



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**

**Αλγόριθμοι περιορισμένης αναζήτησης για το  
πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με παραλαβές και διανομές**

---

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Λαλούσης Κωνσταντίνος**

**Επιβλέπων: Δρ. Ιωάννης Μαρινάκης**

**ΧΑΝΙΑ 2019**

## **Ευχαριστίες**

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου κ. Ιωάννη Μαρινάκη για τη βοήθεια και την καθοδήγηση που παρείχε κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Τσακιδάκη Ελευθέριο για την πολύτιμη βοήθειά του και την εξαιρετική συνεργασία που είχαμε όλο αυτόν τον καιρό. Το μεγαλύτερο ευχαριστώ οφείλω στην οικογένειά μου και στους φίλους μου για την συνεχή στήριξη που παρείχαν.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	5
2	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	6
2.1	Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας .....	6
2.2	Εφοδιαστική Αλυσίδα .....	8
2.3	Εφοδιαστική .....	9
3	ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΟΧΗΜΑΤΩΝ .....	12
3.1	Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων .....	12
3.2	Πρόβλημα Πλανόδιου Πωλητή (TSP) .....	15
3.3	Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Περιορισμένη Χωρητικότητα (CVRP) .....	16
3.3.1	Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας Και Απόστασης .....	17
3.4	Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Διανομή Και Παραλαβή Προϊόντων Κατά Τη Διάρκεια Της Διαδρομής (VRP-SPD) .....	18
3.5	Άλλα Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων .....	20
3.5.1	Δρομολόγηση Οχημάτων Για Την Εξυπηρέτηση Πελατών Σε Δεδομένα Χρονικά Παράθυρα .....	20
3.5.2	Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Πολλαπλές Αποθήκες (MVR) .....	21
3.5.3	Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Στοχαστική Ζήτηση (VRPSD) .....	21
3.5.4	Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Χωρίς Επιστροφή Στην Αποθήκη (OVRP) .....	22
3.5.5	Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Δυναμική Ζήτηση (VRPDD) .....	22
4	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ .....	23
4.1	Ευρετικοί Αλγόριθμοι .....	23
4.1.1	Αλγόριθμοι Απληστίας .....	23
4.1.1.1	Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα .....	24
4.1.2	Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι .....	24
4.1.3	Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης .....	25
4.2	Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι .....	27
4.2.1	Περιορισμένη Αναζήτηση (tabu search) .....	28
4.2.2	Άλλοι Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι .....	30
4.2.2.1	Προσομοιωμένη Ανόπτηση (SA) .....	30
4.2.2.2	Αλγόριθμος Επανασύνδεσης Διαδρομών (PR) .....	31
4.2.2.3	Διαδικασία Άπληστης Τυχαιοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (GRASP) .....	32
5	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ .....	34
5.1	Γενική Περιγραφή Του Προβλήματος .....	34
5.2	Αρχικοποίηση Μεταβλητών Και Επεξεργασία Δεδομένων .....	34
5.3	Μοντελοποίηση Του Προβλήματος .....	36
5.3.1	Δημιουργία Αρχικής Εφικτής Λύσης Με Τον Αλγόριθμο Του Πλησιέστερου Γείτονα .....	36
5.3.2	Εύρεση Βέλτιστης Λύσης Με Την Χρήση Του Αλγορίθμου Περιορισμένης Αναζήτησης .....	38
5.3.3	Εφαρμογή Τοπικής Αναζήτησης .....	39
5.3.4	Εφαρμογή Εντατικοποίησης .....	40
5.3.5	Εφαρμογή Άλλων Μεθόδων .....	41

5.3.6	Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου.....	42
6	Αποτελέσματα Και Συμπεράσματα .....	44
6.1	Παρουσίαση Και Ανάλυση Αποτελεσμάτων.....	44
6.2	Συμπεράσματα .....	51
7	Βιβλιογραφία .....	58

## 1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην σημερινή εποχή, λόγω της παγκοσμιοποίησης και των διαρκώς αυξανόμενων απαιτήσεων των πελατών, ο τομέας της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας θεωρείται ιδιαίτερα σημαντικός για την ανταγωνιστικότητα ακόμη και για τη βιωσιμότητα κάθε επιχείρησης. Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διαδρομής (Vehicle routing problem with pickup and delivery). Έχοντας κοινή αφετηρία αλλά και κατάληξη την αποθήκη, τα οχήματα μεταφέρουν προϊόντα από και προς τους πελάτες αποσκοπώντας στην ικανοποίησή τους έχοντας διανύσει την ελάχιστη δυνατή απόσταση, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς της χωρητικότητας και της μέγιστης επιτρεπόμενης απόστασης. Αρχικά, προσαρμόζονται οι απαιτήσεις και οι περιορισμοί στον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα για την εύρεση μιας αρχικής εφικτής λύσης. Στη συνέχεια, με σκοπό τη βελτίωση της αρχικής λύσης, χρησιμοποιείται η μέθοδος περιορισμένης αναζήτησης (Tabu search), ένας μεθευρετικός αλγόριθμος που διερευνά γειτονίες λύσεων εκμεταλλευόμενος των αποτελεσμάτων εφαρμογής των τοπικών μεθόδων αναζήτησης (1-0 relocate, 1-1 exchange, 2-opt). Κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας αναπτύσσεται αλγόριθμος στο προγραμματιστικό περιβάλλον της Matlab, όπου γίνεται παρουσίαση αποτελεσμάτων και η αποτελεσματικότητα αυτού δοκιμάζεται κάνοντας χρήση παραδειγμάτων αναφοράς από τη βιβλιογραφία.

## 2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 2.1 Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας

Η ανάγκη για συνεχή εφοδιασμό και διαχείριση αποθεμάτων εμφανίστηκε από τα αρχαία χρόνια. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η εκστρατεία του Μεγάλου Αλεξάνδρου προς την Ασία, η οποία δε θα ήταν εφικτή χωρίς να διαθέτει ένα κατάλληλο σύστημα εφοδιασμού. Όμως, οι άνθρωποι άρχισαν να ασχολούνται με τη διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδα (supply chain management), με την έννοια που γνωρίζουμε, από το 1900 και έπειτα. Τα πρώτα προγράμματα λογισμικού που υποστηρίζουν τη διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας έκαναν την εμφάνισή τους στην αγορά την δεκαετία του 50', ενώ οι πρώτες επιστημονικές μελέτες εμφανίστηκαν μία δεκαετία αργότερα. Η πραγματική όμως επανάσταση επήλθε μετά το 1980, όπου η ανάπτυξη της τεχνολογίας με την εμφάνιση των προσωπικών υπολογιστών επέτρεψε την αποτελεσματικότερη αλλά και αποδοτικότερη εφαρμογή της λόγω της ολοένα καλύτερης διαχείρισης της πληροφορίας.

Στις μέρες μας, οι επιχειρήσεις έχουν στραφεί σε μεγάλο βαθμό σε παγκόσμιες πηγές προκειμένου να εξασφαλίσουν τις προμήθειες τους με μικρότερο κόστος και να πετύχουν γρηγορότερους ρυθμούς σχεδιασμού και υλοποίησης των προσφερόμενων προϊόντων και υπηρεσιών τους. Ιδιαίτερα κρίσιμοι παράγοντες στο σύγχρονο επιχειρηματικό περιβάλλον αποδεικνύονται η διαθεσιμότητα των κεφαλαίων κάθε επιχείρησης και ο στενός έλεγχος του κόστους και της ποιότητας των παραγόμενων προϊόντων και υπηρεσιών. Οι τάσεις αυτές οδήγησαν στην αναζήτηση περισσότερων αποτελεσματικών μεθόδων για τον συντονισμό της ροής υλών και πληροφοριών, στο εσωτερικό και εξωτερικό των επιχειρήσεων. Συνεπώς, υπάρχει μεγάλη οικονομική αλληλεξάρτηση μεταξύ των χωρών, τεράστιοι όγκοι δεδομένων, αγαθών και υπηρεσιών που συναλλάσσονται, το οποίο κάνει επιτακτική την ανάγκη ανάπτυξης ενός κατάλληλου συστήματος διαχείρισης εφοδιαστικής αλυσίδας. Οι επιχειρήσεις σήμερα συναγωνίζονται ως προς το χρόνο και την ποιότητα παροχής προϊόντων ή των υπηρεσιών τους. Η επιχείρηση η οποία καταφέρει να προσαρμοστεί ταχύτερα στις απαιτήσεις των καταναλωτών και να παραδώσει ταχύτερα και φθηνότερα, χωρίς φθορά και με αξιοπιστία το προϊόν στον καταναλωτή (πελάτη) έχει περισσότερες προϋποθέσεις να κερδίσει το μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς.

Το Council of supply chain management ορίζει ως διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας (supply chain management) το σύνολο των διαδικασιών που περιλαμβάνουν τον προγραμματισμό και τη διαχείριση όλων των δραστηριοτήτων που σχετίζονται με τις προμήθειες, τη μετατροπή ακόμη και τις δραστηριότητες logistics. Περιλαμβάνει επίσης το συντονισμό και τη συνεργασία με τους εταίρους, οι οποίοι μπορεί να είναι προμηθευτές, μεσάζοντες, πάροχοι υπηρεσιών (τρίτοι) ή και πελάτες. Στην ουσία η ΔΕΑ ενσωματώνει τη διαχείριση προσφοράς και ζήτησης εντός αλλά και μεταξύ εταιριών.

### **Διαδικασίες της ΔΕΑ:**

Οι δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας (ΕΑ) δεν αποτελούν ευθύνη ενός ατόμου ή μιας εταιρίας. Ένα πλήθος ατόμων χρειάζεται να συμμετέχει ενεργά σε ένα πλήθος διαφορετικών διαδικασιών προκειμένου να υπάρξει επιτυχία. Είναι σαν μία ομάδα, ο καθένας έχει ένα συγκεκριμένο ρόλο και πρέπει να ανταποκρίνεται με επιτυχία στα καθήκοντά του. Θα πρέπει να μπορούν να συνεργαστούν τα άτομα της ομάδας, ενώ απαραίτητη κρίνεται η παρουσία ενός διευθυντή που θα αναπτύσσει το σχέδιο, θα βάλει τους σωστούς ανθρώπους στις κατάλληλες θέσεις και θα παρακολουθεί την επιτυχία αυτού. Με αυτόν τον τρόπο, η ομάδα μπορεί με επιτυχία να εκτελέσει τις παρακάτω διαδικασίες:

- Σχεδιασμός. Η διαδικασία αυτή αποσκοπεί στη δημιουργία μακροπρόθεσμων αλλά και βραχυπρόθεσμων στρατηγικών. Από το σχεδιασμό του δικτύου της εφοδιαστικής αλυσίδας στην πρόβλεψη της ζήτησης των πελατών, οι ηγέτες πρέπει να αναπτύξουν ολοκληρωμένες στρατηγικές.
- Προμήθειες. Η διαδικασία αγορών επικεντρώνεται στην αγορά των απαιτούμενων πρώτων υλών, εξαρτημάτων και εμπορευμάτων.
- Παραγωγή. Περιλαμβάνει την κατασκευή, τη μετατροπή ή τη συναρμολόγηση υλικών σε έτοιμα προϊόντα ή εξαρτήματα για άλλα προϊόντα. Παρέχεται η απαραίτητη υποστήριξη στην παραγωγή και εξασφαλίζεται ότι τα βασικά υλικά θα είναι διαθέσιμα όταν χρειαστεί.
- Διανομή. Η διαδικασία της μετακίνησης διαχειρίζεται τη ροή υλικών στην ΕΑ. Οι εταιρίες μεταφορών, τρίτες επιχειρήσεις logistics και άλλοι εξασφαλίζουν ότι τα προϊόντα ρέουν γρήγορα και με ασφάλεια προς το σημείο της ζήτησης.
- Διεπαφή πελατών. Περιστρέφεται γύρω από όλα τα θέματα που σχετίζονται με την αλληλεπίδραση με τους πελάτες, την ικανοποίηση των αναγκών τους και την απόλυτη εκπλήρωση επιθυμιών.

### **Οφέλη της ΔΕΑ:**

Είναι γνωστό ότι η ΔΕΑ αποτελεί αναπόσπαστο μέρος των περισσότερων επιχειρήσεων και είναι απαραίτητη για την επιτυχία της επιχείρησης και την ικανοποίηση του πελάτη.

- Ενθαρρύνει την εξυπηρέτηση των πελατών. Οι πελάτες αναμένουν τη σωστή σειρά και ποιότητα των προϊόντων, έγκαιρη παράδοση, γρήγορη εξυπηρέτηση και την κατάλληλη τοποθεσία παραλαβής.
- Μειώνει τα λειτουργικά έξοδα. Μειώνει το κόστος αγοράς με την έγκαιρη παράδοση προϊόντων και αποφυγή υψηλών κοστών αποθεματοποίησης. Επίσης, μειώνει το κόστος παραγωγής εξασφαλίζοντας τις κατάλληλες ποσότητες πρώτων υλών στις μονάδες συναρμολόγησης, ώστε να αποφευχθούν πιθανές ελλείψεις και κατ' επέκταση παύση της διαδικασίας παραγωγής. Μειώνει το συνολικό κόστος της ΕΑ με την κατάλληλη προσαρμογή και υλοποίηση αλυσίδων εφοδιασμού που ικανοποιούν τις απαιτήσεις των πελατών και διατηρούν το κόστος όσο το δυνατόν χαμηλότερα.

- Βελτιώνει τη χρηματοοικονομική θέση. Αυξάνει το περιθώριο κέρδους με την αντίστοιχη μείωση του κόστους λειτουργίας της ΕΑ. Μειώνει τα πάγια έξοδα του ενεργητικού όπως αποθήκες και οχήματα, ενώ αυξάνει την ταμειακή ροή.

Η ΔΕΑ είναι ένα δυναμικό σύστημα που εξελίσσεται με το χρόνο, προκειμένου να ανταποκρίνεται στις ανάγκες της αναπτυσσόμενης παγκοσμίως εφοδιαστικής αλυσίδας. Ασκεί πλέον μεγάλη επίδραση στην αποτελεσματικότητα των σημερινών επιχειρήσεων και στην ευρύτερη διασφάλιση ποιοτικών διαδικασιών, στο ιδιαίτερα ανταγωνιστικό περιβάλλον της σύγχρονης επιχειρηματικότητας. Η διάδοσή της οφείλεται κατά κύριο λόγο στα ιδιαίτερα σημαντικά αποτελέσματα που επιφέρει, τόσο προς την κατεύθυνση της μείωσης του κόστους των επιχειρήσεων, όσο και προς την κατεύθυνση του βέλτιστου συντονισμού των διεργασιών της επιχείρησης που συνδέονται με τους προμηθευτές και τους διανομείς. Με την ολοκληρωμένη εφαρμογή της διαχείρισης αυτής, ο πελάτης βρίσκει το προϊόν την κατάλληλη στιγμή στην κατάλληλη ποιότητα και ποσότητα και στην καλύτερη δυνατή τιμή, περιορίζοντας ουσιαστικά τους παράγοντες που αυξάνουν το κόστος του προϊόντος.

## **2.2 Εφοδιαστική Αλυσίδα**

Η Εφοδιαστική Αλυσίδα (ΕΑ) αποτελείται από όλα τα στάδια που εμπλέκονται, έμμεσα ή άμεσα, με την ικανοποίηση των απαιτήσεων των πελατών. Καθώς καλύπτει ένα ευρύ φάσμα κλάδων, καταλαβαίνουμε ότι ο ορισμός της μπορεί να μην είναι ιδιαίτερα σαφής. Σύμφωνα με το Council of supply chain management η ΕΑ είναι ένα σύστημα πελατών, οργανισμών, ανθρώπων, δραστηριοτήτων, πληροφοριών και πόρων που σχετίζονται με τη μεταφορά ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας από τον προμηθευτή στον πελάτη. Οι δραστηριότητές της περιλαμβάνουν την μετατροπή των φυσικών πόρων, των πρώτων υλών και των συστατικών σε ένα τελικό προϊόν το οποίο παραδίδεται στον πελάτη.

Η ΕΑ παρουσιάζει δυναμική εξέλιξη ως προς το χρόνο και εμπλέκει τη ροή προϊόντων, πληροφοριών και κεφαλαίων μεταξύ των διαφόρων σταδίων. Κάθε στάδιο της αλυσίδας εκτελεί διαφορετικές διαδικασίες και αλληλεπιδρά με άλλα στάδια της αλυσίδας, που πιθανώς να έχουν συγκρουόμενες στοχεύσεις.

Ο βασικός σκοπός της ΕΑ είναι να μεγιστοποιήσει την ολική αξία, όπου η αξία αναφέρεται στην διαφορά μεταξύ του τι αξίζει το τελικό προϊόν για τον πελάτη και την προσπάθεια που καταβλήθηκε από την ΕΑ για να ικανοποιηθεί η απαίτηση του πελάτη. Η αξία αυτή συχνά μεταφράζεται σε χρηματική αξία, όπου στην περίπτωση αυτή θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε τη διαφορά μεταξύ των κερδών που λαμβάνουμε από τον πελάτη και το συνολικό κόστος που προήλθε από τα διάφορα στάδια της ΕΑ ώστε να ικανοποιηθούν οι τελικές απαιτήσεις του πελάτη. Συνεπώς, το ολικό κέρδος της ΕΑ στην περίπτωση αυτή αντικατοπτρίζει την απόδοση της, το οποίο όμως πρέπει να διανέμεται σε όλα της τα στάδια. Η προσέγγιση της ΔΕΑ θα πρέπει να γίνεται ως σύνολο δραστηριοτήτων, αφού τα εσωτερικά στάδια αλληλεπιδρούν και δεν μπορούμε να τα λαμβάνουμε ξεχωριστά.



Λόγοι που η Εφοδιαστική Αλυσίδα παίζει ρόλο στην επιτυχία μιας επιχείρησης:

- Στρατηγική. Μια σωστά σχεδιασμένη στρατηγική είναι ένας παράγοντας που επιτρέπει την επίτευξη εμπορικών στόχων και συνεπώς την εταιρική επιτυχία. Για να είναι επιτυχημένη η στρατηγική πρέπει να σχεδιαστεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να υποστηρίζει τη συνολική στρατηγική της επιχείρησης.
- Σχεδιασμός δικτύου. Ο τομέας που ασχολείται με τη διανομή από τα εργοστάσια ή τις αποθήκες είναι καθοριστικής σημασίας για την επιτυχία της επιχείρησης. Δεν υπάρχει προκαθορισμένη δομή, αλλά τα δίκτυα εξελίσσονται μέσα από μια σειρά αλλαγών και θα πρέπει κάθε φορά να προσαρμόζονται στις ανάγκες. Μπορεί να βρεθούν ευκαιρίες για εξοικονόμηση χρημάτων και βελτίωση παρεχόμενων υπηρεσιών.
- Επιδόσεις εξυπηρέτησης. Ο πελάτης πρέπει να είναι ο πρωταρχικός στόχος κατά την εξέταση της στρατηγικής της ΕΑ, του σχεδιασμού του δικτύου και της διαχείρισης της απόδοσης. Η απόδοση αυτή θα επηρεάσει απόλυτα την αντίληψη των πελατών σχετικά με την επιχείρηση και τις υπηρεσίες που λαμβάνουν από αυτήν.
- Έξοδα της ΕΑ. Το κόστος κάλυψης της ζήτησης είναι ένας από τους πιο διαδεδομένους τρόπους με τους οποίους η αλυσίδα εφοδιασμού έχει σημασία για την επιχειρηματική επιτυχία. Πρέπει να γίνεται διερεύνηση του κόστους εξυπηρέτησης των πελατών, αλλά και του κόστους παραγωγής των προϊόντων. Σε όλα αυτά, είναι σημαντικό να αναγνωρίσουμε ότι η γραμμή μεταξύ της κατάλληλης και της υπερβολικής κοστολόγησης της αλυσίδας εφοδιασμού είναι εξαιρετική.
- Επιδόσεις προμηθευτή. Είναι απαραίτητο να υπάρχει συνεργασία με τους προμηθευτές ώστε να ελαχιστοποιείται όσο το δυνατόν περισσότερο η αβεβαιότητα της εφοδιαστικής αλυσίδας, το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση του κόστους αλλά και στην καλύτερη εξυπηρέτηση των πελατών.
- Ηθική προμήθευση και συλλογική ευθύνη. Κάθε πρόγραμμα διαχείρισης απόδοσης που εφαρμόζεται στην επιχείρηση θα πρέπει να επικεντρώνεται στην ακεραιότητα και τις δεοντολογικές ευθύνες των προμηθευτών, όπως επίσης στις επιδόσεις των υπηρεσιών και στις συνεργατικές πρωτοβουλίες.
- Διαχείριση αποθεμάτων. Ο τρόπος με τον οποίο διαχειρίζεται κάποια επιχείρηση το απόθεμα έχει σημαντικό αντίκτυπο στο κεφάλαιο κίνησης και ενδεχομένως στην ταμειακή ροή. Προκειμένου να μειωθεί το κεφάλαιο κίνησης, θα πρέπει να λάβουν μέρος εργασίες που αφορούν την διαχείριση των αποθεμάτων.

## 2.3 Εφοδιαστική

Η εφοδιαστική, ή αλλιώς logistics, με την έννοια που πλησιάζει εκείνη που της αποδίδουμε σήμερα, συναντάται από τη ρωμαϊκή κιόλας εποχή όταν οι απαιτήσεις για επιτυχή και ταχεία μεταφορά διαταγών, ανδρών και υλικών αυξάνονταν ραγδαία με την ανάλογη αύξηση των λεγεώνων στα σύνορα της αυτοκρατορίας για την αντιμετώπιση εχθρικών επιδρομών.

Η παραδοσιακή προσέγγιση στα logistics τα παρουσιάζει ως μία λειτουργία που έχει παίξει σημαντικό ρόλο ως υποστηρικτική λειτουργία στο μάρκετινγκ και την παραγωγή και ο σκοπός της περιορίζεται στην μεταφορά και αποθήκευση των πρώτων υλών και των τελικών αγαθών. Τα

τελευταία χρόνια όμως ο ρόλος των logistics έχει αλλάξει και έχει γίνει καθοριστικός όσον αφορά τις λειτουργίες των επιχειρήσεων και ταυτόχρονα παράγοντας για την απόκτηση ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος. (Συφνιώτης Κ. 1997, σελ. 22-24) Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι πολλές επιχειρήσεις πλέον λειτουργούν σε παγκόσμιο επίπεδο, συνεπώς θα πρέπει να διαχειρίζονται μεγάλους όγκους πληροφοριών και αγαθών.

Σύμφωνα και πάλι με το Council of supply chain management professionals η εφοδιαστική ορίζεται ως κομμάτι της διαδικασίας της ΕΑ που σχεδιάζει, υλοποιεί και ελέγχει την αποδοτική, αποτελεσματική προς τα εμπρός και πίσω ροή και αποθήκευση των αγαθών, υπηρεσιών και συναφών πληροφοριών μεταξύ του σημείου προέλευσης και του σημείου κατανάλωσης με σκοπό την ικανοποίηση των απαιτήσεων των πελατών.

Κάποιοι οργανισμοί έχουν τις δικές τους εγκαταστάσεις ενώ άλλοι χρησιμοποιούν τις εγκαταστάσεις άλλων επιχειρήσεων που είναι εξειδικευμένες στην διαχείριση της αλυσίδας τροφοδοσίας (outsourcing). Σκοπός των επιχειρήσεων είναι να γίνει σωστή, γρήγορη και ακριβής διανομή αγαθών ή παροχή υπηρεσιών σύμφωνα πάντα με τις απαιτήσεις των πελατών.

### **Λειτουργίες logistics:**

- Διαχείριση αποθεμάτων. Συνεχής βελτίωση του επιπέδου εξυπηρέτησης των πελατών, με τα ελάχιστα δυνατά αποθέματα. Οι επιχειρήσεις χρησιμοποιούν τα αποθέματά τους για να διαχειρίζονται άμεσα τη ζήτηση. Στόχος είναι να καθορίσουν και να διατηρήσουν τα χαμηλότερα δυνατά επίπεδα αποθέματος που θα πληρούν τις απαιτήσεις σύμφωνα με την πολιτική εξυπηρέτησης πελατών της επιχείρησης.
- Μεταφορά/ διανομή. Τα συστήματα μεταφοράς και διανομής έχουν την ευθύνη για τη ροή των υλικών κάθε μορφής από τα σημεία παραγωγής μέχρι τα σημεία χρήσης ή κατανάλωσης, που μπορεί να είναι πελάτες, μονάδες παραγωγής, χώροι αποθήκευσης κλπ. Η αναζήτηση του βέλτιστου μονοπατιού μεταφοράς για την σύνδεση της αποθήκης με τον τελικό πελάτη και την κατάλληλη επιλογή μέσων μεταφοράς. Η σύγχρονη επιχείρηση πρέπει να πάρει μια σειρά από αποφάσεις ποικίλης δυσκολίας και πολυπλοκότητας και να αναπτύξει ένα ανταγωνιστικό σύστημα μεταφοράς και διανομής, που να λειτουργεί με αποτελεσματικότητα κόστους και να απάντα κάθε στιγμή στη βασική αρχή της επιστήμης των Logistics: Διανομή του σωστού προϊόντος (ποσότητα, ποιότητα), στο σωστό τόπο και χρόνο.
- Αποθήκευση. Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους εργασίας, του χώρου και του εξοπλισμού στην αποθήκη, πληρώνοντας παράλληλα τις απαιτήσεις των πελατών σύμφωνα με την πολιτική εξυπηρέτησής της επιχείρησης. Περιλαμβάνει μεταβλητές όπως το γεωγραφικό σημείο, το μέγεθος του χώρου, το διαθέσιμο εξοπλισμό και την ασφάλεια του χώρου.
- Διαχείριση προμηθειών. Η αγορά προμηθειών δημιουργεί το απόθεμα. Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους απόκτησης των αγαθών, ενώ λαμβάνονται υπόψη η πληρότητα/διαθεσιμότητα της αποθήκης, ο χρόνος απόκρισης από την παραγγελία και οι απαιτήσεις ποιότητας των προϊόντων που θα παραληφθούν. Οι

ποσότητες και ο χρόνος αγοράς επηρεάζονται σε μεγάλο βαθμό από το επίπεδο εξυπηρέτησης πελατών που ορίζει η επιχείρηση.

### 3 ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

#### 3.1 Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων

Στο πλέον ανταγωνιστικό περιβάλλον που επικρατεί τη σημερινή εποχή σε παγκόσμιο επίπεδο, είναι προφανές ότι οι επιχειρήσεις προκειμένου να αποκτήσουν πλεονέκτημα έναντι των ανταγωνιστών πρέπει να αναπτύσσουν αποτελεσματικό σύστημα εφοδιαστικής (logistics) για τη βελτιστοποίηση της ροής των πόρων με σκοπό την ικανοποίηση των απαιτήσεων των πελατών. Ένα από τα μεγαλύτερα ζητήματα προς επίλυση που προκύπτουν είναι η εύρεση διαδρομών που προσφέρουν τη βέλτιστη δυνατή εξυπηρέτηση των πελατών με ταυτόχρονη μείωση του κόστους. Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem) αναφέρθηκε για πρώτη φορά από τους Dantzig και Ramser το 1959. Το VRP είναι μια συνδυαστική διαδικασία βελτιστοποίησης και μπορεί να περιγραφεί από ένα βέλτιστο σύνολο διαδρομών που πραγματοποιεί ένα πλήθος οχημάτων που ξεκινούν και καταλήγουν σε μία ή περισσότερες αποθήκες, χρησιμοποιώντας ένα συγκεκριμένο οδικό δίκτυο. Σκοπός του είναι η εξυπηρέτηση σε μια δεδομένη χρονική περίοδο ενός πλήθους πελατών ελαχιστοποιώντας διάφορες δαπάνες.

Το οδικό δίκτυο που χρησιμοποιείται για την μεταφορά των αγαθών, περιγράφεται γενικά από ένα γράφημα, του οποίου τα τόξα αντιπροσωπεύουν τους δρόμους του δικτύου και οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν τις αποθήκες και τις θέσεις των πελατών. Τα τόξα μπορεί να είναι προσανατολισμένα ή όχι, ανάλογα με το αν μπορούν να διασχιστούν μόνο προς μία κατεύθυνση. Κάθε τόξο σχετίζεται με ένα κόστος το οποίο αντιστοιχεί στο μήκος του και το χρόνο που απαιτείται για να το διασχίσει κάποιο όχημα.

Στην απλούστερη μορφή του VRP, τα δεδομένα που δομούν το πρόβλημα είναι ένα πλήθος κόμβων οι οποίοι αντιπροσωπεύουν τους πελάτες, ένας επιπλέον κόμβος που είναι η αποθήκη όπου γίνεται φόρτωση και εκφόρτωση των οχημάτων, οι γεωγραφικές θέσεις για κάθε έναν πελάτη αλλά και την αποθήκη για την εύρεση των αποστάσεων, ή αλλιώς κοστών, μεταφοράς από έναν κόμβο (πελάτη) προς οποιονδήποτε άλλο και τέλος μια τιμή για κάθε πελάτη που αντιπροσωπεύει τη ζήτηση, δηλαδή την απαίτηση του εκάστοτε πελάτη.

Στο VRP γίνεται λόγος για πολλαπλές διαδρομές γιατί ένα όχημα αδυνατεί να εξυπηρετήσει όλους τους πελάτες. Οι λόγοι που συμβαίνει αυτό είναι πολλοί όπως για παράδειγμα η συνολική ζήτηση των πελατών να υπερβαίνει τη δυναμικότητα του οχήματος, είτε η ζήτηση πρέπει να ικανοποιηθεί μέσα σε ορισμένα χρονικά όρια, είτε να είναι περιορισμένη η απόσταση που δύναται να διανύσει κάθε όχημα κ.α. Σε κάθε περίπτωση όμως, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ότι κάθε κύκλος (διαδρομή) περνάει από την αποθήκη και ότι κάθε πελάτης επισκέπτεται από έναν μόνο κύκλο.

Για τον ορισμό του προς επίλυση προβλήματος ο ειδικός πρέπει να λάβει υπόψη τόσο τη φύση του προβλήματος διανομής, όσο και το μέγεθος της προς εξέταση εταιρίας. Ενδεικτικές πληροφορίες σχετικές με τις δραστηριότητες της διανομής είναι οι ακόλουθες:

- Το μέγεθος του στόλου των οχημάτων που χρησιμοποιείται από την εταιρία.
- Ο αριθμός των οδηγών.
- Ο αριθμός των διαδρομών που πραγματοποιούνται καθημερινά και ο μέσος αριθμός στάσεων ανά διαδρομή.
- Οι διαδρομές εντός και εκτός πόλεως.
- Το συνολικό ετήσιο κόστος των δραστηριοτήτων διανομής.
- Το κόστος των πληρωμάτων.
- Οι μελλοντικές απαιτήσεις και προβλέψεις στον τομέα ενδεχόμενων βλαβών.
- Η τρέχουσα υπολογιστική δύναμη της εταιρίας για τη δυνατότητα υποστήριξης του δικτύου διανομής.
- Ο συνδυασμός δρομολογίων με άλλες δραστηριότητες.

Βάσει αυτών των πληροφοριών επιτυγχάνεται μια πρώτη εκτίμηση του ποσοστού από τα έσοδα της εταιρίας που θα χρησιμοποιηθούν για τη μελέτη και λειτουργία του συστήματος διανομής. Έτσι, επιτρέπεται στον ειδικό να υπολογίσει το κόστος του συστήματος διανομής. Συγκρίνοντας την πρακτική της εταιρίας σε ότι αφορά τη διανομή των προϊόντων της με ένα πιο προηγμένο σύστημα διανομής προκύπτουν τα οφέλη από την εφαρμογή αυτού του συστήματος.

Εκτός των πληροφοριών που προαναφέρθηκαν σχετικά με τα γενικά χαρακτηριστικά του συστήματος διανομής της εταιρίας, ο ειδικός πρέπει να λαμβάνει υπόψη τα ακόλουθα χαρακτηριστικά πελατών και οχημάτων. Συγκεκριμένα, σχετικά με τα χαρακτηριστικά των πελατών:

- Το σημείο του γραφήματος διανομής στο οποίο βρίσκεται ο πελάτης.
- Η ποσότητα των αγαθών (demand), ενδεχομένως διαφορετικού είδους, τα οποία πρέπει είτε να παραδοθούν είτε να συλλεχθούν από τον πελάτη.
- Τα χρονικά διαστήματα (time windows) κατά τη διάρκεια της ημέρας στις οποίες ο πελάτης μπορεί να εξυπηρετηθεί (όπως για παράδειγμα εξαιτίας συγκεκριμένων περιόδων κατά τις οποίες η εταιρία του πελάτη λειτουργεί, ή η τοποθεσία του είναι προσπελάσιμη βάσει συγκοινωνιακών περιορισμών).
- Ο χρόνος που απαιτείται για την παράδοση ή τη συλλογή των προϊόντων από τον πελάτη (unloading or loading times), πιθανότατα εξαρτώμενος από το είδος του οχήματος.
- Το είδος του οχήματος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το στόλο της εταιρίας για την εξυπηρέτηση κάποιου πελάτη (όπως για παράδειγμα εξαιτίας περιορισμών πρόσβασης ή ειδικών απαιτήσεων στη φόρτωση και εκφόρτωση προϊόντων).

Μερικές φορές δεν είναι δυνατή η πλήρης ικανοποίηση των απαιτήσεων του κάθε πελάτη. Σε αυτές τις περιπτώσεις η ποσότητα των αγαθών που διανέμονται ή συλλέγονται μπορεί να μειωθεί ή ένα σύνολο πελατών να μην εξυπηρετηθεί. Για την αντιμετώπιση αυτών των καταστάσεων διάφορες προτεραιότητες που σχετίζονται με τη μερική ή πλήρη έλλειψη εξυπηρέτησης μπορούν να ανατεθούν στους πελάτες.

Κάθε αποθήκη χαρακτηρίζεται από τον αριθμό και από το πλήθος των οχημάτων που βρίσκονται σε αυτή και από τη συνολική ποσότητα των προϊόντων που μπορούν να χειριστούν. Τυπικά χαρακτηριστικά των οχημάτων είναι τα ακόλουθα:

- Από ποια αποθήκη προέρχονται και αν υπάρχει πιθανότητα να τερματίσουν τη διαδρομή τους σε διαφορετική αποθήκη από εκείνη την οποία ξεκίνησαν.
- Η χωρητικότητα του οχήματος εκφρασμένη στο μέγιστο βάρος ή όγκο ή αριθμό παλετών που μπορεί να φορτωθεί το όχημα.
- Αν τα οχήματα έχουν ένα τμήμα ή όχι και αν όχι πως θα φορτωθεί το κάθε τμήμα του οχήματος.
- Η πιθανή υποδιαίρεση των οχημάτων σε ομάδες, κάθε μία από τις οποίες χαρακτηρίζεται από τη χωρητικότητα και από το είδος των προϊόντων που μπορεί να μεταφέρει.
- Αν υπάρχουν διαθέσιμα μηχανήματα για τη φόρτωση και την εκφόρτωση των οχημάτων.
- Το σύνολο των δρόμων που είναι προσπελάσιμοι από το όχημα.
- Το κόστος που σχετίζεται με τη λειτουργία του κάθε οχήματος.

Οι οδηγοί που χρησιμοποιούνται στα οχήματα πρέπει να ικανοποιούν και αυτοί ένα πλήθος από περιορισμούς, όπως κανόνες που έχει θεσπίσει το συνδικάτο (ώρες που πρέπει να δουλεύουν κάθε μέρα, χρονικές περίοδοι της ημέρας που θα πρέπει να κάνουν διάλειμμα, αν δικαιούνται και πως θα πληρώνονται τις υπερωρίες). Ενδεικτικά αναφέρονται τα εξής:

- Οκτώ ώρες ύπνου την ημέρα υποχρεωτικά.
- Όχι περισσότερες από 10 ώρες συνεχόμενης οδήγησης.
- Όχι περισσότερες από 6 ημέρες οδήγησης εβδομαδιαίως.
- Όχι περισσότερες από 15 ώρες οδήγησης ημερησίως.

Οι διαδρομές θα πρέπει να ικανοποιούν έναν αριθμό από περιορισμούς, που εξαρτώνται από τη φύση των μεταφερόμενων αγαθών, από την ποιότητα του επιπέδου εξυπηρέτησης και από διάφορα χαρακτηριστικά των οχημάτων και των πελατών. Μερικοί από τους βασικούς περιορισμούς που χρησιμοποιούνται είναι:

- Σε κάθε ξεχωριστή διαδρομή η ποσότητα που μεταφέρει το όχημα δε μπορεί να ξεπερνάει τη συνολική χωρητικότητά του.
- Μπορεί να υπάρχουν πελάτες που να ζητούν μόνο διανομή προϊόντων, άλλοι που να ζητούν μόνο παραλαβή, ενώ άλλοι θα μπορούν να ζητούν και από τα δύο.
- Μία παραλλαγή του παραπάνω προβλήματος, είναι οι πελάτες που θέλουν να προμηθευτούν προϊόντα να εξυπηρετηθούν πρώτα, ενώ οι υπόλοιποι να εξυπηρετηθούν στη συνέχεια.
- Πελάτες μπορεί να θέλουν να εξυπηρετηθούν μόνο σε κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.
- Οι οδηγοί μπορεί να δουλεύουν μόνο κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.
- Τα φορτηγά μπορεί να μεταφέρουν παραπάνω από ένα προϊόντα.

Οι στόχοι που τίθενται στην περίπτωση επίλυσης των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων είναι οι ακόλουθοι:

- Η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς των προϊόντων, το οποίο εξαρτάται από τη συνολική διανυθείσα απόσταση ή από το συνολικό χρόνο που απαιτείται για τη μεταφορά των προϊόντων, και του πάγιου κόστους το οποίο σχετίζεται με τον αριθμό των οχημάτων και των οδηγών που θα χρησιμοποιηθούν για τη μοντελοποίηση του προβλήματος.
- Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων ή των οδηγών που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.
- Η ισορροπία μεταξύ των διαδρομών που θα προκύψουν στο τελικό μοντέλο σχετικά με τις ώρες που απαιτούνται για να διανυθούν αυτές ή μεταξύ των φορτίων που αντιστοιχούν σε κάθε διαδρομή.
- Η ελαχιστοποίηση των ποινών που αφορούν τη μερική ικανοποίηση των πελατών.

Μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοσδήποτε συνδυασμός των παραπάνω στόχων, στον οποίο η σημαντικότητα του καθενός στόχου ορίζεται με τη χρήση βαρών.

### 3.2 Πρόβλημα Πλανόδιου Πωλητή (TSP)

Ένα από τα πιο βασικά και διασημότερα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων είναι αυτό του πλανόδιου πωλητή. Ουσιαστικά το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Traveling Salesman Problem) αποτέλεσε το πρωταρχικό πρόβλημα, όπου στη συνέχεια έγινε αναγωγή και δημιουργήθηκε το VRP όπως το αναφέρουμε παραπάνω. Το TSP αφορά την εύρεση της συντομότερης (σε χρόνο, απόσταση ή άλλο κόστος) διαδρομής για ένα όχημα (ή πωλητή) με αφετηρία κάποιο σημείο (π.χ. ένα κέντρο διανομής) και επιστροφή στο ίδιο σημείο αφού επισκεφτεί ένα σταθερό αριθμό πελατών ακριβώς μία φορά τον καθένα. Δεν υπάρχουν περαιτέρω περιορισμοί, δεδομένων των τοποθεσιών (κόμβων) που πρέπει να επισκεφτεί το όχημα (πωλητής) και των αποστάσεων μεταξύ αυτών, το αποτέλεσμα του εν λόγω αλγορίθμου είναι μία συγκεκριμένη διαδρομή που επισκέπτεται όλους τους κόμβους από μία φορά και επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης έχοντας διανύσει την ελάχιστη δυνατή απόσταση. Παρόλο που τα δεδομένα και οι περιορισμοί έχουν μια ιδιαίτερα απλή μορφή, στην πραγματικότητα η επίλυση του TSP μπορεί να γίνει αρκετά δύσκολη και με μεγάλο υπολογιστικό φόρτο αν λάβουμε υπόψη ένα μεγάλο αριθμό κόμβων (πόλεων) προς επίσκεψη και αναλογιστούμε πόσοι πιθανοί συνδυασμοί προκύπτουν ή αλλιώς πόσες εναλλακτικές διαδρομές προς εξέταση. Συνεπώς, για μεγάλο αριθμό πόλεων κρίνεται δύσκολη έως αδύνατη η εξέταση όλων των πιθανών συνδυασμών. Για το λόγο αυτό επιλέγονται μέθοδοι που δίνουν μια προσεγγιστική λύση στο πρόβλημα και όχι τη βέλτιστη δυνατή, κάνοντας χρήση ευρετικών αλγορίθμων για την εύρεση του επόμενου κόμβου που θα επισκεφτεί το όχημα.

Το TSP ορίστηκε γύρω στο 1800 από τους μαθηματικούς W.R Hamilton και Thomas Kirkman, ενώ μελετήθηκε για πρώτη φορά από τον μαθηματικό Karl Menger το 1930. Ο Menger αναφέρει ότι το πρόβλημα είναι τελικώς επιλύσιμο μετά από εφαρμογή πολλών δοκιμών, ενώ παρατήρησε ότι η λύση που αποφέρει η επίσκεψη κάθε φορά του πλησιέστερου κόμβου από το σημείο που βρίσκεται το όχημα δεν είναι η βέλτιστη.

### 3.3 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Περιορισμένη Χωρητικότητα (CVRP)

Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem) αποτελεί την απλούστερη εκδοχή του κλασσικού VRP προσθέτοντας ένα νέο στοιχείο στα δεδομένα, τη χωρητικότητα του οχήματος η οποία είναι συγκεκριμένη και γνωστή εκ των προτέρων, συνεπώς εισάγεται ένας νέος περιορισμός. Θα πρέπει το άθροισμα της ζήτησης των κόμβων (πελατών) που θα εξυπηρετηθούν από ένα όχημα σε μια διαδρομή να μην ξεπερνάει την χωρητικότητα του οχήματος. Σκοπός και πάλι είναι η εύρεση διαδρομών που ξεκινούν και καταλήγουν στην αποθήκη, οι οποίες στο σύνολο ικανοποιούν τις απαιτήσεις όλων των πελατών χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί ελαχιστοποιώντας το κόστος.

Παρακάτω παρουσιάζεται η μοντελοποίηση του CVRP:

#### Δεδομένα

Έχουμε  $n$  πελάτες, όπου  $i=1$  είναι η αποθήκη και  $i=2,3,\dots,n$  οι πελάτες προς εξυπηρέτηση.

Έχουμε  $m$  οχήματα διαθέσιμα, όπου το κάθε ένα από αυτά έχει χωρητικότητα  $Q_k$  με  $k=1,2,\dots,m$ .

Με  $q_i$  συμβολίζεται η ζήτηση του πελάτη  $i$  (προφανώς  $q_1=0$ ) και  $c_{i,j}$  το κόστος μετάβασης του οχήματος από τον πελάτη  $i$  στον  $j$ .

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{i,j} \sum_{k=1}^m x_{i,j,k}$$

Υ.Π:

$$\sum_{k=1}^m y_{i,k} = \begin{cases} 1, & i = 2, \dots, n \\ m, & i = 1 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^n q_i y_{i,j} \leq Q_k, \quad k = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j,k} = \sum_{j=1}^n x_{j,i,k} = y_{i,k}, \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=2}^n \sum_{j=2}^n x_{i,j,k} \leq |S| - 1, \quad \text{για όλα τα } S \text{ υποσύνολα του } \{2, \dots, n\}$$

$$y_{i,k} \in \{0,1\}, \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m$$

$$x_{i,j,k} \in \{0,1\}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m$$



$$x_{i,j,k} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα } k \text{ επισκέπτεται τον πελάτη } j \text{ αμέσως μετά τον πελάτη } i \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$y_{j,k} = \begin{cases} 1, & \text{εάν ο πελάτης } i \text{ επισκέπτεται από το όχημα } k \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

### 3.3.1 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας Και Απόστασης

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμένη απόσταση (Distance Constrained Vehicle Routing Problem) αποτελεί μία ακόμη εκδοχή του VRP, περισσότερο σύνθετη αυτή τη φορά. Πέραν του περιορισμού της χωρητικότητας, προστίθεται ένας ακόμη περιορισμός που αφορά το χρόνο. Ο νέος αυτός περιορισμός αναφέρεται στο μέγιστο χρόνο εξυπηρέτησης για κάθε όχημα, ή αλλιώς τη μέγιστη απόσταση που μπορεί να διανύσει το όχημα από τη στιγμή που αποχωρεί από την αποθήκη μέχρι τη στιγμή που επιστρέφει. Λαμβάνονται νέα στοιχεία υπόψη συνεπώς, εκείνο που αφορά το χρόνο μετάβασης από έναν κόμβο σε έναν άλλο και εκείνο που αφορά το χρόνο εξυπηρέτησης του κάθε πελάτη. Κάθε φορά που πρόκειται να εξυπηρετηθεί ένας πελάτης ελέγχεται και ο χρόνος επιστροφής στην αποθήκη, ώστε να είναι βέβαιο ότι το όχημα αφού εξυπηρετήσει τον εκάστοτε πελάτη, έχει τη δυνατότητα να επιστρέψει στην αποθήκη εντός των χρονικών ορίων που θέτει ο περιορισμός της μέγιστης απόστασης. Έτσι, αν ο πελάτης που επισκέπτεται το όχημα μπορεί χρονικά να εξυπηρετηθεί αλλά αμέσως μετά η επιστροφή του οχήματος στην αποθήκη ξεπερνάει το χρονικό όριο, ο εν λόγω πελάτης θα εξυπηρετηθεί σε κάποια άλλη διαδρομή και το εκάστοτε όχημα θα επιστρέψει στην αποθήκη μην έχοντας επισκεφτεί εκείνον. Ένα συχνό φαινόμενο που παρατηρείται είναι η συσχέτιση του χρόνου με την απόσταση, δηλαδή να ταυτίζονται ώστε τελικώς το πρόβλημα να είναι εκφρασμένο σε μονάδες απόστασης και κατ' επέκταση σκοπός του προβλήματος να είναι η ελαχιστοποίηση της απόστασης που διανύουν συνολικά τα οχήματα για την κάλυψη των αναγκών των πελατών.

### 3.4 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Διανομή Και Παραλαβή Προϊόντων Κατά Τη Διάρκεια Της Διαδρομής (VRP-SPD)

Στην πραγματικότητα, είναι πολλές οι περιπτώσεις όπου οι πελάτες επιθυμούν μαζί με τη διανομή των προϊόντων τους και ταυτόχρονη παραλαβή άλλων προϊόντων. Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ταυτόχρονη διανομή και παραλαβή προϊόντων (Vehicle Routing Problem With Simultaneous Pickup And Delivery) αποτελεί μια επέκταση του CVRP και αφορά την ικανοποίηση 2 διαφορετικών απαιτήσεων του κάθε πελάτη την ίδια στιγμή, την παραλαβή της επιθυμητής ποσότητας προϊόντων από τον πελάτη και την διανομή της επιθυμητής ποσότητας στον πελάτη. Ένας περιορισμός που πρέπει να ληφθεί υπόψη, παρόλο που αναφερόμαστε σε ταυτόχρονη παραλαβή και διανομή, είναι ότι ουσιαστικά πρώτα πραγματοποιείται η διανομή των προϊόντων στον πελάτη και έπειτα η παραλαβή. Αυτό συμβαίνει καθώς όταν επισκέπτεται έναν πελάτη το όχημα, μπορεί την ίδια στιγμή η ποσότητα προς παραλαβή να υπερκαλύπτει τη χωρητικότητα του οχήματος, ενώ διανέμοντας τα επιθυμητά προϊόντα στη συνέχεια να είναι εφικτή και η παραλαβή αγαθών, εναλλακτικώς το όχημα δε θα επισκεφτεί εξαρχής τον εκάστοτε πελάτη. Για κάθε πελάτη μπορούν να υπάρχουν δύο τοποθεσίες (κόμβοι), εκείνος από τον οποίο ξεκινούν τα προϊόντα προς διανομή και εκείνος που θα καταλήξουν τα προϊόντα από την παραλαβή αντίστοιχα. Η τοποθεσία στην περίπτωση μας είναι μοναδική για κάθε πελάτη, η κεντρική αποθήκη, ενώ εξασφαλίζεται ότι κάθε όχημα που ξεκινάει από την αποθήκη πρέπει να περιλαμβάνει ποσότητα ίση με το άθροισμα των απαιτήσεων που επιθυμούν να παραλάβουν οι πελάτες που θα επισκεφτεί στην εκάστοτε διαδρομή και θα επιστρέφει αντίστοιχα με ποσότητα ίση με το άθροισμα των απαιτήσεων που επιθυμούν να παραδώσουν. Είναι δηλαδή πιθανό το όχημα να επιστρέφει με διαφορετικό πλήθος προϊόντων από ότι ξεκίνησε, αυτός είναι και ο λόγος που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη εκ των προτέρων και οι δύο απαιτήσεις των πελατών της διαδρομής που διαμορφώνεται. Πολλές φορές κατά τη μοντελοποίηση, για την απλούστευση του προβλήματος, χρησιμοποιείται μια νέα μεταβλητή που περιλαμβάνει τη διαφορά μεταξύ της απαίτησης παραλαβής και της απαίτησης διανομής, η οποία φυσικά μπορεί να λαμβάνει και αρνητική τιμή. Επιπλέον περιορισμοί που έχουν προαναφερθεί και πρέπει να πληρούνται και σε αυτή την περίπτωση, κάθε διαδρομή περνάει από την αποθήκη, κάθε πελάτης επισκέπτεται από μία μόνο διαδρομή, κάθε όχημα αντιστοιχεί σε μία μόνο διαδρομή καθώς και η συνολική ποσότητα που μεταφέρει το όχημα κάθε χρονική στιγμή δε μπορεί να είναι αρνητική και ταυτόχρονα να μην ξεπερνάει την χωρητικότητα του οχήματος. Στην περίπτωση που υπάρχουν δύο κόμβοι ( $O_i$  που ξεκινούν τα προϊόντα για την διανομή στον  $i$  πελάτη,  $D_i$  που καταλήγουν τα προϊόντα που παραλήφθηκαν από τον πελάτη  $i$ ) για κάθε πελάτη, πρέπει να εξυπηρετηθούν στην ίδια διαδρομή με τον  $O_i$  να προηγείται του πελάτη  $i$  και τον  $D_i$  να έπεται αυτού.

Εισήχθη στη βιβλιογραφία από το Min το 1989. Η μελέτη του αναφερόταν σε ένα πρόβλημα διανομής μια δημόσιας βιβλιοθήκης με 22 υποκαταστήματα και 2 διαθέσιμα οχήματα με έδρα την κεντρική βιβλιοθήκη. Τα οχήματα, με περιορισμένη χωρητικότητα, θα έπρεπε να εξυπηρετούν καθημερινώς τα υποκαταστήματα διανέμοντας και παραλαμβάνοντας βιβλία.

Το ίδιο έτος προτάθηκε μία ακόμη εκδοχή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με διανομή και παραλαβή προϊόντων από τους Drog και Trudeau. Αναφέρθηκαν στο γεγονός ότι οι παραλαβές και διανομές των προϊόντων δεν χρειάζεται να γίνονται ταυτόχρονα για κάθε πελάτη, επιτρέποντας έτσι τις πολλαπλές επισκέψεις στους πελάτες, παρέχοντας ταυτόχρονα μεγαλύτερη ευελιξία στη διαχείριση της χωρητικότητας του οχήματος. Η εν λόγω εργασία όμως αναφέρεται και επιλύει το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με ταυτόχρονη παραλαβή και διανομή προϊόντων.

Παρακάτω παρουσιάζεται η μοντελοποίηση του VRP-SPD:

### Δεδομένα

Έχουμε  $n$  πελάτες,  $i=0$  είναι η αποθήκη και  $i=1,2,\dots,n$  είναι οι πελάτες προς εξυπηρέτηση.

Έχουμε  $m$  οχήματα διαθέσιμα, όπου το κάθε ένα από αυτά έχει χωρητικότητα  $Q$ .

Με  $p_j$  συμβολίζεται η ζήτηση παραλαβής για τον πελάτη  $j$  και αντίστοιχα με  $d_j$  η ζήτηση διανομής. Τα αντίστοιχα στοιχεία για την αποθήκη προφανώς είναι  $p_0=d_0=0$ .

Με  $c_{i,j}$  συμβολίζεται η απόσταση μετακίνησης από τον πελάτη  $i$  στον  $j$ , όπου στο πρόβλημά μας ισχύει ότι  $c_{i,j}=c_{j,i}$ .

Η μέγιστη απόσταση που μπορεί να διανύσει ένα όχημα ισούται με  $MD$ .

min

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{i,j} x_{i,j}^k$$

Υ.Π:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^m x_{i,j}^k = 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=0}^n x_{i,j}^k - \sum_{i=0}^n x_{j,i}^k = 0, \quad j = 0, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0,j}^k \leq 1, \quad k = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{i,j} x_{i,j}^k \leq MD, \quad k = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=0}^n y_{j,i} - \sum_{i=0}^n y_{i,j} = p_j, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=0}^n z_{i,j} - \sum_{i=0}^n z_{j,i} = d_j, \quad j = 1, \dots, n$$

$$y_{i,j} + z_{i,j} \leq Q \sum_{k=1}^m x_{i,j}^k, \quad i, j = 0, \dots, n$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\}, \quad i, j = 0, \dots, n$$

$$y_{i,j} \geq 0, \quad i, j = 0, \dots, n$$

$$z_{i,j} \geq 0, \quad i, j = 0, \dots, n$$

$$x_{i,j}^k = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα } k \text{ επισκέπτεται τον πελάτη } j \text{ αμέσως μετά τον πελάτη } i \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

### 3.5 Άλλα Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων

#### 3.5.1 Δρομολόγηση Οχημάτων Για Την Εξυπηρέτηση Πελατών Σε Δεδομένα Χρονικά Παράθυρα

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα (Vehicle Routing Problem With Time Windows) αφορά την ικανοποίηση μιας ομάδας πελατών, των οποίων η εξυπηρέτηση πρέπει να πραγματοποιείται μέσα στα πλαίσια ενός προκαθορισμένου χρονικού διαστήματος. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχει ένα σύνολο πελατών που είναι διεσπαρμένοι σε μια γεωγραφική περιοχή και πρέπει να εξυπηρετηθούν από ένα πλήθος οχημάτων που είναι αρχικά τοποθετημένα σε μια δεδομένη αποθήκη. Κάθε πελάτης έχει ένα φορτίο που πρέπει να περισυλλέγει και την απαίτηση η φόρτωση να πραγματοποιηθεί μέσα σε ένα χρονικό περιθώριο το οποίο θέτει ο ίδιος. Τα οχήματα στην περίπτωση αυτή έχουν συγκεκριμένη χωρητικότητα και την υποχρέωση να ξεκινούν και να καταλήγουν στην αποθήκη. Σκοπός είναι να βρεθεί ένα σύνολο διαδρομών για τα οχήματα που να ικανοποιεί τις απαιτήσεις των πελατών αλλά και τους περιορισμούς, ελαχιστοποιώντας το συνολικό μήκος των διαδρομών. Πρόκειται ουσιαστικά για μία επέκταση του CVRP, όπου περιλαμβάνονται επιπλέον οι χρόνοι κατά τους οποίους το όχημα αναχωρεί από την αποθήκη, οι χρόνοι μετάβασης από έναν πελάτη σε κάποιον άλλο, οι χρόνοι εξυπηρέτησης για κάθε πελάτη και οι χρονικές περίοδοι μέσα στις οποίες πρέπει να εξυπηρετηθεί ο κάθε πελάτης. Η εξυπηρέτηση πραγματοποιείται μέσα στο χρονικό περιθώριο που ορίζει ο πελάτης και το όχημα παραμένει στην τοποθεσία που βρίσκεται ο πελάτης για συγκεκριμένο χρόνο μέχρι να ξεφορτώσει.

### 3.5.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Πολλαπλές Αποθήκες (MVRP)

Μια πολύ ενδιαφέρουσα παραλλαγή του VRP είναι εκείνη που χρησιμοποιεί πολλαπλές αποθήκες (Multidepot Routing Problem). Υπάρχουν δύο τρόποι για την επίλυση του εν λόγω προβλήματος:

- 1) Η κάθε μία από τις αποθήκες να έχει το δικό της αριθμό οχημάτων και τους δικούς της πελάτες να εξυπηρετήσει. Ουσιαστικά πρόκειται από έναν αριθμό από VRPs.
- 2) Ένα όχημα ξεκινάει από μία αποθήκη και στη συνέχεια, είτε τερματίζει σε κάποια άλλη, είτε σταματάει ενδιάμεσα σε κάποια αποθήκη για να φορτώσει, για παράδειγμα, επιπλέον προϊόντα και στη συνέχεια συνεχίζει τη διαδρομή.

Το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί σαν πρόβλημα ομαδοποίησης που περιλαμβάνει δύο φάσεις. Αφού στόχος είναι να βρεθούν οι διαδρομές των οχημάτων που ανήκουν σε κάθε αποθήκη, στην πρώτη φάση έχουμε ανάθεση των πελατών στις αποθήκες και στη δεύτερη φάση δημιουργούνται τα δρομολόγια για κάθε μία αποθήκη και για κάθε ένα όχημα.

### 3.5.3 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Στοχαστική Ζήτηση (VRPSD)

Στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση (Vehicle Routing Problem With Stochastic Demand), στοιχεία του προβλήματος όπως το σύνολο των πελατών που εξυπηρετούνται, η ζήτηση των πελατών ή οι χρόνοι ταξιδιού μοντελοποιούνται σαν στοχαστικές μεταβλητές με γνωστές κατανομές πιθανοτήτων, ενώ η αντικειμενική συνάρτηση είναι συνήθως το αναμενόμενο κόστος των σχεδιασμένων διαδρομών. Επίσης, θα πρέπει να καθοριστεί ο τρόπος που οι σχεδιασμένες διαδρομές θα τροποποιηθούν σε ανταπόκριση της πραγματοποίησης της στοχαστικής πληροφορίας.

Πιο συγκεκριμένα, η ακριβής ζήτηση του κάθε πελάτη είναι γνωστή μόνον όταν το όχημα φτάσει στην τοποθεσία του πελάτη και πρόκειται να τον εξυπηρετήσει, ενώ προηγουμένως είναι γνωστή η τιμή της αναμενόμενης ζήτησης. Για το λόγο αυτό τα οχήματα, περιορισμένης χωρητικότητας, ξεκινούν από την αποθήκη με πλήρη φορτίο με σκοπό να εκτελέσουν μια σχεδιασμένη διαδρομή η οποία θα περνάει από όλους τους πελάτες ακριβώς μία φορά. Αυτό καλείται μία εκ των προτέρων διαδρομή, η οποία καθορίζει τη σειρά εξυπηρέτησης των πελατών. Όπως είναι αναμενόμενο, η ακριβής διαδρομή που θα κάνει το όχημα διαφέρει από την προαναφερθείσα, αφού λόγω της περιορισμένης χωρητικότητας το όχημα θα επιστρέφει στην αποθήκη για ανεφοδιασμό όταν χρειάζεται. Τα σημεία από τα οποία πραγματοποιούνται διαδρομές επιστροφής είναι γενικά στοχαστικά. Αφού το όχημα εξυπηρετήσει την ακριβή ζήτηση του εκάστοτε πελάτη, τότε κρίνεται να απαντήσει στο ερώτημα αν θα προχωρήσει στον επόμενο πελάτη ή αν θα επιστρέψει στην αποθήκη για ανεφοδιασμό, γνωρίζοντας μόνο την αναμενόμενη ζήτησή του. Μερικές φορές η επιλογή του ανεφοδιασμού είναι προτιμότερη, ακόμα και αν το όχημα δεν είναι άδειο ή αν το εκάστοτε διαθέσιμο φορτίο ξεπερνάει την αναμενόμενη ζήτηση του επόμενου προγραμματισμένου πελάτη. Αυτή η ενέργεια καλείται προληπτικός ανεφοδιασμός και έχει αποδειχθεί ότι ο βέλτιστος τρόπος χρήσης του είναι με την εισαγωγή κατωφλίου, του

οποίου όταν η τιμή ξεπερνάει το διαθέσιμο φορτίο κρίνεται ότι το όχημα θα πρέπει να επιστρέψει στην αποθήκη, διαφορετικά να επισκεφτεί τον επόμενο προς εξυπηρέτηση πελάτη.

### **3.5.4 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Χωρίς Επιστροφή Στην Αποθήκη (OVRP)**

Σε σχέση με όλα τα προηγούμενα προβλήματα, στη συγκεκριμένη περίπτωση το όχημα δε θα επιστρέψει στην αποθήκη μετά την εξυπηρέτηση των πελατών. Οι διαδρομές που πρόκειται να διανύσουν τα οχήματα είναι προκαθορισμένες, δηλαδή γνωρίζουμε εκ των προτέρων τους πελάτες που θα επισκεφτεί κάθε ένα από αυτά. Συνεπώς, κάθε ένα όχημα ξεκινάει από την αποθήκη διαθέτοντας ποσότητα ίση με το άθροισμα των απαιτήσεων των πελατών που πρόκειται να επισκεφτεί, ενώ ολοκληρώνει τη διαδρομή του με την επίσκεψη και εξυπηρέτηση του τελευταίου προγραμματισμένου πελάτη στην εν λόγω διαδρομή.

Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ότι τα οχήματα δεν ανήκουν στην εταιρία, οπότε προσπαθεί να χρησιμοποιήσει όσο το δυνατό λιγότερα οχήματα για την εξυπηρέτηση των πελατών με στόχο να μπορέσει να ελαχιστοποιήσει το κόστος ενοικίασης από κάποια εξειδικευμένη εταιρία. Αξίζει να αναφερθεί ότι πολλές φορές κρίνεται προτιμότερη η ενοικίαση οχημάτων από τους προμηθευτές, καθώς επιτυγχάνεται μικρότερο κόστος κατά τη διανομή των αγαθών.

### **3.5.5 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Με Δυναμική Ζήτηση (VRPDD)**

Σε αυτή την κατηγορία προβλημάτων δεν είναι εκ των προτέρων γνωστά όλα τα δεδομένα, καθώς μπορεί στην πορεία επίλυσης του προβλήματος να μεταβάλλονται ή και να προκύπτουν νέα. Για παράδειγμα κατά την διάρκεια εκτέλεσης μια διαδρομής, όπου έχει σχεδιαστεί ο τρόπος και η ακολουθία εξυπηρέτησης ενός πλήθους πελατών, μπορεί να προκύψουν νέοι πελάτες με νέες απαιτήσεις και η διαδρομή να χρειαστεί να προσαρμοστεί. Αυτό που ξεχωρίζει τα εν λόγω VRPs από τα προηγούμενα (στατικά), είναι δύο χαρακτηριστικά:

- Δεν είναι γνωστές όλες οι πληροφορίες σχετικές με τον προγραμματισμό των διαδρομών όταν ξεκινάει η διαδικασία δρομολόγησης.
- Οι πληροφορίες μπορούν να αλλάξουν μετά την κατασκευή των αρχικών διαδρομών.

Ο χρόνος κατά τον οποίο γίνονται γνωστές οι σχετικές πληροφορίες του προβλήματος στον προγραμματιστή, είναι αυτό που καθορίζει αν το πρόβλημα είναι στατικό ή δυναμικό. Κάθε φορά που προκύπτουν νέες πληροφορίες για το πρόβλημα, είναι σα να έχουμε ένα νέο VRP προς επίλυση. Ο Χαρίλαος Ψαραύτης αναφέρει ότι για τα συγκεκριμένα δεδομένα που έχουμε κάποια χρονική στιγμή, αντιστοιχεί μια προσωρινή λύση του προβλήματος. Αν δεν υπάρξουν νέα αιτήματα για εξυπηρέτηση κατά τη διάρκεια εκτέλεσης αυτής της λύσης, η προσωρινή λύση αναφέρεται ως βέλτιστη.

## 4 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

### 4.1 Ευρετικοί Αλγόριθμοι

Η επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης και ιδιαίτερα συνδυαστικής βελτιστοποίησης γίνεται ολοένα και δυσκολότερη όσο αυξάνει το μέγεθος του προβλήματος και πολλές φορές το να προσπαθούμε να βρούμε την ολικά βέλτιστη λύση σε λογικό χρόνο είναι πρακτικά αδύνατο. Για να επιλυθούν προβλήματα αυτής της μορφής συχνά καταφεύγουμε σε διαφορετικές τεχνικές που μας οδηγούν σε μια σχεδόν βέλτιστη, αλλά ικανοποιητική λύση. Μια λύση ενός ευρετικού αλγορίθμου γίνεται αποδεκτή αν ικανοποιεί κάποια κριτήρια όπως η ποιότητα της λύσης, δηλαδή η απόκλιση της από τη βέλτιστη, η ευκολία απόκτησης μιας λύσης, η λογική πάνω στην οποία στηρίζονται οι κανόνες του ευρετικού αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκε για να οδηγηθούμε στη λύση. Για κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης δεν υπάρχει μονάχα ένας ευρετικός αλγόριθμος που να δίνει τη βέλτιστη λύση, αλλά έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι οι οποίοι συγκρινόμενοι μεταξύ τους, οδηγούν ολοένα και σε καλύτερες λύσεις.

Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες ευρετικών αλγορίθμων, η κάθε μία από τις οποίες έχει κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Οι κατηγορίες αυτές είναι:

- Αλγόριθμοι απληστίας (greedy algorithms)
- Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι (approximation algorithms)
- Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης (local search algorithms)

Η βασική διαφορά των τριών κατηγοριών είναι ότι οι δύο πρώτες κατηγορίες χρησιμοποιούνται για να παράγουμε μία αρχική λύση, ενώ η τρίτη προσπαθεί να βελτιώσει μία ήδη υπάρχουσα λύση.

#### 4.1.1 Αλγόριθμοι Απληστίας

Οι αλγόριθμοι απληστίας προσπαθούν να οδηγήσουν σε μια εφικτή λύση του προβλήματος, αλλά πολλές φορές χρειάζονται πάρα πολύ μεγάλο χρόνο γιατί είναι μυωπικοί αλγόριθμοι, δηλαδή βλέπουν μόνο μπροστά. Η λογική των αλγορίθμων αυτών ξεκινάει έχοντας μία μερική μη-εφικτή λύση και σε κάθε βήμα καθορίζεται μία ή περισσότερες μεταβλητές μέχρι να βρεθεί μία εφικτή λύση, η οποία αποτελεί τη ζητούμενη λύση του προβλήματος.

Πιο συγκεκριμένα, τα περισσότερα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης περιλαμβάνουν η κόμβους και θέλουμε να καθοριστεί ένα υποσύνολο που να ικανοποιεί κάποιους περιορισμούς. Οποιοδήποτε υποσύνολο ικανοποιεί τους περιορισμούς αυτούς ονομάζεται εφικτή λύση, ενώ σκοπός είναι να βρεθεί μια εφικτή λύση που να βελτιστοποιεί την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Ένας αλγόριθμος απληστίας λειτουργεί σταδιακά, χρησιμοποιώντας έναν κόμβο κάθε φορά με στόχο να τον εισάγει σε ένα υποσύνολο το οποίο τελικά θα ικανοποιεί τους περιορισμούς και θα αποτελεί μία εφικτή λύση. Ο κόμβος εισάγεται όσο το υποσύνολο

αποτελεί εφικτή λύση, ενώ η επιλογή του επόμενου κόμβου βασίζεται σε κάποιο μέτρο βελτιστοποίησης που εξαρτάται από τον εν λόγω αλγόριθμο. Για παράδειγμα στον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα που θα παρουσιαστεί παρακάτω, η επιλογή του επόμενου κόμβου είναι εκείνη που αποφέρει την ελάχιστη διανυσθείσα απόσταση από το σημείο που βρισκόμαστε τη δεδομένη χρονική στιγμή.

#### **4.1.1.1 Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα**

Ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbor), που χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά το 1962, είναι ένας από τους πρώτους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή. Ανήκει στην κατηγορία των άπληστων ευρετικών αλγορίθμων και είναι πολύ χρήσιμος όταν χρειάζεται μια αρχική καλή λύση, ενώ είναι ο πιο δημοφιλής στην κατηγορία αλγορίθμων κατασκευής αρχικής λύσης.

Η λογική του αλγορίθμου αυτού αφορά την επίσκεψη, και συνεπώς εξυπηρέτηση, κάθε φορά του πλησιέστερου σημείου (πελάτη) από το εκάστοτε σημείο που βρίσκεται ο πωλητής. Αναλυτικότερα, ο πωλητής ξεκινάει από μία πόλη και κάθε φορά επισκέπτεται την κοντινότερη σε αυτή που βρίσκεται πόλη και συνεχίζει τη διαδικασία αυτή μέχρι να επισκεφτεί όλες τις υποψήφιες πόλεις ακριβώς μία φορά, επιστρέφοντας τελικώς στο σημείο από όπου ξεκίνησε ώστε να κλείσει ο κύκλος.

Πολλές φορές λόγω περιορισμών που μπορεί να υπάρχουν, δεν δύναται ένα όχημα να επισκεφτεί όλους τους πελάτες χωρίς να επιστρέψει ενδιάμεσα στην αποθήκη. Μια συνηθισμένη τροποποίηση του αλγορίθμου αφορά την περίπτωση που η επίσκεψη του πλησιέστερου γείτονα δεν είναι εφικτή λόγω περιορισμών, όπως για παράδειγμα στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με περιορισμένη χωρητικότητα, οπότε εξετάζεται η επίσκεψη των υπόλοιπων διαθέσιμων (που δεν έχουν επισκεφτεί) πελατών προτού επιστρέψει το όχημα στην αποθήκη. Έτσι, αν είναι εφικτή η επίσκεψη κάποιου πελάτη πραγματοποιείται και στη συνέχεια γίνεται η επιστροφή στην αποθήκη. Η συγκεκριμένη εκδοχή πολλές φορές επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα από τη γενική περίπτωση του πλησιέστερου γείτονα. Στη μοντελοποίηση που πραγματοποιήθηκε στην εν λόγω εργασία, αναπτύχθηκε αλγόριθμος που προσαρμόζεται σε αυτή την εκδοχή.

#### **4.1.2 Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι**

Οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι λειτουργούν όπως και οι αλγόριθμοι απληστίας, όμως προκειμένου να λύσουν το πρόβλημα χρησιμοποιούν επιπλέον πληροφορία. Παράγουν εφικτές λύσεις των οποίων η ποιότητα (σε σχέση με τη βέλτιστη λύση) είναι πάντοτε φραγμένη από κάποια πολλαπλασιαστική παράμετρο (ονομάζεται λόγος προσέγγισης του αλγορίθμου) σε σχέση με την ποιότητα της βέλτιστης λύσης για το ίδιο στιγμιότυπο, ενώ ο χρόνος εκτέλεσης είναι πάντα πολυωνυμικός. Χρησιμοποιούνται είτε όταν δεν μπορούμε να βρούμε τη βέλτιστη λύση σε πολυωνυμικό χρόνο, είτε όταν ο βέλτιστος αλγόριθμος είναι πολύπλοκος και (παρότι πολυωνυμικού χρόνου) πολύ πιο χρονοβόρος.



Ένας προσεγγιστικός αλγόριθμος είναι πάντοτε πολυωνυμικός και εκτιμάται από τη χειρότερη περίπτωση του πιθανώς σχετικού λάθους σε όλα τα πιθανά παραδείγματα του προβλήματος. Ένας αλγόριθμος  $A$  μπορεί να θεωρηθεί ως ένας  $\delta$  - προσεγγιστικός αλγόριθμος για ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης  $P$  αν για κάθε παράδειγμα  $I$  του  $P$  δίνει μια λύση η οποία είναι το πολύ  $\delta$  φορές μεγαλύτερη από τη βέλτιστη. Φυσικά,  $\delta > 1$  και όσο πιο κοντά είναι στη μονάδα τόσο καλύτερα. Ομοίως, για προβλήματα μεγιστοποίησης ένας  $\delta$  προσεγγιστικός αλγόριθμος δίνει για κάθε παράδειγμα  $I$  μια λύση που είναι τουλάχιστον  $\delta$  φορές μεγαλύτερη από τη μέγιστη. Σε αυτή την περίπτωση  $\delta < 1$ . Το  $\delta$  αναφέρεται συνήθως ως ρυθμός προσέγγισης, ή ως εγγύηση απόδοσης, ή ως ρυθμός μελέτης χειρότερης περίπτωσης.

Η αποτελεσματικότητα ενός προσεγγιστικού αλγορίθμου είναι ένα άλλο πολύ σημαντικό σημείο. Αφού υποθέτουμε ότι κάθε προσεγγιστικός αλγόριθμος είναι πολυωνυμικός, υπάρχει μια τεράστια ποικιλία πολυωνυμικών αλγορίθμων που κάποιοι από αυτούς είναι αναποτελεσματικοί και χωρίς καμία πρακτική σημασία. Ένα άλλο σημείο που μας ενδιαφέρει είναι ο χρόνος που απαιτείται από ένα πολυωνυμικό αλγόριθμο έτσι ώστε να προσεγγίσουμε μια καλύτερη λύση.

### 4.1.3 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης

Η τοπική αναζήτηση βασίζεται στην αρχαιότερη μέθοδο βελτιστοποίησης, στη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Έχει αποδειχθεί πολύ επιτυχημένη στην πράξη σε ένα πολύ μεγάλο αριθμό από προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης.

Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης προσπαθούν ξεκινώντας από μια αρχική εφικτή λύση να βελτιώσουν τη λύση με κάποια μέθοδο αναζήτησης στη γειτονιά της λύσης. Πιο συγκεκριμένα, δοθέντος ενός προβλήματος βελτιστοποίησης  $(F, c)$ , όπου  $F$  είναι ένα εφικτό σύνολο και  $c$  είναι το κόστος με μια αρχική λύση  $t \in F$ , χρησιμοποιούμε μία υπορουτίνα για να ψάξουμε για μια καλύτερη λύση στη γειτονιά της αρχικής λύσης. Όσο βρίσκεται μια βελτιωμένη λύση, την εφαρμόζουμε και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία αναζήτησης από τη νέα λύση. Όταν φθάσουμε σε τοπικό ακρότατο σταματάμε.

Στη γενικότερη μορφή, επιλέγουμε τη γειτονιά  $N$  στην οποία εφαρμόζεται αναζήτηση για να βρεθεί μια καλύτερη λύση από την αρχική. Όσο υπάρχει κάποιο σημείο  $s \in N$  που να έχει μικρότερο κόστος από εκείνο που έχουμε αυτή τη στιγμή, αντικαθιστούμε την υπάρχουσα λύση και συνεχίζουμε την αναζήτηση μέχρι το σημείο που θα βρούμε να είναι κάποιο τοπικό ακρότατο και η λύση που έχουμε δεν θα επιδέχεται περαιτέρω βελτίωση. Η επιλογή της γειτονιάς αναζήτησης εξαρτάται από το πρόβλημα που επιλύεται και από τον αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιείται για να επιλυθεί το πρόβλημα αυτό. Ως γείτονας ορίζεται μία λύση  $s'$ , η οποία δημιουργείται στη γειτονιά της  $s$  με την εφαρμογή μίας μικρής διαταραχής. Η διαταραχή αυτή έχει επίδραση στη λύση.

Τα σημαντικότερα προβλήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν κατά τη διάρκεια της φάσης της σχεδίασης ενός αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης είναι:

- Η επιλογή της γειτονιάς. Αυτό σχετίζεται με την ανησυχία που υπάρχει για το αν είναι ή όχι εφικτή η λύση.

- Η ποιότητα της αρχικής λύσης. Αν η αρχική λύση είναι καλή μπορεί να οδηγήσει πιο γρήγορα τον αλγόριθμο σε σύγκλιση. Από την άλλη μεριά μία πολύ κακή αρχική λύση θεωρητικά θα αργήσει να συγκλίνει σε κάποια καλή λύση.
- Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί για να βελτιώσει την αρχική λύση. Οι περισσότερες μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί στη βιβλιογραφία παρουσιάζουν σημαντικά προβλήματα όσον αφορά την ποιότητα της λύσης που επιστρέφουν και αυτό γιατί αν κάποια στιγμή πέσουν σε τοπικό ελάχιστο είναι πολύ δύσκολο να ξεφύγουν από εκεί.

Κάθε γειτονιά αποδίδει ένα τοπικό ακρότατο. Στόχος είναι να βρεθεί ένα όσο το δυνατόν καλύτερο τοπικό ακρότατο. Η λύση παράγεται είτε με τυχαίο τρόπο είτε με κάποιο αλγόριθμο απληστίας. Έτσι, για παράδειγμα, αν έχουμε ένα συνεχές πρόβλημα είναι καλύτερο να δημιουργήσουμε τις αρχικές λύσεις με τυχαίο τρόπο. Αντίθετα, σε ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης είναι πιο αποτελεσματικό να δημιουργήσουμε τις αρχικές λύσεις με ένα αλγόριθμο απληστίας. Επίσης, αν έχουμε έναν αλγόριθμο που χρησιμοποιεί έναν πληθυσμό από λύσεις για να βελτιώσει τις λύσεις του κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων, τότε είτε θα δημιουργήσουμε τις αρχικές λύσεις με τυχαίο τρόπο είτε θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε πολλούς διαφορετικούς αλγορίθμους απληστίας ή συνδυασμό των δύο μεθόδων.

Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- Inter-route: Εφαρμόζονται αλλαγές μεταξύ διαφορετικών διαδρομών. Είναι προφανές ότι σε αυτή την κατηγορία επηρεάζονται τόσο περιορισμοί που αφορούν τη διανυθείσα απόσταση όσο και περιορισμοί που αφορούν τη χωρητικότητα.
- Intra-route: Εφαρμόζονται αλλαγές εντός μία διαδρομής, που πιθανώς να έχει προκύψει από την προηγούμενη κατηγορία αλγορίθμων. Σε αυτή την περίπτωση, όπως είναι λογικό, περιορισμοί που αφορούν τη χωρητικότητα δεν επηρεάζονται.

Οι βασικότεροι και αυτοί που χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση του προβλήματός μας, αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης είναι:

- 2-opt: Αυτή η μέθοδος ανήκει στην κατηγορία που εφαρμόζονται αλλαγές εντός μίας διαδρομής. Αποτελείται από τη διαγραφή δύο ακμών και την επανασύνδεση δύο μονοπατιών με διαφορετικό τρόπο, καθορίζοντας έτσι μία νέα διαδρομή. Ένα πολύ σημαντικό σημείο του αλγόριθμου είναι η επιλογή των τόξων που θα διαγραφούν από τη λύση και των τόξων που θα πρέπει να εισέλθουν στη λύση. Εξετάζονται όλες οι πιθανές 2-opt κινήσεις μέσα στη διαδρομή και αν υπάρχουν διαδρομές που ελαττώνουν το συνολικό κόστος της διαδρομής, τότε επιλέγεται η κίνηση που επιφέρει το χαμηλότερο κόστος. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου να μην είναι εφικτή περαιτέρω βελτίωση.
- Relocate (επανατοποθέτηση): Ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων που πραγματοποιούν αλλαγές μεταξύ διαφορετικών διαδρομών. Ένας κόμβος από μία διαδρομή, επανατοποθετείται σε μια άλλη διαδρομή. Η αρχή της μεθόδου, αφορά την εξέταση επανατοποθέτησης μεταξύ όλων των πιθανών ζευγαριών διαδρομών που δημιουργούνται και για κάθε έναν πελάτη της κάθε διαδρομής.

- Exchange (ανταλλαγή): Αφορά την ανταλλαγή πελατών μεταξύ δύο διαφορετικών διαδρομών, όπως είναι φανερό ανήκει στην πρώτη κατηγορία. Όπως και στην προηγούμενη διαδικασία, αρχή είναι να εξετάζονται ανταλλαγές μεταξύ όλων των πιθανών ζευγαριών διαδρομών που δημιουργούνται και για κάθε ένα πελάτη κάθε διαδρομής.

## 4.2 Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι είναι μέθοδοι επίλυσης που συνδυάζουν διαδικασίες τοπικής αναζήτησης και υψηλότερου επιπέδου στρατηγικές για να δημιουργήσουν μια διαδικασία που είναι ικανή να ξεφύγει από κάποιο τοπικό ακρότατο. Τα τελευταία χρόνια οι περισσότεροι αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης ανήκουν σε αυτή την κατηγορία.

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι συνήθως χρησιμοποιούν πιο παραδοσιακούς ευρετικούς αλγορίθμους σαν υποδιαδικασίες τους. Πολλές φορές μπορεί να επιτραπούν ακόμη και βήματα που οδηγούν σε μη εφικτή ενδιάμεση λύση σε κάποιο βήμα του αλγορίθμου. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι για να αποφευχθεί κάποιο τοπικό ακρότατο και η ολική λύση που θα εξαχθεί από τον αλγόριθμο να είναι καλύτερη. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό αυτών των αλγορίθμων είναι ότι προσομοιάζουν μια διαδικασία που συνήθως έχει εφαρμογή στη φύση. Τα στοιχεία που χρησιμοποιούν αυτοί οι αλγόριθμοι και μεταφορικά τα παρατηρούμε και στη φύση είναι τα εξής:

- Χρησιμοποιούν έναν αριθμό από επαναληπτικές δοκιμές.
- Περιλαμβάνουν ένα ή περισσότερους πράκτορες (νευρώνες, μόρια κ.λπ.).
- Λειτουργούν (στην περίπτωση των πολυ-πρακτόρων) βάση ενός μηχανισμού συνεργασίας και ανταγωνισμού.
- Περιλαμβάνουν διαδικασίες αυτο-τροποποιήσεων των ευρετικών παραμέτρων ή ακόμα και της αναπαράστασης του προβλήματος.

Τα χαρακτηριστικά των μεθευρετικών είναι τα εξής:

- Μοντελοποιούν ένα φαινόμενο που υπάρχει στη φύση.
- Μπορούν να μεταφερθούν εύκολα σε παράλληλη μορφή.
- Είναι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι.

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χωριστούν σε διάφορες κατηγορίες και τους έχουν αποδοθεί πολλές διαφορετικές ονομασίες από διάφορους ερευνητές. Ένας πολύ καλός διαχωρισμός των μεθευρετικών αλγορίθμων είναι ανάλογα με το πόσες λύσεις χρησιμοποιούν. Υπάρχουν οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν μία λύση και κάνουν αναζήτηση στη γειτονιά αυτής της λύσης και υπάρχουν και οι αλγόριθμοι που έχουν ένα πληθυσμό από λύσεις και προσπαθούν να κάνουν αναζήτηση σε όλο το χώρο λύσεων. Φυσικά υπάρχουν και υβριδικές μορφές αυτών των δύο κατηγοριών. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν μία λύση και κάνουν εξερεύνηση στη γειτονιά αναζήτησης γύρω από τη λύση έχουν πάρα πολύ ισχυρές δυνατότητες εκμετάλλευσης ή εντατικοποίησης (intensification) της περιοχής γύρω από τη λύση. Από την

άλλη μεριά οι αλγόριθμοι που έχουν πληθυσμό λύσεων, έχουν πολύ ισχυρές δυνατότητες εξερεύνησης ή διάχυσης (diversification) σε όλο το χώρο λύσεων. Φυσικά, υπάρχουν και στρατηγικές που συνδυάζουν τα παραπάνω όπως ο αλγόριθμος περιορισμένης αναζήτησης (tabu search) που αναλύεται παρακάτω.

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι που επικεντρώνονται στην αναζήτηση γύρω από κάποιο σημείο που έχει βρεθεί το τοπικό ελάχιστο με τη μέθοδο της τοπικής αναζήτησης μπορούν να διακριθούν σε τέσσερις βασικές κατηγορίες, ανάλογα με τον τρόπο που χρησιμοποιούν για να αποφύγουν το τοπικό ελάχιστο:

- Επαναληπτικές διαδικασίες που αρχίζουν από διαφορετικές αρχικές λύσεις. Στην κατηγορία αυτή ανήκει η μέθοδος της διαδικασίας άπληστης τυχαιοποιημένης προσαρμοστικής αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP), οι αλγόριθμοι πολυεναρκτήριας τοπικής αναζήτησης (multistart local search) και οι αλγόριθμοι της επαναληπτικής τοπικής αναζήτησης (iterated local search).
- Αλγόριθμοι που δέχονται γειτονικές κινήσεις που δεν βελτιώνουν τη λύση. Με αυτό τον τρόπο μπορεί σε μία από τις επόμενες κινήσεις να ξεφύγουμε από το τοπικό ελάχιστο και να οδηγηθούμε σε κάποιο επόμενο τοπικό ακρότατο το οποίο να είναι καλύτερο από το τρέχων τοπικό ακρότατο. Οι δύο πιο χαρακτηριστικοί αλγόριθμοι που εκφράζουν αυτή την κατηγορία και στην ουσία δημιούργησαν το χώρο των μεθευρετικών αλγορίθμων είναι η προσομοιωμένη απόσπαση (simulated annealing) και η περιορισμένη αναζήτηση (tabu search).
- Αλγόριθμοι που αλλάζουν τη γειτονιά αναζήτησης. Όταν βρεθούν σε τοπικό ακρότατο αλλάζουν τον αλγόριθμο που χρησιμοποιούν για την αναζήτηση σε γειτονικά σημεία του χώρου λύσεων. Οι πιο χαρακτηριστικές μέθοδοι αυτής της κατηγορίας είναι ο αλγόριθμος μεταβλητής γειτονιάς αναζήτησης (Variable Neighborhood Search (VNS)) και ο αλγόριθμος επέκτασης της γειτονιάς αναζήτησης (Expanding Neighborhood Search (ENS)).
- Αλγόριθμοι που αλλάζουν την αντικειμενική συνάρτηση ή κάποια από τα δεδομένα του προβλήματος. Σε αυτή την κατηγορία των αλγορίθμων το πρόβλημα μετατρέπεται είτε αλλάζοντας την αντικειμενική συνάρτηση είτε αλλάζοντας τους περιορισμούς του προβλήματος. Η πιο χαρακτηριστική μέθοδος αυτής της κατηγορίας είναι ο αλγόριθμος καθοδηγούμενης τοπικής αναζήτησης (Guided Local Search).

#### **4.2.1 Περιορισμένη Αναζήτηση (tabu search)**

Ο αλγόριθμος της περιορισμένης αναζήτησης (TS), που είναι ίσως ο πιο γνωστός μεθευρετικός αλγόριθμος, αναπτύχθηκε από τον Glover το 1986 και τρία χρόνια αργότερα επισημοποιήθηκε από τον ίδιο. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος χρησιμοποιεί έναν ευρετικό αλγόριθμο για να μετακινηθεί από τη μία λύση στην άλλη, ενώ προκειμένου να αποφύγει τον εγκλωβισμό σε κάποιο τοπικό ακρότατο χρησιμοποιεί μια συγκεκριμένη στρατηγική για την επιλογή της επόμενης λύσης ώστε να μην γίνεται τυχαία. Η στρατηγική αυτή χρησιμοποιεί μια μνήμη για να αποφευχθούν οι συνεχείς επιστροφές σε προηγούμενες λύσεις, που ουσιαστικά θα βρίσκονται γύρω από ένα συγκεκριμένο τοπικό ακρότατο. Πρόκειται για μία λίστα (λίστα περιορισμένων

κινήσεων tabu list) στην οποία καταγράφονται οι τελευταίες κινήσεις και οι οποίες απαγορεύεται να επιστρέψουν στη λύση για ένα συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων τον οποίο ορίζει ο προγραμματιστής. Η ανανέωση της λίστας απαγορευμένων κινήσεων γίνεται δυναμικά και λειτουργεί σύμφωνα με το σύστημα FIFO (First In- First Out). Η διαδικασία αυτή ονομάζεται μνήμη μικρής περιόδου (short term memory).

Μερικές φορές είναι ευνοϊκότερο να αγνοήσουμε τους περιορισμούς. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν μία απαγορευμένη κίνηση επιφέρει καλύτερο αποτέλεσμα στη συνάρτηση κόστους, όπου στην περίπτωση αυτή είναι προτιμητέο να την κάνουμε την κίνηση ούτως ή άλλως. Η αγνόηση αυτή των περιορισμών ονομάζεται κριτήριο απενεργοποίησης (aspiration criteria). Εάν το αποτέλεσμα όλων των κινήσεων αποδίδουν μία κατώτερη λύση και η καλύτερη από αυτές είναι απαγορευμένη, τότε επιλέγεται η πρώτη μη-απαγορευμένη κίνηση.

Πολλές φορές όμως για την αποδοτικότερη λειτουργία του αλγορίθμου, χρησιμοποιούνται κάποιες επιπλέον στρατηγικές. Η σημαντικότερη είναι εκείνη που εκμεταλλεύεται κινήσεις, οι οποίες βρίσκονται σταθερά μέσα στη λύση ή έστω έχουν μεγάλη συχνότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, η στρατηγική της εντατικοποίησης έχει τη λογική ότι η βέλτιστη λύση θα πρέπει να βρίσκεται κοντά στο πιο υποσχόμενο σημείο, κρατάει δηλαδή τις συγκεκριμένες κινήσεις μέσα στη λύση. Συνεπώς γίνεται αναζήτηση για τη βέλτιστη λύση σε γειτονιές υποσχόμενες και εξασφαλίζει την εύρεση των τοπικών ακρότατων στις εκάστοτε διαδρομές. Η εν λόγω στρατηγική βασίζεται στη λειτουργία της μνήμης μεσαίας διάρκειας (medium term memory), στην οποία καταγράφεται το πλήθος των διαδοχικών επαναλήψεων που κάποιες μεταβλητές βρίσκονται στην τρέχουσα λύση.

Όπως έχει αναφερθεί, ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα των μεθόδων τοπικής αναζήτησης είναι η ίδια η φύση τους, αναζητούν δηλαδή το βέλτιστο τοπικά γύρω από κάποιες υποσχόμενες προς εξερεύνηση περιοχές. Έτσι, πάρα πολλές περιοχές του χώρου αναζήτησης μένουν ουσιαστικά ανεξερεύνητες πράγμα που έχει ως αποτέλεσμα να βρίσκονται κάποιες καλές λύσεις αλλά να μένουν αναξιοποίητοι κάποιοι χώροι αναζήτησης που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε πολύ καλύτερες λύσεις. Η στρατηγική της διάχυσης είναι ένας μηχανισμός που προσπαθεί να οδηγήσει την αναζήτηση σε ανεξερεύνητες περιοχές, το οποίο επιτυγχάνει βασισόμενη σε κάποιου είδους μνήμη μακράς διάρκειας (long term memory), στην οποία καταγράφονται ο συνολικός αριθμός επαναλήψεων όπως επίσης και διάφοροι παράγοντες των περιοχών που έχουν εξερευνηθεί και των μεταβλητών που βρίσκονται ή βρίσκονταν προηγουμένως στη τρέχουσα λύση. Η σημαντικότερη στρατηγική διαφοροποίησης, περιλαμβάνει την αναγκαστική χρησιμοποίηση διαφόρων παραγόντων που έχουν χρησιμοποιηθεί ελάχιστα ή και καθόλου ως τώρα στην τρέχουσα (ή καλύτερη) λύση και την επανεκκίνηση της διαδικασίας από αυτή τη λύση.

Η περιορισμένη αναζήτηση δε συγκλίνει με φυσικό τρόπο για αυτό απαιτείται ο καθορισμός κάποιων κριτηρίων τερματισμού, τα σημαντικότερα των οποίων είναι:

- Δεν υπάρχουν περαιτέρω εφικτές κινήσεις.
- Μετά την ολοκλήρωση ενός προκαθορισμένου πλήθους επαναλήψεων του αλγορίθμου.
- Μετά την ολοκλήρωση ενός προκαθορισμένου πλήθους επαναλήψεων κατά τις οποίες η βέλτιστη λύση δεν έχει αλλάξει.

- Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης φτάσει ένα προκαθορισμένο κατώφλι.

## 4.2.2 Άλλοι Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι

### 4.2.2.1 Προσομοιωμένη Ανόπτηση (SA)

Η προσομοιωμένη ανόπτηση (simulated annealing) προτάθηκε για πρώτη φορά για τη χρησιμοποίηση σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης προς επίλυση από τον Kirkpatrick. Η μέθοδος αυτή μοντελοποιεί τη φυσική διαδικασία ανόπτησης των υλικών, από την οποία πήρε και το όνομά της. Πιο συγκεκριμένα, κατά την ανόπτηση των υλικών, ένα στερεό σώμα θερμαίνεται μέχρι το σημείο τήξεώς του και στη συνέχεια ψύχεται αργά, ενώ όταν η ψύξη σταματήσει τότε το υλικό θα βρίσκεται σε στάδιο χαμηλότερης ενέργειας. Αναλογικά, κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου αυτό αναπαρίσταται με την κίνηση στον εφικτό χώρο αναζήτησης και όταν ο αλγόριθμος σταματήσει έχουμε βρει μια εφικτή λύση.

Η γειτονιά καθορίζει νέες καταστάσεις που μπορούμε να μεταβούμε από την τρέχουσα κατάσταση στην οποία βρισκόμαστε. Σε κάθε επανάληψη με μια τυχαία διαταραχή παράγεται μία νέα λύση. Εάν η διαφορά μεταξύ του αποτελέσματος της νέας λύσης και της αρχικής λύσης είναι αρνητική, τότε η νέα λύση είναι πάντοτε αποδεκτή. Διαφορετικά, στη νέα λύση αντιστοιχίζεται μια πιθανότητα αποδοχής η οποία υπολογίζεται μέσω νόμων θερμοδυναμικής. Είναι προφανές, πως η προσομοιωμένη ανόπτηση χρησιμοποιεί έναν μηχανισμό αποδοχής λύσεων, βάση της πιθανότητας, που αποδίδουν χειρότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση προκειμένου να αποφεύγει τον εγκλωβισμό γύρω από τοπικά ακρότατα και να έχει τη δυνατότητα εξερεύνησης περισσότερων περιοχών λύσεων.

Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί ένα πρόγραμμα ανόπτησης για τη συστηματική μείωση της θερμοκρασίας. Καθώς μειώνεται η θερμοκρασία, μειώνεται και η έκταση αναζήτησης του αλγορίθμου ώστε τελικά να συγκλίνει σε κάποιο τοπικό ακρότατο. Οι βασικές στρατηγικές μείωσης της θερμοκρασίας είναι:

- Εκθετική μείωση.
- Δυναμική επιλογή της θερμοκρασίας, σύμφωνα με την προοδευτική ανακάλυψη νέων χαρακτηριστικών στην περιοχή αναζήτησης.
- Καθορισμένου μήκους συνάρτηση, σταθερής μορφής ( $a(t)=a \cdot t$ ,  $a$  σταθερό).
- Λογαριθμική προσέγγιση.

Τα τυπικά κριτήρια σύγκλισης του αλγορίθμου είναι:

- Η θερμοκρασία έχει φτάσει ένα προκαθορισμένο χαμηλό επίπεδο.
- Ένας αριθμός επαναλήψεων με συνεχή μείωση της θερμοκρασίας έχει περάσει χωρίς αποδοχή της λύσης.
- Η αναλογία των αποδεχτών κινήσεων έχει πέσει κάτω από μία δεδομένη τιμή.
- Ένας μέγιστος αριθμός από επαναλήψεις έχει ολοκληρωθεί.

#### 4.2.2.2 Αλγόριθμος Επανασύνδεσης Διαδρομών (PR)

Ο αλγόριθμος επανασύνδεσης διαδρομών (path relinking) δημιουργεί καινούριες λύσεις με την εξέταση διαφορετικών τροχιών που συνδέουν υψηλής ποιότητας λύσεις. Ξεκινάει με μία από αυτές τις λύσεις, την εναρκτήρια λύση και την τελική λύση (λύση στόχου). Οι ρόλοι των δύο λύσεων μπορεί να αλλάξουν, όμως τις περισσότερες φορές τον ρόλο της αρχικής λύσης παίζει η καλύτερη εκ των δύο. Υπάρχει και η πιθανότητα να εξερευνηθούν ταυτόχρονα οι δύο λύσεις. Το πολύ δυνατό χαρακτηριστικό του αλγορίθμου της επανασύνδεσης διαδρομών είναι ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί μαζί με οποιονδήποτε αλγόριθμο μπορεί να παράγει πάνω από 2 λύσεις.

Η βασική ιδέα του αλγορίθμου επανασύνδεσης διαδρομών είναι να δημιουργηθούν και να εξερευνηθούν τροχιές στο χώρο λύσεων που συνδέουν μία αρχική λύση και μία τελική λύση. Η ιδέα είναι να μετατρέψουμε το γραμμικό συνδυασμό των σημείων στον Ευκλείδειο χώρο λύσεων σε διαδρομές ανάμεσα και πέρα από τις συγκεκριμένες λύσεις στο γειτονικό χώρο αναζήτησης. Η διαδρομή ανάμεσα στις δύο λύσεις θα οδηγήσει σε λύσεις που μοιράζονται κοινά καλά χαρακτηριστικά με τις αρχικές λύσεις. Μία ακολουθία από γειτονικές λύσεις δημιουργούνται και από αυτές ο αλγόριθμος επιστρέφει την καλύτερη. Ο βασικός στόχος είναι στο τέλος των επαναλήψεων η λύση στόχος και η λύση που δημιουργείται να είναι ίδιες, δηλαδή η απόσταση μεταξύ τους να είναι μηδέν.

Κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού των διαδρομών πρέπει να ληφθεί υπόψη πως θα συνδεθούν οι δύο λύσεις. Συνεπώς, πρέπει να βρεθεί ένας κατάλληλος αλγόριθμος που να μπορεί να συνδέσει τις λύσεις και να μπορεί να μειώσει την απόσταση (η απόσταση ανάμεσα στις δύο λύσεις εξαρτάται από το πρόβλημα που θέλουμε να επιλύσουμε). Ο ευρετικός αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί για να συνδέσει τις δύο διαδρομές θα πρέπει να μην χρειάζεται πολύ μεγάλο χρόνο εκτέλεσης ώστε να μη χειροτερέψει υπολογιστικά ο αλγόριθμος.

Υπάρχουν διάφορες εκδοχές που χρησιμοποιούνται τόσο για την επιλογή της εναρκτήριας λύσης όσο και για την επιλογή της τελικής λύσης. Οι πιο σημαντικές από αυτές είναι:

- Προς τα εμπρός επανασύνδεση διαδρομών (forward relinking): η εναρκτήρια λύση είναι χειρότερη από την λύση στόχο.
- Προς τα πίσω επανασύνδεση διαδρομών (backward relinking): η εναρκτήρια λύση είναι καλύτερη από τη λύση στόχο. Έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι αν ξεκινήσουμε από την καλύτερη με στόχο να καταλήξουμε στη χειρότερη θα οδηγηθούμε σε καλύτερα αποτελέσματα γιατί η γειτονιά αναζήτησης γύρω από τη καλύτερη λύση έχει εξερευνηθεί αποτελεσματικότερα, συνεπώς μπορεί να μας οδηγήσει σε καλύτερες λύσεις.
- Προς τα πίσω και προς τα εμπρός επανασύνδεση διαδρομών (back and forward relinking): και οι δύο διαδρομές παράγονται. Σε αυτή την περίπτωση και οι δύο διαδρομές παράγονται ταυτόχρονα, κάτι που δίνει μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο στον αλγόριθμο που όμως δεν μας εξασφαλίζει ότι θα οδηγήσει σε καλύτερα αποτελέσματα.

- Ανάμεικτη επανασύνδεση διαδρομών (mixed relinking): οι δύο διαδρομές παράγονται μέχρι να δημιουργηθεί μια ενδιάμεση λύση – ίσης απόστασης και από τις δύο λύσεις. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχει η πιθανότητα να μειωθεί ο υπολογιστικός φόρτος.
- Τυχαιοποιημένη επανασύνδεση διαδρομών (randomized relinking): δεν επιλέγεται η καλύτερη κίνηση, αλλά μία τυχαία από έναν κατάλογο με τις πιο υποσχόμενες.
- Περικοπώμενη επανασύνδεση διαδρομών (truncated relinking): μόνο μέρος της διαδρομής από την εναρκτήρια προς την τελική λύση εξετάζεται.

#### 4.2.2.3 Διαδικασία Άπληστης Τυχαιοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (GRASP)

Η διαδικασία άπληστης τυχαιοποιημένης προσαρμοστικής αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) είναι μια επαναληπτική διαδικασία για την εύρεση προσεγγιστικών λύσεων σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Αυτή η τυχαιοποιημένη τεχνική παρέχει μια εφικτή λύση σε κάθε επανάληψη. Οι επαναλήψεις σταματούν όταν κάποιο κριτήριο τερματισμού ικανοποιείται, ενώ το τελικό αποτέλεσμα είναι η καλύτερη λύση που βρέθηκε από όλες τις επαναλήψεις.

Κάθε επανάληψη αποτελείται από δύο φάσεις, μια φάση κατασκευής μιας αρχικής λύσης (construction phase) και μια διαδικασία τοπικής αναζήτησης (local search phase). Στη φάση κατασκευής, μια τυχαιοποιημένη συνάρτηση απληστίας χρησιμοποιείται για να κατασκευαστεί μια αρχική λύση. Αυτή η αρχική λύση στη συνέχεια βελτιώνεται με τη χρήση της διαδικασίας τοπικής αναζήτησης.

Κατά τη φάση της κατασκευής, σε κάθε επανάληψη προστίθεται ένα νέο στοιχείο στη μη ολοκληρωμένη λύση, του οποίου η επιλογή γίνεται τυχαία από μία λίστα (λίστα περιορισμού των υποψηφίων), στην οποία σε κάθε στοιχείο κατατάσσεται βάσει μιας συνάρτησης απληστίας. Η κατασκευή της λίστας περιορισμού των υποψηφίων είναι ίσως το πιο σημαντικό κομμάτι της μεθόδου, αφού από αυτό ελέγχεται η διασπορά των λύσεων που θα παραχθούν. Έχουν παρουσιαστεί δύο τρόποι για την κατασκευή της λίστας περιορισμού των υποψηφίων. Στον πρώτο τρόπο η λίστα πάντα έχει ένα καθορισμένο μήκος, ενώ στη δεύτερη περίπτωση για να μπει κάποιο στοιχείο στη λίστα πρέπει η τιμή του να είναι μικρότερη από κάποια τιμή κατωφλίου.

Η λύση που δημιουργείται στη φάση κατασκευής δεν εγγυάται ότι είναι τοπικό ακρότατο, για αυτό το λόγο η φάση τοπικής αναζήτησης εφαρμόζεται για την εύρεση αυτού. Για να εφαρμοστεί η φάση τοπικής αναζήτησης, καθορίζεται μια συνάρτηση που να κάνει αναζήτηση στη γειτονιά της αρχικής λύσης. Φυσικά, διαφορετικά προβλήματα χρειάζονται διαφορετικές συναρτήσεις απληστίας, διαφορετικές διαδικασίες τοπικής αναζήτησης για την εύρεση του τοπικού ακρότατου όπως και διαφορετικές συναρτήσεις γειτονιάς που θα γίνει η αναζήτηση. Όταν αυτά καθοριστούν τότε το μόνο που μας ενδιαφέρει για να εξετάσουμε είναι το μέγεθος της λίστας και τον αριθμό των επαναλήψεων που χρειάζονται. Πολλές φορές για να βελτιωθεί η απόδοση της εν λόγω μεθόδου μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμα μία φάση όπου η καλύτερη ή κάποιες από



τις καλύτερες (εκλεκτές) λύσεις συνδυάζονται με την καινούργια λύση με στόχο να επιτευχθούν ακόμα καλύτερες λύσεις. Ο αλγόριθμος που συνήθως χρησιμοποιείται σε αυτή τη διαδικασία είναι ο αλγόριθμος επανασύνδεσης διαδρομών.

## 5 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

### 5.1 Γενική Περιγραφή Του Προβλήματος

Στην παρούσα διπλωματική ασχολούμαστε με την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με παραλαβές και διανομές. Σκοπός του προβλήματος είναι η εύρεση ενός συνόλου διαδρομών που ξεκινούν από την κεντρική αποθήκη και πραγματοποιούνται από ένα σύνολο οχημάτων, που απαρτίζουν το στόλο μιας εταιρίας, προκειμένου να εξυπηρετήσουν ένα προκαθορισμένο σύνολο πελατών με δεδομένες απαιτήσεις ελαχιστοποιώντας το συνολικό κόστος. Οι τοποθεσίες των εκάστοτε πελατών αλλά και της αποθήκης είναι μοναδικές και γνωστές εκ των προτέρων.

Πρόκειται για ένα κλειστό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, όπου τα οχήματα έχουν κοινή αφετηρία αλλά και τερματισμό μια κεντρική αποθήκη. Το επιλυθέν VRP ανήκει στην κατηγορία προβλημάτων με περιορισμένη χωρητικότητα και διανυθείσα απόσταση. Τα οχήματα του στόλου που πραγματοποιούν τις εν λόγω διαδρομές είναι ομογενή, έχουν δηλαδή την ίδια πεπερασμένη χωρητικότητα, ενώ δύνανται να διανύουν μια συγκεκριμένη απόσταση από τη στιγμή που ξεκινούν μέχρι τη στιγμή που επιστρέφουν στην αποθήκη. Καθ' όλη τη διάρκεια της διαδρομής από ένα όχημα, το φορτίο του δε δύναται να ξεπερνάει το προκαθορισμένο όριο μέχρι και τη στιγμή της επιστροφής στην αποθήκη. Οι απαιτήσεις των πελατών στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι δύο ειδών και χωρίζονται σε εκείνες που επιθυμεί να παραλάβει και εκείνες που επιθυμεί να παραδώσει ο πελάτης, ενώ η εξυπηρέτηση του εκάστοτε πελάτη γίνεται ταυτόχρονα από ένα μόνο όχημα σε μία μόνο διαδρομή, με τη διανομή αγαθών στον πελάτη να προηγείται χρονικά και την παραλαβή να έπεται.

Το παραπάνω πρόβλημα θα επιλυθεί με εφαρμογή της μεθόδου της Περιορισμένης Αναζήτησης, η οποία χωρίζεται σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση βρίσκεται μια αρχική εφικτή λύση στο πρόβλημα κάνοντας χρήση του αλγόριθμου του πλησιέστερου γείτονα, ενώ στη δεύτερη φάση επέρχεται σταδιακά βελτίωση με χρήση μεθόδων τοπικής αναζήτησης.

### 5.2 Αρχικοποίηση Μεταβλητών Και Επεξεργασία Δεδομένων

Για την επίλυση του προβλήματος που περιγράφηκε αναπτύχθηκε κατάλληλος αλγόριθμος στο προγραμματιστικό περιβάλλον της Matlab, ο οποίος βασίζεται στις αρχές της μεθόδου της περιορισμένης αναζήτησης και η αποτελεσματικότητά αυτού ελέγχεται κάνοντας χρήση παραδειγμάτων από τη βιβλιογραφία.

Πιο συγκεκριμένα, έγινε εισαγωγή δεδομένων από έξι διαφορετικά παραδείγματα των οποίων είναι γνωστή η βέλτιστη αποδεκτή, μέχρι την παρούσα στιγμή που πραγματοποιήθηκε η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία, λύση. Τα δεδομένα αυτά αφορούν το πλήθος των πελατών προς εξυπηρέτηση, τη χωρητικότητα των οχημάτων και τη μέγιστη δυνατή απόσταση που δύνανται να διανύσουν, το χρόνο εξυπηρέτησης και μια ζήτηση για κάθε πελάτη και τέλος τις

συντεταγμένες της θέσης κάθε πελάτη. Η χωρητικότητα των οχημάτων διαφέρει σε κάθε παράδειγμα, ενώ εντός του κάθε παραδείγματος τα οχήματα έχουν την ίδια προκαθορισμένη χωρητικότητα μεταξύ τους. Η μέγιστη διανυθείσα απόσταση είναι κοινή για όλα τα παραδείγματα και ίση με έναν πολύ μεγάλο αριθμό, θεωρώντας ότι δεν μπορεί ένα όχημα σε μια συγκεκριμένη διαδρομή να την υπερβεί. Παρόλα αυτά η πληρότητα του περιορισμού ελέγχεται σε κάθε στάδιο του αλγορίθμου όπου θεωρείται απαραίτητο. Ο χρόνος εξυπηρέτησης δεν υφίσταται στο εν λόγω πρόβλημα, καθώς ορίζεται ίσος με 0 για κάθε πελάτη στην αρχή του αλγορίθμου σε κάθε ένα από τα παραδείγματα. Η ζήτηση που δίδεται για κάθε πελάτη χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των δύο επιμέρους απαιτήσεων (παράδοση και παραλαβή) με κατάλληλες μαθηματικές σχέσεις που αναφέρονται στη συνέχεια. Τέλος, οι συντεταγμένες χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των ευκλείδειων αποστάσεων μεταξύ των πελατών.

Όπως προαναφέρθηκε, σκοπός είναι η εξυπηρέτηση των απαιτήσεων όλων των πελατών ελαχιστοποιώντας το συνολικό κόστος, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς. Θεωρούμε ότι το κόστος μίας διαδρομής προκύπτει αθροιστικά από τις επιμέρους αποστάσεις μεταξύ των πελατών που ανήκουν στη διαδρομή, συνεπώς επιθυμούμε τα φορτηγά να διανύσουν την κατά το δυνατό μικρότερη ευκλείδεια απόσταση.

Ο πρώτος εκ των πελατών θεωρείται η κεντρική αποθήκη, όπου βρίσκονται αρχικά τα διαθέσιμα οχήματα. Ο πρώτος πελάτης συνεπώς (η αποθήκη) έχει μηδενική ζήτηση.

Έχοντας τα δεδομένα σε excel, με χρήση της εντολής xlsread εισάγουμε στον αλγόριθμο:

- το πλήθος των πελατών (Customers)
- την χωρητικότητα των οχημάτων (Q)
- τη μέγιστη διανυθείσα απόσταση (Tmax)
- το χρόνο εξυπηρέτησης (ST)
- τις συντεταγμένες x,y κάθε πελάτη (Coordinates)
- τη ζήτηση κάθε πελάτη (Demand)

Προκειμένου να επιλυθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα, υπολογίζεται ο πίνακας ευκλείδειων αποστάσεων μεταξύ όλων των πελατών T, όπου T(i,j) η ευκλείδεια απόσταση από τον πελάτη i στον j. Ο εν λόγω πίνακας είναι συμμετρικός, αφού η απόσταση που διανύουμε για να πάμε από τον i στον j ισούται με την απόσταση που διανύουμε για να πάμε από τον j στον i (T(i,j)=T(j,i)), ενώ η παραμονή σε έναν κόμβο απαγορεύεται και για το λόγο αυτό η απόσταση T(i,i) μηδενίζεται έτσι ώστε να μην ληφθεί υπόψη στην επίλυση του προβλήματος. Ο υπολογισμός της ευκλείδειας απόστασης έγινε ως εξής:

$$T(i,j) = \sqrt{(Coordinates(i,1) - Coordinates(j,1))^2 + (Coordinates(i,2) - Coordinates(j,2))^2}$$

Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο που χρήζει υπολογισμού κατά την εκκίνηση του υπολογισμού είναι οι ζητήσεις των εκάστοτε πελατών, όπου με Pd(i) συμβολίζεται η απαίτηση παραλαβής από τον πελάτη i και Dd(i) η απαίτηση παράδοσης στον πελάτη i. Έχοντας ως δεδομένο το διάνυσμα Demand(i) οι απαιτήσεις ως εξής:

$$Dd(i) = r(i) * Demand(i)$$

$$Pd(i) = (1 - r(i)) * Demand(i)$$

Όπου:  $r(i) = \min \left\{ \frac{x_i}{y_i}, \frac{y_i}{x_i} \right\}$ ,  $x_i$  και  $y_i$  οι συντεταγμένες του πελάτη  $i$ .

Για λόγους διευκόλυνσης, υπολογίστηκαν οι διαφορές ( $nd(i)$ ) μεταξύ της ζήτησης που παραλαμβάνουμε από τον πελάτη και εκείνης που του παραδίδουμε. Αυτό συνέβη καθώς στο εν λόγω πρόβλημα, λόγω της ύπαρξης δύο τύπων ζητήσεων, ο υπολογισμός του φορτίου του οχήματος καθίσταται περισσότερο πολύπλοκος. Προκειμένου, λοιπόν, να κρατάμε το φορτίο του οχήματος καθ' όλη τη διάρκεια της διαδρομής εντός των επιτρεπτών ορίων, κάθε φορά που θέλουμε να εισάγουμε έναν πελάτη σε μία διαδρομή ελέγχουμε την τιμή της  $nd(i)$ . Αν η τιμή είναι θετική, στον υπολογισμό του φορτίου λαμβάνουμε υπόψη τη ζήτηση που απαιτεί να παραλάβει ο πελάτης αλλά και τη συγκεκριμένη διαφορά που προαναφέρθηκε, διαφορετικά λαμβάνουμε υπόψη μόνο την απαίτηση παραλαβής του πελάτη. Σε περίπτωση που ο πελάτης απαιτεί να παραδώσει περισσότερο όγκο προϊόντων από αυτά που θα παραλάβει, το όχημα θα αποχωρήσει από τον πελάτη με φορτίο μεγαλύτερο από εκείνο που τον επισκέφτηκε. Έτσι, εξασφαλίζουμε την πληρότητα του περιορισμού της χωρητικότητας, δημιουργώντας μία ζήτηση  $Q_{new}$  η οποία είναι η μέγιστη ποσότητα που μπορεί να πάρει το φορτίο του οχήματος σε μια συγκεκριμένη διαδρομή.

$$nd(i) = Pd(i) - Dd(i)$$

Τέλος, θεωρούμε πως δεν υπάρχει περιορισμός στο πλήθος των οχημάτων που θα χρησιμοποιηθούν και ότι ο χρόνος μετάβασης από έναν πελάτη  $i$  σε έναν  $j$  ισούται με την μεταξύ τους απόσταση, συνεπώς το κόστος εκφράζεται σε μονάδες απόστασης.

### 5.3 Επίλυση του Προβλήματος

#### 5.3.1 Δημιουργία Αρχικής Εφικτής Λύσης Με Τον Αλγόριθμο Του Πλησιέστερου Γείτονα

Έχοντας εισάγει τα απαραίτητα προς την επίλυση του προβλήματος δεδομένα, το επόμενο βήμα είναι να ξεκινήσει η υλοποίησή του. Όπως προαναφέρθηκε, η πρώτη φάση του αλγορίθμου της Περιορισμένης Αναζήτησης αφορά την εύρεση μιας αρχικής εφικτής λύσης στο πρόβλημα, το οποίο επιτυγχάνεται κάνοντας χρήση κάποιου απλού αλγόριθμου απληστίας. Στην παρούσα διπλωματική εργασία εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα για την εύρεση της επιθυμητής αρχικής λύσης, δηλαδή ενός συνόλου διαδρομών που θα ικανοποιεί τις απαιτήσεις των πελατών πληρώνοντας τους περιορισμούς χωρητικότητας και απόστασης.

Βάσει, λοιπόν, του αλγορίθμου αυτού, κάθε φορά επισκεπτόμαστε τον πλησιέστερο πελάτη από το εκάστοτε σημείο που βρισκόμαστε, τον οποίο εξυπηρετούμε και συνεχίζουμε με την ίδια λογική στον επόμενο έως ότου εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες και να επιστρέψουμε τελικώς στο σημείο εκκίνησης. Λόγω των περιορισμών δε δύναται σε μία διαδρομή να εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες, συνεπώς διαμορφώνεται ένα πλήθος από διαδρομές που εκτελούν διαφορετικά οχήματα. Κάθε φορά που πρόκειται να επισκεφτούμε έναν πελάτη, πέραν του ότι οι απαιτήσεις του δε δύναται να επιφέρουν τον όγκο του φορτίου του οχήματος εκτός ορίων, λαμβάνεται

υπόψη το γεγονός ότι ίσως χρειαστεί μετά την εξυπηρέτησή του να πραγματοποιηθεί επιστροφή στην αποθήκη, για το λόγο αυτό υπολογίζεται η απόσταση επιστροφής στην αποθήκη από τον εν λόγω πελάτη και αν καθίσταται εφικτή μόνο τότε επιτυγχάνεται η επίσκεψη και κατ' επέκταση εξυπηρέτησή του. Τη στιγμή που ελέγχεται και δεν είναι εφικτή η εξυπηρέτηση του επόμενου πελάτη, πραγματοποιείται έλεγχος για το αν κάποιος από τους υπολειπόμενους μη εξυπηρετημένους πελάτες δύναται να εξυπηρετηθεί προτού επιστρέψει το όχημα στην αποθήκη. Αν πληροί τους περιορισμούς η εν λόγω κίνηση τότε πραγματοποιείται, διαφορετικά επιστρέφουμε απευθείας στην αποθήκη από την θέση που βρισκόμαστε τη δεδομένη χρονική στιγμή.

Το πρώτο βήμα του αλγορίθμου του πλησιέστερου γείτονα είναι η αρχικοποίηση των μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν. Η αρχική κατάσταση του συστήματος αναφέρει τα οχήματα να βρίσκονται στην κεντρική αποθήκη (τον πελάτη 1), με διαθέσιμη χωρητικότητα  $Q$  (έχουν μηδενικό φορτίο), με υπολειπόμενη διανυθείσα απόσταση ίση με  $T_{max}$  και κανέναν πελάτη εξυπηρετημένο. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται οι εξής μεταβλητές:

- $road$ : διάνυσμα που περιλαμβάνει τις διαδρομές που θα πραγματοποιηθούν, θα ξεκινάει και θα τερματίζει με 1 (την αποθήκη), ενώ τη στιγμή 0 είναι άδειο.
- $cost$ : μεταβλητή που κρατάει το κόστος μέχρι την εκάστοτε χρονική στιγμή, αρχικοποιείται με μηδέν.
- $V$ : μετρητής που δείχνει σε ποια διαδρομή βρισκόμαστε. Στο τέλος της διαδικασίας θα ισούται με το πλήθος των διαδρομών που θα πραγματοποιηθούν (η αλλιώς το πλήθος των οχημάτων που θα χρησιμοποιηθούν) και αρχικοποιείται με 1.
- $Q_{new}$ : διάνυσμα που περιέχει το μέγιστο δυνατό φορτίο κάθε χρονική στιγμή για κάθε διαδρομή  $V$ , ώστε να φροντίζουμε να μην ξεπερνάει τη συνολική χωρητικότητα του οχήματος. Αρχικοποιείται με ένα μόνο στοιχείο για την πρώτη διαδρομή και είναι ίσο με 0.
- $T_{max_{new}}$ : μεταβλητή που υπολογίζει τη διανυθείσα απόσταση μέχρι την εκάστοτε χρονική στιγμή. Αρχικοποιείται με τη μέγιστη διαθέσιμη απόσταση που δύναται να διανύσει ένα όχημα και σταδιακά αφαιρούνται οι αποστάσεις που διανύονται μέσα στη διαδρομή ελέγχοντας την πληρότητα του περιορισμού απόστασης.

Εφαρμόζεται επαναληπτική διαδικασία η οποία ολοκληρώνεται αφότου εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες και όλα τα οχήματα επιστρέψουν στην αποθήκη. Από το διάνυσμα των διαδρομών  $road$ , κατασκευάζεται ένας πίνακας  $H(i,j)$ , ο οποίος σε κάθε γραμμή του περιλαμβάνει και μία διαδρομή. Για διαδρομές με λιγότερους κόμβους (πελάτες), προστίθενται μηδενικά στο τέλος. Επίσης, κατασκευάζεται ένα διάνυσμα  $min(i)$  που περιέχει τα κόστη κάθε διαδρομής.

Κατά την επαναλαμβανόμενη εφαρμογή του αλγορίθμου, παρατηρήθηκε ότι κατά τη διάρκεια κατασκευής της αρχικής λύσης η μη πλήρωση της συνολικής διαθέσιμης χωρητικότητας αποφέρει καλύτερα αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα, παραχωρώντας ένα μικρό ποσοστό του  $Q$  σε κάθε διαδρομή διευκολύνεται η τοπική αναζήτηση, είναι εφικτές περισσότερες κινήσεις και παρουσιάζονται νέες γειτονιές αναζήτησης. Αυτό συμβαίνει καθώς ένας από τους λόγους που η τοπική αναζήτηση εγκλωβίζεται γύρω από ένα τοπικό ακρότατο είναι ο περιορισμός της χωρητικότητας αφού πολλές κινήσεις δεν είναι επιτρεπτές λόγω αυτού. Το ποσοστό αυτό που

ευθύνεται για τις συγκεκριμένες αλλαγές προσαρμόζεται σε κάθε παράδειγμα μετά από πλήθος πολλών δοκιμών.

### **5.3.2 Εύρεση Βέλτιστης Λύσης Με Την Χρήση Του Αλγορίθμου Περιορισμένης Αναζήτησης**

Η δεύτερη φάση της μεθόδου περιορισμένης αναζήτησης κάνει χρήση των μεθόδων τοπικής αναζήτησης προκειμένου να βελτιστοποιήσει την αρχική εφικτή λύση, να ελαχιστοποιήσει δηλαδή το συνολικό κόστος εξυπηρέτησης όλων των διαθέσιμων πελατών. Οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης χρησιμοποιούν μια υπορουτίνα για να ψάξουν για πιθανή καλύτερη λύση στη γειτονιά της εκάστοτε λύσης του προβλήματος, όπου ως γειτονιά ορίζεται το σύνολο των λύσεων που προκύπτουν κάθε φορά πραγματοποιώντας μια μικρή διαταραχή στην υπάρχουσα λύση.

Όπως είναι φανερό λοιπόν, οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης εγκλωβίζονται γύρω από τοπικά ακρότατα, βρίσκουν δηλαδή την καλύτερη εφικτή λύση σε μία γειτονιά λύσεων. Με τη μέθοδο της περιορισμένης αναζήτησης μπορεί να επιλεγεί νέα γειτονιά αναζήτησης αποφεύγοντας να παγιδευτεί ο αλγόριθμος σε τοπικό ακρότατο. Αυτό επιτυγχάνεται κυρίως με τη χρήση μίας μνήμης, η οποία καλείται Tabu List. Στη μνήμη αυτή αποθηκεύονται οι πρόσφατες κινήσεις οι οποίες απαγορεύονται να πραγματοποιηθούν για ένα συγκεκριμένο πλήθος επαναλήψεων το οποίο ορίζει ο χρήστης. Στην παρούσα διπλωματική εργασία η μνήμη χρησιμοποιείται για να παροτρύνει την επανεξέταση των απαγορευμένων κινήσεων κάνοντας χρήση διαφορετικών μεθόδων τοπικής αναζήτησης και το οποίο επιτυγχάνεται με τη χρήση και του κριτηρίου απενεργοποίησης (*aspiration criteria*), σύμφωνα με το οποίο αν κάποια κίνηση που βρίσκεται στην λίστα και δεν είναι επιτρεπτή επιφέρει καλύτερο κόστος από το υπάρχον βέλτιστο, τότε πραγματοποιούμε τη συγκεκριμένη κίνηση και την επαναφέρουμε στην κορυφή της λίστας.

Μία επιπλέον στρατηγική που χρησιμοποιήθηκε είναι η εντατικοποίηση. Η εν λόγω στρατηγική έχει τη λογική ότι η βέλτιστη λύση θα βρίσκεται κοντά στο πιο υποσχόμενο σημείο. Κάνοντας χρήση μιας μνήμης συχνότητας (μνήμη μεσαίας διάρκειας), εκμεταλλεύεται τις κινήσεις εκείνες που βρίσκονται σταθερά μέσα στη βέλτιστη λύση του προβλήματος έως την εκάστοτε χρονική στιγμή, ή έστω έχουν μεγάλη συχνότητα εμφάνισης. Δημιουργεί μια νέα λύση από τις υποσχόμενες αυτές κινήσεις, προσφέροντας έτσι μία νέα γειτονιά για την αναζήτηση της βέλτιστης λύσης.

### 5.3.3 Εφαρμογή Τοπικής Αναζήτησης

Εφαρμόστηκε ένας εξωτερικός βρόγχος με αρκετά μεγάλο πλήθος επαναλήψεων, όπου εσωτερικά λαμβάνουν χώρα οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης, αλλά και η μεθοδολογία της εντατικοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν οι εξής μεθοδολογίες:

- Μέθοδος 2-opt: ανταλλαγή κόμβων εντός μίας διαδρομής, επιτυγχάνει δηλαδή βελτιστοποίηση μέσα στην ίδια τη διαδρομή.
- Μέθοδος exchange: ανταλλαγή κόμβων μεταξύ δύο διαφορετικών διαδρομών.
- Μέθοδος relocate: επανατοποθέτηση ενός κόμβου μίας διαδρομής σε μια άλλη διαδρομή.
- Μέθοδος εσωτερικού relocate: επανατοποθέτηση ενός κόμβου μιας διαδρομής σε ένα άλλο σημείο εντός της ίδιας διαδρομής, επιτυγχάνει βελτιστοποίηση μέσα στην ίδια διαδρομή.

Μετά από πολλές δοκιμές παρατηρήθηκε ότι ο συνδυασμός των προαναφερθέντων μεθόδων αποδίδει καλύτερα αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται ανά δύο και οι καταλληλότεροι συνδυασμοί κρίθηκαν να είναι relocate με 2-opt και exchange με εσωτερικό relocate. Μάλιστα, εκτελούνται εναλλάξ, δηλαδή στις μονές επαναλήψεις ο πρώτος συνδυασμός και στις ζυγές ο δεύτερος καθώς και με τη σειρά που αναφέρονται σε κάθε επανάληψη.

Εκτός του βρόγχου αρχικοποιείται με μηδενικά η Tabu List με ένα προκαθορισμένο μέγεθος το οποίο μεταβάλλεται σε κάθε παράδειγμα, καθώς και ένας πίνακας συχνοτήτων ο οποίος χρησιμοποιείται κατά την εντατικοποίηση. Το μέγεθος της λίστας επίσης εκτιμήθηκε μετά από μεγάλο πλήθος δοκιμών. Στη λίστα κάθε φορά αποθηκεύονται δύο στοιχεία που αφορούν την κίνηση που προηγουμένως πραγματοποιήθηκε, δηλαδή τη μεταβολή που επήλθε με κάποια από τις παραπάνω μεθόδους. Οι διαδρομές του πίνακα Η που επιλέγονται κάθε φορά για να εφαρμοστεί η τοπική αναζήτηση και οι κινήσεις που πρόκειται να πραγματοποιηθούν μεταξύ αυτών αρχικά γίνεται τυχαία. Ανά τακτά χρονικά διαστήματα, δηλαδή με την ολοκλήρωση κάθε φορά ενός μικρού προεπιλεγμένου πλήθους επαναλήψεων, η επιλογή των διαδρομών είναι στοχευμένη. Όσον αφορά τις μεθόδους exchange και relocate, επιλέγονται εσκεμμένα διαδρομές οι οποίες εμφανίζουν μεγάλο κόστος συγκριτικά με τις υπόλοιπες. Σε αυτήν την περίπτωση θέλουμε να ισοσταθμίσουμε τα κόστη, ή αλλιώς τις αποστάσεις, μεταξύ των διαδρομών, καθώς περισσότερες πιθανότητες ελάττωσης του συνολικού κόστους εμφανίζονται σε διαδρομές με μεγάλο κόστος. Από την άλλη μεριά, για τις μεθόδους που επιδιώκουν βελτιστοποίηση μέσα στην ίδια διαδρομή, κάθε φορά που ολοκληρώνεται ένα μικρό προεπιλεγμένο πλήθος επαναλήψεων πραγματοποιείται στοχευμένη βελτιστοποίηση στις διαδρομές εκείνες που εμφανίζουν μεγάλο μήκος, εξυπηρετούν δηλαδή πολλούς πελάτες. Αυτό συμβαίνει καθώς σε αυτές τις διαδρομές που το όχημα πρόκειται να επισκεφτεί μεγάλο πλήθος πελατών είναι πιθανότερο αναδιαμορφώνοντας τη σειρά εξυπηρέτησης αυτών, να επέλθει μικρότερο κόστος συνολικά στη διαδρομή.

Οι επιλεγμένες διαδρομές εισάγονται σε κάποια προσωρινά διανύσματα προκειμένου να πραγματοποιηθούν οι αλλαγές, ώστε ο βέλτιστος πίνακας Η να μεταβάλλεται μόνο όταν κάποια αλλαγή επιφέρει καλύτερο κόστος. Αρχικά γίνεται έλεγχος αν επιλεχθείσα η κίνηση είναι

απαγορευμένη, αν όχι εφαρμόζονται οι αλλαγές στα προσωρινά διανύσματα, υπολογίζονται τα νέα κόστη και φορτία των διαδρομών και ελέγχεται η πληρότητα των περιορισμών και εισάγουμε την κίνηση στην Tabu List. Αν υπάρχει νέα βέλτιστη λύση την εισάγουμε στον Η μαζί και τα στοιχεία της (κόστη, ζητήσεις). Αν η κίνηση ήταν απαγορευμένη, πρέπει να εξεταστεί το κριτήριο απενεργοποίησης, ώστε αν η λύση επιφέρει καλύτερο κόστος από το υπάρχον την πραγματοποιούμε και την τοποθετούμε στην αρχή της λίστας, διαφορετικά προχωράμε στην επόμενη επανάληψη.

### 5.3.4 Εφαρμογή Εντατικοποίησης

Η διαδικασία της εντατικοποίησης όπως προαναφέρθηκε αποτελεί μέρος της μεθόδου της Περιορισμένης Αναζήτησης ως προς την εύρεση νέας γειτονιάς λύσεων. Παράγει λύσεις βασισμένη σε έναν πίνακα συχνότητων, ο οποίος πίνακας αποθηκεύει τη συχνότητα εμφάνισης στη βέλτιστη λύση όλων των πιθανών ζευγών κινήσεων. Βρίσκεται εντός του βρόγχου επαναλήψεων όπως και η τοπική αναζήτηση, ενώ η όλη διαδικασία καλείται κάθε φορά που ολοκληρώνεται ένα συγκεκριμένο πλήθος επαναλήψεων. Το πλήθος αυτό καθορίζεται κατάλληλα από το χρήστη έπειτα από μεγάλο πλήθος δοκιμών και είναι διαφορετικό σε κάθε παράδειγμα. Σε παραδείγματα με πολλούς πελάτες το προαναφερθέν πλήθος λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές, καθώς και οι κινήσεις που πραγματοποιούνται με τις μεθόδους τοπικής αναζήτησης είναι αρκετά περισσότερες.

Έχοντας συγκεντρώσει τις συχνότητες για κάθε πιθανή κίνηση στο πρόβλημα, ξεκινούν ταυτόχρονα δύο διαφορετικές διαδρομές. Θεωρούμε ότι η δεύτερη διαδρομή αποτελεί το τέλος της διαδικασίας και την επιστροφή στην αποθήκη του τελευταίου οχήματος. Επιλέγεται ένα διάνυσμα πολύ μεγάλου μήκους το οποίο αρχικοποιείται με μηδενικά και ξεκινάμε τις δύο αυτές διαδρομές αφήνοντας μεταξύ τους αρκετές θέσεις ώστε να μην υπάρχει κίνδυνος να συμπέσουν. Επιλέγοντας κάθε φορά από τα εφικτά τόξα εκείνα με τις μεγαλύτερες συχνότητες, συμπληρώνουμε σταδιακά τις δύο αυτές διαδρομές τοποθετώντας εκείνα με το καλύτερο κόστος σύνδεσης, πληρώντας ταυτόχρονα τους περιορισμούς του προβλήματος, έως ότου να εμφανίζονται όλοι οι πελάτες. Αφού εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες τις ενώνουμε κατάλληλα τοποθετώντας τη δεύτερη, στο σημείο που ολοκληρώνεται η πρώτη. Στη συνέχεια κατασκευάζεται ένας πίνακας διαδρομών αντίστοιχος με εκείνον που προκύπτει από την μέθοδο του πλησιέστερου γείτονα, όπου κάθε γραμμή του αποτελεί μία διαδρομή της οποίας βρίσκεται το κόστος και το μέγιστο φορτίο εντός της διαδρομής. Στο τέλος της διαδικασίας προσαρμόζεται ένα είδος τοπικής αναζήτησης για τόξα, καθώς απώτερος σκοπός είναι χρήση κινήσεων με μεγάλη συχνότητα, συνεπώς θέλουμε να διατηρήσουμε ανέπαφες τις εν λόγω κινήσεις. Πιο συγκεκριμένα, πραγματοποιείται ανταλλαγή τόξων μεταξύ δύο διαφορετικών διαδρομών του νέου πίνακα, αλλά και εσωτερικά μίας διαδρομής με σκοπό τη μείωση του συνολικού κόστους. Αν ο νέος πίνακας εμφανίζει χαμηλότερο συνολικό κόστος από τον παρών βέλτιστο, τότε τον αντικαθιστούμε και συνεχίζουμε την διαδικασία με το νέο πίνακα.

Μια τεχνική που χρησιμοποιήθηκε κατά τη διαδικασία της εντατικοποίησης και επέφερε καλύτερα αποτελέσματα, αφορά την υπερκάλυψη της διαθέσιμης χωρητικότητας του οχήματος κατά ένα μικρό ποσοστό και στη συνέχεια την αφαίρεση τόξων έως ότου επανέλθει σε



επιτρεπτά επίπεδα. Τα τόξα που αφαιρούνται είναι εκείνα τα οποία βρίσκονται καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας στη βέλτιστη λύση. Με αυτόν τον τρόπο πραγματοποιούνται νέες κινήσεις και ανακαλύπτονται περισσότερες γειτονίες αναζήτησης αυξάνοντας έτσι τις πιθανότητες εμφάνισης μια βέλτιστης λύσης.

Σύμφωνα με τα προαναφερθέντα, κατά τη διαδικασία της εντατικοποίησης χρησιμοποιήθηκαν οι συγκεκριμένες μεταβλητές:

- F: ο πίνακας συχνοτήτων.
- entat: βοηθητικό διάνυσμα μεγάλου μήκους για τη δημιουργία λύσεων και την επεξεργασία των μη-εφικτών, αρχικοποιείται με μηδενικά στοιχεία.
- coste: μεταβλητή που αποθηκεύει το συνολικό κόστος, αρχικοποιείται με μηδέν.
- Ve: μετρητής που δείχνει σε ποια διαδρομή βρισκόμαστε. Αρχικοποιείται με 1.
- Qnewe: διάνυσμα που περιέχει το μέγιστο δυνατό φορτίο κάθε χρονική στιγμή για κάθε διαδρομή Ve, ώστε να φροντίζουμε να μην ξεπερνάει τη συνολική χωρητικότητα του οχήματος. Αρχικοποιείται με ένα μόνο στοιχείο για την πρώτη διαδρομή και είναι ίσο με 0.
- Tmaxe: μεταβλητή που υπολογίζει τη διανυθείσα απόσταση μέχρι την εκάστοτε χρονική στιγμή. Αρχικοποιείται με τη μέγιστη διαθέσιμη απόσταση που δύναται να διανύσει ένα όχημα και σταδιακά αφαιρούνται οι αποστάσεις που διανύονται μέσα στη διαδρομή ελέγχοντας την πληρότητα του περιορισμού απόστασης.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η διαδικασία ξεκινάει αρχικοποιώντας δύο διαφορετικές διαδρομές τις οποίες στο τέλος θα ενώσουμε. Κάποια από τα παραπάνω στοιχεία αναφέρονται σε μία διαδρομή, συνεπώς χρησιμοποιήθηκαν για τη δεύτερη διαδρομή ένας αντίστοιχος μετρητής  $Ve1$  και μία ακόμη μεταβλητή  $Tmaxe1$  με τα ίδια ακριβώς χαρακτηριστικά. Από το διάνυσμα entat προκύπτει ο νέος πίνακας λύσεων H1 του οποίου το κόστος συγκρίνεται με τον προσωρινά βέλτιστο H και σε περίπτωση που είναι χαμηλότερο αντικαθιστούμε τον H1 ως την πλέον βέλτιστη λύση.

### 5.3.5 Εφαρμογή Άλλων Μεθόδων

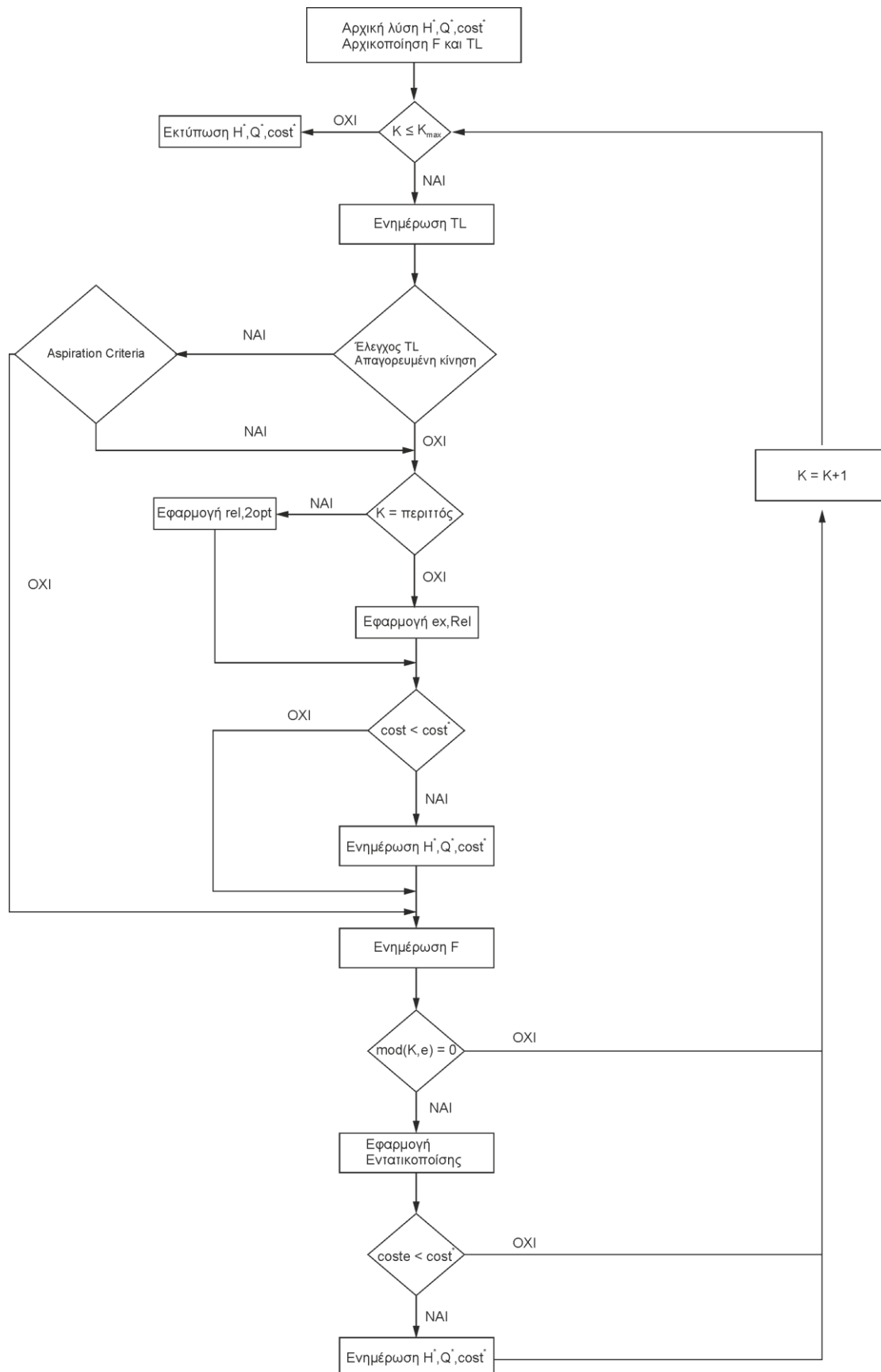
Όπως αναφέρεται παραπάνω, μία στρατηγική που χρησιμοποιείται συχνά κατά την εφαρμογή της μεθόδου της Περιορισμένης αναζήτησης είναι εκείνη της διάχυσης. Λειτουργεί με την αντίστροφη λογική από εκείνη της εντατικοποίησης, εκτελώντας όμως παρόμοια διαδικασία. Παίρνοντας στοιχεία από τον πίνακα συχνοτήτων, χρησιμοποιούμε τις κινήσεις εκείνες που δεν έχουν εμφανιστεί έως τη δεδομένη στιγμή στο σύστημα ή κινήσεις με ελάχιστη συχνότητα εμφάνισης. Γίνεται λοιπόν, αναζήτηση λύσεων σε ανεξερεύνητες γειτονίες για τις οποίες δεν έχουμε στοιχεία έως τη δεδομένη στιγμή που καλείται η συγκεκριμένη διαδικασία. Έτσι, όπως και στην εντατικοποίηση, παράγεται ένας πίνακας διαδρομών που εξυπηρετούν το σύνολο των απαιτήσεων των πελατών. Η εν λόγω μεθοδολογία εφαρμόστηκε στην παρούσα διπλωματική αποφέροντας όμως πολύ μεγάλες αποκλίσεις από τη βέλτιστη λύση και από εκείνη που προσφέρει η εντατικοποίηση.

Η ζήτηση ή αλλιώς το φορτίο που υπολογίζεται κατά τη εξυπηρέτηση των πελατών δεν είναι το ακριβές, αλλά ένα αντιπροσωπευτικό αυτού όπως αναφέρθηκε. Προσαρμόστηκε συνεπώς ο αλγόριθμος υπολογίζοντας το πραγματικό φορτίο του οχήματος κάθε χρονική στιγμή το οποίο είναι δυναμικό. Κάθε φορά που εξυπηρετείται ένας πελάτης το φορτίο του οχήματος μεταβάλλεται, αρχικά ελαττώνεται αφού παραδίδει τις απαιτούμενες ποσότητες και στη συνέχεια αυξάνεται παραλαμβάνοντας τα απαιτούμενα αγαθά. Έτσι, γνωρίζουμε την ακριβή ποσότητα με την οποία το όχημα ξεκινάει από την αποθήκη προκειμένου να εξυπηρετήσει ένα συγκεκριμένο πλήθος πελατών, η οποία ισούται με το άθροισμα των απαιτήσεων παραλαβής τους, αλλά και την ακριβή ποσότητα επιστροφής η οποία θα ισούται με το άθροισμα των απαιτήσεων παράδοσης των πελατών. Κάθε φορά που ελέγχεται η εφικτότητα μιας κίνησης, όπως για παράδειγμα κατά την τοπική αναζήτηση, αρχικά υπολογίζεται η νέα ποσότητα με την οποία αποχωρεί το όχημα από την αποθήκη και αν βρίσκεται εντός ορίων γίνεται υπολογισμός του φορτίου κάθε χρονική στιγμή που υπάρχει μεταβολή, δηλαδή κάθε φορά που εξυπηρετείται ένας πελάτης. Αν σε καμία χρονική στιγμή μέχρι το όχημα να επιστρέψει στην αποθήκη το φορτίο του δε ξεπερνάει τη χωρητικότητα, μόνο τότε γίνεται αποδεκτή η συγκεκριμένη κίνηση. Η εν λόγω στρατηγική είναι αρκετά πιο δύσκολη στην εφαρμογή της από εκείνη που χρησιμοποιήθηκε και τα αποτελέσματά της δεν ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητικά συγκριτικά με τα υπάρχοντα. Παρόλα αυτά η εφαρμογή της για την εύρεση αρχικής λύση και την διαδικασία τοπικής αναζήτησης έδωσε σχετικά καλά αποτελέσματα, μειώνοντας κάποιες φορές και το πλήθος των διαδρομών που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών. Συνολικά όμως, ο αλγόριθμος που παρουσιάζεται έδωσε τη βέλτιστη λύση.

### 5.3.6 Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου

Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου Περιορισμένης Αναζήτησης:

- Με  $H^*$ ,  $Q^*$  και  $cost^*$  περιγράφονται ο πίνακας με τις καλύτερες διαδρομές, η ζήτηση των εν λόγω διαδρομών και το συνολικό κόστος αντίστοιχα.
- $k_{max}$  είναι η συνθήκη τερματισμού του αλγορίθμου, περάτωση μετά την εκτέλεση  $k_{max}$  επαναλήψεων.
- $k$  είναι ο μετρητής που δείχνει σε ποια επανάληψη βρισκόμαστε, αρχικοποιείται με 1.
- Με  $rel$  δηλώνεται ο αλγόριθμος  $relocate$ , με  $ex$  ο αλγόριθμος  $exchange$  και με  $Rel$  ο αλγόριθμος για το εσωτερικό  $relocate$ .
- Με  $cost$  συμβολίζεται το κόστος που προκύπτει από την εφαρμογή τοπικής αναζήτησης και  $coste$  αντίστοιχα για την εντατικοποίηση.
- Με  $e$  συμβολίζεται το πλήθος των επαναλήψεων που πρέπει να ολοκληρωθεί για να καλέσουμε την εντατικοποίηση.
- Με  $F$  συμβολίζεται ο πίνακας συχνοτήτων, οποίος αρχικοποιείται με μηδενικά.
- Με  $TL$  συμβολίζεται η  $tabu\ list$ , η οποία έχει προκαθορισμένο μέγεθος και αρχικοποιείται με μηδενικά.



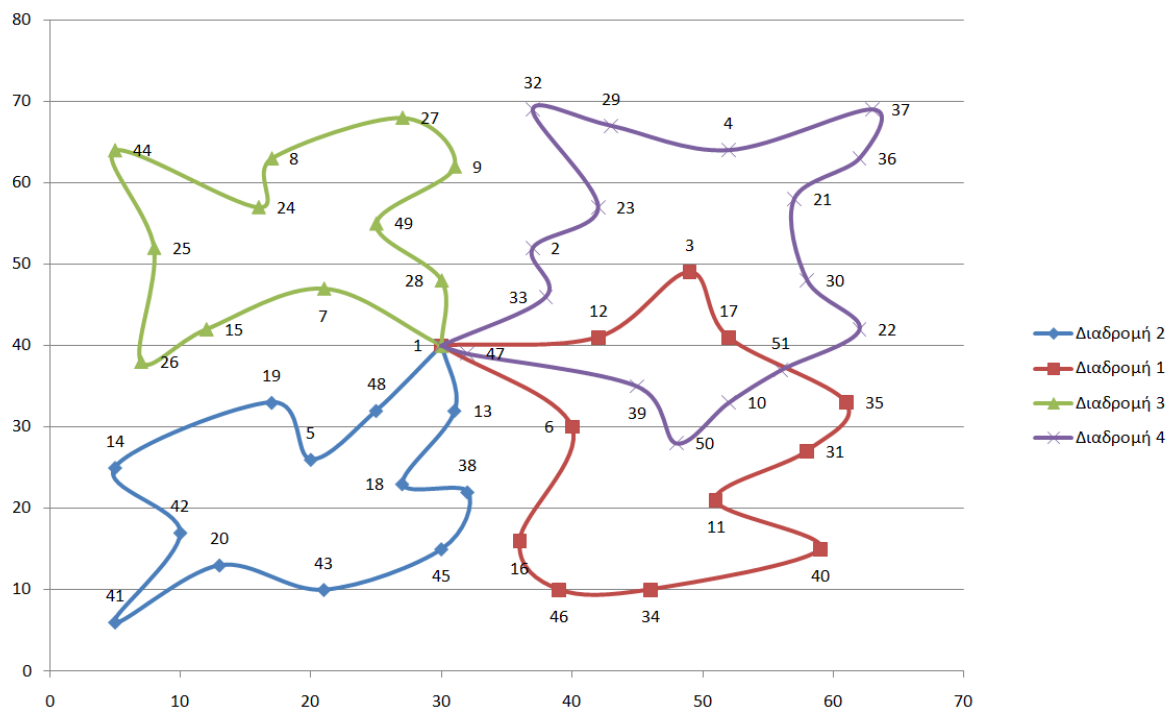
## 6 Αποτελέσματα Και Συμπεράσματα

### 6.1 Παρουσίαση Και Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Παρακάτω παρουσιάζονται οι διαδρομές που ικανοποιούν τα καλύτερα αποτελέσματα που βρέθηκαν για κάθε ένα από τα έξι παραδείγματα που επιλύθηκαν μετά από μεγάλο πλήθος δοκιμών. Επίσης, σε κάθε περίπτωση αναφέρεται το πλήθος  $k_{max}$  των επαναλήψεων που χρησιμοποιήθηκε, το μέγεθος  $d$  της  $tabu\ list$ , το πλήθος των επαναλήψεων  $e$  που έπρεπε να ολοκληρωθεί προτού καλέσουμε την στρατηγική εντατικοποίησης και τέλος, το ποσοστό  $p$  το οποίο αφήναμε ανεκμετάλλευτο στη χωρητικότητα του οχήματος κατά τη διάρκεια της αρχικής λύσης. Τέλος, γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα υπάρχοντα βέλτιστα στη βιβλιογραφία με τη βοήθεια ενός συγκεντρωτικού πίνακα.

## Παράδειγμα 1:

- 51 πελάτες
- Μέγιστη χωρητικότητα 160
- $k_{\max}=5000$
- $d=400$  (200 κινήσεις)
- $e=20$
- $p=0.05$

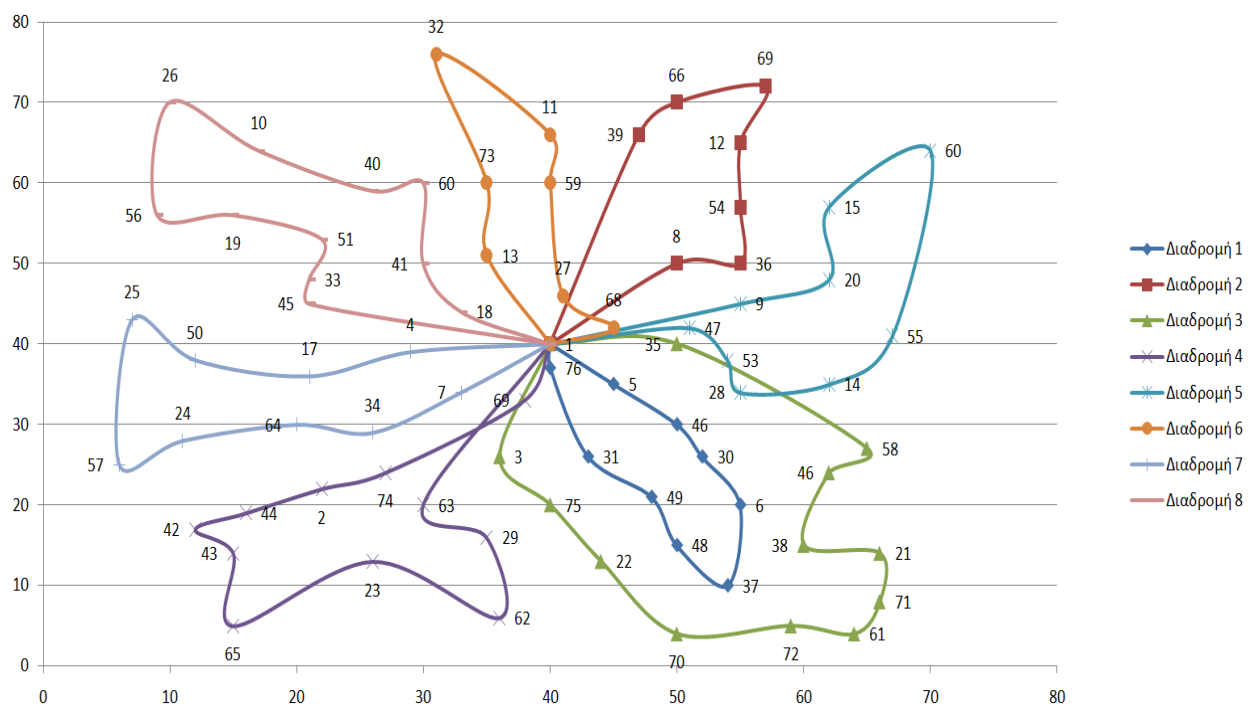


Οι διαδρομές είναι:

1	6	16	46	34	40	11	31	35	17	3	12	1	0	0	0	0	0
1	48	5	19	14	42	41	20	43	45	38	18	13	1	0	0	0	0
1	7	15	26	25	44	24	8	27	9	49	28	1	0	0	0	0	0
1	33	2	23	32	29	4	37	36	21	30	22	51	10	50	39	47	1

## Παράδειγμα 2:

- 76 πελάτες
- Μέγιστη χωρητικότητα 140
- $k_{\max}=5000$
- $d=400$  (200 κινήσεις)
- $e=20$
- $p=0.07$

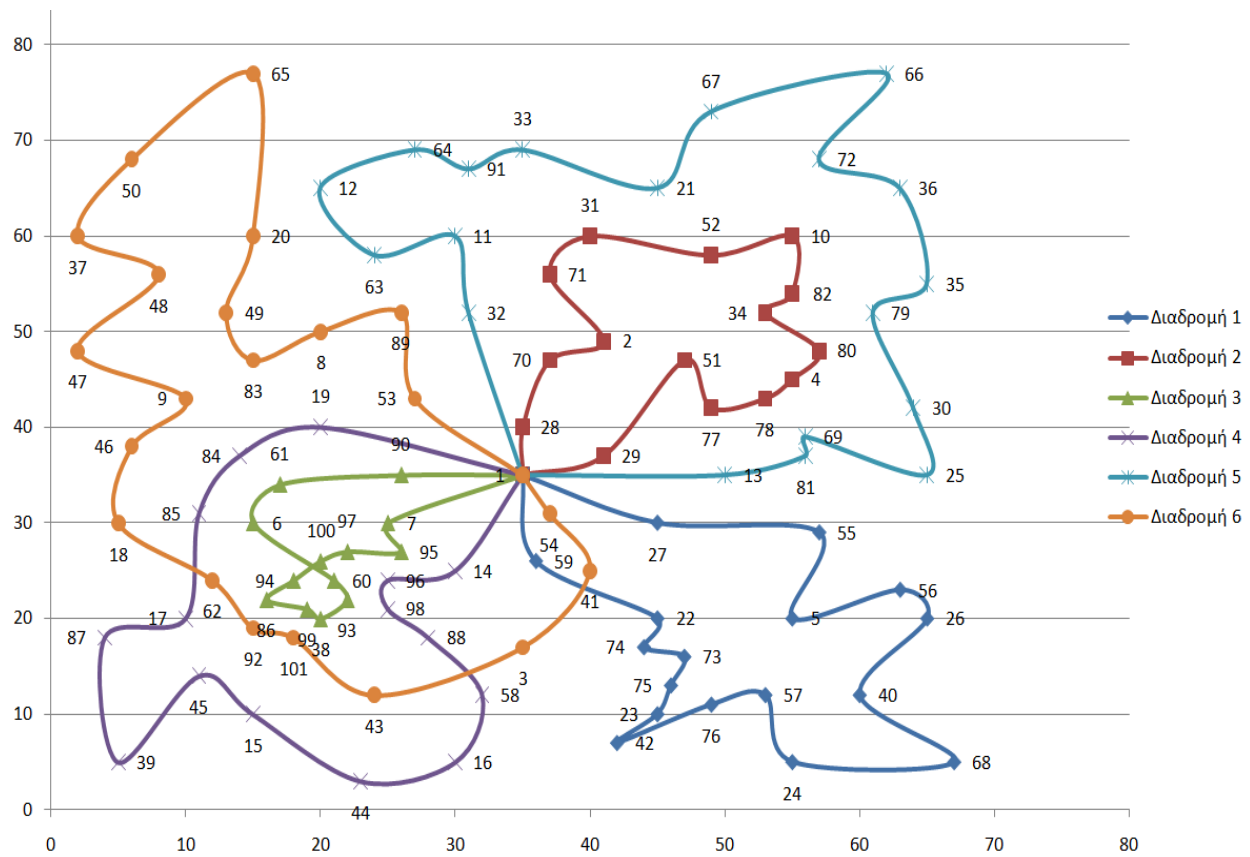


Οι διαδρομές είναι:

1	5	46	30	6	37	48	49	31	76	1	0	0	0	0
1	39	66	67	12	54	36	8	1	0	0	0	0	0	0
1	3	75	22	70	72	61	71	21	38	16	58	35	1	0
1	63	29	62	23	65	43	42	44	2	74	69	1	0	0
1	9	20	15	60	55	14	28	53	47	1	0	0	0	0
1	13	73	32	11	59	27	68	1	0	0	0	0	0	0
1	7	34	64	24	57	25	50	17	52	1	0	0	0	0
1	4	45	33	51	19	56	26	10	40	41	18	1	0	0

### Παράδειγμα 3:

- 101 πελάτες
- Μέγιστη χωρητικότητα 200
- $k_{\max}=5000$
- $d=400$  (200 κινήσεις)
- $\epsilon=40$
- $p=0.03$

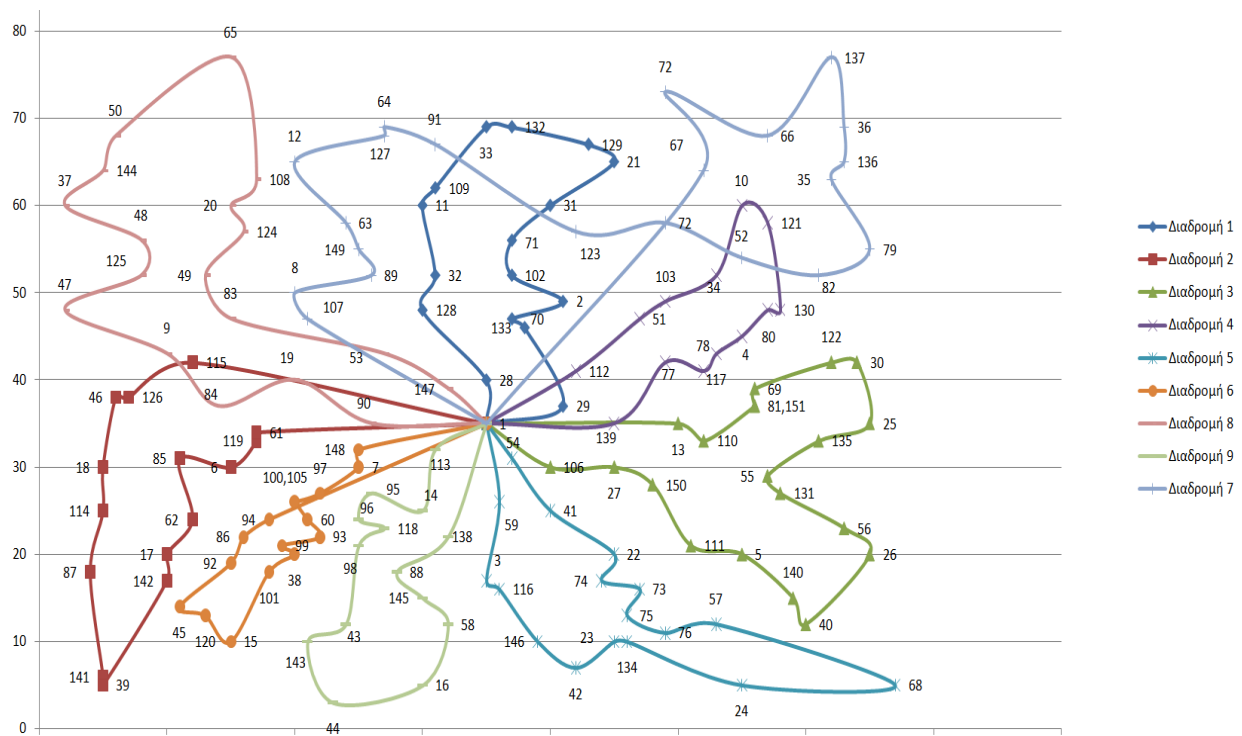


Οι διαδρομές είναι:

1	59	22	74	73	75	23	42	76	57	24	68	40	26	56	5	55	27	1	0	0	0	0
1	29	51	77	78	4	80	34	82	10	52	31	71	2	70	28	1	0	0	0	0	0	0
1	90	61	6	60	93	38	99	86	94	100	97	95	7	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	14	96	98	88	58	16	44	15	45	39	87	17	85	84	19	1	0	0	0	0	0	0
1	13	81	69	25	30	79	35	36	72	66	67	21	33	91	64	12	63	11	32	1	0	0
1	54	41	3	43	101	92	62	18	46	9	47	48	37	50	65	20	49	83	8	89	53	1

#### Παράδειγμα 4:

- 151 πελάτες
- Μέγιστη χωρητικότητα 200
- $k_{\max}=10000$
- $d=800$  (400 κινήσεις)
- $e=60$
- $p=0.03$



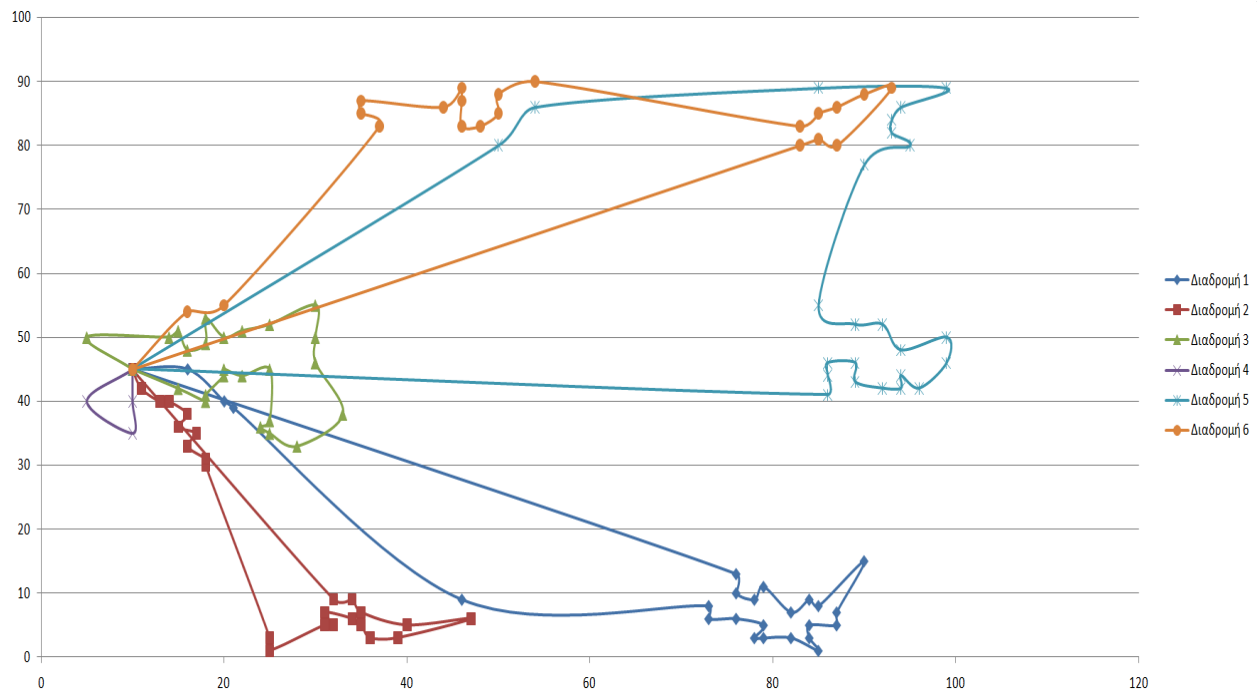
Οι διαδρομές είναι:

1	29	133	70	2	102	71	31	21	129	132	33	109	11	32	128	28	1	0	0	0	0	0	0
1	115	126	46	18	114	87	141	39	142	17	62	85	6	119	61	1	0	0	0	0	0	0	0
1	13	110	81	151	69	122	30	25	135	55	131	56	26	40	140	5	111	150	27	106	1	0	0
1	139	77	117	78	4	80	130	121	10	34	103	51	112	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	59	3	116	146	42	23	134	24	68	57	76	75	73	74	22	41	54	1	0	0	0	0	0
1	94	86	92	45	120	15	101	38	99	93	60	100	105	97	7	148	1	0	0	0	0	0	0
1	104	67	72	66	137	36	136	35	79	82	52	123	91	64	127	12	63	149	89	8	107	1	1
1	90	19	84	9	47	125	48	37	144	50	65	108	20	124	49	83	53	147	1	0	0	0	0
1	138	88	145	58	16	44	143	43	98	118	96	95	14	113	1	0	0	0	0	0	0	0	0



### Παράδειγμα 5:

- 121 πελάτες
- Μέγιστη χωρητικότητα 200
- $k_{\max}=10000$
- $d=800$  (400 κινήσεις)
- $e=60$
- $p=0.03$

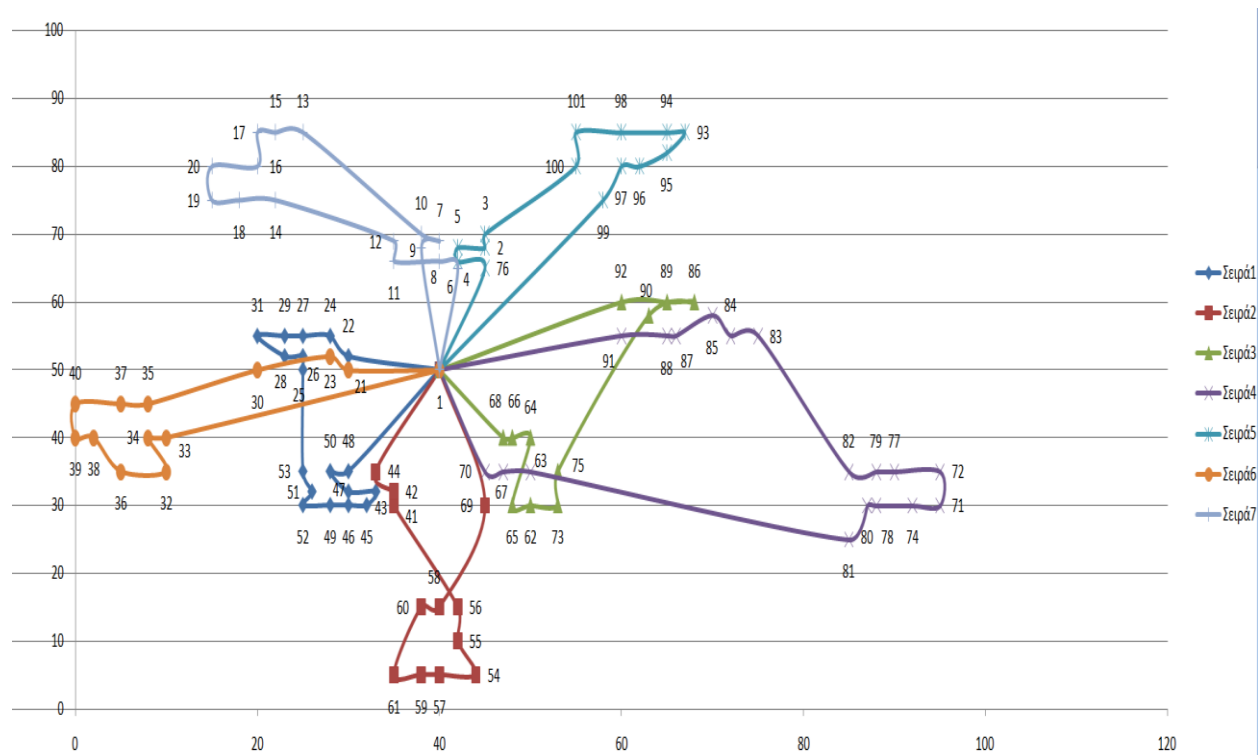


Οι διαδρομές είναι:

1	22	21	24	27	29	33	36	30	37	35	32	31	34	28	25	23	26	20	17	18	9	91	92	96	1
1	7	8	10	14	13	15	16	12	11	6	5	4	2	3	84	114	118	85	113	86	87	112	89	1	0
1	88	90	93	94	97	95	98	115	19	119	109	110	116	111	99	117	101	100	105	102	103	107	106	121	1
1	120	82	83	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	69	80	57	67	65	63	62	66	60	41	44	46	49	52	51	50	48	47	45	42	43	40	39	38	1
1	53	55	58	64	61	59	56	54	81	79	78	77	74	75	73	76	72	71	70	68	104	108	1	0	0

## Παράδειγμα 6:

- 101 πελάτες
- Μέγιστη χωρητικότητα 200
- $k_{\max}=5000$
- $d=400$  (200 κινήσεις)
- $\epsilon=40$
- $p=0$



Οι διαδρομές είναι:

1	48	50	47	43	45	46	49	52	51	53	25	26	28	31	29	27	24	22	1
1	69	58	60	61	59	57	54	55	56	41	42	44	1	0	0	0	0	0	0
1	68	66	64	65	62	73	75	90	86	89	92	1	0	0	0	0	0	0	0
1	70	67	63	81	80	78	74	71	72	77	79	82	83	84	85	87	88	91	1
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	3	2	5	4	76	1	0	0	0	0
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	30	23	21	1	0	0	0	0	0	0
1	9	7	10	13	15	17	16	20	19	18	14	12	11	8	6	1	0	0	0

Παρά- δειγμα	Κόστος Αρχ. Λύσης	Τελικό Κόστος	Βελτίωση	Βέλτιστη Υπάρχου- σα Λύση	Απόκλιση	Πλήθος Διαδρομών	Βέλτιστο Πλήθος Διαδρομών
1	695,34	501,71	27,85%	458,96	9,31%	4	3
2	1167,33	761	34,81%	663,25	14,74%	8	6
3	980,58	783,3	20,12%	721,27	8,6%	6	5
4	1345,71	987,29	26,63%	852,35	15,83%	9	7
5	1401,32	969,77	30,8%	830,39	16,78%	6	4
6	1158,86	746,24	35,61%	644,7	15,75%	7	5

Από τον παραπάνω πίνακα σύγκρισης αποτελεσμάτων βλέπουμε ότι κατά μέσο όρο η απόκλιση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε σε σχέση με τα βέλτιστα στη βιβλιογραφία είναι 13.5%. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι για ένα τέτοιους είδους πρόβλημα, που από τη φύση του παρουσιάζει δυσκολίες επίλυσης, η αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητική. Συγκρίνοντας τα τελικά αποτελέσματα του αλγορίθμου με εκείνα που εξήγαγε ο αλγόριθμος του πλησιέστερου γείτονα, καταλήγουμε στο γεγονός ότι η αποδοτικότητα της συγκεκριμένης μοντελοποίησης για τον αλγόριθμο περιορισμένης αναζήτησης είναι αρκετά υψηλή. Τα ποσοστά βελτίωσης ξεπερνούν το 20% σε όλο το σύνολο των παραδειγμάτων, ενώ τα μισά εξ αυτών ξεπερνούν το 30%. Όσον αφορά το πλήθος των διαδρομών που υπολογίστηκαν για την κάλυψη του συνόλου των απαιτήσεων των πελατών, στις περισσότερες περιπτώσεις ξεπερνούσαν το βέλτιστο πλάνο κατά δύο, ενώ στις υπόλοιπες κατά μία. Η παρουσία παραπάνω διαδρομών είναι ένας παράγοντας που επηρεάζει το κόστος και κατά κύριο λόγο οφείλεται στον εναλλακτικό υπολογισμό του φορτίου του οχήματος που πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του αλγορίθμου. Ένας ακόμη παράγοντας θα μπορούσαμε να πούμε ότι επηρεάζει την αποτελεσματικότητα είναι η αρχική λύση, η οποία βρίσκεται σε όλες τις περιπτώσεις πολύ μακριά από τη βέλτιστη, γεγονός που καθυστερεί τη σύγκλιση του αλγορίθμου.

## 6.2 Συμπεράσματα

Μετά την πραγματοποίηση πολύ μεγάλου πλήθους δοκιμών στα διάφορα σημεία της μεθοδολογίας της Περιορισμένης Αναζήτησης, έγινε προσπάθεια να βρεθεί η χρυσή τομή όλων αυτών με αποτέλεσμα ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια της παρούσας διπλωματικής εργασίας να έχει τη δεδομένη μορφή. Πρόκειται για ένα στοχαστικό αλγόριθμο, ο οποίος σε αρκετά σημεία του βασίζεται στην τυχαιότητα επιλογής κινήσεων. Λόγω αυτού, αξίζει να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν είναι τα βέλτιστα που προέκυψαν μέσα από ένα πολύ μεγάλο πλήθος δοκιμών.

Η παρουσία των περιορισμών παίζει καθοριστικό ρόλο ως προς τη δόμηση του προβλήματος, συνεπώς η κατάλληλη διαχείριση αυτών αποκτά ιδιαίτερη σημασία. Πιο συγκεκριμένα, όσον

αφορά τον περιορισμό της μέγιστης διανυθείσας απόστασης δεν υπήρξε δυσκολία στην αντιμετώπισή του, καθώς τα δεδομένα του προβλήματος που λάβαμε από τη βιβλιογραφία αναφέρουν πολύ μεγάλη την εν λόγω τιμή για όλα τα παραδείγματα. Από την άλλη πλευρά όμως, υπήρχε δυσκολία στην αντιμετώπιση του περιορισμού της χωρητικότητας των οχημάτων. Η πολυπλοκότητα και η αυξημένη δυσκολία επίτευξης ικανοποιητικού αποτελέσματος στο συγκεκριμένο πρόβλημα προκύπτει από το εν λόγω χαρακτηριστικό. Αυτό συμβαίνει καθώς κάθε πελάτης παρουσιάζει δύο απαιτήσεις (παραλαβή και παράδοση αγαθών), οι οποίες επιπροσθέτως πρέπει να ικανοποιηθούν σε μία μόνο επίσκεψη. Έτσι, έχοντας περιορισμένη χωρητικότητα κάθε όχημα, ο σχεδιασμός της διαδρομής που θα ακολουθήσει απαιτεί να ληφθούν υπόψη πολλά στοιχεία προτού ξεκινήσει η διαδρομή, κάποια από τα οποία συγκρούονται. Επιθυμούμε να διανύσουμε τη μικρότερη δυνατή απόσταση για την κάλυψη των αναγκών όλων των πελατών, το οποίο όμως είναι παράγοντας των μεταξύ τους αποστάσεων αλλά και των απαιτήσεων, έμμεσα, αφού το πλήθος πελατών που δύναται να εξυπηρετηθεί σε μία διαδρομή είναι περιορισμένο λόγω της χωρητικότητας που διαθέτει το όχημα. Έτσι, συχνά, συνδυασμοί πελατών των οποίων η συνολική εξυπηρέτηση αποφέρει πολύ ικανοποιητικό κόστος, κρίνεται ανέφικτο λόγω πιθανών υψηλών απαιτήσεων του ενός, ή και περισσότερων. Αυτό προκαλεί ενδεχομένως δημιουργία νέων διαδρομών το οποίο στις περισσότερες περιπτώσεις αυξάνει το συνολικό κόστος. Βέβαια, υπήρξαν φορές που η δημιουργία μίας νέας διαδρομής επέφερε χαμηλότερο κόστος, καθώς προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία κινήσεων και κατ' επέκταση εναλλακτικούς τρόπους εξυπηρέτησης ενός συγκεκριμένου πλήθους πελατών, συνεπώς το συγκεκριμένο θέμα είναι αμφιλεγόμενο και εξαρτάται ουσιαστικά από την εκάστοτε περίπτωση. Συνεπώς, καταλήξαμε στο γεγονός ότι η μοντελοποίηση λαμβάνοντας υπόψη τις μεταβλητές της ζήτησης σε πολλά σημεία παίζει καθοριστικό ρόλο.

Δεδομένων όσων αναφέρθηκαν, πραγματοποιήθηκε ένας προσεγγιστικός υπολογισμός της ζήτησης κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του αλγορίθμου. Κάθε φορά που ελέγχεται η εφικτότητα της εξυπηρέτησης ενός πελάτη σε μια διαδρομή, λαμβάνεται υπόψη η ζήτηση που απαιτεί να παραλάβει και η διαφορά μεταξύ της ζήτησης παράδοσης και παραλαβής του πελάτη, εάν η διαφορά αυτή είναι θετική. Πέραν της εξασφάλισης πληρότητας του περιορισμού της χωρητικότητας και της διευκόλυνσης που προσφέρει, η συγκεκριμένη στρατηγική απέδωσε καλύτερα αποτελέσματα από τη στρατηγική υπολογισμού της ζήτησης δυναμικά κάθε χρονική στιγμή που συμβαίνει ένα γεγονός (εξυπηρέτηση πελάτη). Αυτό πιθανότατα προκύπτει από το γεγονός ότι κατά τη συγκεκριμένη διαδικασία που λαμβάνονται υπόψη δύο απαιτήσεις για κάθε πελάτη, είναι ευνοϊκότερο να υπολογίζεται η μέγιστη τιμή που δύναται να καταλείψουν οι απαιτήσεις αυτές στο φορτίο ενός οχήματος. Με τον τρόπο αυτό, είναι γνωστό εκ των προτέρων το ποσοστό του φορτίου που δύναται να καταλείψει η εξυπηρέτηση ενός πελάτη και είναι πλέον γνωστές οι πιθανές κινήσεις που μπορούν να πραγματοποιηθούν μεταξύ της διαδρομής ή και διαφορετικών διαδρομών. Όταν πρόκειται για διαφορετικές διαδρομές, στην περίπτωση αυτή δε περιοριζόμαστε για το που θα τοποθετηθεί ο εν λόγω πελάτης μέσα στη διαδρομή, οπότε πραγματοποιώντας στη συνέχεια βελτιστοποίηση εντός της διαδρομής ο εν λόγω πελάτης θα λάβει την πλέον κατάλληλη θέση. Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι η εφαρμογή της στρατηγικής υπολογισμού της ζήτησης δυναμικά κάθε χρονική στιγμή, κατά την εφαρμογή τοπικής αναζήτησης απέφερε ικανοποιητικά αποτελέσματα στην πλειοψηφία των παραδειγμάτων που

εκτελέστηκαν. Όμως, όταν εφαρμόστηκε σε συνολικό επίπεδο συμπεριλαμβανομένης της μεθόδου περιορισμένης αναζήτησης, δεν κατέφερε να προσφέρει περαιτέρω βελτίωση.

Ξεκινώντας με τη δημιουργία αρχικής εφικτής λύσης, πραγματοποιήθηκαν εναλλακτικές παραδοχές της μεθοδολογίας του πλησιέστερου γείτονα. Η ποιότητα της αρχικής λύσης παίζει αρκετά σημαντικό ρόλο στην τοπική αναζήτηση όσον αφορά τη σύγκλιση και κατ' επέκταση επηρεάζει την αποτελεσματικότητα ολόκληρου του αλγορίθμου. Μια καλή αρχική λύση μπορεί να οδηγήσει τον αλγόριθμο σε γρηγορότερη και αποτελεσματικότερη σύγκλιση σε μια καλή πιθανώς και βέλτιστη λύση. Αρχικά εφαρμόστηκε στην απλούστερη μορφή της, όπου κάθε φορά εξετάζεται η επίσκεψη του πλησιέστερου σε απόσταση πελάτη από το εκάστοτε σημείο που βρισκόμαστε, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς χωρητικότητας και απόστασης. Τα αποτελέσματα δεν ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητικά με τις αποκλίσεις στα μεγαλύτερα παραδείγματα να υπερβαίνουν το 20%. Ακόμη μεγαλύτερες αποκλίσεις απέφερε η εφαρμογή μια παραπλήσιας παραδοχής, όπου η επιλογή του επόμενου προς εξυπηρέτηση πελάτη προκύπτει από το μέγεθος της απαίτησής του και όχι από την απόσταση. Συγκεκριμένα, έγινε μια αύξουσα ταξινόμηση των πελατών ως προς τη ζήτηση, με τα οχήματα να ξεκινούν κάθε φορά με την εξυπηρέτηση του λιγότερο απαιτητικού μη εξυπηρετημένου πελάτη. Μια εναλλακτική προσέγγιση αφορούσε την τυχαία επιλογή του επόμενου πελάτη μεταξύ ενός υποσυνόλου πελατών. Αναλυτικότερα, εξετάζονταν κάθε φορά ένα πλήθος πελατών το οποίο περιελάμβανε τους πιο κοντινούς ως προς την απόσταση. Το πλήθος αυτό καθοριζόταν από τον χρήστη και μεταβαλλόταν ανάλογα με τα δεδομένα, για παράδειγμα αν επιλεγόταν το πλήθος να είναι πέντε πελάτες, τότε βρίσκονταν οι πέντε πλησιέστεροι από το εκάστοτε σημείο που βρισκόταν το όχημα τη δεδομένη στιγμή και η επιλογή εξ αυτών γινόταν τυχαία. Όπως είναι φανερό στην περίπτωση αυτή λαμβάναμε κάθε φορά διαφορετική αρχική λύση λόγω ύπαρξης τυχαιότητας, η οποία απέδωσε κάποια ικανοποιητικά αποτελέσματα, όμως μετά από μεγάλο πλήθος δοκιμών κρίθηκε λιγότερο αποτελεσματική από την υπάρχουσα. Ένα στοιχείο το οποίο προαναφέρθηκε κατά τη μοντελοποίηση και παρείχε καλύτερα αποτελέσματα, αφορά την εξέταση των υπολειπόμενων προς εξυπηρέτηση πελατών τη στιγμή που η εξυπηρέτηση του πλησιέστερου σε απόσταση πελάτη δεν πληροί τον περιορισμό της χωρητικότητας. Υπήρχαν περιπτώσεις που τα οχήματα τελικώς επισκέφτηκαν κάποιον ακόμη πελάτη πριν την επιστροφή τους στην αποθήκη, τροποποιώντας έτσι την αρχική λύση. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται καλύτερη εξισορρόπηση όσον αφορά την κατανομή του φορτίου των οχημάτων μέσα στις διαδρομές, το οποίο στοιχείο φάνηκε να διευκολύνει την αποτελεσματικότητα των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης στη συνέχεια. Τέλος, το στοιχείο που επέφερε τη μεγαλύτερη διαφορά και περιόρισε τις αποκλίσεις των αποτελεσμάτων από τα υπάρχοντα βέλτιστα στη βιβλιογραφία, αφορά την εσκεμμένη μη πλήρωση ενός μικρού ποσοστού της διαθέσιμης χωρητικότητας του οχήματος. Το ποσοστό αυτό ήταν της τάξης 3% με 7% και προσαρμοζόταν κατάλληλα σε κάθε παράδειγμα μετά από μεγάλο πλήθος δοκιμών. Με τη χαλάρωση αυτή που παρέχουμε στον περιορισμό της χωρητικότητας, επιτρέπουμε στη συνέχεια στους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης να πραγματοποιήσουν περισσότερες κινήσεις, επιφέρουμε μεγαλύτερη ευελιξία στο πρόβλημα και ανακαλύπτουμε περισσότερες υποσχόμενες γειτονιές προς εξέταση. Παρότι δείχνει να είναι αντικρουόμενο με το προηγούμενο στοιχείο που αποσκοπεί στην καλύτερη δυνατή πλήρωση της χωρητικότητας ενός οχήματος, στην ουσία συνδυαστικά λειτουργούν αποδοτικότερα καθώς ναι μεν παραχωρούμε ένα μικρό ποσοστό ως ανεκμετάλλευτο για τη

συνέχεια όπως αναφέρθηκε, αλλά ταυτόχρονα κοιτάμε να ισορροπήσουμε το υπάρχων διαθέσιμο με έναν καλύτερο τρόπο.

Ουσιαστικά η περιορισμένη αναζήτηση πρόκειται για μια μεθοδολογία που παρουσιάζει μία βασική μορφή, όμως σε πολλά σημεία δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει τις τιμές που θα εισάγει σε πολλές από τις βασικές μεταβλητές που θα επηρεάσουν στη συνέχεια την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Αρκετά τέτοια στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη μοντελοποίηση του προβλήματος έλαβαν τιμές οι οποίες προέκυψαν από την επανειλημμένη εφαρμογή του αλγορίθμου, όπου και εκτιμήθηκε η καταλληλότερη τιμή για την εκάστοτε περίπτωση. Ως συνθήκη τερματισμού του αλγορίθμου χρησιμοποιήθηκε η ολοκλήρωση ενός προκαθορισμένου πλήθους επαναλήψεων. Το πλήθος αυτό για τα μικρά παραδείγματα που περιλαμβάνουν έως 101 πελάτες ορίστηκε στις 5000 επαναλήψεις, καθώς αυξάνοντας τις επαναλήψεις παρατηρήθηκε ότι ο αλγόριθμος δεν επιφέρει ιδιαίτερη διαφοροποίηση στα αποτελέσματα, έχει φτάσει δηλαδή ήδη στη βέλτιστή του λύση. Για μεγαλύτερα παραδείγματα ορίστηκε ως συνθήκη τερματισμού η ολοκλήρωση 10000 επαναλήψεων, όπου τα δεδομένα και οι κινήσεις που προκύπτουν πολύ περισσότερες. Λόγω έκτασης του αλγορίθμου και απαιτητικών υπολογισμών που διαθέτει, είναι φανερό ότι στα μεγάλα παραδείγματα η εκτέλεση του αλγορίθμου μέχρι την ικανοποίηση της συνθήκης τερματισμού υπήρξε αρκετά χρονοβόρα. Ένα άλλο στοιχείο που κρίθηκε ότι πρέπει να προσαρμοστεί ανάλογα με το παράδειγμα, είναι το πλήθος των επαναλήψεων που πρέπει να ολοκληρωθεί προτού καλέσουμε την στρατηγική της εντατικοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, για μικρά παραδείγματα όπου η χωρητικότητα των οχημάτων ήταν χαμηλότερη και ταυτόχρονα οι επιτρεπτές κινήσεις περισσότερο περιορισμένες, το προαναφερθέν πλήθος καθορίστηκε στις 20 επαναλήψεις. Η αύξηση του μεγέθους αυτού προσέφερε χειρότερα αποτελέσματα τις περισσότερες φορές, αφού η τοπική αναζήτηση σε μικρά παραδείγματα είναι πιθανότερο να συγκλίνει σε κάποιο τοπικό ακρότατο γρηγορότερα από ότι σε ένα μεγαλύτερο παράδειγμα, οπότε η λύση να παραμένει παγιδευμένη και κατά συνέπεια η προσφερόμενη λύση από την εντατικοποίηση να μη διαφοροποιείται αποθηκεύοντας συνεχώς τις ίδιες συχνότητες στον πίνακα από όπου και προκύπτει η νέα αυτή λύση. Κατά αντιστοιχία σε μεγαλύτερα παραδείγματα το πλήθος των επαναλήψεων ορίστηκε με 40 ακόμη και 60. Αυτό συνέβη καθώς θέλουμε να πετύχουμε μια ισορροπία σχετικά με τον πίνακα συχνότητων από τον οποίο δημιουργούμε νέα λύση. Σε μεγαλύτερα παραδείγματα η ύπαρξη πολλών κόμβων προσφέρει τη δυνατότητα περισσότερων κινήσεων και δοκιμών, συνεπώς έχοντας ολοκληρώσει ένα μεγάλο παράδειγμα μικρό πλήθος επαναλήψεων προτού κληθεί η εντατικοποίηση, είναι αρκετά πιθανό τόξα που επιδέχονται τη δεδομένη στιγμή μεταβολή και η κίνηση αυτή ελαττώνει το κόστος, να μην έχει προλάβει να πραγματοποιηθεί με αποτέλεσμα να αποκτά μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης και πιθανή εμφάνιση αυτού στη νέα λύση. Έτσι, είναι αρκετά σύνηθες να εισάγονται στη λύση μη επιθυμητά «κακά» τόξα. Το μέγεθος της λίστας περιορισμένων κινήσεων (tabu list) αποτελεί επίσης μια παράμετρο προς εκτίμηση. Αυξάνεται αναλογικά με το μέγεθος του προβλήματος που αντιμετωπίζουμε και αυτό οφείλεται, όπως και προηγουμένως, στο πλήθος των πιθανών επιτρεπτών κινήσεων που προκύπτουν.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η περιορισμένη αναζήτηση κάνει χρήση αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης και στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιούνται τέσσερα ήδη εξ αυτών, τα οποία περιγράφηκαν. Ο συνδυασμός των μεθόδων αυτών, φάνηκε ότι μεταβάλλει τη λύση που εξάγει

ο αλγόριθμος. Συνεπώς, η αλληλουχία εκτέλεσής τους είναι σημαντική και επηρεάζει τα αποτελέσματα του αλγορίθμου. Συγκεκριμένα εξετάστηκαν τρεις διαφορετικές αλληλουχίες που προκύπτουν από το συνδυασμό αυτών, relocate με 2-opt και exchange με εσωτερικό relocate, relocate με εσωτερικό relocate και exchange με 2opt, relocate με exchange και 2-opt με εσωτερικό relocate. Τα ζεύγη αυτά εκτελούνται εναλλάξ στις μονές και στις ζυγές επαναλήψεις. Η πρώτη αλληλουχία είναι αυτή που επικράτησε από κοινού για όλα τα παραδείγματα που εξετάστηκαν, με τη δεύτερη να καταλήγει η λιγότερο αποδοτική. Η τρίτη εκδοχή, όντας η πιο ασυνήθιστη, όταν κατάφερνε και λειτουργούσαν ταυτόχρονα relocate και exchange οι μεταβολές στο κόστος ήταν πολύ μεγάλες. Παρόλα αυτά ελάχιστες φορές συνέβη το εν λόγω γεγονός και τα καλύτερα αποτελέσματα που βρέθηκαν προέκυψαν εφαρμόζοντας την πρώτη αλληλουχία.

Εσωτερικά των μεθόδων τοπικής αναζήτησης, όπως περιγράφηκε παραπάνω, η επιλογή διαδρομής ή και κόμβου που πρόκειται να συμμετέχουν στη μεταβολή δεν είναι πάντα τυχαία. Στη γενική του μορφή ο αλγόριθμος είναι στοχαστικός και στηρίζεται στην τυχαιότητα, όμως υπήρξε παρέμβαση σε αρκετά σημεία όπου ήταν εφικτό, με τα αποτελέσματα να αποδεικνύουν ότι δικαίως συνέβη. Και σε αυτήν την περίπτωση γίνεται λόγος για μια διαδικασία που λαμβάνει χώρα κάθε φορά που ολοκληρώνεται ένα προκαθορισμένο πλήθος επαναλήψεων, μόνο που αυτή τη φορά το πλήθος αυτό είναι αρκετά μικρότερο. Πιο συγκεκριμένα, όσον αφορά τις διαδικασίες που λειτουργούν εσωτερικά μιας διαδρομής επιλέγονται διαδρομές οι οποίες περιέχουν μεγαλύτερο πλήθος πελατών προς εξυπηρέτηση. Αυτό συμβαίνει καθώς σε τέτοιες διαδρομές, που το όχημα καλείται να επισκεφτεί όλους τους πελάτες, είναι πολλές οι εναλλακτικές διαδρομές που μπορούν να εξυπηρετήσουν το συγκεκριμένο πλήθος πελατών, ενώ εμείς επιθυμούμε την καλύτερη δυνατή. Αντίστοιχα, σε μικρότερες διαδρομές η λύση συγκλίνει αρκετά πιο γρήγορα στη βέλτιστη εντός της διαδρομής, αφού οι εναλλακτικές που δημιουργούνται είναι αρκετά λιγότερες. Από την άλλη μεριά, στις μεθόδους που προκαλούν μεταβολές μεταξύ διαφορετικών διαδρομών εφαρμόστηκε μια στρατηγική, κατά την οποία ορίστηκε εμπειρικά, βάσει αποτελεσμάτων που προήλθαν διαδοχικές δοκιμές, ένας συντελεστής οποίος ορίζει τις ακριβότερες διαδρομές μίας λύσης. Επιλέγει τυχαία δύο εξ αυτών, αν υπάρχει μία τη δεύτερη την επιλέγει τυχαία, και πραγματοποιεί αλλαγές σε αυτές. Παρατηρήθηκε ότι η εν λόγω στρατηγική επιφέρει νέες επιθυμητές αλλαγές συχνότερα, ενώ αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι οι ακριβότερες διαδρομές παρουσιάζουν μεγαλύτερα περιθώρια βελτίωσης του κόστους. Τέλος, με την κατάλληλη χρήση των μεθόδων τοπικής αναζήτησης, παρατηρήθηκε ότι σε λύσεις που έχουν προκύψει με υψηλότερο πλήθος διαδρομών και που το συγκεκριμένο πλήθος δύναται να ελαττωθεί, είναι αρκετές οι περιπτώσεις που η μοντελοποίηση του relocate επιτυγχάνει από μόνη της την αφαίρεση κάποιας διαδρομής (και κατ' επέκταση πιθανή μεταβολή μεγάλης τιμής του κόστους) μετά από κάποιο πλήθος επαναλήψεων όταν αυτή μείνει με ελάχιστα στοιχεία. Αυτό επιτυγχάνεται λαμβάνοντας υπόψη όλες τις δυνατές περιπτώσεις επανατοποθέτησης σημείου από οποιαδήποτε επιλεγμένη διαδρομή αναζητώντας την κατεύθυνση μείωσης του κόστους. Αντίστοιχα φυσικά έχουν μοντελοποιηθεί και οι υπόλοιπες μέθοδοι τοπικής αναζήτησης.

Ο αλγόριθμος σχεδιάστηκε να κινείται προς την κατεύθυνση μείωσης του κόστους, κάνοντας αποδεχτές λύσεις εκείνες που βελτιώνουν την ήδη υπάρχουσα βέλτιστη. Η tabu list αποθηκεύει τις πρόσφατες κινήσεις μέχρι την ολοκλήρωση ενός συγκεκριμένου πλήθους επαναλήψεων, την οποία εκμεταλλευόμαστε με έναν εναλλακτικό τρόπο. Κινήσεις που πραγματοποιήθηκαν

πρόσφατα και υπάρχουν στη λίστα, παροτρύνουμε την επαναχρησιμοποίησή τους με διαφορετικές μεθόδους τοπικής αναζήτησης ενεργοποιώντας το κριτήριο απενεργοποίησης. Κατ' αυτόν τον τρόπο εξετάζονται εναλλακτικές κινήσεις που μπορούν να επιφέρουν χαμηλότερο κόστος.

Ακόμη και με την επιτυχημένη εφαρμογή τοπικής αναζήτησης σε ένα τέτοιο πρόβλημα αυξημένης δυσκολίας, τα αποτελέσματα δε θα μπορούσαν να είναι ικανοποιητικά στηριζόμενοι μόνο σε αυτή. Η κατάλληλη μοντελοποίηση της στρατηγικής της εντατικοποίησης, σε συνδυασμό βέβαια με την τοπική αναζήτηση, ευθύνεται κατά κύριο λόγο για την αποτελεσματικότητα του εν λόγω αλγορίθμου. Έχοντας λάβει από την εφαρμογή τοπικής αναζήτησης καλές κινήσεις τις οποίες αναδεικνύει ο πίνακας συχνότητων, το επόμενο βήμα και το απαιτητικότερο είναι ο συνδυασμός των συγκεκριμένων κινήσεων για τη δημιουργία μιας λύσης αρκετά υποσχόμενης. Το βοηθητικό διάνυσμα που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή της λύσης, λειτουργούσε σε δύο σημεία ξεχωριστά. Αυτό σημαίνει ότι αντί της δημιουργίας μίας διαδρομής την οποία κάθε φορά που δεν πληρείται κάποιος περιορισμός την ολοκληρώνουμε και δημιουργούμε νέα, δημιουργήθηκαν δύο διαδρομές που λειτουργούν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και εξυπηρετούν διαφορετικό πλήθος πελατών. Η συγκεκριμένη στρατηγική κρίθηκε αποτελεσματικότερη, καθώς κάθε φορά που εξετάζεται η εισαγωγή μίας κίνησης υπάρχουν δύο ενεργές διαδρομές από τις οποίες μπορούμε να επιλέξουμε την καταλληλότερη (συνήθως βάσει κόστους). Έτσι, έχοντας εισάγει όλους τους πελάτες, επιθυμούμε να ενώσουμε τις εν λόγω διαδρομές (οι οποίες πλέον έχουν μεγαλύτερη έκταση και περιλαμβάνουν διαδρομές περισσότερων του ενός οχήματα) σχηματίζοντας μια αλληλουχία διαδρομών που περιγράφει με κατανοητό τρόπο την εκτέλεση διαδοχικών διαδρομών για την εξυπηρέτηση των απαιτήσεων του συνολικού πλήθους πελατών. Αξίζει να σημειωθεί ότι η σύνδεση που πρόκειται να συμβεί μπορεί να είναι ιδιαίτερα κοστοβόρα, ενώ σε συγκεκριμένες περιπτώσεις λόγω μη πλήρωσης του περιορισμού της χωρητικότητας να απαιτείται η δημιουργία νέας διαδρομής.

Όσον αφορά τη σύνδεση των τόξων κατά τη δημιουργία του παραπάνω διανύσματος, όπως αναφέρθηκε γίνεται με βάση το κόστος. Έχοντας αποθηκεύσει σε ένα βοηθητικό διάνυσμα όλα τα διαθέσιμα τόξα που μπορούν να εισαχθούν κάθε χρονική στιγμή, γίνεται η επιλογή του τόξου που επιφέρει το μικρότερο συνολικό κόστος, το οποίο αφορά το κόστος σύνδεσης με το ήδη υπάρχων διάνυσμα και το κόστος το τόξου καθαυτού. Γνωρίζουμε σε ποια από τις δύο ενεργές διαδρομές θα τοποθετηθεί αφού γίνεται έλεγχος όλων των δυνατών περιπτώσεων. Το διάνυσμα που περιέχει τα διαθέσιμα αυτά τόξα επιθυμούμε να περιέχει όσο το δυνατόν περισσότερες επιλογές ώστε να μπορούμε να επιλέξουμε την καλύτερη δυνατή. Εκτιμάται πως η χαλάρωση της συνθήκης επιλογής διαθέσιμων τόξων επιφέρει συνολικά καλύτερα αποτελέσματα λόγω εισαγωγής περισσότερων κινήσεων προς εξέταση. Συνεπώς, αντί να επιλέγουμε μόνο τα τόξα που διαθέτουν τη μέγιστη δυνατή ως τώρα συχνότητα, εισάγαμε ένα ποσοστό της τάξης 90% της συχνότητας αυτής για την αποδοχή περισσότερων τόξων προς εξέταση.

Όπως είναι κατανοητό, δεν αρκούν από μόνες τους οι υποσχόμενες κινήσεις που εισάγουμε στη νέα λύση, μας ενδιαφέρει και ο τρόπος σύνδεσής τους. Ολοκληρώνοντας τη διαδικασία της εντατικοποίησης, μετά την εξαγωγή του πίνακα διαδρομών, εφαρμόστηκε κάποιου είδους τοπικής αναζήτησης (exchange και 2-opt) προσαρμοσμένη σε τόξα. Αφού μας ενδιαφέρει να



κρατήσουμε συγκεκριμένες κινήσεις στη λύση, οι μεταβολές που πραγματοποιούνται κατά τη συγκεκριμένη διαδικασία διατηρούν τις επιθυμητές κινήσεις (τα τόξα) αμετάβλητες. Επιτυγχάνεται λοιπόν καλύτερη σύνδεση αυτών, επέρχεται μείωση του κόστους και πλέον η λύση που προτείνεται έχει περισσότερες πιθανότητες να φέρνει χαμηλότερο κόστος από το ήδη βέλτιστο.

Μια ακόμη στρατηγική που επέφερε καλύτερη λύση κατά την εντατικοποίηση και κατ' επέκταση στο σύνολο του αλγορίθμου, αφορά την υπερκάλυψη της ζήτησης κατά τη δημιουργία του διανύσματος της λύσης και στη συνέχεια την επαναφορά σε επιτρεπτά επίπεδα. Η υπερκάλυψη της ζήτησης πραγματοποιήθηκε κατά ένα ποσοστό (συγκεκριμένα 20% της μέγιστης διαθέσιμης χωρητικότητας) το οποίο προέκυψε εμπειρικά μετά την εφαρμογή πληθώρας δοκιμών. Οι κινήσεις που αφαιρούνταν στη συνέχεια αφορούσαν τόξα τα οποία είναι σταθερά μέσα στη βέλτιστη λύση καθ' όλη τη διάρκεια εκτέλεσης του αλγορίθμου. Αυτό προήλθε από το γεγονός ότι σε αρκετές περιπτώσεις οι λύσεις που λαμβάναμε από την εντατικοποίηση ήταν αρκετά πανομοιότυπες, οπότε δεν υπήρχε ουσιαστικά νέα προτεινόμενη λύση ή και γειτονιά, με αποτέλεσμα να παγιδεύεται η λύση σε τοπικό ακρότατο.

Φυσικά υπήρξαν και στρατηγικές που εφαρμόστηκαν κατά την εντατικοποίηση και δεν απέφεραν βελτίωση. Κατά τη διάρκεια κατασκευής του διανύσματος λύσης, η επιλογή των διαθέσιμων τόξων προς εισαγωγή γινόταν με βάση τη ζήτηση. Διατηρώντας μικρή απόκλιση από την ελάχιστη δυνατή απαίτηση πελάτη (με χρήση ποσοστού) κάθε χρονική στιγμή, συγκεντρώνουμε τις διαθέσιμες κινήσεις και κατασκευάζαμε έτσι το διάνυσμα των διαδρομών, εισάγοντας ομοίως με προηγουμένως την κίνηση που αποφέρει συνολικά το χαμηλότερο κόστος σε κάποια εκ των δύο διαδρομών. Η στρατηγική αυτή, αντίστοιχα με εκείνη που χρησιμοποιήθηκε κατά την εφαρμογή του πλησιέστερου γείτονα, δεν είχε ικανοποιητικά αποτελέσματα παρότι εφαρμόστηκε στη συνέχεια τοπική αναζήτηση της λογικής που περιγράφηκε νωρίτερα.

Για πιθανή μελλοντική βελτίωση της ποιότητας του αλγορίθμου περιορισμένης αναζήτησης μπορούμε να προτείνουμε κάποιους τρόπους:

- Να χρησιμοποιηθούν επιπλέον αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης σε συνδυασμό με τους ήδη υπάρχοντες, για παράδειγμα 2-2 exchange, 3-opt, 2-0 relocate.
- Να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικοί αλγόριθμοι δημιουργίας αρχικής λύσης, για παράδειγμα ο αλγόριθμος της πλησιέστερης εισχώρησης.
- Κατά τη διάρκεια κατασκευής του διανύσματος διαδρομών στην εντατικοποίηση, να ξεκινά με ένα πλήθος διαδρομών που έχει εκτιμηθεί ότι είναι το ελάχιστο δυνατό για το εκάστοτε παράδειγμα που επιλύεται, με αποτέλεσμα πιθανώς την καλύτερη σύνδεση υποσχόμενων κινήσεων (τόξων).

## 7 Βιβλιογραφία

1. Σχεδιασμός και βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας, Ιωάννης Μαρινάκης, Αθανάσιος Μυγδαλάς, Εκδόσεις σοφία 2008.
2. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service, Fermín Alfredo Tang Montané, Roberto Diéguez Galvão 2004.
3. Hybrid Metaheuristics Applied to the Vehicle Routing Problem With Simultaneous Pickup and Delivery, Dilson Lucas Pereira, Geraldo Robson Mateus.
4. Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος: Εξελικτικοί Αλγόριθμοι και Βελτιστοποίηση Συστημάτων Μεγάλης Κλίμακας, Ιωάννης Μαρινάκης, Μαγδαληνή Μαρινάκη 2010.
5. Open Vehicle Routing Problem Optimization under Realistic Assumptions, Kh. Pichka, B. Ashjari, A. Ziaëifar, P. Nickbeen 2014.
6. The dynamic vehicle routing problem, Allan Larsen, Technical University Of Denmark 2000.
7. <https://cscmp.org/>
8. <https://www.ioscm.com/>
9. <https://www.smartsheet.com/supply-chain-management>
10. <https://www.marketing91.com/logistics-activities/>
11. <https://iimm.org/>
12. <https://en.wikipedia.org/>