

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης



Μεθευρετικός Αλγόριθμος για το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα

Διπλωματική διατριβή που
υποβλήθηκε στο Πολυτεχνείο Κρήτης
για μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων
απόκτησης διπλώματος

Συγγραφέας
Σταυρίδης Χρήστος

Επιβλέπων Καθηγητής
Δρ. Μαρινάκης Ιωάννης

Χανιά, Κρήτη
Οκτώβριος 2017

Ευχαριστίες

Περίληψη

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή στην Εφοδιαστική Αλυσίδα	1
1.1 Η Εφοδιαστική Αλυσίδα	1
1.2 Η Διαχείριση της Εφοδιαστικής	2
1.3 Η Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας	3

Κεφάλαιο 2

Δρομολόγηση Οχημάτων	5
2.1 Μεταφορά και Διανομή	5
2.2 Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή	6
2.3 Το Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων	6
2.4 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα	7
2.5 Άλλα γνωστά προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων	7

Κεφάλαιο 3

Επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα ..	11
3.1 Περιγραφή του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα	11
3.2 Περιγραφή επίλυσης του προβλήματος	13
3.3 Στάδιο Πρώτο - Διαδικασία δημιουργίας αρχικών λύσεων	14
3.3.1 Αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα	15
3.3.2 Αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα για το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα	16
3.3.3 Επέκταση του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα για το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα με έλεγχο αναμονής	17
3.4 Στάδιο Δεύτερο - Διαδικασία βελτίωσης αρχικών λύσεων με Τοπική Αναζήτηση	19
3.4.1 Επανατοθέτηση 1-0 (Relocation 1-0)	21
3.4.2 Εσωτερική Επανατοποθέτηση (Internal Relocation)	23
3.4.3 Ανταλλαγή 1-2 (Exchange 1-2)	25
3.4.4 Τμηματική Βελτιστοποίηση Ακολουθίας Πελατών (Sequential Optimization)	27
3.4.5 Αποδόμηση Διαδρομών (Route Deconstruction)	29

Κεφάλαιο 4

Παρουσίαση και περιγραφή αποτελεσμάτων	31
4.1 Περιγραφή των προβλημάτων Solomon	31
4.1.1 Κατηγορία προβλημάτων C - Clustered Customers	32
4.1.2 Κατηγορία προβλημάτων R - Randomized Customers	33
4.1.3 Κατηγορία προβλημάτων RC – Mix of Randomized and Clustered Customers	33
4.2 Παρουσίαση και περιγραφή των αποτελεσμάτων	34
4.2.1 Αποτελέσματα προβλημάτων κατηγορίας C	35
4.2.2 Αποτελέσματα προβλημάτων κατηγορίας R	36
4.2.3 Αποτελέσματα προβλημάτων κατηγορίας RC	37
4.3 Τελική ανάλυση αποτελεσμάτων	38
4.4 Παρουσίαση λύσεων των προβλημάτων	42
4.4.1 Λύσεις προβλημάτων C1	42
4.4.1.1 Πρόβλημα C101	43
4.4.1.2 Πρόβλημα C102	44
4.4.1.3 Πρόβλημα C103	45
4.4.1.4 Πρόβλημα C104	46
4.4.1.5 Πρόβλημα C105	47
4.4.1.6 Πρόβλημα C106	48
4.4.1.7 Πρόβλημα C107	49
4.4.1.8 Πρόβλημα C108	50
4.4.1.9 Πρόβλημα C109	51
4.4.2 Λύσεις προβλημάτων C2	52
4.4.2.1 Πρόβλημα C201	53
4.4.2.2 Πρόβλημα C202	54
4.4.2.3 Πρόβλημα C203	55
4.4.2.4 Πρόβλημα C204	56
4.4.2.5 Πρόβλημα C205	57
4.4.2.6 Πρόβλημα C206	58
4.4.2.7 Πρόβλημα C207	59
4.4.2.8 Πρόβλημα C208	60
4.4.3 Λύσεις προβλημάτων R1	61
4.4.3.1 Πρόβλημα R101	62
4.4.3.2 Πρόβλημα R102	63
4.4.3.3 Πρόβλημα R103	64
4.4.3.4 Πρόβλημα R104	65
4.4.3.5 Πρόβλημα R105	66
4.4.3.6 Πρόβλημα R106	67
4.4.3.7 Πρόβλημα R107	68
4.4.3.8 Πρόβλημα R108	69

4.4.3.9	Πρόβλημα R109	70
4.4.3.10	Πρόβλημα R110	71
4.4.3.11	Πρόβλημα R111	72
4.4.3.12	Πρόβλημα R112	73
4.4.4	Λύσεις προβλημάτων R2	74
4.4.4.1	Πρόβλημα R201	75
4.4.4.2	Πρόβλημα R202	76
4.4.4.3	Πρόβλημα R203	77
4.4.4.4	Πρόβλημα R204	78
4.4.4.5	Πρόβλημα R205	79
4.4.4.6	Πρόβλημα R206	80
4.4.4.7	Πρόβλημα R207	81
4.4.4.8	Πρόβλημα R208	82
4.4.4.9	Πρόβλημα R209	83
4.4.4.10	Πρόβλημα R210	84
4.4.4.11	Πρόβλημα R211	85
4.4.5	Λύσεις προβλημάτων RC1	86
4.4.5.1	Πρόβλημα RC101	87
4.4.5.2	Πρόβλημα RC102	88
4.4.5.3	Πρόβλημα RC103	89
4.4.5.4	Πρόβλημα RC104	90
4.4.5.5	Πρόβλημα RC105	91
4.4.5.6	Πρόβλημα RC106	92
4.4.5.7	Πρόβλημα RC107	93
4.4.5.8	Πρόβλημα RC108	94
4.4.6	Λύσεις προβλημάτων RC2	95
4.4.6.1	Πρόβλημα RC201	96
4.4.6.2	Πρόβλημα RC202	97
4.4.6.3	Πρόβλημα RC203	98
4.4.6.4	Πρόβλημα RC204	99
4.4.6.5	Πρόβλημα RC205	100
4.4.6.6	Πρόβλημα RC206	101
4.4.6.7	Πρόβλημα RC207	102
4.4.6.8	Πρόβλημα RC208	103

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή κ. Μαρινάκη Ιωάννη για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, και την υπομονή που έκανε κατά τη διάρκεια υλοποίησης της διπλωματικής εργασίας, όπως επίσης και για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση του, για την επίλυση διάφορων θεμάτων.

Θα ήθελα επίσης να απευθύνω τις ευχαριστίες μου στους γονείς μου, οι οποίοι στήριξαν τις σπουδές μου με διάφορους τρόπους, φροντίζοντας για την καλύτερη δυνατή μόρφωση μου.

Περίληψη

Η εκπόνηση της συγκεκριμένης διατριβής αφορά την επίλυση του *Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα*, με χρήση *μεθευρετικών αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης*, κι ως επίλυση εννοείται μια διαδικασία που χωρίζεται σε δύο στάδια και έχει ως σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους δρομολόγησης. Στο πρώτο στάδιο αποσκοπείται η εξαγωγή αρχικών δεδομένων και στο δεύτερο στάδιο αποσκοπείται η επεξεργασία αυτών ως στόχο την βελτίωση τους.

Πιο συγκεκριμένα σε *πρώτη φάση* γίνεται χρήση του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα για την επίλυση του Προβλήματος του Πλησιέστερου Γείτονα με σκοπό την δημιουργία αρχικών λύσεων.

Σε *δεύτερη φάση* γίνεται βελτιστοποίηση των λύσεων που προκύπτουν από την επίλυση του Προβλήματος του Πλησιέστερου Γείτονα, ως στόχο την απόκτηση νέων βελτιωμένων λύσεων.

Τα *περιεχόμενα* της συγκεκριμένης εργασίας χωρίζονται σε 4 *κεφάλαια*, όπου στο πρώτο γίνεται αναφορά εισαγωγικών εννοιών που σχετίζονται με τα *Logistics*. Στο *δεύτερο κεφάλαιο* γίνεται περιγραφή διαφόρων προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων, καθώς και του προβλήματος που επιλύθηκε στην συγκεκριμένη εργασία. Στο *τρίτο κεφάλαιο* γίνεται αναλυτική περιγραφή της διαδικασία επίλυσης του προβλήματος και εκτενής ανάλυση των δύο σταδίων επίλυσης. Τέλος στο *τέταρτο κεφάλαιο* γίνεται περιγραφή των προβλημάτων που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και αναλυτική περιγραφή και παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προκύψανε.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή στην Εφοδιαστική Αλυσίδα

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει μια σύντομη αναφορά και περιγραφή της *Εφοδιαστικής Αλυσίδας* (*Supply Chain*), καθώς και των εννοιών της *Διαχείρισης Εφοδιαστικής* (*Logistics Management*) και της *Διαχείρισης Εφοδιαστικής Αλυσίδας* (*Supply Chain Management*).

Είναι σημαντικό να κατανοηθεί ποια η έννοια της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, διότι στη σημερινή εποχή λόγω των αναγκών της αγοράς και των προσδοκιών των καταναλωτών, καθώς επίσης λόγω της ύπαρξης ισχυρού ανταγωνισμού και της εισαγωγής προϊόντων με μικρούς κύκλους ζωής, η σημαντικότητα της ορθής *Διαχείρισης Εφοδιαστικής Αλυσίδας*, μπορεί να προσφέρει στους οργανισμούς σημαντικό ανταγωνιστικό πλεονέκτημα.

Η έννοια όμως της εφοδιαστικής δεν αποτελεί κάποια νέα έννοια, διότι υπήρξε από αρχαίους χρόνους και υπάρχει ακόμα και σήμερα. Η βασική διαφορά λόγω της σημερινής παγκοσμιοποιημένης αγοράς, είναι ότι οι σχέσεις μεταξύ των οργανισμών, καθώς και μεταξύ των οργανισμών και καταναλωτών, έχουν γίνει σύνθετες και πολύπλοκες. Αυτό σημαίνει ότι υπήρξε ανάγκη μετασχηματισμού της εφοδιαστικής προκειμένου να αποκτήσει νέο χαρακτήρα και νέες λειτουργίες, οι οποίες είναι απαραίτητες, ως σκοπό να διασφαλιστούν οι απαιτήσεις της αγοράς.

Παρακάτω θα δούμε εν συντομία ποια η έννοια της *Εφοδιαστικής Αλυσίδας*, της *Διαχείρισης της Εφοδιαστικής*, καθώς και της *Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας*.

1.1 Η Εφοδιαστική Αλυσίδα

Γενικά μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό ότι για κάθε προϊόν που φτάνει στον τελικό καταναλωτή, πιο πριν έχει υπάρξει ένα σύνολο προσπαθειών από πολλούς οργανισμούς, προκειμένου το προϊόν να κυκλοφορήσει μέσω του δικτύου διανομής και μεταφοράς. Λέγοντας κυκλοφορία εννοούμε την μετακίνηση του προϊόντος εντός ενός τουλάχιστον οργανισμού, την μεταφορά και αποθήκευση του, την διανομή και την διαθεσιμότητα αυτού στο τελικό σημείο που γίνεται προσβάσιμο στον τελικό καταναλωτή [2].

Επομένως η *Εφοδιαστική Αλυσίδα* (*Supply Chain*) ή αλλιώς το *Δίκτυο Εφοδιαστικής* (*Logistics Network*), απαρτίζεται από ένα σύνολο οργανισμών που δομούν ένα δυναμικά συνδεδεμένο δίκτυο οργανισμών, έχοντας ως σκοπό την συλλογική και ομαδική εργασία από κοινού για τον έλεγχο, τη διαχείριση και τη βελτίωση της ροής των υλικών και των πληροφοριών από τους προμηθευτές και τους παραγωγούς προς τα τελικά σημεία παροχής των προϊόντων.

Λέγοντας οργανισμούς εννοούμε όλες τις επιχειρήσεις, προμηθευτές, κατασκευαστές, έμπορους, δίκτυο διανομής καθώς και υποδομές που χρησιμοποιούνται σε κάθε στάδιο της διαδικασίας κατά την διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Βεβαίως θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι ο τελικός καταναλωτής αποτελεί κι αυτός μέλος του *Δικτύου της Εφοδιαστικής*, διότι αποτελεί το τελικό σημείο προορισμού του εκάστοτε προϊόντος.

1.2 Η Διαχείριση της Εφοδιαστικής

Η *Διαχείριση της Εφοδιαστικής* αποτελεί ένα μέρος της *Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας*, και αφορά το τμήμα εκείνο το οποίο σχεδιάζει, ενσωματώνει και ελέγχει την αποδοτική και αποτελεσματική ροή και αποθήκευση των υλικών, υπηρεσιών και πληροφοριών μεταξύ του σημείου προέλευσης και του σημείου κατανάλωσης, με σκοπό την ικανοποίηση των καταναλωτικών αναγκών.

Με βάση το Counting of Logistics Management η *Διαχείριση Εφοδιαστικής* (Logistics Management - Logistics), πρόκειται για τη στρατηγική διαχείριση απόκτησης, μεταφοράς και αποθήκευσης των υλικών, τμημάτων και τελικών αποθεμάτων (καθώς και σχετικών πληροφοριών που αναφέρονται στην ροή αυτών) διαμέσων των διαύλων εμπορίας μιας επιχείρησης, με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιείται η κερδοφορία [1].

Με άλλα λόγια η ολοκληρωμένη διαχείριση της Εφοδιαστικής έχει ως πρόκληση την επίτευξη ισορροπίας μεταξύ απόδοσης και κόστους, βελτιστοποιώντας τους στόχους της επιχείρησης μέσω συγκεκριμένων δραστηριοτήτων.

Οι δραστηριότητες αυτές χωρίζονται σε δύο βασικές ομάδες εργασιών οι οποίες περιγράφονται παρακάτω:

- **Εσωτερικές εργασίες (Internal tasks):** Οι δραστηριότητες που γίνονται σε ενδοεπιχειρησιακό επίπεδο και έχουν σχέση με την αποθήκευση, χειρισμό, μεταφορά και προμήθεια των αγαθών (πρώτων υλών, τμημάτων προϊόντων, κλπ.)
- **Εξωτερικές εργασίες (External tasks):** Οι δραστηριότητες που γίνονται εκτός των πλαισίων ενός οργανισμού και έχουν σχέση με τη συλλογή, συντήρηση, παράδοση και τη διανομή του τελικού προϊόντος στο τελικό σημείο κατανάλωσης.

1.3 Η Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας

Η έννοια της *Διαχείρισης Εφοδιαστικής Αλυσίδας* είναι πιο γενική σε σχέση με την έννοια της *Διαχείρισης Εφοδιαστικής*, κι αυτό συμβαίνει διότι οι δραστηριότητες της έχουν πολυδιάστατο χαρακτήρα και υπερβαίνουν τα πλαίσια δράσης ενός οργανισμού. Οι δραστηριότητες αυτές αφορούν την προμήθεια πρώτων υλών,

παραγωγή τμημάτων προϊόντων ή τελικών προϊόντων, έλεγχος της διαδικασίας, εφοδιαστική διαχείριση, μέτρηση απόδοσης κλπ.

Επομένως, με τον ορολογία *Διαχείριση Εφοδιαστική Αλυσίδας* (Supply Chain Management – SCM) ή αλλιώς *Διαχείριση Δικτύου Εφοδιαστικής* (Logistics Network Management), εννοούμε μια σειρά αλληλοσυνδεόμενων δραστηριοτήτων που σχετίζονται με τη μετατροπή και την κυκλοφορία των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα, μέχρι τη στιγμή που φτάνουν στον τελικό καταναλωτή [1].

Με λίγα λόγια είναι το αποτέλεσμα του συντονισμού και οργάνωσης, των προσπάθειών πολλών οργανισμών στην εκτέλεση των δραστηριοτήτων της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, με σκοπό την ομαλή λειτουργία και τη βέλτιστη διαχείριση αυτής, αποσκοπώντας μια κερδοφόρα έκβαση για όλα τα μέλη που την αποτελούν.

Είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι ο κύριος σκοπός είναι η απόκτηση ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος, δηλαδή απόκτηση διαχρονικής υπεροχής έναντι των ανταγωνιστών από άποψη προτίμησης των πελατών (κατάκτηση του μεγαλύτερου μέρους της αγοράς).

Κεφάλαιο 2

Δρομολόγηση Οχημάτων

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων αφορά το πρόβλημα προς επίλυση που έχει ως στόχο τη βέλτιστη μεταφορά και διανομή προϊόντων, από μια τουλάχιστον αποθήκη προς ένα πλήθος πελατών μέσω ενός δικτύου διανομής, οχημάτων και οδηγών. Τα προβλήματα αυτά μοντελοποιούνται και επιλύονται μέσω αλγορίθμων συνδυαστικής βελτιστοποίησης ακέραιου προγραμματισμού, και μπορούν να αναπαρασταθούν μέσω κατευθυνόμενων γραφημάτων, όπου οι δραστηριότητες εκφράζονται ως κόμβοι και τόξα.

Στις παρακάτω υποενότητες θα αναφερθούν αναλυτικά ποια τα είδη προβλημάτων δρομολόγησης καθώς και ποιες είναι οι ιδιαιτερότητες τους.

2.1 Μεταφορά και Διανομή

Ως βασική αποστολή της εφοδιαστικής αλυσίδας αποτελεί η μεταφορά και η διανομή των προϊόντων, στον κατάλληλο προορισμό και χρόνο, κι αποτελεί τον δίαυλο μεταξύ της παραγωγής και της κατανάλωσης [1].

Επομένως ένα μεγάλο τμήμα των δραστηριοτήτων ασχολείται με την ορθή διαχείριση προϊόντων και πρώτων υλών, κι γι' αυτό τον λόγο για την εφοδιαστική αλυσίδα η ζωή ενός προϊόντος αποκτά διαφορετική σημασία. Δηλαδή, από την οπτική γωνία της εφοδιαστικής αλυσίδας, η ζωή των προϊόντων δεν τελειώνει μετά την παράδοση του στο πελάτη, αλλά συνεχίζεται για τυχόν βλάβες, παλαιώνουν ή χρειάζονται επισκευή ή αντικατάσταση [1].

Οι μεταφορές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες όπως αναφέρθηκε και πιο πριν, σε *εσωτερικές* μεταφορές και σε *εξωτερικές μεταφορές* [1]:

- **Εσωτερικές μεταφορές:** Περιλαμβάνουν την μεταφορά των πρώτων υλών από τις πηγές τους στα εργοστάσια καθώς, την μεταφορά μερών τελικών προϊόντων μεταξύ εργοστασίων, καθώς και την μεταφορά των τελικών προϊόντων από τα εργοστάσια στις αποθήκες.
- **Εξωτερικές μεταφορές:** Περιλαμβάνουν κυρίως την μεταφορά των τελικών προϊόντων από τις αποθήκες προς τα σημεία πώλησης, ή ακόμη κι απευθείας στους πελάτες.

Τα πιο συνήθη προβλήματα που προκύπτουν κατά τη μεταφορά και την διανομή είναι η επιλογή του στόλου μεταφοράς, η *δρομολόγηση των οχημάτων*, ο σχεδιασμός του δικτύου διανομής, τον χρονοπρογραμματισμό των δρομολογίων, οχημάτων και πληρωμάτων που θα εκτελέσουν τις μεταφορές.

2.2 Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή

Το *πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή* (Traveling Salesman Problem – TSP) είναι ένα κλασσικό αλγοριθμικό πρόβλημα που υπάγεται στην κατηγορία προβλημάτων δρομολόγησης. Ο στόχος του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση της διανυόμενης απόστασης, δηλαδή η εύρεση της συντομότερης διαδρομής, όταν ένα όχημα πρέπει να εξυπηρετήσει ένα συγκεκριμένο πλήθος πελατών, ακριβώς μια φορά τον καθένα και να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης. Μαθηματικά μπορεί να αναπαρασταθεί μέσω κατευθυνόμενου γραφήματος όπου οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν τους πελάτες και τα τόξα τις μεταβάσεις του οχήματος στους πελάτες [1].

Το *πολλαπλό πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή* (Multiple Traveling Salesman Problem – mTSP) αποτελεί επέκταση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή, και ο στόχος είναι και πάλι η εύρεση της συντομότερης διαδρομής όταν χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα όχημα, για την εξυπηρέτηση ενός συγκεκριμένου πλήθους πελατών. Η εύρεση της συντομότερης διαδρομής στη συγκεκριμένη περίπτωση αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των αποστάσεων που διένυσαν τα οχήματα [1].

Το *πολλαπλό πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή* μπορεί να θεωρηθεί απλοποίηση του *προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων*, το οποίο πρόκειται να εξηγηθεί παρακάτω.

2.3 Το Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

Το *Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων* (Capacitated Vehicle Routing Problem – VRP) αποτελεί γενίκευση του προβλήματος του *Πολλαπλού Πλανόδιου Πωλητή* (mTSP) στην περίπτωση όπου ένα όχημα δεν μπορεί να επισκεφθεί όλους τους πελάτες. Ο στόχος είναι και πάλι η εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού διαδρομών που διανύει ένα πλήθος οχημάτων, για την εξυπηρέτηση των πελατών, ξεκινώντας και καταλήγοντας στην αποθήκη, χωρίς όμως πλέον να υπερβαίνονται οι περιορισμοί του προβλήματος [1].

Οι πιο συχνοί λόγοι που ένα όχημα αδυνατεί να εξυπηρετήσει όλους του πελάτες είναι οι εξής:

- Η συνολική ζήτηση των πελατών ξεπερνάει την χωρητικότητα του οχήματος
- Η ζήτηση ενός πελάτη πρέπει να ικανοποιηθεί μέσα σε ένα ορισμένο χρονικό διάστημα
- Η ζήτηση των πελατών αφορά διαφορετικά προϊόντα για κάθε πελάτη και δεν μπορούν να αναμιχθούν στο όχημα

Τα κύρια χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης είναι:

- Κάθε κυκλική διαδρομή πρέπει να ξεκινάει και να καταλήγει στην αποθήκη

- Κάθε πελάτης εξυπηρετείται από ένα μόνο όχημα (ανήκει σε ένα μόνο κύκλο)
- Το άθροισμα της ζήτησης των εξυπηρετημένων πελατών μιας κυκλικής διαδρομής δεν πρέπει να ξεπερνά την δυναμικότητα αυτού

Επομένως κάθε όχημα ξεκινάει στην αποθήκη και καταλήγει σ' αυτήν διανύοντας μια κυκλική διαδρομή εξυπηρετώντας πεπερασμένο πλήθος πελατών, με την προϋπόθεση ότι κάθε πελάτης πρέπει να επισκεφθεί και να εξυπηρετηθεί από μόνο ένα όχημα, χωρίς να παραβιαστούν οι περιορισμοί του προβλήματος.

Συχνά το πρόβλημα Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων αναφέρεται ως Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων, λόγω του γεγονότος ότι όλα τα προβλήματα Δρομολόγησης εμπεριέχουν τον περιορισμό χωρητικότητας των οχημάτων.

2.4 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα

Το *Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* (Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW) αποτελεί επέκταση του *προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας*, το οποίο εισάγει τον παράγοντα του χρόνου στο πρόβλημα, υπό την μορφή χρονικών παραθύρων.

Επομένως ο στόχος του *Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* είναι και πάλι η εξυπηρέτηση ενός πεπερασμένου πλήθους πελατών μέσω ενός στόλου οχημάτων, ελαχιστοποιώντας τη συνολική διανυόμενη απόσταση όλων των οχημάτων. Κάθε όχημα θα πρέπει να ξεκινάει και να καταλήγει στο ίδιο σημείο αφετηρίας (αποθήκη) χωρίς να επισκέπτεται δύο φορές τον ίδιο πελάτη (κυκλικές διαδρομές). Η βασική διαφορά της συγκεκριμένης παραλλαγής είναι ότι, για να θεωρηθεί εφικτή μια μετάβαση ενός πελάτη, θα πρέπει να γίνεται η εξυπηρέτηση σ' ένα δεδομένο χρονικό διάστημα (χρονικά παράθυρα), δηλαδή θα πρέπει να γίνει άφιξη του οχήματος εντός χρονικών παραθύρων.

Στο επόμενο Κεφάλαιο θα γίνει μια πολύ λεπτομερής περιγραφή του *Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα*, δεδομένου ότι το αλγοριθμικό μέρος της διπλωματικής εργασίας βασίστηκε στη συγκεκριμένη παραλλαγή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων.

2.5 Άλλα γνωστά προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων

Παρακάτω γίνεται μια σύντομη αναφορά κάποιων άλλων γνωστών προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων τα οποία συναντάμε πολύ συχνά στην πραγματικότητα και δείχνουν αρκετό ενδιαφέρον.

▪ **Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με την ύπαρξη Πολλαπλών Αποθηκών (Multidepot Vehicle Routing)**

Στην περίπτωση όπου σε ένα πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων έχουμε περισσότερες από μια αποθήκες και πρέπει να εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες, τότε η επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος αλλάζει. Η διαφορετικότητα που φέρνουν οι πολλαπλές αποθήκες είναι ότι δεν γνωρίζουμε από ποια αποθήκη θα γίνει εκκίνηση ή άφιξη ενός οχήματος προκειμένου να γίνει προσπέλαση κάποιου πελάτη. Για τον λόγο αυτό συνηθίζεται να λύνεται το συγκεκριμένο πρόβλημα με μια από τις δύο παρακάτω υποθέσεις [1]:

- Κάθε αποθήκη έχει το δικό της στόλο οχημάτων πεπερασμένου πλήθους καθώς και το δικό της πελατολόγιο, και το πρόβλημα αντιμετωπίζεται απλά σαν να υπάρχουν πολλαπλά μεμονωμένα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων
- Ένα όχημα μπορεί να ξεκινήσει από μια αποθήκη και να τερματίσει σε μια άλλη, καθώς δεν υπάρχει περιορισμός στο πελατολόγιο, πράγμα που σημαίνει ότι πολύ απλά δεν είναι αναγκαίο να υπάρχει κυκλική διαδρομή, δηλαδή το σημείο εκκίνησης να ταυτίζεται με το σημείο τερματισμού.

▪ **Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά τη διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with backhauls and linehauls customers)**

Αφορά μια επέκταση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στην οποία ο στόχος είναι ακριβώς ο ίδιος αλλά υπάρχουν δύο είδη πελατών. Πιο συγκεκριμένα, το πρώτο είδος πελατών είναι εκείνο που απαιτεί την διανομή κάποιας ποσότητας ενός προϊόντος (linehauls customers), ενώ το δεύτερο είδος είναι εκείνο που απαιτεί να περισυλλεχθεί μια ποσότητα προϊόντος από αυτόν (backhauls customers) [1].

Επομένως η βασική ιδιαιτερότητα του συγκεκριμένου προβλήματος αποτελεί η σειρά προτεραιότητας που έχουν οι πελάτες. Δηλαδή, πρέπει να γίνει πρώτα η εξυπηρέτηση των πελατών που πρέπει να τους διανεμηθεί μια ποσότητα προϊόντος κι έπειτα η εξυπηρέτηση εκείνων που θα επιστρέψουν μια ποσότητα προϊόντος. Αυτό συμβαίνει διότι πρέπει πρώτα το όχημα να αδειάσει το χώρο αποθήκευσης που έχει προκειμένου να μπορέσει να περισυλλέξει τα υπόλοιπα προϊόντα [1].

▪ **Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Διανομή και Παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διανομής (Vehicle Routing Problem with pickup and delivery)**

Αυτή η παραλλαγή μοιάζει αρκετά με την προηγούμενη, μόνο που πλέον επιτρέπεται ένα όχημα να διανέμει και να παραλάβει ταυτόχρονα προϊόντα από τους πελάτες, εάν το επιθυμούν. Βεβαίως βασική προϋπόθεση είναι ότι πρώτα θα γίνεται η διανομή κι έπειτα η παραλαβή, έτσι ώστε να μη γίνεται ποτέ υπερχείλιση της χωρητικότητας. Έτσι η συνολική φόρτωση ενός οχήματος όταν φτάσει στον πελάτη είναι ίση με την αρχική φόρτωση του οχήματος, αφαιρώντας το άθροισμα των προϊόντων που παρέδωσε στους προηγούμενους πελάτες και προσθέτοντας το άθροισμα των προϊόντων που παρέλαβε από τους πελάτες προηγουμένως [1].

- **Το Στοχαστικό πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Stochastic – Probabilistic Vehicle Routing Problem)**

Η ιδιαιτερότητα του *Στοχαστικού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων* είναι ότι η ζήτηση του κάθε πελάτη δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων αλλά κάνουμε την υπόθεση ότι ακολουθεί κάποια γνωστή μαθηματική κατανομή. Τέτοιο πρόβλημα δρομολόγησης προκύπτει στην περίπτωση που συμβαίνουν φυσικές καταστροφές και πρέπει να προμηθευτεί κάποια περιοχή με ποσότητες κάποιου φορτίου. Επομένως στην περίπτωση που το όχημα δεν μπορεί να καλύψει τη ζήτηση, θα πρέπει να επιστρέψει στην αποθήκη και να συνεχίσει την τροφοδοσία στα μέρη που του έχουν ανατεθεί, δηλαδή θα ανεφοδιαστεί και θα συνεχίσει την τροφοδοσία [1].

Κεφάλαιο 3

Επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα

Το κεφάλαιο αυτό αφορά το βασικό μέρος της *διπλωματικής διατριβής*, και σε αντίθεση με τα δύο προηγούμενα κεφάλαια που υπήρξε μια σύντομη περιγραφή εννοιών που σχετίζονται με την *Εφοδιαστική Αλυσίδα* και τα *προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων*, η ενότητα αυτή έχει ως στόχο την αναλυτική περιγραφή του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, καθώς και της διαδικασίας επίλυσης του.

Πιο συγκεκριμένα θα γίνει αναλυτική περιγραφή κάποιων πολύ βασικών εννοιών οι οποίες θα επαναλαμβάνονται συχνά, καθώς και των σταδίων *δημιουργίας αρχικών λύσεων* και *βελτιστοποίησης των λύσεων* αυτών. Επομένως, θα γίνει εκτενής ανάλυση των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν και για τα δύο στάδια, με αντίστοιχους ψευδοκώδικες και βηματική περιγραφή αυτών εφαρμοσμένοι για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα.

Έπειτα παρουσιάζεται η περιγραφή του προβλήματος με λεπτομερή εξήγηση των χαρακτηριστικών και περιορισμών του, καθώς και της γραμμικής μοντελοποίησης του αλγορίθμου.

3.1 Περιγραφή του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα

Το *πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, πρόκειται για μια παραλλαγή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων και καθορίστηκε για πρώτη φορά από τον *Dantzig & Ramser* το 1959, ενώ αποτελεί ένα από τα πιο μελετημένα προβλήματα στον τομέα της *συνδυαστικής βελτιστοποίησης*, κι έχουν δημοσιευτεί εκατοντάδες μελέτες σχετικά με τις μεθόδους επίτευξης λύσης.

Είναι πολύ συνηθισμένο πρόβλημα δρομολόγησης για προβλήματα όπου το απόθεμα βρίσκεται σε μια κεντρική αποθήκη και πρέπει να διανεμηθούν σε κάποιους πελάτες. Παρακάτω θα γίνει μια ακριβής περιγραφή του προβλήματος και των χαρακτηριστικών του.

Αρχικά θεωρούμε ότι σε μια γεωγραφική περιοχή υπάρχει μια αποθήκη και ένα συγκεκριμένο πλήθος πελατών, διασκορπισμένο τυχαία, μερικώς τυχαία ή ομαδοποιημένα, κι στόχος του προβλήματος είναι η εξυπηρέτηση όλων των πελατών μέσω ενός στόλου οχημάτων τα οποία βρίσκονται αρχικά στην αποθήκη, ελαχιστοποιώντας την συνολική διανυόμενη απόσταση των οχημάτων.

Τα βασικά χαρακτηριστικά του προβλήματος είναι:

- Ύπαρξη μίας μόνο αποθήκης

- Ύπαρξη ενός στόλου οχημάτων συγκεκριμένου πλήθους, με πεπερασμένη δυναμικότητα (πεπερασμένη χωρητικότητα)
- Κάθε πελάτης απαιτεί να του παραδοθεί ένας συγκεκριμένος όγκος προϊόντος, δηλαδή έχει συγκεκριμένη ζήτηση
- Η εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη πρέπει να πραγματοποιείται εντός συγκεκριμένου χρονικού πλαισίου, δηλαδή εντός χρονικών παραθύρων
- Είναι γνωστές οι αποστάσεις των πελατών από την αποθήκη
- Εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη πρέπει να γίνεται από ένα και μόνο όχημα

Επομένως στόχος του *προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα*, είναι η εξυπηρέτηση των πελατών μέσω από ένα σύνολο κυκλικών διαδρομών που διανύουν τα οχήματα στοχεύοντας στην ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυόμενης απόστασης των οχημάτων. Οι διαδρομές θεωρούνται κυκλικές διότι το σημείο εκκίνησης ενός οχήματος συμπίπτει με το σημείο επιστροφής (αποθήκη). Επίσης κάθε πελάτης πρέπει να ανήκει σε μια μόνο κυκλική διαδρομή, δηλαδή να εξυπηρετείται από ένα μόνο όχημα και τέλος το όχημα πρέπει να φτάνει στον πελάτη εντός καθορισμένων χρονικών παραθύρων αυτού, προκειμένου η εξυπηρέτηση να θεωρηθεί εφικτή ενώ παραμένει στον χώρο του πελάτη για όσο χρόνο γίνεται η εξυπηρέτηση.

Σημαντικό είναι να επισημανθεί ότι για να μην παραβιάζονται τα χρονικά παράθυρα ενός πελάτη, θα πρέπει να γνωρίζουμε την χρονική στιγμή εκκίνησης του οχήματος, τον χρόνο μετάβασης του οχήματος προς τον πελάτη, καθώς και τον απαιτούμενο χρόνο εξυπηρέτησης του πελάτη αυτού.

Στη συγκεκριμένη εργασία χρησιμοποιήθηκαν σκληρά χρονικά παράθυρα, πράγμα που σημαίνει ότι δεν επιτρέπεται στο όχημα να φτάσει στο χώρο του πελάτη μετά από τον αργότερο χρόνο που έχει ορίσει ο πελάτης. Επίσης στην περίπτωση που ένα όχημα φτάσει πιο νωρίς από τον ενωρύτερο χρόνο του πελάτη, έχει δικαίωμα να αναμείνει στον χώρο μέχρι να έρθει η στιγμή εξυπηρέτησης. Συχνά στα προβλήματα δρομολόγησης λόγω της άμεσης συνδεδεμένης σχέσης χρόνου και απόστασης, οι πίνακες κόστους και χρόνου ταξιδιού συμπίπτουν και τα χρονικά παράθυρα καθορίζονται με βάση το γεγονός ότι όλα τα οχήματα αποχωρούν από την αποθήκη ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή μηδέν [1].

Το *Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* μαθηματικά περιγράφεται ως ένα κατευθυνόμενο γράφημα $G = (V, A)$, όπου η αποθήκη συμβολίζεται με τους κόμβους 0 και $n + 1$. Όλες οι εφικτές διαδρομές αντιπροσωπεύουν μονοπάτια που ξεκινούν από το 0 και καταλήγουν στο $n + 1$. Ένα χρονικό παράθυρο αντιστοιχίζεται και με την αποθήκη είτε αναφερόμαστε στον κόμβο 0 είτε στον κόμβο $n + 1$, για παράδειγμα $\{\alpha_0, \beta_0\} = \{\alpha_{n+1}, \beta_{n+1}\} = \{E, L\}$, όπου τα E και L είναι η ελάχιστη πιθανή αναχώρηση από την αποθήκη και η αργότερη δυνατή άφιξη. Επιπλέον, μηδενική ζήτηση και χρόνοι εξυπηρέτησης καθορίζονται για αυτούς τους δύο κόμβους, δηλαδή $d_0 = d_{n+1} = s_{n+1} = 0$ [1].

Στο γραμμικό πρότυπο που ακολουθεί περιλαμβάνονται δύο ειδών μεταβλητές. Από τις χρονικές μεταβλητές w_{ik} , που καθορίζουν πότε θα ξεκινήσει η εξυπηρέτηση στον πελάτη i από το όχημα k .

Και από τις χρονικές μεταβλητές ροής:

- $x_{ijk} = 1$, εάν το όχημα k επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i .
- $x_{ijk} = 0$, αλλιώς.

Στη συνέχεια θα ακολουθήσει μία μορφοποίηση του προβλήματος, εκφρασμένη σε ένα μαθηματικό γραμμικό μοντέλο:

$$\min \sum_{i,j} c_{ij} \sum_k x_{ijk} \quad (3.1)$$

$$\text{υ.π.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in V - \{0\}} x_{0jk} = 1 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in V - \{j\}} x_{ijk} - \sum_{i \in V - \{j\}} x_{jik} = 0 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in V - \{j\}} x_{in+1k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.5)$$

$$x_{ijk} (w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk}) \leq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (3.6)$$

$$\alpha_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq w_{ik} \leq \beta_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \quad \forall i \in N, k \in K \quad (3.7)$$

$$E \leq w \leq L \quad \forall i \in (0, n+1), k \in K \quad (3.8)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq C \quad \forall k \in K \quad (3.9)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (3.10)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (3.11)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση 3.1 εκφράζει το συνολικό κόστος, όπου στοχεύετε η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους. Ο περιορισμός 3.2 περιορίζει την εκχώρηση κάθε πελάτη σε ένα και μόνο όχημα. Οι περιορισμοί 3.3 - 3.5 χαρακτηρίζουν τη ροή στο μονοπάτι που ακολουθείται από το όχημα k . Ακολουθώντας, οι περιορισμοί 3.6, 3.8, 3.9 εγγυώνται την εφικτότητα των διαδρομών με βάση τους χρονικούς περιορισμούς και τους περιορισμούς χωρητικότητας των οχημάτων. Τέλος, ο περιορισμός 3.7 εξαναγκάζει το w_{ik} για ένα δεδομένο k να γίνει ίσο με 0 αν το όχημα δεν επισκέπτεται τους πελάτες i και j σε αυτή τη διαδρομή [1].

3.2 Περιγραφή επίλυσης του προβλήματος

Προκειμένου να βρεθεί μια τελική λύση στο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα η επίλυση του προβλήματος χωρίστηκε σε δύο βασικά στάδια, το **στάδιο δημιουργίας αρχικών λύσεων** και το **στάδιο βελτίωσης των αρχικών λύσεων**. Πιο συγκεκριμένα, μέσω του πρώτου σταδίου έχει γίνει εφαρμογή ενός αλγορίθμου εύρεσης αρχικών λύσεων, ενώ στο δεύτερο έχει γίνει εφαρμογή αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης.

Ακολουθώντας αυτό τον τρόπο επίλυσης του προβλήματος, πρακτικά τα εξερχόμενα δεδομένα που προκύπτουν από την διαδικασία δημιουργίας αρχικών λύσεων αποτελούν εισερχόμενα δεδομένα της διαδικασίας βελτίωσης των αρχικών λύσεων, πράγμα που σημαίνει ότι η ποιότητα τελικών εξερχόμενων λύσεων, εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ποιότητα των αρχικών λύσεων. Με απλά λόγια όσο πιο καλές είναι οι αρχικές λύσεις, τόσο πιο πιθανό είναι να βρεθούν καλύτερες τελικές λύσεις, και σε μικρότερο χρόνο.

Παρακάτω θα γίνει αναλυτική περιγραφή του εκάστοτε σταδίου επίλυσης του προβλήματος, περιγράφοντας τους αλγόριθμους που εφαρμοστήκανε.

3.3 Στάδιο Πρώτο - Διαδικασία δημιουργίας αρχικών λύσεων

Αρχικά είναι σημαντικό να διευκρινίσουμε τι εννοούμε λέγοντας αρχική εφικτή λύση, τι λύση και τι τελική λύση, προκειμένου να είναι πιο εύκολα κατανοητές οι επόμενες έννοιες.

Μια *εφικτή λύση* για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, αποτελεί ένα σύνολο διαδρομών όπου η κάθε μια από αυτές αποτελείται από μια ακολουθία πεπερασμένου πλήθους πελατών, καθώς κάθε διαδρομή ανατίθεται σε ένα όχημα, χωρίς σε καμία περίπτωση να υπερβαίνονται τα χρονικά παράθυρα των πελατών και η χωρητικότητα των οχημάτων.

Επομένως μια *αρχική εφικτή λύση* αποτελεί μια εφικτή λύση η οποία δημιουργείται με κάποιους αλγορίθμους, και έχει ως σκοπό να λειτουργήσει ως λύση προς βελτιστοποίηση. Επιθυμούμε όσο το δυνατόν καλύτερης ποιότητας αρχικές λύσεις, χωρίς να υπάρχει αυστηρός κανόνας που να ορίζει πως πρέπει να κατασκευάζονται. Βεβαίως αυτό δεν σημαίνει ότι δεν έχει σημασία η μέθοδος που εφαρμόζεται διότι υπάρχουν κάποιες οι οποίες είναι πιο αποτελεσματικές από κάποιες άλλες.

Μια *τελική εφικτή λύση*, αποτελεί μια εφικτή λύση η οποία έχει προκύψει από την βελτιστοποίηση μιας αρχικής λύσης μέσω κάποιου ευρετικού αλγορίθμου, η οποία δεν επιδέχεται επιπλέον βελτίωση. Όπως αναφέρθηκε πιο πριν, η ποιότητα των τελικών λύσεων και η αποδοτικότητα του ευρετικού αλγορίθμου, εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ποιότητα των αρχικών λύσεων.

Γενικά οι αρχικές λύσεις κατασκευάζονται αναζητώντας πρώτα, ένα σύνολο διαδρομών όσο το δυνατόν μικρότερου πλήθους, κι έπειτα όσο το δυνατόν μικρότερου διανυόμενου μήκους – κόστους.

Για τη δημιουργία αρχικών λύσεων αυτής της εργασίας, επιλέχτηκε να εφαρμοστεί ένας αλγόριθμος διαδοχικής κατασκευής λύσεων, δηλαδή αλγόριθμος που επιχειρεί να κατασκευάσει μονοπάτια – διαδρομές τη μια μετά την άλλη, ενώ βεβαίως θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί αλγόριθμος παράλληλης κατασκευής λύσεων.

Πιο συγκεκριμένα επιλέχθηκε να εφαρμοστεί ο *αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα* ο οποίος είναι ενδεχόμενός από τους πιο διαδεδομένους και απλούς αλγορίθμους δημιουργίας αρχικών λύσεων. Για την ακρίβεια δημιουργήθηκε μια παραλλαγή του αλγορίθμου στα πλαίσια της συγκεκριμένης *διπλωματικής εργασίας*, έτσι ώστε να προσαρμόζεται ο αλγόριθμος καλύτερα στις απαιτήσεις του συγκεκριμένου προβλήματος και των χρονικών περιορισμών του.

3.3.1 Αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα

Ο *αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα* αποτελεί έναν από τους πρώτους αλγορίθμους που χρησιμοποιήθηκε ποτέ για τον προσδιορισμό μιας λύσης, για το *πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή*. Όπως έγινε αναφορά στο κεφάλαιο 2, το *πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή* αποτελεί εν μέρη μια πολύ απλή μορφή *προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων*, και για τον λόγο αυτό συνηθίζεται να χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος του *Πλησιέστερου Γείτονα* και σε προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων, λόγω της απλότητας του και της ταχύτητας υλοποίησης.

Το πρόβλημα όμως που δημιουργείται μέσω της εφαρμογής του συγκεκριμένου αλγορίθμου είναι ότι δεν είναι εφικτό να βρεθεί η *βέλτιστη λύση*, διότι λειτουργεί «τυφλά» χωρίς να λαμβάνει υπόψιν του κανένα χαρακτηριστικό του εκάστοτε προβλήματος.

Επομένως, ο *αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα* (Nearest Neighbor Algorithm) εφαρμοσμένος για το *πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή*, έχει ως στόχο την επανειλημμένη επίσκεψη του κοντινότερου πελάτη έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες.

Παρακάτω παρουσιάζεται βηματικά η εφαρμογή του πλησιέστερου γείτονα για το *πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή*:

Βήμα 1: Αρχικά ο πωλητής βρίσκεται σε κάποιο σημείο εκκίνησης.

Βήμα 2: Εύρεση του κοντινότερου πελάτη υπολογίζοντας την απόσταση.

Βήμα 3: Υλοποιείται η μετάβαση και επισκέπτεται τον πελάτη.

Βήμα 4: Η διαδικασία συνεχίζεται επιστρέφοντας στο βήμα 2 έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες

3.3.2 Αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα για το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα

Στην περίπτωση που ο αλγόριθμος του *Πλησιέστερου Γείτονα* πρέπει να εφαρμοστεί σε πρόβλημα *Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* γίνεται χρήση μιας παραλλαγής του προηγούμενου αλγορίθμου, ο οποίος έχει τον ίδιο πυρήνα απλώς προστίθενται κάποια επιπλέον βήματα προκειμένου να ενσωματωθούν τα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων.

Ο *αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα* εφαρμοσμένος στο πρόβλημα *Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* (Nearest Neighbor Algorithm with time restrictions), εφαρμόζεται όταν υπάρχει ένα πλήθος πελατών και ένα όχημα το οποίο βρίσκεται αρχικά στη μοναδική αποθήκη, ως στόχο την επανειλημμένη επίσκεψη του κοντινότερου πελάτη έως ότου να έχουν εξυπηρετηθεί όλοι οι πελάτες, χωρίς όμως να παραβιαστεί κανένας περιορισμός του προβλήματος *Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα*.

Παρακάτω παρουσιάζεται βηματικά η εφαρμογή του πλησιέστερου γείτονα για το πρόβλημα *Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα*:

Βήμα 1: Αρχικά την χρονική στιγμή μηδέν ένα όχημα βρίσκεται στην αποθήκη.

Βήμα 2: Εύρεση του κοντινότερου πελάτη υπολογίζοντας την απόσταση. Αν δεν υπάρχει πιο κοντινός πελάτης τότε το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη δηλαδή στο *βήμα 1* και υπολογίζεται η επόμενη διαδρομή.

Βήμα 3: Έλεγχος της χωρητικότητας του οχήματος, δηλαδή εάν το όχημα έχει επαρκή ποσότητα προϊόντος που απαιτεί ο πελάτης. Εάν η δυναμικότητα του οχήματος δεν μπορεί να καλύψει την ζήτηση του πελάτη, τότε επιστρέφει στο *βήμα 2*.

Βήμα 4: Έλεγχος χρονικής στιγμής άφιξης του οχήματος στον πελάτη. Εάν η χρονική στιγμή δεν παραβιάζει τα χρονικά παράθυρα του πελάτη συνεχίζει στο *βήμα 5*, αλλιώς επιστρέφει στο *βήμα 2*.

Βήμα 5: Εάν γίνει άφιξη μεταξύ των χρονικών παραθύρων τότε συνεχίζει στο *βήμα 6*, αλλιώς εάν γίνει άφιξη πριν τον ενωρύτερο χρόνο του πελάτη, τότε το όχημα αναμένει στον χώρο έως ότου έρθει η στιγμή εξυπηρέτησης και μετά συνεχίζει στο *βήμα 6*.

Βήμα 6: Γίνεται έλεγχος του χρόνου επιστροφής του οχήματος στην αποθήκη. Αν η επιστροφή στην αποθήκη είναι εφικτή τότε ο πελάτης είναι εφικτός και προσβάσιμος και γίνεται μετάβασή συνεχίζοντας στο *βήμα 7*, αλλιώς επιστρέφει στο *βήμα 2*.

Βήμα 7: Η διαδικασία συνεχίζεται επιστρέφοντας στο *βήμα 2* έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες

3.3.3 Επέκταση του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα για το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα με έλεγχο αναμονής

Κατά την εκτέλεση του προηγούμενου αλγορίθμου διαπιστώθηκαν μερικά προβλήματα τα οποία προέκυψαν λόγω της ελλιπής λογικής του αλγορίθμου για την επίλυση του προβλήματος Δρομολόγησης με Χρονικά Παράθυρα, κι αυτό διότι ο αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα κατασκευάστηκε προκειμένου να επιλύει προβλήματα του Πλανώδιου Πωλητή και όχι προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.

Πιο συγκεκριμένα παρατηρήθηκε ότι στις λύσεις υπήρχαν πολλές διαδρομές με αρκετά μεγάλους χρόνους αναμονής των οχημάτων λόγω της πολύ γρήγορης έλευσης των οχημάτων στον χώρο των πελατών. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνεται ο νεκρός χρόνος του εκάστοτε οχήματος δημιουργώντας πολύ μεγάλο συνολικό χαμένο χρόνο, πράγμα που σημαίνει ότι χρειάζονται περισσότερα οχήματα για να καλυφθεί συνολικά η εξυπηρέτηση, άρα και αύξηση του συνολικού κόστους δρομολόγησης. Με απλά λόγια οι λύσεις που προέκυψαν κατά την εκτέλεση του απλού αλγορίθμου, ήταν μέτριας ποιότητας, λόγω της ανεξέλεγκτης αναμονής.

Όπως διαπιστώνεται μέσω των βημάτων του προηγούμενου αλγορίθμου, δεν υπάρχει καθόλου κανένας έλεγχος της αναμονής, διότι στην περίπτωση αναμονής το όχημα απλά παρέμενε στο χώρο του πελάτη. Έτσι δημιουργήθηκε η ανάγκη τροποποίησης του αλγορίθμου προσθέτοντας ένα επιπλέον βήμα το οποίο θα καθορίζει πότε θα είναι εφικτή η αναμονή και πότε όχι, απλά απορρίπτοντας την ενδεχόμενη μεγάλη αναμονή κάποιου οχήματος.

Παρακάτω παρουσιάζεται βηματικά η εφαρμογή της επέκτασης του αλγορίθμου του πλησιέστερου γείτονα για το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα με έλεγχο αναμονής. Το βήμα που προστέθηκε μεταξύ των βημάτων 5 και 6 του προηγούμενου αλγορίθμου:

Βήμα 1: Αρχικά την χρονική στιγμή μηδέν ένα όχημα βρίσκεται στην αποθήκη καθώς ορίζεται η επιτρεπτή αναμονή.

Βήμα 2: Εύρεση του κοντινότερου πελάτη υπολογίζοντας την απόσταση. Αν δεν δεν υπάρχει πιο κοντινός πελάτης τότε το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη δηλαδή στο βήμα 1 και υπολογίζεται η επόμενη διαδρομή.

Βήμα 3: Έλεγχος της χωρητικότητας του οχήματος, δηλαδή εάν το όχημα έχει επαρκή ποσότητα προϊόντος που απαιτεί ο πελάτης. Εάν η δυναμικότητα του οχήματος δεν μπορεί να καλύψει την ζήτηση του πελάτη, τότε επιστρέφει στο βήμα 2.

Βήμα 4: Έλεγχος χρονικής στιγμής άφιξης του οχήματος στον πελάτη. Εάν η χρονική στιγμή δεν παραβιάζει τα χρονικά παράθυρα του πελάτη συνεχίζει στο βήμα 5, αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 2.

Βήμα 5: Εάν γίνει άφιξη μεταξύ των χρονικών παραθύρων τότε συνεχίζει στο βήμα 6, αλλιώς εάν γίνει άφιξη πριν τον ενωρότερο χρόνο του πελάτη, τότε το όχημα αναμένει στον χώρο έως ότου έρθει η στιγμή εξυπηρέτησης και μετά συνεχίζει στο βήμα 6.

Βήμα 6*: Εάν γίνεται άφιξη πριν τον ενωρότερο χρόνο αναμονής και η αναμονή είναι μικρότερη ή ίση της επιτρεπτής αναμονής, το όχημα αναμένει στον χώρο του πελάτη έως ότου να έρθει η στιγμή της εξυπηρέτησης κι έπειτα συνεχίζει στο βήμα 7, αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 2.

Βήμα 7: Γίνεται έλεγχος του χρόνου επιστροφής του οχήματος στην αποθήκη. Αν η επιστροφή στην αποθήκη είναι εφικτή τότε ο πελάτης είναι εφικτός και προσβάσιμος και γίνεται μετάβασή συνεχίζοντας στο βήμα 7, αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 2.

Βήμα 8: Η διαδικασία συνεχίζεται επιστρέφοντας στο βήμα 2 έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες

Παρακάτω παρουσιάζεται ψευδοκώδικας του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα με έλεγχο αναμονής:

ΕΝΑΡΞΗ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

i: Θέση εκκίνησης του οχήματος (πωλητή), αρχικά στην αποθήκη

Ορισμός επιτρεπτής αναμονής *apt* (allowable pending time)

Όσο (Δεν έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες)

Εύρεση του πιο κοντινού πελάτη *next_customer* από την θέση *i*

Αν (Έχει βρεθεί επόμενος πελάτης)

Αν (Η ζήτηση του *next_customer* μπορεί να καλυφθεί από το όχημα)

Αν (Το όχημα φτάνει στον *next_customer* ανάμεσα στα χρονικά του παράθυρα)

Υπολογισμός χρόνου μετάβασης του οχήματος από τον *next_customer* προς την αποθήκη

Αν (Το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη πριν το κλείσιμο της)

Η μετάβαση θεωρείται εφικτή και εκτελείται

Τέλος_Αν

Αλλιώς_Αν (Το όχημα φτάνει στον *next_customer* πριν το ενωρότερο του χρόνο)

Υπολογίζεται το χρονικό διάστημα της αναμονής *pt* (pending time)

Αλλιώς_Αν (Η αναμονή *pt* μικρότερη της επιτρεπτής αναμονής *apt*)

Υπολογισμός χρόνου μετάβασης του οχήματος από τον *next_customer* προς την αποθήκη

Αν (Το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη πριν το κλείσιμο της)

Η μετάβαση θεωρείται εφικτή και εκτελείται

Τέλος_Αν

Τέλος_Αν

Τέλος_Αν

Τέλος_Αν

Τέλος_Αν

Αν (Έχουν ελεγχθεί όλοι οι πελάτες και δεν έχει βρεθεί κανένας για εφικτή μετάβαση)

Αυξάνεται η επιτρεπτή αναμονή *apt* και η διαδικασία ξεκινάει από την αρχή

Τέλος_Αν

Τέλος_Όσο

ΤΕΛΟΣ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

3.4 Στάδιο Δεύτερο - Διαδικασία βελτίωσης αρχικών λύσεων με Τοπική Αναζήτηση

Οι *αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης* είναι ευρετικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης και θεωρούνται σχετικά απλοί, διότι βασίζονται στη λογική της δοκιμής και σφάλματος. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν δηλαδή σε προβλήματα που διατυπώνονται ως γραμμικά προβλήματα με σκοπό την μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση ενός κριτηρίου δοθέντος ενός συνόλου γραμμικών περιορισμών.

Ενώ ένας *αλγόριθμος Τοπικής Αναζήτησης* πρέπει να ξεκινά από μια υποψήφια λύση (αρχική λύση), τυπικά όμως υπάρχουν περισσότερες από μια βελτιωμένη λύση, και το πλήθος αυτό εξαρτάται από το κριτήριο το οποίο χρησιμοποιείται για την βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης.

■ Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης για το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

Δεδομένου ότι τα *προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων* εκφράζονται ως γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης, είναι εφικτό να εφαρμοστούν σε αυτά, οι *αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης*.

Ως γνωστόν λύση ενός προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων είναι ένα σύνολο ακολουθιών πελατών δηλαδή διαδρομών, επομένως κατά την εφαρμογή των αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης η υποψήφια λύση εκκίνησης του αλγορίθμου, θεωρείται οποιαδήποτε διαδρομή από το σύνολο των αρχικών διαδρομών της λύσης του προβλήματος. Οι αλγόριθμοι αυτοί μετακινούνται από λύση σε λύση, στο χώρο των υποψήφιων λύσεων (χώρος αναζήτησης) εφαρμόζοντας τοπικές αλλαγές, έως ότου βρεθεί μια λύση που θεωρείται βέλτιστη ή έχει περάσει κάποιο συγκεκριμένο χρόνο εκτέλεσης.

Το πλεονέκτημα των αλγορίθμων αυτών είναι ότι μπορούν να εκτελεστούν από πολλά αρχικά σημεία και να επιλεγθεί η καλύτερη βελτιωμένη λύση. Αυτό σημαίνει ότι η επιλογή της αρχικής διαδρομής και το πλήθος των αρχικών σημείων που εφαρμόζεται ο αλγόριθμος είναι καθοριστικής σημασίας για την επιτυχία του αλγορίθμου.

Παρακάτω παρουσιάζονται κάποιοι λόγοι από τους οποίους η ποιότητα της λύσης καθορίζεται:

- Η *σωστή επιλογή της γειτονιάς* διότι η επιλογή μια καλής γειτονιάς η οποία επιδέχεται μεγάλο εύρος βελτίωσης αυξάνει την πιθανότητα εφικτής βελτιωμένης λύσης καθώς διασφαλίζει με μεγαλύτερη ασφάλεια ικανοποιητικά αποτελέσματα.

- Η *ποιότητα της αρχικής λύσης* διότι όσο καλύτερη είναι, τόσο περισσότερες πιθανότητες υπάρχουν να οδηγηθούμε ευκολότερα και γρηγορότερα σε βελτίωση της λύσης.
- Η *επιλογή της μεθόδου Τοπικής Αναζήτησης* που θα χρησιμοποιηθεί διότι εάν δεν επιλεγθεί η κατάλληλη μέθοδος για την αντιμετώπιση ενός προβλήματος που παρουσιάζει μια διαδρομή, κάποια στιγμή είναι πολύ πιθανό να προκύψει τοπικό ελάχιστο γνωρίζοντας ότι είναι πολύ δύσκολο να ξεκολλήσουν από εκεί οι αλγόριθμοι αυτοί.

▪ Γενική Περιγραφή των Αλγόριθμων Τοπικής Αναζήτησης

Δοθέντος ενός προβλήματος βελτιστοποίησης (F, c) , όπου F είναι ένα εφικτό σύνολο και c είναι το κόστος, επιλέγουμε τη γειτονιά $N: F \rightarrow 2^F$ στην οποία εφαρμόζεται αναζήτηση για να βρεθεί καλύτερη λύση από την αρχική, αν υπάρχει κάποιο σημείο $s \in N$ που να έχει μικρότερο κόστος από αυτό που έχουμε αυτή τη στιγμή. Για όσο χρονικό διάστημα μία καλύτερη λύση να υπάρχει, αντικαθιστούμε την υπάρχουσα και συνεχίζουμε την αναζήτηση μέχρι το σημείο που θα βρούμε κάποιο τοπικό ελάχιστο και η λύση που έχουμε δεν θα βελτιώνεται παραπάνω [1].

Στη συνέχεια περιγράφεται ένας πολύ γενικός αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης. Στον αλγόριθμο αυτό ξεκινάμε από μία αρχική εφικτή λύση $t \in F$ και χρησιμοποιείται η υπορουτίνα *improve(i)* για την εύρεση μιας καλύτερης λύσης στη γειτονιά της αρχικής λύσης. Όσο βρίσκεται μια βελτιωμένη λύση, πλέον μπορεί να γίνει εφαρμογή της και επανάληψη της διαδικασίας αναζήτησης από την νέα λύση. Όταν φτάσουμε σε τοπικό ελάχιστο σταματάμε [1].

Διαδικασία *local_search*

begin

```
t μια αρχική λύση του προβλήματος
do while βρίσκεται μια βελτιωμένη λύση (improve(t))
    t = improve(t)
return t
```

end

▪ Παρουσίαση των μεθόδων Τοπικής Αναζήτησης που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση του προβλήματος

Οι αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης τυπικά διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες αλγορίθμων. Αυτών που προσπαθούν να βελτιώσουν τη *δρομολόγηση των πελατών μιας διαδρομής*, δηλαδή επαναδιάταξη των πελατών με σκοπό την εύρεση μιας βελτιωμένης ακολουθίας πελατών και αυτών που προσπαθούν να βελτιώσουν την *ανάθεση των πελατών σε οχήματα*, δηλαδή ανταλλαγή πελατών μεταξύ διαδρομών. Στην ουσία οι *πρώτοι* αλγόριθμοι επιλύουν *προβλήματα του Πλανόδιου Πωλητή* ενώ

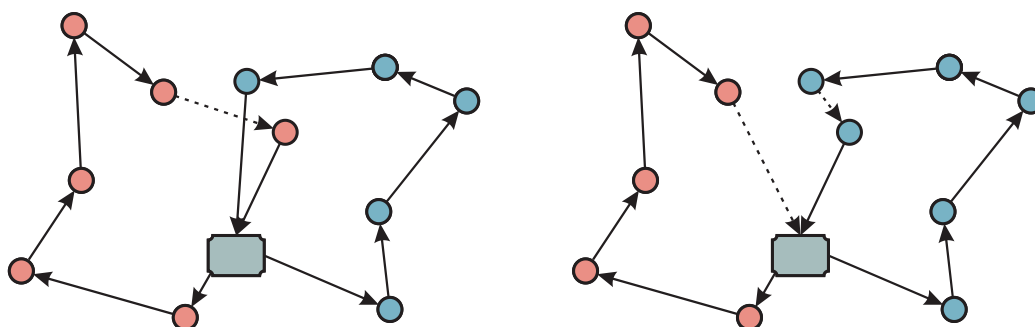
οι δεύτεροι επιλύουν προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων. Παρακάτω αναφέρονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν:

- Επανατοποθέτηση 1-0 (*Relocation 1-0*).
- Επανατοποθέτηση εσωτερικά μιας διαδρομής (*Internal Relocation*).
- Ανταλλαγή 1-2 (*Exchange*).
- Τμηματική Βελτιστοποίηση (*Sequential Optimization*).
- Μέθοδος Αποδόμησης

Παρακάτω θα γίνει περιγραφή των μεθόδων που αναφέρθηκαν και θα δοθεί βηματική περιγραφή καθώς και διάγραμμα ροής.

3.4.1 Επανατοποθέτηση 1-0 (*Relocation 1-0*)

Ο αλγόριθμος επανατοποθέτησης 1-0 είναι ένας αλγόριθμος βελτίωσης της ανάθεσης των πελατών σε οχήματα, ο οποίος στην πράξη ανακατανέμει τους πελάτες διαφορετικών διαδρομών. Η λογική του αλγορίθμου είναι σχετικά απλή διότι η επανατοποθέτηση 1-0 αναφέρεται στην αλλαγή θέσης ενός πελάτη μιας διαδρομής, σε μια άλλη διαδρομή μεταξύ δύο πελατών, δηλαδή γίνεται εισχώρηση ενός πελάτη μιας διαδρομής σε μια άλλη, κι έχει ως σκοπό την μείωση του συνολικού διανυόμενου μήκους των οχημάτων με σκοπό την μείωση του κόστους.



Για ένα πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με χρονικά παράθυρα ο αλγόριθμος επανατοποθέτησης 1-0 εφαρμόζεται ως εξής δεδομένου ότι υπάρχουν κάποιες αρχικές λύσεις:

Βήμα 1: Επιλέγεται μια διαδρομή r_1 και μια διαδρομή r_2 .

Βήμα 2: Επιλέγεται ένας πελάτης c από την διαδρομή r_1 προκειμένου να επανατοποθετηθεί στη διαδρομή r_2 .

Βήμα 3: Εκτελείται επανατοθέτηση του πελάτη c μεταξύ δύο διαδοχικών πελατών της διαδρομής r_2 .

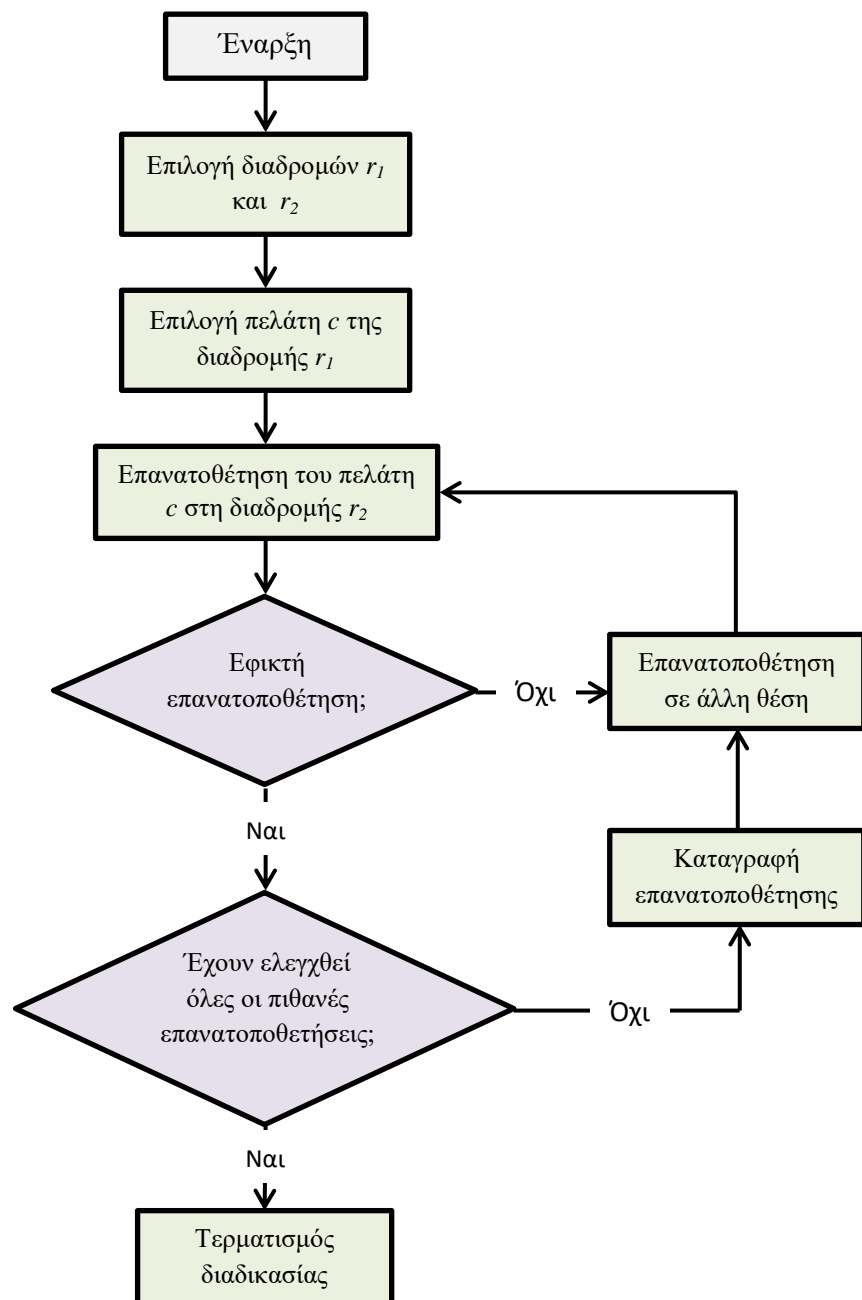
Βήμα 4: Εάν η νέα διαδρομή r_2 που προκύπτει δεν καταρρίπτει κάποιον περιορισμό του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, τότε η διαδικασία συνεχίζεται στο βήμα 5 αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 3 και γίνεται εισαγωγή του πελάτη c μεταξύ δύο άλλων πελατών της διαδρομής r_2 .

Βήμα 5: Τότε η επανατοποθέτηση θεωρείται εφικτή και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου ελεγχθούν όλες οι πιθανές επανατοποθετήσεις του πελάτη c της διαδρομής r_1 στη διαδρομή r_2 .

Βήμα 6: Γίνεται έλεγχος κάθε εφικτής επανατοποθέτησης του πελάτη c από τη διαδρομή r_1 στη διαδρομή r_2 και υπολογίζεται η επανατοποθέτηση που βελτίωσε περισσότερο το συνολικό διανυόμενο μήκος των οχημάτων.

Βήμα 7: Εφαρμόζεται η καλύτερη επανατοποθέτηση που βρέθηκε και η διαδικασία συνεχίζεται στο βήμα 2 και επαναλαμβάνεται έως ότου να έχουν ελεγχθεί προς επανατοποθέτηση όλοι οι πελάτες c της διαδρομής r_1 στη διαδρομή r_2 .

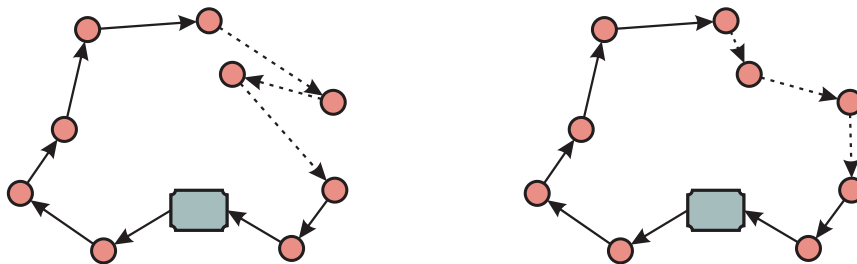
Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου *Επανατοποθέτησης 1-0*.



3.4.2 Εσωτερική Επανατοποθέτηση (Internal Relocation)

Ο αλγόριθμος της εσωτερικής επανατοποθέτησης μοιάζει αρκετά με τον προηγούμενο αλγόριθμο αν και αποτελεί αλγόριθμο βελτίωσης της δρομολόγησης των πελατών σε μια διαδρομή, με διαφορά όμως ότι γίνεται ανακατανομή των πελατών μιας διαδρομής.

Η λογική του αλγορίθμου είναι σχεδόν ίδια με της επανατοποθέτησης *I-0* με μόνη βασικά διαφορά ότι η επανατοποθέτηση ενός πελάτη γίνεται στη ίδια διαδρομή απ' την οποία βρίσκεται, με σκοπό την μείωση του συνολικού διανυόμενου μήκους των οχημάτων.



Για ένα πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με χρονικά παράθυρα ο αλγόριθμος εσωτερικής επανατοποθέτησης εφαρμόζεται ως εξής δεδομένου ότι υπάρχουν κάποιες αρχικές λύσεις:

Βήμα 1: Επιλέγεται μια διαδρομή r_I .

Βήμα 2: Επιλέγεται ένας πελάτης c από την διαδρομή r_I .

Βήμα 3: Εκτελείται επανατοθέτηση του πελάτη c μεταξύ δύο διαδοχικών πελατών της διαδρομής r_I .

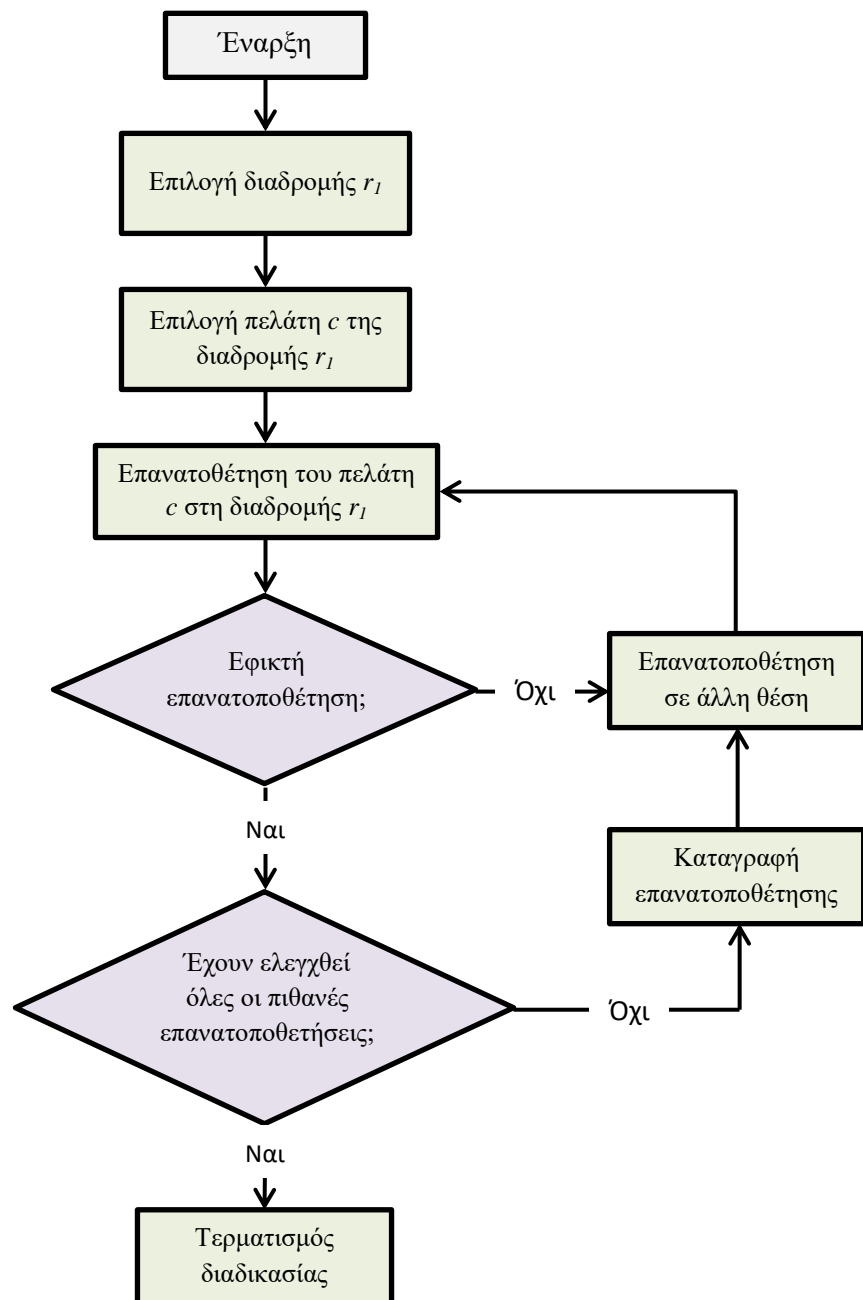
Βήμα 4: Εάν η νέα διαδρομή r_I που προκύπτει δεν καταρρίπτει κάποιον περιορισμό του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, τότε η διαδικασία συνεχίζεται στο βήμα 5 αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 3 και γίνεται εισαγωγή του πελάτη c μεταξύ δύο άλλων πελατών της διαδρομής r_I .

Βήμα 5: Τότε η επανατοποθέτηση θεωρείται εφικτή και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου ελεγχθούν όλες οι πιθανές επανατοποθετήσεις του πελάτη c στη διαδρομή r_I .

Βήμα 6: Γίνεται έλεγχος κάθε εφικτής επανατοποθέτησης του πελάτη c και υπολογίζεται η επανατοποθέτηση που βελτίωσε περισσότερο το διανυόμενο μήκος της διαδρομής r_I .

Βήμα 7: Εφαρμόζεται η καλύτερη επανατοποθέτηση που βρέθηκε και η διαδικασία συνεχίζεται στο βήμα 2 και επαναλαμβάνεται όλη η διαδικασία έως ότου να έχουν ελεγχθούν όλοι οι πελάτες c προς επανατοποθέτηση της διαδρομής r_I .

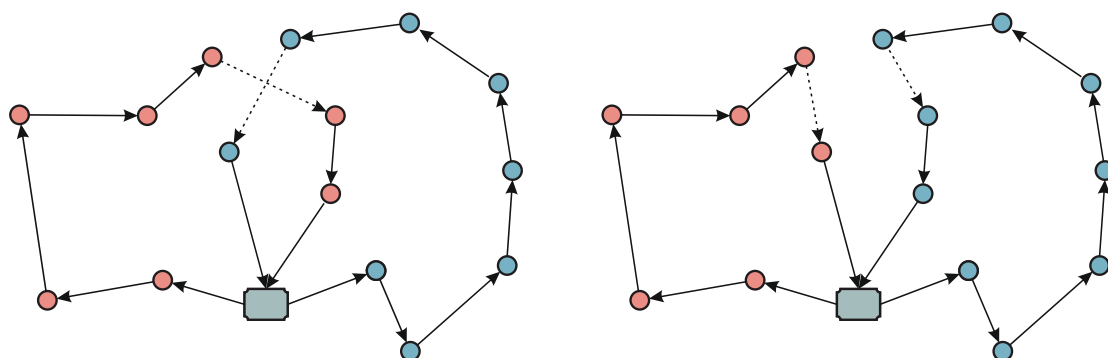
Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου *Εσωτερικής Επανατοποθέτησης*:



3.4.3 Ανταλλαγή 1-2 (Exchange 1-2)

Ο αλγόριθμος της ανταλλαγής 1-2 αποτελεί αλγόριθμο βελτίωσης της ανάθεσης των πελατών σε οχήματα, κι αυτό που συμβαίνει στον αλγόριθμο αυτό είναι ότι ανταλλάσσεται ένα πελάτης μιας διαδρομής με δύο πελάτες μιας άλλης διαδρομής.

Θυμίζει αρκετά την επανατοποθέτηση 1-0 με διαφορά ότι στην απλή επανατοποθέτηση γίνεται εισχώρηση ενός πελάτη μιας διαδρομής σε μια άλλη, ενώ στην ανταλλαγή 1-2 γίνεται επίσης εισχώρηση δύο πελατών της δεύτερης διαδρομής στην πρώτη.



Επομένως για ένα πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με χρονικά παράθυρα ο αλγόριθμος της ανταλλαγής 1-2 εφαρμόζεται ως εξής δεδομένου ότι υπάρχουν κάποιες αρχικές λύσεις:

Βήμα 1: Επιλέγεται μια διαδρομή r_1 και μια διαδρομή r_2 .

Βήμα 2: Επιλέγεται ένας πελάτης c_1 της διαδρομής r_1 με σκοπό να ανταλλαχθεί με δύο πελάτες c_2 και c_3 της διαδρομής r_2 .

Βήμα 3: Γίνεται ανταλλαγή του πελάτη c_1 τους πελάτες c_2 και c_3 . Δεν υπάρχει συγκεκριμένος τρόπος να γίνει η ανταλλαγή, δηλαδή μπορούν να ανταλλαχθούν με τυχαίο τρόπο.

Βήμα 4: Εάν οι νέες διαδρομές r_1 και r_2 που προκύπτουν δεν καταρρίπτουν κάποιον περιορισμό του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, τότε η διαδικασία συνεχίζεται στο βήμα 5 αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 3 και γίνεται νέα ανταλλαγή των πελατών αυτών σε νέες θέσεις.

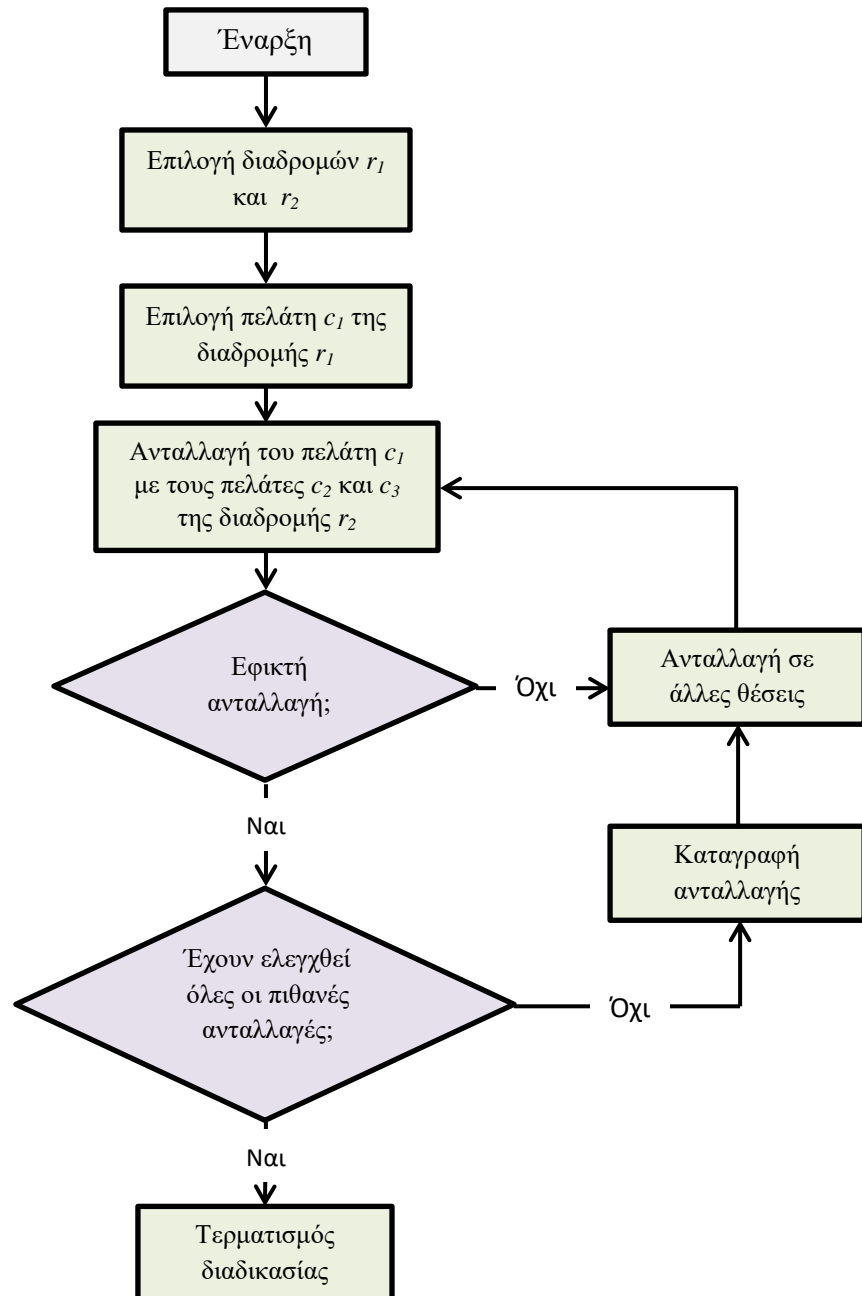
Βήμα 5: Τότε η ανταλλαγή θεωρείται εφικτή και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου ελεγχθούν όλες οι πιθανές ανταλλαγές του πελάτη c_1 της διαδρομής r_1 με τους πελάτες c_2 και c_3 της διαδρομής r_2 .

Βήμα 6: Γίνεται έλεγχος κάθε εφικτής ανταλλαγής των πελατών και υπολογίζεται η ανταλλαγή 1-2 που βελτίωσε περισσότερο το διανυόμενο μήκος των διαδρομών r_1 και r_2 .

Βήμα 7: Εφαρμόζεται η καλύτερη ανταλλαγή που βρέθηκε και η διαδικασία συνεχίζεται στο βήμα 2 και επαναλαμβάνεται όλη η διαδικασία έως ότου να

έχουν ελεγχθούν όλοι οι πελάτες c_1 της διαδρομής r_1 προς ανταλλαγή με τους πελάτες c_2 και c_3 της διαδρομής r_2 .

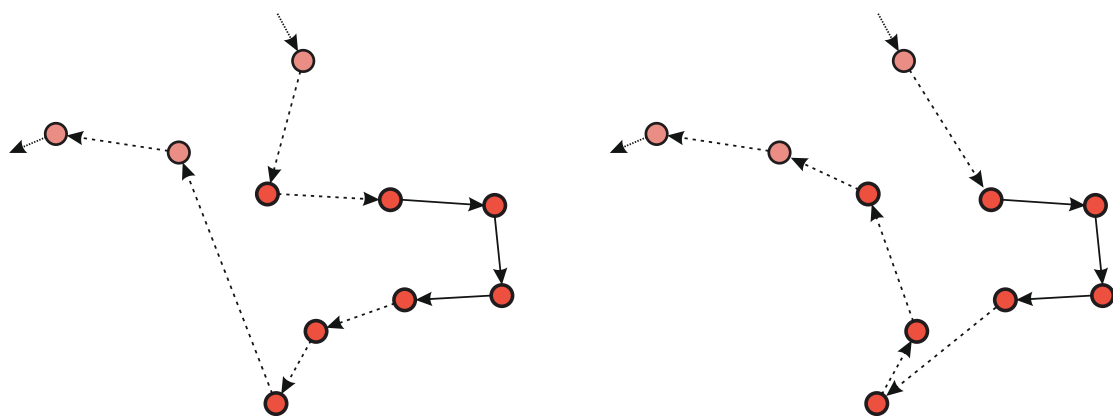
Παρακάτω παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου *Εσωτερικής Επανατοποθέτησης*:



3.4.4 Τμηματική Βελτιστοποίηση Ακολουθίας Πελατών (Sequential Optimization)

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος κατασκευάστηκε κατά την διάρκεια της εκτέλεσης της συγκεκριμένης εργασίας και αποτελεί έναν αλγόριθμο βελτίωσης της δρομολόγησης των πελατών σε μια διαδρομή, ανακατανέμοντας τους πελάτες μιας διαδρομής. Επιλύει τυχόν διασταυρώσεις, υπόκυκλους και γενικότερα τμήματα διαδρομών σε περίεργες διατάξεις. Λειτουργεί πολύ αποτελεσματικά σε όλα τα προβλήματα και κυρίως σε προβλήματα με μεγάλο ορίζοντα προγραμματισμού, δηλαδή σε διαδρομές μεγάλου μήκους, διότι είναι πιο πιθανό να εμφανιστούν περίεργες διατάξεις πελατών.

Αυτό που συμβαίνει είναι ότι, επιλέγεται ένα τμήμα μιας διαδρομής μήκους m διαδοχικών πελατών, και ελέγχονται όλες οι πιθανές διατάξεις των πελατών που μπορούν να γίνουν. Όσο αυξάνεται το πλήθος m πελατών τόσο αυξάνεται ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου αλλά ταυτόχρονα και η ακρίβεια του.



Επομένως για ένα πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με χρονικά παράθυρα ο αλγόριθμος της τμηματικής βελτιστοποίησης εφαρμόζεται ως εξής δεδομένου ότι υπάρχουν κάποιες αρχικές λύσεις:

Βήμα 1: Επιλέγεται μια διαδρομή r_1 .

Βήμα 2: Επιλέγονται οι m πρώτοι διαδοχικοί πελάτες της διαδρομής r_1 .

Βήμα 3: Υπολογίζονται όλοι οι συνδυασμοί των m πελατών που μπορούν να σχηματιστούν.

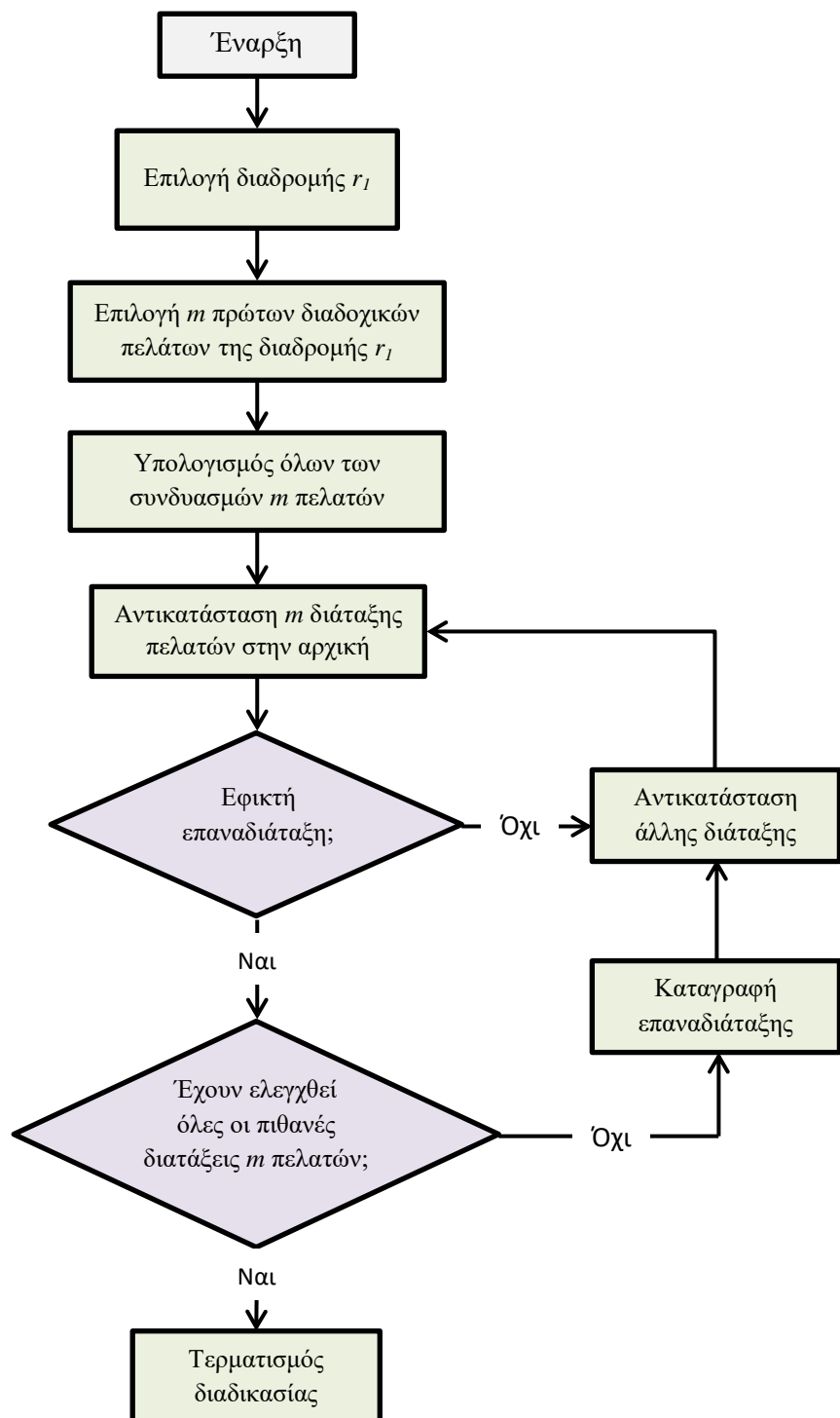
Βήμα 4: Για κάθε συνδυασμός που βρέθηκε, γίνεται αντικατάσταση της κάθε νέας διάταξης, στην θέση της αρχικής.

Βήμα 5: Εάν η νέα διαδρομή r_1 που προκύπτει δεν καταρρίπτει κάποιον περιορισμό του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, τότε η διαδικασία συνεχίζεται στο βήμα 5 αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 3 και γίνεται αντικατάσταση άλλου συνδυασμού m πελατών.

Βήμα 6: Τότε η αντικατάσταση θεωρείται εφικτή και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου ελεγχθούν όλες οι πιθανές αντικαταστάσεις των συνδυασμών στην αρχική διάταξη.

Βήμα 7: Εφαρμόζεται η καλύτερη αντικατάσταση που βρέθηκε και η διαδικασία συνεχίζεται στο βήμα 2 και επιλέγονται οι επόμενοι m διαδοχικοί πελάτες. Η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου έχουν ελεγχθεί όλοι οι συνδυασμοί m πελατών της διαδρομής r_l .

Παρακάτω παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου *Τμηματικής Βελτιστοποίησης Ακολουθίας Πελατών*:



3.4.5 Αποδόμηση Διαδρομών (Route Deconstruction)

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος αποτελεί έναν συνδυασμό όλων των προηγούμενων αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, ο οποίος τους χρησιμοποιεί συνδυαστικά. Πιο συγκεκριμένα ο σκοπός του αλγορίθμου αυτού είναι να βελτιώνει ήδη βελτιωμένες διαδρομές, χρησιμοποιώντας τον στο τέλος αφού έχουν εφαρμοστεί όλοι οι προηγούμενοι αλγόριθμοι, κι αυτό συμβαίνει διότι γίνεται προσπάθεια βελτίωσης λύσεων που έχουν κολλήσει σε τοπικό ελάχιστο.

Η λογική του αλγορίθμου είναι αρκετά απλή διότι αρκεί να έχουν κατανοηθεί οι προηγούμενοι αλγόριθμοι, καθώς ο στόχος του αλγορίθμου είναι να επιλέγεται κάθε διαδρομή m πελατών μεμονωμένα και να την αποδομεί σε m μονές διαδρομές, δηλαδή διαδρομές που αποτελούνται από έναν πελάτη. Μέσω της αποδόμησης προκύπτουν πολλές διαδρομές οι οποίες αυξάνουν πολύ την συνολική διανυόμενη απόσταση, δημιουργώντας έτσι ένα νέο θεωρητικό πρόβλημα το οποίο επιδέχεται περιθώριο βελτίωσης. Έπειτα αφού αποδομηθεί μια διαδρομή, γίνεται χρήση όλων των προηγούμενων αλγορίθμων βελτιώνοντας τη δρομολόγηση όσο γίνεται και ξανά συνδέονται μεταξύ τους όλοι οι πελάτες που δεν εισχώρησαν σε κάποια διαδρομή. Τέλος ελέγχεται αν το νέο κόστος είναι μειωμένο ή όχι προκειμένου να αποφασίσουμε εάν είναι επιθυμητό το αποτέλεσμα.

Επομένως για ένα πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με χρονικά παράθυρα ο αλγόριθμος της Αποδόμησης Διαδρομών εφαρμόζεται ως εξής δεδομένου ότι υπάρχουν κάποιες αρχικές λύσεις:

Βήμα 1: Επιλέγεται μια διαδρομή r_l m πελατών.

Βήμα 2: Αποδόμηση της διαδρομής r_l σε m διαδρομές.

Βήμα 3: Εφαρμόζονται συνδυαστικά οι προηγούμενοι αλγόριθμοι.

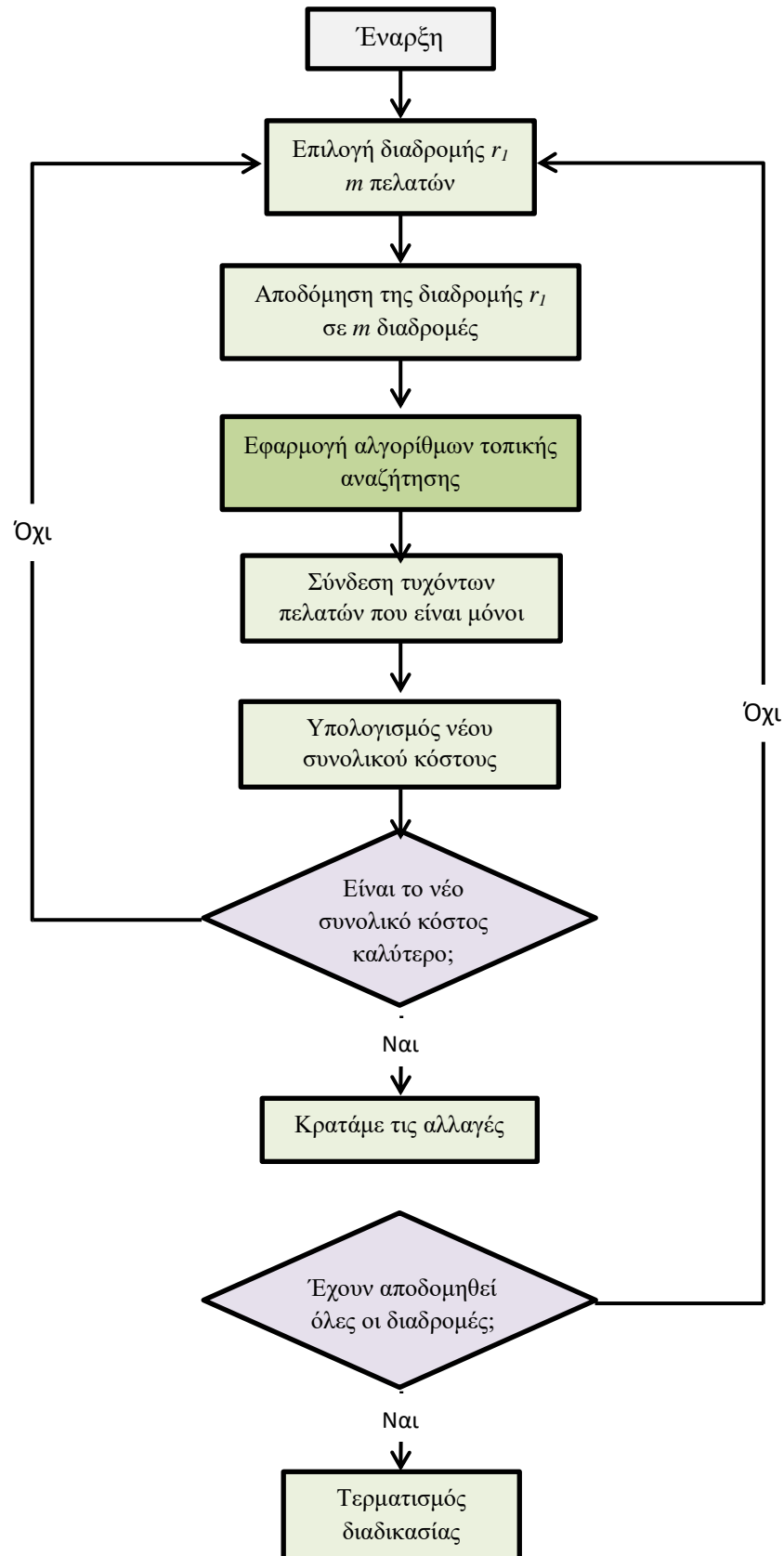
Βήμα 4: Αφού τελειώσει η τοπική αναζήτηση ξανά συνδέονται οι πελάτες που βρίσκονται μόνοι τους.

Βήμα 5: Υπολογίζεται το νέο συνολικό κόστος δρομολόγησης.

Βήμα 6: Αν το κόστος είναι καλύτερο του προηγούμενου τότε κρατάμε την νέα λύση.

Βήμα 7: Συνεχίζεται η διαδικασία έως ότου να έχουν αποδομηθεί όλες οι διαδρομές επιστρέφοντας στο βήμα 1.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου *Αποδόμησης Διαδρομών*:



Κεφάλαιο 4

Παρουσίαση και περιγραφή αποτελεσμάτων

Στο κεφάλαιο αυτό πρόκειται να γίνει περιγραφή των προβλημάτων που χρησιμοποιήθηκαν προς επίλυση, των υποκατηγοριών τους, τους βασικούς στόχους προς επίτευξη για την επίλυση καθώς και των αποτελεσμάτων που προέκυψαν.

4.1 Περιγραφή των προβλημάτων Solomon

Στο πλαίσιο των προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα (VRPTW) ο συνηθέστερος τρόπος σύγκρισης και αξιολόγησης των αποτελεσμάτων των ευρετικών μεθόδων που εφαρμόζονται, γίνεται μέσω της επίλυσης των προβλημάτων του *Solomon* [4]. Τα προβλήματα αυτά αφορούν ένα σύνολο προβλημάτων που σχεδίασε ο καθηγητής *Marius M. Solomon* το 1983, σε σύνολο 56 προβλήματα δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, σχεδιασμένα έτσι ώστε να υπάρχει ποικιλομορφία στη γεωγραφική διάταξη και στο εύρος των χρονικών παραθύρων.

Κάθε πρόβλημα του σετ των 56 προβλημάτων αποτελείται από 100 πελάτες, μια κεντρική αποθήκη, περιορισμό χωρητικότητας, χρονικά παράθυρα κατά το χρόνο παράδοσης και περιορισμό συνολικού χρόνου διαδρομής. Πιο συγκεκριμένα τα χαρακτηριστικά των προβλημάτων *Solomon* είναι τα εξής:

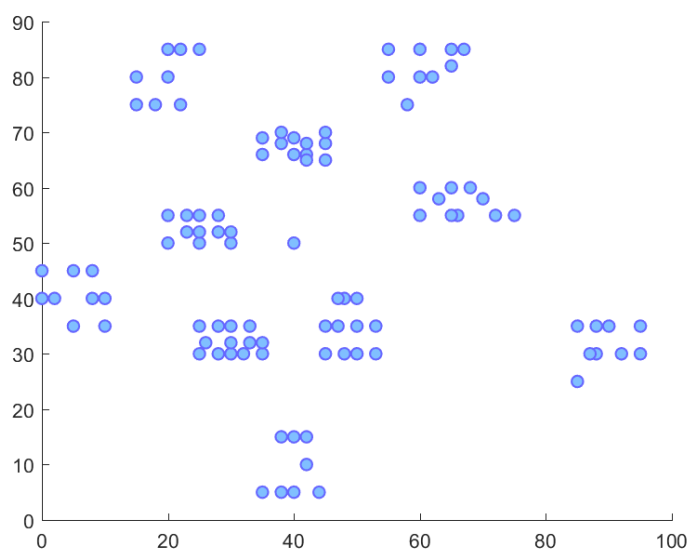
- Συντεταγμένες για τους 100 πελάτες καθώς και της κεντρικής αποθήκης.
- Πλήθος των διαθέσιμων οχημάτων.
- Μέγιστη χωρητικότητα των οχημάτων.
- Χρονικά παράθυρα για τον χρόνο παράδοσης του κάθε πελάτη.
- Μέγιστος χρόνος μιας διαδρομής, δηλαδή ο χρόνος λειτουργίας της αποθήκης
- Ζήτηση του κάθε πελάτη

Σημαντικό να σημειωθεί ότι οι αποστάσεις στα προβλήματα αυτά υπολογίζονται μέσω των Ευκλείδειων αποστάσεων των πελατών που ορίζονται από τις συντεταγμένες του καθενός. Τα 56 προβλήματα χωρίζονται σε 3 βασικές κατηγορίες, τα προβλήματα *C*, *R* και *RC* και το καθένα από αυτά χωρίζεται σε δύο υποκατηγορίες. Η *πρώτη υποκατηγορία* αφορά προβλήματα μικρού ορίζοντα προγραμματισμού, δηλαδή προβλήματα με διαδρομές μικρού χρόνου συνολικού ταξιδιού ενώ η *δεύτερη υποκατηγορία* αφορά προβλήματα μεγάλου ορίζοντα προγραμματισμού, δηλαδή προβλήματα με διαδρομές μεγάλου χρόνου συνολικού ταξιδιού. Χαρακτηριστικό γνώρισμα των υποκατηγοριών είναι ότι στα προβλήματα της *πρώτης υποκατηγορίας* προκύπτουν διαδρομές μικρού μήκους και πολλά οχήματα (10 – 20 οχήματα), ενώ της *δεύτερης υποκατηγορίας* προκύπτουν διαδρομές μεγάλου μήκους και λίγα οχήματα (2 – 4 οχήματα).

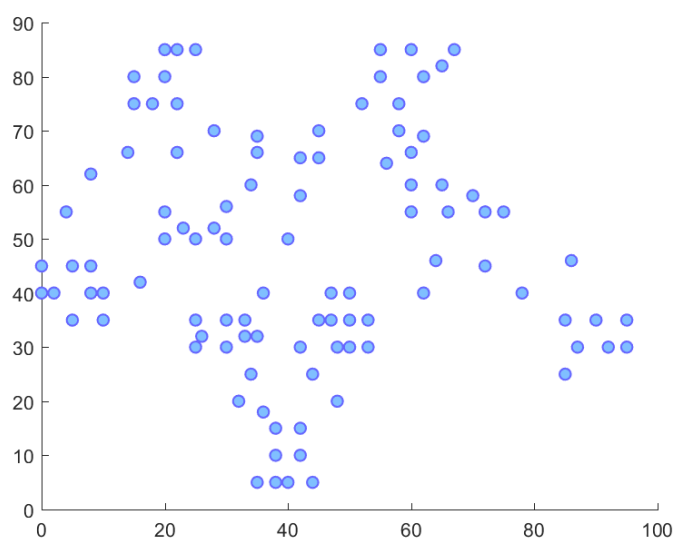
4.1.1 Κατηγορία προβλημάτων C - Clustered Customers

Η *κατηγορία προβλημάτων C* αποτελεί προβλήματα με *ομαδοποιημένους πελάτες* (Clustered Customers), δηλαδή προβλήματα με πελάτες σε ομάδες στο χώρο. Χωρίζονται σε υποκατηγορίες *C1* και *C2* δηλαδή σε προβλήματα μικρού και μεγάλου ορίζοντα προγραμματισμού, και απαρτίζονται από 9 και 8 προβλήματα αντίστοιχα.

Παρακάτω φαίνονται δύο γραφικές απεικονίσεις των κατηγοριών *C1* και *C2* αντίστοιχα και φαίνεται εύκολα ότι οι πελάτες είναι ομαδοποιημένοι και στις δυο περιπτώσεις.



Γραφική απεικόνιση προβλημάτων *C1*.

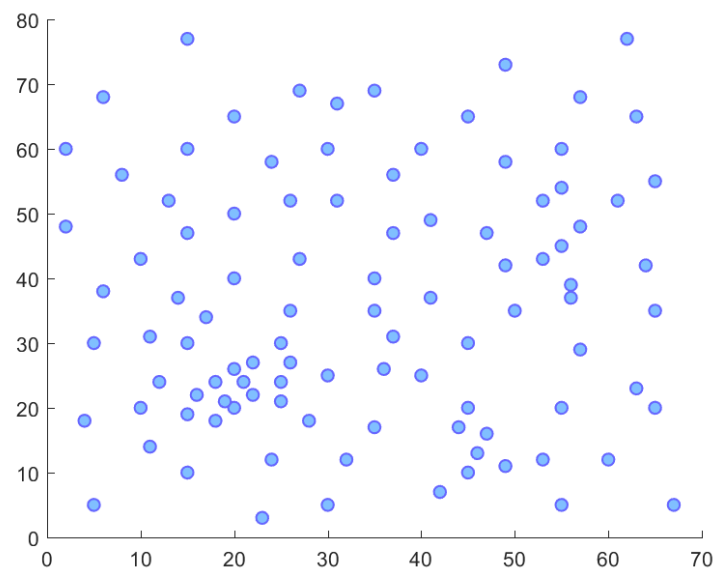


Γραφική απεικόνιση προβλημάτων *C2*.

4.1.2 Κατηγορία προβλημάτων R - Randomized Customers

Η *κατηγορία προβλημάτων R* αποτελεί προβλήματα με *ομοιόμορφα κατανεμημένους πελάτες* (Clustered Customers), δηλαδή προβλήματα με πελάτες με τυχαία θέση στο χώρο. Χωρίζονται σε υποκατηγορίες **R1** και **R2** δηλαδή σε προβλήματα μικρού και μεγάλου ορίζοντα προγραμματισμού, και απαρτίζονται από 12 και 11 προβλήματα αντίστοιχα.

Παρακάτω φαίνεται μια γραφική απεικόνιση των κατηγοριών **R1** και **R2** και φαίνεται εύκολα ότι οι πελάτες είναι ομοιόμορφα τυχαία κατανεμημένοι στο χώρο.

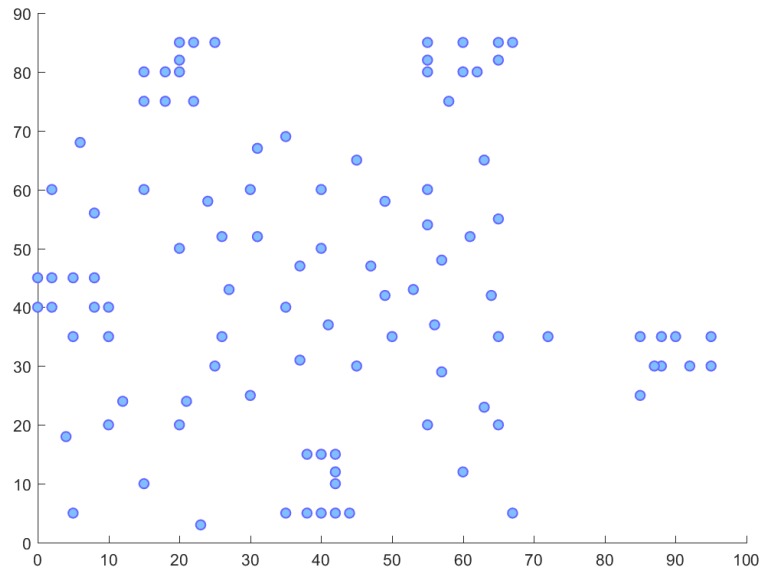


Γραφική απεικόνιση προβλημάτων R.

4.1.3 Κατηγορία προβλημάτων RC – Mix of Randomized and Clustered Customers

Η *κατηγορία προβλημάτων RC* αποτελεί έναν συνδυασμό προβλημάτων *ομοιόμορφων κατανεμημένων* και *ομαδοποιημένων πελατών* (Mix of Randomized and Clustered Customers), δηλαδή προβλήματα με πελάτες μερικώς σε ομάδες και μερικώς τυχαία διατεταγμένους στο χώρο. Χωρίζονται σε υποκατηγορίες **RC1** και **RC2** δηλαδή σε προβλήματα μικρού και μεγάλου ορίζοντα προγραμματισμού, και απαρτίζεται από 8 προβλήματα η κάθε υποκατηγορία.

Παρακάτω φαίνεται μια γραφική απεικόνιση των κατηγοριών **RC1** και **RC2** και φαίνεται εύκολα ότι οι πελάτες είναι μερικώς σε ομάδες και μερικώς τυχαία κατανεμημένοι στο χώρο.



Γραφική απεικόνιση προβλημάτων *RC*.

4.2 Παρουσίαση και περιγραφή των αποτελεσμάτων

Στην ενότητα αυτή θα γίνει περιγραφή και ανάλυση των τελικών λύσεων που προκύψανε για την κάθε κατηγορία και υποκατηγορία προβλημάτων και θα δοθεί ιδιαίτερη σημασία στην απόδοση των τελικών λύσεων συγκριτικά με τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις καθώς και στη ποσοστιαία βελτίωση που υπήρξε μέσω της εφαρμογής των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης στις αρχικές λύσεις.

Αρχικά θα δοθεί μια μικρή ανάλυση της δυσκολίας που υπήρξε σε κάθε κατηγορία και έπειτα θα περιγραφούν τα αποτελέσματα του *αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα για το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα με έλεγχο αναμονής*, των αρχικών λύσεων κι έπειτα των τελικών βελτιωμένων λύσεων που προκύψανε μέσω των *αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης*.

Σκοπός των προβλημάτων *Solomon* είναι πρώτον η εύρεση λύσεων με χρήση το λιγότερο δυνατόν οχημάτων κι έπειτα ελαχιστοποίηση του κόστους δρομολόγησης. Βεβαίως, αυτές οι έννοιες είναι συχνά αντικρουόμενες με αποτέλεσμα κατά την επίλυση των προβλημάτων, να γίνονται διαδικασίες οι οποίες δυσχεραίνουν το αποτέλεσμα χωρίς να το επιθυμούμε.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα σε αρκετά προβλήματα να προκύπτουν *ποσοστιαίες αποκλίσεις* σχεδόν μηδενικές και σε κάποιες περιπτώσεις αρνητικές, δηλαδή θεωρητικά καλύτερες από τις δημοσιευμένες, χωρίς να είναι όμως ορθό, λόγω ότι αυτό συμβαίνει εξαιτίας της χρήσης μεγαλύτερου πλήθους οχημάτων, ενώ σε καμία περίπτωση μια λύση με περισσότερα οχήματα και καλύτερο κόστος δεν είναι καλύτερη από μια λύση με λιγότερα οχήματα και χειρότερο κόστος.

4.2.1 Αποτελέσματα προβλημάτων κατηγορίας C

Τα αποτελέσματα που προκύψανε στην κατηγορία αυτή ήταν πολύ ικανοποιητικά και στα δύο στάδια επίλυσης τους, διότι μέσω της εφαρμογής του *αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα*, βρέθηκαν πολύ ικανοποιητικές αρχικές λύσεις με πολύ μικρή απόκλιση στις περισσότερες περιπτώσεις από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις, χωρίς καν να εφαρμοστούν αλγόριθμοι *Τοπικής Αναζήτησης*. Βεβαίως αυτό οφείλεται σε ένα μεγάλο βαθμό στη φύση των προβλημάτων αυτών, δηλαδή λόγω της ομαδοποίησης των πελατών που διευκόλυνε τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα να λειτουργήσει αποδοτικά. Μέσω της τοπικής αναζήτησης προσεγγίστηκαν τελικές λύσεις με μηδενική απόκλιση στα περισσότερα προβλήματα και με πολύ μικρή απόκλιση στα υπόλοιπα.

▪ Αποτελέσματα αρχικών λύσεων προβλημάτων C

Οι *αρχικές λύσεις* λύσεις απέδωσαν πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα, με λύσεις που αποκλίνουν κατά μέσο όρο 15,65% από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις. Παρακάτω γίνεται ανάλυση και αναφορά των ποσοστών απόκλισης των αρχικών λύσεων:

- Στα 9 προβλήματα *C1* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 10,81% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή πολύ ικανοποιητική με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 30,52% και ελάχιστη 2,90%.
- Στα 8 προβλήματα *C2* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 21,10% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή ικανοποιητική με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 91,55% και ελάχιστη 0,45%, ενώ βρέθηκαν 2 προβλήματα με μηδενική απόκλιση.

▪ Αποτελέσματα τελικών λύσεων προβλημάτων C

Οι *βελτιωμένες λύσεις* που προέκυψαν στα προβλήματα C είναι πολύ ικανοποιητικές διότι σε όλα τα προβλήματα C βρέθηκε πλήθος οχημάτων ίδιο με αυτό των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων εκτός από ένα μόνο πρόβλημα στο οποίο βρέθηκε ένα όχημα παραπάνω και η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση είναι 1.17%. Το γεγονός ότι το πλήθος οχημάτων είναι τόσο κοντά στο καλύτερο πλήθος οχημάτων που έχει δημοσιευθεί, υποθέτει ότι το χαμηλό ποσοστό απόκλισης είναι αντιπροσωπευτικό της ποιότητας των λύσεων. Παρακάτω γίνεται ανάλυση και αναφορά των ποσοστών απόκλισης των τελικών λύσεων:

- Στα 9 προβλήματα *C1* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 0,58% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή σχεδόν άριστη ποιότητα λύσεων με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 4,47% και ελάχιστη 0,74%, ενώ βρέθηκαν 7 προβλήματα με μηδενική απόκλιση.

- Στα 8 **προβλήματα C2** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 1,84% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή επίσης σχεδόν άριστη ποιότητα λύσεων με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 14,68%, ενώ βρέθηκαν 7 προβλήματα με μηδενική απόκλιση.

4.2.2 Αποτελέσματα προβλημάτων κατηγορίας R

Στα συγκεκριμένα προβλήματα προέκυψαν πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα αν και η εφαρμογή του *αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα* απέδωσε απλά ικανοποιητικά αποτελέσματα ενώ η *Τοπική Αναζήτηση* λειτούργησε εξίσου καλά όπως και στα προβλήματα C. Η όχι πολύ καλή λειτουργία του αλγορίθμου εύρεσης αρχικών λύσεων προκύπτει λόγω του γεγονότος ότι τα προβλήματα R θεωρούνται πιο δύσκολα ως προς την επίλυση σε σχέση με τα C, λόγω της τυχαιοποιημένης κατανομής των πελατών.

▪ Αποτελέσματα αρχικών λύσεων προβλημάτων R

Οι *αρχικές λύσεις* λύσεις απέδωσαν *ικανοποιητικά* αποτελέσματα, με λύσεις που αποκλίνουν κατά μέσο όρο 34.46% με 1 έως 3 περισσότερα οχήματα από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις. Παρακάτω γίνεται ανάλυση και αναφορά των ποσοστών απόκλισης των αρχικών λύσεων:

- Στα 12 **προβλήματα R1** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 30.39% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή ικανοποιητική απόκλιση, με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 42,04% και ελάχιστη 21.52%.
- Στα 11 **προβλήματα R2** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 43.10% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή μέτρια απόκλιση με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 56.02% και ελάχιστη 24.27%.

▪ Αποτελέσματα τελικών λύσεων προβλημάτων R

Οι *βελτιωμένες λύσεις* που προέκυψαν στα προβλήματα R είναι αρκετά ικανοποιητικές διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από την καλύτερη δημοσιευμένη είναι 5.40% αλλά το γεγονός ότι σχεδόν σε όλα τα προβλήματα R1 προέκυψαν 1-3 διαδρομές περισσότερες και στα R2 μια διαδρομή επιπρόσθετη απ' ότι στα καλύτερα δημοσιευμένα προβλήματα, δηλώνει ότι το ποσοστό αυτά δεν είναι το καλύτερο δυνατό και ότι δεν έχει την ίδια ισχύς με το να πρόκυπτε ίδιο πλήθος οχημάτων με τα καλύτερα δημοσιευμένα προβλήματα. Παρακάτω γίνεται ανάλυση και αναφορά των ποσοστών απόκλισης των τελικών λύσεων:

- Στα 12 **προβλήματα R1** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 2.96% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή σχεδόν άριστη ποιότητα λύσεων με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 6.87% και ελάχιστη -4.61%. Το γεγονός ότι

βρέθηκε αρνητική απόκλιση (θεωρητικά καλύτερη) έγκειται στο ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα βρέθηκαν 2 περισσότερες διαδρομές.

- Στα 11 **προβλήματα R2** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 8.06% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή καλή ποιότητα λύσεων με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 14.72% και ελάχιστη -0.22%. Επίσης και σ' αυτό το πρόβλημα το γεγονός ότι βρέθηκε αρνητική απόκλιση (θεωρητικά καλύτερη) έγκειται στο ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα βρέθηκε μια επιπρόσθετη διαδρομή.

4.2.3 Αποτελέσματα προβλημάτων κατηγορίας RC

Τα συγκεκριμένα προβλήματα είχαν παρόμοια τελική ποιότητα λύσεων με τα προβλήματα *R*, δηλαδή ο αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα λειτούργησε απλά ικανοποιητικά ενώ η Τοπική Αναζήτηση απέδωσε και πάλι πολύ καλά. Τα προβλήματα *RC* ενώ θεωρούνται πιο απλά απ' ότι τα *R* προέκυψαν συνολικά χειρότερα αποτελέσματα.

▪ Αποτελέσματα αρχικών λύσεων προβλημάτων RC

Οι *αρχικές λύσεις* λύσεις απέδωσαν ικανοποιητικά, με αποτελέσματα λύσεων που να αποκλίνουν κατά μέσο όρο 39.20% με 1 έως 3 περισσότερα οχήματα στα προβλήματα *RC1* και 1 έως 2 σε κάποια προβλήματα *RC2* από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις. Παρακάτω γίνεται ανάλυση και αναφορά των ποσοστών απόκλισης των αρχικών λύσεων:

- Στα 8 **προβλήματα RC1** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 39.20% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή μέτρια απόκλιση, με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 41.67% και ελάχιστη 15.43%.
- Στα 8 **προβλήματα RC2** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 49.23% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή μέτρια απόκλιση, με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 61.66% και ελάχιστη 35.75%.

▪ Αποτελέσματα τελικών λύσεων προβλημάτων RC

Οι *βελτιωμένες λύσεις* που προέκυψαν στα προβλήματα *RC* είναι επίσης αρκετά ικανοποιητικές διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από την καλύτερη δημοσιευμένη είναι της τάξης του 7.51%. Το γεγονός όμως ότι σε όλα τα προβλήματα *RC1* προέκυψαν 1-3 περισσότερες διαδρομές και σε αρκετά προβλήματα *RC2* προέκυψε μια παραπάνω απ' ότι στα καλύτερα δημοσιευμένα προβλήματα, δηλώνει και πάλι όπως και στα προβλήματα *R* ότι το ποσοστό αυτά δεν είναι το καλύτερο δυνατό και ότι δεν έχει την ίδια ισχύς με το να πρόκυπτε ίδιο πλήθος οχημάτων τα καλύτερα δημοσιευμένα προβλήματα. Παρακάτω γίνεται ανάλυση και αναφορά των ποσοστών απόκλισης των τελικών λύσεων:

- Στα 8 προβλήματα **RC1** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 3.91% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή σχεδόν άριστη ποιότητα λύσεων με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 9.90% και ελάχιστη -2.98%. Το γεγονός ότι βρέθηκε αρνητική απόκλιση (θεωρητικά καλύτερη) έγκειται στο ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα βρέθηκαν 3 περισσότερες διαδρομές.
- Στα 8 προβλήματα **RC2** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 11.11% από τη καλύτερη δημοσιευμένη λύση δηλαδή καλή ποιότητα λύσεων με μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση 29.41% και ελάχιστη -6.58%. Επίσης και σ' αυτό το πρόβλημα το γεγονός ότι βρέθηκε αρνητική απόκλιση (θεωρητικά καλύτερη) έγκειται στο ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα βρέθηκε μια επιπρόσθετη διαδρομή.

4.3 Τελική ανάλυση αποτελεσμάτων

Με βάση τις παραπάνω πληροφορίες για τα αποτελέσματα, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι υπήρξε συνολικά ικανοποιητική απόδοση του αλγορίθμου επίλυσης των προβλημάτων, διότι προέκυψαν αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα αν και σε κάποιες περιπτώσεις μπορούν να θεωρηθούν αμφιλεγόμενα.

Ο αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα για το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με ελεγχόμενη αναμονή απέδωσε αρκετά καλά αποτελέσματα στα προβλήματα C με ομαδοποιημένους πελάτες. Αυτό φαίνεται από το γεγονός ότι, οι μέσες ποσοστιαίες αποκλίσεις των αρχικών λύσεων από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι πολύ ικανοποιητικές, διότι σε αρκετές περιπτώσεις βρέθηκε μηδενική και σχεδόν μηδενική απόκλιση. Επίσης το πλήθος των χρησιμοποιούμενων οχημάτων ήταν όμοιο με αυτό των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων σε πάνω από τα μισά προβλήματα. Στα προβλήματα R και RC δεν συνέβη το ίδιο όμως διότι στην καλύτερη περίπτωση οι αρχικές λύσεις ήταν ικανοποιητικές προς μέτριες, με πλήθος χρησιμοποιούμενων οχημάτων, με σχετικά λίγες εξαιρέσεις, ήταν πιο υψηλό κατά 1-3 οχήματα σε όλα τα προβλήματα.

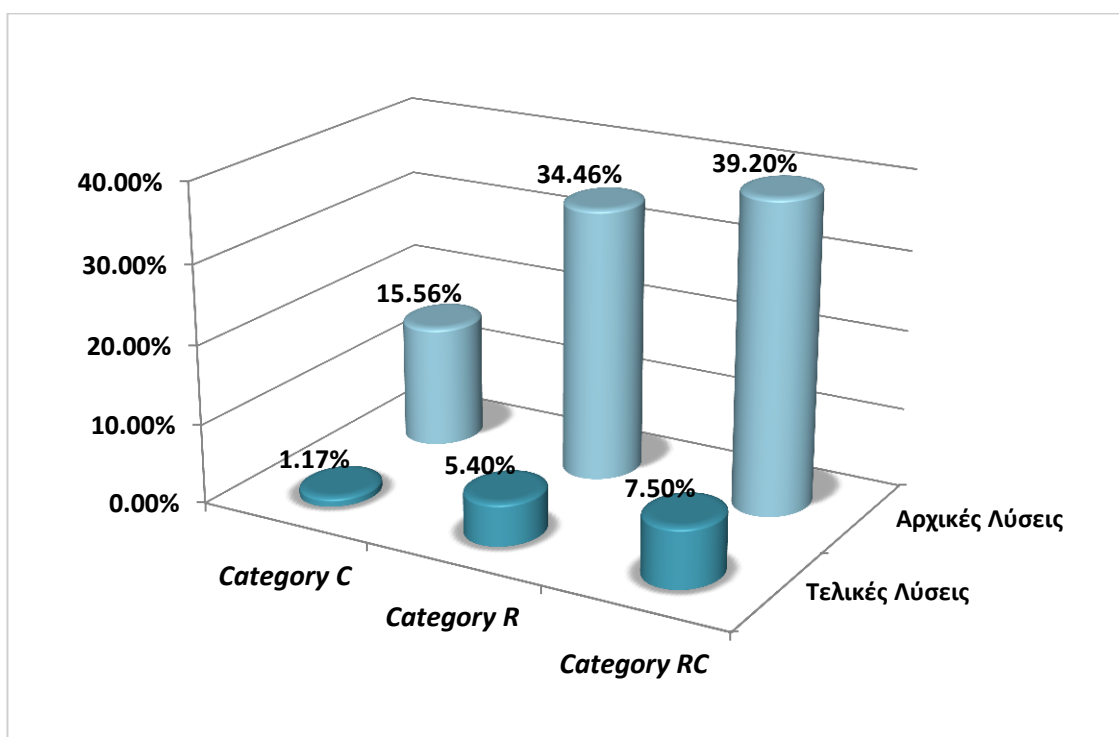
Οι αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης σε αντίθεση με τον αλγόριθμο του Πλησιέστερου Γείτονα απέδωσαν αρκετά καλά αποτελέσματα χωρίς εξαιρέσεις, σε όλα τα ήδη προβλημάτων με κατά μέσο όρο βελτίωση των αρχικών λύσεων 21.88%. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι η Τοπική Αναζήτηση δεν βελτίωσε σημαντικά το πλήθος των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, με μόνη εξαίρεση τα προβλήματα C που βρέθηκε βέλτιστο πλήθος οχημάτων στα 16 από τα 17 προβλήματα.

Επίσης είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι ο αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα λειτούργησε καλύτερα σε προβλήματα με μεγάλο ορίζοντα προγραμματισμού ανεξάρτητα από το γεγονός ότι στα προβλήματα με μικρό ορίζοντα προγραμματισμού προέκυψαν πολύ μικρότερες αποκλίσεις από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, μια λύση η οποία προσεγγίζει την υποτιθέμενη βέλτιστη ως προς το πλήθος των οχημάτων, είναι περισσότερο επιθυμητή και

ελκυστική από μια λύση η οποία την προσεγγίζει ως προς το κόστος ή ακόμα την ξεπερνάει, αλλά χρησιμοποιείται μεγαλύτερο πλήθος οχημάτων. Αυτό το συμπέρασμα φαίνεται από τα τελικά αποτελέσματα σε προβλήματα με *μικρό ορίζοντα προγραμματισμού* στα οποία φαίνεται ακόμα πιο ξεκάθαρα το γεγονός αυτό, επειδή σε αρκετές περιπτώσεις προβλημάτων προκύπτουν σχεδόν άριστες λύσεις ή ακόμα και καλύτερες, χρησιμοποιώντας όμως αρκετά μεγαλύτερο πλήθος οχημάτων. Στα προβλήματα με *μεγάλο ορίζοντα προγραμματισμού* προκύπτουν λιγότερο ικανοποιητικές λύσεις χρησιμοποιώντας όμως πλήθος οχημάτων όμοιο ή σχεδόν όμοιο των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων.

Εν κατακλείδι, τα προβλήματα με *μικρό ορίζοντα προγραμματισμού* *C1*, *R1* και *RC1* παρουσιάζουν σχεδόν άριστες ποσοστιαίες αποκλίσεις από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις με χρήση περισσότερων οχημάτων, ενώ τα προβλήματα με *μεγάλο ορίζοντα προγραμματισμού* *C2*, *R2* και *RC2* παρουσιάζουν ακριβώς το αντίθετο, δηλαδή παρουσιάζουν λύσεις με ικανοποιητικές προς αρκετά ικανοποιητικές λύσεις με χρήση πλήθους οχημάτων ίδιο ή σχεδόν ίδιο κατά ένα όχημα από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις.

Η παρακάτω γραφική απεικόνιση βοηθά στην κατανόηση μέσω των αποκλίσεων από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις, του κατά πόσο βελτίωση υπήρξε λόγω *Τοπικής Αναζήτησης* σε κάθε κατηγορία προβλημάτων.



Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει πολύ αναλυτικά όλα τα αποτελέσματα των δύο σταδίων επίλυσης των 56 προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα:

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
	Κόστος Αρχικών Λύσεων	Απόκλιση Κόστους από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Κόστος Τοπικής Αναζήτησης	Βελτίωση Πλήθους Οχημάτων	Βελτίωση Τοπικής Αναζ.	Κόστος Δημ. Λύσης	Πλήθος Οχημ.	Απόκλ. Βελ. Από Δημ.
C101	852.95	2.90%	828.94	10→10	2.82%	828.94	10	0.00%
C102	952.93	14.96%	835.08	10→10	12.37%	828.94	10	0.74%
C103	1008.82	21.83%	828.06	10→10	17.92%	828.06	10	0.00%
C104	1076.49	30.52%	861.68	10→10	19.95%	824.78	10	4.47%
C105	852.95	2.90%	828.94	10→10	2.82%	828.94	10	0.00%
C106	858.80	3.60%	828.94	10→10	3.48%	828.94	10	0.00%
C107	880.48	6.22%	828.94	10→10	5.85%	828.94	10	0.00%
C108	921.97	11.22%	828.94	10→10	10.09%	828.94	10	0.00%
C109	855.12	3.16%	828.94	10→10	3.06%	828.94	10	0.00%
C201	591.56	0.00%	591.56	3→3	0.00%	591.56	3	0.00%
C202	591.56	0.00%	591.56	3→3	0.00%	591.56	3	0.00%
C203	794.15	34.34%	591.1734	3→3	25.56%	591.17	3	0.00%
C204	1131.28	91.55%	677.3224	4→3	40.13%	590.6	3	14.68%
C205	591.56	0.45%	588.876	3→3	0.45%	588.88	3	0.00%
C206	647.95	10.10%	588.4928	3→3	9.18%	588.49	3	0.00%
C207	743.47	26.38%	588.2863	3→3	20.87%	588.29	3	0.00%
C208	623.37	5.96%	588.3238	3→3	5.62%	588.32	3	0.00%
R101	2006.09	21.52%	1686.486	21→20	15.93%	1650.8	19	2.16%
R102	1877.07	26.31%	1505.912	19→19	19.77%	1486.12	17	1.33%
R103	1726.55	33.56%	1233.094	17→15	28.58%	1292.68	13	-4.61%
R104	1245.60	23.66%	1044.978	12→12	16.11%	1007.31	9	3.74%
R105	1713.14	24.40%	1456.751	16→16	14.97%	1377.11	14	5.78%
R106	1652.01	31.95%	1338.075	14→14	19.00%	1252.03	12	6.87%
R107	1427.79	29.25%	1180.321	13→12	17.33%	1104.66	10	6.85%
R108	1228	27.80%	982.17	12→11	20.02%	960.88	9	2.22%
R109	1640.69	37.33%	1214.851	14→13	25.95%	1194.73	11	1.68%
R110	1441.93	28.88%	1159.482	12→12	19.59%	1118.84	10	3.63%

R111	1557.8	42.04%	1137.7	15→12	26.97%	1096.72	10	3.74%
R112	1354.8	37.94%	1003.339	12→11	25.94%	982.14	9	2.16%
R201	1953.95	56.02%	1377.325	5→4	29.51%	1252.37	4	9.98%
R202	1746.55	46.56%	1211.568	4→4	40.06%	1191.7	3	1.67%
R203	1257.15	33.81%	994.8759	4→4	32.93%	939.5	3	5.89%
R204	1025.84	24.27%	823.7389	3→3	34.77%	825.52	2	-0.22%
R205	1389.81	39.76%	1133.56	3→3	29.34%	994.43	3	13.99%
R206	1412.57	55.89%	1045.102	3→3	37.52%	906.14	3	15.34%
R207	1342.75	50.77%	870.1407	4→3	44.87%	890.61	2	-2.30%
R208	1062.34	46.16%	833.8052	4→2	21.51%	726.82	2	14.72%
R209	1278.05	41.04%	994.3333	3→3	26.34%	906.16	3	9.73%
R210	1341.34	42.79%	1005.587	4→4	29.14%	939.37	3	7.05%
R211	1213.29	36.99%	998.8406	3→3	27.76%	885.71	2	12.77%
RC101	1958.71	15.43%	1749.659	17→17	10.67%	1696.95	14	3.11%
RC102	1908.25	22.74%	1546.676	15→15	18.95%	1554.75	12	-0.52%
RC103	1787.44	41.67%	1386.628	14→13	38.94%	1261.67	11	9.90%
RC104	1544.96	36.06%	1232.618	12→12	43.41%	1135.48	10	8.55%
RC105	2050.95	25.87%	1580.925	18→16	40.75%	1629.44	13	-2.98%
RC106	1816.27	27.48%	1452.557	14→14	44.75%	1424.73	11	1.95%
RC107	1545.75	25.62%	1303.407	13→13	15.68%	1230.48	11	5.93%
RC108	1578.08	38.45%	1200.549	12→11	23.92%	1139.82	10	5.33%
RC201	2150.96	52.88%	1636.39	4→4	24%	1406.94	4	16.31%
RC202	1853.90	35.75%	1275.746	4→4	31%	1365.65	3	-6.58%
RC203	1674.73	59.56%	1176.471	4→4	30%	1049.62	3	12.09%
RC204	1131.65	41.73%	984.2195	3→3	13%	798.46	3	23.26%
RC205	1869.40	44.06%	1359.501	5→5	27%	1297.65	4	4.77%
RC206	1632.67	42.43%	1215.521	4→4	26%	1146.32	3	6.04%
RC207	1652.93	55.77%	1099.3	4→4	33%	1061.14	3	3.60%
RC208	1338.76	61.66%	1071.69	3→3	20%	828.14	3	29.41%

Πίνακας 4.1 – Αναλυτικός πίνακας αποτελεσμάτων όλων των Προβλημάτων
Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα

4.4 Παρουσίαση λύσεων των προβλημάτων

▪ Περιγραφή προβλημάτων κατηγορίας C

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στο κεφάλαιο αυτό, τα προβλήματα με *ομαδοποιημένους πελάτες στο χώρο C* αποτελούν το πιο απλό σετ προβλημάτων *Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* και διακρίνονται σε δύο υποκατηγορίες. Η πρώτη υποκατηγορία *C1* αποτελείται από 9 προβλήματα και αναφέρεται σε προβλήματα με *μικρό ορίζοντα προγραμματισμού* ενώ τα προβλήματα της δεύτερης υποκατηγορίας *C2* αποτελείται από 8 προβλήματα και αναφέρεται σε προβλήματα με *μεγάλο ορίζοντα προγραμματισμού*.

4.4.1 Λύσεις προβλημάτων C1

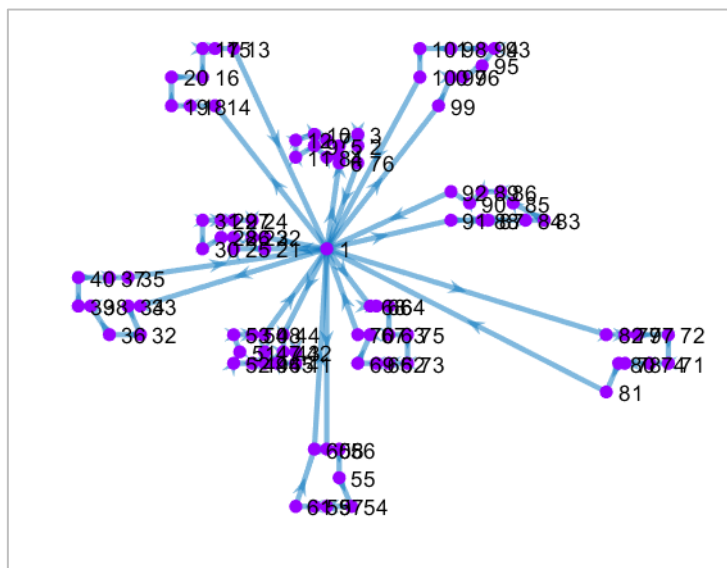
Οι αρχικές λύσεις των προβλημάτων αυτών που προέκυψαν μέσω της εφαρμογής του *τροποποιημένου αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα*, ήταν πάρα πολύ ικανοποιητικές διότι η *μέση ποσοστιαία απόκλιση* από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **10.81%**.

Οι τελικές λύσεις των προβλημάτων μέσω της εφαρμογής *αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης*, ήταν επίσης πολύ ικανοποιητικές διότι η *μέση ποσοστιαία απόκλιση* από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **1.17%**, με πλήθος οχημάτων ίδιο με αυτό των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων σε όλα τα προβλήματα.

Αρχικές Λύσεις			Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
	Κόστος Αρχικών Λύσεων	Απόκλιση Κόστους από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Κόστος Τοπικής Αναζήτησης	Βελτίωση Πλήθους Οχημάτων	Βελτίωση Τοπικής Αναζ.	Κόστος Δημ. Λύσης	Πλήθος Οχημ.	Απόκλ. Βελ. Από Δημ.
C101	852.95	2.90%	828.94	10→10	2.82%	828.94	10	0.00%
C102	952.93	14.96%	835.08	10→10	12.37%	828.94	10	0.74%
C103	1008.82	21.83%	828.06	10→10	17.92%	828.06	10	0.00%
C104	1076.49	30.52%	861.68	10→10	19.95%	824.78	10	4.47%
C105	852.95	2.90%	828.94	10→10	2.82%	828.94	10	0.00%
C106	858.80	3.60%	828.94	10→10	3.48%	828.94	10	0.00%
C107	880.48	6.22%	828.94	10→10	5.85%	828.94	10	0.00%
C108	921.97	11.22%	828.94	10→10	10.09%	828.94	10	0.00%
C109	855.12	3.16%	828.94	10→10	3.06%	828.94	10	0.00%

Πίνακας 4.2 – Αναλυτικός πίνακας αποτελεσμάτων της Δρομολόγηση Οχημάτων των Προβλημάτων C1

4.4.1.1 Πρόβλημα C101



Σχήμα 4.1 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C101

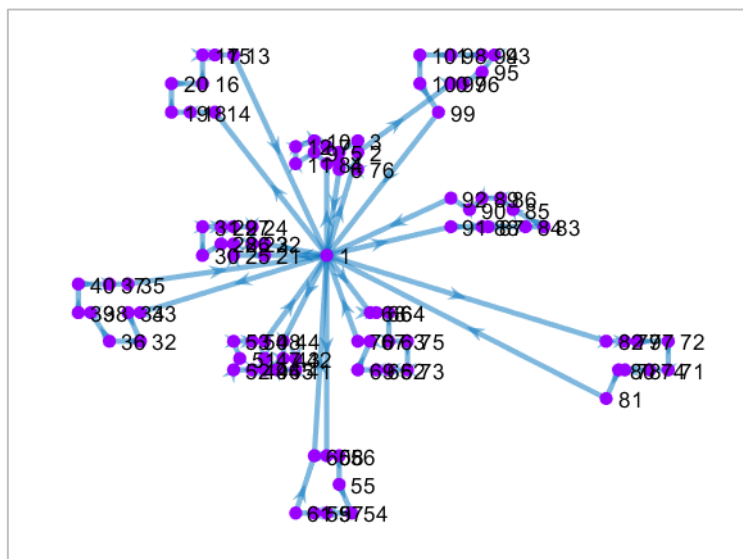
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **828.94**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 4.3 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C101

4.4.1.2 Πρόβλημα C102



Σχήμα 4.2 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C102

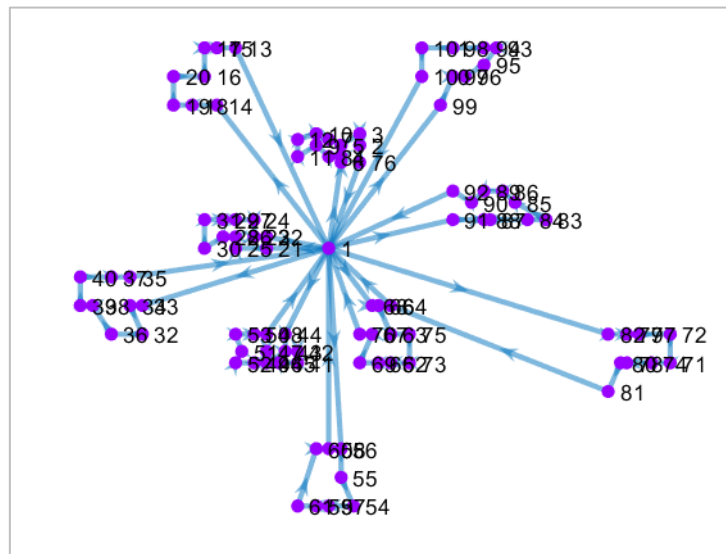
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι σχεδόν *άριστη* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **835.08**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.74%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	91	88	87	85	86	89	90	92	1					
1	6	4	9	11	12	10	7	5	3	2	76	8	1	
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	97	96	95	93	94	98	101	100	99	1				
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	83	84	1		

Πίνακας 4.4 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C102

4.4.1.3 Πρόβλημα C103



Σχήμα 4.3 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C103

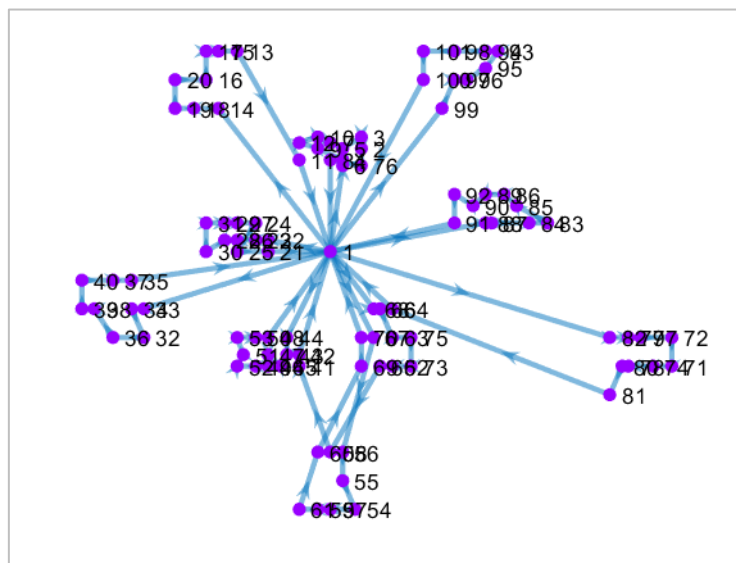
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **828.06**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	26	28	29	31	35	30	24	23	22	1				
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	14	18	16	13	15	17	20	19	27	1				
1	34	32	36	38	39	40	37	33	25	21	1			
1	56	55	54	57	59	61	60	58	1					
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	79	77	72	71	74	78	80	81	82	1				

Πίνακας 4.5 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C103

4.4.1.4 Πρόβλημα C104



Σχήμα 4.4 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C104

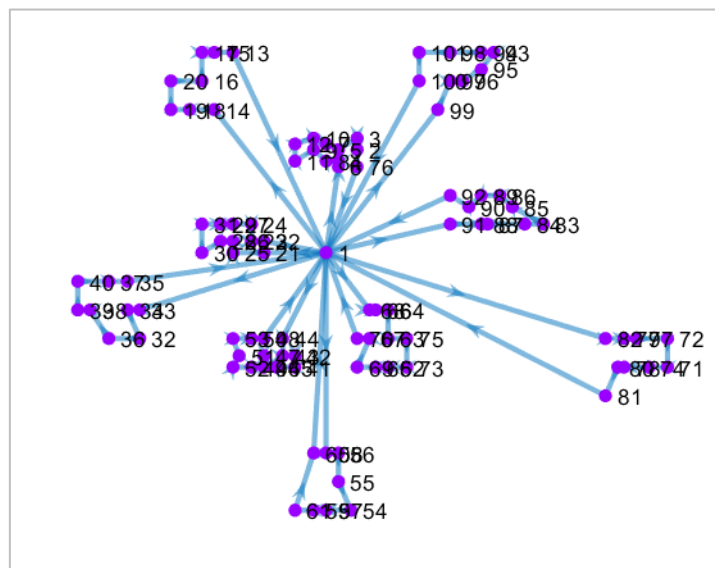
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά καλή* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **861.68**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **4.47%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	68	66	63	75	73	62	65	58	41	42	1
1	6	4	8	9	12	10	7	5	2	76	1
1	22	23	26	30	35	31	29	24	27	21	1
1	88	87	84	83	85	86	89	90	91	92	99 1
1	48	43	45	46	49	52	51	53	50	47	44 1
1	67	56	55	54	57	59	61	60	69	70	1
1	97	96	95	93	94	98	101	100	3	1	
1	14	18	19	20	16	17	15	13	11	1	
1	33	34	32	36	38	39	40	37	28	25	1
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	64	1

Πίνακας 4.6 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C104

4.4.1.5 Πρόβλημα C105



Σχήμα 4.5 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C105

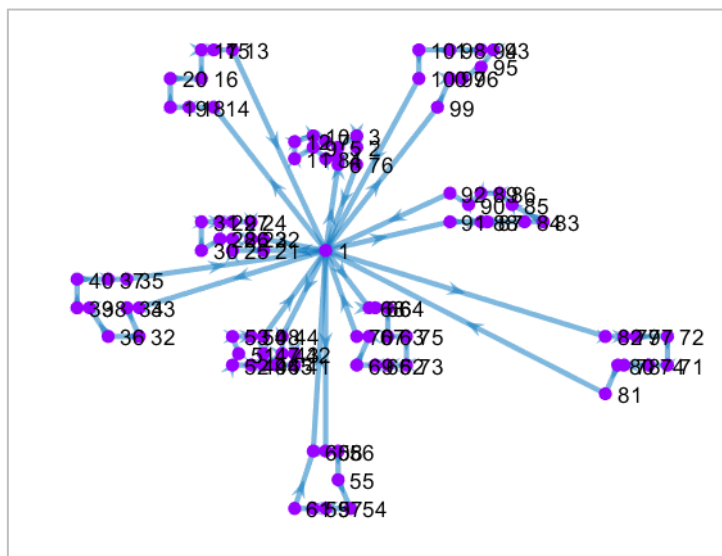
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **828.94**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1
1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1	
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48 1
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1	
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1		
1	99	97	96	95	93	94	98	101	10	1			
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1				
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1			
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1				
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1			

Πίνακας 4.7 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C105

4.4.1.6 Πρόβλημα C106



Σχήμα 4.6 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C106

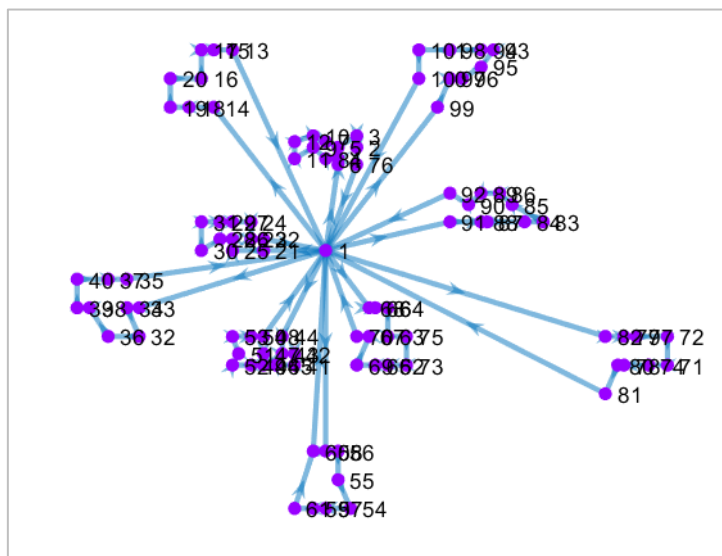
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **828.94**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 4.8 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C106

4.4.1.7 Πρόβλημα C107



Σχήμα 4.7 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C107

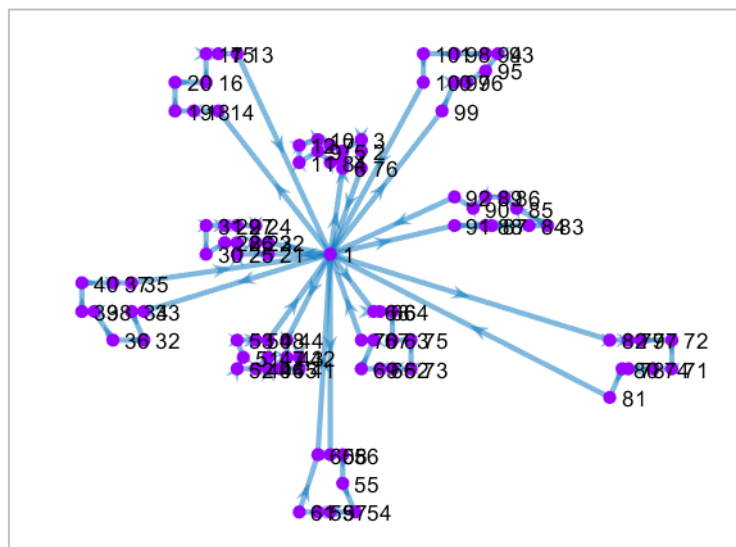
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **828.94**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 4.9 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C107

4.4.1.8 Πρόβλημα C108



Σχήμα 4.8 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C108

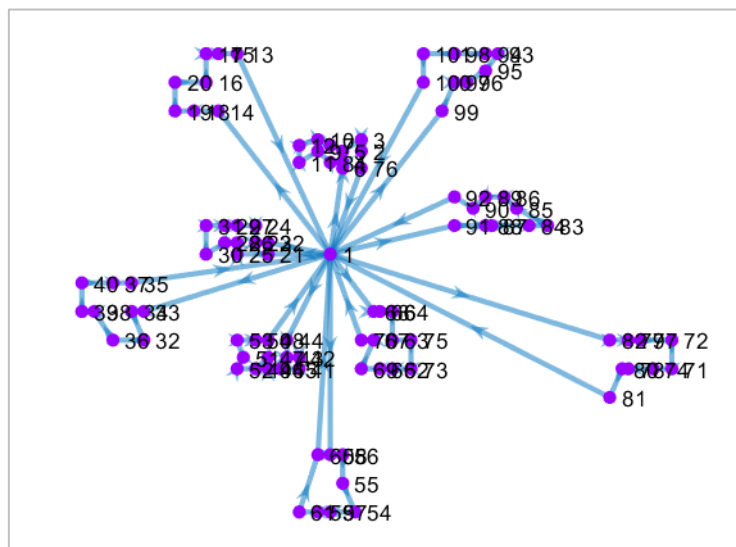
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **828.94**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	44	43	42	41	45	46	47	49	52	51	53	50	48	1
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 4.10 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C108

4.4.1.9 Πρόβλημα C109



Σχήμα 4.9 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C109

Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **10** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **828.94**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 4.11 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C109

4.4.2 Λύσεις προβλημάτων C2

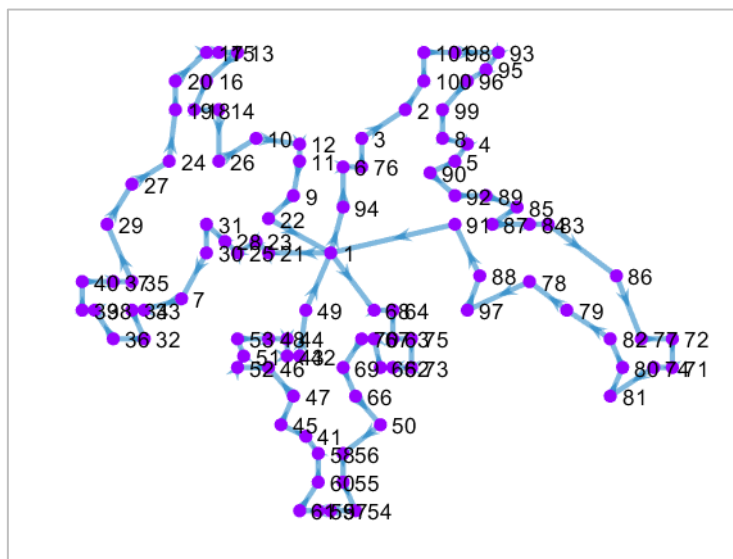
Οι αρχικές λύσεις που προέκυψαν των προβλημάτων δρομολόγησης ομαδοποιημένων πελατών με μεγάλο ορίζοντα προγραμματισμού C2, μέσω της εφαρμογής του τροποποιημένου αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα, ήταν λιγότερο ικανοποιητικές απ' ό,τι τα προβλήματα C1 αλλά και πάλι αρκετά καλές, διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **21.10%**.

Οι τελικές λύσεις των προβλημάτων μέσω της εφαρμογής αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, ήταν επίσης πολύ ικανοποιητικές διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **1.84%**, με πλήθος οχημάτων ίδιο με αυτό των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων σε όλα τα προβλήματα.

Αρχικές Λύσεις			Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
	Κόστος Αρχικών Λύσεων	Απόκλιση Κόστους από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Κόστος Τοπικής Αναζήτησης	Βελτίωση Πλήθους Οχημάτων	Βελτίωση Τοπικής Αναζ.	Κόστος Δημ. Λύσης	Πλήθος Οχημ.	Απόκλ. Βελ. Από Δημ.
C201	591.56	0.00%	591.56	3→3	0.00%	591.56	3	0.00%
C202	591.56	0.00%	591.56	3→3	0.00%	591.56	3	0.00%
C203	794.15	34.34%	591.1734	3→3	25.56%	591.17	3	0.00%
C204	1131.28	91.55%	677.3224	4→3	40.13%	590.6	3	14.68%
C205	591.56	0.45%	588.876	3→3	0.45%	588.88	3	0.00%
C206	647.95	10.10%	588.4928	3→3	9.18%	588.49	3	0.00%
C207	743.47	26.38%	588.2863	3→3	20.87%	588.29	3	0.00%
C208	623.37	5.96%	588.3238	3→3	5.62%	588.32	3	0.00%

Πίνακας 4.12 – Αναλυτικός πίνακας αποτελεσμάτων της Δρομολόγηση Οχημάτων των Προβλημάτων C2

4.4.2.1 Πρόβλημα C201



Σχήμα 4.10 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C201

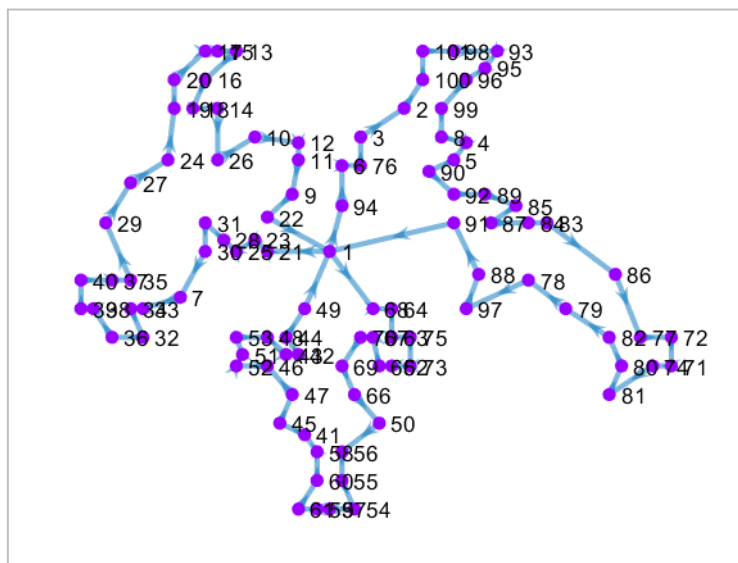
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **591.56**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93	95
96	99	8	4	5	90	92	89	85	87	84
83	86	77	72	71	74	81	80	82	79	78
97	88	91	1							
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34	32
36	38	39	40	37	35	29	27	24	19	20
17	15	13	16	18	14	26	10	12	11	9
22	1									
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70	69
66	50	56	55	54	57	59	61	60	58	41
45	47	46	52	51	53	48	44	43	42	49
										1

Πίνακας 4.13 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C201

4.4.2.3 Πρόβλημα C203



Σχήμα 4.12 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C203

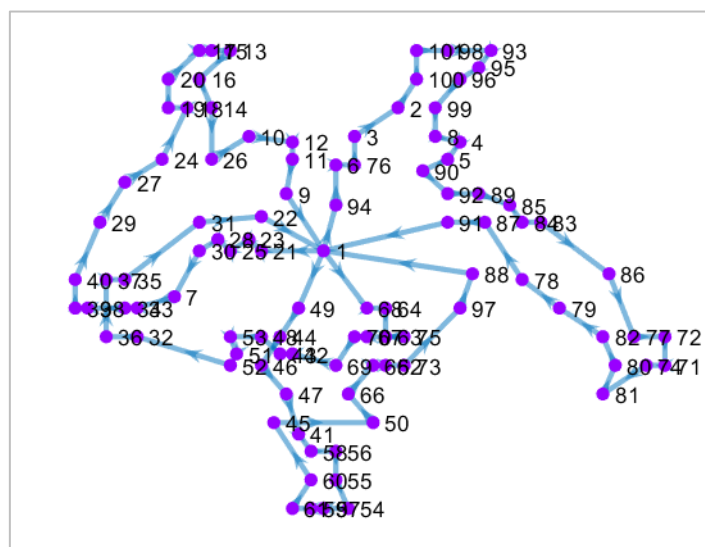
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **591.56**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	21	23	25	28	31	30	7	33	34	32
36	38	39	40	37	35	29	27	24	19	20
17	15	13	16	18	14	26	10	12	11	9
22	1									
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70	69
66	50	56	55	54	57	59	61	60	58	41
45	47	46	52	51	53	48	43	42	44	49
1	94	6	76	3	2	100	101	98	93	95
96	99	8	4	5	90	92	89	85	87	84
83	86	77	72	71	74	81	80	82	79	78
97	88	91	1							

Πίνακας 4.15 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C203

4.4.2.4 Πρόβλημα C204



Σχήμα 4.13 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C204

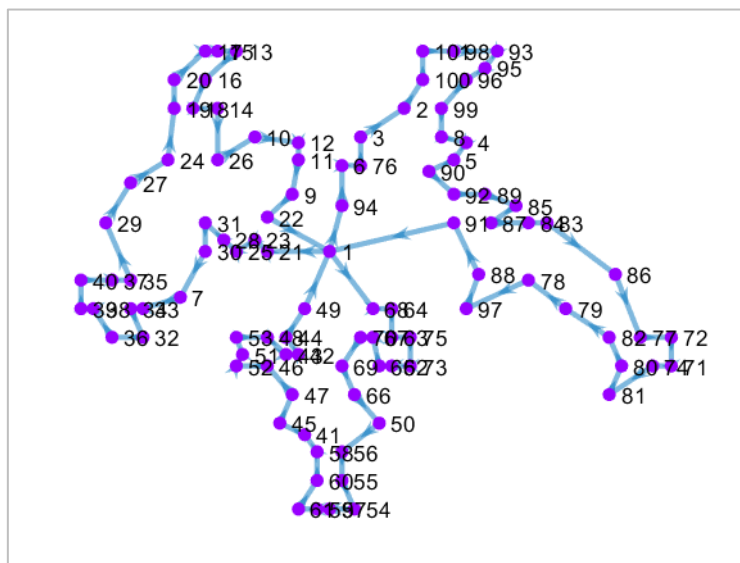
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης δεν είναι *ιδιαίτερα ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **677.32**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **14,68%** και πλήθος οχημάτων κατά ένα περισσότερο από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	68	64	63	75	67	70	69	42	43	48
53	51	52	32	36	37	35	31	22	1	
1	94	6	76	3	2	100	101	98	93	95
96	99	8	4	5	90	92	89	85	84	83
86	77	72	71	74	81	80	82	79	78	87
91	1									
1	21	23	25	28	30	7	33	34	38	39
40	29	27	24	18	19	20	17	15	13	16
14	26	10	12	11	9	1				
1	49	44	46	47	41	58	56	55	54	57
59	61	60	45	50	66	65	62	73	97	88 1

Πίνακας 4.16 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C204

4.4.2.5 Πρόβλημα C205



Σχήμα 4.14 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C205

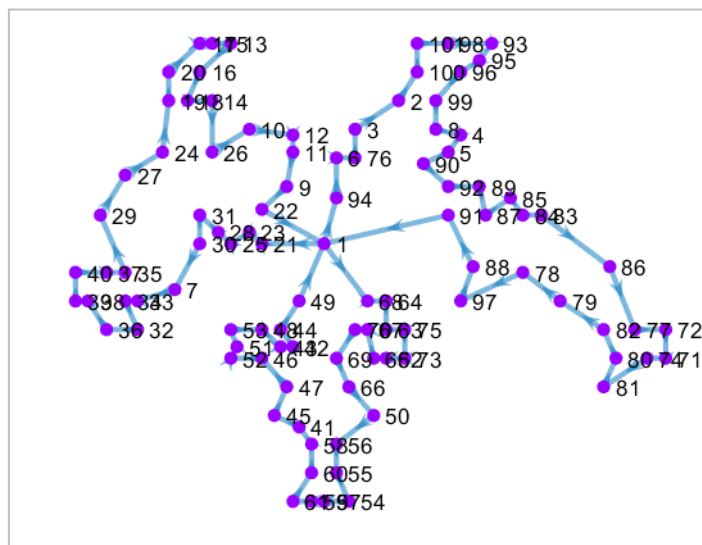
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **591.56**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93	95
96	99	8	4	5	90	92	89	85	87	84
83	86	77	72	71	74	81	80	82	79	78
97	88	91	1							
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34	32
36	38	39	40	37	35	29	27	24	19	20
17	15	13	16	18	14	26	10	12	11	9
22	1									
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70	69
66	50	56	55	54	57	59	61	60	58	41
45	47	46	52	51	53	48	44	43	42	49 1

Πίνακας 4.17 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C205

4.4.2.6 Πρόβλημα C206



Σχήμα 4.15 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C206

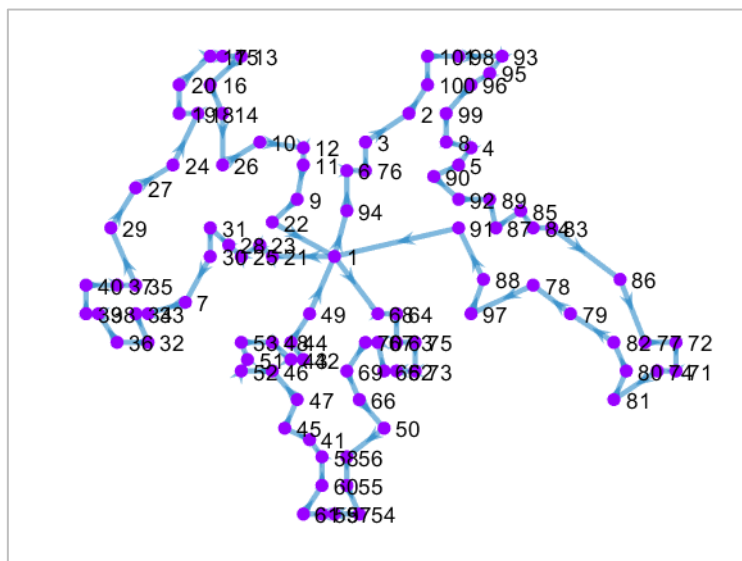
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **591.56**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93	95
96	99	8	4	5	90	92	89	85	87	84
83	86	77	72	71	74	81	80	82	79	78
97	88	91	1							
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34	32
36	38	39	40	37	35	29	27	24	19	20
17	15	13	16	18	14	26	10	12	11	9
22	1									
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70	69
66	50	56	55	54	57	59	61	60	58	41
45	47	46	52	51	53	48	44	43	42	49 1

Πίνακας 4.18 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C206

4.4.2.7 Πρόβλημα C207



Σχήμα 4.16 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C207

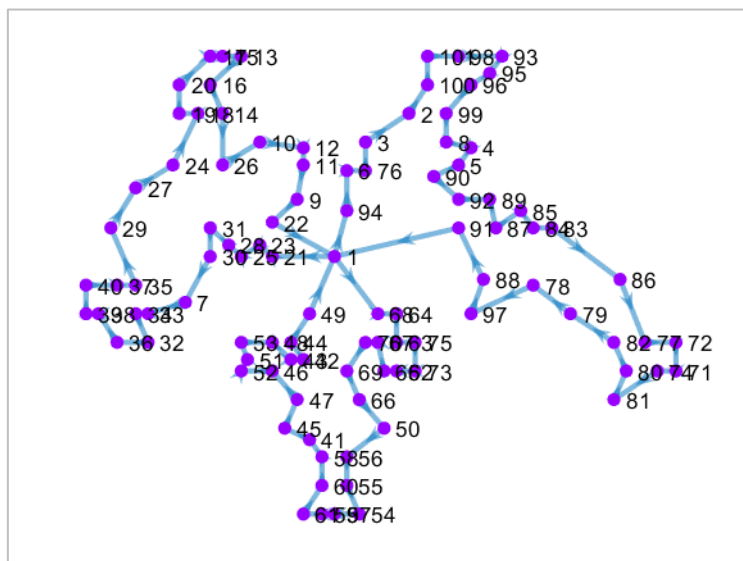
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **591.56**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93	95
96	99	8	4	5	90	92	89	85	87	84
83	86	77	72	71	74	81	80	82	79	78
97	88	91	1							
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34	32
36	38	39	40	37	35	29	27	24	19	20
17	15	13	16	18	14	26	10	12	11	9
22	1									
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70	69
66	50	56	55	54	57	59	61	60	58	41
45	47	46	52	51	53	48	44	43	42	49 1

Πίνακας 4.19 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C207

4.4.2.8 Πρόβλημα C208



Σχήμα 4.17 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος C208

Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *άριστη* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **591.56**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **0.00%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93	95
96	99	8	4	5	90	92	89	85	87	84
83	86	77	72	71	74	81	80	82	79	78
97	88	91	1							
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34	32
36	38	39	40	37	35	29	27	24	19	20
17	15	13	16	18	14	26	10	12	11	9
22	1									
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70	69
66	50	56	55	54	57	59	61	60	58	41
45	47	46	52	51	53	48	44	43	42	49 1

Πίνακας 4.20 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος C208

▪ Περιγραφή προβλημάτων κατηγορίας R

Τα προβλήματα *R* με ομοιόμορφα κατανεμημένους πελάτες στο χώρο αποτελούν το πιο σύνθετο σετ προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων απ' ό,τι τα προβλήματα *C* και διακρίνονται σε δύο υποκατηγορίες. Η πρώτη υποκατηγορία *R1* αποτελείται από 12 προβλήματα και αναφέρεται σε προβλήματα με μικρό ορίζοντα προγραμματισμού ενώ τα προβλήματα της δεύτερης υποκατηγορίας *R2* αποτελείται από 11 προβλήματα και αναφέρεται σε προβλήματα με μεγάλο ορίζοντα προγραμματισμού.

4.4.3 Λύσεις προβλημάτων R1

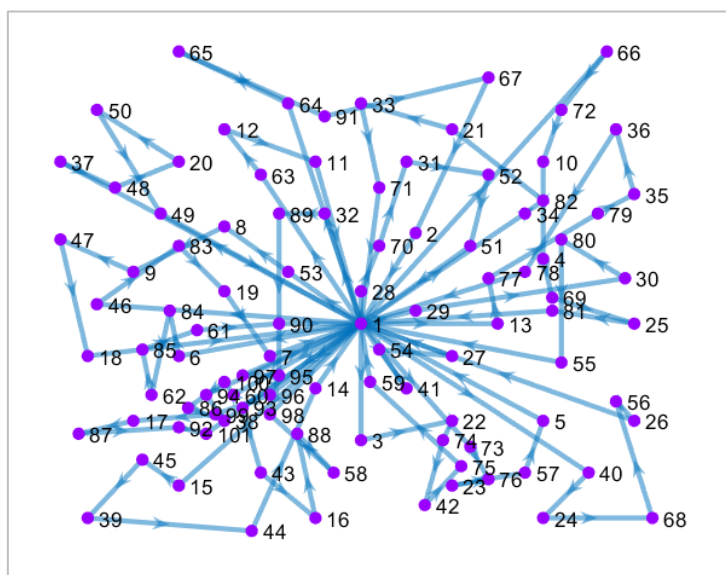
Οι αρχικές λύσεις των προβλημάτων αυτών που προέκυψαν μέσω της εφαρμογής του τροποποιημένου αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα, ήταν μέτριες διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **36.46%**.

Οι τελικές λύσεις των προβλημάτων μέσω της εφαρμογής αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, ήταν επίσης πολύ ικανοποιητικές διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **5.40%**, με πλήθος οχημάτων ίδιο με αυτό των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων σε όλα τα προβλήματα.

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
	Κόστος Αρχικών Λύσεων	Απόκλιση Κόστους από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Κόστος Τοπικής Αναζήτησης	Βελτίωση Πλήθους Οχημάτων	Βελτίωση Τοπικής Αναζ.	Κόστος Δημ. Λύσης	Πλήθος Οχημ.	Απόκλ. Βελ. Από Δημ.
R101	2006.09	21.52%	1686.486	21→20	15.93%	1650.8	19	2.16%
R102	1877.07	26.31%	1505.912	19→19	19.77%	1486.12	17	1.33%
R103	1726.55	33.56%	1233.094	17→15	28.58%	1292.68	13	-4.61%
R104	1245.60	23.66%	1044.978	12→12	16.11%	1007.31	9	3.74%
R105	1713.14	24.40%	1456.751	16→16	14.97%	1377.11	14	5.78%
R106	1652.01	31.95%	1338.075	14→14	19.00%	1252.03	12	6.87%
R107	1427.79	29.25%	1180.321	13→12	17.33%	1104.66	10	6.85%
R108	1228	27.80%	982.17	12→11	20.02%	960.88	9	2.22%
R109	1640.69	37.33%	1214.851	14→13	25.95%	1194.73	11	1.68%
R110	1441.93	28.88%	1159.482	12→12	19.59%	1118.84	10	3.63%
R111	1557.8	42.04%	1137.7	15→12	26.97%	1096.72	10	3.74%
R112	1354.8	37.94%	1003.339	12→11	25.94%	982.14	9	2.16%

Πίνακας 4.21 – Αναλυτικός πίνακας αποτελεσμάτων της Δρομολόγησης Οχημάτων των Προβλημάτων R1

4.4.3.1 Πρόβλημα R101



Σχήμα 4.18 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R101

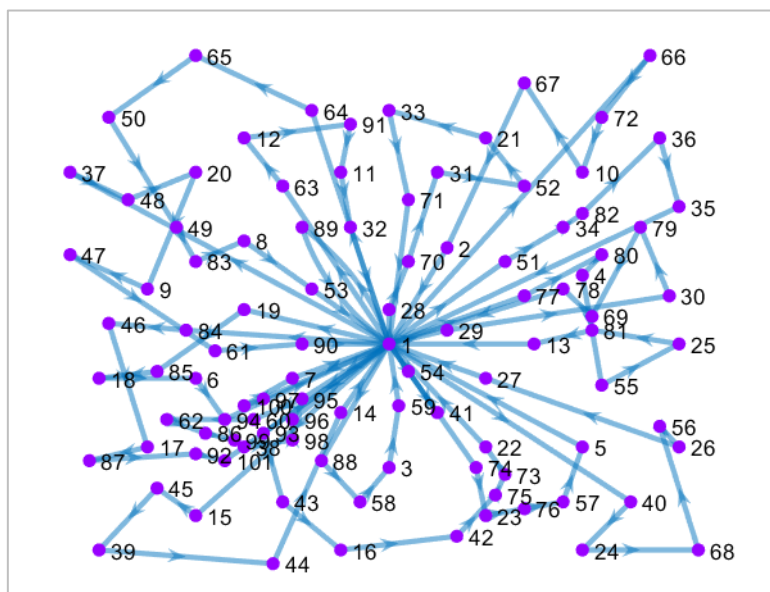
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *πολύ ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **20** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1686.49**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **2.16%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά ένα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	96	99	17	87	92	101	1
1	73	76	23	57	5	1	
1	63	12	11	1			
1	37	48	20	50	49	1	
1	66	72	10	4	69	25	81
1	13	77	79	35	36	78	1
1	6	84	62	85	61	90	1
1	3	22	74	42	75	59	1
1	41	54	27	1			
1	32	89	95	97	1		
1	46	83	19	7	1		
1	40	24	68	56	26	1	
1	53	8	9	47	18	1	
1	29	30	80	55	1		
1	60	100	86	38	94	1	
1	34	82	21	33	71	1	
1	15	45	39	44	14	1	
1	28	70	31	52	51	1	
1	64	65	91	67	2	1	
1	93	43	16	88	58	98	1

Πίνακας 4.21 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R101

4.4.3.2 Πρόβλημα R102



Σχήμα 4.19 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R102

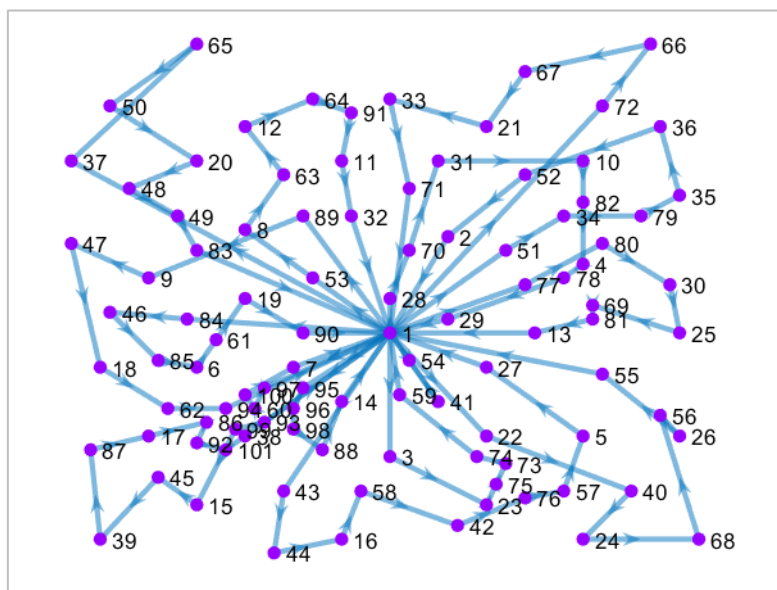
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **19** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1505.91**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **1.33%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	95	60	62	86	99	38	98	96	1
1	97	100	7	1					
1	77	80	4	55	25	81	13	1	
1	63	12	91	11	32	1			
1	40	24	68	56	26	27	1		
1	15	45	39	44	14	1			
1	29	30	79	69	78	1			
1	41	54	1						
1	64	65	50	49	83	8	53	1	
1	66	72	10	67	2	1			
1	89	1							
1	19	85	18	6	94	1			
1	84	46	17	87	92	101	1		
1	93	43	16	42	75	73	22	1	
1	28	70	31	52	21	33	71	1	
1	51	34	82	36	35	1			
1	74	23	76	57	5	1			
1	88	58	3	59	1				
1	37	48	20	9	47	61	90	1	

Πίνακας 4.22 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R102

4.4.3.3 Πρόβλημα R103



Σχήμα 4.20 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R103

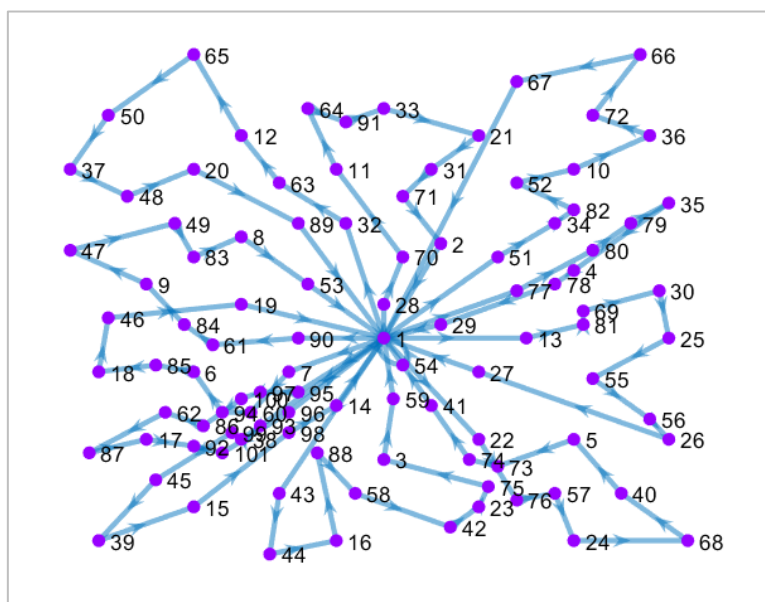
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *πολύ ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **15** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1233.09**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **-4.61%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης. Βεβαίως το γεγονός ότι βρέθηκε καλύτερο κόστος δρομολόγησης οφείλεται στο λόγω ότι έγινε χρήση περισσότερων οχημάτων και δεν μπορεί να θεωρηθεί καλύτερη.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	93	99	15	45	39	87	17	86
92	101	38	1					
1	53	8	63	12	64	91	11	32
1	89	9	47	18	62	94	1	
1	37	65	50	20	48	49	83	1
1	28	70	31	10	82	4	78	29
1	41	54	1					
1	84	46	85	6	61	19	90	1
1	72	66	67	21	33	71	1	
1	43	44	16	58	42	76	57	5
27	1							
1	3	23	75	73	74	59	1	
1	97	60	100		7	1		
1	77	80	30	25	69	81	13	1
1	22	40	24	68	56	26	55	1
1	95	96	98	88	14	1		
1	51	34	79	35	36	52	2	1

Πίνακας 4.23 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R103

4.4.3.4 Πρόβλημα R104



Σχήμα 4.21 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R104

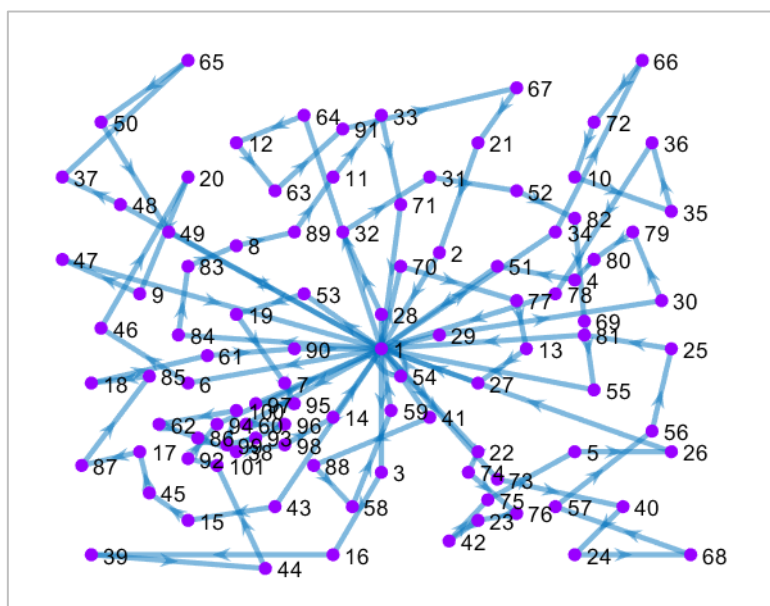
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **12** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1044.98**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **3.74%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 3 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	95	97	100	86	62	87	17	92
101	96	1						
1	90	61	84	9	47	49	83	8
53	1							
1	13	81	69	30	25	55	56	26
27	1							
1	51	34	82	52	10	36	72	66
67	1							
1	32	63	12	65	50	37	48	20
89	1							
1	28	70	11	64	91	33	21	31
71	2	1						
1	7	60	94	6	85	18	46	19
1	54	1						
1	43	44	16	88	58	42	23	75
3	59	1						
1	93	38	99	45	39	15	98	14
1	22	76	57	24	68	40	5	73
74	41	1						
1	77	80	79	35	4	78	29	1

Πίνακας 4.24 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R104

4.4.3.5 Πρόβλημα R105



Σχήμα 4.22 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R105

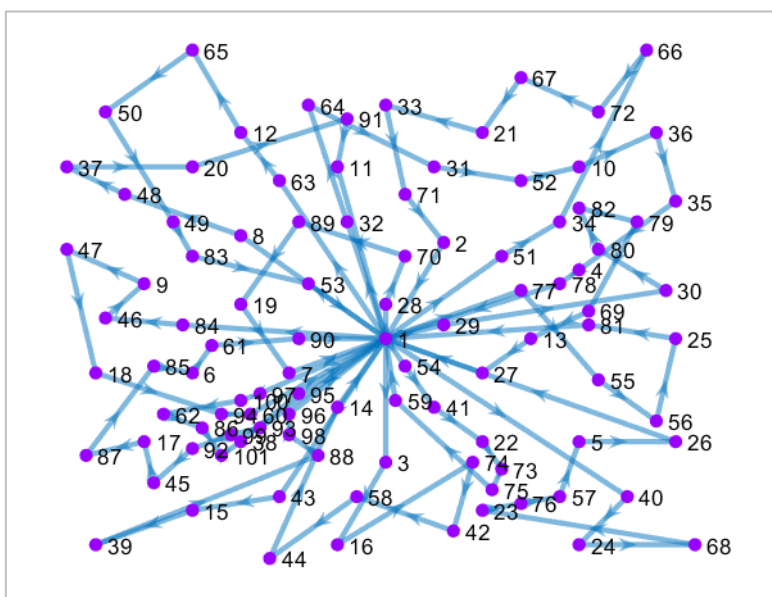
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **16** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1456.75**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **5,78%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	60	96	93	99	100	62	86	38
98	14	1						
1	84	83	8	89	11	33	71	1
1	43	15	45	17	87	85	18	61
90	1							
1	22	74	76	23	42	75	5	26
1	28	32	31	52	82	69	55	1
1	73	40	24	68	57	56	25	81
1	64	12	63	91	67	21	2	1
1	48	37	65	50	49	1		
1	34	66	72	10	35	36	78	1
1	53	19	7	95	97	1		
1	41	88	58	59	1			
1	70	77	13	27	1			
1	3	16	39	44	101	92	94	1
1	29	30	79	80	4	51	1	
1	6	46	20	9	47	1		
1	54	1						

Πίνακας 4.25 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R105

4.4.3.6 Πρόβλημα R106



Σχήμα 4.23 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R106

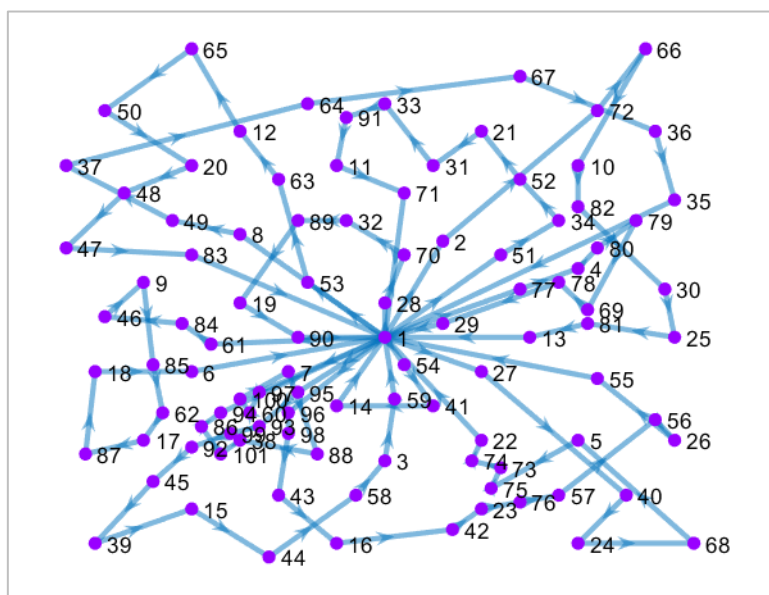
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **14** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1338.08**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **6.87%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	97	100	62	86	101	38	95	1
1	63	12	65	50	49	83	53	1
1	93	99	92	45	17	87	85	6
61	90	1						
1	84	46	9	47	18	94	60	1
1	3	16	74	42	58	44	14	1
1	8	48	37	20	91	11	1	
1	54	41	22	73	75	59	1	
1	77	55	56	25	81	1		
1	28	70	89	19	7	1		
1	32	64	31	52	10	36	35	4
78	1							
1	40	24	68	23	76	57	5	26 1
1	43	15	39	88	98	96	1	
1	29	30	80	82	79	69	13	27 1
1	51	34	66	72	67	21	33	71
2	1							

Πίνακας 4.26 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R106

4.4.3.7 Πρόβλημα R107



Σχήμα 4.24 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R107

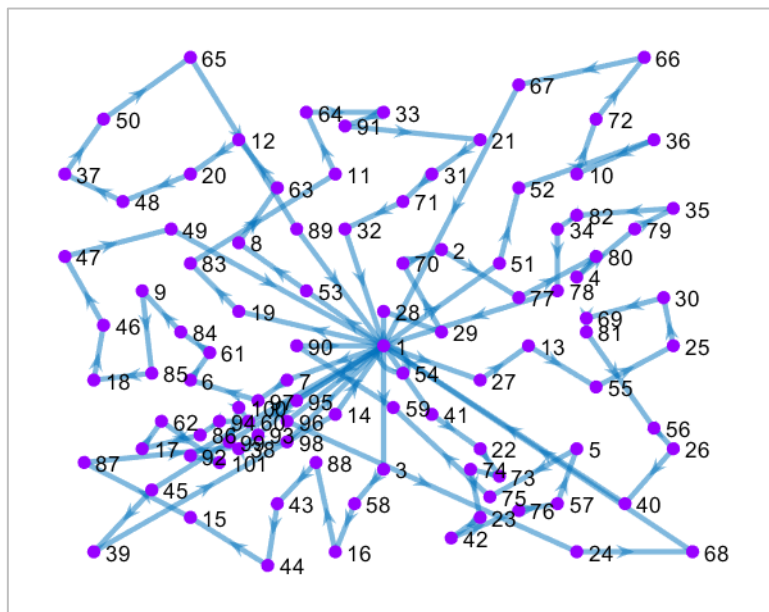
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **12** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1180.32**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **6.85%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	97	60	100	7	88	38	101	86
94	1							
1	95	93	99	92	45	39	15	44
58	3	59	1					
1	28	70	32	89	19	90	1	
1	53	63	12	65	50	20	48	47
83	1							
1	61	84	46	9	85	62	17	87
18	6	1						
1	96	98	43	16	42	23	76	57
56	26	55	1					
1	51	34	52	21	31	33	91	11
71	1							
1	8	49	37	64	67	36	35	1
1	2	72	66	10	82	30	25	81
13	1							
1	54	41	14	1				
1	27	40	24	68	5	75	73	74
22	1							
1	77	4	80	79	69	78	29	1

Πίνακας 4.27 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R107

4.4.3.8 Πρόβλημα R108



Σχήμα 4.25 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R108

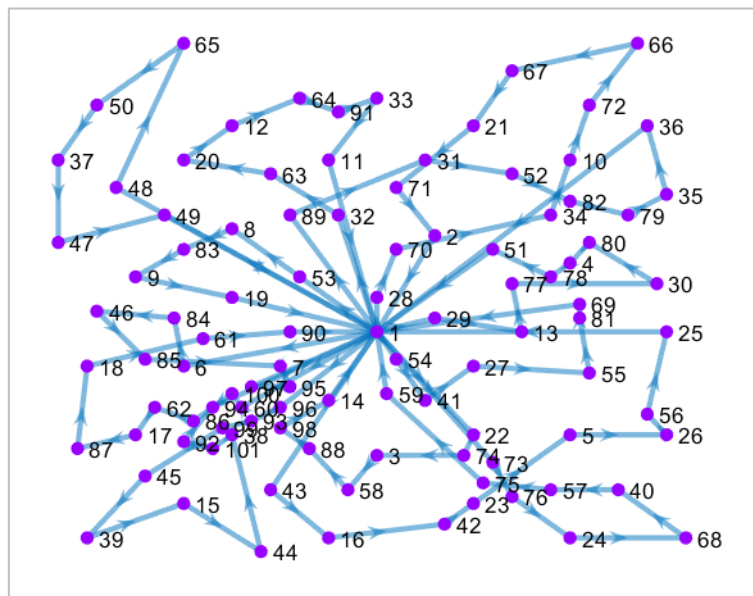
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **11** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **982.17**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **2.22%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	28	29	70	2	77	80	4	79	35	82
34	78	1								
1	95	93	38	99	100	60	94	86	17	62
101	92	1								
1	7	97	6	61	84	9	85	18	46	47
49	1									
1	27	13	55	25	30	69	81	56	26	40
1	41	22	73	74	23	42	76	57	5	75
59	90	1								
1	53	8	63	12	20	48	37	50	65	89
1	3	58	16	88	43	44	15	87	98	1
1	19	83	11	64	33	91	21	31	71	32
1	51	52	36	10	72	66	67	1		
1	96	24	68	1						
1	45	39	14	1						
1	54	1								

Πίνακας 4.28 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R108

4.4.3.9 Πρόβλημα R109



Σχήμα 4.26 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R109

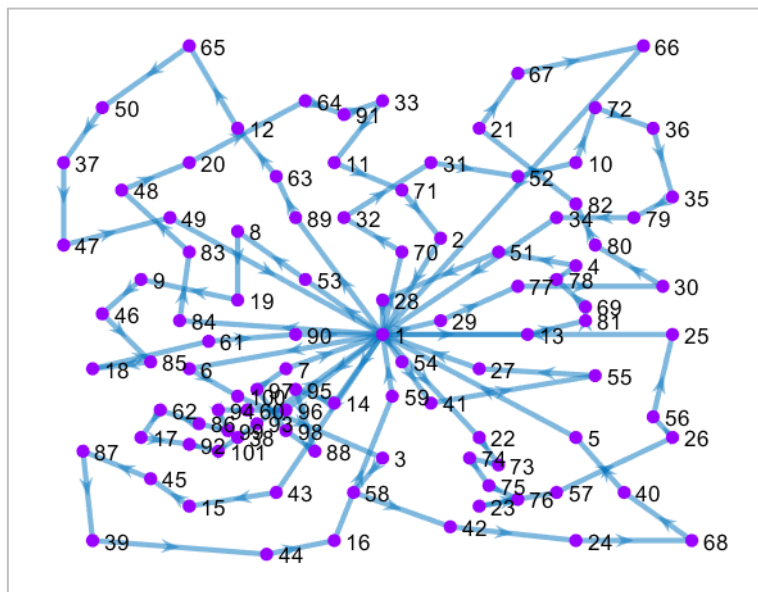
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **13** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1214.85**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **1.68%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	43	16	42	23	5	26	56	25	1		
1	53	8	83	9	19	1					
1	54	41	27	55	81	69	1				
1	60	100	86	62	17	87	18	61	90	1	
1	22	74	3	58	88	98	14	1			
1	73	76	24	68	40	57	75	59	1		
1	96	93	99	45	39	15	44	38	101	92	
94	1										
1	89	31	52	82	79	35	36	1			
1	32	63	20	12	64	91	33	11	1		
1	6	84	46	85	7	95	97	1			
1	48	65	50	37	47	49	1				
1	28	70	34	10	72	66	67	21	71	2	1
1	29	13	77	30	80	4	78	51	1		

Πίνακας 4.29 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R109

4.4.3.10 Πρόβλημα R110



Σχήμα 4.27 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R110

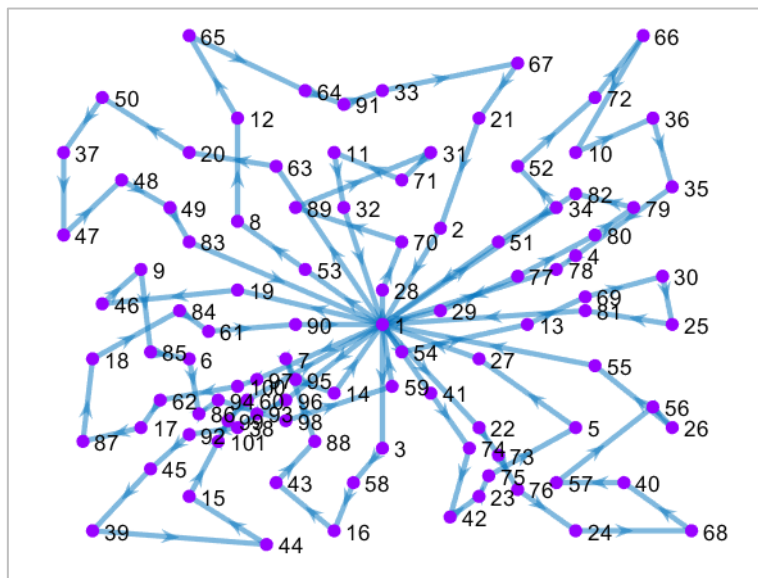
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **12** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1159.48**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **3.63%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	13	81	69	78	4	51	28	1			
1	53	8	19	9	46	85	18	61	90	1	
1	96	60	94	99	86	62	17	92	101	38	
93	1										
1	22	73	74	75	76	23	57	26	56	25	1
1	84	83	48	20	64	91	33	11	71	2	1
1	14	95	88	98	97	7	1				
1	89	63	12	65	50	37	47	49	1		
1	29	77	30	80	82	21	67	66	1		
1	43	15	45	87	39	44	16	59	1		
1	6	100	3	58	42	24	68	40	5	1	
1	54	41	55	27	1						
1	70	32	31	52	10	72	36	35	79	34	1

Πίνακας 4.30 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R110

4.4.3.11 Πρόβλημα R111



Σχήμα 4.28 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R111

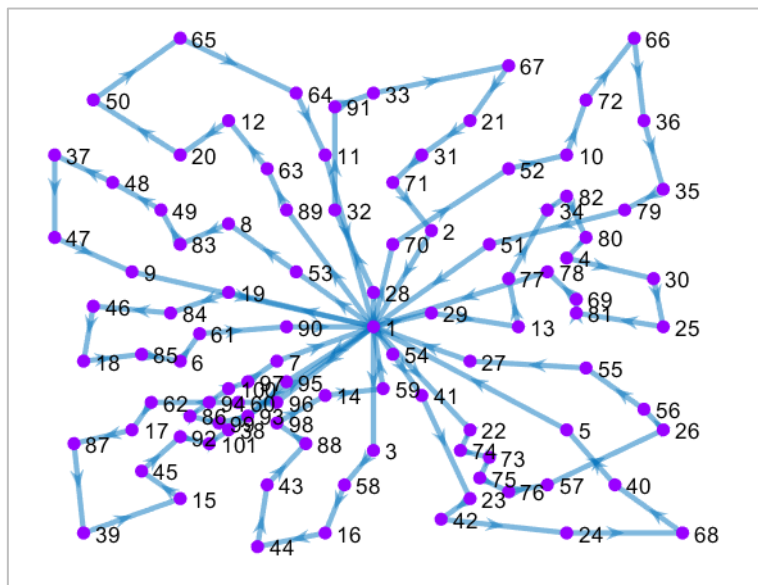
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **12** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1137.70**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **3.74%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	54	13	69	30	25	81	1				
1	97	100	62	17	87	18	84	61	90	1	
1	41	74	42	23	75	5	27	1			
1	28	70	89	31	71	11	32	1			
1	3	58	16	43	88	7	95	14	1		
1	19	46	9	85	6	86	94	98	59	1	
1	22	73	76	24	68	40	57	56	26	55	1
1	53	8	12	65	64	91	33	67	21	2	1
1	34	52	72	66	10	36	35	4	78	1	
1	96	93	38	92	45	39	44	15	101	99	
60	1										
1	29	77	80	79	82	51	1				
1	63	20	50	37	47	48	49	83	1		

Πίνακας 4.31 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R111

4.4.3.12 Πρόβλημα R112



Σχήμα 4.29 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R112

Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **11** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1003.34**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **2.16%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	29	13	77	34	82	80	4	30	25	81	
69	78	1									
1	3	58	16	44	43	88	98	14	59	1	
1	19	84	46	18	85	6	61	90	1		
1	95	93	99	86	94	100	97	7	1		
1	96	60	62	17	87	39	15	45	92	101	
38	1										
1	54	41	23	42	24	68	40	5	1		
1	22	74	73	75	76	57	26	56	55	27	1
1	28	32	91	33	67	21	31	71	2	1	
1	70	52	10	72	66	36	35	79	51	1	
1	53	8	83	49	48	37	47	9	1		
1	89	63	12	20	50	65	64	11	1		

Πίνακας 4.32 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R112

4.4.4 Λύσεις προβλημάτων R2

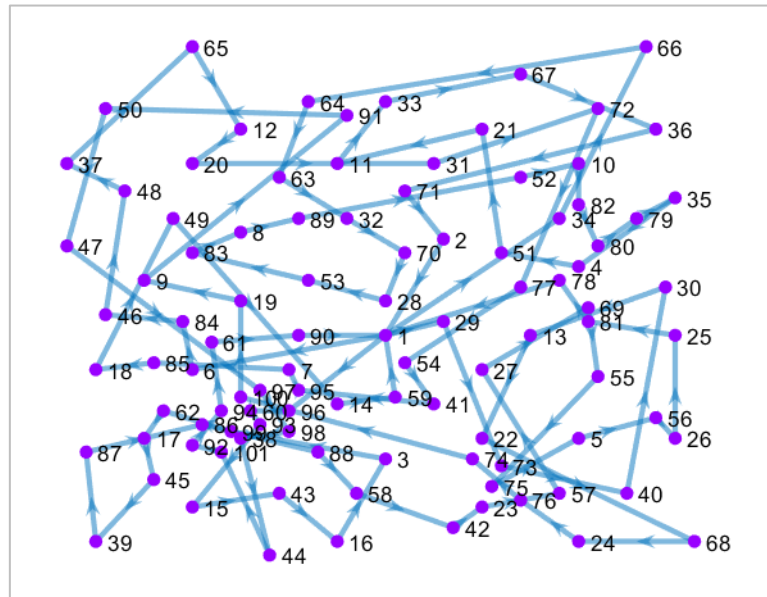
Οι αρχικές λύσεις των προβλημάτων αυτών που προέκυψαν μέσω της εφαρμογής του τροποποιημένου αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα, ήταν αρκετά μέτριες διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **43.10%**.

Οι τελικές λύσεις των προβλημάτων μέσω της εφαρμογής αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, ήταν επίσης αρκετά ικανοποιητικές διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **8.60%**, με πλήθος οχημάτων ίδιο με αυτό των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων σε όλα τα προβλήματα.

Πίνακας 4.33 – Αναλυτικός πίνακας αποτελεσμάτων της Δρομολόγηση Οχημάτων των Προβλημάτων R2

Αρχικές Λύσεις			Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
	Κόστος Αρχικών Λύσεων	Απόκλιση Κόστους από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Κόστος Τοπικής Αναζήτησης	Βελτίωση Πλήθους Οχημάτων	Βελτίωση Τοπικής Αναζ.	Κόστος Δημ. Λύσης	Πλήθος Οχημ.	Απόκλ. Βελ. Από Δημ.
R201	1953.95	56.02%	1377.325	5→4	29.51%	1252.37	4	9.98%
R202	1746.55	46.56%	1211.568	4→4	40.06%	1191.7	3	1.67%
R203	1257.15	33.81%	994.8759	4→4	32.93%	939.5	3	5.89%
R204	1025.84	24.27%	823.7389	3→3	34.77%	825.52	2	-0.22%
R205	1389.81	39.76%	1133.56	3→3	29.34%	994.43	3	13.99%
R206	1412.57	55.89%	1045.102	3→3	37.52%	906.14	3	15.34%
R207	1342.75	50.77%	870.1407	4→3	44.87%	890.61	2	-2.30%
R208	1062.34	46.16%	833.8052	4→2	21.51%	726.82	2	14.72%
R209	1278.05	41.04%	994.3333	3→3	26.34%	906.16	3	9.73%
R210	1341.34	42.79%	1005.587	4→4	29.14%	939.37	3	7.05%
R211	1213.29	36.99%	998.8406	3→3	27.76%	885.71	2	12.77%

4.4.4.1 Πρόβλημα R201



Σχήμα 4.30 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R201

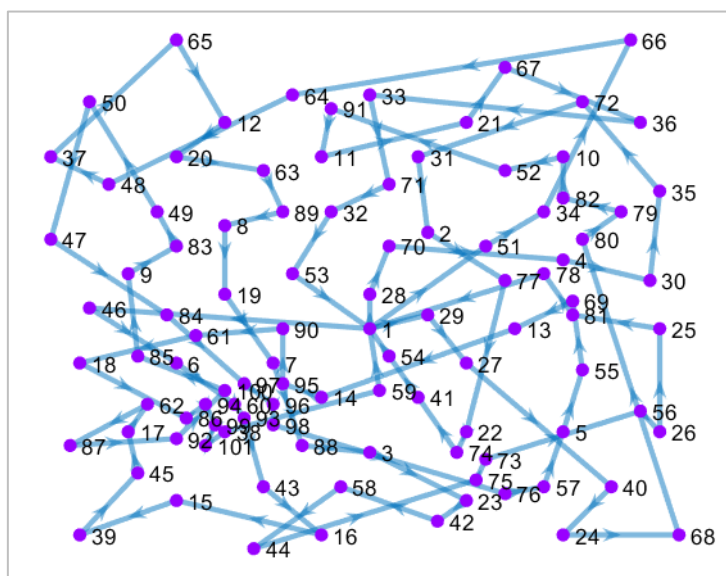
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1377.325**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **9.98%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	34	66	64	63	32	70	28	53	83	8	89	52	10
82	80	79	35	4	51	21	11	33	67	36	71	2	1
1	29	73	40	30	13	22	68	24	76	74	100	19	9
91	50	47	97	98	38	44	101	92	94	61	90	1	
1	6	84	46	48	37	65	12	20	31	72	77	54	41
95	7	85	18	49	14	59	1						
1	96	60	93	15	43	16	3	99	62	17	45	39	87
86	88	58	42	23	57	27	69	55	75	5	56	26	25
81	78	1											

Πίνακας 4.33 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R201

4.4.4.2 Πρόβλημα R202



Σχήμα 4.31 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R202

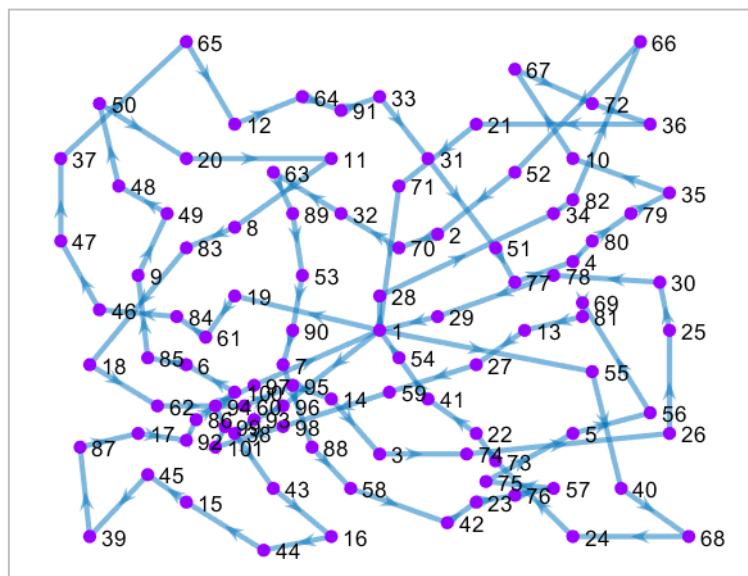
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1211.57**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **1.67%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	51	34	66	64	48	37	65	12	20	63	89	8	19	
7	88	3	23	42	58	44	75	73	56	26	25	81	78	1
1	46	6	60	93	43	16	15	39	45	17	62	87	92	
100	85	9	83	49	50	47	84	97	96	98	76	57	5	
55	69	13	14	95	90	61	18	86	94	99	101	38	59	1
1	29	27	40	24	68	80	79	82	10	52	91	11	21	
67	36	33	71	32	53	1								
1	28	70	4	30	35	72	31	2	77	22	74	41	54	1

Πίνακας 4.34 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R202

4.4.4.3 Πρόβλημα R203



Σχήμα 4.32 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R203

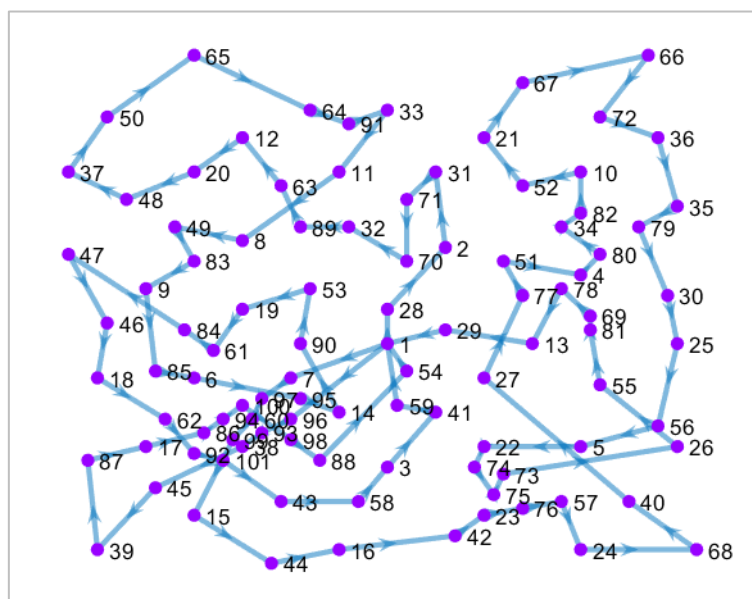
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **994.88**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **5.89%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	28	34	82	66	52	2	70	32	63	89	53	90	7
88	58	42	23	76	57	75	5	56	69	81	13	27	59
1	46	6	60	93	43	16	15	39	45	17	62	87	92
100	85	9	83	49	50	47	84	97	96	98	76	57	5
55	69	13	14	95	90	61	18	86	94	99	101	38	1
1	29	27	40	24	68	80	79	82	10	52	91	11	21
67	36	33	71	32	53	1							
1	28	70	4	30	35	72	31	2	77	22	74	41	1

Πίνακας 4.35 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R203

4.4.4.4 Πρόβλημα R204



Σχήμα 4.33 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R204

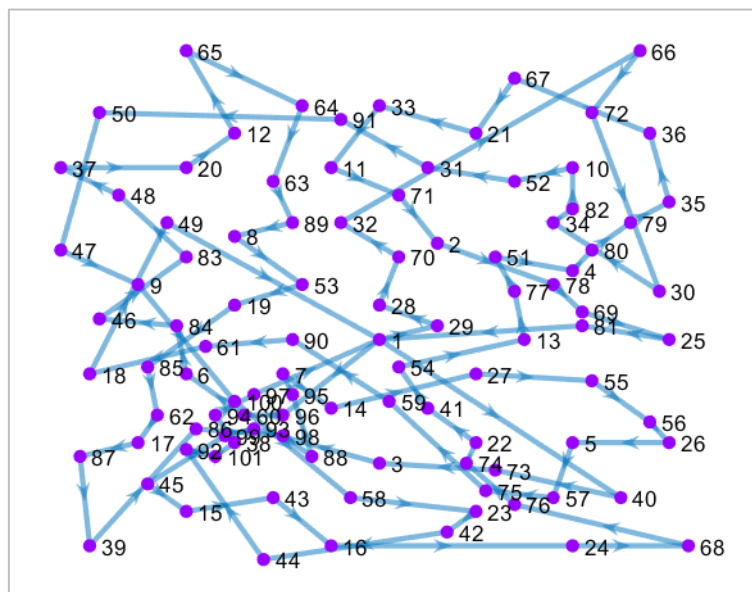
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **823.74**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **-0.22%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης. Βεβαίως το γεγονός ότι βρέθηκε καλύτερο κόστος δρομολόγησης οφείλεται στο λόγω ότι έγινε χρήση περισσότερων οχημάτων και δεν μπορεί να θεωρηθεί καλύτερη.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	28	2	31	71	70	32	89	63	12	20	48	37	50	
65	64	91	33	11	8	49	83	9	85	6	95	14	90	
53	19	61	84	47	46	18	62	92	101	43	58	3	41	
59	1													
1	7	97	60	99	15	44	16	42	23	76	57	24	68	
40	27	77	51	4	80	34	82	10	52	21	67	66	72	
36	35	79	30	25	56	5	22	74	75	73	26	55	81	
69	78	13	29	1										
1	96	93	38	45	39	87	17	86	94	100	98	88	54	1

Πίνακας 4.36 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R204

4.4.4.5 Πρόβλημα R205



Σχήμα 4.34 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R205

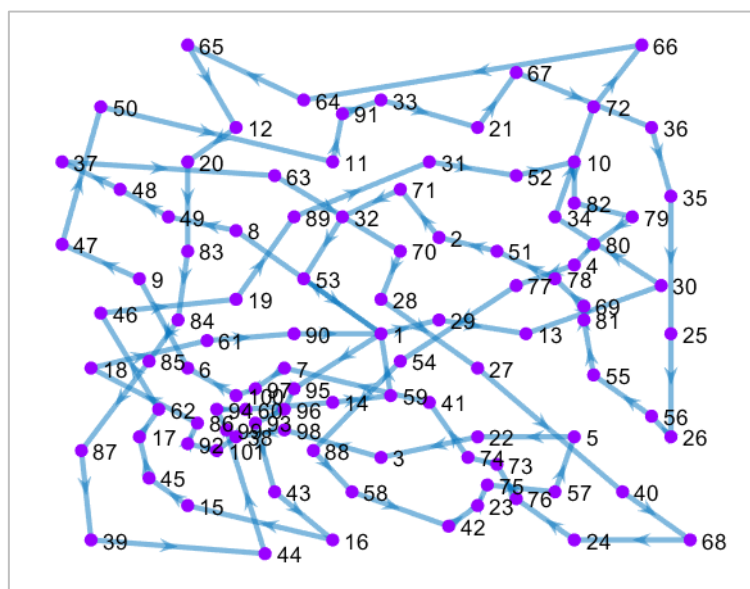
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1133.56**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **13.99%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	96	60	6	84	46	83	48	37	20	12	65	64	63
89	8	53	19	85	62	17	87	39	86	98	88	95	7
14	27	55	56	26	5	57	75	59	90	61	18	49	1
1	40	73	3	93	99	45	15	43	16	24	68	76	74
22	41	54	13	77	51	4	80	79	35	36	67	21	33
11	71	2	78	69	25	81	1						
1	29	28	70	32	66	72	30	34	82	10	52	31	91
50	47	9	100	58	23	42	44	92	101	38	94	97	1

Πίνακας 4.37 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R205

4.4.4.6 Πρόβλημα R206



Σχήμα 4.35 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R206

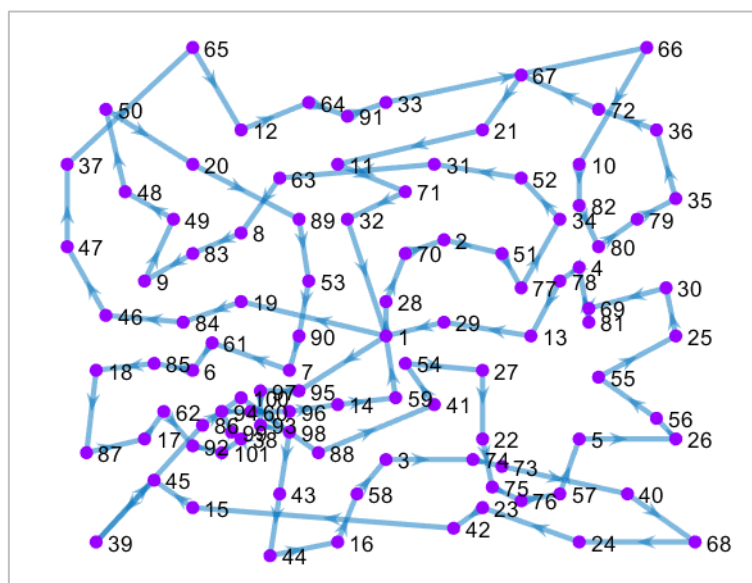
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *όχι πολύ ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1045.10**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **15.34%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	8	49	48	37	63	70	28	27	40	68	24	76	73	
74	41	7	97	100	6	9	47	50	11	91	33	21	67	
36	35	25	26	56	55	81	69	78	51	2	71	32	53	1
1	95	96	93	43	16	15	45	17	62	46	19	89	31	
52	10	82	79	80	4	77	54	88	58	42	23	75	57	
5	22	3	98	38	101	92	86	18	61	90	1			
1	29	13	30	34	72	66	64	65	12	20	83	84	85	
87	39	44	99	94	60	14	59	1						

Πίνακας 4.38 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R206

4.4.4.7 Πρόβλημα R207



Σχήμα 4.36 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R207

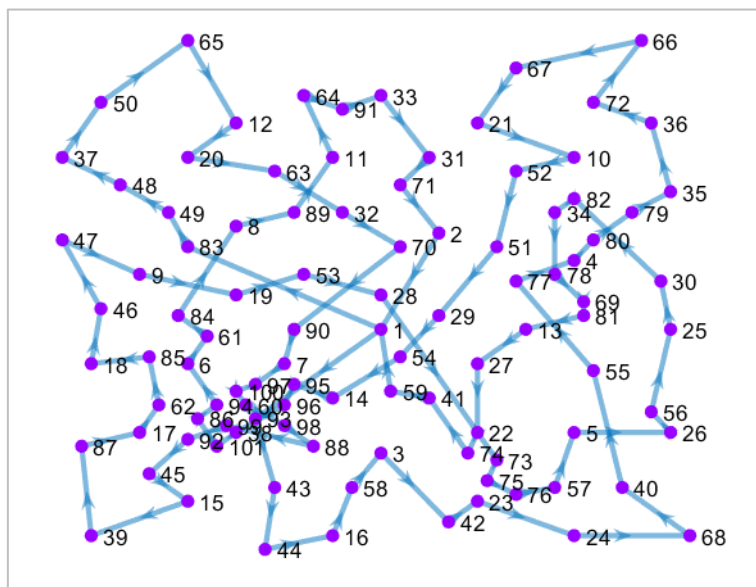
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **870.14**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **-2.30%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης. Βεβαίως το γεγονός ότι βρέθηκε καλύτερο κόστος δρομολόγησης οφείλεται στο λόγω ότι έγινε χρήση περισσότερων οχημάτων και δεν μπορεί να θεωρηθεί καλύτερη.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	28	70	2	51	77	34	52	31	63	8	83	9	49
48	50	20	89	53	90	7	61	6	85	18	87	17	62
92	101	38	99	94	60	96	14	59	1				
1	95	97	93	98	43	44	16	58	3	74	73	40	68
24	23	42	15	45	39	86	100	88	41	54	27	22	75
76	57	5	26	56	55	25	30	69	81	4	78	13	29 1
1	19	84	46	47	37	65	12	64	91	33	66	10	82
80	79	35	36	72	67	21	11	71	32	1			

Πίνακας 4.39 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R207

4.4.4.8 Πρόβλημα R208



Σχήμα 4.37 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R208

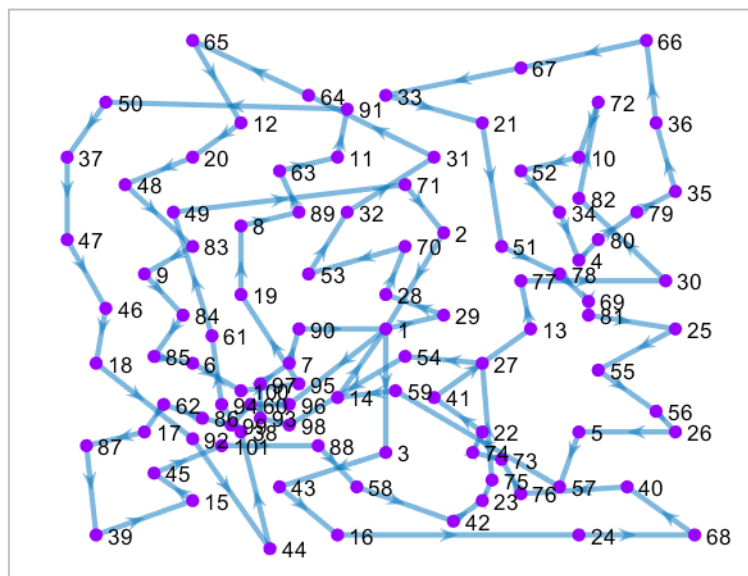
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *όχι πολύ ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **2** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **833.81**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **14.72%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	83	49	48	37	50	65	12	20	63	32	70	90	7
97	100	60	98	88	99	92	45	15	39	87	17	62	85
18	46	47	9	19	53	28	73	75	76	57	5	26	56
25	30	82	34	78	69	81	13	27	22	74	41	59	1
1	93	43	44	16	58	3	42	23	24	68	40	55	77
4	80	79	35	36	72	66	67	21	10	52	51	29	54
14	95	96	38	101	86	94	6	61	84	8	89	11	64
91	33	31	71	2	1								

Πίνακας 4.40 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R208

4.4.4.9 Πρόβλημα R209



Σχήμα 4.38 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R209

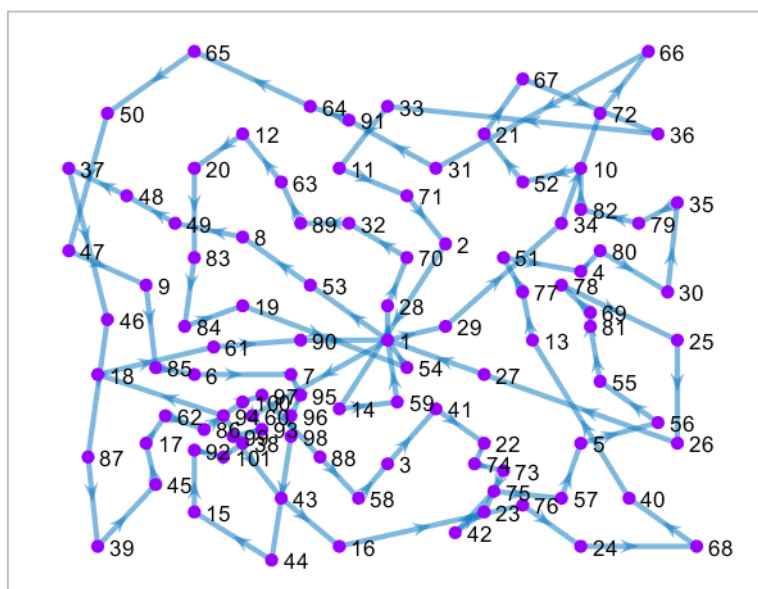
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **994.33**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **9.73%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	3	43	16	24	68	40	76	73	74	22	41	13	77
30	82	72	10	52	34	4	80	79	35	36	66	67	33
21	51	78	69	81	25	55	56	26	5	57	59	14	1
1	29	28	70	53	32	31	64	65	12	20	48	83	9
84	85	6	100	95	19	8	89	63	11	91	50	37	47
46	18	92	44	38	94	61	49	71	2	1			
1	96	60	99	86	62	17	87	39	15	45	101	88	58
42	23	75	27	54	98	93	97	7	90	1			

Πίνακας 4.41 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R209

4.4.4.10 Πρόβλημα R210



Σχήμα 4.39 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R210

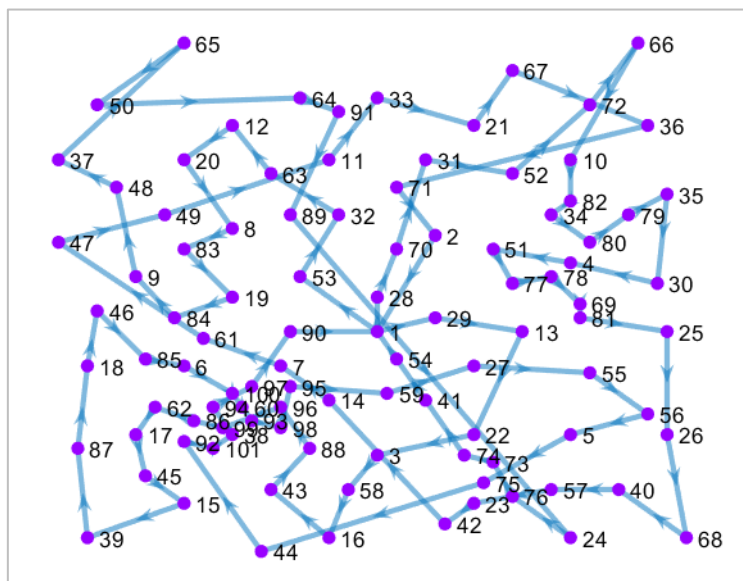
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1005.59**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **7.05%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	29	34	72	66	31	91	64	65	50	47	9	85	6
7	95	96	98	44	15	92	101	38	94	18	61	90	1
1	53	8	49	48	37	46	87	39	45	17	62	86	100
97	88	58	3	41	22	74	73	23	42	75	57	5	56
55	81	69	78	25	26	27	1						
1	60	93	99	43	16	76	24	68	40	13	77	51	4
80	30	35	79	82	10	52	21	67	36	33	11	71	2
14	59	1											
1	28	70	32	89	63	12	20	83	84	19	54	1	

Πίνακας 4.42 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R210

4.4.4.11 Πρόβλημα R211



Σχήμα 4.40 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος R211

Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **998.84**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **12.78%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	29	13	22	3	58	16	43	88	96	99	86	62	17
45	15	39	87	18	46	85	6	100	60	93	98	95	59
27	55	56	5	75	44	92	101	38	94	97	90	1	
1	28	70	31	52	72	66	10	82	34	80	79	35	30
4	51	77	78	69	81	25	26	68	40	57	23	42	14
7	61	47	49	11	33	21	67	36	71	2	1		
1	53	32	63	12	20	8	83	19	84	9	48	37	65
50	64	91	89	24	76	73	74	41	54	1			

Πίνακας 4.43 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος R211

▪ Περιγραφή προβλημάτων κατηγορίας RC

Τα προβλήματα RC με μερικώς ομοιόμορφα κατανεμημένους πελάτες και μερικώς ομαδοποιημένους πελάτες στο χώρο αποτελούν επίσης σύνθετο σετ προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων και διακρίνονται σε δύο υποκατηγορίες. Η πρώτη υποκατηγορία RC1 αποτελείται από 8 προβλήματα και αναφέρεται σε προβλήματα με μικρό ορίζοντα προγραμματισμού ενώ τα προβλήματα της δεύτερης υποκατηγορίας RC2 αποτελείται από 8 προβλήματα και αναφέρεται σε προβλήματα με μεγάλο ορίζοντα προγραμματισμού.

4.4.5 Λύσεις προβλημάτων RC1

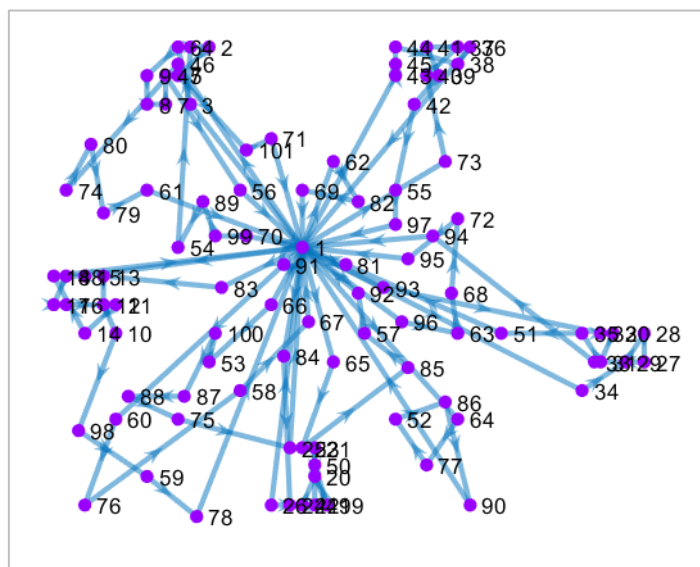
Οι αρχικές λύσεις των προβλημάτων αυτών που προέκυψαν μέσω της εφαρμογής του τροποποιημένου αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα, ήταν μέτριες διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **29.16%**.

Οι τελικές λύσεις των προβλημάτων μέσω της εφαρμογής αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, ήταν επίσης πολύ ικανοποιητικές διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **3.91%**, με πλήθος οχημάτων ίδιο με αυτό των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων σε όλα τα προβλήματα.

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
	Κόστος Αρχικών Λύσεων	Απόκλιση Κόστους από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Κόστος Τοπικής Αναζήτησης	Βελτίωση Πλήθους Οχημάτων	Βελτίωση Τοπικής Αναζ.	Κόστος Δημ. Λύσης	Πλήθος Οχημ.	Απόκλ. Βελ. Από Δημ.
RC101	1958.71	15.43%	1749.659	17→17	10.67%	1696.95	14	3.11%
RC102	1908.25	22.74%	1546.676	15→15	18.95%	1554.75	12	-0.52%
RC103	1787.44	41.67%	1386.628	14→13	38.94%	1261.67	11	9.90%
RC104	1544.96	36.06%	1232.618	12→12	43.41%	1135.48	10	8.55%
RC105	2050.95	25.87%	1580.925	18→16	40.75%	1629.44	13	-2.98%
RC106	1816.27	27.48%	1452.557	14→14	44.75%	1424.73	11	1.95%
RC107	1545.75	25.62%	1303.407	13→13	15.68%	1230.48	11	5.93%
RC108	1578.08	38.45%	1200.549	12→11	23.92%	1139.82	10	5.33%

Πίνακας 4.44 – Αναλυτικός πίνακας αποτελεσμάτων της Δρομολόγησης Οχημάτων των Προβλημάτων RC1

4.4.5.1 Πρόβλημα RC101



Σχήμα 4.41 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC101

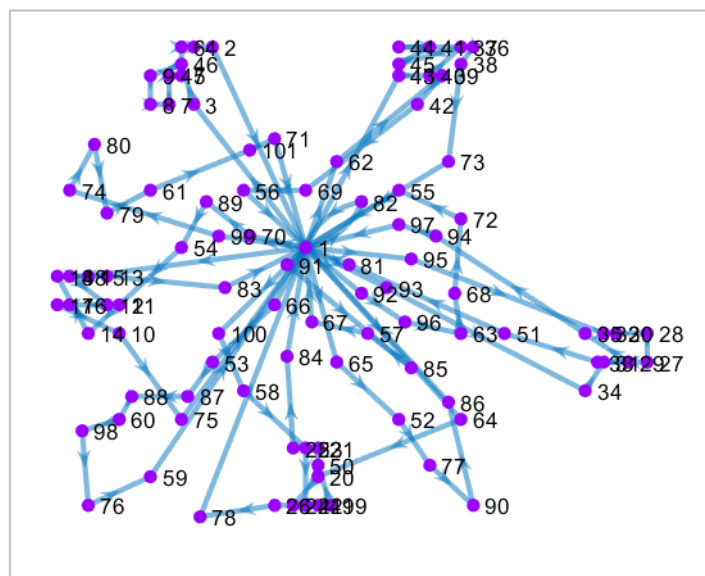
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **17** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1749.66**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **3.11%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 3 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	66	53	100	87	88	75	25	1		
1	43	45	44	38	36	1				
1	15	48	17	16	11	14	18	1		
1	73	40	37	41	39	42	55	97	1	
1	46	74	80	79	61	1				
1	64	77	52	86	90	1				
1	60	76	58	67	1					
1	34	29	28	27	33	94	1			
1	91	1								
1	70	99	89	54	4	2	5	101	71	1
1	66	53	100	87	88	75	25	1		
1	83	13	12	10	98	59	78	1		
1	62	82	69	1						
1	65	23	85	57	92	1				
1	93	32	30	31	35	51	81	1		
1	3	6	9	8	7	47	56	1		
1	96	63	68	72	95	1				
1	84	24	22	20	19	50	21	49	26	1

Πίνακας 4.45 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC101

4.4.5.2 Πρόβλημα RC102



Σχήμα 4.42 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC102

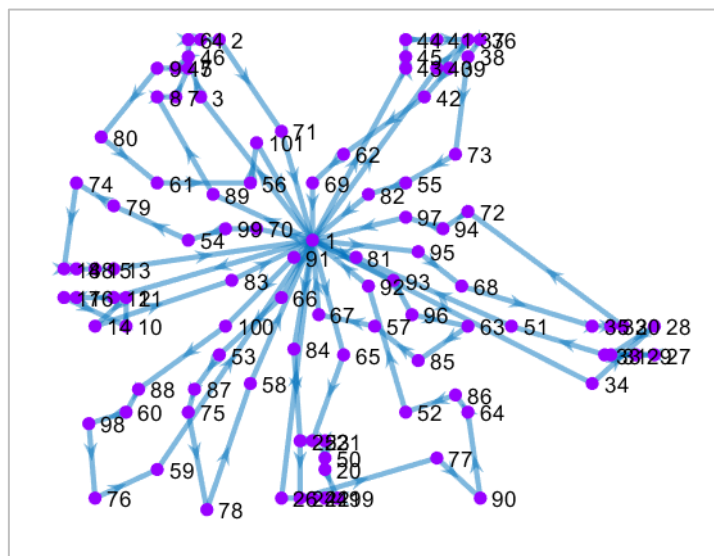
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **15** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1546.68**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **-0.52%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 3 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης. Βεβαίως το γεγονός ότι βρέθηκε καλύτερο κόστος δρομολόγησης οφείλεται στο λόγω ότι έγινε χρήση περισσότερων οχημάτων και δεν μπορεί να θεωρηθεί καλύτερη.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	70	89	54	11	14	18	13	83	1		
1	92	96	63	68	72	55	1				
1	65	52	77	90	86	1					
1	66	53	87	88	60	98	76	59	1		
1	15	48	12	16	17	10	75	1			
1	99	74	80	79	61	101	71	1			
1	82	1									
1	93	34	31	29	35	94	97	1			
1	95	32	30	28	27	33	51	81	1		
1	43	40	37	45	41	44	36	38	73	1	
1	62	39	42	69	56	1					
1	64	20	24	49	19	50	21	25	84	1	
1	91	85	57	67	1						
1	3	46	9	8	7	47	5	6	4	2	1
1	100	58	23	22	26	78	1				

Πίνακας 4.46 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC102

4.4.5.3 Πρόβλημα RC103



Σχήμα 4.43 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC103

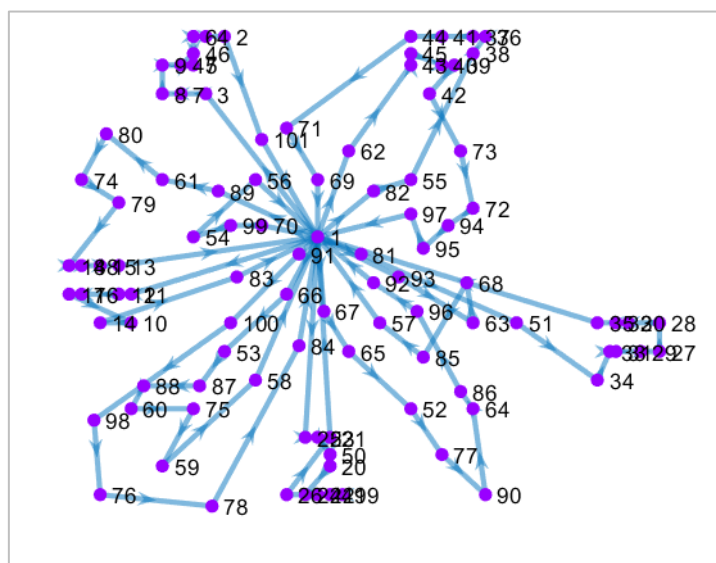
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά μέτρια* διότι έγινε χρήση **13** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1386.68**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **9.90%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	95	68	35	32	30	72	94	97	1	
1	93	96	63	85	57	67	1			
1	12	16	17	10	11	14	83	1		
1	89	8	7	5	6	4	2	71	1	
1	3	46	47	9	80	61	56	101	1	
1	84	25	24	77	90	64	86	52	92	1
1	34	28	31	27	29	33	51	81	1	
1	43	45	44	41	36	38	73	55	82	1
1	70	99	54	79	74	18	48	15	13	1
1	40	37	39	42	62	69	1			
1	66	53	87	75	78	58	1			
1	91	100	88	60	98	76	59	1		
1	65	23	21	50	20	19	49	22	26	1

Πίνακας 4.47 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC103

4.4.5.4 Πρόβλημα RC104



Σχήμα 4.44 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC104

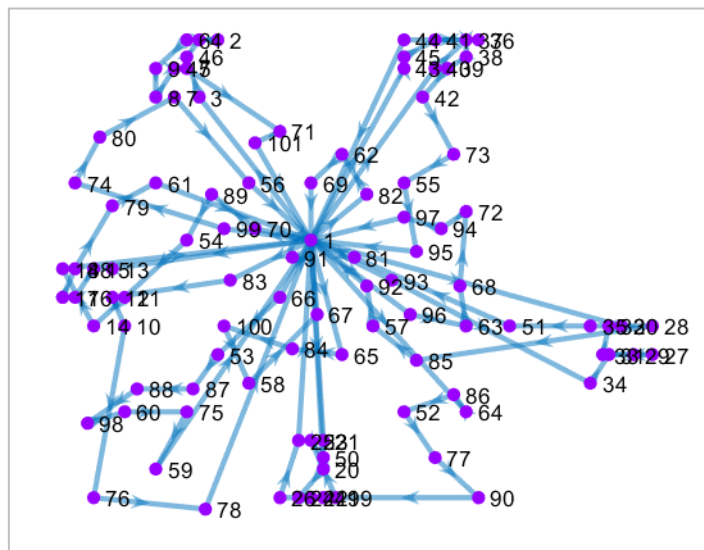
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **12** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1232.63**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **8.55%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	66	53	87	88	60	75	59	58	1	
1	93	63	68	85	57	1				
1	25	23	50	20	24	19	49	22	26	21
1	11	12	16	17	10	14	83	1		
1	3	7	8	9	47	46	5	6	4	2
101	1									
1	67	65	52	77	90	64	86	96	92	1
1	91	100	98	76	78	84	1			
1	82	55	38	36	37	41	44	71	69	1
1	62	43	45	40	39	42	73	72	94	95
97	1									
1	81	51	34	33	31	29	27	28	30	32
35	1									
1	89	61	80	74	79	18	48	15	13	1
1	70	99	54	56	1					

Πίνακας 4.48 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC104

4.4.5.5 Πρόβλημα RC105



Σχήμα 4.45 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC105

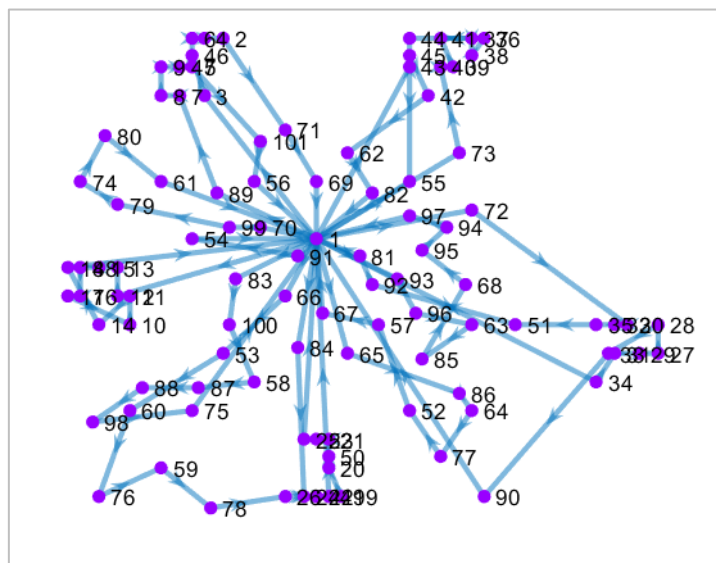
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *πολύ μέτρια* διότι έγινε χρήση **16** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1580.93**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **-2.98%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 3 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης. Βεβαίως το γεγονός ότι βρέθηκε καλύτερο κόστος δρομολόγησης οφείλεται στο λόγω ότι έγινε χρήση περισσότερων οχημάτων και δεν μπορεί να θεωρηθεί καλύτερη.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	65	84	100	58	67	1					
1	13	15	16	17	48	79	61	1			
1	64	86	52	77	90	49	22	26	25	1	
1	66	53	87	88	98	60	75	59	1		
1	20	24	19	23	50	21	1				
1	93	34	31	29	27	33	32	35	51	81	1
1	30	28	85	57	92	1					
1	91	1									
1	43	45	41	36	44	1					
1	82	62	69	1							
1	40	37	38	39	42	73	55	95	1		
1	99	74	80	7	56	1					
1	3	46	4	2	6	9	8	47	5	71	
101	1										
1	96	63	68	72	94	97	1				
1	83	12	10	76	78	1					
1	70	89	54	11	14	18	1				

Πίνακας 4.49 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC105

4.4.5.6 Πρόβλημα RC106



Σχήμα 4.46 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC106

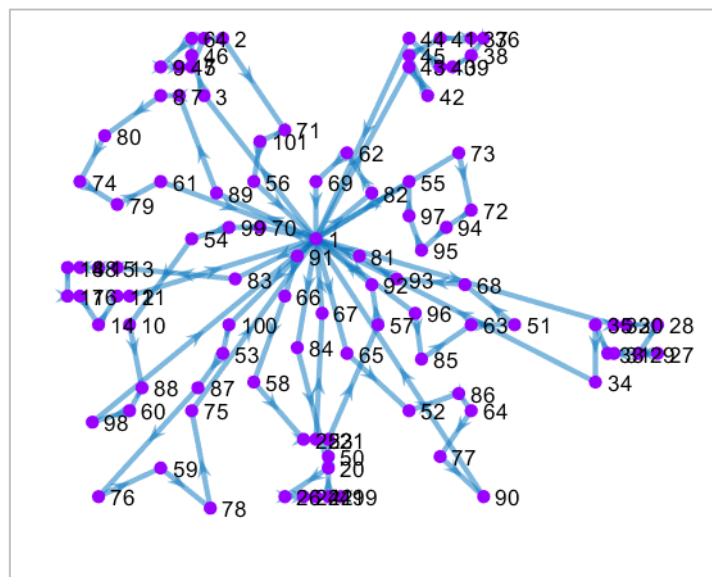
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **14** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1452.56**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **1.95%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 3 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	43	45	42	62	82	1					
1	93	96	63	85	68	95	94	97	1		
1	65	86	64	77	52	57	67	1			
1	3	46	6	4	2	71	69	1			
1	89	7	8	9	47	5	101	56	1		
1	66	53	60	76	59	78	26	49	1		
1	34	31	29	27	28	33	90	1			
1	12	13	15	48	16	17	10	11	14	18	1
1	73	40	39	41	37	38	36	44	55	1	
1	91	54	1								
1	72	30	32	35	51	92	81	1			
1	83	100	58	87	88	98	75	1			
1	70	99	79	74	80	61	1				
1	84	24	22	19	20	50	21	23	25	1	

Πίνακας 4.50 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC106

4.4.5.7 Πρόβλημα RC107



Σχήμα 4.47 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC107

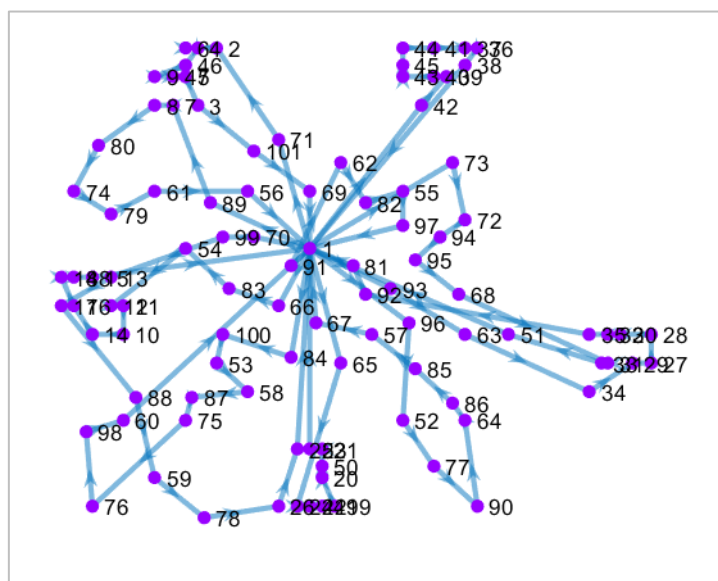
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **13** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1303.41**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **5.93%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	100	53	87	76	59	78	75	1			
1	65	52	86	64	77	90	1				
1	3	46	6	9	47	5	4	2	71	101	
56	1										
1	73	72	94	95	97	55	1				
1	82	62	69	1							
1	43	42	45	41	37	36	38	39	40	44	1
1	89	7	8	80	74	79	61	1			
1	96	85	63	51	68	93	81	1			
1	91	66	58	25	23	67	1				
1	84	20	26	24	22	19	49	50	21	57	
92	1										
1	83	13	15	48	18	17	16	14	12	11	1
1	70	99	54	10	88	60	98	1			
1	32	30	28	29	27	31	33	35	34		1

Πίνακας 4.51 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC107

4.4.5.8 Πρόβλημα RC108



Σχήμα 4.48 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC108

Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **11** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1200.55**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **5.33%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα:

1	91	62	82	55	97	1				
1	73	72	94	95	68	31	33	51	1	
1	71	2	6	4	46	9	47	5	3	101
69	1									
1	70	99	13	17	88	59	78	26	25	1
1	65	24	22	49	19	20	50	21	23	1
1	96	52	77	90	64	86	85	57	67	1
1	93	63	34	29	27	28	30	32	35	92
81	1									
1	66	83	54	12	11	10	14	16	18	48
15	1									
1	42	39	40	43	45	44	41	37	36	38 1
1	89	7	8	80	74	79	61	56	1	
1	84	100	53	58	87	75	76	98	60	1

Πίνακας 4.52 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC108

4.4.6 Λύσεις προβλημάτων RC2

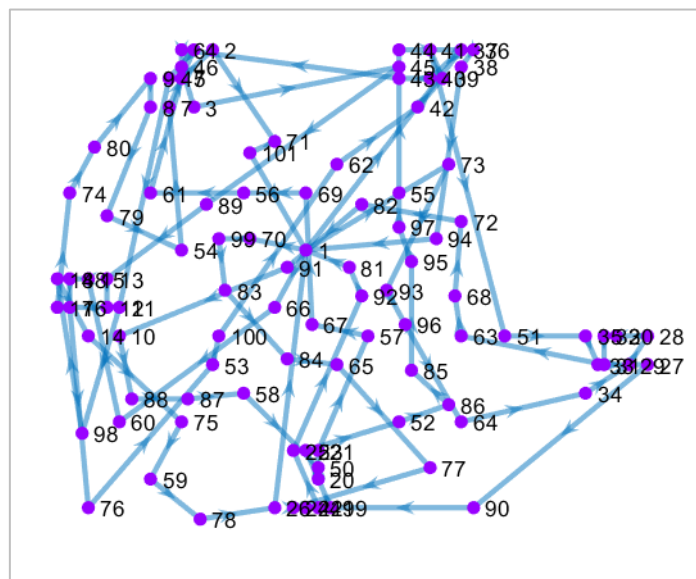
Οι αρχικές λύσεις των προβλημάτων αυτών που προέκυψαν μέσω της εφαρμογής του τροποποιημένου αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα, ήταν μέτριες διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **49.23%**.

Οι τελικές λύσεις των προβλημάτων μέσω της εφαρμογής αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, ήταν επίσης πολύ ικανοποιητικές διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις είναι της τάξης του **11.11%**, με πλήθος οχημάτων ίδιο με αυτό των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων σε όλα τα προβλήματα.

Αρχικές Λύσεις			Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
	Κόστος Αρχικών Λύσεων	Απόκλιση Κόστους από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Κόστος Τοπικής Αναζήτησης	Βελτίωση Πλήθους Οχημάτων	Βελτίωση Τοπικής Αναζ.	Κόστος Δημ. Λύσης	Πλήθος Οχημ.	Απόκλ. Βελ. Από Δημ.
RC201	2150.96	52.88%	1636.39	4→4	24%	1406.94	4	16.31%
RC202	1853.90	35.75%	1275.746	4→4	31%	1365.65	3	-6.58%
RC203	1674.73	59.56%	1176.471	4→4	30%	1049.62	3	12.09%
RC204	1131.65	41.73%	984.2195	3→3	13%	798.46	3	23.26%
RC205	1869.40	44.06%	1359.501	5→5	27%	1297.65	4	4.77%
RC206	1632.67	42.43%	1215.521	4→4	26%	1146.32	3	6.04%
RC207	1652.93	55.77%	1099.3	4→4	33%	1061.14	3	3.60%
RC208	1338.76	61.66%	1071.69	3→3	20%	828.14	3	29.41%

Πίνακας 4.53 – Αναλυτικός πίνακας αποτελεσμάτων της Δρομολόγησης Οχημάτων των Προβλημάτων RC2

4.4.6.1 Πρόβλημα RC201



Σχήμα 4.49 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC201

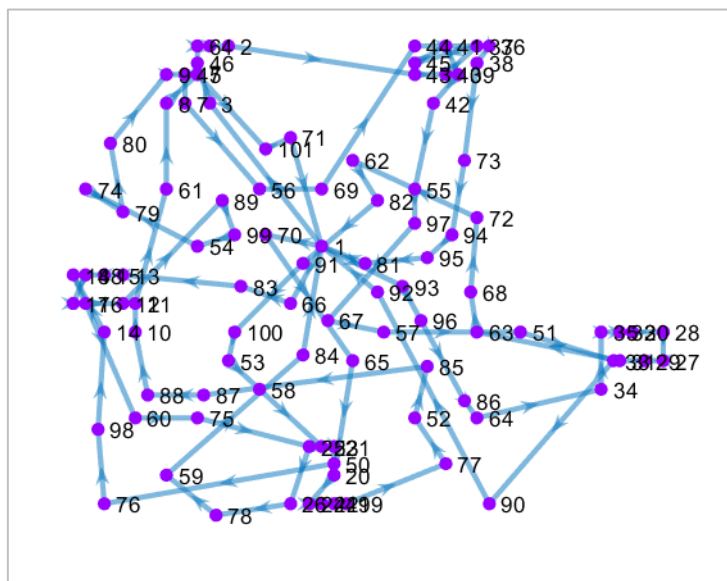
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1636.39**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **16.31%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	73	93	96	64	34	29	28	30	32	31	63	68	72
82	91	10	88	87	58	50	21	57	67	69	56	61	5
2	71	101	1										
1	37	40	43	6	46	3	45	89	13	12	17	74	80
9	8	79	54	7	4	47	11	98	18	14	75	59	78
26	1												
1	66	60	15	48	16	76	53	100	62	42	39	41	51
35	33	27	90	49	25	92	81	1					
1	70	99	83	84	65	77	24	22	19	20	23	52	86
85	95	97	55	44	36	38	94	1					

Πίνακας 4.54 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC201

4.4.6.2 Πρόβλημα RC202



Σχήμα 4.50 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC202

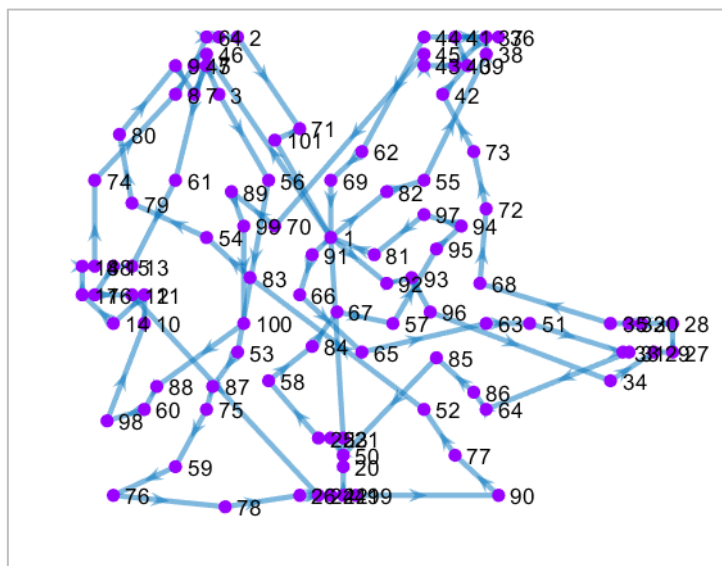
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά ικανοποιητική* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1275.75**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **-6.58%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	66	83	13	15	48	17	16	12	89	99	54	74	79
80	9	47	7	56	69	44	36	38	73	94	95	81	1
1	93	96	86	64	34	35	32	30	28	27	29	31	63
68	72	62	82	91	100	53	58	23	21	50	76	98	14
18	60	75	25	26	78	59	84	1					
1	3	46	6	4	2	43	40	37	45	41	39	42	55
97	67	57	51	33	90	92	1						
1	70	65	20	24	22	49	19	77	52	85	87	88	10
11	61	8	5	101	71	1							

Πίνακας 4.55 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC202

4.4.6.3 Πρόβλημα RC203



Σχήμα 4.51 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC203

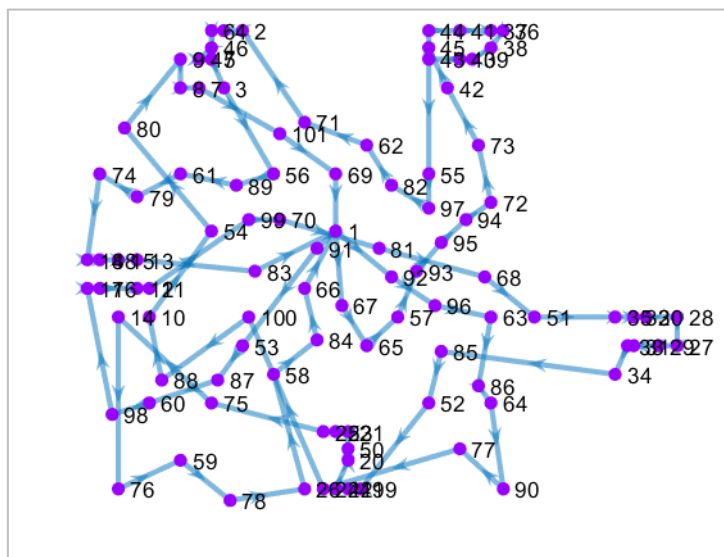
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1176.47**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **12.09%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	91	66	65	63	51	33	31	64	86	85	50	23	25
58	84	67	57	95	94	97	81	1					
1	82	55	38	37	40	43	45	70	89	99	100	88	60
98	10	11	14	17	18	48	74	8	47	6	4	2	71
101	1												
1	46	61	13	15	16	12	24	22	19	90	77	52	83
54	79	80	9	7	5	3	56	53	87	75	59	76	78
26	49	20	21	1									
1	92	93	96	34	29	27	28	30	32	35	68	72	73
42	39	41	36	44	62	69	1						

Πίνακας 4.56 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC203

4.4.6.4 Πρόβλημα RC204



Σχήμα 4.52 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC204

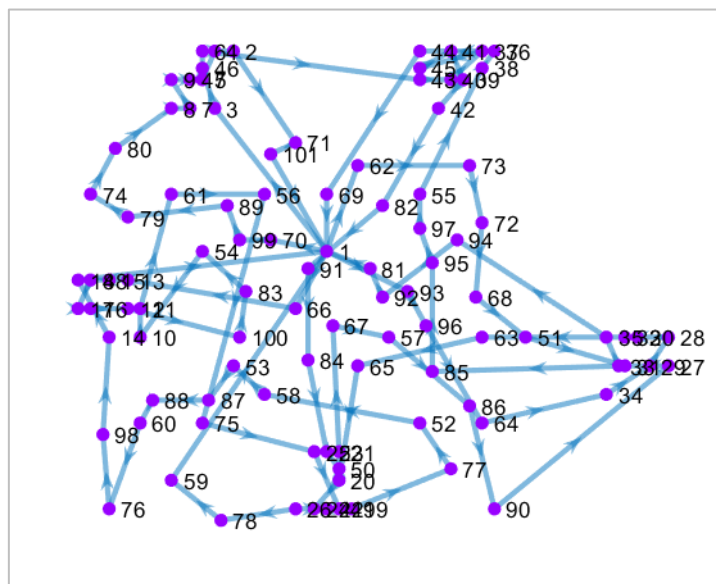
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *αρκετά μέτρια* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **984.22**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **23.26%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	67	65	57	93	95	94	72	73	42	45	44	41	37
36	38	39	40	43	55	97	82	62	71	2	4	6	46
47	5	3	56	89	61	79	74	18	48	15	13	83	1
1	91	53	87	60	98	17	16	12	11	99	70	81	68
51	35	32	30	28	27	29	31	33	34	85	52	19	49
22	20	50	21	23	25	75	14	76	59	78	26	58	84
66	1												
1	92	96	63	86	64	90	77	24	100	88	10	54	80
9	8	7	101	69	1								

Πίνακας 4.57 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC204

4.4.6.5 Πρόβλημα RC205



Σχήμα 4.53 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC205

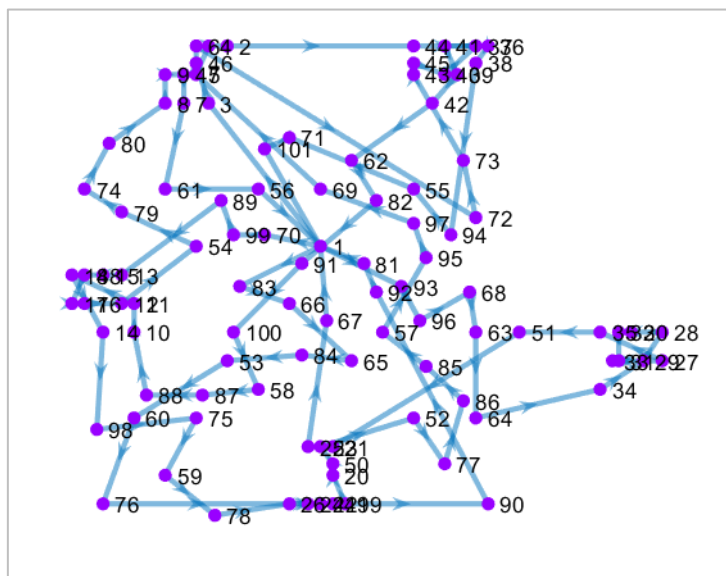
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **5** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1359.50**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **4.77%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 2 οχήματα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	93	96	64	34	29	28	30	32	63	65	20	24	22
19	77	52	58	53	87	88	60	76	98	14	18	1	
1	66	13	15	48	17	16	12	100	83	54	10	11	61
56	75	25	49	26	78	59	1						
1	3	46	6	43	40	37	45	41	39	42	82	91	84
23	50	21	67	57	86	90	27	33	35	94	92	81	1
1	62	73	72	68	51	31	85	95	97	55	38	36	44
69	1												
1	70	99	89	79	74	80	8	7	9	47	5	4	2
71	101	1											

Πίνακας 4.58 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC205

4.4.6.6 Πρόβλημα RC206



Σχήμα 4.54 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC206

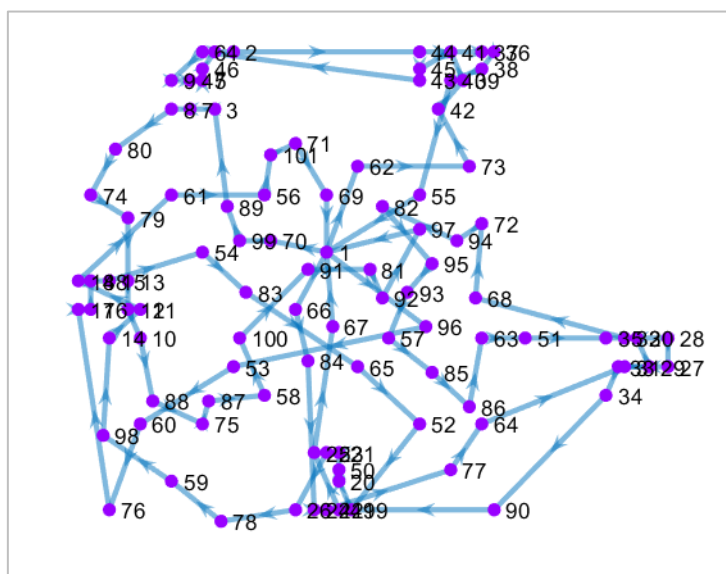
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1215.52**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **6.04%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	3	46	6	72	73	43	45	40	37	41	39	42	62
82	91	100	58	87	88	10	11	18	14	98	75	59	78
26	49	90	92	81	1								
1	83	66	65	84	53	60	76	24	22	19	20	50	23
52	77	86	85	57	95	97	69	5	4	2	44	36	38
94	55	71	101	1									
1	93	96	68	63	64	34	29	28	30	32	31	33	27
35	51	21	25	67	1								
1	70	99	89	13	15	48	17	16	12	54	79	74	80
8	9	47	7	61	56	1							

Πίνακας 4.59 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC206

4.4.6.7 Πρόβλημα RC207



Σχήμα 4.55 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC207

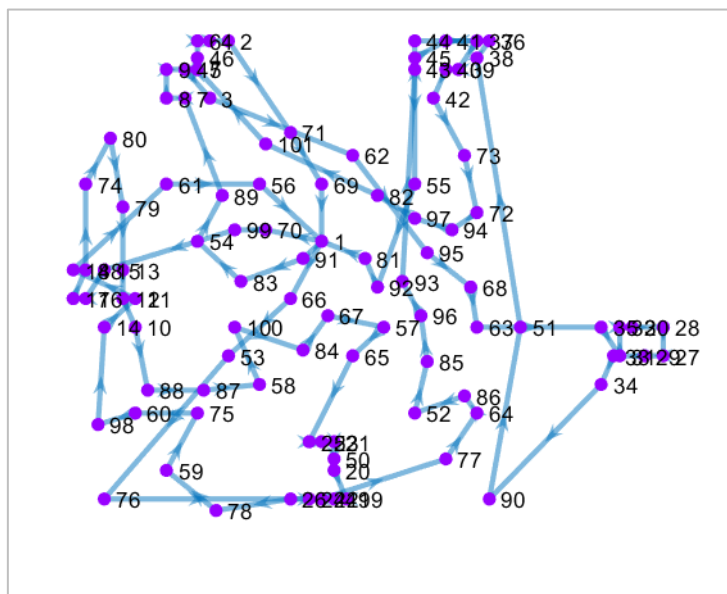
Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *μέτρια* διότι έγινε χρήση **4** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1099.30**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **3.60%** και πλήθος οχημάτων μεγαλύτερο κατά 1 όχημα από αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	70	99	89	3	7	8	80	74	79	13	12	10	88
75	87	58	100	91	81	92	97	1					
1	66	84	24	22	77	64	31	29	30	32	68	72	94
82	95	93	57	85	86	63	51	35	28	27	33	34	90
49	25	67	1										
1	96	53	60	76	17	16	48	15	54	83	65	52	19
20	50	21	23	26	78	59	98	14	11	18	61	56	101
71	69	1											
1	62	73	42	39	41	45	43	6	9	47	5	46	4
2	44	37	36	38	40	55	1						

Πίνακας 4.60 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC207

4.4.6.8 Πρόβλημα RC208



Σχήμα 4.56 – Δρομολόγηση Οχημάτων Προβλήματος RC208

Η λύση της συγκεκριμένης δρομολόγησης είναι *όχι ικανοποιητικό* διότι έγινε χρήση **3** οχημάτων με συνολική διανυόμενη απόσταση **1071.69**, αποδίδοντας δηλαδή ποσοστιαία απόκλιση από τη δημοσιευμένη λύση της τάξης του **29.41%** και πλήθος οχημάτων ίσο με αυτό της καλύτερης δημοσιευμένης λύσης.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η ανάθεση των πελατών που έγινε στο κάθε όχημα προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι πελάτες του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης:

1	70	99	15	16	17	48	74	80	79	13	12	10	88
87	58	100	84	67	57	65	25	23	21	50	20	19	49
26	78	59	75	60	98	14	11	18	61	56	1		
1	91	83	54	89	7	8	9	47	3	62	95	68	63
35	31	32	30	28	27	29	33	34	90	51	38	36	44
55	92	81	1										
1	66	53	76	24	22	77	64	86	52	85	96	93	43
45	41	37	39	40	42	73	72	94	97	82	101	5	46
6	4	2	71	69	1								

Πίνακας 4.61 – Ανάθεση πελατών ανά όχημα του Προβλήματος RC208

Βιβλιογραφία

- [1] Ιωάννης Μαρινάκης, Αθανάσιος Μυγδαλάς – Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, Εκδόσεις Σοφία, Θεσσαλονίκη 2008
- [2] Supply Chain Management by Knowledge flow.
- [3] Robert Jacobs, Richard B. Chase - Εφοδιαστική Αλυσίδα.
- [4] Solomon M.M., 1987, Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time windows constraints, Operations Research.
- [5] Designing and Managing the Supply Chain, David Simchi - Levi. Philip Kamisky. Ed.
- [6] GilbertLaporte - The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms
- [7] Manar I. Hosny, Christine L. Mumford - Constructing initial solutions for the multiple vehicle pickup and delivery problem with time windows
- [8] https://developers.google.com/optimization/routing/tsp/vehicle_routing
- [9] <https://developers.google.com/optimization/routing/tsp/tsp>
- [10] [https://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_\(optimization\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_(optimization))
- [11] <https://en.wikipedia.org/wiki/Logistics>
- [12] https://en.wikipedia.org/wiki/Supply_chain
- [13] https://en.wikipedia.org/wiki/Supply_chain_management