



Πολυτεχνείο Κρήτης

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης

---

Διερεύνηση πιεζοηλεκτρικών  
κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης σε  
κατασκευές

---

Διπλωματική εργασία

της Λυδίας Σφυράκη

Επιβλέπων: καθ. Γεώργιος Ε. Σταυρουλάκης

Χανιά, Ιούλιος 2018

## Περιεχόμενα

Ευχαριστίες .....	3
Περίληψη .....	4
1 Εισαγωγή .....	5
2 Πιεζοηλεκτρισμός .....	6
2.1 Ο πιεζοηλεκτρισμός γενικά .....	6
2.2 Ιστορική αναδρομή .....	6
2.3 Ευθύ και αντίστροφο φαινόμενο .....	7
2.4 Πιεζοηλεκτρικά Υλικά .....	8
2.5 Λειτουργίες πιεζοηλεκτρικών .....	9
2.6 Εφαρμογές πιεζοηλεκτρικών .....	10
2.7 Πιεζοηλεκτρισμός ως μέγεθος .....	10
3 Πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης .....	12
3.1 Γενικά .....	12
3.2 Είδη κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης .....	13
3.3 Πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα συντονισμού .....	14
4 Μοντέλα κατασκευών με ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά και κυκλώματα παραδιακλάδωσης .....	23
4.1 Μοντέλα ευφυών πιεζοηλεκτρικών κατασκευών .....	23
4.2 Μοντέλα κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης ...	26
4.2.1 Σύστημα ενός μηχανικού βαθμού ελευθερίας (σύστημα μάζας-ελατηρίου) .....	26
4.2.2 Πιεζοηλεκτρικοί δοκοί με κυκλώματα παραδιακλάδωσης .....	33
4.2.3 Πιεζοηλεκτρικές πλάκες με κυκλώματα παραδιακλάδωσης .....	42
5 Συμπεράσματα .....	50
Βιβλιογραφία .....	52

## Ευχαριστίες

Αρχικά, ευχαριστώ πολύ τον επιβλέποντα μου, καθηγητή κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη για τις χρήσιμες παρατηρήσεις του που ήταν σημαντικές για την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Δρ. Γεώργιο Ταϊρίδη, διδάκτορα του Πολυτεχνείου Κρήτης, για την πολύτιμη βοήθεια του, αλλά και για τον χρόνο που μου αφιέρωσε για την επίλυση των αποριών μου και την γενικότερη καθοδήγηση που μου παρείχε.

## Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία διερευνάται η επίδραση των λεγόμενων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης σε σύνθετες κατασκευές με πιεζοηλεκτρικά υλικά μέσα από δημοσιευμένες εργασίες. Πιο συγκεκριμένα μελετώνται τα πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα συντονισμού τα οποία αποτελούνται από μια ηλεκτρική αντίσταση και ένα πηνίο συνδεδεμένα σε σειρά και συγκρίνεται η απόδοση τους για μονοβάθμια συστήματα (π.χ. σύστημα μάζας-ελατηρίου), καθώς και για πολυβάθμια συστήματα (π.χ. πιεζοηλεκτρικοί δοκοί και πλάκες).

# 1 Εισαγωγή

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων ετών, έχουν πραγματοποιηθεί πολλές έρευνες πάνω στην ανάπτυξη, τον έλεγχο και τη μοντελοποίηση τεχνικών μείωσης του θορύβου και των κραδασμών με παθητικές ή/και ενεργητικές προσεγγίσεις. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται διάφορες προσεγγίσεις ανάλογα με το εύρος των συχνοτήτων, στις οποίες τα φαινόμενα αυτά εξασθενούν. Γενικά, οι ενεργητικές και οι παθητικές πιεζοηλεκτρικές τεχνικές είναι αποτελεσματικές στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων, ενώ, εν αντιθέσει, τα διαλυτικά υλικά, όπως οι ιξωδοελαστικές ή πορώδεις επεξεργασίες, είναι αποτελεσματικά σε υψηλότερες συχνότητες. Παρ' όλα αυτά, υφίστανται παθητικές τεχνικές που χρησιμοποιούν πιεζοηλεκτρικά υλικά και στις οποίες γίνεται χρήση διαλυτικών υλικών. Μάλιστα, στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων, θεωρούνται ένα εναλλακτικό ή συμπληρωματικό εργαλείο.

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά βρίσκουν πολλές εφαρμογές, ιδιαίτερα στον τομέα των δυναμικών κατασκευών. Ορισμένα από τα σημερινά ερευνητικά πεδία που χρησιμοποιούν πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι η συγκομιδή ενέργειας (energy harvesting), η παθητική ή ημι-παθητική δομική απόσβεση κραδασμών (passive or semi-passive structural vibration damping), ο ενεργός έλεγχος των κραδασμών (active vibration control), η μορφοποίηση σχήματος (shape adaptation) και η καταγραφή της δομικής υγείας της κατασκευής (structural health monitoring) [1]. Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά έχουν χρησιμοποιηθεί ευρύτερα σε μικρο / νανο-ηλεκτρομηχανικά συστήματα (M / NEMS) ως μια εναλλακτική λύση στην παραδοσιακή τεχνική ηλεκτροστατικής μεταγωγής [2-4]. Έχουν την ιδιότητα να μετατρέπουν τη μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική σε ευρύτερα φάσματα συχνότητας και θερμοκρασίας και χαρακτηρίζονται από υψηλή πυκνότητα ισχύος, γεγονός που εξηγεί τη χρήση τους σε διάφορες βιομηχανικές εφαρμογές.

## 2 Πιεζοηλεκτρισμός

### 2.1 Ο πιεζοηλεκτρισμός γενικά

Ως πιεζοηλεκτρισμός καλείται το φαινόμενο κατά το οποίο κάποια υλικά (κυρίως κρυσταλλικά αλλά και μερικά κεραμικά) παράγουν ηλεκτρική τάση όταν δέχονται κάποια μηχανική τάση/πίεση ή ταλάντωση. Το φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί ποιοτικά με τη μεταφορά ελεύθερων φορτίων στα άκρα του κρυσταλλικού πλέγματος. Επίσης, ο όρος περιλαμβάνει και το αντίστροφο φαινόμενο, κατά το οποίο το υλικό παραμορφώνεται, όταν βρεθεί υπό ηλεκτρική τάση.

### 2.2 Ιστορική αναδρομή

Πριν από αιώνες, σε περιοχές της Ινδίας και της Κεϋλάνης, είχε παρατηρηθεί ότι κάποια υλικά που βρίσκονταν ανάμεσα σε ζεστή στάχτη έλκυαν σωματίδια της στάχτης, ενώ λίγο αργότερα τα απωθούσαν. Τέτοια υλικά εμφανίστηκαν στην Ευρώπη γύρω στο 1703, όταν Ολλανδοί έμποροι τα έφεραν από τις Ασιατικές χώρες. Πολύ αργότερα, οι αδελφοί Curie (Pierre και Jaques Curie) ανακάλυψαν το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, το οποίο ανακοινώθηκε για πρώτη φορά κατά τη διάρκεια του συνεδρίου της Academie des Sciences στο Παρίσι στις 2 Αυγούστου 1880. Αυτή ήταν η πρώτη πειραματική επίδειξη της άμεσης πιεζοηλεκτρικής ενέργειας, που σημαίνει την παραγωγή ηλεκτρισμού που προκύπτει από την πίεση. Στην πραγματικότητα, ανακάλυψαν ότι οι κρύσταλλοι, όπως η τουρμαλίνη, ο χαλαζίας, ο τοπάζ, το άλας Rochelle ή ακόμα και η ζάχαρη από ζαχαροκάλαμο, είναι σε θέση να δημιουργήσουν ηλεκτρική μετατόπιση φορτίου, όταν οι ασύμμετρες κρυσταλλογραφικές τους δομές υποβάλλονται σε παραμόρφωση. Ένα χρόνο αργότερα ο Lippmann πρόβλεψε την ύπαρξη του αντίστροφου πιεζοηλεκτρικού φαινομένου [Lippmann 1881] κάτι που επιβεβαιώθηκε πειραματικά από τους αδερφούς Curie τον ίδιο χρόνο. Αυτοί μπόρεσαν να παρατηρήσουν την μηχανική καταπόνηση κατά την εφαρμογή ενός ηλεκτρικού πεδίου σε πιεζοηλεκτρικούς κρυστάλλους. Αυτό το πείραμα απέδειξε την αναστρεψιμότητα των πιεζοηλεκτρικών υλικών που μπορούν να δράσουν ως μετατροπείς μεταξύ μηχανικών και ηλεκτρικών περιοχών. Ο όρος “πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο” προτάθηκε μάλιστα εκείνη την χρονιά από τον Hankel [Hankel 1881] και έγινε αμέσως αποδεκτός αντί του όρου πυροηλεκτρισμός, που χρησιμοποιείτο αρχικά.

Αν και το φαινόμενο ήταν εντυπωσιακό και ερευνήθηκε από πολλούς σημαντικούς επιστήμονες της εποχής, η πρώτη σημαντική βιομηχανική εφαρμογή του τοποθετείται κατά την περίοδο του Α' Παγκοσμίου Πολέμου, όταν ο Paul Langevin συνέλαβε την ιδέα της χρήσης πιεζοηλεκτρικών πλακών για την υπερηχητική ανίχνευση υποβρυχίων ως πρόδρομος του σύγχρονου σόναρ. Στη συνέχεια, ο Walter Cady δημιούργησε τον πρώτο ταλαντωτή κρυστάλλου χαλαζία το 1921, ο οποίος είχε μεγάλη επίδραση στην ανάπτυξη του ρολογιού quartz. Η ανάπτυξη των πιεζοηλεκτρικών εφαρμογών επιταχύνθηκε μετά τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο με την ανακάλυψη συνθετικών κεραμικών υλικών, όπως το τιτάνιο του βαρίου και το πιτανικό άλας του ζirkονικού μολύβδου (PZT), με τις πιεζοηλεκτρικές σταθερές σημαντικά υψηλότερες από τους φυσικούς κρυστάλλους. Επιπλέον, το γεγονός, ότι τα νέα αυτά υλικά μπορούν να κατασκευαστούν, επιτρέπει την επιλογή των ιδιοτήτων τους για συγκεκριμένες εφαρμογές.

Μια ισχυρή εξέλιξη των πιεζοηλεκτρικών συστημάτων παρατηρήθηκε στην Ιαπωνία, όπου η πιεζοηλεκτρική βιομηχανία υποβλήθηκε λιγότερο σε ευρεσιτεχνίες ή

πιστοποιημένες εφαρμογές σε σύγκριση με την αγορά των ΗΠΑ. Με πρωτοβουλία της Issac Koga, η ιαπωνική έρευνα οδήγησε σε ένα μεγάλο αριθμό σύγχρονων καταναλωτικών συστημάτων, όπως φίλτρα ραδιοφώνου και τηλεόρασης, πιεζοηλεκτρικά αναφλεκτικά συστήματα ή συστήματα τηλεχειρισμού.

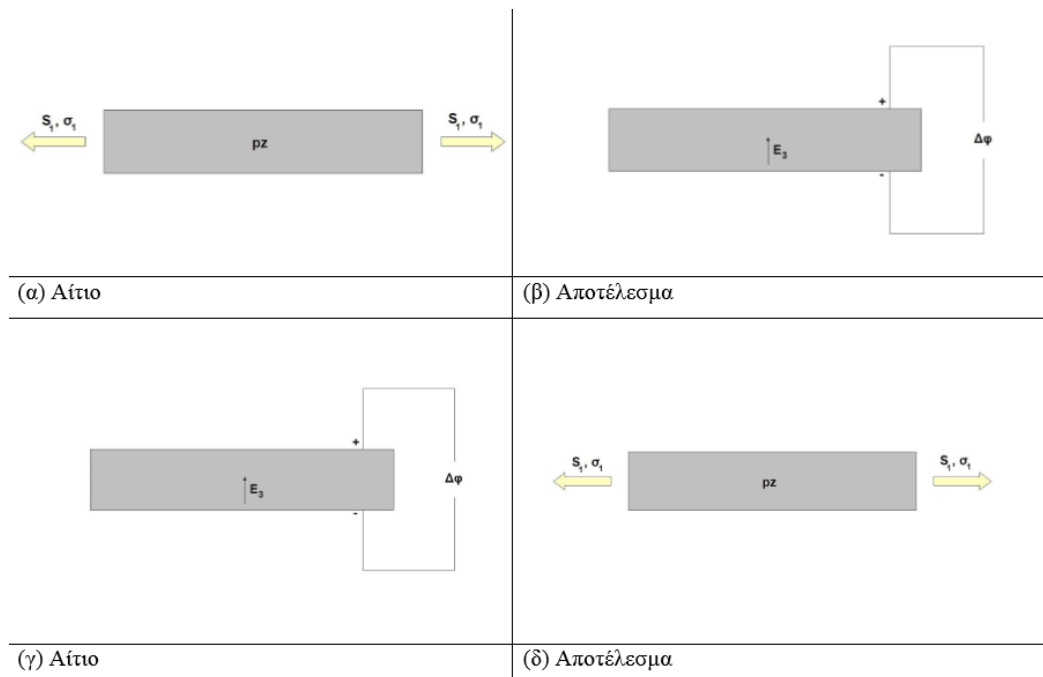
Κατά τη δεκαετία του '60, όταν η τεχνολογία κατασκευής κυκλωμάτων με MOSFET είχε αναπτυχθεί και ταυτόχρονα είχαν παραχθεί υλικά που παρουσίαζαν πολύ υψηλές τιμές μόνωσης, όπως το Teflon και το Kapton, η απόδοση των πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων είχε βελτιωθεί σημαντικά και το πεδίο των εφαρμογών της καινούριας αυτής τεχνολογικής ανακάλυψης διευρύνθηκε ραγδαία καλύπτοντας σχεδόν όλες τις περιοχές της μοντέρνας τεχνολογίας και βιομηχανίας.

Ο πιεζοηλεκτρισμός οφείλεται ουσιαστικά σε κρυσταλλικές ασυμμετρίες και αποτελεί φαινόμενο πρώτης τάξης. Παραδείγματα υλικών με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες είναι ο χαλαζίας ( $\text{SiO}_2$ ), το αλάτι Rochelle ή Seignette (τρυγικό καλιονάτριο,  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ), το ADP (δισόξινο φωσφορικό αμμώνιο,  $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ ), το ένυδρο θειικό λίθιο, ( $\text{LiSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ ), ο τουρμαλίνης, το συνθετικό πολυμερές PVDF (polyvinylidene difluoride), κτλ. Ακόμη βρέθηκε ότι και το ανθρώπινο οστό επιδεικνύει ένα πιεζοηλεκτρικό δυναμικό, όταν εφαρμόζεται σε αυτό στρεπτική φόρτιση ( Fukada & Yasuda 1957 ). Άλλα τέτοια υλικά είναι ο τιτανικός μόλυβδος, το τιτανικό βάριο και το τιτανικό λίθιο.

## 2.3 Ευθύ και αντίστροφο φαινόμενο

Τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία ως δομικά τμήματα σύνθετων κατασκευών μπορούν να λειτουργούν ως αισθητήρες (sensors) σύμφωνα με το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ή ως διεγέρτες (actuators), κάτι το οποίο περιγράφει το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Στην πρώτη περίπτωση, η εφαρμογή μιας εξωτερικής αξονικής παραμόρφωσης  $S_1$  ή τάσης  $\sigma_1$  στο πιεζοηλεκτρικό στοιχείο έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ηλεκτρικού φορτίου στο πιεζοηλεκτρικό-πυκνωτή και κατ' επέκταση την δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου έντασης  $E_3$  και ηλεκτρικού δυναμικού  $\phi$  κατά το πάχος του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου. Όταν συνδεθούν δύο ακροδέκτες στο επάνω και κάτω μέρος μιας πιεζοηλεκτρικής στρώσης, δημιουργείται διαφορά δυναμικού  $\Delta\phi$  (ηλεκτρική τάση). Μέσω της μέτρησης της παραγόμενης ηλεκτρικής τάσης, η οποία αντιστοιχεί στο μηχανικό τασικό πεδίο της κατασκευής, η απόκριση της κατασκευής μπορεί να καταγράφεται σε πραγματικό χρόνο με τη βοήθεια ενός συστήματος δειγματοληψίας. Λόγω της βασικής λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων ως αισθητήρες, τα στοιχεία αυτά βρίσκουν ευρύτατη εφαρμογή ως όργανα μέτρησης.

Το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο χαρακτηρίζει τη λειτουργία του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου ως διεγέρτη. Η επιβολή εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου έντασης  $E_3$  μέσω της εφαρμογής ηλεκτρικής τάσης  $\Delta\phi$  στους ακροδέκτες έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη αξονικών παραμορφώσεων  $S_1$  και εν συνεχεία μηχανικών τάσεων  $\sigma_1$ . Δηλαδή, σε αυτή την περίπτωση παρουσιάζεται μεταβολή στο σχήμα του κρυστάλλου (δημιουργία δύναμης) όταν ο τελευταίος βρεθεί μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Αξίζει να αναφερθεί άλλη μια χρήση των πιεζοηλεκτρικών στο πυροηλεκτρικό φαινόμενο. Κατά το φαινόμενο αυτό, το πιεζοηλεκτρικό υλικό αποκρίνεται στις μεταβολές της θερμοκρασίας αναπτύσσοντας επιπλέον ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρικό δυναμικό στην πιεζοηλεκτρική στρώση.



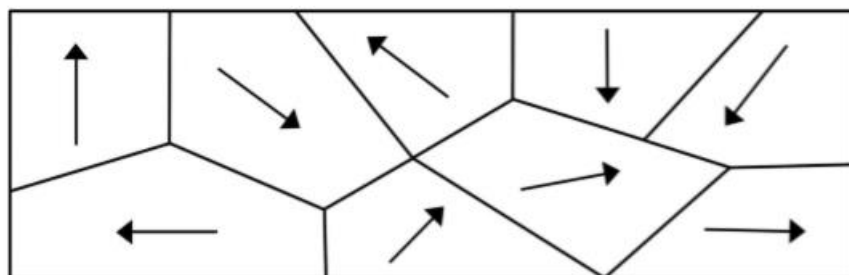
Εικόνα 1

α-β) Ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, γ-δ) Αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο

## 2.4 Πιεζοηλεκτρικά Υλικά

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά χαρακτηρίζονται από την ικανότητα τους να μετατρέπουν τη μηχανική τάση σε ηλεκτρικό φορτίο και αντίστροφα. Οι δύο αυτές βασικές λειτουργίες τους εκφράζονται μέσω του ευθέως και του αντιστρόφου, αντίστοιχα, πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Είναι ουσιαστικά πυκνωτές που είτε υπάρχουν στη φύση (χαλαζίας) είτε κατασκευάζονται με πόλωση, εφαρμόζοντας δηλαδή ηλεκτρικό πεδίο στο υλικό, που στην συγκεκριμένη περίπτωση χαρακτηρίζεται από αυξημένη διηλεκτρική σταθερά. Ανάλογα με τη διεύθυνση πόλωσης το πιεζοηλεκτρικό υλικό αντιδρά σε διαφορετική διεύθυνση μηχανικής ή ηλεκτρικής φόρτισης, ενώ τα περισσότερα είναι πολωμένα κατά το πάχος τους.

Το φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί ποιοτικά με τη μεταφορά ελεύθερων φορτίων στα άκρα του κρυσταλλικού πλέγματος. Συγκεκριμένα απαιτείται οι κρύσταλλοι να μην έχουν κανένα κέντρο συμμετρίας. Κάθε μόριο έχει μια πολικότητα αφού το ένα άκρο του έχει συγκεντρωμένα περισσότερα ηλεκτρόνια, είναι δηλαδή περισσότερο αρνητικά φορτισμένο. Εφόσον το άλλο άκρο είναι φορτισμένο θετικά δημιουργείται ένα δίπολο. Καθώς υπάρχουν διαφορετικές περιοχές πολικότητας (περιοχές Weiss), η κατανομή της συνολικής πολικότητας είναι ασύμμετρη. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται η συγκεκριμένη διάταξη.

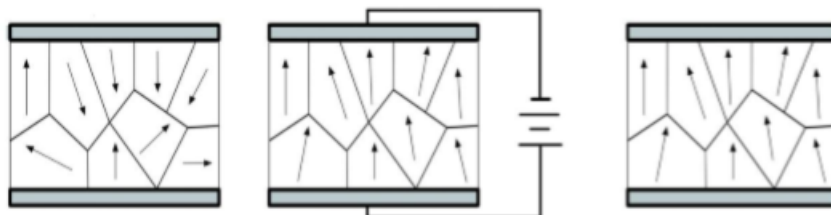


Εικόνα 2

Διάταξη κρυσταλλικού πλέγματος



Για την εμφάνιση του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου, το πολυκρυσταλλικό υλικό θερμαίνεται από τη σύνδεσή του με ένα ηλεκτρικό πεδίο. Επομένως η κίνηση των μορίων γίνεται πιο έντονη με αποτέλεσμα να προκύπτει σταδιακά η ενιαία διεύθυνση για όλα τα δίπολα.

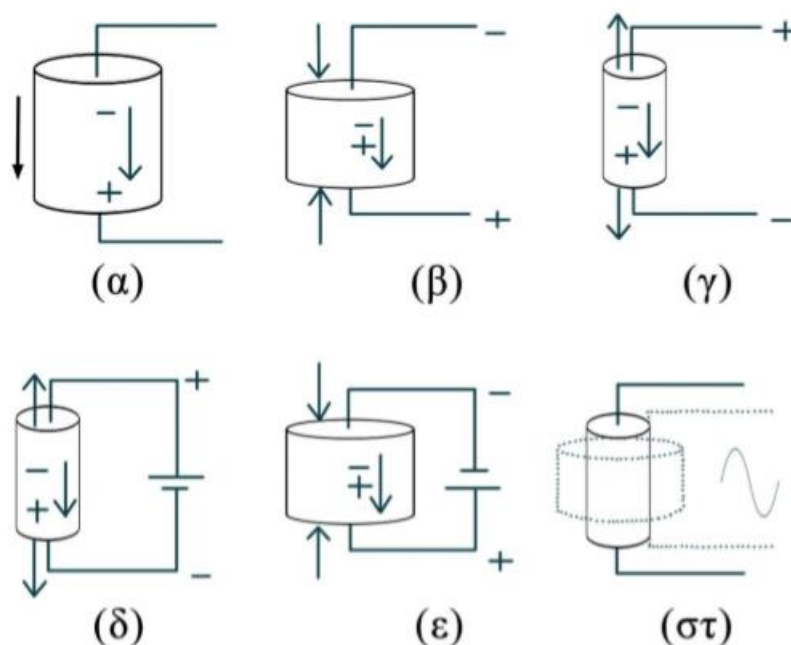


Εικόνα 3

*Αναδιάταξη των μορίων λόγω θέρμανσης του υλικού από ηλεκτρικό πεδίο*

## 2.5 Λειτουργίες πιεζοηλεκτρικών

Βάση των παρακάτω σχημάτων διακρίνουμε τις πιθανές αντιδράσεις που μπορεί να έχει ένας πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος ανάλογα με τη δράση που θα του επιβληθεί. Αρχικά στην Εικόνα 3(α) απεικονίζεται το υλικό χωρίς να υπόκειται σε καμία διαδικασία. Σε περίπτωση που ασκηθεί θλίψη (Εικόνα 3(β)) τότε μια τάση ίδιας πολικότητας με την τάση πόλωσης παρουσιάζεται μεταξύ των ηλεκτροδίων. Εν αντιθέσει στην περίπτωση που ασκηθεί εφελκυσμός (Εικόνα 3(γ)) εμφανίζεται τάση ανάστροφη προς την πόλωση. Μια τάση ανάστροφης πόλωσης ως προς την τάση πόλωσης θα προκαλέσει διαστολή του υλικού (Εικόνα 3(δ)), ενώ μια τάση ίδιας πολικότητας προκαλεί συστολή-συμπίεση (Εικόνα 3(ε)). Τέλος, στην περίπτωση που εφαρμοστεί εναλλασσόμενο ρεύμα, τότε το υλικό θα δονείται σύμφωνα με τη συχνότητα του σήματος (Εικόνα 3(στ)). Δηλαδή για κάθε χρονική στιγμή το σώμα θα διαστέλλεται ανάλογα προς την πολικότητα της τάσης τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.



Εικόνα 4

*Πιθανές καταστάσεις πιεζοηλεκτρικών υλικών*

Ο πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος αποκρίνεται (συστέλλεται ή διαστέλλεται) με διαφορετικούς τρόπους σε διαφορετικές συχνότητες. Θέλοντας να επιτύχουμε διαφορετικούς τρόπους δόνησης του υλικού, παράγονται πιεζοκρύσταλλοι σε διάφορα σχήματα. Για την πραγματοποίηση μικρών, χαμηλού κόστους και υψηλής απόδοσης τέτοιων προϊόντων, έχουν αναπτυχθεί συγκεκριμένοι τύποι δόνησης, οι οποίοι προκύπτουν για συγκεκριμένες περιοχές συχνοτήτων. Έτσι υπάρχει δυνατότητα παραγωγής πιεζοηλεκτρικών προϊόντων που λειτουργούν-αποκρίνονται σε συχνότητες της τάξης των kHz μέχρι και την τάξη MHz.

Η πολλαπλή λειτουργία των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων είναι η αιτία του αυξημένου ενδιαφέροντος που επιδεικνύεται για αυτά την τελευταία 15ετία. Με την τοποθέτησή τους ως τμήματα δομικών στοιχείων σε ελαφρές κατασκευές, δίνεται η δυνατότητα στην κατασκευή να αντιλαμβάνεται εντατικές καταστάσεις, μέσω της λειτουργίας τους ως αισθητήρες, και να μεταβάλλει τη συμπεριφορά της ανάλογα με την εφαρμογή, μέσω της δράσης τους ως διεγέρτες. Η κατασκευή γίνεται δηλαδή αυτοπροσαρμοζόμενη ή αλλιώς “ευφυής”. Με βάση τη σκέψη αυτή, η μοντελοποίηση πιεζοηλεκτρικών στοιχείων σε κατασκευές αφορούσε αρχικά τη δράση τους μόνο ως διεγέρτες. Επιπλέον, τα πιεζοηλεκτρικά υλικά εμφανίζουν πολύ γρήγορη απόκριση, γεγονός που τα κάνει κατάλληλα για εφαρμογές ενεργού ελέγχου ταλάντωσης. Από την άλλη πλευρά, η μικρή δύναμη που μπορούν να μεταφέρουν στην κατασκευή περιορίζει τη χρήση τους σε μικρές εφαρμογές, όσον αφορά για παράδειγμα τον έλεγχο σχήματος (shape control).

## 2.6 Εφαρμογές πιεζοηλεκτρικών

Ο πιεζοηλεκτρισμός επεκτείνεται σε πάρα πολλές εφαρμογές και δεδομένης της ταχύτητας ανάπτυξης αυτών, στο μέλλον η χρήση του θα είναι ακόμη πιο διευρυμένη. Μερικές χρήσεις του πιεζοηλεκτρισμού σήμερα είναι οι εξής:

- ταλαντωτές ηλεκτρονικών κυκλωμάτων
- αισθητήρες επιτάχυνσης και γυροσκοπία
- μετατροπείς ήχου
- ελεγκτές συχνοτήτων
- έλεγχος και συλλογή ενέργειας
- έλεγχος, αίσθηση και μείωση δονήσεων σε δομές

## 2.7 Πιεζοηλεκτρισμός ως μέγεθος

Θεωρούμε μια πιεζοηλεκτρική κατασκευή που καταλαμβάνει ένα πεδίο  $\Omega_p$  στην ισορροπία. Η κατασκευή υπόκειται σε μια προκαθορισμένη μετατόπιση  $u_i^d$ , σε ένα κομμάτι  $\Gamma_u$  και σε μια προκαθορισμένη δύναμη επιφάνειας πυκνότητας  $t_i^d$  στο συμπληρωματικό μέρος  $\Gamma_t$  του εξωτερικού ορίου. Οι ηλεκτρικές οριακές συνθήκες καθορίζονται από ένα προκαθορισμένο ηλεκτρικό δυναμικό  $\psi^d$  στο  $\Gamma_\psi$  και μια πυκνότητα επιφάνειας χωρίς ηλεκτρικές φορτίσεις  $q^d$  στο υπόλοιπο μέρος  $\Gamma_q$ . Επομένως το συνολικό όριο κατασκευής που ορίζουμε ως  $\Omega_p$  ισούται με  $\partial\Omega_p = \Gamma_u \cup \Gamma_t = \Gamma_\psi \cup \Gamma_q$  με  $\Gamma_u \cup \Gamma_t = \Gamma_\psi \cap \Gamma_q = \emptyset$ . Επιπροσθέτως το  $\Omega_p$  υπόκειται σε προδιαγεγραμμένες δυνάμεις  $f_i^d$ . Φυσικά θα παρουσιαστούν στη κατασκευή μας τα μεγέθη της τάσης και παραμόρφωσης. Επίσης λόγω της ύπαρξης ηλεκτρικού δυναμικού θα παρουσιαστεί και το ηλεκτρικό πεδίο  $E_k$ .

Κάνοντας χρήση της ελαστοδυναμικής εξίσωσης, του νόμου του Gauss, των μηχανικών οριακών συνθηκών και των γραμμικών πιεζοηλεκτρικών εξισώσεων στήνεται ένα σύστημα εξισώσεων για τα άγνωστα πεδία που μελετάμε, δηλαδή της

μηχανικής μετατόπισης  $D_i$  και του ηλεκτρικού δυναμικού  $E_i$ , που είναι κατάλληλο για πεπερασμένα στοιχεία. Στην ηλεκτρική ισορροπία δεν προδιαγράφονται καθόλου ελεύθερα ηλεκτρικά φορτία, καθώς για τα κλασικά ομοιογενή πιεζοηλεκτρικά, διηλεκτρικά ή αγώγιμα μέσα, τα ελεύθερα φορτία επικεντρώνονται πάντοτε στα όρια, με τη μορφή επιφανειακών πυκνοτήτων. Ακόμη λόγω του ότι ο χαρακτηριστικός χρόνος των ηλεκτρικών φαινομένων είναι πολύ μικρότερος από αυτόν των μηχανικών φαινομένων, τα πιθανά ηλεκτρικά κύματα που μπορεί να δημιουργηθούν παραμελούνται (η καμπύλωση του  $E_k$  είναι μηδέν λόγω της ηλεκτροστατικής προσέγγισης).

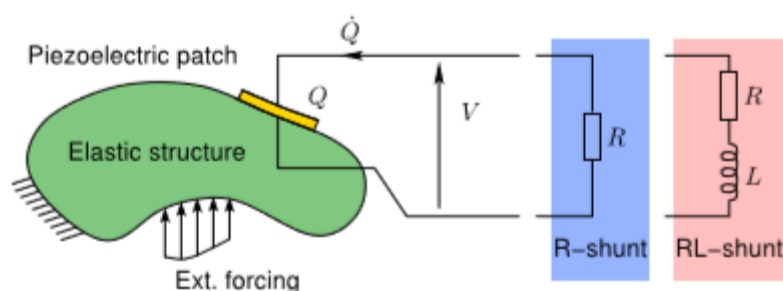
### 3 Πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης

#### 3.1 Γενικά

Πολλές εφαρμογές, στις οποίες γίνεται χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών είτε ως αισθητήρες είτε ως ενεργοποιητές ή και τα δυο ταυτόχρονα, απαιτούν ένα παθητικό ή ημι-παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα, με το οποίο συνδέονται τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Με τον όρο παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα εννοούμε εκείνο το κύκλωμα που αποτελείται μόνο από παθητικά στοιχεία, δηλαδή αντιστάτες, πηνία, πυκνωτές, διόδους. Τα δυο πιο απλά κυκλώματα παραδιακλάδωσης αποτελούνται από:

- 1) μια απλή αντίσταση (αντιστατική διακλάδωση ή R-shunt) και
- 2) μια αντίσταση σε σειρά με έναν επαγωγέα (συντονισμένη διακλάδωση ή RL-shunt).

Σε σύγκριση μάλιστα με τις ενεργητικές τεχνικές ελέγχου, αυτές οι παθητικές τεχνικές έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι απλές στην εφαρμογή τους, είναι πάντα σταθερές και δεν απαιτούν επεξεργαστές ψηφιακών σημάτων (digital signal processors), ογκώδεις ενισχυτές ισχύος (power amplifiers) και τροφοδοτικό.



Εικόνα 5

*Μια αυθαίρετη κατασκευή με ένα πιεζοηλεκτρικό επίθεμα που συνδέεται με μια αντιστατική (αριστερά) ή μια συντονισμένη (δεξιά) παραδιακλάδωση*

Οι τεχνικές R- και RL- shunt προτάθηκαν από τους Hagood και Von Flotow σε ένα πρωτοποριακό έγγραφο της δεκαετίας του 1990 [5], μετά από μια ιδέα που προτάθηκε στο [6]. Τα δύο προτεινόμενα κυκλώματα είναι τα ηλεκτρικά ανάλογα ενός αποσβεστήρα Lanchester για την αντιστατική διακλάδωση και ένα συντονισμένο αποσβεστήρα μάζας (ή αποσβεστήρα Frahm) για την συντονισμένη διακλάδωση [7]. Οι Hagood και Von Flotow στο [5] έδειξαν ότι η συντονισμένη πιεζοηλεκτρική διακλάδωση κατασκευασμένη από πηνίο και αντίσταση είναι ισοδύναμη με έναν συντονισμένο αποσβεστήρα μάζας (TMD). Σε σύγκριση με την απλή αντιστατική διακλάδωση που είναι ισοδύναμη με έναν μόνο αποσβεστήρα, η συντονισμένη διακλάδωση επιτυγχάνει σημαντική μείωση των κραδασμών, όταν επιτυγχάνεται ηλεκτρικός συντονισμός σε μια φυσική συχνότητα της εξεταζόμενης κατασκευής. Το σύστημα αυτό μπορεί να επεκταθεί σε όλη την κατασκευή μέσω μιας συστοιχίας πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων [8-10]. Έκτοτε, έχουν προταθεί διάφορες βελτιώσεις και παραλλαγές.

Αρχικά, διάφορες ενώσεις (παράλληλα ή σε σειρά) του αντιστάτη και του επαγωγέα διερευνήθηκαν και συγκρίθηκαν, όπως αναφέρεται στα [11] και [12]. Δεδομένου ότι η ρύθμιση ενός RL-shunt απαιτεί έναν πολύ μεγάλο επαγωγέα

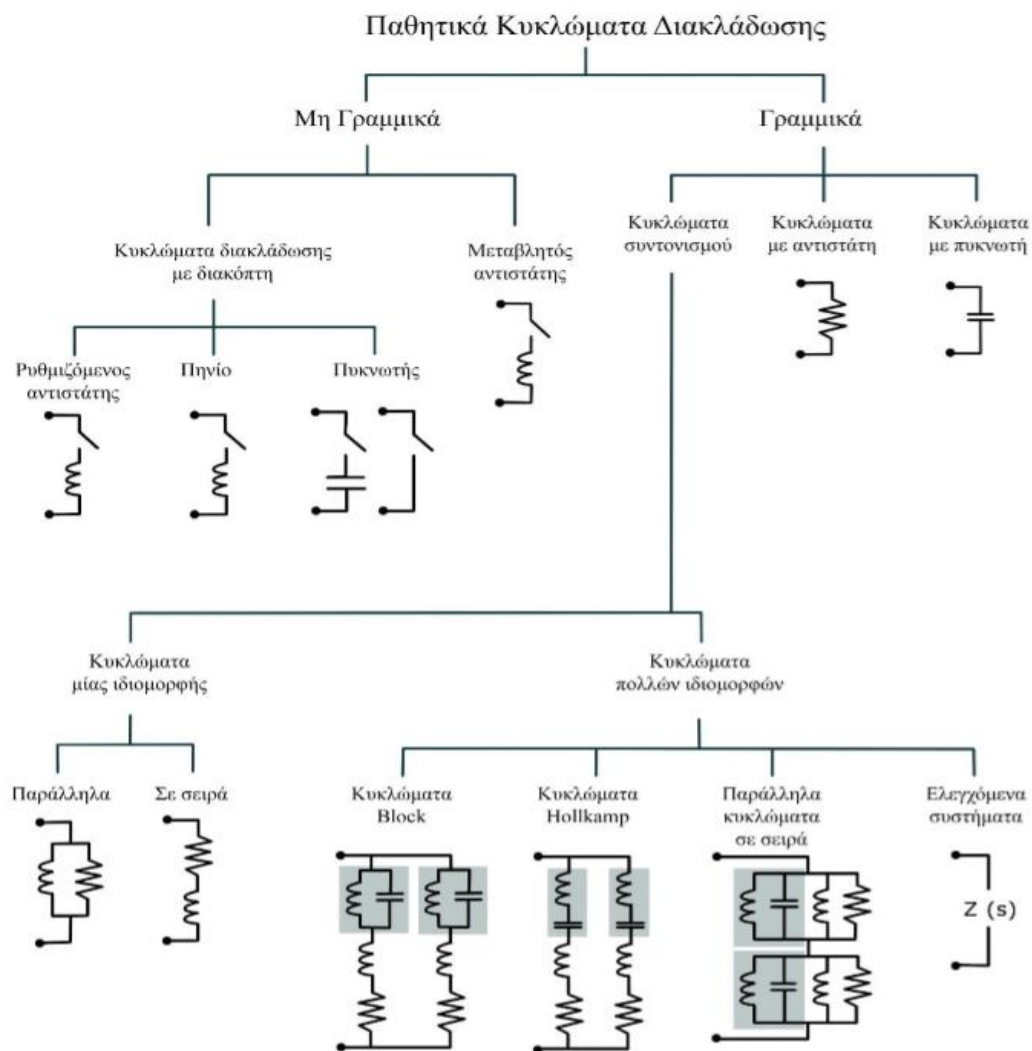
(αρκετών δεκάδων henrys) για συνηθισμένες μηχανικές συχνότητες, ορισμένοι συγγραφείς έχουν προτείνει τη χρήση πρόσθετης χωρητικότητας για τη μείωση της βέλτιστης αυτεπαγωγής, οδηγώντας έτσι σε μείωση των επιδόσεων απόσβεσης [13]. Η ίδια τεχνική μπορεί να χρησιμοποιηθεί με αντίθετο τρόπο, με τη χρήση αρνητικής χωρητικότητας, για να αυξηθεί ο συντελεστής σύζευξης και συνεπώς και οι παραμορφώσεις. Αυτή η τεχνική, ωστόσο, είναι ενεργή, δηλαδή μπορεί να είναι ασταθής και βασίζεται σε συνθετικά ηλεκτρικά εξαρτήματα [14, 15]. Είναι ακόμα δυνατό να δημιουργηθούν συνθετικοί επαγωγείς με λειτουργικούς ενισχυτές [16], αλλά το σύστημα απαιτεί τότε τροφοδοσία.

Ένα επιπλέον αρνητικό στοιχείο της στρατηγικής συντονισμού (resonant shunt strategy) είναι η ευρωστία του, καθώς μια μικρή παραλλαγή της αυτεπαγωγής μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική μείωση της απόδοσης της απόσβεσης [17]. Στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων, το μικρό εύρος ζώνης της κλασσικής συντονισμένης διακλάδωσης σημαίνει ότι δύο συχνότητες δεν μπορούν να ελεγχθούν ταυτόχρονα. Για το σκοπό αυτό έχουν γίνει διάφορες προτάσεις, όπως ένα δίκτυο παραδιακλάδωσης RL που συνδέεται με ένα πιεζοηλεκτρικό επίθεμα [18], μια αλληλουχία συνδεδεμένων μεταξύ τους κυκλωμάτων [19-21], μια περιοδική σειρά ανεξάρτητων πιεζοηλεκτρικών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης [22, 23]. Για να ξεπεραστεί ο τέλειος περιορισμός του συντονισμού της παραδιακλάδωσης RL, έχουν προταθεί προσαρμοστικά κυκλώματα, στα οποία ο επαγωγέας συντονίζεται αυτόματα στον μηχανικό συντονισμό [24, 25]. Αυτές οι παθητικές τεχνικές διακλάδωσης μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για την ενίσχυση των ενεργών τεχνικών ελέγχου [26].

Ορισμένα πρόσφατα έργα έχουν προτείνει μη κλασσικά σχήματα πιεζοηλεκτρικών για να ενισχύσουν την αποτελεσματικότητα της διακλάδωσης [27]. Ενώ, μια νέα κατηγορία παραδιακλάδωσης έχει τραβήξει το ενδιαφέρον με μερικές ημι-παθητικές τεχνικές, κοινώς γνωστές ως τεχνικές "διακόπτη" (switch), όπου η αντίσταση του ηλεκτρικού κυκλώματος μεταβάλλεται περιοδικά μεταξύ δύο τιμών [28-30], με σκοπό να ξεπεραστούν τα προαναφερθέντα μειονεκτήματα της μεγάλης αυτεπαγωγής και συντονισμού των RL. Αυτές βασίζονται σε επαναλαμβανόμενες αλλαγές της ηλεκτρικής σύνθετης αντίστασης συγχρόνως με ταλαντώσεις της κατασκευής [31]. Μπορούμε τέλος να αναφέρουμε τρία άρθρα ανασκόπησης και ένα πρόσφατο βιβλίο για το θέμα των προσαρμοστικών δομών [32, 33-35], καθώς και μια πρόσφατη εργασία [36].

### 3.2 Είδη κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης

Τα παθητικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης χωρίζονται στα μη γραμμικά και τα γραμμικά. Τα πρώτα κατηγοριοποιούνται στα κυκλώματα διακλάδωσης με διακόπτη και σε αυτά με μεταβλητό αντιστάτη. Στα κυκλώματα με διακόπτη ανήκουν μάλιστα ο ρυθμιζόμενος αντιστάτης, το πηνίο και ο πυκνωτής. Από την άλλη πλευρά, τα γραμμικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης αποτελούνται από τα κυκλώματα συντονισμού, τα κυκλώματα με αντίσταση και τα κυκλώματα με πυκνωτή. Τα κυκλώματα συντονισμού κατηγοριοποιούνται τα κυκλώματα μιας ιδιομορφής και σε αυτά πολλών ιδιομορφών. Τα πρώτα χωρίζονται σε παράλληλα κυκλώματα και σε κυκλώματα εν σειρά, ενώ τα δεύτερα με τις πολλές ιδιομορφές σε κυκλώματα Block, κυκλώματα Hollkamp, παράλληλα κυκλώματα σε σειρά και σε ελεγχόμενα συστήματα. Όλα τα προαναφερθέντα κυκλώματα φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



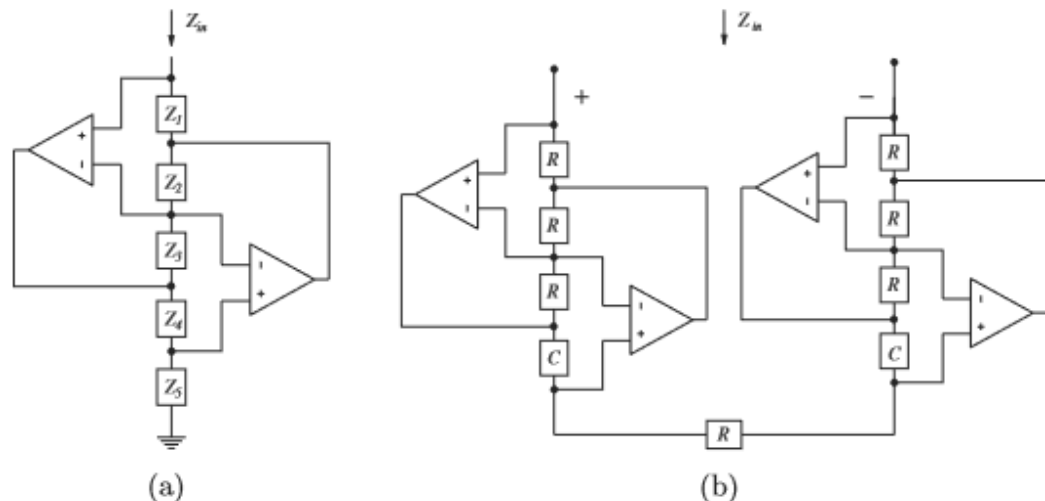
Εικόνα 6

Διάφοροι τύποι κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης

### 3.3 Πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα συντονισμού

Το πρώτο κύκλωμα παραδιακλάδωσης προτάθηκε από τον Forward, ο οποίος το 1979 πρότεινε την ιδέα της επαγωγικής (LC) παραδιακλάδωσης για τη μείωση της στενής ζώνης της συντονισμένης μηχανικής απόκρισης. Συγκεκριμένα, απέδειξε ότι η επίδραση της επαγωγικής μετατόπισης ήταν να ακυρώσει την εγγενή χωρητική αντίδραση ενός πιεζοηλεκτρικού μορφοτροπέα. Αργότερα, οι Hagood και von Flotow ερμήνευσαν τη λειτουργία ενός συντονισμένου πιεζοηλεκτρικού μορφοτροπέα ανάλογου με ένα ρυθμισμένο μανόμετρο μάζας, στο οποίο ένα σχετικά μικρό σύστημα δεύτερης τάξης προσαρτάται στη δυναμική ενός μεγαλύτερου συστήματος. Επιπλέον, ασχολήθηκαν με την κατάσταση στην οποία ένα στοιχείο αντίστασης προστίθεται στο δίκτυο παραδιακλάδωσης, με αποτέλεσμα να δημιουργησουν ένα συντονισμένο

κύκλωμα RLC. Αυτό το σύστημα και το ηλεκτρικό του ισοδύναμο απεικονίζονται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 7

Εφαρμογή κυκλώματος α) ενός γειωμένου και (b) ενός επαγωγικού πηνίου

Το προκύπτον κύκλωμα RLC συντονίζεται σε μια συγκεκριμένη συχνότητα συντονισμού του σύνθετου συστήματος. Δηλαδή, αν οι δονήσεις που σχετίζονται με την Ι-οστή πρέπει να μειωθούν, τότε η επαγωγή  $L$  επιλέγεται ως:

$$L = \frac{1}{\omega_l^2 C_p}$$

Με την υιοθέτηση μιας σωστής τιμής για το  $R$ , η συντονισμένη απόκριση στην και κοντά στην  $\omega_l$  μπορεί να μειωθεί. Ωστόσο, πρέπει να έχουμε κατά νου ότι, λόγω της παθητικής φύσης της παράκαμψης, θα υπάρξουν σκληροί περιορισμοί στο επίπεδο της απόδοσης για να επιτευχθεί αυτή η προσέγγιση.

Διάφορες τεχνικές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό μιας βέλτιστης τιμής της αντιστατικής συνιστώσας της σύνθετης αντίστασης. Μια πιθανότητα είναι να στηθεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης για να ελαχιστοποιηθεί η νόρμα  $H_2$  μιας συνάρτησης μεταφοράς που σχετίζεται με τη κατασκευή ως συνάρτηση της παραμέτρου  $R$ . Μια τέτοια διαδικασία χρησιμοποιείται στην αναφορά [37] και εάν εκτελεσθεί σωστά, θα έχει ως αποτέλεσμα την τοποθέτηση των πόλων έτσι ώστε να ενισχυθεί η δομική απόσβεση. Εναλλακτικά, θα μπορούσε κανείς να χρησιμοποιήσει μια μέθοδο τοποθέτησης πόλων, όπως εξηγείται στην αναφορά [5].

Μια παραλλαγή παράλληλου κυκλώματος, όπου δηλαδή η αντίσταση και η επαγωγή τοποθετούνται παράλληλα και όχι εν σειρά, προτάθηκε από τον Wu [38]. Αν και τα δύο κυκλώματα, εν σειρά και παράλληλα, επιτυγχάνουν παρόμοιες επιδόσεις, υποστηρίζεται ότι τα παράλληλα είναι λιγότερα ευαίσθητα σε υπο-βέλτιστες τιμές αντίστασης.

Η πρώτη δυσκολία στην υλοποίηση κυκλωμάτων συντονισμού είναι η ανάγκη για πολύ μεγάλα επαγωγικά στοιχεία. Για παράδειγμα, για την υλοποίηση ενός κυκλώματος παραδιακλάδωσης συντονισμού μονής ιδιομορφής για έλεγχο μιας δόνησης 11 Hz χρησιμοποιώντας έναν πιεζοηλεκτρικό μορφοτροπέα με χωρητικότητα  $C_p = 101$  nF απαιτείται ένας επαγωγέας 2072 H. Αυτός ο επαγωγέας μπορεί να συντεθεί μόνο χρησιμοποιώντας ενεργά ηλεκτρονικά κυκλώματα. Δύο πιθανές υλοποιήσεις επιδεικνύονται στην Εικόνα 7(α).

Όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 7(α), ένας γειωμένος επαγωγέας μπορεί να συντεθεί με δύο ενισχυτές (op-amps). Η ισοδύναμη αντίσταση που παρατηρείται στους τερματικούς σταθμούς αυτού του στροφέα είναι

$$Z_{in} = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 Z_4}$$

Επιτρέποντας στο  $Z_4$  να είναι πυκνωτής  $C$ , και αντικαθιστώντας άλλες αντιστάσεις με αντιστάσεις, το προκύπτον κύκλωμα θα λειτουργήσει ως επαγωγέας  $L = kC$ , όπου

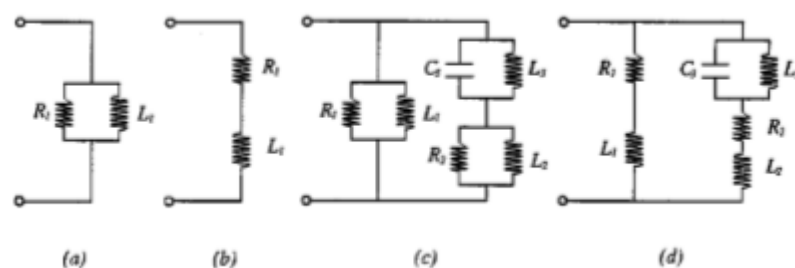
$$k = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2}$$

Αυτό το κύκλωμα είναι το μόνο που χρειάζεται για την υλοποίηση απλών κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης συντονισμού. Ωστόσο, για την υλοποίηση ορισμένων κατηγοριών παραδιακλάδωσεων πολλαπλών ιδιομορφών θα χρειαζόταν να εφαρμοστούν πολύ μεγάλης επαγωγής πηνία. Αυτό μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τέσσερεις ενισχυτές (op-amps), όπως φαίνεται στην Εικόνα 7 (b).

Η αντικατάσταση του επαγωγέα που απαιτείται σε ένα RL κύκλωμα παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής (single-mode RL shunt) από έναν στροφέα είναι εφικτή. Ωστόσο, ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στην εφαρμογή τέτοιων κυκλωμάτων. Οι τάσεις που παράγονται σε πιεζοηλεκτρικούς μορφοτροπείς (transducers) μπορεί να είναι πολύ μεγάλες, ιδιαίτερα όταν οι διαταραχές που δρουν στην κατασκευή έχουν περιεκτικότητα σε συχνότητα, η οποία είναι πολύ κοντά στις συχνότητες συντονισμού. Στη συνέχεια, για το σκοπό αυτό, θα πρέπει να χρησιμοποιούνται ενισχυτές υψηλής τάσης. Ο σχεδιαστής θα πρέπει επίσης να είναι προσεκτικός για να αποφύγει τον κορεσμό των εσωτερικών κόμβων του συστήματος. Για ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής, αυτό είναι απλό, λόγω της απλότητας του απαιτούμενου κυκλώματος. Για τα κυκλώματα πολλών ιδιομορφών (multi-mode circuits), η εφαρμογή αυτή καθίσταται υπερβολικά πολύπλοκη και μη πρακτική.

Η επέκταση της τεχνικής απόσβεσης κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής (single-mode shunt damping technique), για να καταστήσει δυνατή την καταστολή των κραδασμών σε κυκλώματα πολλών ιδιομορφών, αποτέλεσε αντικείμενο έντονων ερευνών τα τελευταία χρόνια. Μια λύση είναι η σύνδεση ενός αριθμού πιεζοηλεκτρικών μορφοτροπείων στην κατασκευή, καθένας από τους οποίους παραδιακλάδώνεται από ένα κύκλωμα RL συντονισμένο με ένα συγκεκριμένο τρόπο. Η κύρια εστίαση σε αυτόν τον τομέα, συνεπώς, ήταν η επινόηση μεθόδων απόσβεσης κραδασμών πολλαπλών ιδιομορφών, οι οποίες χρησιμοποιούν έναν ενιαίο πιεζοηλεκτρικό μετατροπέα.

Ας δώσουμε τώρα κάποια παραδείγματα κυκλωμάτων συντονισμού.



Εικόνα 8

Παραδείγματα κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης.



Μιας ιδιομορφής: (a) παράλληλη σύνδεση και (b) σύνδεση σε σειρά.

Πολλών ιδιομορφών: (c) παράλληλη σύνδεση και (d) σύνδεση σε σειρά.

#### Κυκλώματα παραδιακλάδωσης μιας ιδιομορφής (single-mode shunt)

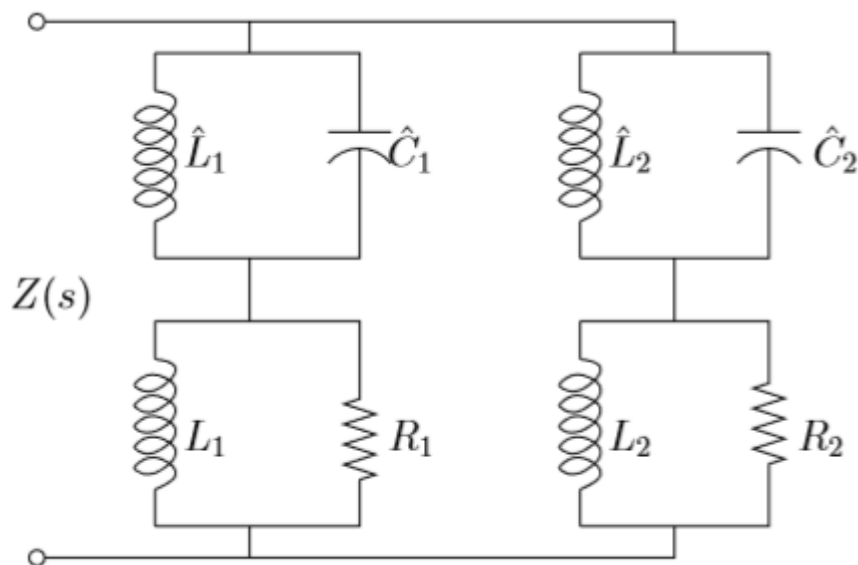
Τα κυκλώματα μιας ιδιομορφής εισήχθησαν για να μειώσουν το μέγεθος μιας δομικής ιδιομορφής. Δύο παραδείγματα κυκλωμάτων απόσβεσης μιας ιδιομορφής φαίνονται στην Εικόνα 8, παράλληλη (a) και εν σειρά σύνδεση (b). Το κύκλωμα RLπραγματοποιεί έναν ηλεκτρικό συντονισμό. Αυτό μπορεί να συντονιστεί με μια ιδιομορφή κατά τρόπο ανάλογο με έναν μηχανικό απορροφητή κραδασμών. Το σύστημα αυτό μπορεί να εφαρμοστεί για τη μείωση πολλών ιδιομορφών της κατασκευής με τη χρήση τόσων πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και κυκλωμάτων απόσβεσης όσες και οι ιδιομορφές.

Παρ' όλα αυτά, προβλήματα μπορεί να προκύψουν εάν αυτά τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι συνδεδεμένα ή ενσωματωμένα στην κατασκευή. Πρώτον, η κατασκευή μπορεί να μην έχει αρκετό χώρο για να φιλοξενήσει όλα τα επιθέματα. Δεύτερον, μπορεί να μεταβληθεί ή να εξασθενήσει όταν εφαρμόζονται τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Επιπλέον, μεγάλος αριθμός στοιχείων μπορεί να αυξήσει το δομικό βάρος, καθιστώντας το ακατάλληλο για εφαρμογές όπως η αεροδιαστημική.

#### Κυκλώματα παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών (multi-mode or multiple shunt)

Για την αποφυγή των προβλημάτων που σχετίζονται με την απόσβεση μιας ιδιομορφής, έχει εισαχθεί η απόσβεση πολλών ιδιομορφών, δηλαδή η χρήση ενός πιεζοηλεκτρικού στοιχείου για την απόσβεση διαφόρων ιδιομορφών. Υπάρχουν δύο διαμορφώσεις κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης πολλών μορφών, παράλληλη και σε σειρά. Παραδείγματα αυτών των δύο σχηματισμών φαίνονται στην Εικόνα 8 (c) και (d). Υπάρχουν και άλλα παραδείγματα κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης πολλών ιδιομορφών, τα οποία θα συζητηθούν παρακάτω.

#### Διακοπτόμενο ρεύμα (Current-blocking)



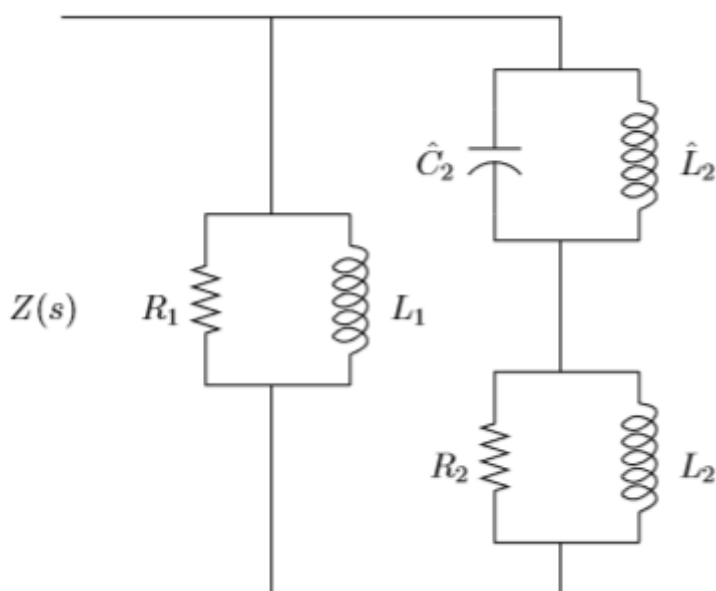
Εικόνα 9

Κύκλωμα απόσβεσης παραδιακλάδωσης two-mode

Οι πρώτες τεχνικές απόσβεσης πολλαπλών ιδιομορφών προτάθηκαν από τον Wu και συνεργάτες [39,40,41]. Η ιδέα τους είναι επικεντρωμένη γύρω από τη χρήση μιας παράκαμψης RL (είτε παράλληλης είτε σε σειρά) για κάθε ιδιομορφή μεμονωμένα και στη συνέχεια γίνεται εισαγωγή κυκλωμάτων LC "current-blocking" σε κάθε κλάδο. Το ηλεκτρικό κύκλωμα διακλάδωσης για ένα σύστημα δύο ιδιοτιμών απεικονίζεται στην Εικόνα 9.

Εάν η δόνηση των πρώτων δύο ιδιοτιμών πρόκειται να μειωθεί, τότε η  $L_1 C_p$  συντονίζεται στο  $\omega_1$ , ενώ η  $L_2 C_p$  συντονίζεται στο  $\omega_2$ . Επιπλέον, το  $L_1 C_1$  συντονίζεται στο  $\omega_2$ , ενώ το  $L_2 C_2$  συντονίζεται στο  $\omega_1$ . Επομένως, τα  $L_1 R_1$  και  $L_2 R_2$  διαχωρίζονται αποτελεσματικά στα  $\omega_1$  και  $\omega_2$ . Για τρεις λειτουργίες, εισάγονται δύο κυκλώματα δέσμμευσης ρεύματος μέσα σε κάθε κλάδο και ούτω καθεξής.

Το μεγάλο πλεονέκτημα με αυτή τη μέθοδο είναι ότι η τάξη του κυκλώματος αυξάνεται πολύ γρήγορα με τον αριθμό των ιδιομορφών που πρέπει να αποσυνδεθούν ταυτόχρονα. Αυτό περιπλέκει σοβαρά το έργο της εφαρμογής των απαιτούμενων κυκλωμάτων.



Εικόνα 10

*Απλοποιημένη παραδιακλάδωση two-mode*

Ο αριθμός των εξαρτημάτων που απαιτούνται σε αυτό το κύκλωμα παραδιακλάδωσης πολλαπλών ιδιομορφών μπορεί να μειωθεί σχεδόν κατά το ήμισυ χρησιμοποιώντας την απλή θεωρία κυκλώματος. Για παράδειγμα, η διακλάδωση δύο ιδιομορφών στην Εικόνα 9 μπορεί να μειωθεί σε εκείνη του Εικόνα 10. Για να λειτουργεί σωστά αυτό το κύκλωμα, τα εξαρτήματά του πρέπει να επιλέγονται σύμφωνα με το:

$$L_1 = \frac{1}{\omega_1^2 C_p}$$

$$L_2 = \frac{(L_1 \tilde{L}_2 + \tilde{L}_2 \hat{L}_2 - L_1 \hat{L}_2 - \omega_2^2 L_1 \tilde{L}_2 \hat{L}_2 \hat{C}_2)}{(L_1 - \tilde{L}_2)(1 - \omega_2^2 \hat{L}_2 \hat{C}_2)}$$

και

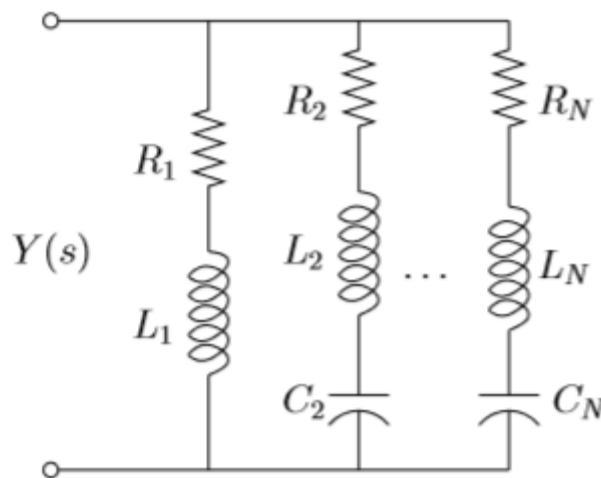
$$\tilde{L}_2 = \frac{1}{\omega_2^2 C_p}$$

$$\hat{L}_2 = \frac{1}{\omega_1^2 \hat{C}_2}$$

Εδώ, το  $\hat{C}_2$  είναι ένας αυθαίρετος πυκνωτής που χρησιμοποιείται στο τρέχον δίκτυο αποκλεισμού.

Η τάξη των αντιστάσεων στο κύκλωμα πολλαπλών ιδιομορφών μπορεί να προκαλέσει μείωση του μικρού αριθμού των ιδιομορφών με αποτελεσματικό τρόπο. Ένα παράδειγμα αυτού περιέχεται στο [42], όπου ο δεύτερος και ο τρίτος τρόπος μιας απλά υποστηριζόμενης δέσμης μειώνονται σε μέγεθος κατά 18,9 dB και 19,1 dB.

Κύκλωμα Hollkamp



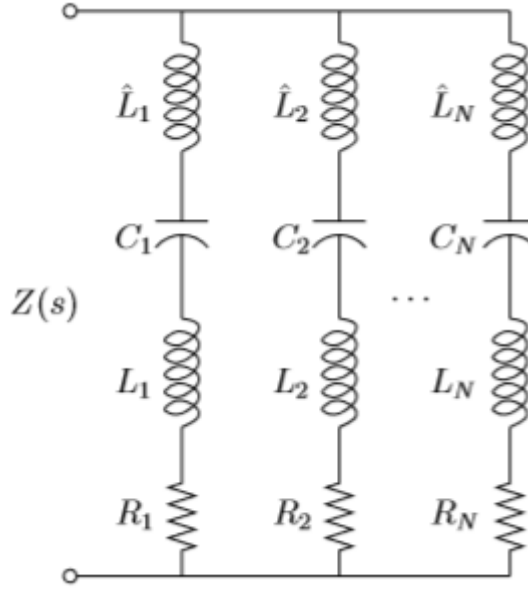
Εικόνα 11

Κύκλωμα Hollkamp

Ο Hollkamp [18] πρότεινε μια συγκεκριμένη διάταξη συντονισμού, που απεικονίζεται στην Εικόνα 11. Το κύκλωμα παραδιακλάδωσης αποτελείται από έναν αριθμό παράλληλων RLC κυκλωμάτων, με τον πρώτο πρώτο κλάδο να είναι ένα κύκλωμα RL. Για μία ιδιομορφή, το κύκλωμα του Hollkamp μειώνεται σε αυτό που προτείνουν οι Hagood και von Flotow. Ωστόσο, για κάθε πρόσθετη ιδιομορφή, πρέπει να προστεθεί ένας κλάδος RLC. Όταν προστεθεί ένας επιπλέον κλάδος, τα προηγούμενα αντιστατικά και επαγωγικά στοιχεία πρέπει να επαναπροσδιοριστούν για να εξασφαλίσουν μια ικανοποιητική απόδοση.

Δεν έχει προταθεί καμία λύση κλειστού κυκλώματος για αυτήν την τεχνική, ωστόσο, στο [18] οι τιμές για τα ηλεκτρικά στοιχεία του κυκλώματος παραδιακλάδωσης καθορίζονται με αριθμητική βελτιστοποίηση μιας μη γραμμικής αντικειμενικής συνάρτησης. Δεδομένου ότι όλα τα στοιχεία του κυκλώματος πρόκειται να καθοριστούν αριθμητικά, για μεγάλο αριθμό ιδιομορφών, αυτή η διαδικασία μπορεί να οδηγήσει σε περίπλοκο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Παρ' όλα αυτά, αυτή η μέθοδος έχει εφαρμοστεί σε έναν πρόβολο δοκού [18], στην οποία οι δονήσεις του δεύτερου και τρίτου τρόπου μειώθηκαν κατά 19 και 12 dB αντίστοιχα.

## Ροή ρεύματος (Current-flowing)



Εικόνα 12

*Current-flowing multi-mode κύκλωμα παραδιακλάδωσης*

Το κύκλωμα παραδιακλάδωσης current-flowing [42] εισήχθη ως μέσο απλούστευσης της υλοποίησης κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης πολλαπλών ιδιομορφών υψηλής συχνότητας. Στην παραπάνω εικόνα, ένα κύκλωμα ροής ρεύματος (current-flowing) απαιτεί μία παράλληλη διακλάδωση για κάθε ιδιομορφή που πρέπει να ελέγχεται. Το δίκτυο  $\hat{L}_i C_i$  σε κάθε κλάδο συντονίζεται ώστε να προσεγγίζει ένα βραχυκύκλωμα στη συχνότητα συντονισμού ενώ προσεγγίζει ένα ανοικτό κύκλωμα στις συχνότητες των γειτονικών διακλαδώσεων, δηλ.

$$\hat{L}_1 = \frac{1}{\omega_1^2 C_1}, \dots, \hat{L}_N = \frac{1}{\omega_N^2 C_N}$$

Ο εναπομείναν επαγωγέας και η αντίσταση σε κάθε κλάδο  $L_i R_i$ , συντονίζονται για να καθηλώσουν την ιδιομορφή-στόχο κατά τρόπο ανάλογο με την απόσβεση απλής τάσης, δηλ.

$$L_1 = \frac{1}{\omega_1^2 C_p}, \dots, L_N = \frac{1}{\omega_N^2 C_p}$$

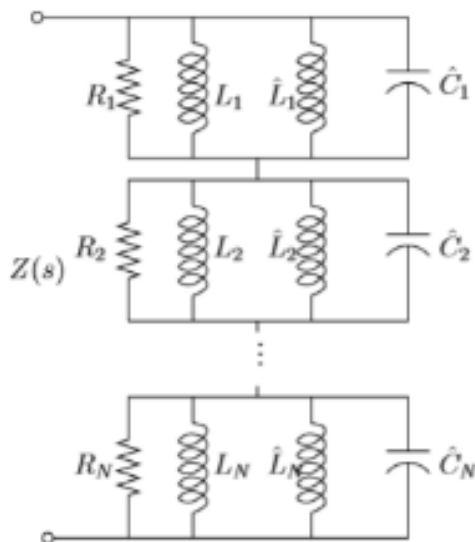
Οι δύο επαγωγείς σε κάθε κλάδο μπορούν να συνδυαστούν, καταλήγοντας σε ένα κύκλωμα σειράς RLC σε κάθε παράλληλο βραχίονα του κυκλώματος παραδιακλάδωσης, όπως φαίνεται στην Εικόνα 12. Αυτό απλοποιεί περαιτέρω το έργο του κυκλώματος παραδιακλάδωσης. Η συνολική αποδοχή διακλάδωσης είναι τότε

$$\begin{aligned} Y(s) &= \sum_{i=1}^N Y_i(s) \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{(1/\hat{L}_i)s}{s^2 + (R_i/\hat{L}_i)s + (1/\hat{L}_i C_i)} \end{aligned}$$

όπου  $\tilde{L}_i = L_i + \hat{L}_i$

Σε σύγκριση με το κύκλωμα που προτείνουν ο Wu και συν. [39,40,41], το προκύπτει κύκλωμα παραδιακλάδωσης είναι σημαντικά χαμηλότερης τάξης. Επιπλέον, σε σύγκριση με την τεχνική που προτείνεται στο [18], αυτός είναι ένας πιο συστηματικός τρόπος σχεδιασμού ενός κυκλώματος σύνθετης αντίστασης. Οι μόνες παράμετροι που πρέπει να επιλεγούν είναι οι αντιστάσεις  $R_1, \dots, R_N$ . Οι παράμετροι αυτές μπορούν να προσδιοριστούν μέσω βελτιστοποίησης ή πειραματικά.

Σε σειρά παράλληλο κύκλωμα (Series-parallel)



Εικόνα 13

*Το σειριακό παράλληλο κύκλωμα απόσβεσης διακλάδωσης*

Το ηλεκτρικό δυαδικό κύκλωμα ενός κυκλώματος ροής ρεύματος, το λεγόμενο series-parallel κύκλωμα που φαίνεται στην Εικόνα 13, προτάθηκε ως μέθοδος για τη μείωση των τιμών των επαγωγικών συνιστωσών στο [43].

Κάθε δίκτυο της σειράς  $C_i L_i L_i R_i$  περιλαμβάνει δύο υπο-δίκτυα: ένα δίκτυο διακοπώμενου ρεύματος (current-blocking)  $C_i L_i$ , και ένα παράλληλο δίκτυο απόσβεσης  $L_i R_i$  μονής ιδιομορφής. Τόσο τα δίκτυα current-blocking όσο και τα αποσβεστικά,  $C_i L_i$  και  $L_i R_i$ , συντονίζονται στην ίδια συχνότητα συντονισμού  $\omega_i$ . Σε αυτή τη συχνότητα, το τρέχον δίκτυο αποκλεισμού έχει εξαιρετικά μεγάλη σύνθετη αντίσταση. Όλα τα υπόλοιπα δίκτυα current-blocking, συντονισμένα με άλλες συχνότητες δομικού συντονισμού, έχουν χαμηλή αντίσταση στο  $\omega_i$ . Η τάση που εφαρμόζεται στα τερματικά έχει ως αποτέλεσμα το ρεύμα που ρέει ελεύθερα μέσω των δικτύων διακοπώμενου ρεύματος, αλλά αναγκάζεται να διέλθει μέσω του ενεργού δικτύου απόσβεσης. Με αυτό τον τρόπο, το κύκλωμα αποσυνδέεται έτσι ώστε κάθε δίκτυο απόσβεσης  $L_i R_i$  να μπορεί να συντονιστεί μεμονωμένα σε μια συχνότητα συντονισμού. Όπως περιγράφηκε παραπάνω, η συστοιχία παράλληλων κυκλωμάτων σε σειρά δεν παρουσιάζει μεγάλο πλεονέκτημα έναντι συγκρίσιμων τεχνικών. Τα πλεονεκτήματα προκύπτουν από μια κατάλληλη επιλογή στις αυθαίρετες χωρητικότητες  $C_i$ . Η συνιστώμενη τιμή χωρητικότητας είναι 10-20 φορές μεγαλύτερη από αυτή της πιεζοηλεκτρικής χωρητικότητας. Σε αυτή την περίπτωση, οι τρέχοντες επαγωγείς μπλοκαρίσματος γίνονται αισθητά μικρότεροι από τους επαγωγείς απόσβεσης. Όταν το κύκλωμα απλουστεύεται συνδυάζοντας τους αποσβεστήρες και τους επαγωγείς δέσμησης ρεύματος σε κάθε σειριακό δίκτυο, το προκύπτει απλό πηνίο είναι ένα κλάσμα από εκείνο που απαιτείται σε άλλα κυκλώματα μιας ιδιομορφής ή πολλαπλών ιδιομορφών.

## Έλεγχος προσανατολισμού (Control Orientated)

Όλες οι τεχνικές multi-mode που συζητήθηκαν μέχρι τώρα είναι περισσότερο ή λιγότερο άμεσες προεκτάσεις από τις αρχικές σειρές των βασικών κυκλωμάτων κίνησης. Ένα νέο μοντέλο για την πρόβλεψη των παθητικών ηλεκτρικών ηλεκτρικών αντισταθμιστικών κυκλωμάτων απεικόνισης παρουσιάστηκε στο [44]. Με την εξέταση της ηλεκτρικής σύνθετης αντίστασης ως παραμετροποίηση ενός ισοδύναμου συνεγκατεστημένου ελεγκτή τάσης, μπορεί κανείς να βρεί μια αντίσταση διακλάδωσης, δουλεύοντας προς τα πίσω από ένα αποτελεσματικό ελεγκτή ανάδρασης. Κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες, η παθητικότητα και συνεπώς η σταθερότητα του συστήματος με αποστράγγιση μπορεί να είναι εγγυημένη. Ο σχεδιασμός του ελεγκτή είναι παρόμοιος με αυτόν των κυκλωμάτων ρεύματος, είναι χαμηλής τάξης, εύκολος να συντονιστεί και άρα κατάλληλος για πυκνά συστήματα.

## 4 Μοντέλα κατασκευών με ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά και κυκλώματα παραδιακλάδωσης

### 4.1 Μοντέλα ευφύων πιεζοηλεκτρικών κατασκευών

Το φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού χρησιμοποιείται σήμερα ευρέως σε πάρα πολλές εφαρμογές. Όσον αφορά στον τομέα των κατασκευών τα πιεζοηλεκτρικά υλικά χρησιμοποιούνται κυρίως με την μορφή πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων σε κατασκευές όπως:

1. Λεπτές δοκοί, πλάκες, ανοιχτά και κλειστά λεπτότοιχα κελύφη
2. Λεπτές δοκοί και πλάκες με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία συνδεδεμένα με ηλεκτρικές αντιστάσεις
3. Δοκοί μεγάλου πάχους με εύκαμπτες στρώσεις
4. Δοκοί μεγάλου πάχους με εύκαμπτες στρώσεις και πιεζοηλεκτρικά στοιχεία
5. Πλάκες μεγάλου πάχους, κλπ.

Η εκμετάλλευση του φαινομένου σε τεχνολογικό επίπεδο δεν έχει φτάσει σε καμία περίπτωση τα όρια των δυνατοτήτων του. Πολλές πειραματικές μελέτες εξετάζουν την μελλοντική εφαρμογή του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου σε όλο και περισσότερα πεδία. Αυτή τη στιγμή το φαινόμενο χρησιμοποιείται ευρέως σε εφαρμογές της ακουστικής (ηλεκτροακουστική), στη βιοιατρική, στην κατασκευή μικροζυγαριών, αισθητήρων (επιταχυνσιόμετρα, μετατροπείς δύναμης και πίεσης κ.α.), διεγερτών, αισθητήρων θορύβου κ.α.

Μερικές από τις πιλοτικές εφαρμογές του φαινομένου, που θα μελετήσουν την λειτουργικότητα του για μια ευρεία μελλοντική εφαρμογή του, αφορούν στο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο σαν εναλλακτική μορφή ενέργειας με διατάξεις στοιχείων που αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια μέσω της πίεσης που δέχονται. Τέτοια παραδείγματα αποτελούν η τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών πλακών κάτω από το οδόστρωμα, με σκοπό την αποθήκευση ηλεκτρικού ρεύματος λόγω της πίεσης που ασκεί η κυκλοφορία του δρόμου στις πλάκες ή ακόμα και κάτω από τις πλάκες πεζοδρομίων για τη συλλογή ηλεκτρικού ρεύματος που επαρκεί για το νυχτερινό φωτισμό του δρόμου. Όπως μπορεί να διαπιστώσει κανείς από τις πειραματικές και πιλοτικές εφαρμογές του φαινομένου, οι δυνατότητες εφαρμογής και εκμετάλλευσης είναι ακόμα πολύ μεγάλες και η περαιτέρω έρευνα και εξέλιξη θα συμβάλει ώστε κάποια στιγμή τα οφέλη και οι εφαρμογές του φαινομένου να είναι εύκολα διακριτά ακόμα και στην καθημερινότητά μας αντικαθιστώντας παλιές τεχνολογίες και βελτιώνοντας την ποιότητα ζωής μας.

Παρακάτω θα δώσουμε περιληπτικά ορισμένα παραδείγματα εφαρμογής του φαινομένου του πιεζοηλεκτρισμού:

Πηγές υψηλής τάσεως

Καθώς ο άμεσος πιεζοηλεκτρισμός υλικών όπως ο χαλαζίας μπορεί να παραγάγει ηλεκτρισμό πολλών χιλιάδων βολτ, συνήθως συναντάμε τα πιεζοηλεκτρικά κρύσταλλα σε εφαρμογές όπως:

### 1) Ιατρικές συσκευές υπερήχων

2) Ηλεκτρικός αναπτήρας τσιγάρων: η συμπίεση του κουμπιού αναγκάζει ένα συμπιεζόμενο σφυρί να χτυπήσει ένα πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο. Έτσι η υψηλή παραχθείσα τάση δημιουργεί σπινθήρα και ανάφλεξη.

### Αισθητήρες - Γεννήτριες

Η αρχή της λειτουργίας ενός πιεζοηλεκτρικού αισθητήρα είναι ότι μια φυσική διάσταση, που μετασχηματίζεται σε μια δύναμη, ενεργεί σε δύο αντιτιθέμενα πρόσωπα του αισθητήριου στοιχείου. Ανάλογα με το σχέδιο ενός αισθητήρα, οι διαφορετικοί "τρόποι" που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να φορτώσουν το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο είναι ο διαμήκης και ο εγκάρσιος.

Στις μέρες μας τέτοια υλικά χρησιμοποιούνται σε κάθε σχεδόν εφαρμογή η οποία προϋποθέτει ακριβείς μετρήσεις ή παρακολούθηση αλλαγών διαφόρων μηχανικών μεγεθών, όπως η πίεση, η δύναμη και η επιτάχυνση. Τέτοιες εφαρμογές είναι:

1) Αεροδιαστημική έρευνα: τεχνολογία κατασκευής πυραύλων, συστήματα εκτίναξης επείγουσας ανάγκης, σχετικές δομικές κατασκευές.

2) Βαλλιστικές μελέτες: καύση, έκρηξη, εκπυρσοκρότηση και κατανομή ηχητικής πίεσης

3) Βιοϊατρική: μετρήσεις δύναμης για ορθοπεδικό βηματισμό, εργονομία, νευρολογία, καρδιολογία και αποκατάσταση υγείας. Επίσης, πιεζοηλεκτρικά χρησιμοποιούνται ως πολύ ευαίσθητοι χημικοί και βιολογικοί αισθητήρες.

4) Έλεγχος μηχανών: καύση, εναλλαγή αερίων και ψεκασμός, διαγράμματα ενδείξεων.

5) Βιομηχανία και εργοστάσια: κοπή μετάλλων, αυτοματοποίηση διαδικασιών συναρμολόγησης, παρακολούθηση λειτουργίας μηχανών.

6) Παραγωγή κυμάτων sonar.

Ο χαλαζίας χρησιμοποιείται εκτενώς σε επιταχυνσιμόμετρα. Το θειικό λίθιο ( $\text{Li}_2\text{SO}_4$ ) και ο τουρμαλίνης είναι δύο πιεζοηλεκτρικοί κρύσταλλοι που χρησιμοποιούνται σε εμπορικά υδρόφωνα. Το αλάτι Rochelle salt έχει περιορισμένη χρήση ως ένας τύπος sonic blast sensor. Το Νιοβικό λίθιο ( $\text{LiNbO}_3$ ) και το τανταλικό λίθιο ( $\text{LiTaO}_3$ ) χρησιμοποιούνται ως ακουστικοί αισθητήρες σε υψηλές θερμοκρασίες αφού και οι δύο παρέχουν υψηλή ευαισθησία για θερμοκρασίες ακόμα και ως 400°C. Άλλοι κρύσταλλοι με καλή θερμική ευστάθεια περιλαμβάνουν τους perovskite layer structure (PLS) ferroelectrics όπως οι  $\text{Sr}_2\text{Nb}_2\text{O}_7$  και  $\text{La}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  οι οποίοι έχουν θερμοκρασίες Curie 1342°C και 1500°C. Πολικά υλικά κεραμικά υλικά τα οποία αναπτύσσονται με συνήθεις διαδικασίες ανάπτυξης κρυστάλλων χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές υδροφώνων. Λόγω των σταθερών πιεζοηλεκτρικών ιδιοτήτων οι φυσικοί κρύσταλλοι χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου κάποιο μέγεθος πρέπει να μετριέται για μεγάλες χρονικές περιόδους.

### Διεγέρτες - Κινητήρες

Δεδομένου ότι οι πολύ υψηλές τάσεις αντιστοιχούν μόνο σε μικροσκοπικές αλλαγές στο πλάτος του κρυστάλλου, αυτό το πλάτος μπορεί να αλλάξει με ακρίβεια



μικρόμετρου, που κάνει τους πιεζο-κρυστάλλους το σημαντικότερο εργαλείο για εφαρμογές με απαίτηση ακραίας ακρίβειας.

1) Μεγάφωνα: Οι τάσεις μετατρέπονται στη μηχανική μετακίνηση μιας πιεζοηλεκτρικής πολυμερούς ταινίας.

2) Πιεζοηλεκτρικές μηχανές: τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία εφαρμόζουν μια κατευθυντήρια δύναμη σε έναν άξονα, αναγκάζοντας τον να περιστραφεί. Λόγω των εξαιρετικά μικρών μεταβολών η μηχανή αντιμετωπίζεται ως μεγάλης ακρίβειας και μπορεί να αντικαταστήσει ένα βηματικό κινητήρα.

3) Ευθυγράμμιση καθρεφτών λέιζερ.

4) Οπτικοακουστικός διαμορφωτής, μια συσκευή που δονείται ένας καθρέφτης μεταδίδοντας το φως που απεικονίζεται από μια μετατόπιση Doppler. Αυτό είναι χρήσιμο για μια συχνότητα λέιζερ.

5) Τα ατομικά μικροσκόπια δύναμης και τα μικροσκόπια ανίχνευσης υιοθετούν τον αντίστροφο πιεζοηλεκτρισμό για να κρατήσουν την αισθητήρια βελόνα κοντά στον έλεγχο.

6) Εκτυπωτές Inkjet: Σε μερικούς high-end εκτυπωτές Inkjet, τα πιεζοηλεκτρικά κρύσταλλα χρησιμοποιούνται για να ελέγξουν τη ροή του μελανιού από την κασέτα στο έγγραφο.

7) Μηχανές diesel: οι υψηλής απόδοσης κοινές μηχανές diesel χρησιμοποιούν τους πιεζοηλεκτρικούς εγχυτήρες καυσίμων, αντί των πιο κοινών συσκευών σωληνοειδών βαλβίδων.

8) Μείωση των δονήσεων: π.χ. Ερευνητές του Πολυτεχνείου του Ντάρμστατ της Γερμανίας προσπάθησαν να μειώσουν και να σταματήσουν τις δονήσεις μιας κατασκευής, με την ένωση των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων. Όταν το υλικό κάμπτεται από μια δόνηση σε μια κατεύθυνση, το σύστημα αντιλαμβάνεται την κάμψη και στέλνει την ηλεκτρική ενέργεια στο πιεζοηλεκτρικό στοιχείο το οποίο κάμπτεται προς στην άλλη κατεύθυνση. Σε αυτόν τον τομέα έχουν γίνει διάφορα πειράματα.

#### Καινοτόμες εφαρμογές

1) Το Kohei Hayamizu έχει ένα τολμηρό όραμα για το μέλλον: μια πόλη που να είναι η ίδια ένας σταθμός παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος. Στο πείραμά τους ισχυρίζονται ότι στη περιοχή Shibuya όπου καθημερινά περνούν 900.000 άνθρωποι, η 20 ημερών εγκατάσταση, θα παραγάγει αρκετή ηλεκτρική ενέργεια ώστε να δουλέψουν 1.422 τηλεοράσεις για μια ώρα.

2) Οι ερευνητές στο Πολυτεχνείο του Ισραήλ «Techion-Israel Institute of Technology» ελπίζουν στο να μετατρέψουν τους αυτοκινητόδρομους σε ανανεώσιμη πηγή ενέργειας, χρησιμοποιώντας τη τεχνολογία του πιεζοηλεκτρισμού. Στο σχέδιο που αναπτύχθηκε από τον Haim Abramovich, στοχεύουν στο να τοποθετήσουν πιεζοηλεκτρικούς κρυστάλλους κάτω από την ασφαλτο, όπου θα μετατρέπονται οι δονήσεις σε ηλεκτρική ενέργεια.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι ηλεκτρικοί άγνωστοι μπορούν να συνοψιστούν έτσι ώστε το πρόβλημα επίλυσης να έχει τη μορφή ενός τυπικού προβλήματος ελαστικών κραδασμών. Συγκεκριμένα, η δράση των ενεργοποιητών στο σύστημα εμφανίζεται ως εξωτερική δύναμη ανάλογη της εφαρμοζόμενης τάσης, ενώ η ακαμψία του συστήματος

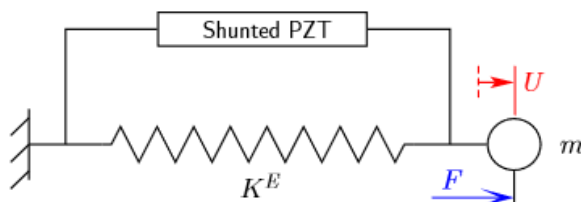
είναι καθαρά ελαστική, χωρίς μεταβολές λόγω της κατάστασης των επιθεμάτων. Στην περίπτωση των αισθητήρων, το πρόβλημα εμφανίζεται με πρόσθετο όρο ακαμψίας και η τάση των πιεζοηλεκτρικών τεμαχίων (η έξοδος του αισθητήρα) είναι ανάλογη με τις άγνωστες μηχανικές μετατοπίσεις. Αυτή η διατύπωση είναι η βάση των περισσότερων αριθμητικών μελετών που περιλαμβάνουν ελαστικές κατασκευές με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία [51-59]. Για περισσότερες αναφορές, μπορείτε να ανατρέξετε στα εξής άρθρα ανασκόπησης [60-62].

## 4.2 Μοντέλα κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης

Ο έλεγχος με πιεζοηλεκτρικά κυκλώματα παραδιακλάδωσης διαμορφώνεται από καθαρά μηχανικά συστήματα και τα ανάλογα ηλεκτρικά κυκλώματά τους. Για παράδειγμα, στα κυκλώματα συντονισμού, οι βέλτιστες τιμές επαγωγής και αντίστασης βρίσκονται από την ελαχιστοποίηση της μετατόπισης προς τον έλεγχο. Η μέγιστη ροή ρεύματος μέσω της παραδιακλάδωσης είναι επίσης ποσοτικοποιημένη για μεταγενέστερο σχεδιασμό των ηλεκτρικών εξαρτημάτων. Ωστόσο, ένα παράδειγμα πειραματικής ρύθμισης δείχνει ότι οι απαιτούμενες τιμές επαγωγής δεν μπορούν να ικανοποιηθούν με τα τυπικά παθητικά εξαρτήματα.

### 4.2.1 Σύστημα ενός μηχανικού βαθμού ελευθερίας (σύστημα μάζας-ελατηρίου)

Το αποτέλεσμα μιας συντονισμένης πιεζοηλεκτρικής παραδιακλάδωσης απεικονίζεται καταρχάς μέσω του ελέγχου ενός μονοβάθμιου ταλαντωτή που αντιπροσωπεύεται από ένα σύστημα μάζας ελατηρίου. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 14, ένα παραδιακλαδωμένο πιεζοηλεκτρικό συνδέεται παράλληλα με ένα ελατήριο ελαστικότητας  $K^E$ , που αντιπροσωπεύει τη σταθερότητα ολόκληρης της κατασκευής όταν ο πιεζοηλεκτρικός μορφοτροπέας βραχυκυκλώνεται.



Εικόνα 14

*Μοντέλο ελατήριο-μάζα που απεικονίζει τον έλεγχο με παραδιακλαδωμένα κεραμικά πιεζοηλεκτρικά στοιχεία*

Η πιεζοηλεκτρική σύζευξη ορίζεται ως

$$N = K^E U - eV$$

$$q = eU + C^E V$$

Αν η συνολική κινούμενη μάζα ισούται με  $m$ , από την Εικόνα 14 φαίνεται ότι  $m\ddot{U} = F - N$  και έτσι έχουμε

$$m\ddot{U} = F - K^E U + eV$$

$$q = eU + C^E V$$

Μπορεί να οριστεί φυσική συχνότητα σε βραχυκύκλωμα:  $\omega_s = \sqrt{K^E / m}$ . Αυτό αναφέρεται στον συντονισμό της μηχανικού μέρους όταν το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο βραχυκυκλώνεται ( $V = 0$ ). Αν η παραδιακλάδωση είναι κατασκευασμένη από έναν επαγωγέα  $L$  σε σειρά με έναν αντιστάτη  $R$ , η αντίσταση  $Z(\omega) = R + j\omega L$  οδηγεί σε

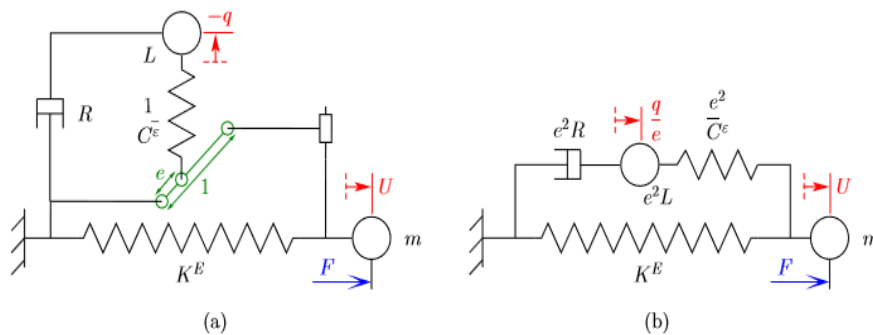
$$V = -R\dot{q} - L\ddot{q}$$

Έτσι έχουμε

$$m\ddot{U} = F - K^E U + \frac{e}{C^E}(q - eU)$$

$$-L\ddot{q} = R\dot{q} + \frac{1}{C^E}(q - eU)$$

η οποία μπορεί να απεικονιστεί με το μηχανικό μοντέλο στην Εικόνα 15(α).

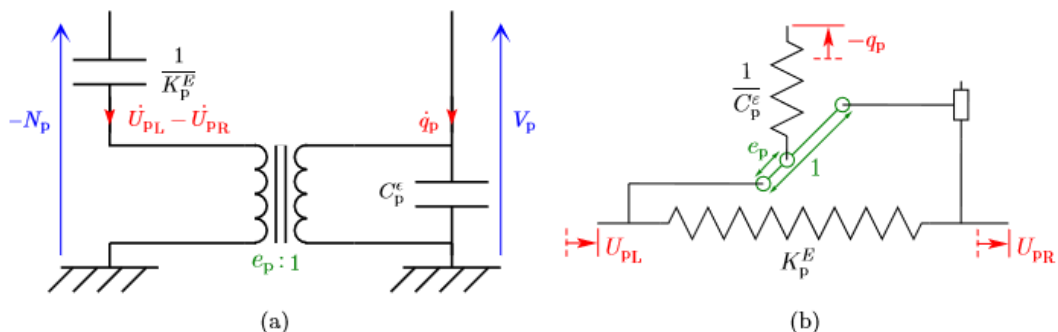


Εικόνα 15

Μηχανικά ανάλογα ενός πιεζοηλεκτρικού κυκλώματος συντονισμού:

(α) Πλήρες μοντέλο. (β) Απλοποιημένο μοντέλο.

Το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο στην Εικόνα 14 αντιπροσωπεύεται από ένα μηχανικό σύστημα παρόμοιο με αυτό στην Εικόνα 16(b) με την προσθήκη μιας μάζας  $L$  και ενός αποσβεστήρα  $R$  που αντιπροσωπεύει την επαγωγή και την αντίσταση του διακένου. Εδώ πρέπει να αναφερθούν οι ισοδυναμίες μάζας - επαγωγέα, αποσβεστήρα - αντιστάτη και ελατηρίου - πυκνωτή, οι οποίες αναφέρονται στην άμεση ηλεκτρομηχανική αναλογία [45].



Εικόνα 16

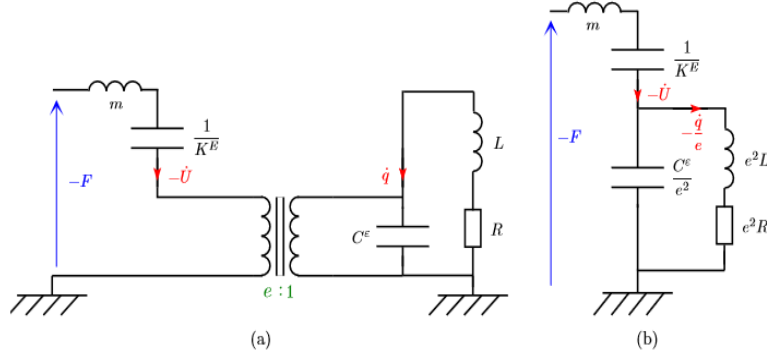
Διακριτό μοντέλο για πιεζοηλεκτρικό μετατροπέα:

(α) Ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα. (β) Μηχανικό μοντέλο.

Συνεχίζοντας, έχουμε

$$m\ddot{U} = F - K^E U - \frac{e^2}{C^\varepsilon} (U - \frac{q}{e})$$

$$e^2 L \frac{\ddot{q}}{e} = -e^2 R \frac{\dot{q}}{e} + \frac{e^2}{C^\varepsilon} (U - \frac{q}{e})$$



Εικόνα 17

Ηλεκτρικά κυκλώματα ως ανάλογα των μηχανικών μοντέλων: (α) Πλήρες μοντέλο. (β) Απλοποιημένο μοντέλο

του οποίου το μηχανικό μοντέλο παρουσιάζεται στην Εικόνα 16(β). Βρέθηκε ένα απλοποιημένο μοντέλο που δείχνει άμεσα την αναλογία της συντονισμένης διακλάδωσης με ένα ρυθμισμένο αποσβεστήρα μάζας [46, 47]. Παρατηρήστε ότι ο αποσβεστήρας δεν είναι μεταξύ των δύο κινούμενων μαζών, αλλά μεταξύ της προστιθέμενης μάζας και της γείωσης, έτσι ώστε μια ανεπαρκής απόσβεση να ισοδυναμεί με την περίπτωση ανοιχτού κυκλώματος.

Και τα δύο μηχανικά μοντέλα στις Εικόνες 15(a) και 15(b) μπορούν να μετατραπούν σε ηλεκτρικά ανάλογα τους χρησιμοποιώντας την άμεση ηλεκτρομηχανική αναλογία. Συνεπώς προκειμένου να ικανοποιηθεί η συσχέτιση με το ηλεκτρικό κύκλωμα στην Εικόνα 15(α) έχουμε

$$-F = -j\omega m\dot{U} - \frac{K^E}{j\omega} \dot{U} + \frac{e}{j\omega C^\varepsilon} (\dot{q} - e\dot{U})$$

$$-j\omega L\dot{q} - R\dot{q} = \frac{1}{j\omega C^\varepsilon} (\dot{q} - e\dot{U})$$

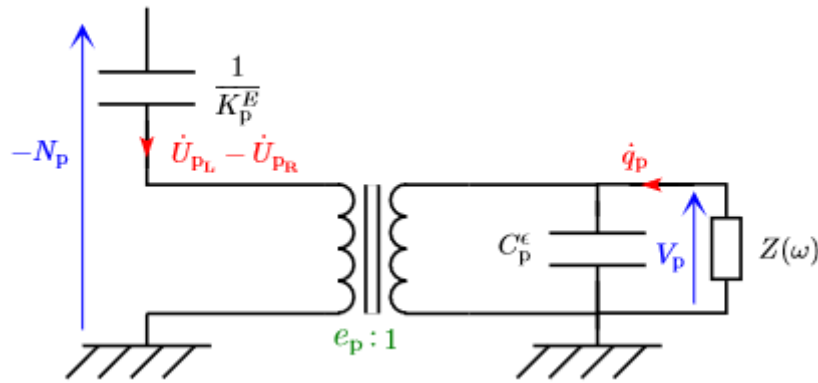
Η παραδιακλάδωση RL αντιπροσωπεύεται άμεσα στον ηλεκτρικό κλάδο, πράγμα που σημαίνει ότι αυτό το μοντέλο είναι τελικά παρόμοιο με την Εικόνα 17 μετά την προσθήκη ενός επαγωγέα  $m$  που αντιπροσωπεύει τη μάζα του μηχανικού συστήματος. Το κύκλωμα RL αντιπροσωπεύεται άμεσα στον ηλεκτρικό κλάδο, πράγμα που σημαίνει ότι αυτό το μοντέλο είναι τελικά παρόμοιο με εκείνο που προκύπτει μετά την προσθήκη ενός επαγωγέα  $m$  που αντιπροσωπεύει τη μάζα της μηχανικού μέρους της κατασκευής.

Επιπλέον, έχουμε

$$-F = -j\omega m\dot{U} - \frac{K^E}{j\omega} \dot{U} + \frac{e^2}{j\omega C^\varepsilon} (\frac{\dot{q}}{e} - \dot{U})$$

$$-j\omega e^2 L \frac{\dot{q}}{e} - e^2 R \frac{\dot{q}}{e} = \frac{e^2}{j\omega C^\varepsilon} \left( \frac{\dot{q}}{e} - \dot{U} \right)$$

Στην περίπτωση αυτή έχουμε το απλοποιημένο μοντέλο που φαίνεται στην Εικόνα 17(β) όπου δεν εμφανίζεται πλέον μετασχηματιστής. Στο τέλος, έχει αποδειχθεί ότι το εξεταζόμενο συζευγμένο σύστημα μπορεί να τραβηχτεί μέσω ισοδύναμων μηχανικών ή ηλεκτρικών παραστάσεων. Ακόμα, παρατηρούμε ότι η απλοποίηση της Εικόνας 15(a) στην Εικόνα 15(b) είναι λιγότερο προφανής από ότι η μετάβαση από την Εικόνα 16(a) στην Εικόνα 16(b) μέσω της σχέσης του μετασχηματιστή. Στην πραγματικότητα, η ηλεκτρική αναπαράσταση προτιμάται συχνά επειδή μπορεί να γίνει ευκολότερη ανάλυση για να ληφθούν οι συστατικές εξισώσεις και για την απλοποίηση του προκύπτοντος συστήματος. Στην ακόλουθη εικόνα φαίνεται η ηλεκτρική διακλάδωση μιας σύνθετης εμπεδησης  $Z(\omega)$  σε ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο.



Εικόνα 18

Ηλεκτρική διακλάδωση σύνθετης αντίστασης  $Z(\omega)$  σε πιεζοηλεκτρικό μετατροπέα.

Βελτιστοποίηση της απόκρισης συντονισμού

Όταν συνδέεται μια πιεζοηλεκτρική παραδιακλάδωση συντονισμού σε μια μηχανική κατασκευή, η απόδοση απόσβεσης μπορεί να βελτιστοποιηθεί επιλέγοντας κατάλληλες τιμές αντίστασης και επαγωγής. Προτάθηκαν αρκετές μέθοδοι για τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών για  $L$  και  $R$  [5,48,49]. Παρατηρείται ότι όλα δίνουν σχετικά κοντινά αποτελέσματα όταν αντιμετωπίζουν μέτριες τιμές του συντελεστή σύζευξης

$$k_c = \sqrt{\frac{e^2}{K^E C^\varepsilon}}$$

Η μέθοδος που προτείνεται από τον Thomas et al. [48, 63], εστιάζεται σε μια βελτιστοποίηση min-max στην μετατόπιση  $U$  της μάζας  $m$ . Θεωρώντας ότι η διέγερση εισόδου είναι μια δύναμη  $F$ , θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το μέγιστο της συνάρτησης μεταφοράς μετατόπισης  $U / F$ . Για το σκοπό αυτό, η εξίσωση κίνησης γραφεται αρχικά ως

$$m\ddot{U} + K^D U = F + \frac{e}{C^\varepsilon} q$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C^\varepsilon} q = \frac{e}{C^\varepsilon} U$$

Όπου  $K^D = K^E + \frac{e^2}{C^\varepsilon}$  είναι η δυσκαμψία της κατασκευής στην Εικόνα 14 όταν το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο είναι σε ανοικτό κύκλωμα, δηλ. όταν  $q = 0$ . Στη συνέχεια, το παραπάνω σύστημα μπορεί να γραφεί ισοδύναμα ως

$$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{U} + U = \frac{F}{K^D} + \frac{e}{K^D C^\varepsilon} q$$

$$\frac{1}{\omega_e^2} \ddot{q} + \frac{2\xi_e}{\omega_e} \dot{q} + q = eU$$

Όπου  $\omega_e = \frac{1}{\sqrt{LC^\varepsilon}}$  η συχνότητα της συντονισμένης παραδιακλάδωσης

$\xi_e = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C^\varepsilon}{L}}$  ο συντελεστής απόσβεσης

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K^D}{m}}$  η φυσική συχνότητα του ανοιχτού κυκλώματος

Ο συντελεστής σύζευξης ορίζεται από τις φυσικές συχνότητες του ανοιχτού κυκλώματος και του βραχυκυκλώματος

$$k_c = \sqrt{\frac{e^2}{K^E C^\varepsilon}} = \sqrt{\frac{K^D - K^E}{K^E}} = \sqrt{\frac{\omega_0^2 - \omega_s^2}{\omega_s^2}}$$

Υπό αρμονική διέγερση έχουμε

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) U - \frac{e}{K^D C^\varepsilon} q = \frac{F}{K^D}$$

Και

$$q = \frac{e}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} + 2j\xi_e \frac{\omega}{\omega_e}} U$$

Η συνάρτηση μεταφοράς χωρίς διαστάσεις εκφράζεται ως

$$H(\omega) = \frac{U}{F/K^D} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} + 2j\xi_e \frac{\omega}{\omega_e}}{\frac{\omega_s^2}{\omega_0^2} + \left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_e^2}\right) \omega^2 + \frac{\omega^4}{\omega_0^2 \omega_e^2} + 2j\xi_e \frac{\omega}{\omega_e} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}$$

το οποίο δίνει

$$|H(\omega)|^2 = \frac{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2}\right]^2 + 4\xi_e^2 \left(\frac{\omega}{\omega_e}\right)^2}{\left[\frac{\omega_s^2}{\omega_0^2} + \left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_e^2}\right) \omega^2 + \frac{\omega^4}{\omega_0^2 \omega_e^2}\right]^2 + 4\xi_e^2 \frac{\omega^2}{\omega_e^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}$$

Ο συντονισμός του παθητικού κυκλώματος παραδιακλάδωσης συνίσταται στον καθορισμό τιμών για  $\omega_e$  και  $\xi_e$  που ελαχιστοποιούν το μέγιστο του  $|H(\omega)|$ . Οι αναλυτικοί υπολογισμοί δίνουν

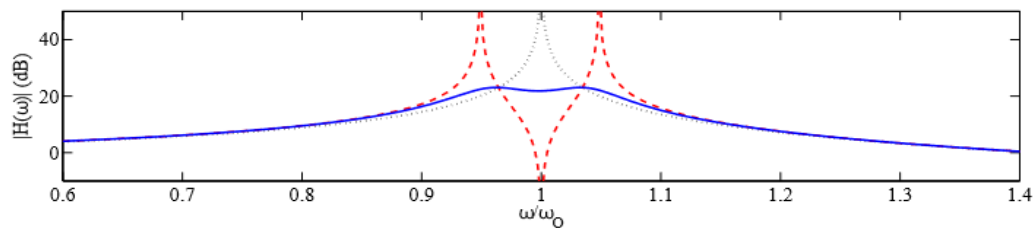
$$\omega_e = \omega_0 \text{ και } \xi_e = \sqrt{\frac{3}{8}} k_c, \quad |H(\omega)|_{max} \approx \frac{\sqrt{2}}{k_c}$$

Έτσι η βέλτιστη μετατόπιση και αντίσταση είναι οι

$$L = \frac{1}{C^\varepsilon \omega_0^2} \text{ και } R = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k_c}{C^\varepsilon \omega_0}$$

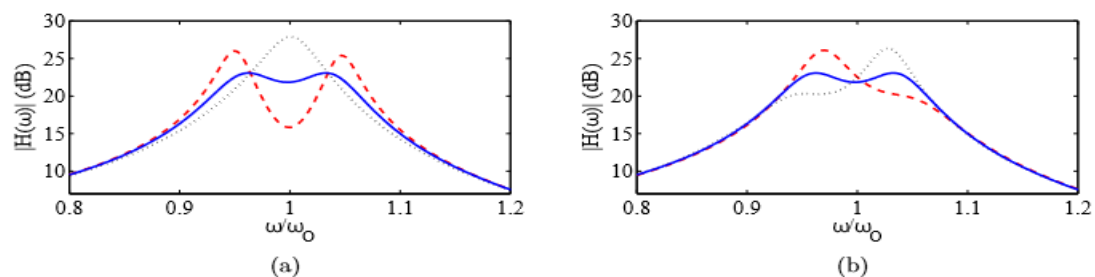
όπου  $k_c$  είναι ο συντελεστής σύζευξης και  $C^\varepsilon$  είναι η δεσμευμένη χωρητικότητα, δηλαδή η χωρητικότητα που μετράται, όταν αποτρέπεται η μετατόπιση του μηχανικού συστήματος ( $U = 0$ ).

Το ενδιαφέρον του πιεζοηλεκτρικού ελέγχου συντονισμού απεικονίζεται παρατηρώντας το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς  $H(\omega)$  γύρω από το  $\omega_0$ , τη φυσική συχνότητα δηλαδή στο ανοικτό κύκλωμα (Εικόνα 19).



Εικόνα 19

Συνάρτηση μεταφοράς  $H(\omega)$ : (···) με ανοικτό κύκλωμα, (- -) με τη βέλτιστη αυτεπαγωγή και χωρίς αντίσταση, (-) με βέλτιστη αυτεπαγωγή και βέλτιστη αντίσταση



Εικόνα 20

Συνάρτηση μεταφοράς  $H(\omega)$ : (α) Ρύθμιση της αντίστασης - (-) με τη βέλτιστη αντίσταση, ( ) με το διπλάσιο της βέλτιστης αντίστασης, (- -) με το μισό της βέλτιστης αντίστασης. (β) Συντονισμός της επαγωγής - (-) με τη βέλτιστη αυτεπαγωγή, (...) με 105% της βέλτιστης αυτεπαγωγής, (- -) με το 95% της βέλτιστης αυτεπαγωγής.

Η Εικόνα 20 δείχνει ότι η χρήση ενός συντονισμένου διακένου χωρίς οποιαδήποτε αντίσταση δημιουργεί έναν παράλληλο συντονισμό στην  $\omega_e$ , η οποία είναι ίση με  $\omega_0$  όταν η επαγωγή συντονίζεται στη βέλτιστη τιμή της. Αυτό είναι το αποτέλεσμα μιας ισοδύναμης ακαμψίας που τείνει στο άπειρο όταν ικανοποιείται η παρακάτω εξίσωση.

$$Z(\omega) = j\omega L \text{ όπου } L = \frac{1}{\omega_e^2 C_p^\varepsilon}$$

Ωστόσο, η συντονισμένη παραδιακλάδωση προσθέτει ένα νέο βαθμό ελευθερίας, όπως φαίνεται στα αντίστοιχα μηχανικά μοντέλα των Εικόνων 15 (α) και 15 (β). Αυτό εξηγεί γιατί δύο συντονισμοί εμφανίζονται και στις δύο πλευρές του παράλληλου συντονισμού. Η μετατόπιση μειώνεται έτσι γύρω από το  $\omega_0$  αλλά αυξάνεται σημαντικά γύρω από τους νέους συντονισμούς. Αντίσταση προστίθεται στην παράκαμψη για να μειωθεί η δόνηση σε ένα ευρύτερο φάσμα συχνοτήτων. Η βέλτιστη αντίσταση δίδεται από την Εξίσωση

$$R = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k_c}{C^\varepsilon \omega_0}$$

Αυτή η βέλτιστη αντίσταση οδηγεί τελικά σε σημαντική μείωση των κραδασμών σε σύγκριση με τις περιπτώσεις που αφορούν ένα ανοικτό κύκλωμα PZT ή ένα καθαρά επαγωγικό βραχυκύκλωμα. Στη συνέχεια, μπορεί να επικυρωθεί η βέλτιστη ρύθμιση της συντονισμένης διακλάδωσης. Η επίδραση της αντίστασης  $R$  απεικονίζεται στην Εικόνα 20(α) όταν η επαγωγή  $L$  συντονίζεται στη βέλτιστη τιμή της. Παρατηρείται ότι το διπλάσιο της βέλτιστης αντίστασης δίνει ένα μόνο μέγιστο, του οποίου η τιμή αυξάνεται με αύξηση της αντίστασης. Αντιθέτως, το ήμισυ της βέλτιστης αντίστασης οδηγεί σε ένα τοπικό ελάχιστο που περιβάλλεται από δύο τοπικά μέγιστα που έχουν περίπου την ίδια τιμή. Ο βέλτιστος συντονισμός τότε αντιστοιχεί σε μια περίπτωση όπου εμφανίζονται δύο μέγιστα, αλλά το πλάτος τους ελαχιστοποιείται. Στη συνέχεια, αυτή η βέλτιστη απόσβεση αντιστοιχεί σε ένα όριο μεταξύ των αποκαλούμενων περιπτώσεων *underdamped* και *overdamped* απόσβεσης. Η ρύθμιση της αυτεπαγωγής δείχνεται στην Εικόνα 20(β), όπου η αντίσταση ρυθμίζεται στη βέλτιστη τιμή της. Η βέλτιστη επαγωγή δίδεται από την ακόλουθη εξίσωση

$$L = \frac{1}{C^\varepsilon \omega_0^2}$$

Παρατηρούμε ότι η χρήση μιας τιμής επαγωγής που διαφέρει από εκείνη που δίνεται από την παραπάνω εξίσωση αυξάνει το εύρος ενός από τα δύο μέγιστα. Στην πραγματικότητα, μια παραλλαγή της αυτεπαγωγής μετατοπίζει τον ηλεκτρικό συντονισμό μακριά από το  $\omega_0$ , πράγμα που σπάει την κατά προσέγγιση συμμετρία της συνάρτησης μεταφοράς.

Τρέχουσα ροή μέσω του επαγωγέα

Όταν είναι γνωστές οι βέλτιστες τιμές των ηλεκτρικών εξαρτημάτων, είναι σημαντικό να ποσοτικοποιηθεί η τρέχουσα ροή μέσω της συντονισμένης παραδιακλάδωσης. Πράγματι, αυτό επιτρέπει το σχεδιασμό κατάλληλων επαγωγών που δεν υπερβαίνουν ή δεν υποβαθμίζουν την εξεταζόμενη εφαρμογή. Η παρακάτω εξίσωση δείχνει ότι η μετατόπιση του ηλεκτρικού φορτίου  $q$  σχετίζεται με τη μηχανική μετατόπιση  $U$  μέσω της αδιάστατης συνάρτησης μεταφοράς

$$G(\omega) = \frac{q/e}{U} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} + 2j\xi_e \frac{\omega}{\omega_e}}$$

Μετά από πράξεις βρίσκουμε ότι

$$|G(\omega)|_{\max} \approx \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{k_c} \text{ και } i_{\max} \approx \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\omega_0}{k_c} |e| U_{\max}$$

Η μηχανική μετατόπιση  $U$  έχει επιλεγεί ως αναφορά για να απεικονίσει τυπικές εφαρμογές όπου η μετατόπιση πρέπει να διατηρηθεί κάτω από μια μέγιστη τιμή  $U_{\max}$ .



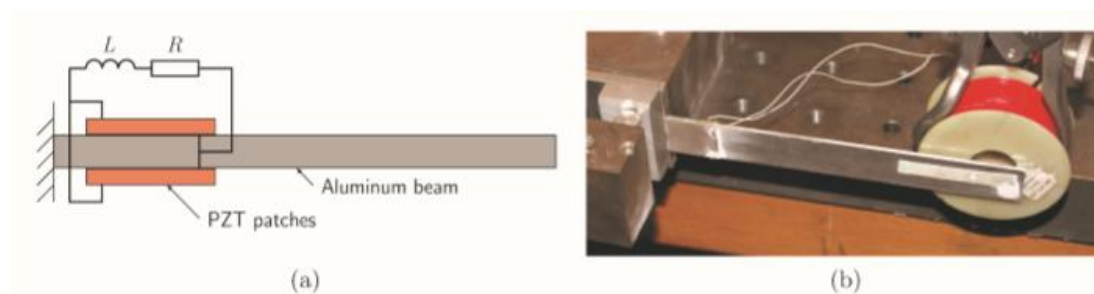
Αυτή η τιμή είναι γνωστή, επειδή ορίζεται από τον σχεδιαστή του συστήματος. Έτσι οι εξισώσεις κίνησης δίδονται και ως

$$m\ddot{U} = F - K^E U + eV$$

$$q = eU + C^E V$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις φαίνεται ότι ο συνολικός συντελεστής σύζευξης είναι  $e = -C^E V / U$  σε ανοικτό κύκλωμα. Εάν το  $e$  δεν έχει υπολογιστεί από τα χαρακτηριστικά του θεωρούμενου συστήματος, μπορεί ακόμα να ληφθεί πειραματικά από την αναλογία μεταξύ της τάσης και της μετατόπισης σε ανοικτό κύκλωμα.

Η αποτελεσματικότητα ενός κυκλώματος παραδιακλάδωσης συντονισμού μπορεί να απεικονιστεί μέσω ενός πειράματος, στο οποίο εμπλέκονται μια πρόβλος δοκός που ελέγχεται από ένα ζεύγος πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 21. Η δοκός διεγείρεται από ένα σύστημα χωρίς επαφή που περιλαμβάνει ένα πηνίο και έναν μαγνήτη στο ελεύθερο άκρο της δέσμης. Η ρύθμιση αυτή παρουσιάστηκε από τον Thomas et al. [63,64,65] για πειράματα όπου εμπλέκονται αντιστατική και συντονισμένη πιεζοηλεκτρική παραδιακλάδωση. Η αλουμινένια δοκός έχει 170mm μήκος, 25mm πλάτος και 2mm πάχος, ενώ το PZT επίθεμα έχει 20mm μήκος, 25mm πλάτος και 0.5mm πάχος. Η διαδικασία σάρωσης επιτρέπει την εξαγωγή των ιδιομορφών εκτροπής λειτουργίας. Τρεις ιδιομορφές κάμψης και μια οριζόντια εντοπίζονται κάτω από 1kHz, με τη συνάρτηση απόκρισης συχνότητας (frequency response function or FRF) να συσχετίζεται με την μετατόπιση στο ελεύθερο άκρο της δοκού. Η στρεπτική αντίσταση δεν παρατηρείται στη συνάρτηση απόκρισης συχνότητας, καθώς η μέτρηση εκτελείται κοντά στον ουδέτερο άξονα της δοκού. Αυτό όμως δεν αποτελεί εμπόδιο επειδή δεν επικεντρωνόμαστε στον έλεγχο στις ιδιομορφές κάμψης. Περαιτέρω πληροφορίες για το πείραμα αυτό θα δοθούν στην επόμενη ενότητα.



Εικόνα 21

Πειραματική ρύθμιση: (α) Δοκός με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα συνδεδεμένα με ένα συντονισμένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης (β) Πραγματική υλοποίηση του πειράματος, όπου φαίνεται το σύστημα διέγερσης του πηνίου

#### 4.2.2 Πιεζοηλεκτρικοί δοκοί με κυκλώματα παραδιακλάδωσης

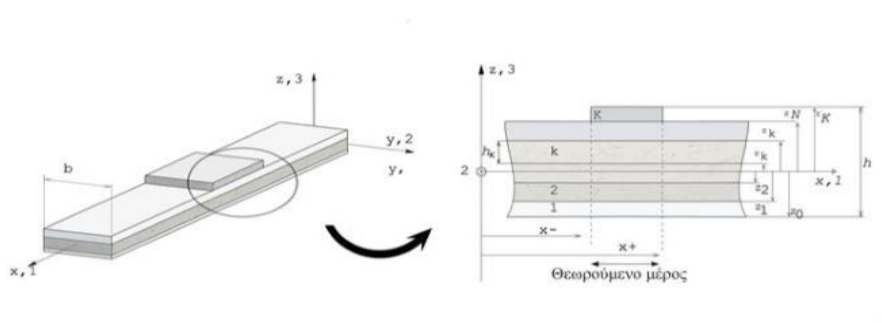
Μια δοκός, όπως π.χ. αυτή της Εικόνας 22 μπορεί να μοντελοποιηθεί χρησιμοποιώντας την κλασσική πολυστρωματική θεωρία που βασίζεται στις παραδοχές Euler - Bernoulli. Το πεδίο μηχανικής μετατόπισης μπορεί να γραφτεί ως

$$u(x, z, t) = u(x, t) + z\theta(x, t)$$

$$u_z(x, z, t) = w(x, t)$$

όπου  $u_x$  και  $u_z$  είναι οι αξονικές και εγκάρσιες μετατοπίσεις (με το  $u$  και  $\omega$  να είναι η εγκάρσια και αξονική μετατόπιση του κεντρικού στρώματος της δέσμης αντίστοιχα) ενώ  $\theta$  η περιστροφή που ορίζεται από:

$$\theta = -\partial w / \partial x$$

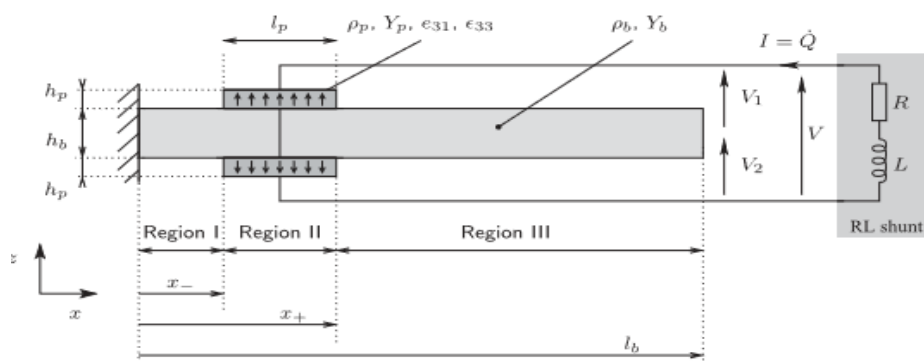


Εικόνα 22

### Μια δοκός με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα ακαθόριστης γεωμετρίας

Ακολουθώντας τις παραπάνω υποθέσεις τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα όπως και το ηλεκτρικό πεδίο είναι πολωμένα προς τη (z,3) διεύθυνση. Μια τέτοια διαμόρφωση χαρακτηρίζεται συγκεκριμένα από την ηλεκτρομηχανική σύζευξη μεταξύ της αξονικής τάσης  $\epsilon_1$  και του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου  $E_3$ . Ακόμη και αν δεν υπάρχει επίπεδη τάση ή παραμόρφωση στη διεύθυνση του πλάτους, θεωρούμε για χάρη της απλότητας τις κλασικές υποθέσεις για την επίπεδη τάση της θεωρίας της δέσμης.

Η πρόβλος δοκός που χρησιμοποιείται είναι μερικώς καλυμμένη με δύο συνδιατεταγμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, πολωμένα σε αντίθετες κατευθύνσεις (Εικόνα 23).



Εικόνα 23

### Εξεταζόμενη δοκός με δύο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Τα ηλεκτρόδια συνδέονται εν σειρά σε ένα παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελούμενο από έναν αντιστάτη R και έναν επαγωγέα L, σχηματίζοντας έτσι μια συντονισμένη διακλάδωση [5]. Χρησιμοποιούμε τη σύζευξη '31' των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων που συνδέουν τις διαμήκεις παραμορφώσεις (κατεύθυνση x) με το ηλεκτρικό πεδίο στην εγκάρσια (κατεύθυνση z), κανονική προς τα ηλεκτρόδια. Επειδή οι κατευθύνσεις πόλωσης είναι αντίθετες στα στοιχεία, μόνο οι ελαστικές παραμορφώσεις της δέσμης συνδέονται με το ηλεκτρικό κύκλωμα. Το υλικό της δέσμης είναι ελαστικό, ομοιογενές και ισотροπικό, με πυκνότητα  $\rho$  και μέτρο του Young  $Y_b$ . Οι σταθερές του πιεζοηλεκτρικού υλικού είναι η πυκνότητά του  $\rho_p$ , το μέτρο του

Young  $Y_p$ , η σύζευξη της πιεζοηλεκτρικής σταθεράς  $\bar{e}_{33}$  και η διηλεκτρική σταθερά  $\bar{\epsilon}_{33}$ . Η γεωμετρία του συστήματος καθορίζεται από το μήκος / πάχος της δοκού και από αυτά των πιεζοηλεκτρικών, που συμβολίζονται με τα  $l_b / h_b$  και  $l_p / h_p$  αντίστοιχα. Το  $b$  δείχνει το κοινό τους πλάτος (στην κατεύθυνση  $y$ ). Τέλος, τα όρια των πιεζοηλεκτρικών επιπέδων προσδιορίζονται με  $x_-$  και  $x_+$ , με  $x_+ - x_- = l_p$ . Όλες οι αριθμητικές τιμές του μελετημένου συστήματος συγκεντρώνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1

Αριθμητικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος

Parameters	Beam	Values	Piezo.	Values
Lengths (mm)	$l_b$	170	$l_p$	25
Thicknesses (mm)	$h_b$	2	$h_p$	0.5
Width (mm)	$b$	20	$b$	20
Patches position (mm)			$x_-$	0.5
Densities (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_b$	2800	$\rho_p$	8500
Young's moduli (GPa)	$Y_b$	72	$Y_p$	66.7
Piezoelectric constant (C/m <sup>2</sup> )			$\bar{e}_{31}$	-14
Dielectric constant (F/m)			$\bar{\epsilon}_{33}$	2068 $\epsilon_0$

$\epsilon_0=8.854 \times 10^{-12}$  F/m η διαπερατότητα ελεύθερου χώρου

Οι παράμετροι του πιεζοηλεκτρικού υλικού είναι αυτές του PIC151 [66]. Αυτή η αναφορά δίδει τα ακόλουθα στάδια:  $s_{11}^E = 15 \times 10^{-12}$  Pa<sup>-1</sup>,  $d_{31} = -210 \times 10^{-12}$  C / N και  $\epsilon_{33}^\sigma = 2400 \epsilon_0$  0 που αντιστοιχεί σε ένα συστατικό νόμο ( $\epsilon$ , D) ως συνάρτηση του ( $\epsilon$ , E). Ακόμα στην περίπτωση μας  $k_{31} = 0.372$  και  $\widetilde{k}_{31} = 0.401$ .

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων εφαρμόζεται στο σύστημα που απεικονίζεται στην Εικόνα 23. Η γεωμετρία της δοκού διαιρείται σε τρεις περιοχές. Η περιοχή I (για το  $x \in [0, x_-]$ ) και η περιοχή III ( $x \in [x_+, l_b]$ ) αποτελούνται από ένα στρώμα υλικού δέσμης πάχους  $h_b$ . Η περιοχή II αντιστοιχεί στα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα (για το  $x \in [x_-, x_+]$ ). είναι συμμετρική σε σχέση με την εγκάρσια κατεύθυνση και αποτελείται από τρία στρώματα (δύο πιεζοηλεκτρικά στρώματα πάχους  $h_p$  και ένα στρώμα δοκού πάχους  $h_b$ , στη μέση). Οι περιοχές I, II και III είναι διακριτοποιημένες, αντίστοιχα, με 1, 5 και 35 πεπερασμένα στοιχεία, έτσι ώστε ο συνολικός αριθμός στοιχείων να είναι τελικά  $N_e = 41$  και ο συνολικός αριθμός κόμβων  $N_n = 42$ . Επειδή η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιεί τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο ( $u, w, \theta$ ), ο συνολικός αριθμός των μηχανικών βαθμών ελευθερίας είναι  $N = 3N_n = 126$ .

Η χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για την διακριτικοποίηση των μηχανικών και ηλεκτρικών εξισώσεων μας οδηγεί στην εισαγωγή του  $U$ , του διανύσματος δηλαδή των κομβικών τιμών του  $U_i$ . Εισάγοντας  $Q=(Q^{(1)}, Q^{(2)}, \dots, Q^{(P)})^T$  και  $V=(V^{(1)}, V^{(2)} \dots V^{(P)})$ , δηλαδή τα διανύσματα στήλης των ηλεκτρικών φορτίων και των διαφορών δυναμικού, καταφέρνουμε να φτάσουμε στις γενικευμένες εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων του προβλήματος

$$\begin{pmatrix} M_m & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{U} \\ \dot{V} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_m & K_c \\ -K_c^T & K_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ Q \end{pmatrix}$$

Στην παραπάνω εξίσωση τα  $M_m$  και  $K_m$  είναι τα μηχανικά μητρώα μάζας και δυσκαμψίας μεγέθους  $N \times M$ , εάν  $N$  είναι ο αριθμός των αγνώστων. Ο διαγώνιος πίνακας  $K_e = \text{diag}(C^{(1)}, C^{(2)} \dots C^{(P)})$  περιέχει τις  $P$  χωρητικότητες των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και ο  $K_c$  είναι ο ηλεκτρομηχανικός πίνακας μεγέθους  $N \times P$ . Το  $F$  είναι το διάνυσμα στήλης της μηχανικής δύναμης μήκους  $N$ .

Το παραπάνω διακριτικοποιημένο μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα ευρύ φάσμα μηχανικών κατασκευών που συνδέονται με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα και είναι προσαρμοσμένο στην περίπτωση όπου τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι συνδεδεμένα με ένα παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα. Σε αυτή την περίπτωση ούτε το  $V$  ούτε το  $Q$  καθορίζονται από το ηλεκτρικό δίκτυο αλλά συνδέονται μόνο με την εξής σχέση μεταξύ τους:  $f(\ddot{V}, \dot{V}, V, \ddot{Q}, \dot{Q}, Q) = 0$ .

Επιπρόσθετα, η σχέση που περιγράφει τη σύνδεση ενός κυκλώματος παραδιακλάδωσης τύπου συντονισμού που αποτελείται από μία αντίσταση  $R$  και ένα πηνίο  $L$ , δίδεται ως

$$V - L\ddot{Q} - R\dot{Q} = 0$$

Το πρόβλημα που μελετάται στοχεύει στην εύρεση των  $U, V$  και  $Q$  έτσι ώστε

$$M_m \ddot{U} + K_m U + K_C V = F$$

$$K_e V - Q - K_C^T U = 0$$

Συνδέοντας τη μετατόπιση με το κύκλωμα, το πρόβλημα μπορεί να υπολογιστεί ως ένα κλασικό ελαστικό μηχανικό πρόβλημα και όπως θα φανεί, οι λειτουργίες του ανοιχτού κυκλώματος εξαρτώνται από τις ιδιότητες του πιεζοηλεκτρικού συστήματος. Οι λειτουργίες αυτές του συστήματος είναι οι λύσεις της εξίσωσης

$$M_m \ddot{U} + K_m U + K_C V = F \quad \text{με } V=0 \text{ και } F=0.$$

Το  $U$  έχει μέγεθος  $N \times 1$  ενώ τα  $M_m$  και  $K_m$  είναι μεγέθους  $N \times N$ . Οι ηλεκτρικοί βαθμοί ελευθερίας που σχετίζονται με τα δυο πιεζοηλεκτρικά επιθέματα μας οδηγούν στον ορισμό του διανύσματος τάσης  $V = (V_1 * V_2)^T$  και του διανύσματος φορτίων  $Q = (Q_1 * Q_2)^T$  από τα οποία δημιουργούνται τα ζεύγη τάσης/φορτίου  $(V_1, Q_1)$  και  $(V_2, Q_2)$  για το πάνω και το κάτω επίθεμα αντίστοιχα. Οι πίνακες  $K_e$  και  $K_C$  περιγράφονται ως

$$K_e = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, K_C = (K_1 \quad K_2), C = \frac{\epsilon_{33} b_{lp}}{h_p}$$

όπου  $C$  είναι η χωρητικότητα που εμπεριέχεται στα πιεζοηλεκτρικά (ίδια και για τα δυο επιθέματα), ενώ το  $K_C$  είναι η  $N \times 2$  μήτρα που αποτελείται από δύο διανύσματα στήλης. Το  $K_1$  συνδέει τους μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας με την τάση του πάνω πιεζοηλεκτρικού και αντίστοιχα το  $K_2$  με του κάτω.

Επομένως, φαίνεται ότι

- τα στοιχεία  $K_1$  και  $K_2$  είναι ίσα κατά απόλυτη τιμή
- τα στοιχεία  $K_1$  και  $K_2$  που αντιστοιχούν στους βαθμούς ελευθερίας του  $U$  είναι αντίθετα
- τα στοιχεία  $K_1$  και  $K_2$  που αντιστοιχούν στους βαθμούς ελευθερίας του  $\theta$  είναι ίσα

Αυτό σημαίνει ότι, αν τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα υποβληθούν σε δυο ίδιες τάσεις, τότε πραγματοποιούνται μόνο κινήσεις κάμψης, ενώ αν υποβληθούν σε αντίθετες τάσεις ( $V_1 = -V_2$ ) τότε πραγματοποιούνται μόνο αξονικές κινήσεις. Επίσης, συνδέοντας τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα σε σειρά επιβάλλονται ίδιου μεγέθους φορτία σε αυτά ( $Q_1 = Q_2 = Q$ ).

Συνοψίζοντας όλες τις ισχύουσες εξισώσεις, τελικά έχουμε τη σύνθεση της μήτρας του ηλεκτρομηχανικού μας προβλήματος:

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KX = \tilde{F}$$

με τις εξής αναλύσεις

$$X = \begin{pmatrix} U \\ Q \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} M_m & 0 \\ 0 & L \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0^T & R \end{pmatrix}$$

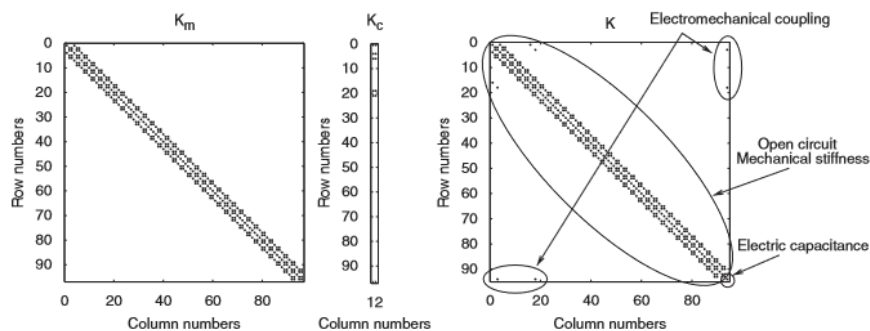
$$K = \begin{pmatrix} \widehat{K}_m & (K_1 + K_2)/C \\ (K_1^T + K_2^T)/C & 2/C \end{pmatrix}, \tilde{F} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}$$

Παρατηρούμε ότι το πηνίο βρίσκεται στον πίνακα της μάζας και ο αντιστάτης σε αυτόν της απόσβεσης. Επίσης ο πίνακας της δυσκαμψίας τροποποιείται αντίστοιχα και περιλαμβάνει πλέον τη σύζευξη όπως και τη χωρητικότητα των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων.

Ένας άλλος πρακτικός τρόπος σύνδεσης της παραδιακλάδωσης με τη κατασκευή είναι η σύνδεση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων παράλληλα και όχι σε σειρά. Σε αυτή την περίπτωση, η συμπεριφορά των συστημάτων είναι παρόμοια με τη σύνδεση της σειράς: επιβάλλοντας  $V_1 = V_2$  αντί για  $Q_1 = Q_2$  οδηγεί στην ίδια γενική διατύπωση, ωστόσο, οι εκφράσεις των μητρώων  $K$  και  $\widehat{K}_m$  είναι ελαφρώς διαφορετικές

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KX = \tilde{F}$$

Η παρακάτω Εικόνα 24 δείχνει τη θέση των μη μηδενικών στοιχείων των μητρώων  $K_m$ ,  $K_c$  και  $K$ .



Εικόνα 24

*Αραίωση των μητρώων  $K_m$ ,  $K_c$  και  $K$ , από αριστερά προς τα δεξιά.*

Ένα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό είναι ότι η μήτρα συζεύξεως  $K_c$  (και κατά συνέπεια το ηλεκτρομηχανικό τμήμα σύζευξης της μήτρας  $K$ ) έχει μη μηδενικά στοιχεία μόνο στις σειρές που αντιστοιχούν στον βαθμό ελευθερίας που σχετίζεται με τους οριακούς κόμβους των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Αυτό οφείλεται στην ηλεκτρομηχανική δράση των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων στη μηχανική κατασκευή, η οποία είναι ισοδύναμη με τις συγκεντρωμένες στιγμές που εντοπίζονται στα όρια των επιθεμάτων, όταν τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι τέλεια συνδεδεμένα στη συνολική κατασκευή.

Οι ιδιοσυχνότητες  $\omega_i$  και οι ιδιομορφές  $\Phi_i$  είναι οι  $N$  ιδιοτιμές του ακόλουθου προβλήματος:

$$K_m \Phi - \omega^2 M_m \Phi = 0$$

όπου εξαρτάται μόνο από τις μηχανικές ιδιότητες του συστήματος.

Το πεδίο των μετακινήσεων, εξαλείφοντας τα  $V$ ,  $V_1$  και  $V_2$ , περιγράφεται ως:

$$U(t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i q_i(t)$$

Εισάγοντας την παραπάνω εξίσωση στις εξισώσεις

$$M_m \ddot{U} + K_m U + K_c V = F$$

$$K_e V - Q - K_C^T U = 0$$

το πρόβλημα γράφεται για όλα τα  $i \in \{1, \dots, N\}$ :

$$\ddot{q}_i + \omega^2 q_i + \sum_{p=1}^p x_i^{(p)} V^{(p)} = F_i \quad \forall i \in \{1 \dots N\}$$

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{2}{C}Q + \sum_{j=1}^N \frac{2\chi_j}{C}q_j = 0$$

Πίνακας 2

Φυσικές συχνότητες και συντελεστές συζεύξεως, από τον υπολογισμό μέσω πεπερασμένων στοιχείων (FE) και πειραμάτων (Exp.).

Modes	Short-circuit freq. (Hz)		Open-circuit freq. (Hz)		Coupling factors		
	$f_i$ FE	$f_i$ Exp.	$\hat{f}_i$ FE	$\hat{f}_i$ Exp.	$k_i$ FE	$k_{eff,i}$ FE	$k_{eff,i}$ Exp.
1 flex. ( $F_1$ )	48.96	51.64	49.42	52.17	0.143	0.137	0.144
2 flex. ( $F_2$ )	337.1	337.0	340.7	340.2	0.150	0.145	0.138
1 tors. ( $T_1$ )	—	853.0	—	854.0	—	—	0.050
3 flex. ( $F_3$ )	951.8	936.3	960.6	940.0	0.140	0.137	0.089

Ο Πίνακας 2 δίνει τις αριθμητικές τιμές των συχνοτήτων και των συντελεστών συζεύξεως που λαμβάνονται από τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για τις πρώτες τρεις διαφορετικές ιδιοτιμές της κατασκευής. Οι φυσικές συχνότητες (σε Hz) ορίζονται ως συναρτήσεις των γωνιακών συχνοτήτων (σε rad / s) σύμφωνα με τις:

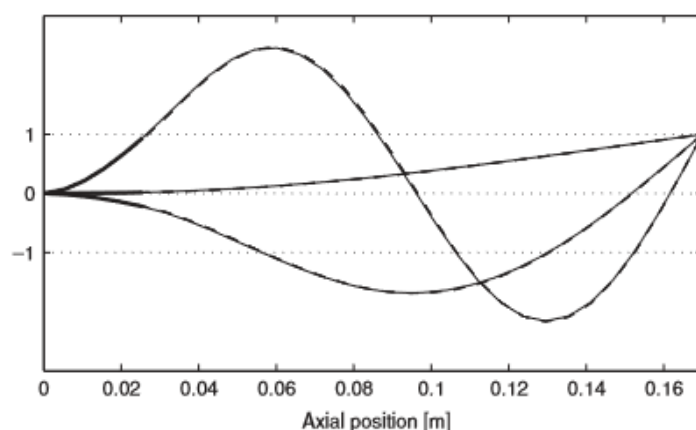
$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}, \quad \hat{f}_i = \frac{\hat{\omega}_i}{2\pi}$$

$$k_{eff,i}^2 = \frac{\hat{\omega}_i^2 - \omega_i^2}{\omega_i^2}, \quad k_i = \sqrt{\frac{2}{C} \frac{\chi_i}{\omega_i}}$$

$$k_{eff,i} \approx k_i$$

Οι φυσικές συχνότητες βραχυκυκλώματος ( $f_i$ , δεύτερη στήλη) και τα σχήματα διαμορφώσεων ( $\Phi_i$ , Εικόνα 25) έχουν υπολογιστεί με την αριθμητική επίλυση του προβλήματος ιδιοτιμών. Οι φυσικές συχνότητες ανοιχτού κυκλώματος ( $\hat{f}_i$ , τέταρτη στήλη) και τα σχήματα ( $\hat{\Phi}_i$ , Εικόνα 25) έχουν ληφθεί με την επίλυση του ίδιου προβλήματος ιδιοτιμών, αλλά με την  $\hat{K}_m$  ως μήτρα δυσκαμψίας. Η έκτη στήλη δίνει τα  $k_i$ , όπως εκτιμήθηκαν με τις παραπάνω εξισώσεις, με  $C = 18.30 \text{ nF}$ . Τέλος, η έβδομη στήλη δίνει τον συντελεστή ηλεκτρομηχανικής σύζευξης (EEMCF)  $k_{eff,i}$ , που λαμβάνεται με την εξίσωση (63). Οι τιμές που λαμβάνονται για τα  $k_i$  και  $k_{eff,i}$  είναι πολύ κοντά το ένα στο άλλο, αποδεικνύοντας ότι η θεώρηση  $k_{eff,i} \approx k_i$  ισχύει για το παρόν σύστημα.

Προκειμένου να επικυρωθεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, έχουν πραγματοποιηθεί πειράματα σε μια δοκό παρόμοια με αυτή που σκιαγραφείται στην Εικόνα 23. Όλες οι λεπτομέρειες είναι γραμμένες αναλυτικά στις αναφορές [64,67] και παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία μόνο τα κύρια χαρακτηριστικά. Η κατασκευή συσφίγγεται με μια ακίδα. Χρησιμοποιήθηκε ένα ηλεκτρομαγνητικό σύστημα οδήγησης χωρίς επαφή, αποτελούμενο από έναν μικρό μαγνήτη επικολλημένο με κηρήθρα πάνω στην κατασκευή, υποβαλλόμενο σε μαγνητικό πεδίο που δημιουργήθηκε από ένα πηνίο, τροφοδοτούμενο από ένα ημιτονοειδές ηλεκτρικό σήμα. Αυτός ο διεγέρτης περιγράφεται πλήρως στο [68]. Η δύναμη που ασκεί τη δέσμη εκτιμάται μετρώντας την ένταση του ρεύματος στο πηνίο, ανάλογα με τη δύναμη. Η κίνηση της δέσμης επιτυγχάνεται με ένα δοσομετρητή δόνησης Laser Doppler, ο οποίος μετρά την ταχύτητα της δέσμης σε ένα σημείο.



Εικόνα 25

*Τα πρώτα τρία κανονικοποιημένα σχήματα βραχυκυκλώματος ('-') και ανοιχτού κυκλώματος ('-'), από το μοντέλο του τελικού στοιχείου. Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα εμφανίζονται με παχιές γραμμές.*

Διεξάγονται δύο μεταφορικές αναλύσεις, η πρώτη με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα βραχυκυκλωμένα με σύρμα και η δεύτερη με αποσυνδεδεμένα επιθέματα. Οι πρώτες τέσσερις φυσικές συχνότητες (που αντιστοιχούν σε τρεις ιδιομορφές κάμψης και μια στρέψης) μετρώνται στις ως άνω περιγραφείσες συνθήκες βραχυκυκλώματος ( $f_i$ ) και ανοικτού κυκλώματος ( $\hat{f}_i$ ). Οι αντίστοιχες τιμές συγκεντρώνονται στον Πίνακα 2, μαζί με μια εκτίμηση του  $k_{eff,i}$ . Η αντιστοιχία μεταξύ του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και των πειραμάτων έχει επιτευχθεί προσθέτοντας μια συμπυκνωμένη μάζα 4,2g στον πλησιέστερο κόμβο στη θέση του μαγνήτη, δηλαδή στην άκρη, η οποία μειώνει ελαφρώς τη φυσική συχνότητα σε σύγκριση με μια απλή δέσμη και τροποποιεί τα σχήματα των ιδιομορφών (Εικόνα 25), και έτσι επικυρώνει την παρούσα διατύπωση.

Μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι η ιδιοτιμή στρέψεως έχει χαμηλό συντελεστή σύζευξης σε σύγκριση με τις αντίστοιχες ιδιοτιμές κάμψης. Θεωρητικά όμως θα ήταν μηδέν, δεδομένου ότι εκτατική κίνηση των πιεζοηλεκτρικών δεν ενεργοποιείται όταν η δοκός υφίσταται στρέψη. Επιπλέον, επειδή το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων δεν περιλαμβάνει στρεπτικούς βαθμούς ελευθερίας, δεν υπάρχουν σχετικές τιμές στον Πίνακα 2. Μια άλλη παρατήρηση είναι ότι για την πρώτη ιδιοτιμή, η μετρούμενη τιμή του αποτελεσματικού συντελεστή συζεύξεως  $k_{eff,i}$  είναι υψηλότερη από αυτόν της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Κάποιος θα περίμενε το αντίθετο, για παράδειγμα, λόγω μη τέλει σύνδεσης, όπως βρέθηκε για τη δεύτερη και τρίτη ιδιοτιμή. Μια διαφορά μεταξύ του μοντέλου και των πειραμάτων είναι το τυλιγμένο ηλεκτρόδιο, το

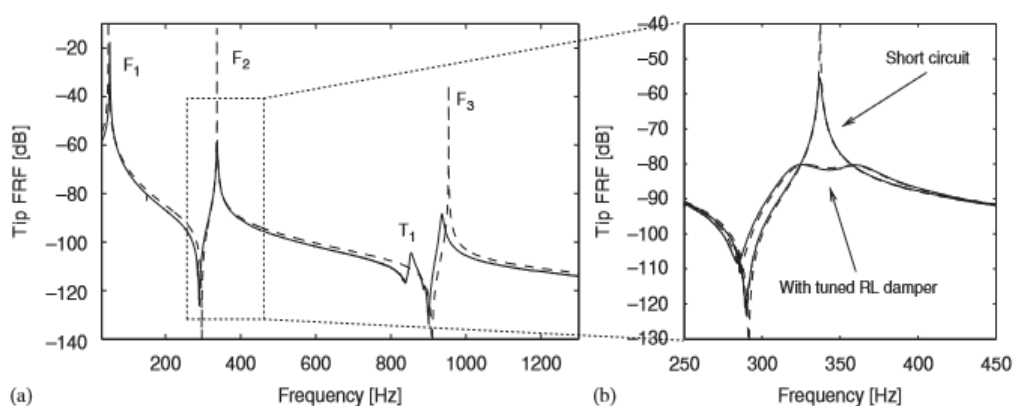
οποίο χρησιμοποιείται για την εύκολη συγκόλληση του ηλεκτρικού σύρματος στο κατώτερο ηλεκτρόδιο στην επάνω επιφάνεια του πιεζοηλεκτρικού. Αυτό ουσιαστικά ρυθμίζει τοπικά την ένταση και την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου κοντά στην άκρη του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος. Αυτό μπορεί να εξηγήσει την παρατηρούμενη αύξηση του συντελεστή σύζευξης στα πειράματα, ακόμη και αν η ακριβής επίδραση του τυλιγμένου ηλεκτροδίου είναι δύσκολο να χαρακτηριστεί χωρίς μια τρισδιάστατη ηλεκτρομηχανική προσομοίωση.

Η δονητική απόκριση του συστήματος που υπόκειται σε αρμονική δύναμη μπορεί να αξιολογηθεί με τη διατύπωση της Εξίσωσης

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KX = \tilde{F}$$

όταν  $F = F_0 \cos \Omega t$ . Καθορίζοντας το σύνθετο πλάτους  $\underline{X}$  με  $X(t) = \text{Re}(\underline{X}e^{i\Omega t})$  οδηγεί στο σχηματισμό συχνότητας της παραπάνω εξίσωσης:

$$Z(\Omega) \underline{X} = F_0$$



Εικόνα 26

Συναρτήσεις απόκρισης συχνότητας ακτίνας δοκού '-': πειραματικός; '--': πεπερασμένο στοιχείο. (α) FRF βραχυκυκλώματος και (β) βραχυκύκλωμα και αποσβεσμένα FRF, γύρω από τον συντονισμό F2.

Η συνάρτηση απόκρισης συχνότητας συστήματος (FRF) στο  $i$ -οστό με εξαναγκασμό στο  $j$ -οστό βαθμό ελευθερίας είναι, για κάθε συχνότητα εξαναγκασμού:

$$H_{ij}(\Omega) = \frac{X_i}{F_{0j}} = Z_{ij}^{-1}(\Omega)$$

Η Εικόνα 26 δείχνει το συντελεστή FRF του σημείου οδήγησης ( $|H_{ii}(\Omega)|$ ) στην άκρη της δέσμης (δηλαδή την απόκριση στο άκρο για διέγερση στο ίδιο σημείο), από τη σύνθεση του παρόντος πεπερασμένου στοιχείου καθώς και από τα πειράματα. Και πάλι, επιτυγχάνεται αντιστοιχία μεταξύ προσομοιώσεων και πειραμάτων. Η κύρια διαφορά έγκειται στη δομική απόσβεση που δεν λαμβάνεται υπόψη στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, η οποία οδηγεί σε ανεπαρκείς αποκρίσεις, σε βραχυκύκλωμα, στους συντονισμούς δέσμης (Εικόνα 26 (α)). Επιπλέον, όπως αναφέρθηκε, η ιδιομορφή στρέψης της συχνότητας γύρω στα 853Hz δεν προβλέπεται από το μοντέλο του πεπερασμένου στοιχείου.

Τέλος, η επίδραση του διακένου φαίνεται στην Εικόνα 26 (b), με τις τιμές  $R=7900\Omega$  και  $L=21,8H$  συντονισμένη για να χαμηλώσει τον δεύτερο φασματικό συντονισμό, γύρω στα 336Hz. Στα πειράματα, επιτυγχάνεται εξασθένιση 25dB σε



σύγκριση με τον συντονισμό βραχυκυκλώματος. Και πάλι επιτυγχάνεται μια άριστη συμφωνία μεταξύ των προσομοιωμένων και των πειραματικών FRFs. Όπως ήδη ειπώθηκε, δεν υπάρχει συμφωνία σχετικά με τους συντονισμούς για τα βραχυκυκλώματα FRFs λόγω της απουσίας δομικής απόσβεσης στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Το σύστημα δονητικής απόκρισης μπορεί να παρατηρηθεί και με το μοντέλο μειωμένης τάξης το οποίο ορίζεται από τις εξισώσεις

$$U(t) = \sum_{i=1}^N \phi_i q_i(t)$$

$$\ddot{q}_i + \omega^2 q_i + \sum_{p=1}^p x_i^{(p)} V^{(p)} = F_i \quad \forall i \in \{1 \dots N\}$$

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{2}{C}Q + \sum_{j=1}^{\tilde{N}} \frac{2\chi_j}{C} q_j = 0$$

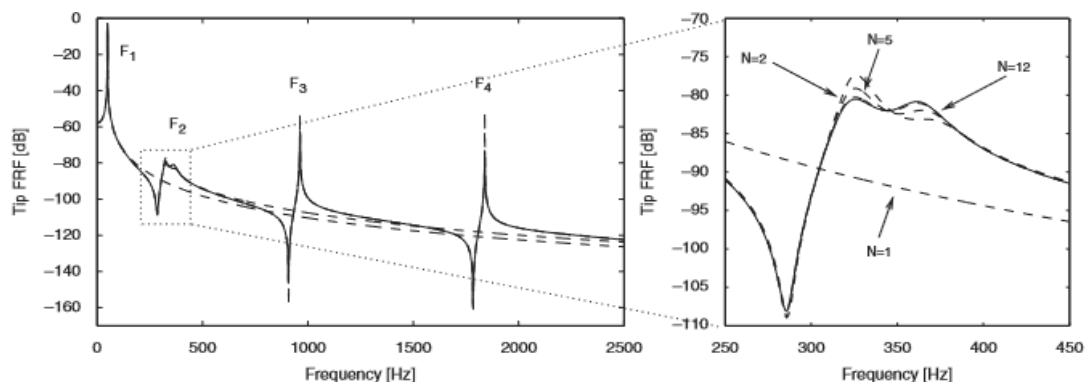
Το πρόβλημα για να λυθεί παίρνει τη μορφή της εξίσωσης

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KX = \tilde{F}$$

όπου

$$X = (q_1 \dots q_{\tilde{N}} Q)^T, M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0^T & L \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0^T & R \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} \widehat{K}_m & 2\chi/C \\ 2\chi^T/C & 2/C \end{pmatrix}, F = (F_1 \dots F_{\tilde{N}} Q)^T$$



Εικόνα 27

Συναρτήσεις απόκρισης συχνότητας ακτίνας δοκού με *RL shunt* συντονισμένο στη λειτουργία  $F_2$ . '-': καμπύλη πεπερασμένου στοιχείου του σχήματος 7 (b). '-': modal μοντέλο για  $\tilde{N} = 1, 2, 5, 12$  ιδιομορφές.

Η Εικόνα 27 δείχνει το συντελεστή FRF του σημείου οδήγησης ( $|H_{ii}(\Omega)|$ ), υπολογιζόμενο με το πλήρες μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Μια καλή σύγκλιση επιτυγχάνεται με τουλάχιστον 5 ιδιομορφές σε όλα τα σημεία (ακόμη και στον αντισυντονισμό), εκτός από τον εξασθενημένο συντονισμό  $F_2$ , όπου η σύγκλιση επιτυγχάνεται με  $\tilde{N} = 12$  ιδιομορφές. Το πλήρες μοντέλο αποτελείται από  $N = 126$  βαθμούς ελευθερίας συν ένα ηλεκτρικό βαθμό ελευθερίας (τη φόρτιση  $Q$ ).

### 4.2.3 Πιεζοηλεκτρικές πλάκες με κυκλώματα παραδιακλάδωσης

Συνήθως, οι εφαρμογές κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης γίνονται σε κατασκευές πλάκας που αποτελούνται από ελαστικά και πιεζοηλεκτρικά στρώματα (π.χ. σε μορφή ελασμάτων, επιθεμάτων, κλπ). Τόσο τα ελαστικά όσο και τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα υποτίθεται ότι είναι λεπτά, έτσι ώστε να μπορεί να υποτεθεί ότι η επίπεδη κατάσταση καταπόνησης είναι εφικτή, ότι είναι τέλεια συνδεδεμένα και κατασκευασμένα από ορθοτροπικά πιεζοηλεκτρικά υλικά. Ελαστικά στρώματα επιτυγχάνονται με τον μηδενισμό των πιεζοηλεκτρικών τους συντελεστών. Οι άνω και κάτω επιφάνειες των πιεζοηλεκτρικών στρωμάτων υποτίθεται ότι καλύπτονται πλήρως από ηλεκτρόδια. Χρησιμοποιείται η ισοδύναμη θεωρία μονού στρώματος έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψη το ίδιο πεδίο μετατόπισης για όλα τα 2η στρώματα της ελασματοποιημένης πλάκας. Επίσης, για σκοπούς απλοποίησης, θεωρείται ότι έχουμε μόνο συμμετρικές πλάκες, αλλά ωστόσο οι ηλεκτρικές μετατοπίσεις σε κάθε στρώση είναι ανεξάρτητες. Όλες οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται αναφέρονται στο [74].

Ο τετραγωνικός συντονισμένος συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης (EMCC) είναι ένας επαρκής δείκτης της ποσότητας της ενέργειας παραμόρφωσης που μετατράπηκε σε ηλεκτρική από ένα πιεζοηλεκτρικό επίθεμα όταν η κατασκευή στην οποία είναι ενσωματωμένη η βαλβίδα έχει σχεδιαστεί με τον τύπο

$$K_j^2 = \frac{f_{oc}^{j^2} - f_{sc}^{j^2}}{f_{oc}^{j^2}}$$

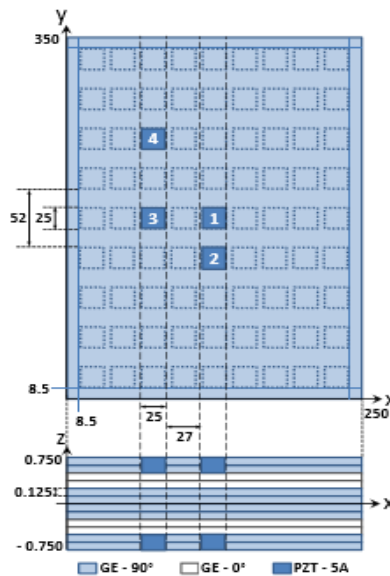
Συνεπώς, ο συντελεστής αυτός χρησιμοποιείται με τη διαφορά ότι τοποθετούνται τέσσερα συμμετρικά ζευγη επιθεμάτων σε ολόκληρη την πλάκα, μέσω παραμετρικής ανάλυσης, έτσι ώστε κάθε ένα να μεγιστοποιεί τον συντελεστή στην περιοχή των τεσσάρων πρώτων ιδιομορφών.

Προκειμένου να αναλυθεί η βέλτιστη τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών που μεγιστοποιεί την ηλεκτρομηχανική σύζευξη, εκτελέστηκε παραμετρική ανάλυση μέσω της διαφοροποίησης της θέσης x,y,z ενός συμμετρικού ζεύγους επιθεμάτων και επακόλουθης αξιολόγησης της σύζευξης του ζεύγους για τις πρώτες τέσσερις ιδιομορφές. Τρεις θέσεις κατά μήκος της κατεύθυνσης του πάχους z επιλέχθηκαν με βάση μια προηγούμενη ανάλυση. Στις πρώτες δύο θέσεις, κάθε πιεζοηλεκτρικό επίθεμα αντικαθιστά μέρος του πρώτου και τελευταίου, ξεκινώντας από το μεσαίο επίπεδο, δύο γειτονικά στρώματα γραφίτη-εποξειδίου, αντίστοιχα. Στην τρίτη περίπτωση, τα πιεζοηλεκτρικά συνδέονται στις εξωτερικές (άνω/κάτω) επιφάνειες της ελασματοποιημένης πλάκας. Στο επίπεδο xy, εξετάζονται 9 θέσεις σε x και y σύμφωνα με την Εικόνα 28. Σε αυτή την ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν 700 στοιχεία.

Ο συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης ενός δεδομένου πιεζοηλεκτρικού επιθέματος / στρώματος που χρησιμοποιείται στις συγκεκριμένες εφαρμογές μπορεί να προσδιοριστεί ως

$$K_j^2 = \frac{f_{oc}^{j^2} - f_{sc}^{j^2}}{f_{oc}^{j^2}}$$

όπου  $f_{oc}^j$  και  $f_{sc}^j$  δηλώνουν τη j-οστή ιδιοσυχνότητα της κατασκευής που αξιολογείται με το επίθεμα/στρώμα σε ανοιχτό κύκλωμα και σε βραχυκύκλωμα αντίστοιχα.



Εικόνα 28

Σχηματική απεικόνιση της πλαστικής μεμβράνης με τις πιθανές και ωφέλιμες (επισημανθείσες) θέσεις στις κατευθύνσεις  $x$  και  $y$  για πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι, για όλες τις περιπτώσεις, η δεύτερη θέση σε όλο το πάχος δίνει την καλύτερη σύζευξη. Σε αυτή τη θέση, οι εξωτερικές επιφάνειες των επιθεμάτων συμπίπτουν με τις εξωτερικές επιφάνειες των ελασμάτων. Για αυτή τη θέση στο  $z$ , αξιολογήθηκαν οι μεταβολές του  $K_f^2$  κατά μήκος των κατευθύνσεων  $x$  και  $y$ . Όπως αναμενόταν, η βέλτιστη θέση του επιθέματος ακολουθεί τα σχήματα των ιδιομορφών έτσι ώστε η σύζευξη να είναι μέγιστη στις περιοχές μέγιστης καμπυλότητας, οι οποίες είναι, για παράδειγμα, στο κέντρο της πλάκας για τον πρώτο τρόπο λειτουργίας. Για τη δεύτερη και τρίτη ιδιομορφή δόνησης, είναι διαθέσιμες δύο θέσεις μέγιστων συντελεστών ζεύξης. Για την τέταρτη ιδιομορφή, τέσσερις θέσεις είναι εξίσου ενδιαφέρουσες. Ακολουθώντας αυτή την ανάλυση, οι επιλεγμένες βέλτιστες θέσεις στο  $xy$  εντοπίζονται στην Εικόνα 28. Οι συντελεστές ζεύξης για αυτές τις θέσεις φαίνονται στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3

Η τετραμερής συνδυασμένη ηλεκτρομηχανική σύζευξη  $K_f^2$  (%) για τις τέσσερις πρώτες ιδιομορφές δόνησης των τεσσάρων ζευγών πιεζοηλεκτρικών ενοτήτων.

Patch pair	Mode $j$			
	1	2	3	4
1	<b>0.35</b>	0.00	0.00	0.00
2	0.23	<b>0.59</b>	0.00	0.00
3	0.10	0.00	<b>0.54</b>	0.00
4	0.03	0.26	0.22	<b>0.79</b>
1-4	1.12	0.54	1.20	1.67

Σε μια δεύτερη ανάλυση, εξετάζονται τέσσερα ζευγάρια πιεζοηλεκτρικών, όπου κάθε ζεύγος θεωρείται ότι εστιάζει σε έναν από τους τέσσερις τύπους κραδασμών και επομένως βρίσκεται εκεί όπου επιτυγχάνεται μέγιστη σύζευξη για τον αντίστοιχο τρόπο δόνησης. Ο προκύπτων σχεδιασμός καθορίζεται λαμβάνοντας υπόψη όλα τα επισημανθέντα επιθέματα στην Εικόνα 28. Οι συντελεστές συζεύξεως αξιολογήθηκαν στη συνέχεια για κάθε ιδιομορφή κραδασμού. Είναι δυνατόν να παρατηρηθεί ότι, παρόλο που κάθε ζεύγος έχει τοποθετηθεί για να βελτιστοποιήσει τη ζεύξη μόνο για

μια ιδιομορφή, το δεύτερο και το τέταρτο ζεύγος οδηγούν σε μη μηδενική σύζευξη με ιδιομορφές δόνησης διαφορετικές από εκείνες για τις οποίες σχεδιάστηκαν.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί μια απλοποιημένη διατύπωση βασισμένη στη θεωρία των δυναμικών απορροφητών κραδασμών για το σχεδιασμό ενός παθητικού κυκλώματος παραδιακλάδωσης που λειτουργεί παρόμοια με μηχανικούς απορροφητές κραδασμών αλλά χρησιμοποιώντας πιεζοηλεκτρικά ως μετατροπείς μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική ενέργεια και κύκλωμα βραχυκύκλωσης ως ηλεκτρικό απορροφητή. Γι' αυτό, η αντίσταση και η επαγωγικότητα του κυκλώματος πρέπει να ρυθμιστούν σωστά για να βελτιστοποιήσουν την απορρόφηση / απόρριψη ενέργειας. Προκειμένου να χρησιμοποιηθεί η τυπική θεωρία των δυναμικών απορροφητών κραδασμών [50], οι εξισώσεις κίνησης μειώνονται σε δύο βαθμούς ελευθερίας, ένα μηχανικό, που αντιστοιχεί στη μετατόπιση ενός τρόπου δονήσεων που ενδιαφέρει και ένα ηλεκτρικό, αντίστοιχο στο ηλεκτρικό φορτίο στο κύκλωμα παραδιακλάδωσης.

$$\begin{bmatrix} M_m & 0 \\ 0 & L_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{q}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{q}_c \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} K_m & -K_{me} \\ -K_{me}^t & \bar{K}_e \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ q_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_m \\ V_c \end{Bmatrix}$$

Αυτή η απλούστευση συνεπάγεται ότι ένα ή περισσότερα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα πρέπει να συνδέονται σε ένα μόνο κύκλωμα βραχυκύκλωσης και ότι η συνεισφορά άλλων τρόπων δόνησης στη δομική απόκριση παραμελείται.

Μετά από πραξεις οδηγούμαστε στο εύρος των κραδασμών σε μία από αυτές τις αμετάβλητες συχνότητες  $\omega_1$  και στη συχνότητα αντι-συντονισμού  $\omega_n$  και στην αντίσταση  $R_c$ , η οποία μπορεί να βρεθεί σε όρους ισοδύναμης δυσκαμψίας σύζευξης  $k_p$ , ηλεκτρικής δυσκαμψίας  $\bar{K}_e$  και συχνότητας δομικού συντονισμού ενδιαφέροντος

$$|G_p(\omega_1)|^2 = \frac{R_c^2 \omega_n^2}{k_p^4} \text{ και } |G_p(\omega_n)|^2 = \frac{2\bar{K}_e}{k_p^2 \omega_n^2}$$

$$R_c = \frac{k_p \sqrt{2\bar{K}_e}}{\omega_n^2}$$

Στη συνέχεια εφαρμόστηκαν τα παραπάνω στην πολυστρωματική πλάκα με συμμετρικά ζεύγη πιεζοηλεκτρικών στοιχείων. Κάθε ζεύγος θεωρείται ότι είναι συνδεδεμένο με ένα κύκλωμα παραδιακλάδωσης, για το οποίο η αντίσταση και η επαγωγή αξιολογούνται χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες  $\omega_n$  και τα ιδιομορφές  $\phi_n$ .

Οι συναρτήσεις απόκρισης συχνότητας για τα πλαστικοποιημένα πλακίδια εκτιμήθηκαν λαμβάνοντας υπόψιν πέντε υποθέσεις και χρησιμοποιώντας και τα 600 πλακίδια. Για τις τέσσερις πρώτες περιπτώσεις, ένα ζεύγος πιεζοηλεκτρικών, το οποίο έχει τοποθετηθεί σωστά με έναν από τις πρώτες τέσσερις ιδιομορφές σύμφωνα με την Εικόνα 28, εξετάζεται. Για την τελευταία περίπτωση, τα τέσσερα ζευγάρια τοποθετήθηκαν ταυτόχρονα στην πλαστικοποιημένη πλάκα και συνδέθηκαν με τα αντίστοιχα συντονιστικά κυκλώματα για να αποφευχθεί η μείωση των κραδασμών πολλαπλών ιδιομορφών. Σε όλες τις περιπτώσεις, η λειτουργία απόκρισης συχνότητας της πλάκας με απομακρυσμένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα συγκρίθηκε με την περίπτωση του ανοικτού κυκλώματος για να αναλυθεί η απόδοση της δονήσεως στο μήκος της επαγωγής. Για λόγους σύγκρισης, θεωρήθηκε μια τυπική απόσβεση 0,5%.

Ωστόσο, μια προκαταρκτική ανάλυση έδειξε, στις περισσότερες περιπτώσεις, ότι η θέση του παράλληλου συντονισμού και το εύρος των συντονισμών που δημιουργήθηκαν από το κύκλωμα βραχυκύκλωσης δεν ήταν ακριβώς όπως

αναμενόταν. Επομένως, ορισμένες μεταβολές στις τιμές των  $R_c$  και  $L_c$  ελέγχθηκαν και, πράγματι, αποδόθηκαν καλύτερα με την ενημέρωση αυτών των τιμών:

i) η συχνότητα παράλληλου συντονισμού πρέπει να συμπίπτει με τη συχνότητα συντονισμού της κατασκευής που μας ενδιαφέρει και η τιμή της είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την τετραγωνική ρίζα του  $L_c$ , έτσι το  $L_c$  αυξήθηκε όταν η συχνότητα παράλληλου συντονισμού ήταν μεγαλύτερη από αυτή που αναμενόταν και αντίστροφα και

ii) εφ' όσον υπάρχουν δύο συντονισμοί που παράγονται από το κύκλωμα συντονισμού, το πλάτος τους μπορεί να μειωθεί αυξάνοντας την αντίσταση και, αν υπάρχει μόνο ένας συντονισμός, η αντίσταση μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την τιμή που κάνει τους δύο συντονισμούς να συγκλίνουν σε ένα και έτσι, πρέπει να μειωθεί

Είναι δυνατόν να παρατηρήσουμε κατόπιν υπολογισμών ότι οι τιμές του  $L_c$  μεταβλήθηκαν ελαφρά, ενώ οι τιμές του  $R_c$  άλλαξαν σε μεγάλο βαθμό στις περισσότερες περιπτώσεις, εκτός από αυτές της πρώτης ιδιομορφής. Αυτό δείχνει ότι η προσέγγιση ενός βαθμού ελευθερίας για την αξιολόγηση  $R_c$  δεν είναι κατάλληλη για περιοχές συχνότητας με υψηλότερη πυκνότητα μεταφορών. Επομένως, η έκφραση

$$R_c = \frac{k_p \sqrt{2K_e}}{\omega_n^2}$$

θα πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή ή αλλιώς να χρησιμοποιείται ως αρχική εικασία για μια χειροκίνητη ή αυτόματη διαδικασία βελτιστοποίησης.

Στη συνέχεια, λαμβάνοντας υπόψη τις ενημερωμένες τιμές για τα  $R_c$  και  $L_c$ , εκτελείται μια πρώτη ανάλυση, δεδομένου ότι μόνο ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο είναι τοποθετημένο στην πλαστικοποιημένη πλάκα και συνδέεται με το συντονισμένο κύκλωμα παραδιακλάδωσης. Αυτό γίνεται για όλα τα τέσσερα ζεύγη πιεζοηλεκτρικών που παρουσιάζονται στην Εικόνα 28, ένα κάθε φορά. Η συνάρτηση απόκρισης συχνότητας της κατασκευής με ένα κύκλωμα RL αξιολογείται και συγκρίνεται με την περίπτωση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων ανοιχτού κυκλώματος (OC) όπου  $R_c = \infty$  και  $L_c = 0$ .

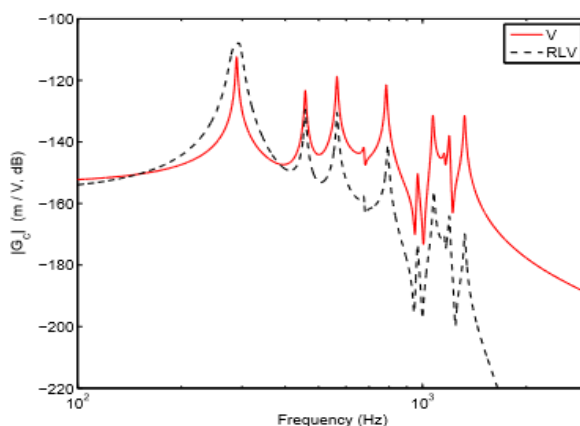
Τα συγκριτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στις Εικόνες 29, 30, 31 και 32 για το πρώτο, το δεύτερο, το τρίτο και το τέταρτο ζεύγος επιθεμάτων - ιδιομορφών. Σε όλες τις περιπτώσεις, το εύρος της δόνησης τροποποιείται σημαντικά μόνο κοντά στη συχνότητα συντονισμού, που λαμβάνεται υπόψη στη σχεδίαση θέσης και κυκλώματος. Ωστόσο, είναι δυνατόν να παρατηρήσουμε ότι το τέταρτο επίθεμα, το οποίο σχεδιάστηκε για την τέταρτη ιδιομορφή δόνησης, επίσης επηρεάζει ελαφρά τη δεύτερη και πέμπτη ιδιομορφή δόνησης. Επομένως, αυτή η τεχνική μπορεί να δώσει επαρκή μείωση των κραδασμών με μια μικρή περιοχή απόδοσης συχνοτήτων. Μπορεί κανείς να παρατηρήσει μέσα από τα αποτελέσματα του πειράματος ότι όλα τα ζευγάρια επιθεμάτων μπορούν να μειώσουν το πλάτος των κραδασμών στην επιλεγμένη συχνότητα συντονισμού κατά περισσότερο από 10 dB. Αυτή η τιμή εκτιμήθηκε από τη διαφορά μεταξύ του πλάτους σε συντονισμό για την περίπτωση ανοιχτού κυκλώματος και του υψηλότερου πλάτους μεταξύ των δύο συντονισμών για την περίπτωση παραδιακλάδωσης.

Μια δεύτερη ανάλυση πραγματοποιείται λαμβάνοντας υπόψη ότι τα τέσσερα πιεζοηλεκτρικά συστήματα ενσωματώνονται ταυτόχρονα στην πλαστικοποιημένη πλάκα και συνδέονται με το αντίστοιχο κύκλωμα συντονισμού για να αξιολογηθεί η περίπτωση μιας πολυτροπικής μείωσης κραδασμών. Παρατηρήστε ότι στην περίπτωση αυτή, οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές είναι διαφορετικές από την προηγούμενη περίπτωση και, συνεπώς, οι αντιστάσεις και οι επαγωγικές συνθήκες

πρέπει να επανεκτιμηθούν και να ενημερωθούν. Η Εικόνα 33 δείχνει τη συνάρτηση απόκρισης συχνότητας της πλάκας με τέσσερα ζευγάρια πιεζοηλεκτρικών, κατανεμημένα σύμφωνα με την Εικόνα 28, σε δύο ηλεκτρικές οριακές συνθήκες: i) όλα τα επιθέματα σε ανοιχτό κύκλωμα (OC) και ii) κάθε ζεύγος των επιθεμάτων που συνδέονται με ένα σωστά σχεδιασμένο κύκλωμα συντονισμού, εστιάζοντας σε μια από τις τέσσερις πρώτες ιδιομορφές δόνησης.

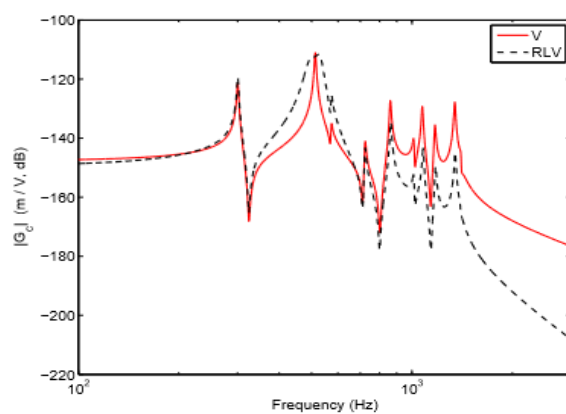
Γενικά παρατηρείται ότι το πλάτος των κραδασμών στις πρώτες τέσσερις συχνότητες συντονισμού μειώνεται αποτελεσματικά από τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα με αποστράγγιση, ειδικά για τον τέταρτο συντονισμό. Επιπρόσθετα, το πλάτος των κραδασμών στον τελευταίο συντονισμό, το οποίο δεν συμπεριλήφθηκε στον σχεδιασμό, είναι επίσης ελαφρώς μειωμένο. Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση, εκτιμήθηκε το ποσό της μείωσης πλάτους με βάση τη διαφορά μεταξύ των μεγεθών κορυφής. Σε αυτή τη περίπτωση, η μείωση του μήκους των κραδασμών που παρατηρήθηκε είναι μεγαλύτερη από 10dB, αλλά για τις πρώτες ιδιομορφές ταυτόχρονα.

Στην ίδια πλάκα με τα τέσσερα ζεύγη πιεζοηλεκτρικών στοιχείων, προσθέτουμε μια πηγή τάσης σε κάθε ένα από τα ανεξάρτητα ηλεκτρικά κυκλώματα που συνδέονται με τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Για να επιτραπεί η ανάλυση της ενίσχυσης της αρχής ελέγχου που παρέχεται από τα RL στοιχεία του κυκλώματος, η αρχή ελέγχου  $G_c(\omega)$  ενός επιθέματος, όταν αυτό συνδέεται με ένα ηλεκτρικό κύκλωμα με αντίσταση, επαγωγή και πηγή τάσης (RLV), συγκρίνεται με εκείνη που επιτυγχάνεται με ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο συνδεδεμένο με ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, το οποίο έχει μόνο πηγή τάσης (V),  $G_c^V(\omega)$ , που λαμβάνει υπόψη ότι  $L_c = R_c = 0$ . Αυτή η ανάλυση εκτελείται για κάθε ένα από τα τέσσερα ζεύγη πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, λαμβάνοντας υπόψη πρώτα ένα και στη συνέχεια τέσσερα ζευγάρια πιεζοηλεκτρικών εγκατεστημένων στην κατασκευή.



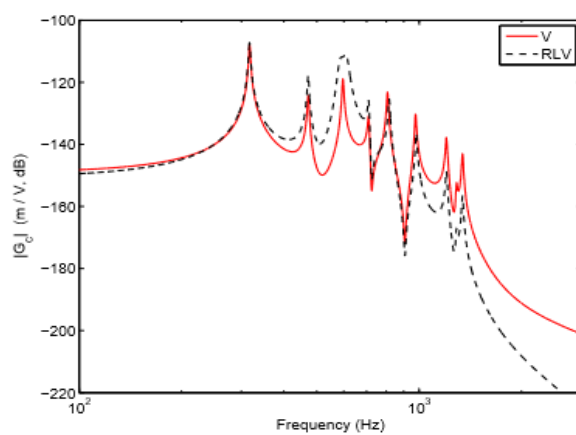
Εικόνα 29

Αρχή Ελέγχου του πρώτου ζεύγους επιθεμάτων με (RLV) και χωρίς (V) συντονισμένο κύκλωμα



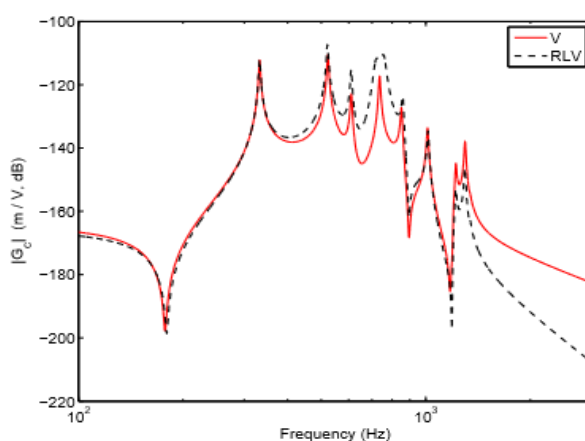
Εικόνα 30

Αρχή Ελέγχου του δεύτερου ζεύγους επιθεμάτων παρακολούθησης με (RLV) και χωρίς (V) συντονισμένο κύκλωμα



Εικόνα 31

Αρχή Ελέγχου του τρίτου ζεύγους επιθεμάτων με (RLV) και χωρίς (V) συντονισμένο κύκλωμα

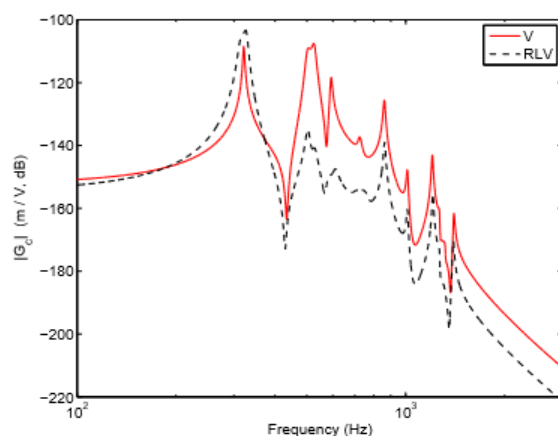


Εικόνα 32

Αρχή Ελέγχου του τετάρτου ζεύγους επιθεμάτων με (RLV) και χωρίς (V) συντονισμένο κύκλωμα

Οι Εικόνες 29, 30, 31 και 32 παρουσιάζουν την αρχή ελέγχου εκάστου των τεσσάρων ζευγών πιεζοηλεκτρικών τεμαχίων, συνδεδεμένων με κυκλώματα RLV συντονισμένα με τους πρώτους τέσσερις συντονισμούς, όταν μόνο το ενεργό ζεύγος είναι ενσωματωμένο στην κατασκευή. Στο σχήμα 29, είναι εύκολο να παρατηρήσουμε ότι η αρχή ελέγχου γύρω από την πρώτη συχνότητα συντονισμού βελτιώνεται πραγματικά με το κόστος της μείωσης της αρχής ελέγχου σε άλλες συχνότητες. Σε αντίθεση με τα προηγούμενα αποτελέσματα που δημοσιεύθηκαν στη βιβλιογραφία [75, 76], στην περίπτωση αυτή η αρχή ελέγχου ενισχύεται ακόμη και στην πρώτη συχνότητα συντονισμού και όχι μόνο γύρω από αυτήν. Για τις άλλες τρεις περιπτώσεις (Εικόνες 30, 31 και 32), γίνεται φανερό ότι το κύκλωμα συντονισμού ενισχύει την αρχή ελέγχου για ένα ορισμένο εύρος συχνοτήτων γύρω από την επιλεγμένη συχνότητα συντονισμού. Πράγματι, για το τρίτο ζεύγος που παρουσιάζεται στην Εικόνα 31, η αρχή ελέγχου ενισχύεται για τη δεύτερη, τρίτη και τέταρτη συχνότητα συντονισμού, αν και πιο αποτελεσματικά για την τρίτη, όπως αναμενόταν. Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι η θέση του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου επηρεάζει επίσης την αρχή ελέγχου. Για παράδειγμα, το δεύτερο ζεύγος δεν είναι αποτελεσματικό για τον έλεγχο του τρίτου και τέταρτου τρόπου λειτουργίας, ακόμη και μέσω του κυκλώματος συντονισμού.

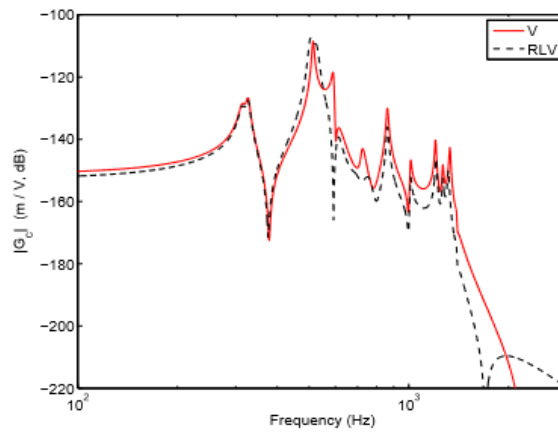
Αντίστοιχα, οι Εικόνες 33, 34, 35 και 36 παρουσιάζουν την αρχή ελέγχου εκάστου των τεσσάρων ζευγών πιεζοηλεκτρικών τεμαχίων που συνδέονται με κυκλώματα RLV συντονισμένα με τους πρώτους τέσσερις συντονισμούς, όταν τα τέσσερα ζεύγη είναι ενσωματωμένα στην πλάκα, αλλά μόνο ένα από αυτά είναι ενεργό. Σε αυτή την περίπτωση, τα αδρανή ζεύγη θεωρούνται ότι συνδέονται με ένα παθητικό κύκλωμα βραχυκυκλώματος RL, δηλαδή χωρίς πηγή τάσης. Στην περίπτωση αυτή, η ενίσχυση της αρχής ελέγχου εξακολουθεί να είναι δυνατή, αλλά μπορεί να παρατηρηθεί, ιδίως για το δεύτερο και το τρίτο ζευγάρι (Εικόνες 34 και 35), ότι τα παθητικά κυκλώματα μπορεί να επηρεάσουν την αρχή ελέγχου του ενεργού κυκλώματος. Ως εναλλακτική ανάλυση για ταυτόχρονη δράση των καναλιών, η Εικόνα 36 παρουσιάζει την ελεγχόμενη κατάσταση των τεσσάρων ζευγών ηλεκτροδίων που συνδέονται με κυκλώματα RLV συντονισμένα με τους πρώτους τέσσερις συντονισμούς, όταν τα τέσσερα ζεύγη είναι ενσωματωμένα στην κατασκευή και συνδέονται με την ίδια πηγή τάσης. Στην περίπτωση αυτή, οι αρχές ελέγχου των τεσσάρων ζευγών ενισχύονται ταυτόχρονα.



Εικόνα 33

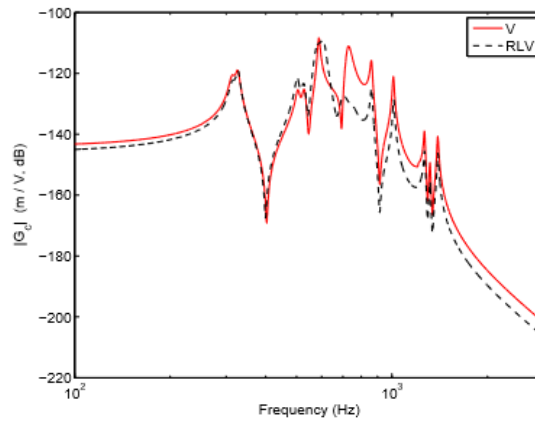
*Αρχή ελέγχου πρώτου ζεύγους επιθεμάτων με (RLV) και χωρίς (V) συντονισμένο κύκλωμα όταν τα άλλα τρία ζεύγη συνδέονται με παθητικό κύκλωμα RL*





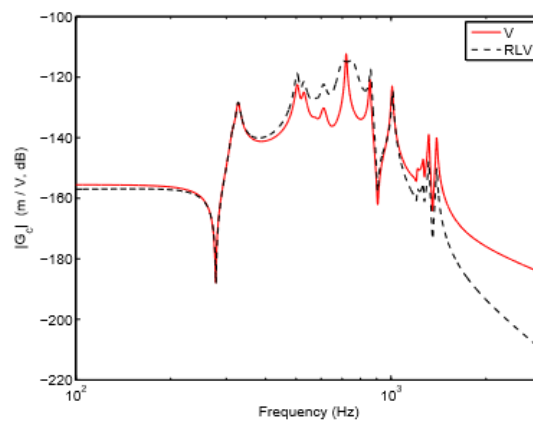
Εικόνα 34

Αρχή ελέγχου δεύτερου ζεύγους πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων με (RLV) και χωρίς (V) συντονισμένο κύκλωμα όταν τα άλλα τρία ζεύγη συνδέονται με παθητικό κύκλωμα RL



Εικόνα 35

Αρχή ελέγχου τρίτου ζεύγους πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων με (RLV) και χωρίς (V) συντονισμένο κύκλωμα όταν τα άλλα τρία ζεύγη συνδέονται με παθητικό κύκλωμα RL



Εικόνα 36

Αρχή ελέγχου τέταρτου ζεύγους πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων με (RLV) και χωρίς (V) συντονισμένο κύκλωμα όταν τα άλλα τρία ζεύγη συνδέονται με παθητικό κύκλωμα RL

## 5 Συμπεράσματα

Όσον αφορά την περίπτωση της έξυπνης δοκού, για την μοντελοποίηση χρησιμοποιείται η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων σε μια ελαστική κατασκευή εξοπλισμένη με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Με την προϋπόθεση ενός συνόλου μη περιοριστικών υποθέσεων, η ηλεκτρική κατάσταση του συστήματος περιγράφεται πλήρως από μόνο μερικές μεταβλητές ανά πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, δηλαδή (α) το ηλεκτρικό φορτίο που περιέχεται στα ηλεκτρόδια και (β) την τάση μεταξύ των ηλεκτροδίων.

Έχει αποδειχθεί ότι αυτή η διατύπωση έχει αρκετά σημαντικά πλεονεκτήματα. Πρώτα απ' όλα, το ηλεκτρικό μέρος του προβλήματος είναι πλήρως διακριτοποιημένο στο αδύναμο στάδιο διαμόρφωσης, εισάγοντας τις παραπάνω αναφερόμενες μεταβλητές τάσης/φορτίου χωρίς κανένα περιορισμό στο μηχανικό μέρος του προβλήματος. Κατά συνέπεια, οποιαδήποτε τυποποιημένη (ελαστική μόνο) τελική σύνθεση μπορεί να τροποποιηθεί εύκολα ώστε να συμπεριλάβει τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία και έτσι την επίδραση μιας εξωτερικής ηλεκτρικής δράσης. Ένα δεύτερο πλεονέκτημα αυτής της σύνθεσης είναι ότι αφού χρησιμοποιούνται καθολικές ηλεκτρικές μεταβλητές, φυσικά εισάγονται και ρεαλιστικές ηλεκτρικές οριακές συνθήκες. Πρώτον, η ισοδυναμία σε οποιοδήποτε από τα επιθέματα ικανοποιείται κατά την εισαγωγή της μεταβλητής δυναμικών διαφορών. Δεύτερον, η χρήση της καθολικής φόρτισης, που περιέχεται στα ηλεκτρόδια ως δεύτερη ηλεκτρική μεταβλητή, είναι ρεαλιστική, αφού η σύνδεση ενός εξωτερικού ηλεκτρικού κυκλώματος στα ηλεκτρόδια των επιθεμάτων επιβάλλει μόνο το καθολικό φορτίο που περιέχεται στα ηλεκτρόδια και όχι μια τοπική πυκνότητα της επιφάνειας φόρτισης.

Το δεύτερο πλεονέκτημα της χρήσης των συνολικών μεταβλητών φορτίου / τάσης είναι ότι είναι εγγενώς προσαρμοσμένες ώστε να συμπεριλαμβάνουν οποιοδήποτε εξωτερικό ηλεκτρικό κύκλωμα στο ηλεκτρομηχανικό πρόβλημα. Έτσι, η παρούσα διατύπωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποτελεσματική προσομοίωση της δονητικής συμπεριφοράς του συστήματος σε οποιαδήποτε κλασική κατάσταση και ειδικότερα στον τομέα του ελέγχου δονήσεων, όπου μερικά από τα πιεζοηλεκτρικά χρησιμοποιούνται ως αισθητήρες ή ως ενεργοποιητές. Είναι επίσης ειδικά προσαρμοσμένο για να προσομοιώνει συστήματα παραδιακλάδωσης, όπου ένα παθητικό (ή ημι-παθητικό) ηλεκτρικό δίκτυο συνδέεται με τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα και όπου και τα δύο πιεζοηλεκτρικά στοιχεία χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα. Σε αυτή την περίπτωση, πρέπει μόνο να προσθέσουμε στη μέθοδο του πεπερασμένου στοιχείου την εξίσωση ( ή τις εξισώσεις) του ηλεκτρικού δικτύου, που συνδέουν τις μεταβλητές φορτίου και μεταβλητών τάσης. Αυτή η τελευταία εφαρμογή έχει επεξηγηθεί λεπτομερώς στην περίπτωση μιας προβόλου δοκού, των οποίων οι δονήσεις μειώνονται μέσω μιας συντονισμένης παραδιακλάδωσης. Η διατύπωση του πεπερασμένου στοιχείου του προβλήματος έχει περιγραφεί επαρκώς ενώ υπάρχει και πειραματική πιστοποίηση των αποτελεσμάτων.

Τέλος, εισήχθη ένα μοντέλο μειωμένης τάξης του προβλήματος με την επέκταση της λύσης στην κανονική λειτουργία του συστήματος με όλα τα στοιχεία βραχυκυκλωμένα. Παρατηρείται ότι οι κλασσικοί αποτελεσματικοί συντελεστές ηλεκτρομηχανικής σύζευξης εμφανίζονται φυσικά στο μοντέλο μειωμένης τάξης ως κύριες παράμετροι που ελέγχουν την ηλεκτρομηχανική σύζευξη. Λαμβάνεται ένας απλός αναλυτικός τύπος, έτσι ώστε οι συντελεστές ηλεκτρομηχανικής σύζευξης να εξαρτώνται μόνο από τα μητρώα (μάζας, δυσκαμψίας και σύζευξης) του προβλήματος συζευγμένου πεπερασμένου στοιχείου καθώς και από τις λειτουργίες βραχυκυκλώματος. Δεδομένου ότι τα στοιχεία αυτά προέρχονται από την ιδιομορφική

ανάλυση του ελαστικού προβλήματος, μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοσδήποτε πρότυπος κώδικας πεπερασμένων στοιχείων για την απόκτηση τους. Αυτό είναι ένα πλεονέκτημα, δεδομένου ότι ο συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης είναι συχνά η κύρια παράμετρος που επηρεάζει την αποτελεσματικότητα των συστημάτων ελέγχου των κραδασμών, ειδικά στην περίπτωση των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης. Για να απεικονισθεί αυτό το αποτέλεσμα, συγκρίνεται ο συντελεστής ηλεκτρομηχανικής σύζευξης για τις πρώτες τρεις ιδιομορφές της δοκού, που προέκυψαν από τη μελέτη των πεπερασμένων στοιχείων καθώς και από τα πειράματα, που δείχνουν εξαιρετική συμφωνία μεταξύ τους.

Η φυσική επέκταση αυτού του έργου είναι η εφαρμογή της σύνθεσης πεπερασμένων στοιχείων σε πιο περίπλοκες τρισδιάστατες δομές. Συγκεκριμένα, η προσομοίωση και η βελτιστοποίηση της μείωσης των δονήσεων των πτερυγίων στροβιλομηχανών υπόκεινται σε μελέτη [69]. Επιπλέον, το μοντέλο μειωμένης τάξης που παρουσιάστηκε στην παρούσα εργασία μπορεί να δοκιμαστεί στην προσομοίωση της συμπεριφοράς μιας νέας κατηγορίας κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης, γνωστής συχνά ως «κυκλώματα παραδιακλάδωσης με διακόπτες», όπου η σύνθετη αντίσταση του ηλεκτρικού κυκλώματος μεταβάλλεται περιοδικά μεταξύ δύο τιμών [70-72]. Δεδομένου ότι η διαδικασία είναι εγγενώς μη γραμμική, απαιτεί συγκεκριμένα τη χρήση της άμεσης ενσωμάτωσης του χρόνου, σε μακρές χρονικές περιόδους, για την επίτευξη της σταθερής κατάστασης. Είναι δυνατή η προσομοίωση πλήρους ορισμένου στοιχείου σε συστήματα με σχετικά μικρό αριθμό βαθμών ελευθερίας [73]. Ωστόσο, για συστήματα με μεγάλο πλήθος βαθμών ελευθερίας τα μοντέλα μειωμένης τάξης είναι απαραίτητα για την απόκτηση της δονητικής απόκρισης μέσα στον ρεαλιστικό χρόνο υπολογισμού και για την εκτέλεση βελτιστοποιήσεων.

Τώρα όσον αφορά τα κυκλώματα παραδιακλάδωσης σε πιεζοηλεκτρικές πλάκες, ουσιαστικά διεξήχθη μια σύντομη ανασκόπηση σε πλαστικές πολυστρωματικές πλάκες που αποτελούνται από μία αντιστατική, μια επαγωγική πηγή και μια πηγή τάσης. Εξετάστηκαν και συζητήθηκαν εφαρμογές για τον παθητικό έλεγχο κραδασμών και την ενεργητική αρχή ελέγχου. Μια ισοδύναμη θεωρία για μονοστρωματική πλάκα σε συνδυασμό με μια θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης τρίτης τάξης εξετάστηκε για την πλάκα ελασμάτων, ενώ χρησιμοποιήθηκε και ένα ηλεκτρομηχανικό μοντέλο τάσης για τα πιεζοηλεκτρικά υλικά. Επίσης, η δυναμική των ηλεκτρικών κυκλωμάτων που συνδέονται με τα πιεζοηλεκτρικά υλικά αποδίδεται σε ένα μοντέλο συζευγμένου στοιχείου με μηχανικούς (μετατοπίσεις) και ηλεκτρικούς (φορτίσεις στα ηλεκτρόδια) βαθμούς ελευθερίας. Το μοντέλο στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε για να βελτιστοποιήσει τη θέση ενός συνόλου πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων χρησιμοποιώντας το συντελεστή ηλεκτρομηχανικής σύζευξης, αλλά και για να σχεδιάσει τα εξαρτήματα του ηλεκτρικού κυκλώματος για βέλτιστο παθητικό έλεγχο και βελτιστοποίηση της ενεργής αρχής ελέγχου. Μέσω του μοντέλου αυτού επιτεύχθηκε μείωση του μήκους της τάσης τουλάχιστον 10 dB για τις πρώτες τέσσερις ιδιομορφές δόνησης. Έχει τέλος αποδειχθεί ότι η αρχή ελέγχου μπορεί πράγματι να βελτιωθεί κοντά σε μια επιλεγμένη αντήχηση ακόμη και με πολλαπλά ζεύγη πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και ενεργά-παθητικά κυκλώματα που δρουν ταυτόχρονα.

## Βιβλιογραφία

- [1] Hurlbaeus S and Gaul L 2006 Adaptive structures—an overview IMAC XXIV: 24th Int. Modal Analysis Conf. (St. Louis)
- [2] Ayela C, Nicu L, Soyer C, Cattan E and Bergaud C 2006 Determination of the  $d_{31}$  piezoelectric coefficient of  $\text{PbZr}_{1-x}\text{Ti}_x\text{O}_3$  thin films using multilayer buckled micromembranes J. Appl. Phys. 100 054908
- [3] Li H, Piekarski B, DeVoe D L and Balachandran B 2008 Nonlinear oscillations of piezoelectric microresonators with curved cross-sections Sensors Actuators A 144 194–200
- [4] Karabalin R B, Matheny M H, Feng X L, Defay E, Le Rhun G, Marcoux C, Hentz S, Andreucci P and Roukes M L 2009 Piezoelectric nanoelectromechanical resonators based on aluminum nitride thin film Appl. Phys. Lett. 95 103111
- [5] Hagood N W and Von Flotow A 1991 Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks J. Sound Vib. 146 243–68
- [6] Forward R L 1979 Electronic damping of vibrations in optical structures Appl. Opt. 18 690–7
- [7] Snowdon J C 1968 Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems (New York: Wiley)
- [8] O. Thorp, M. Ruzzene, and A. Baz, “Attenuation and localization of wave propagation in rods with periodic shunted piezoelectric patches,” Smart Materials and Structures, vol. 10, no. 5, p. 979, 2001
- [9] O. Thorp, M. Ruzzene, and A. Baz, “Attenuation of wave propagation in fluid-loaded shells with periodic shunted piezoelectric rings,” Smart Materials and Structures, vol. 14, no. 4, p. 594, 2005.
- [10] A. Spadoni, M. Ruzzene, and K. A. Cunefare, “Vibration and wave propagation control of plates with periodic arrays of shunted piezoelectric patches,” Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 20, no. 8, pp. 979–990, 2009.
- [11] Caruso G 2001 A critical analysis of electric shunt circuits employed in piezoelectric passive vibration damping Smart Mater. Struct. 10 1059–68
- [12] Park C H 2003 Dynamics modelling of beams with shunted piezoelectric elements J. Sound Vib. 268 115–29
- [13] Behrens S, Moheimani S O R and Fleming A J 2003 Reducing the inductance requirements of piezoelectric shunt damping systems Smart Mater. Struct. 12 57–64
- [14] Tang J and Wang K W 2001 Active–passive hybrid piezoelectric networks for vibration control: comparisons and improvement Smart Mater. Struct. 10 794–806
- [15] de Marneffe B and Preumont A 2008 Vibration damping with negative capacitance shunts: theory and experiment Smart Mater. Struct. 17 035015.
- [16] J.J. Hollkamp, “Multimodal passive vibration suppression with piezoelectric materials and resonant shunts,” Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 5, no. 1, pp. 49–57, 1994.
- [17] U. Andreaus and M. Porfiri, “Effect of electrical uncertainties on resonant piezoelectric shunting,” Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 18, no. 5, pp. 477–485, 2007.
- [18] Hollkamp J J 1994 Multimodal passive vibration suppression with piezoelectric materials and resonant shunts J. Intell. Mater. Syst. Struct. 5 49–57
- [19] Alessandroni S, dell Isola F and Porfiri M 2002 A revival of electric analogs for vibrating mechanical systems aimed to their efficient control by pzt actuators Int. J. Solids Struct. 39 5295–324

- [20] dell'Isola F, Maurini C and Porfiri M 2004 Passive damping of beam vibrations through distributed electric networks and piezoelectric transducers: prototype design and experimental validation *Smart Mater. Struct.* 13 299–308
- [21] Maurini C, dell'Isola F and Del Vescovo D 2004 Comparison of piezoelectronic networks acting as distributed vibration absorbers *Mech. Syst. Signal Process.* 18 1243–71
- [22] Collet M, Cunefare K A and Ichchou M N 2009 Wave motion optimization in periodically distributed shunted piezocomposite beam structures *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 20 787–808
- [23] Casadei F, Ruzzene M, Dozio L and Cunefare K A 2010 Broadband vibration control through periodic arrays of resonant shunts: experimental investigation on plates *Smart Mater. Struct.* 19 015002
- [24] Hollkamp J J and Starchville T F Jr 1994 A self-tuning piezoelectric vibration absorber *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 5 559–66
- [25] Niederberger D, Fleming A, Moheimani S O R and Morari M 2004 Adaptive multi-mode resonant piezoelectric shunt damping *Smart Mater. Struct.* 13 1025–35
- [26] Tsai M S and Wang K W 1999 On the structural damping characteristics of active piezoelectric actuators with passive shunt *J. Sound Vib.* 221 1–22
- [27] Schoeftner J and Irschik H 2009 Passive damping and exact annihilation of vibrations of beams using shaped piezoelectric layers and tuned inductive networks *Smart Mater. Struct.* 18 125008
- [28] Richard C, Guyomar D, Audigier D, Bassaler H. Enhanced semi-passive damping using continuous switching of a piezoelectric device on an inductor. *Smart Structures and Materials: Passive Damping and Isolation*, SPIE 2000; 3989:288–299.
- [29] Corr LR, Clark WW. A novel semi-active multi-modal vibration control law for a piezoceramic actuator. *Journal of Vibration and Acoustics* 2003; 125(2):214–222.
- [30] Makiyara K, Onoda J, Minesugi K. Low-energy-consumption hybrid vibration suppression based on an energyrecycling approach. *AIAA Journal* 2005; 43(8):1706–1715
- [31] Ducarne J, Thomas O and De'u J-F 2010 Structural vibration reduction by switch shunting of piezoelectric elements: modelling and optimization *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 21 797–816
- [32] Hurlebaus S and Gaul L 2006 Adaptive structures—an overview IMAC XXIV: 24th Int. Modal Analysis Conf. (St. Louis)
- [33] Lesieutre G A 1998 Vibration damping and control using shunted piezoelectric materials *Shock Vib. Dig.* 30 187–95
- [34] Moheimani S O 2003 A survey of recent innovations in vibration damping and control using shunted piezoelectric transducers *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 11 482–94
- [35] Leo D J 2007 *Engineering Analysis of Smart Material Systems* (New York: Wiley)
- [36] Sun H, Yang Z, Li K-X, Li B, Xie J, Wu D and Zhang L-L 2009 Vibration suppression of a hard disk driver actuator arm using piezoelectric shunt damping with a topology-optimized pzt transducer *Smart Mater. Struct.* 18 065010
- [37] S. Behrens and S. O. R. Moheimani. Optimal resistive elements for multiple shunt-damping of a piezoelectric laminate beam. In *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, Australia, December 2000.
- [38] S. Y. Wu. Piezoelectric shunts with parallel R-L circuit for smart structural damping and vibration control. In *Proc. SPIE Symposium on Smart Structures and Materials – Passive Damping and Isolation*, pages 259–269, March 1996.

- [39] S. Y. Wu. Method for multiple mode shunt damping of structural vibration using a single PZT transducer. In Proc. SPIE Symposium on Smart Structures and Materials – Smart Structures and Intelligent Systems, pages 159–167, March 1998.
- [40] S. Y. Wu. Piezoelectric shunts for simultaneous vibration reduction and damping of multiple vibration modes. U.S. patent 5,783,898, July 1998.
- [41] S. Y. Wu and A. S. Bicos. Structural vibration damping experiments using improved piezoelectric shunts. In Proc. SPIE Conference on Passive Damping and Isolation, SPIE Vol. 3045, pages 40–50, 1997.
- [42] S. Behrens, S. O. R. Moheimani, and A. J. Fleming. Multiple mode current flowing passive piezoelectric shunt controller. *Journal of Sound and Vibration*, 266(5):929–942, Oct 2003.
- [43] A. J. Fleming, S. O. R. Moheimani, and S. Behrens. Reducing the inductance requirements of piezoelectric shunt damping circuits. *Smart Materials and Structures*, 12(1):57–64, February 2003.
- [44] S. O. R. Moheimani, A. J. Fleming, and S. Behrens. On the feedback structure of wideband piezoelectric shunt damping systems. *Smart Materials and Structures*, 12(1):49–56, February 2003.
- [45] A. Bloch, “Electromechanical analogies and their use for the analysis of mechanical and electromechanical systems,” *Journal of the Institution of Electrical Engineers Part I: General*, vol. 92, no. 52, pp. 157–169, 1945.
- [46] J. P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*. McGraw-Hill, 1940.
- [47] K. Liu and J. Liu, “The damped dynamic vibration absorbers: revisited and new result,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 284, no. 3, pp. 1181–1189, 2005
- [48] F. Bachmann, R. de Oliveira, A. Sigg, V. Schnyder, T. Delpero, R. Jaehne, A. E. Bergamini, V. Michaud, and P. Ermanni, “Passive damping of composite blades using embedded piezoelectric modules or shape memory alloy wires: a comparative study,” *Smart Materials and Structures*, vol. 21, no. 7, p. 075027, 2012.
- [49] R. P. Paganelli, A. Romani, A. Golfarelli, M. Magi, E. Sangiorgi, and M. Tartagni, “Modeling and characterization of piezoelectric transducers by means of scattering parameters. Part I: Theory,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 160, no. 1-2, pp. 9–18, 2010.
- [50] J. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, McGraw-Hill, New York, 1947.
- [51] Tzou HS, Tseng CI. Distributed piezoelectric sensor/actuator design for dynamic measurement/control of distributed parameter systems: A piezoelectric finite element approach. *Journal of Sound and Vibration* 1990; 138(1):17–34.
- [52] Hwang WS, Park HC. Finite element modeling of piezoelectric sensors and actuators. *AIAA Journal* 1993; 31(5):930–937.
- [53] Vasques CMA, Rodrigues JD. Coupled three-layered analysis of smart piezoelectric beams with different electric boundary conditions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2005; 62(11):1488–1518.
- [54] Kim J, Varadan VV, Varadan VK. Finite element modelling of structures including piezoelectric active devices. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1997; 40(5):817–832.
- [55] Chen S, Wang Z, Liu XH. Active vibration control and suppression for intelligent structures. *Journal of Sound and Vibration* 1997; 200(2):167–177.
- [56] Saravanos DA, Heyliger PR, Hopkins DA. Layerwise mechanics and finite element for the dynamic analysis of piezoelectric composite plates. *International Journal of Solids and Structures* 1997; 34(3):359–378.
- [57] Trindade MA, Benjeddou A, Ohayon R. Finite element modelling of hybrid active-passive vibration damping of multilayer piezoelectric sandwich beams—part I:

- formulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2001; 51(7):835–854.
- [58] Lammering R, Mesecke-Rischmann S. Multi-field variational formulations and related finite elements for piezoelectric shells. *Smart Materials and Structures* 2003; 12(6):904–913.
- [59] Carrera E, Boscolo M. Classical and mixed finite elements for static and dynamic analysis of piezoelectric plates. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2007; 70(10):1135–1181.
- [60] Saravanos DA, Heyliger PR. Mechanics and computational models for laminated piezoelectric beams, plates, and shell. *Applied Mechanics Review* 1999; 52(10):305–320.
- [61] Benjeddou A. Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements: a survey. *Computers and Structures* 2000; 76(1–3):347–363.
- [62] Mackerle J. Smart materials and structures—a finite element approach—an addendum: a bibliography (1997–2002). *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 2003; 11(5):707–744.
- [63] J. Ducarne, Modeling and optimisation of non-linear vibration damping by switch shunting of piezoelectric elements. PhD thesis, Conservatoire national des arts et m'etiers - Cnam, 2009
- [64] O. Thomas, J. Ducarne, and J.-F. Deu", "Performance of piezoelectric shunts for vibration reduction," *Smart Materials and Structures*, vol. 21, no. 1, p. 015008, 2012
- [65] A. S'en'echal, Optimization of shunted piezoelectric patches for vibration reduction of complex structures : application to a turbojet fan blade. PhD thesis, Conservatoire national des arts et m'etiers - Cnam, 2011.
- [66] Polytec PI. Piezoelectric Ceramic Products, 2008. Available from: [http://www.piceramic.de/pdf/KATALOG\\_english.pdf](http://www.piceramic.de/pdf/KATALOG_english.pdf).
- [67] Ducarne J, Thomas O, De"u JF. Optimisation de dispositif passif d'att'enuation de vibration par shunt pi'ezo'electrique. *Actes du 8`eme Colloque National en Calcul de Structures*, vol. 2. Hermes: Giens, France, 2007; 519–524 (in French).
- [68] Thomas O, Touz'e C, Chaigne A. Asymmetric non-linear forced vibrations of free-edge circular plates, part 2: experiments. *Journal of Sound and Vibration* 2003; 265(5):1075–1101.
- [69] S'en'echal A, Thomas O, De"u JF, Jean P. Att'enuation de vibrations de structures complexes par 'el'ement pi'ezo'electrique. application une aube de turbomachine. *Actes du 9`eme Colloque National en Calcul de Structures*, Giens, France, 2009 (in French).
- [70] Richard C, Guyomar D, Audigier D, Bassaler H. Enhanced semi-passive damping using continuous switching of a piezoelectric device on an inductor. *Smart Structures and Materials: Passive Damping and Isolation*, SPIE 2000; 3989:288–299.
- [71] Corr LR, Clark WW. A novel semi-active multi-modal vibration control law for a piezoceramic actuator. *Journal of Vibration and Acoustics* 2003; 125(2):214–222.
- [72] Makiyara K, Onoda J, Minesugi K. Low-energy-consumption hybrid vibration suppression based on an energyrecycling approach. *AIAA Journal* 2005; 43(8):1706–1715.
- [73] Badel A, Lagache M, Guyomar D, Lefeuvre E, Richard C. Finite element and simple lumped modeling for flexural nonlinear semi-passive damping. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 2007; 18(7):727–742.
- [74] T.C.Godoy ,M.A.Trindade Modeling and analysis of laminate composite plates with embedded active-passive piezoelectric networks. Department of Mechanical

Engineering, S~ao Carlos School of Engineering, University of S~ao Paulo, Av. Trabalhador S~ao-Carlense, 400, S~ao Carlos, SP 13566-590, Brazil

- [75] M. Tsai, K. Wang, On the structural damping characteristics of active piezoelectric actuators with passive shunt, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 221, No. 1, (1999), pp. 1–22.
- [76] H. Santos, M. Trindade, Vibration control using extension and shear active-passive piezoelectric networks subject to parametric uncertainties, in *Proceedings of the XIII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME 2009)*, ABCM, Rio de Janeiro (2009).