PHILSM είναι ίδια με αυτήν της ανάλυσης του μοντέλου γέφυρας με ρωγμές που καταπονείται με μικρές φορτίσεις μετατόπισης.

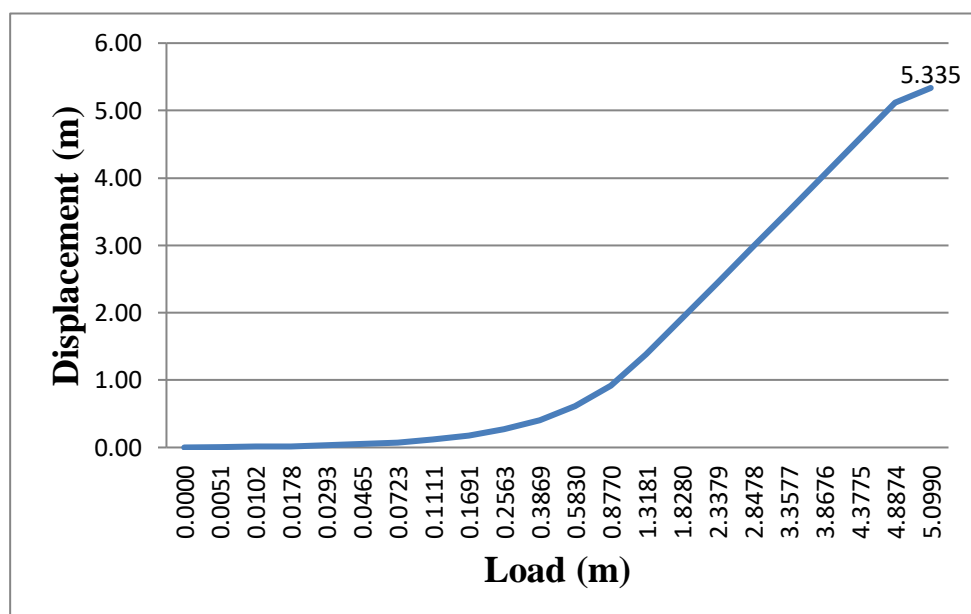
Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης όσον αφορά τις μετατοπίσεις U:

Σε αυτή την ανάλυση η μέγιστη μετατόπιση εμφανίζεται στον κόμβο 83925 με τιμή **5.335m**. Ύστερα, ακολουθεί το διάγραμμα Displacement – Load του κόμβου αυτού.

Το μέγιστο φορτίο με το οποίο καταπονείται η γέφυρα, είναι πάλι **5.099m** όπως ήταν και πριν εμφανιστούν οι ρωγμές, γιατί η διαδικασία της ανάλυσης αυτής δεν σταμάτησε και ολοκληρώθηκε στο 100%, σε αντίθεση με τις αναλύσεις μοντέλων γέφυρας με ρωγμές και με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης.



Εικόνα 59: Ο κόμβος 83925 στον οποίο εμφανίζεται η μεγαλύτερη μετατόπιση.



Διάγραμμα 24: Displacement - Load του κόμβου 83925.

3.4 Συμπεράσματα αναλύσεων

- **Συμπεράσματα αναλύσεων των μοντέλων στα οποία η γέφυρα καταπονείται με μικρές φορτίσεις μετατόπισης**

Οι τάσεις που αναπτύσσονται στα μοντέλα γέφυρας που καταπονούνται με μικρές φορτίσεις μετατόπισης, δεν είναι επαρκείς έτσι ώστε να αναπτυχθούν ρωγμές. Όπως βλέπουμε και στα αποτελέσματα του κεφαλαίου 3.2, όπου έχουν σχεδιαστεί ρωγμές πάνω στη γέφυρα, οι μεγαλύτερες τάσεις συγκεντρώνονται γύρω από τις ρωγμές. Όμως, στο διάγραμμα 6 stress - strain του στοιχείου 106821 το οποίο βρίσκεται πάνω σε ρωγμή, δεν διακρίνεται κάποια ανταπόκριση έλξης – διαχωρισμού. Το κριτήριο έναρξης ζημιάς δεν ικανοποιείται και δεν αναπτύσσονται οι ρωγμές της γέφυρας.

Στο μοντέλο του κεφαλαίου 3.3, όπου η γέφυρα έχει ενισχυθεί, στα αποτελέσματα της ανάλυσης φαίνεται ότι οι τάσεις έχουν αυξηθεί και συγκεντρώνονται στις μεταλλικές λάμες, ενώ οι τάσεις στην υπόλοιπη γέφυρα έχουν μειωθεί πολύ σε σύγκριση με τις προηγούμενες αναλύσεις. Παρόλα αυτά δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα για την καταλληλότητα των ενισχύσεων και για το αν θα εμποδίζουν την ανάπτυξη κάποιας ρωγμής γιατί εξαρχής, στο μοντέλο γέφυρας χωρίς ενίσχυση, δεν υπάρχει έναρξη ζημιάς και ανάπτυξη ρωγμής.

- **Συμπεράσματα αναλύσεων των μοντέλων στα οποία η γέφυρα καταπονείται με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης**

Στις αναλύσεις όπου η γέφυρα καταπονείται με μεγάλες φορτίσεις μετατόπισης οι τάσεις και οι παραμορφώσεις έχουν αυξηθεί σε σύγκριση με τις αναλύσεις των μοντέλων με μικρές φορτίσεις μετατόπισης. Οι τάσεις πλέον είναι αρκετές έτσι ώστε να ικανοποιηθεί το κριτήριο έναρξης ζημιάς. Στο διάγραμμα 9 stress - strain του στοιχείου 102864 της ρωγμής της αριστερής μεριάς του τόξου, διακρίνεται ανταπόκριση έλξης – διαχωρισμού, όπου η τάση αυξάνεται, φτάνοντας στην μέγιστη τάση για το στοιχείο αυτό με τιμή $4,68 \times 10^7$ Pa, στην οποία γίνεται η έναρξη ζημιάς και στη συνέχεια οι τάσεις πέφτουν και πραγματοποιείται η ανάπτυξη ρωγμής. Επίσης, στην ανάλυση του μοντέλου γέφυρας με ρωγμές οι παραμορφώσεις που εμφανίζονται είναι μεγαλύτερες από όλες τις αναλύσεις.

Όταν η γέφυρα ενισχύεται, βλέπουμε ότι οι τάσεις είναι αρκετά μεγαλύτερες ενώ οι παραμορφώσεις είναι οι μικρότερες σε σύγκριση με τις προηγούμενες αναλύσεις. Επιπλέον, διακρίνεται ότι οι μεταλλικές λάμες έχουν απορροφήσει όλη την καταπόνηση και από τα διαγράμματα παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά με αυτήν των διαγραμμάτων του μοντέλου της γέφυρας πριν εμφανιστούν οι ρωγμές. Στο διάγραμμα 23 stress - strain του στοιχείου 77211 της ρωγμής που βρίσκεται στην δεξιά μεριά του τόξου, δεν υπάρχει έναρξη ζημιάς. Επίσης, οι επιφάνειες των ρωγμών είναι στα ίδια επίπεδα με του μοντέλου γέφυρας με ρωγμές και με μικρές φορτίσεις μετατόπισης.

Συμπερασματικά, οι μεταλλικές λάμες ενίσχυσης είναι αρκετές ώστε να μην ικανοποιηθεί το κριτήριο έναρξης ζημιάς και να εμποδίσουν την ανάπτυξη των ρωγμών που έχουν σχεδιαστεί στην γέφυρα.

Βιβλιογραφία

- [1] Γκράσσοις Γεώργιος, Τα πέτρινα τοξωτά γεφύρια της Ελλάδας, Copyright © 2007 Κέντρο Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης Μακρινίτσας
- [2] B. Conde, G.A. Drosopoulos, G.E. Stavroulakis, B. Riveiro, M.E. Stavroulaki, Inverse analysis of masonry arch bridges for damaged condition investigation: Application on Kakodiki bridge, Engineering Structures 127 (2016) 388–401
- [3] Daniel V. Oliveira, Paulo B. Lourenco, REPAIR OF STONE MASONRY ARCH BRIDGES, © CIMNE, Barcelona, 2004
- [4] M.E. Stavroulaki, G.A. Drosopoulos, G.E. Stavroulakis, Unilateral Analysis and Damage Identification in Masonry Structures, ©Civil-Comp Press, 2011
- [5] M. ZIELIŃSKA, COMPARATIVE NUMERICAL ANALYSIS OF DIFFERENT STRENGTHENING SYSTEMS OF HISTORICAL BRICK ARCHES, Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, 2017, vol.22, No.2, pp.483-491
- [6] Abaqus 6.14 Documentation (<http://130.149.89.49:2080/v6.14/>)
- [7] https://en.wikipedia.org/wiki/Arch_bridge
- [8] https://en.wikipedia.org/wiki/Extended_finite_element_method
- [9] https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method
- [10] https://en.wikipedia.org/wiki/Von_Mises_yield_criterion

