

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
Εργαστήριο Υπολογιστικής Μηχανικής και Βελτιστοποίησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ
ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΣΤΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

Νίκος Πίγκας Μπαλανίκας
Επιβλέπων Καθηγητής Γ.Σταυρουλάκης

ΧΑΝΙΑ 2017

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Σταυρουλάκη για την ανάθεση της παρούσας διπλωματικής εργασίας καθώς και όλους τους υπόλοιπους συνεργάτες του και ειδικά τον Δρ. Γιώργο Ταϊρίδη και τον υποψήφιο διδάκτορα Παναγιώτη Κουτσιανίτη για την προθυμία και την καθοδήγηση που μου έδειξαν. Επίσης ευχαριστώ την οικογένεια μου για την αστείρευτη υποστήριξη που μου προσέφερε όλα αυτά τα χρόνια σε πνευματικό και υλικό επίπεδο. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα εκείνα τα πρόσωπα που με στήριξαν και με στηρίζουν στις δύσκολες αλλά και στις ευχάριστες στιγμές.

Περιεχόμενα

1.Εισαγωγή.....	4
2.Πιεζοηλεκτρισμός	5
2.1 Ορισμός	5
2.2 Ιστορική αναδρομή	5
2.3 Υλικά	5
2.4 Ευθύ και αντίστροφο φαινόμενο.....	6
2.5 Λειτουργίες.....	7
2.6 Εφαρμογές.....	8
2.7 Πιεζοηλεκτρισμός ως μέγεθος	8
3. Απόσβεση μέσω παθητικών πιεζοηλεκτρικών διακλαδώσεων	9
4. Πρακτικό επίπεδο διαμόρφωσης συστήματος	11
4.1 Γενικό πρόβλημα και υποθέσεις.....	11
4.2 Μία δοκός με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα	14
5. Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων για πιεζοηλεκτρικά συστήματα με κυκλώματα παραδιακλάδωσης	15
5.1 Βασικές έννοιες της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων	15
5.2 Εφαρμογή των κυκλωμάτων παράδιακλάδωσης σε σύνθετες ευφυείς κατασκευές	15
5.3 Ιδιομορφική ανάλυση	16
6. Αριθμητικά αποτελέσματα	18
6.1 Σύστημα υπό μελέτη	18
6.2 Διατύπωση προβλήματος	19
6.3 Απόκριση του συστήματος	21
6.4 Απόκριση μοντέλου μειωμένης τάξης	36
Συμπεράσματα.....	43

1.Εισαγωγή

Στην εποχή που διανύουμε, και λόγω των ραγδαίων τεχνολογικών εξελίξεων, ολοένα και περισσότερο γίνονται προσπάθειες για εύρεση και αξιοποίηση νέων μεθόδων και τεχνικών που θα αναπτύσσουν τους τομείς της ενέργειας, των σημάτων, των κατασκευών καθώς και της ασφάλειας. Φυσικά θα πρέπει πάντα να λαμβάνουμε υπόψη και τις επιταγές του περιβάλλοντος και γι' αυτό στρεφόμαστε συχνά στη φύση για την επίλυση σύνθετων τεχνικών θεμάτων. Πολλά είναι τα υλικά που ακόμα και χωρίς ιδιαίτερη επεξεργασία μπορούν να μας διευκολύνουν και να μας εμπνεύσουν λόγω των ιδιαίτερων ιδιοτήτων τους.

Στις κατασκευές φαίνεται να γίνεται ολοένα και πιο διαδεδομένη τόσο η φύση, όσο και οι χρήσεις των πιεζοηλεκτρικών υλικών, χρησιμοποιούμενα είτε ως αισθητήρες είτε ως διεγέρτες, είτε με εναλλασσόμενους ρόλους. Η ανάπτυξή τους στον τομέα αυτόν έχει να κάνει κυρίως με τον έλεγχο και την αίσθηση των ταλαντώσεων καθώς και με τη μείωση των κραδασμών.

Το μοντέλο που μελετάμε περιλαμβάνει μια ελαστική κατασκευή, κατασκευασμένη από αλουμίνιο, στην οποία είναι εγκατεστημένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα και συνδέεται με μια γραμμική παθητική παραδιακλάδωση συντονισμού (R,L) μέσω ηλεκτροδίων. Θα διατυπώσουμε το πρόβλημα σύζευξης μεταξύ ηλεκτρικού πεδίου και μηχανικής μετατόπισης με σκοπό να υπολογίσουμε την απόκριση των κραδασμών και να προσομοιώσουμε την ηλεκτρική συμπεριφορά του συστήματος έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η βέλτιστη απόσβεση. Γίνεται μελέτη επίσης για τις διάφορες συνθήκες που μπορεί να βρεθεί η κατασκευή μας όταν της ασκηθεί η οποιαδήποτε τάση σε κάποιο σημείο της. Η παραπάνω διερεύνηση πραγματοποιήθηκε χάρη ενός αλγορίθμου σε περιβάλλον Matlab που συστάθηκε ύστερα από τη μοντελοποίηση του συγκεκριμένου συστήματος και βασίστηκε στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων.

2.Πιεζοηλεκτρισμός

2.1 Ορισμός

Ως πιεζοηλεκτρισμός καλείται το φαινόμενο κατά το οποίο κάποια υλικά αναπτύσσουν ηλεκτρική τάση όταν δέχονται κάποια μηχανική πίεση ή ταλάντωση. Αντιστρόφως όταν τα συγκεκριμένα υλικά βρεθούν κάτω από ηλεκτρική τάση αυτά παραμορφώνονται.

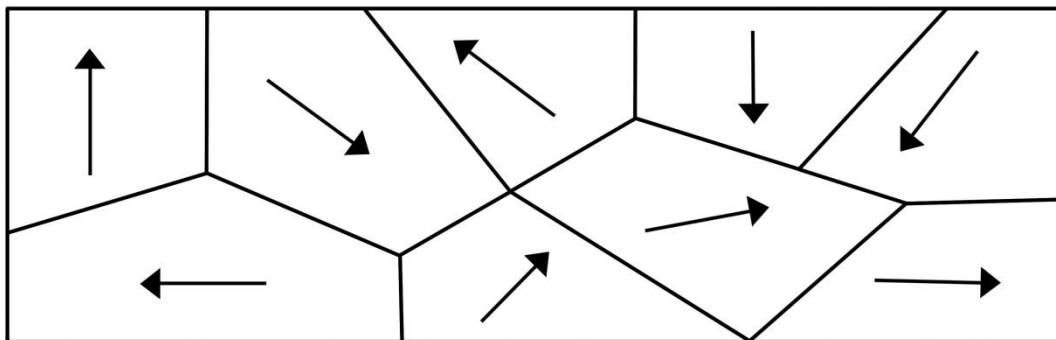
2.2 Ιστορική αναδρομή

Πριν από αιώνες μοναχοί στην Κεϋλάνη και στην Ινδία παρατήρησαν τυχαία συγκεκριμένες ιδιαίτερες ιδιότητες κάποιων κρυστάλλων. Έπειτα από καιρό ο τουρμαλίνης, το εν λόγω υλικό, φτάνει στην Ευρώπη από Ολλανδούς θαλασσοπόρους για να προσδιοριστεί εν τέλει η ηλεκτρική του συμπεριφορά το 1756 από το Γερμανό φυσικό Aepinus. Το 1817 το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο αναφέρεται από το Γάλλο μεταλλειολόγο Ren 'e dust και ύστερα από 60 χρόνια λαμβάνουν χώρα τα πρώτα πειράματα και εφαρμογές από τους Pierre και Curie που τους ώθησαν να διατυπώσουν τη θεωρία του πιεζοηλεκτρισμού. Οι πρώτες χρηστικές εφαρμογές παρουσιάστηκαν κατά την περίοδο ανάμεσα στον πρώτο και το δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο με διάφορες πρωτοτυπίες (π.χ. υπερηχητικοί μετατροπείς).

Τέλος η χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών, καθιερώθηκαν στο πεδίο του ελέγχου θορύβου και δόνησης στα τέλη του εικοστού αιώνα από τον Forward και τους E.F. Crawley και J. de Luis.

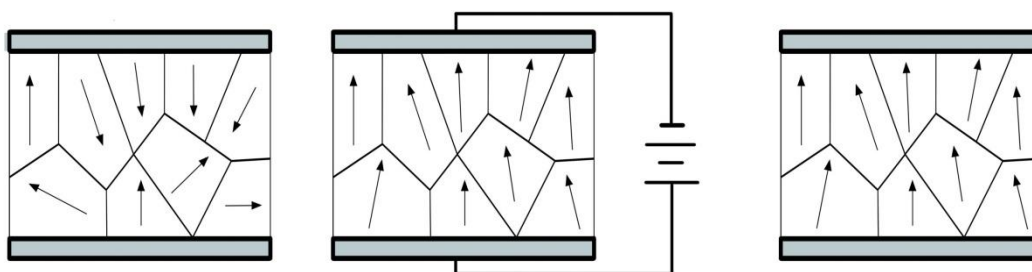
2.3 Υλικά

Το φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί ποιοτικά με τη μεταφορά ελεύθερων φορτίων στα άκρα του κρυσταλλικού πλέγματος. Συγκεκριμένα απαιτείται οι κρύσταλλοι να μην έχουν κανένα κέντρο συμμετρίας. Κάθε μόριο έχει μια πολικότητα αφού το ένα άκρο του έχει συγκεντρωμένα περισσότερα ηλεκτρόνια, είναι δηλαδή περισσότερο αρνητικά φορτισμένο. Εφόσον το άλλο άκρο είναι φορτισμένο θετικά δημιουργείται ένα δίπολο. Αφού υπάρχουν διαφορετικές περιοχές πολικότητας (περιοχές Weiss) τότε η κατανομή της συνολικής πολικότητας είναι ασύμμετρη. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται η συγκεκριμένη διάταξη. [1]



Εικόνα 1. Διάταξη κρυσταλλικού πλέγματος

Για την εμφάνιση του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου, το πολυκρυσταλλικό υλικό θερμαίνεται από τη σύνδεσή του με ένα ηλεκτρικό πεδίο. Επομένως η κίνηση των μορίων γίνεται πιο έντονη με αποτέλεσμα να προκύπτει σταδιακά η ενιαία διεύθυνση για όλα τα δίπολα.



Εικόνα 2. Αναδιάταξη των μορίων λόγω θέρμανσης του υλικού από ηλεκτρικό πεδίο

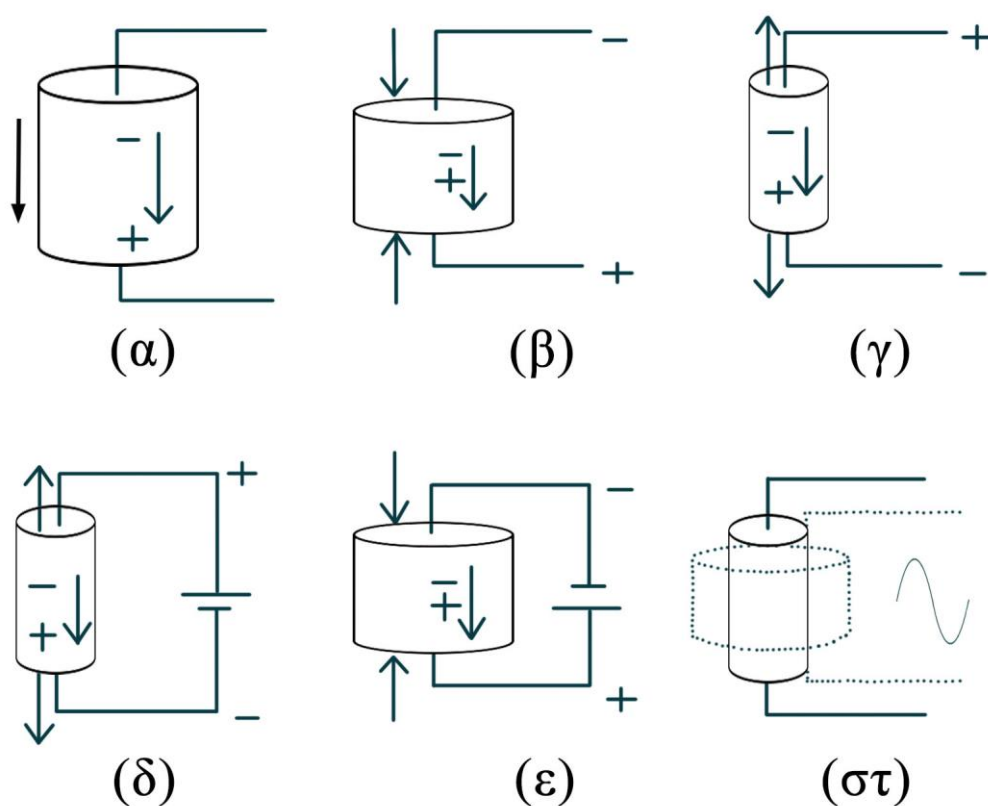
Υπάρχουν αρκετά υλικά που παρουσιάζουν πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες και είτε προέρχονται από τη φύση είτε είναι τεχνητά. Οι πιο διαδομένοι κρύσταλλοι είναι ο χαλαζίας, το άλας Rochelle και ο τουρμαλίνης. Το 1954 εμφανίστηκε στο Τόκιο το κεραμικό PZT το οποίο αποτελεί μέχρι και σήμερα το πιο διαδεδομένο τεχνητό κεραμικό με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες. Άλλα είναι ο τιτανικός μόλυβδος, το τιτανικό βάριο και το τιτανικό λίθιο.

2.4 Ευθύ και αντίστροφο φαινόμενο

Ως ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ονομάζεται η μεταβολή της ηλεκτρικής πόλωσης του υλικού που προκαλείται από μια ανάλογη μηχανική παραμόρφωσή του. Έχουμε δηλαδή δημιουργία φορτίου λόγω της εφαρμογής δύναμης. Ως αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ονομάζεται η μηχανική παραμόρφωση του υλικού όταν βρίσκεται κάτω από την επίδραση κάποιου ηλεκτρικού πεδίου. Δηλαδή, σε αυτή την περίπτωση παρουσιάζεται μεταβολή στο σχήμα του κρυστάλλου (δημιουργία δύναμης) όταν ο τελευταίος βρεθεί μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά χρησιμοποιούνται ως διεγέρτες και ως αισθητήρες και η λειτουργία τους βασίζεται στην αλληλεπίδραση του ηλεκτρομηχανικού πεδίου. Αξίζει να αναφερθεί ότι άλλο ένα βασικό χαρακτηριστικό των υλικών αυτών που δικαιολογεί την χρήση τους ως αισθητήρες και ως διεγέρτες είναι και το πυροηλεκτρικό φαινόμενο. Κατά το φαινόμενο αυτό, το πιεζοηλεκτρικό υλικό αποκρίνεται στις μεταβολές της θερμοκρασίας αναπτύσσοντας επιπλέον ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρικό δυναμικό στην πιεζοηλεκτρική στρώση.

2.5 Λειτουργίες

Στη συνέχεια βάση των παρακάτω μπλοκ σχημάτων διακρίνουμε τις πιθανές αντιδράσεις που μπορεί να έχει ένας πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος ανάλογα με τη δράση που θα του επιβληθεί. Αρχικά (3α) απεικονίζεται το υλικό χωρίς να υπόκειται σε καμία διαδικασία. Σε περίπτωση που ασκηθεί θλίψη (3β) τότε μια τάση ίδιας πολικότητας με την τάση πόλωσης παρουσιάζεται μεταξύ των ηλεκτροδίων. Αν ασκηθεί εφελκυσμός (3γ) εμφανίζεται τάση ανάστροφη προς την πόλωση. Μια τάση ανάστροφης πόλωσης ως προς την τάση πόλωσης θα προκαλέσει διαστολή του υλικού (3δ). Αντίθετα μια τάση ίδιας πολικότητας προκαλεί συστολή-συμπίεση (3ε) του υλικού. Στην περίπτωση που εφαρμοστεί εναλλασσόμενο σήμα τότε το υλικό θα δονείται σύμφωνα με τη συχνότητα του σήματος (3στ). Δηλαδή για κάθε χρονική στιγμή το σώμα θα διαστέλλεται ανάλογα προς την πολικότητα της τάσης τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.



Εικόνα 3. Πιθανές καταστάσεις πιεζοηλεκτρικών υλικών

Ο πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος αποκρίνεται (συστέλλεται ή διαστέλλεται) με διαφορετικούς τρόπους σε διαφορετικές συχνότητες του σήματος. Προκειμένου να επιτύχουμε διαφορετικούς τρόπους δόνησης του υλικού παράγονται πιεζοκρύσταλλοι σε διάφορα σχήματα. Για την πραγματοποίηση μικρών, χαμηλού κόστους και υψηλής απόδοσης τέτοιων προϊόντων έχουν αναπτυχθεί συγκεκριμένοι τύποι δόνησης. Αυτοί λοιπόν προκύπτουν για συγκεκριμένες περιοχές συχνοτήτων. Έτσι υπάρχει δυνατότητα παραγωγής πιεζοηλεκτρικών προϊόντων που λειτουργούν-αποκρίνονται σε συχνότητες της τάξης των kHz μέχρι και την τάξη MHz.[2]

2.6 Εφαρμογές

Οι εφαρμογές του πιεζοηλεκτρισμού είναι πάρα πολλές και δεδομένου ότι αναπτύσσονται με γρήγορο ρυθμό, στο μέλλον η χρήση του θα είναι ακόμη πιο διευρυμένη. Μερικές χρήσεις του πιεζοηλεκτρισμού σήμερα είναι μεταξύ άλλων:

- ☐ ταλαντωτές ηλεκτρονικών κυκλωμάτων
- ☐ αισθητήρες επιτάχυνσης και γυροσκόπια
- ☐ μετατροπείς ήχου
- ☐ ελεγκτές συχνοτήτων
- ☐ έλεγχος και συλλογή ενέργειας
- ☐ έλεγχος , αίσθηση και μείωση δονήσεων σε δομές

2.7 Πιεζοηλεκτρισμός ως μέγεθος

Θεωρούμε μια πιεζοηλεκτρική κατασκευή που καταλαμβάνει ένα πεδίο Ω_p στην ισορροπία. Η κατασκευή υπόκειται σε μια προκαθορισμένη μετατόπιση U_d σε ένα κομμάτι Γ_u και σε μια προκαθορισμένη δύναμη επιφάνειας πυκνότητας t_i^d στο συμπληρωματικό μέρος Γ_t του εξωτερικού ορίου. Οι ηλεκτρικές οριακές συνθήκες καθορίζονται από ένα προκαθορισμένο ηλεκτρικό δυναμικό Ψ^d στο Γ_ψ και μια πυκνότητα επιφάνειας χωρίς ηλεκτρικές φορτίσεις q^d στο υπόλοιπο μέρος Γ_q . Επομένως το συνολικό όριο κατασκευής που ορίζουμε ως Ω_p ισούται με $d\Omega_p = \Gamma_u \cup \Gamma_t = \Gamma_\psi \cup \Gamma_q$ με $\Gamma_u \cup \Gamma_t = \Gamma_\psi \cap \Gamma_q = \emptyset$. Επιπροσθέτως το Ω_p υπόκειται σε προδιαγεγραμμένες δυνάμεις και φυσικά θα παρουσιαστούν στη κατασκευή μας τα μεγέθη της τάσης και παραμόρφωσης. Επίσης λόγω της ύπαρξης ηλεκτρικού δυναμικού θα παρουσιαστεί και το ηλεκτρικό πεδίο E_k .

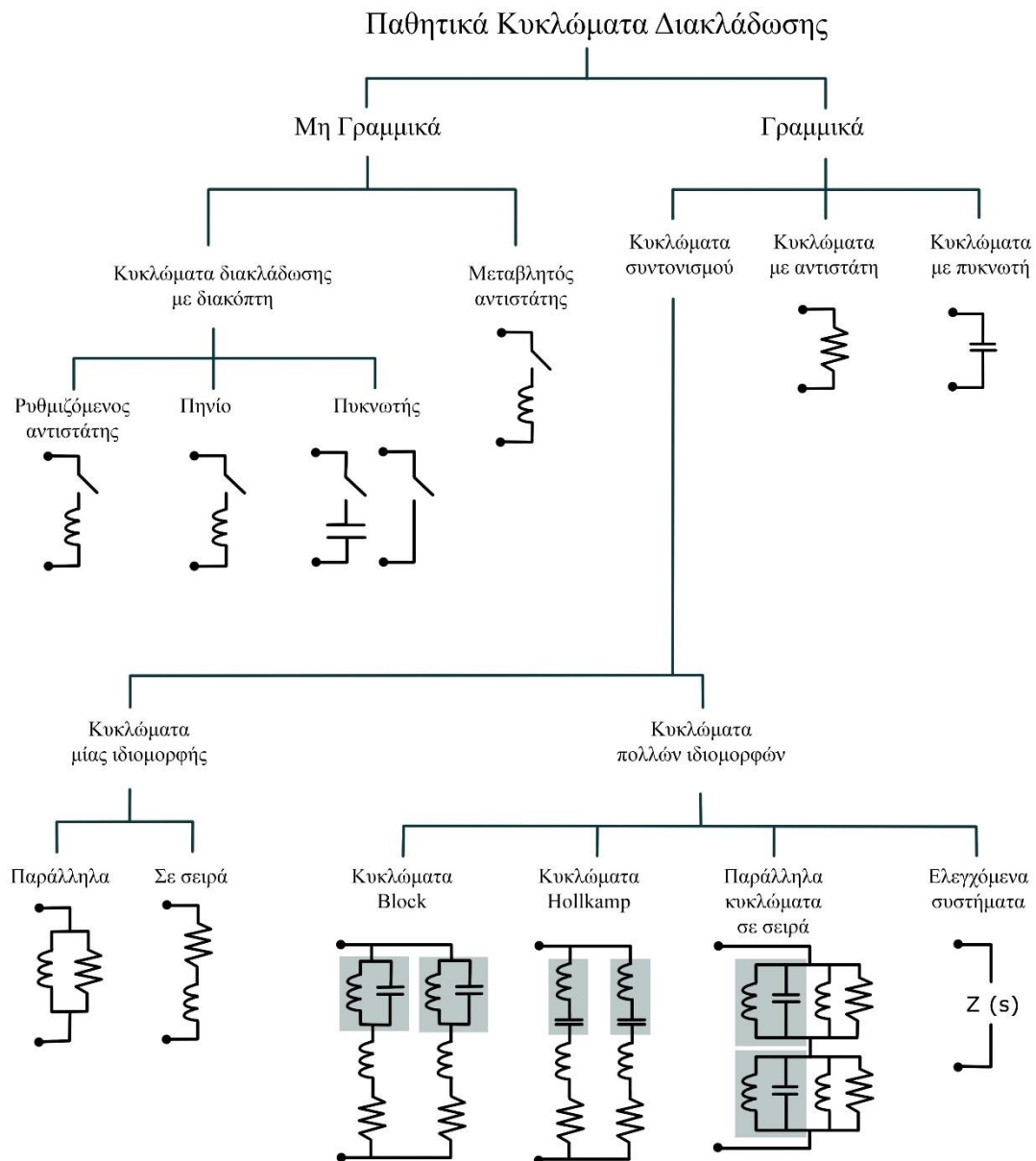
Κάνοντας χρήση της ελαστοδυναμικής και των γραμμικών πιεζοηλεκτρικών εξισώσεων στήνεται ένα σύστημα εξισώσεων για τα άγνωστα πεδία που μελετάμε, δηλαδή της μηχανικής μετατόπισης και του ηλεκτρικού δυναμικού, που είναι κατάλληλο για πεπερασμένα στοιχεία.[3]

3. Απόσβεση μέσω παθητικών πιεζοηλεκτρικών διακλαδώσεων

Η απόσβεση μέσω πιεζοηλεκτρικής διακλάδωσης είναι μια δημοφιλής μέθοδος για την απορρόφηση των κραδασμών σε ελαστικές κατασκευές. Η τεχνική χαρακτηρίζεται από τη σύνδεση ενός ηλεκτρικού στοιχείου (π.χ. μιας ηλεκτρικής αντίστασης) με ένα πιεζοηλεκτρικό επίθεμα που βρίσκεται εγκατεστημένο σε μια κατασκευή. Τέτοιοι μέθοδοι δεν απαιτούν εξωτερικό αισθητήρα και, αν έχουν σχεδιαστεί σωστά, εγγυώνται τη σταθερότητα του συστήματος. Σε αυτή την τεχνική το δίκτυο, μαζί με τη χωρητικότητα που εμπεριέχεται στο πιεζοηλεκτρικό υλικό, συντονίζεται στην ιδιοσυχνότητα που πρέπει να αποσβεστεί. Μια συγκεκριμένη κατηγορία, οι αποκαλούμενες παραδιακλαδώσεις συντονισμού, αποτέλεσε το επίκεντρο σημαντικής ανάπτυξης κατά την περασμένη δεκαετία. Κυκλώματα απόσβεσης συντονισμού ταλαντώσεων με χρήση πηνίων, πυκνωτών και αντιστάσεων, είναι απλά σχεδιασμένα και μπορούν να αυξάνουν σημαντικά την απόσβεση των εύκαμπτων ελαστικών κατασκευών. Το κύριο μειονέκτημα που συνδέεται με τα κυκλώματα συντονισμού είναι η απαίτηση σε υπερβολικά υψηλές τιμές επαγωγής.

Μπορούν να εφαρμοστούν αποσβέσεις μιας ιδιομορφής για τη μείωση των κραδασμών από διάφορα δομικά στοιχεία με χρήση πιεζοηλεκτρικών μετατροπών και κυκλωμάτων απόσβεσης. Ωστόσο, σε πολλές περιπτώσεις, αυτό μπορεί να μην είναι μια πρακτική λύση καθώς χρειάζεται μεγάλος αριθμός μετατροπών εάν απαιτείται απόσβεση σημαντικού αριθμού ιδιομορφών. Αυτό ενθάρρυνε τους ερευνητές να αναπτύξουν πολλαπλές λειτουργίες στα κυκλώματα απόσβεσης τα οποία χρησιμοποιούν μόνο έναν πιεζοηλεκτρικό μετατροπέα.

Το πρώτο κύκλωμα διακλάδωσης πολλαπλών ιδιομορφών δημιουργείται από τον Hollkamp, το οποίο ήταν ικανό να αποσβέσει ταυτόχρονα με επιτυχία τη δεύτερη και την τρίτη ιδιομορφή μιας δοκού προβόλου κατά 19 και 12 dB αντίστοιχα. Το κύκλωμα απαιτεί τόσους παράλληλους κλάδους όσες και οι ιδιομορφές που ελέγχουμε, και έτσι ο Hollkamp πρότεινε μια αριθμητική βελτιστοποίηση για τον καθορισμό των κατάλληλων τιμών των μεγεθών που διέπουν τη διακλάδωση. Το προκύπτον πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι μη γραμμικό, μη ομοαξονικό και σχετικά δύσκολο να λυθεί για μεγάλο αριθμό ιδιομορφών.[4]



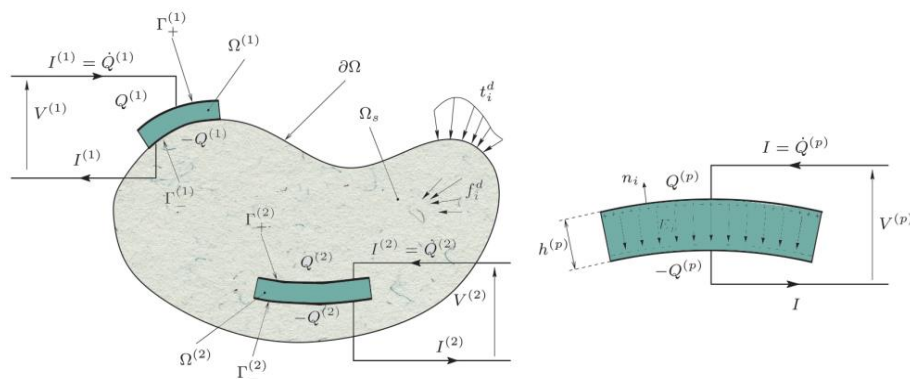
Εικόνα 4. Διάφοροι τύποι κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης

Στην περίπτωση που θα εξετάσουμε γίνεται χρήση ενός γραμμικού κυκλώματος παραδιακλάδωσης τύπου συντονισμού (βλ. παρακάτω εικόνα 4), όπου τα στοιχεία του κυκλώματος, πηνίο και αντίσταση, είναι συνδεδεμένα σε σειρά.

4. Πρακτικό επίπεδο διαμόρφωσης συστήματος

4.1 Γενικό πρόβλημα και υποθέσεις

Θεωρούμε μία ελαστική κατασκευή εξοπλισμένη με $P \in \mathbb{N}$, πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα



Εικόνα 5. Αριστερά: μια πιεζοηλεκτρική κατασκευή με πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα. Δεξιά: το p -οστό πιεζοηλεκτρικό έμπλαστρο που υπόκειται σε διαφορά δυναμικού από τα ηλεκτρόδια που περιέχουν ελεύθερα ηλεκτρικά φορτία στην επιφάνεια που έρχεται σε επαφή με τα έμπλαστρα.

Το χωρίο που καταλαμβάνεται από το ελαστικό τμήμα του συστήματος, ορίζεται ως Ω_S . Κάθε πιεζοηλεκτρικό έμπλαστρο έχει το σχήμα μιας πλάκας, με τις άνω και κάτω επιφάνειες καλυμμένες με πολύ λεπτό στρώμα αγώγιμου υλικού για την σύνδεση με ηλεκτρόδιο. Το εκάστοτε p -οστό ηλεκτρόδιο, με $p \in \{1, \dots, P\}$, καταλαμβάνει ένα χώρο $\Omega^{(p)}$, όπου $(\Omega_S, \Omega^{(1)}, \dots, \Omega^{(P)})$, έτσι ώστε να αποτελεί κομμάτι του συνολικού χωρίου Ω . Το p -οστό έμπλαστρο στις επάνω και κάτω επιφάνειες των ηλεκτροδίων ορίζεται ως $\Gamma_{(+)}^{(p)}$ και $\Gamma_{(-)}^{(p)}$ αντίστοιχα, ενώ στην πλάγια ως $\Gamma_O^{(p)}$. Στη συνέχεια, ο δείκτης (p) θα αντιπροσωπεύει μια ποσότητα που σχετίζεται με το p -οστό πιεζοηλεκτρικό έμπλαστρο. Ένα σύνολο υποθέσεων που ισχύουν για ένα ευρύ φάσμα τέτοιων πρακτικών εφαρμογών διατυπώνεται στη συνέχεια.

1. Μόνο τα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα είναι φτιαγμένα από πιεζοηλεκτρικό υλικό. Συνεπώς, οι πιεζοηλεκτρικές σταθερές e_{ijk} εξαφανίζονται στο Ω_S . Παρόλα αυτά, μπορούμε να αναφέρουμε ότι, γενικά, η διηλεκτρική σταθερά ϵ_{ik} υφίσταται στο Ω_S .
2. Τα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα είναι λεπτά, με σταθερό πάχος, το οποίο ορίζεται ως $h^{(p)}$ για το p -οστό έμπλαστρο, το οποίο είναι μικρότερο από το χαρακτηριστικό μήκος του.

3. Το πάχος των ηλεκτροδίων είναι αρκετά μικρότερο από το $h^{(p)}$ και έτσι μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο.
4. Τα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα είναι πολωμένα προς την εγκάρσια κατεύθυνση τους.
5. Τα υλικά του πιεζοηλεκτρικού είναι εγκάρσια και ισοτροπικά, οπότε σε οποιαδήποτε διαμήκη κατεύθυνση έχουν τις ίδιες μηχανικές και ηλεκτρικές ιδιότητες.
6. Δεν υπάρχουν ελεύθερα φορτία στα πλευρικά σημεία των επιθεμάτων $\Gamma_O^{(p)}$.
7. Οι διαταραχές του ηλεκτρικού πεδίου για τα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα αγνοούνται.
8. Το διάνυσμα ηλεκτρικού πεδίου με συνιστώσες E_k , έχει ένταση που είναι ομοιόμορφη στα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα, έτσι ώστε για κάθε $p \in \{1, \dots, P\}$ να ισχύει:

$$E_k = - \frac{\psi_+^{(p)} - \psi_-^{(p)}}{h^{(p)}} n_k = - \frac{V^{(p)}}{h^{(p)}} \quad (1)$$

όπου $V^{(p)} = \psi_+^{(p)} - \psi_-^{(p)}$ είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ $\Gamma_+^{(p)}$ και $\Gamma_-^{(p)}$ και n_k είναι η k -οστή συνιστώσα του κανονικού μοναδιαίου διανύσματος στην επιφάνεια των ηλεκτροδίων (Εικόνα 5). Σε αυτή την περίπτωση, δύο κύριες ζεύξεις μπορούν να αναφερθούν: η ονομαζόμενη ‘ζεύξη 33’

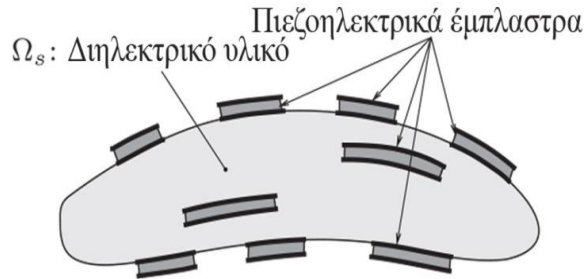
(μεταξύ του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου και των συνιστωσών τάσεως/εντάσεως στην ίδια κατεύθυνση) και μία ‘ζεύξη 31’ (μεταξύ του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου και της μεμβράνης τάσεως /εντάσεως). Η παρούσα υπόθεση δικαιολογείται από τις υποθέσεις 2, 5, και 7.

9. Το διάνυσμα ηλεκτρικής μετατόπισης της συνιστώσας D_i παραμελείται στο ελαστικό πεδίο Ω_S , καθώς συγκρίνουμε την τιμή του σε οποιοδήποτε πιεζοηλεκτρικό έμπλαστρο $\Omega^{(p)}$. Παρόλα αυτά, το ηλεκτρικό πεδίο στο Ω_S δεν εξαφανίζεται, γενικά.

Βάση των παραπάνω υποθέσεων μπόρεσε να γίνει εφικτή η μαθηματική συσχέτιση και μοντελοποίηση των μεγεθών του συστήματος σε μηχανικό και ηλεκτρικό επίπεδο

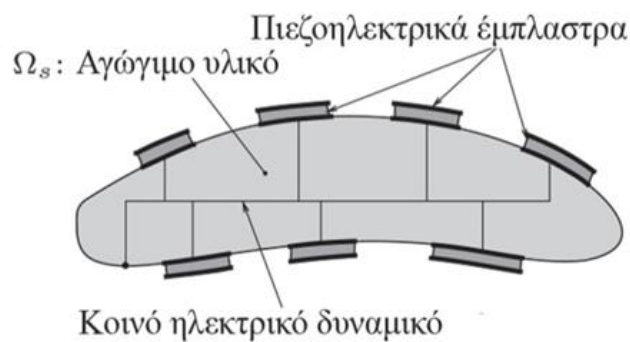
Η διάταξη των επιθεμάτων και η συνδεσμολογία με το παθητικό κύκλωμα εξαρτάται από τις ταλαντώσεις που θέλουμε να επιτύχουμε καθώς και από τη γεωμετρία της κατασκευής ή και υλικά που θα χρησιμοποιήσουμε. Σε πρακτικό επίπεδο διαμόρφωσης συστημάτων γενικότερα βάση των παραπάνω υποθέσεων οδηγούμαστε σε διάφορα ζητήματα απόδοσης που παρουσιάζονται παρακάτω.

- Αν το Ω_s είναι φτιαγμένο από ένα μόνο διηλεκτρικό υλικό πρέπει να πιστοποιηθεί ότι η διαπερατότητα του E_{ik} είναι μικρή και ότι τα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα δεν είναι τοποθετημένα κοντά το ένα με το άλλο. Κάποια έμπλαστρα μπορούν να ενσωματωθούν στο Ω_s . Αυτό θα μπορούσε να συμβεί στην περίπτωση μιας μη αγώγιμης σύνθετης κατασκευής.



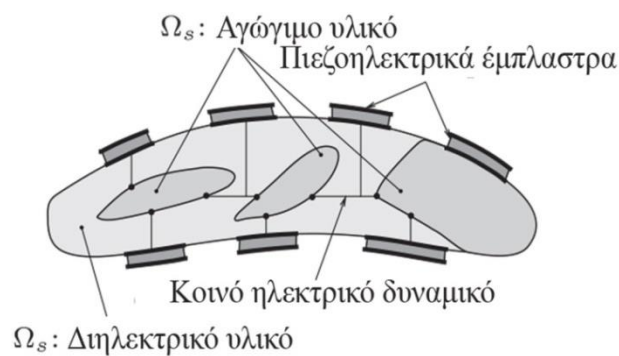
Εικόνα 6

- Εάν το Ω_s είναι κατασκευασμένο μόνο από αγώγιμα υλικά πρέπει κανείς να συνδέσει όλα τα ηλεκτρόδια που είναι κολλημένα στο Ω_s με το Ω_s , με σκοπό να επιβάλει το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό και να αποφευχθούν οι ανεπιθύμητες χωρητικές επιδράσεις της μεμβράνης κόλλας.



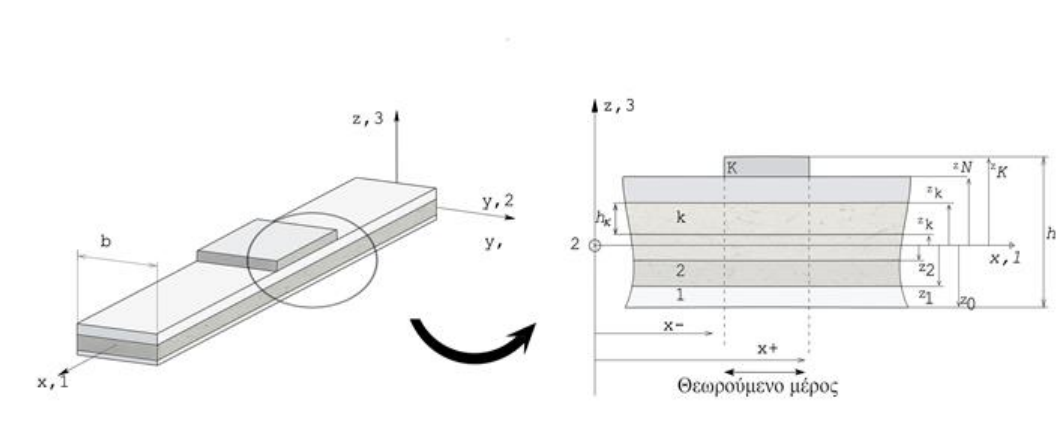
Εικόνα 7

- Εάν κάποια κομμάτια του Ω_s είναι διηλεκτρικά και άλλοι αγωγοί, τότε πρέπει να επιβληθεί το ίδιο δυναμικό σε όλα τα αγώγιμα μέρη του.



Εικόνα 8

4.2 Μία δοκός με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα



Εικόνα 9. Μια δοκός με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα ακαθόριστης γεωμετρίας

Η δοκός μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας την κλασσική πολυστρωματική θεωρία που βασίζεται στις παραδοχές Euler - Bernoulli. Το πεδίο μηχανικής μετατόπισης μπορεί στη συνέχεια να γραφτεί ως

$$u_x(x, z, t) = u(x, t) + z\theta(x, t) \quad (2)$$

$$u_z(x, z, t) = w(x, t) \quad (3)$$

Όπου u_x και u_z είναι οι αξονικές και εγκάρσιες μετατοπίσεις (με το u και w να είναι η εγκάρσια και αξονική μετατόπιση του κεντρικού στρώματος της δέσμης αντίστοιχα) ενώ θ η περιστροφή που ορίζεται από:

$$\theta = - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4)$$

Ακολουθώντας τις παραπάνω υποθέσεις τα πιεζοηλεκτρικά στρώματα όπως και το ηλεκτρικό πεδίο είναι πολωμένα προς τη $(z,3)$ διεύθυνση. Μια τέτοια διαμόρφωση χαρακτηρίζεται συγκεκριμένα από την ηλεκτρομηχανική σύζευξη μεταξύ της αξονικής τάσης ε_1 και του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου E_3 . Ακόμη και αν δεν υπάρχει επίπεδη τάση ή παραμόρφωση στη διεύθυνση του πλάτους, θεωρούμε για χάρη της απλότητας τις κλασσικές υποθέσεις για την επίπεδη τάση της θεωρίας της δέσμης. Εκτός από την προσομοίωση της συμπεριφοράς της μηχανικής κατασκευής που συνδέεται με ηλεκτρικό κύκλωμα, ένα άλλο βασικό ζήτημα είναι η βελτιστοποίηση του μεγέθους/σχήματος/θέσης των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων καθώς και η επιλογή εξαρτημάτων για το ηλεκτρικό κύκλωμα. Στις περισσότερες περιπτώσεις στόχος είναι η μεγιστοποίηση των αποτελεσματικών συντελεστών ηλεκτρομηχανικής σύζευξης (EEMCF). Αυτή η παράμετρος χαρακτηρίζει τις ανταλλαγές ενέργειας μεταξύ της μηχανικής κατασκευής και των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Σε περίπτωση παθητικών τεχνικών των οποίων ο σκοπός είναι η μείωση των κραδασμών, ο EEMCF των επιδιωκόμενων λειτουργιών ταλάντωσης πρέπει να μεγιστοποιηθεί.

5. Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων για πιεζοηλεκτρικά συστήματα με κυκλώματα παραδιακλάδωσης

Σε αυτή την ενότητα θα προσεγγιστούν κάποιες τεχνικές ώστε να επιτύχουμε τη σωστή μοντελοποίηση και διακριτικοποίηση του προβλήματος.

5.1 Βασικές έννοιες της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Ο βασικός στόχος που έχει η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι να καταφέρουμε να προσομοιώσουμε μια ρεαλιστική κατασκευή σε διάφορα επιμέρους στοιχεία τα οποία θα συνδέονται σε ένα πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Τα βασικά βήματα που ακολουθούνται συνήθως είναι τα εξής :

- Διακριτικοποίηση των πεδίων, δηλαδή υποδιαίρεση τους σε στοιχεία και κόμβους. Για ήδη διακριτικοποιημένα συστήματα όπως είναι, λόγου χάρη, τα δικτύωματα και τα πλαίσια, το βήμα αυτό παραλείπεται. Ωστόσο, για συστήματα όπως είναι οι δίσκοι, οι πλάκες και τα κελύφη, το βήμα αυτό είναι εξαιρετικά σημαντικό και οι απαντήσεις που προκύπτουν είναι μόνο κατά προσέγγιση σωστές. Στην περίπτωση αυτή η ακρίβεια της λύσης εξαρτάται από τη διακριτικοποίηση που χρησιμοποιούμε.
- Δημιουργία των μητρώων ακαμψίας των επιμέρους στοιχείων του πεδίου.
- Συγκρότηση του συνολικού μητρώου ακαμψίας του φορέα.
- Εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών.
- Επίλυση των εξισώσεων.
- Μετεπεξεργασία για την εύρεση πρόσθετων στοιχείων πχ αντιδράσεων, εντατικών μεγεθών καθώς και τάσεων (ορθών και διατμητικών).

5.2 Εφαρμογή των κυκλωμάτων παράδιακλάδωσης σε σύνθετες ευφυείς κατασκευές

Η χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για την διακριτικοποίηση των μηχανικών και ηλεκτρικών εξισώσεων μας οδηγεί στην εισαγωγή του U , του διανύσματος δηλαδή των κομβικών τιμών του U_i . Εισάγοντας $Q=(Q^{(1)}, Q^{(2)}, \dots, Q^{(P)})^T$ και $V=(V^{(1)}, V^{(2)} \dots V^{(P)})$, δηλαδή τα διανύσματα στήλης των ηλεκτρικών φορτίων και τις διαφορές δυναμικού, καταφέρνουμε να φτάσουμε στις γενικευμένες εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων του προβλήματος:

$$\begin{pmatrix} M_m & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{U} \\ \dot{V} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_m & K_c \\ -K_c^T & K_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ Q \end{pmatrix} \quad (5)$$

Στην παραπάνω εξίσωση M_m και K_m είναι οι μηχανικές μήτρες μάζας και ακαμψίας μεγέθους $N \times M$ εάν N είναι ο αριθμός των αγνώστων. $K_e = \text{diag}(C^{(1)}, C^{(2)} \dots C^{(P)})$ είναι ο διαγώνιος πίνακας K που περιλαμβάνει τις P χωρητικότητες των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και K_c είναι ο ηλεκτρομηχανικός πίνακας μεγέθους $N \times P$. F είναι το διάνυσμα στήλης της μηχανικής δύναμης μήκους N . Το παραπάνω

διακριτικοποιημένο μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα ευρύ φάσμα μηχανικών κατασκευών που συνδέονται με πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα και είναι προσαρμοσμένο στην περίπτωση όπου τα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα είναι συνδεδεμένα με ένα παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα. Σε αυτή την περίπτωση ούτε το V ούτε το Q καθορίζονται από το ηλεκτρικό δίκτυο αλλά συνδέονται μόνο με την εξής σχέση μεταξύ τους: $f(\ddot{V}, \dot{V}, V, \ddot{Q}, \dot{Q}, Q) = 0$.

Επιπρόσθετα, η σχέση που περιγράφει τη σύνδεση ενός κυκλώματος παραδιακλάδωσης τύπου συντονισμού που αποτελείται από μία αντίσταση R και ένα πηνίο L , όταν συνδέεται με το p -οστο πιεζοηλεκτρικό έμπλαστρο δίδεται ως:

$$V^{(p)} - L\ddot{Q}^{(p)} - R\dot{Q}^{(p)} = 0 \quad (6)$$

Το πρόβλημα που μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην εύρεση των U, V και Q έτσι ώστε:

$$M_m \ddot{U} + K_m U + K_C V = F \quad (7)$$

$$K_e V - Q - K_C^T U = 0 \quad (8)$$

5.3 Ιδιομορφική ανάλυση

Συνδέοντας τη μετατόπιση με το κύκλωμα, το πρόβλημα μπορεί να υπολογιστεί ως ένα κλασικό ελαστικό μηχανικό πρόβλημα και όπως θα φανεί, οι λειτουργίες του ανοιχτού κυκλώματος εξαρτώνται από τις ιδιότητες του πιεζοηλεκτρικού συστήματος. Οι λειτουργίες αυτές του συστήματος είναι οι λύσεις της εξίσωσης (7) με $V=0$ και $F=0$. Οι ιδιοσυχνότητες ω_i και οι ιδιομορφές Φ_i είναι οι N ιδιοτιμές του ακολουθίου προβλήματος:

$$K_m \Phi - \omega^2 M_m \Phi = 0 \quad (8)$$

όπου εξαρτάται μόνο από τις μηχανικές ιδιότητες του συστήματος.

Το πεδίο των μετακινήσεων περιγράφεται ως:

$$U(t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i q_i(t) \quad (9)$$

Εισάγοντας στην παραπάνω εξίσωση τις εξισώσεις (4) και (5), το πρόβλημα γράφεται για όλα τα $i \in \{1, \dots, N\}$:

$$\ddot{q}_i + \omega^2 q_i + \sum_{p=1}^P x_i^{(p)} V^{(p)} = F_i \quad \forall i \in \{1 \dots N\} \quad (10)$$

$$C^{(p)} V^{(p)} - Q^{(p)} - \sum_{i=1}^P x_i^{(p)} q_i = 0 \quad \forall p \in \{1 \dots P\} \quad (11)$$

όπου $x_i^{(p)}$ είναι ο συντελεστής σύζευξης της i -οστής ιδιομορφής και του p -οστού πιεζοηλεκτρικού επιθέματος, που ορίζεται ως:

$$(x_i^{(1)} x_i^{(2)} \dots x_i^{(p)}) = \Phi_i^T K_C \quad \forall p \in \{1 \dots N\} \quad (12)$$

και $F_i(t) = \Phi_i^T F(t)$ είναι η εξωτερική δύναμη της i-στης ιδιομορφής.

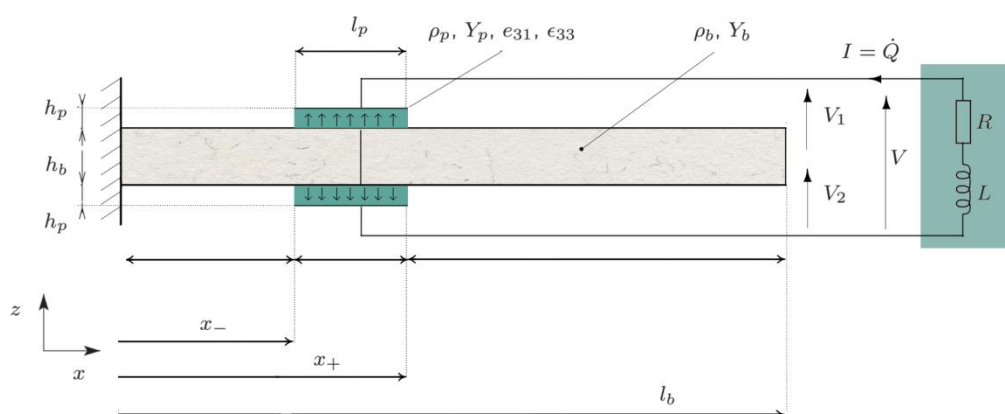
6. Αριθμητικά αποτελέσματα

Σκοπός της παρούσας ενότητας είναι η εφαρμογή της θεωρητικής τάσης που αναφέραμε στις προηγούμενες ενότητες με σκοπό τη μείωση των κραδασμών μίας δοκού χρησιμοποιώντας δυο πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα και ένα παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα, καθώς και η διερεύνηση πάνω στη συμπεριφορά των ιδιομορφών.

6.1 Σύστημα υπό μελέτη

Μία πρόβολος δοκός από αλουμίνιο καλύπτεται μερικώς με δυο πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα, τα οποία είναι πολωμένα προς αντίθετες κατευθύνσεις (εικόνα 10). Τα ηλεκτρόδια είναι συνδεδεμένα σε σειρά με ένα παθητικό ηλεκτρικό κύκλωμα που αποτελείται από μια αντίσταση R και ένα πηνίο L σχηματίζοντας έτσι ένα κύκλωμα διακλάδωσης τύπου συντονισμού. Επιλέγουμε τη σύζευξη κατά την οποία τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία συνδέονται κατά μήκος (κατεύθυνση x) με το ηλεκτρικό πεδίο που είναι στην εγκάρσια διεύθυνση (κατεύθυνση z) ως προς τα ηλεκτρόδια. Το υλικό της δοκού είναι ελαστικό, ομοιογενές και ισότροπο με πυκνότητα ρ_s και μέτρο του Young Y_s . Επίσης, έχει πιεζοηλεκτρική σταθερά σύζευξης e_{31} και διηλεκτρική σταθερά ϵ_{33} .

Η γεωμετρία του συστήματος περιγράφεται από το μήκος-πάχος της δέσμης και των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και εκφράζονται κατά αντιστοιχία ως l_b/h_b και l_p/h_p . Τέλος, τα όρια των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων ορίζονται από το x_- και x_+ και ισχύει $x_+ - x_- = l_p$. Όλες οι τιμές μεγεθών περιγράφονται στον πίνακα που ακολουθεί.



Εικόνα 10. Εξεταζόμενο μοντέλο

Πίνακας 1. Χαρακτηριστικά στοιχεία του μοντέλου

Παράμετροι	Δοκός	Μέγεθος	Πιεζοηλεκτρικό	Μέγεθος
Μήκος (mm)	l_b	170	l_p	25
Πάχος (mm)	h_b	2	h_p	0.5
Πλάτος (mm)	b	20	b	20
Θέση επιθέματος (mm)			x_-	0.5
Πυκνότητα (kg/m^3)	ρ_b	2800	ρ_p	8500
Μέτρο του Young (GPa)	Y_b	72	Y_p	66,7
Πιεζοηλεκτρική σταθερά (C/m^2)			\bar{e}_{31}	-14
Διηλεκτρική σταθερά (F/m)			\bar{e}_{33}	$2068e_0$

όπου $e_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m είναι το ελεύθερο πεδίο διαπερατότητας

6.2 Διατύπωση προβλήματος

Η διατύπωση των πεπερασμένων στοιχείων που αναφέραμε εφαρμόζονται εδώ στο σύστημα που απεικονίζεται στην εικόνα 10. Η γεωμετρία της δοκού διαιρείται σε τρεις περιοχές. Αρχικά, θεωρούμε την περιοχή I (για $x \in [0, x_-]$) και την περιοχή III ($x \in [x_+, l_b]$) που συνθέτουν ένα στρώμα της δοκού πάχους h_b . Έστερα, η περιοχή II που αντιστοιχεί στα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα (για $x \in [x_-, x_+]$), είναι συμμετρική προς την εγκάρσια κατεύθυνση και αποτελείται από τρία στρώματα (δυο πιεζοηλεκτρικά στρώματα πάχους h_p και ένα ενδιάμεσο στρώμα δοκού πάχους h_b).

Οι περιοχές I, II και III είναι διακριτικοποιημένες με 1, 5 και 35 πεπερασμένα στοιχεία αντίστοιχα. Έτσι ο συνολικός αριθμός πεπερασμένων στοιχείων είναι $N_E = 41$. Επειδή, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιεί τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο (u, w, θ) το σύνολο τους είναι $N = 3N_n = 123$

Το U έχει μέγεθος $N \times 1$ ενώ το M_m και K_m $N \times N$. Οι ηλεκτρικοί βαθμοί ελευθερίας που σχετίζονται με τα δυο πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα μας οδηγούν στον ορισμό του διανύσματος τάσης $V = (V_1 * V_2)^T$ και του διανύσματος φορτίων $Q = (Q_1 * Q_2)^T$ από τα οποία δημιουργούνται τα ζεύγη τάσης/φορτίου (V_1, Q_1) και (V_2, Q_2) για το πάνω και το κάτω έμπλαστρο αντίστοιχα. Οι πίνακες K_e και K_c περιγράφονται ως :

$$K_e = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, \quad K_c = (K_1 \quad K_2), \quad C = \frac{\bar{e}_{33} b l_p}{h_p} \quad (13)$$

όπου C η χωρητικότητα που εμπεριέχεται στα πιεζοηλεκτρικά, ενώ το K_c είναι η $N \times 2$ μήτρα που αποτελείται από δύο διανύσματα στήλης. Το K_1 συνδέει τους μηχανικούς βαθμούς ελευθερίας με την τάση του πάνω πιεζοηλεκτρικού επιθέματος και αντίστοιχα το K_2 με του κάτω.

Επομένως, φαίνεται ότι

- τα στοιχεία K_1 και K_2 είναι ίσα σε απόλυτο βαθμό
- Τα στοιχεία K_1 και K_2 που αντιστοιχούν στους βαθμούς ελευθερίας του U είναι αντίθετα
- Τα στοιχεία K_1 και K_2 που αντιστοιχούν στους βαθμούς ελευθερίας του θ είναι ίσα

Αυτό σημαίνει ότι αν τα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα υποβληθούν σε δυο ίδιες τάσεις τότε πραγματοποιούνται μόνο κινήσεις κάμψης, ενώ αν υποβληθούν σε αντίθετες τάσεις ($V_1 = -V_2$) τότε πραγματοποιούνται μόνο αξονικές κινήσεις. Επίσης, συνδέοντας τα πιεζοηλεκτρικά έμπλαστρα σε σειρά επιβάλλονται ίδιου μεγέθους φορτία σε αυτά ($Q_1 = Q_2 = Q$).

Τέλος η σύνθεση της μήτρας του ηλεκτρομηχανικού μας προβλήματος είναι:

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KX = \tilde{F} \quad (14)$$

με τις εξής αναλύσεις

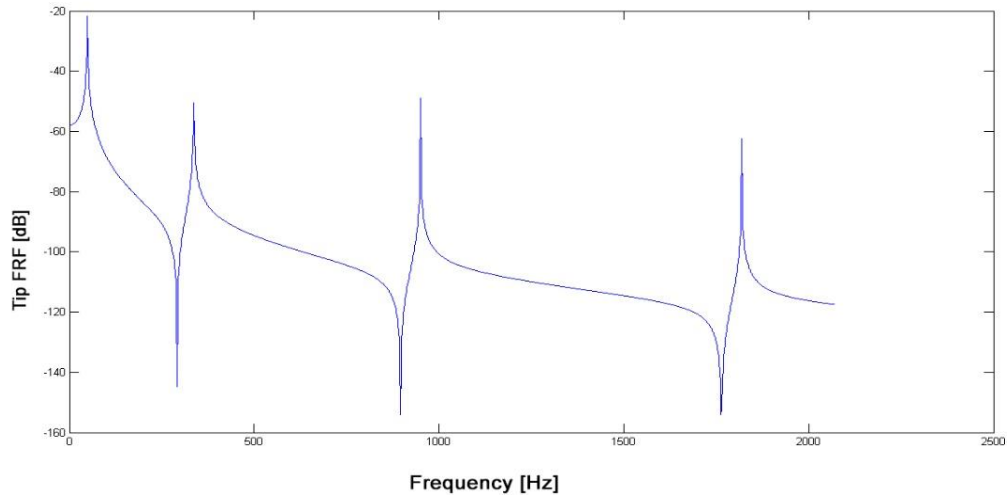
$$X = \begin{pmatrix} U \\ Q \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} M_m & 0 \\ 0^T & L \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0^T & R \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$K = \begin{pmatrix} \hat{K}_m & (K_1 + K_2)/C \\ (K_1^T + K_2^T)/C & 2/C \end{pmatrix}, \quad \tilde{F} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

όπου παρατηρούμε ότι το πηνίο βρίσκεται στον πίνακα της μάζας και ο αντιστάτης σε αυτόν της απόσβεσης. Επίσης ο πίνακας της δυσκαμψίας τροποποιείται αντίστοιχα και περιλαμβάνει πλέον τη σύζευξη όπως και τη χωρητικότητα των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων.

6.3 Απόκριση του συστήματος

Η απόκριση του συστήματος στον χώρο των συχνοτήτων για κλειστό κύκλωμα που υπόκειται σε αρμονική δύναμη φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα. Συγκεκριμένα βλέπουμε τις τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες. Οι ιδιοσυχνότητες για ανοιχτό κύκλωμα λήφθηκαν σε μορφή πίνακα από τον κώδικα στη matlab.



Εικόνα 11. Διαγραμμα 1- Οι πρώτες 4 ιδιοσυχνότητες του συστήματος

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί κατά κύριο λόγο η απόσβεση που προσφέρει το παθητικό κύκλωμα συνδεδεμένο με τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία για τις τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες.

Για να μπορούν να οριστούν τα ζεύγη των μεγεθών της αντίστασης και του πηνίου (R, L) ευρίσκουμε τους αντίστοιχους συντελεστές σύζευξης (EEMCF) για κάθε ιδιοσυχνότητα από τον ακόλουθο τύπο

$$k_{eff,i}^2 = \frac{\hat{\omega}_i^2 - \omega_i^2}{\omega_i^2} \quad (17)$$

Οι τιμές που προκύπτουν είναι οι ακόλουθες :

- Για $\omega_1 = 50$ Hz, $\hat{\omega}_1 = 49.2$ Hz $K_{eff} = 0.1364$
- Για $\omega_2 = 337$ Hz, $\hat{\omega}_2 = 340.27$ Hz $K_{eff} = 0.1449$
- Για $\omega_3 = 950$ Hz, το $\hat{\omega}_3 = 959$ Hz $K_{eff} = 0.1365$
- Για $\omega_4 = 1820$ Hz, $\hat{\omega}_4 = 1828,7$ Hz το $K_{eff} = 0.1023$

Έχοντας τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε μέσω των ακόλουθων σχέσεων να υπολογίσουμε τις βέλτιστες τιμές του πηνίου και της αντίστασης για την κάθε ιδιοσυχνότητα και στη συνέχεια αφού βάλουμε τις αντίστοιχες τιμές στο σύστημα να μελετήσουμε την απορρόφηση των ταλαντώσεων.[6]

$$R = \frac{\sqrt{2k_{eff,i}^2}}{C\omega_i(1+k_{eff,i}^2)} \quad \text{και} \quad L = \frac{1}{C\omega_i^2(1+k_{eff,i}^2)} \quad (18)$$

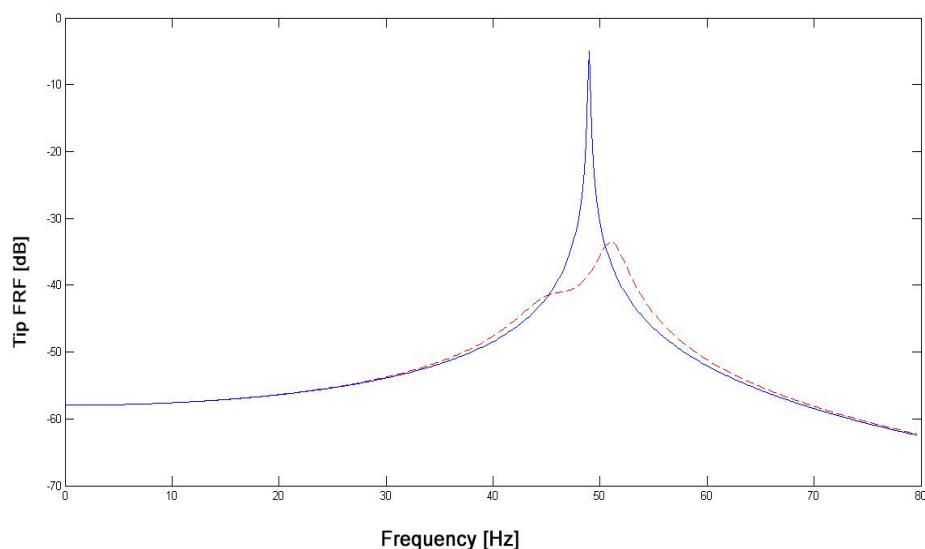
Ιδιοσυχνότητες	Αντίσταση R	Πηνίο L
$\omega_1 = 50 \text{ Hz}$	58786,35 Ω	1132,87 H
$\omega_2 = 337 \text{ Hz}$	9063,72	23.875 H
$\omega_3 = 950 \text{ Hz}$	3029,53 Ω	3.008 H
$\omega_4 = 1820 \text{ Hz}$	1191,309 Ω .	0.8273 H

Πίνακας 2. Τιμές R και L για κάθε ιδιοσυχνότητα

Αρχικά θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά ταλάντωσης και απόσβεσης που έχει το άκρο της δοκού ως προς τον άξονα y, όταν του ασκείται μια δύναμη F.

Διερεύνηση της πρώτης ιδιοσυχνότητας

Για τη διερεύνηση της πρώτης ιδιοσυχνότητας γίνεται χρήση ενός πηνίου με $L = 1132,87 \text{ H}$ και μιας αντίστασης με $R = 58786,35 \Omega$. Όπως βλέπουμε στο παρακάτω διάγραμμα 2 παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 35 db ή ποσοστιαία μεταβολή 700%.

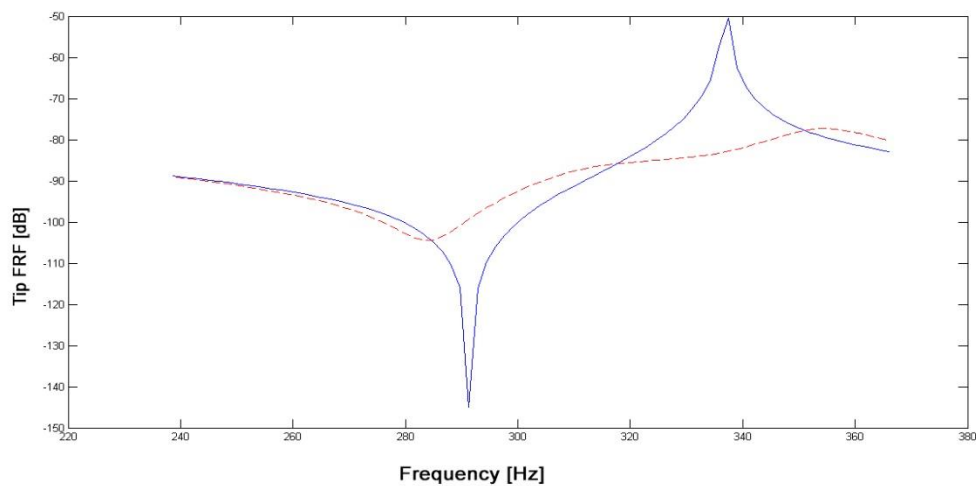


Εικόνα 12. Διάγραμμα 2: Διερεύνηση πρώτης ιδιοσυχνότητας

Στο παραπάνω διάγραμμα, όπως και σε όλα όσα ακολουθούν, η μπλε γραμμή αντιπροσωπεύει τη αρχική ταλαντωτική συμπεριφορά του συστήματος, ενώ η κόκκινη την αποσβενόμενη ταλάντωση η οποία οφείλεται στο παθητικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης.

Διερεύνηση της δεύτερης ιδιοσυχνότητας

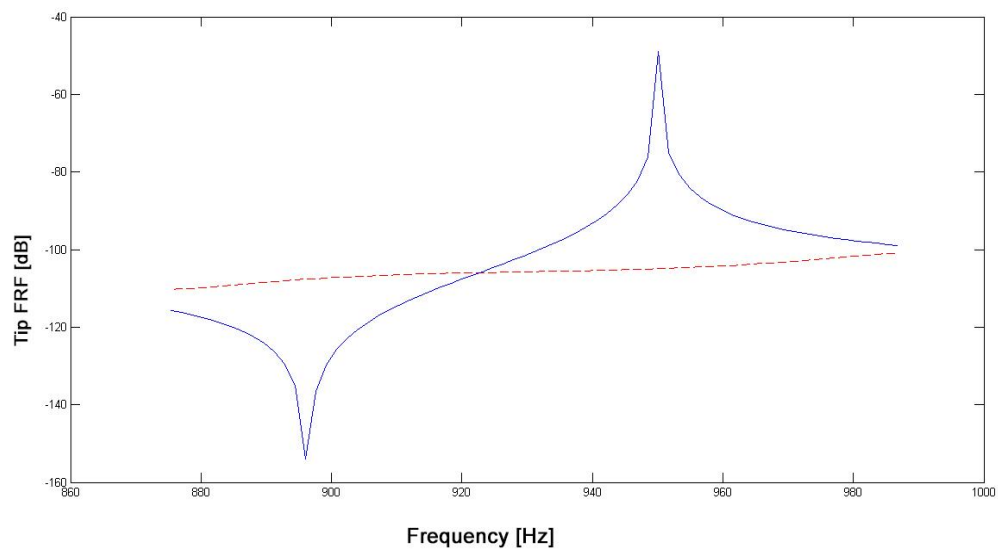
Για τη διερεύνηση της δεύτερης ιδιοσυχνότητας γίνεται χρήση ενός πηνίου με $L=23.875\text{ H}$ και μιας αντίστασης με $R=9063,72\ \Omega$. Όπως βλέπουμε στο παρακάτω διάγραμμα 3 παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 35 dB ή ποσοστιαία μεταβολή -70%.



Εικόνα 13. Διάγραμμα 3: Διερεύνηση δεύτερης ιδιοσυχνότητας

Διερεύνηση της τρίτης ιδιοσυχνότητας

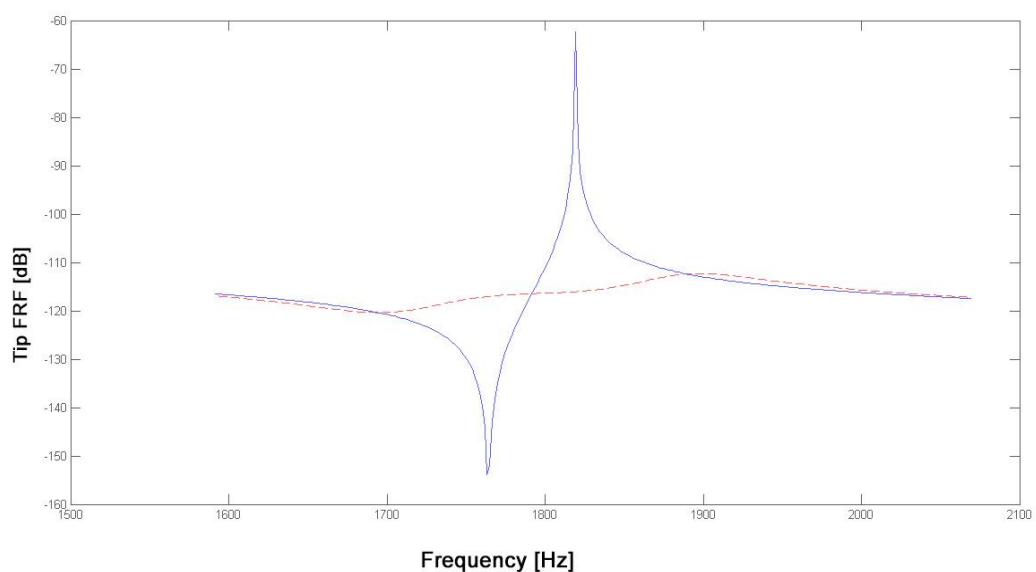
Για τη διερεύνηση της τρίτης ιδιοσυχνότητας γίνεται χρήση ενός πηνίου με $L=3.008$ H και μιας αντίστασης με $R=3029,53$ Ω. Όπως βλέπουμε στο παρακάτω διάγραμμα παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 55 db ή 110%.



Εικόνα 14. Διάγραμμα 4: Διερεύνηση τρίτης ιδιοσυχνότητας

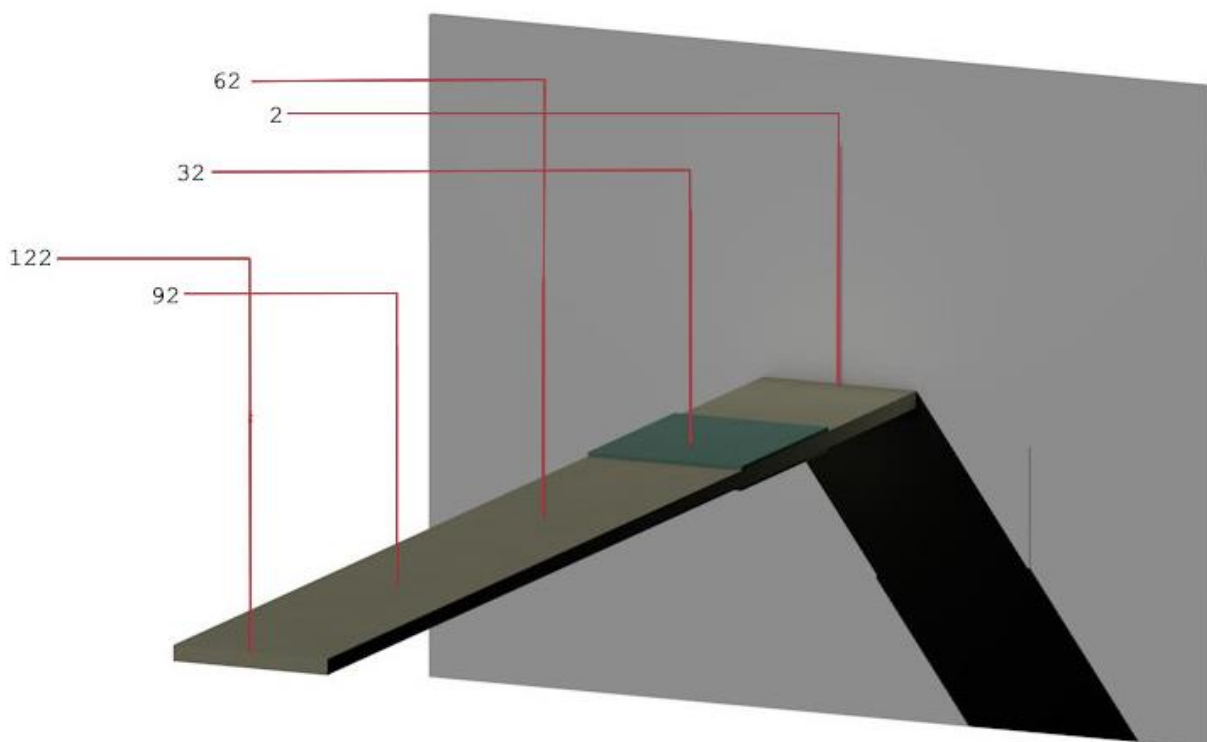
Διερεύνηση της τέταρτης ιδιοσυχνότητας

Για τη διερεύνηση της τέταρτης ιδιοσυχνότητας γίνεται χρήση ενός πηνίου με $L=0.8273$ H και μιας αντίστασης με $R=1191,309$ Ω. Όπως βλέπουμε στο παρακάτω διάγραμμα 5 παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 55 db ή 87%.



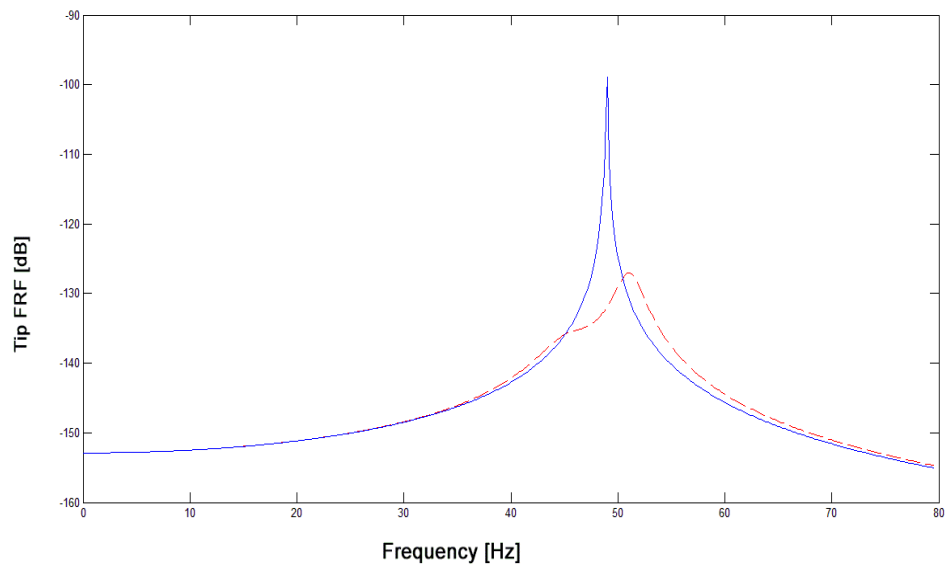
Εικόνα 15. Διάγραμμα 5: Διερεύνηση τέταρτης ιδιοσυχνότητας

Στη συνέχεια θα γίνει διερεύνηση και σε συγκεκριμένους κόμβους ,γνωρίζοντας ότι στον 41° κόμβο ,δηλαδή το ελεύθερο άκρο, εξακολουθείται να ασκείται η προηγούμενη δύναμη. Εφόσον κάθε κόμβος έχει τη δυνατότητα τριών κινήσεων (x , y ,περιστροφική) και εμείς ενδιαφερόμαστε για τις μετακινήσεις στον y άξονα ασκούμε δύναμη στον 41° κόμβο ,δηλαδή μελετάμε τη δύναμη ως προς τον $123-1=122^\circ$ βαθμό ελευθερίας(επειδή $3*41=123$).Οι υπόλοιποι κόμβοι (1,11,21,31) επιλέχθηκαν με βάση την ισόποση απόσταση μεταξύ τους και φυσικά τον ορισμό τους στον άξονα y .



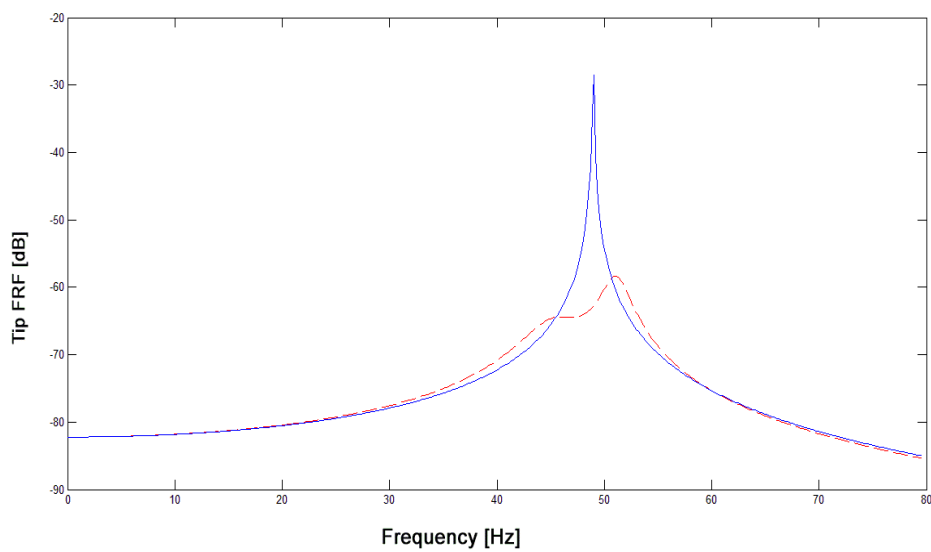
Εικόνα 16. Η δοκός του συστήματος και οι βαθμοί ελευθερίας των αντίστοιχων κόμβων

Διερεύνηση για την πρώτη ιδιοσυχνότητα



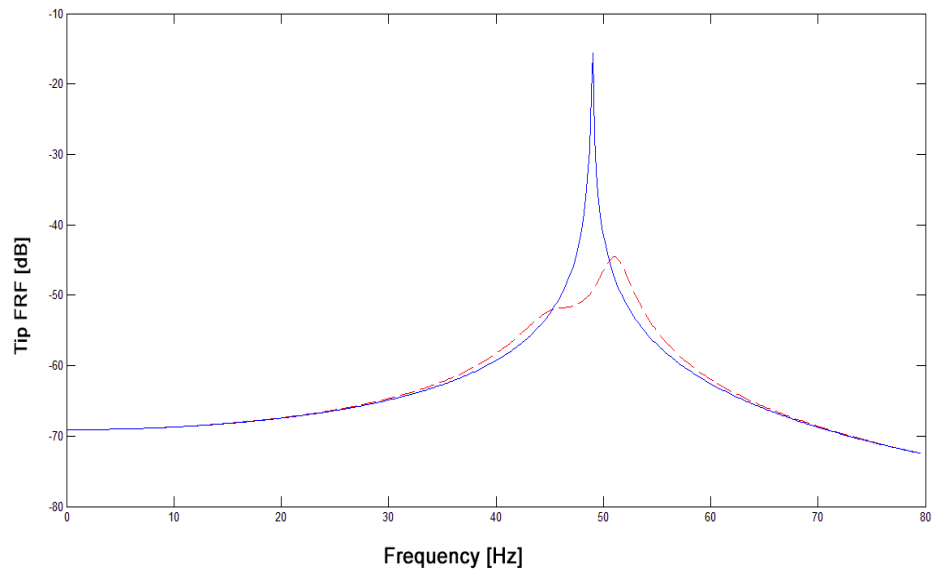
Εικόνα 17. Διάγραμμα 6 για 1^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 33db ή μεταβολή -33%



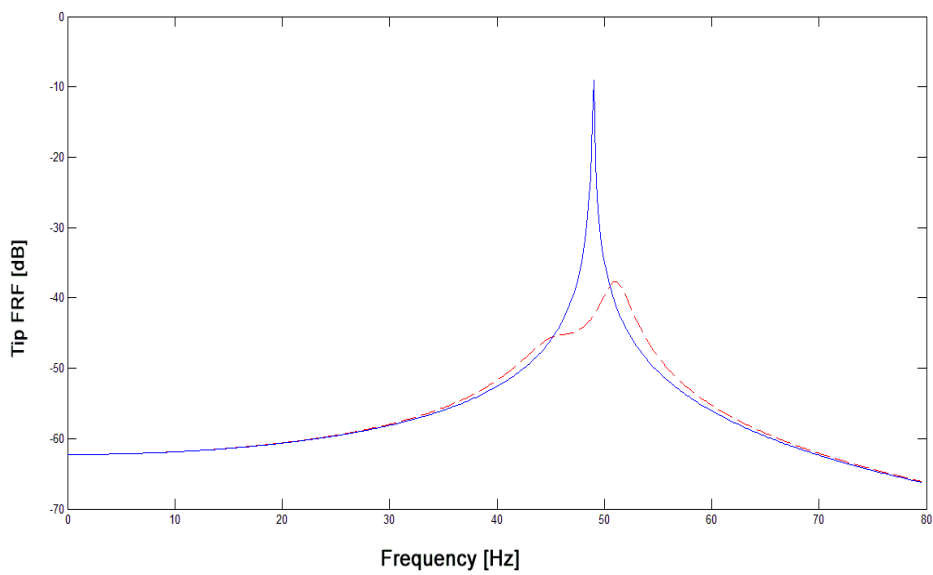
Εικόνα 18 Διάγραμμα 7 για για 11^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 35db ή μεταβολή -125%.



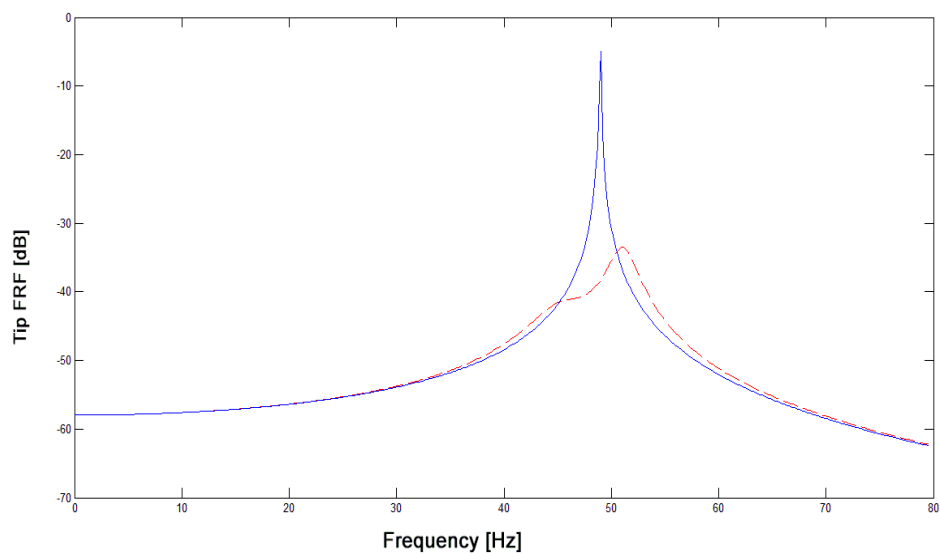
Εικόνα 19 Διάγραμμα 8 για 21° κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 37db ή μεταβολή -247%.



Εικόνα 20 Διάγραμμα 9 για 31° κόμβο

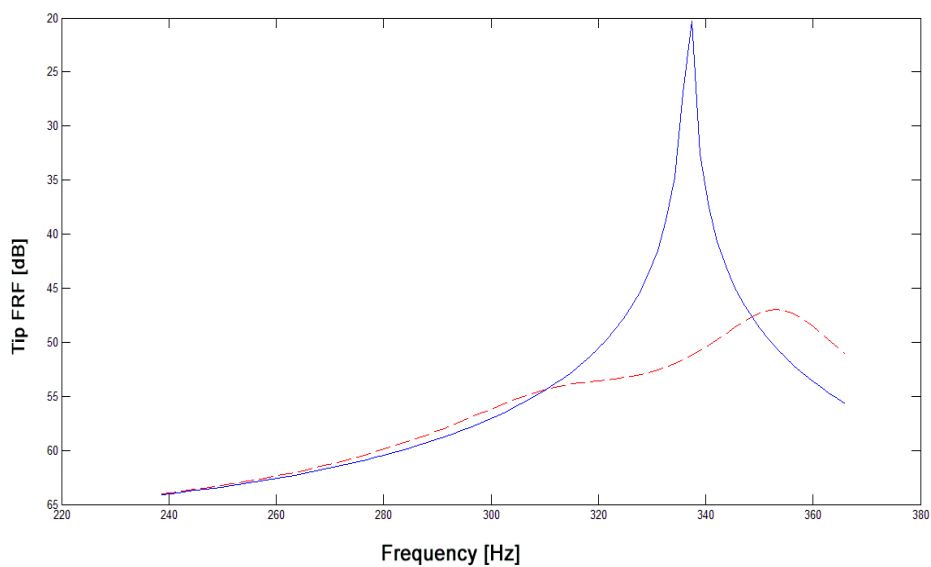
Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 36db ή μεταβολή -400%.



Εικόνα 21 Διάγραμμα 10 για 41° κόμβο

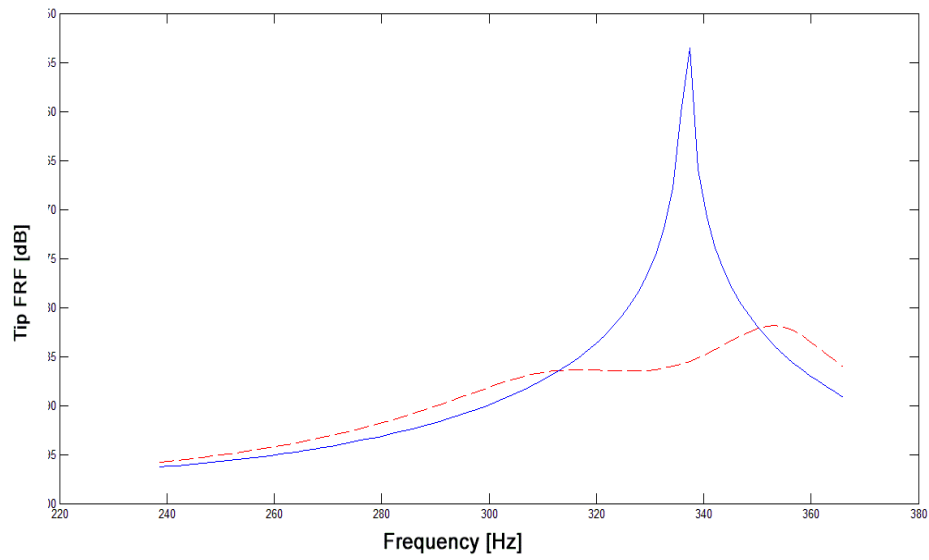
Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 35db ή μεταβολή -700%.

Διερεύνηση για την δεύτερη ιδιοσυχνότητα



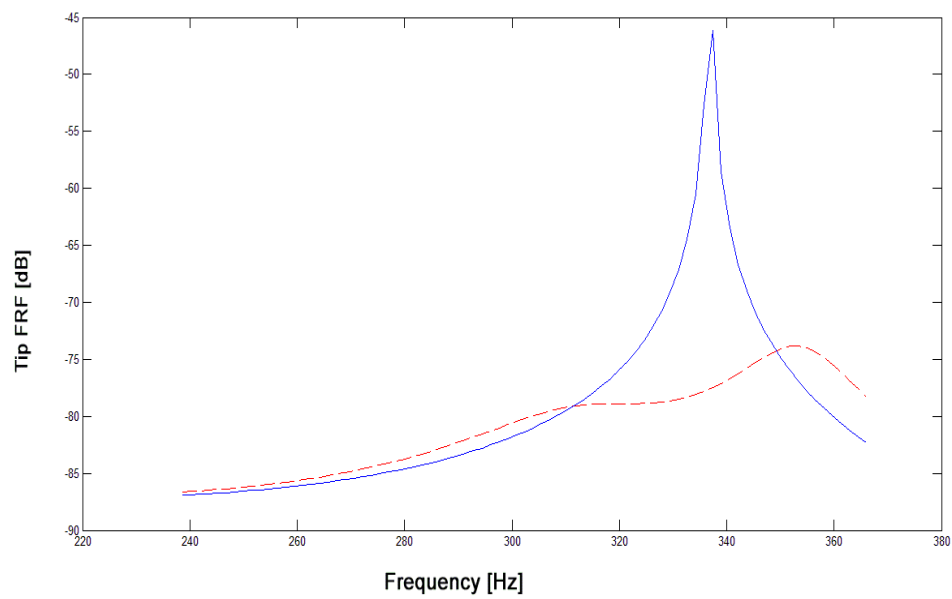
Εικόνα 22 Διάγραμμα 11 για 1° κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 32db ή μεταβολή -152%.



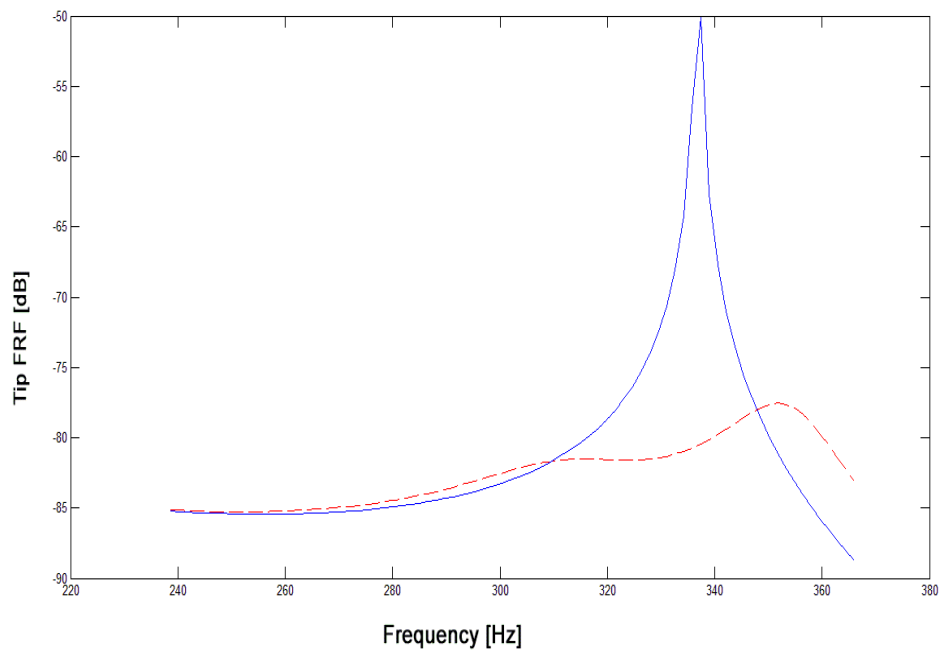
Εικόνα 23 Διάγραμμα 12 για 11° κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 36db ή μεταβολή -69%.



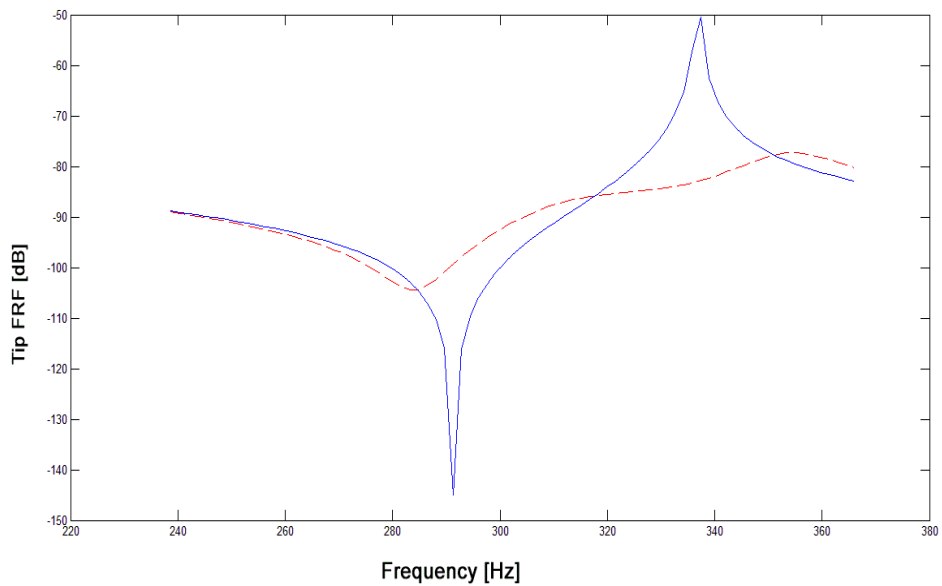
Εικόνα 24 Διάγραμμα 13 για 21° κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 30db ή μεταβολή -63%.



Εικόνα 25 Διάγραμμα 14 για 31° κόμβο

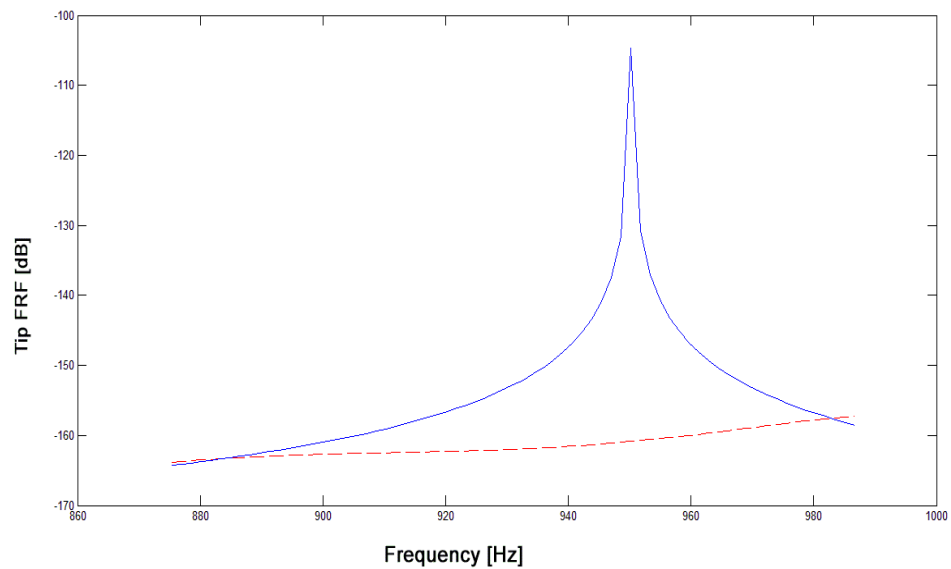
Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 33db ή μεταβολή -66%.



Εικόνα 26 Διάγραμμα 15 για 41° κόμβο

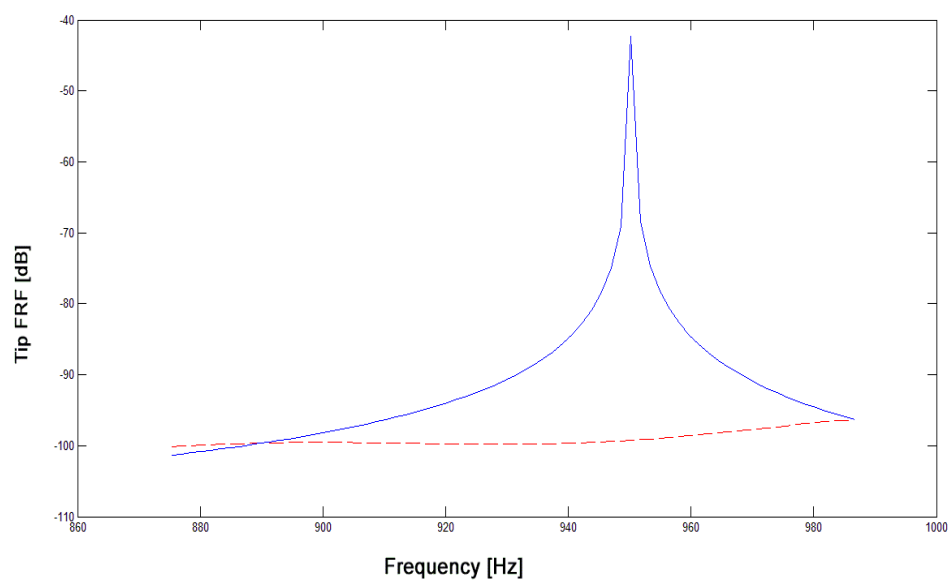
Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 35db ή μεταβολή -90%.

Διερεύνηση για την τρίτη ιδιοσυχνότητα



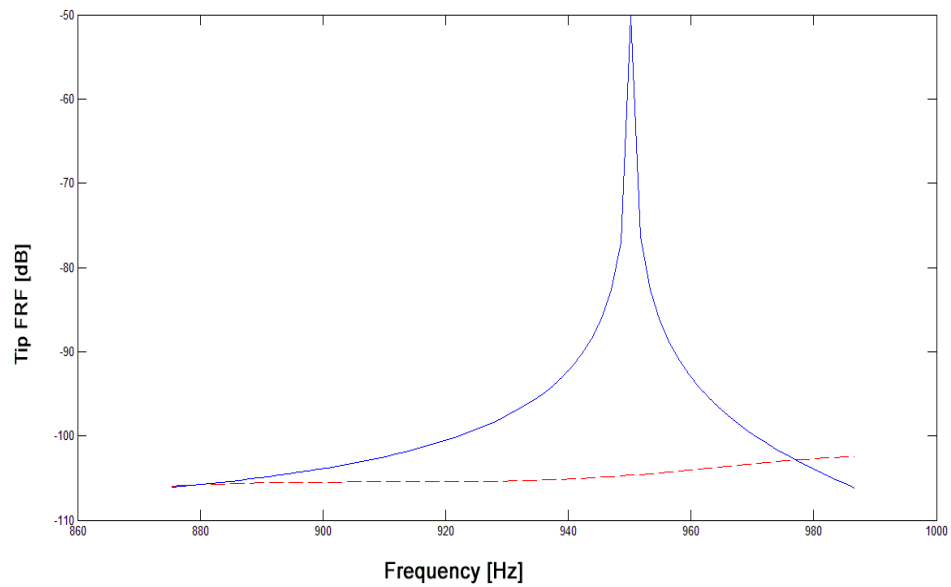
Εικόνα 27 Διάγραμμα 16 για 1^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 56db ή μεταβολή -53%.



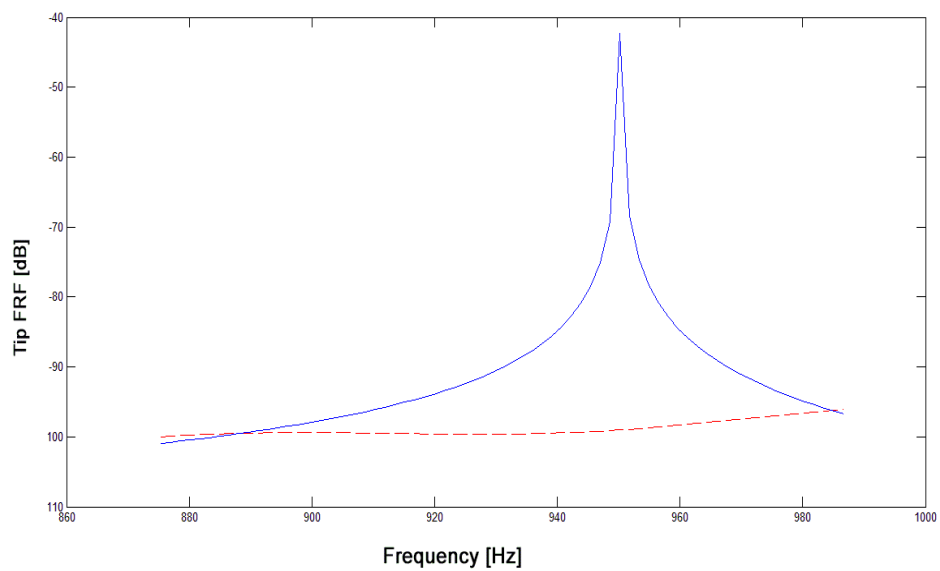
Εικόνα 28 Διάγραμμα 17 για 11^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 58db ή μεταβολή -138%.



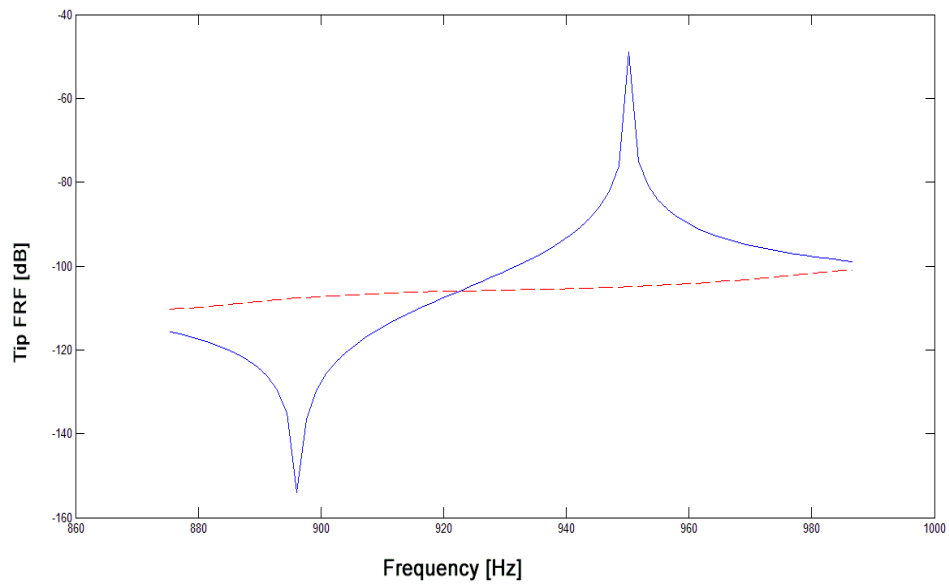
Εικόνα 29 Διάγραμμα 18 για 21^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 55db ή μεταβολή -110%.



Εικόνα 30 Διάγραμμα 19 για 31^ο κόμβο

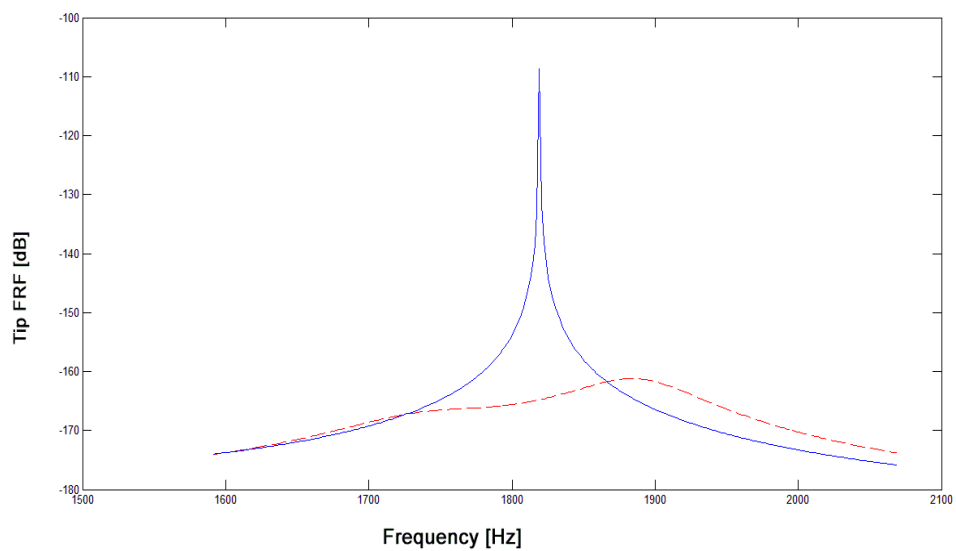
Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 58db ή μεταβολή -138%.



Εικόνα 31 Διάγραμμα 20 για 41° κόμβο

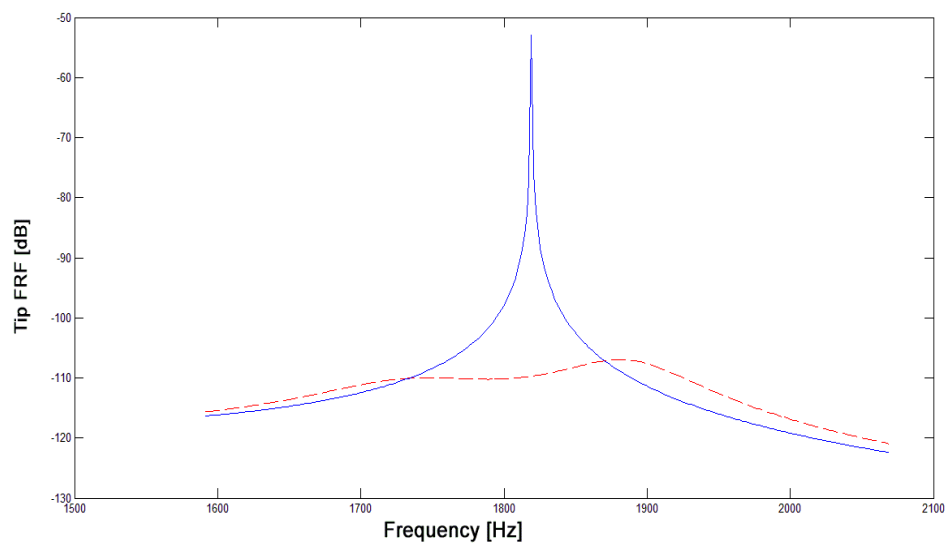
Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 55db ή μεταβολή -110%.

Διερεύνηση για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα



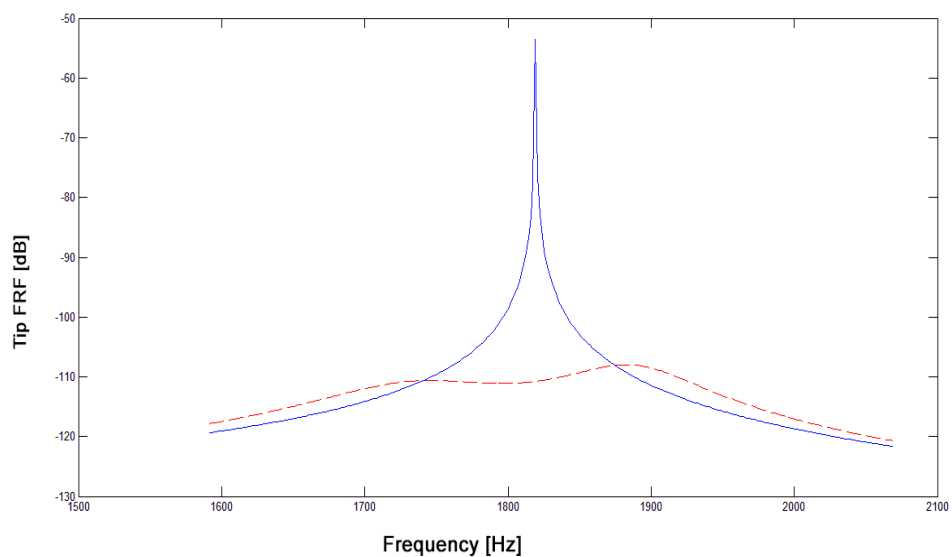
Εικόνα 32 Διάγραμμα 21 για 1° κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 55db ή μεταβολή -50%.



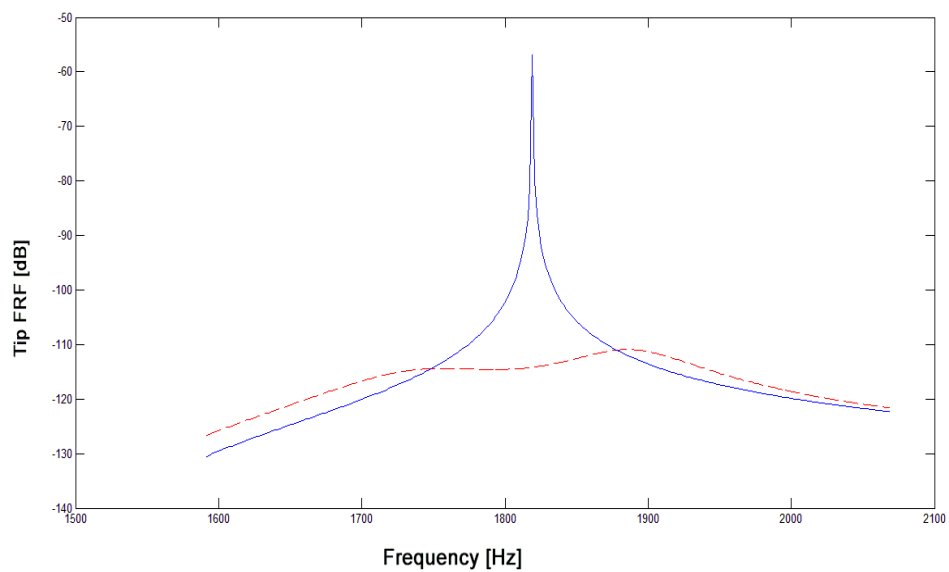
Εικόνα 33 Διάγραμμα 22 για 11^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 60db ή μεταβολή -115%.



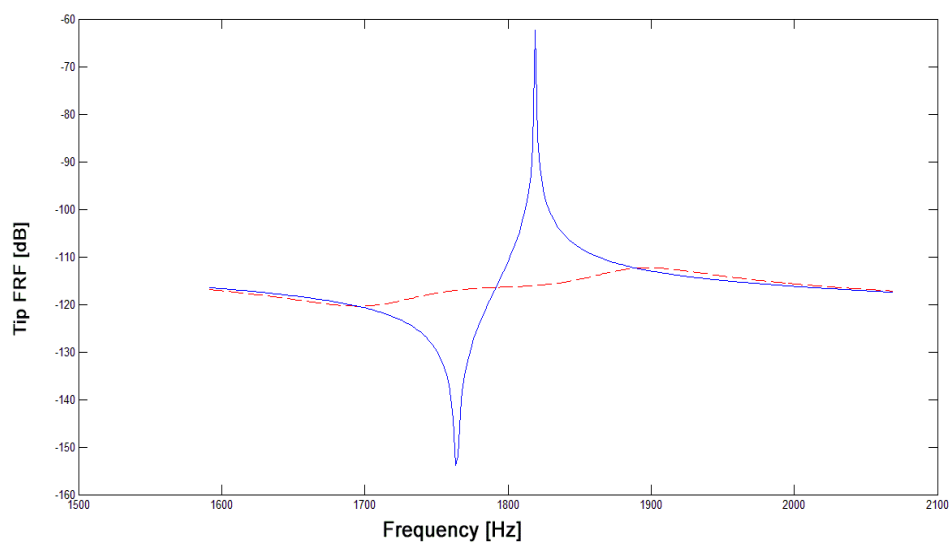
Εικόνα 34 Διάγραμμα 23 για 21^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 60db ή μεταβολή -110%.



Εικόνα 35 Διάγραμμα 24 για 31^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 54db ή μεταβολή -93%.



Εικόνα 36 Διάγραμμα 25 για 41^ο κόμβο

Παρατηρείται απόσβεση της τάξεως των 51db ή μεταβολή -87%.

Ιδιοσυχνότητα (Hz)	Κόμβος	Βαθμός ελευθερίας	Ταλάντωση χωρίς shunt (db)	Ταλάντωση με shunt (db)	Απόσβεση (db)	Ποσοστό απόσβεσης(%)
$\omega_1 = 50$	1 ^{ος}	2 ^{ος}	-100	-133	33	33
$\omega_1 = 50$	11 ^{ος}	32 ^{ος}	-28	-63	35	125
$\omega_1 = 50$	21 ^{ος}	62 ^{ος}	-15	-52	37	247
$\omega_1 = 50$	31 ^{ος}	92 ^{ος}	-9	-45	36	400
$\omega_1 = 50$	41 ^{ος}	122 ^{ος}	-5	-40	35	700
$\omega_2 = 337$	1 ^{ος}	20 ^{ος}	-21	-53	32	152
$\omega_2 = 337$	11 ^{ος}	32 ^{ος}	-52	-88	36	69
$\omega_2 = 337$	21 ^{ος}	62 ^{ος}	-47	-77	30	63
$\omega_2 = 337$	31 ^{ος}	92 ^{ος}	-50	-83	33	66
$\omega_2 = 337$	41 ^{ος}	122 ^{ος}	-50	-85	35	70
$\omega_3 = 950$	1 ^{ος}	2 ^{ος}	-104	-160	46	53
$\omega_3 = 950$	11 ^{ος}	32 ^{ος}	-42	-100	58	138
$\omega_3 = 950$	21 ^{ος}	62 ^{ος}	-50	-105	55	110
$\omega_3 = 950$	31 ^{ος}	92 ^{ος}	-42	-100	58	138
$\omega_3 = 950$	41 ^{ος}	122 ^{ος}	-50	-105	55	110
$\omega_4 = 1820$	1 ^{ος}	2 ^{ος}	-110	-165	55	50
$\omega_4 = 1820$	11 ^{ος}	32 ^{ος}	-52	-112	60	115
$\omega_4 = 1820$	21 ^{ος}	62 ^{ος}	-55	-115	60	110
$\omega_4 = 1820$	31 ^{ος}	92 ^{ος}	-58	-112	54	93
$\omega_4 = 1820$	41 ^{ος}	122 ^{ος}	-63	-118	55	87

Πίνακας 3. Συγκεντρωτικός πίνακας μεταβολών

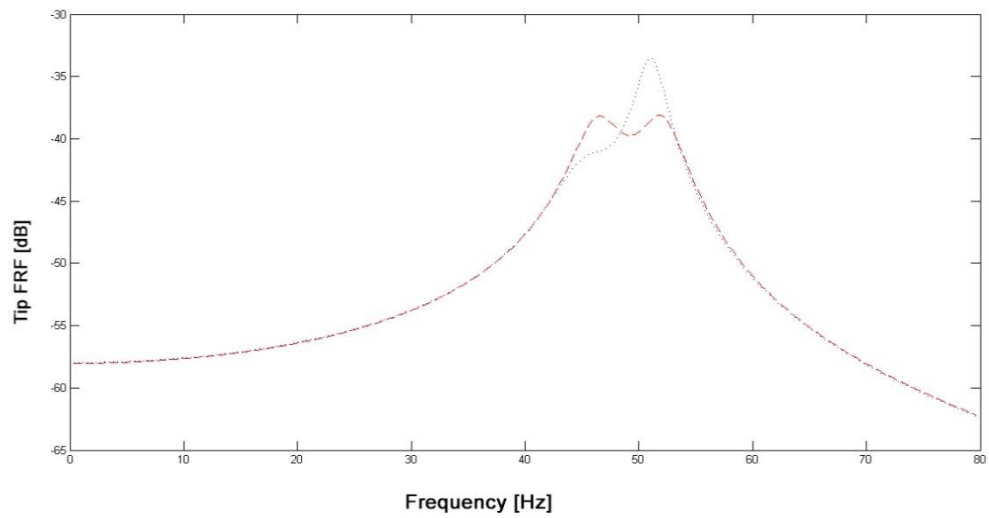
6.4 Απόκριση μοντέλου μειωμένης τάξης

Η απόκριση του συστήματος μπορεί να διερευνηθεί και με ένα μοντέλο μειωμένης τάξης, σύμφωνα με τον ελάχιστο αριθμό των ιδιομορφών που απαιτούνται για την λήψη ικανοποιητικών αποτελεσμάτων. Το σύστημα βάσει του ολοκληρωμένου μοντέλου μας χρησιμοποιεί $N=123$ βαθμούς ελευθερίας (124 στο σύνολο λαμβάνοντας υπ' όψη το ηλεκτρικό φορτίο).

Με τον συγκεκριμένο αλγόριθμο θα προσπαθήσουμε να χρησιμοποιήσουμε τους λιγότερους δυνατούς, καθώς το πλήθος τους επηρεάζει το υπολογιστικό κόστος και συνεπώς τον χρόνο που απαιτείται για την εκτέλεση του προγράμματος

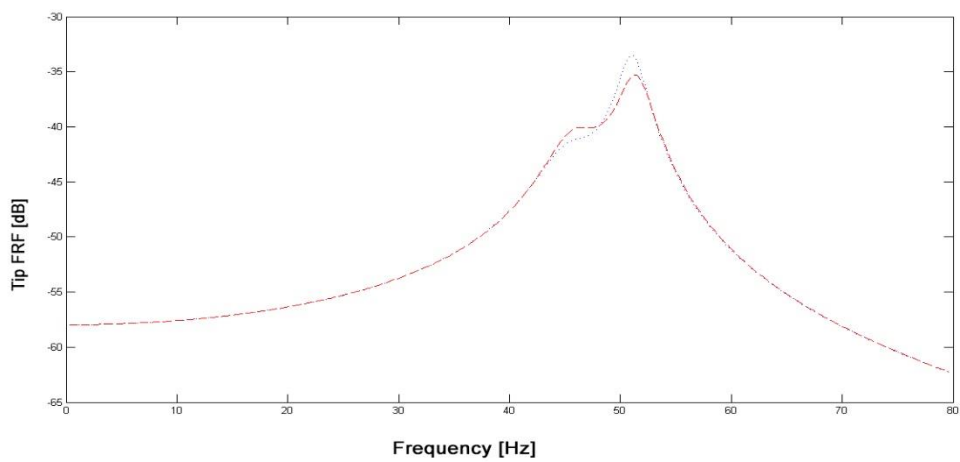
Έτσι, έγιναν δοκιμές σε κάθε ιδιοσυχνότητα, όπου να καταλήξουμε στο ελάχιστο πλήθος ιδιομορφών που προσεγγίζει καλύτερα τη ταλαντωτική συμπεριφορά του συστήματος. Στη συνέχεια φαίνεται η διαδικασία αυτή για κάθε ιδιοσυχνότητα.

Για την πρώτη ιδιοσυχνότητα



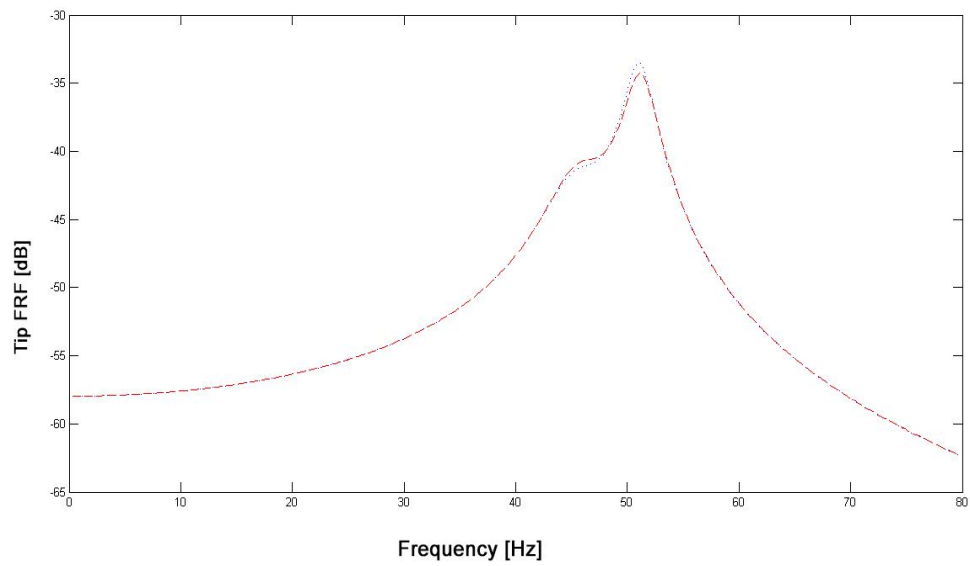
Εικόνα 37 Διάγραμμα 26 για N=1

Δεν προσεγγίζει ιδιαίτερα αλλά είναι κοντά στην περιοχή ενδιαφέροντος



Εικόνα 38 Διάγραμμα 27 για N=4

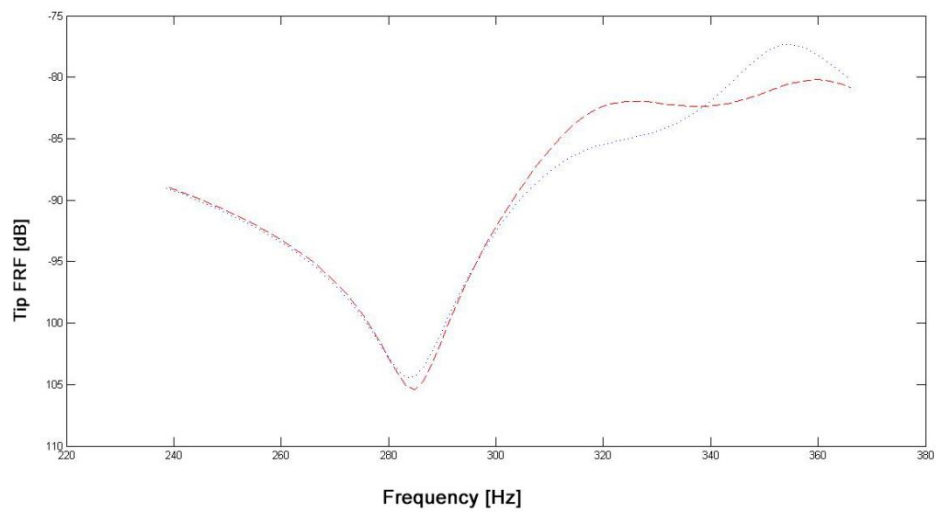
Για μόλις 4 ιδιομορφές είμαστε σχετικά ικανοποιημένοι οπότε αφού έχουμε το περιθώριο δοκιμάζουμε και λίγες ακόμα.



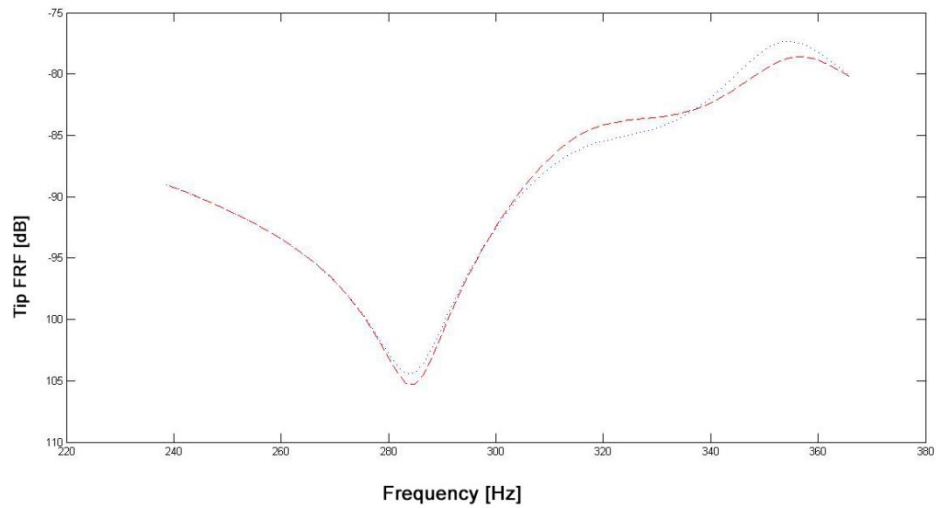
Εικόνα 39 Διάγραμμα 28 για $N=12$

Για χαμηλό αριθμό ιδιομορφών έχουμε προσεγγίσει αρκετά τη ζητούμενη ιδιοσυχνότητα

Για τη δεύτερη ιδιοσυχνότητα

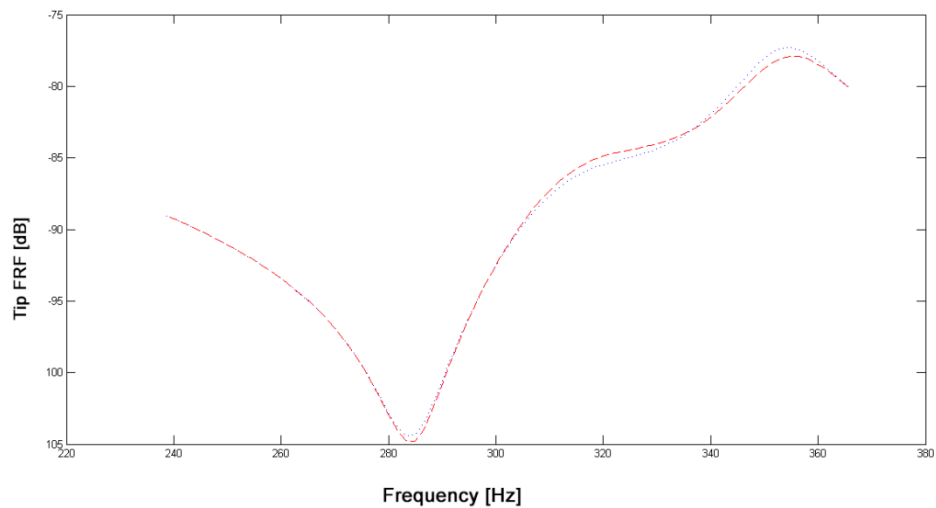


Εικόνα 40 Διάγραμμα 29 για $N=2$



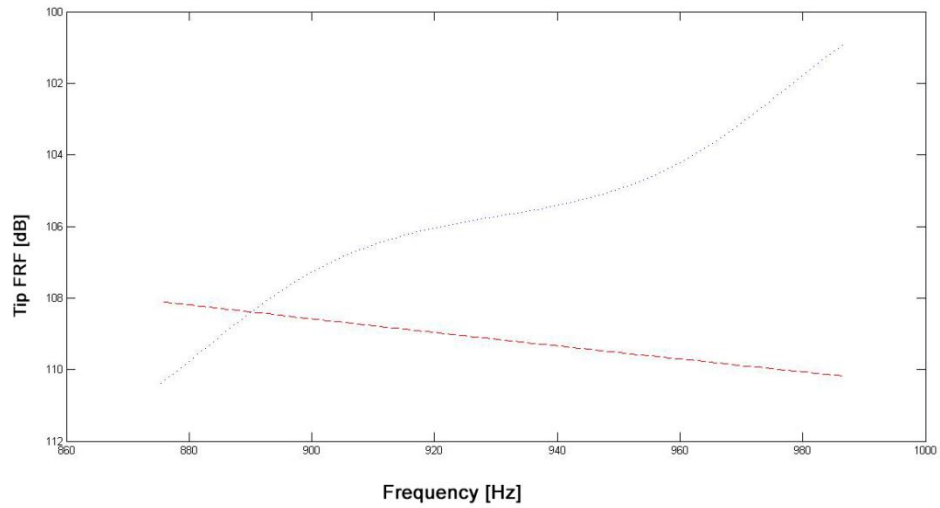
Εικόνα 41 Διάγραμμα 30 για N=8

Παρόλο που έχουμε πλησιάσει σχετικά ικανοποιητικά συνεχίζουμε γιατί το N είναι ακόμα χαμηλό οπότε δοκιμάζουμε για N=16



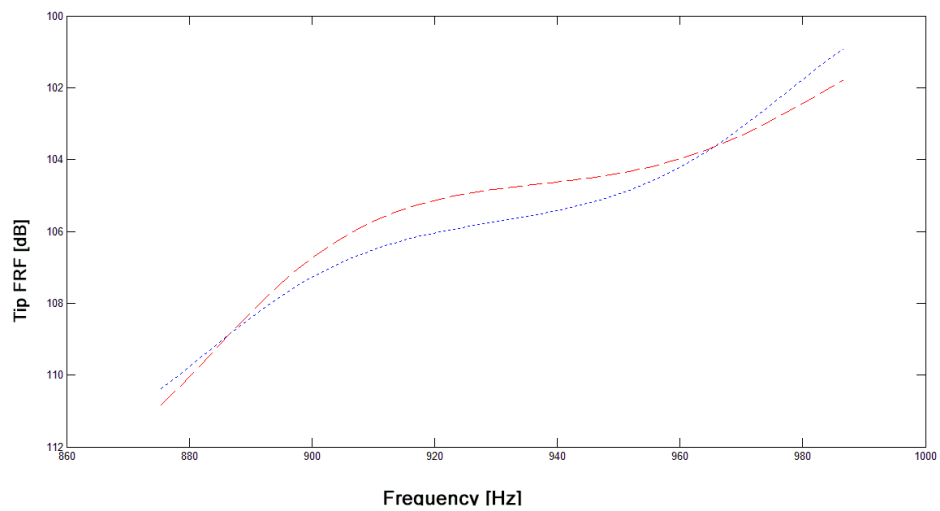
Εικόνα 42 Διάγραμμα 31 για N=16

Για την τρίτη ιδιοσυχνότητα:



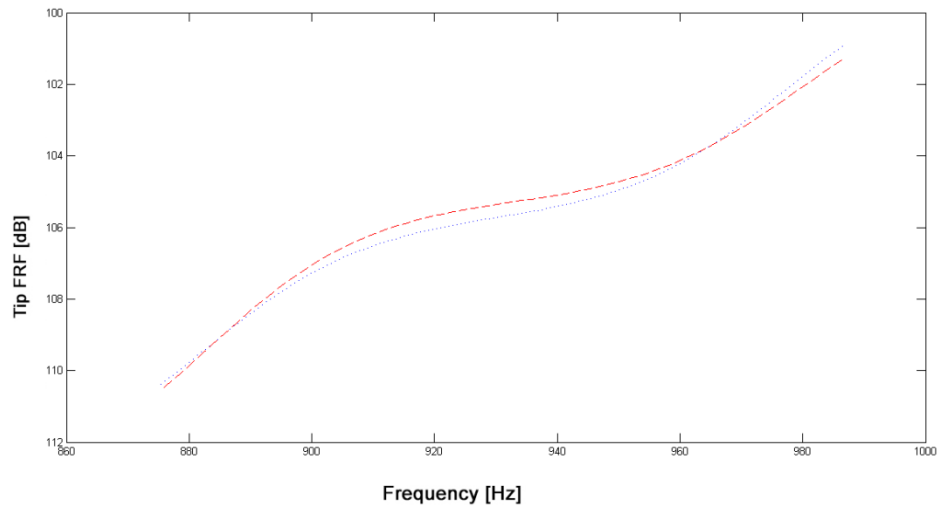
Εικόνα 43 Διάγραμμα 32 για N=1

Αποκλίνουν πολύ οπότε δοκιμάζουμε για αρκετά περισσότερες ιδιομορφές



Εικόνα 44 Διάγραμμα 33 για N=10

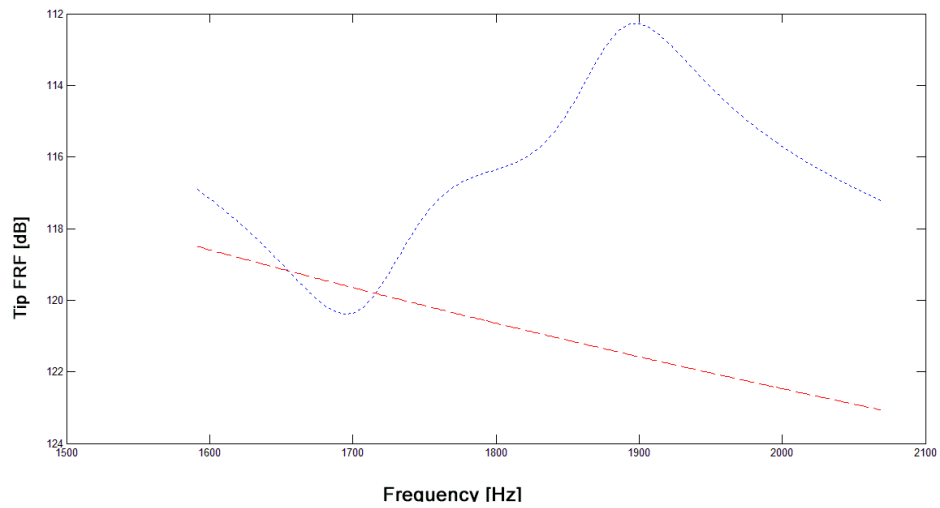
Δεν ικανοποιεί ακόμα την προσέγγιση οπότε συνεχίζουμε



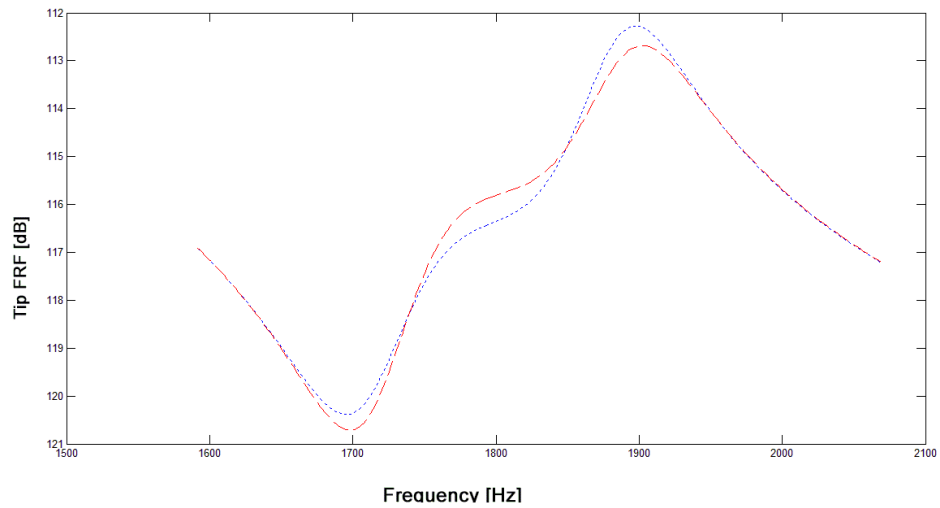
Εικόνα 45 Διάγραμμα 34 για N=32

Παρουσιάζεται αρκετά καλή προσέγγιση

Για την τέταρτη ιδιοσυχνότητα

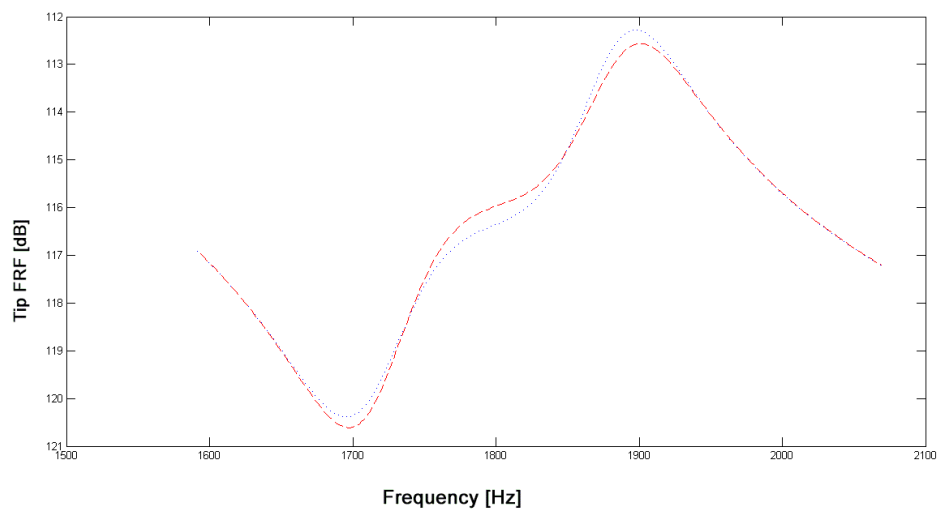


Εικόνα 46 Διάγραμμα 35 για N=1



Εικόνα 47 Διάγραμμα 36 για $N=20$

Προσπαθούμε για καλύτερο συντονισμό



Εικόνα 48 Διάγραμμα 37 για $N=43$

Σίγουρα πιο ικανοποιητικό αλλά θα επισημάνουμε ότι στο διάστημα (20-43) η προσέγγιση βελτιώνεται με αργό ρυθμό

Συμπεράσματα

Κατά τη διάρκεια της διερεύνησης, καταφέραμε αρχικά να επαληθεύσουμε ότι όλο το σύστημα που συστάθηκε λειτουργεί επιτυχώς, καθώς για κάθε δοκιμή που επιχειρήσαμε τα αποτελέσματα ήταν ιδιαίτερος ικανοποιητικά, καθώς περιόρισαν σημαντικά τις ταλαντώσεις στις περιοχές συντονισμού της κατασκευής. Μάλιστα, τις περισσότερες φορές η απόσβεση φάνηκε να καλύπτει άνετα τις τάσεις που επιβάλλαμε σε επίπεδα μέχρι και 100% ή και περισσότερο. Αυτό σημαίνει ότι το προτεινόμενο γραμμικό κύκλωμα παραδιακλάδωσης κατάφερε να εξομαλύνει τις περιοχές συντονισμού του εκάστοτε κόμβου που επιλεγόταν προσφέροντας σταθερότητα στην κατασκευή όπως παρατηρήσαμε και στο δεύτερο κομμάτι της ενότητας 6.3.

Ακόμη πολύ σημαντικό, ιδιαίτερα για την εξέλιξη και βελτιστοποίηση του παρόντος συστήματος, ήταν το γεγονός ότι το μοντέλο μειωμένης τάξης δε χρειάστηκε μεγάλο πλήθος βαθμών ελευθερίας για να καταφέρει να προσεγγίσει σε ικανοποιητικό επίπεδο την ιδιοσυχνότητα του εκάστοτε κόμβου. Αυτό σημαίνει ότι σε περίπτωση εφαρμογής σε πολυσύνθετα μοντέλα θα εξοικονομούσαμε υπολογιστική δύναμη.

Στο μέλλον το παρόν σύστημα μπορεί να αναπτυχθεί περαιτέρω και να δοκιμαστεί και σε πιο σύνθετες κατασκευές στις δύο διαστάσεις (π.χ. μοντέλα πλάκας) ή και σύνθετων 3D μοντέλων όπως πχ κελύφη. Επίσης μπορεί να γίνει εισαγωγή ασαφών ή νευροασαφών τεχνικών για βελτίωση της λειτουργίας του συστήματος σε περισσότερες από μία συχνότητες, ενώ μπορεί να γίνει και βελτιστοποίηση της θέσης, του αριθμού και της γεωμετρίας τόσο των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, όσο και των κυκλωμάτων παραδιακλάδωσης, με χρήση αλγορίθμων ολικής βελτιστοποίησης (γενετικοί αλγόριθμοι, αλγόριθμοι σμήνους σωματιδίων κλπ).

Αναφορές

- [1] Ομογενοποίηση σύνθετων πολυλειτουργικών υλικών, Μπαλάφα Παναγιώτα, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων
- [2] Κατασκευή ενσωματωμένου για την ανίχνευση, αποθήκευση και επεξεργασία ακουστικών βιοσημάτων, Στρατάκης Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Πατρών
- [3] Vibrations of an elastic structure with shunted piezoelectric patches: efficient finite element formulation and electromechanical coupling coefficients, O. Thomas, J.-F.Deu and J. Ducarne
- [4] Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping, S.O. Reza Moheimani and Andrew J. Fleming,
- [5] Πεπερασμένα στοιχεία για μηχανικούς, Tirupathi R. Chandrupatla, Ashok D. Belegundru
- [6] Piezoelectric shunt vibration damping of structural-acoustic systems: Finite element formulation and reduced-order model, Jean-François Deü, Walid Larbi, Roger Ohayon and Rubens Sampaio