



ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Πιθανοκρατική εκτίμηση συντελεστή ασφάλειας βραχιδών  
πρανών**

**Μαραγκάκης Ιωάννης**

**Επιβλέποντες :**

**Γεώργιος Εξαδάκτυλος (καθηγητής, επιβλέπων)**

**Εμμανουήλ Στειακάκης (επ. καθηγητής)**

**Γεώργιος Ξηρουδάκης (Διδάκτορας)**

Χανιά, Ιούνιος 2018

# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

---

Αρχικά, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή Μηχανικής Πετρωμάτων-Εκμετάλλευσης Μεταλλείων, Ορυχείων και Διευθυντή του Εργαστηρίου Μελέτης και Σχεδιασμού Εκμεταλλεύσεων στο Πολυτεχνείο Κρήτης, κ. Γεώργιο Εξαδάχτυλο για την καθοδήγησή του σε όλη τη διάρκεια της εργασίας.

Παράλληλα, ευχαριστώ θερμά τους Διδάκτορες της σχολής, κ. Ξηρουδάκη Γεώργιο και κ. Λιόλιο Παντελή, για την πολύτιμη συμβολή τους, η οποία συντέλεσε στην πραγματοποίηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Πρόσθετα, θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου Αντώνιο και Ευαγγελία Μαραγκάκη, καθώς και τις αδερφές μου Αντωνία και Γεωργία που με υπομονή και κουράγιο πρόσφεραν την απαραίτητη ηθική συμπαράσταση για την ολοκλήρωση της Διπλωματικής μου εργασίας.

Τέλος ένα μεγάλο ευχαριστώ στον κοντινό μου φίλο Περουλάκη Ιωάννη για τις συμβουλές και την υποστήριξή του.

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

---

Η παρούσα Διπλωματική εργασία αναφέρεται στην ανάλυση αστοχίας βραχωδών πρανών, η ολίσθηση των οποίων, λαμβάνει χώρα πάνω σε δύο επίπεδες επιφάνειες. Για τον έλεγχο της ευστάθειας, χρησιμοποιούνται οι ντετερμινιστικοί μέθοδοι υπολογισμού του συντελεστή ασφάλειας καθώς και οι πιθανοκρατικές μέθοδοι για την περιγραφή της διακύμανσης αυτού, αν ληφθούν υπόψη οι αβεβαιότητες που σχετίζονται με τον σχεδιασμό του πρανού, τον υδροφόρο ορίζοντα και τις ιδιότητες της ασυνέχειας. Η κατάρρευση βραχωδών πρανών αποτελεί ένα συχνό φαινόμενο και οι επιπτώσεις που μπορούν να προκληθούν μπορεί να είναι σημαντικές για τα πρανή, τη λειτουργία υπαίθριων εκμεταλλεύσεων αλλά και για τα πρανή σε δημόσιους δρόμους, κατοικημένες περιοχές και εν γένει σε περιοχές με ανθρώπινες δραστηριότητες. Συνεπώς κρίνεται απαραίτητη η εξέταση της ευστάθειας τέτοιων βραχωδών πρανών σε ασυνεχείς βραχώμαζες. Αρχικά, στα δύο πρώτα κεφάλαια, περιγράφονται βασικές εισαγωγικές έννοιες σχετικές με την ανάλυση της ευστάθειας ενός πρανού, οι παράγοντες που συμβάλλουν σε αυτή και παρουσιάζονται τα κριτήρια αστοχίας τα οποία προσομοιάζουν τα στιγμιαία εντατικά πεδία σε ένα σχηματισμό, προσδιορίζοντας την στιγμή της αστοχίας. Επιπρόσθετα, στα επόμενα δύο κεφάλαια (τρίτο και τέταρτο), αναλύονται τα είδη των μηχανισμών αστοχίας που μπορούν να προκύψουν ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της βραχώμαζας, αναφέρεται η συμβολή των στερεοδιαγραμμάτων στην ευστάθεια και παρουσιάζεται ένα μοντέλο αστοχίας πρανού με τη μορφή κινηματικής αλυσίδας δύο άκαμπτων ογκοτεμαχίων πετρώματος που συντελούν σε μη-επίπεδη επιφάνεια αστοχίας του πρανού. Τέλος, στα δύο τελευταία κεφάλαια, παρουσιάζεται το υπολογιστικό μοντέλο της ανάλυσης ευστάθειας, με γραμμικά και μη-γραμμικά κριτήρια, χρησιμοποιώντας τις ντετερμινιστικές μεθόδους υπολογισμού του συντελεστή ασφάλειας καθώς και την χρήση των πιθανοκρατικών μεθόδων.

# ABSTRACT

---

This Diploma thesis refers to the deterministic and probabilistic analysis of rock slopes that tend to exhibit non-planar failure (i.e. rock sliding on two planar joint surfaces). The stability of slopes can firstly be analyzed using deterministic methods for the calculation of the safety factor and secondly, by using probabilistic methods, that consider the random nature of the rock mass and slope design parameters involved in the calculation of the safety factor. Nowadays, the collapse of slope is a frequent phenomenon and its consequences may have serious consequences. Therefore, the examination of the stability of slopes and the implementation of remediation measures (rock bolts, meshes etc), for the prevention of failure, plays a significant role. To begin with, the first two chapters introduce definitions which have to do with the rock slope stability analysis and the factors that are relevant to the failure of the slopes. Furthermore, it presents the failure criterions which can simulate the instant stress fields and determine the moment of failure. Moreover, in the next two chapters (third and forth) the modes of failure which result from the rock mass characteristics are analyzed, and a model of a slope with two rigid rock blocks is presented. Finally, the stability of the above mentioned slope is calculated by using both deterministic linear, non-linear failure criteria and the probabilistic methods.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

Περίληψη.....	iii
Abstract .....	iv
Περιεχόμενα.....	v
Κατάλογος Σχημάτων .....	vii
Κατάλογος Πινάκων .....	ix
Κατάλογος Συμβόλων.....	x
<b>Κεφάλαιο 1. Εισαγωγικές έννοιες-Ορισμοί</b>	<b>7</b>
1.1 Σκοπός της εργασίας .....	7
1.2 Γενικές έννοιες .....	10
1.3 Πρανή .....	11
1.3.1 Τρόποι αστοχίας πρανών .....	11
1.3.2 Ευστάθεια πρανών .....	13
1.4 Διατμητική αντοχή .....	14
1.4.1 Ανάλυση δυνάμεων και παραγόντων που την αποτελούν.....	14
1.4.2 Κύκλος του Mohr.....	17
1.5 Μέθοδοι ανάλυσης ευστάθειας πρανών.....	19
1.5.1 Εισαγωγικές επισημάνσεις.....	19
1.5.2 Κατηγορίες τρόπων ανάλυσης .....	19
1.5.3 Συμβατικές μέθοδοι οριακής ισορροπίας.....	20
1.5.4 Αριθμητικές μέθοδοι.....	21
1.6 Τυχαίες μεταβλητές και ο χαρακτηρισμός τους .....	23
1.7 Χρήσιμα πρότυπα κατανομών .....	25
1.7.1 Χρήσιμες διακριτές κατανομές .....	25
1.7.2 Χρήσιμες συνεχείς κατανομές.....	26
1.8 Προσομοίωση Monte Carlo.....	28
1.9 Επίδραση του νερού στην ευστάθεια .....	29
1.9.1 Οι επιδράσεις του νερού και ο χαρακτηρισμός του .....	29
1.9.2 Ροή του νερού σε θραυσμένα υλικά.....	33
1.9.3 Δίκτυο ροής του νερού.....	34

1.10	Παράμετροι περιγραφής ασυνεχειών .....	35
<b>Κεφάλαιο 2. Ανάλυση επίπεδης ολίσθησης με γραμμικά και μη γραμμικά κριτήρια</b>		<b>38</b>
2.1	Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb.....	38
2.2	Κριτήριο αστοχίας Barton-Bandis .....	42
2.3	Κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown .....	46
<b>Κεφάλαιο 3. Μηχανισμοί αστοχίας και η γραφική τους απεικόνιση</b>		<b>48</b>
3.1	Ανάλυση πρηνών.....	48
3.1.1	Εισαγωγή .....	48
3.1.2	Επίπεδη αστοχία (Plane failure).....	50
3.1.3	Αστοχία με δημιουργία σφήνας (Wedge failure).....	53
3.1.4	Αστοχία με κυκλική ολίσθηση (Circular failure).....	56
3.1.5	Αστοχία με ανατροπή (Toppling) .....	59
3.2	Στερεογραφικές προβολές .....	63
<b>Κεφάλαιο 4. Μοντελοποίηση επίπεδης αστοχίας με δύο Μπλοκ</b>		<b>68</b>
<b>Κεφάλαιο 5. Υπολογισμός συντελεστή ασφάλειας με γραμμικές και μη-γραμμικές μεθόδους</b>		<b>74</b>
<b>Κεφάλαιο 6. Χρήση πιθανοκρατικών μεθόδων για την εύρεση της πιθανότητας αστοχίας</b>		<b>80</b>
<b>Κεφάλαιο 7. Συμπεράσματα-Προτάσεις</b>		<b>88</b>
	Βιβλιογραφία.....	90

# Κατάλογος Σχημάτων

---

1.1 Πιθανοκρατική ανάλυση πρανών .....	8
1.2 Ορισμός βραχόμαζας και άρρηκτου πετρώματος .....	10
1.3 Μηχανισμοί αστοχίας πρανών .....	12
1.4 Επίδραση της διατμητικής αντοχής στην ευστάθεια .....	15
1.5 Εντατικό πεδίο και κύκλος Mohr .....	17
1.6 Επίδραση της περιβάλλουσας Mohr-Coulomb στην ευστάθεια .....	18
1.7 Τεχνική των πεπερασμένων στοιχείων .....	22
1.8 Αθροιστική συνάρτηση κατανομής διακριτών και συνεχών τυχαίων μεταβλητών .....	24
1.9 Αθροιστική συνάρτηση κανονικής κατανομής .....	27
1.10 Αθροιστική συνάρτηση ομοιόμορφης κατανομής .....	27
1.11 Αθροιστική συνάρτηση εκθετικής κατανομής .....	28
1.12 Μοντέλο κορεσμένου πρανούς .....	29
1.13 Ορισμός ολικού υδραυλικού φορτίου, $h_{ολ}$ .....	31
1.14 Διακύμανση της υδραυλικής αγωγιμότητας ανάλογα με το είδος του πετρώματος .....	33
1.15 Μεταβολή της υδραυλικής αγωγιμότητας ανάλογα με τα χαρακτηριστικά των ασυνεχειών .....	34
1.16 Επίδραση των παραμέτρων, άνοιγμα και απόσταση των ασυνεχειών στην υδραυλική αγωγιμότητα .....	34
1.17 Δίκτυο ροής νερού .....	35
1.18 Προσδιορισμός των γεωμετρικών όρων προσανατολισμού των ασυνεχειών .....	37
2.1 Εντατικό πεδίο σε δοκίμιο .....	39
2.2 Αναπαράσταση αστοχίας με το κύκλο του Mohr .....	40
2.3 Σχηματική αναπαράσταση κύριων τάσεων $\sigma_1, \sigma_3$ .....	41
2.4 Κατασκευή εγγενούς καμπύλης για την εύρεση του σημείου αποκοπής της περιβάλλουσας .....	42
2.5 Ορισμός μέγιστης και παραμένουσας διατμητικής αντοχής .....	43
2.6 Επίδραση της τραχύτητας στην διατμητική αντοχή .....	44
2.7 Μεταβολή της διατμητικής αντοχής από την ελάττωση της γωνίας τριβής .....	45
2.8 Σύγκριση κριτηρίου Mohr Coulomb – Hoek Brown .....	47
3.1 Είδη μηχανισμών αστοχίας .....	48
3.2 Μηχανισμός αστοχίας σε επίπεδη ολίσθηση .....	50
3.3 Μοντέλο αστοχίας πρανούς σε επίπεδη ολίσθηση .....	51

3.4 Δημιουργία εφελκυστικής ρωγμής στο άνω μέρος του πρανούς .....	51
3.5 Δημιουργία εφελκυστικής ρωγμής στο μέτωπο του πρανούς .....	51
3.6 Υπολογισμός συντελεστή ασφάλειας, σε επίπεδη αστοχία .....	53
3.7 Μηχανισμός αστοχίας σε σφηνοειδή επιφάνεια .....	53
3.8 Μοντέλο αστοχίας πρανούς σε σφηνοειδή επιφάνεια .....	54
3.9 Στερεογραφική προβολή στην αστοχία, με δημιουργία σφήνας .....	55
3.10 Διακύμανση του συντελεστή σφήνας, $K$ από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της σφήνας.....	56
3.11 Μηχανισμός αστοχίας σε κυκλική ολίσθηση .....	57
3.12 Μοντέλο κυκλικής ολίσθησης και ο διαχωρισμός του πρανούς σε λωρίδες .....	57
3.13 Ισορροπία ροπών σε κυκλική επιφάνεια .....	58
3.14 Μηχανισμός αστοχίας με ανατροπή.....	60
3.15 Κατηγοριοποίηση των μηχανισμών αστοχίας με ανατροπή .....	61
3.16 Ανατροπή από υποσκαφή.....	61
3.17 Μοντέλο αστοχίας με ανατροπή.....	62
3.18 Γενικές αρχές σφαιρικής προβολής .....	63
3.19 Σχηματικό διάγραμμα της στερεογραφικής προβολής .....	64
3.20 Πολική και ισημερινή απεικόνιση σφαίρας.....	65
3.21 Έλεγχος ευστάθειας ασυνεχειών χρησιμοποιώντας την στερεογραφική προβολή.....	66
3.22 Απεικόνιση της εσωτερικής γωνίας τριβής στην στερεογραφική προβολή .....	67
4.1 Μοντέλο πρανούς με δυο μπλοκ .....	69
4.2 Μη-γραμμικό κριτήριο Barton-Bandis .....	73
5.1 Μη-γραμμική καμπύλη Barton-Bandis για το μπλοκ 2 .....	77
5.2 Μη-γραμμική καμπύλη Barton-Bandis για το μπλοκ 1 .....	79
6.1 Ιστόγραμμα κατανομής των παραμέτρων $\varphi, c, \psi_{p1}, \psi_{p2}$ .....	81
6.2 Απεικόνιση σε ιστόγραμμα τις τιμές του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 2.....	83
6.3 Απεικόνιση σε ιστόγραμμα τις τιμές του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 1.....	83
6.4 Απεικόνιση των αθροιστικών κατανομών .....	85
6.5 Έλεγχος της γραμμικότητας τω δυο αθροιστικών κατανομών .....	86
6.6 Πιθανοκρατική ανάλυση πρανούς.....	87



# Κατάλογος Πινάκων

---

1.1 Τιμές γωνίας εσωτερικής Τριβής σε διάφορα πετρώματα.....	15
1.2 Όρια συντελεστή ασφαλείας, ανάλογα με την περιοχή εξέτασης .....	17
1.3 Τιμές υδραυλικής αγωγιμότητας σε διάφορους σχηματισμούς .....	31
2.1 Ενδεικτικές τιμές διατμητικής αντοχής πληρωμένων ασυνεχειών .....	46
3.1 Παραδείγματα κατολισθήσεων .....	49
5.1 Τιμές του συντελεστή ασφάλειας, με τη χρήση του κριτηρίου Mohr-Coulomb .....	74
5.2 Εισαγωγή παραμέτρων στο κριτήριο Barton-Bandis για το μπλοκ 2 .....	75
5.3 Σχεδιασμός της μη-γραμμικής καμπύλης με τον υπολογισμό της διατμητικής τάσης στο κριτήριο Barton-Bandis για το μπλοκ 2.....	75
5.4 Υπολογισμός των όρων $\phi'$ και $c'$ του κριτηρίου Barton-Bandis για το μπλοκ 2.....	76
5.5 Εισαγωγή παραμέτρων στο κριτήριο Barton-Bandis για το μπλοκ 1 .....	77
5.6 Σχεδιασμός της μη-γραμμικής καμπύλης με τον υπολογισμό της διατμητικής τάσης στο κριτήριο Barton-Bandis για το μπλοκ 1.....	78
5.7 Υπολογισμός των όρων $\phi'$ και $c'$ του κριτηρίου Barton-Bandis για το μπλοκ 1.....	78
5.8 Τιμές του συντελεστή ασφάλειας, με την εισαγωγή του όρου της τραχύτητας .....	79
6.1 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των $c, \phi, \psi_{p1}, \psi_{p2}$ .....	81
6.2 Έλεγχοι θεωρητικών κατανομών .....	84
6.3 Σύγκριση ντετερμινιστικής με πιθανοκρατικής μεθόδου .....	85

# Κατάλογος Συμβόλων

---

<b><i>A</i></b>	Εμβαδόν επιφάνειας ολίσθησης πρανούς
<b><i>A1</i></b>	Εμβαδόν επιφάνειας ολίσθησης του μπλοκ 1, στο πρανές
<b><i>A2</i></b>	Εμβαδόν επιφάνειας ολίσθησης του μπλοκ 2, στο πρανές
<b><i>b</i></b>	Οριζόντια απόσταση από το φρύδι μέχρι το πόδι του πρανούς
<b><i>b</i></b>	Απόσταση ασυνεχειών (Spacing)
<b><i>c</i></b>	Συνοχή
<b><i>c'</i></b>	Συνοχή του κριτηρίου Barton-Bandis
<b><i>D</i></b>	Σταθερά που εξαρτάται από την διαταραχή (disturbance) του πετρώματος στο κριτήριο Hoek-Brown
<b><i>E<sub>i</sub>, E<sub>i+1</sub></i></b>	Ασκούμενες ορθές τάσεις εκατέρωθεν της <i>i</i> λωρίδας στην κυκλική ολίσθηση
<b><i>e</i></b>	Άνοιγμα ασυνεχειών (Aperture)
<b><i>F<sub>a</sub></i></b>	Σεισμική δύναμη
<b><i>F<sub>e</sub></i></b>	Διατμητική δύναμη
<b><i>F<sub>c</sub></i></b>	Δύναμη συνοχής
<b><i>F<sub>s</sub></i></b>	Δύναμη τριβής
<b><i>F<sub>n</sub></i></b>	Ορθή τάση
<b><i>FS</i></b>	Συντελεστής ασφάλειας
<b><i>FS<sub>w</sub></i></b>	Συντελεστής ασφάλειας σφηνοειδούς ολίσθησης
<b><i>FS<sub>p</sub></i></b>	Συντελεστής ασφάλειας ολίσθησης σε επίπεδη επιφάνεια
<b><i>GSI</i></b>	Δείκτης ποιότητας της βραχώμαζας
<b><i>H</i></b>	Ύψος πρανούς
<b><i>h<sub>ολ</sub></i></b>	Ολικό υδραυλικό φορτίο
<b><i>h<sub>1,2</sub></i></b>	Φορτίο πίεσης στις θέσεις 1 και 2
<b><i>h<sub>Z</sub></i></b>	Ύψος θέσης
<b><i>i</i></b>	Υδραυλική κλίση
<b><i>JRC</i></b>	Τραχύτητα ασυνέχειας
<b><i>JCS</i></b>	Αντοχή ασυνέχειας σε μονοαξονική θλίψη
<b><i>K</i></b>	Υδραυλική αγωγιμότητα
<b><i>K</i></b>	Συντελεστής σφήνας
<b><i>K<sub>primary</sub></i></b>	Πρωτογενής υδραυλική αγωγιμότητα
<b><i>K<sub>secondary</sub></i></b>	Δευτερογενής υδραυλική αγωγιμότητα
<b><i>l</i></b>	Απόσταση που διανύει το νερό μέσα σε ένα δοκίμιο
<b><i>m<sub>b</sub></i></b>	Εμπειρική σταθερά στο κριτήριο Hoek-Brown
<b><i>m<sub>i</sub></i></b>	Σταθερά του άρρηκτου πετρώματος στο κριτήριο Hoek-Brown
<b><i>mv</i></b>	Μέση τιμή
<b><i>N<sub>i</sub></i></b>	Ορθές τάσεις στην επιφάνεια αστοχίας
<b><i>P<sub>w</sub></i></b>	Υδροστατική πίεση
<b><i>P<sub>1,2</sub></i></b>	Δύναμη που ασκείται από την αλληλεπίδραση των δυο μπλοκ κατά την αστοχία
<b><i>Q</i></b>	Παροχή

$s$	Σταθερά του πετρώματος στο κριτήριο Hoek-Brown
$sd$	Τυπική απόκλιση
$T$	Τριβή
$T$	Δύναμη αγκυρίου
$U$	Πίεση των πόρων στην επιφάνεια ολίσθησης
$u$	Μετατόπιση
$u$	Ταχύτητα που διαπερνά το δοκίμιο, το νερό
$UCS$	Αντοχή σε μονοαξονική θλίψη
$UTS$	Αντοχή σε εφελκυσμό
$V$	Πίεση των πόρων στην εφελκυστική ρωγμή
$W$	Βάρος μάζας πετρώματος
$W_{1,2}$	Βάρος των μπλοκ πετρώματος
$X_i, X_{i+1}$	Ασκούμενες διατμητικές τάσεις εκατέρωθεν της $i$ λωρίδας στην κυκλική ολίσθηση
$Z$	Απόσταση από το δοκίμιο μέχρι την επιφάνεια αναφοράς (ύψος θέσης)
$Z$	Κεκλιμένο ύψος εφελκυστικής ρωγμής
$Z_1$	Ύψος υδροφόρου ορίζοντα (κατακόρυφο) από την βάση της ρωγμής μεταξύ των δυο μπλοκ
$Z_w$	Ύψος υδροφόρου ορίζοντα (κατακόρυφο) σε μοντέλο επίπεδης αστοχίας χωρίς εφελκυστική ρωγμή
$Z_{w1}$	Ύψος υδροφόρου ορίζοντα (κεκλιμένο) από την βάση της ρωγμής και κατά μήκος αυτής
$Z_{w2}$	Ύψος υδροφόρου ορίζοντα από την βάση της ρωγμής κατά μήκος της επιφάνειας αστοχίας ( $A_2$ )
$\alpha$	Σταθερά του πετρώματος στο κριτήριο Hoek-Brown
$\beta$	Γωνία αστοχίας επιπέδου ενός δοκιμίου
$\gamma_w$	Ειδικό βάρος νερού
$\gamma_r$	Ειδικό βάρος πετρώματος
$\sigma_n$	Ορθή τάση
$\sigma_{n,min}$	Ελάχιστη ορθή τάση για τη φόρτιση δοκιμίου στο κριτήριο Barton-Bandis
$\sigma_c$	Αντοχή σε μονοαξονική θλίψη
$\sigma_{ci}$	Αντοχή σε μονοαξονική θλίψη
$\sigma_t$	Αντοχή σε εφελκυσμό
$\sigma_{1,3}$	Κύριες τάσεις
$\tau$	Διατμητική τάση
$\tau_f$	Διατμητική τάση
$\varphi$	Γωνία εσωτερικής τριβής
$\varphi'$	Γωνία εσωτερικής τριβής του κριτηρίου Barton-Bandis
$\varphi_b$	Βασική γωνία τριβής
$\varphi_p$	Μέγιστη γωνία τριβής
$\varphi_r$	Παραμένουσα γωνία τριβής
$X$	Τυχαία μεταβλητή
$\Psi$	Κλίση της ευθείας $\sigma_1 - \sigma_3$
$\psi_p$	Γωνία κλίσης του επιπέδου ολίσθησης ενός πρανούς

$\psi_{p1}$	Γωνία κλίσης επιπέδου ολίσθησης του μπλοκ 1
$\psi_{p2}$	Γωνία κλίσης επιπέδου ολίσθησης του μπλοκ 2
$\psi_f$	Γωνία κλίσης του μετώπου ενός πρανούς
$\omega$	Κλίση εφελκυστικής ρωγμής από το οριζόντιο, στο πρανές με τα δυο μπλοκ

# Κεφάλαιο 1. *Εισαγωγικές έννοιες-Ορισμοί*

## 1.1 Σκοπός της εργασίας

Η παρούσα εργασία αναφέρεται στην ευστάθεια πρανών σε πετρώματα, τα οποία μπορούν να δημιουργηθούν είτε από ανθρώπινες παρεμβάσεις για την κατασκευή μεταλλευτικών έργων ή έργων πολιτικού μηχανικού είτε λόγω των γεωλογικών ή περιβαλλοντικών συνθηκών. Είναι πλέον κοινός αποδεκτό, ότι δεν είναι λίγες οι επιπτώσεις και τα προβλήματα (οικονομικά, κοινωνικά) που μπορούν να προκληθούν από την απρόβλεπτη κατάρρευση ενός πρανούς. Φαινόμενα όπως η διάβρωση, ο παγετός, η μεταβολή του υδροφόρου ορίζοντα και οι σεισμοί μπορούν να προκαλέσουν την αστοχία, δηλαδή την κατάρρευση του. Αστοχία μπορεί να προκληθεί και λόγω της επέμβασης του ανθρώπου στην φύση με την κατασκευή τεχνικών έργων (ορύγματα, υποσκαφές, κ.α.) ή μεταλλευτικών έργων (ανάπτυξη του μεταλλείου ή ορυχείου σε βαθύτερους ορίζοντες, αποθέσεις). Συνεπώς, η εύρεση αποτελεσματικών εργαλείων και μεθόδων εκτίμησης της ευστάθειας των πρανών, αποσκοπώντας τη πρόληψη τέτοιων ανεπιθύμητων φαινομένων, καθίσταται αναγκαία.

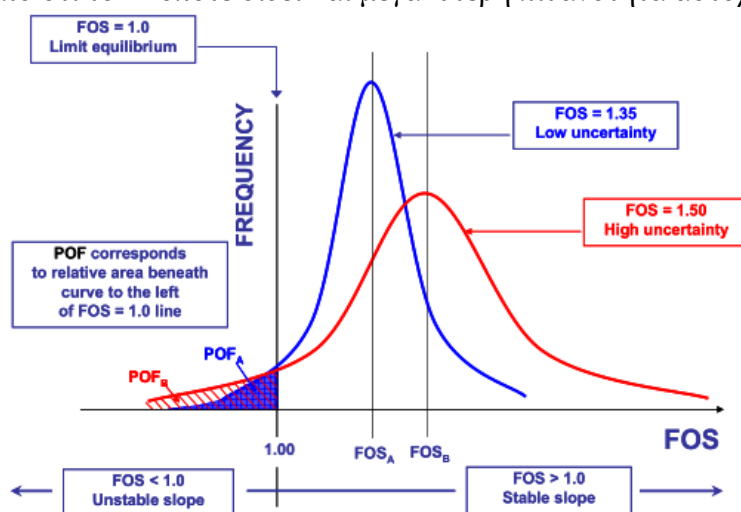
Ο σχεδιασμός της βέλτιστης γεωμετρίας του πρανούς βασίζεται σε δύο παράγοντες:

- α) από οικονομικής πλευράς, όπου τα οφέλη είναι μεγαλύτερα όσο μεγαλύτερες είναι οι κλίσεις των πρανών και
- β) από την πλευρά της ασφάλειας, όπου μικρότερες κλίσεις δίδουν ασφαλέστερα πρανή

Για την εύρεση της βέλτιστης ισορροπίας μεταξύ των δυο αυτών παραγόντων είναι απαραίτητο να γίνει ανάλυση ρίσκου του σχεδιαζόμενου πρανούς με βάση τις ιδιότητες του εδάφους ή πετρώματος (γεωϋλικού). Η πιο διαδεδομένη προσέγγιση βασίζεται στον υπολογισμό του Συντελεστή Ασφαλείας (ΣΑ) του πρανούς που μπορεί να προσδιορισθεί από τον λόγο των δυνάμεων που αντιστέκονται προς τις δυνάμεις που τείνουν να καταρρεύσουν το πρανές. Το πρανές με βάση τον προηγούμενο ορισμό του ΣΑ θεωρείται ασφαλές για τιμές του ΣΑ μεγαλύτερες του 1. Ο προσδιορισμός του ΣΑ συνήθως είναι ντετερμινιστικός και υπολογίζεται με μεθόδους οριακής ισορροπίας. Η προσέγγιση αυτή έχει ένα βασικό μειονέκτημα ότι το κριτήριο αστοχίας βασίζεται σε ένα αριθμό χωρίς να περιλαμβάνει την διακύμανση των τιμών όλων των παραγόντων που υπεισέρχονται στην ευστάθεια ενός πρανούς. Έτσι με βάση την προσέγγιση αυτή δεν μπορεί να εκτιμηθεί η αβεβαιότητα των εκτιμήσεων.

Μία ευρέως χρησιμοποιούμενη μεθοδολογία τα τελευταία χρόνια είναι η πιθανοκρατική ανάλυση της ευστάθειας των πρανών και βασίζεται στα ντετερμινιστικά μοντέλα υπολογισμού του ΣΑ, συμπεριλαμβάνοντας σε αυτά και όλες τις αβεβαιότητες που υπεισέρχονται στον σχεδιασμό και τις ιδιότητες του πρανού. Στην τεχνική αυτή οι ιδιότητες του υλικού δεν θεωρούνται μοναδικές, όπως στην ντετερμινιστική προσέγγιση, αλλά περιγράφονται από στατιστικές κατανομές. Οι κατανομές αυτές συνήθως χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τυχαίων αριθμών με την χρήση της τεχνικής Monte Carlo για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας του πρανού με βάση τον υπολογισμό της κατανομής του ΣΑ και με την πιθανότητα αστοχίας να βρίσκεται από τις τιμές του ΣΑ < 1.

Η επίδραση της αβεβαιότητας των παραμέτρων του πρανού στην ευστάθεια των πρανών επιδεικνύεται με το παράδειγμα των ερευνητών [Steffen et al., \(2008\)](#) στο Σχ. 1.1 όπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για δύο πρανή όπου με τον ντετερμινιστικό τρόπο το 1<sup>ο</sup> πρανές έχει ΣΑ=1.35 ενώ το 2<sup>ο</sup> έχει ΣΑ=1.5, οπότε με βάση αυτό μπορεί να θεωρηθεί ότι το 2<sup>ο</sup> πρανές είναι και το πιο ασφαλές. Με την πιθανοκρατική ανάλυση όμως προκύπτει ότι η αβεβαιότητα για το 2<sup>ο</sup> πρανές είναι μεγαλύτερη από ότι το 1<sup>ο</sup> οπότε δίδει και μεγαλύτερη πιθανότητα αστοχίας.



Σχήμα 1. 1: Πιθανοκρατική ανάλυση πρανών.

Τέλος μια 3<sup>η</sup> προσέγγιση είναι η ανάλυση ρίσκου όπου στον σχεδιασμό ενός πρανού εκτός από την πιθανότητα αστοχίας σημαντικό ρόλο παίζουν και οι επιπτώσεις που έχει η τυχόν αστοχία είτε σε οικονομικό είτε σε επίπεδο ασφαλείας. Με το ρίσκο να ορίζεται από το γινόμενο των δυο προαναφερθέντων παραγόντων:

$$\text{Ρίσκο} = \text{Πιθανότητα αστοχίας} \times \text{Επιπτώσεις}$$

Στην Ελλάδα, το φαινόμενο της κατολίσθησης είναι πολύ συχνό, καθώς η λιθολογική σύσταση του εδάφους, η σχετικά μικρή ηλικία των περισσότερων σχηματισμών, η δράση των πρόσφατων τεκτονικών δυνάμεων, οι υψηλές βροχοπτώσεις και η γεωμορφολογική εξέλιξη, ευνοεί την δημιουργία τέτοιου είδους φαινομένου. Το πρόβλημα θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως ιδιαίτερης σημασίας τόσο κοινωνικά όσο και οικονομικά, αφού η πλειοψηφία των επιπτώσεων αφορούν

καταστροφές οδικών δικτύων και τεχνικά έργα που συνδέονται άμεσα με αυτά, καθώς και την καταστροφή ολόκληρων οικισμών.

*Η κατολίσθηση αποτελεί μια από τις φυσικές καταστροφές στην οποία συμβαίνει επικίνδυνη ολίσθηση, η οποία περιλαμβάνει τα πραγματικά στοιχεία του εδάφους, συμπεριλαμβανομένων βράχων, δέντρων, χώματος και γενικότερα οποιουδήποτε συστατικού μπορεί να παρασυρθεί.*

Οι μεγαλύτερες σε επιφανειακή εξάπλωση κατολισθήσεις στον Ελληνικό χώρο εντοπίζονται σε τεκτονικά καταπονημένους σχηματισμούς (π.χ. από επωθητικές κινήσεις), σε θέσεις με πολύ απότομο ανάγλυφο και κάτω από την ισχυρή δράση κλιματολογικών συνθηκών. Συνεπώς, οι πιο σημαντικές και μεγάλες σε μέγεθος κατολισθήσεις έχουν σημειωθεί σε ζώνες ανθρακικών πετρωμάτων έντονα τεκτονισμένων από επωθητικές κινήσεις. Αντίθετα οι πλέον συχνές σε εμφάνιση κατολισθήσεις συμβαίνουν σε σχηματισμούς Φλύσχη, Σχιστοκερατολίθων αλλά και σε κορήματα κλιτύων και προκαλούνται κυρίως από το συνδυασμό της ανθρωπογενούς δραστηριότητας και των αυξημένων ατμοσφαιρικών κατακρημνίσεων. Επίσης ολισθήσεις εδαφών και καταπτώσεις βράχων σημειώνονται και στα ηφαιστειακά σκληρά πετρώματα που δημιουργούν απότομα πρανή και είναι ιδιαίτερα επιρρεπή σε αστοχίες, λόγω ανάπτυξης πάνω σε αργιλώδη υλικά ή και τους τόφφους αυτών. Πιο συγκεκριμένα, μπορούμε να πούμε ότι η πιο ενεργές ζώνες στον Ελλαδικό χώρο αποτελούν η Δυτική (Ζώνη Γαβρόβου-Τρίπολης), η Κεντρική (Ζώνη Ωλονού-Πίνδου) και η Ανατολική ζώνη (Ζώνη ανατολικής Ελλάδας).

Η Δυτική ζώνη, είναι επιρρεπής στο φαινόμενο της κατολίσθησης, λόγω των χαλαρών, τεταρτογενών σχηματισμών, των νεογενών αποθέσεων και τα ιζήματα του φλύσχη (έντονη τεκτονική καταπόνηση από τις επωθήσεις). Παράλληλα μειωμένη ευστάθεια παρουσιάζουν και τα μικρού πάχους καλύμματα (ασβεστολιθικά) που επίκεινται πλέον μαλακών σχηματισμών λόγω της έντονης διάρρηξης σε συνδυασμό με τις υποσκαφές.

Η κεντρική Ελλάδα παρουσιάζει ανάλογα προβλήματα με το Δυτικό τμήμα αλλά κατά ζώνες σε μεγαλύτερη ένταση. Οι περισσότερες κατολισθήσεις εντοπίζονται στους σχηματισμούς του Φλύσχη και τα πλευρικά κορήματα που παρουσιάζουν μεγάλη ανάπτυξη κατά μήκος των γραμμών επώθησης Ασβεστολιθικών λεπιών επάνω στον Φλύσχη.

Στην Ανατολική Ελλάδα, το γεγονός ότι καταλαμβάνεται το μεγαλύτερο τμήμα από συμπαγή και συνεκτικά πετρώματα, με μεγάλο πάχος και ομοιόμορφη κατανομή των φυσικομηχανικών χαρακτήρων, προσδίδει μεγαλύτερη ευστάθεια στους σχηματισμούς αυτούς και δημιουργεί προβλήματα στους νεότερους σχηματισμούς (νεογενή, Φλύσχη) που υπέρκεινται.

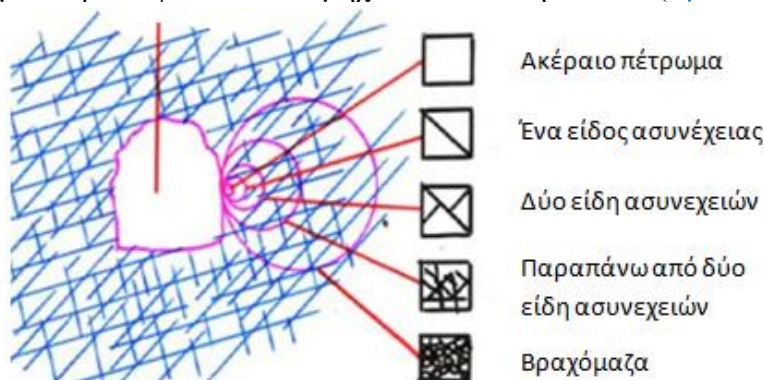
Ο σκοπός της εργασίας είναι η μελέτη πιθανοκρατικής μεθόδου για την πρόβλεψη της αστοχίας πρανούς σε ασυνεχή πετρώματα όταν η αστοχία αυτή λαμβάνει χώρα με τη μορφή **κινηματικής αλυσίδας δύο ογκοτεμαχίων πετρώματος**. Αρχικά, στα δύο πρώτα κεφάλαια, περιγράφονται βασικές εισαγωγικές έννοιες σχετικές με την ανάλυση της ευστάθειας ενός πρανούς, οι παράγοντες που

συμβάλλουν σε αυτή και παρουσιάζονται τα κριτήρια αστοχίας τα οποία προσομοιάζουν τα στιγμιαία εντατικά πεδία σε ένα σχηματισμό, προσδιορίζοντας την στιγμή της αστοχίας. Επιπρόσθετα, στα επόμενα δύο κεφάλαια (τρίτο και τέταρτο), αναλύονται τα είδη των μηχανισμών αστοχίας που μπορούν να προκύψουν ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της βραχώμαζας, αναφέρεται η συμβολή των στερεοδιαγραμμάτων στην ευστάθεια και παρουσιάζεται ένα μοντέλο αστοχίας πρανούς με δυο άκαμπτα σώματα. Τέλος, στα δύο τελευταία κεφάλαια, παρουσιάζεται το υπολογιστικό μοντέλο της ανάλυσης ευστάθειας, με γραμμικά και έμμη-γραμμικά κριτήρια, χρησιμοποιώντας τις ντετερμινιστικούς μεθόδους υπολογισμού του συντελεστή ασφάλειας καθώς και την χρήση των πιθανοκρατικών μεθόδων.

## 1.2 Γενικές έννοιες

Ο όρος **βραχώμαζα** ή **μάζα του πετρώματος** (*rock mass*) αναφέρεται σε τμήμα του φυσικού υλικού, το οποίο περιλαμβάνει όλες τις δομικές ατέλειες που το χαρακτηρίζουν, όπως οι φυσικές και τεχνητές ασυνέχειές του, η ενδεχόμενη υδροφορία κ.λπ.

Σε αντιδιαστολή με τον ορισμό της βραχώμαζας, ο όρος **ακέραιο** (*συμπαγές, άρρηκτο*) **πέτρωμα** (*intact rock*), αναφέρεται ουσιαστικά σε ένα εξιδανικευμένο τμήμα του φυσικού υλικού που δεν χαρακτηρίζεται από φυσικές ατέλειες στην δομή του (Σχ. 1.2) και είναι δυνατόν να θεωρηθεί ως συνεχές, ομογενές και ισότροπο σε ότι αφορά στην μελέτη των φυσικών και μηχανικών ιδιοτήτων του (Αγιουτάντης, 2001).



Σχήμα 1. 2: ορισμός βραχώμαζας και άρρηκτου πετρώματος (Αγιουτάντης, 2001).

**Ισοτροπία (isotropy)** είναι η ιδιότητα του εδάφους, σύμφωνα με την οποία μια ανυσματική ιδιότητα (π.χ. υδραυλική αγωγιμότητα) σε ένα σημείο έχει την ίδια τιμή προς όλες τις διευθύνσεις. Ένα έδαφος μπορεί να είναι ισότροπο ως προς μια ιδιότητα και ανισότροπο σε μια άλλη.

**Ομοιογένεια (homogeneity)** είναι ένα μέτρο της φυσικής συνέχειας του υλικού. Έτσι, σε ένα ομοιογενές υλικό, τα συστατικά του (κόκκοι, συγκολλητική ύλη κ.λπ.) είναι κατανεμημένα κατά τέτοιο τρόπο, ώστε ένα οποιοδήποτε τμήμα του να έχει τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του υλικού αυτού.



Ο γενικός όρος «**ασυνέχειες**» (discontinuities) στη μηχανική των πετρωμάτων χρησιμοποιείται για να περιγράψει κάθε μορφής θραύση του πετρώματος, όπως διακλάσεις, ρήγματα, ασθενή επίπεδα στρώσης ή διεπιφάνειες μηδενικής ή χαμηλής εφελκυστικής αντοχής. Οι μηχανικές ιδιότητες ενός πετρώματος, εξαρτώνται άμεσα από τις ιδιότητες των ασυνεχειών που υπάρχουν στο πέτρωμα. Οι αντοχές που χαρακτηρίζουν τις ασυνέχειες διακρίνονται συνήθως σε *πρωτογενείς*, δηλαδή αντοχές που εμφανίζονται κατά την δημιουργία της ασυνέχειας και *δευτερογενείς ή παραμένουσες*, που εμφανίζονται μετά από σχετική ολίσθηση των παρειών των ασυνεχειών (τοιχώματα της ασυνέχειας).

Οι ιδιότητες των πετρωμάτων και των άλλων φυσικών υλικών είναι δυνατόν να χωριστούν σε δυο μεγάλες κατηγορίες (*Αγιουτάντης, 2001*):

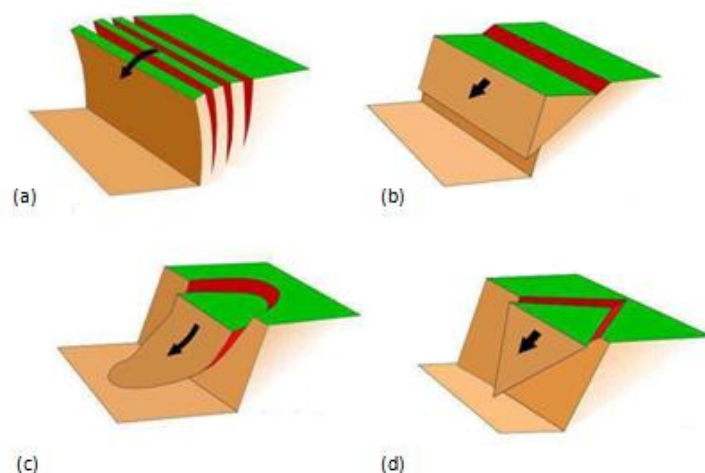
- Στις **φυσικές ιδιότητες**, όπου περιλαμβάνουν ιδιότητες που περιγράφουν ποσοτικά ή και ποιοτικά, τα φυσικά χαρακτηριστικά των πετρωμάτων (πορώδες, μοναδιαίο βάρος, λόγος κενών κ.λπ.),
- Στις **μηχανικές ιδιότητες** (συνοχή μέτρο ελαστικότητας, γωνία εσωτερικής τριβής κ.λπ.), που περιγράφουν την αντοχή των υλικών σε διάφορες μορφές καταπονήσεων όπως καταπόνηση σε θλίψη, εφελκυσμό, διάτμηση κ.λπ.

Στην πλειονότητα των τεχνικών έργων σε πετρώματα, το ζητούμενο είναι ο πληρέστερος προσδιορισμός της μηχανικής συμπεριφοράς του φέροντος υλικού, το οποίο είναι ουσιαστικά η μάζα του πετρώματος. Οι μηχανικές ιδιότητες της βραχώμαζας είναι δυνατόν να προσδιοριστούν άμεσα μόνο με επί τόπου δοκιμές, οι οποίες όμως απαιτούν ειδικό εξοπλισμό και είναι γενικά πολυπλοκότερες από τις εργαστηριακές δοκιμές. Εναλλακτικά ο μελετητής ή ερευνητής καταφεύγει στον προσδιορισμό των ιδιοτήτων του ακέρατου πετρώματος μέσω εργαστηριακών δοκιμών και στη συνέχεια ανάγει τα αποτελέσματα αυτά στη μάζα του πετρώματος με την συνεκτίμηση διάφορων παραγόντων.

## 1.3 Πρανή

### 1.3.1 Τρόποι αστοχίας πρανών

Ως *πρανή* ορίζονται κεκλιμένοι, φυσικοί ή τεχνητοί σχηματισμοί ενός εδάφους ή μιας βραχώμαζας. Μπορεί να αποτελούνται από ένα άρρηκτο πέτρωμα με αρκετά καλές μηχανικές ιδιότητες, μέχρι ένα αδύναμο μηχανικά υλικό ή υλικό έντονα κατακερματισμένο. Η αστοχία ενός πρανούς οφείλεται στην υπέρβαση της συνολικής διατεθειμένης διατμητικής αντοχής του εδάφους ή του πετρώματος, από τις επιβαλλόμενες φυσικές και εξωγενείς διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται κατά μήκος μίας επιφάνειας μέσα στην εδαφική μάζα. Διάφοροι γεωλογικοί, μορφολογικοί, φυσικοί ή ανθρωπογενείς παράγοντες που μπορούν να προκαλέσουν την αστοχία ενός πρανού είναι οι βροχοπτώσεις, οι σεισμοί, η διάβρωση, ο παγετός κ.λπ.



**Σχήμα 1. 3: Μηχανισμοί αστοχίας πρανών, α) αστοχία με ανατροπή, β) Επίπεδη αστοχία, γ) κυκλική αστοχία, δ) αστοχία με δημιουργία σφήνας.**

Μπορούμε να κατατάξουμε τα πρανή σε δύο κατηγορίες:

- **Φυσικά πρανή** που υπάρχουν φυσικά χωρίς την ανθρώπινη παρέμβαση και
- **Τεχνητά πρανή** που έχουν προέλθει από την ανθρώπινη παρέμβαση όπως, εξαιτίας της εργασίας σε φράγματα, επιχώματα, εκσκαφές, ορύγματα κ.τ.λ.

Συνεχίζοντας, ανάλογα με το είδος του εδάφους, των ασυνεχειών (γεωμετρία, απόσταση μεταξύ τους, συνέχεια, πυκνότητα κ.λπ.) και γενικά ανάλογα τις γεωλογικές, υδρογεωλογικές συνθήκες που λαμβάνουν μέρος στο συγκεκριμένο πρανές, η αστοχία μπορεί να προκληθεί από διάφορους *μηχανισμούς* όπως λέγονται *αστοχίας*. Αυτοί μπορούν να ταξινομηθούν ως εξής:

- **Επίπεδες αστοχίες** (*Plane failure*), όπου ελέγχονται από μία μόνο επιφάνεια ασυνέχειας που προβάλλει στο μέτωπο του πρανούς (Σχ. 1.3-β),
- **Σφηνοειδείς αστοχίες** (*Wedge failure*), όπου καθορίζεται από δύο επιφάνειες ασυνεχειών που τέμνονται κατά μία κεκλιμένη γραμμή η οποία τέμνει το μέτωπο του πρανούς (Σχ. 1.3-δ),
- **Κυκλικές αστοχίες** (*Circular failure*), που πραγματοποιούνται σε έντονα θραυσμένες βραχώμαζες, εδάφη ή υλικά με χαμηλή αντοχή του άρρηκτου πετρώματος (Σχ. 1.3-γ) και
- **Αστοχίες ανατροπής** (*Toppling failure*), που περιλαμβάνουν πλάκες ή κολώνες (στύλους) βράχου που οριοθετούνται από ασυνέχειες με μεγάλη κλίση στο μέτωπο του πρανούς αντίρροπα από αυτό (Σχ. 1.3-α).

Τέλος συμπεραίνουμε, πως το κεκλιμένο έδαφος μπορεί να γίνει ασταθές αν τα φορτία βαρύτητας που δρουν σε μία εδαφική μάζα υπερβούν την διατμητική αντοχή η οποία διατίθεται στη βάση της μάζας και μέσα σε αυτή. Στην περίπτωση αυτή θα συμβεί καθοδική κίνηση της μάζας του εδάφους του πρανούς. Αυτό μπορεί να έχει καταστρεπτικές συνέπειες σε ζώες και περιουσίες, αν υπάρχουν κτήρια στο

πρανές ή κάτω από αυτό. Για παράδειγμα η εκτίμηση του κόστους των κατολισθήσεων στις Η.Π.Α κάθε χρόνο, κυμαίνεται μεταξύ ένα και δύο δισεκατομμύρια δολάρια. Ωστόσο, σε απομακρυσμένες, ακατοίκητες περιοχές οι κινήσεις της μαζών μπορεί να έχουν ελάχιστη επίδραση και αποτελούν μόνο ένα μέρος της φυσικής αποσάθρωσης της επιφάνειας της Γής. Σε μερικούς παράκτιους βράχους η αστάθεια, η οποία συνεπάγεται με καταστροφή ιδιοκτησιών, είναι συχνά αποδεκτή επειδή το κόστος της προστασίας από τις διαδικασίες της φυσικής διάβρωσης με μέτρα σταθεροποίησης των βράχων είναι απαγορευτικό.

### 1.3.2 Ευστάθεια πρανών

Με τον όρο ευστάθεια πρανούς περιγράφεται η ευστάθεια ενός κεκλιμένου εδαφικού σχηματισμού ή μιας τεχνητής εδαφικής κατασκευής με κεκλιμένη ελεύθερη επιφάνεια. Η απώλεια της ευστάθειας οδηγεί στη μετακίνηση της εδαφικής μάζας προς τα κατάντη, γνωστή ως κατολίσθηση.

Μερικά από τα βασικά αίτια που μπορούν να προκαλέσουν την αστοχία ενός πρανούς είναι:

- *Η μεγάλη κλίση της ελεύθερης επιφάνειας,*
- *Η χαμηλή διατμητική αντοχή του εδάφους ή κάποιας εδαφικής στρώσης,*
- *Η μείωση της διατμητικής αντοχής του εδάφους λόγω αύξησης της πίεσης του νερού των πόρων,*
- *Η επιβολή δυσμενών εξωτερικών φορτίσεων,*
- *Μία εκσκαφή στη βάση του πρανούς,*
- *Κάποια σεισμική δραστηριότητα.*

Η ευστάθεια μπορεί να εκφραστεί με διάφορους τρόπους. Σήμερα ο συντελεστής ασφάλειας, FS (*factor of safety*) είναι ο πιο διαδεδομένος τρόπος και αυτό γιατί έχει προσφέρει αξιόπιστα αποτελέσματα σε διάφορες εφαρμογές. Γενικά ο συντελεστής ασφάλειας ορίζεται ως:

$$FS = \frac{\text{Δυνάμεις που αντιστέκονται στην αστοχία}}{\text{Δυνάμεις που τείνουν να την προκαλέσουν}} \quad (1.1)$$

και αντιστοιχεί σε τέτοια τιμή έτσι ώστε να είναι μεγαλύτερος ή ίσος της μονάδας αν το πρανές είναι ευσταθές και μικρότερος της μονάδας αν το πρανές είναι ασταθές. Πρέπει να σημειωθεί ότι ποτέ δεν θεωρείται ευσταθές ένα πρανές όταν ο συντελεστής ασφάλειας είναι οριακός (ίσος με ένα). Διότι με μια μικρή αλλαγή στις επικρατούσες συνθήκες, μπορεί να προκληθεί αστοχία. Οι βασικές δυνάμεις που τείνουν να προκαλέσουν την αστοχία είναι:

- *Το βάρος του πρανούς, W* και συγκεκριμένα η παράλληλη συνιστώσα αυτού με την επιφάνεια ολίσθησης, η οποία αυξάνει τη συνολική διατμητική τάση που αναπτύσσεται στην επιφάνεια της αστοχίας,
- *Η πίεση των πόρων, U* στην επιφάνεια αστοχίας, όπου μειώνει την διατμητική αντοχή,

- **Η πίεση των πόρων,  $V$**  στην εφελκυστική ρωγμή που μπορεί να δημιουργηθεί πίσω από το «φρύδι» του πρανού, όπου και εδώ συμβάλλει στην μείωση της διατμητικής αντοχής με την κάθετη στη επιφάνεια συνιστώσα και την αύξηση της διατμητικής τάσης με την οριζόντια στην επιφάνεια συνιστώσα,
- **Λοιπές δυνάμεις** λόγω σεισμικής δραστηριότητας, δονήσεις από ανατινάξεις κ.λπ.

Οι βασικές δυνάμεις όπου αντιστέκονται στην αστοχία είναι:

- **Η τριβή,  $T$**  που αναπτύσσεται στην επιφάνεια ολίσθησης,
- **Η δύναμη συνοχής,  $c$**  κατά μήκος της επιφάνεια αστοχίας,
- **Δυνάμεις αγκυρίων**, σε περίπτωση που κριθούν απαραίτητα.

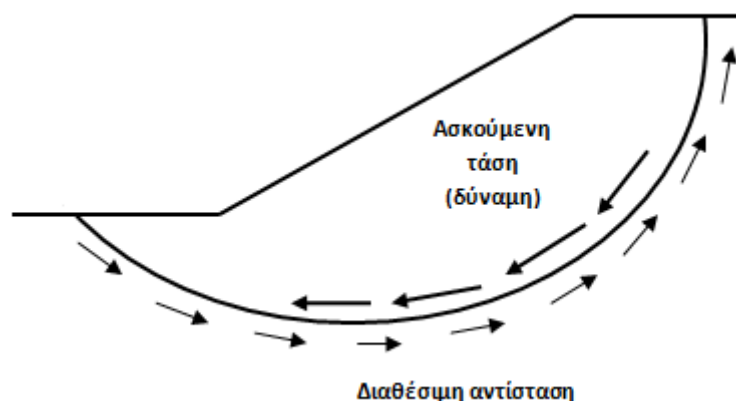
Τέλος, η δύναμη της τριβής ( $F_N * \tan \varphi$ ) καθώς και η δύναμη της συνοχής ( $c \cdot A$ ) που αναπτύσσονται κατά μήκος της επιφάνειας ολίσθησης, αποτελούν ουσιαστικά την διατμητική αντοχή του εδάφους. Αυτή, μπορεί να εκφραστεί με την σχέση του Coulomb (εξ. 1.2) και θα περιγραφεί παρακάτω.

## 1.4 Διατμητική αντοχή

### 1.4.1 Ανάλυση δυνάμεων και παραγόντων που την αποτελούν

Όταν σε ένα υλικό επιβληθούν εξωτερικά φορτία, αναπτύσσονται σε αυτό εσωτερικές τάσεις και παραμορφώσεις. Έτσι σε ένα πρανές, ο κρίσιμος παράγοντας που αντιστέκεται στα φορτία αυτά, είναι η *διατμητική του αντοχή*. Η διατμητική αντοχή ενός υλικού αποτελεί την μέγιστη διατμητική αντίσταση η οποία αναπτύσσεται στο επίπεδο αστοχίας. Αν αυτή δεν είναι αρκετή τότε διάφορα μέτρα πρέπει να εφαρμοστούν για να διατηρηθεί η ευστάθεια όπως είναι για παράδειγμα *τα αγκύρια, οι τοίχοι αντιστήριξης* κ.λπ. Στα εδαφικά υλικά σε αντίθεση με τα τεχνικά υλικά η εκτίμηση της διατμητικής αντοχής αποτελεί ένα σύνθετο πρόβλημα, καθόσον αυτή δεν μπορεί εύκολα να ερμηνευτεί με βάση κάποιες συγκεκριμένες ιδιότητες. Και αυτό γιατί εξαρτάται από πολλούς παράγοντες που δύσκολα μπορούν να ερμηνευτούν και ειδικά αν ληφθούν υπόψη όλες οι επιδράσεις (φορτίσεις) από τις συνθήκες δημιουργίας τους.

Συνεχίζοντας, στα εδάφη η αστοχία είναι αποτέλεσμα της ενεργοποίησης της μέγιστης διατμητικής τάσης την οποία μπορεί να αντέξει το έδαφος. Για αυτό η κατανόηση της διατμητικής αντοχής αποτελεί ένα θεμελιώδη παράγοντα στην συμπεριφορά μιας εδαφικής μάζας.



**Σχήμα 1. 4: Επίδραση της διατμητικής αντοχής στην ευστάθεια των πρανών (Graham Barnes, 2010).**

Στην ανάλυση της οριακής ισορροπίας, θεωρείται μια ελεύθερη μάζα εδάφους από το πρανές και ξεκινώντας από γνωστές ή υποθετικές τιμές των δυνάμεων που επενεργούν πάνω σε αυτή, υπολογίζεται η διατμητική αντίσταση που απαιτείται για να ισορροπεί η μάζα (Σχ. 1.4). Η διατμητική αυτή αντίσταση, συγκρίνεται τότε με την εκτιμώμενη ή διαθέσιμη διατμητική αντοχή του εδάφους, ώστε να προκύψει μια ένδειξη του συντελεστή ασφάλειας (Εξ. 1.1). Οι παράγοντες που την αποτελούν είναι:

- **Η συνοχή,  $c$  [MPa]**
- **Η γωνία εσωτερικής τριβής,  $\phi$  [deg]**

**Συνοχή**, ορίζεται ως η αντοχή που εμφανίζει ένα υλικό από τις ελκτικές δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των επιφανειών των κόκκων. Οι δυνάμεις αυτές εξαρτώνται από τους δεσμούς που έχουν αναπτυχθεί μεταξύ των κόκκων (συγκόλληση) και μπορεί να λεχθεί ότι προσδίδουν στο έδαφος αντοχή ανάλογης της φύσης με αυτή των στερεών σωμάτων (Στειακάκης, 2012).

**Γωνία εσωτερικής τριβής**, ονομάζεται η τριβή που αναπτύσσεται στα σημεία επαφής των εδαφικών κόκκων και στην αλληλο-εμπλοκή τους που οφείλεται στο σχήμα τους. Είναι προφανές ότι η εσωτερική τριβή οδηγεί σε διατμητική αντοχή που είναι συνάρτηση του ορθού φορτίου στην επιφάνεια διάτμησης (Στειακάκης, 2012).

**Πίνακας 1. 1: Τιμές της γωνίας εσωτερικής τριβής σε διάφορα Πετρώματα (Wyllie & Mah, 2004).**

Μέγεθος Τριβής	Γωνία Τριβής (deg)	Είδος Πετρώματος
Μικρή τριβή	20-27	Σχιστόλιθος (υψηλό ποσοστό Μαρμαρυγιών), Μάργα
Μεσαία τριβή	27-34	Ψαμμίτης, Γνεύσιος, ιλυόλιθος
Υψηλή τριβή	34-40	Βασάλτης, Γρανίτης, Ασβεστόλιθος

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η διατμητική αντοχή ενός εδάφους ισούται με το άθροισμα της αντοχής που οφείλεται στην συνοχή και στην γωνία εσωτερικής τριβής (σχέση *Coulomb*).

$$\tau = c + \sigma \cdot \tan \varphi \quad (1.2)$$

- $\tau$ , η διατμητική τάση του εδάφους,
- $\sigma$ , η ορθή τάση που ασκείται στην επιφάνεια ολίσθησης (συνιστώσες δυνάμεις κάθετες στην επιφάνεια προς το εμβαδόν αυτής).

Οι παράμετροι της διατμητικής αντοχής ( $c$ ,  $\varphi$ ) μπορούν να προσδιοριστούν με εργαστηριακές δοκιμές σε δοκίμια από αντιπροσωπευτικά του εδάφους, δείγματα. Κάποιες από αυτές τις δοκιμές είναι, η *τριαξονική δοκιμή* (προσομοιώνει κατά τον βέλτιστο τρόπο τις συνθήκες του πεδίου στο εργαστήριο), *δοκιμή ανεμπόδιστης (μονοαξονικής) θλίψης*, *δοκιμή άμεσης διάτμησης*.

Αν πολλαπλασιάσουμε τη σχέση του Coulomb με το εμβαδόν της επιφάνειας ολίσθησης που πρσανούς ( $A$ ), δηλαδή το μήκος της επιφάνειας ολίσθησης επί το μήκος στην τρίτη διάσταση, τότε προκύπτουν οι δυνάμεις που αντιστέκονται στην ολίσθηση (δύναμη συνοχής και δύναμη τριβής). Σε περαιτέρω ανάλυση αυτές ορίζονται ως εξής:

$$\text{Δύναμη συνοχής:} \quad F_c = c \cdot A \quad (1.3)$$

$$\text{Δύναμη τριβής:} \quad F_s = F_n \cdot \tan \varphi \quad (1.4)$$

(όπου  $F_n$  οι δυνάμεις κάθετες στην επιφάνεια αστοχίας)

Έτσι, ο συντελεστής ασφάλειας, ορίζεται ως:

$$FS = \frac{\text{Δύναμη συνοχής} + \text{Δύναμη τριβής}}{\text{Δυνάμεις που τείνουν να προκαλέσουν την αστοχία}} \quad (1.5)$$

δηλαδή,

$$FS = \frac{c \cdot A + \sum F_n \cdot \tan \varphi}{F_e (\text{διατμητικές δυνάμεις})} \quad (1.6)$$

**Παρατήρηση:** Στην δισδιάστατη ανάλυση το μήκος της τρίτης διάστασης θεωρείται μοναδιαίο.

Η τιμή που προκύπτει από τις [εξ. 1.3-1.6](#), δίδει τον συντελεστή ασφαλείας που χρησιμοποιείται για να εξετάσει την ευστάθεια του πρσανούς.

Τέλος, ανάλογα με την επικινδυνότητα που υπάρχει σε μια περιοχή που εξετάζεται η ευστάθεια, το εύρος των αποδεχτών τιμών του συντελεστή ασφαλείας, ποικίλει και μπορεί να ξεκινήσει από τιμές που κυμαίνονται στο 1,5-2 και τιμές που μπορούν να φτάσουν 2-3 ή παραπάνω. Για παράδειγμα η εργασία δίπλα σε αυτοκινητόδρομους προϋποθέτει πιο μεγάλη αποδεκτή ελάχιστη τιμή του συντελεστή από ότι σε ένα ορυχείο ([Wyllie & Mah, 2004](#)). Παρακάτω φαίνεται ένας πίνακας με τις τιμές του συντελεστή ασφαλείας ανάλογα με την περιοχή εργασίας ([Πιν. 1.2](#)).

**Πίνακας 1. 2: Ελάχιστες αποδεκτές τιμές του συντελεστή ασφάλειας ανάλογα με την περιοχή εξέτασης (Wyllie & Mah, 2004).**

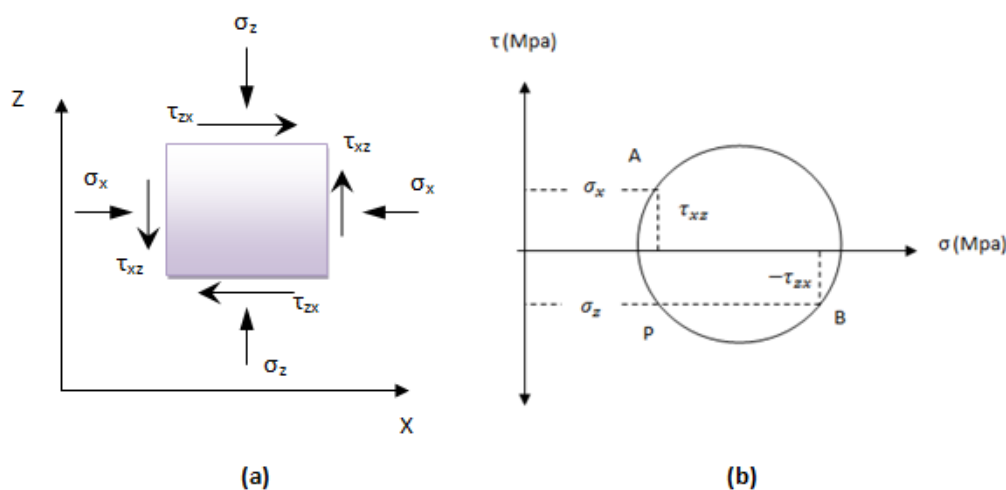
Κατηγορία	Συντελεστής ασφάλειας (FS)
χωματουργικές εργασίες (earthworks)	1.3-1.5
οικοδομήματα, εκσκαφές (structures, excavations)	1.5-2.0
Θεμελιώσεις (foundations)	2-3

## 1.4.2 Κύκλος του Mohr

Για την ανάλυση του εντατικού πεδίου σε ένα δοκίμιο, είναι χρησιμότερη η θεώρηση δυο διαστάσεων  $(x, y)$ . Στο παρακάτω σχήμα (Σχ. 1.5), οι τάσεις που ενεργούν στις πλευρές του (ορθές, διατμητικές), μπορούν να αναπαρασταθούν από τα σημεία A και B ενός διαγράμματος  $\tau - \sigma$ , με την παραδοχή ότι οι θλιπτικές ορθές τάσεις και οι διατμητικές τάσεις με αριστερόστροφη φορά είναι θετικές (Σχ. 1.5-a). Οι εντατικές καταστάσεις μπορούν να αναλυθούν με τον κύκλο του Mohr (Σχ. 1.5-b) για τις τάσεις ο οποίος περνάει από τα σημεία A, B και έχει διάμετρο AB (Barnes, 2010). Οι συντεταγμένες των σημείων A και B στο διάγραμμα,  $\tau - \sigma$ , είναι:

$$A(\sigma_x, \tau_{xz}), B(\sigma_z, -\tau_{zx}) \quad (1.7)$$

Η ευθεία που ενώνει τα δύο αυτά σημεία τέμνει τον άξονα  $\sigma$ , της ορθής τάσης σε ένα σημείο. Αν φέρουμε ένα κύκλο με κέντρο το σημείο αυτό (K) και ακτίνα το ήμισυ της ευθείας αυτής (R) τότε σχηματίζεται ο κύκλος του Mohr. Εκεί που τέμνει ο κύκλος τον άξονα  $\sigma$  (σε δύο σημεία), μηδενίζονται όλες οι διατμητικές τάσεις και ασκούνται μόνο οι ορθές. Αυτές λέγονται *κύριες τάσεις*, και συμβολίζονται με  $\sigma_1$  (η μεγαλύτερη) και  $\sigma_3$  (η μικρότερη) και τα επίπεδα που αναπτύσσονται, λέγονται *κύρια επίπεδα*.



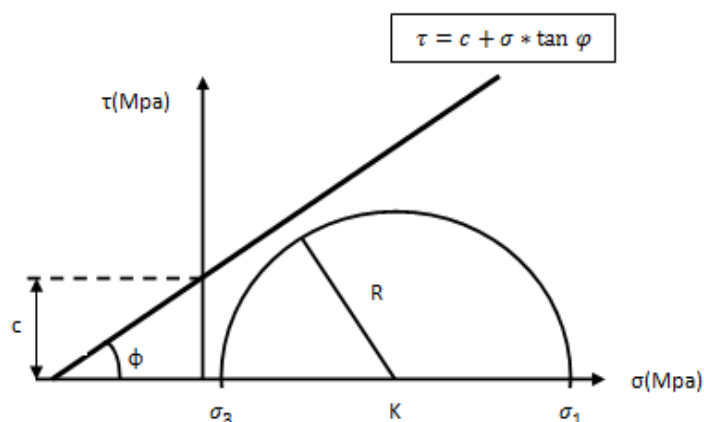
**Σχήμα 1. 5: α) Αναπαράσταση εντατικού πεδίου σε ένα επίπεδο στοιχείο δύο διαστάσεων, (b) γεωμετρική ερμηνεία του, με τον κύκλο του Mohr σε διάγραμμα  $\tau - \sigma$ .**



Αν στο ίδιο διάγραμμα  $\tau - \sigma$ , προβάλλουμε την διατμητική αντοχή του υλικού (εξίσωση του Coulomb), αυτή τέμνει τον άξονα της διατμητικής τάσης ( $\tau$ ) σε ένα σημείο, στο οποίο, η τιμή αυτή, αποτελεί την *συνοχή του εδάφους*,  $c$  (Σχ. 1.6) ενώ η κλίση της ευθείας αυτής παριστάνει την *γωνία της εσωτερικής τριβής*,  $\varphi$ . Είναι λογικό ότι όσο πιο μεγάλες είναι οι τάσεις που ασκούνται σε ένα υλικό, τόσο μεγαλύτερος θα γίνεται ο κύκλος αυτός καθώς θα αυξάνεται η διάμετρός του, μέχρι κάποια στιγμή που θα τμήσει την περιβάλλουσα και θα αστοχήσει.

Αντιθέτως, όσο αυξάνεται η τιμή της τομής της ευθείας, με τον άξονα της διατμητικής τάσης (*συνοχή*) και όσο πιο μεγάλη κλίση έχει η ευθεία αυτή από το οριζόντιο επίπεδο, τόσο μεγαλύτερη ευστάθεια θα έχει το υλικό μας. Οι περιοχές έξω (πάνω) από την ευθεία, αποτελούν περιοχές αστάθειας.

Τέλος ένας άλλος παράγοντας που επηρεάζει την διατμητική αντοχή είναι η **τραχύτητα**. Η τραχύτητα (*roughness*) της επιφάνειας των τοιχωμάτων της ασυνέχειας αποτελεί μία εν δυνάμει σημαντική συνιστώσα της διατμητικής αντοχής της, ειδικότερα στην περίπτωση όπου δεν έχει συμβεί κάποια πρότερη διατμητική ολίσθηση. Αυξάνει τη συμπλοκή των τοιχωμάτων της ασυνέχειας, δυσχεραίνοντας έτσι την ολίσθηση, και προσδίδοντας διασταλτική συμπεριφορά, καθώς οποιαδήποτε διατμητική μετατόπιση θα πρέπει να συνοδεύεται από αντίστοιχη ορθή μετατόπιση για την υπερπήδηση των κυματώσεων και ανωμαλιών της επιφανείας της ασυνέχειας. Αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα στην ευστάθεια και θα περιγραφεί σε επόμενα κεφάλαια.



**Σχήμα 1. 6:** Εξέταση της ευστάθειας υλικού κάτω από ένα εντατικό πεδίο με τον σχεδιασμό της περιβάλλουσας της εξίσωσης του Coulomb και τον κύκλο του Mohr στο ίδιο διάγραμμα  $\sigma - \tau$ . Η τομή του κύκλου με την ευθεία αυτή, προκαλεί την αστοχία του υλικού.



## 1.5 Μέθοδοι ανάλυσης ευστάθειας πρανών

### 1.5.1 Εισαγωγικές επισημάνσεις

Είναι γνωστό, ότι το βασικό κριτήριο επιλογής της μεθόδου ανάλυσης ευστάθειας ενός πρανού, είναι η μηχανική συμπεριφορά του γεωλογικού υλικού του πρανού. Επομένως η κατ' αρχήν επιλογή της μεθόδου θα εξαρτηθεί με το κατά πόσο αυτό εμφανίζει συμπεριφορά *εδαφικού ή βραχώδους σχηματισμού*. Σε πολλές περιπτώσεις η διάκριση αυτή είναι ιδιαίτερα δύσκολη και η ορθή αντιμετώπιση-επιλογή είναι συνάρτηση της εμπειρίας του μελετητή στο πεδίο (φυσικός χώρος).

Ο βαθμός υπολογιστικής ακρίβειας κάθε μεθόδου ανάλυσης της ευστάθειας, εξαρτάται από την προσεγγιστική ισχύ (σε σχέση με την πραγματικές συνθήκες) των αναπόφευκτων απλουστευτικών παραδοχών με τις οποίες είναι συναρτημένη. Η παρουσία των απλουστευτικών παραδοχών είναι επιβεβλημένη για την μαθηματική επίλυση του προβλήματος της ευστάθειας, αφού, ως γνωστόν, οι χρησιμοποιούμενες εξισώσεις ισορροπίας (δυνάμεων και ροπών) είναι *λιγότερες* από τους *αγνώστους* που εμπλέκονται σ' αυτές.

### 1.5.2 Κατηγορίες τρόπων ανάλυσης

Οι κατηγορίες των τρόπων ανάλυσης πρανών μπορούν να ταξινομηθούν στις παρακάτω κατηγορίες:

**Συμβατικές μέθοδοι οριακής ισορροπίας**, όπου το πλέον αντιπροσωπευτικό παράδειγμα των μεθόδων αυτών είναι η ανάλυση της *οριακής ισορροπίας πρανών* σε ανομοιογενή εδάφη με την μέθοδο των λωρίδων. Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής αποσκοπεί στον εντοπισμό της δυσμενέστερης επιφάνειας αστοχίας εντός του εδάφους. Ως μέτρο ευστάθειας υπολογίζεται, καταρχήν, ο συντελεστής ασφάλειας. Η μικρότερη τιμή του συντελεστή ασφάλειας αναφέρεται στην πλέον πιθανή επιφάνεια αστοχίας, που ονομάζεται *κρίσιμη επιφάνεια*.

Στη συνέχεια, κατά την σχεδίαση ενός τεχνικού έργου, ανάλογα με το αν η τάση που αναπτύσσεται από αυτό, στο έδαφος, είναι μικρότερη από μια τιμή (όριο διαρροής αυτού), η αντίδραση του εδάφους είναι ελαστική. Για τιμές του εντατικού πεδίου πάνω από το όριο διαρροής το υλικό παρουσιάζει μια συνεχή παραμόρφωση που μπορεί να οδηγήσει σε αστοχία της κατασκευής. Η ανάλυση τέτοιων προβλημάτων βασίζεται στην *θεωρία της πλαστικότητας*.

**Αριθμητικές μέθοδοι**, οι οποίες αποτελούν ουσιαστικά προσεγγιστικούς αλγόριθμους επίλυσης των διάφορων εξισώσεων (ισορροπίας, ροής, κίνησης) που διέπουν τα διάφορα προβλήματα της γεωτεχνικής μηχανικής. Οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες σήμερα αριθμητικές μέθοδοι είναι αυτές των *Πεπερασμένων στοιχείων* και των *Πεπερασμένων διαφορών*.

### 1.5.3 Συμβατικές μέθοδοι οριακής ισορροπίας

Σε αυτήν την ενότητα θα κατηγοριοποιηθούν οι υπολογιστικές, όπως αλλιώς λέγονται, μέθοδοι και θα περιγραφούν οι πιο σημαντικές. Όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, σε αυτές τις μεθόδους, η ευστάθεια των πρανών αναλύεται συνήθως με μεθόδους οριακής ισορροπίας (limit equilibrium methods). Σύμφωνα με αυτές,

- ✓ Αρχικά, ορίζεται μια πιθανή επιφάνεια αστοχίας του εδάφους,
- ✓ έπειτα θεωρείται οριακή ισορροπία του πρανούς σε περίπτωση αστοχίας και
- ✓ τέλος υπολογίζεται ο συντελεστής ασφάλειας.

Ωστόσο, κατά την μέθοδο αυτή, η διατμητική τάση είναι συνάρτηση των ορθών ενεργών τάσεων που ασκούνται στην επιφάνεια αστοχίας. Όμως σε μία καμπύλη επιφάνεια (κυκλική ή μη-κυκλική) οι τάσεις αυτές δεν είναι άμεσα γνωστές. Έτσι οι υπολογισμοί γίνονται με την μέθοδο των λωρίδων.

Σύμφωνα με αυτή, το ολισθαίνων πρίσμα υποδιαιρείται σε λεπτές κατακόρυφες λωρίδες και οι τάσεις που ασκούνται στη βάση της κάθε λωρίδας υπολογίζονται από τις εξισώσεις ισορροπίας (δυνάμεων και ροπών) της κάθε λωρίδας ξεχωριστά. Ωστόσο, ακόμα και με αυτή τη μέθοδο, η επίλυση είναι προσεγγιστική καθώς οι άγνωστοι του προβλήματος υπερβαίνουν συνολικά τις εξισώσεις ισορροπίας.

Έτσι είναι αναγκαία η υιοθέτηση ορισμένων παραδοχών προκειμένου να εξαλειφθούν κάποιοι άγνωστοι και τελικά να είναι δυνατή η εύρεση του συντελεστή ασφαλείας. Επισημαίνεται ότι οι διάφορες διατυπώσεις της μεθόδου των λωρίδων που είναι σήμερα διαθέσιμες μπορούν να διακριθούν σε αυτές που αφορούν την κυκλική και μη-κυκλική επιφάνεια αστοχίας. Έτσι ανάλογα με αυτές τις παραδοχές μπορούμε να διακρίνουμε:

#### 1) **Γραμμικές μεθόδους**, όπου περιλαμβάνονται:

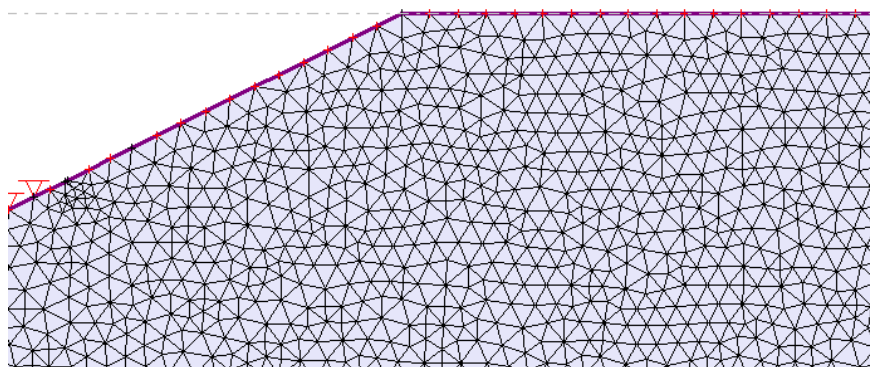
- a) Η μέθοδος Fellenius ή η συνήθης μέθοδος των λωρίδων, η οποία είναι και η παλαιότερη, δεν λαμβάνει υπόψη όλες τις δυνάμεις που επενεργούν σε κάθε λωρίδα. Παραλείπει τις διατμητικές, τις ορθές τάσεις και τις πιέσεις των πόρων που ασκούνται στις πλευρές της λωρίδας, θεωρεί δηλαδή ότι η συνισταμένη δύναμη μεταξύ των λωρίδων είναι μηδενική. Η παραδοχή αυτή υπό-εκτιμά συνήθως των συντελεστή ασφαλείας κατά 10-15%, ενώ στην περίπτωση απότομων πρανών σε σχηματισμούς με μεγάλη γωνία εσωτερικής τριβής η υπό-εκτίμηση αυτή μπορεί να πλησιάσει και το 60% (Ε. Στειακάκης, 2012).
- b) Μέθοδος Culman,
- c) Πρανές μεγάλου ύψους και ομοιόμορφης κλίσης, όπου έχουμε αστοχία σε επιφάνεια παράλληλη με το μέτωπο του πρανούς και το πλάτος της αστοχίας είναι πολύ μικρότερο του ύψους ( $< 10\%$ ).

#### 2) **Μη-γραμμικές μεθόδους** όπως είναι:

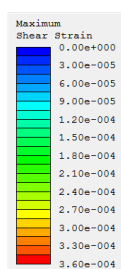
- a) Η απλοποιημένη μέθοδος Bishop, όπου η βασική παραδοχή αυτής της μεθόδου είναι ότι η συνισταμένη των πλευρικών δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε λωρίδα έχει οριζόντια διεύθυνση. Στην περίπτωση αυτή η ορθή δύναμη στη βάση της λωρίδας ( $N_i$ ) , υπολογίζεται από ισορροπία των κατακόρυφων δυνάμεων που ασκούνται στην λωρίδα. Τέλος ο συντελεστής ασφάλειας υπολογίζεται από ισορροπία των ροπών του ολισθαίνοντος πρίσματος λαμβανομένου ως ενιαίου στερεού.
- i. Η μέθοδος Janbu, όπου εδώ οι πλευρικές οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε λωρίδα είναι ίσες και εφαρμόζεται σε μη-κυκλικές επιφάνειες.
- ii. Η μέθοδος Spencer

#### 1.5.4 Αριθμητικές μέθοδοι

Οι μέθοδοι αυτοί χρησιμοποιούν την τεχνική των πεπερασμένων στοιχείων, για την ανάλυση των τάσεων και τον υπολογισμό των προκαλούμενων μετακινήσεων του εδαφικού υλικού του πρανούς. Απαιτούν γνώση των παραμέτρων της σχέσης τάση-παραμόρφωση (stress-strain), ως εισαγόμενα δεδομένα για τον υπολογισμό των αναμενόμενων μετακινήσεων. Η ευρύτατη χρήση της μεθόδου από τους μηχανικούς και τους επιστήμονες βασίζεται στην ικανότητα των πεπερασμένων στοιχείων να περιγράφουν και να αναλύουν προβλήματα που είναι εξαιρετικά περίπλοκα και πολλές φορές, αδύνατο να επιλυθούν αναλυτικά. Η αναλυτική επίλυση ενός προβλήματος βασίζεται στην ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου το οποίο μπορεί να αποδώσει τις ζητούμενες μεταβλητές σε οποιοδήποτε σημείο του υπό ανάλυση σώματος. Είναι δυσκολότερης χρήσης και πιο χρονοβόρες μέθοδοι από τις μεθόδους ανάλυσης ευστάθειας, και απαιτούν ιδιαίτερη εμπειρία για την αποτελεσματική εφαρμογή τους.



(α)



(β)

**Σχήμα 1. 7: Τεχνική των πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό των προκαλούμενων μετακινήσεων του πρανού. Διακρίνεται ο διαχωρισμός της βραχώμαζας σε στοιχεία διαφορετικού μεγέθους και γνωστού σχήματος (α) διακριτοποίηση του πρανού με πεπερασμένα στοιχεία και (β) : Νεφόγραμμα της μέγιστης διατμητικής παραμόρφωσης και της μετατόπισης (Μπαραδάκης).**

Σήμερα, οι αριθμητικές μέθοδοι τείνουν να επικρατήσουν έναντι των εμπειρικών και αναλυτικών μεθόδων, που χρησιμοποιούνταν στο παρελθόν. Διακρίνονται σε εκείνες που επιλύουν το πρόβλημα θεωρώντας τη βραχώμαζα ως συνεχές υλικό, και σε εκείνες που συμπεριλαμβάνουν στους αλγόριθμους επίλυσης τόσο τα διακριτά τεμάχια άρρηκτου πετρώματος όσο και τις ασυνέχειες που τα διαχωρίζουν. Στην πρώτη κατηγορία περιλαμβάνονται, μεταξύ άλλων, οι μέθοδοι πεπερασμένων στοιχείων (*finite elements method, FEM*) και πεπερασμένων διαφορών (*finite differences method, FDM*). Στη δεύτερη ανήκουν η μέθοδος διακριτών στοιχείων (*distinct elements method, DEM*) και η μέθοδος ανάλυσης ασυνεχούς παραμόρφωσης (*discontinuous deformation analysis, DDA*). Η πρώτη κατηγορία μεθόδων προτιμάται για την προσομοίωση πυκνά διακλασμένης ή ασθενούς ή πολύ αποσπασμένης βραχώμαζας. Η δεύτερη κατηγορία είναι περισσότερο κατάλληλη για την προσομοίωση ογκοτεμαχισμένων πετρωμάτων, όπου η αστοχία καθορίζεται κυρίως από τη γεωμετρία και τις ιδιότητες των ασυνεχειών.

Η διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος ευστάθειας βραχώδους πρανού με αριθμητική προσομοίωση ξεκινάει με την επιλογή και απεικόνιση αρχικά του δοθέντος προβλήματος με τη μορφή ενός μοντέλου, στο οποίο σημειώνονται τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά. Στη συνέχεια η περιοχή του μοντέλου, που

καταλαμβάνεται από τη βραχύμαζα, διακριτοποιείται, χωρίζεται δηλαδή σε ζώνες ή στοιχεία του ίδιου ή διαφορετικού μεγέθους και γνωστής γεωμετρίας (Σχ. 1.7-α) όπως τρίγωνα ή τετράπλευρα κ.λπ.

Η συμπεριφορά των στοιχείων καθορίζεται από την καταστατική σχέση τάσης-ανηγμένης παραμόρφωσης, σύμφωνα με το μοντέλο συμπεριφοράς του πετρώματος, που θεωρείται περισσότερο κατάλληλο στην κάθε περίπτωση. Κατά την επιλογή της κατάλληλης καταστατικής σχέσης λαμβάνεται υπόψη ο χαρακτηρισμός της βραχύμαζας από πλευράς συμπεριφοράς (π.χ. γραμμικά ελαστική, ελαστοπλαστική, ψαθυρή κ.λπ.) και ανισοτροπίας και επιλέγεται εκείνο το κριτήριο αστοχίας, που θεωρείται ότι περιγράφει καλύτερα την κορυφαία αντοχή της βραχύμαζας.

Στη συνέχεια προσδίδονται στη βραχύμαζα (ή στο άρρηκτο πέτρωμα και στις ασυνέχειες) οι κατάλληλες ιδιότητες, που θα πρέπει να είναι γνωστές είτε από την προγενέστερη γεωτεχνική έρευνα είτε από εκτιμήσεις. Καθορίζονται οι τάσεις του φυσικού εντατικού πεδίου και οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος, οι οποίες μπορεί να έχουν τη μορφή κινηματικών περιορισμών (απαγόρευση μετατόπισης ή στροφής) ή προκαθορισμένων εντατικών συνθηκών κατά μήκος των συνόρων του μοντέλου (ή και στο εσωτερικό του). Στο τέλος, το μοντέλο επιλύεται αριθμητικά και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης (Σχ. 1.7-β).

## 1.6 Τυχαίες μεταβλητές και ο χαρακτηρισμός τους

Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός τυχαίου πειράματος, ονομάζεται δειγματικός χώρος,  $\Omega$ . Αυτός μπορεί να αποτελείται από αριθμητικές τιμές, διανύσματα ή από μη-αριθμητικά στοιχεία. Μία συνάρτηση που αντιστοιχεί σε κάθε δυνατό αποτέλεσμα, ένα πραγματικό αριθμό, λέγεται *τυχαία μεταβλητή* (τ.μ) και συμβολίζεται με ένα κεφαλαίο γράμμα του λατινικού αλφαβήτου όπως  $X, Y, Z \dots$  Μία συνάρτηση τέτοιας μορφής, έχει πεδίο ορισμού το δειγματικό χώρο του πειράματος και πεδίο τιμών ένα σύνολο πραγματικών αριθμών. Δηλαδή κάθε στοιχείο  $\omega$  του  $\Omega$  (αποτέλεσμα του πειράματος), αντιστοιχεί σε ένα και μοναδικό πραγματικό αριθμό  $X(\omega) = x$ . Οι τυχαίες μεταβλητές μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες:

- τις διακριτές ή απαριθμητές τυχαίες μεταβλητές και
- τις συνεχείς τυχαίες μεταβλητές

**Η συνάρτηση πιθανότητας (σ.π)** μια διακριτής, τ.μ,  $X$ , είναι η συνάρτηση  $f(x)$  με πεδίο ορισμού το σύνολο των πραγματικών αριθμών  $R$ , και πεδίο τιμών ένα υποσύνολο του διαστήματος  $[0,1]$  τέτοια ώστε,  $\forall x \in R$ , η  $f(x)$  παίρνει ως τιμή την πιθανότητα να παρατηρήσουμε τιμή της τυχαίας μεταβλητής  $X$  ίση με  $x$ , δηλαδή:

$$f(x) = P(X = x) \quad \forall x \in R \quad (1.8)$$

**Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π)** μιας συνεχούς τ.μ  $X$  είναι μία συνάρτηση  $f(x)$  με πεδίο ορισμού το σύνολο των πραγματικών αριθμών  $R$  και πεδίο τιμών ένα υποσύνολο του  $R$  (Κουτροβέλης, 2015).

- Η πιθανότητα να βρεθεί η τ.μ  $X$  στο διάστημα από το  $-\infty$  έως  $+\infty$  είναι μονάδα.
- Η πιθανότητα να παρατηρήσουμε οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό ως τιμή της τ.μ είναι ίση με μηδέν.
- Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δεν εκφράζει πιθανότητα, όπως η συνάρτηση πιθανότητας στις διακριτές μεταβλητές, αλλά *πυκνότητα*. Για αυτό μπορεί να πάρει τιμές μεγαλύτερες της μονάδας.
- Η πιθανότητα να παρατηρήσουμε μια τιμή της τ.μ  $X$  που να ανήκει στο διάστημα  $[a,b]$  ισούται με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη  $f(x)$  μεταξύ του  $a$  και  $b$ .

Μια συνάρτηση που χαρακτηρίζει και τα δύο είδη μεταβλητών (διακριτές και συνεχείς) είναι **η αθροιστική συνάρτηση κατανομής ή απλούστερα συνάρτηση κατανομής (α.σ.κ.)**.

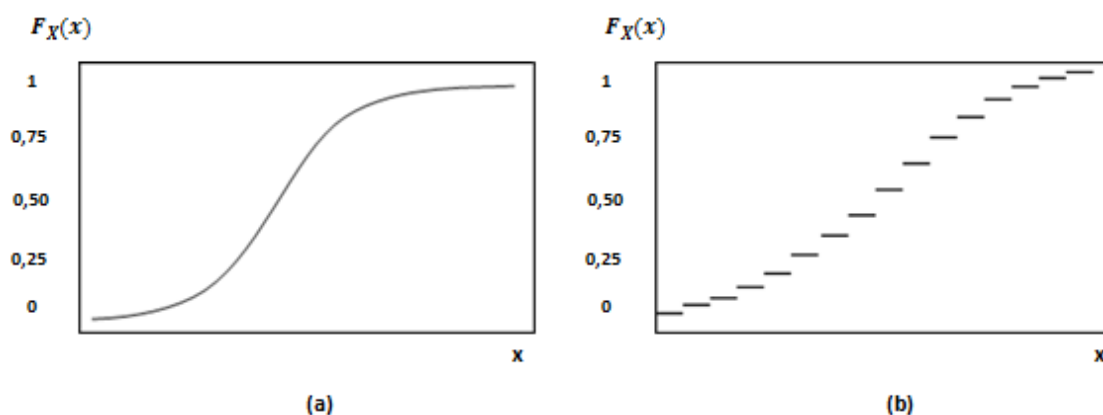
Έστω  $X$  τυχαία μεταβλητή (διακριτή ή συνεχή). Η συνάρτηση  $F(x)$  με πεδίο ορισμού το σύνολο  $R$  και πεδίο τιμών ένα υποσύνολο του διαστήματος  $[0,1]$ , ορίζεται ως:

$$F(x) = P(X \leq x), \quad x \in R \quad (1.9)$$

Δηλαδή για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$ , η α.σ.κ της τ.μ  $X$  παίρνει τιμή ίση με την αθροιστική πιθανότητα να παρατηρήσουμε μία τιμή της  $X$  μικρότερη ή ίση του  $x$ .

Μερικές από τις ιδιότητές αυτής είναι:

- Η  $F(X)$  αποτελεί μη αρνητική και μη φθίνουσα συνάρτηση στο  $R$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ , δηλαδή η μέγιστη τιμή της είναι μονάδα.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ , δηλαδή η ελάχιστη τιμή της είναι μηδέν.



**Σχήμα 1. 8: Αθροιστική συνάρτηση κατανομής, α) συνεχούς τυχαίας μεταβλητής και β) διακριτής τυχαίας μεταβλητής. Παρατηρούμε ότι ξεκινάει από πιθανότητα με τιμή μηδέν και καταλήγει σε πιθανότητα με τιμή ένα (Κουτρουβέλης, 2015).**

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα της α.σ.κ των διακριτών μεταβλητών (Σχ. 1.8-β), δημιουργούνται ασυνέχειες στα σημεία  $x$ , λόγω των διακεκριμένων τιμών, στα οποία υπάρχουν θετικές πιθανότητες για την τ.μ  $X$ . Στα σημεία αυτά η συνάρτηση αυξάνεται, αθροίζοντας στην προηγούμενη τιμή της, την πιθανότητα του αντίστοιχου σημείου.

Αντίθετα στις συνεχείς μεταβλητές (Σχ. 1.8-α), η καμπύλη της α.σ.κ είναι συνεχής. Στη συνέχεια σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι στις διακριτές μεταβλητές, το δεξιό όριο ενός διαστήματος είναι «ανοιχτό» εννοώντας, ότι σε εκείνο το σημείο υπεισέρχεται η πιθανότητα του επόμενου διαστήματος και ούτω καθεξής.

## 1.7 Χρήσιμα πρότυπα κατανομών

### 1.7.1 Χρήσιμες διακριτές κατανομές

Όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα, οι τυχαίες μεταβλητές μπορούν να ταξινομηθούν στις *διακριτές τυχαίες μεταβλητές* και στις *συνεχείς τυχαίες μεταβλητές*. Στη μελέτη μιας τυχαίας μεταβλητής (τ.μ) μας βοηθάει να έχουμε κάποια πρότυπα για την κατανομή της, δηλαδή κάποιες γνωστές συναρτήσεις  $f_X(x)$  της τ.μ.  $X$  με γνωστές παραμέτρους. Επίσης σε πολλά πραγματικά προβλήματα η κατανομή μιας τ.μ. μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά από κάποια γνωστή κατανομή. Έτσι, θα παρουσιαστούν εδώ μερικά τέτοια παραδείγματα, γνωστών κατανομών, για την διακριτή και για την συνεχή τυχαία μεταβλητή.

**Διωνυμική κατανομή:** Αν το χαρακτηριστικό μέγεθος που θέλουμε να παρατηρήσουμε σε ένα φαινόμενο είναι ο αριθμός  $X$  των επιτυχιών που θα πάρουμε σε ένα καθορισμένο πλήθος  $n$  δοκιμών, τότε λέμε ότι η τυχαία μεταβλητή (τ.μ),  $X$  έχει διωνυμική κατανομή με παραμέτρους  $n, p$ . Αν ορίσουμε τον αριθμό, των επιτυχιών με το σύμβολο,  $X$ , η πιθανότητα επιτυχίας σε κάθε δοκιμή είναι,  $p$  ενώ η πιθανότητα αποτυχίας,  $q = 1 - p$ .

- **Αριθμός δοκιμών:**  $n$
- **Παράμετροι:**  $p$  (επιτυχία),  $q = 1 - p$  (αποτυχία)
- **Συμβολισμός:**  $X \sim B(n, p)$
- **Συνάρτηση πιθανότητας (σ.π):** 
$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}, & x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

**Γεωμετρική κατανομή:** Θεωρούμε μια ακολουθία (ανεξάρτητων) δοκιμών Bernoulli με πιθανότητα επιτυχίας  $p$  και αποτυχίας  $q = 1 - p$ , σταθερή για όλες τις δοκιμές. Έστω  $X$  ο αριθμός των δοκιμών μέχρι την εμφάνιση της πρώτης επιτυχίας. Η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής  $X$  καλείται γεωμετρική κατανομή.

- **Αριθμός δοκιμών:**  $X$ , μέχρι την επιτυχία
- **Παράμετροι:**  $p$  (επιτυχία),  $q = 1 - p$  (αποτυχία)
- **Συμβολισμός:**  $G(p)$
- **Συνάρτηση πιθανότητας (σ.π):** 
$$f(x) = \begin{cases} q^{x-1} \cdot p, & x = 1, 2, \dots \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

**Κατανομή Poisson:** Η κατανομή Poisson, ονομάστηκε από τον Γάλλο μαθηματικό *Simeon Denis Poisson* είναι μια διακριτή συνάρτηση κατανομής που εκφράζει την πιθανότητα ενός δεδομένου αριθμού γεγονότων που συμβαίνουν σε ένα σταθερό

διάστημα χρόνου ή/και χώρου αν αυτά τα γεγονότα συμβαίνουν με ένα γνωστό μέσο ρυθμό και είναι ανεξάρτητα από το χρονικό διάστημα από την τελευταία περίπτωση.

- **Παράμετροι:**  $\lambda$  (μέση τιμή αριθμού εμφανίσεων ενός γεγονότος),  $\lambda > 0$
- **Συμβολισμός:**  $X \sim p(\lambda)$
- **Συνάρτηση πιθανότητας (σ.π):**  $f(x) = \begin{cases} e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!}, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$

Η κατανομή Poisson είναι ένα από τα χρησιμότερα πιθανολογικά πρότυπα για τον αριθμό εμφανίσεων διάφορων περιστατικών σε ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα ή σε μια καθορισμένη περιοχή του χώρου.

### 1.7.2 Χρήσιμες συνεχείς κατανομές

**Κανονική κατανομή:** Η κανονική κατανομή (normal distribution) είναι επίσης γνωστή σαν κατανομή Gauss (γκαουσιανή). Χαρακτηρίζεται πλήρως από δύο παραμέτρους, τη μέση τιμή  $\mu$  και την τυπική απόκλιση  $\sigma$  (Χριστόπουλος, 2016). Η κανονική κατανομή αποτελεί την πιο σημαντική κατανομή της στατιστικής μεθοδολογίας για τους εξής βασικούς λόγους:

- i) Πολλά πειράματα μπορούν να εκφραστούν μέσω τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν την κανονική κατανομή.
- ii) Η κανονική κατανομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν προσέγγιση πολλών άλλων κατανομών.
- iii) Η κατανομή αυτή αποτελεί την βάση για πολλές τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην στατιστική.

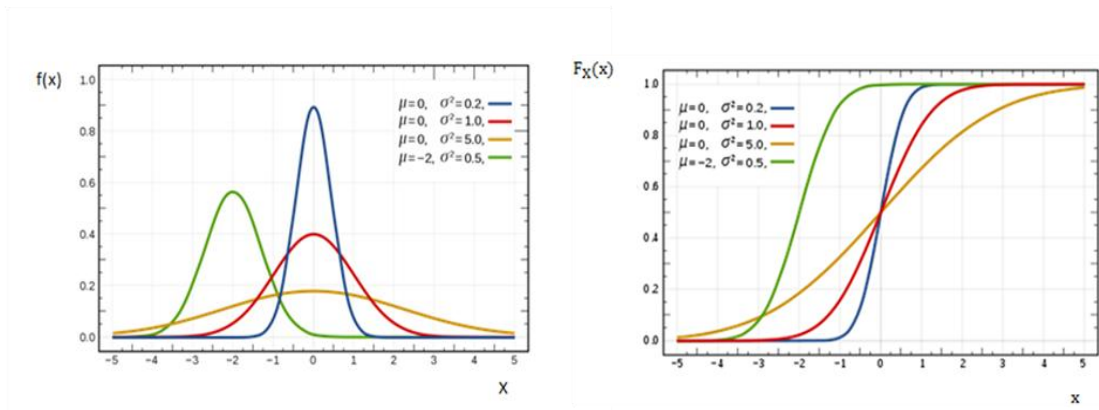
Έτσι η κανονική, μπορούμε να πούμε ότι διαθέτει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- **Μέση τιμή:**  $\mu$
- **Τυπική απόκλιση:**  $\sigma$
- **Συμβολισμός:**  $X \sim (\mu, \sigma)$
- **Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π):**

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right), \quad x, \mu \in \mathbb{R} \text{ και } \sigma > 0$$

Η κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση ίση με ένα, δηλαδή  $N(0,1)$  λέγεται **τυπική κανονική κατανομή** και συμβολίζεται με  $Z$ . Για την αθροιστική συνάρτηση κατανομής αυτής χρησιμοποιείτε ο συμβολισμός,  $\Phi(Z)$  και οι τιμές της βρίσκονται από πίνακες όπου παρουσιάζονται στο παράρτημα της εργασίας. Παρακάτω φαίνονται σε διαγράμματα η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας καθώς και η αθροιστική συνάρτηση της κανονικής κατανομής για διάφορες τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης.



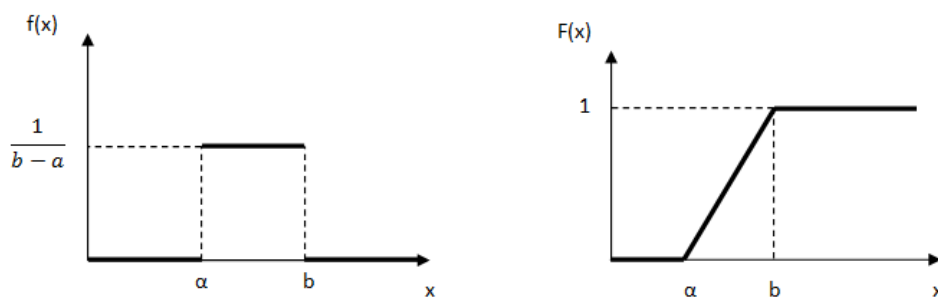


Σχήμα 1. 9: Πυκνότητα πιθανότητας (αριστερά) και αθροιστική συνάρτηση κατανομής (δεξιά) για την κανονική κατανομή με διάφορες τιμές στην μέση τιμή ( $\mu$ ) και την τυπική απόκλιση ( $\sigma$ ).

**Ομοιόμορφη κατανομή:** Η ομοιόμορφη κατανομή περιγράφει συνεχείς και διακριτές μεταβλητές. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ομοιόμορφης κατανομής είναι σταθερή μέσα στο διάστημα  $[a, b]$  και μηδενίζεται εκτός του. Είναι το απλούστερο πρότυπο συνεχούς κατανομής λόγω της σταθερής σ.π.π στο πεπερασμένο διάστημα  $[a, b]$ .

- Μέση τιμή:  $\frac{a+b}{2}$
- Τυπική απόκλιση:  $\frac{(b-a)^2}{12}$
- Συμβολισμός:  $U \sim (a, b)$
- Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π):

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$



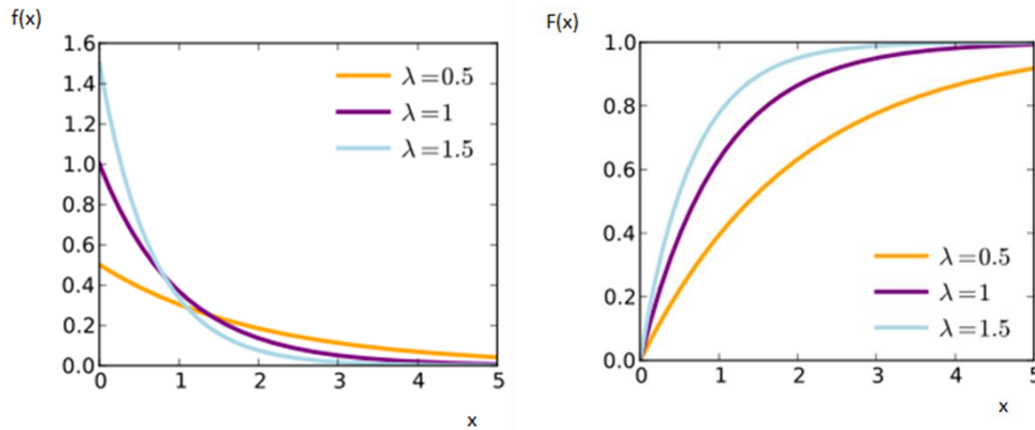
Σχήμα 1. 10: Πυκνότητα πιθανότητας (αριστερά) και αθροιστική συνάρτηση κατανομής (δεξιά) για την ομοιόμορφη κατανομή (Κουτρουβέλης, 2015).

**Εκθετική κατανομή:** Εμφανίζεται συνήθως σε περιπτώσεις που μελετάμε το χρόνο αναμονής μέχρι την πραγματοποίηση ενός γεγονότος. Λέμε ότι η τυχαία μεταβλητή  $X$  έχει την εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\lambda$  ( $\lambda > 0$ ) όταν,

- Μέση τιμή:  $\frac{1}{\lambda}$
- Τυπική απόκλιση:  $\frac{1}{\lambda^2}$

- Συμβολισμός:  $X \sim \varepsilon(\lambda)$
- Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π):

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}, & x > 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



Σχήμα 1. 11: α) Πυκνότητα πιθανότητα και β) αθροιστική συνάρτηση κατανομής, για την εκθετική κατανομή με διάφορες τιμές του συντελεστή,  $\lambda$ .

## 1.8 Προσομοίωση Monte Carlo

Η μέθοδος Μόντε Κάρλο (*Monte Carlo method*), ή αλλιώς πείραμα / προσομοίωση Μόντε Κάρλο, είναι μια στοχαστική διαδικασία όπου με χρήση τυχαίων αριθμών και τη στατιστική προσπαθούμε να λύσουμε ένα πρόβλημα. Σε ένα πείραμα Μόντε Κάρλο παράγονται μια σειρά από τυχαίους αριθμούς, δηλαδή είναι μια κατηγορία υπολογιστικών αλγορίθμων που στηρίζονται σε επαναλαμβανόμενες τυχαίες δειγματοληψίες για τον υπολογισμό των αποτελεσμάτων τους. Γενικά, η μέθοδος Monte Carlo είναι μια αριθμητική μέθοδος για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων μέσω προσομοίωσης τυχαίων αριθμών.

Χρησιμοποιείται δε στην προσομοίωση (*simulation*) και στην ολοκλήρωση (*integration*). Μιλώντας γενικά, κάθε πείραμα στο οποίο χρησιμοποιούνται τυχαίοι αριθμοί για την εξέταση του προβλήματος, λέγεται Monte Carlo πείραμα. Μέθοδοι Monte Carlo εφαρμόζονται σε πάρα πολλούς επιστημονικούς τομείς, από την οικονομία έως την πυρηνική φυσική και την χημεία και ακόμη ως τη ρύθμιση της κυκλοφορίας.

Η χρήση των μεθόδων Monte Carlo στη μοντελοποίηση φυσικών προβλημάτων μας επιτρέπει να εξετάσουμε πολύπλοκα συστήματα που αλλιώς θα ήταν από δύσκολο έως αδύνατο. Η επίλυση εξισώσεων που περιγράφουν την αλληλεπίδραση δύο ατόμων είναι σχετικά εύκολη. Η λύση όμως των ίδιων εξισώσεων για εκατοντάδες ή χιλιάδες άτομα είναι αδύνατη. Με τις μεθόδους Monte Carlo, ένα μεγάλο σύστημα μπορεί να δειγματοποιηθεί σε έναν αριθμό τυχαίων ρυθμίσεων, και αυτά τα δεδομένα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να περιγράψουμε

το σύστημα σαν σύνολο. Λόγω του γεγονότος ότι η προσομοίωση τυχαίων μεταβλητών είναι μια δύσκολη διαδικασία για να γίνει χειρωνακτικά, η γενική αριθμητική χρήση της μεθόδου έγινε πρακτική μόνο με την εμφάνιση και εξέλιξη των υπολογιστών.

Τα κυριότερα χαρακτηριστικά μιας μεθόδου Monte Carlo τα οποία την καταστούν ένα χρήσιμο εργαλείο για διάφορα πολύπλοκα προβλήματα είναι τα παρακάτω.

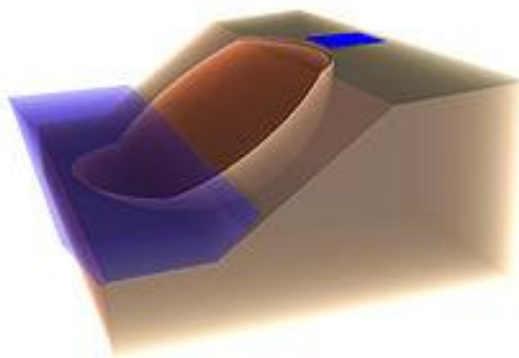
- Η Monte Carlo είναι πολύ απλή. Ένα στοιχείο που χαρακτηρίζει την MC είναι η απλή δομή του υπολογιστικού αλγορίθμου,
- Η μέθοδος μπορεί να είναι εξαιρετικά αργή. Για παράδειγμα στην ολοκλήρωση, το λάθος των υπολογισμών είναι ανάλογο με  $\frac{D}{N}$ , όπου D είναι κάποια σταθερά και N ο αριθμός των δοκιμών,
- Η μέθοδος είναι πολύ δυνατή στα πολυδιάστατα προβλήματα, όπου και χρησιμοποιείται κυρίως, γιατί γενικά η ακρίβεια της εξαρτάται μόνο από την πολυπλοκότητα του προβλήματος.

## 1.9 Επίδραση του νερού στην ευστάθεια

### 1.9.1 Οι επιδράσεις του νερού και ο χαρακτηρισμός του

Ένας άλλος παράγοντας που αποτελεί κρίσιμο στοιχείο για την ευστάθεια ενός πρανού, αποτελεί ο υδροφόρος ορίζοντας, δηλαδή το υπόγειο νερό με το οποίο έχει κορεστεί το έδαφος. Αυτό λαμβάνει μέρος κυρίως με τις δυνάμεις που προκαλεί (πίεση των πόρων), είτε διαμέσου της επιφάνειας αστοχίας, είτε στην εφελκυστική ρωγμή που μπορεί να δημιουργηθεί.

Ανάλογα με τη θέση αυτού στο πρανές θα υπάρχουν και διαφορετικές κατανομές τάσεων. Για παράδειγμα αν η επιφάνεια του υδροφόρου ορίζοντα βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια ολίσθησης, δεν θα αναπτυχθούν πιέσεις των πόρων οπότε θα μειωθεί η πιθανότητα αστοχίας του πρανού.



Σχήμα 1. 12: Σχηματική αναπαράσταση του νερού σε ένα πρανές.

Αντίθετα, αν βρίσκεται πάνω από την επιφάνεια αστοχίας καθώς και πάνω από την βάση της εφελκυστικής ρωγμής (αν υπάρχει), θα δημιουργηθούν τέτοιες πιέσεις που θα μπορούν να συμβάλουν στην αστάθεια του πρανούς. Παράλληλα, σε περιοχές με έντονες βροχοπτώσεις, το έδαφος μπορεί να κορεστεί πλήρως με το υπόγειο νερό και συνεπώς να προκαλέσει κατολίσθηση.

Έτσι μπορούμε να καταλήξουμε στο ότι, η παρουσία του υπόγειου νερού σε ένα πρανές μπορεί να έχει μια πολύ σοβαρή, επιβλαβή επίδραση στην ευστάθεια αυτού, για τους ακόλουθους λόγους (*Wyllie & Mah, 2005*):

- Η πίεση των πόρων, μπορεί να υποβαθμίσει την διατμητική αντοχή του εδάφους, λόγω των δυνάμεων που αναπτύσσονται είτε κατά μήκος της επιφάνειας αστοχίας, είτε στην δημιουργημένη εφελκυστική ρωγμή,
- Αλλαγές στο ποσοστό της υγρασίας σε κάποια πετρώματα, μπορεί να αυξήσει το βαθμό της αποσάθρωσης αυτών συνεπάγοντας στην μείωση της διατμητικής αντοχής,
- Η μετατροπή του νερού σε πάγο μαζί με την ταυτόχρονη διαστολή του, μπορεί να αυξήσει την πίεση των πόρων, εμποδίζοντας την αποστράγγιση, άρα και να μειώσει την ευστάθεια του πρανούς,
- Διάφορες εργασίες κατά την εκσκαφή μπορούν να επιβαρυνθούν όταν αυτές γίνονται κάτω από τον υδροφόρο ορίζοντα. *Για παράδειγμα, στη χρήση εκρηκτικών, απαιτούνται πιο εξειδικευμένα είδη εκρηκτικών λόγω της παρουσίας του νερού.*

Παρ' όλα αυτά, μπορούμε να πούμε ότι η πιο σημαντική επίδραση του νερού σε ένα πρανές είναι η αύξηση της πίεσης των πόρων στις ασυνέχειες αυτού (επιφάνεια αστοχίας, εφελκυστική ρωγμή).

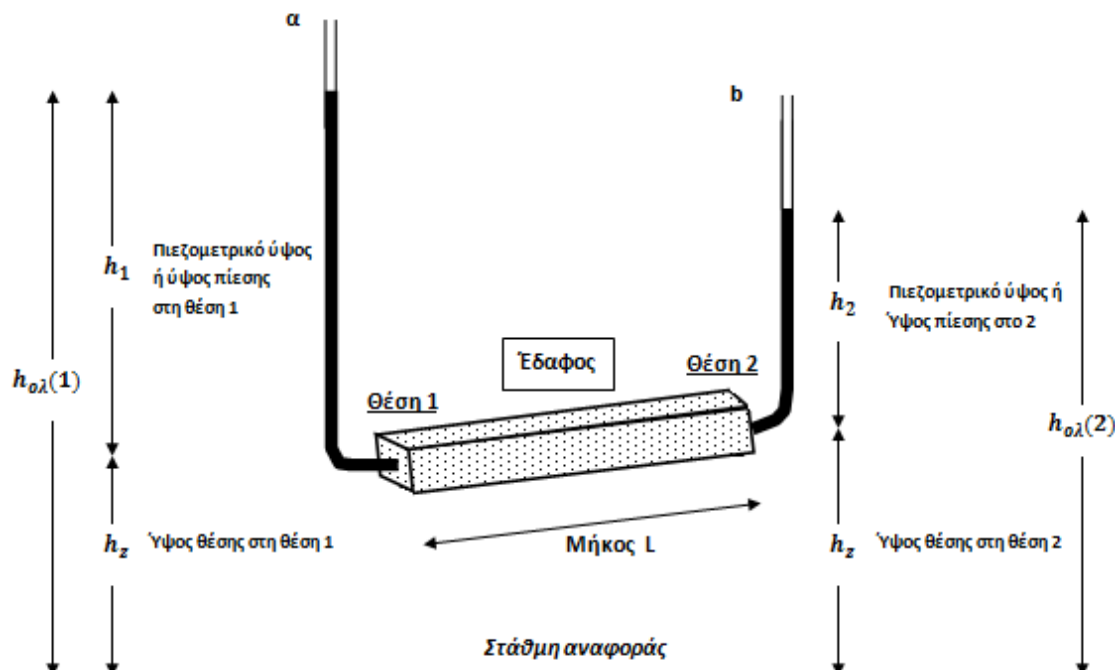
Κατά την εξέταση των πρανών πρέπει να ληφθεί υπόψη η παρουσία του νερού ακόμα και αν δεν είναι φανερή κάποια διαρροή (*seepage*) που να δηλώνει την ύπαρξη αυτού. Και αυτό διότι η διαρροή μπορεί να είναι μικρή σε σχέση με το βαθμό της εξάτμισης και έτσι λανθασμένα να υποτεθεί ότι το συγκεκριμένο πρανές δεν περιέχει σημαντική ποσότητα νερού. Συνεπώς η πίεση του νερού είναι η υπεύθυνη για την αστάθεια των πρανών και όχι ο βαθμός διαρροής αυτού.

Η βασική παράμετρος που περιγράφει την υπόγεια ροή του νερού διαμέσου των εδαφικών πόρων είναι η *υδραυλική αγωγιμότητα*,  $K$  (εξ. 1.10). Αυτή η παράμετρος ουσιαστικά εκφράζει πόσο εύκολα μπορεί να κινηθεί το νερό διαμέσου ενός γεωλογικού σχηματισμού. Έχει διαστάσεις ταχύτητας,  $LT^{-1}$  (π.χ. m/s). Εξαρτάται τόσο από τις ιδιότητες του μέσου (*πορώδες, μέση διάμετρο κόκκων, σχήμα*) όσο και από τις ιδιότητες του νερού (*ιξώδες, πυκνότητα, θερμοκρασία κ.λπ.*). Κατά κανόνα στη φύση η υδραυλική αγωγιμότητα έχει μεγαλύτερη τιμή κατά την οριζόντια διεύθυνση από ότι κατά την κατακόρυφη.

Πίνακας 1. 3: Τιμές υδραυλικής αγωγιμότητας ανάλογα με το μέγεθος των σχηματισμών.

Υλικό	K (m/s)
Μεγάλα χαλίκια	$1,7 \cdot 10^{-3}$
Χαλίκια μεσαίου μεγέθους	$3,1 \cdot 10^{-3}$
Χαλίκια μικρού μεγέθους	$5,2 \cdot 10^{-3}$
Χονδρόκοκκη άμμος	$5,2 \cdot 10^{-4}$
Μεσόκοκκη άμμος	$1,4 \cdot 10^{-4}$
Λεπτόκοκκη άμμος	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Ιλύς	$9,2 \cdot 10^{-7}$
Άργιλος	$2,3 \cdot 10^{-9}$

Θεωρώντας ένα δοκίμιο πετρώματος (Σχ. 1.13) κάτω από τον υδροφόρο ορίζοντα σε ένα πρανές, τα επίπεδα του νερού σε δύο γεωτρήσεις βρίσκονται σε δύο υψόμετρα  $h_{ολ}(1)$  και  $h_{ολ}(2)$  πάνω από μία επιφάνεια αναφοράς (reference datum). Η ποσότητα του νερού που ρέει από την διατομή του δοκιμίου (A) στην μονάδα του χρόνου είναι, Q (παροχή). Το νερό κινείται από υψηλά σε χαμηλά, ολικά υδραυλικά φορτία (το άθροισμα του ύψους θέσης και του ύψους πίεσης).



Σχήμα 1. 13: Θεώρηση ενός εδαφικού δοκιμίου κάτω από το επίπεδο του υδροφόρου ορίζοντα. Η διάνοιξη δυο γεωτρήσεων (a, b) σε δύο θέσεις (θέση 1, θέση 2) στον εδαφικό σχηματισμό, με ύψος,  $h_z(1)$  και  $h_z(2)$  (ύψη θέσης) πάνω από μία επιφάνεια αναφοράς, θα δώσουν το απόλυτο υψόμετρο της στάθμης του υπόγειου νερού σε ένα ελεύθερο υδροφορέα (εδαφικό σχηματισμό), με ύψος  $h_1$  και  $h_2$  (ύψη πίεσης) από τις δύο αυτές θέσεις (Wyllie & Mah, 2004).

Σύμφωνα με το νόμο του Darcy η υδραυλική αγωγιμότητα K ορίζεται ως :

$$K = \frac{Q \cdot l}{A \cdot [h_{ολ}(1) - h_{ολ}(2)]} = \frac{v \cdot l}{[h_{ολ}(1) - h_{ολ}(2)]} \quad (1.10)$$

Και το ολικό υδραυλικό φορτίο,  $h_{ολ}$  ισοδυναμεί με,

$$h_{ολ}(1) = h_1 + h_{z1} = \frac{P_1}{\gamma_w} + h_{z1} \quad (1.11)$$

$$h_{ολ}(2) = h_2 + h_{z2} = \frac{P_2}{\gamma_w} + h_{z2} \quad (1.12)$$

Όπου,

- $l$ , η απόσταση που διανύει το νερό μέσω του δοκιμίου, [cm]
- $v$ , η ταχύτητα ροής,  $\left[ \frac{cm}{sec} \right]$
- $h_{ολ}$ , το ολικό υδραυλικό φορτίο, [cm] που πρακτικά ισούται με το άθροισμα του φορτίου ύψους ( $h_z$ ), της απόστασης δηλαδή από το επίπεδο αναφοράς και του φορτίου πίεσης,  $h_1$ ,  $h_2$ . Ουσιαστικά το φορτίο πίεσης, ισούται με,  $\frac{P_1}{\gamma_w}$  και  $\frac{P_2}{\gamma_w}$  όπου P, η υδροστατική πίεση και  $\gamma_w$ , το ειδικό βάρος του νερού.

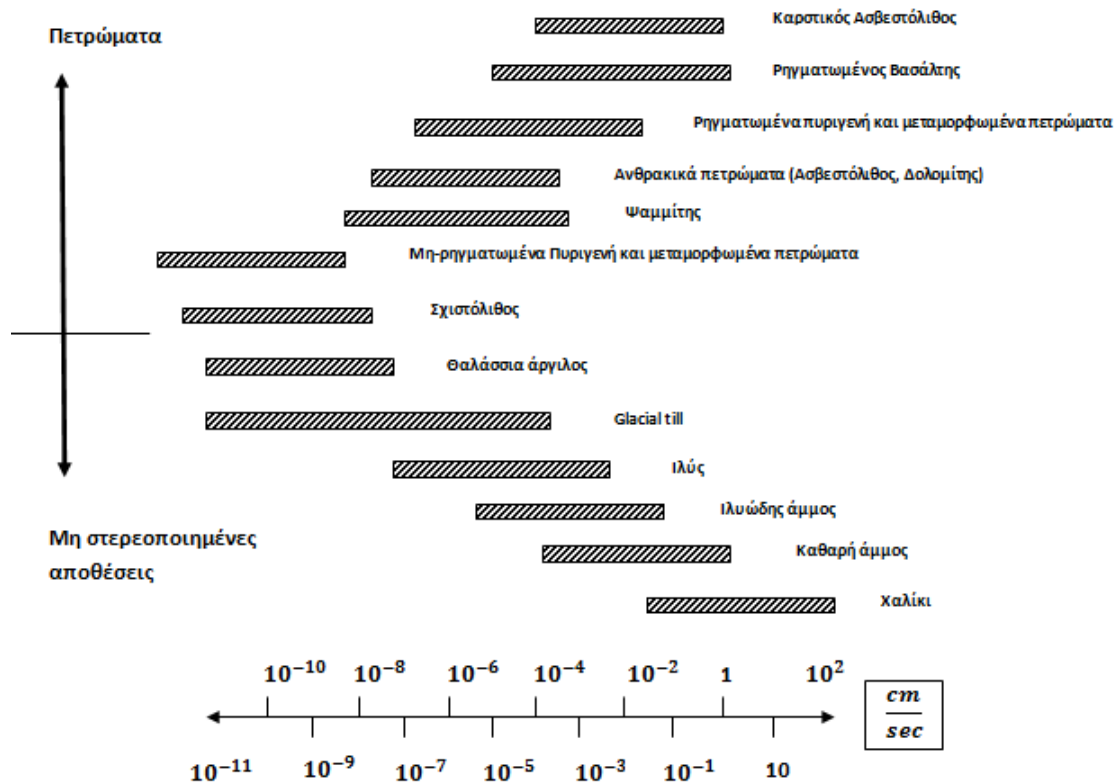
Σημείωση : Στον ανώτερο ορισμό θεωρούμε ότι η ταχύτητα του υπόγειου νερού είναι πολύ μικρή, κάτι που στην πραγματικότητα συμβαίνει. Το υδραυλικό φορτίο (εξ. 1.11-1.12) ταυτίζεται με το απόλυτο υψόμετρο της στάθμης του υπόγειου νερού σε μία γεώτρηση ανορυγμένη σε ελεύθερο υδροφορέα. Στους υπό πίεση υδροφορείς το υδραυλικό φορτίο είναι το απόλυτο υψόμετρο που θα έφτανε το νερό αν ο σωλήνας της γεώτρησης επεκτεινόταν επάνω από την επιφάνεια του εδάφους. (Βουδούρης, 2015).

Στα περισσότερα πετρώματα η ροή μπορεί να διακριθεί στην :

- Ροή διαμέσου της ακέραιης μάζας των πετρωμάτων (πρωτογενής υδραυλική αγωγιμότητα),  $K_{primary}$
- Ροή διαμέσου των ασυνεχειών του πετρώματος, (δευτερογενής υδραυλική αγωγιμότητα),  $K_{secondary}$

Σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι στην δευτερογενή υδραυλική αγωγιμότητα, εντάσσεται η ροή διαμέσου των ασυνεχειών καθώς και μέσω του άρρηκτου πετρώματος.

Συνεπώς, μπορούμε να συμπεράνουμε πως ανάλογα με το είδος του υλικού που εξετάζουμε (Σχ. 1.14) και ανάλογα τις μηχανικές ιδιότητες αυτού (βαθμός κατακερματισμού, είδος ασυνεχειών, πορώδες, συνθήκες δημιουργίας κ.λπ.) κάθε υλικό συμπεριφέρεται διαφορετικά στην διαπερατότητα του νερού μέσα από αυτό και η υδραυλική αγωγιμότητα κυμαίνεται από πολύ μικρές τιμές όταν η κίνηση του νερού μέσα από τη μάζα του υλικού είναι αρκετά δύσκολη (Σχιστόλιθος, μη-ρηγματωμένα πυριγενή πετρώματα κ.λπ.) μέχρι πολύ υψηλές τιμές όπου δεν παρουσιάζεται μεγάλη αντίσταση στην κίνηση (Ασβεστόλιθος, χαλίκι κ.λπ.).



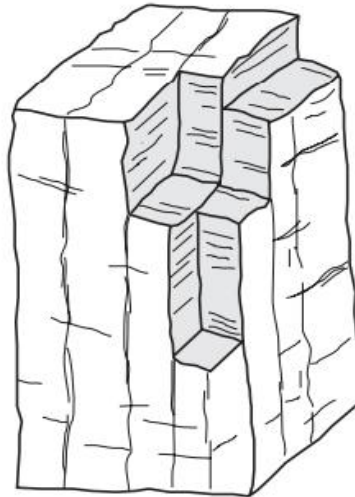
Σχήμα 1. 14: Τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας σε διάφορα είδη υλικών (πετρωμάτων, αποθέσεων). Φαίνονται υλικά με μεγάλη τιμή της υδραυλικής αγωγιμότητας όπως για παράδειγμα το Χαλίκι, Ασβεστόλιθος, και υλικά με πολύ μικρές τιμές όπου το νερό παρουσιάζει μεγάλη δυσκολία κίνησης όπως ο Σχιστόλιθος (Wyllie & Mah, 2004).

### 1.9.2 Ροή του νερού σε θραυσμένα υλικά

Συνεχίζοντας, όπως έχουμε ήδη αναφερθεί, ένα χαρακτηριστικό που επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ροή του νερού διαμέσου ενός πετρώματος είναι οι ασυνέχειες, ρωγμές, κοιλότητες κ.λπ. αυτού. Σε θραυσμένα πετρώματα τα οποία έχουν μικρή πρωτογενή υδραυλική αγωγιμότητα, η ροή συμβαίνει κατά μήκος των ασυνεχειών αυτού. Έτσι η ροή του νερού μέσω του πετρώματος, επηρεάζεται από τα χαρακτηριστικά των ρωγμών όπως για παράδειγμα η συνέχεια (μήκος) αυτών και η απόσταση μεταξύ τους.

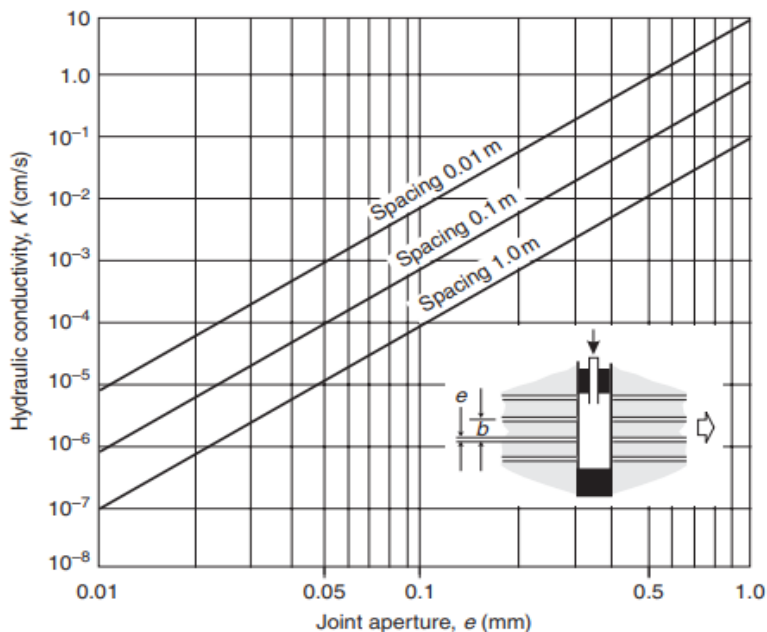
Έστω, ένα έντονα διακλασμένο πέτρωμα με δύο κατακόρυφα είδη ασυνεχειών και ένα οριζόντιο (Σχ. 1.15). Η συνέχεια (*persistence*) των κατακόρυφων ασυνεχειών είναι πολύ πιο σημαντική από ότι την απόσταση μεταξύ τους ενώ ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει στο οριζόντιο είδος ασυνέχειας (μικρή συνέχεια και μεγάλη απόσταση μεταξύ τους). Για αυτό το λόγο η υδραυλική αγωγιμότητα θα ήταν πολύ πιο σημαντική στην κατακόρυφη διεύθυνση από ότι στην οριζόντια. Που σημαίνει ότι το νερό θα είχε μεγαλύτερη ευκολία στην ροή, στην κατακόρυφη διεύθυνση.





Σχήμα 1. 15: Έντονα θραυσμένο πέτρωμα με δύο είδη κατακόρυφων ασυνεχειών και ένα είδος οριζόντιας ασυνέχειας. Η υδραυλική αγωγιμότητα στο κατακόρυφο είδος, θα παρουσιάζει μεγαλύτερη τιμή από ότι αυτή στο οριζόντιο είδος (Wyllie & Mah, 2004).

Παρακάτω (Σχ. 1.16) φαίνεται το διλογαριθμικό διάγραμμα με τις διάφορες τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας (εξ. 1.10) ανάλογα με την απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών (*spacing*,  $b$ ) και ανάλογα με το άνοιγμα (*joint aperture*,  $e$ ) αυτών, δηλαδή την κάθετη απόσταση μεταξύ των τοιχωμάτων της ασυνέχειας.



Σχήμα 1. 16: Διακύμανση της υδραυλικής αγωγιμότητας ανάλογα με τις ιδιότητες των ασυνεχειών (Wyllie & Mah, 2004).

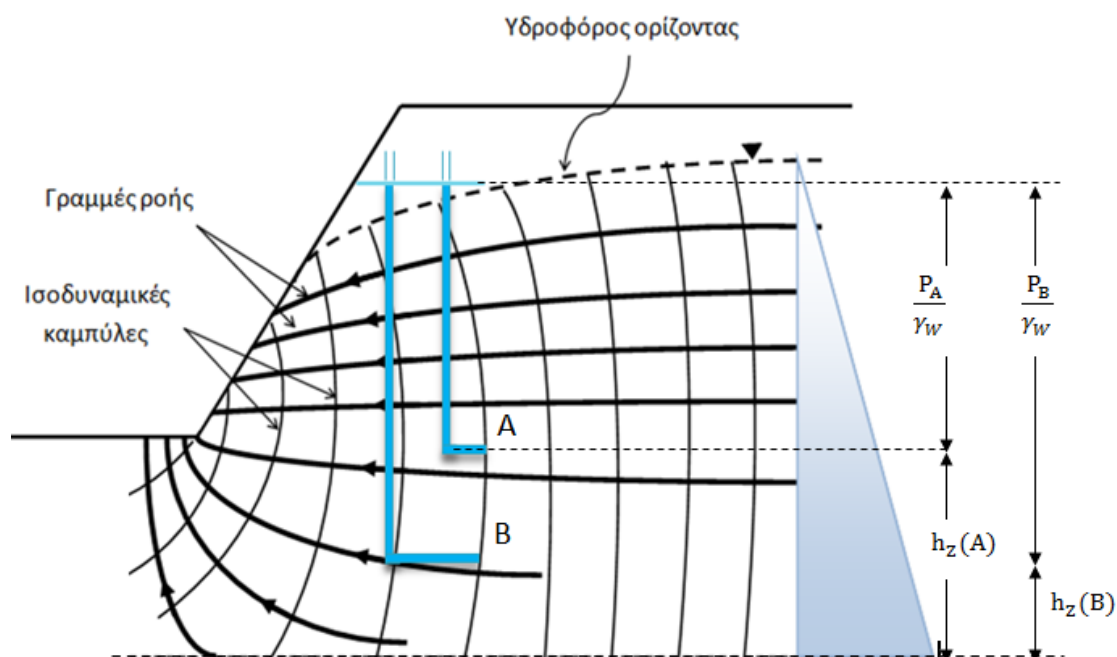
### 1.9.3 Δίκτυο ροής του νερού

Τέλος, σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι για την επίλυση των προβλημάτων που σχετίζονται με τη ροή του νερού μέσα ή κάτω από ένα τεχνικό έργο απαιτείται ο



σχεδιασμός του δικτύου ροής το οποίο διαμορφώνεται από τις γραμμές ροής και τις γραμμές ίσου δυναμικού (Σχ. 1.17). Έτσι (Στειακάκης, 2012):

- Γραμμές ροής (Flow lines) ονομάζονται οι διαδρομές που ακολουθούν τα σωματίδια του νερού όταν αυτό κινείται μέσα σε ένα περατό, πορώδες μέσο.
- Γραμμές ίσου δυναμικού ή ισοδυναμικές καμπύλες (Equipotential lines) είναι οι καμπύλες που σε όλα τους τα σημεία έχουν το ολικό υδραυλικό φορτίο, ίδιο.



Σχήμα 1. 17: Δίκτυο ροής του νερού σε ένα πρανές (Wyllie & Mah, 2004).

Στο Σχ. 1.17 Παρατηρούνται οι γραμμές κίνησης του νερού μέχρι την έξοδό του στην επιφάνεια (γραμμές ροής) και οι καμπύλες ίσου ολικού υδραυλικού φορτίου κατά μήκος αυτών (ισοδυναμικές καμπύλες). Η πίεση των πόρων προσομοιάζεται με το σκιαγραφημένο τρίγωνο το οποίο αυξάνεται σε μεγαλύτερα βάθη, προς τα εκεί δηλαδή που αυξάνεται η υδροστατική πίεση. Σε μια ισοδυναμική καμπύλη η ελεύθερη στάθμη του νερού σε δύο γεωτρήσεις θα είναι ίδια. Στη στάθμη A, το ύψος πίεσης είναι πολύ μικρότερο από αυτό της στάθμης B, το ύψος θέσης όμως, είναι πολύ μεγαλύτερο από αυτό της B. Όμως, η συνεισφορά και των δύο υψών δηλαδή το άθροισμα του ύψους πίεσης και του ύψους θέσης, προσφέρουν το ίδιο ολικό υδραυλικό φορτίο,  $h_{ολ}$  (Wyllie & Mah, 2004).

## 1.10 Παράμετροι περιγραφής ασυνεχειών

Η ευστάθεια τη βραχόμαζας στις θεμελιώσεις, στις υπαίθριες και υπόγειες εκσκαφές εξαρτάται και καθορίζεται κυρίως από την ύπαρξη και των

προσανατολισμό των γεωλογικών ασυνεχειών (στρώση, σχιστότητα, ρήγματα). Η καταγραφή, ανάλυση και παρουσίαση των γεωλογικών αυτών δομών αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την διερεύνηση της ευστάθειας του τεχνικού έργου σε γεωλογικούς σχηματισμούς.

Σαν *ασυνέχεια (discontinuity)* θεωρείται κάθε επίπεδο αδυναμίας της βραχώμαζας που διαχωρίζει τα τεμάχια του ακέραιου πετρώματος και η οποία έχει πολύ μικρή ή μηδενική αντοχή σε εφελκυσμό. Οι ασυνέχειες σχηματίζουν δύο κύριες ομάδες:

- Αυτές που απαντώνται συστηματικά και αποτελούν τα ονομαζόμενα συστήματα ασυνεχειών, όπου σε κάθε σύστημα παρουσιάζουν παρόμοιο προσανατολισμό που οφείλεται στις συγκεκριμένες γεωλογικές διεργασίες που προκάλεσαν τον σχηματισμό του.
- Τις μοναδιαίες που δεν συναντώνται συστηματικά, τουλάχιστον στην κλίμακα διερεύνησης μιας συγκεκριμένης βραχώμαζας, όπως για παράδειγμα τα ρήγματα.

Η ποσοτική περιγραφή των ασυνεχειών γίνεται με τον προσανατολισμό (*orientation*), της απόσταση (*spacing*), την εξάπλωση-συνέχεια (*persistence-continuity*), αντοχή τοιχωμάτων (*wall strength*), τραχύτητα (*roughness*), άνοιγμα (*aperture*), υλικό πλήρωσης (*filling*) και τις συνθήκες του υπόγειου νερού (*seepage*).

Μια από τις σημαντικότερες ερευνητικές εργασίες στην εκτίμηση της ευστάθειας μιας βραχώμαζας είναι η συστηματική συλλογή και η επεξεργασία των μετρήσεων προσανατολισμού των ασυνεχειών της μάζας (διεύθυνση-κλίση ή κλίση-φορά κλίσης των διακλάσεων, στρώσης, σχιστότητας). Οι ασυνέχειες μπορούν να θεωρηθούν σαν επίπεδες επιφάνειες έτσι που, ο προσανατολισμός τους μπορεί να καταγραφεί από δυο αριθμούς γωνιών.

Μια ευθεία γραμμή στον τρισδιάστατο χώρο μπορεί να παρασταθεί από δυο γωνίες: την *βύθιση (Plunge)* και την *διεύθυνση (Trend)*.

**Βύθιση ή κλίση (*Plunge*)** αποτελεί τη γωνία που σχηματίζει η εξεταζόμενη ευθεία, με μια οριζόντια ευθεία. Θεωρείται θετική όταν η ευθεία βρίσκεται κάτω από το οριζόντιο επίπεδο.

**Διεύθυνση ή κατεύθυνση (*Trend*)** δίνεται συνήθως σαν το γεωγραφικό αζιμούθιο του επιπέδου μετρούμενο θετικά από τον Βορρά ( $0^\circ$ ).

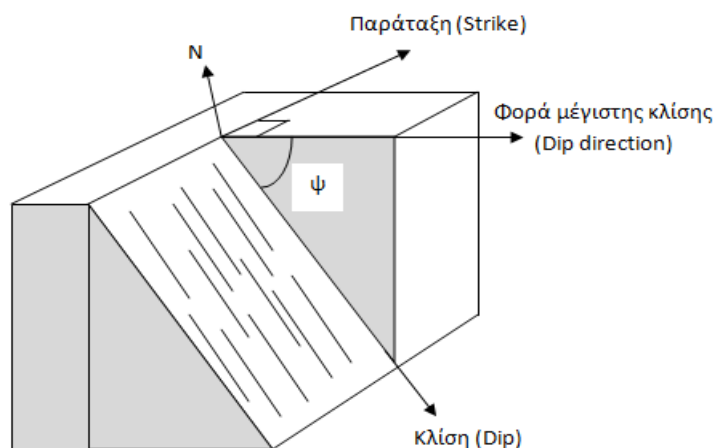
Ένα επίπεδο στο χώρο μπορεί να περιγραφεί, σε ότι αφορά τον προσανατολισμό του με τα παρακάτω γεωμετρικά μεγέθη (*Σχ. 1.18*):

**Παράταξη μιας επιφάνειας (*strike line*)**, καλούμε τη γραμμή που προκύπτει από την τομή της επιφάνειας αυτής, με τυχαίο οριζόντιο επίπεδο. Όταν η επιφάνεια είναι επίπεδη, η τομή είναι ευθεία γραμμή, διότι προκύπτει από την τομή δύο επιπέδων. Όταν η επιφάνεια δεν είναι επίπεδη, η τομή αυτή είναι καμπύλη γραμμή. Ουσιαστικά η παράταξη δεν είναι τίποτα άλλο από τη γραμμή που συνδέει σημεία της κεκλιμένης επιφάνειας που βρίσκονται στο ίδιο απόλυτο υψόμετρο. *Διεύθυνση παράταξης ή διεύθυνση επιπέδου* καλείται η οριζόντια (αζιμουθιακή) γωνία (σε μοίρες) η οποία

σχηματίζεται μεταξύ μιας παράταξης του και της διεύθυνσης Βορράς-Νότος. Συνεπώς η παράταξη προσδιορίζεται στον χώρο με τη γωνία (αζιμούθιο) που σχηματίζει με τον γεωγραφικό Βορρά επάνω στο οριζόντιο επίπεδο και παίρνει τιμές από  $0^\circ$  έως  $180^\circ$ .

**Μέγιστη κλίση (*dip*)**, είναι η γωνία που σχηματίζει το στρώμα με το οριζόντιο επίπεδο όταν μετριέται πάνω στο κατακόρυφο επίπεδο που είναι κάθετο στην παράταξη του στρώματος και κυμαίνεται από  $0^\circ$  -  $90^\circ$ . Αποτελεί την πραγματική κλίση (true dip) ενώ οποιαδήποτε άλλο επίπεδο αποτελεί την φαινόμενη κλίση (apparent dip) που είναι μικρότερη της πραγματικής.

**Φορά η διεύθυνση μέγιστης κλίσης (*dip direction*)**, είναι κάθετη προς την παράταξη και ορίζεται ως η γωνία από το γεωγραφικό βορρά μέχρι την προβολή της μέγιστης κλίσης του στρώματος στο οριζόντιο επίπεδο. Υποδηλώνει τη φορά βύθισης του στρώματος και κυμαίνεται από  $0^\circ$  -  $360^\circ$ .



**Σχήμα 1. 18: Προσδιορισμός γεωμετρικών όρων προσανατολισμού ασυνεχειών**

Πρακτικά η καταγραφή του προσανατολισμού μιας επίπεδης ασυνέχειας γίνεται με δύο τρόπους (*Κούκης & Σαμπατακάκης, 2002*):

1. Παράταξη επιπέδου και γωνία μέγιστης κλίσης με ένδειξη του γεωγραφικού προσανατολισμού της φοράς της μέγιστης κλίσης π.χ.  $N45^\circ E$  (παράταξη) και  $30^\circ SE$  (κλίση).
2. Φορά μέγιστης κλίσης και μέγιστη κλίση π.χ.  $135^\circ$  (φορά μέγιστης κλίσης) και  $30^\circ$  (κλίση) δηλαδή απλά  $135^\circ / 30^\circ$ .

## Κεφάλαιο 2. *Ανάλυση επίπεδης ολίσθησης με γραμμικά και μη-γραμμικά κριτήρια*

### 2.1 Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb

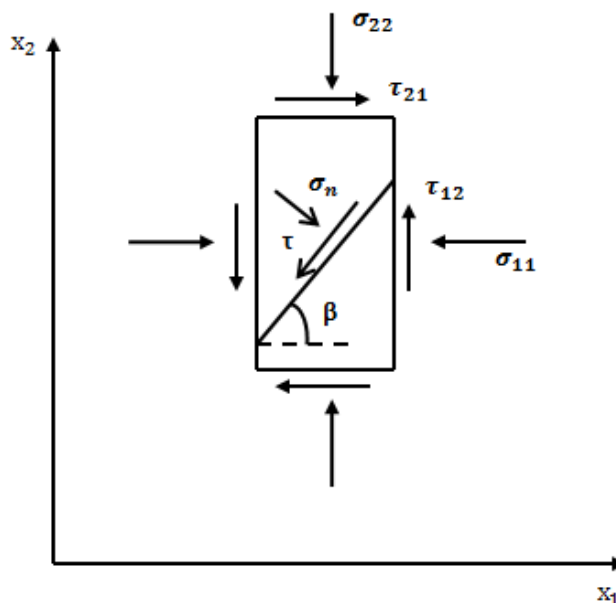
Πρόκειται για το γραμμικό κριτήριο Coulomb το οποίο όμως αναφέρεται και ως κριτήριο Mohr-Coulomb. Είναι το απλούστερο που χρησιμοποιείται για την προσομοίωση της αστοχίας των γεωυλικών. Θεωρεί ότι η αστοχία συμβαίνει όταν η διατμητική τάση  $\tau$ , σε ένα οποιοδήποτε επίπεδο του σώματος, ξεπεράσει την διατμητική αντοχή η οποία είναι συνάρτηση της ορθής τάσης  $\sigma_n$  στο επίπεδο αυτό (εξ. 2.1). Δηλαδή όταν κάποιος συνδυασμός της ορθής και διατμητικής τάσης στο επίπεδο αυτό αποκτήσει μια κρίσιμη τιμή (Σχ. 2.1). Ο απλούστερος συνδυασμός ορθής και διατμητικής τάσης ( $\sigma_n$  και  $\tau$  αντίστοιχα) είναι ο γραμμικός. Έτσι, αν  $\tau$  και  $\sigma_n$  είναι οι τάσεις που δρουν στο υπόψη επίπεδο, η αντοχή καθορίζεται από δύο παραμέτρους, την συνοχή ( $c$ ) και την γωνία εσωτερικής τριβής ( $\varphi$ ). Όσο πιο υψηλές είναι αυτές οι τιμές, τόσο πιο υψηλή η διατμητική αντοχή του γεωυλικού. Έτσι η συνθήκη αστοχίας μπορεί να γραφεί ως:

$$\tau = c + \sigma_n \cdot \tan \varphi \quad (2.1)$$

Θεωρούμε μια εντατική κατάσταση σε ένα δοκίμιο με ορθές τάσεις  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  και διατμητικές τάσεις  $\tau_{12}$ ,  $\tau_{21}$  που δρουν σε αυτό, σε άξονες  $x_1$ ,  $x_2$ . Η γωνία  $\beta$  απ' το επίπεδο της μέγιστης κύριας τάσης, που θα συμβεί η θραύση δίνεται από την σχέση:

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad (2.2)$$

Αν αναπτυχθεί ένας κατάλληλος συνδυασμός ορθής και διατμητικής τάσης ( $\sigma_n$ ,  $\tau$ ), τότε το δοκίμιο θα αστοχήσει σε ένα επίπεδο με γωνία κλίσης,  $\beta$  από το οριζόντιο όπου αυτή εξαρτάται από την γωνία εσωτερικής τριβής ( $\varphi$ ) του υλικού εξέτασης.



**Σχήμα 2. 1:** Εντατικό πεδίο σε δοκίμιο. Ένας κατάλληλος συνδυασμός μιας ορθής και μιας διατμητικής τάσης,  $\sigma_n$  και  $\tau$  αντίστοιχα, μπορεί να προκαλέσει την αστοχία σε επίπεδο με γωνία κλίσης,  $\beta$  από το οριζόντιο.

Η γραφική παράσταση της εντατικής κατάστασης τη στιγμή της αστοχίας στο επίπεδο αστοχίας (ή θραύσης) δίνεται με τον κύκλο του Mohr (Σχ. 2.2). Η ονομασία αυτή προέρχεται από τον Γερμανό μηχανικό *Atto Mohr* ο οποίος εισήγαγε για πρώτη φορά τη θεωρία αυτή το 1882. Άξονες αναφοράς για τη σχεδίαση του κύκλου είναι οι συνισταμένες των τάσεων (ορθών  $\sigma$  και διατμητικών  $\tau$ ) που επενεργούν στο επίπεδο της θραύσης.

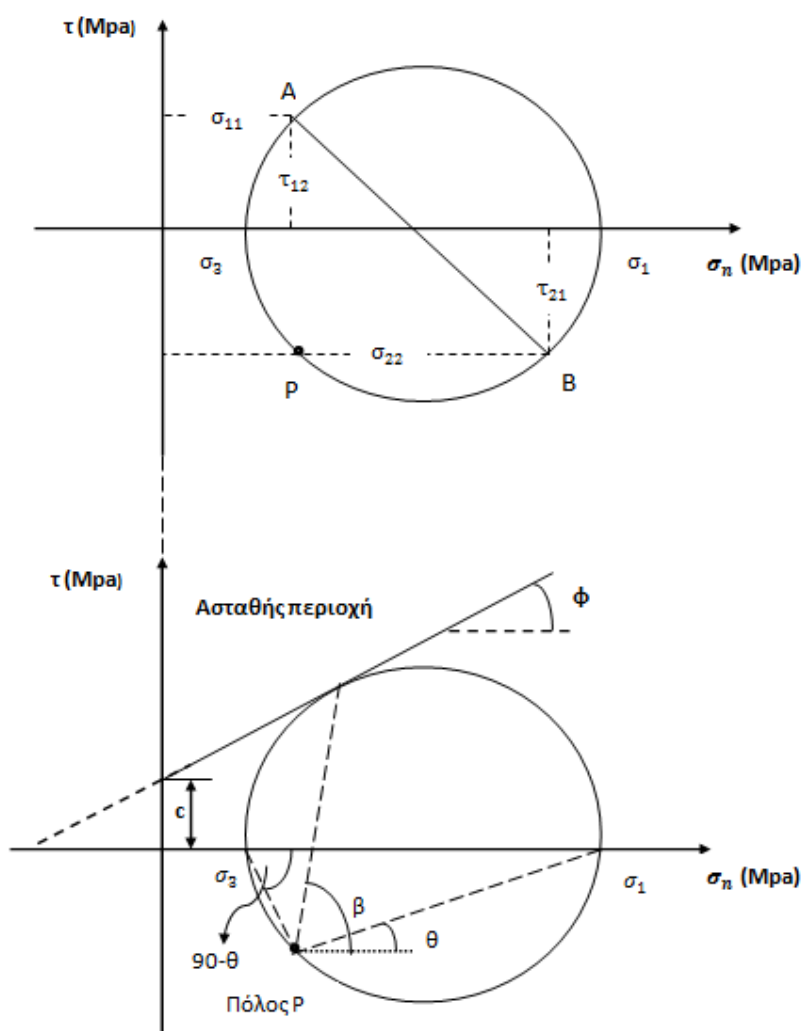
Έτσι, αρχικά αποτυπώνουμε πάνω στο διάγραμμα, τα σημεία που ασκούνται οι τάσεις σε κάθε επίπεδο. Δημιουργούνται δύο σημεία, A με συντεταγμένες  $(\sigma_{11}, \tau_{12})$  και B με συντεταγμένες  $(\sigma_{22}, -\tau_{21})$ . Έπειτα, ενώνουμε αυτά τα δύο σημεία και στην τομή της ευθείας με τον άξονα  $x$ , βρίσκεται το κέντρο του κύκλου, K με ακτίνα R όπου:

$$K\left[\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3), 0\right], R = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (2.3)$$

Έπειτα, φέρνουμε τον κύκλο αυτό και βλέπουμε αν τέμνει την ευθεία (περιβάλλουσα αστοχίας) που είχε σχεδιαστεί σύμφωνα με το κριτήριο του Mohr-Coulomb. Αν δεν την τέμνει τότε σημαίνει ότι η διατμητική αντοχή του υλικού είναι επαρκής για να διατηρήσει την ευστάθεια. Αν την τέμνει ή την ξεπεράσει τότε θα επέλθει αστοχία. Είναι κατανοητό ότι όσο πιο μεγάλες τιμές έχουν οι παράμετροι της διατμητικής αντοχής, τόσο μεγαλύτερη η ευστάθεια. Και αυτό γιατί, όσο αυξάνεται η συνοχή (τεταγμένη της τομής της ευθείας με τον άξονα της διατμητικής αντοχής) τόσο πιο «υψηλά» μετατοπίζεται η ευθεία. Από την άλλη μεριά όσο αυξάνεται η γωνία εσωτερικής τριβής, τόσο πιο πολύ αυξάνεται η κλίση της ευθείας άρα τόσο πιο δύσκολα θα τέμνει ο κύκλος του Mohr την ευθεία αυτή. Δηλαδή θα χρειαστούν ισχυρότερες τάσεις, για να μεγαλώσει ο κύκλος και να τέμνει την ευθεία.

Όπως αναφέρθηκε και πιο πριν, η κλίση του επιπέδου που επέρχεται η ολίσθηση στο δοκίμιο, είναι  $\beta$  (εξ. 2.2). Όμως, μπορεί να βρεθεί και γεωμετρικά από τον κύκλο του Mohr. Έτσι, αν φέρουμε από τα σημεία A και B, δυο ευθείες παράλληλες με τα επίπεδα που αυτές ασκούνται τότε θα συναντηθούν σε ένα σημείο όπου ονομάζεται *πόλος P*. Δηλαδή ο πόλος βρίσκεται κάτω από το σημείο A και αριστερά στο σημείο B. Από αυτόν σχεδιάζουμε μια ευθεία στο σημείο που θα έτεμνε ο κύκλος, αν αστοχούσε, την περιβάλλουσα και βρίσκουμε την γωνία του επιπέδου αστοχίας,  $\beta$ .

Έπειτα σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι αν σχεδιάσουμε τις ευθείες από τον πόλο P προς τα σημεία που βρίσκονται οι κύριες τάσεις, τότε αυτές δίνουν τις γωνίες των επιπέδων στα οποία δρουν οι κύριες τάσεις ενώ οι ευθείες προς τα σημεία A και B (και γενικά σε οποιαδήποτε άλλο σημείο πάνω στον κύκλο) ορίζουν την γωνία (από το οριζόντιο) των επιπέδων που δρουν οι συγκεκριμένες ορθές και διατμητικές τάσεις.



**Σχήμα 2. 2: Αναπαράσταση της αστοχίας γεωμετρικά με τον κύκλο του Mohr. Σχεδιασμός του κύκλου του Mohr (πάνω), έλεγχος της ευστάθειας του γεωυλικού (κάτω) (Graham Barnes, 2010).**

Στη συνέχεια, είναι χρήσιμη η διατύπωσή του κριτηρίου (Σχ. 2.3) σαν συνάρτηση των κυρίων τάσεων  $\sigma_1$  και  $\sigma_3$  (εξ. 2.3) όπου  $\sigma_1$  η μέγιστη και  $\sigma_3$  η

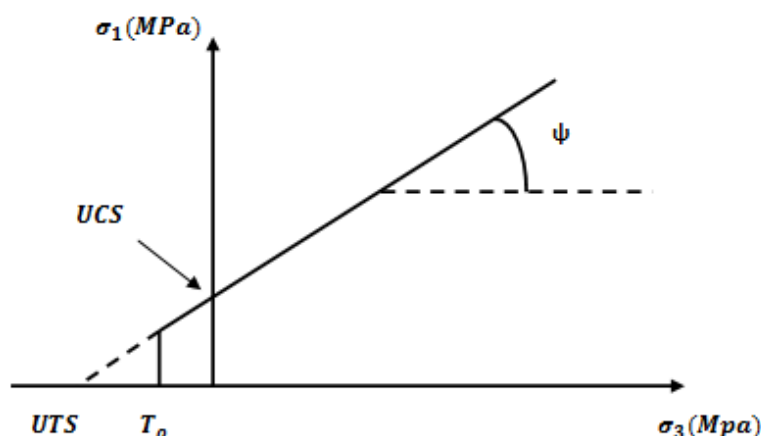
ελάχιστη κύρια τάση (σημειώνεται ότι η θλίψη έχει θετικό πρόσημο). Έτσι, η εξίσωση της ευθείας που δημιουργείται από αυτό το διάγραμμα, σε σχέση με τις κύριες τάσεις, είναι:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot \tan \psi + \sigma_c \quad (2.4)$$

Όπου,

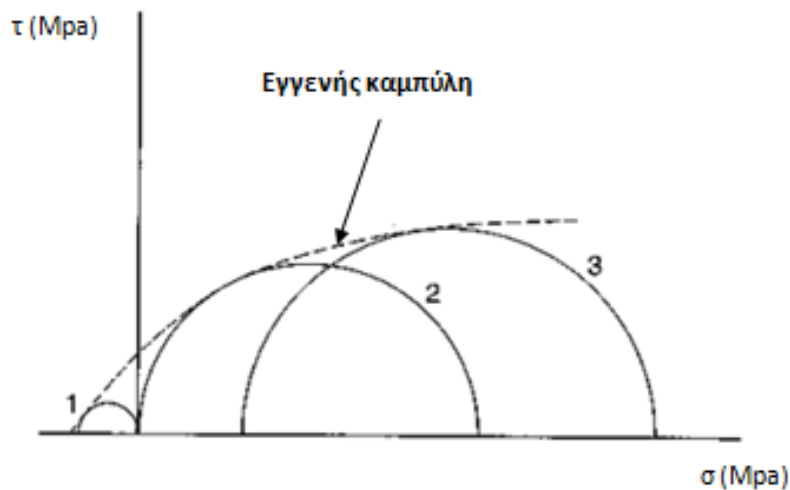
- $\psi$ , η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα  $\sigma_1 - \sigma_3$  με  $\tan \psi = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$
- $\sigma_c$ , η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (UCS) με  $\sigma_c = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$

Η τομή της ευθείας αυτής με τον άξονα των τετμημένων είναι θεωρητικά η εφελκυστική αντοχή του πετρώματος (UTS). Εν τούτοις, τα πειραματικά δεδομένα έχουν δείξει ότι η εφελκυστική αντοχή είναι, κατ' απόλυτη τιμή, μικρότερη από την προσδιοριζόμενη από την παραπάνω τετμημένη.



**Σχήμα 2. 3:** Αναπαράσταση της επιφάνειας αστοχίας σε συνάρτηση με τις κύριες τάσεις ( $\sigma_1$  και  $\sigma_3$ ). Η τομή της ευθείας με τον άξονα των τεταγμένων αποτελεί την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (UCS) ενώ η τομή με τον άξονα των τετμημένων αποτελεί την εφελκυστική αντοχή (UTC). Η πραγματική αντοχή σε εφελκυσμό, υπολογίζεται με την αποκοπή της ευθείας σε σημείο  $T_0$ .

Για αυτό το σκοπό, γίνεται αποκοπή της ευθείας στην τιμή της προσδιορισμένης εφελκυστικής αντοχής  $T_0$  του πετρώματος. Τα πειραματικά αποτελέσματα εν τούτοις δείχνουν μια εγγενή καμπύλη περιβάλλουσα (Σχ. 2.4) στην οποία δεν είναι πάντα εύκολο να προσαρμοστεί επιτυχώς το κριτήριο Mohr-Coulomb με απότμηση. Επομένως, καθίσταται συχνά απαραίτητος ο καθορισμός μιας καμπύλης περιβάλλουσας, η οποία θα είναι αντιπροσωπευτική των πειραματικών αποτελεσμάτων στο εργαστήριο ή επιτόπου.



**Σχήμα 2. 4: : Τυπικοί κύκλοι θραύσης πετρώματος και η εγγενής καμπύλη. 1-Μονοαξονικός εφελκυσμός, 2-Μονοαξονική θλίψη, 3-Τριαξονική θλίψη.**

Τέλος, σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι, το κρίσιμο ζευγάρι διατμητικής και ορθής τάσης που είναι υπεύθυνο για την αστοχία του παραπάνω δοκιμίου, μπορεί να υπολογιστεί αλγεβρικά σύμφωνα με τις σχέσεις,

$$\sigma_n = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin \varphi \quad (2.5)$$

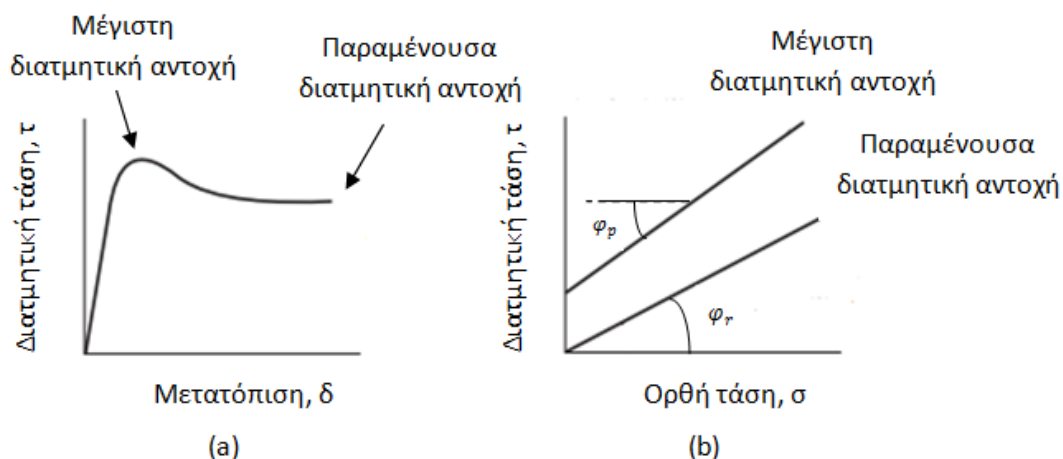
$$\tau_n = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos \varphi \quad (2.6)$$

## 2.2 Κριτήριο αστοχίας Barton-Bandis

Η τραχύτητα των επιφανειών των τοιχωμάτων μιας ασυνέχειας είναι καθοριστικής σημασίας για την αντοχή της σε διάτμηση. Η γωνία τριβής μιας ασυνέχειας είναι γενικά συνάρτηση της βασικής γωνίας τριβής,  $\varphi_b$  (γωνία τριβής επιφάνειας χωρίς τραχύτητα) και της γωνίας που αντιστοιχεί στην τραχύτητα των τοιχωμάτων της ασυνέχειας.

Αν σε ένα δείγμα πετρώματος που περιέχει μια θεωρητικά επίπεδη ασυνέχεια (π.χ. συγκολλημένο επίπεδο στρώσης), η οποία χρειάζεται μια εφελκυστική δύναμη για να μπορέσει να αποχωριστεί, εφαρμοστεί ορθή τάση ( $\sigma_n$ ) κάθετη στην ασυνέχεια και μετρηθεί η διατμητική τάση ( $\tau$ ) που χρειάζεται για να προκαλέσει μια μετατόπιση ( $u$ ) κατά μήκος της ασυνέχειας, τότε λαμβάνεται το διάγραμμα  $\tau - u$  (Σχ. 2.5-α). Για πολύ μικρές μετατοπίσεις το δείγμα συμπεριφέρεται σχεδόν ελαστικά αλλά όταν η αντίσταση ξεπεραστεί (θραύση της συγκόλλησης) η καμπύλη παύει να είναι ελαστική και φτάνει σε μια μέγιστη τιμή που αντιστοιχεί στην μέγιστη διατμητική αντοχή της συγκεκριμένης ασυνέχειας (peak shear strength). Στη συνέχεια η διατμητική τάση που απαιτείται για την μετακίνηση μειώνεται μέχρι να φτάσει μια σταθερή τιμή. Η τιμή αυτή αντιστοιχεί στην παραμένουσα διατμητική αντοχή της ασυνέχειας (residual shear strength).





**Σχήμα 2. 5: Ορισμός της διατμητικής αντοχής μιας ασυνέχειας. α) Αναπαράσταση μετατόπισης ανάλογα με την διατμητική τάση  $\tau$ , β) Διάγραμμα Mohr της μέγιστης και της παραμένουσας διατμητικής αντοχής (Wyllie & Mah, 2004).**

Η σύνθεση των μέγιστων και παραμενουσών διατμητικών αντοχών από περισσότερα (τουλάχιστον τρία) δείγματα της ίδιας ασυνέχειας με διαφορετικές ορθές τάσεις δίνει την σχέση των ορθών ( $\sigma_n$ ) και διατμητικών τάσεων ( $\tau$ ), που για την περίπτωση θεωρητικά επίπεδων ασυνεχειών, είναι ευθεία (Σχ. 2.5-β). Η σχέση αυτή μπορεί να αναπαρασταθεί από την εξίσωση Mohr-Coulomb για την μέγιστη διατμητική αντοχή (με γωνία εσωτερικής τριβής,  $\varphi_p$ ) ως :

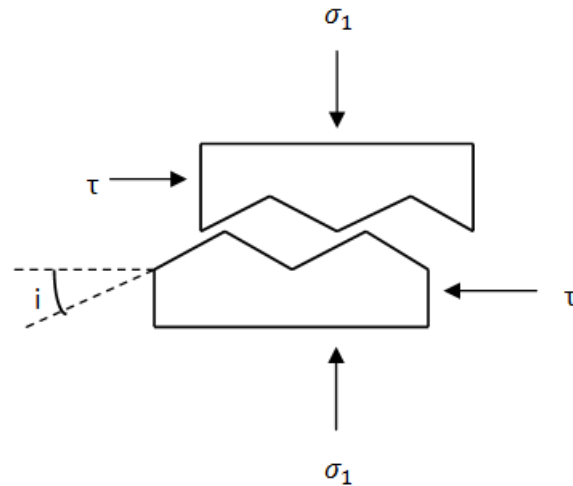
$$\tau = c + \sigma_n \cdot \tan \varphi_p \quad (2.7)$$

Πρόσθετα, στην παραμένουσα διατμητική αντοχή, η συνοχή έχει χαθεί καθώς η μετατόπιση έχει «σπάσει» το συγκολλητικό υλικό. Έτσι, η αντοχή αναπαριστάται με μια ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων (Σχ.2.5-β) και αυτή ισούται με:

$$\tau = \sigma \cdot \tan \varphi_r \quad (2.8)$$

Τέλος, η γωνία εσωτερικής τριβής στην παραμένουσα θέση,  $\varphi_r$ , είναι μικρότερη από αυτήν στην μέγιστη διατμητική αντοχή ( $\varphi_r < \varphi_p$ ).

Η τραχύτητα (*roughness*) της επιφάνειας των τοιχωμάτων της ασυνέχειας αποτελεί μία εν δυνάμει σημαντική συνιστώσα της διατμητικής αντοχής της, ειδικότερα στην περίπτωση όπου δεν έχει συμβεί κάποια πρότερη διατμητική ολίσθηση. Αυξάνει τη συμπλοκή των τοιχωμάτων της ασυνέχειας, δυσχεραίνοντας έτσι την ολίσθηση, και προσδίδοντας διασταλτική συμπεριφορά, καθώς οποιαδήποτε διατμητική μετατόπιση θα πρέπει να συνοδεύεται από αντίστοιχη ορθή μετατόπιση για την υπερπήδηση των κυματώσεων και ανωμαλιών της επιφανείας της ασυνέχειας. Η σημασία της τραχύτητας μειώνεται με την αύξηση του ανοίγματος των τοιχωμάτων ή του πάχους τυχόν μαλακού υλικού πλήρωσης, και με το μέγεθος της προγενέστερης διατμητικής μετατόπισης.



**Σχήμα 2. 6:** Επίδραση της τραχύτητας στην διατμητική αντοχή ενός υλικού (Wyllie & Mah, 2004).

Γενικά, η τραχύτητα της ασυνέχειας χαρακτηρίζεται από την κύμανση (*waviness*) και τις επιφανειακές ανωμαλίες (*unevenness*) της επιφάνειας των τοιχωμάτων της. Η κύμανση αναφέρεται στους μεγάλης κλίμακας κυματισμούς των τοιχωμάτων, οι οποίοι, εάν τα τοιχώματα είναι συμπεπλεγμένα και σε επαφή, προκαλούν διαστολή κατά τη διατμητική μετατόπιση, καθώς είναι συνήθως πολύ μεγάλου μεγέθους για να εξομαλυνθούν λόγω της διάτμησης. Οι επιφανειακές ανωμαλίες αναφέρονται στις μικρής κλίμακας τοπικές εξάρσεις και βυθίσεις της επιφάνειας από το ονομαστικό μέσο (τοπικά) επίπεδο της ασυνέχειας. Τείνουν να φθείρονται και να καταστρέφονται κατά τη διάτμηση, εκτός και εάν τα τοιχώματα της ασυνέχειας είναι υψηλής αντοχής σε σχέση με την τοπική ορθή τάση στο επίπεδο της ασυνέχειας. Τότε, η ασυνέχεια παρουσιάζει διασταλτική συμπεριφορά και στη μικρή κλίμακα. (Νομικός, 2015).

Έτσι, για μικρές τιμές της ορθής τάσης  $\sigma_n$ , η τραχύτητα μιας επιφάνειας που είναι αρχικά αδιατάρακτη, θα προκαλεί κατά την διάτμηση, διόγκωση, δίνοντας μια φαινόμενη γωνία τριβής (στη μέγιστη διατμητική αντοχή)  $\varphi_p = \varphi + i$  όπου  $i$  η κλίση των επιφανειακών ανωμαλιών από το οριζόντιο (Σχ. 2.6). Έτσι στη σχέση του Mohr-Coulomb (Σχ. 2.1) προστίθεται η γωνία,  $i$  ως:

$$\tau = c + \sigma \cdot \tan(\varphi_b + i) \quad (2.9)$$

Για μεγαλύτερες τιμές της ορθής δύναμης, η γωνία τραχύτητας,  $i$ , μηδενίζεται, λόγω της θραύσης των επιφανειακών ανωμαλιών του πετρώματος στην ασυνέχεια και η γωνία εσωτερικής τριβής σταδιακά θα μειώνεται σε μία ελάχιστη τιμή που αυτή θα είναι η βασική ή η παραμένουσα γωνία τριβής (Σχ. 2.7).

Στη συνέχεια ο Barton (1973, 1976) μελετώντας τις φυσικές ασυνέχειες σε μάζες πετρωμάτων διατύπωσε ότι η σχέση 2.9, μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\tau = \sigma_n \cdot \tan(JRC \cdot \log_{10} \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_b) \quad (2.10)$$

Έπειτα, ο Barton και ο Choubey (1977), ξαναέγραψαν την παραπάνω εξίσωση, για αποσαθρωμένες ασυνέχειες, ως:

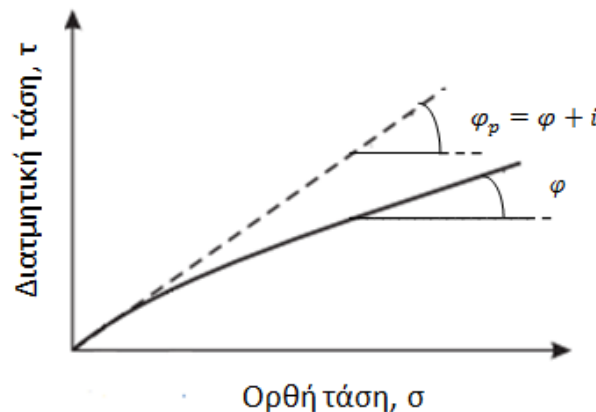
$$\tau = \sigma_n \cdot \tan(JRC \cdot \log_{10} \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_r) \quad (2.11)$$

Όπου,

- $\varphi_r$ , η παραμένουσα γωνία τριβής
- $\varphi_b$ , η βασική γωνία τριβής
- *JRC (joint roughness coefficient)*: Αυτή η παράμετρος αποτελεί μια ποσοτικοποίηση της τραχύτητας στην κλίμακα των εργαστηριακών δειγμάτων. Για μια ιδεατή λεία ασυνέχεια,  $JRC = 0$  ενώ για μια πολύ τραχεία επιφάνεια  $JRC = 20$ . Δηλαδή αποτελεί την τραχύτητα της ασυνέχειας.
- *JCS (joint compressive strength)*: Αποτελεί την θλιπτική αντοχή των τοιχωμάτων της ασυνέχειας (αντοχή ασυνέχειας).

Για την εκτίμηση του συντελεστή τραχύτητας (*JRC*, joint compressive coefficient) χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι, όπως η αποτύπωση και η σύγκριση της τραχύτητας της ασυνέχειας με πρότυπες καμπύλες, η δοκιμή ολίσθησης, η δοκιμή έλξης κ.λπ. Η συνηθέστερα χρησιμοποιούμενη είναι η σύγκριση του αναγλύφου της ασυνέχειας, με μια σειρά χαρακτηριστικών αναγλύφων που δόθηκαν από τους [Barton και Choubey \(1977\)](#) προκειμένου να εκτιμηθεί η τιμή του *JRC*.

Η αντοχή σε θλίψη της ασυνέχειας (*JCS*, joint compressive strength) προκύπτει από δοκιμές κρουσιομέτρου στα τοιχώματα της ασυνέχειας και η τιμή του *JCS* ισούται με την αντοχή σε ανεμπόδιση θλίψη του βράχου όταν οι επιφάνειες δεν είναι αποσαθρωμένες, ενώ σε περίπτωση που οι επιφάνειες έχουν αποσαθρωθεί, η τιμή του *JCS* μπορεί να μειωθεί μέχρι και 75%.



**Σχήμα 2. 7:** Αναπαράσταση της επίδρασης της τραχύτητας στην ευστάθεια σε υλικό με μηδενική συνοχή. Για μικρές τιμές της ορθής τάσης, η γωνία εσωτερικής τριβής είναι το άθροισμα της βασικής γωνίας τριβής και της γωνίας τραχύτητας. Σε μεγαλύτερες τιμές η γωνία τριβής καταλήγει στην βασική η παραμένουσα γωνία (Wyllie & Mah, 2004).

Τέλος, η βασική παράμετρος για την εκτίμηση της διατμητικής αντοχής των ασυνεχειών είναι η βασική γωνία τριβής ( $\varphi_b$ ) που συμπίπτει με την παραμένουσα γωνία τριβής ( $\varphi_r$ ). Σύμφωνα με τον Barton, η βασική γωνία τριβής (basic friction angle) αντιπροσωπεύει την ελάχιστη αντίσταση μεταξύ δυο επιπέδων, υγείων (μη αποσαθρωμένων) επιφανειών βράχου και εξαρτάται από την ορυκτολογική τους σύσταση και την υγρασία. Η συνηθέστερη μέθοδος για τον προσδιορισμό της βασικής αυτής αντίστασης είναι η δοκιμή άμεσης διάτμησης επίπεδων επιφανειών

του βράχου με διάφορα ορθά φορτία και ο προσδιορισμός της παραμένουσας διατμητικής αντοχής.

**Πίνακας 2. 1: Ενδεικτικές τιμές διατμητικής αντοχής πληρωμένων ασυνεχειών (Αγιουτάντης, 2001).**

Πέτρωμα	Μέγιστη συνοχή (MPa)	Μέγιστη γωνία τριβής (μοίρες)	Παραμένουσα συνοχή (MPa)	Παραμένουσα γωνία τριβής (μοίρες)
Βασάλτης	0.24	42	-	-
Μπεντονίτης	0.015	7.5	-	-
Άργιλοι	0-0.18	12-18.5	0-0.0003	10.5-16
Δολομίτης	0.04	14.5	0.02	17
Γρανίτης	0-0.24	24-45	-	-
Ασβεστόλιθος	0	25	0	15-24
Λιγνίτης	0.014-0.03	15-17.5	-	-

## 2.3 Κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown

Το κριτήριο αστοχίας *Hoek-Brown* (*H-B*) είναι ένα εμπειρικό κριτήριο αστοχίας που περιγράφει την μη-γραμμική αύξηση της μέγιστης αντοχής ενός ισότροπου πετρώματος με την αύξηση της πλευρικής πίεσης. Παρέχει μια καμπύλη περιβάλλουσα, που το διακρίνει από το γραμμικό κριτήριο Mohr-Coulomb. Το κριτήριο αυτό αναπτύχθηκε από τους *Hoek και Brown (1980)*, προσαρμόζοντας διάφορες σχέσεις παραβολικής μορφής στα δεδομένα τριαξονικών δοκιμών διάφορων πετρωμάτων, που παρουσιάζουν μακροσκοπικά ισότροπη συμπεριφορά. Το κριτήριο αυτό περιγράφεται από τη σχέση:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \cdot (m_b \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s)^a \quad (2.12)$$

Όπου,  $\sigma_1$  και  $\sigma_3$  η ελάχιστη και η μέγιστη κύρια τάση αντίστοιχα,  $\sigma_{ci}$  η αντοχή του πετρώματος σε μονοαξονική θλίψη,  $m_b$  εμπειρική σταθερά και  $s$  σταθερά του πετρώματος. Ισχύει ότι:

$$m_b = m_i \cdot \exp\left(\frac{GSI-100}{28-14 \cdot D}\right) \quad (2.13)$$

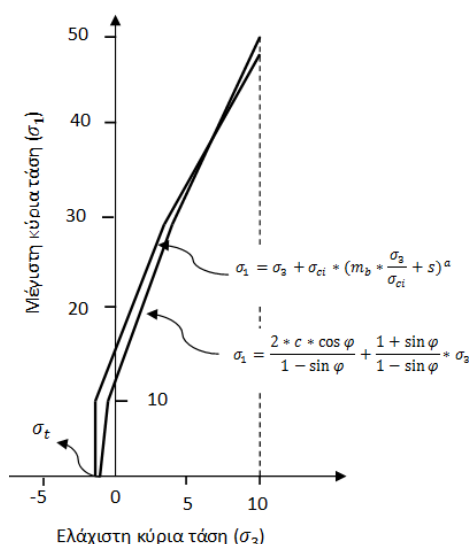
$$s = \exp\left(\frac{GSI-100}{9-3 \cdot D}\right) \quad (2.14)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \left(e^{-\frac{GSI}{15}} - e^{-\frac{20}{3}}\right) \quad (2.15)$$

όπου  $m_i$ , σταθερά του άρρηκτου πετρώματος,  $D$ , σταθερά που εξαρτάται από την «διαταραχή» (*disturbance*) του πετρώματος το οποίο έχει υποστεί, από ανατινάξεις. Κυμαίνεται από την τιμή 0 (άρρηκτο) μέχρι την τιμή 1 (αρκετά διαταραγμένο). Η σταθερά  $m_b$  κυμαίνεται συνήθως από  $5 < m_b < 30$  και εξαρτάται από την

ορυκτολογική σύσταση, το μέγεθος το σχήμα και την διάταξη των κρυστάλλων ή των κόκκων του πετρώματος.

Ο δείκτης GSI αποτελεί ένα ποσοτικό δείκτη χαρακτηρισμού της ποιότητας της βραχόμαζας, με βάση τη δομή και την κατάσταση των ασυνεχειών της. Για την εξαγωγή του δείκτη η βραχόμαζα εξετάζεται οπτικά ώστε να διαπιστωθούν τα χαρακτηριστικά της (δομή και κατάσταση ασυνεχειών). Στη συνέχεια βαθμονομείται συγκρίνοντας τη δομή της και την κατάσταση των ασυνεχειών της με τα αντίστοιχα σκαριφήματα του διαγράμματος GSI ( [Marinos & Hoek, 2000](#)).



**Σχήμα 2. 8: Σχέση μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης κύριας τάσης ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ) για το κριτήριο Hoek-Brown και του ισοδύναμου κριτηρίου Mohr-Coulomb (Wyllie & Mah, 2004).**

Η μονοαξονική θλίψη του πετρώματος μπορεί να υπολογιστεί αν θέσουμε  $\sigma_3 = 0$  στην [εξ. 2.12](#). Δηλαδή:

$$\sigma_c = \sigma_{ci} \cdot s^a \quad (2.16)$$

ενώ η εφελκυστική αντοχή μπορεί να βρεθεί αν θέσουμε στην [Εξ. 2.12](#),  $\sigma_1 = \sigma_3 = \sigma_t$ :

$$\sigma_t = -\frac{s \cdot \sigma_{ci}}{m_b} \quad (2.17)$$

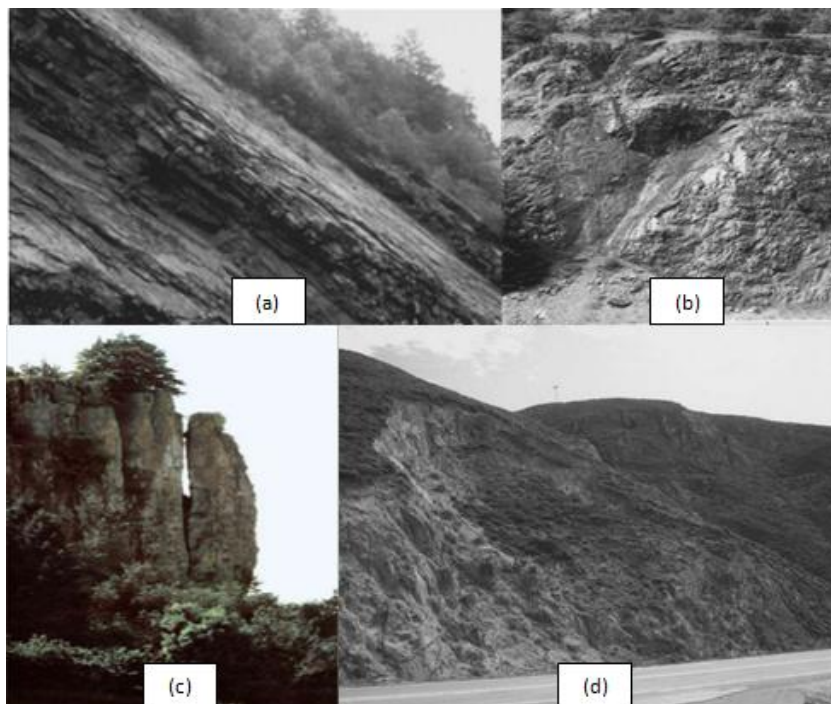
Το κριτήριο αστοχίας, Hoek-Brown καθιερωμένο πλέον, μπορεί να περιγράψει ικανοποιητικά την αντοχή των βραχομαζών, καθώς λαμβάνει υπόψη τα χαρακτηριστικά του άρρηκτου βράχου και της ρωγμάτωσης του στη βραχόμαζα. Ωστόσο, το πλέον διαδεδομένο κριτήριο αστοχίας στη γεωτεχνική μηχανική, το οποίο είναι ενσωματωμένο σε όλα τα αντίστοιχα λογισμικά είναι το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb και προσφάτως μόνο ενσωματώνεται σε πολλά και το Hoek-Brown. Για το λόγο αυτό κρίσιμο παραμένει το πρόβλημα της μετατροπής των παραμέτρων της βραχόμαζας με βάση το κριτήριο Hoek-Brown ( $GSI$ ,  $\sigma_{ci}$ ,  $m_i$ ) στις αντίστοιχες του κριτηρίου Mohr-Coulomb ( $c$ ,  $\phi$  βραχόμαζας), καθώς και το ποια είναι η διαφορά στα αποτελέσματα της ανάλυσης από τις δύο αυτές προσεγγίσεις, αφού η μετατροπή ενός μη γραμμικού κριτηρίου σε γραμμικό δεν μπορεί να είναι ποτέ ακριβής ([Σχ. 2.8](#)).

## Κεφάλαιο 3. *Μηχανισμοί αστοχίας και η γραφική τους απεικόνιση*

### 3.1 Ανάλυση πρανών

#### 3.1.1 Εισαγωγή

Στις μέρες μας ένας μεγάλος αριθμός από τεχνικά έργα απαιτούν εκσκαφές διαμέσου μεγάλων μαζών πετρωμάτων για την υλοποίηση διάφορων έργων. Συνήθως τα έργα αυτά βρίσκονται σε αναπτυσσόμενες περιοχές με μεγάλη δραστηριότητα, όπως αυτοκινητόδρομοι, γραμμές αμαξοστοιχιών, αστικές περιοχές, ορυχεία καθώς και άλλες βιομηχανικά αναπτυσσόμενες περιοχές. Για το λόγο αυτό είναι σημαντική η μελέτη της ευστάθειας, των πρανών που μπορούν να δημιουργηθούν κατά την δραστηριοποίηση των έργων αυτών ώστε με κατάλληλες τεχνικές να αποτραπεί η αστοχία αυτών.



Σχήμα 3. 1: Είδη μηχανισμών αστοχίας πρανών. α) Επίπεδη αστοχία (near Newport, Tennessee), β) Αστοχία με δημιουργία σφήνας (Volcanic rock near Grants Pass, Oregon), γ) Αστοχία με ανατροπή (Taiwan 2010), δ) Αστοχία με κυκλική ολίσθηση (near Devil's Slide, Pacifica, California). (Wyllie & Mah, 2004).

Παράλληλα εκτός από τα τεχνικά έργα, σημασία πρέπει να δοθεί και στην αστοχία φυσικών πρανών χωρίς ανθρώπινη παρέμβαση καθώς με την επίδραση

διάφορων παραγόντων (π.χ. καιρικές συνθήκες, παρουσία υδροφόρου ορίζοντα), μπορεί να υπάρξουν ανάλογες καταστροφικές συνέπειες.

Συνεπώς ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν όπως οι γεωλογικοί σχηματισμοί που αποτελούν το υπόβαθρο, η γεωμετρία του πρανούς, οι ιδιότητες του εδάφους καθώς και το είδος του έργου, μπορεί να έχουμε και μία διαφορετική επιφάνεια ολίσθησης. Έτσι μπορούμε να ταξινομήσουμε την αστοχία των πρανών σε τέσσερις κατηγορίες (Σχ. 3.1):

- *επίπεδη ολίσθηση (Σχ. 3.1-a)*
- *ολίσθηση με δημιουργία σφήνας (Σχ. 3.1-b)*
- *κυκλική ολίσθηση (Σχ. 3.1-d)*
- *ολίσθηση με ανατροπή (Σχ. 3.1-c)*

Επισημαίνεται ότι ενώ η επίπεδη ολίσθηση είναι πιο απλή και σπάνια, αποτελεί τη βάση για την κατανόηση των υπόλοιπων αστοχιών. Και οι τέσσερις διαφορετικοί μηχανισμοί αποτελούν σοβαρούς κινδύνους και χρειάζονται διεξοδική μελέτη για την αντιμετώπιση την αστάθειας αυτών. Παρακάτω περιγράφονται όλα τα είδη αστοχίας αναλυτικά και παρουσιάζονται διάφορα μοντέλα για την καλύτερη κατανόηση αυτών. Μερικά παραδείγματα κατολισθήσεων που έχουν προκληθεί λόγω της αστοχίας, παρουσιάζονται στον *πίνακα 3.1*.

**Πίνακας 3. 1: Λίστα με της πιο θανατηφόρες κατολισθήσεις στην ιστορία.**

<b>Deadliest Landslides in recorded history</b>			
<b>Landslide</b>	<b>Location</b>	<b>Date</b>	<b>Casualties</b>
Diexi slides	Sichuan, China	August 1933	3000+
Khait landslide	Tajikstan	July 1949	4000
62 Nevado	Anrahirca, Peru	January 1962	4500
Huascaran Debris fall	Ancash, Peru	December 1941	5000
Huaraz debris flows	Ancash, Peru	December 1941	5000
Kelud lahars	East Java, Indonesia	May 1919	5000+
North India flood mudslides	Kedarnath, India	June 2013	5700
70 Nevado	Yungay, Peru	May 1970	22000
Huascaran debris fall	Yungay, Peru	May 1970	22000
Armero tragedy	Tolima, Colombia	November 1985	23000
Vargas tragedy	Vargas, Venezuela	December 1999	30000
Haiyuan flows	Nigxia, China	December 1920	100000



### 3.1.2 Επίπεδη αστοχία (Plane failure)

Αυτό το είδος αστοχίας (Σχ. 3.2) δεν είναι, συγκριτικά με τα υπόλοιπα είδη, τόσο διαδεδομένο καθώς οι συνθήκες δημιουργίας του, είναι πολύ πιο αυστηρές. Παρόλα αυτά χάρη της απλότητας του μπορεί να μας βοηθήσει στην καλύτερη κατανόηση των συνθηκών δημιουργίας των υπόλοιπων αστοχιών.



**Σχήμα 3. 2: Μηχανισμός αστοχίας με επίπεδη ολίσθηση. (Shale on route 19 near Robbinsville, North Carolina, Wyllie, 2004)**

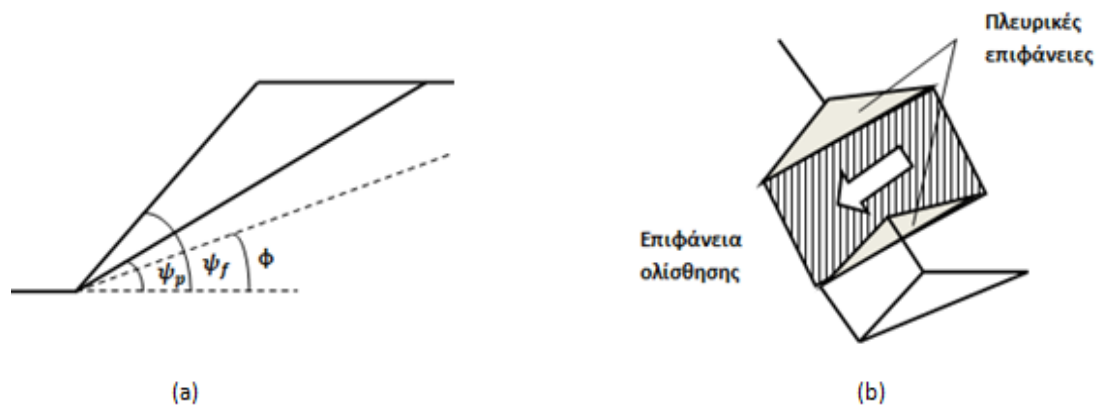
Παράλληλα σημαντικό είναι να αναφέρουμε πως πάνω στην επίπεδη αστοχία είναι πολύ πιο εύκολο να κατανοήσουμε την ευαισθησία που παρουσιάζουν τα πρανή με τις διάφορες μεταβολές στις διατμητικές παραμέτρους σε σχέση με τα υπόλοιπα είδη που η πολύπλοκη γεωμετρία τους δεν μας το επιτρέπει. Εδώ οι αστοχίες ελέγχονται από μία μόνο επιφάνεια ασυνέχειας που ξεπροβάλλει στο «μέτωπο» του πρανούς. Πρόσθετα, πολλές φορές η αστοχία ξεκινάει με την δημιουργία μιας εφελκυστικής ρωγμής στο άνω μέρος του πρανούς και αυτή υποβαθμίζει την αντοχή στην ολίσθηση.

Για να λάβει μέρος μία τέτοια αστοχία, οι ακόλουθες γεωμετρικές συνθήκες πρέπει να ικανοποιούνται (Wyllie & Mah, 2004):

- Η επιφάνεια ολίσθησης (slide plane) πρέπει να είναι παράλληλη ή σχεδόν παράλληλη με το μέτωπο του πρανούς (περίπου  $\pm 20^\circ$ ).
- Το επίπεδο ολίσθησης (slide plane) πρέπει να ξεπροβάλλει στο μέτωπο (face) του πρανούς, το οποίο προϋποθέτει η κλίση της επιφάνειας ( $\psi_p$ ) να είναι μικρότερη της κλίσης του μετώπου ( $\psi_f$ ) δηλαδή,  $\psi_p < \psi_f$ .
- Η κλίση της επιφάνειας ολίσθησης ( $\psi_p$ ) πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τη γωνία εσωτερικής τριβής ( $\varphi$ ). Δηλαδή  $\psi_p > \varphi$  (Σχ. 3.3-a).
- Το άνω όριο της επιφάνειας ολίσθησης (upper slope) πρέπει είτε να τέμνει το άνω μέρος του πρανούς είτε να τελειώνει σε μία εφελκυστική ρωγμή (tension crack).



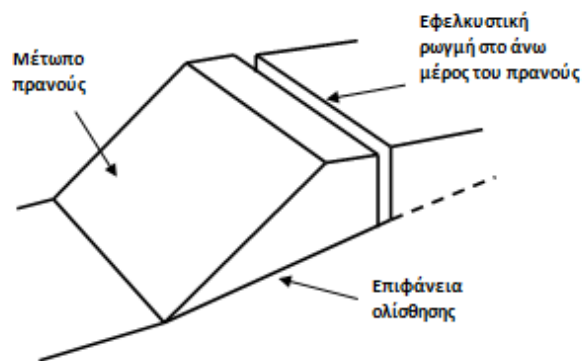
- Οι πλευρικές επιφάνειες πετρώματος (release surfaces), πρέπει να είναι εμφανείς ώστε να είναι δυνατός ο προσδιορισμός των ορίων της ολίσθησης (Σχ. 3.3-b).



Σχήμα 3. 3: Μοντέλο αστοχίας σε επίπεδη επιφάνεια όπου φαίνονται, α) οι γωνίες κλίσης της ασυνέχειας ( $\psi_p$ ), του μετώπου ( $\psi_f$ ) και η γωνία εσωτερικής τριβής ( $\phi$ ) και β) η επιφάνεια ολίσθησης με τις πλευρικές επιφάνειες (Wyllie & Mah, 2004).

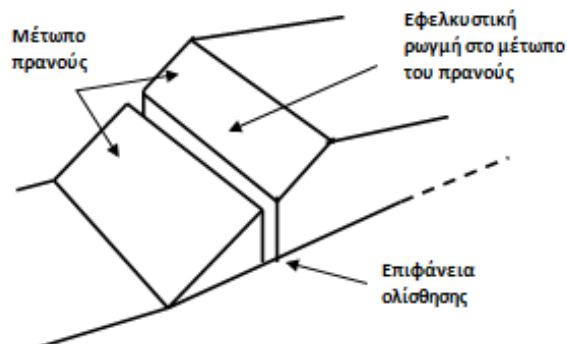
Στη συνέχεια, ανάλογα με τη θέση της εφελκυστικής ρωγμής στο πρηνές διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

1. Όταν η εφελκυστική ρωγμή βρίσκεται στην άνω επιφάνεια του πρηνούς.



Σχήμα 3. 4: Περίπτωση δημιουργίας της εφελκυστικής ρωγμής στο άνω μέρος του πρηνούς.

2. Όταν η εφελκυστική ρωγμή βρίσκεται πάνω στο μέτωπο του πρηνούς.



Σχήμα 3. 5: Περίπτωση δημιουργίας της εφελκυστικής ρωγμής πάνω στο μέτωπο του πρηνούς.

Θεωρούμε το πρανές του παρακάτω σχήματος (Σχ. 3.6) με συνοχή,  $c$  γωνία εσωτερικής τριβής,  $\phi$  και ειδικό βάρος πετρώματος,  $\gamma_r$ . Το μέτωπο του πρανούς είναι κεκλιμένο με κλίση  $\psi_f$  και το ύψος του είναι,  $H$ . Είναι κορεσμένο κατά ένα ποσοστό με ειδικό βάρος νερού,  $\gamma_w$  και με τον υδροφόρο ορίζοντα να εισέρχεται στην επιφάνεια ολίσθησης σε ύψος,  $Z_w$  και δημιουργεί μία πίεση πόρων,  $U$ . Το βάρος του πρανούς είναι  $W$  και η κλίση της επιφάνειας ολίσθησης είναι  $\psi_p$ . Υποθέτουμε ότι για την ευστάθεια αυτού του πρανούς χρειαζόμαστε να τοποθετήσουμε ένα αγκύριο,  $T$  με γωνία  $\theta$  από την κάθετο στην επιφάνεια ολίσθησης. Έπειτα μετά από ένα χρονικό διάστημα προσκαλείται μια σεισμική δόνηση στο πρανές που προκαλεί μία δύναμη  $F_a$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Χρειάζεται να υπολογίσουμε τον συντελεστή ασφάλειας αυτού για να μην προκληθεί αστοχία.

$$\text{Το επίπεδο ολίσθησης, } A\Gamma \rightarrow A\Gamma = \frac{H}{\sin \psi_p} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \text{Δύναμη συνοχής} \rightarrow F_c &= c \cdot A\Gamma \\ (\text{υποθέτουμε μοναδιαίο το μήκος της } 3^{\text{ης}} \text{ διάστασης}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \text{Δύναμη τριβής} \rightarrow F_s &= F_n \cdot \tan \phi \\ (F_n - \text{δυνάμεις κάθετες στην } A\Gamma) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$F_n = W \cdot \cos \psi_p - F_a \cdot \sin \psi_p - U + T \cdot \cos \theta \quad (3.4)$$

Οι δυνάμεις που τείνουν να προκαλέσουν την αστοχία είναι,

$$F_e = W \cdot \sin \psi_p + F_a \cdot \cos \psi_p - T \cdot \sin \theta \quad (3.5)$$

Η πίεση των πόρων στην επιφάνεια αστοχίας είναι,

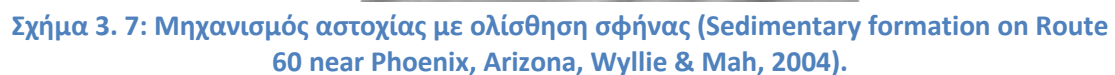
$$U = A\Delta \cdot Z_w \cdot \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \quad (3.6)$$

Το βάρος του πρανούς είναι,

$$W = A\Gamma \cdot \frac{1}{2} \cdot \gamma_r \cdot \frac{H \cdot \sin (\psi_f - \psi_p)}{\sin \psi_f} \quad (3.7)$$


$$SF = \frac{c \cdot AF + \sum F_n \cdot \tan \varphi}{F_e} \quad (3.8)$$

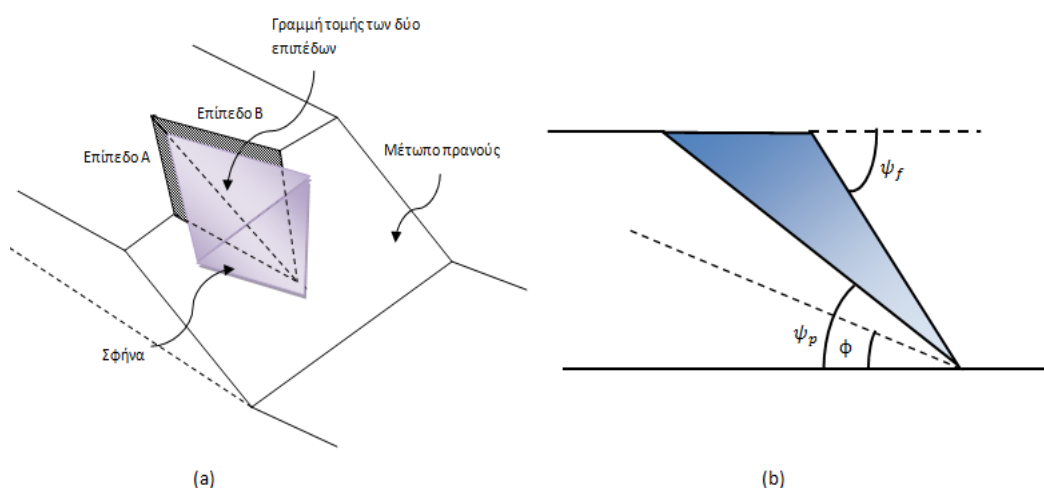
Ένας από τους συνηθέστερους μηχανισμούς αστοχίας στα βραχώδη πρανή σε ογκοτεμαχισμένα πετρώματα είναι η ολίσθηση πρισματικών τεμαχίων πετρώματος προς το μέτωπο του πρανούς (Σχ. 3.7). Λόγω της μορφής των τεμαχίων, τα οποία συχνά μοιάζουν με σφήνες, ο μηχανισμός καλείται γενικά «σφηνοειδής» ολίσθηση. Σε αυτήν την περίπτωση, αυτό το είδος αστοχίας που εξετάζεται, διαμορφώνεται από επίπεδα ασυνεχειών με διεύθυνση κλίσης που αποκλίνει από αυτήν του μετώπου ώστε να αλληλοτέμνονται σε κάποια θέση δίνοντας μια γραμμή διατομής εσωτερικά της επιφάνειας του πρανούς.



Γενικά με την τομή δύο ή περισσότερων ασυνεχειών δημιουργούνται σφήνες, η διεύθυνση ολίσθησης των οποίων, γίνεται κατά μήκος της ευθείας τομής τους. Ο συγκεκριμένος τρόπος αστοχίας είναι πολύ διαδεδομένος καθώς οι συνθήκες δημιουργίας του (π.χ. γεωλογικές, γεωμετρικές) δεν είναι τόσο αυστηρές όπως στην επίπεδη αστοχία και για αυτό υπάρχουν σε μεγάλο εύρος.

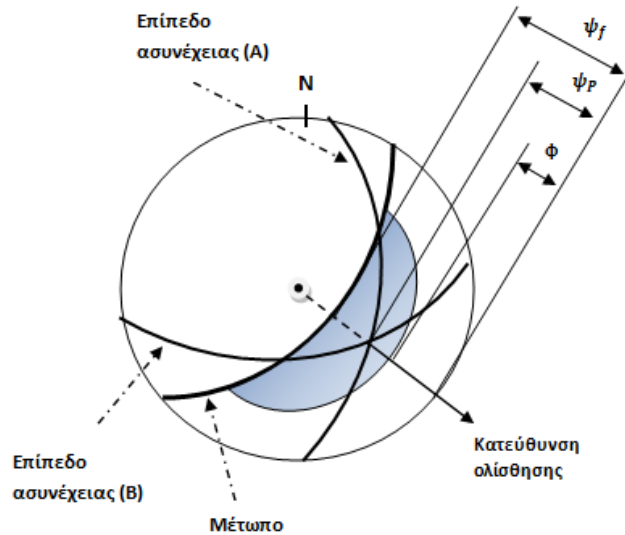
Στη συνέχεια όπως και στην επίπεδη ολίσθηση, έτσι και εδώ απαιτούνται κάποιες προϋποθέσεις για να λάβει μέρος μια τέτοια αστοχία. Αυτές προϋποθέτουν:

- Δύο επίπεδα (ασυνέχειες), A και B, που θα τέμνονται σχηματίζοντας μία ευθεία στην οποία θα λάβει μέρος η ολίσθηση (Σχ. 3.8-a).
- Η κλίση της δημιουργημένης από την τομή των δύο ασυνεχειών, ευθείας ( $\psi_p$ ) πρέπει να είναι μικρότερη από την κλίση του μετώπου ( $\psi_f$ ) και μεγαλύτερη από την μέση γωνία εσωτερικής τριβής μεταξύ των δύο επιπέδων ( $\phi$ ) (Σχ. 3.8-b).



**Σχήμα 3. 8: α) Μοντέλο αστοχίας σε σφηνοειδή επιφάνεια, β) οι γωνίες κλίσης της ασυνέχειας ( $\psi_p$ ), του μετώπου ( $\psi_f$ ) και η γωνία εσωτερικής τριβής ( $\phi$ ) (Wyllie & Mah, 2004).**

Η αναγνώριση της διεύθυνσης ολίσθησης μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια της στερεογραφικής προβολής (Σχ. 3.9), όπου απεικονίζονται οι μέγιστοι κύκλοι των επιπέδων των ασυνεχειών, του μετώπου και της άνω επιφάνειας του πρανού. Η σκιαγραφημένη περιοχή αποτελεί την περιοχή αστάθειας του πρανού για το σημείο τομής των δύο ασυνεχειών. Όπως βλέπουμε, τα δύο επίπεδα ασυνέχειας τέμνονται σε μία κλίση ( $\psi_p$ ), μικρότερη του μετώπου ( $\psi_f$ ). Ωστόσο, η περιοχή της τομής βρίσκεται εντός του της περιοχής αστάθειας οπότε το πρανές δεν είναι σταθερό.



**Σχήμα 3. 9: Στερεογραφική προβολή σε αστοχία σε σφηνοειδή επιφάνεια (Wyllie & Mah, 2004).**

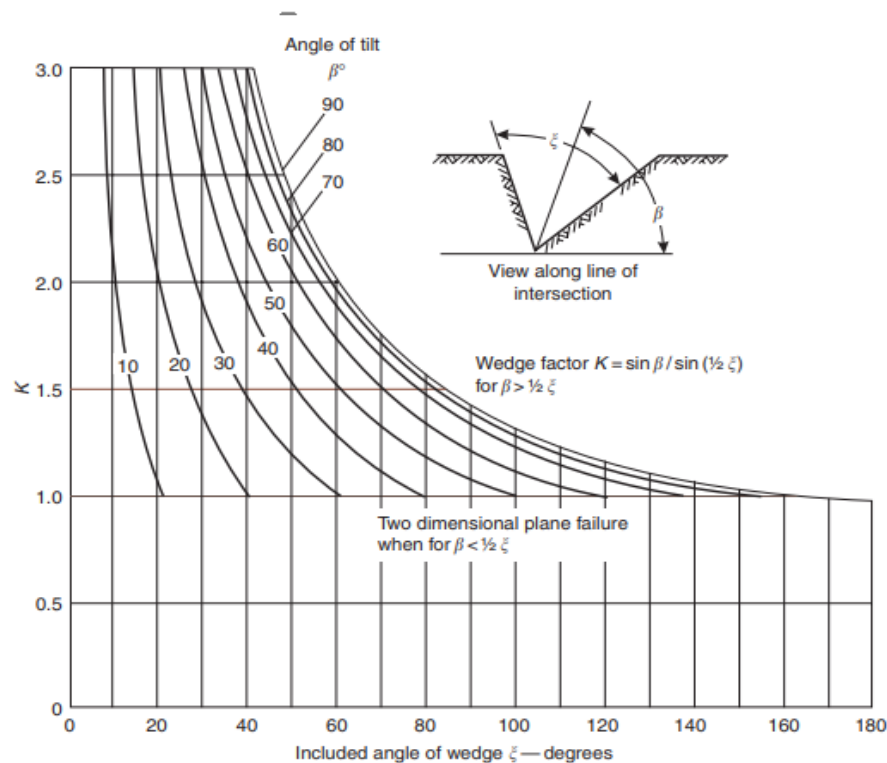
Τέλος σημαντικό είναι να αναφέρουμε τη σύνδεση του συντελεστή ασφάλειας της επίπεδης ολίσθησης και του συντελεστή ασφάλειας της σφηνοειδούς ολίσθησης που αστοχεί ένα πρανές. Έτσι, προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$FS_w = K \cdot FS_p \quad (3.9)$$

Όπου

- $FS_w$ , ο συντελεστής ασφάλειας πρανούς που αστοχεί σε σφηνοειδή επιφάνεια
- $FS_p$ , ο συντελεστής ασφάλειας πρανούς που αστοχεί σε επίπεδη επιφάνεια
- $K$ , παράγοντας σφήνας εξαρτώμενος από την γωνία της σφήνας, ( $\xi$ ) καθώς και από την γωνία «λοξότητας» της σφήνας, ( $\beta$ ).

Για διάφορες τιμές αυτών των δύο γωνιών, μπορούμε να υπολογίζουμε τον παράγοντα  $K$  χρησιμοποιώντας το παρακάτω [Σχ. 3.10](#).



Σχήμα 3. 10: Εξάρτηση του συντελεστή σφήνας,  $K$  από την κλίση της σφήνας,  $\xi$  και την γωνία της λοξότητας αυτής,  $\beta$  για την εύρεση της σχέσης του συντελεστή ασφάλειας πρανούς που αστοχεί σε σφηνοειδή επιφάνεια ( $FS_w$ ) και αυτού της αστοχίας σε επίπεδη ολίσθηση ( $FS_w$ ) (Wyllie & Mah, 2004).

### 3.1.4 Αστοχία με κυκλική ολίσθηση (Circular failure)

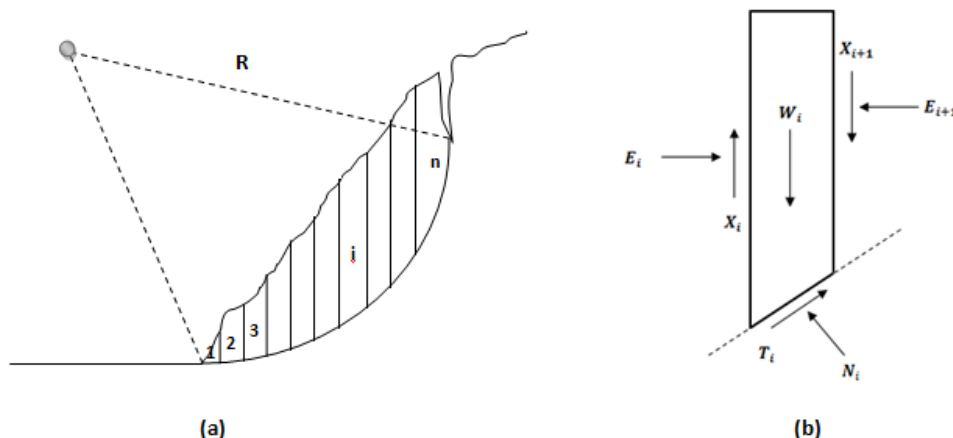
Στα βραχώδη πρανή η αστοχία εκδηλώνεται κυρίως με ολισθήσεις σε προκαθορισμένα επίπεδα ασυνεχειών όπως στρώσεις και διακλάσεις. Εντούτοις, σε κατακερματισμένα ή αποσαθρωμένα πετρώματα, όταν δεν υπάρχουν προεξέχοντα δομικά επίπεδα, η επιφάνεια αστοχίας τείνει να ακολουθήσει την διαδρομή ελάχιστης διατμητικής αντίστασης μέσα στο πρανές. Η αστοχία αυτή καλείται ολίσθηση σε καμπύλη επιφάνεια (Σχ. 3.11) και μπορεί να εκδηλωθεί όταν η βραχώμαζα είναι αποσαθρωμένη ή τα τεμάχια του πετρώματος είναι πολύ μικρά σε σχέση με το μέγεθος του πρανούς, με πτωχό αλληλοκλείδωμα λόγω του σχήματός τους. Συχνά, μίας τέτοιας μορφής αστοχία αναφέρεται και ως κυκλική αστοχία (*circular failure*), αν και η επιφάνεια αστοχίας είναι γενικά καμπύλη. Τυπικά, ο τεκτονισμός της βραχώμαζας θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από πολύ πυκνές και τυχαίου προσανατολισμού ασυνέχειες.



**Σχήμα 3. 11: Ο μηχανισμός αστοχίας με ολίσθηση σε κυκλική επιφάνεια (Kennecott mine, στις 11 Απριλίου 2013, 9:30 μ.μ.)**

Το ακριβές σχήμα της επιφάνειας ολίσθησης καθορίζεται από τις γεωλογικές συνθήκες που επικρατούν στο πρανές. Σε ομοιογενείς ασθενής βραχώμαζες (πυκνά διακλασμένη, αποσαθρωμένη ή εδαφοποιημένη βραχώμαζα) η επιφάνεια ολίσθησης τείνει να είναι κυκλική και ρηχή και συχνά περιλαμβάνει μια εφελκυστική ρωγμή κοντά στο φρύδι του πρανούς. Εάν η βραχώμαζα είναι στρωσιγενής ή φυλλώδης, τότε η επιφάνεια ολίσθησης τείνει να λάβει μια επιμήκη μορφή σε διεύθυνση παράλληλη με τη στρώση ή τη φύλλωση. Εξάλλου, με την παρουσία κάποιου κυρίαρχου επιπέδου αδυναμίας (π.χ. ρήγμα) η επιφάνεια ολίσθησης τείνει να ακολουθήσει σε μεγάλο τμήμα του μήκους της, αυτό το επίπεδο αδυναμίας.

Για την ανάλυση της ευστάθειας του πρανούς, απαιτείται ο καθορισμός της πιθανής επιφάνειας ολίσθησης καθώς και ο προσδιορισμός του συντελεστή ασφάλειας. Έτσι για την εύρεση αυτής της ιδεατής επιφάνειας, εξετάζονται διάφορες επιφάνειες αστοχίας μεταβάλλοντας ανάλογα το κέντρο και την ακτίνα αυτής (3.12-a) μέχρι να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής ασφάλειας. Αυτή η επιφάνεια ονομάζεται αλλιώς και *κρίσιμη επιφάνεια*.



**Σχήμα 3. 12: α) Εξέταση της αστοχίας πρανούς με την θεώρηση ενός ιδεατού κέντρου και μίας ιδεατής ακτίνας που δημιουργούν μια τυχαία κυκλική επιφάνεια και β) διαχωρισμός αυτού σε λωρίδες για τον υπολογισμό του συντελεστή ασφάλειας με την μέθοδο της οριακής ισορροπίας σε κάθε «κομμάτι» πετρώματος (Wyllie & Mah, 2004).**



Για την εκτίμηση των συνθηκών ευστάθειας του πρανούς στην κρίσιμη επιφάνεια, υπολογίζεται ο συντελεστής ασφάλειας με ισορροπία ροπών (Σχ. 3.13) ως εξής:

$$FS = \frac{R \cdot \int_0^{\omega} \tau_f(\alpha) \cdot d\alpha}{W \cdot x_w} \quad (3.10)$$

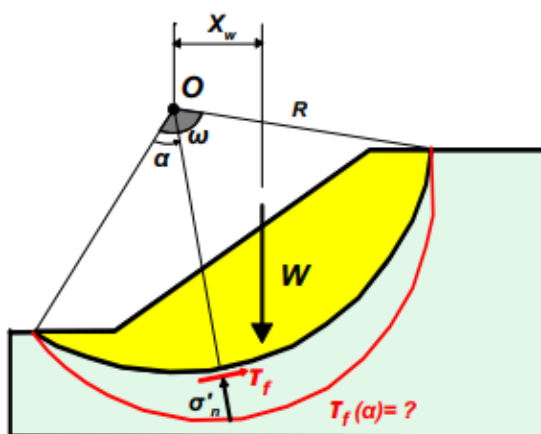
Ωστόσο, δεν είναι δυνατός ο άμεσος υπολογισμός της διατμητικής τάσης ( $\tau_f$ ) λόγω του ότι δεν είναι δυνατή η εφαρμογή της ισορροπίας των δυνάμεων σε καμπύλη επιφάνεια.

Στη συνέχεια η διατμητική τάση που ασκείται στην επιφάνεια αστοχίας, συναρτήσει του συντελεστή ασφάλειας είναι:

$$\tau = \frac{c + \sigma \cdot \tan \varphi}{FS} \quad (3.11)$$

Έτσι για τον προσδιορισμό του συντελεστή ασφάλειας, η βραχόμαζα επάνω στην επιφάνεια ολίσθησης, χωρίζεται σε κατακόρυφες λωρίδες και σύμφωνα με την μέθοδο της οριακής ισορροπίας, υπολογίζεται το ζητούμενο. Ο απαιτούμενος αριθμός των λωρίδων εξαρτάται από την γεωμετρία και την γεωλογία του πρανούς. Οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε λωρίδα (3.12-b), περιλαμβάνουν τις δυνάμεις:

- βάρος της λωρίδας,  $W_i$ ,
- Οριζόντιες (ορθές) και κατακόρυφες (διατμητικές) δυνάμεις που ασκούνται στις πλευρές κάθε λωρίδας ( $E_i$  και  $X_i$ ) αντίστοιχα,
- Ορθή και διατμητική τάση στη βάση της λωρίδας ( $N_i$  και  $T_i$ ) αντίστοιχα,
- Στην περίπτωση παρουσίας υπόγειου νερού στο πρανές θα πρέπει να συνυπολογίζονται και οι συνισταμένες δυνάμεις λόγω υδροστατικών πιέσεων στη βάση της κάθε λωρίδας.



Σχήμα 3. 13: Ισορροπία ροπών σε κυκλική επιφάνεια αστοχίας (Μπουκοβάλας, 2006).

Έτσι η παραπάνω εξίσωση (εξ. 3.11) γίνεται:

$$T_i = \frac{S_m \cdot \Delta l + N_i \cdot \tan \varphi}{FS} \quad (3.12)$$



Όπου  $T_i$  η δύναμη της διατμητικής τάσης ( $\tau \cdot \Delta l$ ),  $S_m$  η δύναμη της συνοχής,  $\Delta l$  το μήκος της βάσης της κάθε λωρίδας και  $N_i$  οι κάθετες στην βάση της κάθε λωρίδας, δυνάμεις.

Ωστόσο, οι εξισώσεις που προκύπτουν από την ισορροπία μειονεκτούν σε σχέση με τους αγνώστους. Για αυτό έχουν προταθεί διάφορες παραδοχές που είναι ικανές να «ισορροπήσουν» τους αγνώστους με τις εξισώσεις ισορροπίας ([ενότητα 1.4](#)).

Τέλος, λόγω της ανάγκης του άμεσου ελέγχου ευστάθειας ενός πρανού που πρόκειται να αστοχήσει με κυκλική ολίσθηση έχουν δημιουργηθεί κάποια διαγράμματα για τον εύκολο υπολογισμό του συντελεστή ασφάλειας. Αυτά, έχουν δημιουργηθεί από την εύρεση των πιο κρίσιμων συνδυασμών της επιφάνειας ολίσθησης και της εφελκυστικής ρωγμής, μεταβάλλοντας κάθε φορά τις παραμέτρους της γεωμετρίας του πρανού και υδρογεωλογικές συνθήκες (γωνία εσωτερικής τριβής, συνοχή, ειδικό βάρος πετρώματος, ύψος πρανού). Αυτά ανάλογα με τον βαθμό κορεσμού του εδάφους, δηλαδή ανάλογα τον λόγο, της απόστασης από το πόδι του πρανού μέχρι το σημείο εξόδου του υδροφόρου ορίζοντα (στην άνω επιφάνεια του εδάφους  $x$ ), με το ύψος του πρανού  $H$ , έχουν δημιουργηθεί 5 διαφορετικά μοντέλα κορεσμού, κάθε φορά με διαφορετική αναλογία του κλάσματος  $\frac{x}{H}$ . Σε αυτά αντιστοιχούν κάποια διαγράμματα, άμεσου υπολογισμού του συντελεστή ασφάλειας. Έχει βρεθεί ότι τα διαγράμματα αυτά δίνουν αξιόπιστες εκτιμήσεις του συντελεστή ασφάλειας. Για παράδειγμα το σημείο εξόδου του υδροφόρου ορίζοντα μπορεί να είναι 8 X ύψος πρανού.

### 3.1.5 Αστοχία με ανατροπή (Toppling)

Όλα τα προηγούμενα είδη αστοχίας, σχετίζονται με την ολίσθηση μίας μάζας πετρώματος ή ενός εδάφους, κατά μήκος μίας επιφάνειας ολίσθησης. Σε αυτό το είδος αστοχίας λαμβάνει μέρος ένας διαφορετικός «μηχανισμός» αστοχίας ο οποίος έχει να κάνει με την περιστροφή πλακών ή στύλων βράχου ([Σχ. 3.14](#)) που οριοθετούνται με ασυνέχειες που βυθίζονται απότομα στο μέτωπο του πρανού (αντίρροπα από αυτό).



**Σχήμα 3. 14: Μηχανισμός αστοχίας με ανατροπή (Zagros mountain south-west Iran)**

Η ανατροπή των στηλών αυτών, συμβαίνει για το λόγο ότι, το κέντρο βαρύτητάς τους, βρίσκεται έξω από τη βάση τους και δεν υπάρχουν άλλες μάζες πετρώματος για να τις στηρίξουν. Η αστοχία πρηνών με τον μηχανισμό της ανατροπής μπορεί να ταξινομηθεί στις παρακάτω κατηγορίες:

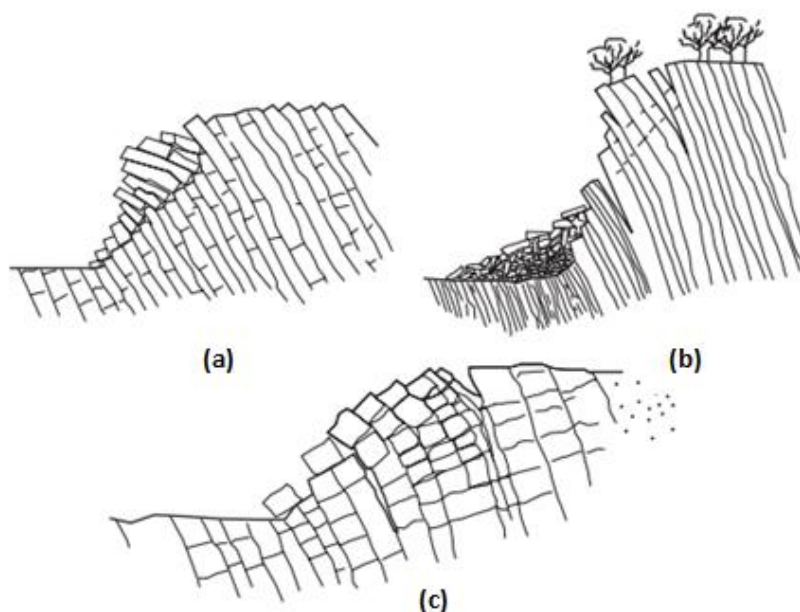
- 1) Πρωτογενείς τρόποι ανατροπής
  - *Ανατροπή τεμαχών (Block toppling)*
  - *Ανατροπή λόγω κάμψης (Flexural toppling)*
  - *Ανατροπή τεμαχών εμφανιζόμενη ως κάμψη (Block-flexure toppling)*
- 2) Δευτερογενείς τρόποι ανατροπής
  - *Ανατροπή λόγω υποσκαφής*

**Ανατροπή τεμαχών:** Ανατροπή εγκάρσια ρωγματομένων παρακατακόρυφων στρωμάτων ή στηλοειδών τεμαχών πετρώματος (Σχ. 3.15-a). Δηλαδή συμβαίνει όταν σε ανθεκτικό πέτρωμα, μεμονωμένες στήλες πετρώματος δημιουργούνται αρχικά από ασυνέχειες με μεγάλη κλίση στο μέτωπο του πρηνούς και με στη συνέχεια με ένα άλλο είδος ασυνεχειών που χωρίζουν τις στήλες και οριοθετούν το ύψος τους. Οι χαμηλότερες σε ύψος στήλες, στο «πόδι» του πρηνούς, δέχονται μεγάλες πιέσεις λόγω των υπερκείμενων, υψηλότερων στηλών που ανατρέπονται και αυτή η αστοχία των χαμηλότερων «κομματιών», δημιουργεί την ανατροπή σε ολόκληρο το πρηνές.

**Ανατροπή λόγω κάμψης:** Συνεχή στρώματα πετρώματος που βυθίζονται απότομα και αντίρροπα προς το πρηνές, κάμπτονται προς την επιφάνεια του πρηνούς και θραύονται (Σχ. 3.15-b). Κατά την κάμψη, οι διεπιφάνειες των στρώσεων ολισθαίνουν και η πάνω επιφάνεια του πρηνούς αποκτά βαθμιδωτή μορφή

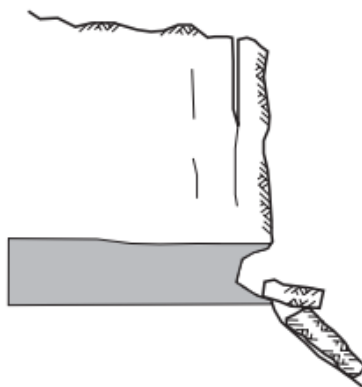
**Ανατροπή τεμαχών εμφανιζόμενη ως κάμψη:** Αυτή η περίπτωση αποτελεί συνδυασμό των προηγούμενων δύο ανατροπών (Σχ. 3.15-c). Εδώ, οι στήλες

χαρακτηρίζονται από μια «ψευδό-συνεχή» κάμψη παρακατακόρυφων στρωμάτων με πολλαπλές εγκάρσιες ασυνέχειες .



**Σχήμα 3. 15: : Είδη αστοχίας με ανατροπή. Διακρίνουμε την α) ανατροπή τεμαχών όπου ασυνέχειες με μεγάλη κλίση ως προς το μέτωπο του πρηνούς, ανατρέπονται, β) την ανατροπή λόγω κάμψης όπου συνεχή στρώματα ανατρέπονται λόγω κάμψης, γ) ένα συνδυασμό των προηγούμενων όπου λαμβάνει μέρος κάμψη με πολλαπλές εγκάρσιες ασυνέχειες (Wyllie & Mah, 2004).**

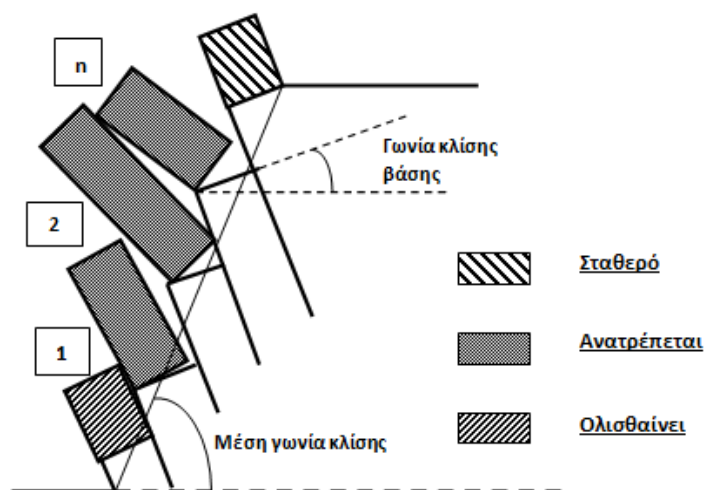
Στους **δευτερογενείς τρόπους αστοχίας**, η ανατροπή λαμβάνει μέρος λόγω της υποσκαφής στο «πόδι» του πρηνούς είτε από φυσικές διαδικασίες όπως αποσάθρωση είτε από ανθρώπινη παρέμβαση. Αυτό επιτρέπει την διαδικασία της ανατροπής να ξεκινήσει σχηματίζοντας απότομες ρωγμές που γίνονται πιο στενές με το βάθος.



**Σχήμα 3. 16: Παράδειγμα αστοχίας πρηνούς από υποσκαφή στο πόδι λόγω αποσάθρωσης (Wyllie & Mah, 2004).**

Για παράδειγμα, σε ένα πρηνές (Σχ. 3.16) αποτελούμενο από οριζόντιες στρώσεις ψαμμίτη στο επάνω μέρος και από οριζόντιες στρώσεις σχιστόλιθου στη βάση του πρηνούς, ο σχιστόλιθος είναι συνήθως πιο επιρρεπής στην αποσάθρωση από ότι ο ψαμμίτης και έτσι όσο ο σχιστόλιθος, αποσαθρώνεται, υποβαθμίζει την στήριξη του ψαμμίτη και έτσι στήλες ψαμμίτη, αρχίζουν να δημιουργούνται και να ανατρέπονται.

Για την ανάλυση της ευστάθειας ενός πρανούς που τείνει να ανατραπεί, ορίζονται τεμάχη πετρώματος (κομμάτια) τα οποία τοποθετούνται σε μία βαθμωτή επιφάνεια γνωστής μέσης κλίσης (Σχ. 3.17). Εκεί, η κλίση των δύο ειδών ασυνεχειών (εγκάρσιων και παρακατακόρυφων) είναι επίσης γνωστή. Τα τεμάχη αριθμούνται από το πόδι του πρανούς όπου το πρώτο παίρνει τον αριθμό ένα.



**Σχήμα 3. 17: Μοντέλο αστοχίας τεμαχών του πρανούς με ανατροπή. Διακρίνονται τα σταθερά κομμάτια που δεν θα αστοχήσουν, τα κομμάτια που θα αστοχήσουν με ανατροπή καθώς και αυτά που θα ολισθήσουν. Η αρίθμηση αυτών ξεκινάει από το πόδι του πρανούς (Wyllie 2004).**

Αρχικά, σε ένα πρανές το οποίο διαθέτει τις κατάλληλες συνθήκες για αστοχία με ανατροπή, μπορεί να παρατηρηθεί, ότι μερικά κομμάτια πετρώματος, μπορούν να συμπεριφερθούν διαφορετικά σχετικά με ολόκληρη τη μάζα του πρανούς. Έτσι είτε θα ανατραπούν, είτε θα ολισθήσουν, είτε θα παραμείνουν σταθερά. Με την ανάλυση των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε τέμαχος είναι δυνατός ο προσδιορισμός της απαιτούμενης δύναμης στα τεμάχη ώστε να έρθουν σε κατάσταση οριακής ισορροπίας. Αν αυτή είναι αρνητική τότε το τέμαχος είναι ευσταθές. Αν είναι θετική τότε μπορεί να ολισθήσει είτε να ανατραπεί. Παράλληλα, ένα τέτοιο πρανές θεωρείται ασταθές αν το πιο χαμηλό κομμάτι του ολισθήσει ή ανατραπεί. Η βασική προϋπόθεση για την ολίσθηση βασίζεται στο αν η γωνία εσωτερικής τριβής της βάσης του κομματιού είναι μεγαλύτερη από την κλίση αυτής ενώ η ανατροπή εξαρτάται με το αν, το κέντρο βαρύτητάς τους, βρίσκεται έξω από τη βάση τους.

Γενικά ο συντελεστής ασφάλειας μπορεί να υπολογιστεί, ανάλογα με την διαθέσιμη γωνία τριβής ( $\varphi_{available}$ ) καθώς και με την απαιτούμενη γωνία τριβής ώστε να είναι αυτό ευσταθές οριακά ( $\varphi_{required}$ ), σύμφωνα με τη σχέση,

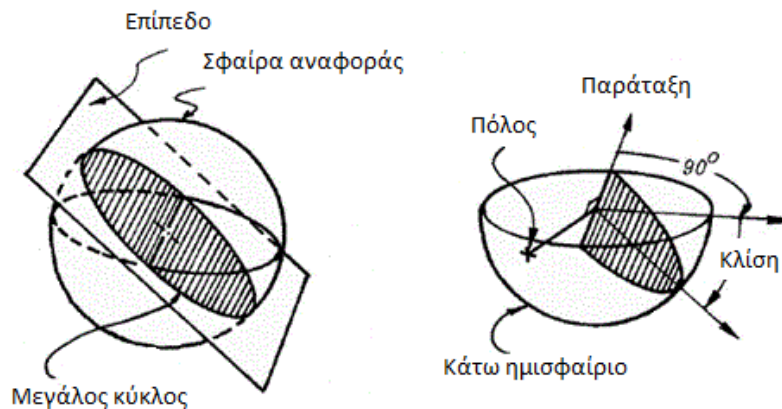
$$FS = \frac{\tan \varphi_{available}}{\tan \varphi_{required}} \quad (3.13)$$

### 3.2 Στερεογραφικές προβολές

Στις μέρες μας η εμπειρία έχει δείξει ότι η παρουσίαση και η στατιστική επεξεργασία του προσανατολισμού των επιπέδων των ασυνεχειών μπορεί να γίνει με τη χρήση των σφαιρικών προβολών. Αυτές αποτελούν ένα εντελώς πολύτιμο μέσο για τους υπολογισμούς και έχουν σαν αποτέλεσμα την πρακτική, γρήγορη και εύκολη εκτίμηση της κατάστασης της ευστάθειας της βραχώμαζας καθόσον επιτρέπουν την εύκολη επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων σε τρεις διαστάσεις (π.χ. της ευστάθειας των βραχώδων πρηνών, σηράγγων αλλά και πλήθους άλλων γεωλογικών και θεωρητικών ή εφαρμοσμένων προβλημάτων).

Υπάρχουν αρκετά είδη σφαιρικών προβολών που χρησιμοποιούνται (philips 1971, turner and weiss 1963, friedman 1964) αλλά στην Τεχνική Γεωλογία και τη Βραχομηχανική χρησιμοποιείται η ίσο-εμβαδική προβολή (equal area projection) που ονομάζεται και προβολή *Lambert* ή *δίκτυο Schmidt*.

Η γενική αρχή της σφαιρικής προβολής φαίνεται στο [Σχ. 3.18](#). Υποθέτουμε μια σφαίρα αναφοράς, ελεύθερη να μετατοπιστεί στο χώρο αλλά όχι ελεύθερη να περιστραφεί σε οποιαδήποτε κατεύθυνση, έτσι ώστε κάθε ακτίνα της να έχει συγκεκριμένη διεύθυνση στο χώρο. Αν το κέντρο της βρεθεί σε μία ασυνέχεια τότε ο μέγιστος κύκλος τομής επιπέδου και σφαίρας καθορίζει μοναδικά τον προσανατολισμό του επιπέδου αυτού στο χώρο. Εκτός από το μέγιστο κύκλο, ο προσανατολισμός του επιπέδου μπορεί να καθοριστεί και από τον *Πόλο* του, δηλαδή το σημείο που μία ακτίνα κάθετη στο επίπεδο τέμνει την σφαίρα.



**Σχήμα 3. 18: Γενικές αρχές σφαιρικής προβολής (HOEK and BRAY, 1977).**

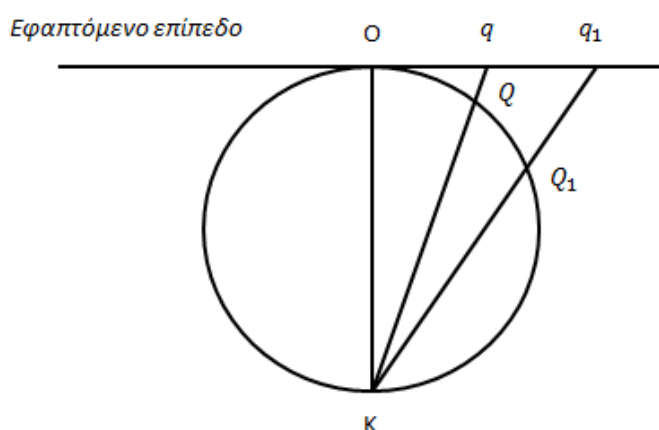
Στην παρουσίαση των δεδομένων χρησιμοποιείται μόνο το κάτω ημισφαίριο καθόσον η πληροφόρηση είναι η ίδια (συμμετρική) και στα δύο ημισφαίρια. Αν προβληθούν τα στοιχεία αυτά (μέγιστος κύκλος και Πόλος) στο οριζόντιο (ισημερινό) επίπεδο αναφοράς, λαμβάνεται μια δισδιάστατη εικόνα. Προβάλλοντας τους μεσημβρινούς μέγιστους και ελάχιστους κύκλους, λαμβάνουμε το *στερεοδιάγραμμα* (*stereonet*). Η πληροφόρηση αυτή δίνεται συνήθως με δύο τρόπους ανάλογα με το επίπεδο αναφοράς που λαμβάνεται, δηλαδή στον ισημερινό ή στον μεσημβρινό. Ανάλογα με το είδος της προβολής είναι δυνατό να έχουμε το *ίσο-γωνιακό στερεοδιάγραμμα* (*δίκτυο WULF*) όπου όλα τα γωνιακά στοιχεία των προβολών παραμένουν σταθερά και το *ίσο-εμβαδικό στερεοδιάγραμμα* (*δίκτυο Schmidt* ή *Lambert*), όπου οι προβολές αναφέρονται σε ισοεμβαδική βάση (Κούκης, 2002).

Για την παρουσίαση και στατιστική επεξεργασία του προσανατολισμού των επιπέδων των ασυνεχειών χρησιμοποιείται το ίσο-εμβαδικό στερεοδιάγραμμα (Δίκτυο Schmidt ή δίκτυο Lambert), καθόσον επιτρέπει την ακριβέστερη σχετικά επεξεργασία μεγάλου αριθμού μετρήσεων.

Η απλούστερη χαρτογραφική απεικόνιση είναι εκείνη στην οποία η επιφάνεια προβολής είναι ένα εφαπτόμενο επίπεδο. Οι απεικονίσεις αυτές ονομάζονται *αξιμουθιακές προβολές*.

Η στερεογραφική προβολή είναι μια αξιμουθιακή προβολή που επιτρέπει την αναπαράσταση τρισδιάστατων γεωμετρικών πληροφοριών σε δυο διαστάσεις και την επίλυση τρισδιάστατων γεωμετρικών προβλημάτων. Εδώ η προβολή στο εφαπτόμενο επίπεδο γίνεται από το αντιδιαμετρικό σημείο  $K$ , του σημείου επαφής,  $O$  (Σχ. 3.19). Οι ακτίνες από το σημείο  $K$  προς τα σημεία (όπως, το  $Q, Q_1$  κ.λπ.) της επιφάνειας εκτείνονται μέχρις ότου να τμήσουν το εφαπτόμενο επίπεδο.

Τα σημεία τομής (π.χ.  $q, q_1$  κ.λπ.) αποτελούν τα σημεία της στερεογραφικής προβολής. Έτσι, στην στερεογραφική προβολή, με την αφαίρεση της μίας διάστασης, οι γραμμές αναπαριστούν επίπεδα ενώ τα σημεία αναπαριστούν ευθείες (Μερτίκας, 2016).



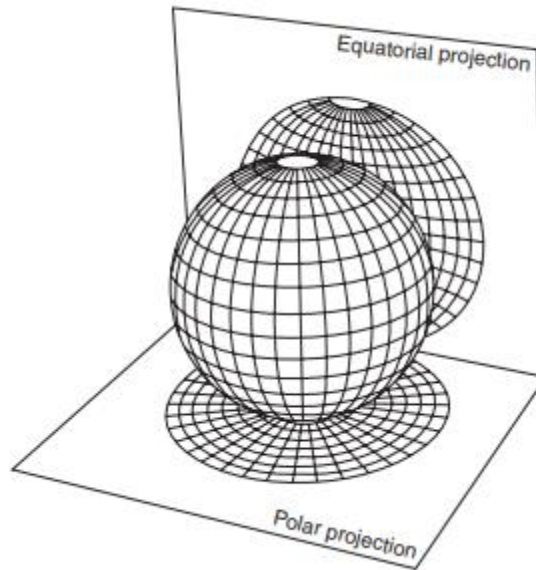
**Σχήμα 3. 19: Σχηματικό διάγραμμα της στερεογραφικής προβολής (Μερτίκας, 2016).**

Επιπροσθέτως, οι Στερεογραφικές προβολές (Σχ. 3.20) μπορούν να ταξινομηθούν στις:

- **Πολικές προβολές** (*Polar projection*) όταν το επίπεδο αναφοράς βρίσκεται στον πόλο της σφαίρας,
- **Ισημερινές προβολές** (*Equatorial projection*), όταν το επίπεδο αναφοράς εφάπτεται σε ένα σημείο στον ισημερινό.

Οι Πολικές προβολές μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο για την απεικόνιση Πόλων ενώ οι ισημερινές προβολές για επίπεδα και Πόλους. Στην περίπτωση των ισημερινών προβολών η πιο συνηθισμένη στερεογραφική προβολή όπως έχουμε αναφέρει και πιο πριν, είναι το δίκτυο *Schmidt*.





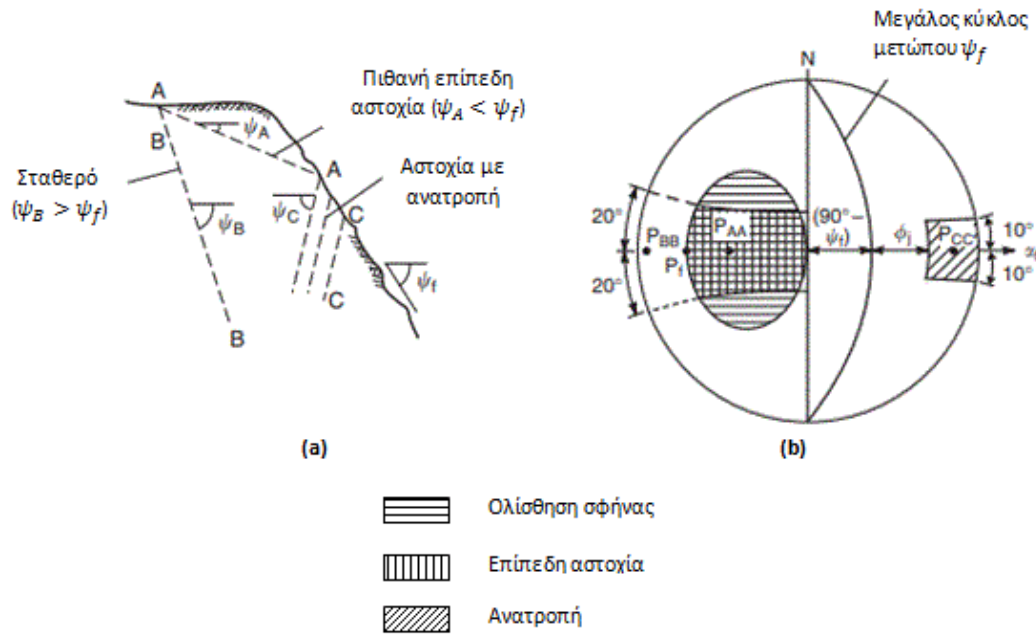
**Σχήμα 3. 20 Πολική και ισημερινή απεικόνιση σφαίρας (Wyllie & Mah, 2004).**

Μόλις έχει καθοριστεί και σχεδιαστεί ο μηχανισμός αστοχίας του πρανούς στο στερεοδιάγραμμα, είναι δυνατή η εξέταση της ευστάθειας αυτού καθώς και της κατεύθυνσης ολίσθησης.

Θεωρώντας ένα πρανές με διάφορα είδη ασυνεχειών (Σχ. 3.21-a) θα εξεταστεί η ευστάθεια αυτού. Ένα πιθανώς ασταθές «κομμάτι», που πρόκειται να αστοχήσει σε επίπεδη επιφάνεια, σχηματίζεται από την ασυνέχεια A-A όπου η μέγιστη κλίση της είναι μικρότερη από την κλίση του μετώπου του πρανούς ( $\psi_A < \psi_f$ ). Ωστόσο, η ολίσθηση σε επίπεδο δεν είναι δυνατή στην ασυνέχεια B-B καθώς η κλίση αυτής είναι μεγαλύτερη από αυτήν του μετώπου του πρανούς ( $\psi_B > \psi_f$ ). Παρομοίως η ασυνέχεια C-C δεν μπορεί να δημιουργήσει συνθήκες για επίπεδη ολίσθηση. Παρόλα αυτά, υπάρχει πιθανότητα να αστοχήσει με ανατροπή.

Οι Πόλοι των ασυνεχειών,  $P_{AA}$ ,  $P_{BB}$ ,  $P_{CC}$  και του μετώπου του πρανούς,  $P_f$  φαίνονται στο Σχ. 3.21-b. Η θέση αυτών σε σχέση με τον Πόλο του μετώπου δείχνει ότι η αστοχία (επίπεδη, με σφήνα, με ανατροπή) επέρχεται όταν αυτοί πέσουν μέσα στις σκιαγραφημένες περιοχές (ανάλογα με το είδος αστοχίας). Και αυτό διότι θα τέμνουν το μέτωπο του πρανούς [ $(\psi_A, \psi_B, \psi_C) < \psi_f$ ].

Ένας άλλος παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει την αστοχία, είναι η διεύθυνση κλίσης. Η ολίσθηση σε επίπεδο, δεν είναι δυνατή εάν η διεύθυνση κλίσης της ασυνέχειας διαφέρει από αυτήν του μετώπου περισσότερο από  $20^\circ$ . Έτσι, για παράδειγμα, στην ασυνέχεια A-A, για να προκληθεί αστοχία πρέπει η διεύθυνση κλίσης αυτής με την διεύθυνση κλίσης του μετώπου να μην ξεπερνάνε τις  $20^\circ$  ( $|\alpha_A - \alpha_f| < 20^\circ$ ). Και αυτό γιατί, θα αναπτυχθούν ισχυρές δυνάμεις από το περιβάλλον πέτρωμα οι οποίες θα εμποδίσουν την αστοχία. Στο στερεοδιάγραμμα αυτό φαίνεται με τις δύο διακεκομμένες γραμμές (πλευρικά όρια) εκατέρωθεν της μέσης του μετώπου ( $\alpha_f + 20^\circ$  και  $\alpha_f - 20^\circ$ ).



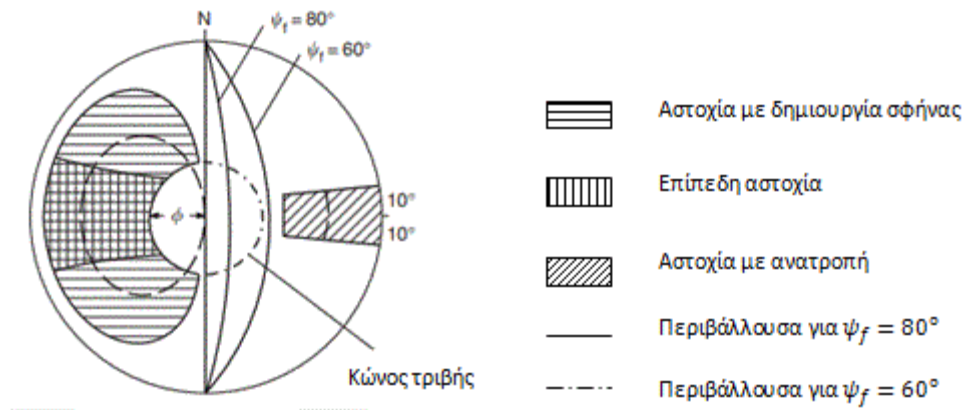
**Σχήμα 3. 21: α) Παράδειγμα πρανούς με τρία είδη ασυνεχειών, β) εξέταση της ευστάθειας αυτών στη στερεογραφική προβολή, χρησιμοποιώντας τους Πόλους των ασυνεχειών (Wyllie & Mah, 2004).**

Στην περίπτωση αστοχίας με δημιουργίας σφήνας, η εξέταση της ευστάθειας είναι παρόμοια με αυτή της επίπεδης αστοχίας. Εδώ, η ολίσθηση είναι πιθανή όταν ο Πόλος της ευθείας που σχηματίζεται από την τομή των δύο επιπέδων ασυνεχειών ( $\psi_i$ ), τέμνει το μέτωπο του πρανούς ( $\psi_i < \psi_f$ ). Η διεύθυνση κλίσης εδώ είναι λιγότερο περιοριστική σε σχέση με αυτήν στην επίπεδη αστοχία. Αυτό φαίνεται στο [σχήμα 3.21-b](#) όπου η περιοχή αστοχίας σε σφηνοειδή επιφάνεια είναι μεγαλύτερη.

Στον μηχανισμό της ανατροπής, η αστοχία μπορεί να συμβεί όταν η διεύθυνση κλίσης της ασυνέχειας είναι εντός  $10^\circ$  (περίπου) ώστε να δημιουργηθούν «πλάκες» παράλληλες στο μέτωπο. Πρόσθετα, η κλίση των ασυνεχειών πρέπει να είναι αρκετά μεγάλη για να μπορεί να υπάρξει μετακίνηση μεταξύ των δημιουργημένων πλακών. Αν τα επίπεδα αυτά έχουν γωνία εσωτερικής τριβής,  $\phi$  τότε η αστοχία θα συμβεί μόνο όταν η διεύθυνση των ασκούμενων συμπιεστικών δυνάμεων έχει κλίση μεγαλύτερη από αυτήν της τριβής,  $\phi$ . Συνεπώς η συνθήκη για να προκληθεί αστοχία με ανατροπή είναι όταν  $(90 - \psi_f) + \phi < \psi_p$ .

Συνεχίζοντας, σημαντικό παράγοντα στην ευστάθεια των πρανών, όπως έχει ήδη αναφερθεί σε προηγούμενες ενότητες, αποτελεί η γωνία εσωτερικής τριβής. Έτσι, θεωρούμε ένα πρανές με γωνία εσωτερικής τριβής,  $\phi$  (θεωρούμε μηδενική την συνοχή). Η γωνία τριβής θα σχηματίσει ένα κώνο όπως λέγεται, τριβής, στην στερεογραφική προβολή ([Σχ. 3.22](#)), στον οποίο όταν βρίσκεται μέσα ο πόλος ενός επιπέδου, αυτό θα είναι ευσταθές. Αυτός αποτελεί ένα κύκλο με κέντρο το κέντρο της στερεογραφικής προβολής. Στο [Σχήμα 3.22](#) παρουσιάζονται δύο περιπτώσεις αστοχίας (σκιαγραφημένη περιοχή) ανάλογα με την κλίση του μετώπου (μια για  $\psi_f = 80^\circ$  και μία για  $\psi_f = 60^\circ$ ). Είναι προφανές ότι η μεγαλύτερη κλίση θα αυξήσει ανάλογα και την περιοχή αστάθειας (Wyllie & Mah, 2004).





Σχήμα 3. 22: Εξέταση αστοχίας πρανών με γωνία εσωτερικής τριβής,  $\phi$ . Οι πόλοι των επιπέδων που βρίσκονται μέσα στον κώνο δεν θα αστοχήσουν. Οι πόλοι που τοποθετούνται στα σκιαγραφημένα τμήματα της προβολής (ανάλογα το είδος αστοχίας) θα αστοχήσουν αφού βρίσκονται έξω από τον κώνο (Wyllie & Mah, 2004).

## Κεφάλαιο 4. *Μοντελοποίηση επίπεδης αστοχίας πρανούς με δύο ογκοτεμάχια πετρώματος*

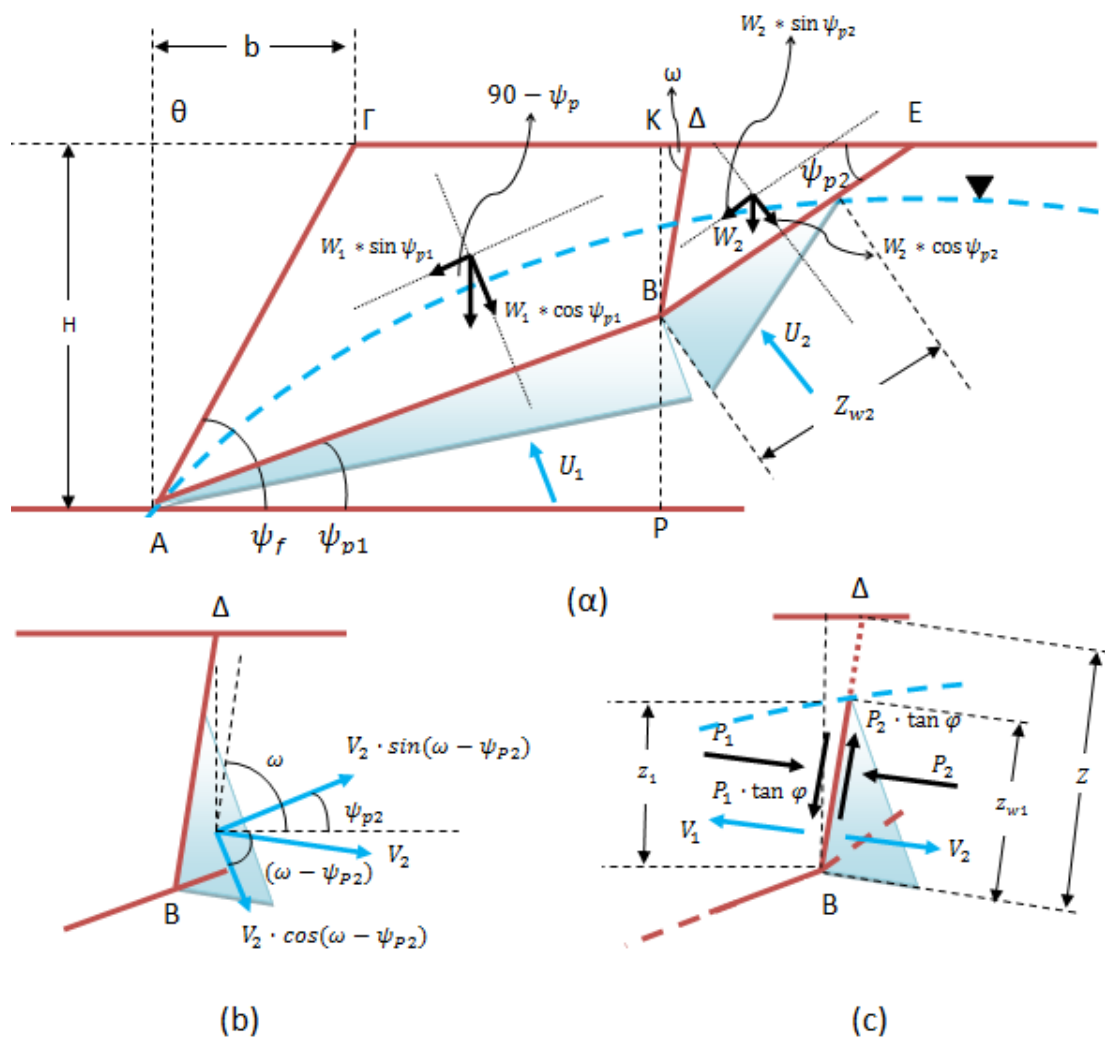
Όπως έχει ήδη αναφερθεί (κεφ. 3), ο μηχανισμός της αστοχίας σε επίπεδη επιφάνεια, αποτελείται από μια ασυνέχεια που διαπερνά τη μάζα του πρανούς και τέμνει το μέτωπό του ή από μια προϋπάρχουσα κεκλιμένη ασυνέχεια και μια εφελκυστική ρωγμή που είναι κατακόρυφη ή παρακατακόρυφη. Αποτελεί ένα από τους πιο απλούς μηχανισμούς και είναι σχετικά εύκολος για την ανάλυση της ευστάθειας (Wyllie & Mah, 2004).

Πρόσθετα, υπάρχει περίπτωση, λόγω τεκτονισμού ή και διάδοσης ρωγμών κατά την διαμόρφωση του πρανούς (π.χ. η δημιουργία εφελκυστικής ρωγμής στη στέψη του πρανούς) να σχηματίζονται στο πρανές δύο αλληπάλληλα ογκοτεμάχια («μπλοκ») πετρώματος σε επαφή ήτοι το ογκοτεμάχιο 1 που διαμορφώνει το πόδι του πρανούς και το 2 που διαμορφώνει το ανώτερο τεμάχιο της στέψης (Σχ. 4.1-α). Σε αυτή την περίπτωση σχηματίζονται μία πιθανή μη-επίπεδη επιφάνεια ολίσθησης και μια μεγάλης κλίσης που αποτελεί την επαφή των δύο ογκοτεμαχίων. Έτσι κρίνεται σημαντική η ανάλυση της ευστάθειας αυτών ιδιαίτερα όταν βρίσκονται κάτω από τον υδροφόρο ορίζοντα. Αν το ογκοτεμάχιο 1 που είναι πλησιέστερα στο πόδι του πρανούς αρχίζει να ολισθαίνει ενώ το ανώτερο τεμάχιο παραμένει σταθερό τότε η ανάλυση ευστάθειας είναι η γνωστή με μια επίπεδη επιφάνεια και μια εφελκυστική ρωγμή. Αν όμως το ανώτερο ογκοτεμάχιο 2 αρχίσει να ολισθαίνει και ωθεί το κατώτερο ογκοτεμάχιο τότε η ανάλυση ευστάθειας πρέπει να περιλαμβάνει αυτήν την αλληλεπίδραση των δύο ογκοτεμαχίων και αυτός είναι ο στόχος της παρακάτω ανάλυσης.

Έστω ένα πρανές στο παρακάτω σχήμα (Σχ. 4.1-α), όπου αποτελείται από δύο «μπλοκ» (αριθμούνται για μεγαλύτερη ευκολία, 1 αυτό στα αριστερά και 2 αυτό στα δεξιά) με εμβαδόν  $A_1$  και  $A_2$  αντίστοιχα και χρειάζεται να εξεταστεί η ευστάθεια αυτού. Το πέτρωμα είναι κορεσμένο με νερό σε ένα βαθμό και αναπτύσσονται πιέσεις των πόρων στις δυο επιφάνειες ολίσθησης των μπλοκ, ( $U_1, U_2$ ) καθώς και στην ρωγμή ανάμεσά τους ( $V_1, V_2$ ). Οι πιέσεις αυτές αναπαριστώνται με τα σκιαγραφημένα τρίγωνα. Οι γνωστές μηχανικές παράμετροι του εδάφους και οι γεωμετρικές σταθερές του πρανούς, προσδιορίζονται ως:

- Ύψος πρανούς,  $H$
- Ύψος ρωγμής (κεκλιμένο),  $Z$
- Συνοχή,  $c$
- Οριζόντια απόσταση από το πόδι μέχρι το φρύδι του πρανούς,  $b$
- Γωνία εσωτερικής τριβής,  $\varphi$

- Κλίση μετώπου του πρανούς,  $\psi_f$
- Κλίση επιφάνειας ολίσθησης στο μπλοκ 1 από το οριζόντιο,  $\psi_{p1}$
- Κλίση επιφάνειας ολίσθησης στο μπλοκ 2 από το οριζόντιο,  $\psi_{p2}$
- Κλίση ρωγμής μεταξύ των δυο μπλοκ από το οριζόντιο επίπεδο,  $\omega$
- Ειδικό βάρος νερού των δυο μπλοκ,  $\gamma_w$
- Ειδικό βάρος εδάφους,  $\gamma_r$
- Ύψος υδροφόρου ορίζοντα (κατακόρυφο) από την βάση της ρωγμής μεταξύ των δυο μπλοκ,  $z_1$  ενώ το κεκλιμένο,  $z_{w1}$
- Ύψος υδροφόρου ορίζοντα από την βάση της ρωγμής κατά μήκος της επιφάνειας αστοχίας (A2),  $z_{w2}$



Σχήμα 4. 1: α) Μοντέλο πρανού με δυο μπλοκ, β) Παράδειγμα ανάλυσης της πίεσης που ασκεί το νερό στο μπλοκ 2 από την ρωγμή ( $V_2$ ), γ) εντατικό πεδίο στην ρωγμή που αποτελείται από τις πιέσεις του νερού ( $V_1, V_2$ ) και τις δυνάμεις που αναπτύσσουν μεταξύ τους τα δύο μπλοκ, σε περίπτωση αστοχίας του μπλοκ 2.

Για την ευστάθεια του πρανούς, σημαντικό παράγοντα αποτελεί η ευστάθεια του μπλοκ 2. Υπάρχουν δυο περιπτώσεις. Αν το μπλοκ 2 παραμένει σταθερό με τις εξωτερικές πιέσεις, τότε το συνολικό πρανές θα παραμείνει σταθερό, αν το μπλοκ 1

είναι σταθερό. Όμως, αν το μπλοκ 2, αστοχήσει, τότε θα ασκηθούν τάσεις (δυνάμεις) μεταξύ των δύο μπλοκ ίσες και αντίθετες (Σχ. 4.1-c). Αυτές θα αποτελούνται από, τις  $p_1$ ,  $p_1 \cdot \tan \varphi$  (ορθή και διατμητική τάση που ασκεί το μπλοκ 1 στο μπλοκ 2 αντίστοιχα) και τις  $p_2$ ,  $p_2 \cdot \tan \varphi$  (ορθή και διατμητική τάση που ασκεί το μπλοκ 2 στο μπλοκ 1 αντίστοιχα).

Σημείωση: Οι δυνάμεις που ασκούνται στο μπλοκ 1, περιέχουν το δείκτη ένα ενώ αυτές που ασκούνται στο μπλοκ 2, δείκτη δύο. Όμως η δύναμη που ασκεί το μπλοκ 2 στο μπλοκ 1, κατά την αστοχία, έχει συμβολισμό, P με δείκτη 2 και όχι 1. Αντίστοιχα και για τη δύναμη που ασκεί το μπλοκ 1 στο μπλοκ 2.

Συμπερασματικά, σημαντικό παράγοντα για την ευστάθεια του πρανούς, αποτελεί και η συμπεριφορά του μπλοκ 2. Έτσι, θα εξεταστεί αρχικά η ευστάθεια αυτού και ανάλογα, η ευστάθεια του μπλοκ 1.

Αρχικά, ξεκινάμε με τον υπολογισμό του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 2. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει στο πρώτο κεφάλαιο, ο συντελεστής ασφάλειας ορίζεται ως:

$$FS_2 = \frac{c \cdot A + \sum F_n \cdot \tan \varphi}{F_e (\text{διατμητικ ή δύναμη})} \quad (4.1)$$

$$\text{Στο τρίγωνο } K\Lambda B: \sin \omega = \frac{KB}{\Delta B} \Rightarrow KB = Z \cdot \sin \omega \quad (4.2)$$

$$\text{Στο τρίγωνο } KEB: \sin \psi_{p2} = \frac{KB}{BE} \Rightarrow BE = A2 = \frac{Z \cdot \sin \omega}{\sin \psi_{p2}} \quad (4.3)$$

$$\tan \psi_{p2} = \frac{KB}{KE} \Rightarrow KE = \frac{Z \cdot \sin \omega}{\tan \psi_{p2}} \quad (4.4)$$

$$\text{Στο τρίγωνο } K\Lambda\Delta: \tan \omega = \frac{KB}{K\Delta} \Rightarrow K\Delta = \frac{Z \cdot \sin \omega}{\tan \omega} \quad (4.5)$$

$$\text{Η πίεση του νερού στην ρωγμή, } V_2: V_2 = \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot Z_{w1} \cdot Z_1 \quad (4.6)$$

$$\text{Η πίεση του νερού στην επιφάνεια ολίσθησης, } U_2: U_2 = \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot Z_{w2} \cdot Z_1 \quad (4.7)$$

$$\text{Το βάρος του μπλοκ 2, } W_2: W_2 = [E(KBE) - E(KB\Delta)] \cdot \gamma_r \Rightarrow$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot (Z \cdot \sin \omega)^2 \cdot \gamma_r \cdot \left( \frac{1}{\tan \psi_{p2}} - \frac{1}{\tan \omega} \right) \quad (4.8)$$

Οι ορθές δυνάμεις (κάθετες στην επιφάνεια ολίσθησης, A2),  $F_N$ :

$$F_N = W_2 \cdot \cos \psi_{p2} - U_2 + V_2 \cdot \cos(\omega - \psi_{p2}) \quad (4.9)$$

Οι δυνάμεις που τείνουν να προκαλέσουν αστοχία:,  $F_e$ :

$$F_e = W_2 \cdot \sin \psi_{p2} - V_2 \cdot \sin(\omega - \psi_{p2}) \quad (4.10)$$

Τελικά ο συντελεστής ασφάλειας του μπλοκ 2,  $FS_2$  είναι:

$$FS_2 = \frac{c \cdot A_2 + F_N \cdot \tan \varphi}{F_e} \quad (4.11)$$

Αν ο συντελεστής ασφάλειας του Block 2 υπολογιστεί πάνω από την τιμή 1, τότε το πρανές θα παραμείνει σταθερό, αν και το μπλοκ 1 είναι σταθερό. Αν όμως είναι κάτω από 1, χρειάζεται να υπολογιστεί ο συντελεστής ασφάλειας του Block 1 ( $FS_1$ ). Αυτός υπολογίζεται παρακάτω.

$$\begin{aligned} \text{Στο τρίγωνο } ABP: \sin \psi_{p1} &= \frac{BP}{AB} \Rightarrow AB = \frac{BP}{\sin \psi_{p1}} \Rightarrow AB = \frac{H-KB}{\sin \psi_{p1}} \Rightarrow \\ \Rightarrow AB &= A1 = \frac{H-Z \cdot \sin \omega}{\sin \psi_{p1}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\cos \psi_{p1} = \frac{AP}{AB} \Rightarrow AP = A1 \cdot \cos \psi_{p1} = \frac{H-Z \cdot \sin \omega}{\sin \psi_{p1}} \cdot \cos \psi_{p1} \quad (4.13)$$

$H$  πίεση του νερού στην ρωγμή,  $V_1$  συμπίπτει με την πίεση  $V_2$

$$\begin{aligned} H \text{ πίεση του νερού στην επιφάνεια ολίσθησης, } U_1: U_1 &= \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot z_1 \cdot AB \Rightarrow \\ \Rightarrow U_1 &= \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot z_1 \cdot \frac{H-Z \cdot \sin \omega}{\sin \psi_{p1}} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Οριζόντια απόσταση από το «πόδι» στο «φρύδι» του πρανούς,  $b$ :

$$b = \frac{H}{\tan \psi_f} \quad (4.15)$$

Το βάρος του μπλοκ 1,  $W_1$ :

$$\begin{aligned} W_1 &= [E(\Theta KPA) + E(K\Delta B) - E(\Theta GA) - E(ABP)] \cdot \gamma_r \Rightarrow \\ W_1 &= (AP \cdot H + \frac{1}{2} \cdot K\Delta \cdot KB - \frac{1}{2} \cdot H \cdot b - \frac{1}{2} \cdot AP \cdot BP) \cdot \gamma_r \Rightarrow \\ W_1 &= \gamma_r \cdot \left( \frac{(H-Z \cdot \sin \omega) \cdot \cos \psi_{p1}}{\sin \psi_{p1}} \cdot \left( H - \frac{1}{2} \cdot (H - Z \cdot \sin \omega) \right) + \frac{1}{2} \cdot \right. \\ &\quad \left. \frac{(Z \cdot \sin \omega)^2}{\tan \omega} - \frac{1}{2} \cdot H \cdot b \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Οι ορθές δυνάμεις (κάθετες στην επιφάνεια ολίσθησης,  $AI$ ),  $F_N$ :

$$\begin{aligned} F_N &= W_1 \cdot \cos \psi_{p1} - U_1 - V_1 \cdot \cos(\omega - \psi_{p1}) - P_2 \cdot \cos(\omega - \psi_{p1}) - \\ &P_2 \cdot \tan \varphi \cdot \sin(\omega - \psi_{p1}) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Οι δυνάμεις που τείνουν να προκαλέσουν αστοχία:,  $F_e$ :

$$\begin{aligned} F_e &= W_1 \cdot \sin \psi_{p1} + V_1 \cdot \sin(\omega - \psi_{p1}) + P_2 \cdot \sin(\omega - \psi_{p1}) - P_2 \cdot \\ &\tan \varphi \cdot \cos(\omega - \psi_{p1}) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Για την εύρεση των δυνάμεων αλληλεπίδρασης των μπλοκ, θεωρούμε οριακή ισορροπία στο μπλοκ 2, πριν την αστοχία (FS=1).

Αυτό συνεπάγεται στο ότι οι δυνάμεις που συμβάλλουν στην ευστάθεια του μπλοκ, ισούνται με τις δυνάμεις που τείνουν να προκαλέσουν την αστοχία. Έτσι:

$$c \cdot A + F_N \cdot \tan \varphi = \tau_e \Leftrightarrow \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} c \cdot BE + (W_2 \cdot \cos \psi_{P2} - U_2 + V_2 \cdot \cos(\omega - \psi_{P2}) + \cos(\omega - \psi_{P2}) \\ \cdot P_1 + \sin(\omega - \psi_{P2}) \cdot P_1 \cdot \tan \varphi) \cdot \tan \varphi = W_2 \cdot \sin \psi_{P2} - \\ V_2 \cdot \sin(\omega - \psi_{P2}) - \sin(\omega - \psi_{P2}) \cdot P_1 + \cos(\omega - \psi_{P2}) \cdot P_1 \cdot \tan \varphi \end{aligned} \quad (4.20)$$

Από αντικαταστάσεις και πράξεις, η δύναμη,  $P_1$  που ασκεί το μπλοκ 1 στο μπλοκ 2 κατά την ισορροπία ισούται με:

$$\begin{aligned} P_1 = \left[ \frac{c \cdot Z \cdot \sin \omega}{\sin \psi_{P2}} + \frac{1}{2} \cdot Z^2 \cdot \sin^2 \omega \cdot \gamma_r \cdot \left( \frac{1}{\tan \psi_{P2}} - \frac{1}{\tan \omega} \right) \cdot (\cos \psi_{P2} \right. \\ \cdot \tan \varphi - \sin \psi_{P2}) + \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot Z_{W1} \cdot Z_1 \cdot (\cos(\omega - \psi_{P2}) \cdot \tan \varphi + \\ \sin(\omega - \psi_{P2})) - \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot Z_{W2} \cdot Z_1 \cdot \tan \varphi \left. \right] / [\sin(\omega - \psi_{P2}) + \\ \sin(\omega - \psi_{P2}) \cdot \tan^2(\varphi)] \quad (3.33) \end{aligned}$$

Τελικά ο συντελεστής ασφάλειας του μπλοκ 1 είναι:

$$FS_1 = \frac{c \cdot A_1 + F_N \cdot \tan \varphi}{F_e} \quad (4.21)$$

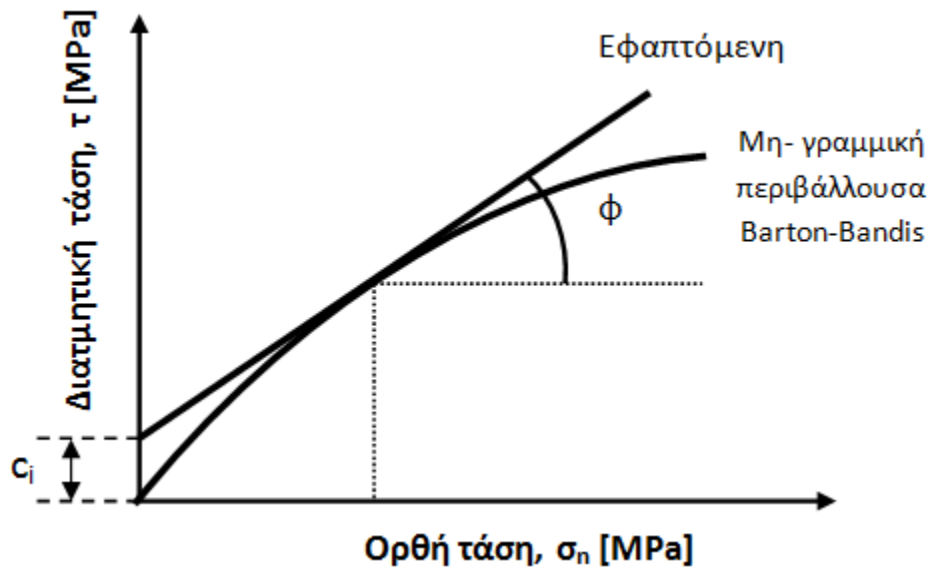
Για τον υπολογισμό των συντελεστών ασφαλείας των μπλοκ του σχήματος (Σχ. 4.1) θεωρήσαμε για την διατμητική αντοχή, το γραμμικό κριτήριο Mohr-Coulomb. Παράλληλα, σημαντική αποτελεί και η συνεισφορά των μη-γραμμικών κριτηρίων στην ευστάθεια, όπως για παράδειγμα το κριτήριο Barton-Bandis (Σχ. 4.2).

Κατά τον κριτήριο αυτό, όπως έχει ήδη αναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια (Κεφ. 2.2), σημαντικό ρόλο στην αστοχία, παίζει η τραχύτητα. Αυτή αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα στην γωνία εσωτερικής τριβής,  $\varphi$ . Και αυτό γιατί σε μικρές τάσεις, η γωνία εσωτερικής τριβής, δεν είναι η βασική γωνία τριβής,  $\varphi_b$  αλλά προστίθεται και η γωνία των επιφανειακών ανωμαλιών ( $i$ ) στην επιφάνεια ολίσθησης. Έτσι, η τιμή της ευστάθειας αυξάνεται αφού αυξάνεται η κλίση της περιβάλλουσας στο διάγραμμα  $\tau - \sigma$  (Σχ. 1.6). Όμως από ένα σημείο και μετά (από μία τιμή της ορθής τάσης) θα αρχίσει να μειώνεται η κλίση καθώς «σπάνε» οι επιφανειακές ανωμαλίες και παίρνει την αρχική βασική γωνία τριβής,  $\varphi_b$  ή την παραμένουσα γωνία τριβής,  $\varphi_r$ . Για την εύρεση των παραμέτρων του μη-γραμμικού κριτηρίου, παίρνουμε την εφαπτόμενη ευθεία επάνω στην καμπύλη αυτού, παραγωγίζοντας την μη-

γραμμική εξίσωση του Barton-Bandis (εξ. 2.11) για μια συγκεκριμένη τιμή της ορθής τάσης,  $\sigma_n$  και της υπολογισμένης διατμητικής τάσης,  $\tau$ . Από εκεί υπολογίζουμε την γωνία εσωτερικής τριβής με την χρήση της αντίστροφης εφαπτομένης και στη συνέχεια την συνοχή από την σχέση  $c_i = \tau - \sigma'_n \cdot \tan \varphi'_i$ .

Συνεπώς, η παράγωγος του μη-γραμμικού κριτηρίου ισούται με:

$$\tan \varphi_i = \tan \left( \varphi_r + JRC \cdot \log_{10} \frac{JCS}{\sigma_n} \right) - [1 + \tan^2 \left( \varphi_r + JRC \cdot \log_{10} \frac{JCS}{\sigma_n} \right) \cdot \frac{\pi \cdot JRC}{180 \cdot \ln 10}] \quad (4.22)$$



Σχήμα 4. 2: Μη-γραμμικό κριτήριο Barton-Bandis

## Κεφάλαιο 5. Υπολογισμός συντελεστή ασφάλειας με γραμμικές και μη-γραμμικές μεθόδους

Θεωρούμε το πρανές του Σχ. 4.1, όπως στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ο συντελεστής ασφάλειας υπολογίζεται εδώ με τη χρήση του λογισμικού Matlab, με γραμμικές και μη-γραμμικές μεθόδους (ενότ. 2.1, 2.2). Όπως έχει αναφερθεί για την αποτροπή της αστοχίας του, χρειαζόμαστε υψηλή τιμή του συντελεστή ασφάλειας ( $> 1.2$ ). Τα χαρακτηριστικά του πρανούς αυτού είναι:

- Ύψος πρανούς,  $H = 12 \text{ m}$
- Γωνία κλίσης μετώπου,  $\psi_f = 60^\circ$
- Γωνία κλίσης της επιφάνειας αστοχίας του μπλοκ 1,  $\psi_{p1} = 24^\circ$
- Γωνία κλίσης της επιφάνειας αστοχίας του μπλοκ 2,  $\psi_{p2} = 35^\circ$
- Γωνία κλίσης της εφελκυστικής ρωγμής από το οριζόντιο επίπεδο,  $\omega = 80^\circ$
- Μήκος ασυνέχειας (κεκλιμένο),  $Z = 6 \text{ m}$
- Συνοχή,  $c = 15 \text{ kPa}$
- Γωνία εσωτερικής τριβής,  $\varphi = 30^\circ$
- Ειδικό βάρος νερού των δυο μπλοκ,  $\gamma_w = 9.81 \text{ kN/m}^3$
- Ειδικό βάρος εδάφους,  $\gamma_r = 30 \text{ kN/m}^3$
- Ύψος υδροφόρου ορίζοντα (κατακόρυφο) από την βάση της ρωγμής μεταξύ των δυο μπλοκ,  $z_1 = 4 \text{ m}$  ενώ το κεκλιμένο,  $z_{w1} = 4.2 \text{ m}$
- Ύψος υδροφόρου ορίζοντα από την βάση της ρωγμής κατά μήκος της επιφάνειας αστοχίας (A2),  $z_{w2} = 7 \text{ m}$

### Γραμμικό κριτήριο Mohr-Coulomb

Αρχικά εξετάζεται η ευστάθεια του μπλοκ 2 και σε περίπτωση αστοχίας ελέγχεται η ευστάθεια του μπλοκ 1, χρησιμοποιώντας τους παραμέτρους του Mohr-Coulomb,  $c$ ,  $\varphi$  (Πιν. 5.1)

**Πίνακας 5. 1: Τιμές του συντελεστή ασφάλειας χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Matlab, για το γραμμικό κριτήριο του Mohr-Coulomb.**

Μπλοκ	Συντελεστής ασφάλειας	Κατάσταση
2	<b>1.31</b>	Σταθερό
1	<b>1.24</b>	Σταθερό
Πρανές		Δεν αστοχεί

Οι τιμή του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 2, είναι αρκετά υψηλή με αποτέλεσμα να μην αστοχεί οπότε το πρανές παραμένει, σταθερό.



### Μη-Γραμμικό κριτήριο Barton-Bandis

Για την ευστάθεια αυτού, χρησιμοποιείται και πάλι ο συντελεστής ασφάλειας αλλά με διαφορετικές τιμές των παραμέτρων,  $c$  και  $\varphi$ . Με τη χρήση του προγράμματος, Excel απεικονίζεται η μη-γραμμική καμπύλη του κριτηρίου αυτού καθώς και η εφαπτόμενη σε μια τιμή της ορθής τάσης (δύναμη),  $F_N$  που αναπτύσσεται στην επιφάνεια ολίσθησης του αντίστοιχου μπλοκ. Οι παράμετροι του κριτηρίου αυτού για το μπλοκ 2 απεικονίζονται στον παρακάτω Πίνακα 5.2.

**Πίνακας 5. 2: Παράμετροι του κριτηρίου, Barton-Bandis για το μπλοκ 2.**

JRC (joint roughness coefficient)	12
JCS (joint compressive strength)	30 [MPa]
$\varphi_r$ (παραμένουσα γωνία εσωτερικής τριβής)	15°
$F_N$ (Ορθή τάση (δύναμη) στην επιφάνεια ολίσθησης)	457.96 [KN]
A2 (Εμβαδόν επιφάνειας ολίσθησης)	10.30 [m <sup>2</sup> ]
$\sigma_N = \frac{F_N}{A2}$ (Ορθή τάση στην επιφάνεια ολίσθησης)	0.0444 [MPa]

Έτσι, σχεδιάζεται το παρακάτω σχήμα (Σχ. 5.1), που απεικονίζει την μη-γραμμική καμπύλη του κριτηρίου Barton-Bandis και την εφαπτομένη στην τιμή της ορθής τάσης, 0.0444 MPa με αρχική ορθή τάση,  $\sigma_{n,min} = 0.001 \text{ MPa}$  και με ζεύγος τιμών,  $\tau$  (MPa),  $\sigma$  (MPa) (Πιν. 5.3).

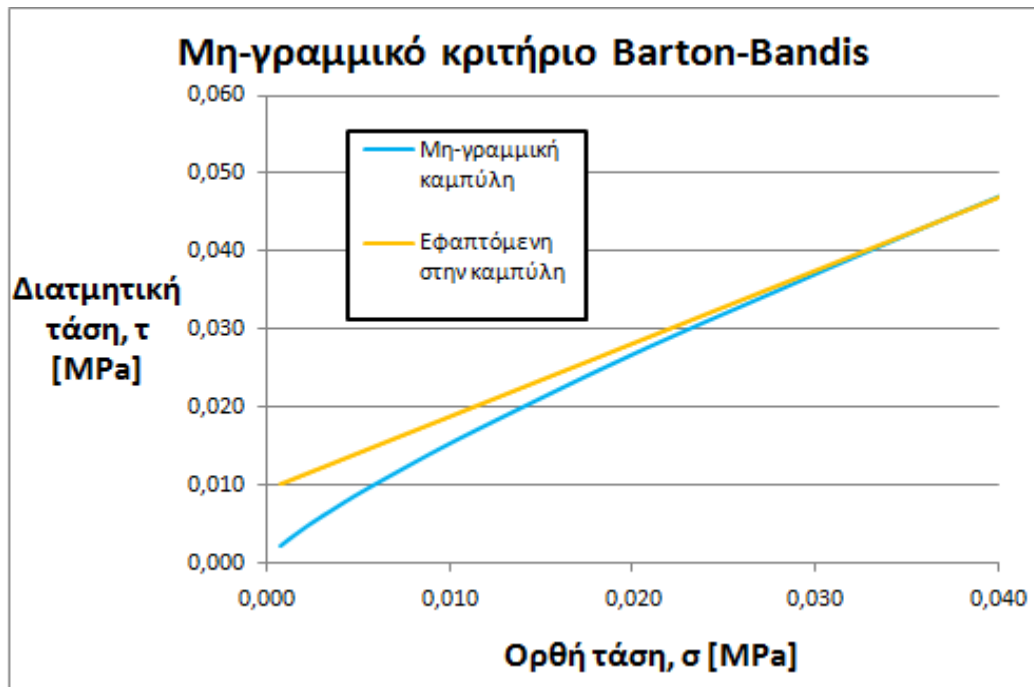
**Πίνακας 5. 3: Υπολογισμένες τιμές της ορθής και διατμητικής τάσης, για την σχεδίαση της μη-γραμμικής καμπύλης του μπλοκ 2.**

$\sigma_n$ [MPa]	$\tau$ [MPa]
0,001	0,002
0,002	0,004
0,003	0,006
0,006	0,01
0,013	0,018
0,025	0,032
0,05	0,056
0,1	0,099
0,2	0,175
$\tau = \sigma_n \cdot \tan(JRC \cdot \log_{10} \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_r)$	

Πίνακας 5. 4: Υπολογισμός παραμέτρων, για την σχεδίαση της εφαπτόμενης στην καμπύλη του μπλοκ 2.

$c' [MPa]$	$\varphi' ^\circ$	Παράγωγος
$c' = \tau' - \sigma_n \cdot \tan \varphi'$  0.009	$\varphi' = \tan^{-1} \left( \frac{\partial \tau}{\partial \sigma_n'} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$  43.15	$\frac{\partial \tau}{\partial \sigma_n}$  0.93
$\frac{\partial \tau}{\partial \sigma_n} = \tan \left( JRC \cdot \log \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_r \right) - \frac{\pi \cdot JRC}{180 \cdot \ln 10} \cdot \left[ \tan^2 \left( JRC \cdot \log \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_r \right) + 1 \right]$		
$\sigma_{n,min} = 10^{\log(JCS) - \left( \frac{70 - \varphi_r}{JRC} \right)}$		
$\sigma_n [MPa]$	$\tau' [MPa]$	
0,001	0,01	
0,002	0,01	
0,003	0,012	
0,006	0,015	
0,013	0,021	
0,025	0,032	
0,05	0,056	
0,1	0,103	
0,2	0,197	
$\tau' = c' + \sigma_n \cdot \tan \varphi'$		

Για την εύρεση την συνοχής,  $c'$  προεκτείνεται η εφαπτόμενη μέχρι να τμήσει τον άξονα της διατμητικής τάσης και η κλίση αυτής αποτελεί την γωνία εσωτερικής τριβής,  $\varphi'$ . Από το πρόγραμμα Excel, οι παράμετροι αυτοί υπολογίζονται στον [Πιν.5.4](#).



Σχήμα 5. 1: Μη-γραμμική καμπύλη του κριτηρίου Barton-Bandis και η γραμμική εφαπτόμενη (περιβάλλουσα) για τον υπολογισμό των παραμέτρων  $\varphi$  και  $c$  για το μπλοκ 2.

Οι παράμετροι για το μπλοκ 1 ορίζονται ως:

Πίνακας 5. 5: Παράμετροι του κριτηρίου, Barton-Bandis για το μπλοκ 1.

JRC (joint roughness coefficient)	12
JCS (joint compressive strength)	30 [MPa]
$\varphi_r$ (παραμένουσα γωνία εσωτερικής τριβής)	15°
$F_N$ (Ορθή τάση (δύναμη) στην επιφάνεια ολίσθησης)	1962 [KN]
A1 (Εμβαδόν επιφάνειας ολίσθησης)	14.97 [m <sup>2</sup> ]
$\sigma_N = \frac{F_N}{A1}$ (Ορθή τάση στην επιφάνεια ολίσθησης)	0.131 [MPa]

Η μη-γραμμική καμπύλη του κριτηρίου Barton-Bandis για την τιμή της ορθής τάσης, 0.131 MPa με αρχική ορθή τάση,  $\sigma_{n,min} = 0.001 \text{ MPa}$  απεικονίζεται στο Σχήμα 5.2.

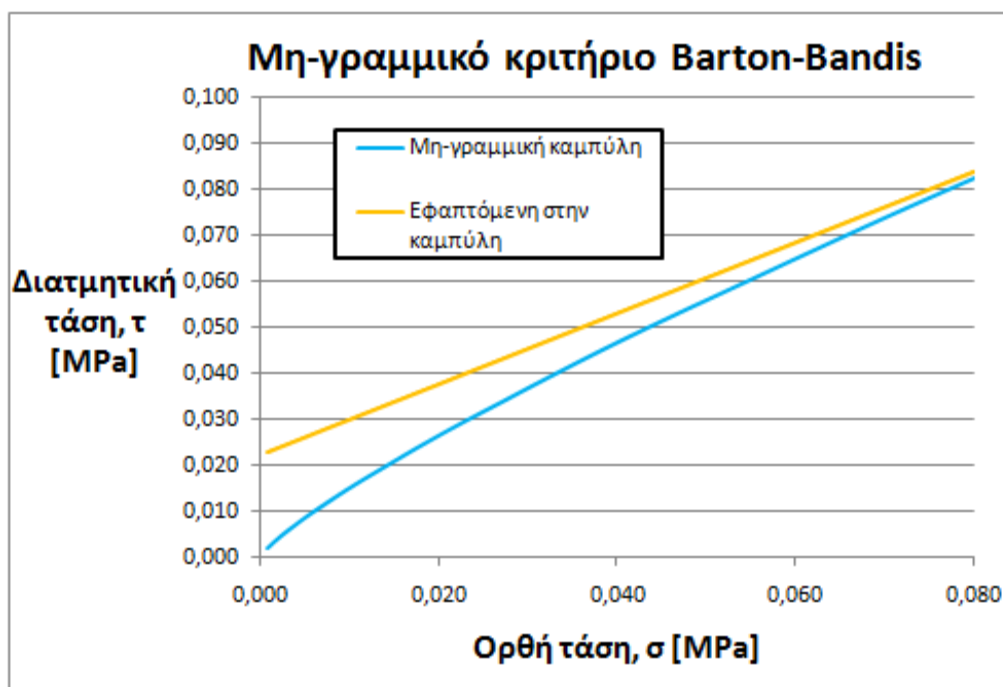
Πίνακας 5. 6: Υπολογισμένες τιμές της ορθής και διατμητικής τάσης, για την σχεδίαση της μη-γραμμικής καμπύλης του μπλοκ 1.

$\sigma_n$ [MPa]	$\tau$ [MPa]
0,001	0,002
0,002	0,004
0,003	0,006
0,006	0,01
0,013	0,018
0,025	0,032
0,05	0,056
0,1	0,099
0,2	0,175
$\tau = \sigma_n \cdot \tan(JRC \cdot \log_{10} \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_r)$	

Πίνακας 5. 7: Υπολογισμός παραμέτρων, για την σχεδίαση της εφαπτόμενης στην καμπύλη, του μπλοκ 1.

$c'$ [MPa]	$\varphi'^{\circ}$	Παράγωγος
$c' = \tau' - \sigma_n \cdot \tan \varphi'$ <p>0.022</p>	$\varphi' = \tan^{-1} \left( \frac{\partial \tau}{\partial \sigma_n'} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$ <p>37.63</p>	$\frac{\partial \tau}{\partial \sigma_n}$ <p>0.77</p>
$\frac{\partial \tau}{\partial \sigma_n} = \tan \left( JRC \cdot \log \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_r \right) - \frac{\pi \cdot JRC}{180 \cdot \ln 10} \cdot \left[ \tan^2 \left( JRC \cdot \log \frac{JCS}{\sigma_n} + \varphi_r \right) + 1 \right]$		
$\sigma_{n,min} = 10^{\log(JCS) - \left( \frac{70 - \varphi_r}{JRC} \right)}$		
$\sigma_n$ [MPa]	$\tau'$ [MPa]	
0,001	0,0231	
0,002	0,0237	
0,003	0,0249	
0,006	0,0273	
0,013	0,0321	
0,025	0,0418	
0,05	0,0611	
0,1	0,0998	
0,2	0,177	
$\tau' = c' + \sigma_n \cdot \tan \varphi'$		

Για την εύρεση την συνοχής,  $c'$  προεκτείνεται η εφαπτόμενη μέχρι να τμήσει τον άξονα της διατμητικής τάσης και η κλίση αυτής αποτελεί την γωνία εσωτερικής τριβής,  $\varphi'$ . Από το πρόγραμμα Excel, οι παράμετροι αυτοί υπολογίζονται στον [Πιν.5.7](#).



**Σχήμα 5. 2:** Μη-γραμμική καμπύλη του κριτηρίου Barton-Bandis και η γραμμική εφαπτόμενη (περιβάλλουσα) για τον υπολογισμό των παραμέτρων  $\varphi$  και  $c$  για το μπλοκ 1.

Ο συντελεστής ασφάλειας αυτού με τις νέες τιμές των παραμέτρων της συνοχής και της γωνίας εσωτερικής τριβής του κριτηρίου Barton-Bandis, υπολογίζεται στον παρακάτω πίνακα ([Πιν. 5.8](#)).

**Πίνακας 5. 8:** Τιμές των συντελεστών ασφάλειας των δυο μπλοκ χρησιμοποιώντας τις υπολογισμένες παραμέτρους του κριτηρίου Barton-Bandis.

Μπλοκ	Συντελεστής ασφάλειας	Κατάσταση
2	<b>1.83</b>	Ευσταθές
1	<b>1.69</b>	Ευσταθές
Πρανές		Ευσταθές

Παρατηρούμε ότι οι τιμές των συντελεστών ασφάλειας και των δυο μπλοκ, αυξάνονται σε μεγάλο βαθμό, αφού αυξάνεται η συνοχή και η τιμή της γωνίας εσωτερικής τριβής. Η προσθήκη της τραχύτητας στην επιφάνεια ολίσθησης αποδίδει μεγαλύτερη ευστάθεια αυξάνοντας την γωνία τριβής αφού τώρα η ολίσθηση εξαρτάται από την συμπλοκή των επιφανειών της ασυνέχειας μεταξύ τους. Αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη.

## Κεφάλαιο 6. Χρήση πιθανοκρατικών μεθόδων για την εύρεση της πιθανότητας αστοχίας

Χρησιμοποιώντας τις πιθανοκρατικές μεθόδους για τον υπολογισμό του συντελεστή ασφάλειας ενός πρανούς, εξάγονται αρκετά συμπεράσματα για την διακύμανση αυτού ανάλογα με τις εκτιμήσεις των αρχικών τιμών των παραμέτρων του και εξετάζεται η πιθανότητα αστοχίας αυτού. Στη συνέχεια, όπως έχει αναφερθεί στο πρώτο κεφάλαιο, υπάρχουν περιπτώσεις, που οι πιθανοκρατικές μέθοδοι μπορούν να υπολογίσουν μεγάλη πιθανότητα αστοχίας, ακόμα και αν ο συντελεστής ασφάλειας είναι πάνω από κάποιες οριακές τιμές. Έτσι, μπορούμε να συμπεράνουμε πως οι πιθανοκρατικές μέθοδοι είναι πιο πλήρης σε αντιδιαστολή με τις ντετερμινιστικές μεθόδους και χρησιμοποιείται ολοένα και περισσότερο για την ανάλυση της ευστάθειας. Αποτελούν ένα πολύ σημαντικό παράγοντα καθώς μπορούμε να εξετάσουμε την ευστάθεια ενός σχηματισμού λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων του και να υπολογίσουμε την πιθανότητα αστοχίας αυτού.

Αρχικά ορίζουμε τις τιμές των παραμέτρων (γεωμετρικές, μηχανικές) του πρανούς που θα χρησιμοποιηθούν για την εύρεση της πιθανότητας αστοχίας. Αυτές συμπεριλαμβάνουν:

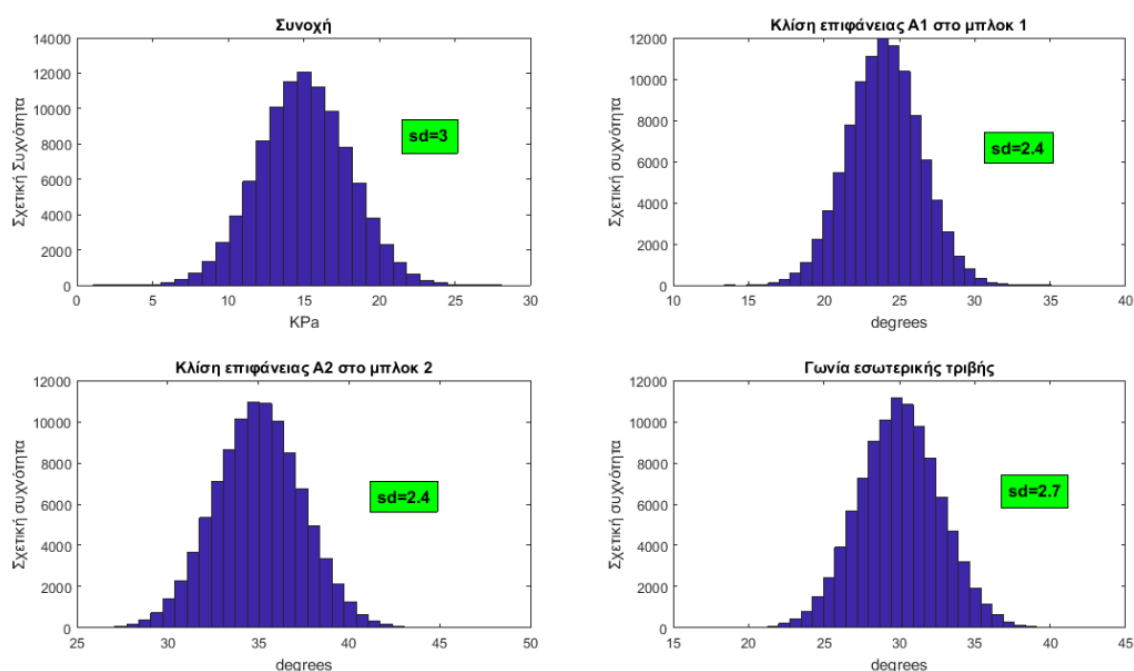
- Ύψος πρανούς,  $H = 12 \text{ m}$
- Αριθμός δεδομένων,  $n = 100000$
- Γωνία κλίσης μετώπου,  $\psi_f = 60^\circ$
- Γωνία κλίσης της εφελκυστικής ρωγμής από το οριζόντιο επίπεδο,  $\omega = 80^\circ$
- Μήκος ασυνέχειας (κεκλιμένο),  $Z = 6 \text{ m}$
- Ειδικό βάρος νερού των δυο μπλοκ,  $\gamma_w = 9.81 \text{ kN/m}^3$
- Ειδικό βάρος εδάφους,  $\gamma_r = 30 \text{ kN/m}^3$
- Ύψος υδροφόρου ορίζοντα (κατακόρυφο) από την βάση της ρωγμής μεταξύ των δυο μπλοκ,  $z_1 = 4 \text{ m}$  ενώ το κεκλιμένο,  $z_{w1} = 4.2 \text{ m}$
- Ύψος υδροφόρου ορίζοντα από την βάση της ρωγμής κατά μήκος της επιφάνειας αστοχίας  $A_2$ ,  $z_{w2} = 7 \text{ m}$

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο *Monte-Carlo* στο πρόγραμμα Matlab, εισάγουμε μια σειρά από  $n = 100000$  τιμές σε κάθε μια από τις παρακάτω παραμέτρους ([Πιν. 6.1](#)) θεωρώντας ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή με μια μέση τιμή  $\mu$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$ . Η μέση τιμή (*mean value*) αποτελεί την πιο πιθανή τιμή που μπορεί να πάρει μια μεταβλητή ενώ η τυπική απόκλιση (*standard deviation*) αποτελεί την απόκλιση από την μέση τιμή.

**Πίνακας 6. 1: Δημιουργία μιας σειράς τιμών στις παραμέτρους,  $c$ ,  $\varphi$ ,  $\psi_{P1}$ ,  $\psi_{P2}$  χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Monte Carlo, για την εύρεση  $n$  τιμών του συντελεστή ασφάλειας και η εισαγωγή τιμών στην μέση τιμή και στην τυπική απόκλιση σε κάθε μία.**

Παράμετροι (parameters)	Μέση τιμή – $m_n$ (mean value)	Τυπική απόκλιση – $sd$ (standard deviation)
Συνοχή $c$ [KPa]	15	3
Γωνία εσωτερικής τριβής $\varphi^\circ$	30	2.7
Γωνία κλίσης επιφάνειας αστοχίας του μπλοκ 1 $\psi_{P1}^\circ$	24	2.4
Γωνία κλίσης επιφάνειας αστοχίας του μπλοκ 2 $\psi_{P2}^\circ$	35	2.4

Για την απεικόνιση των τιμών αυτών, χρησιμοποιούμε τα παρακάτω ιστογράμματα (Σχ. 6.1), τα οποία εμφανίζουν την διακύμανση των  $n$  τιμών της κάθε παραμέτρου, γύρω από μια μέση τιμή  $m_n$  και σε διάστημα  $\pm 3 \cdot sd$  (τυπική απόκλιση).



**Σχήμα 6. 1: Ιστογράμματα κανονικής κατανομής των τιμών της συνοχής  $c$ , της γωνίας εσωτερικής τριβής  $\varphi$ , της κλίσης της επιφάνειας ολίσθησης A1 και της κλίσης της επιφάνειας ολίσθησης A2.**

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας όλες τις παραπάνω παραμέτρους, υπολογίζουμε μια διακύμανση του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 2. Αν απεικονίσουμε τις τιμές αυτές σε ένα ιστόγραμμα (Σχ. 6.2), υπάρχουν περιοχές μεγαλύτερες της μονάδας όπου το μπλοκ 2 είναι σταθερό και τιμές μικρότερες της μονάδας όπου το μπλοκ 2 δεν είναι ευσταθές. Για να επέλθει όμως αστοχία στο μπλοκ 2 χρειάζεται να αστοχήσει και το μπλοκ 1 ταυτόχρονα. Έτσι στις τιμές του

συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 2 μικρότερες της μονάδας, υπάρχει περίπτωση να αστοχήσει το μπλοκ 1 από τις αναπτυσσόμενες δυνάμεις ( $FS_1 \leq 1$ ) αλλά και να μην αστοχήσει ( $FS_1 > 1$ ) άρα να μην αστοχήσει το μπλοκ 2. Για το λόγο αυτό, μεταβάλλουμε τις τιμές του μπλοκ 2 ( $FS_2$ ), που είναι μικρότερες ή ίσες της μονάδας ( $FS_2 \leq 1$ ) μαζί με τις τιμές του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 1 μεγαλύτερες της μονάδας  $FS_1 > 1$  και τους δίνουμε την τιμή ένα.

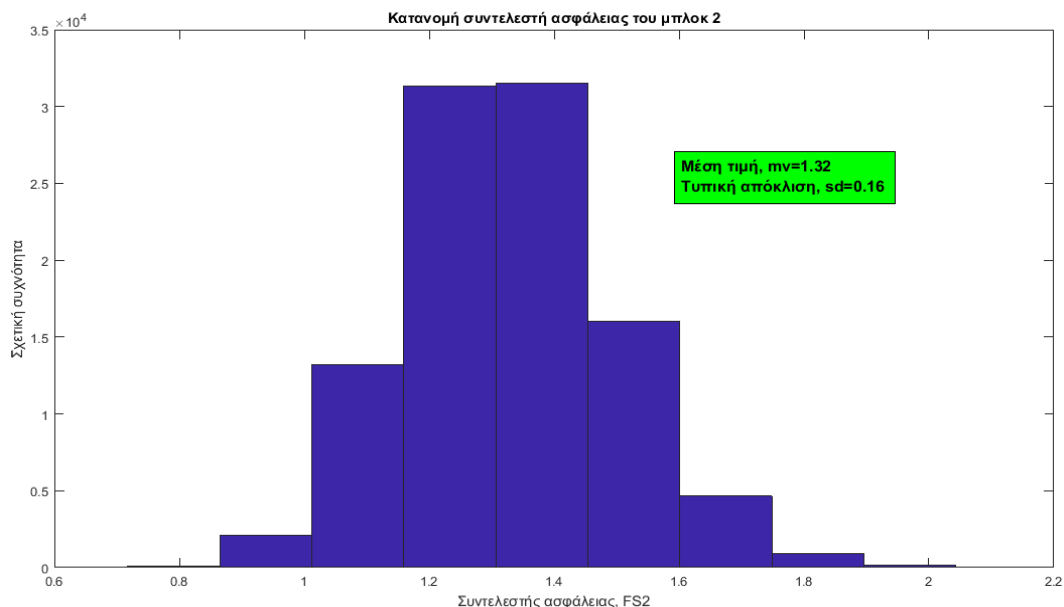
Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται το ιστόγραμμα της κατανομής του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 2 με τον οριζόντιο άξονα να αντιπροσωπεύει τις τιμές του συντελεστή ασφάλειας και τον κατακόρυφο άξονα την συχνότητα των τιμών αυτών. Παρατηρούμε με αυτό τον τρόπο ότι ενώ έχουμε ορίσει όλες τις τιμές του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 2 μεγαλύτερες ή ίσες της μονάδας, ακόμα υπάρχουν κάποιες τιμές που τείνουν να προκαλέσουν την αστοχία ( $< 1$ ). Στην περιοχή αυτή, οι τιμές του συντελεστή ασφάλειας και των δύο μπλοκ είναι μικρότερες της μονάδας, δηλαδή έχουμε αστοχία και των δύο μπλοκ ( $FS_2 \leq 1, FS_1 \leq 1$ ).

Όσον αφορά τις τιμές του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 2, μικρότερες του ένα και αυτές του μπλοκ 1 μεγαλύτερες της μονάδας, αποτελούν περιοχή ανάπτυξης δυνάμεων αλληλεπίδρασης μεταξύ των δυο μπλοκ ( $P_1, P_2$ ). Για αυτές και μόνο τις τιμές, υπολογίζεται μία διακύμανση των δυνάμεων αυτών ανάλογα με τις διαφορετικές τιμές της συνοχής, της γωνίας εσωτερικής τριβής, της κλίσης της επιφάνειας αστοχίας του μπλοκ 1 και τέλος της κλίσης της επιφάνειας αστοχίας του μπλοκ 2 που βρίσκονται στην περιοχή αυτή. Έτσι, είναι δυνατό να βρεθεί η διακύμανση του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 1 σύμφωνα με τις δυνάμεις αυτές ( $P_1, P_2$ ) και να απεικονιστεί σε ιστόγραμμα (Σχ. 6.3). Σύμφωνα με αυτό μπορεί να υπολογιστεί, η πιθανότητα αστοχίας του μπλοκ 1, ως **7.56%**.

Παράλληλα, απαραίτητη είναι η εύρεση της βέλτιστης κατανομής που «ταιριάζει» στα δεδομένα μας. Την κατανομή αυτή, αποτελεί η **λογαριθμοκανονική κατανομή**, η οποία απεικονίζεται στο ιστόγραμμα του μπλοκ 1.

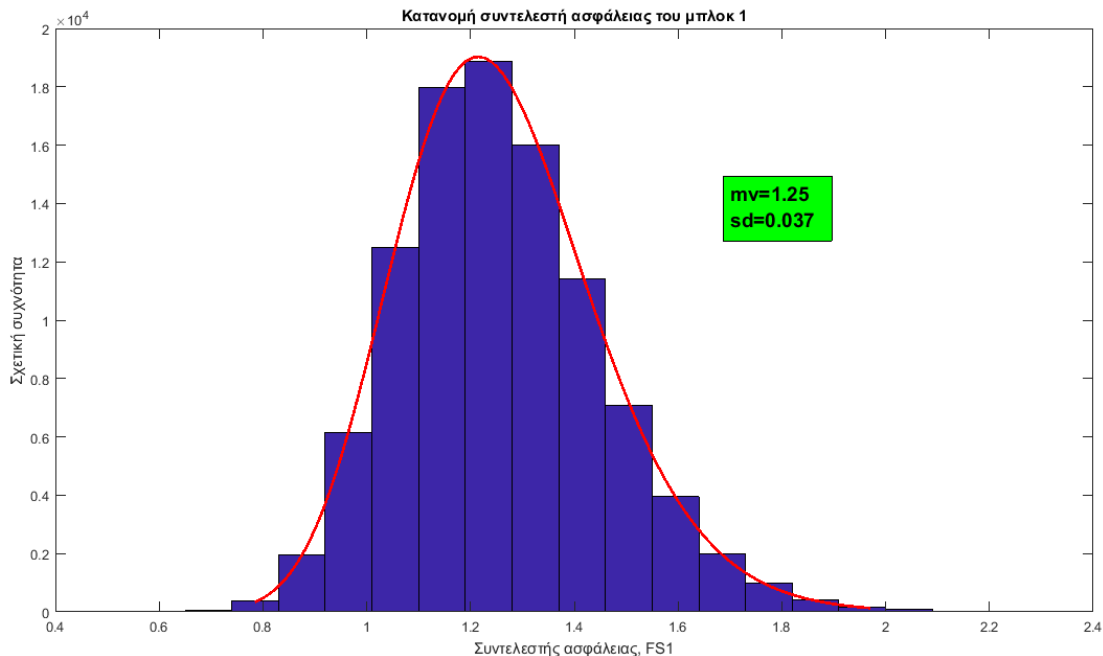
Τέλος όσον αφορά το μπλοκ 2 (Σχ. 6.2) για να αστοχήσει πρέπει να αστοχήσει το μπλοκ 1 (κλειδί) και με βάση αυτό η πιθανότητα αστοχίας του υπολογίζεται με την συνθήκη ότι  $FS_1 \leq 1$  και  $FS_2 \leq 1$  και με βάση αυτό υπολογίζεται η πιθανότητα αστοχίας του ίση με **0.83%**.





**Σχήμα 6. 2: Απεικόνιση της κατανομής του συντελεστή ασφάλειας, στο μπλοκ 2.**

Στη συνέχεια απαραίτητος είναι ο έλεγχος της κατανομής των  $n$  τιμών του συντελεστή ασφάλειας, που έχουν υπολογιστεί στο μπλοκ 1. Για αυτό υπολογίζεται αρχικά, η αθροιστική συνάρτηση κατανομής των τιμών του συντελεστή ασφάλειας ( $pc$ ) δηλαδή τα δεδομένα μας ( $data$ ) και τα απεικονίζουμε σε ένα διάγραμμα (Σχ.6.4) με τον οριζόντιο άξονα να αποτελεί τις υπολογισμένες τιμές του συντελεστή ασφάλειας και τον κατακόρυφο, την αθροιστική συνάρτηση κατανομής.



**Σχήμα 6. 3: Ιστόγραμμα κατανομής των τιμών του συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 1. Η βέλτιστη κατανομή για τα δεδομένα μας είναι η λογαριθμοκανονική κατανομή. Η πιθανότητα αστοχίας αυτού είναι 7.56%.**

Παράλληλα, απεικονίζουμε στο ίδιο διάγραμμα και την λογαριθμοκανονική αθροιστική κατανομή που μπορούμε να εμφανίσουμε από το λογισμικό Matlab (*pcdf*), χρησιμοποιώντας κάποιους αλγορίθμους, ώστε να είναι δυνατός ο έλεγχος της ορθότητας των δεδομένων.

Τέλος, παρουσιάζεται ένα διάγραμμα QQ (Σχ. 6.5) που περιέχει την αθροιστική κατανομή του συντελεστή ασφαλείας και της θεωρητικής λογαριθμοκανονικής αθροιστικής κατανομής που τον περιγράφει. Στο διάγραμμα QQ ο οριζόντιος άξονας είναι η αθροιστική κατανομή του ΣΑ ενώ στον κατακόρυφο είναι η λογαριθμοκανονική αθροιστική κατανομή. Σε αυτόν τον έλεγχο εξετάζεται η απόκλιση από την ευθεία 1:1 όπου αυτό γίνεται με την προσαρμογή **R-SQUARE** ( $R^2$ ). Όσο η τιμή αυτή τείνει στο ένα τόσο συγκλίνει στην ευθεία 1:1. Στην συγκεκριμένη περίπτωση  $R^2 = 0.999$ .

Οπτικά μπορούμε να συμπεράνουμε, πως η λογαριθμοκανονική κατανομή παρουσιάζει καλύτερη προσέγγιση της κατανομής των δεδομένων από ότι την κανονική κατανομή. Υπολογιστικά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το Kolmogorov Smirnov test (*ksd*), δηλαδή να βρούμε την μέγιστη απόσταση μεταξύ των δυο αθροιστικών κατανομών (Πιν. 6.2), εφαρμόζοντας αυτό μια για την κανονική και μια για την λογαριθμοκανονική κατανομή.

Μετά από αυτά μπορούμε να συμπεράνουμε, ότι η λογαριθμοκανονική κατανομή παρουσιάζει καλύτερη προσέγγιση της κατανομής των δεδομένων και αυτό αποδεικνύεται από την μικρότερη απόσταση της καμπύλης που έχει προκύψει από τα δεδομένα μας από την καμπύλη της λογαριθμοκανονικής κατανομής.

**Πίνακας 6. 2: Έλεγχοι θεωρητικών κατανομών**

Κατανομές	Παράμετροι	R2	ksd
Κανονική κατανομή	$\mu=1.257$ $\sigma=0.1942$	0.9945	0.035
Λογαριθμοκανονική κατανομή	$m=1.2581$ $v=0.0379$	0.9999	0.0033

Όπου για την λογαριθμοκανονική κατανομή, η μέση τιμή και η διασπορά της ( $m, v$ ) βρίσκεται με βάση τις παραμέτρους  $\mu, \sigma$  ως εξής:

$$m = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad (6.1)$$

$$v = \exp(2 \cdot \mu + \sigma^2) \cdot (\exp(\sigma^2) - 1) \quad (6.2)$$

$$\mu = \log\left(\frac{m^2}{\sqrt{v+m^2}}\right) \quad (6.3)$$

$$\sigma = \sqrt{\log\left(\frac{v}{m^2} + 1\right)} \quad (6.4)$$

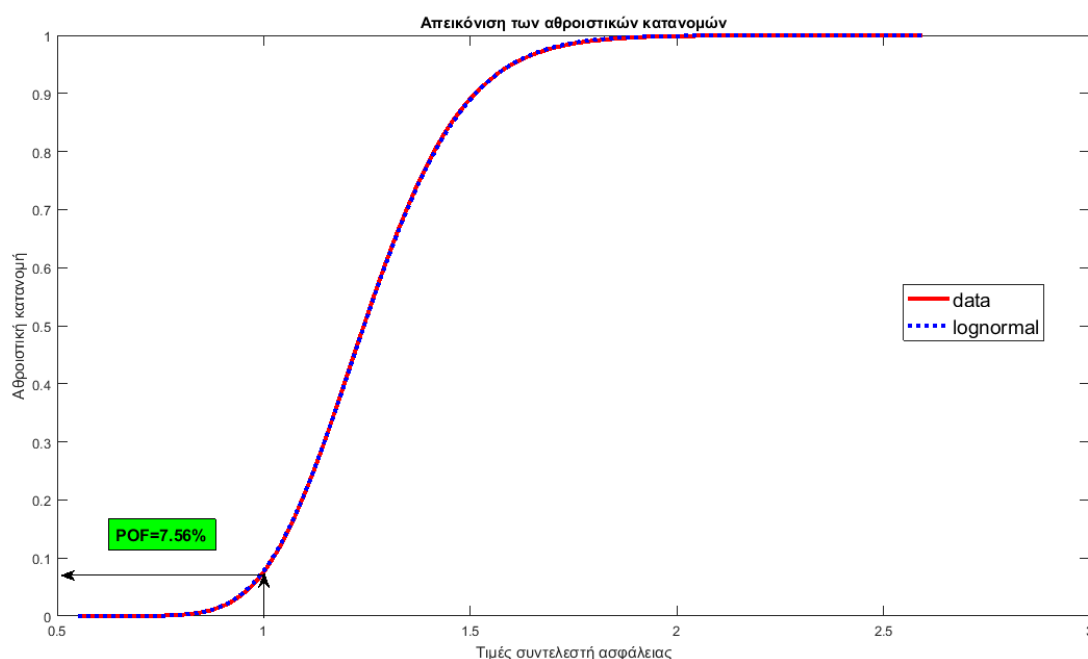
Συγκρίνοντας τις δυο μεθόδους υπολογισμού του συντελεστή ασφάλειας του πρανούς, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι και οι δύο μέθοδοι, επιφέρουν παρόμοια αποτελέσματα στον υπολογισμό του συντελεστή ασφάλειας. (Πιν. 6.3).

**Πίνακας 6. 3: Σύγκριση της ντετερμινιστικής με την πιθανοκρατικής μεθόδου υπολογισμού του συντελεστή ασφάλειας.**

	Ντετερμινιστική μέθοδος	Πιθανοκρατική μέθοδος (μέση τιμή)
Συντελεστής ασφάλειας	1.31 (μπλοκ 2) 1.24 (μπλοκ 1)	1.32 (μπλοκ 2) 1.25 (μπλοκ 1)

Παρόλα αυτά, η πιθανοκρατική μέθοδος, υπολογίζει **7.56%** πιθανότητα αστοχίας του μπλοκ 1. Αυτό σημαίνει πως το **7.56%** των τιμών, που μπορεί να κυμανθεί το ζεύγος των παραμέτρων  $(\varphi, c, \psi_{P1}, \psi_{P2})$  σε περίπτωση λανθασμένης εκτίμησης των τιμών τους, θα δημιουργήσει τέτοιες συνθήκες, ικανές να προκαλέσουν την αστοχία του μπλοκ. Αυτό αποτελεί ένα πολύ σημαντικό δεδομένο στην πράξη καθώς η εκτίμηση κάποιων παραμέτρων είναι πάντα προσεγγιστική.

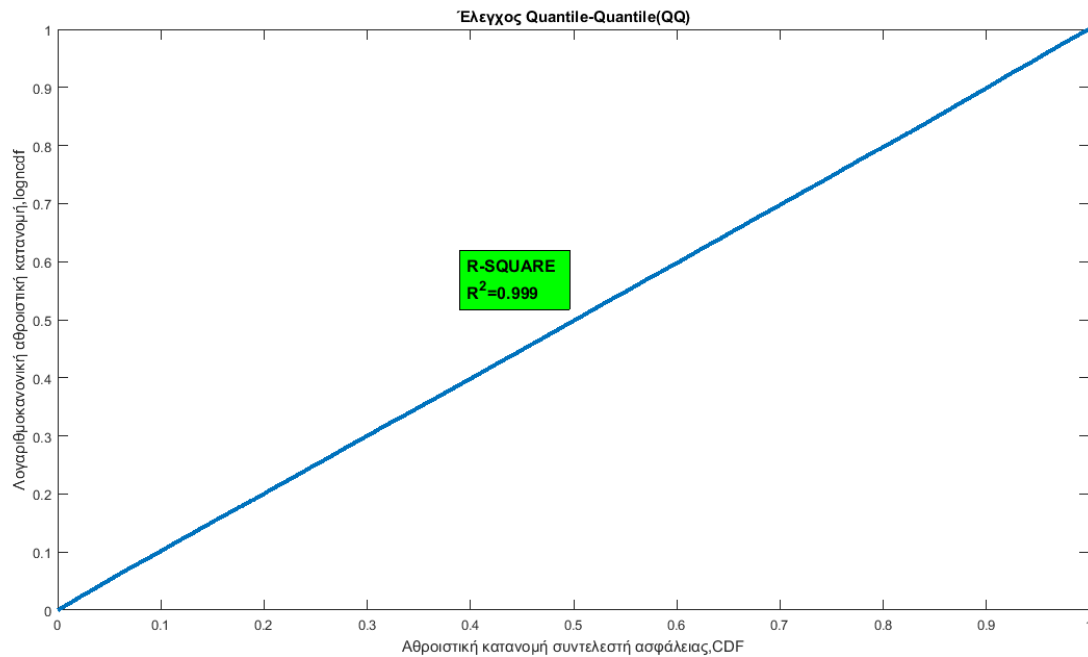
Από την άλλη μεριά η ντετερμινιστική μέθοδος, υπολογίζει σημειακή τιμή του συντελεστή ασφάλειας χωρίς να λαμβάνει υπόψη τις αβεβαιότητες των παραμέτρων του πρανούς. Έτσι, μπορεί ένα πρανές να διαθέτει συντελεστή ασφάλειας αρκετά υψηλό, αλλά η πιθανότητα αστοχίας αυτού να είναι και αυτή αρκετά υψηλή ώστε μια μικρή λανθασμένη εκτίμηση κάποιων συντελεστών, να δημιουργήσει δυσμενής συνθήκες.



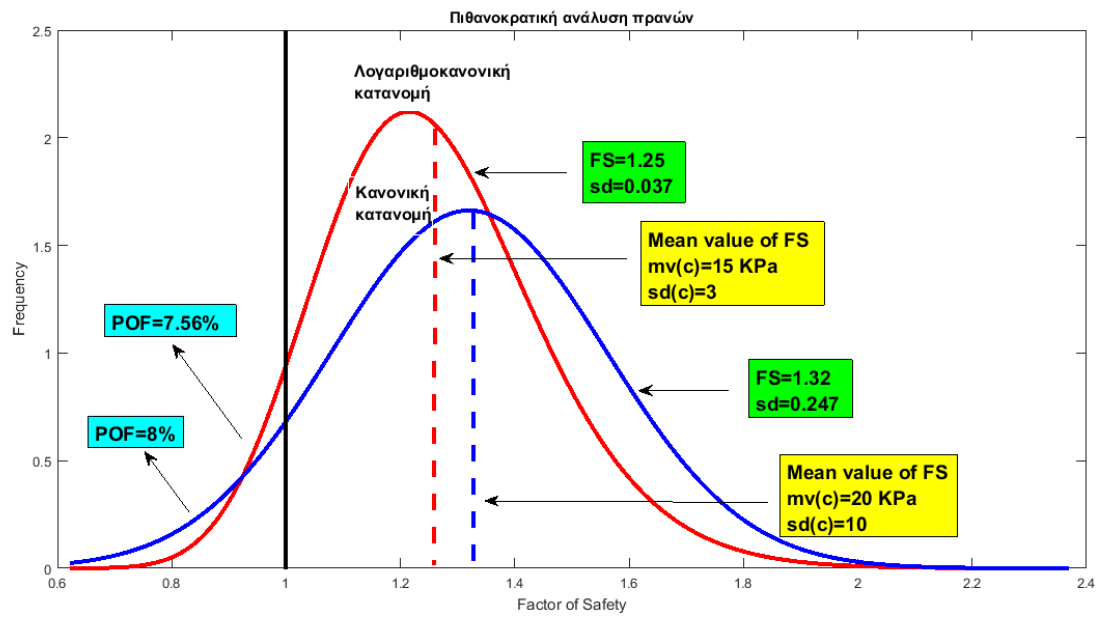
**Σχήμα 6. 4: Απεικόνιση της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας των δεδομένων μας και της αθροιστικής λογαριθμοκανονικής συνάρτησης κατανομής, με τις τιμές του συντελεστή ασφάλειας, στον x-άξονα.**

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι πολύ σημαντικό ρόλο στην ευστάθεια, αποτελεί η κατανομή των τιμών των παραμέτρων γύρω από τη μέση τιμή, δηλαδή η τυπική απόκλιση αυτών. Και αυτό γιατί, κατά τη σύγκριση δύο πρανών, υπάρχει περίπτωση ο συντελεστής ασφάλειας του πρώτου, να είναι υψηλότερος από ότι του δεύτερου, όμως η πιθανότητα αστοχίας του δεύτερου να είναι μικρότερη από αυτή του πρώτου.

Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε το πρανές του κεφαλαίου 6 με συντελεστή ασφάλειας του μπλοκ 1 (μέση τιμή), ίσο με **1.25** (πιθανοκρατική μέθοδος) και τυπική απόκλιση, ίση με **0.037**. Αν η μέση τιμή της συνοχής του ίδιου πρανούς αυξηθεί κατά ένα βαθμό, αυξάνεται και η τιμή του συντελεστή ασφάλειας σε τιμή **1.32**, με τυπική απόκλιση **0.063**. Αυτό σημαίνει ότι το πρανές είναι πιο ευσταθές. Ωστόσο, αν αυξηθεί και η τυπική απόκλιση της συνοχής παρατηρούμε ότι η πιθανότητα αστοχίας αυξάνεται και μάλιστα ξεπερνάει την πρώτη περίπτωση, της οποίας η τιμή του συντελεστή ασφάλειας είναι μικρότερη (Σχ. 6.6). Δηλαδή η πιθανότητα αστοχίας αυξάνεται από 7.56% σε 8%.



**Σχήμα 6. 5: Απεικόνιση των δυο αθροιστικών κατανομών σε ένα διάγραμμα. Στην ιδεατή περίπτωση που θεωρηθούν ίσες, η γραμμή θα πρέπει να είναι μια τέλεια ευθεία με κλίση 1:1.**



Σχήμα 6. 6: Εξέταση της ευστάθειας σε πρανές με δυο διαφορετικές τιμές της μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης της συνοχής.

## Κεφάλαιο 7. Συμπεράσματα-Προτάσεις

Συμπεραίνοντας, υπάρχουν αρκετοί παράγοντες που μπορούν να δημιουργήσουν επισφαλής συνθήκες και να προκαλέσουν την κατάρρευση ενός βραχώδους πρσανούς. Αυτοί, μπορεί να είναι είτε φυσικοί, από την δράση των περιβαλλοντικών συνθηκών, είτε ανθρωπογενείς, από την ανάπτυξη και την εκτέλεση τεχνικών ή μεταλλευτικών έργων. Η κατολίσθηση που μπορεί να προκύψει από την αστοχία πρσανών, είναι δυνατό να προξενήσει σημαντικά προβλήματα, από την καταστροφή οικισμών, έργων μέχρι και τις ανθρώπινες απώλειες. Η ιδανική λύση για την αποφυγή των προβλημάτων αυτών θα ήταν ο πλήρης έλεγχος των παραπάνω παραγόντων, ωστόσο αυτό είναι αδύνατο. Η αδυναμία αυτή έχει οδηγήσει στην εξεύρεση και εφαρμογή διάφορων μεθόδων για τον προσεγγιστικό έλεγχο της ευστάθειας, συνυπολογίζοντας τις επιδράσεις των παραπάνω παραγόντων.

Οι μέθοδοι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποτελούν, τις ντετερμινιστικές μεθόδους, όπου η ευστάθεια εξετάζεται, με τον σημειακό υπολογισμό του συντελεστή ασφάλειας, ο οποίος προκύπτει με μεθόδους οριακής ισορροπίας και την σύγκριση αυτού με κάποιες οριακές τιμές και οι πιθανοκρατικές μέθοδοι, όπου υπολογίζεται μια σειρά τιμών του συντελεστή ασφάλειας, οι οποίες μπορούν να περιγραφούν από στατιστικές κατανομές, με σκοπό τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας. Ωστόσο, η συμβολή των πιθανοκρατικών μεθόδων, συνεισφέρει στην καλύτερη προσέγγιση της ευστάθειας, αφού συμπεριλαμβάνει και την αβεβαιότητα των εκτιμήσεων που έχουν δοθεί στις αρχικές παραμέτρους του σχηματισμού, σε αντιδιαστολή με τις ντετερμινιστικές μεθόδους, όπου η οι τιμές των παραμέτρων που εισάγονται αποτελούν σημειακές τιμές.

Στη συγκεκριμένη εργασία, έχουν χρησιμοποιηθεί οι δυο αυτοί μέθοδοι για τον έλεγχο της ευστάθειας ενός πρσανούς που αστοχεί με τη μορφή κινηματικής αλυσίδας δύο ογκοτεμαχίων πετρώματος και μπορεί να διεξαχθεί το συμπέρασμα ότι και οι δύο παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι είναι δυνατή η εφαρμογή και των δυο μεθόδων στην πρόβλεψη της αστοχίας του πρσανούς.

Η παρούσα εργασία θα μπορούσε να βελτιωθεί με την θεώρηση κάποιων παραγόντων οι οποίοι μπορούν να επηρεάσουν την ευστάθεια σε σημαντικό βαθμό. Αυτές αποτελούν:

- **Θεώρηση μεγαλύτερου αριθμού μπλοκ.** Η ευστάθεια τότε του πρσανούς, εξαρτάται από όλα τα ογκοτεμάχια πετρώματος από τα οποία έχει διαχωριστεί αυτό. Έτσι βέβαια ο υπολογισμός του συντελεστή ασφάλειας αποτελεί πιο πολύπλοκο πρόβλημα αλλά όχι αδύνατο στην επίλυση του.
- **Διαφορετικές παράμετροι του πρσανούς.** Εδώ μπορεί να εξεταστεί το γεγονός, να υπάρχουν διαφορετικές παράμετροι σε κάθε ογκοτεμάχιο πετρώματος, όπως για παράδειγμα διαφορετική συνοχή,  $c$  και γωνία εσωτερικής τριβής,  $\varphi$ .

- **Διακύμανση της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα.** Σε ένα χρόνο η στάθμη του υπόγειου νερού μεταβάλλεται αρκετές φορές είτε φυσικά λόγω των περιβαλλοντικών συνθηκών είτε λόγω του ανθρώπινου παράγοντα από την εργασία πάνω ή δίπλα στα πρανή (υποσκαφές, ανατινάξεις κ.λπ.).
- **Θεώρηση διαφορετικής επιφάνειας ολίσθησης.** Ανάλογα με το είδος του σχηματισμού καθώς και τις μηχανικές ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά αυτού, μπορεί να λάβει χώρα ένας διαφορετικός μηχανισμός αστοχίας.
- **Θεώρηση μέτρων αντιστήριξης.** Στην παρούσα εργασία δεν εξετάστηκε το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης μέτρων αντιστήριξης όπως αγκύρια, τοίχοι αντιστήριξης κλπ.

# Βιβλιογραφία

## Ελληνική Βιβλιογραφία

1. Κουτρουβέλης, Ι.Α.: *Εφαρμοσμένες Πιθανότητες και Στατιστική*, Β' έκδοση, Εκδόσεις GOTSIS, Πάτρα, 2015.
2. Στειακάκης, Ε.: *Σημειώσεις τεχνικής Γεωλογίας-Εδαφομηχανικής*, Χανιά, 2012.
3. Βουδούρης Κ.Σ.: *Εκμετάλλευση και διαχείριση υπόγειου νερού*, Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ, Αθήνα, 2015.
4. Μερτίκας Σ.Π.: *Εισαγωγή στη Γεωδαισία, τον Δορυφορικό εντοπισμό και την Αλτιμετρία*, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Θεσσαλονίκη, 2016.
5. Αγιουτάντης Ζ.Γ.: *Στοιχεία Γεωμηχανικής, Μηχανική Πετρωμάτων*, Εκδόσεις ΙΩΝ, Χανιά, 2001.
6. Νομικός Π.Π.: *Εισαγωγή στην Μηχανική Πετρωμάτων*, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά συγγράμματα και βοηθήματα, ΣΕΑΒ, 2015.
7. Σαμπατακάκης Ν. & Κούκης Γ.: *Τεχνική Γεωλογία*, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Πάτρα, 2002.
8. Barnes Graham: *Εδαφομηχανική αρχές και Εφαρμογές*, 3<sup>η</sup> αγγλική έκδοση, Εκδόσεις κλειδάριθμος, 2010.
9. Χριστόπουλος Δ.: *Εισαγωγή στις πιθανότητες και τη Στατιστική για μηχανικούς*, Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά 2016.
10. Μπαπαδάκης Ευπρέπιος: *Υπολογισμός συντελεστή ευστάθειας πρανών με τη βοήθεια της οριακής ανάλυσης*, Μεταπτυχιακή εργασία, Σχολή Μηχανικών ορυκτών πόρων, Νοέμβριος 2016.

## Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

1. E. Hoek & J.W.Bray. *Rock Slope Engineering*, 3<sup>rd</sup> edition, London, 1981.
2. Wyllie Duncan C. & Mah Christopher W. *Rock Slope Engineering, Civil and Mining*, 4<sup>th</sup> edition, Vancouver, Canada, 2003.



