



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Πολυτεχνειούπολη, Κουνουπιδιανά, 73100
Χανιά

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη δειγματοληπτικών σχεδίων με χρήση ασαφούς λογικής

Ιωάννης Πουλάκης

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γρηγορούδης

Χανιά 2020

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους που συνέβαλαν στην εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας.

Θα ήθελα αρχικά να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή μου δρ. Ευάγγελο Γρηγορούδη για την συνεχή καθοδήγηση και την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε για την πραγματοποίηση της εργασίας αυτής αλλά και στην εμπιστοσύνη που μου έδειξε με την ανάθεση αυτής.

Ακόμη, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους κοντινούς μου ανθρώπους και κυρίως στους γονείς μου για την απεριόριστη συμπαράσταση τους σε όλα τα χρόνια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας (SQC-Statistical Quality Control) είναι μια από τις πιο γνωστές εφαρμογές των στατιστικών μεθόδων και αποτελεί μια από τις κύριες τεχνικές για τη βελτίωση της ποιότητας προϊόντων και υπηρεσιών. Μια από τις τρεις μεθοδολογίες του SQC, στην οποία και επικεντρώνεται η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία, είναι ο έλεγχος αποδοχής ή δειγματοληπτικά σχέδια (acceptance sampling). Σκοπός της μεθόδου αυτής είναι ο διαχωρισμός παρτίδων προϊόντων σε αποδεκτές και απορριπτέες, ανεξάρτητα από τις δράσεις ή ενέργειες βελτίωσης/επανόρθωσης που πραγματοποιούνται στη συνέχεια. Στην περίπτωση των απλών δειγματοληπτικών σχεδίων, ο σχεδιασμός των πλάνων μέσω των οποίων πραγματοποιείται η δειγματοληψία βασίζεται σε δύο παραμέτρους: στο μέγεθος δείγματος n και τον αριθμό αποδοχής c . Η επιλογή των παραμέτρων αυτών γίνεται με την χρήση στατιστικών ή οικονομικών κριτηρίων, όπως τα επίπεδα ποιότητας του παραγωγού q_1 και καταναλωτή q_2 , καθώς και τα αντίστοιχα ρίσκα του παραγωγού α και καταναλωτή β . Στην πράξη είναι αρκετά δύσκολο ή δεν έχει νόημα τόσο για τον παραγωγό, όσο και για τον καταναλωτή να καθορίσει με ακρίβεια τα κριτήρια αυτά, καθώς επηρεάζονται από μεταβλητούς οικονομικούς και τεχνολογικούς παράγοντες. Έτσι προκύπτει η ανάγκη για χαλάρωση των κριτηρίων αυτών. Την ανάγκη αυτή έρχεται να καλύψει η ασαφής λογική. Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί και θα παρουσιαστεί ο τρόπος με τον οποίο η ασαφής λογική μπορεί να ενσωματωθεί στις παραδοσιακές μεθόδους δειγματοληψίας. Τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από αυτή τη μελέτη μπορούν να βοηθήσουν στη διεξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων, όσον αφορά την επιρροή συγκεκριμένων παραμέτρων στην αποτελεσματικότητα του ελέγχου αποδοχής, αλλά και την πρακτική χρήση της ασαφούς λογικής στα παραδοσιακά δειγματοληπτικά σχέδια.

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	5
1.2 ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΠΟΔΟΧΗΣ.....	6
1.3 ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ	7
1.3.1. ΑΠΛΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ	7
1.3.2. ΔΙΠΛΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ	10
1.4 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΩΝ	13
1. 5 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	14
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ.....	15
2.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	15
2.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ.....	16
2.3 ΑΣΑΦΗ ΣΥΝΟΛΑ	17
2.3.1 ΟΡΙΣΜΟΙ	17
2.3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΑ ΑΣΑΦΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ.....	20
2.3.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ.....	22
2.3.4 ΑΣΑΦΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ	25
2.3.5 ΛΕΚΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΑΝΤΕΣ	26
2.3.6 ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ ΣΕ ΑΣΑΦΗ/ΣΑΦΗ ΣΥΝΟΛΑ.....	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΜΕΛΕΤΗ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ	32
3.1 ΑΠΛΟ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΗ ΡΙΣΚΑ ΚΑΙ ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ.....	32
3.2 ΑΠΛΟ ΕΠΑΝΟΡΘΩΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΕΙΣ ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ	50
3.3 ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΕΣ ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ....	76
3.3.1 ΑΠΛΟ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΕΣ ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ.....	76
3.3.2 ΔΙΠΛΟ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΕΣ ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ.....	98
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 –ΣΥΝΟΨΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	119
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	121
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	122

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Στη σημερινή εποχή η ποιότητα έχει γίνει ένας από τους βασικούς παράγοντες που καθορίζουν την τελική επιλογή του καταναλωτή ανάμεσα σε διάφορα προϊόντα και υπηρεσίες. Συνεπώς οι επιχειρήσεις που έχουν κατανοήσει τη σημασία της ποιότητας και έχουν κατορθώσει να ενσωματώσουν την ποιότητα στα προϊόντα, τις υπηρεσίες και τη συνολική επιχειρηματική στρατηγική τους έχουν περισσότερες πιθανότητες να επιβιώσουν και να αναπτυχθούν. Η έννοια της ποιότητας αποτελεί ένα από τους πιο πολυσυζητημένους όρους καθώς χρησιμοποιείται συχνά και για διαφορετικές περιπτώσεις χωρίς να παρουσιάζεται εμφανώς ποια είναι η πραγματική έννοια της. Το πρότυπο ISO 8402 (Ταγαράς, 2001) ορίζει την ποιότητα ως “το σύνολο των ιδιοτήτων και χαρακτηριστικών ενός προϊόντος, διαδικασίας ή υπηρεσίας που καθορίζουν την ικανότητα ανταπόκρισης σε δηλωμένες ή εννοούμενες ανάγκες”. Η ποιότητα διαχωρίζεται σε δυο σκέλη, την ποιότητα σχεδιασμού και την ποιότητα κατασκευής. Η ποιότητα σχεδιασμού αναφέρεται στα κύρια χαρακτηριστικά του προϊόντος. Συχνά υπάρχουν διαφορές στο σχεδιασμό ομοειδών προϊόντων που προκύπτουν συνειδητά από τον κατασκευαστή ανάλογα με την ανάγκη που ικανοποιεί το προϊόν. Για παράδειγμα κάθε αυτοκίνητο παράγεται με βασικό σκοπό την ασφαλή μετακίνηση του επιβαίνοντα όμως τα αυτοκίνητα διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το μέγεθος, τον εξωτερικό σχεδιασμό τα υλικά που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή τους. Η ποιότητα κατασκευής είναι ο βαθμός συμμόρφωσης προς τις προδιαγραφές που προβλέπει ο σχεδιασμός του προϊόντος και αποτελεί το αντικείμενο του ελέγχου ποιότητας. Ο στατιστικός έλεγχος ποιότητας (Statistical Quality Control, SQC) ή εν συντομία έλεγχος ποιότητας χωρίζεται σε τρεις βασικές κατηγορίες: στον δειγματοληπτικό έλεγχο αποδοχής (Acceptance Sampling) όπου από μια παρτίδα επιλέγεται ένα δείγμα προς έλεγχο βάση του οποίου γίνεται αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας, στον έλεγχο παραγωγικής διαδικασίας (Statistical Process Control, SPC) στον οποίο μέσω της χρήσης διαγραμμάτων ελέγχου εντοπίζονται οι συστηματικές μεταβολές σε κάποιο χαρακτηριστικό ποιότητας με σκοπό να διορθωθούν και στη βελτιστοποίηση της ποιότητας με στατιστικά πειράματα (Ταγαράς, 2001). Στόχος του σχεδιασμού τέτοιων πειραμάτων είναι η μείωση της μεταβλητότητας στα κύρια χαρακτηριστικά των προϊόντων. Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με την πρώτη κατηγορία, τον δειγματοληπτικό έλεγχο αποδοχής.

1.2 ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΠΟΔΟΧΗΣ

Είδη ελέγχου αποδοχής

Ο δειγματοληπτικός έλεγχος αποδοχής διακρίνεται σε δύο μεγάλες κατηγορίες ανάλογα με τον τύπο του ελεγχόμενου χαρακτηριστικού ποιότητας που χρησιμοποιείται για τον καθορισμό της ποιότητας κάθε μονάδας. Η πρώτη ονομάζεται δειγματοληπτικός έλεγχος ιδιοτήτων (acceptance sampling by attributes) και η δεύτερη δειγματοληπτικός έλεγχος χαρακτηριστικών (acceptance sampling by variables).

Στην πρώτη κατηγορία ο έλεγχος γίνεται ως εξής. Τα τεμάχια χωρίζονται σε παρτίδες, από κάθε παρτίδα λαμβάνεται ένα δείγμα ή περισσότερα δείγματα, τα τεμάχια των οποίων διαχωρίζονται σε λειτουργικά ή ελαττωματικά και βάσει του αριθμού των ελαττωματικών αποφασίζεται η αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας. Τα χαρακτηριστικά ποιότητας που εκφράζονται από την παρουσία ή την απουσία ορισμένων ιδιοτήτων λέγονται χαρακτηριστικά διαλογής (Ταγαράς, 2001). Ένα χαρακτηριστικό διαλογής έχει μόνο δυο δυνατές τιμές, που συνδέονται με τις δυο δυνατές καταστάσεις : ικανοποιητική ή μη ικανοποιητική. Ανάλογα με την τιμή του χαρακτηριστικού διαλογής, μια μονάδα προϊόντος κατατάσσεται σε καλή (αποδεκτή ποιότητας) ή ελαττωματική (μη αποδεκτή ποιότητας ως προς το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό ποιότητας). Τα χαρακτηριστικά διαλογής είτε είναι από τη φύση τους ποιοτικά (π.χ. η εμφάνιση της συσκευασίας ενός προϊόντος θεωρείται καλή ή ελαττωματική με βάση κάποια ποιοτικά χαρακτηριστικά) ή προκύπτουν από τη σύγκριση ενός μετρήσιμου μεγέθους με δεδομένες ποσοτικές προδιαγραφές (π.χ. η διάμετρος ενός άξονα θεωρείται ελαττωματική αν η τιμή της δεν βρίσκεται μέσα σε κάποια όρια).

Σχετικά με την ορολογία αξίζει να σημειωθεί ότι στην αγγλόφωνη βιβλιογραφία οι όροι “defective” (ελαττωματικό) και “defect” (ελάττωμα) έχουν πλέον αντικατασταθεί από τους “nonconforming” και “nonconformance/nonconformity” αντίστοιχα που αποδίδουν πιο σωστά τον ορισμό του ελαττώματος, ως μη συμμόρφωση προς συγκεκριμένες προδιαγραφές.

Ένα προϊόν δεν ορίζεται αυτόματα ελαττωματικό επειδή το χαρακτηριστικό ποιότητας του προϊόντος έχει ορισμένη τιμή, αλλά κρίνεται μη συμμορφούμενο με πλαίσιο αναφοράς τις προδιαγραφές του προϊόντος. Αν οι προδιαγραφές αναθεωρηθούν, το ίδιο ακριβώς προϊόν μπορεί να μεταπέσει από την κατηγορία των καλών στην κατηγορία των μη συμμορφούμενων και αντίστροφα. Τα δειγματοληπτικά σχέδια ιδιοτήτων χρησιμοποιούνται ευρύτατα στη βιομηχανία γιατί είναι κατανοητά και απλά στην εφαρμογή τους, ακόμα και από εργαζόμενους χωρίς ειδικές γνώσεις στατιστικού ελέγχου ποιότητας.

Στην δεύτερη κατηγορία, στον δειγματοληπτικό έλεγχο χαρακτηριστικών, τα προς παραλαβή προϊόντα χωρίζονται σε παρτίδες, από τις οποίες λαμβάνεται ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα. Στη συνέχεια, μετρούνται οι τιμές του εξεταζόμενου

χαρακτηριστικού των προϊόντων που έχουν περιληφθεί στο δείγμα και υπολογίζεται η μέση τιμή των τιμών αυτών. Με βάση το ύψος της μέσης τιμής λαμβάνεται η απόφαση για παραλαβή ή απόρριψη της παρτίδας.

Στην παρούσα διπλωματική θα επικεντρωθούμε στα δειγματοληπτικά σχήματα ελέγχου ιδιοτήτων.

1.3 ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ

Για το δειγματοληπτικό έλεγχο αποδοχής ιδιοτήτων εφαρμόζουμε τα δειγματοληπτικά σχέδια (sampling plans). Ένα δειγματοληπτικό σχέδιο ελαττωματικών καθορίζει το πλήθος κομματιών από κάθε παρτίδα τα οποία πρόκειται να ελεγχθούν και τα κριτήρια βάσει των οποίων αποφασίζεται αν μια παρτίδα θα κριθεί αποδεκτή ή απορριπτέα. Ανάλογα με το είδος του δειγματοληπτικού σχεδίου διακρίνονται σε απλά (simple), διπλά (double), πολλαπλά (multiple) και επαναληπτικά (sequential). Στα απλά η απόφαση για αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας βασίζεται στις πληροφορίες που αντλούνται από ένα και μόνο δείγμα. Στα διπλά υπάρχει δυνατότητα χρησιμοποίησης δεύτερου δείγματος στην περίπτωση που το πρώτο δείγμα δεν οδηγεί σε ξεκάθαρο συμπέρασμα για αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας και γενικώς στα πολλαπλά σχέδια μπορεί να υπάρξει η ανάγκη χρησιμοποίησης περισσότερων του ενός δείγματος από την ίδια παρτίδα για να ληφθεί η τελική απόφαση. Στα επαναληπτικά το μέγεθος δείγματος ισούται πάντα με μια μονάδα προϊόντος, δηλαδή γίνεται έλεγχος τεμάχιο-προς-τεμάχιο ενώ ο αριθμός των δειγμάτων που θα χρησιμοποιηθούν δεν είναι προκαθορισμένος αλλά δυναμικά μεταβαλλόμενος.

1.3.1. ΑΠΛΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ

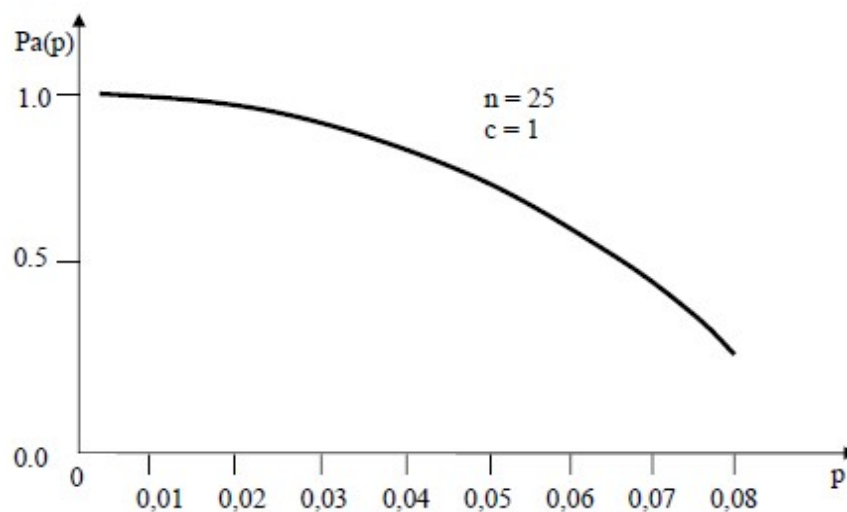
Το απλό δειγματοληπτικό σχέδιο (single-sampling plan) χαρακτηρίζεται από δύο παραμέτρους : το μέγεθος δείγματος n και τον αριθμό αποδοχής c . Εκφράζεται συχνά με τη μορφή διατεταγμένου ζεύγους (n, c) . Από την ελεγχόμενη παρτίδα μεγέθους N λαμβάνεται τυχαίο δείγμα μεγέθους n . Ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων στο δείγμα συμβολίζεται με d . Αν ο αριθμός των ελαττωματικών στο δείγμα δεν υπερβαίνει τον αριθμό αποδοχής ($d \leq c$) τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή ενώ αν ο αριθμός ελαττωματικών είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό αποδοχής ($d > c$) η παρτίδα απορρίπτεται. Το σχήμα αυτό λέγεται απλό γιατί η απόφαση για αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας στηρίζεται στις πληροφορίες που παρέχει ένα και μόνο δείγμα.

Σημαντικό χαρακτηριστικό λειτουργίας είναι η πιθανότητα αποδοχής P_a . Αν α) το μέγεθος παρτίδας N είναι μεγάλο (θεωρητικά άπειρο) και p είναι το ποσοστό ελαττωματικών στην παρτίδα ή αν β) η παρτίδα αποτελείται από μονάδες που παράγονται από μια διαδικασία έτσι ώστε η πιθανότητα μια τυχαία μονάδα να είναι ελαττωματική είναι p , τότε η πιθανότητα αποδοχής προκύπτει από τη διωνυμική κατανομή :

$$P_a(p) = P(d < c) = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d} \quad (1.1)$$

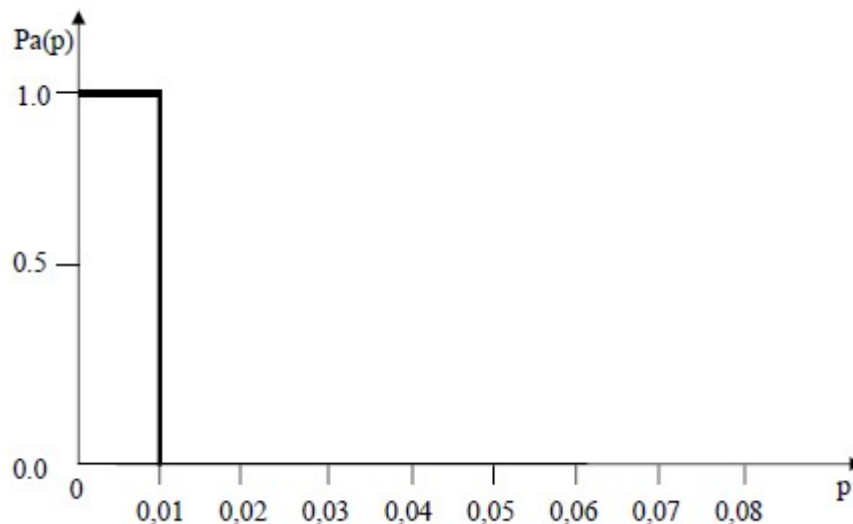
Αν το μέγεθος της παρτίδας είναι μικρό και η συνθήκη (β) δεν ισχύει, η χρήση της υπεργεωμετρικής κατανομής οδηγεί σε ακριβέστερα αποτελέσματα κατά τον υπολογισμό της πιθανότητας αποδοχής παρτίδας με ορισμένο αριθμό ελαττωματικών. Η χαρακτηριστική καμπύλη ή καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών (OC- operating characteristics curve) απεικονίζει την πιθανότητα αποδοχής ως συνάρτηση του p και προκύπτει από τον υπολογισμό της πιθανότητας αποδοχής P_a για διάφορες τιμές του p . Για παράδειγμα για απλό δειγματοληπτικό σχέδιο με $n = 25$ και $c = 1$ υπολογίζονται οι πιθανότητες αποδοχής $P_a(0,01) = 0,9742$, $P_a(0,02) = 0,9114$, $P_a(0,03) = 0,8280, \dots$, $P_a(0,08) = 0,3947$, κ.ο.κ.

Η καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών είναι ενδεικτική της διαχωριστικής ικανότητας του δειγματοληπτικού σχεδίου. Αν για παράδειγμα η πιθανότητα ελαττωματικού προϊόντος σε μια σειρά παρτίδων είναι 3%, ο έλεγχος αποδοχής με το απλό δειγματοληπτικό σχέδιο $(n, c) = (25, 1)$ θα κάνει αποδεκτό το 82,8% των παρτίδων και θα απορρίψει τις υπόλοιπες.



Σχήμα 1.1: Χαρακτηριστική καμπύλη για $n=25$ $c=1$

Η χαρακτηριστική καμπύλη ενός ιδανικού σχήματος ελέγχου αποδοχής που διαχωρίζει τέλεια τις αποδεκτές από τις μη-αποδεκτές παρτίδες θα είχε τη μορφή του παρακάτω διαγράμματος. Η πιθανότητα αποδοχής είναι $P_a(p) = 1$ για όλα τα ποσοστά p μικρότερα από ένα οριακό ποσοστό p_r ενώ $P_a(p) = 0$ για τα ποσοστά $p > p_r$ που δεν θεωρούνται ικανοποιητικά.



Σχήμα 1.2: Ιδανική χαρακτηριστική καμπύλη σχήματος ελέγχου αποδοχής

Η ιδανική καμπύλη είναι δυνατόν να επιτευχθεί μόνο έπειτα από 100% έλεγχο της παρτίδας, ο οποίος μάλιστα θα πρέπει να είναι και εντελώς απαλλαγμένος από σφάλματα κατά την επιθεώρηση κάτι το οποίο όμως δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Δύο σημεία της χαρακτηριστικής καμπύλης παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Το πρώτο είναι το αποδεκτό επίπεδο ποιότητας *AQL* (*acceptable quality level*) το οποίο αντιστοιχεί στο μέγιστο ποσοστό ελαττωματικών μονάδων που θεωρείται ικανοποιητικό ως μέση στάθμη της παραγωγικής διαδικασίας. Το δεύτερο ονομάζεται απορριπτέο επίπεδο ποιότητας *LTPD* (*Lot Tolerance Percent Defective*) και αντιστοιχεί στο ελάχιστο ποσοστό ελαττωματικών μονάδων που θεωρείται μη ικανοποιητικό ως μέση στάθμη της παραγωγικής διαδικασίας. Αν θεωρήσουμε ότι ο σχεδιασμός ενός δειγματοληπτικού σχεδίου είναι ένα πρόβλημα στατιστικού ελέγχου υποθέσεων με μηδενική υπόθεση την H_0 : η παρτίδα έχει αποδεκτή στάθμη ποιότητας, τότε ως σφάλμα τύπου I ορίζεται η πιθανότητα απόρριψης μιας παρτίδας με αποδεκτή στάθμη ποιότητας που ονομάζεται ρίσκο του παραγωγού α , ενώ ως σφάλμα τύπου II ορίζεται η πιθανότητα αποδοχής μιας παρτίδας με μη-αποδεκτή στάθμη ποιότητας και ονομάζεται ρίσκο του καταναλωτή β .

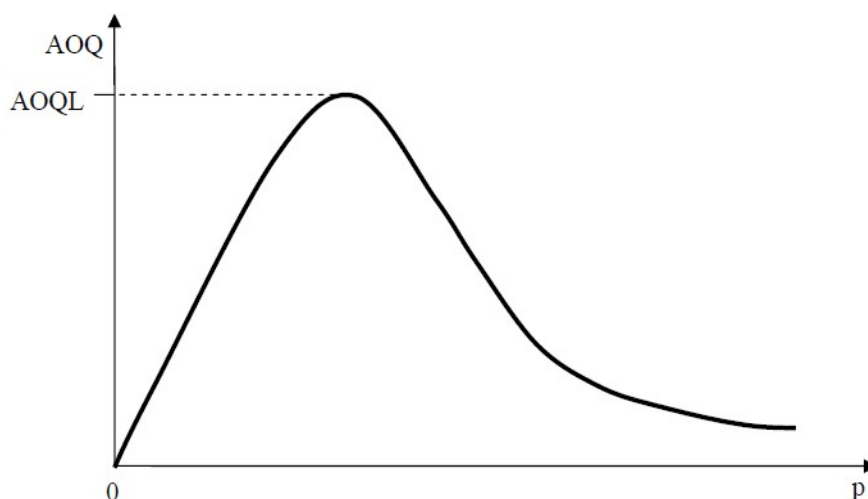
$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - P_{\alpha}(AQL) \\ \beta &= P_{\alpha}(LTPD)\end{aligned}\tag{1.2}$$

Η εφαρμογή του απλού δειγματοληπτικού σχεδίου μπορεί να συνδυαστεί με «επανορθωτικό έλεγχο». Στον επανορθωτικό έλεγχο, στην περίπτωση που μια παρτίδα απορριφθεί, γίνεται 100% έλεγχος αυτής με διόρθωση ή αντικατάσταση όλων των ελαττωματικών μονάδων με λειτουργικές. Επίσης όλες οι ελαττωματικές μονάδες στα δείγματα των παρτίδων που γίνονται αποδεκτές επισκευάζονται ή αντικαθίστανται από καλές. Έτσι βελτιώνεται η ποιότητα των παρτίδων που εξέρχονται από τον έλεγχο. Για να εκτιμηθεί η εξερχόμενη ποιότητα μιας παρτίδας μεγέθους N που περνά από επανορθωτικό έλεγχο, όταν το επίπεδο της εισερχόμενης ποιότητας είναι ίσο με p ,

χρησιμοποιείται η μέση εξερχόμενη ποιότητα AOQ (Average Outgoing Quality) η οποία δίνεται από την σχέση :

$$AOQ = pP_a(p) \frac{N-n}{N} \quad (1.3)$$

Η μέγιστη τιμή της μέσης εξερχόμενης ποιότητας $AOQ(p)$ για κάθε πιθανή τιμή ποσοστού ελαττωματικών ονομάζεται όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας $AOQL$ (Average Outgoing Quality Limit). Πρόκειται δηλαδή για την χειρότερη μέση εξερχόμενη ποιότητα που μπορεί να προκύψει από την εφαρμογή του συγκεκριμένου δειγματοληπτικού σχεδίου. Τονίζεται εδώ ότι εφόσον το $AOQL$ προκύπτει από μέση στάθμη ποιότητας σε μεγάλο αριθμό παρτίδων υπάρχει περίπτωση σε μεμονωμένη παρτίδα το ποσοστό ελαττωματικών μετά την αποδοχή της να είναι μεγαλύτερο του $AOQL$.



Σχήμα 1.3: Καμπύλη μέσης εξερχόμενης ποιότητας AOQ

Επίσης στην περίπτωση επανορθωτικού ελέγχου κρίνεται σημαντική η διερεύνηση του μέσου συνολικού αριθμού επιθεωρημένων μονάδων ATI (average total inspection) που είναι ουσιαστικά το μέσο κόστος ελέγχου και δίνεται από τη σχέση:

$$ATI = n + (N - n)[1 - P_a(p)] \quad (1.4)$$

1.3.2. ΔΙΠΛΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ

Τα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια τα οποία αποτελούν υποκατηγορία των πολλαπλών χρησιμοποιούνται έτσι ώστε παρτίδες αμφιλεγόμενης ποιότητας να έχουν μια παραπάνω ευκαιρία να γίνουν αποδεκτές. Έτσι στα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια αν το πρώτο δείγμα δεν οδηγεί σε ξεκάθαρο συμπέρασμα για αποδοχή ή απόρριψη χρησιμοποιείται ένα δεύτερο δείγμα του οποίου ο έλεγχος δίνει πληροφορίες οι οποίες συνδυαστικά με εκείνες που προέκυψαν από τον έλεγχο του πρώτου δείγματος οδηγούν

τελικά σε αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας. Για να σχεδιαστεί ένα διπλό σχέδιο χρησιμοποιούνται 6 παράμετροι , συγκεκριμένα δύο μεγέθη δειγμάτων n_1, n_2 δύο αριθμοί αποδοχής c_1, c_2 ,και δύο αριθμοί απόρριψης r_1, r_2 για τους οποίους ισχύει $r_2 = c_2 + 1$.

Το διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο λειτουργεί ως εξής :

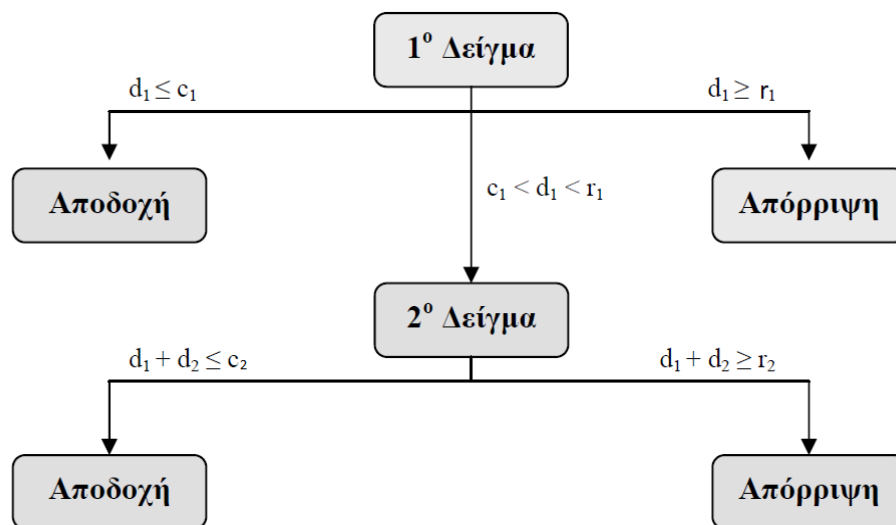
ΒΗΜΑ 1^ο : Από παρτίδα μεγέθους N λαμβάνεται δείγμα μεγέθους n_1

ΒΗΜΑ 2^ο :Αν $d_1 \leq c_1$ η παρτίδα γίνεται αποδοχή της παρτίδας και το σχέδιο ολοκληρώνεται αλλιώς αν $d_1 \geq r_1$ γίνεται απόρριψη της παρτίδας και το σχέδιο ολοκληρώνεται

ΒΗΜΑ 3^ο : Αν $c_1 < d_1 < r_1$ λαμβάνεται δεύτερο δείγμα μεγέθους n_2

ΒΗΜΑ 4^ο : Αν $d_1 + d_2 \leq c_2$ η παρτίδα γίνεται αποδεκτή αλλιώς αν $d_1 + d_2 \geq r_2$ απορρίπτεται.

Η παραπάνω αλγοριθμική διαδικασία αποδίδεται γραφικά στο ακόλουθο σχήμα



Σχήμα 1.4: Δέντρο απόφασης διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου

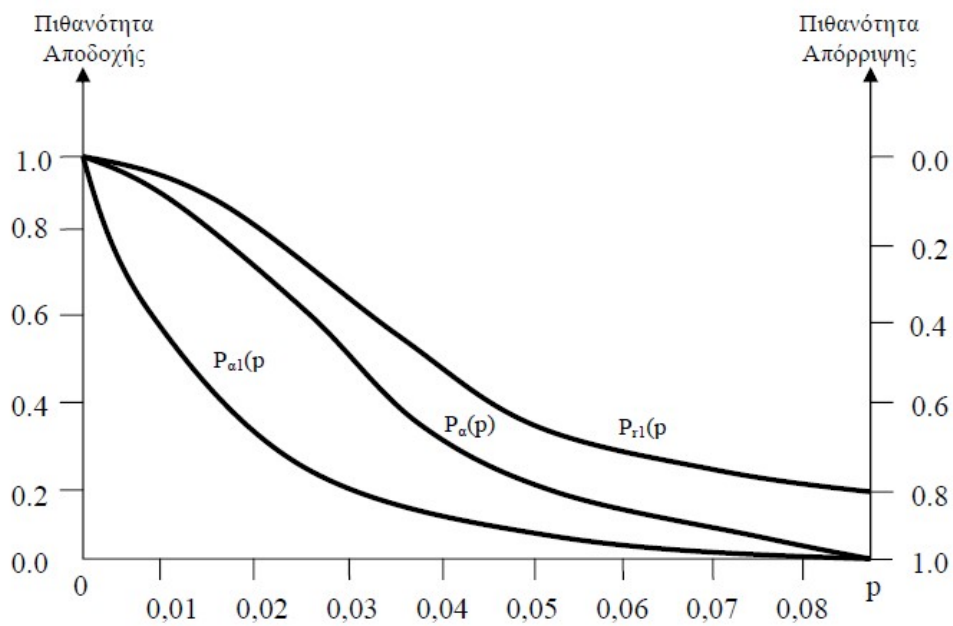
Η συνολική πιθανότητα αποδοχής του διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου $P_a(p)$ ισούται με το άθροισμα των πιθανοτήτων αποδοχής του πρώτου δείγματος με το δεύτερο δείγμα :

$$P_a(p) = P_{a_1}(p) + P_{a_2}(p) \text{ όπου}$$

$$P_{a_1}(p) = \sum_{d_1=0}^{c_1} \frac{n_1!}{d_1!(n_1-d_1)!} p^{d_1} (1-p)^{n_1-d_1} \quad (1.5)$$

$$P_{a_2}(p) = \sum_{i=c_1+1}^{r_1-1} P[d_1=i] P[d_2 \leq c_2-i] \quad (1.6)$$

Οι καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών για το διπλό σχέδιο προκύπτουν από εφαρμογή των παραπάνω σχέσεων για διαφορετικές τιμές του ποσοστού ελαττωματικών p .



Σχήμα 1.5: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου

Στα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια ο αριθμός των μονάδων του δείγματος που επιθεωρούνται είναι μια τυχαία μεταβλητή η μέση τιμή της οποίας ονομάζεται μέσο μέγεθος δείγματος ASN (average sample number). Αντίθετα στα απλά δειγματοληπτικά σχέδια ο αριθμός των μονάδων που επιθεωρούνται είναι σταθερός και ίσος με το ίδιο με το μέγεθος δείγματος.

$$ASN = n_1 + n_2(1 - P_a^I(p) - P_r^I(p)) \quad (1.7)$$

Όπου P_r η συνολική πιθανότητα απόρριψης της παρτίδας και P_r' η πιθανότητα απόρριψης στο 1^ο δείγμα.

Το πλεονέκτημα ενός διπλού σχεδίου σε σχέση με ένα απλό είναι το μειωμένο μέσο μέγεθος δείγματος που απαιτείται προκειμένου να παρθεί η απόφαση για αποδοχή ή απόρριψη της παρτίδας. Σε περίπτωση που η εισερχόμενη ποιότητα είναι πολύ καλή ή πολύ κακή η απόφαση για αποδοχή ή απόρριψη λαμβάνεται από το 1ο δείγμα. Όταν η ποιότητα είναι μέτρια στις περισσότερες περιπτώσεις χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί και το 2ο δείγμα για την λήψη της τελικής απόφασης.

Σε περίπτωση επανορθωτικού ελέγχου η μέση εξερχόμενη ποιότητα δίνεται από την σχέση :

$$AOQ = pP_a(p) - pP_a(p) \frac{n_1}{N} - p(P_a(p) - P_a'(p)) \frac{n_2}{N} \quad (1.8)$$

Ο μέσος αριθμός επιθεωρούμενων μονάδων δίνεται από την σχέση :

$$ATI = n_1 + n_2(1 - P_a'(p)) + (N - n_1 - n_2)(1 - P_a(p)) \quad (1.9)$$

Ακόμη ένα πλεονέκτημα ενός διπλού σχεδίου σε σχέση με ένα απλό είναι ότι μπορεί να έχει μικρότερο συνολικό αριθμό επιθεωρημένων μονάδων (ATI) και συνεπώς μικρότερο κόστος κυρίως όταν το μέγεθος n_1 είναι αρκετά μικρότερο από το μέγεθος δείγματος n του αντίστοιχου απλού δειγματοληπτικού σχεδίου

1.4 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΩΝ

Οποιαδήποτε διαδικασία ελέγχου περιλαμβάνει 100% έλεγχο των παρτίδων είναι αναπόφευκτα συνδεδεμένη με μεγάλες απαιτήσεις, τόσο οικονομικές όσο και σε εργατικό δυναμικό ενώ με χρήση δειγματοληπτικών σχεδίων οι παραπάνω αρνητικές παράμετροι περιορίζονται ουσιαστικά. Επιπλέον η μονότονη και επαναλαμβανόμενη ελεγκτική διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα την κόπωση του εργαζομένου η οποία με τη σειρά της δημιουργεί συνθήκες για παράβλεψη ελαττωματικών τεμαχίων ακόμα και από τους πιο ικανούς και αποδοτικούς εργάτες. Σημαντικό μειονέκτημα του 100% ελέγχου ιδιαιτέρως όταν το μέγεθος των παρτίδων προς επιθεώρηση είναι αρκετά μεγάλο, είναι ότι αποτελεί απαγορευτικά χρονοβόρα διαδικασία της οποίας η διάρκεια μειώνεται ραγδαία στην περίπτωση του δειγματοληπτικού ελέγχου. Να σημειωθεί επίσης πως τα δειγματοληπτικά σχέδια χρησιμοποιούνται ευρύτατα στη βιομηχανία γιατί είναι κατανοητά και απλά στην εφαρμογή τους, ακόμα και από εργαζόμενους χωρίς ειδικές γνώσεις στατιστικού ελέγχου ποιότητας. Ακόμη στην περίπτωση που ο

έλεγχος του τεμαχίου συνεπάγεται την καταστροφή του η διαδικασία που ενδείκνυται είναι η χρήση δειγματοληπτικών σχεδίων.

Όσον αφορά τους περιορισμούς της χρήσης δειγματοληπτικών σχεδίων το σημαντικότερο μειονέκτημα είναι ότι ανεξαρτήτως από το πόσο προσεκτικά είναι σχεδιασμένο το δειγματοληπτικό σχήμα δεν γίνεται να απαλλαχτεί από το ρίσκο που καλείται να πάρει ο παραγωγός μια «καλή» παρτίδα να απορριφτεί και από το ρίσκο του καταναλωτή να παραλάβει μια «κακή» παρτίδα που έγινε αποδεκτή.

1.5 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε ο σχεδιασμός και η μελέτη τεσσάρων δειγματοληπτικών σχεδίων με χρήση ασαφούς λογικής. Η τροποποίηση των παραδοσιακών σχεδίων βασίστηκε σε προϋπάρχουσες μελέτες και υλοποιήθηκε σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB. Στόχοι της εργασίας ήταν η μοντελοποίηση και η μελέτη δειγματοληπτικών σχεδίων που να ανταποκρίνονται περισσότερο στην πραγματικότητα, όπου αρκετά συχνά οι απαιτήσεις της αγοράς δεν είναι αυστηρά προσδιορισμένες, εμπεριέχουν δηλαδή ασάφεια όπως επίσης και η σύγκριση των ασαφών δειγματοληπτικών σχεδίων με τα αντίστοιχα παραδοσιακά μέσω της οποίας δύνανται να διεξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα.

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρία του δειγματοληπτικού ελέγχου αποδοχής ιδιοτήτων δίνοντας βάση στα απλά και στα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια αναλύοντας τον σχεδιασμό και τα βασικά στοιχεία τους.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια ιστορική αναδρομή στη θεωρία της ασαφούς λογικής και επισημαίνεται η συνεισφορά της στην τεχνολογική πρόοδο μέσω των εφαρμογών της. Επίσης αναλύεται το μαθηματικό μοντέλο της θεωρίας των ασαφών συνόλων ορίζοντας τα βασικά στοιχεία και πράξεις μεταξύ αυτών και περιγράφοντας τον τρόπο μετατροπής σαφών συνόλων σε ασαφή και το αντίστροφο.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύονται οι τέσσερις περιπτώσεις δειγματοληπτικών σχεδίων προς μελέτη παρουσιάζοντας αρχικά την παραδοσιακή εκδοχή του σχεδίου και στη συνέχεια παρατίθεται η μαθηματική θεωρία μέσω της οποίας εισάγεται η ασάφεια. Έπειτα γίνεται χρήση αριθμητικών παραδειγμάτων για τη σχεδίαση ασαφούς δειγματοληπτικού σχεδίου η οποία υλοποιείται σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB. Τέλος γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων των ασαφών σχεδίων με τα αντίστοιχα παραδοσιακά.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται ανακεφαλαίωση των αποτελεσμάτων της πειραματικής εκτέλεσης του προγράμματος.

Στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο επισημαίνονται κάποια γενικά συμπεράσματα και προτείνονται κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ

Ο όρος «Ασαφής Λογική» διακρίνεται σημασιολογικά κατά την ευρεία και την στενή έννοια. Κατά την ευρεία έννοια θεωρούμε τη «Θεωρία των Ασαφών Συνόλων», που επιχειρεί να εξομοιώσει την καθομιλούμενη γλώσσα. Ενώ κατά τη στενή έννοια η Ασαφής λογική μπορεί να θεωρηθεί απλά ως μια «λογική», δηλαδή μια πλειότιμη γενίκευση της κλασσικής λογικής (Θεοδώρου, 2005). Η ασαφής λογική βασίζεται στην έννοια της μερικής αλήθειας, σύμφωνα με την οποία μια πρόταση εμπεριέχει έναν βαθμό αλήθειας, ο οποίος παίρνει τιμές όλων των πραγματικών αριθμούς από το 0 ως το 1, όπου το 0 αντιστοιχεί σε μια απολύτως ψευδή πρόταση και το 1 σε μία απολύτως αληθή πρόταση, σε αντίθεση με την παραδοσιακή δίτιμη λογική όπου μια πρόταση μπορεί να είναι είτε αληθής είτε ψευδής. Η σύλληψή της βασίστηκε στην παρατήρηση πως ο ανθρώπινος τρόπος σκέψης και συμπερασμού στηρίζεται περισσότερο σε ποιοτικά κριτήρια αντίληψης, παρά σε ακριβείς συλλογισμούς βασισμένους σε πληθώρα δεδομένων.

Οι βασικές αρχές της Ασαφούς Λογικής συνοψίζονται επιγραμματικά στα εξής :

- Στην Ασαφή Λογική οτιδήποτε είναι διαβαθμισμένο.
- Κάθε(λογικό) σύστημα μπορεί να ασαφοποιηθεί(fuzzified).
- Κάθε ακριβής κατάσταση, στην Ασαφή Λογική θεωρείται οριακή περίπτωση μιας προσεγγιστικής κατάστασης.

2.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Οι αρχαίοι Έλληνες φιλόσοφοι (Αριστοτέλης, Πυθαγόρας κ.ά.) ήταν οι πρώτοι που έθεσαν τα θεμέλια της λογικής ως επιστήμη πριν από περισσότερα από δύο χιλιάδες χρόνια. Σύμφωνα με τους νόμους της θεωρίας του Αριστοτέλη μια κατάσταση μπορεί να είναι μόνο είτε αληθής είτε ψευδής παίρνοντας τις τιμές 1 και 0 αντίστοιχα αποκλείοντας η μια περίπτωση την άλλη αλλά και οποιαδήποτε ενδιάμεση τιμή. Η αριστοτελική λογική έγινε ευρέως αποδεκτή στην επιστήμη και τα μαθηματικά και αποτέλεσε τη βάση της λεγόμενης δυτικής σκέψης ενώ παρέμεινε σε ευρεία χρήση μέχρι τις αρχές του 19^{ου} αιώνα. Η επικράτηση της λογικής αυτής στον δυτικό πολιτισμό οφείλεται στο γεγονός ότι απλούστευσε σημαντικά την συλλογιστική των προβλημάτων και παρείχε απόλυτη βεβαιότητα στην απόδειξη της αλήθειας. Παρόλα αυτά, ήδη από την εποχή του Βούδα (5^{ος} αιώνας π.Χ.) και του Πλάτωνα (4^{ος} αιώνας π.Χ.) υπήρχαν αντιρρήσεις ως προς την ανταπόκριση της θεωρίας αυτής στην πραγματικότητα. Ο Πολωνός φιλόσοφος Jan Lukasiewicz ήταν ο πρώτος ο οποίος τη δεκαετία του 1920 πρότεινε την εναλλακτική θεωρία της τρίτιμης λογικής ενώ το 1937 ο αμερικανοβρετανός Max Black επινόησε ένα είδος συνάρτησης συμμετοχής. Βέβαια ήταν η εμφάνιση της θεωρίας του Zadeh που πυροδότησε την έκρηξη μιας

εναλλακτικής λογικής η οποία δεν έμεινε σε θεωρητικές προσεγγίσεις αλλά οδήγησε σε βιομηχανικές εφαρμογές οι οποίες έχουν συνεισφέρει στην διευκόλυνση της καθημερινότητας του ανθρώπου. Ο Lotfi Zadeh μηχανικός και καθηγητής του πανεπιστημίου Berkeley της California δημοσίευσε το 1965 την εργασία του με τίτλο “Fuzzy Sets” στην οποία εισήγαγε για πρώτη φορά την έννοια του ασαφούς συνόλου και τον όρο fuzzy στη διεθνή βιβλιογραφία. Να σημειωθεί ότι οι πρώτες αντιδράσεις της επιστημονικής κοινότητας απέναντι στην θεωρία του Zadeh δεν ήταν θετικές, καθώς θεωρήθηκε ότι η ασάφεια ήταν είτε αντίθετη στις βασικές επιστημονικές αρχές, είτε περιττή, επειδή υπήρχε η άποψη ότι μέσω της θεωρίας των πιθανοτήτων μπορούσε να επιλυθεί οποιοδήποτε πρόβλημα επέλυε η ασαφής λογική με τρόπο επαρκέστερο αυτής.

Αν και πλήθος επιστημόνων άρχισαν να συνεισφέρουν στην δημιουργία μιας βάσης για την μαθηματική θεωρία της ασαφούς λογικής από τα τέλη της δεκαετίας του 1960, η αφοσίωση του Zadeh ήταν εκείνη που επέτρεψε την επιβίωση της ασαφούς θεωρίας κατά την διάρκεια της αμφισβήτησής της. Το 1968 εισήγαγε την έννοια του ασαφούς αλγορίθμου (fuzzy algorithm), το 1970 μαζί με τον Bellman την έννοια της ασαφούς λήψης αποφάσεων (fuzzy decision making) και τα έτη 1973 και 1975 τη λεκτική μεταβλητή (linguistic variable) και τους ασαφείς κανόνες (fuzzy if-then rules). Η σταδιακή αποδοχή της θεωρίας της ασαφούς λογικής από την επιστημονική κοινότητα ξεκίνησε με την εμφάνιση των πρώτων εφαρμογών της (Μαστοροκόστας, 2015).

2.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

Το 1973 με την βασική θεωρία των ασαφών ελεγκτών (fuzzy controllers) του Zadeh, κάποιοι ερευνητές ξεκίνησαν να εφαρμόζουν την ασαφή θεωρία σε διάφορες βιομηχανικές διεργασίες βελτιώνοντας τις ήδη υπάρχουσες. Το 1975 στην Αγγλία οι Mamdani και Assilian παρουσίασαν έναν ασαφή ελεγκτή για έλεγχο ατμομηχανής. Σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της ασαφούς θεωρίας έπαιξε και ο Ιάπωνας Michio Sugeno ο οποίος το 1980 συμμετείχε στην κατασκευή ασαφούς ελεγκτή για εργοστάσιο καθαρισμού υδάτων ενώ το 1983 και 1985 εμφάνισε εφαρμογές στη ρομποτική και τη βιομηχανία οχημάτων σε συνεργασία με τους Takagi και Nishida. Μάλιστα το ασαφές σύστημα Takagi-Sugeno μαζί με το αντίστοιχο του Mamdani αποτέλεσαν τη βάση των ασαφών συστημάτων, στα οποία βέβαια εν συνεχεία έγιναν τροποποιήσεις και βελτιώσεις. Το 1987 η εταιρία Hitachi ανέπτυξε στην ιαπωνική πόλη Sendai ένα ασαφές σύστημα ελέγχου του υπόγειου σιδηρόδρομου. Το σύστημα αυτό αποτελείται από δύο βασικά τμήματα: τον ελεγκτή σταθερής ταχύτητας ο οποίος ξεκινά το τρένο και διατηρεί την ταχύτητα του σταθερή κάτω από ένα όριο ασφάλειας και τον ελεγκτή αυτόματης πέδησης ο οποίος ελέγχει την ταχύτητα του τρένου ώστε να φρενάρει εγκαίρως και να σταματήσει σε ένα προκαθορισμένο σημείο. Με την βοήθεια του συστήματος αυτού η διαδρομή του τρένου κατέστη τόσο άνετη ώστε οι επιβάτες δεν ένιωθαν την ανάγκη να κρατηθούν από τις χειρολαβές καθώς ο ασαφής ελεγκτής έκανε ως και 70% λιγότερα σφάλματα στην επιτάχυνση και στην πέδηση συγκριτικά με τους ανθρώπινους χειριστές (Μαστοροκόστας, 2015). Με την πάροδο του χρόνου ο

κατάλογος των εφαρμογών διευρύνεται συνεχώς περνώντας από βιομηχανικές εφαρμογές σε συσκευές καθημερινής χρήσης όπως το πλυντήριο ρούχων, στο οποίο αρχικά αισθητήρες ανιχνεύουν το χρώμα και το είδος της βρωμιάς των ρούχων, όπως επίσης και των όγκο της πλύσης και στη συνέχεια ένα ασαφές σύστημα χρησιμοποιεί ασαφείς κανόνες για την αυτόματη επιλογή του κατάλληλου κύκλου πλύσης. Πλέον η ασαφής λογική χρησιμοποιείται στις θετικές και τις οικονομικές επιστήμες, στις επιστήμες μηχανολογίας και πληροφορικής, αλλά και στα κοινά πεδία των επιστημών αυτών με την Ιατρική, τις επιστήμες γης και περιβάλλοντος κ.ά.

2.3 ΑΣΑΦΗ ΣΥΝΟΛΑ

Στην ενότητα αυτή θα εξετάσουμε τα βασικά στοιχεία της θεωρίας της ασαφούς λογικής.

2.3.1 ΟΡΙΣΜΟΙ

Ασαφές Σύνολο

Έστω X ένα μη κενό σύνολο, το οποίο αποτελεί το σύνολο αναφοράς (universe of discourse) τα στοιχεία του οποίου συμβολίζονται με x . Το ασαφές σύνολο A ορίζεται ως το σύνολο των διατεταγμένων ζευγών $A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$, όπου

$\mu_A(x) \in [0,1]$ η συνάρτηση συμμετοχής του x στο A που δηλώνει το βαθμό με τον οποίο το στοιχείο x ανήκει στο σύνολο A . Βάση του ορισμού αυτού, προκύπτει ότι ένα κλασσικό σύνολο μπορεί να θεωρηθεί ως μια ειδική περίπτωση ενός ασαφούς συνόλου στο οποίο η συνάρτηση συμμετοχής παίρνει μόνο τις τιμές $\{0,1\}$.

Η συνάρτηση συμμετοχής ενός ασαφούς συνόλου μπορεί να εκφράσει υποκειμενικές απόψεις για την ίδια έννοια σε αντίθεση με την χαρακτηριστική συνάρτηση ενός κλασσικού συνόλου που εκφράζει μια απόλυτη έννοια ανεξάρτητη από παρατηρητές.

Η ερμηνεία της συνάρτησης $f : x \rightarrow [0,1]$ ως ασαφούς συνόλου, μας επιτρέπει να εκφράσουμε μαθηματικά αόριστες έννοιες που χρησιμοποιούνται και στην καθημιλούμενη γλώσσα. Η έκφραση αυτή όμως δεν εξαρτάται μόνο από την ίδια την έννοια αλλά και από τα συμφραζόμενα, δηλαδή το γενικό νοηματικό περιβάλλον (context) όπου αυτή χρησιμοποιείται. Π.χ. η φράση «υψηλή θερμοκρασία» έχει άλλο νόημα όταν μιλάμε για τον καιρό και άλλο νόημα όταν μιλάμε για πυρηνικό αντιδραστήρα και προφανώς οι έννοιες αυτές εκφράζονται από πολύ διαφορετικά ασαφή σύνολα. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η ίδια ασαφής έννοια μπορεί να εκφράζεται από πολλά και διαφορετικά ασαφή σύνολα και η επιλογή του κατάλληλου ασαφούς συνόλου είναι υποκειμενική, αφού τα όρια ενός τέτοιου συνόλου είναι ασαφή και επομένως εξαρτώνται τελικά από την κρίση του παρατηρητή. Αυτή η ελαστικότητα ως προς την επιλογή του ασαφούς συνόλου είναι αρκετά χρήσιμη στην ασαφή θεωρία ελέγχου αλλά και στην λήψη ασαφών αποφάσεων.

Έστω U ένα υπερσύνολο αναφοράς (πεδίο ορισμού) στο οποίο ανήκει ένα ασαφές σύνολο A .

Σύνολο Υποστήριξης

Το σύνολο υποστήριξης ή ενεργός περιοχή ή στήριγμα ή φορέας (support) του ασαφούς συνόλου A είναι ένα κλασσικό (σαφές) σύνολο, το οποίο περιέχει όλα τα στοιχεία x του U για τα οποία ισχύει $\mu_A(x) > 0$

$$Supp(A) = \{x \in U \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (2.1)$$

Ύψος

Το ύψος (height) του ασαφούς συνόλου A είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης συμμετοχής $\mu_A(x)$ στο δεδομένο πεδίο ορισμού U

$$Height(A) = \sup_{x \in U} (\mu_A(x)) = \max_{x \in U} (\mu_A(x)) \quad (2.2)$$

Όταν το ύψος του ασαφούς συνόλου ισούται με την μονάδα, δηλαδή $Height(A) = 1$ τότε το ασαφές σύνολο καλείται κανονικό ή κανονικοποιημένο (normal – normalized fuzzy set).

Πυρήνας

Ο πυρήνας ή κόρος (core ή kernel) του ασαφούς συνόλου A είναι ένα κλασσικό (σαφές) σύνολο, το οποίο περιέχει όλα τα στοιχεία x του U για τα οποία ισχύει $\mu_A(x) = 1$

Σύνολο διατομής α

Το σύνολο τομής α ή σύνολο διατομής α (α -cut set) του ασαφούς συνόλου A συμβολίζεται με A_α και είναι ένα κλασσικό (σαφές) σύνολο, το οποίο περιέχει όλα τα στοιχεία του πεδίου ορισμού για τα οποία ισχύει $\mu_A(x) \geq \alpha$.

$$A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}, 0 < \alpha \leq 1 \quad (2.3)$$

Η ανισοισότητα $\mu_A(x) \geq \alpha$ έχει ως αποτέλεσμα το παραπάνω σύνολο να καλείται ασθενές σύνολο διατομής α . Εάν αφαιρεθεί η ισότητα από την προηγούμενη σχέση το προκύπτον σύνολο ονομάζεται ισχυρό σύνολο διατομής α . Το ισχυρό σύνολο (strong α -cut) συμβολίζεται με A_α^+ και ορίζεται ως εξής

$$A_\alpha^+ = \{x \in U \mid \mu_A(x) > \alpha\}, 0 < \alpha \leq 1 \quad (2.4)$$

Η παράμετρος α δηλώνει το ύψος στο οποίο γίνεται η τομή του ασαφούς συνόλου A .

Κυρτό ασαφές σύνολο

Το ασαφές σύνολο A καλείται κυρτό (convex) εάν και μόνο εάν για κάθε ζεύγος τιμών x_1, x_2 του πεδίου ορισμού και για κάθε $\lambda \in [0,1]$, ισχύει η σχέση:

$$\mu_A(\lambda \cdot x_1 + (1-\lambda) \cdot x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \quad (2.5)$$

Ισοδύναμα, το ασαφές σύνολο A είναι κυρτό όταν όλα τα σύνολα διατομής α είναι κυρτά σύνολα. Σε αντίθετη περίπτωση, το A καλείται μη κυρτό.

Ασαφές δυναμοσύνολο

Ασαφές δυναμοσύνολο ή σύνολο α -δύναμης (power fuzzy set) είναι ένα ασαφές σύνολο A που έχει υψωθεί σε μια δύναμη α . Αυτό επιτυγχάνεται υψώνοντας τη συνάρτηση συμμετοχής του συνόλου στη δύναμη α . Το προκύπτον ασαφές δυναμοσύνολο συμβολίζεται με A^α και έχει την ακόλουθη συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{A^\alpha}(x) = (\mu_A(x))^\alpha \quad (2.6)$$

Ανάλογα με την δύναμη στη οποία υψώνεται, διαφοροποιείται και το νόημα του προκύπτοντος συνόλου. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι η ύψωση στο τετράγωνο ενός ασαφούς συνόλου A συνεπάγεται την προσθήκη του επιθετικού προσδιορισμού «πολύ» (very) στη λεκτική τιμή που αντιστοιχεί στο A .

Ασαφές μονοσύνολο

Το ασαφές μονοσύνολο (fuzzy singleton) είναι ένα εκφυλισμένο ασαφές σύνολο, υπό την έννοια ότι αποτελείται από ένα στοιχείο με βαθμό συμμετοχής 1, ενώ όλα τα υπόλοιπα στοιχεία του πεδίου ορισμού έχουν τιμή 0.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x = x_0 \\ 0, & x \neq x_0, x \in U \end{cases} \quad (2.7)$$

Αποτελεί χρήσιμο εφεύρημα καθώς επιτρέπει την ασαφοποίηση των δεδομένων εισόδου σε ένα ασαφές σύστημα.

Μέγεθος ασαφούς συνόλου

Το μέγεθος ή πληθάριθμος (cardinality) του ασαφούς συνόλου A με πεπερασμένο $Supp(A)$, συμβολίζεται με $|A|$ και ορίζεται ως το άθροισμα των βαθμών συμμετοχής όλων των στοιχείων του.

$$|A| = \sum_{x \in U} \mu_A(x) \quad (2.8)$$

Το μέγεθος $|A|$ είναι γενίκευση της έννοιας του μεγέθους στα κλασσικά σύνολα, στα οποία το μέγεθος ταυτίζεται με τον αριθμό των στοιχείων που περιέχονται σε ένα

σύνολο. Αντίθετα στα ασαφή σύνολα αθροίζονται οι βαθμοί συμμετοχής των στοιχείων.

2.3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΑ ΑΣΑΦΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ

Τομή ασαφών συνόλων

Η τομή (intersection) δυο ασαφών συνόλων A και B που ορίζονται στο ίδιο πεδίο ορισμού U , είναι ένα ασαφές σύνολο C , το οποίο συμβολίζεται με $C = A \cap B$. Η συνάρτηση συμμετοχής του C προκύπτει από τις συναρτήσεις συμμετοχής των A και B με χρήση του τελεστή τομής.

$$\mu_c(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \forall x \in U \quad (2.9)$$

Εάν ως τελεστής τομής χρησιμοποιηθεί το \min , τότε

$$\mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \begin{cases} \mu_A(x), \text{ iff } \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \\ \mu_B(x), \text{ iff } \mu_A(x) > \mu_B(x) \end{cases} \quad (2.10)$$

Οπότε η (2.9) γίνεται

$$\mu_c(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), \forall x \in U \quad (2.11)$$

Η τομή δυο ασαφών συνόλων στην ασαφή λογική σχετίζεται με την λογική πράξη *AND* («και»). Η εξίσωση (1) μπορεί να γενικευθεί σε τομή περισσότερων των δυο ασαφών συνόλων. Η τομή τους δίνεται από την ακόλουθη σχέση

$$\mu_c(x) = \wedge(\mu_1(x), \mu_2(x), \dots, \mu_n(x)) = \mu_1(x) \wedge \mu_2(x) \wedge \dots \wedge \mu_n(x), \forall x \in U \quad (2.12)$$

Ένωση ασαφών συνόλων

Η ένωση (union) δυο ασαφών συνόλων A και B που ορίζονται στο ίδιο πεδίο ορισμού U , είναι ένα ασαφές σύνολο C , το οποίο συμβολίζεται με $C = A \cup B$. Η συνάρτηση συμμετοχής του C προκύπτει από τις συναρτήσεις συμμετοχής των A και B με χρήση του τελεστή ένωσης.

$$\mu_c(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x), \forall x \in U \quad (2.13)$$

Εάν ως τελεστής ένωσης χρησιμοποιηθεί το \max , τότε

$$\mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \begin{cases} \mu_A(x), & \text{iff } \mu_A(x) \geq \mu_B(x) \\ \mu_B(x), & \text{iff } \mu_A(x) < \mu_B(x) \end{cases} \quad (2.14)$$

Οπότε η (2.13) γίνεται

$$\mu_c(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), \forall x \in U \quad (2.15)$$

Η ένωση δυο ασαφών συνόλων στην ασαφή λογική σχετίζεται με την λογική πράξη *OR* («ή»). Η εξίσωση (2.13) μπορεί να γενικευθεί σε ένωση περισσότερων των δυο ασαφών συνόλων. Η ένωση τους δίνεται από την ακόλουθη σχέση

$$\mu_c(x) = \vee(\mu_1(x), \mu_2(x), \dots, \mu_n(x)) = \mu_1(x) \vee \mu_2(x) \vee \dots \vee \mu_n(x), \forall x \in U \quad (2.16)$$

Συμπλήρωμα ασαφούς συνόλου

Το συμπλήρωμα (complement) ενός ασαφούς συνόλου A είναι ένα ασαφές σύνολο, το οποίο συμβολίζεται ως \bar{A} και έχει την ακόλουθη συνάρτηση συμμετοχής

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \forall x \in U \quad (2.18)$$

Το συμπλήρωμα ενός ασαφούς συνόλου σχετίζεται στην ασαφή λογική με την έννοια της άρνησης NOT («OXI»).

Βαθμός περιεκτικότητας-μέτρο γειτονιάς

Ένα ασαφές σύνολο A είναι υποσύνολο (subset) ενός ασαφούς συνόλου B , ή το A περιέχεται στο B (A is contained in B) εάν και μόνο εάν $\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in U$.

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in U \quad (2.19)$$

Έστω ότι το ασαφές σύνολο A είναι υποσύνολο του B , δηλαδή περιέχεται στο B . Υπάρχει περίπτωση όμως το A να μη περιέχεται μεν εξ ολοκλήρου στο B , αλλά να έχει ένα μεγάλο βαθμό επικάλυψης (overlapping) με το B . Επομένως ο ανωτέρω ορισμός του υποσυνόλου είναι πολύ αυστηρός και δεν έχει πρακτική αξία στην ασαφή λογική. Για να καθοριστεί ο βαθμός στον οποίο το A περιέχεται στο B χρησιμοποιείται το μέτρο γειτονιάς (subsethood measure), το οποίο ορίζεται ως εξής

$$S(B, A) = \text{degree}(B \subseteq A) = \frac{|A \cap B|}{|B|} \quad (2.20)$$

Ισότητα ασαφών συνόλων – μέτρο ομοιότητας

Δυο ασαφή σύνολα A και B είναι ίσα εάν και μόνο εάν ισχύει η σχέση

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \forall x \in U \quad (2.21)$$

Όπως στην έννοια του υποσυνόλου, έτσι και στην έννοια της ισότητας ο ορισμός είναι πολύ αυστηρός, καθώς εάν για κάποιο x οι βαθμοί συμμετοχής δεν είναι ίσοι τότε $A \neq B$. Για να ελεγχθεί ο βαθμός ισότητας μεταξύ δυο ασαφών συνόλων χρησιμοποιείται το μέτρο ομοιότητας (similarity measure)

$$E(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} = E(B, A) \quad (2.22)$$

Όταν $A=B$ τότε $E(A, B)=1$. Επίσης όταν τα A και B δεν έχουν καμία επικάλυψη μεταξύ τους, τότε $A \cap B = \emptyset$ και $|A \cap B|=0$, οπότε $E(A, B)=0$

2.3.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ

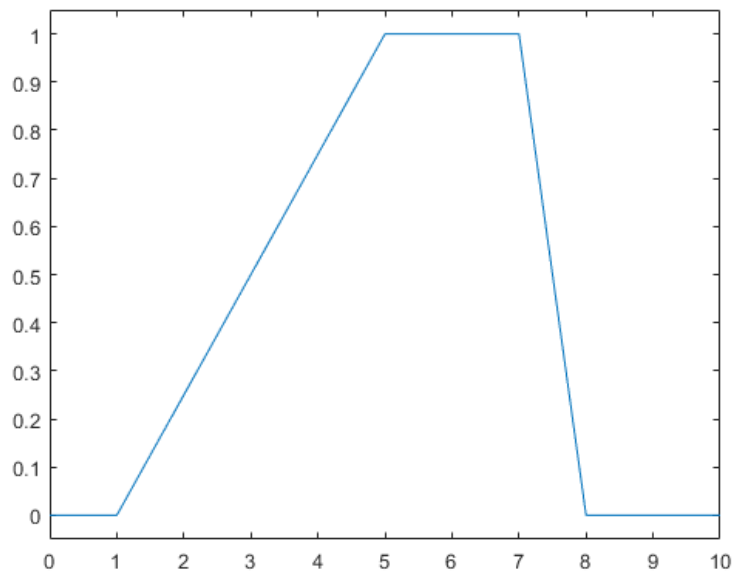
Όπως αναφέρθηκε στους παραπάνω ορισμούς ένα ασαφές σύνολο περιγράφεται πλήρως από τη συνάρτηση συμμετοχής του. Αν και υπάρχουν άπειρες πιθανές μορφές της συνάρτησης αυτής, συχνότερα συναντώνται οι εξής.

Τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής

Η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής (trapezoidal membership function , trap_MF) αποτελεί μια τμηματικά γραμμική συνάρτηση (piecewise – linear function). Περιγράφεται από μια τετράδα παραμέτρων $\{a, b, c, d\}$, οι οποίες καθορίζουν την ενεργό περιοχή και τον πυρήνα της , καθώς παρέχουν τις συντεταγμένες των τεσσάρων κορυφών του τραπεζίου.

$$\text{trap_MF}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x < c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x < d \\ 0, & d \leq x \end{cases} \quad (2.23)$$

Η συνάρτηση trap_MF έχει την απλούστερη δυνατή μορφή συνάρτησης συμμετοχής και απαιτεί μικρό υπολογιστικό φόρτο για την υλοποίηση της καθώς τμηματικά αποτελείται από πολυώνυμα πρώτης τάξης. Για τον λόγο αυτό προτιμάται κυρίως σε ασαφή συστήματα πραγματικού χρόνου (real-time).



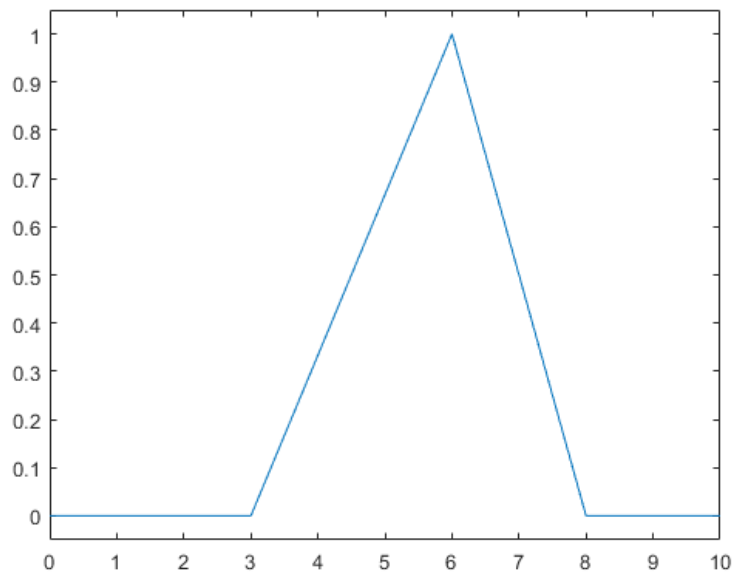
Σχήμα 2.1: Τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής

Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής

Η τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής (triangular membership function, tri_MF) προέρχεται από την τραπεζοειδή συνάρτηση συμμετοχής εάν $b=c$, δηλαδή έναν εξαλειφθεί ο οριζόντιος κλάδος που συναντά τον πυρήνα της τραπεζοειδούς. Περιγράφεται από μια τριάδα παραμέτρων (a,b,c) οι οποίες παρέχουν τις συντεταγμένες των τριών κορυφών του τριγώνου.

$$tri_MF(x;a,b,c) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x < c \\ 0, & c \leq x \end{cases} \quad (2.24)$$

Η τριγωνική συνάρτηση παρουσιάζει τα ίδια χαρακτηριστικά υλοποίησης με την τραπεζοειδή, για αυτό και προτιμάται επίσης σε ασαφή συστήματα πραγματικού χρόνου(real-time).



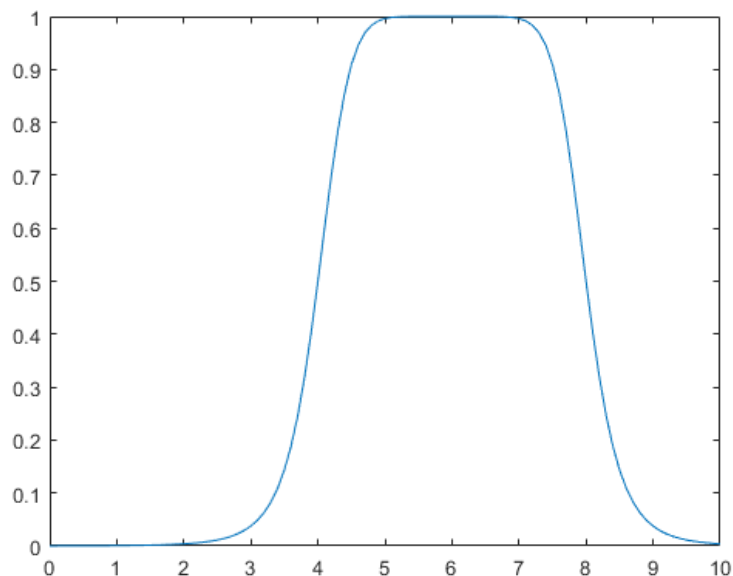
Σχήμα 2.2: Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής

Γενικευμένη καμπανοειδής συνάρτηση συμμετοχής

Η γενικευμένη καμπανοειδής ή κωδωνοειδής συνάρτηση συμμετοχής (generalized bell-shaped membership function, *bell_MF*) παραμετροποιείται από τρεις παραμέτρους (a, b, c) και έχει την ακόλουθη μορφή

$$bell_MF(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - c}{a} \right)^{2b}} \quad (2.25)$$

Στη συνάρτηση αυτή ρυθμίζοντας τις παραμέτρους a και c μεταβάλλονται το κέντρο και το εύρος της συνάρτησης συμμετοχής. Η παράμετρος b καθορίζει τις κλίσεις στα σημεία καμπής (crossover points) της καμπύλης.



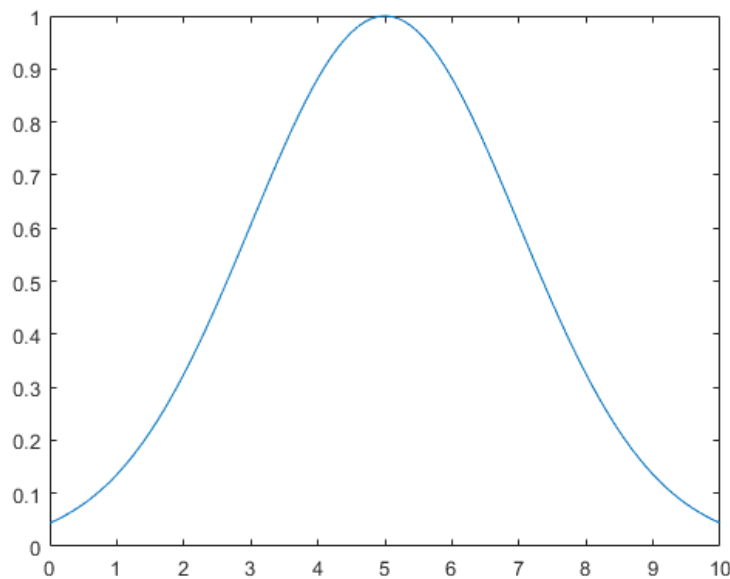
Σχήμα 2.2: Γενικευμένη καμπανοειδής συνάρτηση συμμετοχής

Γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής

Η γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής (Gaussian membership function , $gauss_MF$) έχει δυο παραμέτρους (m, σ) και περιγράφεται από την συνάρτηση

$$gauss_MF(x; m, \sigma) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma} \right)^2} \quad (2.25)$$

όπου m αναπαριστά το κέντρο της συνάρτησης συμμετοχής και σ καθορίζει το εύρος της.



Σχήμα 2.3: Γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής

2.3.4 ΑΣΑΦΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

Την ίδια σημασία που έχουν οι «κλασσικοί» αριθμοί (πραγματικοί, φυσικοί,...) για τα παραδοσιακά μοντέλα έχουν και οι ασαφείς αριθμοί για τα αντίστοιχα ασαφή μοντέλα καθώς αποτελούν απαραίτητα εργαλεία για όλες τις εφαρμογές της ασαφούς λογικής.

Ασαφείς αριθμοί

Ως ασαφής αριθμός ορίζεται το ασαφές σύνολο M το οποίο ορίζεται στο σύνολο των πραγματικών αριθμών \mathbb{R} και έχει τα εξής χαρακτηριστικά :

- (i): είναι κανονικό(normal) δηλαδή $\exists x \in \mathbb{R} : M(x) = 1$
- (ii): είναι κυρτό(convex) ,δηλαδή όλες οι α -τομές του (α -cuts) είναι συνήθη κλειστά διαστήματα($M^\alpha = \{x \in \mathbb{R} / M(x) \geq \alpha\}, \alpha \in [0,1]$)
- (iii): είναι συνεχής κατά τμήματα συνάρτηση (Θεοδώρου, 2005).

Στις περισσότερες εφαρμογές της ασαφούς λογικής όπως και στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιούνται ειδικές περιπτώσεις ασαφών αριθμών, οι (i) τριγωνικοί ασαφείς αριθμοί (Triangular Fuzzy Numbers ή εν συντομία TFN) και οι (ii) τραπεζοειδείς ασαφείς αριθμοί (Trapezoidal Fuzzy Numbers ή εν συντομία TrFN).

Συγκεκριμένα:

(i) Ένας τριγωνικός ασαφής αριθμός (TFN) της μορφής $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ με $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ πραγματικούς αριθμούς τέτοιους ώστε $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ είναι ένα ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής :

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x - \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}, & x \in [\alpha_1, \alpha_2] \\ \frac{\alpha_3 - x}{\alpha_3 - \alpha_2}, & x \in [\alpha_2, \alpha_3] \\ 0, & x < \alpha_1 \text{ OR } x > \alpha_3 \end{cases} \quad (2.26)$$

Και α -τομή: $A^\alpha = [A_l^\alpha, A_r^\alpha] = [\alpha_1 + \alpha(\alpha_2 - \alpha_1), \alpha_3 - \alpha(\alpha_3 - \alpha_2)]$, όπου $\alpha \in [0, 1]$

(ii) Ένας τραπεζοειδής ασαφής αριθμός (TrFN) $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ με $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ πραγματικούς αριθμούς τέτοιους ώστε $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4$ είναι ένας ασαφής σύνολο στο \mathbb{R} με συνάρτηση συμμετοχής:

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x - \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}, & x \in [\alpha_1, \alpha_2] \\ 1, & x \in [\alpha_2, \alpha_3] \\ \frac{\alpha_4 - x}{\alpha_4 - \alpha_3}, & x \in [\alpha_3, \alpha_4] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.27)$$

Στη περίπτωση όπου $\alpha_2 = \alpha_3$ καταλήγουμε σε τριγωνικό ασαφή αριθμό.

2.3.5 ΛΕΚΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

Στο συντακτικό της ομιλούμενης γλώσσας μια πρόταση ονομάζεται κατηγορική (categorical) όταν χρησιμοποιεί συγκεκριμένα ρήματα (συνδετικά), με συνηθέστερο το ρήμα *είναι*. Παράδειγμα κατηγορηματικής πρότασης είναι η «Η θερμοκρασία είναι υψηλή». Το ουσιαστικό «θερμοκρασία» είναι το υποκείμενο (subject) της πρότασης (Margaris, 1990), ενώ η φράση «είναι υψηλή» αποτελεί το κατηγορήμα (predicate), όπου το επίθετο «υψηλή» λειτουργεί ως κατηγορούμενο (predicative) του υποκειμένου. Κατηγορικές προτάσεις είναι ιδιαίτερα δημοφιλείς στη θεωρία και στις εφαρμογές των ασαφών μοντέλων, όπου το υποκείμενο είναι ένα μετρήσιμο φυσικό μέγεθος, όπως η «θερμοκρασία» παραπάνω, ενώ το κατηγορούμενο («υψηλή»)

αναπαρίσταται με ένα ασαφές σύνολο που ορίζεται πάνω στο σύνολο αναφοράς (Ω) πραγματικών αριθμών, δηλαδή $\Omega \subseteq \mathbb{R}$ (Μαστοροκώστας, 2015).

Το υποκείμενο μια κατηγορηματικής πρότασης ονομάζεται ασαφής μεταβλητή (fuzzy variable) (Zadeh, 1975). Σύμφωνα με τα προηγούμενα ως ασαφής μεταβλητή επιλέγεται το όνομα ενός μετρήσιμου φυσικού μεγέθους όπως: Θερμοκρασία, Ταχύτητα, Πίεση, Βάρος κ.λπ. Αντίθετα ως ασαφή μεταβλητή δε συνηθίζεται να επιλέγεται το όνομα μιας μη-μετρήσιμης οντότητας όπως σχολείο, νόμος, διαδικασία κ.λπ. Συγκεκριμένα το κατηγορούμενο της πρότασης τυπικά αποτελεί την έννοια η οποία αναπαρίσταται με ένα ασαφές σύνολο.

Σε κάθε ασαφές σύνολο τοποθετείται ως λεκτική ετικέτα (label) το κατηγορούμενο, βλέπε «υψηλή» στο παραπάνω παράδειγμα. Επιπλέον μια (λεκτική) ετικέτα μπορεί να συνοδεύεται από ένα περίγραμμα (descriptor) ή μια υπεκφυγή (hedge). Για παράδειγμα η ετικέτα «υψηλή» μπορεί να συνοδεύεται από τον προσδιορισμό «πολύ», για να γίνει «πολύ υψηλή», ή από την υπεκφυγή «μάλλον όχι» για να γίνει «μάλλον όχι υψηλή» (Μαστοροκώστας, 2015).

Οι λεκτικές μεταβλητές αποτελούν επεκτάσεις των αριθμητικών μεταβλητών με την λογική ότι επιτρέπουν την αντιστοίχιση ασαφών συνόλων στις λεκτικές τιμές τους αντί για ακριβείς (crisp) τιμές. Η έννοια των λεκτικών μεταβλητών είναι υψίστης σημασίας καθώς αποτελούν τα πιο σημαντικά στοιχεία μέσω των οποίων οι άνθρωποι αναπαριστούν τη γνώση. Η χρησιμότητα τους έγκειται στο ότι διευκολύνουν βαθμιαίες μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών ασαφών καταστάσεων της ασαφούς διαμέρισης έχοντας έτσι την φυσική ικανότητα να αποδίδουν καλύτερα την αβεβαιότητα ή την υποκειμενικότητα συγκριτικά με τις κλασσικές μεταβλητές που δεν διαθέτουν αυτή την ικανότητα. Αντίθετα στις κλασσικές μεταβλητές οι διαδοχικά ασαφείς και φυσικά αλληλοεπικαλυπτόμενες μεταβατικές καταστάσεις (πολύ χαμηλή ταχύτητα, χαμηλή, μέτρια) εκλαμβάνονται από τα κλασσικά σύνολα ως αυστηρά διαχωρισμένες μεταξύ τους καταστάσεις σε ένα συγκεκριμένο σημείο μέσω της δίτιμης διαμέρισης. Κάτι τέτοιο βέβαια δεν εκφράζει την πραγματικότητα, η οποία εκφράζεται με συνεχή και όχι ασυνεχή τρόπο.

Δηλαδή, με την χρήση των λεκτικών μεταβλητών δίνεται η δυνατότητα αναπαράστασης ασαφών περιγραφών που δίνονται σε μια φυσική γλώσσα με μαθηματικά πρότυπα και μοντέλα και έτσι γίνεται δυνατή η ενσωμάτωση της ανθρώπινης γνώσης σε τεχνητά μηχανικά ή ψηφιακά συστήματα με συστηματικό τρόπο.

2.3.6 ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ ΣΕ ΑΣΑΦΗ/ΣΑΦΗ ΣΥΝΟΛΑ

ΑΣΑΦΟΠΟΙΗΣΗ

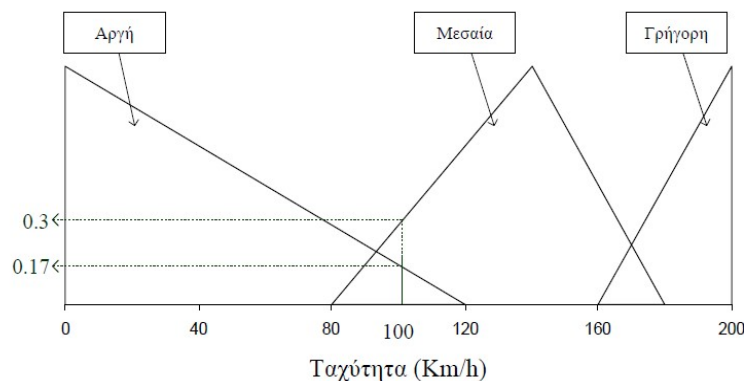
Η διαδικασία κατά την οποία μια σαφής (crisp) αριθμητική ποσότητα μετατρέπεται σε ασαφές σύνολο ονομάζεται ασαφοποίηση (fuzzification). Η χρησιμότητα αυτής της διαδικασίας οφείλεται στο γεγονός ότι πολλές από τις ποσότητες που θεωρούμε απόλυτα καθορισμένες στην πραγματικότητα εμπεριέχουν ασάφεια. Ένα τέτοιο παράδειγμα αποτελεί το ψηφιακό βολτόμετρο το οποίο τυπώνει στην οθόνη του συγκεκριμένες, σαφείς τιμές οι οποίες όμως υπόκεινται σε πειραματικά σφάλματα, με αποτέλεσμα να μην είναι τόσο ακριβείς όσο νομίζουμε.

Ο τρόπος με τον οποίο υλοποιείται η ασαφοποίηση θα περιγραφεί μέσα από το ακόλουθο παράδειγμα.

Έστω ότι θέλουμε να ορίσουμε ασαφώς την ταχύτητα ενός οχήματος.

Αρχικά πρέπει να καθορίσουμε τα ασαφή σύνολα που περιγράφουν την ταχύτητα. Αυτά μπορεί να είναι δύο, τρία ή περισσότερα ανάλογα με τις ανάγκες του προβλήματος. Να τονιστεί ότι είναι βασικό τα ασαφή σύνολα να αλληλοεπικαλύπτονται, δηλαδή να υπάρχει στοιχείο του ενός ασαφούς συνόλου το οποίο είναι επίσης στοιχείο ενός άλλου ασαφούς συνόλου με κάποιο βαθμό περιεκτικότητας. Στη συνέχεια πρέπει να καθοριστεί ο τύπος των συναρτήσεων συμμετοχής των ασαφών συνόλων (συνήθως χρησιμοποιούνται τριγωνικές ή τραπεζοειδείς συναρτήσεις συμμετοχής λόγω του μικρού υπολογιστικού φόρτου που απαιτείται για την υλοποίησής τους).

Το παρακάτω σχήμα αποτελεί υλοποίηση του παραδείγματος. Χρησιμοποιήθηκαν τριγωνικές συναρτήσεις συμμετοχής για την αναπαράσταση της γλωσσικής μεταβλητής **Ταχύτητα**, η αριθμητική τιμή 100km/h αντιστοιχίζεται σε ασαφές σύνολο: {«αργή» με βαθμό συμμετοχής 0.17 , «μεσαία» με βαθμό συμμετοχής 0.3 και «γρήγορη» με βαθμό συμμετοχής 0 } = {(αργή,0.17),(μεσαία,0.3)(γρήγορη, 0)}



Σχήμα 2.4: Μετατροπή αριθμητικής εισόδου σε ασαφές σύνολο

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην γνώση και στην εμπειρία του σχεδιαστή του ασαφούς συστήματος καθώς και στην ύπαρξη ενός γενικού πλαισίου στο οποίο η μεταβλητή που θέλουμε να αναπαραστήσουμε ασαφώς παίρνει υπόσταση. Για παράδειγμα η φράση «υψηλή ταχύτητα» μεταφράζεται αλλιώς όταν μιλάμε για κίνηση ενός οχήματος στην πόλη και αλλιώς όταν αναφερόμαστε στην κίνηση ενός οχήματος formula 1 για αγωνιστικούς σκοπούς.

Αποασαφοποίηση(Defuzzification)

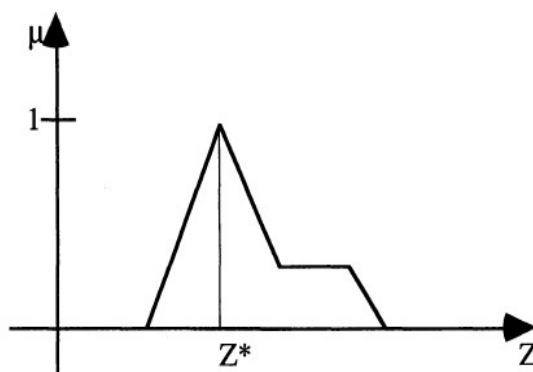
Παρά το γεγονός ότι το μεγαλύτερο μέρος των πληροφοριών που αφομοιώνουμε καθημερινά εμπεριέχει ένα βαθμό ασάφειας, οι ενέργειες που διεκπεραιώνονται τόσο από τον άνθρωπο όσο και από υπολογιστικά συστήματα έχουν δυαδικό χαρακτήρα. Για παράδειγμα για την ανάπτυξη ενός νέου προϊόντος μια εταιρία πρέπει να καταλήξει σε μια τελική απόφαση για το αν θα προχωρήσει ή όχι στη χρηματοδότηση για την ανάπτυξη και το σχεδιασμό του. Ενδιάμεσες επιλογές πέραν αυτών των δύο δεν υφίστανται. Ένα ψηφιακό θερμόμετρο δεν καταλαβαίνει την εντολή «μικρή αύξηση θερμοκρασίας» καθώς δεν αντιλαμβάνεται την φυσική γλώσσα που χρησιμοποιεί ο άνθρωπος. Κατανοεί εντολές του τύπου «αύξηση θερμοκρασίας κατά 3 βαθμούς

Κελσίου», δηλαδή χρησιμοποιώντας σαφείς αριθμητικές τιμές. Παρουσιάζεται δηλαδή στο τελικό στάδιο της ασαφούς μελέτης η ανάγκη εξάλειψης της ασάφειας προκειμένου να δοθούν αριθμητικά αποτελέσματα σε μια ψηφιακή μονάδα επεξεργασίας. Η εξάλειψη της ασάφειας ή αλλιώς αποασαφοποίηση (defuzzification) ορίζεται ως η μετατροπή μιας ή περισσότερων λεκτικών τιμών μιας λεκτικής μεταβλητής οι οποίες έχουν διάφορες τιμές βαθμού συμμετοχής σε μια αριθμητική τιμή στο πεδίο ορισμού της λεκτικής μεταβλητής. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι αποασαφοποίησης οι πιο διαδεδομένες από τις οποίες είναι οι εξής τέσσερις:

1. Max-membership principle: Στη μέθοδο αυτή επιλέγεται η τιμή που αντιστοιχεί στο σημείο του συνόλου εξόδου με τον μεγαλύτερο βαθμό συμμετοχής. Αλγεβρικά εκφράζεται ως εξής:

$$\mu_c(z^*) \geq \mu_c(z), \forall z \in Z \quad (2.28)$$

Η μέθοδος δεν δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, ειδικά όταν υπάρχουν πολλαπλά τοπικά μέγιστα.

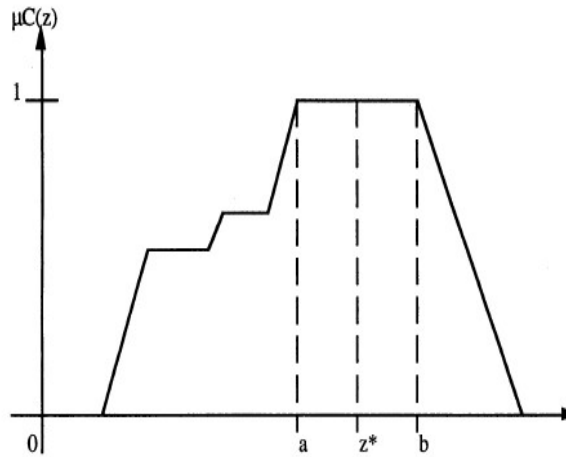


Σχήμα 2.5: Max membership principle μέθοδος αποασαφοποίησης

2. Mean Of Maxima(MOM): Σε αυτή τη μέθοδο η οποία και αποτελεί βελτίωση της παραπάνω μεθόδου, η αποασαφοποιημένη τιμή προκύπτει από το στοιχείο του ασαφούς συνόλου με τον μέγιστο βαθμό συμμετοχής. Στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερα από ένα στοιχεία με τον μέγιστο βαθμό συμμετοχής υπολογίζεται ο μέσος όρος τους. Έστω A ένα ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής $\mu_A(x)$, $x \in X$ όπου X το υπερσύνολο αναφοράς. Η αποασαφοποιημένη τιμή υπολογίζεται ως εξής :

$$x^* = \frac{\sum x_i \in M}{|M|} \quad (2.29)$$

όπου $M = \{x_i | \mu_A(x_i) = 1\}$ το ύψος(Height) του ασαφούς συνόλου A και $|M|$ ο πληθάνριθμος του (Cardinality).



Σχήμα 2.7: Mean of maxima(MOM) μέθοδος αποασαφοποίησης

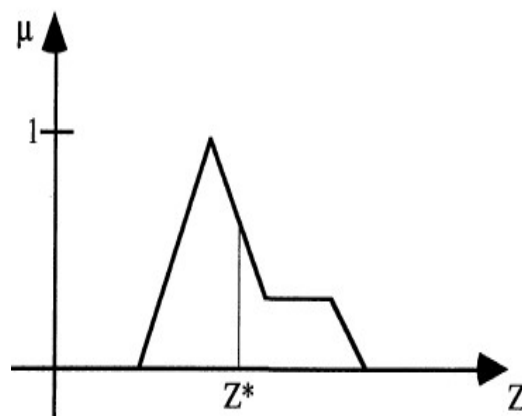
3. Center Of Gravity/Centroid of Area(COG/COA): Η μέθοδος αυτή παρέχει την σαφή αριθμητική τιμή εξόδου χρησιμοποιώντας το κέντρο βάρους της επιφάνειας της σύνθετης συνάρτησης συμμετοχής. Η σύνθετη αυτή επιφάνεια χωρίζεται σε τμήματα για τα οποία υπολογίζεται ξεχωριστά το εμβαδό και το κέντρο βάρους. Η αποασαφοποιημένη τιμή προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^N A_i \cdot \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^N A_i} \quad (2.30)$$

όπου N : το πλήθος των τμημάτων της σύνθετης επιφάνειας, $i=1, \dots, N$

\bar{x}_i : το κέντρο βάρους του τμήματος i

A_i : το εμβαδό του τμήματος i

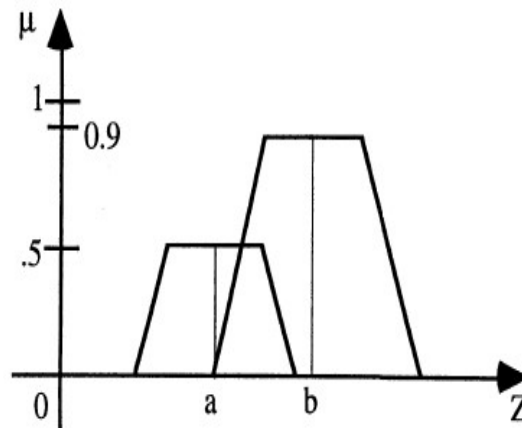


Σχήμα 2.8: Center of gravity μέθοδος αποασαφοποίησης

4. Weighted Average Method : Η μέθοδος αυτή είναι συμβατή με ασαφή σύνολα των οποίων οι συναρτήσεις συμμετοχής είναι συμμετρικές. Κάθε συνάρτηση συμμετοχής σταθμίζεται με βάση τη μέγιστο βαθμό της. Η αποασαφοποιημένη τιμή προκύπτει ως εξής :

$$x^* = \frac{\sum \mu(x) \cdot x}{\sum \mu(x)} \quad (2.31)$$

όπου x το στοιχείο με το μεγαλύτερο βαθμό συμμετοχής



Σχήμα 2.9: Weighted average μέθοδος αποασαφοποίησης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΜΕΛΕΤΗ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετηθούν τέσσερις ξεχωριστές περιπτώσεις παραδοσιακών δειγματοληπτικών σχεδίων τα οποία έχουν τροποποιηθεί εισάγοντας ασάφεια σε μια ή σε περισσότερες παραμέτρους του σχεδίου. Η μοντελοποίηση τους πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια του προγραμματιστικού περιβάλλοντος MATLAB.

3.1 ΑΠΛΟ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΗ ΡΙΣΚΑ ΚΑΙ ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ

Όπως προαναφέρθηκε στο 1^ο κεφάλαιο ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο ιδιοτήτων εκφράζεται μέσω ενός διατεταγμένου ζεύγους (n, c) όπου n το μέγεθος δείγματος και c ο αριθμός αποδοχής. Ο σχεδιασμός ενός απλού σχεδίου βασίζεται στην εύρεση αυτού του ζεύγους (n, c) έτσι ώστε να εκπληρώνονται συγκεκριμένες απαιτήσεις που αφορούν το σχέδιο. Οι απαιτήσεις αυτές προσδιορίζονται μέσω τεσσάρων παραμέτρων. Το επίπεδο ποιότητας του παραγωγού θ_1 (AQL), το επίπεδο ποιότητας του καταναλωτή θ_2 ($LTPD$), το ρίσκο του παραγωγού α και το ρίσκο του καταναλωτή β ($\beta < 1 - \alpha$). Με την προϋπόθεση ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την διωνυμική κατανομή τα (n, c) προκύπτουν από τη λύση του παρακάτω συστήματος.

$$\begin{cases} P(\theta_1) = 1 - \alpha \\ P(\theta_2) = \beta \end{cases} \quad (3.1)$$

Όπου $P(\theta)$ η πιθανότητα μιας παρτίδας με επίπεδο ποιότητας θ να γίνει αποδεκτή. Συχνά όμως η (3.1) δε δίνει εφικτές λύσεις καθώς και οι δύο αριθμοί n, c πρέπει να είναι ακέραιοι. Έτσι η (3.1) μετασχηματίζεται ως εξής :

$$\begin{cases} P(\theta_1) \geq 1 - \alpha \\ P(\theta_2) \leq \beta \end{cases} \quad (3.2)$$

Εφαρμόζοντας την (3.2) παίρνουμε πάντα μια λύση. Παρόλα αυτά αν οι απαιτήσεις του παραγωγού και του καταναλωτή όσο αφορά τα ρίσκα και τα επίπεδα ποιότητας είναι αυστηρά καθορισμένες καταλήγουμε σε λύσεις με αρκετά μεγάλο μέγεθος δείγματος n . Δημιουργείται έτσι η ανάγκη χαλάρωσης αυτής της αχρείαστης σε πολλές περιπτώσεις αυστηρότητας των παραδοσιακών δειγματοληπτικών σχεδίων, η οποία μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας τη θεωρία των ασαφών συνόλων. Η μελέτη ενός απλού δειγματοληπτικού σχεδίου υπό ασαφές περιβάλλον έγινε πρώτα από τους Ohta and Ichihashi (1988) όπου τα ρίσκα α, β αντιμετωπίζονται ως ασαφείς ποσότητες χρησιμοποιώντας τριγωνικές συναρτήσεις συμμετοχής για τον υπολογισμό τους. Στη συνέχεια ακολούθησαν και άλλες μελέτες οι οποίες επέκτειναν και βελτίωσαν την αρχική μελέτη. Στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος που προέκυψε από την μελέτη του Grzegorzewski (2001) όπου προτείνεται η σχεδίαση ενός απλού δειγματοληπτικού σχεδίου όπου το ρίσκο του παραγωγού, το ρίσκο του

καταναλωτή και τα επίπεδα ποιότητας είναι ασαφείς ποσότητες. Στόχος του αλγορίθμου είναι η εύρεση του βέλτιστου σχεδίου, δηλαδή ο υπολογισμός του βέλτιστου ζεύγους (n^*, c^*) με δεδομένα τα ρίσκα του παραγωγού και καταναλωτή α και β αντίστοιχα όπως και τα επίπεδα ποιότητας AQL και $LTPD$. Οι ποσότητες αυτές δεν είναι κανονικοί αλλά ασαφείς αριθμοί. Λόγω της ασάφειας των παραμέτρων η (3.2) μετασχηματίζεται ως εξής :

$$\begin{cases} P(\sim \theta_1) \approx \geq 1 - \alpha \\ P(\sim \theta_2) \approx \leq \beta \end{cases} \quad (3.3)$$

Όπου $P(\sim \theta)$ η πιθανότητα μία παρτίδα με επίπεδο ποιότητας «σχετικά κοντά» στο θ να γίνει αποδεκτή. Τα σύμβολα $\approx \geq$ και $\approx \leq$ αντιπροσωπεύουν τις ασαφείς ανισότητες που δημιουργούνται λόγω της ύπαρξης ασαφών ποσοτήτων και αντιστοιχούν σε γλωσσικές εκφράσεις του τύπου “σχετικά μεγαλύτερο από το α ”, “ελάχιστα μικρότερο του β ” κ.ά. Για την γενική περίπτωση ενός σχεδίου με ασαφή ρίσκα και επίπεδα ποιότητας ισχύει η σχέση

$$\begin{cases} \alpha(n, c) \approx \leq \alpha \\ \beta(n, c) \approx \leq \beta \end{cases} \quad (3.4)$$

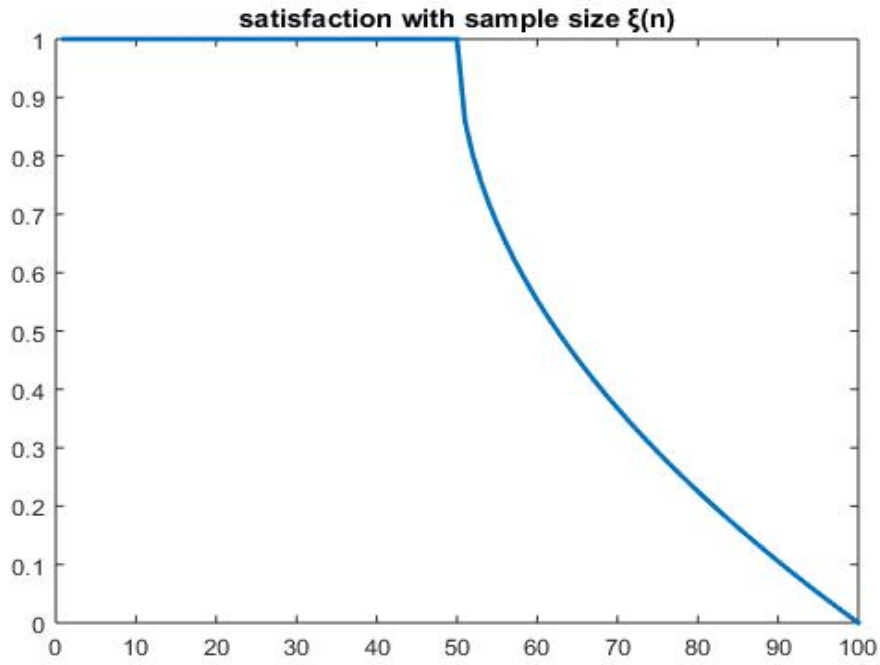
Όπου $\alpha(n, c)$, $\beta(n, c)$ τα ρίσκα που προκύπτουν από την ασαφή μοντελοποίηση με συγκεκριμένο μέγεθος δείγματος n και αριθμό αποδοχής c .

Επειδή μπορεί να προκύψουν πολλά σχέδια που να ικανοποιούν την σχέση (3.4) χρειάζεται η επιλογή ενός κριτηρίου μέσω του οποίου θα καταλήγουμε στο βέλτιστο σχέδιο. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η παρακάτω συνάρτηση

$$S(n, c) = \min\{\mu_A(\alpha(n, c)), \mu_B(\beta(n, c)), \xi(n)\} \quad (3.5)$$

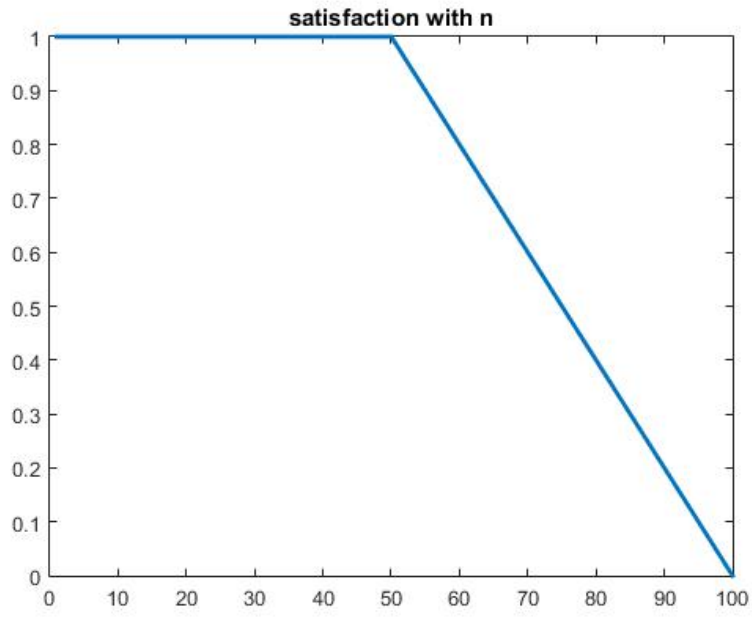
Όπου $\xi : N \rightarrow [0, 1]$. Οι συναρτήσεις συμμετοχής $\mu_A(\alpha)$ και $\mu_B(\beta)$ εκφράζουν το βαθμό ικανοποίησης με ένα δειγματοληπτικό σχέδιο με ρίσκο του παραγωγού $\alpha(n, c)$, ρίσκο του καταναλωτή $\beta(n, c)$ ενώ η συνάρτηση $\xi(n)$ εκφράζει το βαθμό ικανοποίησης με ένα μέγεθος δείγματος n . Η συνάρτηση αυτή καλείται συνάρτηση ικανοποίησης. Πρόκειται για μια φθίνουσα συνάρτηση (nonincreasing function), η οποία μέχρι ένα κατώφλι μεγέθους δείγματος n_1 παραμένει σταθερή και ίση με 1 (πλήρης ικανοποίηση με το μέγεθος δείγματος), ενώ για μέγεθος δείγματος $n > n_1$ ξεκινά να μειώνεται μέχρι ένα δεύτερο κατώφλι n_0 όπου μηδενίζεται. Υπάρχει δηλαδή ένα μέγεθος δείγματος n_0 τέτοιο ώστε ο έλεγχος με $n > n_0$ είναι ασύμφορος. Η ύπαρξη της συνάρτησης $\xi(n)$ είναι απαραίτητη στο κριτήριο επιλογής του βέλτιστου σχεδίου καθώς μέσω αυτής επιτυγχάνεται η μείωση του μεγέθους δείγματος. Παρακάτω δίνονται τρεις περιπτώσεις τέτοιων συναρτήσεων που πληρούν τις προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν. Να σημειωθεί ότι και για τις τρεις περιπτώσεις ισχύει $n_1 = 50$ και $n_0 = 100$.

$$1) \quad \xi_1(n) = \begin{cases} 1, & \alpha \nu \ n \leq n_1 \\ 1 - \sqrt{\frac{n - n_1}{n_0 - n_1}}, & \alpha \nu \ n_1 < n \leq n_0 \\ 0, & \alpha \nu \ n > n_0 \end{cases} \quad (3.6)$$



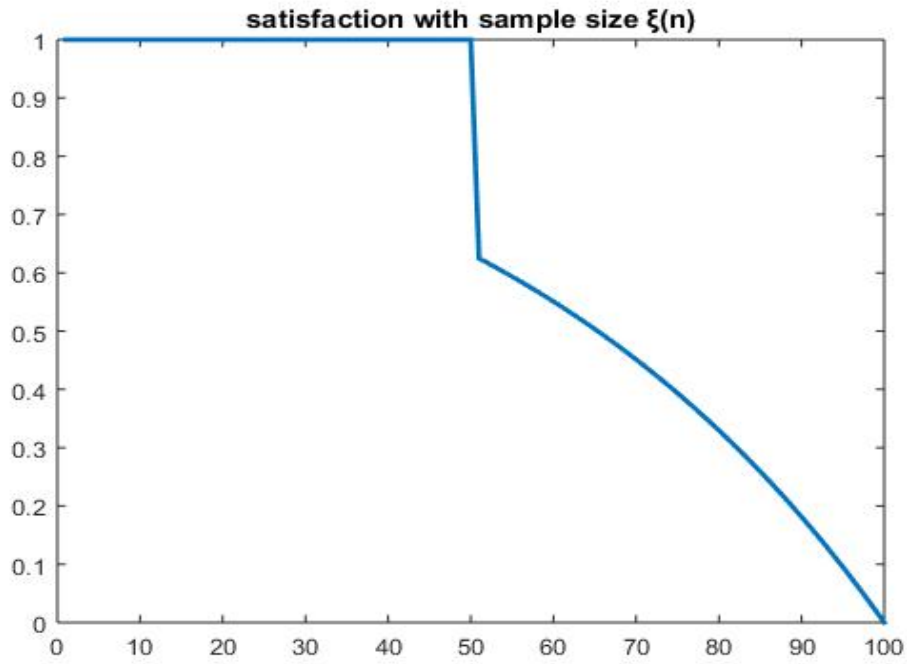
Σχήμα 3.1: Συνάρτηση ικανοποίησης $\xi_1(n)$

$$2) \quad \xi_2(n) = \begin{cases} 1, & \alpha \nu \ n \leq n_1 \\ \frac{n_0 - n}{n_0 - n_1}, & \alpha \nu \ n_1 < n \leq n_0 \\ 0, & \alpha \nu \ n > n_0 \end{cases} \quad (3.7)$$



Σχήμα 3.2: Συνάρτηση ικανοποίησης $\xi_2(n)$

$$3) \quad \xi_3(n) = \begin{cases} 1, & \text{αν } n \leq n_1 \\ 1 - e^{\left(\frac{n-n_0}{n_1}\right)}, & \text{αν } n_1 < n \leq n_0 \\ 0, & \text{αν } n > n_0 \end{cases} \quad (3.8)$$



Σχήμα 3.3: Συνάρτηση ικανοποίησης $\xi_3(n)$

Στη συνέχεια παρατίθεται ο αλγόριθμος για σχεδιασμό βέλτιστου απλού δειγματοληπτικού σχεδίου ιδιοτήτων όπως διατυπώθηκε από τον Grzegorzewski.

Αλγόριθμος

STEP 0 : Initialize n ($n=1,2,\dots$) and $S(n^*, c^*)=0$.

STEP 1 : Set an acceptance number $c:=0$.

STEP 2 : Find

$$\begin{cases} a(n, c) = \sup_{\theta \in \theta_1} \left\{ (\lambda_1(\theta) - \lambda_2(\theta)) \left(1 - \sum_{k=0}^c \binom{n}{k} \theta^k (1-\theta)^{n-k} \right) \right\} \\ \beta(n, c) = \sup_{\theta \in \theta_2} \left\{ (\lambda_2(\theta) - \lambda_1(\theta)) \sum_{k=0}^c \binom{n}{k} \theta^k (1-\theta)^{n-k} \right\} \end{cases}$$

STEP 3 : Find

$$S(n, c) = \min \{ \mu_A(\alpha(n, c)), \mu_B(\beta(n, c)), \xi(n) \}.$$

STEP 4 : If $S(n, c) > S(n^*, c^*)$ then $(n^*, c^*) := (n, c)$.

STEP 5 : If $c < n$ then $c := c + 1$, go to STEP 2.

STEP 6 : If $n < n_0$ then $n := n + 1$, go to STEP 1.

STEP 7 : Stop.

Με σκοπό τη μελέτη των αποτελεσμάτων της σχεδίασης ενός δειγματοληπτικού σχεδίου με ασαφή ρίσκα και επίπεδα ποιότητας θα χρησιμοποιηθούν αριθμητικά παραδείγματα παραδοσιακών δειγματοληπτικών σχεδίων τα οποία εν συνεχεία θα τροποποιηθούν αντικαθιστώντας τις ακριβείς (crisp) παραμέτρους με ασαφείς. Κάνοντας χρήση του προαναφερθέντος αλγορίθμου σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB θα καταλήξουμε στο βέλτιστο σχέδιο. Τέλος θα συγκριθούν τα αποτελέσματα των παραδοσιακών και των ασαφών σχεδίων.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Στο πρόβλημα καθορισμού ενός δειγματοληπτικού σχεδίου κάποιου προϊόντος έχουν τεθεί οι εξής προδιαγραφές :

- Η πιθανότητα αποδοχής παρτίδων με επίπεδο ποιότητας χειρότερο από 9% (δηλαδή περισσότερο από 9% ελαττωματικά προϊόντα) πρέπει να είναι μικρότερη από 10%.
- Η πιθανότητα απόρριψης παρτίδων με επίπεδο ποιότητας καλύτερο από 2% (δηλαδή λιγότερο από 2% ελαττωματικά προϊόντα) πρέπει να είναι μικρότερη από 5%.

Από τα δεδομένα συμπεραίνουμε ότι $\alpha=5\%$, $\beta=10\%$, $AQL=2\%$, $LTPD=9\%$. Από

την σχέση $\begin{cases} P(\theta_1) \geq 1-\alpha \\ P(\theta_2) \leq \beta \end{cases}$ και κάνοντας χρήση της διωνυμικής κατανομής

καταλήγουμε στο βέλτιστο σχέδιο με $n=87$ και $c=4$ ($(n^*, c^*) = (87, 4)$). Για τη λύση αυτή το πραγματικό ρίσκο του παραγωγού είναι 0,030703 ($\alpha_{actual}=3,0703\%$) και το πραγματικό ρίσκο του καταναλωτή είναι 0,098844 ($\beta_{actual}=9,8844\%$).

Τώρα έστω ότι θεωρούμε μια χαλάρωση στην αυστηρότητα των προδιαγραφών του σχεδίου. Έστω “ α ίσως μικρότερο από 5% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 8%” και “ β ίσως μικρότερο από 10% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 15%”. Αναλόγως τροποποιούνται και τα επίπεδα ποιότητας. Έστω “επίπεδο ποιότητας παραγωγού (AQL) ίσως μικρότερο από 2% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 2,5%” και “επίπεδο ποιότητας καταναλωτή ($LTPD$) ίσως μικρότερο από 9% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 9,5%”

Επιπλέον χρειάζεται να ορίσουμε μια συνάρτηση $\xi(n)$ για την αναπαράσταση της ικανοποίησης ως προς το μέγεθος δείγματος n , η οποία θα συμπεριληφθεί στην συνάρτηση ικανοποίησης $S(n, c)$. Στην προκειμένη περίπτωση επιλεγούμε την 1^η από τις τρεις περιπτώσεις συναρτήσεων $\xi(n)$ που ορίστηκαν παραπάνω.

$$\xi_1(n) = \begin{cases} 1, & \text{αν } n \leq n_1 \\ 1 - \sqrt{\frac{n - n_1}{n_0 - n_1}}, & \text{αν } n_1 < n \leq n_0 \\ 0, & \text{αν } n > n_0 \end{cases}$$

Για $n_1 = 50$ και $n_0 = 100$ καταλήγουμε στο βέλτιστο σχέδιο $(n^*, c^*) = (68, 3)$. Στη συνέχεια ακολουθεί διερεύνηση για να δούμε πως η τροποποίηση των παραμέτρων του σχεδίου επηρεάζει την λύση.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων

$$n_1 = 50, n_0 = 100, AQL_{fuzzy} = (0,02 \ 0,025), LTPD_{fuzzy} = (0,09 \ 0,095)$$

$$\alpha_{fuzzy} = (0,05 \ 0,08), \beta_{fuzzy} = (0,1 \ 0,15)$$

- $\xi(n)$

Για $\xi(n) = \xi_1(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (68, 3)$

i. Μείωση n_1

$$n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (67, 3)$$

ii. Αύξηση n_1

$$n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (72, 3)$$

iii. Μείωση n_0

$$n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (67, 3)$$

iv. Αύξηση n_0

$$n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$$

Για $\xi(n) = \xi_2(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (66, 3)$

i. Μείωση n_1

$$n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (66, 3)$$

ii. Αύξηση n_1

$$n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$$

iii. Μείωση n_0

$$n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (64, 3)$$

iv. Αύξηση n_0

$$n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$$

Για $\xi(n) = \xi_3(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (70, 3)$

i. Μείωση n_1

$$n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$$

ii. Αύξηση n_1

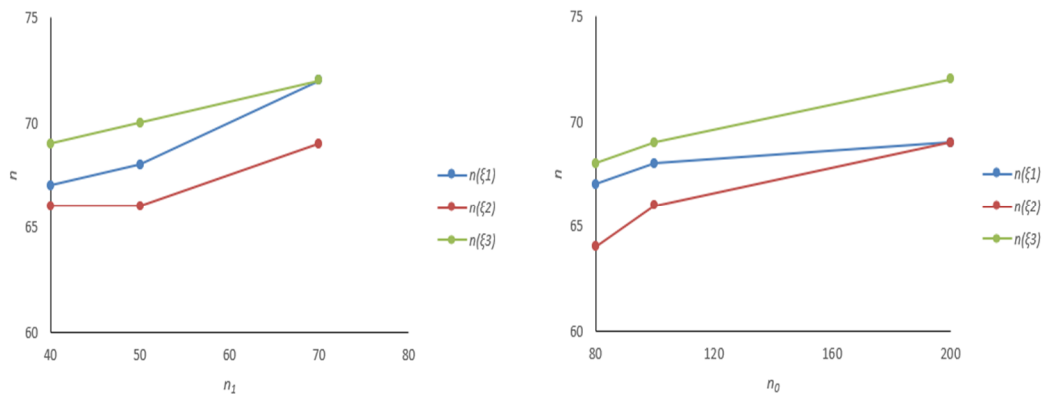
$$n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (72, 3)$$

iii. Μείωση n_0

$$n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (68, 3)$$

iv. Αύξηση n_0

$$n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (72, 3)$$



Σχήμα 3.4: Διακύμανση του μεγέθους δείγματος συναρτήσει των: (i) n_1 (αριστερά), (ii) n_0 (δεξιά) για τις τρεις $\xi(n)$

- **Βαθμός ασάφειας του ρίσκου του παραγωγού α**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του α

$$\alpha_{fuzzy} = (0,05 \ 0,07) \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$$

- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του α

$$\alpha_{fuzzy} = (0,05 \ 0,09) \Rightarrow (n^*, c^*) = (67, 3)$$

- **Βαθμός ασάφειας του ρίσκου του καταναλωτή β**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του β

$$\beta_{fuzzy} = (0,1 \ 0,13) \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$$

- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β

$$\beta_{fuzzy} = (0,1 \ 0,17) \Rightarrow (n^*, c^*) = (67, 3)$$

- **Βαθμός ασάφειας του επιπέδου ποιότητας AQL**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του β

$$AQL_{fuzzy} = (0,02 \ 0,022) \Rightarrow (n^*, c^*) = (68, 3)$$

- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β

$$AQL_{fuzzy} = (0,02 \ 0,04) \Rightarrow (n^*, c^*) = (67, 3)$$

- **Βαθμός ασάφειας του επιπέδου ποιότητας $LTPD$**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του β

$$LTPD_{fuzzy} = (0,09 \ 0,093) \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$$

- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β

$$LTPD_{fuzzy} = (0,09 \ 0,1) \Rightarrow (n^*, c^*) = (65, 3)$$

Σύγκριση Παραδοσιακού-Ασαφούς μοντέλου

Συγκρίνοντας το βέλτιστο παραδοσιακό σχέδιο $(n^*, c^*) = (87, 4)$ με το βέλτιστο ασαφές σχέδιο $(n^*, c^*) = (68, 3)$ παρατηρείται αισθητή μείωση του μεγέθους δείγματος (συγκεκριμένα κατά 19 μονάδες) και μείωση του αριθμού αποδοχής κατά μια μονάδα. Στη συνέχεια θα γίνει μελέτη επιρροής των παραμέτρων $\alpha, \beta, AQL, LTPD$ στο βέλτιστο παραδοσιακό σχέδιο όπως και στο βέλτιστο ασαφές σχέδιο. Τα αποτελέσματα για το παραδοσιακό σχέδιο προκύπτουν από τον αλγόριθμο (1) του παραρτήματος και τα αποτελέσματα για το ασαφές, από την διερεύνηση που προηγήθηκε. Να σημειωθεί ότι στο παραδοσιακό μοντέλο μεταβάλλονται τα ποσοστά των προκαθορισμένων παραμέτρων $\alpha, \beta, AQL, LTPD$ ενώ στο ασαφές τα ποσοστά του βαθμού ασάφειας αυτών.

Πίνακας 3.1: Μεταβολή βέλτιστης λύσης ασαφούς και παραδοσιακού σχεδίου με μεταβολή των παραμέτρων του

	<i>Fuzzy</i>		<i>Crisp</i>	
	n^*	c^*	n^*	c^*
Προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων	68	3	87	4
Μείωση κατά 1% του α	69	3	87	4
Αύξηση κατά 1% του α	67	3	73	3
Μείωση κατά 2% του β	69	3	91	4
Αύξηση κατά 2% του β	67	3	84	4
Μείωση κατά 0,3% του <i>AQL</i>	68	3	73	3
Αύξηση κατά 1,5% του <i>AQL</i>	67	3	156	9
Μείωση κατά 0,2% του <i>LTPD</i>	69	3	89	4
Αύξηση κατά 0,5% του <i>LTPD</i>	65	3	69	3

Από τον Πίνακα 3.1 παρατηρούμε ότι ο αριθμός αποδοχής c^* του ασαφούς σχεδίου παραμένει σταθερός ($c^* = 3$). Η μεγαλύτερη μεταβολή στο μέγεθος δείγματος σημειώνεται κατά τη μείωση του βαθμού ασάφειας του *LTPD* κατά 0,5% όπου το n^* μειώνεται κατά 3 μονάδες ($n^* = 65$). Στο παραδοσιακό σχέδιο οι ιδίες μεταβολές επηρεάζουν σε αρκετά μεγαλύτερο βαθμό το βέλτιστο σχέδιο με τη μεγαλύτερη να σημειώνεται για αύξηση του *AQL* κατά 1,5% , όπου ο αριθμός αποδοχής αυξάνεται κατά 3 μονάδες ($c^* = 9$) και το μέγεθος δείγματος κατά 69 μονάδες ($n^* = 156$).

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Στο πρόβλημα καθορισμού ενός δειγματοληπτικού σχεδίου κάποιου προϊόντος έχουν τεθεί οι εξής προδιαγραφές :

- Η πιθανότητα αποδοχής παρτίδων με επίπεδο ποιότητας χειρότερο από 10% (δηλαδή περισσότερο από 10% ελαττωματικά προϊόντα) πρέπει να είναι μικρότερη από 9%
- Η πιθανότητα απόρριψης παρτίδων με επίπεδο ποιότητας καλύτερο από 3% (δηλαδή λιγότερο από 3% ελαττωματικά προϊόντα) πρέπει να είναι μικρότερη από 5%

Από τα δεδομένα συμπεραίνουμε ότι $\alpha=5\%$, $\beta=9\%$, $AQL = 3\%$, $LTPD = 10\%$. Από την σχέση $\begin{cases} P(\theta_1) \geq 1-\alpha \\ P(\theta_2) \leq \beta \end{cases}$ και κάνοντας χρήση της διωνυμικής κατανομής εύκολα

καταλήγουμε στο βέλτιστο σχέδιο με $n=105$ και $c=6$ ($(n^*, c^*) = (108, 6)$). Για τη λύση αυτή το πραγματικό ρίσκο του παραγωγού είναι 0,047093 ($\alpha_{actual}=4,7093\%$) και το πραγματικό ρίσκο του καταναλωτή είναι 0,087216 ($\beta_{actual}=8,7216\%$). Τώρα έστω ότι θεωρούμε μια χαλάρωση στην αυστηρότητα των προδιαγραφών του σχεδίου. Τα ρίσκα του παραγωγού και καταναλωτή δεν είναι πλέον ακριβείς αριθμοί αλλά ασαφείς ποσότητες. Έστω “ α ίσως μικρότερο από 5% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 8%” και “ β ίσως μικρότερο από 9% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 14%”. Αναλόγως τροποποιούνται και τα επίπεδα ποιότητας. Έστω “επίπεδο ποιότητας παραγωγού (AQL) ίσως μικρότερο από 3% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 3,5%” και “επίπεδο ποιότητας καταναλωτή ($LTPD$) ίσως μικρότερο από 10% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 10,5%”

Επιπλέον χρειάζεται να ορίσουμε μια συνάρτηση $\xi(n)$ για την αναπαράσταση της ικανοποίησης ως προς το μέγεθος δείγματος n , η οποία θα συμπεριληφθεί στην συνάρτηση ικανοποίησης $S(n, c)$. Επιλέγοντας την 1^η από τις τρεις περιπτώσεις συναρτήσεων $\xi(n)$ που ορίστηκαν παραπάνω.

$$\xi_1(n) = \begin{cases} 1, & \text{αν } n \leq n_1 \\ 1 - \sqrt{\frac{n-n_1}{n_0-n_1}}, & \text{αν } n_1 < n \leq n_0 \\ 0, & \text{αν } n > n_0 \end{cases}$$

Για $n_1 = 50$ και $n_0 = 100$ καταλήγουμε στο βέλτιστο σχέδιο $(n^*, c^*) = (75, 4)$. Στη συνέχεια ακολουθεί διερεύνηση για να δούμε πως η τροποποίηση των παραμέτρων του σχεδίου επηρεάζει την λύση.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων

$$n_1 = 50, n_0 = 100, AQL_{fuzzy} = (0,03 \ 0,035), LTPD_{fuzzy} = (0,1 \ 0,105)$$

$$\alpha_{fuzzy} = (0,05 \ 0,08), \beta_{fuzzy} = (0,09 \ 0,14)$$

- $\xi(n)$

Για $\xi(n) = \xi_1(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (75, 4)$

i. Μείωση n_1

$$n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (75, 4)$$

ii. Αύξηση n_1

$$n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (76, 4)$$

iii. Μείωση n_0

$$n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (75, 4)$$

iv. Αύξηση n_0

$$n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (75, 4)$$

Για $\xi(n) = \xi_2(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (72, 4)$

i. Μείωση n_1

$$n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (72, 4)$$

ii. Αύξηση n_1

$$n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (74, 4)$$

iii. Μείωση n_0

$$n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (86, 0)$$

iv. Αύξηση n_0

$$n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (78, 4)$$

Για $\xi(n) = \xi_3(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (76, 4)$

i. Μείωση n_1

$$n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (76, 4)$$

ii. Αύξηση n_1

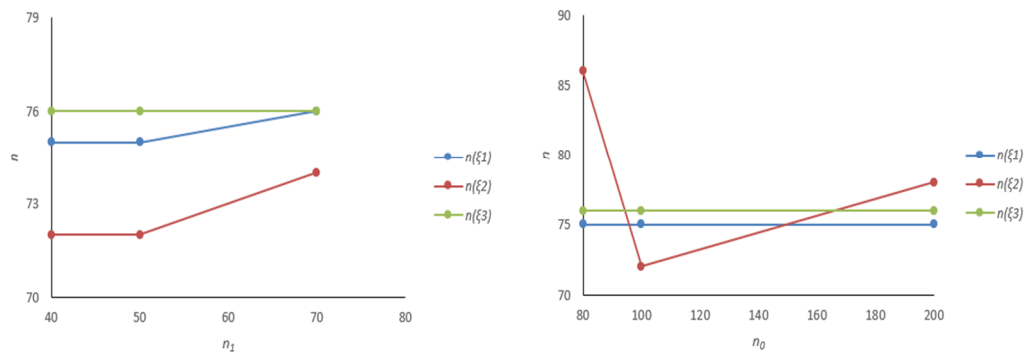
$$n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (76, 4)$$

iii. Μείωση n_0

$$n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (76, 4)$$

iv. Αύξηση n_0

$$n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (76, 4)$$



Σχήμα 3.5: Διακύμανση του μεγέθους δείγματος συναρτήσει των: (i) n_1 (αριστερά), (ii) n_0 (δεξιά) για τις τρεις $\xi(n)$

- Βαθμός ασάφειας του ρίσκου του παραγωγού α**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του α

$$\alpha_{fuzzy} = (0,05 \ 0,07) \Rightarrow (n^*, c^*) = (76, 4)$$

- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του α

$$\alpha_{fuzzy} = (0,05 \ 0,09) \Rightarrow (n^*, c^*) = (73, 3)$$

- **Βαθμός ασάφειας του ρίσκου του καταναλωτή β**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του β

$$\beta_{fuzzy} = (0,09 \ 0,12) \Rightarrow (n^*, c^*) = (77, 3)$$

- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β

$$\beta_{fuzzy} = (0,09 \ 0,16) \Rightarrow (n^*, c^*) = (73, 3)$$

- **Βαθμός ασάφειας του επιπέδου ποιότητας AQL**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του β

$$AQL_{fuzzy} = (0,03 \ 0,032) \Rightarrow (n^*, c^*) = (75, 4)$$

- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β

$$AQL_{fuzzy} = (0,03 \ 0,05) \Rightarrow (n^*, c^*) = (74, 4)$$

- **Βαθμός ασάφειας του επιπέδου ποιότητας $LTPD$**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του β

$$LTPD_{fuzzy} = (0,1 \ 0,102) \Rightarrow (n^*, c^*) = (77, 4)$$

- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β

$$LTPD_{fuzzy} = (0,1 \ 0,12) \Rightarrow (n^*, c^*) = (67, 4)$$

Σύγκριση Παραδοσιακού-Ασαφούς μοντέλου

Συγκρίνοντας το βέλτιστο παραδοσιακό σχέδιο $(n^*, c^*) = (105, 6)$ με το βέλτιστο ασαφές σχέδιο $(n^*, c^*) = (75, 4)$ παρατηρείται αισθητή μείωση του μεγέθους δείγματος (συγκεκριμένα κατά 30 μονάδες) και μείωση του αριθμού αποδοχής κατά δυο μονάδες. Στη συνέχεια θα γίνει μελέτη επιρροής των παραμέτρων $\alpha, \beta, AQL, LTPD$ στο βέλτιστο παραδοσιακό σχέδιο όπως και στο βέλτιστο ασαφές σχέδιο. Τα αποτελέσματα για το παραδοσιακό σχέδιο προκύπτουν από τον αλγόριθμο (1) του παραρτήματος και τα αποτελέσματα για το ασαφές, από την διερεύνηση που προηγήθηκε. Να σημειωθεί ότι στο παραδοσιακό μοντέλο μεταβάλλονται τα ποσοστά των προκαθορισμένων παραμέτρων $\alpha, \beta, AQL, LTPD$ ενώ στο ασαφές τα ποσοστά του βαθμού ασάφειας αυτών.

Πίνακας 3.2: Μεταβολή βέλτιστης λύσης ασαφούς και παραδοσιακού σχεδίου με μεταβολή των παραμέτρων τους

	<i>Fuzzy</i>		<i>Crisp</i>	
	n^*	c^*	n^*	c^*
Προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων	75	4	105	6
Μείωση κατά 1% του α	76	4	105	6
Αύξηση κατά 1% του α	73	4	105	6
Μείωση κατά 2% του β	77	4	110	6
Αύξηση κατά 2% του β	73	4	102	6
Μείωση κατά 0,3% του AQL	75	4	93	5
Αύξηση κατά 1,5% του AQL	74	4	190	13
Μείωση κατά 0,2% του $LTPD$	77	4	109	6
Αύξηση κατά 0,5% του $LTPD$	67	4	84	5

Από τον Πίνακα 3.2 παρατηρούμε ότι ο αριθμός αποδοχής c^* του ασαφούς σχεδίου παραμένει σταθερός ($c^* = 4$). Η μεγαλύτερη μεταβολή στο μέγεθος δείγματος σημειώνεται κατά τη μείωση του βαθμού ασάφειας του $LTPD$ κατά 0,5% όπου το n^* μειώνεται κατά 8 μονάδες ($n^* = 67$). Στο παραδοσιακό σχέδιο οι ίδιες μεταβολές επηρεάζουν σε αρκετά μεγαλύτερο βαθμό το βέλτιστο σχέδιο με τη μεγαλύτερη να σημειώνεται για αύξηση του AQL κατά 1,5%, όπου ο αριθμός αποδοχής αυξάνεται κατά 7 μονάδες ($c^* = 13$) και το μέγεθος δείγματος κατά 85 μονάδες ($n^* = 190$).

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Στο πρόβλημα καθορισμού ενός δειγματοληπτικού σχεδίου κάποιου προϊόντος έχουν τεθεί οι εξής προδιαγραφές :

- Η πιθανότητα αποδοχής παρτίδων με επίπεδο ποιότητας χειρότερο από 8% (δηλαδή περισσότερο από 8% ελαττωματικά προϊόντα) πρέπει να είναι μικρότερη από 12%.
- Η πιθανότητα απόρριψης παρτίδων με επίπεδο ποιότητας καλύτερο από 1,5% (δηλαδή λιγότερο από 1,5% ελαττωματικά προϊόντα) πρέπει να είναι μικρότερη από 4%.

Από τα δεδομένα συμπεραίνουμε ότι $\alpha=4\%$, $\beta=12\%$, $AQL = 1,5\%$, $LTPD = 8\%$. Από

την σχέση $\begin{cases} P(\theta_1) \geq 1-\alpha \\ P(\theta_2) \leq \beta \end{cases}$ και κάνοντας χρήση της διωνυμικής κατανομής εύκολα

καταλήγουμε στο βέλτιστο σχέδιο με $n=80$ και $c=3$ ($(n^*, c^*) = (80, 3)$). Για τη λύση αυτή το πραγματικό ρίσκο του παραγωγού είναι 0,033769 ($\alpha_{actual}=3,3769\%$) και το πραγματικό ρίσκο του καταναλωτή είναι 0,11892 ($\beta_{actual}=11,892\%$). Τώρα έστω ότι θεωρούμε μια χαλάρωση στην αυστηρότητα των προδιαγραφών του σχεδίου. Τα ρίσκα του παραγωγού και καταναλωτή δεν είναι πλέον ακριβείς αριθμοί αλλά ασαφείς ποσότητες. Έστω “ α ίσως μικρότερο από 4% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 7%” και “ β ίσως μικρότερο από 12% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 15%”. Αναλόγως τροποποιούνται και τα επίπεδα ποιότητας. Έστω “επίπεδο ποιότητας παραγωγού (AQL) ίσως μικρότερο από 1,5% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 2,5%” και “επίπεδο ποιότητας καταναλωτή ($LTPD$) ίσως μικρότερο από 8% αλλά σίγουρα όχι μεγαλύτερο από 9%”.

Επιπλέον χρειάζεται να ορίσουμε μια συνάρτηση $\xi(n)$ για την αναπαράσταση της ικανοποίησης ως προς το μέγεθος δείγματος n , η οποία θα συμπεριληφθεί στην συνάρτηση ικανοποίησης $S(n, c)$. Επιλέγοντας την 1^η από τις τρεις περιπτώσεις συναρτήσεων $\xi(n)$ που ορίστηκαν παραπάνω.

$$\xi_1(n) = \begin{cases} 1, & \text{αν } n \leq n_1 \\ 1 - \sqrt{\frac{n - n_1}{n_0 - n_1}}, & \text{αν } n_1 < n \leq n_0 \\ 0, & \text{αν } n > n_0 \end{cases}$$

Για $n_1 = 50$ και $n_0 = 100$ καταλήγουμε στο βέλτιστο σχέδιο $(n^*, c^*) = (70, 3)$. Στη συνέχεια ακολουθεί διερεύνηση για να δούμε πως η τροποποίηση των παραμέτρων του σχεδίου επηρεάζει την λύση.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων

$$n_1 = 50, n_0 = 100, AQL_{fuzzy} = (0,01 \ 0,015), LTPD_{fuzzy} = (0,08 \ 0,09)$$

$$\alpha_{fuzzy} = (0,04 \ 0,07), \beta_{fuzzy} = (0,12 \ 0,15)$$

- $\xi(n)$

Για $\xi(n) = \xi_1(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (70, 3)$

- i.** Μείωση n_1

$$n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (70, 3)$$

- ii.** Αύξηση n_1

$$n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (73, 3)$$

- iii.** Μείωση n_0

$$n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (56, 2)$$

- iv.** Αύξηση n_0

$$n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (71, 3)$$

Για $\xi(n) = \xi_2(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (55, 2)$

- i.** Μείωση n_1

$$n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (54, 2)$$

- ii.** Αύξηση n_1

$$n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (55, 2)$$

- iii.** Μείωση n_0

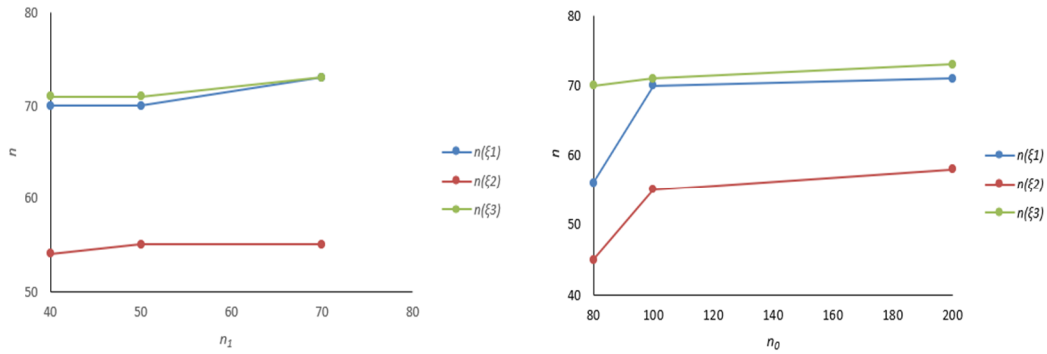
$$n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (45, 2)$$

- iv.** Αύξηση n_0

$$n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (58, 2)$$

Για $\xi(n) = \xi_3(n)$ με τις προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων $(n^*, c^*) = (71, 3)$

- i. Μείωση n_1
 $n_1 = 40 \Rightarrow (n^*, c^*) = (71, 3)$
- ii. Αύξηση n_1
 $n_1 = 70 \Rightarrow (n^*, c^*) = (73, 3)$
- iii. Μείωση n_0
 $n_0 = 80 \Rightarrow (n^*, c^*) = (70, 3)$
- iv. Αύξηση n_0
 $n_0 = 200 \Rightarrow (n^*, c^*) = (73, 3)$



Σχήμα 3.6: Διακύμανση του μεγέθους δείγματος συναρτήσει των: (i) n_1 (αριστερά), (ii) n_0 (δεξιά) για τις τρεις $\zeta(n)$

- **Βαθμός ασάφειας του ρίσκου του παραγωγού α**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του α
 $\alpha_{fuzzy} = (0,04 \ 0,06) \Rightarrow (n^*, c^*) = (70, 3)$
- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του α
 $\alpha_{fuzzy} = (0,04 \ 0,08) \Rightarrow (n^*, c^*) = (68, 3)$

- **Βαθμός ασάφειας του ρίσκου του καταναλωτή β**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του β
 $\beta_{fuzzy} = (0,12 \ 0,14) \Rightarrow (n^*, c^*) = (71, 3)$
- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β
 $\beta_{fuzzy} = (0,12 \ 0,17) \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$

- **Βαθμός ασάφειας του επιπέδου ποιότητας AQL**

- i. Μείωση του βαθμού ασάφειας του β
 $AQL_{fuzzy} = (0,015 \ 0,02) \Rightarrow (n^*, c^*) = (74, 3)$
- ii. Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β

$$AQL_{fuzzy} = (0,015 \ 0,035) \Rightarrow (n^*, c^*) = (70, 3)$$

- **Βαθμός ασάφειας του επιπέδου ποιότητας *LTPD***

- Μείωση του βαθμού ασάφειας του β
 $LTPD_{fuzzy} = (0,08 \ 0,085) \Rightarrow (n^*, c^*) = (73, 3)$
- Αύξηση του βαθμού ασάφειας του β
 $LTPD_{fuzzy} = (0,08 \ 0,1) \Rightarrow (n^*, c^*) = (69, 3)$

Σύγκριση Παραδοσιακού-Ασαφούς μοντέλου

Συγκρίνοντας το βέλτιστο παραδοσιακό σχέδιο $(n^*, c^*) = (79, 3)$ με το βέλτιστο ασαφές σχέδιο $(n^*, c^*) = (70, 3)$ παρατηρείται μείωση του μεγέθους δείγματος (συγκεκριμένα κατά 9 μονάδες) ενώ ο αριθμός αποδοχής είναι ίδιος και στα δύο. Στη συνέχεια θα γίνει μελέτη επιρροής των παραμέτρων

$\alpha, \beta, AQL, LTPD$ στο βέλτιστο παραδοσιακό σχέδιο όπως και στο βέλτιστο ασαφές σχέδιο. Τα αποτελέσματα για το παραδοσιακό σχέδιο προκύπτουν από τον αλγόριθμο (1) του παραρτήματος και τα αποτελέσματα για το ασαφές, από την διερεύνηση που προηγήθηκε. Να σημειωθεί ότι στο παραδοσιακό μοντέλο μεταβάλλονται τα ποσοστά των προκαθορισμένων παραμέτρων $\alpha, \beta, AQL, LTPD$ ενώ στο ασαφές τα ποσοστά του βαθμού ασάφειας αυτών.

Πίνακας 3.3: Μεταβολή βέλτιστης λύσης ασαφούς και παραδοσιακού σχεδίου με μεταβολή των παραμέτρων τους

	<i>Fuzzy</i>		<i>Crisp</i>	
	n^*	c^*	n^*	c^*
Προκαθορισμένες τιμές παραμέτρων	70	3	79	3
Μείωση κατά 1% του α	70	3	95	4
Αύξηση κατά 1% του α	68	3	79	3
Μείωση κατά 1% του β	71	3	80	3
Αύξηση κατά 2% του β	69	3	76	3
Μείωση κατά 0,5% του AQL	74	3	62	2
Αύξηση κατά 1% του AQL	70	3	125	6
Μείωση κατά 0,5% του $LTPD$	73	3	84	3
Αύξηση κατά 1% του $LTPD$	69	3	70	3

Από τον πίνακα 3.3 παρατηρούμε ότι ο αριθμός αποδοχής c^* του ασαφούς σχεδίου παραμένει σταθερός ($c^* = 3$). Η μεγαλύτερη μεταβολή στο μέγεθος δείγματος σημειώνεται κατά τη μείωση του βαθμού ασάφειας του AQL κατά 0,5% όπου το n^* αυξάνεται κατά 4 μονάδες ($n^* = 74$). Στο παραδοσιακό σχέδιο οι ίδιες μεταβολές επηρεάζουν σε αρκετά μεγαλύτερο βαθμό το βέλτιστο σχέδιο με τη μεγαλύτερη να

σημειώνεται για αύξηση του AQL κατά 1%, όπου ο αριθμός αποδοχής αυξάνεται κατά 3 μονάδες ($c^* = 6$) και το μέγεθος δείγματος κατά 46 μονάδες ($n^* = 125$).

Συμπεράσματα-Παρατηρήσεις

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που πήραμε από τα τρία αριθμητικά παραδείγματα καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα-παρατηρήσεις

- Με την εισαγωγή ασάφειας στα ρίσκα και στα επίπεδα ποιότητας επιτυγχάνεται μείωση στο μέγεθος δείγματος συγκριτικά με το παραδοσιακό μοντέλο.
- Από την διερεύνηση των ασαφών σχεδίων παρατηρείται ότι η συνάρτηση ικανοποίησης ως προς το μέγεθος δείγματος $\zeta(n)$ επηρεάζει το βέλτιστο σχέδιο καθώς το είδος όπως και η αυστηρότητα αυτής που καθορίζεται από τις παραμέτρους n_1, n_0 μεταβάλλουν τη βέλτιστη λύση. Συγκεκριμένα όσο αυξάνεται η παράμετρος n_1 , τόσο αυξάνεται το μέγεθος δείγματος του βέλτιστου σχεδίου. Επίσης όσο αυξάνεται η παράμετρος, τόσο αυξάνεται το μέγεθος δείγματος του βέλτιστου σχεδίου. Αντιθέτως όσο μειώνονται οι δυο αυτές παράμετροι τόσο μειώνεται το μέγεθος δείγματος του βέλτιστου σχεδίου.
- Το παραδοσιακό μοντέλο παρουσιάζει πολύ μεγαλύτερη ευαισθησία στην τροποποίηση των παραμέτρων του σε σχέση με το ασαφές. Ενδεικτικά στο ΑΠ2 μια αύξηση του AQL κατά 1,5% οδήγησε στην αύξηση του n^* κατά 85 μονάδες και του c^* κατά 7 μονάδες ενώ η ίδια αύξηση στο βαθμό ασάφειας του AQL είχε σαν αποτέλεσμα την αύξηση του n^* κατά 1 μονάδα ενώ το c^* δεν μεταβλήθηκε. Στην περίπτωση του ασαφούς μοντέλου η μεγαλύτερη μεταβολή του n^* ήταν η μείωση του κατά 8 μονάδες ενώ το c^* δεν επηρεάστηκε σε κανένα από τα τρία αριθμητικά παραδείγματα.

3.2 ΑΠΛΟ ΕΠΑΝΟΡΘΩΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΕΙΣ ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ

Είναι αλήθεια ότι είναι αδύνατο μέσω του δειγματοληπτικού ελέγχου να “εισαχθεί” ποιότητα σε ένα προϊόν, όμως είναι εφικτό μέσω της χρήσης επανορθωτικού ελέγχου να διασφαλιστεί ότι η ποιότητα μιας εξερχόμενης από έλεγχο παρτίδας θα διατηρηθεί σε συγκεκριμένα επίπεδα. Στα επανορθωτικά σχέδια γίνεται 100% έλεγχος των απορριφθέντων παρτίδων με αντικατάσταση των ελαττωματικών μονάδων. Δύο από τις πιο γνωστές κατηγορίες απλών δειγματοληπτικών σχεδίων με επανόρθωση είναι οι εξής :

- Επανορθωτικά σχέδια με καθορισμένο όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας (*AOQL*)
- Επανορθωτικά σχέδια με καθορισμένο ρίσκο του καταναλωτή β και *LTPD* ή εν συντομία *LTPD* σχέδια

Στην παρούσα διπλωματική θα εξετάσουμε και θα τροποποιήσουμε την δεύτερη κατηγορία επανορθωτικού ελέγχου. Στα *LTPD* σχέδια ο καταναλωτής επιδιώκει να εξασφαλίσει μικρό κίνδυνο αποδοχής β , για ποσοστό ελαττωματικών παρτίδας μεγαλύτερο ή ίσο του απορριπτέου επιπέδου ποιότητας *LTPD* που έχει καθορίσει. Από τα σχέδια που ικανοποιούν αυτή τη συνθήκη ο παραγωγός από τη μεριά του επιδιώκει να επιλέξει εκείνο με το μικρότερο αριθμό επιθεωρήσεων. Η μαθηματική διατύπωση του παραπάνω κλασσικού μοντέλου των Dodge-Romig είναι η εξής :

Να βρεθεί το μέγεθος δείγματος n και ο αριθμός αποδοχής c που να ικανοποιούν τα ακόλουθα κριτήρια :

$$\min I(p, n, c) = n + (N - n)(1 - P(p)) \quad (3.9)$$

Υπό τους περιορισμούς

$$P(LTPD, n, c) \leq \beta \quad (3.10)$$

$$n, c \geq 0, \quad n, c \in \mathbb{Z} \quad (3.11)$$

Όπου $I(p, n, c)$ ο μέσος συνολικός αριθμός επιθεωρημένων μονάδων (*ATI*).

Στην εφαρμογή του δειγματοληπτικού ελέγχου σε βιομηχανικό επίπεδο συναντά κανείς ανακρίβειες όσον αφορά τον προσδιορισμό του *LTPD* επιπέδου ποιότητας αλλά και στην εκπλήρωση της απαίτησης το ρίσκο του καταναλωτή να είναι “όσο πιο κοντά γίνεται στο καθορισμένο β ”. Η έκφραση αυτή είναι φανερό ότι περιέχει ασάφεια επομένως η μελέτη του παραπάνω προβλήματος μη-γραμμικού προγραμματισμού σε

ασαφές περιβάλλον φαίνεται κατάλληλη και πιθανόν να αποτελέσει βελτίωση του παραδοσιακού Dodge-Romig σχεδίου εφόσον ανταποκρίνεται περισσότερο στην πραγματικότητα. Στο άρθρο του “A class of single sampling plans based on fuzzy optimization” ο T.K Chakraborty (1992) μετασχηματίζει το παραπάνω πρόβλημα ως εξής:

$$\min I(p, n, c) = n + (N - n)(1 - G(c, np)) \quad (3.12)$$

Υπό τους περιορισμούς

$$G(c, nLTPD) \underset{\sim}{<} \beta \quad (3.13)$$

$$n, c \geq 0, n, c \in \mathbb{Z} \quad (3.14)$$

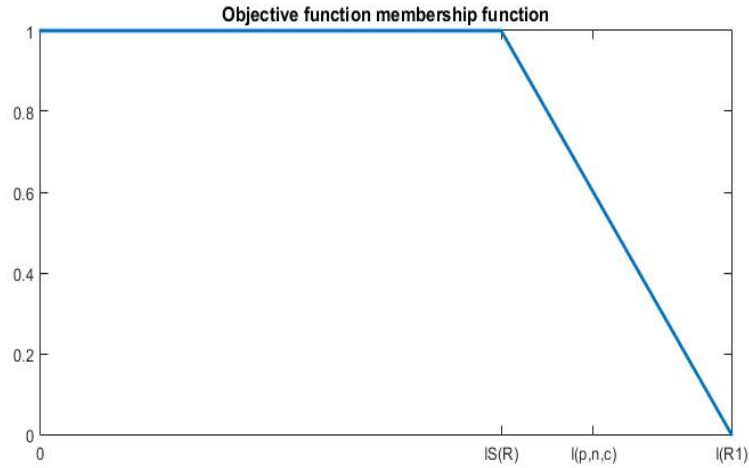
Το σύμβολο $\underset{\sim}{<}$ αποτελεί την ασαφοποιημένη έκδοση του συμβόλου \leq και μεταφράζεται ως “περίπου λιγότερο από”, “ελάχιστα μικρότερο από” ή “κοντά γύρω από μια δηλωθείσα τιμή”. Θεωρούμε ότι $p < 10\%$ και $n > 20$. Με αυτές τις προϋποθέσεις η πιθανότητα $P(p)$ μπορεί να προσεγγιστεί από την κατανομή Poisson. Έτσι.

$$P(p) = G(c, np) = \sum_{x=0}^c \frac{e^{-np} (np)^x}{x!} \quad (3.15)$$

Σε ένα πρόβλημα μη γραμμικού προγραμματισμού μια σαφής (crisp) αντικειμενική συνάρτηση που ορίζεται σε ένα σαφές πεδίο ορισμού εμφανίζει βέλτιστη λύση σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Στην τροποποιημένη έκδοχή έχουμε ένα πρόβλημα μη γραμμικού προγραμματισμού με σαφή (crisp) αντικειμενική συνάρτηση και ασαφείς περιορισμούς (συγκεκριμένα η ασάφεια εισάγεται στην σχέση (3.13). Η διαφορά αυτή μεταξύ αντικειμενική συνάρτησης και περιορισμών δημιουργεί δυσκολίες στην αναζήτηση της βέλτιστης λύσης. Στο άρθρο του “Fuzzy set theory and its applications(1985)” ο H.J. Zimmermann προτείνει την παρακάτω μετατροπή :

Έστω R ένα ασαφές σύνολο τιμών, $S(R)$ το υποστήριγμα (support) του R και R_I μια ατομή του R με $\alpha = I$. Η συνάρτηση συμμετοχής της αντικειμενικής συνάρτησης (3.12) με δεδομένο σύνολο τιμών R ορίζεται ως

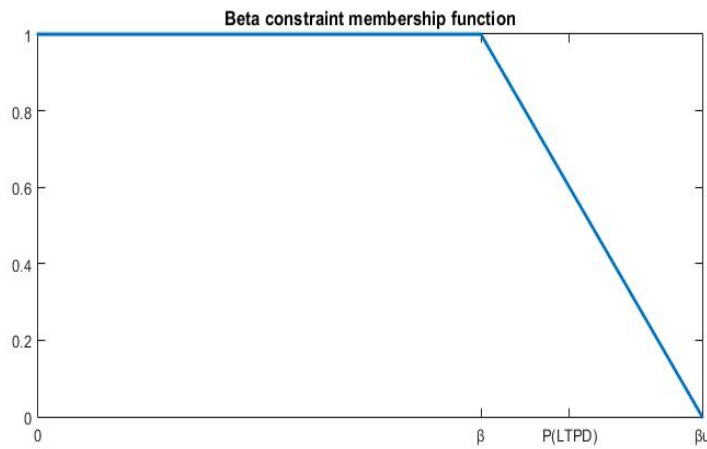
$$\mu_I(n, c) = \begin{cases} 1, & \text{if } I(p, n, c) \leq \inf_{S(R)} I \\ \frac{\inf_{R_I} I - I(p, n, c)}{\inf_{R_I} I - \inf_{S(R)} I}, & \text{if } \inf_{S(R)} I < I(p, n, c) < \inf_{R_I} I \\ 0, & \text{if } \inf_{R_I} I \leq I(p, n, c) \end{cases} \quad (3.16)$$



Σχήμα 3.7: Συνάρτηση συμμετοχής αντικειμενικής συνάρτησης (3.16)

Έστω ότι ο καταναλωτής δηλώνει ότι το ανώτατο όριο ανοχής του ως προς το ρίσκο β είναι το β_u . Η συνάρτηση συμμετοχής του περιορισμού (3.13) είναι η εξής :

$$\mu_1 = \begin{cases} 1, & \text{if } P(LTPD, n, c) \leq \beta \\ \frac{\beta_u - P(LTPD, n, c)}{\beta_u - \beta}, & \text{if } \beta \leq P(LTPD, n, c) \leq \beta_u \\ 0, & \text{if } \beta_u \leq P(LTPD, n, c) \end{cases} \quad (3.17)$$



Σχήμα 3.8: Συνάρτηση συμμετοχής περιορισμού (3.17)

Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται συμμετρία μεταξύ της αντικειμενική συνάρτησης (3.12) και του περιορισμού (3.13) και ακολουθώντας τη μέθοδο του T.K. Chackraborty στο άρθρο “A single sampling attribute plan of given strength based on fuzzy goal programming” (1988) για την συνάθροιση των δυο αυτών συναρτήσεων συμμετοχής καταλήγουμε στο ακόλουθο μοντέλο για το πρόβλημα των Dodge-Romig :

$$Maximize \left[\min \left\{ \frac{\inf_{R_1} - I(p, n, c)}{\inf_{R_1} - \inf_{S(R)}} = \lambda_1, \frac{\beta_u - P(LTPD, n, c)}{\beta_u - \beta} = \lambda_2 \right\} = \lambda \right] \quad (3.18)$$

$$\inf_{S(R)} I \leq I(p, n, c) \leq \inf_{R_1} I \quad (3.19)$$

$$\beta \leq P(LTPD, n, c) \leq \beta_u \quad (3.20)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (3.21)$$

$$n, c \geq 0, \text{int} \quad (3.22)$$

Έστω $I_1 = \inf_{R_1} I$ και $I_0 = \inf_{S(R)} I$. Το παραπάνω πρόβλημα βελτιστοποίησης για την εύρεση των n, c, λ μπορεί να γραφεί ως εξής :

Να βρεθούν τα n, c, λ που μεγιστοποιούν το λ , υπό τους περιορισμούς

[max] λ

υπό τους περιορισμούς

$$\lambda(I_1 - I_0) + I(p, n, c) \leq I_1 \quad (3.23)$$

$$\lambda(\beta_u - \beta) + P(LTPD, n, c) \leq \beta_u \quad (3.24)$$

$$I_0 \leq I(p, n, c) \leq I_1 \quad (3.25)$$

$$\beta \leq P(LTPD, n, c) \leq \beta_u \quad (3.26)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (3.27)$$

$$n, c \geq 0, \text{int} \quad (3.28)$$

Οι τιμές I_0 και I_1 μπορούν να βρεθούν λύνοντας τα ακόλουθα δύο προβλήματα μη γραμμικού προγραμματισμού.

$$\min I_0(p, n, c) = n + (N - n)(1 - G(c, np)) \quad (3.29)$$

Υπό τους περιορισμούς

$$G(c, nLTPD) \leq \beta \quad (3.30)$$

$$n, c \geq 0, \text{int} \quad (3.31)$$

Και

$$\min I_1(p, n, c) = n + (N - n)(1 - G(c, np)) \quad (3.32)$$

Υπό τους περιορισμούς

$$\beta \leq G(c, nLTPD) \leq \beta_u \quad (3.33)$$

$$n, c \geq 0, \text{int} \quad (3.34)$$

Μέσω αυτής της μεθόδου έγινε εφικτή η μετατροπή του ασαφούς *LTPD* σχεδίου σε δύο προβλήματα μη γραμμικού προγραμματισμού των οποίων η λύση μπορεί να βρεθεί με σχετική ευκολία.

Με σκοπό τη μελέτη των αποτελεσμάτων της σχεδίασης ενός απλού *LTPD* δειγματοληπτικού σχεδίου υπό ασαφές περιβάλλον θα χρησιμοποιηθούν αριθμητικά παραδείγματα παραδοσιακών *LTPD* δειγματοληπτικών σχεδίων τα οποία εν συνεχεία θα τροποποιηθούν καταλλήλως σύμφωνα με την μέθοδο που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες παραγράφους. Κάνοντας χρήση της προαναφερθείσας μεθόδου του Chackraborty σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB θα καταλήξουμε στο βέλτιστο σχέδιο. Τέλος θα συγκριθούν τα αποτελέσματα του παραδοσιακού και το ασαφούς σχεδίου.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Έστω ότι έχουμε μια παρτίδα με $N=2000$ τεμάχια, $p=2\%$ ελαττωματικά, $LTPD=10\%$, $\beta=10\%$.

Να βρεθεί το βέλτιστο *LTPD* απλό δειγματοληπτικό σχέδιο (n^*, c^*) .

Λύνοντας το παραδοσιακό *LTPD* σχέδιο με την βοήθεια του λογισμικού MATLAB όπου το β είναι αυστηρά καθορισμένο ($\beta=10\%$) καταλήγουμε στο εξής βέλτιστο σχέδιο : $(n^*, c^*)=(92,5)$ και $ATI=113,86$.

Έστω ότι ο καταναλωτής είναι πιο ελαστικός όσο αναφορά το ρίσκο που είναι διατεθειμένος να πάρει. Έτσι το ρίσκο ορίζεται « β σχετικά κοντά στο 10% ». Θεωρούμε $\beta_u=15\%$.

Πίνακας 3.4: Εύρεση n^* μέσω λ

n	ATI	$P(LTPD)$	$\lambda_1 = \frac{I_1 - I(p_1)}{I_1 - I_0}$	$\lambda_2 = \frac{\beta_u - P(p_2)}{\beta_u - \beta}$	$\lambda = \min\{\lambda_1, \lambda_2\}$
85	100,32	0,1496	1	0,008	0,008
86	102,15	0,142	0,86484	0,16	0,16
88	105,92	0,1284	0,58641	0,432	0,432
89	107,86	0,1219	0,44313	0,562	0,44313
91	111,82	0,1097	0,15066	0,806	0,15066
92	113,86	0,1041	0	0,918	0

Σύμφωνα με την μέθοδο που αναλύθηκε προηγουμένως επιλέγεται το μέγιστο στοιχείο της τελευταίας στήλης $\max\{\lambda\}$ μέσω του οποίου καταλήγουμε στο βέλτιστο $(n^*, c^*)=(89,5)$ και $ATI=107,86$.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

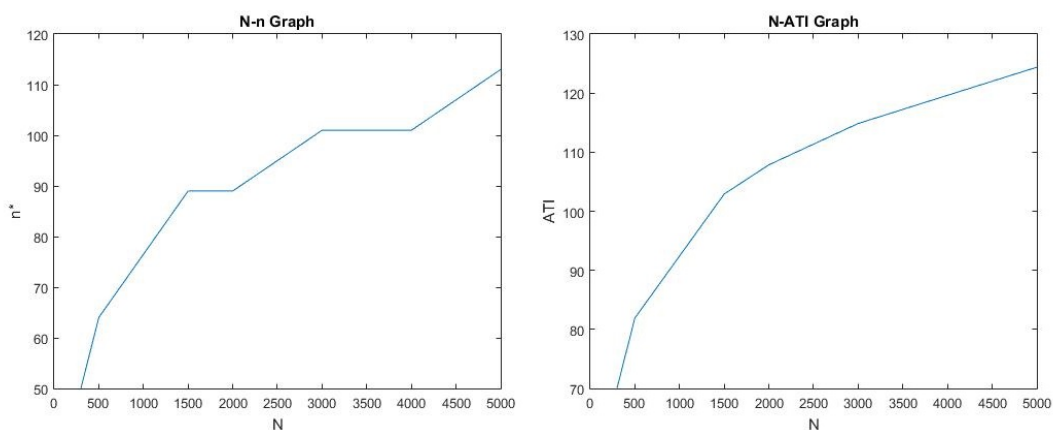
Επίδραση του μεγέθους παρτίδας

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό μέγεθος παρτίδας N ($N=2000$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $N=300$
 $(n^*, c^*) = (50, 2)$ $ATI=70,075$
- $N=500$
 $(n^*, c^*) = (64, 3)$ $ATI=81,931$
- $N=1500$
 $(n^*, c^*) = (89, 5)$ $ATI=102,92$
- $N=3000$
 $(n^*, c^*) = (101, 6)$ $ATI=114,86$
- $N=4000$
 $(n^*, c^*) = (101, 6)$ $ATI=119,63$
- $N=5000$
 $(n^*, c^*) = (113, 7)$ $ATI=124,38$

Πίνακας 3.5: Επίδραση του μεγέθους παρτίδας N

N	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
300	50	2	0,1247	70,0753
500	64	3	0,1189	81,931
1500	89	5	0,1219	102,92
2000	89	5	0,1219	107,86
3000	101	6	0,12396	114,86
4000	101	6	0,12396	119,63
5000	113	7	0,12485	124,38



Σχήμα 3.9: Μεταβολή n^* ως προς N (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς N (δεξιά)

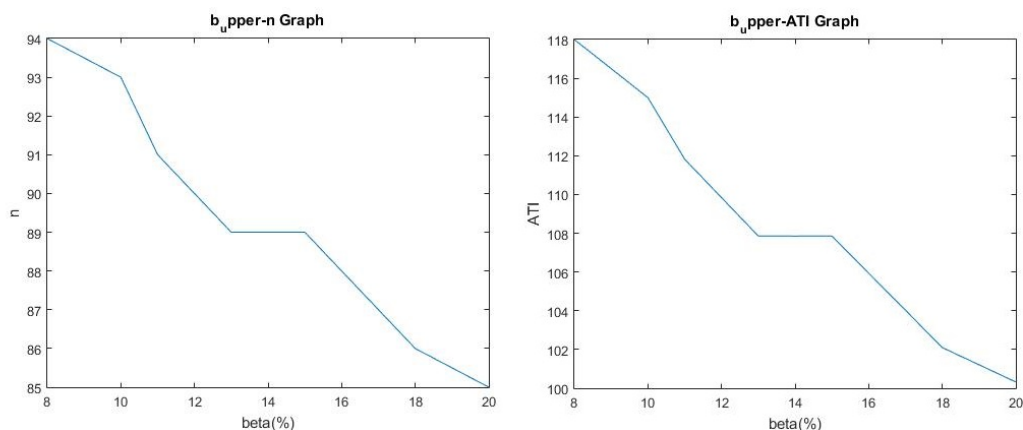
Επίδραση του ανώτατου ορίου ανοχής του ρίσκου του καταναλωτή β

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό ανώτατο όριο ανοχής του β ($\beta_u=15\%$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $\beta_u=11\%$
 $(n^*, c^*) = (91, 5)$ $ATI=111,82$
- $\beta_u=13\%$
 $(n^*, c^*) = (89, 5)$ $ATI=107,86$
- $\beta_u=14\%$
 $(n^*, c^*) = (89, 5)$ $ATI=107,855$
- $\beta_u=18\%$
 $(n^*, c^*) = (86, 5)$ $ATI=102,1$
- $\beta_u=20\%$
 $(n^*, c^*) = (85, 5)$ $ATI=100,3$

Πίνακας 3.6: Επίδραση του ανώτατου ορίου ανοχής του ρίσκου του καταναλωτή, β_u

$\beta_u(\%)$	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
11	91	5	0,10975	111,82
13	89	5	0,1219	107,86
14	89	5	0,1219	107,855
15	89	5	0,1219	107,86
18	86	5	0,142	102,1
20	85	5	0,1496	100,32



Σχήμα 3.10: Μεταβολή n^* ως προς β (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς β (δεξιά)

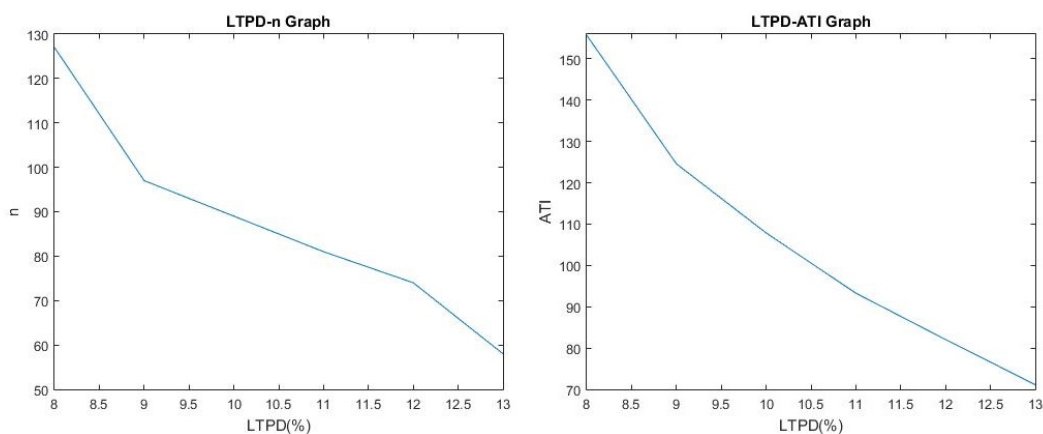
Επίδραση του LTPD επιπέδου ποιότητας

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό *LTPD* επίπεδο ποιότητας ($LTPD=10\%$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $LTPD=8\%$
 $(n^*, c^*) = (127, 6)$ $ATI=155,72$
- $LTPD=9\%$
 $(n^*, c^*) = (97, 5)$ $ATI=124,58$
- $LTPD=11\%$
 $(n^*, c^*) = (81, 5)$ $ATI=93,283$
- $LTPD=12\%$
 $(n^*, c^*) = (74, 5)$ $ATI=82,051$
- $LTPD=13\%$
 $(n^*, c^*) = (58, 4)$ $ATI=71,114$

Πίνακας 3.7: Επίδραση του επιπέδου ποιότητας *LTPD*

<i>LTPD</i> (%)	n^*	c^*	$P(LTPD)$	<i>ATI</i>
8	127	6	0,12037	155,72
9	97	5	0,1331	124,58
10	89	5	0,1219	107,86
11	81	5	0,12127	93,283
12	74	5	0,12317	82,051
13	58	4	0,12917	71,114



Σχήμα 3.11: Μεταβολή n^* ως προς LTPD(αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς LTPD(δεξιά)

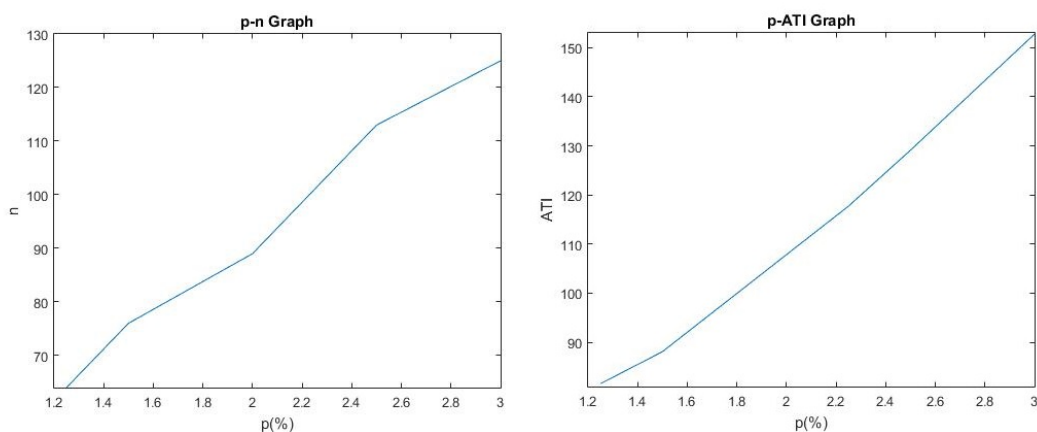
Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό ποσοστό ελαττωματικών $p(p=2\%)$ και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $p=1,25\%$
 $(n^*, c^*) = (64, 3)$ $ATI=81,579$
- $p=1,5\%$
 $(n^*, c^*) = (76, 4)$ $ATI=88,104$
- $p=2,25\%$
 $(n^*, c^*) = (101, 6)$ $ATI=117,73$
- $p=2,5\%$
 $(n^*, c^*) = (113, 7)$ $ATI=129,13$
- $p=3\%$
 $(n^*, c^*) = (125, 8)$ $ATI=152,77$

Πίνακας 3.8: Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών, p

$p(\%)$	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
1,25	64	3	0,11892	81,579
1,5	76	4	0,12494	88,104
2	89	5	0,1219	107,86
2,25	101	6	0,12396	117,73
2,5	113	7	0,12485	129,13
3	125	8	0,12492	152,77



Σχήμα 3.12: Μεταβολή n^* ως προς p (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς p (δεξιά)

Σύγκριση Παραδοσιακού-Ασαφούς μοντέλου

Από τον Πίνακα 3.10 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (ATI) κατά 4,82% ως 7,38% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,78% ως 2,31% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Επίδραση του μεγέθους παρτίδας

Πίνακας 3.9: Επίδραση μεγέθους παρτίδας N στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

N	Fuzzy				Crisp			
	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
300	50	2	0,1247	70,0753	53	2	0,1016	75,64
500	64	3	0,1189	81,931	67	3	0,0988	87,43
1500	89	5	0,1219	102,92	92	5	0,1041	108,131
2000	89	5	0,1219	107,86	92	5	0,1041	113,86
3000	101	6	0,12396	114,86	105	6	0,1016	121,97
4000	101	6	0,12396	119,63	105	6	0,1016	127,83
5000	113	7	0,12485	124,38	117	7	0,1035	131,02

Πίνακας 3.10: Ποσοστιαία μεταβολή του ATI και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του μεγέθους παρτίδας N

N	$ATI\% \downarrow$	$\beta\% \uparrow$
300	7,38	2,31
500	6,29	2,01
1500	4,82	1,78
2000	5,27	1,78
3000	5,83	2,24
4000	6,41	2,24
5000	5,07	2,13

Επίδραση του *LTPD* επιπέδου ποιότητας

Από τον Πίνακα 3.12 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (*ATI*) κατά 5,22% ως 7,7% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,77% ως 2,84% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Πίνακας 3.11: Επίδραση του επιπέδου ποιότητας *LTPD* στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

	Fuzzy				Crisp			
<i>LTPD</i> (%)	n^*	c^*	$P(LTPD)$	<i>ATI</i>	n^*	c^*	$P(LTPD)$	<i>ATI</i>
8	127	6	0,12037	155,72	131	6	0,1027	164,3
9	97	5	0,1331	124,58	116	6	0,1047	134,43
10	89	5	0,1219	107,86	92	5	0,1041	113,86
11	81	5	0,12127	93,283	84	5	0,1019	98,51
12	74	5	0,12317	82,051	77	5	0,1019	86,71
13	58	4	0,12917	71,114	61	4	0,1037	77,05

Πίνακας 3.12: Ποσοστιαία μεταβολή του *ATI* και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του επιπέδου ποιότητας *LTPD*

<i>LTPD</i> (%)	<i>ATI</i> % ↓	β % ↑
8	5,22	1,77
9	7,32	2,84
10	5,27	1,78
11	5,31	1,94
12	5,37	2,13
13	7,7	2,55

Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p

Από τον Πίνακα 3.14 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (*ATI*) κατά 5,27% ως 7,13% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,78% ως 2,53% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Πίνακας 3.13: Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

	Fuzzy				Crisp			
p (%)	n^*	c^*	$P(LTPD)$	<i>ATI</i>	n^*	c^*	$P(LTPD)$	<i>ATI</i>
1,25	64	3	0,11892	81,579	80	4	0,0996	87,03
1,5	76	4	0,12494	88,104	80	4	0,0996	94,87
2	89	5	0,1219	107,86	92	5	0,1041	113,86
2,25	101	6	0,12396	117,73	105	6	0,1016	125,31
2,5	113	7	0,12485	129,13	117	7	0,1035	136,51
3	125	8	0,12492	152,77	129	8	0,1044	162,2

Πίνακας 3.14: Ποσοστιαία μεταβολή του ATI και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του ποσοστού ελαττωματικών p

$p(\%)$	$ATI\% \downarrow$	$\beta\% \uparrow$
1,25	6,26	1,93
1,5	7,13	2,53
2	5,27	1,78
2,25	6,01	2,24
2,5	5,41	2,13
3	5,81	2,05

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Έστω ότι έχουμε μια παρτίδα με $N=3000$ τεμάχια, $p=1,5\%$ ελαττωματικά, $LTPD=9\%$, $\beta=9\%$.

Να βρεθεί το βέλτιστο $LTPD$ απλό δειγματοληπτικό σχέδιο (n^*, c^*)

Λύνοντας το παραδοσιακό $LTPD$ σχέδιο με την βοήθεια του λογισμικού MATLAB όπου το β είναι αυστηρά καθορισμένο ($\beta=9\%$) καταλήγουμε στο εξής βέλτιστο σχέδιο : $(n^*, c^*) = (105, 5)$ και $ATI=121,24$.

Έστω ότι ο καταναλωτής είναι πιο ελαστικός όσο αναφορά το ρίσκο που είναι διατεθειμένος να πάρει. Έτσι το ρίσκο ορίζεται « β σχετικά κοντά στο 10% ». Θεωρούμε $\beta_u=13\%$.

Πίνακας 3.15: Εύρεση n^* μέσω λ

n	ATI	$P(LTPD)$	$\lambda_1 = \frac{I_1 - I(p_1)}{I_1 - I_0}$	$\lambda_2 = \frac{\beta_u - P(p_2)}{\beta_u - \beta}$	$\lambda = \min\{\lambda_1, \lambda_2\}$
97	108,19	0,1331	1	-0,0775	-0,0775
99	111,32	0,1213	0,76015	0,21825	0,21825
101	114,54	0,11033	0,51341	0,49175	0,49175
103	117,85	0,10025	0,25977	0,74375	0,25977
105	121,24	0,09097	0	0,97575	0

Σύμφωνα με την μέθοδο που αναλύθηκε προηγουμένως επιλέγεται το μέγιστο στοιχείο της τελευταίας στήλης $\max\{\lambda\}$ μέσω του οποίου καταλήγουμε στο βέλτιστο $(n^*, c^*) = (101, 5)$ και $ATI=114,54$.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

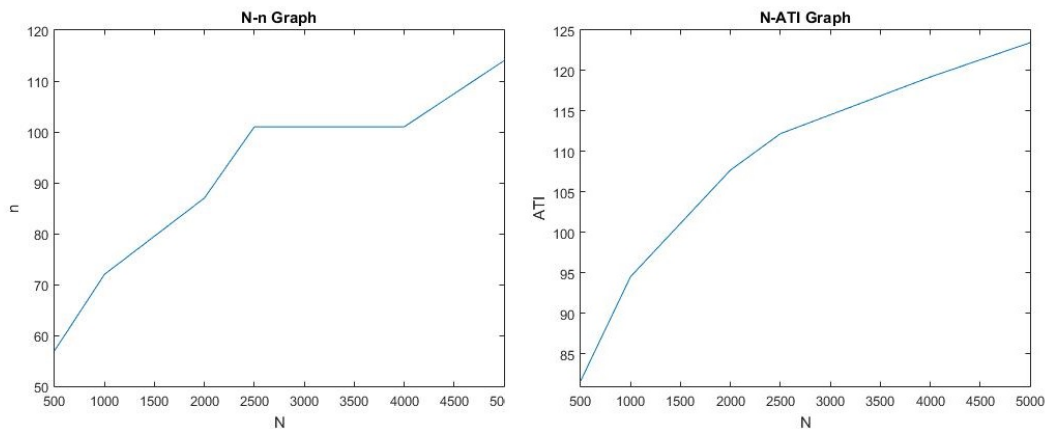
Επίδραση του μεγέθους παρτίδας

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό μέγεθος παρτίδας N ($N=3000$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $N=500$
 $(n^*, c^*) = (57, 2)$ $ATI=81,654$
- $N=1000$
 $(n^*, c^*) = (72, 3)$ $ATI=94,542$
- $N=2000$
 $(n^*, c^*) = (87, 4)$ $ATI=107,71$
- $N=2500$
 $(n^*, c^*) = (101, 5)$ $ATI=112,21$
- $N=3500$
 $(n^*, c^*) = (101, 5)$ $ATI=116,88$
- $N=4000$
 $(n^*, c^*) = (101, 5)$ $ATI=119,21$
- $N=5000$
 $(n^*, c^*) = (114, 6)$ $ATI=123,46$

Πίνακας 3.16: Επίδραση του μεγέθους παρτίδας N

N	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
500	57	2	0,11412	81,654
1000	72	3	0,11323	94,542
2000	87	4	0,10979	107,71
2500	101	5	0,11033	112,21
3000	101	5	0,11033	114,54
3500	101	5	0,11033	116,88
4000	101	5	0,11033	119,21
5000	114	6	0,11458	123,46



Σχήμα 3.13: Μεταβολή n^* ως προς N (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς N (δεξιά)

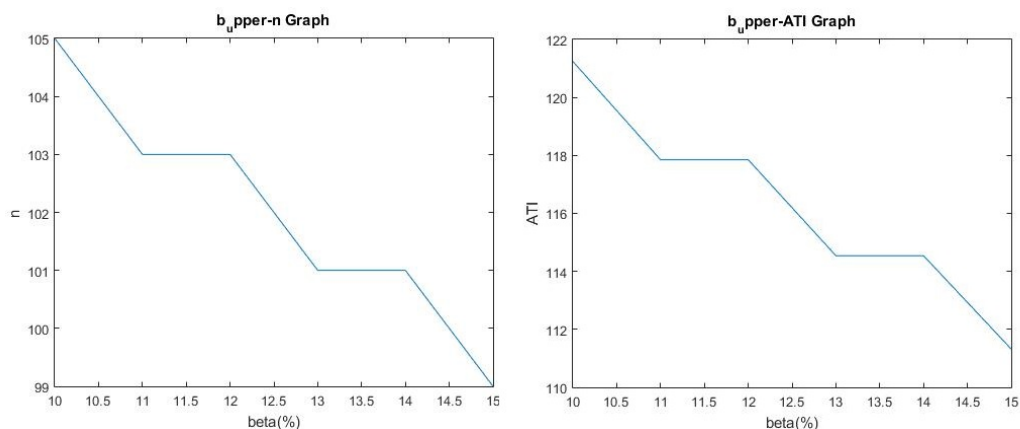
Επίδραση του ανώτατου ορίου ανοχής του ρίσκου του καταναλωτή β

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό ανώτατο όριο ανοχής του β ($\beta_u=13\%$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $\beta_u=10\%$
 $(n^*, c^*) = (105, 5)$ $ATI=121,24$
- $\beta_u=11\%$
 $(n^*, c^*) = (103, 5)$ $ATI=117,85$
- $\beta_u=12\%$
 $(n^*, c^*) = (103, 5)$ $ATI=117,85$
- $\beta_u=14\%$
 $(n^*, c^*) = (101, 5)$ $ATI=114,54$
- $\beta_u=15\%$
 $(n^*, c^*) = (99, 5)$ $ATI=111,32$

Πίνακας 3.17: Επίδραση του ανώτατου ορίου ανοχής του ρίσκου του καταναλωτή, β_u

$\beta_u(\%)$	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
10	105	5	0,09097	121,24
11	103	5	0,10025	117,85
12	103	5	0,10025	117,85
13	101	5	0,11033	114,54
14	101	5	0,11033	114,54
15	99	5	0,12127	111,32



Σχήμα 3.14: Μεταβολή n^* ως προς β (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς β (δεξιά)

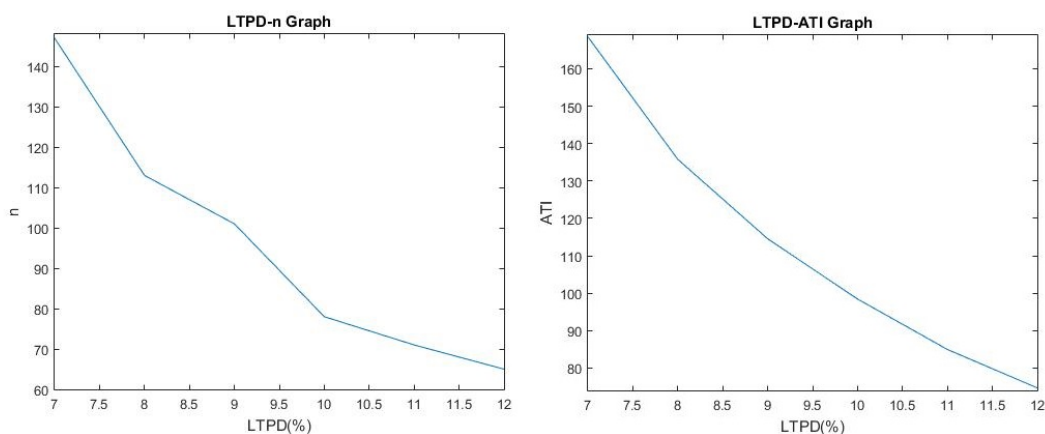
Επίδραση του LTPD επιπέδου ποιότητας

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό *LTPD* επίπεδο ποιότητας ($LTPD=9\%$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $LTPD=7\%$
 $(n^*, c^*) = (147, 6)$ $ATI=168,54$
- $LTPD=8\%$
 $(n^*, c^*) = (113, 5)$ $ATI=135,78$
- $LTPD=10\%$
 $(n^*, c^*) = (78, 4)$ $ATI=98,431$
- $LTPD=11\%$
 $(n^*, c^*) = (71, 4)$ $ATI=84,933$
- $LTPD=12\%$
 $(n^*, c^*) = (65, 4)$ $ATI=74,659$

Πίνακας 3.18: Επίδραση του επιπέδου ποιότητας *LTPD*

<i>LTPD</i> (%)	n^*	c^*	$P(LTPD)$	<i>ATI</i>
7	147	6	0,11289	168,54
8	113	5	0,11328	135,78
9	101	5	0,11033	114,54
10	78	4	0,11167	98,431
11	71	4	0,11104	84,933
12	65	4	0,11167	74,659



Σχήμα 3.15: Μεταβολή n^* ως προς LTPD(αριστερά), Μεταβολή ATI* ως προς LTPD(δεξιά)

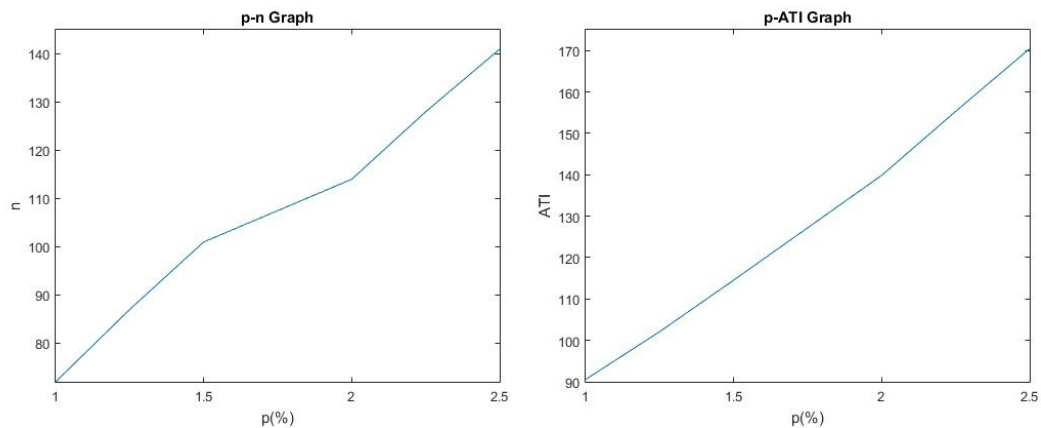
Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό ποσοστό ελαττωματικών p ($p=1,5\%$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $p=1\%$
 $(n^*, c^*) = (72, 3)$ ATI=90,564
- $p=1,25\%$
 $(n^*, c^*) = (87, 4)$ ATI=102,11
- $p=2\%$
 $(n^*, c^*) = (114, 6)$ ATI=139,85
- $p=2,25\%$
 $(n^*, c^*) = (128, 7)$ ATI=155,32
- $p=2,5\%$
 $(n^*, c^*) = (141, 8)$ ATI=170,45

Πίνακας 3.19: Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών, p

$p(\%)$	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
1	72	3	0,11323	90,564
1,25	87	4	0,10979	102,11
1,5	101	5	0,11033	114,54
2	114	6	0,11458	139,85
2,25	128	7	0,11267	155,32
2,5	141	8	0,1148	170,45



Σχήμα 3.16: Μεταβολή n^* ως προς p (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς p (δεξιά)

Σύγκριση Crisp-Fuzzy

Από τον Πίνακα 3.21 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (ATI) κατά 5,21% ως 6,85% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,58% ως 2,33% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Επίδραση του μεγέθους παρτίδας

Πίνακας 3.20: Επίδραση μεγέθους παρτίδας N στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

N	Fuzzy				Crisp			
	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
500	57	2	0,11412	81,654	60	2	0,0948	87,66
1000	72	3	0,11323	94,542	90	4	0,094	101,26
2000	87	4	0,10979	107,71	90	4	0,094	113,63
2500	101	5	0,11033	112,21	105	5	0,091	118,44
3000	101	5	0,11033	114,54	105	5	0,091	121,24
3500	101	5	0,11033	116,88	105	5	0,091	124,05
4000	101	5	0,11033	119,21	105	5	0,091	126,85
5000	114	6	0,11458	123,46	119	6	0,0913	130,98

Πίνακας 3.21: Ποσοστιαία μεταβολή του ATI και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του μεγέθους παρτίδας N

N	$ATI\% \downarrow$	$\beta\% \uparrow$
500	6,85	1,93
1000	6,63	1,92
2000	5,21	1,58
2500	5,26	1,93
3000	5,53	1,93
3500	5,78	1,93
4000	6,02	1,93
5000	5,74	2,33

Επίδραση του LTPD επιπέδου ποιότητας

Από τον Πίνακα 3.23 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (*ATI*) κατά 5,02% ως 6,82% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,82% ως 2,18% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Πίνακας 3.22: Επίδραση του επιπέδου ποιότητας LTPD στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

<i>LTPD</i> (%)	Fuzzy				Crisp			
	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
7	147	6	0,11289	168,54	152	6	0,0947	177,51
8	113	5	0,11328	135,78	118	5	0,0915	145,72
9	101	5	0,11033	114,54	105	5	0,091	121,24
10	78	4	0,11167	98,431	94	5	0,0935	103,63
11	71	4	0,11104	84,933	74	4	0,0919	90,51
12	65	4	0,11167	74,659	68	4	0,0908	79,66

Πίνακας 3.23: Ποσοστιαία μεταβολή του *ATI* και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του επιπέδου ποιότητας LTPD

<i>LTPD</i> (%)	<i>ATI</i> % ↓	β % ↑
7	5,05	1,82
8	6,82	2,18
9	5,53	1,93
10	5,02	1,82
11	6,16	1,91
12	6,28	2,09

Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p

Από τον Πίνακα 3.25 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (*ATI*) κατά 4,87% ως 6,46% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,58% ως 2,13% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Πίνακας 3.24: Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

p (%)	Fuzzy				Crisp			
	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
1	72	3	0,11323	90,564	90	4	0,094	96,82
1,25	87	4	0,10979	102,11	90	4	0,094	107,34
1,5	101	5	0,11033	114,54	105	5	0,091	121,24
2	114	6	0,11458	139,85	132	7	0,0949	148,7
2,25	128	7	0,11267	155,32	132	7	0,0949	164,32
2,5	141	8	0,1148	170,45	146	8	0,0935	182,12

Πίνακας 3.25: Ποσοστιαία μεταβολή του ATI και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του ποσοστού ελαττωματικών p

$p(\%)$	$ATI\% \downarrow$	$\beta\% \uparrow$
1	6,46	1,92
1,25	4,87	1,58
1,5	5,53	1,93
2	5,95	1,97
2,25	5,48	1,78
2,5	6,41	2,13

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Έστω ότι έχουμε μια παρτίδα με $N=5000$ τεμάχια, $p=1\%$ ελαττωματικά, $LTPD=11\%$, $\beta=10\%$.

Να βρεθεί το βέλτιστο $LTPD$ απλό δειγματοληπτικό σχέδιο (n^*, c^*)

Λύνοντας το παραδοσιακό $LTPD$ σχέδιο με την βοήθεια του λογισμικού MATLAB όπου το β είναι αυστηρά καθορισμένο ($\beta=10\%$) καταλήγουμε στο εξής βέλτιστο σχέδιο: $(n^*, c^*) = (72, 4)$ και $ATI=76,384$.

Έστω ότι ο καταναλωτής είναι πιο ελαστικός όσο αναφορά το ρίσκο που είναι διατεθειμένος να πάρει. Έτσι το ρίσκο ορίζεται « β σχετικά κοντά στο 10% ». Θεωρούμε $\beta_u=14\%$.

Πίνακας 3.26: Εύρεση n^* μέσω λ

n	ATI	$P(LTPD)$	$\lambda_1 = \frac{I_1 - I(p_1)}{I_1 - I_0}$	$\lambda_2 = \frac{\beta_u - P(p_2)}{\beta_u - \beta}$	$\lambda = \min\{\lambda_1, \lambda_2\}$
56	69	0,13749	1	0,06275	0,06275
57	70,842	0,12869	0,750542	0,28275	0,28275
58	72,72	0,12038	0,496208	0,4905	0,4905
59	74,635	0,11254	0,236863	0,6865	0,236863
72	76,384	0,10431	0	0,89225	0

Σύμφωνα με την μέθοδο που αναλύθηκε προηγουμένως επιλέγεται το μέγιστο στοιχείο της τελευταίας στήλης $\max\{\lambda\}$ μέσω του οποίου καταλήγουμε στο βέλτιστο $(n^*, c^*) = (58, 3)$ και $ATI = 72,72$.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

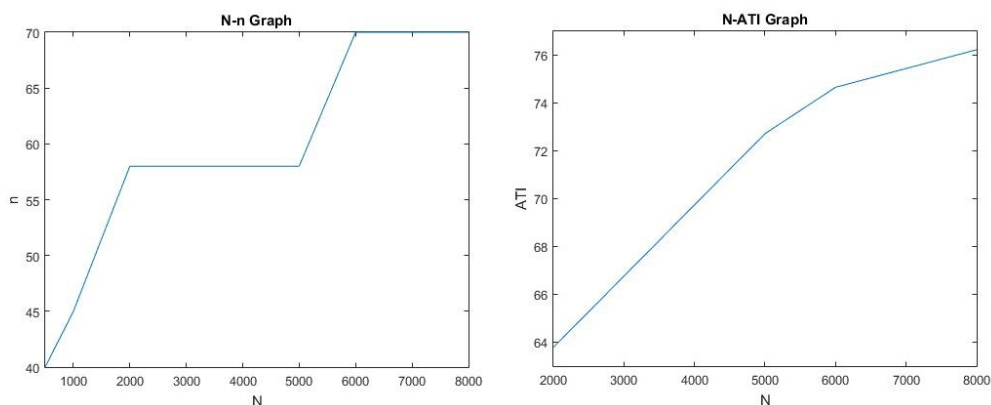
Επίδραση του μεγέθους παρτίδας

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό μέγεθος παρτίδας N ($N=5000$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $N=2000$
 $(n^*, c^*) = (58, 3)$ $ATI=63,784$
- $N=3000$
 $(n^*, c^*) = (58, 3)$ $ATI=66,763$
- $N=4000$
 $(n^*, c^*) = (58, 3)$ $ATI=69,741$
- $N=6000$
 $(n^*, c^*) = (70, 4)$ $ATI=74,658$
- $N=7000$
 $(n^*, c^*) = (70, 4)$ $ATI=75,444$
- $N=8000$
 $(n^*, c^*) = (70, 4)$ $ATI=76,229$

Πίνακας 3.27: Επίδραση του μεγέθους παρτίδας N

N	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
2000	58	3	0,12038	63,784
3000	58	3	0,12038	66,763
4000	58	3	0,12038	69,741
5000	58	3	0,12038	72,72
6000	70	4	0,11814	74,658
7000	70	4	0,11814	75,444
8000	70	4	0,11814	76,229



Σχήμα 3.17: Μεταβολή n^* ως προς N (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς N (δεξιά)

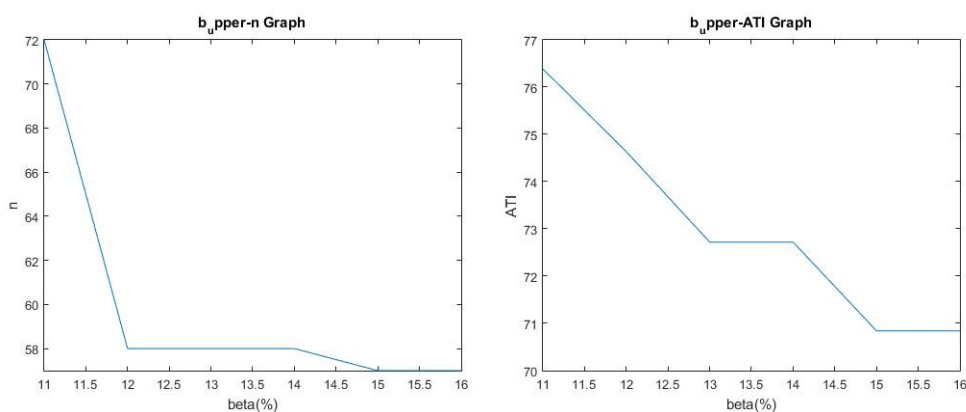
Επίδραση του ανώτατου ορίου ανοχής του ρίσκου του καταναλωτή β

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό ανώτατο όριο ανοχής του β ($\beta_u=14\%$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $\beta_u=11\%$
 $(n^*, c^*) = (72, 4)$ $ATI=76,384$
- $\beta_u=12\%$
 $(n^*, c^*) = (58, 3)$ $ATI=74,635$
- $\beta_u=13\%$
 $(n^*, c^*) = (58, 3)$ $ATI=72,72$
- $\beta_u=15\%$
 $(n^*, c^*) = (57, 3)$ $ATI=70,842$
- $\beta_u=16\%$
 $(n^*, c^*) = (57, 3)$ $ATI=70,842$

Πίνακας 3.28: Επίδραση του ανώτατου ορίου ανοχής του ρίσκου του καταναλωτή, β_u

$\beta_u(\%)$	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
11	72	4	0,10431	76,384
12	58	3	0,11254	74,635
13	58	3	0,12038	72,72
14	58	3	0,12038	72,72
15	57	3	0,12869	70,842
16	57	3	0,12869	70,842



Σχήμα 3.18: Μεταβολή n^* ως προς β_u (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς β_u (δεξιά)

Επίδραση του $LTPD$ επιπέδου ποιότητας

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό $LTPD$ επίπεδο ποιότητας ($LTPD=11\%$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $LTPD=8\%$

$(n^*, c^*) = (95, 4)$ $ATI = 109,47$

- $LTPD = 9\%$

$(n^*, c^*) = (85, 4)$ $ATI = 94,017$

- $LTPD = 10\%$

$(n^*, c^*) = (76, 4)$ $ATI = 81,556$

- $LTPD = 12\%$

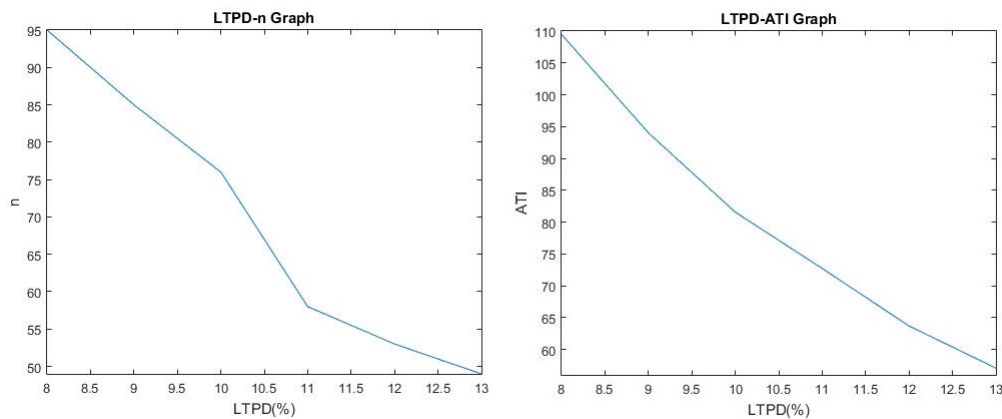
$(n^*, c^*) = (53, 3)$ $ATI = 63,685$

- $LTPD = 13\%$

$(n^*, c^*) = (49, 3)$ $ATI = 57,062$

Πίνακας 3.29: Επίδραση του επιπέδου ποιότητας $LTPD$

$LTPD(\%)$	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
8	95	4	0,12494	109,47
9	85	4	0,1215	94,017
10	76	4	0,12494	81,556
11	58	3	0,12038	72,72
12	53	3	0,12185	63,685
13	49	3	0,12111	57,062



Σχήμα 3.19: Μεταβολή n^* ως προς $LTPD$ (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς $LTPD$ (δεξιά)

Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p

Θα δούμε πως επηρεάζεται η βέλτιστη λύση μεταβάλλοντας το αρχικό ποσοστό ελαττωματικών p ($p=1\%$) και κρατώντας όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αριθμητικού παραδείγματος σταθερές.

- $p=0,75\%$

$(n^*, c^*) = (58, 3)$ $ATI = 63,22$

- $p=1,25\%$

$(n^*, c^*) = (70, 4)$ $ATI = 80,245$

- $p=1,5\%$

$$(n^*, c^*) = (81, 5) \quad ATI = 88,851$$

- $p = 2\%$

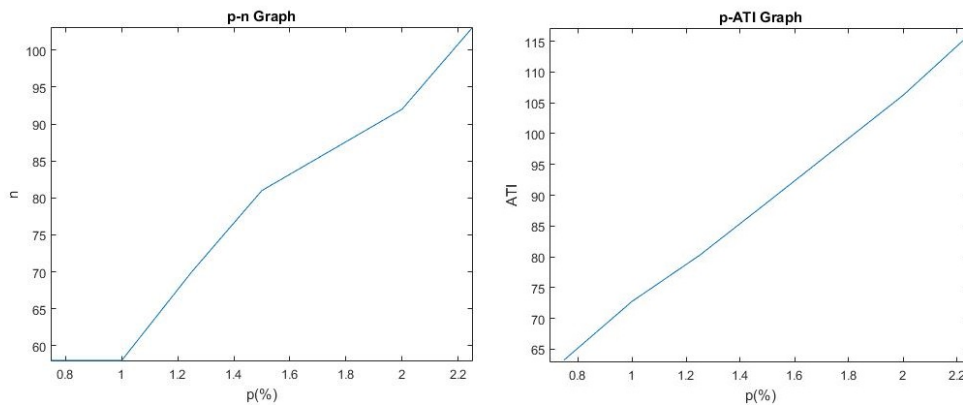
$$(n^*, c^*) = (92, 6) \quad ATI = 106,22$$

- $p = 2,25\%$

$$(n^*, c^*) = (103, 7) \quad ATI = 116,27$$

Πίνακας 3.30: Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών, p

$p(\%)$	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
0,75	58	3	0,12038	63,22
1	58	3	0,12038	72,72
1,25	70	4	0,11814	80,245
1,5	81	5	0,12127	88,851
2	92	6	0,12275	106,22
2,25	103	7	0,12313	116,27



Σχήμα 3.20: Μεταβολή n^* ως προς p (αριστερά), Μεταβολή ATI^* ως προς p (δεξιά)

Σύγκριση Crisp-Fuzzy

Από τον Πίνακα 3.32 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (ATI) κατά 3,38% ως 7,04% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,38% ως 2,22% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Επίδραση του μεγέθους παρτίδας

Πίνακας 3.31: Επίδραση μεγέθους παρτίδας N στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

N	Fuzzy				Crisp			
	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
2000	58	3	0,12038	63,784	61	3	0,0982	67,9
3000	58	3	0,12038	66,763	61	3	0,0982	71,46
4000	58	3	0,12038	69,741	61	3	0,0982	75,02
5000	58	3	0,12038	72,72	72	4	0,1043	76,38
6000	70	4	0,11814	74,658	72	4	0,1043	77,27
7000	70	4	0,11814	75,444	72	4	0,1043	78,16
8000	70	4	0,11814	76,229	72	4	0,1043	79,05

Πίνακας 3.32: Ποσοστιαία μεταβολή του ATI και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του μεγέθους παρτίδας N

N	$ATI\% \downarrow$	$\beta\% \uparrow$
2000	6,06	2,22
3000	6,58	2,22
4000	7,04	2,22
5000	4,79	1,61
6000	3,38	1,38
7000	3,47	1,38
8000	3,57	1,38

Επίδραση του LTPD επιπέδου ποιότητας

Από τον Πίνακα 3.34 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (ATI) κατά 4,51% ως 7,67% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,61% ως 2,53% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Πίνακας 3.33: Επίδραση του επιπέδου ποιότητας $LTPD$ στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

$LTPD(\%)$	Fuzzy				Crisp			
	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
8	95	4	0,12494	109,47	99	4	0,1043	116,2
9	85	4	0,1215	94,017	88	4	0,1043	98,46
10	76	4	0,12494	81,556	80	4	0,0996	86,94
11	58	3	0,12038	72,72	72	4	0,1043	76,38
12	53	3	0,12185	63,685	66	4	0,1043	68,98
13	49	3	0,12111	57,062	51	3	0,1032	60,31

Πίνακας 3.34: Ποσοστιαία μεταβολή του ATI και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του επιπέδου ποιότητας $LTPD$

$LTPD(\%)$	$ATI\% \downarrow$	$\beta\% \uparrow$
8	5,79	2,06
9	4,51	1,72
10	6,19	2,53
11	4,79	1,61
12	7,67	1,75
13	5,38	1,79

Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p

Από τον Πίνακα 3.36 παρατηρούμε ότι με το ασαφές μοντέλο επιτυγχάνεται μείωση του μέσου κόστους ελέγχου (ATI) κατά 3,95% ως 6,02% με τον συμβιβασμό αύξησης του ρίσκου του καταναλωτή β κατά 1,38% ως 2,22% σε σχέση με το παραδοσιακό μοντέλο.

Πίνακας 3.35: Επίδραση του ποσοστού ελαττωματικών p στο ασαφές και στο παραδοσιακό μοντέλο

$p(\%)$	Fuzzy				Crisp			
	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI	n^*	c^*	$P(LTPD)$	ATI
0,75	58	3	0,12038	63,22	61	3	0,0982	67,27
1	58	3	0,12038	72,72	72	4	0,1043	76,38
1,25	70	4	0,11814	80,245	72	4	0,1043	83,55
1,5	81	5	0,12127	88,851	84	5	0,1019	93,4
2	92	6	0,12275	106,22	95	6	0,1042	111,9
2,25	103	7	0,12313	116,27	107	7	0,1	123,64

Πίνακας 3.36: Ποσοστιαία μεταβολή του ATI και β στο ασαφές μοντέλο σε σχέση με το παραδοσιακό συναρτήσει του ποσοστού ελαττωματικών p

$p(\%)$	$ATI\% \downarrow$	$\beta\% \uparrow$
0,75	6,02	2,22
1	4,79	1,61
1,25	3,95	1,38
1,5	4,87	1,94
2	5,08	1,85
2,25	5,96	2,31

Συμπεράσματα-Παρατηρήσεις

Λαμβάνοντας υπόψιν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα τρία αριθμητικά παραδείγματα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι με το ασαφές μοντέλο προκύπτει βέλτιστο σχέδιο με μεγαλύτερο β αλλά μικρότερο ATI σε σχέση με το βέλτιστο παραδοσιακό. Το παραδοσιακό Dodge-Romig μοντέλο στοχεύει στην επίτευξη του μικρότερου δυνατού ρίσκου του καταναλωτή β θέτοντάς το σε μια συγκεκριμένη τιμή ενώ ο δεύτερος στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου κόστους ελέγχου ATI , η οποία υπόκειται στον περιορισμό που προκύπτει από τον πρώτο στόχο. Στο ασαφές μοντέλο ουσιαστικά “θυσιάζεται” η αυστηρή εκπλήρωση του ελάχιστου β με την εισαγωγή ενός διαστήματος τιμών $[\beta, \beta_u]$ με σκοπό την επίτευξη καλύτερου αποτελέσματος στην ελαχιστοποίηση του ATI . Όσο αφορά την ανάλυση ευαισθησίας παρατηρείται ότι η μεταβολή των παραμέτρων N , $LTPD$, p έχει ανάλογη επιρροή στη βέλτιστη λύση τόσο του ασαφούς όσο και του παραδοσιακού σχεδίου.

Συγκεκριμένα:

- από τους Πίνακες 3.9, 2.20, 2.31 παρατηρείται ότι με την αύξηση του μεγέθους παρτίδας N τα μεγέθη n, c και ATI αυξάνονται.
- από τους Πίνακες 3.11, 3.22, 3.33 παρατηρείται ότι με την αύξηση του επίπεδου ποιότητας $LTPD$ τα μεγέθη n, c και ATI μειώνονται.
- από τους Πίνακες 3.13, 3.24, 3.35 παρατηρείται ότι με την αύξηση του ποσοστού ελαττωματικών p τα μεγέθη n, c και ATI αυξάνονται.

Όσο αφορά τη μεταβολή του ανώτατου ορίου ανοχής β_u το οποίο συναντάται μόνο στο ασαφές μοντέλο, από τους Πίνακες 3.6, 3.17, 3.28 παρατηρείται ότι με την αύξηση του, τα μεγέθη n, c και ATI μειώνονται.

3.3 ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΕΣ ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ

Μια ακόμη παράμετρος που θα άξιζε να μελετηθεί υπό ασαφές περιβάλλον είναι το ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων μια παρτίδας. Στην περίπτωση των παραδοσιακών δειγματοληπτικών σχεδίων η ποσότητα αυτή αντιμετωπίζεται ως μια σαφής (crisp) μεταβλητή η οποία προκύπτει συχνά ως εκτίμηση της κατανομής βήτα. Παρόλα αυτά τα χαρακτηριστικά ποιότητας μιας παρτίδας πολλές φορές δεν είναι ακριβή. Λαμβάνοντας υπόψη αυτή την ασάφεια μπορούμε να θεωρήσουμε την παράμετρο p ως ένα ασαφή τριγωνικό αριθμό (TFN). Η μετατροπή αυτή επηρεάζει την πιθανότητα αποδοχής του σχεδίου εφόσον εμπεριέχει την ποσότητα p , επομένως και την χαρακτηριστική καμπύλη (OC Curve). Οι παράμετροι (n, c) του σχεδίου δεν επηρεάζονται από την εισαγωγή ασάφειας, δηλαδή προκύπτουν όπως και στην παραδοσιακή σχεδίαση. Στη συνέχεια θα μοντελοποιηθούν τα απλά και διπλά δειγματοληπτικά σχέδια όπου το ποσοστό ελαττωματικών μονάδων είναι ασαφής ποσότητα.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

Θεωρούμε ότι τόσο στα απλά όσο και στα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια με ασαφή παράμετρο \tilde{p} τηρούνται οι απαραίτητες προϋποθέσεις ώστε η πιθανότητα αποδοχής να προσεγγίζεται ικανοποιητικά με χρήση κατανομής Poisson

3.3.1 ΑΠΛΟ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΕΣ ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ

Στην περίπτωση που επιλέξουμε να χρησιμοποιήσουμε απλό δειγματοληπτικό σχέδιο για τον έλεγχο της παρτίδας τότε χρησιμοποιώντας την κατανομή Poisson η πιθανότητα ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων να ισούται ακριβώς με d δίνεται από τον τύπο

$$P(d) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^d}{d!} \text{ και η πιθανότητα αποδοχής } P_a \text{ από τον τύπο } P_a = P(d \leq c) = \sum_{d=0}^c \frac{e^{-\lambda} \lambda^d}{d!}$$

. Για την αναπαράσταση της ασαφούς παραμέτρου επιλέγουμε έναν ασαφή τριγωνικό αριθμό (TFN) $\tilde{p} = (p_1, p_2, p_3)$. Η τυχαία μεταβλητή d (αριθμός ελαττωματικών)

ακολουθεί πλέον ασαφή Poisson κατανομή με ασαφή παράμετρο $\tilde{\lambda} = n \tilde{p}$. Προκειμένου να γίνει αντιληπτή η επίδραση της ασάφειας στην ποσότητα p θα χρησιμοποιήσουμε την καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών. Ως γνωστόν μια ασαφής ποσότητα μετατρέπεται σε σαφή με την διαδικασία της αποασαφοποίησης. Επιλέγοντας την πιο διαδεδομένη από αυτές, την Center Of Gravity (COG) μπορούμε να κατασκευάσουμε την καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών όπου το p είναι

ασαφές και εν συνεχεία να συγκρίνουμε αυτή με την αντίστοιχη καμπύλη όπου το p αντιμετωπίζεται ως crisp ποσότητα. Για να πετύχουμε το σκοπό αυτό ορίζουμε :

$\tilde{p} = (k, p_2 + k, p_3 + k)$ με την παραδοχή ότι $p_1 = 0$ και $0 \leq k \leq 0.99$ (Jamkhaneh et al., 2011)

Με βάση τη θεωρία, τις παραδοχές που προηγήθηκαν και με την βοήθεια του προγραμματιστικού περιβάλλοντος MATLAB κατασκευάστηκε ο αλγόριθμος (3) του παραρτήματος μέσω του οποίου μοντελοποιείται το απλό δειγματοληπτικό σχέδιο με ασαφή παράμετρο \tilde{p} . Στη συνέχεια παρατίθεται ο αλγόριθμος για σχεδιασμό βέλτιστου απλού δειγματοληπτικού σχεδίου με ασαφές ποσοστό ελαττωματικών

Αλγόριθμος

STEP 0 : Input of parameters ($AQL, LTPD, \alpha, \beta$)

STEP 1 : Calculation of (n^*, c^*) according to the traditional method

STEP 2 : Input of Triangular Fuzzy p (TFN)

STEP 3 : Calculation of Possibility of acceptance (\tilde{P}_α) by using of fuzzy Poisson Distribution .

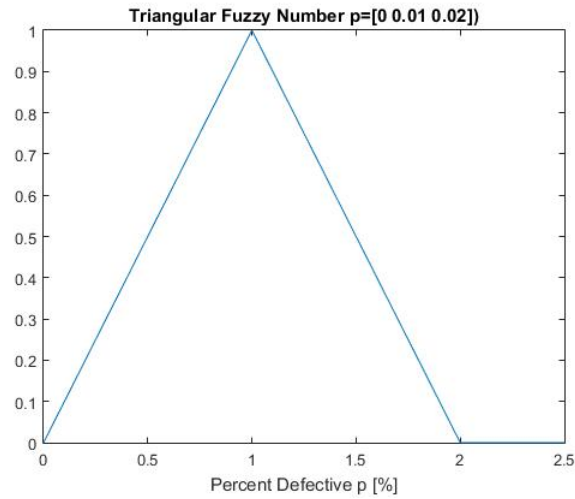
STEP 4 : Defuzzification of \tilde{P}_α with Center Of Gravity (COG) method

Με σκοπό τη μελέτη των αποτελεσμάτων της σχεδίασης ενός απλού δειγματοληπτικού σχεδίου με ασαφή παράμετρο \tilde{p} παρατίθενται τα κάτωθι αριθμητικά παραδείγματα.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Έστω ότι μια βιομηχανία προμηθεύεται μια παρτίδα $N=2000$ τεμαχίων και επιλέγει να κάνει έλεγχο αυτής χρησιμοποιώντας ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο με μέγεθος δείγματος $n = 87$ και αριθμό αποδοχής $c = 4$. Τα τεμάχια αυτά προέρχονται από παραγωγική διαδικασία με ποσοστό ελαττωματικών “κοντά στο 1%”. Με βάση τον μη ακριβή προσδιορισμό του ποσοστού ελαττωματικών, ορίζουμε

$\tilde{p} = (0, 0.01, 0.02)$.



Σχήμα 3.21: Συνάρτηση συμμετοχής τριγωνικού ασαφούς αριθμού $p=[0 \ 0.01 \ 0.02]$

Προκειμένου να κατασκευάσουμε την καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών το \tilde{p} μετασχηματίζεται ως $\tilde{p} = (k, 0.01+k, 0.02+k)$, $0 \leq k \leq 0.99$

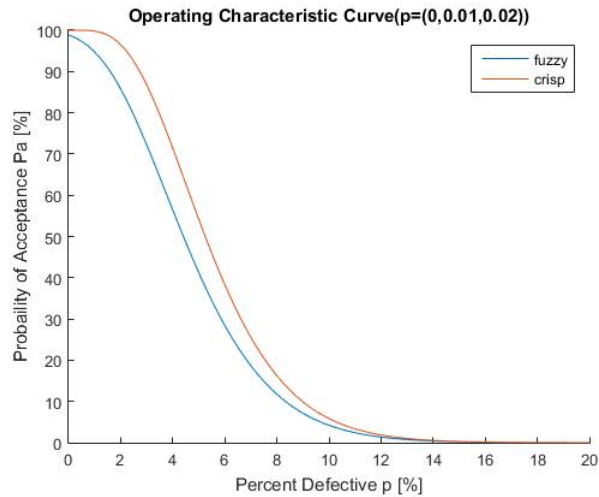
Πίνακας 3.37: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.02]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.01,0.02)	0.9886
0.01	(0.01,0.02,0.03)	0.9473
0.02	(0.02,0.03,0.04)	0.8577
0.03	(0.03,0.04,0.05)	0.722
0.04	(0.04,0.05,0.06)	0.5643
0.05	(0.05,0.06,0.07)	0.4123
0.06	(0.06,0.07,0.08)	0.2842
0.07	(0.07,0.08,0.09)	0.1866
0.08	(0.08,0.09,0.1)	0.1175
0.09	(0.09,0.1,0.11)	0.0714
0.1	(0.1,0.11,0.12)	0.0421

Πίνακας 3.38: Crisp πιθανότητα αποδοχής

p	P_a
0	1
0.01	0.9978
0.02	0.965
0.03	0.8673
0.04	0.7141
0.05	0.5416
0.06	0.383

0.07	0.2554
0.08	0.1623
0.09	0.0941
0.1	0.0584



Σχήμα 3.22: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Με δεδομένο ότι $AQL = 2\%$ και $LTPD = 9\%$ από τους Πίνακες 3.37, 3.38 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.965$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8557$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0941$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0714$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.02)$) μειώνεται κατά 10.4% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 9\%$ μειώνεται κατά 24,1%.

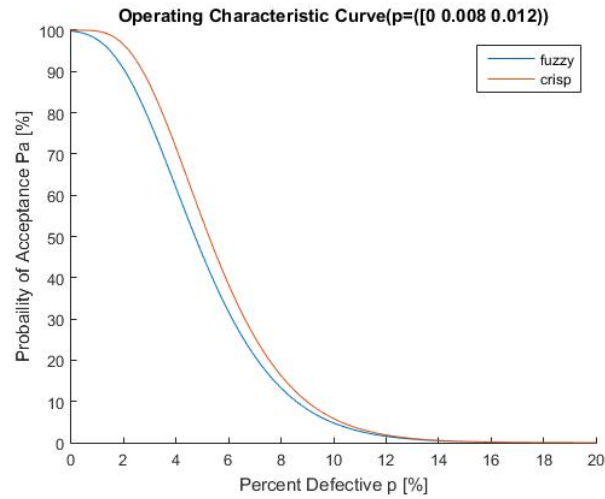
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Σε αυτό το σημείο θα ερευνήσουμε το πώς η μεταβολή του βαθμού ασάφειας της παραμέτρου \tilde{p} επηρεάζει το σχέδιο μέσω της καμπύλης λειτουργικών χαρακτηριστικών.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.008, 0.012) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.008 + k, 0.012 + k)$

Πίνακας 3.39: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.008 \ 0.012]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.008,0.012)	0.9983
0.01	(0.01,0.018,0.022)	0.977
0.02	(0.02,0.028,0.032)	0.9058
0.03	(0.03,0.038,0.042)	0.7779
0.04	(0.04,0.048,0.052)	0.6171
0.05	(0.05,0.058,0.062)	0.4558
0.06	(0.06,0.068,0.072)	0.3168
0.07	(0.07,0.078,0.082)	0.2092
0.08	(0.08,0.088,0.92)	0.1324
0.09	(0.09,0.098,0.102)	0.0808
0.1	(0.1,0.108,0.112)	0.0478



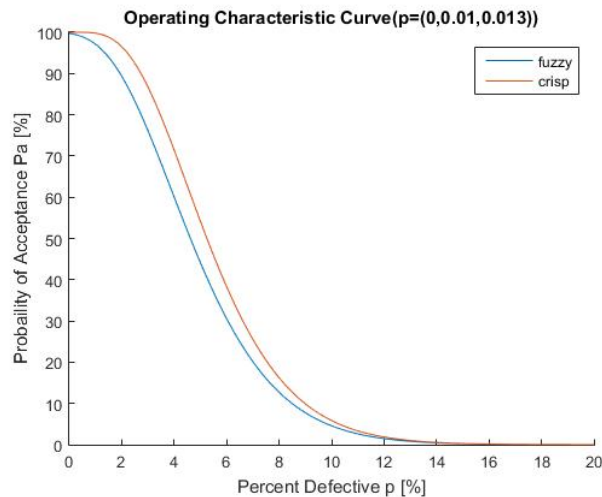
Σχήμα 3.23: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.37, 3.39 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.965$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.9058$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0941$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0808$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.008, 0.012)$) μειώνεται κατά 6.1% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 9\%$ μειώνεται κατά 14.1%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.01, 0.013) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.01 + k, 0.013 + k)$

Πίνακας 3.40: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.013]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.01,0.013)	0.9973
0.01	(0.01,0.02,0.023)	0.971
0.02	(0.02,0.03,0.033)	0.8934
0.03	(0.03,0.04,0.043)	0.7615
0.04	(0.04,0.05,0.053)	0.6004
0.05	(0.05,0.06,0.063)	0.4414
0.06	(0.06,0.07,0.073)	0.3056
0.07	(0.07,0.08,0.083)	0.2012
0.08	(0.08,0.09,0.93)	0.127
0.09	(0.09,0.1,0.103)	0.0773
0.1	(0.1,0.11,0.113)	0.0457



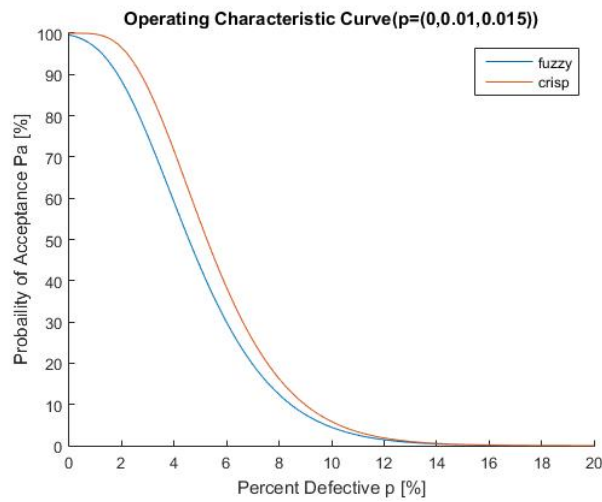
Σχήμα 3.24: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.37, 3.40 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.965$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8934$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0941$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0773$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.013)$) μειώνεται κατά 7.4% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 9\%$ μειώνεται κατά 17.8%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.01, 0.015) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.01 + k, 0.015 + k)$

Πίνακας 3.41: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.015]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.01,0.015)	0.9957
0.01	(0.01,0.02,0.025)	0.9653
0.02	(0.02,0.03,0.035)	0.8838
0.03	(0.03,0.04,0.045)	0.7502
0.04	(0.04,0.05,0.055)	0.5897
0.05	(0.05,0.06,0.065)	0.4325
0.06	(0.06,0.07,0.075)	0.299
0.07	(0.07,0.08,0.085)	0.1966
0.08	(0.08,0.09,0.95)	0.124
0.09	(0.09,0.1,0.105)	0.0754
0.1	(0.1,0.11,0.115)	0.0445



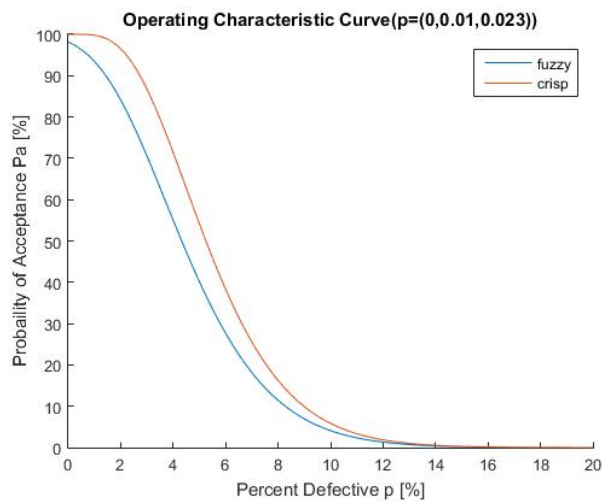
Σχήμα 3.25: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.37, 3.41 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.965$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8838$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0941$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0754$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.015)$) μειώνεται κατά 8.4% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 9\%$ μειώνεται κατά 19.9%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.01, 0.023) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.01 + k, 0.023 + k)$

Πίνακας 3.42: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.023]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.01,0.023)	0.9817
0.01	(0.01,0.02,0.033)	0.9341
0.02	(0.02,0.03,0.043)	0.841
0.03	(0.03,0.04,0.053)	0.7055
0.04	(0.04,0.05,0.063)	0.5502
0.05	(0.05,0.06,0.073)	0.4015
0.06	(0.06,0.07,0.083)	0.2766
0.07	(0.07,0.08,0.093)	0.1815
0.08	(0.08,0.09,0.103)	0.1143
0.09	(0.09,0.1,0.113)	0.0695
0.1	(0.1,0.11,0.123)	0.041



Σχήμα 3.26: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.37, 3.42 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.965$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.841$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0941$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0695$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.023)$) μειώνεται κατά 12.8% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 9\%$ μειώνεται κατά 26.1%.

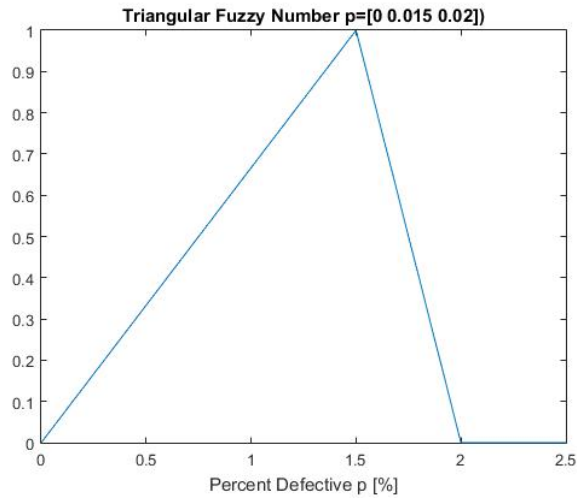
Πίνακας 3.43: Συγκεντρωτικός πίνακας ποσοστιαίων μεταβολών P_{afuzzy} σε σχέση με P_{aCrisp}

\tilde{p}	$P_{afuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{afuzzy}(LTPD)\% \downarrow$
(0,0.008,0.012)	6.1	14.1
(0,0.01,0.013)	7.4	17.8
(0,0.01,0.015)	8.4	19.9
(0,0.01,0.02)	10.4	24.1
(0,0.01,0.023)	12.8	26.1

Από τον Πίνακα 3.43 είναι εμφανές ότι με την εισαγωγή ασάφειας στο ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων μιας παρτίδας η πιθανότητα αποδοχής μιας «καλής» παρτίδας ($P_a(AQL)$) μειώνεται σε σχέση με την μη ασαφή εκδοχή, ομοίως και η πιθανότητα αποδοχής μιας «κακής» παρτίδας ($P_a(LTPD)$). Όσο αυξάνεται η ασάφεια του ποσοστού ελαττωματικών τόσο μειώνονται οι δυο αυτές πιθανότητες αποδοχής. Συγκεκριμένα για το μικρότερο βαθμό ασάφειας του παραδείγματος ($\tilde{p} = (0,0.008,0.012)$) σημειώνεται 6.1% μείωση στην $P_a(AQL)$ ενώ για τον μεγαλύτερο ($\tilde{p} = (0,0.01,0.023)$) 12.8% μείωση. Αντίστοιχα για την $P_a(LTPD)$ για $\tilde{p} = (0,0.008,0.012)$ σημειώνεται 14.1% μείωση ενώ για $\tilde{p} = (0,0.01,0.023)$ 26.1% μείωση.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Έστω ότι μια βιομηχανία προμηθεύεται μια παρτίδα $N=3000$ τεμαχίων και επιλέγει να κάνει έλεγχο αυτής χρησιμοποιώντας ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο με μέγεθος δείγματος $n=105$ και αριθμό αποδοχής $c=6$. Τα τεμάχια αυτά προέρχονται από παραγωγική διαδικασία με ποσοστό ελαττωματικών “κοντά στο 1.5%”. Με βάση τον μη ακριβή προσδιορισμό του ποσοστού ελαττωματικών, ορίζουμε $\tilde{p} = (0,0.015,0.02)$.



Σχήμα 3.27: Συνάρτηση συμμετοχής τριγωνικού ασαφούς αριθμού $p=[0 \ 0.015 \ 0.02]$

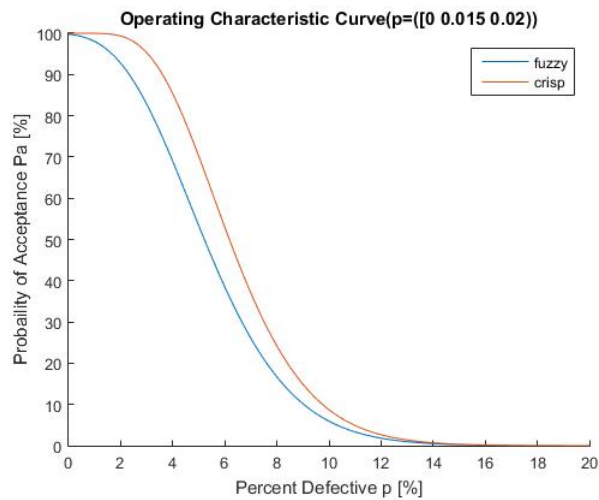
Προκειμένου να κατασκευάσουμε την καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών το \tilde{p} μετασχηματίζεται ως $\tilde{p} = (k, 0.015 + k, 0.02 + k)$, $0 \leq k \leq 0.99$

Πίνακας 3.44: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.015 \ 0.02]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.02)	0.9976
0.01	(0.01,0.025,0.03)	0.9801
0.02	(0.02,0.035,0.04)	0.9273
0.03	(0.03,0.045,0.05)	0.8281
0.04	(0.04,0.055,0.06)	0.6894
0.05	(0.05,0.065,0.07)	0.5333
0.06	(0.06,0.075,0.08)	0.3847
0.07	(0.07,0.085,0.09)	0.2605
0.08	(0.08,0.095,0.1)	0.1668
0.09	(0.09,0.105,0.11)	0.1017
0.1	(0.1,0.115,0.12)	0.0594

Πίνακας 3.45: Crisp πιθανότητα αποδοχής

p	P_a
0	1
0.01	0.999
0.02	0.9932
0.03	0.9529
0.04	0.8534
0.05	0.7017
0.06	0.5297
0.07	0.37
0.08	0.2416
0.09	0.1488
0.1	0.0872



Σχήμα 3.28: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Με δεδομένο ότι $AQL=3\%$ και $LTPD=10\%$ από τους Πίνακες 3.44, 3.45 έχουμε $P_{acrisp}(AQL)=0.9529$, $P_{afuzzy}(AQL)=0.8281$, $P_{acrisp}(LTPD)=0.0872$, $P_{afuzzy}(LTPD)=0.0594$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL=3\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.015, 0.02)$) μειώνεται κατά 13.1% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD=10\%$ μειώνεται κατά 31.9%.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

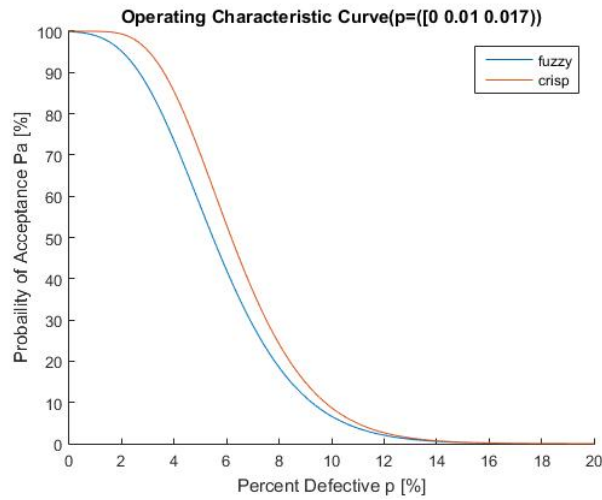
Σε αυτό το σημείο θα ερευνήσουμε το πώς η μεταβολή του βαθμού ασάφειας της παραμέτρου \tilde{p} επηρεάζει το σχέδιο μέσω της καμπύλης λειτουργικών χαρακτηριστικών.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.01, 0.017) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.01+k, 0.017+k)$

Πίνακας 3.46: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.017]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.01,0.017)	0.991
0.01	(0.01,0.02,0.27)	0.9894
0.02	(0.02,0.03,0.37)	0.9512
0.03	(0.03,0.04,0.47)	0.8658
0.04	(0.04,0.05,0.57)	0.7337
0.05	(0.05,0.06,0.67)	0.5758
0.06	(0.06,0.07,0.77)	0.4201
0.07	(0.07,0.08,0.87)	0.2869
0.08	(0.08,0.09,0.97)	0.1849
0.09	(0.09,0.1,0.107)	0.1133

0.1	(0.1,0.11,0.117)	0.0665
-----	------------------	--------



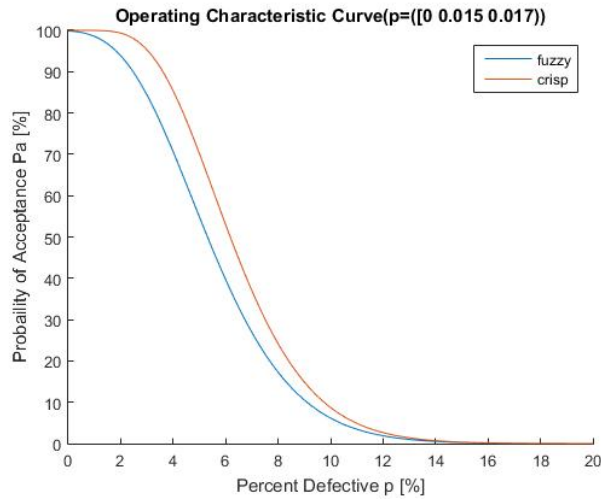
Σχήμα 3.29: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.44, 3.46 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9529$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8658$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0872$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0665$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 3\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.017)$) μειώνεται κατά 9.1% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 23.7%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.015, 0.017) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.015 + k, 0.017 + k)$

Πίνακας 3.47: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.015 \ 0.017]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.017)	0.9988
0.01	(0.01,0.025,0.27)	0.9853
0.02	(0.02,0.035,0.37)	0.9385
0.03	(0.03,0.045,0.47)	0.8437
0.04	(0.04,0.055,0.57)	0.7062
0.05	(0.05,0.065,0.67)	0.5485
0.06	(0.06,0.075,0.77)	0.3967
0.07	(0.07,0.085,0.87)	0.2691
0.08	(0.08,0.095,0.97)	0.1725
0.09	(0.09,0.105,0.107)	0.1053
0.1	(0.1,0.115,0.117)	0.0615



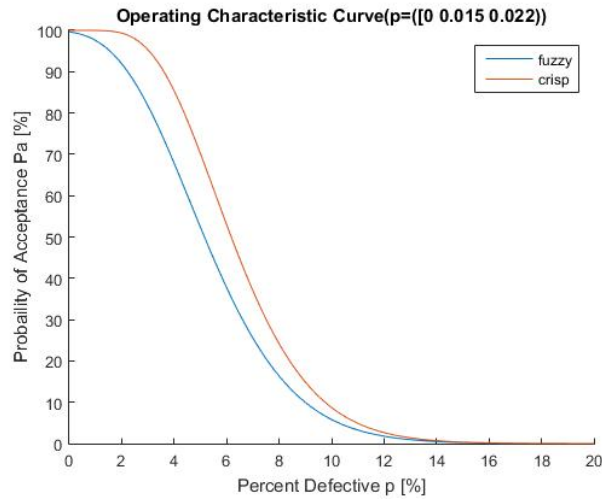
Σχήμα 3.30: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.44, 3.47 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9529$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8437$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0872$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0615$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 3\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.015, 0.017)$) μειώνεται κατά 11.5% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 29.5%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.015, 0.022) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.015 + k, 0.022 + k)$

Πίνακας 3.48: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p = [0 \ 0.015 \ 0.022]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.022)	0.9964
0.01	(0.01,0.025,0.32)	0.9756
0.02	(0.02,0.035,0.42)	0.919
0.03	(0.03,0.045,0.52)	0.8173
0.04	(0.04,0.055,0.62)	0.6783
0.05	(0.05,0.065,0.72)	0.5263
0.06	(0.06,0.075,0.82)	0.3773
0.07	(0.07,0.085,0.92)	0.2552
0.08	(0.08,0.095,0.102)	0.1634
0.09	(0.09,0.105,0.112)	0.0996
0.1	(0.1,0.115,0.122)	0.0582



Σχήμα 3.31: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

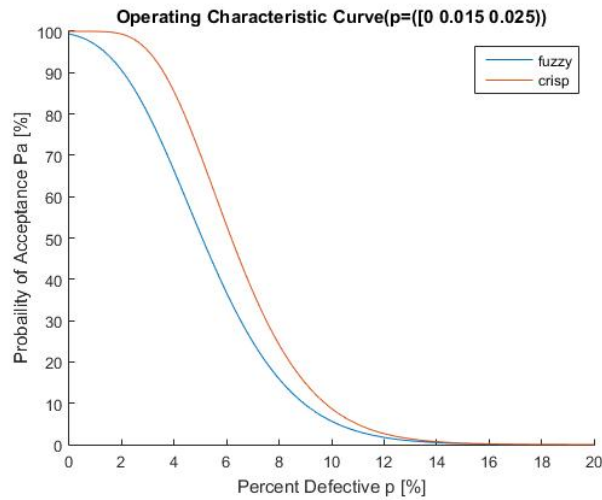
Από τους Πίνακες 3.44, 3.48 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9529$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8173$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0872$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0582$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 3\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.015, 0.022)$) μειώνεται κατά 14.2% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 33.2%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.015, 0.025) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.015 + k, 0.025 + k)$

Πίνακας 3.49: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p = [0 \ 0.015 \ 0.025]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.025)	0.9936
0.01	(0.01,0.025,0.35)	0.9674
0.02	(0.02,0.035,0.45)	0.9052
0.03	(0.03,0.045,0.55)	0.8006
0.04	(0.04,0.055,0.65)	0.662
0.05	(0.05,0.065,0.75)	0.5099
0.06	(0.06,0.075,0.85)	0.3669
0.07	(0.07,0.085,0.95)	0.2481
0.08	(0.08,0.095,0.105)	0.1588
0.09	(0.09,0.105,0.115)	0.0968

0.1	(0.1,0.115,0.125)	0.0565
-----	-------------------	--------



Σχήμα 3.32: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.44, 3.49 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9529$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8006$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.0872$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0565$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 3\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.015, 0.025)$) μειώνεται κατά 15.9% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 35.2%.

Πίνακας 3.50: Συγκεντρωτικός πίνακας ποσοστιαίων μεταβολών P_{afuzzy} σε σχέση με P_{acrisp}

\tilde{p}	$P_{afuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{afuzzy}(LTPD)\% \downarrow$
(0,0.01,0.017)	9.1	23.7
(0,0.015,0.017)	11.5	29.5
(0,0.015,0.02)	13.1	31.9
(0,0.015,0.022)	14.2	33.2
(0,0.015,0.025)	15.9	35.2

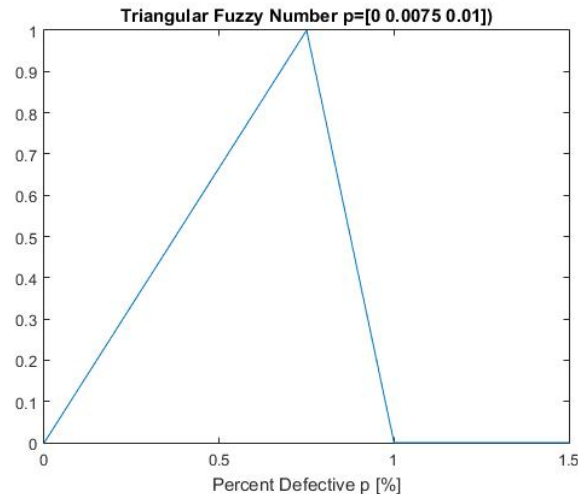
Από τον Πίνακα 3.50 είναι εμφανές ότι με την εισαγωγή ασάφειας στο ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων μιας παρτίδας η πιθανότητα αποδοχής μιας «καλής» παρτίδας ($P_a(AQL)$) μειώνεται σε σχέση με την μη ασαφή εκδοχή, ομοίως και η πιθανότητα

αποδοχής μιας «κακής» παρτίδας ($P_a(LTPD)$). Όσο αυξάνεται η ασάφεια του ποσοστού ελαττωματικών τόσο μειώνονται οι δυο αυτές πιθανότητες αποδοχής. Συγκεκριμένα για το μικρότερο βαθμό ασάφειας του παραδείγματος ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.017)$) σημειώνεται 9.1% μείωση στην $P_a(AQL)$ ενώ για τον μεγαλύτερο ($\tilde{p} = (0, 0.015, 0.025)$) 15.9% μείωση. Αντίστοιχα για την $P_a(LTPD)$ για $\tilde{p} = (0, 0.01, 0.017)$ σημειώνεται 23.7% μείωση ενώ για $\tilde{p} = (0, 0.015, 0.025)$ 35.2% μείωση.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Έστω ότι μια βιομηχανία προμηθεύεται μια παρτίδα $N=3000$ τεμαχίων και επιλέγει να κάνει έλεγχο αυτής χρησιμοποιώντας ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο με μέγεθος δείγματος $n=80$ και αριθμό αποδοχής $c=3$. Τα τεμάχια αυτά προέρχονται από παραγωγική διαδικασία με ποσοστό ελαττωματικών “κοντά στο 0.75%”. Με βάση τον μη ακριβή προσδιορισμό του ποσοστού ελαττωματικών, ορίζουμε $\tilde{p} = (0, 0.0075, 0.01)$.

Προκειμένου να κατασκευάσουμε την καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών το \tilde{p} μετασχηματίζεται ως, $0 \leq k \leq 0.99$



Σχήμα 3.33: Συνάρτηση συμμετοχής τριγωνικού ασαφούς αριθμού $p=[0 \ 0.0075 \ 0.01]$

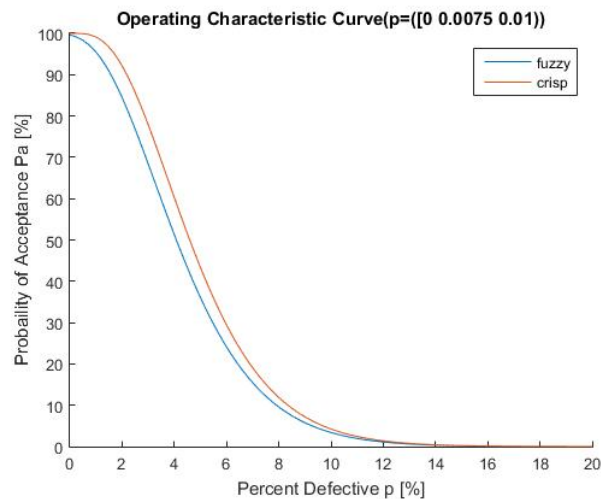
Πίνακας 3.51: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.0075 \ 0.01]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.0075,0.01)	0.996
0.01	(0.01,0.175,0.2)	0.9545
0.02	(0.02,0.275,0.3)	0.8445
0.03	(0.03,0.375,0.4)	0.684
0.04	(0.04,0.475,0.5)	0.5127

0.05	(0.05,0.0575,0.6)	0.3606
0.06	(0.06,0.0675,0.7)	0.2411
0.07	(0.07,0.0775,0.8)	0.1546
0.08	(0.08,0.0875,0.9)	0.0958
0.09	(0.09,0.0975,0.1)	0.0578
0.1	(0.1,0.1075,0.11)	0.034

Πίνακας 3.52: Crisp πιθανότητα αποδοχής

p	P_a
0	1
0.01	0.9909
0.02	0.9212
0.03	0.7787
0.04	0.6025
0.05	0.4335
0.06	0.2942
0.07	0.1906
0.08	0.1189
0.09	0.0719
0.1	0.0424



Σχήμα 3.34: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Με δεδομένο ότι $AQL=1.5\%$ και $LTPD=8\%$ από τους Πίνακες 3.51, 3.52 έχουμε $P_{acrisp}(AQL)=0.9662$, $P_{afuzzy}(AQL)=0.9080$, $P_{acrisp}(LTPD)=0.1189$, $P_{afuzzy}(LTPD)=0.0958$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL=1.5\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p}=(0,0.0075,0.01)$) μειώνεται κατά 6% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD=8\%$ μειώνεται κατά 19.4%.

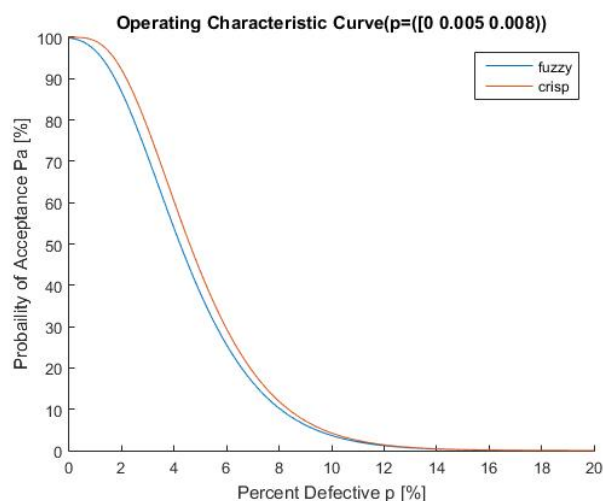
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Σε αυτό το σημείο θα ερευνήσουμε το πώς η μεταβολή του βαθμού ασάφειας της παραμέτρου \tilde{p} επηρεάζει το σχέδιο μέσω της καμπύλης λειτουργικών χαρακτηριστικών.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.005, 0.008) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.005 + k, 0.08 + k)$

Πίνακας 3.53: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.005 \ 0.008]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.005,0.008)	0.9984
0.01	(0.01,0.15,0.018)	0.9675
0.02	(0.02,0.25,0.028)	0.8675
0.03	(0.03,0.35,0.038)	0.7105
0.04	(0.04,0.45,0.048)	0.5371
0.05	(0.05,0.55,0.058)	0.3804
0.06	(0.06,0.65,0.068)	0.2555
0.07	(0.07,0.75,0.078)	0.1646
0.08	(0.08,0.85,0.088)	0.1023
0.09	(0.09,0.95,0.098)	0.0618
0.1	(0.1,1.05,0.108)	0.0365



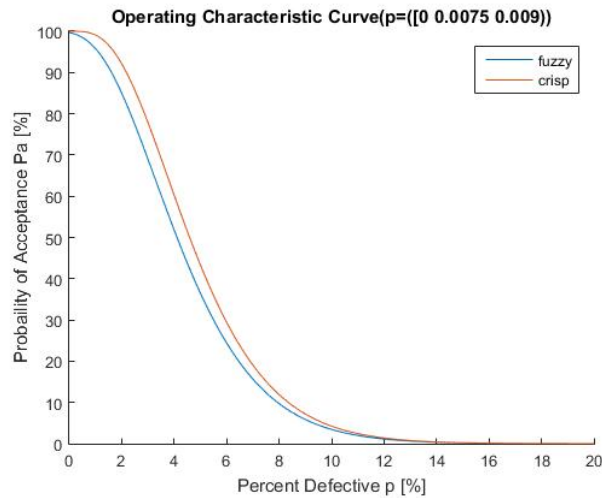
Σχήμα 3.35: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.51, 3.53 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9662$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.9267$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1189$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.1023$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL = 1.5\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.005, 0.008)$) μειώνεται κατά 4.1% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 8\%$ μειώνεται κατά 13.9%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.0075, 0.009) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.0075 + k, 0.09 + k)$

Πίνακας 3.54: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.0075 \ 0.009]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.0075,0.009)	0.9969
0.01	(0.01,0.175,0.019)	0.9579
0.02	(0.02,0.275,0.029)	0.8499
0.03	(0.03,0.375,0.039)	0.6899
0.04	(0.04,0.475,0.049)	0.5179
0.05	(0.05,0.575,0.059)	0.3648
0.06	(0.06,0.675,0.069)	0.2441
0.07	(0.07,0.775,0.079)	0.1566
0.08	(0.08,0.875,0.089)	0.0972
0.09	(0.09,0.975,0.099)	0.0586
0.1	(0.1,1.075,0.109)	0.0345



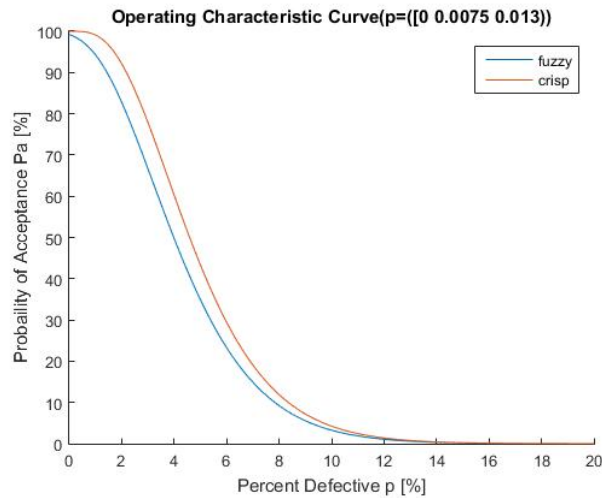
Σχήμα 3.36: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών -fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.51, 3.54 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9662$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.9126$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1189$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0972$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL=1.5\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.0075, 0.009)$) μειώνεται κατά 5.5% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 8\%$ μειώνεται κατά 18.25%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.0075, 0.013) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.0075 + k, 0.013 + k)$

Πίνακας 3.55: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.0075 \ 0.013]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.0075,0.013)	0.992
0.01	(0.01,0.175,0.023)	0.9427
0.02	(0.02,0.275,0.033)	0.8277
0.03	(0.03,0.375,0.043)	0.665
0.04	(0.04,0.475,0.053)	0.4975
0.05	(0.05,0.575,0.063)	0.3489
0.06	(0.06,0.675,0.073)	0.2327
0.07	(0.07,0.775,0.083)	0.149
0.08	(0.08,0.875,0.093)	0.0922
0.09	(0.09,0.975,0.103)	0.0555
0.1	(0.1,1.075,0.113)	0.0326



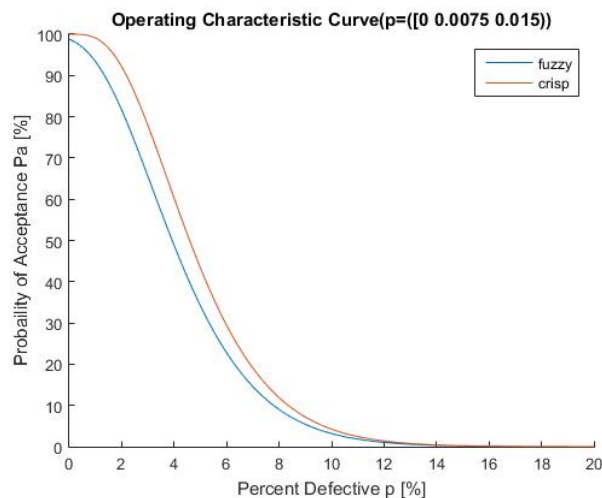
Σχήμα 3.37: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών -fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.51, 3.55 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9662$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8931$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1189$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0922$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL=1.5\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.0075, 0.013)$) μειώνεται κατά 7.5% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 8\%$ μειώνεται κατά 22.5%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.0075, 0.015) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.0075 + k, 0.015 + k)$

Πίνακας 3.56: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.0075 \ 0.015]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_a
0	(0,0.0075,0.015)	0.9881
0.01	(0.01,0.175,0.025)	0.9337
0.02	(0.02,0.275,0.035)	0.8161
0.03	(0.03,0.375,0.045)	0.6551
0.04	(0.04,0.475,0.055)	0.4879
0.05	(0.05,0.575,0.065)	0.3417
0.06	(0.06,0.675,0.075)	0.2276
0.07	(0.07,0.775,0.085)	0.1456
0.08	(0.08,0.875,0.095)	0.0901
0.09	(0.09,0.975,0.105)	0.0542
0.1	(0.1,1.075,0.115)	0.0319



Σχήμα 3.38: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.51, 3.56 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9662$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8825$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1189$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0901$. Δηλαδή η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $AQL=1.5\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.0075, 0.015)$) μειώνεται κατά 8.7% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 8\%$ μειώνεται κατά 24.2%.

Πίνακας 3.57: Συγκεντρωτικός πίνακας ποσοστιαίων μεταβολών P_{afuzzy} σε σχέση με P_{acrisp}

\tilde{p}	$P_{afuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{afuzzy}(LTPD)\% \downarrow$
(0,0.005,0.008)	4.1	13.9
(0,0.0075,0.009)	5.5	18.25
(0,0.0075,0.01)	6	19.4
(0,0.0075,0.013)	7.5	22.5
(0,0.0075,0.015)	8.7	24.2

Από τον Πίνακα 3.57 είναι εμφανές ότι με την εισαγωγή ασάφειας στο ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων μιας παρτίδας η πιθανότητα αποδοχής μιας «καλής» παρτίδας ($P_a(AQL)$) μειώνεται σε σχέση με την μη ασαφή εκδοχή, ομοίως και η πιθανότητα αποδοχής μιας «κακής» παρτίδας ($P_a(LTPD)$). Όσο αυξάνεται η ασάφεια του ποσοστού ελαττωματικών τόσο μειώνονται οι δυο αυτές πιθανότητες αποδοχής. Συγκεκριμένα για το μικρότερο βαθμό ασάφειας του παραδείγματος ($\tilde{p} = (0,0.005,0.008)$) σημειώνεται 4.1% μείωση στην $P_a(AQL)$ ενώ για τον μεγαλύτερο ($\tilde{p} = (0,0.0075,0.015)$) 8.7% μείωση. Αντίστοιχα για την $P_a(LTPD)$ για $\tilde{p} = (0,0.005,0.008)$ σημειώνεται 13.9% μείωση ενώ για $\tilde{p} = (0,0.0075,0.015)$ 24.2% μείωση.

Συμπεράσματα-Παρατηρήσεις

Λαμβάνοντας υπόψιν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα τρία αριθμητικά παραδείγματα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι εισάγοντας ασάφεια στο ποσοστό ελαττωματικών η πιθανότητα αποδοχής «κάλων» παρτίδων μειώνεται σε σχέση με τη μη ασαφή εκδοχή, όπως και η πιθανότητα αποδοχής «κακών» παρτίδων. Το μέγεθος της μείωσης αυτής καθορίζεται από το βαθμό ασάφειας του \tilde{p} . Συγκεκριμένα όσο αυξάνεται ο βαθμός ασάφειας τόσο αυξάνεται ο βαθμός μείωσης των δύο αυτών πιθανοτήτων. Δηλαδή η «χαλάρωση» της παραμέτρου p έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της αυστηρότητας του σχεδίου εφόσον κάποιες από τις καλές παρτίδες που στην παραδοσιακή εκδοχή του σχεδίου θα γίνονταν αποδεκτές στην προκειμένη περίπτωση θα απορριφθούν ενώ επίσης οι κακές παρτίδες έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να απορριφθούν.

3.3.2 ΔΙΠΛΟ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΕ ΑΣΑΦΕΣ ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ

Στην περίπτωση που επιλέξουμε να χρησιμοποιήσουμε διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο για τον έλεγχο της παρτίδας, η πιθανότητα αποδοχής P_a στα παραδοσιακά διπλά δειγματοληπτικά σχέδια δίνεται από τον τύπο $P_a = P_a^I + P_a^{II}$ όπου,

$$P_a^I = \sum_{d_1=0}^{c_1} \frac{e^{-n_1 p} (n_1 p)^{d_1}}{d_1!} \text{ και } P_a^{II} = P(d_1 + d_2 \leq c_2, c_1 < d_1 < c_2).$$

Όπως και στην περίπτωση του απλού για την αναπαράσταση της ασαφούς παραμέτρου επιλέγουμε έναν ασαφή τριγωνικό αριθμό (TFN) $\tilde{p} = (p_1, p_2, p_3)$. Η τυχαίες μεταβλητές d_1 και d_2 ακολουθούν ασαφή Poisson κατανομή με ασαφείς παραμέτρους $\tilde{\lambda}_1 = n_1 \tilde{p}$ και $\tilde{\lambda}_2 = n_2 \tilde{p}$.

Ακολουθώντας την ίδια μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε στην προηγούμενη υποενότητα θα εξετάσουμε την επίδραση της ασάφειας στην ποσότητα p στις καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών.

Μια ασαφής ποσότητα μετατρέπεται σε σαφή με την διαδικασία της αποασαφοποίησης. Επιλέγοντας την πιο διαδεδομένη από αυτές, την Center Of Gravity (COG) μπορούμε να κατασκευάσουμε τις καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών όπου το p είναι ασαφές και εν συνεχεία να συγκρίνουμε αυτές με τις αντίστοιχες καμπύλες όπου το p αντιμετωπίζεται ως crisp ποσότητα. Για να πετύχουμε το σκοπό αυτό ορίζουμε :

$\tilde{p} = (k, p_2 + k, p_3 + k)$ με την παραδοχή ότι $p_1 = 0$ και $0 \leq k \leq 0.99$ (Jamkhaneh et al., 2012)

Με βάση τη θεωρία, τις παραδοχές που προηγήθηκαν και με την βοήθεια του προγραμματιστικού περιβάλλοντος MATLAB κατασκευάστηκε ο αλγόριθμος (4) του παραρτήματος μέσω του οποίου μοντελοποιείται το διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο με ασαφή παράμετρο \tilde{p} . Στη συνέχεια παρατίθεται ο αλγόριθμος για σχεδιασμό βέλτιστου διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου με ασαφές ποσοστό ελαττωματικών

Με σκοπό τη μελέτη των αποτελεσμάτων της σχεδίασης ενός διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου με ασαφή παράμετρο \tilde{p} παρατίθενται τα κάτωθι αριθμητικά παραδείγματα.

Αλγόριθμος

STEP 0 : Input of parameters ($N, AQL, LTPD, \alpha, \beta$)

STEP 1 : Calculation of $(n_1^*, n_2^*, c_1^*, c_2^*)$ according to the traditional method

STEP 2 : Input of Triangular Fuzzy Number p (TFN)

STEP 3 : Calculation of Possibilities of acceptance ($\tilde{P}_\alpha, \tilde{P}_{\alpha_1}$) by using of fuzzy Poisson Distribution .

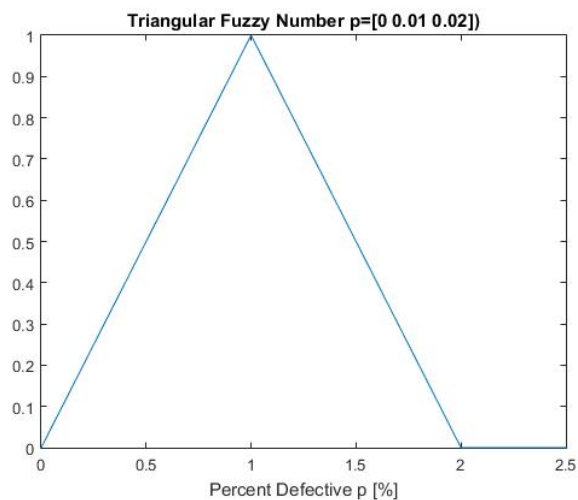
STEP 4 : Defuzzification of $\tilde{P}_\alpha, \tilde{P}_{\alpha_1}$ with Center Of Gravity(COG) method

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Έστω ότι μια βιομηχανία προμηθεύεται μια παρτίδα $N=3000$ τεμαχίων και επιλέγει να κάνει έλεγχο αυτής χρησιμοποιώντας ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο με παραμέτρους: $n_1 = 20, n_2 = 40, c_1 = 0, c_2 = 2$. Τα τεμάχια αυτά προέρχονται από παραγωγική διαδικασία με ποσοστό ελαττωματικών “κοντά στο 1%” Με βάση τον μη ακριβή προσδιορισμό του ποσοστού ελαττωματικών, ορίζουμε

$\tilde{p} = (0, 0.01, 0.02)$.

Προκειμένου να κατασκευάσουμε την καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών το \tilde{p} μετασχηματίζεται ως, $0 \leq k \leq 0.99$



Σχήμα 3.39: Συνάρτηση συμμετοχής τριγωνικού ασαφούς αριθμού $p=[0 \ 0.01 \ 0.02]$

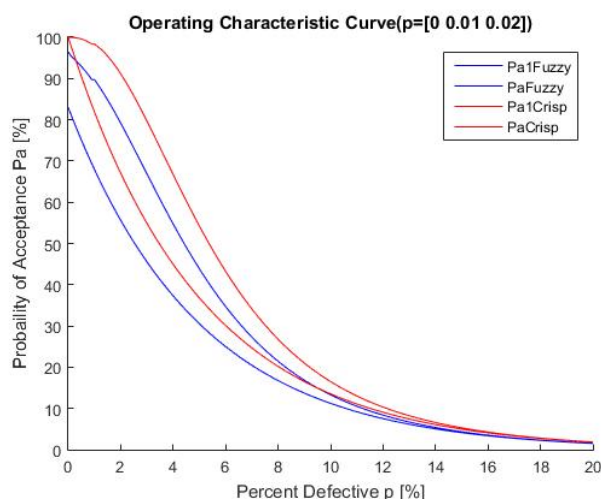
Πίνακας 3.58: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.02]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.01,0.02)	0.8297	0.9649
0.01	(0.01,0.02,0.03)	0.6793	0.8971
0.02	(0.02,0.03,0.04)	0.5562	0.7917
0.03	(0.03,0.04,0.05)	0.4553	0.6686
0.04	(0.04,0.05,0.06)	0.3728	0.5472
0.05	(0.05,0.06,0.07)	0.3052	0.4385
0.06	(0.06,0.07,0.08)	0.2499	0.3471
0.07	(0.07,0.08,0.09)	0.2046	0.2729
0.08	(0.08,0.09,0.1)	0.1675	0.2143
0.09	(0.09,0.1,0.11)	0.1371	0.1684
0.1	(0.1,0.11,0.12)	0.1123	0.1329

Πίνακας 3.59: Crisp πιθανότητα αποδοχής

p	P_{a1}	P_a
0	1	1
0.01	0.8187	0.9834
0.02	0.6703	0.9113
0.03	0.5488	0.7968
0.04	0.4493	0.6671

0.05	0.3679	0.5421
0.06	0.3012	0.4323
0.07	0.2466	0.3411
0.08	0.2019	0.2677
0.09	0.1653	0.21
0.1	0.1353	0.1651



Σχήμα 3.40: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Με δεδομένο ότι $AQL = 2\%$ και $LTPD = 10\%$ από τους Πίνακες 3.58, 359 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9113$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.6703$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.7917$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.5562$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1651$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.1353$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.1329$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.1123$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.02)$) μειώνεται κατά 13.1% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 17% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 19.5% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 17%.

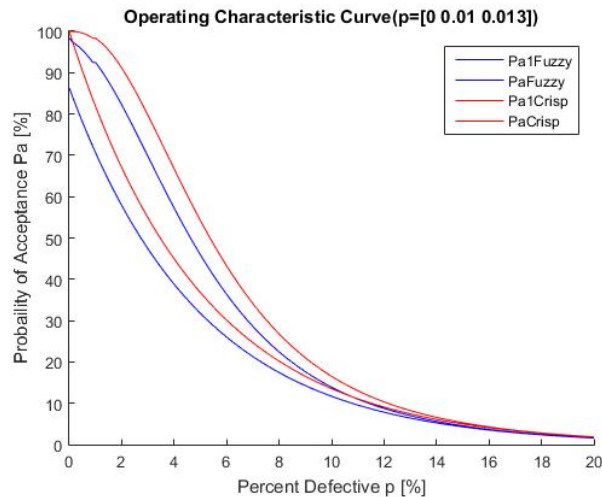
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Σε αυτό το σημείο θα ερευνήσουμε το πώς η μεταβολή του βαθμού ασάφειας της παραμέτρου \tilde{p} επηρεάζει το σχέδιο μέσω της καμπύλης λειτουργικών χαρακτηριστικών.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.01, 0.013) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.01 + k, 0.013 + k)$

Πίνακας 3.60: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.013]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.01,0.013)	0.8633	0.9837
0.01	(0.01,0.02,0.023)	0.7068	0.9249
0.02	(0.02,0.03,0.033)	0.5787	0.8221
0.03	(0.03,0.04,0.043)	0.4738	0.6974
0.04	(0.04,0.05,0.053)	0.3879	0.5722
0.05	(0.05,0.06,0.063)	0.3176	0.4592
0.06	(0.06,0.07,0.073)	0.26	0.3636
0.07	(0.07,0.08,0.083)	0.2129	0.2859
0.08	(0.08,0.09,0.93)	0.1743	0.2244
0.09	(0.09,0.1,0.103)	0.1427	0.1763
0.1	(0.1,0.11,0.113)	0.1168	0.1389



Σχήμα 3.41: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

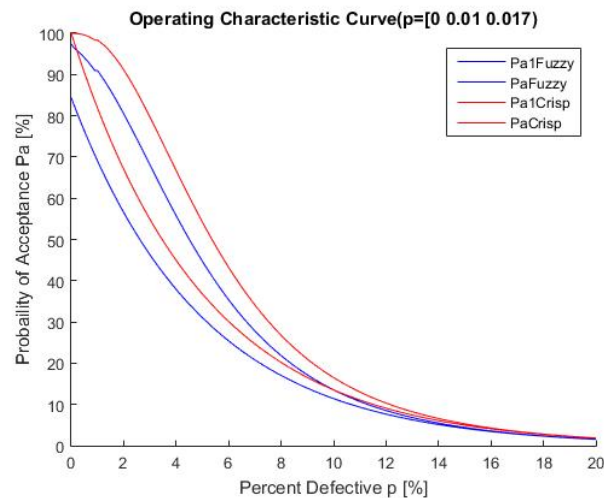
Από τους Πίνακες 3.58, 3.60 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9113$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.6703$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8221$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.5787$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1651$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.1353$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.1389$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.1168$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.013)$) μειώνεται κατά 9.8% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 13.6% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$

μειώνεται κατά 15.9% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 13.6% .

- Για $\tilde{p} = (0, 0.01, 0.017) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.01 + k, 0.017 + k)$

Πίνακας 3.61: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.017]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.01,0.017)	0.8435	0.974
0.01	(0.01,0.02,0.027)	0.6906	0.9095
0.02	(0.02,0.03,0.037)	0.5654	0.8047
0.03	(0.03,0.04,0.047)	0.4629	0.6807
0.04	(0.04,0.05,0.057)	0.379	0.5575
0.05	(0.05,0.06,0.067)	0.3103	0.447
0.06	(0.06,0.07,0.077)	0.2541	0.3538
0.07	(0.07,0.08,0.087)	0.2039	0.2782
0.08	(0.08,0.09,0.097)	0.1703	0.2184
0.09	(0.09,0.1,0.107)	0.1394	0.1716
0.1	(0.1,0.11,0.117)	0.1142	0.1353



Σχήμα 3.42: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

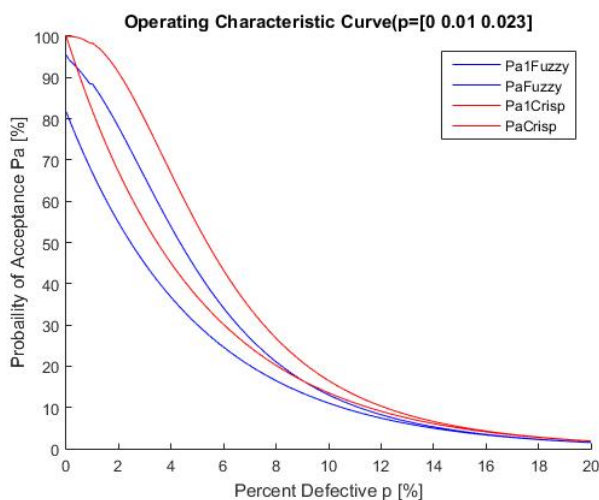
Από τους Πίνακες 3.58, 3.61 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9113$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.6703$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8047$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.5654$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1651$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.1353$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.1353$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.1142$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL=2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.017)$) μειώνεται κατά 11.7% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 15.6% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η

συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 18% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 15.6%.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.01, 0.023) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.01 + k, 0.023 + k)$

Πίνακας 3.62: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.01 \ 0.023]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.023)	0.8167	0.9545
0.01	(0.01,0.025,0.33)	0.6686	0.8843
0.02	(0.02,0.035,0.43)	0.5474	0.7788
0.03	(0.03,0.045,0.53)	0.4482	0.6571
0.04	(0.04,0.055,0.63)	0.367	0.5374
0.05	(0.05,0.065,0.73)	0.3004	0.4306
0.06	(0.06,0.075,0.83)	0.246	0.3408
0.07	(0.07,0.085,0.93)	0.2014	0.268
0.08	(0.08,0.095,0.103)	0.1649	0.2105
0.09	(0.09,0.105,0.113)	0.135	0.1655
0.1	(0.1,0.115,0.123)	0.1105	0.1306



Σχήμα 3.43: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.58, 3.62 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9113$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.6703$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.7788$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.5474$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1651$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.1353$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.1306$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.1105$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.01, 0.023)$) μειώνεται κατά 14.5% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 18.3% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η

συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 20.9% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 18.3%.

Πίνακας 3.63: Συγκεντρωτικός πίνακας ποσοστιαίων μεταβολών P_{afuzzy} , $P_{a1fuzzy}$ σε σχέση με P_{aCrisp} , $P_{a1Crisp}$

\tilde{p}	$P_{afuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{a1fuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{afuzzy}(LTPD)\% \downarrow$	$P_{a1fuzzy}(LTPD)\% \downarrow$
(0,0.01,0.013)	9.8	13.6	15.9	13.6
(0,0.01,0.017)	11.7	15.6	18	15.6
(0,0.01,0.02)	13.1	17	19.5	17
(0,0.01,0.023)	14.5	18.3	20.9	18.3

Από τον Πίνακα 3.63 είναι εμφανές ότι με την εισαγωγή ασάφειας στο ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων μιας παρτίδας η συνολική πιθανότητα αποδοχής μιας «καλής» παρτίδας ($P_a(AQL)$) όπως και η αντίστοιχη πιθανότητα αποδοχής στο πρώτο δείγμα

($P_{a1}(AQL)$) μειώνονται σε σχέση με την μη ασαφή εκδοχή, ομοίως και η συνολική πιθανότητα αποδοχής μιας «κακής» παρτίδας ($P_a(LTPD)$) και η αντίστοιχη πιθανότητα αποδοχής αυτής στο πρώτο δείγμα $P_{a1}(LTPD)$.

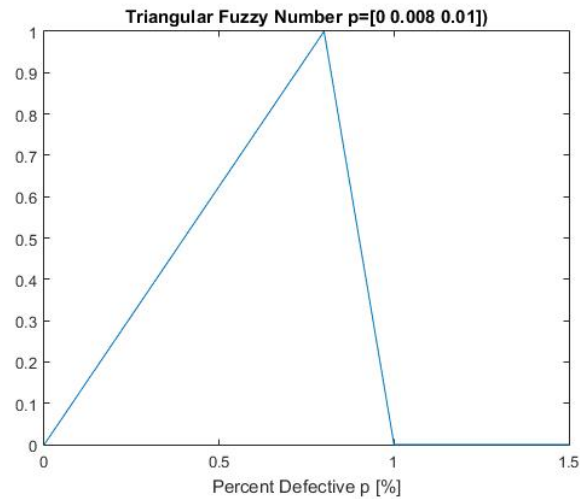
Όσο αυξάνεται η ασάφεια του ποσοστού ελαττωματικών τόσο μειώνονται οι τέσσερις αυτές πιθανότητες αποδοχής. Συγκεκριμένα για το μικρότερο βαθμό ασάφειας του παραδείγματος ($\tilde{p} = (0,0.01,0.013)$) σημειώνεται 9.8% μείωση στην $P_a(AQL)$ και 13.6% μείωση στην $P_{a1}(AQL)$ ενώ για τον μεγαλύτερο ($\tilde{p} = (0,0.01,0.023)$) 14.5% μείωση στην $P_a(AQL)$ και 18.3% μείωση στην $P_{a1}(AQL)$. Αντίστοιχα για τις «κακές» παρτίδες για $\tilde{p} = (0,0.01,0.013)$ σημειώνεται 15.9% μείωση στην $P_a(LTPD)$ και 13.6% μείωση στην $P_{a1}(LTPD)$ ενώ για $\tilde{p} = (0,0.01,0.023)$ 20.9% μείωση στην $P_a(LTPD)$ και 18.3% μείωση στην $P_{a1}(LTPD)$.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Έστω ότι μια βιομηχανία προμηθεύεται μια παρτίδα $N=10000$ τεμαχίων και επιλέγει να κάνει έλεγχο αυτής χρησιμοποιώντας ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο με παραμέτρους: $n_1 = 24$, $n_2 = 48$, $c_1 = 0$, $c_2 = 2$. Τα τεμάχια αυτά προέρχονται από παραγωγική διαδικασία με ποσοστό ελαττωματικών “κοντά στο 0.8%” Με βάση τον μη ακριβή προσδιορισμό του ποσοστού ελαττωματικών, ορίζουμε

$$\tilde{p} = (0, 0.008, 0.01).$$

Προκειμένου να κατασκευάσουμε την καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών το \tilde{p} μετασχηματίζεται ως, $0 \leq k \leq 0.99$



Σχήμα 3.44: Συνάρτηση συμμετοχής τριγωνικού ασαφούς αριθμού $p=[0 \ 0.008 \ 0.01]$

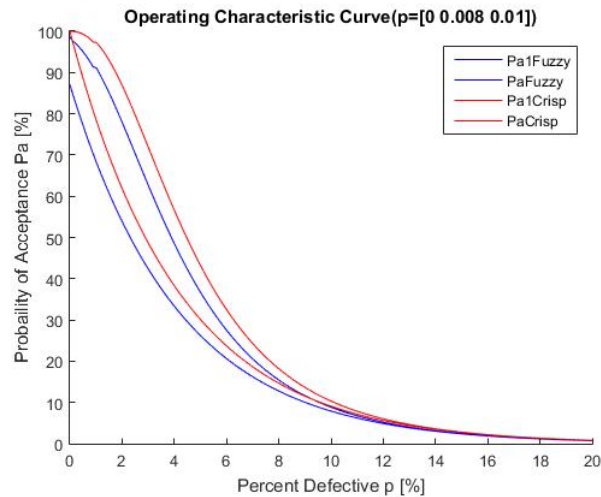
Πίνακας 3.64: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.008 \ 0.01]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.008,0.01)	0.8706	0.9862
0.01	(0.01,0.018,0.02)	0.6894	0.9125
0.02	(0.02,0.028,0.03)	0.5387	0.7796
0.03	(0.03,0.038,0.04)	0.4238	0.627
0.04	(0.04,0.048,0.05)	0.3334	0.4852
0.05	(0.05,0.058,0.06)	0.2622	0.3672
0.06	(0.06,0.068,0.07)	0.2063	0.2752
0.07	(0.07,0.078,0.08)	0.1623	0.2057
0.08	(0.08,0.088,0.9)	0.1276	0.1542
0.09	(0.09,0.098,0.1)	0.1004	0.1163
0.1	(0.1,0.108,0.11)	0.079	0.0883

Πίνακας 3.65: Crisp πιθανότητα αποδοχής

p	P_{a1}	P_a
0	1	1
0.01	0.7866	0.9735
0.02	0.6188	0.869
0.03	0.4868	0.7192
0.04	0.3829	0.5661
0.05	0.3012	0.4323

0.06	0.2369	0.325
0.07	0.1864	0.2429
0.08	0.1466	0.1817
0.09	0.1153	0.1365
0.1	0.0907	0.1033



Σχήμα 3.45 Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Με δεδομένο ότι $AQL=1\%$ και $LTPD=10\%$ από τους Πίνακες 3.64,3.65 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9735$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.7866$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.9125$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.6894$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1033$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.0907$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0883$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.079$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL=1\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.008, 0.01)$) μειώνεται κατά 6.2% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 12.3% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD=10\%$ μειώνεται κατά 14.5% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 12.9% .

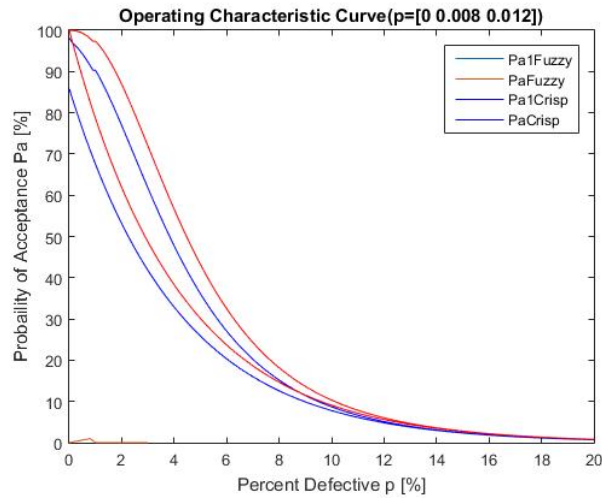
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Σε αυτό το σημείο θα ερευνήσουμε το πώς η μεταβολή του βαθμού ασάφειας της παραμέτρου \tilde{p} επηρεάζει το σχέδιο μέσω της καμπύλης λειτουργικών χαρακτηριστικών.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.008, 0.012) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.008 + k, 0.012 + k)$

Πίνακας 3.66: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.008 \ 0.012]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.008,0.012)	0.8584	0.9812
0.01	(0.01,0.018,0.022)	0.6752	0.9032
0.02	(0.02,0.028,0.032)	0.5311	0.7691
0.03	(0.03,0.038,0.042)	0.4178	0.6174
0.04	(0.04,0.048,0.052)	0.3287	0.4773
0.05	(0.05,0.058,0.062)	0.2585	0.3611
0.06	(0.06,0.068,0.072)	0.2034	0.2706
0.07	(0.07,0.078,0.082)	0.16	0.2023
0.08	(0.08,0.088,0.092)	0.1258	0.1517
0.09	(0.09,0.098,0.102)	0.099	0.1145
0.1	(0.1,0.108,0.112)	0.0779	0.0869



Σχήμα 3.46: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

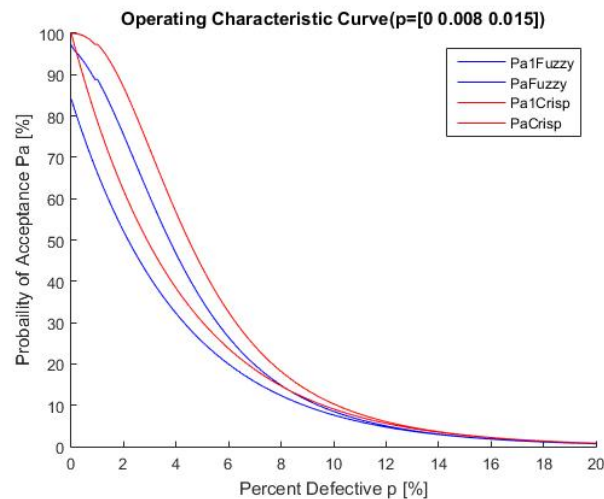
Από τους Πίνακες 3.64, 3.66 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9113$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.6703$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.9032$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.6752$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1651$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.1353$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0869$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.0779$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL=1\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.008, 0.012)$) μειώνεται κατά 7.2% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1}

κατά 14% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 15.9% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 14%

- Για $\tilde{p} = (0, 0.008, 0.015) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.008 + k, 0.015 + k)$

Πίνακας 3.67: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.008 \ 0.015]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.008,0.015)	0.841	0.9717
0.01	(0.01,0.018,0.025)	0.6615	0.8885
0.02	(0.02,0.028,0.035)	0.5204	0.7536
0.03	(0.03,0.038,0.045)	0.4094	0.6037
0.04	(0.04,0.048,0.055)	0.322	0.4662
0.05	(0.05,0.058,0.065)	0.2533	0.3526
0.06	(0.06,0.068,0.075)	0.1993	0.2642
0.07	(0.07,0.078,0.085)	0.1567	0.1976
0.08	(0.08,0.088,0.95)	0.1233	0.1483
0.09	(0.09,0.098,0.105)	0.097	0.1119
0.1	(0.1,0.108,0.115)	0.0763	0.085



Σχήμα 3.47: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

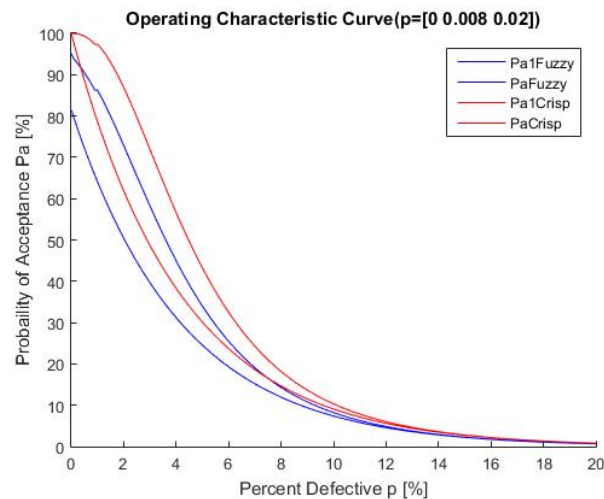
Από τους πίνακες 3.64, 3.67 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9113$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.6703$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8885$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.6615$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1651$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.1353$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.085$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.0763$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL = 1\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.008, 0.015)$) μειώνεται κατά 8.7% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1}

κατά 15.9% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 17.7% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 15.9% .

- Για $\tilde{p} = (0, 0.008, 0.02) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.008 + k, 0.02 + k)$

Πίνακας 3.68: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.008 \ 0.02]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.008,0.02)	0.8147	0.9513
0.01	(0.01,0.018,0.03)	0.6409	0.8626
0.02	(0.02,0.028,0.04)	0.5041	0.7285
0.03	(0.03,0.038,0.05)	0.3966	0.5824
0.04	(0.04,0.048,0.06)	0.3119	0.4494
0.05	(0.05,0.058,0.07)	0.2454	0.3399
0.06	(0.06,0.068,0.08)	0.193	0.2547
0.07	(0.07,0.078,0.09)	0.1518	0.1907
0.08	(0.08,0.088,0.1)	0.1194	0.1431
0.09	(0.09,0.098,0.11)	0.094	0.1081
0.1	(0.1,0.108,0.12)	0.0739	0.0822



Σχήμα 3.48: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.64, 3.68 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.9113$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.6703$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8626$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.6409$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.1651$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.1353$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.0822$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.0739$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL=1\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.008, 0.02)$) μειώνεται κατά 11.4% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1}

κατά 18.5% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 10\%$ μειώνεται κατά 20.4% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 18.5% .

Πίνακας 3.69: Συγκεντρωτικός πίνακας ποσοστιαίων μεταβολών P_{afuzzy} , $P_{a1fuzzy}$ σε σχέση με P_{aCrisp} , $P_{a1Crisp}$

\tilde{p}	$P_{afuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{a1fuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{afuzzy}(LTPD)\% \downarrow$	$P_{a1fuzzy}(LTPD)\% \downarrow$
(0,0.008,0.01)	6.2	12.3	14.5	12.9
(0,0.008,0.012)	7.2	14	15.9	14
(0,0.008,0.015)	8.7	15.9	17.7	15.9
(0,0.008,0.02)	11.4	18.5	20.4	18.5

Από τον Πίνακα 3.69 είναι εμφανές ότι με την εισαγωγή ασάφειας στο ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων μιας παρτίδας η συνολική πιθανότητα αποδοχής μιας «καλής» παρτίδας ($P_a(AQL)$) όπως και η αντίστοιχη πιθανότητα αποδοχής αυτής στο πρώτο δείγμα

($P_{a1}(AQL)$) μειώνονται σε σχέση με την μη ασαφή εκδοχή, ομοίως και η συνολική πιθανότητα αποδοχής μιας «κακής» παρτίδας ($P_a(LTPD)$) και η αντίστοιχη πιθανότητα αποδοχής αυτής στο πρώτο δείγμα $P_{a1}(LTPD)$.

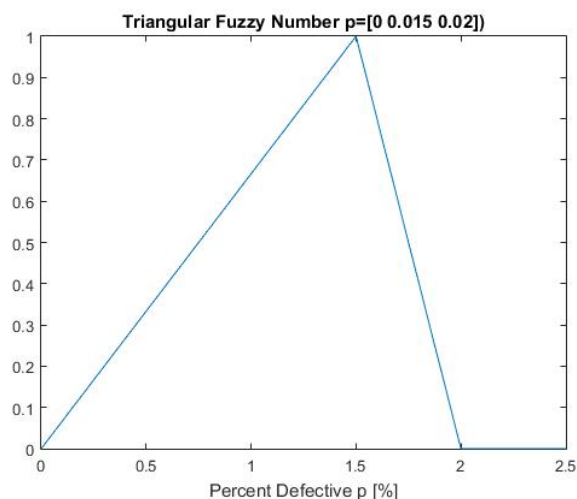
Όσο αυξάνεται η ασάφεια του ποσοστού ελαττωματικών τόσο μειώνονται οι τέσσερις αυτές πιθανότητες αποδοχής. Συγκεκριμένα για το μικρότερο βαθμό ασάφειας του παραδείγματος ($\tilde{p} = (0,0.008,0.01)$) σημειώνεται 6.2% μείωση στην $P_a(AQL)$ και 12.3% μείωση στην $P_{a1}(AQL)$ ενώ για τον μεγαλύτερο ($\tilde{p} = (0,0.008,0.02)$) 11.4% μείωση στην $P_a(AQL)$ και 18.5% μείωση στην $P_{a1}(AQL)$. Αντίστοιχα για τις «κακές» παρτίδες για $\tilde{p} = (0,0.008,0.01)$ σημειώνεται 14.5% μείωση στην $P_a(LTPD)$ και 12.9% μείωση στην $P_{a1}(LTPD)$ ενώ για $\tilde{p} = (0,0.008,0.02)$ 20.4% μείωση στην $P_a(LTPD)$ και 18.5% μείωση στην $P_{a1}(LTPD)$.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Έστω ότι μια βιομηχανία προμηθεύεται μια παρτίδα $N=5000$ τεμαχίων και επιλέγει να κάνει έλεγχο αυτής χρησιμοποιώντας ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο με παραμέτρους: $n_1 = n_2 = 22$, $c_1 = 0$, $c_2 = 2$. Τα τεμάχια αυτά προέρχονται από παραγωγική διαδικασία με ποσοστό ελαττωματικών “κοντά στο 1.5%” Με βάση τον μη ακριβή προσδιορισμό του ποσοστού ελαττωματικών, ορίζουμε

$$\tilde{p} = (0, 0.015, 0.02) .$$

Προκειμένου να κατασκευάσουμε την καμπύλη λειτουργικών χαρακτηριστικών το \tilde{p} μετασχηματίζεται ως, $0 \leq k \leq 0.99$



Σχήμα 3.49: Συνάρτηση συμμετοχής τριγωνικού ασαφούς αριθμού $p=[0 \ 0.015 \ 0.02]$

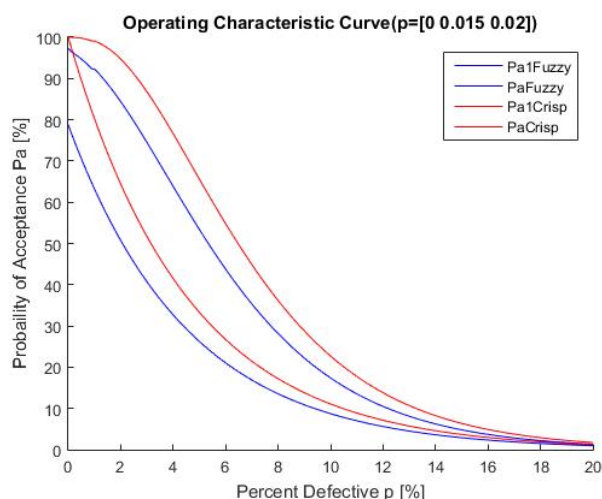
Πίνακας 3.70: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.015 \ 0.02]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.02)	0.7877	0.9736
0.01	(0.01,0.025,0.03)	0.6321	0.9232
0.02	(0.02,0.035,0.04)	0.5073	0.8439
0.03	(0.03,0.045,0.05)	0.4071	0.7449
0.04	(0.04,0.055,0.06)	0.3267	0.6383
0.05	(0.05,0.065,0.07)	0.2622	0.5338
0.06	(0.06,0.075,0.08)	0.2104	0.4377
0.07	(0.07,0.085,0.09)	0.1689	0.3532
0.08	(0.08,0.095,0.1)	0.1355	0.2815
0.09	(0.09,0.105,0.11)	0.1088	0.2221
0.1	(0.1,0.115,0.12)	0.0873	0.1739

Πίνακας 3.71: Crisp πιθανότητα αποδοχής

p	P_{a1}	P_a
0	1	1
0.01	0.8025	0.991
0.02	0.644	0.947
0.03	0.5169	0.8677
0.04	0.4148	0.766
0.05	0.3329	0.6559

0.06	0.2671	0.5478
0.07	0.2144	0.4487
0.08	0.172	0.3617
0.09	0.1381	0.2879
0.1	0.1108	0.2269



Σχήμα 3.50: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Με δεδομένο ότι $AQL = 2\%$ και $LTPD = 9\%$ από τους Πίνακες 3.70, 3.71 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.947$, $P_{a1crisp}(AQL) = 0.644$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8439$, $P_{a1fuzzy}(AQL) = 0.5073$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.2879$, $P_{a1crisp}(LTPD) = 0.1381$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.2221$, $P_{a1fuzzy}(LTPD) = 0.1088$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.015, 0.02)$) μειώνεται κατά 10.9% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 21.2% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 9\%$ μειώνεται κατά 23.3% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 21.2%.

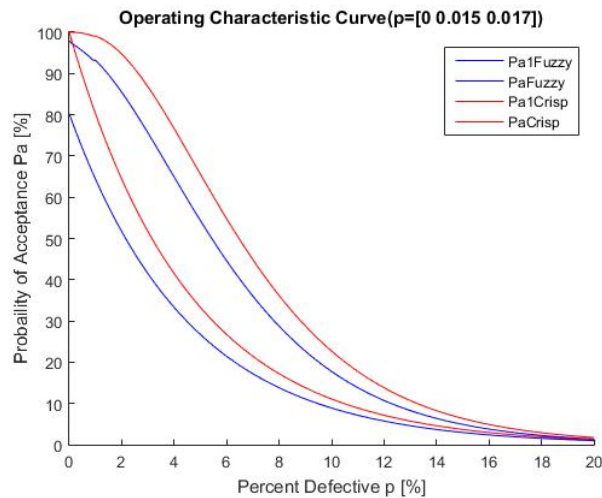
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Σε αυτό το σημείο θα ερευνήσουμε το πώς η μεταβολή του βαθμού ασάφειας της παραμέτρου \tilde{p} επηρεάζει το σχέδιο μέσω της καμπύλης λειτουργικών χαρακτηριστικών.

- Για $\tilde{p} = (0, 0.015, 0.017) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.015 + k, 0.017 + k)$

Πίνακας 3.72: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.015 \ 0.017]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.017)	0.8023	0.9794
0.01	(0.01,0.025,0.027)	0.6439	0.9322
0.02	(0.02,0.035,0.037)	0.5167	0.8546
0.03	(0.03,0.045,0.047)	0.4147	0.756
0.04	(0.04,0.055,0.057)	0.3328	0.6489
0.05	(0.05,0.065,0.067)	0.2671	0.5433
0.06	(0.06,0.075,0.077)	0.2143	0.4459
0.07	(0.07,0.085,0.087)	0.172	0.3602
0.08	(0.08,0.095,0.97)	0.138	0.2872
0.09	(0.09,0.105,0.107)	0.1108	0.2267
0.1	(0.1,0.115,0.117)	0.0889	0.1775



Σχήμα 3.51: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

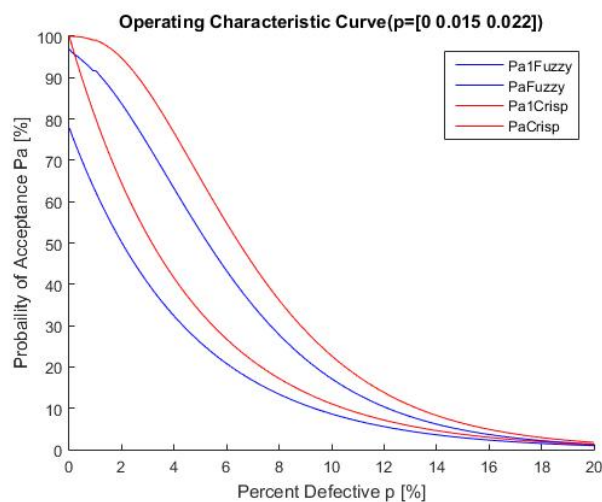
Από τους Πίνακες 3.70, 3.72 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.947$, $P_{alcrisp}(AQL) = 0.644$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8546$, $P_{al fuzzy}(AQL) = 0.5167$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.2879$, $P_{alcrisp}(LTPD) = 0.1381$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.2267$, $P_{al fuzzy}(LTPD) = 0.1108$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.015, 0.017)$) μειώνεται κατά 9.7% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 19.7% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η

συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 9\%$ μειώνεται κατά 21.8% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 19.7% .

- Για $\tilde{p} = (0, 0.015, 0.022) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.015 + k, 0.022 + k)$

Πίνακας 3.73: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.015 \ 0.022]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.022)	0.7784	0.9692
0.01	(0.01,0.025,0.032)	0.6247	0.9169
0.02	(0.02,0.035,0.042)	0.5013	0.8367
0.03	(0.03,0.045,0.052)	0.4023	0.7376
0.04	(0.04,0.055,0.062)	0.3229	0.6314
0.05	(0.05,0.065,0.072)	0.2591	0.5276
0.06	(0.06,0.075,0.082)	0.2079	0.4324
0.07	(0.07,0.085,0.092)	0.1669	0.3488
0.08	(0.08,0.095,0.102)	0.1339	0.2779
0.09	(0.09,0.105,0.112)	0.1075	0.2192
0.1	(0.1,0.115,0.122)	0.0863	0.1716



Σχήμα 3.52: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

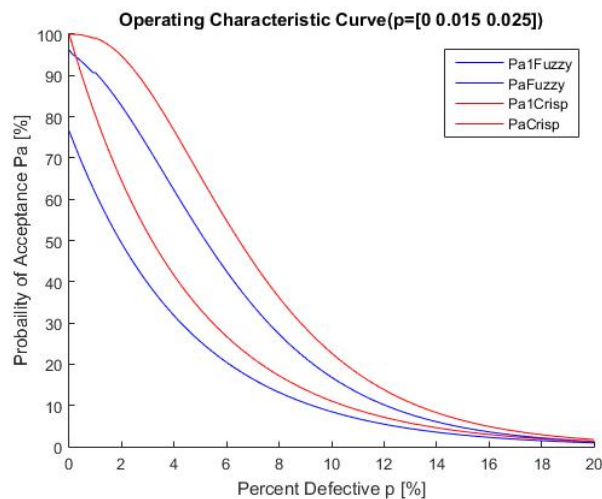
Από τους Πίνακες 3.70, 3.73 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.947$, $P_{alcrisp}(AQL) = 0.644$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8376$, $P_{al fuzzy}(AQL) = 0.5013$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.2192$, $P_{alcrisp}(LTPD) = 0.1381$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.2267$, $P_{al fuzzy}(LTPD) = 0.1075$. Δηλαδή η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL = 2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0, 0.015, 0.022)$)

μειώνεται κατά 11.5% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 22.1% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD = 9\%$ μειώνεται κατά 24.4% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 22.1% .

- Για $\tilde{p} = (0, 0.015, 0.025) \Rightarrow \tilde{p} = (k, 0.015 + k, 0.025 + k)$

Πίνακας 3.74: Ασαφής πιθανότητα αποδοχής για $p=[0 \ 0.015 \ 0.025]$

k	\tilde{p}	\tilde{P}_{a1}	\tilde{P}_a
0	(0,0.015,0.025)	0.7653	0.9617
0.01	(0.01,0.025,0.035)	0.6142	0.9069
0.02	(0.02,0.035,0.045)	0.4929	0.8257
0.03	(0.03,0.045,0.055)	0.3955	0.7267
0.04	(0.04,0.055,0.065)	0.3174	0.6213
0.05	(0.05,0.065,0.075)	0.2547	0.5188
0.06	(0.06,0.075,0.085)	0.2044	0.4248
0.07	(0.07,0.085,0.095)	0.1641	0.3426
0.08	(0.08,0.095,0.105)	0.1317	0.2728
0.09	(0.09,0.105,0.115)	0.1057	0.2151
0.1	(0.1,0.115,0.125)	0.0848	0.1684



Σχήμα 3.53: Καμπύλες λειτουργικών χαρακτηριστικών- fuzzy (μπλέ), crisp (κόκκινη)

Από τους Πίνακες 3.70, 3.74 έχουμε $P_{acrisp}(AQL) = 0.947$, $P_{alcrisp}(AQL) = 0.644$, $P_{afuzzy}(AQL) = 0.8257$, $P_{al fuzzy}(AQL) = 0.4929$, $P_{acrisp}(LTPD) = 0.2192$, $P_{alcrisp}(LTPD) = 0.1381$, $P_{afuzzy}(LTPD) = 0.2151$, $P_{al fuzzy}(LTPD) = 0.1057$. Δηλαδή η

συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $AQL=2\%$ στην περίπτωση όπου το p είναι ασαφής τριγωνικός αριθμός ($\tilde{p} = (0,0.015,0.025)$) μειώνεται κατά 12.8% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 23.5% ως προς την περίπτωση που το p είναι crisp ποσότητα. Αντίστοιχα η συνολική πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας P_a με επίπεδο ποιότητας $LTPD=9\%$ μειώνεται κατά 25.8% και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας στο πρώτο δείγμα P_{a1} κατά 23.5% .

Πίνακας 3.75: Συγκεντρωτικός πίνακας ποσοστιαίων μεταβολών P_{afuzzy} , $P_{a1fuzzy}$ σε σχέση με P_{aCrisp} , $P_{a1Crisp}$

\tilde{p}	$P_{afuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{a1fuzzy}(AQL)\% \downarrow$	$P_{afuzzy}(LTPD)\% \downarrow$	$P_{a1fuzzy}(LTPD)\% \downarrow$
(0,0.015,0.017)	9.7	19.7	21.8	19.7
(0,0.015,0.02)	10.9	21.2	23.3	21.2
(0,0.015,0.022)	11.5	22.1	24.4	22.1
(0,0.015,0.025)	12.8	23.5	25.8	23.5

Από τον Πίνακα 3.75 είναι εμφανές ότι με την εισαγωγή ασάφειας στο ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων μιας παρτίδας η συνολική πιθανότητα αποδοχής μιας «καλής» παρτίδας ($P_a(AQL)$) όπως και η αντίστοιχη πιθανότητα αποδοχής αυτής στο πρώτο δείγμα

($P_{a1}(AQL)$) μειώνονται σε σχέση με την μη ασαφή εκδοχή, ομοίως και η συνολική πιθανότητα αποδοχής μιας «κακής» παρτίδας ($P_a(LTPD)$) και η αντίστοιχη πιθανότητα αποδοχής αυτής στο πρώτο δείγμα $P_{a1}(LTPD)$.

Όσο αυξάνεται η ασάφεια του ποσοστού ελαττωματικών τόσο μειώνονται οι τέσσερις αυτές πιθανότητες αποδοχής. Συγκεκριμένα για το μικρότερο βαθμό ασάφειας του παραδείγματος ($\tilde{p} = (0,0.015,0.017)$) σημειώνεται 9.7% μείωση στην $P_a(AQL)$ και 19.7% μείωση στην $P_{a1}(AQL)$ ενώ για τον μεγαλύτερο ($\tilde{p} = (0,0.015,0.025)$) 12.8% μείωση στην $P_a(AQL)$ και 23.5% μείωση στην $P_{a1}(AQL)$. Αντίστοιχα για τις «κακές» παρτίδες για $\tilde{p} = (0,0.015,0.017)$ σημειώνεται 21.8% μείωση στην $P_a(LTPD)$ και 19.7% μείωση στην $P_{a1}(LTPD)$ ενώ για $\tilde{p} = (0,0.015,0.025)$ 25.8% μείωση στην $P_a(LTPD)$ και 23.5% μείωση στην $P_{a1}(LTPD)$.

Συμπεράσματα-Παρατηρήσεις

Λαμβάνοντας υπόψιν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα τρία αριθμητικά παραδείγματα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι εισάγοντας ασάφεια στο ποσοστό ελαττωματικών η συνολική πιθανότητα αποδοχής «κάλων» παρτίδων ($P_a(AQL)$) όπως και η αντίστοιχη πιθανότητα αποδοχής στο πρώτο δείγμα ($P_{a1}(AQL)$) μειώνονται σε σχέση με τη μη ασαφή εκδοχή, ομοίως και οι πιθανότητες αποδοχής «κακών» παρτίδων ($P_a(LTPD), P_{a1}(LTPD)$). Το μέγεθος της μείωσης αυτής καθορίζεται από το βαθμό ασάφειας του \tilde{p} . Συγκεκριμένα όσο αυξάνεται ο βαθμός ασάφειας τόσο αυξάνεται ο βαθμός μείωσης των τεσσάρων αυτών πιθανοτήτων. Δηλαδή η «χαλάρωση» της παραμέτρου p έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της αυστηρότητας του σχεδίου εφόσον κάποιες από τις καλές παρτίδες που στην παραδοσιακή εκδοχή του σχεδίου θα γίνονταν αποδεκτές στην προκειμένη περίπτωση θα απορριφθούν ενώ επίσης οι κακές παρτίδες έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να απορριφθούν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 –ΣΥΝΟΨΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Συνοψίζοντας, η μελέτη των τεσσάρων περιπτώσεων δειγματοληπτικών σχεδίων έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα :

1. Απλό Δειγματοληπτικό σχέδιο με ασαφή ρίσκα και επίπεδα ποιότητας

- Με την εισαγωγή ασάφειας στα ρίσκα και στα επίπεδα ποιότητας επιτυγχάνεται μείωση στο μέγεθος δείγματος συγκριτικά με το παραδοσιακό μοντέλο.
- Από την διερεύνηση των ασαφών σχεδίων παρατηρείται ότι η συνάρτηση ικανοποίησης ως προς το μέγεθος δείγματος $\xi(n)$ επηρεάζει το βέλτιστο σχέδιο. Συγκεκριμένα όσο αυξάνεται η παράμετρος n_1 , η οποία υποδηλώνει το μέγιστο δυνατό μέγεθος δείγματος για το οποίο υπάρχει πλήρης ικανοποίηση ($\xi(n) = 1$), τόσο αυξάνεται το μέγεθος δείγματος του βέλτιστου σχεδίου. Επίσης όσο αυξάνεται η παράμετρος n_0 , η οποία όταν ξεπεραστεί ($n > n_0$) δημιουργείται πλήρης έλλειψη ικανοποίηση ($\xi(n) = 0$), τόσο αυξάνεται το μέγεθος δείγματος του βέλτιστου σχεδίου. Αντιθέτως όσο μειώνονται οι δυο αυτές παράμετροι τόσο μειώνεται το μέγεθος δείγματος του βέλτιστου σχεδίου.
- Το παραδοσιακό μοντέλο παρουσιάζει πολύ μεγαλύτερη ευαισθησία στην τροποποίηση των παραμέτρων του σε σχέση με το ασαφές.

2. Απλό Επανορθωτικό σχέδιο με ασαφείς προδιαγραφές ποιότητας

Στην περίπτωση του ασαφούς μοντέλου προκύπτει βέλτιστο σχέδιο με μεγαλύτερο β αλλά μικρότερο ATI σε σχέση με το βέλτιστο παραδοσιακό. Το παραδοσιακό Dodge-Romig μοντέλο στοχεύει στην επίτευξη του μικρότερου δυνατού ρίσκου του καταναλωτή β θέτοντάς το σε μια συγκεκριμένη τιμή ενώ ο δεύτερος στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου κόστους ελέγχου ATI , η οποία υπόκειται στον περιορισμό που προκύπτει από τον πρώτο στόχο. Στο ασαφές μοντέλο ουσιαστικά “θυσιάζεται” η αυστηρή εκπλήρωση του ελάχιστου β με την εισαγωγή ενός διαστήματος τιμών $[\beta, \beta_u]$ με σκοπό την επίτευξη καλύτερου αποτελέσματος στην ελαχιστοποίηση του ATI . Όσο αφορά την ανάλυση ευαισθησίας παρατηρείται ότι η μεταβολή των παραμέτρων $N, LTPD, p$ έχει ανάλογη επιρροή στη βέλτιστη λύση τόσο του ασαφούς όσο και του παραδοσιακού σχεδίου.

3. Απλό δειγματοληπτικό σχέδιο με ασαφές ποσοστό ελαττωματικών

Με την εισαγωγή ασάφειας στο ποσοστό ελαττωματικών η πιθανότητα αποδοχής «κάλων» παρτίδων ($P_a(AQL)$) μειώνεται σε σχέση με τη μη ασαφή εκδοχή, όπως και η πιθανότητα αποδοχής «κακών» παρτίδων ($P_a(LTPD)$). Το μέγεθος της μείωσης αυτής καθορίζεται από το βαθμό ασάφειας του. Συγκεκριμένα όσο αυξάνεται ο βαθμός ασάφειας τόσο αυξάνεται ο βαθμός μείωσης των δύο αυτών πιθανοτήτων. Δηλαδή η

«χαλάρωση» της παραμέτρου έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της αυστηρότητας του σχεδίου εφόσον κάποιες από τις καλές παρτίδες που στην παραδοσιακή εκδοχή του σχεδίου θα γίνονταν αποδεκτές στην προκειμένη περίπτωση θα απορριφθούν ενώ επίσης οι κακές παρτίδες έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να απορριφθούν.

4. Διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο με ασαφές ποσοστό ελαττωματικών

Με την εισαγωγή ασάφειας στο ποσοστό ελαττωματικών η συνολική πιθανότητα αποδοχής «κάλων» παρτίδων ($P_a(AQL)$) όπως και η αντίστοιχη πιθανότητα αποδοχής στο πρώτο δείγμα

($P_{a1}(AQL)$) μειώνονται σε σχέση με τη μη ασαφή εκδοχή, ομοίως και οι πιθανότητες αποδοχής «κακών» παρτίδων ($P_a(LTPD)$, $P_{a1}(LTPD)$). Το μέγεθος της μείωσης αυτής καθορίζεται από το βαθμό ασάφειας του p . Συγκεκριμένα όσο αυξάνεται ο βαθμός ασάφειας τόσο αυξάνεται ο βαθμός μείωσης των τεσσάρων αυτών πιθανοτήτων. Δηλαδή η «χαλάρωση» της παραμέτρου p έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της αυστηρότητας του σχεδίου εφόσον κάποιες από τις καλές παρτίδες που στην παραδοσιακή εκδοχή του σχεδίου θα γίνονταν αποδεκτές στην προκειμένη περίπτωση θα απορριφθούν ενώ επίσης οι κακές παρτίδες έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να απορριφθούν.

Στα προηγούμενα κεφάλαια μελετήθηκαν τέσσερις περιπτώσεις δειγματοληπτικών σχεδίων υπό ασαφές περιβάλλον. Η μοντελοποίηση αυτών μέσω του λογισμικού MATLAB και οι σύγκρισή τους με τα αντίστοιχα παραδοσιακά σχέδια παρείχε χρήσιμες πληροφορίες και συμπεράσματα. Οι ασαφείς εκδοχές των δειγματοληπτικών σχεδίων αποτελούν μια διαφορετική προσέγγιση, πιο κοντινή στις πραγματικές συνθήκες μιας παραγωγικής διαδικασίας η οποία αναπόφευκτα επηρεάζεται από την λογική του ανθρώπου την οποία προσομοιώνει η ασαφής λογική.

Μελλοντική Έρευνα

Σαν πρόσθετη έρευνα στις περιπτώσεις των δειγματοληπτικών σχεδίων που χρησιμοποιήθηκαν θα μπορούσε να προστεθεί η δυνατότητα επανόρθωσης του σχεδίου (απλού και διπλού). Ακόμη θα μπορούσαν να επιλεγθούν άλλες μέθοδοι αποασαφοποίησης πέραν της COG (Center Of Gravity) που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα μελέτη. Τέλος, στην περίπτωση του απλού σχεδίου με ασαφή ρίσκα και επίπεδα ποιότητας θα ήταν χρήσιμο να εξεταστούν και άλλες μορφές της συνάρτησης ικανοποίησης $\zeta(n)$ η οποία επηρεάζει σημαντικά το βέλτιστο σχέδιο.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Zadeh, L.A. (1975). *The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning – I*. Information Sciences, 8(3), 199-249.

Margaris, A. (1990). *First Order Mathematical Logic*, Mineola, NY: Dover Publications.

Grzegorzewski, P. (2001). *Acceptance Sampling Plans by Attributes with Fuzzy Risks and Quality Levels*. In: Lenz, H.J. and Wilrich, P.T. (eds.). *Frontiers in Statistical Quality Control*, vol 6., Physica, Heidelberg, 36-46.

Zimmermann, H.J. (1985). *Fuzzy Set Theory and its Applications*, Kluwer-Nijhoff Publishing Company, Boston.

T.K. Chakraborty. (1992). *A class of Single sampling plans based on fuzzy optimization*, Opsearch, Vol. 29, No.1, 11-20.

A. Kanagawa, H. Ohta. (1990). *A design for single sampling attribute plan based on fuzzy set theory*, fuzzy sets and systems, 37, 173-181.

H. Ohta, H. Ichihashi. (1988). *Determination of single-sampling attribute plans based on membership function*, Int. J. Prod, Res 26, 1477-1485.

Baloui Jamkhaneh, E., B. Sadeghpour Gildeh and Gh. Yari. (2011). *Single Sampling Plan with Fuzzy Parameter*. Iranian Journal of fuzzy Systems Vol. 8, No. 2(2011), 47-55.

Baloui Jamkhaneh, E., B. Sadeghpour Gildeh and Gh. Yari(2012). *Acceptance Double Sampling Plan using Fuzzy Poisson Distribution*, World Applied Sciences Journal 16(11): 1578-1588, 2012.

Ταγαράς, Γ. (2001). *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.

Θεοδώρου, Ι. (2005). *Στατιστική Ανάλυση πολυδιάστατων δεδομένων. Η Παραγοντική Ανάλυση Αντιστοιχιών στην Ασαφή Λογική*, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα.

Μαστοροκώστας, Π. (2015). *Εισαγωγή στην ασαφή λογική – ασαφή σύνολα – συναρτήσεις συμμετοχής*, ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας, Μακεδονία.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Use a Matlab Editor to write the files *.m´

(1) Απλό Δειγματοληπτικό σχέδιο με ασαφή ρίσκα και επίπεδα ποιότητας

```
clc

nmax=100;

n1=50;

sat_table=[];

for(n=1:1:nmax)

    if (n<=n1)

        sat=1;

        sat_table(end+1)=sat;

    end

    if (n>n1)&& (n<=nmax)

        sat=1-sqrt((n-n1)/(nmax-n1));%sat=1-exp((n-nmax)/n1);%sat=1- 2.5*((n-n1)/(nmax-n1));

        sat_table(end+1)=sat;

    end

    if (n>nmax)

        sat=0;

        sat_table(end+1)=sat;

    end

end

sat_table=sat_table'; %satisfaction(n)
```

```

n=1:1:nmax;

figure(1)

plot(n,sat_table,'Linewidth',2)

xlim([0 nmax])

ylim([0 1])

title('satisfaction with n');

n=n';

%=====INPUT DATA=====

thita1=0.02;

thita2=0.095;

thita3=0.025;

thita4=0.09;

alpha=0.05;

alpha_upper=0.08;

beta=0.1;

beta_upper=0.2;

%=====END OF INPUT=====

%===== membership funtion l1=====

mflambda1table=[];

for(lambda1=0:0.0001:thita3)

if (lambda1<=thita1)

    mflambda1=1;

    mflambda1table(end+1)=mflambda1;

else if ((lambda1>thita1) && (lambda1<=thita3))

    mflambda1=(thita3-lambda1)/(thita3-thita1);

    mflambda1table(end+1)=mflambda1;

else if(lambda1>thita3)

```

```

    mflambda1=0;

    mflambda1table(end+1)=mflambda1;

    end

end

end

end

mflambda1table=mflambda1table';

lambda1=0:0.0001:thita3;

figure(2)

plot(lambda1,mflambda1table,'Linewidth',2)

xlim([0 thita3])

ylim([0 1])

title('membership function l1');

lambda1=lambda1';

%===== membership funtion l2=====

mflambda2table=[];

for(lambda2=0:0.0001:thita2)

if (lambda2<=thita4)

    mflambda2=0;

    mflambda2table(end+1)=mflambda2;

else if (lambda2>thita4 && lambda2<=thita2)

    mflambda2=1-((thita2-lambda2)/(thita2-thita4));

    mflambda2table(end+1)=mflambda2;

else if(lambda2>thita2)

    mflambda2=1;

    mflambda2table(end+1)=mflambda2;

end

end

end

```

```

end

mflambda2table=mflambda2table';

lambda2=0:0.0001:thita2;

figure(3)

plot(lambda2,mflambda2table,'Linewidth',2)

xlim([0 thita2])

ylim([0 1])

title('membership function l2');

lambda2=lambda2';

%=====membership function a risk=====

mfalphatable=[];

for(alphax=0:0.001:alpha_upper)

if (alphax<=alpha)

    mfalpha=1;

    mfalphatable(end+1)=mfalpha;

else if ((alphax>alpha) && (alphax<=alpha_upper))

    mfalpha=(alpha_upper-alphax)/(alpha_upper-alpha);

    mfalphatable(end+1)=mfalpha;

else if(alphax>alpha_upper)

    mfalpha=0;

    mfalphatable(end+1)=mfalpha;

end

end

end

end

mfalphatable=mfalphatable';

alphax=0:0.001:alpha_upper;

figure(4)

```

```

plot(alphax,mfalphatable,'Linewidth',2)

xlim([0 alpha_upper])

ylim([0 1])

title('membership function alpha');

alphax=alphax';

%===== membership funtion beta risk=====

mfbetatable=[];

for(betax=0:0.001:beta_upper)

if (betax<=beta)

    mfbeta=1;

    mfbetatable(end+1)=mfbeta;

else if ((betax>beta) && (betax<=beta_upper))

    mfbeta=(beta_upper-betax)/(beta_upper-beta);

    mfbetatable(end+1)=mfbeta;

else if(betax>beta_upper)

    mfbeta=0;

    mfbetatable(end+1)=mfbeta;

end

end

end

end

mfbetatable=mfbetatable';

betax=0:0.001:beta_upper;

figure(5)

plot(betax,mfbetatable,'Linewidth',2)

xlim([0 beta_upper])

ylim([0 1])

title('membership function beta');

betax=betax';

%=====

```

```

satisf_n=horzcat(n,sat_table);      % 1h stlh: n  2h stlh:ikanopoihsh me to antistoixo n

fuzzy_l1=horzcat(lambda1,mflambda1table); % 1h stlh: p(AQL) 2h stlh: ikanopoihsh me to antistoixo p

fuzzy_l2=horzcat(lambda2,mflambda2table); % 1h stlh: p(LTPD) 2h stlh: ikanopoihsh me to antistoixo p

fuzzy_a=horzcat(alphax,mfalphatable);    % 1h stlh: alpha_risk 2h stlh: ikanopoihsh me to antistoixo a

fuzzy_b=horzcat(betax,mfbetatable);      % 1h stlh: beta_risk 2h stlh: ikanopoihsh me to antistoixo b

%=====

atable=[];

btable=[];

mfatable=[];

mfbtable=[];

stable=[];

ntable=[];

ctable=[];

%=====

thita3pos=find(abs(10000000000*(fuzzy_l1(:,1)-thita3))<1); %thesi toy thita 3

thita4pos=find(abs(10000000000*(fuzzy_l2(:,1)-thita4))<1); %thesi tou thita 4

thita2pos=find(abs(10000000000*(fuzzy_l2(:,1)-thita2))<1); %thesi tou thita 2

for(c=0:1:4)

for(n=1:1:nmax)

    for(i1=1:1:thita3pos)

        a_long=(fuzzy_l1(i1,2))*(1-binocdf(c,n,fuzzy_l1(i1,1)));

        a=round(a_long,4);

        if(a<=alpha_upper)

            atable(end+1)=a;

        end

    end

    for(i2=thita4pos:1:thita2pos)

        b_long=(fuzzy_l2(i2,2))*(binocdf(c,n,fuzzy_l2(i2,1)));

        b=round(b_long,4);

        if(b<=beta_upper)

```

```

        btable(end+1)=b;

    end

end

atable=atable';
btable=btable';

sup_a=max(atable); % bathmos ikanopoihshs me a
sup_a=round(sup_a,3);
res1=find(abs(10000000000*(fuzzy_a(:,1)-sup_a))<1);
mfsup_a=fuzzy_a(res1,2);
sup_b=max(btable); % bathmos ikanopoihshs me b
sup_b=round(sup_b,3);
res2=find(abs(10000000000*(fuzzy_b(:,1)-sup_b))<1);
mfsup_b=fuzzy_b(res2,2);
ksi=satisf_n(n,2); % bathmos ikanopoihshs me bash to n
s=min([mfsup_a mfsup_b ksi])
stable(end+1)=s;

atable=[];
btable=[];

end

end

stable=stable';

[soptimal index]=max(stable)


n_choose=mod(index,100)
c_choose=(index-n_choose)/100 %o paranomasths einai to n0
%=====>print results<=====
p=0:0.01:1; %=====>Set plot Data<=====
Pa_calc=binocdf(c_choose,n_choose,p); % Probability calculation
figure(6)

```



```

plot(p*100,Pa_calc*100); %Plot graph

xlim([0 15]);

%=====>Plot labels on graph<=====

xlabel('Percent Defective p [%]');

ylabel('Probaility of Acceptance Pa [%]');

title('Operating Characteristic Curve');

```

(2) Απλό Επανορθωτικό σχέδιο με ασαφείς προδιαγραφές ποιότητας

```

clc

%=====>INPUT DATA<=====

LTPD=10;

beta=16;

pd=2;

N=10000;

%=====>UNIT CALCULATIONS<=====

p2=LTPD/100;

beta=beta/100;

p1=pd/100;


ATI_prev=10000;

flag = 1;

ctable=[0 1 2 3 4 5 6];

nltpdtable=[];

ntable=[];

Patable=[];

ATItable=[];

for c=0:1:11

    for n=1:1:1000

        x=poisscdf(c,n*p2);

        y=round(x,2);

```

```

if(y==beta && flag)

    c;

    n;

    Pa=poisscdf(c,n*p1);

    if(p1==0.02)

ATI_cur=(n*Pa)+N*(1-Pa);

    end

    if (ATI_cur< ATI_prev)

        ATI_prev = ATI_cur;

        ntable(end+1)=n;

        nltpdtable(end+1)=n*p2;

        Patable(end+1)=Pa;

        ATItable(end+1)=ATI_cur;

    else

        flag = 0;

        c_choose=c-1

        n=ntable(end)

        ATI=ATItable(end)

        p_p2=poisscdf(c_choose,n*p2)

        break

    end

    break

end

end
end

```

```

end

% {

% estw oti Beta=10 kai BetaUpper=15. Pairnw ta stoixeia apo table 1

% Chackraborty, krataw stathero to c=c_choose

nopt=[85 88 89 90 92];          % pairnw tis akeraies times metaksy tw n apo b=BetaUpper ws
b=Beta

Pp2=[0.1496 0.1284 0.1219 0.1157 0.1041]'; %P(LTPD) gia kathe n

Ip1=[100.32 105.92 107.86 109.82 113.86]'; %ATI gia kathe n

L1=[1 0.641 0.517 0.391 0.133]';    % (I1-Ip1)/(I1-I0)

L2=[0.008 0.432 0.562 0.685 0.918]';    % (Bupper-P(p2))/(Bupper-B)

L=[0.008 0.432 0.517 0.391 0.133]';%min(L1,L2)

table1=horzcat(nopt,Pp2,Ip1,L1,L2,L);

Loptimal=max(L);

noptimal=table1(3,1)

coptimal=c_choose

ATIo optimal=table1(3,3)


ctable=ctable';

nltpdtable=nltpdtable';

ntable=ntable';

Patable=Patable';

ATItable=ATItable';

% }

```

(3) Απλό δειγματοληπτικό σχέδιο με ασαφές ποσοστό ελαττωματικών

```

clc

%SIMPLE SAMPLING PLANS USING BINOMIAL DISTRIBUTION

%====>Input Data <=====

AQL=2;

```

```

LTPD=9;

alpha=5;

beta=10;

%====>End of Input<=====

%====>Start Program<=====

%====>Units Calculation<=====

p1=AQL/100;

p2=LTPD/100;

alpha=alpha/100;

beta=beta/100;

Pa=1-alpha;

%====>Marginal conditions setting<=====

c=0; , n=1; , Pa_calc=0;, betarisk=1;

%====>outside loop start<=====

while Pa_calc<=Pa

    betarisk=1;

    while betarisk>=beta%> Inside loop start <=

        betarisk=binocdf(c,n,p2);

        if betarisk>=beta

            n=n+1;

        end

    end%====> Inside loop end<=====

    Pa_calc=binocdf(c,n,p1);

    if Pa_calc<=Pa

        c=c+1; n=c;

    end

end%====> Outside loop end<=====

n,c

a1=0.;

a2=0.01; %tfn p=[a1 a2 a3]

a3=0.013;

ptable=[];

```

```

Palowtable=[];

Pamidtable=[];

Pahightable=[];

Padeftable=[];


for(p=0:0.001:0.2)

ptable(end+1)=p;

Palow=poisscdf(c,n*(p+a1));

Palowtable(end+1)=Palow;

Pamid=poisscdf(c,n*(p+a2));

Pamidtable(end+1)=Pamid;

Pahigh=poisscdf(c,n*(p+a3));

Pahightable(end+1)=Pahigh;

end

y=size(ptable)

ptable=ptable'

Palowtable=Palowtable'

Pamidtable=Pamidtable'

Pahightable=Pahightable'


for(i=1:1:201)

x1=0:0.00001:1;

y1=trimf(x1,[Pahightable(i) Pamidtable(i) Palowtable(i)]);

Padeft=defuzz(x1,y1,'centroid');

Padeftable(end+1)=Padeft;

end

Padeftable=Padeftable'

%=====TFN=====

xaxis=0:0.0001:0.04;

yaxis=trimf(xaxis,[0 0.01 0.013]);

figure(1)

plot(xaxis*100,yaxis)

```

```

xlim([0 1.5]);

ylim([0 1]);

xlabel('Percent Defective p [%]');

title('Triangular Fuzzy Number p=[0 0.01 0.013]');

%=====

figure(2)

plot(ptable*100,Padeftable*100)

xlim([0 20])

ylim([0 100])

%=====>Plot labels on graph<=====

xlabel('Percent Defective p [%]');

ylabel('Probaility of Acceptance Pa [%]');

title('Operating Characteristic Curve(p=(0 0.01 0.013))');

```

(4) Διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο με ασαφές ποσοστό ελαττωματικών

```

clc

%===== DOUBLE SAMPLING PLANS <=====

%=====>INPUT DATA<=====

N=5000;

AQL=2;

LTPD=14;

alpha=5;

beta=11;

pd=1.5;

%=====>n1=n2<=====

R1=[11.9 7.54 6.79 5 .39 4.65 4.25 3.88 3.63 3.38 3.21 3.09 2.85 2.6 2.44 2.32 2.22 2.12]';

c1_1=[0 1 0 1 2 1 2 3 2 3 4 4 5 5 5 5 5]';

c2_1=[1 2 2 3 4 4 5 6 6 7 8 9 11 12 13 14 16]';

Lambda_AQL_1=[0.21 0.52 0.43 0.76 1.16 1.04 1.43 1.87 1.72 2.15 2.62 2.9 3.68 4 4.35 4.7 5.39]';

Lcol_1=[1.17 1.081 1.34 1.169 1.105 1.274 1.17 1.117 1.248 1.173 1.124 1.167 1.166 1.215 1.271 1.331 1.452]';

```

```

%=====>n2=2*n1<=====

R2=[14.5 8.07 6.48 5.39 5.09 4.31 4.19 3.6 3.26 2.96 2.77 2.62 2.46 2.21 1.97 1.74]';

c1_2=[0 0 1 0 1 0 1 1 2 3 3 4 4 3 4 6]';

c2_2=[1 2 3 3 4 4 5 6 8 10 11 13 14 15 20 30]';

Lambda_AQL_2=[0.16 0.3 0.6 0.49 0.77 0.68 0.96 1.16 1.68 2.27 2.46 3.07 3.29 3.41 4.75 7.45]';

Lcol_2=[1.273 1.511 1.238 1.771 1.359 1.985 1.498 1.646 1.476 1.388 1.468 1.394 1.472 1.888 2.029 2.23]';

%=====>UNITS CALCULATION<=====

p1=AQL/100;

p2=LTPD/100;

%=====n1=n2=====

R =p2/p1;

R_Chose=interp1(R1,R1,R,'previous');

thesi=find(R1==R_Chose);

c1_Chose=c1_1(thesi);

c2_Chose=c2_1(thesi);

Lambda_AQL_Chose=Lambda_AQL_1(thesi);

Lcol_Chose=Lcol_1(thesi);

n1_1=round(Lambda_AQL_Chose/p1);

n2_1=n1_1;

ASN_1=Lcol_Chose*n1_1;

%=====

%=====n2=2n1=====

R =p2/p1;

R_Chose2=interp1(R2,R2,R,'previous');

thesi2=find(R2==R_Chose2);

c1_Chose2=c1_2(thesi2);

c2_Chose2=c2_2(thesi2);

Lambda_AQL_Chose_2=Lambda_AQL_2(thesi2);

Lcol_Chose_2=Lcol_2(thesi2);

n1_2=round(Lambda_AQL_Chose_2/p1);

n2_2=n1_2*2;

```

```

ASN_2=Lcol_Choose_2*n1_2;

%=====

if(ASN_2<ASN_1)

    ASN=ASN_2

    c1=c1_Choose2

    c2=c2_Choose2

    n1=n1_2

    n2=n2_2

    r1=c2+1

else

    ASN=ASN_1

    c1=c1_Choose

    c2=c2_Choose

    n1=n1_1

    n2=n2_1

    r1=c2+1

end

p3table=[];

Palowtable=[];
Pamidtable=[];
Pahightable=[];

Pa1lowtable=[];
Pa1midtable=[];
Pa1hightable=[];

Pa2lowtable=[];
Pa2midtable=[];
Pa2hightable=[];

```



```

flag=0;

%tfn=[a1 a2 a3]

a1=0;
a2=0.015;
a3=0.025

for(p3=0:0.001:0.2)
    p3table(end+1)=p3;
    for (d1=0:1:r1)
        if (d1<=c1)
            Pa1low=poisscdf(c1,n1*(p3+a1));
            Pa1lowtable(end+1)=Pa1low;
            Pr1low=1-poisscdf(c2,n1*(p3+a1));
            Pa1mid=poisscdf(c1,n1*(p3+a2));
            Pa1midtable(end+1)=Pa1mid;
            Pr1mid=1-poisscdf(c2,n1*(p3+a2));

            Pa1high=poisscdf(c1,n1*(p3+a3));
            Pa1hightable(end+1)=Pa1high;
            Pr1high=1-poisscdf(c2,n1*(p3+a3));

            if(p3==0.01)
                Pa1low,Pa1mid,Pa1high ;
                Pr1low,Pr1mid,;
                flag=1;

            end

        end
    end
end

for (d1=0:1:r1)

```

```

if (d1>c1 && d1<r1)

Pa2low=poisspdf(c1+1,n1*(p3+a1))*poisspdf(0,n2*(p3+a1))+poisspdf(c1+1,n1*(p3+a1))*poisspdf(1,n2*(p3+a1))
+poisspdf(c1+2,n1*(p3+a1))*poisspdf(0,n2*(p3+a1));

Pa2lowtable(end+1)=Pa2low;

Palow=Pa1low+Pa2low;

Palowtable(end+1)=Palow;


Pa2mid=poisspdf(c1+1,n1*(p3+a2))*poisspdf(0,n2*(p3+a2))+poisspdf(c1+1,n1*(p3+a2))*poisspdf(1,n2*(p3+a2))
+poisspdf(c1+2,n1*(p3+a2))*poisspdf(0,n2*(p3+a2));

Pa2midtable(end+1)=Pa2mid;

Pamid=Pa1mid+Pa2mid;

Pamidtable(end+1)=Pamid;


Pa2high=poisspdf(c1+1,n1*(p3+a3))*poisspdf(0,n2*(p3+a3))+poisspdf(c1+1,n1*(p3+a3))*poisspdf(1,n2*(p3+a3))
)+poisspdf(c1+2,n1*(p3+a3))*poisspdf(0,n2*(p3+a3));

Pa2hightable(end+1)=Pa2high;

Pahigh=Pa1high+Pa2high;

Pahightable(end+1)=Pahigh;


if(p3==0.01)

    flag=1;

    Pa2low,Pa2mid,Pa2high ;

    Palow=Pa1low+Pa2low ;

    Pamid=Pa1mid+Pa2mid ;

    Pahigh=Pa1high+Pa2high ;


else

    break


end

end

end

end

p3table=p3table';

```

```

Palowtable(2)=[];

Pamidtable(2)=[];

Pahightable(2)=[];


Pa2lowtable(2)=[];

Pa2midtable(2)=[];

Pa2hightable(2)=[];

Palowtable=Palowtable';

Pamidtable=Pamidtable';

Pahightable=Pahightable';


Pa1lowtable=Pa1lowtable';

Pa1midtable=Pa1midtable';

Pa1hightable=Pa1hightable';


Pa2lowtable=Pa2lowtable';

Pa2midtable=Pa2midtable';

Pa2hightable=Pa2hightable';


Pa1deftable=[];

Pa2deftable=[];

Pa1deftable=[];

for(i=1:1:201)

%=====Pa1=====

    x1=0:0.00001:1;

    y1=trimf(x1,[Pa1hightable(i) Pa1midtable(i) Pa1lowtable(i)]);

    Pa1def=defuzz(x1,y1,'centroid');

    Pa1deftable(end+1)=Pa1def;

%=====Pa=====

```

```

x2=0:0.00001:1;

y2=trimf(x2,[Pahightable(i) Pamidtable(i) Palowtable(i)]);

Padef=defuzz(x2,y2,'centroid');

Padeftable(end+1)=Padef;


end

Pa1deftable=Pa1deftable'

Padeftable=Padeftable'

%=====Graphs=====

hold on

figure(1)

plot(p3table*100,Padeftable*100)

plot(p3table*100,Pa1deftable*100)

xlim([0 20]);

ylim([0 100]);

%=====>Plot labels on graph<=====

xlabel('Percent Defective p [%]');

ylabel('Probaility of Acceptance Pa [%]');

title('Operating Characteristic Curve(p=[0 0.01 0.023])');

legend('double','single')

hold off

%=====TFN=====

xaxis=0:0.0001:0.03;

yaxis=trimf(xaxis,[0 0.015 0.02]);

figure(5)

plot(xaxis*100,yaxis)

xlim([0 2.5]);

ylim([0 1]);

xlabel('Percent Defective p [%]');

title('Triangular Fuzzy Number p=[0 0.015 0.02]');

```