

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



*«Μελέτη παράγωγης σωματιδίων-αντισωματιδίων από το κενό
παρουσία βραχύχρονων και υπέρ-ισχυρών ηλεκτρομαγνητικών
πεδίων από σύγχρονα συστήματα λέιζερ»*

του ΠΛΟΥΜΙΣΤΑΚΗ ΙΩΑΝΝΗ

Επιβλέπων : Μουσταϊζής Σταύρος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Ιανουάριος 2018

Τριμελής συμβουλευτική επιτροπή:

Μουσταϊζής Σταύρος

Αναπληρωτής Καθηγητής Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του
Πολυτεχνείου Κρήτης

Κανδυλάκης Δημήτριος

Καθηγητής Σχολής Αρχιτεκτόνων Μηχανικών του Πολυτεχνείου Κρήτης

Παπαδογιάννης Νεκτάριος

Καθηγητής Τμήματος Μηχανικών Μουσικής Τεχνολογίας & Ακουστικής ΤΕΙ Κρήτης

Εξεταστική επιτροπή:

Σταυρουλάκης Γεώργιος

Καθηγητής Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης

Νικολός Ιωάννης

Καθηγητής Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης

Δελής Ανάργυρος

Αναπληρωτής Καθηγητής Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του
Πολυτεχνείου Κρήτης

Τζωρτζάκης Στυλιανός

Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήματος Επιστήμης και Τεχνολογίας Υλικών Σχολής
Θετικών και Τεχνολογικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Κρήτης

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση αυτής της μελέτης θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου σε αυτούς που χωρίς την υποστήριξη τους δεν θα ήταν δυνατή η ολοκλήρωση της.

Καταρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέπων καθηγητή και Διευθυντή του Εργαστηρίου Δομής της Ύλης και Φυσικής Λέιζερ Αναπληρωτή Καθηγητή Σταύρο Μουσταϊζή για την συνεργασία μας όλα αυτά τα χρόνια, την υπομονετική και συνεχή καθοδήγηση του για την περάτωση της εργασίας.

Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κυρίους καθηγητές Κανδυλάκη Δημήτριο και Παπαδογιάννη Νεκτάριο για την πολύτιμη βοήθεια τους μέσω της συμμετοχής τους στην τριμελή συμβουλευτική επιτροπή καθώς και όλα τα μέλη της επταμελούς εξεταστικής επιτροπής που τίμησαν με στην υποστήριξη της διατριβής

Ακόμη θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συνεργάτη και φίλο Δρ. Ιωάννη Τσοχαντζή εξωτερικό συνεργάτη του Εργαστηρίου, για όλη την πολύτιμη βοήθεια του σε όλη την πορεία του διδακτορικού μέσα από τις πολύωρες συναντήσεις μας.

Επιπλέον ευχαριστώ όλο το δυναμικό του εργαστηρίου Φυσικής, για την άριστη συνεργασία που είχαμε καθώς και την υποστήριξη που είχα .

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τους φίλους μου για την υποστήριξη τους σε όλη αυτή την πορεία αυτή. Ειδικότερα στους γονείς μου Γιώργο και Ειρήνη που πάντα πιστεύουν σε μένα και δεν σταματούν ποτέ να με υποστηρίζουν .

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	5
Περίληψη.....	10
Δημοσιεύσεις σχετικές με τη διατριβή	14
Κεφάλαιο 1	16
Παραγωγή σωματιδίων από το σύστημα του κενού	16
1.1 Θεωρητικές προσεγγίσεις (μοντέλα) της παραγωγής ζευγών από το κενό.	16
1.2 Περιγραφή της προσέγγισης του φανταστικού χρόνου (μοντέλο Popov).	21
1.3 Πολυφωτονική παραγωγή ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από το κενό χρησιμοποιώντας τη προσέγγιση του συντονισμού σε σύστημα δύο σταθμών.....	25
Κεφάλαιο 2	41
Προτεινόμενες πειραματικές μέθοδοι για την πολύφωτονική παραγωγή $e^+ e^-$ από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης συντονισμού σε σύστημα δυο σταθμών	41
2.1. Πολυφωτονική παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από το κενό με εφαρμογή της προσέγγισης συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό με τη χρήση Laser XFEL	42
2.2 Πολυφωτονική παραγωγή $e^+ e^-$ από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης του συντονισμού σε ένα σύστημα δυο σταθμών, από μια διάταξη ανάλογη του πειράματος E144	53
Κεφάλαιο 3	66
Παραγωγή ζευγών σωματιδίων– αντισωματιδίων από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης του φανταστικού χρόνου	66
3.1 Μέθοδος του φανταστικού χρόνου (Imaginary time method) – Μοντέλο Popov.	67
3.2 Παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ με την χρήση διάταξης ανάλογης του πειράματος E144.	72
3.3 Παραγωγή ζευγών $\pi^+ \pi^-$ με την χρήση διάταξης ανάλογης του πειράματος E144.	77
Κεφάλαιο 4	82
Προτεινόμενες διατάξεις για την παραγωγή ζευγών σωματιδίων αντισωματιδίων από το κενό. Πιθανές εφαρμογές τους πέραν της πειραματικής επιβεβαίωσης του φαινομένου. ...	82
4.1. Παρουσίαση σύγχρονων πειραματικών προτάσεων.....	83
4.1.α. Σκέδαση φωτονίου – φωτονίου σε κοιλότητα που βρίσκεται στο κενό. Περιγραφή της διάταξης και παρουσίαση αποτελεσμάτων όσον αφορά την απόδοσή της.	83
4.1.β Σύγκριση απόδοσης με την προτεινόμενη διάταξη του 3 ^{ου} κεφαλαίου.....	88
4.2. Πιθανές εφαρμογές των διατάξεων.....	93
4.2.α Παραγωγή μυονίων για την χρήση σε αντιδράσεις σύντηξης.....	93

Συμπεράσματα	102
Παράρτημα.....	107
Δημοσιευμένα άρθρα	107
Βιβλιογραφία	133

Περίληψη

Αντικείμενο αυτής της διδακτορικής διατριβής είναι η μελέτη της παραγωγής σωματιδίων αντι-σωματιδίων από το κενό παρουσία υπερ-ισχυρών ηλεκτρομαγνητικών πεδίων από σύγχρονα συστήματα λέιζερ.

Η παραγωγή σωματιδίων αντι-σωματιδίων είναι ένα πεδίο που συγκεντρώνει έντονο ενδιαφέρον, πράγμα που αποδεικνύεται από την έντονη δραστηριότητα που παρατηρείται σε επίπεδο θεωρητικής μελέτης αλλά και πειραματικής επιβεβαίωσης. Ειδικότερα το τελευταίο διάστημα με την ανάπτυξη νέων εγκαταστάσεων λέιζερ που μπορούν να φτάσουν σε ακόμη μεγαλύτερες εντάσεις, υπάρχει η δυνατότητα να πλησιάσουμε ακόμα περισσότερο στην πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου.

Η παρούσα διατριβή χωρίζεται σε τέσσερα κεφάλαια

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρητική αντιμετώπιση του φαινομένου μέσα από διάφορα μοντέλα που αναπτύχθηκαν με έμφαση σε αυτά του συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό και αυτό του φανταστικού χρόνου. Και τα δύο μοντέλα βασίζονται σε πολυφωτονικές διαδικασίες και σκοπός μας είναι να υποστηρίξουμε την χρήση τους καθώς μπορούμε να επιτύχουμε ικανοποιητική απόδοση παραγωγής ζευγών. Ξεκινώντας με το μοντέλο του συντονισμού, δείξαμε την σπουδαιότητα της χρήσης αρμονικών συχνοτήτων στην επίτευξη ικανοποιητικού αριθμού παραγομένων ζευγών και μελετήθηκαν τα όρια εφαρμογής της μεθόδου.

Στο δεύτερο κεφάλαιο θα προταθούν δύο νέες πειραματικές διατάξεις για τη μελέτη του συντονισμού με σκοπό να αναδειχτούν και άλλοι τρόποι πειραματικής εφαρμογής του φαινομένου. Πρώτα θα περιγραφεί η παραγωγή ζευγών από ένα λέιζερ XFEL μικρότερης κλίμακας εφαρμόζοντας την προσέγγιση του συντονισμού. Η δέσμη των σχετικιστικών ηλεκτρονίων που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή

των ακτίνων Χ παράγεται και επιταχύνεται με την χρήση ισχυρού λέιζερ αντί για των μεγάλων διαστάσεων και πολύπλοκο επιταχυντή. Με χρήση τυπικών παραμέτρων για την δέσμη του λέιζερ θα υπολογιστεί η επιτεύξιμη απόδοση. Η δεύτερη προτεινόμενη διάταξη έχει αρκετή ομοιότητα με το πείραμα E144, η πρώτη και μοναδική μέχρι σήμερα πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου έγινε στο Stanford στον επιταχυντή SLAC . Με ένα λέιζερ ισχύος παράγεται και επιταχύνεται σε σχετικιστικές ταχύτητες μια δέσμη ηλεκτρονίων η οποία αλληλεπιδρά με μέρος της δέσμης λέιζερ του συστήματος. Το σύστημα λέιζερ που χρησιμοποιείται έχει μήκος κύματος στο υπέρυθρο ή στο ορατό. Αν για τους υπολογισμούς επιλεγεί το σύστημα αναφοράς των σχετικιστικών ηλεκτρονίων, τα φωτόνια έχουν υψηλότερη ενέργεια και σε αυτή την περιοχή ενεργειών λόγω της μεγάλης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που οφείλεται στο μετασχηματισμό Lorentz, έχουμε τις προϋποθέσεις για παραγωγή e^+e^- με σχετικά πολύ μεγάλη απόδοση. Εφαρμόζοντας το μοντέλο του συντονισμού για το σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων έχουμε την ευκαιρία να συγκρίνουμε την απόδοση παραγωγής ζευγών με τις προηγούμενες περιπτώσεις και να αναφέρουμε τα αποτελέσματα.

Στο τρίτο κεφάλαιο της εργασίας χρησιμοποιήθηκε τη μέθοδο του φανταστικού χρόνου που πρώτος εισήγαγε ο Poron σε μια διάταξη ανάλογη με αυτή του πειράματος E144. Η μέθοδος αυτή είναι μια πολυφωτονική διαδικασία με την διαφορά ότι τώρα δεν είμαστε σε συντονισμό. Έγινε η παρουσίαση της μεθόδου και αναφέρονται οι σχέσεις και οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν.

Επίσης παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αναφορικά με τον αριθμό παραγόμενων ζευγών του μοντέλου Poron μέσα από γραφήματα του αριθμού ζευγών σε συνάρτηση με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Επιβεβαιώθηκε η πολυφωτονική φύση του φαινομένου και παρουσιάζονται επίσης και άλλα στοιχεία που ενισχύουν τον ισχυρισμό ότι μπορεί να αποτελέσει μια μελλοντική πειραματική πρόταση για παρατήρηση του φαινομένου. Επεκτείνουμε τη διερεύνηση και στην δυνατότητα παραγωγής πιονίων με την χρήση της διάταξης που παρουσιάστηκε στην αρχή του κεφαλαίου. Τέτοια σωματίδια μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην συνέχεια σε άλλες εφαρμογές, αλλά ωστόσο απαιτούν ακόμα μεγαλύτερες εντάσεις ηλεκτρικών

πεδίων. Τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν μέσα από τις καμπύλες των παραγόμενων σωματιδίων σε συνάρτηση με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου

Διερευνάται η δυνατότητα να φτάσουμε στο γεγονός της παραγωγής πιονίων χωρίς να έχει πιο πριν αναλωθεί η ενέργεια του λέιζερ σε συμβάντα παραγωγής ηλεκτρονίων / ποζιτρονίων. Καταλήξαμε σε ένα μηχανισμό που επιτρέπει την επιλογή του είδους των παραγόμενων ζευγών σωματιδίων κι έτσι να υπάρχει η δυνατότητα καθορισμού του τύπου των παραγόμενων σωματιδίων.

Τέλος στο τέταρτο κεφάλαιο θα γίνει μια επισκόπηση των τρεχουσών εξελίξεων και μελλοντικών θεμάτων προς τα οποία θα μπορούσε να επεκταθεί η παρουσιαζόμενη εργασία. Το τελευταίο διάστημα υπάρχει μια έντονη δραστηριότητα με επίκεντρο την πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου. Στα πλαίσια αυτής της δραστηριότητας προτείνονται διάφορες τεχνικές και πειραματικές διατάξεις με το σκεπτικό να γίνει πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου με ήδη υπάρχοντα συστήματα λέιζερ. Μια τέτοια πρόταση περιγράφεται στο άρθρο του Pike et.al, [Nature Photonics 8, 434–436 (2014)] όπου, φωτόνια γ δημιουργήθηκαν από μια δέσμη ηλεκτρονίων υψηλής ενέργειας αλληλεπιδρούν με φωτόνια ακτίνων-Χ που προήλθαν από εκπομπή μέλανος σώματος, με αποτέλεσμα την δημιουργία ζεύγους e^+e^- . Η παραπάνω πρόταση συγκεντρώνει το ενδιαφέρον από την άποψη ότι χρησιμοποιεί δύο αποδοτικές ως προς τον αριθμό φωτονίων δέσμες με αντίστοιχα αποτελέσματα στον αριθμό παραγόμενων ζευγών. Η παραγωγή των σωματιδίων γίνεται μέσω του πολυφωτονικού μηχανισμού Breit – Wheeler που περιγράφει την αλληλεπίδραση ενός φωτονίου γ με ένα αριθμό φωτονίων Χ. Η υπολογισμοί επικεντρώνονται στην αλληλεπίδραση ενός φωτονίου γ με ένα φωτόνιο Χ.

Επομένως αρχικά θα γίνει η περιγραφή της διάταξης και παρουσίαση αποτελεσμάτων όσον αφορά την απόδοσή της.

Στη συνέχεια με την χρήση κοντινών παραμέτρων μελετήσαμε την ίδια διάταξη με ένα πολυφωτονικό μηχανισμό Breit - Wheeler, ώστε να εξετάσουμε την απόδοση του μηχανισμού και να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με αυτά του προαναφερόμενου άρθρου.

Τέλος μελετάμε πιθανές μελλοντικές εφαρμογές της παρούσας εργασίας. Μια τέτοια είναι η παραγωγή μιονίων από την διάσπαση των πιονίων. Τα μυόνια μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αντιδράσεις σύντηξης Δευτερίου - Δευτερίου ή Δευτερίου - Τριτίου σαν καταλύτης. Εξετάσαμε την απόδοση μίας τέτοιας διαδικασίας και προτείνεται μια συσκευή που θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει αντιδράσεις σύντηξης καταλυόμενες από μυόνια.

Δημοσιεύσεις σχετικές με τη διατριβή

Τα αποτελέσματα της διατριβής συμπεριλήφθηκαν στις παρακάτω δημοσιεύσεις

Περιοδικά

I. Ploumistakis, S. D. Moustazis, and I. Tsohantjis. Phys. Lett A “Towards laser based improved experimental schemes for multiphoton e^+e^- pair production from vacuum” Volume 373, Issue 32, 3 August 2009, Pages 2897-2900

Ploumistakis, I., Moustazis, S.D. and Tsohantjis, I, Numerical investigation and potential tunability scheme on e^+e^- and $\pi^+\pi^-$ stimulated pair creation from vacuum using high intensity laser beams, , *High Power Laser Science and Engineering*, 4. doi: 10.1017/hpl.2016.42.(2016).

Moustazis, S.D., Lalousis, P., Hora, H., Henis, Z., Eliezer, S. and Ploumistakis, I. (2016) ‘New scheme to trigger fusion in a compact magnetic fusion device by combining muon catalysis and alpha heating effects’, *High Power Laser Science and Engineering*, 4. doi: 10.1017/hpl.2016.41.

Συνέδρια:

I. Ploumistakis, I. Tsohantjis and S. D. Moustazis “New approaches on Laser Vacuum Breakdown for Pair Creation”. 35th EPS Conference on Plasma Phys. Hersonissos, 9 - 13 June 2008 ECA Vol.32D, P-1.123 (2008).

I. Tsohantjis, S. D. Moustazis, I. Ploumistakis Pair creation from vacuum in the presence of ultra-intense laser beams. 35th EPS Conference on Plasma Phys. Hersonissos, 9 - 13 June 2008 ECA Vol.32D, O-4.041 (2008).

S. D. Moustazis, I. Tsohantjis I. Ploumistakis “Towards Experimental Configuration for Laser – Vacuum Breakdown”, Workshop on Exotic Physics at Ultrahigh Laser Intensities, 7 – 10 July 2008, Palaiseau, France.

I. Tsohantjis, S. D. Moustazis, I. Ploumistakis “Enhanced Pair Creation from Multiphoton Laser-Vacuum Interaction”, Workshop on Exotic Physics at Ultrahigh Laser Intensities, 7 – 10 July 2008, Palaiseau, France.

A. Di Piazza, A. M. Fedotov, H. Gies, K.Z. Hatsagortsyan, T. Heinzl, A. Ilderton, C.H. Keitel, M. Marklund, S.D. Moustazis, C. Müller, N.B. Narozhny, I. Ploumistakis, R. Schützhold, D. Symes and. I. Tsohantjis. “ Investigation of Vacuum Structure - Towards Schwinger Fields: QED effects and Particle Physics at ELI” Report on the

Grand Challenges Meeting, 27-28 April 2009, Paris <http://www.extreme-light-infrastructure.eu/pictures/Grand-Challenges-Meeting-Report-id66.pdf>.

A. Di Piazza, H. Gies, K.Z. Hatsagortsyan, T. Heinzl, A. Ilderton, C.H. Keitel, M. Marklund, S.D. Moustazis, C. Müller, N.B. Narozhny, I. Ploumistakis, R. Schützhold, D. Symes and I. Tsohantjis. “Particle physics at ELI” Report on the Grand Challenges Meeting, 27-28 April 2009, Paris <http://www.extreme-light-infrastructure.eu/pictures/Grand-Challenges-Meeting-Report-id66.pdf>.

I. Ploumistakis, S.D. Moustazis, I. Tsohantjis Pair production from vacuum using high intensity laser systems INTERNATIONAL SCHOOL OF QUANTUM ELECTRONICS 46th Course ERICE-SICILY: 10 - 17 July 2009 (Ερευνητικό πόστερ).

I. Ploumistakis, S.D. Moustazis, I. Tsohantjis Enhanced pair creation from multiphoton laser vacuum breakdown: Numerical estimates for possible experimental verification using future Petawatt laser facilities. INTERNATIONAL SCHOOL OF QUANTUM ELECTRONICS 50th Course ERICE-SICILY: 14 - 24 July 2011 (Ερευνητικό πόστερ).

I. Ploumistakis, “Numerical comparison of Popov and Breit – Wheeler schemes on laser vacuum breakdown for pair creation,” Conference on Extremely High Intensity Laser Physics Heidelberg, Germany, 21 – 24 July 2015, 2015.

I. Ploumistakis, S.D. Moustazis, I. Tsohantjis Numerical investigation and tunability scheme on e^+e^- and $\pi^+\pi^-$ stimulated pair creation from vacuum using ultra-strong electromagnetic fields. Poster presentation “ELI Beamlines and Hilase summer school” 2016, Prague, Czech Republic 21. 8. 2016 – 26.8. 2016.

Κεφάλαιο 1

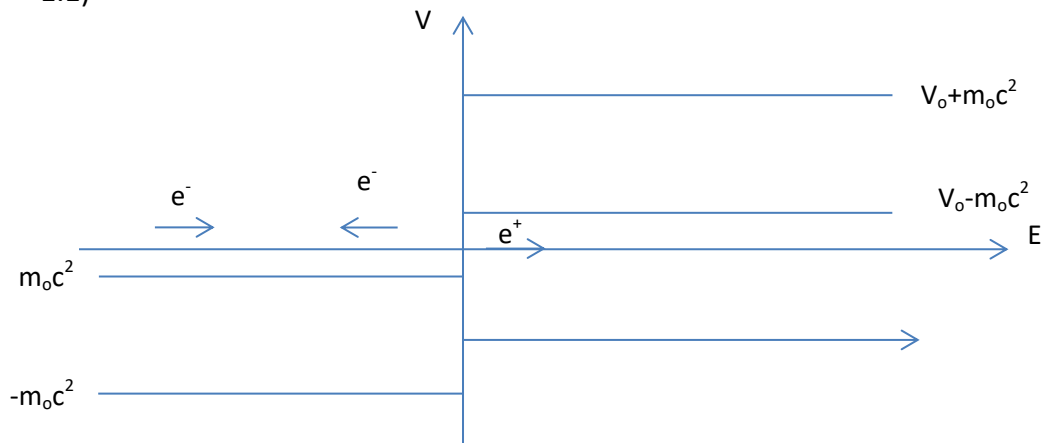
Παραγωγή σωματιδίων από το σύστημα του κενού

1.1 Θεωρητικές προσεγγίσεις (μοντέλα) της παραγωγής ζευγών από το κενό.

Η παραγωγή ύλης - αντιύλης από το κενό παρουσία ισχυρού ηλεκτρομαγνητικού πεδίου αποτελεί ένα από τα πιο ενδιαφέροντα μη γραμμικά φαινόμενα στη φυσική και πιο συγκεκριμένα στη κβαντική ηλεκτροδυναμική (QED). Από μόνο του το γεγονός ότι από το κενό μπορεί να δημιουργηθεί ύλη είναι κάτι το οποίο δεν είναι εύκολο να γίνει αντιληπτό, αν και από την αρχαιότητα είχαν διατυπωθεί διάφορες φιλοσοφικές απόψεις όσον αφορά την εικόνα του κενού ιδιαίτερα οι πολύ βασικές έννοιες που αφορά το *ον*, το *μη-ον* και την σχέση τους (ή αλληλεπίδραση τους). Το ενδιαφέρον για την μελέτη του φαινομένου έχει σαν αφετηρία την εποχή της θεμελίωσης της κβαντικής μηχανικής και θεωρήθηκε το κατ' εξοχήν φαινόμενο μη-γραμμικής φυσικής που θα αποδείκνυε την μη-γραμμικότητα στο σύνολο των φυσικών φαινομένων, διότι αφορά αλληλεπίδραση φωτονίου με φωτόνιο. Στη σύγχρονη εποχή με την κατασκευή μεγάλης ισχύος δεσμών λέιζερ αποκτά νέα σημασία, από τη στιγμή που ένα σύνολο από διαφορετικά πειράματα και μοντέλα μπορούν να επαληθευτούν πειραματικά στις μεγάλες Ευρωπαϊκές εγκαταστάσεις λέιζερ [1] Σε αυτή την εργασία θα εστιάσουμε στην παραγωγή ζευγών σωματιδίων με έμφαση στην παραγωγή ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από το κενό με την επίδραση ισχυρού ηλεκτρομαγνητικού πεδίου που παράγεται από μεγάλης ισχύος βραχύχρονους παλμούς λέιζερ.

Θα ξεκινήσουμε με μια σύντομη περιγραφή των βασικών προσεγγίσεων που δόθηκαν με χρονολογική σειρά καταλήγοντας στην πιο πρόσφατη που χρησιμοποιήθηκε στη παρούσα εργασία και αφορά την διαδικασία της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίου ποζιτρονίου θεωρώντας το σύστημα του κενού σαν κβαντικό σύστημα δύο σταθμών που αλληλεπιδρούν με ισχυρής έντασης ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Η συμπεριφορά του κενού παρουσία

ηλεκτρομαγνητικού πεδίου είναι η πιο εκτενώς μελετημένη περίπτωση από ότι για άλλους τύπους πεδίου, επειδή είναι και η πιο άμεσα επιτεύξιμη πειραματικά. Η πρώτη ένδειξη παραγωγής ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό, μελετήθηκε από τον Klein[2],(όπως επίσης από τους Sauter[3],Heisenberg και Euler[4]) ο οποίος έλυσε την εξίσωση Dirac για την περίπτωση φράγματος δυναμικού V (βλ. Εικόνα 1.1)



Εικόνα 1.1 Σχηματική αναπαράσταση του παράδοξου του Klein. Αριστερά είναι η περιοχή χωρίς δυναμικό ενώ η δεξιά έχει δυναμικό $V_0 > E + m_0c^2$.

Οι αρνητικής ενέργειας στάθμες, όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.1 είναι κατειλημμένες από ηλεκτρόνια. Αν εφαρμόσουμε δυναμικό στη δεξιά περιοχή τότε το φάσμα των ενεργειών αυξάνεται κατά V_0 . Τότε όπως βλέπουμε από την εικόνα 1.1 μέρος του θετικού φάσματος ενεργειών (περιοχή αριστερά) επικαλύπτεται με τμήμα του φάσματος των χαμηλότερων ενεργειακά σταθμών της περιοχής στα δεξιά. Ηλεκτρόνια που συγκρούονται με το φράγμα δυναμικού από αριστερά, μπορούν να εξαγάουν ηλεκτρόνια από τις κατειλημμένες στάθμες χαμηλότερης ενέργειας. Έτσι το ρεύμα των ηλεκτρονίων που ανακλώνται είναι μεγαλύτερο από το ρεύμα των ηλεκτρονίων που προσπίπτουν.

Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται παράδοξο του Klein και η λύση του οδήγησε στο μοντέλο του Dirac για το κενό, το οποίο εκφράζει την εικόνα που έχουμε σήμερα για το κενό και βασίζεται στο εξής μοντέλο: Αποτελείται από μια θάλασσα σωματιδίων με αρνητικές ενέργειες και πλήρως κατειλημμένες καταστάσεις. Αν υπάρξει μια διαταραχή στο κενό, όπως ένα ηλεκτρικό πεδίο, τότε μπορεί ένα σωματίδιο

αρνητικής ενέργειας να μεταβεί σε κατάσταση θετικής ενέργειας αφήνοντας πίσω του μια οπή. Αυτό αποτελεί τη δημιουργία ζεύγους σωματίου-αντισωματίου.

Η πρώτη διεξοδική θεωρητική ανάλυση της παραγωγής ζευγών από το κενό με τη χρήση Η/Μ ακτινοβολίας έγινε από τον Schwinger[5](πόλωση του κενού). Βασίστηκε στη θεμελιώδη παρατήρηση, ότι η εξαγωγή αναλλοίωτων στη βαθμίδα αποτελεσμάτων από μια αναλλοίωτη στη βαθμίδα θεωρία, διασφαλίζεται μόνο αν κάποιος χρησιμοποιήσει μεθόδους επίλυσης στις οποίες εμπλέκονται συναναλλοίωτες στη βαθμίδα ποσότητες. Εξήγαγε τις εξής σταθερές και αναλλοίωτες ποσότητες.

$$F = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}^* = \frac{1}{2} (\vec{\mathcal{E}}^2 - c^2 B^2), \quad G = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}^* = c \vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{B} \quad \text{με} \quad F_{\mu\nu}^* = \frac{1}{2} (\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta})$$

για το εξωτερικά εφαρμοζόμενο πεδίο. Όπου $F_{\mu\nu}, F_{\mu\nu}^*$ είναι ο συμμετρικός και ο αντισυμμετρικός τανυστής της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου αντίστοιχα. Οι ποσότητες αυτές είναι σταθερές και αναλλοίωτες σε χώρο-χρονικούς μετασχηματισμούς. Στην περίπτωση που $F < 0, G = 0$ (στατικό ηλεκτρικό πεδίο) μπορούμε να έχουμε συνθήκες παραγωγής ζευγών.

Ο Schwinger υπολόγισε την πιθανότητα δημιουργίας ενός ζεύγους ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα χρόνου να είναι

$$w_s \sim \sum_{x=1}^{\infty} (1/x^2) \exp\left(-\frac{x\pi m^2}{e\mathcal{E}}\right), \quad m=\text{ακέραιος}$$

Μετά από κάποια στασιμότητα πάνω στο πρόβλημα της παραγωγής ύλης αντιύλης από το κενό παρουσία ισχυρών ηλεκτρομαγνητικών πεδίων προερχόμενων από δέσμες λέιζερ, ήρθε η εργασία των Brezin και Itzykson[6] να δώσει μια νέα ώθηση στο ζήτημα. Υπολόγισαν την πιθανότητα παραγωγής ενός ζεύγους από το κενό παρουσία χρονικά εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου. Η μέθοδος που εφάρμοσαν χρησιμοποιούταν ήδη για την μελέτη του φαινομένου του ιονισμού των ατόμων. Εξήγαγαν την τιμή της έντασης του κρίσιμου πεδίου που απαιτείται για την παραγωγή ζεύγους ύλης αντιύλης και πιο συγκεκριμένα ηλεκτρονίου ποζιτρονίου. Η

ένταση αυτή υπολογίζεται αν εξισώσουμε το έργο που παράγεται από εξωτερικά εφαρμοζόμενο στατικό ηλεκτρικό πεδίο πάνω σε ένα ηλεκτρόνιο, σε μια χαρακτηριστική διάσταση του προβλήματος που είναι το μήκος Compton για τα ηλεκτρόνια $\lambda_c = \frac{\hbar}{mc} = 386 \text{ fm}$, με την ενέργεια αδράνειας ενός ζεύγους e^+e^- που ισούται με $2mc^2 = 1.022 \text{ MeV}$.

Πιο συγκεκριμένα:

$$e\mathcal{E}_{critical} \lambda_c = 2mc^2 \Leftrightarrow \mathcal{E}_{critical} = \frac{2mc^2}{e\lambda_c} = 1.3 \times 10^{18} \text{ V/m}$$

Η τιμή αυτή τη συναντάμε στη βιβλιογραφία [7] ως το κρίσιμο πεδίο του Schwinger ή πεδίο Schwinger και πρέπει η ένταση του πεδίου να προσεγγίζει αυτή τη τιμή για να είναι μετρήσιμη η παραγωγή σωματιδίων.

Για να επιτύχουμε καθαρό ηλεκτρικό πεδίο που ταλαντώνεται στο χρόνο όπως αυτό των Brezin και Itzykson πρέπει δύο αντι-παράλληλα διαδιδόμενες δέσμες λέιζερ ίδιας συχνότητας να συμβάλουν, ώστε στους δεσμούς του στάσιμου κύματος που σχηματίζεται να ισχύει $F < 0$.

Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB) που έχει εφαρμοστεί στην περίπτωση του ιονισμού των ατόμων (όπου συναντάμε τους τρεις βασικούς μηχανισμούς ιονισμού: πολυφωτονικός, σήραγγας και υπέρ-άνω κατωφλίου (above threshold ionization) και θεωρώντας τα ζεύγη δέσμια στο κενό με ενέργεια δεσμού $2mc^2$, βρήκαν το τελικό αποτέλεσμα της πιθανότητας παραγωγής e^+e^- ανά τετρα-όγκο Compton w_{BI} να είναι:

$$w_{BI} = \frac{e^2 \mathcal{E}^2}{\pi \hbar c} \frac{1}{g(\gamma) + \frac{\gamma g'(\gamma)}{2}} \exp\left(-\frac{\pi m^2}{e\mathcal{E}} g(\gamma)\right) \quad (1.1)$$

Όπου
$$\gamma = \frac{mc\omega}{e\mathcal{E}} = \frac{\hbar\omega\mathcal{E}_c}{mc^2\mathcal{E}} \quad (1.2)$$

$$g(\gamma) = \frac{4}{\pi} \int_0^1 \left(\frac{1-y^2}{1+\gamma^2 y^2} \right)^{1/2} dy$$

Η παράμετρος γ ισούται με το λόγο της ενέργειας του φωτονίου προς το έργο του πεδίου έντασης \mathcal{E} σε απόσταση ίση με το λ_c είναι ισοδύναμη με τη παράμετρο Keldysh [6] στον ιονισμό των ατόμων. Η σχέση για την πιθανότητα w_{BI} παρεμβάλλεται μεταξύ δύο περιοχών με μεγάλη φυσική σημασία. Όταν $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_c$ $w_s \simeq w_{BI}$. Στην περιοχή με $\gamma \ll 1$, δηλαδή ηλεκτρικό πεδίο υψηλής έντασης και χαμηλής συχνότητας η συνάρτηση $g(\gamma)$ και η αντίστοιχη πιθανότητα w_{BI} , δίνονται από τις σχέσεις $g(\gamma) = 1 - \frac{1}{8}\gamma^2 + O(\gamma^4)$ και η $w_{BI} \sim \exp\left(-\pi\left(\mathcal{E}_c/\mathcal{E}\right)g(\gamma)\right)$.

Ο μηχανισμός παραγωγής σωματιδίων που επικρατεί είναι αυτός μέσω του φαινομένου σήραγγας.

Στην περίπτωση που το $\gamma \gg 1$ έχουμε χαμηλής έντασης και υψηλής συχνότητας ηλεκτρικό πεδίο, η συνάρτηση $g(\gamma)$ και η αντίστοιχη πιθανότητα w_{BI} , δίνονται από τις σχέσεις

$$g(\gamma) = \left(\frac{4\pi}{\gamma}\right) \ln\left(\frac{4\gamma}{e}\right) + O(1/\gamma^3) \text{ και } w_{BI} \sim \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c}\right)^{2n_o} (1 + O(\gamma^2)) \quad , \quad n_o = \frac{2mc^2}{\hbar\omega}$$

Όπου n_o είναι η πολυφωτονική τάξη. Η εξάρτηση της w_{BI} από το ηλεκτρικό πεδίο \mathcal{E} είναι ένδειξη πολυφωτονικής συμπεριφοράς.

1.2 Περιγραφή της προσέγγισης του φανταστικού χρόνου (μοντέλο Ρορον).

Σύντομα μετά την εργασία των Brezin και Itzykson δημοσιεύονται τα άρθρα του Ρορον[8- 12] στα οποία γίνεται αναφορά και χρήση της μεθόδου του φανταστικού χρόνου (Imaginary Time Method), αντιμετωπίζοντας το σύστημα με τρόπο ανάλογο με αυτόν του ιονισμού ενός ατόμου. Εδώ οι συνθήκες για ένα καθαρό εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο ικανοποιούνται σε ένα στάσιμο κύμα που παράγεται από δύο αντιπαράλληλες δέσμες λέιζερ. Η εικόνα που περιγράφεται στο άρθρο του Ρορον για το κενό στηρίζεται στην εικόνα ενός συστήματος δύο σταθμών όπου παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου είναι η μετάβαση από την κατώτερη στάθμη σε ανώτερη του «κβαντικού συστήματος». Η μετάβαση μπορεί να συμβεί είτε μέσω του φαινομένου σήραγγας, είτε με πολυφωτονικές διαδικασίες όπου ο ελάχιστος αριθμός φωτονίων που χρειάζεται είναι ίσος με την ενεργειακή διαφορά των δύο σταθμών.

Στην παρούσα έρευνα μελετήθηκε παραγωγή σωματιδίων μέσω πολυφωτονικών διαδικασιών [8], [9], [12], όπου ο ελάχιστος αριθμός φωτονίων που απαιτείται είναι ίσος με $n_0 = \frac{2mc^2}{\hbar\omega}$. Η πιθανότητα για μια τέτοια μετάβαση παρουσία ηλεκτρικών πεδίων μπορεί να γραφεί σαν άθροισμα πιθανοτήτων διαδικασιών πολλών φωτονίων w_n .

$$W = \sum_{n>n_0} w_n$$

Όπου $n = \frac{m_e c^2}{\hbar\omega} \Delta$ και η πιθανότητα παραγωγής ζευγών για πολυφωτονική τάξη n δίνεται από τη σχέση:

$$w_n = \frac{(2s+1)}{2\pi^2 V_c} \frac{\hbar\omega}{mc^2} \left(\frac{n-n_0}{\Delta_2} \right)^{1/2} J_n \exp \left(-\frac{2mc^2}{\hbar\omega} f - \frac{2f_1}{\Delta_1} (n-n_0) \right) \quad (1.3)$$

Στη σχέση (1.3), ο συντελεστής $s=0$ στην περίπτωση των μποζονίων και $s=1/2$ για την περίπτωση των φερμιονίων, $m_e = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ($0.5 \text{ MeV} / c^2$) είναι η μάζα των ηλεκτρονίων, $m_\pi = 2.488 \times 10^{-28} \text{ kg}$ ($139,570 \text{ MeV} / c^2$) η μάζα των πιονίων, $V_c = \hbar^4 / m_{e,\pi}^4 c^5$ είναι ο τετρα-όγκος Compton του ηλεκτρονίου ή του πιονίου που είναι $7.48 \cdot 10^{-59}$ και $2.16 \cdot 10^{-143} \text{ m}^3 \text{ s}$ αντίστοιχα. Επιπλέον

$$n = \frac{mc^2}{\hbar\omega} \Delta, \quad \Delta = \frac{4}{\pi\gamma\psi(\gamma)} E(\psi(\gamma)), \quad \psi(\gamma) = 1/\sqrt{1+\gamma^2} \quad (1.4)$$

όπου n_0 είναι η κατώτερη τάξη πολυφωτονικής διαδικασίας ώστε να συμβεί παραγωγή ζευγών και το Δ εκφράζει το εύρος του ενεργειακού κενού μεταξύ του συνεχούς και $E(\cdot)$ είναι το πλήρες ελλειπτικό ολοκλήρωμα δευτέρου είδους. Οι συναρτήσεις $\Delta_1, \Delta_2, J_n, l, f, f_1, f_2$ εκφράζονται αντίστοιχα

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{2}{\pi} \gamma\psi(\gamma) K(\psi(\gamma)), \quad \Delta_2 = \frac{2}{\pi} \gamma\psi(\gamma) E(\psi(\gamma)), \\ J_n &= \int_0^1 e^{l(n-n_0)x^2} \left[1 + \sigma(-1)^n \cos \xi_n x \right] dx, \\ l &= 2 \left(\frac{f_1}{\Delta_1} - \frac{f_2}{\Delta_2} \right), \quad x = \frac{p_{\parallel}}{p}, \\ \xi_n &= 2\gamma\psi(\gamma) \sqrt{\frac{(n-n_0)mc^2}{\hbar\omega}}, \\ f &= \frac{\pi\gamma}{1+\sqrt{1+\gamma^2}}, \quad f_1 = \pi\gamma\psi(\gamma)/2 = (1/\gamma) f_2 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Όπου $K(\cdot)$ είναι το πλήρες ελλειπτικό ολοκλήρωμα πρώτου είδους, $\sigma=1$ για τα ηλεκτρόνια και -1 για τα πιόνια και p_{\parallel} είναι η παράλληλη προς το ηλεκτρικό πεδίο συνιστώσα της ορμής p του παραγόμενου σωματιδίου.

Από την (1.3) εξάγονται οι απλοποιημένες ασυμπτωτικές σχέσεις στις οποίες θα αναφερθούμε αν και δεν θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα εργασία. Για τις δύο περιοχές του γ $\gamma \ll 1$ και $\gamma \gg 1$ έχουμε:

Για την περίπτωση όπου $\gamma \ll 1$ το φάσμα $n\hbar\omega$ των διαδικασιών η φωτονίων είναι πρακτικά συνεχές και δίνει το μη διαταρακτικό αποτέλεσμα

$$w_p \simeq \frac{1}{2^{2/3} \pi^4 V_c} (\mathcal{E}_c / \mathcal{E})^{5/2} \exp \left(-\pi (\mathcal{E}_c / \mathcal{E}) \left(1 - \frac{1}{8} \gamma^2 + O(\gamma^4) \right) \right)$$

Ενώ ο αριθμός των παραγομένων ζευγών δίνεται από:

$$N(\tau) = 2^{-3/2} n_0^4 (\mathcal{E}_c / \mathcal{E})^{5/2} \exp \left(-\frac{\pi \mathcal{E}_c}{\mathcal{E}} \left(1 - \frac{1}{2 \left(n_0 \frac{\mathcal{E}_c}{\mathcal{E}} \right)^2} \right) \right) (\omega \tau / 2\pi) \quad (1.6)$$

τ είναι η χρονική διάρκεια του παλμού.

Όμως για την πολυφωτονική και διαταρακτικής φύσεως περίπτωση $\gamma \gg 1$

$$w_n \simeq \frac{1}{\pi^3 V_c} (n_0)^{-5/2} \left(\frac{e}{4\gamma} \right)^{2n} q(n - n_0)$$
$$q(n - n_0) = \frac{1}{2} e^{-2(n - n_0)} \int_0^{2(n - n_0)} e^t t^{-1/2} dt$$

Καταλήγοντας στις εξής:

$$w_p \simeq \frac{1}{2^{3/2} \pi^3 V_c} (n_0)^{-5/2} \left(\frac{e}{4\gamma} \right)^{2n_0}$$
$$N(\tau) \approx 2\pi n_0^{3/2} \left(\frac{4\gamma}{e} \right)^{-2n_0} (\omega \tau / 2\pi)$$

Έχει γίνει εκτενή μελέτη της παραγωγής e^+e^- με τη χρήση της μεθόδου του φανταστικού χρόνου λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή του παλμού και τη χρονική του διάρκεια για την περιοχή του ορατού και των XFEL στην εργασία [12], ενώ στην [13] η περίπτωση των XFEL αναλύεται επίσης με λεπτομέρεια. Αν και για την περιοχή $\gamma \gg 1$, ο αριθμός των παραγομένων ζευγών $N(\tau)$ ακολουθεί συμπεριφορά

δύναμης και επομένως παρέχει ένα κατά πολύ πιο αποδοτικό μηχανισμό δημιουργίας ζευγών, απαιτούνται φωτόνια αρκετά μεγάλης ενέργειας που θα δίνονται από μελλοντικά συστήματα λέιζερ ακτίνων-γ εκτός και αν χρησιμοποιηθούν άλλες τεχνικές όπως αναφέρεται στην [13]. Για παράδειγμα για μελλοντικά συστήματα λέιζερ Exawatt ή Zetawatt με εντάσεις που πλησιάζουν το 10^{26} W/cm^2 και άνω, η εξίσωση (1.6) με $\hbar\omega = 1\text{eV}$, $n_0 = 1.02 \times 10^6$ και ένταση ηλεκτρικού πεδίου $\mathcal{E} = 10^{16} - 10^{17} \text{ V/m}$ (κοντά στο \mathcal{E}_c), $\gamma = 1.33 \times 10^{-5}$ και διάρκεια παλμού $\tau \sim 150 \text{ fs}$ δίνει $N(\tau) = 1.5 \times 10^{12}$ ζεύγη ηλεκτρονίων ποζιτρονίων.

Από τις παραπάνω σχέσεις φτάνουμε εύκολα στο συμπέρασμα ότι οι πολυφωτονικές διαδικασίες είναι κατά πολύ αποδοτικότερες για την παραγωγή [14]–[17].

Η πρώτη και μοναδική μέχρι σήμερα πειραματική επιβεβαίωση της παραγωγής ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου βασισμένη στην μη-γραμμική αλληλεπίδραση φωτονίου-φωτονίου έγινε στο SLAC με το πείραμα που έχει τον κωδικό όνομα E144[18]. Στο πείραμα αυτό παρατηρήθηκε παραγωγή ζευγών που οφειλόταν στη μη γραμμική σκέδασης τύπου Breit-Wheeler και αφορά την αλληλεπίδραση μεταξύ οπισθο-σκεδαζόμενων φωτονίων από σχετικιστική δέσμη ηλεκτρονίων με αυτά της αρχικής δέσμης του λέιζερ. Μετρήθηκαν 175 ± 13 ποζιτρόνια σε 21962 παλμούς λέιζερ, ενώ η πολυφωτονική τάξη της διαδικασίας βρέθηκε να είναι $n = 5.1 \pm 0.2$. Τα αποτελέσματα είναι σε καλή συμφωνία με τη θεωρία. Σε σχετικά πρόσφατη εργασία από τους (Kamberidis et.al.)[19] έδειξαν ότι η θεωρία του Ρορον για καθαρά πολυφωτονική διαδικασία και ένταση ηλεκτρικού πεδίου όπως αυτή υπολογίζεται στο σύστημα αναφοράς της δέσμης των σχετικιστικών ηλεκτρονίων ερμηνεύει εξ' ίσου καλά τα πειραματικά αποτελέσματα του πειράματος E144. Αυτό δείχνει ότι μπορεί να γίνει εφαρμογή της θεωρίας Ρορον όχι μόνο για την αυθόρμητη παραγωγή ζευγών (περίπτωση αλληλεπίδρασης στο κενό) αλλά και για την εξαναγκασμένη παραγωγή ζευγών που αφορά στην αλληλεπίδραση φωτονίων με σχετικιστική δέσμη ηλεκτρονίων. Σε αυτή την περίπτωση, στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων το ηλεκτρικό πεδίο παίρνει πολύ μεγάλες τιμές σε σχέση με το αντίστοιχο στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Επίσης όλες οι

διαδικασίες για την παραγωγή ζευγών είναι πολυφωτονικές με διαφορετική τάξη ανάλογα την επιλογή της διαδικασίας και της ενέργειας του αρχικού φωτονίου της δέσμης λέιζερ.

Τα αποτελέσματα του πειράματος E144 προκάλεσαν νέο ενδιαφέρον για την παραγωγή ζευγών, ειδικότερα με τα νέας τεχνολογίας συστήματα λέιζερ που μπορούν να παράγουν ισχυρά ηλεκτρικά πεδία που απαιτούνται για την παραγωγή ζευγών.

Ο Ringwald[13]εξετάζοντας τις μεθόδους που υπήρχαν (WKB και μέθοδο του φανταστικού χρόνου) για τα οπτικά συστήματα, κατέληξε ότι δεν είναι αρκετά για την δημιουργία ζευγών, με τις τρέχουσες επιδόσεις στην ισχύ και στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Στο σχετικό άρθρο του πρότεινε τα νέα συστήματα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων Χ για την παραγωγή ζευγών που θα μπορούσαν να αποτελέσουν μια πολλά υποσχόμενη εγκατάσταση.

1.3 Πολυφωτονική παραγωγή ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από το κενό χρησιμοποιώντας τη προσέγγιση του συντονισμού σε σύστημα δύο σταθμών.

Πιο πρόσφατη μελέτη του προβλήματος έγινε στην εργασία των Avetissian[20]. Σε αυτή αντιμετωπίζεται η παραγωγή e^+e^- σε στάσιμο κύμα που σχηματίζεται από δύο αντίθετης κατεύθυνσης διαδιδόμενες δέσμες λέιζερ, γραμμικά πολωμένες που έχουν συχνότητα ω και μήκος κύματος λ . Η διαφορά με την προηγούμενη του Itzikson, ή του Poron βρίσκεται στο ότι θεωρούμε το σύστημα του κενού σαν ένα σύστημα δύο σταθμών στο οποίο οι μεταβάσεις από τη χαμηλότερη στάθμη στην υψηλότερη γίνονται με πολυφωτονικές διαδικασίες σε συντονισμό. Από τις εκτιμήσεις που έχουν ήδη γίνει [21]η συγκεκριμένη προσέγγιση μπορεί να οδηγήσει σε μεγαλύτερους ρυθμούς παραγωγής ζευγών για την περίπτωση των συμβατικών λέιζερ. Αυτό οφείλεται καθαρά στη συνθήκη του συντονισμού, κάτι ανάλογο με αυτό που συμβαίνει με τα άτομα.

Θεωρούμε δύο γραμμικά πολωμένα Η/Μ κύματα συχνότητας ω και πλάτος του διανυσματικού δυναμικού A_0 .

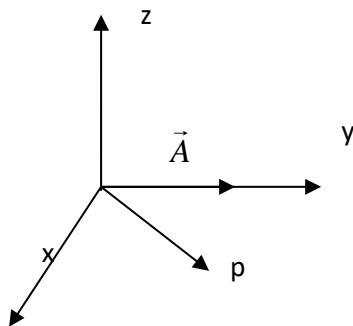
$$\begin{aligned}\vec{A}_1 &= A_0 \cos(\omega t - k \cdot r) \\ \vec{A}_2 &= A_0 \cos(\omega t + k \cdot r)\end{aligned}\quad (1.7)$$

Όπου όπως φαίνεται από τις εξισώσεις διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις και σχηματίζουν ένα στάσιμο κύμα με δυναμικό

$$\vec{A} = 2A_0 \cos(\omega t) \cos(kr) \quad (1.8)$$

Στη περιοχή που το πλάτος του στάσιμου κύματος είναι μέγιστο, η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα μηδενίζεται οπότε $B=0$. Αυτό συνεπάγεται ότι η συνθήκη $E^2 - B^2 > 0$ ισχύει και σε αυτή τη περιοχή μπορούμε να παράγουμε ηλεκτρόνια – ποζιτρόνια.

Θεωρούμε ότι η παραγωγή των σωματιδίων γίνεται κατά τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου το οποίο τοποθετούμε στον άξονα Ογ και λόγω συμμετρίας σε αυτή τη διεύθυνση μπορούμε να τοποθετήσουμε το διάνυσμα της ορμής να βρίσκεται στο επίπεδο Χ-Υ (Εικόνα 1.1). Αυτό σημαίνει ότι η συνιστώσα της ορμής στον άξονα z θα είναι μηδέν $p_z = 0$ και $\vec{A} = (0, 2A_0 \cos \omega t, 0)$, $\vec{E} = (0, 2E_0 \sin \omega t, 0)$



Εικόνα 1.3 Διανυσματικό διάγραμμα της ορμής και του ηλεκτρικού πεδίου σε σύστημα 3 αξόνων.

Πρέπει τώρα να εισάγουμε τον όρο αλληλεπίδρασης που οφείλεται στο ηλεκτρικό πεδίο. Η παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από το σύνηθες minimal coupling δηλαδή $\vec{p} \rightarrow \vec{p} - \vec{A}$. Έτσι η εξίσωση Dirac [20] γίνεται

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ \hat{\alpha} [\hat{p} - 2eA_o(\cos kr) \cos \omega t] + \hat{\beta} mc^2 \right\} \Psi. \quad (1.9)$$

Επειδή θέλουμε το πεδίο στην περιοχή δημιουργίας των ζευγών να είναι ομογενές και στατικό, η περιοχή που παράγονται θα έχει χωρικές διαστάσεις $\ell \ll \lambda$, όπου λ το μήκος κύματος του λέιζερ. Ταυτόχρονα όμως η χωρική διάσταση ℓ είναι πολύ μεγαλύτερη από το λ_c . Επομένως $\lambda_c \ll \ell \ll \lambda$. Εξαιτίας αυτού το γινόμενο $kr = \frac{2\pi\ell}{\lambda}$ θα είναι πολύ μικρό και επομένως $\cos kr \approx 1$.

Το ηλεκτρικό πεδίο έχει τώρα τη μορφή $\vec{A} = 2A_o \cos \omega t$ και η (1.9) γίνεται

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ \hat{\alpha} [\hat{p} - 2eA_o \cos \omega t] + \hat{\beta} mc^2 \right\} \Psi \quad (1.10)$$

Οι λύσεις της (1.10), μπορούν να γραφούν ως γραμμικός συνδυασμός των λύσεων της εξίσωσης Dirac χωρίς τον όρο αλληλεπίδρασης με πλάτη $a_i(t)$ που εξαρτώνται μόνο από το χρόνο, της μορφής.

$$\Psi_r(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^4 a_i(t) \Psi_i^{(0)} \quad \Psi_l^{(0)} \quad (1.11)$$

Όπου $\Psi_i^{(0)}$ είναι οι λύσεις της Dirac χωρίς τον όρο αλληλεπίδρασης.

$$\begin{aligned} \Psi_{1,2}^{(0)} &= \left(\frac{E + mc^2}{2E} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \phi_{1,2} \\ \frac{c\vec{\sigma}\vec{p}}{E + mc^2} \phi_{1,2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (\vec{p}\vec{r} - Et) \right] \\ \Psi_{3,4}^{(0)} &= \left(\frac{E + mc^2}{2E} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \chi_{3,4} \\ \frac{c\vec{\sigma}\vec{p}}{-E + mc^2} \chi_{3,4} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (\vec{p}\vec{r} + Et) \right] \end{aligned} \quad (1.12)$$

$\Psi_{1,2}^{(0)}$ είναι οι κυματοσυναρτήσεις για σωματίδια θετικής ενέργειας και σπιν πάνω, κάτω αντίστοιχα, ενώ οι $\Psi_{3,4}^{(0)}$ είναι οι κυματοσυναρτήσεις για σωματίδια αρνητικής ενέργειας και σπιν πάνω ή κάτω αντίστοιχα. Οι λύσεις είναι κανονικοποιημένες σε

1 σωματίο ανά μονάδα όγκου. Επίσης $E = (c^2 p^2 + m^2 c^4)^{1/2}$, $\phi_1 = \chi_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

$\phi_2 = \chi_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{p} = -i\hbar\nabla$, $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$ είναι οι πίνακες Dirac και

$\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ όπου $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$, οι πίνακες Pauli.

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις equation reference goes here(1.11), (1.12) στην (1.10) καταλήγουμε σε δύο συστήματα διαφορικών εξισώσεων (βλ. σχέσεις (10) του [20]) , ένα για τα πλάτη πιθανότητας $a_{1,4}(t)$ και ένα για τα $a_{2,3}(t)$ με αρχικές συνθήκες

$|a_{3,4}(-\infty)|^2 = 1$, $|a_{1,2}(-\infty)|^2 = 0$. Η πιθανότητα παραγωγής ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων δίνεται αντίστοιχα από $|a_{1,2}(t)|^2$ και $1 - |a_{3,4}(t)|^2$. Επιπλέον λόγω

διατήρησης του μέτρου ισχύει η συνθήκη $\sum_{i=1}^4 |a_i(t)|^2 = 2$, η οποία εκφράζει την

ισότητα του αριθμού των παραγόμενων ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων.

Η επίλυση αυτών των συστημάτων διευκολύνεται από συγκεκριμένους μοναδιακούς μετασχηματισμούς (βλ. σχέσεις (14), (15) του [20]) με τους οποίους μεταβαίνουμε από τα πλάτη $a_i(t)$ στα $c_i(t)$ που ικανοποιούν τις διαφορικές εξισώσεις:

$$\begin{aligned} \frac{dc_1(t)}{dt} &= f(t)c_4(t) \\ \frac{dc_4(t)}{dt} &= -f^*(t)c_1(t) \end{aligned}$$

όπου

$$f(t) = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{i(2E-n\omega)t} \quad \text{και} \quad f_n = \frac{E}{4p_y} \left(1 - \frac{p_y^2}{E^2} \right) n\hbar\omega J_n \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p_y}{\hbar\omega} \right) \quad (1.13)$$

και $J_n\left(4\xi\frac{m}{E}\frac{p_y}{\omega}\right)$ είναι η συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης . Με ξ συμβολίζουμε την αδιάστατη , σχετικιστική αναλλοίωτη στην επιλογή βαθμίδας του πεδίου ενός προσπίπτοντος κύματος, ποσότητα και ισούται με

$$\xi = \frac{e\mathcal{E}_o}{mc\omega} \quad (1.14)$$

όπου \mathcal{E}_o είναι το πλάτος της έντασης ενός από τα συμβαλλόμενα κύματα. Αποτελεί μια βασική παράμετρο του μοντέλου και είναι το αντίστροφο της παραμέτρου γ (αντίστοιχη αυτής του Keldysh για τον ιονισμό των ατόμων) (βλ. σχέση (1.2)). Για το συγκεκριμένο μηχανισμό παραγωγής ζευγών η ξ παίρνει μόνο τις τιμές $\xi \leq 1$ Εξαιτίας της ομοιογένειας του χώρου η γενικευμένη ορμή ενός σωματιδίου διατηρείται, πραγματικές μεταβάσεις μπορούν να συμβούν από μια στάθμη αρνητικής ενέργειας $-E$ σε μια θετική $+E$. Οι πολυφωτονικές πιθανότητες παραγωγής e^+e^- θα έχουν μέγιστες τιμές για μεταβάσεις συντονισμού όπου

$$n = \frac{2E}{\omega} \quad (1.15)$$

Αυτή η ισότητα εκφράζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας – ορμής σύμφωνα με την οποία τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια παράγονται με ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης ορμές , δηλ $\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{e^+} = 0$. Χαρακτηριστικό μέγεθος των συστημάτων δύο σταθμών (από $-E$ σε $+E$) είναι ο όρος αποσυντονισμού του συστήματος $\Delta_n = 2E - \omega$. Σε αυτή τη προσέγγιση με $\Delta_n = 2E - n\omega \ll \omega$ έχουμε από τις εξής εξισώσεις για τα πλάτη μεταβάσεων, $c_1^{(n)}(t)$, $c_4^{(n)}(t)$, μιας, n τάξης πολυφωτονικής διαδικασίας έχουμε.

$$\begin{aligned} \frac{dc_1^{(n)}}{dt} &= if_n \exp(i\Delta_n t) c_4^{(n)}(t) \\ \frac{dc_4^{(n)}}{dt} &= if_n \exp(-i\Delta_n t) c_1^{(n)}(t) \end{aligned} \quad (1.16)$$

οι οποίες ισχύουν για τις αργά μεταβαλλόμενες συναρτήσεις (slow varying) $c_1^{(n)}(t)$,

$c_4^{(n)}(t)$, δηλαδή $\left| \frac{dc_{1,4}^{(n)}(t)}{dt} \right| \ll |c_{1,4}^{(n)}(t)|\omega$. Οι λύσεις των (1,16) δίνουν την τελική

πιθανότητα της n πολυφωτονικής παραγωγής σε συντονισμό με συγκεκριμένη ενέργεια E , αθροισμένη σε όλες τις καταστάσεις σπιν

$$W_n = 2|c_1^{(n)}(t)|^2 = \frac{E^2}{2\Omega_n p^2 \cos^2 \theta} \left(1 - \frac{p^2 \cos^2 \theta}{E^2} \right) n^2 \omega^2 J_n^2 \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p \cos \theta}{\omega} \right) \sin^2(\Omega_n \tau)$$

όπου Ω_n η «συχνότητα Rabi» του κενού

$$\Omega_n = \sqrt{f_n^2 + \frac{\Delta_n^2}{4}}$$

όπου θ είναι η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης της ορμής των παραγόμενων σωματιδίων και του πλάτους της έντασης του συνολικού ηλεκτρικού πεδίου και τ είναι ο χρόνος αλληλεπίδρασης. Η συνθήκη για αργά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο εκφράζεται μέσω της συχνότητας Rabi ως $\Omega_n \ll \omega$ και ανταποκρίνεται σε

εντάσεις για ένα πεδίου ακτινοβολίας για τις οποίες ισχύει η συνθήκη $\xi = \frac{e|\mathcal{E}_o|}{mc\omega} \leq 1$.

Για την περίπτωση του μικρού χρόνου αλληλεπίδρασης, δηλαδή

$$\Omega_n \tau \ll 1 \quad (1.17)$$

η διαφορική πυκνότητα πιθανότητας της n -πολυφωτονικής διαδικασίας, αθροισμένη στις καταστάσεις των σπιν και στο φασικό όγκο $V \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}$ και η γωνιακή κατανομή της δίνονται αντίστοιχα από

$$dw_n = \frac{n^2 \omega^2}{16\pi^2} \frac{(E^2 - p^2 \cos^2 \theta)}{p^2 \cos^2 \theta} J_n^2 \left(\frac{4eA_o}{E} \frac{p \cos \theta}{\omega} \right) V d^3 p \quad (1.18)$$

$$\frac{dw_n}{d\omega} = \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \frac{n^2 \omega^2 \sin^2 \theta + 4m^2 \cos^2 \theta}{(n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2} \cos^2 \theta} J_n^2 \left(\frac{4e|\mathcal{E}_o|(n^2 \omega^2 - 4m^2)^{1/2}}{n\omega^3} \cos \theta \right) \quad (1.19)$$

Η γωνιακή κατανομή της ολικής πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τη σχέση

$$\frac{dw}{do} = \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{dw_n}{do} \quad (1.20)$$

από την οποία ολοκληρώνοντας παίρνουμε την ολική πυκνότητα πιθανότητας της παραγωγής ζευγών e^+e^- στο πεδίο που δημιουργούν δυο ισχυρά H/M κύματα, αντίθετα διαδιδόμενα στο κενό

$$w = \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n^5 \omega^5}{32\pi p} \left\{ \left[\frac{2Z_0^2}{4n^2-1} \right] J_n^2(Z_0) + \frac{Z_0^2 J_{n-1}^2(Z_0)}{2n(n-1)} + \frac{Z_0^2 J_{n+1}^2(Z_0)}{2n(n+1)} - \frac{4p^2}{n^2 \omega^2} \frac{Z_0^{2n}}{(2n+1)(n!)^{2n}} \times \right. \\ \left. \times {}_2F_3 \left(n + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}; n+1, 2n+1, n + \frac{3}{2}; -Z_0^2 \right) \right\} \quad (1.21)$$

όπου η ${}_2F_3 \left(n + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}; n+1, 2n+1, n + \frac{3}{2}; -Z_0^2 \right)$ είναι η γενικευμένη υπεργεωμετρική συνάρτηση και $Z_0 = \left(\frac{4m\xi}{\omega} \right) \left(1 - \frac{4m^2}{n^2 \omega^2} \right)^{1/2}$.

Σε πραγματικές συνθήκες ο συνολικός αριθμός των παραγομένων σωματιδίων εξαρτάται από τον όγκο της αλληλεπίδρασης των δεσμών λέιζερ, που καθορίζονται από τη διάμετρο της δέσμης στη διατομή της εστίας της και από τη χρονική διάρκεια των παλμών τ. Για τυπικές τιμές $d \sim 10^{-3} \text{ cm}$, $\tau \sim 10^{-14} \text{ sec}$ και $l = \lambda/10$, ο συνολικός αριθμός των παραγόμενων ζευγών είναι $\sim wd^2 l \tau$. Αντικαθιστώντας τις τιμές περιμένουμε να έχουμε $\sim 10^8$ ζεύγη. Αυτός ο αριθμός είναι κατά πολύ μεγαλύτερος από τις προηγούμενες αντιμετωπίσεις του προβλήματος και οφείλεται στη χρησιμοποιούμενη προσέγγιση όπου το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό με το ηλεκτρικό πεδίο.

Ένα ερώτημα που γεννάται με δεδομένα την συχνότητα και την ενέργεια του λέιζερ και δεν έχει εξεταστεί σε εργασίες όπως των Avetissian[20] είναι

το εύρος των πιθανών πολυφωτονικών διαδικασιών (ή ισοδύναμα το εύρος των ενεργειών που δημιουργούνται τα ζεύγη το οποίο εκφράζεται με το q που είναι ο λόγος της ενέργειας των e^- προς την ενέργεια ηρεμίας τους) και το εύρος των τιμών που μπορεί να πάρει το ξ (ή το εύρος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου) για τις οποίες πραγματοποιούνται οι διαδικασίες. Τα αποδεκτά ξ, q πρέπει ασφαλώς να συμφωνούν με την συνθήκη για την εφαρμογή της προσέγγισης του συντονισμού $\Omega_n \ll \omega$ (ή $\xi \leq 1$), αλλά και με την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Το τελευταίο συνεπάγεται ότι η ενέργεια ανά παλμό E_b της προσπίπτουσας ακτινοβολίας δεν μπορεί να είναι μικρότερη από την ενέργεια των ζευγών που παράγονται, το οποίο εκφράζεται μέσω της σχέσης

$$E_b \geq 2qmc^2 N \quad (1.22)$$

Όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των ζευγών που δημιουργούνται.

Η E_b υπολογίζεται από την ισχύ του λέιζερ $S_b = \frac{1}{\mu_0 c} \mathcal{E}_o^2$ από τη σχέση

$$E_b = S_b \pi \sigma^2 \tau \quad (1.23)$$

Με σ συμβολίζουμε τη ακτίνα της περιοχής που συμβαίνει η αλληλεπίδραση και τ είναι η χρονική διάρκεια του παλμού.

Απάντηση στα ερωτήματα θα δώσει η διαφορά ενέργειας

$$\Delta E_b = S_b \pi \sigma^2 \tau - 2qmc^2 N_o = \frac{1}{\mu_0 c} \mathcal{E}_o^2 \pi \sigma^2 \tau - 2qmc^2 N_o \quad (1.24)$$

Δηλαδή ΔE_b = ενέργεια ανά παλμό λέιζερ της προσπίπτουσας ακτινοβολίας - ενέργεια των παραγόμενων ζευγών.

N_o είναι ο αριθμός ζευγών που έχουμε για γωνία $\theta=0$.

Όπως θα δείξουμε στην επόμενη ενότητα[21] η σχέση (1.24) ουσιαστικά έχει δύο παραμέτρους το q και το ξ (Το N_o εξαρτάται από τα q, ξ). Κρατώντας το E_b σταθερό,

και για δεδομένο $q \geq 1$, το ξ μπορεί να αυξηθεί μέχρι μία τιμή $\xi=h$ για την οποία ισχύει $\Delta E_b=0$, την ελάχιστη αποδεκτή τιμή που μπορεί να πάρει. Το h δεν μπορεί να έχει τιμές που να υπερβαίνουν την μονάδα. Επομένως για δεδομένο q μπορούμε να υπολογίσουμε αριθμητικά τα άνω όρια h του ξ , δηλαδή το εύρος εφαρμογής της προσέγγισης. Σημειώνουμε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε το q κρατώντας το ξ σταθερό από την ίδια ισότητα, αλλά για πειραματικούς λόγους ενδιαφερόμαστε για το μέγιστο ξ (και \mathcal{E}_0). Ο υπολογισμός θα γίνει σχεδιάζοντας το διάγραμμα των τιμών h σαν συνάρτηση του q για $\Delta E_b=0$. Περισσότερες λεπτομέρειες θα δούμε στην ενότητα που ακολουθεί παρουσιάζοντας τα ανάλογα γραφήματα, εξηγώντας ποιο ζεύγος τιμών επιλέγουμε και το λόγο που γίνεται η επιλογή.

Η εξίσωση που εκφράζει την f είναι η (1.13)

Για μια σταθερή τιμή των ξ, n , όπως φαίνεται από τη παραπάνω σχέση η f_n γίνεται μέγιστη για $\theta=0$ και ισχύει για όλα τα ξ, n . Πάνω σε αυτή τη γωνία παρατήρησης θα επικεντρωθεί η ανάλυσή μας. Η επιλογή αυτή εκτός από το ότι θα μας δώσει πιο απλοποιημένα αποτελέσματα, θα βοηθήσει στην αποσαφήνιση της συμπεριφοράς που έχει αυτή η προσέγγιση για μετέπειτα πειραματική επιβεβαίωση.

Εκφράζουμε την ενέργεια των παραγόμενων ηλεκτρονίων (ποζιτρονίων) σε συνάρτηση με την ενέργεια ηρεμίας τους

$$E = qmc^2, \quad q \geq 1 \quad (1.25)$$

Το q χαρακτηρίζει το φάσμα της ενέργειας των ζευγών που παράγονται και πρέπει να έχει τιμές μεγαλύτερες της ενέργειας ηρεμίας.

Για την περίπτωση που βρισκόμαστε ακριβώς σε συντονισμό ο αριθμός n των φωτονίων που έχουν απορροφηθεί (πολυφωτονική τάξη της διαδικασίας) δίνεται από την εξής σχέση

$$n = \frac{2E}{\hbar\omega} = \frac{2qmc^2}{\hbar\omega}, \quad q \geq 1 \quad (1.26)$$

$$f_n = \frac{1}{4(q^2 - 1)^{1/2}} n \hbar \omega J_n \left(\frac{2n\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2} \right)^{1/2} \right)$$

η οποία είναι η τελική μορφή της συνάρτησης που θα χρησιμοποιήσουμε.

Όσον αφορά τον αριθμό των παραγόμενων ζευγών η γωνιακή κατανομή του για μια πολυφωτονική διαδικασία τάξης n εκφράζεται ως εξής:

$$\frac{dN_n}{d\omega} = \frac{dw_n}{d\omega} V \tau \quad (1.27)$$

Ο αριθμός των ζευγών για γωνία $\theta=0$, N_o από τα παραπάνω είναι

$$N_o = \left[\frac{dN_o}{d\omega} \right]_{\theta=0} = V \tau \frac{n^3 \omega^3}{64\pi^2} \frac{4m^2 c^4}{(n^2 \omega^2 - 4m^2 c^4)^{1/2}} J_n^2 \left(\frac{4e|\mathcal{E}_o|(n^2 \omega^2 - 4m^2 c^4)^{1/2}}{n\omega^3} \right)$$

Και μετά από πράξεις, θέτοντας $n = \frac{2mc^2}{\hbar\omega}$:

$$N_o = \frac{1}{4\pi^2} \frac{V\tau}{V_e} \frac{q\sqrt{q^2 - 1}}{m^2 c^4} f_n^2 \quad (1.28)$$

Από αυτή τη σχέση είναι εμφανής η εξάρτηση του αριθμού των παραγόμενων e^+e^- από τη συνάρτηση f_n , αλλά και από το ξ όπως αναφέραμε στο τέλος της 1^{ης} ενότητας

αυτού του κεφαλαίου. $V_e = \left(\frac{\lambda_{compton}}{c} \right)^{-1}$ είναι ο τετρα-όγκος Compton ενός ηλεκτρονίου, ίσος με $7.4 \cdot 10^{-59} \text{ m}^3 \text{ s}$.

Η σχέση (1.26), για την περίπτωση των οπτικών λέιζερ (όπου το ω είναι μικρό της τάξης των eV), δίνει σαν αποτέλεσμα μεγάλη τάξη n της πολυφωτονικής

διαδικασίας, και καθώς το ξ πρέπει να είναι ≤ 1 το όρισμα της συνάρτησης Bessel στην σχέση για την f_n (1.24), (δηλαδή ο όρος $\frac{2n\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right)^{1/2}$) είναι συνεπακόλουθα τάξης ίδιας με το n . Για να εκτελέσουμε αριθμητικούς υπολογισμούς, επειδή έχουμε να κάνουμε με μεγάλες τάξεις του ορίσματος της συνάρτησης Bessel που καθιστούν δύσκολο τον υπολογισμό της, θα χρησιμοποιήσουμε την ασυμπτωτική συμπεριφορά της $J_n(x)$ για $x \approx n$ και έχουμε:

$$J_n \left(\frac{2n\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right)^{1/2} \right) = J_n(n \cdot \sec h(a)) = \frac{\exp(n \tanh(a) - na)}{\sqrt{2\pi n \tanh a}} \quad (1.29)$$

$$\text{με } a = \sec h^{-1} \left(\frac{2\xi}{q} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right)^{1/2} \right)$$

Κάνοντας χρήση των παραπάνω σχέσεων θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά της f_n για την περίπτωση των οπτικών λέιζερ και πιο συγκεκριμένα ενός συστήματος Nd – Yag με ενέργεια φωτονίου 1.17 eV και ένταση $1.35 \cdot 10^{22} \text{ W/m}^2$. Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκαν τα μαθηματικά πακέτα Maple και Mathematica.

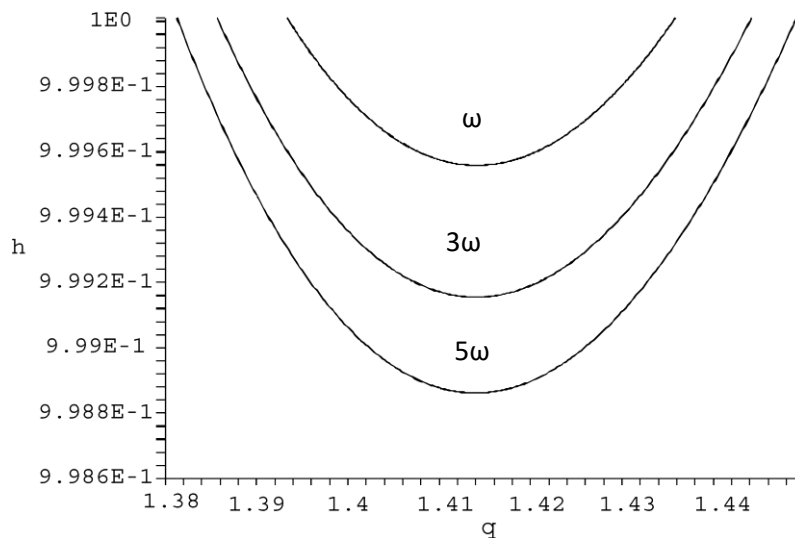
Με χρήση της σχέσης για την f_n όπως έχει διαμορφωθεί από την προσέγγιση για μεγάλες τάξεις του n

$$f_n = \frac{1}{4(q^2 - 1)^{1/2}} n \hbar \omega \frac{\exp(n \tanh(a) - na)}{\sqrt{2\pi n \tanh a}}$$

και αυτής για το n , $n = \frac{2qmc^2}{\hbar \omega}$, θα σχεδιάσουμε την περιβάλλουσα της εν λόγω συνάρτησης ως προς τη σταθερά q , για συχνότητα ω , 3ω και 5ω για σταθερή τιμή του ξ . Αυτό θα μας επιτρέψει τη μελέτη της συμπεριφοράς της f_n αναφορικά με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και τη συχνότητα της ακτινοβολίας.

Προτού προχωρήσουμε θέλουμε να βρούμε ποιες τιμές των ξ, q είναι αποδεκτές, ποιες δηλαδή πληρούν τις συνθήκες που θέσαμε για να ισχύει η προσέγγιση που μελετάμε.

Αυτό θα γίνει εμφανές αν σχεδιάσουμε τα άνω όρια h του ξ σαν συνάρτηση του q για τις περιπτώσεις συχνότητας $\omega, 3\omega$ και 5ω . Υπολογίζουμε αριθμητικά τα ζεύγη τιμών ξ, q που μηδενίζουν την εξίσωση (1.24) και απεικονίζουμε σε γραφική παράσταση τα αποτελέσματά μας (Γράφημα 1.1). Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν είναι $\omega=1.17\text{eV}$, $S_b=s*1.35 \cdot 10^{22} \text{ W/cm}^2$ ($s=1, 3^2, 5^2$ αντίστοιχα για κάθε περίπτωση), $\sigma \sim 10^{-5} \text{ m}$ και $\tau \sim 10^{-14} \text{ sec}$. Ο συντελεστής s στο S_b δικαιολογείται από την τεχνική που επιλέξαμε για την αύξηση της έντασης του λέιζερ και της ενέργειας ανά παλμό E_b , αυξάνοντας τη συχνότητα, αντί του να εστιάσουμε στο όριο περίθλασης του λέιζερ. Και οι δύο τρόποι είναι πειραματικά αποδεκτοί, με τον δεύτερο να είναι προτιμότερος στην περίπτωση που δεν επιθυμούμε να φτάσουμε την εστίαση στο όριο.

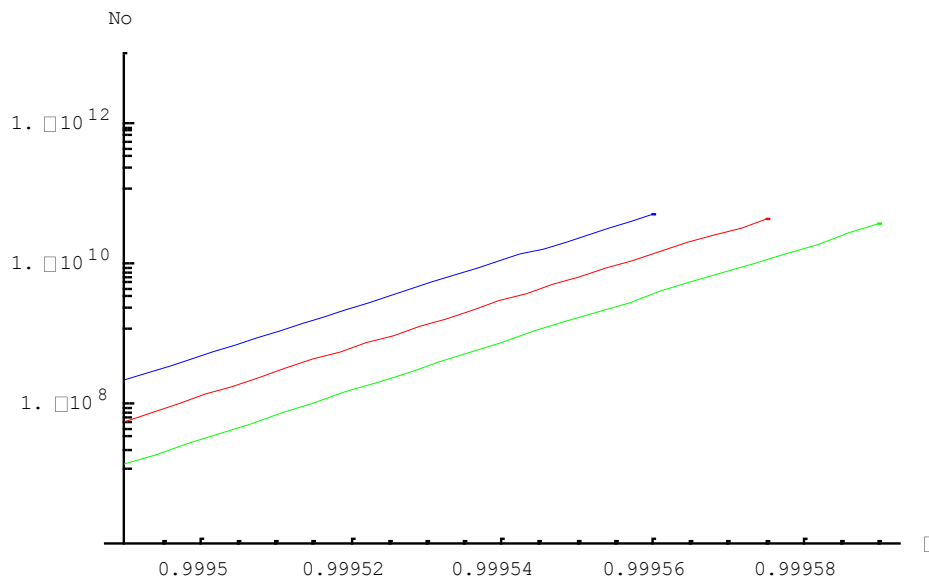


Γράφημα 1.1 Ανώτατο όριο h του ξ σαν συνάρτηση του q για $\omega=1.17\text{eV}$ (πάνω καμπύλη), 3ω (μεσαία καμπύλη και 5ω (κάτω καμπύλη).

Κάθε σημείο των παραπάνω καμπύλων αντιστοιχεί μέσω της $n = \frac{2qmc^2}{\hbar\omega}$, σε μια n τάξη πολυφωτονικής διαδικασίας και μέσω της (1.25) σε μια ενέργεια E των

παραγόμενων ηλεκτρονίων (ποζιτρονίων) στην περιοχή των κοιλιών του στάσιμου κύματος όταν εφαρμοστεί ένα σταθερής έντασης και συχνότητας πεδίο $\vec{A} = A_0 \cos \omega t$.

Συνεχίζοντας θα στραφούμε σε μια πιο κοινά πειραματικά επιβεβαιώσιμη συμπεριφορά των πολυφωτονικών διαδικασιών που δίνεται από τα λογαριθμικά διαγράμματα του αριθμού των σωματιδίων που παράγονται σε συνάρτηση με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}_0 . Θα ξεκινήσουμε με την λογαριθμική γραφική παράσταση του αριθμού ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ , και κατά συνέπεια της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}_0 αφού τα δύο αυτά μεγέθη εξαρτώνται, για τρεις πολυφωτονικές διαδικασίες με $n_1 \sim 1.233 \cdot 10^6$ (για $q \sim 1.41$), $n_2 \sim 1.237 \cdot 10^6$ (για $q \sim 1.4141$) και $n_3 \sim 1.242 \cdot 10^6$ (για $q \sim 1.42$) (Γράφημα 1.2)



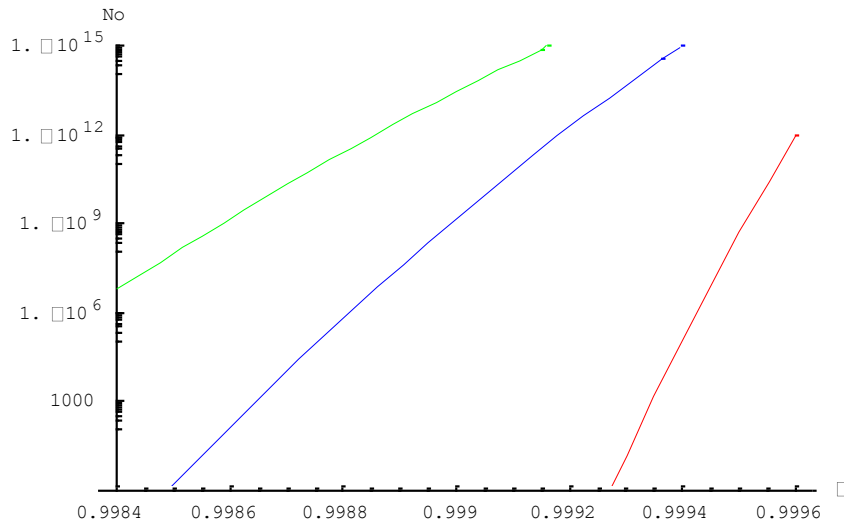
Γράφημα 1.2 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ , για γωνία $\theta=0$, για τρεις πολυφωτονικές διαδικασίες με $q=1.41$ (κόκκινη γραμμή), $q=1.4141$ ($\sim \sqrt{2}$) (μπλε γραμμή) και $q=1.42$ (πράσινη γραμμή).

Οι ενέργειες των παραγόμενων σωματιδίων είναι αρκετά κοντινές και είναι $E_1=0.721\text{MeV}$, $E_2=0.723\text{MeV}$ και $E_3=0.726 \text{ MeV}$, για n_1 , n_2 , n_3 αντίστοιχα. Παρατηρούμε λοιπόν ότι το εύρος αλλαγής του ηλεκτρικού πεδίου είναι πολύ μικρό ακόμα και για μεγαλύτερες αρμονικές, πράγμα που οφείλεται στη μεγάλη ευαισθησία που παρουσιάζει η συνάρτηση Bessel και η προσέγγιση της στην

εξάρτησή της από το ξ . Αυτό δείχνει ότι πειραματική επιβεβαίωση της συγκεκριμένης καμπύλης είναι μάλλον δύσκολη, για την περίπτωση των οπτικών λέιζερ, γιατί απαιτεί πάρα πολύ λεπτές ρυθμίσεις στην ένταση, οι οποίες δεν επιτυγχάνονται εύκολα.

Καθώς κρατάμε το ω σταθερό (Γράφημα 1.2) και επειδή η εμφάνιση διαφορετικών πολυφωτονικών διεργασιών προέρχεται μόνο από τις διαφορετικές ενέργειες που εμπλέκονται (αυτό φαίνεται από τις τιμές του q), δεν περιμένουμε να έχουμε σημεία τομής των καμπυλών, όπως παραδοσιακά συμβαίνει στον πολυφωτονικό ιονισμό. Επιπλέον όπως είναι εύκολα παρατηρήσιμο κάθε καμπύλη τερματίζει σε διαφορετική τιμή του ξ . Αυτό είναι συνέπεια της συνθήκης που απαιτούμε να ισχύει για την διατήρηση της ενέργειας. Για κάθε τιμή q υπάρχει ένα άνω όριο h του ξ όπου δεν μπορεί να υπερβεί αυτή τη τιμή και έχουμε τερματισμό του ξ . Ακόμη μπορούμε να δούμε γιατί είναι προτιμότερο να επιλέγουμε τα κατώτερα σημεία των καμπυλών του γραφήματος 1.1. Στο προηγούμενο γράφημα 1.2 έχουμε σημεία τερματισμού που μεγιστοποιείται ο αριθμός ζευγών τα $(1.41, 0.99957)$, $(\sqrt{2}, 0.99956)$, $(1.42, 0.99959)$ με το $(\sqrt{2}, 0.99956)$ να είναι το χαμηλότερο. Αν κάποιος επιλέξει να δουλέψει με $h=0.99959$ τότε από το γράφημα 1.6 δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε ενέργειες με $q < 1.42$.

Στο επόμενο γράφημα (Γράφημα 1.3) παρουσιάζουμε τη λογαριθμική παράσταση του αριθμού N_0 συναρτήσει του ξ για τις πιο πιθανές πολυφωτονικές διαδικασίες των $\omega=1,17$ eV, 3ω , 5ω που είχαμε στο γράφημα 1.2. Οι τιμές των σημείων είναι $(n_p, q_p, \xi) \sim (1.2369 \cdot 10^6, 1.41408, 0.9995)$, $(4.1226 \cdot 10^5, 1.41395, 0.9990)$ και $(2.4734 \cdot 10^5, 1.41387, 0.9987)$



Γράφημα 1.3 Λογαριθμικό διάγραμμα του αριθμού ζευγών N_o συναρτήσει του ξ , για γωνία $\theta=0$, για τις πιο πιθανές πολυφωτονικές διαδικασίες με $\omega=1.17$ eV (κόκκινη γραμμή), 3ω (μπλε γραμμή) και 5ω (πράσινη γραμμή).

Σε αντίθεση με το προηγούμενο διάγραμμα εδώ περιμένουμε να έχουμε σημεία τομής εφόσον αλλάζουμε τη συχνότητα του λέιζερ, όμως οι τιμές του ξ για τις οποίες αυτό συμβαίνει δεν είναι εφαρμόσιμες γιατί βρίσκονται στην περιοχή $\xi > 1$. Το σημείο τομής εκφράζει ότι για τη συγκεκριμένη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου οι πολυφωτονικές διαδικασίες που εκφράζονται με τις καμπύλες, έχουν την ίδια πιθανότητα να συμβούν.

Όλα τα παραπάνω αποτελέσματα έγιναν για γωνία $\theta=0$. θ υπενθυμίζουμε ότι είναι η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης της ορμής των παραγόμενων ζευγών και του πλάτους της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.

Πρόσφατα έχουν δημοσιευτεί πολλές σημαντικές εργασίες στην παραγωγή ζευγών. Σε μια από αυτές, ο Poron επεκτείνει τη μέθοδο του φανταστικού χρόνου, για τις περιπτώσεις ενός σταθερού ηλεκτρικού πεδίου και ενός χρονικά ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου για έναν ή πολλαπλούς παλμούς λέιζερ.

Επίσης αρκετές εργασίες μελετούν την αλληλεπίδραση μιας υψηλής έντασης πολωμένης δέσμης λέιζερ με το κενό όπως περιγράφεται στις [22]–[24], με στόχο να παρατηρηθεί παραγωγή ζευγών σε εντάσεις λέιζερ χαμηλότερες από την κρίσιμη ένταση. Στην [25] μελετήθηκε η αλληλεπίδραση δύο κυκλικά πολωμένων αντίθετα διαδιδόμενων παλμών και δείχτηκε ότι η δημιουργία ζευγών μπορεί να

παρατηρηθεί πειραματικά για δέσμη λέιζερ έντασης μιας η δύο τάξεων χαμηλότερη από την περίπτωση που είχαμε ένα παλμό.

Τέλος, στις [23], [25] μελετώνται πειραματικές διατάξεις στις οποίες έχουμε αλληλεπίδραση πολλαπλών δεσμών λέιζερ σαν ένα τρόπο να χαμηλώσει το όριο για την παραγωγή ζευγών.

Τα παραπάνω αποτελέσματα δημοσιεύτηκαν στις εργασίες [21], [26], [27] (βλ. Παράρτημα)

Κεφάλαιο 2

Προτεινόμενες πειραματικές μέθοδοι για την πολύφωτονική παραγωγή $e^+ e^-$ από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης συντονισμού σε σύστημα δυο σταθμών

Στο προηγούμενο κεφάλαιο ερευνήσαμε τη λειτουργία της προσέγγισης του συντονισμού σε ένα σύστημα δύο σταθμών [20] για την περίπτωση ενός λέιζερ του εκπέμπει στο ορατό ώστε να παρουσιαστεί όσο πιο αναλυτικά γίνεται η προσέγγιση και τα κυριότερα σημεία της. Η πιθανή χρήση νέων εγκαταστάσεων λέιζερ που έχουν ήδη αναπτυχθεί ή θα κατασκευαστούν στο άμεσο μέλλον, οδηγεί στην αναζήτηση νέων προτεινόμενων πειραματικών διατάξεων μέσω των οποίων θα γίνει παρατήρηση του φαινομένου. Επομένως αντικείμενο αυτού του κεφαλαίου είναι η μελέτη δύο από αυτές ως προς τον τρόπο λειτουργίας τους και την καταλληλότητα τους ως προς την εφαρμογή των μοντέλων αντιμετώπισης του φαινομένου.

Στη πρώτη ενότητα θα αναφερθούμε σε ένα σύστημα που βρίσκεται σε ανάπτυξη και θα εξελιχθεί τα επόμενα χρόνια σε ένα σχετικά μικρότερη κλίμακας λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων ακτίνων -X. Η ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων που θα παράγονται και θα επιταχύνονται από δέσμη λέιζερ θα είναι της τάξης του GeV. Η αρχή λειτουργίας του είναι ίδια με αυτή του XFEL, με τη διαφορά ότι θέλουμε να πετύχουμε ανάλογα αποτελέσματα με τη χρήση μικρότερης χωρική διάταξης. Αντί της χρήσης επιταχυντή ηλεκτρονίων μήκους κάποιων χιλιομέτρων μπορούμε να επιταχύνουμε τη δέσμη με τη βοήθεια λέιζερ μεγάλης ισχύος, ώστε στη συνέχεια να δημιουργήσουμε ακτίνες X που θα χρησιμοποιηθούν κατάλληλα για την παραγωγή ζευγών. Αφού ολοκληρωθεί η περιγραφή της διάταξης με τις παραμέτρους της ακτινοβολίας που θα εξάγουμε, θα γίνουν και οι αντίστοιχοι αριθμητικοί υπολογισμοί των χαρακτηριστικών μεγεθών της προσέγγισης. Στη δεύτερη ενότητα θα χρησιμοποιήσουμε ξανά τη μέθοδο της παραγωγής και

επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων από σύστημα λέιζερ. Σε αυτή τη διάταξη θα υπάρχει μια ακόμη δέσμη λέιζερ μεγάλης σχετικά έντασης που θα αλληλεπιδρά με την σχετικιστική δέσμη των ηλεκτρονίων που παρήγαγε η πρώτη δέσμη λέιζερ. Η προτεινόμενη πειραματική διαδικασία είναι ανάλογη με αυτή του πειράματος που έγινε στο Stanford, το E144, όπου παρατηρήθηκε για πρώτη φορά η δημιουργία ηλεκτρονίου ποζιτρονίου. Στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων η ενέργεια (μήκος κύματος) των φωτονίων της προσπίπτουσας δέσμης θα αλλάζει βάση του μετασχηματισμού Lorentz σε ακτίνες Χ. Αντίστοιχα μετασχηματίζεται στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων και το ηλεκτρικό πεδίο [28]. Θα γίνουν οι αντίστοιχοι υπολογισμοί με βάση τις σχέσεις του κεφαλαίου 1. Μέσα από αυτή τη διερεύνηση θα αναδειχθεί η δυνατότητα που έχουμε με χρήση συστημάτων που βρίσκονται υπό ανάπτυξη ή και στη φάση της κατασκευής να προτείνουμε πειραματικές διατάξεις και να προσομοιώσουμε υπολογιστικά αποτελέσματα που έχουν ικανοποιητική απόδοση, ενώ πλεονεκτούν όσον αφορά την πειραματική σκοπιά. (δυνατότητα καλύτερων ρυθμίσεων και ευαισθησίας). Τελειώνοντας το κεφάλαιο θα συνοψιστούν τα αποτελέσματα και θα αναφερθούν τα συμπεράσματα που εξήχθησαν

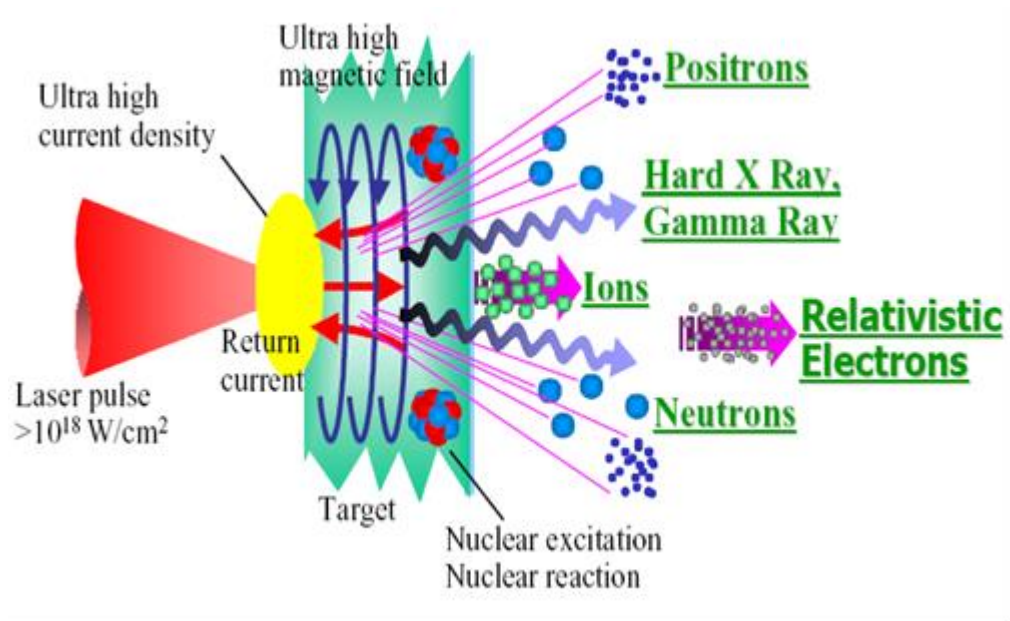
2.1. Πολυφωτονική παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από το κενό με εφαρμογή της προσέγγισης συστήματος δύο σταθμών σε συντονισμό με τη χρήση Laser XFEL

Σε αυτή την ενότητα θα εξεταστεί η χρήση ενός συστήματος λέιζερ ακτίνων Χ μικρής σχετικά κλίμακας σε σχέση με τα τυπικά συστήματα X-FEL. Η διαφορά του XFEL με αυτή τη διάταξη που περιγράφουμε εδώ αφορά κυρίως τον τρόπο με τον οποίο παράγονται και επιταχύνονται τα ηλεκτρόνια. Αντί ενός επιταχυντή ηλεκτρονίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακτινοβολία λέιζερ ως πηγή της δέσμης των ηλεκτρονίων και επιτάχυνσής της.

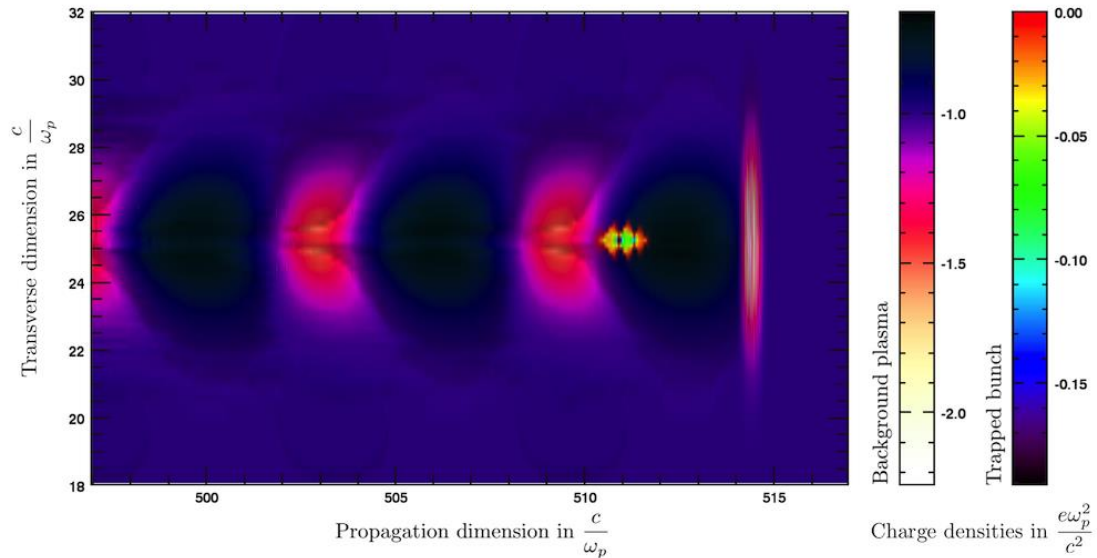
Η προτεινόμενη διάταξη αποτελείται από ένα σύστημα λέιζερ που θα δημιουργεί τη δέσμη ηλεκτρονίων, όπου αφού επιταχυνθεί μετά από αλληλεπίδραση δέσμης λέιζερ με στόχο [29], [30] θα εισέλθει σε μία διάταξη μαγνητών wiggler [31]–[33], όπου μέσα εκεί η σχετικιστική δέσμη μέσω σκεδάσεων Compton θα παράγει ακτινοβολία ακτίνων Χ. Στη συνέχεια μέσα από κατάλληλη οδήγηση της δέσμης θα δημιουργήσουμε δύο μέρη τα οποία διαδιδόμενα σε αντίθετες κατευθύνσεις θα δημιουργήσουν στάσιμο κύμα. Λόγω των σαφώς μικρότερων διαστάσεων του σε σχέση με ένα X-FEL το σύστημα συναντάται στη βιβλιογραφία ως Table top X-ray Free Electron Laser (ή LaserX-FEL) [34]. Ας δούμε κάποιες επιμέρους λεπτομέρειες όσον αφορά τα μέρη που αποτελούν ένα L-X-FEL

Με την ολοένα αυξανόμενη βελτίωση των χαρακτηριστικών των συστημάτων λέιζερ έχουμε φτάσει σε σημείο όπου η ένταση της ακτινοβολίας τους μπορεί επιτυχώς να παράγει σχεδόν μονοχρωματική ενεργειακά δέσμη ηλεκτρονίων μεγάλης ενέργειας αν αλληλεπιδράσει με στερεό ή αέριο στόχο. Έτσι αν χρησιμοποιήσουμε ένα λέιζερ ισχύος της τάξης των δεκάδων Terawatt μέχρι και του Petawatt με ένταση ακτινοβολίας της τάξης του $10^{20} - 10^{22} \text{W/cm}^2$, διάρκεια παλμού της τάξης των 10-30 fs (femtosecond) και αλληλεπιδράσει με κατάλληλο στόχο μπορούμε να παράγουμε δέσμη ηλεκτρονίων ενέργειας περίπου 1GeV [35]–[37] και ολικού φορτίου 1nC. Ο μηχανισμός παραγωγής ηλεκτρονίων με στόχο στερεό, αέριο ή πλάσμα είναι από μόνος του ένα αρκετά μεγάλης έκτασης πεδίο έρευνας και δεν θα αποτελέσει αντικείμενο αυτής της εργασίας. Περαιτέρω πληροφορίες για τους μηχανισμούς επιτάχυνσης ηλεκτρονίων μπορούν να βρεθούν μέσα από την σχετική βιβλιογραφία.[32], [35]. Ένας από αυτούς είναι η επιτάχυνση ηλεκτρονίων που προέρχονται από αέριο στόχο, χρησιμοποιώντας μεγάλης έντασης βραχύχρονη δέσμη λέιζερ[29], [38]. Το μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο του παλμού ιονίζει ακαριαία το αέριο μετατρέποντας σε πλάσμα την ύλη στην περιοχή που εστιάστηκε η παλμική δέσμη λέιζερ. Λόγω των δυνάμεων που ασκούνται, τα ηλεκτρόνια του πλάσματος αποσπώνται αφήνοντας μια περιοχή ελεύθερη από ηλεκτρόνια που ονομάζουμε φυσαλίδα[29], [34]. Στη συνέχεια επιστρέφουν κατά τη διεύθυνση του άξονα διάδοσης της δέσμης μετά από μισή περίοδο ταλάντωσης του πλάσματος και παγιδεύονται στη φυσαλίδα. Ένας τυπικός αριθμός ηλεκτρονίων που φυλακίζονται

είναι της τάξης του 10^9 με 10^{11} . Από εκεί λόγω του θετικά φορτισμένου υπόβαθρου, δημιουργείται ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια. Σε πειράματα που έχουν ήδη γίνει με αέριο στόχο με λέιζερ ισχύος της τάξεως των 40 TW επιτεύχθηκε η παραγωγή δέσμης ηλεκτρονίων ενέργειας 1 GeV [36], ωστόσο η δέσμη παρουσίασε φορτίο μικρότερο από την τιμή του 1nC που επιθυμούμε. Με αέριο μεγαλύτερης πυκνότητας και με χρήση πιο ισχυρού λέιζερ και βελτιώσεις στην τεχνική παραγωγής μπορούμε να περιμένουμε πολύ καλύτερα αποτελέσματα στο άμεσο μέλλον.

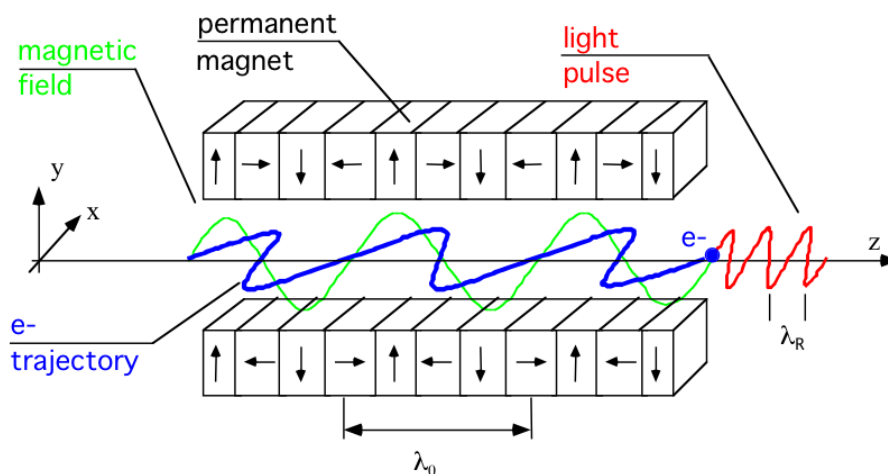


Εικόνα 2.1 Δέσμη λέιζερ υψηλής έντασης συγκρούεται με στόχο, με αποτέλεσμα την παραγωγή διαφόρων σωματιδίων μεταξύ αυτών και δέσμης ηλεκτρονίων. © SLAC Experiment 144 Home Page. <https://www.slac.stanford.edu/exp/e144/>



Εικόνα 2.2 Στιγμιότυπο της πυκνότητας των ηλεκτρονίων όπως φαίνεται από προσομοιώσεις, διακρίνεται η περιοχή της φυσαλίδας. © <https://plasma.desy.de>. 2017, Deutsches Elektronen-Synchrotron.

Αφού επιταχυνθούν τα ηλεκτρόνια η παραγόμενη με τον τρόπο αυτό σχετικιστική δέσμη οδηγείται σε μια διάταξη μαγνητών (wiggler) εναλλασσόμενου χωρικά μαγνητικού πεδίου που αναγκάζει τα ηλεκτρόνια να ακολουθούν ημιτονοειδή τροχιά, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα



Εικόνα 3.3 Σχεδιάγραμμα της λειτουργίας μιας διάταξης wiggler με πράσινο χρώμα φαίνεται η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και με μπλε η τροχιά που ακολουθούν τα ηλεκτρόνια.

Στο σύστημα αναφοράς των σχετικιστικών ηλεκτρονίων το στατικό χωρικά εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδία του συστήματος αναφοράς του εργαστηρίου εμφανίζεται σαν ηλεκτρομαγνητικό κύμα συγκεκριμένης συχνότητας που είναι συνάρτηση της χωρικής περιόδου του μαγνητικού στατικού πεδίου. Τα ηλεκτρόνια σκεδάζουν την ακτινοβολία και στο σύστημα του εργαστηρίου μετά από δύο μετασχηματισμούς Lorentz μετράται ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (ή φωτόνια) μεγάλης ενέργειας (πολύ μικρού μήκους κύματος) Πιο συγκεκριμένα έχουμε να κάνουμε με σχετικιστική σκέδαση Compton και το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που θα προκύψει στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου στην έξοδο της διάταξης εξαρτάται από την περίοδο λ_u του **wingler**, σύμφωνα με τη σχέση $\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma_L^2}$ [33],

[34]. Με γ συμβολίζεται ο συντελεστής Lorentz η σχετικιστικό παράγοντα [$\gamma_L = 1/(1-\beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v/c$] που για δέσμη σχετικιστική ηλεκτρονίων ισούται με το πηλίκο της ενέργειας των ηλεκτρονίων προς την ενέργεια ηρεμίας τους $\gamma_L = \frac{E_{beam}}{m_e c^2}$. Ως περίοδο

ορίζουμε την χωρική απόσταση μεταξύ δύο μαγνητών που έχουν ίδιας κατεύθυνσης μαγνητικό πεδίο. Τυπική τιμή της περιόδου για την διάταξη που εξετάζεται είναι τα 5mm, τιμή που μπορεί να μεταβληθεί αν θέλουμε να παράγουμε διαφορετικό μήκος κύματος των ακτίνων Χ. Από την έξοδο του **wingler** με κατάλληλη οπτική διάταξη χωρίζουμε τη δέσμη σε δύο μέρη και φέρουμε το ένα μέρος να αλληλεπιδράσει με το άλλο ώστε να σχηματίσουμε στάσιμο κύμα, ώστε να σχηματιστούν οι κατάλληλες συνθήκες για την παραγωγή ζευγών e^+e^- με τη προσέγγιση του συντονισμού.

Σύμφωνα με τις σχέσεις που παρουσιάστηκαν στο 1ο Κεφάλαιο θα καθοριστούν οι χαρακτηριστικές ποσότητες της προσέγγισης του συντονισμού και τα αποτελέσματα [28]. Πρώτα όμως πρέπει να αναφερθούν τα χαρακτηριστικά της δέσμης που χρησιμοποιείται.

Το λέιζερ που χρησιμοποιείται για την παραγωγή και επιτάχυνση των ηλεκτρονίων έχει ισχύ της τάξεως των 10^{22} Watt/cm² και χρονική διάρκεια παλμού της τάξεως των 20fs - 30fs . Η δέσμη ηλεκτρονίων όπως έχει επιβεβαιωθεί από πρόσφατα πειράματα που έγιναν, φτάνει σε ενέργεια το 1GeV και το φορτίο της δέσμης των

ηλεκτρονίων φτάνει το 1nC. Η παραγόμενη και επιταχυνόμενη δέσμη με την χρήση λέιζερ που θα εισέλθει σε έναν wiggler με περίοδο $\lambda_u = 5\text{mm}$.

Η εκπεμπόμενη δέσμη από την αλληλεπίδραση της σχετικιστικής δέσμης των ηλεκτρονίων με τον wiggler θα έχει μήκος κύματος $\lambda = 0.65 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ ή 0.65 nm , όπου

$$\gamma_L = \frac{1 \times 10^3 \text{ MeV}}{0.511 \text{ MeV}} = 1960.70. \text{ Κάθε φωτόνιο έχει ενέργεια } 1.909 \text{ keV} \text{ και η χρονική}$$

διάρκεια του παλμού είναι μικρότερη των 100 fs . Επιλέχθηκε περιοχή εστίασης η οποία έχει κυκλική διατομή και ακτίνα $\sigma = 100 \text{ nm}$. Την ισχύ που θα έχει η ακτίνα του L-XFEL την υπολογίζουμε γνωρίζοντας το συντελεστή απόδοσης, το ποσοστό δηλαδή της ενέργειας των ηλεκτρονίων που μετατράπηκε σε ενέργεια φωτονίων ακτίνων Χ. Ο συντελεστής εδώ είναι περίπου στο 10%. Η ισχύς της παλμικής δέσμης των ηλεκτρονίων $P_{e\text{-beam}}$ είναι ίση με το γινόμενο της τάσης επί την ένταση του ρεύματος.

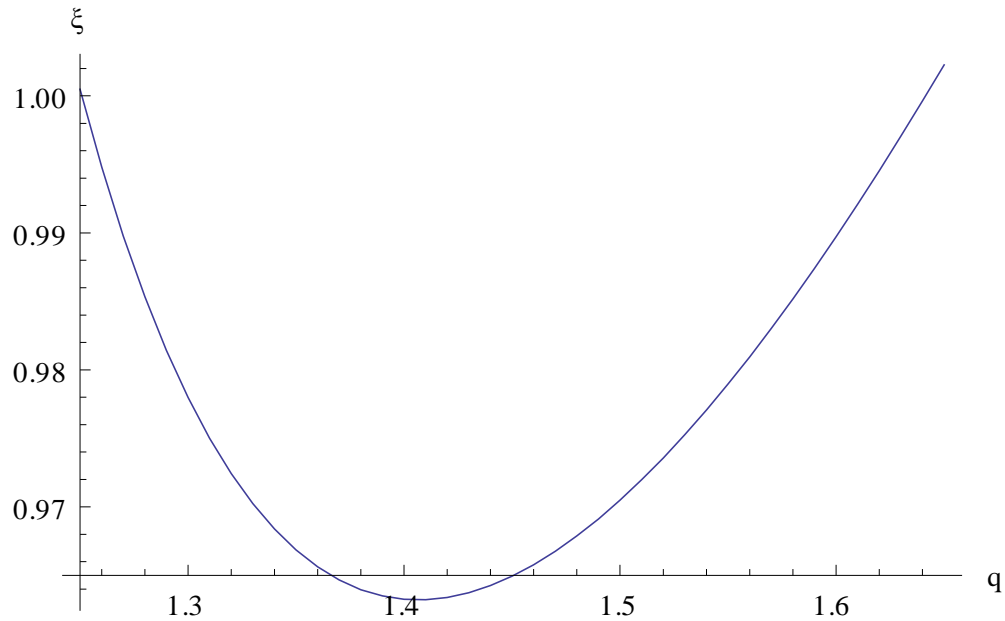
$$P_{e\text{beam}} = V \cdot I = 1 \times 10^9 \cdot \frac{1 \times 10^{-9} \text{ Cb}}{1 \times 10^{-13} \text{ sec}} = 1 \times 10^{13} \text{ Watt}$$

Για χρονική διάρκεια παλμού 100fs η ενέργεια $E_{e\text{-beam}}$ είναι ίση με 1 Joule και για απόδοση στην έξοδο του wiggler ίση με $10\%*$ η ενέργεια ακτινοβολίας της δέσμης θα είναι $E_{e\text{-beam}} = 0.1 \text{ Joule}$. Γνωρίζοντας την ενέργεια βρίσκουμε την ισχύ των X-ray

$$P = 1 \times 10^{12} \text{ Watt} \text{ και την ένταση } I = \frac{10^{12}}{\pi \cdot (10^{-5})^2} = 3.18 \times 10^{21} \text{ W / cm}^2. \text{ Ενώ η ένταση}$$

$$\text{του ηλεκτρικού πεδίου } \mathcal{E} \text{ δίδεται από τη σχέση } \mathcal{E} = \sqrt{\mu_0 c I} = 1.09 \times 10^{14} \text{ V / m}.$$

Καθορίζοντας τις απαραίτητες παραμέτρους που χρειάζονται, το επόμενο βήμα είναι η αριθμητική ανάλυση ώστε να διαπιστωθεί κατά πόσον μπορεί να εφαρμοστεί η προσέγγιση του συντονισμού. Αναζητούνται τα ζεύγη (h, q) που μηδενίζουν την (1.24) [21], [28], δηλαδή το άνω όριο που μπορεί να πάρει το ξ και την ενέργεια παραγόμενων ζευγών που αντιστοιχεί. Η χρονική διάρκεια του παλμού είναι $\tau = 100 \text{ fs}$ και ο αριθμός ζευγών δίνεται από τη σχέση (1.28). Στο Γράφημα 2.1 σχεδιάζονται τα σημεία (h, q) που ικανοποιούν τη συνθήκη που τέθηκε για το ΔE

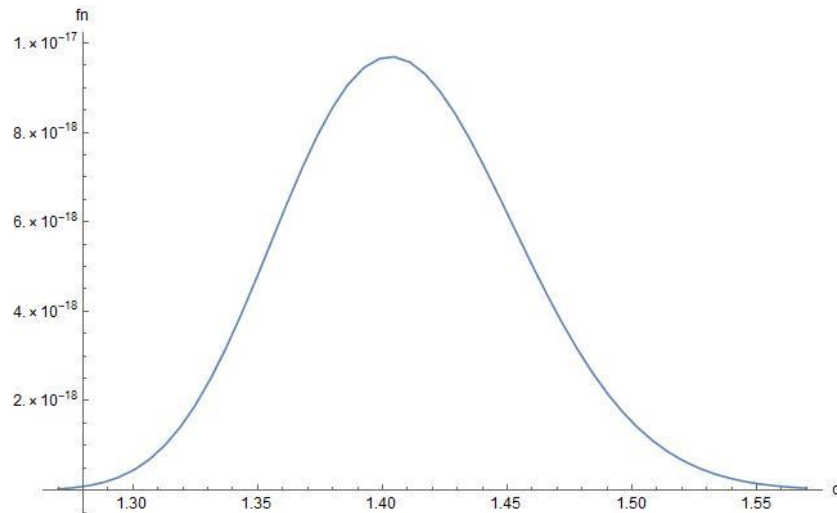


Γράφημα 2.1 Ανώτατο όριο h του ξ σαν συνάρτηση του q για $\omega=1.909\text{keV}$

Ο όγκος V που συμβαίνει η παραγωγή ορίζεται $V = \sigma^2 \cdot (0.1\lambda)\tau = 6.5 \cdot 10^{-39}\text{m}^3$.

Επιλέγουμε το σημείο που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο της καμπύλης με $(\xi, q) = (0.9532, 1.40)$. Η πολυφωτονική διαδικασία έχει τάξη $n = 750$ και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή του στάσιμου κύματος είναι $4.70 \cdot 10^{15} \text{ V/m}$.

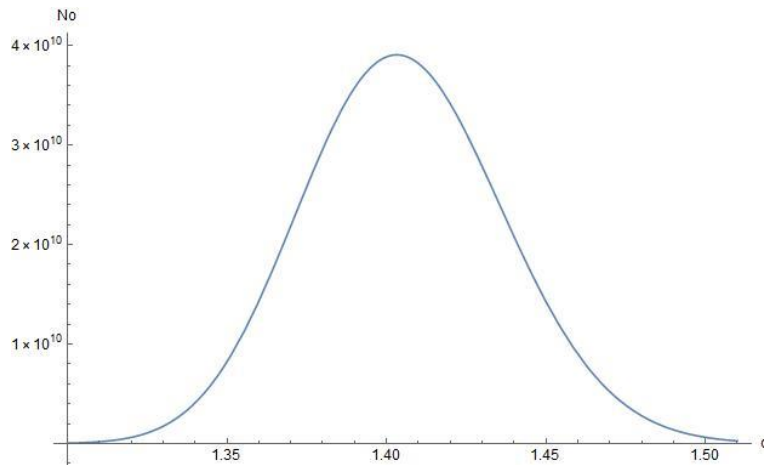
Στη συνέχεια σχεδιάστηκε η συμπεριφορά της περιβάλλουσας της f_n σε συνάρτηση με το q για $\xi=0.9632$ (Γράφημα 2.2)



Γράφημα 2.2 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9632$ και $\omega=1.909$ keV.

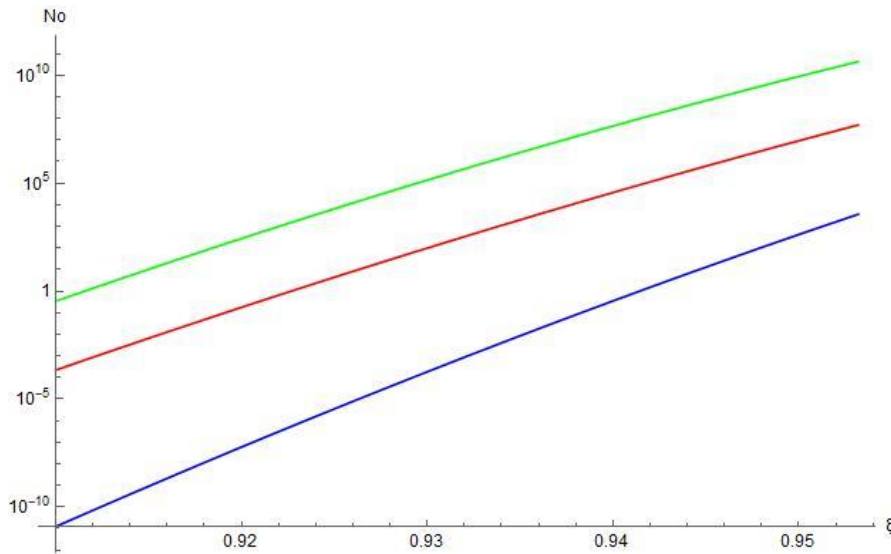
Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκε η κανονική μορφή της σχέσης για την f_n χωρίς να γίνουν προσεγγίσεις της συνάρτησης Bessel, διότι η τάξη της πολυφωτονικής επιτρέπει τον απευθείας υπολογισμό. Από τη μέγιστη τιμή της f_n βρίσκεται ότι η πιο πιθανή διαδικασία έχει $q=1.40$ όπως είχε βρεθεί αρχικά και εκφράζεται από την τριάδα $(n_r, q_r, \xi)=(750, 1.40, 0.9632)$.

Ο αριθμός των σωματιδίων N_o που παράγονται συναρτήσει του q απεικονίζονται στο Γράφημα 2.3 .



Γράφημα 2.3 Η περιβάλλουσα του αριθμού των παραγόμενων e^+e^- συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9632$ και $\omega=1.909\text{keV}$

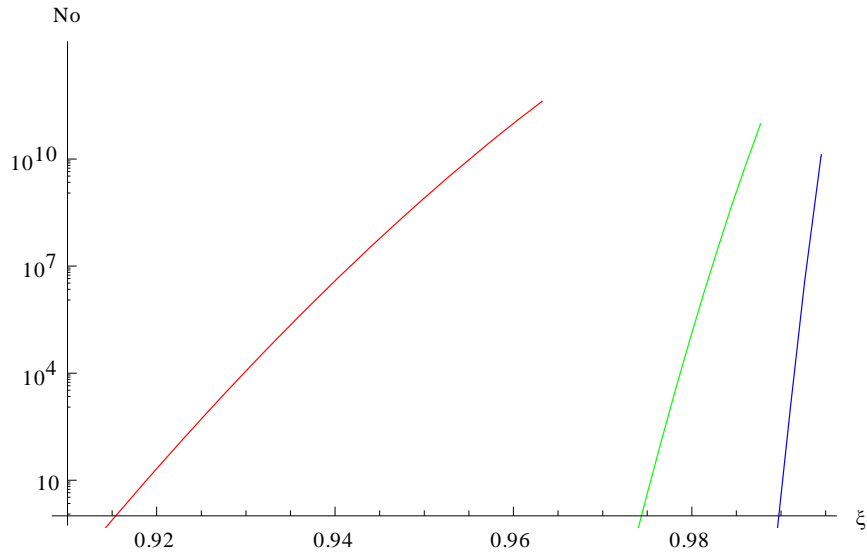
Ο πιο πιθανός αριθμός ζευγών είναι αυτός που αντιστοιχεί στο $q=1.40$ (κορυφή) και ισούται με $4.28 \cdot 10^{10}$ και χαρακτηρίζεται από τη τριάδα αριθμών $(N_p, q_p, \xi) = (4.28 \cdot 10^{10}, 1.40, 0.9632)$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παραμένει η ίδια αφού δεν υπήρξε μεταβολή στο ξ . Εκτός από την εξάρτηση του αριθμού των παραγόμενων ζευγών από το q θα εξετάσουμε και την εξάρτηση του από το ξ (ή από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που άμεσα εξαρτάται το ξ) (Γράφημα 2.4). Μαζί με την καμπύλη που αντιστοιχεί σε $q=1.40$ σχεδιάσαμε και αυτές για $q=1.30$ και $q=1.60$.



Γράφημα 2.4 Αριθμός παραγομένων ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ (και της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου) για $\omega=1.909\text{keV}$

Από το παραπάνω παρατηρείται ότι δεν υπάρχει σημείο τομής εντός των επιτρεπτών ορίων των τιμών του ξ .

Η παραπάνω ανάλυση έγινε για ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων ίση με 1 GeV, ενέργεια που είναι επιτεύξιμη πειραματικά, ωστόσο είναι η μεγαλύτερη δυνατή μέχρι στιγμής. Για αυτό το λόγο έχει μεγάλο ενδιαφέρον να δοκιμαστεί η προσέγγιση του συντονισμού και για άλλες μικρότερες ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων, ώστε να υπολογιστεί παραγωγή ζευγών σε ενέργειες που είναι πολύ εύκολο να δημιουργηθούν χρησιμοποιώντας την παρούσα τεχνολογία που υπάρχει στις μεγάλες Ευρωπαϊκές εγκαταστάσεις λέιζερ. Θα ακολουθηθούν οι ίδιοι υπολογισμοί για $E_{e\text{-beam}} = 400\text{MeV}$, 200 MeV και θα σχεδιαστεί το γράφημα του αριθμού των παραγομένων συναρτήσει του ξ και για τις τρεις περιπτώσεις.



Γράφημα 2.5 Αριθμός παραγομένων ζευγών συναρτήσει του ξ για ενέργεια ηλεκτρονίων 1GeV(κόκκινο) , 400MeV (πράσινο)και 200MeV (μπλέ).

Κάθε καμπύλη τερματίζει σε διαφορετικό ξ που είναι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει και βρίσκεται από την απαίτηση να διατηρείται η ενέργεια. Για 1GeV η πολυφωτονική τάξη είναι 750, για 400 MeV είναι 4723 και για 200 MeV 18833.

Επιπλέον συγκεντρώσαμε στον παρακάτω πίνακα τις παραμέτρους της δέσμης λέιζερ

Ενέργεια Ηλεκτρονίων $E_{e\text{-beam}}$	Μήκος κύματος XFEL laser (nm)	Ενέργεια φωτονίου (eV)	Αριθμός φωτονίων	Ένταση ηλεκτρικού πεδίου (V/m)
1 GeV	0.65	1909	$3.27 \cdot 10^{13}$	$4.7 \cdot 10^{15}$
400 MeV	4.06	305	$6.54 \cdot 10^{13}$	$7.8 \cdot 10^{14}$
200 MeV	16.3	76	$1.63 \cdot 10^{14}$	$1.9 \cdot 10^{14}$

Στους παραπάνω υπολογισμούς το φορτίο της δέσμης των ηλεκτρονίων είναι για την ενέργεια του 1 GeV περίπου ίσο με 1nC, ενώ στα 400 και 200 MeV 0.4 nC και 0.2 nC αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές επελέγησαν για να υπάρχει ικανοποιητική ένταση του ρεύματος της δέσμης των ηλεκτρονίων.

Επομένως από τα προηγούμενα αποτελέσματα παρατηρείται το εξής : Ακόμη και αν ελαττωθεί η ενέργεια της δέσμης προκύπτουν ανάλογα αποτελέσματα με την αρχική ενέργεια του 1 GeV. Μάλιστα ο αριθμός των παραγόμενων $e^+ e^-$ είναι της ίδιας τάξης για τις ενέργειες του 1 GeV και των 400 MeV. Επιβεβαιώνεται για μια ακόμα φορά ότι οι μεγάλης τάξης πολυφωτονικές διαδικασίες (4723 έναντι 750) είναι σχετικά αποδοτικότερες και με το αποτέλεσμα αυτό ενισχύεται η χρήση σχετικά μικρότερης ενέργειας σχετικιστικής δέσμης ηλεκτρονίων. Ειδικότερα αν συγκριθεί με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της εφαρμογής της προσέγγισης του συντονισμού με ένα σύστημα λέιζερ που εκπέμπει στο ορατό, η πολυφωτονική τάξη είναι τρεις τάξεις χαμηλότερη, γεγονός που ενθαρρύνει τη χρήση μιας τέτοιας διάταξης για πειραματική εφαρμογή του συντονισμού.

2.2 Πολυφωτονική παραγωγή $e^+ e^-$ από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης του συντονισμού σε ένα σύστημα δυο σταθμών, από μια διάταξη ανάλογη του πειράματος E144

Η δεύτερη διάταξη που θα εξεταστεί βασίζεται στη διάταξη με την οποία πραγματοποιήθηκε το πείραμα E144 στο Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) που ιστορικά είναι η πρώτη πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου της παραγωγής ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από αλληλεπίδραση φωτονίου-φωτονίου [18], [39], [40].

Αρχίζουμε με μια σύντομη παρουσίαση του πειράματος E144, θα συνεχίσουμε με την διάταξη που χρησιμοποιούμε και θα ολοκληρώσουμε την ενότητα με τα αποτελέσματα της χρήσης της προσέγγισης του συντονισμού πάνω στη προτεινόμενη διάταξη.

Η αντίδραση που εκφράζει την αλληλεπίδραση δύο φωτονίων γράφτηκε πρώτη φορά από τους Breit - Wheeler και είναι η εξής [17]:

$$\omega + \omega' \rightarrow e^+ e^-$$

Η πυκνότητα πιθανότητας για αυτή την αντίδραση είναι [40]

$$W_1 = 2\rho_\omega\rho_{\omega'}\sigma_{BW} = 2\pi r_0^2 \frac{m^2}{\omega\omega'} \rho_\omega\rho_{\omega'} \left\{ \left(2 + \frac{2m^2}{\omega\omega'} - \frac{4}{(\omega\omega')^2} \right) \tanh^{-1} \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega\omega'}} - \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega\omega'}} \left(1 + \frac{m^2}{\omega\omega'} \right) \right\}$$

Όπου σ_{BW} είναι η ενεργός διατομή της αντίδρασης, ω, ω' οι ενέργειες των δύο φωτονίων και $\rho_\omega, \rho_{\omega'}$ οι πυκνότητες των δύο φωτονίων που αλληλεπιδρούν. Ακόμη r_0 είναι η κλασσική ακτίνα του ηλεκτρονίου και m η μάζα των παραγόμενων σωματιδίων. Για ισχυρά H/M πεδία η παραπάνω αντίδραση μπορεί να πραγματοποιηθεί όταν η παράμετρος η είναι μεγαλύτερη της μονάδας, με

$$\eta = \frac{e\mathcal{E}_o}{mc\omega'}$$

Όπως διαπιστώνουμε είναι ίδια με την παράμετρο ξ . Επιπλέον αυτή η διαδικασία μπορεί να πραγματοποιηθεί με περισσότερα του ενός φωτόνια οπότε μπορούμε να μιλάμε για πολυφωτονική διαδικασία που θα την ονομάζεται Πολυφωτονικός μηχανισμός ζευγών Breit-Wheeler (Multiphoton Breit-Wheeler mechanism MBWPP) και θα εκφράζεται από την αντίδραση

$$\omega + n\omega' \rightarrow e^+e^-$$

Όπου n είναι ο αριθμός των φωτονίων που αλληλεπιδρούν με ένα φωτόνιο υψηλής ενέργειας. Η ενεργός διατομή για την MBWPP [40] είναι:

$$\frac{dW_n(E_{\pm})}{dE_{\pm}} = \frac{2\pi r_0^2 m^2 \rho_{\omega'} \rho_{\omega}}{\eta^2 \omega \omega'^2} \left\{ \eta^2 (2u-1) [J_{n-1}^2(z) + J_{n+1}^2(z) - 2J_n^2(z)] + 2J_n^2(z) \right\} \quad (2.1)$$

$$\text{Όπου} \quad z = \frac{2\eta}{u_1} \sqrt{\frac{u(u_n - u)}{1 + \eta^2}}$$

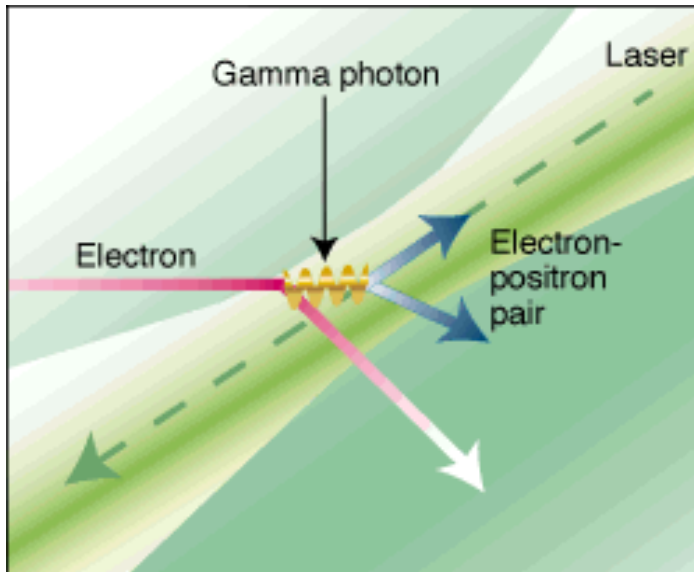
$$u = \frac{(k \cdot k')^2}{4(k \cdot p)(k \cdot p')} \simeq \frac{\omega'^2}{4\mathcal{E}_{\pm}(\omega' - \mathcal{E}_{\pm})}$$

$$u_1 = \frac{(k \cdot k')}{2m^{*2}} \simeq \frac{\omega\omega'(1 + \beta \cos a)}{2m^2(1 + \eta^2)}$$

$$u_n = nu_1,$$

k και k' είναι τα τετραδιανύσματα της ορμής των φωτονίων,
p και p' είναι οι τετραορμές των παραγόμενων σωματιδίων,
α είναι η γωνία αλληλεπίδρασης των δύο δεσμών.

Η διαδικασία παραγωγής ζευγών στο πείραμα χωρίζεται σε δύο βασικά στάδια (Εικόνα 2.3) : Στο πρώτο η δέσμη ενός λέιζερ αλληλεπιδρά με μια δέσμη ηλεκτρονίων (Μη γραμμική σκέδαση Compton, Non Linear Compton Scattering) με αποτέλεσμα την παραγωγή φωτονίων γ υψηλής ενέργειας. Στο δεύτερο τα φωτόνια που παρήχθησαν από το πρώτο στάδιο αλληλεπιδρούν με τα φωτόνια της δέσμης του λέιζερ και παράγουν ηλεκτρόνια – ποζιτρόνια μέσω του πολυφωτονικού μηχανισμού Breit Wheeler.

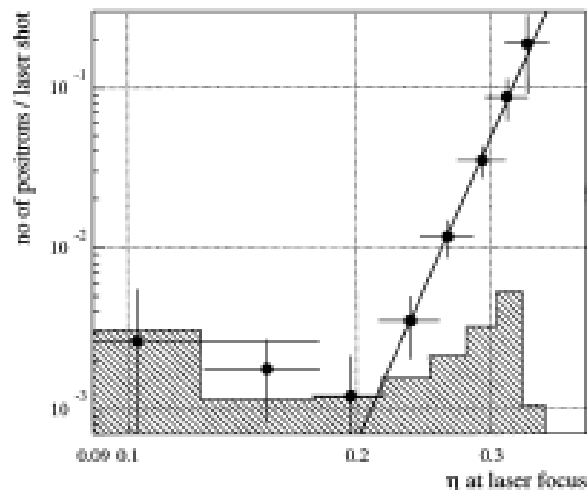


Εικόνα 2.3 Παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από την αντίδραση φωτονίων γ με φωτόνια της δέσμης του λέιζερ. Τα φωτόνια γ προέρχονται από τη σκέδαση φωτονίων του λέιζερ από τα ηλεκτρόνια.

© SLAC Experiment 144 Home Page <https://www.slac.stanford.edu/exp/e144/>

Η μέγιστη ενέργεια των ηλεκτρονίων για τη διάταξη του SLAC ήταν 46.6 GeV και των οπισθοσκεδαζόμενων φωτονίων λέιζερ 29.9 GeV με μήκος κύματος 527 nm [18], [40]. Η γωνία αλληλεπίδρασης των δύο δεσμών είναι 17° . Η δέσμες είναι υπό γωνία ώστε να μπορέσουμε να μελετήσουμε την αντίδραση σε ένα σύστημα αναφοράς όπου υπάρχει μόνο ηλεκτρικό πεδίο. Αν διαδίδονται παράλληλα δεν υπάρχει η δυνατότητα να εμφανιστούν μη γραμμικά φαινόμενα και επομένως παραγωγή ζευγών.

Τα αποτελέσματα του πειράματος ήταν ότι παρατηρήθηκαν 175 ± 13 ποζιτρόνια σε 21962 παλμούς του λέιζερ. Η εξάρτηση της παραγωγής ποζιτρονίων R με την παράμετρο η φαίνεται στη παρακάτω Εικόνα 2.4

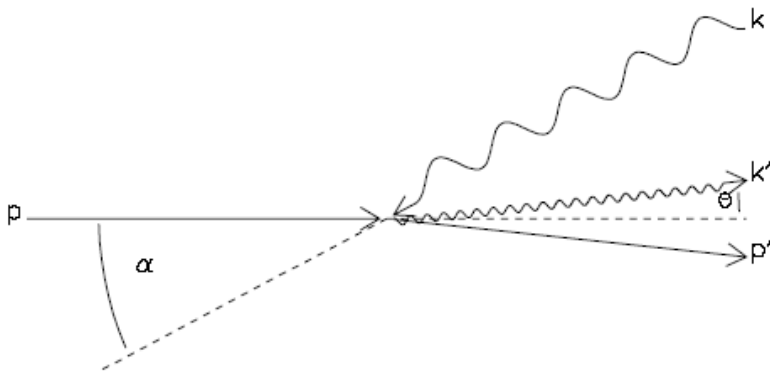


Εικόνα 2.4. Ο αριθμός των ποζιτρονίων που παράγονται από έναν παλμό λέιζερ συναρτίζεται της παραμέτρου η που χαρακτηρίζει την ένταση του πεδίου. Η σκιαγραφημένη περιοχή είναι ο θόρυβος στη μέτρηση των ποζιτρονίων. Παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις μπορούν να θεωρηθούν πολύ μεγαλύτερες από το θόρυβο, συνεπώς μπορούν να ερμηνευθούν ως δίδυμη γένεση από το κενό με την αλληλεπίδρασή με το H/M πεδίο του λέιζερ.
© <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.1626>, License Number: RNP/18/JAN/001004

Η γραμμή που χαράχτηκε για να προσεγγίσει τα δεδομένα του πειράματος έχει συμπεριφορά νόμου δύναμης και πιο συγκεκριμένα της μορφής $R \propto \eta^{2n}$. Η πολυφωτονική τάξη n είναι ίση 5.1 ± 0.2 . Δηλαδή 5 φωτόνια της δέσμης αντέδρασαν με ένα φωτόνιο της σκεδαζόμενης δέσμης για την δημιουργία ενός ζεύγους ηλεκτρονίου ποζιτρονίου.

Στη συνέχεια γίνεται περιγραφή της προτεινόμενης διάταξης που θα χρησιμοποιηθεί για μελλοντικό πείραμα σε αυτή την ενότητα. Μπορούμε να την χωρίσουμε δύο βασικές φάσεις. Η πρώτη φάση αφορά την παραγωγή και επιτάχυνση ηλεκτρονίων σε σχετικιστική ταχύτητα με την χρήση βραχύχρονης δέσμης λέιζερ μεγάλης έντασης. Η δεύτερη φάση αφορά την εστίαση δέσμης λέιζερ που προέρχεται από το ίδιο σύστημα μεγάλης ισχύος λέιζερ που θα αλληλεπιδράσει με την σχετικιστική δέσμη των ηλεκτρονίων κατόπιν χώρο-χρονικού συγχρονισμού των δύο δεσμών. Αναφερόμεθα όπως και προηγουμένως σε δέσμη ηλεκτρονίων με ενέργεια 1GeV που παράγεται από ισχυρό λέιζερ έντασης $I=10^{20}$ W/cm² και

ενέργειας φωτονίων του 1 eV. Η βασική ιδέα για την χρήση αυτής της πειραματικής διάταξης είναι ότι στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων το ηλεκτρικό πεδίο καθώς και η ενέργεια των φωτονίων είναι σχετικά πολύ μεγάλα με αποτέλεσμα την βελτίωση της απόδοσης παραγωγής ζευγών. Η γεωμετρία της σκέδασης δίνεται από την εικόνα 3.5:



Εικόνα 2.5 Η γεωμετρική εικόνα της μη γραμμικής σκέδασης Compton.

Αν εξετάσουμε το φαινόμενο με σύστημα αναφοράς το σύστημα του εργαστηρίου τότε η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου δίνεται από τη σχέση [62]

$$\omega' \simeq \frac{2n(k \cdot p)\mathcal{E}}{m^{*2} + 2n(k \cdot p) + \mathcal{E}^2\theta^2}$$

όπου $(k \cdot p) = \mathcal{E}\omega(1 + \cos a)$. Η ενέργεια του οπισθοσκεδαζόμενου φωτονίου εξαρτάται από την παράμετρο ξ μέσω του όρου m^* . Για γωνία $\theta=0$ η ενέργεια γίνεται μέγιστη. Εμείς εκμεταλλευόμενοι το αναλλοίωτο του φαινομένου ως προς το σύστημα αναφοράς, επιλέγουμε να εργαστούμε στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων. Αυτά λόγω της σχετικιστικής κίνησης τους θα «δουν» ένα μετασχηματισμένο πεδίο σε ένταση και ενέργεια φωτονίου (φαινόμενο Doppler). Ο μετασχηματισμός γίνεται μέσω του σχετικιστικού συντελεστή Lorentz γ_L . Με αυτό το σκεπτικό τα ηλεκτρόνια βλέπουν ένα μετασχηματισμένο H/M πεδίο με ένταση

$$\mathcal{E}^* = \gamma_L \mathcal{E}_{\text{laserlab}} = \gamma_L \sqrt{\mu_0 c I} \quad (2.2)$$

$$\text{με } \gamma_L = \frac{E_{e\text{-beam}}}{m_e c^2} = \frac{1 \text{ GeV}}{0.511 \text{ MeV}} = 1956.95.$$

Στο σύστημα του εργαστηρίου η ένταση του λέιζερ είναι $I = 1 \cdot 10^{20} \text{ W/m}^2$ και από την (2.2), $\mathcal{E} = 2.110^{11} \text{ V/cm}$.

Η μετασχηματισμένη ενέργεια των φωτονίων στο σύστημα των ηλεκτρονίων E_{photons}^* δίνεται από τη σχέση $E_{\text{photons}}^* = \gamma_L E_{\text{photons}}$.

E_{photons} είναι η ενέργεια των φωτονίων στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου.

Έτσι έχουμε $E_{\text{photons}}^* = 1956.95 \cdot 1 \text{ eV} = 1.956 \text{ keV}$ ενέργεια που βρίσκεται στην περιοχή των ακτίνων Χ.

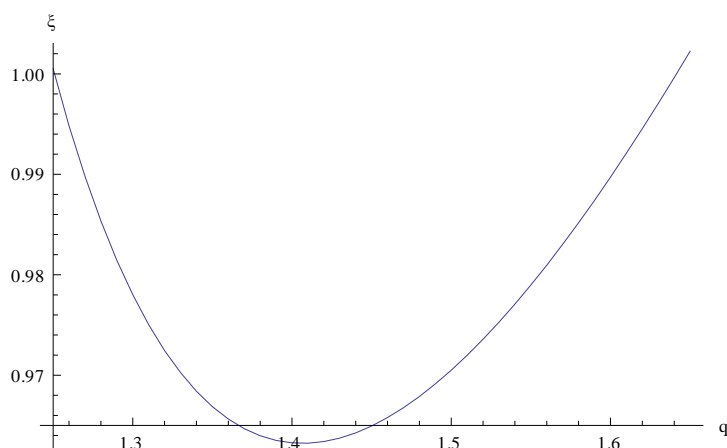
Το μήκος κύματος της μετασχηματισμένης ακτινοβολίας ισούται με $\lambda = \frac{c}{\hbar \omega} = 0.1 \text{ nm}$.

Στο E144 και στη διάταξη που προτείνουμε δεν έχουμε στάσιμο κύμα, αλλά αν εργαστούμε στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παίρνει μεγάλες τιμές, ($\sim 10^{16} \text{ V/m}$) και η σχέση $\mathcal{E}^2 - H^2 > 0$ ικανοποιείται. Επομένως μπορεί να συμβεί πολυφωτονική παραγωγή ζευγών παρουσία ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου. Αυτό που μας ενδιαφέρει στη συνέχεια είναι η περίπτωση της πολυφωτονικής παραγωγής ζευγών αντιμετωπίζοντας το κενό ως σύστημα δύο σταθμών σε συντονισμό. Η ένταση της δέσμης στο σύστημα των ηλεκτρονίων I^* είναι $I^* = \frac{1}{\mu_0 c} (\mathcal{E}^*)^2 = 7.56 \cdot 10^{26} \text{ W/cm}^2$ Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου για το ίδιο σύστημα είναι $\mathcal{E}^* = 5.37 \times 10^{14} \text{ V/cm}$. Ο αριθμός των φωτονίων στα δύο

συστήματα αναφοράς είναι ίσος. Από την ένταση I του λέιζερ που χρησιμοποιούμε ($1 \cdot 10^{20} \text{ W/cm}^2$) και γνωρίζοντας τις διαστάσεις που εστιάζουμε τη δέσμη (διάμετρος κυκλικής εστίας $r = 50 \mu\text{m}$) και τη χρονική διάρκεια του παλμού (10 fs) βρίσκουμε την ενέργεια ανά παλμό την οποία διαιρούμε με τη ενέργεια ενός φωτονίου και υπολογίζουμε τον αριθμό των φωτονίων. $E = I \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \tau = 15.7 \text{ J}$. και ο αριθμός φωτονίων ενέργειας 1 eV είναι $9.8 \cdot 10^{19}$. Αυτές οι τιμές αφορούν το σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Αν μεταβούμε στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων τότε η ενέργεια είναι ίση με το γινόμενο του αριθμού των φωτονίων με την μετασχηματισμένη ενέργεια του φωτονίου που είναι 1.956 keV . $E^* = 9.8 \cdot 10^{19} \cdot 1956 = 30713 \text{ J}$.

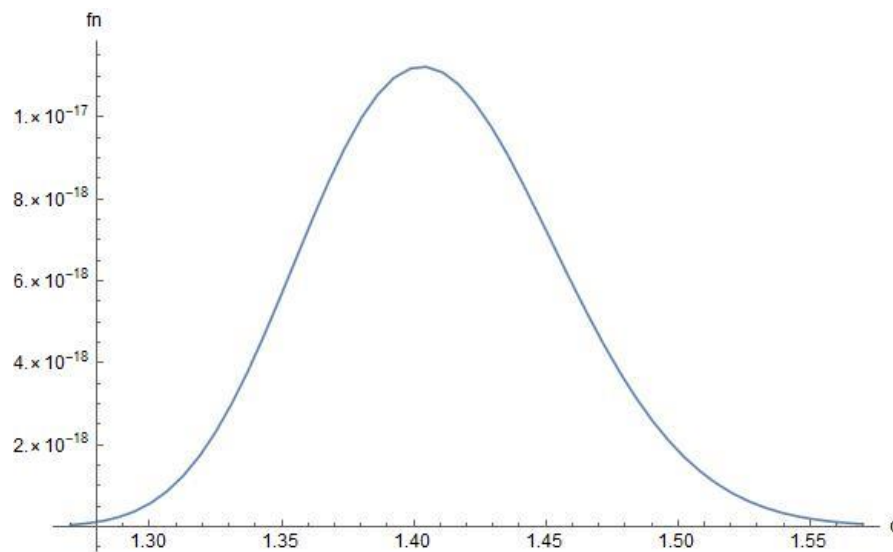
Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στην αριθμητική ανάλυση για την εφαρμογή της προσέγγισης του συντονισμού.

Αναζητούμε τα ζεύγη (h, q) για τα οποία η εξίσωση (1.24) γίνεται μηδέν. Η ενέργεια που εισάγουμε στη σχέση είναι η $E^* = 30713 \text{ J}$. Ο όγκος του λαμβάνει χώρα το φαινόμενο της παραγωγής παραμένει $V = \sigma^2 \cdot (0.1\lambda)\tau$, όπου $\lambda = 0.1 \text{ nm}$, $\sigma = 50 \mu\text{m}$ και $\tau = 10^{-14} \text{ s}$. Η ακτίνα της διατομής σ και ο χρόνος τ παρέμειναν σταθερές κατά την αλλαγή συστήματος καθώς το γινόμενο τους δεν αλλάζει λόγω σχετικιστικών φαινομένων. Στο γράφημα 2.6 απεικονίζονται οι τιμές αυτές που μηδενίζουν την εξίσωση.



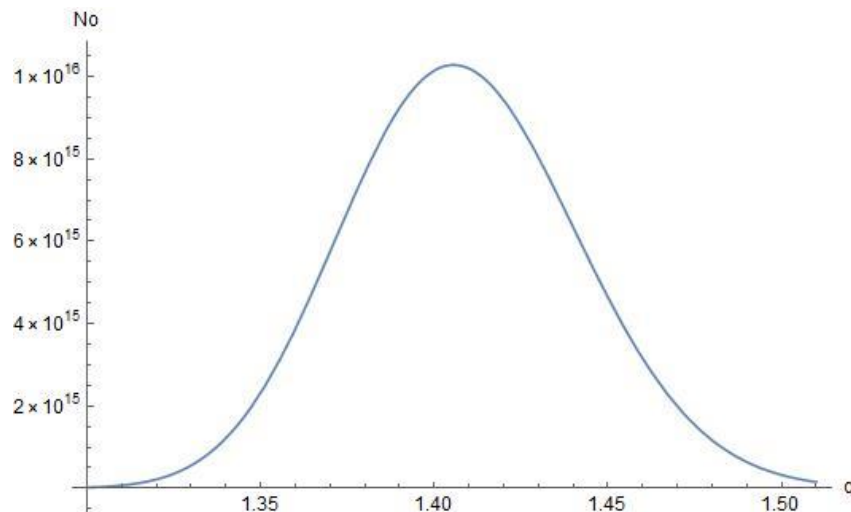
Γράφημα 2.6 Άνω όριο $h(q)$ συναρτήσει του q για $\omega = 1.956 \text{ keV}$

Επιλέγουμε το σημείο με $(\xi, q) = (0.9632, 1.41)$ που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο της καμπύλης. Η τιμή του q αντιστοιχεί σε πολυφωτονική διαδικασία τάξης $n=735$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή της παραγωγής είναι $4.88 \cdot 10^{15}$ V/m. Η συνάρτηση f_n συναρτήσει του q φαίνεται από την παρακάτω γραφική (Γράφημα 2.7).



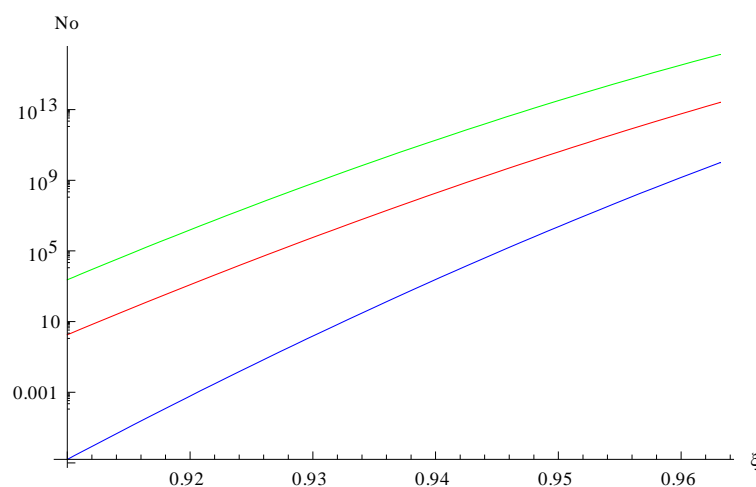
Γράφημα 2.7 Η περιβάλλουσα της f_n συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9625$ και $\omega=1.956$ keV.

Η συνάρτηση έχει μέγιστο για $q=1.41$ και η πιο πιθανή διαδικασία χαρακτηρίζεται από τη τριάδα αριθμών $(n_p, q_p, \xi)=(735, 1.41, 0.9632)$. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τον παραγόμενο αριθμό σωματιδίων N_0 συναρτήσει του q ώστε υπολογίσουμε τον πιο πιθανό αριθμό ηλεκτρονίων ποζιτρονίων. Σχεδιάζουμε την αντίστοιχη της παραπάνω παράστασης του αριθμού N_0 συναρτήσει του q . (Γράφημα 2.8)



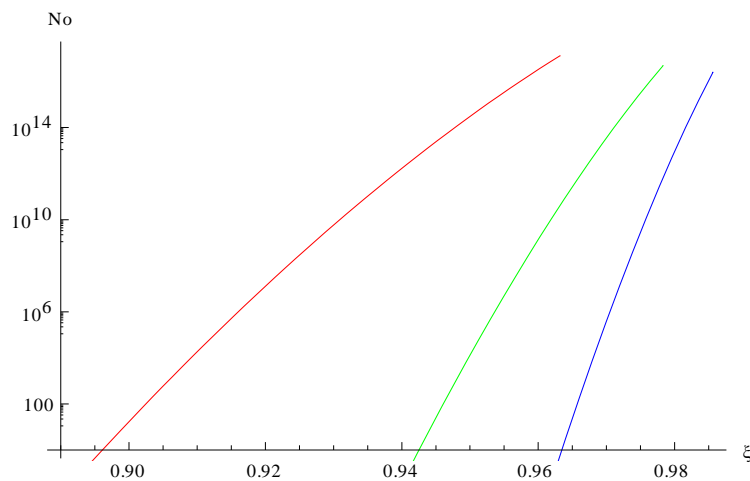
Γράφημα 2.8 Η περιβάλλουσα του αριθμού ζευγών N_0 συναρτήσει της μονάδας της ενέργειας ηρεμίας q για $\xi=0.9625$ και $\omega=1.956$ keV.

Τα παραγόμενα ζεύγη για την πιο πιθανή διαδικασία με $q=1.41$ είναι $1.33 \cdot 10^{16}$ (κορυφή της καμπύλης) και εκφράζεται με το γνωστό ήδη συμβολισμό $(N_p, q_p, \xi) = (1.33 \cdot 10^{16}, 1.41, 0.9625)$. Τελειώνοντας, θα δούμε πως μεταβάλλεται ο αριθμός N_0 συναρτήσει του ξ και συνεπώς της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου (Γράφημα 2.9), για $q=1.41$ και για δύο άλλες τιμές, μια με μεγαλύτερο q (1.47) και μια με μικρότερο (1.35).



Γράφημα 2.9 Αριθμός παραγόμενων ζευγών N_0 συναρτήσει του ξ για $q=1.41$ (πράσινη γραμμή), 1.35 (κόκκινη γραμμή) 1.47 (μπλε γραμμή). $\omega=1.956$ keV

Ολοκληρώσαμε τους αριθμητικούς υπολογισμούς για την περίπτωση που η ενέργεια των ηλεκτρονίων είναι στο 1GeV. Θα συνεχίσουμε την ανάλυση αυτή και για μικρότερες ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων. Αυτό γίνεται καθώς είναι πιο εύκολο πειραματικά να πετύχει κανείς ενέργειες των 200 ή 400 MeV και επομένως ένα πείραμα που διεξάγεται σε αυτές τις ενέργειες εκτιμούμε ότι θα έχει μεγάλο ενδιαφέρον, εφόσον μπορεί να έχει καλή απόδοση στη δημιουργία ζευγών. Όπως και για την προηγούμενη ενότητα θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα μέσω του λογαριθμικού γραφήματος του αριθμού των παραγομένων ζευγών συναρτήσει του ξ .



Γράφημα 2.10 Αριθμός παραγομένων ζευγών συναρτήσει του ξ για ενέργεια ηλεκτρονίων 1GeV(κόκκινο) , 400MeV (πράσινο)και 200MeV (μπλέ).

Οι παράμετροι της δέσμης δίνονται στον παρακάτω πίνακα (στο σύστημα των ηλεκτρονίων)

Ενέργεια Ηλεκτρονίων $E_{e\text{-beam}}$	Μήκος κύματος laser (m)	Ενέργεια φωτονίου (eV)	Αριθμός φωτονίων	Ένταση ηλεκτρικού πεδίου (V/m)	
1 GeV	0.605	1909	$9.8 \cdot 10^{19}$	$4.7 \cdot 10^{15}$	
400 MeV	1.5	782	$9.8 \cdot 10^{19}$	$7.8 \cdot 10^{14}$	
200 MeV	3	391.3	$9.8 \cdot 10^{19}$	$1.9 \cdot 10^{14}$	

Παρατηρούμε ότι εδώ ότι ο αριθμός για τα παραγόμενα ζεύγη είναι είναι πάρα πολύ μεγάλος και για τις τρεις ενέργειες. Οι τιμές είναι μεγαλύτερες από αυτές που υπολογίσαμε στις προηγούμενες περιπτώσεις. Αυτό κυρίως οφείλεται στο πολύ μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται στο σύστημα αναφορά των σχετικιστικών ηλεκτρονίων και στη σχετικά μεγάλη πολυφωτονική τάξη της διαδικασίας παραγωγής ζευγών μέσω συντονισμού. Η απόδοση εμφανίζεται αισιόδοξη η επαλήθευση της οποίας μπορεί να γίνει μέσω προτεινόμενου πειράματος σε υπάρχουσες Ευρωπαϊκές ή και Εθνικές (όπως το CPPL Center of Plasma Physics and Lasers – TEI of Crete) εγκαταστάσεις λέιζερ. Από τις καμπύλες που σχεδιάσαμε μπορούμε να προβλέψουμε τον αριθμό των σωματιδίων ανάλογα με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που θα χρησιμοποιήσουμε και την αντίστοιχη ενέργεια φωτονίου. Όσο μειώνουμε την ενέργεια μειώνεται αντίστοιχα και το εύρος των ενεργειών με τις οποίες παράγονται τα ζεύγη και αυξάνεται η τάξη της πολυφωτονικής διαδικασίας. Αυτό είναι λογικό καθώς όσο μειώνουμε την ενέργεια των ηλεκτρονίων, μειώνεται και ο σχετικιστικός συντελεστής γ_L και αντίστοιχα και η ενέργεια των φωτονίων στο σύστημα αναφοράς της δέσμης των ηλεκτρονίων. Με το ίδιο σκεπτικό εξηγείται και η ανάλογη αύξηση στον αριθμό της πολυφωτονικής τάξης στο Laser XFEL ενώ περνάμε σε χαμηλότερες ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων. Επίσης παρατηρείται μια αύξηση του συντελεστή ξ πράγμα που σημαίνει ότι και το ηλεκτρικό πεδίο έχει μεγαλύτερη τιμή, από αυτή που έχουμε για το 1 GeV.

Αν δούμε τα μήκη κύματος των φωτονίων και στα δύο συστήματα του κεφαλαίου διαπιστώνουμε πως και για τα δύο έχουμε να κάνουμε στην ουσία με πειράματα όπου τα εμπλεκόμενα στην αλληλεπίδραση φωτόνια είναι στην περιοχή των ακτίνων Χ, όπου μεν στη πρώτη κατασκευάζονται άμεσα μέσω του wiggler ενώ στη δεύτερη προκύπτουν από το μετασχηματισμό που εφαρμόζεται κατά τη μετάβαση μας από το σύστημα του εργαστηρίου σε αυτό των σχετικιστικών ηλεκτρονίων. Προτιμότερη από τις δύο συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της προσέγγισης του συντονισμού σε κάθε μια, είναι αυτή της δεύτερης ενότητας, λόγω του μεγαλύτερου αριθμού ζευγών που μπορεί να δώσει αλλά και των μικρότερων σε ένταση ηλεκτρικών πεδίων που απαιτούνται για να λάβει χώρα το φαινόμενο. Το

Laser XFEL μειονεκτεί λόγω του wiggler, με αποτέλεσμα να έχουμε μικρότερη ενέργεια ανά παλμό από τη δεύτερη διάταξη. Ωστόσο και οι δύο αποτελούν πάρα πολύ ενδιαφέρουσες προτάσεις για την πολυφωτονική παραγωγή ηλεκτρονίου ποζιτρονίου από το κενό θεωρώντας το σαν σύστημα δύο σταθμών. Τα χαρακτηριστικά της δέσμης μπορούν να μεταβληθούν με σχετική ευκολία αλλάζοντας την ενέργεια των ηλεκτρονίων και κατ' επέκταση την ενέργεια των φωτονίων που αλληλεπιδρούν. Εκτός από αυτό μπορούμε ανάλογα με τις χωρικές διαστάσεις που επιλέγουμε να γίνει η εστίαση της δέσμης να διαμορφώσουμε την ένταση της ακτινοβολίας. Εδώ επιλέξαμε διαστάσεις της δέσμης τέτοιες ώστε να μην υπάρχει το ενδεχόμενο για μικρές ενέργειες των ηλεκτρονίων να περάσουμε το όριο περίθλασης. Ο λόγος που μπορεί να συμβεί αυτό είναι η αύξηση του μήκους κύματος, όταν επιλέγουμε μικρότερες ενέργειες των ηλεκτρονίων. Έτσι επιλέξαμε ακτίνα της δέσμης να μην είναι μεγαλύτερη από το όριο περίθλασης της δέσμης λέιζερ που παράγεται από ηλεκτρόνια ενέργειας των 200 MeV. Τέλος πρέπει να σημειωθεί οι παράμετροι των πειραμάτων επελέγησαν με σκοπό να μην είναι ακραίες αλλά τυπικές τιμές ώστε τα αποτελέσματα που πήραμε να είναι όσο γίνεται πιο ρεαλιστικά και άμεσα εφαρμόσιμα για πειράματα.

Τα παραπάνω αποτελέσματα δημοσιεύτηκαν στην δημοσίευση [28] (βλ. Παράρτημα)

Κεφάλαιο 3

Παραγωγή ζευγών σωματιδίων– αντισωματιδίων από το κενό με τη χρήση της προσέγγισης του φανταστικού χρόνου

Στα προηγούμενα κεφάλαια αναπτύχθηκε η παράγωγή ηλεκτρονίων ποζιτρονίων με τη χρήση της προσέγγισης του συντονισμού και μελετήθηκε εκτενώς η απόδοσή της ως προς τον αριθμό των παραγομένων ζευγών. Η επίτευξη του ακριβή συντονισμού πειραματικά ωστόσο αναμένεται να παρουσιάσει κάποιες δυσκολίες. Με αυτή την αφορμή κρίναμε καλό να εξεταστούν και μηχανισμοί που το σύστημα δεν βρίσκεται σε συντονισμό με το εξωτερικό πεδίο. Σε αυτή την περίπτωση οι απαιτήσεις όσον αφορά την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεγαλώνουν, αλλά μέσα από την διερεύνηση θα δείξουμε ότι τέτοιου είδους σχήματα όπως αυτό που θα περιγραφεί μπορούν να οδηγήσουν σε πειραματική επαλήθευση του φαινομένου.

Σύμφωνα με το σκεπτικό αυτό, μελετήθηκε η προσέγγιση του φανταστικού χρόνου (ή προσέγγιση Poron) για μια διάταξη ανάλογη του πειράματος E144, στην περίπτωση που τα παραγόμενα σωματίδια είναι ηλεκτρόνια και ποζιτρόνια αλλά και μεσόνια π^+ και π^- (πιόνια) [41].

Σύμφωνα με τους αριθμητικούς υπολογισμούς που έγιναν με βάση τις σχέσεις που περιγράφουν τη προσέγγιση και θα παρουσιαστούν αναλυτικά στη συνέχεια επιβεβαιώνεται η πολυφωτονική φύση του μηχανισμού και αποδεικνύεται η ύπαρξη περιοχής με σημεία τομής (crossing points) μεταξύ των καμπυλών που αναπαριστούν το πλήθος της παραγωγής ζευγών για διαφορετικές ενέργειες φωτονίων. Επιπλέον παρατηρήθηκε ότι αν έχουμε περιττού ή άρτιου αριθμού πολυφωτονική τάξη αυτή επηρεάζει το ρυθμό παραγωγής [41].

Τελειώνοντας διερευνήθηκε η ύπαρξη ενός μηχανισμού που επιτρέπει την επιλογή του είδους των παραγόμενων σωματιδίων, καθώς προέκυψε το ερώτημα εάν η παρεχόμενη ενέργεια επαρκεί για την δημιουργία πιονίων ή θα καταναλωθεί κατά την δημιουργία e^+e^- . Εδώ εξηγήθηκε ότι είναι δυνατή η παραγωγή πιονίων και το σκεπτικό θα αναλυθεί διεξοδικά στο κυρίως μέρος του κεφαλαίου και είναι ένα σημαντικό στοιχείο που για πρώτη φορά παρουσιάζεται στην διεθνή βιβλιογραφία.

3.1 Μέθοδος του φανταστικού χρόνου (Imaginary time method) – Μοντέλο Ρορον.

Η μέθοδος του φανταστικού χρόνου εφαρμόστηκε κυρίως για την περιγραφή του φυσικού φαινομένου του ιονισμού των ατόμων και επεκτάθηκε στην περιγραφή της παραγωγής ζευγών φερμιονίων και μποζονίων για σταθερά και εναλλασσόμενα χρονικά εξαρτώμενα ηλεκτρικά πεδία. Η μέθοδος προσεγγίζει την περίπτωση δημιουργίας σωματιδίων μέσω μιας διεργασίας σήραγγας απλοποιώντας τον υπολογισμό της πιθανότητας w . Η εικόνα του Ρορον για το κενό βασίζεται στην εικόνα ενός συστήματος δύο σταθμών όπου το γεγονός της παραγωγής σωματιδίων αντισωματιδίων εκφράζεται από τη μετάβαση από την κατώτερη στην ανώτερη στάθμη. Η μετάβαση αυτή μπορεί να επιτευχθεί είτε μέσω φαινομένου σήραγγας διαμέσου του δυναμικού του κενού ($2mc^2$), είτε με πολυφωτονικές διαδικασίες, όπου ο ελάχιστος αριθμός φωτονίων που απαιτείται είναι ίσος με $n = \frac{2mc^2}{\hbar\omega}$. Η πιθανότητα για μια τέτοια μετάβαση παρουσία ηλεκτρικών πεδίων μπορεί να γραφεί σαν άθροισμα πιθανοτήτων διαδικασιών πολλών φωτονίων w_n .

$$W = \sum_{n>n_0} w_n$$

Όπου $n_0 = \frac{m_e c^2}{\hbar \omega} \Delta$ και οι πολυφωτονικές πιθανότητες γράφονται σε όρους ολοκληρώματος πάνω στις τρεις συνιστώσες της ορμής των σωματιδίων $p = (p_\perp, p_\parallel)$ των παραγόμενων ηλεκτρονίων (ή ποζιτρονίων) κάθετα και παράλληλα στο εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο.

Η πιθανότητα μιας διαδικασίας n φωτονίων δίνεται από τη σχέση [8], [42], [43]

$$w_n = \frac{(2s+1)}{2\pi^2 V_c} \frac{\hbar \omega}{mc^2} \left(\frac{n-n_0}{\Delta_2} \right)^{1/2} J_n \exp \left(-\frac{2mc^2}{\hbar \omega} f - \frac{2f_1}{\Delta_1} (n-n_0) \right) \quad (3.1)$$

Στη σχέση (3.1) ο συντελεστής s είναι ίσος με 0 στην περίπτωση των μποζονίων και ίσος με 1/2 για την περίπτωση των φερμιονίων, $m_e = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ($0.5 \text{ MeV} / c^2$) είναι η μάζα των ηλεκτρονίων ή $m_\pi = 2.488 \times 10^{-28} \text{ kg}$ ($139,570 \text{ MeV} / c^2$) η μάζα των πιονίων αντίστοιχα, $V_c = \hbar^4 / m_{e,\pi}^4 c^5$ είναι ο τετρα-όγκος Compton του ηλεκτρονίου ή του πιονίου που είναι $7.48 \cdot 10^{-59}$ και $2.16 \cdot 10^{-143} \text{ m}^3 \text{ s}$ αντίστοιχα. Επιπλέον

$$n_0 = \frac{mc^2}{\hbar \omega} \Delta, \quad \Delta = \frac{4}{\pi \gamma \psi(\gamma)} E(\psi(\gamma)), \quad \psi(\gamma) = 1/\sqrt{1+\gamma^2} \quad (3.2)$$

όπου n_0 είναι η κατώτερη τάξη πολυφωτονική διαδικασία ώστε να συμβεί παραγωγή ζευγών και το Δ εκφράζει το εύρος του ενεργειακού κενού μεταξύ του συνεχούς και $E(\cdot)$ είναι το πλήρες ελλειπτικό ολοκλήρωμα δευτέρου είδους. Οι συναρτήσεις $\Delta_1, \Delta_2, J_n, l, f, f_1, f_2$ εκφράζονται αντίστοιχα

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= \frac{2}{\pi} \gamma \psi(\gamma) K(\psi(\gamma)), \quad \Delta_2 = \frac{2}{\pi} \gamma \psi(\gamma) E(\psi(\gamma)), \\
 J_n &= \int_0^1 e^{l(n-n_0)x^2} \left[1 + \sigma(-1)^n \cos \xi_n x \right] dx, \\
 l &= 2 \left(\frac{f_1}{\Delta_1} - \frac{f_2}{\Delta_2} \right), \quad x = \frac{p_{\parallel}}{p}, \\
 \xi_n &= 2\gamma \psi(\gamma) \sqrt{\frac{(n-n_0)mc^2}{\hbar\omega}}, \\
 f &= \frac{\pi\gamma}{1 + \sqrt{1+\gamma^2}}, \quad f_1 = \pi\gamma \psi(\gamma) / 2 = (1/\gamma) f_2
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Όπου $K(\cdot)$ είναι το πλήρες ελλειπτικό ολοκλήρωμα πρώτου είδους. $\sigma=1$ για τα ηλεκτρόνια και -1 για τα πιόνια και p_{\parallel} είναι η παράλληλη προς το ηλεκτρικό πεδίο συνιστώσα της ορμής p του παραγόμενου σωματιδίου.

Από την (3.1) εξάγονται οι απλοποιημένες ασυμπτωτικές σχέσεις στις οποίες θα αναφερθούμε αν και δεν θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα εργασία. Για τις δύο περιοχές του γ $\gamma \ll 1$ και $\gamma \gg 1$ έχουμε:

Για την περίπτωση όπου $\gamma \ll 1$ το φάσμα $n\hbar\omega$ των διαδικασιών η φωτονίων είναι πρακτικά συνεχές και δίνει το μη διαταραχτικό αποτέλεσμα

$$w_p \simeq \frac{1}{2^{2/3} \pi^4 V_c} (\mathcal{E}_c / \mathcal{E})^{5/2} \exp \left(-\pi (\mathcal{E}_c / \mathcal{E}) \left(1 - \frac{1}{8} \gamma^2 + O(\gamma^4) \right) \right)$$

Ενώ ο αριθμός των παραγομένων ζευγών δίνεται από:

$$N(\tau) = 2^{-3/2} n_0^4 (\mathcal{E}_c / \mathcal{E})^{5/2} \exp \left(-\frac{\pi \mathcal{E}_c}{\mathcal{E}} \left(1 - \frac{1}{2 \left(n_0 \frac{\mathcal{E}_c}{\mathcal{E}} \right)^2} \right) \right) (\omega \tau / 2\pi)$$

τ είναι η χρονική διάρκεια του παλμού.

Όμως για την πολυφωτονική και διαταρακτικής φύσεως περίπτωση $\gamma \gg 1$

$$w_n \simeq \frac{1}{\pi^3 V_c} (n_0)^{-5/2} \left(\frac{e}{4\gamma} \right)^{2n} q(n - n_0)$$
$$q(n - n_0) = \frac{1}{2} e^{-2(n-n_0)} \int_0^{2(n-n_0)} e^t t^{-1/2} dt$$

Καταλήγοντας στις εξής:

$$w_p \simeq \frac{1}{2^{3/2} \pi^3 V_c} (n_0)^{-5/2} \left(\frac{e}{4\gamma} \right)^{2n_0}$$
$$N(\tau) \approx 2\pi n_0^{3/2} \left(\frac{4\gamma}{e} \right)^{-2n_0} (\omega\tau / 2\pi)$$

Έχει γίνει εκτενή μελέτη της παραγωγής e^+e^- με τη χρήση της μεθόδου του φανταστικού χρόνου λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή του παλμού και τη χρονική του διάρκεια για την περιοχή του ορατού και των XFEL στην [12], ενώ στην [13] η περίπτωση των XFEL αναλύεται με λεπτομέρεια. Αν και για την περιοχή $\gamma \gg 1$, ο αριθμός των παραγομένων ζευγών $N(\tau)$ ακολουθεί συμπεριφορά δύναμης και επομένως παρέχει ένα κατά πολύ πιο αποδοτικό μηχανισμό δημιουργίας ζευγών, απαιτούνται φωτόνια αρκετά μεγάλης ενέργειας που θα δίνονται από μελλοντικά συστήματα λέιζερ ακτίνων γ εκτός και αν χρησιμοποιηθούν άλλες τεχνικές όπως αναφέρεται στην [28]. Για παράδειγμα για μελλοντικά συστήματα λέιζερ Exawatt ή Zetawatt [44], [45] με εντάσεις που πλησιάζουν το 10^{26} W/cm^2 και άνω, η εξίσωση (1.6) με $\hbar\omega = 1 \text{ eV}$, $n_0 = 1.02 \times 10^6$ και ένταση ηλεκτρικού πεδίου $\mathcal{E} = 10^{16} - 10^{17} \text{ V/m}$ (κοντά στο \mathcal{E}_c), $\gamma = 1.33 \times 10^{-5}$ και διάρκεια παλμού $\tau \sim 150 \text{ fs}$ δίνει $N(\tau) = 1.5 \times 10^{12}$ ζεύγη ηλεκτρονίων ποζιτρονίων.

Τα αποτελέσματα της απόδοσης των παραγόμενων ζευγών που θα παρουσιαστούν για ηλεκτρόνια και πιόνια εξήχθησαν από την χρήση της πλήρους εξίσωσης που περιγράφει όλο το εύρος τιμών του γ αντί των απλοποιημένων ασυμπτωτικών εξισώσεων. Η επιλογή αυτή έγινε λόγω της δυνατότητας της πλήρους εξίσωσης να δώσει καλύτερες εκτιμήσεις για την απόδοση της παραγωγής ζευγών ειδικότερα στην περιοχή που $\gamma=1$ [41]. Οι απλοποιημένες σχέσεις αντίθετα δεν μας επιτρέπουν

να μελετήσουμε πλήρως το φαινόμενο σε αυτή την περιοχή όπου παρατηρούνται όπως θα εξηγήσουμε στη συνέχεια αρκετά ενδιαφέροντα ευρήματα όπως σημεία τομής μεταξύ καμπυλών αριθμού παραγομένων ζευγών για διαδικασίες με διαφορετικές ενέργειες φωτονίων. Η ύπαρξη τέτοιων σημείων δείχνει ότι πολυφωτονικές διαδικασίες μεγάλης τάξης μπορούν να οδηγήσουν σε μεγαλύτερη απόδοση παραγωγής.

Επιπλέον μέσα από την διερεύνηση θα μελετηθεί και η εξάρτηση της παραγωγής ζευγών από το αν η πολυφωτονική τάξη είναι περιττού ή άρτιου αριθμού.

Επεκτείνοντας την μελέτη θα χρησιμοποιηθεί η πλήρης σχέση του Poynting για την δυνατότητα παραγωγής πιονίων.

Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς που παρουσιάζονται η σχέση (3.1) χρησιμοποιήθηκε όταν $n = n_0 + 1$, καθώς ο όρος αυτός θα δώσει τη μέγιστη συνεισφορά. Επομένως αφού εξάγουμε για τις δεδομένες ενέργειες φωτονίων και εύρους έντασης ηλεκτρικού πεδίου την πολυφωτονική τάξη n_0 σύμφωνα με την σχέση (3.2), υπολογίζουμε την πυκνότητα πιθανότητας w_n για $n = n_0 + 1$. Για να αποφύγουμε ασυνέχειες στρογγυλοποιούμε τη $n_0 + 1$ στην πιο κοντινή ακέραια τιμή που θα συμβολίσουμε σαν $[n_0 + 1]$. Αυτό συνεπάγεται ότι με την αύξηση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου η $[n_0 + 1]$ παίρνει περιττές και άρτιες τιμές και λόγω της ύπαρξης του όρου $1 + \sigma(-1)^n \cos \xi_n x$ του J_n , ταλαντώνεται ανάλογα όπως θα φανεί και στα γραφήματα. Πρέπει να σημειωθεί ότι αυτή η ταλάντωση παρατηρείται στην δημιουργία φερμιονίων ($\sigma = -1$) και μποζονίων ($\sigma = 1$). Όμως όπως είναι αναμενόμενο όταν επιχειρήσουμε να παρατηρήσουμε παραγόμενα ζεύγη με $p_{\parallel} = 0$. Τότε η πιθανότητα $w_n \propto 1 + \sigma(-1)^n$ δίνει το γνωστό κανόνα επιλογής: τα φερμιόνια (με $p_{\parallel} = 0$) παράγονται από περιττού αριθμού αρμονικές συχνότητες ενώ τα μποζόνια (με $p_{\parallel} = 0$) από άρτιου αριθμού. Από τη στιγμή που η παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων και πιονίων συμβαίνει για διαφορετικές μάζες σωματιδίων και εύρος εντάσεων ηλεκτρικών πεδίων, οι πιθανότητες και οι αριθμοί παραγόμενων ζευγών εξάγονται ξεχωριστά.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει σκοπός είναι να εφαρμοστεί και να διερευνηθεί αριθμητικά η θεωρία του Ρορον σε μια πειραματική διάταξη ανάλογη αυτής του πειράματος E144. Είναι ενδιαφέρον να σχολιαστεί και η απόδοση άλλων φυσικών μηχανισμών που μπορεί κανείς να εφαρμόσει σε μια τέτοια διάταξη. Αν επιλέξουμε να χρησιμοποιήσουμε το μηχανισμό Breit Wheeler μέσω μη γραμμικής σκέδασης Compton και συνυπολογίζοντας τις απώλειες που θα υπάρξουν λόγω ακτινοβολίας κατά τις συγκρούσεις φωτονίων – ηλεκτρονίων η απόδοση της παραγωγής ζευγών θα είναι χαμηλότερη από αυτής της θεωρίας Ρορον λόγω χαμηλών διατομών σκέδασης (cross sections) για τα παραπάνω συμβάντα. Ένα ενδιαφέρον προτεινόμενο πείραμα που μπορεί να μας δώσει μια εκτίμηση της συνεισφοράς ενός τέτοιου μηχανισμού Breit Wheeler στην διάταξη που προτείνουμε αναλύεται στο άρθρο [46] και στο οποίο θα αναφερθούμε σε παρακάτω σημείο και με μεγάλη λεπτομέρεια στο επόμενο κεφάλαιο.

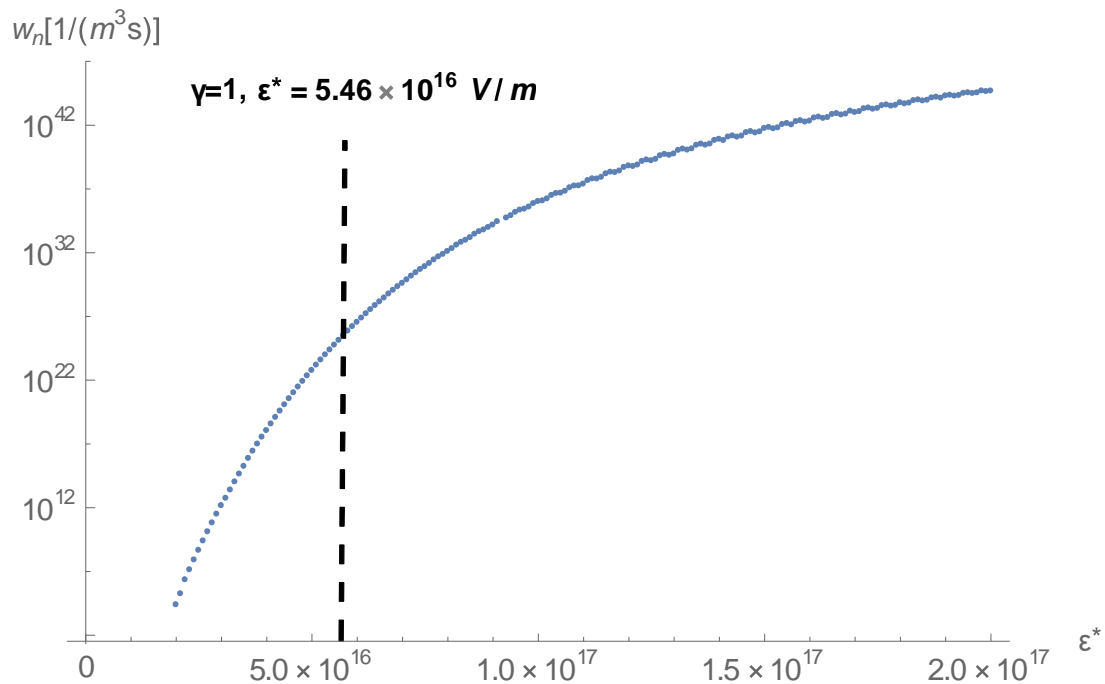
3.2 Παραγωγή ζευγών $e^+ e^-$ με την χρήση διάταξης ανάλογης του πειράματος E144.

Ας θεωρηθεί μια πειραματική διάταξη της οποίας η λειτουργία βασίζεται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο μια δέσμη λέιζερ υψηλής εστιακής έντασης (όπου για την περίπτωση του συστήματος ELI μπορεί να φτάσει σε εντάσεις της τάξεως του $I \sim 10^{24} \text{ W / cm}^2$), υπερ-βραχείας διάρκειας ($\tau \sim 150 \text{ fs}$) και ενέργειας φωτονίου $\hbar\omega = 1 \text{ eV}$ χρησιμοποιείται για την παραγωγή και επιτάχυνση δέσμης ηλεκτρονίων (φορτίου ώστε να φτάσουν σε σχετικιστικές ενέργειες της τάξης των μερικών GeV (θεωρητικές εκτιμήσεις για το ELI φτάνουν έως τα 100 GeV), όπως περιγράφεται στις [44]. Στο δεύτερο στάδιο τα ηλεκτρόνια συγκρούονται μετωπικά με μέρος της ίδιας δέσμης λέιζερ, έτσι ώστε η επίδραση του μαγνητικού πεδίου να θεωρηθεί αμελητέα. Στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων τα φωτόνια έχουν ενέργεια

$\hbar\omega^* = \gamma_L \hbar\omega$ όπου $\gamma_L = \frac{E_{e\text{-beam}}}{mc^2}$ είναι ο παράγοντας Lorentz, ενώ η ένταση του

ηλεκτρικού πεδίου είναι $\mathcal{E}^* = \gamma_L \mathcal{E}$. Η διάταξη αυτή είναι όπως έχει αναφερθεί ανάλογη με αυτή του πειράματος E144.

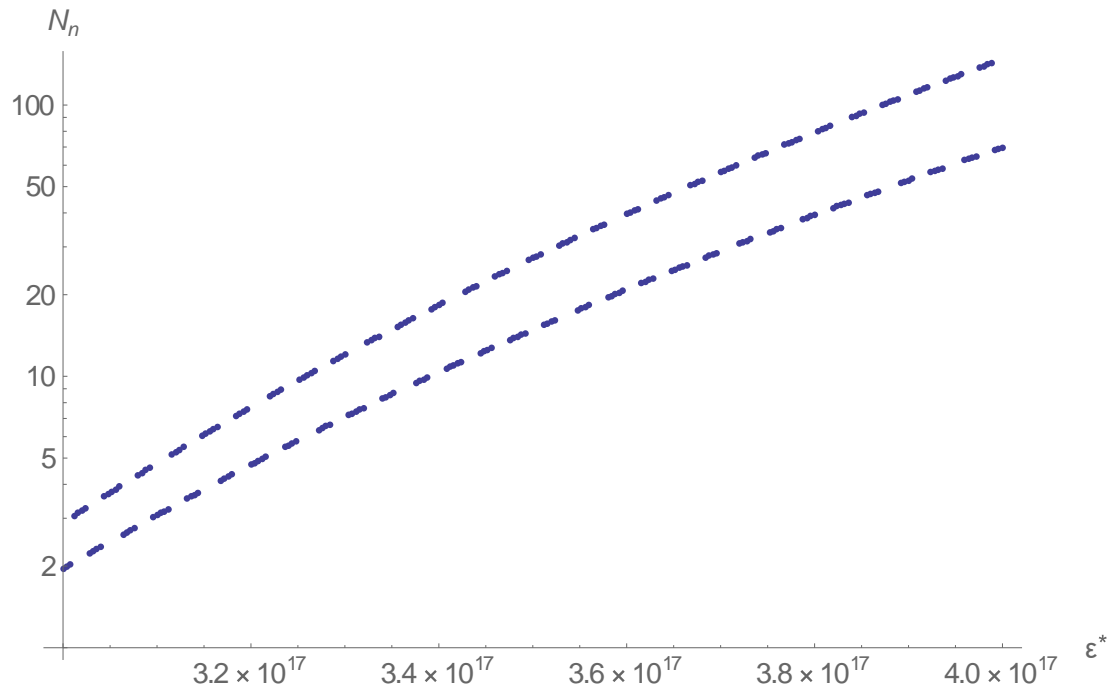
Με βάση αυτές τις παραμέτρους υπολογίστηκε η πυκνότητα πιθανότητας από την σχέση (3.1) για την $[n_0+1]$ πολυφωτονική τάξη σε συνάρτηση με την ένταση \mathcal{E}^* για την περίπτωση $E_{e-beam} = 10 \text{ GeV}$. Σε αυτή την περίπτωση παράγοντας Lorentz είναι $\gamma_L = 2 \times 10^4$. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο ημιλογαριθμικό Γράφημα 3.1 όπου σχεδιάστηκε η πυκνότητα πιθανότητας συναρτήσει του \mathcal{E}^* για τιμές του ηλεκτρικού πεδίου από $2 \times 10^{16} - 4 \times 10^{17} \text{ V/m}$



Γράφημα 3.3 Πιθανότητα παραγωγής ζευγών $e^+ e^-$ ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα χρόνου w_n συναρτήσει της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}^* για $E_{e-beam}=10 \text{ GeV}$. Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή αναπαριστά την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που αντιστοιχεί στην τιμή $\gamma=1$ ($\mathcal{E}^*=5.46 \times 10^{16} \text{ V/m}$)

Σε αυτό το γράφημα η πολυφωτονική τάξη $[n_0 + 1]$ παίρνει τιμές από 185 έως 245. Όπως αναμενόταν η ταλάντωση μεταξύ των άρτιων και περιττών τιμών του $[n_0 + 1]$ είναι ορατή στο γράφημα όπου οι πάνω τελείες αντιστοιχούν περιττής τάξης πολυφωτονική ενώ οι κάτω σε άρτιες.

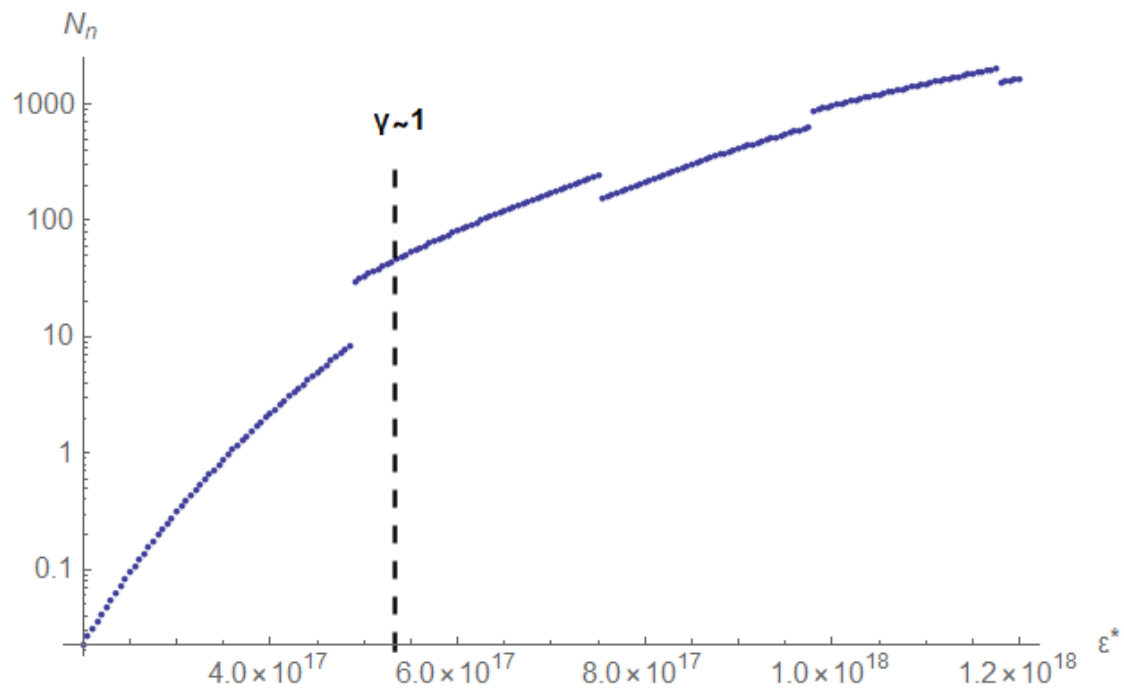
Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί το ημι-λογαριθμικό Γραφήματος 3.2 του αριθμού των παραγόμενων ζευγών $N_n = V w_n$ συναρτήσει του \mathcal{E}^* το οποίο αντιστοιχεί σε αυτό του Γραφήματος 3.1. Σαν τυπικός όγκος αλληλεπίδρασης θεωρήθηκε να είναι $V = 10\lambda^3\tau \sim 10^{-48}m^3s$, λ είναι το μήκος κύματος της δέσμης του λέιζερ και τ η χρονική διάρκεια του παλμού



Γράφημα 3.4 Αριθμός παραγόμενων ζευγών e^+e^- N_n συναρτήσει της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}^* για $E_{e\text{-beam}}=10$ GeV.

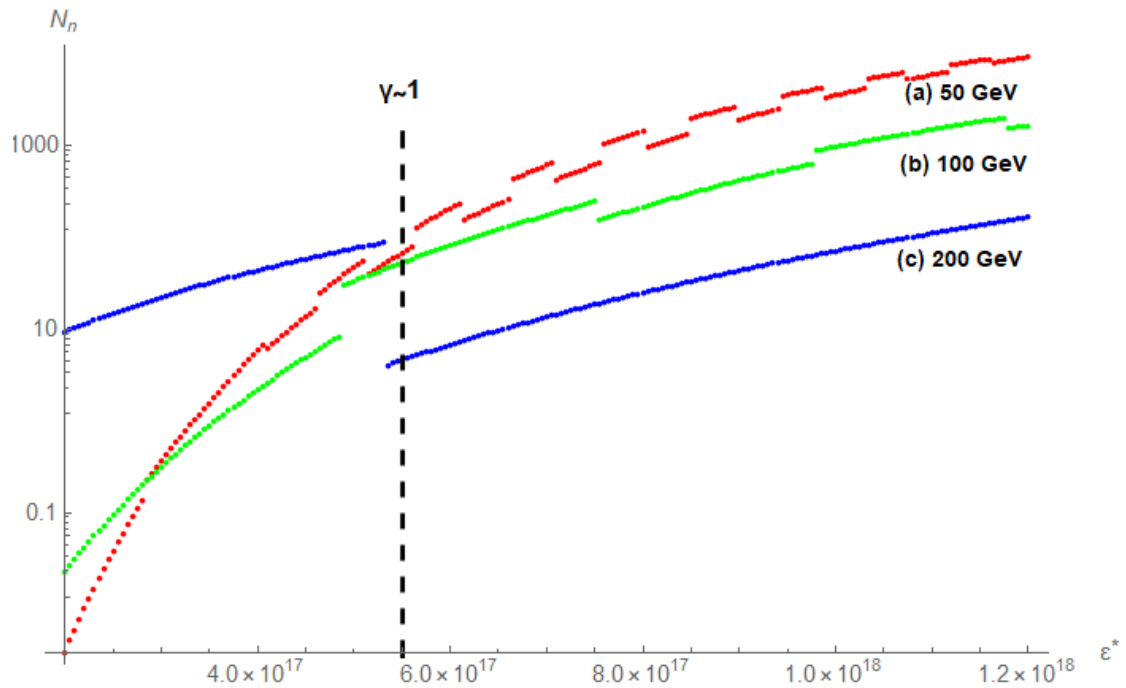
Σε αυτό το γράφημα η περίπτωση $\gamma \sim 1$ αντιστοιχεί σε $\mathcal{E}^* \sim 5.46 \times 10^{16} V/m$, $n_0 \sim 57$ δεν φαίνεται καθώς οδηγεί σε πολύ μικρό αριθμό παραγόμενων ζευγών. Επιπλέον παρατηρείται πιο καθαρά η ταλάντωση της J_n (3.3) καθώς γίνεται η μετάβαση από άρτιας τάξης πολυφωτονικές διαδικασίες σε περιττής.

Ωστόσο στο Γράφημα 3.3 εξετάστηκε η περίπτωση $E_{e-beam}=100\text{ GeV}$ ($\gamma_L=2\cdot 10^5$) όπου η περιοχή που $\gamma \sim 1$ η οποία αντιστοιχεί σε $\mathcal{E}^* \sim 5.46 \times 10^{17}\text{ V/m}$, $n_0 \sim 5$, φαίνεται με σαφήνεια, δίνοντας κατά προσέγγιση 100 ζεύγη ανά παλμό και για τον ίδιο τετρα-όγκο αλληλεπίδρασης. Η περιοχή για αριστερά της τιμής $\mathcal{E}^* \sim 5 \times 10^{17}\text{ V/m}$ ανταποκρίνεται σε $\gamma > 1$ (τυπικά πολυφωτονική) και η δεξιά της τιμής σε $\gamma < 1$ (φαινόμενο πεδίου).



Γράφημα 3.5 Αριθμός παραγομένων ζευγών e^+e^- N_n συναρτήσει της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}^* για $E_{e-beam}=100\text{ GeV}$. Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή αναπαριστά την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που αντιστοιχεί στην τιμή $\gamma=1$ ($\mathcal{E}^* = 5.46 \cdot 10^{16}\text{ V/m}$).

Τέλος στο γράφημα 3.4 παρουσιάζεται η εξάρτηση του αριθμού των παραγομένων ζευγών N_n από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}^* για τρεις περιπτώσεις: $E_{e-beam} = 50\text{ GeV}$ ($\gamma_L = 1 \times 10^5$) (κόκκινη καμπύλη), 100 GeV ($\gamma_L = 2 \times 10^5$) (πράσινη καμπύλη), 200 GeV ($\gamma_L = 4 \times 10^5$) (μπλε καμπύλη). Η περίπτωση των 200 GeV μπορεί να γίνει επιτεύξιμη στο μέλλον.



Γράφημα 3.6 Αριθμός παραγομένων ζευγών e^+e^- N_n συναρτήσει της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}^* για $E_{e\text{-beam}}$ (α) 50, (β) 100 και (γ) 200 GeV. Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή αναπαριστά την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που αντιστοιχεί στην τιμή $\gamma=1$ ($\mathcal{E}^* = 5.46 \cdot 10^{17}$ V/m).

Όπως αναμενόταν λόγω της πολυφωτονικής φύσης του φαινομένου είναι εμφανής η ύπαρξη μια περιοχής όπου έχουμε σημεία τομής των καμπυλών, δηλαδή η απόδοση παραγωγής ζευγών είναι ίση για διαφορετικές ενέργειες φωτονίων $\hbar\omega^*$. Για την ακρίβεια σημεία τομής εμφανίζονται: 1) μεταξύ της καμπύλης των 50 GeV και αυτής των 100 GeV για $\mathcal{E}^* \sim 4.9 \times 10^{17}$ V/m και $N_n \sim 10$ ζεύγη, 2) μεταξύ της καμπύλης των 200 GeV και των 100 GeV για $\mathcal{E}^* \sim 5.1 \times 10^{17}$ V/m και $N_n \sim 100$ ζεύγη, 3) μεταξύ της καμπύλης των 50 GeV και των 200 GeV για $\mathcal{E}^* \sim 5 \times 10^{17}$ V/m και $N_n \sim 100$ ζεύγη. Για την καμπύλη των 50 GeV η πολυφωτονική τάξη n_0 παίρνει τιμές από 12 έως 50, για τις τιμές της έντασης που φαίνονται στο γράφημα. Για την καμπύλη των 100 GeV η n_0 από 6 έως 14, ενώ για αυτή των 200 GeV από 3 έως 5. Επομένως όσο αυξάνεται η ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων τόσο μειώνονται η πολυφωτονική τάξη και ο αριθμός παραγομένων σωματιδίων για σταθερό κοινό

εύρος τιμών \mathcal{E}^* . Πιο συγκεκριμένα όσο πιο μεγάλη είναι η ενέργεια της δέσμης η διαδικασία της παραγωγής τείνει και σχεδόν γίνεται μονοφωτονική.

Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Σημείο τομής	Ένταση ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}^*	Αριθμός ζευγών N_n
50 GeV -100GeV	$4.9 \times 10^{17} \text{ V / m}$	10
100 GeV – 200GeV	$5.1 \times 10^{17} \text{ V / m}$	100
50GeV – 200 GeV	$5 \times 10^{17} \text{ V / m}$	100

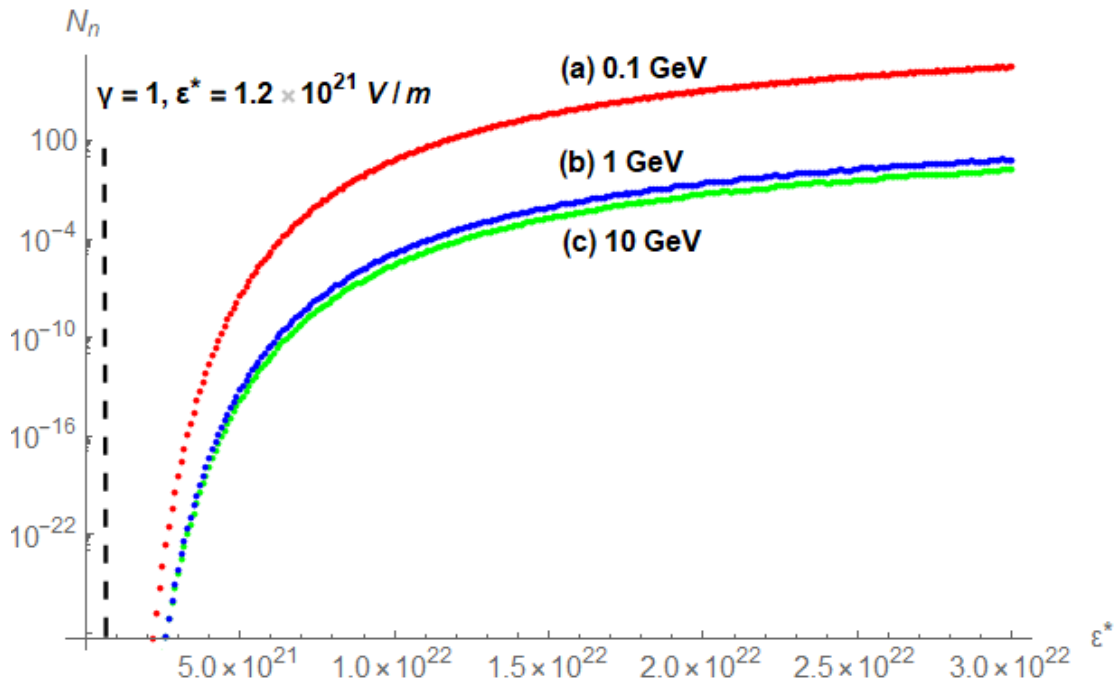
3.3 Παραγωγή ζευγών $\pi^+ \pi^-$ με την χρήση διάταξης ανάλογης του πειράματος E144.

Σε αυτό το μέρος διερευνάται η παραγωγή ζευγών πονίων με την χρήση της ίδιας διάταξης με αυτήν της προηγούμενης ενότητας.

Τα πόνια είναι σωματίδια μάζας $139.570 \text{ MeV} / c^2$ και ίδιου φορτίου με αυτό των ηλεκτρονίων. Η κρίσιμη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου για την δημιουργία $\pi^+ \pi^-$ είναι $\mathcal{E}_{c\pi} = (m_{\pi} c^2) / e \lambda_{c\pi} = 1.041 \times 10^{23} \text{ V / m}$ ($\lambda_{c\pi} = 11.7 \times 10^{-15} \text{ m}$) και η κρίσιμη ισχύς του λέιζερ είναι της τάξης του 10^{43} W/m^2 . Για να επιτύχουμε αυτές τις τιμές προτείνεται η χρήση μιας δέσμης ενός XFEL λέιζερ με ενέργεια φωτονίου $\hbar\omega = 100 \text{ eV}$ [13] ώστε να μπορέσουμε να πλησιάσουμε την κρίσιμη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που απαιτείται για την δημιουργία πονίων, πράγμα που όπως αντιλαμβάνεται κανείς θέλει ισχύς που δεν μπορούμε να επιτύχουμε με συμβατικά συστήματα λέιζερ. Αυτή η δέσμη λέιζερ θα δημιουργήσει και θα επιταχύνει μια δέσμη ηλεκτρονίων η οποία θα συγκρουστεί μετωπικά με την ίδια εστιασμένη

δέσμη XFEL [29], [38]. Στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων η ενέργεια των φωτονίων θα είναι $\hbar\omega^* = \gamma_L \hbar\omega$ όπου ο συντελεστής Lorentz είναι $\gamma_L = E_{e-beam}/mc^2$

Στο γράφημα 3.7 απεικονίζονται τα αποτελέσματα για τον αριθμό των παραγομένων πονίων (το αντίστοιχο του Γραφήματος 3.6 για την παραγωγή ηλεκτρονίων ποζιτρονίων) για ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων $E_{e-beam} = 0.1 \text{ GeV}$ ($\gamma_L = 20$) κόκκινη καμπύλη, 1 GeV ($\gamma_L = 2 \times 10^3$) μπλε καμπύλη και 10 GeV ($\gamma_L = 2 \times 10^4$) πράσινη καμπύλη, για τις επιλεγμένες τιμές του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}^* .



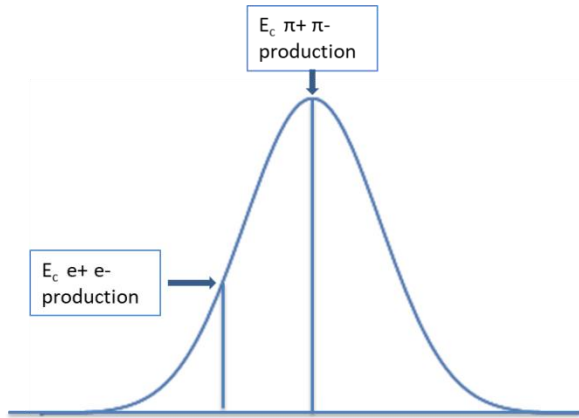
Γράφημα 3.7 Αριθμός παραγομένων ζευγών $\pi^+\pi^-$ N_n συναρτήσει της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \mathcal{E}^* για E_{e-beam} (α) 0.1, (β) 1 και (γ) 10 GeV. Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή αναπαριστά την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που αντιστοιχεί στην τιμή $\gamma=1$ ($\mathcal{E}^*=1.12 \cdot 10^{21} \text{ V/m}$).

Τα αριθμητικά αποτελέσματα υπολογίστηκαν με την χρήση της εξίσωσης (3.1) και για 4 –ογκο αλληλεπίδρασης $V = 10\lambda^3\tau \sim 10^{-46} m^3 s$ (με $\lambda \sim 10^{-8} m$, $\tau \sim 0.1 fs$). Για την πάνω καμπύλη το εύρος του κατωφλίου της πολυφωτονικής τάξης είναι περίπου 10^8 έως 10^9 , για την μεσαία καμπύλη από 10^6 έως 10^7 και για την κατώτερη καμπύλη από 300 έως 2000.

Πρέπει να σημειωθεί ότι και για τις τρεις περιπτώσεις $\gamma > 1$ το οποίο σε συνδυασμό με τις υψηλής τάξης πολυφωτονικές σημαίνει ότι για να έχουμε μετρήσιμο αριθμό παραγομένων πιονίων πρέπει να εστιάσουμε στην περιοχή που επικρατεί το φαινόμενο πεδίου. Επιπλέον τα σημεία τομής μεταξύ των καμπυλών εμφανίζονται για τιμές του \mathcal{E}^* σχετικά μικρότερες του $\mathcal{E}_{c\pi}$ και χαμηλής αποδόσεως σε παραγωγή.

Επομένως ένα πρώτο συμπέρασμα είναι ότι σύμφωνα με την μέθοδο του φανταστικού χρόνου είναι ότι επαρκής αριθμός ζευγών πιονίων μπορεί να ανιχνευτεί στην περιοχή του field effect και για υψηλές τάξεις πολυφωτονικών διαδικασιών.

Το κρίσιμο ερώτημα που προκύπτει είναι αν η απόδοση των παραγομένων πιονίων είναι ανιχνεύσιμη σε εντάσεις του ηλεκτρικού πεδίου κοντά στη κρίσιμη ένταση $\mathcal{E}_{c\pi}$ όπου είναι παρόντα e^+e^- και $\pi^+ \pi^-$. Πιο συγκεκριμένα η αρχή διατήρησης της ενέργειας και η αρχή της αβεβαιότητας υπαγορεύουν ότι έχουμε παραγωγή ενός ζεύγους e^+e^- όταν η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι \mathcal{E}_{ce} και για τον τετρα όγκο Compton του ηλεκτρονίου $\lambda_{ce}^3 \times \lambda_{ce}/c = 7.4 \times 10^{-59} m^3 s$. Ξεπερνώντας την \mathcal{E}_{ce} και φτάνοντας στην $\mathcal{E}_{c\pi}$ ο αριθμός των ζευγών που παράγονται μέσα σε ένα τυπικό όγκο αλληλεπίδρασης (πχ κοντά στο όριο περίθλασης του λέιζερ) παραμένει σταθερός (αυτός είναι και ο λόγος που τα γραφήματα 3.1 έως 3.4 σταματάνε στο \mathcal{E}_{ce}). Ωστόσο τα ηλεκτρόνια αποκτούν ορμή καθώς επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο του λέιζερ μέσα σε αυτόν τον μικρό όγκο αλληλεπίδρασης με αποτέλεσμα να απορροφούν ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο. Συνεπώς προσεγγίζοντας $\mathcal{E}_{c\pi} > \mathcal{E}_{ce}$ πρέπει να εξεταστεί αν η ενέργεια επαρκεί για αποδοτική δημιουργία πιονίων.



Εικόνα 2.1 Σχεδιάγραμμα ενός παλμού λέιζερ και της παραγωγής σωματιδίων καθώς αυξάνεται η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου

Μια λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι να δημιουργηθεί μια διαδικασία επιλογής μεταξύ της διαδικασίας παραγωγής ηλεκτρονίων ή πιονίων. Ένας τρόπος είναι να ελαχιστοποιήσουμε τον αριθμό των παραγόμενων ηλεκτρονίων και να αυξήσουμε την πιθανότητα παραγωγής πιονίων μέσα από την επιλογή πολυφωτονικής τάξης..

Όπως φάνηκε από την παραπάνω ανάλυση η πολυφωτονική τάξη της παραγωγής ζευγών έχει κρίσιμο ρόλο. Διαδικασίες χαμηλής πολυφωτονικής τάξεις οι οποίες επιτυγχάνονται από υψηλότερης ενέργειας δέσμη ηλεκτρονίων είναι λιγότερο αποδοτικές για σταθερές παραμέτρους της δέσμης του λέιζερ όπως μπορεί να φανεί στα γραφήματα 3.4 και 3.5. Επομένως εάν κάποιος θελήσει να εντοπίσει επαρκή αριθμό πιονίων πρέπει να διαλέξει παραμέτρους της δέσμης του λέιζερ αλλά και των ηλεκτρονίων τέτοιες ώστε η παραγωγή e^+e^- να είναι χαμηλής πολυφωτονικής τάξης ενώ αυτή των $\pi^+\pi^-$ να είναι υψηλής τάξης.

Πιο συγκεκριμένα ας θεωρηθεί ένα προφίλ έντασης ηλεκτρικού πεδίου του παλμού λέιζερ τέτοιο ώστε στο σύστημα αναφοράς των ηλεκτρονίων η ένταση \mathcal{E}^* αυξάνει από το μηδέν στην \mathcal{E}_{ce} και έπειτα παίρνει μέγιστες τιμές κοντά στην $\mathcal{E}_{c\pi}$ και μετά πέφτει σταδιακά στο μηδέν. Στη \mathcal{E}_{ce} ο αριθμός των παραγομένων ζευγών ηλεκτρονίων - ποζιτρονίων πρέπει να είναι μικρός έτσι ώστε να απορροφηθεί ένα μικρό ποσό ενέργειας για την επιτάχυνση τους καθώς το ηλεκτρικό πεδίο θα συνεχίζει να αυξάνεται φτάνοντας την κρίσιμη ένταση για την παραγωγή πιονίων

$\mathcal{E}_{c\pi}$. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί για χαμηλής πολυφωτονικής τάξης διαδικασίες παραγωγής e^+e^- . Πλησιάζοντας την $\mathcal{E}_{c\pi}$ δημιουργούνται ζεύγη $\pi^+ \pi^-$ και για να έχουμε υψηλή απόδοση πρέπει να στραφούμε σε μεγάλης τάξης πολυφωτονικές διαδικασίες.

Ένα αριθμητικό παράδειγμα του παραπάνω ισχυρισμού είναι το εξής. Ένας παλμός έντασης $I \sim 10^{24} \text{ W/cm}^2$ που η μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου που μπορεί να επιτύχει $E = 2 \times 10^{15} \text{ V/m}$ και ενέργεια φωτονίου $\hbar\omega = 3 \text{ eV}$. Ο παλμός έρχεται σύγκρουση με δέσμη ηλεκτρονίων ενέργειας $E_{e\text{-beam}} = 200 \text{ GeV}$ ($\gamma_L = 4 \times 10^5$). Όταν $\mathcal{E} \sim 2 \times 10^{15} \text{ V/m}$, $\mathcal{E}^* \sim 10^{17} \text{ V/m}$ και $\hbar\omega^* = 1200 \text{ keV}$. Από τις εξισώσεις και για τετραόγκο αλληλεπίδρασης $V = 10\lambda^3\tau \sim 10^{-51} \text{ m}^3\text{s}$, ο αριθμός των παραγόμενων e^+e^- είναι της τάξης 10^3 ζεύγη και η πολυφωτονική τάξη είναι αντίστοιχα $n_0 \sim 5$. Όσο η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου αυξάνει, φτάνει στη μέγιστη ένταση του κοντά στην $\mathcal{E}_{c\pi} = \gamma_L \times 10^{17} \text{ V/m} \sim 10^{22} \text{ V/m}$, ο αριθμός των παραγόμενων ζευγών πιονίων εκτιμάται να φτάσουν τα 10^2 ζεύγη με πολυφωτονική τάξη κατωφλίου $n_0 = 10^4$. Τέτοιοι υπολογισμοί επιβεβαιώνουν την δυνατότητα παραμετροποίησης ή και επιλογής μεταξύ της διαδικασίας παραγωγής των ζευγών ηλεκτρονίων και πιονίων και την πιθανή πειραματική παρατήρηση τους κατά την αλληλεπίδραση υπερισχυρών παλμών λέιζερ με δέσμες ηλεκτρονίων μεγάλης ενέργειας όπως έχουν προταθεί σε συστήματα όπως το ELI[44], το ORION [47] και το πρόγραμμα IZEST-ICAN [45], [48].

Τα παραπάνω αποτελέσματα δημοσιεύτηκαν στο άρθρο [41]

Κεφάλαιο 4

Προτεινόμενες διατάξεις για την παραγωγή ζευγών σωματιδίων αντισωματιδίων από το κενό. Πιθανές εφαρμογές τους πέραν της πειραματικής επιβεβαίωσης του φαινομένου.

Η παρούσα εργασία ολοκληρώνεται με το κεφάλαιο που ακολουθεί και το οποίο θα επικεντρωθεί σε μελλοντικά θέματα που μπορεί να επεκταθεί κάποιος με αφετηρία το σύνολο των θεμάτων που μελετήθηκαν κατά τη διάρκεια της παρούσας διατριβής. Ειδικότερα καθώς αναπτύσσονται ολοένα και περισσότερες προτάσεις για την πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου [46], [49], [50] κρίνεται σκόπιμο και πολύ χρήσιμο να αναφερθεί κανείς στα επόμενα βήματα που θα ακολουθηθούν συνεχίζοντας την διερεύνηση του φαινομένου.

Για να γίνει αυτό στην πρώτη ενότητα θα εστιάσουμε στην παρουσίαση μιας σύγχρονης πρότασης παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από τους O. J. Pike, F. Mackenroth, E. G. Hill & S. J. Rose στο περιοδικό Nature Photonics [46]. Φωτόνια γ τα οποία δημιουργήθηκαν από μια δέσμη ηλεκτρονίων υψηλής ενέργειας αλληλεπιδρούν με φωτόνια ακτίνων X που προήλθαν από εκπομπή μέλανος σώματος, με αποτέλεσμα την δημιουργία e^+e^- . Η παραπάνω πρόταση συγκεντρώνει το ενδιαφέρον από την άποψη ότι βασιζόμενη στο μηχανισμό Breit Wheeler, χρησιμοποιεί δύο δέσμες με μεγάλο αριθμό αλληλεπιδρώντων φωτονίων, με αποτέλεσμα τη μεγιστοποίηση κατά το δυνατόν, των παραγόμενων ζευγών.

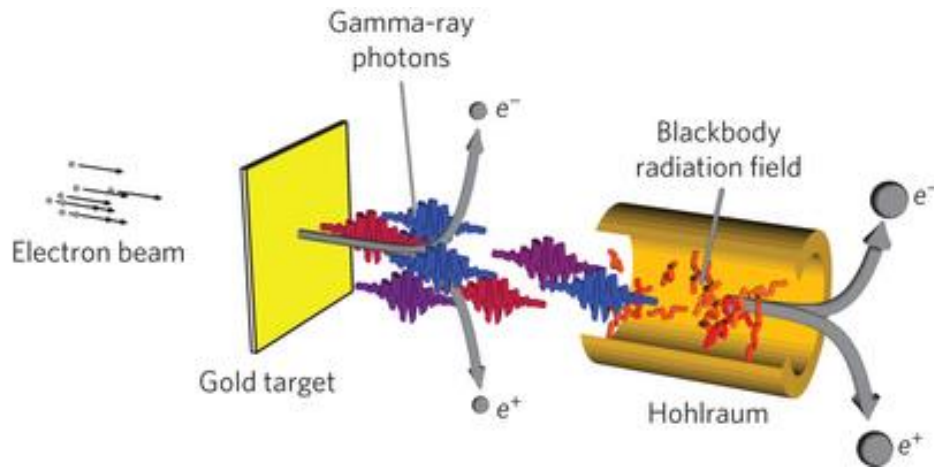
Στην επόμενη ενότητα θα εξεταστεί η προηγούμενη πρόταση με παραμέτρους κοντινές σε αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στο κεφάλαιο 2 με σκοπό να κάνουμε μια αντιπαραβολή των δύο διατάξεων (αυτής του κεφαλαίου 2 με την παραπάνω) αναφερόμενοι σε πλεονεκτήματα της μιας έναντι της άλλης.

Τέλος θα διερευνηθεί η απόδοση της διάταξης του κεφαλαίου 2 αναφορικά με τη παραγωγή μιονίων από την διάσπαση των πιονίων. Όπως είναι γνωστό τα μύονια μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αντιδράσεις σύντηξης Δευτερίου - Δευτερίου ή Δευτερίου - Τριτίου σαν καταλύτης.

4.1. Παρουσίαση σύγχρονων πειραματικών προτάσεων

4.1.α. Σκέδαση φωτονίου – φωτονίου σε κοιλότητα που βρίσκεται στο κενό. Περιγραφή της διάταξης και παρουσίαση αποτελεσμάτων όσον αφορά την απόδοσή της.

Σε πρόσφατη εργασία των τους O. J. Pike, F. Mackenroth, E. G. Hill & S. J. Rose στο περιοδικό Nature Photonics με τίτλο “ A photon – photon collider in a vacuum hohlraum “, προτείνουν μία διάταξη για την πειραματική παρατήρηση της παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου. Ο φυσικός μηχανισμός που χρησιμοποιήθηκε είναι οι πολυφωτονικές διαδικασίες Breit - Wheeler όπως εκφράζεται από την εξίσωση $\gamma + n\gamma' \rightarrow e^+ e^-$. Ωστόσο δόθηκε μεγαλύτερη βαρύτητα στην περίπτωση της σκέδασης ενός φωτονίου από φωτόνιο. Τέτοιου είδους σκέδασης δεν ήταν δυνατό να μελετηθεί στο πείραμα E144, καθώς η διαθέσιμη ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων έπρεπε να ήταν 200 GeV, δηλαδή ενέργεια μεγαλύτερη κατά ένα παράγοντα 4 από την τότε διαθέσιμη. Η συγκεκριμένη διάταξη μπορεί να υλοποιήσει πειραματικά την σκέδαση δύο φωτονίων δεδομένου ότι αυτά βρίσκονται στην περιοχή των ακτίνων - X πράγμα που είναι εφικτό με την υπάρχουσα τεχνολογία.



Εικόνα 4.1 Σχεδιάγραμμα της διάταξης του επιταχυντή φωτονίου φωτονίου. Η εκπομπή ακτινοβολίας πέδησης σχετικιστικής δέσμης ηλεκτρονίων καθώς περνάει από στερεό στόχο χρυσού χρησιμοποιείται για την δημιουργία μια δέσμης φωτονίων υψηλής ενέργειας. Στη συνέχεια τα φωτόνια εισέρχονται σε ένα θάλαμο κενού που αλληλεπιδρούν με υψηλής θερμοκρασίας θερμική ακτινοβολία παράγοντας ζεύγη ηλεκτρονίων ποζιτρονίων. © Nature Photonics, License Number 4271841066576

Στην εικόνα 4.1 απεικονίζεται η προτεινόμενη διάταξη στην [46]. Μια δέσμη ηλεκτρονίων ενέργειας της τάξης του GeV επιβραδύνεται συγκρουόμενη με στερεό στόχο χρυσού παράγοντας έτσι γ φωτόνια. Αυτά στη συνέχεια εισέρχονται σε μία κοιλότητα που βρίσκεται σε κενό, το οποίο έχει θερμανθεί μέσω λέιζερ ώστε να λειτουργεί σαν μέλαν σώμα εκπέμποντας φωτόνια X με τα οποία τα εισερχόμενα γ φωτόνια σκεδάζονται. Πλεονέκτημα της διάταξης είναι οι υψηλές ενέργειες και πυκνότητες φωτονίων X , χαρακτηριστικές της θερμικής ακτινοβολίας της κοιλότητας. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της πιθανότητας αλληλεπίδρασης $\gamma-X$ και άρα την αύξηση της απόδοσης στην παραγωγή e^+e^- .

Η θεωρητική αντιμετώπιση συνοψίζεται σε τρεις διαδικασίες της κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής από τις οποίες θα προκύψει ο εκτιμώμενος αριθμός παραγομένων ζευγών.

Καταρχήν η επιβράδυνση των ηλεκτρονίων στο στόχο χρυσού οφείλεται σχεδόν αποκλειστικά στη ακτινοβολία πέδησης με τη συνολική διατομή σκέδασης να δίνεται από τη σχέση

$$\frac{d\sigma_{ez}}{d\omega}(\omega, y) = \frac{\alpha r_0^2}{\omega} \left\{ \left(\frac{4}{3} - \frac{4}{3}y + y^2 \right) \times \left[Z^2 \left(\phi_1 - \frac{4}{3} \ln Z - 4f \right) + Z \left(\psi_1 - \frac{8}{3} \ln Z \right) + \frac{2}{3}(1-y) \left[Z^2 (\phi_1 - \phi_2) + Z(\psi_1 - \psi_2) \right] \right] \right\} \quad (4.1)$$

Όπου $y = \frac{\hbar\omega}{E}$ (ο λόγος της ενέργειας των εκπεμπόμενων φωτονίων προς την αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων), Z είναι ο ατομικός αριθμός του υπόβαθρου, α είναι η σταθερά λεπτής υφής και r_0 η κλασσική ακτίνα του ηλεκτρονίου. Οι συναρτήσεις $\phi_{1,2}$ και $\psi_{1,2}$ εκφράζουν την απεικόνιση του δυναμικού από τα ατομικά ηλεκτρόνια και f είναι ο όρος διόρθωσης Coulomb.

Σε ενέργειες ηλεκτρονίων μερικών GeV το φάσμα της ενέργειας επιβράδυνσης είναι σχετικά επίπεδο με περίπου το 40 % της ενέργειας να χάνεται καθώς τα ηλεκτρόνια παράγουν φωτόνια με ενέργεια $\hbar\omega > E/2$. Η απόδοση της παραγωγής αυτών των φωτονίων γ μπορεί να μεγιστοποιηθεί εάν ρυθμιστεί το πάχος του στόχου. Το βέλτιστο πάχος για το χρυσό είναι περίπου $X_0 = 3\text{mm}$, και ο αριθμός των εκπεμπομένων φωτονίων γ είναι 1×10^8 . Η θερμοκρασία της κοιλότητας είναι $kT = 100\text{eV}$ και το μήκος του $l \approx 1\text{cm}$. Σε αυτές τις συνθήκες ο κυρίαρχος μηχανισμός είναι η διαδικασία Breit-Wheeler δύο φωτονίων με πιθανότητα απορρόφησης ανά μονάδα μήκους διαδρομής

$$\frac{dp}{dx} = \frac{a^2}{\pi \tilde{\lambda}} \left(\frac{kT}{mc^2} \right)^3 f(v) \quad (4.2)$$

$\tilde{\lambda}$ είναι το μήκος κύματος Compton, $v \equiv m^2 c^4 / (\hbar \omega kT)$ και

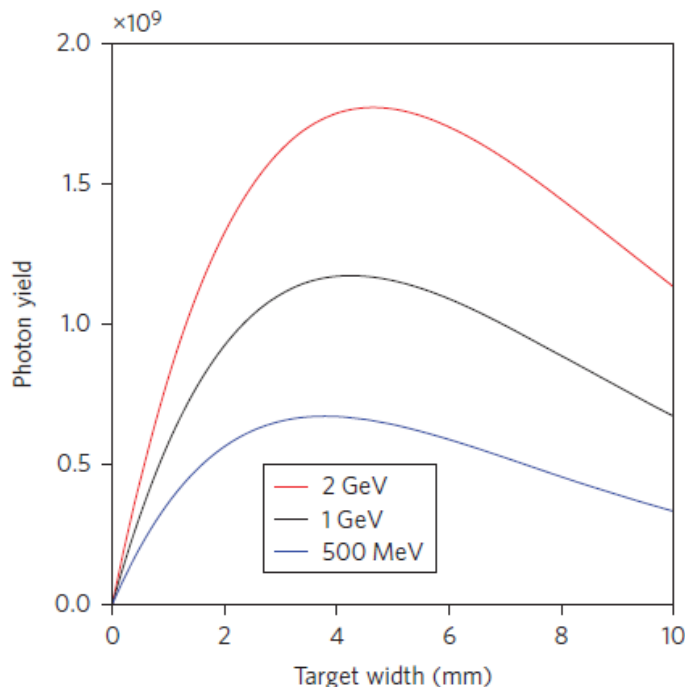
$$f(v) = \frac{2v^2}{\pi r_0^2} \int_v^\infty (e^\varepsilon - 1)^{-1} d\varepsilon \int_1^{\varepsilon/v} s \sigma_{\gamma\gamma}(s) ds \text{ με το } \sigma_{\gamma\gamma} \text{ δίνεται σε όρους } s = (E^* / mc^2)^2 \text{ του}$$

τετραγώνου της ενέργειας στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας. Για ένα

φωτόνιο ενέργειας της τάξης του GeV που διέρχεται από το θάλαμο $\nu \sim 1$ και $f(\nu) \sim 1$.

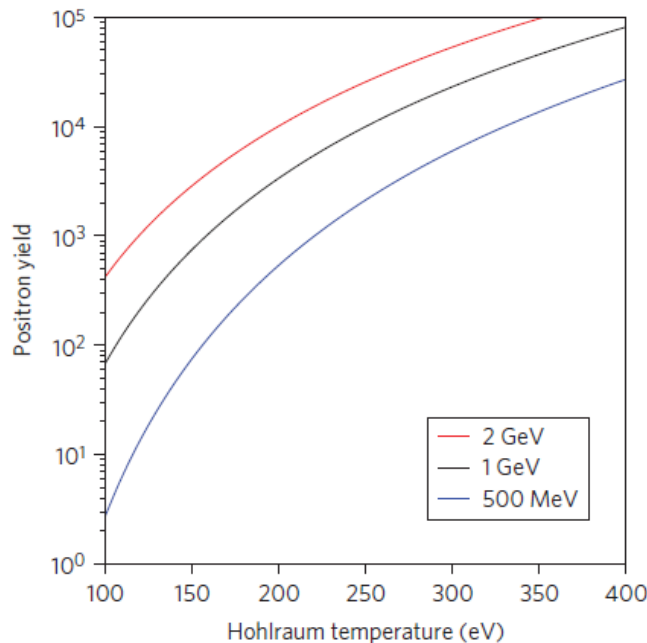
Η πιθανότητα να απορροφηθεί ένα φωτόνιο στην περίπτωση όπου $l = 1 \text{ cm}$ είναι $p \sim 1 \times 10^{-6}$ και 1×10^{-4} για $kT = 100 \text{ eV}$ και $kT = 400 \text{ eV}$ αντίστοιχα. Τα παραπάνω σε συνδυασμό με την εκτίμηση ότι εκπέμπονται 10^8 φωτόνια υψηλής ενέργειας, οδηγούν σε παραγωγή της τάξης του 10^2 και 10^4 ζεύγη ανά παλμό αντίστοιχα. Η απόδοση όπως φαίνεται από την σχέση (4.2) αυξάνεται γραμμικά με το μήκος του θαλάμου.

Στην Εικόνα 4.2 που ακολουθεί απεικονίζεται ο αριθμός των παραγόμενων φωτονίων γ σε συνάρτηση με το πάχος του στόχου. Όπως φαίνεται όταν η ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων είναι 1 GeV και για το βέλτιστο πάχος στόχου ένα ηλεκτρόνιο εκπέμπει κατά μέσο όρο 1 φωτόνιο. Αλλά και για τις άλλες δύο ενέργειες 500 MeV και 2 GeV τα δημιουργούμενα φωτόνια είναι της ίδιας τάξης και το βέλτιστο πάχος του στόχου είναι μεταξύ 4 και 5 mm.



Εικόνα 4.2 Αριθμός φωτονίων που εκπέμπονται από το πίσω μέρος της επιφάνειας του στόχου χρυσού σε συνάρτηση με το πάχος του στόχου για προσπίπτουσα δέσμη 10^9 ηλεκτρονίων με ενέργεια 500 MeV (μπλε) 1 GeV (μαύρη) και 2 GeV (κόκκινη). © Nature Photonics, License Number 4271841066576

Στη συνέχεια στην Εικόνα 4.3 παρουσιάζεται η απόδοση της διαδικασίας Breit–Wheeler για διαφορετικές ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων και θερμοκρασίες του θαλάμου.



Εικόνα 4.3 Αριθμός παραγόμενων ποζιτρονίων που παράγονται από σκέδαση φωτονίου – φωτονίου, σε συνάρτηση με την θερμοκρασία του θαλάμου και την ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων όπου 500 MeV(μπλε), 1GeV (μαύρο) και 2 GeV (κόκκινο) . © Nature Photonics, License Number 4271841066576

Παρατηρώντας το γράφημα γίνεται αντιληπτό ότι η απόδοση αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας του θαλάμου. Πιο συγκεκριμένα ο αριθμός των ποζιτρονίων που δημιουργούνται μπορεί να φτάσει τα 10^5 σωματίδια.

Με βάση τα στοιχεία που παρουσιάστηκαν η διάταξη αυτή εκμεταλλευόμενη δύο αποδοτικές διαδικασίες παραγωγής φωτονίων γ και X μπορεί να παρουσιάσει μια ικανοποιητική απόδοση παράγωγης ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων. Ειδικότερα η επιλογή της παραγωγής φωτονίων X από μια πηγή μέλανος σώματος που συνιστά την πιο αποδοτική πηγή ήταν μια πάρα πολύ ενδιαφέρουσα κίνηση για να εξασφαλιστεί μεγάλος αριθμός φωτονίων.

Επομένως κρίθηκε σκόπιμο η παρουσίαση μια τέτοιας σύγχρονης πρότασης σαν ένα δείγμα του τι θα ακολουθήσει στο άμεσο μέλλον στο συγκεκριμένο πεδίο.

Εν συνεχεία θα παρουσιαστούν αντίστοιχοι υπολογισμοί που έγιναν από μέρους μας πάνω στην αντίστοιχη διάταξη αντιμετωπίζοντας το πρόβλημα με την χρήση ενός πολυφωτονικού μοντέλου Breit Wheeler με σκοπό να αναπαραχθούν τα αποτελέσματα και στη συνέχεια να γίνει μια συζήτηση υπό ποιες συνθήκες θα ήταν προτιμότερη η χρήση αυτής της διάταξης η αυτής που παρουσιάζεται μέσα από την παρούσα εργασία.

4.1.β Σύγκριση απόδοσης με την προτεινόμενη διάταξη του 3^{ου} κεφαλαίου.

Χρησιμοποιώντας την ίδια διάταξη όπως παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.1α θα επιχειρήσουμε να συγκρίνουμε την απόδοση της αν ο μηχανισμός είναι μια πολυφωτονική διαδικασία Breit – Wheeler. Η σχέση που περιγράφει αυτό τον μηχανισμό είναι η εξής: [51]

$$W = 2\rho_{\omega}\rho_{\omega'}\sigma_{BW} = 2\pi r_0^2 \frac{m^2}{\omega\omega'} \rho_{\omega}\rho_{\omega'} \left\{ \left(2 + \frac{2m^2}{\omega\omega'} - \frac{4}{(\omega\omega')^2} \right) \tanh^{-1} \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega\omega'}} - \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega\omega'}} \left(1 + \frac{m^2}{\omega\omega'} \right) \right\} \quad (4.3)$$

Όπου W είναι ο αριθμός των παραγόμενων ζευγών ανά μονάδα όγκου και μονάδα χρόνου, ρ_{ω} και $\rho_{\omega'}$ είναι οι πυκνότητες (φωτόνια /m³) για τα φωτόνια γ και X αντίστοιχα, m είναι η μάζα του ηλεκτρονίου, ω, ω' οι ενέργειες φωτονίου σε eV και $r_0 = 2.818 \times 10^{-15} m$ η κλασσική ακτίνα του ηλεκτρονίου.

Σύμφωνα με την παραμέτρους που δόθηκαν στο άρθρο [46] θεωρήθηκε ένας θάλαμος διαμέτρου $0.5 \cdot 10^{-3} m$ και μήκους ενός εκατοστού. Με τη χρήση του νόμου του Wien μπορεί να εκτιμηθεί το πιο πιθανό μήκος κύματος της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος $\lambda = 2.89 \times 10^{-3} / T(K)$ που ανταποκρίνεται σε δεδομένη

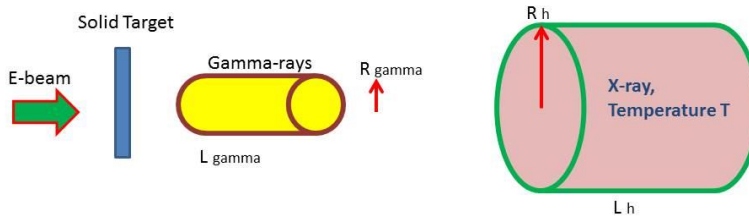
θερμοκρασία T και από το νόμο του Stefan Boltzmann $S = 5.67 \times 10^{-8} T^4$ την ισχύ σε Watt ανά μονάδα επιφάνειας. Έπειτα πολλαπλασιάζοντας με την επιφάνεια του θαλάμου ($A = 2\pi \cdot R_h \cdot L_h$, όπου $R_h = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{m}$ και $L_h = 5 \cdot 10^{-2} \text{m}$ είναι η ακτίνα και το μήκος του θαλάμου αντίστοιχα και χρονική διάρκεια παλμού $\tau = 5 \text{ psec}$ που ανταποκρίνεται στην εκπομπή ακτινοβολίας X με μήκος κύματος λ , υπολογίζεται η συνολική ενέργεια $E = S \cdot A \cdot \tau$.

Από αυτό το σημείο διαιρώντας την συνολική ενέργεια με την ενέργεια ενός φωτονίου υπολογίζεται ο αριθμός των φωτονίων ο οποίος διαιρούμενος με τον όγκο του θαλάμου δίνει την πυκνότητα του αριθμού των φωτονίων. Για τους υπολογισμούς θα θεωρηθούν τρεις ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων για την παραγωγή φωτονίων γ $E_{e\text{-beam}} = 500 \text{ MeV}$, 1 GeV και 2 GeV . Η δέσμη των ηλεκτρονίων αποτελείται από 10^9 ηλεκτρόνια αλληλεπιδρά με στερεό στόχο παράγοντας ($10^8 - 10^9$) φωτόνια μέγιστης ενέργειας $\omega_\gamma = E_{e\text{-beam}}/2$. Ο όγκος των φωτονίων γ , V_γ θεωρείται σαν κύλινδρος με μήκος $L_\gamma = ct$ (όπου $t = 1 \text{ psec}$ είναι η διάρκεια του παλμού) και ακτίνα 0.1 mm , $V_\gamma = \pi r^2 L_\gamma$. Τότε $\rho_\gamma = N_\gamma / V_\gamma$.

Με τις παραπάνω παραμέτρους μπορούμε να υπολογίσουμε το W και συνεπώς των αριθμό ηλεκτρονίων ποζιτρονίων από

$$N_{\text{pair}} = W \cdot V_\gamma \cdot c \cdot t_{\text{int}} \quad (4.4)$$

Η περιγραφή που έγινε μπορεί να απεικονιστεί από την παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 4.4 Σχηματική απεικόνιση της διάταξης.

Θεωρώντας μια δέσμη ηλεκτρονίων με κατά προσέγγιση 10^9 ηλεκτρόνια και ενέργειες $E_{e-beam} = 500 \text{ MeV}$, 1 GeV και 2 GeV που αλληλεπιδρά με στερεό στόχο χρυσού πάχους 3 mm , σύμφωνα με το γράφημα που απεικονίζεται στην Εικόνα 4.2 τα φωτόνια γ που εκπέμπονται κατά προσέγγιση είναι 6×10^{18} , 1×10^{19} και 1.7×10^{19} αντίστοιχα.

Υπενθυμίζουμε ότι το μήκος του θαλάμου είναι $L_h = 1 \text{ cm}$ η ακτίνα του $R_h = 5 \text{ mm}$ άρα ο όγκος του $V_h = 7.8 \times 10^{-9} \text{ m}^3$ και η θερμοκρασία του εντός του εύρους των $100 \text{ με } 400 \text{ eV}$. Επίσης από τις σχέσεις που περιγράφουν το μέλαν σώμα για τις δεδομένες θερμοκρασίες η ενέργεια των φωτονίων X είναι της τάξης του 1 keV και εάν η χρονική διάρκεια του παλμού είναι $\tau = 5 \text{ psec}$ (ενδεικτικά $L_h/c = 3.3 \times 10^{-11} \text{ sec}$, $L_h = 1 \text{ cm}$), ο συνολικός αριθμός των φωτονίων X είναι $N_X = 5 \times 10^{23}$ φωτόνια και η πυκνότητα

$$\rho_X = \frac{N_X}{V_h} = 1.79 \cdot 10^{26} \text{ photons} / \text{m}^3.$$

Επίσης επειδή ο όγκος της γ δέσμης είναι μικρότερος από τον όγκο του holhraum σαν όγκος αλληλεπίδρασης θεωρείται ο όγκος της δέσμης των φωτονίων γ , καθώς

είναι προφανές ότι μόνο φωτόνια Χ μέσα σε αυτή την περιοχή θα αλληλεπιδράσουν με τα φωτόνια γ. Επομένως μπορεί να αντικατασταθεί ο V_h με

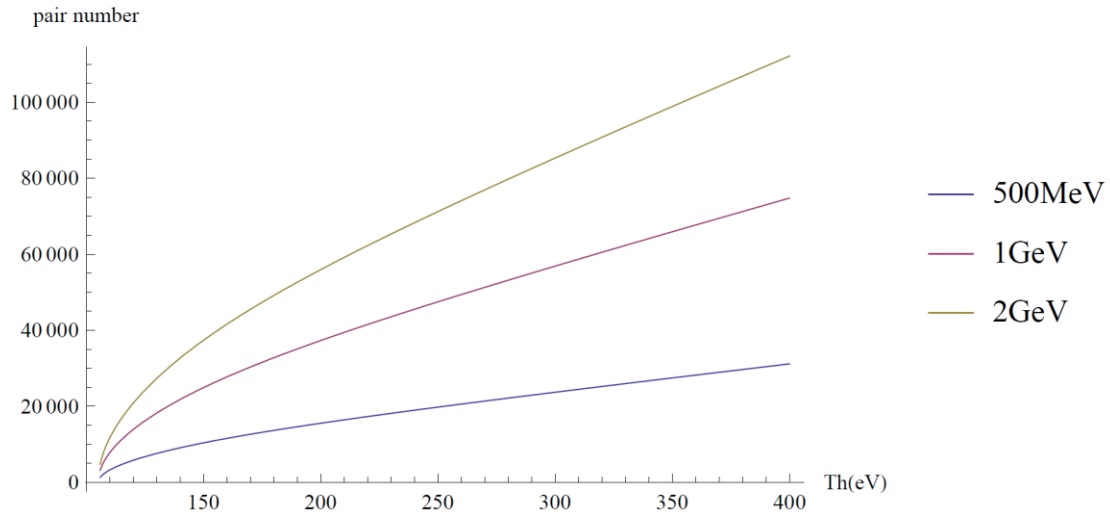
$$V_\gamma = \pi r^2 L_\gamma = 2.39 \cdot 10^{-12} m^3 \text{ τότε } \rho_\chi = \frac{N_\chi}{V_{\gamma}} = 3.4 \times 10^{29} \text{ phot} / m^3.$$

Με ανάλογο τρόπο υπολογίζεται η πυκνότητα ρ_γ για $t=1 \text{ psec}$, $L_\gamma=c*t=3 \cdot 10^{-4} m$ και

$$V_\gamma = \pi r^2 L_\gamma = 2.39 \cdot 10^{-12} m^3, \rho_\gamma = \frac{N_\gamma}{V_\gamma} = 10^{18} \text{ phot} / m^3$$

Η χρονική διάρκεια εκπομπής φωτονίων Χ στο holhraum είναι περίπου 20 – 30 ns αλλά η διάρκεια διέλευσης των ακτίνων γ είναι συντομότερη, της τάξης του ps. Επομένως το πλήθος των φωτονίων Χ μπορεί να θεωρηθεί πρακτικά σταθερό κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης με τα φωτόνια γ.

Με τις παραπάνω παραδοχές, χρησιμοποιώντας τη σχέση (4.4) με χρόνο αλληλεπίδρασης $t_{\text{int}}=3.3 \cdot 10^{-11} \text{ sec}$ (που είναι ο χρόνος όπου μια δέσμη φωτονίων γ καλύπτει απόσταση ίση με αυτή του holhraum) απεικονίζουμε τον αριθμό των παραγόμενων ζευγών σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία του holhraum για ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων 500 MeV, 1 GeV και 2 GeV.



Εικόνα 4.5 Αριθμός παραγομένων ζευγών συναρτήσει της θερμοκρασίας για ενέργειες της δέσμης των ηλεκτρονίων, 500MeV (κάτω καμπύλη), 1GeV (μεσαία καμπύλη) και 2 GeV (πάνω καμπύλη).

Από την παραπάνω καμπύλη συμπεραίνεται ότι οι εκτιμήσεις μας είναι πολύ κοντά σε αυτές της [46]. Για υψηλές τιμές της θερμοκρασίας (κοντά στα 400 eV), για τις επιλεγμένες παραμέτρους και $E_{\text{beam}}=2$ GeV ο αριθμός των παραγομένων ζευγών είναι κοντά σε αυτόν που αναφέρεται στην εργασία των Pike et.al. δηλαδή 10^6 ζεύγη, αλλά για χαμηλότερες θερμοκρασίες ο αριθμός των ζευγών που δημιουργούνται είναι περίπου 10^3 ενώ στην [46] είναι 10^2 .

Αναμένεται ότι με μία πιο ακριβή εκτίμηση αυτών των παραμέτρων αλλά και άλλων όπως την διάρκεια της δέσμης, μπορούν να εξαχθούν ακόμα καλύτερες εκτιμήσεις.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί το εξής. Για ρεαλιστικές τιμές της θερμοκρασίας του hohlraum της τάξης των 200 με 300 eV ο αριθμός των παραγομένων ζευγών είναι $10^3 - 10^4$ ζεύγη ανά παλμό λέιζερ όπως φαίνεται από το γράφημα της Εικόνας 4.3 [46]. Θερμοκρασίες από 300 keV και πάνω μπορούν να επιτευχθούν με την χρήση του συστήματος NIF με 1MJ συνολική ενέργεια της δέσμης του λέιζερ ή με ισοδύναμο σύστημα εκατοντάδων kJ ενέργειας της δέσμης που θα απαιτούσε ωστόσο hohlraum μικρότερων διαστάσεων που θα αντιστοιχούσε σε μικρότερο αριθμό φωτονίων X και συνεπώς σε αριθμό παραγομένων ζευγών μικρότερο του 10^3 ανά παλμό λέιζερ. Αναφορικά δε με τη σύγκριση του μοντέλου των [46] με το μοντέλου του Poron όπως παρουσιάστηκε

στο κεφάλαιο 3, βλέπουμε ότι, ο αριθμός των παραγομένων ζευγών έχει καλύτερη απόδοση που φτάνει τα 10^6 ζεύγη.

Επιπλέον για να πετύχουμε μεγάλη απόδοση με το μηχανισμό των [46], απαιτούνται εγκαταστάσεις με τα χαρακτηριστικά του NIF που δεν είναι εύκολα προσβάσιμα και με μεγάλος κόστος λειτουργίας. Σε αντίθεση, το μοντέλο που παρουσιάσαμε στο Κεφ.3, χρειάζεται μια εγκατάσταση της τάξης του Petawatt που είναι πειραματικά πιο ρεαλιστική. Τα παραπάνω αποτελέσματα έχουν παρουσιαστεί στο συνέδριο **“Conference on Extremely High Intensity Laser Physics Heidelberg, Germany, 21 – 24 July 2015”** με τη μορφή ερευνητικού πόστερ με τίτλο «Numerical comparison of Popov and Breit – Wheeler schemes on laser vacuum breakdown for pair creation» [52].

4.2. Πιθανές εφαρμογές των διατάξεων

4.2.α Παραγωγή μιονίων για την χρήση σε αντιδράσεις σύντηξης

Η μελέτη της παραγωγής ζευγών πιονίων που μελετήθηκε στο 3^ο κεφάλαιο μπορεί να έχει εφαρμογές στην παραγωγή μιονίων τα οποία παράγονται από τα πιόνια. Τα μύονια είναι σημαντικά για το λόγω του ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν καταλύτης σε αντιδράσεις σύντηξης Δευτερίου – Τριτίου (μCF) [53]–[58]. Ωστόσο για να έχουμε μια επαρκή διαδικασία σύντηξης πρέπει να υπάρχει ένας ικανός αριθμός μιονίων. Σε πρόσφατους υπολογισμούς που περιγράφουν την αλληλεπίδραση μιας δέσμης πρωτονίων με διάφορους στερεούς στόχους για τις παραμέτρους του συστήματος ISIS έδειξαν ότι θα δημιουργηθούν 10^4 μύονια. Επίσης από εκτιμήσεις της διάταξης που χρησιμοποιείται σε αυτή την εργασία ο αριθμός των μιονίων που παράγονται από την αλληλεπίδραση με το κενό ανέρχεται σε 10^3 με 10^4 σωματίδια. Και στις δύο προσεγγίσεις τα μέχρι στιγμής αποτελέσματα δεν επαρκούν για ένα αποδοτικό κύκλο κατάλυσης με αποτέλεσμα

να εξεταστούν και άλλοι αποδοτικοί τρόποι παραγωγής μιονίων με τη χρήση παλμών λέιζερ και πιο συγκεκριμένα με την παραγωγή μιας δέσμης πρωτονίων από μια ισχυρής έντασης δέσμη λέιζερ που αλληλεπιδρά με στερεό στόχο. Η δέσμη των πρωτονίων σε συνέχεια με αλληλεπίδραση σε νέο στόχο παράγει πιόνια που αποσβενόμενα δίνουν μύονια.

Η παραπάνω ιδέα παρουσιάζεται στο άρθρο [59], όπου προτείνεται μια διάταξη μαγνητικής σύντηξης που αποτελείται από δύο μέρη με διαφορετικές πυκνότητες και θερμοκρασίες πλάσματος και διαφορετικό εφαρμοζόμενο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο. Και οι δύο επιμέρους διατάξεις έχουν κυλινδρική συμμετρία και κατοπτρική τοπολογία.

Στο πρώτο μέρος λαμβάνουν χώρα αντιδράσεις σύντηξης καταλυόμενες από μύονια μCF – Muon Catalyzed Fusion μέσα σε ένα όγκο περίπου 1 cm^3 με αρχική πυκνότητα πλάσματος $10^{20} - 10^{21}\text{cm}^{-3}$ και θερμοκρασία όχι υψηλότερη των 100eV . Τα σωματίδια α που παράγονται δημιουργούν επαρκή θέρμανση ώστε να ξεκινήσει η διαδικασία σύντηξης στο δεύτερο μέρος της συσκευής.

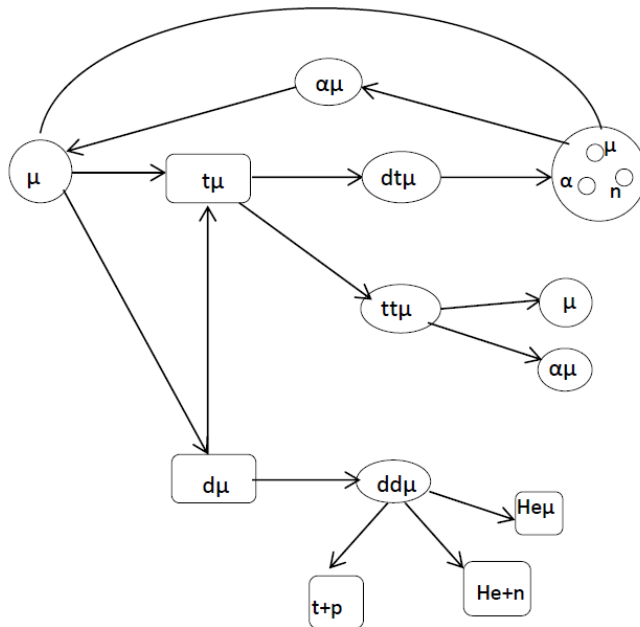
Το δεύτερο μέρος στο οποίο γίνεται η κύρια διαδικασία σύντηξης, αποτελείται από ένα όγκο κυλινδρικής συμμετρίας με διάμετρο 45 cm και ύψος 45 cm ικανό να παγιδεύσει πλάσμα πυκνότητας $10^{16} - 10^{17}\text{cm}^{-3}$ και αρχικής θερμοκρασίας 300eV ή 800eV για χρονική διάρκεια πολύ μικρότερη του 1 sec .

Μέχρι τώρα η παραγωγή των μιονίων βασίζεται στην χρήση επιταχυντών όπου μια δέσμη πρωτονίων επιταχύνεται και συγκρούεται με στερεό στόχο δημιουργώντας πιόνια που παράγουν στην συνέχεια θετικά και αρνητικά μύονια [60]. Σε αυτή την εργασία η παραγωγή της δέσμης των πρωτονίων γίνεται με τη χρήση δέσμης λέιζερ υψηλής έντασης. Η αλληλεπίδραση των πρωτονίων με στερεό στόχο θα παράξει τα μύονια που θα λάβουν μέρος στις αντιδράσεις μCF σε μίγμα $\text{D} - \text{T}$. Πιο συγκεκριμένα μόνο τα αρνητικά μύονια συμβάλουν στην σύντηξη. Η χρήση ενός επιταχυντή βασισμένου σε λέιζερ θα είναι πλεονεκτική έναντι των συμβατικών επιταχυντών συντελώντας σε εγκαταστάσεις μικρότερης κλίμακας που θα είναι πιο εύκολα

παραμετροποιήσιμες και ικανές να επιτύχουν μεγαλύτερο αριθμό επιταχυνόμενων σωματιδίων.

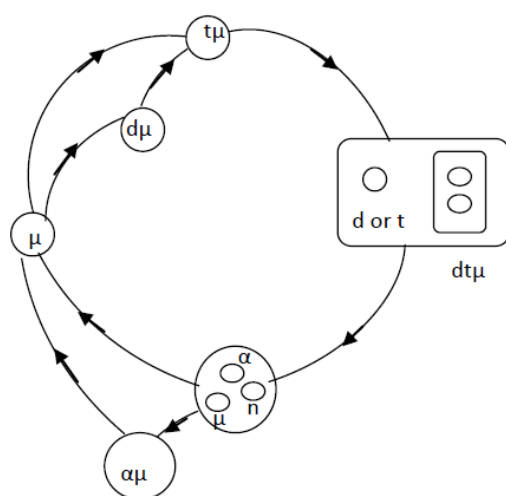
Τα μύονια σαν καταλύτης σε αντιδράσεις $p - D$ εξετάστηκαν πρώτη φορά από τον Frank το 1947 [61] και η πρώτη πειραματική απόδειξη έγινε από τον Alvarez το 1956 [62]. Σύντηξη Δευτερίου Τριτίου με καταλύτη μύονια περιγράφηκε στην εργασία του Sakharov το 1948 [63] και εξετάστηκε περαιτέρω από τον Jackson το 1957 [64]. Το 1987 ο Eliezer πρότεινε μια συσκευή σύντηξης με καταλύτη μύονια [55].

Ο πλήρης κύκλος που περιγράφει την διαδικασία φαίνεται στην εικόνα 4.6



Εικόνα 4.6 Πλήρης περιγραφή του κύκλου κατάλυσης σε διαδικασίες σύντηξης

Τα εισαγόμενα μύονια στο μίγμα D_2T_2 σχηματίζουν μιονικά άτομα ($d\mu$ ή $t\mu$) και μετά αντιδρούν ξανά με το D ή το T με αποτέλεσμα να δημιουργούνται μόρια $dd\mu$, $dt\mu$ ή $tt\mu$ που οδηγούν σε αντιδράσεις σύντηξης με τα παραπάνω προϊόντα. Μετά την αντίδραση τα περισσότερα από τα μύονια είναι διαθέσιμα για ένα δεύτερο κύκλο κατάλυσης. Ωστόσο καθώς η διατομή σκέδασης του σχηματισμού $tt\mu$ και $dd\mu$ είναι χαμηλότερη κατά 100 περίπου φορές από αυτή του $dt\mu$ η διαδικασία της κατάλυσης μπορεί να περιγραφεί με τον ακόλουθο συντομότερο κύκλο που φαίνεται στην εικόνα 4.7.



Εικόνα 4.7 Συντομευμένος κύκλος κατάλυσης μCF

Το σύστημα των εξισώσεων που περιγράφει την παραπάνω διαδικασία είναι το εξής [54]:

$$\begin{aligned}\frac{dN_{\mu}}{dt} &= -\lambda_{\mu} N_{\mu} - \kappa_{\mu t} N_{\mu} N_t - \kappa_{\mu d} N_{\mu} N_d + \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} (1 - \omega) + F_{\mu} \\ \frac{dN_t}{dt} &= -\kappa_{\mu t} N_{\mu} N_t - \kappa_{dt} N_{\mu d} N_t + \lambda_{\mu} N_{\mu t} + F_{+t} - F_{-t} \\ \frac{dN_d}{dt} &= -\kappa_{\mu d} N_{\mu} N_d + \kappa_{dt} N_{\mu d} N_t + \lambda_{\mu} N_{\mu d} + F_{+d} - F_{-d} - \kappa_{\mu dt} N_{\mu t} N_d \\ \frac{dN_{\mu t}}{dt} &= -\lambda_{\mu} N_{\mu t} + \kappa_{\mu t} N_{\mu} N_t + \kappa_{dt} N_{\mu d} N_t - \kappa_{\mu dt} N_{\mu t} N_d \\ \frac{dN_{\mu d}}{dt} &= -\lambda_{\mu} N_{\mu d} + \kappa_{\mu d} N_{\mu} N_d - \kappa_{dt} N_{\mu d} N_t \\ \frac{dN_{\mu dt}}{dt} &= -\lambda_{\mu} N_{\mu dt} + \kappa_{\mu dt} N_{\mu t} N_d - \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} \\ \frac{dN_n}{dt} &= \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} \\ \frac{dN_a}{dt} &= \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} (1 - \omega) + \lambda_{\mu} N_{\mu a} \\ \frac{dN_{\mu a}}{dt} &= \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} (\omega) - \lambda_{\mu} N_{\mu a}\end{aligned}$$

Όπου οι παράμετροι για την διαδικασία μ dt δίνονται στον παρακάτω πίνακα

Parameters	Value
Muon decay λ_{μ}	$0.45 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$
μdt fusion $\lambda_{\mu dt}$	$1.1 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$
Muonic atom formation $\kappa_{\mu d}$	$1.2 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
Muonic atom formation $\kappa_{\mu t}$	$1.2 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
Muonic molecule formation $\kappa_{\mu dt}$	$0.25 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
Isotope exchange process κ_{d-t}	$0.5 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
Muon sticking probability ω	0.007

Πίνακας 4.1 Βέλτιστες παράμετροι για την μ dt διαδικασία

ω είναι η πιθανότητα συγκόλλησης των μιονίων και εκφράζει την σύλληψη ενός μιονίου από ένα σωματίο α (He) που δημιουργείται από την αντίδραση σύντηξης. Το φαινόμενο οδηγεί σε απώλειες και ο μηχανισμός που επανενεργοποιεί τα συγκολλημένα μύονια ονομάζεται muon regeneration ή muon stripping και η συνεισφορά του συμβολίζεται με R . Η ενεργός πιθανότητα συγκόλλησης είναι $\omega_s^{eff} = (1-R)\omega_s^0$. ω_s^0 είναι η αρχική πιθανότητα συγκόλλησης. Οι βέλτιστες τιμές για το ω_s^0 παίρνουν τιμές $0.007 - 0.008$ και για ω_s^{eff} είναι 0.0007 .

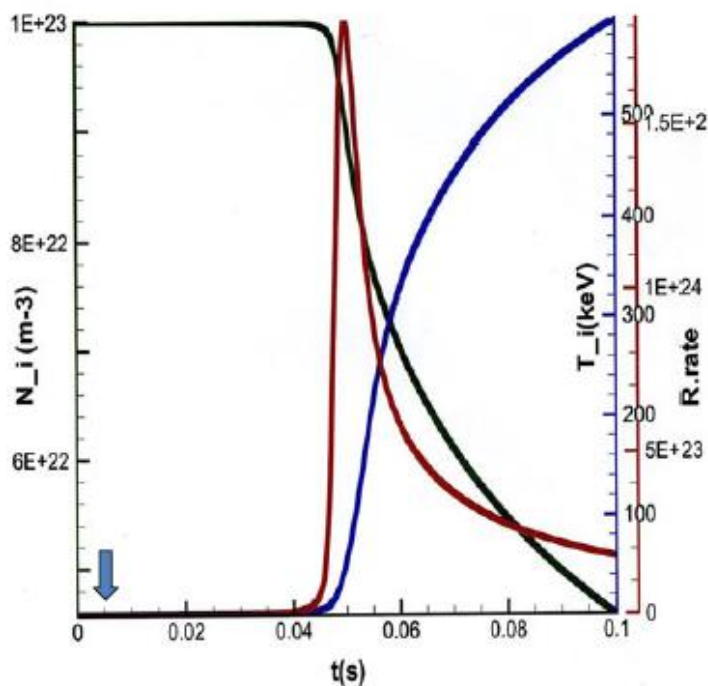
Ο κύριος παράγοντας για να δημιουργηθεί μια επαρκής διαδικασία κατάλυσης είναι ο αριθμός των μιονίων που θα πάρουν μέρος στις αντιδράσεις σύντηξης. Σε πρόσφατες προσομοιώσεις όπου μια δέσμη πρωτονίων αλληλεπιδρά με διάφορους στερεούς στόχους για της παραμέτρους του επιταχυντή ISIS τα αποτελέσματα έδειξαν ότι θα παραχθούν περίπου 10^4 μ , [65] ενώ οι υπολογισμοί από την αλληλεπίδραση δέσμης λέιζερ με το κενό που μελετήθηκε στο κεφ. 3 η προσέγγιση αυτή θα παράξει $10^3 - 10^4$ σωματία. Και στις δύο περιπτώσεις ο αριθμός μιονίων δεν είναι επαρκής για ένα αποδοτικό κύκλο κατάλυσης και ήταν το έναυσμα να αναζητηθούν πιο αποδοτικές μέθοδοι παραγωγής δεσμών μιονίων. Η μCF επίσης εξαρτάται από την θερμοκρασία του πλάσματος D-T. Εξετάζοντας την διεθνή βιβλιογραφία αναφέρεται ότι για χαμηλές θερμοκρασίες πλάσματος μπορούν να συμβούν μέχρι 1000 f/μ (αντιδράσεις σύντηξης ανά μύονιο), [57], [66], [67] ωστόσο δεν υπάρχουν ακόμη επαρκή πειραματικά δεδομένα αναφορικά με αυτή την εκτίμηση.

Στην πρόταση μας εξετάστηκε η παραγωγή δέσμης πρωτονίων από την αλληλεπίδραση δέσμης λέιζερ με στερεό στόχο, τα οποία με δεύτερη αλληλεπίδραση με στερεά επιφάνεια παράγουν πόνια που αποσβένουν σε μύονια. Πιο συγκεκριμένα δέσμες λέιζερ με ενέργειες kJ και ισχύ PW μπορούν να επιταχύνουν πρωτόνια σε ενέργειες έως τα 300 MeV με το πλεονέκτημα ότι το πλήθος τους μπορεί να φτάσει τα $10^{15} - 10^{16}$ ανά παλμό λέιζερ. Για παραγωγή 10^5 μ/p ο αντίστοιχος αριθμός μιονίων είναι $10^{10} - 10^{11}$ ανά παλμό λέιζερ [68]. Η ενέργεια του λέιζερ που απαιτείται είναι εκατοντάδες kJ είναι σχετικά υψηλή για τις

τρέχουσες εγκαταστάσεις λέιζερ και θα μπορούσε να επιτευχθεί στο κοντινό μέλλον.

Στο πρώτο μέρος της συσκευής θεωρούμε πλάσμα D-T με πυκνότητα $N_d = N_t = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ και θερμοκρασία πλάσματος χαμηλότερη από 100 eV. Η εφαρμογή μαγνητικού πεδίου 100 T επιτρέπει την παγίδευση του πλάσματος για 1 μs. Στη συνέχεια κοντά στο μαγνητικό καθρέπτη της διάταξης τοποθετείται ο στερεός δίσκος που αλληλεπιδρά με ένα PW λέιζερ παράγοντας δέσμη πρωτονίων η οποία στην συνέχεια αλληλεπιδρά με μια δεύτερη επιφάνεια παράγοντας πιόνια τα οποία στη συνέχεια θα δώσουν μυόνια. Στην ακραία περίπτωση από ακτίνες λέιζερ εκατοντάδων kJ θα δημιουργηθούν 2×10^{16} πρωτόνια και τελικά 2×10^{11} μυόνια σε όγκο 1 cm^3 . Αυτός ο αριθμός μυονίων εισάγεται σαν αρχική συνθήκη στο σύστημα των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν την μCF μαζί με τις κατάλληλες παραμέτρους που αναφέρονται στην σχετική βιβλιογραφία. Αποτέλεσμα αυτών των υπολογισμών είναι η παραγωγή 10^{14} σωματιδίων άλφα στον όγκο του 1 cm^3 μετά από 1 μs λειτουργίας. Τα σωματίδια αυτά ανταποκρίνονται σε $300 \text{ f}/\mu$. Προσομοιώσαμε την χρονική εξέλιξη των παραμέτρων της πυκνότητας ιόντων του πλάσματος, της θερμοκρασίας του και των ρυθμό των αντιδράσεων χρησιμοποιώντας ένα κώδικα global particle and energy balance. Στο δεύτερο μέρος της διάταξης η αρχική πυκνότητα πλάσματος είναι 10^{17} cm^{-3} και η θερμοκρασία πλάσματος 300 eV ενώ το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο είναι 9T.

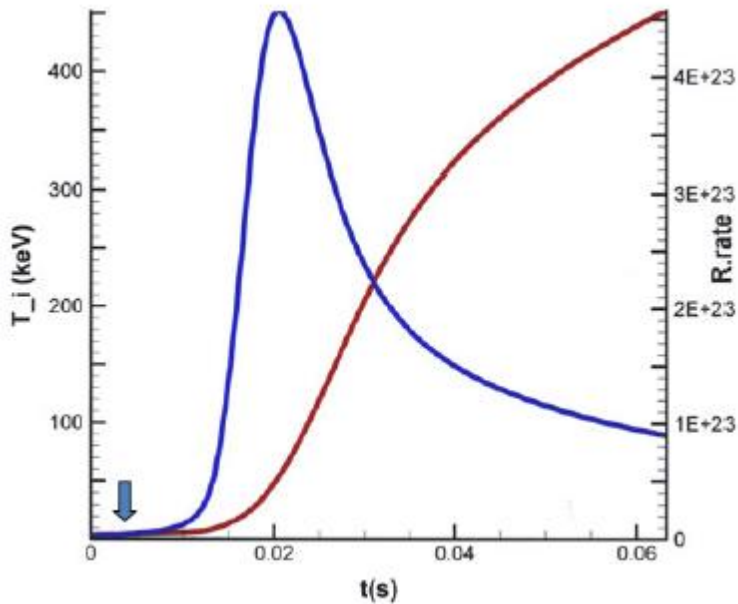
Το γράφημα 4.1 δείχνει την εξέλιξη της πυκνότητας ιόντων του πλάσματος, της θερμοκρασίας του και του ρυθμού των αντιδράσεων για το πρώτο μέρος της διάταξης.



Γράφημα 4.1 Χρονική εξέλιξη του ρυθμού μεταβολής των αντιδράσεων, της πυκνότητας ιόντων πλάσματος, και της θερμοκρασίας πλάσματος. Το μπλε βέλος συμβολίζει το τέλος των αντιδράσεων μCF σε χρόνο 1 μs .

Το πιο σημαντικό αποτέλεσμα αυτής της προσομοίωσης είναι ότι η θέρμανση από σωματίδια α αρχίζει να γίνεται σημαντική μετά από 0.04s και ο ρυθμός των αντιδράσεων γίνεται μέγιστος στα 0.05 s μετά το τέλος λειτουργίας του μηχανισμού ανάφλεξης. Ο μέγιστος ρυθμός των αντιδράσεων φτάνει την τιμή $1.5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$. Η ολοκλήρωση σε όγκο και χρόνο έχει ως αποτέλεσμα τον εκτιμώμενο αριθμό των νετρονίων να είναι 10^{19} μετά από λειτουργία 0.06 s. Μετά τα 0.06 s η πυκνότητα των ιόντων πλάσματος πέφτει δραστικά λόγω του υψηλού ρυθμού αντιδράσεων ενώ η θερμοκρασία των ιόντων αυξάνεται λόγω της θέρμανσης από σωματίδια α . Η θερμοκρασία που αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή του ρυθμού είναι 25 keV και επιτυγχάνεται στο δεύτερο μέρος της διάταξης που είχε αρχικά θερμοκρασία 300 eV. Από αυτό το σημείο θα μπορούσε κανείς να εισάγει pellet για να επανατροφοδοτήσει την συσκευή. Με αυτές τις συνθήκες μια συνεχής λειτουργία της συσκευής μπορεί να επιτευχθεί όμοια με αυτή των μηχανών Tokamak, αλλά με μια μικρότερων διαστάσεων διάταξη σύντηξης με τη χρήση μαγνητικού πεδίου.

Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε αν έχουμε πυκνότητα πλάσματος $5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ όπως φαίνεται στο Γράφημα 4.2.



Γράφημα 4.2 Χρονική εξέλιξη του ρυθμού μεταβολής των αντιδράσεων, της πυκνότητας ιόντων πλάσματος, και της θερμοκρασίας πλάσματος. Το μπλε βέλος συμβολίζει το τέλος των αντιδράσεων μCF σε χρόνο 1μς.

Τα παραπάνω γραφήματα μπορούν να αποτελέσουν αφετηρία προσπαθειών για την εξέλιξη των συστημάτων λέιζερ αλλά και τις πειραματικές μελέτες για πιο συμπαγείς συσκευές μαγνητικής σύντηξης. Αν φτάσουμε σε ενέργειες λέιζερ μερικών kJ (PETAL) [69] ή μερικών δεκάδων kJ (35 kJ που εκτιμάται για το πρόγραμμα IZEST [45], [48]) τότε η παραγωγή των πρωτονίων θα μειωθεί κατά μια τάξη του 100 ή 10 αντίστοιχα, και μελλοντικά πειράματα για υψηλής πυκνότητας πρωτονίων από την αλληλεπίδραση λέιζερ με λεπτούς στερεούς στόχους θα είναι πραγματοποιήσιμα. Για αυτό το λόγο όλες οι προσομοιώσεις έγιναν με παραμέτρους κοντινές σε αυτές εγκαταστάσεων που ήδη είναι σε λειτουργία ή που θα τεθούν σε λειτουργία στο κοντινό μέλλον.

Συμπεράσματα

Ανακεφαλαιώνοντας τα κύρια σημεία της διδακτορικής έρευνας, στο πρώτο κεφάλαιο έγινε μια περιγραφή του φαινομένου της παραγωγής ζευγών σωματιδίων – αντισωματιδίων, αναφερόμενοι με χρονολογική σειρά στους κύριους μηχανισμούς με τους οποίους μελετήθηκε το φαινόμενο.

Εστίασαμε στην προσέγγιση του συντονισμού και της μεθόδου του φανταστικού χρόνου που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την εργασία, δίνοντας όλες τις σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν και τα αποτελέσματα από την πρώτη εργασία της ομάδας μας πάνω στο θέμα της παραγωγής σωματιδίων [21] πάνω στα οποία βασίστηκε η διδακτορική έρευνα. Υποστηρίχθηκε η χρήση αρμονικών συχνοτήτων για την παραγωγή σωματιδίων για να χαμηλώσει η απαίτηση για την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Μελετήθηκαν τα όρια μέσα στα οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση και επιβεβαιώθηκε η πολυφωτονική φύση του φαινομένου.

Στο δεύτερο κεφάλαιο υποστηρίχθηκε η πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου της παραγωγής $e^+ e^-$ με τη χρήση της προσέγγισης του συντονισμού μέσω πολυφωτονικών διαδικασιών παρουσιάζοντας δύο πιθανές διατάξεις. Η πρώτη βασίζεται σε ένα σύστημα X – FEL μικρών διαστάσεων και το δεύτερο είναι ανάλογο του πειράματος E144. Πρόκειται για δύο διατάξεις που βασίζονται στην παραγωγή και επιτάχυνση δέσμης ηλεκτρονίων, χρησιμοποιώντας ένα σύστημα λέιζερ υπερβραχέων παλμών που αλληλεπιδρά με αέριο ή στερεό στόχο. Αφού παραχθεί η δέσμη των ηλεκτρονίων ενέργειας 1GeV ή χαμηλότερη (μερικές εκατοντάδες MeV), τότε στην πρώτη διάταξη περνάει μέσα από **wingler** παράγοντας ακτινοβολία ακτίνων X όπως ακριβώς συμβαίνει και σε ένα X-FEL. Επειδή για τη δημιουργία της δέσμης χρησιμοποιούμε λέιζερ αντί για επιταχυντή ονομάσαμε το σύστημα Laser X-FEL (L-X-FEL) Στη δεύτερη πρόταση η παραγόμενη όπως προηγουμένως με λέιζερ δέσμη των ηλεκτρονίων αλληλεπιδρά με βραχύχρονη δέσμη λέιζερ που τα φωτόνια της είναι στο ορατό. Αν μεταφερθούμε στο σύστημα αναφοράς των σχετικιστικών ηλεκτρονίων παρατηρούμε ένα μετασχηματισμένο ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο και μεγάλης ενέργεια

αλληλεπιδρώντα φωτόνια. Το ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\sim 10^{14}$ V/cm δημιουργεί τις συνθήκες για να μπορούμε να έχουμε δημιουργία ζευγών με την προσέγγιση του συντονισμού.

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται δείχνουν ότι ένας ικανός αριθμός ζευγών μπορούν να δημιουργηθούν και από τις δύο διατάξεις που μπορούν να φτάσουν τα 10^{11} ζεύγη για το table top X-FEL και 10^{15} για την ανάλογη του E144. Και οι δύο διατάξεις απαιτούν τεχνολογία λέιζερ για την παραγωγή και επιτάχυνση της δέσμης των ηλεκτρονίων, με αποτέλεσμα να μην χρειάζεται η χρήση μεγάλων επιταχυντικών εγκαταστάσεων. Οι παράμετροι λειτουργίας που επιλέξαμε είναι τέτοιες ώστε να είναι κοντά σε τυπικές τιμές που μπορούν να επιτύχουν συστήματα που κατασκευάζονται ή θα κατασκευαστούν στο κοντινό μέλλον. Τα αποτελέσματα δημοσιεύτηκαν στις [28],[26], [27] καθώς και στο White book του ELI [70], και στην [71]

Στο τρίτο κεφάλαιο εξετάστηκε η παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων μέσω μιας προτεινόμενης πειραματικής διάταξης που βασίζεται στο πείραμα E144 , δηλαδή στην αλληλεπίδραση μιας υψηλής ενέργειας δέσμης ηλεκτρονίων με μια δέσμη λέιζερ οδηγώντας στην παραγωγή ζευγών. Ο θεωρητικός μηχανισμός που βασίστηκε η ανάλυση είναι η μέθοδος του φανταστικού χρόνου όπως διατυπώθηκε από τον Poiron σε διάφορες εργασίες του. Το μοντέλο αυτό βασίζεται σε πολυφωτονικές διαδικασίες για την μετάβαση από την κατάσταση ηρεμίας, σε αυτή που έχουμε το γεγονός της παραγωγής ζευγών. Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα δεν είναι σε συντονισμό με το ηλεκτρικό πεδίο του λέιζερ, αποφεύγοντας τυχόν περιορισμούς στην επίτευξη της συνθήκης του συντονισμού. Ξεκινώντας με την σχέση της πυκνότητας πιθανότητας και χρησιμοποιώντας τις πλήρεις σχέσεις που καλύπτουν όλη την περιοχή των δυνατών τιμών του γ , αντί της χρήσης των απλοποιημένων σχέσεων που παρουσίαζαν ασυμπτωτική συμπεριφορά πλησιάζοντας την τιμή $\gamma=1$, παρουσιάστηκε η απόδοση της παραγωγής ζευγών e^+e^- . Η καινοτομία αυτής της διερεύνησης έγκειται ακριβώς σε αυτό το γεγονός. Για πρώτη φορά στην βιβλιογραφία μελετήθηκε η συμπεριφορά του φαινομένου με τις πλήρεις σχέσεις και επομένως σε μια περιοχή τιμών του ηλεκτρικού πεδίου ($\gamma=1$)

όπου δεν υπήρχε συνέχεια των καμπυλών με βάση τις απλοποιημένες σχέσεις. Τα αποτελέσματα έδειξαν την εξάρτηση της απόδοσης της παραγωγής από τον αν η πολυφωτονική τάξη είναι άρτια ή περιττή το οποίο φαίνεται στην ταλάντωση που εμφανίζεται στις καμπύλες του αριθμού παραγόμενων ζευγών σε συνάρτηση με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

Σε μετέπειτα στάδιο εξετάστηκε η πιθανότητα χρήσης της προτεινόμενης διάταξης για την παραγωγή ζευγών πιονίων από το κενό με τη χρήση υπερ- ισχυρών παλμών λέιζερ. Σε αυτό το σημείο γεννήθηκε το ερώτημα αν υπάρχει κάποιος τρόπος να επιλεγεί ο τύπος των σωματιδίων που δημιουργούνται και κατ' επέκταση μια διαφωνία αν μπορούμε να φτάσουμε στο σημείο όπου θα παραχθούν πιόνια ή όλη η διαθέσιμη ενέργεια θα καταναλωθεί από την διεργασία παραγωγής ζευγών ηλεκτρονίων ποζιτρονίων που χαρακτηρίζεται από χαμηλότερης κρίσιμης έντασης ηλεκτρικό πεδίο. Τα πιόνια είναι στενά συνδεδεμένα με την παραγωγή μυονίων. Μυόνια δημιουργούμενα από λέιζερ μπορούν να έχουν εφαρμογή σαν καταλύτες σε αντιδράσεις σύντηξης και σε «εργοστάσια» νετρίνων (neutrino factories). Στο παραπάνω ερώτημα δόθηκε απάντηση για πρώτη φορά μέσα από αυτή την εργασία και προτάθηκε ένας μηχανισμός που μπορεί επιλέγοντας μικρότερης τάξης πολυφωτονικές διαδικασίες για τα ηλεκτρόνια ποζιτρόνια να προκαλεί χαμηλή απόδοση παραγωγής ώστε η υπόλοιπη ενέργεια να μπορεί να καταναλωθεί μέσα από μεγάλης τάξης (και πιο αποδοτικές) διαδικασίες δημιουργίας πιονίων.

Συμπερασματικά ο στόχος του υποστηριχθεί και να δοθεί έμφαση στην δυνατότητα τέτοιων διατάξεων για την παρατήρηση της δημιουργίας ζευγών με ικανοποιητικά αποτελέσματα εκπληρώθηκε με την επιλογή της διάταξης που παρουσιάστηκε. Η εργασία αυτή βασίστηκε αποκλειστικά στην εφαρμογή και διερεύνηση της μεθόδου του φανταστικού χρόνου. Είναι μια καθαρά πολυφωτονική μέθοδος όπου η απορρόφηση φωτονίων από το κενό (που εδώ μελετήθηκε στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου αλλά και των ηλεκτρονίων) είναι μια άμεση απορρόφηση. Δείξαμε ότι η παραγωγή ζευγών από υψηλής τάξης πολυφωτονικές διαδικασίες είναι πιο αποδοτικές. Στην αλληλεπίδραση υψηλής έντασης δέσμης λέιζερ με υψηλής ενέργειας δέσμη ηλεκτρονίων θα μπορούσαν να αναπτυχθούν δευτερεύουσες

διεργασίες QED συμπεριλαμβανομένου της σκέδασης των ζευγών $e^+ e^-$ με τα υψηλής ενέργειας φωτόνια, φαινόμενα που περιγράφονται από αντιδράσεις ακτινοβολίας και αλληλεπιδράσεις φωτονίου με φωτόνιο του πολυφωτονικού μηχανισμού Breit Wheeler είναι πέραν του σκοπού της παρούσας εργασίας.

Στο τέταρτο κεφάλαιο εξετάσαμε πρόσφατες εφαρμογές της παραγωγής σωματιδίων. Εξετάσαμε μια πρόσφατη πρόταση για πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου, όπως αναπτύσσεται στην [46]. Σε αυτή, μια υψηλής ενέργειας δέσμη ηλεκτρονίων που παράχθηκε από την αλληλεπίδραση δέσμης λέιζερ με στόχο, αλληλεπιδρά με φωτόνια ακτίνων Χ που εκπέμπονται από hohlraum (κοιλότητα) θερμαινόμενη με λέιζερ (φαινόμενο μέλαν σώματος) παράγοντας ζεύγη ηλεκτρονίων ποζιτρονίων μέσω Breit Wheeler. Αφού πρώτα παρουσιάστηκαν τα βασικά σημεία της διάταξης και οι εκτιμήσεις για την απόδοση της στην παραγωγή ζευγών, προχωρήσαμε στην σύγκριση της διάταξης με αυτήν που εξετάζουμε στο 3^ο κεφάλαιο της διατριβής. Έγιναν αντίστοιχοι υπολογισμοί από μέρους μας πάνω στην αντίστοιχη διάταξη αντιμετωπίζοντας το πρόβλημα με την χρήση ενός πολυφωτονικού μοντέλου Breit Wheeler με σκοπό να αναπαραχθούν τα αποτελέσματα και στη συνέχεια να γίνει μια συζήτηση υπό ποιες συνθήκες θα ήταν προτιμότερη η χρήση αυτής της διάταξης η αυτής που παρουσιάζεται μέσα από την παρούσα εργασία. Τα αποτελέσματά μας προσεγγίζουν με καλή ακρίβεια αυτά του άρθρου [46]. Επομένως θα μπορούσε να γίνει χρήση ενός πολυφωτονικού μοντέλου πετυχαίνοντας εξίσου καλή απόδοση. Επιπλέον οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται χρειάζονται εγκαταστάσεις λέιζερ όπως το NIF για να πετύχουμε τα αποτελέσματα που απαιτούνται. Για ρεαλιστικές τιμές της θερμοκρασίας του hohlraum της τάξης των 200 με 300 eV ο αριθμός των παραγόμενων ζευγών είναι $10^3 - 10^4$ ζεύγη ανά παλμό λέιζερ. Ωστόσο αν χρησιμοποιήσουμε συστήματα λέιζερ πιο εύκολα προσβάσιμα όπως εξηγήσαμε θα χαμηλώσει η απόδοση κάτω από 10^3 ζεύγη. Σε αυτό το σημείο μια διάταξη που κάνει χρήση λέιζερ της τάξης το PW και μπορεί να έχει απόδοση 10^6 ζεύγη είναι πιο εύκολα εφικτή για την πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου.

Η έρευνα ολοκληρώνεται με μια εφαρμογή σχετική με την παραγωγή μιονίων τα οποία παράγονται από τα πιόνια και είναι η χρήση των μιονίων σαν καταλύτη σε αντιδράσεις σύντηξης. Όμως όπως εξηγήθηκε για να έχουμε μια αυτοσυντηρούμενη διαδικασία πρέπει να έχουμε ένα ικανό αριθμό μιονίων άνω του 10^{11} , όπου δεν είναι ακόμη δυνατός μέσω της διάταξης του κεφαλαίου 3. Εναλλακτικά εξετάστηκε η παραγωγή πιονίων από αλληλεπίδραση δέσμης πρωτονίων με στερεό στόχο. Η δέσμη των πρωτονίων παράγεται από την αλληλεπίδραση λέιζερ με υπερ-λεπτό στόχο και η οποία βρίσκεται υπό πειραματική διερεύνηση σε υπάρχουσες εγκαταστάσεις kJ/PW λέιζερ. Η παραγωγή μιονίων από πιόνια είναι περιλαμβάνεται στους στόχους της εγκατάστασης ELI –NP [72], οδηγώντας σε μια συστηματική διερεύνηση των διαδικασιών μCF και την δυνατή χρήση τους σε συσκευές μαγνητικής σύντηξης σχετικά μικρών διαστάσεων. Οι υπολογισμοί που έγιναν επιβεβαιώνουν τη σημασία της μCF και επιπλέον του φαινομένου της θέρμανσης από τα σωματίδια α που παράγονται από τις αντιδράσεις σύντηξης, με εφαρμογή σε μικρών διαστάσεων συσκευές σύντηξης. Μια τέτοια συσκευή προτάθηκε στο άρθρο, [59]

Συνοψίζοντας στην παρούσα εργασία μελετήσαμε δύο μηχανισμούς παραγωγής ηλεκτρονίων ποζιτρονίων τον πολυφωτονικό σε συντονισμό και αυτόν του φανταστικού χρόνου. Στα πλαίσια της διερεύνησης προτάθηκαν διατάξεις για την πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου, με ικανοποιητική απόδοση ως προς τον παραγόμενο αριθμό ζευγών, κάνοντας χρήση συστημάτων λέιζερ. Σε κάθε περίπτωση οι παράμετροι επελέγησαν έτσι ώστε να ενθαρρύνουν την χρήση συστημάτων λέιζερ που είναι ήδη σε λειτουργία ή θα κατασκευάσουν στο άμεσο μέλλον. Η καινοτομία της εργασίας έγκειται στο ότι διερευνήθηκαν με περισσότερη λεπτομέρεια πτυχές των θεωρητικών προσεγγίσεων που δεν είχαν παρουσιαστεί στην υπάρχουσα αρθρογραφία και φαίνονται στα αποτελέσματα που εκφράζονται και μέσω των γραφημάτων που παρουσιάστηκαν. Επιπλέον αυτή η δουλειά θέτει τις βάσεις για μελλοντικές συνεργασίες με ερευνητικές ομάδες του εξωτερικού ώστε να καταλήξουν στην πειραματική επιβεβαίωση του φαινομένου σε εγκαταστάσεις λέιζερ όπως αυτές του ELI του ORION και του πρότζεκτ IZEST.

Παράρτημα

Δημοσιευμένα άρθρα

Physics Letters A 373 (2009) 2897–2900



Contents lists available at ScienceDirect

Physics Letters A

www.elsevier.com/locate/pla



Towards laser based improved experimental schemes for multiphoton e^+e^- pair production from vacuum

I. Ploumistakis^{a,*}, S.D. Moustazis^a, I. Tsohantjis^b

^a Technical University of Crete, Department of Sciences, Institute of Matter Structure and Laser Physics, Chania GR-73100, Crete, Greece

^b Technical University of Crete, Department of Sciences, Division of Mathematics, Chania GR-73100, Crete, Greece

ARTICLE INFO

Article history:

Received 21 May 2009

Accepted 8 June 2009

Available online 11 June 2009

Communicated by V.M. Agranovich

PACS:

12.20.-m

42.50.Hz

42.55.-f

Keywords:

Pair production

Multiphoton processes

High intensity lasers

ABSTRACT

Numerical estimates for pair production from vacuum in the presence of strong electromagnetic fields are derived, for two experimental schemes: the first concerns a laser based X-FEL and the other imitates the E144 experiment. The approximation adopted in this work is that of two level multiphoton on resonance. Utilizing achievable values of laser beam parameters, an enhanced production efficiency of up to 10^{11} and 10^{15} pairs can be obtained, for the two schemes respectively.

© 2009 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

Electron–positron pair production from vacuum breakdown in the presence of strong electromagnetic fields is one of the most interesting non-linear QED phenomena and at the same time a rich area of theoretical and experimental investigations [1–8]. Recently the possibility for an experimental verification of the phenomenon is plausible due to the rapid development of ultra-intense laser facilities [9–11]. The first steps on the theoretical treatment of the phenomenon can be found [1], but Schwinger [2] was the first that examined it thoroughly. By the implementation of the proper time method Schwinger obtained the following conditions for pair creation to occur: The invariant quantities $\mathcal{F} = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}(\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2)$, $\mathcal{G} = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = c\vec{E} \cdot \vec{B}$, where $F_{\mu\nu}$ and $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ are the electromagnetic field tensor and its dual respectively, must be such that neither $\mathcal{F} = 0$, $\mathcal{G} = 0$ nor $\mathcal{F} > 0$, $\mathcal{G} = 0$. These restrictions are for example satisfied close to the antinodes of a standing wave or at the region of a focused laser beam. In order to have sizable effects the electric field strength must exceed the critical value $\mathcal{E}_c = \frac{m^2c^3}{e\hbar} \simeq 1.3 \times 10^{18}$ V/m which corresponds to focal laser intensities of the order of 10^{29} W/cm² and above. Such laser in-

tensities can be reached in the very near future from facilities such as [12–14] and X-FEL [15]. Brezin and Itzykson [3] and soon after Popov [6] used multiphoton atom ionization technics such as the imaginary time method [6,16,17] showed that the probability of pair creation over a 4-Compton volume can be obtained as

$$W_P = \sum_{n \geq n_0} w_n. \quad (1)$$

With the parameter of the theoretical treatments being $\gamma = m\omega/e\mathcal{E} = \hbar\omega\mathcal{E}_c/mc^2\mathcal{E}$, which is the equivalent of Keldysh parameter, the two important areas $\gamma \ll 1$ (high electric field strength and low frequency, where the adiabatic non-perturbative tunneling mechanism dominates) and $\gamma \gg 1$ (low electric field strength and high frequency, multiphoton mechanism), lead respectively to the following number of pairs $N(\tau)$ [6]:

$$N(\tau) = 2^{-3/2}n_0^4(\mathcal{E}/\mathcal{E}_c)^{\frac{5}{2}} \exp\left(-\frac{\pi\mathcal{E}_c}{\mathcal{E}}\left(1 - \frac{1}{2(n_0\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c})^2}\right)\right)(\omega\tau/2\pi),$$

$$\gamma \ll 1,$$

$$N(\tau) \approx 2\pi n_0^{3/2}\left(\frac{4\gamma}{e}\right)^{-2n_0}(\omega\tau/2\pi), \quad \gamma \gg 1,$$

with τ being the pulse duration and $n_0 = 2mc^2/\hbar\omega$. The first experimental verification of e^-e^+ pair production took place at SLAC (E-144 experiment) [18]. Highly energetic electrons (maximum

* Corresponding author.

E-mail addresses: iploumistakis@isc.tuc.gr (I. Ploumistakis), moustazis@science.tuc.gr (S.D. Moustazis), ioannis2@otenet.gr (I. Tsohantjis).

0375-9601/\$ – see front matter © 2009 Elsevier B.V. All rights reserved.
doi:10.1016/j.physleta.2009.06.015

46.6 GeV) underwent nonlinear Compton scattering with n laser photons (of $\lambda = 527$ nm, $\omega = 2.35$ eV and laser pulses of energy 500 mJ), $e + n\omega \rightarrow e' + \omega'$, producing backscattered photons ω' of 27–30 GeV which then collide with the laser photons to produce e^- , e^+ pairs, via the multiphoton Breit–Wheeler mechanism, $\omega' + n\omega \rightarrow e^-e^+$. The number of positrons measured in 21962 laser pulses was 175 ± 13 for an $n = 5.1 \pm 0.2$ (statistical) $^{+0.3}_{-0.2}$ (systematic) multiphoton order process, a result that is in very good agreement with the theory. These results have been shown in [19] to be obtained also from Popov's theory.

In a recent paper Avetissian et al. [20] treated e^-e^+ pair production in a standing wave $\mathbf{A} = 2\mathbf{A}_0 \cos \omega t$ formed by oppositely directed laser beams of plane transverse linearly polarized electromagnetic waves of frequency ω , using a two level on resonance multiphoton approximation [19–21]. The main difference between this approach and the previous one is the condition of resonance, which as shown in the detailed investigation presented in [21–24], can lead to very high production efficiency. The probability density of pair creation for the case of oscillating electric field, is given in relation (33) in [20]. This approximation will be considered in the rest of the Letter. Following [20,21], taking the momentum of the created electrons (positrons) to be $\mathbf{p} = (p_x = p \sin \theta, p_y = p \cos \theta, 0)$, where θ is angle between \mathbf{A}_0 (lying on the Oy axis) and \mathbf{p} , the probability density w_{n0} and the number of pairs created N_0 at angle $\theta = 0$ (where both maximize) for an n th order process are respectively given by [21–23]

$$w_{n0} = \frac{n\omega}{8\pi^2} f_{n0}^2 (n^2\omega^2 - 4m^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

$$N_0 = w_{n0} V \tau = \frac{1}{4\pi^2} \frac{V \tau}{V_e} \frac{q \sqrt{q^2 - 1}}{m^2 c^4} f_{n0}^2. \quad (3)$$

In deriving (2) and (3) the resonance condition

$$n = 2E/\hbar\omega = 2qmc^2/\hbar\omega, \quad q \geq 1, \quad (4)$$

has been used and

$$f_{n0} = \frac{E}{4p_y} \left(1 - \frac{p^2}{E^2} \right)^{\frac{1}{2}} n \hbar \omega J_n \left(4\xi \frac{mp}{E\omega} \right).$$

$\xi \sim \frac{1}{\gamma}$ is the relativistic invariant parameter given by

$$\xi = \frac{mc^2 \mathcal{E}_0}{\hbar \omega \mathcal{E}_c}, \quad (5)$$

\mathcal{E}_0 is the amplitude of one incident wave and $\xi \lesssim 1$ for the approximation to hold. $V_e = 7.4 \times 10^{-59} \text{ m}^3 \text{ s}$ is the 4-Compton volume of the electron, $V \sim \sigma^2 l$ is the interaction volume, τ is the pulse duration, σ is the cross section radius and $l \ll \lambda$ the electromagnetic wavelength [20,21]. Finally since in the Bessel function $J_n(x)$, $x \simeq n$, the approximation $J_n(n \text{sech } \alpha) = (1/\sqrt{2\pi n \tanh \alpha})$ ($a = \text{sech}^{-1}(\frac{2\xi}{q}(1 - \frac{1}{q^2})^{\frac{1}{2}})$) has to be used giving,

$$f_{n0} = \frac{1}{4} (q^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} n \hbar \omega \frac{\exp(n \tanh a - na)}{\sqrt{2\pi n \tanh a}}. \quad (6)$$

As shown in [21], relation (3) leads to very good estimates for the theory both when higher harmonics are implemented and when the range of its applicability is examined. For example for a Nd-Yag laser with $\omega = 1.17$ eV, $\lambda = 1 \mu\text{m}$, intensity $1.35 \times 10^{22} \text{ W/m}^2$, $\tau \sim 10^{-14} \text{ s}$, $\sigma \sim 10^{-5} \text{ m}$, $l = 0.1\lambda$, the fifth harmonic can create approximately up to 10^{12} pairs for $n \sim 10^5$, provided that the electric field strength does not exceed the order of 10^{13} V/m .

In Section 2 we present the use of a table top laser based X-ray Free Electron Laser scheme for pair creation and in Section 3

a scheme analogous to the one used in the E-144 experiment. The aim of this Letter is to emphasize the advantages of using such schemes for the experimental observation of the on resonance approximation [20,21], as they can be realized in well equipped laboratory and can provide satisfactory results which we will show on our numerical estimations that will follow. One should mention that the following two setups allow the increase of electric field strength \mathcal{E} with a simultaneous increase of ω , so that ξ remains $\lesssim 1$, as it is essential for the validity of the multiphoton on resonance approximation.

2. Pair creation using laser based X-FEL system

In this section we investigate the use of what one could call a table top laser based X-ray Free Electron Laser for electron–positron pair creation. Such system is similar to a standard X-FEL system [15] with the main difference between the two to be the electron beam creation and acceleration mechanism. The table top X-FEL utilizes a relativistic electron beam produced and accelerated by a high intensity ($\sim 10^{20}$ – 10^{21} W/cm^2) ultrashort laser beam [25–28]. Then the electron beam propagates through a wiggler system and X-ray beam is created. Generation of such relativistic electron beam from a laser source can be achieved by interaction with a solid or gas target and is a wide field of research. For our purposes we consider a laser system with intensity of 10^{21} W/cm^2 and pulse duration 20–30 fs. Recent experiments [25–28] have confirmed that the accelerated electron beam can reach energies E_{beam} close to 1 GeV and charge close to 1 nC, but is expected that in the near future this charge will become available. This beam enters an undulator with period λ_u and after the interaction with the magnetic field in it, X-ray photons of wavelength

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma_L^2} \quad (7)$$

will be produced, where γ_L is the relativistic factor ($\gamma_L = \frac{E_{\text{beam}}}{m_e c^2}$). The undulator period for our scheme is $\lambda_u = 5 \text{ mm}$ but it can be adjusted depending on the X-ray photon wavelength we wish to produce.

Using (7) for $E_{\text{beam}} = 1 \text{ GeV}$ we obtain X-ray beam wavelength $\lambda = 0.65 \text{ nm}$, which corresponds to photon energy $\omega = 1.909 \text{ keV}$. Two opposite directed X-ray beams form a standing wave to a circular spot area of radius $\sigma = 100 \text{ nm}$. The interaction 4-volume in which pair creation takes place is taken as $V = \sigma^2 (0.1\lambda) \tau$, where $\tau = 100 \text{ fs}$. We also assume that the conversion efficiency of the electron beam energy to X-ray photons is about 10% and given the power of the electron beam $P_{\text{beam}} = 1 \times 10^{13} \text{ W}$, we obtain the energy of the X-ray beam $E_b = 0.1 \text{ J}$. As in [21], with the above parameter values, we firstly investigate, using (3) the dependence of pair number N_0 to q (electron rest mass units). The result is presented in Fig. 1, where the envelope of $N_0(q)$ is plotted, for $\xi = 0.9532$. This optimum choice of ξ (leading to high production efficiency), is dictated by energy conservation between the X-ray beam energy E_b and the energy $E = 2qmc^2 N_0$ of created pairs: one can numerically solve the energy conservation equation $E_b = 0.1 \text{ J} = 2qmc^2 N_0(\xi, q)$ for appropriate range of values of the q parameter (see [21] for a detailed analysis on the choice of ξ).

The most probable pair number is the one that corresponds to $q = 1.40$ and is of the order of 10^{10} pairs. The multiphoton order of the process as obtained by (4) is $n = 750$.

Secondly one can also investigate the dependence of N_0 from ξ (equivalently \mathcal{E}_0). Using (3) and the data from Table 1 we present in Fig. 2, the dependence of pair number N_0 from ξ for three E_{beam} values of 1 GeV, 400 MeV and 200 MeV, the last two being considered in order to estimate and compare pair creation efficiencies for energies that can be easily created with the recent

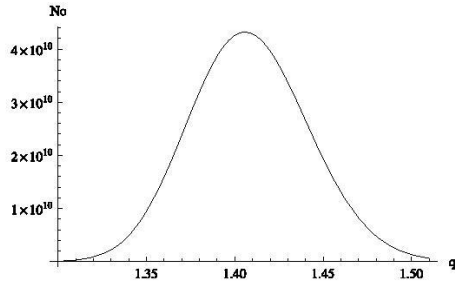


Fig. 1. Envelope of created e^+e^- pair number N_0 vs. rest mass unit q for $\xi = 0.9632$ and photon energy 1.909 keV.

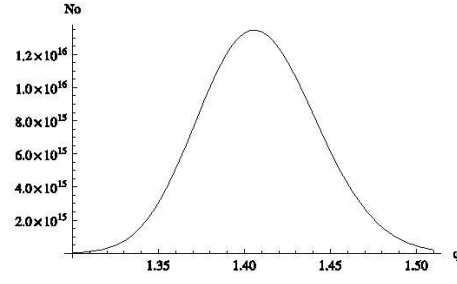


Fig. 3. Envelope of created e^+e^- pair number N_0 vs. rest mass unit q for $\xi = 0.9632$ and photon energy 1.956 keV.

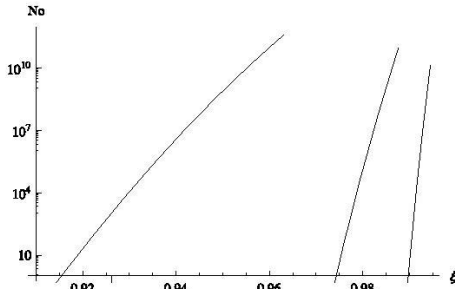


Fig. 2. Log-plot of the number of created pairs N_0 vs. ξ for electron beam energy 1 GeV (top curve), 400 MeV (middle curve) and 200 MeV (bottom).

Table 1
Typical parameters for obtaining Fig. 2.

Electron beam energy E_{beam}	Wavelength of X-ray laser beam (nm)	X-ray photon energy (eV)	Maximum electric field strength (V/m)
1 GeV	0.65	1909	3.4×10^{15}
400 MeV	4.06	305	5.5×10^{14}
200 MeV	16.3	76	1.4×10^{14}

technology in large laser facilities. Note that in order to obtain each of the three plots in Fig. 2 the values of (q, n) are respectively (1.41, 750), (1.40, 4742), (1.40, 18833).

Each one of the curves has a different ending point, because of previous mentioned energy conservation consideration. The choice of plotting vs. parameter ξ is justifiable, since it depends both from the electric field strength \mathcal{E}_0 and photon energy and thus allowing to investigate the dependence of N_0 on both of these physical quantities. By adjusting the photon energy and/or the electric field one can estimate the number of produced pairs for the corresponding value of ξ from figures like Fig. 2. Observe the very sensitivity of N_0 from ξ which is a result of resonance approximation (this is due to the presence of the Bessel function in relation (3)).

The electron beam charges considered for these energies case are respectively 1 nCb for 1 GeV, 0.4 nCb for 400 MeV and 0.2 nCb for 200 MeV. The estimates of Fig. 2 show that even if we choose to lower the electron beam energy, we can achieve efficient electron-positron pair production (of the order of 10^{11} for 1 GeV, 10^{10} for 400 and 200 MeV) and strongly suggest the possi-

ble use of this scheme for experimental observation of resonance approximation.

3. Pair creation using a configuration analogous to the E144 experiment

The second scheme proposed is based on the E144 experiment at SLAC [18]. It consists of two steps. On the first step a relativistic electron beam is produced and accelerated by an ultra-short laser beam of photon energy 1 eV. On the second step the relativistic electron beam interacts with the main high intensity (10^{20} W/cm²) highly focused laser beam. On the electron's frame the electric field intensity of the laser beam is thus increased due to the relativistic factor while the focusing guarantees that the condition $\mathcal{E}^2 - H^2 > 0$, for pair creation is satisfied. On the electrons reference frame the electric field \mathcal{E}^* and the photon energy E_{photons}^* are given by

$$\mathcal{E}^* = \gamma_L \mathcal{E}_{\text{laserlab}}, \quad (8)$$

$$E_{\text{photons}}^* = \gamma_L E_{\text{photons}} \quad (9)$$

where $\gamma_L = \frac{E_{\text{beam}}}{m_e c^2}$, E_{beam} being the electron beam energy.

For $E_{\text{beam}} = 1$ GeV, we obtain from (9) $E_{\text{photons}}^* = 1.956$ keV, which corresponds to $\lambda = 0.1$ nm and $\mathcal{E}^* \sim 10^{15}$ V/m. We will apply the same analysis as in Section 2, to estimate the efficiency of resonance approximation for this scheme. Using (3) where the interaction 4-Volume $V = \sigma^2 (0.1\lambda)\tau$, $\lambda = 0.1$ nm, $\sigma = 50$ μ m and $\tau = 10^{-14}$ s, we present in Fig. 3 the envelope of the created pair number N_0 as a function of q for $\xi = 0.9632$ (ξ is obtained with same considerations as before).

The most probable process corresponds to $q = 1.41$ and can produce up to the order of 10^{16} pairs. The multiphoton order of this process is $n = 735$. We also examine the efficiency of pair creation for two more energies of the electron beam, 400 MeV and 200 MeV. As in Section 2, using formula (3) and the data from Table 2 we present in Fig. 4, the dependence of pair number N_0 from ξ for three E_{beam} values of 1 GeV, 400 MeV and 200 MeV with corresponding values (q, n) for the later two energies as (1.41, 1844) and (1.40, 3686).

4. Conclusion

The above analysis aims to support the experimental verification of e^+e^- pair creation using the on resonance multiphoton approximation by presenting two possible schemes. One is based on using a table-top X-FEL laser system and the second is analogous to the E144 experiment. The numerical estimates presented

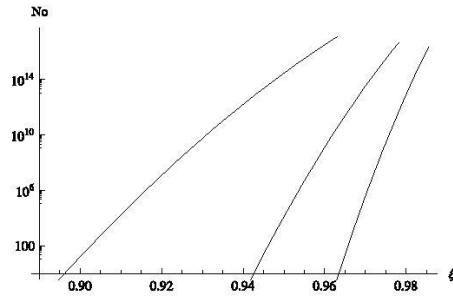


Fig. 4. Log-plot of the number of created pairs N_0 vs. ξ for electron beam energy 1 GeV (top curve), 400 MeV (middle curve) and 200 MeV (bottom).

Table 2

Typical parameters for obtaining Fig. 4. The estimates of Fig. 4 of this scheme strongly suggest the possible use of this scheme for experimental observation of resonance approximation (of the order of 10^{15} for 1 GeV, 10^{15} for 400 and 200 MeV).

Electron beam energy E_{beam}	X-ray photon energy (eV)	Electric field strength (V/m)
1 GeV	1909	4.7×10^{15}
400 MeV	782	7.8×10^{14}
200 MeV	391	1.9×10^{14}

that a sufficient number of pairs can be produced by both schemes that can reach up to the order of 10^{11} pairs for the table top X-FEL and 10^{15} for the E144 like scheme. An important fact in both proposed schemes is that they use laser based modern technology for production and acceleration of electron beam and consequently they do not need any large acceleration facilities. Moreover, since the existing laser laboratories have this kind of technology, the required experimental values of the parameters needed for pair production can be achieved. Our choice to carry out our numerical estimates with E_{beam} no greater than 1 GeV is thus justified, as electron beams with energies like 400 MeV or 200 MeV can be created quite easily. Besides the above advantages of the two schemes, the laser beam parameters can be easily adjusted to change the electron beam energy, in order to operate on resonance. Moreover the criterion for the choices of the values of the parameters used, is that they should be close to typical values rather than extreme ones, in order to maintain our estimates as realistic as possible. Consequently our analysis, suggests that both of the schemes presented are promising for a future experimental verification of the

on resonance pair production, especially when new powerful laser systems like X-FEL [15], HIPER [13] and ELI [14] are under development.

References

- [1] O. Klein, Z. Phys. 53 (1929) 157; F. Sauter, Z. Phys. 69 (1931) 742; W. Heisenberg, H. Euler, Z. Phys. 98 (1936) 718.
- [2] J.W. Schwinger, Phys. Rev. 82 (1951) 664.
- [3] E. Brezin, C. Itzykson, Phys. Rev. D 2 (1970) 1191.
- [4] G.J. Troup, H.S. Perlman, Phys. Rev. D 6 (1972) 2299.
- [5] W. Greiner, B. Muller, J. Rafelski, Quantum Electrodynamics of Strong Fields, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [6] V.S. Popov, JETP Lett. 13 (1971) 185; V.S. Popov, Sov. Phys. JETP 34 (1972) 709; V.S. Popov, Sov. Phys. JETP 35 (1972) 659; V.S. Popov, M.S. Marinov, Sov. J. Nucl. Phys. 16 (1973) 449; V.S. Popov, M.S. Marinov, JETP Lett. 18 (1974) 255; V.S. Popov, M.S. Marinov, Sov. J. Nucl. Phys. 19 (1974) 584.
- [7] A.I. Nikishov, Nucl. Phys. B 21 (1970) 346.
- [8] N.B. Narozhnyi, A.I. Nikishov, Sov. J. Nucl. Phys. 11 (1970) 596; N.B. Narozhnyi, A.I. Nikishov, Sov. Phys. JETP 38 (1974) 427.
- [9] M. Perry, G. Mourou, Science 264 (1994) 917.
- [10] P. Chen, C. Pellegrini, in: Quantum Aspects of Beam Physics, Proceedings of the 15th Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop, Monterey, CA, 4–9 January 1998, Singapore, World Scientific, 1998, p. 571.
- [11] P. Chen, T. Tajima, Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 256.
- [12] T. Tajima, G. Mourou, Phys. Rev. ST Accel. Beams 5 (2002) 031301.
- [13] <http://www.hiper-laser.org>.
- [14] <http://www.extreme-light-infrastructure.eu>.
- [15] XFEL—Technical Design Report (2006), Publisher: DESY XFEL Project Group, European XFEL Project Team, Deutsches Elektronen-Synchrotron, Member of the Helmholtz Association, Notkestrasse 85, 22607 Hamburg, Germany, ISBN 3-935702-17-5.
- [16] A. Ringwald, Phys. Lett. B 510 (2001) 107.
- [17] V.S. Popov, Phys. Lett. A 298 (2002) 83.
- [18] D.L. Burke, et al., Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 1626.
- [19] C. Kabadis, I. Tsohantjis, S. Moustazis, in: B.G. Sidharth, F. Honsell, A. de Angelis (Eds.), Frontiers of Fundamental and Computational Physics, Udine, Italy, 26–29 September 2004, Springer, Netherlands, 2005, pp. 279–283.
- [20] H.K. Avetissian, A.K. Avetissian, G.F. Mkrtchian, Kh.V. Sedrakian, Phys. Rev. E 66 (2002) 016502.
- [21] I. Tsohantjis, S. Moustazis, I. Ploumistakis, Phys. Lett. B 650 (2007) 249.
- [22] I. Ploumistakis, Master Thesis, Technical University of Crete, 2007.
- [23] I. Ploumistakis, I. Tsohantjis, S. Moustazis, New approaches on laser vacuum breakdown for pair creation, in: 35th EPS Conference on Plasma Phys. Hersonissos, 9–13 June 2008, ECA vol. 32D, P-1.123 (2008).
- [24] I. Tsohantjis, S.D. Moustazis, I. Ploumistakis, Pair creation from vacuum in the presence of ultra-intense laser beams, in: 35th EPS Conference on Plasma Phys. Hersonissos, 9–13 June 2008, ECA vol. 32D, O-4.041 (2008).
- [25] F. Amiranoff, et al., Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 995.
- [26] S.P.D. Mangles, et al., Nature 431 (2004) 535.
- [27] W.P. Leemans, et al., Nature Phys. 2 (2006).
- [28] V. Malka, J. Faure, Y. Glinec, A. Pukhov, J. Rousseau, Phys. Plasmas 12 (2005) 056702.

High Power Laser Science and Engineering, (2016), Vol. 4, e41, 7 pages.
© The Author(s) 2016. This is an Open Access article, distributed under the terms of the Creative Commons Attribution licence (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.
doi:10.1017/hpl.2016.42

Numerical investigation and potential tunability scheme on e^+e^- and $\pi^+\pi^-$ stimulated pair creation from vacuum using high intensity laser beams

I. Ploumistakis¹, S. D. Moustazis¹, and I. Tsohantjis²

¹Technical University of Crete, Laboratory of Matter Structure and Laser Physics, Chania GR-73100, Crete, Greece

²National and Kapodistrian University of Athens, Faculty of Physics, Department of Nuclear and Particle Physics, GR-15771, Athens, Greece

(Received 21 June 2016; revised 19 September 2016; accepted 27 September 2016)

Abstract

Numerical estimates for electrons and mesons particle–antiparticle creation from vacuum in the presence of strong electromagnetic fields are derived, using the complete probability density relation of Popov's imaginary time method (Popov, JETP Lett. **13**, 185 (1971); Sov. Phys. JETP **34**, 709 (1972); Sov. Phys. JETP **35**, 659 (1972); Popov and Marinov, Sov. J. Nucl. Phys. **16**, 449 (1973); JETP Lett. **18**, 255 (1974); Sov. J. Nucl. Phys. **19**, 584 (1974)); (Popov, Phys. Lett. A **298**, 83 (2002)), and within the framework of an experimental setup like the E144 (Burke *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 1626 (1997)). The existence of crossing point among pair creation efficiency curves of different photon energies and the role of odd/even multiphoton orders in the production rates are discussed. Finally a kind of tunability process between the two creation processes is discussed.

Keywords: high intensity lasers; multiphoton processes; pair production

1. Introduction

In the presence of strong electromagnetic fields, vacuum can be unstable and if a certain field strength is exceeded, electron–positron pair creation can occur^[1, 2]. This characteristic critical field strength is the Schwinger field $\mathcal{E}_{ce} = (m_e c^2)/e\lambda_{ce} \simeq 1.3 \times 10^{18} \text{ V m}^{-2}$, where m_e is the electron mass, c the speed of light and $\lambda_{ce} = \hbar/(m_e c)$ is the Compton wavelength. However, as demonstrated by Schwinger^[1], in order to observe pair creation, the invariant quantities $\mathcal{F} = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}(\vec{\mathcal{E}}^2 - c^2\vec{\mathcal{B}}^2)$, $\mathcal{G} = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = c\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}}$ must be such that $\sqrt{\mathcal{F}^2 + \mathcal{G}^2} - \mathcal{F} > 0$, where $F_{\mu\nu}$ and $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ are the electromagnetic field tensor and its dual, respectively. These requirements can be satisfied at an area close to the antinodes of a standing wave or at the region of a focused laser beam. As the critical field strength corresponds to focal laser intensities of the order of $10^{29} \text{ W cm}^{-2}$, the main question that arises, is whether an experimental verification of the phenomenon is possible. The rapid development of ultra-intense laser facilities has rekindled the interest in proposing a possible experimental

setup as seen in various works^[3–11]. Theoretical treatment of pair creation in an oscillating pure electric field and based on the atom ionization theory, was demonstrated in Brezin and Itzykson^[12] and Popov's works^[13–19]. The characteristic parameter of those treatments is the relativistic invariant parameter $\gamma = mc\omega/e\mathcal{E} = \hbar\omega\mathcal{E}_c/mc^2\mathcal{E}$, which is analogous to the Keldysh parameter. In particular, Popov^[13–19] applied the imaginary time method for the case of oscillating electric field such as the one realized at the antinodes of an electromagnetic standing wave formed by two coherent counterpropagating laser beams and for which $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_c$ and $\hbar\omega \ll mc^2$, distinguishing two important regimes $\gamma \ll 1$ and $\gamma \gg 1$. For $\gamma \ll 1$ (high electric field strength and low frequency) the adiabatic non-perturbative tunneling mechanism dominates and the probability density is expressed as $W \propto \exp(-\pi(\mathcal{E}_c/\mathcal{E}))$. For the case of $\gamma \gg 1$ (low electric field strength and high frequency) respectively, the multiphoton mechanism is dominant and $W \propto (\mathcal{E}_c/\mathcal{E})^{-2n_0}$ ($n_0 = 2mc^2/\hbar\omega$ is the multiphoton order threshold). Additionally in Ref. [20] the imaginary time method was further analyzed and applied for the cases of a constant electric field and time homogeneous electric field for a single or multiple laser pulses. Also, important work in pair production has been carried out concerning

Correspondence to: I. Ploumistakis, Technical University of Crete, Laboratory of Matter Structure and Laser Physics, Chania 73100, Greece. Email: iploumistakis@isc.tuc.gr

the interaction of a high intensity polarized laser beam in vacuum as seen in Refs. [21–23], leading to observation of pair production at laser intensities lower than the critical one. Along these lines, interaction of two circularly polarized counterpropagating laser pulses^[24] was shown that pair creation can become experimentally observable for laser beam intensities one or two orders of magnitude lower than that of a single pulse. Finally in Refs. [22, 25, 26] the collision of multiple electromagnetic pulses is proposed as yet another possible experimental scheme, where lower threshold is required for pair observation. In the ultra-relativistic regime $\xi \gg 1$ ($\xi = 1/\gamma$) recollision process of an electron–positron pair produced by the interaction of a high energy photon with an intense laser pulse allows relevant high energy physics effects^[27]. The concept of the E144 experiment^[28] and the agreement with theory is mentioned in Ref. [22] as a unique opportunity for future experiments, in order to investigate unexplored nonlinear vacuum effects, using laser intensities to 2–4 order higher than the laser intensity used for the first experimental verification of e^-e^+ pair creation accomplished at SLAC^[28]. The experiment consisted of two stages. At first a high energy electron beam interacted with a laser beam via nonlinear Compton scattering producing high energy γ photons. These high energy photons then interact with low energy laser photons and electron–positron pairs are created through Breit–Wheeler process^[29]. 175 ± 13 positrons were measured in 21962 laser pulses for a $n = 5.1 \pm 0.2$ (see Ref. [28]) multiphoton order process, a result that is in very good agreement with the theory^[30].

Based on Popov’s treatment we are going to present our numerical estimates for pair creation efficiency on an E144 like experimental setup that can be realized in the near future by high energy laser facilities^[31–39].

Continuing with the presentation of Popov’s theory the probability density is given by Refs. [13–19]

$$W = \sum_{n>n_0} w_n, \quad (1)$$

where w_n is the n th multiphoton order probability per Compton volume given by

$$w_n = \frac{(2s+1)}{2\pi^2 V_c} \frac{\hbar\omega}{mc^2} \left(\frac{n-n_0}{\Delta_2} \right)^{1/2} J_n \exp \left(-\frac{2mc^2}{\hbar\omega} f - \frac{2f_1}{\Delta_1} (n-n_0) \right). \quad (2)$$

In the above relation, s is a factor that is equal to 0 for the case of bosons and 1/2 for the case of fermions, $m_e = 9.1093 \times 10^{-31}$ kg (0.5 MeV c^{-2}) for electrons or $m_\pi = 2.488 \times 10^{-28}$ kg (139.570 MeV c^{-2}) for pions, $V_c = \hbar^4/m_{e,\pi}^4 c^5$ is the electron or pion 4-Compton volume,

7.4×10^{-59} and 2.16×10^{-143} m³ s, respectively,

$$n_0 = mc^2 \Delta / \hbar\omega, \quad \Delta = \frac{4}{\pi \gamma \psi(\gamma)} E(\psi(\gamma)),$$

$$\psi(\gamma) = 1/\sqrt{1+\gamma^2}, \quad (3)$$

where n_0 is the threshold multiphoton order for pair production to take place and Δ expresses the effective energy gap width between the continua and $E(\cdot)$ is the complete elliptic integral of the second kind. The functions Δ_1 , Δ_2 , J_n , l , ξ_n , f , f_1 , f_2 are respectively given by

$$\Delta_1 = \frac{2}{\pi} \gamma \psi(\gamma) K(\psi(\gamma)), \quad \Delta_2 = \frac{2}{\pi} \gamma \psi(\gamma) E(\psi(\gamma)), \quad (4)$$

$$J_n = \int_0^1 e^{l(n-n_0)x^2} [1 + \sigma(-1)^n \cos \xi_n x] dx,$$

$$l = 2 \left(\frac{f_1}{\Delta_1} - \frac{f_2}{\Delta_2} \right), \quad x = \frac{p_{\parallel}}{p},$$

$$\xi_n = 2\gamma \psi(\gamma) \sqrt{\frac{(n-n_0)mc^2}{\hbar\omega}},$$

$$f = \frac{\pi\gamma}{1+\sqrt{1+\gamma^2}}, \quad f_1 = \pi\gamma \psi(\gamma)/2 = (1/\gamma) f_2,$$

where $K(\cdot)$ is the complete elliptic integrals of the first kind and $\sigma = 1$ for electrons and -1 for mesons (pions)^[13–19] and p_{\parallel} is the parallel to the electric field component of the momentum p of the created particle.

For the sake of introduction completeness the simplified asymptotic formulas for e^-e^+ pair creation will be presented even though they will not be used in our estimates. For the two regions of γ that we have mentioned Equation (2) can be simplified. In the case $\gamma \ll 1$ the spectrum of $n\hbar\omega$ of the n -photon processes is practically continuous giving the non-perturbative result^[13–19, 40]

$$w_p \simeq \frac{1}{2^{3/2} \pi^4 V_c} (\mathcal{E}/\mathcal{E}_c)^{5/2} \times \exp \left(-\pi (\mathcal{E}_c/\mathcal{E}) \left(1 - \frac{1}{8} \gamma^2 + O(\gamma^4) \right) \right),$$

while the number of pairs created is given by

$$N(\tau) = 2^{-3/2} n_0^4 (\mathcal{E}/\mathcal{E}_c)^{5/2} \times \exp \left(-\frac{\pi \mathcal{E}_c}{\mathcal{E}} \left(1 - \frac{1}{2 \left(n_0 \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} \right)^2} \right) \right) (\omega\tau/2\pi), \quad (5)$$

τ being the pulse duration. However in the typical multiphoton (and of perturbative nature) case $\gamma \gg 1$,

$$w_n = \frac{2}{\pi^3 V_c} (n_0)^{-5/2} \left(\frac{e}{4\gamma} \right)^{2n} q(n-n_0),$$

where

$$q(n - n_0) = \frac{1}{2} e^{-2(n-n_0)} \int_0^{2(n-n_0)} e^t t^{-1/2} dt \quad (6)$$

and Equation (1) yields the estimates^[13–19, 40]

$$w_p \approx \frac{2}{2^{3/2} \pi^3 V_c} n_0^{-5/2} \left(\frac{e}{4\gamma} \right)^{2n_0}, \quad (7)$$

$$N(\tau) \approx 2\pi n_0^{3/2} \left(\frac{4\gamma}{e} \right)^{-2n_0} (\omega\tau/2\pi). \quad (8)$$

An extensive investigation of e^+e^- pair production using the imaginary time method concerning the pulse shape and duration in the optical and XFEL regime is provided in Ref. [19], while in Ref. [40] the XFEL case is analyzed in detail. Although the power-law behavior of $N(\tau)$ in the case $\gamma \gg 1$ provides a far more efficient mechanism for pair creation, one needs quite high $\hbar\omega$'s given by possible future γ -ray lasers except if other techniques are to be used, as was demonstrated in Ref. [8]. As an example, for a future Exawatt or Zetawatt laser system^[41] with laser intensities able to approach $10^{26} \text{ W cm}^{-2}$ and beyond, Equation (5) with $\hbar\omega = 1 \text{ eV}$, $n_0 = 1.02 \times 10^6$ and electric field $E = 10^{16} - 10^{17} \text{ V m}^{-1}$ (i.e., close to E_{ce}), $\gamma = 1.33 \times 10^{-5}$ and pulse duration $\tau \sim 150 \text{ fs}$, gives $N(\tau) = 1.5 \times 10^{12}$ electron-positron pairs.

In the following section (Section 2) the numerical estimates on the pair creation efficiency for electron and pion pairs will be presented, using the full formula that describes the whole range of γ instead of the simplified ones [Equations (5) and (8)]. The reason for this choice is that the full formula can provide better estimations concerning the efficiency of the created pairs, especially around the area of $\gamma = 1$. The simplified formulas are asymptotic at this area and as we will discuss later do not allow us to observe crossing points between the curves that depict the created pair number versus electric field strength for different electron beam energies. These crossing points cannot be approached using the asymptotic formulas, as they are observed close to the area of $\gamma = 1$. Their existence shows that for electric field strength values above the range where the crossing points are, higher multiphoton orders can result to higher creation efficiency. Our aim is to support and emphasize on the advantages of using such schemes to observe pair creation as they can provide satisfactory results. Also our results will show the dependence of efficiency on having an odd or even multiphoton order. In Section 3 our investigation will be extended to study the possible utilization of the proposed scheme to pions pair creation from vacuum by using ultra-intense lasers. This section will be concluded by a proposed mechanism that will enable us to select the type of the created particles. The latter is a quite interesting topic as there is an argument on whether

we can reach to the point of creating mesons (pions on our case), or all the available energy will be consumed by the electron-positron pair creation process that requires lower critical electric field strength. The importance of pion creation is that it is closely related to muon creation. Laser generated muons can be applicable as a complementary to the accelerator source^[42, 43] in muon catalyzed fusion processes and neutrino factories^[44]. To enrich our study, one case that should be examined is the creation of pions from electron-positron collisions as seen in Ref. [45] and to what extent this phenomenon contributes to the total rate of the pion creation.

For the numerical estimates of created pairs, to be presented, it is adequate to use Equation (2) for the case of $n = n_0 + 1$, as this term will give the maximum contribution. Thus for the given particle mass and for a specific range of electric field strength \mathcal{E} we evaluate the multiphoton order n_0 according to Equation (3). Then for $n = n_0 + 1$ we estimate w_n ^[13–18]. To avoid numerical evaluation discontinuities, when using Equations (2) and (4), we round $n_0 + 1$ up to the closest integral value which we denote by $[n_0 + 1]$. Consequently as \mathcal{E} increases, $[n_0 + 1]$, takes even and odd values and thus because of the term $1 + \sigma(-1)^{[n_0+1]} \cos \xi_n x$ in J_n , w_n oscillates accordingly, as can be seen in all figures below. Note that this oscillation is present both in the creation of fermions ($\sigma = -1$) and bosons ($\sigma = 1$). However, as expected, this oscillation is strongly manifested when we attempt to observe created pairs with $p_{||} = 0$. In this case $w_n \propto 1 + \sigma(-1)^n$ giving the known selection rule: fermions (with $p_{||} = 0$) are created by odd harmonics while bosons (with $p_{||} = 0$) by even ones.

Since $e^+ - e^-$ and $\pi^+ - \pi^-$ pair creation occur for different particle masses and electric field strength ranges, probabilities and pair number creations are obviously estimated separately.

As mentioned above, our aim is to apply and investigate numerically Popov's theory to an E144 like experimental setup. However it is worth commenting on the efficiency of other physical mechanisms that one can implement in such a setup. In particular, if we choose to implement the Breit-Wheeler mechanism via nonlinear Compton scattering, taking also into account radiation losses during electron-photon collision, the efficiency is lower than that of Popov's theory due to low cross-section of the above events.

An interesting scheme is proposed at the recent work of Ref. [46]. Experimental verification of e^+e^- pair creation is examined through a two-stage process. At first a high energy electron beam interacts with a solid target producing gamma photons. At the second stage gamma photons collide with x-ray photons originated from laser heated hohlraum leading to e^+e^- pairs through the Breit-Wheeler mechanism. Even though this setup is not similar to the one proposed in our work, it is a perfect example of an optimized Breit-Wheeler process.

We modeled the two step scheme (1st step: electron beam–laser beam interaction, 2nd step: high energy photon–laser interaction) with the parameters used in Ref. [46], obtaining analogous results to those presented. Afterward our intention is to examine that scheme using parameters that were selected for our scheme. According to the calculations presented in Ref. [46] and also those carried out on our behalf, the estimated efficiency is up to 10^4 – 10^5 at best, for an electron beam of 10^9 electrons and hohlraum temperature ~ 300 keV. If we implement the parameters used in our scheme, pair creation efficiency is expected to be lower, leading to 10^2 – 10^3 pairs. This result indicates the possible contribution of Breit–Wheeler mechanism to our scheme. It is quite lower than the one estimated from the Popov's theory.

The proposed scheme in Ref. [46] is a well thought setup as it can be very efficient in terms of photon population of both gamma and x-ray photons. However it will require an NIF like facility in order to achieve the required electron number and hohlraum heating in the maximum temperatures presented. A scheme that would require a Petawatt laser facility like the one described in this paper, would lower the whole cost.

2. Pair creation using an E144 analogous scheme: e^+e^- case

Consider an experimental configuration where on the first step a high focal intensity (for the ELI system values of $I \sim 10^{24}$ W cm $^{-2}$ can be achieved) ultra-short ($\tau \sim 150$ fs) laser beam of $\hbar\omega = 1$ eV, is used to produce and accelerate an electron beam (of charge ~ 1 nC) to reach the relativistic energy regime of some GeV (theoretical estimates for the ELI system allow up to 100 GeV $^{[36]}$) as is described in Refs. [47–50]. On the second step this electron beam collides head on with the same focused laser beam (so that the effect of the magnetic field is negligible and $\mathcal{F} < 0$). In the electron's frame of reference the photons have energy $\hbar\omega^* = \gamma_L \hbar\omega$ where $\gamma_L = E_{e\text{-beam}}/mc^2$ is the Lorentz factor and the electric field strength is $\mathcal{E}^* = \gamma_L \mathcal{E}$. This configuration is analogous to the E144 experiment (see also Ref. [8]).

In Figure 1, we present the log plot of the $[n_0 + 1]$ th multiphoton order probability density [Equation (2)], as a function of \mathcal{E}^* , for the case of $E_{e\text{-beam}} = 10$ GeV. In this case $\gamma_L = 2 \times 10^4$ and we have taken values of \mathcal{E}^* between 2×10^{16} – 4×10^{17} V m $^{-1}$, which in turn via Equation (3) $[n_0 + 1]$ takes values between 185 and 245. As expected the oscillation between even and odd values of $[n_0 + 1]$ is explicitly shown with the upper dashes corresponding to odd and the lower dashes to even ones.

In Figure 2, we present the log plot of the number of pairs $N_n = V w_n$ as a function of \mathcal{E}^* , corresponding to Figure 1. For a typical interaction 4-volume, taken to be $V = 10\lambda^3 \tau \sim 10^{-48}$ m 3 s, λ being the laser beam wavelength and τ the pulse duration, (see also Ref. [8]), N_n varies from 5 to 120

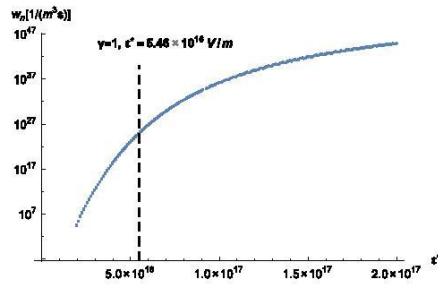


Figure 1. Pair creation probability per unit volume and unit time w_n as a function of electric field strength \mathcal{E}^* for $E_{e\text{-beam}} = 10$ GeV. Vertical straight line represents the electric field strength that corresponds to $\gamma = 1$, ($\mathcal{E}^* = 5.46 \times 10^{16}$ V m $^{-1}$).

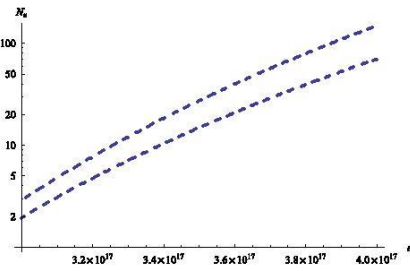


Figure 2. Pair number N_n as a function of electric field strength \mathcal{E}^* for $E_{e\text{-beam}} = 10$ GeV. The case $\gamma \sim 1$ corresponding to $\mathcal{E}^* \sim 5 \times 10^{16}$ V m $^{-1}$, is not shown here as it leads to very low number of pairs (per laser shot).

pairs per laser shot. The case $\gamma \sim 1$ corresponding to $\mathcal{E}^* \sim 5 \times 10^{16}$ V m $^{-1}$, $n_0 \sim 57$, is not shown here as it leads to very low number of pairs (per laser shot).

However in Figure 3, the log plot of N_n as a function of \mathcal{E}^* for the case of $E_{e\text{-beam}} = 100$ GeV ($\gamma_L = 2 \times 10^5$) is presented showing clearly the region of $\gamma \sim 1$ corresponding to $\mathcal{E}^* \sim 5.46 \times 10^{17}$ V m $^{-1}$, $n_0 \sim 5$ giving approximately 100 pairs (per laser shot and the same interaction 4-volume). The region in the curve left of the value $\mathcal{E}^* \sim 5 \times 10^{17}$ V m $^{-1}$ corresponds to $\gamma > 1$ (typical multiphoton) and the right region to $\gamma < 1$ (field effect).

In Figure 4, the dependence of created pair number N_n from \mathcal{E}^* is presented, for three cases $E_{e\text{-beam}} = 50$ GeV ($\gamma_L = 1 \times 10^5$) (a curve), 100 GeV ($\gamma_L = 2 \times 10^5$) (b curve) and 200 GeV ($\gamma_L = 4 \times 10^5$) (c curve). The 200 GeV case might be achievable in the future $^{[39]}$. Here the existence of crossing points between the curves is demonstrated as expected, due to the multiphoton nature of the process (i.e., for a range of \mathcal{E}^* values, the pair creation efficiency is equal for different beam photon energies $\hbar\omega^*$). In fact crossing points appear (i) between the 50 GeV and

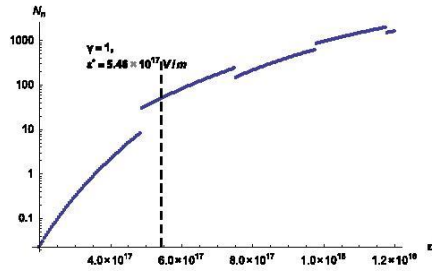


Figure 3. Pair number N_n as a function of electric field strength \mathcal{E}^* for $E_{e\text{-beam}} = 100$ GeV. Vertical straight line represents the electric field strength that corresponds to $\gamma = 1$, ($\mathcal{E}^* = 5.46 \times 10^{17} \text{ V m}^{-1}$).

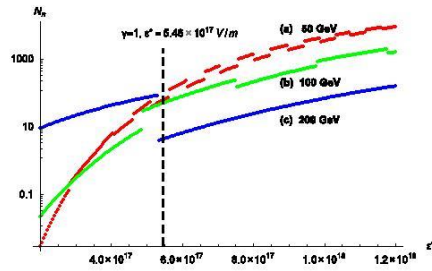


Figure 4. Electron-positron pair number N_n as a function of electric field strength \mathcal{E}^* for $E_{e\text{-beam}} =$ (a) 50, (b) 100 and (c) 200 GeV. Vertical straight line represents the electric field strength that corresponds to $\gamma = 1$, ($\mathcal{E}^* = 5.46 \times 10^{17} \text{ V m}^{-1}$).

the 100 GeV curves, at $\mathcal{E}^* \sim 4.9 \times 10^{17} \text{ V m}^{-1}$ and $N_n \sim 10$ pairs, (ii) between the 200 GeV and the 100 GeV curves, at $\mathcal{E}^* \sim 5.1 \times 10^{17} \text{ V m}^{-1}$ and $N_n \sim 100$ pairs, (iii) between the 50 GeV and the 200 GeV curves, at $\mathcal{E}^* \sim 5 \times 10^{17} \text{ V m}^{-1}$ and $N_n \sim 100$ pairs. For the 50 GeV top curve n_0 ranges from 12 to 50 for the \mathcal{E}^* values shown, for the 100 GeV middle curve n_0 ranges from 6 to 14 for the \mathcal{E}^* values shown and for the 200 GeV bottom curve n_0 ranges from 3 to 5 for the \mathcal{E}^* values shown. Thus the higher the beam energy $E_{e\text{-beam}}$, the lower the number of the created pairs and multiphoton order n_0 for fixed common range of \mathcal{E}^* values. In fact the higher the $E_{e\text{-beam}}$ becomes, pair creation process tends to become an almost single photon one.

3. Pair creation using an E144 analogous scheme: $\pi^+\pi^-$ case

In this section pion pair creation is examined by considering the same setup as before. Pions are particles of $139.570 \text{ MeV } c^{-2}$ mass and of the same charge with electrons. The critical field strength for $\pi^+\pi^-$ production is

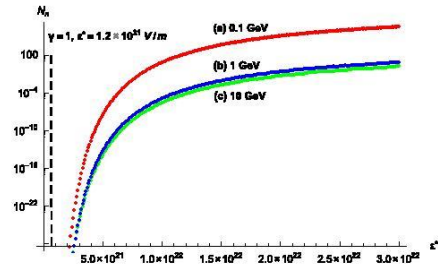


Figure 5. Pion pair number N_n as a function of electric field strength \mathcal{E}^* for $E_{e\text{-beam}} =$ energies of (a) 0.1, (b) 1 and (c) 10 GeV. Vertical straight line represents the electric field strength that corresponds to $\gamma = 1$, ($\mathcal{E}^* = 1.12 \times 10^{21} \text{ V m}^{-1}$).

$\mathcal{E}_{c\pi} = (m_\pi c^2)/e\lambda_{c\pi} = 1.041 \times 10^{23} \text{ V m}^{-1}$ ($\lambda_{c\pi} = 11.7 \times 10^{-15} \text{ m}$) and the corresponding critical laser intensity is of the order of 10^{43} W m^{-2} . To achieve these values, an XFEL laser beam of $\hbar\omega = 100 \text{ eV}$, can be used to produce and accelerate an electron beam (as is described in Refs. [47–50]) which collides head on with the same focused XFEL laser beam. Again in the electron's frame of reference, photon energy will transform to $\hbar\omega^* = \gamma_L \hbar\omega$ where the Lorentz factor is $\gamma_L = E_{e\text{-beam}}/mc^2$. The choice of an XFEL is justified by the fact of the high power density needed which cannot be provided by typical lasers.

In Figure 5, the results for N_n (analogous to that of Figure 4 for e^+e^- production) are presented, for $E_{e\text{-beam}} = 0.1 \text{ GeV}$ ($\gamma_L = 20$, top curve), 1 GeV ($\gamma_L = 2 \times 10^3$, middle curve), 10 GeV ($\gamma_L = 2 \times 10^4$, bottom curve) and for the selected range of values of \mathcal{E}^* shown. These numerical estimates have again been extracted using Equations (2)–(4) and for an interaction 4-volume $V = 10\lambda^3\tau \sim 10^{-46} \text{ m}^3\text{s}$ (with $\lambda \sim 10^{-8} \text{ m}$, $\tau \sim 0.1 \text{ fs}$ see also Ref. [41]). For the top curve the range of threshold multiphoton orders n_0 is approximately from 10^8 to 10^9 , for the middle curve from 10^6 to 10^7 and for the bottom curve from 300 to 2000. Note that in all three cases $\gamma < 1$ which, consistently with the high multiphoton orders, means that in order to have measurable $\pi^+\pi^-$ pair numbers, we have to focus in the field effect regime. Incidentally the crossing points appear for values of \mathcal{E}^* quite lower from $\mathcal{E}_{c\mu}$ and of extremely low pair production efficiency.

From the above analysis it is expected that according to the imaginary time method, adequate number of pion pairs can be detected in the field effect region of $\gamma < 1$ and for high multiphoton threshold orders.

4. Conclusions

In this paper, we presented numerical estimates for e^+e^- and $\pi^+\pi^-$ pair creation by implementing the imaginary time method. Also a setup that could be used to experimentally

produce electrons or pions was described based on the same principles as E144 experiment. The efficiency of e^+e^- and $\pi^+\pi^-$ pair creation presented can be considered satisfactory for an experimental verification given the recent developments of high intensity laser facilities such as ELI or laser systems such as those investigated in IZEST project^[51]. The choice of the specific interaction volumes used, aims mainly at obtaining reasonable estimates on the created pairs number without having to go to the diffraction limit of the laser beam.

The crucial question that now arises is what occurs as far as the efficiency of pion pair detection concerns, near the critical pion field $\mathcal{E}_{c\mu}$ where both e^+e^- and $\pi^+\pi^-$ are present. In particular, as dictated by energy conservation and the uncertainty principle, there is exactly one e^+e^- pair produced at \mathcal{E}_{ce} and at the electron's 4-Compton volume $\lambda_{ce}^3 \times \lambda_{ce}/c = 7.4 \times 10^{-59} \text{ m}^3 \text{ s}$ while exceeding \mathcal{E}_{ce} , as we approach $\mathcal{E}_{c\mu}$, the number of e^+e^- pairs created, in a typical interaction volume (say close to the laser diffraction limit), remains constant (that is why the plots in Figures 1–4, terminate at $\mathcal{E}^* = \mathcal{E}_{ce}$). However these e^+e^- pairs acquire spacial momentum as they are accelerated by the laser electric field within this small interaction volume, thus absorbing energy from the electric field. Consequently, approaching $\mathcal{E}_{c\pi} > \mathcal{E}_{ce}$, we must examine whether there should be enough energy left for efficient pion pair production.

The resolution to this problem is to attempt to establish a kind of selection or better tunability process between the generation of e^+e^- and $\pi^+\pi^-$ by minimizing the number of the produced e^+e^- pairs and improve the number of $\pi^+\pi^-$ pairs. As we have seen in the previous sections critical importance is the multiphoton order of the pair production. Low multiphoton orders achievable from higher energy electron beams are less efficient, for fixed laser parameters (see Figures 4 and 5). Thus in order to sufficiently detect pion pairs one can choose laser parameters and electron beam energy such that e^+e^- pair creation will be of low multiphoton order while $\pi^+\pi^-$ pair creation of high one. Specifically, consider an electric field laser pulse profile and electron beam energy such that, on the electrons' frame of reference, \mathcal{E}^* increases from zero to \mathcal{E}_{ce} , then peaks at values close to $\mathcal{E}_{c\pi}$ and then gradually drops to zero. At \mathcal{E}_{ce} the number of e^+e^- pairs produced must be low so that small amount of energy will be absorbed to accelerate them while the field still increases to reach $\mathcal{E}_{c\mu}$. This can occur for low multiphoton order e^+e^- pair creation. Approaching $\mathcal{E}_{c\mu}$, $\pi^+\pi^-$ pairs are created and for high efficiency this can be achieved for high multiphoton order $\pi^+\pi^-$ pair creation.

A specific numerical example of the above argument can be as follows. Consider a laser pulse of $I \sim 10^{24} \text{ W cm}^{-2}$, that peaks at $E = 2 \times 10^{15} \text{ V m}^{-1}$, and photon energy $\hbar\omega = 3 \text{ eV}$. It collides with an electron beam of $E_{e\text{-beam}} = 200 \text{ GeV}$ ($\gamma_L = 4 \times 10^5$). When $E \sim 10^{12} \text{ V m}^{-1}$, $\mathcal{E}^* \sim 10^{17} \text{ V m}^{-1}$ and $\hbar\omega^* = 1200 \text{ keV}$. From Equations (2)–(4) and for an interaction 4-volume $V = 10\lambda^3\tau \sim 10^{-51} \text{ m}^3 \text{ s}$,

e^+e^- pair creation efficiency is of the order of 10^3 pairs and the corresponding threshold multiphoton order is $n_0 \sim 5$, respectively. As the electric field strength \mathcal{E}^* increases, it reaches its peak near $\mathcal{E}_{c\mu} = \gamma_L \times 10^{17} \text{ V m}^{-1} \sim 10^{22} \text{ V m}^{-1}$ the created $\pi^+\pi^-$ pairs are estimated to reach up to 10^2 pairs with a threshold multiphoton order of $n_0 = 10^4$. These investigations confirm the tunability (selectivity) between the e^+e^- pair creation and the $\pi^+\pi^-$ pairs and their experimental observation during ultra-high intensity laser pulses with high energy electron beam such as proposed by ELI^[36, 52], ORION^[37, 38] and IZEST – ICAN project^[53]. The use of the new high energy, high average power, high efficiency (up to 30%) fiber CPA laser (ICAN project) and the physical decay of the pions to muons allow to propose an alternative to accelerators high quality muon source installed in future laser facilities, with important applications such as the study of muonic molecules formation in relatively high quantity for muon catalyzed fusion^[42, 43] and the neutrino factory^[44] due to muon decay to neutrino.

Finally it should be noted that this work was solely based on applying and quantitatively investigating Popov's imaginary time method^[13–19] for e^+e^- and $\pi^+ - \pi^-$ pair creation from vacuum in the presence of ultra-high electric field. This is a purely multiphoton method where photon absorption from vacuum (here studied in the laboratory frame and in the electron beam frame) is a direct absorption. As such we showed that higher order multiphoton pair generation is more efficient than low order one. For high intensity laser beam interaction with a high energy electron beam, QED secondary processes could be developed, as presented in Refs. [54, 55]. These processes include recollision of the generated e^+e^- pairs with the high energy photons, radiation reaction effects, photon–photon interaction of the multiphoton Breit–Wheeler mechanism, for which extensive investigations have been reported elsewhere^[54–58], and are beyond the scope of the present work.

References

1. J. W. Schwinger, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).
2. W. Greiner, B. Muller, and J. Rafelski, *Quantum Electrodynamics of Strong Fields* (Springer, 1985).
3. A. DiPiazza, Phys. Rev. D **70**, 053013 (2004).
4. A. Di Piazza, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, Phys. Rev. Lett. **97**, 083603 (2006).
5. A. Di Piazza, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, Phys. Plasmas **14**, 032102 (2007).
6. A. Di Piazza, A. I. Milstein, and C. H. Keitel, Phys. Rev. A **76**, 032103 (2007).
7. A. Di Piazza, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, Phys. Rev. Lett. **100**, 010403 (2008).
8. I. Ploumistakis, S. D. Moustazis, and I. Tschantz, Phys. Lett. A **373**, 2897 (2009).
9. I. Tschantz, S. Moustazis, and I. Ploumistakis, Phys. Lett. B **650**, 249 (2007).
10. I. Ploumistakis, I. Tschantz, and S. Moustazis, in *35th EPS Conference on Plasma Physics*. Vol. 32D p. P-1.123 (2008).

11. I. Tsohantjis, S. D. Moustazis, and I. Ploumistakis, in *35th EPS Conference on Plasma Physics*. Vol. 32D p. O-4.041 (2008).
12. E. Brezin and C. Itzykson, *Phys. Rev. D* **2**, 1191 (1970).
13. V. S. Popov, *JETP Lett.* **13**, 185 (1971).
14. V. S. Popov, *Sov. Phys. JETP* **34**, 709 (1972).
15. V. S. Popov, *Sov. Phys. JETP* **35**, 659 (1972).
16. V. S. Popov and M. S. Marinov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **16**, 449 (1973).
17. V. S. Popov, *JETP Lett.* **18**, 255 (1974).
18. V. S. Popov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **19**, 584 (1974).
19. V. S. Popov, *Phys. Lett. A* **298**, 83 (2002).
20. V. S. Popov, V. D. Mur, N. B. Narozhnyi, and S. V. Popruzenko, *JETP* **122**, 539 (2016).
21. N. B. Narozhnyi, S. S. Bulanov, V. D. Mur, and V. S. Popov, *Phys. Lett. A* **330** (2004).
22. N. B. Narozhnyi and A. M. Fedotov, *Eur. Phys. J. Special Topics* **223**, 1083 (2014).
23. A. M. Fedotov, *Laser Phys.* **19**, 214 (2009).
24. S. S. Bulanov, N. B. Narozhnyi, V. D. Mur, and V. S. Popov, *JETP* **102**, 9 (2006).
25. S. S. Bulanov, M. Chen, C. B. Schroeder, E. Esarey, W. P. Leemans, S. V. Bulanov, T. Zh. Esirkepov, M. Kando, J. K. Koga, A. G. Zhidkov, P. Chen, V. D. Mur, N. B. Narozhnyi, V. S. Popov, A. G. R. Thomas, and G. Korn, *AIP Conf. Proc.* **1507**, 825 (2012).
26. S. S. Bulanov, V. D. Mur, N. B. Narozhnyi, J. Nees, and V. S. Popov, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 220404 (2010).
27. S. Meuren, K. Z. Hatsagortsyan, C. H. Keitel, and A. Di Piazza, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 143201 (2015).
28. D. L. Burke, R. C. Field, G. Horton-Smith, J. E. Spencer, D. Walz, S. C. Berridge, W. M. Bugg, K. Shmakov, A. W. Weidemann, C. Bula, K. T. McDonald, E. J. Prebys, C. Bamber, S. J. Boege, T. Koffas, T. Kotseroglou, A. C. Melissinos, D. D. Meyerhofer, D. A. Reis, and W. Ragg, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1626 (1997).
29. G. Breit and J. A. Wheeler, *Phys. Rev.* **46**, 1087 (1934).
30. C. Kiberdis, I. Tsohantjis, and S. Moustazis, in *Frontiers of Fundamental and Computational Physics' Udine*. p. 279 (2005).
31. M. Perry and G. Mourou, *Science* **264**, 917 (1994).
32. P. Chen and T. Tajima, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 256 (1999).
33. T. Tajima and G. Mourou, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5**, 031301 (2002).
34. XFEL-Technical Design Report (2006) Publisher: DESY XFEL Project Group, European XFEL Project Team, Deutsches Elektronen-Synchrotron, Member of the Helmholtz Association, Notkestrasse 85, 22607 Hamburg, Germany ISBN 3-935702-17-5.
35. <http://www.hiper-laser.org>.
36. <https://eli-laser.eu>.
37. N. Hopps, C. Danson, S. Duffield, D. Egan, S. Elsmere, M. Girling, E. Harvey, D. Hillier, M. Norman, S. Parker, P. Treadwell, D. Winter, and T. Bett, *Appl. Opt.* **52**, 3597 (2013).
38. C. N. Danson, T. H. Bett, N. Cann, S. J. Duffield, R. Edwards, D. A. Egan, S. P. Elsmere, M. T. Girling, T. Goldsack, E. J. Harvey, D. I. Hillier, D. J. Hoarty, N. W. Hopps, S. F. James, M. J. Norman, K. Oades, S. J. F. Parker, P. D. Roberts, P. A. Treadwell, and D. N. Winter, in *Proceedings of the 38th EPS Plasma Physics Conference* (2011).
39. <https://www.izest.polytechnique.edu>.
40. A. Ringwald, *Phys. Lett. B* **510**, 107 (2001).
41. G. Mourou and T. Tajima, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **223**, 979 (2014).
42. K. Ishida, K. Nagamine, T. Matsuzaki, and N. Kawamura, *Nucl. Phys. B* **149**, 348 (2005).
43. K. Ishida, K. Nagamine, T. Matsuzaki, and N. Kawamura, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **29**, 2043 (2003).
44. S. Choubey, R. Gandhi, S. Goswami, J. S. Berg, R. Fernow, J. C. Gallardo, R. Gupta, H. Kirk, N. Simos, N. Souchlas, M. Ellis, P. Kyberd, E. Benedetto, E. Fernandez-Martinez, I. Efthymiopoulos, R. Garoby, S. Gilardoni, M. Martini, G. Prior, D. Indumathi, N. Sinha, P. Ballett, S. Pascoli, A. Bross, S. Geer, C. Johnstone, J. Kopp, N. Mokhov, J. Morfin, D. Neuffer, S. Parke, M. Popovic, J. Strait, S. Striganov, A. Blondel, F. Dufour, A. Laing, F. J. P. Soler, M. Lindner, T. Schwetz, A. Alekou, M. Apollonio, M. Aslaninejad, C. Bontoiu, P. Doman, R. Eccleston, A. Kurup, K. Long, J. Pasternak, J. Pozimski, A. Bogacz, V. Morozov, Y. Roblin, S. Bhattacharya, D. Majumdar, Y. Mori, T. Planche, M. Zisman, D. Cline, D. Stratakis, X. Ding, P. Coloma, A. Donini, B. Gavela, J. Lopez Paven, M. Maltoni, C. Bromberg, M. Bonesini, T. Hart, Y. Kudenko, N. Mondal, S. Antusch, M. Blennow, T. Ota, R. J. Abrams, C. M. Ankenbrandt, K. B. Beard, M. A. C. Cummings, G. Flanagan, R. P. Johnson, T. J. Roberts, C. Y. Yoshikawa, P. Migliozi, V. Palladino, A. de Gouvea, V. B. Graves, Y. Kuno, J. Peltoniemi, V. Blackmore, J. Cobb, H. Witte, M. Mezzetto, S. Rigolin, K. T. McDonald, L. Coney, G. Hanson, P. Snopok, L. Tortora, C. Andreopoulos, J. R. J. Bennett, S. Brooks, O. Caretta, T. Davenne, C. Densham, R. Edgecock, D. Kelliher, P. Loveridge, A. McFarland, S. Machida, C. Prior, G. Rees, C. Rogers, J. W. G. Thomason, C. Booth, G. Skoro, Y. Karadzov, R. Matev, R. Tsenov, R. Samulyak, S. R. Mishra, R. Petti, M. Dracos, O. Yasuda, S. K. Agarwalla, A. Cervera-Villanueva, J. J. Gomez-Cadenas, P. Hernandez, T. Li, J. Martin-Albo, P. Huber, J. Back, G. Barker, P. Harrison, D. Meloni, J. Tang, and W. Winter, Interim Design Report IDS-NF-020 (2011).
45. C. Müller, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, *Phys. Rev. D* **74**, 074017 (2006).
46. O. J. Pike, F. Mackenroth, E. G. Hill, and S. J. Rose, *Nat. Photon.* **8**, 434 (2014).
47. V. Malka, J. Faure, Y. Glinec, A. Pukhov, and J. Rousseau, *Phys. Plasmas* **12**, 056702 (2005).
48. F. Amiranoff, S. Baton, D. Bernard, B. Cros, D. Descamps, F. Dorchies, F. Jacquet, V. Malka, J. R. Marques, G. Matthieussent, P. Mine, A. Modena, P. Mora, J. Morillo, and Z. Najmudin, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 995 (1998).
49. W. P. Leemans, B. Nagler, A. J. Gonsalves, C. Toth, K. Nakamura, C. G. R. Geddes, E. Esarey, C. B. Schroeder, and S. M. Hooker, *Nat. Phys.* **2**, 696 (2006).
50. S. P. D. Mangles, C. D. Murphy, Z. Najmudin, A. G. R. Thomas, J. L. Collier, A. E. Dangor, E. J. Divall, P. S. Foster, J. G. Gallacher, C. J. Hooker, D. A. Jaroszynski, A. J. Langley, W. B. Mori, P. A. Norreys, F. S. Tsung, R. Viskup, B. R. Walton, and K. Krushelnick, *Nature* **431**, 535 (2004).
51. M. N. Quinn, J. A. Wheeler, J. L. Miquel, V. Zamfir, and A. M. Sergeev, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **223**, 985 (2014).
52. E. Gerstner, *Nature* **446**, 16 (2007).
53. G. Mourou, B. Brocklesby, T. Tajima, and J. Limpert, *Nat. Photon.* **7**, 258 (2013).
54. I. V. Sokolov, N. M. Naumova, J. A. Nees, and G. A. Mourou, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 195005 (2010).
55. S. S. Bulanov, C. B. Schroeder, E. Esarey, and W. P. Leemans, *Phys. Rev. A* **87**, 062110 (2013).
56. A. Di Piazza, C. Müller, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1177 (2012).
57. P. Ridgers, C. S. Brady, R. Ducloux, J. G. Kirk, K. Bennett, T. D. Arber, A. P. L. Robinson, and A. R. Bell, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 165006 (2012).
58. A. R. Bell and J. G. Kirk, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 200403 (2008).

New scheme to trigger fusion in a compact magnetic fusion device by combining muon catalysis and alpha heating effects

S.D. Moustazis¹, P. Lalouis², H. Hora³, Z. Henis⁴, S. Eliezer⁵, and I. Ploumistakis¹

¹Technical University of Crete, Lab of Matter Structure and Laser Physics, Chania, Crete, Greece

²Institute of Electronic Structure and Laser FORTH, Heraklion, Greece

³Department of Theoretical Physics, University of New South Wales, Sydney 2052, Australia

⁴Applied Physics Division, Soreq NRC, Yavne 81800, Israel

⁵Nuclear Fusion Institute, Polytechnique University of Madrid, ETSII, Madrid 28006, Spain

(Received 29 June 2016; revised 5 September 2016; accepted 22 September 2016)

Abstract

The application of laser pulses with psec or shorter duration enables nonthermal efficient ultrahigh acceleration of plasma blocks with homogeneous high ion energies exceeding ion current densities of 10^{12} A cm⁻². The effects of ultrahigh acceleration of plasma blocks with high energy proton beams are proposed for muon production in a compact magnetic fusion device. The proposed new scheme consists of an ignition fusion spark by muon catalyzed fusion (μ CF) in a small mirror-like configuration where low temperature D–T plasma is trapped for a duration of 1 μ s. This initial fusion spark produces sufficient alpha heating in order to initiate the fusion process in the main device. The use of a multi-fluid global particle and energy balance code allows us to follow the temporal evolution of the reaction rate of the fusion process in the device. Recent progress on the ICAN and IZEST projects for high efficient high power and high repetition rate laser systems allows development of the proposed device for clean energy production. With the proposed approaches, experiments on fusion nuclear reactions and μ CF process can be performed in magnetized plasmas in existing kJ/PW laser facilities as the GEKKO-LFEX, the PETAL and the ORION or in the near future laser facilities as the ELI-NP Romanian pillar.

Keywords: alpha heating effect; high energy density physics; laser plasmas interaction; laser proton acceleration high energy density physics; muon catalyzed fusion; ultra-intense; ultra-short pulse laser interaction with matters

1. Introduction

The advent of laser pulses of ps or shorter duration and of very high power opened a basically new physics topic which includes relativistic effects^[1, 2]. One of these phenomena is the interaction of these laser pulses at very high intensities with solid-state density, targets resulting in a basically different nature compared with ns pulses^[3, 4]. The ps laser-target interaction case shows a direct conversion of laser energy into directed macroscopic motion of plasma blocks with nearly no losses of thermal or instability processes. In contrast to this high efficiency energy conversion, the ns interaction is based on the conversion of laser energy into quiver motions of electrons and the electron tempera-

tures increases by collisions. Through thermal equipartition between ions and electrons, the ion temperature increases and its pressure then determines the plasma dynamics with compression or expansion of the irradiated plasma. This difference was drastically measured for the first time as an ultrahigh acceleration by Sauerbrey^[5] from the Doppler effect of the motion of the generated plasma moving against the laser beam. The acceleration of 2×10^{20} cm s⁻² was 100 000 times higher than any acceleration detected before in a laboratory and had values known from neutron stars or similar astrophysical objects. These accelerations were known from numerical evaluations of the plasma theory when the laser intensities were high enough that the dynamics was no longer determined by thermal pressures but by forces due to the laser fields as a kind of ponderomotive force. The more detailed analysis needed the inclusion of the optical properties of plasma into the Maxwellian stress

Correspondence to: S. D. Moustazis, Technical University of Crete, Lab of Matter Structure and Laser Physics, Chania, Crete, Greece, 73100. Email: moustazis@yahoo.gr

tensor^[6] where an acceleration of plasma blocks resulted in values of above $10^{20} \text{ cm s}^{-2}$ under similar conditions as the experiments^[5]. The application of the nonthermal, efficient ultrahigh acceleration for a new approach for nuclear fusion^[7] led to an alternative kind of shock ignition^[8,9]. Parallel to these ultrahigh accelerations, ultrahigh ion current densities were detected^[10] in the space charge neutral directed motion of the plasma blocks with homogeneous high ion energies exceeding ion current densities of $10^{12} \text{ A cm}^{-2}$. These values are more than million times higher than those of the best ion accelerators. The following evaluations consider the application of a basically new approach to fusion energy due to the completely new conditions for muon catalyzed fusion (μCF)^[11–13]. As an example, it should be mentioned how the very high density interaction by lasers compared with accelerators, that led to a change of the efficiency of antiproton interaction from about 10^{-9} – 10^{-2} ^[14] such that the design of an interstellar space mission may be considered possible by using antihydrogen as fuel^[15].

In the near future, Petawatt or Exawatt–Zetawatt^[1,2] laser systems like ELI^[16] and especially the IZEST^[17,18] and the fiber based laser system will be investigated for the ICAN project; thus, it will be able to attain intensities up to 10^{25} and $10^{29} \text{ W cm}^{-2}$, respectively. For the case of ELI it is expected to reach maximum power of 200 PW for pulse duration of the order of fs, while IZEST is predicted to be in the TW regime in terms of power, with pulse duration of the order of attoseconds or zettaseconds. In the case of the ICAN–IZEST project a laser beam with 100 Hz rap rate and output efficiency up to 30% will enable unique applications such as the proton acceleration, the neutron production and the gamma–gamma collider, etc. The recent development of the ELI-NP Laser Infrastructure in Romania^[19] allows to study muon production and μCF induced by PW laser beams. The surface muon production^[20] from proton beam interaction with a solid target presents a local maximum in the range of 300–350 MeV^[19,21–24]. Experiments on laser-driven proton acceleration by high power, ps laser pulse interaction with ultrathin solid targets or with specific solid target configuration could be planned and performed in existing kJ/PW laser facilities as the GEKKO-LFEX^[25,26], the ORION^[27] and the PETAL^[28,29]. Recent development of kJ/PW laser systems^[30] in worldwide laser facilities enable to perform preliminary experiments on muon production by proton beam interaction with solid targets and investigate fusion process in magnetized plasmas with applications to astrophysics^[28–30] or energy production^[25,26,28–30].

2. Description of the operation of the proposed new scheme for fusion

During the last few years there has been an increase interest to develop laboratory prototypes of compact magnetic

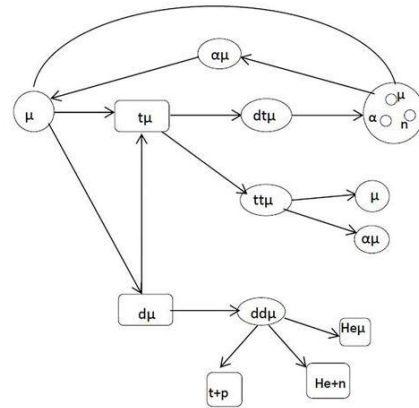


Figure 1. Full description of muon catalysis fusion cycle.

fusion devices^[31–33]. These devices will be operating with intermediate plasma densities (10^{16} – 10^{18} cm^{-3}), compared to Tokamak machines which operate at lower plasma density and to ICF machines which operate at much higher plasma density.

The proposed new fusion scheme is based on a compact magnetic fusion device which is divided in two parts with different plasma densities, plasma temperatures and different external applied magnetic field. Both magnetic configurations are in cylindrical symmetry and in mirror-like topology. The first part of the device has a relatively small volume (about 1 cm^3) magnetic device with mirror-like topology capable to support 90–100 T magnetic field^[19,34], initial plasma density up to 10^{20} – 10^{21} cm^{-3} and plasma temperature no higher than 100 eV. This first part is used to ignite spark fusion by μCF in its volume. More details for the small magnetic configuration (see Figures 17 and 58(a) in Ref. [19]) and its operation can be found in the technical report of the ELI-NP laser infrastructure^[19]. The plasma trapping in the small magnetic configuration is 1 μs , in order to enable μCF reactions (see Figures 1 and 2) during the period of the lifetime of the muons (2.2 μs). After 1 μs the alpha particles produced from the spark fusion part of the device generate sufficient alpha heating (see Figures 3 and 4) in order to trigger (initiate) the fusion^[35] process in the plasma (10^{17} cm^{-3}) of the second part of the device and achieve the optimum fusion temperature and reaction rate after 0.05 s (see Figure 3). For a lower plasma density of the order of 10^{16} cm^{-3} the optimum plasma temperature and maximum reaction rate are achieved after 0.02 s (see Figure 4).

The second part of the proposed device is composed by a volume in cylindrical symmetry with a diameter of 45 cm

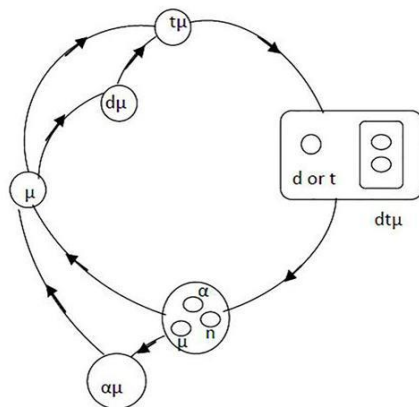


Figure 2. Reduced μ CF catalyzed cycle.

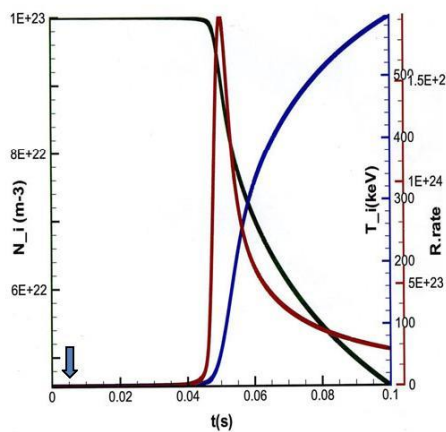


Figure 3. Temporal evolution of the reaction rate, plasma ion density and plasma ion temperature. The blue arrow indicates the end of operation of the μ CF in the spark fusion part of the device which correspond to 1 μ s.

and 45 cm in the axial direction, with mirror-like magnetic topology, capable of trapping a plasma with density of 10^{16} – 10^{17} cm^{-3} and initial plasma temperature up to 300 or 800 eV for duration much shorter than 1 s (see Figure 3). The external applied magnetic field for the second part of the device is fixed to 8–9 T. For both parts of the proposed compact magnetic fusion device the selected initial values of the plasmas and the magnetic fields allow a beta plasma value in the range of 1–1.5. In the spark fusion part of the

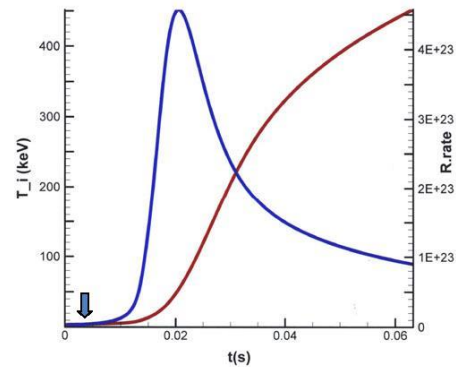


Figure 4. Temporal evolution of the reaction rate, and plasma ion temperature. The blue arrow indicates the end of operation of the μ CF in the spark fusion part of the device which correspond to 1 μ s.

proposed device the fusion reactions in the low temperature plasma will be initiated by μ CF in D–T plasma. After 1 μ s of operation the spark fusion part of the device produces sufficient alphas in order to trigger the fusion process, via alpha heating, in the second part of the device. The proposed new scheme works in two steps having different characteristic times of operation, enabling in the first step to produce alpha particles by μ CF fusion reactions in the spark part of the device and use the alpha heating effect in the second step to increase the initial plasma temperature of 300 or 800 eV to the optimum fusion temperature of 25 keV (see Figure 3) in the second part of the device. The selection of these plasma temperatures (300 or 800 eV) is to emphasize on the alpha heating effect and study the triggering fusion process of the low temperature plasma. We use a multi-fluid global particle and energy balance code^[35] to calculate the temporal evolution of the plasma parameters, the effect of alpha heating in the second part of the device and the necessary time interval for the reaction rate to reach the max value which gives the neutron production of the device. The numerical simulation for the two-step operation of the device will be presented and discussed in the next paragraphs.

3. Development of μ CF for conditions opened by laser induced ultrahigh ion densities

Up until now muon production is based on accelerators where a proton beam accelerates and collides with a solid target to produce pions that decay to positive and negative muons^[36–39]. Our aim is to study μ CF in D–T mixture where muons are created from the interaction of a proton beam, which is created and accelerated by a high-intensity laser

beam, with a solid target. Only negative muons are useful and contribute to the muon catalyzed fusion. The following paragraphs and sections of the text will refer to the term μ CF instead of the term negative μ CF. The reason for this choice is that the use of a laser based accelerator will be advantageous as will lead to relatively smaller scale facilities more tunable in operating parameters. Also the expected number of accelerated particles will be higher by few orders of magnitude compared to the conventional accelerator case.

Use of muons as a catalyst in p-D fusion was first examined by Frank in 1947^[36] and the first experimental proof was demonstrated by Alvarez in 1956^[37]. Muon catalyzed D-T fusion was described in the work of Sakharov in 1948^[38, 39] and was further discussed by Jackson in 1957^[40]. In 1987, Eliezer *et al.*^[11] proposed a muon catalyzed fusion-fission device. Studies on μ CF in relatively large magnetic devices^[41] and detailed investigation on μ CF process^[42] including fusion devices with magnetic trapping conditions^[42, 43] enable to propose schemes for energy production plants^[42-44]. An analytical description can be seen in many works^[42, 45-47]. The full cycle describing the process is shown in Figure 1^[45]. There the injected muons in the D₂, T₂ mixture form muonic atoms ($d\mu$ or $t\mu$) and afterwards they react again with either D, T and as a result molecules such as $dd\mu$, $dt\mu$ or $tt\mu$ are formed, leading to fusion reactions, with the above seen products. After the reaction most of the muons are available for a second μ CF cycle. However as the cross-section for the formation of $tt\mu$ and $dd\mu$ is lower (about 10^2 times) than the cross-section for $dt\mu$, the following reduced cycle can describe the catalysis in good agreement with Figure 2^[48].

The numerical solution of a set of differential equations^[45, 48] that describe the μ CF cycle allows us to follow the temporal evolution of neutron and alpha production due to μ CF. We use the same set of differential equations as presented and discussed in details in Ref. [48] and without including estimation on muon losses due to annihilation or other physical processes occurred during the propagation and the separation of positive and negative muons before their interaction with the fusion fuel. The main critical parameter for μ CF (μ dt) is the muon sticking probability, ω , expressing the capture of a muon by an alpha particle (α or He) that is generated from fusion reaction. This phenomenon leads to muon loss and the mechanism to reactivate the stuck muons from $\mu\alpha$ atoms is called muon regeneration or muon stripping and its fraction is symbolized as R ^[45, 48]. Thus the effective sticking probability is $\omega_s^{\text{eff}} = (1 - R)\omega_s^0$. ω_s^0 is the initial sticking probability. Optimization mechanisms of R , as well as numerical estimates can be seen in Refs. [42, 49-51]. The optimal value for ω_s^0 is in the range of 0.007-0.0008 and for ω_s^{eff} after muon regeneration is 0.0007 or lower. The main factor in order to create a sustainable μ CF process is

the available number of μ that will participate in the fusion reactions. In recent simulations of the collision of a proton beam with various solid targets for the parameters of the ISIS-UK muon facility, the results showed that about $10^4 \mu$ will be created^[20, 52, 53]. These experimental results confirm the necessity for high muon production by laser proton acceleration and interaction with solid targets in order to have efficient μ CF in an experimental device. In addition muon creation from laser vacuum interaction was studied^[38, 39], but with relatively low production efficiency. The μ CF depends also on the temperature of the D-T plasma. The international literature^[11-13, 42, 49-51, 54-56] enables parametric studies of μ CF as a function of the plasma temperature and estimate sticking coefficient and the number of fusions per muon (f/μ) which for low temperature plasma could be up to $1000 f/\mu$ ^[42, 54, 56]. But the experimental results are limited and there is not yet experimental setup using the proposed scheme of operation of the compact magnetic fusion device. For our purpose we initiate the calculations by using moderate parameters for the μ CF in order to have $250 f/\mu$ - $300 f/\mu$. Multi-kJ and PW laser beams can accelerate protons to energies up to 300 MeV. The high energy proton production by ps ultrahigh-intensity laser beam interaction with solid target present the main advantage compared to conventional accelerators because the number of produced protons could be up to 10^{15} - 10^{16} per laser pulse. For a production of $10^{-5} \mu/p$ (results from the ISIS-UK facility and Ref. [23]), the number of the generated muons is up to 10^{10} - 10^{11} per laser pulse. Under these conditions the estimated value for the laser beam energy is hundreds of kJ which is relatively high for the actual laser facilities. In the future laser installations such as the IZEST could deliver this energy. But for near future laser installation energy of few kJ (PETAL class laser) or 30 kJ like the ELI project will be available. These laser installations emphasize the benefits of laser based accelerator compared to the conventional accelerators for muon production.

In the international bibliography there are proposals for high current, high efficient and high energy proton beams production by high-intensity laser pulse interaction with solid targets^[7, 17, 18]. The accelerated proton beam in the energy range of 300-350 MeV will interact with a solid target of graphite or other suitable material to generate a pion beam. The pions decay and produce surface muons^[20-24]. In the following section we explore numerically the operation of the proposed device using laser beam energy for the muon production from hundreds of kJ (exotic case) to tens of kJ. These calculations allow to appreciate the laser development and to evaluate the potential use of the proposed device for energy production.

4. Numerical simulation describing the fusion process in the proposed device

We consider in the spark fusion part (first part) of the device a plasma mixture of D-T with density of $N_d = N_t = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ and plasma temperature lower than 100 eV. The application of an external magnetic field of 100 T with mirror-like topology allows plasma trapping for $1 \mu\text{s}$ ^[19, 34]. A solid disc (first solid target) placed near the magnetic mirror of the configuration and the interaction with high contrast PW (or higher) laser beam produce high energy and high density proton beam up to 350 MeV due to plasma block acceleration. The high energy proton beam interacts with a second solid surface placed perpendicular to proton beam and just after the first disc in order to produce pions which decay to muons^[20]. In the extreme case the interaction of hundreds of kJ of laser beam with a thin solid target produces 2×10^{16} protons (p). The interaction of this beam with a solid surface (e.g., of graphite) generates 2×10^{11} surface muons (μ) in a volume of 1 cm^3 of the spark fusion part of the device. This number of muons is introduced as initial conditions for numerical solutions of the coupled differential equations describing the μCF with the appropriate parameters as described in textbooks^[45, 48]. The plasma temperature is less than 100 eV. The main result correspond to the production of 10^{14} alphas in the 1 cm^3 volume of the spark fusion part of the device after $1 \mu\text{s}$ of operation. This value of alpha corresponds approximately to $300 f/\mu$. Subsequently the simulation introduces the alphas in order to trigger the fusion process in the second part of the device. We simulate the temporal evolution of the plasma parameters and the reaction rate using a global particle and energy balance code^[35]. In the second part of the device the initial values of the plasma density is 10^{17} cm^{-3} , the plasma temperature is 300 eV and the applied external magnetic field is 9 T. Figure 3 show the temporal evolution of the plasma ion density, plasma temperature and reaction rate due to the initial alpha production in the spark fusion part of the device and consequently the alpha heating effect of the plasma in the second part of the device. The important result of the simulation is that the alpha heating effect begins to be important after 0.04 s and the reaction rate reaches the maximum value at 0.05 s after the end of the μCF operation in the spark fusion part of the device. The blue arrow indicates the end of the operation of the spark fusion part. The maximum reaction rate corresponds to a value of $1.5 \times 10^{24} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$. The volume integration and the time integration allow estimating 10^{19} neutrons produced after 0.06 s of the operation of the proposed device. The plasma ion density drops dramatically after 0.06 s due to high reaction rate, and the ion temperature increases is due to alpha heating. The plasma temperature for the maximum value of the reaction rate corresponds to 25 keV. This value of the temperature is achieved in the plasma of the second

part of the device which initially was at a temperature of 300 eV. The reaction rate decrease after 0.06 s following the plasma density and if we like to maintain the fusion process with high reaction rate a pellet injection could be used for refueling the device. Under these conditions a continuous operation of the device is possible similar to the Tokamak machines but with a more compact magnetic fusion configuration.

Similar numerical results are obtained with a plasma density of $5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ in the second part of the device. The other plasma parameters and magnetic field values for both part of the device remain the same. Figure 4 shows the temporal evolution of the reaction rate and the plasma temperature. The main change for this case is the characteristic time of the alpha heating effect which arrives 0.01 s after the end of the μCF operation in the spark fusion part of the device. The reaction rate reaches the maximum value after 0.02 s which is a factor of two compared to the previous case. The maximum value for the reaction rate in this case is about $4.5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$, which correspond to a factor of three less, compare to the previous case. Also in this case the maximum value of the reaction corresponds to the fusion temperature of 25 keV. The same comments are applicable concerning the temperature effect and the refueling process as in the previous case.

As we explain in the previous paragraph the production of 10^{16} protons with energy up to 350 MeV per laser pulse is an extreme case for laser infrastructures because the necessary energy of the laser pulse must be hundreds of kJ. The results presented in Figures 3 and 4 could stimulate efforts for both laser system development and experimental studies on compact magnetic fusion devices. If the laser energy decreases to a few kJ (PETAL class laser system) or to tens of kJ (35 kJ), as will be the case for the IZEST project, the production of protons will be decreased by a factor of 100 or 10, respectively, and future experiments for high density proton generation by laser interaction with thin solid targets will be feasible. For this reason, we simulate the operation of the proposed device with laser energies close to actual laser facilities or to the near future laser facilities. Figure 5 shows the temporal evolution of the reaction rate due to alpha heating effect in the second part of the device for different alpha productions in the spark fusion part of the device. The different curves in Figure 5 correspond to different proton, muon and consequently alpha production in the spark fusion part of the device. The alpha density correspond to $2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ (deep green $2 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$), to 10^{12} cm^{-3} (blue 10^{18} m^{-3}), $5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ (green $5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$) and to 10^{13} cm^{-3} (red 10^{19} m^{-3}). We simulate the operation of the device for initial plasma densities up to 10^{16} cm^{-3} and plasma temperature up to 800 eV, in the second part of the device. All the other parameters and the values of the magnetic fields in both parts of the device remain the same as was for the simulations of Figures 3 and 4. The main results is that for all values of alpha particles there exists triggering

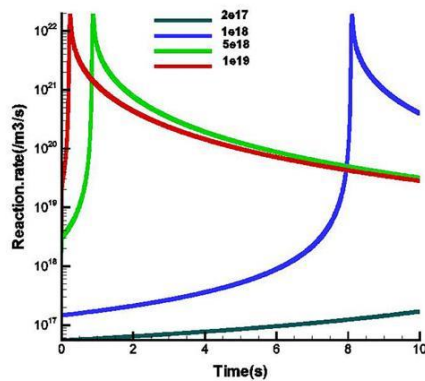


Figure 5. Temporal evolution of the reaction rate. The curves correspond to different initial values of the alpha particles produced by the μ CF in the spark part of the device: (a) red 10^{19} m^{-3} , green $5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$, blue 10^{18} m^{-3} and deep green $2 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$.

of fusion process in the second part of the device but for later time intervals as the alpha particle density decreases. The reaction rate for the lower value of alphas change (increases) very slow and reach the max value for a time interval longer than 10 s. For all cases there is manifestation of the alpha heating effect with main interest for the case of 10^{13} cm^{-3} (red curve of Figure 5) and $5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ (green curve in Figure 5) for which the max of reaction rate correspond to a time interval less than 1 s after the end of operation of μ CF in the spark fusion part of the device.

5. Conclusions

In view of the basically new aspects of generation of ultrahigh space charge neutral relativistic ion densities^[4, 7, 8] based on the ultrahigh acceleration of plasma blocks^[3, 5, 6], the mechanism of generation of ultrahigh density beams of protons with energies above of hundreds of MeV^[17, 18] opens a new access to μ CF^[11]. This was experienced by extending the results derived for relativistic ion beams^[8] following the application of petawatt to exawatt laser pulses for a new scheme of compact laser-driven compact magnetic fusion device. Laser-driven proton beam acceleration by high power laser beam interaction with ultrathin solid target is under investigation in the existing kJ/PW laser facilities as the GEKKO-LFEX^[25, 26], ORION^[27] and PETAL^[28, 29]. Preliminary experiments in existing kJ/PW laser facilities^[30] allow the development of experimental setups and diagnostics for muon production by proton beam interaction with solid targets. High muon production by

proton beam interaction with solid targets is scheduled for the new ELI-NP laser infrastructure enabling the systematic study^[19] of μ CF process and their potential application in compact magnetic fusion devices. Our numerical simulations confirm the importance of μ CF and alpha heating effect for the potential operation of compact magnetic fusion devices in the intermediate plasma density range with low initial plasma temperature. The main advantage of the proposed device is that the fusion process initiated in very low plasma temperature by μ CF and the triggering of the fusion process of the device is due to the alpha heating effect. The initial plasma density of 10^{16} cm^{-3} of the second part of the proposed device is favorable for operation because the reaction rate reaches the max value in shorter time than this corresponding to initial plasma density of 10^{17} cm^{-3} . From these results it is obvious that alpha heating effect is not important in the spark fusion part of the device due to high plasma density, low initial plasma temperature and short operation time of 1 μ s. The neutron production reach the value of the 5×10^{19} neutrons for an operation much less than 1 s. Pellet injection could be used for continuous operation of the proposed device. Simplified evaluations without taking into account the plasma losses in the proposed device allows estimating a power of about 100 MW by applying Tokamak blanket techniques for energy conversion. The alpha avalanche process^[57] enhances the alpha heating effect in the case of $p^{11}\text{B}$ fusion reaction with interest for future investigations on compact magnetic fusion devices working with the attractive aneutronic fusion fuel. These results promote the development of new high power laser systems and their coupling with compact magnetic fusion devices for clean energy production.

References

1. G. Mourou, T. Tajima, and S. Bulanov, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 309 (2006).
2. T. Tajima and G. Mourou, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5**, 0310301 (2002).
3. H. Hora, J. Badziak, M. N. Read, Y. T. Li, T. J. Liang, H. Liu, Z. M. Shang, J. Zhang, F. Osman, G. H. Miley, W. Y. Zhang, X. T. He, H. S. Peng, S. Glowacz, S. Jablonski, J. Wolowski, Z. Skladanowski, K. Jungwirth, K. Rohlena, and J. Ullschmied, *Phys. Plasmas* **14**, 072701 (2007).
4. H. Hora, *Proc. SPIE* **8780**, 878024 (2013).
5. R. Sauerbrey, *Phys. Plasmas* **3**, 4712 (1996).
6. H. Hora, *Physics of Laser Driven Plasmas* (Wiley Interscience, 1981), see Fig. 10.18b.
7. H. Hora, *Laser Particle Beams* **27**, 207 (2009).
8. P. Lalouis, H. Hora, S. Eliezer, J.-M. Martinez-Val, S. Moustazis, G. H. Miley, and G. Mourou, *Phys. Lett.* **339**, 885 (2013).
9. S. Moustazis, P. Lalouis, and H. Hora, *Proc. SPIE* **8780**, 878029 (2013).
10. H. Hora, J. Badziak, F. P. Boody, R. Höpfel, K. Jungwirth, B. Kralikova, J. Kraska, L. Laska, P. Parys, V. Perina, M. Pfeifer, K. Rohlena, J. Skala, J. Ullschmied, J. Wolowski, and E. Woryna, *Opt. Commun.* **207**, 333 (2002).

11. S. Eliezer, T. Tajima, and M. N. Rosenbluth, *Nuclear Fusion* **27**, 527 (1987).
12. J. S. Cohen, *Nucl. Instr. Meth. B* **42**, 419 (1989).
13. J. S. Cohen, *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B* **42**, 419 (1989).
14. A. Christopoulos, H. Hora, R. J. Stening, H. Loeb, and W. Scheid, *Nucl. Instr. Meth. A* **271**, 178 (1988).
15. H. Hora and H. W. Loeb, *Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung* **10**, 393 (1986).
16. www.extreme-light-infrastructure.eu.
17. T. Esirkepov, M. Borghesi, S. V. Bulanov, G. Mourou, and T. Tajima, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 175003 (2004).
18. G. Mourou, B. Brocklesby, T. Tajima, and J. Limpert, *Nat. Photon.* **7**, 58 (2013).
19. F. Negoita, M. Roth, P. G. Thirolf, S. Tudisco, F. Hannachi, S. Moustazis, I. Pomerantz, P. McKenna, J. Fuchs, K. Sphor, G. Acbas, A. Anzalone, P. Audebert, B. Tatluea, I. C. E. Turcu, M. Versteegen, D. Ursescu, S. Gales, and N. V. Zamfir, *Rom. Rep. Phys.* **68**, S37 (2016).
20. A. Bungau, R. Cywinski, C. Bungau, P. King, and J. Lord, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **16**, 014701 (2013).
21. A. Bungau, R. Cywinski, J. Lord, P. King, and C. Bungau, *Physics Procedia* **30**, 12 (2012).
22. A. Bungau, R. Cywinski, C. Bungau, P. King, and J. Lord, in *Proceedings of IPAC'10* (2010), p. 259.
23. A. Ferrari, P. R. Sala, A. Fasso, and J. Ranft, CERN-2005-010, INFN TC.05/11 (2005).
24. I. C. E. Turcu, S. Balasuta, F. Negoita, D. Jaroszynski, and P. McKenna, *AIP Conf. Proc.* **1645**, 416 (2015).
25. H. Azechi, *J. Phys. Conf.* **717**, 012119 (2015).
26. S. Fujioka, Z. Zhang, N. Yamamoto, S. Ohira, Y. Fujii, K. Ishihara, T. Johzaki, A. Sunahara, Y. Arikawa, K. Shigemori, Y. Hironaka, Y. Sakawa, Y. Nakata, J. Kawanaka, H. Nagatomo, H. Shiraga, N. Miyanaga, T. Norimatsu, H. Nishimura, and H. Azechi, *Plasma Phys. Contr. Fusion* **54**, 124042 (2012).
27. N. Hopps, C. Danson, S. Duffield, D. Egan, S. Elsmere, M. Girling, E. Harvey, D. Hillier, M. Norman, S. Parker, P. Treadwell, D. Winter, and T. Bett, *Appl. Opt.* **52**, 3597 (2013).
28. N. Blanchot, G. Behar, T. Berthier, B. Busserole, C. Chappuis, C. Damiens-Dupont, P. Garcia, F. Granet, C. Grosset-Grange, J.-P. Goossens, L. Hilsz, F. Laborde, T. Lacombe, F. Laniesse, E. Lavastre, J. Luce, F. Macias, E. Mazataud, J. L. Miquel, J. Néauport, S. Noailles, P. Patelli, E. Perrot-Minot, C. Present, D. Raffestin, B. Remy, C. Rouyer, and D. Valla, *EPJ Web of Conferences* **59**, 07001 (2013).
29. A. Casner, T. Caillaud, S. Darbon, A. Duval, I. Thfouin, J. P. Jadaud, J. P. LeBreton, C. Reverdin, B. Rosse, R. Rosch, N. Blanchot, B. Villette, R. Wrobel, and J. L. Miquel, *High Energy Density Physics* **17**, 2 (2015).
30. C. Danson, D. Hillier, N. Hopps, and D. Neely, *High Power Laser Sci. Eng.* **3**, e3 (2015).
31. T. J. Mcguire, Active cooling of structures immersed in plasma, US Patent 2014/0301517 (2014).
32. T. J. Mcguire, Heating plasma for fusion power using magnetic field oscillation, US Patent 2014/0301519 (2014).
33. H. Hora, Method for generating electrical energy by laser-based nuclear fusion and laser fusion reactor, Patent WO 2015/144190 A1 (2015).
34. S. D. Moustazis, P. Auvray, H. Hora, P. Lalouis, J. Larour, and G. Mourou, *AIP Conf. Proc.* **1462**, 191 (2012).
35. P. Lalouis, G. Throumoulopoulos, and G. Poulipoulis, in *43rd EPS Conference* (2016), paper P5.069.
36. F. C. Frank, *Nature* **160**, 525 (1947).
37. L. W. Alvarez, H. Bradner, F. S. Crawford, Jr., J. A. Crawford, P. Falk-Vairant, M. L. Good, J. D. Gow, A. H. Rosenfeld, F. Solmitz, M. L. Stevenson, H. K. Ticho, and R. D. Tripp, *Phys. Rev.* **105**, 1127 (1957).
38. A. D. Sakharov, *Report of the Physics Institute* (USSR Academy of Sciences, 1948).
39. A. D. Sakharov, *Collected Scientific Works* (Dekker, 1982).
40. J. D. Jackson, *Phys. Rev.* **106**, 330 (1957).
41. C. Petitjean, *Fusion Engng Design* **11**, 255 (1989).
42. S. Eliezer and Z. Henis, *Fusion Technol.* **26**, 46 (1994).
43. T. Tajima, S. Eliezer, and R. M. Kulsrud, in *Proc. Muon Catalyzed Fusion, Sanibel Island, FL*, S. E. Jones, J. Rafelski and H. J. Monkhorst (eds) (American Institute of Physics, 1989).
44. Yu. V. Petrov, *Nature* **285**, 466 (1980).
45. K. Nagamine, *Introductory Muon Science* (Cambridge University Press, 2003).
46. K. Ishida, K. Nagamine, and T. Matsuzaki, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **29**, 2043 (2003).
47. S. S. Gershtein, Yu. V. Petrov, I. Ponomarev, L. N. Somov, and M. P. Faifman, *Sov. Phys. JETP* **51**, 1053 (1980).
48. A. A. Harms, K. F. Schoepf, G. H. Miley, and D. R. Kingdon, *Principles of Fusion Energy: An Introduction to Fusion Energy for Students of Science and Engineering* (World Scientific, 2000).
49. S. Kimura and A. Bonasera, [arXiv:physics/0605206](https://arxiv.org/abs/physics/0605206) (2006).
50. C. D. Stodden and H. J. Monkhorst, *Phys. Rev. A* **41**, 1281 (1990).
51. C.-Y. Hu, *Phys. Rev. A* **49**, 4481 (1994).
52. A. Bungau, R. Cywinski, C. Bungau, P. King, and J. Lord, in *Proceedings of IPAC'10* (2010), p. 250.
53. A. Bungau, R. Cywinski, C. Bungau, P. King, and J. Lord, in *Proceedings of IPAC'10* (2010), p. 247.
54. W. Breunlich, *Nucl. Phys. A* **508**, 3c (1990).
55. J. Rafelski and D. Harvey, *Particle Accelerator* **37-38**, 409 (1992).
56. M. R. Pahlavani and S. M. Motevalli, *Acta Phys. Polonica B* **40**, 2 (2009).
57. S. Eliezer, H. Hora, G. Korn, N. Nissin, and J. M. Martinez Val, *Phys. Plasmas* **23**, 050704 (2016).

Pair creation from vacuum in the presence of ultra-intense laser beams

I.Tsohantjis¹, S. D. Moustazis², I. Ploumistakis²

¹ Department of Sciences, Institute of Matter Structure and Laser Physics and Division of Mathematics, Technical University of Crete, Chania, Crete, Greece

² Department of Sciences, Institute of Matter Structure and Laser Physics, Technical University of Crete, Chania, Crete, Greece

The non-linear QED phenomenon of pair creation from vacuum[1] in the presence of ultra-intense elm fields[2], is of outstanding importance whose physical mechanisms have been the subject of a long standing and theoretical investigations, not to mention the SLAC E-144 experimental confirmation [3]. The conditions under which pair production is possible is that neither $\mathcal{F} = -\frac{1}{2}(\vec{\mathcal{E}}^2 - c^2\vec{\mathcal{B}}^2) = 0$, $\mathcal{G} = c\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}} = 0$, nor $\mathcal{F} > 0$, $\mathcal{G} = 0$ while in order to have sizable effects the electric fields must exceed the critical value $\mathcal{E}_c \simeq 1.3 \times 10^{18} \text{ V/m}$. Models similar to multiphoton atom ionization ones and in particular the imaginary time method[4], have been shown to offer a consistent theoretical treatment whose experimental verification is expected to be viable using XFEL systems. However this approximation for optical lasers is not efficient. In a recent paper [5] the problem of e^-e^+ production in a standing wave of oppositely directed laser beams was treated, using a two level multiphoton on resonant approximation. Taking up this approximation we shall present certain important numerical results [6], that convincingly support the possibility of experimentally detectable pair creation with available optical laser technology. Of special interest is the use of higher harmonics such as 3ω and 5ω . As was shown in [6] and partially in [7], this approach compared to others, will result in e^-e^+ production rate of the order of $10^8 - 10^{12}$ pairs per laser shot and low electric field strengths of the order of 10^{13} V/m . According to [5], a standing wave $\mathbf{A} = 2\mathbf{A}_0 \cos \mathbf{k}\mathbf{r} \cos \omega t$ is formed by two oppositely propagating laser beams. Pair production occurs close to the antinodes and in spacial dimensions $l \ll \lambda$ so that $\mathbf{A} = 2\mathbf{A}_0 \cos \omega t$. Most significant contribution will be at the direction along the electric field. while, because of space homogeneity 4-momentum is conserved and transitions can be considered to occur between two energy levels from $-E$ to E by the absorption of n photons. Maximization of multiphoton probabilities occur for resonant transitions $n = 2qmc^2/\hbar\omega$, $q \geq 1$, with $n_0 = 2mc^2/\hbar\omega$ being the threshold multiphoton order. Taking A_0 on the y-axis, and $\mathbf{p} = (p \sin \theta, p \cos \theta, 0)$, θ being the angle between \mathbf{p} of $e^- (e^+)$ and A_0 . From the solutions of the Dirac equation the probability $W = \sum_{n=n_0} W_n$ where $W_n = 2f_n^2 \frac{\sin^2(\Omega_n \tau)}{\Omega_n^2}$ is the probability for the n-photon process and $f_n = \frac{n\omega}{4p_y} \sqrt{E^2 - p_y^2} J_n(4\xi \frac{mp_y}{E\omega})$.

The parameter $\xi = e |\mathcal{E}_0| / mc\omega \lesssim 1$, ($\xi=1/\gamma$), $\Omega_n = \sqrt{f_n^2 + \frac{\Delta_n^2}{4}} \ll \omega$ is the 'Rabi frequency' of the Dirac vacuum with $\Delta_n = 2E - n\omega$ being the detuning of resonance and τ is the interaction time and $\Omega_n \tau \ll 1$ holds. At $\theta = 0$, W_n maximizes and the number of pairs created from an n th order process is given by $N_0 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{V\tau}{V_e} \frac{q\sqrt{q^2-1}}{m^2 c^4} f_{n0}^2$ where f_{n0} is f_n at $\theta = 0$, $V_e = 7.4 \times 10^{-59} m^3 s$ is the four Compton volume of an electron, $V \sim \sigma^2 l$ is the space-volume, σ is the cross section radius, τ is the interaction time and q is units of rest energy. Given an initial laser frequency and power density, the physical acceptable values of ξ , q should not only conform with the condition $\xi \lesssim 1$, but also to energy considerations. Given the power density of the laser $S_b = \frac{1}{\mu_0 c} \mathcal{E}_0^2$ and the energy $E_b = S_b \pi \sigma^2 \tau$ of the beam, the energy $2qmc^2 N$ of N pairs should be such that $\Delta E = S_b \pi \sigma^2 \tau - 2qmc^2 N \geq 0$. In the numerical analysis presented below it is adequate to investigate ΔE for $N = N_0$ which is a function of ξ (or \mathcal{E}_0) and q (or n). For given laser characteristics ξ can be increased up to a value $\xi = h (\mathcal{E}_{0max})$ for which $\Delta E = 0$. Thus, for given values of q (or n), we can estimate the upper bounds h (or $\mathcal{E}_{0max} = hmc\omega'/e$) of ξ for the approximation to hold. With the advancement of laser systems such as Nd-Yag or Ti-Sapphire, with intensities up to $10^{26} W/m^2$ capable of providing efficient higher harmonic generation, it is intriguing to examine the efficiency of pair creation when harmonics like 3ω , 5ω are implemented. In particular one would like to know to what extend such optical lasers can compete the pair production efficiency of the much promising XFEL facilities. In the numerical simulations below, an Nd-Yag laser is considered with $\omega = 1.17 eV$, intensity $1.35 \times 10^{22} W/m^2$, $\tau \sim 10^{-14} s$, $\lambda = 1.074 \times 10^{-6} m$ and $\sigma \sim 10^{-5} m$. The four-volume $V\tau \sim \sigma^2 (0.1\lambda/k)\tau$, ($k = 1, 3, 5$ for ω , 3ω , 5ω respectively) conforming with $l \ll \lambda$.

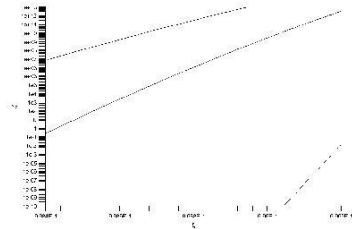


Figure 2: $N_0(\xi)$ for $\omega = 1.17 eV$ (bottom curve), 3ω (middle curve), 5ω (top curve).

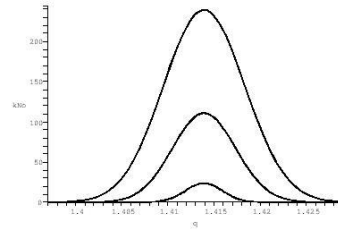


Figure 1: Envelop of $N_0(q)$ at $\xi = 0.9987$, for $\omega = 1.17 eV$ (bottom curve with $k = 10^{29}$), 3ω (middle curve with $k = 10^{-2}$) and 5ω (top curve with $k = 10^{-8}$).

Fig. 1 demonstrates the behavior of N_0 , as a function of q , for the cases $\omega = 1.17eV$, 3ω , 5ω and for $\xi = 0.9987$ ($\mathcal{E}_o \sim 10^{13}V/m$). Each curve point corresponds to an order n multiphoton process and to an energy $E = qmc^2$ of the produced electron (positron). The most probable process (peaks of the curves) occur for $n = 1.2 \times 10^6$, 4.1×10^5 , 2.5×10^5 for which $N_0 = 2.4 \times 10^{-28}$, 1.1×10^4 , 2.4×10^{10} for the respective harmonics. Thus working with higher

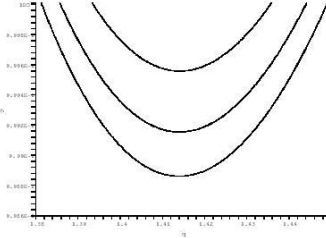


Figure 3: Upper bound h of ξ as a function of q for $\omega = 1.17eV$ (top curve), 3ω (middle curve) and 5ω (bottom curve).

harmonics N_0 increases rapidly with a subsequent decrease of the multiphoton order n and the corresponding e^-e^+ energy, while the range of the energy spectrum of e^-e^+ broadens: from approximately $0.720MeV$ to $0.726MeV$ which is for ω , to, $0.715MeV$ to $0.731MeV$ which is for 5ω . Such kind of curves essentially giving the energy spectrum of the pairs at $\theta = 0$ can be the subject of experimental verification provided that the increase $\omega \rightarrow 5\omega$, should be accompanied by an equal amount increase of \mathcal{E}_o , the latter being achieved by appropriately increasing the laser intensity. In Fig. 2 we give (the familiar for multiphoton processes) log-plot of the number of pairs N_0 versus ξ (or \mathcal{E}_o), for the most probable multiphoton processes of Fig. 1 for ω , 3ω and 5ω . Crossings are expected for the different multiphoton curves as ξ (or \mathcal{E}_o) increases, but for the developed approximation, the values of ξ where crossings occur are not applicable as then $\xi > 1$. However the theoretically estimated behavior of N_0 in Fig. 2 cannot easily experimentally verified as the required \mathcal{E}_o changes are very small. Finally in Fig. 3 the maximum admissible values h of ξ (\mathcal{E}_o) as a function of q (n), are recorded for $\omega = 1.17eV$, 3ω and 5ω . Computations have been performed using, $S_b = 1.35s \times 10^{22}W/m^2$ ($s = 1, 3^2, 5^2$ respectively). The factor s in S_b is justified by the approach adopted to increase the laser intensity in order to increase E_b , rather than going to the diffraction limit to increase it. The existence of h explains why the log-plots of Fig. 2 terminate and crossings do not occur. In addition, it is the values of ξ close to the lowest curve points (q_l , h_l) of Fig. 3 that guarantees both observability of all energies around q_l , as given in Fig. 1, and maximization of the corresponding N_0 . Note that the very low value of N_0 for $\omega = 1.17eV$ in Fig. 1 appears for $\xi = 0.9987$ far away from the optimum one which is $\xi \sim 0.9995$ as seen from the ω -curve of Fig. 3. Thus experimentally one can choose a laser facility with energy capable of generating a higher harmonic $k\omega$ - beam. Then by appropriate focusing, increase E_{0max} to $E_{0max} = h_l mck\omega/e$ where h_l is the lowest value of the $k\omega$ - curve of Fig. 3. The number of pairs

N_0 created at the antinodes of a standing wave (as required) versus their spectrum will be given by figures such as those in Fig. 1 drawn for $\xi = h_l$. Then N_0 maximizes for pairs with energy $E = 2q_l mc^2$ where (q_l, h_l) is the lowest point of the $k\omega$ - curve of Fig. 3.

Work is in progress to investigate to what extend ultra-intense laser-induced $\pi^+\pi^-$ pair creation where $\mathcal{E}_c = 1.04 \times 10^{23} \text{V/m}$ is experimentally viable. Preliminary results show that implementing the approximation of [4] for 1keV photons (available from XFEL facilities) for $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_c, \mathcal{E}_c/5, \mathcal{E}_c/10$ ($\gamma \ll 1$ regime), the number N of $\pi^+\pi^-$ produced in $V_\pi = 1.3 \times 10^{-68} \text{m}^3 \text{s}$, are approximately $8.1 \times 10^{10}, 6.5 \times 10^4, 3.2$ per laser shot, at related thresholds $n \sim 10^9$, respectively. This allows the possibility of observing $\pi^+\pi^-$ creation with $\mathcal{E}_0 \sim 10^{21} \text{V/m}$ possibly using E-144 like techniques (i.e. non-linear Compton scattering and Breit-Wheeler mechanism).

References

- [1] J. W. Schwinger, Phys. Rev. **82** 664 (1951); E. Brezin and C. Itzykson, Phys. Rev. D **2** 1191 (1970); E. S. Fradkin, D. M. Gitman and Sh. M. Shvartsman, 'Quantum Electrodynamics with unstable vacuum' Springer, Berlin (1991); A. DiPiazza, Phys. Rev. D **70** 053013 (2004)
- [2] M. Perry and G. Mourou, Science **264** 917 (1994)
- [3] D.L. Burke et. al., Phys. Rev. Let **79** 1626 (1997)
- [4] V.S. Popov, JETP Lett. **13**, 185 (1971);JETP **34**, 709 (1972);Phys. Let. A **298** 83 (2002);A. Ringwald, Phys. Let. B **510**, 107 (2001)
- [5] H. K. Avetissian, A. K. Avetissian, G. F. Mkrtchian and Kh. V. Sedrakian, Phys. Rev. E **66**, 016502 (2002)
- [6] I. Tsohantjis, S. Moustazis and I. Ploumistakis, Physics Letters B **650** 249(2007)
- [7] C. Kaberidis, I. Tsohantjis and S. Moustazis in 'Frontiers of Fundamental and Computational Physics' B. G. Sidharth , F. Honsell and A. de Angelis 279(2005)

New approaches on Laser Vacuum Breakdown for Pair Creation

I. Ploumistakis, I. Tsohantjis¹ and S. D. Moustazis

Dept. of Sciences, Institute of Matter Structure and Laser Physics
Technical University of Crete
Deligiannaki & Panagouli, 73100 Chania, Crete, Greece
Tel : 00 30 2821 0 28451 fax: 2821 0 28453

Abstract

The aim of this work is to present a complete and elaborated investigation on pair creation for two new kinds of experimental configurations using ultra-intense laser beams. The high pair production and ergonomic efficiency of the proposed experimental configurations may facilitate future designed experiments on laser-induced vacuum breakdown.

Introduction

Electron positron pair creation from strong fields-induced vacuum breakdown is one of outstanding importance non-linear QED phenomena [1-9]. Recently there is an increasing interest on experimental investigations concerning pair creation of (e^+ , e^-) by ultra-intense laser beam interaction with vacuum due to new laser facilities installation [10, 11, 13]. The theoretical treatment and the subsequent numerical analysis follow that of [12, 14, 15] where vacuum is treated as a two level quantum system under multi-photon resonance interaction with the laser beam.

In the first part, pair production is investigated using a configuration which utilizes high-energy photons generated by a laser based X-FEL in which the production and the acceleration of the high current electron beam are entirely produced by an ultra-intense laser beam.

In the second part, we will adapt our theoretical/numerical work [15, 17] to a novel experimental configuration, in which a high intensity laser beam interacts with a relativistic electron beam (REB), produced and accelerated by a high intensity laser system. Such a configuration is equivalent to the Stanford E144 experimental work [16] for pair creation. The numerical results presented concern the REB reference system for which the Lorentz transformation allows to increase the electric field of the laser beam by an important factor improving the efficiency of pair creation.

¹ Dept. of Sciences, Division of Mathematics

Pair creation using a laser based X –FEL system

In the first configuration, we investigate, the use of a tabletop laser based X-ray Free Electron Laser for the (e^+ , e^-) pair production from high energy photons laser beam interacting with vacuum. The proposed X-FEL will be operating by a relativistic electron beam produced and accelerated by the high intensity ($\sim 10^{20}$ - 10^{21} W/cm²) ultra-short laser beam. The propagation of such a relativistic electron beam in a wiggler will produce the high energy photons of the x-ray beam necessary for the pair creation. The theoretical treatment and the numerical analysis follow the multiphoton resonant approximation, treating the vacuum as a two level quantum system and the equations describing the approximation are already presented in our previous work.[15, 17] where the number of produced pairs is given by

$$N_o = \frac{1}{4\pi^2} \frac{V\tau}{V_e} \frac{q\sqrt{q^2-1}}{m^2c^4} f_n^2, \quad \text{with} \quad f_n = \frac{E}{4p_y} \left(1 - \frac{p_y^2}{E^2}\right) n\hbar\omega J_n \left(4\xi \frac{m}{E} \frac{p_y}{\hbar\omega}\right), \quad \text{and} \quad q = \frac{E}{mc^2}. \quad \text{The}$$

invariant parameter ξ is equal to the Work of electric field strength on a λ_{Compton} / Photon energy, and is given by $\xi = \frac{e \cdot \mathcal{E}_o}{m c \omega}$ (In fact $\xi = 1/\gamma$, where γ , is in the pair production treatment of [5 -7], the equivalent of the Keldysh parameter). The selection of this parameter for the result presentation was done in order to emphasize the importance of the multiphoton process for the pair creation and allow estimations for the necessary electric field (or laser intensity values for pair observation).

For the application we consider an electron beam with energy up to 1GeV and total charge up to 1 nC, which can produce x-ray photons with energy of 1.909 keV. We assume 10% energy conversion efficiency from the laser beam to the x-ray with a pulse duration $\tau = 100$ fs and a focal spot of the main laser beam of $\sigma = 100$ nm. This effect takes place in interaction volume V given by $V = \sigma^2(0.1\lambda)\tau$. Similar numerical estimations were carried out for other energy values, specifically for electron beam energy of 400 MeV and 200 MeV. Using the above parameters the efficiency of the resonance multiphoton approximation was tested, following the methodology and the mathematical analysis from our previous work[15, 17]. Fig. 1 presents the created pair number vs. the parameter ξ for the three mentioned energies. The choice of plotting vs. the parameter ξ , is justifiable since it depends from the electric field strength and photon energy and thus allowing to investigate the dependence of N_o on both of these physical quantities. For any future experimental verification these plots are important as they show the range of applicability of this approximation. By adjusting the photon energy and the electric field strength, one can estimate the produced $e^+ e^-$ pairs, for the

corresponding value of ξ , from the plot. As one can observe the curves have ending points dictated by energy conservation considerations.

The curves verify the fact that we are studying multiphoton processes, and as we can observe the efficiency of pair creation can reach up to 10^9 pairs depending the electron beam energy. Such results are significant and strongly suggest the possible use of this configuration, for experimental observation of resonance approximation.

Pair creation using a configuration analogous to the E144 experiment.

The second proposed configuration is based on the E144 experiment that took place on SLAC [16] and was the first experimental verification of electron positron pair production due to non-linear photon – photon interaction. A number of 175 ± 13 positrons were measured for 21962 laser shots corresponding to 5.1 multiphoton order.

Our proposed configuration consists of two steps. On the first step a relativistic electron beam is produced using a high intensity, ultra sort laser beam. On the second step this electron beam interacts with a second ultra-high intensity laser beam (photon energy = 1eV) from the same laser system. We consider the energy of the electron beam to be 1 GeV, created by a laser beam with 10^{20} W/cm². On the electron's reference frame, the Lorentz transformed electric field is $\mathcal{E}^* = \gamma_L \mathcal{E}_{laserlab} = \gamma_L \sqrt{\mu_0 c I}$, and the photon energy $E_{photons}^* = \gamma_L E_{photons}$ where $\gamma_L = \frac{E_{e-beam}}{m_e c^2}$ is the Lorentz relativistic factor. With $E_{e-beam} = 1$ GeV, $E_{photons}^* = 1.956$ keV and $\mathcal{E}^* \sim 10^{14}$ V/cm. Applying the same analysis as in [15, 17] we conclude that the efficiency of multiphoton pair production using this configuration, is very high leading to Fig.2 which summarizes our results for three energies of electron beam (1 GeV, 400 MeV, and 200 MeV).

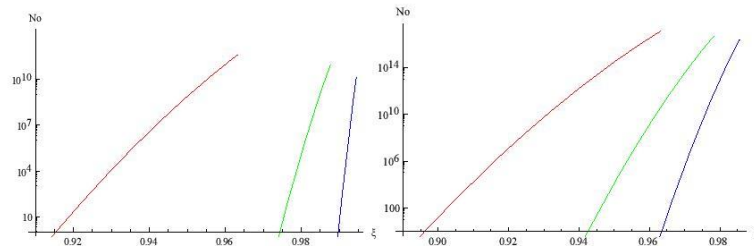


Fig. 1

Fig. 2

Fig 1. Log plot of number No of created e^+e^- pairs versus ξ for 1GeV (Red), 400 MeV (Green), and 200 MeV (Blue) Laser X –FEL configuration. Fig 2 Log plot of number No of created e^+e^- pairs versus ξ for 1GeV (Red), 400 MeV (Green), and 200 MeV (Blue) E144 experiment equivalent configuration.

Conclusion

For this work, we investigate theoretically two configurations based on high intensity laser pair creation. The first concern the uses of a small scale X-FEL system and the other describe an analogous to the E144 experimental configuration. Both of them appear to have very satisfying efficiency and meet our targets of proposing new methods that do not require special facilities using huge accelerators, but can be carried out on small scale designed experiments. Furthermore, use of available values for the parameters on which our configurations depend ensures that the results are realistic. The optimal results depending on the laser parameters are of the order of 10^{12} pairs for the first configuration and 10^{15} for the second.

References

- 1) J.W Schwinger Phys. Rev. 82 (1951) 664.
- 2) E. Brezin, C. Itzykson Phys. Rev. D. 2 (1970) 1191.
- 3) W. Greiner, B. Muller, J Rafelski Quantum Electrodynamics of Strong Fields, Springer –Verlag, Berlin 1985
- 4) [E.S. Fradkin, D.M Gitman, Sh. M. Shvartsman Quantum Electrodynamics with Unstable Vacuum, Springer – Verlag Berlin 1991.](#)
- 5-7) V.S Popov JETP Lett. 13 (1971) 185; Sov. Phys. JETP 34 (1972) 709; Phys. Lett. A 298 (2002) 83
- 8-9) A.I. Nikishov, Nucl. Phys. B 21 (1970) 346; A.I. Nikishov, hep-th/0111137
- 10) M. Perry, G. Mourou, Science 264 (1994) 917.
- 11) A. C. Melissinos, Quantum Aspects of Beam Physics, World Scientific, 1998, p.564
- 12) H.K. Avetissian, et.al Phys. Rev. E 66 (2002) 016502.
- 13) A. Ringwald, Phys. Lett. B 510 (2001) 107.
- 14) C. Kaberidis, I. Tsohantjis, S. Moustazis, Proc. ‘Frontiers of Fountamental and Computational Physics’ Udine, Italy 2004, 2005, p.279.
- 15) I. Tsohantjis, S. Moustazis, I. Ploumistakis Phys. Lett. B 650 (2007) 249- 256.
- 16) D. L. Burke, et al., Phys. Rev. Lett 79 (1997) 1626.
- 17) I. Ploumistakis Msc. Thesis, Technical University of Crete (2007)

All in-text references [underlined in blue](#) are linked to publications on ResearchGate, letting you access and read them immediately.

Βιβλιογραφία

- [1] W. Greiner, B. Müller, and J. Rafelski, *Quantum Electrodynamics of Strong Fields*. 1985.
- [2] O. Klein, “Die Reflexion von Elektronen an einem Potentialsprung nach der relativistischen Dynamik von Dirac,” *Zeitschrift für Phys.*, vol. 53, no. 3–4, pp. 157–165, 1929.
- [3] F. Sauter, “Über das Verhalten eines Elektrons im homogenen elektrischen Feld nach der relativistischen Theorie Diracs,” *Zeitschrift für Phys.*, vol. 69, no. 11, pp. 742–764, 1931.
- [4] W. Heisenberg and H. Euler, “Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons,” *Zeitschrift für Phys.*, vol. 98, no. 11, pp. 714–732, 1936.
- [5] J. Schwinger, “On Gauge Invariance and Vacuum Polarization,” *Phys. Rev.*, vol. 82, no. 5, pp. 664–679, 1951.
- [6] E. Brezin and C. Itzykson, “Pair production in vacuum by an alternating field,” *Phys. Rev. D*, vol. 2, no. 7, pp. 1191–1199, 1970.
- [7] J. Schwinger, “On Gauge Invariance and Vacuum Polarization,” *Phys. Rev.*, vol. 82, no. 5, pp. 664–679, 1951.
- [8] V. S. Popov, “No Title,” *JETP Lett.*, vol. 13, p. 185, 1971.
- [9] V. S. Popov, “No Title,” *Sov. Phys. JETP*, vol. 34, p. 709, 1972.
- [10] V. S. Popov and M. S. Marinov, “No Title,” *Sov. J. Nucl. Phys*, vol. 19, p. 584, 1974.
- [11] V. S. Popov and M. S. Marinov, “No Title,” *Sov. J. Nucl. Phys*, vol. 16, p. 449, 1973.
- [12] V. S. Popov, “On Schwinger mechanism of e^+e^- pair production from vacuum by the field of optical and X-ray lasers,” *Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.*, vol. 298, no. 2–3, pp. 83–90, Jun. 2002.

- [13] A. Ringwald, "Pair production from vacuum at the focus of an X-ray free electron laser," *Phys. Lett. Sect. B Nucl. Elem. Part. High-Energy Phys.*, vol. 510, no. 1–4, pp. 107–116, Jun. 2001.
- [14] R.-C. Wang and C.-Y. Wong, "Finite-size effect in the Schwinger particle-production mechanism," *Phys. Rev. D*, vol. 38, no. 1, pp. 348–359, 1988.
- [15] S. P. Kim and D. N. Page, "Schwinger pair production in electric and magnetic fields," *Phys. Rev. D*, vol. 73, no. 6, p. 65020, 2006.
- [16] H. Gies and K. Klingmüller, "Pair production in inhomogeneous fields," *Phys. Rev. D*, vol. 72, no. 6, p. 65001, 2005.
- [17] A. Di Piazza, "Pair production at the focus of two equal and oppositely directed laser beams: The effect of the pulse shape," *Phys. Rev. D*, vol. 70, no. 5, p. 53013, 2004.
- [18] D. L. Burke *et al.*, "Positron Production in Multiphoton Light-by-Light Scattering," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 79, no. 9, pp. 1626–1629, 1997.
- [19] C. KABERIDIS, I. TSOHANTJIS, and S. MOUSTAIZIS, "MULTIPHOTON APPROACH ON PAIR PRODUCTION UNDER THE LIGHT OF RECENT EXPERIMENTAL AND THEORETICAL INVESTIGATIONS," in *Frontiers of Fundamental Physics: Proceedings of the Sixth International Symposium ``Frontiers of Fundamental and Computational Physics'', Udine, Italy, 26--29 September 2004*, B. G. SIDHARTH, F. HONSELL, and A. DE ANGELIS, Eds. Dordrecht: Springer Netherlands, 2006, pp. 279–283.
- [20] H. K. Avetissian, A. K. Avetissian, G. F. Mkrtchian, and K. V Sedrakian, "Electron-positron pair production in the field of superstrong oppositely directed laser beams," *Phys. Rev. E*, vol. 66, no. 1, p. 16502, 2002.
- [21] I. Tsohantjis, S. Moustazis, and I. Ploumistakis, "On electron-positron pair production using a two level on resonant multiphoton approximation," *Phys. Lett. Sect. B Nucl. Elem. Part. High-Energy Phys.*, vol. 650, no. 4, pp. 249–256, Jun. 2008.

- [22] N. B. Narozhny, S. S. Bulanov, V. D. Mur, and V. S. Popov, “-Pair Production By a Focused Laser Pulse in Vacuum,” *Phys. Lett. A*, vol. 330, no. 1–2, pp. 1–6, Sep. 2004.
- [23] N. B. Narozhny and A. M. Fedotov, “Creation of electron-positron plasma with superstrong laser field,” *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, vol. 223, no. 6, pp. 1083–1092, 2014.
- [24] A. M. Fedotov, “Electron-positron pair creation by a strong tightly focused laser field,” *Laser Phys.*, vol. 19, no. 2, pp. 214–221, 2009.
- [25] S. S. Bulanov, N. B. Narozhny, V. D. Mur, and V. S. Popov, “Electron-positron pair production by electromagnetic pulses,” *J. Exp. Theor. Phys.*, vol. 102, no. 1, pp. 9–23, 2006.
- [26] I. Ploumistakis, I. Tsohantjis, and S. D. Moustazis, “New approaches on Laser Vacuum Breakdown for Pair Creation,” in *35th EPS Conference on Plasma Phys. Hersonissos, 9 - 13 June 2008*, 2008, vol. 32, no. June, pp. 1–4.
- [27] I. Tsohantjis, S. D. Moustazis, and I. Ploumistakis, “Pair creation from vacuum in the presence of ultra-intense laser beams,” in *35th EPS Conference on Plasma Phys. Hersonissos, 9 - 13 June 2008*, 2008, vol. 32, pp. 1–4.
- [28] I. Ploumistakis, S. D. D. Moustazis, and I. Tsohantjis, “Towards laser based improved experimental schemes for multiphoton $e^+ e^-$ pair production from vacuum,” *Phys. Lett. A*, vol. 373, no. 32, pp. 2897–2900, 2009.
- [29] V. Malka, J. Faure, Y. Glinec, A. Pukhov, and J.-P. Rousseau, “Monoenergetic electron beam optimization in the bubble regime,” *Phys. Plasmas*, vol. 12, no. 5, p. 56702, 2005.
- [30] F. Amiranoff *et al.*, “Observation of Laser Wakefield Acceleration of Electrons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, no. 5, pp. 995–998, 1998.
- [31] C. Pellegrini and J. Stöhr, “X-ray free-electron lasers - Principles, properties and applications,” *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. A Accel.*

- Spectrometers, Detect. Assoc. Equip.*, vol. 500, no. 1–3, pp. 33–40, Mar. 2003.
- [32] V. Ayvazyan *et al.*, “First operation of a free-electron laser generating GW power radiation at 32 nm wavelength,” *Eur. Phys. J. D - At. Mol. Opt. Plasma Phys.*, vol. 37, no. 2, pp. 297–303, 2006.
- [33] “X-FEL: Technical Design Report,” 2007. [Online]. Available: <http://www.xfel.net>.
- [34] F. Grüner *et al.*, “Design considerations for table-top, laser-based VUV and X-ray free electron lasers,” *Appl. Phys. B*, vol. 86, no. 3, pp. 431–435, 2007.
- [35] S. P. D. Mangles *et al.*, “Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser-plasma interactions,” *Nature*, vol. 431, no. 7008, pp. 535–538, Sep. 2004.
- [36] W. P. Leemans *et al.*, “GeV electron beams from a centimetre-scale accelerator,” *Nat Phys*, vol. 2, no. 10, pp. 696–699, Oct. 2006.
- [37] J. Faure *et al.*, “A laser–plasma accelerator producing monoenergetic electron beams,” *Nature*, vol. 431, p. 541, Sep. 2004.
- [38] V. Malka, J. Faure, Y. Glinec, and A. F. Lifschitz, “Laser-plasma accelerators: a new tool for science and for society,” *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 47, no. 12B, pp. B481–B490, Dec. 2005.
- [39] C. Bula *et al.*, “Observation of Nonlinear Effects in Compton Scattering,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, no. 17, pp. 3116–3119, 1996.
- [40] C. Bamber *et al.*, “Studies of nonlinear QED in collisions of 46.6 GeV electrons with intense laser pulses,” *Phys. Rev. D*, vol. 60, no. 9, p. 92004, 1999.
- [41] I. Ploumistakis, S. D. Moustazis, and I. Tsohantjis, “Numerical investigation and potential tunability scheme on and stimulated pair creation from vacuum using high intensity laser beams,” *High Power Laser Sci. Eng.*, vol. 4, no. 2016, p. e41, 2016.

- [42] V. S. Popov, “No Title,” *Sov. Phys. JETP*, vol. 35, p. 659, 1972.
- [43] V. S. Popov and M. S. Marinov, “No Title,” *JETP Lett.*, vol. 18, p. 255, 1974.
- [44] R. O. N. The, “Extreme Light infrastructure,” *Ppt*, 2009. [Online]. Available: <https://eli-laser.eu/>.
- [45] G. Mourou and T. Tajima, “Summary of the IZEST science and aspiration,” *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, vol. 223, no. 6, pp. 979–984, 2014.
- [46] P. J., MackenrothF., H. G., and R. J., “A photon-photon collider in a vacuum hohlraum,” *Nat Phot.*, vol. 8, no. 6, pp. 434–436, Jun. 2014.
- [47] N. Hopps *et al.*, “Overview of laser systems for the Orion facility at the AWE,” *Appl. Opt.*, vol. 52, no. 15, pp. 3597–3607, 2013.
- [48] M. N. Quinn, J. A. Wheeler, J. L. Miquel, V. Zamfir, and A. M. Sergeev, “The IZEST Framework,” *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, vol. 223, no. 6, pp. 985–992, 2014.
- [49] M. Jirka *et al.*, “Electron dynamics, gamma and electron-positron production by colliding laser pulses,” vol. 23207, pp. 1–5, 2015.
- [50] S. S. Bulanov, V. D. Mur, N. B. Narozhny, J. Nees, and V. S. Popov, “Multiple Colliding Electromagnetic Pulses: A Way to Lower the Threshold of $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ Pair Production from Vacuum,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, no. 22, p. 220404, 2010.
- [51] G. Breit and J. A. Wheeler, “Collision of Two Light Quanta,” *Phys. Rev.*, vol. 46, no. 12, pp. 1087–1091, 1934.
- [52] I. Ploumistakis, “Numerical comparison of Popov and Breit – Wheeler schemes on laser vacuum breakdown for pair creation,” *Conference on Extremely High Intensity Laser Physics Heidelberg, Germany, 21 – 24 July 2015*, 2015. [Online]. Available: http://www.exhilo-heidelberg.de/wp-content/uploads/2015/07/poster_ploumistakis.pdf.
- [53] Y. V Petrov, “Muon catalysis for energy production by nuclear fusion,” *Nature*,

- vol. 285, p. 466, Jun. 1980.
- [54] C. Petitjean, "Muon catalyzed fusion," *Fusion Eng. Des.*, vol. 11, no. 1–2, pp. 255–264, Feb. 1989.
- [55] S. Eliezer, T. Tajima, and M. N. Rosenbluth, "Muon catalysed fusion-fission reactor driven by a recirculating beam," *Nucl. Fusion*, vol. 27, no. 4, pp. 527–547, Apr. 1987.
- [56] K. Ishida, K. Nagamine, T. Matsuzaki, and N. Kawamura, "Muon catalyzed fusion," *Nucl. Phys. B - Proc. Suppl.*, vol. 149, pp. 348–350, Dec. 2005.
- [57] S. Eliezer and Z. Henis, "Muon-Catalyzed Fusion — An Energy Production Perspective," *Fusion Technol.*, vol. 26, no. 1, pp. 46–73, 1994.
- [58] J. S. Cohen, "Muon catalyzed fusion," *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. B Beam Interact. with Mater. Atoms*, vol. 42, no. 4, pp. 419–425, 1989.
- [59] S. D. Moustazis, P. Lalousis, H. Hora, Z. Henis, S. Eliezer, and I. Ploumistakis, "New scheme to trigger fusion in a compact magnetic fusion device by combining muon catalysis and alpha heating effects," *High Power Laser Sci. Eng.*, vol. 4, no. 2016, pp. 1–7, 2016.
- [60] A. Bungau, R. Cywinski, J. Lord, P. King, and C. Bungau, "GEANT4 Target Simulations for the ISIS Muon Facility," *Phys. Procedia*, vol. 30, pp. 12–15, Jan. 2012.
- [61] F. C. FRANK, "Hypothetical Alternative Energy Sources for the 'Second Meson' Events," *Nature*, vol. 160, p. 525, Oct. 1947.
- [62] L. W. Alvarez *et al.*, "Catalysis of Nuclear Reactions by μ Mesons," *Phys. Rev.*, vol. 105, no. 3, pp. 1127–1128, 1957.
- [63] A. D. Sakharov, "No Title," *Rep. Phys. Inst. USSR Acad. Sci.*, 1948.
- [64] J. D. Jackson, "Catalysis of Nuclear Reactions between Hydrogen Isotopes by μ^{\pm} Mesons," *Phys. Rev.*, vol. 106, no. 2,

- pp. 330–339, 1957.
- [65] A. Bungau, R. Cywinski, C. Bungau, P. King, and J. Lord, “Simulations of surface muon production in graphite targets,” *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, vol. 16, no. 1, p. 14701, 2013.
- [66] W. H. Breunlich, “Muon catalyzed fusion,” *Nucl. Phys. A*, vol. 508, no. Supplement C, pp. 3–15, 1990.
- [67] M. R. Pahlavani and S. M. Motevalli, “Study of Muon Catalyzed Fusion in Deuterium–Tritium Fuel Under Compressive Conditions,” *ACTA Phys. Pol. B*, vol. 40, no. 2, p. 319, 2009.
- [68] A. Ferrari, P. R. Sala, A. Fasso, and J. Ranft, “FLUKA: a multi-particle transport code,” no. CERN-2005-10, 2005.
- [69] Blanchot, N. *et al.*, “Overview of PETAL, the multi-Petawatt project in the LMJ facility,” *EPJ Web Conf.*, vol. 59, p. 7001, 2013.
- [70] G. A. Mourou, “ELI Whitebook,” 2011.
- [71] E. Esarey *et al.*, ““ ELI - Extreme Light Infrastructure Report of the Grand Challenges Meeting’, Palaiseau, April 27-28, 2009,” 2009.
- [72] P. Thirolf and P. McKenna, “Laser driven nuclear physics at ELI-NP,” *Laser driven Nucl. Phys. ELI-NP*, vol. 68, no. January, 2016.