



ΣΤΡΑΤΙΩΤΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΕΥΕΛΠΙΔΩΝ  
Τμήμα Στρατιωτικών Επιστημών

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΔΙΔΡΥΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2017-18

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ & ΑΝΑΛΥΣΗ

(ΠΔ 97 /2015/ΦΕΚ 163Α'/20.08.2014)



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης

# ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ.**

**ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**

Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την  
απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Υπό:

**ΕΛΕΝΗ ΚΑΤΤΗ**

A.M.: 2014018032

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2018

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

Η Μεταπτυχιακή Διατριβή του / της Καττή Ελένης εγκρίνεται:

**ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ**


Καθηγητής Δρ. Νικόλαος Ιω. Δάρας (Επιβλέπων),



Επίκουρος Καθηγητής Δρ Στέλιος Τσαφαράκης,



Επίκουρος Καθηγητής Δρ Νικόλαος Κ. Παπαδάκης,



ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

© Copyright υπό .....

Έτος 2018

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ τους εμπνευστές και τα στελέχη του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών Εφαρμοσμένη Επιχειρησιακή Έρευνα και Ανάλυση, για τη δημιουργία ενός εξαιρετικά υψηλού επιπέδου προγράμματος σπουδών, αντάξιο της Ελληνικής νόησης.

Ευχαριστώ τον καθηγητή κ. Νικόλαο Ιω. Δάρα, κοσμήτορα της Στρατιωτικής Σχολής Ευελπίδων, για την τιμή να επιβλέπει την παρούσα διατριβή.

ΣΕΛΙΔΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΚΕΝΗ

# Περιεχόμενα

ΣΧΗΜΑΤΑ .....	10
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι .....	13
ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΗΣ .....	13
I.1.    ΛΗΨΗ ΚΑΛΗΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΧΩΡΙΣ ΧΡΗΣΗ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ .....	13
I.2.    ΛΗΨΗ ΚΑΛΗΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ .....	15
I.2.1.    Γενικά.....	15
I.2.2.    Ενσωμάτωση προβλέψεων στη διαδικασία λήψης απόφασης .....	17
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ.....	19
ΠΟΙΟΤΙΚΗ ΠΡΟΒΛΕΨΗ. ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΡΙΣΗΣ .....	19
II.1.    ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ.....	21
II.1.1.    Η θεωρία της ισοτιμίας της αγοραστικής δύναμης (PPP) .....	22
II.1.2.    Μοντέλο Τυχαίου Περιπάτου (Random Walk Model) .....	23
II.2.    Η ΜΕΘΟΔΟΣ COOKE.....	25
II.3.    Η ΜΕΘΟΔΟΣ DELPHI .....	26
II.4.    Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΚΑΤ' ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ .....	29
II.5.    Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΣΕΝΑΡΙΩΝ .....	30
II.6.    Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΈΡΕΥΝΑΣ .....	31
II.7.    ΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ ΜΕΣΩ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ .....	34
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ .....	36
ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΠΡΟΒΛΕΨΗ. ....	36
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ.....	36



III.1.	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ .....	36
III.2.	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ .....	39
III.2.1.	Στοιχειώδεις μαθηματικές μέθοδοι πρόβλεψης .....	39
III.2.1.i.	Προσέγγιση με το Μέσο Όρο .....	39
α.	Η μέθοδος των κινούμενων μέσων όρων .....	40
β.	Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης .....	40
γ.	Η μέθοδος του Holt .....	41
III.2.1.ii.	Η απλή παρελθοντική μέθοδος .....	42
III.2.1.iii.	Η απλή μέση παρελθοντική μέθοδος .....	42
III.2.1.iv.	Η απλή εποχική μέθοδος .....	43
III.2.2.	Προηγμένες μαθηματικές μέθοδοι πρόβλεψης .....	43
III.2.2.i.	Οι Μέθοδοι των Χρονοσειρών .....	43
α.	Οι μέθοδοι εξομάλυνσης .....	44
β.	Οι μέθοδοι των χρονοσειρών μιας μεταβλητής .....	44
γ.	Τα μοντέλα Box-Jenkins .....	45
δ.	Οι μέθοδοι των πολυμεταβλητών χρονοσειρών .....	46
III.2.2.ii.	Οι Μέθοδοι Τεχνητής Νοημοσύνης .....	47
α.	Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα .....	47
β.	Ομαδική μέθοδος επεξεργασίας δεδομένων .....	51
γ.	Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης .....	52
III.2.2.iii.	Οι Μέθοδοι Ταξινόμησης Naïve Bayes .....	55
III.2.2.iv.	Ο Αλγόριθμος των k-Πλησιέστερων Γειτόνων .....	56
III.2.2.v.	Η Μέθοδος των Τυχαίων Δασών (Random forests) .....	58
III.2.2.vi.	Η Μέθοδος των Ενισχυμένων Δένδρων (Boosted trees) .....	60
III.2.2.vii.	Οι Μέθοδοι των Δένδρων Κατηγοριοποίησης και των Δένδρων Παλινδρόμησης .....	62
α.	Δένδρα κατηγοριοποίησης ή ταξινόμησης (Classification Trees) .....	62
β.	Δένδρα οπισθοδρόμησης (Regression trees) .....	63
III.2.2.viii.	Η Μέθοδος των Πολυδιάστατων Προσαρμοστικών Εύκαμπτων Συναρτήσεων Παλινδρόμησης .....	64
III.2.2.ix.	Οι Μέθοδοι των Υπό Όρους Εναλλασσόμενων Προσδοκώμενων (ACE) και η Διαδικασία της Σταθεροποίησης της Προσθετικότητας και της Διασποράς (AVAS) .....	67
III.2.2.x.	Οι Μέθοδοι Παλινδρόμησης Ελαχίστων Τετραγώνων Εφαρμογή στη διαδικασία της Πρόβλεψης .....	68
α.	Κανονική Παλινδρόμηση Ελαχίστων Τετραγώνων .....	68
β.	Η Μέθοδος Παλινδρόμησης Μερικών Ελαχίστων Τετραγώνων .....	70
III.2.2.xi.	Γενικευμένο Γραμμικό Μοντέλο (Generalized Linear Models) .....	72
III.2.2.xii.	Λογιστική Παλινδρόμηση (Logistic regression) .....	73
III.2.2.xiii.	Γενικευμένα Προσθετικά Μοντέλα (Generalized additive models) .....	75
III.2.2.xiv.	Ισχυρή παλινδρόμηση (Robust regression) .....	75
III.2.2.xv.	Ημιπαραμετρική παλινδρόμηση (Semiparametric regression) .....	76
III.2.2.xvi.	Συστημική Θεωρία και Γεωμετρική Πρόβλεψη .....	77
III.2.3.	Άλλες μέθοδοι πρόβλεψης .....	94

III.2.3.i.	Προσομοίωση.....	94
α.	Πρόβλεψη με προσομοίωση Monte Carlo .....	94
β.	Πρόβλεψη με χρήση μοντέλου προσομοίωσης .....	95
γ.	Στοχαστική προσομοίωση και έλεγχος σεναρίων .....	96
III.2.3.ii.	Αγορές Πρόγνωσης (Prediction markets) .....	97
III.2.3.iii.	Μηχανική Μάθηση (Machine learning).....	99
III.2.3.iv.	Αναγνώριση Προτύπων (Pattern recognition) .....	103
III.2.3.v.	Ποσοτική τεχνολογική πρόβλεψη (Quantitative technology prediction) .....	106
III.2.3.vi.	Πρόγνωση βασισμένη στη γεωμετρική κίνηση Brown .....	108
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV.....</b>		<b>110</b>
<b>ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ</b>		<b>110</b>
IV.1.	ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΡΟΓΝΩΣΗ ΣΤΗ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....	110
IV.1.1.	Ο ρόλος της πρόγνωσης στη λήψη αποφάσεων.....	110
IV.1.2.	Ενσωμάτωση της πρόγνωσης στη λήψη αποφάσεων.....	111
IV.1.3.	Η προγνωστική βελτιστοποίηση στη λήψη αποφάσεων .....	112
IV.1.4.	Από την πρόγνωση στη διαδοχική λήψη αποφάσεων.....	112
IV.2.	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ .....	114
IV.2.1.	Μαθηματικά και λήψη αποφάσεων .....	114
IV.2.2.	Η διαδικασία της αναλυτικής ιεραρχίας της μαθηματικής λήψης αποφάσεων .....	114
IV.2.3.	Μαθηματικά μοντέλα λήψης αποφάσεων .....	116
IV.2.4.	Πρόγνωση για την υποστήριξη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα.....	117
<b>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....</b>		<b>119</b>

## ΣΧΗΜΑΤΑ

Σχήμα 1.Τα βασικά βήματα της Ουμικής Μεθόδου Λήψης Απόφασης.....	14
Σχήμα 2. Η Μέθοδος Delphi .....	27
Σχήμα 3. Κλασική μορφή μεθόδου Delphi .....	28
Σχήμα 4. Τα στάδια δημιουργίας ενός Μαθηματικού Μοντέλου.....	38
Σχήμα 5. Δίκτυο νευρώνων ανθρώπινου εγκεφάλου.....	48
Σχήμα 6. Δίκτυο τεχνητής νοημοσύνης .....	48
Σχήμα 7. Ένα απλό τεχνητό νευρωνικό δίκτυο .....	48
Σχήμα 8. Τεχνητό νευρωνικό δίκτυο .....	50

Σχήμα 9. Μέθοδος πυρήνα .....	53
Σχήμα 10. Ένας γραμμικός διαχωριστής (Ben-Hur & Weston).....	54
Σχήμα 11. k-NNταξινόμηση .....	56
Σχήμα 12. k-NNπαλινδρόμηση (statsoft, 2018).....	57
Σχήμα 13 .Η Μέθοδος των Τυχαίων Δασών (Random forests).....	60
Σχήμα 14. Δένδρο κατηγοριοποίησης με τρεις κλάσεις (1,2,3) (statsoft, 2018).....	62
Σχήμα 15. Παράδειγμα τμηματικά σταθερού δένδρου οπισθοδρόμησης (Loh).....	64
Σχήμα 16. Η Μέθοδος των Πολυδιάστατων Προσαρμοστικών Εύκαμπτων Συναρτήσεων .....	65
Σχήμα 17. Δένδρο αναδρομικού δυαδικού διαχωρισμού (Binary Recursive partitioning tree).....	65
Σχήμα 18. .Ευθεία παλινδρόμησης των ελαχίστων τετραγώνων(least squares regression line) .....	69
Σχήμα 19. Υπόλοιπα OLS παλινδρόμησης (Hutcheson & GraemeD, 2011).....	70
Σχήμα 20.Συστημική Θεωρία και Γεωμετρική Πρόβλεψη.1 (Δάρας) .....	79
Σχήμα 21. Συστημική Θεωρία και Γεωμετρική Πρόβλεψη . 2 (Δάρας).....	80
Σχήμα 22.Αναγνώριση Προτύπων .....	105

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή έχει ως στόχο την παρουσίαση των μοντέλων πρόβλεψης, διερευνώντας τη συμβολή τους στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Αναλυτικότερα, το πρώτο κεφάλαιο αρχικά αναφέρεται στη λήψη αποφάσεων χωρίς πρόβλεψη και υπό μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας, αναλύοντας τα βασικά βήματα της θυμικής μεθόδου. Στη συνέχεια ,γίνεται αναφορά στους τύπους των ποσοτικών μοντέλων πρόβλεψης , ενώ τεκμηριώνεται η χρησιμότητα της μοντελοποιημένης πρόβλεψης στη σύγχρονη εποχή. Το δεύτερο κεφάλαιο , πραγματεύεται την ποιοτική πρόβλεψη μέσω των μεθόδων κρίσης. Αναλύει τον τρόπο εφαρμογής των μεθόδων σύνθεσης προβλέψεων, επιχειρηματολογεί υπέρ της σπουδαιότητας αυτών και παραθέτει δύο τρόπους πρόβλεψης συναλλαγματικής ισοτιμίας · μέσω της θεωρίας της ισοτιμίας της αγοραστικής δύναμης και του μοντέλου τυχαίου περιπάτου. Ακολουθεί η ανάπτυξη των ποιοτικών μεθόδων Cooke, Delphi, της μεθόδου της κατ' αναλογία πρόβλεψης, της μεθόδου της δημιουργίας σεναρίων και της μεθόδου της στατιστικής έρευνας , ενώ γίνεται αναφορά στις κυριότερες μεθόδους πρόγνωσης μέσω τεχνολογικών προβλέψεων.

Το τρίτο κεφάλαιο ασχολείται με την ποσοτική πρόβλεψη παραθέτοντας μαθηματικές μεθόδους. Πρωτίστως αναφέρεται η διάκριση των μαθηματικών μοντέλων ανάλογα με τη δομή τους. Ακολουθεί στα πλαίσια των στοιχειωδών μαθηματικών μεθόδων πρόβλεψης, η ανάπτυξη της προσέγγισης με το μέσο όρο, αναφέροντας αναλυτικότερα τη μέθοδο των κινούμενων μέσων όρων, τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης και τη μέθοδο του Holt. Στην ίδια κατηγορία παρατίθενται η απλή παρελθοντική μέθοδος, η απλή μέση παρελθοντική μέθοδος και η απλή εποχική μέθοδος. Ακολουθώντας, στα πλαίσια των προηγμένων μαθηματικών μεθόδων πρόβλεψης, παρατίθενται οι μέθοδοι χρονοσειρών, με ανάπτυξη των μεθόδων εξομάλυνσης, χρονοσειρών μιας μεταβλητής, πολυμεταβλητών χρονοσειρών και των μοντέλων ARMA και ARIMA. Σε αναφορά στις μεθόδους τεχνητής νοημοσύνης, το κεφάλαιο αυτό προσεγγίζει τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, την ομαδική μέθοδο επεξεργασίας δεδομένων και τις μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης. Σε συνέχεια της αναφοράς στις προηγμένες μαθηματικές μεθόδους πρόβλεψης, παρουσιάζονται οι μέθοδοι ταξινόμησης Naïve Bayes, των κ-πλησιέστερων γειτόνων, των τυχαίων δασών, των ενισχυμένων δένδρων, των δένδρων κατηγοριοποίησης και παλινδρόμησης, των πολυδιάστατων προσαρμοστικών εύκαμπτων συναρτήσεων παλινδρόμησης, των ACE και AVAS, των ελαχίστων τετραγώνων, το γενικευμένο γραμμικό μοντέλο, η λογιστική παλινδρόμηση, τα γενικευμένα προσθετικά μοντέλα, η ισχυρή παλινδρόμηση η ημιπαραμετρική παλινδρόμηση και η συστημική θεωρία και γεωμετρική πρόγνωση. Ακολουθεί ανάπτυξη της πρόβλεψης με χρήση μοντέλου προσομοίωσης, όπου και αναφέρονται η προσομοίωση Monte Carlo και η στοχαστική προσομοίωση και έλεγχος σεναρίων. Στην ενότητα αυτή τέλος, προσεγγίζονται οι αγορές πρόγνωσης, η μηχανική μάθηση, η αναγνώριση προτύπων, η ποσοτική τεχνολογική πρόβλεψη και η πρόγνωση βασισμένη στη γεωμετρική κίνηση Brown. Στο τέταρτο κεφάλαιο, αρχικά τεκμηριώνεται η αναγκαιότητα και ο ρόλος της δομημένης πρόβλεψης στη διαδικασία λήψης αποφάσεων, ενώ τονίζονται οι παράγοντες που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη σε επικείμενη εφαρμογή της. Σε συνέχεια επιχειρηματολογεί όσον αφορά τη χρησιμότητα στη λήψη αποφάσεων της προγνωστικής βελτιστοποίησης μέσω τεχνητής νοημοσύνης και παραθέτει μαθηματικά μοντέλα λήψης αποφάσεων, καθώς και τους αλγόριθμους διαδοχικών λήψεων αποφάσεων αξιοποιώντας την πρόγνωση. Στην προσπάθεια εφαρμογής των μοντέλων πρόβλεψης στην υποστήριξη λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα, στην ενότητα αυτή επιχειρείται η υπόδειξη αφενός ενδεικτικών μεθόδων και αφετέρου ορισμένων κατάλληλων πεδίων εφαρμογής, ώστε οι γνωστές μέθοδοι να είναι αποτελεσματικές. Κλείνοντας, συνοψίζει αναφέροντας τα κύρια χαρακτηριστικά των προαναφερθέντων μεθόδων πρόβλεψης.

# Κεφάλαιο Ι

## Λήψη Απόφασης

### Ι.1. Λήψη καλής απόφασης χωρίς χρήση προβλέψεων

Όπως είναι γνωστό, η ποσοτική ανάλυση μπορεί συχνά να παρέχει πληροφορίες για μια μελλοντική έκβαση και υπό την έννοια αυτή, είναι απαραίτητη για την τεκμηριωμένη εξαγωγή συμπερασμάτων και αποφάσεων. Ωστόσο, μερικές φορές οι κοινώς χρησιμοποιούμενες ποσοτικές μέθοδοι και τα σχετικά εργαλεία αυτών μπορεί να αποδειχτούν αντιπαραγωγικές ή ακόμα και αποπροσανατολιστικές.

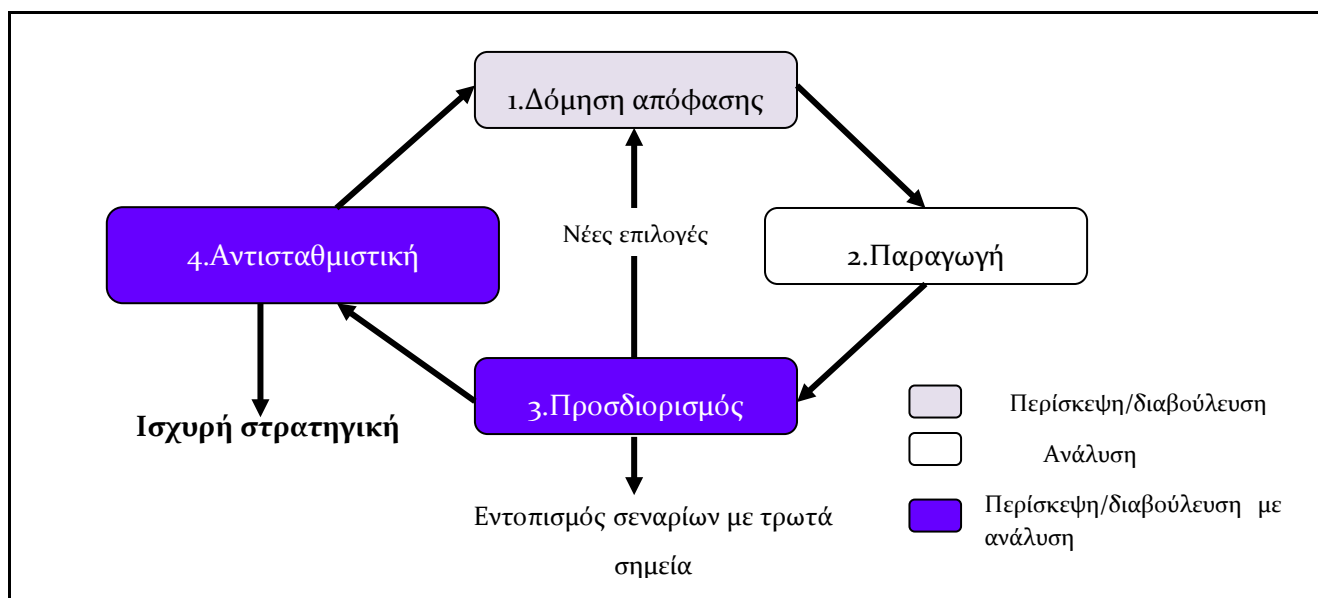
Προς αυτή την κατεύθυνση, η *Θυμική Μέθοδος Λήψης Απόφασης (Robust Decision Making, RDM)* (Rand Corporation, 2013) βοηθάει τους αποφασίζοντες να αντιμετωπίσουν ζητήματα αποφάσεων που αφορούν σε μελλοντικές καταστάσεις κάτω από μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας. Η εν λόγω μέθοδος εφαρμόζει εκατοντάδες έως χιλιάδες φορές μοντέλα λήψης αποφάσεων, ώστε να διαπιστώσει τον τρόπο κατά τον οποίο ενδεχόμενα σενάρια υλοποιούνται στο μέλλον. Σε τελικό στάδιο, δημιουργείται βάση δεδομένων, η οποία με *οπτικοποίηση* και *στατιστική ανάλυση*, θα βοηθήσει τους αποφασίζοντες να διακρίνουν ποιες από τις πιθανές εκβάσεις υλοποίησης των σεναρίων αυτών είναι ικανοποιητικές και ποιες πρέπει να απορριφθούν.

Φυσικά η εφαρμογή της μεθόδου βασίζεται στη χρήση δυνατών υπολογιστικών συστημάτων τα οποία θα πρέπει να είναι ικανά να διαχειριστούν το μεγάλο όγκο δεδομένων προς επεξεργασία. Στην ουσία η μέθοδος αυτή βοηθάει τους αποφασίζοντες να απαντήσουν σε ερωτήματα όπως: “Ποια κλειδιά-χαρακτηριστικά θα διαχωρίσουν τις μελλοντικές καταστάσεις σε επιτυχημένες και αποτυχημένες;” και “Ποια βήματα πρέπει να γίνουν ώστε να καταλήξουμε σε ένα επιτυχημένο σχέδιο, έχοντας ως επιλογή μας πολλές πιθανές μελλοντικές εκβάσεις;”

Η διαδικασία ξεκινάει με περίσκεψη/διαβούλευση των αποφασιζόντων, οι οποίοι θα πρέπει να καθορίσουν τους στόχους τους καθώς και άλλες παραμέτρους που θα επηρεάσουν τη λήψη της απόφασής τους. Στη συνέχεια, συνεργάζονται με ειδικούς ώστε να προσδιορίσουν και να ερμηνεύσουν πληροφορίες σχετικά με τη λήψη αποφάσεων. Το επόμενο βήμα είναι να επανεξετάσουν τις επιλογές και τους στόχους τους, βασιζόμενοι στην αποκτηθείσα αυτή γνώση. Η Θυμική Μέθοδος Λήψης Απόφασης

προσθέτει σ' αυτή τη γενικευμένη προσέγγιση μια ανάλυση που ξεκινάει με μία προτεινόμενη απόφαση, εξετάζοντας τις πιθανές μελλοντικές εκβάσεις που θα προκύψουν από την εφαρμογή της.

Η μέθοδος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1, ξεκινάει με τη δόμηση της απόφασης (βήμα 1), όπου οι αποφασίζοντες προσδιορίζουν τους στόχους, τις αβεβαιότητες και τις επιλογές τους. Στην επόμενη φάση (βήμα 2), οι αναλυτές χρησιμοποιούν λογισμικά με τα οποία δημιουργούν μία βάση δεδομένων από σενάρια όπου σε κάθε περίπτωση αναπαρίσταται η έκβαση μιας προτεινόμενης τακτικής σε μία πιθανή μελλοντική κατάσταση. Η οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων μέσω των υπολογιστών και η στατιστική ανάλυση αυτής της βάσης δεδομένων θα βοηθήσει τους αποφασίζοντες να εντοπίσουν τα ευπαθή σενάρια (βήμα 3). Αυτά τα σενάρια θα βοηθήσουν τους αποφασίζοντες να προσδιορίσουν νέους τρόπους ώστε να ξεπεραστούν οι αρνητικές εκβάσεις των ευπαθών σεναρίων επιστρέφοντας στο βήμα 1, ή να αξιολογήσουν μέσω της ανταλλαγής απόψεων αν αυτές οι επιλογές αξίζει να εφαρμοστούν μεταβάλλοντας ίσως κάποιους παράγοντες (βήμα 4). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται ώσπου οι αποφασίζοντες να καταλήξουν στην επιλογή μιας ισχυρής στρατηγικής.



**Σχήμα 1. Τα βασικά βήματα της Θυμικής Μεθόδου Λήψης Απόφασης**

(Rand Corporation, 2013)

Η Θυμική Μέθοδος Λήψης Απόφασης, ανατροφοδοτώντας τους αποφασίζοντες με πληροφορίες που προκύπτουν από το συνδυασμό πιθανών σεναρίων και στατιστικής ανάλυσης και οπτικοποιώντας τα αποτελέσματα της εφαρμογής των πιθανών επιλογών τους, μειώνει το βαθμό αβεβαιότητας και εξομαλύνει τις διαφορές των απόψεών τους, προκειμένου να παρθεί από κοινού μια κατά το δυνατό βέλτιστη απόφαση. Στην επιλογή βέβαια της μεθόδου αυτής, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ο βαθμός

αξιοπιστίας της προσομοίωσης μιας κατάστασης με μεγάλη αβεβαιότητα μέσω ενός υπολογιστικού συστήματος.

## I.2. Λήψη καλής απόφασης με χρήση προβλέψεων

### I.2.1. Γενικά

Κάθε επιστημονική δραστηριότητα μοντελοποίησης και κάθε συγκροτημένη μέθοδος λήψης απόφασης έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό: Η επιτυχία και των δύο εξαρτάται από την ικανότητα των ερευνητών ή των αποφασίζόντων να προβλέπουν τις συνέπειες των πράξεών τους. (Pielke, 2003). Οι αποφασίζοντες βασίζονται στην ικανότητα της επιστήμης να προβλέπει καταστάσεις, αφού τους ενισχύει την ικανότητα να δουν τα αποτελέσματα των πιθανών αποφάσεών τους, ή και να τους προτείνει καινούργιες εναλλακτικές επιλογές.

Η μοντελοποίηση ως επιστημονική δραστηριότητα βασίζει την πρόβλεψη σε εμπειρική εφαρμογή υποθέσεων οι οποίες μπορεί και να είναι αληθοφανείς. Από την άλλη πλευρά, η λήψη αποφάσεων έχει ως στόχο, συνεκτιμώντας την παρούσα αλλά και τη μελλοντική κατάσταση, να μπορεί να αποφασίζει μεταξύ εναλλακτικών επιλογών, προσδοκώντας το καλύτερο αποτέλεσμα. Όπως και να έχει όμως, η επιστήμη είναι ένα ισχυρό εργαλείο στα χέρια των αποφασίζόντων, ενώ, για την επιστήμη, η άμεση εφαρμογή των αποτελεσμάτων της είναι μία πρόκληση όσο και ευθύνη.

Το 1993 ο Bankes (Bankes.S, 1993) , όρισε δύο τύπους ποσοτικών μοντέλων: το ενοποιητικό και το διερευνητικό. Το *ενοποιητικό μοντέλο* επιδιώκει να συμπεριλάβει όλα τα χαρακτηριστικά της κατάστασης σε ένα πακέτο δεδομένων. Τέτοια μοντέλα θεωρούν ότι το εκάστοτε υπό θεώρηση σύστημα είναι κλειστό, δηλαδή ότι όλα τα χαρακτηριστικά του έχουν ορθώς, επακριβώς και αντικειμενικώς οριστεί. Παράδειγμα εφαρμογής τέτοιου μοντέλου είναι η πρόγνωση του καιρού. Η δημιουργία ενός τέτοιου μοντέλου ακολουθεί δύο στάδια:

1. Κατασκευή και αξιολόγηση του μοντέλου.
2. Επιχειρησιακή εφαρμογή.

Το *διερευνητικό μοντέλο* θεωρεί ότι τα χαρακτηριστικά της κατάστασης δεν είναι ανεξαρτήτως καθορισμένα και δεν είναι γνωστό αν είναι σωστά. Έτσι το μοντέλο, μέσω υποθέσεων και πειραματισμών υπό αβεβαιότητα, θα πρέπει να διερευνήσει τα εξερχόμενα αποτελέσματα συνδέοντάς τα με τα εν δυνάμει χαρακτηριστικά της υφιστάμενης κατάστασης. Η εφαρμογή του μοντέλου αυτού πραγματοποιείται σε τουλάχιστον τρία στάδια:



1. Διερεύνηση της επίδρασης των υπό αμφισβήτηση χαρακτηριστικών σε βασικές διαδικασίες και υποθέσεις.
2. Εκεί όπου δεν μπορεί να διερευνηθεί μία κατάσταση, το διερευνητικό μοντέλο δημιουργεί υποθετικά σενάρια ώστε να πυροδοτήσει περαιτέρω έρευνα.
3. Μέσω του πειραματισμού, μπορεί να προσδιοριστεί το χειρότερο ή το καλύτερο σενάριο λαμβανομένων υπόψη των υποθέσεων ή των συνθηκών αβεβαιότητας που έχουν προσδιοριστεί.

Παρόλο που θεωρητικά υπάρχει ο διαχωρισμός μεταξύ των δύο μεθόδων, στην πράξη συνήθως χρησιμοποιείται ο συνδυασμός τους.

Ένα πολύ σημαντικό θέμα στη λήψη αποφάσεων, είναι ότι οι σημαντικές αποφάσεις ενέχουν μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας. Η γνώση και η εκτίμηση της αβεβαιότητας θα καθορίσουν την απόφαση. Αν η αβεβαιότητα μπορεί να υπολογιστεί, τότε η μοντελοποίηση είναι ένα χρήσιμο εργαλείο στα χέρια των αποφασιζόντων .

Η εμπειρία έχει δείξει ότι ασάφειες ή η λανθασμένη χρήση των μοντέλων πρόβλεψης, αποτέλεσαν εμπόδιο στους αποφασίζοντες στο να πάρουν μία σωστή απόφαση. Για παράδειγμα, αναφέρουμε την παγκόσμια κλιματική αλλαγή · ένα θέμα που έχει συζητηθεί εκτενώς την τελευταία δεκαετία και αφορά την αύξηση της μέσης θερμοκρασίας του πλανήτη (Rayner, 2000). Η αλλαγή αυτή δεν έχει το ίδιο νόημα για όλα τα μέρη του πλανήτη - για κάποια μπορεί να είναι θετική -οπότε δεν μπορεί να παρθεί μία συνολική απόφαση. Το αποτέλεσμα ήταν η προγνωστική μοντελοποίηση να χρησιμοποιηθεί επιλεκτικά ώστε να εξυπηρετηθούν τα συμφέροντα των συμμετεχόντων στη διαδικασία. Έτσι, η χρήση των μοντέλων πρόβλεψης για να είναι επιτυχής, θα πρέπει να έχει υγιείς βάσεις και όχι να δίνει μόνο πληροφορίες (Daniel Sarewitz, 2000).

Ιδιαίτερως, στην πολιτική, πολλές φορές η εφαρμογή ενός μοντέλου πρόβλεψης μπορεί να κάνει τους αποφασίζοντες λιγότερο δημιουργικούς κατά την εκάστοτε παρούσα φάση. Σε περιπτώσεις σαν κι αυτή, θα ήταν χρήσιμο το μοντέλο πρόβλεψης να λειτουργήσει ως πληροφορία προκειμένου να μειωθεί η αβεβαιότητα μέσω της λήψης αποφάσεων στο παρόν παρά να ληφθούν αποφάσεις για το μέλλον. Επομένως, ένα μοντέλο πρέπει να είναι άρρηκτα συνδεδεμένο με το σκοπό για τον οποίο θα χρησιμοποιηθεί .

Σε πολλές περιπτώσεις, τα αποτελέσματα ενός μοντέλου πρόβλεψης έχουν αποδέκτες το ευρύ κοινό. Έρευνα έχει δείξει ότι οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται πως η πρόβλεψη ενέχει αβεβαιότητα (Joslyn). Όταν η αβεβαιότητα δεν μπορεί να εκτιμηθεί, τότε κάνουν μόνοι τους την εκτίμηση, η οποία αν είναι λανθασμένη, ειδικά στις ακραίες τιμές της, μπορεί να τους βάλει σε κίνδυνο. Αντιθέτως, η σωστή



εκτίμηση της αβεβαιότητας τους κάνει να παίρνουν καλύτερες αποφάσεις. Όταν υπάρχει λάθος στην πρόβλεψη, οι άνθρωποι διστάζουν να δράσουν. Το να τους ανακοινωθεί απλά ο τρόπος δράσης εν όψει αβεβαιότητας, τους κάνει δύσπιστους και δεν αποτελεί ώθηση για δράση. Όταν η αβεβαιότητα έχει εκτιμηθεί, δεν αντιδρούν αρνητικά σε πιθανό λάθος αντίθετα συνεχίζουν να χρησιμοποιούν τη μέθοδο πρόβλεψης.

Τόσο λοιπόν η εκτίμηση της αβεβαιότητας, όσο και ο τρόπος παρουσίασης των αποτελεσμάτων της έρευνας, είναι ένα θέμα το οποίο πρέπει να απασχολεί τόσο αυτούς που τη διεξάγουν, όσο και αυτούς που θα εφαρμόσουν ή θα ανακοινώσουν τα αποτελέσματά της, προκειμένου να επιτευχθεί η βέλτιστη αξιοποίησή τους.

Η πρόβλεψη, μέσω μοντελοποίησης, είναι αναπόσπαστο κομμάτι της πρόβλεψης για τη λήψη αποφάσεων και είναι προφανές ότι δεν πρόκειται μόνο για ένα επιστημονικό προϊόν. Είναι μία πολύπλοκη διαδικασία η οποία συμμετέχει στη λήψη αποφάσεων οι οποίες θα έχουν εφαρμογή και ενδεχομένως θα επηρεάσουν σοβαρούς παράγοντες ύπαρξης και εξέλιξης.

### 1.2.2. Ενσωμάτωση προβλέψεων στη διαδικασία λήψης απόφασης

Η τεχνολογική εξέλιξη των τελευταίων δεκαετιών οδήγησε στην αλλαγή του κέντρου βάρους της βιομηχανίας, από την παραγωγή προς τη διαχείριση της αγοράς. Αυτό συνέβη διότι με την τεχνολογική εξέλιξη λύθηκε το πρόβλημα της παραγωγής, η οποία υπερέβη τη ζήτηση κι έτσι στο επίκεντρο βρέθηκε ο πελάτης, ο οποίος καθορίζει την πορεία της κάθε επιχείρησης. Έτσι, κάθε επιχείρηση θα πρέπει πλέον να λαμβάνει αποφάσεις προβλέποντας τις απαιτήσεις του καταναλωτικού της κοινού. Η πρόβλεψη των πωλήσεων είναι μια διαδικασία η οποία συμβάλλει στην οργανωτική απόδοση μιας επιχείρησης.

Γενικότερα, η πρόβλεψη στη λήψη αποφάσεων είναι κάτι που εφαρμοζόταν πάντα και οι παράγοντες που τη στοιχειοθετούσαν ήταν η εμπειρία, η γνώση και η πληροφόρηση των αποφασιζόντων. Ωστόσο, στις εποχές μας, οι αποφάσεις είναι πιο πολύπλοκες και απαιτούν περαιτέρω εργαλεία και δεδομένα ώστε να στηριχθεί η διαδικασία της λήψης αποφάσεων.

Ιδιαίτερος, όταν μιλάμε για βραχυπρόθεσμες αποφάσεις, συνήθως η πρόβλεψη του τι πιθανώς θα συμβεί στο άμεσο μέλλον δεν απέχει και πολύ από το πρόσφατο παρελθόν. Βέβαια όταν έχουμε να προβλέψουμε τις προτιμήσεις ή τις κινήσεις ανθρώπων, τότε ο βαθμός αβεβαιότητας αυξάνει και στις αποφάσεις αυτού του τύπου. Πράγματι, η εμπειρία έχει δείξει ότι δεν έχουν όλοι οι άνθρωποι ικανότητα στις προβλέψεις και επίσης δεν έχουν όλοι την ίδια άποψη για το τι θα συμβεί στο μέλλον. Η πρόβλεψη μέσω μαθηματικών μεθόδων έρχεται να δώσει μια αντικειμενική πρόγνωση η οποία, εφόσον αξιοποιηθεί,

θα μπορεί να οδηγήσει σε πιο επιτυχημένες αποφάσεις. Παρά τούτα, η πρόγνωση, ακόμα και στην πιο αντικειμενική της μορφή ενδέχεται να έχει λάθος. Η επιτυχημένη πρόβλεψη είναι αυτή που υπολογίζει το αναμενόμενο λάθος, ούτως ώστε ο αποφασίζων να μπορεί να βρει τρόπους αντιμετώπισης αν αυτό συμβεί. Για παράδειγμα, επανερχόμενοι στην περίπτωση των προβλέψεων για λογαριασμό μιας επιχείρησης, επισημαίνουμε πως, πολλές φορές, θεωρείται πιο σημαντικό το γεγονός ότι ένα λάθος πρόβλεψης βασίζεται σε μία μελέτη προσδιορισθέντων σφαλμάτων του παρελθόντος, από την οποιαδήποτε προσπάθεια βελτίωσης της εσφαλμένης πρόβλεψης αυτής καθ' αυτής.

Κάθε μέθοδος πρόβλεψης έχει τα δυνατά της σημεία και τις αδυναμίες της. Για το λόγο αυτό, πολλές φορές χρησιμοποιείται συνδυασμός διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης. Με αυτό τον τρόπο, οι αδυναμίες της μιας μεθόδου μπορεί να αντισταθμιστούν από τα δυνατά σημεία μιας άλλης (Lin, et al., 2010).

Ο συνδυασμός διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης μπορεί επίσης να προστατέψει τους αναλυτές από το να επικεντρώνονται στα αποτελέσματα μιας οικείας προς αυτούς μεθόδου, η οποία σε κάποιες περιπτώσεις δεν παρέχει τη βέλτιστη πρόβλεψη. Ειδικότερα, στον επιχειρηματικό κόσμο, η εφαρμογή μεθόδων πρόβλεψης τόσο για τη βελτίωση των σχέσεων συνεργασίας όσο και για την απόδοση μιας εφοδιαστικής αλυσίδας, αποτελεί βασική επιχειρηματική λειτουργία από την οποία εξαρτάται η οργάνωση της επιχείρησης εσωτερικά αλλά και ο καθορισμός των σχέσεων της τόσο με τους πελάτες της, όσο και με τις άλλες επιχειρήσεις που συνεργάζεται ή ανταγωνίζεται (McCarthy & Golobic, 2002).

# Ποιοτική Πρόβλεψη. Μέθοδοι κρίσης

Η αξιολόγηση, είναι μία διαδικασία που πρέπει να ακολουθεί αναπόφευκτα τις προβλέψεις. Πράγματι, κάθε μέθοδος πρόβλεψης έχει τα δυνατά της σημεία και τις αδυναμίες της. Ως εκ τούτου, με την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, επιχειρείται να αναδειχθούν οι όποιες αδυναμίες της εκάστοτε διαδικασίας, έτσι ώστε να υπάρξει μια πιο αποτελεσματική πρόβλεψη. Ωστόσο, πέρασαν πολλά χρόνια προκειμένου οι επιστήμονες να πεισθούν ότι τα αποτελέσματα των προβλεπτικών μεθόδων τους πρέπει να κρίνονται πριν εφαρμοστούν (Hogarth & Makridakis, 1981).

Στα αρχικά της στάδια, αυτή η αξιολόγηση των προβλέψεων περιοριζόταν κυρίως σε μία ποιοτική ψυχολογική βάση, με κριτήρια αδόμητα και χωρίς συσχετισμό μεταξύ τους. Αυτή η προσέγγιση είχε ως συνέπεια το αποτέλεσμα της κριτικής που προέκυπτε να ήταν υποκειμενικό και σε κάθε περίπτωση, χωρίς μεγάλες δυνατότητες αξιολόγησης. Παρ' όλα αυτά, τα τελευταία χρόνια η αξιολόγηση μιας πρόβλεψης έχει ενσωματωθεί ως απαραίτητη διεργασία στη διαδικασία πρόβλεψης. Έτσι, για παράδειγμα, σε γνωστικούς χώρους όπως η μακροοικονομία, η κρίση των προβλέψεων διαδραματίζει πλέον πολύ σημαντικό ρόλο (Fildes & Stekle, 2002).

Η πρώτη εκτενής προσπάθεια αξιολόγησης των μοντέλων πρόβλεψης ξεκίνησε κατά τη δεκαετία 1980-90, από τους M. Lawrence, R.H.Edmundson, M.O'Connor και S.Makridakis (βλ. τη βιβλιογραφική αναφορά (Michael Lawrence, et al.) και την προτεινόμενη εκεί βιβλιογραφία). Η πρώτη συναφής μελέτη ονομάστηκε M1-σύγκριση προβλέψεων και αποσκοπούσε στη σύγκριση της ακρίβειας των προβλέψεων των πιο ευρέως εφαρμοζόμενων μοντέλων πρόβλεψης της εποχής. Χρησιμοποιήθηκαν 1001 χρονολογημένα συμβάντα της καθημερινής ζωής, προερχόμενα από διάφορους τομείς, όπως τον οικονομικό και το δημογραφικό χώρο. Οι συγκρίσεις γίνονταν σε καθορισμένες χρονικές περιόδους ετήσιες μηνιαίες ή και εποχικές. Το πόρισμα ήταν ότι οι απλές μέθοδοι υπερτερούσαν των συνθετότερων, λόγω κυρίως της εκθετικής εξομάλυνσης κάθε βεβαρυμμένης υπολογιστικής πολυπλοκότητας (Lawrence, et al., 2006). Ειδικότερα, το 1985 οι M.Lawrence, R. Edmundson & M.O'Connor, θεώρησαν ένα υποσύνολο με 111 από τα 1001 συμβάντα και συνέκριναν τη μέθοδο της ποιοτικής πρόβλεψης μέσω κρίσης (ή, απλά, τη μέθοδο κρίσης ή την κριτική μέθοδο) με την ποσοτική πρόβλεψη μέσω στατιστικών μεθόδων. Το πόρισμά τους ήταν ότι, στην υπό θεώρηση περίπτωση, οι δύο μέθοδοι εμφανίζονται

ισοδύναμες, ενώ σε μεμονωμένες περιπτώσεις η μέθοδος κρίσης έδειχνε πιο ακριβής (Lawrence, et al., 1985). Ένα χρόνο αργότερα, διαπιστώθηκε ότι η μέθοδος κρίσης είχε μεγαλύτερες διαφορές με τα ποσοτικά μοντέλα πρόβλεψης αν συγκρίνονταν ξεχωριστά απ' ότι τα ποσοτικά μοντέλα πρόβλεψης μεταξύ τους. Έτσι, τεκμηριώθηκε εμπειρικά ότι είναι καλύτερο να συγκρίνονται τα αποτελέσματα της μεθόδου αυτής με τα αποτελέσματα ενός στατιστικού μοντέλου, παρά τα αποτελέσματα δύο στατιστικών μοντέλων μεταξύ τους (Lawrence, et al., 1986). Ωστόσο, επόμενες έρευνες, που έγιναν από τους R. Carbone και W.L.Gorr (Carbone and Gorr, 1985), Sanders (R.Sanders, 1992), και S.Makridakis, C.Chatfield, M.Hibon, M.Lawrence, T.Mills, K.Ordetal (Makridakis, et al., 1993), έδειξαν ότι συχνά οι μέθοδοι κρίσης είναι λιγότερο ακριβείς από τις στατιστικές μεθόδους. Το συμπέρασμα όλων αυτών των ερευνών ήταν ότι η αποτελεσματικότητα των μεθόδων πρόβλεψης εξαρτάται από τη φύση του δείγματος και της χρονοσειράς της δειγματοληψίας. Ιδιαίτερος, σύμφωνα με τη μελέτη του Sanders, υπάρχουν φορές κατά τις οποίες ένα αποτέλεσμα προκύπτει από την εφαρμογή μιας σταθερής συνάρτησης είναι πιο αξιόπιστο από την κρίση των ανθρώπων η οποία είναι από τη φύση της ευμετάβλητη.

Φυσικά, η ακρίβεια της κριτικής μεθόδου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον ανθρώπινο παράγοντα. Ο χαρακτήρας, η υπερβολική αυτοπεποίθηση και τα προσωπικά ή επαγγελματικά συμφέροντα των συμμετεχόντων στη διαδικασία αυτή, μπορεί να οδηγήσουν σε ανακρίβειες. Γι' αυτό, ένας τρόπος για να βελτιστοποιηθεί το αποτέλεσμα της κριτικής μεθόδου, είναι η ανατροφοδότηση και η επανεξέταση. Προς αυτή την κατεύθυνση, το 1999, οι I. Fischer and N. Harvey κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι με τον τρόπο αυτό η μέθοδος κρίσης υπερτερεί τελικά από τις μεθόδους του απλού μέσου όρου (Fischer & Harvey, 1999) Από την άλλη πλευρά, οι στατιστικές μέθοδοι θα μπορούσαν επίσης να χρησιμοποιηθούν σαν εργαλείο αξιολόγησης των κριτικών μεθόδων.

Προφανώς, στην προσπάθεια συγκριτικής αξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης, ένας καθοριστικός παράγοντας είναι η αξιόπιστη εφαρμογή τους στην πράξη. Ένας κρίσιμος τομέας εφαρμογών όπου η πρόβλεψη παίζει καθοριστικό ρόλο ανήκει στο χώρο των εμπορικών επιχειρήσεων και είναι ο τομέας μοντελοποίησης της εφοδιαστικής της αλυσίδας. Οι επιχειρήσεις απαιτούν χρήση μηχανογραφημένων μοντέλων τα οποία θα παράγουν αποτελέσματα προσαρμοσμένα στις ανάγκες και τις απαιτήσεις τους στοχεύοντας στην πρόβλεψη των απαιτήσεων τόσο των δικών τους όσο και της αγοράς. Το 2008, οι R. Fildes, P. Goodwinb, M. Lawrence, K. Nikolopoulos (Fildes, et al., 2008) διεξήγαγαν έρευνα σε τέσσερις μεγάλες επιχειρήσεις στο Ηνωμένο Βασίλειο οι οποίες είχαν ενσωματώσει παρόμοιες τεχνικές ποιοτικών μεθόδων κριτικής πρόβλεψης σε μαθηματικά μοντέλα εφοδιαστικής αλυσίδας και επεσήμαναν την αξία της πληροφόρησης. Τονίζεται πως τα μαθηματικά μοντέλα και τα μοντέλα προσομοίωσης εφοδιαστικής αλυσίδας που χρησιμοποιήθηκαν, αν και θεωρητικά, ήταν αυτά που χρησιμοποιούνταν ευρέως από μεγάλο αριθμό εταιρειών τότε. Στη διαδικασία της συγκεκριμένης έρευνας

παρατηρήθηκε προσωπική παρέμβαση των διοικούντων οι οποίοι παραποιούσαν εκ των προτέρων τα στατιστικά αποτελέσματα βάσει των δικών τους προβλέψεων. Έτσι, ένα συμπέρασμα που προέκυψε ήταν ότι οι διαφορετικές προτεραιότητες που έχουν οι εταιρείες και η έλλειψη επικοινωνίας και συνεργασίας, τόσο στο εσωτερικό τους όσο και με τους συνεργάτες τους, μπορεί να δημιουργήσουν ασταθείς προβλέψεις για την εφοδιαστική τους αλυσίδα.

Περαιτέρω, ένας άλλος κρίσιμος τομέας εφαρμογών στον οποίο η πρόβλεψη διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο είναι η συναλλαγματική ισοτιμία η οποία επιδρά στην πορεία κρατών, επιχειρήσεων αλλά και μεμονωμένων καταναλωτών. Ο υπολογισμός της είναι συνάρτηση της διακύμανσης των τιμών της σε διάφορα κράτη και η πρόβλεψη της συμπεριφοράς της είναι δύσκολη τόσο λόγω των διαφορών στα μακροοικονομικά μεγέθη που παρουσιάζονται συχνά όσο και των αντικρουόμενων συμφερόντων των επενδυτών. (Moosa, 2016) Η πρόβλεψη στον υπολογισμό της συναλλαγματικής ισοτιμίας είναι απαραίτητη είτε για τη μείωση της έκθεσης σε κίνδυνο, είτε για την αποτίμηση της πραγματικής αξίας των μελλοντικών ταμειακών ροών, είτε για την αποτίμηση μακροχρόνιων επενδύσεων. Μέχρι στιγμής, η εφαρμογή ποσοτικών μεθόδων πρόβλεψης στον τομέα αυτό έχει αποδειχθεί ανεπαρκής και, για το λόγο αυτό, η μέθοδος κρίσης θα μπορούσε να αποτελέσει έναν εναλλακτικό τρόπο που ίσως οδηγούσε σε μεγαλύτερη ακρίβεια προβλέψεων.

Συμπερασματικά, η μέθοδος κρίσης είναι μία επιστημονική μέθοδος, η οποία είναι δυνατό να οδηγήσει σε πιο ακριβείς προβλέψεις σε σχέση με μία μεμονωμένη μαθηματική μέθοδο ή σε σχέση με μία απλή ανθρώπινη εκτίμηση, εφόσον λειτουργήσει συμπληρωματικά προς αυτές και εφόσον στην παραμετροποίησή της αξιολογηθούν σωστά οι εκάστοτε συνθήκες της κατάστασης προς πρόβλεψη.

## **II.1. Μέθοδοι σύνθεσης προβλέψεων**

Κάθε μέθοδος πρόβλεψης όπως προαναφέρθηκε, έχει τα δυνατά της σημεία και τις αδυναμίες της. Για το λόγο αυτό, πολλές φορές χρησιμοποιείται συνδυασμός διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης. Με αυτό τον τρόπο, οι αδυναμίες της μιας μεθόδου μπορεί να αντισταθμιστούν από τα δυνατά σημεία μιας άλλης (Lin, et al., 2010).

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται μπορεί να είναι μέθοδοι κρίσης ή απλές ποσοτικές μέθοδοι πρόβλεψης, διαφορετικές μεταξύ τους, έχοντας ως στόχο η έρευνα να οδηγηθεί σε μία βέλτιστη πρόβλεψη.

Προκειμένου να γίνουμε όσο το δυνατόν σαφέστεροι, θα μετέλθουμε ενός παραδείγματος. (Moosa, 2016). Στο παράδειγμα θα χρησιμοποιηθούν δύο μέθοδοι πρόβλεψης της συναλλαγματικής ισοτιμίας.

### II.1.1. Η θεωρία της ισοτιμίας της αγοραστικής δύναμης (PPP)

Η θεωρία αυτή υποδηλώνει ότι η συναλλαγματική ισοτιμία ενός νομίσματος θα πρέπει να προσαρμόζεται διακρατικά κατά τέτοιο τρόπο ώστε ένα προϊόν να μπορεί να αγοράζεται με την ίδια ποσότητα νομίσματος σε οποιαδήποτε χώρα. Οι διακυμάνσεις των συναλλαγματικών ισοτιμιών προέρχονται από τις διαφορές στα ποσοστά πληθωρισμού, έτσι ώστε μια χώρα που έχει υψηλότερο ποσοστό πληθωρισμού από τους εμπορικούς της εταίρους τείνει να έχει ένα περισσότερο υποτιμημένο νόμισμα.

Η θεωρία της ισοτιμίας της αγοραστικής δύναμης (Purchasing Power Parity ή PPP) εκφρασμένη με τον απόλυτο τρόπο δίνεται από την εξίσωση

$$P = SP^* \quad (2.1.1)$$

όπου  $P = P(t)$  και  $P^* = P^*(t)$  είναι το εγχώριο επίπεδο τιμών και το επίπεδο τιμών της αλλοδαπής αντίστοιχα, υπεράνω του χρόνου  $t > 0$ , και όπου  $S = S(t)$  η συναλλαγματική ισοτιμία δηλαδή, μια μονάδα ξένου νομίσματος εκφρασμένη σε όρους εγχώριου νομίσματος. Συνεπώς, με δεδομένο ότι  $P^*(t) \neq 0$  για κάθε  $t > 0$ , η συναλλαγματική ισοτιμία μπορεί να εκφραστεί ως ο λόγος του εγχώριου επιπέδου τιμών προς το επίπεδο τιμών της αλλοδαπής:

$$S = \frac{P}{P^*} \quad (2.1.2)$$

Καθώς μεταβάλλονται οι τιμές μεταβάλλεται και η συναλλαγματική ισοτιμία. Εφόσον δεχθούμε ότι οι συναρτήσεις  $P = P(t), P^* = P^*(t)$  και  $S = S(t)$  είναι διαφορίσιμες, η θεωρία της ισοτιμίας της αγοραστικής δύναμης (PPP), εκφρασμένη με το σχετικό τρόπο, δίνει την ταχύτητα (το ρυθμό) μεταβολής της συναλλαγματικής ισοτιμίας, ως εξής :

$$\dot{S} = \dot{P} - \dot{P}^* \quad (2.1.3)$$

Οι παράγωγοι  $\dot{S}, \dot{P}, \dot{P}^*$  είναι οι ταχύτητες μεταβολής των αντίστοιχων χρονικά εξαρτημένων μεταβλητών.

Έστω τώρα ότι  $S_0$  και  $S_1$  οι τιμές των συναλλαγματικών ισοτιμιών κατά τις δύο χρονικές στιγμές 0 και 1 αντίστοιχα. Η σχετική PPP υπολογίζει την τιμή της μεταβολής της συναλλαγματικής ισοτιμίας μεταξύ των δύο χρονικών αυτών στιγμών με τον εξής τρόπο (Moosa, 2016) :

$$S_1 = S_0 \frac{P_1/P_0}{P_1^*/P_0^*} \quad (2.1.4)$$

ή, περνώντας στο όριο,

$$S_1 = S_0 \frac{1+\dot{P}}{1+\dot{P}^*}. \quad (2.1.5)$$

## II.1.2. Μοντέλο Τυχαίου Περιπάτου (Random Walk Model)

Το εν λόγω μοντέλο θεωρεί ότι η μεταβλητότητα της προηγούμενης περιόδου, αποτελεί πρόβλεψη για τη σημερινή μεταβλητότητα. Έτσι, στην περίπτωση πρόβλεψης της συναλλαγματικής ισοτιμίας, το μοντέλο τυχαίου περιπάτου για μία χρονοσειρά ( $S_t$ ) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$S_t = S_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.1.6)$$

όπου  $S_t$  και  $S_{t-1}$  είναι οι συναλλαγματικές ισοτιμίες κατά τις χρονικές στιγμές  $t$  και  $t-1$  αντίστοιχα, διαταραγμένες από λευκό θόρυβο  $\varepsilon_t$  (Moosa, 2016, pp. 103-5).

Έχοντας υπόψη τα παραπάνω αναφερθέντα, ας υποθέσουμε τώρα ότι τα αποτελέσματα από τα δύο παραπάνω μοντέλα πρόβλεψης έχουν ως εξής:

- Αποτέλεσμα από το μοντέλο Ισοτιμίας Αγοραστικής Δύναμης (PPP) =  $S_P$
- Αποτέλεσμα από το μοντέλο Τυχαίου Περιπάτου (Random Walk Model) =  $S_R$

Η **συνθετική πρόβλεψη**  $S_C$  μπορεί να προκύψει ως εξής :

- Λαμβάνοντας το **μέσο όρο** των επιμέρους προβλέψεων :

$$S_C = \frac{1}{2}(S_P + S_R). \quad (2.1.7)$$

Επισημαίνεται πως γενικά, εφόσον εφαρμοστούν  $k$  μέθοδοι πρόβλεψης, η **μέθοδος σύνθεσης των προβλέψεων** ή **συνθετική μέθοδος** υπολογίζεται από την άμεση και πρόδηλη γενίκευση του τύπου (2.1.7), ως εξής :

$$S_C = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_i \quad (2.1.8)$$

- Θεωρώντας το **σταθμισμένο μέσο όρο** των επιμέρους προβλέψεων:

$$S_C = w_P S_P + w_R S_R \quad (2.1.9)$$

όπου

$$w_P + w_R = 1. \quad (2.1.10)$$

Όπως προηγουμένως, επισημαίνεται ότι, γενικά, αν εφαρμοστούν  $k$  μέθοδοι πρόβλεψης, η **μέθοδος σύνθεσης των προβλέψεων** ή **συνθετική μέθοδος** υπολογίζεται από την άμεση και πρόδηλη γενίκευση του τύπου (2.1.7), ως εξής:



$$S_C = \sum_{i=1}^k w_i \quad (2.1.11)$$

όπου

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1. \quad (2.1.12)$$

Σημειώνεται ότι ο τρόπος υπολογισμού των βαρών  $w_i$  εξαρτάται από τις ιδιαιτερότητες της κάθε περίπτωσης. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι η σύνθεση των προβλέψεων μπορεί να γίνει με τους παρακάτω τρόπους, αναλόγως των εκάστοτε βαρών:

- Σύνθεση **ισόβαρων** προβλέψεων.

Η περίπτωση αυτή περιγράφεται από τον τύπο (2.1.8).

- Σύνθεση προβλέψεων με **διαφορετικές αποδόσεις**.

Μεγαλύτερο βάρος δίνεται στις πιο ακριβείς προβλέψεις.

- Σύνθεση προβλέψεων με τη **μέθοδο διακύμανσης - συνδιακύμανσης**

Στην περίπτωση αυτή, θεωρείται ότι η κατανομή των προβλέψεων είναι κανονική.

Στη θεωρούμενη εν προκειμένω περίπτωση, κατά την οποία διατίθενται μόνον τα αποτελέσματα των προβλέψεων  $S_P$  και  $S_R$  των δύο μεθόδων PPP και Random Walk Model, αντίστοιχα, η συνθετική πρόβλεψη που γίνεται μία χρονική στιγμή  $t$  του παρόντος για μία χρονική στιγμή  $t + j$  του μέλλοντος, θα έχει ως εξής :

$$S_{C,t+j} = wS_{P,t+j} + (1 - w)S_{R,t+j}. \quad (2.1.13)$$

Συνακολούθως, το σφάλμα της συνθετικής μεθόδου θεωρείται ως μία στοχαστική μεταβλητή η οποία ακολουθεί την ίδια κατανομή με αυτήν των σφαλμάτων των επί μέρους μεθόδων και υπολογίζεται από το γραμμικό τύπο:

$$e_{C,t+j} = we_{P,t+j} + (1 - w)e_{R,t+j} \quad (2.1.14)$$

με διασπορά

$$\sigma_C^2 = w\sigma_P^2 + (1 - w)^2\sigma_R^2 + 2w(1 - w)\sigma_{P,R}^2, \quad (2.1.15)$$

όπου

$\sigma_C^2$  είναι η διασπορά του σφάλματος της συνθετικής μεθόδου πρόγνωσης

$\sigma_P^2$  είναι η διασπορά του σφάλματος του μοντέλου PPP

$\sigma_R^2$  είναι η διασπορά του σφάλματος του μοντέλου τυχαίου περιπάτου και

$\sigma_{P,R}^2$  είναι η συνδιακύμανση του σφάλματος της αποτελούμενης από τη σύνθεση των δύο, μεθόδου.

Αποδεικνύεται ότι μία βέλτιστη τιμή του βάρους  $w$  δίνεται από τον τύπο:

$$w = \frac{\sigma_R^2 - \sigma_{P,R}^2}{\sigma_R^2 + \sigma_P^2 - 2\sigma_{P,R}^2}. \quad (2.1.16)$$

Αν η συνδιακύμανση  $\sigma_{P,R}^2$  είναι μηδέν, τότε η εξίσωση (2.1.16) γίνεται



$$w = \frac{\sigma_R^2}{\sigma_R^2 + \sigma_P^2}. \quad (2.1.17)$$

στην οποία είναι προφανές ότι αν  $\sigma_P^2 \rightarrow 0$  τότε  $w \rightarrow 1$ , που σημαίνει ότι η έμφαση δίνεται στη μέθοδο Ισοτιμίας Αγοραστικής Δύναμης (PPP).

Σημείο ύψιστης σημαντικότητας για τη συνθετική μέθοδο είναι η επιλογή των επί μέρους μεθόδων να έχει γίνει έτσι ώστε καμία από τις μεθόδους να μην περικλείει μία άλλη (Moosa, 2016, pp. 168-172). Αυτό σημαίνει ότι καμία μέθοδος δεν θα περιέχει στο σύνολό της όλα τα στοιχεία άλλης μεθόδου.

## II.2. Η μέθοδος Cooke

Η μέθοδος του Cooke είναι μία μέθοδος σύνθεσης προβλέψεων που χρησιμοποιείται για λήψη αποφάσεων, η οποία ενώνει απόψεις εμπειρογνώμωνων. Οι εν λόγω εμπειρογνώμονες αποφασίζουν αποδίδοντας βάρη σε παραμετροποιημένες καταστάσεις, χρησιμοποιώντας πιθανότητες (Clemen, 2008). Η μέθοδος αυτή αποτελεί παράδειγμα μιας “linear opinion pool” τεχνικής, δηλαδή ενός τρόπου υπολογισμού του μέσου όρου  $F_c(x)$  κάποιων σταθμισμένων με βάρη  $w_i$  κατανομών  $F_i(x)$  μιας στοχαστικής μεταβλητής ενδιαφέροντος, έστω  $X$ , οι οποίες διαμορφώνονται μετά από αξιολόγηση κάποιων εμπειρογνώμωνων:

$$F_c(x) = \sum_{i=1}^k w_i F_i(x).$$

Η απόδοση των εκτιμητικών βαρών  $w_i$  είναι μία διαδικασία η οποία επαναλαμβάνεται έως ότου το αποτέλεσμα της κριθεί ικανοποιητικό από τους εμπειρογνώμονες. Ενώ υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι βαθμονόμησης βαρών, η μέθοδος Cooke θέλει την κλίμακα αυτή να προκύπτει από τη σχετική απόδοση των εμπειρογνώμωνων. Κάθε εμπειρογνώμονας καλείται να αναπροσαρμόζει την αρχική του εκτίμηση βάσει της κλίμακας που προέκυψε από τις αποδόσεις βαρών, λαμβάνοντας υπόψη τις αποδόσεις βαρών των υπολοίπων εμπειρογνώμωνων. Ο περιορισμός αυτός ενέχει κινδύνους υπερεκτίμησης ή υποεκτίμησης του βάρους που αρχικά απέδωσε ένας εμπειρογνώμονας, ο οποίος πρέπει να εντάξει με τον έναν ή με τον άλλο τρόπο την άποψή του σε μία βαθμονομημένη κλίμακα η οποία μάλιστα δεν έχει αντικειμενική βάση και εξαρτάται καθαρά από την προσωπική εκτίμηση των εμπειρογνώμωνων.

## II.3. Η μέθοδος Delphi

Μία μέθοδος ποιοτικής πρόβλεψης μέσω κρίσης η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί ώστε να επιτευχθεί μία κοινή πρόβλεψη είναι η μέθοδος Delphi (Moosa, 2016, pp. 168-172). Πρόκειται για μέθοδο σύνθεσης προβλέψεων ώστε να λαμβάνεται συλλογική απόφαση μεταξύ των αποφασιζόντων. Είναι βασισμένη σε μία δομημένη διαδραστική επικοινωνία μεταξύ ειδικών, ικανών να εκφέρουν άποψη για το υπό διερεύνηση θέμα. Πρεσβεύει τη λογική άποψη ότι οι προγνώσεις και οι αποφάσεις από δομημένες και ομοιογενείς ομάδες αποφασιζόντων είναι πιο επιτυχημένες απ' ό,τι αυτές που προέρχονται από ανομοιογενείς και αδόμετες ομάδες.

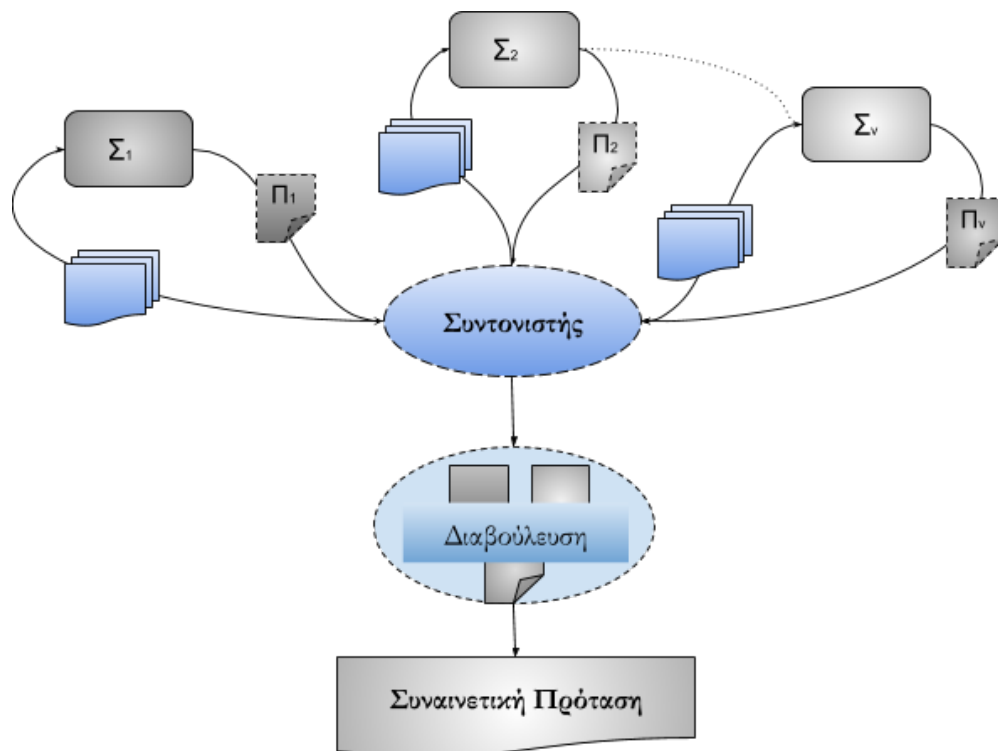
Το όνομά της είναι εμπνευσμένο από το Μαντείο των Δελφών και αναπτύχθηκε στην αρχή του Ψυχρού πολέμου, όταν χρειάστηκε να προβλεφθεί η επίδραση της τεχνολογίας στον πόλεμο.

Στην πρώτη ολοκληρωμένη της μορφή δημιουργήθηκε από τους Olaf Helmer, Norman Dalkey και Nicolas Reicher στα πλαίσια του προγράμματος RAND γύρω στα 1950-1960 (Wikipedia).

Η μέθοδος εφαρμόζεται σε κλειστά περιβάλλοντα, όπως, για παράδειγμα, σε μία εταιρεία.

Το πρώτο βήμα εφαρμογής της μεθόδου Delphi (βλ. Σχήμα 2) είναι να ζητηθεί από τους μετέχοντες στη διαδικασία να κάνουν την προσωπική τους πρόβλεψη πάνω στο θέμα προς έρευνα. Μετά την καταγραφή των απόψεων, ο συντονιστής διαμοιράζει το σύνολο αυτών σε όλους τους μετέχοντες. Κατόπιν μελέτης, ο κάθε συμμετέχων επανεξετάζει την άποψή του έχοντας το δικαίωμα της αλλαγής και παραδίδει εκ νέου την πρότασή του στο συντονιστή(ερευνητή). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου οι απόψεις των συμμετεχόντων να καταστούν αμετάβλητες.

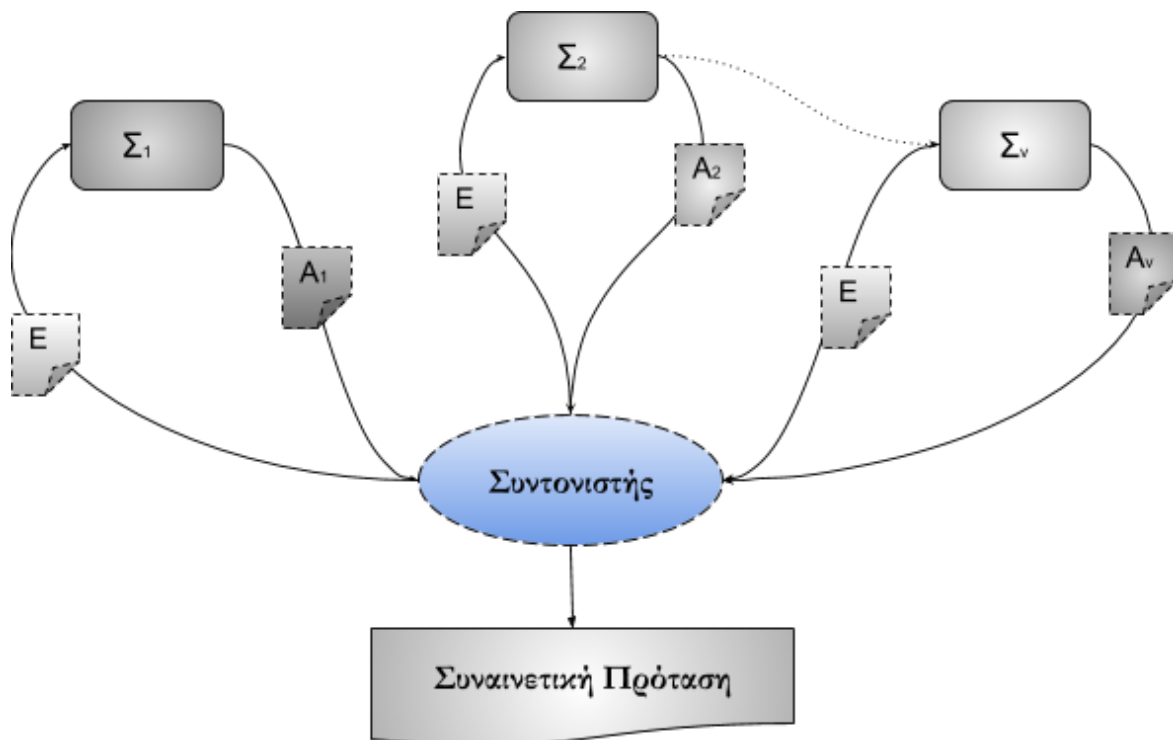
Το επόμενο βήμα είναι η διαβούλευση μεταξύ των συμμετεχόντων και η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν υπάρξει μία συναινετική πρόταση.



Σχήμα 2. Η Μέθοδος Delphi

Στην κλασική της μορφή (βλ. παρακάτω Σχήμα 3) η μέθοδος Delphi ακολουθεί τον παρακάτω αλγόριθμο :

1. Επιλογή ομάδας ειδικών οι οποίοι πρέπει να γνωρίζουν το αντικείμενο.
2. Μέσω ερωτηματολογίου ή άλλου τύπου έρευνας τα μέλη της ομάδας καλούνται να δώσουν μία πρώτη προσέγγιση πρόβλεψης.
3. Οι απαντήσεις διανέμονται στο συντονιστή.
4. Ο συντονιστής ή η ομάδα συντονισμού, συλλέγει τις απαντήσεις των ειδικών, τις φιλτράρει, συμπληρώνει αν είναι απαραίτητο νέες ερωτήσεις και τις στέλνει εκ νέου στα μέλη της ομάδας.
5. Τα μέλη της ομάδας απαντούν στο συντονιστή.
6. Ο συντονιστής ελέγχει τις απαντήσεις και αν υπάρχει συναίνεση η διαδικασία ολοκληρώνεται ·αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 4 .



**Σχήμα 3. Κλασική μορφή μεθόδου Delphi**

Σε μία νεότερη απόδοση της μεθόδου (που φέρει την ονομασία Delphi Conference), το ρόλο του συντονιστή ανέλαβε ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής προγραμματισμένος να φιλτράρει και να αξιολογεί τις απαντήσεις των ειδικών, ενώ, σε μια ακόμη πιο εξελιγμένη μορφή, η διαδικασία μπορεί να πραγματοποιηθεί εξ αποστάσεως μέσω διαδικτυακού διαδραστικού συστήματος (Hyperdelphi).

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι η μέθοδος Delphi είναι ένα “σύγχρονο” σύστημα (real time system) το οποίο δίνει γρήγορα αποτελέσματα σε συγκεκριμένα προβλήματα. Έχει βρει εφαρμογή σε πολλούς τομείς όπως η πολιτική(Policy Delphi), ο στρατός, η διαχείριση πληθυσμών, η υγεία, η εκπαίδευση, η επιστήμη, η τεχνολογία κ.α.

Στα θετικά της μεθόδου πρέπει να αναγνωρισθεί ότι αυτή βασίζεται στις απόψεις ειδικών, οι οποίοι μάλιστα εκφράζονται πιο ελεύθερα, αφού δεν έρχονται αντιμέτωποι πρόσωπο με πρόσωπο και έχουν το χρόνο και το χώρο να εξετάζουν ανεπηρέαστοι τα αποτελέσματα της κάθε φάσης. Επίσης, τα αποτελέσματα της μεθόδου είναι γρήγορα και η λειτουργία της μπορεί να είναι ανεξάρτητη από το χώρο, αφού μπορεί να πραγματοποιηθεί και εξ αποστάσεως (Lazăr Cornel & Mirela, 2008).

Ωστόσο, στα αρνητικά χαρακτηριστικά της μεθόδου καταλογίζεται ότι τα αποτελέσματα της μεθόδου αυτής εξαρτώνται τόσο από την επιλογή των ειδικών, όσο και από την επιλογή του συντονιστή ή του προγράμματος συντονισμού αν πραγματοποιηθεί μέσω υπολογιστή (Harold A. Linstone & Murray

Turoff). Επίσης, πρέπει να επισημανθεί ότι η ελευθερία έκφρασης των ειδικών περιορίζεται από τα φίλτρα που επιλέγει ο συντονιστής, ενώ δεν υπάρχει η δυνατότητα διαλόγου, κατά την ανταλλαγή απόψεων. Τέλος, η μέθοδος Delphi δεν μπορεί να κάνει πολύπλοκες προγνώσεις με πολλαπλούς παράγοντες, αν και τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σημαντική προσπάθεια βελτίωσής της (Wikipedia).

## II.4. Η μέθοδος της κατ' αναλογία πρόβλεψης

Ο προσδιορισμός ομοιοτήτων και η συνακόλουθη απόδοση αναλογιών, είναι ένας συνήθης τρόπος έκφρασης μιας πρόγνωσης. Έτσι, για παράδειγμα, το 1992, ο Y.F. Khong διαπίστωσε ότι οι περισσότερες αποφάσεις που πάρθηκαν στις αρχές του πολέμου του Βιετνάμ, βασίστηκαν στις αναλογίες (Khong, 1992) ενώ, το 2003, ο M. Breuning βρήκε ότι το ένα τρίτο των προτάσεων που έγιναν από τη Γερουσία για το πρώτο αναπτυξιακό πρόγραμμα των Ηνωμένων Πολιτειών εκφράστηκε με αναλογίες (Breuning, 2003). Μάλιστα, προς την ίδια κατεύθυνση, το 1985, ο J.S. Armstrong είχε διατυπώσει τον ισχυρισμό ότι οι μέθοδοι των κατ' αναλογία προβλέψεων μέσω κρίσης, ή μέθοδοι των δομημένων αναλογιών, είναι πιο ακριβείς από τις συνήθεις απλές προβλέψεις με κρίση (Armstrong).

Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται ώστε να δομούνται οι αδόμητες αναλογίες που προκύπτουν από την εμπειρία και την κρίση των ειδικών και να αποδώσουν μία πιο ακριβή πρόγνωση.

Η διαδικασία της πρόγνωσης μέσω δομημένων αναλογιών αποτελείται από τα εξής βήματα (Green & Armstrong, 2007) :

### ➤ Περιγραφή της κατάστασης

Γίνεται ακριβής, συνοπτική και σύντομη περιγραφή της κατάστασης, από ειδικούς που έχουν διαφορετικές ή αντικρουόμενες απόψεις.

### ➤ Εύρεση και περιγραφή αναλογιών

Οι ειδικοί οι οποίοι θα πρέπει να έχουν γνώση και εμπειρία σε παρόμοιες καταστάσεις, βρίσκουν αναλογίες τις οποίες περιγράφουν.

### ➤ Εκτίμηση ομοιοτήτων μεταξύ αναλογιών

Ζητείται από τους ειδικούς να αναγνωρίσουν ομοιότητες και διαφορές μεταξύ των δικών τους αναλογιών και της προς μελέτη κατάστασης και να αξιολογήσουν τις ομοιότητες.

### ➤ Εξαγωγή πρόβλεψης

Εδώ θα πρέπει να χρησιμοποιούνται προαποφασισμένα κριτήρια τα οποία θα αξιολογήσουν τις προβλέψεις των ειδικών, προκειμένου να εξαχθεί η πιο ακριβής πρόβλεψη. Η αξιολόγηση μπορεί να γίνει και με μηχανικά μέσα ώστε να θεωρηθεί πιο αντικειμενική.

Αν και με τη μέθοδο αυτή επιχειρείται εξαγωγή συμπεράσματος μέσω αντιθέσεων και το τελευταίο στάδιό της μπορεί να είναι σε ένα βαθμό αντικειμενικό, αυτό που διακρίνεται και εδώ είναι ότι η βάση της είναι καθαρά υποκειμενική μιας και αποτελείται από ανθρώπινες εκτιμήσεις και επομένως δύσκολα αξιολογήσιμη εκ των προτέρων.

## II.5. Η μέθοδος της δημιουργίας σεναρίων

Σενάριο είναι μία λεπτομερής περιγραφή του τι μπορεί να συμβεί σε ένα πιθανό μέλλον, η οποία βασίζεται στα δεδομένα του παρόντος.

Το σενάριο δεν προβλέπει το μέλλον, ούτε αποτελεί προσομοίωσή του. Αποτελεί μία γέφυρα ανάμεσα στο παρόν και σε ένα πιθανό ευοίωνο ή δυσοίωνο μέλλον. Γι' αυτό το λόγο, θα πρέπει αφενός να είναι σωστά τεκμηριωμένο και αφετέρου να έχει αντλήσει στοιχεία από μία επαρκώς τεκμηριωμένη ανάλυση του παρόντος. Επί πλέον, το σενάριο θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από σαφήνεια, αξιοπιστία και χρησιμότητα.

Υπάρχουν δύο τύποι σεναρίων (Durance & Godet, 2010):

- τα **διερευνητικά** (exploratory). Τα διερευνητικά σενάρια είναι αυτά που λαμβάνοντας υπόψη την τάση μίας κατάστασης στο παρελθόν και στο παρόν, αξιώνουν να περιγράψουν ένα πιθανό μέλλον.
- Τα **κανονιστικά** (normative). Τα κανονιστικά σενάρια είναι αυτά που περιγράφουν πιθανές ευοίωνες ή δυσοίωνες μελλοντικές καταστάσεις.

Μία από τις σημαντικότερες αναφορές που περιγράφει τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν για να δημιουργηθεί ένα σενάριο, ανήκει στον Peter Schwartz μέλος της ομάδας δημιουργίας σεναρίων της Royal Dutch/Shell (Moniz, 2005). Σύμφωνα με αυτή την αναφορά τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν για να δημιουργηθεί ένα σενάριο είναι τα παρακάτω:

1. Αναγνώριση του κεντρικού θέματος ή της απόφασης που πρέπει να παρθεί.
2. Προσδιορισμός των κύριων τάσεων και των επιρροών στο περιβάλλον της

κατάστασης.

3. Κατάταξη των δυνάμεων επιρροής και των τάσεων ανάλογα με τη σπουδαιότητα και την αβεβαιότητά τους ·επιλογή της λογικής του σεναρίου.
4. Ανάπτυξη του σεναρίου.
5. Αξιολόγηση των επιπτώσεων.
6. Επιλογή των δεικτών και των σημείων εκείνων που θα παρακολουθούν το αν εξυπηρετούνται οι στόχοι.

Στην πράξη, οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες μέθοδοι ανάπτυξης σεναρίων είναι δύο. ·Η μία που αναπτύχθηκε από την Εταιρεία Εφαρμοσμένων Οικονομικών και Μαθηματικών (SEMA) το 1974 και η άλλη που δόθηκε από το Ινστιτούτο Έρευνας του Stanford (SRI) (Durance & Godet, 2010).Οι δύο μέθοδοι είναι παρόμοιες.

Το πλήθος των σεναρίων που προκύπτουν για την έκβαση μιας κατάστασης, είναι ανάλογο της αβεβαιότητας που τη διακατέχει. Η επιλογή του “καλύτερου” σεναρίου εξαρτάται τελικά από το χαρακτήρα των αποφασιζόντων. Το περισσότερο ασφαλές σενάριο, ίσως να φαίνεται καλύτερο, αλλά μπορεί να μη φέρει ποτέ τα κέρδη που ίσως έφερνε ένα άλλο με μεγαλύτερο ρίσκο. Σε κάθε περίπτωση, επισημαίνεται emphaticά ότι ο ρόλος των σεναρίων στις μέρες μας είναι συμπληρωματικός και αποτελεί ένα μέρος μιας ευρύτερης διαδικασίας μοντελοποίησης της πρόβλεψης.

## II.6. Η μέθοδος της στατιστικής έρευνας

Η μέθοδος της στατιστικής έρευνας είναι στην ουσία η συλλογή και επεξεργασία δείγματος δεδομένων μέσω της στατιστικής, που χρειάζεται να μελετηθεί, ώστε αφενός να περιγραφεί μία υφιστάμενη κατάσταση στο χρόνο και αφετέρου να αξιολογηθεί, ώστε να γίνουν οι απαραίτητες προβλέψεις και εν συνεχεία να παρθούν κατάλληλες αποφάσεις, οι οποίες θα οδηγήσουν σε ένα ευοίωνο μέλλον. Πρόκειται για μία μέθοδο η οποία εφαρμόζεται κυρίως σε τομείς κοινωνικούς, πολιτικούς οικονομικούς αλλά και επιστημονικούς.

Στη συνέχεια περιγράφεται η διάρθρωση σε 8 (οκτώ) στάδια ενός συγκεντρωτικού μοντέλου περιγραφής των διαδικασιών που ακολουθούνται κατά την υλοποίηση της μεθόδου της στατιστικής έρευνας, έτσι όπως αυτά καθορίζονται από το (Στατιστικό Τμήμα της Δημοκρατίας της Σλοβενίας, 2012).

1

### ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΝΑΓΚΩΝ ΚΑΙ ΑΙΤΗΜΑΤΩΝ

- Προσδιορισμός των αναγκαίων δεδομένων.
- Μελέτη των πηγών.
- Προσδιορισμός της μεθοδολογίας.

2

### ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ

- Προσδιορισμός των πηγών και χρονοπρογραμματισμός των ενεργειών.
- Καθορισμός των αποτελεσμάτων.
- Προετοιμασία της μεθοδολογίας για τη συλλογή του παρατηρούμενου δείγματος.
- Προετοιμασία για τη μεθοδολογία επεξεργασίας στατιστικών δεδομένων.
- Οργάνωση της συνεργασίας με άλλα θεσμικά όργανα και προγραμματισμός άντλησης δεδομένων από διοικητικές πηγές.
- Σχεδιασμός και σύνταξη ερωτηματολογίου.
- Προετοιμασία των πόρων επικοινωνίας με τα σημεία αναφοράς.
- Πειραματικός σχεδιασμός και υλοποίηση της έρευνας.

3

### ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΟΝΑΔΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ

- Προετοιμασία πηγών δεδομένων για την προετοιμασία πλαισίου δειγματοληψίας
- Προετοιμασία πλαισίου δειγματοληψίας
- Επιλογή μονάδων παρατήρησης
- Λίστα διευθύνσεών τους

4

### ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

- Προετοιμασία για τη συλλογή δεδομένων.
- Άντληση δεδομένων από διοικητικές πηγές.
- Συλλογή δεδομένων και επικοινωνία με τα σημεία αναφοράς.
- Ολοκληρωμένο δείγμα δεδομένων.



5

#### ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

- Επεξεργασία δεδομένων από διοικητικές πηγές.
- Επεξεργασία και διόρθωση λεπτομερειών στα πεδία των δεδομένων.
- Ενσωμάτωση πηγών δεδομένων.
- Καταμέτρηση ελλειπών δεδομένων
- Αποπληθωρισμός (Όπου είναι απαραίτητο, ανεξαρτητοποίηση μεταβλητών από τη μεταβολή της αξίας τους στο χρόνο ).
- Απόδοση βαρών.
- Υπολογισμός στατιστικών εκτιμήσεων (συνάθροιση).
- Ανίχνευση και εντοπισμός σφαλμάτων σε δεδομένα.
- Προετοιμασία πινάκων παρουσίασης αποτελεσμάτων.
- Προστασία στατιστικών δεδομένων(Αυστηρός καθορισμός πηγών , συνδέσμων και δομών επεξεργασίας).

6

#### ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

- Ανάλυση χρονοσειρών (Time series analysis).
- Ανάλυση επάρκειας και επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων.
- Ερμηνεία των αποτελεσμάτων (εξαγωγή πληροφορίας από τα δεδομένα).

7

#### ΔΙΑΔΟΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

- Επικαιροποίηση των αποτελεσμάτων.
- Παρουσίαση των αποτελεσμάτων.
- Δημοσίευση
- Υποστήριξη χρηστών και χορήγηση πρόσβασης στα αποτελέσματα.
- Αποθήκευση των στατιστικών μεγεθών και διασφάλισή τους.
- Αποθήκευση των μικρο-δεδομένων για μελλοντική χρήση.

8

#### ΣΥΓΓΡΑΦΗ ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

- Προετοιμασία συγγραφής της έρευνας.
- Συλλογή πληροφοριών για την ποιοτική αξιολόγηση της έρευνας (quality report).
- Αξιολόγηση της διαδικασίας.

Μερικά από τα **πλεονεκτήματα** της μεθόδου της στατιστικής έρευνας είναι τα εξής:

- Οι απαντήσεις είναι συγκεκριμένες και οργανωμένες και η συλλογή τους γρήγορη , μιας και μπορούν να χρησιμοποιηθούν μηχανικά εργαλεία για το σκοπό αυτό (διαδίκτυο, τηλέφωνο).
- Μπορεί να είναι συμφέρουσα οικονομικά αναλόγως από την έρευνα.
- Μπορεί να συλλέξει δεδομένα από μεγάλο μέγεθος δείγματος.

Ωστόσο, μερικά από τα **μειονεκτήματα** της μεθόδου αναφέρονται ακολούθως:

- Είναι αμφίβολη η ειλικρίνεια και η υπευθυνότητα αυτών που θα απαντήσουν στην έρευνα.
- Δεν είναι σίγουρος ο βαθμός κατανόησης των ερωτημάτων από αυτούς που θα απαντήσουν.
- Ακαμψία. Σε κάποιες περιπτώσεις, οι ερωτήσεις κλειστού τύπου περιορίζουν την εξαγωγή επαρκών δεδομένων και ίσως χρειάζεται άλλου είδους ανάπτυξη.

## II.7. Οι μέθοδοι πρόγνωσης μέσω τεχνολογικών προβλέψεων

Οι τεχνολογικές προβλέψεις (Technological Forecasts ή TF) ασχολούνται με την έρευνα και εφαρμογή σύγχρονων τεχνολογικών ανακαλύψεων και νέων τεχνολογικών τάσεων σε περιβάλλοντα επιστημονικά, τεχνολογικά, ανθρωπιστικά και κοινωνικά, που έχουν ανάγκη να βελτιωθούν, να πάρουν αποφάσεις ή και να χαράξουν νέες στρατηγικές.

Πολλές εταιρείες χρησιμοποιούν ήδη τις τεχνολογικές προβλέψεις για να δημιουργήσουν το χάρτη πορείας (roadmap) των πωλήσεών τους, ενώ υπάρχουν και παραδείγματα αρκετών κρατών που τις χρησιμοποιούν εξίσου για τη μελέτη και πρόβλεψη της οικονομικής τους πορείας.

Σύμφωνα με σχετικά πρόσφατη έρευνα (Madnick, et al., 2008-2009), υπάρχουν εκατοντάδες μέθοδοι πρόβλεψης μέσω τεχνολογίας, οι οποίες όμως μπορούν να ενταχθούν σε εννέα κατηγορίες:

1. Γνώμη ειδικών (π.χ. Delphi, συνεντεύξεις, συνεργατικές τεχνικές)
2. Ανάλυση τάσεων (π.χ. Trend Extrapolation, Trend Impact Analysis)
3. Μέθοδοι παρακολούθησης και νοημοσύνης (π.χ. Monitoring, Bibliometrics)
4. Στατιστικές μέθοδοι
5. Μοντελοποίηση και Προσομοίωση (π.χ. Demographics, Risk Analysis)
6. Σενάρια
7. Μέθοδοι Αξιολόγησης/Απόφασης/Οικονομικών (π.χ. Relevance tree approach).
8. Περιγραφικές μέθοδοι και μέθοδοι με πίνακες (π.χ. Analogies, Road mapping)
9. Δημιουργικές μέθοδοι (π.χ. καταιγισμός ιδεών, δημιουργικές ομάδες).

Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου είναι κάθε φορά σημαντικό θέμα προς διερεύνηση. Το 1995, οι Levary και Han (Levary & Han, 1995), (βλ. επίσης (Firat, et al., 2008)) όρισαν τρεις βασικούς παράγοντες που θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη για την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου TF:

1. Την έκταση της διαθεσιμότητας των δεδομένων
2. Το βαθμό της εγκυρότητας των δεδομένων
3. Το βαθμό ομοιότητας της προτεινόμενης τεχνολογίας με τις ήδη υπάρχουσες.

Η κατηγοριοποίηση της κάθε περίπτωσης σε κάθε έναν από τους παραπάνω παράγοντες, γίνεται με διαβάθμιση μικρός/χαμηλός, μέσος/μέτριος και μεγάλος/υψηλός. Σύμφωνα με τους Levary και Han, για μια περίπτωση με μικρό όγκο δεδομένων χαμηλής ή μεσαίας εγκυρότητας και χωρίς καμία ομοιότητα της προτεινόμενης τεχνολογίας με άλλες ήδη υπάρχουσες, η καλύτερη επιλογή θα είναι μία μέθοδος βασιζόμενη σε γνώμες ειδικών όπως, παραδείγματος χάριν, η μέθοδος Delphi.

Άλλη μέθοδος επιλογής καταλληλότερης μεθόδου TF, είναι αυτή «του καλύτερου ταιριάσματος», που προκύπτει από την αξιολόγηση ομάδας ειδικών.

Η πράξη έχει δείξει ότι, παρόλο που υπάρχει πληθώρα μεθόδων πρόβλεψης μέσω της τεχνολογίας, συνήθως εφαρμόζεται συνδυασμός περισσότερων από δύο, για την επίτευξη πιο αξιόπιστης πρόβλεψης.

# Κεφάλαιο III

## Ποσοτική Πρόβλεψη.

### Μαθηματικές Μέθοδοι

#### III.1. Μαθηματική Μοντελοποίηση

**Μαθηματική Μοντελοποίηση** είναι η κωδικοποίηση των διεργασιών ενός φαινομένου στη γλώσσα των Μαθηματικών η οποία έχει την αποκλειστική ικανότητα να περιγράφει και να ερμηνεύει με ακρίβεια οποιαδήποτε διαδικασία αποτελείται από διαδοχικά και λογικά βηματικά στάδια. Είναι σαφές πως, λόγω της αποκλειστικής αυτής ικανότητας των Μαθηματικών και προκειμένου η Μαθηματική Μοντελοποίηση να είναι άρτια, απαιτείται γνώση, υπευθυνότητα και σαφήνεια στην κωδικοποίηση του φαινομένου.

Η Μαθηματική Μοντελοποίηση, ως λογική διεργασία, τροφοδοτείται από τα δεδομένα προς επεξεργασία είτε δημιουργεί νέα δεδομένα, τα οποία επεξεργάζεται αμφότερα με απώτερο σκοπό την παραγωγή αποτελέσματος το οποίο πρέπει να αξιοποιηθεί σε επόμενο βηματικό στάδιο. Η αξιολόγηση του αποτελέσματος, βασίζεται ισοβαρώς τόσο στην πληρότητα και εγκυρότητα των δεδομένων, όσο και στην αξιοπιστία και επάρκεια του μοντέλου που θα τα επεξεργαστεί.

Προϊόντα Μαθηματικής Μοντελοποίησης είναι τα **Μαθηματικά Μοντέλα** τα οποία αποτελούνται από τις λεγόμενες **μεταβλητές ενδιαφέροντος**, οι οποίες είτε έχουν σαφώς οριστεί είτε εισάγονται και περιγράφονται από τις μεταξύ τους μαθηματικές σχέσεις.

Οι κυριότεροι τύποι Μαθηματικών Μοντέλων διακρίνονται ανάλογα με τη δομή τους και μπορούν να παρουσιαστούν συνοπτικά ως ακολούθως:

1. **Στατικά και Δυναμικά Μοντέλα** (wikipedia).

Τα δυναμικά μοντέλα μελετούν ένα σύστημα το οποίο εξαρτάται από το χρόνο, υπό την έννοια ότι οι μεταβλητές του συστήματος είναι συναρτήσεις του χρόνου, ενώ, αντιθέτως, στα στατικά μοντέλα ο χρόνος δεν επηρεάζει διόλου τις τιμές των μεταβλητών του συστήματος.

2. **Μηχανιστικά και Εμπειρικά Μοντέλα** (Lawson & Marion, 2008).

Ενώ τα εμπειρικά μοντέλα εξάγουν αποτελέσματα μελετώντας μόνο ποσοτικά τις μεταβολές που συμβαίνουν σε ένα σύστημα, τα μηχανιστικά μοντέλα εξάγουν αποτελέσματα χρησιμοποιώντας θεωρητικό υπόβαθρο και ταυτόχρονα μελετούν και λαμβάνουν υπόψη τους μηχανισμούς που προκαλούν τις μεταβολές σ' αυτό.

### 3. **Αιτιοκρατικά (Ντετερμινιστικά) και Στοχαστικά Μοντέλα.**

Η **αιτιοκρατία** (ντετερμινισμός, determinism) είναι η φιλοσοφική τάση που επηρέασε ιδιαιτέρως την επιστημονική σκέψη από την αρχαιότητα μέχρι και σήμερα. Αποδέχεται την ύπαρξη της αιτιότητας, την καθολική αιτιώδη και νομοτελειακή συνάφεια όλων των φαινομένων (wikipedia). Προς αυτή την κατεύθυνση, τα αιτιοκρατικά (ντετερμινιστικά) μοντέλα, δεν δέχονται την τυχαία μεταβολή και, ως εκ τούτου, για συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων, δίνουν πάντα τα ίδια αποτελέσματα ή προβλέψεις. Αντίθετα, τα στοχαστικά μοντέλα, δέχονται την ύπαρξη της τυχαιότητας κι έτσι τόσο το σύνολο των δεδομένων, όσο και η πληροφορία που εξάγεται από την επεξεργασία τους, ενέχουν πλήρως τα χαρακτηριστικά της τυχαιότητας και της πιθανότητας.

### 4. **Μη Πεπλεγμένα (Explicit) και Πεπλεγμένα (Implicit) Μοντέλα.**

Όταν όλα τα δεδομένα είναι γνωστά και τα αποτελέσματα της εισόδου μπορούν να υπολογιστούν από ένα συγκεκριμένο σύνολο πράξεων/εντολών αποδίδοντας τη λύση μέσω ενός κλειστού μαθηματικού τύπου ο οποίος μπορεί να επιλυθεί με αναλυτικές μεθόδους, τότε το μοντέλο ονομάζεται μη πεπλεγμένο (σαφές, ρητό, συγκεκριμένο, explicit). Υπάρχουν όμως περιπτώσεις στις οποίες τα αποτελέσματα της εισόδου παρουσιάζονται εμφυτευμένα μέσα σε τύπους οι οποίοι δεν είναι δυνατόν να επιλυθούν με αναλυτικές μεθόδους. Τα μοντέλα αυτά ονομάζονται πεπλεγμένα (implicit) (wikipedia).

### 5. **Διακριτά και Συνεχή Μοντέλα (wikipedia).**

Ένα διακριτό μοντέλο θεωρεί ότι οι μεταβλητές του λαμβάνουν μόνον διακριτές τιμές, όπως, για παράδειγμα, η μεταβλητή που αναπαριστά τον αριθμό των γεννήσεων ή τον αριθμό των παιδιών σε μια απογραφή. Τα συνεχή μοντέλα από την άλλη, δέχονται και επεξεργάζονται συνεχή δεδομένα, όπως για παράδειγμα, η θερμοκρασία ενός σώματος ή η ταχύτητα ενός οχήματος.

### 6. **Γραμμικά και Μη Γραμμικά Μοντέλα (wikipedia).**

Γραμμικό είναι ένα μαθηματικό μοντέλο του οποίου όλες οι εξισώσεις που συνδέουν τις μεταβλητές του μοντέλου είναι γραμμικές. Εάν μία ή περισσότερες εξισώσεις που συνδέουν τις μεταβλητές του προβλήματος είναι μη γραμμικές, τότε το μοντέλο χαρακτηρίζεται ως μη γραμμικό. Γενικά, τα μη γραμμικά συστήματα είναι δύσκολο να μοντελοποιηθούν και για το λόγο αυτό, επιχειρείται η **γραμμικοποίησή** τους (linearization) μέσω αλγορίθμων της μαθηματικής μοντελοποίησης.

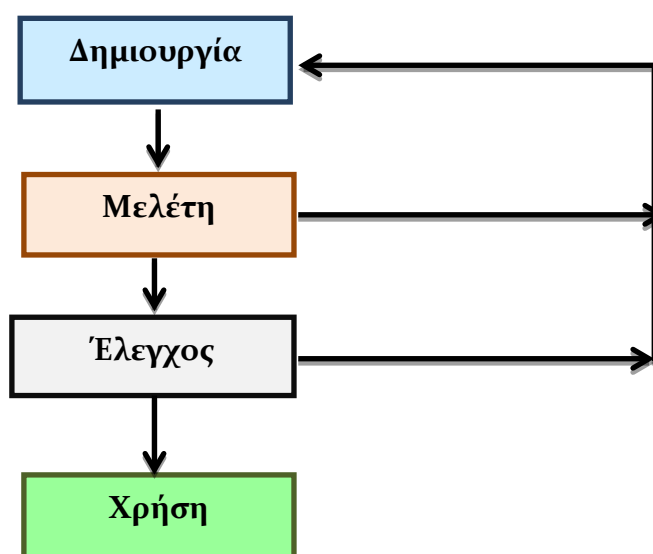
7. **Μοντέλα Προσομοίωσης** (Barnes & Fulford, 2015)

Στα μοντέλα αυτά, ο αλγόριθμος επεξεργασίας περιγράφει ένα πραγματικό σύστημα και προσπαθεί να προβλέψει τη συμπεριφορά του κάτω από διάφορες συνθήκες οι οποίες αποτελούν μέρος των δεδομένων της εισόδου του. Επισημαίνεται ότι τα δεδομένα της εισόδου μπορεί να είναι πραγματικές τιμές ή προϊόν γεννήτριας τιμών. Κατά κύριο λόγο, τα μοντέλα προσομοίωσης είναι μοντέλα λογικής αλληλουχίας γεγονότων και καταστάσεων και παρέχουν τη δυνατότητα ασφαλούς και ευέλικτης διαχείρισης ενός συστήματος στο οποίο ο πραγματικός πειραματισμός μπορεί να μην είναι εφικτός, να ενέχει κίνδυνο, να είναι χρονοβόρος ή να απαιτεί μεγάλο οικονομικό κόστος.

8. **Στατιστικά Μοντέλα** (Barnes & Fulford, 2015, p. 6).

Τα στατιστικά μοντέλα, ασχολούνται με τη μελέτη, μέσω στατιστικής, εμπειρικών δεδομένων, με σκοπό την ανάλυση μιας υπάρχουσας κατάστασης, ή την ανάλυση και πρόγνωση της μελλοντικής συμπεριφοράς ενός συστήματος.

Τα βασικά στάδια δημιουργίας ενός Μαθηματικού Μοντέλου συνοψίζονται παρακάτω στο σχήμα 4 (Lawson & Marion, 2008) :



**Σχήμα 4. Τα στάδια δημιουργίας ενός Μαθηματικού Μοντέλου**

Τα μαθηματικά μοντέλα χρησιμοποιούνται ευρέως σε πεδία επιστημονικών, τεχνολογικών και πρακτικών εφαρμογών, όπως οι φυσικές επιστήμες, η στρατιωτική επιστήμη, η βιολογία, η ιατρική, η μηχανολογία, η ηλεκτρολογία, τα ηλεκτρονικά, τα οικονομικά, η πολιτική, η λήψη αποφάσεων, η ψυχολογία, η ψυχιατρική κλπ.

Συχνά, παράγοντες όπως η αυξημένη πολυπλοκότητα των συστημάτων, η έλλειψη επαρκούς θεωρητικής βάσης για τη μοντελοποίηση του φαινομένου, το υψηλό κόστος ανάπτυξης του μοντέλου, η αβεβαιότητα ή οι αλληλεπιδράσεις με εξωγενείς παράγοντες, μπορεί να καταστήσουν την ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου από δύσκολη έως αδύνατη.

Εξίσου επικίνδυνη μπορεί να είναι η καταφυγή σε μεγάλο πλήθος υποθέσεων ή η υπεραπλούστευση του φαινομένου, προκειμένου να καταστεί δυνατή η μοντελοποίησή του, αφού μπορεί να οδηγήσει στη δημιουργία ανεπαρκούς μοντέλου με μη εφαρμόσιμα αποτελέσματα.

## III.2. Μοντελοποίηση Πρόβλεψης

Η μοντελοποιημένη πρόβλεψη, μπορεί να βρει εφαρμογή αφενός στην πρόβλεψη της συμπεριφοράς ενός συστήματος υπό συνθήκες βέβαιες ή με κάποιο βαθμό αβεβαιότητας, αφετέρου στην ανάλυση και μελέτη συμβάντος που έχει ήδη λάβει χώρα υπό συνθήκες που πρέπει να διερευνηθούν όπως, για παράδειγμα, ο προσδιορισμός υπόπτων σε ένα έγκλημα (wikipedia, 2018) .

Γενικά, χαρακτηριστικά της πρόβλεψης αποτελούν η αβεβαιότητα και το ρίσκο, τα οποία μειώνονται αμφότερα όσο πιο έγκυρα είναι τα δεδομένα εισόδου στο μοντέλο και όσο καλύτερο είναι το μοντέλο πρόβλεψης που τα επεξεργάζεται.

### III.2.1. Στοιχειώδεις μαθηματικές μέθοδοι πρόβλεψης

#### III.2.1.i. Προσέγγιση με το Μέσο Όρο

Με τη μέθοδο αυτή, οι μελλοντικές τιμές των μεταβλητών ενός συστήματος είναι ίσες με το μέσο όρο των τιμών που είχαν οι μεταβλητές στο παρελθόν.

Έτσι, γενικά, αν συμβολίσουμε με  $F_t$  το διάνυσμα με συνιστώσες τις μεταβλητές ενδιαφέροντος του συστήματος, τότε, για μία σειρά παρελθοντικών παρατηρήσεων  $y_1, \dots, y_T$ , η τιμή του διανύσματος  $F_t$  κατά τη μελλοντική χρονική στιγμή  $h$  προσεγγίζεται από τον παρακάτω τύπο, ο οποίος, επί της ουσίας αποδίδει το μέσο όρο των τιμών των παρελθοντικών παρατηρήσεων (wikipedia):

$$\hat{F}_{T+h|T} = \bar{y} = \frac{y_1 + \dots + y_T}{T}. \quad (3.2.1.1)$$

## α. Η μέθοδος των κινούμενων μέσων όρων

Ειδική περίπτωση στοιχειώδους μαθηματικής πρόβλεψης με χρήση μέσου όρου, είναι ο υπολογισμός του μέσου όρου των τιμών  $n$  παρατηρήσεων σε **συγκεκριμένες χρονικές στιγμές** του παρελθόντος. Τότε, λέμε ότι η πρόβλεψη γίνεται με **κινούμενους (ή κινητούς) μέσους όρους** (moving averages). Έτσι, για παράδειγμα, έχουμε τον κινούμενο μέσο όρο δέκα ημερών, όταν η πρόγνωση βασίζεται στο μέσο όρο των παρατηρήσεων των τελευταίων δέκα ημερών, ή τον κινούμενο μέσο όρο τριμήνου, όταν η πρόγνωση βασίζεται στο μέσο όρο των παρατηρήσεων των τελευταίων τριμήνων.

Ιδιαίτερως συνηθισμένη είναι η πρόγνωση  $F_t$  της συμπεριφοράς ενός συστήματος κατά τη μελλοντική χρονική στιγμή  $t$ , όταν χρησιμοποιηθούν οι τιμές  $D_n$  των παρατηρήσεων που έγιναν κατά τις  $n$  **τελευταίες** χρονικές στιγμές (ημέρες, μήνες, χρόνια κ.λπ.). Η στοιχειώδης πρόγνωση αυτή δίνεται από τον τύπο (Lindeke) :

$$F_t = \frac{D_{t-1} + D_{t-2} + \dots + D_{t-n}}{n} \quad (3.2.1.2)$$

Μία μορφή της μεθόδου αυτής είναι η μέθοδος των **σταθμισμένων κινούμενων μέσων όρων** και αφορά την απόδοση βαρών σε συγκεκριμένα δεδομένα των παρατηρήσεων που έγιναν κατά τις  $n$  **τελευταίες** χρονικές στιγμές, αναλόγως της σπουδαιότητάς τους για την εκάστοτε έρευνα.

Ωστόσο, είναι φανερό πως κάθε πρόγνωση που μετέρχεται τη μέθοδο των κινούμενων μέσων, αν και είναι κατανοητή, εύκολη στον υπολογισμό και δίνει ξεκάθαρες και άμεσες προβλέψεις, στερείται γενικά αξιοπιστίας, αφού αγνοεί πλήρως την υπεισερχόμενη αβεβαιότητα, τις τάσεις που προκαλούν μεταβολές στις τιμές των μεταβλητών, καθώς και την πολυπλοκότητα της μεταξύ τους σχέσης.

## β. Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης

Η **μέθοδος της εκθετικής ή μονόπλευρης εξομάλυνσης** (exponential smooth method) είναι ένας τύπος της μεθόδου των σταθμισμένων κινούμενων μέσων όρων στον οποίο αποδίδονται **βάρη** με **φθίνουσα τιμή** στις παρατηρήσεις του παρελθόντος. Ο τρόπος υπολογισμού της πρόγνωσης  $F_{t+1}$  για τη χρονική στιγμή  $t + 1$ , υπολογίζεται ως εξής (Lindeke, pp. 20-24) :

$$F_{t+1} = \alpha D_t + (1 - \alpha) F_t = F_t - \alpha (F_t - D_t) \quad (3.2.1.3)$$

όπου

$D_t$  η πιο πρόσφατη παρατήρηση,

$F_t$  η προηγούμενη πρόβλεψη,

$(F_t - D_t)$  είναι το σφάλμα της προηγούμενης πρόβλεψης και



$\alpha$  η **σταθερά εξομάλυνσης**, η οποία κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1: μικρές τιμές του  $\alpha$  δίνουν σταθερότητα στην προβλεπόμενη τιμή, ενώ μεγαλύτερες τιμές δίνουν πιο ευμετάβλητη, πιο λεπτομερή παρακολούθηση του φαινομένου.

Στη γενικότερη περίπτωση κατά την οποία κρίνεται απαραίτητο να ληφθούν υπόψη οι παρατηρήσεις και οι προβλέψεις προηγούμενων χρονικών στιγμών, ο τύπος (3.2.1.3) μπορεί ευλόγως να γενικευθεί ως εξής :

$$\begin{aligned} F_{t+1} &= \alpha D_t + (1-\alpha)F_t \\ &= \alpha D_t + (1-\alpha)[\alpha D_{t-1} + (1-\alpha)F_{t-1}] \\ &= \alpha D_t + (1-\alpha)\alpha D_{t-1} + (1-\alpha)^2[\alpha D_{t-2} + (1-\alpha)F_{t-2}] \\ &\dots\dots\dots \\ &= \sum_{v=0}^n \alpha (1-\alpha)^v D_{t-v} + (1-\alpha)^{n+1} F_{t-n} \end{aligned} \quad (3.2.1.4)$$

με την τιμή της σταθεράς εξομάλυνσης να βρίσκεται (πάντα) μεταξύ 0 και 1:  $0 < \alpha < 1$ .

### γ. Η μέθοδος του Holt

Η **μέθοδος του Holt** (Holt's method) (Lindeke, pp. 31-33) αφορά σε διπλή εκθετική εξομάλυνση και μπορεί να εφαρμοστεί όταν απαιτείται προσαρμογή στην τάση αυξητική ή φθίνουσα επί των τιμών δεδομένων μιας χρονοσειράς.

Με τον όρο χρονοσειρά εννοούμε μια σειρά από παρατηρήσεις που παίρνονται σε ορισμένες χρονικές στιγμές ή περιόδους (που συνήθως ισαπέχουν μεταξύ τους). Γενικότερα, με τον όρο χρονοσειρά εννοούμε συνήθως μια ακολουθία ( $x_t: t = 0, 1, 2, \dots$ ) όπου κάθε  $x_t$  εκφράζει την κατά την χρονική στιγμή  $t$  τιμή της παρατηρηθείσας μετρούμενης κατάστασης ενός συστήματος το οποίο εξελίσσεται στο χρόνο κατά τυχαίο εν γένει τρόπο (stochastic system).

Η προσαρμογή στην τάση των δεδομένων επιβάλλει τη θεώρηση δύο ξεχωριστών σταθερών: μίας σταθεράς  $\alpha \in ]0, 1[$  για την εξομάλυνση των τιμών της χρονοσειράς η οποία καλείται **συλλαμβάνουσα σταθερά εξομάλυνσης** (intercept) και μίας σταθεράς  $\beta \in ]0, 1[$  για την εξομάλυνση της τάσης που καλείται **υπερτείνουσα σταθερά εξομάλυνσης** (slope).

Με τη βοήθεια των σταθερών αυτών, οι εκτιμήσεις για την εξομάλυνση  $S_i$  των τιμών της χρονοσειράς και την εξομάλυνση  $G_i$  των τιμών της τάσης δίνονται από τους εξής τύπους:

$$S_i = \alpha D_i + (1-\alpha)(S_{i-1} + G_{i-1}) \text{ και } G_i = \beta (S_i - S_{i-1}) + (1-\beta)G_{i-1} \quad (3.2.1.5)$$

όπου

$D_i$  είναι η προαπαιτούμενη παρατήρηση,

$S_i$  είναι η τρέχουσα εκτίμηση για την εξομάλυνση των τιμών της χρονοσειράς,  
 $G_i$  είναι η τρέχουσα εκτίμηση για την εξομάλυνση των τιμών της τάσης,  
 $S_{i-1}$  και  $G_{i-1}$  οι τελευταίες εκτιμήσεις για τη εξομάλυνση των τιμών της χρονοσειράς και  
 εξομάλυνση των τιμών της τάσης, αντίστοιχα.

Τότε, η τιμή της πρόβλεψης για τη χρονική στιγμή  $\tau$  δίνεται από τον τύπο:

$$F_{t,t+\tau} = S_t + \tau G_t. \quad (3.2.1.6)$$

### III.2.1.ii. Η απλή παρελθοντική μέθοδος

Με την **απλή παρελθοντική μέθοδο** ή **μέθοδο Naïve** (naïve approach) (wikipedia), η πρόβλεψη για τη χρονική στιγμή  $h$  ισούται με την τελευταία παρατήρηση.

Εφαρμόζεται συνήθως σε δεδομένα χρονοσειρών κάτω από αστάθμητους παράγοντες οι οποίοι δεν μπορούν να υπολογιστούν με ακρίβεια. Η τιμή της πρόβλεψης  $\hat{y}_{T+h|T}$  για τη χρονική στιγμή  $h$  δεδομένης της τελευταίας παρατήρησης  $y_T$ , δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_T. \quad (3.2.1.7)$$

### III.2.1.iii. Η απλή μέση παρελθοντική μέθοδος

Μία παραλλαγή της μεθόδου Naïve δέχεται ότι η πρόβλεψη μπορεί να μεταβάλλεται και η μεταβολή της για τη χρονική στιγμή  $h$ , ισούται με το μέσο όρο των μεταβολών που παρατηρήθηκαν στο παρελθόν.

Πρόκειται για την **απλή μέση παρελθοντική μέθοδο** (drift method), στην οποία η τιμή της πρόβλεψης  $\hat{y}_{T+h|T}$  κατά τη χρονική στιγμή  $h$  θα ισούται με:

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_T + \frac{h}{T-1} \sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1}) = y_T + h \left( \frac{y_T - y_1}{T-1} \right). \quad (3.2.1.8)$$

όπου  $y_1$  και  $y_T$  είναι η πρώτη και η τελευταία παρατήρηση αντίστοιχα.

### III.2.1.iv. Η απλή εποχική μέθοδος

Όταν το φαινόμενο χαρακτηρίζεται από εποχική συμπεριφορά τότε μπορεί να εφαρμοστεί η εποχική προσέγγιση της μεθόδου Naïve. Πρόκειται για την **απλή εποχική μέθοδο** (seasonal naïve approach), σύμφωνα με την οποία κάθε πρόβλεψη συγκεκριμένης χρονικής περιόδου θα είναι ίση με την τελευταία τιμή της παρατήρησης που πραγματοποιήθηκε την περίοδο αυτή. Έτσι, για μία χρονική στιγμή  $T + h$ , η προβλεπόμενη τιμή  $\hat{y}_{T+h|T}$  υπολογίζεται ως εξής:

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_{T+h} - km. \quad (3.2.1.9)$$

όπου

$m$  είναι η χρονική περίοδος ενδιαφέροντος και

$k$  είναι ο μικρότερος ακέραιος που είναι μεγαλύτερος από  $(h - 1)/m$ .

## III.2.2. Προηγμένες μαθηματικές μέθοδοι πρόβλεψης

### III.2.2.i. Οι Μέθοδοι των Χρονοσειρών

Οι **μέθοδοι των χρονοσειρών** (time series methods) μελετούν τη συμπεριφορά ενός δείγματος δεδομένων ενδιαφέροντος, το οποίο λαμβάνεται “συν τω χρόνω” και παρουσιάζει εσωτερική επαναλαμβανόμενη δομή όπως εποχικότητα ή τάση.

Θεωρώντας ως χρονοσειρά (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods) μία ακολουθία παρατηρήσεων της συμπεριφοράς μιας μεταβλητής (οι οποίες έχουν συνήθως πραγματοποιηθεί κατά τη διάρκεια ίσων χρονικών περιόδων), οι μέθοδοι των χρονοσειρών εφαρμόζονται στοχεύοντας στην ανάλυση και κατανόηση των αλληλοσυσχετίσεων και των δομών που παρήγαγαν τα παρατηρούμενα δεδομένα και βάσει αυτών, στη δημιουργία και εφαρμογή ενός μοντέλου το οποίο θα προβλέψει τη συμπεριφορά της μεταβλητής στο μέλλον ή θα αναλύσει τη συμπεριφορά της στο παρελθόν.

Οι μέθοδοι χρονοσειρών βρίσκουν εφαρμογή σε τομείς όπως (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods) :

- ✓ η οικονομική πρόβλεψη (economic forecasting),
- ✓ η πρόβλεψη πωλήσεων (sales forecasting),
- ✓ η δημοσιονομική ανάλυση (budgetary analysis),
- ✓ η χρηματιστηριακή ανάλυση (stock market analysis),

- ✓ οι μελέτες απογραφής (inventory studies),
- ✓ οι προβολές φόρτου εργασίας (workload projections) και
- ✓ οι μελέτες χρησιμότητας (utility studies).

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι χρονοσειρών, μερικές από τις οποίες είναι:

### **α. Οι μέθοδοι εξομάλυνσης**

Οι μέθοδοι εξομάλυνσης, οι οποίες αφαιρούν τυχαίες διακυμάνσεις των τιμών των μεταβλητών και δημιουργούν τάσεις και κυκλικές δομές (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods). Μέθοδοι αυτής της κατηγορίας οι οποίες αναπτύχθηκαν προηγουμένως είναι οι εξής :

- Η μέθοδος των κινούμενων μέσων όρων
- Η μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης
- Η μέθοδος του Holt
- Η απλή παρελθοντική μέθοδος και οι παραλλαγές αυτής.

### **β. Οι μέθοδοι των χρονοσειρών μιας μεταβλητής**

Οι μέθοδοι των χρονοσειρών μιας μεταβλητής (univariate time series models), αναφέρονται σε μια χρονοσειρά που αποτελείται από παρατηρήσεις των τιμών μίας και μόνο μεταβλητής ενδιαφέροντος καταγεγραμμένες χρονικά σε ισαπέχουσες χρονικές στιγμές, για παράδειγμα οι μηνιαίες συγκεντρώσεις CO<sub>2</sub> (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods). Μερικά μοντέλα τέτοιων μεθόδων που χρησιμοποιούν χρονοσειρές αυτής της μορφής είναι:

- Τα **σύνολα δειγματικών δεδομένων**(sample datasets)
- Το **διάγραμμα διαδοχικών τιμών**(run sequence plot) (Engineering Statistics Handbook) που εφαρμόζεται σε χρονοσειρές όπου όλα ή τα βασικότερα πιθανοθεωρητικά χαρακτηριστικά τους παραμένουν αναλλοίωτα υπεράνω του χρόνου. Συνήθως, εκδηλώνεται μία στασιμότητα (stationarity) η οποία ανιχνεύεται με τη δημιουργία ενός διαγράμματος διαδοχικών τιμών (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods). Με τον τρόπο αυτό επίσης μπορεί να ανιχνευθεί και η εποχικότητα.
- Τα **διαγράμματα εποχικών υποσειρών** (seasonal subseries plots) (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods) που συνιστούν έναν τρόπο να ανιχνευθεί η εποχικότητα μιας χρονοσειράς. Εναλλακτικός τρόπος ανίχνευσης της εποχικότητας είναι επίσης και το Box Plot (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods).

## γ. Τα μοντέλα Box-Jenkins

Τα μοντέλα Box-Jenkins (Box-Jenkins models), που ονομάστηκαν έτσι από τους στατιστικούς George Box και Gwilym Jenkins, εφαρμόζουν μοντέλα αυτορρυθμιζόμενου κινούμενου μέσου (autoregressive moving average ARMA) ή αυτόματης αντιστροφής κινητού μέσου (autoregressive integrated moving average ARIMA) για να βρουν την καλύτερη προσαρμογή ενός μοντέλου χρονοσειρών σε προηγούμενες τιμές μια χρονοσειράς.

Για λόγους πληρότητας, παρακάτω, θα δοθεί μία συνοπτική περιγραφή των δύο αυτών μοντέλων.

### i. Το μοντέλο του αυτορρυθμιζόμενου κινούμενου μέσου (ARMA)

Το μοντέλο (autoregressive moving average), ARMA είναι ένας συνδυασμός των μοντέλων AR και MA.

- Το μοντέλο AR είναι το λεγόμενο **αυτορρυθμιζόμενο μοντέλο** (Autoregressive Model) το οποίο ορίζεται ως (Engineering Statistics Handbook):

$$X_t = \delta + \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + A_t \quad (3.2.2.1)$$

όπου

$X_t$  είναι η χρονοσειρά,

$A_t$  είναι ο λευκός θόρυβος,

$\delta = (1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i) \mu$ , με το  $\mu$  να δηλώνει τη μέση τιμή της διαδικασίας,

$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$  είναι συντελεστές του μοντέλου και

$p$  είναι η τελευταία στιγμή της χρονοσειράς  $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p}$ , η οποία καθορίζει και την τάξη του μοντέλου AR(p)

- Το μοντέλο MA είναι το λεγόμενο μοντέλο του κινούμενου μέσου (Moving Average) και ορίζεται ως εξής:

$$X_t = \mu + A_t - \dots - \theta_1 A_{t-1} - \theta_2 A_{t-2} - \dots - \theta_q A_{t-q} \quad (3.2.2.2)$$

όπου

$X_t$  η χρονοσειρά τη χρονική στιγμή  $t$ ,  $\mu$  η μέση τιμή της σειράς,

$A_t, \dots, A_{t-q}$  είναι οι τιμές του λευκού θορύβου,

$\theta_1, \dots, \theta_q$  είναι οι παράμετροι του μοντέλου και

η τιμή του  $q$  είναι η τάξη του μοντέλου MA(q).

Έχοντας υπόψη τα ανωτέρω, η μέθοδος ARMA ορίζεται ως εξής (Engineering Statistics Handbook) :

$$X_t = \delta + \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + A_t - \theta_1 A_{t-1} - \theta_2 A_{t-2} - \dots - \theta_q A_{t-q} \quad (3.2.2.3)$$

Το μοντέλο συμβολίζεται ως ARMA( $p, q$ ).

*ii. Το μοντέλο του αυτορρυθμιζόμενου ολοκληρωμένου κινούμενου μέσου (ARIMA)*

Επισημαίνεται πως οι Box και Jenkins θεωρούν ότι οι χρονοσειρές είναι στάσιμες. Στην αντίθετη περίπτωση, συνιστούν την εφαρμογή της **μεθόδου του αυτορρυθμιζόμενου ολοκληρωμένου κινούμενου μέσου** (autoregressive integrated moving average ARIMA), για την ενσωμάτωση των διαφορών, ώστε η χρονοσειρά να γίνει στάσιμη. Όταν δεν υπάρχει στασιμότητα, ένα ARMA( $p, q$ ) μοντέλο γίνεται ARIMA( $p, d, q$ ), όπου το  $d$  υποδηλώνει τον αριθμό των διαφοροποιήσεων που απαιτούνται ώστε η χρονοσειρά να γίνει στάσιμη (Moosa, 2016, p. 83).

### δ. Οι μέθοδοι των πολυμεταβλητών χρονοσειρών

Πολυμεταβλητές χρονοσειρές (multivariate time series) είναι οι χρονοσειρές των οποίων οι παρατηρήσεις είναι διανύσματα τα οποία έχουν συνιστώσες τις τιμές αντίστοιχων μεταβλητών και μελετούνται προκειμένου να προσδιορισθεί κάποια εσωτερική δομή που θα αποτελέσει τη βάση για την κατανόηση και πρόβλεψη της συμπεριφοράς του συστήματος κάτω από διάφορες συνθήκες.

Η πολυμεταβλητή μορφή μιας μονοδιάστατης χρονοσειράς (univariate time series models) των Box-Jenkins, ονομάζεται **διανυσματικό ARMA μοντέλο** ή απλά **μοντέλο ARMAV**.

Το μοντέλο ARMA (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods) για μία στάσιμη πολυμεταβλητή χρονοσειρά με διάνυσμα μηδενικού μέσου όρου (mean vector ή centroid vector) (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods), ορίζεται ως:

$$x_t = (x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{n,t})^T, -\infty < t < \infty \quad (3.2.2.4)$$

με

$$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.2.2.5)$$

όπου

$x_t$  και  $a_t$  είναι  $(n \times 1)$  – διανύσματα με το  $a_t$  να παριστάνει τον πολυμεταβλητό λευκό θόρυβο,  $\varphi_k = \{\varphi_{k,j}\}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ,  $p$  είναι  $(n \times n)$  – πίνακες για τις αυτορρυθμιζόμενες παραμέτρους κινητού μέσου,

$$E[a_t] = 0,$$

$$E[a_t a'_{t-k}] = 0, k \neq 0 \text{ και}$$

$$E[a_t a'_{t-k}] = \Sigma_\alpha, k = 0, \text{ όπου } \Sigma_\alpha \text{ είναι ο πίνακας της διασποράς ή της συνδιακύμανσης του } a_t.$$

### III.2.2.ii. Οι Μέθοδοι Τεχνητής Νοημοσύνης

#### α. Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (Artificial neural networks ή ANNs) είναι συστήματα που τρέχουν αλγόριθμους που βασίζονται σε βιολογικά νευρωνικά δίκτυα. Η αρχική ιδέα ήταν εμπνευσμένη από τις διαδικασίες των εγκεφάλων των ζώων, αλλά αργότερα, στόχος ήταν η δημιουργία αλγορίθμων και η επίλυση προβλημάτων σύμφωνα με τον τρόπο που σκέφτεται ο ανθρώπινος εγκέφαλος (wikipedia).

Σε αυτά τα συστήματα, οι έξοδοι και οι παλαιότερες διαδικασίες, αποτελούν πρότερη γνώση που θα χρησιμοποιηθεί τις επόμενες φορές όπου είναι απαραίτητο. Οι ANNs είναι σε θέση να συγχωνεύσουν, να συνδυάσουν, να συνθέσουν και να συνδυάσουν νέα δεδομένα και νέες διαδικασίες με παλαιότερες και να τα επεξεργαστούν με πολλούς τρόπους · αυτό περιλαμβάνει τη μετάδοση πληροφοριών προς την αντίθετη κατεύθυνση, ή την εκτέλεση αλγορίθμων οπίσθιου πολλαπλασιασμού (back-propagation algorithms), προκειμένου όχι μόνο να δώσουν τις ζητούμενες πληροφορίες, αλλά και να εκπαιδευτούν.

Μερικές χρήσεις των τεχνητών νευρωνικών δικτύων:

- ✓ **Ταξινόμηση**

Δεδομένου ενός συνόλου δεδομένων ή ενός σχεδίου, ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να εκπαιδευτεί για να ταξινομήσει σε μια προκαθορισμένη τάξη.

- ✓ **Ομαδοποίηση**

Δυνατότητα εντοπισμού ενός άγνωστου χαρακτηριστικού δεδομένων εισόδου και ταξινόμησή του σε προκαθορισμένες κατηγορίες.

- ✓ **Πρόβλεψη**

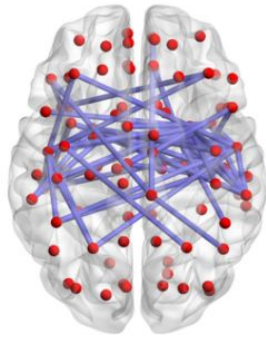
Από μια δεδομένη είσοδο, είναι σε θέση να παράγουν μια αναμενόμενη έξοδο.

- ✓ **Συσχέτιση**

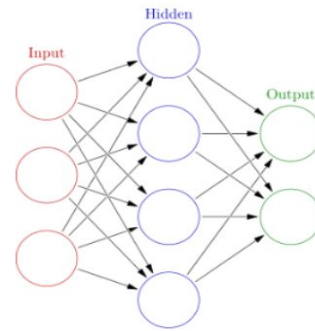
Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, μπορούν να αναγνωρίσουν ένα πλαστό μοτίβο όταν δεν είναι το συγκεκριμένο μοτίβο που εκπαιδεύτηκαν να θυμούνται και είτε να το συσχετίσουν με άλλο, είτε να το απορρίψουν. Δεδομένου ότι η δομή τους βασίζεται σε βιολογικούς νευρώνες, τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα περιέχουν μεγάλο αριθμό τεχνητών νευρώνων που συνενώνονται μεταξύ τους (σχήμα 6) . Τα ANNs αναπαρίστανται από ένα κατευθυνόμενο σταθμισμένο γράφημα το οποίο εκτελεί μια διαδικασία που ονομάζεται *μάθηση* και διέπεται από έναν κανόνα *μάθησης* (wikipedia).

Οι νευρώνες (κόμβοι) μεταδίδουν σήματα μεταξύ τους μέσω συνάψεων (συνδέσεων). Οι νευρώνες, οργανώνονται σε στρώματα, το καθένα εκ των οποίων έχει τη δική του αξία για τη διεξαγωγή της διαδικασίας. Μπορούν επίσης να έχουν ένα «βάρος» που αντιπροσωπεύει την ένταση της σύνδεσης η

οποία αυξάνεται ή μειώνεται ενώ η εκμάθηση προχωράει, ρυθμίζοντας το σήμα που στέλνουν στους άλλους νευρώνες.

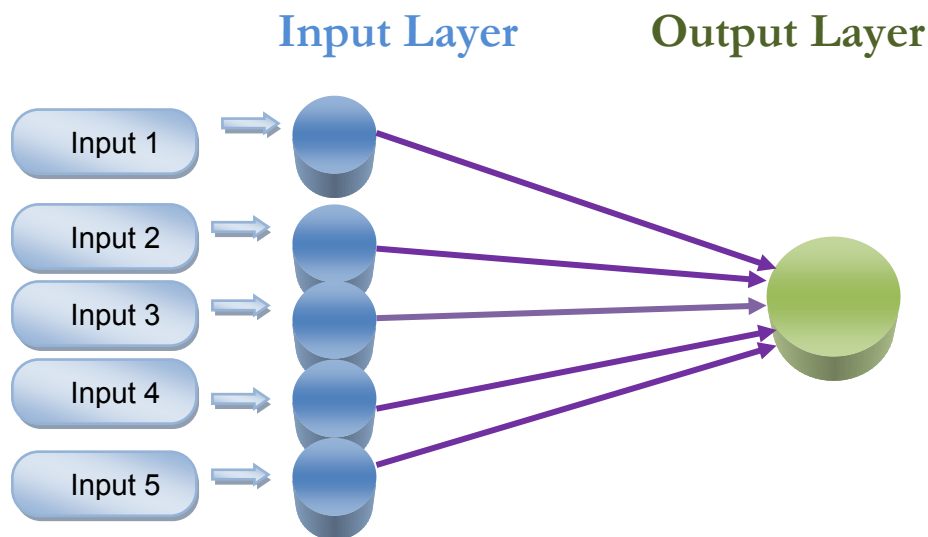


Σχήμα 5. Δίκτυο νευρώνων ανθρώπινου εγκεφάλου



Σχήμα 6. Δίκτυο τεχνητής νοημοσύνης

Τα απλούστερα δίκτυα, που θεωρούνται ως γραμμικές παλινδρομήσεις, περιέχουν δύο στρώματα, ένα για τις εισόδους και ένα για την έξοδο (ΟΤexts)(Σχήμα 7) . Τα πιο πολύπλοκα δίκτυα, που θεωρούνται μη γραμμικά, περιέχουν ένα ή περισσότερα ενδιάμεσα στρώματα που περιέχουν "κρυμμένους νευρώνες". Αυτό το δίκτυο είναι γνωστό ως δίκτυο ανατροφοδότησης πολλαπλών στρωμάτων (ΟΤexts). Κάθε είσοδος σε αυτούς τους νευρώνες, τροποποιείται σε κάτι που είναι χρήσιμο για τη μονάδα εξόδου (Σχήμα 8 ).



Σχήμα 7. Ένα απλό τεχνητό νευρωνικό δίκτυο

Υπάρχουν τρεις κύριοι **τρόποι εκμάθησης** που μαθαίνουν τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα:

**Εποπτευόμενη μάθηση** (Supervising Learning)



Στην εποπτευόμενη μάθηση, δίνεται ως είσοδος στο σύστημα ένα σύνολο παραδειγμάτων  $(x, y), x \in X, y \in Y$  και ο στόχος είναι να βρεθεί μία συνάρτηση  $f : X \rightarrow Y$  μέσα από ένα επιτρεπτό σύνολο συναρτήσεων η οποία ταιριάζει με τα παραδείγματα. Επιπλέον, αυτό που αναμένεται από το δίκτυο, είναι να χαρτογραφηθούν οι αναντιστοιχίες και να διδαχθεί από αυτές. Η κατάρτιση ενός ANN υπό την επίβλεψη μάθησης, είναι μία διαδικασία περιορισμένη από συγκεκριμένες εισόδους και επιτρεπόμενες λειτουργίες. Η εποπτευόμενη μάθηση ισχύει για σειριακά δεδομένα (π.χ. για αναγνώριση γραφής, αναγνώριση ομιλίας και αναγνώριση κινήσεων).

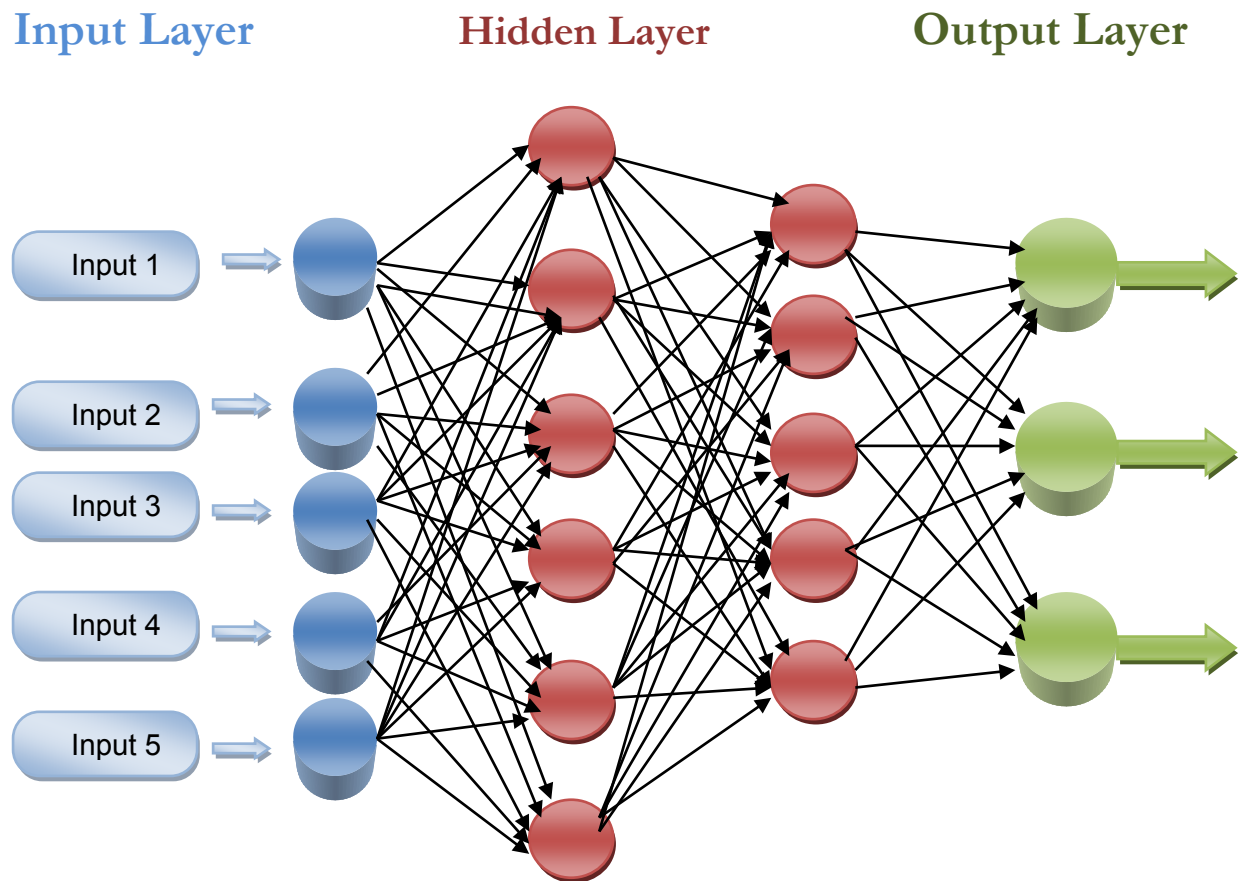
### **Μη εποπτευόμενη μάθηση (Unsupervised Learning)**

Στη μη εποπτευόμενη μάθηση, η είσοδος και η έξοδος είναι γνωστές εκ των προτέρων. Ο στόχος εδώ είναι να μπορέσει το δίκτυο να βρει τα πρότυπα που τις συνδέουν μεταξύ τους. Η μη εποπτευόμενη μάθηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα γενικών εκτιμήσεων.

### **Ενισχυτική μάθηση (Reinforcement Learning)**

Η ενισχυτική μάθηση βασίζεται στην αλληλεπίδραση με το περιβάλλον.

Τα δεδομένα εισόδου δίνονται από έναν πράκτορα ο οποίος αλληλοεπιδρά με το περιβάλλον. Σε κάθε έξοδο, το δίκτυο παρέχει μια ανατροφοδότηση που ελέγχει τα αποτελέσματα και αν δεν είναι τα επιθυμητά, το δίκτυο προσαρμόζει τη συμπεριφορά του μέχρι την κατάσταση τερματισμού. Η ενισχυτική μάθηση λέγεται ότι είναι η ελπίδα της αληθινής τεχνητής νοημοσύνης η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε προβλήματα ελέγχου, παιχνίδια και άλλες διαδοχικές εργασίες λήψης αποφάσεων.



**Σχήμα 8. Τεχνητό νευρωνικό δίκτυο με πέντε εισόδους, δύο κρυμμένα επίπεδα, ένα με έξι νευρώνες, ένα με πέντε νευρώνες και τρεις εξόδους**

Αν και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα δεν είναι ακόμη ικανά να λειτουργούν σαν βιολογικοί νευρώνες, βρίσκουν πολλές εφαρμογές σε τομείς όπως οι παρακάτω (wikipedia) :

- Συστήματα αυθεντικοποίησης και ελέγχου(vehicle control, trajectory prediction, process control, natural resources management)
- Κβαντική χημεία
- Παιχνίδια (backgammon, chess, poker)
- Λήψη αποφάσεων
- Αναγνώριση προτύπων (radar systems, face identification, signal classification, object recognition)
- Αναγνώριση διαδοχών (gesture, speech, handwritten text recognition)
- Ιατρική διάγνωση,
- Οικονομία
- εξόρυξη δεδομένων

- Οπτικοποίηση
- Μηχανική μετάφραση
- Φιλτράρισμα κοινωνικών δικτύων
- Φιλτράρισμα ηλεκτρονικού ταχυδρομείου για κακόβουλο λογισμικό.

## β. Ομαδική μέθοδος επεξεργασίας δεδομένων

Η ομαδική μέθοδος επεξεργασίας δεδομένων (Group method of data handling, GMDH) είναι ένα σύνολο επαγωγικών αλγορίθμων και εφαρμόζεται όταν χρειάζεται να μοντελοποιηθούν πολύπλοκα συστήματα διαχειρίσιμα από υπολογιστές. Η GMDH βρίσκει εφαρμογή σε κρίσιμα επιστημονικά πεδία, όπως η πρόγνωση, η αναγνώριση προτύπων (Pattern recognition), η βελτιστοποίηση και η εξόρυξη δεδομένων (data mining).

Αποτελέσματα έχουν δείξει ότι τα νευρωνικά δίκτυα, μέσω της ομαδικής μεθόδου επεξεργασίας δεδομένων, εκπαιδεύονται καλύτερα σε σχέση με τις κλασικές μεθόδους πρόβλεψης όπως η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης, η μέθοδος ARIMA και τα νευρωνικά δίκτυα οπίσθιας διάδοσης (back-propagation) (wikipedia).

Οι αλγόριθμοι GMDH διαθέτουν *επαγωγικές διαδικασίες* οι οποίες, για ένα σύνολο μεταβλητών και βασιζόμενες σε ένα εξωτερικό κριτήριο (external criterion), επιλέγουν σταδιακά μέσα από ένα σύνολο πολυωνυμικών μοντέλων, αυτό που παρέχει τη βέλτιστη λύση.

Το σύνολο των πολλαπλών εισόδων  $Y(x_1, \dots, x_n)$  εφαρμόζεται αρχικά σε ένα υποσύνολο *μσυναρτήσεων*  $f_i$  που καλείται βασική συνάρτηση, το οποίο εμπλουτίζεται σταδιακά μέχρι να βρεθεί η δομή εκείνη που ελαχιστοποιεί το εξωτερικό κριτήριο. Η διαδικασία αυτή καλείται *αυτό-οργάνωση* των μοντέλων και στη βασική της μορφή δίνεται από τον τύπο (wikipedia) :

$$Y(x_1, \dots, x_n) = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i f_i \quad (3.2.2.6)$$

όπου  $a_i$  είναι συντελεστές οι οποίοι υπολογίζονται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Η πιο γνωστή βασική συνάρτηση που χρησιμοποιείται στα μοντέλα αυτά είναι το **πολυώνυμο Kolmogorov-Gabor**, ενώ το τελικό προκύπτον μοντέλο λέγεται και **πολυωνυμικό νευρωνικό δίκτυο** (polynomial neural network).

Μια άλλη προσέγγιση είναι η **συνδυαστική ομαδική μέθοδος επεξεργασίας δεδομένων** (combinatorial GMDH) η οποία θεωρείται καλύτερη από εκείνη του πολυωνυμικού νευρωνικού δικτύου, αλλά απαιτεί μεγάλη υπολογιστική ισχύ. Η ιδιαιτερότητα του μοντέλου αυτού είναι ότι διαιρεί το σύνολο των δεδομένων σε δύο μέρη και ακολουθεί τη διαδικασία ανεύρεσης δομής και ελαχιστοποίησης του

εξωτερικού κριτηρίου χωριστά για το καθένα. Στο τέλος, επιλέγει το καλύτερο μοντέλο από τα δύο που προέκυψαν.

Στη συνέχεια αναφέρονται μερικοί από τους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται στις ομαδικές μεθόδους επεξεργασίας δεδομένων (wikipedia):

- Συνδυαστικοί αλγόριθμοι (Combinatorial algorithms, COMBI),
- Επαναληπτικοί αλγόριθμοι πολλαπλών στρώσεων (Multilayered Iterative algorithms, MIA),
- Αλγόριθμος Girvan-Newman (GN algorithm, GN),
- Μέθοδοι αντικειμενικής ανάλυσης συστημάτων (Objective System Analysis, OSA),
- Αρμονικοί αλγόριθμοι (Harmonical algorithms),
- Two-level (ARIMAD),
- Πολλαπλασιαστικοί-προσθετικοί αλγόριθμοι (Multiplicative-Additive algorithms, MAA),
- Αντικειμενικός υπολογιστικός κατακερματισμός (Objective Computer Clusterization, OCC),
- Αλγόριθμος κατακερματισμού PF (Pointing Finger (PF) clusterization algorithm),
- Αναλογική συμπλοκοποίηση (Analogues Complexing, AC),
- Αλγόριθμος αρμονικής επαναδιακριτοποίησης (Harmonical Rediscretization),
- Αλγόριθμοι με βάση την πολύ-στρωματική θεωρία στατιστικών αποφάσεων (Algorithm on the base of Multilayered Theory of Statistical Decisions, MTSD)
- Αλγόριθμοι ομαδικής εξέλιξης προσαρμοστικών μοντέλων Group of Adaptive Models Evolution (GAME).

Σε πολλές περιπτώσεις, ειδικά όπου υπάρχουν συστήματα με μεγάλες διακυμάνσεις στη συμπεριφορά τους όπως στον προσδιορισμό φυσικών νόμων, στις προβλέψεις ή στην αναγνώριση πολύπλοκων μοτίβων, η μέθοδος αυτή χρειάζεται βελτιωτικές κινήσεις και μεγάλη προσοχή ειδικά στα κριτήρια επιλογής των δεδομένων εισόδου στο σύστημα, αλλά και στην επιλογή του εξωτερικού κριτηρίου.

### γ. Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης

Οι **μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης** (support vector machines, SVM) ανήκουν στη γενική κατηγορία που περιλαμβάνει τις μεθόδους που είναι γνωστές ως **μέθοδοι πυρήνων** (*kernel methods*) (Ben-Hur & Weston). Οι μέθοδοι πυρήνων προϋποθέτουν μία συνάρτηση η οποία ομαδοποιεί τα δεδομένα εισόδου της οποίας τη συμπεριφορά στη συνέχεια αναπαριστούν γραφικά. Οι εν λόγω μέθοδοι χρησιμοποιώντας τις λεγόμενες συναρτήσεις πυρήνων (ή συναρτήσεις ομοιοτήτων), μπορούν να λειτουργούν σε ένα υπερχώρο απεριόριστων διαστάσεων, χωρίς να χρειάζεται να υπολογίσουν τις

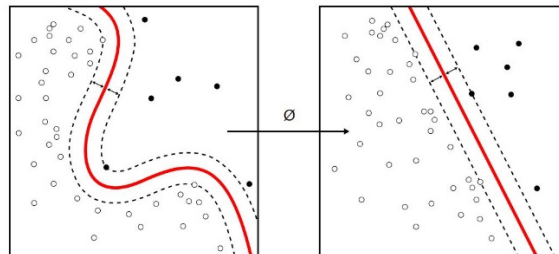
συντεταγμένες των δεδομένων στο χώρο αυτό, αλλά υπολογίζοντας τον παραγόμενο χώρο εσωτερικού γινομένου (inner product space), μέσα από τις σχέσεις των δεδομένων μεταξύ τους. Αυτή η προσέγγιση καλείται “kernel trick” (βλ. σχ.9) και συστήνεται για σειριακά και διανυσματικά δεδομένα όπως γραφικά, κείμενα, εικόνες ή τη δομή του DNA και τη δομή των πρωτεϊνών. Οι αλγόριθμοι στην περίπτωση αυτή, μαθαίνουν από την συμπεριφορά των δεδομένων και εκτελούν συναρτήσεις ομοιότητας, προκειμένου να αποκτήσουν γνώση για τα άγνωστα δεδομένα.

Ο τρόπος που λειτουργούν οι μέθοδοι πυρήνων είναι να θυμούνται το  $i$ -οστό μάθημα που αφορούσε τη σχέση των δεδομένων εισόδου  $(x_i, y_i)$  αποδίδοντάς τους ένα βάρος  $w_i$ . Στην περίπτωση πρόβλεψης συμπεριφοράς άγνωστης μεταβλητής  $x'$ , εκτελείται η συνάρτηση πυρήνα  $k$  (kernel) μεταξύ της άγνωστης μεταβλητής  $x'$  και της γνωστής  $x_i$ . Ένας δυαδικός ταξινομητής του kernel για παράδειγμα, είναι ένας σταθμισμένος αθροιστής ομοιοτήτων και εκφράζεται ως εξής:

$$\hat{y} = \text{sgn} \sum_{i=1}^n w_i y_i k(x_i, x') \quad (3.2.2.7)$$

όπου

- $\hat{y} \in \{-1, +1\}$  η προγνωσθείσα ταξινόμηση,
- $k: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  είναι η συνάρτηση kernel που μετράει την ομοιότητα μεταξύ οποιουδήποτε ζευγαριού  $x, x' \in X$
- Το άθροισμα θεωρείται υπεράνω  $n$  περιπτώσεων του συνόλου εκμάθησης του ταξινομητή, με  $y_i \in \{-1, +1\}$
- τα  $w_i \in \mathbb{R}$  είναι βάρη που έχουν αποδοθεί από τον αλγόριθμο μάθησης και
- η συνάρτηση  $\text{sgn}$  καθορίζει πότε η προβλεφθείσα ταξινόμηση  $\hat{y}$  είναι θετική ή αρνητική.



Σχήμα 9. Μέθοδος πυρήνα

Η εκπαίδευση Μηχανών Διανυσμάτων Υποστήριξης (SVM) προϋποθέτει να παρθούν πρωτίστως αποφάσεις όπως :

- πώς θα γίνει η προεπεξεργασία των δεδομένων
- τι πυρήνας θα χρησιμοποιηθεί
- πώς θα παραμετροποιηθούν η μηχανή των διανυσμάτων υποστήριξης και ο πυρήνας.

Οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης είναι ένα παράδειγμα γραμμικού διαχωριστή δύο κλάσεων (Ben-Hur & Weston). Με τη βοήθεια ενός γραμμικού διαχωριστή, τα δεδομένα χωρίζονται σε δύο κλάσεις και σημειώνονται με  $+1$  εκείνα τα στοιχεία της μίας κλάσης που θεωρούνται θετικά παραδείγματα και με  $-1$  εκείνα τα στοιχεία της άλλης κλάσης τα οποία θεωρούνται αρνητικά παραδείγματα.

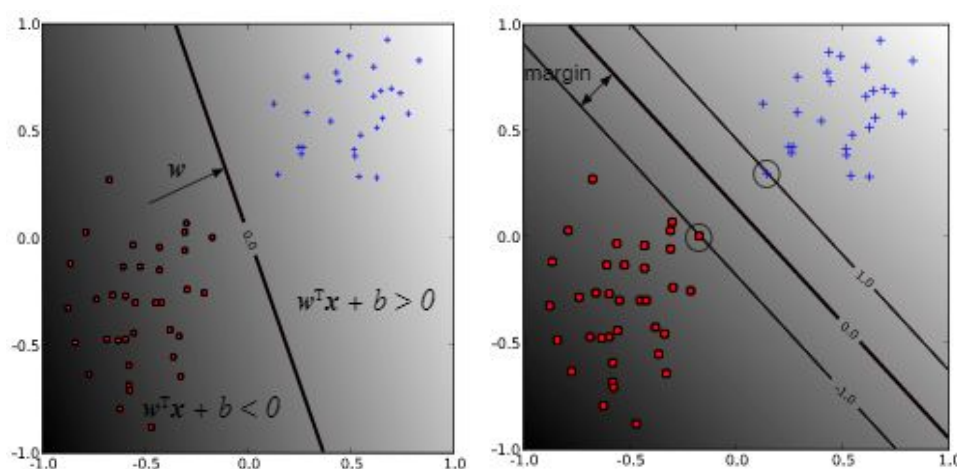
Ένας γραμμικός διαχωριστής βασίζεται στην παρακάτω γραμμική συνάρτηση

$$F(x) = w^T x + b = \sum_i w_i x_i + b \quad (3.2.2.8)$$

όπου

- $w^T x$  είναι ένα σύνολο από σημεία (κουκίδες) μεταξύ των δύο δεδομένων,
- $x_i$  τα δεδομένα εισόδου όπως προαναφέρθηκε στη μέθοδο πυρήνα τα οποία ονομάζονται παραδείγματα ή πρότυπα και μπορεί να είναι είτε διανύσματα είτε συνεχή διακριτά αντικείμενα,
- τα  $w_i \in \mathbb{R}$  είναι βάρη που έχουν αποδοθεί από τον αλγόριθμο μάθησης και
- $b$  είναι το σφάλμα (bias).

Το υπερπίπεδο  $\{x: F(x) = w^T x + b = 0\}$  χωρίζει το χώρο στα δύο. Οι δύο περιοχές που σχηματίζονται ονομάζονται κλάσεις και διακρίνονται σε *θετική* και *αρνητική κλάση*. Το σύνορο μεταξύ των δύο λέγεται όριο απόφασης του διαχωριστή (decision boundary of the classifier) (βλ. Σχήμα 10).



Σχήμα 10. Ένας γραμμικός διαχωριστής (Ben-Hur & Weston)

Τα πρότυπα που βρίσκονται πλησιέστερα στο όριο απόφασης λέγονται **διανύσματα υποστήριξης** (support vectors) και καθορίζουν τα όρια (margins) με τα οποία διαχωρίζονται οι δύο κλάσεις. Τα διανύσματα υποστήριξης είναι σημειωμένα με κύκλο στο Σχήμα 10. Όταν τα πρότυπα παρουσιάζουν γραμμικότητα τότε ο διαχωριστής ονομάζεται γραμμικός, ενώ στην περίπτωση που δεν διακρίνονται από γραμμικότητα, ο διαχωριστής καλείται μη γραμμικός.

Υπάρχουν περιπτώσεις με πολύπλοκες δομές όπως η δομή του DNA ή των πρωτεϊνών στις οποίες ένα γραμμικό υπερεπίπεδο δεν αποτελεί ικανοποιητικό όριο. Στις περιπτώσεις αυτές είναι δυνατό να μετασχηματιστεί το γραμμικό υπερεπίπεδο σε μη γραμμικό με διάφορες μεθόδους· ενδεικτικά αναφέρεται η μέθοδος naïve.

Τα συστήματα των οποίων τα δεδομένα μπορούν να διαχωριστούν με γραμμικό διαχωρισμό σε αρνητικά και θετικά πρότυπα, λέγονται γραμμικώς διαχωρίσιμα (linearly separable) (Ng) ενώ όταν συμβαίνει να χρειάζεται μη γραμμικός διαχωρισμός, λέγονται μη γραμμικώς διαχωρίσιμα. Επίσης υπάρχουν περιπτώσεις που χρειάζονται διαχωρισμό σε περισσότερες από δύο κλάσεις για τις περιπτώσεις αυτές είτε χρησιμοποιούνται επεκτάσεις των SVMs οι οποίες είναι πολλαπλών κλάσεων, ή εκπαιδεύονται οι διαχωριστές δύο κλάσεων ώστε να γίνουν πολλαπλών κλάσεων.

### III.2.2.iii. Οι Μέθοδοι Ταξινόμησης Naïve Bayes

**Οι ταξινομητές (ή κατηγοριοποιητές) Naïve Bayes** διαχειρίζονται μεγάλο πλήθος ανεξάρτητων μεταβλητών που είναι είτε συνεχείς είτε διακριτές και θεωρούν ότι το εκάστοτε πρόβλημα μπορεί να τεθεί με πιθανοθεωρητικό τρόπο.

Η ταξινόμηση Naïve Bayes γίνεται ως εξής : Στόχος είναι να βρεθεί η εκ των υστέρων πιθανότητα (posterior probability) κατά την οποία κάθε στοχαστική μεταβλητή  $x_k$  ενός συνόλου ανεξάρτητων μεταβλητών  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , με κατ' αντιστοιχία χαρακτηριστικά  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ , θα ανήκει στην κλάση  $C_j$  ενός συνόλου  $d$  πιθανών καταστάσεων  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_d\}$ . Η πιθανότητα αυτή δίνεται από τον τύπο (statsoft) :

$$P(X/C_j) = \prod_{k=1}^n P(x_k/C_j) \quad (3.2.2.9)$$

Έχοντας ως δεδομένο το σύνολο  $D$  των εκπαιδευμένων μεταβλητών που έχουν κατηγοριοποιηθεί στις κλάσεις  $C$ , οι εκ των προτέρων (prior) δεσμευμένες πιθανότητες  $P(x_k/C_j)$  μπορούν να υπολογιστούν ανάλογα με τη φύση τους ως εξής:

- Όταν οι μεταβλητές είναι διακριτές, κάθε πιθανότητα  $P(x_k/C_j)$  είναι το πηλίκο του πλήθους των μεταβλητών που ανήκουν στην κλάση  $C_i$  και έχουν τιμή  $x_k$  για το χαρακτηριστικό  $A_k$ , προς το άθροισμα  $|C_{j,D}|$  υπεράνω των μεταβλητών  $x_n$  που ανήκουν στην κλάση αυτή.
- Όταν οι μεταβλητές είναι συνεχείς, αναφέρουμε μόνον ότι ο υπολογισμός των πιθανοτήτων  $P(x_k/C_j)$  γίνεται με χρήση είτε της κανονικής κατανομής, είτε της εκθετικής κατανομής, είτε της κατανομής γάμμα, είτε της κατανομής Poisson (statsoft), δεδομένου ότι



στην περίπτωση αυτή θεωρείται βέβαιο ότι η εκ των προτέρων πιθανότητα ακολουθεί κάποια πιθανοθεωρητική κατανομή, το οποίο δεν συμβαίνει πάντα.

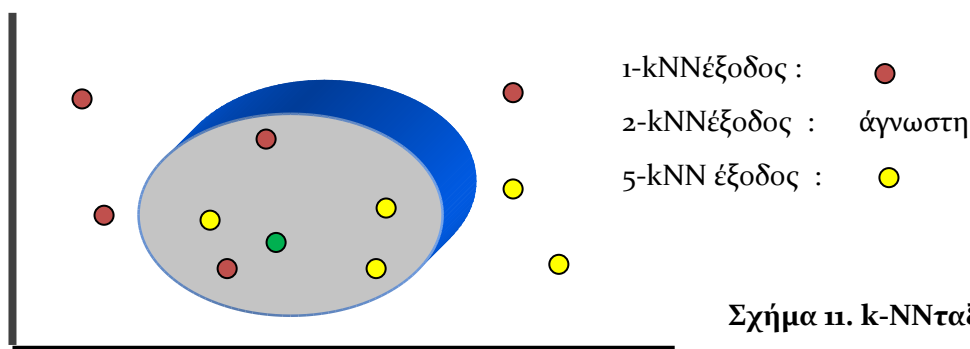
Η ταξινόμηση Naïve Bayes ανήκει στις μεθόδους εκπαίδευσης με επίβλεψη. Το γεγονός αυτό την κάνει να διαθέτει:

- ▷ ως πλεονέκτημα, την αποφυγή εισόδου στο σύστημα μεταβλητών χωρίς ενδιαφέρον και
- ▷ ως μειονέκτημα, τον αποκλεισμό από το σύστημα άγνωστων μέχρι τώρα μεταβλητών ενδιαφέροντος, αφού η εκ των προτέρων πιθανότητα θα είναι μηδέν.

### III.2.2.iv. Ο Αλγόριθμος των $k$ -Πλησιέστερων Γειτόνων

Στην αναγνώριση προτύπου, ο **αλγόριθμος των  $k$ -πλησιέστερων γειτόνων** (k-nearest neighbor algorithm, k-NN) είναι μια μη παραμετρική μέθοδος που χρησιμοποιείται για ταξινόμηση και οπισθοδρόμηση (wikipedia). Και στις δύο περιπτώσεις, η είσοδος αποτελείται από τα  $k$  πλησιέστερα πρότυπα εκπαίδευσης, ενώ η έξοδος εξαρτάται από το αν ο k-NN αλγόριθμος χρησιμοποιείται για ταξινόμηση ή παλινδρόμηση. Σημειώνεται ότι στην k-NN ταξινόμηση, ισχύουν τα ακόλουθα.

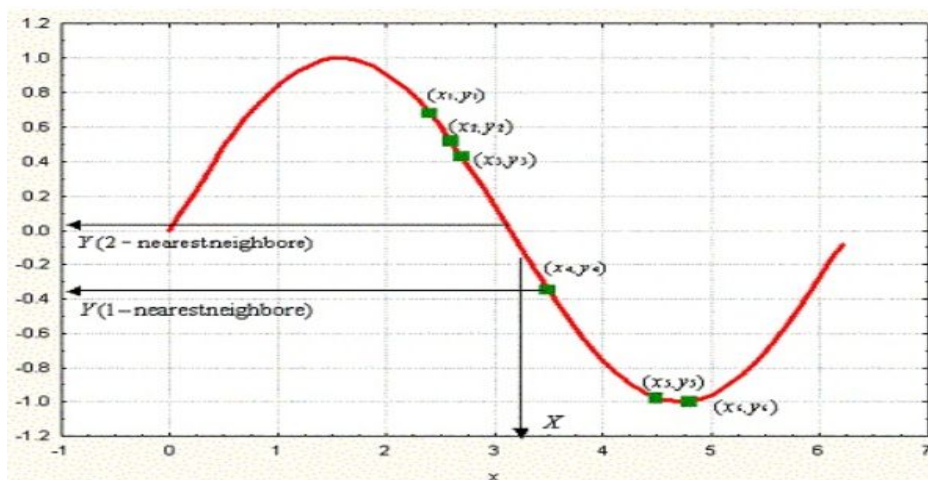
- Η έξοδος είναι η κατηγοριοποίηση του αντικείμενου σε μία κλάση. Το αντικείμενο ανατίθεται στην τάξη που είναι η πιο κοινή μεταξύ των  $k$  πλησιέστερων γειτονικών κλάσεων (βλ. Σχ.11).
- Η έξοδος είναι η τιμή της ιδιότητας  $Y$  για το αντικείμενο. Αυτή η τιμή είναι η μέση τιμή των αξιών των πλησιέστερων γειτόνων του.



Σχήμα 11. k-NN ταξινόμηση



Τα προκύπτοντα προβλήματα παλινδρόμησης αφορούν στην πρόβλεψη της συμπεριφοράς μιας εξαρτημένης μεταβλητής  $X$  δεδομένου ενός συνόλου ανεξάρτητων μεταβλητών  $y$  και σε σχέση με ένα σύνολο προτύπων  $(x, y)$  (βλ.Σχ.12).



$$1\text{-kNN} \quad Y = y_4$$

$$2\text{-kNN} \quad Y = \frac{y_3 + y_4}{2}$$

Σχήμα 12. k-NNπαλινδρόμηση (statsoft, 2018)

Η απόσταση μεταξύ του αντικειμένου εισαγωγής  $x$  και του πλησιέστερου γείτονα  $p$ , μπορεί να μετρηθεί ως η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ τους αλλά και με άλλους τρόπους όπως αναγράφονται παρακάτω (statsoft, 2018) :

$$D(x, p) = \begin{cases} \sqrt{(x + p)^2} \text{Euclidean} \\ (x + p)^2 \text{Euclidean squared} \\ \text{Abs}(x + p) \text{Cityblock} \\ \text{Max}(|x - p|) \text{Chebyshev} \end{cases} \quad (3.2.2.10)$$

Δεδομένου ότι οι προβλέψεις του αλγορίθμου ταξινόμησης kNN βασίζονται στην υπόθεση ότι τα αντικείμενα που βρίσκονται κοντά σε απόσταση είναι δυνητικά παρόμοια, είναι λογικό να γίνονται διακρίσεις μεταξύ των πλησιέστερων γειτόνων  $k$ . Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την εισαγωγή ενός συνόλου βαρών  $W$ , ένα για κάθε πλησιέστερο γείτονα, που ορίζεται από τη σχετική εγγύτητα κάθε γείτονα σε σχέση με το αντικείμενο εισαγωγής στο σύστημα. Έτσι το βάρος  $W(x, p_i)$  που αποδίδεται στη σχέση του αντικειμένου εισαγωγής  $x$  και του πλησιέστερου γείτονα  $p_i$ , δεδομένης της μεταξύ τους απόστασης  $D(x, p_i)$  εκφράζεται από τη σχέση :

$$W(x, p_i) = \frac{\exp(-D(x, p_i))}{\sum_{i=1}^k \exp(-D(x, p_i))} \quad (3.2.2.11)$$

όπου

$$\sum_{i=1}^k W(x_0, x_1) = 1 \quad (3.2.2.12)$$

ενώ για προβλήματα παλινδρόμησης έχουμε:

$$y = \sum_{i=1}^k W(x_0, x_1) y_i \quad (3.2.2.13)$$

Ο αλγόριθμος ταξινόμησης k-NN είναι ένας τύπος μάθησης βασισμένος στην τοπική προσέγγιση και όλοι οι υπολογισμοί του είναι προσεγγιστικοί ενώ θεωρείται ως ο απλούστερος αλγόριθμος μηχανικής μάθησης.

### III.2.2.v. Η Μέθοδος των Τυχαίων Δασών (Random forests)

Η μέθοδος αυτή δημιουργεί τυχαία δάση που αποτελούνται από πολλά δέντρα αποφάσεων. Ο αλγόριθμος που εφαρμόζεται για τη δημιουργία ενός τυχαίου δάσους, είναι ο εξής (Cutler):

1. Δημιουργία κάθε δένδρου από ένα ανεξάρτητο δείγμα εκκίνησης (bootstrap sample), το οποίο επιλέγεται από τα δεδομένα (περιπτώσεις) εκπαίδευσης (training data) με τη μέθοδο της αντικατάστασης.

Σε κάθε κόμβο γίνεται:

- α) Επιλογή  $m$  μεταβλητών (περιπτώσεων) τυχαία από όλες τις δυνατές  $M$  μεταβλητές
  - β) Εύρεση βέλτιστου διαχωρισμού των  $m$  μεταβλητών.
2. Ανάπτυξη των δένδρων κατηγοριοποιώντας (ταξινομώντας) τα δεδομένα στο μέγιστο βαθμό.
  3. Κατάταξη των δένδρων ώστε να προβλεφθεί η συμπεριφορά των καινούργιων δεδομένων.
  4. Κατάταξη των εναπομεινάντων ( $M - m$ ) δεδομένων, τα οποία ονομάζονται “out of bag” ή “oob”, σε κλάσεις των δένδρων του δάσους.
  5. Εξετάζεται αν η κλάση που υπερέχει ως επιλογή από τα περισσότερα δένδρα απόφασης είναι η πραγματική κλάση του κάθε δεδομένου εισαγωγής. Ο ρυθμός σφάλματος αυτής της κατηγοριοποίησης (oob error rate) (Cutler, 2010) επίσης (Cutler)) συνιστά το *ρυθμό σφάλματος πρόγνωσης του δάσους*.

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου ένα χαρακτηριστικό  $j$  μιας μεταβλητής χρήζει ειδικότερης εκτίμησης της συμπεριφοράς του σε σχέση με τις τιμές των υπόλοιπων χαρακτηριστικών της υπό εισαγωγής μεταβλητής (variable importance).

Σε μια τέτοια περίπτωση, ζητείται από το δάσος να πραγματοποιήσει μία επιπλέον κατάταξη μετά από τις παρακάτω μεταβολές:

1. Εντοπισμός των oob δεδομένων σε κάθε δένδρο.
2. Τυχαία μετάθεση των τιμών της μεταβλητής  $j$  (variable importance) μεταξύ των oob δεδομένων.

3. Εκ νέου κατάταξη σε κλάσεις.
4. Υπολογισμός του ρυθμού σφάλματος αυτής της κατηγοριοποίησης (oob error rate permuted) για κάθε δένδρο.
5. Υπολογισμός της διαφοράς του προηγούμενου σφάλματος χωρίς τη μετάθεση από το σφάλμα μετά τη μετάθεση (error rate permuted-error rate) για κάθε δένδρο.
6. Εφαρμογή της παραπάνω διαδικασίας σε όλα τα δένδρα.
7. Εύρεση του μέσου όρου των αποκλίσεων.
8. Εκτίμηση σφάλματος.

Για την κατάταξη των καινούργιων δεδομένων σε μία κλάση, γίνονται τα εξής βήματα:

1. Εισαγωγή του δεδομένου σε όλα τα δένδρα του δάσους.
2. Κατάταξη σε κλάση από το κάθε δένδρο.
3. Επικρατούσα κλάση είναι αυτή που κατέχει την πλειοψηφία.

Στην κατηγοριοποίηση με τυχαία δένδρα, μελετάται επίσης η *εγγύτητα* (proximity) μεταξύ δύο περιπτώσεων, λαμβάνοντας υπόψη την αξία των χαρακτηριστικών τους (Cutler). Με τα κατάλληλα φίλτρα μπορούν να ανιχνευθούν επικαλύψεις, συστάδες περιπτώσεων ή ακόμα και να χαρακτηριστούν κάποιες περιπτώσεις ως εύκολες, δύσκολες ή ασυνήθιστες.

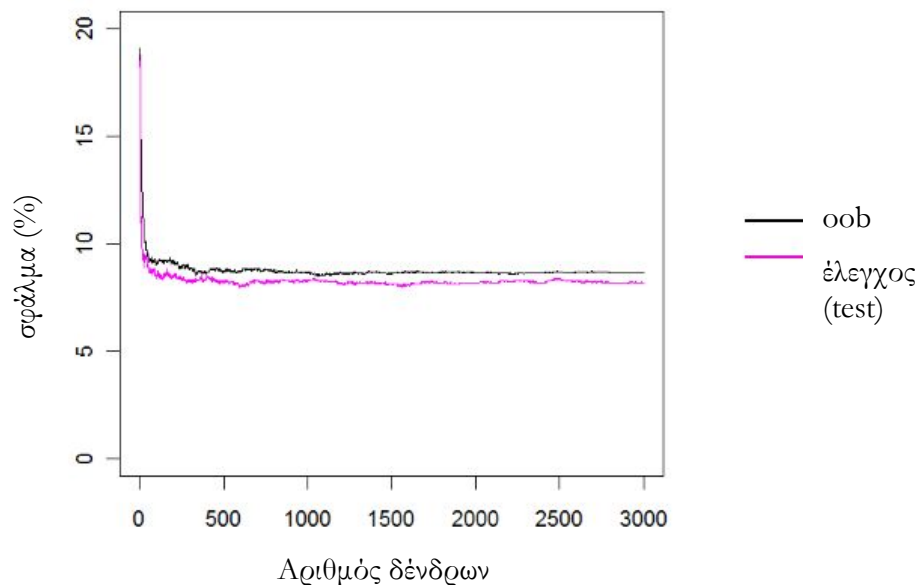
Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου του τυχαίου δάσους είναι τα ακόλουθα:

1. Γρήγορα και εύκολα επεξεργάζονται μεγάλο όγκο δεδομένων.
2. Διαθέτει μεθόδους για την εύρεση και διαχείριση σφαλμάτων.
3. Διαθέτει εργαλεία για την ανίχνευση επικαλύψεων, συστάδων και το χαρακτηρισμό κλάσεων (πχ ως εύκολες, δύσκολες ή ασυνήθιστες).
4. Διαχειρίζονται αυτόματα τα χαμένα ή ελλιπή δεδομένα (Radenković).
5. Διαθέτει τρόπους κατηγοριοποίησης βάσει μεμονωμένων χαρακτηριστικών ενδιαφέροντος.
6. Δεν παρατηρούνται φαινόμενα υπερπροσαρμογής (overfitting) σε περίπτωση που προστεθούν δένδρα (βλ. παρακάτω Σχ.13) (Cutler, 2010)
7. Είναι επαναχρησιμοποιήσιμα σε μελλοντικές ανάγκες.

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου του τυχαίου δάσους είναι τα εξής δύο:

1. Έχουν παρατηρηθεί φαινόμενα υπερπροσαρμογής (overfitting) σε περιπτώσεις όπου τα σύνολα δεδομένων περιέχουν ασάφειες (θόρυβο) στη διαδικασία κατηγοριοποίησης ή παλινδρόμησης (Radenković).

2. Τα τυχαία δάση δεν ενδείκνυνται όταν οι μεταβλητές εισόδου είναι κατηγορικές (categorical) (Radenković).



Σχήμα 13 .Η Μέθοδος των Τυχαίων Δασών (Random forests)

### III.2.2.vi. Η Μέθοδος των Ενισχυμένων Δένδρων (Boosted trees)

Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι μία μέθοδος μάθησης με επίβλεψη. Αποτελείται από δένδρα κατηγοριοποίησης και παλινδρόμησης (CART) στα οποία εισάγεται το σύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης  $x_i$  με στόχο την πρόβλεψη της συμπεριφοράς της αντίστοιχης μεταβλητής  $y_i$ . Στην ουσία τα δένδρα αυτά σχηματίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως τα δένδρα του τυχαίου δάσους (random forests), ωστόσο η διαφορά τους έγκειται στον τρόπο εκπαίδευσης. Η εκπαίδευση κι εδώ ξεκινάει με το γνωστό τρόπο των μεθόδων με επίβλεψη:

- ✚ Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης και βελτιστοποίησή της.

Η αντικειμενική συνάρτηση ( $obj$ ), αποτελείται από δύο μέρη:

- ✚ την απώλεια της εκπαίδευσης  $L(\text{training loss})$  και
- ✚ την κανονικοποίηση  $\Omega(\text{regularization})$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση, στη γενική της μορφή για τη μεταβλητή εισόδου  $y_i$  και την αντίστοιχη πρόγνωση  $\hat{y}_i^{(t)}$  γι' αυτή, δίνεται από έναν τύπο της μορφής (Chen, 2014) :

$$obj = \sum_{i=1}^n L(y_i, \hat{y}_i^{(t)}) + \sum_{i=1}^t \Omega(f_i) \quad (3.2.2.14)$$

για κάποια επιλεγείσα συνάρτηση  $f_t$  της οποίας η μορφή θα προσδιορισθεί παρακάτω. Η διαδικασία εκπαίδευσης του δένδρου γίνεται σταδιακά προσθέτοντας σε κάθε βήμα  $t$  την καινούργια πρόβλεψη  $y_i^{(t)}$ . Η μέθοδος αυτή λέγεται *προσθετική εκπαίδευση* (boosting). Έτσι έχουμε (Chen, 2014) :

$$\begin{aligned} \widehat{y}_i^{(0)} &= 0 \\ \widehat{y}_i^{(1)} &= f_1(x_i) = \widehat{y}_i^{(0)} + f_1(x_i) \\ \widehat{y}_i^{(2)} &= f_1(x_i) + f_2(x_i) = \widehat{y}_i^{(0)} + f_2(x_i) \\ &\dots\dots\dots \\ \widehat{y}_i^{(t)} &= \sum_{k=1}^t f_k(x_i) = \widehat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i) \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (3.2.2.15)$$

όπου

$f_t(x_i)$  είναι η συνάρτηση στο βήμα  $t$  και  
 $\widehat{y}_i^{(t-1)}$  το αποτέλεσμα των προηγούμενων βημάτων.

Η επιλογή της συνάρτησης  $f_t(x_i)$  γίνεται ως εξής (Chen, 2014):

$$\begin{aligned} &\text{Από τις σχέσεις (3.2.2.14) και (3.2.2.15) έχουμε :} \\ obj &= \sum_{i=1}^n L(y_i, \widehat{y}_i^{(t)}) + \sum_{i=1}^t \Omega(f_i) \\ &= \sum_{i=1}^n L(y_i, \widehat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i)) + \sum_{i=1}^t \Omega(f_i) \end{aligned} \quad (3.2.2.16)$$

Το ζητούμενο είναι να βρεθεί μία συνάρτηση  $f_t$  η οποία να ελαχιστοποιεί την παρακάτω ποσότητα:

$$\sum_{i=1}^n L(y_i, \widehat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i)) + \sum_{i=1}^t \Omega(f_i) \quad (3.2.2.17)$$

Προς τούτο, ορίζουμε το δέντρο με ένα διάνυσμα βαθμών στα φύλλα και ένα δείκτη φύλλων ο οποίος είναι μία συνάρτηση χαρτογράφησης, που χαρτογραφεί μια εμφάνιση σε ένα φύλλο και περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} f_t(x) &= w_{q(x)}, \\ w &\in \mathbb{R}^T, q: \mathbb{R}^d \rightarrow \{1, 2, \dots, T\} \end{aligned} \quad (3.2.2.18)$$

όπου  $q$  η δομή του δένδρου,  $w$  ο βαθμός/βάρος του κάθε φύλλου και  $T$  είναι ο αριθμός των φύλλων.

Τέλος, σημειώνεται ότι ένας τρόπος να οριστεί η κανονικοποίηση του δένδρου  $\Omega(f)$  είναι ο εξής:

$$\Omega(f) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \sum_{j=1}^T w_j^2 \quad (3.2.2.19)$$

όπου, όπως προηγουμένως,  $q$  η δομή του δένδρου,  $w$  ο βαθμός/βάρος του κάθε φύλλου και  $T$  είναι ο αριθμός των φύλλων.

Τα ενισχυμένα δένδρα έχουν χρησιμοποιηθεί περισσότερο σε προβλήματα παλινδρόμησης, για παράδειγμα στην πρόβλεψη συνεχών εξαρτημένων μεταβλητών. Η τεχνική αυτή μπορεί να επεκταθεί και σε προβλήματα κατηγοριοποίησης. Στην περίπτωση όμως της κατηγοριοποίησης θα πρέπει να δημιουργηθεί ξεχωριστή σειρά δένδρων για κάθε μία κλάση, κάτι το οποίο απαιτεί μεγάλη υπολογιστική ισχύ και δεν ενδείκνυται (statsoft, 2018).

### III.2.2.vii. Οι Μέθοδοι των Δένδρων Κατηγοριοποίησης και των Δένδρων Παλινδρόμησης

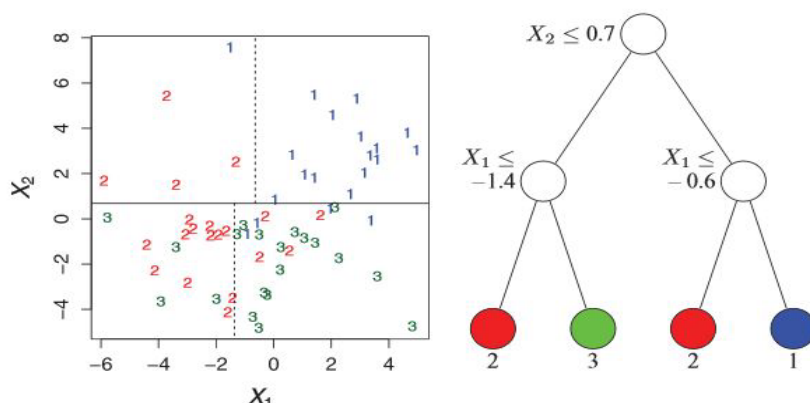
Οι παραπλήσιες αυτές μέθοδοι περιγράφονται αμέσως παρακάτω.

#### α. Δένδρα κατηγοριοποίησης ή ταξινόμησης (Classification Trees)

Όπως έχει προαναφερθεί, σε ένα πρόβλημα κατηγοριοποίησης ενός νέου στοιχείου  $X$  σε μία κλάση  $Y$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των δένδρων κατηγοριοποίησης (βλ.Σχ.14).

Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής απαιτεί τα επόμενα στάδια:

1. Τη δημιουργία του δένδρου η οποία ξεκινάει από τη ρίζα του και επεκτείνεται στα κλαδιά του καταλήγοντας στα φύλλα του, τα οποία αποτελούν τις κλάσεις του. Εδώ χρησιμοποιείται ως είσοδος ένα σύνολο εκπαίδευσης (training set) για την εκπαίδευση του δένδρου.
2. Την είσοδο συνόλου ελέγχου (test set) και την επικύρωση της λειτουργίας του μοντέλου.
3. Την είσοδο και κατάταξη σε κλάση της προς διερεύνηση μεταβλητής.



Σχήμα 14. Δένδρο κατηγοριοποίησης με τρεις κλάσεις (1,2,3) (statsoft, 2018)

## β. Δένδρα οπισθοδρόμησης (Regression trees)

Η μέθοδος των δένδρων οπισθοδρόμησης είναι όμοια με τη μέθοδο των δένδρων κατάταξης, με τη διαφορά ότι, στην εν προκειμένω μέθοδο, η μεταβλητή  $Y$  λαμβάνει διατεταγμένες (ordered) τιμές.

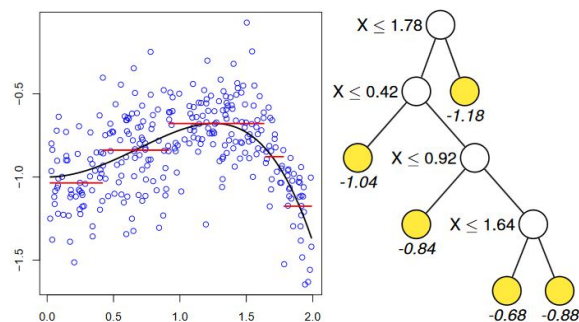
Οι κυριότεροι αλγόριθμοι δημιουργίας τέτοιων δένδρων προέκυψαν από τέσσερις γενιές εκδοχών μεθόδων ( (Loh) επίσης (Loh, 2011) ) :

1. AID (Morgan and Sonquist, 1963), THAID (Messenger and Mandell, 1972), CHAID (Kass, 1980)
2. CART (Breiman et al., 1984), RECPAM (Ciampi et al., 1988), Segal (1988, 1992), LeBlanc and Crowley (1992), Alexander and Grimshaw (1996), Zhang (1998), MVPART (De'ath, 2002), Su et al. (2004); ID3 (Quinlan, 1986), M5 (Quinlan, 1992), C4.5 (Quinlan, 1993); FACT (Loh and Vanichsetakul, 1988)
3. QUEST (Loh and Shih, 1997), CRUISE (Kim and Loh, 2001, 2003), Bayesian CART (Chipman et al., 1998; Denison et al., 1998) το οποίο γενικεύτηκε ως RPART.
4. GUIDE (Loh, 2002, 2009; Loh and Zheng, 2013; Loh et al., 2015) CTREE (Hothorn et al., 2006), MOB (Zeileis et al., 2008); Random forest (Breiman, 2001), TARGET (Fan and Gray, 2005; Gray and Fan, 2008), BART (Chipman et al., 2010)

Παρακάτω παρατίθεται, ενδεικτικά και μόνον, ο αλγόριθμος AID ανίχνευση αυτόματης αλληλεπίδρασης (Morgan and Sonquist, 1963) ( (Loh, 2011), (Loh) ):

- Σχεδίαση ενός τμηματικά σταθερού μοντέλου με αναδρομική τοποθέτηση χωρίζοντας τα δεδομένα σε δύο υποομάδες (κόμβοι), με διαχωρισμούς της μορφής  $X \leq c$  ή  $X \in A$  (βλ. Σχ.15).
- Για κάθε κόμβο  $t$ , καθορισμός της πρόσμειξης (μη καθαρότητας, impurity) του κόμβου
$$\varphi(t) = \sum_{i \in t} (y_i - \bar{y})^2 \quad (3.2.2.20)$$
- Επιλογή διάσπασης για να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των πρόσμειξεων (impurities) (:ακόρεστη αναζήτηση)
- Διακοπή της διάσπασης εάν η μείωση των πρόσμειξεων (impurities) του κόμβου δεν είναι αρκετά υψηλή.





**Σχήμα 15. Παράδειγμα τμηματικά σταθερού δένδρου οπισθοδρόμησης (Loh)**

Τα πλεονεκτήματα των δένδρων κατηγοριοποίησης και οπισθοδρόμησης είναι ότι είναι εύκολα στην κατανόηση, έχουν γρήγορη εφαρμογή, εύκολη υλοποίηση και μπορούν να διαχειριστούν μεγάλο όγκο δεδομένων ενώ στα μειονεκτήματά τους συμπεριλαμβάνεται το ότι δεν μπορούν να χειριστούν πολύπλοκες σχέσεις μεταξύ των δεδομένων και ότι διαχειρίζονται σχετικά απλές αποφάσεις.

### III.2.2.viii. Η Μέθοδος των Πολυδιάστατων Προσαρμοστικών Εύκαμπτων Συναρτήσεων Παλινδρόμησης (Multivariate Adaptive Regression Splines)

Η εν λόγω μέθοδος (επονομαζόμενη εν συντομία και MARS) δημιουργεί μοντέλα της μορφής:

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=1}^k c_i B_i(x) \quad (3.2.2.21)$$

όπου

$c_i$  είναι σταθερά και

$B_i(x)$  είναι η βασική συνάρτηση, η οποία παίρνει ενίοτε μία από τις τρεις ακόλουθες εκφράσεις:

- τη σταθερά 1,
- μία αρθρωτή συνάρτηση (hinge function) είτε
- ένα συνδυασμό συναρτήσεων άρθρωσης.

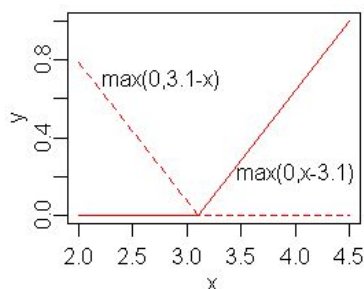
Η χρήση της αρθρωτής συνάρτησης (hinge function) είναι το κύριο σημείο του μοντέλου αυτού και χρησιμοποιείται για να διαχωρίσει δεδομένα σε περιοχές, ώστε να εξεταστούν ανεξάρτητα. Ο τύπος μίας τέτοιας συνάρτησης δίνεται από τη γενική μορφή:

$$\max(0, x - c) \quad \text{ή} \quad \max(0, c - x) \quad (3.2.2.22)$$

όπου  $c$  είναι σταθερά η οποία ονομάζεται κόμπος(knot) της συνάρτησης άρθρωσης. Για παράδειγμα, η γραφική παράσταση ενός συμμετρικού ζεύγους αρθρωτών συναρτήσεων (mirrored pair of hinge

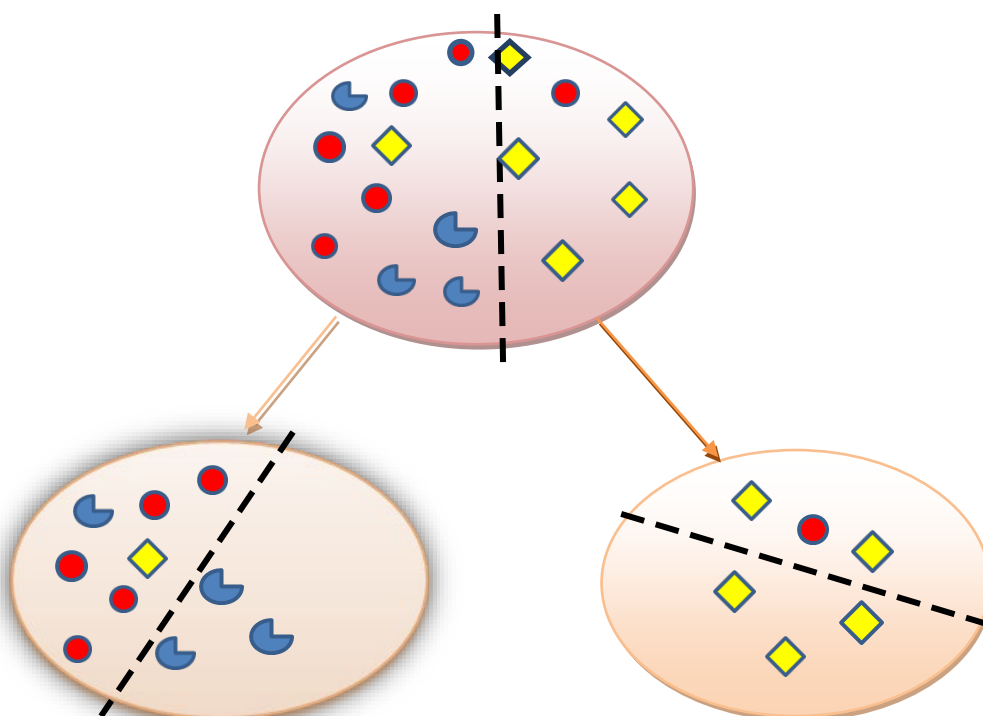


functions) με κόμμο στο  $c = 3.1$  και για τις δύο παραπάνω περιπτώσεις δίνεται στο επόμενο Σχήμα 16 (wikipedia, 2018).



Σχήμα 16. Η Μέθοδος των Πολυδιάστατων Προσαρμοστικών Εύκαμπτων Συναρτήσεων  
Παλινδρόμησης

Η μέθοδος MARS αρχικά έχει σαν είσοδο ένα σύνολο δεδομένων  $(x_i, y_i)$  των μεταβλητών ενδιαφέροντος  $x_i$  και των τιμών  $y_i$  των παρατηρήσεων για κάθε μία από τις μεταβλητές ενδιαφέροντος, αντίστοιχα. Στη συνέχεια, η μέθοδος MARS εφαρμόζει μία μέθοδο ίδια με αυτή των δένδρων αναδρομικού διαχωρισμού (recursive partitioning trees) (βλ. Σχ.17) με τη χρήση όμως μίας κατάλληλης αρθρωτής συνάρτησης.



Σχήμα 17. Δένδρο αναδρομικού δυαδικού διαχωρισμού (Binary Recursive partitioning tree)

(:Τα στοιχεία κάθε κόμβου διχοτομούνται βαθμιαία σε κόμβους με ομοειδή στοιχεία.

Η διαδικασία τερματίζεται όταν επιτευχθεί ο βέλτιστος διαχωρισμός)

Ο διαχωρισμός πραγματοποιείται σε δύο φάσεις:

**1. Πέρασμα προς τα εμπρός (Forwarded pass):**

- Ορίζεται το σύνολο των ζητούμενων προς ικανοποίηση όρων.
- Για το διαχωρισμό των στοιχείων, η μέθοδος εισάγει τη βασική συνάρτηση, η οποία στο κάθε βήμα αποτελείται από κάποιους προς ικανοποίηση όρους.
- Σε κάθε βήμα ορίζεται μία αρθρωτή συνάρτηση, διερευνώντας όλους τους συνδυασμούς των εξής δεδομένων και στοιχείων:
  - τις προϋπάρχουσες συνθήκες,
  - όλες τις μεταβλητές (επιλογή μίας για την καινούργια βασική συνάρτηση) και
  - τις τιμές κάθε μεταβλητής (για την επιλογή του κόμπου της καινούργιας συνάρτησης άρθρωσης)
- Προσδιορίζεται ένα ζεύγος τιμών της βασικής συνάρτησης μέσω της αρθρωτής συνάρτησης που δίνει τη μέγιστη μείωση του αθροίσματος των τετραγώνων του υπολειπόμενου σφάλματος (greedy algorithm).
- Η διαδικασία τερματίζεται όταν επιτευχθεί ο κατά περίπτωση βέλτιστος διαχωρισμός.

**2. Πέρασμα προς τα πίσω (The backward pass)**

Στο στάδιο αυτό γίνεται περικοπή («κλάδεμα») του προηγούμενου αποτελέσματος:

- Σε κάθε βήμα, γίνεται αφαίρεση ενός όρου που έχει τη μικρότερη επιρροή και δημιουργείται ένα υπομοντέλο τη φορά.
- Τα υπομοντέλα συγκρίνονται μεταξύ τους χρησιμοποιώντας το κριτήριο GCV (generalized cross validation).

Το πέρασμα προς τα πίσω εξετάζει στην ουσία ξεχωριστά την κάθε πλευρά του ζευγαριού που δημιούργησε το πέρασμα προς τα εμπρός έχοντας τη δυνατότητα να κάνει περαιτέρω ξεκαθάρισμα σε κάθε κόμβο.

Τα μοντέλα MARS παρουσιάζουν, μεταξύ άλλων, τα εξής χαρακτηριστικά:

- Είναι εύκολα στην κατανόηση και μπορούν να κάνουν γρήγορες προβλέψεις.
- Μπορούν να διαχειριστούν συνεχείς και κατηγορικές μεταβλητές.
- Μπορούν να διαχειριστούν αρκετά μεγάλο όγκο δεδομένων.
- Κάνουν αυτόματη επιλογή μεταβλητών, πράγμα το οποίο σε πολλές περιπτώσεις δεν είναι αποτελεσματικό.

- ✚ Ως μη παραμετρικά μοντέλα, στα μοντέλα MARS δεν μπορούν να υπολογιστούν άμεσα κάποιες παράμετροι όπως παράδειγμα τα διαστήματα εμπιστοσύνης.

### III.2.2.ix. Οι Μέθοδοι των Υπό Όρους Εναλλασσόμενων Προσδοκώμενων (ACE) και η Διαδικασία της Σταθεροποίησης της Προσθετικότητας και της Διασποράς (AVAS)

Οι ACE και AVAS, είναι δύο μη-παραμετρικές μέθοδοι για την επιλογή μετασχηματισμού πολλαπλής παλινδρόμησης.

Όπως έχει προαναφερθεί ο γενικός τύπος ενός προβλήματος οπισθοδρόμησης μπορεί να εκλαμβάνεται υπό την εξής γενικότερη διατύπωση:

$$Y = f(X) + \epsilon \text{ ή } Y = f(X_1, X_2, \dots, X_p) + \epsilon \quad (3.2.2.23)$$

Στα προσθετικά μοντέλα, ως συνάρτηση  $Y$  θεωρείται μια αθροιστική συνάρτηση απόκρισης  $p$ (εξαρτημένων) μεταβλητών, της γενικής μορφής:

$$Y = \alpha + f_1(X_1) + f_2(X_2) + \dots + f_p(X_p) + \epsilon,$$

όπου  $\alpha$  είναι μια παράμετρος και  $\epsilon$  μια ανοχή.

Οι αλγόριθμοι ACE και AVAS βρίσκουν τους βέλτιστους μετασχηματισμούς «μη παραμετρικά», της μεταβλητής απόκρισης  $Y$  και των δυνητικών προγνώσεων, ώστε να ελαχιστοποιηθεί ή να μεγιστοποιηθεί μία συνθήκη, για παράδειγμα το τετραγωνικό σφάλμα (Deppa).

Ο βασικός τύπος των μοντέλων ACE και AVAS μπορεί να εκφραστεί υπό την κοινή διατύπωση:

$$\theta(Y) = \phi_1(X_1) + \phi_2(X_2) + \dots + \phi_p(X_p) + \epsilon. \quad (3.2.2.24)$$

Όλοι οι μετασχηματισμοί των  $\theta(Y), \phi_1(X_1), \phi_2(X_2), \dots, \phi_p(X_p)$  βρίσκονται ελαχιστοποιώντας την παρακάτω συνάρτηση (Deppa) :

$$e^2 = \frac{E\{[\theta(Y) - \sum_{i=1}^p \phi_i(X_i)]^2\}}{Var(\theta(Y))}. \quad (3.2.2.25)$$

που είναι το κλάσμα της διασποράς της στοχαστικής μεταβλητής  $\theta(Y)$  το οποίο δεν αποδίδεται στην παλινδρόμηση των  $\phi_1(X_1), \phi_2(X_2), \dots, \phi_p(X_p)$ . Η μέση τιμή των  $Y$  και  $X_i$  θεωρείται ότι ισούται με 0, ενώ η διασπορά τους εκλαμβάνεται ως ίση με το 1.

#### α. Κανονική Παλινδρόμηση Ελαχίστων Τετραγώνων (Ordinary Least Squares Regression Method)

Εάν η σχέση μεταξύ (μετρήσεων) μιας συνεχούς μεταβλητής απόκρισης  $Y$  και (μετρήσεων) μιας συνεχούς μεταβλητής εισόδου  $X$  είναι γραμμική και αναπαρίσταται από μία ευθεία της μορφής “ $Y = \alpha + \beta X$ ”, τότε αυτή η ευθεία έχει υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και καλείται *ευθεία παλινδρόμησης των ελαχίστων τετραγώνων* (least squares regression line) (βλ. Σχ. 18) (Hutcheson & GraemeD, 2011). Η ευθεία αυτή προκύπτει με τη μέθοδο του βέλτιστου ταιριάσματος με το  $\alpha$  να αποδίδει την τιμή του  $Y$  όταν το  $X$  είναι μηδέν και το  $\beta$  που αποτελεί την κλίση της ευθείας, να αναπαριστά το συντελεστή παλινδρόμησης, δηλαδή το μέσο όρο της αναμενόμενης αλλαγής της μεταβλητής απόκρισης  $Y$ , δεδομένων των αλλαγών της μεταβλητής εισόδου  $X$ . Το  $\beta$  επίσης είναι ένα δείγμα του πόσο καλά προσαρμόζεται το μοντέλο στα δεδομένα.

Η απόκλιση ή το υπόλοιπο (residual) της παρατηρούμενης τιμής της  $Y$  από την τιμή που προκύπτει για το  $Y$ , σύμφωνα με την πρόβλεψη του μοντέλου μετά την παλινδρόμηση, δείχνει το πόσο αξιόπιστο είναι το μοντέλο. Αθροίζοντας τα τετράγωνα των αποκλίσεων αυτών έχουμε τη συνολική απόκλιση του μοντέλου, το οποίο λέγεται *άθροισμα των τετραγώνων των υπολειπόμενων* RSS (residual sum of squares). Μία απεικόνιση του RSS σε ένα απλό μοντέλο παλινδρόμησης δίνεται από το παρακάτω σχήμα 18 (Hutcheson & GraemeD, 2011) .

Ένα μοντέλο θεωρείται πιο αξιόπιστο όσο μικρότερο είναι το RSS, ενώ το αντίθετο συμβαίνει όσο το RSS είναι σχετικά μεγαλύτερο. Με την είσοδο στο μοντέλο επομένως μιας μεταβλητής η οποία μετρά την παραπάνω απόκλιση, στην ουσία αποτιμάται το μέγεθος της επίδρασης της εισόδου της μεταβλητής στο σύστημα. Για ένα απλό μοντέλο, συγκρίνονται τα RSS του μοντέλου παλινδρόμησης ( $Y = \alpha + \beta X$ ) με εκείνο του, ούτως επονομαζόμενου, *μηδενικού* (null) μοντέλου ( $Y = \alpha$ ).

Στην περίπτωση που η συμπεριφορά της μεταβλητής  $Y$  εξαρτάται από περισσότερες από μία μεταβλητές, τότε το μοντέλο της απλής παλινδρόμησης επεκτείνεται ως εξής:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n. \quad (3.2.2.26)$$

Η επιρροή σε αυτή την περίπτωση της εισόδου της μεταβλητής  $X_n$  επί του μοντέλου υπολογίζεται μετά από τη σύγκριση των ακόλουθων εμφωλευμένων μοντέλων:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n \text{ και}$$

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_{n-1} X_{n-1}$$

ενώ η συνολική επιρροή των ημεταβλητών επί του μοντέλου μπορεί να υπολογιστεί συγκρίνοντας τα ακόλουθα μοντέλα:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n \text{ και}$$

$$Y = \alpha.$$

Η διαφορά της απόκλισης μεταξύ εμφωλευμένων μοντέλων μπορεί να εξεταστεί χρησιμοποιώντας ένα *F-test* επί τη βάσει της ακόλουθης εξίσωσης (Hutcheson & GraemeD, 2011) :

$$F_{df_p - df_{p+q}, df_{p+q}} = \frac{RSS_p - RSS_{p+q}}{(df_p - df_{p+q})(RSS_{p+q} / df_{p+q})}. \quad (3.2.2.27)$$

όπου

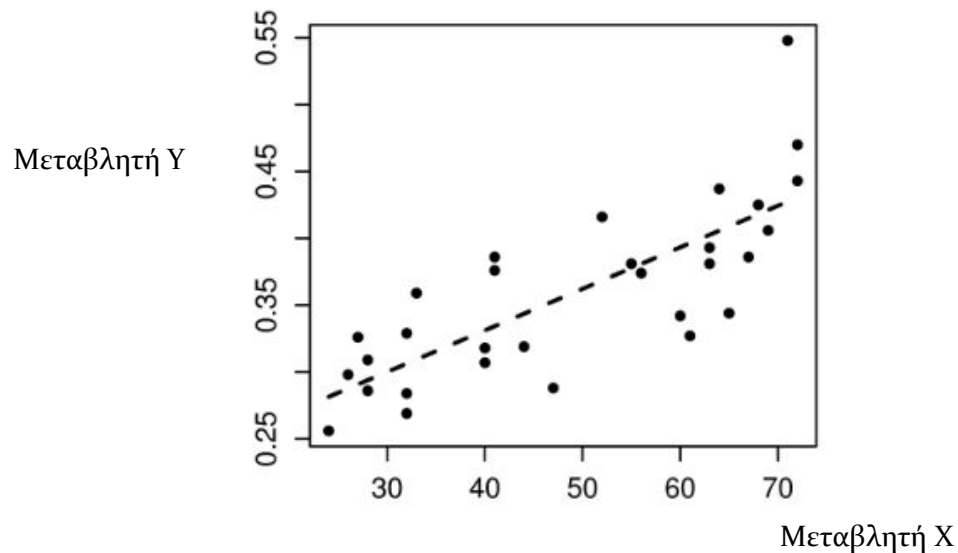
$p$  αναπαριστά το μηδενικό μοντέλο  $Y = \alpha$ ,

$p + q$  αναπαριστά το μοντέλο  $Y = \alpha + \beta X$  και

$df$  είναι ο βαθμός εμπιστοσύνης που σχετίζεται με το εκάστοτε μοντέλο.

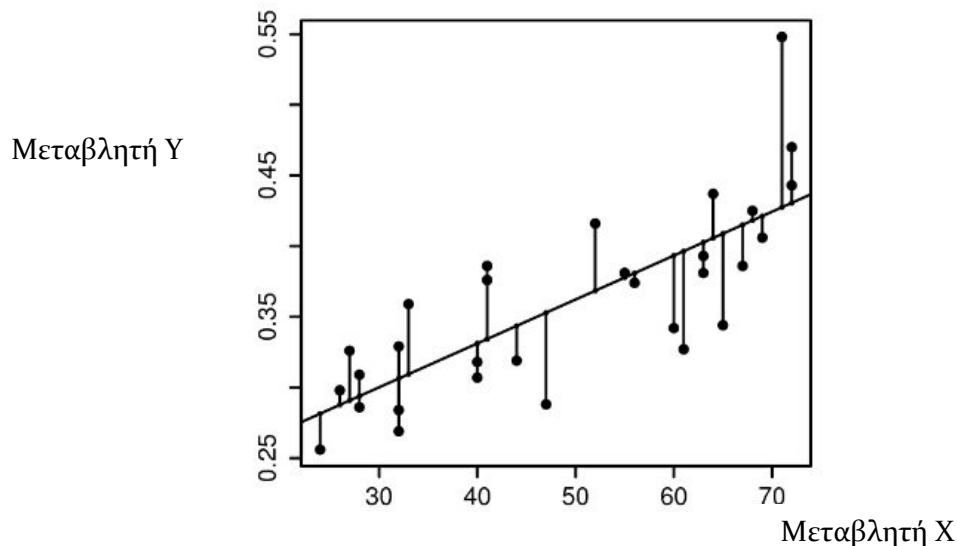
Ένας άλλος όρος που χρησιμοποιείται είναι ο συντελεστής πολλαπλού προσδιορισμού  $R^2$  ο οποίος υπολογίζει το ποσοστό της απόκλισης που προκλήθηκε από την εισαχθείσα μεταβλητή. Το  $R^2$  δίνεται από τη σχέση (Hutcheson & GraemeD, 2011) :

$$R^2 = \frac{RSS \text{ μετά την παλινδρόμηση}}{\text{συνολικό } RSS}. \quad (3.2.2.28)$$



Σχήμα 18. Ευθεία παλινδρόμησης των ελαχίστων τετραγώνων (least squares regression line)

(Hutcheson & GraemeD, 2011)



Σχήμα 19. Υπόλοιπα OLS παλινδρόμησης (Hutcheson & GraemeD, 2011)

## β. Η Μέθοδος Παλινδρόμησης Μερικών Ελαχίστων Τετραγώνων (Partial Least Squares Regression Method)

Η μέθοδος παλινδρόμησης μερικών ελαχίστων τετραγώνων ή PLSR μπορεί να εφαρμοστεί τόσο για πολυπαραγοντική όσο και για μονοπαραγοντική παλινδρόμηση, σχετίζοντας εξαρτημένες μεταβλητές  $Y_i$  με επεξηγηματικές μεταβλητές (explanatory variables)  $X_m$ .

Η μέθοδος PLSR για το σκοπό αυτό δημιουργεί νέες επεξηγηματικές μεταβλητές  $T$  οι οποίες συχνά καλούνται παράγοντες, λανθάνουσες μεταβλητές ή συστατικά (factors, latent variables, components), η κάθε μία από τις οποίες είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των αρχικών  $X_m$  μεταβλητών.

Στη συνέχεια, εφαρμόζονται γνωστές μέθοδοι παλινδρόμησης προκειμένου να οριστούν οι σχέσεις μεταξύ των συστατικών μεταβλητών που προέκυψαν και των μεταβλητών  $Y_i$  (Garthwaite, 1994).

Ο στόχος της μεθόδου PLSR είναι να βρει τις υπερέχουσες συστατικές μεταβλητές  $X_m$  κατά την πρόβλεψη των  $Y_i$ , ώστε στην παλινδρόμηση να συμμετέχουν όσο γίνεται λιγότερες από τις μεταβλητές  $X_m$ , μειώνοντας έτσι τη διάσταση του προβλήματος. Είναι μία μέθοδος η οποία συστήνεται όταν υπάρχει πολυγραμμικότητα στις επεξηγηματικές μεταβλητές ή όταν το πλήθος τους είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με τον αριθμό των παρατηρήσεων. Η εν λόγω μέθοδος προτάθηκε αρκετές φορές κατά την εικοσαετία 1975-1994, ενώ μελετήθηκε εκτενώς μεταγενέστερα.

Μία έκδοση του αλγόριθμου της μεθόδου PLSR έχει ως εξής (Cheng & Wu, 2006) :

Θεωρούμε

ένα εξαρτημένο  $n \times 1$  διάνυσμα  $Y$

τον  $n \times p$  πίνακα  $X$  των δεδομένων επεξηγηματικών μεταβλητών

το γραμμικό μοντέλο  $Y = X\beta + \varepsilon_i$ , όπου  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$

τον πίνακα  $P_S = S(S'S)^{-1}S'$  ο οποίος επί του χώρου που παράγεται από τα διανύσματα-στήλες ενός πίνακα  $S$

τα διανύσματα  $W_1, W_2, \dots, W_p$  των σταθμισμένων βαρών που αποδίδονται στις στήλες του  $X$

## 1. Επιλογή ορθογώνιων συνιστωσών $\{t_i\}$

### 1.1. Σταδιακός υπολογισμός των $\{t_i\}$

Αρχικοποίηση  $X_0 = X$

Επιλογή της συνιστώσας  $t_k$  κατά το βήμα  $k$  και υπολογισμός της ως εξής:

$$\begin{aligned}w_k &= X'_{k-1}Y / \sqrt{Y'X'_{k-1}Y} \\t_k &= X_{k-1}w_k \\p_k &= X'_{k-1}t_k / t'_k t_k \\X_k &= X_{k-1} - t_k p'_k = (I - P_{t_k})X_{k-1}\end{aligned}\tag{3.2.29}$$

### 1.2. Εφαρμογή κριτηρίου σταυρωτής αξιολόγησης (cross-validation CV) στο βήμα $k$ .

Το κριτήριο CV χρησιμοποιείται για την απόφαση επιλογής ή όχι της συνιστώσας  $k$ .

### 1.3. Υπολογίζεται ο όρος $Q^k$ ως εξής :

- Θεωρείται ως  $T^k$  τμήμα του επεξηγηματικού πίνακα  $X$  ο οποίος έχει  $k$  στήλες και η  $i$ -οστή στήλη του είναι η συνιστώσα  $t_i$ .
- Θεωρείται ως  $SSE^k$  ή  $PSSE^k$  το άθροισμα ή το μερικό άθροισμα αντίστοιχα των τετραγώνων των υπολοίπων (residual sum of squares) μεταξύ της μεταβλητής  $Y$  και του επεξηγηματικού πίνακα  $T^k$ , το οποίο ορίζεται ως εξής:

$$PSSE^{k+1} = \sum_{i=1}^n (y_i - T_{\{i\}}^{k+1} (T_{(i)}^{k+1})^{-1} (T_{(i)}^{k+1})' Y_{(i)})^2 \tag{3.2.2.30}$$

όπου  $T_{\{i\}}^{k+1}$  υποδηλώνει την  $i$ -οστή γραμμή του  $T^{k+1}$

$T_{(i)}^{k+1}$  είναι ο  $T^{k+1}$  χωρίς την  $i$ -οστή γραμμή του  $Y_{(i)}$  είναι ο  $Y$  χωρίς το  $i$ -οστό του στοιχείο  $y_i$ .

- Το  $Q^k$  υπολογίζεται ως εξής:

$$PQ^k = 1 - PSSE^{k+1} / SSE^k \tag{3.2.2.31}$$

Αν  $Q^k \geq 0.0975$  διαδικασία προχωράει στο βήμα  $k + 1$  αλλιώς η διαδικασία επιλογής σταματάει.

## 2. Παλινδρόμηση για την επιλογή του $T^q$

Με την εφαρμογή παλινδρόμησης, το  $Y$  υπολογίζεται ως εξής:

$$Y = T^q r^q + \varepsilon = r_1 t_1 + \dots + r_q t_q + \varepsilon$$

και εφόσον το  $r^q$  εκληφθεί ως ίσο προς

$$\widehat{r^q} = (T^{q'} T^q)^{-1} T^{q'} Y,$$

θα έχουμε

$$Y = \hat{r}_1 t_1 + \dots + \hat{r}_q t_q \quad (3.2.2.32)$$

Εξ άλλου, από την (3.2.2.29) προκύπτει ότι:

$$t_i = X_{i-1} w_i = X \sum_{j=1}^i (I_p - w_j p_j')$$

Θέτοντας  $w_i^* = \sum_{j=1}^i (I_p - w_j p_j')$  και αντικαθιστώντας το  $t_i$  με  $X w_i^*$  στην (3.2.2.32), η εκτίμηση του  $Y$  στο PLSR μοντέλο, θα είναι:

$$\widehat{Y_{PLS}} = \hat{r}_1 t_1 + \dots + \hat{r}_q t_q = \hat{r}_1 X w_1^* + \dots + \hat{r}_q X w_q^* = X \sum_{i=1}^q \hat{r}_i w_i^*$$

Ορίζοντας  $\widehat{\beta_{PLS}} = \sum_{i=1}^q \hat{r}_i w_i^*$ , η τελευταία σχέση γίνεται:

$$\widehat{Y_{PLS}} = X \widehat{\beta_{PLS}} \quad (3.2.2.33)$$

Επισημαίνουμε ότι, εκτός από τις διάφορες προσεγγίσεις της μεθόδου PLSR, ο στόχος πάντα είναι η εκτίμηση της συνδιακύμανσης  $Cov(t_i, Y)$  των  $t_i$  και  $Y$

Η μέθοδος PLSR, φιλτράροντας τα δεδομένα, αντιμετωπίζει πολλές φορές πρόβλημα λόγω της απώλειας δεδομένων που δεν έπρεπε να αποκλειστούν. Προς αυτή την κατεύθυνση, βελτίωση της μεθόδου αυτής αποτελεί η τροποποιημένη μέθοδος παλινδρόμησης μερικών ελαχίστων τετραγώνων MPLSR. (Cheng & Wu, 2006).

## III.2.2.xi. Γενικευμένο Γραμμικό Μοντέλο (Generalized Linear Models)

Ένα γενικευμένο γραμμικό μοντέλο ή GLM αποτελείται από τα εξής τμήματα (Shaliz, 2015) :

- Μια γραμμική πρόβλεψη (linear predictor)

$$\eta(x) = \beta_0 + x c \beta \quad (3.2.2.34)$$

- Μία συνδετική συνάρτηση  $g$  (link function) τέτοια ώστε

$$\eta(x) = g(r(x)) \quad (3.2.2.35)$$

- Μία συνάρτηση  $V$  κλίμακας διάχυσης (dispersion scale function) τέτοια ώστε:

$$Var[Y/X = x] = \sigma^2 V(r(x)) \quad (3.2.2.36)$$



Με τα παραπάνω, είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε τη μέση τιμή και τη διακύμανση της απόκρισης  $Y$  για κάθε τιμή των μεταβλητών εισόδου  $x$ .

Το μοντέλο λειτουργεί σύμφωνα με τον εξής αλγόριθμο :

1. Είσοδος των δεδομένων  $(x_1, y_1), \dots (x_n, y_n)$ 
  - Κατασκευή της συνδετικής συνάρτησης  $g(r)$
  - Κατασκευή της συνάρτησης  $V(r)$
  - Εκτίμηση αρχικών τιμών  $\beta_0, \beta$
2. Μέχρις ότου να συγκλίνουν τα  $\beta_0, \beta$ :
  - Υπολογισμός της  $\eta(x_i) = \beta_0 + x_i\beta$  και του αντίστοιχου  $r(x_i)$ .
  - Εύρεση αποτελεσματικών μετασχηματισμένων αποκρίσεων.

$$z_i = \eta(x_i) + \frac{y_i - r(x_i)}{g} (r(x_i)) \quad (3.2.2.37)$$

- Υπολογισμός των βαρών  $w_i = [(g'(r(x_i)))^2 V(r(x_i))]^{-1}$
- Εφαρμογή σταθμισμένης γραμμικής παλινδρόμησης του  $z_i$  στο  $x_i$  με βάρη  $w_i$  βάζοντας  $\beta_0, \beta$  στο σημείο τομής και στις κλίσεις αυτής της παλινδρόμησης.

### III.2.2.xii. Λογιστική Παλινδρόμηση (Logistic regression)

Η λογιστική παλινδρόμηση (logistic regression ή logit regression, ή logit model (wikipedia, 2018)) είναι μία ειδική περίπτωση της γραμμικής παλινδρόμησης που χρησιμοποιείται για την πρόγνωση της συμπεριφοράς εξαρτημένων μεταβλητών, οι οποίες ανήκουν σε ένα συγκεκριμένο σύνολο κατηγοριών.

Η λογιστική παλινδρόμηση μπορεί να έχει τις εξής μορφές :

- *Τακτική* (ordinal). Εδώ η εξαρτημένη μεταβλητή είναι διατεταγμένη
- *Πολυωνυμική* (Multinomial). Σε αυτή τη περίπτωση η εξαρτημένη μεταβλητή μπορεί να έχει πάνω από δύο μορφές.
- *Διωνυμική* (binomial) ή δυαδική (binary). Σε αυτή την περίπτωση η εξαρτημένη μεταβλητή (έξοδος) μπορεί να πάρει μόνο δύο τιμές (συνήθως 0 ή 1).

Η λογιστική παλινδρόμηση βασίζεται στη λογιστική συνάρτηση η οποία ορίζεται ως εξής (wikipedia, 2018) :

$$\sigma(t) = \frac{e^t}{e^t + 1} = \frac{1}{1 + e^{-t}}, \quad t \in \mathbb{R}, \sigma(t) \in (0,1) \quad (3.2.2.38)$$

Θεωρώντας ότι το  $t$  είναι γραμμική συνάρτηση μίας επεξηγηματικής μεταβλητής  $x$ , μπορούμε να γράψουμε:

$$t = \beta_0 + \beta_1 x \quad (3.2.2.38)$$

όπου  $\beta_0, \beta_1$  είναι οι συντελεστές της γραμμικής παλινδρόμησης.

Στην περίπτωση ύπαρξης  $m$  επεξηγηματικών μεταβλητών, η προηγούμενη σχέση λαμβάνει τη μορφή :

$$t = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i x_i \quad (3.2.2.39)$$

Σε αυτή την περίπτωση η λογιστική συνάρτηση μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 x)}} \quad (3.2.2.40)$$

Η συνάρτηση  $F(x)$  είναι η πιθανότητα κατά την οποία η εξαρτημένη μεταβλητή  $x$  ανήκει σε συγκεκριμένη κατηγορία δεδομένων.

Για να μπορέσει να δημιουργηθεί ένα συνεχές κριτήριο το οποίο θα μπορεί να προβλέψει τη συμπεριφορά οποιασδήποτε μεταβλητής, η πολυωνυμική λογιστική συνάρτηση λαμβάνει υπόψη τις πιθανότητες (odds) του να συμβεί ένα γεγονός σε διαφορετικά επίπεδα της εξαρτημένης μεταβλητής, και στη συνέχεια, θεωρώντας το λόγο αυτών των πιθανοτήτων (που είναι συνεχής και θετικός), εξετάζει το λογάριθμο του λόγου αυτού (logit). Τα επιτυχή αποτελέσματα της διεργασίας αυτής κοινοποιούνται στους προγνώστες χρησιμοποιώντας ανάλυση γραμμικής παλινδρόμησης. Η τιμή που προβλέπει η logit ,μετατρέπεται πάλι σε πιθανότητες αντιστρέφοντας τη λογαριθμική συνάρτηση σε εκθετική.

Ορίζοντας την αντίστροφη της λογιστικής συνάρτησης  $F(x)$  κατασκευάζουμε τη συνδετική συνάρτηση (link function) ή logit (log odds)  $g$  :

$$g(F(x)) = \ln\left(\frac{F(x)}{1-F(x)}\right) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (3.2.2.41)$$

της οποίας η αντίστροφη είναι η ακόλουθη εκθετική συνάρτηση:

$$odds = \left(\frac{F(x)}{1-F(x)}\right) = e^{\beta_0 + \beta_1 x} \quad (3.2.2.42)$$

Ο λόγος των πιθανοτήτων (OR) ορίζεται ως:

$$OR = \frac{odds(x+1)}{odds(x)} = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1(x+1)}}{e^{\beta_0 + \beta_1 x}} = e^{\beta_1}. \quad (3.2.2.43)$$

Η δυαδική λογιστική παλινδρόμηση μπορεί να οριστεί ως η αναζήτηση των βέλτιστων τιμών των  $\beta$  για τις οποίες η εξαρτημένη μεταβλητή υπαίρνει τις παρακάτω τιμές:

$$y = \begin{cases} 1, & \text{αν } \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon > 0 \\ 0, & \text{σε διαφορετική περίπτωση} \end{cases} \quad (3.2.2.44)$$

όπου  $\varepsilon$  είναι σφάλμα το οποίο καθορίζεται από την λογιστική κατανομή.

Η λογιστική παλινδρόμηση χρησιμοποιείται σε τομείς όπως :

- ο η μηχανική μάθηση.
- ο η ιατρική,
- ο η μηχανολογία,
- ο οι οικονομικές επιστήμες,
- ο οι κοινωνικές επιστήμες,
- ο η επεξεργασία της φυσικής γλώσσας και
- ο το marketing.

### III.2.2.xiii. Γενικευμένα Προσθετικά Μοντέλα (Generalized additive models)

Στα γενικευμένα προσθετικά μοντέλα (Shaliz, 2015), ακολουθούμε τη διαδικασία του γενικευμένου γραμμικού μοντέλου, με μόνη διαφορά ότι στο τελευταίο στάδιο, αντί να εφαρμόσουμε σταθμισμένη γραμμική παλινδρόμηση στο  $x_i$ , εφαρμόζουμε προσθετική παλινδρόμηση χρησιμοποιώντας για παράδειγμα τον αλγόριθμο back fitting.

Ο σκοπός του γενικευμένου προσθετικού μοντέλου είναι να μεγιστοποιήσει την ποιότητα της πρόβλεψης του γενικευμένου γραμμικού μοντέλου. Σε ένα γραμμικό μοντέλο της γενικής μορφής  $Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i x_i$ , αυτό επιτυγχάνεται με την εκτίμηση (εύρεση) μη-παραμετρικών συναρτήσεων των μεταβλητών εισόδου  $f(x_i)$ , οι οποίες θα αντικαταστήσουν τους απλούς συντελεστές  $\beta_i$  με σκοπό την καλύτερη πρόβλεψη της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y_i$  (statsoft).

### III.2.2.xiv. Ισχυρή παλινδρόμηση (Robust regression)

Η ισχυρή ή ανθεκτική παλινδρόμηση, χρησιμοποιείται εναλλακτικά της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων όταν υπάρχουν αισθητές αποκλίσεις στα δεδομένα. Συγκεκριμένα, παρέχει πολύ καλύτερες εκτιμήσεις συντελεστών παλινδρόμησης όταν υπάρχουν αρκετά αποκλίνοντα δεδομένα.

Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται σε περιπτώσεις ύπαρξης πολλών μεταβλητών εισαγωγής όπου η ύπαρξη των υπολειμμάτων σε ένα γράφημα είναι δυσδιάκριτη. Είναι μία επαναληπτική διαδικασία, η οποία αναζητά και εντοπίζει τα δεδομένα αυτά και ελαχιστοποιεί την επιρροή τους μειώνοντας τα βάρη τους ή αφαιρώντας τα ,κατά τη διάρκεια εκτίμησης των συντελεστών του μοντέλου πρόβλεψης. Ελαχιστοποιώντας το βάρος των μεταβλητών αυτών, κάνει τα υπολείμματα της εξαρτημένης μεταβλητής

περισσότερο εμφανή. Η τιμή του βάρους που αποδίδεται σε κάθε παρατήρηση στην ισχυρή παλινδρόμηση, ελέγχεται από μία ειδική καμπύλη ονομαζόμενη συνάρτηση επιρροής (influence function) (NCSS Statistical software).

Η εκτίμηση των βαρών των μεταβλητών αυτών στην ισχυρή παλινδρόμηση γίνεται μέσω διαφόρων εκτιμητών. Ενδεικτικά αναφέρεται η χρήση των M-εκτιμητών. Ένας τέτοιος εκτιμητής ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τιμών μιας συνάρτησης  $\rho(\cdot)$  υπεράνω των υπολοίπων. Αυτοί οι εκτιμητές ορίζονται ως τα  $\beta$  που ελαχιστοποιούν την παρακάτω σχέση:

$$\min_{\beta} \sum_{j=1}^N \rho(y_i - x'_j \beta) = \min_{\beta} \sum_{j=1}^N \rho(e_j). \quad (3.2.2.45)$$

Η εν λόγω ελαχιστοποίηση μπορεί να γίνει άμεσα. Για τις περιπτώσεις που δεν πραγματοποιείται άμεσα, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης λειτουργίας, όπως η μέθοδος Newton-Raphson, ενώ στις περισσότερες περιπτώσεις είναι προτιμώμενη η εφαρμογή ενός επαναληπτικού αλγόριθμου προσαρμογής ελαχίστων τετραγώνων.

Το ότι η ισχυρή παλινδρόμηση αποφασίζει μόνη της τη σημασία των μεταβλητών μέσω απόδοσης βαρών, υποχρεώνει σε περεταίρω μελέτη των αποτελεσμάτων, ώστε να εξεταστεί αν η ιεράρχηση που προτείνει η μέθοδος κάθε φορά είναι η ζητούμενη.

### III.2.2.xv. Ημιπαραμετρική παλινδρόμηση (Semiparametric regression)

Η **ημιπαραμετρική παλινδρόμηση** περιλαμβάνει μοντέλα που συνδυάζουν παραμετρικά και μη παραμετρικά μοντέλα. Συχνά χρησιμοποιούνται σε καταστάσεις όπου το πλήρως μη παραμετρικό μοντέλο μπορεί να μην αποδίδει καλά ή όταν ο ερευνητής θέλει να χρησιμοποιήσει ένα παραμετρικό μοντέλο αλλά η μορφή της συνάρτησης για ένα υποσύνολο των προβλέψεων, ή η πυκνότητα των σφαλμάτων δεν είναι γνωστή.

Οι πιο γνωστές μέθοδοι ημιπαραμετρικής παλινδρόμησης είναι:

- **Τα μερικώς γραμμικά μοντέλα**

Ένα μερικώς γραμμικό μοντέλο, δίνεται από τη σχέση:

$$Y_i = X'_i \beta + g(Z_i) + u_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.2.2.46)$$

όπου

$Y_i$  είναι η εξαρτημένη μεταβλητή,

$X_i$  και  $Z_i$  διανύσματα της επεξηγηματικής μεταβλητής,

$u_i$  είναι ο όρος σφάλματος που ικανοποιεί  $E(u_i | X_i, Z_i) = 0$ ,

$\beta$  είναι το προς εκτίμηση διάνυσμα των άγνωστων παραμέτρων του

παραμετρικού μοντέλου,  
 $g(Z_i)$  είναι η προς εκτίμηση άγνωστη συνάρτηση του μη παραμετρικού  
 μοντέλου.

- **Τα μοντέλα ευρετηρίου (index models)**

Ένα μοντέλο τέτοιας μορφής ορίζεται ως εξής:

$$Y = g(X'\beta_0) + u \quad (3.2.2.47)$$

όπου τα

$Y, X', \beta_0, u$  ορίζονται όπως προηγουμένως,

$X'\beta_0$  είναι το παραμετρικό μέρος

$g(\cdot)$  είναι η άγνωστη μη παραμετρική συνάρτηση.

- **Η μέθοδος Ichimura**

- **Ο εκτιμητής των Klein και Spady**

### III.2.2.xvi. Συστημική Θεωρία και Γεωμετρική Πρόβλεψη

Το παρόν Εδάφιο προέρχεται ευθέως και εξ ολοκλήρου από την εργασία του Επιβλέποντα τη Διατριβή Καθηγητή κ. Δάρα με τίτλο: “*Systemic Theory and Geometric Predictive Modeling*”, Vari (Attiki), Department of Mathematics and Engineering Sciences Hellenic Military Academy, 2018.

Έστω  $S$  ένα δοθέν σύστημα του οποίου θέλουμε να προβλέψουμε την συμπεριφορά. Για τον σκοπό αυτόν αποδεχόμαστε ότι το σύστημα αναγνωρίζεται από τα δικά του συστημικά χαρακτηριστικά τα οποία μπορούμε να γνωρίζουμε πλήρως ένα προς ένα. Χωρίς βλάβη γενικότητας, θεωρούμε ότι κάθε συστημικό χαρακτηριστικό εξαρτάται από τον χρόνο και την θέση. Για την ποσοτικοποίηση του συστήματος  $S$  δίνουμε τον ακόλουθο ορισμό.

Υποθέτουμε ότι για οποιοδήποτε συστημικό χαρακτηριστικό  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, l + 1$ ) και σε οποιοδήποτε χρόνο  $t \in \mathbb{R}$  και τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  στο  $S$ , θεωρούνται ως δεδομένα τα ακόλουθα:

1. Το **διάστημα κανονικότητας**  $[\tilde{\beta}_S^{(j)}, \beta_S^{(j)}] \subset \mathbb{R}$
2. Το **υποσταθμισμένο διάστημα επισφάλειας** (sub-weighted precarity interval)  $[\tilde{c}_S^{(j)}, \tilde{\beta}_S^{(j)}] \subset \mathbb{R}$  και το **υπερσταθμισμένο διάστημα επισφάλειας** (over-weighted-precarity interval)  $[\beta_S^{(j)}, c_S^{(j)}] \subset \mathbb{R}$  και

3. Το **υποσταθμισμένο διάστημα καταστροφής** (sub-weighted disaster interval)  $[\tilde{d}_S^{(j)}, \tilde{c}_S^{(j)}] \subset \mathbb{R}$  και το **υπερσταθμισμένο διάστημα καταστροφής** (over-weighted disaster interval)  $[c_S^{(j)}, d_S^{(j)}] \subset \mathbb{R}$ .

Αυτά ορίζονται ως τα μεγαλύτερα διαστήματα με τις ακόλουθες ιδιότητες.

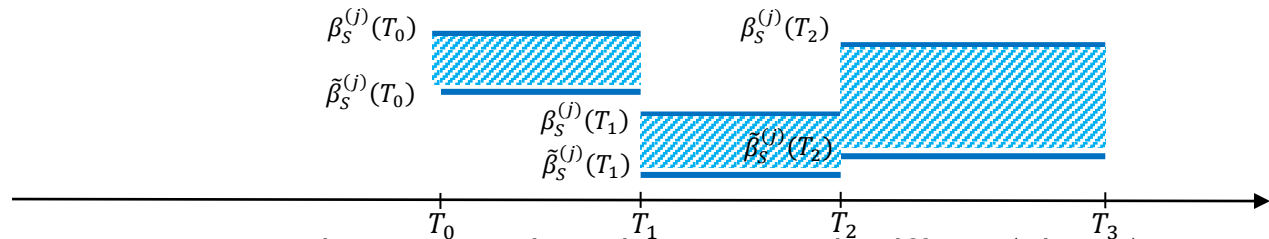
- Εντός του  $[\tilde{\beta}_S^{(j)}, \tilde{\beta}_S^{(j)}]$  **δεν υπάρχει μεταβολή** στη συμπεριφορά του χαρακτηριστικού  $j$  εντός του συστήματος τέτοια που να επηρεάζει άλλους συστημικούς δείκτες (ή την ισχύ και επίδραση άλλων συστημικών χαρακτηριστικών που δραστηριοποιούνται στο σύστημα).
- Εντός του  $[\tilde{c}_S^{(j)}, \tilde{\beta}_S^{(j)}] \cup [\beta_S^{(j)}, c_S^{(j)}]$  **υπάρχει μικρή μεταβολή** στη συμπεριφορά του χαρακτηριστικού  $j$  εντός του συστήματος που επηρεάζει άλλους συστημικούς δείκτες (ή την ισχύ και επίδραση άλλων συστημικών χαρακτηριστικών που δραστηριοποιούνται στο σύστημα).
- Εντός του  $[\tilde{d}_S^{(j)}, \tilde{c}_S^{(j)}] \cup [c_S^{(j)}, d_S^{(j)}]$  **υπάρχει μεγάλη μεταβολή** στη συμπεριφορά του χαρακτηριστικού  $j$  εντός του συστήματος που επηρεάζει άλλους συστημικούς δείκτες, (ή την ισχύ και επίδραση άλλων συστημικών χαρακτηριστικών που δραστηριοποιούνται στο σύστημα).
- Στο εξωτερικό του  $[\tilde{d}_S^{(j)}, d_S^{(j)}]$  **υπάρχει ολέθρια καταστροφική αλλαγή** στη συμπεριφορά του χαρακτηριστικού  $j$  που επηρεάζει άλλους συστημικούς δείκτες (ή την ισχύ και επίδραση άλλων συστημικών χαρακτηριστικών που δραστηριοποιούνται στο σύστημα).

Τα διανύσματα  $(\tilde{\beta}_S^{(j_1)}, \dots, \tilde{\beta}_S^{(j_k)}) \in \mathbb{R}^k$  και  $(\beta_S^{(j_1)}, \dots, \beta_S^{(j_k)}) \in \mathbb{R}^k$  είναι αντιστοίχα τα **κάτω και άνω όρια της κανονικότητας** των συστημικών χαρακτηριστικών  $j_1, j_2, \dots, j_k$  σε χρόνο  $t \in \mathbb{R}$  και στην τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . Ειδικά, για  $(j_1, j_2, \dots, j_k) = (1, 2, \dots, l+1)$  θα προτιμούμε τους συμβολισμούς  $\tilde{\beta} = (\tilde{\beta}_S^{(1)}, \tilde{\beta}_S^{(2)}, \dots, \tilde{\beta}_S^{(l+1)})$  και  $\beta = (\beta_S^{(1)}, \beta_S^{(2)}, \dots, \beta_S^{(l+1)})$ .

Στην ειδική συμπτωματική περίπτωση όπου  $\tilde{\beta}_S^{(j)} = \beta_S^{(j)} = D_S^{(j)}$  ο σταθμισμένος δείκτης  $D_S^{(j)}$  είναι η **μοναδική τιμή κανονικότητας** του συστημικού χαρακτηριστικού  $j$  σε χρόνο  $t \in \mathbb{R}$  και στην θέση  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  στο  $S$ .

Η αντιστοιχία που συνδέει κάθε στοιχείο του χωροχρόνου  $\mathbb{R}^4$  με το αντίστοιχο διάστημα κανονικότητας του χαρακτηριστικού  $j$  είναι η **απεικόνιση κανονικής κατάστασης** του συστημικού χαρακτηριστικού  $j$  πάνω στον χωρόχρονο. Οποιοδήποτε σημείο της εικόνας της είναι μια **κατάσταση κανονικότητας** ή ένα **σημείο κανονικότητας** και κάθε σύνολο στο γράφημα της ονομάζεται **ζώνη κανονικότητας** για  $j$ . Για παράδειγμα αν έχουμε μια σταθερή τοποθεσία  $(x, y, z)$  και αφήσουμε τον

χρόνοι να βρίσκεται ανάμεσα στις χρονικές στιγμές  $T_0$  και  $T_3$ , τότε η ζώνη κανονικότητας του χαρακτηριστικού  $j$  μπορεί να έχει την μορφή του παρακάτω γραφήματος:



Σχήμα 20. Συστημική Θεωρία και Γεωμετρική Πρόβλεψη.1 (Δάρας Ν.)

Τα χρονικά διαστήματα  $[T_0, T_1]$ ,  $[T_1, T_2]$  και  $[T_2, T_3]$  καλούνται **περίοδοι κανονικότητας** για το χαρακτηριστικό  $j$ , ενώ, ιδιαιτέρως τα σημεία  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  και  $T_3$  ονομάζονται **σημεία μεταβολής της κανονικότητας** για το χαρακτηριστικό  $j$ .

Τα διανύσματα  $(\tilde{c}_S^{(j_1)}, \dots, \tilde{c}_S^{(j_k)}) \in \mathbb{R}^k$  και  $(c_S^{(j_1)}, \dots, c_S^{(j_k)}) \in \mathbb{R}^k$  ονομάζονται αντιστοίχως **κάτω όριο υποσταθμισμένης επισφάλειας** και **άνω όριο υπερσταθμισμένης επισφάλειας** των συστημικών χαρακτηριστικών  $j_1, j_2, \dots, j_k$  σε χρόνο  $t \in \mathbb{R}$  και στην τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .

Ειδικά, για  $(j_1, j_2, \dots, j_k) = (1, 2, \dots, l+1)$  θα προτιμούμε τον συμβολισμό  $\tilde{c} = (\tilde{c}_S^{(1)}, \tilde{c}_S^{(2)}, \dots, \tilde{c}_S^{(l+1)})$  και  $c = (c_S^{(1)}, c_S^{(2)}, \dots, c_S^{(l+1)})$ . Στην ειδική συμπτωματική περίπτωση που ισχύει  $\tilde{c}_S^{(j)} = \tilde{\beta}_S^{(j)}$  ή  $c_S^{(j)} = \beta_S^{(j)}$ , οι κοινές τιμές τους καλούνται **τιμή υποσταθμισμένης επισφάλειας** και **τιμή υπερσταθμισμένης επισφάλειας** αντίστοιχα, του συστημικού χαρακτηριστικού  $j$  σε χρόνο  $t \in \mathbb{R}$  και στη θέση  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  στο  $S$ .

Η απεικόνιση που αντιστοιχίζει σε κάθε στοιχείο του χωροχρόνου τα αντίστοιχα διαστήματα επισφάλειας του χαρακτηριστικού  $j$  λέγεται **απεικόνιση επισφαλούς κατάστασης** του συστημικού χαρακτηριστικού  $j$  στον χωρόχρονο. Οποιοδήποτε σημείο της εικόνας της είναι μια **επισφαλής κατάσταση** ή ένα **σημείο επισφάλειας**, ενώ κάθε σύνολο στο γράφημά της είναι μια **επισφαλής ζώνη** για το  $j$ . Οι εκτάσεις της υποσταθμισμένης επισφάλειας και της υπερσταθμισμένης επισφάλειας σε χρόνο  $t$  και τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  στο  $S$  ορίζονται ως οι διαφορές

$$\delta_{critical}^{(j)} := |\tilde{c}_S^{(j)} - \tilde{b}_S^{(j)}| \text{ και } \delta_{critical}^{(j)} = |c_S^{(j)} - b_S^{(j)}|.$$

Τέλος, τα διανύσματα  $(\tilde{d}_S^{(j_1)}, \dots, \tilde{d}_S^{(j_k)}) \in \mathbb{R}^k$  και  $(d_S^{(j_1)}, \dots, d_S^{(j_k)}) \in \mathbb{R}^k$  ονομάζονται αντίστοιχα **κάτω όριο υποσταθμισμένου κινδύνου** και **άνω όριο υπερσταθμισμένου κινδύνου** των συστημικών χαρακτηριστικών  $j_1, j_2, \dots, j_k$  σε χρόνους  $t \in \mathbb{R}$  και στην τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . Ειδικά, για  $(j_1, j_2, \dots, j_k) = (1, 2, \dots, l+1)$ , θα προτιμούμε τους συμβολισμούς

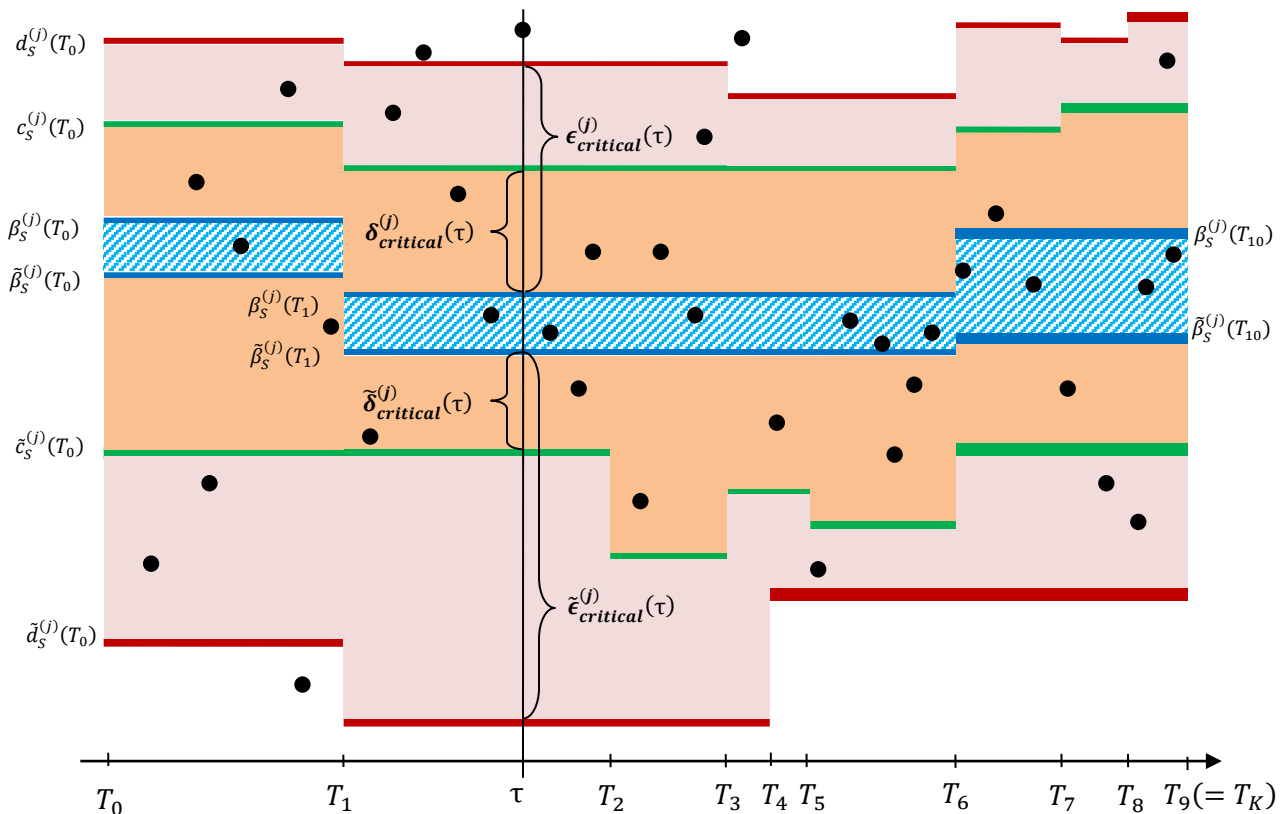
$$\tilde{d} = (\tilde{d}_S^{(1)}, \tilde{d}_S^{(2)}, \dots, \tilde{d}_S^{(l+1)}) \text{ και } d = (d_S^{(1)}, d_S^{(2)}, \dots, d_S^{(l+1)}).$$

Στην οριακή περίπτωση που ισχύει  $\tilde{d}_S^{(j)} = \tilde{c}_S^{(j)}$  ή  $d_S^{(j)} = c_S^{(j)}$ , οι εν λόγω κοινές τιμές καλούνται **τιμή υποσταθμισμένου** και **υπερσταθμισμένου κινδύνου** αντίστοιχα, του συστημικού χαρακτηριστικού  $j$  σε χρόνο  $t \in \mathbb{R}$  και στη θέση  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  στο  $S$  ([9]).

Η απεικόνιση που αντιστοιχίζει σε κάθε στοιχείο του χωροχρόνου τα αντίστοιχα διαστήματα κινδύνου του χαρακτηριστικού  $j$  λέγεται **απεικόνιση επικίνδυνης κατάστασης** του συστημικού χαρακτηριστικού  $j$  στον χωρόχρονο. Οποιοδήποτε σημείο της εικόνας της είναι μια **κατάσταση κινδύνου** ή ένα **σημείο κινδύνου** και κάθε σύνολο στο γράφημά της είναι μια **καταστροφική ζώνη** για το  $j$ . Οι εκτάσεις του υποσταθμισμένου κινδύνου και του υπερσταθμισμένου κινδύνου σε χρόνο  $t$  και τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  στο  $S$  ορίζονται ως οι διαφορές

$$\tilde{\epsilon}_{critical}^{(j)} := |\tilde{d}_S^{(j)} - \tilde{\beta}_S^{(j)}| \text{ και } \epsilon_{critical}^{(j)} = |\delta_S^{(j)} - \beta_S^{(j)}|.$$

Μια συμβολική και ενδεικτική σχηματική απεικόνιση όλων των παραπάνω εννοιών για συγκεκριμένη τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ , δίνεται αμέσως τώρα.



Σχήμα 21. Συστημική Θεωρία και Γεωμετρική Πρόβλεψη . 2 (Δάρας Ν.)



### Ορισμός.

- i. Ένα σύστημα  $S$  εφοδιασμένο με τις παραπάνω ορισμένες ανοχές κανονικότητας, επισφάλειας και καταστροφής είναι ένα **προβλέψιμο σύστημα**.
- ii. Ένας **συστημικός δείκτης**  $g_S^{(j)}(t, x, y, z)$  είναι η **πραγματική τιμή** του χαρακτηριστικού  $j$  σε χρόνους  $t \in \mathbb{R}$  και τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ , σε ένα προβλέψιμο σύστημα  $S$ .
- iii. Κάθε χρονικό διάστημα  $[T_n, T_{n+1}]$  κατά τη διάρκεια του οποίου όλα τα όρια διατηρούνται σταθερά ονομάζεται **περίοδος συστημικής διατήρησης**. Κάθε χρονικό σημείο  $T_n$  στο οποίο εκδηλώνεται μεταβολή κάποιου ορίου καλείται **σημείο συστημικής μεταβολής**.
- iv. Ένας **σταθμισμένος συστημικός δείκτης** του χαρακτηριστικού  $j$ , σε χρόνους  $t \in \mathbb{R}$  και τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  ενός προβλέψιμου συστήματος  $S$ , ορίζεται μία **προκαθορισμένη τιμή αναφοράς**  $D_S^{(j)}(t, x, y, z) \in [\tilde{\beta}_S^{(j)}, \beta_S^{(j)}] \subset \mathbb{R}$ , η οποία παραμένει σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια μίας περιόδου **συστημικής διατήρησης**  $[T_n, T_{n+1}]$ .
- v. Ένας **δείκτης συστημικής απόκλισης** σε ένα προβλέψιμο σύστημα  $S$  είναι ένας οποιοσδήποτε λόγος της μορφής  $g_S^{(j)}(t, x, y, z) / D_S^{(j)}(t, x, y, z)$ . ■

**Παρατηρήσεις α.** Οι έννοιες της κανονικής ζώνης, της επισφαλούς ζώνης και της ζώνης κινδύνου μπορούν να θεωρηθούν ανάλογες των πιθανοθεωρητικών εννοιών που αντιλαμβανόμαστε σε μία θεωρία διαχείρισης κινδύνου μιλώντας για ζώνη χαμηλού κινδύνου, ζώνη μέτριου κινδύνου και ζώνη υψηλού κινδύνου, αντίστοιχα.

**β.** Είναι σαφές ότι το πλήθος των συστημικών δεικτών ενός συστήματος είναι ίσο με το πλήθος των σταθμισμένων συστημικών δεικτών του συστήματος.

**γ.** Για λόγους απλοποίησης της παρουσίασης, θα υποθέτουμε παρακάτω ότι **όλες οι συστημικές μετρήσεις εκτελούνται με επαρκή αξιοπιστία** σε τέτοιο βαθμό ώστε να αποκλείεται οποιαδήποτε ασυμφωνία στις εκτιμήσεις των προβλέψεων.

Υποθέτουμε ότι υπάρχει ένας **πεπερασμένος αριθμός** από  $(l + 1)$  διακεκριμένους σταθμισμένους συστημικούς δείκτες ενός προβλέψιμου συστήματος  $S$ , έστω  $D_S^{(1)}, D_S^{(2)}, \dots, D_S^{(l+1)}$  για οποιοδήποτε χρόνο  $t$  και σε οποιαδήποτε τοποθεσία  $(x, y, z)$ .

Προφανώς, κάθε σταθμισμένος συστημικός δείκτης  $D_S^{(j)}$  μπορεί να θεωρηθεί ως μία κατά τμήματα σταθερή αριθμητική συνάρτηση  $D_S^{(j)} = D_S^{(j)}(P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t, x, y, z)$  εξαρτώμενη από τις τιμές των  $N_j$  το

πλήθος εσωτερικών φυσικών χαρακτηριστικών  $(P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)})$  του συστήματος  $S$ , σε χρόνους  $t \in \mathbb{R}$  και στην τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . Ο χώρος

$$\mathbb{G}_{t,x,y,z}(S) := \{D_S = \lambda_1 D_S^{(1)} + \dots + \lambda_l D_S^{(l+1)} : \lambda_1, \dots, \lambda_{l+1} \in \mathbb{R}\} \equiv \mathbb{R}^{l+1}$$

εφοδιασμένος με τη συνήθη Ευκλείδεια απόσταση στο  $\mathbb{R}^{l+1}$  είναι ο **διανυσματικός χώρος των στιγμιαίων τοπικών σταθμισμένων συστημικών δεικτών** του  $S$ , σε χρόνους  $t$  και στην τοποθεσία  $(x, y, z)$ . Κάθε μοναδιαίο διάνυσμα

$$l^{(j)} = \underbrace{(0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)}_j$$

του εν λόγω διανυσματικού χώρου  $\mathbb{G}_{t,x,y,z}(S) \equiv \mathbb{R}^{l+1}$  θεωρείται ότι ταυτίζεται με μια μονάδα του σταθμισμένου συστημικού δείκτη  $D^{(j)}$  του συστήματος  $S$ , σε χρόνο  $t$  και στην τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . Ο γραμμικός χώρος

$$\mathbb{G}(S) := \bigcup_{t \in \mathbb{R}, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3, D_S \in \mathbb{G}_{t,x,y,z}(S)} (t, (x, y, z), D_S) \equiv \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^{l+1} = \mathbb{R}^{l+5},$$

εφοδιασμένος με τη συνήθη Ευκλείδεια τοπολογία στο  $\mathbb{R}^{l+5}$ , είναι ο **χώρος των σταθμισμένων συστημικών δεικτών** πάνω στο σύστημα  $S$ . Τα στοιχεία του  $\mathbb{G}(S)$  είναι οι **σταθμισμένοι συστημικοί δείκτες** του συστήματος  $S$ .

Έστω  $S$  ένα προβλέψιμο σύστημα. Υποθέτουμε ότι σε κάθε συστημικό δείκτη  $g_S^{(j)} = g_S^{(j)}(P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t, x, y, z)$  έχει αντιστοιχισθεί ένας μοναδικός σταθμισμένος συστημικός δείκτης  $D_S^{(j)} = D_S^{(j)}(P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t, x, y, z)$ . Για τους σκοπούς της εργασίας, οι τιμές των σταθμισμένων συστημικών δεικτών  $D_S^{(j)}$  θα θεωρούνται πάντοτε ως δεδομένες και προκαθορισμένες για οποιοδήποτε χρόνο  $t \in \mathbb{R}$  και τοποθεσία  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .

Ένα εργαλείο που θα επέτρεπε τη σε βάθος μελέτη των μετρήσεων που εκτελούνται στον χώρο των σταθμισμένων συστημικών δεικτών είναι η προσάρτηση μετρήσεων του συστημικού διανυσματικού πεδίου σε όλα τα σημεία του χώρου των σταθμισμένων συστημικών δεικτών. Οι τιμές που λαμβάνουμε από τις μετρήσεις αυτές θα θεωρούνται ότι είναι αξιόπιστες και ακριβείς. Επί πλέον, θα υποθέτουμε ότι μπορούμε να συγκρίνουμε τις τιμές αυτές των μετρήσεων με τις δοθείσες προκαθορισμένες σταθερές τιμές των σταθμισμένων συστημικών δεικτών.

Αν  $U$  ένα μη κενό ανοιχτό υποσύνολο του  $\mathbb{R}^4 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$  που αναπαριστά μία **χωροχρονική ιστορική φάση**, μία απεικόνιση

$$\mathcal{D}: U \rightarrow \mathbb{G}(S) \equiv \mathbb{R}^{l+5}: (t, x, y, z) \mapsto (t, x, y, z; D_S^{(1)}, \dots, D_S^{(l+1)})$$

ονομάζεται **καθολικότητα (universality)** των σταθμισμένων συστημικών δεικτών για το σύστημα  $S$  υπεράνω της χωροχρονικής ιστορικής φάσης  $U$ . Αν η απεικόνιση  $\mathcal{D}$  είναι λεία και κανονική στο  $U$ , δηλαδή το διαφορικό  $d\mathcal{D}_{(t,x,y,z)}$  είναι αντιστρέψιμο (έχει τάξη 4) για κάθε  $(t, x, y, z) \in U$  τότε το  $\mathcal{D}$  είναι μια παραμετροποιημένη επιφάνεια διάστασης 4 μέσα στο χώρο των σταθμισμένων συστημικών δεικτών  $\mathbb{G}(S)$ . Σε αυτήν την περίπτωση, λέμε ότι η εικόνα της καθολικότητας  $\Sigma_D = \mathcal{D}(U)$ , ή απλά η  $\mathcal{D}$  είναι **μια παραμετροποιημένη επιφάνεια των σταθμισμένων συστημικών δεικτών** για το σύστημα  $S$  υπεράνω του  $U$ . Ωστόσο, εκ κατασκευής, είναι αρκετά λογικό να δεχόμαστε ότι όλες οι συνιστώσες

$$D_S^{(1)} = D_S^{(1)}(P_{1/S}^{(1)}, \dots, P_{N_1/S}^{(1)}; t, x, y, z), \dots, D_S^{(l+1)} = D_S^{(l+1)}(P_{1/S}^{(l+1)}, \dots, P_{N_{l+1}/S}^{(l+1)}; t, x, y, z)$$

μίας καθολικότητας σταθμισμένων συστημικών δεικτών μέσα σε ένα προβλέψιμο σύστημα  $S$ , παραμένουν σταθερές για μεγάλα ή μικρά χρονικά διαστήματα και για μεγάλες ή μικρές περιοχές. Με άλλα λόγια, μπορούμε να υποθέτουμε ότι η χωροχρονική ιστορική φάση  $U$  διαμερίζεται σε διαφορετικές (κλειστές) περιοχές, κάθε μια συσχετισμένη με μια διαφορετική σταθερή έκφραση των συστημικών δεικτών, έτσι ώστε να υπάρχουν

- μια πεπερασμένη διαμέριση

$$\{\bar{U}_i: U_i \text{ είναι μη κενός ανοικτός υπόχωρος του } U \text{ και } i = 1, 2, \dots, I\}$$

του  $U$ , τέτοια ώστε

$$U_i \cap U_{i'} = \emptyset \text{ για κάθε } i \neq i' \text{ και}$$

- ένα πεπερασμένο σύνολο σταθερών διανυσμάτων

$$c^{(i)} = (c_1^{(i)}, \dots, c_{l+1}^{(i)}) \text{ στο } \mathbb{R}^{l+1}, i = 1, 2, \dots, I,$$

τέτοιων ώστε

$$\left( D_S^{(1)}(P_{1/S}^{(1)}, \dots, P_{N_1/S}^{(1)}; t, x, y, z), \dots, D_S^{(l+1)}(P_{1/S}^{(l+1)}, \dots, P_{N_{l+1}/S}^{(l+1)}; t, x, y, z) \right) = (c_1^{(i)}, \dots, c_{l+1}^{(i)})$$

για οποιαδήποτε  $(t, x, y, z) \in U_i$ .

Η τομή  $Y_{i,i'} := \bar{U}_i \cap \bar{U}_{i'}$  των κλειστών θηκών των συνόλων  $U_i$  και  $U_{i'}$  είναι είτε μια 3-διάστατη πολλαπλότητα στα όρια των  $\partial U_i$  και  $\partial U_{i'}$ , είτε ένα κενό σύνολο. Το σύνολο  $Y_{i,i'}$  ονομάζεται **συστημικό σύνορο ασυνέχειας**.

Έστω τώρα  $U$  ένα μη κενό υποσύνολο του  $\mathbb{R}^4 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$  που απεικονίζει μια χωροχρονική ιστορική φάση. Ας θεωρήσουμε τώρα μια συστημική μέτρηση  $\mathfrak{M}_{\mathcal{F}}$  μεγέθους  $K + 1$  στο  $U$ . Αυτό σημαίνει ότι έχει

επιλεγεί μια συγκεκριμένη διαδικασία  $\mathcal{F}$  μέσω της οποίας κάθε πραγματική τιμή  $g_S^{(j)} = g_S^{(j)}(P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t, x, y, z)$  αντιστοιχεί σε  $K + 1$  αριθμούς

$$\mathcal{F}\left(g_S^{(j)}\left(P_{1/S}^{(1)}, \dots, P_{N_j/S}^{(1)}; t_1, x_1, y_1, z_1\right)\right), \dots, \mathcal{F}\left(g_S^{(j)}\left(P_{1/S}^{(1)}, \dots, P_{N_j/S}^{(1)}; t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1}\right)\right)$$

όπου  $(t_k, x_k, y_k, z_k)$  είναι σε ένα δοθέν διακριτό σύνολο  $E_{K+1} = \{(t_k, x_k, y_k, z_k) \in U, k = 1, 2, \dots, K + 1\}$  με πληθικότητα  $K + 1$ . Αν γράψουμε

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(t_k, x_k, y_k, z_k) &\equiv \left(\mathcal{F}_k^{(1)}(t_k, x_k, y_k, z_k), \dots, \mathcal{F}_k^{(l+1)}(t_k, x_k, y_k, z_k)\right) \\ &:= \left(\mathcal{F}\left(g_S^{(1)}\left(P_{1/S}^{(1)}, \dots, P_{N_j/S}^{(1)}; t_k, x_k, y_k, z_k\right)\right), \dots, \mathcal{F}\left(g_S^{(l+1)}\left(P_{1/S}^{(l+1)}, \dots, P_{N_j/S}^{(l+1)}; t_k, x_k, y_k, z_k\right)\right)\right), \end{aligned}$$

τότε η συστημική μέτρηση  $\mathfrak{M}_{\mathcal{F}}$  μπορεί να εκλαμβάνεται ως μια απεικόνιση η οποία εκφράζεται μέσω της ακόλουθης μορφής

$$\mathfrak{M}_{\mathcal{F}}: E_{K+1} \rightarrow \mathbb{G}(S): (t_k, x_k, y_k, z_k) \mapsto (t_k, x_k, y_k, z_k, \mathcal{F}_k^{(1)}, \dots, \mathcal{F}_k^{(l+1)}).$$

Υποθέτουμε πως ο χώρος  $\mathbb{G}(S)$  είναι εφοδιασμένος με την μετρική  $dist$ , η επιλογή της οποίας μπορεί να εξαρτάται από την μοντελοποίηση ή τη φύση του εκάστοτε προβλήματος.

i. Η συνάρτηση

$$\mathcal{W}_*: E_{K+1} \rightarrow \mathbb{R}: (t_k, x_k, y_k, z_k) \mapsto \mathcal{W}_*(t_k, x_k, y_k, z_k) := dist\left(\tilde{\beta}(t_k, x_k, y_k, z_k), \mathcal{F}(t_k, x_k, y_k, z_k)\right)$$

είναι η **απόκλιση της συστημικής μέτρησης από το χαμηλότερο όριο κανονικότητας στα σημεία του  $E_{K+1}$**

ii. Η συνάρτηση

$$\mathcal{W}^*: E_{K+1} \rightarrow \mathbb{R}: (t_k, x_k, y_k, z_k) \mapsto \mathcal{W}^*(t_k, x_k, y_k, z_k) := dist\left(\beta(t_k, x_k, y_k, z_k), \mathcal{F}(t_k, x_k, y_k, z_k)\right)$$

είναι η **απόκλιση της συστημικής μέτρησης από το υψηλότερο όριο κανονικότητας στα σημεία του  $E_{K+1}$** .

iii. Στην οριακή περίπτωση κατά την οποία  $\tilde{\beta}_S^{(j)} = \beta_S^{(j)} = D_S^{(j)} (\forall j = 1, 2, \dots, l + 1)$ , η συνάρτηση

$$\mathcal{W}: E_{K+1} \rightarrow \mathbb{R}: (t_k, x_k, y_k, z_k) \mapsto \mathcal{W}(t_k, x_k, y_k, z_k) := dist\left(\mathfrak{D}(t_k, x_k, y_k, z_k), \mathcal{F}(t_k, x_k, y_k, z_k)\right)$$

είναι η **απόκλιση της συστημικής μέτρησης από το σημείο κανονικότητας του συστήματος  $S$  στα σημεία του  $E_{K+1}$** .

Αφού το  $U$  είναι ένας διαχωρίσιμος τοπολογικός χώρος, είναι δυνατό να επιλέξουμε μια ακολουθία  $\dots \subsetneq E_K \subsetneq E_{K+1} \subsetneq E_{K+2} \subsetneq \dots$  από πεπερασμένα σύνολα στοιχείων του  $U$ , τέτοια ώστε

- η ένωσή τους  $E = \bigcup_{K=1}^{\infty} E_{K+1}$  είναι πυκνή στο  $U$  και

- το  $E_{K+1}$  να περιέχει μόνο ένα στοιχείο περισσότερο από το  $E_K$ , ας πούμε

$$(t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1}).$$

Επομένως για κάθε  $(t, x, y, z) \in U$ , υπάρχει μια καλά ορισμένη ακολουθία

$$((t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1}) \in E_{K+1})_{K=1,2,\dots}$$

τέτοια ώστε  $(t, x, y, z) = \lim_{K+1 \rightarrow \infty} (t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1})$ . Ορίζοντας

$$\underline{\mathcal{F}}^{(j)}(t, x, y, z) := \liminf_{K+1 \rightarrow \infty} \mathcal{F} \left( g_S^{(j)} \left( P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1} \right) \right) \quad (j = 1, 2, \dots, l+1) \text{ και}$$

$$\overline{\mathcal{F}}^{(j)}(t, x, y, z) := \limsup_{K+1 \rightarrow \infty} \mathcal{F} \left( g_S^{(j)} \left( P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1} \right) \right) \quad (j = 1, 2, \dots, l+1),$$

Είναι σαφές ότι τα  $\underline{\mathcal{F}}^{(j)}$  και  $\overline{\mathcal{F}}^{(j)}$  μπορούν να θεωρηθούν ως δυο διαδικασίες μέσω των οποίων η πραγματική τιμή  $g_S^{(j)} = g_S^{(j)} \left( P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t, x, y, z \right)$  αντιστοιχεί σε 2 πραγματικούς αριθμούς  $\underline{\mathcal{F}}^{(j)}(t, x, y, z)$  και  $\overline{\mathcal{F}}^{(j)}(t, x, y, z)$ , αντίστοιχα, για  $(t, x, y, z) \in U$ .

**i. Οι απεικονίσεις**

$$\underline{\mathcal{F}}: U \rightarrow \mathbb{G}(S) \equiv \mathbb{R}^{l+5}: (t, x, y, z) \mapsto \left( t, x, y, z; \left( \underline{\mathcal{F}}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \underline{\mathcal{F}}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right) \right) \text{ και}$$

$$\overline{\mathcal{F}}: U \rightarrow \mathbb{G}(S) \equiv \mathbb{R}^{l+5}: (t, x, y, z) \mapsto \left( t, x, y, z; \left( \overline{\mathcal{F}}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \overline{\mathcal{F}}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right) \right)$$

ονομάζονται αντίστοιχα, **το κάτω και το άνω τμήμα της συστημικής μέτρησης  $\mathbb{M}_{\mathcal{F}}$  για το προβλέψιμο σύστημα  $\mathcal{S}$  υπεράνω του  $U$ .**

- ii.** Αν το σύνολο  $U$  είναι ανοικτό στο  $\mathbb{R}^4$  και οι δύο απεικονίσεις  $\mathcal{F}_*$  και  $\mathcal{F}^*$  είναι λείες και κανονικές στο  $U$ , δηλαδή τα διαφορικά  $d\underline{\mathcal{F}}_{(t,x,y,z)}$  και  $d\overline{\mathcal{F}}_{(t,x,y,z)}$  είναι αντιστρέψιμα (:είναι τάξης 4) για κάθε  $(t, x, y, z) \in U$ , τότε

- a.**  $\underline{\mathcal{F}} = \overline{\mathcal{F}} =: \tilde{\mathcal{F}}$  και η  $\tilde{\mathcal{F}}(t, x, y, z) = \left( \tilde{\mathcal{F}}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \tilde{\mathcal{F}}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right)$  λέγεται **λεία και κανονική προέκταση της συστημικής μέτρησης  $\mathbb{M}_{\mathcal{F}}$  για το προβλέψιμο σύστημα  $\mathcal{S}$  υπεράνω του  $U$ .**

- b.** Η εικόνα  $\Sigma_{\tilde{\mathcal{F}}} =: \tilde{\mathcal{F}}(U)$  της  $\tilde{\mathcal{F}}$  είναι μια **παραμετροποιημένη επιφάνεια της συστημικής μέτρησης  $\mathbb{M}_{\mathcal{F}}$  για το προβλέψιμο σύστημα  $\mathcal{S}$  υπεράνω του  $U$ .**

Αναλογικά, ορίζοντας

$$\overline{\mathcal{W}}_*(t, x, y, z) := \limsup_{K+1 \rightarrow \infty} \mathcal{W}_*(t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1}),$$

$$\underline{\mathcal{W}}_*(t, x, y, z) := \liminf_{K+1 \rightarrow \infty} \mathcal{W}_*(t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1})$$

και

$$\overline{\mathcal{W}}^*(t, x, y, z) := \limsup_{K+1 \rightarrow \infty} \mathcal{W}^*(t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1}),$$

$$\underline{\mathcal{W}}^*(t, x, y, z) := \liminf_{K+1 \rightarrow \infty} \mathcal{W}^*(t_{K+1}, x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1}),$$

είναι προφανές ότι τα  $\overline{\mathcal{W}}_*(t, x, y, z)$ ,  $\underline{\mathcal{W}}_*(t, x, y, z)$ ,  $\overline{\mathcal{W}}^*(t, x, y, z)$  και  $\underline{\mathcal{W}}^*(t, x, y, z)$  είναι τέσσερις συναρτήσεις που περιγράφουν τις αποστάσεις, από τη μια μεριά, μεταξύ των  $\underline{\mathcal{F}}(t, x, y, z)$  και  $\overline{\mathcal{F}}(t, x, y, z)$  και από την άλλη μεριά, των κατώτερων και ανώτερων ορίων κανονικότητας  $\tilde{\beta}(t, x, y, z)$  και  $\beta(t, x, y, z)$  αντίστοιχα για κάθε σημείο  $(t, x, y, z) \in U$ . Πιο συγκεκριμένα καταλήγουμε στον επόμενο ορισμό. Η συνάρτηση

$$\underline{\mathcal{W}}^*: U \rightarrow \mathbb{R}: (t, x, y, z) \mapsto \underline{\mathcal{W}}^*(t, x, y, z) := \text{dist}(\tilde{\beta}(t, x, y, z), \overline{\mathcal{F}}(t, x, y, z))$$

είναι η **άνω απόκλιση της συστημικής μέτρησης στα σημεία του  $U$  από το κατώτερο όριο κανονικότητας** υπεράνω του προβλέψιμου συστήματος  $S$ . Η συνάρτηση

$$\underline{\mathcal{W}}_*: U \rightarrow \mathbb{R}: (t, x, y, z) \mapsto \underline{\mathcal{W}}_*(t, x, y, z) := \text{dist}(\tilde{\beta}(t, x, y, z), \underline{\mathcal{F}}(t, x, y, z))$$

είναι η **κάτω απόκλιση της συστημικής μέτρησης στα σημεία του  $U$  από το κατώτερο όριο κανονικότητας** υπεράνω του προβλέψιμου συστήματος  $S$ . Η συνάρτηση

$$\overline{\mathcal{W}}^*: U \rightarrow \mathbb{R}: (t, x, y, z) \mapsto \overline{\mathcal{W}}^*(t, x, y, z) := \text{dist}(\beta(t, x, y, z), \overline{\mathcal{F}}(t, x, y, z))$$

είναι η **άνω απόκλιση της συστημικής μέτρησης στα σημεία του  $U$  από το ανώτερο όριο κανονικότητας** υπεράνω του προβλέψιμου συστήματος  $S$ . Η συνάρτηση

$$\overline{\mathcal{W}}_*: U \rightarrow \mathbb{R}: (t, x, y, z) \mapsto \overline{\mathcal{W}}_*(t, x, y, z) := \text{dist}(\beta(t, x, y, z), \underline{\mathcal{F}}(t, x, y, z))$$

είναι η **κάτω απόκλιση της συστημικής μέτρησης στα σημεία του  $U$  από το ανώτερο όριο κανονικότητας** υπεράνω του προβλέψιμου συστήματος  $S$ .

Αν  $U$  είναι ένα μη κενό ανοιχτό υποσύνολο του  $\mathbb{R}^4$  και αν η απεικόνιση  $\tilde{\mathcal{F}}: U \rightarrow \mathbb{R}^{l+5}$  υπάρχει και είναι ομαλώς κανονική επέκταση της συστημικής μέτρησης  $\mathfrak{M}_{\mathcal{F}}$  για ένα προβλέψιμο σύστημα  $S$  στο  $U$ , το διαφορικό της  $\tilde{\mathcal{F}}$  είναι η ομαλή απεικόνιση  $d\tilde{\mathcal{F}}: U \times \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^{l+5} \times \mathbb{R}^{l+5}$  που ορίζεται ως εξής. Ένα σημείο  $v \in U \times \mathbb{R}^4$  είναι ένα διάνυσμα  $v = ((t, x, y, z), u)$  σε ένα σημείο  $(t, x, y, z) \in U$ . Εστω  $\alpha: I \rightarrow U$  μια παραμετροποιημένη καμπύλη στο  $U$  με  $\dot{\alpha}(t_0) = v$ . Τότε το  $d\tilde{\mathcal{F}}(v)$  είναι το διάνυσμα στο  $\tilde{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \left( d\tilde{\mathcal{F}}(v) \in R_{\tilde{\mathcal{F}}(t, x, y, z)}^{l+5} \subset \mathbb{R}^{l+5} \times \mathbb{R}^{l+5} \right)$  που ορίζεται από την σχέση  $d\tilde{\mathcal{F}}(v) = \tilde{\mathcal{F}} \circ \dot{\alpha}(t_0)$ . Σημειώνεται ότι η τιμή του  $d\tilde{\mathcal{F}}(v)$  δεν εξαρτάται από την επιλογή του  $\alpha$ , γιατί

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{F}} \circ \dot{\alpha}(t_0) &= \left( \tilde{\mathcal{F}} \circ \alpha(t_0), \left( \tilde{\mathcal{F}}_S^{(1)} \circ \alpha \right)'(t_0), \dots, \left( \tilde{\mathcal{F}}_S^{(l+1)} \circ \alpha \right)'(t_0) \right) \\ &= \left( \tilde{\mathcal{F}}(t, x, y, z), \nabla \tilde{\mathcal{F}}_S^{(1)}(\alpha(t_0)) \cdot \dot{\alpha}(t_0), \dots, \nabla \tilde{\mathcal{F}}_S^{(l+1)}(\alpha(t_0)) \cdot \dot{\alpha}(t_0) \right) \\ &= \left( \tilde{\mathcal{F}}(t, x, y, z), \nabla \tilde{\mathcal{F}}_S^{(1)}(t, x, y, z) \cdot v, \dots, \nabla \tilde{\mathcal{F}}_S^{(l+1)}(t, x, y, z) \cdot v \right). \end{aligned}$$

Επομένως

$$d\tilde{\mathcal{F}}(v) = \left( \tilde{\mathcal{F}}(t, x, y, z), \nabla_v \tilde{\mathcal{F}}_S^{(1)}, \dots, \nabla_v \tilde{\mathcal{F}}_S^{(l+1)} \right).$$

Ακολουθεί αμέσως ότι ο περιορισμός  $d\tilde{\mathcal{F}}_{(t,x,y,z)}$  του  $d\tilde{\mathcal{F}}$  στο  $\mathbb{R}_{(t,x,y,z)}^4$  (: των διανυσμάτων  $(t, x, y, z)$ ) είναι μια γραμμική απεικόνιση  $d\tilde{\mathcal{F}}_{(t,x,y,z)}: \mathbb{R}_{(t,x,y,z)}^4 \rightarrow \mathbb{R}_{\tilde{\mathcal{F}}(t,x,y,z)}^{l+5}$ . Ο πίνακας που σχετίζεται με τις τυποποιημένες βάσεις των  $\mathbb{R}_{(t,x,y,z)}^4$  και  $\mathbb{R}_{\tilde{\mathcal{F}}(t,x,y,z)}^{l+5}$  είναι ο Ιακωβιανός πίνακας της  $\tilde{\mathcal{F}}$  στο  $(t, x, y, z)$ . Έτσι, η κατάσταση κανονικότητας της  $\tilde{\mathcal{F}}$  εξασφαλίζει ότι η εικόνα  $d\tilde{\mathcal{F}}_{(t,x,y,z)}(\mathbb{R}_{(t,x,y,z)}^4)$  του  $d\tilde{\mathcal{F}}_{(t,x,y,z)}$  είναι ένας 4-διαστατος υπόχωρος του  $\mathbb{R}_{\tilde{\mathcal{F}}(t,x,y,z)}^{l+5}$  για κάθε  $(t, x, y, z) \in U$ . Επιπλέον, η εικόνα αυτή είναι ο εφαπτόμενος χώρος στην παραμετρικοποιημένη υπερεπιφάνεια  $\Sigma_{\tilde{\mathcal{F}}} := \tilde{\mathcal{F}}(U)$  διάστασης 4 στον χώρο των σταθμισμένων συστημικών δεικτών  $\mathbb{G}(S)$  που αντιστοιχεί στο σημείο  $(t, x, y, z)$ . Σημειώνεται ότι η παραμετρικοποιημένη επιφάνεια  $\tilde{\mathcal{F}}(U)$  διάστασης 4 στο χώρο σταθμισμένων συστημικών δεικτών  $\mathbb{G}(S) \equiv \mathbb{R}^{l+5}$  δεν χρειάζεται να είναι ένα προς ένα και ότι η σχέση  $\tilde{\mathcal{F}}(t, x, y, z) = \tilde{\mathcal{F}}(t', x', y', z')$  για  $(t, x, y, z) \neq (t', x', y', z')$  δεν σημαίνει απαραίτητα ότι η εικόνα  $d\tilde{\mathcal{F}}_{(t,x,y,z)}(\mathbb{R}_{(t,x,y,z)}^4)$  του  $d\tilde{\mathcal{F}}_{(t,x,y,z)}$  είναι ίση με την εικόνα  $d\tilde{\mathcal{F}}_{(t',x',y',z')}(\mathbb{R}_{(t',x',y',z')}^4)$  του  $d\tilde{\mathcal{F}}_{(t',x',y',z')}$ .

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα της μέτρησης για να προβλέψουμε ημερομηνίες και τοποθεσίες όπου θα συμβούν μελλοντικά γεγονότα σε προβλέψιμα συστήματα. Για το σκοπό αυτό, θα αρκούσε να κατασκευάσουμε τα κάτω και άνω τμήματα  $\underline{\mathcal{F}}$  και  $\overline{\mathcal{F}}$  μιας συστημικής μέτρησης  $\mathfrak{M}_{\mathcal{F}}$  σε ένα προβλέψιμο σύστημα  $S$  και έπειτα να αναγνωρίσουμε τις τέσσερις συστημικές αποκλίσεις του Ορισμού 4.6, προκειμένου να διερευνηθεί αν κάποια από αυτές είναι μεγαλύτερη η μικρότερη από τα δοσμένα αντίστοιχα επίπεδα ανοχής.

Για κάθε συστημικό χαρακτηριστικό  $j$  και κάθε  $t \in \mathbb{R}$ , ως θεωρήσουμε το **μήκος**  $\alpha_S^{(j)} = \beta_S^{(j)} - \tilde{\beta}_S^{(j)}$  του διαστήματος κανονικότητας  $[\tilde{\beta}_S^{(j)}, \beta_S^{(j)}]$ . Το σημείο  $\alpha = (\alpha_S^{(1)}, \dots, \alpha_S^{(l+1)})$  καλείται **διανυσματικό εύρος της κανονικότητας** του  $S$  σε χρόνο  $t$  και στην τοποθεσία  $(x, y, z)$ . Το συσχετισμένο υπερεπίπεδο που είναι ορθογώνιο επί του διανυσματικού εύρους διαιρεί τον χώρο  $\mathbb{R}^{\ell+1}$  σε δύο μέρη, στο  $\mathcal{P}_1 = \{z \in \mathbb{R}^{\ell+1}: \alpha^T z > 0\}$  που συμβατικά θα ονομάζεται **κάτω εστιακός ημιχώρος** και το  $\mathcal{P}_2 = \{z \in \mathbb{R}^{\ell+1}: \alpha^T z < 0\}$  που συμβατικά θα ονομάζεται **άνω εστιακός ημιχώρος**, έτσι ώστε αν  $z \in \mathcal{P}_1$ , τότε  $dist(\tilde{\beta}, z) < dist(\beta, z)$  και αν  $z \in \mathcal{P}_2$ , τότε  $dist(\tilde{\beta}, z) > dist(\beta, z)$ .

Είναι σαφές ότι **μόνο** τέσσερις περιπτώσεις μπορούν να συμβούν:

- i.  $\overline{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \in \mathcal{P}_1$  και  $\underline{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \in \mathcal{P}_2$  ή
- ii.  $\overline{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \in \mathcal{P}_1$  και  $\underline{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \in \mathcal{P}_1$  ή
- iii.  $\overline{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \in \mathcal{P}_2$  και  $\underline{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \in \mathcal{P}_1$  ή
- iv.  $\overline{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \in \mathcal{P}_2$  και  $\underline{\mathcal{F}}(t, x, y, z) \in \mathcal{P}_2$ .



Στην πρώτη και την τρίτη περίπτωση, θα λέμε ότι η μέτρηση στο  $(t, x, y, z)$  έχει **δίκλαδη κατάληξη** και το  $(t, x, y, z)$  είναι ένα **σημείο μεδίκλαδη τάση μέτρησης**. Στη δεύτερη περίπτωση, θα λέμε ότι η μέτρηση στο  $(t, x, y, z)$  είναι **καθοδική** και το  $(t, x, y, z)$  θα λέγεται **σημείο μέτρησης καθοδικής τάσης**, ενώ στην τέταρτη περίπτωση η μέτρηση στο  $(t, x, y, z)$  θα είναι **ανοδική** και το  $(t, x, y, z)$  θα είναι ένα **σημείο μέτρησης ανοδικής τάσης**. Έστωσαν

$$\begin{aligned}\delta_{critical}(t, x, y, z) &= \left( \tilde{\delta}_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \tilde{\delta}_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right), \\ \tilde{\epsilon}_{critical}(t, x, y, z) &= \left( \tilde{\epsilon}_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \tilde{\epsilon}_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right), \\ \delta_{critical}(t, x, y, z) &= \left( \delta_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \delta_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right) \text{ και} \\ \epsilon_{critical}(t, x, y, z) &= \left( \epsilon_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \epsilon_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right)\end{aligned}$$

οι κρίσιμες απεικονίσεις που αναπαριστούν τις αποστάσεις από το κατώτερο και το ανώτερο όριο κανονικότητας.

i. Έστω  $(\tau, x, y, z) \in U$  ένα **σημείο μέτρησης καθοδικής τάσης**.

- Αν  $0 < \max \{ \underline{\mathcal{W}}_*(\tau, x, y, z), \underline{\mathcal{W}}^*(\tau, x, y, z) \} < \| \delta_{critical}(\tau, x, y, z) \|$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο επισφάλειας (εμφάνισης επισφαλούς γεγονότος)**, λόγω **χαμηλής επίδοσης ή ανεπάρκειας**.

- Αν  $\| \delta_{critical}(\tau, x, y, z) \| \leq \min \{ \underline{\mathcal{W}}_*(\tau, x, y, z), \underline{\mathcal{W}}^*(\tau, x, y, z) \}$   
 $\leq \max \{ \underline{\mathcal{W}}_*(\tau, x, y, z), \underline{\mathcal{W}}^*(\tau, x, y, z) \} < \| \tilde{\epsilon}_{critical}(\tau, x, y, z) \|$ ,

τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο επικινδυνότητας (εμφάνισης επικίνδυνου γεγονότος)**, λόγω **χαμηλής επίδοσης ή ανεπάρκειας**.

- Αν  $\| \tilde{\epsilon}_{critical}(\tau, x, y, z) \| \leq \min \{ \underline{\mathcal{W}}_*(\tau, x, y, z), \underline{\mathcal{W}}^*(\tau, x, y, z) \}$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο κατάρρευσης (εμφάνισης καταστροφικού γεγονότος)**, λόγω **χαμηλής επίδοσης ή ανεπάρκειας**.

ii. Έστω  $(\tau, x, y, z) \in U$  ένα **σημείο μέτρησης ανοδικής τάσης**.

- Αν  $0 < \max \{ \overline{\mathcal{W}}_*(\tau, x, y, z), \overline{\mathcal{W}}^*(\tau, x, y, z) \} < \| \delta_{critical}(\tau, x, y, z) \|$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο επισφάλειας (εμφάνισης επισφαλούς γεγονότος)**, λόγω **υψηλής επίδοσης ή λόγω υπερεπάρκειας**.

- Αν  $\| \delta_{critical}(\tau, x, y, z) \| \leq \min \{ \overline{\mathcal{W}}_*(\tau, x, y, z), \overline{\mathcal{W}}^*(\tau, x, y, z) \}$   
 $\leq \max \{ \overline{\mathcal{W}}_*(\tau, x, y, z), \overline{\mathcal{W}}^*(\tau, x, y, z) \} < \| \epsilon_{critical}(\tau, x, y, z) \|$ ,

τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο επικινδυνότητας (εμφάνισης επικίνδυνου γεγονότος)**, λόγω **υψηλής επίδοσης ή λόγω υπερεπάρκειας**.



- Αν  $\|e_{critical}(t, x, y, z)\| \leq \min\{\overline{\mathcal{W}}_*(t, x, y, z), \overline{\mathcal{W}}^*(t, x, y, z)\}$ , τότε το σημείο  $(t, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο κατάρρευσης (εμφάνισης καταστροφικού γεγονότος)**, λόγω υψηλής επίδοσης ή λόγω υπερεπάρκειας.

Στην πράξη μοιάζει αρκετές φορές δύσκολο να αναγνωριστούν τα κάτω και άνω τμήματα  $\underline{\mathcal{F}}$  και  $\overline{\mathcal{F}}$  μιας συστημικής μέτρησης  $\mathcal{M}_{\mathcal{F}}$  για ένα προβλέψιμο σύστημα  $\mathcal{S}$  υπεράνω ενός ανοικτού συνόλου  $U \subset \mathbb{R}^4$ . Ως εκ τούτου, προτιμούμε να αναζητούμε παραμετριοποιημένες επιφάνειες οι οποίες διέρχονται αρκούντως πλησίον ή επί των αποτελεσμάτων της συστημικής μέτρησης, ώστε να εκτιμήσουμε τις αποκλίσεις μεταξύ των επιφανειών αυτών και της καθολικότητας των σταθμισμένων συστημικών δεικτών. Με αυτόν τον σκοπό δίνουμε τον ακόλουθο ορισμό. Εάν  $H: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{G}(S) \equiv \mathbb{R}^{l+5}: (t, x, y, z) \mapsto H(t, x, y, z)$  είναι μια παραμετριοποιημένη επιφάνεια στον χώρο  $\mathbb{G}(S)$  των σταθμισμένων συστημικών δεικτών στο προβλέψιμο σύστημα  $S$ , τότε οι συναρτήσεις

$$\mathcal{V}_*: U \rightarrow \mathbb{R}: (t, x, y, z) \mapsto \mathcal{V}_*(t, x, y, z) := \text{dist}(\tilde{\beta}(t, x, y, z), H(t, x, y, z)) \text{ και}$$

$$\mathcal{V}^*: U \rightarrow \mathbb{R}: (t, x, y, z) \mapsto \mathcal{V}^*(t, x, y, z) := \text{dist}(\beta(t, x, y, z), H(t, x, y, z))$$

είναι αντίστοιχα οι **αποκλίσεις της παραμετριοποιημένης επιφάνειας  $H$  από το κατώτερο και από το ανώτερο όριο κανονικότητας στα σημεία του  $U$  υπεράνω του συστήματος  $S$** . Στην οριακή περίπτωση κατά την οποία  $\tilde{\beta} = \beta = \mathcal{D}$ , η συνάρτηση

$$\mathcal{V}: U \rightarrow \mathbb{R}: (t, x, y, z) \mapsto \mathcal{V}(t, x, y, z) := \text{dist}(\mathcal{D}(t, x, y, z), H(t, x, y, z))$$

ονομάζεται **απόκλιση της παραμετριοποιημένης επιφάνειας  $H$  από την τιμή κανονικότητας του  $S$  στα σημεία του  $U$** . Έστω

$$\tilde{\delta}_{critical}(t, x, y, z) = \left( \tilde{\delta}_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \tilde{\delta}_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right),$$

$$\tilde{\epsilon}_{critical}(t, x, y, z) = \left( \tilde{\epsilon}_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \tilde{\epsilon}_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right),$$

$$\delta_{critical}(t, x, y, z) = \left( \delta_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \delta_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right)$$

$$\epsilon_{critical}(t, x, y, z) = \left( \epsilon_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \epsilon_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z) \right)$$

οι κρίσιμες διανυσματικές τιμές που αναπαριστούν τις αποστάσεις από το κατώτερο μέχρι το ανώτερο όριο κανονικότητας. Έστω επίσης

$$H: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{G}(S) \equiv \mathbb{R}^{l+5}: (t, x, y, z) \mapsto H(t, x, y, z)$$

μια παραμετριοποιημένη επιφάνεια στον χώρο  $\mathbb{G}(S)$  των σταθμισμένων συστημικών δεικτών στο προβλέψιμο σύστημα  $S$ . Υποθέτουμε κατ' αρχάς ότι  $(t, x, y, z) \in U$  ένα σημείο τέτοιο ώστε το  $H(t, x, y, z)$  να είναι στον **κάτω εστιακό ημιχώρο  $\mathcal{P}_1$** .

- Αν  $0 < \mathcal{V}_*(\tau, x, y, z) < \|\delta_{critical}(\tau, x, y, z)\|$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο επισφάλειας** (εμφάνισης επισφαλούς γεγονότος), λόγω χαμηλής επίδοσης ή ανεπάρκειας.
- Αν  $\|\delta_{critical}(\tau, x, y, z)\| \leq \mathcal{V}_*(\tau, x, y, z) < \|\tilde{\epsilon}_{critical}(\tau, x, y, z)\|$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο επικινδυνότητας** (εμφάνισης επικίνδυνου γεγονότος), λόγω χαμηλής επίδοσης ή ανεπάρκειας.
- Αν  $\|\tilde{\epsilon}_{critical}(\tau, x, y, z)\| \leq \mathcal{V}_*(\tau, x, y, z)$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο κατάρρευσης** (εμφάνισης καταστροφικού γεγονότος), λόγω χαμηλής επίδοσης ή ανεπάρκειας.

Υποθέτουμε τώρα ότι  $(\tau, x, y, z) \in U$  ένα σημείο τέτοιο ώστε το  $H(\tau, x, y, z)$  να είναι στον άνω εστιακό ημιχώρο  $\mathcal{P}_2$ .

- Αν  $0 < \mathcal{V}^*(\tau, x, y, z) < \|\delta_{critical}(\tau, x, y, z)\|$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο επισφάλειας** (εμφάνισης επισφαλούς γεγονότος), λόγω υψηλής επίδοσης ή υπερεπάρκειας.
- Αν  $\|\delta_{critical}(\tau, x, y, z)\| \leq \mathcal{V}^*(\tau, x, y, z) < \|\epsilon_{critical}(\tau, x, y, z)\|$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο επικινδυνότητας** (εμφάνισης επικίνδυνου γεγονότος), λόγω υψηλής επίδοσης ή υπερεπάρκειας.
- Αν  $\|\epsilon_{critical}(\tau, x, y, z)\| \leq \mathcal{V}^*(\tau, x, y, z)$ , τότε το σημείο  $(\tau, x, y, z)$  είναι ένα **δυναμικό σημείο κατάρρευσης** (εμφάνισης καταστροφικού γεγονότος), λόγω υψηλής επίδοσης ή υπερεπάρκειας.

Έχοντας ορίσει το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο, είμαστε πλέον έτοιμοι να αναζητήσουμε αριθμητικές ή προσεγγιστικές κατασκευές από παραμετροποιημένες επιφάνειες  $H_M$  που διέρχονται από  $M + 1$  αποτελέσματα συστημικών μετρήσεων στα σημεία ενός δοθέντος πεπερασμένου υποσυνόλου  $E$  του  $U$ , ώστε να προσδιορίσουμε τις αποκλίσεις μεταξύ των επιφανειών αυτών και της καθολικότητας των σταθμισμένων συστημικών δεικτών για κάθε σημείο  $(t, x, y, z)$  του  $U \subset \mathbb{R}^4$ . Θεωρούμε ότι

$$E_{K+1} = \{(t_\nu, x_\nu, y_\nu, z_\nu) \in [T_0, T_N] \times [X_0, X_N] \times [Y_0, Y_N] \times [Z_0, Z_N] \subset U : \nu = 0, 1, \dots, M\}$$

είναι ένα δοθέν πεπερασμένο σύνολο από  $M + 1$  διαφορετικά σημεία. Έστω επίσης  $k < M$ . Υποθέτουμε ότι, για κάθε  $n = 0, 1, \dots, k$ , γνωρίζουμε τα αντίστοιχα σημεία μέτρησης. Συγκεκριμένα, αυτό σημαίνει ότι για κάθε  $j = 1, 2, \dots, l + 1$  γνωρίζουμε τις τιμές της μέτρησης

$$f_j(t_\nu, x_\nu, y_\nu, z_\nu) = \mathcal{F} \left( g_S^{(j)} \left( P_{1/S}^{(1)}, \dots, P_{N_j/S}^{(1)}; t_\nu, x_\nu, y_\nu, z_\nu \right) \right)$$

του  $j$ -οστού συστημικού δείκτη  $g_S^{(j)}(P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t, x, y, z)$  σύμφωνα με τη συστημική μέτρηση  $\mathfrak{M}_{\mathcal{F}}$  στα  $k$  διακριτά σημεία  $t_v, v = 0, 1, \dots, k$ . Επιπρόσθετα, θεωρούμε ότι, **για κάθεν  $= k + 1, k + 2, \dots, M$ , το σημείο  $(t_v, x_v, y_v, z_v)$  είναι μία κατάσταση κανονικότητας**. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε  $j = 1, 2, \dots, l + 1$  και  $v = k + 1, k + 2, \dots, M$ , η πραγματική τιμή  $g_S^{(j)}(P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t_v, x_v, y_v, z_v)$  συμπίπτει με την αριθμητική τιμή του μοναδικού σταθμισμένου συστημικού δείκτη

$$D_S^{(j)} = D_S^{(j)}(P_{1/S}^{(j)}, \dots, P_{N_j/S}^{(j)}; t_v, x_v, y_v, z_v)$$

του συστήματος  $S$  σε χρόνο  $t_v$  και τοποθεσία  $(x_v, y_v, z_v)$ .

Παρακάτω, θα διατυπώσουμε μια γενική προσεγγιστική μέθοδο για να προσδιορίσουμε χρονικά διαστήματα μέσα στην περιοχή  $]t_k, t_{k+1}[ \times ]x_k, x_{k+1}[ \times ]y_k, y_{k+1}[ \times ]z_k, z_{k+1}[$ , κατά τη διάρκεια των οποίων μπορούν να συμβούν στο σύστημα κάποια ιδιαίτερα γεγονότα (Daras, N.J.).

**Γενικό αλγοριθμικό πλαίσιο  
για τον προσδιορισμό του χρόνου και της τοποθεσίας εκδήλωσης  
ιδιαίτερων συστημικών γεγονότων**

1. Για κάθε  $j = 1, 2, \dots, l + 1$ , κατασκευάζουμε μια καλώς διαχειρίσιμη (well manageable) αριθμητική συνάρτηση

$$H_M^{(j)}(t, x, y, z)$$

η οποία διέρχεται πολύ κοντά από τις  $M + 1$  μετρημένες τιμές  $f_j(t_v, x_v, y_v, z_v)$  ( $v = 0, 1, \dots, k$ ).

2. Κατασκευάζουμε την παραμετροποιημένη επιφάνεια

$$H_M: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{G}(S) \equiv \mathbb{R}^{l+5}: (t, x, y, z) \mapsto H_M(t, x, y, z) \\ := (t, x, y, z, H_M^{(1)}(t, x, y, z), \dots, H_M^{(l+1)}(t, x, y, z)).$$

3. Επιλέγουμε τέσσερις συναρτήσεις κρίσιμης ανοχής

$$\tilde{\delta}_{critical}(t, x, y, z) = (\tilde{\delta}_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \tilde{\delta}_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z)),$$

$$\tilde{\epsilon}_{critical}(t, x, y, z) = (\tilde{\epsilon}_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \tilde{\epsilon}_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z))$$

$$\delta_{critical}(t, x, y, z) = (\delta_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \delta_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z)) \text{ και}$$

$$\epsilon_{critical}(t, x, y, z) = (\epsilon_{critical}^{(1)}(t, x, y, z), \dots, \epsilon_{critical}^{(l+1)}(t, x, y, z))$$

οι οποίες αναπαριστούν τις αποστάσεις από το κατώτερο και το ανώτερο όριο

κανονικότητας.

4. Αν  $\tilde{\beta} = \beta = \mathcal{D}$ , τότε

- i. **Βρίσκουμε** το σύνολο  $\mathbb{P}$  όλων των σημείων  $(\tau, x, y, z)$  που ικανοποιούν τις σχέσεις

$$\begin{aligned}t_k &< \tau < t_{k+1}, \\x_k &< x < x_{k+1}, \\y_k &< y < y_{k+1} \text{ και} \\z_k &< z < z_{k+1}.\end{aligned}$$

- ii. **Λύνουμε** στο  $\mathbb{P}$  την ανισότητα

$$0 < \mathcal{V}(\tau, x, y, z) < \|\delta_{critical}(\tau, x, y, z)\|.$$

Κάθε σημείο  $(\tau, x, y, z)$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης επισφαλούς γεγονότος** στο  $\mathbb{P}$ .

- iii. **Λύνουμε** στο  $\mathbb{P}$  τις ανισότητες

$$\|\delta_{critical}(\tau, x, y, z)\| \leq \mathcal{V}(\tau, x, y, z) < \|\epsilon_{critical}(\tau, x, y, z)\|.$$

Κάθε σημείο  $(\tau, x, y, z)$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης επικίνδυνου γεγονότος** στο  $\mathbb{P}$ .

- iv. **Λύνουμε** στο  $\mathbb{P}$  την ανισότητα

$$\|\epsilon_{critical}(\tau, x, y, z)\| \leq \mathcal{V}(\tau, x, y, z).$$

Κάθε σημείο  $(\tau, x, y, z)$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης καταστροφικού γεγονότος** στο  $\mathbb{P}$ .

5. Αλλιώς

- i. **Βρίσκουμε** το σύνολο  $\mathbb{P}_1$  όλων των σημείων  $(\tilde{\tau}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) \in \mathbb{R}^4$ , που ικανοποιούν το σύστημα ανισώσεων

$$\begin{aligned}dist(\tilde{\beta}, H_M(\tilde{\tau}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})) &< dist(\beta, H_M(\tilde{\tau}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})) \\t_k &< \tilde{\tau} < t_{k+1}, \\x_k &< \tilde{x} < x_{k+1}, \\y_k &< \tilde{y} < y_{k+1} \text{ και} \\z_k &< \tilde{z} < z_{k+1}.\end{aligned}$$

- ii. **Λύνουμε** στο  $\mathbb{P}_1$  την ανισότητα

$$0 < \mathcal{V}_*(\tilde{\tau}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) < \|\tilde{\delta}_{critical}(\tilde{\tau}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})\|.$$

Κάθε σημείο  $(\tilde{\tau}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης επισφαλούς γεγονότος** στο  $\mathbb{P}_1$ , λόγω χαμηλής επίδοσης

ή ανεπάρκειας.

iii. Λύνουμε στο  $\mathbb{P}_1$  τις ανισότητες

$$\|\delta_{critical}(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}, \tilde{\psi}, \tilde{\zeta})\| \leq \mathcal{V}_*(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}, \tilde{\psi}, \tilde{\zeta}) < \|\epsilon_{critical}(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}, \tilde{\psi}, \tilde{\zeta})\|.$$

Κάθε σημείο  $(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}, \tilde{\psi}, \tilde{\zeta})$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης επικίνδυνου γεγονότος στο  $\mathbb{P}_1$ , λόγω χαμηλής επίδοσης ή ανεπάρκειας.**

iv. Λύνουμε στο  $\mathbb{P}_1$  την ανισότητα

$$\|\epsilon_{critical}(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}, \tilde{\psi}, \tilde{\zeta})\| \leq \mathcal{V}_*(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}, \tilde{\psi}, \tilde{\zeta})$$

Κάθε σημείο  $(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}, \tilde{\psi}, \tilde{\zeta})$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης καταστροφικού γεγονότος στο  $\mathbb{P}_1$ , λόγω χαμηλής επίδοσης ή ανεπάρκειας.**

v. Βρίσκουμε το σύνολο  $\mathbb{P}_2$  όλων των σημείων  $(\tau, \chi, \psi, \zeta) \in \mathbb{R}^4$ , που ικανοποιούν το σύστημα ανισοτήτων

$$dist(\tilde{\beta}, H_M(\tau, \chi, \psi, \zeta)) > dist(\beta, H_M(\tau, \chi, \psi, \zeta))$$

$$t_k < \tau < t_{k+1},$$

$$x_k < \chi < x_{k+1},$$

$$y_k < \psi < y_{k+1},$$

$$z_k < \zeta < z_{k+1}.$$

vi. Λύνουμε στο  $\mathbb{P}_2$  την ανισότητα

$$0 < \mathcal{V}^*(\tau, \chi, \psi, \zeta) < \|\delta_{critical}(\tau, \chi, \psi, \zeta)\|.$$

Κάθε σημείο  $(\tau, \chi, \psi, \zeta)$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης επισφαλούς γεγονότος στο  $\mathbb{P}_2$ , λόγω υψηλής επίδοσης ή υπερεπάρκειας.**

vii. Λύνουμε στο  $\mathbb{P}_2$  τις ανισότητες

$$\|\delta_{critical}(\tau, \chi, \psi, \zeta)\| \leq \mathcal{V}^*(\tau, \chi, \psi, \zeta) < \|\epsilon_{critical}(\tau, \chi, \psi, \zeta)\|.$$

Κάθε σημείο  $(\tau, \chi, \psi, \zeta)$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης επικίνδυνου γεγονότος στο  $\mathbb{P}_2$ , λόγω υψηλής επίδοσης ή υπερεπάρκειας.**

viii. Λύνουμε στο  $\mathbb{P}_2$  την ανισότητα

$$\|\epsilon_{critical}(\tau, \chi, \psi, \zeta)\| \leq \mathcal{V}^*(\tau, \chi, \psi, \zeta).$$

Κάθε σημείο  $(\tau, \chi, \psi, \zeta)$  που ικανοποιεί αυτή την ανισότητα είναι ένα **δυναμικό σημείο εμφάνισης καταστροφικού γεγονότος στο  $\mathbb{P}_2$ , λόγω υψηλής**

### III.2.3. Άλλες μέθοδοι πρόβλεψης

#### III.2.3.i. Προσομοίωση

Προσομοίωση (Simulation) είναι η μίμηση της λειτουργίας και η αποτύπωση της συμπεριφοράς συστημάτων ή της εξέλιξης διαδικασιών μέσα στο χρόνο με τη βοήθεια υπολογιστή.

Με την προσομοίωση είναι δυνατό να μελετηθεί και να αξιολογηθεί η συμπεριφορά συστημάτων ακόμη και με χωρίς ιστορικά δεδομένα, παράγοντάς τα μέσω γεννητριών τυχαίων ή ψευδοτυχαίων δεδομένων.

#### α. Πρόβλεψη με προσομοίωση Monte Carlo

Η πρόβλεψη με την προσομοίωση Monte Carlo είναι μία επαναληπτική διαδικασία αξιολόγησης ενός ντετερμινιστικού μοντέλου ,χρησιμοποιώντας ως είσοδο σύνολα τυχαίων αριθμών, με στόχο τον υπολογισμό του αναμενόμενου αποτελέσματος ενός συστήματος. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται συχνά όταν το μοντέλο είναι πολύπλοκο, μη γραμμικό ή περιλαμβάνει κάτι περισσότερο από ένα, ζεύγη αβέβαιων παραμέτρων (Whiteside).

Η μέθοδος Monte Carlo είναι στην ουσία η πρόβλεψη της πιθανότητας να συμβεί μια κατάσταση μέσω μίας εξίσωσης όπου οι μεταβλητές εισόδου είναι προϊόντα γεννήτριας τυχαίων ή ψευδοτυχαίων αριθμών. Χρησιμοποιώντας την υπολογιστική ισχύ των ηλεκτρονικών υπολογιστών, αξιώνει με απλά και γρήγορα βήματα να προβλέψει συμπεριφορές φαινομένων τα οποία είναι δύσκολο να μοντελοποιηθούν ή φαινομένων για τα οποία δεν υπάρχουν αρκετά ιστορικά δεδομένα. Σε κάθε περίπτωση εφαρμογής της εν λόγω μεθόδου προσομοίωσης, ο αναλυτής θα πρέπει να μπορεί να επικυρώσει με ικανοποιητικό βαθμό βεβαιότητας τουλάχιστον, κάποιες τιμές των μεταβλητών.

Η μέθοδος έχει πολλές μορφές αλλά γενικά ακολουθεί την παρακάτω δομή:

1. Ορισμός τομέα δεδομένων εισόδου.
2. Δημιουργία τυχαίων τιμών των δεδομένων εισόδου από μία κατανομή πιθανότητας του τομέα.
3. Εκτέλεση προσδιορισμού των αποτελεσμάτων.

#### 4. Συγκέντρωση αποτελεσμάτων.

Τα χαρακτηριστικά μιας υψηλής ποιότητας Monte Carlo προσομοίωσης: έχουν ως ακολούθως:

- Η ψευδογεννήτρια αριθμών να έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και να έχει μεγάλο βαθμό τυχαιότητας.
- Να υπάρχουν αρκετά δείγματα ώστε να επιβεβαιώνεται η ακρίβεια των αποτελεσμάτων.
- Να χρησιμοποιηθεί η κατάλληλη μέθοδος δειγματοληψίας.
- Να χρησιμοποιηθεί ο κατάλληλος αλγόριθμος στο μοντέλο πρόβλεψης.
- Να προσομοιώνει το εν λόγω φαινόμενο.

Η μέθοδος Monte Carlo βρίσκει εφαρμογές σε τομείς όπως :

- |                      |                               |
|----------------------|-------------------------------|
| • Φυσικές επιστήμες  | • Στατιστική                  |
| • Μηχανολογία        | • Τεχνητή νοημοσύνη           |
| • Κλιματικές αλλαγές | • Οικονομικά και επιχειρήσεις |
| • Πρόγνωση καιρού    | • Δίκαιο                      |
| • Βιολογία           | • Μαθηματικά.                 |
| • Γραφιστική         |                               |

### β. Πρόβλεψη με χρήση μοντέλου προσομοίωσης

Σύμφωνα με τον James D. Whiteside (Whiteside), οι προβλέψεις γενικά πρέπει να καθοδηγούν και να εκπαιδεύουν τους υπεύθυνους λήψης αποφάσεων σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο η αγορά αντιδρά όταν υφίστανται συγκεκριμένες υποθέσεις και δεδομένα (ανεξάρτητες μεταβλητές). Ένα αξιόπιστο εργαλείο πρόβλεψης πρέπει να περιλαμβάνει τα ακόλουθα τέσσερα στοιχεία:

- ✓ Αναγνωρισμένες αρχές πρόβλεψης
- ✓ Χρήση παραμέτρων για τον χαρακτηρισμό των ιστορικών δεδομένων.
- ✓ Γνώση βραχυπρόθεσμων συνθηκών αγοράς
- ✓ Μεθόδους που βασίζονται σε δεδομένα.

Στα μοντέλα χρονοσειρών η μέθοδος της κίνησης Brown (Brownian Walk) είναι η πιο επαρκής αφού είναι ικανή να αισθάνεται, να μαθαίνει και να μοντελοποιεί φαινομενικά τυχαία δεδομένα σαν μία μηχανή συμπερασμάτων. Μέσω της μεθόδου αυτής, εισάγονται δεδομένα τα οποία μιμούνται τη διαδικασία με σκοπό να προβλεφθεί το πιθανότερο αποτέλεσμα (Whiteside). Σε συνέχεια του προηγούμενου ορισμού, χρησιμοποιείται η μέθοδος Monte Carlo ώστε μέσω μιας στοχαστικής διαδικασίας σαν αυτή της κίνησης Brown, να προβλεφθούν οι πιθανότερες εκβάσεις ενός γεγονότος. Σε μία ρεαλιστική πρόβλεψη, ο περιορισμός του χάους της κίνησης Brown, θα επιτευχθεί με την είσοδο δύο ρεαλιστικών δεδομένων: την ετήσια αύξηση ή τη μέση αύξηση της μεταβλητής μεταξύ δύο βημάτων και

την τυπική απόκλιση ή τιμή της ετήσιας μεταβλητότητας (volatility). Σε αυτή την περίπτωση χρονοσειρών, η παρακάτω εξίσωση μπορεί να δώσει ρεαλιστικές προβλέψεις.

$$dS/S = \exp(\mu (dT) + stdE(dT)^{\frac{1}{2}}) \quad (3.2.2.48)$$

όπου

$dS$  είναι η βαθμιαία μεταβολή της τιμής της μεταβλητής

$S$  είναι η προηγούμενη τιμή της μεταβλητής

$\mu$  η ετήσια αύξηση ή η μέση αύξηση της μεταβλητής μεταξύ δύο βημάτων

$dT$  η μεταβολή στο χρόνο από το ένα βήμα μέχρι το επόμενο

$std$  η τυπική απόκλιση ή τιμή της ετήσιας μεταβλητότητας (volatility)

$E$  η τιμή που αποδίδεται από την προσομοίωση Monte Carlo και ορίζεται ως εξής:

$$E = (\sum_{i=1}^{n=12} PRNG) - 6 \quad (3.2.2.49)$$

όπου  $PRNG$  είναι μία τιμή που παράγει η γεννήτρια τιμών η οποία θα πρέπει να εξεταστεί ως προς την εγκυρότητά της.

Αυτό που κάνει την παραπάνω εξίσωση κίνησης Brown μηχανή συμπερασμάτων, είναι οι ρεαλιστικές τιμές των  $std$  και  $\mu$ , οι οποίες θα παράγουν τις πιο πιθανές προβλέψεις (Whiteside).

Με αυτό τον τρόπο επιχειρείται η πιθανότερη πρόβλεψη μέσω των περιορισμών της στατιστικής και των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης Monte Carlo. Ο καλύτερος τρόπος είναι οι μακροπρόθεσμες προβλέψεις οι οποίες ανανεώνονται τακτικά με καινούργια δεδομένα (Whiteside).

### γ. Στοχαστική προσομοίωση και έλεγχος σεναρίων

Η στοχαστική προσομοίωση (ή μέθοδος Monte Carlo) και η εξέταση σεναρίων είναι δύο μέθοδοι που χρησιμοποιούνται κυρίως για την πρόβλεψη του οικονομικού μέλλοντος μιας εταιρείας (Feldblum). Έτσι, για παράδειγμα, οι δύο αυτές μέθοδοι χρησιμοποιούνται ευρέως από τις ασφαλιστικές εταιρείες (appointed actuary (Farlex Financial Dictionary, 2009)).

Οι προβλέψεις μίας στοχαστικής προσομοίωσης είναι εικασίες οι οποίες συνήθως αφορούν μακροπρόθεσμες οικονομικές τάσεις όπως οι οικονομικοί κύκλοι μιας επιχείρησης ή οι αποδόσεις επενδύσεων, χωρίς όμως να μπορούν να εξαγάγουν αποτελέσματα υπό συγκεκριμένες συνθήκες όπως οι κύκλοι αναδοχής (underwriting cycles) (investopedia), ή να αιτιολογήσουν την αιτία εμφάνισης ή αποφυγής φαινομένων, ή τους τρόπους επίτευξης στόχων.

Από την άλλη πλευρά, η μέθοδος εξέτασης (ή αξιολόγησης) σεναρίων θεωρεί ότι οι μεταβλητές εισόδου σε ένα σύστημα προσομοίωσης είναι εξαρτώμενες μεταξύ τους και ότι το αποτέλεσμα μιας προσομοίωσης θα πρέπει να έχει βασιστεί σ' αυτό για να είναι ρεαλιστικό. Έτσι, στη μέθοδο αυτή θεωρείται προτιμότερη η εξέταση ενός πιθανού μελλοντικού σεναρίου βασισμένο στις ιδιαιτερότητες του εκάστοτε συστήματος.



Η εξέταση σεναρίων παρουσιάζει τα εξής πλεονεκτήματα (Feldblum) :

- ✓ Τα αποτελέσματα έχουν νόημα για τη διαχείριση της συγκεκριμένης εταιρείας.
- ✓ Οι χρήστες μπορούν να τροποποιήσουν τα σενάρια και να εξάγουν διαφορετικά συμπεράσματα κατ' απαίτηση των στελεχών μιας επιχείρησης, ώστε να δοθεί η δυνατότητα σύγκρισης απόψεων.

Για να είναι αξιόπιστη η μέθοδος αυτή, θα πρέπει να βελτιστοποιηθούν οι παρακάτω παράγοντες :

1. Δημιουργία σεναρίου :

- Επιλογή του σεναρίου
- Πιθανές επιπτώσεις της κάθε παραμέτρου του σεναρίου στο σύστημα
- Αξιολόγηση του σεναρίου (Calibration).




2. Πρόβλεψη γενικότερων οικονομικών, πολιτικών εξελίξεων και περιορισμών (recessions) η οποία πραγματοποιείται ως ακολούθως (Feldblum) :

- μέσω στατιστικών κατανομών για management planning
- διαμέσου παρέκτασης μέσω εμπειρίας (extrapolations from experience) για την παρακολούθηση φερεγγυότητας (solvency monitoring).

Γενικά, η μέθοδος αξιολόγησης σεναρίων δείχνει να αποτελεί μια πιο πρακτική μέθοδο πρόβλεψης προσαρμοσμένη στις ανάγκες του εκάστοτε συστήματος, μειώνοντας το βαθμό της αβεβαιότητας, ενέχοντας όμως έντονο τον παράγοντα της υποκειμενικότητας με ό,τι αυτό συνεπάγεται για το κάθε προς εξέταση σύστημα.

### III.2.3.ii. Αγορές Πρόγνωσης (Prediction markets)

Οι αγορές πρόγνωσης, είναι αγορές διαπραγμάτευσης που δημιουργήθηκαν για να διαπραγματεύονται τις εκβάσεις γεγονότων. Στόχος των αγορών πρόβλεψης είναι να συγκεντρώσουν τις απόψεις για την έκβαση ενός γεγονότος, να τις επεξεργαστούν και να καταλήξουν σε μία συνολική άποψη. Στην πρώιμή τους μορφή, οι αγορές πρόγνωσης εμφανίστηκαν με τη μορφή στοιχημάτων. Σήμερα οι αγορές πρόγνωσης, μπορούν να συλλέξουν και να επεξεργαστούν πληροφορίες από τις απόψεις μεγαλύτερου πλήθους, χρησιμοποιώντας την τεχνολογία. Ο Surowiecki θεώρησε ότι υπάρχουν τρεις αναγκαίες προϋποθέσεις ώστε να συλλεχθεί η συλλογική αυτή σοφία (Surowiecki, 2005):

-  Ποικιλία πληροφοριών,
-  Ανεξαρτησία της απόφασης,
-  Αποκέντρωση της οργάνωσης.

Η ικανότητα της αγοράς πρόβλεψης να συγκεντρώνει πληροφορίες και να κάνει ακριβείς προβλέψεις βασίζεται στην Αποτελεσματική Υπόθεση της Αγοράς (Efficient Market Hypothesis) (wikipedia), η οποία αναφέρει ότι οι τιμές των αγορών (assets) (financial dictionary) αντανακλούν πλήρως όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες.

Οι αγορές πρόβλεψης είναι ανταλλαγές όπου τα άτομα εμπορεύονται αυτό που μερικές φορές ονομάζεται «συμβάσεις γεγονότων» (event contracts) (Ozimek, 2014). Υπάρχουν πολλές μορφές συμβάσεων γεγονότων στις αγορές πρόβλεψης· μερικές από αυτές παρατίθενται παρακάτω:

1. Η πιο διαδεδομένη είναι αυτή που καλείται «ο νικητής τα παίρνει όλα» (winner-take-all) . Είναι δυαδική επιλογή τύπου ναι/όχι, θα συμβεί/δεν θα συμβεί.
2. Συμβάσεις δεικτών (index contracts). Εδώ το μερίδιο των νικητών υπολογίζεται βάσει εξισώσεων. Συνήθως εφαρμόζονται για να διερευνηθεί η τάση του πλήθους.
3. Συμβάσεις έκτασης (spread contracts). Στην περίπτωση αυτή καθορίζονται τιμές εκ των προτέρων (πχ. κόστος ,τιμή).

Υπάρχουν πολλοί φορείς εμπορικοί και ακαδημαϊκοί οι οποίοι ασχολούνται με τις αγορές πρόβλεψης όπως :

- H Iowa Electronic Markets
- iPredict
- Microsoft
- PredictIt
- SciCast
- Smarkets
- FAZ.NET-Orakel

ενώ είναι πολλές οι εταιρείες που χρησιμοποιούν αγορές πρόβλεψης στο εσωτερικό τους όπως :

- simExchange
- Best Buy
- Hewlett-Packard
- News Futures
- Intel
- Google
- Novozymes
- General Electric
- MGM
- Lionsgate
- HSX
- Starwood

Αν και οι αγορές πρόβλεψης χρησιμοποιούνται ευρέως για να εξαχθούν συμπεράσματα και τάσεις αξιοποιώντας την «σοφία του πλήθους», χαρακτηρίζονται από μειονεκτήματα όπως (O'Leary):

- Πολλές φορές τα αποτελέσματά τους πέρα από το ότι δεν είναι αξιόπιστα, δημιουργούν τάσεις οι οποίες επηρεάζουν επί σκοπού την κοινή γνώμη, ή μετακινούν την αγορά .

- Ενδείκνυνται για μακροπρόθεσμες και όχι για βραχυπρόθεσμες προβλέψεις (Berg et al. 2003,2008)
- Απαιτούν επιχειρηματική γνώση για την αξιολόγηση της πρόβλεψης (Berg (2007), O’Leary (1999), Rodriguez & Watkins (2009)).
- Έχει παρατηρηθεί υποτίμηση της πρόβλεψης στις μεσαίες τιμές των πιθανοτήτων πχ των 20%-60%.

Γενικά οι αγορές πρόβλεψης ενδείκνυνται σε σχέση με τα στοχαστικά μοντέλα πρόβλεψης για τις προβλέψεις στο εσωτερικό εταιριών λόγω του ότι :

- Γίνονται από άτομα-εργαζόμενους που γνωρίζουν τις ιδιαιτερότητες της εταιρείας.
- Η ανωνυμία δίνει τη δυνατότητα για πιο ελεύθερη έκφραση.
- Θίγονται σημεία τα οποία ειδικοί αναλυτές ίσως να μην έχουν εντοπίσει.
- Γίνονται προτάσεις εκ των έσω.

Στη διαδικασία αυτή θα πρέπει να ληφθούν υπόψη παράγοντες όπως :

- Η υποκειμενικότητα.
- Οι επιπτώσεις από τη διαμόρφωση κοινού συναισθήματος ειδικά όταν οι προβλέψεις δεν είναι οι επιθυμητές .
- Η έλλειψη οργανωτικής ευθύνης.
- Η ασυμμετρία στην πληροφορία.
- Το κόστος σε εργατώρες για τη διεξαγωγή της έρευνας.

### III.2.3.iii. Μηχανική Μάθηση (Machine learning)

Η μηχανική μάθηση διερευνά τη μελέτη και την κατασκευή αλγορίθμων που μπορούν να μαθαίνουν από τα δεδομένα και να κάνουν προβλέψεις σχετικά με αυτά. Τέτοιοι αλγόριθμοι λειτουργούν κατασκευάζοντας μοντέλα από πειραματικά δεδομένα, προκειμένου να κάνουν προβλέψεις βασιζόμενες στα δεδομένα ή να εξάγουν αποφάσεις που εκφράζονται ως το αποτέλεσμα. (wikipedia, 2017)

Η μηχανική μάθηση αποτελεί τη βάση για την επίλυση προβλημάτων όπως προβλήματα ανάλυσης δεδομένων, μη γραμμικής κατηγοριοποίησης, αναγνώρισης προτύπων, διαχείρισης δεδομένων, ταξινόμησης και παραλληλισμού (Mitchell, 1997).

Στις προβλέψεις χρονοσειρών, η επιλογή του μοντέλου πρόβλεψης θα πρέπει να γίνει συνυπολογίζοντας παραμέτρους όπως τη δομή του μοντέλου, ποσοτικές μετρήσεις, τη δυνατότητα εφαρμογής του και την εμπειρία του ειδικού σχεδίασης.

Η δομή του μοντέλου αφορά χαρακτηριστικά όπως (Bontempi, n.d.):

- Τον τύπο της χρονοσειράς (πχ. γραμμική ,μη γραμμική) και αν είναι μη γραμμική ποιος αλγόριθμος μάθησης την αντιπροσωπεύει (πχ. πλησιέστερου γείτονα, νευρωνικά δίκτυα κλπ.).
- Το είδος , τον αριθμό των μεταβλητών εισόδου και των χαρακτηριστικών τους.
- Την τιμή των υπερπαραμέτρων όπως για παράδειγμα, το σύνολο των επιπέδων σε ένα δένδρο ή τον αριθμό των γειτόνων σε ένα μοντέλο εύρεσης πλησιέστερου γείτονα(KNN)

Τελευταία, η πράξη έχει αποδείξει ότι ο καλύτερος τρόπος είναι η δημιουργία ενός μοντέλου του οποίου η έξοδος είναι συνδυασμός των εξόδων μοντέλων με διαφορετικές δομές. Με τον τρόπο αυτό τα αποτελέσματα είναι περισσότερο αμερόληπτα (unbiased) με μειωμένη διακύμανση (variance) (Bontempi, p. 71). Θεωρώντας το γραμμικό μοντέλο

$$y_t = f(y_{t-d}, y_{t-d-1}, \dots, y_{t-d-n+1}) + w(t) \quad (2.3.3.1)$$

όπου

$y_t$  η εξαρτημένη μεταβλητή

$f(y)$  η αντικειμενική συνάρτηση

$y_t$  οι παρατηρήσεις και

$w(t)$  το σφάλμα,

για την υλοποίηση του παραπάνω συνδυασμού , παρατίθενται οι παρακάτω στρατηγικές (Marie-Aude, et al., 2012):

➤ **Απ' ευθείας στρατηγική** (Direct Strategy)

Η απ' ευθείας στρατηγική μαθαίνει ανεξάρτητα  $H$  μοντέλα

$$y_{t+h} = f_h(y_t, \dots, y_{t-n+1}) + w_{t+h} \quad (2.3.3.2)$$

με  $t \in \{n, \dots, N - H\}$  και  $h \in \{1, \dots, H\}$

και επιστρέφει μία πολλαπλή πρόβλεψη, συνυπολογίζοντας  $H$  προβλέψεις.

Αφού η απ' ευθείας μέθοδος δεν χρησιμοποιεί προσεγγιστικές τιμές για την πρόβλεψη, δεν είναι επιρρεπής στη συσσώρευση σφαλμάτων.

Παρ' όλα αυτά η μέθοδος αυτή έχει τις εξής αδυναμίες :

- Αφού η μέθοδος μαθαίνει ανεξάρτητα, δεν υπάρχουν στατιστικές εξαρτήσεις μεταξύ των προγνώσεων.
- Η μέθοδος αυτή απαιτεί αρκετά πολύπλοκες συναρτήσεις ώστε να καλύψει την εξάρτηση μεταξύ των τιμών δύο χρονοσειρών απομακρυσμένων χρονικά.
- Απαιτείται πολύς υπολογιστικός χρόνος και ισχύς ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα.

Η απ' ευθείας στρατηγική έχει υλοποιηθεί από μοντέλα πρόβλεψης όπως τα νευρωνικά δίκτυα, της εύρεσης των πλησιέστερων γειτόνων και τα δένδρα αποφάσεων.

➤ **Απ' ευθείας και αναδρομική στρατηγική** DirRec Strategy

Η μέθοδος αυτή υπολογίζει τις  $H$  προβλέψεις και σε κάθε βήμα και διευρύνει το σύνολο της εισόδου δεδομένων προσθέτοντας μεταβλητές οι οποίες αντιστοιχούν στο προηγούμενο βήμα αναδρομικά. Εδώ ισχύει ο ίδιος ορισμός με παραπάνω, μόνο που η διάσταση του  $n$  δεν είναι η ίδια για όλες τις  $f$  (Marie-Aude, et al., 2012).

➤ **Στρατηγικές πολλαπλών εξόδων** .Multiple Output Strategies

Στις περιπτώσεις όπου απαιτείται μακροχρόνια πρόβλεψη με ανάγκη να ληφθούν υπόψη περισσότερες συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών, η μία έξοδος που παρέχουν οι παραπάνω μέθοδοι δεν είναι αρκετές. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται τεχνικές όπως παρακάτω, όπου παράγουν ως έξοδο αντί για μία τιμή, ένα διάνυσμα από προγνώσεις:

- **Η MIMO Στρατηγική** . Multiple-Input, Multiple-Output

Η συνάρτηση  $f$  εδώ αντικαθίσταται από ένα διάνυσμα  $\hat{F}$  συναρτήσεων και η έξοδος είναι επίσης ένα σύνολο διανυσμάτων.

$$[y_{t+H}, \dots, y_{t+1}] = F(y_t, \dots, y_{t-n+1}) + W \quad (2.3.3.3)$$

όπου  $t \in \{n, \dots, N - H\}$ ,  $F: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^H$  είναι το διάνυσμα της συνάρτησης

$W \in \mathbb{R}^H$  είναι ο θόρυβος υπολογισμένος με συνδιακύμανση

Η λογική αυτής της στρατηγικής είναι να μοντελοποιήσει τη σχέση μεταξύ των προβλέψεων και των στοχαστικών εξαρτημένων χαρακτηριστικών ενδιαφέροντος της χρονοσειράς (Marie-Aude, et al., 2012).

- **Η DIRMΟ στρατηγική** (DIRect&MIMO)

Η στρατηγική αυτή διαμερίζει τον ορίζοντα  $H$  σε τμήματα και εφαρμόζει τη MIMO σε κάθε ένα από αυτά· έτσι επιτυγχάνει μία βαθμονόμηση της εξόδου, κάνοντάς την πιο ευέλικτη.

- **Συνδυασμός προβλέψεων** με την απόδοση σε αυτές διαφορετικών βαρών

(Prudencio & Ludermir, n.d.).

Ένας γραμμικός συνδυασμός  $K$  μεθόδων μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

Θεωρώντας ως

$Z_t (t = 1, \dots, T)$  τα διαθέσιμα δεδομένα μιας χρονοσειράς  $Z$  και

$Z_t (t = T + 1, \dots, T + H)$  τις  $H$  μελλοντικές τιμές προς πρόγνωση

Η κάθε μέθοδος  $k$  χρησιμοποιεί τα διαθέσιμα δεδομένα για την εξαγωγή προβλέψεων  $\tilde{Z}_{k,t}$

Ο συνδυασμός των προβλέψεων αυτών  $Z_{C,t}$  θα είναι :

$$Z_{C,t} = \widetilde{\sum_{k=1}^K w_k * Z_{k,t}} \quad (2.3.3.4)$$

όπου  $w_k (k = 1, \dots, K)$  είναι τα βάρη για τα οποία ισχύει

$$\sum_{k=1}^K w_k = 1 \text{ και } w_k > 0 \quad (2.3.3.5)$$

Για την απόδοση βαρών έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι όπως η SA (Simple Average) μέθοδος, η οποία τα θεωρεί ισοβαρή ή θεώρηση του γραμμικού συνδυασμού των προβλέψεων ως γραμμική παλινδρόμηση .

- **Ο Έξυπνος Συνδυασμός (The intelligent Combiner)**

Ο Έξυπνος ή IC Συνδυασμός χρησιμοποιεί το Multy-Layer Perception (MLP) network (Prudencio & Ludermir, n.d.) για εκμάθηση. Η MLP εκμάθηση, βασίζεται στον τυπικό Backpropagation αλγόριθμο.

- **Βάση δεδομένων**

Η εφαρμογή της τεχνικής αυτής υλοποιείται σε τρία στάδια :

1. Τα δεδομένα εδώ χωρίζονται σε δύο μέρη · ένα της περιόδου εφαρμογής και ένα της δοκιμής. Τα δεδομένα εφαρμογής εφαρμόζονται ώστε να βαθμονομήσουν τα δεδομένα και να εξάγουν προβλέψεις στις οποίες θα δοκιμαστούν τα δεδομένα δοκιμής.
2. Στο δεύτερο στάδιο, αποδίδονται βάρη τα οποία ελαχιστοποιούν το μέσο απόλυτο σφάλμα.
3. Στο τρίτο στάδιο, τα χαρακτηριστικά των μεταβλητών που εισήχθησαν στο πρώτο στάδιο μαζί με τα βάρη που αποδόθηκαν στο δεύτερο στάδιο, αποθηκεύονται σε μία βάση δεδομένων ως νέο παράδειγμα.

Η αξιοπιστία της κάθε μεθόδου μηχανικής μάθησης, αξιολογείται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της **σύμμορφης πρόβλεψης** (Conformal Prediction). Η σύμμορφη πρόβλεψη, χρησιμοποιεί την ήδη υπάρχουσα εμπειρία, ώστε να προσδιορίσει ακριβή επίπεδα αξιοπιστίας για τις καινούργιες προβλέψεις μέσω πιθανοτήτων (Shafer & Vovk). Η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κάθε μέθοδο πρόβλεψης κατάταξης ή παλινδρόμησης, συμπεριλαμβανομένων των support-vector machines, decision trees, boosting, neural networks και Bayesian prediction (Gammerman & Vovk, 2007).

Στην εφαρμογή της σύμμορφης πρόβλεψης, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η περίπτωση όπου δεν υπάρχει πρότερη εμπειρία για ένα γεγονός, ή εκείνη όπου το σύνολο της υπάρχουσας εμπειρίας είναι δύσκολα διαχειρίσιμο λόγω όγκου.

### III.2.3.iv. Αναγνώριση Προτύπων (Pattern recognition)

Η αναγνώριση προτύπων (Pattern Recognition) έχει στόχο την ανάπτυξη αλγορίθμων για την αυτοματοποιημένη απόδοση κάποιας τιμής ή διακριτικού στοιχείου σε εισαγόμενα δεδομένα, συνήθως κωδικοποιημένα ως αλληλουχίες αριθμών. Κατ' αυτόν τον τρόπο, ενδεικτικά, τα δεδομένα αυτόματα ταξινομούνται σε κατηγορίες ή διαχωρίζονται σε ομάδες με βάση κάποια κριτήρια, ακόμα και υπό την παρουσία θορύβου ο οποίος δυσκολεύει την αναγνώριση, ωθώντας συνήθως τα δεδομένα να μοιάζουν περισσότερο τυχαία απ' όσο πραγματικά είναι.

Οι αλγόριθμοι για την αναγνώριση προτύπων εξαρτώνται από τον τύπο της εξόδου, σχετικά με το εάν η μάθηση είναι υπό επίβλεψη ή χωρίς και με το εάν ο αλγόριθμος είναι στατιστικά ή μη στη φύση. Οι στατιστικοί αλγόριθμοι μπορούν να κατηγοριοποιηθούν περαιτέρω ως παραγωγικοί ή διακριτικοί. Ενδεικτικά αναφέρονται οι παρακάτω αλγόριθμοι οι οποίοι χρησιμοποιούνται στην ανάλυση προτύπων (wikipedia, 2018) :

- **Αλγόριθμοι ταξινόμησης (Classification)** (επιβλεπόμενοι αλγόριθμοι)
  - Παραμετρικοί :
    - Linear discriminant analysis
    - Quadratic discriminant analysis
    - Maximum entropy classifier
  - Μη παραμετρικοί
    - Decision trees, decision lists
    - Kernel estimation και K-nearest-neighbor algorithms
    - Naive Bayes classifier
    - Neural networks (multi-layer perceptrons)
    - Perceptrons
    - Support vector machines
    - Gene expression programming
- **Αλγόριθμοι ομαδοποίησης (Clustering)** (μη επιβλεπόμενοι αλγόριθμοι)
  - Categorical mixture models
  - Deep learning methods
  - Hierarchical clustering (agglomerative or divisive)
  - K-means clustering
  - Correlation clustering
  - Kernel principal component analysis (Kernel PCA)

- **Αλγόριθμοι παλινδρόμησης.** Προβλέπουν την τιμή μίας μεταβλητής συνεχών τιμών συναρτήσει άλλων μεταβλητών.
  - Επιβλεπόμενη παλινδρόμηση:
    - Gaussian process regression (kriging)
    - Linear regression και επεκτάσεις
    - Neural networks και Deep learning methods
  - Μη επιβλεπόμενη παλινδρόμηση:
    - Independent component analysis (ICA)
    - Principal components analysis (PCA)
- **Αλγόριθμοι εκμάθησης πολλαπλού υποχώρου** (Multilinear subspace learning algorithms) (πρόβλεψη ετικετών πολυδιάστατων δεδομένων χρησιμοποιώντας παραστάσεις ανιχνευτών (tensors))
  - Μη επιβλεπόμενη :
    - Multilinear principal component analysis (MPCA)
- **Αλγόριθμοι σήμανσης αλληλουχιών** (προβλέψεις ακολουθιών κατηγοριοποιημένων ετικετών)
  - Επιβλεπόμενη σήμανση:
    - Conditional random fields (CRFs)
    - Hidden Markov models (HMMs)
    - Maximum entropy Markov models (MEMMs)
    - Recurrent neural networks
  - Μη επιβλεπόμενη σήμανση:
    - Hidden Markov models (HMMs)
- Γενικοί αλγόριθμοι για την πρόβλεψη αυθαίρετα δομημένων (σετ) ετικετών
  - Bayesian networks
  - Markov random fields
- **Αλγόριθμοι μάθησης συναρτήσεων** (εποπτευόμενοι μετα-αλγόριθμοι συνδυασμού πολλαπλών αλγορίθμων μάθησης)
  - Boosting (meta-algorithm)
  - Bootstrap aggregating ("bagging")
  - Ensemble averaging
  - Mixture of experts, hierarchical mixture of experts



- Computer-aided diagnosis
- Data mining
- Deep Learning
- List of numerical analysis software
- List of numerical libraries
- Machine learning
- Multilinear subspace learning
- Neocognitron
- Perception
- Perceptual learning
- Predictive analytics
- Prior knowledge for pattern recognition
- Sequence mining
- Template matching
- Contextual image classification
- List of datasets for machine learning research

Η Kuncheva το 2005 (Orozco-Alzate) σκιαγράφησε ένα επεξηγηματικό χάρτη για το πώς αλληλεπιδρούν και εξαρτώνται μεταξύ τους η Αναγνώριση Προτύπων, η Στατιστική, η Μηχανική Μάθηση, η Εξόρυξη Δεδομένων, ο Νευρωνικός Υπολογισμός και η Τεχνητή Νοημοσύνη. Ένας τέτοιος χάρτης παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 22. Αναγνώριση Προτύπων

Επεξηγηματικός χάρτης για το πώς αλληλεπιδρούν και εξαρτώνται μεταξύ τους η Αναγνώριση Προτύπων, η Στατιστική, η Μηχανική Μάθηση, η Εξόρυξη Δεδομένων, ο Νευρωνικός Υπολογισμός και η Τεχνητή Νοημοσύνη (Orozco-Alzate)

Η αναγνώριση προτύπων βρίσκει εφαρμογές σε τομείς όπως (britannica, 2013) :

- |   |                   |
|---|-------------------|
| ✓ Στην υπολογιστική όραση                     | ✓ Στην άμυνα      |
| ✓ Στην αναγνώριση χαρακτήρων (γραφής)         | ✓ Στην ψυχολογία  |
| ✓ Στην αναγνώριση εικόνων                     | ✓ Στην αστρονομία |
| ✓ Στην υποβοήθηση ιατρικής διάγνωσης          | ✓ Στη ρομποτική   |
| ✓ Στην αναγνώριση φωνής                       | ✓ Στην οικονομία  |
| ✓ Στην εξόρυξη δεδομένων και ανακάλυψη γνώσης |                   |

### III.2.3.v. Ποσοτική τεχνολογική πρόβλεψη (Quantitative technology prediction)

Η ποσοτική τεχνολογική πρόβλεψη έρχεται να προσδιορίσει ποσοτικά την απόδοση, την πορεία και τη διάδοση μιας ή συνδυασμού τεχνολογικών επιτευγμάτων, τα οποία είτε είναι ήδη διαδεδομένα, είτε θα υποκαταστήσουν κάποια ήδη υπάρχοντα. Το κύριο σημείο της ποσοτικής τεχνολογικής πρόβλεψης ή QTF, είναι το ότι η εξαγωγή συμπερασμάτων βασίζεται σε μελέτη ιστορικών δεδομένων σχετιζόμενα με τους τομείς όπου θα εφαρμοστεί η εκάστοτε τεχνολογία. Η QTF αναζητά μοτίβα συσχετίσεων και δημιουργεί προβολές στο χρόνο, χρησιμοποιώντας ποσοτικά εργαλεία διάχυσης ή υποκατάστασης τάσεων, προσδιορίζοντας ποσοτικά μεταβλητές ενδιαφέροντος, οι οποίες παρέχουν στοιχεία συμβάλλοντας στην απόφαση εφαρμογής ενός τεχνολογικού συστήματος.

Η θεμελιώδης αξιοπιστία των ποσοτικών τεχνολογικών προβλέψεων, υποστηρίζεται από τις συνεχιζόμενες εξελίξεις στη μοντελοποίηση και την προσομοίωση, συμπεριλαμβανομένων πολύπλοκων συστημάτων προσαρμογής και άλλων συστημάτων έρευνας συστημάτων (Walk, 2012).

Η τυπική διαδικασία που ακολουθείται στην εφαρμογή της μεθόδου ποσοτικών τεχνολογικών προβλέψεων είναι η εξής (Walk, 2012) :

1. Προσδιορισμός των υποψήφιων τεχνολογιών πρόβλεψης για τις οποίες πληρούνται τα ακόλουθα κριτήρια:
  - Η απαίτηση απόδοσης τεχνολογίας ή η τεχνολογία βρίσκεται σε μια κρίσιμη διαδρομή σε ένα στρατηγικό αναπτυξιακό σχέδιο ή σε ειδική απαίτηση προγράμματος.
  - Αξιόπιστα ακριβή, χρονικά αναφερόμενα δεδομένα προηγούμενων ρυθμών υιοθέτησης της τεχνολογίας ή τα ποσοστά αλλαγής απόδοσης είναι διαθέσιμα, γρήγορα και σε λογικό κόστος.
  - Η πρόβλεψη μπορεί να προετοιμαστεί μέσα σε τρεις μήνες.

- Η πρόβλεψη θα παράσχει την ευκαιρία να προχωρήσει και στις επόμενες προβλέψεις με την περαιτέρω αύξηση του προβλεπόμενου εύρους ή της κλίμακας στην επιλεγμένη τεχνολογία ή από τη διακλάδωση σε σχετικές τεχνολογίες ή εφαρμογές.
- 2. Επιλογή της καλύτερης υποψήφιας τεχνολογίας ή τεχνολογικής απόδοσης ,με βάση τα κριτήρια επιλογής.
- 3. Συγκέντρωση εμπειρογνομόνων οι οποίοι γνωρίζουν στην ιστορία, την εφαρμογή , την έρευνα και την ανάπτυξη των επιλεγμένων τεχνολογιών.
- 4. Πραγματοποίηση συζητήσεων που τονίζουν την εννοιολογική σκέψη για να αναπτυχθούν υποθέσεις που αφορούν:
  - α) τα κριτήρια απόδοσης που οδήγησαν στην υιοθέτηση, την υποκατάσταση και τη γενική εξέλιξη της τεχνολογίας και
  - β) τη (θεμελιώδη) ανθρώπινη χρησιμότητα που οδηγεί τις αλλαγές της τεχνολογίας.
- 5. Απόκτηση δεδομένων με βάση το χρόνο για να ελεγχθούν οι υποθέσεις που αναπτύχθηκαν στις συζητήσεις των ειδικών.
- 6. Ανάλυση των αποτελεσμάτων των προβλέψεων:
  - α) Αναθεώρηση, αποσαφήνιση και επιβεβαίωση του σκεπτικού των υποθέσεων στις οποίες βασίζεται η πρόβλεψη.
  - β) Επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων, αν είναι δυνατόν, μέσω της ανάλυσης ανάλογων ή παράλληλων τεχνολογικών αλλαγών.
  - γ) Εξέταση μελλοντικών ακραίων εξωτερικών συμβάντων που θα μπορούσαν να επηρεάσουν σημαντικά την πρόβλεψη.
  - δ)Εξόρυξη γνώσεων για μελλοντική χρήση.

Η επιτυχία της QTF έγκειται στο να επιτευχθεί μοντελοποίηση των ήδη υπαρχόντων δεδομένων για το λόγο αυτό επιχειρείται ταίριασμα με γνωστές καμπύλες λογιστικές(S-Curved) ή μη, μέσω μεθόδων όπως αυτή των ελαχίστων τετραγώνων.

Στα θετικά της μεθόδου QTF συνυπολογίζονται τα παρακάτω:

- Η εξέταση ιστορικών αντικειμενικών κριτηρίων από εμπειρογνώμονες .
- Ο διάλογος αλλά και η δυνατότητα εκτίμησης ρίσκου και επιβεβαίωσης των αποφάσεων μέσω παραλληλισμού.
- Η δυνατότητα λήψης αντικειμενικών αποφάσεων, απαλλαγμένων από εσωτερικά συμφέροντα.
- Η δυνατότητα ελέγχου της εφαρμογής της τεχνολογίας σε ευρύτερο πεδίο.

Στην απόφαση εφαρμογής της μεθόδου , θα πρέπει να ληφθούν υπόψη παράγοντες όπως :

- Το ρίσκο και η ευθύνη της διαχείρισης μεγάλου όγκου δεδομένων.
- Η ύπαρξη διαθέσιμων δεδομένων για την προς μελέτη χρονική περίοδο και η εγκυρότητα αυτών.
- Ο βαθμός αξιοπιστίας των γνωστών μεθόδων ανάλυσης και προσομοίωσης.
- Η κατάρτιση και η αντικειμενικότητα των εμπειρογνομώνων.

### III.2.3.vi. Πρόγνωση βασισμένη στη γεωμετρική κίνηση Brown (Prediction based on the geometric Brown motion)

Το γεωμετρικό μοντέλο της κίνησης Brown ή GBM είναι ένα στοχαστικό μοντέλο το οποίο θεωρεί ότι τα ετήσια ποσοστά μεταβολών ζήτησης είναι ανεξάρτητα και ακολουθούν μία κατανομή. Χρησιμοποιείται ευρέως στην πρόβλεψη τιμών μετοχών και πετρελαίου (Postali 2006) (Zhang, 2017).

Το εν λόγω μοντέλο συγκρίνεται με την κίνηση Brown η οποία είναι ένα δημοφιλές πιθανοθεωρητικό μοντέλο πρόβλεψης το οποίο θεωρεί ότι η ετήσια ζήτηση είναι ανεξάρτητη και ακολουθεί κανονική κατανομή. Η κανονική αυτή κατανομή έχει μέση τιμή  $\mu t + b$  και απόκλιση  $t\sigma^2$  όπου  $\mu$  είναι η μέση τιμή της μεταβολής της ζήτησης,  $t$  είναι τα χρόνια μετά τον τρέχοντα χρόνο,  $b$  είναι η τρέχουσα ζήτηση και  $\sigma^2$  είναι η διακύμανση της ζήτησης για  $t = 1$ . Η ζήτηση σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση (Zhang, 2017) :

$$X(t) = \sigma B(t) + \mu t + b \quad (2.3.6.1)$$

με  $B(t) \sim N(0, t)$  να είναι κανονική κίνηση Brown.

Στο γεωμετρικό μοντέλο της κίνησης Brown, η ετήσια ζήτηση είναι ίση με

$$Y(t) = \exp(X(t)) \quad (2.3.6.2)$$

όπου η συνάρτηση

$$\log \frac{Y(t+1)}{Y(t)} \quad (2.3.6.3)$$

ακολουθεί κανονική κατανομή  $N(\mu + b, \sigma^2)$  (Marathe & Ryan, 2005)

Συμπερασματικά η κίνηση Brown θεωρεί την ανεξαρτησία μεταξύ των παρατηρήσεων, ενώ το γεωμετρικό μοντέλο της κίνησης Brown, θεωρεί την ανεξαρτησία του λογάριθμου του λόγου των παρατηρήσεων. Ένα διάγραμμα κανονικής κατανομής ή ένα Q-Q διάγραμμα μπορούν να επιβεβαιώσουν την κανονικότητα και των δύο μεθόδων, κάνοντας ορατά τα υπολείμματα που δεν ακολουθούν τις κανονικές κατανομές. Επίσης η παραδοχή της γραμμικής ανεξαρτησίας μπορεί να διερευνηθεί εφαρμόζοντας μία συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF).

Στην περίπτωση που τα δεδομένα είναι εξαρτημένα μεταξύ τους, εφαρμόζεται η μετασχηματισμένη κίνηση Brown ή το μετασχηματισμένο γεωμετρικό μοντέλο της κίνησης Brown ως εξής:

Ορίζεται ως  $\rho$  η συσχέτιση μεταξύ δύο παρατηρήσεων μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών στιγμών.

Αν  $N_1$  και  $N_2$  είναι τυχαίες μεταβλητές από μία κανονική κατανομή με συσχέτιση  $\rho$ ,

ορίζεται ως  $N_{cor}$  μία τυχαία μεταβλητή για την οποία ισχύει (Zhang, 2017):

$$N_{cor} = \rho N_1 + \sqrt{1 - \rho^2} N_2 \quad (2.3.6.4)$$

Μπορεί να αποδειχθεί ότι η  $N_{cor}$  ακολουθεί κανονική κατανομή και παρουσιάζει συσχέτιση του  $\rho$  με το  $N_1$ .

Για τη χρονική στιγμή  $t$  όπου

$$X(t) = \rho\sqrt{t} N_1 + \mu t + b \quad (2.3.6.5)$$

και τη χρονική στιγμή  $t + 1$  όπου

$$X(t + 1) = \rho\sqrt{t + 1} N_{cor} + \mu(t + 1) + b$$

τότε η συσχέτιση μεταξύ  $X(t)$  και  $X(t + 1)$  ισούται με  $\rho$ .

## Κεφάλαιο IV

# Λήψη Αποφάσεων χρησιμοποιώντας Ποσοτικές Προβλέψεις

### IV.1. Από την πρόγνωση στη λήψη αποφάσεων

#### IV.1.1. Ο ρόλος της πρόγνωσης στη λήψη αποφάσεων

Βασικός παράγοντας στη διαδικασία λήψης μιας απόφασης, είναι οι επιπτώσεις της στο μέλλον. Η αναγνώριση των επιπτώσεων, ο υπολογισμός της αβεβαιότητας και του ρίσκου, απασχολούν σοβαρά τους αποφασίζοντες αφού φέρουν την ευθύνη της κάθε απόφασης. Είναι επομένως εύλογη η αναζήτηση εργαλείων πρόβλεψης, τα οποία θα μπορούν να υπολογίσουν τις επιπτώσεις κάθε εν δυνάμει απόφασης, αλλά και θα στηρίζουν την όποια απόφασή τους, τόσο σε στρατηγικό όσο και σε τακτικό επίπεδο.

Υπάρχουν αρκετοί λόγοι για τους οποίους η δομημένη πρόβλεψη αποτελεί αναγκαίο εργαλείο στη διαδικασία λήψης αποφάσεων· παρακάτω παρατίθενται μερικοί από αυτούς:

- ✓ Λόγω του όγκου και της πολυπλοκότητας διαχείρισης των σύγχρονων συστημάτων, είναι δύσκολο για τους αποφασίζοντες χωρίς δομημένα εργαλεία και εξειδικευμένη ανάλυση να σταθμίσουν όλους τους παράγοντες ενδιαφέροντος μιας δεδομένης κατάστασης.
- ✓ Η δομημένη πρόβλεψη έχει αποδειχτεί ένα από τα ισχυρότερα εργαλεία κατανόησης σχεσιακών μεταβολών εντός και εκτός των σημερινών μεγάλου μεγέθους και ευμετάβλητων συστημάτων.
- ✓ Οι οργανισμοί έχουν κινηθεί προς την κατεύθυνση της συστηματικής λήψης αποφάσεων, απαιτώντας ρητή αιτιολόγηση των μεμονωμένων δράσεων. Οι επίσημες μέθοδοι πρόβλεψης είναι ένας τρόπος υποστήριξης και αξιολόγησης τέτοιων ενεργειών (Dianne & Sohal, 1994).
- ✓ Οι αποφασίζοντες χρησιμοποιώντας οι ίδιοι κάποια εργαλεία πρόβλεψης, μπορούν να έχουν μία γρήγορη εκτίμηση του αποτελέσματος των εν δυνάμει αποφάσεών τους.

- ✓ Η δυνατότητα ενημέρωσης και ανατροφοδότησης ενός δομημένου συστήματος πρόβλεψης, δίνει τη δυνατότητα εκσφαλμάτωσης, επέκτασης ,εκσυγχρονισμού και ευελιξίας, παράγοντες οι οποίοι θα εμπλουτίσουν το σύστημα λήψης αποφάσεων.
- ✓ Δεδομένου ότι τόσο η υποκειμενική άποψη όσο και η εφαρμογή μιας δομημένης μεθόδου πρόβλεψης ενδέχεται να είναι ελλιπής, η εφαρμογή διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης και κατ' επέκταση οι διαφορετικές εκδοχές των πιθανών επιπτώσεων, συμβάλλει στην αντικειμενικότερη κρίση των αποφασιζόντων.
- ✓ Στην αναζήτηση του ρίσκου που λαμβάνεται στο όνομα μιας απόφασης, οι μέθοδοι πρόβλεψης αξιώνουν να συμβάλουν στην παραμετροποιημένη αιτιολόγησή του αλλά και στη διαδικασία μείωσής του.

Παρόλο που οι μέθοδοι πρόβλεψης παρουσιάζουν ακόμα αδυναμίες ,έχει αποδειχτεί ότι στην εποχή μας η χρήση τους από οργανισμούς αυξάνεται.

#### **IV.1.2. Ενσωμάτωση της πρόγνωσης στη λήψη αποφάσεων**

Οι οργανισμοί που στη λήψη αποφάσεων τους δίνουν βάση στην πρόγνωση και ειδικότερα στην δομημένη πρόβλεψη, έχουν τη δυνατότητα να ενισχύσουν τους εξής τομείς (Kavanagh, 2015) :

- Μακροπρόθεσμο στρατηγικό σχεδιασμό.
- Δομημένη πληροφόρηση στόχων και ρίσκου.
- Διαφάνεια στην πληροφόρηση
- Πληροφορία δομημένη και διαθέσιμη στο παρόν και στο μέλλον
- Εκτενώς παραμετροποιημένη ανάλυση με ευελιξία προσαρμογής στις γεωγραφικές πολιτισμικές και οικονομικές ιδιαιτερότητες του οργανισμού.
- Βελτιωμένη κατανομή δυναμικού και αποθέματος.
- Στάθμιση αναγκών και δυνατοτήτων.

Στη διαδικασία λήψης απόφασης όπου χρησιμοποιούνται δομημένες μέθοδοι πρόβλεψης, θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη παράγοντες όπως:

- Η κατάρτιση και η αξιοπιστία των διαχειριστών των μεθόδων αυτών.
- Η εγκυρότητα των δεδομένων εισόδου στο σύστημα
- Η σωστή ανάγνωση και ανάλυση του σφάλματος εκτίμησης και της πληροφορίας εξόδου των μεθόδων.
- Η ιδιαιτερότητα της κάθε προς μελέτη περίπτωσης.

- Τον απαιτούμενο χρόνο και το κόστος που θα διατεθούν για την εν λόγω διεργασία.

#### IV.1.3. Η προγνωστική βελτιστοποίηση στη λήψη αποφάσεων

Η τεχνολογία της προγνωστικής βελτιστοποίησης στόχο έχει την εξαγωγή προβλέψεων χρησιμοποιώντας τεχνητή νοημοσύνη.

Στην πράξη, η μέθοδος αυτή έχει ως είσοδο πρόβλεψη εξαγόμενη από σύστημα δομημένης πρόγνωσης το οποίο συσχετιζόμενο με μεγάλο όγκο δεδομένων είναι ικανό μέσω μιας ετερογενούς τεχνολογίας μάθησης (heterogenous mixture learning technology) (Fujimaki, et al., 2016) να δώσει μεγάλης ακρίβειας προβλέψεις επεξεργαζόμενο σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών ενδιαφέροντος οι οποίες ήταν δυσδιάκριτες.

Αυτή η τεχνολογία έχει τα εξής χαρακτηριστικά (Fujimaki, et al., 2016):

- Συνδυασμό πρόβλεψης και βελτιστοποίησης
- Εξισορρόπηση της ασφάλειας (κινδύνου) και αποτελεσματικότητας
- Συντριπτική ταχύτητα υπολογισμού
- Μαθαίνει τις τάσεις των σφαλμάτων που παράγονται στα αποτελέσματα πρόβλεψης και αντικατοπτρίζει τα αποτελέσματα αυτόματα στη βελτιστοποίηση.
- Μοντελοποίηση των σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών ενδιαφέροντος
- Εφαρμογή σε συστήματα μεγάλης κλίμακας.

Η τεχνολογία της προγνωστικής βελτιστοποίησης έρχεται να ενισχύσει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων με λεπτομερέστερη πληροφόρηση, με προτάσεις σχεδιασμού αλλά και με τεκμηριωμένη επίκριση των τάσεων, των σφαλμάτων και των εν δυνάμει αποφάσεων.

#### IV.1.4. Από την πρόγνωση στη διαδοχική λήψη αποφάσεων

Σε ένα ντετερμινιστικό περιβάλλον η διαδοχική μάθηση θα μπορούσε να κατηγοριοποιηθεί ως εξής (Sun & Giles, 2001) :

Για κάθε  $1 < i \leq j < \infty$

- **Διαδοχική πρόγνωση** :  $S_i, S_{i+1}, \dots, S_j \rightarrow S_{j+1}$  (4.1.1)

Γίνεται προσπάθεια πρόβλεψης στοιχείων σε αλληλουχία με βάση τα προηγούμενα



στοιχεία.

Δηλαδή δοθέντων των  $S_i, S_{i+1}, \dots, S_j$  θέλουμε να προβλέψουμε το  $S_{j+1}$ .

Όταν  $i = 1$  η πρόγνωση βασίζεται σε όλες τις προηγούμενες προγνώσεις της ακολουθίας, ενώ όταν  $i = j$  η πρόγνωση βασίζεται στην αμέσως προηγούμενή της.

- **Δημιουργία ακολουθιών :**

$$S_i, S_{i+1}, \dots, S_j \rightarrow S_{j+1}$$

Γίνεται προσπάθεια δημιουργίας ακολουθίας στοιχείων σε αλληλουχία.

Δηλαδή δοθέντων των  $S_i, S_{i+1}, \dots, S_j$  θέλουμε να δημιουργηθεί το  $S_{j+1}$ .

Στην ουσία η διαδοχική πρόγνωση είναι ίδια με τη δημιουργία ακολουθιών.

- **Αναγνώριση ακολουθιών:**

$$S_i, S_{i+1}, \dots, S_j \rightarrow \text{NAI/OXI} \quad (4.1.2)$$

Γίνεται προσπάθεια να εξακριβωθεί αν μία σειρά στοιχείων αποτελεί αλληλουχία βασισμένη σε ορισμένα κριτήρια.

- **Διαδοχική λήψη αποφάσεων:**

$$S_i, S_{i+1}, \dots, S_j; S_G \rightarrow \alpha_j \quad (4.1.3)$$

Περιλαμβάνει την επιλογή μιας ακολουθίας ενεργειών για την επίτευξη ενός στόχου.

Δηλαδή δοθέντων των  $S_i, S_{i+1}, \dots, S_j$  και ενός στόχου  $S_G$  θέλουμε να επιλεγεί

για  $t = j$ , κίνηση  $\alpha_j$  η οποία θα οδηγήσει στο μέλλον είτε μέσω

προσανατολισμού είτε μέσω ενίσχυσης, στο  $S_G$ .

Στην περίπτωση ανοιχτών καταστάσεων :

- στη διαδοχική πρόγνωση, το  $S_{j+1}$  αντικαθίσταται από ζητούμενη αλληλουχία προβλέψεων

$$S_{j+1}, \dots, S_{j+k}, k > 1 \quad (4.1.4)$$

- στη διαδοχική λήψη αποφάσεων γίνεται :

$$S_i, S_{i+1}, \dots, S_j; G \rightarrow \alpha_j, \dots, \alpha_{j+k} \quad (4.1.5)$$

- ενώ η αναγνώριση ακολουθιών δεν μεταβάλλεται .

Σε ένα στοχαστικό περιβάλλον θα μπορούσαν να υπολογιστούν οι πιθανότητες εμφάνισης των παραπάνω (Sun & Giles, 2001).

Τα αποτελέσματα των μοντέλων διαδοχικής μάθησης είτε αναφέρονται σε ντετερμινιστικά είτε σε στοχαστικά περιβάλλοντα, είτε σε ανοιχτά είτε σε κλειστά συστήματα, είτε δημιουργούνται με

επιβλεπόμενη ή μη επιβλεπόμενη μάθηση ή με τεχνητή νοημοσύνη ,θα πρέπει να εξετάζονται ενδελεχώς ώστε να διαπιστωθεί αν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα.

## **IV.2. Μαθηματική λήψη αποφάσεων χρησιμοποιώντας μοντέλα πρόγνωσης**

### **IV.2.1. Μαθηματικά και λήψη αποφάσεων**

Τα μαθηματικά είναι το θεμέλιο της σύγχρονης λήψης αποφάσεων.

- Η στατιστική μετράει την ποιότητα της πληροφορίας.
- Η βελτιστοποίηση βρίσκει τη βέλτιστη επιλογή.
- Η πιθανότητα ποσοτικοποιεί και διαχειρίζεται την αβεβαιότητα.
- Ο έλεγχος αυτοματοποιεί τη λήψη αποφάσεων.
- Η μοντελοποίηση και ο υπολογισμός δημιουργούν προσομοιώσεις της πραγματικότητας που αποτελούν βάση για νέους υπολογισμούς και εφαρμογές (Davis, 1996).

Οι αποφασίζοντες έχοντας καταφέρει να εκφράσουν με μαθηματικό τρόπο το ζητούμενο, το οποίο θα κωδικοποιηθεί και θα επεξεργαστεί μέσω της πληροφορικής, θα έχουν μία ισχυρή αντικειμενική πληροφορία στην οποία θα μπορούν να στηρίξουν την υποκειμενική απόφασή τους.

### **IV.2.2. Η διαδικασία της αναλυτικής ιεραρχίας της μαθηματικής λήψης αποφάσεων**

Μία διαδικασία λήψης απόφασης μέσω ιεραρχικής διαδικασίας ακολουθεί τα παρακάτω στάδια :

#### **1. Ιεράρχηση**

Στο στάδιο αυτό γίνεται προσδιορισμός των παρακάτω :

- Ο στόχος
- Οι εναλλακτικές
- Τα κριτήρια που θα χρησιμοποιηθούν για την αξιολόγηση των εναλλακτικών ώστε να επιτευχθεί ο στόχος.

## 2. Στάθμιση του προβλήματος.

Περιλαμβάνει στάθμιση κριτηρίων, εννοιών, αντικειμένων και οντοτήτων σε απόλυτη ή σχετική κλίμακα.

## 3. Εφαρμογή της αναλυτικής ιεραρχικής διαδικασίας (Analytic Hierarchy Process, ή AHP) (Klutho, 2013) :

- Δημιουργία πινάκων.

- Περίπτωση απόλυτης κλίμακας :

Θεωρείται σύνολο  $n$  αντικειμένων με βάρη  $w_1, w_2, \dots, w_n$  αντίστοιχα.

- Δημιουργείται ο πίνακας  $A$  των συσχετίσεων ενδιαφέροντος ο οποίος καλείται πίνακας αναλογιών (ratio matrix) :

για κάθε στοιχείο  $a_{i,j} = a_{kj}/a_{ki}$

$$A = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & \dots & w_1/w_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

- Δημιουργείται η παρακάτω εξίσωση:

$$\begin{bmatrix} w_1/w_1 & \dots & w_1/w_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

στην οποία το  $n$  είναι μία ιδιοτιμή του πίνακα  $A$

και ο πίνακας  $(n \times 1) W$  των βαρών, είναι το ιδιοδιάνυσμα του  $A$

Το ίχνος (trace) του πίνακα  $A$  είναι ίσο με το  $n$ . Για το λόγο αυτό η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα  $A$  είναι

$$\lambda_{max} = n \quad (4.2.3)$$

- Περίπτωση σχετικής κλίμακας.

Στην περίπτωση σχετικής κλίμακας η οποία αντιπροσωπεύει καλύτερα τον πραγματικό κόσμο, δημιουργείται ο σχετικός πίνακας  $A$  για τον οποίο ισχύει η σχέση :

$$\forall a_{i,j}, a_{j,i} = 1/a_{i,j} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \alpha_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/\alpha_{1n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \lambda_{max} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (4.2.4)$$

Γενικότερα ισχύει η σχέση :

$$AW = \lambda_{max} W \quad (4.2.5)$$

με τον πίνακα  $W$  να δίνει τις εναλλακτικές απαντήσεις στο ερώτημα.

Σε περιπτώσεις μεγάλου όγκου δεδομένων ή δυσδιάκριτης στάθμισης των κριτηρίων του προβλήματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι κατάταξης, κατηγοριοποίησης ή ομαδοποίησης.

### IV.2.3. Μαθηματικά μοντέλα λήψης αποφάσεων

Ενδεικτικά αναφέρονται οι παρακάτω μαθηματικές μέθοδοι λήψης αποφάσεων :

- Η Μέθοδος των Τυχαίων Δασών (Random forests) (βλ. παρ. 3.2.2.v)
- Η Μέθοδος των Ενισχυμένων Δένδρων (Boosted trees) (βλ. παρ. 3.2.2.vi)
- Βαθμιαία ενισχυμένα δέντρα ( Gradient boosted decision trees)

Τα βαθμιαία ενισχυμένα δέντρα ή δέντρα ενίσχυσης κλίσης ή GBDT, είναι τεχνική η οποία χρησιμοποιείται σε προβλήματα παλινδρόμησης και ταξινόμησης. Όπως και σε άλλες μεθόδους ενίσχυσης, η μέθοδος GBDT στόχο έχει να συνδέσει τους αδύναμους κόμβους με τους πιο ισχυρούς. Η διαφορά είναι ότι εδώ δημιουργείται ενίσχυση του δέντρου με τη βελτιστοποίηση μιας κατάλληλης συνάρτησης κόστους.

Ο ψευδοκώδικας της γενικής μορφής του αλγορίθμου GBDT έχει ως εξής:

Είσοδος :

Σύνολο εκπαίδευσης  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$

Διαφορίσιμη συνάρτηση απώλειας  $L(y, F(x))$

Αριθμός επαναλήψεων  $M$

Αλγόριθμος :

1. Αρχικοποίηση μοντέλου με σταθερή τιμή:

$$F_0(x) = \arg \min_{\gamma} \sum_{i=1}^n L(y_i, \gamma) \quad (4.2.6)$$

2. Για  $m = 1$  έως  $M$  :

- 2.1 Υπολογισμός ψευδο-υπολειμμάτων “:

$$r_{im} = - \left[ \frac{\partial L(y_i, F(x))}{\partial F(x)} \right]_{F(x)=F_{m-1}(x)} \quad \text{για } i = 1, \dots, n \quad (4.2.7)$$

- 2.2 Τοποθέτηση της βασικής λειτουργίας εκμάθησης  $h_m(x)$  στα ψευδο-υπολείμματα εκπαιδεύοντάς τη με το σύνολο εκπαίδευσης  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$ .

- 2.3 Υπολογισμός του πολλαπλασιαστή  $\gamma_m$  με την επίλυση του ακόλουθου προβλήματος βελτιστοποίησης :

$$\gamma_m = \arg \min_{\gamma} \sum_{i=1}^n L(y_i, F_{m-1}(x_i) + \gamma h_m(x_i)) \quad (4.2.8)$$

- 2.4 Ενημέρωση του μοντέλου

$$F_m(x) = F_{m-1}(x) + \gamma_m h_m(x) \quad (4.2.9)$$

### 3. Παραγωγή $F_M(x)$

Έξοδος :  $F_M(x)$

Έρευνα έχει πραγματοποιηθεί για τη βελτίωση της λειτουργίας της μεθόδου GBDT η οποία έχει να κάνει με:

- Την επιτάχυνση της υπολογιστικότητας όταν υπάρχουν πολύπλοκα συστήματα, πχ. XBoost, XGBoost (Chen & Guestrin, 2016), Light-GBM, PLANET (Panda et al., 2009), PV-Tree (Meng et al., 2016), και YGGDRASIL (Abuzaid et al., 2016).
- Την εκμετάλλευση των δυνατοτήτων της για λογαριασμό άλλων μεθόδων μηχανικής μάθησης πχ. χρήση της για CRFs (Chen et al., 2015).
- Τη διαχείριση συστημάτων εξόδων ιδιαίτερα πολλαπλών διαστάσεων (πχ. extreme multiclass classification, extreme multi-label learning problem), πχ. (Prabhu & Varma, 2014, Bhatia et al., 2015, Yu et al., 2014, Agrawal et al., 2013, Jasinska et al., 2016, Si et al., 2016), LOMtree (Choromanska & Langford, 2015), LEML (Yu et al., 2014), SLEEC (Bhatia et al., 2015), PLT (Jasinska et al., 2016, PD-Sparse (Yen et al., 2016), FASTXML (Prabhu & Varma, 2014), GBDT-SPARSE (Si Si).

## IV.2.4. Πρόγνωση για την υποστήριξη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα

Οι ήδη υπάρχουσες μέθοδοι πρόγνωσης για την υποστήριξη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα ενδείκνυνται για τα παρακάτω πεδία εφαρμογής:

- ✓ Εξέταση επιστημονικών υποθέσεων
- ✓ Αναζήτηση περιορισμένου πλαισίου πιθανών καταστάσεων βασισμένων σε ήδη γνωστές υποθέσεις.
- ✓ Όταν οι μεταβλητές αβεβαιότητας είναι δυνατό εκ των προτέρων να οριστούν.
- ✓ Αναζήτηση δυαδικών απαντήσεων μεσαίων απαιτήσεων.
- ✓ Αναζήτηση χειρότερου/καλύτερου/βέλτιστου πιθανού σεναρίου μεσαίων απαιτήσεων.
- ✓ Όταν ενδιαφέρει η στάθμιση ακραίων αποτελεσμάτων.
- ✓ Όταν ενδιαφέρει η μείωση του μέσου όρου της απώλειας.
- ✓ Όταν η αβεβαιότητα και το σφάλμα ως έξοδοι από το σύστημα, είναι δυνατό να μετρηθούν.

Παρακάτω αναφέρονται τρεις από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους πρόγνωσης για την υποστήριξη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα (Norton):

- Bayesian prediction-guided decision-making

Προσφέρει ένα πλαίσιο πιθανών καταστάσεων βασισμένων σε ήδη γνωστές υποθέσεις χωρίς να περιορίζει αδικαιολόγητα το σύστημα, ενώ απαιτείται η διαχείριση μεγάλου όγκου σωστά καθορισμένων δεδομένων.

- Model predictive control

Προσφέρει τη δυνατότητα αναθεώρησης μέσω της ανατροφοδότησης σε μία προσπάθεια μοντελοποίησης του σφάλματος και αποφυγής περιορισμού της αβεβαιότητας ενέχοντας όμως τον κίνδυνο του περιορισμού, ειδικά σε μη γραμμικά συστήματα.

- Set-membership prediction technique

Προσφέρει ένα χειρότερο/καλύτερο/βέλτιστο πιθανό σενάριο μεσαίων απαιτήσεων προσδιορισμού της αβεβαιότητας και των περεταίρω δυνατοτήτων του συστήματος.

## Συμπεράσματα

Η μοντελοποιημένη πρόβλεψη αποτελεί βασικό εφόδιο στα χέρια των αποφασιζόντων.

Οι μέθοδοι πρόβλεψης έχουν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους.

Η σωστή παραμετροποίηση του συστήματος προς διερεύνηση και η σωστή επιλογή της κατάλληλης μεθόδου ή συνδυασμού μεθόδων, μπορούν να οδηγήσουν σε μία αξιόπιστη πρόγνωση.

Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται μερικά από τα κύρια χαρακτηριστικά των μεθόδων πρόβλεψης που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια.

ΜΕΘΟΔΟΣ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ
<b>Ποιοτική Πρόβλεψη. Μέθοδοι κρίσης</b>	
Θυμική Μέθοδος Λήψης Απόφασης	Αποφάσεις κάτω από μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας Θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ο βαθμός αξιοπιστίας της προσομοίωσης μιας κατάστασης με μεγάλη αβεβαιότητα μέσω ενός υπολογιστικού συστήματος.
Μέθοδοι σύνθεσης προβλέψεων	Οι αδυναμίες της μιας μεθόδου μπορεί να αντισταθμιστούν από τα δυνατά σημεία μιας άλλης. Η επιλογή των επί μέρους μεθόδων πρέπει να έχει γίνει έτσι ώστε καμία από τις μεθόδους να μην περικλείει μία άλλη.
Η θεωρία της ισοτιμίας της αγοραστικής δύναμης (PPP)	Υποδηλώνει ότι η συναλλαγματική ισοτιμία ενός νομίσματος θα πρέπει να προσαρμόζεται διακρατικά κατά τέτοιο τρόπο ώστε ένα προϊόν να μπορεί να αγοράζεται με την ίδια ποσότητα νομίσματος σε οποιαδήποτε χώρα
Μοντέλο Τυχαίου Περιπάτου	Θεωρεί ότι η μεταβλητότητα της προηγούμενης περιόδου αποτελεί πρόβλεψη για τη σημερινή μεταβλητότητα.
Η μέθοδος Cooke	Εμπειρογνώμονες αποφασίζουν αποδίδοντας βάρη σε παραμετροποιημένες καταστάσεις, χρησιμοποιώντας πιθανότητες. Ενέχει κινδύνους υπερεκτίμησης ή υποεκτίμησης των βαρών.
Η μέθοδος Delphi	Μέθοδος σύνθεσης προβλέψεων ώστε να λαμβάνεται συλλογική απόφαση μεταξύ των αποφασιζόντων. Τα αποτελέσματα της μεθόδου είναι γρήγορα και η λειτουργία της μπορεί να είναι ανεξάρτητη από το χώρο. Εφαρμόζεται σε κλειστά περιβάλλοντα. Βασίζεται στις απόψεις ειδικών. Δεν μπορεί να κάνει πολύπλοκες προγνώσεις με πολλαπλούς παράγοντες.

Η μέθοδος της κατ' αναλογία πρόβλεψης	Δομούνται οι αδόμητες αναλογίες που προκύπτουν από την εμπειρία και την κρίση των ειδικών. Καθαρά υποκειμενική.	
Η μέθοδος της δημιουργίας σεναρίων	Περιγραφή του τι μπορεί να συμβεί σε ένα πιθανό μέλλον, η οποία βασίζεται στα δεδομένα του παρόντος. Ο ρόλος των σεναρίων στις μέρες μας είναι συμπληρωματικός.	
Η μέθοδος της στατιστικής έρευνας	Οι απαντήσεις είναι συγκεκριμένες και οργανωμένες και η συλλογή τους γρήγορη. Μπορεί να είναι συμφέρουσα οικονομικά. Μπορεί να συλλέξει δεδομένα από μεγάλο μέγεθος δείγματος. Αμφίβολη η ειλικρίνεια και η υπευθυνότητα αυτών που θα απαντήσουν στην έρευνα. Δεν είναι σίγουρος ο βαθμός κατανόησης των ερωτημάτων από αυτούς που θα απαντήσουν. Ακαμψία. Σε κάποιες περιπτώσεις, οι ερωτήσεις κλειστού τύπου περιορίζουν την εξαγωγή επαρκών δεδομένων και ίσως χρειάζεται άλλου είδους ανάπτυξη.	
Οι μέθοδοι πρόγνωσης μέσω τεχνολογικών προβλέψεων	Ασχολούνται με την έρευνα και εφαρμογή σύγχρονων τεχνολογικών ανακαλύψεων και νέων τεχνολογικών τάσεων. Παρόλο που υπάρχει πληθώρα μεθόδων πρόβλεψης μέσω της τεχνολογίας, συνήθως εφαρμόζεται συνδυασμός περισσότερων από δύο, για την επίτευξη πιο αξιόπιστης πρόβλεψης.	
Ποσοτική Πρόβλεψη . Μαθηματικές μέθοδοι		
Στοιχειώδεις μαθηματικές μέθοδοι πρόβλεψης		
Προσέγγιση με το Μέσο Όρο	Οι μελλοντικές τιμές των μεταβλητών ενός συστήματος είναι ίσες με το μέσο όρο των τιμών που είχαν οι μεταβλητές στο παρελθόν.	
Η μέθοδος των κινούμενων μέσων όρων	Υπολογισμός του μέσου όρου των τιμών η παρατηρήσεων σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές του παρελθόντος.	
	Η μέθοδος των σταθμισμένων κινούμενων μέσων όρων	Αφορά την απόδοση βαρών σε συγκεκριμένα δεδομένα των παρατηρήσεων που έγιναν κατά τις η τελευταίες χρονικές στιγμές, αναλόγως της σπουδαιότητάς τους για την εκάστοτε έρευνα.
	Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης	Τύπος της μεθόδου των σταθμισμένων κινούμενων μέσων όρων στον οποίο αποδίδονται βάρη με φθίνουσα τιμή στις παρατηρήσεις του παρελθόντος.
	Η μέθοδος του Holt	Αφορά σε διπλή εκθετική εξομάλυνση και μπορεί να εφαρμοστεί όταν απαιτείται προσαρμογή στην τάση αυξητική ή φθίνουσα επί των τιμών δεδομένων μιας χρονοσειράς. Αγνοεί πλήρως την υπεισερχόμενη αβεβαιότητα, τις τάσεις που προκαλούν μεταβολές στις τιμές των μεταβλητών, καθώς και την πολυπλοκότητα της μεταξύ τους σχέσης.
Η απλή παρελθοντική	Η πρόβλεψη για τη χρονική στιγμή h ισούται με την τελευταία παρατήρηση. Εφαρμόζεται συνήθως σε δεδομένα χρονοσειρών κάτω από αστάθμητους	



μέθοδος. Μέθοδος Naïve	παράγοντες οι οποίοι δεν μπορούν να υπολογιστούν με ακρίβεια.	
Η απλή μέση παρελθοντική μέθοδος	Μία παραλλαγή της μεθόδου Naïve· δέχεται ότι η πρόβλεψη μπορεί να μεταβάλλεται και η μεταβολή της για τη χρονική στιγμή $h$ , ισούται με το μέσο όρο των μεταβολών που παρατηρήθηκαν στο παρελθόν.	
Η απλή εποχική μέθοδος	Εφαρμόζεται όταν το φαινόμενο χαρακτηρίζεται από εποχική συμπεριφορά. Κάθε πρόβλεψη συγκεκριμένης χρονικής περιόδου θα είναι ίση με την τελευταία τιμή της παρατήρησης που πραγματοποιήθηκε την περίοδο αυτή.	
Προηγμένες μαθηματικές μέθοδοι πρόβλεψης		
Οι Μέθοδοι των Χρονοσειρών	Μελετούν τη συμπεριφορά ενός δείγματος δεδομένων ενδιαφέροντος, το οποίο λαμβάνεται συν τω χρόνω και παρουσιάζει εσωτερική επαναλαμβανόμενη δομή όπως εποχικότητα ή τάση.	
	α. Οι μέθοδοι εξομάλυνσης	Αφαιρούν τυχαίες διακυμάνσεις των τιμών των μεταβλητών και δημιουργούν τάσεις και κυκλικές δομές.
	β. Οι μέθοδοι των χρονοσειρών μιας μεταβλητής	Αναφέρονται σε μια χρονοσειρά που αποτελείται από παρατηρήσεις των τιμών μίας και μόνο μεταβλητής ενδιαφέροντος καταγεγραμμένες χρονικά σε ισαπέχουσες χρονικές στιγμές.
	γ. Τα μοντέλα Box-Jenkins	Εφαρμόζουν μοντέλα αυτορρυθμιζόμενου κινούμενου μέσου ARMA ή ARIMA για να βρουν την καλύτερη προσαρμογή ενός μοντέλου χρονοσειρών σε προηγούμενες τιμές μιας χρονοσειράς.
	δ. Οι μέθοδοι των πολυμεταβλητών χρονοσειρών	Χρονοσειρές των οποίων οι παρατηρήσεις είναι διανύσματα τα οποία έχουν συνιστώσες τις τιμές αντίστοιχων μεταβλητών και μελετούνται προκειμένου να προσδιορισθεί κάποια εσωτερική δομή που θα αποτελέσει τη βάση για την κατανόηση και πρόβλεψη της συμπεριφοράς του συστήματος κάτω από διάφορες συνθήκες.
Μέθοδοι τεχνητής νοημοσύνης.	α. Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα.	Οι έξοδοι και οι παλαιότερες διαδικασίες, αποτελούν πρότερη γνώση που θα χρησιμοποιηθεί τις επόμενες φορές όπου είναι απαραίτητο. Χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις ταξινόμησης, ομαδοποίησης, πρόβλεψης και συσχέτισης.
	β. Ομαδική μέθοδος επεξεργασίας δεδομένων	Είναι ένα σύνολο επαγωγικών αλγορίθμων και εφαρμόζεται όταν χρειάζεται να μοντελοποιηθούν πολύπλοκα συστήματα διαχειρίσιμα από υπολογιστές. Σε πολλές περιπτώσεις, ειδικά όπου υπάρχουν συστήματα με μεγάλες διακυμάνσεις στη συμπεριφορά τους όπως στον προσδιορισμό φυσικών νόμων, στις προβλέψεις ή

		στην αναγνώριση πολύπλοκων μοτίβων, η μέθοδος αυτή χρειάζεται βελτιωτικές κινήσεις και μεγάλη προσοχή ειδικά στα κριτήρια επιλογής των δεδομένων εισόδου στο σύστημα, αλλά και στην επιλογή του εξωτερικού κριτηρίου.
	γ. Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης	Λειτουργούν ως διαχωριστές κλάσεων. Προϋποθέτουν μία συνάρτηση η οποία ομαδοποιεί τα δεδομένα εισόδου της οποίας τη συμπεριφορά στη συνέχεια αναπαριστούν γραφικά.
Η Μέθοδος Ταξινόμησης Naive Bayes	Διαχειρίζονται μεγάλο πλήθος ανεξάρτητων μεταβλητών που είναι είτε συνεχείς είτε διακριτές και θεωρούν ότι το εκάστοτε πρόβλημα μπορεί να τεθεί με πιθανοθεωρητικό τρόπο. Κίνδυνος αποφυγής εισόδου στο σύστημα μεταβλητών χωρίς ενδιαφέρον και αποκλεισμού από το σύστημα άγνωστων μέχρι τώρα μεταβλητών ενδιαφέροντος, αφού η εκ των προτέρων πιθανότητα θα είναι μηδέν.	
Αλγόριθμος των k-πλησιέστερων γειτόνων	Είναι μια μη παραμετρική μέθοδος που χρησιμοποιείται για ταξινόμηση και οπισθοδρόμηση. Είναι βασισμένος στην τοπική προσέγγιση και όλοι οι υπολογισμοί του είναι προσεγγιστικοί.	
Η Μέθοδος των Τυχαίων Δασών	Η μέθοδος αυτή δημιουργεί τυχαία δάση που αποτελούνται από πολλά δέντρα αποφάσεων. Πλεονεκτήματα : Επεξεργάζονται μεγάλο όγκο δεδομένων, εύρεση και διαχείριση σφαλμάτων, ανίχνευση επικαλύψεων και συστάδων, χαρακτηρισμός κλάσεων, διαχειρίζονται αυτόματα τα χαμένα ή ελλιπή δεδομένα, πραγματοποιούν κατηγοριοποίηση βάσει μεμονωμένων χαρακτηριστικών ενδιαφέροντος, γενικά δεν παρατηρούνται φαινόμενα υπερπροσαρμογής, είναι επαναχρησιμοποιήσιμα σε μελλοντικές ανάγκες. Μειονεκτήματα: Έχουν παρατηρηθεί φαινόμενα υπερπροσαρμογής (overfitting) σε περιπτώσεις όπου τα σύνολα δεδομένων περιέχουν ασάφειες(θόρυβο) στη διαδικασία κατηγοριοποίησης ή παλινδρόμησης (Radenković), ενδείκνυνται όταν οι μεταβλητές εισόδου είναι κατηγορικές.	
Η Μέθοδος των Ενισχυμένων Δένδρων	Αποτελείται από δένδρα κατηγοριοποίησης και παλινδρόμησης (CART) στα οποία εισάγεται το σύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης $x_i$ με στόχο την πρόβλεψη της συμπεριφοράς της αντίστοιχης μεταβλητής $y_i$ . Έχουν χρησιμοποιηθεί περισσότερο σε προβλήματα παλινδρόμησης,	
Οι μέθοδοι των Δένδρων Κατηγοριοποίησης και Παλινδρόμησης	Είναι εύκολα στην κατανόηση, έχουν γρήγορη εφαρμογή, εύκολη υλοποίηση και μπορούν να διαχειριστούν μεγάλο όγκο δεδομένων. Δεν μπορούν να χειριστούν πολύπλοκες σχέσεις μεταξύ των δεδομένων. Διαχειρίζονται σχετικά απλές αποφάσεις.	
Βαθμιαία ενισχυμένα δέντρα	Τα βαθμιαία ενισχυμένα δέντρα ή δέντρα ενίσχυσης κλίσης ή GBDT, είναι τεχνική η οποία χρησιμοποιείται σε προβλήματα παλινδρόμησης και ταξινόμησης. Στόχο έχει να συνδέσει τους αδύναμους κόμβους με τους πιο ισχυρούς. Δημιουργείται ενίσχυση του δέντρου με τη βελτιστοποίηση μιας κατάλληλης συνάρτησης	

	κόστους.	
Η Μέθοδος των Πολυδιάστατων Προσαρμοστικών Εύκαμπτων Συναρτήσεων Παλινδρόμησης	<p>Η χρήση της αρθρωτής συνάρτησης (hinge function) είναι το κύριο σημείο του μοντέλου αυτού και χρησιμοποιείται για να διαχωρίσει δεδομένα σε περιοχές, ώστε να εξεταστούν ανεξάρτητα.</p> <p>Είναι εύκολα στην κατανόηση και μπορούν να κάνουν γρήγορες προβλέψεις.</p> <p>Μπορούν να διαχειριστούν συνεχείς και κατηγορικές μεταβλητές.</p> <p>Μπορούν να διαχειριστούν αρκετά μεγάλο όγκο δεδομένων.</p> <p>Κάνουν αυτόματη επιλογή μεταβλητών, πράγμα το οποίο σε πολλές περιπτώσεις δεν είναι αποτελεσματικό.</p> <p>Δεν μπορούν να υπολογιστούν άμεσα κάποιες παράμετροι όπως παράδειγμα τα διαστήματα εμπιστοσύνης.</p>	
ACE και AVAS	Μη-παραμετρικές μέθοδοι για την επιλογή μετασχηματισμού πολλαπλής παλινδρόμησης. Βρίσκουν τους βέλτιστους μετασχηματισμούς «μη παραμετρικά» ,της μεταβλητής απόκρισης $Y$ και των δυνητικών προγνώσεων, ώστε να ελαχιστοποιηθεί ή να μεγιστοποιηθεί μία συνθήκη.	
Οι Μέθοδοι Παλινδρόμησης Ελαχίστων Τετραγώνων	α. Κανονική Παλινδρόμηση Ελαχίστων Τετραγώνων	Δημιουργία ευθείας παλινδρόμησης των ελαχίστων τετραγώνων. Υπολογισμός αξιοπιστίας του μοντέλου.
	β .Η Μέθοδος Παλινδρόμησης Μερικών Ελαχίστων Τετραγώνων	Συστήνεται όταν υπάρχει πολυγραμμικότητα στις επεξηγηματικές μεταβλητές ή όταν το πλήθος τους είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με τον αριθμό των παρατηρήσεων. Φιλτράροντας τα δεδομένα, αντιμετωπίζει πολλές φορές πρόβλημα λόγω της απώλειας δεδομένων που δεν έπρεπε να αποκλειστούν. Βελτίωση της μεθόδου τροποποιημένη μέθοδος παλινδρόμησης μερικών ελαχίστων τετραγώνων MPLSR
Γενικευμένο Γραμμικό Μοντέλο	Εύρεση της μέσης τιμής και της διακύμανσης της απόκρισης $Y$ για κάθε τιμή των μεταβλητών εισόδου $x$ .	
Λογιστική Παλινδρόμηση	Είναι μία ειδική περίπτωση της γραμμικής παλινδρόμησης που χρησιμοποιείται για την πρόγνωση της συμπεριφοράς εξαρτημένων μεταβλητών, οι οποίες ανήκουν σε ένα συγκεκριμένο σύνολο κατηγοριών. Μπορεί να έχει τακτική, διωνυμική ,ή πολυωνυμική μορφή.	
Γενικευμένα Προσθετικά Μοντέλα	Ο σκοπός του γενικευμένου προσθετικού μοντέλου είναι να μεγιστοποιήσει την ποιότητα της πρόβλεψης του γενικευμένου γραμμικού μοντέλου. Αυτό επιτυγχάνεται με την εκτίμηση (εύρεση) μη-παραμετρικών συναρτήσεων των μεταβλητών εισόδου , οι οποίες θα αντικαταστήσουν τους απλούς συντελεστές, με σκοπό την καλύτερη πρόβλεψη της εξαρτημένης μεταβλητής.	
Ισχυρή παλινδρόμηση	Χρησιμοποιείται εναλλακτικά της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων όταν υπάρχουν αισθητές αποκλίσεις στα δεδομένα. Εφαρμόζεται σε περιπτώσεις ύπαρξης πολλών μεταβλητών εισαγωγής όπου η ύπαρξη των υπολειμμάτων σε ένα γράφημα είναι δυσδιάκριτη. Είναι μία επαναληπτική διαδικασία, η οποία	

	αναζητά και εντοπίζει τα δεδομένα αυτά και ελαχιστοποιεί την επιρροή τους μειώνοντας τα βάρη τους ή αφαιρώντας τα ,κατά τη διάρκεια εκτίμησης των συντελεστών του μοντέλου πρόβλεψης. Υποχρεώνει σε περεταίρω μελέτη των αποτελεσμάτων, ώστε να εξεταστεί αν η ιεράρχηση που προτείνει η μέθοδος κάθε φορά είναι η ζητούμενη.	
Ημιπαραμετρική παλινδρόμηση	Συχνά χρησιμοποιούνται σε καταστάσεις όπου το πλήρως μη παραμετρικό μοντέλο μπορεί να μην αποδίδει καλά ή όταν ο ερευνητής θέλει να χρησιμοποιήσει ένα παραμετρικό μοντέλο αλλά η μορφή της συνάρτησης για ένα υποσύνολο των προβλέψεων, ή η πυκνότητα των σφαλμάτων δεν είναι γνωστή.	
Συστημική θεωρία και γεωμετρική πρόβλεψη	Γενική μέθοδος αιτιοκρατική πρόβλεψης των διαστημάτων εμφάνισης ιδιόμορφων συστημικών γεγονότων κατά τη διάρκεια μιας χρονικής περιόδου. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, θεωρούνται σταθμισμένοι συστημικοί δείκτες και συστημικές μετρήσεις αυτών μέσα σε ένα σταθερό υποσύνολο του χωροχρόνου. Το μέγεθος της (Ευκλείδειας ή μη) απόστασης ανάμεσα στην επιφάνεια των σταθμισμένων συστημικών δεικτών και μιας παραμετρικής επιφάνειας η οποία παρεμβάλλεται ή βρίσκεται πολύ κοντά στις συστημικές μετρήσεις και σε προκαθορισμένα μελλοντικά σημεία χωρίς απόκλιση, μπορεί να θεωρηθεί ένα μέτρο για την εκτίμηση της εμφάνισης ιδιόμορφων συστημικών γεγονότων στο πεδίο ορισμού που θεωρήθηκε, έτσι ώστε ανάλογα με τα προεπιλεγμένα σημεία, να διαθέτουμε ένα γενικό αλγοριθμικό πλαίσιο που θα προβλέπει τα χρονικά διαστήματα στα οποία αναμένουμε την εμφάνιση ιδιόμορφων συστημικών γεγονότων.	
Άλλες μέθοδοι πρόβλεψης		
Προσομοίωση	α. Πρόβλεψη με προσομοίωση Monte Carlo	Η πρόβλεψη της πιθανότητας να συμβεί μια κατάσταση μέσω μίας εξίσωσης όπου οι μεταβλητές εισόδου είναι προϊόντα γεννήτριας τυχαίων ή ψευδοτυχαίων αριθμών. Αξιώνει με απλά και γρήγορα βήματα να προβλέψει συμπεριφορές φαινομένων τα οποία είναι δύσκολο να μοντελοποιηθούν ή φαινομένων για τα οποία δεν υπάρχουν αρκετά ιστορικά δεδομένα. Ο αναλυτής θα πρέπει να μπορεί να επικυρώσει με ικανοποιητικό βαθμό βεβαιότητας τουλάχιστον, κάποιες τιμές των μεταβλητών.
	β. Πρόβλεψη με χρήση μοντέλου προσομοίωσης	Επιχειρείται η πιθανότερη πρόβλεψη μέσω των περιορισμών της στατιστικής και των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης Monte Carlo.
	γ. Στοχαστική προσομοίωση και έλεγχος σεναρίων	Γενικά δείχνει να αποτελεί μια πιο πρακτική μέθοδο πρόβλεψης προσαρμοσμένη στις ανάγκες του εκάστοτε συστήματος, μειώνοντας το βαθμό της αβεβαιότητας, ενέχοντας όμως έντονο τον παράγοντα της υποκειμενικότητας.
Αγορές	Είναι αγορές διαπραγμάτευσης που δημιουργήθηκαν για να διαπραγματεύονται	

Πρόγνωσης	τις εκβάσεις γεγονότων. Στόχος είναι να συγκεντρώσουν τις απόψεις για την έκβαση ενός γεγονότος, να τις επεξεργαστούν και να καταλήξουν σε μία συνολική άποψη. Ενδείκνυνται σε σχέση με τα στοχαστικά μοντέλα πρόβλεψης για τις προβλέψεις στο εσωτερικό εταιριών. Απαιτείται εκτενής αξιολόγηση των αποτελεσμάτων τους.
Μηχανική Μάθηση	Διερευνά τη μελέτη και την κατασκευή αλγορίθμων που μπορούν να μαθαίνουν από τα δεδομένα και να κάνουν προβλέψεις σχετικά με αυτά. Αποτελεί τη βάση για την επίλυση προβλημάτων όπως προβλήματα ανάλυσης δεδομένων, μη γραμμικής κατηγοριοποίησης, αναγνώρισης προτύπων, διαχείρισης δεδομένων, ταξινόμησης και παραλληλισμού. Η αξιοπιστία της κάθε μεθόδου μηχανικής μάθησης, αξιολογείται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της σύμμορφης πρόβλεψης, στην εφαρμογή της οποίας θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η περίπτωση όπου δεν υπάρχει πρότερη εμπειρία για ένα γεγονός, ή εκείνη όπου το σύνολο της υπάρχουσας εμπειρίας είναι δύσκολα διαχειρίσιμο λόγω όγκου.
Αναγνώριση Προτύπων	Έχει στόχο την ανάπτυξη αλγορίθμων για την αυτοματοποιημένη απόδοση κάποιας τιμής ή διακριτικού στοιχείου σε εισαγόμενα δεδομένα, συνήθως κωδικοποιημένα ως αλληλουχίες αριθμών. Οι αλγόριθμοι για την αναγνώριση προτύπων εξαρτώνται από τον τύπο της εξόδου, σχετικά με το εάν η μάθηση είναι υπό επίβλεψη ή χωρίς και με το εάν ο αλγόριθμος είναι στατιστικά ή μη στη φύση.
Ποσοτική τεχνολογική πρόβλεψη	Έρχεται να προσδιορίσει ποσοτικά την απόδοση, την πορεία και τη διάδοση μιας ή συνδυασμού τεχνολογικών επιτευγμάτων, τα οποία είτε είναι ήδη διαδεδομένα, είτε θα υποκαταστήσουν κάποια ήδη υπάρχοντα. Το κύριο σημείο της είναι το ότι η εξαγωγή συμπερασμάτων βασίζεται σε μελέτη ιστορικών δεδομένων σχετιζόμενα με τους τομείς όπου θα εφαρμοστεί η εκάστοτε τεχνολογία. Θα πρέπει να ληφθούν υπόψη το ρίσκο και η ευθύνη της διαχείρισης μεγάλου όγκου δεδομένων, η ύπαρξη και η εγκυρότητα των δεδομένων και ο βαθμός αξιοπιστίας των μεθόδων ανάλυσης των δεδομένων και των εμπειρογνομώνων.
Πρόγνωση βασισμένη στη γεωμετρική κίνηση Brown	Είναι ένα στοχαστικό μοντέλο το οποίο θεωρεί ότι τα ετήσια ποσοστά μεταβολών ζήτησης είναι ανεξάρτητα και ακολουθούν μία κατανομή. Το γεωμετρικό μοντέλο κίνησης Brown, χρησιμοποιείται ευρέως στην πρόβλεψη τιμών μετοχών και πετρελαίου(Postali 2006) (Zhang, 2017)
Προγνωστική βελτιστοποίηση	Έχει στόχο την εξαγωγή προβλέψεων χρησιμοποιώντας τεχνητή νοημοσύνη. Έχει ως είσοδο πρόβλεψη εξαγόμενη από σύστημα δομημένης πρόγνωσης το οποίο συσχετιζόμενο με μεγάλο όγκο δεδομένων είναι ικανό μέσω μιας ετερογενούς τεχνολογίας μάθησης (Fujimaki, et al., 2016) να δώσει μεγάλης ακρίβειας προβλέψεις επεξεργαζόμενο σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών ενδιαφέροντος οι οποίες ήταν δυσδιάκριτες. Έρχεται να ενισχύσει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων με λεπτομερέστερη πληροφόρηση, με προτάσεις σχεδιασμού αλλά και με τεκμηριωμένη επίκριση των τάσεων, των σφαλμάτων και των εν δυνάμει αποφάσεων.



## Βιβλιογραφία

- Armstrong, J. S., *Long-Range Forecasting From Crystal Ball to Computer* (second ed., New York: John Wiley, 1985).
- Bankes.S, 1993. *Exploratory modeling for policy analysis*, Operations Research 41.
- Barnes, B. & Fulford, G. R., 2015. *MATHEMATICAL MODELLING WITH CASE STUDIES Using Maple™ and MATLAB®*. 3 επιμ. s.l.:CRC Press ,Textbooks in Mathematics.
- Ben-Hur, A. & Weston, J., n.d. *A User's Guide to Support Vector Machines, in Data Mining Techniques for the Life Sciences*. s.l.:Carugo, Oliviero, Eisenhaber, Frank (Eds.),Humana Press, 2010, number of pages xii+407.
- Bontempi, G., n.d. *Machine Learning Strategies for Time Series Prediction*.
- Breuning, M., 2003. *The role of analogies and abstract reasoning in decision-making:Evidence from the debateover Truman's proposal for development assistance. International Studies Quarterly*, 47.
- britannica, 2013. *Pattern recognition computer science*.
- Carboneand, R. & Gorr, W. L., 1985. *Accuracy of judgmental forecasting of time series, Decision Sciences*, 16.
- Cheng, B. & Wu, X., 2006. An Modified PLSR Method in Prediction. *journal of Data Science*, 4, pp. 257-274.
- Chen, T., 2014. *University of Washington:Introduction to Boosted Trees*.
- Clemen, R. T., 2008. *Comment on Cooke's classical method, Reliability Engineering and System Safety* 93.
- Cutler, A., 2010. *RandomForestsfor Regressionand Classification Utah State University*. Ovronnaz:
- Cutler, A., n.d. *Random Forests for Regression and Classification*. s.l.:Utah State University.
- Cutler, A., n.d. *Trees and Random Forests, Mathematics and Statistics,Utah State University*.
- Daniel Sarewitz, R. A. P. J. a. R. B., 2000. *Prediction: Science, Decision Making, and the Future of Nature*, Washington DC:
- Daras, N. J., n.d. *Systemic Theory and Geometric Predictive Modeling*. Vari (Attiki): Department of Mathematics and Engineering Sciences Hellenic Military Academy.
- Davis, P., 1996. *Mathematics and Decision Making :Worcester Polytechnic Institute*.
- Deppa, B., n.d. *Winona State University: DSCI 425 – Supervised (Statistical) Learning Section 4 – ACE and AVAS Procedures*.

- Dianne, W. & Sohal, A. S., 1994. *Forecasting: The Key to Managerial Decision Making*, Management Decision, Vol.32 Iss 1.
- Durance, P. & Godet, M., 2010. *Scenario building: Uses and abuses*, Technological Forecasting and Social Change, 77(9).
- Durance, P. & Godet, M., 2010. *Scenario building: Uses and abuses*, Technological Forecasting and Social Change, 77(9).
- Engineering Statistics Handbook, n.d. *Box-Jenkins Models*.
- Engineering Statistics Handbook, n.d. *Common Approaches to Univariate Time Series*.
- Engineering Statistics Handbook, n.d. *Run-Sequence Plot*.
- Farlex Financial Dictionary, 2009. [Ηλεκτρονικό]  
Available at: <https://financial-dictionary.thefreedictionary.com/Appointed+Actuary>
- Feldblum, S., n.d. *Forecasting the Future: Stochastic Simulation and Scenario Testing*.
- Fildes, R., Goodwin, P., Lawrence, M. & Nikolopoulos, K., 2008. *Effective forecasting and judgmental adjustments: an empirical evaluation and strategies for improvement in supply-chain planning*.
- Fildes, R. & Stekler, H., 2002. *The State of Macroeconomic Forecasting* Journal of Macroeconomics, 24(4).
- financial dictionary, 2018.
- Firat, A. K., Woon, W. L. & Madnick, S., 2008. *Technological Forecasting – A Review*, Working Paper CISL# 2008-15 Composite Information Systems Laboratory (CISL), Sloan School of Management, Room E53-320. s.l.:Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.
- Fischer, I. & Harvey, N., 1999. *Combining forecasts: What information do judges need to outperform the simple average?*. s.l.:International Journal of Forecasting, 15.
- Fujimaki, R., Muraoka, Y., Ito, S. & Yabe, A., 2016. *From Prediction to Decision Making – Predictive Optimization Technology. AI & Social Value Creation - The World of “NEC the WISE”*, Δεκέμβριος.
- Gamerman, A. & Vovk, V., 2007. *Hedging Predictions in Machine Learning*.
- Garthwaite, P. H., 1994. An interpretation of Partial Least Squares. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 89, No. 425, Theory and Methods, Μάρτιος.
- Green, K. & Armstrong, S. J., 2007. *Structured Analogies for Forecasting*.
- Harold A. Linstone & Murray Turoff, n.d. *The Delphi Method Techniques and Applications* Addison-Wesley Pub. Co., Advanced Book Program, 1975 - Education - 620 pages.
- Hogarth, R. & Makridakis, S., 1981. *The value of Decision Making in a Complete Environment: An Experimental Approach*. s.l.:Management Science 27.

Hutcheson & GraemeD, 2011. *Ordinary Least-Squares Regression*. In Moutinho, L. and Hutcheson, G.D., *The SAGE Dictionary of Quantitative Management Research*. Thousand Oaks: SAGE Publications.

investopedia,2018 [Ηλεκτρονικό]

Available at: <https://www.investopedia.com/terms/u/underwriting-cycle.asp>

Joslyn, S., n.d. *The Impact of Forecast Uncertainty on Decision Making*, University of Washington: s.n.

Kavanagh, S., 2015. *Integrating Forecasts into Decision-Making*. Chicago(Illinois): GFOA's Research and Consulting Center.

Khong, Y. F., 1992. *Analogies at War: Korea, Munich, Dien Bien Phu, and the Vietnam Decisions of 1965*, Princeton, NJ. s.l.: Princeton University Press.

Klutho, S., 2013. *Mathematical Decision Making An Overview of the Analytic Hierarchy Process*.

Lawrence, M., Edmundson, R. H. & O'Connor, M., 1986. *The accuracy of combining judgmental and statistical forecasts*,. s.l.:Management Science, 32.

Lawrence, M., O'Connor, P. G. M. & Önka, D., 2006. *Judgmental forecasting: A review of progress over the last 25years*,. s.l.:International Journal of Forecasting, 22.

Lawrence, M., Robert Hugh Edmundson & Marcus O'Connor, 1985. *An examination of the accuracy of judgmental extrapolation of time series*. s.l.:International Journal of Forecasting, 1.

Lawson, D. & Marion, G., 2008. *An Introduction to Mathematical Modelling*. s.l.:University of Bristol.

Lawson, D. & Marion, G., 2008. *An Introduction to Mathematical Modelling*. s.l.:University of Bristol.

Lazăr Cornel & Mirela, L., 2008. *Delphi - The Highest Qualitative Forecast Method*. s.l.:BULETINUL Universității Petrol – Gaze din Ploiești, Vol. LX, No. 1.

Levary, R. R. & Han, D., 1995. *Choosing a technological forecasting method, Industrial Management*, 37(1).

Lin, C.-C., Tang, Y.-H. & Shyu, J. Z., 2010. *Yi-Ming Li:Combining forecasts for technology forecasting and decision making*. s.l.:Journal of Technology Management in China, 5(1).

Lin, C.-C., Tang, Y.-H., Shyu, J. Z. & Li, Y.-M., 2010. *Combining forecasts for technology forecasting and decision making*. s.l.:Journal of Technology Management in China, 5(1).

Lindeke, R., n.d. *Forecasting Models Chapter 2 (IE 3265)*.

Loh, W.-Y., 2011. *Classification and regression trees*. s.l.: John Wiley & Sons, Inc. .

Loh, W.-Y., n.d. *Department of Statistics University of Wisconsin–Madison:A Brief History of Classification and Regression Trees*.

Madnick, S., Woon, W. L. & al, e., 2008-2009. *Technology Forecasting Using Data Mining and Semantics*. s.l.:MIT/MIST, Collaborative Research.

Makridakis, S. και συν., 1993. *The M2 competition: A real time judgmentally based forecasting study*. s.l.:International Journal of Forecasting,.



- Marie-Aude, Aufaure, Zimányi & (Eds.), E., 2012. *Business Intelligence*. Brussels: Heidelberg ; New York : Springer, ©2013..
- McCarthy, T. M. & Golobic, S. L., 2002. *Implementing collaborative forecasting to improve supply chain performance, International Journal of Physical Distribution & Logistics Management* 32 (6).
- Michael Lawrence, Paul Goodwin, Marcus O'Connor & Dilek Önköl, n.d. *Judgmental forecasting: A review of progress over the last 25years*. s.l.:International Journal of Forecasting, 22.
- Mitchell, T. M., 1997. *Machine Learning* . McGraw Hill.
- Moniz, A., 2005. *Methods for Scenario-building: it's importance for policy analysis*,Published in: *Proceedings of Workshop on "Innovative comparative methods for policy analysis"*.
- Moosa, I. A., 2016. *Exchange Rate Forecasting :Techniques and Applications, Part of the Finance and Capital Markets*. s.l.:Series book series (FCMS), Springer,Business & Economics.
- NCSS Statistical software, n.d. *Robust Regression*.
- Ng, A., n.d. *Support Vector Machines*.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, n.d. *Box Plot*
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, n.d. *Introduction to Time Series Analysis*
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, n.d. *Mean Vector and Covariance Matrix*
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, n.d. *Multivariate Time Series Model*
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, n.d. *Seasonal Subseries Plot*
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, n.d. *Stationarity*.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, n.d. *Univariate Time Series Models*.
- NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, n.d. *What are Moving Average or Smoothing Techniques?*.
- Norton, J. P.*Prediction for Decision-Making under Uncertainty*.
- O'Leary, D. E. *PREDICTION MARKETS AS A FORECASTING TOOL*.
- Orozco-Alzate, M., n.d. *Pattern recognition*.
- OTexts, n.d. *Neural network models*.
- Ozimek, A., 2014. *THE REGULATION AND VALUE OF PREDICTION MARKETS*. No. 14-07.
- Pielke, R. A., 2003. *Models in Ecosystem Science*. Princeton University Press, Volume The Role of Models in Prediction for Decision, Chapter 7.
- Prudencio, R. & Ludermir, T. *Using Machine Learning Techniques to Combine Forecasting Methods*. Centro de Informatica, Universidade Federal de Pernambuco Caixa.
- R.Sanders, N., 1992. *Accuracy of judgmental forecasts: A comparison*.Omega,20(3).
- Radenković, P., n.d. *Random Forests*,3237/10,Faculty of Electrical Engineering University of Belgrade.

- Rand Corporation, 2013. *Making Good Decisions without Predictions. Robust Decision Making for Planning Under Deep Uncertainty.*
- Rayner, S., 2000. *Prediction: Science, Decision Making, and the Future of Nature*, s.l.: Island Press.
- Shafer, G. & Vovk, V. *A Tutorial on Conformal Prediction.*
- Shalizi, C. R., 2015. *Generalized Linear Models and Additive Models.*
- Si Si, H. Z. S. K. M. S. D.-J. H., n.d. *Gradient Boosted Decision Trees for High Dimensional Sparse Output.*
- statsoft, 2018. *Boosting Trees Regression Classification.*
- statsoft, 2018. *Generalized Additive Models.*
- statsoft, 2018. *k-Nearest-Neighbors.*
- statsoft, 2018. *Naive Bayes classifier.*
- Sun, R. & Giles, C. L., 2001. *Sequence Learning: From Recognition and Prediction to Sequential Decision Making.* s.l.:IEEE INTELLIGENT SYSTEMS.
- Surowiecki, J., 2005. *The Wisdom of Crowds.* New York. s.l.: Anchor Books.
- Walk, S. R., 2012. *Quantitative Technology Forecasting Techniques, Technological Change, Dr. Aurora Teixeira (Ed.), ISBN: 978-953-51-0509-1.* s.l.: InTech.
- Whiteside, J. D., n.d. *II, PE.: A Practical Application of Monte Carlo Simulation in Forecasting.*
- wikipedia, 2017. *Αναγνώριση προτύπων.*
- wikipedia, 2017. *Μηχανική μάθηση.*
- wikipedia, 2018.
- wikipedia, 2018. *Artificial neural network.*
- wikipedia, 2018. *Biological neural network.*
- Wikipedia, 2018. *Delphi method.*
- Wikipedia, 2018. *Delphi method – Wikipedia.*
- wikipedia, 2018. *Forecasting.*
- wikipedia, 2018. *Gradient Boosting.*
- wikipedia, 2018. *Group method of data handling.*
- wikipedia, 2018. *Kernel method.*
- wikipedia, 2018. *k-nearest neighbors' algorithm.*
- wikipedia, 2018. *Logistic regression.*
- wikipedia, 2018. *Mathematical model.*
- wikipedia, 2018. *Multivariate adaptive regression splines.*
- wikipedia, 2018. *Pattern recognition.*
- wikipedia, 2018. *Prediction Market.*

wikipedia, 2018. *Predictive modelling*

wikipedia, 2018. *Αποκρατία*.

wikipedia, 2018. *Mathematical model*.

Zhang, M., 2017. *Demand forecasting and decision making under uncertainty for long-term*.

Στατιστικό Τμήμα της Δημοκρατίας της Σλοβενίας, 2012. *Quality Guidelines (in Slovene)*.

[Ηλεκτρονικό] Available at: <http://www.stat.si/doc/pub/Smernice.pdf>