

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

Διπλωματική εργασία της Παναγιώτας Αραμπατζή

**«Βέλτιστος σχεδιασμός με χρήση προσομοίωσης των
αντλήσεων στην περιοχή της Αγυιάς Χανίων»**

Επιβλέπων: Γεώργιος Καρατζάς

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή:

Γεώργιος Καρατζάς

Νικόλαος Νικολαΐδης

Εμμανουήλ Μαθιουδάκης

Περιεχόμενα

Εικόνες.....	4
Περίληψη.....	5
Abstract	6
Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή	7
1.1 Τα υπόγεια ύδατα και η σημασία τους.....	7
1.2 Υδροφόρος ορίζοντας	8
1.3 Υδρολογικός κύκλος	8
1.4 Διαχείριση υπογείων υδάτων	10
1.5 Επιπτώσεις της εκμετάλλευσης των υπογείων υδάτων	10
1.6 Σκοπός της παρούσας εργασίας	11
Κεφάλαιο 2 : Περιοχή Μελέτης.....	12
2.1 Γενικά.....	12
2.2 Λεκάνη Απορροής περιοχής.....	14
2.3 Τοπογραφικό ανάγλυφο περιοχής.....	14
2.4 Γεωλογικές συνθήκες περιοχής.....	15
2.5 Κλίμα περιοχής.....	17
2.6 Βροχόπτωση Περιοχής	18
2.7 Υγρασία στην περιοχή	18
2.8 Άνεμοι στην περιοχή	19
2.9 Ηλιοφάνεια – Νέφωση– Ομίχλη στην περιοχή	19
2.10 Υπόγεια Ύδατα περιοχής	19
2.11 Επιφανειακά Ύδατα	21
Κεφάλαιο 3: Μαθηματικό Υπόβαθρο μοντέλων υπόγειας ροής.....	22
3.1 Μοντέλο υπόγειας ροής.....	22
3.2 Πρωτόκολλο κατασκευής ενός μοντέλου	22
3.3 Βασικές εξισώσεις	23
3.4 Προσομοίωσης υπόγειας ροής με χρήση μοντέλων.....	24
3.5 Μαθητικό υπόβαθρο του μοντέλου	26
3.6 Πρόγραμμα ARGUS-ONE	26
3.7 Princeton Transport Code (PTC).....	27
3.8 Οι βασικές εξισώσεις του μοντέλου PTC	28
3.9 Αλγόριθμος επίλυσης για το PTC	28
3.10 Απαραίτητα δεδομένα εισαγωγής του μοντέλου PTC.....	29

Κεφάλαιο 4: Βελτιστοποίηση υπογείων υδάτων	30
4.1 Βελτιστοποίηση	30
4.2 Μη γραμμικά προβλήματα υπογείων υδάτων	31
4.3 Δομή μη γραμμικού προγραμματισμού	31
4.4 Επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων	32
4.5 Μαθηματικοί ορισμοί του γραμμικού προγραμματισμού	32
4.6 Μεθοδολογία και διαδικασία μοντελοποίησης	33
4.7 Μέθοδος βελτιστοποίησης: Simplex.....	34
4.9 Μετατροπή του γραμμικού προβλήματος στην πρότυπη μορφή.....	35
4.10 Θεωρητικό υπόβαθρο μεθόδου Simplex.....	35
Κεφάλαιο 5 : Μεθοδολογία επίλυσης προβλήματος	37
5.1 Παρουσίαση προβλήματος	37
5.2 Στοιχεία του μοντέλου προσομοίωσης.....	39
5.3 Διαδικασία διαδοχικής Γραμμικοποίησης.....	39
Κεφάλαιο 6: Αποτελέσματα και Συμπεράσματα	91

Εικόνες

<u>Εικόνα 1 : Υδροφορέας (www.nationalgeographic.com)</u>	8
Εικόνα 2 υδρολογικός κύκλος (www.rbpaonline.com).....	9
Εικόνα 3 φαινόμενο υφαλμύρισης [13]	11
Εικόνα 4 Χάρτης Αγυιάς (googlemaps)	12
Εικόνα 5 Τεχνητή Λίμνη Αγυιάς (www.cretanbeaches.com)	13
Εικόνα 6 Πηγές Αγυιάς (http://www.haniotika-nea.gr).....	13
Εικόνα 7 Τρισδιάστατο (3D) τοπογραφικό ανάγλυφο λεκάνης απορροής Κερίτη – Θερίσου[5].	14
Εικόνα 8 Γεωλογικοί σχηματισμοί περιοχής λεκάνης απορροής Κερίτη – Θερίσου[5].....	16
Εικόνα 9 Γεωλογικά ρήγματα και οι πηγές εκφόρτισης λεκάνης Κερίτη- Θερίσου[5]	16
Εικόνα 10 Μέση μέγιστη και μέση ελάχιστη θερμοκρασία για τους μετεωρολογικούς σταθμούς στον Αλικιανό και στο Ψ. Πηγάδι.[6]	17
Εικόνα 11 Μεταβολή της βροχόπτωσης κατά την χρονική περίοδο 1974 - 2014 (40 έτη)[6].18	
Εικόνα 12 Πολλαπλά επίπεδα επεξεργασίας στο ARGUSONE [20]	27
Εικόνα 13 Σχηματική αναπαράσταση των οριζόντιων δικτύων πεπερασμένων στοιχείων, τοποθετημένων το ένα πάνω στο άλλο, παράγοντας τον διαχωρισμό τριών διαστάσεων [20].	29
Εικόνα 14 φωτογραφία από το μοντέλο. Με έντονο περίγραμμα συμβολίζονται τα πηγάδια παρατήρησης.	37
Εικόνα 15 Φωτογραφία από το μοντέλο. Με περίγραμμα φαίνονται οι γεωτρήσεις άνλησης.	38

Περίληψη

Η παρούσα μελέτη έχει στόχο την εύρεση των βέλτιστων παροχών άντλησης των γεωτρήσεων της περιοχής της Αγυιάς του νομού Χανίων.

Η εργασία βασίζεται σε μοντέλο προσομοίωσης, το οποίο έχει κατασκευαστεί με χρήση του προγράμματος PTC, για την συγκεκριμένη περιοχή. Για τις ανάγκες της μελέτης ορίζονται δέκα πηγάδια παρατήρησης και τρεις επιπρόσθετες γεωτρήσεις άντλησης στο προαναφερόμενο μοντέλο.

Αναζητούνται οι βέλτιστες παροχές άντλησης, οι οποίες καλύπτουν τις ανάγκες της περιοχής, για τρία σενάρια διαφορετικού ελάχιστου υδραυλικού ύψους του εξεταζόμενου υδροφορέα, ένα εκ των οποίων προσομοιάζει την υπάρχουσα κατάσταση του.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με χρήση της μεθόδου Simplex, καθώς τα αποτελέσματα των υδραυλικών υψών των πηγαδίων παρατήρησης του μοντέλου προσομοίωσης μειώνονται μη γραμμικά σε συνάρτηση με την παροχή άντλησης. Για τον λόγο αυτόν απαιτείται η διαδοχική εφαρμογή της μεθόδου Simplex ώστε να πραγματοποιηθεί σταδιακή γραμμικοποίηση. Δημιουργείται και εκφράζεται αλγόριθμος από την σύγκληση του οποίου τελικά προκύπτει η βέλτιστη λύση για καθένα από τα τρία εξεταζόμενα σενάρια.

Τελικά συγκρίνονται τα αποτελέσματα των τριών σεναρίων με την υπάρχουσα κατάσταση του υδροφορέα της περιοχής της Αγυιάς και εξετάζεται κατά πόσο μπορεί αν αυξηθεί η συνολική παροχή άντλησης χωρίς να επέλθει πτώση του υδροφορέα μεγαλύτερη από το ύψος το οποίο ορίζεται σε κάθε σενάριο.

Abstract

The present study aims to find the optimal pumping rates of the Agia area wells, in the district of Chania. The study is based on a simulation model, which is designed via the PTC software. Ten observation wells and three additional pumping wells were considered to the above-mentioned model. The optimal pumping rates which cover the region's needs were examined according to three scenarios of different minimum hydraulic heads of the aquifer, one of which is similar to the existing situation. The optimization is accomplished by using the Simplex method, as the results of the simulation model for the hydraulic heads at the observation wells decrease non-linearly in relation to the flow rate. Due to this decrease of groundwater level, the consecutive application of Simplex method is required, so that the gradual linearization can be achieved. An algorithm is created and, by its convergence, the optimal solution for each scenario separately is developed. Finally, the results of the three scenarios are compared to the data of Agia's present aquifer state. Also, the possibility of increasing the total pumping rate without the decline of the aquifer level being greater than the level determined in each scenario, is examined.

Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή

1.1 Τα υπόγεια ύδατα και η σημασία τους

Οι απαιτήσεις για πόσιμο νερό αυξάνονται ανάλογα με την αύξηση του παγκόσμιου πληθυσμού και, παρόλο που το νερό στον πλανήτη είναι άφθονο, γλυκό είναι μόνο το 2.5% των παγκόσμιων πηγών[3]. Περισσότερο από το 95% των γλυκών υδάτων του πλανήτη, εκτός των παγετώνων και των εκτάσεων πολικών πάγων, βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Πάνω από το 50% αυτής της ποσότητας είναι αποθηκευμένη σε πολύ βαθιά ύδατα με αποτέλεσμα να είναι μη εκμεταλλεύσιμη, λόγω της μεγάλης περιεκτικότητας σε άλατα και της υπερβολικά δαπανηρής διαδικασίας απόληψης[1].

Παραδοσιακά, τα υπόγεια ύδατα αποτελούν μια σημαντική πηγή πόσιμου νερού η οποία είναι άμεσα διαθέσιμη σε πολλές περιοχές και απαιτεί λίγη ή και καθόλου επεξεργασία[3]. Τα υπόγεια ύδατα τροφοδοτούν συστήματα υδροδότησης, τα οποία χρησιμοποιούν τρεις στους τέσσερις πολίτες της ΕΕ[1] και ένας στους δύο στις Ηνωμένες Πολιτείες[3]. Μερικές χώρες και ορισμένες πολιτείες των ΗΠΑ μάλιστα εξυπηρετούν τις ανάγκες τους για πόσιμο νερό σχεδόν εξ ολοκλήρου από αυτά[1].

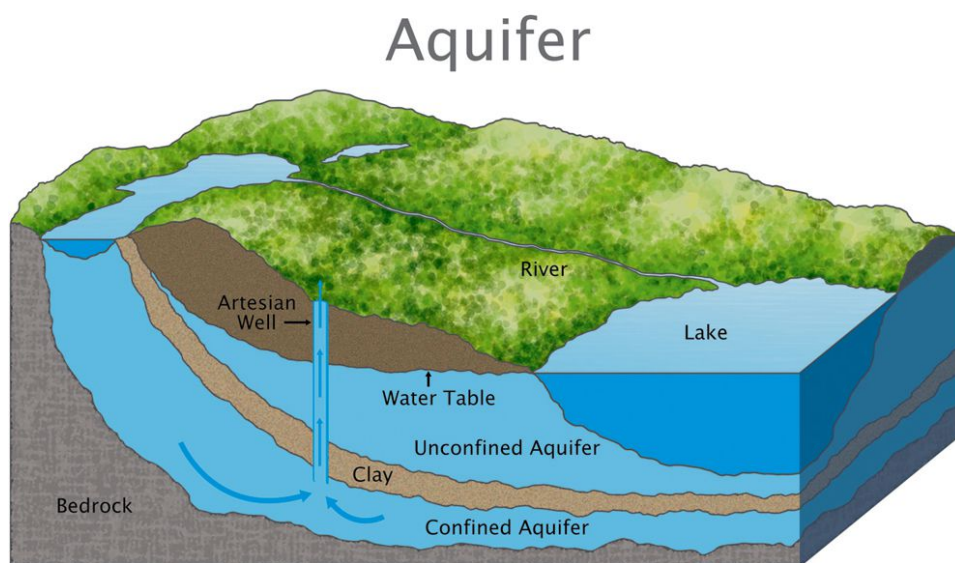
Κάποια από τα πλεονεκτήματα της χρήσης υπόγειων νερών είναι πως δεν απαιτείται η κατασκευή ταμιευτήρων, καθώς οι υδροφορείς συμπεριφέρονται ως ταμιευτήρες υπερετήσιας εξίσωσης[2]. Μέσω της εκμετάλλευσης των επιτόπιων διαθέσιμων υπόγειων υπογείων υδάτων συνεπάγεται η μείωση ανάγκης μεταφοράς τους σε μακρινές αποστάσεις γεγονός το οποίο συμβάλλει στη δραστική μείωση του κόστους και άρα της τελικής τιμής καταναλωτή. Λειτουργούν ακόμα σαν ρυθμιστές των τυχαιών κλιματικών διακυμάνσεων σε περιόδους ξηρασίας ή ως βραχυπρόθεσμα αποθέματα. Τέλος,, κατά κανόνα η ποιότητα τους είναι ανώτερη από αυτήν των επιφανειακών.

Ένα βασικό μειονέκτημα που υπάρχει κατά την εκμετάλλευση των υπογείων υδάτων είναι ότι συχνά η άντληση πρέπει να γίνεται από πολύ μεγάλα βάθη με συνέπεια την σημαντική ενεργειακή και άρα οικονομική επιβάρυνση.

Κατά την μελέτη των υπόγειων υδατικών σχηματισμών αντιμετωπίζονται κάποιες δυσκολίες λόγω της έντονης χωρικής μεταβλητότητας και ανισοτροπίας των χαρακτηριστικών των υδροφορέων. Ακόμα υπάρχει δυσχέρεια στον ακριβή προσδιορισμό της γεωμετρίας και των χαρακτηριστικών των υδροφόρων οριζόντων. Τέλος, η ανάπτυξη των υπόγειων ροών γίνεται σε δύο ή ακόμα και σε τρεις διαστάσεις σε αντίθεση με την μονοδιάστατη εικόνα των επιφανειακών ροών [14].

1.2 Υδροφόρος ορίζοντας

Ο υδροφορέας ορίζεται ως μια γεωλογική μονάδα η οποία μπορεί να αποθηκεύσει μια αξιόλογη ποσότητα νερού και να τη μεταφέρει με υδρολογικά σημαντικό ρυθμό. Πρόκειται για έναν υπεδάφιο σχηματισμό ο οποίος περιέχει σημαντικές ποσότητες διαπερατών υλικών κορεσμένων με νερό, συνήθως αποτελείται από χαλίκι, άμμο, ψαμμίτη ή σπασμένα πετρώματα όπως ασβεστόλιθο. Οι περισσότεροι υδροφορείς έχουν μεγάλη έκταση και ταξινομούνται σε ελεύθερους και περιορισμένους, με βάση τη θέση του υδροφόρου ορίζοντα. Ο περιορισμένος υδροφορέας περιέχει νερό υπό πίεση μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής και καλύπτεται στην άνω και κάτω επιφάνειά του από ένα περιοριστικό στρώμα, το οποίο καθυστερεί την κίνηση του νερού. Στον ελεύθερο υδροφορέα, ο υδροφόρος ορίζοντας ταυτίζεται με το ανώτερο όριο του υδροφορέα.

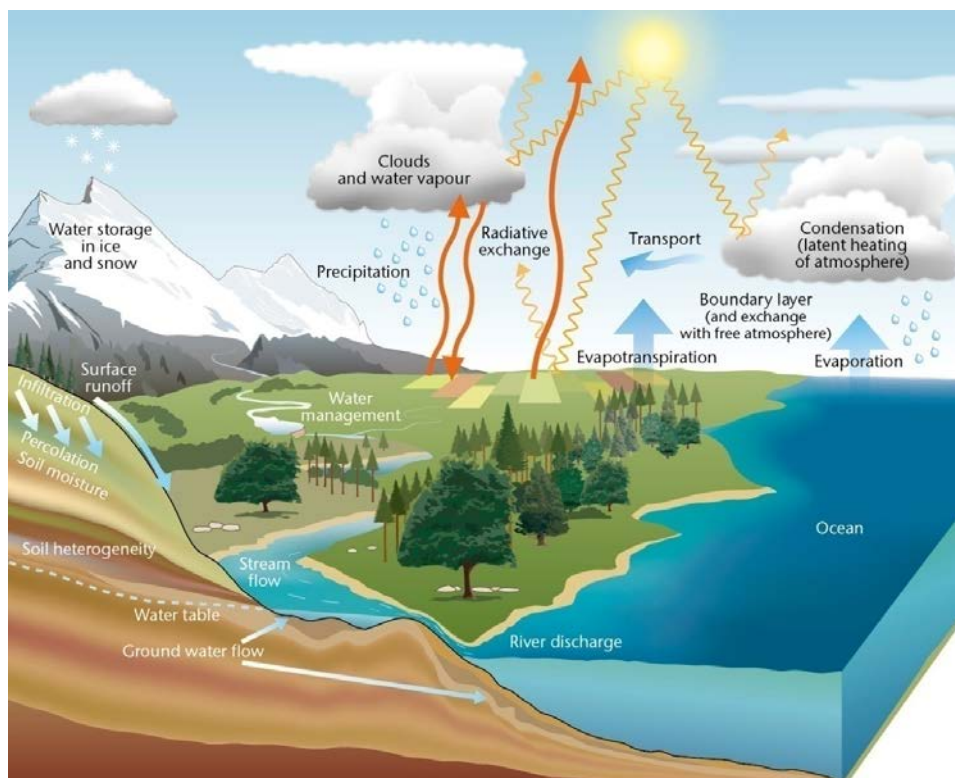


Εικόνα 1. Υδροφορέας (www.natinalgeographic.com)

1.3 Υδρολογικός κύκλος

Τα υπόγεια ύδατα αποτελούν σημαντικό μέρος του ατέρμονου υδρολογικού κύκλου, καθώς το νερό εξατμίζεται σχηματίζει σύννεφα και επιστρέφει στη γη ως βροχόπτωση.

Τα επιφανειακά ύδατα εξατμίζονται από την ενέργεια του ήλιου. Οι υδρατμοί στη συνέχεια σχηματίζουν σύννεφα στον ουρανό. Ανάλογα με τη θερμοκρασία και τις καιρικές συνθήκες, οι υδρατμοί συμπυκνώνονται και πέφτουν στη γη ως διαφορετικοί τύποι κατακρημνίσεων (βροχή, χιόνι, χαλάζι). Ορισμένες βροχοπτώσεις μετακινούνται από υψηλές περιοχές σε χαμηλές περιοχές στην επιφάνεια της γης και σε επιφανειακά υδάτινα σώματα. Αυτό είναι γνωστό ως επιφανειακή απορροή. Άλλες βροχοπτώσεις πέφτουν στο έδαφος και αποθηκεύονται ως υπόγεια ύδατα[15].



Εικόνα 2. Ο υδρολογικός κύκλος (www.rbpaonline.com)

1.4 Διαχείριση υπογείων υδάτων

Τα υπόγεια ύδατα σαν υδατικός πόρος παίζουν σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη και την αειφορική ή βιώσιμη ύπαρξη των οικοσυστημάτων. Επίσης παίζουν σημαντικό ρόλο στην αγροτική, βιομηχανική και οικιστική ανάπτυξη.

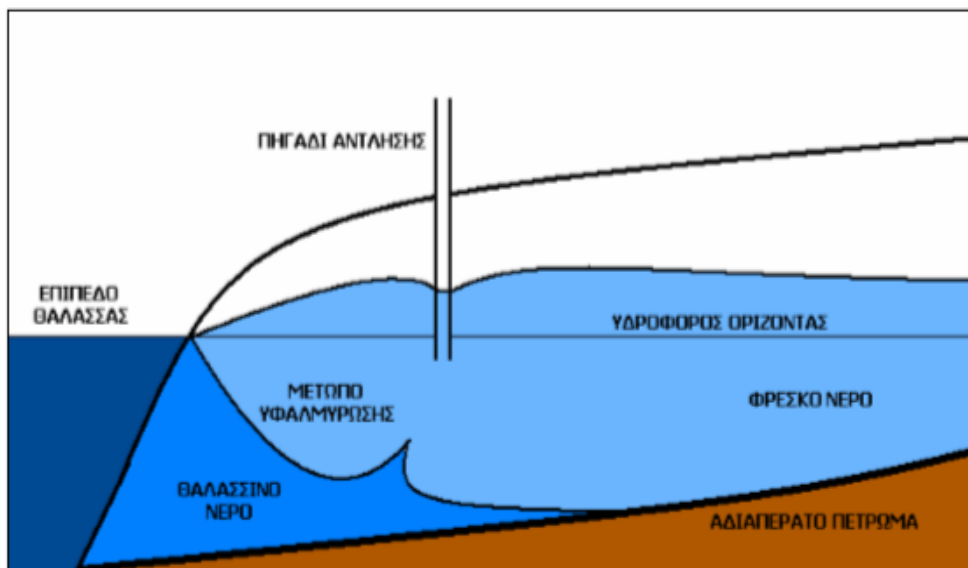
Η σωστή διαχείριση των υπόγειων υδάτων βασίζεται στην πλήρη κατανόηση των χαρακτηριστικών των υπογείων υδάτων, καθώς και στην κλίμακα του υπό μελέτη συστήματος, είτε πρόκειται για τοπικά συστήματα (μερικά τετραγωνικά χιλιόμετρα), είτε για περιφερικά (εκατοντάδες τετραγωνικά χιλιόμετρα). Είναι βασικό λοιπόν πριν γίνει οποιαδήποτε ενέργεια διαχείρισης να γίνεται συλλογή και ερμηνεία πληροφοριών και δεδομένων της περιοχής [21].

Οι σημαντικότερες κατηγορίες διαχείρισης υπογείων υδάτων στον Ελλαδικό χώρο είναι:

1. Ποιοτική διαχείριση
2. Ποσοτική διαχείριση
3. Διαχείριση με φαινόμενο υφαλμύρισης

1.5 Επιπτώσεις της εκμετάλλευσης των υπογείων υδάτων

Η κακή διαχείρισή των υπογείων υδάτων είναι δυνατό να οδηγήσει σε μη αναστρέψιμα αποτελέσματα για αυτόν τον λόγο πρέπει να αποφεύγεται η υπεράντληση τους. Η άντληση του υπόγειου νερού σε νησιωτικές και παράκτιες περιοχές μετακινεί την διεπιφάνεια που σχηματίζεται ανάμεσα στο υπόγειο γλυκό νερό και το θαλασσινό νερό. Το αλμυρό νερό προωθείται προς την ξηρά και στην συνέχεια αντλείται ποιοτικά υποβαθμισμένο νερό ή ακόμα και το ίδιο το αλμυρό. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται υφαλμύριση και η επαναφορά του περιβάλλοντος στην αρχική κατάσταση μπορεί να διαρκέσει πάρα πολλά χρόνια. Ανάλογα φαινόμενα παρατηρούνται σε υδροφορείς οι οποίοι γειτνιάζουν με άλλους χαμηλότερης ποιότητας ή μολυσμένους. Ένα άλλο πρόβλημα το οποίο μπορεί να δημιουργηθεί σε έναν υδροφόρο ορίζοντα είναι η ταπείνωση της στάθμης των φρεατίων και η αφαίρεση μεγάλης ποσότητας νερού από περιορισμένους υδροφορείς μπορεί να προκαλέσει καθιζήσεις [14].



Εικόνα 3. Το φαινόμενο υφαλμύρισης [13]

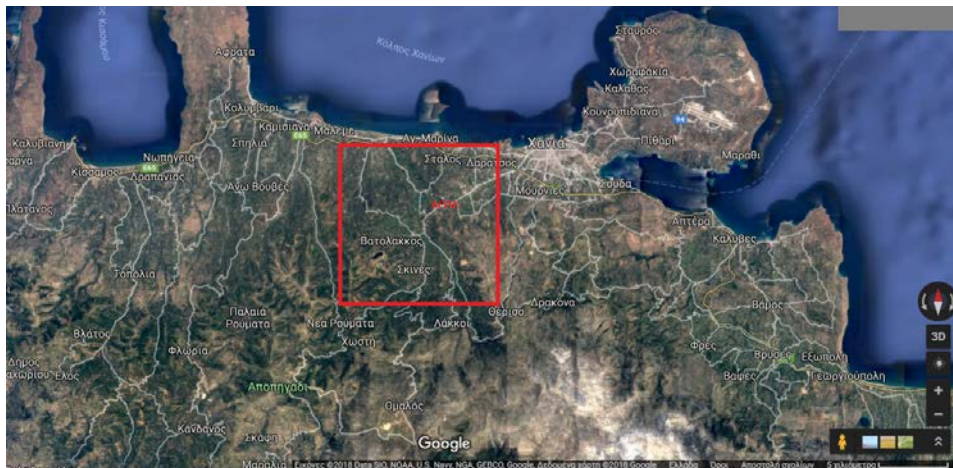
1.6 Σκοπός της παρούσας εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η εύρεση των βέλτιστων παροχών άντλησης των γεωτρήσεων της περιοχής Αγυιάς του νομού Χανίων. Η μελέτη έγινε με χρήση μοντέλου προσομοίωσης υπόγειας ροής και οι βέλτιστες παροχές αντλήσεις υπολογίστηκαν με χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης και συγκεκριμένα με την μέθοδο Simplex. Θεωρήθηκαν τρεις γεωτρήσεις, επιπλέον των υπαρχόντων, και εξετάστηκαν τρία σενάρια για τρία διαφορετικά υδραυλικά ύψη αναφοράς του υδροφόρου ορίζοντα. Στα σενάρια μελετήθηκε: 1) μια περίπτωση στην οποία το ελάχιστο υδραυλικό ύψος του υδροφορέα ήταν ίσο με εκείνο της υπάρχουσας κατάσταση της περιοχής και 2) δύο περιπτώσεις στις οποίες ο υδροφορέας μπορεί να έχει υδραυλικό ύψος χαμηλότερο από το υπάρχον με στόχο να βρεθούν οι μέγιστες δυνατές παροχές άντλησης.

Κεφάλαιο 2 : Περιοχή Μελέτης

2.1 Γενικά

Η Αγυιά είναι χωριό και έδρα ομώνυμης τοπικής κοινότητας, του Δήμου Χανίων, της Περιφερειακής ενότητας Χανίων, στην περιφέρεια Κρήτης. Το όνομα του χωριού προέρχεται πιθανότατα από την αραβική λέξη *αγα* «νερό», εξαιτίας του πλούτου, του οποίου διαθέτει η περιοχή σε πηγαία ύδατα. Η Αγυιά βρίσκεται στο ΒΚ. τμήμα του νομού και έχει έκταση περίπου 7,784 km², έχει χαρακτηριστεί ως αγροτικός πεδινός οικισμός με μέσο σταθμικό υψόμετρο 51 μ. Απέχει από τα Χανιά 10 χλμ. περίπου, προς τα ΝΔ. Η κοινότητα της Αγυιάς σύμφωνα με την τελευταία απογραφή, η οποία έγινε το 2011, έχει μόνιμο πληθυσμό 590 άτομα και το χωριό 426



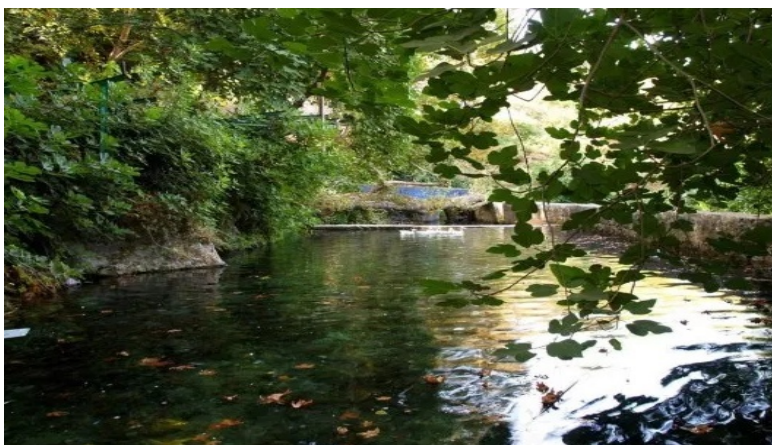
Εικόνα 4. Χάρτης Αγυιάς (googlemaps)

Στην περιοχή έχει κατασκευαστεί μια τεχνητή λίμνη έκτασης 450 στρεμμάτων, η οποία επικοινωνεί νότια με την κοιλάδα του *Φασά*. Επρόκειτο για έναν βάλτο τον οποίο η ΔΕΗ μετέτρεψε σε τεχνητή λίμνη για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, πλέον το εργοστάσιο δεν βρίσκεται σε λειτουργία. Η λίμνη αποτελεί ζώνη NATURA 2000, καθώς φιλοξενεί ίσως την μεγαλύτερη ποικιλία υδροχαρών φυτών στην Κρήτη, αλλά και πολύ σημαντικά είδη πανίδας, όπως σπάνια είδη φτέρης και βατράχων. Επίσης, στην λίμνη βρίσκουν καταφύγιο πολλά αποδημητικά και μη πουλιά.



Εικόνα 5. Τεχνητή Λίμνη Αγκυιάς (www.cretanbeaches.com)

Οι πηγές της Αγκυιάς (Πλάτανος, Κολύμπα και Καλαμιώνας) δίνουν συνολικά 6000 m³ νερού, εξαιρετικής ποιότητας ανά ώρα σε μία κακή χρονιά χωρίς ιδιαίτερη διακύμανση ανάμεσα στο καλοκαίρι και χειμώνα γεγονός που δείχνει ότι η περιοχή διαθέτει με έναν πολύ πλούσιο υδροφόρο ορίζοντα. Στην περιοχή υπάρχει ένα ρήγμα με γενική διεύθυνση παράταξης ΑΒΑ-ΔΝΔ και εντοπίζεται λίγο βορειότερα από τις πηγές της Αγκυιάς και φέρνει σε επαφή τους λατυποπαγείς ασβεστόλιθους του Τρυπαλίου με τους αδιαπέραστους φυλλίτες[19]. Το ρήγμα αυτό έχει τεράστια υδρογεωλογική σημασία, καθώς εξαιτίας της λιθολογίας και του κατακλαστικού του υλικού του δημιουργεί εάν αδιαπέραστο σχηματισμό και λειτουργεί ως υπόγειο διάφραγμα στην κίνηση των υπογείων[16]. Η ύπαρξη αυτού του σχηματισμού έχει σαν αποτέλεσμα την ανάβλυση των πηγών λόγω αδυναμίας διέλευσης των υπόγειων νερών διαμέσου του ρήγματος[17][18], παράλληλα εξασφαλίζει ότι οι πηγές προστατεύονται από υφαλμύριση[16].



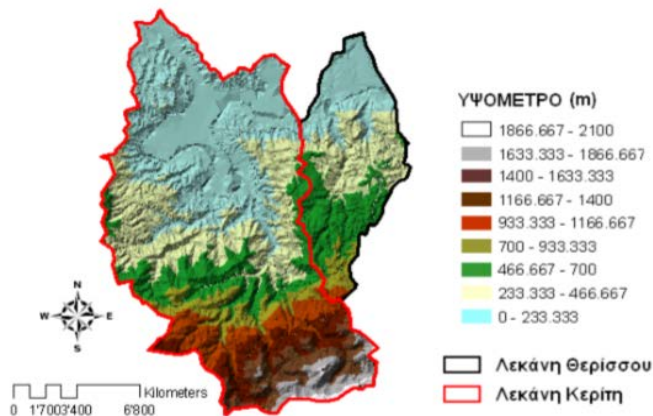
Εικόνα 6. Οι Πηγές Αγκυιάς (<http://www.haniotika-nea.gr>)

2.2 Λεκάνη Απορροής περιοχής

Η Αγυιά ανήκει στην λεκάνη του Θερίσου, η οποία λόγω της πολύ μικρής της έκτασης μελετάται ως τμήμα της υδρολογικής λεκάνης του ποταμού Κερίτη, για αυτόν τον λόγο θεωρείται μια ενιαία λεκάνη Κερίτη–Θερίσου. Η λεκάνη απορροής Θερίσου βρίσκεται σε μέση απόσταση 3 km από την πόλη των Χανίων και η έκτασή της υπολογίστηκε σε 54,69 km². Κύριος ποταμός της λεκάνης είναι ο Κλαδισσός, ο οποίος πηγάζει από τον ορεινό όγκο των Λευκών Ορέων και εκβάλλει στον κόλπο Χανίων. Ανατολικά του Κλαδισσού ποταμού υπάρχει ο χείμαρρος Μορώνης ο οποίος συλλέγει τα επιφανειακά νερά του Κάμπου Χανίων και εκβάλλει στον κόλπο της Σούδας (οικισμός Βλητέ). Η λεκάνη απορροής έχει διεύθυνση τον άξονα Βορρά – Νότου και ανήκει στους Δήμους Χανίων, Ελ. Βενιζέλου, Κεραμίων και Θερίσου. Περιλαμβάνει τις κοινότητες Μουρνιών, Περιβολιών, Θερίσου, Παναγιάς και Βαμβακόπουλο [4].

2.3 Τοπογραφικό ανάγλυφο περιοχής

Το τοπογραφικό ανάγλυφο ποικίλει σε όλη την έκταση τόσο της λεκάνης του Κερίτη όσο και του Θερίσου. Στην ευρύτερη περιοχή της λεκάνης απορροής του ποταμού Κερίτη, το μέγιστο υψόμετρο κυμαίνεται γύρω στα 2100 m στο νότιο τμήμα της, στα Λευκά Όρη και ελάχιστο στο βόρειο τμήμα της (0 m). Για τη λεκάνη απορροής του Θερίσου το μέγιστο υψόμετρο της φτάνει τα 1260 m και συναντάται στο νότιο τμήμα της, ενώ το ελάχιστο συναντάται στο βόρειο, όπου και εκβάλλει ο Κλαδισσός ποταμός, στα δυτικά της πόλης των Χανίων[4].



Εικόνα 7. Τρισδιάστατο (3D) τοπογραφικό ανάγλυφο λεκάνης απορροής Κερίτη – Θερίσου[5].

2.4 Γεωλογικές συνθήκες περιοχής

Γεωλογικά, στη λεκάνη Κερίτη - Θερίσου απαντώνται τέσσερις κύριοι γεωλογικοί σχηματισμοί όπως παρουσιάζονται στην (Εικόνα 6):

Α. Ανθρακικά πετρώματα: Καταλαμβάνουν το ΝΑ τμήμα της, και επεκτείνονται πολύ νοτιότερα, και πέραν των ορίων της εν λόγω υδρολογικής λεκάνης, έως τον κύριο ασβεστολιθικό όγκο των Λευκών Ορέων. Επίσης μικρή επιφανειακή εμφάνιση του καρστικού συστήματος βρίσκεται δυτικά του οικισμού «Κουφός» το οποίο τροφοδοτεί τις πηγές υπερχείλισης Κουφού (τοποθεσία Βλυχάδες). Αποτελούνται από ασβεστολιθικά και δολομιτικά πετρώματα και μπορούν να καταταχθούν γενικότερα σε καρστικούς σχηματισμούς. Χαρακτηρίζονται γενικά από υψηλή υδροπερατότητα λόγω των καρστικών διεργασιών που λαμβάνουν χώρα και η δομή τους ευνοεί τη δημιουργία σημαντικών υπόγειων υδροφορέων.

Β. Φυλλίτες -Χαλαζίτες: Απαντώνται στο κεντρικό-δυτικό τμήμα της λεκάνης και εμφανίζονται σε μικρότερη έκταση και στο βόρειο τμήμα της. Είναι γενικά μη υδατοπερατοί σχηματισμοί και αποτελούν συνήθως όρια των υπογείων υδάτων.

Γ. Νεογενείς σχηματισμοί: Στη λεκάνη του Κερίτη αναπτύσσονται νεογενείς σχηματισμοί στο βόρειο παραλιακό τμήμα της λεκάνης (μαργαϊκοί ασβεστόλιθοι, μάργες, γύψοι κ.ά.) οι οποίοι έχουν κυμαινόμενη υδροπερατότητα, αλλά γενικά στη περιοχή σχηματίζουν ασθενή υδροφορία.

Δ. Τεταρτογενείς σχηματισμοί: Είναι οι νεότερες αποθέσεις και αποτελούνται από αδρομερή εν γένει υλικά, καθώς και αργίλους, άμμους και καταλαμβάνουν ένα σημαντικό τμήμα της λεκάνης στην περιοχή Αγυιάς, Αλικιανού, Βατόλακκου, Σκηνέ, Κουφού, με σημαντικό πάχος και αξιόλογη υδροφορία. Η υδροφορία αυτών των σχηματισμών είναι αξιόλογη και τροφοδοτείται πλευρικά από το καρστικό σύστημα και επιφανειακά από τις ατμοσφαιρικές κατακρημνίσεις (π.χ. βροχή, χιόνι) και τα υδατορεύματα[5].



Εικόνα 8 . Γεωλογικοί σχηματισμοί περιοχής λεκάνης απορροής Κερίτη – Θερίσσου[5].

Τεκτονική

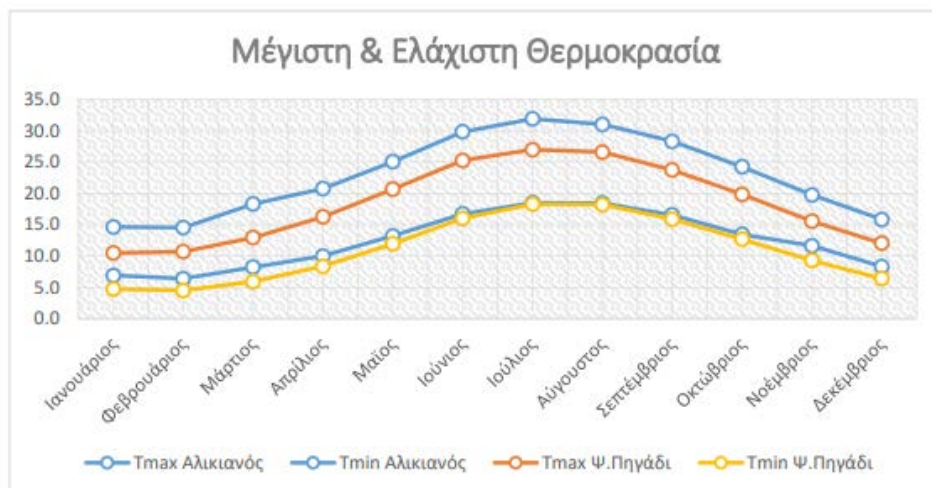
Η λεκάνη Κερίτη-Θερίσσου χαρακτηρίζεται από έντονο τεκτονισμό με παρουσία ρηγμάτων με κύριες διευθύνσεις ΒΑ-ΝΔ, ΒΔ-ΝΑ και περίπου Α-Δ. Γενικά ο ρόλος των ρηγμάτων είναι να διευκολύνουν την υπόγεια ροή. Σε κάποιες περιπτώσεις είναι δυνατόν να αποτελούν όριο της υπόγειας ροής. Στην περιοχή μελέτης τα ρήγματα με διεύθυνση Α-Δ (Εικόνα 7) δημιουργούν τεκτονικές επαφές των υδατοπερατών σχηματισμών (ασβεστόλιθοι) με αδιαπέρατους σχηματισμούς (φυλλίτες, χαλαζίτες) δημιουργώντας έτσι μεγάλες καρστικές πηγές (π.χ. Αγυιά)[5].



Εικόνα 9. Γεωλογικά ρήγματα και οι πηγές εκφόρτισης Λεκάνης Κερίτη- Θερίσσου[5].

2.5 Κλίμα περιοχής

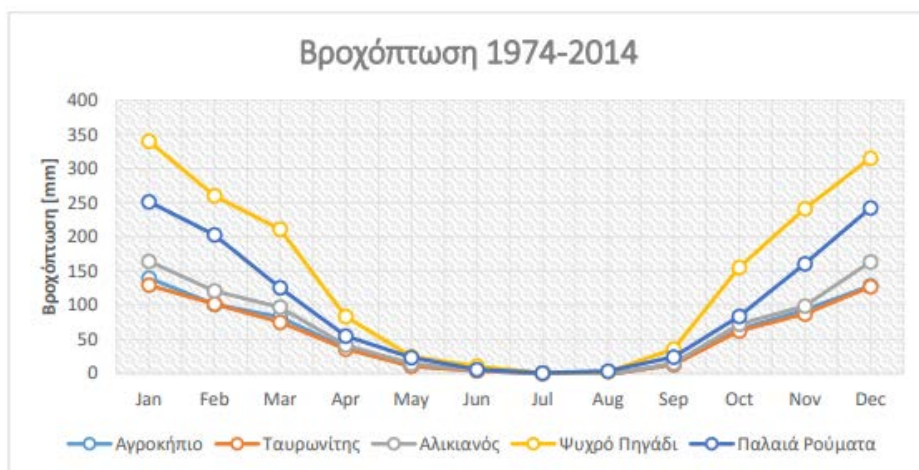
Το κλίμα της Κρήτης είναι εύκρατο και για πολλούς το ηπιότερο της Ευρώπης. Ανήκει σε δύο κλιματολογικές ζώνες, τη Μεσογειακή και τη Βόρεια Αφρικανική. Πιο συγκεκριμένα στην λεκάνη Κερίτη - Θερίσου το κλίμα είναι Μεσογειακό, χαρακτηρίζεται δηλαδή από ήπιους και υγρούς χειμώνες και από ξηρά και θερμά καλοκαίρια. Το κλίμα αποκτά εντονότερα χαρακτηριστικά στις ορεινές περιοχές και χαρακτηρίζεται από δριμείς χειμώνες με έντονες βροχοπτώσεις. Ο χειμώνας ξεκινάει στα μέσα του Νοεμβρίου και διαρκεί μέχρι το Μάρτιο με συχνές βροχοπτώσεις. Μικρή διάρκεια έχει η άνοιξη, η οποία αρχίζει από τον Απρίλιο έως αρχές Μαΐου και παρουσιάζει λίγες και μικρής έντασης βροχοπτώσεις. Το καλοκαίρι διαρκεί από τα μέσα Μαΐου έως τα τέλη Σεπτεμβρίου. Οι βροχές την θερινή περίοδο είναι σπάνιες. Οι χιονοπτώσεις είναι πολύ αραιές και δεν δημιουργούν πρόβλημα στα χαμηλά υψόμετρα. Το χαλάζι είναι επίσης σπάνιο φαινόμενο στα χαμηλά υψόμετρα και δεν προκαλεί ζημιές. Ελάχιστες είναι οι φορές που η θερμοκρασία έχει πέσει κάτω από το μηδέν, με εξαίρεση τα υψηλότερα υψόμετρα. Στην περιοχή επικρατούν δυτικοί και βορειοδυτικοί άνεμοι μέσης έντασης[6].



Εικόνα 10. Μέση μέγιστη και μέση ελάχιστη θερμοκρασία για τους μετεωρολογικούς σταθμούς Αλκιανού και Ψυχρού Πηγαδιού [6].

2.6 Βροχόπτωση Περιχής

Η μέση ετήσια βροχόπτωση στην Κρήτη παρουσιάζει αύξηση από τα ανατολικά προς τα δυτικά και από νότια προς τα βόρεια. Στην Κρήτη οι βροχοπτώσεις δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένες κατά την διάρκεια του έτους διαθέτοντας μια από τις μεγαλύτερες βροχοβαθμίδες στην Ελλάδα. Η μέγιστη μηνιαία βροχόπτωση συναντάται τον Δεκέμβριο ή τον Ιανουάριο και η ελάχιστη τον Ιούλιο και τον Αύγουστο, κατά τους οποίους στην πεδινή Κρήτη συχνά είναι μηδενική. Ο μέσος μηνιαίος αριθμός ημερών βροχής είναι 0,5 για τον Ιούλιο/Αύγουστο και 15,3 ημέρες για τον Δεκέμβριο/Οκτώβριο[6].



Εικόνα 11. Μεταβολή της βροχόπτωσης κατά την χρονική περίοδο 1974 - 2014 (40 έτη)[6].

2.7 Υγρασία στην περιοχή

Σε ολόκληρη τη βόρεια Κρήτη η μέση σχετική ατμοσφαιρική υγρασία είναι μέγιστη τον Δεκέμβριο και ελάχιστη τον Ιούνιο. Μεταξύ των βόρειων σταθμών η μέση ελάχιστη μηνιαία σχετική υγρασία μειώνεται από τα ανατολικά προς τα δυτικά[6].

Μήνες	ΙΑΝ	ΦΕΒ	ΜΑΡ	ΑΠΡ	ΜΑΪ	ΙΟΥΝ	ΙΟΥΛ	ΑΥΓ	ΣΕΠ	ΟΚΤ	ΝΟΕ	ΔΕΚ
Σχετική υγρασία (%)	75	72	70.5	66.5	62	56.5	57	60	65	70.5	72.5	74

Πίνακας 1. Κατανομή σχετικής υγρασίας ανά μήνα για την λεκάνη Κερίτη – Θερίσου [6]

2.8 Άνεμοι στην περιοχή

Στην Κρήτη κατά την διάρκεια του έτους επικρατούν βόρειοι και βορειοδυτικοί άνεμοι. Το 20% των πεδινών σταθμών και το 30% των ορεινών σταθμών στις περιοχές της Ανατολικής Κρήτης καλύπτεται από νηνεμία. Η μέγιστη μηνιαία ένταση ανέμων εμφανίζεται κατά τον Φεβρουάριο και Μάρτιο και είναι της τάξης των 4 m/sec[6].

2.9 Ηλιοφάνεια – Νέφωση- Ομίχλη στην περιοχή

Η Κρήτη χαρακτηρίζεται από ιδιαίτερα υψηλή ηλιοφάνεια καθώς ο μέσος ετήσιος αριθμός ωρών ηλιοφάνειας ανέρχεται σε περίπου 2700 ώρες στο βόρειο τμήμα του νησιού και 3000 στο νότιο. Η μέση τιμή νέφωσης για τον μήνα Ιανουάριο είναι 5/8 και για τον Ιούλιο 1/8. Επιπλέον, ο μέσος αριθμός αίθριων ημερών (νέφωση μεταξύ 0/8 - 1.5/8) είναι τρεις (3) για τον Ιανουάριο και 28 για τον Ιούλιο στις πεδινές περιοχές του νησιού και κατά 30% μικρότερος στις ορεινές. Η ομίχλη, όπως και η πάχνη δεν είναι συνηθή φαινόμενα στην Κρήτη. Ο μέσος αριθμός ημερών ομίχλης είναι μικρότερος από μια (1) ημέρα στους χαμηλούς σταθμούς ενώ, για τους ορεινούς περίπου δεκαπέντε (15)[6].

Μήνες	ΙΑΝ	ΦΕΒ	ΜΑΡ	ΑΠΡ	ΜΑΪ	ΙΟΥΝ	ΙΟΥΛ	ΑΥΓ	ΣΕΠ	ΟΚΤ	ΝΟΕ	ΔΕΚ	ΕΤΟΣ
Ηλιοφάνεια σε ώρες	104	102	161	202	273	320	325	323	258	182	131	105	2485

Πίνακας 2. Κατανομή της ηλιοφάνειας σε ώρες ανά μήνα για την λεκάνη Κερίτη – Θερίσου [6].

2.10 Υπόγεια Ύδατα περιοχής

Στην υδρολογική λεκάνη Κερίτη-Θερίσου το υδρογεωλογικό προφίλ καθορίζεται από τους διάφορους γεωλογικούς σχηματισμούς, την υδρολογική συμπεριφορά αλλά και την τεκτονική τους. Στο βόρειο τμήμα υπάρχει ο ορεινός ανθρακικός όγκος των Λευκών Ορέων, ο οποίος διακόπτεται τεκτονικά από ένα Α-Δ ρήγμα με αποτέλεσμα να δημιουργούνται τρεις πηγές υπερπλήρωσης, Πλάτανος, Κολύμπα και Καλαμιώνας, σε υψόμετρο +40m[5].

Μέση Ετήσια Παροχή 1970-1984	7.855 m ³ /h	Συνολικός Ετήσιος Όγκος	69.000.000 m ³
Μέση Παροχή Εξαμήνου Μαΐου Οκτωβρίου 1970-1984	7.772 m ³ /h	Συνολικός Θερινός Όγκος	33.500.000 m ³

Μέση Παροχή Αυγούστου 1970-1984	6.750 m ³ /h	Συνολικός Όγκος Αυγούστου	4.860.000 m ³
---------------------------------------	-------------------------	------------------------------	--------------------------

Πίνακας 3.Στοιχεία πηγών Αγυιάς (Πλάτανου-Κολύμπας-Καλαμιώνα)[5]

Πέρα από τον συνολικό όγκο νερού των ετήσιων απορροών των πηγών στην περιοχή της Αγυιάς, υπάρχει ένα μόνιμο απόθεμα στη λεκάνη τροφοδοσίας των πηγών για το οποίο δεν είναι διαθέσιμα στοιχεία σχετικά με το μέγεθος, την ποσότητα ύδατος και τα υδραυλικά χαρακτηριστικά. Στη λεκάνη τροφοδοσίας των πηγών λειτουργούν: πέντε (5) γεωτρήσεις του ΟΑΔΥΚ στα Μυλωνιανά(ΓΜ1, ΓΜ2, ΓΜ5, ΓΜ7 και ΓΜ8) με συνολική παροχή άντλησης 3100 m³/h, τέσσερις (4) στο Φουρνέ με 500 m³/h, μία (1)του ΤΟΕΒ Βαρυπέτρου με 300 m³/h και πέντε γεωτρήσεις της ΔΕΥΑΧ με 1200 m³/h.

Στο ΝΑ τμήμα των φυλλιτών στο χωριό Μεσκλά και στην τεκτονική επαφή τους με τους ασβεστόλιθους που επεκτείνονται νοτιότερα σε υψόμετρο 210 m, εμφανίζονται οι πηγές των Μεσκλών (Παναγιά-Κεφαλοβρύσια-Νικολιανά) με τροφοδοσία από τους ασβεστόλιθους και απορροή επιφανειακή επί των φυλλιτών του Κερίτη. Τα στοιχεία των πηγών αυτών παρουσιάζονται στον Πίνακα 4[5].

Μέση Ετήσια Παροχή 1970-1984	3.452 m ³ /h	Συνολικός Ετήσιος Όγκος	30.000.000 m ³
Μέση Παροχή Εξαμήνου Μάιου- Οκτωβρίου 1970-1984	1.875m ³ /h	Συνολικός Θερινός Όγκος	8.100.000 m ³
Μέση Παροχή Αυγούστου 1970-1984	1.166m ³ /h	Συνολικός Όγκος Αυγούστου	840.000m ³

Πίνακας 4.Στοιχεία πηγών Μεσκλών [5]

Στα βόρεια των φυλλιτών του κεντρικού τμήματος της λεκάνης απορροής Κερίτη και στα χωριά Σκηνές, Αλικιανός, Φουρνές, Βατόλακκος και Κουφός υπάρχει ένα δευτερεύον υδρογεωλογικό σύστημα τεταρτογενών αποθέσεων με διαφορετική ποιότητα νερού. Σε αυτήν την υδρογεωλογική λεκάνη των τεταρτογενών υπάρχουν γεωτρήσεις, τα στοιχεία των οποίων παρουσιάζονται στον Πίνακα 5[5].

Γεωτρήσεις- Υδρολήψεις	Σύνολο Γεωτρήσεων	Παροχή (m ³ /h)
Τεταρτογενή	19	2.350

Ασβεστόλιθοι		7	1.000
Υδροληψία Μεσκλών	ΤΟΕΒ	2 Πηγές	350
Υδροληψία Φουρνέ	ΤΟΕΒ	1 Πηγή	350
Σύνολο		29	4.050

Πίνακας 5. Στοιχεία γεωτρήσεων περιοχής τεταρτογενών-κάρστ[5]

2.11 Επιφανειακά Ύδατα

Νότια των πηγών των Μεσκλών εντοπίζεται το υδρογραφικό δίκτυο του ποταμού Κερίτη. Λόγω των έντονων καρστικοποιημένων ανθρακικών πετρωμάτων τα οποία επικρατούν στο υπέδαφος της περιοχής, το νερό έναντι των πηγών χάνεται υπόγεια στο καρστικό σύστημα των Λευκών Ορέων. Ο κύριος ποταμός στην λεκάνη απορροής του Θερίσου που πηγάζει από τα Λευκά Όρη είναι ο Κλαδισσός με σημαντικότερο παραπόταμο τον Μορώνη με τον όποιο ενώνεται λίγο πριν τις εκβολές του. Οι δύο ποταμοί χαρακτηρίζονται από χειμαρρώδη μορφή και παρουσιάζουν ροή μόνο σε περίπτωση ακραίων βροχοπτώσεων και κατά τους υγρότερους μήνες του έτους.

Στην περιοχή της Αγυιάς υπάρχει ένας υγρότοπος σε απόσταση 9,3km από την πόλη των Χανίων στον δρόμο προς Ομαλό και Σούγια, 5 km νότια της βόρειας ακτής. Δεν θα μπορούσε να παραλειφθεί και η Λίμνη της Αγυιάς στην οποία έγινε αναλυτικότερη αναφορά σε προηγούμενη παράγραφο[5].

Κεφάλαιο 3: Μαθηματικό Υπόβαθρο μοντέλων υπόγειας ροής

3.1 Μοντέλο υπόγειας ροής

Ένα μοντέλο υπόγειας ροής είναι μια εικονική αναπαράσταση του υπόγειου συστήματος ροής, το οποίο σκοπό έχει να προσομοιώσει αλλά και να προβλέψει τις συνθήκες ενός υδροφορέα. Όσο περισσότερα στοιχεία είναι διαθέσιμα για τις υδρολογικές, γεωμορφολογικές και μετεωρολογικές συνθήκες τόσο πιο ακριβή θα είναι τα αποτελέσματα του μοντέλου. Συχνά τα αποτελέσματα του μοντέλου μπορεί να θεωρηθούν ασαφή και αβέβαια, αυτό μπορεί να συμβαίνει για διάφορους λόγους, όπως ο περιορισμένος αριθμός μετρήσεων πεδίου, οι ανακριβείς γεωλογικές πληροφορίες, τα σφάλματα και η δυσκολία κατά την μέτρηση των δεδομένων. Όμως ένα μοντέλο μπορεί να δημιουργήσει ένα σκελετό για την σύνθεση πληροφοριών για το πεδίο και να ελέγξει πως δουλεύει το σύστημα. Ακόμα μπορεί να προειδοποιήσει τον σχεδιαστή για περιοριστικές παραμέτρους και φαινόμενα, τα οποία ούτε ο ίδιος είχε σκεφτεί. Επιπλέον ένα μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση ή την πρόβλεψη μακροπρόθεσμων επιπτώσεων του νερού και τη μεταφορά-μετακίνηση των ρύπων και να εξετάσει εναλλακτικές λύσεις διαχείρισης των υπόγειων υδάτων. Πρόκειται για μια υψηλού κόστους, από άποψη χρόνου, διαδικασία αλλά είναι ο καλύτερος τρόπος για να προβλέψει κάποιος και να εξετάσει μια προτεινόμενη ενέργεια στην περιοχή μελέτης χωρίς να ξοδέψει πάρα πολλά χρήματα.

3.2 Πρωτόκολλο κατασκευής ενός μοντέλου

Για την κατασκευή ενός μοντέλου πρέπει να ακολουθηθεί ένα συγκεκριμένο πρωτόκολλο. Αρχικά θα πρέπει να εδραιωθεί ο σκοπός του για να γίνει ο σωστός καθορισμός των βασικών εξισώσεων, καθώς και του κώδικα που θα χρησιμοποιηθεί. Στην συνέχεια πρέπει να αναπτυχθεί ένα θεωρητικό μοντέλο του συστήματος, στο οποίο συγκεντρώνονται δεδομένα πεδίου που περιλαμβάνουν πληροφορίες για το ισοζύγιο νερού και δεδομένα που απαιτούνται για την εκχώρηση τιμών στις παραμέτρους του υδροφορέα και στις υδρολογικές πιέσεις. Έπειτα πρέπει να γίνει επιλογή του κώδικα και των βασικών εξισώσεων όπως και η επαλήθευσή τους. Ο σχεδιασμός του μοντέλου περιλαμβάνει τον σχεδιασμό του πλέγματος, την επιλογή των χρονικών περιόδων ελέγχου, τον προσδιορισμό των ορίων, των αρχικών συνθηκών και την προκαταρκτική επιλογή τιμών για τις παραμέτρους του υδροφορέα. Στην συνέχεια πρέπει να γίνει η βαθμονόμηση και να αναλυθεί η ευαισθησία των αποτελεσμάτων του μοντέλου σχετικά με το επίπεδο της αβεβαιότητας. Ακολουθεί η επαλήθευση του μοντέλου, η οποία σκοπό έχει την δημιουργία μεγαλύτερης εμπιστοσύνης με τη χρήση του συνόλου των βαθμονομημένων τιμών παραμέτρων και των πιέσεων για την αναπαραγωγή ενός δεύτερου συνόλου δεδομένων πεδίου. Επόμενο βήμα είναι η πρόβλεψη η οποία ποσοτικοποιεί την αντίδραση του συστήματος σε μελλοντικά γεγονότα. Το μοντέλο λειτουργεί με βαθμονομημένες τιμές για παραμέτρους και τάσεις εκτός από τις

τάσεις που αναμένεται να αλλάξουν στο μέλλον. Εκτιμάται ότι οι μελλοντικές πιέσεις είναι απαραίτητες για την εκτέλεση της προσομοίωσης. Η αβεβαιότητα σε μια προγνωστική προσομοίωση προκύπτει από την αβεβαιότητα στο βαθμονομημένο μοντέλο και την αδυναμία καθορισμού ακριβών τιμών για το μέγεθος και το χρονοδιάγραμμα των μελλοντικών τάσεων. Εν συνεχεία γίνεται ανάλυση ευαισθησίας πρόβλεψης για να ποσοτικοποιηθεί η επίδραση της αβεβαιότητας στις τιμές παραμέτρων στην πρόβλεψη. Έπειτα γίνεται σαφής παρουσίαση του σχεδιασμού και των αποτελεσμάτων του μοντέλου με σκοπό την αποτελεσματική επικοινωνία της προσπάθειας μοντελοποίησης. Μετά την εξέταση και αφού το μοντέλο έχει ολοκληρωθεί αρκετά χρόνια, καινούρια δεδομένα πεδίου συλλέγονται για να φανεί αν οι προβλέψεις ήταν σωστές. Αν το μοντέλο είναι έγκυρο έχουμε και την επαλήθευση του, σε αντίθετη περίπτωση γίνεται επανασχεδιασμός[8].

3.3 Βασικές εξισώσεις

Υπάρχουν δύο θεωρητικές εκδοχές για τα υπόγεια συστήματα, η θεώρηση του υδροφορέα και η θεώρηση ενός συστήματος ροής.

Η θεώρηση υδροφορέα βασίζεται στη λογική των περιορισμένων και ελεύθερων υδροφορέων. Ο υδροφορέας αποτελείται από πορώδες υλικό και διακρίνεται από δυνατότητα αποθήκευσης και μεταφοράς σημαντικών ποσοτήτων ύδατος σε γεωτρήσεις. Όπως έχει αναλυθεί και στην εισαγωγή, ο περιορισμένος υδροφορέας καλύπτεται από ένα περιοριστικό στρώμα πορώδους υλικού ενώ ο ελεύθερος υδροφορέας έχει ως πάνω όριο του τον υδροφόρο ορίζοντα. Αυτή η προσέγγιση εφαρμόζεται με επιτυχία στην περίπτωση ανάλυσης της ροής προς γεωτρήσεις άντλησης και αποτελεί τη βάση για πολλές αναλυτικές λύσεις όπως εκείνες των Thiem, Theis και Jacob. Η ροή του υπόγειου ύδατος θεωρείται οριζόντια μεταξύ των υδροφορέων και κάθετη μεταξύ των περιοριστικών στρωμάτων. Από τη μαθηματική πλευρά, υπολογίζεται μέσω του ολοκληρώματος της διαπερατότητας στην κατακόρυφη διάσταση η μεταβιβασιμότητα, που ισούται με το γινόμενο της διαπερατότητας επί το πάχος της κορεσμένης ζώνης. Η μεταβιβασιμότητα ενός περιορισμένου ομογενούς και σταθερού πάχους υδροφορέα είναι σταθερή ενώ εκείνη ενός ελεύθερου υδροφορέα είναι πάντα μεταβλητή χωρικά αφού το πάχος της κορεσμένης ζώνης εξαρτάται από το υδραυλικό ύψος του υδροφόρου ορίζοντα. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι αν και στις αναλυτικές λύσεις τόσο η διαπερατότητα όσο και η μεταβιβασιμότητα θεωρούνται σταθερές, στην πραγματικότητα είναι χωρικά μεταβλητές αφού οι υδροφορείς οι οποίοι συναντώνται στο πεδίο είναι πάντα ετερογενείς. Με χρήση αυτής της θεώρησης προσομοιώνονται συστήματα δισδιάστατης ροής σε περιορισμένους και ελεύθερους υδροφορείς. Οι περιορισμένοι υδροφορείς με διαρροή μπορούν να προσομοιωθούν με μία ψευδο-τρισδιάστατη προσέγγιση στην οποία η κάθετη ροή μέσα από τα περιοριστικά στρώματα αντιπροσωπεύεται από έναν όρο διαρροής,

που προσθέτει ή αφαιρεί ποσότητα ύδατος από τους υποκείμενους ή υπερκείμενους υδροφορείς του περιορισμένου υδροφορέα με διαρροή. Η ποσότητα της διαρροής εξαρτάται από την υδραυλική κλίση του περιορισμένου υδροφορέα, καθώς και από το πάχος και την κάθετη διαπερατότητα του περιοριστικού στρώματος.

Η γενική μορφή της βασικής εξίσωσης περιορισμένου υδροφορέα με διαρροή είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} - R + L \quad (3.1)$$

$$\text{Όπου } L = -K_z \frac{h_{source} - h}{b}$$

Το h είναι το υδραυλικό ύψος και το T_x και T_y είναι οι συντελεστές της διαπερατότητας. Η τοποθέτηση των T_x και T_y στο πλαίσιο των μερικών μεταβλητών επιτρέπει την χωρική διαφοροποίηση αυτών των παραμέτρων (ανομοιογένεια). Οι δείκτες x και y που εγγράφονται στα T υποδεικνύουν ότι η διαπερατότητα μπορεί να είναι διαφορετική στις δύο αυτές διαστάσεις. Είναι ο συντελεστής αποθηκευτικότητας και είναι ένας εγγενώς θετικός όρος ο οποίος αντιπροσωπεύει την φόρτιση/εμπλουτισμό. Αν υπάρχει ρυθμός ανάληψης $R = -W$. Το L συμβολίζει την διαρροή σε αδιαπέρατο στρώμα και το b το πάχος του στρώματος αυτού. Το h_{source} είναι το υδραυλικό ύψος της πηγής δεξαμενής στην άλλη μεριά του αδιαπέρατου στρώματος.

Η δεύτερη θεώρηση που αναφέρθηκε παραπάνω είναι εκείνη του συστήματος ροής. Στην περίπτωση αυτή έμφαση δίνεται στην ερμηνεία της τρισδιάστατης κατανομής της ροής, της υδραυλικής αγωγιμότητας και των ιδιοτήτων της αποθηκευτικότητας σε κάθε σημείο του συστήματος και όχι στη μελέτη των ίδιων των υδροφορέων και των περιοριστικών στρωμάτων. Η θεώρηση αυτή επιτρέπει τόσο οριζόντιες όσο και κάθετες συνιστώσες ροής στο σύστημα και κατ' επέκταση επιτρέπει την προσομοίωση της ροής είτε σε δύο είτε σε τρεις διαστάσεις.

Η γενική μορφή της βασικής εξίσωσης για την θεώρηση του συστήματος ροής:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - R^* \quad (3.2)$$

Τα K_x , K_y , K_z είναι οι συντελεστές της υδραυλικής αγωγιμότητας για τρεις διαστάσεις. Το R^* είναι ένας εγγενώς θετικός αριθμός και προσδιορίζει την ένταση των εισροών στο σύστημα ανά μονάδα έντασης του υδροφορέα ανά μονάδα χρόνου για να προσομοιαστούν οι εκροές $R^* = -W^*$. Το S_s είναι η ειδική χωρητικότητα [8].

3.4 Προσομοίωσης υπόγειας ροής με χρήση μοντέλων

Όταν απλοποιούνται οι εξισώσεις (3.1) και (3.2) μπορούν να λυθούν αναλυτικά. Η απλοποίηση συνήθως περιλαμβάνει υποθέσεις ομοιογένειας και πεδίου ροής ενός

ή δύο διαστάσεων. Εκτός από τις εφαρμογές και την υδραυλική αναλυτική λύση για τη ροή δεν χρησιμοποιούνται ευρέως πρακτικές εφαρμογές. Οι αριθμητικές μέθοδοι είναι πολύ πιο ευέλικτες και σε συνδυασμό με τη διαδεδομένη διαθεσιμότητα ηλεκτρονικών υπολογιστών είναι ευκολότερες στη χρήση από ορισμένες περίπλοκες αναλυτικές λύσεις. Οι ακόλουθες αριθμητικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση υπογείων υδάτων:

- 1) πεπερασμένες διαφορές
- 2) πεπερασμένα στοιχεία
- 3) οριακά στοιχεία
- 4) αναλυτικά στοιχεία

Οι πεπερασμένες διαφορές και τα πεπερασμένα στοιχεία είναι οι πιο κοινές μέθοδοι για την επίλυση των υπόγειων υδάτων ροής και μεταφοράς μάζας. Ένα πρόγραμμα υπολογιστή λύνει το σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων που προκύπτουν από την προσέγγιση μερικών διαφορικών εξισώσεων (εξισώσεις του συστήματος, οριακές συνθήκες και αρχικές συνθήκες) που περιλαμβάνει το μαθηματικό μοντέλο. Το σετ των αλγεβρικών εξισώσεων που λαμβάνονται με αυτόν τον τρόπο μπορεί να εκφραστεί σε μορφή μήτρας [7].

Η επιλογή μεταξύ μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και πεπερασμένων διαφορών εξαρτάται από το πρόβλημα και από τον χρήστη. Τα μοντέλα πεπερασμένων διαφορών είναι πιο εύκολα από άποψη κατανόησης και προγραμματισμού, καθώς απαιτούνται λιγότερα δεδομένα. Μπορούν να προσεγγίσουν όρια ακανόνιστου σχήματος αλλά για αυτόν τον σκοπό τα πεπερασμένα στοιχεία είναι πιο αποτελεσματικά, καθώς είναι πιο εύκολα να προσαρμοστούν τα όρια και το μέγεθος από ξεχωριστά στοιχεία. Ένα ακόμα σπουδαίο πλεονέκτημα των πεπερασμένων στοιχείων είναι ο καλύτερος χειρισμός εσωτερικών ορίων, των ζωνών σφάλματος και η προσομοίωση σημειακών πηγών, sinks, διαρροές και κινούμενα επίπεδα νερού.

Άλλη μια διαφορά μεταξύ των δύο αυτών μοντέλων είναι ότι τα μοντέλα πεπερασμένων διαφορών υπολογίζουν μια τιμή για την κορυφή του κόμβου, η οποία είναι και η μέση κορυφή για το κελί, το οποίο και περιβάλλει τον κόμβο και δεν γίνεται παραδοχή σχετικά με τη μορφή της μεταβολής της κορυφής από ένα κόμβο στον άλλον. Ενώ τα πεπερασμένα στοιχεία προσδιορίζουν με ακρίβεια την μεταβολή της κορυφής εντός ενός στοιχείου μέσω γραμμικής παρεμβολής. Οι κορυφές είναι υπολογισμένες στους κόμβους για ευκολία αλλά η κάθε κορυφή ορίζεται παντού με την βοήθεια βασικών συναρτήσεων.

3.5 Μαθητικό υπόβαθρο του μοντέλου

Ο νόμος του Darcy για τις 3 διαστάσεις

Γίνεται χρήση του νόμου Darcy, ο οποίος συσχετίζει τον ρυθμό άντλησης και το άμεσα μετρήσιμο υδραυλικό της ύψος. Εάν ο άξονας του συστήματος των συντεταγμένων είναι κάθετος στην διεύθυνση των στρωμάτων και οι άλλοι παράλληλοι τότε για τις τρεις διευθύνσεις ισχύουν οι παρακάτω εξισώσεις [8]:

$$q_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} (3.3)$$

$$q_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} (3.4)$$

$$q_z = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} (3.5)$$

Η γενική μορφή της εξίσωσης Darcy

$$q_x = -K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{xz} \frac{\partial h}{\partial z} (3.6)$$

$$q_y = -K_{yx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{yz} \frac{\partial h}{\partial z} (3.7)$$

$$q_z = -K_{zx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{zy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} (3.8)$$

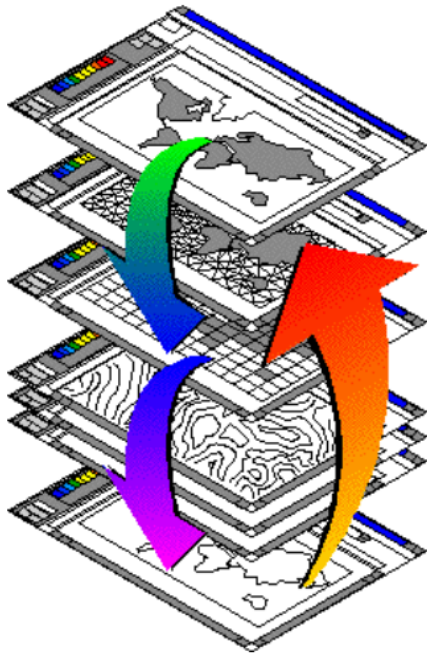
Αν η γεωλογία δεν επιτρέπει την ευθυγράμμιση των κύριων διευθύνσεων της υδραυλικής αγωγιμότητας με ένα ορθογωνικό σύστημα συντεταγμένων, χρησιμοποιείται μια τροποποιημένη μορφή της εξίσωσης του συστήματος. Η υδραυλική αγωγιμότητα είναι ένας τανυστής με εννέα όρους και σε μορφή πίνακα είναι:

$$K = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

3.6 Πρόγραμμα ARGUS-ONE

Για να κατασκευαστεί το μοντέλο PTC χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα ARGUS - ONE. Πρόκειται για ένα πρόγραμμα, το οποίο λειτουργεί με αυτοματοποιημένα εργαλεία μηχανικής απαραίτητα για την μοντελοποίηση. Με την χρήση του είναι δυνατή η δημιουργία πολλών επιπέδων δεδομένων και η επεξεργασία πλέγματος

πεπερασμένων στοιχείων και πλέγματος πεπερασμένων διαφορών, ο καθορισμός και η εφαρμογή των οριακών και αρχικών συνθηκών και ο χειρισμός των παραμέτρων των βρόχων και των πλεγμάτων[9].



Εικόνα 12 Πολλαπλά επίπεδα επεξεργασίας στο ARGUSONE [20]

3.7 Princeton Transport Code (PTC)

Για την προσομοίωση της ροής και της μεταφοράς ρύπων στο υπέδαφος υπάρχουν διάφορα προγράμματα μοντελοποίησης, στην εργασία αυτή επιλέχθηκε το PTC. Πρόκειται για ένα υβριδικό αλγόριθμο για την επίλυση ενός πλήρους τρισδιάστατου συστήματος. Ο υπό μελέτη υδροφορέας είναι διακριτοποιημένος σε περίπου παράλληλες οριζόντιες στρώσεις, μέσα σε κάθε μία από τις οποίες χρησιμοποιείται μια διακριτοποίηση πεπερασμένων στοιχείων, η οποία επιτρέπει την ακριβή αναπαράσταση των ακανόνιστων ορίων. Η κάθετη σύνδεση των στρωμάτων γίνεται με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών. Σε πρώτη φάση, λύνονται όλες οι οριζόντιες εξισώσεις (μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων) ενώ στη δεύτερη φάση λύνονται οι κατακόρυφες εξισώσεις που συνδέουν τα στρώματα (μέθοδος πεπερασμένων διαφορών)[10].

3.8 Οι βασικές εξισώσεις του μοντέλου PTC

Το PTC χρησιμοποιεί το ακόλουθο σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων για να αναπαραστήσει τη ροή υπογείων υδάτων και την μεταφορά ρύπων.

Εξίσωσης υπόγειας ροής

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - S \frac{\partial h}{\partial t} + Q = 0 \quad (3.10)$$

Εξίσωση ταχύτητας

$$V_x = - \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right), V_y = - \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right), V_z = - \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (3.11)$$

Και η εξίσωση μεταφοράς μάζας:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{xz} \frac{\partial c}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{yx} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{yz} \frac{\partial c}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{zx} \frac{\partial c}{\partial x} + \right. \\ & \left. D_{zy} \frac{\partial c}{\partial y} + D_{zz} \frac{\partial c}{\partial z} \right) - \left(V_x \frac{\partial c}{\partial x} + V_y \frac{\partial c}{\partial y} + V_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) + Q(c^w - c) - \theta[1 + E(c)] \left(\frac{\partial c}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Αυτές οι εξισώσεις προέρχονται από την αρχή διατήρησης της μάζας και τον νόμο του Darcy.

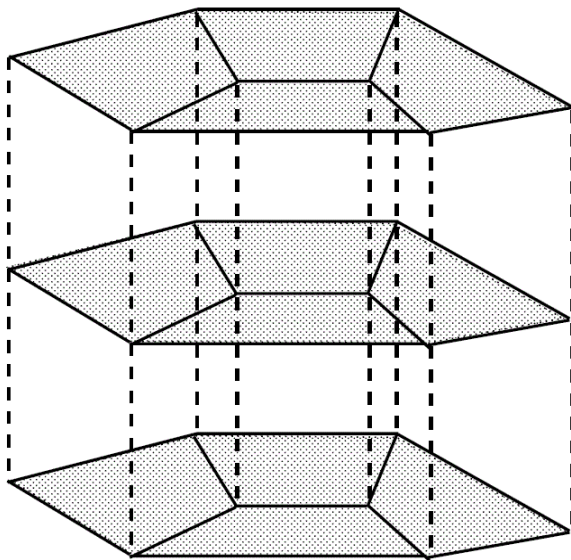
Η λύση των εξισώσεων ακολουθεί την παρακάτω διαδικασία:

- υπολογίζονται τα υδραυλικά ύψη h από την (3.10)
- υπολογίζονται οι ταχύτητες του Darcy V_x, V_y, V_z από την (3.11)
- και λύνεται η (3.12) για την εύρεση της συγκέντρωσης του ρύπου c . [11]

3.9 Αλγόριθμος επίλυσης για το PTC

Η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (3.10) και (3.12) για σύνθετα φυσικά συστήματα γενικά απαιτεί εφαρμογή αριθμητικών μεθόδων. Για συστήματα μεγάλης κλίμακας απαιτείται μεγάλη υπολογιστική προσπάθεια για την αριθμητική επίλυση των τρισδιάστατων εξισώσεων. Το PTC χρησιμοποιεί έναν μοναδικό στο είδος του αλγόριθμο διαχωρισμού για την επίλυση των τρισδιάστατων εξισώσεων, ο οποίος μειώνει σημαντικά το υπολογιστικό βάρος. Ο αλγόριθμος περιλαμβάνει την διακριτοποίηση της περιοχής μελέτης σε προσεγγιστικά παράλληλα επίπεδα (layers). Σε κάθε layer χρησιμοποιούνται πεπερασμένα στοιχεία τα οποία

επιτρέπουν την ακριβή αναπαράσταση του επιπέδου. Τα layers συνδέονται κάθετα με πεπερασμένες διαφορές διακριτοποίησης. Αυτή η υβριδική σύζευξη των πεπερασμένων στοιχείων και των πεπερασμένων διαφορών επιτρέπει την διαδικασία διαχωρισμού. Μέσα σε ένα συγκεκριμένα χρονικό διάστημα όλοι οι υπολογισμοί χωρίζονται σε δύο βήματα. Αρχικά επιλύονται τα πεπερασμένα στοιχεία στα οριζόντια επίπεδα ανεξάρτητα το ένα από το άλλο και στην συνέχεια οι εξισώσεις οι οποίες τα συνδέουν[13].



Εικόνα 13. Σχηματική αναπαράσταση των οριζόντιων δικτύων πεπερασμένων στοιχείων, τοποθετημένων το ένα πάνω στο άλλο, παράγοντας τον διαχωρισμό τριών διαστάσεων [20].

3.10 Απαραίτητα δεδομένα εισαγωγής του μοντέλου PTC

Για να κατασκευαστεί σωστά ένα μοντέλο PTC πρέπει να ακολουθηθούν τα παρακάτω βήματα. Όσο περισσότερα δεδομένα εισαχθούν σε αυτό, τόσο πιο ακριβές θα είναι.

1. Εισαγωγή χαρτών (τοπογραφικών ο οποίος δείχνει τις γεωτρήσεις άντλησης που υπάρχουν στην περιοχή και γεωλογικός που δείχνει την γεωλογία της περιοχής μελέτης)
2. Δημιουργία του αρχείου PTC: γίνεται επιλογή τριγωνικού κανάβου και αριθμός των layers, τα οποία έχει η περιοχή
3. Καθορισμός των παραμέτρων μελέτης της ροής, της άντλησης καθώς και οι χρονικοί παράμετροι ελέγχου.

4. Ψηφιοποίηση περιοχής.
5. Εισαγωγή οριακών συνθηκών
6. Εισαγωγή αρχικών συνθηκών και ψηφιοποίηση ισοϋψών καμπυλών από τον τοπογραφικό χάρτη.
7. Εισαγωγή υδραυλικής αγωγιμότητας στις επιμέρους υδρογεωλογικές ενότητες.
8. Εισαγωγή ψηφιακών πηγαδιών άντλησης. Προσδιορισμός: αριθμού, βάθους, μέγιστης παροχής.
9. Εισαγωγή μετεωρολογικών δεδομένων (βροχοπτώσεις).
10. Δημιουργία κανάβου, ο οποίος διαιρεί την περιοχή σε τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία. Στην κορυφή κάθε τριγώνου υπάρχει ένας κόμβος.
11. “ RUN”.
12. Γραφική απόκριση του μοντέλου. Αναπαράσταση υδραυλικών υψών.

Κεφάλαιο 4: Βελτιστοποίηση υπογείων υδάτων

4.1 Βελτιστοποίηση

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται για τη λήψη αποφάσεων εδώ και πολλά χρόνια. Η εφαρμογή τεχνικών βελτιστοποίησης συναντάται σε τομείς όπως οι επιχειρήσεις, η μηχανική, η φυσική επιστήμη και οι κοινωνικές επιστήμες. Για την επίλυση ενός προβλήματος χρησιμοποιώντας μεθόδους βελτιστοποίησης τα συστατικά του προβλήματος πρέπει να συναρμολογηθούν σε μια μαθηματική δομή. Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης έχει τρία βασικά στοιχεία την αντικειμενική συνάρτηση, τους περιορισμούς και τις μεταβλητές απόφασης.

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται γενικά για την επίλυση προβλημάτων στα οποία οι πολλαπλές λύσεις ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς. Ο στόχος είναι να προσδιοριστεί η λύση που είναι η “καλύτερη” με κάποιο κατάλληλο μέτρο. Το μέτρο λαμβάνει τη μορφή μιας αντικειμενικής συνάρτησης που δηλώνεται με βάση τις μεταβλητές απόφασης. Η συνάρτηση μπορεί να αυξηθεί ή να μειωθεί ανάλογα την εφαρμογή.

Η προσέγγιση της βελτιστοποίησης έχει πολλά πλεονεκτήματα. Σε ένα μηχανικό επίπεδο μπορεί να παρουσιαστεί ως μια αποτελεσματική αυτοματοποιημένη διαδικασία σφάλματος-δοκιμής η οποία βρίσκει όλες τις πιθανές λύσεις ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Σε ορισμένες περιπτώσεις, για μία συγκεκριμένη ομάδα περιορισμών δεν είναι δυνατή η εύρεση λύσης. Αυτή η κατάσταση θα αυτοματοποιηθεί και τελικά θα αναγνωριστεί από τον αλγόριθμο της βελτιστοποίησης.

Η βελτιστοποίηση μπορεί να εφαρμοστεί σε μία τεράστια ποικιλία προβλημάτων, στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί για να επιλυθεί ένα πρόβλημα υπογείων υδάτων.

4.2 Μη γραμμικά προβλήματα υπογείων υδάτων

Στο πεδίο των υπογείων υδάτων οι περισσότερες εφαρμογές προβλημάτων βελτιστοποίησης δεν μπορούν να χαρακτηριστούν γραμμικές, γεγονός το οποίο προκύπτει από την μη γραμμική συμπεριφορά που έχει η αντικειμενική συνάρτηση ή/και οι συναρτήσεις των περιορισμών σε σχέση με τις μεταβλητές απόφασης. Η μη γραμμική απόκριση του συστήματος στην άντληση (δηλαδή του υδραυλικού ύψους με την παροχή) είναι και η συχνότερη αιτία της μη γραμμικότητας του προβλήματος η οποία και έχει άμεσο αντίκτυπο στις μαθηματικές εξισώσεις επίλυσης του συστήματος. Το αποτέλεσμα είναι να απαιτείται μεγαλύτερος υπολογιστικός χρόνος και να μην είναι βέβαιο ότι η λύση που θα προκύψει θα είναι η βέλτιστη [3].

4.3 Δομή μη γραμμικού προγραμματισμού

Μια γενική μαθηματική έκφραση ενός προβλήματος διαχείρισης υπογείων υδάτων, που περιλαμβάνει όλες τις πιθανές παραμέτρους, έχει τη μορφή:

Minimize $z(q_1, q_2, \dots, q_n, X_1, X_2, \dots, X_n, h_1, h_2, \dots, h_n)$

Υπό τον περιορισμό $g_k(q_1, q_2, \dots, q_n, X_1, X_2, \dots, X_n, h_1, h_2, \dots, h_n) \leq 0$

Όπου $k=1, \dots, m$

όπου z η αντικειμενική συνάρτηση,

g οι συναρτήσεις των περιορισμών,

q οι παροχές άντλησης,

X οι συγκεντρώσεις,

h τα υδραυλικά ύψη.

Αν οι z και g απαιτείται να είναι γραμμικές συναρτήσεις, τότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται σημαντικά (δυαδική μορφή). Σε διαφορετική περίπτωση, ενσωματώνει τη μη γραμμική συμπεριφορά, τόσο της αντικειμενικής συνάρτησης όσο και της συνάρτησης των περιορισμών.

Η αντιμετώπιση τέτοιας μορφής μαθηματικών προβλημάτων προσθέτει σημαντική πολυπλοκότητα τόσο στις χρησιμοποιούμενες μεθόδους, που εφαρμόζονται για την επίλυση της βελτιστοποίησης, όσο και στην επεξεργασία και ερμηνεία των τελικών αποτελεσμάτων[3].

4.4 Επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων

Η ευρύτερα διαδεδομένη μέθοδος για την επίλυση γραμμικών προβλημάτων είναι η Simplex (βλ. υπό-κεφάλαιο 4.7), αφού πρακτικά μπορεί να λύσει κάθε πρόβλημα. Αντίθετα, για τα μη γραμμικά προβλήματα δεν έχει αναπτυχθεί κάποια μέθοδος η οποία να μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε περίπτωση. Για να γίνει η σωστή επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου πρέπει προηγουμένως να έχει μελετηθεί σε βάθος η φύση του εκάστοτε προβλήματος. Η έρευνα για την ανάπτυξη νέων μεθόδων αλλά και για την βελτίωση των υπαρχόντων βρίσκεται σε πλήρη εξέλιξη.

Οι κυριότερες τεχνικές επίλυσης ενός μη γραμμικού προβλήματος είναι οι εξής[3]:

1. Μέθοδοι διαδοχικής γραμμικοποίησης.
2. Μέθοδοι που χρησιμοποιούν την κλίση της συνάρτησης.
3. Μέθοδοι που δεν χρησιμοποιούν την κλίση της συνάρτησης.

4.5 Μαθηματικοί ορισμοί του γραμμικού προγραμματισμού

Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα μαθηματικό μοντέλο από το οποίο επιζητείται η βέλτιστη λύση, δηλαδή η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση μίας ή περισσότερων γραμμικών συναρτήσεων αγνώστων πραγματικών μεταβλητών, αυτές οι συναρτήσεις ονομάζονται **κριτήρια βελτιστοποίησης**. Το πεδίο των τιμών τους ορίζεται από γραμμικούς **περιορισμούς** των μεταβλητών αυτών. Οι άγνωστες μεταβλητές προσδιορίζουν το αντικείμενο της απόφασης του προβλήματος και καλούνται **μεταβλητές απόφασης**.

Πιο συγκεκριμένα σε ένα μονοκριτηριακό γραμμικό πρόβλημα ως $(x_1, x_2 \dots x_n)$ συμβολίζονται μεταβλητές, των οποίων οι τιμές πρέπει να προσδιοριστούν με σκοπό να βελτιστοποιήσουν (μεγιστοποιήσουν ή ελαχιστοποιήσουν) την γραμμική αντικειμενική συνάρτηση η οποία συμβολίζεται ως εξής[13]:

$$g(x)=z =c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

σε συμφωνία πάντα με τους παρακάτω γραμμικούς περιορισμούς:

$$z = \{\max, \min\}(c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq, =, \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq, =, \geq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq, =, \geq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

όπου $i=1,2,\dots,m$ και $j=1,2,\dots,n$ είναι γνωστοί πραγματικοί συντελεστές.

4.6 Μεθοδολογία και διαδικασία μοντελοποίησης

Στάδιο 1ο: Αντικείμενο της απόφασης

Πρώτο στάδιο της μοντελοποίησης είναι ο **καθορισμός των μεταβλητών απόφασης**, οι οποίες οφείλουν να αντανακλούν το ζητούμενο της απόφασης, μέσα από τις ανάγκες του περιβάλλοντος στο οποίο θα παρθεί η απόφαση και σύμφωνα με τις αξίες μιας κοινωνίας (αναβάθμιση των συνθηκών εργασίας, καθαρό φυσικό περιβάλλον κ.λπ.).

Το αντικείμενο της απόφασης ολοκληρώνεται με τον προσδιορισμό του συνόλου των λύσεων $A = \{x \in \mathbb{R}^l / Ax \leq b, x \geq 0\}$ μετά από τη διαμόρφωση περιορισμών που είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης.

Τα έμμεσα καθορισμένα επιτρεπτά όρια μέσα στα οποία 'κινούνται' οι τιμές των μεταβλητών απόφασης καθορίζονται συνήθως από το τετράπτυχο: τεχνολογία – περιβάλλον – πόροι – προτιμήσεις[12].

Στάδιο 2ο: Κριτήρια απόφασης

Στο δεύτερο στάδιο, ο αναλυτής του προβλήματος οφείλει να διαμορφώσει γραμμικές αντικειμενικές συναρτήσεις (των μεταβλητών απόφασης x) σύμφωνα με τους στόχους που έχουν τεθεί (μεγιστοποίηση κέρδους, παραγωγικότητας, ελαχιστοποίηση ρύπανσης του περιβάλλοντος κ.λπ.).

Τα κριτήρια αυτά έχουν τη μορφή:

$$[\max] g_1(x) = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1\ell}x_\ell$$

$$[\max] g_2(x) = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2\ell}x_\ell$$

.....

$$[max] \mathcal{G}_n(x) = c_{n1}x_1 + c_{n2}x_2 + \dots + c_{n\ell}x_\ell$$

όπου n ο αριθμός των κριτηρίων και $(c_{ij}), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, \ell$ είναι η μήτρα των συντελεστών των αντικειμενικών συναρτήσεων [12].

Στάδιο 3ο: Μοντέλα απόφασης

Το τρίτο στάδιο της διαδικασίας είναι καθαρά τεχνικό. Ο αναλυτής χρησιμοποιεί μια σειρά από αλγόριθμους και συναφείς τεχνικές για την αναζήτηση και επίτευξη 'καλών' λύσεων και την τεκμηρίωσή τους.

Σε προβλήματα καθαρής βελτιστοποίησης, όταν το κριτήριο βελτιστοποίησης είναι ένα και μοναδικό, χρησιμοποιείται ως βασικό εργαλείο επίτευξης βέλτιστης λύσης ο αλγόριθμος Simplex μόνο για γραμμικά προβλήματα. Σε πολυκριτήρια μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού χρησιμοποιούνται πιο εξειδικευμένες μέθοδοι από τις οποίες ωστόσο οι περισσότερες βασίζονται στη μέθοδο Simplex.

Στις πρακτικές εφαρμογές, ο αναλυτής οφείλει σε κάθε περίπτωση να επεξεργαστεί σε βάθος τα στοιχεία επίλυσης που του παρέχει η μέθοδος Simplex. Τεχνικές που συμβάλλουν αποτελεσματικά στην ανάλυση αυτή είναι οι παρακάτω:

1. Ανάπτυξη της λύσης
2. Ανάλυση ευαισθησίας
3. Παραμετρική ανάλυση
4. Ανάλυση ευστάθειας

Στάδιο 4ο: Υποστήριξη της απόφασης

Στο στάδιο αυτό πρέπει να υποστηριχθεί το αποτέλεσμα της διαδικασίας. Σε κάθε περίπτωση που η λύση και οι επιπτώσεις της δεν ικανοποιούν τον αποφασίζοντα, θα πρέπει να αναθεωρηθεί ένας ή περισσότεροι από τους παράγοντες: τεχνολογία (π.χ. ανακαίνιση τεχνολογικού εξοπλισμού), περιβάλλον (π.χ. βελτίωση συνθηκών εργασίας), πόροι (π.χ. αύξηση προϋπολογισμού, νέες προμήθειες πρώτων υλών), προτιμήσεις (π.χ. αλλαγή πολιτικής, προσθήκη νέων αντικειμενικών συναρτήσεων) [12].

4.7 Μέθοδος βελτιστοποίησης: Simplex

Στα τέλη της δεκαετίας του 1940 ο George Dantzig συστηματικοποίησε τη μαθηματική διεργασία εύρεσης της βέλτιστης εφικτής λύσης από ένα σύνολο βασικών λύσεων, αναπτύσσοντας την μέθοδο Simplex, η οποία αποτελεί το

σπουδαιότερο επιστημονικό εργαλείο του γραμμικού προγραμματισμού μέχρι και σήμερα.

Η μέθοδος Simplex είναι μια επαναληπτική τεχνική η οποία σκοπό έχει τον προσδιορισμό μίας βασικής εφικτής λύσης αλλά και την κατεύθυνση αναζήτησης της επόμενης, η οποία αντιστοιχεί σε βελτιωμένη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με την προηγούμενη ή τουλάχιστον ίσης με αυτή, μέσω γραμμικών αλγεβρικών συστημάτων βασισμένων στην γραμμική άλγεβρα[3].

Συχνά αναφέρεται και ως ο αλγόριθμος Simplex. Ένας αλγόριθμος είναι μια επαναληπτική διαδικασία για την επίλυση μιας τάξης προβλημάτων. Σε αυτή την περίπτωση, είναι δυνατή η επίλυση μόνο γραμμικών προγραμμάτων σε ένα πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων.

Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι σχετικά απλή: πρόκειται για μία 'περιήγηση' στις κορυφές του υπερπολυέδρου A , οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις λύσεις του γραμμικού προβλήματος, σε κάθε βήμα (από κορυφή σε κορυφή) βελτιώνεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης z . Επειδή το υπερπολύεδρο A είναι ένα κυρτό σύνολο, αυτή η περιήγηση θα σταματήσει στην βέλτιστη λύση δηλαδή, σε μια κορυφή πέραν της οποίας δεν υπάρχει άλλη βελτίωση[12].

4.9 Μετατροπή του γραμμικού προβλήματος στην πρότυπη μορφή.

Για να μπορέσει να εφαρμοστεί η μέθοδος Simplex σε ένα πρόβλημα πρέπει να μετασχηματιστούν όλες οι ανισότητες σε ισότητες. Για να επιτευχθεί αυτό γίνεται εισαγωγή μίας θετικής **μεταβλητής απόκλισης**, η οποία θα έχει θετικό πρόσημο αν ο περιορισμός είναι του τύπου \leq ή με αρνητικό αν είναι του τύπου \geq . Οι μεταβλητές απόκλισης έχουν μηδενικό συντελεστή στην αντικειμενική συνάρτηση και συμβολίζονται x_1, x_2, \dots, x_m για του αντίστοιχους περιορισμούς 1,2..m. Τα δύο προβλήματα είναι ισοδύναμα αφού υπάρχει μονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ των δύο επιμέρους γραμμικών προβλημάτων [13].

4.10 Θεωρητικό υπόβαθρο μεθόδου Simplex

Γενικοί ορισμοί :

1. Λύση $x \in \mathbb{R}^p$ ορίζεται κάθε διάνυσμα που επαληθεύει τη σχέση του γραμμικού προγραμματισμού.
2. Δυνατή λύση λέγεται κάθε λύση που ικανοποιεί τις σχέσεις του γραμμικού προγραμματισμού.

3. Βάση λέγεται μία τετραγωνική μήτρα. Οι μεταβλητές που στοιχειοθετούν τη βάση λέγονται βασικές μεταβλητές, ενώ οι υπόλοιπες μη βασικές.
4. Βασική δυνατή λύση ενός συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων ως προς μια βάση, λέγεται μια δυνατή λύση η οποία έχει το πολύ όλες τις βασικές μεταβλητές θετικές και όλες ανεξαιρέτως τις μη βασικές μηδέν. Εάν έχει και ορισμένες από τις βασικές μεταβλητές μηδέν, η λύση λέγεται εκφυλισμένη βασική δυνατή λύση.

Για να βρεθεί η ζητούμενη βέλτιστη λύση (κορυφή) πρέπει να γίνει περιήγηση πάνω στις κορυφές του υπερπολυέδρου με κίνηση από την βασική δυνατή λύση (κορυφή) στην άλλη αλλάζοντας βάση και βελτιώνοντας σε κάθε βήμα την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης z . Με αυτόν τον τρόπο βελτιώνεται προοδευτικά η z με τελικό στόχο την βέλτιστη λύση (εφόσον υπάρχει κάποια) διότι το σύνολο A είναι πεπερασμένο.

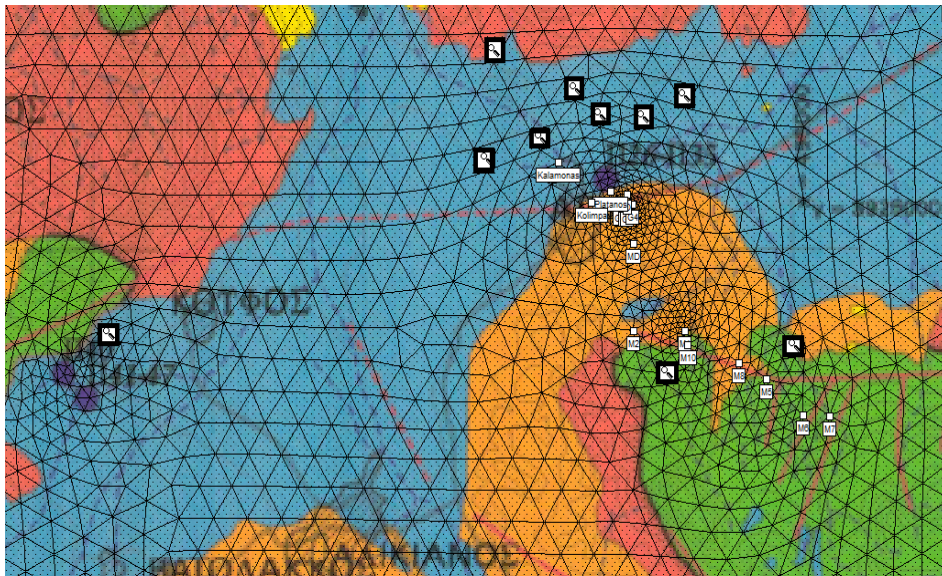
Κεφάλαιο 5 : Μεθοδολογία επίλυσης προβλήματος

5.1 Παρουσίαση προβλήματος

Το μοντέλο προσομοίωσης της περιοχής έχει δημιουργηθεί από τον Καθ. Γεώργιο Καρατζά όλο τα δεδομένα που εισήχθησαν παρουσιάζονται στην Υδρογεωλογική-διαχειριστική μελέτη για την αναρρύθμιση των καρστικών πηγών Αγυιάς, η οποία δημοσιεύθηκε 9/11/2017[5]. Η παρούσα εργασία βασίστηκε πάνω στο συγκεκριμένο μοντέλο με σκοπό να εξεταστεί η βέλτιστη παροχή άντλησης για κάθε μια από τις τέσσερις ενεργές γεωτρήσεις που υπάρχουν στην περιοχή, καθώς και για τρεις θεωρητικές.

Το υπό μελέτη πρόβλημα διακρίνεται από μη γραμμική μεταβολή του υδραυλικού ύψους συναρτήσει προς την παροχή άντλησης. Η γενική φιλοσοφία της μεθόδου βασίζεται στην προσπάθεια να προσεγγιστεί η καμπύλη υδραυλικού ύψους – παροχής άντλησης με διαδοχικές ευθείες. Ουσιαστικά εφαρμόζεται η μέθοδος Simplex του γραμμικού προγραμματισμού επάλληλες φορές χρησιμοποιώντας σε κάθε επανάληψη ως αρχική τιμή την ‘βέλτιστη’ (με δεδομένα γραμμικού προβλήματος) λύση του προηγούμενου βήματος.

Για να εφαρμοστεί η μέθοδος ορίστηκαν 10 κόμβοι παρατήρησης υδραυλικών υψών οι θέσεις των οποίων παρουσιάζονται στην Εικόνα 12.



Εικόνα 14.Περιοχή μελέτης και κάναβος του μοντέλου. Με έντονο περίγραμμα συμβολίζονται τα πηγάδια παρατήρησης.

Οι γεωτρήσεις οι οποίες ήταν ενεργές ονομάστηκαν M1, M2, M5, M8 και οι θεωρητικές NEW1 NEW2 NEW3. Οι θέσεις τους παρουσιάζονται στην Εικόνα 13. Η

μελέτη έγινε για το χειρότερο δυνατό σενάριο, δηλαδή για άντληση με την μέγιστη παροχή όλο το χρονικό διάστημα μελέτης [8 έτη - 96 περίοδοι]. Οι μέγιστες παροχές είναι:

M1 → 14184 m³/day

M2 → 14184 m³/day

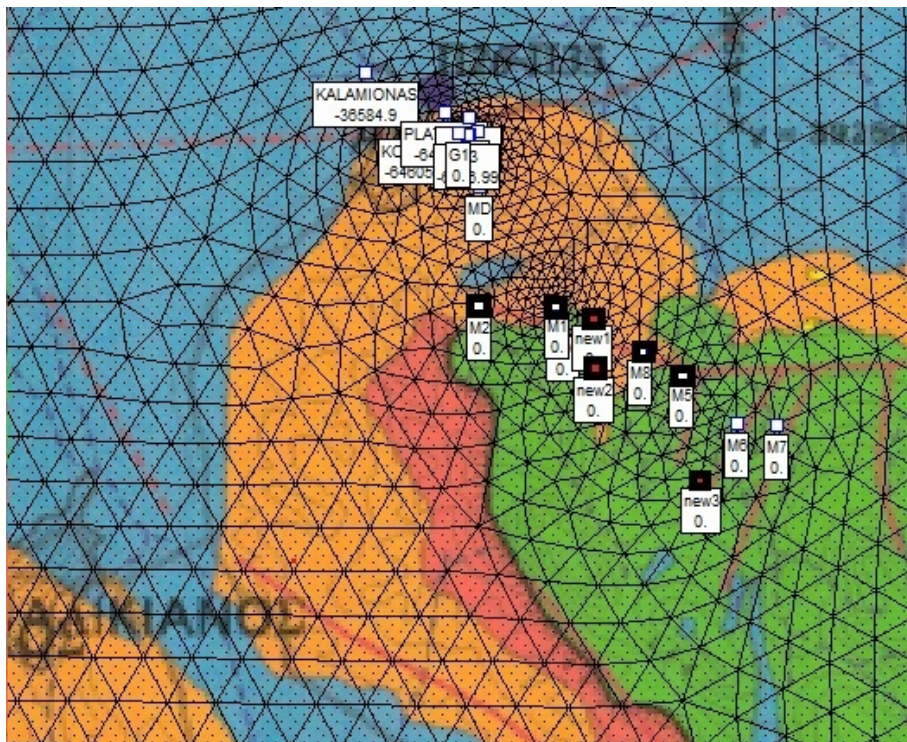
M5 → 14184 m³/day

M8 → 14184 m³/day

NEW1 → 9600 m³/day

NEW2 → 9600 m³/day

NEW3 → 9600 m³/day



Εικόνα 15. Οι γεωτρήσεις άντλησης.

Εξετάστηκαν τρία διαφορετικά σενάρια για διαφορετικές ελάχιστες τιμές αναφοράς [H_{ref}].

Σενάριο 1

Αρχικά εξετάστηκαν οι βέλτιστες τιμές για $H_{ref}=20m$, όπου είναι αρκετά κοντά με τα υδραυλικά ύψη των σημερινών συνθηκών της περιοχής.

Σενάριο 2

Στην συνέχεια υπολογίστηκαν οι βέλτιστες τιμές για $H_{ref}=17m$.

Σενάριο 3

Τέλος εξετάστηκαν οι βέλτιστες τιμές για $H_{ref}=10$.

Πρόκειται για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της ολικής παροχής άντλησης των επτά γεωτρήσεων.

5.2 Στοιχεία του μοντέλου προσομοίωσης

Το υδρολογικό μοντέλο PTC-ARGUS ONE επικαιροποιήθηκε (μέχρι και τον Ιούλιο του 2017) λαμβάνοντας υπόψη τα αναλυτικά δεδομένα του υπογείου συστήματος της Αγυιάς. Έγινε μαθηματική προσομοίωση του υπογείου υδροφορέα της περιοχής μελέτης για την χρονική περίοδο 8 ετών, (Ιούνιος 2009 –Ιούλιος 2017), και με χρονικό βήμα ενός μήνα. Συγκεκριμένα, η προσομοίωση έγινε για 96 περιόδους διάρκειας ενός μήνα η καθεμία. Για κάθε μια περίοδο τόσο το input όσο και το output δεδομένων αλλάζει σύμφωνα με τα επικαιροποιημένα στοιχεία των αντλήσεων, εκφορτίσεων των πηγών, εισροών και εκροών που υπολογίστηκαν σε επικαιροποιημένη μελέτη, η οποία πραγματοποιήθηκε για αυτόν τον σκοπό. Η βαθμονόμηση του μοντέλου PTC απέδειξε ότι το υπόγειο σύστημα της Αγυιάς είναι ένα περίπλοκο σύστημα, με μεγάλο βάθος που υπερβαίνει τα 600 μέτρα (από επίπεδο θάλασσας) και είναι υπό πίεση, δηλαδή πρόκειται για περιορισμένο υδροφορέα[5].

5.3 Διαδικασία διαδοχικής Γραμμικοποίησης

Ο αλγόριθμος ο οποίος εφαρμόστηκε για να βρεθεί η βέλτιστη λύση του προβλήματος παρουσιάζεται παρακάτω[13]:

1^ο ΒΗΜΑ

1. Ορίζονται ως μηδενικές οι παροχές για τις επτά γεωτρήσεις άντλησης

$$\vec{Q}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Αλλάζουν στο PTCοι παροχές στις επτά γεωτρήσεις για όλες τις περιόδους σε μηδενικές.
3. Ορίζεται ο κানাβος του μοντέλου ο οποίος παραμένει σταθερός για όλη την διαδικασία και επ' αυτού ορίστηκαν οι 10 κόμβοι παρατήρησης που αναφέρονται παραπάνω.
4. Με τα νέα δεδομένα το πρόγραμμα προσομοιώνει το φυσικό σύστημα και

προκύπτει μία δεκάδα υδραυλικών υψών $\vec{H}_0 = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \\ H_7 \\ H_8 \\ H_9 \\ H_{10} \end{bmatrix}$ αυτές είναι και οι

αρχικές συνθήκες.

5. Στην συνέχεια αυξάνεται η παροχή μόνο την πρώτη γεώτρηση κατά 1000

$$\vec{Q}_{01} = \begin{bmatrix} 0 + 1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Η αλλαγή μεταφέρεται και πάλι στο PTC το οποίο σαν

αποτέλεσμα δίνει μία νέα δεκάδα υδραυλικών υψών. $\vec{H}_{01} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix}$

Με βάση τα παραπάνω τελικά υπολογίζεται το διάνυσμα ανταπόκρισης του συστήματος στα σημεία παρατήρησης.

$$\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_1 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix}$$

6. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται, γίνεται αύξηση δηλαδή κατά 1000 για κάθε μία από τις γεωτρήσεις ξεχωριστά. Οι αλλαγές μεταφέρονται στο PTC, το οποίο σαν αποτελέσματα δίνει μια νέα δεκάδα υδραυλικών υψών κάθε φορά. Στο τέλος υπολογίζεται το διάνυσμα ανταπόκρισης.

Για τη δεύτερη γεώτρηση:

$$\vec{Q}_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 + 1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο PTC}} \vec{H}_{02} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_2} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix}$$

Για την τρίτη γεώτρηση άντλησης ισχύει:

$$\vec{Q}_{03} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 + 1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο ΡΤC}} \vec{H}_{03} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_3} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix} \text{ Για}$$

την τέταρτη γεώτρηση :

$$\vec{Q}_{04} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 + 1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο ΡΤC}} \vec{H}_{04} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_4} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix}$$

Για την πέμπτη γεώτρηση:

$$\vec{Q}_{05} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 + 1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο ΡΤC}} \vec{H}_{05} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_5} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix}$$

Για την έκτη γεώτρηση :

$$\vec{Q}_{06} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 + 1000 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο ΡΤC}} \vec{H}_{02} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_2} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix}$$

Για την έβδομη γεώτρηση :

$$\vec{Q}_{07} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 + 1000 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο ΡΤC}\vec{H}_{07}} \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_7} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix}$$

Τελικά, προκύπτει ένας τελικός πίνακας απόκρισης (response matrix) με 7 στήλες (όσα και γεωτρήσεις άντλησης) και 10 γραμμές (όσα και τα πηγάδια παρατήρησης) από τον οποίο πρακτικά φαίνονται οι μεταβολές του υδραυλικού ύψους προς αντίστοιχες μεταβολές προς παροχής άντλησης.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix}$$

Ουσιαστικά η παραπάνω πρόταση μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά από τη σχέση:

$$\Delta H = A \cdot \Delta Q$$

$$\begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \\ \Delta H_5 \\ \Delta H_6 \\ \Delta H_7 \\ \Delta H_8 \\ \Delta H_9 \\ \Delta H_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} & \frac{H'_1 - H_1}{1000} \\ \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} & \frac{H'_2 - H_2}{1000} \\ \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} & \frac{H'_3 - H_3}{1000} \\ \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} & \frac{H'_4 - H_4}{1000} \\ \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} & \frac{H'_5 - H_5}{1000} \\ \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} & \frac{H'_6 - H_6}{1000} \\ \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} & \frac{H'_7 - H_7}{1000} \\ \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} & \frac{H'_8 - H_8}{1000} \\ \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} & \frac{H'_9 - H_9}{1000} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{1000} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

Για τη βελτιστοποίηση γίνεται χρήση της μεθόδου Simplex, η επίλυση της οποίας λαμβάνει χώρα στο μαθηματικό πακέτο Matlab 7.1.

Η βασική εντολή ονομάζεται linprog (linearprogramming) και έχει την εξής δομή:

$$[x, fval] = \text{linprog}(f, A, b, Aeq, beq, LB, UB)$$

όπου

x: οι μεταβλητές απόφασης

fval: η τιμή προς αντικειμενικής συνάρτησης

f: το διάνυσμα προς αντικειμενικής συνάρτησης με προς συντελεστές των μεταβλητών απόφασης

A, b: πίνακας και διάνυσμα αντίστοιχα των περιορισμών ανισότητας

Aeq, beq: πίνακας και διάνυσμα αντίστοιχα των περιορισμών ισότητας

LB: διάνυσμα ελάχιστων ορίων για προς μεταβλητές απόφασης (lowerbound)

UB: διάνυσμα μέγιστων ορίων για προς μεταβλητές απόφασης (upperbound)

Με βάση τα παραπάνω λύνεται ένα πρόβλημα προς μορφής

$$\min f(x) \text{ subject to } A \cdot x \leq b$$

Για να μπορέσει να εφαρμοστεί η μέθοδος Simplex στο υπό πρόβλημα θα πρέπει να γίνουν οι απαραίτητες προσαρμογές. Επειδή, ο στόχος είναι μεγιστοποίηση της ολικής παροχής άντλησης, τελικά η εντολή linprog θα κληθεί να ελαχιστοποιήσει την αρνητική ολική παροχή. Σύμφωνα με τον περιορισμό θα πρέπει το υδραυλικό ύψος σε κάθε κόμβο παρατήρησης να μην μειώνεται κάτω από το H_{ref} , το οποίο ορίζει το κάθε σενάριο. Ωστόσο, η linprog απαιτεί ο περιορισμός να εκφράζεται με βάση τη μεταβλητή απόφασης x (στη δεδομένη περίπτωση την παροχή άντλησης q). Για το λόγο αυτό πρέπει να γίνουν οι εξής μετασχηματισμοί:

$$H \geq H_{ref} \Rightarrow H_0 + \Delta H \geq H_{ref}$$

και αν το ΔH εκφραστεί συναρτήσει του πίνακα απόκρισης A , τότε:

$$H_0 + A \cdot \Delta H \geq H_{ref} \Rightarrow H_0 + A \cdot (Q - Q_0) \geq H_{ref}$$

και

$$A \cdot Q \geq H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0 \Rightarrow -A \cdot Q \leq H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0$$

Όπου Q_0 και H_0 είναι το κεντρικό (αρχικό) ζεύγος τιμών παροχής – υδραυλικού ύψους με βάση το οποίο υπολογίστηκε ο πίνακας απόκρισης A , Q είναι η διαταραγμένη παροχή και H η απόκριση του μοντέλου PTC για την παροχή αυτή.

Με τον τρόπο αυτό ο πίνακας A του περιορισμού ανισότητας προς linprog είναι ο αρνητικός του πίνακα απόκρισης A , το διάνυσμα b του περιορισμού ανισότητας είναι ο πίνακας – στήλη $H_0 - H_{ref} - A \cdot Q_0$, το διάνυσμα ελάχιστων ορίων για προς

μεταβλητές απόφασης είναι ο πίνακας – στήλη $LB = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ και το διάνυσμα μέγιστων

ορίων για προς μεταβλητές απόφασης είναι ο πίνακας – στήλη $UB = \begin{bmatrix} 14184 \\ 14184 \\ 14184 \\ 14184 \\ 9600 \\ 9600 \\ 9600 \end{bmatrix}$

Το τελικό αποτέλεσμα είναι οι επτά βέλτιστες παροχές άντλησης των γεωτρήσεων και η συνολική παροχή.

2⁰ ΒΗΜΑ

1. Με την παραπάνω διαδικασία δημιουργήθηκε ένα νέο διάνυσμα \vec{Q}_0 , το

$$\text{οποίο θα αντικαταστήσει το προηγούμενο μηδενικό. } \vec{Q}_0 = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \text{ το οποίο θα}$$

περάσει στο PTC με τον ίδιο τρόπο που έγινε και στο 1⁰ ΒΗΜΑ. Σαν

$$\text{αποτέλεσμα θα δοθεί μια νέα δεκάδα υδραυλικών υψών } \vec{H}_0 = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \\ H_7 \\ H_8 \\ H_9 \\ H_{10} \end{bmatrix}. \text{ Η}$$

μόνη διαφορά με την προηγούμενη διαδικασία είναι ότι θα γίνει μια προσαύξηση ΔQ_1 στην παροχή της πρώτης γεώτρησης, η οποία θα ισούται

$$\text{με το 30\% της μέγιστης παροχής του, ώστε } \vec{Q}_0 = \begin{bmatrix} Q_1 + \Delta Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \text{ το οποίο θα}$$

εισαχθεί στο PTC με σκοπό να δώσει ένα νέο διάνυσμα υδραυλικών υψών

$$\vec{H}_{01} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \text{ ακολουθώντας και πάλι την ίδια διαδρομή με πριν θα}$$

υπολογιστεί το διάνυσμα προς κλίσης του υδραυλικού ύψους ως προς την παροχή

$$\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_1 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_1} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_1} \end{bmatrix}$$

2. Με το ίδιο ακριβώς τρόπο όπως έγινε και στο 1^ο ΒΗΜΑ θα αυξηθεί η παροχή στη δεύτερη γεώτρηση κατά ΔQ_2 .

$$\vec{Q}_{02} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 + \Delta Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο ΡΤΣ}} H_{02} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_2} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_2} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_2} \end{bmatrix}$$

Για την τρίτη γεώτρηση άντλησης:

$$\vec{Q}_{03} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 + \Delta Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο ΡΤCH}_{03}} \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_3} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_3} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_3} \end{bmatrix}$$

Για την τέταρτη γεώτρηση:

$$\vec{Q}_{04} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 + \Delta Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο ΡΤCH}_{04}} \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_4} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_4} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_4} \end{bmatrix}$$

Για την Πέμπτη γεώτρηση:

$$\vec{Q}_{05} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 + \Delta Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο } PTCH_{05}} \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_5} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_5} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_5} \end{bmatrix}$$

Για την έκτη γεώτρηση:

$$\vec{Q}_{06} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 + \Delta Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Μεταφορά στο } PTCH_{06}} \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \xrightarrow{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]_6} \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_6} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_6} \end{bmatrix}$$

Και τέλος για την έβδομη γεώτρηση:

$$\vec{Q}_{07} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 + \Delta Q_7 \end{bmatrix} \quad \text{Μεταφορά στο ΡΤC} \vec{H}_{07} = \begin{bmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ H'_3 \\ H'_4 \\ H'_5 \\ H'_6 \\ H'_7 \\ H'_8 \\ H'_9 \\ H'_{10} \end{bmatrix} \quad \overline{\left[\frac{\partial H}{\partial Q} \right]}_7 = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_7} \end{bmatrix}$$

Πάλι προκύπτει ένας τελικός πίνακας απόκρισης (responsematrix) με 7 στήλες (όσα και οι γεωτρήσεις άντλησης) και 10 γραμμές (όσα και τα πηγάδια παρατήρησης)

$$A = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_1} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_2} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_3} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_4} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_5} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_6} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_1} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_2} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_3} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_4} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_5} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_6} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_1} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_2} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_3} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_4} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_5} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_6} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_1} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_2} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_3} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_4} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_5} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_6} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_1} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_2} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_3} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_4} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_5} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_6} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_1} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_2} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_3} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_4} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_5} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_6} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_1} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_2} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_3} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_4} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_5} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_6} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_1} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_2} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_3} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_4} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_5} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_6} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_1} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_2} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_3} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_4} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_5} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_6} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_1} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_2} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_3} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_4} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_5} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_6} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_7} \end{bmatrix}$$

Σχόλιο [GK1]: Τι έγινε στην τελευταία γραμμή και είναι όλα ενωμένα.

Η μαθηματική έκφραση είναι $\Delta H = A \cdot \Delta Q \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \\ \Delta H_5 \\ \Delta H_6 \\ \Delta H_7 \\ \Delta H_8 \\ \Delta H_9 \\ \Delta H_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_1} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_2} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_3} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_4} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_5} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_6} & \frac{H'_1 - H_1}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_1} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_2} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_3} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_4} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_5} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_6} & \frac{H'_2 - H_2}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_1} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_2} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_3} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_4} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_5} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_6} & \frac{H'_3 - H_3}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_1} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_2} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_3} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_4} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_5} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_6} & \frac{H'_4 - H_4}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_1} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_2} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_3} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_4} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_5} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_6} & \frac{H'_5 - H_5}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_1} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_2} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_3} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_4} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_5} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_6} & \frac{H'_6 - H_6}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_1} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_2} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_3} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_4} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_5} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_6} & \frac{H'_7 - H_7}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_1} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_2} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_3} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_4} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_5} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_6} & \frac{H'_8 - H_8}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_1} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_2} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_3} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_4} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_5} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_6} & \frac{H'_9 - H_9}{\Delta Q_7} \\ \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_1} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_2} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_3} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_4} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_5} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_6} & \frac{H'_{10} - H_{10}}{\Delta Q_7} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta Q_7 \end{bmatrix}$$

Τρέχοντας τον ίδιο αλγόριθμο με πριν στην Matlab θα έχουμε ένα νέο διάνυσμα \vec{Q}_0

$$\vec{Q}_0 = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix}$$

3^ο ΒΗΜΑ

Το 2^ο ΒΗΜΑ επαναλαμβάνεται μέχρι να υπάρξει σύγκλιση, δηλαδή μέχρι οι δύο τελευταίες λύσεις να είναι παραπλήσιες (ανάλογα με τα κριτήρια σύγκλισης που έχουν τεθεί).

ΣΕΝΑΡΙΟ1

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από το 1^ο ΒΗΜΑ

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	0	0+1000	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0+1000	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0+1000	0	0	0	0
M8	0	0	0	0	0+1000	0	0	0
NEW1	0	0	0	0	0	0+1000	0	0
NEW2	0	0	0	0	0	0	0+1000	0
NEW3	0	0	0	0	0	0	0	0+1000

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
3.95E+01	3.95E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01
4.11E+01	4.11E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.07E+01
5.25E+01	5.25E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.22E+01
6.71E+01	6.71E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01
4.08E+01	4.08E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01
4.26E+01	4.26E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01
4.47E+01	4.47E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.43E+01
5.86E+01	5.86E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01
4.18E+01	4.18E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.14E+01

4.31E+01	4.31E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης Α για το 1^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00043	-0.00044	-0.00043	-0.00040
0.00000	-0.00044	-0.00042	-0.00042	-0.00043	-0.00042	-0.00039
0.00000	-0.00035	-0.00033	-0.00034	-0.00034	-0.00034	-0.00033
0.00000	-0.00046	-0.00050	-0.00050	-0.00049	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00040
0.00000	-0.00045	-0.00044	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00041
0.00000	-0.00045	-0.00044	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00041
0.00000	-0.00047	-0.00048	-0.00049	-0.00049	-0.00049	-0.00045
0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00044	-0.00044	-0.00043	-0.00040
0.00000	-0.00044	-0.00043	-0.00043	-0.00044	-0.00043	-0.00040

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004478592    -0.0004254752    -0.0004323904
    -0.0004399541    -0.0004298079    -0.0003999688
0.0000000000    -0.0004397656    -0.0004158418    -0.0004224913
    -0.0004296660    -0.0004205900    -0.0003927970
0.0000000000    -0.0003474490    -0.0003335315    -0.0003360584
    -0.0003383678    -0.0003371444    -0.0003306648
0.0000000000    -0.0004601728    -0.0005032432    -0.0004987561
    -0.0004909429    -0.0004863630    -0.0004649071
0.0000000000    -0.0004505929    -0.0004322652    -0.0004390451
    -0.0004465428    -0.0004356263    -0.0004048895
0.0000000000    -0.0004530515    -0.0004373083    -0.0004440640
    -0.0004515180    -0.0004401477    -0.0004088164
0.0000000000    -0.0004498524    -0.0004378402    -0.0004439891
    -0.0004508062    -0.0004395502    -0.0004090308
0.0000000000    -0.0004733641    -0.0004808697    -0.0004898652
    -0.0004877722    -0.0004906677    -0.0004527322
0.0000000000    -0.0004452857    -0.0004289071    -0.0004351748
    -0.0004421529    -0.0004315890    -0.0004019747
0.0000000000    -0.0004415704    -0.0004273032    -0.0004331728
    -0.0004397386    -0.0004293538    -0.0004004891]
Qo=[1000;1000;1000;1000;1000;1000;1000]
ho=[3.95E+01
4.11E+01
5.25E+01
6.71E+01
4.08E+01
4.26E+01
4.47E+01
5.86E+01
4.18E+01
4.31E+01]
L=[20;20;20;20;20;20;20;20;20]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
```

```
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι :

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	0
M5	14184
M8	14184
NEW1	4413
NEW2	9600
NEW3	9600

Ακολουθούν τα αποτελέσματα από το 2^ο ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	0	0	0+4255.2	0	0	0	0	0
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	4413	4413	4413	4413	4413	4413+2880	4413	4413
NEW2	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
1.56E+01	1.56E+01	1.34E+01	1.35E+01	1.35E+01	1.41E+01	1.41E+01	1.42E+01
1.76E+01	1.76E+01	1.56E+01	1.57E+01	1.56E+01	1.62E+01	1.62E+01	1.63E+01
3.37E+01	3.37E+01	3.21E+01	3.22E+01	3.21E+01	3.26E+01	3.26E+01	3.26E+01
3.94E+01	3.94E+01	3.72E+01	3.70E+01	3.70E+01	3.26E+01	3.26E+01	3.79E+01
1.65E+01	1.65E+01	1.44E+01	1.44E+01	1.44E+01	1.59E+01	1.51E+01	1.51E+01
1.81E+01	1.81E+01	1.59E+01	1.60E+01	1.59E+01	1.66E+01	1.66E+01	1.67E+01
2.01E+01	2.01E+01	1.79E+01	1.80E+01	1.80E+01	1.86E+01	1.86E+01	1.87E+01
3.15E+01	3.15E+01	2.92E+01	2.92E+01	2.92E+01	2.99E+01	2.99E+01	3.00E+01
1.77E+01	-1.16E+01	1.55E+01	1.56E+01	1.56E+01	1.62E+01	1.62E+01	1.63E+01
1.91E+01	1.57E+01	1.70E+01	1.71E+01	1.70E+01	1.77E+01	1.77E+01	1.78E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00050	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00049	-0.00047	-0.00048	-0.00050	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00039	-0.00037	-0.00038	-0.00038	-0.00038	-0.00039
0.00000	-0.00052	-0.00056	-0.00056	-0.00237	-0.00237	-0.00054
0.00000	-0.00050	-0.00048	-0.00050	-0.00021	-0.00051	-0.00047
0.00000	-0.00051	-0.00049	-0.00050	-0.00052	-0.00051	-0.00048
0.00000	-0.00050	-0.00049	-0.00050	-0.00052	-0.00051	-0.00048
0.00000	-0.00053	-0.00054	-0.00055	-0.00056	-0.00057	-0.00053
-0.00687	-0.00050	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00047

-0.00080	-0.00050	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00047
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0005013104    -0.0004765479    -0.0004885367
    -0.0005084361    -0.0004982898    -0.0004684506
    0.0000000000    -0.0004920201    -0.0004657178    -0.0004774408
    -0.0004966566    -0.0004875805    -0.0004597874
    0.0000000000    -0.0003890997    -0.0003728032    -0.0003804019
    -0.0003822585    -0.0003810453    -0.0003857422
    0.0000000000    -0.0005219724    -0.0005626644    -0.0005632510
    -0.0023691258    -0.0023732772    -0.0005444738
    0.0000000000    -0.0005048844    -0.0004841783    -0.0004960318
    -0.0002146940    -0.0005051585    -0.0004744216
    0.0000000000    -0.0005079422    -0.0004898205    -0.0005016499
    -0.0005218307    -0.0005104603    -0.0004791289
    0.0000000000    -0.0005048843    -0.0004904936    -0.0005017162
    -0.0005212816    -0.0005100255    -0.0004795060
    0.0000000000    -0.0005332000    -0.0005383271    -0.0005523961
    -0.0005648109    -0.0005677064    -0.0005297709
    -0.0068741129    -0.0004992152    -0.0004804582    -0.0004917996
    -0.0005111877    -0.0005006238    -0.0004710093
    -0.0007999727    -0.0004953186    -0.0004786730    -0.0004896162
    -0.0005085191    -0.0004981343    -0.0004692694]
Qo=[14184
0
14184
14184
4413
9600
9600]
ho=[1.56E+01
1.76E+01
3.37E+01
3.94E+01
1.65E+01
1.81E+01
2.01E+01
3.15E+01
1.77E+01
1.91E+01]
L=[20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
b=[ho-L*A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	0
M5	14184
M8	14184
NEW1	1219
NEW2	4029
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος δεν έχει συγκλίνει και απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις.

Πραγματοποιείται λοιπόν επανάληψη για το 2^ο ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	0	0	0+4255.2	0	0	0	0	0
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	1219	1219	1219	1219	1219	1219+2880	1219	1219
NEW2	4029	4029	4029	4029	4029	4029	4029+2880	4029
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
1.97E+01	1.97E+01	1.76E+01	1.78E+01	1.77E+01	1.83E+01	1.83E+01	1.84E+01
2.17E+01	2.17E+01	1.97E+01	1.98E+01	1.98E+01	2.03E+01	2.03E+01	2.04E+01
3.69E+01	3.69E+01	3.54E+01	3.54E+01	3.54E+01	3.59E+01	3.59E+01	3.59E+01
4.41E+01	4.41E+01	4.19E+01	4.18E+01	4.18E+01	4.25E+01	4.25E+01	4.26E+01
2.07E+01	2.07E+01	1.86E+01	1.87E+01	1.87E+01	1.93E+01	1.93E+01	1.94E+01
2.23E+01	2.23E+01	2.02E+01	2.03E+01	2.03E+01	2.09E+01	2.09E+01	2.10E+01
2.43E+01	2.43E+01	2.22E+01	2.23E+01	2.23E+01	2.29E+01	2.29E+01	2.30E+01
3.62E+01	3.62E+01	3.40E+01	3.40E+01	3.39E+01	3.46E+01	3.46E+01	3.47E+01
2.18E+01	2.18E+01	1.98E+01	1.99E+01	1.98E+01	2.04E+01	2.04E+01	2.05E+01
2.32E+01	2.32E+01	2.12E+01	2.13E+01	2.13E+01	2.19E+01	2.19E+01	2.20E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2^ο ΒΗΜΑ :

0.00000	-0.00048	-0.00045	-0.00046	-0.00048	-0.00047	-0.00044
0.00000	-0.00048	-0.00044	-0.00045	-0.00047	-0.00046	-0.00044
0.00000	-0.00037	-0.00035	-0.00036	-0.00037	-0.00037	-0.00036
0.00000	-0.00050	-0.00054	-0.00054	-0.00054	-0.00054	-0.00052
0.00000	-0.00049	-0.00046	-0.00047	-0.00049	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00049	-0.00047	-0.00048	-0.00049	-0.00049	-0.00045
0.00000	-0.00049	-0.00047	-0.00048	-0.00049	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00052	-0.00052	-0.00053	-0.00054	-0.00054	-0.00051
0.00000	-0.00048	-0.00046	-0.00047	-0.00048	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00048	-0.00046	-0.00046	-0.00048	-0.00047	-0.00045

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004841719    -0.0004545411    -0.0004639319
    -0.0004797026    -0.0004740550    -0.0004442158
0.0000000000    -0.0004750369    -0.0004439449    -0.0004529916
    -0.0004680066    -0.0004634290    -0.0004356360
0.0000000000    -0.0003739716    -0.0003540119    -0.0003578113
    -0.0003655450    -0.0003688170    -0.0003623375
0.0000000000    -0.0005040302    -0.0005399841    -0.0005378422
    -0.0005411479    -0.0005410671    -0.0005196111
0.0000000000    -0.0004876376    -0.0004620014    -0.0004713187
    -0.0004872843    -0.0004808665    -0.0004501297
0.0000000000    -0.0004906314    -0.0004675708    -0.0004768726
    -0.0004929961    -0.0004861246    -0.0004547933
0.0000000000    -0.0004875494    -0.0004681871    -0.0004769148
    -0.0004924398    -0.0004856827    -0.0004551632
0.0000000000    -0.0005154820    -0.0005159884    -0.0005272119
    -0.0005355809    -0.0005429751    -0.0005050396
0.0000000000    -0.0004819963    -0.0004582774    -0.0004671143
    -0.0004824272    -0.0004763622    -0.0004467477
0.0000000000    -0.0004781114    -0.0004564784    -0.0004649426
    -0.0004797750    -0.0004738890    -0.0004450242]
Qo=[14184
0
14184
14184
1219
4029
9600]
ho=[1.97E+01
2.17E+01
3.69E+01
4.41E+01
2.07E+01
2.23E+01
2.43E+01
3.62E+01
2.18E+01
2.32E+01]
L=[20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	0
M5	14184
M8	14184
NEW1	0
NEW2	4630
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος δεν έχει συγκλίνει και απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις.

Πραγματοποιείται λοιπόν επανάληψη για το 2⁰ ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	0	0	0+4255.2	0	0	0	0	0
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	0	0	0	0	0	0+2880	0	0
NEW2	4630	4630	4630	4630	4630	4630	4630+2880	4630
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
2.00E+01	2.00E+01	1.79E+01	1.80E+01	1.80E+01	1.86E+01	1.86E+01	1.87E+01
2.20E+01	2.20E+01	1.99E+01	2.01E+01	2.00E+01	2.06E+01	2.06E+01	2.07E+01
3.72E+01	3.72E+01	3.56E+01	3.57E+01	3.57E+01	3.61E+01	3.61E+01	3.61E+01
4.44E+01	4.44E+01	4.22E+01	4.21E+01	4.21E+01	4.29E+01	4.29E+01	4.30E+01
2.10E+01	2.10E+01	1.89E+01	1.90E+01	1.90E+01	1.96E+01	1.96E+01	1.97E+01
2.26E+01	2.26E+01	2.05E+01	2.06E+01	2.06E+01	2.12E+01	2.12E+01	2.13E+01
2.46E+01	2.46E+01	2.25E+01	2.26E+01	2.26E+01	2.82E+01	2.32E+01	2.33E+01
3.65E+01	3.65E+01	3.43E+01	3.43E+01	3.42E+01	2.87E+01	3.50E+01	3.51E+01
2.21E+01	2.21E+01	2.00E+01	2.02E+01	2.01E+01	2.91E+01	2.08E+01	2.09E+01
2.36E+01	2.36E+01	2.15E+01	2.16E+01	2.16E+01	2.96E+01	2.22E+01	2.23E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00049	-0.00046	-0.00047	-0.00048	-0.00047	-0.00044
0.00000	-0.00048	-0.00045	-0.00046	-0.00047	-0.00046	-0.00044
0.00000	-0.00038	-0.00036	-0.00036	-0.00037	-0.00038	-0.00037
0.00000	-0.00051	-0.00055	-0.00054	-0.00053	-0.00053	-0.00051
0.00000	-0.00050	-0.00047	-0.00047	-0.00049	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00050	-0.00047	-0.00048	-0.00049	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00050	-0.00047	-0.00048	0.00123	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00052	-0.00052	-0.00053	-0.00273	-0.00054	-0.00050
0.00000	-0.00049	-0.00046	-0.00047	0.00243	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00049	-0.00046	-0.00047	0.00210	-0.00047	-0.00044

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004932758    -0.0004604585    -0.0004673737
    -0.0004796111    -0.0004741201    -0.0004442809
0.0000000000    -0.0004840537    -0.0004496969    -0.0004563465
    -0.0004689940    -0.0004645732    -0.0004367801
0.0000000000    -0.0003818299    -0.0003574824    -0.0003600092
    -0.0003729983    -0.0003764298    -0.0003699502
0.0000000000    -0.0005135776    -0.0005462145    -0.0005417274
    -0.0005321515    -0.0005322268    -0.0005107708
0.0000000000    -0.0004968009    -0.0004680399    -0.0004748198
    -0.0004864242    -0.0004801629    -0.0004494260
0.0000000000    -0.0004998299    -0.0004736532    -0.0004804089
    -0.0004915262    -0.0004848111    -0.0004534798
0.0000000000    -0.0004967603    -0.0004743145    -0.0004804635
    -0.0004908645    -0.0004842638    -0.0004537443
0.0000000000    -0.0005249126    -0.0005219849    -0.0005309803
    -0.0005285519    -0.0005361026    -0.0004981671
0.0000000000    -0.0004911434    -0.0004643315    -0.0004705992
    -0.0004819828    -0.0004760742    -0.0004464598
0.0000000000    -0.0004872511    -0.0004625506    -0.0004684201
    -0.0004795469    -0.0004738175    -0.0004449526]
Qo=[14184
0
14184
14184
0
4630
9600]
ho=[2.00E+01
2.20E+01
3.72E+01
4.44E+01
2.10E+01
2.26E+01
2.46E+01
3.65E+01
2.21E+01
2.36E+01]
L=[20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι :

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	0
M5	14184
M8	14184
NEW1	0
NEW2	4630
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος έχει συγκλίνει και συνεπώς το μη γραμμικό πρόβλημα γραμμικοποιήθηκε και δεν απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις. Επομένως για το Σενάριο 1 οι παραπάνω παροχές είναι η βέλτιστη λύση του.

ΣΕΝΑΡΙΟ 2

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από το 1^ο ΒΗΜΑ

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ ₁ στο M1	Αύξηση ΔQ ₂ στο M2	Αύξηση ΔQ ₃ στο M5	Αύξηση ΔQ ₄ στο M8	Αύξηση ΔQ ₅ στο NEW1	Αύξηση ΔQ ₆ στο NEW2	Αύξηση ΔQ ₇ στο NEW3
M1	0	0+1000	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0+1000	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0+1000	0	0	0	0
M8	0	0	0	0	0+1000	0	0	0
NEW1	0	0	0	0	0	0+1000	0	0
NEW2	0	0	0	0	0	0	0+1000	0
NEW3	0	0	0	0	0	0	0	0+1000

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₁ στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₂ στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₃ στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₄ στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₅ στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₆ στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₇ στο NEW3
3.95E+01	3.95E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01
4.11E+01	4.11E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.07E+01
5.25E+01	5.25E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.22E+01
6.71E+01	6.71E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01
4.08E+01	4.08E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01
4.26E+01	4.26E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01
4.47E+01	4.47E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.43E+01
5.86E+01	5.86E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01
4.18E+01	4.18E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.14E+01
4.31E+01	4.31E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 1^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00043	-0.00044	-0.00043	-0.00040
0.00000	-0.00044	-0.00042	-0.00042	-0.00043	-0.00042	-0.00039
0.00000	-0.00035	-0.00033	-0.00034	-0.00034	-0.00034	-0.00033
0.00000	-0.00046	-0.00050	-0.00050	-0.00049	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00040
0.00000	-0.00045	-0.00044	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00041
0.00000	-0.00045	-0.00044	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00041
0.00000	-0.00047	-0.00048	-0.00049	-0.00049	-0.00049	-0.00045
0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00044	-0.00044	-0.00043	-0.00040
0.00000	-0.00044	-0.00043	-0.00043	-0.00044	-0.00043	-0.00040

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004478592    -0.0004254752    -0.0004323904
    -0.0004399541    -0.0004298079    -0.0003999688
0.0000000000    -0.0004397656    -0.0004158418    -0.0004224913
    -0.0004296660    -0.0004205900    -0.0003927970
0.0000000000    -0.0003474490    -0.0003335315    -0.0003360584
    -0.0003383678    -0.0003371444    -0.0003306648
0.0000000000    -0.0004601728    -0.0005032432    -0.0004987561
    -0.0004909429    -0.0004863630    -0.0004649071
0.0000000000    -0.0004505929    -0.0004322652    -0.0004390451
    -0.0004465428    -0.0004356263    -0.0004048895
0.0000000000    -0.0004530515    -0.0004373083    -0.0004440640
    -0.0004515180    -0.0004401477    -0.0004088164
0.0000000000    -0.0004498524    -0.0004378402    -0.0004439891
    -0.0004508062    -0.0004395502    -0.0004090308
0.0000000000    -0.0004733641    -0.0004808697    -0.0004898652
    -0.0004877722    -0.0004906677    -0.0004527322
0.0000000000    -0.0004452857    -0.0004289071    -0.0004351748
    -0.0004421529    -0.0004315890    -0.0004019747
0.0000000000    -0.0004415704    -0.0004273032    -0.0004331728
    -0.0004397386    -0.0004293538    -0.0004004891
]
Qo=[1000;1000;1000;1000;1000;1000;1000]
ho=[3.95E+01
4.11E+01
5.25E+01
6.71E+01
4.08E+01
4.26E+01
4.47E+01
5.86E+01
4.18E+01
4.31E+01]
L=[17;17;17;17;17;17;17;17]
b=[ho-L*A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	1603
M5	14184
M8	14184
NEW1	9600
NEW2	9600
NEW3	9600

Ακολουθούν τα αποτελέσματα από το 2⁰ ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	1603	1603	1603+4255.2	1603	1603	1603	1603	1603
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600	9600
NEW2	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
1.23E+01	1.23E+01	1.01E+01	1.02E+01	1.02E+01	1.08E+01	1.09E+01	1.09E+01
1.44E+01	1.44E+01	1.23E+01	1.24E+01	1.24E+01	1.30E+01	1.30E+01	1.31E+01
3.12E+01	3.12E+01	2.95E+01	2.96E+01	2.96E+01	3.01E+01	3.01E+01	3.01E+01
3.58E+01	3.58E+01	3.36E+01	3.34E+01	3.34E+01	3.42E+01	3.42E+01	3.43E+01
1.32E+01	1.32E+01	1.10E+01	1.11E+01	1.11E+01	1.17E+01	1.17E+01	1.18E+01
1.47E+01	1.47E+01	1.25E+01	1.26E+01	1.26E+01	1.32E+01	1.33E+01	1.33E+01
1.67E+01	1.67E+01	1.46E+01	1.46E+01	1.46E+01	1.53E+01	1.53E+01	1.54E+01
2.79E+01	2.79E+01	2.56E+01	2.56E+01	2.56E+01	2.63E+01	2.63E+01	2.64E+01
1.44E+01	1.44E+01	1.23E+01	1.23E+01	1.23E+01	1.29E+01	1.30E+01	1.30E+01
1.58E+01	1.58E+01	1.37E+01	1.38E+01	1.38E+01	1.44E+01	1.44E+01	1.45E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00050	-0.00048	-0.00048	-0.00050	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00049	-0.00047	-0.00047	-0.00049	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00039	-0.00037	-0.00038	-0.00039	-0.00039	-0.00038
0.00000	-0.00052	-0.00056	-0.00056	-0.00055	-0.00055	-0.00053
0.00000	-0.00050	-0.00049	-0.00049	-0.00051	-0.00049	-0.00047
0.00000	-0.00051	-0.00049	-0.00050	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00050	-0.00049	-0.00050	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00053	-0.00054	-0.00055	-0.00055	-0.00055	-0.00051
0.00000	-0.00050	-0.00048	-0.00049	-0.00050	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00049	-0.00048	-0.00049	-0.00050	-0.00049	-0.00046

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0005003930    -0.0004777537    -0.0004846689
   -0.0004997219    -0.0004887612    -0.0004601160
   0.0000000000    -0.0004911055    -0.0004669265    -0.0004735760
   -0.0004890203    -0.0004791298    -0.0004525308
   0.0000000000    -0.0003882674    -0.0003740946    -0.0003766214
   -0.0003921757    -0.0003901381    -0.0003848524
   0.0000000000    -0.0005211863    -0.0005640015    -0.0005595144
   -0.0005528892    -0.0005474948    -0.0005272329
   0.0000000000    -0.0005039628    -0.0004853799    -0.0004921597
   -0.0005065915    -0.0004948605    -0.0004653177
   0.0000000000    -0.0005070259    -0.0004910274    -0.0004977832
   -0.0005117372    -0.0004995523    -0.0004694150
   0.0000000000    -0.0005039617    -0.0004916942    -0.0004978431
   -0.0005110811    -0.0004990107    -0.0004696852
   0.0000000000    -0.0005324200    -0.0005396704    -0.0005486658
   -0.0005491670    -0.0005512480    -0.0005145066
   0.0000000000    -0.0004982813    -0.0004816475    -0.0004879152
   -0.0005021184    -0.0004907400    -0.0004623196
   0.0000000000    -0.0004943760    -0.0004798536    -0.0004857232
   -0.0004996645    -0.0004884653    -0.0004607945]
Qo=[14184
1603
14184
14184
9600
9600
9600]
ho=[1.23E+01
1.44E+01
3.12E+01
3.58E+01
1.32E+01
1.47E+01
1.67E+01
2.79E+01
1.44E+01
1.58E+01]
L=[17;17;17;17;17;17;17;17;17;17]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	0
M5	14184
M8	14184
NEW1	1800
NEW2	9600
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος δεν έχει συγκλίνει και απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις.

Πραγματοποιείται λοιπόν επανάληψη για το 2⁰ ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	0	0	0+4255.2	0	0	0	0	0
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	1800	1800	1800	1800	1800	1800+2880	1800	1800
NEW2	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
1.68E+01	1.68E+01	1.47E+01	1.48E+01	1.48E+01	1.54E+01	1.54E+01	1.55E+01
1.89E+01	1.89E+01	1.68E+01	1.69E+01	1.69E+01	1.75E+01	1.75E+01	1.76E+01
3.47E+01	3.47E+01	3.30E+01	3.31E+01	3.31E+01	3.36E+01	3.36E+01	3.36E+01
4.08E+01	4.08E+01	3.87E+01	3.85E+01	3.85E+01	3.93E+01	3.93E+01	3.93E+01
1.78E+01	1.78E+01	1.57E+01	1.57E+01	1.57E+01	1.64E+01	1.64E+01	1.65E+01
1.93E+01	1.93E+01	1.72E+01	1.73E+01	1.73E+01	1.79E+01	1.79E+01	1.80E+01
2.14E+01	2.14E+01	1.93E+01	1.93E+01	1.93E+01	1.99E+01	2.00E+01	2.01E+01
3.29E+01	3.29E+01	3.07E+01	3.06E+01	3.06E+01	3.14E+01	3.13E+01	3.15E+01
1.89E+01	1.89E+01	1.68E+01	1.69E+01	1.69E+01	1.75E+01	1.76E+01	1.76E+01
2.04E+01	2.04E+01	1.83E+01	1.83E+01	1.83E+01	1.90E+01	1.90E+01	1.91E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00049	-0.00047	-0.00048	-0.00048	-0.00047	-0.00044
0.00000	-0.00048	-0.00046	-0.00047	-0.00047	-0.00046	-0.00044
0.00000	-0.00039	-0.00038	-0.00038	-0.00037	-0.00037	-0.00037
0.00000	-0.00051	-0.00056	-0.00055	-0.00054	-0.00053	-0.00051
0.00000	-0.00050	-0.00048	-0.00048	-0.00049	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00050	-0.00048	-0.00049	-0.00050	-0.00049	-0.00045
0.00000	-0.00050	-0.00048	-0.00049	-0.00050	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00052	-0.00053	-0.00054	-0.00053	-0.00054	-0.00050
0.00000	-0.00049	-0.00048	-0.00048	-0.00049	-0.00048	-0.00045
0.00000	-0.00049	-0.00047	-0.00048	-0.00048	-0.00047	-0.00045

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004921388    -0.0004712445    -0.0004766701
    -0.0004845959    -0.0004744496    -0.0004446104
0.0000000000    -0.0004835766    -0.0004611425    -0.0004663024
    -0.0004737088    -0.0004646327    -0.0004368397
0.0000000000    -0.0003894224    -0.0003769940    -0.0003780317
    -0.0003748807    -0.0003736574    -0.0003671779
0.0000000000    -0.0005109493    -0.0005555095    -0.0005495328
    -0.0005389012    -0.0005343213    -0.0005128653
0.0000000000    -0.0004954509    -0.0004786130    -0.0004839032
    -0.0004915923    -0.0004806757    -0.0004499388
0.0000000000    -0.0004983454    -0.0004840919    -0.0004893580
    -0.0004968229    -0.0004854525    -0.0004541211
0.0000000000    -0.0004955020    -0.0004849795    -0.0004896388
    -0.0004961883    -0.0004849322    -0.0004544127
0.0000000000    -0.0005200518    -0.0005290472    -0.0005365530
    -0.0005349103    -0.0005378057    -0.0004998702
0.0000000000    -0.0004901299    -0.0004752411    -0.0004800192
    -0.0004870697    -0.0004765057    -0.0004468913
0.0000000000    -0.0004865315    -0.0004737541    -0.0004781340
    -0.0004845905    -0.0004742057    -0.0004453408]
Qo=[14184
0
14184
14184
1800
9600
9600]
ho=[1.68E+01
1.89E+01
3.47E+01
4.08E+01
1.78E+01
1.93E+01
2.14E+01
3.29E+01
1.89E+01
2.04E+01]
L=[17;17;17;17;17;17;17;17;17;17]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```


Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	0
M5	14184
M8	14184
NEW1	1387
NEW2	9600
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος δεν συγκλίνει και απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις.

Πραγματοποιείται λοιπόν επανάληψη για το 2^ο ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	0	0	0+4255.2	0	0	0	0	0
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	1387	1387	1387	1387	1387	1387+2880	1387	1387
NEW2	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
1.70E+01	1.70E+01	1.49E+01	1.50E+01	1.50E+01	1.56E+01	1.57E+01	1.58E+01
1.91E+01	1.91E+01	1.70E+01	1.71E+01	1.71E+01	1.77E+01	1.78E+01	1.78E+01
3.49E+01	3.49E+01	3.32E+01	3.33E+01	3.33E+01	3.38E+01	3.38E+01	3.38E+01
4.11E+01	4.11E+01	3.89E+01	3.87E+01	3.88E+01	3.95E+01	3.96E+01	3.96E+01
1.80E+01	1.80E+01	1.59E+01	1.60E+01	1.60E+01	1.66E+01	1.66E+01	1.67E+01
1.96E+01	1.96E+01	1.75E+01	1.75E+01	1.75E+01	1.81E+01	1.82E+01	1.83E+01
2.16E+01	2.16E+01	1.95E+01	1.95E+01	1.95E+01	2.02E+01	2.02E+01	2.03E+01
3.31E+01	3.31E+01	3.09E+01	3.09E+01	3.09E+01	3.16E+01	3.16E+01	3.17E+01
1.91E+01	1.91E+01	1.71E+01	1.71E+01	1.71E+01	1.77E+01	1.78E+01	1.79E+01
2.06E+01	2.06E+01	1.85E+01	1.86E+01	1.86E+01	1.92E+01	1.92E+01	1.93E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00049	-0.00047	-0.00047	-0.00049	-0.00046	-0.00044
0.00000	-0.00048	-0.00046	-0.00046	-0.00047	-0.00045	-0.00044
0.00000	-0.00038	-0.00037	-0.00037	-0.00037	-0.00036	-0.00037
0.00000	-0.00051	-0.00055	-0.00054	-0.00054	-0.00052	-0.00051
0.00000	-0.00049	-0.00048	-0.00048	-0.00049	-0.00047	-0.00045
0.00000	-0.00050	-0.00048	-0.00048	-0.00050	-0.00047	-0.00045
0.00000	-0.00049	-0.00048	-0.00048	-0.00050	-0.00047	-0.00045
0.00000	-0.00052	-0.00053	-0.00053	-0.00054	-0.00053	-0.00050
0.00000	-0.00049	-0.00047	-0.00047	-0.00049	-0.00047	-0.00045
0.00000	-0.00048	-0.00047	-0.00047	-0.00049	-0.00046	-0.00044

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004907300    -0.0004698356    -0.0004702948
    -0.0004860379    -0.0004633606    -0.0004430267
0.0000000000    -0.0004821468    -0.0004597126    -0.0004599063
    -0.0004748590    -0.0004535450    -0.0004352570
0.0000000000    -0.0003836030    -0.0003711747    -0.0003672476
    -0.0003734157    -0.0003625879    -0.0003656099
0.0000000000    -0.0005057425    -0.0005503027    -0.0005393593
    -0.0005417959    -0.0005232296    -0.0005112793
0.0000000000    -0.0004937964    -0.0004769585    -0.0004772823
    -0.0004932213    -0.0004695857    -0.0004483544
0.0000000000    -0.0004964631    -0.0004822096    -0.0004825092
    -0.0004985927    -0.0004743623    -0.0004525365
0.0000000000    -0.0004933271    -0.0004828046    -0.0004824973
    -0.0004979390    -0.0004738416    -0.0004528277
0.0000000000    -0.0005182671    -0.0005272624    -0.0005298018
    -0.0005377091    -0.0005267158    -0.0004982857
0.0000000000    -0.0004883815    -0.0004734926    -0.0004733042
    -0.0004885751    -0.0004654157    -0.0004453068
0.0000000000    -0.0004846136    -0.0004718361    -0.0004712496
    -0.0004860280    -0.0004631156    -0.0004437563
]
Qo=[14184
0
14184
14184
1387
9600
9600]
ho=[1.70E+01
1.91E+01
3.49E+01
4.11E+01
1.80E+01
1.96E+01
2.16E+01
3.31E+01
1.91E+01
2.06E+01]
L=[17;17;17;17;17;17;17;17;17]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	0
M5	14184
M8	14184
NEW1	1387
NEW2	9600
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει και συνεπώς το μη γραμμικό πρόβλημα γραμμικοποιήθηκε και δεν απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις. Επομένως για το Σενάριο 2 οι παραπάνω παροχές είναι η βέλτιστη λύση του.

ΣΕΝΑΡΙΟ 3

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από το 1^ο ΒΗΜΑ

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ ₁ στο M1	Αύξηση ΔQ ₂ στο M2	Αύξηση ΔQ ₃ στο M5	Αύξηση ΔQ ₄ στο M8	Αύξηση ΔQ ₅ στο NEW1	Αύξηση ΔQ ₆ στο NEW2	Αύξηση ΔQ ₇ στο NEW3
M1	0	0+1000	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0+1000	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0+1000	0	0	0	0
M8	0	0	0	0	0+1000	0	0	0
NEW1	0	0	0	0	0	0+1000	0	0
NEW2	0	0	0	0	0	0	0+1000	0
NEW3	0	0	0	0	0	0	0	0+1000

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₁ στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₂ στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₃ στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₄ στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₅ στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₆ στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ ₇ στο NEW3
3.95E+01	3.95E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01	3.91E+01
4.11E+01	4.11E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.06E+01	4.07E+01
5.25E+01	5.25E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.21E+01	5.22E+01
6.71E+01	6.71E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01	6.66E+01
4.08E+01	4.08E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01	4.04E+01
4.26E+01	4.26E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01	4.22E+01
4.47E+01	4.47E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.42E+01	4.43E+01
5.86E+01	5.86E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01	5.81E+01
4.18E+01	4.18E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.13E+01	4.14E+01
4.31E+01	4.31E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01	4.27E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 1^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00043	-0.00044	-0.00043	-0.00040
0.00000	-0.00044	-0.00042	-0.00042	-0.00043	-0.00042	-0.00039
0.00000	-0.00035	-0.00033	-0.00034	-0.00034	-0.00034	-0.00033
0.00000	-0.00046	-0.00050	-0.00050	-0.00049	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00040
0.00000	-0.00045	-0.00044	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00041
0.00000	-0.00045	-0.00044	-0.00044	-0.00045	-0.00044	-0.00041
0.00000	-0.00047	-0.00048	-0.00049	-0.00049	-0.00049	-0.00045
0.00000	-0.00045	-0.00043	-0.00044	-0.00044	-0.00043	-0.00040
0.00000	-0.00044	-0.00043	-0.00043	-0.00044	-0.00043	-0.00040

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000 -0.0004478592 -0.0004254752 -0.0004323904
    -0.0004399541 -0.0004298079 -0.0003999688
    0.0000000000 -0.0004397656 -0.0004158418 -0.0004224913
    -0.0004296660 -0.0004205900 -0.0003927970
    0.0000000000 -0.0003474490 -0.0003335315 -0.0003360584
    -0.0003383678 -0.0003371444 -0.0003306648
    0.0000000000 -0.0004601728 -0.0005032432 -0.0004987561
    -0.0004909429 -0.0004863630 -0.0004649071
    0.0000000000 -0.0004505929 -0.0004322652 -0.0004390451
    -0.0004465428 -0.0004356263 -0.0004048895
    0.0000000000 -0.0004530515 -0.0004373083 -0.0004440640
    -0.0004515180 -0.0004401477 -0.0004088164
    0.0000000000 -0.0004498524 -0.0004378402 -0.0004439891
    -0.0004508062 -0.0004395502 -0.0004090308
    0.0000000000 -0.0004733641 -0.0004808697 -0.0004898652
    -0.0004877722 -0.0004906677 -0.0004527322
    0.0000000000 -0.0004452857 -0.0004289071 -0.0004351748
    -0.0004421529 -0.0004315890 -0.0004019747
    0.0000000000 -0.0004415704 -0.0004273032 -0.0004331728
    -0.0004397386 -0.0004293538 -0.0004004891
]
Qo=[1000;1000;1000;1000;1000;1000;1000]
ho=[3.95E+01
4.11E+01
5.25E+01
6.71E+01
4.08E+01
4.26E+01
4.47E+01
5.86E+01
4.18E+01
4.31E+01]
L=[10;10;10;10;10;10;10;10]
b=[ho-L*A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	14184
M5	14184
M8	14184
NEW1	9600
NEW2	9600
NEW3	9600

Ακολουθούν τα αποτελέσματα από το 2⁰ ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600	9600
NEW2	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
5.66E+00	5.66E+00	3.84E+00	3.64E+00	3.63E+00	4.20E+00	4.23E+00	4.31E+00
7.94E+00	7.94E+00	6.14E+00	5.96E+00	5.95E+00	6.50E+00	6.53E+00	6.61E+00
2.60E+01	2.60E+01	2.46E+01	2.44E+01	2.44E+01	2.49E+01	2.49E+01	2.49E+01
2.89E+01	2.89E+01	2.71E+01	2.66E+01	2.66E+01	2.73E+01	2.73E+01	2.74E+01
6.52E+00	6.52E+00	4.68E+00	4.46E+00	4.45E+00	5.03E+00	5.06E+00	5.15E+00
8.01E+00	8.01E+00	6.16E+00	5.93E+00	5.92E+00	6.51E+00	6.54E+00	6.63E+00
1.01E+01	1.01E+01	8.25E+00	8.00E+00	7.99E+00	8.58E+00	8.62E+00	8.70E+00
2.09E+01	2.09E+01	1.90E+01	1.86E+01	1.86E+01	1.93E+01	1.93E+01	1.94E+01
7.79E+00	7.79E+00	5.98E+00	5.75E+00	5.74E+00	6.32E+00	6.35E+00	6.44E+00
9.31E+00	9.31E+00	7.50E+00	7.27E+00	7.27E+00	7.84E+00	7.87E+00	7.95E+00

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00048	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00042	-0.00047	-0.00047	-0.00050	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00034	-0.00038	-0.00038	-0.00040	-0.00040	-0.00039
0.00000	-0.00044	-0.00056	-0.00055	-0.00056	-0.00056	-0.00054
0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00049	-0.00052	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00049	-0.00052	-0.00051	-0.00048
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00049	-0.00052	-0.00051	-0.00048
0.00000	-0.00045	-0.00053	-0.00054	-0.00056	-0.00056	-0.00052
0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00048	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00042	-0.00048	-0.00048	-0.00051	-0.00050	-0.00047

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004289140    -0.0004762136    -0.0004783514
   -0.0005086383    -0.0004984921    -0.0004686528
0.0000000000    -0.0004215689    -0.0004660727    -0.0004679450
   -0.0004977359    -0.0004886598    -0.0004608667
0.0000000000    -0.0003372271    -0.0003772746    -0.0003750259
   -0.0003988739    -0.0003976506    -0.0003911711
0.0000000000    -0.0004418734    -0.0005566279    -0.0005473632
   -0.0005631782    -0.0005585983    -0.0005371422
0.0000000000    -0.0004315492    -0.0004833509    -0.0004853534
   -0.0005156439    -0.0005047273    -0.0004739904
0.0000000000    -0.0004338346    -0.0004886030    -0.0004905812
   -0.0005208880    -0.0005095176    -0.0004781862
0.0000000000    -0.0004311677    -0.0004892064    -0.0004905778
   -0.0005202502    -0.0005089942    -0.0004784746
0.0000000000    -0.0004524973    -0.0005335602    -0.0005377783
   -0.0005591616    -0.0005620570    -0.0005241215
0.0000000000    -0.0004269298    -0.0004798945    -0.0004813848
   -0.0005111056    -0.0005005417    -0.0004709272
0.0000000000    -0.0004237171    -0.0004782453    -0.0004793375
   -0.0005086165    -0.0004982317    -0.0004693668]
Qo=[14184
14184
14184
14184
9600
9600
9600
]
ho=[5.66E+00
7.94E+00
2.60E+01
2.89E+01
6.52E+00
8.01E+00
1.01E+01
2.09E+01
7.79E+00
9.31E+00
]
L=[10;10;10;10;10;10;10;10;10;10]
b=[ho-L*A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)
```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	14184
M5	14184
M8	14184
NEW1	1067
NEW2	9600
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος δεν συγκλίνει και απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις.

Πραγματοποιείται λοιπόν επανάληψη για το 2^ο ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	1067	1067	1067	1067	1067	1067+2880	1067	1067
NEW2	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
---	--	--	--	--	--	--	--

9.91E+00	9.91E+00	8.08E+00	7.87E+00	7.81E+00	8.45E+00	8.48E+00	8.56E+00
1.21E+01	1.21E+01	1.03E+01	1.01E+01	1.00E+01	1.07E+01	1.07E+01	1.08E+01
2.93E+01	2.93E+01	2.79E+01	2.77E+01	2.77E+01	2.82E+01	2.82E+01	2.82E+01
3.37E+01	3.37E+01	3.18E+01	3.13E+01	3.13E+01	3.21E+01	3.21E+01	3.21E+01
1.08E+01	1.08E+01	8.99E+00	8.75E+00	8.70E+00	9.34E+00	9.37E+00	9.46E+00
1.24E+01	1.24E+01	1.05E+01	1.03E+01	1.02E+01	1.09E+01	1.09E+01	1.10E+01
1.44E+01	1.44E+01	1.26E+01	1.23E+01	1.23E+01	1.29E+01	1.30E+01	1.31E+01
2.56E+01	2.56E+01	2.37E+01	2.33E+01	2.32E+01	2.40E+01	2.40E+01	2.41E+01
1.21E+01	1.21E+01	1.02E+01	1.00E+01	9.95E+00	1.06E+01	1.06E+01	1.07E+01
1.36E+01	1.36E+01	1.17E+01	1.15E+01	1.15E+01	1.21E+01	1.21E+01	1.22E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης Α για το 2^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00042	-0.00047	-0.00048	-0.00050	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00034	-0.00038	-0.00039	-0.00040	-0.00040	-0.00039
0.00000	-0.00044	-0.00056	-0.00056	-0.00056	-0.00056	-0.00053
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00050	-0.00052	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00051	-0.00052	-0.00051	-0.00048
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00051	-0.00052	-0.00051	-0.00048
0.00000	-0.00045	-0.00054	-0.00055	-0.00056	-0.00056	-0.00052
0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00050	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00042	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00047

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```

A=[0.0000000000    -0.0004299105    -0.0004810036    -0.0004936381
   -0.0005091366    -0.0004989903    -0.0004681186
   0.0000000000    -0.0004227912    -0.0004710172    -0.0004833860
   -0.0004985851    -0.0004895091    -0.0004606835
   0.0000000000    -0.0003411119    -0.0003839480    -0.0003921924
   -0.0004037164    -0.0004024931    -0.0003949817
   0.0000000000    -0.0004415548    -0.0005605850    -0.0005618174
   -0.0005614660    -0.0005568861    -0.0005343976
   0.0000000000    -0.0004323917    -0.0004880339    -0.0005005332
   -0.0005159047    -0.0005049881    -0.0004732187
   0.0000000000    -0.0004345775    -0.0004932203    -0.0005056955
   -0.0005209863    -0.0005096159    -0.0004772520
   0.0000000000    -0.0004318831    -0.0004938016    -0.0005056700
   -0.0005203117    -0.0005090557    -0.0004775037
   0.0000000000    -0.0004524952    -0.0005377407    -0.0005524556
   -0.0005579447    -0.0005608401    -0.0005218722
   0.0000000000    -0.0004278274    -0.0004846087    -0.0004965959
   -0.0005114658    -0.0005009018    -0.0004702549
   0.0000000000    -0.0004246422    -0.0004829739    -0.0004945629
   -0.0005090290    -0.0004986442    -0.0004687468]
Qo=[14184
14184
14184
14184
1067
9600
9600]
ho=[9.91E+00
1.21E+01
2.93E+01
3.37E+01
1.08E+01
1.24E+01
1.44E+01
2.56E+01
1.21E+01
1.36E+01]
L=[10;10;10;10;10;10;10;10;10;10]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)

```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	14184
M5	14184
M8	14184
NEW1	890
NEW2	9600
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος δεν συγκλίνει και απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις.

Πραγματοποιείται λοιπόν επανάληψη για το 2⁰ ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ_1 στο M1	Αύξηση ΔQ_2 στο M2	Αύξηση ΔQ_3 στο M5	Αύξηση ΔQ_4 στο M8	Αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184
M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	890	890	890	890	890	890+2880	890	890
NEW2	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
9.99E+00	9.99E+00	8.16E+00	7.95E+00	7.89E+00	8.53E+00	8.56E+00	8.56E+00
1.22E+01	1.22E+01	1.04E+01	1.02E+01	1.01E+01	1.07E+01	1.08E+01	1.08E+01
2.94E+01	2.94E+01	2.79E+01	2.78E+01	2.77E+01	2.82E+01	2.82E+01	2.82E+01
3.38E+01	3.38E+01	3.19E+01	3.14E+01	3.14E+01	3.22E+01	3.22E+01	3.22E+01
1.09E+01	1.09E+01	9.07E+00	8.83E+00	8.78E+00	9.42E+00	9.45E+00	9.45E+00

1.24E+01	1.24E+01	1.06E+01	1.03E+01	1.03E+01	1.09E+01	1.10E+01	1.10E+01
1.45E+01	1.45E+01	1.27E+01	1.24E+01	1.24E+01	1.30E+01	1.30E+01	1.30E+01
2.57E+01	2.57E+01	2.37E+01	2.34E+01	2.33E+01	2.41E+01	2.41E+01	2.41E+01
1.21E+01	1.21E+01	1.03E+01	1.01E+01	1.00E+01	1.07E+01	1.07E+01	1.07E+01
1.36E+01	1.36E+01	1.18E+01	1.16E+01	1.15E+01	1.22E+01	1.22E+01	1.22E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2^ο ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00050
0.00000	-0.00042	-0.00047	-0.00048	-0.00050	-0.00049	-0.00049
0.00000	-0.00034	-0.00038	-0.00039	-0.00040	-0.00040	-0.00040
0.00000	-0.00044	-0.00056	-0.00056	-0.00056	-0.00056	-0.00056
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00050	-0.00052	-0.00050	-0.00050
0.00000	-0.00044	-0.00049	-0.00051	-0.00052	-0.00051	-0.00051
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00051	-0.00052	-0.00051	-0.00051
0.00000	-0.00045	-0.00054	-0.00055	-0.00056	-0.00056	-0.00056
0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00050	-0.00051	-0.00050	-0.00050
0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00050

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004306705    -0.0004809549    -0.0004935835
    -0.0005090743    -0.0004989280    -0.0004989280
0.0000000000    -0.0004235512    -0.0004709685    -0.0004833314
    -0.0004985228    -0.0004894467    -0.0004894467
0.0000000000    -0.0003418717    -0.0003838994    -0.0003921379
    -0.0004036541    -0.0004024308    -0.0004024308
0.0000000000    -0.0004423148    -0.0005605363    -0.0005617628
    -0.0005614038    -0.0005568239    -0.0005568239
0.0000000000    -0.0004331517    -0.0004879852    -0.0005004786
    -0.0005158424    -0.0005049258    -0.0005049258
0.0000000000    -0.0004353375    -0.0004931717    -0.0005056410
    -0.0005209240    -0.0005095536    -0.0005095536
0.0000000000    -0.0004326431    -0.0004937529    -0.0005056154
    -0.0005202494    -0.0005089934    -0.0005089934
0.0000000000    -0.0004532552    -0.0005376921    -0.0005524010
    -0.0005578824    -0.0005607779    -0.0005607779
0.0000000000    -0.0004285874    -0.0004845601    -0.0004965413
    -0.0005114035    -0.0005008395    -0.0005008395
0.0000000000    -0.0004254023    -0.0004829252    -0.0004945083
    -0.0005089667    -0.0004985819    -0.0004985819]
Qo=[14184
14184
14184
```

```

14184
890
9600
9600]
ho=[9.99E+00
1.22E+01
2.94E+01
3.38E+01
1.09E+01
1.24E+01
1.45E+01
2.57E+01
1.21E+01
1.36E+01]
L=[10;10;10;10;10;10;10;10;10;10]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)

```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	14184
M5	14184
M8	14184
NEW1	870
NEW2	9600
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος δεν συγκλίνει και απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις.

Πραγματοποιείται λοιπόν επανάληψη για το 2^ο ΒΗΜΑ:

	Αρχικές Q	Αύξηση ΔQ ₁ στο M1	Αύξηση ΔQ ₂ στο M2	Αύξηση ΔQ ₃ στο M5	Αύξηση ΔQ ₄ στο M8	Αύξηση ΔQ ₅ στο NEW1	Αύξηση ΔQ ₆ στο NEW2	Αύξηση ΔQ ₇ στο NEW3
M1	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184	14184
M2	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184	14184

M5	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184	14184
M8	14184	14184	14184	14184	14184+4255.2	14184	14184	14184
NEW1	870	870	870	870	870	870+2880	870	870
NEW2	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880	9600
NEW3	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600	9600+2880

Υδραυλικά ύψη κόμβων για αρχικές συνθήκες	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_1 στο M1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_2 στο M2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_3 στο M5	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_4 στο M8	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_5 στο NEW1	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_6 στο NEW2	Υδραυλικά ύψη κόμβων με αύξηση ΔQ_7 στο NEW3
1.00E+01	1.00E+01	8.17E+00	7.96E+00	7.90E+00	8.54E+00	8.56E+00	8.65E+00
1.22E+01	1.22E+01	1.04E+01	1.02E+01	1.01E+01	1.07E+01	1.08E+01	1.08E+01
2.94E+01	2.94E+01	2.80E+01	2.78E+01	2.77E+01	2.82E+01	2.83E+01	2.83E+01
3.38E+01	3.38E+01	3.19E+01	3.14E+01	3.14E+01	3.22E+01	3.22E+01	3.22E+00
1.09E+01	1.09E+01	9.07E+00	8.84E+00	8.79E+00	9.43E+00	9.46E+00	9.55E+00
1.25E+01	1.25E+01	1.06E+01	1.04E+01	1.03E+01	1.10E+01	1.10E+01	1.11E+01
1.45E+01	1.45E+01	1.27E+01	1.24E+01	1.24E+01	1.30E+01	1.31E+01	1.31E+01
2.57E+01	2.57E+01	2.38E+01	2.34E+01	2.33E+01	2.41E+01	2.41E+01	2.42E+01
1.22E+01	1.22E+01	1.03E+01	1.01E+01	1.00E+01	1.07E+01	1.07E+01	1.08E+01
1.36E+01	1.36E+01	1.18E+01	1.16E+01	1.15E+01	1.22E+01	1.22E+01	1.23E+01

Ακολουθεί ο πίνακας απόκρισης A για το 2⁰ ΒΗΜΑ

0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00042	-0.00047	-0.00048	-0.00050	-0.00049	-0.00046
0.00000	-0.00034	-0.00038	-0.00039	-0.00040	-0.00040	-0.00040
0.00000	-0.00044	-0.00056	-0.00056	-0.00056	-0.00056	-0.01061
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00050	-0.00052	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00044	-0.00049	-0.00051	-0.00052	-0.00051	-0.00048
0.00000	-0.00043	-0.00049	-0.00051	-0.00052	-0.00051	-0.00048
0.00000	-0.00045	-0.00054	-0.00055	-0.00056	-0.00056	-0.00052
0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00050	-0.00051	-0.00050	-0.00047
0.00000	-0.00043	-0.00048	-0.00049	-0.00051	-0.00050	-0.00047

Ο κώδικας ο οποίος εισάχθηκε στην Matlab παρουσιάζεται παρακάτω:

```
A=[0.0000000000    -0.0004306657    -0.0004809494    -0.0004935774
    -0.0005090673    -0.0004989210    -0.0004690818
0.0000000000    -0.0004235464    -0.0004709630    -0.0004833252
    -0.0004985158    -0.0004894397    -0.0004616466
0.0000000000    -0.0003418669    -0.0003838939    -0.0003921317
    -0.0004036470    -0.0004024238    -0.0003959443
0.0000000000    -0.0004423101    -0.0005605308    -0.0005617567
    -0.0005613967    -0.0005568168    -0.0106090008
0.0000000000    -0.0004331470    -0.0004879797    -0.0005004724
    -0.0005158353    -0.0005049187    -0.0004741818
0.0000000000    -0.0004353327    -0.0004931662    -0.0005056348
    -0.0005209169    -0.0005095466    -0.0004782152
0.0000000000    -0.0004326384    -0.0004937475    -0.0005056093
    -0.0005202424    -0.0005089864    -0.0004784668
0.0000000000    -0.0004532504    -0.0005376866    -0.0005523949
    -0.0005578754    -0.0005607708    -0.0005228353
0.0000000000    -0.0004285826    -0.0004845545    -0.0004965351
    -0.0005113964    -0.0005008325    -0.0004712180
0.0000000000    -0.0004253975    -0.0004829197    -0.0004945022
    -0.0005089597    -0.0004985749    -0.0004697100]
Qo=[14184
14184
14184
870
9600
9600]
ho=[1.00E+01
1.22E+01
2.94E+01
3.38E+01
1.09E+01
1.25E+01
1.45E+01
2.57E+01
1.22E+01
1.36E+01]
```

```

L=[10;10;10;10;10;10;10;10;10;10]
b=[ho-L-A*Qo]
ub=[14184;14184;14184;14184;9600;9600;9600]
lb=zeros(7,1);
f=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
[x,fval,~,~,~]=linprog(f,-A,b,[],[],lb,ub)
Q=sum(x)

```

Τελικά τα αποτελέσματα είναι:

	Βέλτιστες Παροχές
M1	14184
M2	14184
M5	14184
M8	14184
NEW1	870
NEW2	9600
NEW3	9600

Συγκρίνοντας με τα προηγούμενη βέλτιστα αποτελέσματα των παροχών είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει και συνεπώς το μη γραμμικό πρόβλημα γραμμικοποιήθηκε και δεν απαιτούνται επιπλέον επαναλήψεις. Επομένως για το Σενάριο 4 οι παραπάνω παροχές είναι η βέλτιστη λύση του.

Κεφάλαιο 6: Αποτελέσματα και Συμπεράσματα

Παρακάτω παρουσιάζονται οι πίνακες με τα αποτελέσματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης, η οποία αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Το πρώτο σενάριο, το οποίο εξετάστηκε, είχε σαν περιορισμό το ελάχιστο υδραυλικό ύψος του υδροφορέα να είναι 20 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Για να βρεθούν οι βέλτιστες παροχές άντλησης χρειάστηκαν τέσσερις επαναλήψεις, των οποίων τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα παρακάτω. Όπως φαίνεται και στον πίνακα θα χρειαστεί να λειτουργήσουν μόνο πέντε από τις επτά εξεταζόμενες γεωτρήσεις, τρεις από τις ήδη υπάρχουσες και δύο από τις νέες θεωρηθείσες. Οι M1, M5, M8 και NEW3 θα μπορούν να αντλούν με την μέγιστη παροχή άντλησης ενώ η NEW2 με σχεδόν την μισή από την μέγιστη δυνατή.

20	ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΕΚΕΣ (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 1 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 2 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 3 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 4 (m ³ /day)
M1	1000	14184	14184	14184	14184
M2	1000	0	0	0	0
M5	1000	14184	14184	14184	14184
M8	1000	14184	14184	14184	14184
NEW1	1000	4413	1219	0	0
NEW2	1000	9600	4029	4630	4630
NEW3	1000	9600	9600	9600	9600

Πίνακας 6. Δοκιμές πρώτου σεναρίου

Στο δεύτερο σενάριο, ο περιορισμός ήταν το ελάχιστο υδραυλικό ύψος του υδροφορέα να είναι 17 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Για να βρεθούν οι βέλτιστες παροχές άντλησης χρειάστηκαν τέσσερις επαναλήψεις, των οποίων τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα παρακάτω. Όπως φαίνεται και στα αποτελέσματα η γεώτρηση M2 δεν αντλεί, οι M1, M5, M8, NEW2, NEW3 μπορούν να λειτουργούν με τις μέγιστες παροχές άντλησης και η NEW1 σχεδόν με το 15% της μέγιστης δυνατής παροχής άντλησης.

17	ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΕΚΕΣ (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 1 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 2 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 3 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 4 (m ³ /day)
M1	1000	14184	14184	14184	14184
M2	1000	1603	0	0	0
M5	1000	14184	14184	14184	14184
M8	1000	14184	14184	14184	14184
NEW1	1000	9600	1800	1387	1387
NEW2	1000	9600	9600	9600	9600
NEW3	1000	9600	9600	9600	9600

Πίνακας 7. Δοκιμές δεύτερου σεναρίου

Το τρίτο και τελευταίο σενάριο, το οποίο εξετάστηκε, είχε σαν περιορισμό το ελάχιστο υδραυλικό ύψος του υδροφορέα να είναι 10m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Για να βρεθούν οι βέλτιστες παροχές άντλησης χρειάστηκαν πέντε επαναλήψεις, των οποίων τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα παρακάτω. Σε αυτήν την περίπτωση λειτουργούν όλες οι γεωτρήσεις και μάλιστα οι έξι από τις επτά με την μέγιστη δυνατή παροχή άντλησης. Η NEW1 χρειάζεται να αντλεί μόνο με το 9% της δυναμικότητάς της.

10	ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΕΚΕΣ(m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 1 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 2 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 3 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 4 (m ³ /day)	ΔΟΚΙΜΗ 5 (m ³ /day)
M1	1000	14184	14184	14184	14184	14184
M2	1000	14184	14184	14184	14184	14184
M5	1000	14184	14184	14184	14184	14184
M8	1000	14184	14184	14184	14184	14184
NEW1	1000	9600	1067	890	870	870
NEW2	1000	9600	9600	9600	9600	9600
NEW3	1000	9600	9600	9600	9600	9600

Πίνακας 8. Δοκιμές τρίτου σεναρίου

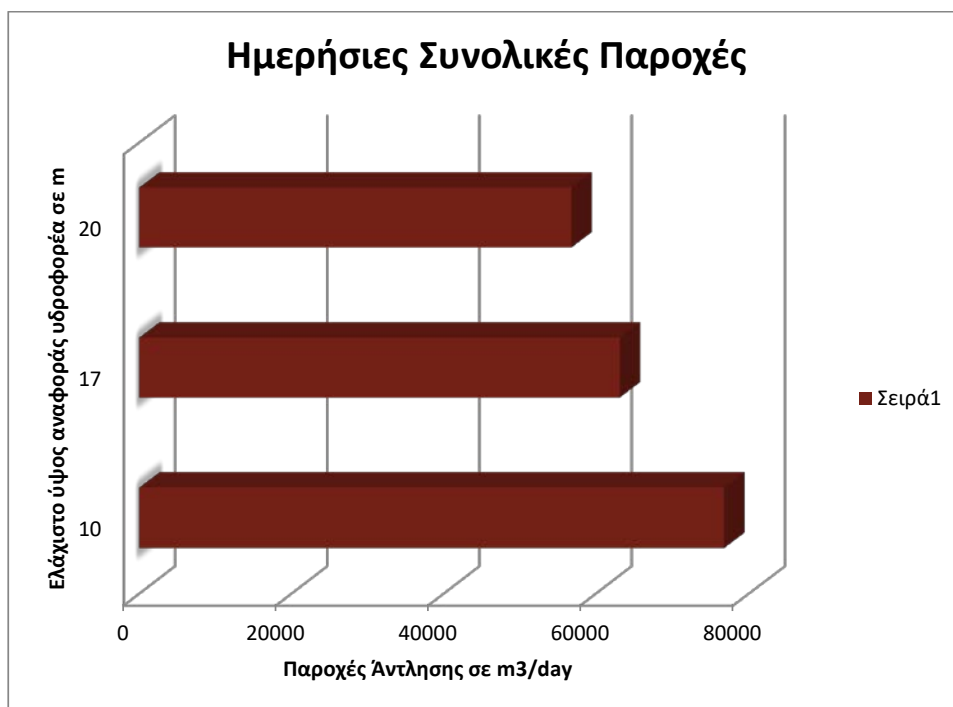
Η μέγιστη παροχή άντλησης της υπάρχουσας κατάστασης, με την λειτουργία δηλαδή των τεσσάρων γεωτρήσεων (M1, M2, M5, M8), είναι 20,42 Mm³/year. Το μοντέλο δείχνει ότι για ελάχιστο ύψος αναφοράς υδροφόρου ορίζοντα 20 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, το οποίο είναι και το πλησιέστερο σενάριο (πρώτη περίπτωση) στην πραγματική κατάσταση, μπορεί να γίνει αύξηση της παροχής άντλησης κατά 0,31 Mm³/year. Αν το ελάχιστο υδραυλικό ύψος πάνω από

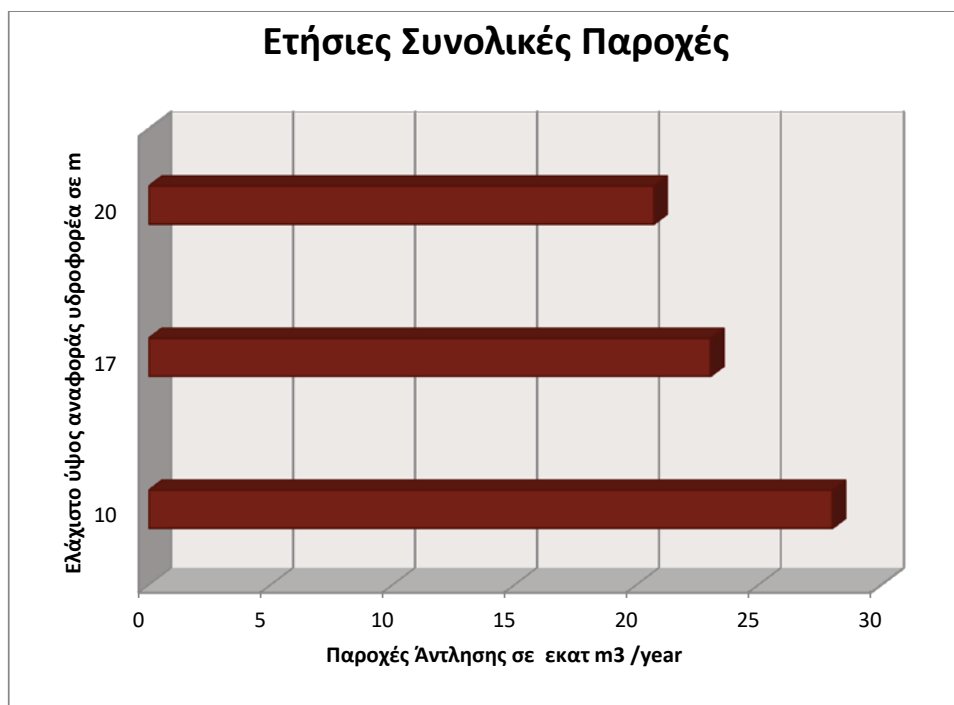
την επιφάνεια της θάλασσας πέσει κατά 3 m, τότε είναι δυνατή η αύξηση της συνολικής παροχής μέχρι και 2,63 Mm³/year. Τέλος αν το ελάχιστο υδραυλικό ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας φτάσει μέχρι και τα 10 m τότε επιτρέπεται αύξηση της συνολικής παροχής άντλησης κατά 7,61 Mm³/year. Αξίζει να σημειωθεί ότι για όλα τα εξεταζόμενα σενάρια έχει θεωρηθεί η χειρότερη δυνατή περίπτωση άντλησης (Αύγουστος 2017) για όλη την διάρκεια του έτους, πράγμα φυσικά, το οποίο δεν ανταποκρίνεται στις πραγματικές ανάγκες της περιοχής οι οποίες τους χειμερινούς μήνες θα είναι αρκετά μειωμένες και άρα η άντληση κατά διαστήματα θα μπορεί να είναι αρκετά μεγαλύτερη χωρίς να επέλθει πτώση του υδροφορέα. Γενικά ισχύει ότι όσο περισσότερο χαμηλώνει η στάθμη τόσο αυξάνεται η πιθανότητα από λάθος διαχείριση να κινδυνεύσει ο υδροφορέας από υφαλμύριση, όμως ακόμα και τα 10 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας θεωρούνται ένα ασφαλές ύψος. Στην περιοχή της Αγυιάς ο υδροφορέας είναι εξαιρετικά πλούσιος με πολύ μικρή περίοδο επαναφοράς ακόμα και μετά από περιόδους μεγάλης και απότομης αύξησης της παροχής[5], για αυτόν το λόγο εξετάστηκαν και σενάρια με χαμηλότερο ελάχιστο υδραυλικό ύψος από το πραγματικό.

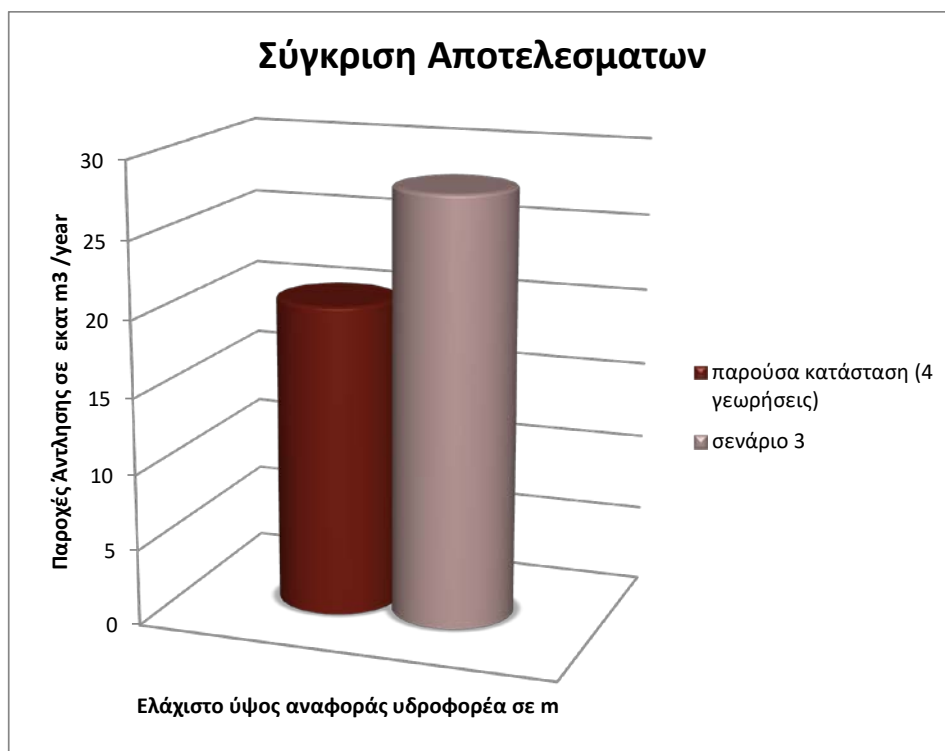
Πίνακας Αποτελεσμάτων για σύγκριση των τριών σεναρίων

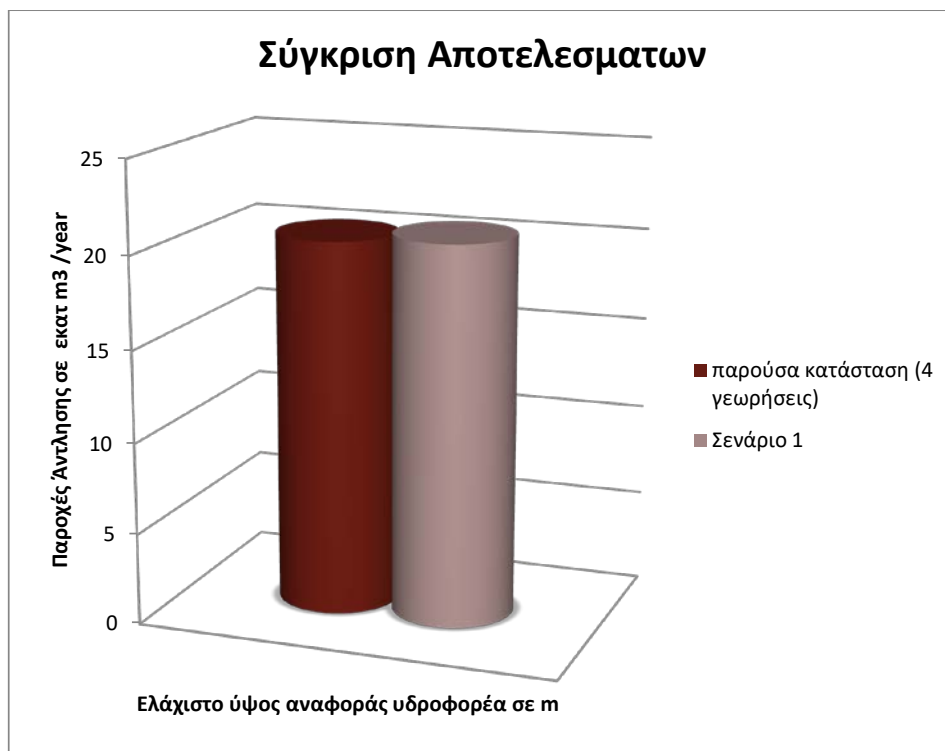
H _{ref} (m)	20(Σενάριο 1)	17(Σενάριο 2)	10(Σενάριο 3)
M1(m ³ /day)	14184	14184	14184
M2(m ³ /day)	0	0	14184
M5(m ³ /day)	14184	14184	14184
M8(m ³ /day)	14184	14184	14184
NEW1(m ³ /day)	0	1387	870
NEW2(m ³ /day)	4630	9600	9600
NEW3(m ³ /day)	9600	9600	9600
ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ(m³/day)	56782	63139	76806
ΕΤΗΣΙΕΣ ΠΑΡΟΧΕΣ ΑΝΤΗΣΗΣ (Mm³/year)	20.73	23.05	28.03

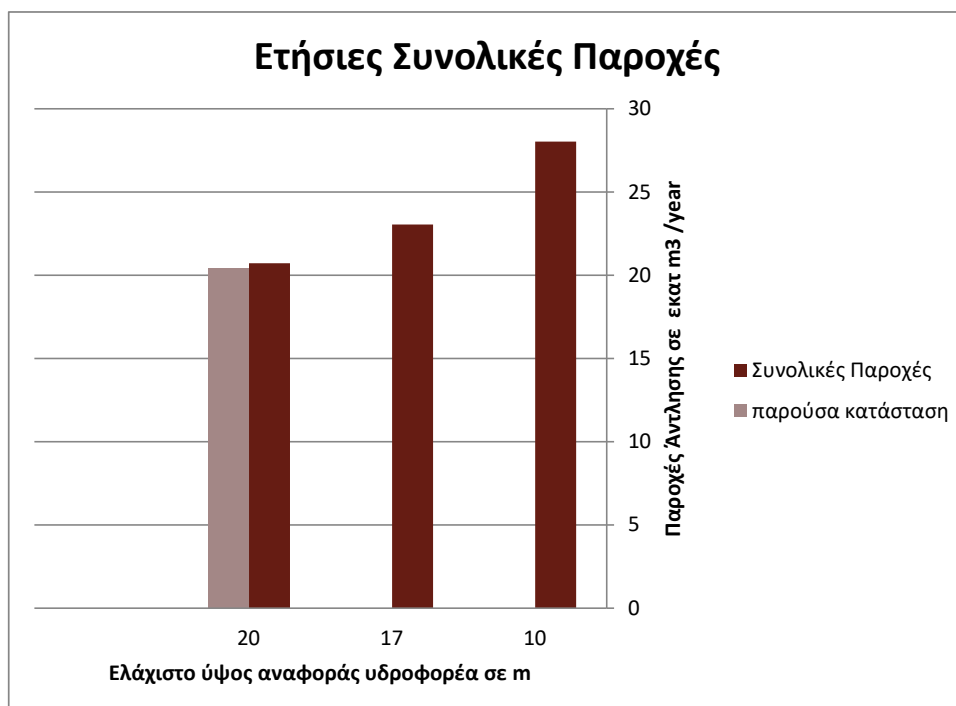
Πίνακας 9: Αποτελέσματα τριών σεναρίων











Βιβλιογραφία

1. WISE Σημείωση σχετικά με την οδηγία για τα ύδατα
2. Νίκος Μανάσης, Υδρομετεωρολογία, Υπόγεια Νερά, Αθήνα 2009.
3. Ahlfeld, David P., and Ann E. Mulligan. *Optimal management of flow in groundwater systems: an introduction to combining simulation models and optimization methods*. Academic Press, 2000.
4. Νικόλαος Π. Νικολαΐδης και Γεώργιος Καρατζάς Καθηγητές, Ειδικό Σχέδιο Διαχείρισης των Υδατικών Πόρων για τις Λεκάνες Απορροής των Ποταμών Κερίτη-Θερίσου και Κοιλιάρη, Χανιά Παραρτήματα, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης. Νοέμβριος 2010.
5. Νικόλαος Νικολαΐδης, Γεώργιος Καρατζάς και Σοφία Νεραντζάκη Σχολή Μηχανικών Περιβάλλοντος Πολυτεχνείου Κρήτης και Κωνσταντίνος Βοζινάκης, Υδρογεωλόγος, « Υδρογεωλογική- διαχειριστική μελέτη για την αναρρύθμιση των καρστικών πηγών Αγυιάς», Χανιά Νοέμβριος 2017.
6. Δημητρίου Μ. Αλέξανδρος, Διπλωματική εργασία: «Υδρολογική και γεωχημική προσομοίωση της λεκάνης απορροής του ποταμού Κερίτη» Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης. Οκτώβριος 2015.
7. Karatzas, George P. "Developments on modeling of groundwater flow and contaminant transport." *Water Resources Management* 31.10 (2017)
8. Anderson, Marry P., and William W. Woessner. "Applied groundwater modeling: simulation of flow and advective transport." (1992)
9. Αικατερίνη Παυλάκη, Μιχαήλ Λιόνης, Προκατακτική μελέτη γεωλογικής καταλληλότητας, Φεβρουάριος 2013.
10. Stratis, P. N., et al. "PTC simulations, stochastic optimization and safety strategies for groundwater pumping management: case study of the Hersonissos Coastal Aquifer in Crete." *Applied Water Science* 2425-2435. 7.5 (2017)
11. Babu, D., et al. "Chemical transport by three dimensional groundwater flows (PTC- Princeton Transport Code)." *Rep. 84-WR 3* (1997).
12. Γιάννης Σίσκος, Γραμμικός Προγραμματισμός – Μεθοδολογία υποστήριξης αποφάσεων, Πολυκριτήρια βελτιστοποίηση, 40 προβλήματα επιχειρήσεων, Πακέτα λογισμικού και επίλυση στο Excel, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1998.
13. Στέφανος Μ. Καρτεράκης, Μεταπτυχιακή Διατριβή « Διαχείριση των υπογείων υδάτων με χρήση συνδυασμού μεθόδων προσομοίωσης και βελτιστοποίησης», Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης. Αύγουστος 2005
14. Νίκος Μαμάσης, Τεχνική Υδρολογία, Υπόγεια Νερα, Εργαστήριο Υδρολογίας και Αξιοποίησης Υδατικών Πόρων, Αθήνα 2011.
15. Website of Groudwater foundation
16. Παυλάκης, Π. "Συμβολή στην υδρογεωλογική διερεύνηση του ασβεστολιθικού υδροφόρου συστήματος των πηγών Αγυιάς, Δυτικής Κρήτης", Θεσσαλονίκη 1989.
17. Αρανίτης, Σ., Ζερβογιάννης, Γ. και Μελλισάρης, Π. "Υδρογεωλογική έρευνα πηγών Αγυιάς", Προκαταρκτική μελέτη, Υπ.Δ.Ε., Αθήνα 1972.

18. Αρανίτης, Σ., Ζερβογιάννης, Γ. και Μελλισάρης, Π. “Υδρογεωλογική έρευνα πηγών Αγυιάς”, Υπ.Δ.Ε., Αθήνα 1977.
19. Βαφείδης, Γ., Αμολοχίτης, Γ., Μονόπωλης, Δ. και Στειακάκης, Μ. “Γεωφυσική έρευνα με γεωηλεκτρικέςδιασκοπήσεις στην κοιλάδα του Κερίτηποταμού”, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά(1991).
20. ARGUS ONE user’s guide
21. Γεώργιος Π. Καρατζάς, Ροή Υπογείων υδάτων και μεταφορά ρύπων, Πανεπιστημιακές σημειώσεις 2, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης,2005.