



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

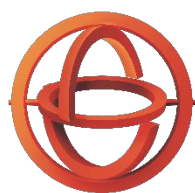
**«Σχεδιασμός μικροδομής ευφύων υλικών
και κατασκευών με χρήση βελτιστοποίησης»**

Διδακτορική Διατριβή

Του Παναγιώτη Κουτσιανίτη

Διπλωματούχου Μηχανικού Παραγωγής & Διοίκησης, κατόχου
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Χανιά, Φεβρουάριος 2020



ΕΛΙΔΕΚ.
Ελληνικό Ίδρυμα Έρευνας & Καινοτομίας

Η ερευνητική εργασία υποστηρίχτηκε από το Ελληνικό Ίδρυμα Έρευνας και Καινοτομίας (ΕΛΙΔΕΚ) και από τη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας (ΓΓΕΤ), στο πλαίσιο της Δράσης «Υποτροφίες ΕΛΙΔΕΚ Υποψηφίων Διδακτόρων» (αρ. 34254).



Technical University of Crete
School of Production Engineering & Management

**«Design of microstructure of smart
materials and structures using optimization»**

Ph.D dissertation

By Panagiotis Koutsianitis, Dipl. Eng., MSc.

Chania, February 2020



The research work was supported by the Hellenic Foundation for Research and Innovation (HFRI) and the General Secretariat for Research and Technology (GSRT), under the HFRI PhD Fellowship grant (GA. no. 34254).

Η παρούσα διατριβή εγκρίθηκε από:

Συμβουλευτική επιτροπή

Γεώργιος Σταυρουλάκης (Επιβλέπων)

Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

Αριστομένης Αντωνιάδης (Συνεπιβλέπων)

Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

Ιωάννης Μαρινάκης (Συνεπιβλέπων)

Αναπληρωτής Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

Εξεταστική Επιτροπή

Νικόλαος Μπιλάλης

Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

Δημήτριος Σωτηρόπουλος

Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης

Γεωργία Φουτσιτζή

Καθηγήτρια, Σχολή Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Γεώργιος Δροσόπουλος

Αναπληρωτή Καθηγητής, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο KwaZulu-Natal, Durban, Νότιος Αφρική

Η παρούσα διδακτορική διατριβή εκπονήθηκε στη σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης ως μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων για την λήψη του Διδακτορικού Διπλώματος.

Ευχαριστίες

Για την εκπόνηση της παρούσας διδακτορικής διατριβής θα ήθελα αρχικά να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη για την καθοδήγηση του και την βοήθεια του στην απόκτηση της υποτροφίας.

Αναφορά θα πρέπει να γίνει και στην ιδιαίτερα σημαντική βοήθεια της καθηγήτριας κας Γεωργίας Φουτσιτζή πάνω στην ανάπτυξη και τον προγραμματισμό ορισμένων μοντέλων που δημιουργήθηκαν.

Μεγάλο ευχαριστώ οφείλω να πω στους γονείς μου και την οικογένεια μου που στάθηκε δίπλα μου όλα αυτά τα χρόνια παρόλες τις δυσκολίες που αντιμετώπισα και με στήριξε και στις καλές και τις δύσκολες στιγμές.

Ιδιαίτερη αναφορά θέλω να κάνω στην Ελευθερία η οποία στάθηκε δίπλα μου και μου έδωσε το κίνητρο να ολοκληρώσω την εργασία καθώς και να κυνηγήσω τα επόμενα μου βήματα πιο συγκεντρωμένα και με περισσότερα όνειρα!!!.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Μελέτη Ρεντούμη για την συνεισφορά του με τις άρτιες γνώσεις του στον σχεδιασμό που με τις συμβουλές του και την συνεργασία του προσπεράστηκαν όλες οι δυσκολίες.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Γεώργιο Ταϊρίδη τα μέλη του εργαστηρίου comeco για την στήριξη τους.

Τέλος, Κώστας, Γιατρέ, Μελέτη, Τσελίκο, Μιχαήλ, Ηλία, Εύη, Γεωργιάννα και Χρήστο ιδιαίτερη αναφορά και μεγάλο ευχαριστώ σε εσάς που χρόνια τώρα είστε δίπλα μου και με στηρίζετε ακόμα και αν μας χωρίζουν χιλιόμετρα!!!

Ευχαριστώ για όλα.

Παναγιώτης Κουτσιανίτης

Περίληψη

Στόχος της παρούσας διδακτορικής διατριβής είναι να αναπτυχθούν μέθοδοι και τεχνικές οι οποίες είναι ικανές να βοηθήσουν στον σχεδιασμό κατασκευών για την καλύτερη συμπεριφορά σε δυναμικά φαινόμενα. Τα φίλτρα απόσβεσης είναι ένα από τα πιο σημαντικά στοιχεία στον τομέα της μηχανικής καθώς η δυναμική συμπεριφορά των κατασκευών είναι αρκετά πιο σύνθετη και πολυδιάστατη σε σχέση με τα στατικά προβλήματα. Για τον λόγο αυτό, η βασική ιδέα της εργασίας ήταν αρχικά να διερευνηθούν, αναλυθούν και μοντελοποιηθούν εργαλεία τα οποία θα μας οδηγούσαν σε πρωτότυπες λύσεις για την αντιμετώπιση δυναμικών φαινομένων που προκαλούνται σε μία κατασκευή.

Ο πρώτος στόχος ήταν να δημιουργηθούν τα απαραίτητα μοντέλα τα οποία να επιλύουν με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων προβλήματα στο πεδίο των συχνοτήτων όπου δίνει τη δυνατότητα μελέτης της δυναμικής συμπεριφοράς σε περισσότερες από μία συχνότητες. Έτσι, δίνεται η δυνατότητα να σχεδιαστούν κατασκευές τέτοιες ώστε να μειώνουν τις ταλαντώσεις σε συγκεκριμένες συχνότητες. Οι προκλήσεις των δυναμικών φαινομένων όμως είναι πολύ μεγάλες, και δεν περιορίζονται σε μία συχνότητα. Για τον λόγο αυτό μελετήθηκαν τεχνικές οι οποίες βοηθούν στην δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής για ένα μεγαλύτερο εύρος συχνοτήτων.

Πιο συγκεκριμένα, μελετήθηκε και αναπτύχθηκε η μέθοδος που βασίζεται στην θεωρία του Bloch κατά την οποία δίνεται η δυνατότητα να υπολογιστούν εύρη συχνοτήτων κατά τα οποία το κύμα που διαδίδεται εντός του στερεού αποσβένεται και δεν διαπερνά την κατασκευή με αποτέλεσμα να μην ταλαντώνεται.

Βασιζόμενοι στις δύο παραπάνω θεωρίες, χρησιμοποιήθηκαν διάφορα εργαλεία με σκοπό να μπορέσουν να μειωθούν οι ταλαντώσεις στο πεδίο των συχνοτήτων καθώς και να αυξηθούν τα εύρη αυτών των κενών τα οποία δεν επιτρέπουν την διάδοση των κυμάτων. Κύρια βάση για να επιτευχθούν τα παραπάνω ήταν να διερευνηθούν οι επιδράσεις που έχουν σε τέτοια φαινόμενα οι διάφορες γεωμετρικές ή μηχανικές μεταβολές των κατασκευών όπου μελετάται πως επιδρά η μεταβολή της γεωμετρίας της κατασκευής ή οι αλλαγές του υλικού, η χρήση σύγχρονων σχεδίων με ειδικές ιδιότητες όπως τα αυξητικά υλικά που έχουν επιδράσεις πάνω σε τέτοια φαινόμενα ή ακόμα και η χρήση σύγχρονων μεθόδων απόσβεσης ταλαντώσεων παθητικού ελέγχου με την δημιουργία ευφών κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά υλικά.

Τέλος, οι απαιτήσεις των σύγχρονων δεδομένων καθώς και οι ρυθμοί εξέλιξης των προϊόντων επιβάλλουν την δημιουργία βέλτιστων λύσεων. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκαν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, κλασσικοί καθώς και αλγόριθμοι τοπολογικής βελτιστοποίησης με σκοπό να δημιουργηθούν οι μικροδομές που οδηγούν στα επιθυμητά αποτελέσματα, λαμβάνοντας υπόψη και τις σύγχρονες τεχνικές τρισδιάστατης εκτύπωσης.

Abstract

The main purpose of the present Ph.D thesis is the development of methods and techniques for the proper design of structures affected by dynamic phenomena. Damping filters are among the most significant elements in engineering, since dynamic loadings are more complex than the static ones. Thus, the main idea of the present thesis is the development and analysis of tools that are going to lead to the design of prototypes capable of dealing with such dynamic phenomena on a structure.

The first goal is the structural modeling using the Finite Element Method (FEM) for dynamic and static problems, mostly in the frequency domain, where the dynamic behavior of the structures on more than one frequency can be studied. Thus, several structures for attenuation on specific frequencies can be designed. Many challenges of the dynamic behavior are need to be faced and for this reason several technics for a big frequency range are studied. More specifically, a method based on Bloch theorem has been developed. This method study the wave propagation in a solid structure as well as the attenuation of the signal.

Based on the Bloch theorem, several tools for the increase of the band gaps that do not allow the wave propagation have been developed. In order to achieve that, various parametric changes had to be made. These changes allow the study of the influence on the wave propagation in a structure, for example, during the change of the geometry of the structure, when material properties are altered, etc. Moreover, this technique allows the use of metamaterials with auxetic properties or the connection of the structure with smart materials, like piezoelectric patches, and with external electronic circuits.

Finally, the requirements for the use of new methods and cutting edge technology on the engineering field are high. For this reason, classical optimization methods as well as topology optimization algorithms have been developed in order to create the optimum structures that are able to be produced by new methods like additive manufacturing and 3d printing.

Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 1: Μεταβολή της απόκρισης του συστήματος για διαφορετικές αποσβέσεις.....	2
Εικόνα 2: Σύστημα ελέγχου προβόλου δοκού με χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών	3
Εικόνα 3: Αναπαράσταση διάδοσης ενός κύματος εντός επιπέδου	12
Εικόνα 4: Αρμονική ταλάντωση ενός κύματος.....	13
Εικόνα 5: Διάδοση κύματος στην διεύθυνση n [30]	15
Εικόνα 6: Επαλληλία δύο κυμάτων	16
Εικόνα 7: Απεικόνιση του dispersion curve για ένα κύμα το οποίο διαδίδεται στον άξονα x για μία ιστροπική λεπτή πλάκα, σε μία ιδιοσυχνότητα [30]	17
Εικόνα 8: Σύνθεση πλέγματος για τη χρήση της θεωρίας Bloch	18
Εικόνα 9: Μικροδομή τετραγωνικού σχήματος όπου στην μέση απεικονίζεται η βασική μορφή του και δεξιά όπως ορίζεται το πρώτο Brillouin zone στο διάστημα k	18
Εικόνα 10: Direct(a) και reciprocal (b) πλέγματα για την χρήση της θεωρίας Bloch.....	19
Εικόνα 11: Κατασκευή (a) και απεικόνιση (b) της πρώτης ζώνης Brillouin.....	19
Εικόνα 12: Dispersion curve πρώτων ιδιοσυχνοτήτων	20
Εικόνα 13: Assembly πολλών ορθογωνικών κατασκευών [30].....	21
Εικόνα 14: Μοντελοποίηση πεπερασμένων στοιχείων σε τμήμα με μικρό μέγεθος.....	21
Εικόνα 15: Συμπεριφορά απλής συμπεριφοράς σε εφελκυσμό και θλίψη [99]	24
Εικόνα 16: Συμπεριφορά αυξητικής δομής σε εφελκυσμό και θλίψη [99]	25
Εικόνα 17: Αυξητική δομή σχήματος αστεριού [92]	26
Εικόνα 18: Διάφορα ήδη αυξητικών δομών[100]	27
Εικόνα 19: Αριστερά: μια πιεζοηλεκτρική κατασκευή με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Δεξιά: το p -οστο πιεζοηλεκτρικό επίθεμα που υπόκειται σε διαφορά δυναμικού μαζί με τα ηλεκτρόδια του [95]	28
Εικόνα 20: Σχηματική αναπαράσταση της ευφυούς δοκού	29
Εικόνα 21: Οι διάφοροι τύποι των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης [95].	33
Εικόνα 22: Οι τρεις κατηγορίες βελτιστοποίησης [98]	44
Εικόνα 23: Γενικό πρόβλημα τοπολογικής βελτιστοποίησης [98].....	44
Εικόνα 24: Δισδιάστατη κατασκευή χωρίς πυρήνα που μελετήθηκε, dispersion curve από το κώδικα της matlab και dispersion curve από το Comsol.....	51
Εικόνα 25: Δισδιάστατη κατασκευή με τετραγωνικό πυρήνα που μελετήθηκε, dispersion curve από το κώδικα της matlab και dispersion curve από το Comsol.	52
Εικόνα 26: Δισδιάστατη κατασκευή με αυξητική μικροδομή που μελετήθηκε, dispersion curve από το κώδικα μας και dispersion curve από το Comsol.....	52
Εικόνα 27: Διαγράμματα dispersion curves για κατασκευή 3x3cm και 30x30cm αντίστοιχα.	53
Εικόνα 28: Διάγραμμα κύματος k για την ζώνη Brillouin (1-2-3 = Γ -M-X) για τετραγωνικό πυρήνα και για αυξητικό πυρήνα σχήματος αστεριού	54
Εικόνα 29: Μικροδομή αυξητικού πυρήνα αστεριού που δεν εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve	55
Εικόνα 30: Μικροδομή τετραγωνικού πυρήνα που δεν εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve	55
Εικόνα 31: Μικροδομή μη αυξητικού πυρήνα που δεν εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve	56
Εικόνα 32: Μικροδομή αυξητικού πυρήνα που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve.....	56
Εικόνα 33: Μικροδομή αυξητικού πυρήνα μειωμένου πάχους που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve.....	57
Εικόνα 34: Μικροδομή τετραγωνικού πυρήνα που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve	57
Εικόνα 35: Μικροδομή μη αυξητικού πυρήνα που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve	58

Εικόνα 36: Μικροδομή αυξητικού πυρήνα αυξημένου πάχους που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve.....	58
Εικόνα 37: Κυκλική μικροδομή και dispersion curve.....	59
Εικόνα 38: Τετραγωνική μικροδομή και dispersion curve.....	59
Εικόνα 39: Τετραγωνική μικροδομή μεγαλύτερης επιφάνειας και dispersion curve.....	60
Εικόνα 40: Παραμετροποιημένο σχήμα για βελτιστοποίηση.....	61
Εικόνα 41: Απεικόνιση της αντικειμενικής συνάρτησης.	61
Εικόνα 42: Βέλτιστη αυξητική μικροδομή και dispersion curve	62
Εικόνα 43: Σύγκλιση αλγορίθμου	63
Εικόνα 44: Σύνθετη αυξητική μικροδομή με μαλακό-σκληρό υλικό και dispersion curve	63
Εικόνα 45: Μικροδομή μόνο με σκληρό υλικό και dispersion curve	63
Εικόνα 46: Πλέγμα 10x10.....	65
Εικόνα 47: Δοκός αποτελούμενη από τα unit cells	65
Εικόνα 48: Σύνθετη κατασκευή με και χωρίς το πλέγμα	66
Εικόνα 49: Κατασκευή τύπου sandwich	66
Εικόνα 50: Κατασκευή σε τρεις διαστάσεις.....	67
Εικόνα 51: Διαστάσεις μικροδομής, IBZ, και διακριτοποίηση.....	67
Εικόνα 52: Dispersion curves των περιπτώσεων με και χωρίς ύπαρξη πυρήνα.....	68
Εικόνα 53: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος.....	68
Εικόνα 54: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	69
Εικόνα 55: Απόκριση κατασκευής σε διαφορετικές φάσεις	69
Εικόνα 56: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος υπό γωνία.....	70
Εικόνα 57: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	70
Εικόνα 58: Φορτισμένη κατασκευή εντός band gap αλλά σε κορυφή	71
Εικόνα 59: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της δοκού	71
Εικόνα 60: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	72
Εικόνα 61: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της σύνθετης κατασκευής	72
Εικόνα 62: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	73
Εικόνα 63: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της σύνθετης κατασκευής τύπου sandwich	74
Εικόνα 64: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	74
Εικόνα 65: Σύγκριση δισδιάστατου με τρισδιάστατο μοντέλο	75
Εικόνα 66: Διαστάσεις μικροδομής, IBZ, και διακριτοποίηση.....	75
Εικόνα 67: Dispersion curve της μικροδομής με το αυξητικό υλικό	76
Εικόνα 68: Αυξητική συμπεριφορά των αυξητικών δομών	76
Εικόνα 69: Συμπεριφορά πλέγματος σε διαφορετικές φορτίσεις.....	77
Εικόνα 70: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος.....	77
Εικόνα 71: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής σε (m)	78
Εικόνα 72: Απόκριση κατασκευής σε διαφορετικές φάσεις σε (m).....	78
Εικόνα 73: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος υπό γωνία.....	79
Εικόνα 74: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	79
Εικόνα 75: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της δοκού	80
Εικόνα 76: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	80
Εικόνα 77: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της σύνθετης κατασκευής με αυξητική μικροδομή.....	81
Εικόνα 78: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	81
Εικόνα 79: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της σύνθετης κατασκευής τύπου sandwich	82
Εικόνα 80: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής.....	83
Εικόνα 81: Σύγκριση δισδιάστατου με τρισδιάστατο μοντέλο.....	83

Εικόνα 82: Διαστάσεις μικροδομής, IBZ, και διακριτοποίηση	84
Εικόνα 83: Dispersion curve της μικροδομής με το αυξητικό υλικό	84
Εικόνα 84: Σύγκριση δισδιάστατου με τρισδιάστατο μοντέλο	85
Εικόνα 85: Αυξητική μικροδομή σε (m) με μονοδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία	86
Εικόνα 86: Πρώτη ζώνη Brillouin.....	86
Εικόνα 87: Περιοχή βέλτιστης λύσης.....	87
Εικόνα 88: Διάγραμμα μεταβολής band gap κατά τη μεταβολή της γωνίας.....	88
Εικόνα 89: Dispersion curves 4 ^{ης} και 5 ^{ης} ιδιοσυχνότητας για κάθε μία περίπτωση αλλαγής γωνίας.....	88
Εικόνα 90: Μεταβολή band gap κατά τη αλλαγή της διατομής του στοιχείου	89
Εικόνα 91: Dispersion curves 4 ^{ης} και 5 ^{ης} ιδιοσυχνότητας για κάθε μία περίπτωση αλλαγής διατομής στοιχείου	89
Εικόνα 92: Μεταβολή band gap κατά τη αλλαγή του μέτρου ελαστικότητας	90
Εικόνα 93: Dispersion curves 4 ^{ης} και 5 ^{ης} ιδιοσυχνότητας για κάθε μία περίπτωση αλλαγής μέτρου ελαστικότητας	90
Εικόνα 94: Δοκός με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα συνδεδεμένη σε εξωτερικό κύκλωμα.....	91
Εικόνα 95: Περιπτώσεις βελτιστοποίησης, α) η min max μέθοδος και β) με συντελεστές κριτηρίων.....	92
Εικόνα 96: Απόκριση μεθόδου min/max και διάγραμμα σύγκλισης.....	93
Εικόνα 97: Απόκριση μεθόδου τριών κριτηρίων και διάγραμμα σύγκλισης.....	94
Εικόνα 98: Πρώτη ζώνη Brillouin.....	95
Εικόνα 99: Βέλτιστη τοποθέτηση για 1 ^η ιδιοσυχνότητα και σύγκλιση αλγορίθμου	97
Εικόνα 100: Βέλτιστη τοποθέτηση για 2 ^η ιδιοσυχνότητα και σύγκλιση αλγορίθμου	97
Εικόνα 101: Βέλτιστη τοποθέτηση για 3 ^η ιδιοσυχνότητα και σύγκλιση αλγορίθμου	98
Εικόνα 102: Αυξητική δομή με πιεζοηλεκτρικά υλικά	98
Εικόνα 103: Dispersion curves για α) μη συνδεδεμένη κατασκευή, b) L=21H και c) L=0.21H	99
Εικόνα 104: Dispersion Curves συνδεδεμένης και μη συνδεδεμένης κατασκευής.....	101
Εικόνα 105: Απόκριση συστήματος προς μία διεύθυνση και σύγκλιση αλγορίθμου βελτιστοποίησης	102
Εικόνα 106: Dispersion curves για θετική χωρητικότητα και αρνητική χωρητικότητα αντίστοιχα.....	103
Εικόνα 107: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 2ης και 3ης ιδιοσυχνότητας	105
Εικόνα 108: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 2η με 3η ιδιοσυχνότητα	105
Εικόνα 109: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 3 ^{ης} και 4 ^{ης} ιδιοσυχνότητας	105
Εικόνα 110: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 2η με 3η ιδιοσυχνότητα	106
Εικόνα 111: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 5-6.5 kHz	107
Εικόνα 112: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 5-6.5 kHz	107
Εικόνα 113: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 8-9 kHz.....	108
Εικόνα 114: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 8-9 kHz	108
Εικόνα 115: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 9.5-11.5 kHz	109
Εικόνα 116: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 9.5-11.5 kHz	109
Εικόνα 117: Απεικόνιση πλέγματος μεγέθους 0.15x0.15m για την περίπτωση 5-6.5 kHz.....	110
Εικόνα 118: Κατασκευές για band gap μεταξύ 8-9kHz και 9.5-11.5 kHz αντίστοιχα.....	110

Εικόνα 119: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων των τριών διερευνήσεων	111
Εικόνα 120: Σύνθεση δομής με 3 διαφορετικές μικροδομές.....	111
Εικόνα 121: Σύγκριση απόκρισης απλής δομής με σύνθετη.....	112
Εικόνα 122: Unit cell για βελτιστοποίηση	113
Εικόνα 123: Βέλτιστη μορφή κατασκευής για μία στατική φόρτιση και διάγραμμα σύγκλισης	113
Εικόνα 124: Βέλτιστη μορφή κατασκευής για μία στατική φόρτιση με συμμετρία και διάγραμμα σύγκλισης.....	114
Εικόνα 125: Βέλτιστη δομή για αύξηση πρώτης ιδιοσυχνότητας και διάγραμμα σύγκλισης. .	114
Εικόνα 126: Βέλτιστη δομή για αύξηση δεύτερης ιδιοσυχνότητας και διάγραμμα σύγκλισης	115
Εικόνα 127: Βέλτιστη μικροδομή για αύξηση απόστασης 2ης και 3ης ιδιοσυχνότητας και διάγραμμα σύγκλισης.....	115
Εικόνα 128: Βέλτιστη μικροδομή για αύξηση απόστασης 1ης και 2ης ιδιοσυχνότητας και διάγραμμα σύγκλισης.....	116
Εικόνα 129: Αποτέλεσμα τοπολογικής βελτιστοποίησης για μεγιστοποίηση κενού μεταξύ 3ης και 4ης ιδιοσυχνότητας.....	116
Εικόνα 130: Απαρμόρφωτη κατασκευή και dispersion curve	117
Εικόνα 131: Παραμορφωμένη κατασκευή και dispersion curve	117

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή.....	1
1.1	Βιβλιογραφική ανασκόπηση	2
1.2	Ερευνητικά ερωτήματα και υποθέσεις εργασίας	9
2	Διάδοση κύματος με χρήση πεπερασμένων στοιχείων	12
2.1	Διάδοση κύματος εντός επιπέδου σε μονοδιάστατο χώρο (1-D).....	12
2.2	Διάδοση κύματος εντός επιπέδου σε δισδιάστατο χώρο (2-D).....	14
2.3	Θεωρία του Bloch – Floquet.....	17
2.4	Κατασκευές και ζώνες αποκοπής.....	19
2.5	Επίλυση θεωρίας Bloch σε δισδιάστατες κατασκευές και ομογενοποίηση	20
3	Αυξητικές δομές.....	24
3.1	Γενική περιγραφή.....	24
3.2	Αρνητικός λόγος Poisson	25
4	Μοντελοποίηση κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά υλικά και παθητικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης	28
4.1	Γενική διατύπωση του προβλήματος.....	28
4.2	Μοντελοποίηση σύνθετης δοκού με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία.....	29
4.3	Μοντελοποίηση σύνθετης πλάκας	30
4.4	Κυκλώματα παραδιακλάδωσης (Shunt circuits)	33
4.5	Μοντελοποίηση παραδιακλαδωμένου κυκλώματος.....	34
5	Θεωρία γενετικών αλγορίθμων	36
5.1	Χαρακτηριστικά Γενετικού Αλγορίθμου.....	36
5.2	Γενετικοί αλγόριθμοι με περιορισμούς	41
6	Θεωρία τοπολογικής βελτιστοποίησης.....	43
6.1	Γενικά για τοπολογική βελτιστοποίηση	43
6.2	Εφαρμογή προβλήματος τοπολογικής βελτιστοποίησης σε στατικό πρόβλημα	44
6.3	Εφαρμογή προβλήματος τοπολογικής βελτιστοποίησης σε δυναμικό πρόβλημα. .	46
6.4	Εφαρμογή προβλήματος τοπολογικής βελτιστοποίησης υλικού για ελεύθερη διάδοση κύματος.	47
6.5	Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης.....	48
6.6	Η μέθοδος moving asymptotes (MMA)	49
7	Αριθμητικά αποτελέσματα	50
7.1	Μοντελοποίηση μικροδομών για μείωση ταλαντώσεων	50
7.1.1	Μελέτη διαφόρων περιπτώσεων μικροδομών και σύγκριση	53

7.1.2	Βελτιστοποίηση της μικροδομής	60
7.1.3	Σύγκριση δομών με και χωρίς μαλακό υλικό – μήτρα	63
7.2	Μοντελοποίηση πλεγμάτων και σύνθετων κατασκευών	64
7.2.1	Μικροδομή με κλασσικό τετραγωνικό έγκλεισμα	67
7.2.2	Μικροδομή με αυξητικό που εκτείνεται ως τα άκρα του κελύφους.....	75
7.2.3	Μικροδομή με αυξητικό έγκλεισμα	83
7.3	Διερεύνηση αβεβαιότητας στο σύστημα.....	85
7.4	Μείωση ταλαντώσεων με ηλεκτρονικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης.....	91
7.4.1	Σύνδεση κυκλώματος παραδιακλάδωσης σε κατασκευή δοκού	91
7.4.2	Σύνδεση κυκλώματος παραδιακλάδωσης σε αυξητική μικροδομή	94
7.5	Τοπολογική βελτιστοποίηση υλικού με χρήση γενετικού αλγορίθμου.....	103
7.5.1	Μεγιστοποίηση band gap μεταξύ δύο ιδιοσυχνοτήτων	104
7.5.2	Δημιουργία band gap σε ένα συγκεκριμένο πεδίο συχνοτήτων	106
7.5.3	Δημιουργία μεγαλύτερων κατασκευών, σύνθεσης διαφορετικών μικροδομών 109	
7.6	Τοπολογική βελτιστοποίηση με κλασσικούς αλγορίθμους	112
7.7	Επίδραση μη γραμμικότητας στην δημιουργία band gap	116
8	Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	118
9	Αναφορές.....	120

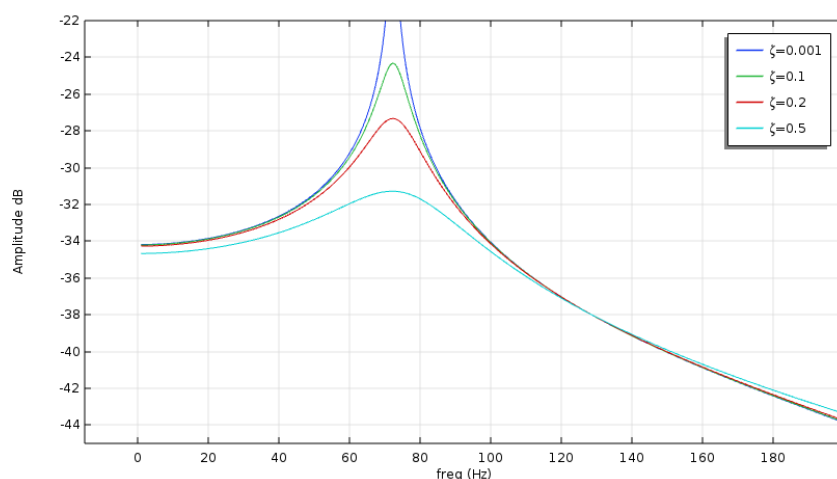
1 Εισαγωγή

Οι κραδασμοί και οι ταλαντώσεις είναι δυναμικά φαινόμενα στον τομέα της μηχανικής τα οποία επιδρούν δραστικά στην συμπεριφορά ενός προϊόντος ή μίας κατασκευής. Η επίδραση αυτή μπορεί να είναι μεγάλες καταπονήσεις στη κατασκευή που θα οδηγήσει σε μείωση των μηχανικών της ιδιοτήτων και ενδεχομένως ακόμα και στη θραύση λόγω κόπωσης υλικού καθώς επίσης και στη μείωση του χρόνου ζωής του προϊόντος. Επιπλέον τομείς μεγάλου ενδιαφέροντος για δυναμικά φαινόμενα είναι στην ακουστική και την οπτική καθώς μείωση πχ ακουστικών ταλαντώσεων στην καμπίνα ενός οχήματος και κατ' επέκταση του θορύβου που παράγεται καθώς κινείται θα καταστήσει την οδήγηση πιο ευχάριστη [1]. Δυστυχώς οι δονήσεις μπορεί να προκληθούν με διάφορους τρόπους όπως κατά τη περιστροφή ενός μηχανήματος, σεισμικά φαινόμενα ακουστικές διαταραχές κ.α. κάποια εκ των οποίων είναι πολύ δύσκολο να εξαλειφθούν.

Για το λόγο αυτό είναι επιτακτική η μελέτη των δυναμικών φαινομένων που θα αναπτυχθούν πριν το σχεδιασμό της κατασκευής ώστε να αυξηθεί όσο είναι δυνατόν ο χρόνος εμφάνισης των παραπάνω αρνητικών επιπτώσεων. Διάφορες στρατηγικές έχουν μελετηθεί για την μείωση των ταλαντώσεων όπως χρήση αντικραδασμικών δομών (ηχομόνωση, αποσβεστήρες, αντικραδασμικά έδρανα) ο ενεργός έλεγχος (αποτελείται κυρίως από συστήματα ελέγχου με ανάδραση μέσω ενός μηχανολογικού εξοπλισμού ή μίας δομής πχ πιεζοηλεκτρικών κτλ.) ή ακόμα και ο δομικός σχεδιασμός της κατασκευής ο οποίος θα είναι ικανός να αποσβένει την διάδοση των κυμάτων και κατ' επέκταση την μείωση των ταλαντώσεων. Η κάθε μία από τις ανωτέρω στρατηγικές έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της.

Στόχος όλων των παραπάνω τεχνικών είναι η εμπόδιση της μετάδοσης της ταλάντωσης στην κατασκευή. Η απόσβεση των ταλαντώσεων συνήθως επιτυγχάνεται με δύο πιθανές μεθόδους. Πρώτον, με την μείωση της φυσικής ιδιοσυχνότητας της κατασκευής και δεύτερον με την τροποποίηση της ταλάντωσης της κατασκευής γύρω από την φυσική ιδιοσυχνότητα. Παρόλα αυτά, αυτή η αντικραδασμική μέθοδος απαιτεί χαμηλή δυσκαμψία για να μειωθεί η ταλάντωση κάτι που όμως θα επιδράσει δραστικά αυξάνοντας τις στατικές μεταβολές – μετακινήσεις και θα προκαλέσει σοβαρές επιπτώσεις στην κατασκευή – προϊόν [2]-[3]. Επιπλέον, η αύξηση της απόσβεσης θα οδηγήσει στην μείωση του εύρους των κραδασμών στην φυσική συχνότητα (Εικόνα 1) καθώς επίσης και στην αύξηση του βάρους της κατασκευής.

Ως μεταδοτικότητα ή συνάρτηση μεταφοράς ορίζεται ο λόγος της απόκρισης από ένα δεδομένο σημείο (κόμβος μέτρησης) προς την απόκριση ενός σημείου αναφοράς (κόμβος φόρτισης).



Εικόνα 1:Μεταβολή της απόκρισης του συστήματος για διαφορετικές αποσβέσεις

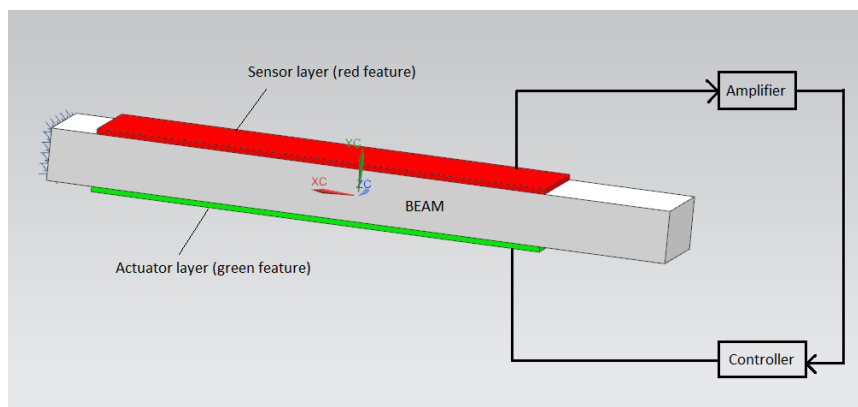
1.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Για την μείωση των ταλαντώσεων στις κατασκευές έχουν σχεδιαστεί πολλά είδη αποσβεστήρων τα οποία ωστόσο προσθέτουν πολυπλοκότητα στο σύστημα. Για παράδειγμα πολλοί μη γραμμικοί αποσβεστήρες έχουν πολύπλοκες γεωμετρίες και δημιουργούν αστάθειες στο σύστημα[4] ενώ με πιο σύγχρονα μέσα, αποσβεστήρες σχεδιασμένοι από υλικά με μνήμη σχήματος (shape memory alloy) απαιτούν πολύ μεγάλες αποκρίσεις για να λειτουργήσουν, [5]-[7].

Από την άλλη, διαδικασίες απόσβεσης πραγματοποιούνται χρησιμοποιώντας υλικά υψηλού συντελεστή απόσβεσης κατά μήκος μεγάλου μέρους της κατασκευής. Αυτή είναι μία κοινή μέθοδος αύξησης της απόσβεσης στους τομείς της αεροδιαστημικής, αεροναυπηγικής και αυτοκινητοβιομηχανίας. Το υλικό μειώνει τις δονήσεις απορροφώντας την μηχανική ενέργεια λόγω της υστέρησης κατά την κυκλική φόρτιση. Το βασικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι ότι η ποσότητα της απόσβεσης εξαρτάται μόνο από περιορισμούς βάρους και μεγέθους και όχι από την μορφή των ταλαντώσεων που παράγονται. Παρόλα αυτά, έχει αρκετά μειονεκτήματα η συγκεκριμένη μέθοδος όπως ότι γίνεται πιο αποδοτικό το σύστημα όταν η απόσβεση γίνεται σε περιοχές όπου η καμπτική ροπή είναι πιο υψηλή και είναι αρκετά ευαίσθητη σε θερμοκρασιακές μεταπτώσεις. [8]-[9].

Άλλη αρκετά αποδοτική μέθοδος για μείωση ταλαντώσεων είναι η χρήση ενεργού ελέγχου με την χρήση αισθητήρων και διεγερτών. Οι διεγέρτες συνήθως ελέγχονται από ένα εξωτερικό σύστημα ελέγχου (PID ή Fuzzy ελεγκτές) όπου δέχονται σαν είσοδο δεδομένα του μηχανικού συστήματος (πχ ταχύτητα ή επιτάχυνση) και επιστρέφουν μία επιβαλλόμενη δύναμη διέγερσης είτε μέσω ενός υδραυλικού συστήματος ή με πιο σύγχρονες μεθόδους όπως πιεζοηλεκτρικά υλικά όπως φαίνεται και στην Εικόνα 2. Το μεγάλο πλεονέκτημα τέτοιων συστημάτων ελέγχου είναι ότι έχουν τη δυνατότητα να προσαρμοστούν εύκολα σε πολλαπλά εύρη συχνοτήτων (κυρίως σε εφαρμογές ακουστικής) ή ακόμα και σε κατασκευές που έχουν υποστεί ζημιές όπως ρωγμές ή αποκολλήσεις, με κατάλληλη ρύθμιση του ελεγκτή όπως ακόμα και να βελτιστοποιηθούν με κλασσικούς αλγορίθμους βελτιστοποίησης ή σύγχρονες μεθόδους όπως νευρωνικά δίκτυα και μέθοδος τεχνητής νοημοσύνης (artificial intelligence),

καθώς επίσης εφαρμόζονται συνήθως σε ‘ελαφριές κατασκευές’ (lightweight structures) οι οποίες χρησιμοποιούνται κατά κόρον στην αεροδιαστημική [10]-[12].



Εικόνα 2: Σύστημα ελέγχου προβόλου δοκού με χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών

Το μεγάλο μειονέκτημα του ενεργητικού ελέγχου είναι το υψηλό κόστος μοντελοποίησης και χρήσης του συστήματος. Επιπλέον τα πιεζοηλεκτρικά δεν έχουν την δυνατότητα να δουλέψουν αποδοτικά σε χαμηλές συχνότητες καθώς επίσης τα σήματα που απαιτούνται να δημιουργηθούν για ένα τέτοιο σύστημα είναι αρκετά ευαίσθητα σε μεταβολές, και μπορεί να δημιουργήσει επιπλοκές στην λειτουργία του συστήματος.

Η ‘ιδανική’ λύση για τον έλεγχο των κατασκευών με σκοπό την μείωση των ταλαντώσεων θα ήταν ένα σύστημα με μία κατασκευή ικανή να πληροί ορισμένα από τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Υψηλή δυσκαμψία για να μπορεί να ανταποκρίνεται και στη στατική φόρτιση
- Να μειώνει τις ταλαντώσεις σε αρκετά μεγάλο εύρος ταλαντώσεων
- Μικρή πυκνότητα
- Υψηλή αντοχή
- Ικανότητα να δουλέψει σε διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας
- Να διαθέτει γεωμετρία ικανή να κατασκευαστεί είτε με τις συμβατικές ή πιο σύγχρονες μεθόδους.

Όλες οι περιπτώσεις που αναφέρθηκαν καλύπτουν εν μέρει κάποια από τα παραπάνω κριτήρια. Μία μέθοδος η οποία θα μπορούσε να καλύψει πολύ μεγάλο εύρος περιπτώσεων είναι οι ελαστικές ζώνες απομόνωσης διάδοσης κύματος (Band gap areas). Τα band gap είναι περιοχές μεταξύ ενός εύρους συχνοτήτων οι οποίες αποτρέπουν ένα κύμα να διαδοθεί σε αυτές τις συχνότητες. Επομένως, ένα περιοδικό μέσο με μεγάλο band gap μπορεί να εξασθενήσει τις δονήσεις σε μεγάλο φάσμα συχνοτήτων. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η ενέργεια από την ταλάντωση ανακλάται πίσω στην πηγή μέσω του μηχανισμού σκέδασης Bragg ή μέσω ενός τοπικού μηχανισμού συντονισμού και δεν είναι απαραίτητη η εξάπλωση της ενέργειας [13]. Επιπλέον, μία περιοχή band gap μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας μία κατασκευή υψηλής δυσκαμψίας, χωρίς χρήση επιπλέον αποσβεστήρα ή ενεργού ελέγχου αποφεύγοντας πολλά από τα μειονεκτήματα των παραπάνω μεθόδων.

Η θεωρία των band gaps έχει μελετηθεί από την εποχή του 1940 [14] και τα χαρακτηριστικά της διάδοσης του κύματος έχουν εκτεταμένη επισκόπηση [15], παρόλα αυτά τα band gaps δεν έχουν αξιοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό για την απομόνωση

δονήσεων σε κατασκευές. Για την δημιουργία τέτοιων ζωνών χρησιμοποιείται η μέθοδος της διάσπασης του Bragg η οποία παράγεται από τις αλλαγές στην γεωμετρία ή του υλικού μίας περιοδικής κατασκευής. Η συγκεκριμένη μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν το πλέγμα από περιοδικές μικροδομές είναι μεγαλύτερο ή ίσο του μήκους κύματος [16], το ελάχιστο εύρος συχνοτήτων που μπορεί να επιτευχθεί είναι οριοθετημένο από το μέγεθος και την ταχύτητα του ήχου εντός της περιοδικής κατασκευής. Δυστυχώς αυτός ο περιορισμός οδηγεί στην δημιουργία πολύ μεγάλων κατασκευών με αποτέλεσμα να μην είναι εφικτή η χρήση της μεθόδου για κλασσικές μηχανολογικές εφαρμογές αλλά κυρίως ακουστικής και οπτικής[17]. Το φαινόμενο της διασποράς Bragg εφαρμόζεται σε ακουστικά κύματα καθώς και σε ηλεκτρομαγνητικά. Στην ακουστική για να αποφύγουν τα θέματα των ορίων χρησιμοποιήθηκαν οι αντιστάτες Helmholtz, οι οποίοι δημιουργήθηκαν τον 19^ο αιώνα [18]-[19]. Πανομοιότυποι αντιστάτες με μορφή διαιρεμένου δαχτυλιδιού εφαρμόστηκαν αντίστοιχα και για φωτονικά μεταϋλικά (photonic metamaterials) [20]. Μία ενδεδειγμένη λύση για τα ελαστικά κύματα δημιουργήθηκε την δεκαετία του 2000 όπου ο Liu [21] εισήγαγε μηχανισμούς τοπικών συντονισμών (local resonance mechanism) με σκοπό την δημιουργία εύρους band gap για μήκος κύματος μεγαλύτερο της κατασκευής-πλέγματος. Με αυτό τον τρόπο κατάφερε να επιτύχει εμφάνιση band gaps σε μικρότερες συχνότητες κάτι που δεν ήταν εφικτό νωρίτερα. Ουσιαστικά έδωσε την ώθηση στην δημιουργία ελαφριών κατασκευών κυψελοειδούς μορφής, περιοδικών πλεγμάτων και άλλων μορφών με εξαιρετικές ιδιότητες μείωσης ταλάντωσης χρησιμοποιώντας την μέθοδο του Bragg. [22-27]. Μία άλλη μοντελοποίηση με μηχανισμούς τοπικών συντονισμών είναι η χρήση ιεραρχικών μεταϋλικών διαφορετικής κλίμακας μεγέθους, όπου εξετάζεται προς μία όμως διεύθυνση του κύματος, κατά πόσο έχουν τη δυνατότητα να απομονώσουν άνω των μία συχνότητες [28].

Βασιζόμενοι στην παραπάνω θεώρηση καθώς και στις εργασίες των Brillouin και Kittel [28-29] πραγματοποιήθηκαν διάφορες διερευνήσεις για διαφορετικές εφαρμογές σε 2 ή και 3 διαστάσεις (2D και 3D). Πιο συγκεκριμένα, η μελέτη της διάδοσης του κύματος για δημιουργία band gap σε δισδιάστατες μικροδομές διαφόρων μορφών όπως εξαγωνικών, τετραγωνικών τριγωνικών καθώς και ημιρθογωνικών Kagome παρουσιάστηκε στις δημοσιεύσεις [30],[31]. Με αυτό τον τρόπο παρουσιάστηκε η επίδραση αυτών των σχημάτων στην αποδοτικότητα του συστήματος καθώς ανάλογα με το σχήμα ποικίλει και διαφοροποιείται ο τρόπος διάδοσης του κύματος. Μία άλλη εφαρμογή εύρεσης ζωνών αποκοπής διάδοσης κύματος εμφανίζεται στις ακουστικές ιδιότητες μιας δισδιάστατης τετραγωνικής Αρχιμήδειας κατασκευής [32] η οποία υλοποιήθηκε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και απέδειξε κατά πόσο είναι αποδοτική η συγκεκριμένη μέθοδος επίλυσης.

Υπολογιστικές αλλά και πειραματικές διερευνήσεις ζωνών απόσβεσης ταλάντωσης μονοδιάστατων περιοδικών κατασκευών έχουν μελετηθεί και έχουν συγκριθεί στο [33]. Η συγκεκριμένη δημοσίευση οδηγείται στο συμπέρασμα ότι η προσθήκη περιοδικότητας στις δομές οδηγεί σε αλληλεπίδραση με τις ιδιομορφές και αυτό κατ' επέκταση οδηγεί στην δημιουργία των ζωνών αποκοπής διάδοσης κύματος (band gap zones). Αξίζει να σημειωθεί ότι η περιοδική φύση της κατασκευής επηρεάζει άμεσα τις συχνότητες στις οποίες θα εμφανιστούν τα band gaps. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης έδειξαν ότι με τη μελέτη μόνο ενός κελύφους περιοδικότητας ήταν ικανή

η μελέτη της απόκρισης ενός ολόκληρου πλέγματος και κατά πόσο αποκόπτεται η διάδοση του κύματος μέσω αυτού στις συχνότητες εντός της band gap περιοχής.

Η διαμόρφωση μικροδομών και πλεγμάτων βασισμένες σε αυτές (όπως πχ από αφρό) δίνουν την ικανότητα για απορρόφηση ενέργειας. Για τον λόγο αυτό πολλές έρευνες πραγματοποιούνται γύρω από αυτή την περιοχή, και δίνεται η δυνατότητα με χρήση σύγχρονων μεθόδων κατασκευών να δημιουργηθούν τέτοιες μικροδομές για εφαρμογές δυναμικών φορτίσεων[34]. Επιπλέον τεχνικές ομογενοποίησης έχουν αναπτυχθεί με σκοπό να αναπαρασταθούν σύνθετες τέτοιες μικροδομές οι οποίες αποτελούνται από ένα εσωτερικό υλικό το οποίο δουλεύει ως τοπικός αποσβέστης για μία συγκεκριμένη συχνότητα διέγερσης [35]. Με την χρήση τρισδιάστατης εκτύπωσης έχει πραγματοποιηθεί η κατασκευή μικροδομών, με τοπικούς αποσβέστες, ικανές να αποσβέσουν ταλαντώσεις σε πολύ μικρές συχνότητες [36] [37]. Έτσι, στις τρισδιάστατες περιοδικές μικροδομές έχουν αναπτυχθεί τεχνικές ομογενοποίησης βασιζόμενες στην μέθοδο της θεωρίας του Bloch για την δημιουργία τρισδιάστατων πλεγμάτων που θα αποκόπτουν τα κύματα σε διάφορες συχνότητες [38] [39]. Σε τρισδιάστατη μοντελοποίηση έχει γίνει σχεδιασμός μικροπλέγματος το οποίο να είναι ικανό να αποκόπτει ακουστικές φορτίσεις καθώς επίσης και να αντιμετωπίζει ημιστατικά φαινόμενα [40].

Μοντελοποίηση δομής με εσωτερικά εγκλείσματα έχει πραγματοποιηθεί για μόνωση από ταλαντώσεις [41] με μεγάλο εύρος εφαρμογών. Εφαρμογές περιοδικών κατασκευών μεγάλης κλίμακας έχουν αναπτυχθεί για την απορρόφηση σεισμικών ταλαντώσεων σε κτιριακές δομές. Αποδείχθηκε ότι είναι μία αρκετά υποσχόμενη και αποτελεσματική μέθοδος που μπορεί να καλύψει μεγάλο εύρος του πεδίου φάσματος μίας σεισμικής δόνησης [42],[43]. Η θεωρία της διάδοσης του κύματος με βάση τον Bloch στην σύγχρονη βιβλιογραφία βρίσκει εφαρμογές και σε ορισμένους απροσδόκητους τομείς και εφαρμογές, όπως για παράδειγμα μελετήθηκε η χρήση ριζών δέντρων για την αποκοπή των ταλαντώσεων σε μικρές συχνότητες όπως φορτίσεις σεισμού. [44]

Επιλύσεις έχουν πραγματοποιηθεί σε μονοδιάστατα μοντέλα (1D), τα οποία εντάσσονται στην κατηγορία των μεταλλικών και μελετάται η απόκριση τους στο πεδίο των συχνοτήτων καθώς και στην δημιουργία ζωνών αποκοπής διάδοσης κύματος, μεταβάλλοντας κάποια χαρακτηριστικά τους. Η συγκεκριμένη διερεύνηση αφορά στην διάδοση του κύματος προς μία μόνο διεύθυνση όπως αυτή έχει οριστεί κατά της θεωρία Floquet. Αντίστοιχη μελέτη πραγματοποιήθηκε και με δισδιάστατο μοντέλο δοκού βασιζόμενο στην θεωρία Timoshenko [45]. Ανάλυση της θεωρίας Bloch έχει χρησιμοποιηθεί και σε πεπερασμένα στοιχεία δύο βαθμών ελευθερίας (bar elements). [46]

Η διάδοση του κύματος σε κυλινδρικές κατασκευές έχει αναλυθεί στο [47]. Τα πλέγματα αποτελούνται από μία σειρά επαναλαμβανόμενων ιδίων κυψελών οι οποίες εκτείνονται κατά μήκος της αξονικής και περιφερειακής κατεύθυνσης. Στόχος ήταν να σχεδιαστεί μία δισδιάστατη περιοδική μικροδομή καθώς αυτές οι δομές χαρακτηρίζονται συνήθως από ορισμένα πρότυπα διάδοσης κύματος που είναι εντόνως εξαρτώμενα από τη συχνότητα και πολύ κατευθυντικά. Επιπλέον, τα χαρακτηριστικά της διάδοσης του κύματος αυτών των συστημάτων προσδιορίζονται από την ανάλυση των δυναμικών χαρακτηριστικών μίας απλής περιοδικής μικροδομής η οποία με τη σειρά της

διακριτοποιείται με μία σειρά πεπερασμένων στοιχείων δοκού. Με τον συνδυασμό της θεωρίας δισδιάστατων περιοδικών δομών, περιστροφικών περιοδικών δομών και της θεωρίας των πεπερασμένων στοιχείων παρέχεται μία πλήρη μεθοδολογία με την οποία μπορεί να προβλεφθεί αποτελεσματικά η δυναμική απόκριση του συστήματος. Τέλος, παρουσιάζεται η μεθοδολογία επέκτασης της διάδοσης του κύματος και της εξασθένησης του εντός της κατασκευής.

Στον τομέα της φωτονικής, έχει μελετηθεί η επίδραση στην διάδοση των κυμάτων η χρήση σύγχρονων υλικών μνήμης σχήματος (shape memory alloy), εξετάζοντας πως αυτά τα υλικά επιδρούν στην δημιουργία των band gap κατά τις μεταβολές των ιδιοτήτων του υλικού [48]. Διερεύνηση στην διάδοση του κύματος έχει πραγματοποιηθεί και σε δισδιάστατα φωτονικά μεταλλικά κρύσταλλα όπου αποκόπτονται συχνότητες THz χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων[49]. Επιπλέον, φωτονικοί κρύσταλλοι αποτελούμενοι από μεταλλικές ράβδους στον αέρα, εντός τετραγωνικών και τριγωνικών πλεγμάτων χρησιμοποιούν εγκάρσιες ηλεκτρικές και μαγνητικές πολώσεις. Στις εφαρμογές της φωτονικής, έχουν σχεδιαστεί τρισδιάστατες μικροδομές με χρήση αλγορίθμων βελτιστοποίησης (gradient based optimization) με σκοπό την κατασκευή τους με χρήση τρισδιάστατης εκτύπωσης, για την αύξηση των ζωνών band gap [50]. Στην εφαρμογή [51] συζητείται ο υπολογισμός σύνθετων περιοχών band gap σε δισδιάστατους φωνονικούς κρυστάλλους (2DPCs). Και σε αυτή τη περίπτωση επιλέχθηκε η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων.

Άλλη διερεύνηση για δημιουργία περιοχών band gap έχει πραγματοποιηθεί με χρήση αυξητικών υλικών [52]. Πιο συγκεκριμένα, η περιοδική κατασκευή έχει ενσωματωμένο πολυμερικό υλικό και μελετάται η επίδραση του διαφορετικού γεμίσματος στην δημιουργία περιοχών band gap. Η αυξητικότητα επηρεάζει αρκετά στην εμφάνιση τέτοιων ζωνών δια μέσου αυξητικής δομής αστεροειδούς σχήματος. Επιπλέον, τα εξωτερικά γεμίσματα της «κυψέλης» παρουσιάζουν καλύτερη αυξητικότητα σε σύγκριση με τις πλήρως γεμισμένες «κυψέλες». Μία ακόμα παρατήρηση είναι ότι το μεγάλο band gap που δημιουργείται στο μη γεμισμένο αυξητικό μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα απόσβεσης ταλαντώσεων καθώς και ακουστικών φίλτρων.

Χρήση περιοδικών αυξητικών μικροδομών για εύκολη τροποποίηση των περιοχών αποκοπής διάδοσης του κύματος έχουν χρησιμοποιηθεί και σε εφαρμογές ηλεκτρομαγνητικών band gap. Με την χρήση δομών που ο λόγος Poisson προσέγγιζε το -1 παρατηρήθηκε ικανοποιητική επίδραση στην διάδοση των κυμάτων [53]. Μία άλλη περίπτωση που μελετήθηκε είναι η σύγκριση απλών συμβατικών μικροδομών με μικροδομές που έχουν αυξητικές ιδιότητες, η οποία πραγματοποιήθηκε με σκοπό την μελέτη δημιουργίας των band gap στις δύο διαφορετικές περιπτώσεις [54]. Τα αυξητικά υλικά παρουσιάζονται και σε εφαρμογές στον τομέα των κατασκευών. Πιο συγκεκριμένα έχουν υπάρξει αυξητικά επιθέματα εντός δομικών υλικών με σκοπό να μελετηθεί η συμπεριφορά τους κατά της κάμψης [55].

Εφαρμογές με χρήση αυξητικών υλικών εμφανίζονται και στον τομέα την αμυντικής βιομηχανίας. Συγκεκριμένα έχουν σχεδιαστεί πλάκες αποτελούμενες από αυξητική μικροδομή οι οποίες λειτουργούν με σκοπό την απορρόφηση εκρήξεων [56]. Αυξητικές μικροδομές με πιεζοηλεκτρικές στρώσεις έχουν αναπτυχθεί και μελετηθεί, σε πρώιμο

βέβαια στάδιο, με σκοπό να επιτύχουν την μέγιστη δυνατή μάζευση ενέργειας [57]. Μία λιγότερο διαδεδομένη κατηγορία υλικών που έχει μελετηθεί είναι αυξητικά μεταϋλικά τα οποία έχουν το χαρακτηριστικό να είναι ελάχιστα πορώδη, και μελετάται η επίδραση τους στην δημιουργία band gap [58].

Διάφοροι μέθοδοι σχεδιασμού τρισδιάστατης αυξητικής μικροδομής έχουν περιγραφεί στην βιβλιογραφία [59]. Κάποιες πιο διαδεδομένες αυξητικές δομές έχουν διερευνηθεί και σχετικές αναφορές στα αυξητικά υλικά παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία [60-61] για τον προσδιορισμό της επίδρασης τους στην μείωση των ταλαντώσεων. Στην εφαρμογή [62] μελετάται το δομικά ασταθές πρότυπο που προκαλείται από την τρισδιάστατη εκτύπωση σε σύνθετα μαλακά υλικά. Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για σύνθετα τα οποία αποτελούνται από περιοδικά καταναμημένα άκαμπτα εγκλείσματα και κενά στη μαλακή μήτρα, δημιουργώντας την αυξητικότητα και έτσι είναι επιρρεπή σε ελαστικές αστάθειες που προκαλούν συμπεριφορά που αντιστοιχεί μακροσκοπικά σε αρνητικό poisson.

Μία ακόμα εφαρμογή μεταϋλικού ήταν σε μικροδομή τύπου «ανεμιστήρα», όπου μελετήθηκαν οι αντιστάσεις στην μετακίνηση και στην περιστροφή του, καθώς και κατά πόσο αυτές επιδράνε στις αρνητικές ιδιότητες των υλικών. [63] Η ίδια δομή χρησιμοποιήθηκε και για την μελέτη πολλαπλών ζωνών αποκοπής διάδοσης του κύματος [64]. Μία άλλη περιοδική μικροδομή που έχει μελετηθεί για την επίδραση στα band gaps έχοντας ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι οι αυξητικές anti-tetrachiral δομές οι οποίες παρουσιάζουν ιδιαίτερο στατικό και δυναμικό ενδιαφέρον [65] καθώς και μία ακόμα δομή προς μελέτη είναι τα αυξητικά υλικά σχήματος φακέλου. [66]

Σχετικά με αυξητικές περιοδικές κατασκευές έχουν πραγματοποιηθεί και ορισμένοι πειραματικοί υπολογισμοί όπου η μικροδομή δημιουργήθηκε με την χρήση τρισδιάστατου εκτυπωτή, στην οποία μελετάται η διάδοση του κύματος σε αυτή και πως ορισμένες παράμετροι επηρεάζουν την κατασκευή με ώστε να μορφοποιηθεί με συγκεκριμένο τρόπο. Κατά το σχεδιασμό μίας αυξητικής μικροδομής έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι ομογενοποίησης για πρόβλεψη της συμπεριφοράς της μακροδομής και έχουν πραγματοποιηθεί διάφορες πειραματικές διατάξεις [67]. Τέλος, πειραματικά και υπολογιστικά μελετήθηκε η διάδοση κύματος σε πλάκες τύπου sandwich με χρήση περιοδικού αυξητικού πυρήνα [68] καθώς και ο έλεγχος των κυμάτων σε αυτού του τύπου κατασκευής δοκών [69]. Επιπλέον μελετάται η συμπεριφορά των band gaps σε διαφορετικές διευθύνσεις κύματος [70]

Για την μεγιστοποίηση των band gaps έχουν εξεταστεί πολλοί και διαφορετικοί μέθοδοι. Μία από τις πιο διαδεδομένες και αποτελεσματικές είναι η χρήση τοπολογικής βελτιστοποίησης. Η πλέον διαδεδομένη μέθοδος είναι η βελτιστοποίηση στον σχεδιασμό της κατασκευής, όπως πλέγματα με στοιχεία δοκού [71],[72]. Τα κενά που επιτυγχάνονται καλύπτουν ένα πάρα πολύ μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Η μελέτη στηρίζεται στην πιθανή αύξηση της λειτουργικότητας των οπτικών συσκευών όπου τα μηχανικά κύματα Rayleigh παίζουν πρωταγωνιστικό ρόλο [73]. Πρακτικά με αυτό τον τρόπο μπορούν να σχεδιαστούν μικροδομές που να μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διάφορες εφαρμογές όπως ακουστικά φίλτρα, μονωτές, ελεγκτές ήχου καθώς και στους τομείς της μείωσης μηχανικών ταλαντώσεων. Στον τομέα της τοπολογικής

βελτιστοποίησης έχουν δημιουργηθεί ελαστικά μοντέλα για μείωση ταλαντώσεων με χρήση νευρωνικών δικτύων [74].

Μπορεί η πλειοψηφία των εφαρμογών που αναφέρθηκαν να εφαρμόζονται σε ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα με χρήση ισοτροπικών υλικών, παρόλα αυτά band gap ζώνες μπορούν να εμφανιστούν και με την χρήση μη ισοτροπικών υλικών όπως για παράδειγμα σε εφαρμογές με τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων[75]. Σύμφωνα με την εφαρμογή [76], έχει μελετηθεί η δημιουργία ζωνών αποκοπής με χρήση τοπολογικής βελτιστοποίησης χρησιμοποιώντας πιεζοηλεκτρικά υλικά για καμπτικά κύματα σε πλάκες Mindlin. Τις πιεζοηλεκτρικές στρώσεις μπορούμε να τις χρησιμοποιήσουμε για να τις συνδέσουμε και σε εξωτερικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης. Για την επίδραση των κυκλωμάτων αυτών στα band gaps έχει γίνει μία αρχική μελέτη [77] που δείχνει κατά πόσο αυτά μεταβάλουν την απόκριση του συστήματος. Στα συστήματα παραδιακλάδωσης έχουν αναπτυχθεί και πιο σύνθετες συνδεσμολογίες στην κατασκευή για την βελτιστοποίηση στην διάδοση του κυματος [78]. Τέλος, σε ‘ευφυείς’ κατασκευές που έχουν ενσωματωθεί πιεζοηλεκτρικά υλικά και έχουν συνδεθεί με κυκλώματα παραδιακλάδωσης έχει μελετηθεί η συμπεριφορά του κυματος σε συνδυασμό με τη χρήση πυκνωτή αρνητικής χωρητικότητας [79].

Για κλασσικά σύνθετα υλικά, έχει μελετηθεί η επίδραση της μεταβολής του όγκου και του σχήματος της μικροδομής στην δημιουργία ζωνών band gaps [80]. Στην ίδια εργασία οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι επιπτώσεις της μικροδομής στις ζώνες αποκοπής είναι σημαντικές όταν αυτή έχει πολύ μικρό μέγεθος. Μηχανικά μεταϋλικά μελετήθηκαν για την αποκοπή ταλαντώσεων υπό φορτίσεις σεισμού με εφαρμογή σε κατασκευές του πολιτικού μηχανικού [81].

Τέλος, οι πλέον σύγχρονες μέθοδοι σχεδιασμού βασίζονται στην ανάλυση μεγάλου μεγέθους δεδομένων και χρήση τεχνικών βαθιάς εκπαίδευσης (deep learning). Αυτές οι μέθοδοι μπορούν να αξιοποιηθούν και στην μελέτη των ζωνών αποκοπής κυμάτων, όπου η ανάλυση τεράστιου όγκου δεδομένων από υπολογισμούς με χρήση τεχνικών εκπαίδευσης, οδηγεί στον σχεδιασμό κατάλληλης γεωμετρίας. [82]

Η συγκεκριμένη διδακτορική διατριβή προσανατολίζεται στην μελέτη και τον σχεδιασμό διαφόρων μικροδομών ικανών να ανακόψουν της διάδοση του κύματος σε ένα πλέγμα ή μία κατασκευή. Ο σχεδιασμός τους θα πραγματοποιηθεί με χρήση διαφόρων τεχνικών με σκοπό να μελετηθεί η συμπεριφορά της κατασκευής κάτω από διάφορες συνθήκες και η επίδραση τους στην δημιουργία των ζωνών band gaps.

Συγκεκριμένα οι τομείς που θα εστιάσει η εργασία πιο αναλυτικά είναι οι παρακάτω:

- Σχεδιασμός απλών μικροδομών με εγκλείσματα για μείωση ταλάντωσης.
- Σχεδιασμός σύνθετων μικροδομών με χρήση αυξητικών υλικών.
- Εισαγωγή παθητικού ελέγχου με χρήση ηλεκτρονικού συστήματος παραδιακλάδωσης.
- Χρήση τοπολογικής βελτιστοποίησης για μεταβολή ιδιοσυχνοτήτων καθώς και μεγιστοποίηση ζωνών band gap.
- Βελτιστοποίηση παραμέτρων σχεδιασμού με χρήση κλασσικών και αριθμητικών μεθόδων.

1.2 Ερευνητικά ερωτήματα και υποθέσεις εργασίας

Οι δυσκολίες αντιμετώπισης δυναμικών φαινομένων κατά τον σχεδιασμό υλικών και κατασκευών δημιουργεί διάφορες προκλήσεις στον τομέα της μηχανικής. Για τον λόγο αυτό έπρεπε να ερευνηθούν, να αναπτυχθούν και να μοντελοποιηθούν διάφορα φαινόμενα και τεχνικές από τις οποίες θα μπορούσε να εξαχθεί η απαραίτητη πληροφορία ώστε να αντιμετωπιστούν οι δυσκολίες που προκαλεί ένα δυναμικό φαινόμενο στην κατασκευή.

Η μεγαλύτερη δυσκολία στις δυναμικές αναλύσεις είναι η προσέγγιση της απόκρισης της κατασκευής σε διαφορετικές φορτίσεις και σε διαφορετικό εύρος συχνοτήτων. Η πληροφορία αυτή θα μπορούσε να αποκτηθεί αρχικά επιλύοντας ένα δυναμικό σύστημα στο πεδίο του χρόνου, μελετώντας στην ουσία μία συγκεκριμένη φόρτιση. Η δεύτερη περίπτωση θα ήταν να μοντελοποιηθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα στοχεύοντας στην απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων. Η μέθοδος αυτή θα έδινε την δυνατότητα να αποκτηθούν οι απαραίτητες πληροφορίες σχετικά με το πλάτος της ταλάντωσης με μία συγκεκριμένη φορά της φόρτισης, σε ένα πολύ μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Έτσι υπάρχει και ακριβής εκτίμηση κατά πόσο προσεγγίζονται ιδιοσυχνότητες. Μία τρίτη περίπτωση είναι η μελέτη των φυσικών ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής. Απομακρύνοντας την πρώτη ιδιοσυχνότητα της κατασκευής σε υψηλότερα επίπεδα, επιτυγχάνεται καλύτερο αποτέλεσμα αποφεύγοντας χαμηλές συχνότητες συντονισμού.

Και οι τρεις παραπάνω περιπτώσεις ανάλυσης περιέχουν απαραίτητες πληροφορίες σχετικά με την δυναμική απόκριση του συστήματος. Παρόλα αυτά, καμία από τις τεχνικές αυτές για γραμμική συμπεριφορά δεν εγγυάται ότι θα αποσβεστεί η ταλάντωση σε ένα σχετικά ικανοποιητικό εύρος συχνοτήτων, ακόμα και αν χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης. Για το λόγο αυτό, αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε μία μέθοδος εκτίμησης της ταλάντωσης μίας κατασκευής, βασιζόμενη στην διάδοση του κύματος εντός ενός σώματος. Η μέθοδος αυτή αναλύθηκε στην βιβλιογραφία και ονομάζεται μέθοδος Bloch με εφαρμογές κυρίως στον τομέα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και σε πολύ υψηλές συχνότητες. Τα τελευταία χρόνια πραγματοποιούνται μελέτες για να χρησιμοποιηθεί σε πιο συμβατικά μηχανολογικά προβλήματα και χαμηλότερο εύρος συχνοτήτων. Στόχος της μεθόδου αυτής, είναι η ανάλυση της διάδοσης του κύματος εντός στερεού σώματος, προς όλες τις δυνατές διευθύνσεις, από το οποίο μπορεί να εκτιμηθεί ποιο είναι το εύρος συχνοτήτων αυτό κατά το οποίο το κύμα δεν θα μπορέσει να διαδοθεί πέρα από το στερεό και θα σταματήσει.

Ένα μεγάλο και σημαντικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι ότι εφαρμόζεται σε περιοδικές μικροδομές, οι οποίες αποτελούν μέρος ενός μεγαλύτερου πλέγματος το οποίο θα μπορούσε να είναι η κατασκευή εφαρμογής. Επιπλέον, μεγάλο πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι ότι χρησιμοποιώντας μόνο μία μικροδομή, μπορεί να εκτιμηθεί η δυναμική συμπεριφορά ολόκληρου του πλέγματος. Πρακτικά, επιτρέπει την ανάλυση απόσβεσης μίας κατασκευής σε ένα αρκετά μεγάλο εύρος συχνοτήτων, με πολύ μικρότερο υπολογιστικό κόστος και χρόνο καθώς απαιτείται μόνο η μελέτη της περιοδικής μικροδομής.

Στην σύγχρονη μηχανική με την ανάπτυξη των τρισδιάστατων εκτυπωτών καθώς και με την επέκταση της χρήσης των σύνθετων υλικών, έχουν γίνει ευρέως διαδεδομένες κατασκευές αποτελούμενες από μικροδομές, οι οποίες καθιστούν μία κατασκευή εξίσου

στιβαρή με μία κατασκευή γεμάτη υλικό, μειώνοντας υλικό και βάρος. Μάλιστα τα τελευταία χρόνια υπάρχει έντονη ενασχόληση με την ανάπτυξη μικροδομών για εφαρμογές κυρίως στατικές αλλά πλέον εντάσσονται και δυναμικές, από υλικά τα οποία αποκαλούνται ‘μεταϋλικά’. Τέτοια υλικά θεωρούνται και τα αυξητικά τα οποία προσδίδουν αυξητικές ιδιότητες στην κατασκευή και θεωρούνται ικανά να προσδώσουν με τις ιδιότητες τους ικανοποιητικότερη απόκριση (μείωση πλάτους ταλάντωσης) σε δυναμικά φαινόμενα σε σχέση με μία κατασκευή αποτελούμενη από συμβατικά υλικά.

Έτσι στην παρούσα διδακτορική διατριβή δόθηκε η δυνατότητα να αναπτυχθούν απλά συμβατικά μοντέλα και μοντέλα με αυξητικές ιδιότητες τα οποία θα αποτελέσουν μικροδομή μεγαλύτερων κατασκευών και θα συγκριθεί η επίδραση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών και της αυξητικότητας της μικροδομής στην δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής.

Στη σύγχρονη βιομηχανία για την αντιμετώπιση των δυναμικών φαινομένων και της μείωσης των ταλαντώσεων, χρησιμοποιείται είτε η τροποποίηση των μηχανικών ιδιοτήτων μίας κατασκευής είτε η ενσωμάτωση επιπλέον ηλεκτρομηχανικών στοιχείων. Στην πρώτη περίπτωση, μία πρωτότυπη μέθοδος που βρίσκει μεγάλη εφαρμογή τα τελευταία χρόνια είναι η χρήση της τοπολογικής βελτιστοποίησης της κατασκευής, για να καθοριστούν οι περιοχές που καλύπτει το υλικό με στόχο την επίτευξη της απόσβεσης των ταλαντώσεων. Στην δεύτερη περίπτωση, ενσωματώνονται στην κατασκευή πιεζοηλεκτρικά υλικά και με την χρήση εξωτερικών ηλεκτρονικών κυκλωμάτων καταναλώνεται η ενέργεια που παράγεται και αποσβένεται η ταλάντωση.

Τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης έχουν αναπτυχθεί για τον παθητικό έλεγχο και έχουν την ικανότητα να μειώνουν το πλάτος των ταλαντώσεων σε μία ή περισσότερες ιδιοσυχνότητες, ανάλογα την συνδεσμολογία του κυκλώματος (στοιχεία κυκλώματος σε σειρά ή παράλληλα). Εφαρμογές τέτοιων συστημάτων εμφανίζονται κυρίως στους τομείς της ακουστικής. Παρόλα αυτά, ο αριθμός των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται σε ένα ηλεκτρομηχανικό σύστημα είναι αρκετά μεγάλος και συνεπώς είναι δύσκολο να εκτιμηθούν οι τιμές που πρέπει να χρησιμοποιηθούν για να επιτευχθεί ικανοποιητική μείωση των ταλαντώσεων. Για τον λόγο αυτό, μπορούν να χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, με σκοπό να υπολογιστούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του συστήματος και να επιτευχθεί η μέγιστη μείωση των ταλαντώσεων. Με τα σύγχρονα μέσα κατασκευής προϊόντων υπάρχει η δυνατότητα τύπωσης επιθεμάτων μικρής κλίμακας, πάνω σε μικροδομές. Αυτό είναι μία πρόκληση για τις κατασκευές του μέλλοντος καθώς ένα ελαφρύ αλλά και στιβαρό ηλεκτρομηχανικό σύστημα έχει τη δυνατότητα να ενισχύει την δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής και να βοηθάει στις ταλαντώσεις.

Ο βέλτιστος σχεδιασμός των κατασκευών βρίσκεται σε διαρκή ανάπτυξη καθώς σύγχρονοι μέθοδοι παραγωγής προϊόντων, όπως οι τρισδιάστατοι εκτυπωτές, δίνουν τη δυνατότητα στην εκτύπωση πολύπλοκων γεωμετριών και στην δημιουργία στιβαρών και ελαφρών κατασκευών. Αυτές οι κατασκευές σχεδιάζονται με τρόπο τέτοιο ώστε να αντέχουν σε στατικές φορτίσεις, να λειτουργούν ως μηχανισμοί για διάφορες εφαρμογές καθώς και να μειώνουν ταλαντώσεις. Επιπλέον όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, εκτός από την δημιουργία μίας κατασκευής, η τρισδιάστατη εκτύπωση δίνει τη δυνατότητα

στον σχεδιασμό συγκεκριμένης μικροδρομής κάτι που με τις συμβατικές τεχνικές σχεδιασμού θα ήταν πρακτικά αδύνατο.

Οι αναλύσεις και τα ερωτήματα που αναπτύχθηκαν παραπάνω, αποτέλεσαν το ερέθισμα στην παρούσα διδακτορική διατριβή, με σκοπό να αναπτυχθούν εργαλεία και τεχνικές που θα οδηγήσουν στον σχεδιασμό κατάλληλων μικροδομών με σκοπό την μείωση των ταλαντώσεων σε μία κατασκευή. Οι συγκεκριμένες δομές θα αποτελέσουν πρωτότυπα μοντέλα τα οποία θα μπορούσαν με σύγχρονες βιομηχανικές μεθόδους να κατασκευαστούν.

2 Διάδοση κύματος με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

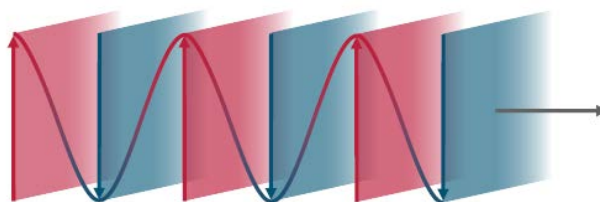
Στόχος του κεφαλαίου είναι να αναλυθεί η διάδοση ενός κύματος εντός στερεών δισδιάστατων μοντέλων με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Έτσι, αναπτύσσεται ένα βασικό εργαλείο το οποίο θα οδηγήσει στην ανάπτυξη τεχνικών για την μέγιστη δυνατή απόσβεση του κύματος και την αποκοπή της διάδοσης του.

Μία από τις πιο γενικές προσεγγίσεις επίλυσης ενός δυναμικού φαινομένου εντός συνεχών δομών είναι η χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Το μοντέλο το οποίο θα μελετηθεί είναι ένα τετραγωνικό κέλυφος τεσσάρων κόμβων, το οποίο μπορεί να μελετηθεί είτε με πεπερασμένα στοιχεία δοκού, ή δισδιάστατα στοιχεία επίπεδης έντασης. Επιπλέον χρησιμοποιούνται σχέσεις περιοδικότητας, με σκοπό να συσχετιστούν οι βαθμοί ελευθερίας των απέναντι κόμβων μεταξύ τους με κάποια μαθηματική σχέση (πχ ίδια μετατόπιση).

2.1 Διάδοση κύματος εντός επιπέδου σε μονοδιάστατο χώρο (1-D).

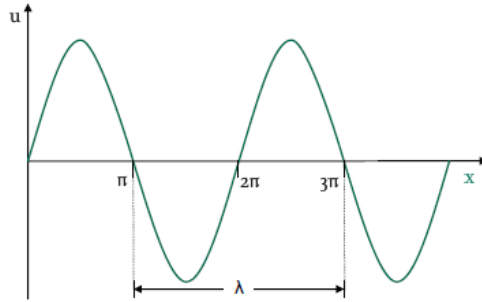
Η πρώτη περίπτωση που θα αναλυθεί είναι η διάδοση του κύματος σε μία διάσταση, η μεταβολή των ελαστικών σωμάτων, καθώς και η συμπεριφορά τους.

Αρχικά, θεωρήθηκε ένα κύμα εντός επιπέδου το οποίο διαδίδεται μέσω ενός ελαστικού μέσου. Το επίπεδο σε αυτή τη περίπτωση περιγράφει την διάδοση του κύματος σε μόνο μία κατεύθυνση στον χώρο, με τις κυματομορφές να είναι άπειρα παράλληλα επίπεδα. Η γραφική αναπαράσταση του διαδιδόμενου κύματος απεικονίζεται στην Εικόνα 3



Εικόνα 3: Αναπαράσταση διάδοσης ενός κύματος εντός επιπέδου

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των κυμάτων είναι ότι περιγράφονται από την αρμονική απόκριση του συστήματος, το οποίο σημαίνει πρακτικά ότι κάθε σημείο του μέσου διάδοσης ταλαντώνεται με περιοδικότητα στο πεδίο του χρόνου. Με άλλα λόγια το κύμα έχει τη δυνατότητα να ταλαντώνεται εντός του επιπέδου προς μία διεύθυνση προς τα μπρος και πίσω έχοντας σταθερό πλάτος κύματος. Η απεικόνιση της ταλάντωσης παρουσιάζεται στην Εικόνα 4 :



Εικόνα 4: Αρμονική ταλάντωση ενός κύματος

Η απλοποιημένη σχέση εξίσωσης η οποία θεωρεί ότι το κύμα διαδίδεται σε μία διεύθυνση δίδεται παρακάτω

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

Ο συντελεστής v_p ονομάζεται φασική ταχύτητα και είναι η ταχύτητα διάδοσης επίπεδων κυμάτων, με την ίδια φάση, στο ίδιο μέσον. Το αποτέλεσμα της εξίσωσης αυτής πρέπει να είναι μία αρμονική συνάρτηση στο πεδίο του χρόνου, με σκοπό να ικανοποιήσει τις συνθήκες της απόκρισης του σταθερού συστήματος. Έτσι πρέπει να είναι στη μορφή:

$$u = f(x)\sin(\omega t) \quad (2)$$

όπου ω είναι μία σταθερή συχνότητα, t ο χρόνος και η συνάρτηση $f(x)$ πρέπει να οριστεί. Εισάγοντας την εξ. (2) στην εξ. (1) καταλήγουμε ότι η εξίσωση (1) ικανοποιείται όταν η συνάρτηση $f(x)$ επιλύεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + f(x) \frac{\omega^2}{v_p^2} = 0 \quad (3)$$

Μία γενική λύση για την διαφορική εξίσωση είναι

$$f(x) = 2A\sin\left(\frac{\omega}{v_p}x\right) + 2B\cos\left(\frac{\omega}{v_p}x\right) \quad (4)$$

Όπου A και B αποτελούν τα πλάτη των ταλαντώσεων του ημιτόνου και συνημιτόνου και ορίζονται ως δύο αυθαίρετες σταθερές και x είναι η απόσταση του κύματος από την πηγή.[83]

Αντικαθιστώντας την εξ. (4) στην εξ. (2) προκύπτει

$$f(x) = 2A\sin\left(\frac{\omega}{v_p}x\right)\sin(\omega t) + 2B\cos\left(\frac{\omega}{v_p}x\right)\sin(\omega t) \quad (5)$$

Η λύση της εξίσωσης για την μονοδιάστατη διάδοση του κύματος αποτελείται από όρους που περιέχουν ημίτονα και συνημίτονα. Καθένας από αυτούς τους δύο όρους εξαρτάται από την απόσταση x και τον χρόνο t . Σε περίπτωση που σταθεροποιήσουμε στον χώρο την μεταβλητή x τότε η μετατόπιση θα τείνει να κινηθεί αρμονικά στον χρόνο. Αυτή η λύση αποκαλείται steady state. [84]

Θεωρούμε ένα κύμα αρμονικής μορφής

$$u = A \cos \omega \left(\frac{x}{v_p} - t \right) \quad (6)$$

Το κύμα διαδίδεται με μία συχνότητα ω στην διεύθυνση x με μέγιστο πλάτος κύματος A και v_p η φασική ταχύτητα. Δεδομένου ότι οι όροι x/v_p πρέπει να έχουν τις ίδιες μονάδες με τον t , το v_p ορίζεται ως η ταχύτητα φάσης με μονάδες m/s και καθορίζει την τιμή κατά την οποία το κύμα διαδίδεται με συχνότητα ω . Εισάγοντας την σταθερά k στην εξ. (6) προκύπτει

$$u = A \cos(kx - \omega t) \text{ με } k = \frac{\omega}{v_p} \quad (7)$$

Η παράμετρος k ονομάζεται κυματαριθμός (wave number) και αντιπροσωπεύει την χωρική συχνότητα του κύματος. Ενώ η συχνότητα f ή η γωνιακή συχνότητα ω δηλώνουν την ταλάντωση στον χρόνο, όπου

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (8)$$

ο κυματαριθμός ορίζει τον αριθμό των ταλαντώσεων ανά μονάδα απόστασης. Κατά αντιστοιχία με την χρονική περίοδο T στο πεδίο του χρόνου ορίζεται το μήκος κύματος λ όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.

Η σχέση που σχετίζει τις μεταβλητές k και λ είναι

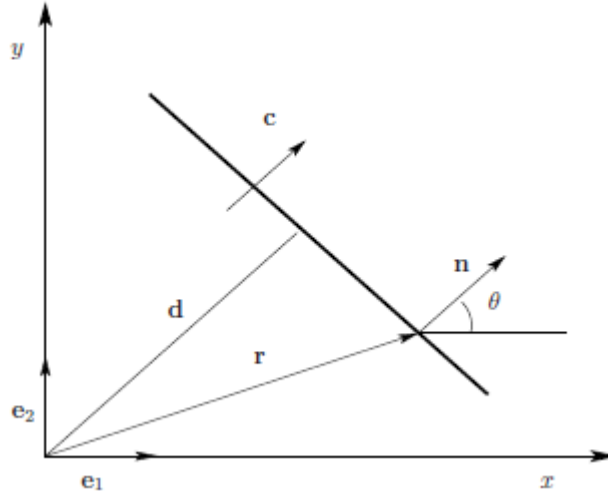
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (9)$$

Και έτσι συνδυάζοντας τις εξ. (7)-(9) προκύπτει μία σχέση μεταξύ της φασικής ταχύτητας, του μήκους κύματος λ και της συχνότητας f όπου

$$v_p = \lambda f \quad (10)$$

2.2 Διάδοση κύματος εντός επιπέδου σε δισδιάστατο χώρο (2-D)

Η ανάλυση που χρησιμοποιείται για την διάδοση κύματος στο επίπεδο με την χρήση πεπερασμένων στοιχείων θεωρεί ότι τα χρονικά αρμονικά κύματα διαδίδονται στο επίπεδο με μία συγκεκριμένη συχνότητα ω όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα. Μία ορισμένη διαταραχή W_0 διαδίδεται ως επίπεδο κύμα εάν το μέγεθος του είναι σταθερό κατά μήκος των κάθετων επιπέδων στην διάδοση του κύματος. Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5, θεωρούμε ότι το $\mathbf{n} = \mathbf{e}_1 \cos \theta + \mathbf{e}_2 \sin \theta$ είναι το διάνυσμα που αντιπροσωπεύει την διεύθυνση της διάδοσης του κύματος.



Εικόνα 5: Διάδοση κύματος στην διεύθυνση n [30]

Αν η διαταραχή W_0 μεταφέρεται με μία συγκεκριμένη σταθερή ταχύτητα c , η εξίσωση ενός επιπέδου κάθετου στο \mathbf{n} σε μία απόσταση $\mathbf{d} = c\mathbf{t}$ είναι

$$Ct - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = \text{σταθερά} \quad (11)$$

όπου $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2$ είναι το διάνυσμα θέσης ενός αυθαίρετου σημείου στο επίπεδο. Με σκοπό να ικανοποιηθεί η εξίσωση (11), το \mathbf{r} θα πρέπει να αυξάνεται σε μέγεθος καθώς θα αυξάνεται ο χρόνος. Υποθέτουμε ότι η διαταραχή διαδίδεται με μία αρμονική μορφή όπως αυτής του μήκους κύματος λ , ενώ το k αντιπροσωπεύει τον αριθμό των πλήρων αρμονικών ταλαντώσεων ανά μονάδα απόστασης, έτσι καθορίζεται και ο κυματαριθμός ως $k = 2\pi/\lambda$. Υπό αυτές τις συνθήκες προκύπτει ότι

$$W(\mathbf{r}) = W_0 e^{ik(ct - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r})} \quad (12)$$

αντιπροσωπεύει μία αρμονική διαταραχή της οποίας το μέγεθος είναι το ίδιο για κάθε επίπεδο όπως αυτό έχει οριστεί στην εξ. (11). Έτσι το W_0 είναι ένας σύνθετος μέγεθος, $k(ct - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r})$ είναι η φάση του σήματος καθώς το c αντιπροσωπεύει την ταχύτητα διάδοσης της σταθεράς φάσης, δηλαδή $k\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}$ ορίζεται ως η φασική ταχύτητα. Η εξ. (12) μπορεί να αντικατασταθεί με την παρακάτω σχέση:

$$W(\mathbf{r}) = W_0 e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} \quad (13)$$

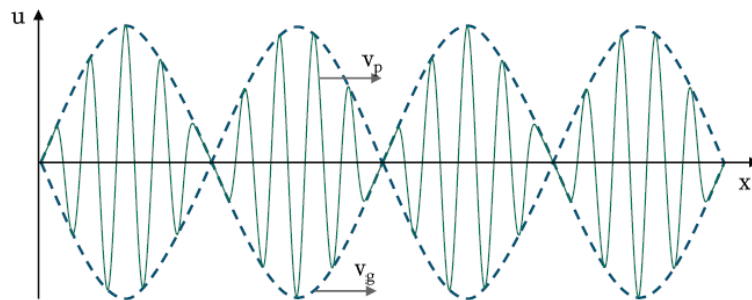
όπου ω είναι η γωνιακή συχνότητα και $k_x = k_1 \cos \theta$ και $k_y = k_2 \sin \theta$ είναι τα στοιχεία του διανύσματος του κύματος $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$ στις διευθύνσεις του άξονα x και y αντίστοιχα και $k_1 = \delta_1 + i\varepsilon_1$ και $k_2 = \delta_2 + i\varepsilon_2$ όπου δ καλείται σταθερά απόσβεσης ενώ ε είναι η σταθερά φάσης του κύματος.

Όταν το κύμα διαδίδεται από το ένα μέσο στο άλλο με κάποια απόσβεση, αυτή υπολογίζεται από το πραγματικό μέρος των στοιχείων του διανύσματος κύματος. Όταν το κύμα μεταδίδεται χωρίς να αποσβένεται κατά τη μετάβαση του από το ένα μέσον στο άλλο, το πραγματικό μέρος είναι μηδέν και τα στοιχεία του διανύσματος κύματος τροποποιούνται σε $k_1 = i\varepsilon_1$ και $k_2 = i\varepsilon_2$. Οι παράμετροι k_x και k_y είναι σύνθετες ποσότητες και αυτά τα κύματα αναφέρονται ως κύματα εξασθένησης.

Η σχέση που σχετίζει τον κυματικό αριθμό με την συχνότητα είναι

$$\omega = kc \quad (14)$$

όπου c είναι η φασική ταχύτητα, $c = v_p$ και ονομάζεται σχέση διασποράς (dispersion) η οποία οδηγεί στη διάδοση του κύματος. Όταν σε ένα μέσο διαδίδονται παραπάνω από ένα κύματα, αυτά τείνουν να διαμορφώσουν στο σύστημα μία κοινή ταχύτητα η οποία ορίζεται ως ομαδική ταχύτητα v_g . Σε περίπτωση που οι φασικές ταχύτητες είναι ίδιες τότε η ομάδα κινείται με την ίδια ταχύτητα, θεωρούμε ότι δεν υπάρχει διασπορά και η μορφή παραμένει σταθερή [86] όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.



Εικόνα 6: Επαλληλία δύο κυμάτων

Αν τα δύο κύματα έχουν διαφορετικές ταχύτητες, η ταχύτητα του μέγιστου πλάτους της ομάδας δίνεται από την εξ. (15). Συνεπώς το σχήμα της ομάδας αλλάζει με το χρόνο. Ένα μέσον στο οποίο η φασική ταχύτητα δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από τη συχνότητα θεωρούμε ότι έχει διασπορά και η σχέση που εκφράζει την γωνιακή συχνότητα με τον κυματικό αριθμό ονομάζεται σχέση διασποράς.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (15)$$

όπου v_g έχει οριστεί μία ομάδα ταχυτήτων. Αυτή είναι η ταχύτητα του μέγιστου πλάτους, καθώς επίσης είναι και η ταχύτητα της μετάδοσης ενέργειας.

Η σχέση διασποράς (dispersion relation) μπορεί συχνά να αναπαρασταθεί με διαγραμματική μορφή με σκοπό να είναι πιο εύκολο να ερμηνευτεί. Αυτό το διάγραμμα ονομάζεται dispersion curve. Ένα παράδειγμα τέτοιου διαγράμματος βρίσκεται στην αναφορά [87] όπου διαδίδονται κύματα μέσω λεπτής ελεύθερης πλάκας. Η εξίσωση για την εκτός επιπέδου μετακίνηση της κατασκευής δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = -\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (16)$$

όπου

$$D = \frac{h^2 E}{12(1 - \nu^2)} \quad (17)$$

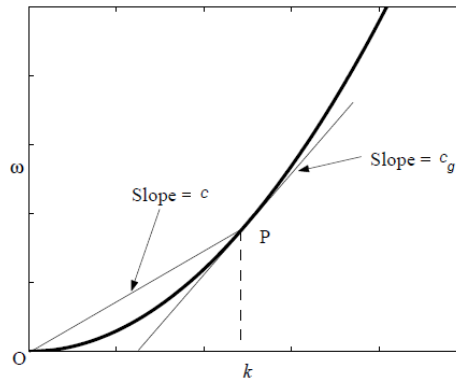
είναι η καμπτική ακαμψία, $w(x,y,t)$ είναι μεταβλητή η οποία μετράει την παραμόρφωση του επιπέδου της πλάκας, h είναι το πάχος της πλάκας και ρ η πυκνότητα του υλικού. Αντικαθιστώντας την εξ.(13) στην εξ.(16) προκύπτει ότι

$$D(k_x^2 + k_y^2)^2 = \rho h \omega^2 \quad (18)$$

και εφόσον το $k_x = k \cos \theta$, $k_y = k \sin \theta$ και $k = k_x^2 + k_y^2$ η σχέση γίνεται

$$k = \sqrt[4]{\frac{\rho h}{D}} \omega \quad (19)$$

Η Εικόνα 7 απεικονίζει το dispersion curve για διαδόμενο κύμα, από το οποίο μπορούν να αποσπαστούν πληροφορίες σχετικά με την ταχύτητα και την φάση του κύματος. Σαν παράδειγμα, η κλίση στην Εικόνα 7 αναπαριστά την φάση στο σημείο P, ενώ η κλίση της εφαπτόμενης στο ίδιο σημείο υποδεικνύει την ταχύτητα στο συγκεκριμένο wavenumber.



Εικόνα 7: Απεικόνιση του dispersion curve για ένα κύμα το οποίο διαδίδεται στον άξονα x για μία ιστροπική λεπτή πλάκα, σε μία ιδιοσυχνότητα [30]

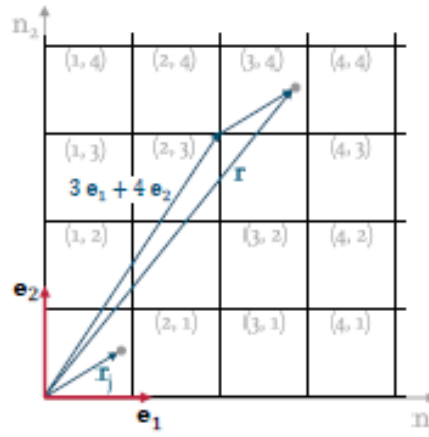
2.3 Θεωρία του Bloch – Floquet

Ένα πλέγμα, είναι μία αλληλουχία μικροδομών, οι οποίες μπορεί να φέρουν διάφορα σχήματα (τα πιο κλασσικά και διαδεδομένα είναι ορθογωνικά, τετραγωνικά, τριγωνικά, κυψελοειδή κτλ.) και αποτελούνται από κλασσικά δομικά στοιχεία όπως δοκοί οποιασδήποτε διατομής ή ορθογωνικά/τετραγωνικά/τριγωνικά δισδιάστατα στοιχεία. Αυτές οι μικροδομές αποτελούνται από σημειακούς συνδέσμους, οι οποίοι επικοινωνούν μέσω κάποιων βασικών διανυσμάτων. Κατά την επιλογή ενός κατάλληλου μοναδιαίου κελύφους (unit cell), το πλέγμα μπορεί να δημιουργηθεί με την τοποθέτηση των επιλεγόμενων unit cell κατά μήκος του βασικού διανύσματος το οποίο συμβολίζεται \mathbf{e}_i . Τα σημεία του πλέγματος μέσα σε ένα unit cell ορίζονται ως \mathbf{r}_j και αντιστοιχούν σε ένα υποσύνολο των κόμβων του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων του unit cell. Ορίζοντας ως $\mathbf{q}(\mathbf{r}_j)$ την μετατόπιση του κόμβου της μικροδομής του πλέγματος και θεωρώντας ότι έχουμε διάδοση κύματος εντός επιπέδου, τότε η μετατόπιση ορίζεται σύμφωνα με την επόμενη εξίσωση

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{q}_j e^{(i\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j)} \quad (20)$$

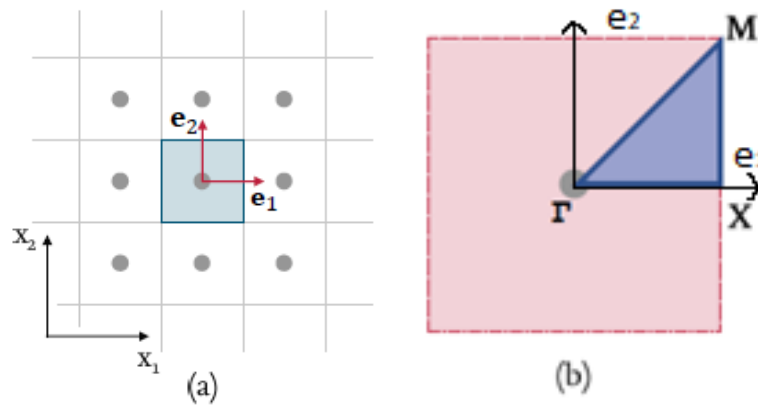
όπου \mathbf{q}_j είναι το μέτρο της μετατόπισης, ω είναι η συχνότητα της ταλάντωσης σε rad/sec και \mathbf{k} είναι το διάνυσμα του κύματος όπως αυτό ορίζεται εντός επιπέδου. Χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς την τετραγωνική μορφή μοναδιαίου κελύφους, η οποία και θα χρησιμοποιηθεί στο σύνολο της παρούσας εργασίας χρησιμοποιείται το ζεύγος ακέραιων μεταβλητών (n_1, n_2) για να προσδιοριστούν τα υπόλοιπα κελύφη τα

οποία περιλαμβάνονται σε απόσταση n_1 κατά μήκος της διεύθυνσης του διανύσματος \mathbf{e}_1 και n_2 κατά μήκος της διεύθυνσης του \mathbf{e}_2 , αντίστοιχα.



Εικόνα 8: Σύνθεση πλέγματος για τη χρήση της θεωρίας Bloch

Το σημείο (n_1, n_2) του κελύφους που αντιστοιχεί στο j^{th} σημείο του κελύφους αναφοράς, εκφράζεται από την σχέση $\mathbf{r} = \mathbf{r}_j + n_1\mathbf{e}_1 + n_2\mathbf{e}_2$.



Εικόνα 9: Μικροδομή τετραγωνικού σχήματος όπου στην μέση απεικονίζεται η βασική μορφή του και δεξιά όπως ορίζεται το πρώτο Brillouin zone στο διάστημα k .

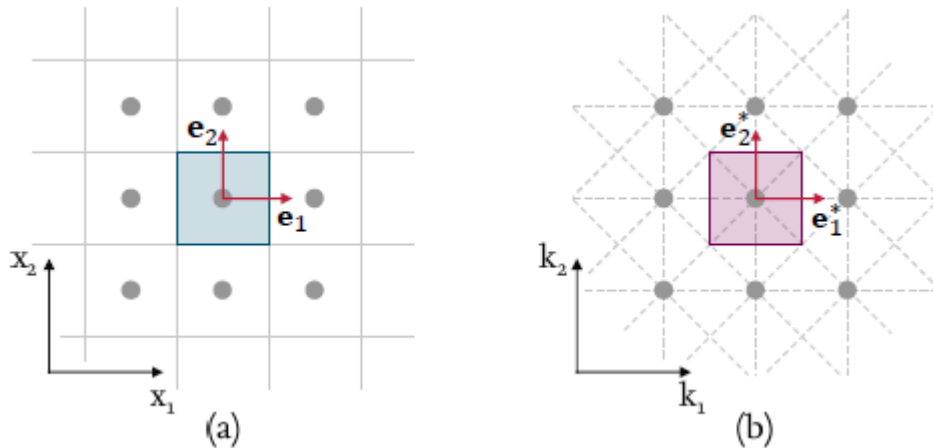
Σύμφωνα με την θεωρία του Bloch, η οποία βασίζεται στην θεωρία που περιεγράφηκε στην ενότητα 2.2, η μετατόπιση στο j^{th} σημείο κάθε κελύφους ακολουθώντας το ζεύγος διεύθυνσης μετακινήσεων (n_1, n_2) εκφράζεται με την παρακάτω σχέση

$$q = q(r_j)e^{k(r-r_j)} = q(r_j)e^{(k_1n_1+k_2n_2)} \quad (21)$$

Με βάση την εξίσωση 21 προκύπτουν οι παράμετροι k_1 και k_2 όπου

$$\begin{aligned} k_1 &= \delta_1 + i\varepsilon_1 \\ k_2 &= \delta_2 + i\varepsilon_2 \end{aligned} \quad (22)$$

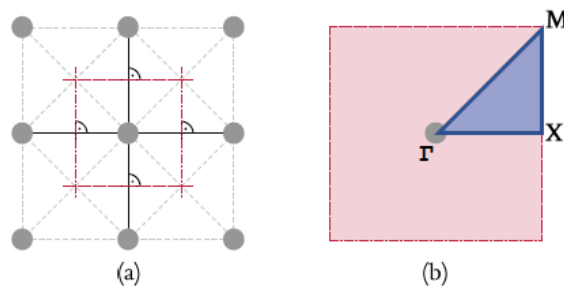
και αντιπροσωπεύουν τα στοιχεία του διανύσματος του κύματος \mathbf{k} κατά μήκος των διευθύνσεων \mathbf{e}_1 και \mathbf{e}_2 .



Εικόνα 10: Direct (a) και reciprocal (b) πλέγματα για την χρήση της θεωρίας Bloch

Συμπερασματικά, με την χρήση της θεωρίας του Bloch (ή του Floquet για μονοδιάστατα περιοδικά προβλήματα) για οποιαδήποτε κατασκευή με επαναληπτικές περιοδικές μικροδομές, η αλλαγή του μήκους του κύματος κατά μήκος της διάδοσης του στο επίπεδο δεν εξαρτάται από το σημείο στο οποίο είναι τοποθετημένο το κέλυφος εντός του πλέγματος. Για τον λόγο αυτό, υποστηρίζεται ότι μπορεί να εκτιμηθεί με ακρίβεια η συμπεριφορά ενός ολόκληρου πλέγματος μελετώντας μόνο το ένα κέλυφος από το οποίο αποτελείται.

Βασιζόμενοι στην θεωρία του Bloch λοιπόν, η συγκεκριμένη εργασία επικεντρώνεται στην χρήση τετραγωνικών μικροδομών – κελυφών όπου καθορίζεται η ζώνη Brillouin (Εικόνα 11 a), κατά την οποία το κύμα θα πρέπει να διαδοθεί στο πρώτο τέταρτο (τριγωνική μωβ περιοχή) όπως φαίνεται στην Εικόνα 11, με σκοπό να εκτιμηθεί η διάδοση του κύματος σε όλο το κέλυφος και κατ' επέκταση σε όλο το πλέγμα το οποίο αποτελείται από ίδια κελύφη.



Εικόνα 11: Κατασκευή (a) και απεικόνιση (b) της πρώτης ζώνης Brillouin

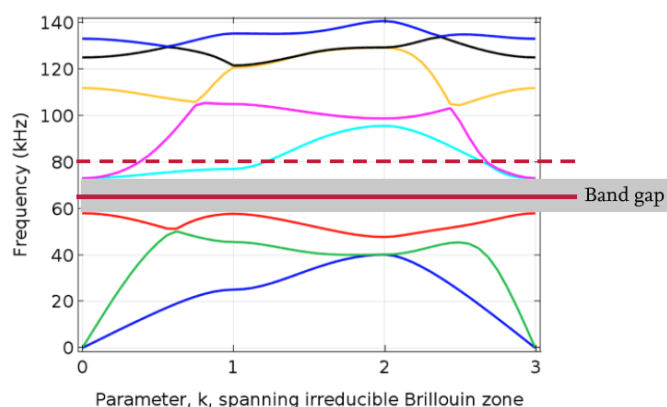
2.4 Κατασκευές και ζώνες αποκοπής

Όπως περιεγράφηκε στην ενότητα 2.3 το διάνυσμα του κύματος \mathbf{k} περιλαμβάνει τις πληροφορίες της συνολικής διάδοσης του κύματος, εντός του τριγώνου, και έτσι μπορεί να εκτιμηθεί η συμπεριφορά των κυμάτων εντός του ελαστικού μέσου, προς όλες τις διευθύνσεις. Έτσι, σε κάθε μορφή κελύφους μπορεί να μελετηθεί η διάδοση του κύματος, αξιοποιώντας μόνο τη σκιαγραφημένη περιοχή.

Σύμφωνα με την σχέση διάδοσης όπως περιεγράφηκε προηγουμένως, το κύμα k είναι γραμμικά σχετιζόμενο με την συχνότητα, θεωρώντας την φάση ταχύτητας u_p σταθερή. Αυτή η υπόθεση είναι ικανοποιητική σε μονοδιάστατες διαδόσεις κύματος εντός ενός

ομογενοποιημένου μέσου. Παρόλα αυτά στη διάδοση κύματος εντός δισδιάστατου μέσου το οποίο μπορεί να περιέχει διάφορα υλικά, τα στοιχεία της δυσκαμψίας και της πυκνότητας υλικού δεν παραμένουν σταθερά. Έτσι, σε αυτή την περίπτωση η φάση της ταχύτητας δεν μπορεί να θεωρηθεί σταθερή.

Επιπλέον, ενώ οι ελαστικές ιδιότητες είναι σταθερές και το μήκος κύματος μεταβάλλεται κατά την αλλαγή της συχνότητας, το διάνυσμα του κύματος \mathbf{k} διαφέρει ανάλογα την μορφή. Απεικονίζοντας το διάγραμμα της συχνότητας, συναρτήσει της διάδοσης του κύματος εντός της πρώτης ζώνης Brillouin, προκύπτει ένα γράφημα το οποίο αποτυπώνει το εύρος των συχνοτήτων κατά το οποίο το κύμα σταματάει να διαδίδεται και προς τις τρεις διευθύνσεις. Ένα τέτοιο παράδειγμα φαίνεται στην Εικόνα 12 όπου η αντίστοιχη περιοχή εμφανίζεται με γκρι πλαίσιο.

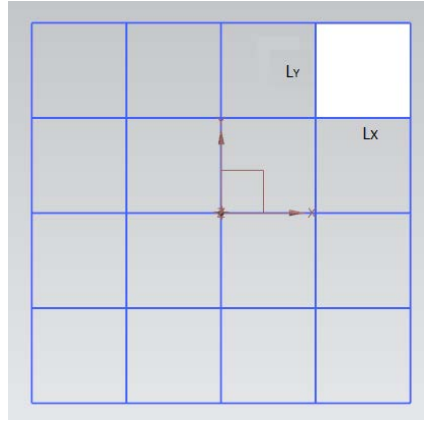


Εικόνα 12: Dispersion curve πρώτων ιδιοσυχνοτήτων

2.5 Επίλυση θεωρίας Bloch σε δισδιάστατες κατασκευές και ομογενοποίηση

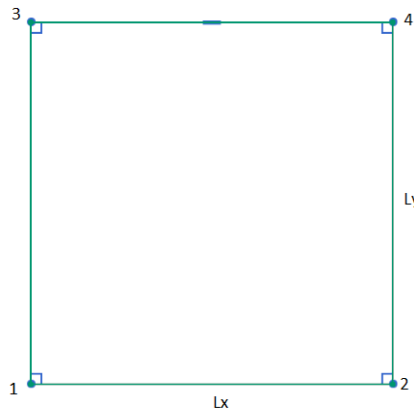
Οι περιοδικές μικροδομές μπορούν να θεωρηθούν ως ένα σύστημα ταυτόσημων τμημάτων τα οποία συνδέονται με τα γειτονικά τους σε όλες τις πλευρές και τις γωνίες. Ένα κλασσικό τέτοιο πλέγμα είναι περιοδικές κατασκευές από κρυσταλλικό πλέγμα ή σύνθετα υλικά. Διάφορα παραδείγματα μηχανικών μοντέλων με περιοδικές συνθήκες μπορούν να αναλυθούν και από την βιβλιογραφία όπως κυματοδηγοί με ομοιόμορφη διατομή, αγωγοί, ενισχυμένες πλάκες, κελύφη και πολλές άλλες περιπτώσεις.

Πιο συγκεκριμένα, αυτή η μελέτη επικεντρώνεται σε διαδιάστατες περιοδικές κατασκευές, των οποίων οι ιδιότητες ομογενοποιούνται κατά τις 2 διαστάσεις x και y . Αυτό το είδος κατασκευών μπορεί να θεωρηθεί ως ένα πλέγμα αποτελούμενο από σειρές και στήλες ορθογωνικών όμοιων τμημάτων με μήκος L_x και L_y όπως εμφανίζεται στην Εικόνα 13.



Εικόνα 13: Assembly πολλών ορθογωνικών κατασκευών [30]

Για να μελετηθεί μία τέτοια κατασκευή, χρησιμοποιήθηκε η περιοδικότητα της μίας μόνο μικροδομής η οποία στην συνέχεια διακριτοποιείται και μελετάται με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων [88] – [90]. Για την απλή εφαρμογή αυτών των περιοδικών συνθηκών θα πρέπει ο αριθμός των κόμβων στην μία πλευρά να είναι ίσος με τον αριθμό των κόμβων στην απέναντι. Σε περίπτωση που τα περιοδικά μήκη L_x και L_y είναι αρκετά μικρά, ο τρόπος να διακριτοποιηθεί το τετραγωνικό τμήμα είναι με την χρήση ενός μόνο ορθογωνικού πεπερασμένου στοιχείου τεσσάρων κόμβων (ένας σε κάθε διαγώνιο) όπως φαίνεται στην Εικόνα 14.



Εικόνα 14: Μοντελοποίηση πεπερασμένων στοιχείων σε τμήμα με μικρό μέγεθος

Χρησιμοποιώντας ως αναφορά την Εικόνα 14, όπου η μικροδομή διακριτοποιείται με κόμβους στις διαγώνιους καθώς και ενδιάμεσους κόμβους στις πλευρές του τετράπλευρου, ορίζουμε ως βαθμούς ελευθερίας (DOFs) q του τετράπλευρου ως τους βαθμούς ελευθερίας μετακίνησης των κόμβων του και ορίζεται ως

$$q = [q_1^T \ q_2^T \ q_3^T \ q_4^T] \quad (23)$$

όπου q_j είναι ένα διάνυσμα το οποίο περιλαμβάνει όλους τους βαθμούς ελευθερίας ενός κόμβου του ενός πεπερασμένου στοιχείου της μικροδομής και στην συγκεκριμένη περίπτωση το j αντιστοιχεί σε έναν από τους κόμβους που βρίσκονται στις γωνίες του τετραπλεύρου μέσου. Ο κόμβος j μπορεί να οριστεί και ως «υπερκόμβος» ο οποίος προκύπτει από την συγκέντρωση όλων των κόμβων των πεπερασμένων στοιχείων που θα μπορούσαν να εμφανιστούν κατά μήκος του πάχους. Αντίστοιχα με το διάνυσμα

μετατοπίσεων των τεσσάρων κόμβων μπορεί να οριστεί και το διάνυσμα των κομβικών φορτίσεων

$$f = [f_1^T \ f_2^T \ f_3^T \ f_4^T] \quad (24)$$

Στην περίπτωση της μελέτης διάδοσης του ελεύθερου κύματος οι εξωτερικές φορτίσεις δεν λαμβάνονται υπόψιν. Το διάνυσμα των φορτίσεων είναι διάφορο του μηδενός στην περίπτωση όπου οι φορτίσεις πάνω στους κόμβους είναι υπεύθυνες για την διάδοση του κύματος από το ένα στοιχείο στο άλλο.

Η γενική εξίσωση της διάδοσης κύματος στο στοιχείο της Εικόνα 14 μπορεί να μελετηθεί με την παρακάτω σχέση:

$$(-\omega^2 M + i\omega C + K)q = f \quad (25)$$

όπου οι μεταβλητές M , C και K αντιστοιχούν στα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας αντίστοιχα. Η μορφή του επίπεδου ελεύθερου κύματος κατά μήκος της κατασκευής μπορεί να περιγραφεί όπως η μορφή του κύματος Bloch [91] Floquet. Η θεωρία του Bloch είναι ευρέως γνωστή και διαδεδομένη κυρίως σε εφαρμογές φωνονικών κρυσταλλικών δομών και ορισμένες φορές καλείται και ως θεωρία Floquet καθώς αντιπροσωπεύει μία γενικευμένη σταθερά στην θεωρία στερεών σωμάτων για πρόβλημα διάδοσης κύματος σε μία διεύθυνση (1 dimensional problem) [92].

Επομένως, η διάδοση του ελεύθερου κύματος μπορεί να εκτιμηθεί λαμβάνοντας υπόψιν τις σταθερές διάδοσης

$$\mu_x = \kappa_x L_x \text{ και } \mu_y = \kappa_y L_y \quad (26)$$

οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον συσχετισμό των μετατοπίσεων μεταξύ των απέναντι κόμβων τον περιοδικών στοιχείων όπου και με βάση την εικόνα 14 έχουμε:

$$q_2 = \lambda_x q_1, \quad q_3 = \lambda_y q_1, \quad q_4 = \lambda_x \lambda_y q_1 \quad (27)$$

όπου

$$\lambda_x = e^{-i\mu_x} \quad \lambda_y = e^{-i\mu_y} \quad (28)$$

Οι βαθμοί ελευθερίας του κάθε κόμβου μπορούν έπειτα από την εφαρμογή των περιοδικών συνθηκών να μετασχηματιστούν κατά τον εξής τρόπο:

$$q = \Lambda_R q_1 \quad (29)$$

όπου

$$\Lambda_R = [I \ \lambda_x I \ \lambda_y I \ \lambda_x \lambda_y I] \quad (30)$$

Ελλείψει εξωτερικής διέγερσης, η ισορροπία στον κόμβο 1 υποδηλώνει ότι το άθροισμα των κομβικών φορτίσεων όλων των στοιχείων που συνδέονται με τον κόμβο 1 είναι μηδέν. Επομένως

$$\Lambda_L f = 0 \quad (31)$$

Όπου

$$\Lambda_L = \begin{bmatrix} I & \lambda_x^{-1} I & \lambda_y^{-1} I & (\lambda_x \lambda_y)^{-1} I \end{bmatrix} \quad (32)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (25) και πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέρη της με το Λ_L η εξίσωση της ελεύθερης διάδοσης του κύματος θα πάρει τη μορφή όπως φαίνεται παρακάτω

$$\left(-\omega^2 \bar{M}(\mu_x, \mu_y) + i\omega \bar{C}(\mu_x, \mu_y) + \bar{K}(\mu_x, \mu_y) \right) q = 0 \quad (33)$$

όπου

$$\begin{aligned} \bar{K} &= \Lambda_L K \Lambda_R \\ \bar{C} &= \Lambda_L C \Lambda_R \\ \bar{M} &= \Lambda_L M \Lambda_R \end{aligned} \quad (34)$$

Οι μεταβλητές που προκύπτουν είναι νέα ‘συμπεκνωμένα’ μητρώα δυσκαμψίας, απόσβεσης και μάζας αντίστοιχα, τα οποία είναι μειωμένου βαθμού έπειτα από τον υπολογισμό των παραπάνω πράξεων.

Έτσι έχουμε ένα πρόβλημα ιδιοσυχνοτήτων το οποίο μπορεί να αποτυπωθεί και από την παρακάτω σχέση

$$\bar{D}(\omega \lambda_x \lambda_y) = \Lambda_L M \Lambda_R \quad (35)$$

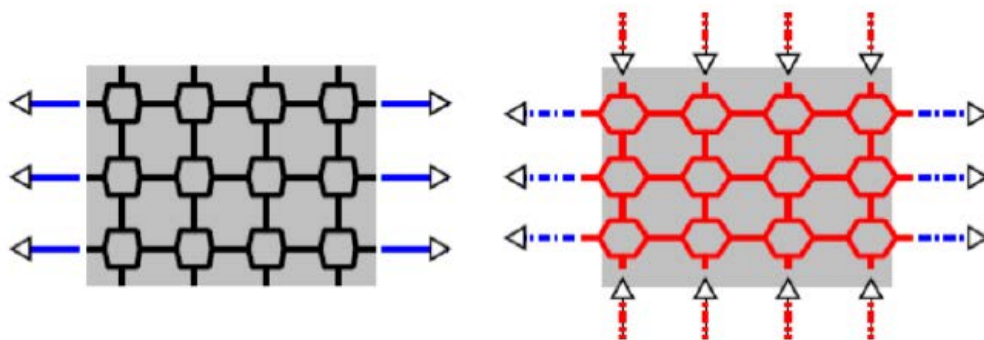
Όπου D αποτελεί το μειωμένο δυναμικό μητρώο δυσκαμψίας (dynamic stiffness matrix DSM). Σε περίπτωση που υπάρχουν n βαθμοί ελευθερίας ανά κόμβο, τα διανύσματα μετατόπισης του κάθε κόμβου καθώς και των δυνάμεων σε κάθε κόμβο είναι μεγέθους της τάξεως $n \times 1$, τα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας κάθε στοιχείου είναι $4n \times 4n$ ενώ τα μειωμένα μητρώα είναι $n \times n$.

3 Αυξητικές δομές

Στόχος του συγκεκριμένου κεφαλαίου είναι να παρουσιάσει μία νέα και σύγχρονη κατηγορία υλικών τα οποία ονομάζονται αυξητικά και τα οποία εντάσσονται στην κατηγορία μεταϋλικά όπου είναι ένα ερευνητικό πεδίο με μεγάλη απήχηση και έντονη ερευνητική δραστηριότητα τα τελευταία χρόνια. Τα αυξητικά υλικά μελετώνται εδώ και αρκετά χρόνια λόγω των ιδιοτήτων τους που τα καθιστούν κατάλληλα για μια σειρά καινοτόμων εφαρμογών, όπως οι ηλεκτρονικές μικροεπαφές, τα ιατρικά όργανα, οι ενεργές αντιβαλλιστικές θωρακίσεις, τα αυξητικά νήματα και τα βλήματα. Πρόκειται για υλικά τα οποία παρουσιάζουν αντοχή στη θραύση, δεν παραμορφώνονται εύκολα και απορροφούν τους κραδασμούς.

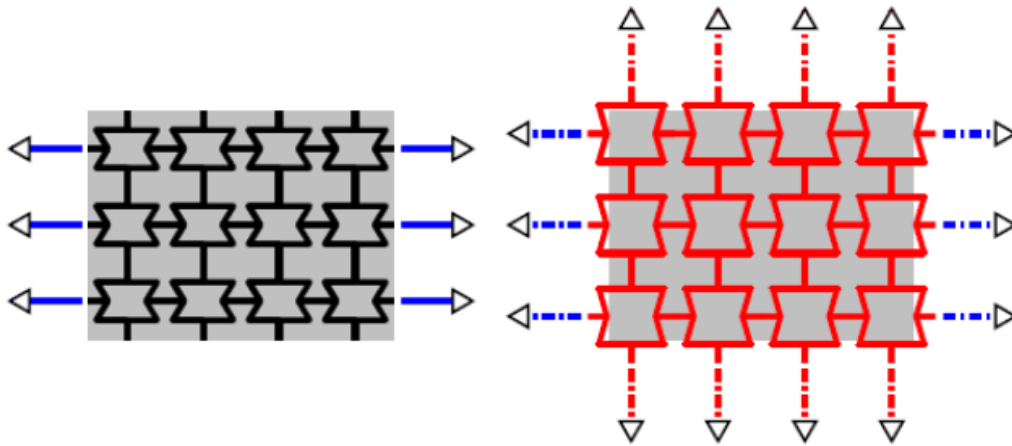
3.1 Γενική περιγραφή

Είναι γενικό γνώρισμα των συμβατικών υλικών είναι ότι όταν υπόκεινται σε εφελκυστικές φορτίσεις, τα υλικά αυτά τείνουν να συρρικνωθούν κάθετα στην κατεύθυνση της φόρτισης. Αντίστοιχα, όταν ασκηθούν θλιπτικές δυνάμεις, τα υλικά αυτά τείνουν να διογκωθούν επίσης κάθετα στην διεύθυνση της φόρτισης. Αυτή η συμπεριφορά αποτυπώνεται στην Εικόνα 15.



Εικόνα 15: Συμπεριφορά απλής συμπεριφοράς σε εφελκυσμό και θλίψη [99]

Ο λόγος poisson υπολογίζει αυτή τη μεταβολή του μήκους ενός ελαστικού υλικού, η οποία πραγματοποιείται κάθετα στην κατεύθυνση του εκάστοτε φορτίου. Οι συνήθεις τιμές τις οποίες λαμβάνει είναι θετικός αριθμός $0 < \nu < 0.5$ και ορίζεται ως το αρνητικό κλάσμα της εγκάρσιας τροπής $\frac{\Delta y}{l_y}$ προς την αξονική τροπή $\frac{\Delta x}{l_x}$. Τα υλικά τα οποία εμφανίζουν αρνητικό λόγο poisson αποκτούν αυξητικές ιδιότητες και ονομάζονται αυξητικά υλικά (auxetic materials). Πρόκειται ουσιαστικά για δομές οι οποίες όταν υπόκεινται σε εφελκυσμό αντί να συρρικνώνονται, επιμηκύνονται κάθετα στην κατεύθυνση του εφαρμοζόμενου φορτίου. Στην Εικόνα 16 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα αυξητικού υλικού [93].



Εικόνα 16: Συμπεριφορά αυξητικής δομής σε εφελκυσμό και θλίψη [99]

Η ονομασία αυτή τους δόθηκε λόγω της αυξανόμενης διατομής που παρουσιάζουν, ενώ εμφανίζονται και με άλλες ονομασίες όπως αντικαουτσούκ επειδή όταν είναι τεντωμένα γίνονται παχύτερα σε εγκάρσια τομή σε αντίθεση με το καουτσούκ το οποίο γίνεται λεπτότερο. Επιπλέον έχουν την ικανότητα, σε αντίθεση με τα κοινά υλικά τα οποία τείνουν να υπόκεινται σε διατμητική παραμόρφωση, να εμφανίζουν εύκολη μεταβολή στον όγκο. Σύμφωνα με την βιβλιογραφία, διάφορες μελέτες έχουν πραγματοποιηθεί με σκοπό να μοντελοποιηθεί και να εξηγηθεί η αυξητική συμπεριφορά.

3.2 Αρνητικός λόγος Poisson

Στα γραμμικά ελαστικά υλικά, οι σχέσεις τάσης – παραμόρφωσης προέρχονται από το γενικευμένο κανόνα του Hooke. Τέσσερα είναι τα βασικά μεγέθη τα οποία χρησιμοποιούμε για να χαρακτηρίσουμε την συμπεριφορά ενός ισοτροπικού γραμμικού ελαστικού υλικού [94]:

- Το μέτρο ελαστικότητας E
- Το μέτρο διάτμησης G
- Το μέτρο ελαστικότητας όγκου K
- Ο λόγος Poisson ν

Τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με τις σχέσεις που ακολουθούν

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (36)$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (37)$$

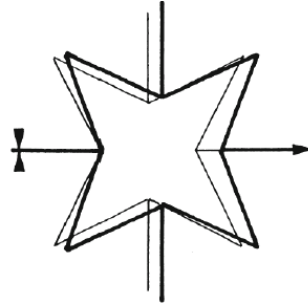
$$E = \frac{9KG}{(3K + G)} \quad (38)$$

$$\frac{(1 + \nu)}{(1 - 2\nu)} = \frac{3K}{2G} \quad (39)$$

$$\nu = \frac{1}{2} \left(\frac{3K - 2G}{3K + G} \right) \quad (40)$$

Σύμφωνα με τις δύο πρώτες εξ. (36) και (37) ο λόγος Poisson ενός υλικού δεν μπορεί να είναι μικρότερος του -1 και μεγαλύτερος από 0.5, εφόσον είναι απαραίτητη προϋπόθεση το μέτρο διάτμησης και το μέτρο ελαστικότητας του όγκου να είναι θετικές τιμές. Έτσι, καθώς το μέτρο ελαστικότητας αφορά την παραμόρφωση δισδιάστατων υλικών ενώ το μέτρο ελαστικότητας και το μέτρο διάτμησης όγκου αφορά τρισδιάστατα υλικά, προκύπτει ότι ο ομογενοποιημένος λόγος Poisson μπορεί να πάρει τιμές από $-1 < \nu < 0.5$.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα υπολογισμού αρνητικού λόγου Poisson είναι η αυξητική δομή με σχήμα αστεριού. Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 17, πρόκειται για μία δισδιάστατη μικροδομή αποτελούμενη από στοιχεία δοκών όπου αποτελούν ένα πλαίσιο, και δείχνει να παραμορφώνεται κατά τον τρόπο με τον υποδεικνύουν οι λεπτές γραμμές του σχήματος.



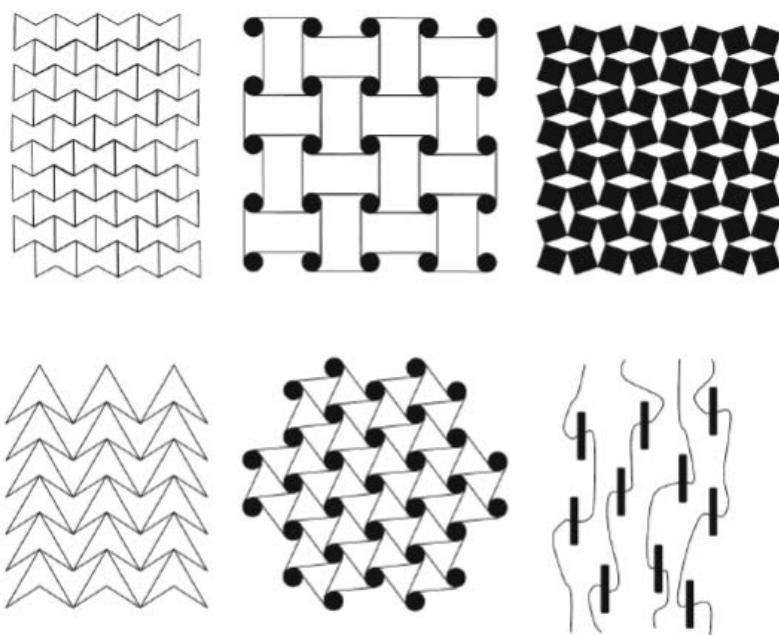
Εικόνα 17: Αυξητική δομή σχήματος αστεριού [92]

Στη μικροδομή αυτή ο λόγος Poisson υπολογίζεται με βάση την σχέση που ακολουθεί:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\frac{\Delta y}{l_y}}{\frac{\Delta x}{l_x}} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow \nu < 0 \text{ με } \Delta x, \Delta y > 0 \quad (41)$$

Όπου l_x , l_y είναι οι πραγματικές διαστάσεις του μοντέλου και Δx και Δy η παραμόρφωση αυτού μετά την εφαρμογή της δύναμης.

Στην συνέχεια παρατίθεται μία σειρά από διαφορετικές αυξητικές δομές που έχουν μελετηθεί στη βιβλιογραφία.



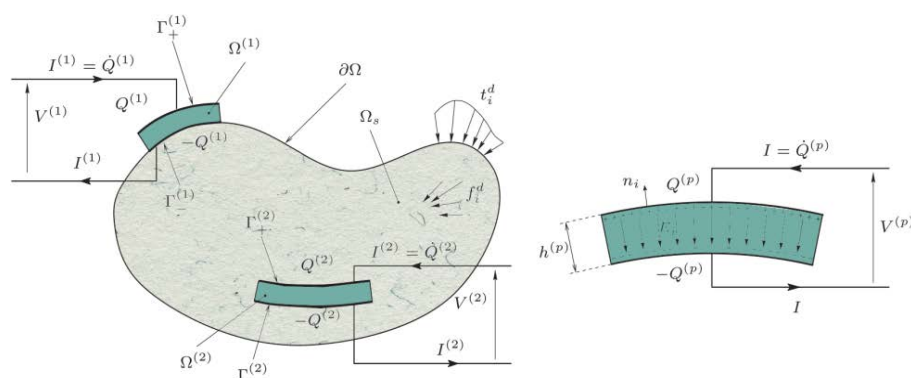
Εικόνα 18: Διάφορα ήδη ανιζοτροπικών δομών[100]

4 Μοντελοποίηση κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά υλικά και παθητικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης

Στην παρούσα ενότητα της διατριβής παρουσιάζεται η μέθοδος μοντελοποίησης μίας μικρορομής με πιεζοηλεκτρικά υλικά για την μείωση των ταλαντώσεων. Σκοπός είναι να εξηγηθούν τα εργαλεία με τα οποία θα μοντελοποιηθεί ένα πρόβλημα πολλών φυσικών φαινομένων (multi-physics), αποτελούμενο από ηλεκτρομηχανικά στοιχεία, ώστε να μειωθούν όσο το δυνατόν περισσότερο τα δυναμικά φαινόμενα και οι ταλαντώσεις.

4.1 Γενική διατύπωση του προβλήματος

Θεωρούμε μία ελαστική κατασκευή η οποία περιέχει $P \in \mathbb{N}$ πιεζοηλεκτρικά επιθέματα όπως φαίνεται στην Εικόνα 19.



Εικόνα 19: Αριστερά: μια πιεζοηλεκτρική κατασκευή με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Δεξιά: το p -οστό πιεζοηλεκτρικό επίθεμα που υπόκειται σε διαφορά δυναμικού μαζί με τα ηλεκτρόδια του [95]

Το χωρίο που καταλαμβάνεται από το ελαστικό τμήμα του συστήματος, ορίζεται ως Ω_s . Κάθε πιεζοηλεκτρικό επίθεμα έχει σχήμα πλάκας, με τις άνω και κάτω επιφάνειες καλυμμένες με πολύ λεπτό στρώμα αγώγιμου υλικού κατάλληλου για τη σύνδεση του με τα ηλεκτρόδια. Το εκάστοτε p -οστό πιεζοηλεκτρικό επίθεμα, όπου $p \in \{1, \dots, P\}$, καταλαμβάνει ένα χώρο $\Omega^{(p)}$, έτσι ώστε το $(\Omega_s, \Omega^{(1)}, \dots, \Omega^{(P)})$ να αποτελεί κομμάτι του συνολικού χωρίου Ω . Γενικότερα, ο δείκτης (p) αντιπροσωπεύει μια ποσότητα που σχετίζεται με το p -οστό πιεζοηλεκτρικό επίθεμα. Οι άνω και κάτω επιφάνειες του κάθε επιθέματος ορίζονται ως $\Gamma_{(+)}^{(p)}$ και $\Gamma_{(-)}^{(p)}$ αντίστοιχα, ενώ η πλευρική ως $\Gamma_o^{(p)}$.

Το σύνολο των υποθέσεων που χρησιμοποιήθηκαν για τη μαθηματική συσχέτιση και τη μοντελοποίηση των μεγεθών του συστήματος σε μηχανικό και ηλεκτρικό επίπεδο μπορούν να διατυπωθούν ως εξής:

- Μόνο τα επιθέματα είναι κατασκευασμένα από πιεζοηλεκτρικό υλικό, και έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι πιεζοηλεκτρικές σταθερές e_{ijk} μηδενίζονται στο χωρίο Ω_s .
- Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι λεπτά και με σταθερό πάχος, το οποίο ορίζεται ως h και θεωρείται μικρότερο από το μήκος του κάθε επιθέματος.

- Το πάχος των ηλεκτροδίων είναι αρκετά μικρότερο από το πάχος των επιθεμάτων και για αυτό μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο.
- Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι πολωμένα προς την εγκάρσια κατεύθυνση τους.
- Τα υλικά του πιεζοηλεκτρικού είναι εγκάρσια ισοτροπικά, οπότε έχουν τις ίδιες μηχανικές και ηλεκτρικές ιδιότητες σε οποιαδήποτε διαμήκη κατεύθυνση.
- Δεν υπάρχουν ελεύθερα φορτία στα πλευρικά όρια των επιθεμάτων $\Gamma_0^{(p)}$.
- Οι διαταραχές του ηλεκτρικού πεδίου για τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα αγνοούνται.
- Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, με συνιστώσες E_k , θεωρείται ομοιόμορφη στα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, έτσι ώστε για κάθε $p \in \{1, \dots, P\}$ να ισχύει:

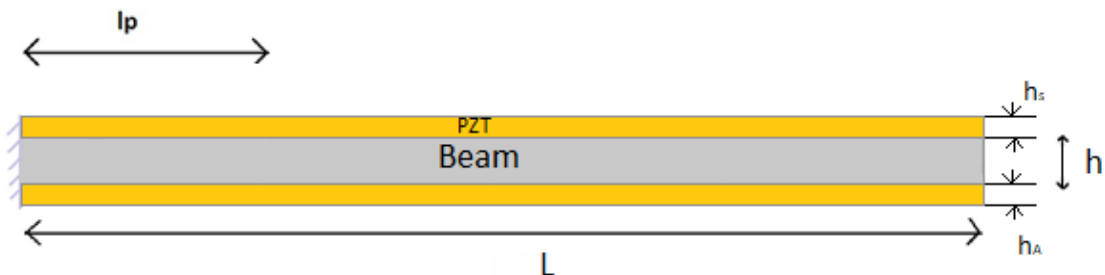
$$E_k = - \frac{\psi_+^{(p)} - \psi_-^{(p)}}{h^{(p)}} n_k = - \frac{V^{(p)}}{h^{(p)}} \quad (42)$$

όπου $V^{(p)} = \psi_+^{(p)} - \psi_-^{(p)}$ είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ $\Gamma_+^{(p)}$ και $\Gamma_-^{(p)}$ και n_k είναι η k -οστή συνιστώσα του κανονικού μοναδιαίου διανύσματος στην επιφάνεια των ηλεκτροδίων.

- Η ηλεκτρική μετατόπιση D_i αμελείται στο ελαστικό πεδίο Ω_s . Παρόλα αυτά, το ηλεκτρικό πεδίο στο Ω_s δεν θεωρείται αμελητέο.

4.2 Μοντελοποίηση σύνθετης δοκού με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία

Η μοντελοποίηση όλων των σύνθετων κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, που δημιουργήθηκαν στην παρούσα διδακτορική έρευνα, βασίστηκε στην μέθοδο κατασκευής μίας πιεζοηλεκτρικής δοκού όπως φαίνεται στην Εικόνα 20. Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο της κατασκευής αποτελείται από μια ομοιόμορφη ελαστική δοκό με ορθογωνικό εμβαδόν διατομής μήκους L , και πάχους h . Ένα ζεύγος πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων πάχους h_s και h_A βρίσκονται συμμετρικά τοποθετημένα στην άνω και κάτω επιφάνεια της δοκού.



Εικόνα 20: Σχηματική αναπαράσταση της ευφρούς δοκού

Το μήκος της δοκού και των επιθεμάτων εκτείνεται κατά τον άξονα x , ενώ το πάχος τους κατά τον άξονα z . Κατά τη δημιουργία του μοντέλου, τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα θεωρούνται ότι είναι ενωμένα μεταξύ τους, χωρίς αστοχίες (αποκολλήσεις) και χωρίς να λαμβάνεται υπόψη το πάχος του συγκολλητικού υλικού.

Οι γεωμετρικές παράμετροι της δοκού θεωρείται ότι επιτρέπουν τη χρήση της προσέγγισης κατά Timoshenko. Το πεδίο των μετακινήσεων της δοκού σε κάθε σημείο διαμέσου του πάχους της δίδεται ως:

$$u_x(x, y, z, t) = u_0 - z\psi(x, t), \quad u_y(x, y, z, t) = 0, \quad u_z(x, y, z, t) = w(x, t), \quad (43)$$

όπου t ο χρόνος, w οι εγκάρσιες μετακινήσεις του μέσου επιπέδου της δοκού και ψ η στροφή του άξονα x γύρω από τον άξονα y . Θεωρώντας ότι οι παραμορφώσεις είναι μικρές, η σχέση τάσης-μετακίνησης δίδεται ως:

$$\varepsilon_x = z \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \psi + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (44)$$

Σημειώνεται ότι κατά τη θεωρία δοκού Euler-Bernoulli η στροφή ψ δίδεται ως η αρνητική κλίση της μετακίνησης της δοκού: $\psi = -\partial w / \partial x$, και συνεπώς η εγκάρσια παραμόρφωση γ_{xz} είναι ίση με το μηδέν.

Η σχέση μεταξύ τάσης και παραμόρφωσης για την ευφυή δοκό δίνονται από τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_x = \tilde{Q}_{11}\varepsilon_x - \tilde{e}_{31}E_z, \quad \tau_{yz} = \tilde{Q}_{55}\gamma_{xz}, \quad D_z = \tilde{e}_{31}\varepsilon_x - \tilde{\xi}_{33}E_z \quad (45)$$

Ο ελαστικός πυρήνας της δοκού θεωρείται μονωμένος και λαμβάνεται από την κατάργηση των πιεζοηλεκτρικών σταθερών. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E_z μπορεί να εκφραστεί ως:

$$E_z = \frac{V}{h_p} \quad (46)$$

όπου V είναι η εφαρμοζόμενη τάση κατά μήκος της διεύθυνσης του πάχους του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος και h_p είναι το πάχος του πιεζοηλεκτρικού μορφοτροπέα.

4.3 Μοντελοποίηση σύνθετης πλάκας

Για την δημιουργία των καταστατικών πιεζοηλεκτρικών εξισώσεων μιας σύνθετης κατασκευής με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία πρέπει πρώτα να γίνουν μια σειρά από παραδοχές. Αρχικά, θεωρείται ότι τόσο οι ηλεκτρικές, όσο και οι μηχανικές δυνάμεις θεωρούνται ισορροπημένες εντός του πιεζοηλεκτρικού υλικού σε κάθε χρονική στιγμή και ως εκ τούτου μπορούν να αποσυζητηθούν. Αυτό με τη σειρά του σημαίνει ότι η προσέγγιση που χρησιμοποιείται για την ανάλυση είναι οιονεί στατική. Θεωρείται επίσης, ότι σε περίπτωση ταχέως εξελισσόμενων ταλαντώσεων η αλλαγές της θερμοκρασίας είναι αμελητέες, ήτοι ότι το πυροηλεκτρικό φαινόμενο δεν λαμβάνεται υπόψη για την ανάλυση.

Υπό αυτές τις παραδοχές, οι γραμμικές πιεζοηλεκτρικές καταστατικές εξισώσεις σύζευξης του ελαστικού με το ηλεκτρικό πεδίο μπορούν να εκφραστούν όπως οι εξισώσεις του ευθέως και του αντιστρόφου πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Οι εξισώσεις αυτές σε μορφή μητρώων δίδονται υπό την ακόλουθη μορφή:

$$\{D\} = [e]\{\varepsilon\} + [\xi]\{E\} \quad (47)$$

$$\{\sigma\} = [c]\{\varepsilon\} - [e]^T\{E\} \quad (49)$$

όπου $\{D\}$ είναι το διάνυσμα της ηλεκτρικής μετατόπισης, $[e]$ είναι το μητρώο με τις πιεζοηλεκτρικές σταθερές των τάσεων, $\{\varepsilon\}$ είναι το διάνυσμα των παραμορφώσεων, $[\xi]$ το μητρώο διηλεκτρικών σταθερών για σταθερή μηχανική παραμόρφωση, $\{E\}$ το διάνυσμα ηλεκτρικού πεδίου, $\{\sigma\}$ το διάνυσμα των τάσεων και $[c]$ είναι ο μειωμένος ελαστικός πίνακας επίπεδων τάσεων για σταθερό ηλεκτρικό πεδίο. Ωστόσο, για τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα που χρησιμοποιούνται αρκεί η υπόθεση ότι οι εγκάρσιες τάσεις είναι αμελητέες (plane stress assumption) και ότι το πιεζοηλεκτρικό υλικό είναι ορθότροπο. Έτσι, οι τρισδιάστατες καταστατικές εξισώσεις (47) και (49) παίρνουν την μορφή

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e'_{15} & 0 \\ 0 & 0 & e'_{24} & 0 & 0 \\ e'_{31} & e'_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \xi'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \xi'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi'_{33} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}_k \quad (50)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}_k - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e'_{31} \\ 0 & 0 & e'_{32} \\ 0 & e'_{24} & 0 \\ e'_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}_k \quad (51)$$

όπου

$$e'_{31} = e_{31} - \frac{c_{13}}{c_{33}} e_{33}, \quad e'_{32} = e_{32} - \frac{c_{23}}{c_{33}} e_{33}, \quad e'_{24} = e_{24}, \quad e'_{15} = e_{15}, \quad (52)$$

$$\xi'_{11} = \xi_{11}, \quad \xi'_{22} = \xi_{22}, \quad \xi'_{33} = \xi_{33} + \frac{e_{33}^2}{c_{33}} \quad (53)$$

Οι μειωμένοι συντελεστές δυσκαμψίας Q_{ij} σχετίζονται με τις μηχανικές σταθερές ως ακολούθως για την περίπτωση ισοτροπικού υλικού:

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad Q_{12} = \frac{\nu E}{1-\nu^2}, \quad Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = G \quad (54)$$

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad Q_{12} = \frac{\nu E}{1-\nu^2}, \quad Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = G \quad (55)$$

όπου E , ν και G είναι οι ισοτροπικές σταθερές υλικού.

Τα στοιχεία του ηλεκτρικού πεδίου σχετίζονται με το ηλεκτροστατικό δυναμικό φ σύμφωνα με την εξίσωση:

$$E_i = -\varphi_{,i} \quad (56)$$

Οι καταστατικές εξισώσεις στους κύριους άξονες δίδονται ως:

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{14} & \bar{e}_{15} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{e}_{24} & \bar{e}_{25} & 0 \\ \bar{e}_{31} & \bar{e}_{32} & 0 & 0 & \bar{e}_{36} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \bar{\xi}_{11} & \bar{\xi}_{12} & 0 \\ \bar{\xi}_{12} & \bar{\xi}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\xi}_{33} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix}_k \quad (57)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{32} \\ \bar{e}_{14} & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & \bar{e}_{25} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{e}_{36} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix}_k \quad (58)$$

όπου \bar{Q}_{ij} και \bar{e}_{ij} είναι οι μειωμένοι συντελεστές του μειωμένου μητρώου δυσκαμψίας και τα πιεζοηλεκτρικά δομικά στοιχεία αντίστοιχα.

Για την κατάστροψη των καταστατικών εξισώσεων μιας μονοδιάστατης κατασκευής δοκού λαμβάνονται οι ακόλουθες επιπρόσθετες παραδοχές:

- Το πλάτος στην διεύθυνση y θεωρείται ότι είναι ελεύθερο τάσης και χρησιμοποιείται η παραδοχή επίπεδης τάσης. Επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι: $\sigma_{yy} = \sigma_{yz} = \sigma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xy} = 0$, και $\varepsilon_{yy} \neq 0$.
- Η πόλωση στον άξονα z είναι ευθυγραμμισμένη με την διεύθυνση του πάχους της δοκού, επομένως μόνο το D_z λαμβάνεται υπόψη στην εξίσωση [57].
- Εισάγοντας το E_z στη διεύθυνση του πάχους της δοκού, θεωρούμε ότι όλα τα υπόλοιπα στοιχεία του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν.
- Οι συντελεστές e_{15} και ξ_{11} θεωρούνται αμελητέοι.

Επομένως, οι καταστατικές εξισώσεις μπορούν να μειωθούν ως εξής:

$$\sigma_x = \tilde{Q}_{11} \varepsilon_x - \tilde{e}_{31} E_z, \quad \tau_{xz} = \tilde{Q}_{55} \gamma_{xz}, \quad D_z = \tilde{e}_{31} \varepsilon_x + \tilde{\xi}_{33} E_z \quad (59)$$

όπου για την περίπτωση ιστροπικής δοκού οι συντελεστές της εξίσωσης 59 δίδονται ως:

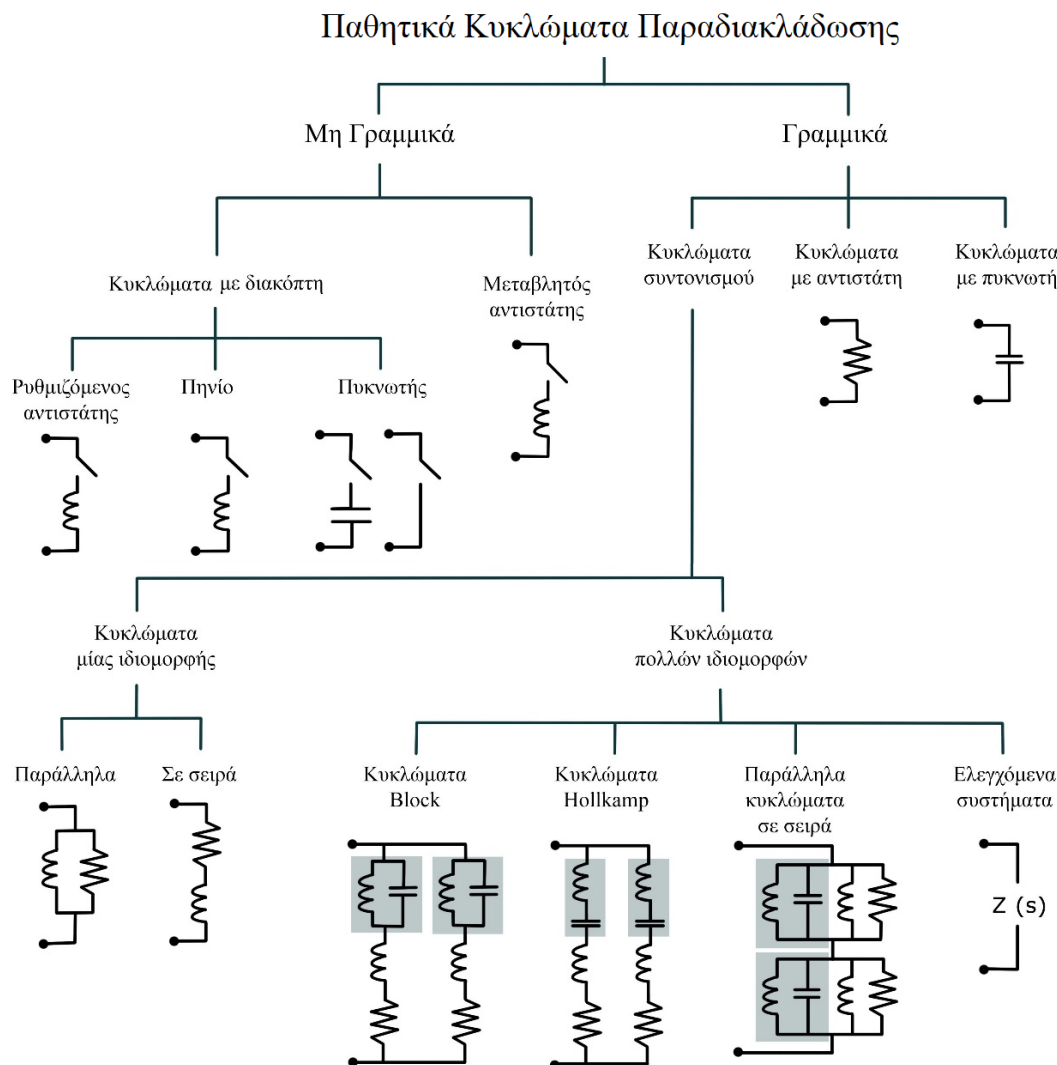
$$\tilde{Q}_{11} = E, \quad \tilde{Q}_{55} = G$$

ενώ οι πιεζοηλεκτρικές σταθερές δίδονται από τις σχέσεις:

$$\tilde{e}_{31} = \bar{e}_{31} - \frac{\bar{Q}_{12}}{\bar{Q}_{22}} \bar{e}_{32}, \quad \tilde{\xi}_{33} = \bar{\xi}_{33} - \frac{\bar{e}_{32} \bar{e}_{32}}{\bar{Q}_{22}}$$

4.4 Κυκλώματα παραδιακλάδωσης (Shunt circuits)

Τα παθητικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης χαρακτηρίζονται από τη σύνδεση ενός ηλεκτρικού στοιχείου (π.χ. μιας ηλεκτρικής αντίστασης, ενός πηνίου κλπ) με ένα πιεζοηλεκτρικό επίθεμα που βρίσκεται εγκατεστημένο σε μια κατασκευή. Οι διάφοροι τύποι των κυκλωμάτων αυτών φαίνονται σχηματικά στην Εικόνα 21.



Εικόνα 21: Οι διάφοροι τύποι των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης [95].

Στόχος της τεχνικής αυτής είναι η απόσβεση των ταλαντώσεων σε διάφορες συχνότητες. Μάλιστα η μέθοδος είναι αρκετά δημοφιλής στις εύκαμπτες ελαστικές κατασκευές, καθώς τα κυκλώματα αυτά στην περίπτωση αυτή είναι απλά στον σχεδιασμό τους και μπορούν να αυξήσουν σημαντικά την απόσβεση των κατασκευών. Ειδικότερα, κατά τον σχεδιασμό του συστήματος, το κύκλωμα «συντονίζεται» (ρυθμίζεται) σε μια ιδιοσυχνότητα αναφοράς, της οποίας επιθυμείται η απόσβεση. Μια συγκεκριμένη κατηγορία των κυκλωμάτων αυτών, τα λεγόμενα παθητικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης συντονισμού, αποτέλεσε το επίκεντρο της έρευνας κατά τα προηγούμενα χρόνια.

Ωστόσο, παρά την αποτελεσματικότητά τους, τα κύρια μειονεκτήματα που συνδέονται με τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης τύπου συντονισμού είναι αφενός η απαίτησή τους σε υπερβολικά υψηλές τιμές επαγωγής, ιδιαίτερα στις χαμηλές συχνότητες και αφετέρου η αδυναμία τους να ελέγξουν πάνω από μία ιδιομορφές.

Γενικά, σε περιπτώσεις ελέγχου μιας ιδιομορφής για τη μείωση των ταλαντώσεων με χρήση πιεζοηλεκτρικών μετατροπέων και κυκλωμάτων παθητικής απόσβεσης τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικά. Ωστόσο, στην πράξη σε πολλές περιπτώσεις απαιτείται η απόσβεση σημαντικού αριθμού ιδιομορφών. Αυτό οδήγησε στη δημιουργία συστημάτων όπως αυτό που θα παρουσιαστεί παρακάτω.

Το πρώτο κύκλωμα διακλάδωσης πολλαπλών ιδιομορφών δημιουργήθηκε από τον Hollkamp και ήταν ικανό να αποσβέσει ταυτόχρονα με επιτυχία τη δεύτερη και την τρίτη ιδιομορφή μιας προβόλου δοκού. Το κύκλωμα απαιτεί τόσους παράλληλους κλάδους όσες και οι ιδιομορφές που ελέγχονται και έτσι ο Hollkamp πρότεινε μια αριθμητική βελτιστοποίηση για τον καθορισμό των κατάλληλων τιμών των μεγεθών που διέπουν το κύκλωμα παραδιακλάδωσης. Το προκύπτον πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι μη γραμμικό και σχετικά δύσκολο να λυθεί για μεγάλο αριθμό ιδιομορφών[94].

4.5 Μοντελοποίηση παραδιακλαδωμένου κυκλώματος.

Για την διακριτικοποίηση της κατασκευής χρησιμοποιείται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων κυρίως με την εφαρμογή μονοδιάστατων στοιχείων δοκού με 2 κόμβους ανά στοιχείο και 3 βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο (μετακινήσεις x,y και περιστροφή) η οποία οδηγεί στη συρραφή των μηχανικών και των ηλεκτρικών εξισώσεων μέσω της εισαγωγής του διανύσματος των κομβικών τιμών των μετατοπίσεων U. Η εισαγωγή του διανύσματος στήλης των ηλεκτρικών φορτίων $Q=(Q^{(1)},Q^{(2)},...,Q^{(P)})^T$ και της διαφοράς δυναμικού $V=(V^{(1)}, V^{(2)}...V^{(P)})$ οδηγεί στις γενικευμένες εξισώσεις κίνησης για την μόρφωση των πεπερασμένων στοιχείων του προβλήματος, ήτοι:

$$\begin{pmatrix} M_m & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{V} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_m & K_c \\ -K_c^T & K_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ Q \end{pmatrix} \quad (60)$$

Στην εξίσωση 60, τα μητρώα M_m και K_m είναι τα μηχανικά μητρώα μάζας και δυσκαμψίας μεγέθους $N \times N$, όπου N ο αριθμός των αγνώστων βαθμών ελευθερίας του μηχανικού προβλήματος. Το μητρώο $K_e = \text{diag}(C^{(1)}, C^{(2)} \dots C^{(P)})$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας που περιέχει τις P χωρητικότητες των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και K_c είναι ο ηλεκτρομηχανικός πίνακας σύζευξης μεγέθους $N \times P$. Τέλος, το F είναι το διάνυσμα στήλης της μηχανικής δύναμης μήκους N.

Το παραπάνω διακριτικοποιημένο μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, ειδικά σε κατασκευές με πιεζοηλεκτρικά υλικά, και συνεπώς είναι προσαρμοσμένο και στην περίπτωση όπου τα πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι συνδεδεμένα με ένα παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης. Σε αυτή την περίπτωση το V και το Q δεν καθορίζονται ευθέως από το ηλεκτρικό δίκτυο, αλλά το τελευταίο εισάγει μια σχέση μεταξύ τους η οποία μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι της γενικής μορφής: $f(\ddot{V}, \dot{V}, V, \ddot{Q}, \dot{Q}, Q) = 0$.

Η σχέση που περιγράφει τη σύνδεση ενός κυκλώματος παραδιακλάδωσης τύπου συντονισμού, δηλαδή ενός κυκλώματος που αποτελείται από μία αντίσταση R και ένα πηνίο L, όταν συνδέεται με το p-οστο πιεζοηλεκτρικό επίθεμα δίδεται ως:

$$V^{(p)} - L\ddot{Q}^{(p)} - R\dot{Q}^{(p)} = 0 \quad (61)$$

Συνεπώς αναζητούνται τα U, V και Q έτσι ώστε:

$$M_m \ddot{U} + K_m U + K_c V = F \quad (62)$$

$$K_e V - Q - K_c^T U = 0 \quad (63)$$

όπου U είναι το πεδίο μετακινήσεων και M_m και K_m είναι τα μηχανικά μητρώα μάζας και δυσκαμψίας αντίστοιχα. Οι ηλεκτρικοί βαθμοί ελευθερίας που σχετίζονται με τα δυο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα μας οδηγούν στον ορισμό του διανύσματος τάσης $V = (V_1 \cdot V_2)^T$ και του διανύσματος φορτίων $Q = (Q_1 \cdot Q_2)^T$ από τα οποία δημιουργούνται τα ζεύγη τάσης/φορτίου (V_1, Q_1) και (V_2, Q_2) για το άνω και το κάτω επίθεμα αντίστοιχα. Οι πίνακες K_e και K_c περιγράφονται ως:

$$K_e = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, \quad K_c = (K_1 \quad K_2), \quad C = \frac{\bar{\epsilon}_{33} b l_p}{h_p} \quad (64)$$

όπου C είναι η χωρητικότητα που εμπεριέχεται στα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, ενώ το K_c είναι ένα μητρώο που αποτελείται από δύο διανύσματα στήλης, το K_1 που συνδέει τους μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας με την τάση του άνω πιεζοηλεκτρικού επιθέματος και το K_2 που συνδέει τους μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας με την τάση του κάτω πιεζοηλεκτρικού επιθέματος.

Το συνολικό ηλεκτρομηχανικό πρόβλημα μπορεί να γραφεί ως:

$$M \ddot{X} + D \dot{X} + KX = \tilde{F} \quad (65)$$

όπου:

$$X = \begin{pmatrix} U \\ Q \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} M_m & 0 \\ 0^T & L \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0^T & R \end{pmatrix}, \quad (66)$$

$$K = \begin{pmatrix} \hat{K}_m & (K_1 + K_2)/C \\ (K_1^T + K_2^T)/C & 2/C \end{pmatrix}, \quad \tilde{F} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}$$

Το μητρώο \hat{K}_m αναφέρεται στη δυσκαμψία του μηχανικού συστήματος για την περίπτωση του ανοιχτού κυκλώματος, δηλαδή όταν είναι $Q=0$ και δίδεται ως:

$$\hat{K}_m = K_m + \frac{K_1 K_1^T + K_2 K_2^T}{C} \quad (67)$$

Κι εδώ, κατ' αντιστοιχία με το μονοβάθμιο σύστημα μάζας-ελατηρίου, παρατηρούμε ότι το πηνίο βρίσκεται στο μητρώο μάζας και ο αντιστάτης στο μητρώο απόσβεσης. Επίσης, το μητρώο δυσκαμψίας τροποποιείται αντίστοιχα και περιλαμβάνει πλέον τη σύζευξη, όπως και τη χωρητικότητα των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων.

5 Θεωρία γενετικών αλγορίθμων

Η βελτιστοποίηση του συστήματος, πραγματοποιήθηκε με τη χρήση γενετικού αλγορίθμου. Ο κώδικας έχει υλοποιηθεί σε γλώσσα προγραμματισμού στη Matlab, ώστε να είναι πιο εύκολη η συνεργασία του μοντέλου του συστήματος με το γενετικό αλγόριθμο. Η βάση του κάθε αλγορίθμου είναι ίδια, η διαφοροποίηση είναι στις παραμέτρους και στους περιορισμούς των μεταβλητών. Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά και οι συναρτήσεις ενός γενετικού αλγορίθμου, σύμφωνα με το θεωρητικό πλαίσιο καθώς και ο τρόπος εισαγωγής περιορισμών.

5.1 Χαρακτηριστικά Γενετικού Αλγορίθμου

Οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms – EA) είναι μια κατηγορία μεθόδων βελτιστοποίησης που βασίζουν τη λειτουργία τους στη μίμηση των διαδικασιών της φυσικής εξέλιξης. Οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι εμφανίζονται σε τρεις διαφορετικές μορφές, οι οποίες ακολουθούν διακριτή πορεία, αλλά με ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους: τους Γενετικούς Αλγορίθμους (Genetic Algorithms – GA), τον Εξελικτικό Προγραμματισμό (Evolutionary Programming – EP) και τις Εξελικτικές Στρατηγικές (Evolution Strategies –ES).

Η πρώτη εμφάνιση των Γενετικών Αλγορίθμων (ΓΑ) χρονολογείται στις αρχές του 1950, όταν διάφοροι επιστήμονες από το χώρο της βιολογίας αποφάσισαν να χρησιμοποιήσουν υπολογιστές στην προσπάθειά τους να προσομοιώσουν πολύπλοκα βιολογικά συστήματα. Η συστηματική τους ανάπτυξη όμως, που οδήγησε στην μορφή με την οποία είναι γνωστοί σήμερα, πραγματοποιήθηκε στις αρχές του 1970 από τον John Holland και τους συνεργάτες του στο Πανεπιστήμιο του Michigan.

Η βασική ιδέα της φυσικής επιλογής, που κρύβεται πίσω από τους Εξελικτικούς Αλγορίθμους περιγράφεται από τον Michalewicz με το ακόλουθο παράδειγμα που αναφέρεται ειδικότερα στους Γενετικούς Αλγορίθμους [97]:

*«Ας υποθέσουμε ότι μελετάμε έναν πληθυσμό από κουνέλια. Κάποια από αυτά είναι γρηγορότερα και εξυπνότερα από τα υπόλοιπα. Αυτά τα ταχύτερα και ευφυέστερα κουνέλια είναι πολύ πιθανό να επιζήσουν σε μια επιδρομή από αλεπούδες και να μπορέσουν έτσι να συνεχίσουν το έργο που γνωρίζουν καλύτερα από κάθε άλλο: να κάνουν κουνέλια. Αντίθετα, τα πιο αργά και λιγότερο έξυπνα κουνέλια κατά πάσα πιθανότητα θα αφανιστούν ύστερα από μια τέτοια επιδρομή, χωρίς βέβαια να αποκλείσουμε και το ενδεχόμενο ότι ορισμένα από αυτά θα επιζήσουν καθαρά επειδή στάθηκαν τυχερά. Ο πληθυσμός λοιπόν που θα επιζήσει της επιδρομής θα αρχίσει κάποτε να αναπαράγεται. Το γενετικό υλικό που θα χρησιμοποιηθεί για το νέο πληθυσμό κουνελιών θα προέρχεται από τη μείξη κάποιων αργών με κάποια γρήγορα κουνέλια, κάποιων γρήγορων με γρήγορα, κάποιων έξυπνων με κάποια χαζά κ.ο.κ. Και στην κορυφή αυτών, η φύση κατά καιρούς παράγει και κάποιο κουνέλι-φαινόμενο (γένους *lepus*) μεταλλάσσοντας κατά κάποιο τρόπο το ήδη υπάρχον γενετικό υλικό. Είναι προφανές ότι οι απόγονοι θα είναι κατά μέσο όρο γρηγορότερα και εξυπνότερα κουνέλια από τα προηγούμενα.*

Φυσικά το ίδιο συμβαίνει και για τις αλεπούδες, γιατί διαφορετικά τα κουνέλια θα γίνονταν κάποια στιγμή εξυπνότερα από τις αλεπούδες με αποτέλεσμα να χαλάσει ο βιολογικός

κύκλος. Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι ακολουθούν βήμα προς βήμα μια διαδικασία όμοια με της παραπάνω ιστορίας».

Οι Ε.Α. βασίζονται σε μεγάλο βαθμό στη μίμηση της διαδικασίας της εξέλιξης, καθώς και στη διαδικασία της κληρονομικότητας στους ζωντανούς οργανισμούς. Ήταν συνεπώς, αναμενόμενο να δανειστούν την ορολογία της βιολογίας για πολλές διαδικασίες που προσομοιάζουν στις αντίστοιχες βιολογικές [97].

Οι Γ.Α. χρησιμοποιούν ορολογία δανεισμένη από το χώρο της Φυσικής Γενετικής. Αναφέρονται σε άτομα (individuals) ή **γονότυπους (genotypes)** μέσα σε ένα πληθυσμό. Κάθε άτομο ή γονότυπος αποτελείται από **χρωμοσώματα (chromosomes)**. Στους Γ.Α. αναφερόμαστε συνήθως σε άτομα με ένα μόνο χρωμόσωμα. Τα χρωμοσώματα αποτελούνται από **γονίδια (genes)** που είναι διατεταγμένα σε γραμμική ακολουθία. Κάθε γονίδιο επηρεάζει την κληρονομικότητα ενός ή περισσότερων χαρακτηριστικών. Τα γονίδια που επηρεάζουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά γνωρίσματα του ατόμου βρίσκονται και σε συγκεκριμένες θέσεις του χρωματοσώματος που καλούνται loci. Κάθε χαρακτηριστικό γνώρισμα του ατόμου (όπως για παράδειγμα το χρώμα μαλλιών) έχει τη δυνατότητα να εμφανιστεί με διάφορες μορφές, ανάλογα με την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το αντίστοιχο γονίδιο που το επηρεάζει. Οι διαφορετικές αυτές καταστάσεις που μπορεί να πάρει το γονίδιο καλούνται **αλληλόμορφα (alleles)**.

Πολλοί οργανισμοί έχουν πολλαπλά χρωμοσώματα σε κάθε κύτταρο. Η συνολική συλλογή από γενετικό υλικό (όλα τα χρωμοσώματα μαζί) ονομάζεται **γονιδίωμα (genome)** του οργανισμού. Ο όρος γονότυπος (genotype) αναφέρεται στο συγκεκριμένο σύνολο γονιδίων που περιέχονται σε ένα γονιδίωμα. Και τέλος ο γονότυπος ύστερα από την εμβρυϊκή ανάπτυξη του οργανισμού δίνει τη θέση του στο **φαινότυπο (phenotype)**, στα σωματικά και πνευματικά του χαρακτηριστικά, όπως χρώμα ματιών, ύψος, μέγεθος εγκεφάλου, ευφυΐα κ.λπ. Ο γονότυπος δηλαδή αναφέρεται στην κωδικοποίηση των εξωτερικών χαρακτηριστικών, ενώ ο φαινότυπος στα ίδια τα χαρακτηριστικά του οργανισμού. Η φυσική επιλογή επιδρά άμεσα στο φαινότυπο αφού τα εξωτερικά χαρακτηριστικά του οργανισμού αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον. Στο γονότυπο επιδρά έμμεσα μέσω της επιβίωσης των καλύτερα προσαρμοσμένων ατόμων [97].

Τα χρωμοσώματα, αντίθετα με τα γονίδια δεν είναι μόνιμες δομές. Μπορούν να κατακερματιστούν και τα τμήματά τους να συνδυαστούν διαφορετικά, σε νέες ομάδες γονιδίων. Οι βασικές λειτουργίες που λαμβάνουν χώρα στους οργανισμούς είναι η **αναπαραγωγή** και η **μετάλλαξη (mutation)**.

Στη διαδικασία της αναπαραγωγής δύο μέλη του οργανισμού ανταλλάσσουν γενετικό υλικό με στόχο την παραγωγή απογόνων. Η διαδικασία γίνεται με τον εξής τρόπο: τα χρωμοσώματα κόβονται σε διάφορα σημεία και αλλάζουν θέση από το ένα μέλος του ζεύγους στο άλλο. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **διασταύρωση ή επιχιασμός (crossover)**. Σε κάθε γονέα ανταλλάσσονται γονίδια μεταξύ των ζευγαριών των χρωμοσωμάτων για να σχηματίσουν τον γαμέτη -ένα απλό χρωμόσωμα- και έπειτα οι γαμέτες των δύο γονέων ζευγαρώνουν και δημιουργούν ένα πλήρες σύνολο χρωματοσωμάτων (με χρωμοσώματα ανά ζεύγη) στους απογόνους τους. Οι απόγονοι που εμφανίζονται παίρνουν κάποια από τα χαρακτηριστικά των γονέων τους, ή ακόμα και χαρακτηριστικά από πιο περασμένες γενιές.

Η μετάλλαξη είναι σφάλμα στην αντιγραφή του γενετικού υλικού κατά τη διαδικασία της μίτωσης (της διαίρεσης και πολλαπλασιασμού των κυττάρων). Το σφάλμα αυτό αν συμβεί κατά τη φάση της αντιγραφής, (που ακολουθεί τον επιχιασμό), τότε μέσω του τροποποιημένου χρωμοσώματος μπορεί να περάσει στην επόμενη γενιά. Η μετάλλαξη στα είδη, λαμβάνει χώρα σε πολύ αραιά χρονικά διαστήματα και προκαλείται είτε από γενετικούς παράγοντες, είτε από παράγοντες του περιβάλλοντος.

Η βασική αρχή των γενετικών αλγορίθμων είναι η διατήρηση ενός πληθυσμού του προβλήματος με τη μορφή κωδικοποιημένης πληροφορίας και η εξέλιξη του πληθυσμού με την πάροδο του χρόνου. Η εξέλιξη των μελών του πληθυσμού βασίζεται στους νόμους της φυσικής επιλογής (επιβίωση του ισχυρότερου) και του ανασυνδυασμού του γενετικού υλικού μέσα στον πληθυσμό. Ο εξελισσόμενος πληθυσμός δειγματοληπτεί το χώρο αναζήτησης, συσσωρεύει πληροφορία σχετικά με τις περιοχές λύσεων καλής και κακής ποιότητας και ανταλλάσσοντας τμήματα πληροφορίας σχηματίζει λύσεις με βέλτιστη συμπεριφορά για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Έστω λοιπόν ότι έχουμε ένα σύστημα προς βελτιστοποίηση. Αρχικά πρέπει να γίνει η μοντελοποίηση του συστήματος. Το μοντέλο είναι μια απλουστευμένη απεικόνιση του συστήματος. Η απεικόνιση γίνεται με τη χρήση πεπερασμένου αριθμού παραμέτρων, των ανεξάρτητων μεταβλητών σχεδίασης (independent design variables). Οι μεταβλητές αυτές μπορεί να είναι σε δυαδική μορφή (κλασικοί γενετικοί αλγόριθμοι), σε μορφή ακεραίου ή σε μορφή πραγματικού αριθμού (υβριδικοί εξελικτικοί αλγόριθμοι). Όταν είναι σε δυαδική μορφή, κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή σχεδίασης αποτελεί ένα γονίδιο και αποτελείται από ένα δυαδικό ψηφίο (0 ή 1) ή μια σειρά δυαδικών ψηφίων (1101010).

Κάθε πίνακας-γραμμή με τα κωδικοποιημένα γονίδια αποτελεί το χρωμόσωμα (chromosome). Όταν στο χρωμόσωμα οι ανεξάρτητες μεταβλητές σχεδίασης πάρουν συγκεκριμένες τιμές, τότε έχουμε μία **υποψήφια λύση**. Η κωδικοποίηση ενός συγκεκριμένου συστήματος στη μορφή του χρωμοσώματος αποτελεί τον γονότυπο, ενώ το σύστημα που προκύπτει εάν εφαρμοστεί ο συγκεκριμένος γονότυπος στο μοντέλο του συστήματος, αποτελεί τον φαινότυπο που είναι αυτός που τελικά αξιολογείται.

Το πόσο ισχυρό είναι ένα χρωμόσωμα ελέγχεται από την τιμή της συνάρτησης προσαρμογής (fitness function) η οποία εξαρτάται από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το δεδομένο χρωμόσωμα. Τα ισχυρότερα χρωμοσώματα επιλέγονται για να συνδυαστούν με άλλα ισχυρά για τη δημιουργία απογόνου, ενώ τα άλλα σταδιακά απομακρύνονται από τον πληθυσμό. Η βελτιστοποίηση της συνάρτησης προσαρμογής αντιστοιχεί στην προσαρμογή του ατόμου στο περιβάλλον κατά τη διαδικασία της φυσικής επιλογής.

Ο επιχιασμός υλοποιείται με ανταλλαγή γενετικού υλικού ανάμεσα σε δύο απλοειδείς γονείς (δηλαδή ανάμεσα στα χρωμοσώματα δύο λύσεων της ίδιας γενιάς). Στην πιο απλή του μορφή, τα δύο χρωμοσώματα κόβονται στην ίδια τυχαία θέση και το πρώτο τμήμα του πρώτου χρωμοσώματος ενώνεται με το δεύτερο τμήμα του δεύτερου και αντίστροφα, οπότε προκύπτουν δύο νέες λύσεις (δύο απόγονοι). Η μετάλλαξη πραγματοποιείται με αλλαγή τιμής σε κάποιο γονίδιο σε μια τυχαία επιλεγμένη θέση του χρωμοσώματος.

Η νέα τιμή λαμβάνεται από τα αλληλόμορφα (τις διαφορετικές τιμές που μπορεί να πάρει ένα γονίδιο) του συγκεκριμένου γονιδίου. Έτσι αν η κωδικοποίηση γίνεται με δυαδικούς αριθμούς, το στοιχείο που επιλέχθηκε, αν έχει τιμή 0 μετατρέπεται σε 1, ενώ αν έχει τιμή 1 σε 0.

Ο τελεστής της επιλογής (selection) ωθεί την διερεύνηση σε περιοχές τιμών με καλύτερες προοπτικές, όσον αφορά στην αντικειμενική συνάρτηση. Οι τελεστές της μετάλλαξης και του επιχιασμού εξερευνούν (explore) τον χώρο των λύσεων, ενώ ο τελεστής της επιλογής εκμεταλλεύεται (exploits) την πληροφορία που υπάρχει μέσα στον πληθυσμό. Οι πρώτοι τελεστές τείνουν να αυξήσουν τη διαφοροποίηση μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού, ενώ η επιλογή τείνει να την μειώσει, οδηγώντας σε μεγαλύτερη ομοιομορφία ατόμων με υψηλή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η ρύθμιση της ισορροπίας μεταξύ των δύο αντικρουόμενων λειτουργιών (exploration-exploitation) πραγματοποιείται με τον μηχανισμό της επιλογής. Ο όρος που εκφράζει την υπερίσχυση της exploitation σε βάρος της exploration ιδιότητας, ονομάζεται «πίεση επιλογής» (**selective pressure**) Με αύξηση της selective pressure, η οποία επιτυγχάνεται με την αλλαγή της μεταβλητής q , αυξάνεται η ταχύτητα σύγκλισης του ΕΑ, αλλά μερικές φορές αυξάνεται και η πιθανότητα εγκλωβισμού σε τοπικά βέλτιστα [96].

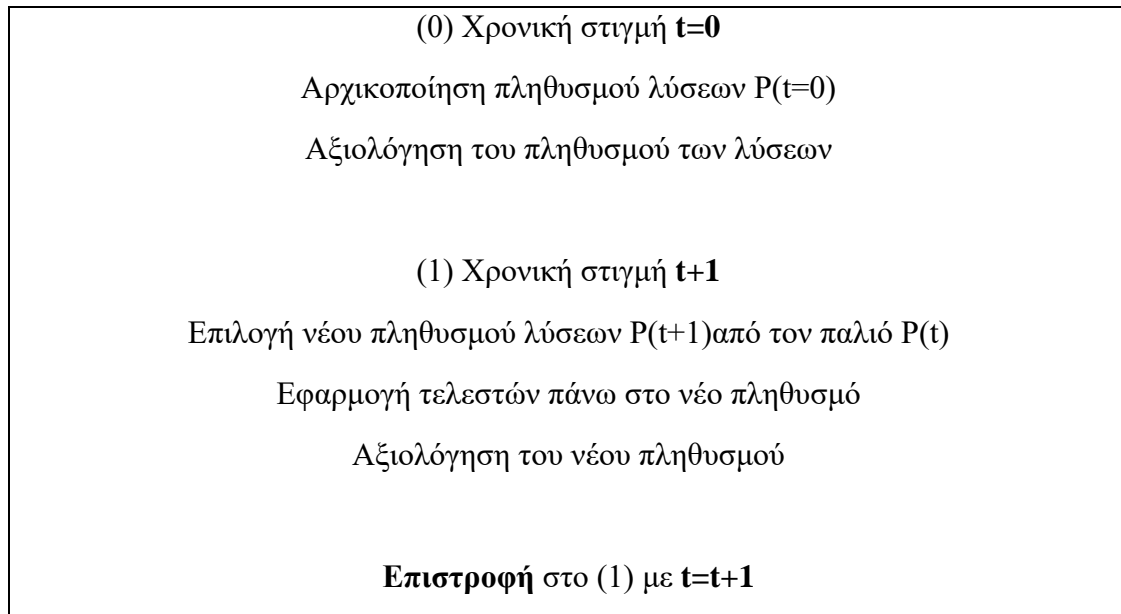
Η διαδικασία βελτιστοποίησης έχει ως εξής: αρχικά δημιουργείται τυχαία ένας αριθμός P λύσεων κωδικοποιημένων υπό τη μορφή συμβολοσειρών (συνήθως δυαδικών) που αναπαριστούν τα φυσικά χρωμοσώματα. Η έννοια του πληθυσμού δίνει στους γενετικούς αλγόριθμους μοναδικά χαρακτηριστικά: οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι μέθοδος στοχαστικής βελτιστοποίησης που χρησιμοποιεί πολλές υποψήφιες λύσεις (μεγάλο πληθυσμό υποψήφιων λύσεων) ταυτόχρονα.

Μετά τη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού, κάθε μέλος του πληθυσμού αποκωδικοποιείται σε μία υποψήφια λύση του προβλήματος και ανατίθεται σε αυτή τη λύση μία τιμή «καταλληλότητας» μέσω μίας συνάρτησης ποιότητας που δίνει ένα μέτρο της ποιότητας της κάθε λύσης. Στη συνέχεια επιλέγονται κατά ζεύγη μέλη του πληθυσμού για να αναπαραχθούν και να σχηματίσουν απογόνους (νέες λύσεις). Η επιλογή των ζευγών γίνεται πιθανοτικά, έτσι ώστε η πιθανότητα επιλογής της κάθε λύσης να είναι ανάλογη της «καταλληλότητάς» της. Αυτό εγγυάται ότι οι λύσεις υψηλής ποιότητας θα επιλεγούν πολλές φορές και θα αποτελέσουν τους “γονείς” για πολλές νέες λύσεις, ενώ οι λύσεις χαμηλής ποιότητας θα συνεισφέρουν λιγότερο στο νέο πληθυσμό, με την πιθανότητα να μην επιλεγούν για αναπαραγωγή.

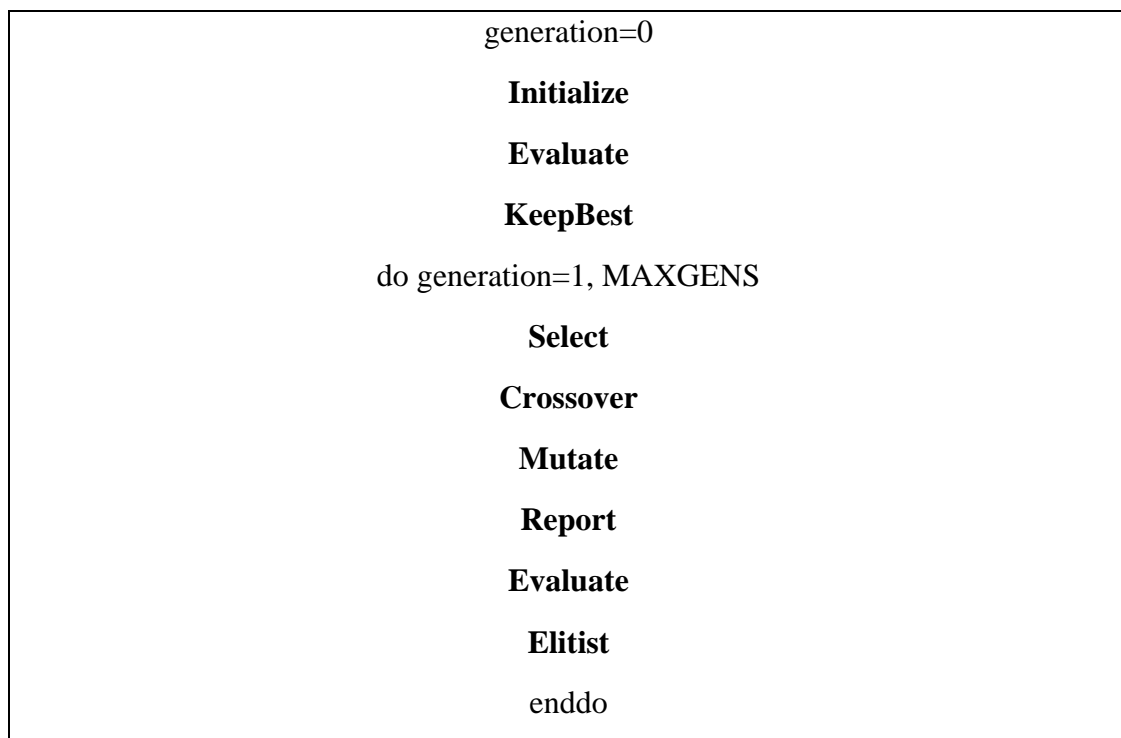
Όταν επιλεγούν οι δύο λύσεις-γονείς, οι συμβολοσειρές τους ανασυνδυάζονται για την παραγωγή μίας λύσης-απογόνου με τη χρήση τελεστών που προσομοιώνουν αντίστοιχους γενετικούς μηχανισμούς. Οι βασικοί τελεστές που χρησιμοποιούνται είναι η διασταύρωση και η μετάλλαξη. Η διασταύρωση ανασυνδυάζει τις συμβολοσειρές των γονέων παράγοντας έναν απόγονο που κληρονομεί χαρακτηριστικά και των δύο γονέων. Η διασταύρωση, αν και αποτελεί το βασικό μηχανισμό αναζήτησης νέων λύσεων, δεν είναι σε θέση να παράγει πληροφορία που δεν υπάρχει ήδη μέσα στον πληθυσμό. Η μετάλλαξη καλύπτει αυτή την ανάγκη εισάγοντας νέα πληροφορία στο νέο απόγονο. Η μετάλλαξη πραγματοποιείται με την τυχαία αλλαγή συμβόλων του νέου απογόνου. Γενικά η μετάλλαξη θεωρείται ως δευτερεύων, αλλά χρήσιμος τελεστής, ο οποίος δίνει μία μη μηδενική πιθανότητα για έλεγχο και αξιολόγηση, σε κάθε δυνατή λύση.

Όταν παραχθούν M νέες λύσεις, θεωρούνται ως η νέα γενιά και αντικαθιστούν πλήρως τους “γονείς” ώστε να προχωρήσει η εξέλιξη. Πολλές γενιές απαιτούνται ώσπου ο πληθυσμός να συγκλίνει στη βέλτιστη ή σε κοντινή της λύση, με τον αριθμό των γενιών να αυξάνεται ανάλογα με τη δυσκολία του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Η γενική μορφή των βημάτων ενός εξελικτικού αλγορίθμου δίνεται παρακάτω:



Το βήμα 1 επαναλαμβάνεται, μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού με αποτέλεσμα, ο αλγόριθμος να δίνει μια βέλτιστη λύση που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς. Ο αλγόριθμος με τη μορφή ψευδοκώδικα έχει ως εξής:



Οι συναρτήσεις του προγράμματος είναι οι εξής:

Initialize: παράγει τον αρχικό πληθυσμό, δίνοντας τυχαίες τιμές, με ομοιόμορφη πιθανότητα, στα γονίδια κάθε χρωμοσώματος του πληθυσμού, εντός των ορίων κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής σχεδίασης.

Evaluate: υπολογίζει τη συνάρτηση προσαρμογής κάθε χρωμοσώματος. Είναι η συνάρτηση που αλλάζει ανάλογα με το πρόβλημα που επιλύεται.

KeepBest: φυλάσσει το καλύτερο άτομο κάθε γενιάς (χρωμόσωμα και συνάρτηση προσαρμογής του).

Select: επιλέγει τα χρωμοσώματα του ενδιαμέσου πληθυσμού, με χρήση της μεθόδου tournament selection.

Crossover: Επιλέγει τα ζεύγη για επιχiasμό. Σαρώνει όλα τα άτομα του πληθυσμού. Κάθε ένα επιλέγεται ως υποψήφιο για επιχiasμό με πιθανότητα **pxover**. Μόλις συμπληρωθεί το ζεύγος, καλείται η **Xover**.

Xover: πραγματοποιεί επιχiasμό μονού σημείου μεταξύ των δύο ατόμων του επιλεγμένου ζεύγους χρωμοσωμάτων. Το σημείο τομής επιλέγεται με ομοιόμορφη πιθανότητα.

Mutate: από το σύνολο του πληθυσμού και το σύνολο των γονιδίων κάθε χρωμοσώματος επιλέγονται (με ομοιόμορφη πιθανότητα) τα γονίδια που θα μεταλλαχθούν. Η νέα τιμή καθενός, προκύπτει με ομοιόμορφη πιθανότητα, από το διάστημα ορισμού της αντίστοιχης μεταβλητής σχεδίασης

Report: υπολογίζει στατιστικά στοιχεία του πληθυσμού σε κάθε γενιά και τα εξάγει στο αρχείο εξόδου

Elitist: εάν το καλύτερο άτομο της παρούσης γενιάς είναι χειρότερο από το καλύτερο της προηγούμενης, το τελευταίο αντικαθιστά το χειρότερο άτομο της παρούσης γενιάς. [97]

5.2 Γενετικοί αλγόριθμοι με περιορισμούς

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης μπορούν να διακριθούν με βάση διάφορα κριτήρια σε διάφορες κατηγορίες, με κυριότερες:

- Προβλήματα με περιορισμούς ή χωρίς. Ανάλογα αν υπάρχουν ή όχι περιορισμοί στις μεταβλητές απόφασης.
- Προβλήματα στατικής ή δυναμικής βελτιστοποίησης. Τα πρώτα αρκούνται στην εύρεση τιμών για τις μεταβλητές απόφασης, ενώ τα δεύτερα προσπαθούν να εκφράσουν τις μεταβλητές απόφασης συναρτήσει μιας τρίτης παραμέτρου ως προς την οποία γίνεται η βελτιστοποίηση.
- Προβλήματα βέλτιστου ελέγχου ή μη βέλτιστου ελέγχου. Στα πρώτα το πρόβλημα αποτελείται από στάδια τα οποία προκύπτουν το ένα από το άλλο με καθορισμένο τρόπο. Οι μεταβλητές απόφασης διαχωρίζονται σε μεταβλητές ελέγχου, που καθορίζουν τη ροή από το ένα στάδιο στο άλλο και σε μεταβλητές κατάστασης που περιγράφουν την κατάσταση σε οποιαδήποτε στάδιο.

Έτσι, ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως η εύρεση των τιμών ενός διανύσματος x που θα ελαχιστοποιεί ή θα μεγιστοποιεί αντίστοιχα την αντικειμενική συνάρτηση $F(x)$

του προβλήματος. Και αν είναι πρόβλημα με περιορισμούς, θα ικανοποιεί επιπλέον και τους περιορισμούς του προβλήματος.

$\min_{\vec{x}} F(\vec{x})$ ή $\max_{\vec{x}} F(\vec{x})$ με $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ (Αντικειμενική συνάρτηση βελτιστοποίησης)

Υπό τους περιορισμούς:

$g_i(\vec{x}) \leq 0$ με $i = 1, 2, 3, \dots, m$ (Ανισοτικοί περιορισμοί)

$i_j(\vec{x}) = 0$ με $j = 1, 2, 3, \dots, p$ (Περιορισμοί ισότητας)

Το διάνυσμα x αποτελεί τις μεταβλητές απόφασης, η συνάρτηση $F(x)$ την αντικειμενική συνάρτηση, οι συναρτήσεις $g(x)$ τους περιορισμούς ανισότητας και οι συναρτήσεις $l(x)$ τους περιορισμούς ισότητας.

Στη γενική περίπτωση μη κυρτού χώρου λύσεων με μη γραμμικούς περιορισμούς οι περισσότερες μέθοδοι που έχουν προταθεί για ΕΑ, βασίζονται στην αρχή των συναρτήσεων ποινής (penalty functions). Μια μέθοδος ποινής μπορεί να μετατρέψει ένα πρόβλημα με περιορισμούς σε ένα χωρίς περιορισμούς με δυο τρόπους. Ο πρώτος τρόπος χρησιμοποιεί την αθροιστική μορφή:

$$eval(x) = \begin{cases} f(x), & \text{αν } x \text{ είναι επιτρεπτό} \\ f(x) + penalty(x), & \text{σε κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

όπου το $p(x)$ συμβολίζει τη συνάρτηση της ποινής και F την περιοχή εφικτών λύσεων. Αν δεν υπάρχουν παραβιάσεις το $p(x)$ θα είναι μηδέν, αλλιώς θα είναι θετικό. Πλέον η συνάρτηση $eval(x)$ θα είναι η κυρίως αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

Ο δεύτερος τρόπος χρησιμοποιεί την μορφή γινομένου:

$$eval(\vec{x}) = \begin{cases} f(\vec{x}), & \vec{x} \in F \\ f(\vec{x})p(\vec{x}), & \text{εάν όχι} \end{cases}$$

Στις περισσότερες μεθόδους χρησιμοποιείται ένα σύνολο συναρτήσεων τιμωρίας, μία για κάθε περιορισμό του προβλήματος. Κάθε μία συνάρτηση μετρά το βαθμό μη ικανοποίησης του περιορισμού και προσθέτει κάποιο ποσό στην αντικειμενική συνάρτηση (penalty). Αν δεν υπάρχουν παραβιάσεις το $p(x)$ θα είναι ένα, αλλιώς θα είναι μεγαλύτερο από ένα.

6 Θεωρία τοπολογικής βελτιστοποίησης

Ένας ακόμα πεδίο μελέτης και ανάπτυξης διδακτορικής διατριβής είναι η βέλτιστος σχεδιασμός μικροδομών με χρήση τοπολογικής βελτιστοποίησης με σκοπό να επιτευχθεί βέλτιστη δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής. Σε αυτή την ενότητα θα περιγραφούν κάποια γενικά στοιχεία για την θεωρία και ο τρόπος της μοντελοποίησης.

6.1 Γενικά για τοπολογική βελτιστοποίηση

Η τοπολογική βελτιστοποίηση είναι η μέθοδος που χαρακτηρίζει την δημιουργία προβλημάτων βελτιστοποίησης και σχεδιασμού που επιτρέπουν τον καθορισμό της τοπολογίας μιας κατασκευής ή ενός μηχανικού συστήματος. Το αποτέλεσμα της παραπάνω διαδικασίας είναι η εύρεση της βέλτιστης τοπολογίας της κατασκευής, δηλαδή το σχήμα, το μέγεθος/διαστάσεις, και τη θέση των δομικών της, στοιχείων τα οποία θα ικανοποιούν ορισμένα κριτήρια. Η τοπολογική βελτιστοποίηση είναι στην ουσία μια μέθοδος βέλτιστης διανομής υλικού σε συγκεκριμένο χωρίο και έχει την δυνατότητα να μπορεί να διαχειριστεί τα τρία προβλήματα, σχήματος, μεγέθους, και θέσης, ταυτόχρονα. Γενικότερα η μέθοδος γίνεται αντιληπτή εάν συγκριθεί με την πλειονότητα των κλασσικών προβλημάτων βέλτιστου σχεδιασμού, τα οποία για δεδομένη μορφή-τοπολογία περιορίζονται στον βέλτιστο υπολογισμό μερικών μόνο παραμέτρων σχεδιασμού.

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης της τοπολογίας, του σχήματος και του μεγέθους μιας κατασκευής ή μηχανικού συστήματος είναι διάφορες μορφές του γενικότερου προβλήματος εύρεσης της βέλτιστης δομής αυτών. Σε ένα τυπικό πρόβλημα βελτιστοποίησης *μεγέθους* ο στόχος θα μπορούσε να είναι η εύρεση της βέλτιστης κατανομής του πάχους μιας γραμμικά ελαστικής δοκού ή το πάχος των δοκών σε ένα δικτύωμα. Η βέλτιστη κατανομή πάχους ελαχιστοποιεί (ή μεγιστοποιεί) κάποια φυσική ιδιότητα όπως η μέση ευκαμψία (εξωτερικό έργο), μέγιστες τάσεις, μέγιστες μετακινήσεις κ.τ.λ, ενώ ταυτόχρονα ικανοποιούνται οι συνθήκες ισορροπίας, τα κριτήρια καταστάσεως καθώς και οι περιορισμοί για τις μεταβλητές σχεδιασμού. Ως μεταβλητή σχεδιασμού μπορεί να θεωρηθεί το πάχος της ελαστικής πλάκας ή το πάχος των δοκών, ενώ ως κριτήριο καταστάσεως μπορεί να θεωρηθούν οι τάσεις και οι μετακινήσεις που θα αναπτυχθούν όταν η συγκεκριμένη κατασκευή υπόκειται σε φορτίσεις. Το κύριο χαρακτηριστικό ενός προβλήματος *μεγέθους/διαστάσεων* είναι ότι η δομή της κατασκευής και οι παράμετροι καταστάσεως είναι γνωστές *a priori* και σταθερές κατά την διάρκεια της βελτιστοποίησης. Από την άλλη πλευρά, σε ένα πρόβλημα *βελτιστοποίησης σχήματος* σκοπός είναι η εύρεση του βέλτιστου σχήματος της δομής, και έτσι για το πρόβλημα βελτιστοποίησης σχήματος οι παράμετροι σχεδιασμού είναι η ίδια η δομή. Η *τοπολογική* βελτιστοποίηση στερεών κατασκευών προϋποθέτει τον καθορισμό συγκεκριμένων χαρακτηριστικών όπως ο αριθμός, η θέση, και το σχήμα των οπών, καθώς και η συνέχεια της δομής.

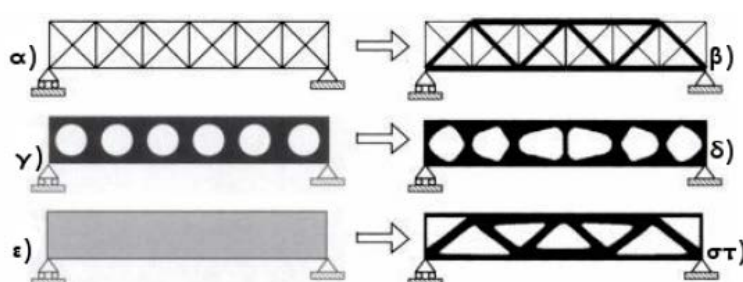
Στην Εικόνα 22 παρουσιάζονται γραφικά οι τρεις κατηγορίες βελτιστοποίησης δομής [98]:

- **Βελτιστοποίηση διαστασιολόγησης:** Αριστερά στην Εικόνα 22α απεικονίζεται η δομή της κατασκευής. Η δομή αποτελείται από δοκούς σε συγκεκριμένες θέσεις και ζητείται

να βρεθεί το βέλτιστο πάχος των δοκών ώστε η κατασκευή να αντέχει τις φορτίσεις. Στην Εικόνα 22β παρουσιάζεται η κατασκευή με ορισμένες δοκούς να είναι αρκετά πιο παχιές σε σχέση με τις άλλες. Στην ουσία η δεξιά εικόνα παρουσιάζει με ποιες δοκούς μπορεί να κτιστεί η κατασκευή, και πόσο είναι το πάχος τους.

• **Βέλτιστος σχεδιασμός σχήματος:** Στην Εικόνα 22γ απεικονίζεται το αρχικό χωρίο σχεδιασμού με έξι οπές. Σκοπός είναι να βρεθεί το βέλτιστο σχήμα των οπών ώστε η κατασκευή να αντέξει τις φορτίσεις. Στην Εικόνα 22δ παρουσιάζεται η τελική μορφή των οπών.

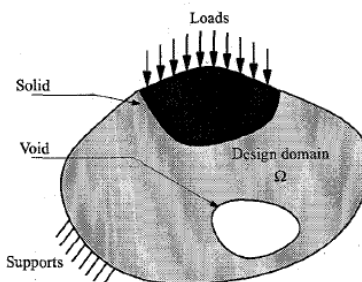
• **Τοπολογική βελτιστοποίηση:** Τέλος, στην Εικόνα 22ε ορίζεται το χωρίο σχεδιασμού χωρίς οπές, χωρίς προδιαγεγραμμένες θέσεις δοκών, και ζητείται ποια θα είναι η μορφή του χωρίου ώστε η κατασκευή να αντέξει τις φορτίσεις. Δεξιά στην Εικόνα 22στ προβάλλεται η βέλτιστη κατανομή του υλικού που ικανοποιεί τα κριτήρια σχεδιασμού.



Εικόνα 22: Οι τρεις κατηγορίες βελτιστοποίησης [98]

6.2 Εφαρμογή προβήματος τοπολογικής βελτιστοποίησης σε στατικό πρόβλημα

Σε ένα στατικό πρόβλημα, στόχος είναι να καθοριστεί η κατανομή του υλικού, έτσι ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή λύση (πχ μείωση της ευκαμψίας της κατασκευής και αύξηση της ακαμψίας, αύξηση της μετατόπισης κτλ.) σε κατασκευές των οποίων οι φορτίσεις (loads) και οι στηρίξεις (supports) είναι γνωστές έχοντας σαν αντικειμενικό στόχο έναν όγκο ή βάρος κατασκευής ο οποίος έχει προ – εκτιμηθεί. Η κατανομή του υλικού είναι οριοθετημένη στο πεδίο ορισμού της περιοχής σχεδιασμού η οποία μπορεί να περιλαμβάνει και περιοχές όπου θα υπάρχει σίγουρα υλικό (solid) ή θα είναι κενό υλικού (void). Οι δισδιάστατες κατασκευές οι οποίες μελετώνται διακριτοποιούνται με την χρήση τετραγωνικών πεπερασμένων στοιχείων που αποτελούνται από 4 κόμβους ανά στοιχείο και 2 βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο.



Εικόνα 23: Γενικό πρόβλημα τοπολογικής βελτιστοποίησης [98]

Στην πιο γενική του μορφή ένα στατικό πρόβλημα μπορεί να μελετηθεί χρησιμοποιώντας ως αντικειμενική συνάρτηση την ακαμψία ή την ευκαμψία (ανάλογα αν θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε ή μεγιστοποιήσουμε την αντικειμενική συνάρτηση). Η ευκαμψία μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$c = F^T u = u^T K u \quad (68)$$

όπου F είναι το διάνυσμα δύναμης, u είναι το διάνυσμα μετατόπισης και K είναι το ολικό μητρώο δυσκαμψίας. Το ολικό μητρώο δυσκαμψίας μπορεί να κατασκευαστεί από την σύνθεση των τοπικών μητρών δυσκαμψίας, K^e . Η μεταβλητή σχεδίασης για κάθε στοιχείο, x^e , είναι η σχετική πυκνότητα υλικού σε κάθε στοιχείο ξεχωριστά και x είναι το διάνυσμα με τις πυκνότητες υλικού όλων των στοιχείων. Έτσι το μητρώο δυσκαμψίας κάθε στοιχείου e ορίζεται ως εξής:

$$K^e = (x^e)^p K^0 \quad (69)$$

όπου K^0 είναι το τοπικό μητρώο δυσκαμψίας ενός στοιχείου με σχετική πυκνότητα ένα, δηλαδή είναι στοιχείο πλήρες με υλικό (solid), και $p > 1$ είναι ένας συντελεστής παραβίασης με σκοπό να αποτρέπονται ενδιάμεσες πυκνότητες. Έτσι, η ευκαμψία μπορεί να οριστεί και με την ακόλουθη σχέση

$$c = \sum_{e=1}^N (u^e)^T K^e u^e = \sum_{e=1}^N (x^e)^p (u^e)^T K^0 u^e \quad (70)$$

όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των στοιχείων και u^e είναι το τοπικό διάνυσμα μετατοπίσεων. Επιλέγοντας τον συντελεστή παραβίασης ίσο με ένα, δεν δημιουργούνται περιορισμοί αποτροπής ενδιάμεσων πυκνοτήτων. Με βάση τη βιβλιογραφία ένας συνηθισμένος συντελεστής είναι $p=3$ έτσι ώστε να «σπρώχνει» τις τιμές της πυκνότητας προς τις ακραίες τιμές και να δημιουργεί σχέση με την ύπαρξη ή μη του υλικού. Επιπλέον, για να μπορέσει να κρατήσει την ποσότητα του υλικού οριοθετημένη απαιτείται ένας περιορισμός όγκου. Ένα πρόβλημα τοπολογικής βελτιστοποίησης για ιστροπικό υλικό με κριτήριο ποιότης (Solid Isotropic Material with Penalisation, **SIMP**), με στόχο την ελαχιστοποίηση της ευελιξίας μπορεί να μοντελοποιηθεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \min_x : c(x) &= \sum_{e=1}^N (x^e)^p (u^e)^T K^0 u^e \\ \text{subject to: } & \frac{V(x)}{V_0} \leq f \\ & Ku = F \\ & 0 < x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \end{aligned}$$

Το $V(x)$ είναι ο όγκος του υλικού, V_0 είναι ο συνολικός όγκος της περιοχής σχεδίασης και f είναι ο επιτρεπόμενος συντελεστής όγκου – στόχος που έχει οριστεί. Υπενθυμίζεται ότι η πυκνότητα του υλικού ανά στοιχείο σχετίζεται με το x^e , ενώ η δυσκαμψία με την σχέση $(x^e)^p$. Αυτό ουσιαστικά καθιστά τις ιδνάμεσες πυκνότητες «μη οικονομικές». Οι τιμές της πυκνότητας του στοιχείου μπορούν να κινηθούν μεταξύ

0 και 1 αλλά το τελικό σχέδιο θα πρέπει αν περιέχει τιμές που θα δίνουν ή την ύπαρξη του υλικού ή κενή περιοχή (δηλαδή χωρίς υλικό).

6.3 Εφαρμογή προβλήματος τοπολογικής βελτιστοποίησης σε δυναμικό πρόβλημα.

Η παρούσα διατριβή επικεντρώνεται κυρίως στην τοπολογική βελτιστοποίηση με εφαρμογή σε δυναμικά προβλήματα. Οι δύο εφαρμογές οι οποίες εξετάζονται είναι στην μοντελοποίηση τοπολογικής βελτιστοποίησης για πρόβλημα ιδιοσυχνοτήτων, καθώς επίσης και επίλυση για μεταβολή ζωνών αποκοπής για τη διάδοση ενός ελεύθερου κύματος.

Η βελτιστοποίηση των ιδιοσυχνοτήτων είναι μία πολύ σημαντική παράμετρος στον σχεδιασμό μηχανών και κατασκευών οι οποίες υπόκεινται σε δυναμικές φορτίσεις. Για παράδειγμα, σε μία περίπτωση χρειάζεται να δημιουργηθεί μία κατασκευή της οποίας οι ιδιοσυχνότητες χρειάζεται να μείνουν μακριά από κάποιες πιθανές συχνότητες φόρτισης ή λειτουργίας. Η μεγιστοποίηση της πρώτης ιδιοσυχνότητας είναι διαδεδομένη υπόθεση σε δυναμικές αναλύσεις καθώς οι κατασκευές των οποίων η πρώτη ιδιοσυχνότητα τείνει να είναι αυξημένη είναι πιο στιβαρές. Για τον λόγο αυτό, προτιμάται αυτή η μεγιστοποίηση με σκοπό η κατασκευή να μπορεί να είναι και στατικά ικανή να ανταπεξέλθει στις φορτίσεις που δέχεται.

Η εξίσωση η οποία αποτυπώνει την ελεύθερη ταλάντωση ενός συστήματος χωρίς απόσβεση είναι η παρακάτω

$$M\ddot{u} + Ku = F = 0 \quad (71)$$

Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό Laplace της εξίσωσης 71 μας δίνει

$$MU(s)s^2 + KU(s) = 0 \quad (72)$$

Και αντικαθιστώντας το $s=j\omega$, το πρόβλημα ιδιοτιμών μπορεί να γραφτεί ως

$$[K - \omega_i^2 M]u_i = 0 \quad (73)$$

Ως K συμβολίζεται το μητρώο δυσκαμψίας της κατασκευής, M το αντίστοιχο μητρώο μάζας, ω_i είναι η i -στη φυσική ιδιοσυχνότητα και u_i είναι οι ιδιοτιμές της αντίστοιχης ιδιοσυχνότητας. Η φυσική ιδιοσυχνότητα μπορεί να γραφτεί και με την παρακάτω μορφή

$$\omega_i^2 = \frac{k_i}{m_i} = \frac{u_i^T K u_i}{u_i^T M u_i} \quad (74)$$

Όπου k_i και m_i είναι οι ιδιομορφική δυσκαμψία και μάζα αντίστοιχα. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης το οποίο μεγιστοποιεί την πρώτη ιδιοσυχνότητα μπορεί να γραφτεί ως

$$\max_x : \omega_i^2(x) = \frac{u_i^T K u_i}{u_i^T M u_i} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} & \text{subject to: } \frac{V(x)}{V_0} \geq f \\ & [K - \omega_i^2 M] u_i = 0 \\ & 0 < x_{min} \leq x \leq x_{max} \end{aligned}$$

Ο λόγος για τον οποίο αλλάζει η ανισότητα του περιορισμού όγκου είναι ότι αν χρησιμοποιηθεί η ίδια με το στατικό πρόβλημα τότε θα αφαιρέσει πολύ μεγάλη ποσότητα υλικού με σκοπό να αυξήσει κατά πολύ την πρώτη ιδιοσυχνότητα κάτι που θα μας οδηγήσει σε ένα μη ικανοποιητικό αποτέλεσμα.

Όπως και στο στατικό πρόβλημα θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν κάποιοι συντελεστές παραβίασης οι οποίοι διαμορφώνονται όπως παρακάτω με την διαφορά ότι στο δυναμικό πρόβλημα ο συντελεστής παραβίασης (penalty) γίνεται $p=3$ για την δυσκαμψία αλλά για την μάζα γίνεται $p=1$.

$$\begin{aligned} K^e &= (x^e)^p K^0 \\ M^e &= (x^e)^p M^0 \end{aligned} \quad (76)$$

6.4 Εφαρμογή προβλήματος τοπολογικής βελτιστοποίησης υλικού για ελεύθερη διάδοση κύματος.

Ο βασικότερος λόγος για να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση στην διάδοση κύματος εντός ενός στερεού σώματος είναι η αύξηση της ζώνης μεταξύ συχνοτήτων η οποία αποτρέπει την διάδοση του κύματος.

Το συγκεκριμένο πρόβλημα σε αντίθεση με ένα απλό πρόβλημα τοπολογικής βελτιστοποίησης διαφοροποιείται στο γεγονός ότι αποτελεί ένα πρόβλημα με χρήση δύο υλικών. Για να επιτευχθεί αυτό στην μοντελοποίηση του προβλήματος μας απαιτείται να γίνει παρεμβολή μεταξύ των δύο υλικών για τη δημιουργία ενός «τρίτου» όπου

$$\begin{aligned} \mu(\rho_e) &= (1 - \rho_e)\mu_1 + \rho_e\mu_2 \\ \rho(\rho_e) &= (1 - \rho_e)\rho_1 + \rho_e\rho_2 \end{aligned}$$

Όπου μ_1 και μ_2 είναι μέτρο διάτμησης και ρ_1 και ρ_2 είναι η πυκνότητα των δύο υλικών αντίστοιχα, και ο συντελεστής παρεμβολής ρ_e ανήκει στην περιοχή $[0,1]$.

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως είναι η μεγιστοποίηση των σχετικών ζωνών αποκοπής j και $j+1$. Πιο συγκεκριμένα, ο στόχος είναι να μεγιστοποιηθεί το κενό μεταξύ της μέγιστης τιμής της ιδιοσυχνότητας j και η ελάχιστη τιμή της ιδιοσυχνότητας $j+1$. Έτσι διαμορφώνεται ένα πρόβλημα του οποίου η αντικειμενική συνάρτηση περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\max_p c(p) = 2 \frac{\min_k \omega_{j+1}(k) - \max_k \omega_j(k)}{\min_k \omega_{j+1}(k) + \max_k \omega_j(k)} \quad (77)$$

Από την αντικειμενική συνάρτηση και για την επίλυση ενός προβλήματος τοπολογικής βελτιστοποίησης θα πρέπει να προσδιοριστεί και η συνάρτηση ευαισθησίας.

Στηρίζομενοι στην αρχή ότι για την συχνότητα ισχύει η σχέση

$$\frac{\partial \omega_n(k)}{\partial x_e} = \frac{1}{2\omega_n} u(k)_n^T \left(\frac{\partial K}{\partial x_e} - \omega_n^2 \frac{\partial M}{\partial x_e} \right) u(k)_n \quad (78)$$

Καταλήγουμε στην συνάρτηση ευαισθησίας όπως αυτή ορίζεται από την σχέση

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_e} = 4 \frac{\max_k \omega_j(k) \frac{\partial \min_k \omega_{j+1}(k)}{\partial x_e} - \min_k \omega_{j+1}(k) \frac{\partial \max_k \omega_j(k)}{\partial x_e}}{(\max_k \omega_j(k) + \min_k \omega_{j+1}(k))^2} \quad (79)$$

6.5 Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης

Τρεις διαφορετικές μέθοδοι βελτιστοποίησης θα περιγραφούν συνοπτικά παρακάτω καθώς θα περιγραφεί η λειτουργία τους σε ένα στατικό πρόβλημα. Και οι 3 χρησιμοποιήθηκαν ανάλογα το πρόβλημα που θέλαμε να βελτιστοποιήσουμε. Οι αλγόριθμοι που μελετήθηκαν ήταν

- Μέθοδος κριτηρίου βέλτιστων (Optimality criteria)
- Μέθοδος μεταβλητών ασυμπτωτικών συναρτήσεων (Method of moving asymptotes, **MMA**)

Optimality criteria

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση για το πρόβλημα βελτιστοποίησης περιγράφεται ως εξής:

$$L = c + \lambda(V - fV_0) + \lambda_1^T(Ku - F) + \sum_{e=1}^N \lambda_2^e (x_{min} - x^e) + \sum_{e=1}^N \lambda_3^e (x_{min} - x^e) \quad (80)$$

Όπου λ_i είναι οι πολλαπλασιαστές Lagrangian. Η βελτιστη τιμή βρίσκεται όταν οι παράγωγοι του Langrangian σεβόμενοι τις μεταβλητές σχεδίασης ισούνται με 0:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x^e} &= 0 \text{ for } e = 1 \dots N \\ \frac{\partial L}{\partial x^e} &= \frac{\partial c}{\partial x^e} + \lambda \frac{\partial V}{\partial x^e} + \lambda_1^T \frac{\partial(Ku)}{\partial x^e} - \lambda_2^e + \lambda_3^e \end{aligned} \quad (81)$$

Θεωρώντας πως τα άνω και κάτω όρια των περιορισμών δεν είναι ενεργά, δηλαδή $\lambda_2^e = \lambda_3^e = 0$ καθώς και ότι η φόρτιση είναι ανεξάρτητη των μεταβλητών σχεδίασης ($\frac{dF}{dx^e} = 0$) η παραγωγός της λαγκρανζιανής συνάρτησης μπορεί να διατυπωθεί ως

$$\frac{\partial L}{\partial x^e} = u^T \frac{\partial K}{\partial x^e} u + \lambda_1^T \frac{\partial K}{\partial x^e} u + \frac{\partial u}{\partial x^e} (2u^T K + \lambda_1^T K) + \lambda V^e \quad (82)$$

Καθώς $V(x) = x^T V$ όπου V είναι η στήλη με όλους τους όγκους του κάθε στοιχείου, η συνάρτηση ευαισθησίας της $V(x)$ συναρτήσει των μεταβλητών σχεδίασης ορίζεται ως

$$\frac{\partial V}{\partial x^e} = V^e \quad (83)$$

Με V^e τον όγκο του στοιχείου e . Έτσι η παράγωγος της λαγκρανζιανής συνάρτησης γίνεται:

$$\frac{\partial L}{\partial x^e} = -u^T \frac{\partial K}{\partial x^e} u + \lambda V^e = -p(x^e)^{p-1} (u^e)^T K^0 u^e + \lambda V^e = 0 \quad (84)$$

Σε κάθε επανάληψη θα πρέπει οι μεταβλητές σχεδίασης να αντικαθίστανται με τις νέες τιμές ακολουθώντας την ακόλουθη μέθοδο

$$\frac{p(x^e)^{p-1} (u^e)^T K^0 u^e}{\lambda V^e} = \frac{-\frac{\partial c}{\partial x^e}}{\lambda V^e} = B_k^e = 1 \quad (85)$$

$$x_{k+1}^e = B_k^e x_k^e$$

Προκειμένου να αποφευχθούν οι μεγάλες μεταβολές των μεταβλητών σχεδίασης x ανά επανάληψη, χρησιμοποιείται ένα ευρητικό σχήμα περιορισμού του βήματος, όπως αυτό περιγράφεται παρακάτω:

$$x_{k+1}^e = \begin{cases} \max(x_{\min}, x_k^e - m) & \text{if } x_k^e (B_k^e)^n \leq \max(x_{\min}, x_k^e - m) \\ x_k^e (B_k^e)^n & \text{if } \max(x_{\min}, x_k^e - m) < x_k^e (B_k^e)^n < \min(1, x_k^e + m) \\ \min(1, x_k^e + m) & x_k^e (B_k^e)^n \geq \min(1, x_k^e + m) \end{cases} \quad (86)$$

Όπου $n = \frac{1}{2}$ ένας συντελεστής απόσβεσης με σκοπό να εξισορροπεί το σύστημα.

6.6 Η μέθοδος moving asymptotes (MMA)

Σε αυτή τη μέθοδο το μοντέλο βελτιστοποίησης θα πρέπει να οριστεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \min: & f_0(x), \\ \text{Subject to : } & f_0(x) \leq f_i \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & 0 < x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \quad e = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (87)$$

Όπου m είναι ο αριθμός των περιορισμών, n είναι ο αριθμός των πεπερασμένων στοιχείων που έχει διακριτοποιηθεί η κατασκευή μας, f_0 είναι η αντικειμενική συνάρτηση και f_i είναι οι περιορισμοί. Η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί περιγράφονται και ως $f_0^{(k)}$ και $f_i^{(k)}$ αντίστοιχα, όπου k είναι ο αριθμός των επαναλήψεων. Στην MMA αυτές οι προσεγγίσεις μπορούν να γραφτούν και ως

$$f_i^{(k)}(x) = \sum_{e=1}^n \left(\frac{p_{ie}}{U_e - x^e} + \frac{q_{ie}}{-L_e + x^e} + r_i \right) \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \text{if } \frac{\partial f_i}{\partial x^e} > 0 \text{ at } x^{(k)} \text{ then } p_{ie} &= (U_e - x^{e(k)})^2 \frac{\partial f_i}{\partial x^e} \text{ and } q_{ie} = 0, \\ \text{if } \frac{\partial f_i}{\partial x^e} < 0 \text{ at } x^{(k)} \text{ then } q_{ie} &= (L_e - x^{e(k)})^2 \frac{\partial f_i}{\partial x^e} \text{ and } p_{ie} = 0, \end{aligned}$$

Μετά από κάθε επανάληψη, οι τιμές των ασυμπτωτικών σημείων ανανεώνονται χρησιμοποιώντας ευρετικές μεθόδους.

7 Αριθμητικά αποτελέσματα

Όπως αναφέρθηκε και στις προηγούμενες ενότητες, σκοπός της παρούσας διδακτορικής διατριβής είναι ο σχεδιασμός μικροδομών με βασικό στόχο την μείωση των ταλαντώσεων σε μία συχνότητα, ή ακόμα καλύτερα σε επιλεγμένο εύρος συχνοτήτων.

Έχουν μελετηθεί διαφορετικές, όπως εμφανίζονται στις ενότητες που θα ακολουθήσουν και θα περιγραφούν αναλυτικά. Οι μοντελοποιήσεις πραγματοποιήθηκαν με την χρήση κώδικα πεπερασμένων στοιχείων που συντάχθηκε στην matlab και επιπλέον έγινε χρήση ορισμένων εμπορικών προγραμμάτων, με σκοπό να γίνει επαλήθευση της ορθότητας του κώδικα σε ορισμένες περιπτώσεις, καθώς επίσης για την δημιουργία πλεγμάτων και πιο σύνθετων μοντέλων η οποία ήταν δύσκολο να γίνει προγραμματιστικά.

Μερικά από τα πιο βασικά εργαλεία που αναπτύχθηκαν είναι τα εξής:

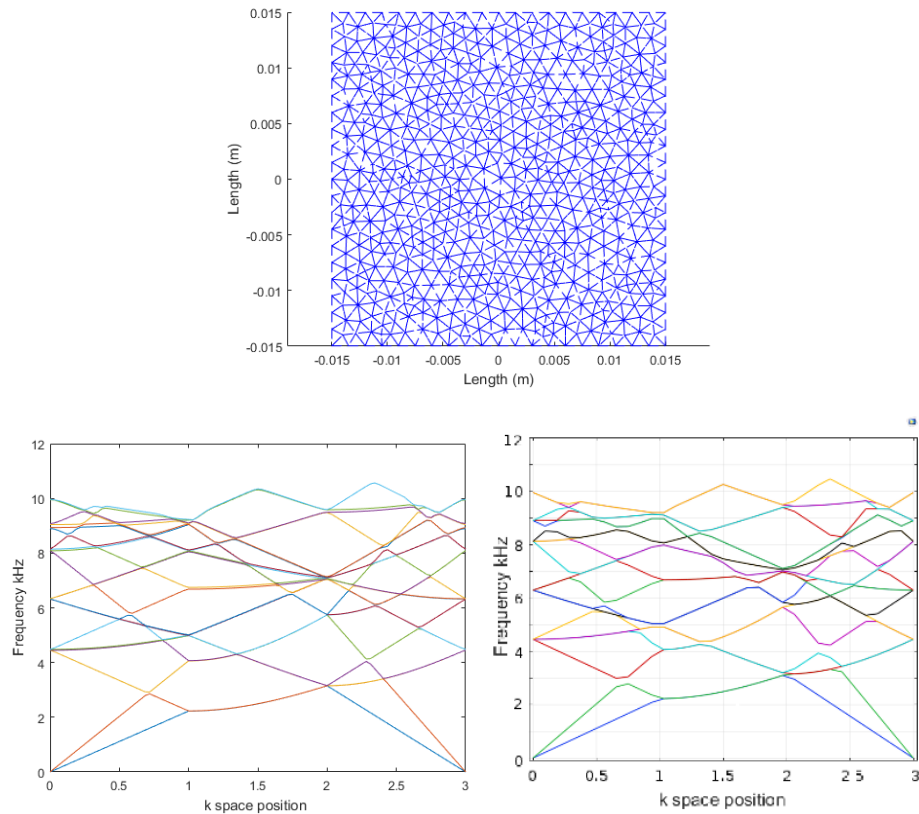
- Κώδικας για παραμετρικό σχεδιασμό της γεωμετρίας μικροδομών παράλληλα με τη χρήση PDE Toolbox της Matlab.
- Μοντελοποίηση μονοδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων δοκού.
- Μοντελοποίηση πλαισίων με πεπερασμένα στοιχεία δοκού.
- Μοντελοποίηση δισδιάστατων τριγωνικών και τετραγωνικών πεπερασμένων στοιχείων επίπεδης έντασης.
- Επίλυση ανάλυσης μηχανικού προβλήματος γραμμικής ελαστικής παραμόρφωσης με στατική φόρτιση.
- Επίλυση ανάλυσης στο πεδίο των συχνοτήτων.
- Επίλυση της θεωρίας του Bloch για δισδιάστατα μοντέλα και μοντέλα πλαισίου πλήρως παραμετροποιημένα.
- Τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και διασύνδεση τους με εξωτερικά κυκλώματα
- Αλγόριθμος βελτιστοποίησης (Γενετικός αλγόριθμος).
- Αλγόριθμος τοπολογικής βελτιστοποίησης για δισδιάστατα στατικά και δυναμικά προβλήματα

7.1 Μοντελοποίηση μικροδομών για μείωση ταλαντώσεων

Στην ενότητα που ακολουθεί θα πραγματοποιηθεί μοντελοποίηση πολλαπλών μορφών μικροδομών με σκοπό να μελετηθεί η επίδραση τους στην δημιουργία περιοχών band gap. Οι δομές αυτές μπορεί να είναι κλασσικές δομές απόσβεσης με εγκλείσματα διαφόρων μορφών ή κελύφη όπου έχουν πυρήνα αυξητικό (πχ αστέρι).

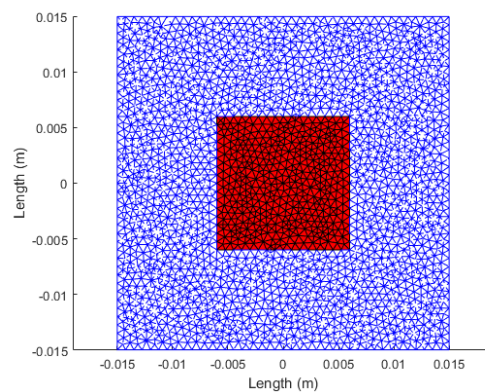
Αρχικά, έπρεπε να δημιουργηθούν οι απαραίτητοι κώδικες και οι μοντελοποιήσεις με σκοπό να υπολογίζονται οι ζώνες διάδοσης κύματος και να εκτιμηθεί κατά πόσο υφίσταται αποκοπή της διάδοσης του κύματος ή όχι. Για να γίνει αυτό, αρχικά μοντελοποιήθηκε μία απλή τετράγωνη πλάκα, τριγωνικών ή τετραγωνικών πεπερασμένων στοιχείων επίπεδης φόρτισης με σκοπό να επιλυθεί το πρόβλημα της μηχανικής του παραμορφωμένου σώματος. Για να επιβεβαιωθεί ότι η θεωρία η οποία εφαρμόστηκε δουλεύει σωστά, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων της συγκεκριμένης

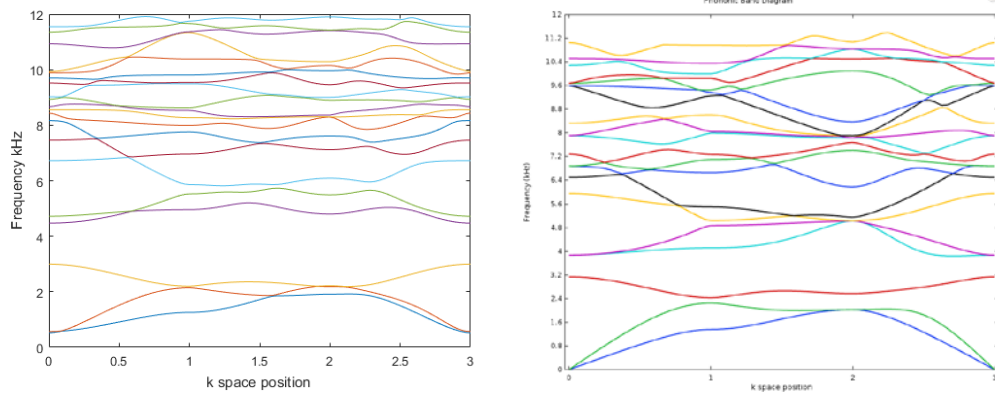
πλάκας όπως φαίνεται στην Εικόνα 24, εξάγοντας τα από τον κώδικα που υλοποιήθηκε στην Matlab και από το εμπορικό λογισμικό Comsol. Βάσει των αποτελεσμάτων, παρατηρείται ότι υπάρχει αρκετά μεγάλη σύγκλιση στο σχήμα και στα αποτελέσματα των γραφημάτων.



Εικόνα 24: Δισδιάστατη κατασκευή χωρίς πυρήνα που μελετήθηκε, dispersion curve από το κώδικα της matlab και dispersion curve από το Comsol.

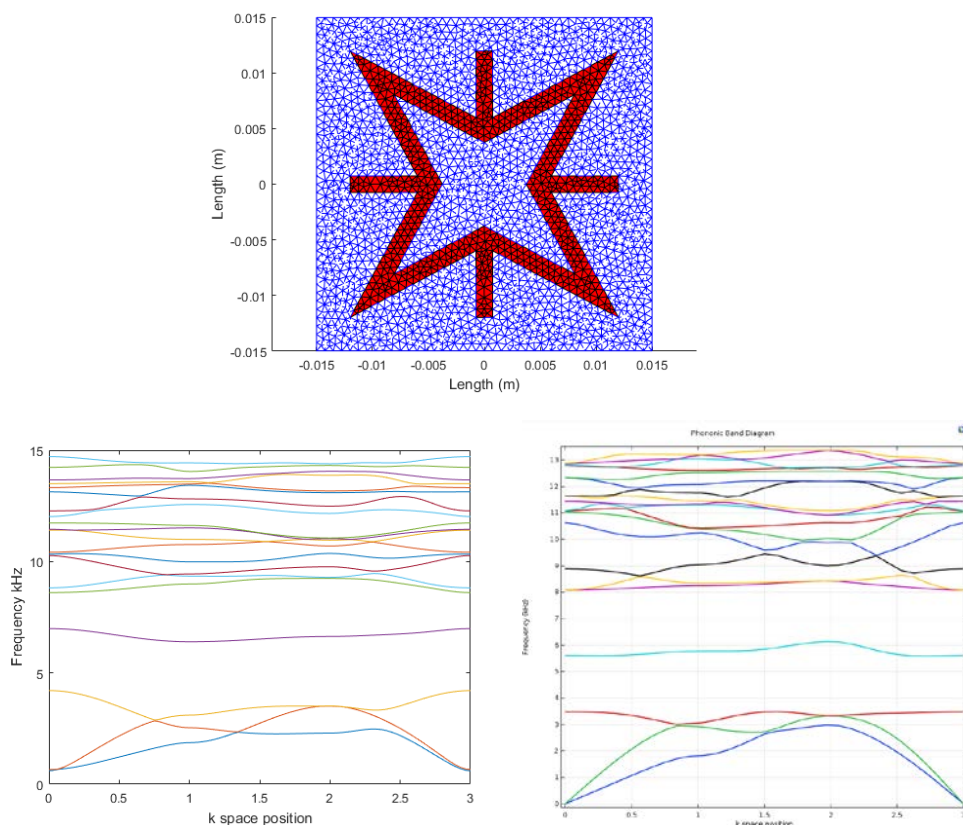
Η επόμενη διερεύνηση σύγκρισης που πραγματοποιήθηκε για να πιστοποιηθούν οι κώδικες αφορούσε τη σύνθετη μικροδομή, αποτελούμενη από δύο υλικά με έναν τετραγωνικό πυρήνα όπως φαίνεται στην Εικόνα 25. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα, υπάρχει αρκετά μεγάλη σύγκλιση των διαγραμμάτων δημιουργώντας ένα μεγάλο band gap μεταξύ 3^{ης} και 4^{ης} ιδιοσυχνότητας, και διατηρεί με σχετικά υψηλή ακρίβεια την απόκριση και στις υπόλοιπες ιδιοσυχνότητες.





Εικόνα 25: Δισδιάστατη κατασκευή με τετραγωνικό πυρήνα που μελετήθηκε, dispersion curve από το κώδικα της matlab και dispersion curve από το Comsol.

Τελευταία σύγκριση πιστοποίησης αφορούσε σύνθετη μικροδομή αστεριού, δύο υλικών όπως και στην περίπτωση του τετραγωνικού πυρήνα. Και σε αυτή την περίπτωση παρατηρείται σύγκλιση των αποτελεσμάτων, με την εμφάνιση δύο μεγάλων band gap μεταξύ 3^{ης} – 4^{ης} και 4^{ης} – 5^{ης} ιδιοσυχνότητας και με το εύρος των 20 πρώτων ιδιοσυχνοτήτων και στις δύο περιπτώσεις να κυμαίνεται μεταξύ 14 και 15 kHz.

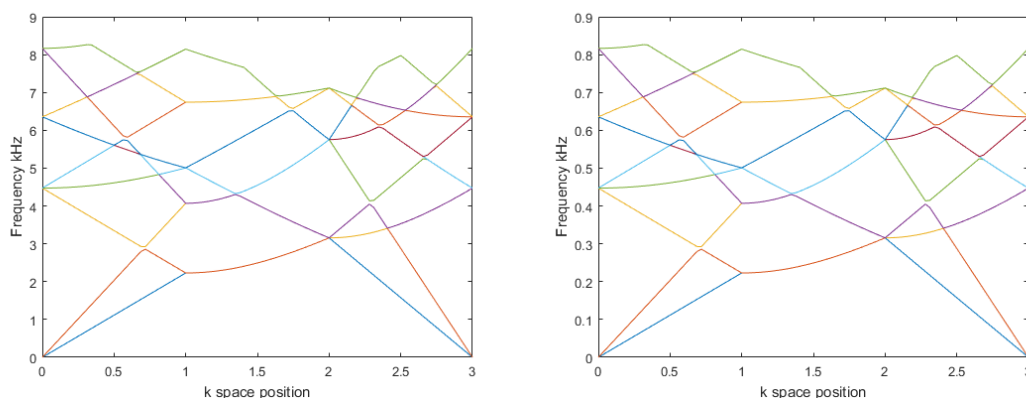


Εικόνα 26: Δισδιάστατη κατασκευή με αυξητική μικροδομή που μελετήθηκε, dispersion curve από το κώδικα μας και dispersion curve από το Comsol.

Με παρόμοιες συγκρίσεις έγινε πιστοποίηση της ακρίβειας των μοντέλων, τα οποία στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν για την μοντελοποίηση όλων των υπολοίπων υποπεριπτώσεων.

7.1.1 Μελέτη διαφόρων περιπτώσεων μικροδομών και σύγκριση

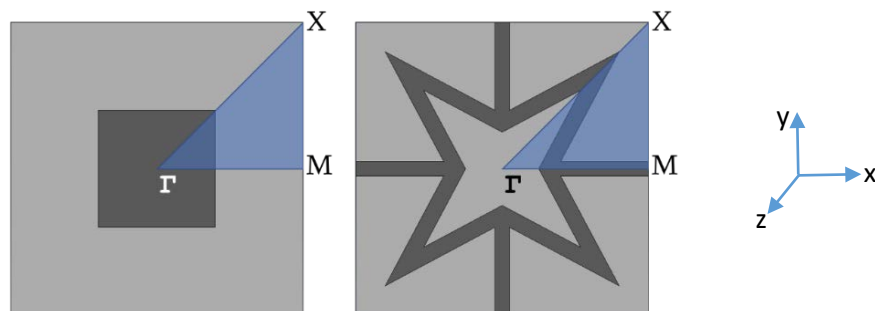
Η πρώτη σύγκριση η οποία πραγματοποιήθηκε ήταν του ομογενούς και ισοτροπικού ελαστικού υλικού, για δύο κελύφη περιοδικότητας διαφορετικών διαστάσεων όπως φαίνεται στην Εικόνα 27. Η βασική διαφορά των δύο περιπτώσεων είναι ότι η μία κατασκευή όπως και η παραπάνω έχει διαστάσεις 3x3cm ενώ η δεύτερη έχει 30x30cm. Όπως παρατηρήθηκε από τα διαγράμματα ζωνών αποκοπής διάδοσης του κύματος, η συμπεριφορά τους είναι ακριβώς η ίδια αλλά διαφοροποιείται η κλίμακα.



Εικόνα 27: Διαγράμματα dispersion curves για κατασκευή 3x3cm και 30x30cm αντίστοιχα.

Πιο συγκεκριμένα, όταν σε μία κατασκευή δεκαπλασιάζεται το μέγεθος της, τότε το εύρος συχνοτήτων υπό-δεκαπλασιάζεται. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι όσο πιο μεγάλη είναι η κατασκευή, τόσο πιο χαμηλές συχνότητες μπορούν να μελετηθούν. Αυτή είναι μία σημαντική πληροφορία καθώς για να μελετηθεί ένα αντισεισμικό πρόβλημα θα πρέπει να κατασκευαστούν αρκετά μεγάλες κατασκευές με μέγεθος κελύφους περιοδικότητας μεγαλύτερο του ενός μέτρου, κάτι που πιθανόν καθιστά απαγορευτική την εφαρμογή τους για μικρές κατασκευές. Παρόλα αυτά, αξίζει να τονιστεί ότι πολύ σημαντικό ρόλο διαδραματίζει και το υλικό που χρησιμοποιείται καθώς επίσης και η χρήση σύνθετων κατασκευών όπως θα μελετηθούν παρακάτω.

Για την μελέτη που πραγματοποιήθηκε σε αυτή την ενότητα, ο σχεδιασμός του μοναδιαίου κελύφους βασίστηκε στις αρχές της πρώτης ζώνης του Brillouin για συμμετρικούς πυρήνες σε τετραγωνικά κελύφη. Πιο συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε ένα συνθετικό τετραγωνικό κέλυφος, αποτελούμενο από 2 υλικά ένα μαλακό και ένα πιο σκληρό, και η κατασκευή (το κέλυφος μαζί με τον πυρήνα) είναι απολύτως συμμετρικά και στον οριζόντιο άξονα x και στον κατακόρυφο άξονα y καθώς και στην διαγώνιο. Έτσι η πρώτη ζώνη του Brillouin καθώς και οι συντεταγμένες του συστήματος φαίνονται στην Εικόνα 28 για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις που μελετήθηκαν (αυξητικό και μη αυξητικό υλικό).



Εικόνα 28: Διάνυσμα κύματος k για την ζώνη Brillouin ($1-2-3 = \Gamma-M-X$) για τετραγωνικό πυρήνα και για αυξητικό πυρήνα σχήματος αστεριού

Στην περίπτωση του αυξητικού υλικού μελετώνται παραπέρα δύο διαφορετικές περιπτώσεις. Στη μία, το αυξητικό αστέρι εμφανίζεται όπως την Εικόνα 28 και υπάρχει συνέχεια του ισχυρού συστατικού του σύνθετου σε όλο τον φορέα, ενώ στην δεύτερη περίπτωση τα ‘περύγια’ του αστεριού δεν εκτείνονται ως τα άκρα του κελύφους. Αυτό πρακτικά σημαίνει πως χρησιμοποιώντας το αστέρι της Εικόνα 28, και δημιουργώντας ένα πλέγμα αποτελούμενο από πολλές τέτοιες μικροδομές, αυτές θα ενώνονται μεταξύ τους και με το σκληρό καθώς και με τα μαλακό υλικό. Αντίθετα, στην περίπτωση του τετραγωνικού πυρήνα, η ένωση μεταξύ των μικροδομών θα γίνεται μόνο διαμέσου του μαλακού υλικού.

Τα κελύφη τα οποία μοντελοποιούνται και τα οποία αποτελούν μικροδομή ενός μεγαλύτερου πλέγματος, έχουν μέγεθος 0.03×0.03 m το κάθε ένα, περίπου 5000 πεπερασμένα στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν σε κάθε περίπτωση και τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν είναι για σκληρό υλικό το ατσάλι (Steel) και ως μαλακό υλικό το καουτσούκ (Rubber). Είναι δύο υλικά τα οποία εμφανίζονται σε εφαρμογές όπου απαιτείται διαχείριση υψηλών συχνοτήτων και οι βασικές ελαστικές τους ιδιότητες δίνονται από τον Πίνακα 1.

Material properties	Rubber	Steel
Density (kg/m^3)	1000	7800
Young's modulus (Pa)	5×10^7	200×10^9
Poisson's ratio	0.4	0.25

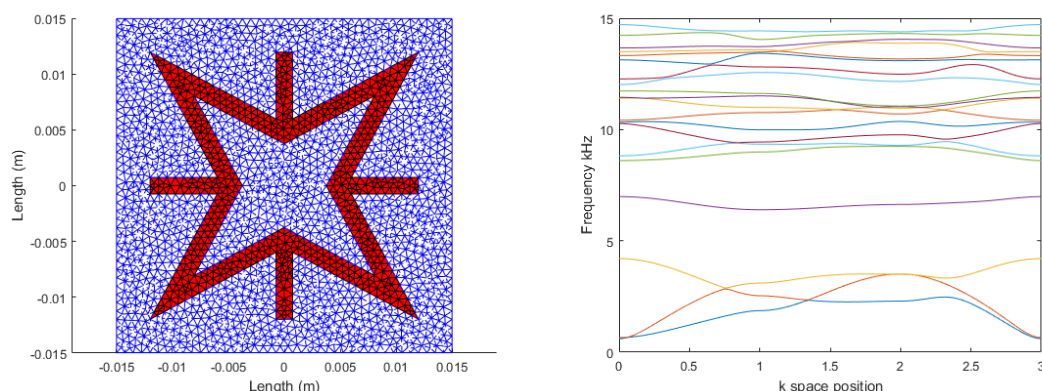
Πίνακας 1: Ελαστικές ιδιότητες υλικών

Για την διερεύνηση της εμφάνισης ζωνών αποκοπής της διάδοσης του κύματος, είναι σημαντικό να μελετηθούν διαφορετικές περιπτώσεις μικροδομών για να παρουσιαστεί κατά πόσο αυτές επηρεάζουν στο τελικό αποτέλεσμα και τι δυνατότητες αξιοποίησης του υπάρχοντος. Πιο συγκεκριμένα, σε αυτή τη περίπτωση θα χρησιμοποιηθούν κυκλικά εγκλείσματα, τετραγωνικά καθώς και σχήματος αστεριού. Το εύρος συχνοτήτων το οποίο θα μελετηθεί είναι μεταξύ 0-15kHz. Η συγκεκριμένη μέθοδος μας δίνει τη δυνατότητα να μελετήσουμε τις κατασκευές σε σχετικά πιο υψηλές συχνότητες. Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, για να μελετηθούν πιο χαμηλές

συχνότητες θα πρέπει να μεγαλώσει σημαντικά το μέγεθος του κελύφους περιοδικότητας και των μικροδομών.

Περίπτωση 1

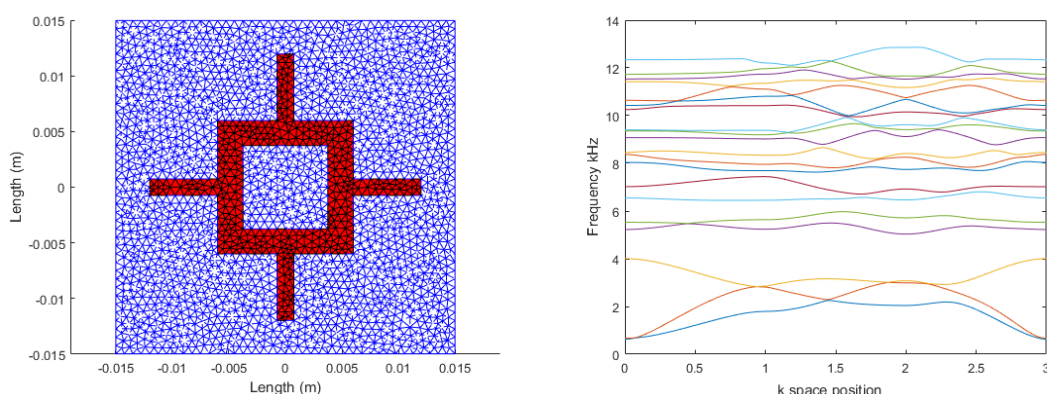
Στην πρώτη περίπτωση εξετάζεται η χρήση τετραγωνικού κελύφους με εγκλώβισμα αυξητικού υλικού ως πυρήνας το οποίο δεν εκτείνεται ως τα άκρα της κατασκευής. Παρατηρείται ότι εμφανίζεται ένα μεγάλο εύρος band gap μεταξύ 3^{ης} και 4^{ης} καθώς 4^{ης} και 5^{ης} ιδιοσυχνότητας. Οι συχνότητες εμφάνισης αυτών των κενών είναι περίπου μεταξύ 4kHz – 8 kHz.



Εικόνα 29: Μικροδομή αυξητικού πυρήνα αστεριού που δεν εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve

Περίπτωση 2

Στην δεύτερη περίπτωση που εξετάστηκε, χρησιμοποιήθηκε ένα τετραγωνικό σκληρό υλικό με εξωτερικούς συνδέσμους. Σε αυτή τη περίπτωση παρατηρείται ένα μεγάλο κενό μεταξύ της 3^{ης} και 4^{ης} ιδιοσυχνότητας καθώς επίσης και κάποιες άλλες σχετικά μικρότερες. Παρόλα αυτά, σε σύγκριση με την πρώτη περίπτωση βλέπουμε ότι μειώνονται οι ζώνες αποκοπής διάδοσης κύματος.

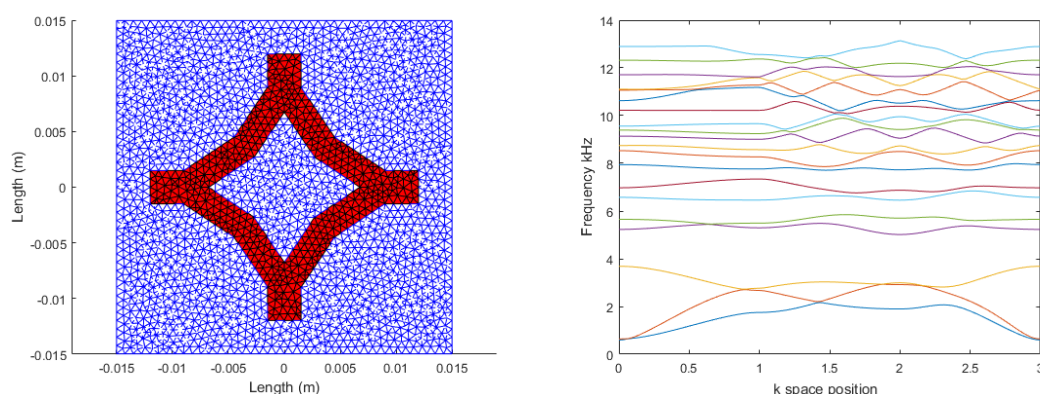


Εικόνα 30: Μικροδομή τετραγωνικού πυρήνα που δεν εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve

Περίπτωση 3

Στην τρίτη περίπτωση, χρησιμοποιείται ένα μη αυξητικό υλικό σχήματος όπως αυτό φαίνεται στην Εικόνα 31. Τα αποτελέσματα που εξάγονται είναι αρκετά κοντά με την

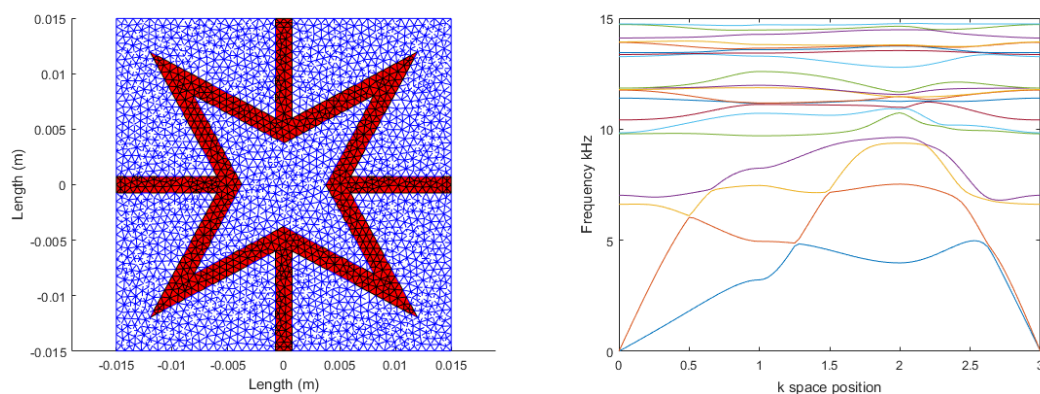
περίπτωση 2 (σε ορισμένες περιπτώσεις ελαφρώς καλύτερη) και έχουμε την εμφάνιση ενός μεγάλου band gap μεταξύ της 3^{ης} και 4^{ης} ιδιοσυχνότητας, αλλά το εύρος είναι αρκετά μικρότερο συγκριτικά με την πρώτη περίπτωση.



Εικόνα 31: Μικροδομή μη αυξητικού πυρήνα που δεν εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve

Περίπτωση 4

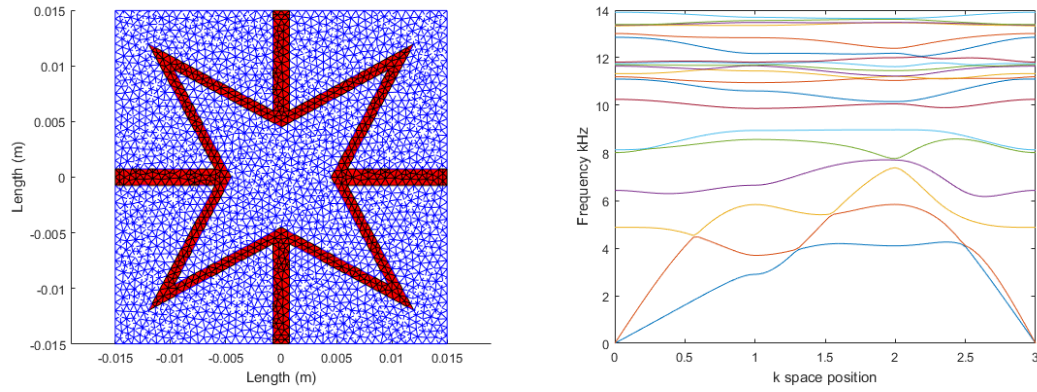
Η επόμενη περίπτωση η οποία μελετήθηκε, είναι η χρήση μικροδομής αυξητικού υλικού, του οποίου όμως οι σύνδεσμοί εκτείνονται στα άκρα της κατασκευής όπως φαίνεται στην Εικόνα 32. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι υπάρχουν λίγες περιοχές εμφάνισης band gap, και το εύρος αυτών είναι πολύ μικρό. Παρόλα αυτά, αξίζει να σημειωθεί ότι πολύ μεγάλα band gap εμφανίζονται σε αρκετά υψηλότερες συχνότητες οι οποίες όμως ανήκουν έξω από το πεδίο ενδιαφέροντος της παρούσας μελέτης.



Εικόνα 32: Μικροδομή αυξητικού πυρήνα που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve

Περίπτωση 5

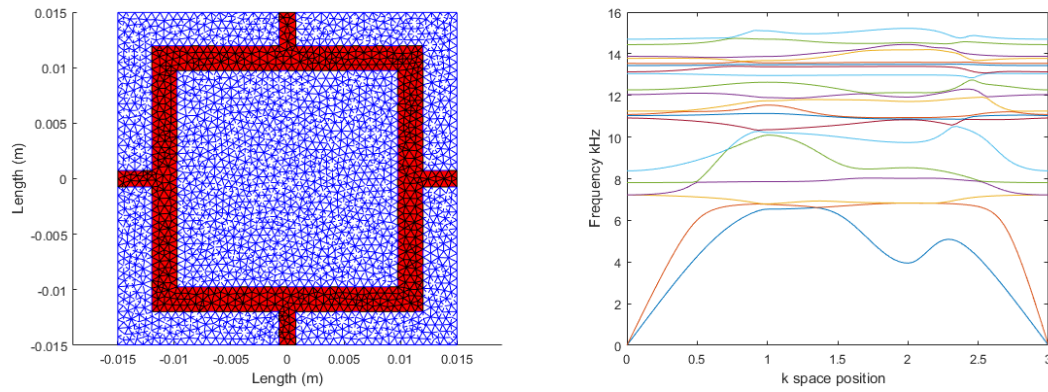
Σε αυτή τη περίπτωση, το σχήμα του πυρήνα διατηρείται ίδιο με την περίπτωση 4, αλλά μειώνεται το πάχος του αστεριού κατά 50%. Όπως φαίνεται, δύο αρκετά ικανοποιητικές ζώνες κάνουν την εμφάνιση τους μεταξύ 6^{ης} – 7^{ης} καθώς και 16^{ης} – 17^{ης} ιδιοσυχνότητας.



Εικόνα 33: Μικροδομή αυξητικού πυρήνα μειωμένου πάχους που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve

Περίπτωση 6

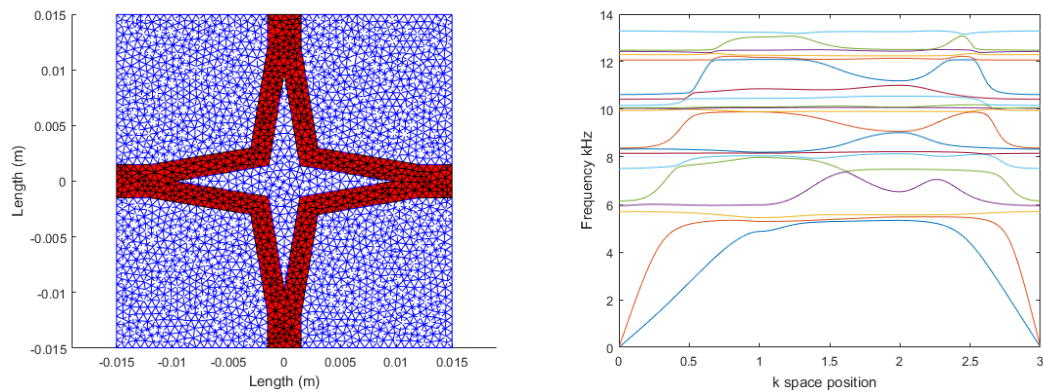
Στην έκτη περίπτωση που μελετήθηκε, χρησιμοποιήθηκε ένα τετραγωνικός πυρήνες με συνέχεια μικροδομής, και όπως προέκυψε και στην περίπτωση 4, οι μεγάλες ζώνες αποκοπής του κύματος εμφανίζονται μόνο εκτός του χαμηλού εύρους συχνοτήτων το οποίο μελετάμε.



Εικόνα 34: Μικροδομή τετραγωνικού πυρήνα που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve

Περίπτωση 7

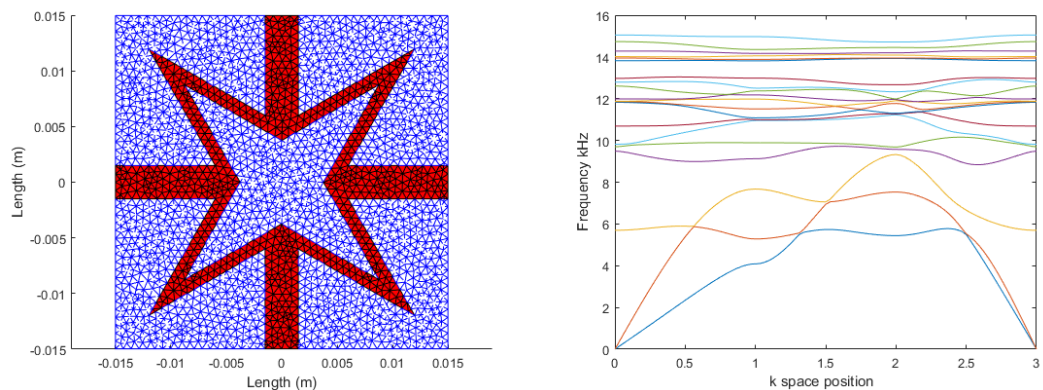
Επόμενη περίπτωση που μελετήθηκε ήταν μία μη αυξητική γεωμετρία, με συνδέσμους που εκτείνονται στα άκρα του τετραγώνου όπως φαίνεται στην Εικόνα 35. Βάσει των αποτελεσμάτων εξάγεται το συμπέρασμα ότι καμία βελτίωση δεν πραγματοποιήθηκε σχετικά με τις περιοχές εμφάνισης band gap.



Εικόνα 35: Μικροδομή μη αυξητικού πυρήνα που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve

Περίπτωση 8

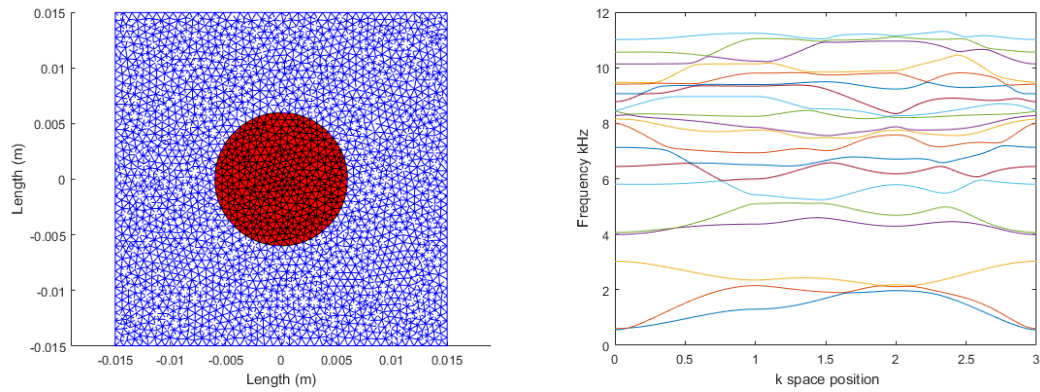
Η 8^η περίπτωση που μελετήθηκε, ήταν η αυξητική μικροδομή της οποίας οι σύνδεσμοι εκτείνονται ως τα άκρα του τετραγώνου. Η βασική διαφορά με την περίπτωση 4 είναι ότι μεταβλήθηκαν οι διαστάσεις των συνδέσμων και πιο συγκεκριμένα το πάχος τους, το οποίο αυξήθηκε κατά το διπλάσιο. Παρόλα αυτά, αν και υπήρξε μία σχετική βελτίωση κοντά στα 13kHz στις υπόλοιπες ιδιοσυχνότητες δεν υπήρξαν μεγάλες μεταβολές συγκρινόμενο και με την περίπτωση 4.



Εικόνα 36: Μικροδομή αυξητικού πυρήνα αυξημένων πάχους που εκτείνεται στα άκρα και dispersion curve

Περίπτωση 9

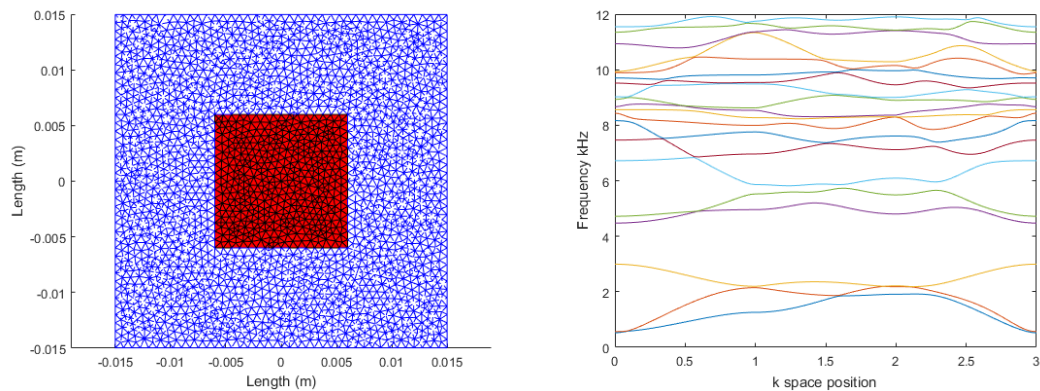
Στην 9^η περίπτωση που μελετήθηκε, χρησιμοποιήθηκε ένα κλασσικό είδος εγκλωβίσματος κυκλικής γεωμετρίας. Από το διάγραμμα dispersion curve προκύπτει ότι κάποια band gap εμφανίζονται κυρίως στις πιο χαμηλές ιδιοσυχνότητες. Αξίζει να σημειωθεί ότι αυτή η μορφή εγκλωβίσματος είναι μία από της κλασσικές μορφές σύνθετων ινών όπως γυαλί ή ανθρακόνημα.



Εικόνα 37: Κυκλική μικροδομή και dispersion curve

Περίπτωση 10

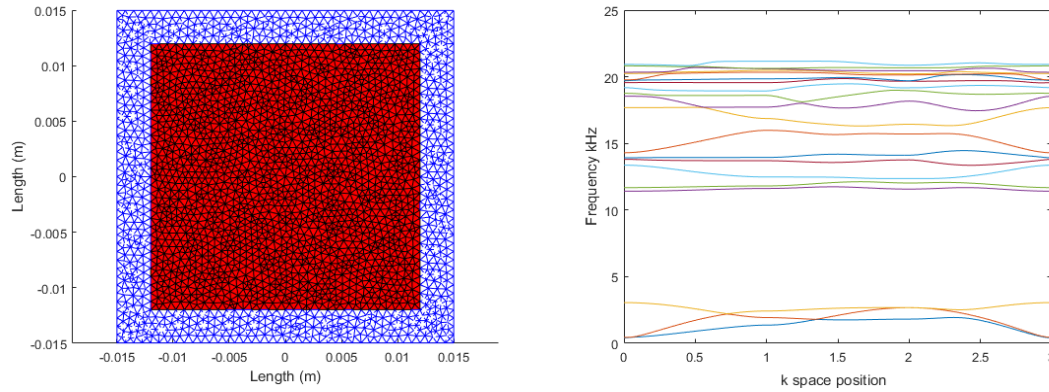
Μία ακόμα κλασσική περίπτωση εγκλωβίσματος που μελετήθηκε ήταν το τετραγωνικό. Σε σύγκριση με το προηγούμενο κλασικό εγκλωβισμό της περίπτωσης 9, παρατηρήθηκε μία σχετική αύξηση των πεδίων band gap στην περιοχή μεταξύ 4^{ης} και 5^{ης} ιδιοσυχνότητας.



Εικόνα 38: Τετραγωνική μικροδομή και dispersion curve

Περίπτωση 11

Τελευταία περίπτωση που μελετήθηκε ήταν ο τετραγωνικός πυρήνας του οποίου όμως αυξήθηκε η επιφάνεια του σκληρού υλικού. Σύμφωνα με το διάγραμμα, επιτεύχθηκε μία πολύ μεγάλη αύξηση του band gap μεταξύ της 3^{ης} και 4^{ης} ιδιοσυχνότητας, το οποίο με βάση το dispersion curve μπορεί να μεταφραστεί σε ένα εύρος κοντά στην τιμή των 8kHz.



Εικόνα 39: Τετραγωνική μικροδομή μεγαλύτερης επιφάνειας και dispersion curve

Στην συνέχεια παρουσιάζεται αναλυτικά ο πίνακας κάθε περίπτωσης, και το εύρος και οι ιδιοσυχνότητες των περιοχών που αποκόπτεται η διάδοση του κύματος.

Case	Band Gap 1		Band Gap 2		Band Gap 3		Band Gap 4		Band Gap 5	
	Eigen Freq.	Range (kHz)	Eigen Freq.	Range (kHz)	Eigen Freq.	Range (kHz)	Eigen Freq.	Range (kHz)	Eigen Freq.	Range (kHz)
1	3 rd – 4 th	2.2	4 th – 5 th	1.6	8 th – 9 th	0.05	13 th – 14 th	0.2	15 th – 16 th	0.02
2	3 rd – 4 th	1.02	5 th – 6 th	0.4	7 th – 8 th	0.2	10 th – 11 th	0.1	13 th – 14 th	0.03
3	3 rd – 4 th	1.3	5 th – 6 th	0.6	7 th – 8 th	0.3	10 th – 11 th	0.07	13 th – 14 th	0.01
4	4 th – 5 th	0.07	12 th – 13 th	0.1	17 th – 18 th	0.14				
5	4 th – 5 th	0.05	6 th – 7 th	0.8	14 th – 15 th	0.02	16 th – 17 th	0.3	19 th – 20 th	0.03
6	12 th – 13 th	0.1	13 th – 14 th	0.02	14 th – 15 th	0.03	15 th – 16 th	0.04	16 th – 17 th	0.02
7	3 rd – 4 th	0.2	9 th – 10 th	0.008	10 th – 11 th	0.007	16 th – 17 th	0.01	17 th – 18 th	0.08
8	14 th – 15 th	0.8	16 th – 17 th	0.05	17 th – 18 th	0.05				
9	2 nd – 3 rd	0.001	3 rd – 4 th	0.6	5 th – 6 th	0.02				
10	3 rd – 4 th	1.5	5 th – 6 th	0.08	6 th – 7 th	0.02				
11	3 rd – 4 th	8.3	5 th – 6 th	0.2	7 th – 8 th	0.1	9 th – 10 th	0.3	13 th – 14 th	0.07

Πίνακας 2: Δεδομένα αποτελεσμάτων

Τέλος, ένα άλλο συμπέρασμα το οποίο αξίζει να αναφερθεί είναι το εξής: στις περιπτώσεις 1, 9 και 10, η επιφάνεια που καταλαμβάνει το σκληρό υλικό είναι η ίδια, δηλαδή $1.44 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. Έπειτα από τη σύγκριση τους προκύπτει ότι η αυξητική μικροδομή της οποίας οι σύνδεσμοι δεν εκτείνονται ως τα άκρα του τετράγωνα κελύφους περιοδικότητας, επιδρά καλύτερα στην απορρόφηση και εμπόδιση της διάδοσης του κύματος, και σε μεγαλύτερο εύρος σε σχέση με τις περιπτώσεις 9 και 10.

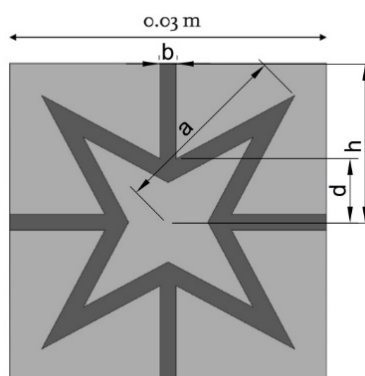
7.1.2 Βελτιστοποίηση της μικροδομής

Στην προηγούμενη υποενότητα μελετήθηκαν διαφορετικές περιπτώσεις μικροδομών για να εξεταστεί οι συμπεριφορά τους στην δημιουργία ζωνών μη διάδοσης κύματος (Band gaps). Παρόλα αυτά, είναι πολύ δύσκολο να εκτιμηθεί ποια περίπτωση είναι ικανή να δημιουργήσει τα πιο μεγάλα κενά. Επιπλέον, ακόμα και να εκτιμηθεί από την προηγούμενη περίπτωση ποια μικροδομή μπορεί να είναι πιο καλή για το εύρος συχνοτήτων ενδιαφέροντος, είναι αδύνατο να υπολογιστεί η βέλτιστη γεωμετρία χωρίς τη χρήση κάποιου αλγορίθμου βελτιστοποίησης.

Για τον λόγο αυτό, σε αυτή την ενότητα παραμετροποιήθηκε το μοντέλο της κατασκευής με σκοπό τον υπολογισμό της μεγιστοποίησης του band gap στο πεδίο ιδιοσυχνοτήτων ενδιαφέροντος. Ο αλγόριθμος ο οποίος επιλέχθηκε να βελτιστοποιήσει

το σχήμα της κατασκευής ήταν ο γενετικός αλγόριθμος. Είναι μία μέθοδος αρκετά ισχυρή μιας και η λειτουργία της βασίζεται στην βιολογική εξέλιξη. Ένα μεγάλο πλεονέκτημα της συγκεκριμένη μεθόδου είναι ότι δεν στηρίζεται σε μία βέλτιστη λύση, αλλά σε ένα πλήθος βέλτιστων λύσεων από το οποίο σε κάθε επανάληψη μπορεί αν οδηγείται στην βέλτιστη και αυτό κατ' επέκταση να οδηγήσει στην τελική βέλτιστη λύση.

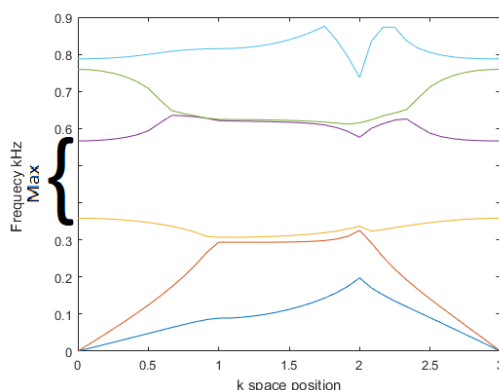
Στην παρούσα μοντελοποίηση, ο γενετικός αλγόριθμος χρησιμοποιεί το παραμετροποιημένο μοντέλο της Εικόνα 40.



Εικόνα 40: Παραμετροποιημένο σχήμα για βελτιστοποίηση

Οι μεταβλητές σχεδίασης του προβλήματος εμφανίζονται στην Εικόνα 40 και είναι οι διαστάσεις a, b, d , και h . Οι παράμετροι του προβλήματος βελτιστοποίησης δίνονται παρακάτω λαμβάνοντας υπόψιν τα χαρακτηριστικά του προβλήματος. Το μέγεθος του πληθυσμού ορίστηκε ίσο με 25, το οποίο ουσιαστικά σημαίνει 25 διαφορετικές λύσεις σε κάθε γενιά. Ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων, δηλαδή οι γενιές του προβλήματος ορίστηκαν ίσες με 40. Μία επιπλέον παράμετρος που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο συντελεστής επιχιασμού και τέθηκε ίσος με 0.8.

Ως αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος ορίστηκε η μεγιστοποίηση του κενού ανάμεσα σε δύο ιδιοσυχνότητες, όπως αυτό εμφανίζεται στην Εικόνα 41. Επιπλέον αξίζει να αναφερθεί ότι οι κινήσεις αλλαγής της γεωμετρίας δεν έχουν κάποιον ιδιαίτερο περιορισμό, που σημαίνει ότι η δομή που θα προκύψει μπορεί να έχει ή να μην έχει αυξητικές ιδιότητες και οι σύνδεσμοι μπορούν αν εκτείνονται ως τα άκρα της κατασκευής ή και όχι.



Εικόνα 41: Απεικόνιση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Με μαθηματικούς όρους το πρόβλημα μοντελοποιείται όπως παρακάτω

$$f(x) = \max \{band\ gap\ area\}$$

όπου:

$$h > d$$

και τα εύρη των τιμών καθορίζονται ως:

$$a \in [0.0015, 0.02]$$

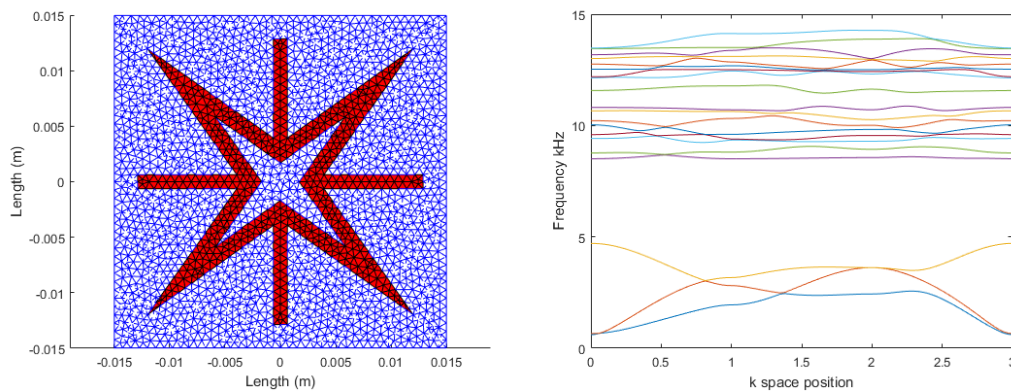
$$b \in [0.00015, 0.0015]$$

$$d \in [0.0015, 0.015] \text{ and}$$

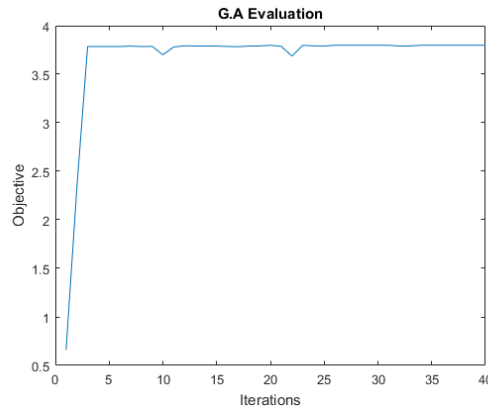
$$h \in [0.0015, 0.015].$$

Αντίστοιχα, μπορούν να μελετηθούν και άλλες περιπτώσεις ιδιοσυχνοτήτων για την εμφάνιση των band gap ακολουθώντας την παραπάνω μέθοδο.

Έπειτα από την υλοποίηση της βελτιστοποίησης με την χρήση του γενετικού αλγορίθμου προκύπτει το σχήμα της Εικόνα 42. Παρατηρήθηκε ότι η βέλτιστη κατασκευή που δημιουργεί, είναι ένα αυξητικό υλικό το οποίο λειτουργεί σαν εγκλώβισμα και οι σύνδεσμοι του δεν εκτείνονται ως τα άκρα της κατασκευής. Οι βέλτιστες παράμετροι που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση είναι: $a=0.0129\text{m}$, $b=6.39 \times 10^{-4} \text{ m}$, $d=0.0120\text{m}$ και $h=0.0039\text{m}$. Το μέγιστο εύρος των band gap υπολογίστηκε στα 3.8kHz. Στην Εικόνα 43 αποτυπώνεται η σύγκλιση του αλγορίθμου.



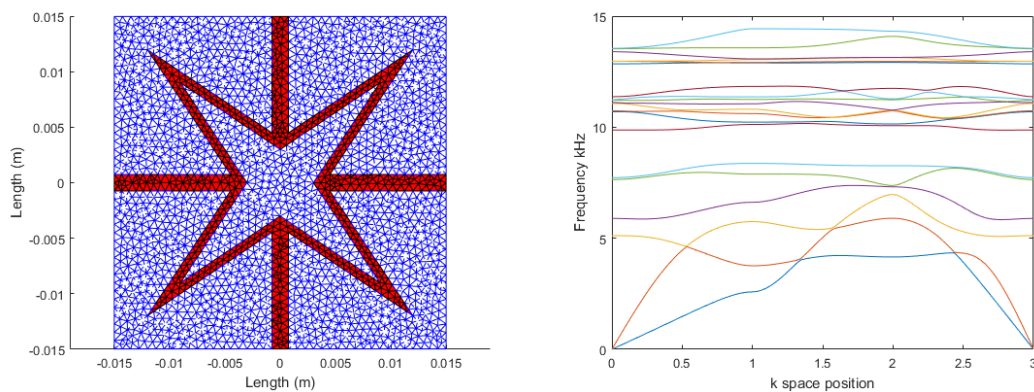
Εικόνα 42: Βέλτιστη αυξητική μικροδομή και dispersion curve



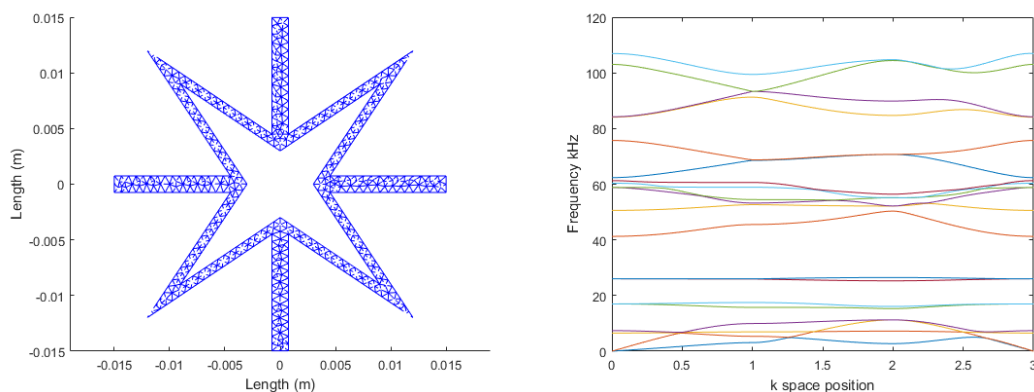
Εικόνα 43: Σύγκλιση αλγορίθμου

7.1.3 Σύγκριση δομών με και χωρίς μαλακό υλικό – μήτρα

Τέλος στην ενότητα 7.1 γίνεται σύγκριση δύο μικροδομών οι οποίες η μία είναι ένα σύνθετο υλικό με μαλακό και σκληρό υλικό, όπου ο πυρήνας του (σκληρό υλικό) έχει συνδέσμους που εκτείνονται στα άκρα της κατασκευής, ενώ στην δεύτερη περίπτωση απουσιάζει το μαλακό υλικό μήτρας.



Εικόνα 44: Σύνθετη αυξητική μικροδομή με μαλακό-σκληρό υλικό και dispersion curve



Εικόνα 45: Μικροδομή μόνο με σκληρό υλικό και dispersion curve

Στις εικόνες Εικόνα 44 και Εικόνα 45 φαίνονται οι αποκρίσεις των δύο κατασκευών και οι διαφορές που προκύπτουν. Και στις δύο περιπτώσεις εξάγονται τα διαγράμματα για

τις είκοσι πρώτες ιδιοσυχνότητες. Παρατηρείται η πολύ μεγάλη επίδραση του μαλακού υλικού συμπλήρωσης στην κατασκευή. Πιο συγκεκριμένα, κατεβάζει πάρα πολύ το πεδίο των ιδιοσυχνοτήτων στο οποίο εμφανίζονται οι πρώτες 20 ιδιοσυχνότητες. Πχ, με το μαλακό υλικό οι 20 πρώτες εμφανίζονται ως τα 15kHz όπως ήταν και το πεδίο ενδιαφέροντος μας, ενώ στην άλλη περίπτωση εμφανίζονται μέχρι τα 110kHz περίπου. Επιπλέον, δημιουργεί ένα εντελώς διαφορετικό είδος band gap. Εν κατακλείδι, η χρήση ενός δεύτερου πιο μαλακού υλικού μπορεί να δώσει τη δυνατότητα να διαμορφωθεί αποκοπή συχνοτήτων σε πιο χαμηλές συχνότητες, αξιοποιώντας την στιβαρότητα την οποία μπορεί να προσφέρει το σκληρό υλικό.

7.2 Μοντελοποίηση πλεγμάτων και σύνθετων κατασκευών

Στην ενότητα που ακολουθεί μελετώνται διάφορες περιπτώσεις κατασκευών, οι οποίες αποτελούν ένα σύνολο μικροδομών όπως αυτές μελετήθηκαν στην ενότητα 7.1. Πιο συγκεκριμένα θα μελετηθεί η απόδοση των παραπάνω μικροδομών στην απόσβεση των αρμονικών ταλαντώσεων σε διαφορετικές περιπτώσεις κατασκευών, και κατά πόσο η χρήση των περιοδικών συνθηκών με την μέθοδο Bloch μπορεί να δώσει την απαραίτητη ακρίβεια για τον σχεδιασμό μίας αποσβεστικής κατασκευή.

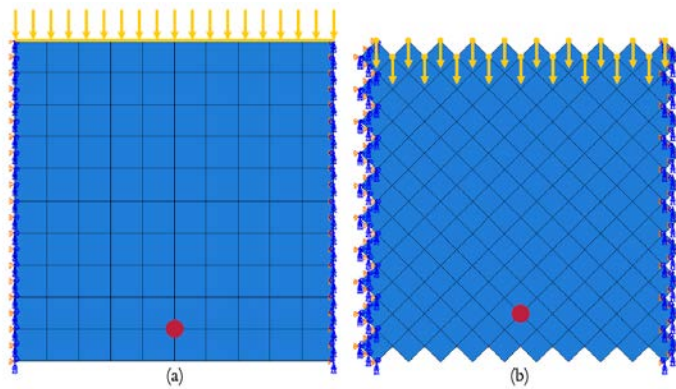
Οι τρεις μικροδομές που θα μελετηθούν αναλυτικά και χρησιμοποιήθηκαν από την ενότητα 7.1 είναι η κλασσική σύνθετη δομή με απλό τετραγωνικό εγκλώβισμα στον πυρήνα, η αυξητική μικροδομή όπου οι σύνδεσμοι εκτείνονται ως το άκρο του κελύφους και ουσιαστικά ενώνονται με τους γειτονικούς και τέλος η δομή με το αυξητικό αστέρι του οποίου οι σύνδεσμοι δεν εκτείνονται ως το άκρο. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον των δύο τελευταίων περιπτώσεων αποτελεί το γεγονός ότι το αστέρι διατηρεί το μέγεθος του (πάχος, ύψος και πλάτος) αλλά αλλάζει το μήκος των συνδέσμων, και η σύνδεση στη μία περίπτωση με τα γειτονικά κελύφη θα γίνεται μόνο μέσω του μαλακού υλικού ενώ στην άλλη περίπτωση μέσω και του μαλακού καθώς και του σκληρού.

Ένα κοινό χαρακτηριστικό όλων των περιπτώσεων που θα διερευνηθούν παρακάτω είναι ότι εφαρμόζεται κοινή αρμονική φόρτιση πλάτους 1kN.

Οι περιπτώσεις για κάθε κέλυφος περιοδικότητας από τα παραπάνω που θα μελετηθούν είναι αυτές που ακολουθούν.

Περίπτωση 1

Στην πρώτη περίπτωση, δημιουργήθηκε ένα πλέγμα από 10x10 όμοια unit cells, το συνολικό μέγεθος της κατασκευής είναι 30cm x 30cm, και εφαρμόζονται δύο διαφορετικές αρμονικές φορτίσεις όπως φαίνεται στην Εικόνα 46. Η πρώτη αφορά κάθετη φόρτιση στην κατασκευή, χρησιμοποιώντας περιορισμούς κύλισης στα πλάγια και μετρώντας την μετατόπιση στο πεδίο των συχνοτήτων από τον κόμβο με την κόκκινη βούλα, ενώ στη δεύτερη περίπτωση περιστρέψαμε την κατασκευή κατά 45° και εφαρμόστηκαν ίδιες φορτίσεις και περιορισμοί όπως αυτές φαίνονται στην Εικόνα 46.



Εικόνα 46: Πλέγμα 10x10

Περίπτωση 2

Η επόμενη περίπτωση που μελετήθηκε είναι σε κατασκευή λωρίδας της Εικόνα 47, όπου θα είναι σύνθεση 1x10 ιδίων unit cell, μεγέθους 3cm x 30cm, με φόρτιση στο αριστερό άκρο και πάκτωση στο δεξί, καθώς επίσης μοι μετρήσεις των μετακινήσεων πραγματοποιήθηκαν στον κόκκινο κόμβο.

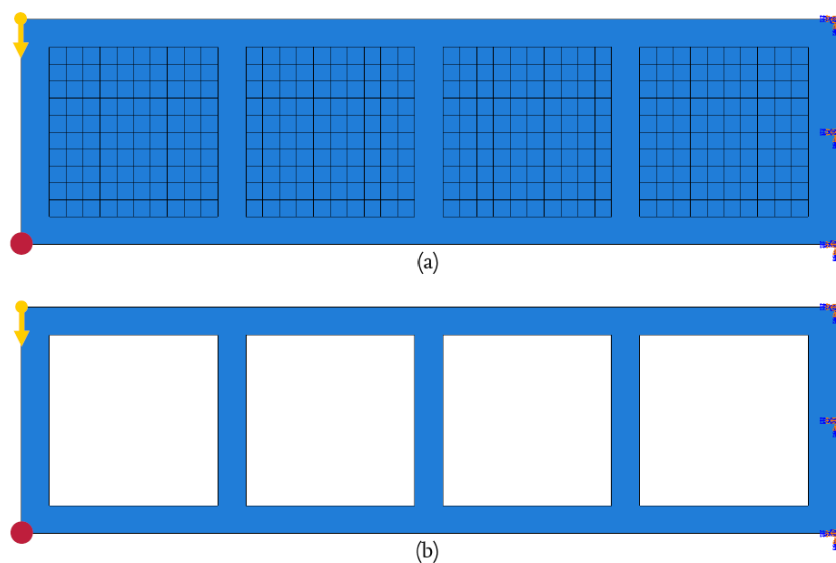


Εικόνα 47: Δοκός αποτελούμενη από τα unit cells

Περίπτωση 3

Η τρίτη περίπτωση που θα μελετηθεί είναι μία κλασσική κατασκευή η οποία περιέχει εγκλείσματα με μικροδομή όπως το πλέγμα της περίπτωσης 1. Στόχος ήταν να μελετηθεί κατά πόσο η ύπαρξη των εγκλεισμάτων με την δεδομένη μικροδομή θα μπορούσε να περιορίσει την διάδοση του κύματος και κατ' επέκταση την μείωση των ταλαντώσεων της κατασκευής. Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 48, το πλέγμα χρησιμοποιείται σαν τετραγωνικά φίλτρα εντός του πυρήνα.

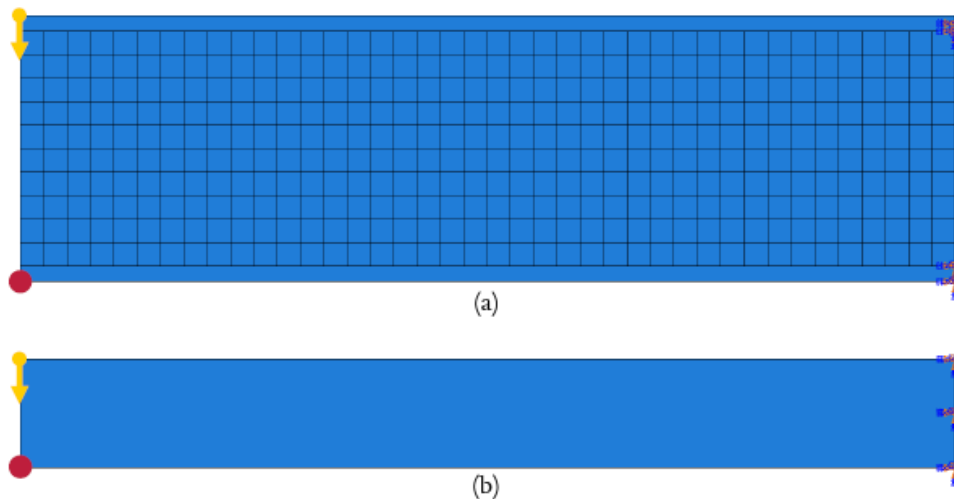
Οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν και οι φορτίσεις, καθώς και το σημείο μέτρησης της ταλάντωσης φαίνονται στην Εικόνα 48.



Εικόνα 48: Σύνθετη κατασκευή με και χωρίς το πλέγμα

Περίπτωση 4

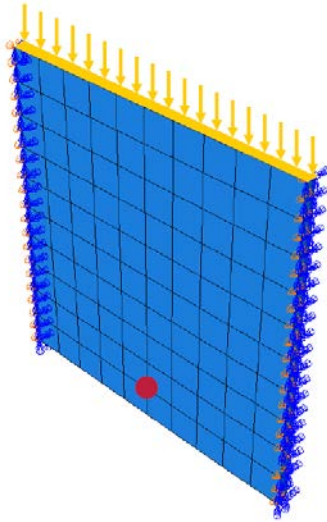
Στην επόμενη διερεύνηση το πλέγμα αποτελεί εξ' ολοκλήρου τον πυρήνα μία σύνθετης κατασκευής τύπου sandwich και όχι μέρος της και το μέγεθος της κατασκευής συνολικά ανέρχεται στα 36cm x 120cm. Και σε αυτή την περίπτωση όπως και στην περίπτωση 3, σκοπός είναι να εκτιμηθεί αν προστατεύει την κατασκευή από την διάδοση του κύματος ή όχι. Επιπλέον θα συγκριθεί με μία περίπτωση στην οποία υπάρχει μόνο ένα υλικό.



Εικόνα 49: Κατασκευή τύπου sandwich

Περίπτωση 5

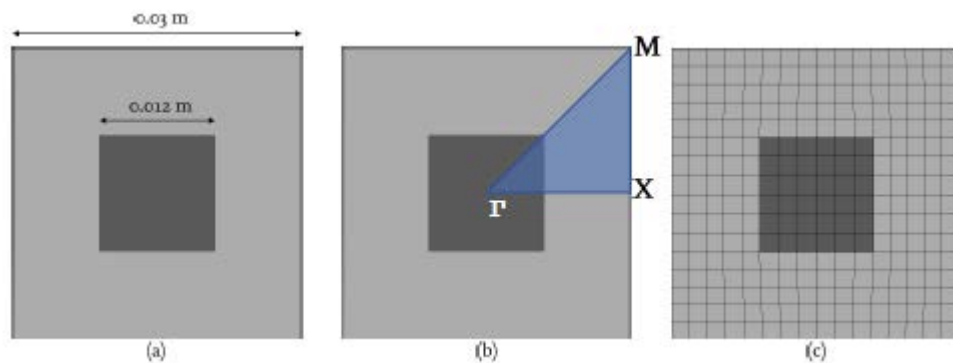
Τελευταία περίπτωση που μελετάται είναι η μεταφορά του πλέγματος σε τρισδιάστατο μοντέλο. Σκοπός είναι να εκτιμηθεί κατά πόσο οι παραπάνω μοντελοποιήσεις σε διςδιάστατο μοντέλο μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την δημιουργία μίας τρισδιάστατης κατασκευής. Στην Εικόνα 50 αποτυπώνεται η εφαρμογή των φορτίσεων, τα σημεία στα οποία έχουν μπει οι συνοριακές συνθήκες κύλισης καθώς και το σημείο στο οποίο υπολογίζονται οι ταλαντώσεις.



Εικόνα 50: Κατασκευή σε τρεις διαστάσεις

7.2.1 Μικροδομή με κλασσικό τετραγωνικό έγκλεισμα

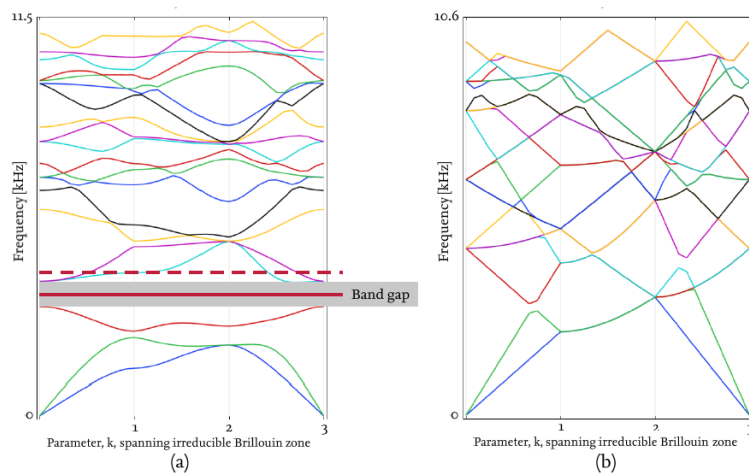
Η πρώτη μικροδομή η οποία μοντελοποιήθηκε είναι αυτή με τον τετραγωνικό πυρήνα όπως αυτή ορίστηκε στην πρώτη ενότητα αποτελεσμάτων (7.1). Οι διαστάσεις της κατασκευής, η περιοχή που θα εφαρμοστεί η πρώτη ζώνη Brillouin καθώς και η διακριτοποίηση της φαίνονται στην Εικόνα 51:



Εικόνα 51: Διαστάσεις μικροδομής, IBZ, και διακριτοποίηση

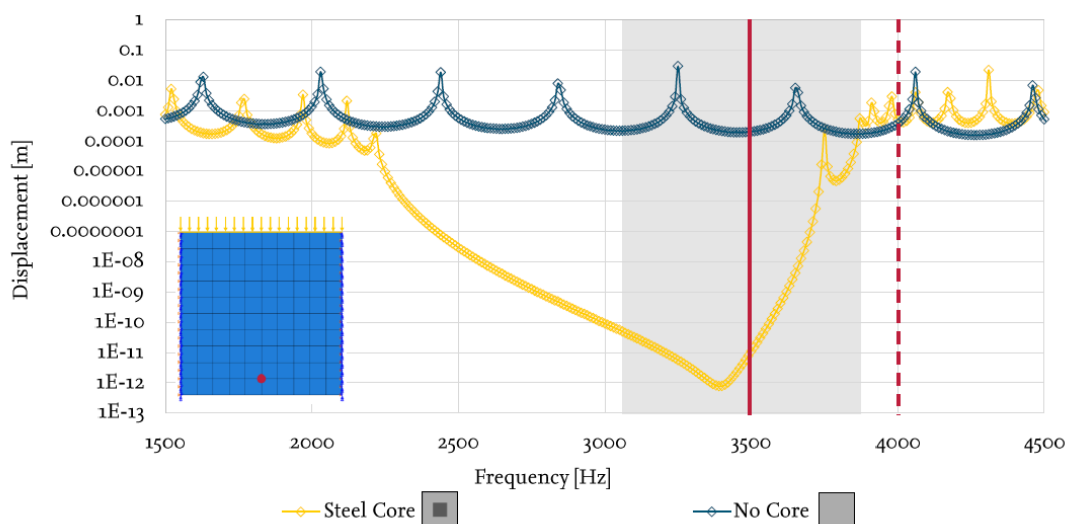
Στην συνέχεια παρουσιάζονται ξανά τα διαγράμματα (Εικόνα 52) τα οποία αποτυπώνουν τις περιοχές κατά τις οποίες υπάρχει διάδοση κύματος ή όχι. Στην πρώτη περίπτωση είναι το διάγραμμα της κατασκευής με τον σκληρό τετραγωνικό πυρήνα ενώ στην δεύτερη είναι το κέλυφος χωρίς την ύπαρξη ενός πυρήνα.

Με την εφαρμογή ενός πυρήνα δημιουργείται μία ζώνη band gap μεταξύ της τρίτης και της τέταρτης ιδιοσυχνότητας οι οποίες είναι μεταξύ 3.1kHz – 3.8kHz.



Εικόνα 52: Dispersion curves των περιπτώσεων με και χωρίς ύπαρξη πυρήνα

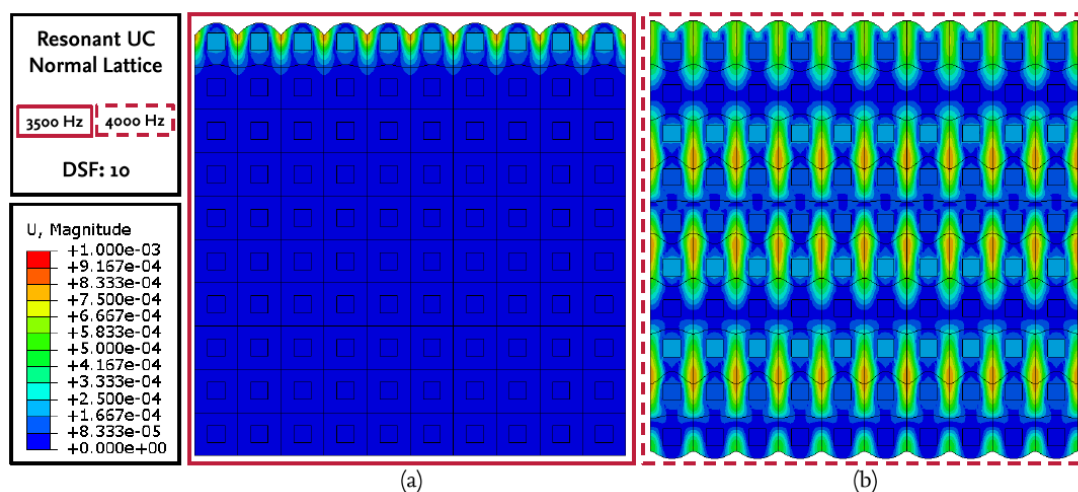
Η πρώτη επίλυση η οποία πραγματοποιήθηκε είναι στο τετραγωνικό πλέγμα 10×10 ιδίων unit cell. Στην Εικόνα 53 αποτυπώνεται η απόκριση δύο διαφορετικών περιπτώσεων στο πεδίο των συχνοτήτων. Με σκούρο χρώμα είναι η απόκριση του πλέγματος το οποίο αποτελείται μόνο από ένα υλικό (μέταλλο) ενώ με κίτρινο είναι η απόκριση της κατασκευής με την χρήση του τετραγωνικού πυρήνα. Παρατηρούμε ότι βάσει της εκτίμησης από την θεωρία του Bloch, η περιοχή του band gap που αποτυπώθηκε στο dispersion curve της Εικόνα 52a, αποτυπώνεται και από την απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων. Επιπλέον σε αντίθεση με την χρήση ενός μόνο υλικού, εδώ επιτυγχάνεται πολύ μεγάλη μείωση της ταλάντωσης όπως αυτή φαίνεται στην γκρι περιοχή όπου είναι η εκτιμώμενη ζώνη αποκοπής συχνοτήτων.



Εικόνα 53: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος

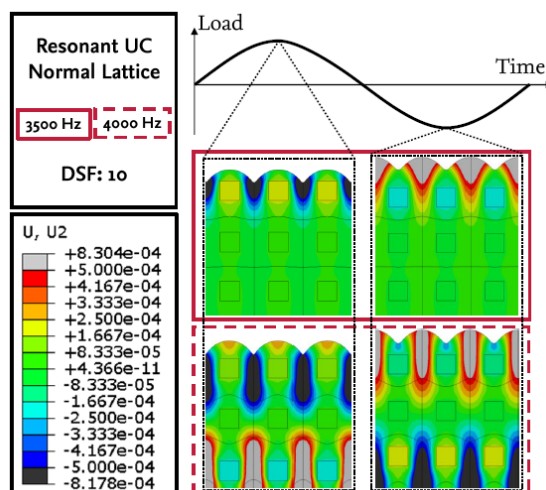
Στην συνέχεια απεικονίζεται η απόκριση του πλέγματος (Εικόνα 54), σε περίπτωση που διεγερθεί αρμονικά με συχνότητα διέγερσης: α. Εντός περιοχής band gap μεγέθους 3.5kHz (κόκκινη γραμμή) και β. Εκτός περιοχής band gap μεγέθους 4kHz (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή). Όταν η κατασκευή φορτίζεται εντός του πεδίου συχνοτήτων που επιτυγχάνεται band gap, η μετάδοση του σήματος σταματά στην πρώτη με δεύτερη σειρά μικροδομών, ενώ στην περίπτωση που η κατασκευή φορτίζεται εκτός περιοχής

band gap, τότε το κύμα διαδίδεται κανονικά και η κατασκευή ταλαντώνεται σε όλη της την επιφάνεια.



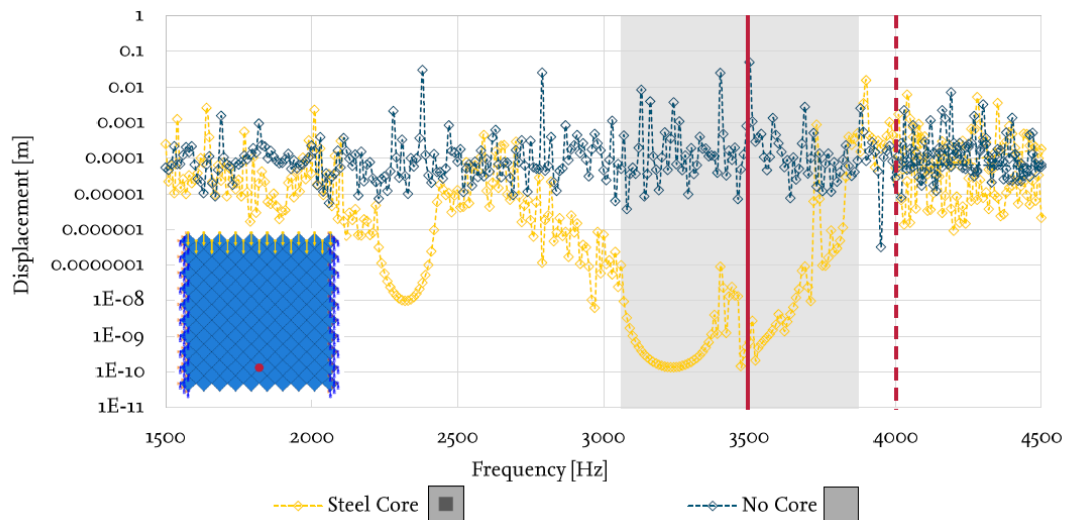
Εικόνα 54: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

Επιπλέον στην συνέχεια απεικονίζεται η απόκριση της κατασκευής σε διαφορετικές χρονικές στιγμές της ιστορίας φόρτισης (Εικόνα 55), υπολογίζοντας την πάλι στις δύο αυτές συχνότητες. Και σε αυτή τη περίπτωση απομονώνοντας μία μικρή περιοχή παρατηρούμε την συμπεριφορά του πυρήνα ο οποίος στην ουσία αποσβένει την ταλάντωση και δεν επιτρέπει την μετακίνηση της κάτω πλευράς στην συχνότητα εντός ζώνης απόσβεσης (κόκκινο πλαίσιο).



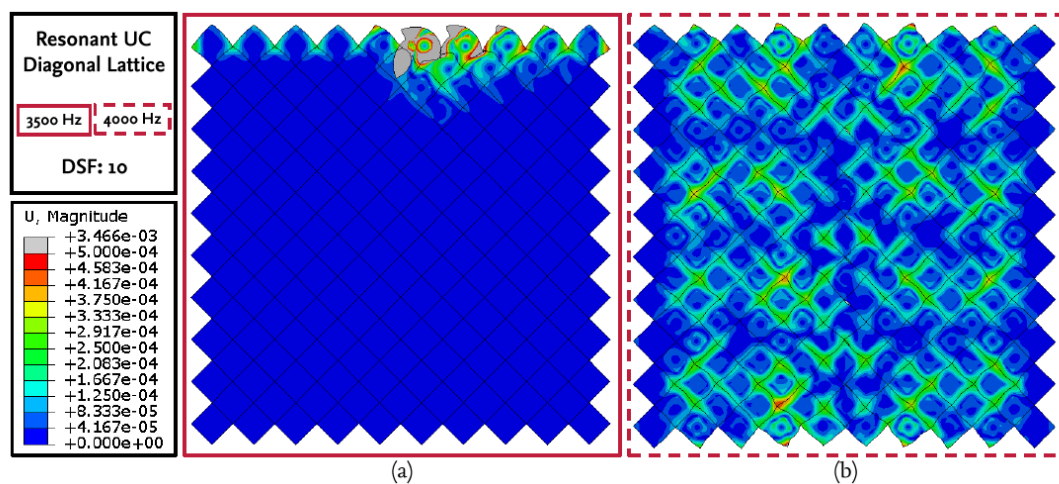
Εικόνα 55: Απόκριση κατασκευής σε διαφορετικές φάσεις

Η επόμενη περίπτωση που μελετήθηκε είναι με την ίδια μικροδομή αλλά με περιστροφή του πλέγματος 45° . Με βάση την Εικόνα 56, προκύπτει και πάλι η μεγάλη ακρίβεια πρόβλεψης, μεγάλων ζωνών απόσβεσης. Επιπλέον η απόκριση του απλού μοντέλου γίνεται αρκετά πιο έντονη, σε σύγκριση με το σύνθετο, με αποτέλεσμα έχουμε εμφάνιση κορυφών. Έτσι με την προσθήκη του πυρήνα επιτυγχάνεται πολύ καλύτερη απόκριση και ουσιαστικά αποτρέπονται οι έντονες ταλαντώσεις της κατασκευής.



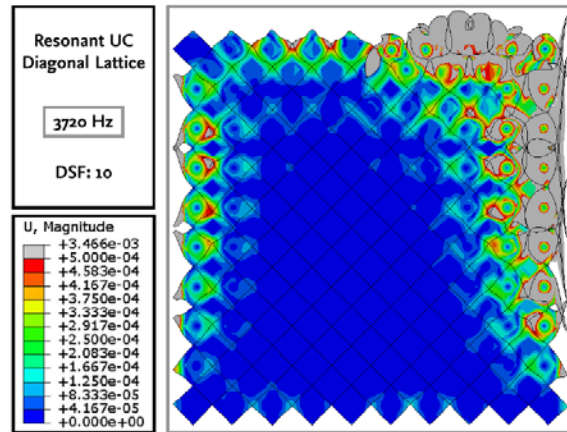
Εικόνα 56: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος υπό γωνία

Ακολουθώντας, απεικονίζεται η απόκριση του πλέγματος (Εικόνα 57), σε περίπτωση που διεγερθεί αρμονικά με συχνότητα διέγερσης: α. Εντός περιοχής band gap (κόκκινη γραμμή) και β. Εκτός περιοχής band gap (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή). Και σε αυτή τη περίπτωση όταν η κατασκευή φορτίζεται εντός του πεδίου συχνοτήτων που επιτυγχάνεται band gap τότε η μετάδοση του σήματος σχεδόν σταματά στην πρώτη με δεύτερη σειρά ενώ στην περίπτωση που η κατασκευή φορτίζεται εκτός band gap περιοχής, τότε το κύμα διαδίδεται κανονικά και η κατασκευή ταλαντώνεται.



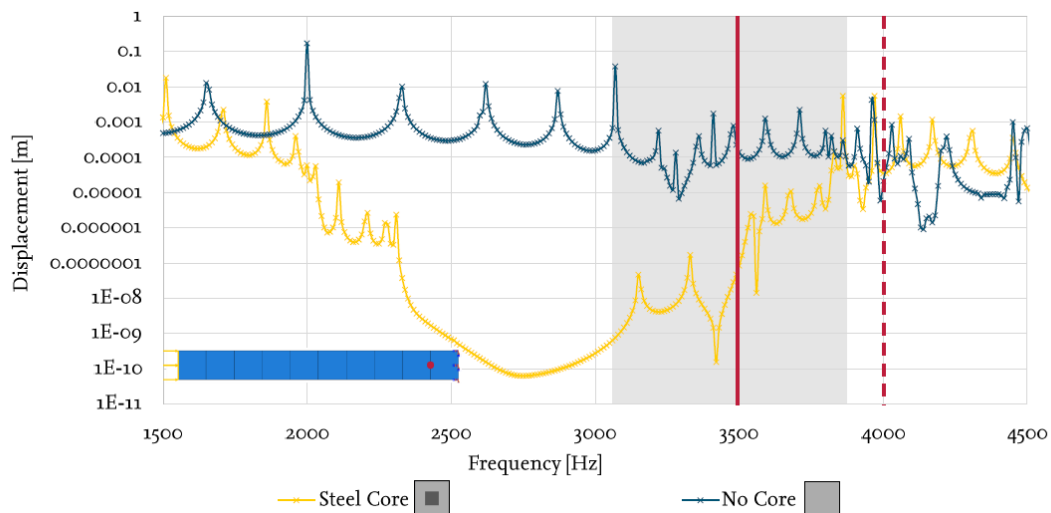
Εικόνα 57: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

Παρόλα αυτά, σε αυτή την περίπτωση παρατηρείται ένα φαινόμενο στο οποίο ενώ βρισκόμαστε εντός ζωνών αποκοπής δημιουργείται κάποια μεγάλη κορυφή. Απεικονίζοντας μία αρμονική διέγερση σε αυτή τη συχνότητα παρατηρούμε ότι δημιουργούνται έντονα φαινόμενα στα σύνορα της κατασκευής αλλά η διάδοση προς τα μέσα αποκόπτεται (Εικόνα 58).



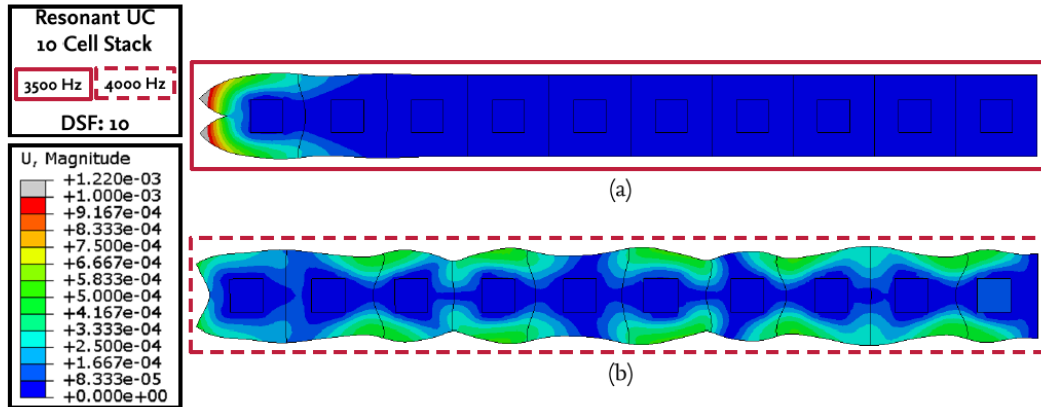
Εικόνα 58: Φορτισμένη κατασκευή εντός band gap αλλά σε κορυφή

Επόμενη περίπτωση που μελετήθηκε είναι η χρήση των κελυφών και η σύγκριση τους σαν μέρος μίας δοκού με μία απλή χαλύβδινη δοκό. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις παρατηρείται μία περιοχή μείωσης της ταλάντωσης αλλά όχι ιδιαίτερα ικανοποιητική σε σχέση με την απόκριση της κατασκευής (Εικόνα 59). Αντιθέτως, μία ‘κοιλιά’ εμφανίζεται σε στις συχνότητες μεταξύ περίπου 2.3 kHz – 3.1 kHz. Αυτό ουσιαστικά δεν ‘υπακούει’ στο διάγραμμα που αποτυπώνει τις περιοχές που εμφανίζεται band gap και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για να μπορέσουν να ‘δουλέψουν’ οι περιοδικές συνθήκες είναι αναγκαίο να δημιουργηθεί η κατασκευή προς όλες τις κατευθύνσεις και όχι μόνο προς μία. Με άλλα λόγια, νησίδες συνεχούς υλικού καταστρέφουν την αποκοπή συχνοτήτων που επιτυγχάνει η μικροδομή.



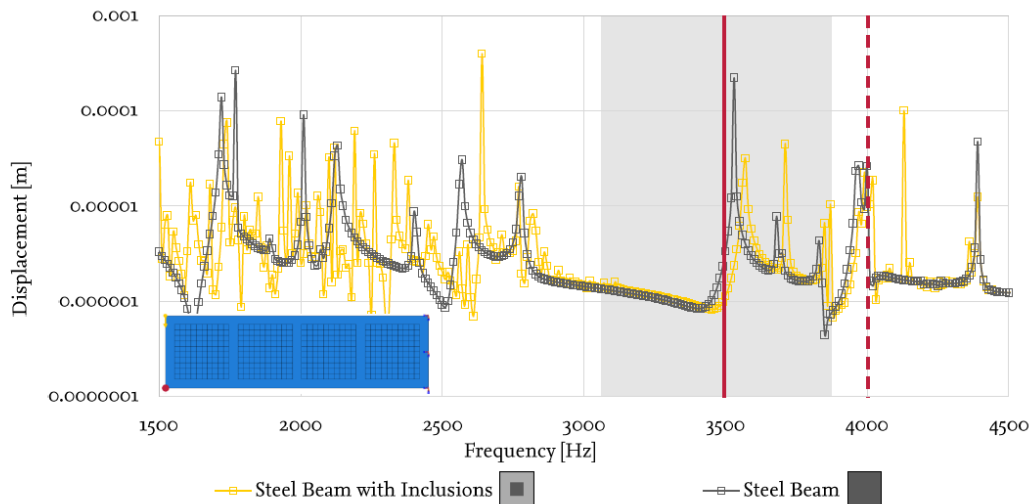
Εικόνα 59: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της δοκού

Στην συνέχεια ακολουθεί η απεικόνιση της κατασκευής υπό αρμονική διέγερση εντός και εκτός περιοχών band gap (Εικόνα 60). Σε πλάτος ταλάντωσης απεικονίζεται η μείωση της αλλά όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω δεν ικανοποιεί την περιοδικότητα και έτσι υπολείπεται σε ακρίβεια.



Εικόνα 60: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

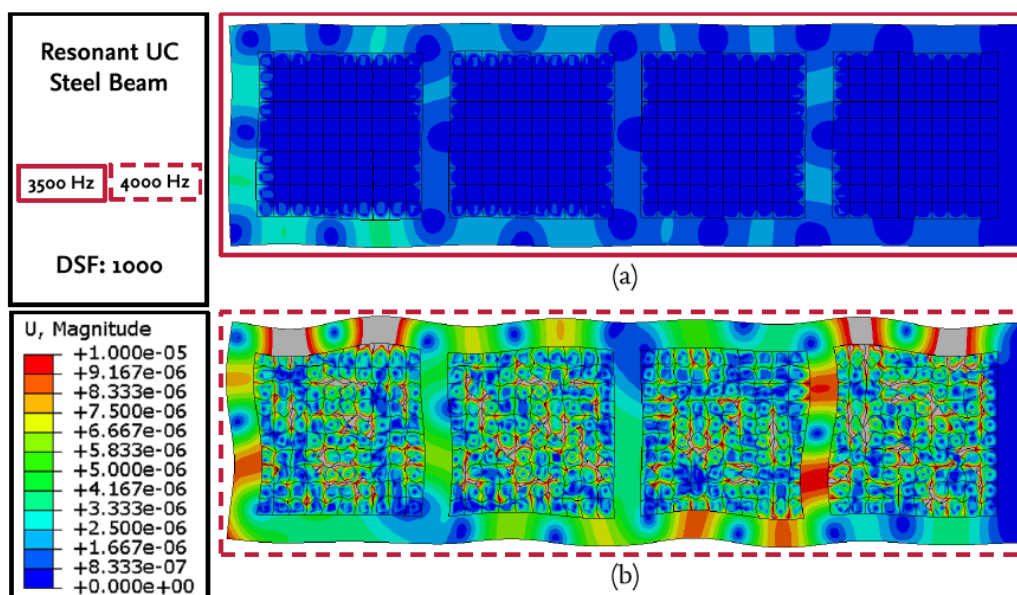
Επόμενη κατασκευή που μελετήθηκε είναι η σύνθετη κατασκευή, τμήματα της οποίας είναι κατασκευασμένα από τα πλέγματα μικροδομής. Σε αντίθεση με τις άλλες διερευνήσεις, σε αυτή το σημείο το οποίο μετρήθηκαν οι μετατοπίσεις βρίσκεται εκτός του πλέγματος αλλά κάτω αριστερά που είναι μέρος του κελύφους. Βάσει λοιπόν της Εικόνα 61, το οποίο απεικονίζει πάλι την απόκριση της κατασκευής με πλέγμα και την απόκριση χωρίς χρήση πλέγματος αλλά μόνο μετάλλου, οι αποκρίσεις είναι παρόμοιες και ουσιαστικά στην band gap περιοχή δεν επιτυγχάνεται κάποια μείωση ταλάντωσης και αποκοπή διάδοσης. Ο λόγος που γίνεται αυτό παρουσιάζεται στην απεικόνιση της κατασκευής έπειτα από αρμονική φόρτιση εντός και εκτός band gap περιοχής.



Εικόνα 61: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της σύνθετης κατασκευής

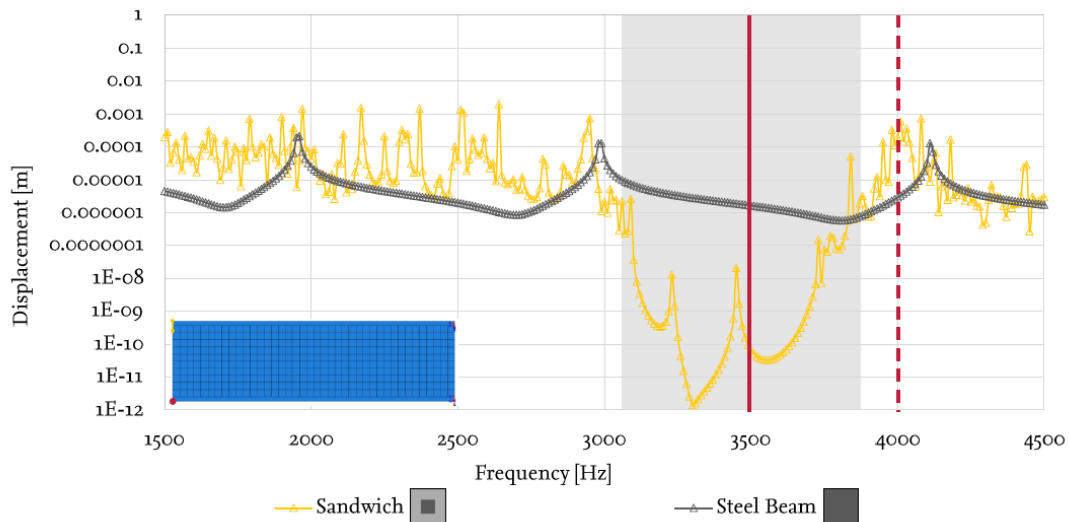
Όπως φαίνεται και από την Εικόνα 62, αν το πλέγμα αποτελεί απλά ένα μέρος του πυρήνα της κατασκευής, δεν μπορεί να επιτύχει μείωση των ταλαντώσεων της κατασκευής. Ο λόγος είναι ότι όπως φαίνεται και από την Εικόνα 62a, εντός band gap περιοχής το κύμα διαδίδεται από τους 'διαδρόμους' με αποτέλεσμα να δημιουργεί κανονικά ταλάντωση στην κατασκευή. Βέβαια, αξίζει να αναφερθεί ότι εντός των πλεγμάτων, παρόλο ότι υπάρχει αλληλεπίδραση με τα υπόλοιπα τμήματα της κατασκευής, εξακολουθεί να μην πραγματοποιείται διάδοση κύματος κάτι που σημαίνει ότι θα μπορούσε η τοποθέτηση

της μικροδομής να εφαρμοστεί σαν φίλτρο το οποίο εσωτερικά του θέλει να ‘προστατεύσει’ κάτι ευαίσθητο. Από την άλλη, στην περίπτωση φόρτισης εκτός band gap περιοχής (Εικόνα 62b), το κύμα διαδίδεται κατά μήκος όλης της κατασκευής, συμπεριλαμβανομένου και των μικροδομών.



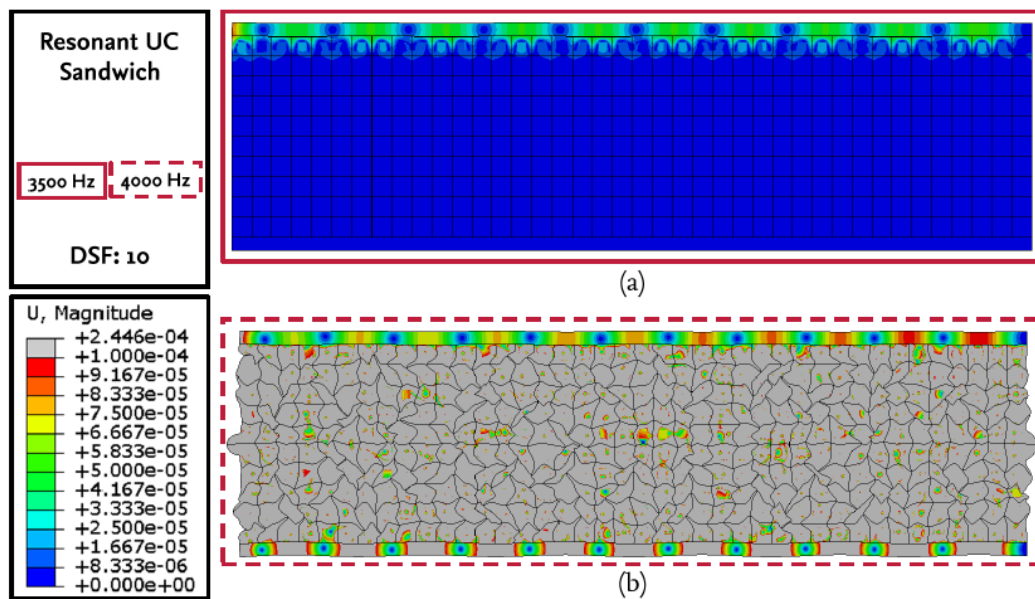
Εικόνα 62: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

Η επόμενη διερεύνηση που πραγματοποιήθηκε ήταν απόκριση μίας κατασκευής τύπου sandwich. Δηλαδή χρησιμοποιείται μία σειρά από μικροδομές όπου στο πάνω και κάτω μέρος τους τοποθετούνται δύο μεταλλικές δοκοί. Από το διάγραμμα που ακολουθεί προκύπτει ότι η κατασκευή με τις μικροδομές επιτυγχάνει και σε αυτή τη περίπτωση περιοχές μη διάδοσης κύματος όπως αυτές υποδείχθηκαν από το dispersion curve. Παρόλα αυτά, παρατηρείται ότι εντός αυτών δημιουργούνται κάποιες κορυφές. Έπειτα από μελέτη παρατηρήθηκε ότι αυτές οι κορυφές είναι ιδιοσυχνότητες του άνω και του κάτω μεταλλικού στρώματος, το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι όταν σε μία μικροδομή που αποκόπτει ένα εύρος συχνοτήτων τοποθετηθεί κάποια επιπλέον κατασκευή, υπάρχει πιθανότητα να επιδράσει στην λειτουργία της προσθέτοντας κάποιες ιδιοσυχνότητες στο σύστημα. Παρόλα αυτά, αν η μικροδομή αποτελεί το σύνολο του πυρήνα της κατασκευής και όχι μέρος της όπως στην προηγούμενη διερεύνηση τότε επιτυγχάνεται πολύ καλή μείωση της ταλάντωσης.



Εικόνα 63: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της σύνθετης κατασκευής τύπου sandwich

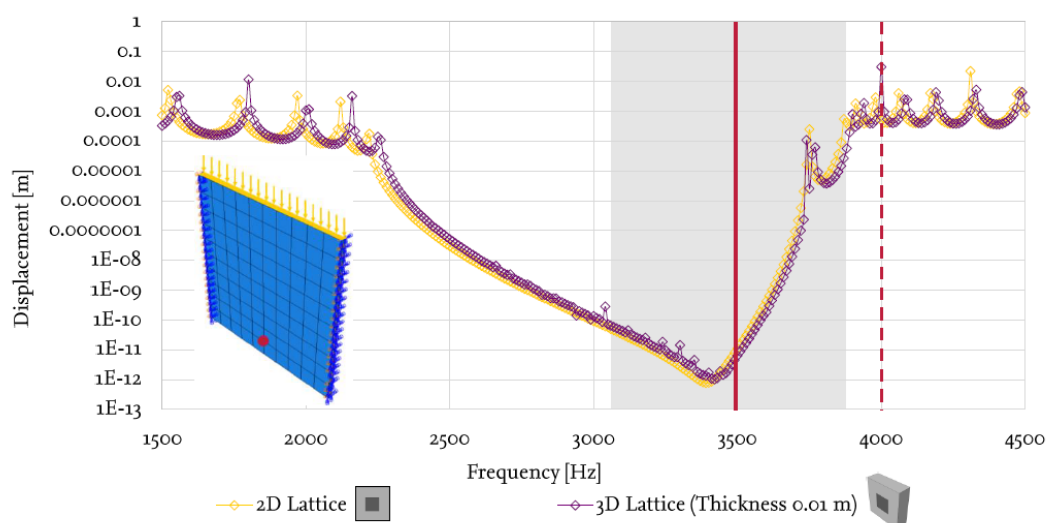
Όπως σχολιάστηκε και προηγουμένως, στην Εικόνα 64 απεικονίζεται η απόκριση της κατασκευής σε διεγέρσεις εντός και εκτός περιοχών band gap. Και σε αυτή τη περίπτωση φαίνεται πως η μικροδομή μας σαν μεσαίο στρώμα του σύνθετου απορροφά τις ταλαντώσεις σε συχνότητες εντός ζωνών αποκοπής κύματος.



Εικόνα 64: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

Τελευταία περίπτωση που μελετήθηκε είναι η μεταφορά της κατασκευής του πλέγματος μας στον τρισδιάστατο χώρο. Μετά από σειρά διερευνήσεων παρατηρήθηκε ότι για να επιτευχθεί σύγκλιση των διαγραμμάτων στο πεδίο των συχνοτήτων για την απόκριση του ίδιου σημείου έπρεπε το πάχος της τρισδιάστατης κατασκευής να είναι πολύ μικρό, σε σχέση με το μέγεθος της (0.3 x 0.3 x 0.01 m) όπως φαίνεται και στην Εικόνα 65. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι με βάσει το παραπάνω συμπέρασμα, είναι δύσκολο να

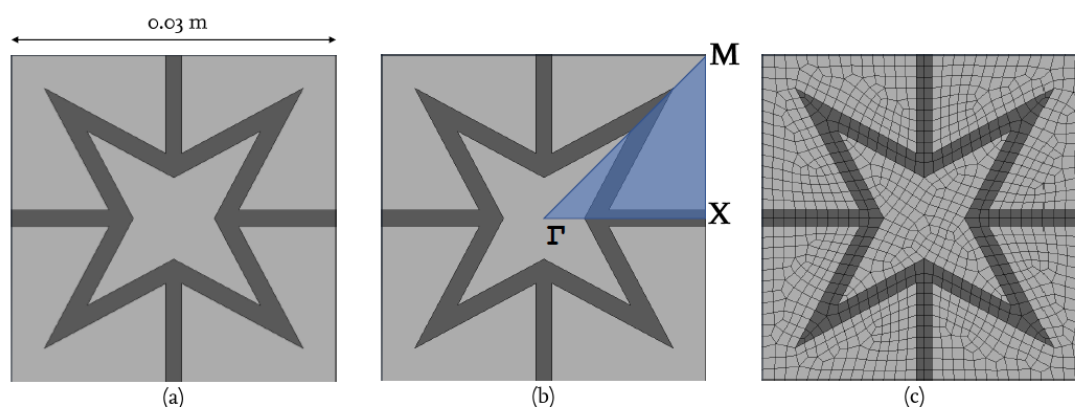
δουλέψει η δισδιάστατη μικροδομή στις τρεις διαστάσεις και για τον λόγο αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η θεωρία Bloch για στερεά τρισδιάστατα σώματα.



Εικόνα 65: Σύγκριση δισδιάστατου με τρισδιάστατο μοντέλο

7.2.2 Μικροδομή με αυξητικό που εκτείνεται ως τα άκρα του κελύφους

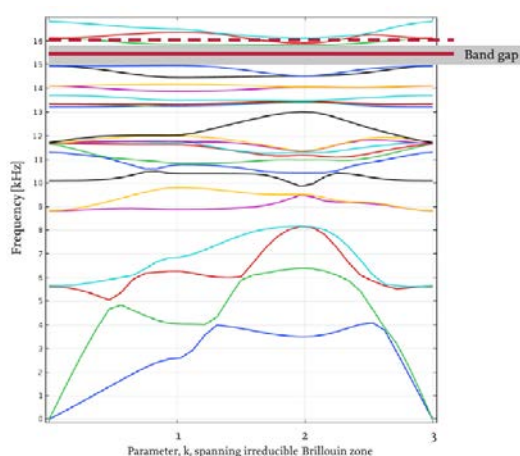
Στην επόμενη ενότητα μελετάται αναλυτικά η επίδραση του αυξητικού υλικού στην συμπεριφορά των παραπάνω κατασκευών. Η ιδιομορφία της συγκεκριμένης κατασκευής είναι ότι το αυξητικό εκτείνεται στα άκρα της κατασκευής. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι στο πλέγμα θα αλληλοεπιδρούν οι μικροδομές μεταξύ τους μέσω και των δύο διαφορετικών υλικών. Στην Εικόνα 66, απεικονίζονται οι διαστάσεις της κατασκευής, η πρώτη ζώνη Brillouin καθώς και η διακριτοποίηση που έχει εφαρμοστεί στην κατασκευή.



Εικόνα 66: Διαστάσεις μικροδομής, IBZ, και διακριτοποίηση

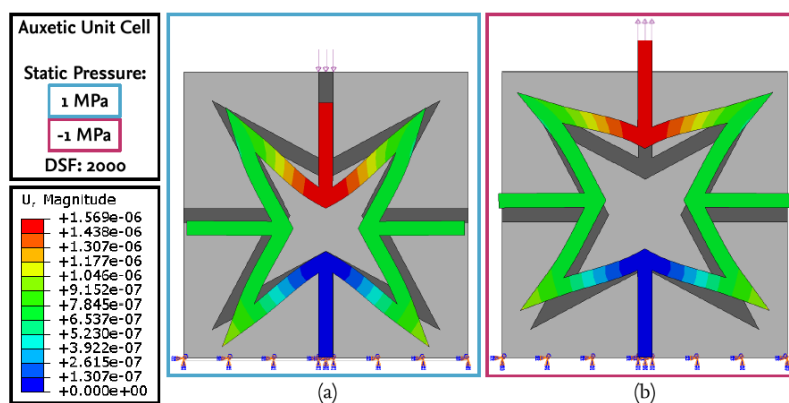
Στην συνέχεια παρουσιάζεται το διάγραμμα το οποίο απεικονίζει τις περιοχές κατά τις οποίες υπάρχει διάδοση κύματος ή όχι (Εικόνα 67). Με την εφαρμογή ενός αυξητικού πυρήνα όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα αποτελεσμάτων, εφόσον αυτό εκτείνεται στα άκρα, δημιουργείται μία ζώνη band gap κυρίως σε πιο υψηλές συχνότητες, οι οποίες είναι εκτός πεδίου διερεύνησης της εργασίας. Παρόλα αυτά, και

στην συγκεκριμένη περίπτωση υπάρχει μερική εμφάνιση ζωνών αποκοπής μεταξύ 15kHz – 16kHz όπως φαίνεται και στην Εικόνα 67 με την γκρι περιοχή.



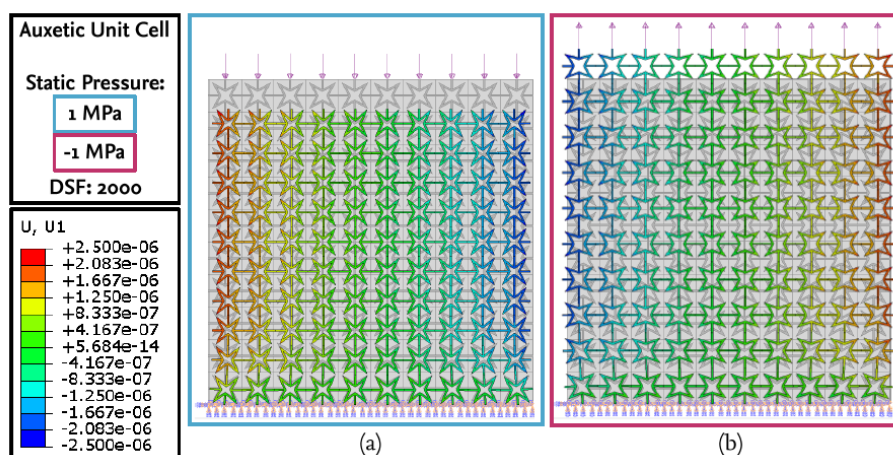
Εικόνα 67: Dispersion curve της μικροδομής με το αυξητικό υλικό

Αρχικά παρουσιάζεται η συμπεριφορά της αυξητικής δομής σε περίπτωση που υπόκεινται σε στατικές εφελκυστικές και θλιπτικές δυνάμεις. Η αναμενόμενη αυξητική συμπεριφορά του αστεριού παρατηρείται, όπως αυτή περιεγράφηκε και στο κεφάλαιο των αυξητικών υλικών. Κατά την θλίψη η κατασκευή τείνει να γίνει πιο ‘λεπτή’ ενώ κατά την εφελκυστική φόρτιση η κατασκευή τείνει να διογκωθεί. Ένα επιπλέον γεγονός που αξίζει να αναφερθεί είναι ότι η αυξητική συμπεριφορά της μεταλλικής κατασκευής συνεχίζει να υφίσταται παρόλο που αυτή αλληλοεπιδρά με το μαλακό στρώμα.



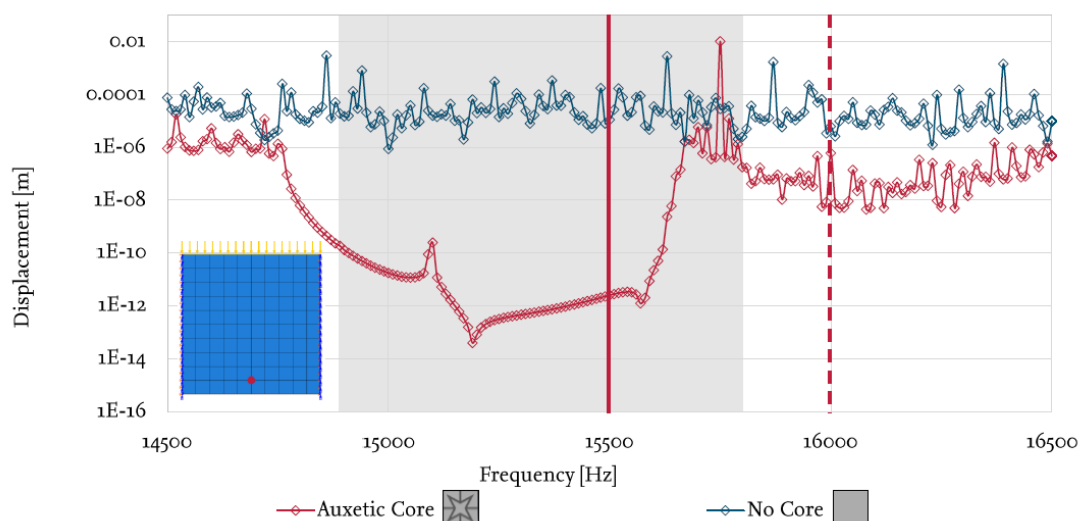
Εικόνα 68: Αυξητική συμπεριφορά των αυξητικών δομών

Στη συνέχεια μελετήθηκε όπως και στην προηγούμενη ενότητα η συμπεριφορά της αυξητικής δομής σε πλέγμα. Πριν όμως αναλυθεί η συμπεριφορά της στο δυναμικό σύστημα, έγινε μία σύντομη διερεύνηση της στατικής συμπεριφοράς του πλέγματος σε εφελκυστικές και θλιπτικές δυνάμεις. Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 69 η συμπεριφορά είναι ανάλογη με αυτή που αναλύθηκε προηγουμένων, δηλαδή κατά την εφαρμογή εφελκυστικών δυνάμεων η κατασκευή τείνει να διογκώνεται (Εικόνα 69a) ενώ κατά την θλιπτική φόρτιση η κατασκευή συρρικνώνεται (Εικόνα 69b). Η δύναμη που εφαρμόστηκε στην κατασκευή είναι πίεση στις επάνω μεταλλικές επιφάνειες μέτρου +1/-1 MPa και το κάτω μέρος της κατασκευής παραμένει πακτωμένο.



Εικόνα 69: Συμπεριφορά πλέγματος σε διαφορετικές φορτίσεις

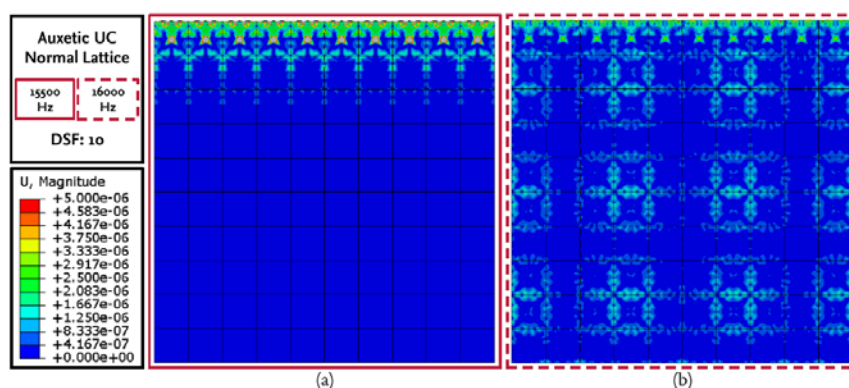
Συνεχίζοντας στην ανάλυση της κατασκευής στο πεδίο των συχνοτήτων, η πρώτη επίλυση η οποία πραγματοποιήθηκε είναι στο τετραγωνικό πλέγμα 10x10 ιδίων unit cell. Στην γραφική παράσταση που ακολουθεί (Εικόνα 70), αποτυπώνεται η απόκριση δύο διαφορετικών περιπτώσεων στο πεδίο των συχνοτήτων. Με σκούρο χρώμα είναι η απόκριση του πλέγματος το οποίο αποτελείται μόνο από ένα υλικό (μέταλλο) ενώ με κόκκινο είναι η απόκριση της κατασκευής με την χρήση του αυξητικού πυρήνα. Παρατηρείται ότι με την χρήση της θεωρίας του Bloch στο περιοδικό κέλυφος, η περιοχή του band gap που είχαμε από το dispersion curve αποτυπώνεται με πολύ μεγάλη ακρίβεια και στο πεδίο των συχνοτήτων. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι σε αντίθεση με την χρήση ενός μόνο υλικού, εδώ επιτυγχάνεται πολύ μεγάλη μείωση της ταλάντωσης όπως αυτή φαίνεται στην γκρι περιοχή, όπου είναι η εκτιμώμενη band gap περιοχή.



Εικόνα 70: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος

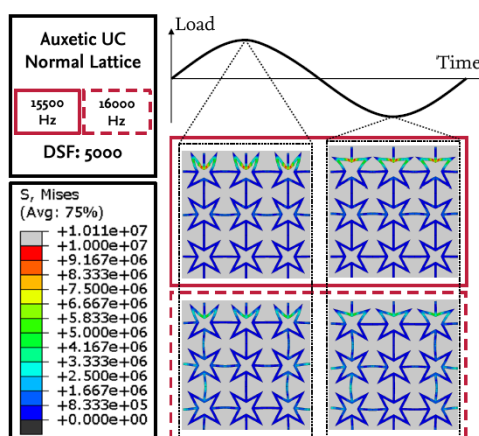
Στην συνέχεια απεικονίζεται η απόκριση του πλέγματος (Εικόνα 71), σε περίπτωση που διεγερθεί αρμονικά με συχνότητα διέγερσης: α. Εντός περιοχής band gap με συχνότητα 15.5kHz (κόκκινη γραμμή) και β. Εκτός περιοχής band gap με συχνότητα 16kHz (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή). Όταν η κατασκευή φορτίζεται εντός του πεδίου συχνοτήτων που επιτυγχάνεται band gap, τότε η μετάδοση του σήματος σταματά στην

πρώτη με δεύτερη σειρά, ενώ στην περίπτωση που η κατασκευή φορτίζεται εκτός band gap περιοχής, τότε το κύμα διαδίδεται κανονικά και η κατασκευή ταλαντώνεται και αναπτύσσει μεγαλύτερες μετατοπίσεις. Όπως και στην περίπτωση της κλασσικής μικροδομής παρατηρείται πολύ γρήγορη απόσβεση της ταλάντωσης. Παρόλα αυτά, εδώ φαίνεται η διάδοση του κύματος να μην σταματά από την πρώτη σειρά μικροδομών αλλά να χρειάζεται λίγο περισσότερο χώρο και αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός της αλληλεπίδρασης των μικροδομών μέσω δύο διαφορετικών υλικών και όχι μόνο ενός.



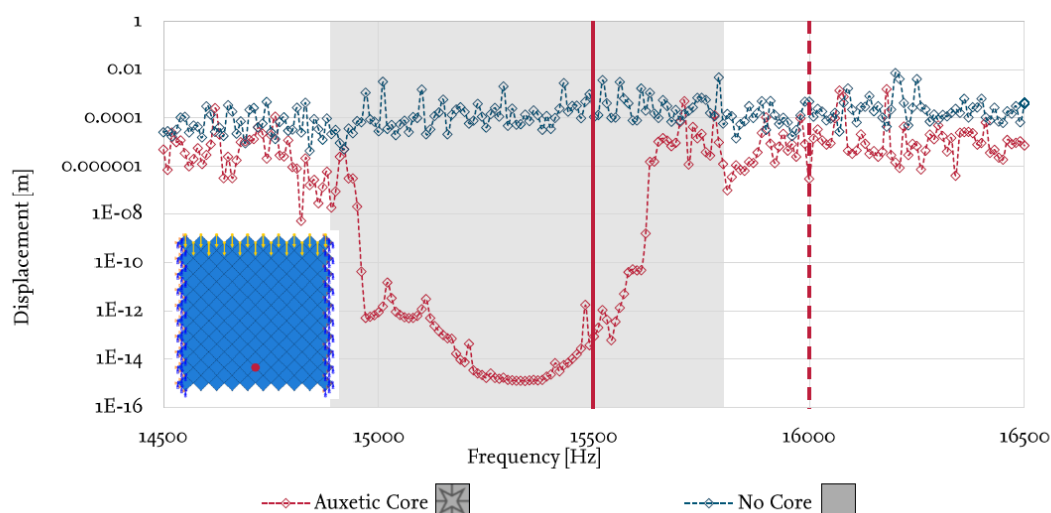
Εικόνα 71: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής σε (m)

Επιπλέον στην συνέχεια απεικονίζεται η απόκριση της κατασκευής σε διαφορετικές φάσεις φόρτισης, υπολογίζοντας την πάλι στις δύο αυτές συχνότητες (Εικόνα 72). Και σε αυτή τη περίπτωση, απομονώνοντας μία μικρή περιοχή διακρίνεται η συμπεριφορά του πυρήνα, ο οποίος στην ουσία αποσβένει την ταλάντωση και δεν επιτρέπει την μετακίνηση της κάτω πλευράς στην συχνότητα εντός ζώνης απόσβεσης (κόκκινο πλαίσιο). Εδώ αξίζει να αναφερθεί ότι σε συχνότητες εντός band gap περιοχής, το σκληρό υλικό ‘τραβάει’ τις υψηλότερες (κόκκινες περιοχές) τάσεις, πάνω στο αστέρι, με την κίνηση που κάνει με αποτέλεσμα να αποτρέπει την διάδοση του κύματος. Από την άλλη, σε εκτός band gap περιοχή αυτό το φαινόμενο δεν εμφανίζεται τόσο έντονα με αποτέλεσμα το κύμα μέσω συνδέσμων να μεταφέρεται και στα υπόλοιπα αστέρια. Βέβαια αξίζει να παρατηρηθεί ότι οι περισσότερες τάσεις συγκεντρώνονται στους συνδέσμους που αλληλοεπιδρούν με τους γειτονικούς.



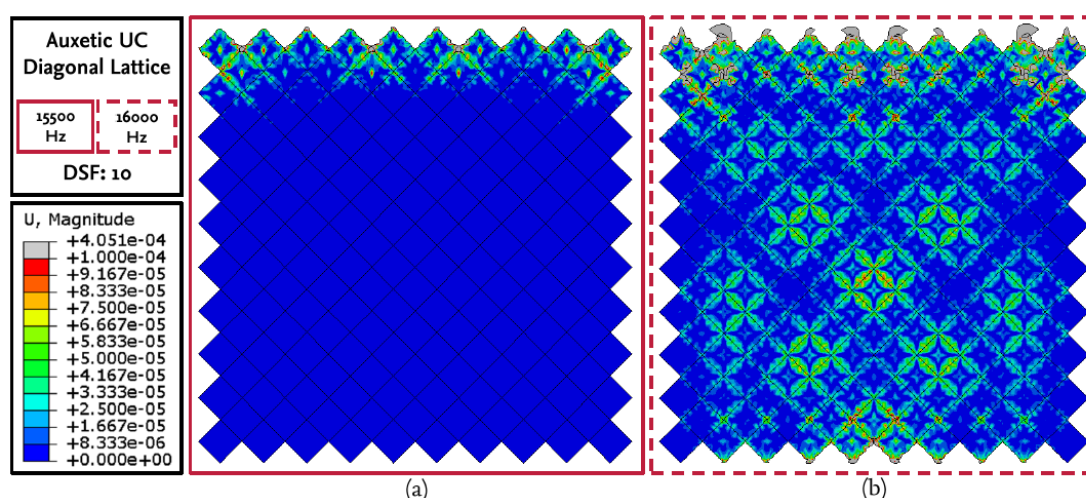
Εικόνα 72: Απόκριση κατασκευής σε διαφορετικές φάσεις σε (m)

Η επόμενη περίπτωση που μελετήθηκε είναι με την ίδια μικροδομή αλλά περιστρέφοντας το πλέγμα κατά 45° . Με βάση την Εικόνα 73, παρατηρείται και πάλι με πόσο μεγάλη ακρίβεια επιτυγχάνεται η πρόβλεψη της ζώνης απόσβεσης και αυτές τις συχνότητες. Επιπλέον, η απόκριση του απλού μοντέλου γίνεται αρκετά πιο έντονη σε σχέση με το μοντέλο που έχει τον πυρήνα και έχουμε μεγάλη εμφάνιση κορυφών. Έτσι, με την προσθήκη του πυρήνα επιτυγχάνεται πολύ καλύτερη απόκριση και ουσιαστικά αποτρέπονται οι έντονες μετακινήσεις της κατασκευής.



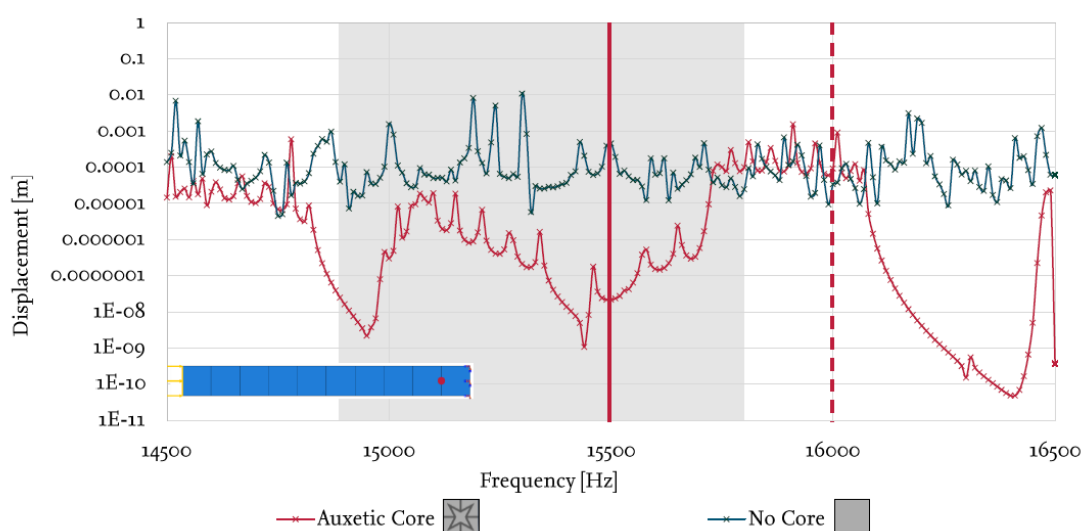
Εικόνα 73: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος υπό γωνία

Στην Εικόνα 74, απεικονίζεται η απόκριση του πλέγματος, σε περίπτωση που διεγερθεί αρμονικά με συχνότητα διέγερσης: α. Εντός περιοχής band gap με συχνότητα 15.5kHz (κόκκινη γραμμή) και β. Εκτός περιοχής band gap με συχνότητα 16kHz (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή). Και σε αυτή τη περίπτωση, όταν η κατασκευή φορτίζεται εντός του πεδίου συχνοτήτων που επιτυγχάνεται band gap, η μετάδοση του σήματος σχεδόν σταματά στην πρώτη με δεύτερη σειρά ενώ στην περίπτωση που η κατασκευή φορτίζεται εκτός band gap περιοχής, τότε το κύμα διαδίδεται κανονικά και η κατασκευή ταλαντώνεται.



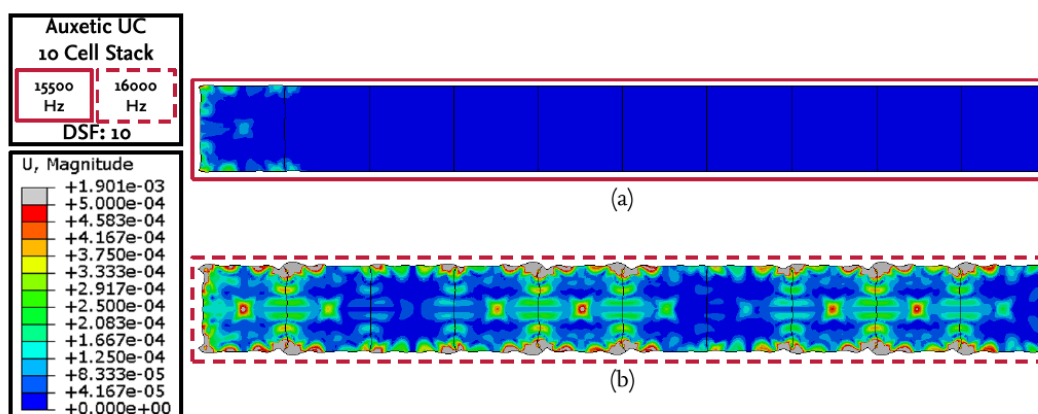
Εικόνα 74: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

Επόμενη περίπτωση που μελετήθηκε είναι η χρήση των κελυφών και η σύγκριση τους σαν μέρος μίας σύνθετης δοκού σε συνεργασία με μία απλή χαλύβδινη δοκό. Όπως και στην περίπτωση της δοκού με τα κλασσικές μικροδομές, παρατηρείται μία περιοχή μείωσης της ταλάντωσης αλλά όχι ικανοποιητική σε σχέση με την απόκριση της κατασκευής. Αντιθέτως, μία ‘κοιλιά’ εμφανίζεται στις συχνότητες μεταξύ περίπου 14.8 kHz – 15.1 kHz. Ομοίως με την προηγούμενη ‘κλασσική’ περίπτωση αυτό ουσιαστικά δεν ‘υπακούει’ στο διάγραμμα που αποτυπώνει τις περιοχές που εμφανίζεται band gap και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για να μπορέσουν να ‘δουλέψουν’ οι περιοδικές συνθήκες είναι αναγκαίο να δημιουργηθεί η κατασκευή προς όλες τις κατευθύνσεις και όχι μόνο προς μία.



Εικόνα 75: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της δοκού

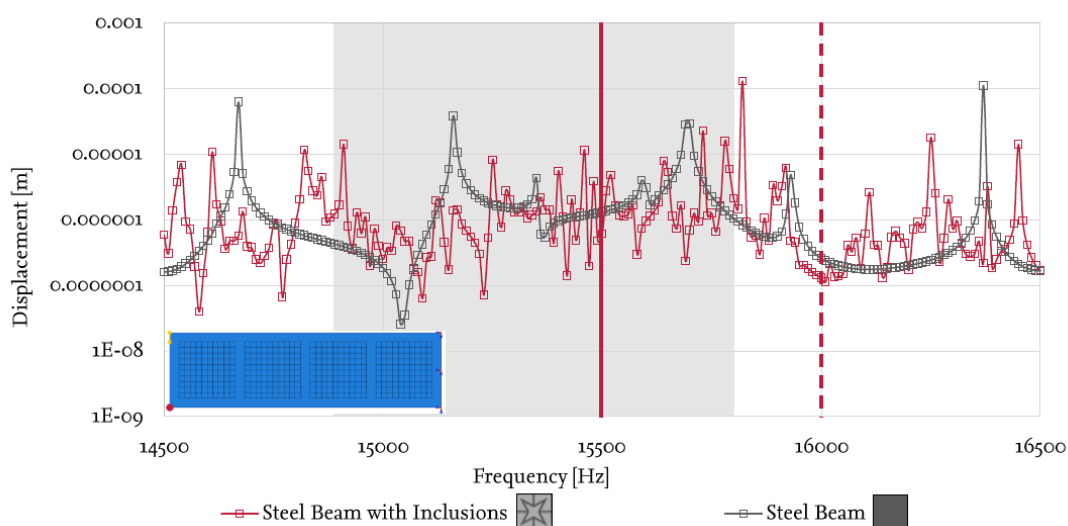
Στην συνέχεια ακολουθεί η απόκριση της κατασκευής υπό αρμονική διέγερση εντός και εκτός περιοχών band gap. Παρατηρείται η αποκοπή της διάδοσης του κύματος προς την μία διεύθυνση, όπως σχολιάστηκε και για το διάγραμμα της Εικόνα 75.



Εικόνα 76: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

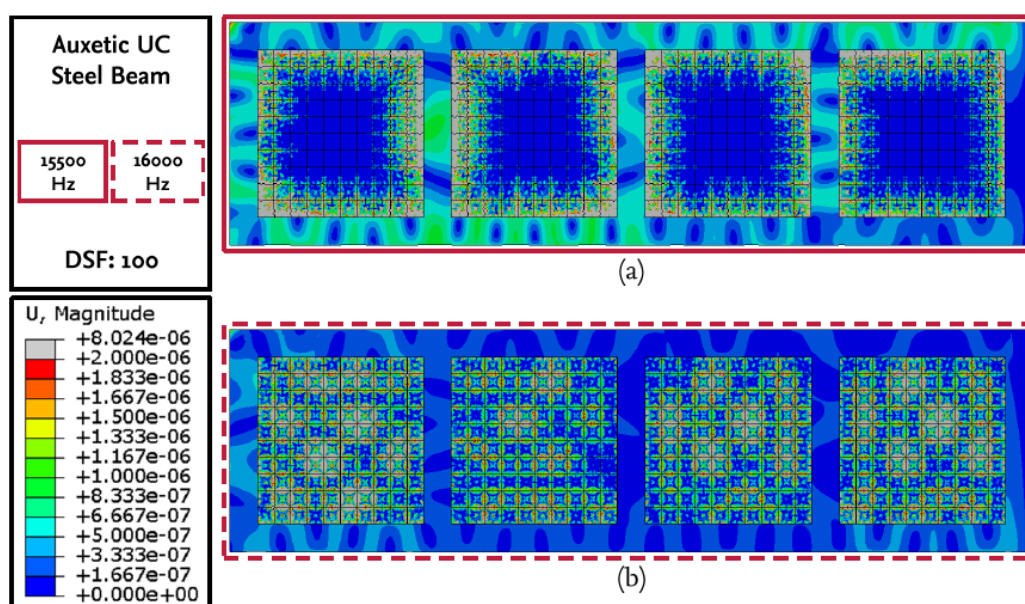
Επόμενη κατασκευή που μελετήθηκε είναι η σύνθετη κατασκευή της οποίας τα πλέγματα αποτελούν μέρος του πυρήνα και δεν τον καλύπτουν εξ' ολοκλήρου. Το σημείο των μετατοπίσεων που μετρήθηκαν είναι όπως αυτές ορίστηκαν και στην προηγούμενη περίπτωση με την κλασσική μικροδομή. Βάσει λοιπόν του διαγράμματος της Εικόνα 77, απεικονίζει πάλι η απόκριση της κατασκευής με πλέγμα και η απόκριση

της χωρίς τη χρήση πλέγματος, αλλά μόνο μετάλλου, παρατηρήθηκε ότι οι αποκρίσεις είναι παρόμοιες και ουσιαστικά στην band gap περιοχή δεν επιτυγχάνεται κάποια μείωση ταλάντωσης και αποκοπή διάδοσης. Ο λόγος που γίνεται αυτό, όπως και στην κλασική περίπτωση, παρουσιάζεται στην απεικόνιση της κατασκευής έπειτα από αρμονική φόρτιση εντός και εκτός band gap περιοχής.



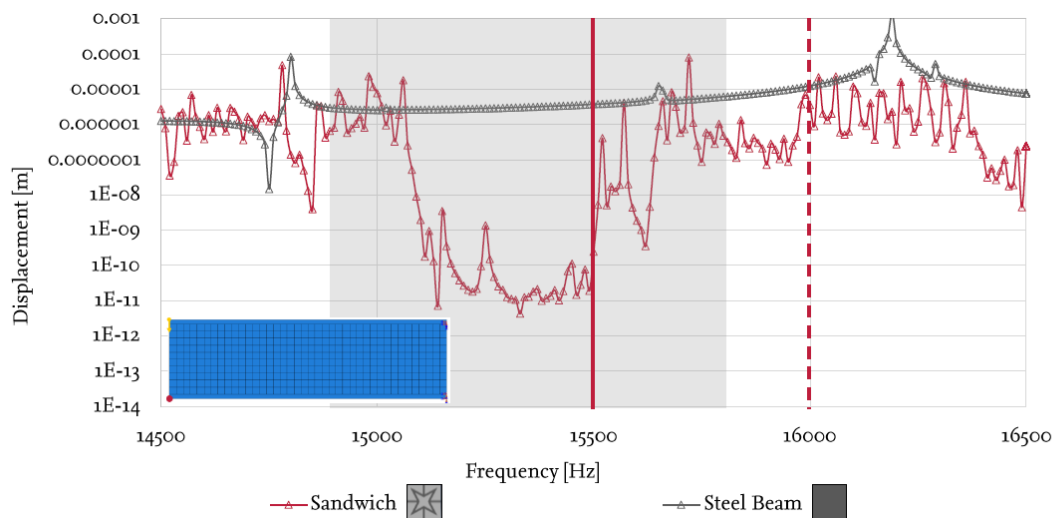
Εικόνα 77: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της σύνθετης κατασκευής με αυξητική μικροδομή

Όπως φαίνεται και από την Εικόνα 78, αν το πλέγμα αποτελεί απλά ένα μέρος του πυρήνα της κατασκευής, δεν μπορεί να επιτύχει μείωση των ταλαντώσεων της κατασκευής. Ο λόγος είναι ότι όπως φαίνεται και από την Εικόνα 78, εντός band gap περιοχής το κύμα διαδίδεται από τους ‘διαδρόμους’ με αποτέλεσμα να δημιουργεί κανονικά ταλάντωση στην κατασκευή (Εικόνα 78a). Παρόλα αυτά, οι μικροδομές και σε αυτή την περίπτωση επιτυγχάνουν να λειτουργήσουν σαν φίλτρα και να εμποδίσουν να εισέλθει το κύμα στο εσωτερικό τους. Η εξασθένιση του κύματος όμως, σε αντίθεση με τον κλασικό τετραγωνικό πυρήνα, επιτυγχάνεται μετά από 2-3 σειρές αυξητικών μικροδομών.



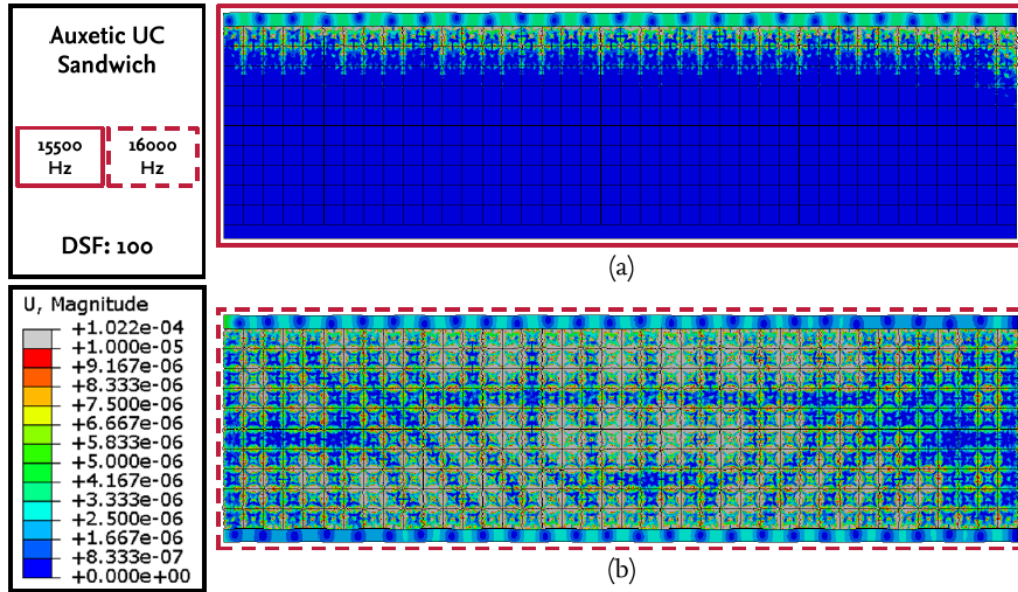
Εικόνα 78: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

Η επόμενη διερεύνηση που πραγματοποιήθηκε είναι η απόκριση μίας σύνθετης κατασκευής μορφής sandwich. Δηλαδή, χρησιμοποιείται μία σειρά από μικροδομές όπου στο πάνω και κάτω μέρος τους τοποθετούνται δύο μεταλλικές δοκοί. Από την Εικόνα 79, προκύπτει ότι η κατασκευή με τις μικροδομές επιτυγχάνει και σε αυτή τη περίπτωση περιοχές μη διάδοσης κύματος όπως αυτές προέκυψαν από το dispersion curve. Παρόλα αυτά, παρατηρείται ότι εντός αυτών δημιουργούνται κάποιες κορυφές. Έπειτα από μελέτη, παρατηρήθηκε ότι αυτές οι κορυφές είναι ιδιοσυχνότητες του άνω και του κάτω μεταλλικού στρώματος, το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι όταν σε μία μικροδομή που αποκόπτει ένα εύρος συχνοτήτων τοποθετηθεί κάποια επιπλέον κατασκευή, υπάρχει πιθανότητα να επιδράσει στην λειτουργία της προσθέτοντας κάποιες κορυφές. Παρόλα αυτά, αν η μικροδομή αποτελεί το σύνολο του πυρήνα της κατασκευής και όχι μέρος της όπως στην προηγούμενη διερεύνηση τότε επιτυγχάνεται πολύ καλή μείωση της ταλάντωσης.



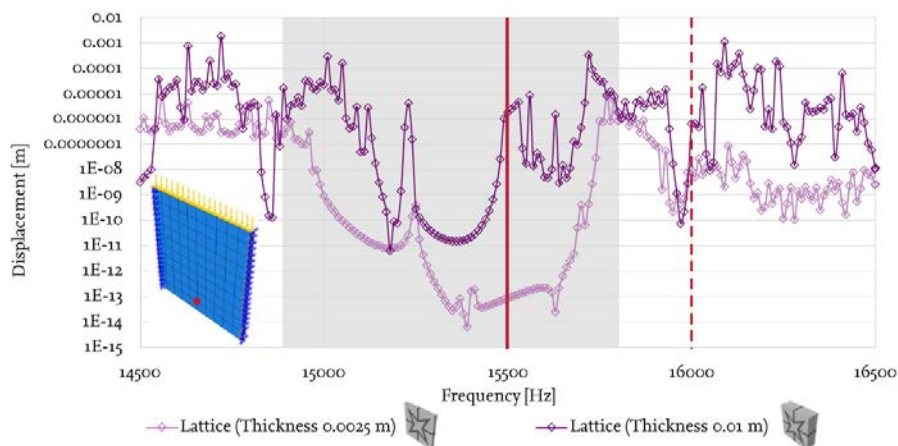
Εικόνα 79: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων της σύνθετης κατασκευής τύπου sandwich

Όπως σχολιάστηκε και προηγουμένως, στην Εικόνα 80 απεικονίζεται η απόκριση της κατασκευής σε διεγέρσεις εντός και εκτός band gap περιοχών. Και σε αυτή τη περίπτωση, φαίνεται πως η μικροδομή σαν ενδιάμεσο στρώμα της κατασκευής απορροφά τις ταλαντώσεις. Όπως όμως και στις προηγούμενες διερευνήσεις, αυτού του είδους μικροδομής παρατηρείται ότι, για να αποκοπεί η διάδοση του κύματος απαιτείται η μεταφορά του σήματος σε τουλάχιστον δύο σειρές αυξητικών μικροδομών.



Εικόνα 80: Φορτισμένη κατασκευή εντός και εκτός band gap περιοχής

Τελευταία περίπτωση που μελετήθηκε είναι η μεταφορά της κατασκευής του πλέγματος μας στον τρισδιάστατο χώρο. Μετά από σειρά διερευνήσεων όπως και στην κλασική μικροδομή, παρατηρήθηκε ότι για να επιτευχθεί σύγκλιση των διαγραμμάτων στο πεδίο των συχνοτήτων για την απόκριση του ίδιου σημείου έπρεπε το πάχος της τρισδιάστατης κατασκευής να είναι πολύ μικρό, σε σχέση με το μέγεθος της ($0.3 \times 0.3 \times 0.0025$ m) όπως φαίνεται στην Εικόνα 81. Σε αντίθεση με την κλασική μικροδομή, εδώ προκύπτει ότι το πάχος πρέπει να μειωθεί 10 φορές σε σύγκριση με την προηγούμενη διερεύνηση προκειμένου να προσεγγίσει το δισδιάστατο μοντέλο. Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη των συνδέσμων που η συμπεριφορά τους στον χώρο δημιουργούν φαινόμενα που δεν μπορούν να μεταφερθούν από το δισδιάστατο μοντέλο.



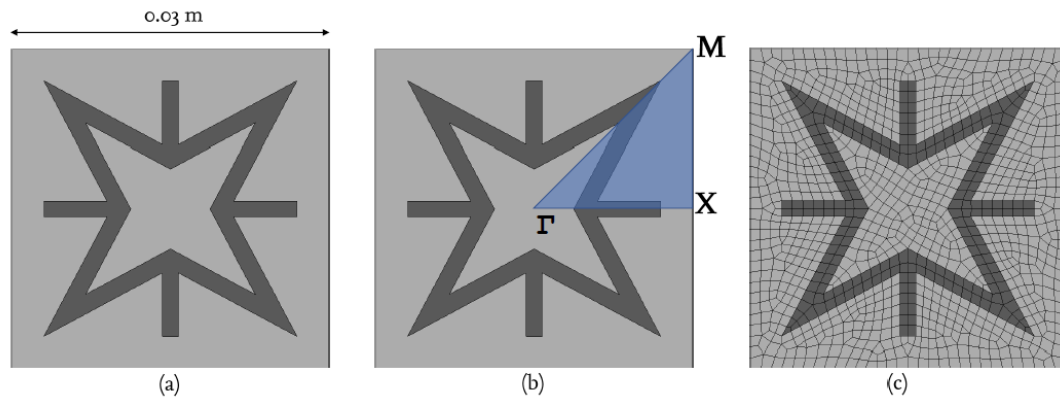
Εικόνα 81: Σύγκριση δισδιάστατου με τρισδιάστατο μοντέλο

7.2.3 Μικροδομή με αυξητικό έγκλεισμα

Η τελευταία περίπτωση μικροδομής που μελετήθηκε είναι η χρήση σύνθετου κελύφους, αποτελούμενο από μαλακό και σκληρό υλικό. Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, το σκληρό υλικό διαθέτει αυξητικές ιδιότητες αλλά δεν εκτείνεται ως τα άκρα της δομής και επιπλέον λειτουργεί ως έγκλεισμα όπως ο τετραγωνικός πυρήνας.

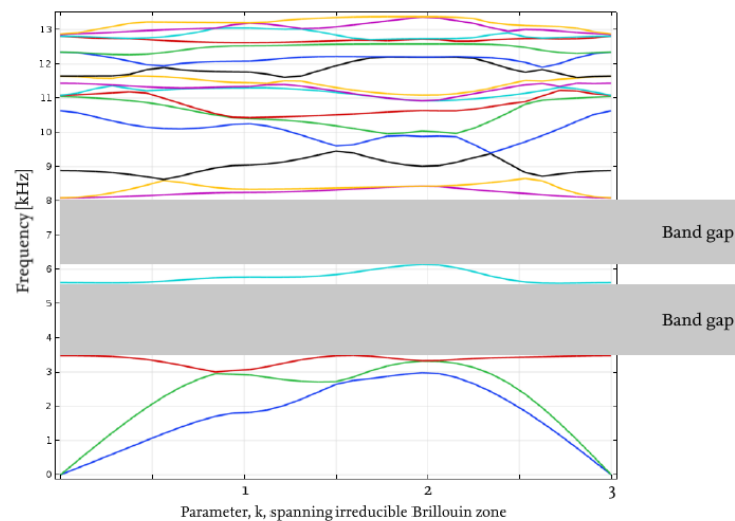
Όπως παρουσιάστηκε και στην περίπτωση μελέτης του κεφαλαίου 7.1, αυτή η μορφή μικροδομής δίνει τις μεγαλύτερες περιοχές band gap.

Στην συνέχεια απεικονίζεται η μικροδομή (Εικόνα 82), όπου δίνονται οι διαστάσεις της, το πεδίο μελέτης διάδοσης κύματος καθώς η διακριτοποίηση που πραγματοποιήθηκε.



Εικόνα 82: Διαστάσεις μικροδομής, IBZ, και διακριτοποίηση

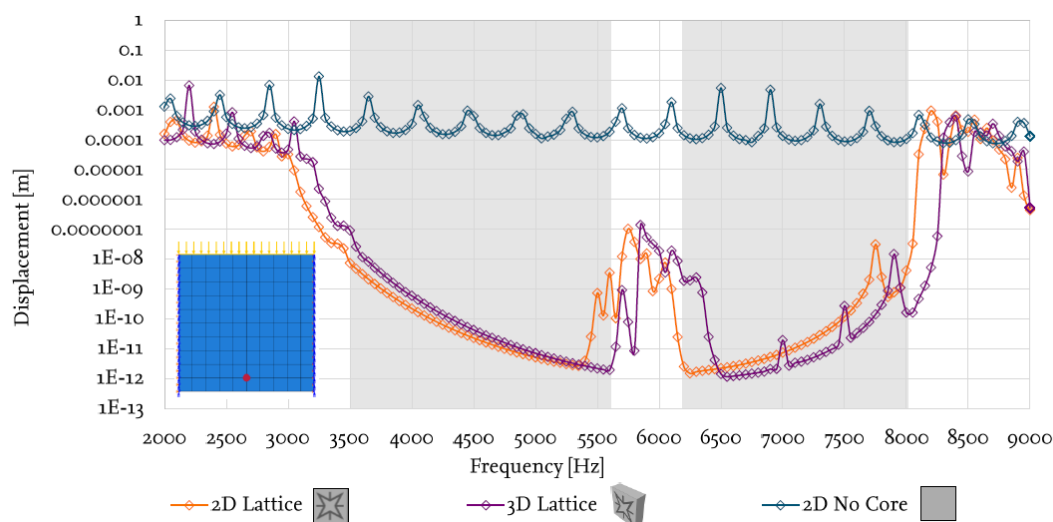
Στην συνέχεια απεικονίζεται το διάγραμμα με την διάδοση του κύματος εντός του επιπέδου και στις τρεις διευθύνσεις (Εικόνα 83). Παρατηρούμε, όπως προαναφέρθηκε, ότι δημιουργούνται 2 πολύ μεγάλα band gap μεταξύ των 3.5kHz και 8kHz.



Εικόνα 83: Dispersion curve της μικροδομής με το αυξητικό υλικό

Τέλος απεικονίζεται και η απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων του πλέγματος όπως αυτό εφαρμόστηκε και στις δύο περιπτώσεις (Εικόνα 84). Όπως και προηγουμένως, έτσι και σε αυτή τη περίπτωση παρατηρήθηκε ότι η ζώνη αποκοπής της διάδοσης κύματος φαίνεται με πολύ μεγάλη ακρίβεια και στο διάγραμμα της απόκρισης του πεδίου των συχνοτήτων. Οι φορτίσεις και οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν είναι οι ίδιες με τις προηγούμενες περιπτώσεις που μελετήθηκαν. Τέλος, με μωβ χρώμα σχεδιάστηκε και η απόκριση του τρισδιάστατου μοντέλου, διατηρώντας το ίδιο πάχος και έχοντας διαστάσεις (0.3 x 0.3 x 0.01) m με τις προηγούμενες περιπτώσεις τρισδιάστατων μοντέλων και παρατηρούμε μεγάλη ακρίβεια στην απόκριση του συστήματος, μεταξύ δισδιάστατου και τρισδιάστατου μοντέλου. Δεδομένου ότι τα σκληρά υλικά δεν έρχονται σε επαφή μεταξύ τους, βλέπουμε ότι το τρισδιάστατο μοντέλο δεν χρειάζεται

να έχει πολύ μικρό πάχος προκειμένου να μοντελοποιηθεί και να εκτιμήσει την απόκριση του συστήματος βάσει της δισδιάστατης θεώρησης διάδοσης του κύματος.



Εικόνα 84: Σύγκριση δισδιάστατου με τρισδιάστατο μοντέλο

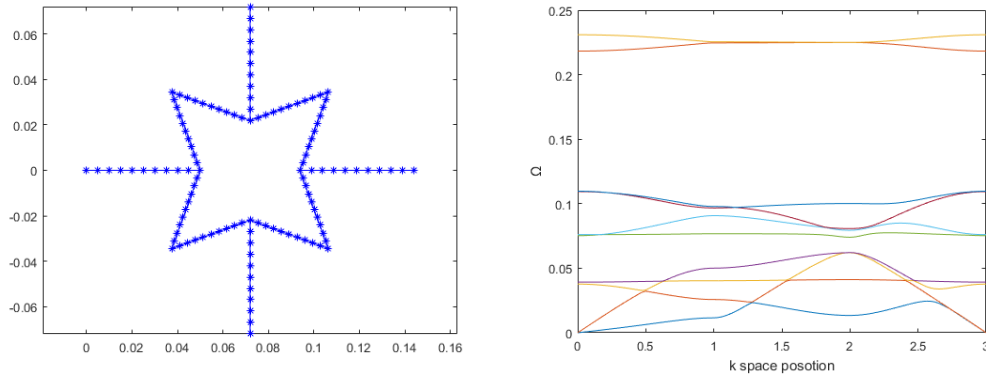
7.3 Διερεύνηση αβεβαιότητας στο σύστημα

Η αβεβαιότητα είναι μία έννοια ευρέως διαδεδομένη στον τομέα της μηχανικής και των κατασκευών και είναι ένα φαινόμενο το οποίο είναι από τα πιο σημαντικά προς διερεύνηση, καθώς μπορεί να δημιουργήσει μεγάλα και σοβαρά προβλήματα ακρίβειας στις προβλέψεις των υπολογισμών.

Η αβεβαιότητα είναι ένα φαινόμενο το οποίο σχετίζεται άμεσα με αστοχίες που μπορεί να δημιουργηθούν κατά την παραγωγή ενός προϊόντος. Για παράδειγμα κατά την κατασκευή μίας μικροδομής από έναν τρισδιάστατο εκτυπωτή, μπορεί να υπάρχει απόκλιση στις διαστάσεις της γεωμετρίας όπως διαφορετικό μήκος, πλάτος, γωνία κτλ. καθώς εξαρτάται από τις δυνατότητες και την ακρίβεια του εκτυπωτή. Ένα άλλο κριτήριο αβεβαιότητας είναι οι ιδιότητες του υλικού, καθώς δεν είναι πάντα δεδομένο ότι οι ιδιότητες είναι ακριβώς ίδιες με τις ονομαστικές του τιμές (εξαρτάται από τον κατασκευαστή), ή ακόμα και η διατομή του στοιχείου που σε πραγματικές συνθήκες δεν είναι δεδομένη η συνέχεια του καθώς και η ακρίβεια του μεγέθους της.

Το μοντέλο το οποίο θα χρησιμοποιηθεί σε αυτή την ενότητα είναι λίγο διαφορετικό σε σχέση με αυτό που έχει χρησιμοποιηθεί ως τώρα. Πιο συγκεκριμένα, σχεδιάστηκε μία αυξητική μικροδομή, σχήματος αστεριού, η οποία δεν θα διαθέτει ενσωματωμένο μαλακό στρώμα.

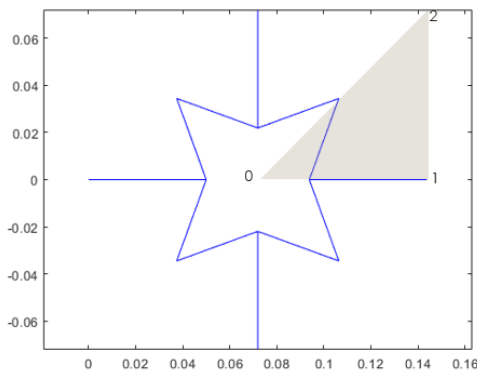
Η μοντελοποίηση που πραγματοποιήθηκε ήταν με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, χρησιμοποιώντας μονοδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία δοκού και βασιζόμενοι στην θεωρία πλαισίου, με δοκούς τετραγωνικής διατομής. Στην Εικόνα 85, παρουσιάζεται το μοντέλο αστεριού, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί και σε επόμενες διερευνήσεις όπου θα ενσωματωθούν πιεζοηλεκτρικά στρώματα.



Εικόνα 85: Αυξητική μικροδομή σε (m) με μονοδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία

Στόχος της συγκεκριμένης διερεύνησης ήταν να εξεταστεί κατά πόσο, τροποποιώντας μία παράμετρο της κατασκευής σε ένα εκτιμώμενο εύρος που περιορίζει τις αναμενόμενες αβεβαιότητες των παραμέτρων του συστήματος, θα μπορούσε να δώσει μία ασφαλή περιοχή κατά την οποία το κύμα μόνιμα θα διαδιδόταν κατά μήκος κάποια από τις τρεις διευθύνσεις.

Για τον λόγο αυτό, ορίστηκε η παραμετροποιημένη κατασκευή, η οποία θα μελετηθεί ορίζοντας την κλασσική διεύθυνση του κύματος βάσει της θεωρίας του Bloch και τον ορισμό της πρώτης ζώνης του Brillouin για τετραγωνικά πλαίσια όπως αυτή απεικονίζεται στην Εικόνα 86, όπου φαίνεται η διάδοση κατά τις τρεις διευθύνσεις 1-2-3:

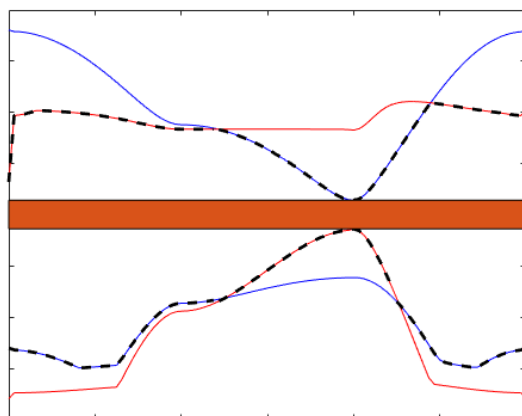


Εικόνα 86: Πρώτη ζώνη Brillouin

Η εκτίμηση του διαστήματος λειτουργίας ενός αβέβαιου συστήματος διαφοροποιείται ανάλογα με το πρόβλημα το οποίο θέλουμε να μελετηθεί και εξαρτάται από το αν η απεικόνιση από το χώρο των μεταβλητών με αβεβαιότητα στο χώρο των αποτελεσμάτων είναι γραμμική ή μη γραμμική. Σε ένα γραμμικό πρόβλημα όταν θέλουμε να μεγιστοποιηθεί μία γραμμική συνάρτηση εντός ενός πεδίου $[x_l, x_u]$, όπου x_l είναι η ελάχιστη τιμή και x_u είναι η μέγιστη, τα μέγιστα/ελάχιστα επιτυγχάνονται στο όριο του πεδίου.

Από την άλλη πλευρά, όταν το σύστημα είναι μη γραμμικό, όπως στην περίπτωση που μελετάμε, οι βέλτιστες λύσεις εντοπίζονται στο εσωτερικό του πεδίου τιμών.

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 87, εξετάζοντας την συμπεριφορά δύο διαφορετικών ιδιοσυχνοτήτων στο dispersion curve, παρατηρήθηκε ότι η αρχική και τελική μορφή της κάθε ιδιοσυχνότητας μεταβλήθηκαν, με την τροποποίηση μίας παραμέτρου του συστήματος. Έτσι, σύμφωνα με την Εικόνα 87, σε ένα σύστημα αβεβαιότητας, υπάρχει μία περιοχή (πορτοκαλί) η οποία έχει τη δυνατότητα να δίνει ένα μόνιμο κενό αποκοπής διάδοσης κύματος, χωρίς όμως η βέλτιστη λύση να βρίσκεται στα όρια του πεδίου που εξετάζουμε.



Εικόνα 87: Περιοχή βέλτιστης λύσης

Έτσι θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι για ένα γραμμικό πρόβλημα, σε ένα ορισμένο πεδίο ορισμού $[x_l \ x_u]$

- $\text{Max}\{f(x)\}$ επιτυγχάνεται για x_u ή x_l
- $\text{Min}\{f(x)\}$ επιτυγχάνεται για x_l ή x_u

ενώ στην περίπτωση που εξετάζεται ένα μη γραμμικό πρόβλημα όπως σε αυτή τη περίπτωση, για το ίδιο πεδίο ορισμού $[x_l \ x_u]$

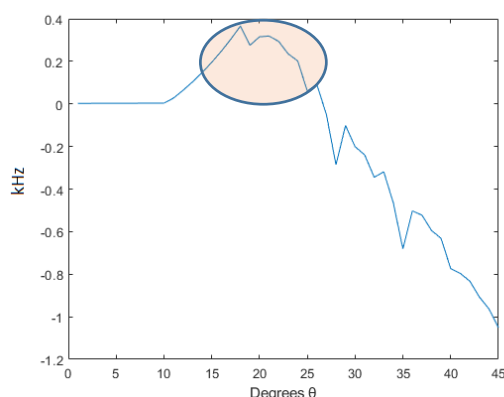
- $\text{Max}\{f(x)\} \ \forall \ x \in [x_l \ x_u]$
- $\text{Min}\{f(x)\} \ \forall \ x \in [x_l \ x_u]$

Τρεις περιπτώσεις μεταβολής παραμέτρων μελετήθηκαν στην συγκεκριμένη διερεύνηση. Η πρώτη ήταν η αλλαγή της γωνίας των πλευρών του αστεριού με τους συνδέσμους, στη δεύτερη περίπτωση μεταβλήθηκε η διατομή του τετραγωνικού πεπερασμένου στοιχείου, και στην τρίτη περίπτωση μεταβλήθηκε το μέτρο ελαστικότητας της κατασκευής.

Αρχικά, μελετήθηκε η μεταβολή της γωνίας των αστεριών ως προς τους εξωτερικούς συνδέσμους. Στόχος ήταν να υπολογιστεί πόσο θα ήταν το σταθερό κενό αποκοπής διάδοσης κύματος, μεταξύ 4^{th} και 5^{th} ιδιοσυχνότητας. Το εύρος μεταβολής ήταν 45° και το διάστημα που μελετήθηκε ήταν $[0^\circ \ 45^\circ]$ ξεκινώντας από μία κατάσταση τετραγωνικής κατασκευής και συγκλίνοντας ως προς αστέρι.

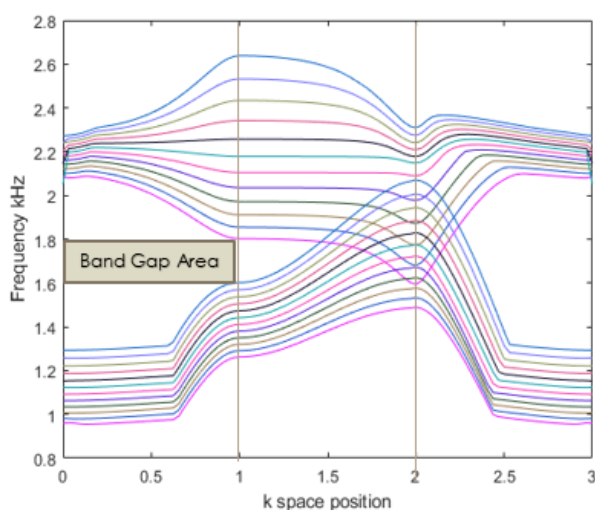
Στην συνέχεια ακολουθούν τα αποτελέσματα της παραπάνω διερεύνησης. Αρχικά παρατηρούμε το διάγραμμα της Εικόνα 88, όπου απεικονίζει τη μεταβολή του πλάτους της περιοχής band gap, ως συνάρτηση της γωνίας της κατασκευής. Όσο η κατασκευή είναι κοντά σε τετραγωνική μορφή, δηλαδή κοντά στις 0° , το κενό μεταξύ των δύο

ιδιοσυχνοτήτων είναι κοντά στο 0. Όσο μεγαλώνει η γωνία και σχηματίζεται και το αστέρι, τόσο αυξάνεται το εύρος του band gap, με τις μέγιστες τιμές να βρίσκονται στην περιοχή γωνιών μεταξύ 18° και 26°.



Εικόνα 88: Διάγραμμα μεταβολής band gap κατά τη μεταβολή της γωνίας

Εστίασαμε λοιπόν στην περιοχή των γωνιών, όπου επιτυγχάνονται τα μεγαλύτερα εύρη ζωνών αποκοπής της διάδοσης του κύματος (τιμές εντός του κύκλου στην Εικόνα 87: Περιοχή βέλτιστης λύσης). Για κάθε μία μοίρα, αποτυπώνονται σε ένα συνολικό διάγραμμα dispersion curve οι 4^{ες} και 5^{ες} ιδιοσυχνότητες όπως αυτή φαίνεται και στην Εικόνα 89.

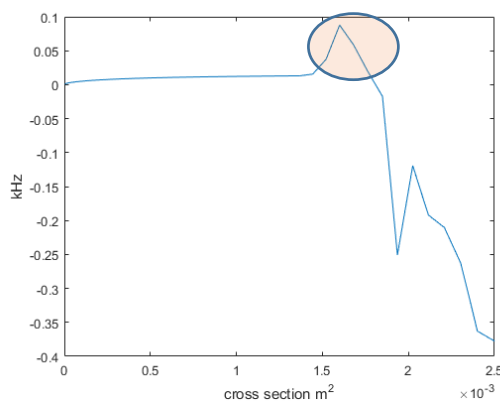


Εικόνα 89: Dispersion curves 4^{ης} και 5^{ης} ιδιοσυχνότητας για κάθε μία περίπτωση αλλαγής γωνίας

Παρατηρήθηκε ότι κατά την μεταβολή της γωνίας της κατασκευής, σε ένα σύστημα αβεβαιότητας, υπάρχει μία σταθερή περιοχή, που σημειώνεται με γκρι στην Εικόνα 89: Dispersion curves 4ης και 5ης ιδιοσυχνότητας για κάθε μία περίπτωση αλλαγής, κατά την διεύθυνση του x άξονα όπως αυτή ορίστηκε από την ζώνη Brillouin, όπου δεν έχουμε διάδοση κύματος.

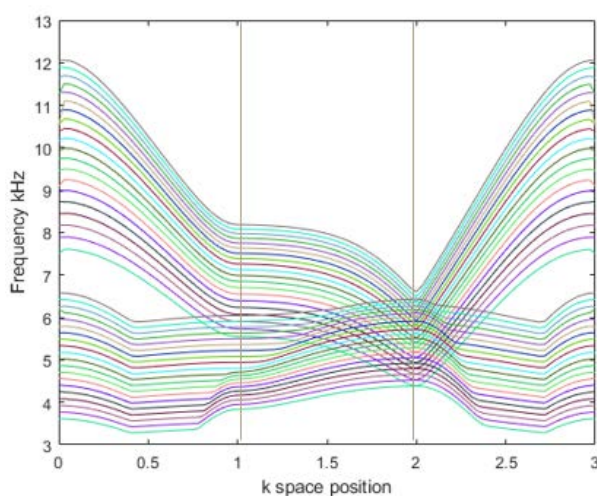
Μία δεύτερη περίπτωση που μελετήθηκε αφορά στην μεταβολή της διατομής του πεπερασμένου στοιχείου δοκού. Το διάστημα το οποίο μελετήθηκε η αβεβαιότητα σε αυτή την περίπτωση είναι το $[0 \ 2 \times 10^{-3}] \text{ m}^2$. Όπως φαίνεται και από την Εικόνα 90, λίγες είναι οι περιοχές στις οποίες εμφανίζεται ένα band gap και αυτό παίρνει μέγιστη τιμή

100Hz όταν κατά την μεταβολή της γωνίας το κενό που μπορούσαμε να επιτύχουμε έως τέσσερις φορές μεγαλύτερο, κάτι που καθιστά την μεταβολή της διατομής λιγότερο αποδοτική όσον αφορά την δημιουργία κενών. Όπως και προηγουμένως σημειώνεται η περιοχή κατά την οποία έχουμε την δημιουργία των band gap στην Εικόνα 90.



Εικόνα 90: Μεταβολή band gap κατά τη αλλαγή της διατομής του στοιχείου

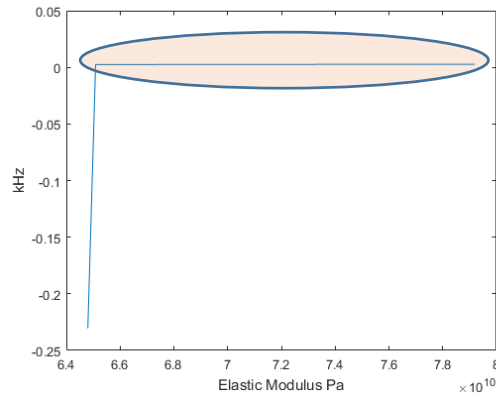
Λαμβάνοντας υπόψιν λοιπόν τις περιοχές συχνοτήτων όπως αναφέρθηκαν και προηγουμένως, δημιουργήθηκε πάλι το διάγραμμα αποτελούμενο από τις 4^{ες} και 5^{ες} ιδιοσυχνότητες, για κάθε μία διατομή που επιτυγχάνεται band gap.



Εικόνα 91: Dispersion curves 4^{ης} και 5^{ης} ιδιοσυχνότητας για κάθε μία περίπτωση αλλαγής διατομής στοιχείου

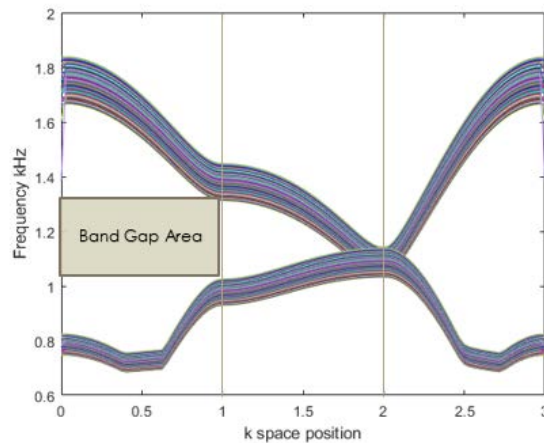
Όπως προκύπτει από την Εικόνα 91, παρόλο που εξετάζεται μια περιοχή εμφάνισης band gap, δεν υπάρχει σε ένα σύστημα αβεβαιότητας ένα πεδίο βέβαιης αποκοπής διάδοσης κύματος σε τουλάχιστον μία διεύθυνση.

Τελευταία περίπτωση που μελετήθηκε ήταν η εμφάνιση περιοχών αποκοπής διάδοσης κύματος, ενώ μεταβάλλεται το μέτρο ελαστικότητας του υλικού $\pm 10\%$. Σε αυτή τη περίπτωση, από την Εικόνα 92, προκύπτει ότι μετά από μία τιμή του μέτρου ελαστικότητας δημιουργείται ένα band gap το οποίο όμως είναι αρκετά μικρό και κοντά στο 0. Οπότε η μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας σε ένα σχετικά μικρό ποσοστό δεν επιδρά σε μεγάλο βαθμό.



Εικόνα 92: Μεταβολή band gap κατά τη αλλαγή του μέτρου ελαστικότητας

Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, γίνεται η απεικόνιση των dispersion curves για διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας όπως αυτά ορίζονται από την τονισμένη περιοχή (Εικόνα 93), και παρατηρούμε ότι μπορεί να μην υπάρχουν ικανοποιητικές μεταβολές του band gap κατά την αλλαγή του μέτρου ελαστικότητας, αλλά η διερεύνηση μπορεί να εγγυηθεί την αποκοπή του κύματος κατά μία διεύθυνση τουλάχιστον.



Εικόνα 93: Dispersion curves 4^{ης} και 5^{ης} ιδιοσυχνότητας για κάθε μία περίπτωση αλλαγής μέτρου ελαστικότητας

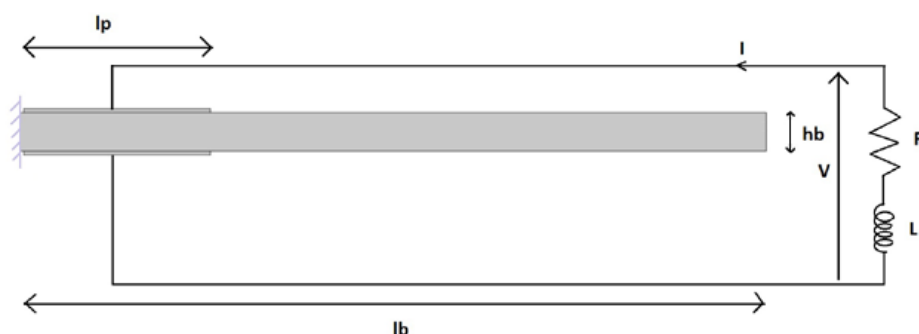
Συμπερασματικά, με την χρήση των παραπάνω μεθόδων, υπήρξε η δυνατότητα να διερευνηθεί η επίδραση κάποιων σημαντικών παραμέτρων στη διάδοση του κύματος. Παρατηρήθηκε ότι η μεταβολή της γωνίας, που τροποποιεί το σχήμα της μικροδομής, έχει τη δυνατότητα να επιδράσει πιο πολύ στην δημιουργία band gap, καθώς επίσης να μας δώσει τουλάχιστον ένα κενό αποκοπής διάδοσης κύματος σε μία διεύθυνση. Από την άλλη, το μέτρο ελαστικότητας είναι μία παράμετρος που για μικρές μεταβολές δεν μπορεί να μεταβάλει το κενό, αλλά έχει τη δυνατότητα να διατηρήσει ένα εγγυημένο πεδίο, όπου υπάρχει band gap, σε τουλάχιστον μία διεύθυνση. Τέλος, η αλλαγή της διατομής επιδρά καλύτερα σε σχέση με την αλλαγή του μέτρου ελαστικότητας, αλλά δεν δημιουργεί κάποιο band gap. Ένα τελευταίο συμπέρασμα είναι ότι σε αυτό το δύσκολο πρόβλημα αποκοπής συχνοτήτων, καμία παράμετρος δεν ήταν ικανή να δημιουργήσει και να διατηρήσει ένα κενό αποκοπής προς όλες τις κατευθύνσεις, κάτι που καθιστά τον σχεδιασμό τέτοιων κατασκευών μέσω κλασικού παραμετρικού σχεδιασμού ακόμα πιο δύσκολο.

7.4 Μείωση ταλαντώσεων με ηλεκτρονικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης

Στην ενότητα αποτελεσμάτων που θα ακολουθήσει, παρουσιάζονται οι ταλαντώσεις κατασκευών στις οποίες πάνω έχουν τοποθετηθεί πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, όπως αυτά έχουν παρουσιαστεί στο θεωρητικό κομμάτι σε προηγούμενο κεφάλαιο. Στόχος της συγκεκριμένης μοντελοποίησης είναι η διασύνδεση μίας κατασκευής ή μίας μικροδομής, με ένα εξωτερικό ηλεκτρονικό κύκλωμα συνδεδεμένο με αντιστάσεις, πηνία και πυκνωτές, το οποίο έχει τη δυνατότητα να μειώσει την ταλάντωση πάνω σε μία ή παραπάνω ιδιοσυχνότητες της κατασκευής, όπου χρησιμοποιούνται κυκλώματα παραδιακλάδωσης πολλαπλών μορφών.

7.4.1 Σύνδεση κυκλώματος παραδιακλάδωσης σε κατασκευή δοκού

Εδώ χρησιμοποιείται η μέθοδος ενός κυκλώματος με δυνατότητα απόσβεσης ταλάντωσης σε μία ιδιοσυχνότητα. Η αρχική κατασκευή που μοντελοποιήθηκε είναι μία δοκός, πακτωμένη στο αριστερό άκρο της, η οποία φορτίζεται στο δεξί ελεύθερο άκρο της και διαθέτει ένα ζευγάρι πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων τα οποία τοποθετούνται στην άνω και κάτω πλευρά της (Εικόνα 94).



Εικόνα 94: Δοκός με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα συνδεδεμένη σε εξωτερικό κύκλωμα

Για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος, είναι πολύ δύσκολο να εκτιμηθούν οι παράμετροι των R και L (στην περίπτωση που έχουμε μόνο αντίσταση και πηνίο). Στην μελέτη ενός μονοβάθμιου συστήματος, έχουν αναπτυχθεί μεθοδολογίες για την εκτίμηση των τιμών που οδηγούν στην βέλτιστη μείωση της ταλάντωσης. Οι συγκεκριμένοι τύποι, παρόλα αυτά, δεν είναι το ίδιο αποτελεσματικοί και για τον υπολογισμό των βέλτιστων R και L σε ένα πολυβάθμιο σύστημα. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκε γενετικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό των βέλτιστων R και L . Οι παράμετροι του ηλεκτρομηχανικού συστήματος, καθώς και του αλγορίθμου βελτιστοποίησης παρατίθενται στους δύο πίνακες Πίνακας 3 και Πίνακας 4:

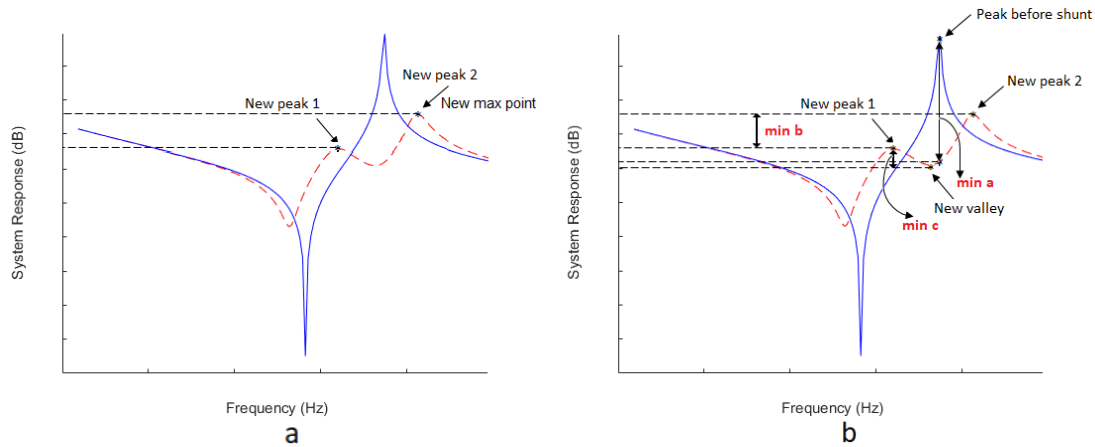
Πίνακας 3: Παράμετροι αλγορίθμου βελτιστοποίησης

Parameters	G.A.	
	R (Ω)	L (H)
Design Variables		
Lower bound	0	0
Upper bound	10000	200
Generations	50	
Population	25	
Selection operator	2	
Crossover possibility	0.8	
Mutation possibility	0.1	

Πίνακας 4: Ιδιότητες ηλεκτρομηχανικού μοντέλου

Property	Beam		PZT	
Length (mm)	l_b	170	l_p	25
Thickness(mm)	h_b	2	h_p	0.5
Width (mm)	B	20	b	20
Density (kg/m^3)	ρ_b	2800	ρ_p	8500
Young Modulus (Gpa)	Y_b	72	Y_p	66.7
Coupling coeff. (C/m^2)	-	-	\bar{e}_{31}	-14
			\bar{e}_{33}	1.83×10^8

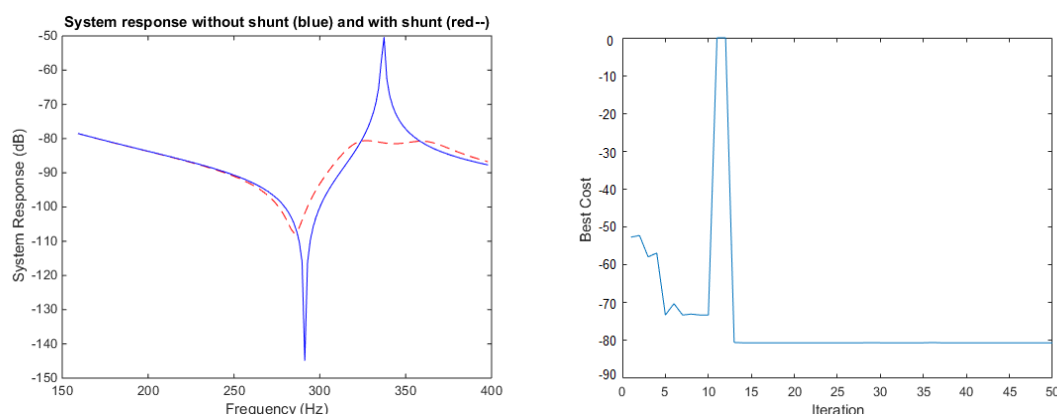
Για την μοντελοποίηση του προβλήματος βελτιστοποίησης εξετάστηκαν δύο διαφορετικές περιπτώσεις όπως αυτές φαίνονται στην Εικόνα 95.



Εικόνα 95: Περιπτώσεις βελτιστοποίησης, α) η min max μέθοδος και β) με συντελεστές κριτηρίων

Στην μία περίπτωση, όπως φαίνεται στην Εικόνα 95: Περιπτώσεις βελτιστοποίησης, α) η min max μέθοδος και β) με συντελεστές κριτηρίων, χρησιμοποιείται η μέθοδος min/max. Ενσωματώνοντας τα ηλεκτρονικά κυκλώματα στο ηλεκτρομηχανικό μας μοντέλο, αυτά δημιουργούν μία νέα κορυφή εισάγοντας ένα επιπλέον γειτονικό συντονισμό στο σύστημα (κόκκινη κορυφή). Έτσι, ενώ στόχος είναι να κατέβει όσο το δυνατόν περισσότερο η ιδιοσυχνότητα, θα πρέπει να υπάρξει ιδιαίτερη προσοχή με τις άλλες κορυφές που δημιουργούνται να μην ανέβουν πολύ ψηλά. Η μέθοδος min/max βοηθάει στην απαλοιφή τέτοιων φαινομένων. Πιο συγκεκριμένα, σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου, σε ένα εύρος συχνοτήτων που εξετάστηκε, προσπαθεί να βρει ποια είναι η συχνότητα που εμφανίζεται η μέγιστη μετατόπιση με σκοπό να την μειώσει. Βρίσκοντας λοιπόν σε κάθε επανάληψη ποια είναι η μέγιστη τιμή και προσπαθώντας κάθε φορά να την μειώσει, κάποια στιγμή θα φτάσει να μειώνει τις γειτονικές κορυφές, και θα οδηγήσει την απόκριση σε μία ισορροπία και κατ' επέκταση στην απαλοιφή των κορυφών αυτών.

Το αποτέλεσμα της συγκεκριμένης μεθόδου παρουσιάζονται σε λογαριθμική κλίμακα, στην Εικόνα 96.



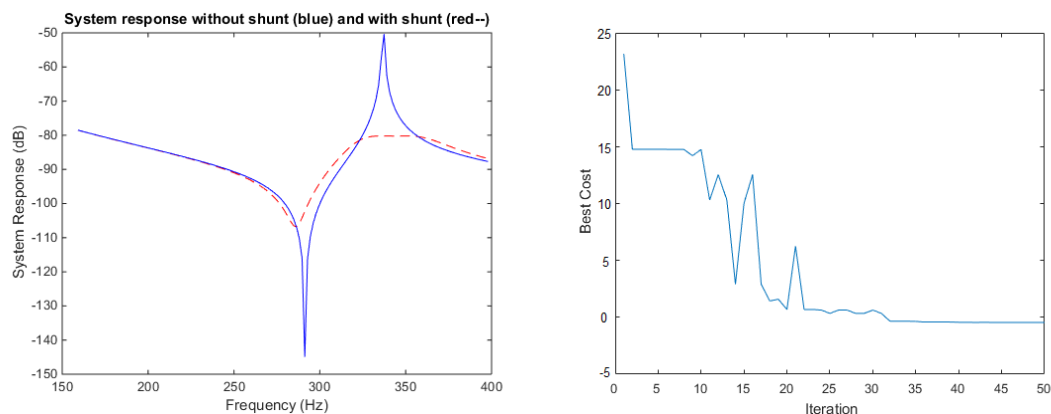
Εικόνα 96: Απόκριση μεθόδου *min/max* και διάγραμμα σύγκλισης

Παρατηρούμε ότι υπάρχει μία πολύ μεγάλη μείωση της ταλάντωσης, χρησιμοποιώντας την συγκεκριμένη μέθοδο ελέγχου (κόκκινη γραμμή), σε σχέση με το σύστημα που δεν είναι συνδεδεμένο στο ηλεκτρονικό κύκλωμα (μπλε γραμμή). Οι βέλτιστες τιμές που μας έδωσε ο αλγόριθμος είναι για $R=8450\Omega$ και $L= 21.73 \text{ H}$, με το μέτρο της ταλάντωσης της κορυφής να πηγαίνει στα -80.17dB . Επιπλέον, παρατηρείται ότι στο εύρος συχνοτήτων που υπάρχει ενδιαφέρον, εμφανίζεται μία πολύ σημαντική μείωση και εξομάλυνση όλων των κορυφών, τόσο εκείνων που είχε αρχικά τεθεί ως στόχος όσο και εκείνων που δημιουργούνται στην πορεία της βελτιστοποίησης.

Η επόμενη περίπτωση που διερευνήθηκε, ήταν η χρήση μίας αντικειμενικής συνάρτησης η οποία λαμβάνει υπόψη της τρία διαφορετικά κριτήρια και με τη χρήση κάποιων συντελεστών βαρύτητας να οδηγούμε τον αλγόριθμο στην βέλτιστη για εμάς λύση. Εφόσον, βασική επιδίωξη ήταν να μειωθεί όσο το δυνατόν περισσότερο η κορυφή, τότε το πρώτο κριτήριο είναι η ελαχιστοποίηση της και πιο συγκεκριμένα το ποσοστό μείωσης της (*min a* όπως φαίνεται και στην Εικόνα 95a). Το δεύτερο βασικό κριτήριο ήταν να υπάρξει ισορροπία στο γράφημα και να μην ανέβουν αρκετά οι δύο νέες κορυφές που θα δημιουργηθούν. Για τον λόγο αυτό, δημιουργήθηκαν και τα δύο επόμενα κριτήρια τα οποία θα υπολογίζουν την απόσταση της βασικής κορυφής από την κορυφή με το μεγαλύτερο πλάτος (*min c*) καθώς και την απόσταση σε πλάτος που έχουν οι δύο αυτές νέες κορυφές μεταξύ τους. Στόχος όλων αυτών των κριτηρίων είναι η ελαχιστοποίηση της ακόλουθης αντικειμενικής συνάρτησης που θα βοηθήσει στην ισορροπημένη μείωση της ταλάντωσης.

$$f(x) = 0.5 \times a + 0.25 \times b + 0.25 \times c$$

Τα αποτελέσματα της παραπάνω διερεύνησης παρουσιάζονται στην Εικόνα 97, όπου οι βέλτιστες τιμές που προέκυψαν από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης είναι τιμή αντίστασης $R=9534.69 \Omega$ και τιμή πηνίου $L= 21.76 \text{ H}$ με το μέτρο της ταλάντωσης της κορυφής να πηγαίνει στα -80.41dB .



Εικόνα 97: Απόκριση μεθόδου τριών κριτηρίων και διάγραμμα σύγκλισης

Όπως φαίνεται και σε αυτή την περίπτωση υπάρχει μία πολύ καλή μείωση της ταλάντωσης με την χρήση του κυκλώματος παραδιακλάδωσης (κόκκινη γραμμή) σε σχέση με την μη συνδεδεμένη κατασκευή (μπλέ γραμμή). Σε αυτή την μεθοδολογία κριτηρίων παρατηρείται ότι υπάρχει εξαφάνιση σχεδόν όλων των κορυφών από το σύστημα καθώς επίσης και σχετικά μεγαλύτερη μείωση της ταλάντωσης.

Όπως παρατηρήθηκε στις παραπάνω περιπτώσεις, οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης για ένα τέτοιο σύστημα ελέγχου αποτελούν καθοριστικό παράγοντα, καθώς έχουν τη δυνατότητα να ρυθμίσουν το σύστημα κατά τέτοιο τρόπο ώστε να δουλεύουν με τη βέλτιστη δυνατότητα τους.

7.4.2 Σύνδεση κυκλώματος παραδιακλάδωσης σε αυξητική μικροδομή

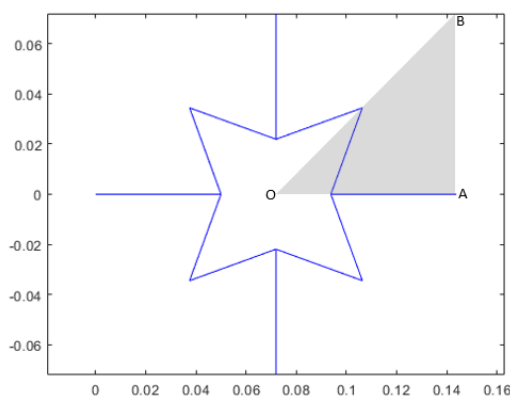
Έχοντας σαν σημείο αναφοράς την παραπάνω διερεύνηση, στόχος της εργασίας ήταν να μοντελοποιηθεί και να διερευνηθεί η δυνατότητα διασύνδεσης ενός τέτοιου ηλεκτρονικού συστήματος σε μία αυξητική μικροδομή, όπως αυτές ορίστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια και πιο συγκεκριμένα στην αστεροειδή αυξητική μικροδομή η οποία μοντελοποιήθηκε με στοιχεία δοκού. Τα βασικά μηχανικά χαρακτηριστικά των μικροδομών είναι ίδια με της δοκού που χρησιμοποιήθηκε στην προηγούμενη υποενότητα.

Στόχος είναι να δημιουργηθεί μία ηλεκτρομηχανική μικροδομή που να έχει τη δυνατότητα να αποσβένει τις ταλαντώσεις αυξάνοντας ή μεταβάλλοντας τις περιοχές band gap. Αυτό θα μπορούσε να δώσει την δυνατότητα, με σύγχρονα μέσα κατασκευών όπως ένας τρισδιάστατος εκτυπωτής, να κατασκευαστεί το μεταλλικό πλέγμα, στο οποίο είναι ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, και μέσω καλωδίων να μπορέσει να συνδεθεί με ένα εξωτερικό ηλεκτρονικό κύκλωμα από το οποίο θα ρυθμίζονται στην ουσία οι παράμετροι της αντίστασης, του πυκνωτή και του πηνίου για την μεταβολή των κενών αποκοπής της διάδοσης του κύματος.

Αυτή η μέθοδος θα μπορούσε να είναι πάρα πολύ χρήσιμη στην εφαρμογή της σε πολλούς τομείς όπως της ακουστικής και της οπτικής, καθώς η μεταβολή των παραμέτρων του κυκλώματος είναι πολύ πιο απλή από την αλλαγή του σχήματος ή του υλικού της κατασκευής, και επιτρέπει μελλοντική διασύνδεση με τεχνικές ελέγχου ώστε να προσαρμόζεται στις δυναμικές φορτίσεις.

Η πρώτη περίπτωση που έπρεπε να διερευνηθεί ήταν η τοποθέτηση των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων πάνω στην κατασκευή. Αύτη αποτελεί μία πολύ σημαντική προετοιμασία για την βέλτιστη λειτουργία της κατασκευής. Μία πρώτη προσέγγιση για να γνωστοποιηθούν οι περιοχές που θα τοποθετηθούν τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα ήταν η απεικόνιση των ιδιομορφών. Σε αυτή τη περίπτωση, εμφανίζοντας την μορφή συμπεριφοράς της κατασκευής στις ιδιοσυχνότητες, έδωσε τη δυνατότητα να προσεγγιστούν οι περιοχές που έχουν μεγαλύτερη καμπτική καταπόνηση, καθώς το πιεζοηλεκτρικό για να λειτουργήσει και να αποδώσει πρέπει να υπόκειται σε μία τέτοια μηχανική συμπεριφορά.

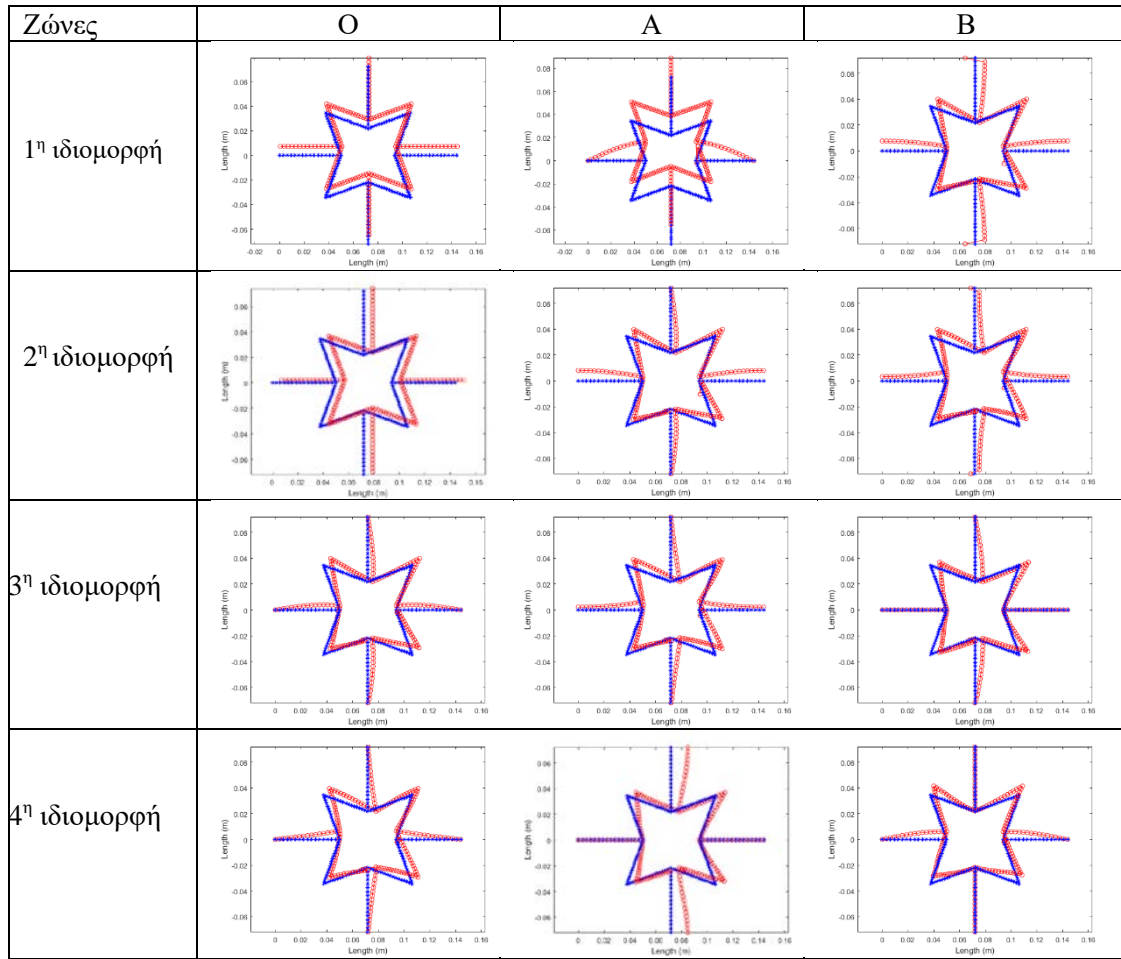
Η ιδιαιτερότητα στην συγκεκριμένη ανάλυση ιδιομορφών είναι ότι η μικροδομή μελετήθηκε με την χρήση περιοδικών συνθηκών σύμφωνα με την θεωρία του Bloch. Αυτό συνεπάγεται ότι λαμβάνεται υπόψιν η διάδοση του κύματος στην περιοχή του τετραγωνικού κελύφους, όπως αυτή ορίζεται από την πρώτη ζώνη Brillouin και κατ' επέκταση για κάθε διεύθυνση και κάθε βήμα του κύματος η κατασκευή επιδρά διαφορετικά και επιστρέφει διαφορετικές ιδιομορφές. Για τον λόγο αυτό, παρουσιάστηκαν οι ιδιομορφές της κατασκευής μόνο πάνω στις κορυφές του τριγώνου Brillouin όπως αυτό διαμορφώθηκε στην Εικόνα 98 (σημεία O-A-B).



Εικόνα 98: Πρώτη ζώνη Brillouin

Στην συνέχεια, στον Πίνακα 5, παρατίθενται οι τέσσερις πρώτες ιδιομορφές για κάθε διαφορετικό σημείο του τριγώνου. Με μπλε χρώμα απεικονίζεται η κατασκευή χωρίς παραμόρφωση, ενώ με κόκκινο χρώμα απεικονίζεται η απόκριση της κατασκευής ανάλογα με την ιδιοσυχνότητα η οποία εξετάστηκε. Όπως παρατηρείται, σε διάφορες περιπτώσεις η περιοχή που κάμπτεται περισσότερο είναι οι εσωτερικές πλευρές του αστεριού, οι σύνδεσμοι ή και το σύνολο της κατασκευής. Έχοντας αυτό σαν αρχική προσέγγιση, θεωρείται ότι μπορούν να τοποθετηθούν πιεζοηλεκτρικά επιθέματα σε όλη τη κατασκευή. Παρόλα αυτά, αυτό πολλές φορές καθιστά το μοντέλο αποτρεπτικό για την κατασκευή του και πολύ ακριβό.

Πίνακας 5: Πίνακας απεικόνισης ιδιομορφών για κάθε σημείο διάδοσης του κύματος. Οι μονάδες είναι σε m



Μία μέθοδος η οποία θα μπορούσε να δώσει μία εκτίμηση για το που θα τοποθετηθούν τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, με σκοπό να μειωθεί το πλάτος της ταλάντωσης σε συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα, είναι να μεγιστοποιηθεί ο ηλεκτρομηχανικός συντελεστής σύζευξης.

Η σχέση που υπολογίζει τον συγκεκριμένο συντελεστή δίνεται από τον τύπο:

$$k_c = \sqrt{\frac{\omega_o^2 - \omega_s^2}{\omega_s^2}} \quad (89)$$

όπου ω_s είναι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος το οποίο είναι βραχυκυκλωμένο ενώ ω_o είναι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος στο οποίο έχει ενσωματωθεί το ηλεκτρονικό κύκλωμα αλλά αυτό παραμένει ανοιχτό.

Δεδομένου ότι για την βέλτιστη τοποθέτηση των πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων απαιτείται η μεγιστοποίηση του ηλεκτρομηχανικού συντελεστή σύζευξης, χρησιμοποιήθηκε ένας γενετικός αλγόριθμος με σκοπό να βρεθούν οι βέλτιστες θέσεις των πιεζοηλεκτρικών. Σημαντικό στοιχείο και περιορισμός της συγκεκριμένης διερεύνησης, δεδομένου ότι θα πρέπει αυτή η κατασκευή να χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα με την χρήση της θεωρίας του Bloch, είναι ότι η βέλτιστη τοπολογία των

πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων θα πρέπει να τηρεί τις συμμετρίες και ως προς τις τρεις διευθύνσεις (άξονας x, άξονας y και διαγώνια) όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο. Για τον λόγο αυτό, στο συγκεκριμένο πρόβλημα, ως αντικειμενική συνάρτηση ορίστηκε η μεγιστοποίηση του k_c ενώ ως μεταβλητές σχεδίασης ορίστηκαν μόνο τα στοιχεία δύο πλευρών: ενός συνδέσμου και μίας πλευράς του αστεριού.

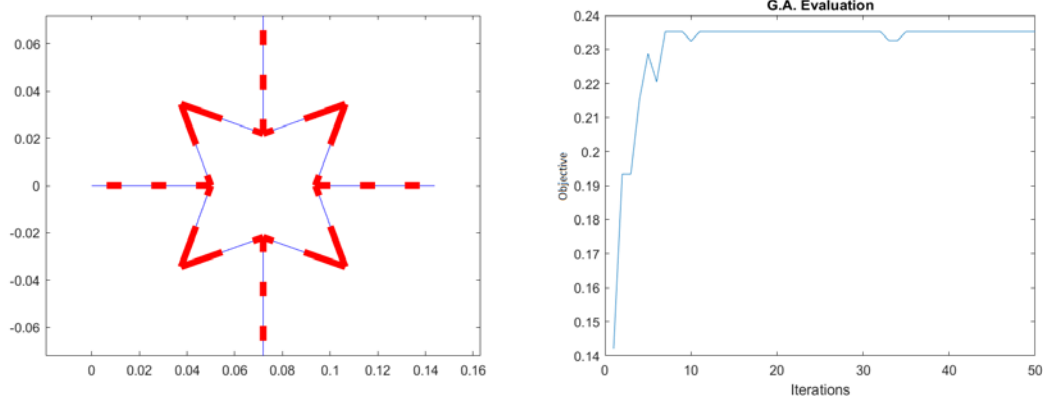
$$f(x) = \max \{ k_c \}$$

και το όριο των μεταβλητών σχεδίασης είναι το ακόλουθο:

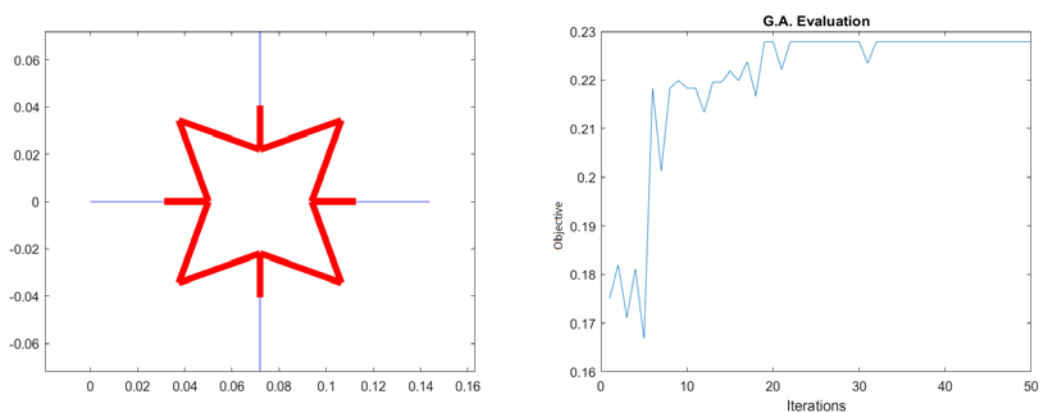
$$\chi \in [0, 1]$$

όπου 1 είναι οι περιοχές που τοποθετείται το πιεζοηλεκτρικό και 0 οι περιοχές που δεν τοποθετείται.

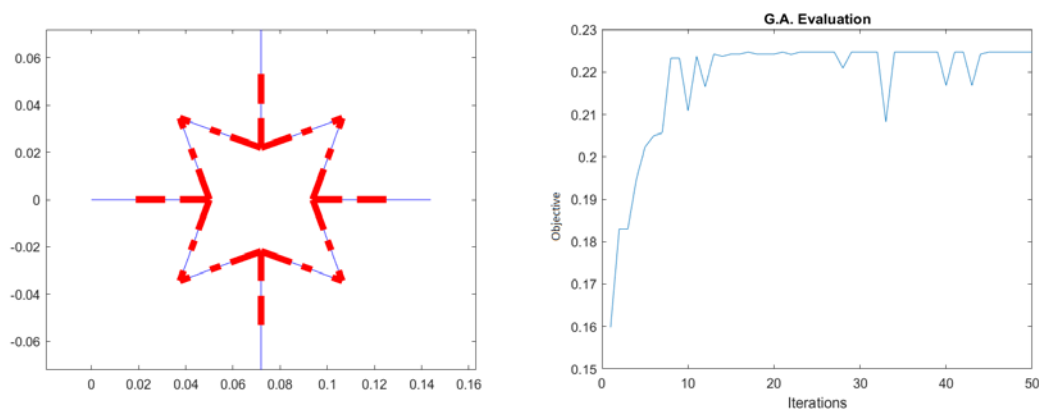
Στις εικόνες Εικόνα 99, Εικόνα 100 και Εικόνα 101 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης για τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες. Όπως φαίνεται και στις τρεις περιπτώσεις, το πιεζοηλεκτρικό τοποθετείται κυρίως στο εσωτερικό του αστεριού καθώς και κάποια στρώματα διάσπαρτα τοποθετούνται στους συνδέσμους ανάλογα την ιδιοσυχνότητα που θέλουμε να μελετήσουμε.



Εικόνα 99: Βέλτιστη τοποθέτηση για 1^η ιδιοσυχνότητα και σύγκλιση αλγορίθμου



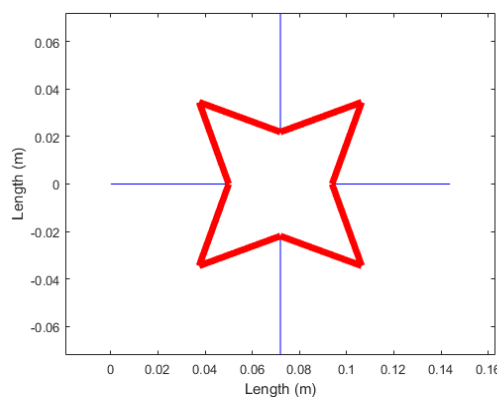
Εικόνα 100: Βέλτιστη τοποθέτηση για 2^η ιδιοσυχνότητα και σύγκλιση αλγορίθμου



Εικόνα 101: Βέλτιστη τοποθέτηση για 3^η ιδιοσυχνότητα και σύγκλιση αλγορίθμου

Αναλύοντας τα αποτελέσματα από την ενότητα με τα δισδιάστατα αστέρια, μία παρατήρηση η οποία είχε προκύψει είναι ότι σε μία τέτοια κατασκευή παρά τις ενώσεις μεταξύ των αστεριών, οι περιοχές οι οποίες καταπονούνται περισσότερο και συσσωρεύεται η μεγαλύτερη καμπτική ενέργεια παραμόρφωσης είναι οι εσωτερικές πλευρές του αστεριού. Λαμβάνοντας λοιπόν σαν βασικές παραμέτρους βέλτιστης τοποθέτησης πιεζοηλεκτρικών τις ιδιομορφές, τον συντελεστή ηλεκτρομηχανικής σύζευξης καθώς και την ανωτέρω εκτίμηση, αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθούν πιεζοηλεκτρικά επιθέματα σε όλη την εσωτερική πλευρά της κατασκευής. Επιπλέον αυτό θα βοηθούσε πολύ περισσότερο και στην κατασκευή ενός τέτοιου συστήματος γιατί θα χρησιμοποιούνταν μόνο 16 στρώσεις υλικού (8 στην πάνω επιφάνεια της κάθε πλευράς και 8 συμμετρικά στην κάτω) καθώς επίσης και θα περιοριζόταν αρκετά ο αριθμός των απαιτούμενων κυκλωμάτων.

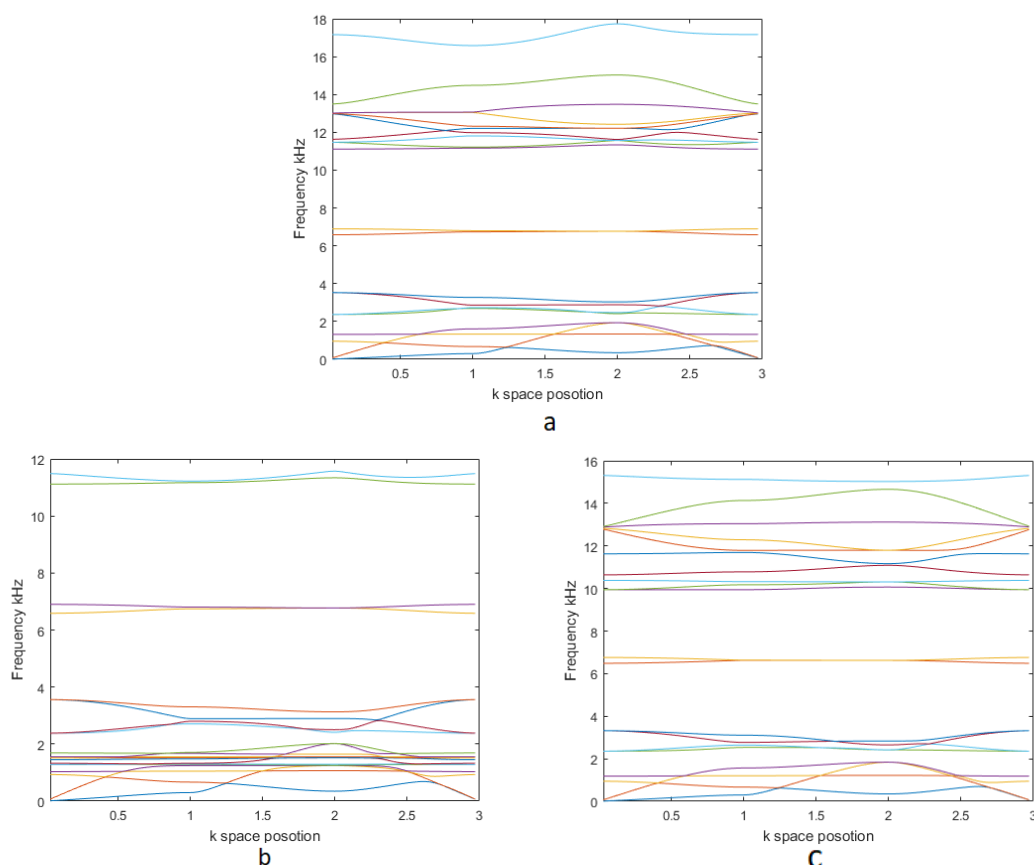
Στην Εικόνα 102 παρουσιάζεται η κατανομή των πιεζοηλεκτρικών στρώσεων στην αυξητική μικροδομή (με κόκκινο χρώμα) ενώ με μπλε χρώμα διακρίνονται τα μεταλλικά μέρη.



Εικόνα 102: Αυξητική δομή με πιεζοηλεκτρικά υλικά

Αρχικά έγινε μία διερεύνηση για διάφορες τυχαίες τιμές του πηνίου το οποίο επηρεάζει το διάγραμμα με τα band gaps. Ο λόγος που επιλέχθηκαν τυχαίες τιμές είναι διότι έπρεπε να εκτιμηθεί η συμπεριφορά της κατασκευής κάτω από διάφορες συνθήκες μεταβολής της παραμέτρου του στοιχείου του ηλεκτρονικού κυκλώματος. Στην συνέχεια

επιλέχθηκαν δύο τυχαίες τιμές, η μία για $L=21\text{ H}$ και η δεύτερη για 0.21 H . Για ευκολία στη σύγκριση παρατίθεται και η το διάγραμμα για την κατασκευή η οποία δεν είναι συνδεδεμένη με το ηλεκτρικό κύκλωμα (Εικόνα 103: Dispersion curves για a) μη συνδεδεμένη κατασκευή, b) $L=21\text{H}$ και c) $L=0.21$). Όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 103, η αρχική τυχαία τιμή που χρησιμοποιήθηκε $L=21\text{H}$ ουσιαστικά εξαλείφει τα band gap στις χαμηλές ιδιοσυχνότητες σε σχέση με την μη διασυνδεδεμένη κατασκευή, αλλά δημιουργεί δύο πιο μεγάλα στις πιο υψηλές. Επιπλέον, καταφέρνει να περιορίσει τις 20 πρώτες συχνότητες σε ένα εύρος 12kHz όταν η απλή κατασκευή κινείται στα 18kHz. Από την άλλη πλευρά, με τη μείωση του πηνίου παρατηρούμε ότι δεν υπάρχουν σημαντικές διαφοροποιήσεις στο διάγραμμα σε σχέση με την απλή κατασκευή αλλά διατηρεί τα band gap. Τέλος, μία σημαντική παρατήρηση της συγκεκριμένης διερεύνησης είναι ότι φαίνεται να είναι δύσκολη η δημιουργία ζωνών αποκοπής διάδοσης του κύματος με την συγκεκριμένη μέθοδο, σε πιο χαμηλές συχνότητες σε σχέση για παράδειγμα με την αλλαγή της γεωμετρίας της κατασκευής.



Εικόνα 103: Dispersion curves για a) μη συνδεδεμένη κατασκευή, b) $L=21\text{H}$ και c) $L=0.21\text{H}$

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, καθώς επίσης όπως προέκυψε και από τη διερεύνηση των διαφορετικών τιμών του πηνίου, ο προσδιορισμός των τιμών που θα λάβουν το πηνίο και η αντίσταση, είναι πάρα πολύ δύσκολο να προσδιοριστούν με έναν τύπο. Επιπλέον, σε αυτού του είδους την διερεύνηση, στόχος δεν είναι να μειωθεί μία ιδιοσυχνότητα αλλά να αυξηθεί το κενό ανάμεσα σε δύο ιδιοσυχνότητες όπως αυτές διαμορφώνονται από κάθε βήμα κατά τη διάδοση του κύματος, με σκοπό να δημιουργηθεί ένα μεγάλο band gap.

Για τον λόγο αυτό, όπως και στην ενότητα της δοκού, έτσι και σε αυτή χρησιμοποιήθηκε ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης (γενετικός αλγόριθμος) ο οποίος έχει σαν σκοπό την αύξηση του πλάτους της ζώνης αποκοπής διάδοσης κύματος μεταξύ δύο ιδιοσυχνοτήτων, με μεταβλητή σχεδιασμού τις τιμές του πηνίου. Ο λόγος για τον οποίο γίνεται αυτό είναι επειδή η αντίσταση είναι όρος ο οποίος ενσωματώνεται στην απόσβεση του συστήματος, και κατ' επέκταση δεν παίζει κανένα ρόλο στην διαμόρφωση του διαγράμματος dispersion curve.

Για να οριστεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης θα πρέπει να προσδιοριστεί η αντικειμενική συνάρτηση, οι πιθανοί περιορισμοί και οι μεταβλητές σχεδίασης. Σε αυτή τη περίπτωση η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται όπως και στην ενότητα 7.1 η μεγιστοποίηση του band gap, και πιο συγκεκριμένα το κενό ανάμεσα στην 4^η και 5^η ιδιοσυχνότητα, περιορισμούς δεν έχει το συγκεκριμένο πρόβλημα ενώ μεταβλητές σχεδιασμού ορίστηκαν οι τιμές του πηνίου. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να τονιστεί πως βασιζόμενοι στο συμπέρασμα ότι οι χαμηλές συχνότητες επηρεάζονται πολύ πιο δύσκολα από την μεταβολή των ηλεκτρονικών στοιχείων, καθώς επίσης είδαμε και το band gap της απλής μορφής να κλείνει, ο στόχος πλέον ήταν στο να αυξηθεί όσο είναι δυνατόν το κενό μεταξύ 4^{ης} και 5^{ης} ιδιοσυχνότητας. Σημαντική παράμετρος ήταν να προσδιοριστεί ο αριθμός των πηνίων που θα διαθέτει το σύστημα. Πρακτικά θα ήταν αδύνατο κάθε πεπερασμένο στοιχείο να έχει ξεχωριστό πηνίο, για αυτό και επιλέχθηκε κάθε πλευρά, που έχει τοποθετηθεί και από μία σειρά πιεζοηλεκτρικών στοιχείων, να συνδέεται με ένα πηνίο το οποίο θα έχει τις δικές του τιμές και δεν θα υπολογιστεί μία τιμή για όλα τα πηνία. Αυτό δίνει τη δυνατότητα να δημιουργηθούν περισσότερες επιλογές και να μην υπάρξει περιορισμός σε μία μόνο τιμή η οποία μπορεί να μην οδηγήσει και στην βέλτιστη λύση.

Ακολουθεί η γενική μορφή του συγκεκριμένου προβλήματος βελτιστοποίησης

$$f(x) = \max \{ \text{band gap area} \}$$

όπου το όριο των μεταβλητών σχεδίασης είναι το ακόλουθο:

$$L \in [0, 100]$$

Τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης παρατίθενται στις εικόνες Εικόνα 88 και Εικόνα 89. Οι βέλτιστες τιμές που προέκυψαν από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης είναι για κάθε πηνίο ξεχωριστά:

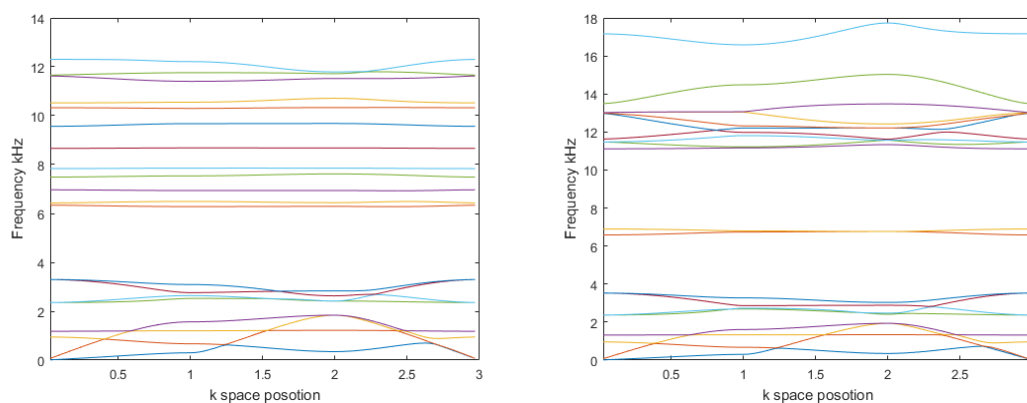
L1=0.288320339896168 H
 L2=0.259074274434956 H
 L3=0.701120373209159 H
 L4=0.385004418450306 H
 L5=0.969463132647144 H
 L6=0.611492891070377 H
 L7=0.742606604700268 H
 L8=0.411403732826134 H

Στην Εικόνα 104 αριστερά παρατίθεται το διάγραμμα dispersion curve έπειτα από την επίλυση του βέλτιστου προβλήματος, ενώ δεξιά είναι το διάγραμμα της μικροδομής η

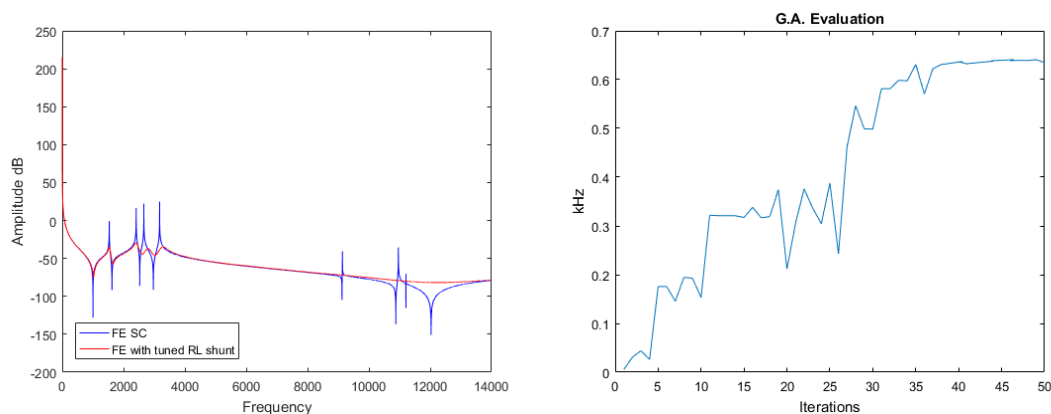
οποία δεν είναι συνδεδεμένη με εξωτερικό κύκλωμα. Και στις δύο περιπτώσεις επιλέχθηκαν να υπολογιστούν οι 20 πρώτες ιδιοσυχνότητες. Η πρώτη παρατήρηση που γίνεται αφορά την δημιουργία band gap μεταξύ 4^{ης} και 5^{ης} ιδιοσυχνότητας. Πιο συγκεκριμένα, η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο ιδιοσυχνοτήτων πλησιάζει περίπου τα 610 Hz ενώ η κατασκευή από μόνη της επιτυγχάνει ένα κενό περίπου 410 Hz δηλαδή πετύχαμε περίπου μία αύξηση 50%. Σε σχέση με άλλα προβλήματα δεν είναι κάποια πολύ μεγάλη βελτίωση, αλλά από διερευνήσεις που έγιναν στα πλαίσια της εργασίας, προέκυψε ότι δεν είναι εύκολη η σημαντική τροποποίηση των band gap με την μεταβολή των παραμέτρων του κυκλώματος παραδιακλάδωσης.

Μία ακόμα σημαντική παρατήρηση που προκύπτει είναι ότι ενώ αποτυπώθηκαν οι πρώτες 20 ιδιοσυχνότητες, παρατηρήθηκε ότι στην περίπτωση που είναι συνδεδεμένο το κύκλωμα, χάνει το ένα μεγάλο band gap μεταξύ περίπου 7-10 kHz που εμφανίζεται στο μη συνδεδεμένο σύστημα, αλλά δημιουργούνται πολλά μικρότερα τα οποία φτάνουν κοντά στα 12 kHz. Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι η μεταβολή των παραμέτρων του κυκλώματος επηρέαζε πολύ το εύρος των συχνοτήτων του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, στη περίπτωση που μελετήθηκε, κατεβαίνουν οι πρώτες 20 ιδιοσυχνότητες μέχρι περίπου τα 12 kHz όταν το μη συνδεδεμένο σύστημα προσεγγίζει τα 18 kHz.

Τέλος, με την απεικόνιση της απόκρισης της κατασκευής (Εικόνα 105), σε μία μόνο διεύθυνση διάδοσης του κύματος, και χρησιμοποιώντας τις βέλτιστες λύσεις, παρατηρήθηκε ότι η απόκριση είναι πολύ πιο ομαλή και μάλιστα στα σημεία που εμφανίζονται τα band gap προς αυτή τη διεύθυνση οι κορυφές είναι αισθητά μειωμένες σε σχέση με το μη συνδεδεμένο κύκλωμα.



Εικόνα 104: Dispersion Curves συνδεδεμένης και μη συνδεδεμένης κατασκευής

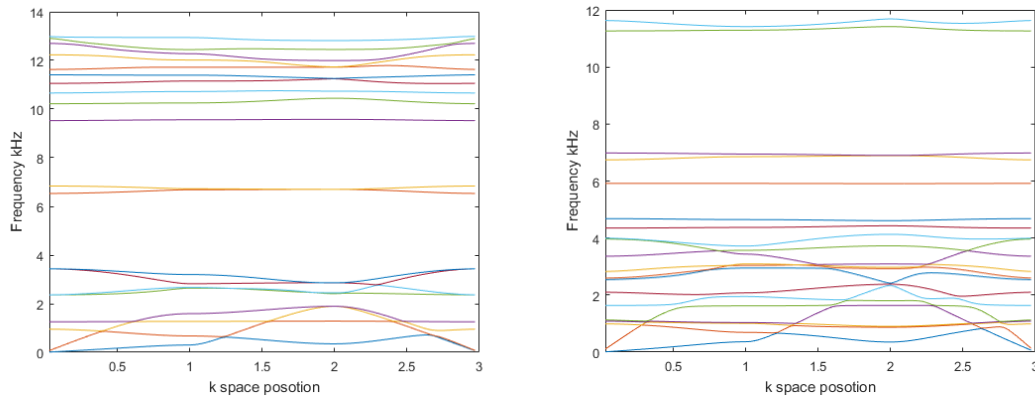


Εικόνα 105: Απόκριση συστήματος προς μία διεύθυνση και σύγκλιση αλγορίθμου βελτιστοποίησης

Όπως προκύπτει λοιπόν, η μεταβολή των παραμέτρων του πηνίου είναι ικανή να διαφοροποιήσει το σύστημα, ακόμα και αν δεν προκαλεί μεγάλες μεταβολές στην περιοχή του ενδιαφέροντος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν αποτελεί ένα εύκολο προς επίλυση πρόβλημα, και η μεταβολή των ηλεκτρικών παραμέτρων επηρεάζει αισθητά την συνολική απόκριση του συστήματος. Μία ακόμα παράμετρος όμως που θα μπορούσε να ενσωματωθεί στο σύστημα μας είναι η πυκνότητα. Η πυκνότητα είναι μία ηλεκτρική παράμετρος η οποία επηρεάζει την δυσκαμψία της κατασκευής και κατ' επέκταση μπορεί να επιδράσει στην διαμόρφωση των διαγραμμάτων dispersion curve.

Στην παρούσα διατριβή πραγματοποιήθηκε μία εκτίμηση της μεταβολής της συμπεριφοράς του συστήματος, στην περίπτωση που τοποθετηθούν στο σύστημα, σε σειρά με τα άλλα στοιχεία, πυκνωτές θετικής ή αρνητικής χωρητικότητας. Οι τιμές του πηνίου που επιλέχθηκαν για την διερεύνηση ήταν οι βέλτιστες τιμές της προηγούμενης διερεύνησης, ενώ για τιμές χωρητικότητας χρησιμοποιήθηκαν $\pm 1\text{nF}$. Στην Εικόνα 106, παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της διερεύνησης με θετική (αριστερά) και αρνητική (δεξιά) χωρητικότητα. Όπως παρατηρείται, με την θετική χωρητικότητα επιτυγχάνονται δύο πολύ μεγάλα band gap ένας αυτά διαμορφώθηκαν στην περίπτωση ένας κατασκευής ένας οποίας το κύκλωμα είναι ανοιχτό και δεν δουλεύει ο έλεγχος. Ταυτόχρονα, έχει καταφέρει να διατηρήσει το επίπεδο των ιδιοσυχνοτήτων πιο χαμηλά, και να διατηρήσει άνω των 9kHz τις ζώνες αποκοπής διάδοσης του κύματος. Από την άλλη πλευρά, η αρνητική χωρητικότητα κατάφερε να εξαλείψει σχεδόν τις ιδιοσυχνότητες πάνω από τα 7 kHz και να δημιουργήσει μία τεράστια ζώνη μεταξύ περίπου 7kHz – 11.5 kHz. Παρόλα αυτά, στις χαμηλότερες συχνότητες επιτρέπει κανονικά την διάδοση του κύματος και τα band gaps έχουν απαλειφθεί.

Ένα συμπέρασμα που προκύπτει από την συγκεκριμένη διερεύνηση είναι ότι η αρνητική χωρητικότητα έχει την δυνατότητα ενδεχομένως να δημιουργήσει κάποια πολύ μεγάλα κενά αποκοπής ένας κύματος, και έτσι θα μπορούσε να βοηθήσει στην εστίαση σε μία συγκεκριμένη περιοχή ενδιαφέροντος. Από την άλλη, η θετική χωρητικότητα ενισχύει την υπάρχουσα κατάσταση δημιουργώντας κάποια νέα σχετικά ικανοποιητικά band gaps, και διατηρώντας τα υπάρχοντα.



Εικόνα 106: Dispersion curves για θετική χωρητικότητα και αρνητική χωρητικότητα αντίστοιχα.

Η μεγάλη δυσκολία που παρατηρήθηκε με τα ηλεκτρονικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης είναι ότι η μεταβολή των στοιχείων τους (κυρίως, για την θεωρία Bloch, το πηνίο και ο πυκνωτής) είναι ότι ένας πρώτες ιδιοσυχνότητες δεν έχουν την δυνατότητα να επιτύχουν μεγάλες μεταβολές και να δημιουργήσουν πολύ μεγάλα band gaps, αλλά έχουν τη δυνατότητα με μία μεταβολή να επηρεάσουν σε πολύ μεγάλο βαθμό τη συνολική συμπεριφορά του συστήματος και κατ' επέκταση πολύ περισσότερες περιοχές χωρίς αυτές να έχουν προβλεφθεί. Για τον λόγο αυτό σε μελλοντική διερεύνηση, θα ήταν καλό να εφαρμοστούν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων, οι οποίοι να έχουν και τη δυνατότητα να εξερευνήσουν μεγάλο εύρος τιμών καθώς οι κλίμακες που δουλεύει ένα πηνίο ή ένας πυκνωτής είναι διαφορετικές.

7.5 Τοπολογική βελτιστοποίηση υλικού με χρήση γενετικού αλγορίθμου

Όπως αναλύθηκε διεξοδικά στην προηγούμενη ενότητα, η χρήση ηλεκτρονικών κυκλωμάτων για τον έλεγχο των κατασκευών, δίνει τη δυνατότητα να επιτευχθούν ικανοποιητικές ζώνες αποκοπής διάδοσης του κύματος, αλλά δεν βοηθάνε στην δημιουργία ζωνών σε πιο χαμηλές συχνότητες. Αντίθετα, η γεωμετρία είναι ένας παράγοντας που παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στο συγκεκριμένη μεταβολή, και μπορεί να δώσει λύσεις που να επιτυγχάνουν αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για τον λόγο αυτό, η έρευνα οδηγήθηκε στην μελέτη της βέλτιστης τοπολογίας της κατασκευής, βασιζόμενοι στα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά.

Στόχος της παρούσας ενότητας είναι η μοντελοποίηση προβλήματος βελτιστοποίησης με χρήση αλγορίθμων κλασικής βελτιστοποίησης (συγκεκριμένα με γενετικό αλγόριθμο) με σκοπό τον σχεδιασμό μικροδομών για την μεγιστοποίηση της αύξησης των ζωνών αποκοπής της διάδοσης κύματος. Η συγκεκριμένη μέθοδος δίνει την δυνατότητα να τοποθετηθούν τα δύο διαφορετικά υλικά με τέτοιο τρόπο ώστε να οδηγήσει στην μέγιστη δυνατή αύξηση των band gap.

Ένα βασικό μειονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι ότι σε κλασικά προβλήματα τοπολογικής βελτιστοποίησης ενός υλικού δεν είναι εφικτό να χρησιμοποιηθούν οι κλασικοί μέθοδοι βελτιστοποίησης καθώς δεν μπορούν να εγγραφούν την δημιουργία μίας συνεχούς δομής η οποία οδηγεί σε υλοποιήσιμη μονολιθική κατασκευή, για τον λόγο ότι μπορεί να δημιουργήσει νησίδες υλικού που πρακτικά δεν οδηγούν σε κάποια συνεχή κατασκευή. Ακόμα πιο σύνθετη γίνεται η συγκεκριμένη μελέτη σε δυναμικά προβλήματα.

Από την άλλη πλευρά, τα συγκεκριμένα προβλήματα προς επίλυση είναι προβλήματα δύο υλικών. Αυτό μας διευκολύνει στην χρήση ενός γενετικού αλγορίθμου, καθώς το πρόβλημα προς επίλυση δεν είναι η τοποθέτηση ή μη υλικού αλλάζοντας την πυκνότητα του αλλά η τοποθέτηση του ενός ή του άλλου υλικού.

Για την μοντελοποίηση του προβλήματος, χρησιμοποιήθηκε μία τετράγωνη δισδιάστατη μικροδομή όπως αυτή φαίνεται στην Εικόνα 24: Δισδιάστατη κατασκευή χωρίς πυρήνα που μελετήθηκε, dispersion curve από το κώδικα της matlab και dispersion curve από το Comsol. Το συγκεκριμένο πρόβλημα επίσης είναι ένα πρόβλημα δύο υλικών, οι ιδιότητες των οποίων έχουν οριστεί από τον Πίνακα 1. Επιπλέον χρησιμοποιήθηκε η θεωρία δισδιάστατων τετραγωνικών πεπερασμένων στοιχείων, επίπεδης έντασης (plane stress elements).

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης τα οποία επιλύθηκαν και θα σχολιαστούν στη συνέχεια είναι τα εξής:

- Μεγιστοποίηση band gap μεταξύ δύο ιδιοσυχνοτήτων
- Δημιουργία band gap σε ένα συγκεκριμένο πεδίο συχνοτήτων
- Δημιουργία μεγαλύτερων κατασκευών μέσω συνδυασμένης τοποθέτησης διαφορετικών μικροδομών

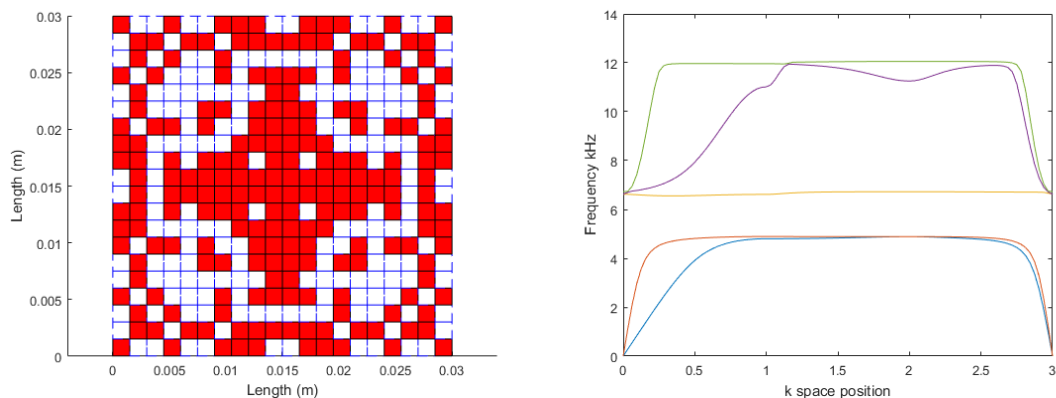
7.5.1 Μεγιστοποίηση band gap μεταξύ δύο ιδιοσυχνοτήτων

Στόχος την συγκεκριμένης βελτιστοποίησης είναι η βέλτιστη τοπολογία των υλικών με σκοπό να αυξηθεί το band gap ανάμεσα σε δύο ιδιοσυχνότητες που μας ενδιαφέρουν. Αυτή η μέθοδος δίνει τη δυνατότητα να απομακρυνθούν οι περιοχές συντονισμού κατά τη διάδοση του κύματος, κατά μήκος της κατασκευής και αποκόπτει μεγάλο μέρος συχνοτήτων που μπορεί να ταλαντωθεί η κατασκευή με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν προβλήματα.

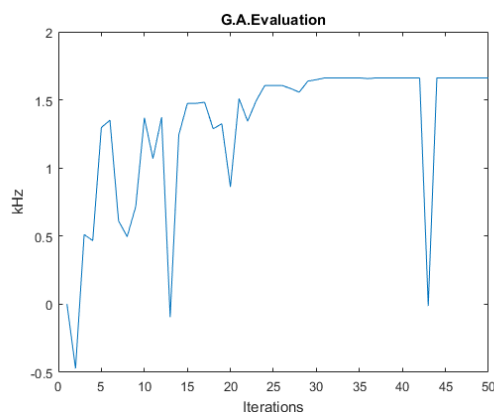
Ένας σημαντικός περιορισμός που προκύπτει στο συγκεκριμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης, είναι ότι πρέπει να ικανοποιείται η συμμετρία του σχήματος και προς τις τρεις διευθύνσεις όπως αυτές ορίζονται από την πρώτη ζώνη του Brillouin.

Η πρώτη περίπτωση που μελετήθηκε είναι η μεγιστοποίηση του band gap μεταξύ δεύτερης και τρίτης ιδιοσυχνότητας. Το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης παρουσιάζεται στην Εικόνα 107.

Με κόκκινο είναι οι περιοχές οι οποίες αποτελούνται κυρίως από σκληρό υλικό ενώ με άσπρο τονίζονται οι περιοχές που χρησιμοποιείται το μαλακό υλικό. Αρχικά παρατηρείται περίπου ίση κατανομή σκληρού και μαλακού υλικού, η οποία είναι της τάξης του 50% από το ένα και το ίδιο ποσοστό από το δεύτερο. Από το διάγραμμα ζωνών αποκοπής διάδοσης κύματος, όπου εμφανίζονται οι πρώτες πέντε ιδιοσυχνότητες, προκύπτει ένα ικανοποιητικό band gap, το εύρος της οποίας προσεγγίζει τα 1.6kHz στα οποία δεν διαδίδεται το κύμα.

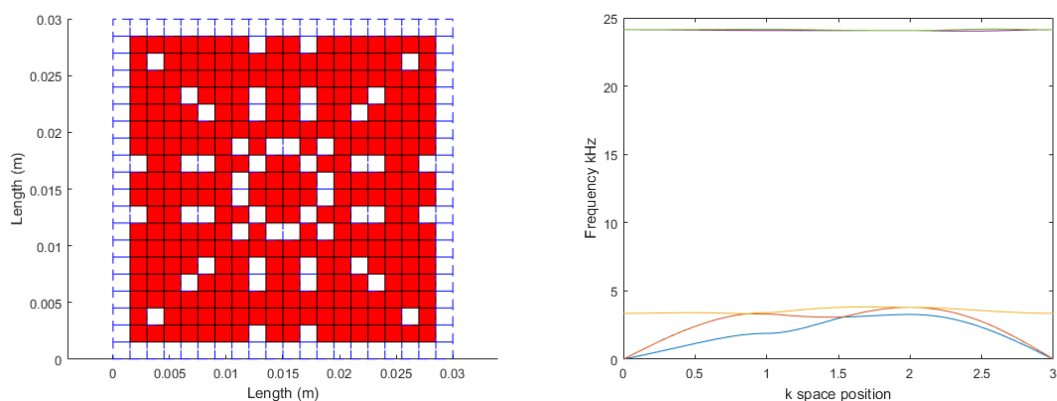


Εικόνα 107: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 2ης και 3ης ιδιοσυχνότητας

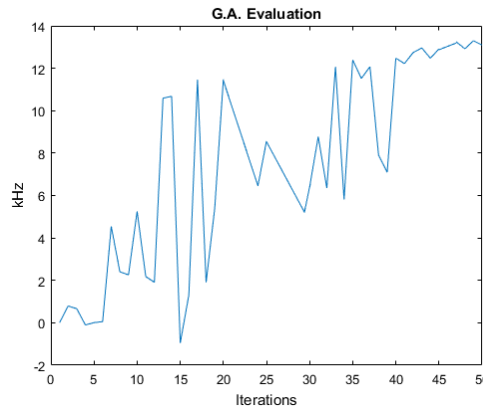


Εικόνα 108: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 2η με 3η ιδιοσυχνότητα

Η επόμενη περίπτωση που μελετήθηκε είναι η αύξηση του κενού μεταξύ της 3^{ης} και 4^{ης} ιδιοσυχνότητας. Όπως εμφανίζεται στην Εικόνα 109, η σκληρό υλικό κατέλαβε το σύνολο της επιφάνειας (>90%) ενώ η υπόλοιπη επιφάνεια καλύπτεται από μαλακό στρώμα.



Εικόνα 109: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 3^{ης} και 4^{ης} ιδιοσυχνότητας



Εικόνα 110: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 2η με 3η ιδιοσυχνότητα

Σε αυτή την περίπτωση βελτιστοποίησης, η δημιουργία ζωνών αποκοπής διάδοσης του κύματος μεταξύ αυτών των ιδιοσυχνοτήτων έδωσε πολύ καλά αποτελέσματα, παρουσιάζοντας ένα πολύ μεγάλο band gap.

7.5.2 Δημιουργία band gap σε ένα συγκεκριμένο πεδίο συχνοτήτων

Στην προηγούμενη υπό-ενότητα συζητήσαμε και εξηγήσαμε τα αποτελέσματα της βέλτιστης τοπολογίας με χρήση κλασικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης με σκοπό να μεγιστοποιηθεί το band gap μεταξύ των ιδιοσυχνοτήτων.

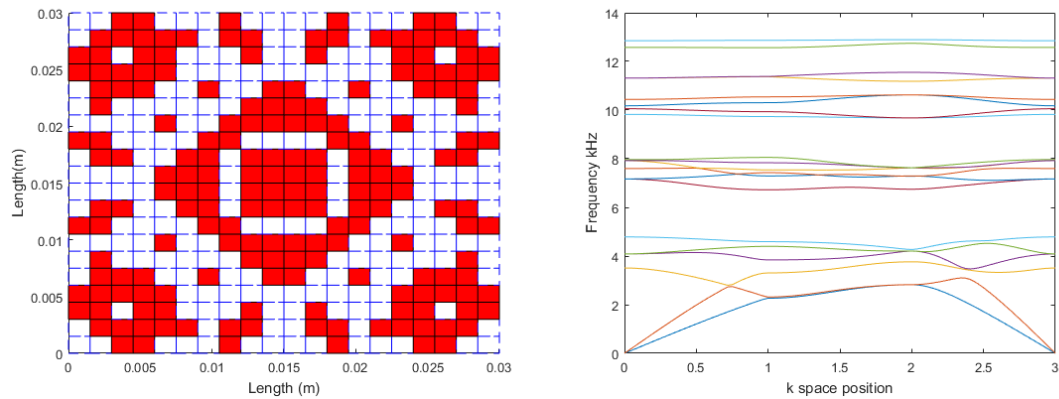
Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη για την δημιουργία band gap σε συγκεκριμένες περιοχές συχνοτήτων όπου αποκόπτονται οι διαδόσεις κυμάτων υπό αυτές τις συχνότητες, τις οποίες ορίζουμε εμείς και δεν γνωρίζουμε σε ποιες ιδιοσυχνότητες μπορούν να αντιστοιχούν. Για τον λόγο αυτό δημιουργήθηκε κώδικας βελτιστοποίησης ο οποίος δίνει τη δυνατότητα στον αλγόριθμο να υπολογίζει ποιες είναι οι συχνότητες αυτές κάθε φορά που βρίσκονται στο εύρος που μας ενδιαφέρει, πχ η j και η $j+1$ και να προσπαθεί να αυξήσει το κενό ανάμεσα τους.

Σε περίπτωση που στο εύρος συχνοτήτων υπήρχαν περισσότερες από 1 ιδιοσυχνότητες που παρεμβάλλονται, τότε υπολογιζόταν η συχνότητα j που ήταν πιο κοντά στο κάτω όριο που έχει τεθεί και τροποποιήθηκαν οι μεταβλητές σχεδίασης με σκοπό να αυξηθεί η απόσταση αυτής της συχνότητας από την αμέσως επόμενη ($j+1$). Για να αποφευχθούν λύσεις που δεν ικανοποιούν το πρόβλημα, χρησιμοποιήθηκε ένας τελεστής ποινής, ο οποίος 'έδωχνε' τον αλγόριθμο από τη βέλτιστη λύση σε περίπτωση που το εύρος δεν ήταν μεγαλύτερο ή ίσο από το απαιτούμενο.

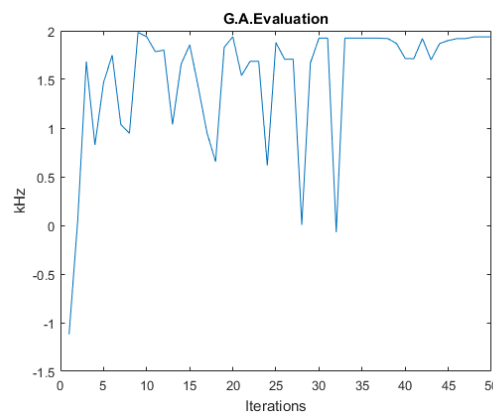
Οι περιπτώσεις που μελετήθηκαν ήταν 3 και είναι οι ακόλουθες:

- Επίτευξη band gap μεταξύ 5kHz – 6.5kHz
- Επίτευξη band gap μεταξύ 8kHz – 9kHz
- Επίτευξη band gap μεταξύ 9.5kHz-11.5kHz

Στην πρώτη περίπτωση στόχος ήταν να επιτευχθεί μία κατασκευή ικανή να αποσβένει τις ταλαντώσεις στο εύρος συχνοτήτων 5kHz – 6.5kHz δηλαδή ένα εύρος της τάξης των 1500Hz. Με την χρήση του γενετικού αλγορίθμου, όπως αυτός έχει ρυθμιστεί σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις, και με την μεθοδολογία που περιεγράφηκε προηγουμένως, τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στην Εικόνα 111:



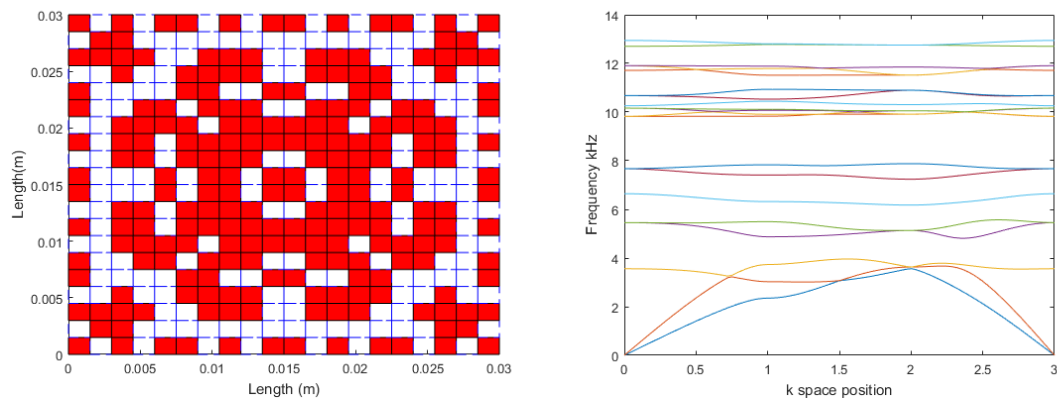
Εικόνα 111: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 5-6.5 kHz



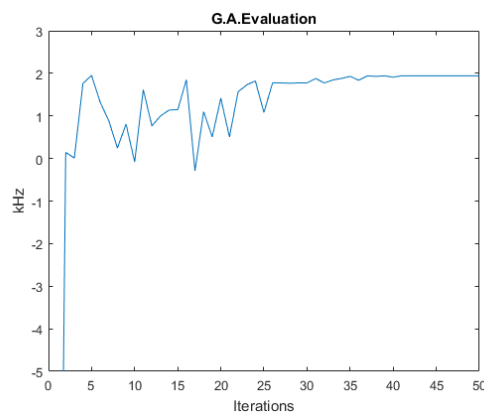
Εικόνα 112: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 5-6.5 kHz

Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε, επιτυγχάνει με μεγάλη ακρίβεια και επιτυχία την δημιουργία των band gap στο εύρος συχνοτήτων το οποίο ορίστηκε. Η κατανομή μαλακού (λευκό) – σκληρού (κόκκινο) υλικού ανέρχεται στο 50%.

Η επόμενη διερεύνηση που πραγματοποιήθηκε ήταν μεταξύ 8 kHz – 9 kHz. Τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης αυτής παρουσιάζονται στην Εικόνα 113. Όπως διακρίνεται στην Εικόνα 113, η κατανομή του υλικού που πραγματοποιείται είναι >75% το steel (κόκκινο). Το band gap που ήταν στόχος να επιτευχθεί, σε πολύ μεγάλο βαθμό δημιουργήθηκε, με το εύρος να ξεπερνάει το 1 kHz που είχε οριστεί σαν άνω όριο και να φτάνει κοντά τα 1.9kHz.



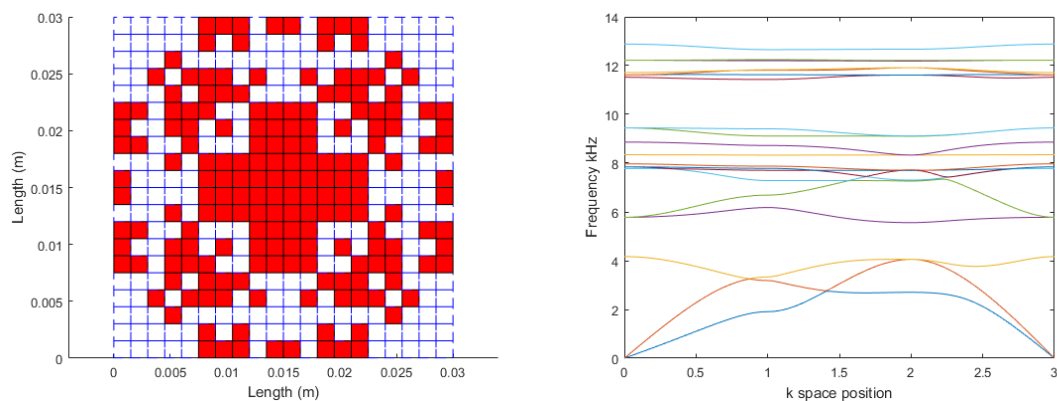
Εικόνα 113: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 8-9 kHz



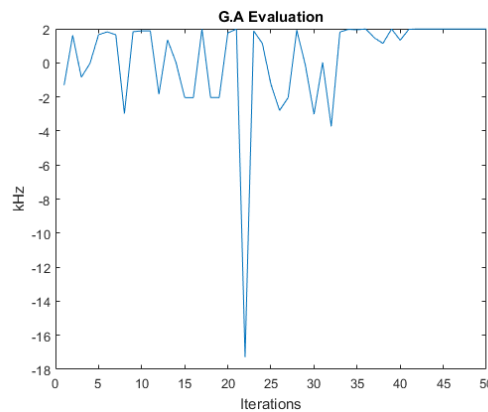
Εικόνα 114: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 8-9 kHz

Τέλος, το band gap που αποφασίστηκε να διερευνηθεί ήταν μεταξύ 9.5 kHz – 11.5 kHz. Ένας βασικός λόγος ήταν ότι ενώ οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις έγιναν για να επιλεχθούν δύο τυχαία εύρη, παρατηρήθηκε ότι και στις δύο περιπτώσεις μετά τα 9.5 kHz περίπου δεν εμφανίζεται κάποια band gap κοντά. Έτσι πραγματοποιήθηκε η μοντελοποίηση, και δημιουργήθηκαν τα αποτελέσματα που ακολουθούν.

Βάσει της Εικόνα 115, δημιουργείται ένα μεγάλο band gap στο εύρος συχνοτήτων ενδιαφέροντος, καθώς επίσης επιτυγχάνεται μία κατανομή 60% steel (κόκκινο) και 40% rubber (άσπρο). Έτσι δημιουργήθηκε ένα κενό συχνοτήτων σε περιοχές τις οποίες οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις δεν μπορούσαν να το πετύχουν.



Εικόνα 115: Βέλτιστη κατασκευή και dispersion curve για βελτιστοποίηση μεταξύ 9.5-11.5 kHz



Εικόνα 116: Διάγραμμα σύγκλισης για βελτιστοποίηση μεταξύ 9.5-11.5 kHz

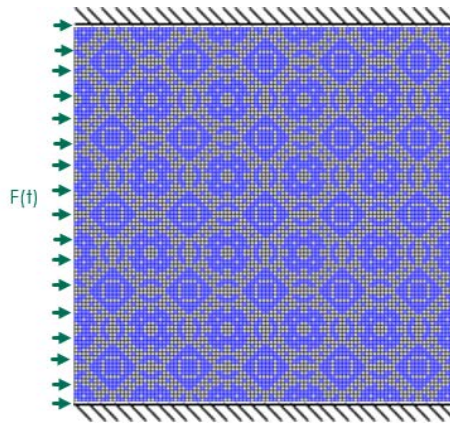
Η συγκεκριμένη μεθοδολογία βελτιστοποίησης της τοπολογίας της κατασκευής μας έδωσε την δυνατότητα να υλοποιήσουμε κατασκευές που να δουλεύουν σε επιθυμητό εύρος συχνοτήτων και να αποσβένουν τις ταλαντώσεις και όχι μόνο να περιορίζονται στην αύξηση του εύρους μεταξύ 2 γνωστών ιδιοσυχνοτήτων. Επιπλέον, με την σύγχρονη μέθοδο παραγωγής κατασκευών και προϊόντων, γίνεται εφικτή η δημιουργία τέτοιων κατασκευών (τρισδιάστατοι εκτυπωτές δύο υλικών).

Από την άλλη πλευρά, η συγκεκριμένη μέθοδος δεν είναι ικανή να δουλέψει με ένα μόνο υλικό, και αυτό γιατί αποτυγχάνει να δημιουργήσει μία συνέχεια στις κατασκευές (δημιουργεί πολλές νησίδες) και ουσιαστικά αδυνατεί να γίνει κατασκευή οποιασδήποτε φυσικής μικροδομής. Η χρήση υβριδικών τεχνικών τοπολογικής βελτιστοποίησης θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί[99].

7.5.3 Δημιουργία μεγαλύτερων κατασκευών, σύνθεσης διαφορετικών μικροδομών

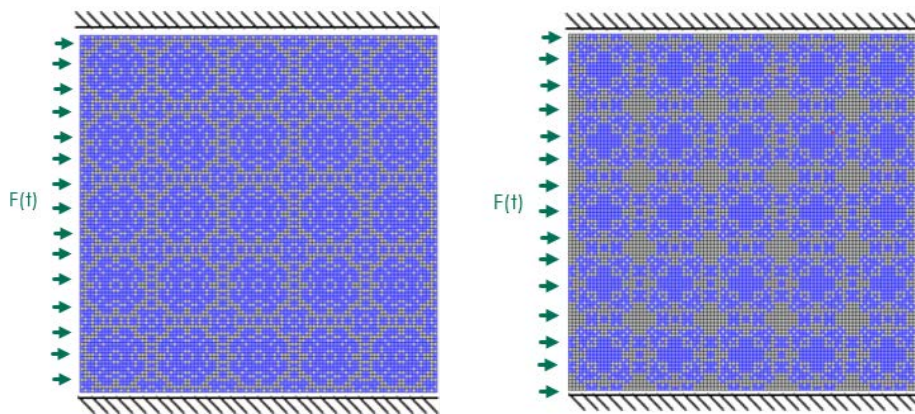
Τέλος, σε αυτή την υποενότητα θα μελετηθεί η συμπεριφορά κατασκευών με την χρήση των παραπάνω βέλτιστων μικροδομών οι οποίες καλύπτουν τον χώρο με τη μορφή πλεγμάτων και θα υπολογιστεί η επίδραση αυτών των πλεγμάτων στην διάδοση του κύματος, υπό αρμονική φόρτιση.

Αρχικά παρουσιάζεται το πλέγμα, αποτελούμενο από την μικροδομή που βελτιστοποιήθηκε με σκοπό να έχει band gap μεταξύ 5kHz – 6.5kHz. Το πλέγμα το οποίο αποτελείται από 5x5 ίδια unit cell, φαίνεται στην Εικόνα 117 και το μέγεθος του είναι 0.15x0.15 m. Η φόρτιση που ασκείται είναι σε όλη την αριστερή πλευρά, με πλάτος φόρτισης τα 100N, εφαρμογή συνοριακών συνθηκών πάκτωσης στις πάνω και κάτω πλευρές και το σημείο στο οποίο υπολογίζεται η μετατόπιση όπου θα προκύψει και το διάγραμμα στο πεδίο των συχνοτήτων βρίσκεται ακριβώς στο κέντρο του τετραγώνου του πλέγματος.



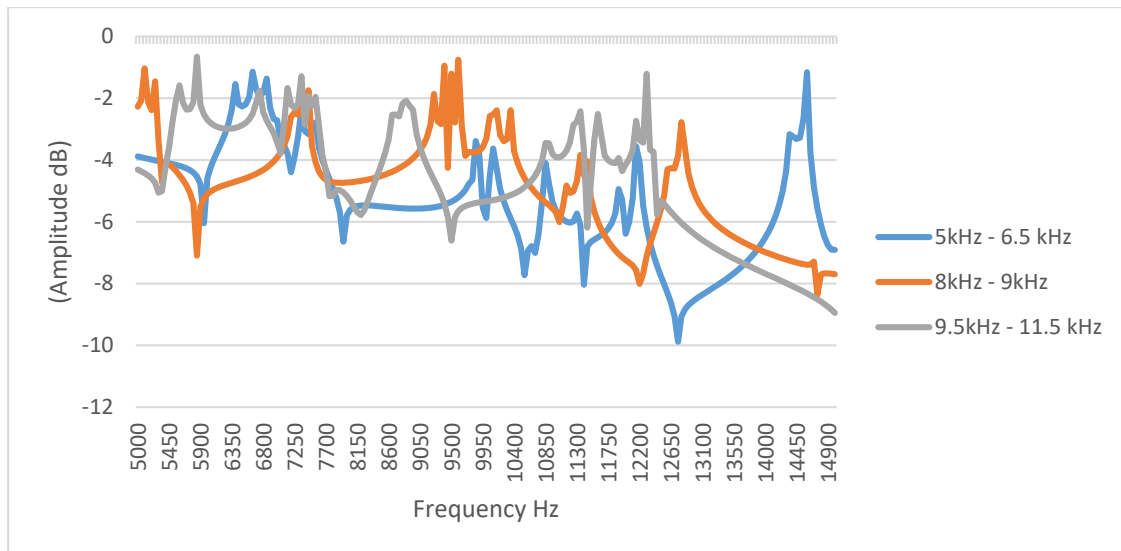
Εικόνα 117: Απεικόνιση πλέγματος μεγέθους 0.15x0.15m για την περίπτωση 5-6.5 kHz

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα πλέγματα και οι αποκρίσεις στο πεδίο των συχνοτήτων και των άλλων δύο μικροδομών (8-9.5 και 9.5-11.5 kHz αντίστοιχα). Τα δεδομένα φορτίσεων, συννοριακών τιμών και σημείων μέτρησης είναι ακριβώς ίδια και στις επόμενες δύο περιπτώσεις. Επιπλέον, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι και στις 3 περιπτώσεις το σημείο που μελετήθηκε βρίσκεται περίπου στο ίδιο σημείο φροντίζοντας να αλλά είναι πάνω σε περιοχή που υπάρχει σκληρό υλικό (steel).



Εικόνα 118: Κατασκευές για band gap μεταξύ 8-9kHz και 9.5-11.5 kHz αντίστοιχα

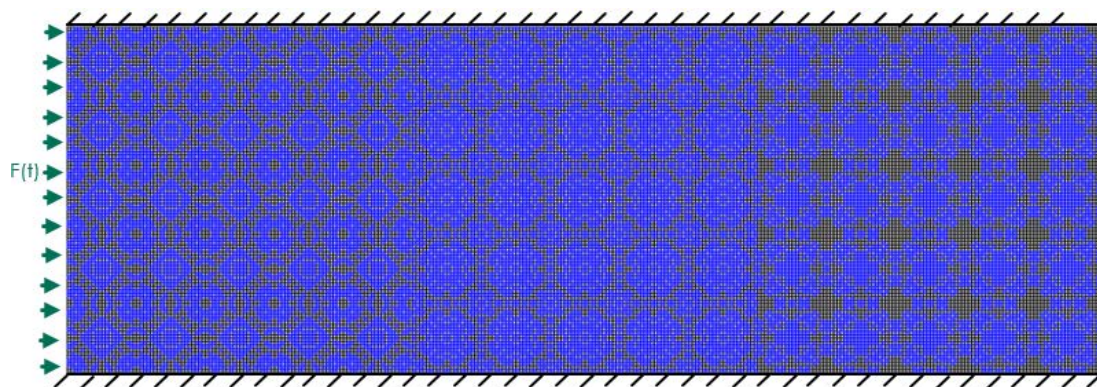
Στην Εικόνα 119, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της απόκρισης των τριών διαφορετικών δομών στο πεδίο των συχνοτήτων. Και σε αυτές τις περιπτώσεις δημιουργούνται κάποιες ‘κοιλίες’ στις περιοχές που εμφανίστηκαν τα band gap, βάσει των μικροδομών που χρησιμοποιήθηκαν. Παρόλα αυτά, σε κάποιες περιπτώσεις δεν φαίνεται τα αποτελέσματα να έχουν την ακρίβεια των κατασκευών με τις μικροδομές που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενη ενότητα. Ο λόγος πιθανώς είναι ότι η ακρίβεια μίας 5x5 κατασκευής είναι μικρότερη σε σχέση με μία 10x10 κατασκευή. Παρόλα αυτά, η αποδοτικότητα των μεθόδων μελέτης της συμπεριφοράς ενός ολόκληρου πλέγματος από μία μόνο μικροδομή, κρίνεται αρκετά ικανοποιητική.



Εικόνα 119: Απόκριση στο πεδίο των συχνοτήτων των τριών διερευνήσεων

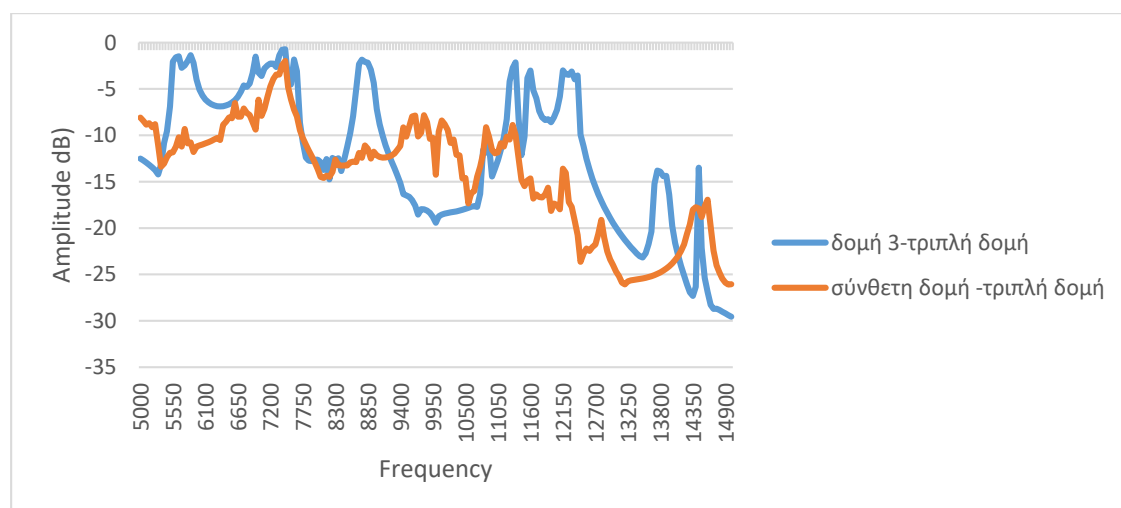
Το ενδιαφέρον ερώτημα που προκύπτει από τις διερευνήσεις είναι πως θα συμπεριφερόταν μία κατασκευή η οποία αποτελείται από 3 συνεχόμενα πλέγματα ίδιας μικροδομής, και πως αυτή με 3 πλέγματα διαφορετικών δομών. Πιο συγκεκριμένα, πως μεταβάλλεται η δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής και κατά πόσο μπορεί να γίνει ένας συνδυασμός «αποκοπής» πολλαπλών ιδιοσυχνοτήτων ανάλογα με το είδος της μικροδομής σε κάθε σημείο της και αν αυτό λειτουργεί σαν πολλαπλό, συνδυαστικό φίλτρο. Για τον λόγο αυτό, μοντελοποιήθηκε το παραπάνω πρόβλημα όπου αρχικά τοποθετήθηκαν οι τρεις μικροδομές στη σειρά, όπως αυτές παρουσιάζονται στην Εικόνα 120 και στην πορεία χρησιμοποιήθηκε μόνο η τρίτη μικροδομή, για να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων. Αξίζει να αναφερθεί ότι σε όλες τις περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκε ακριβώς το ίδιο σημείο μέτρησης, το οποίο βρίσκεται κοντά στο δεξί άκρο της κατασκευής, οι φορτίσεις και οι συνοριακές συνθήκες είναι ίδιες με τις προηγούμενες περιπτώσεις, καθώς επίσης επιλέχθηκε να μοντελοποιηθεί μόνη η τρίτη μικροδομή καθώς είναι αυτή η οποία θα μπει και τελευταία και έπρεπε το σημείο να ανήκει στο ίδιο unit cell.

Η σύνθετη κατασκευή που κατασκευάστηκε παρουσιάζεται στην Εικόνα 120. Κατά τον ίδιο τρόπο μοντελοποιήθηκε και με την χρήση της μικροδομής 3 όπου τοποθετήθηκαν 3 ίδιες δομές στη σειρά.



Εικόνα 120: Σύνθεση δομής με 3 διαφορετικές μικροδομές

Στην Εικόνα 121 παρουσιάζεται η απόκριση της σύνθετης κατασκευής καθώς και της κατασκευής με τις 3 ίδιες δομές. Από το γράφημα της σύνθετης κατασκευής παρατηρούμε ότι σε σύγκριση με την απλή κατασκευή στις συχνότητες ενδιαφέροντος διατηρεί πολύ χαμηλά τα πλάτη των μετατοπίσεων και ουσιαστικά κόβει την διάδοση του κύματος. Αντίθετα, στην απλή κατασκευή που αποτελείται μόνο από την τρίτη μικροδομή, αν και ακολουθεί το γράφημα του απλού 3^{ου} πλέγματος με διαφορετικά πλάτη ταλάντωσης, αυτά παραμένουν σε πολύ αρκετά υψηλά επίπεδα σε σχέση με την σύνθετη.



Εικόνα 121: Σύγκριση απόκρισης απλής δομής με σύνθετη

Το συμπέρασμα που εξάγεται είναι ότι με την χρήση της θεωρίας του Bloch, και της τοπολογικής βελτιστοποίησης μπορεί να δημιουργηθούν μικροδομές οι οποίες είναι ικανές να μειώσουν τις ταλαντώσεις σε ένα εύρος συχνοτήτων, και με την παραπέρα σύνθεση τους να αποτελέσουν ένα φίλτρο το οποίο θα μπορεί να λειτουργεί συνδυαστικά στις συχνότητες που μας ενδιαφέρουν.

7.6 Τοπολογική βελτιστοποίηση με κλασσικούς αλγορίθμους

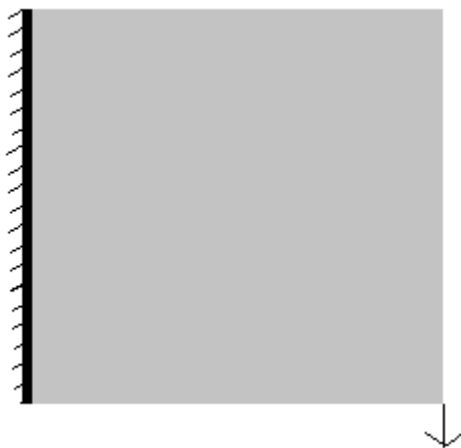
Η βέλτιστη τοπολογία των υλικών σε μία κατασκευή, όπως παρουσιάστηκε και σε προηγούμενη ενότητα, έχει καθοριστικό ρόλο στην δημιουργία και την διαμόρφωση των ζωνών αποκοπής διάδοσης των κυμάτων. Δίνει τη δυνατότητα να διαμορφωθούν συγκεκριμένα πλάτη ζωνών απόκοπής, καθώς και καταφέρνει να επηρεάζει το πεδίο των συχνοτήτων που θέλουμε να μελετηθεί. Η τοποθέτηση ή μη του υλικού ή η χρήση δύο υλικών μεταβάλλει τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής.

Για τον λόγο αυτό, δημιουργήθηκαν κώδικες και μοντελοποιήθηκαν κατασκευές που να υπολογίζουν την βέλτιστη συμπεριφορά της κατασκευής, με χρήση αλγορίθμου τοπολογικής βελτιστοποίησης, σε διαφορετικές περιπτώσεις αναλύσεων όπως δημιουργία εύκαμπτης κατασκευής η οποία υπόκειται σε στατική φόρτιση, δημιουργία δομών όπου μεταβάλλεται και αυξάνεται κάποια ιδιοσυχνότητα τους καθώς και προβλήματα δύο υλικών για την επίλυση προβλημάτων που αφορούν την διάδοση του κύματος.

Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις είναι η μέθοδος κριτηρίων βέλτιστου (Optimality Criteria) όπως αυτή ορίστηκε στην ενότητα της θεωρίας, όπου

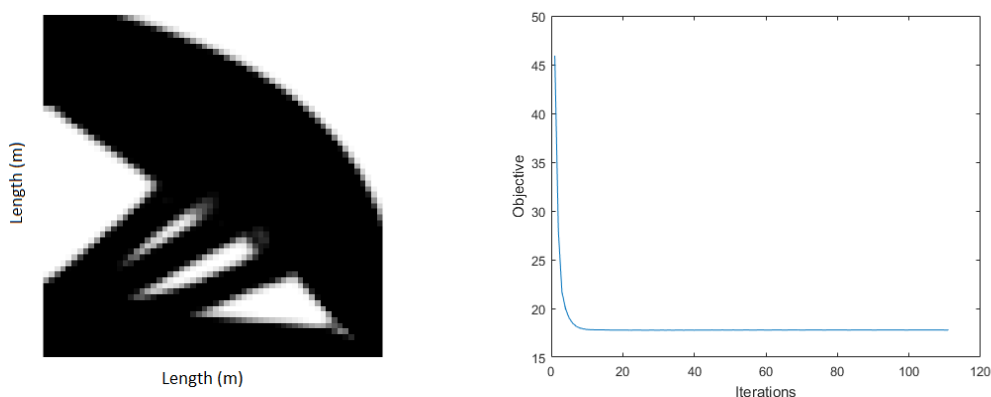
περιγράφονται τα προβλήματα τοπολογικής βελτιστοποίησης. Η Μέθοδος μεταβλητών ασυμπτωτικών συναρτήσεων (MMA), είναι μία μέθοδος με αρκετά μεγαλύτερη ακρίβεια, η οποία όμως είναι πιο σύνθετη στην μοντελοποίηση της και δεν κατέστη δυνατή η επίλυση του προβλήματος των band gap με αυτή.

Αρχικά, πραγματοποιήθηκε η μοντελοποίηση ενός στατικού προβλήματος. Στόχος του συγκεκριμένου προβλήματος ήταν να βελτιστοποιηθεί μία μικροδομή σχήματος τετραγώνου, η οποία είναι πακτωμένη σε όλη την αριστερή πλευρά της, εφαρμόζεται δύναμη 1N στο δεξί κάτω άκρο με φορά προς τα κάτω και στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί η ευκαμψία της κατασκευής και κατ' επέκταση να οδηγηθούμε στην μεγιστοποίηση της δυσκαμψίας, μειώνοντας την ποσότητα υλικού που χρησιμοποιείται (Εικόνα 122). Σαν περιορισμό όγκου χρησιμοποιήθηκε το υλικό να καταλαμβάνει το 70% της κατασκευής. Οι υπόλοιποι παράμετροι έχουν αναλυθεί στην θεωρητική ενότητα σχετικά με την τοπολογική βελτιστοποίηση.



Εικόνα 122: Unit cell για βελτιστοποίηση

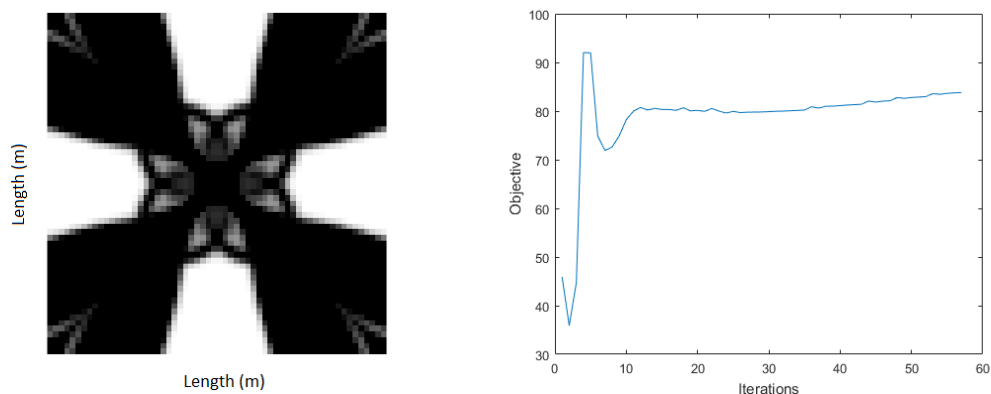
Όπως παρατηρούμε από τα αποτελέσματα της Εικόνα 123, ο αλγόριθμος συνέκλινε, ικανοποιώντας και τον περιορισμό του όγκου.



Εικόνα 123: Βέλτιστη μορφή κατασκευής για μία στατική φόρτιση και διάγραμμα σύγκλισης

Στην επόμενη περίπτωση, μελετήθηκε το ίδιο πρόβλημα, χρησιμοποιώντας όμως και έναν ακόμα περιορισμό. Ο περιορισμός αυτός ήταν να υπάρχει συμμετρία στην κατασκευή, και ως προς τον οριζόντιο άξονα, και τον κατακόρυφο καθώς και την

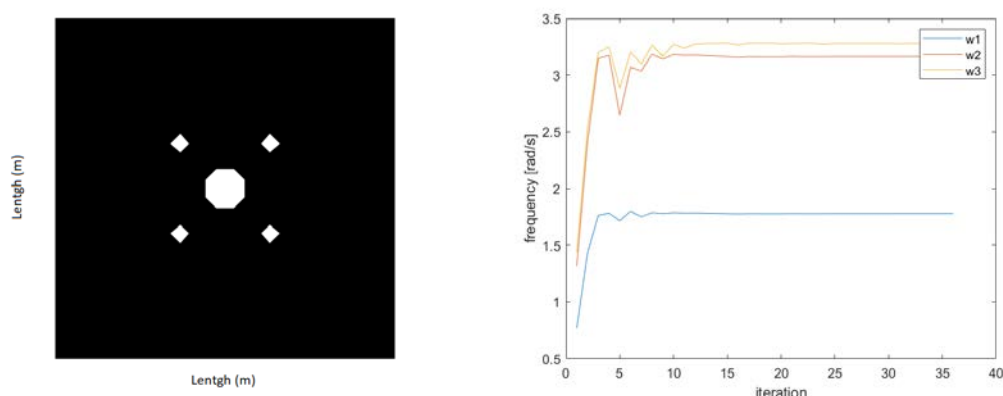
διαγώνιο. Ο λόγος ήταν να γίνει ένα μοντέλο τέτοιο που να χρησιμοποιηθεί και στις παρακάτω διερευνήσεις, και να μπορεί να επιλύσει προβλήματα με τη θεωρία του Bloch όπου απαιτεί απόλυτη συμμετρία. Ως αποτέλεσμα αυτού, προέκυψε το σχήμα της Εικόνα 124.



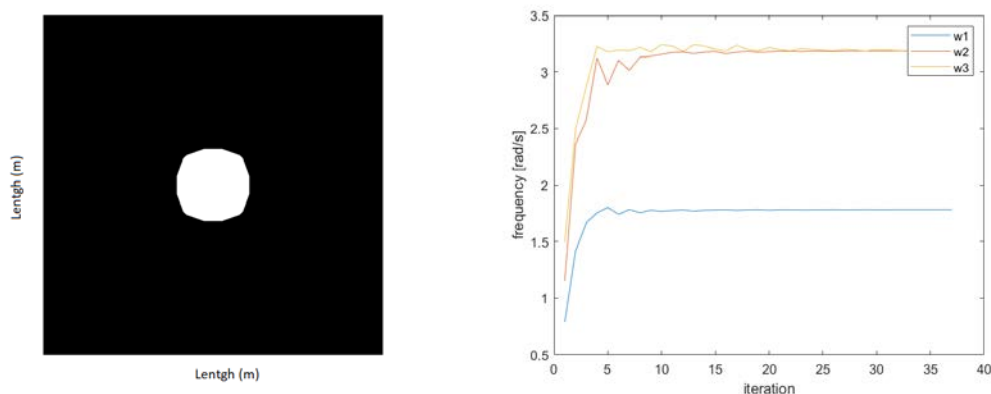
Εικόνα 124: Βέλτιστη μορφή κατασκευής για μία στατική φόρτιση με συμμετρία και διάγραμμα σύγκλισης

Και σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει, αν και η σύγκλιση εμφανίζει κάποιες δυσκολίες ενδεχομένως λόγω του περιορισμού τις συμμετρίας. Και οι δύο στατικές φορτίσεις ολοκληρώθηκαν με επιτυχία χρησιμοποιώντας την optimality criteria και θα είναι η μέθοδος με την οποία θα μοντελοποιηθούν και τα επόμενα δυναμικά μοντέλα. Επιδείχθηκε επίσης η χρήση της συμμετρίας, που χρησιμοποιείται ευρέως στην διερεύνηση μικροδομών της παρούσας διατριβής.

Η επόμενη περίπτωση που μελετήθηκε είναι στην μεταβολή των ιδιοσυχνοτήτων, χρησιμοποιώντας έναν περιορισμό όγκου στο 90%. Πιο συγκεκριμένα, αρχικός στόχος είναι να μεγιστοποιηθεί η πρώτη και η δεύτερη ιδιοσυχνότητα. Το πεδίο σχεδιασμού ορίστηκε το ίδιο με την προηγούμενη διερεύνηση, με την διαφορά ότι σε αυτή την διερεύνηση η κατασκευή έχει πακτωθεί και στις πλευρές, δεξιά και αριστερά.



Εικόνα 125: Βέλτιστη δομή για αύξηση πρώτης ιδιοσυχνότητας και διάγραμμα σύγκλισης

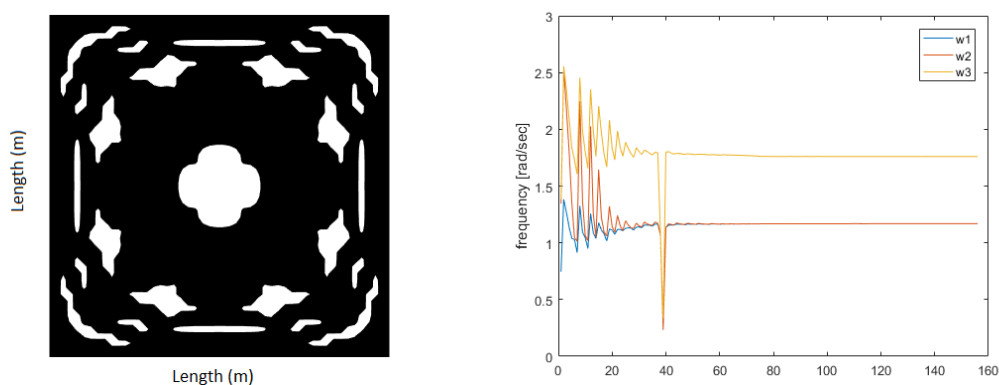


Εικόνα 126: Βέλτιστη δομή για αύξηση δεύτερης ιδιοσυχνότητας και διάγραμμα σύγκλισης

Τα αποτελέσματα της παραπάνω διερεύνησης παρουσιάζονται στις εικόνες Εικόνα 125 και Εικόνα 126, όπου σύμφωνα με τα διαγράμματα σύγκλισης των ιδιοσυχνοτήτων υπάρχει και στις δύο περιπτώσεις μεγιστοποίηση της πρώτης και της δεύτερης ιδιοσυχνότητας αντίστοιχα. Επιπλέον, ικανοποιούνται οι περιορισμοί συμμετρίας όπως αυτοί είχαν οριστεί από το στατικό πρόβλημα.

Επόμενη διερεύνηση που μελετήθηκε ήταν η μεγιστοποίηση μεταξύ δύο ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής, χρησιμοποιώντας ένα περιορισμό όγκου στο 90%, καθώς θεωρείται σημαντικό οι συχνότητες συντονισμού να απέχουν μεταξύ τους. Επιπλέον, στην λογική της μεταβολής απόστασης μεταξύ των ιδιοσυχνοτήτων βασίζεται και η μοντελοποίηση της ελεύθερης διάδοσης του κύματος, βάσει της θεωρίας Bloch, για την αποκοπή των ταλαντώσεων. Στην Εικόνα 127, παρουσιάζονται το αποτέλεσμα της διερεύνησης στο οποίο στόχος ήταν να μεγιστοποιηθεί η απόσταση μεταξύ 2^{ης} και 3^{ης} ιδιοσυχνότητας.

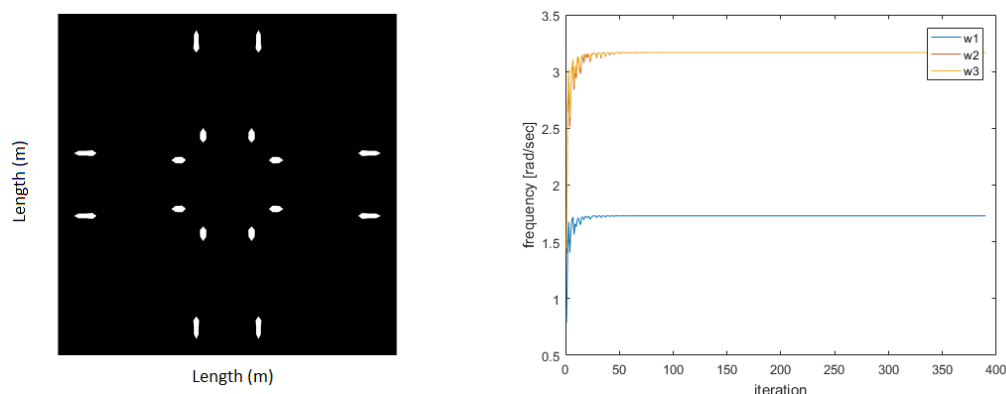
Αρχικά, από το διάγραμμα σύγκλισης των ιδιοσυχνοτήτων, κατά μήκος των επαναλήψεων, παρατηρείται ότι ενώ στην αρχή 2^η με την 3^η ιδιοσυχνότητα ακολουθούν η μία την άλλη, από ένα σημείο επαναλήψεων και μετά (μετά τις 10 πρώτες) η απόσταση αρχίζει να αυξάνεται έως ότου να σταθεροποιηθεί η απόσταση μεταξύ τους και να συγκλίνει ο αλγόριθμος.



Εικόνα 127: Βέλτιστη μικροδομή για αύξηση απόστασης 2ης και 3ης ιδιοσυχνότητας και διάγραμμα σύγκλισης

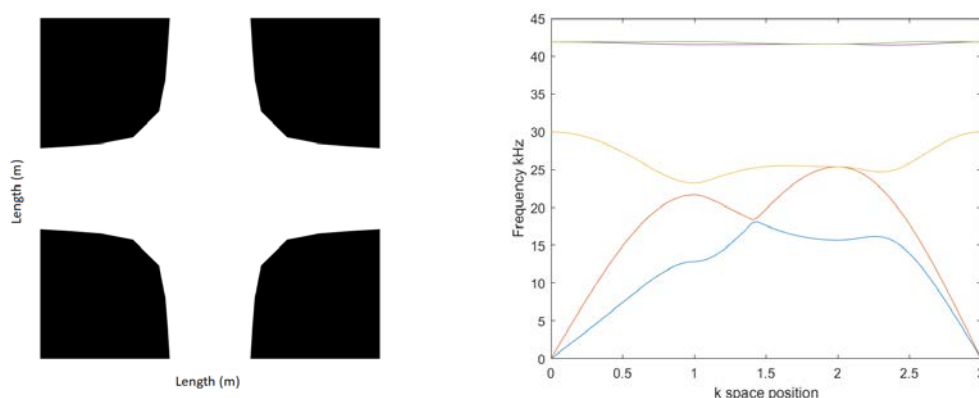
Αντίστοιχα επιλύθηκε το πρόβλημα και για την μεγιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης ιδιοσυχνότητας, με τον περιορισμό όγκου κοντά στο 95%,

όπως φαίνεται στην Εικόνα 128. Από το διάγραμμα σύγκλισης των ιδιοσυχνοτήτων, η σύγκλιση ξεκίνησε να πραγματοποιείται περίπου μετά από τις πρώτες 90 επαναλήψεις.



Εικόνα 128: Βέλτιστη μικροδομή για αύξηση απόστασης 1ης και 2ης ιδιοσυχνότητας και διάγραμμα σύγκλισης

Η τελευταία τοπολογική βελτιστοποίηση που πραγματοποιήθηκε αφορούσε την βελτιστοποίηση των ζωνών αποκοπής διάδοσης του κύματος. Η κατανομή του υλικού που προέκυψε σε αυτή τη περίπτωση να είναι περίπου 50% από το σκληρό υλικό και 50% από το μαλακό. Με βάση την Εικόνα 129, το σκληρό υλικό έχει τοποθετηθεί στα άκρα της κατασκευής ενώ το μαλακό υλικό αποτελεί κυρίως τον πυρήνα.



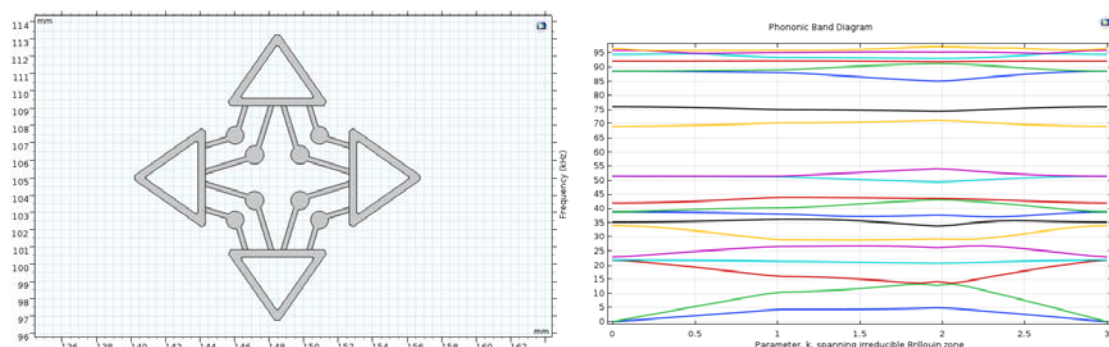
Εικόνα 129: Αποτέλεσμα τοπολογικής βελτιστοποίησης για μεγιστοποίηση κενού μεταξύ 3ης και 4ης ιδιοσυχνότητας

7.7 Επίδραση μη γραμμικότητας στην δημιουργία band gap

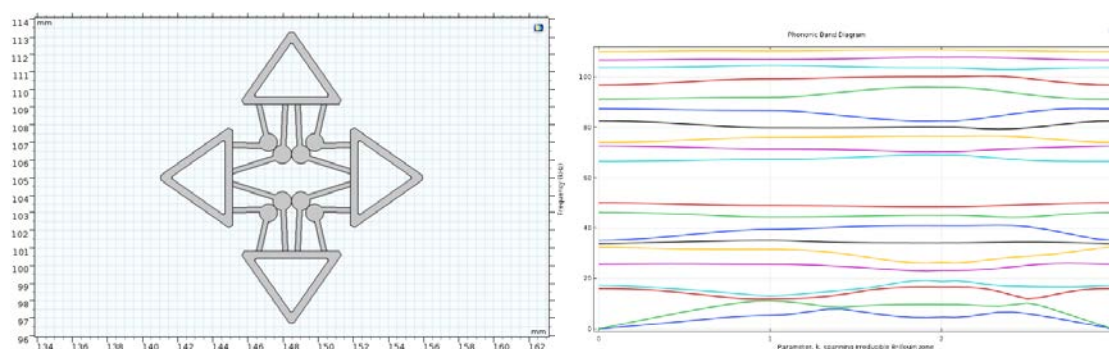
Στόχος της τελευταίας ενότητας ήταν να μελετηθεί η επίδραση ενός μη γραμμικού φαινομένου στην δημιουργία ζωνών αποκοπής διάδοσης του κύματος. Η κατασκευή η οποία μελετήθηκε αφορά μία δομή αστεροειδούς μορφής η οποία είναι συμμετρική σύμφωνα με τους κανόνες της θεωρίας του Bloch, και περιέχει τους εσωτερικούς συνδέσμους όπως φαίνεται και στις εικόνες Εικόνα 130 και Εικόνα 131.

Η συγκεκριμένη κατασκευή υπόκειται σε θλιπτικά φορτία και εμφανίζει μη γραμμικά φαινόμενα καθώς οι εσωτερικοί σύνδεσμοι έρχονται σε επαφή μεταξύ τους. Τα μη γραμμικά φαινόμενα μπορούν να τροποποιήσουν σε μεγάλο βαθμό τη δομή και τις μηχανικές ιδιότητες των κατασκευών, κάτι το οποίο μπορεί να προκαλέσει μεγάλες μεταβολές στην διάδοση του κύματος.

Για τον λόγο αυτό υπολογίστηκαν τα διαγράμματα για την ίδια κατασκευή σε δύο καταστάσεις. Αρχικά, μελετάται η απόκριση της κατασκευής όταν αυτή βρίσκεται στην απαραμόρφωτη κατάσταση της και στη συνέχεια στην παραμορφωμένη όπου οι μη γραμμικοί σύνδεσμοι επαφής έχουν ενεργοποιηθεί.



Εικόνα 130: Απαραμόρφωτη κατασκευή και dispersion curve



Εικόνα 131: Παραμορφωμένη κατασκευή και dispersion curve

Όπως προκύπτει από τις εικόνες Εικόνα 130 και Εικόνα 131, η μεταβολή των ζωνών αποκοπής διάδοσης του κύματος στην παραμορφωμένη και τη μη παραμορφωμένη κατάσταση είναι αισθητή. Στο μη παραμορφωμένο σώμα εμφανίζονται τρία σχετικά μεγάλα band gaps μεταξύ 45-85 kHz, καθώς επίσης και ορισμένα πιο μικρά, ενώ στο παραμορφωμένο έχει παραμείνει ένα σχετικά μεγάλο μεταξύ 50-70 kHz και έχει δημιουργήσει ένα μικρό band gap μεταξύ 4^{ης} και 5^{ης} ιδιοσυχνότητας, κοντά στα 20kHz, περιοχή στην οποία το μη παραμορφωμένο δεν εμφανίζει αποκοπή συχνοτήτων.

Με την ενσωμάτωση μη γραμμικών φαινομένων επαφής οι μεταβολές ήταν αισθητές, και αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει σε δημιουργία μηχανισμών, με μη γραμμική συμπεριφορά όπου με την μεταβολή της γεωμετρίας και την ενεργοποίηση μη γραμμικών κανόνων, θα μπορούσε να μεταβάλλεται η απόκριση του dispersion curve ανάλογα με τις απαιτήσεις των δυναμικών φαινομένων που εμφανίζονται στην κατασκευή.

8 Συμπεράσματα και προτάσεις για περεταίρω έρευνα

Οι προκλήσεις της αντιμετώπισης σύνθετων δυναμικών φαινομένων ήταν αυτές που οδήγησαν στην εκπόνηση αυτής της διδακτορικής διατριβής. Στόχος ήταν να δημιουργηθούν και να αξιοποιηθούν εργαλεία που οδηγούν στον σχεδιασμό μικροδομών, ικανών να δουλεύουν σαν φίλτρα δυναμικών μετατοπίσεων. Οι τεχνικές και οι δομές που μελετήθηκαν, εντοπίζονται σε όλα τα σύγχρονα μέσα σχεδιασμού και ανάλυσης κατασκευών, και θα έχουν καθοριστικό ρόλο στον τομέα της έρευνας και παραγωγής στα επόμενα χρόνια όπου με ακόμα πιο σύγχρονες μεθόδους (AI, 3D printing) θα μπορέσουν να οδηγήσουν σε μοντελοποιήσεις πολύπλοκων και σύνθετων κατασκευών που μέχρι σήμερα είναι ανέφικτα να παραχθούν.

Όπως περιγράφηκε, μία βασική και ουσιαστική προσέγγιση της απόκρισης μίας κατασκευής σε δυναμικές φορτίσεις είναι η ανάλυση της στο πεδίο των συχνοτήτων. Έτσι παράγεται η πληροφορία για ένα εύρος συχνοτήτων, καθώς επίσης και προσεγγίζει τα φυσικά χαρακτηριστικά (ιδιοσυχνότητες-ιδιομορφές) της κατασκευής. Με στόχο τον σχεδιασμό για την μείωση ταλαντώσεων αναπτύχθηκε αλγόριθμος, ο οποίος βασιζόμενος στη θεωρία του Bloch και χρησιμοποιώντας περιοδικές συνθήκες δίνει τη δυνατότητα να υπάρχει πληροφορία για τις περιοχές συχνοτήτων οι οποίες αποτρέπουν την διάδοση του κύματος. Όπως παρουσιάστηκε και στην ενότητα αποτελεσμάτων 7.1, βασιζόμενοι στην θεωρία αυτή δημιουργήθηκαν κατασκευές τέτοιες οι οποίες να αποκόπτουν την διάδοση του κύματος σε μεγάλα εύρη συχνοτήτων χρησιμοποιώντας μόλις ένα μέρος της κατασκευής.

Έχοντας λοιπόν σαν βάση μελέτης τη συγκεκριμένη μέθοδο, έπρεπε να δημιουργηθούν οι απαραίτητες μικροδομές, οι οποίες στη συνέχεια θα αποτελούσαν μέρος μίας κατασκευής και θα τροποποιούσαν το εύρος συχνοτήτων ενδιαφέροντος. Η πρώτη προσέγγιση ήταν με χρήση κλασσικών μικροδομών με εσωτερικά εγκλείσματα για την απόσβεση των ταλαντώσεων, τα οποία ανταποκρίθηκαν αρκετά αποδοτικά για το σύστημα που μελετήθηκε. Στην συνέχεια μελετήθηκαν αυξητικές μικροδομές οι οποίες διαθέτουν κάποιες νέες ιδιότητες, και στον χώρο της έρευνας τα τελευταία χρόνια είναι αρκετά διαδεδομένες και βρίσκονται σε διαρκή εξέλιξη. Οι συγκεκριμένες μικροδομές έδειξαν να έχουν αρκετά ικανοποιητική απόκριση στην μείωση των ταλαντώσεων και σε σύγκριση με συμβατικές μικροδομές. Επιπλέον, φάνηκε να λειτουργούν ακόμα πιο αποδοτικά όταν αυτές χρησιμοποιούνται ως εγκλείσματα όπως στις κλασσικές δομές, χωρίς να εκτείνονται ως τα άκρα των μικροδομών και να αλληλοεπιδρούν με τις γειτονικές.

Έχοντας μελετήσει την απόκριση των αυξητικών μικροδομών, αναπτύχθηκαν μέθοδοι βελτιστοποίησης της συμπεριφορά τους. Ως συμπέρασμα της συγκεκριμένης διερεύνησής ήταν ότι οι μεταβολές επιδρούν ως ένα βαθμό στην απόκριση του συστήματος, με τις μεγαλύτερες να εμφανίζονται διαφοροποιώντας γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κατασκευής. Στην συνέχεια, για την περεταίρω βελτίωση της απόκρισης μελετήθηκε με χρήση πιεζοηλεκτρικών στρώσεων και εξωτερικών ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Η προσέγγιση αυτή, αν και αναπτύχθηκε κυρίως για την μελέτη στο πεδίο των συχνοτήτων, παρατηρήθηκε ότι επιδρά και στην διερεύνηση με την θεωρία του Bloch. Παρόλα αυτά, είναι αρκετά σύνθετο πρόβλημα, με πολλές

παραμέτρους και για τον λόγο αυτό απαιτείται η βελτιστοποίηση του με σχετικούς αλγορίθμους και περεταίρω διερεύνηση.

Όπως αναφέρθηκε, η μεταβολή της γεωμετρίας είναι αυτή η οποία έχει την μεγαλύτερη επιρροή στη δημιουργία των περιοχών στις οποίες το κύμα δεν θα μπορεί να διαδοθεί. Για τον λόγο αυτό, με χρήση αλγορίθμων τοπολογικής βελτιστοποίησης, τροποποιήθηκε η πυκνότητα και η κατανομή του υλικού με σκοπό να δημιουργηθεί ο βέλτιστος σχεδιασμός κατασκευών. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν ήταν αρχικά ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης βασισμένος στη φύση (γενετικός αλγόριθμος), και στη συνέχεια αλγόριθμος κλασσικής τοπολογικής βελτιστοποίησης (optimality criteria). Και στις δύο αυτές περιπτώσεις υπήρξε η δυνατότητα δημιουργίας γεωμετρίας που να αποσβέσει ταλαντώσεις σε πολλές συχνότητες.

Όλα τα εργαλεία που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διδακτορική διατριβή δίνουν την δυνατότητα να δημιουργηθούν ολοκληρωμένα πακέτα σχεδιασμού κατασκευών, με σκοπό την μείωση ταλαντώσεων, ακόμα και σε σύνθετα προβλήματα, και να δημιουργηθούν μοντέλα σύγχρονων προτύπων.

Επιπλέον οι συγκεκριμένοι κώδικες μπορούν να εξελιχθούν περεταίρω με σκοπό στη μετάβαση σε ακόμα πιο πολύπλοκα προβλήματα. Επιπλέον, μπορούν να σχεδιαστούν δομές, οι οποίες θα μπορούσαν να αποτελέσουν και συνδυασμό όλων των παραπάνω εργαλείων, όπως για παράδειγμα η χρήση τοπολογικής βελτιστοποίησης με πιεζοηλεκτρικά υλικά, ενσωμάτωση περιοδικών συνθηκών και αυξητικών ιδιοτήτων. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα είχε και η επέκταση της μελέτης στις 3 διαστάσεις.

Μία κατεύθυνση έρευνας είναι η σύνδεση μικροδομών με κυκλώματα, και συνδυασμό για ενεργό έλεγχο της απόκρισης με χρήση νευρωνικών δικτύων ή μέθοδο τεχνητής νοημοσύνης. Αυτό θα μπορούσε να δώσει τη δυνατότητα να εκπαιδευτεί ένα σύστημα το οποίο ανάλογα με τις φορτίσεις που θα λαμβάνει, ακαριαία να μπορεί να επιδρά πάνω στην μικροδομή και κατ' επέκταση σε όλη την κατασκευή αλλάζοντας τις παραμέτρους του κυκλώματος.

Συνοπτικά, κάποιες ακόμα προτάσεις για μελλοντικές διερευνήσεις είναι:

- Μελέτη βέλτιστης τοποθέτησης των πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων, βέλτιστος σχεδιασμός τους και μοντελοποίηση πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων που να έχουν τη δυνατότητα να επηρεάζουν την διάδοση ενός κύματος.
- Μελέτη σύνθετων τρισδιάστατων στρωμάτων απόσβεσης, βασιζόμενα στην θεωρία του Bloch
- Ενσωμάτωση μη γραμμικών φαινομένων (π.χ. επαφή, πλαστικότητα, αποκόλληση) για τον έλεγχο της δυναμικής συμπεριφοράς των κατασκευών

- [1] D. J. Inman, Engineering Vibration, 2nd ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, 2001.
- [2] E. Baravelli, M. Carrara, and M. Ruzzene, “High stiffness, high damping chiral metamaterial assemblies for low-frequency applications”, Proc. SPIE 8695, Health Monitoring of Structural and Biological Systems, 2013.
- [3] E. Baravelli and M. Ruzzene, “Internally resonating lattices for band gap generation and low-frequency vibration control”, Journal of Sound and Vibration, vol. 332, no. 25, pp. 6562-6579, 2013.
- [4] K. Wilde, P. Gardoni, and Y. Fujino, “Base isolation system with shape memory alloy device for elevated highway bridges”, Engineering Structures, vol. 22, no. 3, pp. 222-229, 2000.
- [5] R. DesRoches, J. McCormick, and M. Delemont, “Cyclic Properties of Superelastic Shape Memory Alloy Wires and Bars”, Journal of Structural Engineering, vol. 130, no. 1, pp. 38-46, 2004.
- [6] M. Dolce, D. Cardone, and R. Marnetto, “Implementation and testing of passive control devices based on shape memory alloys”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 29, no. 2, pp. 945-968, 2000.
- [7] M. D. Rao, “Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes”, Journal of Sound and Vibration, vol. 262, no. 3, pp. 457-474, 2003.
- [8] J. Soovere and M. Drake, “Aerospace Structures Technology Damping Design Guide.” Design Guide, Air Force Wright Aeronautical Laboratories, Dayton, Tech. Rep., Vol. 2. 1985.
- [9] P. Gardonio, “Review of Active Techniques for Aerospace Vibro-Acoustic Control”, Journal of aircraft, vol. 39, no. 2, pp. 206-214, 2002.
- [10] P. Koutsianitis, G. Tairidis, G. Drosopoulos, G. Foutsitzi, G. Stavroulakis, “Effectiveness of optimized fuzzy controllers on partially delaminated piezocomposites”, Acta Mechanica, Volume 228, no. 4, pp. 1373-1392, 2017
- [11] G. Stavroulakis, I. Papachristou, S. Salonikidis, I. Papalaios, G. Tairidis, “Neurofuzzy control for smart structures, Soft computing methods for civil and structural engineering”, pp 149-172, 2011
- [12] E. Baravelli and M. Ruzzene, “Internally resonating lattices for bandgap generation and low-frequency vibration control”, Journal of Sound and Vibration, vol. 332, no. 25, pp. 6562-6579, 2013.

- [13] L. Brillouin, "Wave Propagation In Periodic Structures." McGraw-Hill Book Company, 1946.
- [14] D. Mead, "Wave Propagation in Continuous Periodic Structures: Research Contributions From Southampton, 1964 to 1995," Journal of Sound and Vibration, vol. 190, no. 3, pp. 495-524, 1996.
- [15] D. Duhamel, B. R. Mace, M. J. Brennan, "Finite element analysis of the vibration of waveguides and periodic structures", Journal of Sound and Vibration, Vol. 294, pp. 205-220, 2006.
- [16] B. R. Mace, D. Duhamel, M. J. Brennan, L. Hinke, "Finite element prediction of wave motion in structural waveguides", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 117, pp. 2835-2843, 2005.
- [17] B. R. Mace, D. Duhamel, M. J. Brennan, L. Hinke, "Wavenumber prediction using finite element analysis", Eleventh International Congress on Sound and Vibration, St. Petersburg, 2004.
- [18] R. A. Tapia, "The Kantorovich Theorem for Newton's Method", The American Mathematical Monthly, Vol. 78(4), pp. 389-392, 1971.
- [19] K. V. Singh, Y. M. Ram, "Transcendental eigenvalue problem and its applications", AIAA Journal, Vol. 40(7), pp. 1402-1407, 2002.
- [20] W. H. Yang, "A method for eigenvalues of sparse matrices", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 19(6), pp. 943-948, 1983.
- [21] M. J. D. Powell, "A Fortran Subroutine for Solving Systems of Nonlinear Algebraic Equations", United Kingdom: N. p., 1968.
- [22] L. E. Bateson, M. A. Kelamanson, C. Knudsen "Solution of a transcendental eigenvalue problem via interval analysis", Computers and Mathematics with Applications, Vol.38, pp.133-142, 1999.
- [23] R. E. Moore, "Interval Analysis", Prentice-Hall, Englewood Cliff, N. J., 1966.
- [24] E. Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics", John Wiley Son, 1999.
- [25] C. F. Gerald, "Applied Numerical Analysis", Addison-Wesley, 1999.
- [26] Brillouin L, "Wave Propagation in periodic structures.", 2nd ed. Dover, New York, 1953
- [27] Kittel C, "Elementary solid-state physics: A Short Course.", 1st ed. Wiley, New York, 1962
- [28] X. Xu, M. V. Barnhart, X. Li, Y. Chen, G. Huang, "Tailoring vibration suppression bands with hierarchical metamaterials containing local resonators", Journal of Sound and Vibration, 442,237:248, 2019

- [29] A. Spadoni, M. Ruzzene, S. Gonella, F. Scarpa, “Phononic properties of hexagonal chiral lattices.”, *Wave Motion*, 46:435-450, 2019
- [30] B.R. Mace, E. Manconi, “Modelling wave propagation in two-dimensional structures using finite element analysis.”, *Journal of Sound and Vibration*, 318:884–902, 2008
- [31] L. Jianbao, W. Yue-Sheng, Z. Chuanzeng, “Finite Element Method for Analysis of Band Structures of 2D Phononic Crystals with Archimedean-like tilings.” AIP Conference Proceedings, <https://doi.org/10.1063/1.3452095>, 2010
- [32] E. Sherbiny, L. Placidi, “Discrete and continuous aspects of some metamaterial elastic structures with band gaps.”, *Archive of Applied Mechanics*, 88:1725–1742, 2018
- [33] D. Elif, L. Pascal, “Finite element method analysis of band gap and transmission of two-dimensional metallic photonic crystals at terahertz frequencies.”, *applied Optics*, 52:7367-7375, 2010
- [34] W. Yifan, B. Ramirez, K. Carpenter, C. Naify, D. C. Hofmann, C. Daraio, “Architected lattices with adaptive energy absorption”, *Extreme Mechanics Letters*, 33, 2019
- [35] A. Sridhar¹, V. G. Kouznetsova¹, M. G. D. Geers, “Homogenization of locally resonant acoustic metamaterials towards an emergent enriched continuum”, *Computational Mechanics*, 57:423–435, 2016
- [36] W. Elmadih, W. P. Syam, I. Maskery, R. Leach, “Designing low frequency band gaps in additively manufactured parts using internal resonators”, *Conference: Proc. ASPE, At Las Vegas, USA*, 2018
- [37] L. Li , R. Lv, A. Cai, M. Xie, Y. Chen and G. Huang, “Low-frequency vibration suppression of a multi-layered elastic metamaterial shaft with discretized scatters”, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 52:pp9, 2019
- [38] G. U. Patil, and K. H. Matlack, “Effective property evaluation and analysis of three-dimensional periodic lattices and composites through Bloch-wave homogenization”, *The Journal of the Acoustical Society of America* ,Vol 145, Issue 3, 2019
- [39] G. U. Patil, and K. H. Matlack, “Effective property evaluation and analysis of three-dimensional periodic lattices and composites through Bloch-wave homogenization”, *The Journal of the Acoustical Society of America* ,Vol 145, Issue 3, 2019
- [40] S. Krodel, T. Delpero, A. Bergamini, P. Ermanni and D. M. Kochmann, “3D Auxetic Microlattices with Independently Controllable Acoustic Band Gaps and Quasi-Static Elastic Moduli”, *Advanced Engineering Materials*, Vol.6 Issue 4, 2013

- [41] M.J. Sang, R. Massimo, “Analysis of vibration and wave propagation in cylindrical grid-like structures.” *Shock and Vibration*, 11:311–331,2004
- [42] N. Aravantinos-Zafiris, and M. M. Sigalas, “Large scale phononic metamaterials for seismic isolation”, *Journal and Applied Physics*, 118, 2015
- [43] B. Ungureanu, Y. Achaoui, S. Enoch, S. Brûlé, S. Guenneau,” Auxetic-like metamaterials as novel earthquake protections, *EPJ Applied Metamaterials*, Vol. 2,17, 2015
- [44] Y. Liu, J. Huang, Y. Li, Z. Shi , “Trees as large-scale natural metamaterials for low-frequency vibration reduction”, *Construction and Building Materials* 199, 737–745, 2019
- [45] G.D. Parthkumar, M. Elisabetta, L. Marcello, V.A. Lars, R. Andrea, “Numerical and experimental investigation of stop-bands in finite and infinite periodic one-dimensional structures.” *Journal of Vibration and Control*, 22:1–12, 2014
- [46] Z. J. Wu, Y. Z. Wang and F.M. Li, “Analysis on band gap properties of periodic structures of bar system using the spectral element method”, *Waves in random and complex media*, 349-372,2013
- [47] A.V. Istvan, B. Thomas, M. Osamu,” Analysis by the finite element method.” *Journal of Applied Physics*, 114:083519, 2013
- [48] X. Feng, S.F. Xu, Z.L. Huang, K. C. Chuang, “A shape memory alloy-based tunable phononic crystal beam attached with concentrated masses”, *PhysicsLettersA*, 384, 2020
- [49] T. Hsiang-Wen, C. Wei-Di, C. Lien-Wen, “Wave propagation in the polymer-filled star-shaped honeycomb periodic structure.” *Applied Physics A* ,123:523,2017
- [50] M. Wormser, F. Wein, M. Stingl and C. Körner, “Design and Additive Manufacturing of 3D Phononic Band Gap Structures Based on Gradient Based Optimization.”, *Materials*, 10(10):1125,2017
- [51] J. Meng, Z. Deng, K. Zhang, X. Xu, F. Wen, “Band gap analysis of star-shaped honeycombs with varied Poisson’s ratio.”, *Smart Materials and Structures*, 24:095011, 2015
- [52] W. Chen, X. Tian, R. Gao, S. Liu, “A low porosity perforated mechanical metamaterial with negative Poisson’s ratio and band gaps.”, *Smart Materials and Structures*, 27(11), 2018
- [53] L. Heeseung, S. Dongheok, K. Kyoungsik and Y. Jeonghoon, “Electromagnetic band-gap structure design using the auxetic unit-structure ,for easily controllable tenability”, *Journal of applied physics*, Vol.116 (24), 2014

- [54] P. Koutsianitis, G. Tairidis, G. Drosopoulos and G. Stavroulakis, “Conventional and star-shaped auxetic materials for the creation of band gaps”, *Archive of Applied Mechanics*, Vol 89, 2545-2556, 2019
- [55] J. Hubert, *Finite Element Analysis of Tunable Composite Tubes Reinforced with Auxetic Structures*, *Materials*, 10(12): 1359, 2017
- [56] G. Imbalzano, S. Linforth, T. D. Ngo, P. V. S. Lee, P. Tran, “Blast resistance of auxetic and honeycomb sandwich panels: Comparisons and parametric designs”, *Composite Structures*, 183 242–261, 2018
- [57] W.G. Ferguson, Y. Kuang, K. E. Evans, C. W. Smith, M. Zhu, “Auxetic structure for increased power output of strain vibrationenergy harvester”, *Sensors and Actuators A* 282 90–96, 2018
- [58] W. Chen, X. Tian, R. Gao and S. Liu, “A low porosity perforated mechanical metamaterial with negative Poisson’s ratio and band gaps”, *Smart Material and Structures*, Vol.27 (11), 2018
- [59] S. K. Patiballa, G. Krishnan, “Conceptual Design of Spatial Auxetic Microstructures”, *IUTAM Symposium Architected Material Mechanics*, September 17-19, 2018
- [60] A. Bacigalupo, M.L. De Belis, “Auxetic anti-tetrachiral materials: Equivalent elastic properties and frequency band-gaps.”, *Composite Structures* 131:530-544, 2015
- [61] S. Mukherjee, F. Scarpa, S. Gopalakrishnan, “Phononic band gap design in honeycomb lattice with combinations of auxetic and conventional core”. *Smart Materials and Structures*, 25:054011, 2016
- [62] L. Jian, S. Viacheslav, R. Stephan, “Auxetic multiphase soft composite material design through instabilities with application for acoustic metamaterials.”, *Soft Matter* 14:6171, 2018
- [63] S. Sang, Z. Wang, “A design of elastic metamaterials multi-negative pass bands”, *Acta Mechanica*, 229, 2647–2655, 2018
- [64] S Sang, E Sandgren, Z. Wang, “Wave attenuation and negative refraction of elastic waves in a single-phase elastic metamaterial”, *Acta Mechanica* 229, 2561–2569, 2018
- [65] A. Bacigalupo, M. L. De Bellis, “Auxetic anti-tetrachiral materials: Equivalent elastic properties and frequency band-gaps”, *Composite Structures* 131 530–544, 2015
- [66] Y. Chen, A. Zulifqar, and H. Hu, “Auxeticity from the Folded Geometry: A Numerical Study”, *Physica Status Solid*, doi: 10.1002/pssb.201900361, 2019

- [67] P. Heny, V. M. Ackermann, J. Sobotka, P. Solfronk, J. Safka, L. Capek, “Normal and shear behaviours of the auxetic metamaterials: homogenisation and experimental approaches”, *Meccanica* 54(6):831–839, 2019
- [68] M. Ruzzene, L. Mazzarella, P. Tsopelas and F. Scarpa, “Wave Propagation in Sandwich Plates with Periodic Auxetic Core”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 13: 587, 2003
- [69] M. Ruzzene and F. Scarpa, “Control of Wave Propagation in Sandwich Beams with Auxetic Core”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 14 443, 2003
- [70] M. Ruzzene and F. Scarpa, “Directional and band-gap behavior of periodic auxetic lattices” , *physica status solidi*, 242, No. 3, 665–680, 2005
- [71] A. Bacigalupo, M. Lepidi, G. Gnecco, F. Vadalà and L. Gambarotta, “Optimal Design of the Band Structure for Beam Lattice Metamaterials”, *Frontier in Materials*, doi: 2019.00002, 2019
- [72] S.L. Vatanabe, G.H Paulino, E.C. Silva, “Maximizing phononic band gaps in piezocomposite materials by means of topology optimization”. *Journal of Acoustical Society of America*, 136:494-501, 2014
- [73] A.R. Gersborg, O. Sigmund, N. Aage, “Topology optimization of optical band gap effects in slab structures modulated by periodic rayleigh waves”, *Event: 22nd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Adelaide, Australia, 25-29 August, 2008*
- [74] A. D. White, W. J. Arrighi, J. Kudo, S. E. Watts, “Multiscale topology optimization using neural network surrogate models”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 346 1118-1135, 2019
- [75] J. Xu , R. Yan and J. Tang, “Broadening Bandgap Width of Piezoelectric Metamaterial by Introducing Cavity”, *Applied Sciences*, 8(9),2018
- [76] S. Halkjær, O Sigmund, J.S Jensen, Maximizing band gaps in plate structures. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 32:263–275, 2006
- [77] F. Parra, E. A. Bergamini, A. Lossouarn, B. Van Damme, B. Cenedese and P. Ermanni, “Bandgap control with local and interconnected LC piezoelectric shunts.” *Applied Physics Letters*, 111(11), 111902 (5 pp.), 2017.
- [78] L. Li, Z. Jiang, Y. Fan and J. Li, “Creating the Coupled Band Gaps in Piezoelectric Composite Plates by Interconnected Electric Impedance”, *Materials*, 11(9):1656, 2018
- [79] Y. Y. Chen, G. L. Huang, C. T. Sun, “Band Gap Control in an Active Elastic Metamaterial With Negative Capacitance Piezoelectric Shunting”, *Journal of Vibration and Acoustics*, 136(6), 2014

- [80] G.H. Zhang, X.L. Gao, S.R. Ding, “Band gaps for wave propagation in 2-D periodic composite structures incorporating microstructure effects.” *Acta Mechanica* 229:4199-4214 19, 2018
- [81] P.R. Wagner, V.K. Dertimanis, I.A. Antoniadis, E.N. Chatzi, “On the feasibility of structural metamaterials for seismic-induced vibration mitigation.” *International Journal of Earthquake and Impact Engineering* 1:20-56, 2010
- [82] X. Li, S. Ning, Z. Liu, Z. Yan, C. Luo, Z. Zhuang, “Designing phononic crystal with anticipated band gap through a deep learning based data-driven method” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 361, 2019
- [83] K. Graff. “Wave motion in elastic solids.” ,Dover Publications, 1991.
- [84] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor. “The finite element method.” Vol I.Butterworth–Heinemann, 2000.
- [85] M. Petyt. “Introduction to finite element vibration analysis.” Cambridge University Press, 1990.
- [86] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor. “The finite element method.” Vol II. Butterworth–Heinemann, 2000.
- [87] F. Bloch. “Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern.” *Z. Physik*, 52:555–600, 1928.
- [88] G. Floquet. “Sur les ´equations diff´erentielles lin´eaires `a coefficients p´eriodiques.”, *Annales scientifiques de l’´Ecole Normale Sup´erieure*, 12:47–88, 1883.
- [89] Bedford and D. S. Drumheller. “Introduction to elastic wave propagation.” Wiley, Chichester, 1. publ. as a paperback edition, 1996.
- [90] Bedford and D. S. Drumheller. “Introduction to elastic wave propagation.” Wiley, Chichester, 1. publ. as a paperback edition, 1996.
- [91] Z. Nazarchuk, V. Skalskyi, and O. Serhiyenko. “Acoustic Emission.” Springer International Publishing, Cham, 2017.
- [92] P.S. Theocaris, G.E. Stavroulakis, P.D Panagiotopoulos, Negative Poisson’s ratios in composites with star-shaped inclusions: a numerical homogenization approach. *Archive of Applied Mechanics*, 67:274–286, 1997
- [93] W. Yang, Z. M. Lie, W. Shi, B-H Xie, and M-B Yang, “Review on Auxetic Materials,” *Journal of Materials Science*, Vol. 9, pp. 3269-3279, 2004
- [94] O. Thomas, J-F Deü, and J. Ducarne, “Vibrations of an elastic structure with shunted piezoelectric patches: efficient finite element formulation and

electromechanical coupling coefficients.” *International Journal for Methods in Engineering*, Vol. 80, pp. 235-268, 2009

- [95] R. S. Moheimani and A.J. Fleming. “Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping.”, London: Springer-Verlag, 2006
- [96] Z. Michalewicz, “Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs,” Springer-Verlag, New York, 1996
- [97] D.E. Goldberg, “Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning,” Addison-Wesley, Reading, MA, 1989
- [98] M. P. Bendsøe and O. Sigmund. “Topology Optimization, Theory, Methods and Applications.” Springer, 2004.
- [99] N.T. Kaminakis, G. A. Drosopoulos and G. E. Stavroulakis, “Design and verification of auxetic microstructures using topology optimization and homogenization”, *Archive of Applied Mechanics*, 85:1289–1306, 2015
- [100] Teik-Cheng Lim. *Auxetic Materials and Structures*. Springer Singapore, Singapore, 2015.