

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΑΝΑ ΠΗΓΗ  
ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΙΣ Η.Π.Α ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ  
ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ANFIS

---

Διπλωματική εργασία της

Ευδοκίας Μακρίδη

Επιβλέπων Καθηγητής : Ατσαλάκης Γεώργιος



Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Πολυτεχνείο Κρήτης

Χανιά, Ελλάδα ,Οκτώβρης 2017

## Περίληψη

Ο ρόλος του ερευνητή, μηχανικού είναι να επιτυγχάνει επιστημονική περιγραφή του αντικειμένου που μελετά, να το επεξηγεί και να το αναλύει στο μέγιστο δυνατό βαθμό και στη συνέχεια να πραγματοποιεί επιστημονική πρόγνωση/πρόβλεψη του τι μέλει γενέσθαι. Στο επίπεδο που έχει φτάσει ο τομέας της παραγωγής και της διοίκησης, χρειάζεται βραχυπρόθεσμος και μακροπρόθεσμος προγραμματισμός αυτών των διαδικασιών, ο οποίος επιτυγχάνεται με τη χάραξη τακτικών και στρατηγικών. Στόχος αυτής της εργασίας είναι ο σχεδιασμός ενός μοντέλου μακροπρόθεσμης πρόβλεψης για την κατανάλωση ενέργειας ανά πηγή ενέργειας στις ΗΠΑ, χρησιμοποιώντας ένα υβριδικό μοντέλο πρόβλεψης που η λογική του διέπεται από τη θεωρία των νευρωνικών δικτύων και της ασφούς λογικής. Τα δεδομένα που θα εισαχθούν είναι των τελευταίων 69 χρόνων και εκφράζουν την ετήσια ποσότητα ενέργειας που καταναλώθηκε ανά πηγή στις ΗΠΑ, μετρούμενη σε Quadrillion Btu (british thermal unit). Είναι εξαιρετικά κομβικής σημασίας η δυνατότητα πρόβλεψης της κατανάλωσης και της επικείμενης ζήτησης της ενέργειας, διότι από την πορεία και τις διακυμάνσεις της, εκτός από τη βελτίωση της οργάνωσης για την παραγωγή, εξάγονται και σημαντικά συμπεράσματα για την οικονομία της χώρας συνολικά. Το συγκεκριμένο μοντέλο ANFIS (Adaptive neuro fuzzy inference system) διαφέρει από τα συμβατικά μοντέλα πρόβλεψης που η λογική τους βασίζεται στη στατιστική. Έχει εξακριβωθεί ότι σε πολύπλοκα προβλήματα με πολλούς παράγοντες και παραμέτρους τέτοιου είδους μοντέλα εξάγουν αντικειμενικά και ακριβέστερα αποτελέσματα απ' ό,τι τα συμβατικά μοντέλα.

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Ατσαλάκη Γιώργο για την επιστημονική καθοδήγηση που μου παρείχε, η οποία ήταν καθοριστικής σημασίας για την διεκπεραίωση της διπλωματικής μου εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αδιάλειπτη στήριξη και υπομονή τους καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

## Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	1
1.1	Σκοπός της Εργασίας	1
<b>2</b>	<b>Μεθοδολογία</b>	2
2.1	Εισαγωγή	2
2.2	Μέθοδοι Πρόβλεψης	2
2.3	Πρόβλεψη με μοντέλο Χρονοσειρών	4
2.3.1	Μέθοδοι Πρόβλεψης Χρονοσειρών	4
2.4	Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (Τ.Ν.Δ)	5
2.4.1	Εισαγωγή	5
2.4.2	Δομικό Στοιχείο Τ.Ν.Δ (Perceptron)	5
2.4.3	Συναρτήσεις Μεταφοράς	7
2.4.4	Αρχιτεκτονική Νευρωνικών Δικτύων	10
2.4.4.1	Δίκτυα Εμπρόσθιας Τροφοδότησης Ενός Επιπέδου	11
2.4.4.2	Πολυεπίπεδα Νευρωνικά Δίκτυα Εμπρό. Τροφοδότησης (MLP)	12
2.4.4.3	Ανατροφοδοτούμενα (ή αναδρομικά) Δίκτυα	13
2.4.5	Εκμάθηση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων	16
2.4.5.1	Αλγόριθμοι Εκμάθησης Τ.Ν.Δ. Ενός Επιπέδου	18
2.4.5.1.1	Αλγόριθμος Εκμάθησης Perceptron	18
2.4.5.1.2	Κανόνες Μάθησης Δέλτα	19
2.4.5.2	Αλγόριθμοι Μάθησης MLP	19
2.4.5.2.1	Αλγόριθμος Οπισθόδρομης Διάδοσης Σφάλματος	21
2.4.5.3	Τρόποι Εκπαίδευσης Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων	24
2.4.5.4	Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα Τ.Ν.Δ.	25
2.4.6	Σχεδίαση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων	26
2.5	Ασαφής Λογική	28
2.5.1	Εισαγωγή	28
2.5.2	Ασαφή Σύνολα	29
2.5.3	Λεκτικές Μεταβλητές (ή Λαφείς Μεταβλητές)	32
2.5.4	Είδη Συναρτήσεων Συμμετοχής	32

2.5.5	Ιδιότητες Ασαφών Συνόλων .....	38
2.5.6	Τροποποιητές (modifiers) και Φράκτες (hedges) Ασαφών Συνόλων .....	41
2.5.7	Πράξεις μεταξύ Ασαφών Συνόλων .....	43
2.5.7.1	T-νόρμες και S-νόρμες/T-conorms .....	46
2.5.7.2	Λογικές Πράξεις στα Ασαφή Σύνολα .....	48
2.5.8	Ασαφείς Σχέσεις .....	49
2.5.8.1	Πράξεις μεταξύ Ασαφών Σχέσεων .....	50
2.5.9	Ασαφείς Κανόνες Αν-Τότε .....	53
2.5.10	Ασαφής Συλλογιστική .....	54
2.5.11	Ασαφή Συστήματα Συμπερασμού .....	59
2.6	Νευρο-ασαφή Συστήματα .....	67
2.6.1	Εισαγωγή .....	67
2.6.2	Αρχιτεκτονικές Νευρο-ασαφών Συστημάτων .....	68
2.6.3	Προσαρμοστικά Νευρο-ασαφή Συστήματα Συμπερασμού .....	68
2.6.3.1	Θεωρητικό Υπόβαθρο ANFIS .....	68
2.6.3.2	Υβριδικός Αλγόριθμος Εκμάθησης ANFIS .....	71
2.6.3.3	Αξιολόγηση Ακρίβειας .....	75
2.6.3.4	Περιορισμοί του Μοντέλου ANFIS .....	76
<b>3</b>	<b>Αποτελέσματα</b> .....	<b>76</b>
3.1	Εισαγωγή .....	76
3.2	Κατανάλωση ενέργειας ανα πηγή ενέργειας .....	77
3.3	Συμπεράσματα Αποτελεσμάτων .....	145
<b>4</b>	<b>Επίλογος</b> .....	<b>146</b>

## 1 Εισαγωγή

Ο άνθρωπος δεν είναι ούτε γρήγορος ούτε ακριβής στους υπολογισμούς του, όπως ένας σύγχρονος υπολογιστής. Σε πολλούς τομείς, όμως, η ανθρώπινη ικανότητα υπερτερεί κατά πολύ των ικανοτήτων ενός υπολογιστή. Για παράδειγμα, ο άνθρωπος αναγνωρίζει πολύ εύκολα αντικείμενα και κατανοεί τις σχέσεις μεταξύ τους μέσα στο φυσικό περιβάλλον έστω και αν αυτά είναι παραμορφωμένα ή δεν είναι εξολοκλήρου ορατά. Η ικανότητα μάθησης μέσω της εμπειρίας συνεπώς είναι από τα κύρια χαρακτηριστικά της ανθρώπινης ευφυΐας. Η ανθρώπινη μνήμη έχει την ικανότητα να αποθηκεύει μεγάλη ποσότητα και ποικιλία γνώσης και να συσχετίζει πληροφορίες πολύ γρήγορα και χωρίς ιδιαίτερη προσπάθεια. Σε αντίθεση, ο υπολογιστής έχει την ικανότητα να απομνημονεύει τεράστιες ποσότητες πληροφοριών αλλά δυσκολεύεται να τις εκμεταλλευθεί. Τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει πολλές προσπάθειες, ανάπτυξης τεχνολογιών για την κατασκευή μηχανών που θα προσομοιώνουν την λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου, συνδυάζοντας έτσι την γρηγοράδα ενός υπολογιστή και τον τρόπο συσχετισμού πληροφοριών του ανθρώπου. Αρκετές από αυτές τις προσπάθειες είχαν ως κατάληξη τεχνολογίες όπως τα νευρωνικά δίκτυα, τα ασαφή συστήματα, τους εξελεγκτικούς αλγορίθμους και την τεχνητή νοημοσύνη.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται μία τεχνική η οποία βασίζεται σε προγραμματισμό με το λογισμικό της MATLAB. Χρησιμοποιείται το ANFIS, το οποίο αποτελεί χαρακτηριστικό δείγμα υβριδικού νευροασαφούς δικτύου. Συγκεκριμένα, γίνεται πρόβλεψη δώδεκα μηνιαίων μετρήσεων για την κατανάλωση ενέργειας από εννέα (9) διαφορετικές πηγές ενέργειας χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις προηγούμενων ετών. Οι πηγές για τις οποίες θα πραγματοποιηθεί η πρόβλεψη κατανάλωσης ενέργειας είναι οι εξής: ενέργεια από κοιτάσματα άνθρακα, ενέργεια από κοιτάσματα φυσικού αερίου, ενέργεια από κοιτάσματα πετρελαίου, πυρηνική ηλεκτρική ενέργεια, υδροηλεκτρική ενέργεια, γεωθερμική ενέργεια, ηλιακή ενέργεια, αιολική ενέργεια. Καθώς, για λόγους επικύρωσης και πληρότητας θα γίνουν προβλέψεις για την ενέργεια ορυκτών καυσίμων συνολικά (άνθρακας, φυσικό αέριο, πετρέλαιο) και την συνολική κατανάλωση ενέργειας. Επίσης για λόγους επικύρωσης και αξιολόγησης θα πραγματοποιηθεί πρόβλεψη από το αυτοπαλινδρόμο μοντέλο AR (AutoRegressive model) για τα αντίστοιχα δεδομένα και στη συνέχεια θα συγκριθούν τα αποτελέσματά και το σφάλμα του με αυτά του ANFIS.

## 1.1 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να γίνει αντιλητός ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί το υβριδικό μοντέλο ANFIS ,άλλα και να χαρτογραφηθούν περιγραφικά τα είδη των προβλέψεων γενικά.Γι'αυτό το λόγο γίνεται μια αναφορά στις διάφορες μεθοδολογίες πρόβλεψης που έχουν χρησιμοποιηθεί και χρησιμοποιούνται ακόμα,με απώτερο σκοπό για γίνει αντιληπτό το ευρύτερο πλαίσιο που τοποθετείται το συγκεκριμένο σύστημα .Έτσι,αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο προέκυψε το ANFIS καθώς και οι αιτίες που οδήγησαν σε αυτή την ανάγκη.

## 2 Μεθοδολογία

### 2.1 Εισαγωγή

Η κατανόηση του μοντέλου πρόβλεψης ANFIS είναι μια σχετικά περίπλοκη διαδικασία καθώς συνδιάζει την θεωρία από δύο διαφορετικά πεδία χωρίς προφανή κοινά στοιχεία.Έτσι,για να γίνει αντιληπτός ο τρόπος λειτουργίας του,αναλύεται ξεχωριστά η θεωρία των νευρωνικών δικτύων και έπειτα της ασαφούς λογικής.Αναφέρονται οι εφαρμογές τους και αναλύονται τα βασικότερα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί κατά καιρούς , ο τοπος λειτουργίας τους καθώς και ο τρόπος που επηρεάζουν και συνεισφέρουν στην βελτίωση της θεωρίας και των εφαρμογών κατ'επέκταση.

Στη συνέχεια,αφού έχουν αναλυθεί οι θεωρίες ξεχωριστά,στο εύρος πάντα που επιτρέπουν οι δυνατότητες και ο σκοπός αυτής της εργασίας,γίνεται λεπτομερειακή περιγραφή του τρόπου λειτουργίας του μοντέλου ANFIS μέσα από την οποία αναδύεται ο τρόπος με τον οποίο συνδιάζονται οι δύο θεωρίες παράγοντας ένα καινούριο σύστημα με δικές του ιδιότητες και χαρακτηριστικά.

Τέλος,παράτιθενται τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την μελέτη που πραγματοποιήθηκε.

### 2.2 Μέθοδοι Προβλέψεων

Ως πρόβλεψη μπορεί να θεωρηθεί μια εκτίμηση για ένα μελλοντικό γεγονός. Οι προβλέψεις μπορεί να είναι βασισμένες στην εμπειρία, στην παρατήρηση, στην στατιστική, σε πολύπλοκες μαθηματικές σχέσεις, ακόμα και στην διαίσθηση. Ο επιστημονικός κλάδος που ασχολείται με την παραγωγή προβλέψεων έχει αναπτύξει ένα αρκετά ευρύ φάσμα μεθόδων και τεχνικών, των οποίων η λογική διαφέρει και η αποτελεσματικότητά τους συνεχώς αποτιμάται. Ο κλάδος αυτός των προβλέψεων έχει κερδίσει μεγάλο έδαφος στον επιχειρηματικό τομέα καθώς η ανάγκαιότητα πρόβλεψης και χάραξης στρατηγικών είναι επιτακτική.

Οι μέθοδοι προβλέψεων χωρίζονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες, τις ποσοτικές, τις κριτικές και τις τεχνολογικές μεθόδους.

**Οι ποσοτικές** είναι μέθοδοι που στηρίζονται στην ποσοτικοποίηση της διαθέσιμης πληροφορίας σε αριθμητικά δεδομένα. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι, τα δεδομένα να ακολουθούν το ίδιο πρότυπο συμπεριφοράς στην εξέλιξη του χρόνου. Αυτό είναι παράλληλα και το βασικό μειονέκτημα των μεθόδων αυτών. Η αλλαγή, δηλαδή, του προτύπου λόγω κάποιου γεγονότος, αποτελεί σημαντικό παράγοντα αστοχίας, καθώς το μοντέλο θα αδυνατεί να συσχετίσει το προβλεπόμενο μέγεθος με τους παράγοντες που το επηρεάζουν.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες ποσοτικών μεθόδων, το μοντέλο των χρονοσειρών και το αιτιοκρατικό (ή επεξηγηματικό) μοντέλο. Το **μοντέλο των χρονοσειρών** είναι πολύ διαδεδομένο στις ποσοτικές μεθόδους πρόβλεψης. Βασική του υπόθεση είναι ότι η μεταβολή του προβλεπόμενου μεγέθους, ακολουθεί ένα λανθάνον πρότυπο συμπεριφοράς που επαναλαμβάνεται με την πάροδο του χρόνου. Τέτοια μοντέλα είναι οι μέθοδοι αποσύνθεσης, εξομάλυνσης και οι αυτοπαλινδρομικές μέθοδοι κινητού μέσου όρου (ARMA). Από την άλλη πλευρά, κύρια παραδοχή του **αιτιοκρατικού μοντέλου** είναι η ύπαρξη σταθερής συσχέτισης μεταξύ του προβλεπόμενου μεγέθους και κάποιων άλλων ορισμένων παραγόντων χωρίς να είναι απαραίτητη η ύπαρξη χρονικής εξάρτησης. Αιτιοκρατικά μοντέλα αποτελούν οι μέθοδοι παλινδρόμησης και οι οικονομετρικές μέθοδοι.

**Οι κριτικές** μέθοδοι βασίζονται στην ,εμπειρία ,την διαίσθηση και τις γνώσεις των ατόμων-εμπειρογνομών που την εκτελούν. Πρόκειται για μεθόδους ευρέως διαδεδομένες στις επιχειρήσεις.

Δεν απαιτούν μεγάλο όγκο δεδομένων και μπορούν να προέλθουν είτε από ένα άτομο (ειδικό) είτε από μια ομάδα ατόμων που έχει στόχο την ανταλλαγή και τον συνδιασμό απόψεων και ιδεών. Βασικό πλεονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι ότι ειδικά γεγονότα και ενέργειες μπορούν να λειφθούν υπ' όψη σε αντίθεση με τις μεθόδους χρονοσειρών. Μειονέκτημα αυτής τις μεθόδου είναι η τυχόν προκατάληψη που μπορεί να υπάρχει κατά την παραγωγή μιας πρόβλεψης αφού υπάρχει ο ανθρώπινος παράγοντας [Νικόλαος Ι. Μαυροειδής Ιούλιος (2012) ].

**Οι τεχνολογικές** μέθοδοι πρόβλεψης χρησιμοποιούνται κυρίως για τον καταρτισμό μακροπρόθεσμων πλάνων τεχνολογικής, κοινωνικής, οικονομικής ή πολιτικής φύσης. Χωρίζονται στις **διερευνητικές (exploratory)**, οι οποίες έχουν ως σημείο εκκίνησης το παρελθόν και το παρόν και προχωρούν στο μέλλον διερευνώντας όλες τις δυνάτες εκβάσεις και στις **κανονιστικές (normative)**, οι οποίες έχουν προκαθορισμένους στόχους και μελετούν την δυνατότητα πραγματοποίησής τους με τους υπάρχοντες περιορισμούς και τους διαθέσιμους πόρους.

Αξίζει να αναφερθεί ότι είναι συνήθης τεχνική να γίνεται **συνδιασμός** των αποτελεσμάτων των διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης (ποσοτικές,κριτικές,τεχνολογικές).Ο συνδιασμός αυτός μπορεί να κροκύνει είτε μέσω του μέσου όρου στο σύνολο των προβέψεων είτε με διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας.

Η κατάλληλη επιλογή του **ορίζοντα πρόβλεψης** είναι πολύ σημαντική στην διαδικασία παραγωγής προβλέψεων.Ως ορίζοντα πρόβλεψης ορίζεται ο αριθμός των μελλοντικών περιόδων,των οποίων είναι επιθυμητή η πρόβλεψη των αποτελεσμάτων.Ανάλογα με τον ορίζοντα πρόβλεψης καθορίζεται και η καταλληλότητα των διάφορων μεθόδων.Υπάρχουν τριών ειδών κατηγορίες πρόβλεψης ανάλογα με τον ορίζοντα : οι βραχυπρόθεσμες,οι μεσοπρόθεσμες και οι μακροπρόθεσμες.

Η **βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη** έχει μικρή σχετικά διάρκεια που μπορεί να κυμαίνεται από μια έως τρεις χρονικές περιόδους.Οι καταλληλότερες μέθοδοι σε αυτή την περίπτωση θεωρούνται οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης.

Η **μεσοπρόθεσμη πρόβλεψη** έχει συνήθως διάρκεια μεγαλύτερη από ένα έτος (δώδεκα με δεκαπέντε περιόδους μηνιαίων δεδομένων. Οι καταλληλότερες μέθοδοι σε αυτή την περίπτωση θεωρούνται η μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης καθώς και η μέθοδος Theta.

Τέλος,η **μακροπρόθεσμη πρόβλεψη** αφορά κυρίως ετήσια δεδομένα και για διάρκεια μεγαλύτερη συνήθως από τρία έτη.Σε αυτήν την κατηγορία οι μέθοδοι παλινδρόμησης παρέχουν αρκετά καλά αποτελέσματα.Μια τέτοιου είδους πρόβλεψη θα πραγματοποιηθεί και σε αυτή την εργασία.

## 2.3 Πρόβλεψη με Μοντέλο Χρονοσειρών

Στην συγκεκριμένη εργασία χρησιμοποιείται το μοντέλο πρόβλεψης ANFIS,το οποίο είναι μοντέλο χρονοσειρών.

Με τον όρο χρονοσειρά εννοείται μία ακολουθία από παρατηρήσεις (ιστορικά δεδομένα) προηγούμενων χρονικών περιόδων. Οι αναλυτές συλλέγουν τα δεδομένα ανά τακτές χρονικές περιόδους (ώρες, μέρες, μήνες, έτη, κ.λ.π.). Στην συνέχεια τα δεδομένα αυτά αναλύονται με σκοπό να προσδιοριστεί η λανθάνουσα διαδικασία η οποία τα παράγει. Ακολουθώντας, το μοντέλο ανάγεται για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών. Η προσέγγιση ενός προβλήματος πρόβλεψης με όρους χρονοσειράς κρίνεται αναγκαία όταν δεν υπάρχει επαρκή γνώση για τις μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν την διαδικασία. Πρόκειται για το ποιο διαδεδομένο είδος ποσοτικού μοντέλου πρόβλεψης και έχει εφαρμοστεί επιτυχώς σε πολλούς τομείς όπως η βιομηχανία, η οικονομία, η ιατρική, το περιβάλλον(μετεωρολογία,κλιματική αλλαγή) και πολλές άλλες.

### 2.3.1 Μέθοδοι Πρόβλεψης Χρονοσειρών

Κατά το παρελθόν στον τομέα της πρόβλεψης χρονοσειρών κυριαρχούσαν οι στατιστικές μέθοδοι. Μοντέλα όπως το αυτοπαλινδρομο (AutoRegressive model - AR), το κινούμενου μέσου (Moving Average



- MA), το αυτοπαλίνδρομο κινούμενου μέσου (AutoRegressive moving average – ARMA) και κυρίως το ολοκληρωμένο αυτοπαλίνδρομο κινούμενου μέσου (autoregressive integrated moving average model – ARIMA) χρησιμοποιούνται και χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα στην πρόβλεψη. Ο εγγενής όμως γραμμικός του χαρακτήρας περιορίζει την δυναμική του σε μη γραμμικά προβλήματα, τα οποία αποτελούν και την πλειοψηφία των πραγματικών χρονοσειρών.

Μία διαφορετική οπτική στην πρόβλεψη χρονοσειρών έρχεται να δώσει ο τομέας της Τεχνητής Νοημοσύνης. Μέθοδοι όπως τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα, τα Ασαφή Συστήματα και οι Γενετικοί Αλγόριθμοι έχουν εφαρμοστεί αποτελεσματικά στην πρόβλεψη χρονοσειρών. Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται η τάση, οι ερευνητές να συνδυάζουν διαφορετικά μοντέλα για την καλύτερη αξιοποίηση των πλεονεκτημάτων τους. Έχουν αναπτυχθεί Υβριδικά Μοντέλα που συνδυάζουν τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα τόσο με την μέθοδο ARIMA [Khashei & Bijari, M., (2011)] όσο και με τα Ασαφή Συστήματα [Jang, (1993)].

Το μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί σε αυτή την εργασία, το ANFIS είναι ένα τέτοιο υβριδικό μοντέλο, το οποίο συνδιάζει τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα με τα Ασαφή Συστήματα Συμπερασμού. Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ANN) και το Προσαρμοστικό Νεύρο-ασαφές Σύστημα Εξαγωγής Συμπερασμάτων (ANFIS) αποτελούν δύο πολλά υποσχόμενες μεθοδολογίες στον τομέα της πρόβλεψης. Η μη γραμμική δομή τους, τους δίνει την δυνατότητα να αντιλαμβάνονται τόσο γραμμικές όσο και μη γραμμικές συσχετίσεις μεταξύ των δεδομένων.

## 2.4 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (Τ.Ν.Δ)

### 2.4.1 Εισαγωγή

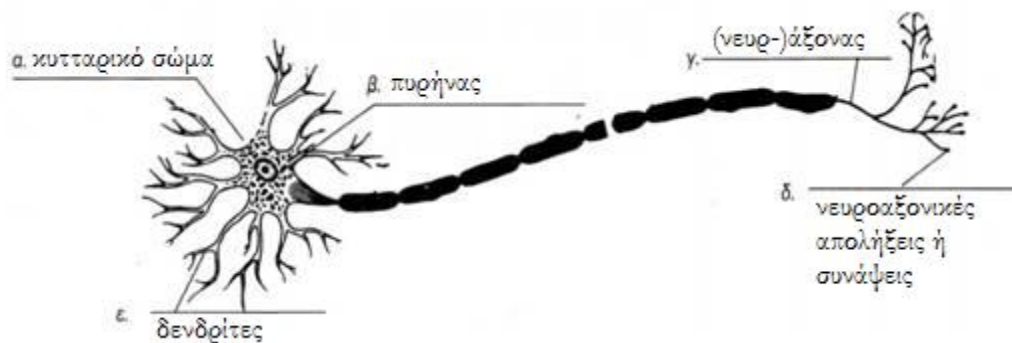
Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα συνιστούν μία μέθοδο Τεχνητής Νοημοσύνης, εμπνευσμένη από το ανθρώπινο νευρικό σύστημα, με το οποίο επεξεργάζεται ο ανθρώπινος εγκέφαλος τα ηλεκτρικά σήματα που παράγει το σύστημα αυτό. Βασικά χαρακτηριστικά του ανθρώπινου εγκεφάλου είναι η αναγνώριση προτύπων (pattern recognition), ο συνειρμός, η πολυπλοκότητα και η ανεκτικότητα στο θόρυβο. Για παράδειγμα ο άνθρωπος αναγνωρίζει αντικείμενα πολύ εύκολα, έστω κι αν αυτά είναι παραμορφωμένα ή δεν είναι εξολοκλήρου ορατά. Η ικανότητα της μάθησης μέσω εμπειρίας συνεπώς είναι από τα κύρια χαρακτηριστικά της ανθρώπινης ευφυΐας. Τα Νευρωνικά δίκτυα, τα οποία είναι βασισμένα στην μεθοδολογία λειτουργίας του εγκεφάλου, διαθέτουν παρόμοιες ιδιότητες με αυτόν, όπως την ικανότητα να μαθαίνει από εμπειρίες, να γενικεύει την υπάρχουσα γνώση και να εκτελεί λογικές αφαιρέσεις.

### 2.4.2 Δομικό στοιχείο των Τ.Ν.Δ.

Ο νευρώνας είναι το θεμελιώδες δομικό στοιχείο του ανθρώπινου νευρικού συστήματος. Οι νευρώνες είναι κύτταρα. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος έχει περίπου  $1.5 \cdot 10^{10}$  νευρώνες διαφόρων μορφών. Κάθε νευρώνας λαμβάνει σήματα μέσω περίπου  $10^4$  συνάψεων.

Κάθε νευρώνας αποτελείται από τέσσερα βασικά στοιχεία:

- τους δενδρίτες, οι οποίοι λαμβάνουν το σήμα
- το σώμα, το οποίο συγκεντρώνει και επεξεργάζεται όλα τα εισερχόμενα σήματα
- τον άξονα, ο οποίος προωθεί το αποτέλεσμα της επεξεργασίας
- τις συνάψεις, οι οποίες μεταβιβάζουν το τελικό σήμα στους επόμενους νευρώνες

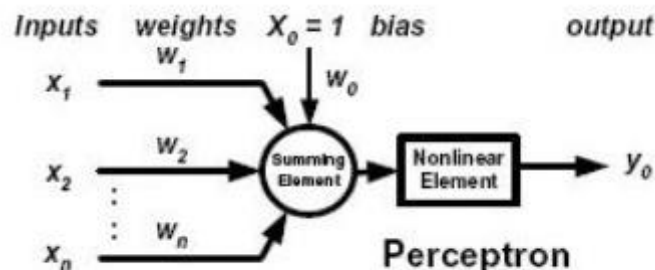


Σχήμα(2.1): Μορφολογία φυσικού νευρώνα

Αυτή η διάταξη μπορεί να μεταφραστεί σε ανάλογους όρους υπολογιστικής τεχνολογίας, με τον εξής τρόπο:

- το κομμάτι του πυρήνα(στο σώμα)του στοιχείου, που ονομάζεται **perceptron**, περιέχει ένα αθροιστικό στοιχείο  $\Sigma$  και ένα μη γραμμικό στοιχείο NonLinear(συνάρτηση μεταφοράς)
- τα πολλαπλά σήματα εισόδου  $x_i$  συνδέονται μέσω βαρών που μπορούν να ρυθμιστούν και να επαναπροσδιοριστούν, με τον πυρήνα του στοιχείου
- το σήμα εξόδου (που πολλές φορές μπορεί να είναι παραπάνω από ένα)  $y_0$

Ένα επιπρόσθετο perceptron εισόδου  $w_0$ , που ονομάζεται **πόλωση (bias)** και είναι ουσιαστικά το κατώφλι. Η τιμή που παίρνει πάντα είναι μονάδα. Εάν το συνολικό άθροισμα από τις υπολοίπες εισόδους του νευρώνα είναι μεγαλύτερο από την τιμή αυτή, τότε ο νευρώνας ενεργοποιείται. Εάν είναι μικρότερο, τότε ο νευρώνας παραμένει ανενεργός.



Σχήμα(2.2):Μορφολογία τεχνητού νευρώνα

Επιγραμματικά:

- Κάθε νευρώνας έχει πολλές εισόδους αλλά μόνο μία έξοδο η οποία αποτελεί είσοδο για άλλους νευρώνες
- Οι συνδέσεις διαφέρουν ως προς την σημαντικότητά τους που προσδιορίζεται από τα συναπτικά βάρη
- Η επεξεργασία κάθε νευρώνα καθορίζεται από την συνάρτηση μεταφοράς, η οποία καθορίζει την έξοδο σε σχέση με τις εισόδους και τα συναπτικά βάρη

Αναλυτικά:

Έστω ένας απλοϊκός νευρώνας Σχήμα (2.2), ο οποίος λαμβάνει  $n$  εισόδους ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) και παράγει μία έξοδο ( $y_0$ ). Κάθε νευρώνας χαρακτηρίζεται από μία πόλωση  $w_0$  (ή  $b$ ), η οποία μπορεί να είναι μηδενική ή μη μηδενική. Σε κάθε μία από τις εισόδους αντιστοιχεί ένα βάρος ( $W_1, W_2, \dots, W_n$ ).

Η συνολική είσοδος του νευρώνα υπολογίζεται βάσει του τύπου:

$$U = \sum_{i=1}^n (w_i * x_i) + w_0$$

Η έξοδος του νευρώνα ( $y_0$ ) υπολογίζεται βάσει του τύπου:

$$y_0 = f(U)$$

και το κατώφλι ακολουθεί την ανισότητα:

$$w^T * x + w_0 \geq 0$$

Όπου  $w_i$  είναι τα *συναπτικά βάρη* (synaptic weights),  $x_i$  οι εισοδοί του νευρώνα και  $w_0$  η σταθερά της πόλωσης (bias). Θετική τιμή ενός βάρους αναπαριστά διέγερση της εισόδου ενώ αντίθετα, μια αρνητική τιμή αναπαριστά αποδιέγερση της εισόδου. Συνεπώς η απόλυτη τιμή του βάρους καθορίζει την *ισχύ* της σύνδεσης.

#### 2.4.3 Συναρτήσεις Μεταφοράς (ή ενεργοποίησης)

Η συνάρτηση  $f$  του παραπάνω τύπου είναι η συνάρτηση μεταφοράς ή ενεργοποίησης και είναι το μη γραμμικό στοιχείο, το οποίο ενεργοποιεί ή κρατάει απενεργοποιημένο τον νευρώνα. Αυτό εξαρτάται από την συνολική είσοδο  $U$ . Εάν είναι μεγαλύτερη της μονάδας, ο νευρώνας ενεργοποιείται. Τα είδη των συναρτήσεων μεταφοράς που χρησιμοποιούνται είναι τα εξής:

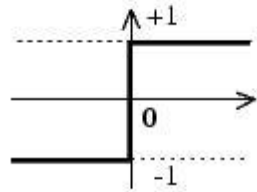
Η συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να είναι βηματική (step transfer function), γραμμική (linear transfer function), μη γραμμική (non-linear transfer function), στοχαστική (stochastic transfer function). Αρχικά χρησιμοποιήθηκε η δυαδική βηματική συνάρτηση από τον [Block (1962)]. Επειτα όμως είχε καλύτερη εφαρμογή η σιγμοειδής συνάρτηση.

**Η δυαδική (ή βηματική) συνάρτηση** θέτει την έξοδο του νευρώνα ίση με το 0, αν το όρισμα της συνάρτησης είναι μικρότερο ή ίσο του μηδενός και ίση με 1 αν το όρισμα είναι μεγαλύτερο του μηδενός. Η

συνάρτηση αυτή χρησιμοποιείται για την δημιουργία νευρώνων οι οποίοι διαχωρίζουν τις εισόδους σε δύο κατηγορίες

Η βηματική συνάρτηση μεταφοράς παραδείγματος χάρη, μπορεί να έχει τη μορφή :

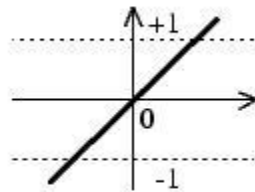
$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$



ή οποιαδήποτε άλλη βηματική συνάρτηση.

Η γραμμική συνάρτηση μεταφοράς παραδείγματος χάρη μπορεί να είναι:

$$f(x) = x$$



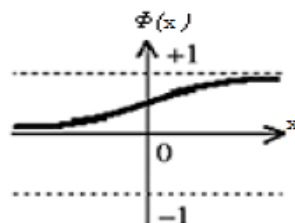
ή οποιαδήποτε άλλη γραμμική συνάρτηση.

Η μη γραμμική συνάρτηση μεταφοράς που χρησιμοποιείται συνήθως στα νευρωνικά δίκτυα καλείται σιγμοειδής συνάρτηση.

Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες συναρτήσεις τέτοιου τύπου είναι :

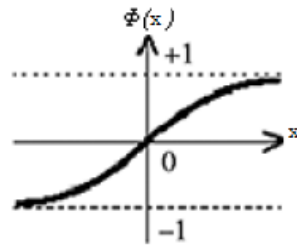
-Η λογιστική σιγμοειδής συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-ax}}$$



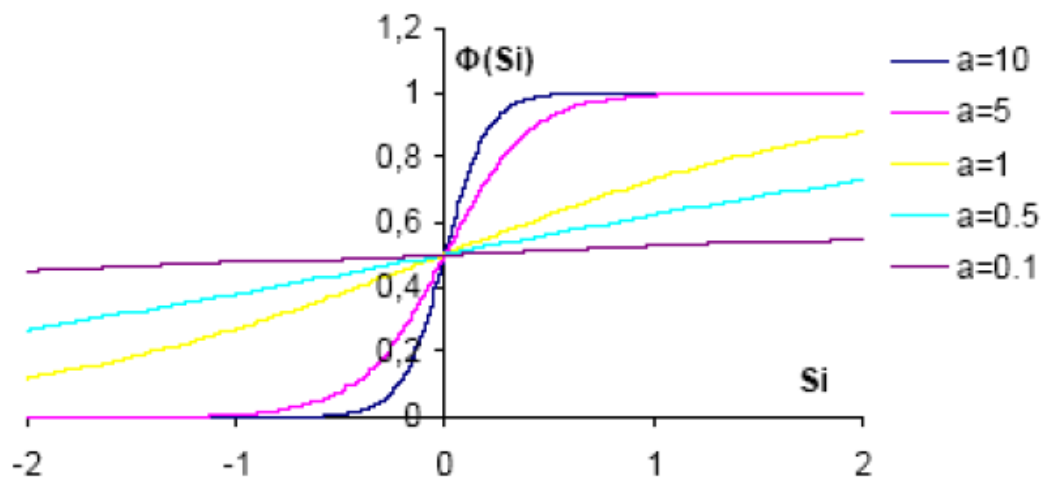
-Η υπερβολική εφαπτομένη σιγμοειδής συνάρτηση:

$$f(x) = \tanh(x)$$



Ορίζεται ως μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση που είναι ομαλή και ασυμπτωτική.

Στο **(αριθμηση)** το  $\alpha$  είναι η παράμετρος κλίσης της συνάρτησης. Με την μεταβολή του  $\alpha$ , αλλάζει η κλίση της σιγμοειδούς όπως στο διάγραμμα **(αριθμηση)**.



Σχήμα(2.3):Σιγμοειδής συνάρτηση για διαφορετικές τιμές του  $\alpha$

Στο όριο, καθώς το  $\alpha$  τείνει προς το άπειρο, η σιγμοειδής συνάρτηση μετατρέπεται σε συνάρτηση κατώφλι. Αντίθετα όμως με αυτή την συνάρτηση, που παίρνει τιμές  $\{0,1\}$ , η σιγμοειδής μπορεί να πάρει όλες τις τιμές στο διάστημα  $[0,1]$ . Επίσης, η σιγμοειδής συνάρτηση είναι διαφορίσιμη, ενώ η συνάρτηση κατώφλι δεν είναι [J.Hertz, A.Kogh et al,(1991)][ A.Hussain, J.J.Soraghan et al,(1997)].

Ορισμένες συναρτήσεις ενεργοποίησης που υπάρχουν στην βιβλιογραφία, συνοπτικά στον παρακάτω Σχήμα(2.4)

Όνομα Συνάρτησης	Ορισμός
Βηματική συνάρτηση	$f(s) = 0, \text{ αν } s \leq 0$ $f(s) = 1, \text{ αν } s > 0$
Συνάρτηση προσήμου	$f(s) = -1, \text{ αν } s \leq 0$ $f(s) = 1, \text{ αν } s > 0$
Γραμμική συνάρτηση	$f(s) = x$
Σιγμοειδής συνάρτηση	$f(s) = \frac{1}{1+e^s}$
Υπερβολική εφαπτομένη	$f(s) = \tanh(s) = \frac{1-e^{-s}}{1+e^{-s}}$
Θετικά Γραμμική συνάρτηση	$f(s) = 0, \text{ αν } s < 0$ $f(s) = s, \text{ αν } s \geq 0$
Ανταγωνιστική συνάρτηση	$f(s) = 1 \text{ για τους νευρώνες με μέγιστο } s$ $f(s) = 0 \text{ για όλους του άλλους νευρώνες}$

Σχήμα(2.4):Συναρτήσεις Ενεργοποίησης

#### 2.4.4 Αρχιτεκτονική Νευρωνικών Δικτύων

Τα ΤΝΔ είναι ουσιαστικά απλοποιημένα ισοδύναμα μοντέλα του βιολογικού νευρικού συστήματος. Είναι δίκτυα που αποτελούνται από απλά μη γραμμικά στοιχεία, τους νευρώνες οι οποίοι αλληλοσυνδέονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να επεξεργάζονται τις πληροφορίες ταυτόχρονα. Κάθε νευρώνας στέλνει σήματα διέγερσης ή αποδιέγερσης σε άλλους νευρώνες. Η κατάσταση ενεργοποίησης του εξαρτάται από τα σήματα που λαμβάνει από νευρώνες με τους οποίους συνδέεται.

Τα Νευρωνικά Δίκτυα διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

Στα **στατικά δίκτυα** που δεν περιέχουν στοιχεία με μνήμη αλλά μπορούν να έχουν ως εισόδους προηγούμενες τιμές των εισόδων.

Στα **δυναμικά δίκτυα** με στοιχεία μνήμης που είναι ιδιαίτερα κατάλληλα για την πραγματοποίηση μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων.

Βασικοί παράμετροι της αρχιτεκτονικής των Νευρωνικών Δικτύων αποτελούν:

**Το πλήθος των επιπέδων του δικτύου.** Διακρίνονται σε ένα επίπεδο εισόδου, ένα επίπεδο εξόδου και, αναλόγως τις ανάγκες του προβλήματος, σε ένα ή περισσότερα κρυφά επίπεδα.

**Το πλήθος των νευρώνων σε κάθε επίπεδο.** Η φύση του προβλήματος υποδεικνύει τον αριθμό των νευρώνων που απαιτούνται. Οι μεταβλητές του προβλήματος ορίζονται ως είσοδοι του δικτύου, ενώ για την πλειοψηφία των ΤΝΔ μία έξοδος αρκεί. Το πλήθος των νευρώνων των κρυφών επιπέδων συνήθως καθορίζεται μέσω δοκιμής και σφάλματος [Δούμπος & Ζοπουνίδης,( 2001)].

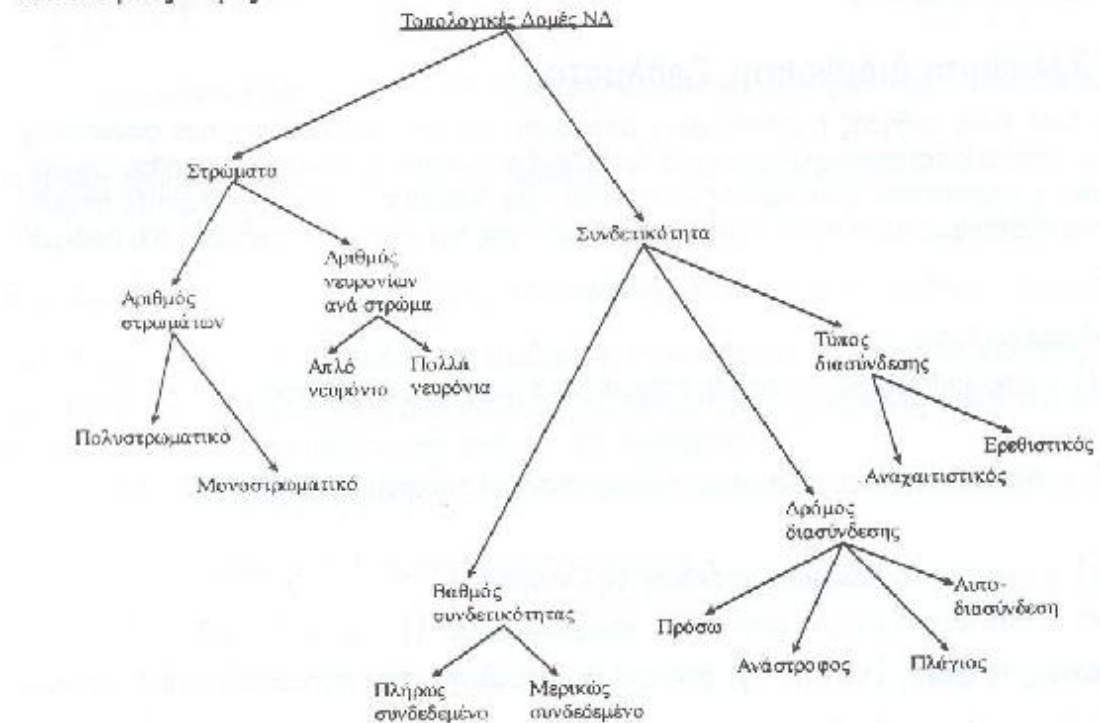
**Οι συνδέσεις μεταξύ των επιπέδων.** Αυτές μπορεί να διακρίνονται σε:

- Εμπρόσθια τροφοδότηση [Zhang (2012)], (Feed forward Neural Networks)
- Ανατροφοδότηση (Recurrent Neural Networks)

Παρακάτω παρουσιάζεται σχηματικά ,πίνακας με τις τοπολογικές δομές των Νευρωνικών Δικτύων.

Σχήμα().

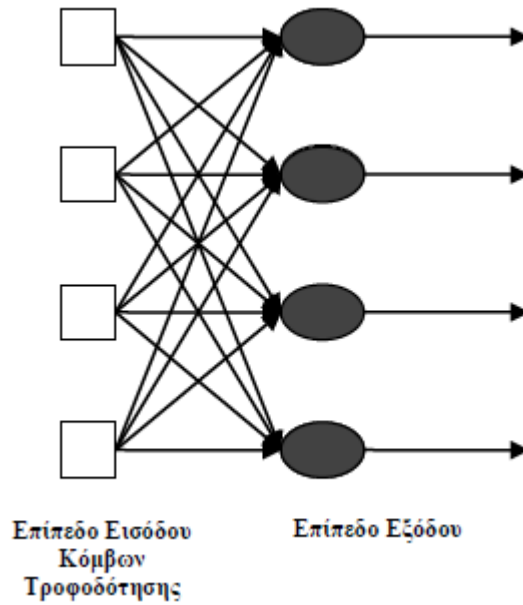
### Τοπολογικές Δομές ΝΔ



Σχήμα(2.5)

#### 2.4.4.1 Δίκτυα Εμπρόσθιας Τροφοδότησης Ενός Επιπέδου

Στην περίπτωση αυτή υπάρχει ένα επίπεδο με κόμβους(νευρώνες) εισόδου που προβάλλονται σε ένα επίπεδο νευρώνων εξόδου(όπου γίνονται οι υπολογισμοί).Το αντίθετο,δεν είναι εφικτό.Δεν γίνεται δηλαδή,από τους κόμβους εξόδου,η πληροφορία να μεταδοθεί προς το επίπεδο εισόδου.Με τον όρο 'ένα είπεδο' εννοείται το επίπεδο εξόδου,γιατί αυτό έχει τους νευρώνες που πραγματοποιούνται οι υπολογισμοί.

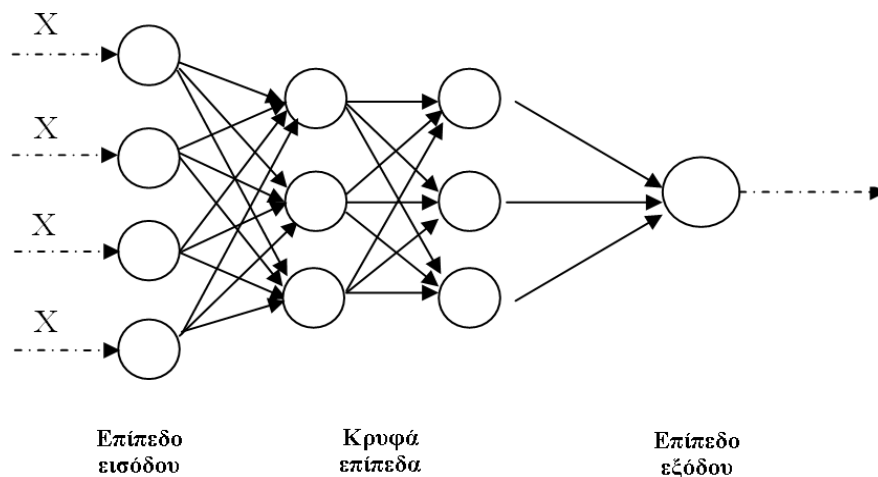


Σχήμα(2.6):Δίκτυα εμπρόσθιας τροφοδότησης ενός επιπέδου

#### 2.4.4.2 Πολυεπίπεδα Νευρωνικά Δίκτυα Εμπρόσθιας Τροφοδότησης ή MLP (Multilayer Perceptrons)

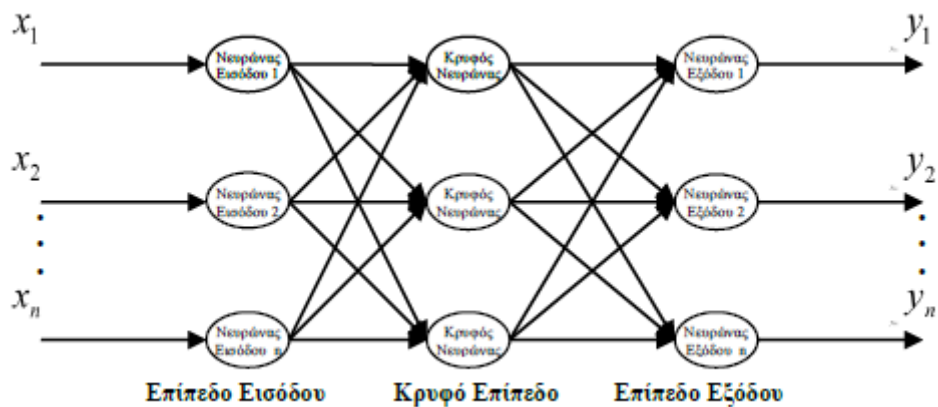
Ένα MLP αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων εισόδου, που αποτελεί το επίπεδο εισόδου, ένα ή περισσότερα κρυφά επίπεδα που αποτελούνται από νευρώνες εκτελούν υπολογισμούς και ένα επίπεδο εξόδου που αποτελείται κι αυτό από νευρώνες που εκτελούν υπολογισμούς. Το σήμα εισόδου κινείται μέσα στο δίκτυο προς τα εμπρός, δηλαδή από το ένα επίπεδο στο επόμενο.

Στο Σχήμα(2.7) παρακάτω έχουμε ένα πλήρως συνδεδεμένο νευρωνικό δίκτυο, με την έννοια ότι κάθε κόμβος συνδέεται με όλους τους κόμβους του αμέσως επόμενου επιπέδου.



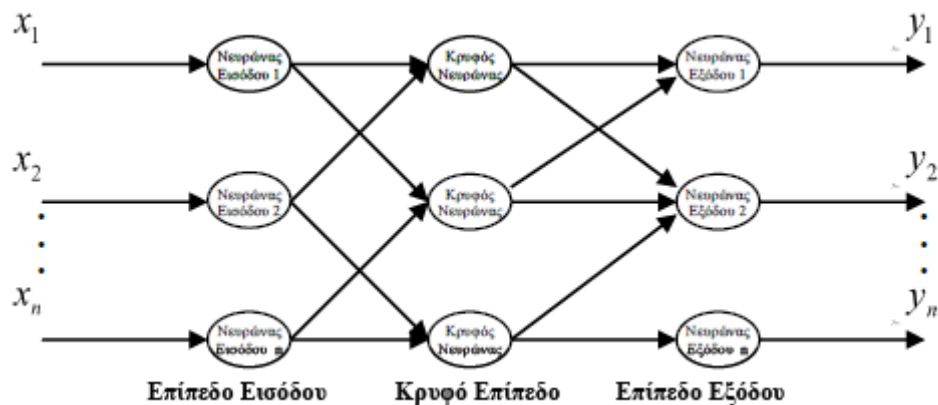
Σχήμα(2.7):Πλήρως συνδεδεμένο δίκτυο εμπρόσθιας τροφοδότησης με μια έξοδο





Σχήμα(2.8):Πλήρως συνδεδεμένο δίκτυο εμπρόσθιας τροφοδότησης πολλών εξόδων

Στο σχήμα που ακολουθεί, παρουσιάζεται ένα μερικώς συνδεδεμένο δίκτυο εμπρόσθιας τροφοδότησης.



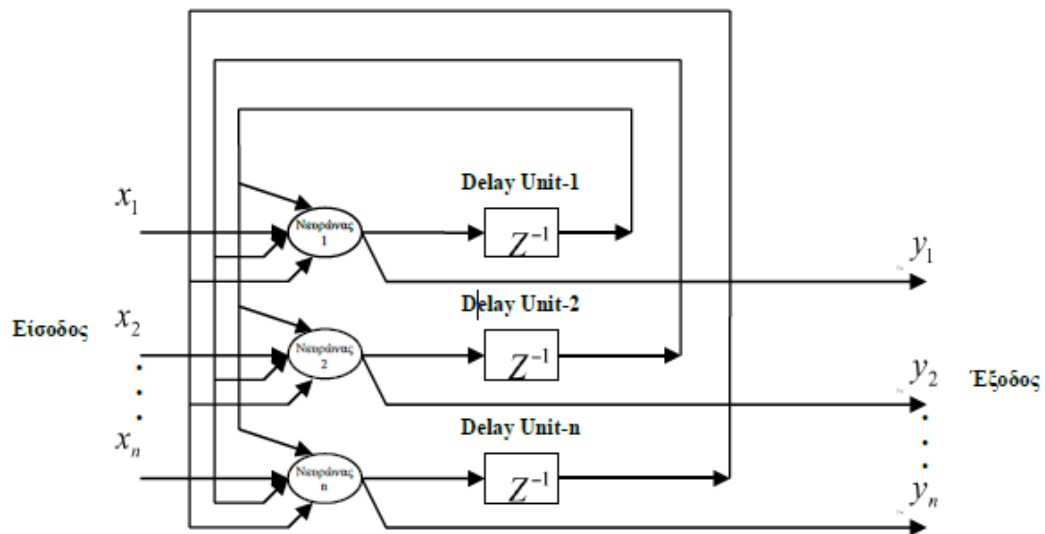
Σχήμα(2.9):Μερικώς συνδεδεμένο δίκτυο εμπρόσθιας τροφοδότησης

#### 2.4.4.3 Ανατροφοδοτούμενα (ή αναδρομικά ) Δίκτυα

Ένα ανατροφοδοτούμετο νευρωνικό δίκτυο έχει εκτός από τις προς τα εμπρός και προς τα πίσω συνδέσεις. Έχει δηλαδή βρόγχους αναδρομής από τις εξόδους του προς τις εισόδους του. Η παρουσία τέτοιων βρόγχων έχει ισχυρή επίπτωση στην ικανότητα μάθησης του δικτύου.

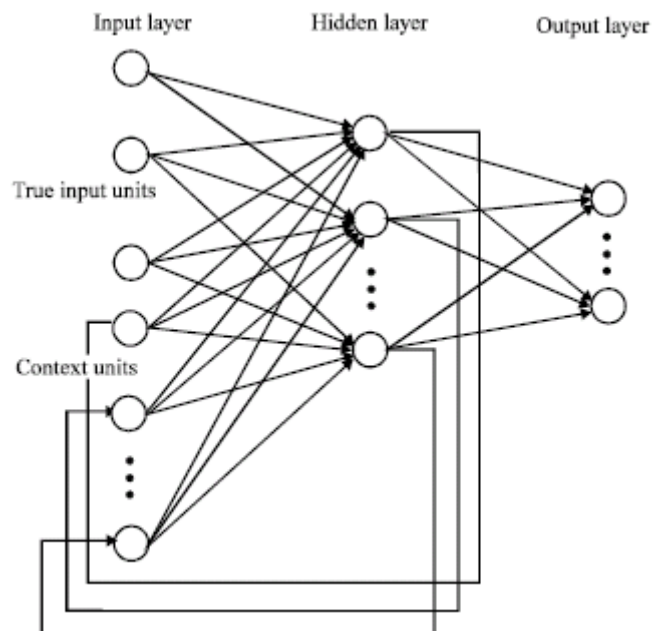
Ενδεικτικά,καταγράφονται κάποια είδη τέτοιων δικτύων.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα αναδρομικού δικτύου αποτελεί το **δίκτυο Hopfield** και παρουσιάζεται στο Σχήμα (2.10) που ακολουθεί:



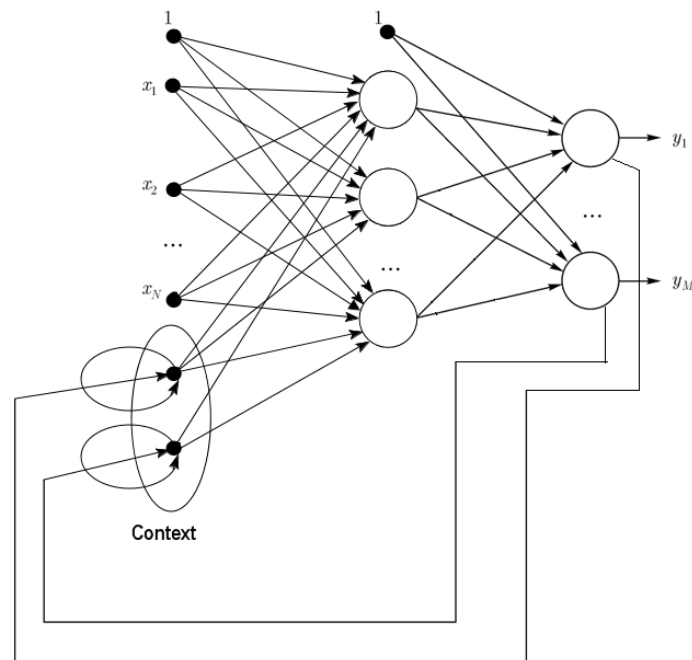
Σχήμα(2.10):Σχηματισμός Δικτύου Hopfield

Όταν υπάρχει ανατροφοδότηση από το κρυφό επίπεδο προς το επίπεδο εισόδου, το δίκτυο ονομάζεται Elman (Σχήμα 2.11 ).



Σχήμα(2.11):Ανατροφοδοτούμενο νευρωνικό δίκτυο τύπου Elman

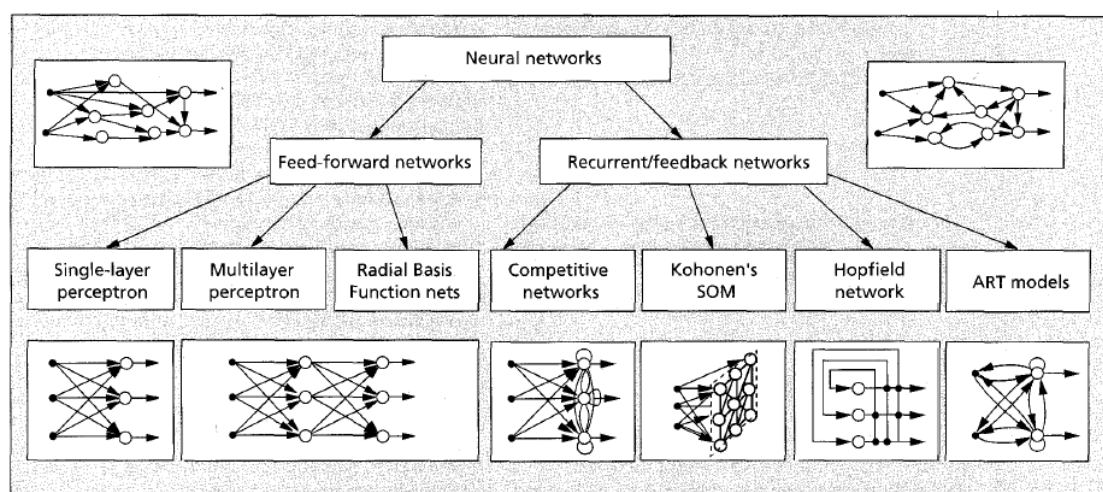
Όταν το επίπεδο εξόδου ανατροφοδοτεί το επίπεδο εισόδου, το δίκτυο ονομάζεται Jordan (Σχήμα 2.12).



Σχήμα(2.12):Ανατροφοδοτούμενο νευρωνικό δίκτυο τύπου Jordan

Επίσης, οι αναδρομικοί βρόγχοι, περιλαμβάνουν και την χρήση στοιχείων καθυστέρησης, στο σήμα **Hopfield(2.10)** συμβολίζονται με  $z^{-1}$  έχοντας σαν αποτέλεσμα το δίκτυο να αποκτήσει μια δυναμική μη γραμμική συμπεριφορά. Δεν θα δοθεί περαιτέρω επέκταση στο θέμα αυτό, διότι ξεπερνά την εμβέλεια του περιεχομένου που μελετά αυτή η εργασία.

Στον παρακάτω Σχήμα(2.13) παρουσιάζονται συνοπτικά κάποια τυπικά δίκτυα από τις δύο βασικές κατηγορίες που χωρίζονται.



#### 2.4.5 Εκμάθηση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

Ένα Νευρωνικό Δίκτυο μαθαίνει από τα λάθη του. Η συνήθης διαδικασία εκμάθησης περιλαμβάνει τρία καθήκοντα (Σπηλιανάκη Ε., 1998):

1. Υπολογισμός εξόδων.
2. Σύγκριση των εξόδων με τις επιθυμητές απαντήσεις.
3. Προσαρμογή των βαρών και επανάληψη διαδικασίας.

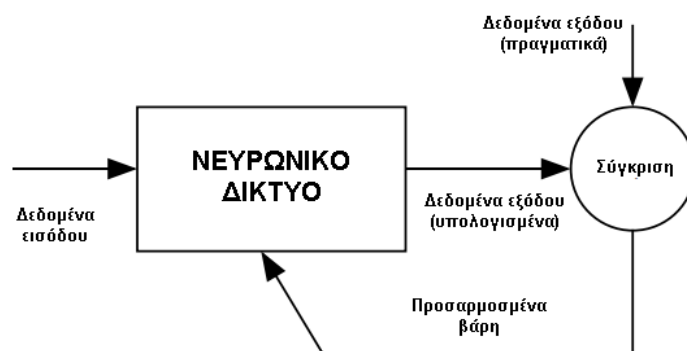
Η διαδικασία εκμάθησης αρχίζει συνήθως με τυχαία απονομή τιμών στα βάρη. Υπολογίζεται η διαφορά ανάμεσα στην πραγματική έξοδο και την επιθυμητή. Στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί ή ακόμα καλύτερα να μηδενιστεί η διαφορά αυτή μέσα από σταδιακή μετατροπή των βαρών. Μετά την εκπαίδευση του δικτύου δεν επιτρέπεται καμία μεταβολή των βαρών. Ένα κοινό χαρακτηριστικό των συστημάτων είναι η ικανότητά τους να ταξινομούν πλήθος δεδομένων εισόδου χωρίς την παραμικρή γνώση κανόνων και να χρησιμοποιούν διάφορα υποδείγματα βαρών για να αναπαριστούν τη μνήμη κατηγοριών. Διαφορετικά Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα υπολογίζουν το σφάλμα με διαφορετικούς τρόπους ανάλογα με τον αλγόριθμο εκμάθησης που χρησιμοποιείται. Κατά την εκμάθηση ενός δικτύου τα δεδομένα εισόδου χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: **εκπαίδευσης(training set) και δοκιμής(test set).**

Η διαδικασία εκπαίδευσης ή μάθησης διακρίνεται στα παρακάτω είδη:

**Μάθηση υπο Επίβλεψη (supervised learning) :** (ή ενεργή μάθηση), η δομή της οποίας αποτελείται από δύο βασικές συνηψτώσεις, τον «δάσκαλο» και το σύστημα εκμάθησης. Ο «δάσκαλος» ουσιαστικά με βάση την γνώση και την εμπειρία του δίνει στο σύστημα τις επιθυμητές εξόδους για ένα σύνολο εισόδων εκπαίδευσης. Λαμβάνει, δηλαδή, τα δεδομένα εισόδου σε συνδυασμό με τα επιθυμητά αποτελέσματα. Το δίκτυο μαθαίνει τους συσχετισμούς ανάμεσα σε τέτοια ζευγάρια δεδομένων εισόδου και αναλόγων αποτελεσμάτων στην έξοδο και μπορεί όχι μόνο να αναπαράγει αυτούς τους συσχετισμούς αλλά και να γενικεύσει αυτές τις σχέσεις για δεδομένα στην είσοδο, τα οποία δεν έχει επεξεργαστεί ξανά. Επομένως τα νευρωνικά δίκτυα είναι ικανά να επιδείξουν ευφυΐα. Αναλυτικά, οι εργασίες της μάθησης υπο επίβλεψη περιλαμβάνουν τη διδασκαλία με συσχετιζόμενα ζεύγη δεδομένων στην είσοδο και έξοδο. Στο δίκτυο παρουσιάζονται δεδομένα που δείχνουν την απάντηση που πρέπει να εμφανιστεί στην έξοδο σαν απάντηση σε συγκεκριμένο ερέθισμα στην είσοδο. **Το δίκτυο τότε κατασκευάζει μια αναπαράσταση της ενυπάρχουσας σχέσης μεταξύ εισόδου και εξόδου.** Αυτή είναι η βάση της ικανότητας ενός νευρωνικού δικτύου να παράγει κατάλληλες εξόδους για όλες τις εισόδους της ίδιας κατηγορίας, ακόμα και αν συγκεκριμένες εισοδοί δεν έχουν συναντηθεί από το δίκτυο στο παρελθόν.

Επιπλέον τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να ανακαλύψουν ομοιότητες μεταξύ των δεδομένων της εισόδου και να τα κατατάξουν, έτσι ώστε να αναγνωρίζονται ομοιότητες και διαφορές. Συχνά ένα δίκτυο μπορεί να ανακαλύψει ότι **ένας μεγάλος αριθμός δειγμάτων μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα μικρό αριθμό προτύπων.**

Ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί ακόμα να συγκρίνει με ευφυή τρόπο νέες καταστάσεις με παλιές εμπειρίες και να ανασυγκροτήσει ένα δείγμα βασισμένο σε μη πλήρη δεδομένα στην είσοδο. Για παράδειγμα, ένα νευρωνικό δίκτυο που έχει διδαχθεί να αναγνωρίζει ένα συγκεκριμένο σχέδιο μέσω ανάλυσης της εικόνας τους θα το αναγνωρίσει ακόμα και αν τμήμα της εικόνας είναι εν μέρει συσκοτισμένο. Πρόσφατα με βάση αυτή την ικανότητα των Νευρωνικών Δικτύων βελτιώθηκε ο τρόπος με τον οποίο οι επιστήμονες, φυσικοί, αστροφυσικοί και αστρονόμοι παρατηρούν εικόνες από το σύμπαν, οι οποίες βάσει της αναγνώρισης των ελλειπών στοιχείων, συμπληρώνονται από άλλες φωτογραφίες κι έτσι περιέχουν περισσότερη πληροφορία, απ'ότι τους παρέχει μια εικόνα από τα υπάρχοντα τηλεσκόπια, ακόμη και τα πιο σύγχρονα: <http://www.naftemporiki.gr/story/1211592/yperorasi-uposxetai-stous-astronomous-i-texniti-noimosuni>.



Σχήμα(2.14): Διαδικασία εκπαίδευσης υπο επίβλεψη

**Μάθηση χωρίς επίβλεψη (unsupervised learning):** (ή αυτοοργανομένη μάθηση) Σε αυτήν την περίπτωση στο σύστημα μάθησης δεν χρησιμοποιείται εξωτερικός «δάσκαλος» για να επιβλέπει την διαδικασία εκπαίδευσης. Το Νευρωνικό Δίκτυο αντί να εκπαιδεύεται από ζεύγη εισόδου-εξόδου, ανακαλύπτει ομοιότητες μεταξύ των δειγμάτων. **Το δίκτυο εξετάζει όλα τα δείγματα και τα κατατάσσει σε κατηγορίες δειγμάτων με παρόμοια χαρακτηριστικά.** Οι προς επιλογή παράμετροι του δικτύου προσαρμόζονται (ή επιλέγονται) έτσι ώστε να ικανοποιείται όσο το δυνατόν περισσότερο η προαναφερθείσα διαδικασία. Το αποτέλεσμα είναι ένας αριθμός κατηγοριών που η καθεμία περιλαμβάνει διαφορετικά δείγματα και περιγράφεται από ένα ξεχωριστό προτυπο. Ο αριθμός των κατηγοριών μπορεί να μεταβληθεί αυξάνοντας ή μειώνοντας την ακτίνα κάθε κατηγορίας, δηλαδή αλλάζοντας το κριτήριο βάσει του οποίου καθορίζεται η ομοιότητα και αλλάζοντας τον αριθμό των δειγμάτων μέσα στην κατηγορία.

Αυτός ο τρόπος μάθησης είναι χρήσιμος στις περιπτώσεις μαζικών σωμάτων δειγμάτων. Μπορεί να ξεχωρίσει τέτοια δείγματα σε κατηγορίες που μοιάζουν στην περιγραφή. Οι ιδιότητες αυτών των δειγμάτων μπορεί να εξεταστούν για να διαπιστωθεί αν πραγματικά είναι όμοια μεταξύ τους. Αν όχι, η μάθηση χωρίς επίβλεψη μπορεί να χρησιμοποιηθεί διαδοχικά για να χωρίσει κάθε κατηγορία σε μικρότερες και κατ' αυτό τον τρόπο να δημιουργηθεί μια ιεραρχική δομή κατηγοριών.

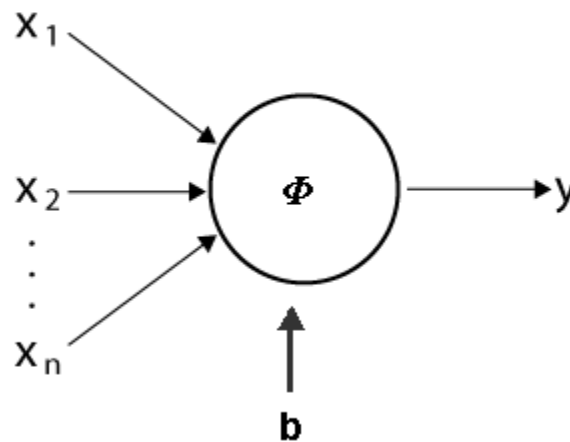
Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη συμπίεση δεδομένων ή για να φιλτράρει τα δεδομένα στην είσοδο.

Επιπλέον, υπάρχει και άλλος ένας τύπος μεθόδου μάθησης, η λεγόμενη **Ενισχυτική Μάθηση**. Στηρίζεται στον νόμο Thorndike, ο οποίος ερμηνεύεται ως εξής: «Αν μια ενέργεια ενός συστήματος μάθησης ακολουθείται από μια ικανοποιητική κατάσταση ή συμπεριφορά, τότε η τάση του συστήματος αυτού να παράγει την συγκεκριμένη ενέργεια, ενισχύεται (ενδυναμώνεται). Διαφορετικά η τάση του συστήματος να παράγει την ενέργεια αυτή, εξασθενεί. Σε αυτόν τον τύπο μάθησης δεν επεκτείνεται περαιτέρω η παρούσα εργασία, αλλά αναφέρεται για λόγους πληρότητας.

#### 2.4.5.1 Αλγόριθμοι Εκμάθησης Τ.Ν.Δ. Ενός Επιπέδου

##### 2.4.5.1.1 Ο Αλγόριθμος Μάθησης του Perceptron

Το Perceptron είναι η απλούστερη μορφή Νευρωνικού δικτύου, το οποίο χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση ενός ειδικού τύπου προτύπων, που είναι γραμμικά διαχωριζόμενα (δηλαδή πρότυπα που βρίσκονται στις αντίθετες πλευρές ενός υπερεπιπέδου, το οποίο ορίζει τις περιοχές απόφασης). Σε αυτό τον τύπο δικτύου το σταθμισμένο άθροισμα των εισόδων υπολογίζεται σε κάθε κόμβο και αν η τιμή ξεπερνά μια τιμή κατωφλίου, ο νευρώνας ενεργοποιείται. Στη βιβλιογραφία ο όρος Perceptron συχνά αναφέρεται σε δίκτυα με έναν μόνο κόμβο [Μωραϊτίδης Θεόδωρος, (2013)] [Rosenblatt, (1958)].



Σχήμα(2.15):Perceptron ενός επιπέδου

#### 2.4.5.1.2 Ο κανόνας μάθησης Δέλτα( ή Αλγόριθμος Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού (EMT) Σφάλματος)

Έστω ένας απλοϊκός νευρώνας Σχήμα (2.15) ο οποίος λαμβάνει  $n$  εισόδους ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) και παράγει μία έξοδο ( $Y$ ). Κάθε νευρώνας χαρακτηρίζεται από μία πόλωση  $b$ , η οποία μπορεί να είναι μηδενική ή μη μηδενική. Σε κάθε μία από τις εισόδους αντιστοιχεί ένα βάρος ( $W_1, W_2, \dots, W_n$ ). Η συνολική είσοδος του νευρώνα υπολογίζεται βάση του τύπου:

$$U = \sum_{i=1}^n (X_i \cdot W_i) + b$$

Η έξοδος του νευρώνα ( $Y$ ) υπολογίζεται βάση του τύπου:

$$Y = \Phi(U)$$

Η συνάρτηση  $\Phi$  ονομάζεται συνάρτηση ενεργοποίησης ή συνάρτηση μεταφοράς, οι συννηθέστερες από τις οποίες παρουσιάζονται στο υποκεφάλαιο 'Συναρτήσεις Μεταφοράς (ή ενεργοποίησης)'. Η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη είναι η σιγμοειδής συνάρτηση.

#### 2.4.5.2 Αλγόριθμοι Μάθησης Πολυστρωματικών Νευρωνικών Δικτύων

Ένα πολυστρωματικό νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από το στρώμα της εισόδου, το στρώμα της εξόδου και ένα ή περισσότερα ενδιάμεσα στρώματα (hidden layers). Δεν είναι γνωστός εκ των προτέρων όμως ποιος είναι ο αριθμός των νευρώνων που απαιτούνται σε κάθε στρώμα. Συνεπώς απαιτείται κάποιος πειραματισμός ώστε να βρεθεί ελάχιστος αριθμός νευρώνων που αποδίδει τα επιθυμητά αποτελέσματα. Για τον έλεγχο των διεργασιών είναι αυτονόητο ότι βασικό κριτήριο είναι η **ελαχιστοποίηση τόσο του αριθμού των στρωμάτων, όσο και του αριθμού των νευρώνων**. Αν αυτό επιτευχθεί, ο χρόνος μάθησης γίνεται μικρός και η υλοποίηση του ελεγκτή σε λογισμικό είναι απλή και σθεναρή.

Το πρόβλημα της μάθησης με εποπτεία, ενός σύνθετου νευρωνικού δικτύου με πολλαπλά στρώματα, ουσιαστικά μεταφράζεται σε πρόβλημα εύρεσης ενός ευσταθούς επαναληπτικού αλγορίθμου που θα προσαρμόζει τα βάρη των διασυνδέσεων των νευρώνων στα διάφορα στρώματα συστηματικά, με δεδομένα τις επιθυμητές και τις πραγματικές εξόδους του δικτύου μόνο.

Τα MLP συνήθως εκπαιδεύονται με κανόνες μάθησης υπό επίβλεψη. Ένας αλγόριθμος που χρησιμοποιείται συχνά για τον σκοπό αυτόν είναι ο αλγόριθμος είναι γνωστός ως αλγόριθμος **Back-Propagation** και βασίζεται στον κανόνα μάθησης με διόρθωση σφάλματος. Ο αλγόριθμος αυτός μπορεί να θεωρηθεί σαν

γενίκευση του αλγορίθμου **Ελάχιστων Μέσων Τετραγώνων** (Least Mean Square algorithm)[Δήμητρα Σταθοπούλου (2010)].

Τα δίκτυα αυτά έχουν τα εξής βασικά χαρακτηριστικά:

- Το μοντέλο κάθε νευρώνα στο δίκτυο περιλαμβάνει μια μη γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης στην έξοδο του, η οποία συνήθως είναι η σιγμοειδής. Η μη γραμμική αυτή συνάρτηση πρέπει να είναι ομαλή (smooth) και παντού διαφορίσιμη. Η μη γραμμικότητα της συνάρτησης είναι αρκετά σημαντική διότι διαφορετικά η σχέση εισόδου-εξόδου του δικτύου θα μειωνόταν σε αυτήν του ενός επιπέδου perceptron.
- Οι κρυφοί νευρώνες επιτρέπουν στο δίκτυο να 'μαθαίνει' και να εκτελεί περίπλοκες εργασίες εξαγόντας προοδευτικά τα χαρακτηριστικά εκείνα των προτύπων εισόδου (σημάτων εισόδου) που έχουν την μεγαλύτερη σημασία για την εξαγωγή του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος του δικτύου.
- Το δίκτυο παρουσιάζει υψηλό βαθμό συνδεσιμότητας που καθορίζεται από τις συνάψεις μεταξύ των νευρώνων του δικτύου. Μια αλλαγή στην συνδεσιμότητα του δικτύου απαιτεί μια αλλαγή στον πληθυσμό των συνδέσεων των συνάψεων ή στα βάρη τους.

Πλήρως διασυνδεδεμένο καλείται ένα δίκτυο του οποίου κάθε νευρώνας/κόμβος είναι συνδεδεμένος με όλους τους νευρώνες/κόμβους του προηγούμενου επιπέδου. Σε αυτής της μορφής τα δίκτυα, το σήμα μεταδίδεται από αριστερά προς τα δεξιά και από επίπεδο σε επίπεδο.

Στο δίκτυο μεταδίδονται δύο είδη σημάτων [D. B. Parker (1978)]:

- **Σήματα συναρτήσεων** (function signals): Ένα σήμα συνάρτησης είναι ένα σήμα εισόδου, ερέθισμα, που ξεκινάει από τους κόμβους εισόδου του δικτύου και διαδίδεται προς τα εμπρός από νευρώνα σε νευρώνα, καταλήγοντας στους νευρώνες εξόδου. Σε κάθε νευρώνα που περνάει το σήμα εισόδου, αυτό υπολογίζεται σαν συνάρτηση όλων των εισερχόμενων σημάτων και των αντίστοιχων βαρών των συνάψεων που καταλήγουν στον συγκεκριμένο νευρώνα.
- **Σήματα σφάλματος** (error signals): Ένα σήμα σφάλματος ξεκινάει από τους νευρώνες εξόδου του δικτύου και διαδίδεται προς τα πίσω. Σε κάθε νευρώνα το σήμα αυτό υπολογίζεται από μια συνάρτηση που εξαρτάται από το σφάλμα.

Κάθε κρυφός νευρώνας και κάθε νευρώνας εξόδου ενός MLP έχει σχεδιαστεί για να εκτελεί δύο υπολογισμούς:

- Υπολογίζει το σήμα συνάρτησης που εμφανίζεται στην έξοδο του νευρώνα σαν μια συνεχή μη γραμμική συνάρτηση των σημάτων που εισέρχονται στον νευρώνα και των αντίστοιχων βαρών των συνάψεων που σχετίζονται με τον νευρώνα.



- Υπολογίζει μια στιγμιαία προσέγγιση του διανύσματος κλίσης (δηλαδή τις κλίσεις της επιφάνειας σφάλματος ως προς τα βάρη που σχετίζονται με τις συνάψεις που εισέρχονται στον νευρώνα) κατά την προς τα πίσω διάδοση του σήματος του δικτύου.

#### 2.4.5.2.1 Ο αλγόριθμος Οπισθόδρομης Διάδοσης Σφάλματος ( momentum backpropagation algorithm)

Η ανάπτυξη του αλγορίθμου, στις αρχές της δεκαετίας του 1980, έδωσε νέα ώθηση στην έρευνα στον τομέα των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων. Ο αλγόριθμος αυτός είναι μια μέθοδος επαναληπτικής ρύθμισης των βαρών μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια πρόβλεψης στο σύνολο μάθησης. Στηρίζεται σε μια μέθοδο βελτιστοποίησης που εφαρμόζεται σε μια συνάρτηση σφάλματος. Μια τυπική συνάρτηση σφάλματος είναι το άθροισμα τετραγώνων των σφαλμάτων.

Η λειτουργία του έχει ως εξής:

- Τα δεδομένα εκπαίδευσης παρουσιάζονται στο δίκτυο και υπολογίζονται οι εξοδοί σύμφωνα με τους τύπους **(του κανονα δελτα)**.
- Για τον κάθε κόμβο  $i$  του επιπέδου εξόδου  $j$  υπολογίζεται το σφάλμα  $e$  σύμφωνα με τον τύπο:

$$e_{ij} = | \hat{y}_{ij} - y_{ij} |$$

όπου  $\hat{y}_{ij}$ : η έξοδος που υπολογίζει το δίκτυο

και  $y_{ij}$ : η επιθυμητή εξοδός

- Στην συνέχεια υπολογίζεται το προσαρμοσμένο σφάλμα του κάθε νευρώνα ως εξής:

$$\delta_{ij} = e_{ij} \cdot \Phi'(U_{ij})$$

όπου  $\Phi'(U_{ij})$ : η παράγωγος της συνάρτησης μεταφοράς

Αυτό συμβαίνει γιατί για τους νευρώνες που ανήκουν σε οποιοδήποτε άλλο στρώμα, εκτός από το στρώμα εξόδου, το σφάλμα δεν μπορεί να υπολογιστεί απευθείας επειδή δε δίνεται η επιθυμητή έξοδος για αυτούς τους 'έσωτερικούς' νευρώνες ως τμήμα του συνόλου εκπαίδευσης.

- Η διαδικασία συνεχίζεται με την οπισθοκίνηση του σφάλματος στο προηγούμενο της εξόδου επίπεδο  $j-1$ :

$$\delta_{i,j-1} = \Phi'(U_{i,j-1}) \cdot \sum (w_{i,j-1,ij} \cdot \delta_{ij})$$

όπου το άθροισμα αναφέρεται σε όλους τους νευρώνες του επόμενου επιπέδου με τους οποίους ο νευρώνας  $i$  συνδέεται με βάρη  $w_{ij-1,ij}$ .

- Η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου διαδοθεί το σφάλμα μέχρι το επίπεδο εισόδου.
- Η προσαρμογή των βαρών που ενώνουν τον νευρώνα  $i$  του επιπέδου  $j-1$  με τον νευρώνα  $i$  του επιπέδου  $j$  υπολογίζεται με τον τύπο:

$$\Delta(w_{ij-1,ij}) = -d \cdot \delta_{ij} \cdot \hat{y}_{ij-1}$$

Όπου  $d$ : ο ρυθμός μάθησης

Ο συντελεστής  $d$  ονομάζεται ρυθμός μάθησης και ελέγχει το ρυθμό με τον οποίο τα υπολογιζόμενα σφάλματα αλλάζουν τα βάρη του δικτύου. Ο ρυθμός μάθησης συνήθως επιλέγεται μεταξύ 0.01 και 1.0.

Το συνολικό σφάλμα για  $n$  νευρώνες εξόδου σε  $m$  δεδομένα εκπαίδευσης ορίζεται ως εξής:

$$E = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \delta_{k,i}^2$$

- Η εκπαίδευση τερματίζεται εφόσον ελαχιστοποιηθεί το συνολικό σφάλμα.

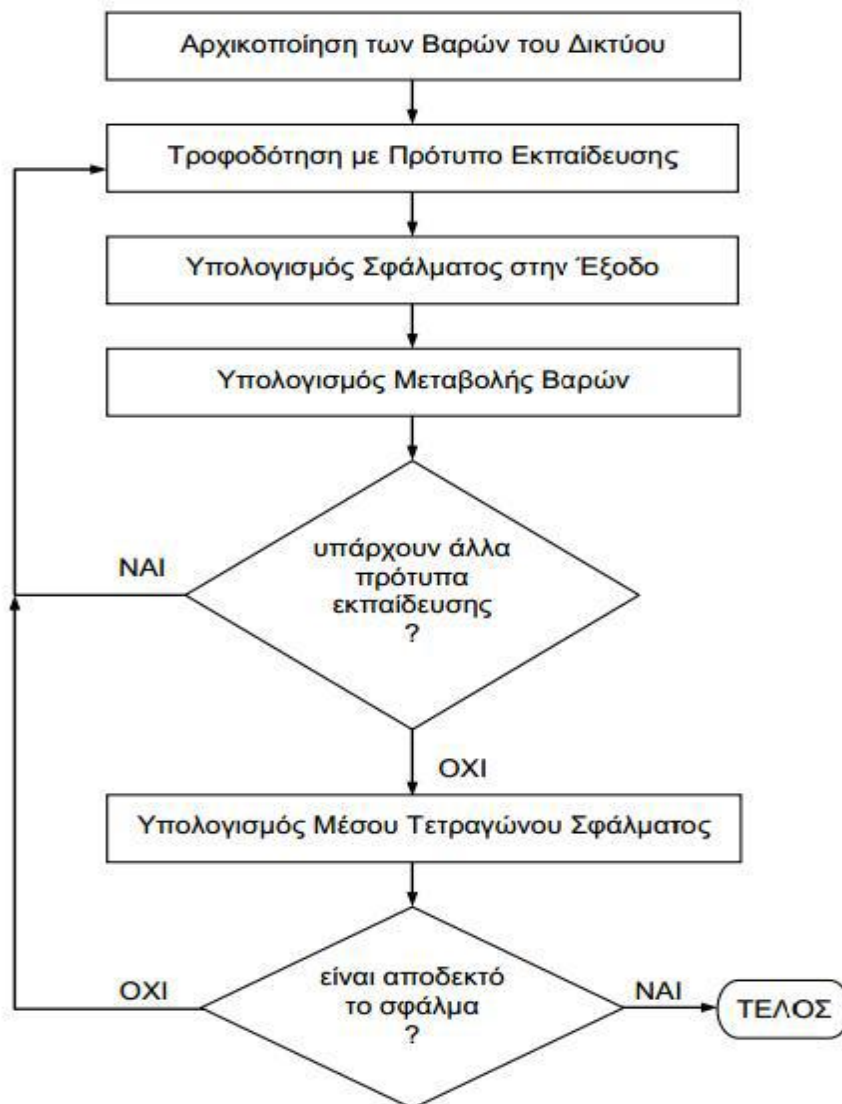
Υπάρχει μια ευρέως διαδεδομένη μέθοδος που χρησιμοποιείται για να βελτιώσει την διαδικασία της εκπαίδευσης. Η μέθοδος αυτή εισάγει έναν **συντελεστή ορμής** ο οποίος επιτρέπει την αξιοποίηση της πληροφορίας από προηγούμενες τιμές σφάλματος, κατά τη διαδικασία ενημέρωσης των βαρών στη διάρκεια μιας ανακύκλωσης. Ο συντελεστής ορμής βοηθάει στην αποφυγή εγκλωβισμού σε τοπικά ελάχιστα και συνήθως επιταχύνει την σύγκλιση και επιλέγεται μεταξύ 0.01 και 1.0 (αλλά σχεδόν πάντοτε μικρότερος από το ρυθμό μάθησης). Ουσιαστικά η σταθερά της ορμής συμβάλλει στο να αυξηθεί ο ρυθμός εκπαίδευσης σε επίπεδες περιοχές της επιφάνειας του σφάλματος.

Η αναδρομική διαδικασία εκπαίδευσης εκτελείται μέχρι ένα συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων είτε εναλλακτικά μέχρι να επιτευχθεί ικανοποιητική πρόβλεψη των τιμών εξόδου. Συνήθη κριτήρια τερματισμού του αλγόριθμου εκπαίδευσης περιλαμβάνουν επιτήρηση του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων, ή του μέγιστου σφάλματος, ή και των δύο, και η διαδικασία εκπαίδευσης σταματάει όταν η τιμή του σφάλματος είναι μικρότερη από μια ορισμένη τιμή (ανοχή). Η επιλογή της ανοχής εξαρτάται από το πρόβλημα και είναι δυνατόν να επιτευχθεί ή να μην επιτευχθεί. Δεν υπάρχει μαθηματική απόδειξη ότι ο αλγόριθμος εκπαίδευσης με την οπισθοδρομή διάδοση του σφάλματος θα συγκλίνει για μια δοσμένη ανοχή. Η μόνη εγγύηση είναι ότι οι αλλαγές των βαρών του ρυθμού ορμής

επιτρέπει στο σφάλμα, όπως ορίστηκε προηγουμένως, να αυξηθεί προσωρινά αν η διαδικασία βελτιστοποίησης απομακρύνεται από ένα τοπικό ελάχιστο [Μωραϊτίδης Θεόδωρος,(2013)].

Όπως αναφέρθηκε η διαδικασία εκπαίδευσης με τον αλγόριθμο όπισθεν διάδοσης σφάλματος λαμβάνει χώρα με την παρουσίαση και εφαρμογή στο δίκτυο ενός συνόλου παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Η παρουσίαση όλων των προτύπων εκπαίδευσης μια φορά στο δίκτυο ονομάζεται **εποχή (epoch)**. Η συνήθης διαδικασία εκπαίδευσης αναφέρεται στην μεταβολή των βαρών για κάθε διάνυσμα εκπαίδευσης και όταν παρουσιαστούν όλα τα διανύσματα, ελέγχεται αν το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μειώθηκε σε κάποια προκαθορισμένη, αποδεκτή τιμή.

Η σχηματική απεικόνιση του αλγόριθμου παρουσιάζεται παρακάτω.



Σχήμα (2.16): Αλγόριθμος εκπαίδευσης με διάδοση του σφάλματος προς τα πίσω

Η βασική ιδέα του αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης σφάλματος συνίσταται στον καθορισμό του ποσοστού του συνολικού σφάλματος που αντιστοιχεί σε κάθε νευρώνα του ολικού δικτύου.

#### 2.4.5.3 Τρόποι εκπαίδευσης T.N.Δ.

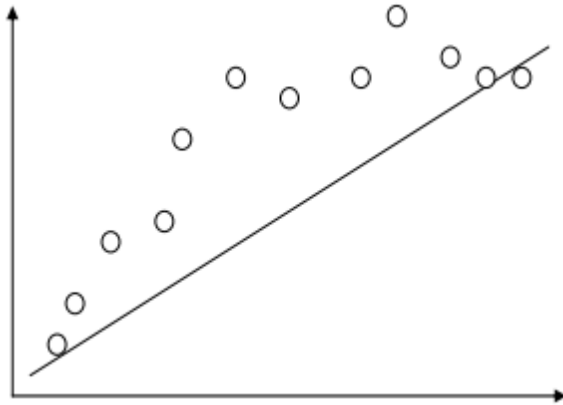
Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχει ο τυχαίος και ο σειριακός τρόπος εκπαίδευσης:

Ο **τυχαίος τρόπος εκπαίδευσης** έχει το πλεονέκτημα της εξασφάλισης του στοχαστικού χαρακτήρα της μάθησης και το μειονέκτημα των συνεχών και μη αμελητέων ταλαντώσεων των σφαλμάτων εκπαίδευσης και αξιολόγησης,ώσπου να φτάσει ο αλγόριθμος στο τελικό αποτέλεσμα.

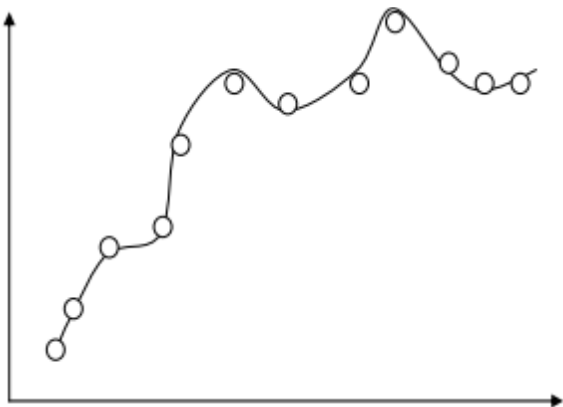
Ο **εν σειρά τρόπος παρουσίασης προτύπων**,δίνει συνήθως χαμηλότερο σφάλμα εκπαίδευσης και μεγαλύτερη δυνατότητα ελέγχου αυτού του σφάλματος.Παρόλ'αυτά, εμπεριέχει τον κίνδυνο της λεγόμενης υπερπροσαρμογής του δικτύου της συγκεκριμένης σειράς παρουσίασης των προτύπων,με αποτέλεσμα το τελικό σφάλμα αξιολόγησης να είναι μεγαλύτερο σε σχέση με εκείνο του τυχαίου τρόπου. Ο σειριακός τρόπος παρουσίασης των προτύπων εκπαίδευσης εφαρμόζεται και στο ANFIS.

Το φαινόμενο της **υπερπροσαρμογής** συμβαίνει εκεί όπου η διαδικασία εκπαίδευσης συνεχίζει πέρα από εκεί που έχει επιτευχθεί επαρκής αναπαράσταση του χώρου και από εκεί και πέρα το δίκτυο εκπαιδεύεται με βάση τα λεπτομερικά χαρακτηριστικά των συγκεκριμένων προτύπων του συνόλου εκπαίδευσης σε αντίστοιχο κόστος στην ικανότητα γενίκευσης και στη γενική απόδοση του δικτύου.

Επιπλέον,υπάρχει και το φαινόμενο της **υποπροσαρμογής** του δικτύου το οποίο δεν έγκειται τον αριθμό των εποχών που θα πραγματοποιηθούν από τον αλγόριθμο,όπως το προηγούμενο φαινόμενο.Το φαινόμενο αυτό συμβαίνει όταν το σύνολο των εκπαιδευτικών προτύπων δεν επαρκεί για την ικανοποιητική εκπαίδευση του δικτύου.Η εκπαίδευση του δικτύου μπορεί να έχει ολοκληρωθεί με επιτυχία από ένα πλήθος επαναλήψεων και μετα,ωστόσο η απόδοση του δικτύου για άγνωστα(πρωτοεμφανιζόμενα) πρότυπα να είναι απογοητευτική λόγω της μη αντιπροσωπευτικής αναπαράστασης του χώρου από την δομή και το σύνολο των βαρών[Δήμητρα Σταθοπούλου (2010)].



Διάγραμμα(2.17):Ελλιπής Εκπαίδευση,**Υποπροσαρμογή**[ Μποκαλάκης Ιωσήφ,(2014)]



Διάγραμμα(2.18):Υπερβολική Εκπαίδευση,**Υπερπροσαρμογή**[ Μποκαλάκης Ιωσήφ,(2014)]

#### 2.4.5.4 Πλεονεκτήματα & Μειονεκτήματα Τ.Ν.Δ.

Στα **πλεονεκτήματα** των Νευρωνικών Δικτύων συγκαταλέγονται:

- Η μη γραμμική δομή τους η οποία τους δίνει την δυνατότητα να αναγνωρίζουν συσχετίσεις και πρότυπα ανάμεσα στα δεδομένα που επεξεργάζονται.
- Η προσαρμοστικότητα σε διαφορετικά περιβάλλοντα, καθώς διαθέτουν την ικανότητα να μαθαίνουν μέσω παραδειγμάτων.
- Η μεγάλη ανοχή τους σε σφάλματα, εξαιτίας των πολλών μονάδων επεξεργασίας και της διανομής της πληροφορίας σε όλο το δίκτυο.
- Η ταχύτητα επεξεργασίας, που οφείλεται στην παράλληλη επεξεργασία των κόμβων.
- Ο υψηλός βαθμός ελευθερίας που προσφέρει στην μοντελοποίηση ενός προβλήματος.

Στα **μειονεκτήματα** των Νευρωνικών Δικτύων συγκαταλέγονται:

- Η έλλειψη δυνατότητας ερμηνείας των αποτελεσμάτων. Στην πράξη, τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα λειτουργούν ως μαύρα κουτιά. Λαμβάνουν τα δεδομένα εισόδου και ρυθμίζοντας τα συναπτικά βάρη μεταξύ των νευρώνων, προσεγγίζουν τα δεδομένα εξόδου.
- Ο υψηλός βαθμός ελευθερίας που προσφέρει στην μοντελοποίηση ενός προβλήματος, απαιτεί την αντίστοιχη γνώση και εμπειρία του μελετητή.

#### 2.4.6 Σχεδίαση Νευρωνικών Δικτύων

Η πλήρης σχεδίαση ενός νευρωνικού δικτύου συνίσταται στον καθορισμό της τοπολογίας και την διαδικασία εκπαίδευσης. Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης ασχολείται με την διαδικασία σύγκλισης, αλλά δεν σχετίζεται με την τοπολογία, δηλαδή την μορφή του δικτύου. Στο υποκεφάλαιο *‘Αρχιτεκτονική Νευρωνικών δικτύων’* έχει γίνει αναφορά των τοπολογικών χαρακτηριστικών των νευρωνικών δικτύων. Το πρόβλημα όμως του καθορισμού της βέλτιστης τοπολογίας είναι ίσως το δυσκολότερο στον τομέα της σχεδίασης των νευρωνικών δικτύων.

Για δίκτυα τύπου MLP που χρησιμοποιούν αλγόριθμο εκπαίδευσης Back-Propagation, μελέτες σε επίπεδο περισσότερο πειραματικό παρά θεωρητικό, έχουν προτείνει διάφορες μεθοδολογίες για τον καθορισμό του βέλτιστου αριθμού επιπέδων και νευρώνων στο δίκτυο.

Όσον αφορά τον αλγόριθμο εκπαίδευσης, το νευρωνικό δίκτυο μπορεί να θεωρηθεί ως ένας γενικής μορφής μη γραμμικός ταξινομητής ικανός να υλοποιεί αυθέρετες απεικονίσεις μεταξύ εισόδου-εξόδου. Σε ένα τέτοιο σύστημα, οι βαθμοί ελευθερίας καθορίζονται από το πλήθος των ελεύθερων παραμέτρων που πρόκειται να καθοριστούν μέσα στην διαδικασία εκπαίδευσης. Τα μη γραμμικά συστήματα ωστόσο είναι πιο πολύπλοκα από τα αρχικά φαίνονται και γι' αυτό δεν επιλύονται άμεσα, όπως γίνεται συνήθως με τα γραμμικά. Έτσι για τον καθορισμό των παραμέτρων χρησιμοποιούνται σχεδόν πάντα έμμεσες μέθοδοι και επαναληπτικά σχήματα, όπως η μορφή του αλγορίθμου όπισθεν διάδοσης σφάλματος (Back-Propagation). Επιπλέον εφαρμόζονται σε προβλήματα, που είτε λόγω πολυπλοκότητας είτε λόγω υψηλού βαθμού μη γραμμικότητας, είναι δύσκολο να καθοριστούν σύνολα εκπαίδευσης που να καλύπτουν όλο το εύρος του χώρου των προτύπων. Έτσι, ο αλγόριθμος εκπαίδευσης πρέπει από την μια να εκτελεί με βάση ελλιπή πληροφορία σχετικά με τον χώρο, ενώ παράλληλα απαιτείται η σχεδίαση ενός συστήματος με ικανοποιητική απόδοση εισόδου-εξόδου. Ακόμα, είναι απαραίτητο το δίκτυο να λειτουργεί με υψηλό ποσοστό επιτυχίας και στην περίπτωση που τα δεδομένα εισόδου είναι ελλιπή ή περιέχουν θόρυβο.

Τα χαρακτηριστικά αυτά καθορίζουν την ιδιότητα που ονομάζεται **ικανότητα γενίκευσης του δικτύου** και αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους παράγοντες στην σχεδίαση. Ο υψηλός βαθμός ικανότητας γενίκευσης και η ανθεκτικότητα σε θόρυβο ή ελλιπή δεδομένα, καθώς επίσης και η προσαρμοστικότητα και ο υψηλός βαθμός παραλληλίας, είναι μερικά από τα σημαντικότερα στοιχεία επιτυχίας των νευρωνικών δικτύων σε μεγάλο εύρος εφαρμογών.

Η επίτευξη όμως της υψηλής ικανότητας γενίκευσης ενός νευρωνικού δικτύου,εκτός από την πληρότητα του συνόλου προτύπων εκπαίδευσης,εξαρτάται από την δομή και την τοπολογία,οι οποίες πρέπει να επιτρέπουν την κατασκευή μια επαρκούς περιγραφής του χώρου μέσω των τιμών των βαρών του.Αν και θεωρητικά για τον καθορισμό της τιμής  $N$  ελεύθερων παραμέτρων,απαιτούνται επίσης  $N$  πρότυπα εκπαίδευσης,σε περιπτώσεις μη γραμμικών προβλημάτων όπως αναφέρθηκε,για την επίτευξη υψηλού βαθμού ικανότητας γενίκευσης απαιτούνται πολύ περισσότερα πρότυπα.Συχνά,το απαιτούμενο μέγεθος του συνόλου εκπαίδευσης υπολογίζεται ως τα ακέραια πολλαπλάσια του συνολικού αριθμού των βαρών του δικτύου.Η ίδια τεχνική μπορεί να εφαρμοστεί και με αντίστροφη λογική,δηλαδή με βάση το μέγεθος του διαθέσιμου συνόλου δεδομένων εκπαίδευσης,να καθοριστεί το μέγιστο πλήθος συνολικά των βαρών του δικτύου.

Επιπλέον,για την αποφυγή του φαινομένου της υπερεκπαίδευσης καθώς και για την προακλούθηση της ικανότητας γενίκευσης του δικτύου,έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές που είναι ουσιαστικά παραλλαγές της γενικότερης μεθοδολογίας διαχωρισμού του διαθέσιμου συνόλου προτύπων σε σύνολα εκπαίδευσης και σύνολα αξιολόγησης.Μια τέτοια διαδεδομένη τεχνική είναι η τεχνική Leave-Half-Out (LHO) ή Cross-Validation.Σύμφωνα με αυτήν την τεχνική το διαθέσιμο σύνολο προτύπων χωρίζεται με τυχαίο τρόπο σε δύο σύνολα εκπαίδευσης και αξιολόγησης αντίστοιχα.Η γενική ιδέα είναι ότι μετά από την εκπαίδευση του δικτύου ακολουθεί μια διαδικασία αξιολόγησης με άγνωστα πρότυπα έτσι ώστε να μετρηθεί η ικανότητα γενίκευσης και η πραγματική απόδοση του δικτύου.Εναλλακτικά,κάθε κύκλος εκπαίδευσης μπορεί να ακολουθείται από έναν κύκλο αξιολόγησης.Με αυτόν τον τρόπο είναι εύκολος ο έλεγχος και η διακοπή της διαδικασίας εκπαίδευσης όταν έχει επιτευχθεί ο μέγιστος βαθμός γενίκευσης και ταυτόχρονα η αποφυγή υπερπροσαρμογής.Αξίζει να σημειωθεί ότι για μεγαλύτερη αξιοπιστία γίνεται και συνδιασμός των δύο παραπάνω μεθόδων.Συχνά η διαδικασία εκπαίδευσης ενσωματώνει αυτόματους μηχανισμούς καταγραφής και διατήρησης της βέλτιστης διαμόρφωσης του δικτύου,καθώς διαμορφώνεται διαμέσου των εκπαιδευτικών κύκλων.Έτσι,μετά το πέρας της εκπαίδευσης είναι εύκολη η επιλογή της διαμόρφωσης που δίνει την βέλτιστη απόδοση.

Οι τεχνικές αυτές βοηθούν στην βελτιστοποίηση της εκπαίδευσης του δικτύου,παρόλ'αυτά,το πρόβλημα της τοπολογίας του παραμένει άλυτο.Για το ζήτημα αυτό έχει δημοσιευθεί μια πλειάδα άρθρων και papers,προτείνοντας διάφορες μεθοδολογίες αυτόματης επιλογής του πλήθους και του μεγέθους των επιπέδων στο νευρωνικό δίκτυο.Αξίζει να αποσαφηνισθεί ότι,παρόλο που ο συνολικός αριθμός βαρών στο δίκτυο σχετίζεται έμμεσα με το πλήθος των προτύπων εκπαίδευσης·η ακριβής διάταξη και διασύνδεση των νευρώνων στο δίκτυο αποτελούν επιπλέον ελεύθερες παραμέτρους για το σύστημα,που δεν σχετίζονται με κανένα τρόπο ούτε με το σύνολο εκπαίδευσης ούτε με την δομή και την λειτουργία του αλγορίθμου εκπαίδευσης.

Το ζήτημα της τοπολογίας,αποτελεί έναν από τους δυσκολότερους και ταυτόχρονα κρίσιμότερους παράγοντες για την επιτυχία του δικτύου.Για τύπου MLP με αλγόριθμο εκπαίδευσης Back-Propagation έχουν προταθεί κάποιοι εμπειρικοί κανόνες που συνδέουν το μέγεθος των ακραίων επιπέδων (εισόδου,εξόδου) με το μέγεθος των κρυφών επιπέδων.Αυτό το σύστημα είναι προσεγγίσιμο γιατί το

μέγεθος των ακραίων επιπέδων μπορεί να καθοριστεί εν μέρει από τη φύση του προβλήματος και συγκεκριμένα από την διάσταση των διανυσμάτων εισόδου και εξόδου. Τα επίπεδα σχεδόν πάντα σε τέτοιου τύπου δίκτυα θεωρούνται πλήρως διασυνδεδεμένα.

Η απενεργοποίηση κάποιας διασύνδεσης πραγματοποιείται απλά με τον μηδενισμό του αντίστοιχου βάρους. Στην προσπάθεια αυτοματοποίησης του καθορισμού της τοπολογίας των νευρωνικών δικτύων έχουν προταθεί μέθοδοι αύξησης της τοπολογίας, όπου ο αλγόριθμος ξεκινάει από μια ελάχιστη τοπολογία και προχωράει αυξάνοντας διαδοχικά την έκταση και την πολυπλοκότητά της. Αντίθετα, υπάρχουν και μέθοδοι μείωσης της τοπολογίας, στις οποίες ο αλγόριθμος ξεκινάει από μια μέγιστη και προχωράει μειώνοντας διαδοχικά την έκταση και την πολυπλοκότητά της. Η αύξηση και η μείωση της τοπολογίας των δικτύων έγκειται στο πλήθος των βαρών (διασυνδέσεων), στο πλήθος των νευρώνων και στο πλήθος των νευρωνικών επιπέδων. Η καταλληλότητά τους εξαρτάται από το εκάστοτε πρόβλημα και τις απαιτήσεις σε ότι αφορά την τελική απόδοση του δικτύου.

Είναι προφανές ότι για λόγους οικονομίας χρόνου, υπολογιστικού κόστους και ευκολίας στην κατανόηση και σωστή χρήση των νευρωνικών δικτύων, αναζητάται η ελαχιστοποίηση της τοπολογίας τους. Μια από τις πιο γνωστές **μεθόδους ελαχιστοποίησης της τοπολογίας** ενός νευρωνικού δικτύου είναι η επιλεκτική καταστροφή τμημάτων του. Μετά την ολοκλήρωση της εκπαίδευσης, η μέθοδος αναζητά βάρη των οποίων οι τιμές είναι κοντά στο μηδέν, κάτι που υποδεικνύει ότι οι συγκεκριμένες συνδέσεις είναι ασήμαντες για την απόδοση του δικτύου. Καταστρέφονται επιλεκτικά διασυνδέσεις ανάλογα με την ανοχή σφάλματος στην έξοδο. Έτσι, καταλήγει ένα δίκτυο να έχει απλούστερη δομή στην τοπολογία του. Ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει με τις **αυξητικές μεθόδους τοπολογίας**, οι οποίες ξεκινούν από μικρές τοπολογίες και προσθέτουν συνεχώς βάρη ή ολόκληρους νευρώνες με σκοπό της βέλτιστης απόδοσης του δικτύου. Οι πιο σύγχρονες τεχνικές χρησιμοποιούν γενετικούς αλγόριθμους για την σταδιακή ανάπτυξη και βελτιστοποίηση της τοπολογίας. Παρόλο που πρακτικά οι αυτοματοποιημένες αυτές μέθοδοι αυτές είναι πολύ χρήσιμες, έχουν το μειονέκτημα ότι δύσκολα αποσυνδέονται από τον ίδιο τον αλγόριθμο εκπαίδευσης. Γι' αυτό τον λόγο, η εφαρμογή τους σε ευρεία κλίμακα αρχιτεκτονικών νευρωνικών δικτύων είναι προβληματική [Δήμητρα Σταθοπούλου (2010)].

## 2.5 Ασαφής Λογική

### 2.5.1 Εισαγωγή

Τον όρο «ασαφής λογική» (fuzzy logic) εισήγαγε το 1962 με άρθρο του ο L.A. Zadeh, ο οποίος αναφέρθηκε στην αναγκαιότητα δημιουργίας μίας μαθηματικής θεωρίας που θα επεξεργάζεται ασαφείς έννοιες, οι οποίες δεν είναι δυνατό να μοντελοποιηθούν με τη θεωρία των πιθανοτήτων. Το 1965 ο Zadeh θεμελίωσε πλήρως την θεωρία των ασαφών συνόλων και της ασαφούς λογικής ολοκληρώνοντας την δουλειά αρχαιών άλλων



μαθηματικών μέχρι τότε, που είχαν ασχοληθεί με την πολυεπίπεδη λογική (multivalued logic) και την λογική της διαίσθησης (intuitionistic logic).

Η ασαφής λογική αντιδιαστέλλεται της τυπικής λογικής που έχει τις βάσεις της στην Αριστοτέλεια λογική ‘Ασπρο-Μαύρο, Δεκτό-Μη αποδεκτό, Κατάλληλο – Ακατάλληλο κ.τ.λ. ,ή και της μεταφυσικής μεθόδου ,που αντιλαμβάνεται τα πράγματα μεμονωμένα και αποκομμένα το ένα από το άλλο χωρίς αλληλοσυσχέτιση ,με σαφή όρια, της λογικής δηλαδή του 0 και του 1,η οποία κατατάσσει τα αντικείμενα μελέτης είτε σε μια κατηγορία είτε σε μια άλλη, χωρίς να υπάρχουν ενδιάμεσα στάδια. Για πολύπλοκα και πολυπαραγοντικά προβλήματα κάτι τέτοιο δεν αρκεί. Χρειάζεται εποπτεία όλων των παραγόντων που επηρεάζουν το αντικείμενο μελέτης καθώς και τον βαθμό με τον οποίο συμμετέχουν, δηλαδή επηρεάζουν το αντικείμενο.Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να ανήκει σε περισσότερες από μια κατηγορίες και με διαφορετικούς βαθμούς συμμετοχής σε καθεμία από αυτές.Έτσι,πραγματοποιείται σταδιακή κατάταξη του αντικειμένου σε ολοένα και πιο αυστηρά καθορισμένες κατηγορίες στο ενδιάμεσο των ακραίων καταστάσεων [0 1].

Η μοντελοποίηση και ο έλεγχος τέτοιων σύνθετων φυσικών διεργασιών, των οποίων η σχέση διέγερσης-απόκρισης χαρακτηρίζεται από μη γραμμικές σχέσεις, ακόμα και από αντιφάσεις, είναι εφικτή στο πλαίσιο της ασαφούς λογικής. Οι δυνατότητες αυτές που δεν παρέχονται επαρκώς από τα κλασικά αυστηρά μαθηματικά εργαλεία μοντελοποίησης και ελέγχου καθιέρωσαν την ασαφή λογική ως ένα από τα πιο αποτελεσματικά και καθιερωμένα πλέον εργαλεία για το σύγχρονο μηχανικό και επιστήμονα.

### 2.5.2 Ασαφή Σύνολα

Για να γίνει πιο κατανοητή η έννοια των ασαφών συνόλων, αναφέρεται ο ορισμός του κλασικού συνόλου.Έστω ένα κλασικό σύνολο  $A$  με αυστηρά καθορισμένα όρια ,το οποίο περιέχει όλους τους πραγματικούς αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 10.

Αυτό εκφράζεται ως:

$$A = \{ x \mid x > 10 \} \quad (2.5.1)$$

Υπάρχει ξεκάθαρο και αναμφίβολο όριο το 10.Εάν ένας αριθμός  $x$  είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό 10,τότε ο  $x$  ανήκει στο σύνολο  $A$ , ειδάλλως δεν ανήκει. Αυτή η λογική είναι πολύ ανεπτυγμένη και χρησιμοποιείται κατά κόρων ως εργαλείο των μαθηματικών και της επιστήμης των υπολογιστών, αλλά δεν πλησιάζει την λογική που διέπει την ανθρώπινη εγκεφαλική λειτουργία αντίληψης της πραγματικότητας ,τον τρόπο που επεξεργάζεται ο εγκέφαλος τις προσλαμβάνουσες παραστάσεις ούτε την ικανότητα κατανόησης αφηρημένων εννοιών.

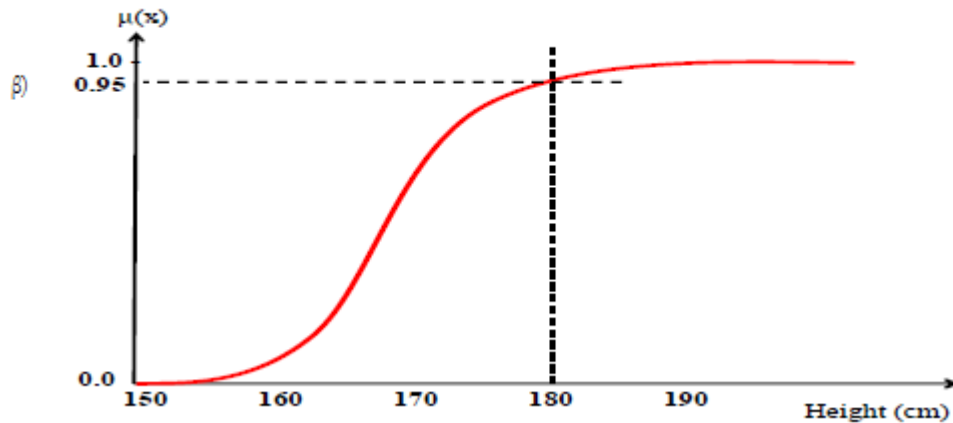
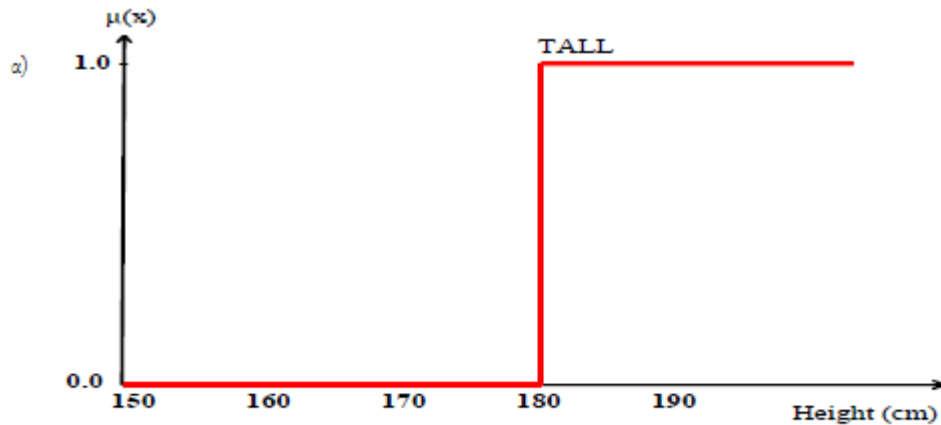
Γι’ αυτόν τον λόγο ο Zadeh το 1965 στο άρθρο του «fuzzy sets» (ασαφή σύνολα) όρισε τα ασαφή σύνολα ως εξής:

Ένα ασαφές σύνολο (fuzzy set) ορίζεται ως ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών  $(x, \mu(x)_A)$  όπου  $x \in X$  και  $\mu(x)_A \in [0,1]$ . Το σύνολο  $X$  αποτελεί ένα ευρύτερο σύνολο αναφοράς (universe of discourse) που περιλαμβάνει όλα τα αντικείμενα στα οποία μπορεί να γίνει αναφορά. Η τιμή  $\mu(x)_A$  λέγεται βαθμός αληθείας (degree of truth), συμβολίζει το βαθμό συγγένειας του  $x$  στο  $A$  και παίρνει τιμές στο διάστημα  $[0,1]$ . Τέλος η συνάρτηση  $\mu_A$  ονομάζεται συνάρτηση συμμετοχής (συγγένειας) (membership function). Η διαφορά των ασαφών συνόλων συγκριτικά με την κλασική θεωρία συνόλων είναι ότι στη δεύτερη ισχύει  $\mu(x)_A \in \{0,1\}$ , δηλαδή το  $x$  είτε ανήκει στο  $A$  [ $\mu(x)_A = 1$ ] ή δεν ανήκει [ $\mu(x)_A = 0$ ].

Για να γίνουν πιο κατανοητές οι έννοιες, θα δοθεί ένα παράδειγμα.

Έστω ένα κλασικό σύνολο  $A$  που περιέχει το σύνολο των ψηλών ανθρώπων. Ως ψηλός θεωρείται ο άνθρωπος που το ύψος του είναι ίσο ή μεγαλύτερο από 180cm. Αυτό εκφράζεται από την εξίσωση (2.5.1) ορίζοντας  $A = \text{ψηλός άνθρωπος}$  και  $x = \text{ύψος}$ . Σύμφωνα με την διχοτόμηση που εκτελεί το κλασικό σύνολο κατατάσσοντας τους ανθρώπους, ένας άνθρωπος με ύψος 179cm δεν θα καταταγεί στο σύνολο των ψηλών ανθρώπων, ενώ ένας με 180cm θα καταταγεί. Αυτός όμως ο τρόπος ταξινόμησης, δεν ικανοποιεί την συνήθη αντίληψη των ανθρώπων για το ποιος είναι ψηλός. Η ατέλεια αυτή προέρχεται από την απότομη μετάβαση ανάμεσα στον συνυπολογισμό και τον αποκλεισμό από ένα σύνολο.

Σε αντίθεση με ένα κλασικό σύνολο, ένα **ασαφές σύνολο (fuzzy set)**, όπως υποδηλώνει και η ονομασία του, είναι ένα σύνολο χωρίς καθορισμένα όρια. Αυτό σημαίνει ότι η μετάβαση από την κατάσταση 'ανήκω σε ένα σύνολο' στην κατάσταση 'δεν ανήκω σε ένα σύνολο' είναι σταδιακή, και αυτή η ομαλή μετάβαση χαρακτηρίζεται από **συναρτήσεις συμμετοχής** που δίνουν στα ασαφή σύνολα ευελιξία στην μοντελοποίηση κοινώς χρησιμοποιούμενων γλωσσικών χαρακτηρισρισμών.



**Σχήμα(2.19):** α) συνάρτηση κλασικού συνόλου  $A = \text{ψηλός άνθρωπος}$   
 β) συνάρτηση συμμετοχής ασαφούς συνόλου  $A$

Ένα ασαφές σύνολο καθορίζεται απόλυτα από την **συνάρτηση συμμετοχής** του. Ο πιο εύχρηστος τρόπος να καθοριστεί μια συνάρτηση συμμετοχής είναι μέσω μαθηματικών τύπων. Συχνά αναφέρεται με τον γράμμα  $\mu$  και αποτελεί την ουσία του ασαφούς συνόλου. Μια συνάρτηση συμμετοχής (ή σ.σ.) είναι μια καμπύλη που καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο κάθε σημείο στο χώρο εισόδου αντιστοιχίζεται σε ένα βαθμό συμμετοχής που συνήθως λαμβάνεται ως πραγματικός αριθμός στο διάστημα  $[0,1]$ , δηλαδή καθορίζει το κατά πόσο τα δεδομένα ανήκουν στα διαφορετικά σύνολα. Η επιλογή του τύπου μιας σ.σ. καθορίζεται συνήθως από ειδικούς ή επιλέγεται ανάλογα με την απλότητα, την ευκολία, την ταχύτητα ή την αποδοτικότητα της [Jang & Sun, (1995)].

Το ασαφές σύνολο ορίζεται ως εξής:

$$A = \sum_{x_i \in X} \mu_A(x_i) | x_i \quad , \text{όταν } X \text{ σύνολο διακριτών αντικειμένων} \quad (2.5.2)$$

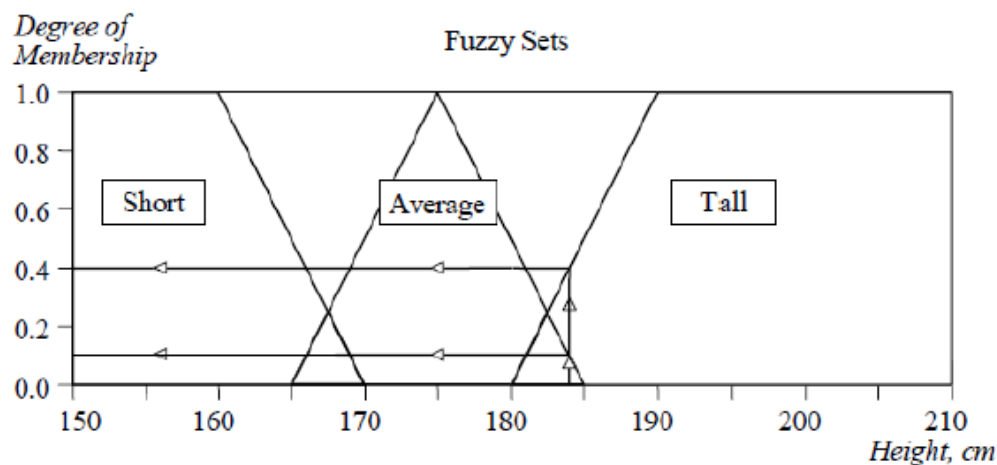
$$A = \int_X \mu_A(x) | x \quad , \text{όταν } X \text{ είναι ένα συνεχές διάστημα (π.χ. } \mathbb{R}^+) \quad (2.5.3)$$

Το ολοκλήρωμα συμβολίζει την ένωση όλων των διαταγμένων ζευγών.

### 2.5.3 Λεκτικές Μεταβλητές (ή Ασαφής Μεταβλητές)

Το 1975, ο καθηγητής Lotfi Zadeh εισήγαγε την έννοια των λεκτικών (γλωσσικών) μεταβλητών, οι τιμές των οποίων εκφράζονται με λέξεις και όχι αριθμητικά (Zadeh, 1975). Στα προβλήματα που προσεγγίζονται με ασαφή λογική, οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται είναι οι **λεκτικές μεταβλητές (linguistic variables)** και οι τιμές που παίρνουν έχουν πεδίο ορισμού ασαφή σύνολα.

Για να γίνει πιο κατανοητή η έννοια των λεκτικών μεταβλητών, μοντελοποιείται το εξής παράδειγμα:



Σχήμα(2.20):Fuzzy sets of short, average and tall men (Negnevitsky, 2005)

Το διάγραμμα αυτό προσπαθεί να κατατάξει έναν άνθρωπο σε κοντό, κανονικό (μέτρου αναστήματος) και ψηλό, σύμφωνα με την ασαφή λογική. Η λεκτική μεταβλητή του προβλήματος αυτού είναι 'ο άνθρωπος' και οι τιμές που μπορεί να πάρει εκφράζονται επίσης γλωσσικά και λέγονται **λεκτικές τιμές (linguistic values)**. Οι τιμές που παίρνει η λεκτική μεταβλητή 'άνθρωπος' είναι 'short', 'average', 'tall' και έχουν ως πεδίο ορισμού τα αντίστοιχα ασαφή σύνολα που φαίνονται στο διάγραμμα.

### 2.5.4 Είδη Συναρτήσεων Συμμετοχής

(Συναρτήσεις συμμετοχής μιας διάστασης)

Έχει ήδη δοθεί ορισμός των σ.σ. παρακάτω θα παρουσιάζονται ορισμένες μορφές μονοδιάστατων παραμετρικών συναρτήσεων συμμετοχής, δηλαδή συναρτήσεων συμμετοχής με μία μοναδική είσοδο (input).

**Triangular MFs:** (συναρτήσεις συμμετοχής τριγωνικής μορφής)

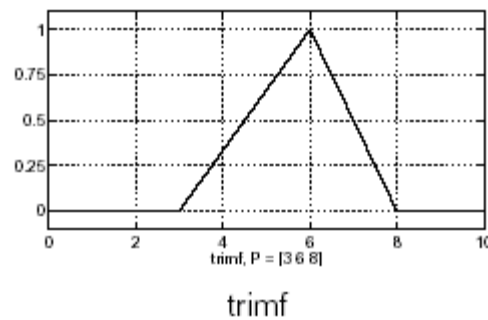
Μια τριγωνικής μορφής συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται από τρεις παραμέτρους  $\{a,b,c\}$  ως ακολούθως:

$$\text{triangle}(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b. \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c. \\ 0, & c \leq x. \end{cases} \quad (2.5.4)$$

Χρησιμοποιώντας τα  $\min$  και  $\max$  έχουμε μια εναλλακτική έκφραση της προηγούμενης εξίσωσης :

$$\text{triangle}(x; a, b, c) = \max \left( \min \left( \frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right) \quad (2.5.5)$$

Οι παράμετροι  $\{a,b,c\}$  (όπου  $a < b < c$ ) καθορίζουν τις συντεταγμένες  $x$  των τριών γωνιών της συγκεκριμένης τριγωνικής συνάρτησης συμμετοχής.



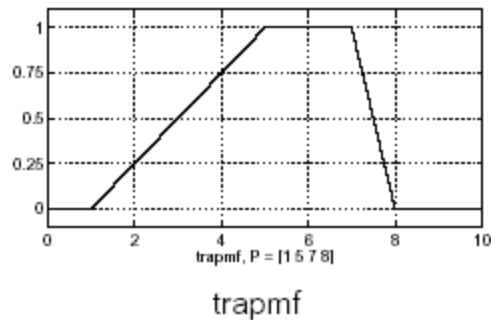
**Trapezoidal MFs:** Η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται από τέσσερις παραμέτρους  $\{a,b,c,d\}$  ως ακολούθως:

$$\text{trapezoid}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b. \\ 1, & b \leq x \leq c. \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d. \\ 0, & d \leq x. \end{cases} \quad (2.5.6)$$

Εναλλακτική έκφραση με  $\min$  και  $\max$  :

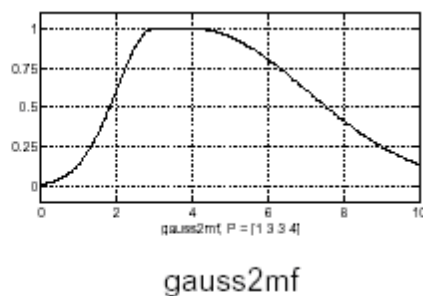
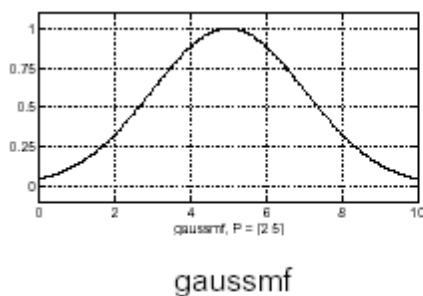
$$\text{trapezoid}(x; a, b, c, d) = \max \left( \min \left( \frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right), 0 \right) \quad (2.5.7)$$

Οι παράμετροι  $\{a, b, c, d\}$  (με  $a < b < c < d$ ) καθορίζουν τις  $x$  συντεταγμένες των τεσσάρων γωνιών της τραπεζοειδούς σ.σ.



**Gaussian MFs:** Μια Γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται από δύο παραμέτρους  $\{c, \sigma\}$ , όπου το  $c$  είναι το κέντρο της σ.σ. και  $\sigma$  είναι το πλάτος :

$$\text{gaussian}(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-c}{\sigma} \right)^2} \quad (2.5.8)$$

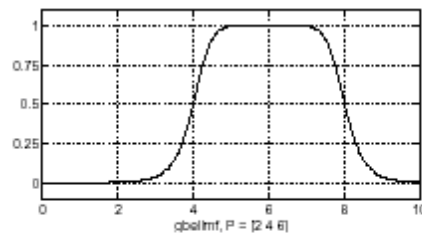


Η Γκαουσιανή και η Καμπανοειδής συνάρτηση μπορούν να χρησιμοποιούνται συχνά στα ασαφή σύνολα λόγω της ομαλότητάς τους. Έχουν το πλεονέκτημα να διατηρούν μη μηδενικές τιμές σε όλα τα σημεία.

**Generalized bell MFs:** Η γενικευμένη καμπανοειδής συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται από τρεις παραμέτρους  $\{a, b, c\}$ , όπου η παράμετρος  $b$  είναι συνήθως θετική, εάν όχι τότε το σχήμα της σ.σ. είναι μια ανάποδη καμπάνα. Να σημειωθεί ότι αυτή η σ.σ. είναι η γενικευμένη κατανομή του Cauchy που χρησιμοποιείται στην θεωρία πιθανοτήτων και γι' αυτό είναι γνωστή με αυτό το όνομα.

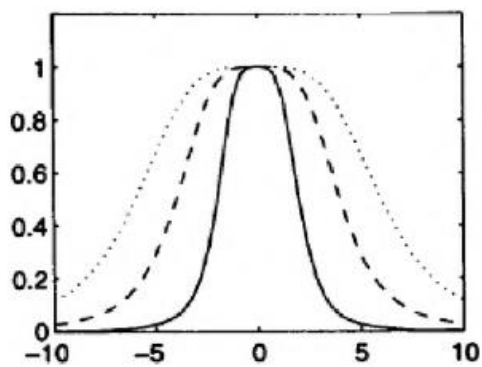
$$\text{bell}(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}},$$

(2.5.9)

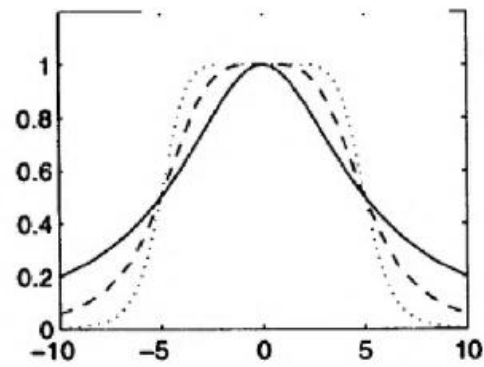


gbellmf

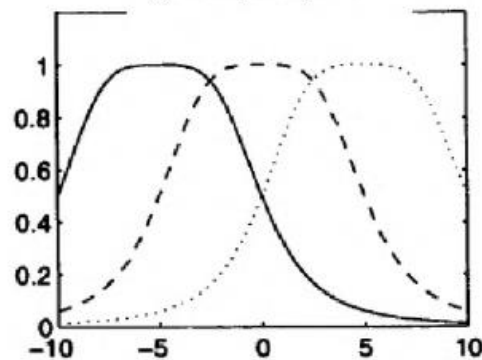
α) αλλάζοντας το a



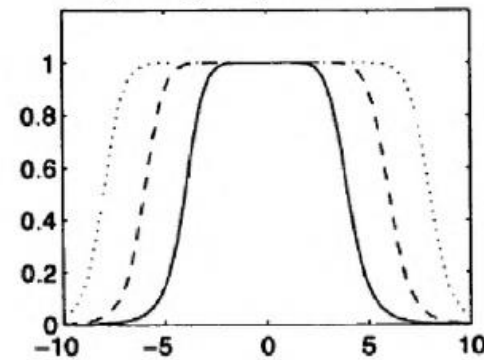
β) αλλάζοντας το b



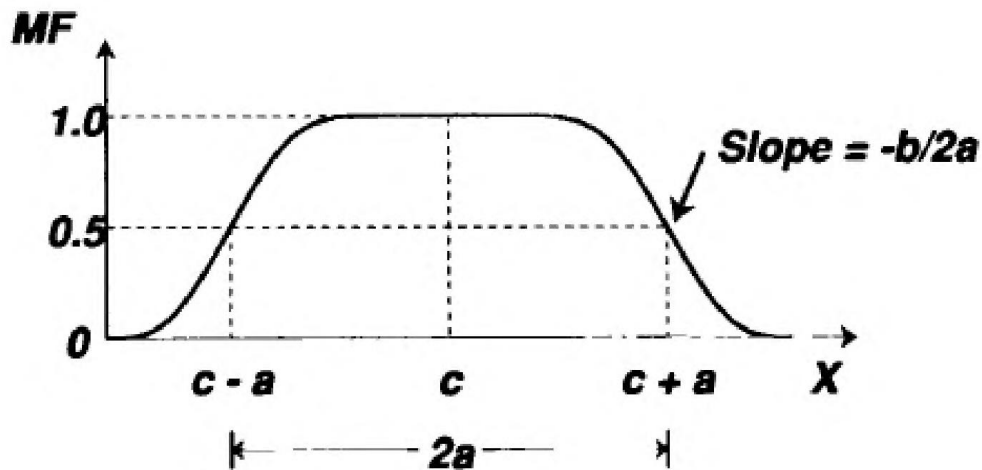
γ) αλλάζοντας το c



δ) αλλάζοντας το a και το b



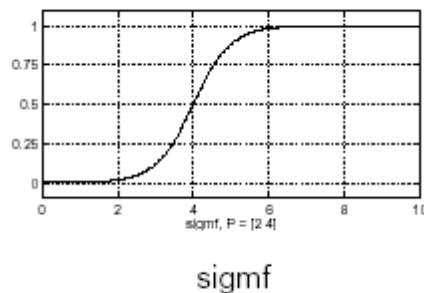
Σχήμα(2.21): Επιδράσεις από αλλαγές παραμέτρων στην καμπανοειδή σ.σ.



Σχήμα(2.22): Φυσική ερμηνεία των παραμέτρων μιας γενικευμένης καμπανοειδούς σ.σ.

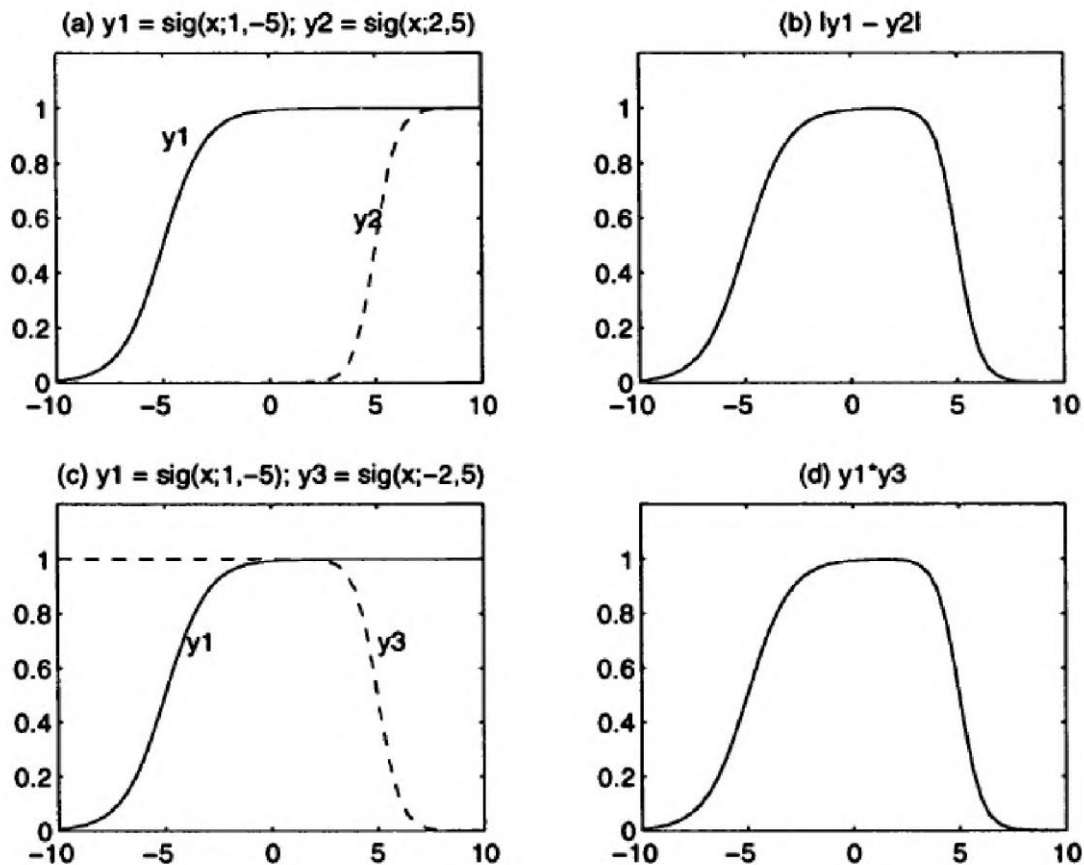
**Sigmoidal MF:** Η σιγμοειδής συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται ως ακολούθως:

$$\text{sig}(x; a, c) = \frac{1}{1 + \exp[-a(x - c)]}, \quad (2.5.10)$$



Το  $a$  ρυθμίζει την κλίση στο crossover point(σημείο τομής)  $x=c$ . Ανάλογα με την τιμή που θα πάρει το  $a$  η σιγμοειδής σ.σ. είναι open left, open right και επομένως είναι κατάλληλη να χρησιμοποιηθεί στην αναπαράσταση εννοιών όπως «πολύ μεγάλο» ή «πολύ αρνητικό». Σιγμοειδείς συναρτήσεις αυτής της μορφής χρησιμοποιούνται ευρύτατα ως συναρτήσεις ενεργοποίησης (activation function) των τεχνητών νευρωνικών δικτύων.



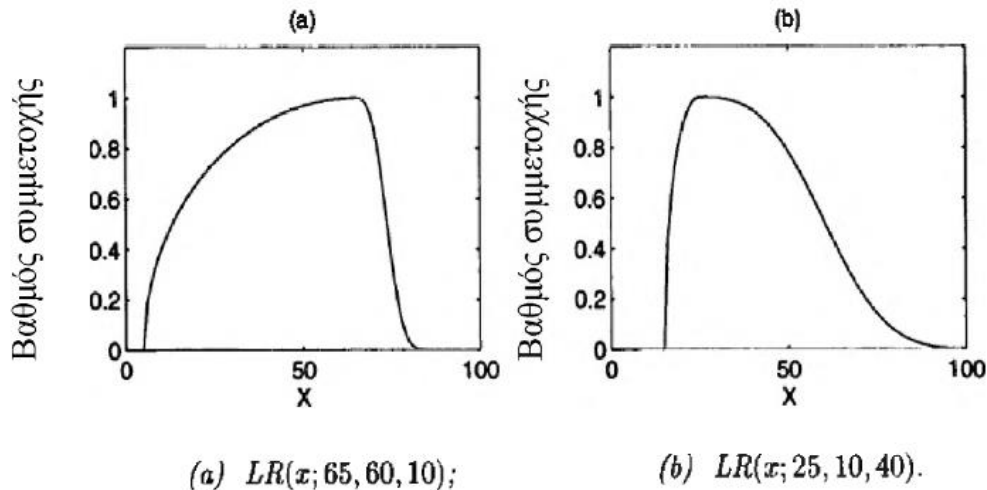


Σχήμα(2.23): a) δυο σιγμοειδής συναρτήσεις  $y_1$  και  $y_2$   
 b) μια κλειστή ΣΣ από  $|y_1 - y_2|$   
 c) δυο σιγμοειδής συναρτήσεις  $y_1$  και  $y_3$   
 d) μια κλειστή ΣΣ από  $y_1 * y_3$

**L-R MF:**(Αριστερή Δεξιά σ.σ.) Η αριστερή δεξιά σ.σ. καθορίζεται από τρεις παραμέτρους  $\{c, \alpha, \beta\}$

$$\text{LR}(x; c, \alpha, \beta) = \begin{cases} F_L\left(\frac{c-x}{\alpha}\right), & x \leq c. \\ F_R\left(\frac{x-c}{\beta}\right), & x \geq c, \end{cases} \quad (2.5.11)$$

Όπου  $F_L(x)$  και  $F_R(x)$  μειώνονται μονότονα στο  $[0, \infty)$  με  $F_L(0) = F_R(0) = 1$  και  $\lim_{x \rightarrow \infty} F_L(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} F_R(x) = 0$



Σχήμα(2.24): a)  $F_L(x) = \max(0, \sqrt{1 - x^2})$

b)  $F_R(x) = e^{-|x|^3}$

#### 2.5.5 Ιδιότητες Ασαφών Συνόλων

Έστω  $X$  ένα σύνολο αντικειμένων, του οποίου τα στοιχεία συμβολίζονται με το γράμμα  $x$ . Η συμμετοχή σε ένα υποσύνολο  $A$  του συνόλου  $X$  είναι μια συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_A$  από το  $X$  στο διάστημα  $[0, 1]$ . Το  $A$  είναι ένα ασαφές υποσύνολο του  $X$ , το οποίο όμως δεν έχει αυστηρά καθορισμένα σύνορα και  $\mu_A$  είναι ο βαθμός συμμετοχής του στοιχείου  $x$  στο  $A$ . Όσο πιο κοντά στο 1 είναι το  $\mu_A$  τόσο πιο πολύ ανήκει το  $x$  στο  $A$  (Jang, 1997).

Το πεδίο ορισμού της  $\mu(x)$  ονομάζεται και **universe of discourse** (*υπερσύνολο αναφοράς*) του ασαφούς συνόλου.

Το σύνολο  $A$  μπορεί να προσδιοριστεί επομένως από το σύνολο των παρακάτω ζευγών:

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\} \quad (2.5.12)$$

Το σύνολο των στοιχείων  $x$  του  $X$  που έχουν μη μηδενικό βαθμό συμμετοχής στο  $A$ , αποτελούν το **σύνολο αναφοράς (support)** του ασαφούς συνόλου  $A$ .

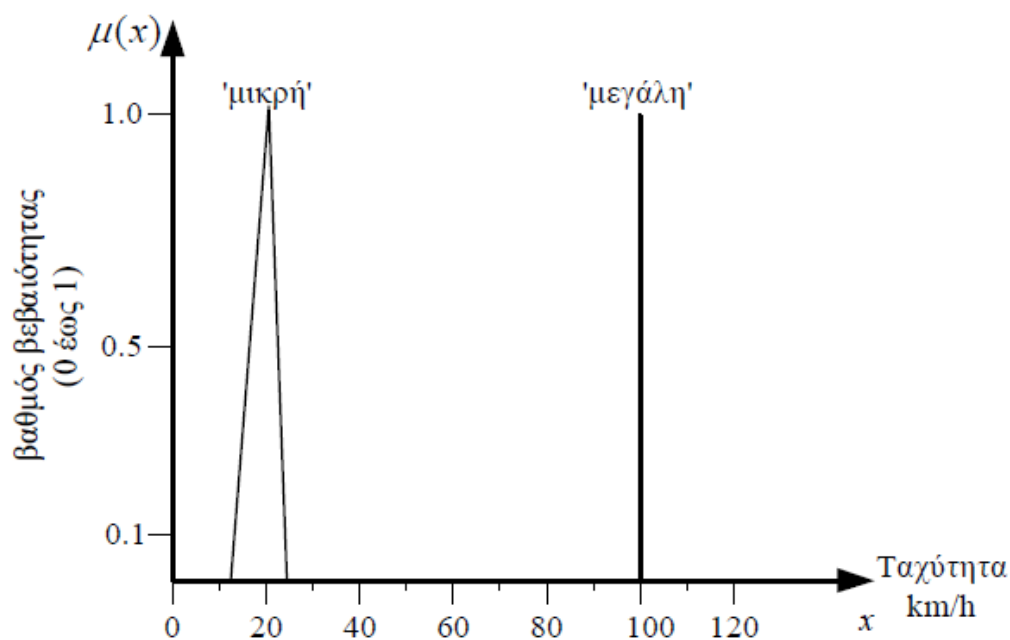
$$\text{Support}(A) = \{x \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (2.5.13)$$

Το υποσύνολο του πεδίου ορισμού της συνάρτησης συμμετοχής για το οποίο το πεδίο τιμών λαμβάνει τιμές ίσες προς τη μονάδα ονομάζεται **‘πυρήνας’ (core)** του ασαφούς συνόλου.

$$\text{Core}(A) = \{x \mid \mu_A(x)=1\} \quad (2.5.14)$$

Το **πλάτος** ενός ασαφούς συνόλου που είναι το εύρος του πεδίου ορισμού του, αποτελεί ένα μέτρο της ασάφειας (*fuzziness*) του όρου που περιγράφει, η οποία αντικατοπτρίζει το βαθμό αβεβαιότητας για το συγκεκριμένο όρο.

Για παράδειγμα όσο πιο ξεκάθαρο είναι το γεγονός ότι η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου γύρω από τα 20km/h είναι μικρή, τόσο πιο ‘στενό’ είναι το ασαφές σύνολο με κόρο στο 20 που χρειάζεται για να την περιγράψει. Όσο όμως η αβεβαιότητα για τον καθορισμό της περιοχής ‘μικρή ταχύτητα’ αυξάνεται τόσο πιο ‘πλατύ’ πρέπει να είναι το ασαφές σύνολο που περιγράφει τον όρο ‘μικρή ταχύτητα’.



Σχήμα(2.26): Ασάφεια ασαφούς συνόλου

Ένα ασαφές σύνολο  $A$  λέγεται **κανονικό (normal fuzzy set)** αν ο πυρήνας του δεν είναι άδειος, δηλαδή εάν υπάρχει τουλάχιστο ένα στοιχείο  $x \in X$  για το οποίο η συνάρτηση συμμετοχής του παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα,  $\mu_A(x)=1$ .

Η ιδιότητα αυτή λέγεται **κανονικότητα (normality)**.

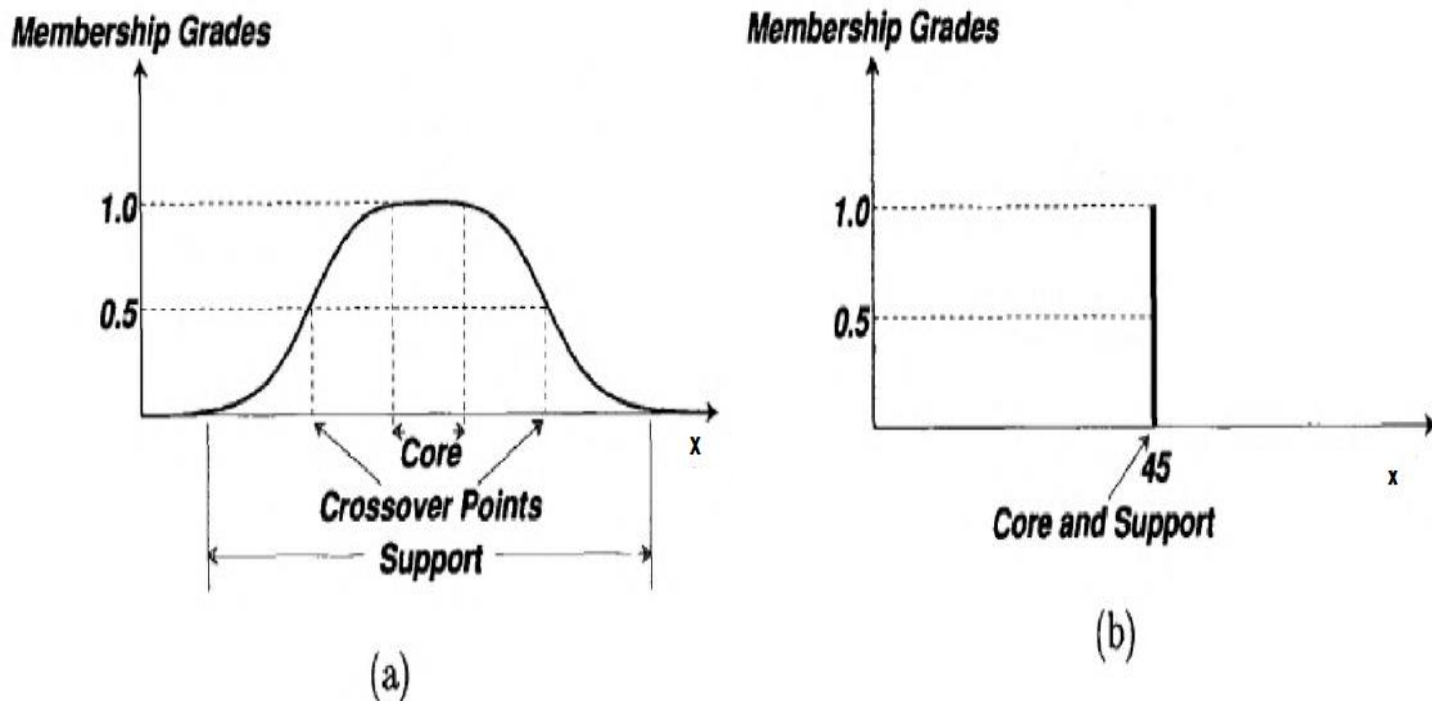
**Υψος (height)** ασαφούς συνόλου, ονομάζεται η μέγιστη τιμή της συνάρτησης συμμετοχής. Ένα κανονικό ασαφές σύνολο έχει ύψος 1 ενώ ένα ασαφές σύνολο με ύψος μικρότερο του 1 ονομάζεται **υποκανονικό**.

**Σημείο τομής (crossover point)** ενός ασαφούς συνόλου  $A$  είναι ένα σημείο  $x \in X$  για το οποίο ισχύει το εξής:

$$\mu_A(x)=0.5 \quad (2.5.15)$$

$$\text{crossover}(A) = \{x \mid \mu_A(x) = 0.5\} \quad (2.5.16)$$

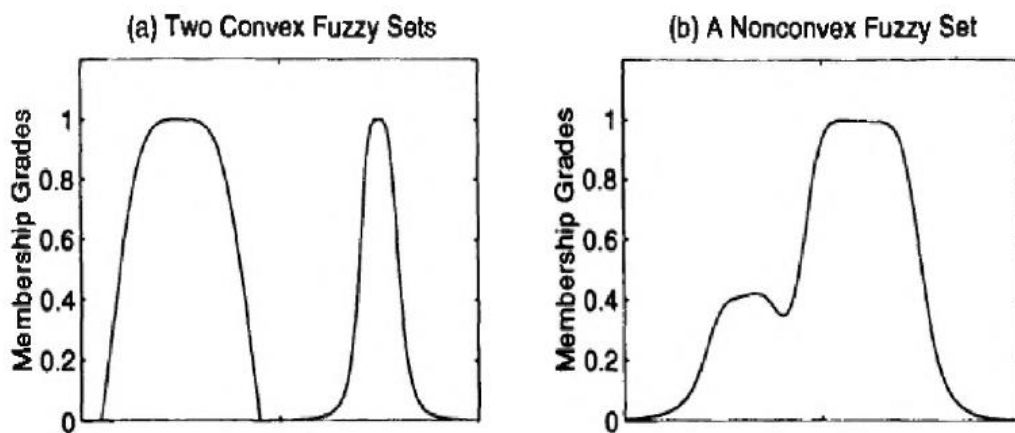
Ένα ασαφές σύνολο του οποίου το σύνολο αναφοράς (support) αποτελείται από ένα μοναδικό στοιχείο  $x \in X$  με  $\mu_A(x)=1$ , ονομάζεται **ασαφές μονοσύνολο (fuzzy singleton)**.



**Σχήμα(2.28)** α) ο πυρήνας, τα σημεία τομής, το σύνολο αναφοράς του ασαφούς συνόλου  
 β) ασαφές μονοσύνολο (fuzzy singlet)

Ένα ασαφές σύνολο  $A$  είναι **κυρτό (convex)** αν και μόνο αν  $x_1, x_2 \in X$  και για οποιοδήποτε  $\lambda \in [0,1]$  ισχύει :

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} \quad (2.5.17)$$



**Σχήμα (2.29):** α) δύο κυρτές συναρτήσεις συμμετοχής  
 β) δύο μη κυρτές συναρτήσεις συμμετοχής  
 (MATLAB file:convexmf.m)

**Ασαφής αριθμός (fuzzy number)**  $A$  ονομάζεται ένα ασαφές σύνολο στη γραμμή των πραγματικών αριθμών  $R$  που ικανοποιεί τις συνθήκες της *κανονικότητας* και της *κυρτότητας*.

Για ένα *κανονικό* και *κυρτό* ασαφές σύνολο, το **εύρος (bandwidth or width)** του ορίζεται ως η απόσταση μεταξύ των δυο μοναδικών σημείων τομής (crossover points) :

$$\text{width}(A) = |x_2 - x_1| \quad (2.5.18)$$

Ένα ασαφές σύνολο  $A$  είναι **συμμετρικό (symmetric)** εάν η σ.σ του είναι συμμετρική γύρω από ένα συγκεκριμένο σημείο  $x=c$  :

$$\mu_A(c+x) = \mu_A(c-x) \quad \forall x \in X \quad (2.5.19)$$

**Ασαφές δυναμοσύνολο**,  $F(X)$ , του υπερσυνόλου αναφοράς (*universe of discourse*)  $X$ , ονομάζεται το σύνολο όλων των ασαφών υποσυνόλων του  $X$ .

Το σύνολο  $A$  είναι **υποσύνολο** του  $B$ , δηλαδή  $A \subseteq B$  αν και μόνο αν  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x \in X$ . Αν ταυτόχρονα τα  $A$  και  $B$  δεν είναι ίσα, τότε το  $A$  θα ονομάζεται **γνήσιο υποσύνολο** του  $B$ .

Μια οικογένεια ασαφών υποσυνόλων του  $X$ , θα λέγεται **ασαφής διαμέριση**  $P_n(X)$  του  $X$  τάξης  $n$  ( $n \in N$ ) και θα συμβολίζεται:

$$A_n = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\} \quad (2.5.20)$$

Αν και μόνο αν

$$A_j \neq A_i, \quad \forall i, j \in N_n (i \neq j)$$

$$0 < \sum_{k=i}^m A_i(x_k) < m, \quad \forall i \in N_n$$

Ένα ασαφές σύνολο με σύνολο αναφοράς τον  $X$ , λέγεται **κενό σύνολο** αν για κάθε στοιχείο  $x$  που ανήκει στον  $X$ , η συνάρτηση συμμετοχής του  $A$  είναι μηδέν.

$$A \equiv 0 \quad \text{αν} \quad \mu_A(x) = 0 \quad \forall x \in X \quad (2.5.21)$$

#### 2.5.6 Τροποποιητές (modifiers) και φράκτες (hedges) ασαφών συνόλων

Τα ασαφή σύνολα χρησιμοποιούνται ως εργαλείο για να εκφραστούν βασικοί όροι της φυσικής ανθρώπινης διαλέκτου (*atoms*), χρειάζονται ένα μηχανισμό παραγωγής τροποποιημένων όρων από τους βασικούς όρους. Αν δηλαδή έχουμε ένα ασαφές σύνολο που εκφράζει τον λεκτικό όρο 'νέος' τότε θα πρέπει από τον

όρο αυτό να υπάρχει η δυνατότητα παραγωγής όρων όπως, ‘πολύ νέος’, ‘παρά πολύ νέος’, ‘σχεδόν νέος’, ‘νέος +’, ‘νέος -’ κ.τ.λ.

Αν για παράδειγμα ένας λεκτικός όρος ‘Α’ έχει συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_A(x)$  τότε οι συναρτήσεις συμμετοχής των αντίστοιχων όρων παράγονται ως εξής:

$$\text{‘Very A’}: \quad \mu_{\text{very } A}(x) = \mu_A^2(x) \quad (2.5.22)$$

$$\text{‘Very Very A’}: \quad \mu_{\text{very very } A}(x) = \mu_A^4(x) \quad (2.5.23)$$

$$\text{‘Plus A’}: \quad \mu_{\text{plus } A}(x) = \mu_A^{1.25}(x) \quad (2.5.24)$$

$$\text{‘Minus A’}: \quad \mu_{\text{minus } A}(x) = \mu_A^{0.75}(x) \quad (2.5.25)$$

$$\text{‘Slightly A’}: \quad \mu_{\text{slightly } A}(x) = \sqrt{\mu_A(x)} \quad (2.5.26)$$

Φυσικά υπάρχουν πάρα πολλοί τροποποιητές (ή φράκτες) π.χ. ο φράκτης ‘μάλλον’ (*rather*).

Οι φράκτες μπορούν να οργανωθούν σε υποκατηγορίες ανάλογα με την τροποποίηση που επιτελούν.

**Συγκέντρώσεις ‘concentrations’** : (οι τρεις πρώτες εξισώσεις). Ονομάζονται έτσι διότι μειώνουν την τιμή του βαθμού συμμετοχής για όλες τις τιμές που έχουν βαθμό συμμετοχής μικρότερο από ένα.

Η πιο χαρακτηριστική είναι η :

**Συστολή (con(A))** ενός ασαφούς συνόλου Α, που ορίζεται στον χώρο Χ, είναι ένα νέο ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής που ορίζεται ως εξής:

$$\mu_{\text{con}(A)}(x) = (\mu_A(x))^2 \quad (2.5.27)$$

**Διαστολές: ‘Dilations’** ( οι δύο τελευταίες εξισώσεις). Επιτελούν την αντίστροφη διαδικασία από την συγκέντρωση, δηλαδή αυξάνουν την τιμή του βαθμού συμμετοχής για όλες τις τιμές που έχουν βαθμό συμμετοχής μικρότερο από ένα.

Η πιο χαρακτηριστική είναι η :

Η **διαστολή** ενός ασαφούς συνόλου Α, είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που συμβολίζεται με **dil(A)** και έχει συνάρτηση συμμετοχής που περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$\mu_{\text{dil}(A)}(x) = \sqrt{\mu_A(x)} \quad (2.5.28)$$

**Ενδυναμώσεις ‘intensifications’**: αποτελούν συνδυασμό της συγκέντρωσης και της διαστολής. Τιμές της συνάρτησης συμμετοχής μικρότερες από 0.5 γίνονται ακόμα μικρότερες ενώ τιμές μεγαλύτερες από 0.5 γίνονται ακόμα μεγαλύτερες. Η ενδυναμωση ενός ασαφούς συνόλου μπορεί να εκφραστεί από την παρακάτω σχέση:

$$\mu_{Intensify\ A}(x) = \begin{cases} 2\mu_A^2(x) & \text{if } 0 \leq \mu_A(x) \leq 0.5 \\ 1 - 2[1 - \mu_A(x)]^2 & \text{if } 0.5 < \mu_A(x) \leq 1 \end{cases} \quad (2.5.29)$$

Αυτές οι δύο ιδιότητες έχουν ιδιαίτερη πρακτική σημασία για την συγκεκριμενοποίηση των λεκτικών όρων. Αναλυτικά, για την *συστολή*, αυτό σημαίνει πως για ένα σύνολο A που είναι πεδίο ορισμού της λεκτικής τιμής «νέος», που μπορεί να πάρει η λεκτική μεταβλητή «ανθρώπος», η αντίστοιχη συστολή του θα είναι ένα σύνολο που θα αντιστοιχεί στην λεκτική τιμή «πολύ νέος» και για την *διαστολή* αντίστοιχα «λίγο νέος».

#### 2.5.7 Πράξεις μεταξύ Ασαφών Συνόλων

Έστω τρία ασαφή σύνολα A, B, C, που ορίζονται στο πεδίο ορισμού X. Με συναρτήσεις συμμετοχής  $\mu_A(x), \mu_B(x), \mu_C(x)$  αντίστοιχα. Τρεις από τις κυριότερες πράξεις που επιτελούν αυτά τα ασαφή σύνολα είναι η **ένωση (union)**, η **τομή (intersection)** του και το **συμπλήρωμα (complement)**.

Η ένωση δίνεται από τη σχέση:

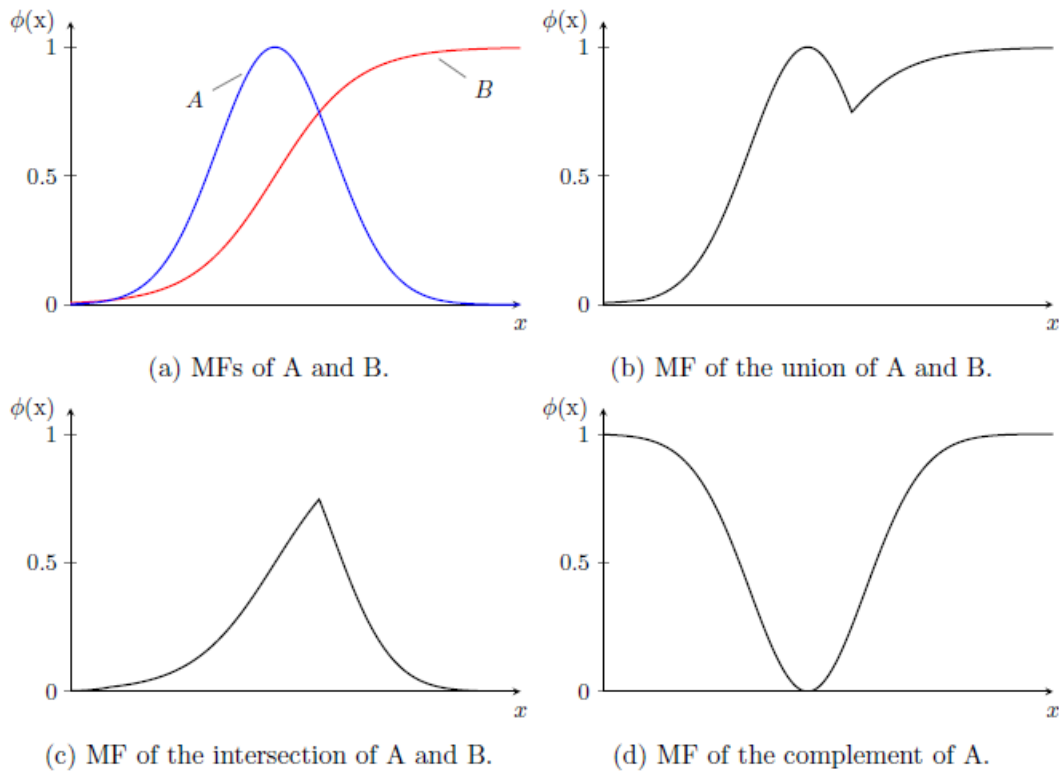
$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (2.5.30)$$

Η τομή δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (2.5.31)$$

Το συμπλήρωμα δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in X \quad (2.5.32)$$



**Σχήμα( 2.30):** συναρτήσεις συμμετοχής διαφόρων πράξεων σε ασαφή σύνολα

Ένα ασαφές σύνολο  $A$  το οποίο ορίζεται μέσα στο υπερσύνολο  $X$ , είναι υποσύνολο του  $X$ . Επίσης, όπως και στα κλασικά σύνολα, η τιμή που παίρνει η συνάρτηση συμμετοχής για οποιοδήποτε στοιχείο  $x$  στο κενό σύνολο  $\emptyset$ , είναι μηδέν, ενώ η τιμή που παίρνει στο σύνολο  $X$  είναι ένα. Να σημειωθεί ότι το κενό σύνολο (null set) και το υπερσύνολο αναφοράς (universe of discourse) δεν αποτελούν ααφή σύνολα σε αυτό το πλαίσιο αναφοράς [ Timothy J. Ross 2004 ].

$$\underline{A} \subseteq X \Rightarrow \mu_{\underline{A}}(x) \leq \mu_X(x)$$

$$\text{For all } x \in X, \mu_{\emptyset}(x) = 0$$

$$\text{For all } x \in X, \mu_X(x) = 1$$

(2.5.33)

Σε γενικές γραμμές, οι κανόνες που διατυπώθηκαν από τον Morgan για τα κλασικά σύνολα, ισχύουν και για τα ασαφή σύνολα και συμβολίζονται ως εξής:

$$\overline{\underline{A} \cap \underline{B}} = \overline{\underline{A}} \cup \overline{\underline{B}} \quad (2.5.34)$$

$$\overline{\underline{A} \cup \underline{B}} = \overline{\underline{A}} \cap \overline{\underline{B}} \quad (2.5.35)$$

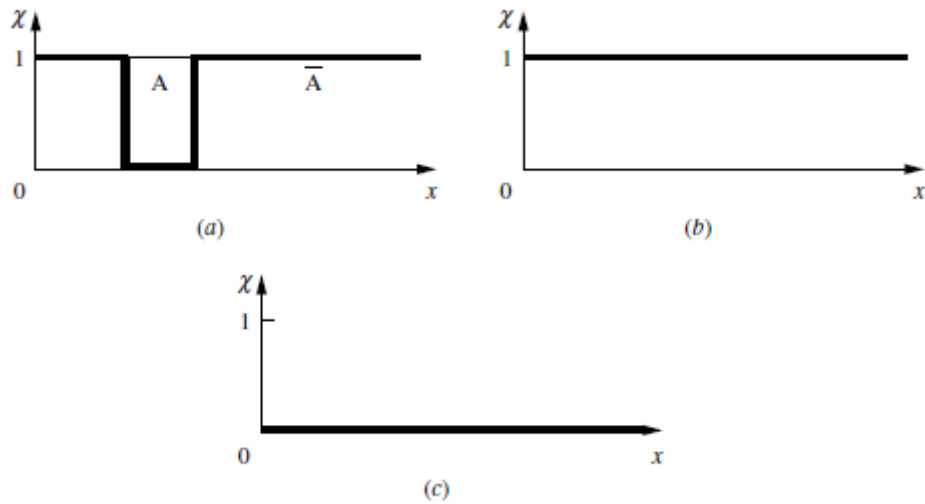
Όλες οι πράξεις για τα κλασικά σύνολα, ισχύουν και για τα ασαφή, εκτός από τα αξιώματα του εξαιρούμενου μέσου. Τα αξιώματα του εξαιρούμενου μέσου επεκτείνονται για τα ασαφή σύνολα και εκφράζονται ως εξής:



$$\underline{A} \cup \overline{\underline{A}} \neq X \quad (2.5.36)$$

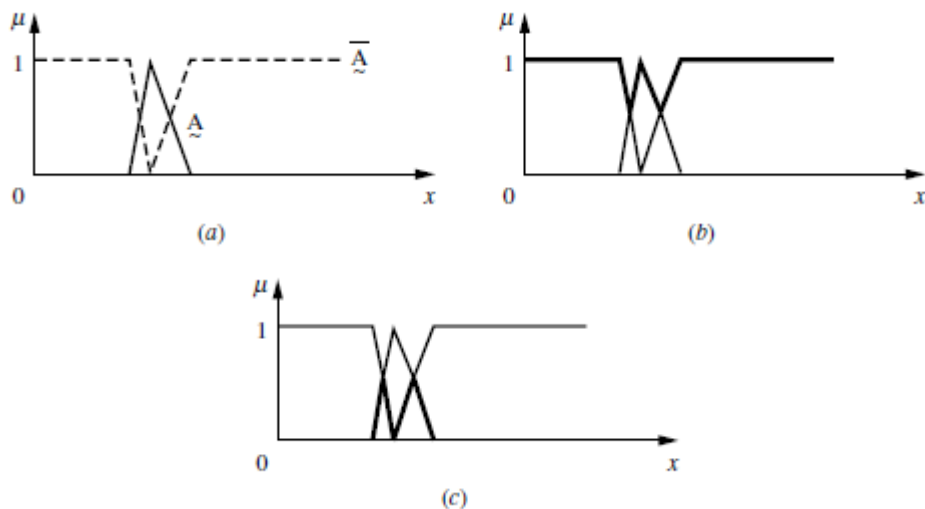
$$\underline{A} \cap \overline{\underline{A}} \neq \emptyset \quad (2.5.37)$$

Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνεται η διαφορά ανάμεσα στα αξιώματα εξαιρούμενου μέσου για κλασικά (crisp) και ασαφή σύνολα.



**Σχήμα(2.31) :** αξίωμα εξ.μέσου για κλασικά σύνολα

- a) κλασικό σύνολο  $A$  και το συμπληρωματικό του.
- b) κλασικό σύνολο  $A \cup \bar{A} = X$  (axiom of excluded middle)
- c) κλασικό σύνολο  $A \cap \bar{A} = \emptyset$  (axiom of contradiction)



**Σχήμα(2.32) :** αξίωμα εξ.μέσου για ασαφή σύνολα

- a) ασαφές σύνολο  $A$  και το συμπληρωματικό του.
- b) ασαφές σύνολο  $A \cup \bar{A} \neq X$  (axiom of excluded middle)
- c) ασαφές σύνολο  $A \cap \bar{A} \neq \emptyset$  (axiom of contradiction)

Τα ασαφή σύνολα έχουν τις ίδιες ιδιότητες με τα κλασικά. Λόγω αυτού και του γεγονότος ότι οι τιμές των συναρτήσεων συμμετοχής των κλασικών συνόλων είναι υποσύνολο του διαστήματος  $[0,1]$ , τα κλασικά σύνολα μπορούν να θεωρηθούν ειδική περίπτωση των ασαφών συνόλων. Συχνά χρησιμοποιούμενες ιδιότητες των ασαφών συνόλων, καταγράφονται παρακάτω:

<i>Commutativity</i> (αντιμεταθετική)	$\underline{A} \cup \underline{B} = \underline{B} \cup \underline{A}$ $\underline{A} \cap \underline{B} = \underline{B} \cap \underline{A}$
<i>Associativity</i> (προσεταιριστική)	$\underline{A} \cup (\underline{B} \cup \underline{C}) = (\underline{A} \cup \underline{B}) \cup \underline{C}$ $\underline{A} \cap (\underline{B} \cap \underline{C}) = (\underline{A} \cap \underline{B}) \cap \underline{C}$
<i>Distributivity</i> (επιμεριστική)	$\underline{A} \cup (\underline{B} \cap \underline{C}) = (\underline{A} \cup \underline{B}) \cap (\underline{A} \cup \underline{C})$ $\underline{A} \cap (\underline{B} \cup \underline{C}) = (\underline{A} \cap \underline{B}) \cup (\underline{A} \cap \underline{C})$
<i>Idempotency</i> (νόμοι του ταυτοδύναμου)	$\underline{A} \cup \underline{A} = \underline{A}$ and $\underline{A} \cap \underline{A} = \underline{A}$
<i>Identity</i> (ταυτοτική)	$\underline{A} \cup \emptyset = \underline{A}$ and $\underline{A} \cap X = \underline{A}$ $\underline{A} \cap \emptyset = \emptyset$ and $\underline{A} \cup X = X$
<i>Transitivity</i>	If $\underline{A} \subseteq \underline{B}$ and $\underline{B} \subseteq \underline{C}$ , then $\underline{A} \subseteq \underline{C}$
<i>Involution</i>	$\overline{\overline{\underline{A}}} = \underline{A}$

#### 2.5.7.1 T-νόρμες και S-νόρμες/T-conorms

Η θεωρία που εξηγεί τις T-norms και T-conorms προσδιορίζεται από ένα σύνολο T-τελεστών (T-operators). Οι νόρμες αυτές προέρχονται από μελέτες της Θεωρίας των Πιθανοτήτων. Παρόλ'αυτά, ο Höhle, ο Alsina και άλλοι, εισήγαγαν τις T-norms και T-conorms στην θεωρία των ασαφών συνόλων, προτείνοντάς τες να χρησιμοποιηθούν για την τομή και την ένωση στην ασαφή λογική. Από τότε πολλοί ερευνητές παρουσίασαν διάφορους τύπους T-τελεστών για αυτόν τον σκοπό [M.M. Gupta & J. Qi 1991].

Οι T-τελεστές που εισήγαγε ο Zadeh (min, max) είναι από τους βασικότερους και τους πιο ευρέως χρησιμοποιούμενους στην μοντελοποίηση προβλημάτων ασαφούς λογικής. Η επιλογή των τελεστών σε κάθε περίπτωση εξαρτάται από το είδος των δεδομένων που εισάγονται και το είδος προβλήματος που μελετάται.

Γενικά η τομή δύο ασαφών συνόλων μπορεί να παρασταθεί με μια δυαδική απεικόνιση T που αθροίζει (aggregates) τις δύο συναρτήσεις συμμετοχής ως ακολούθως [JANG, J.S.R. & SUN, C.T. (1995)]:

$$\mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \tilde{*} \mu_B(x) \quad (2.5.38)$$

Το σύμβολο  $\tilde{*}$  αντιπροσωπεύει τον δυαδικό τελεστή της συνάρτησης  $T$ . Για παράδειγμα ο δυαδικός τελεστής  $T$  μπορεί να αντιπροσωπεύει τον πολλαπλασιασμό των  $\mu_A(x)$  και  $\mu_B(x)$ . Αυτού του είδους οι τελεστές τομής αναφέρονται συνήθως ως τ-νόρμες (τριγωνική νόρμα, triangular norm) και πρέπει να ικανοποιούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Οριακές συνθήκες:  $T(0, 0) = 0, T(a, 1) = T(1, a) = a$
- Μονοτονία:  $T(a, b) \leq T(c, d)$  αν  $a \leq c$  και  $b \leq d$
- Αντιμεταθετικότητα:  $T(a, b) = T(b, a)$
- Προσεταιριστικότητα:  $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$

Η πρώτη απαίτηση επιβάλλει τη γενίκευση σε σύνολα διακριτών τιμών (crisp sets).

Η δεύτερη υπονοεί ότι μια μείωση του βαθμού συμμετοχής στο  $A$  ή στο  $B$  δεν μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση του βαθμού συμμετοχής στην τομή των  $A$  και  $B$ .

Η τρίτη απαίτηση δείχνει ότι ο τελεστής είναι αδιάφορος στον τρόπο διάταξης με τον οποίο τέμνονται τα δύο σύνολα  $A$  και  $B$ .

Τέλος η τέταρτη απαίτηση μας επιτρέπει να παίρνουμε την τομή οποιουδήποτε αριθμού συνόλων σε οποιαδήποτε διάταξη ζευγών.

Όπως η ασαφής τομή έτσι και η ασαφής ένωση προσδιορίζεται με μια δυαδική απεικόνιση  $S$ .

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \tilde{+} \mu_B(x) \quad (2.5.39)$$

Για παράδειγμα ο τελεστής  $S$  μπορεί να είναι το άθροισμα των  $\mu_A(x)$  και  $\mu_B(x)$ . Οι ασαφείς τελεστές ένωσης αναφέρονται συνήθως ως σ-νόρμες και πρέπει να πληρούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Οριακές συνθήκες:  $S(1, 1) = 1, S(a, 0) = S(0, a) = a$
- Μονοτονία:  $S(a, b) \leq S(c, d)$  αν  $a \leq c$  και  $b \leq d$
- Αντιμεταθετικότητα:  $S(a, b) = S(b, a)$
- Προσεταιριστικότητα:  $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$

Στον παρακάτω πίνακα (Σχήμα 2.33) φαίνονται σχηματικά οι κυριότερες νόρμες που χρησιμοποιούνται στην ασαφή λογική. Δυστυχώς, δεν υπάρχει η δυνατότητα να αναπτυχθεί περαιτέρω το θέμα για λόγους συντομίας και σύνοχής της δομής του περιεχομένου της παρούσας εργασίας. Γι' αυτό το λόγο παρατήρεται το παράρτημα [M.M. Gura & J.Qi 1991] το οποίο αναπτύσσει αναλυτικότερα τους  $T$ -τελεστές.

T-operators				
$N$	$T_N(x, y)$	$T_N^*(x, y)$	$N_N(x)$	Comment
1	$\min(x, y)$	$\max(x, y)$	$1 - x$	Zadeh
2	$x \cdot y$	$x + y - xy$	$1 - x$	Goguen, Bandler, etc
3	$\max(x + y - 1, 0)$	$\min(x + y, 1)$	$1 - x$	Giles, etc
4	$\frac{xy}{x + y - xy}$	$\frac{x + y - 2xy}{1 - xy}$	$1 - x$	
5	$\begin{cases} x & \text{if } y = 1 \\ y & \text{if } x = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$	$\begin{cases} x & \text{if } y = 0 \\ y & \text{if } x = 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$	$1 - x$	Weber, etc.
6	$\frac{\lambda xy}{1 - (1 - \lambda)(x + y - xy)}$	$\frac{\lambda(x + y) + xy(1 - 2\lambda)}{\lambda + xy(1 - \lambda)}$	$1 - x$	Hamacher $\lambda \rightarrow 0, \rightarrow T_5 \text{ and } T_5^*$ $\lambda = 1, \rightarrow T_2 \text{ and } T_2^*$ $\lambda \rightarrow \infty, \rightarrow T_4 \text{ and } T_4^*$
7	$\max(1 - ((1 - x)^p + (1 - y)^p)^{1/p}, 0)$	$\min((x^p + y^p)^{1/p}, 1)$	$1 - x$	Yager [5] $p = 1, \rightarrow T_3 \text{ and } T_3^*$ $p \rightarrow \infty, \rightarrow T_1 \text{ and } T_1^*$
8	$\frac{1}{1 + \left( \left( \frac{1}{x} - 1 \right)^\lambda + \left( \frac{1}{y} - 1 \right)^\lambda \right)^{1/\lambda}}$	$\frac{1}{1 + \left( \left( \frac{1}{x} - 1 \right)^{-\lambda} + \left( \frac{1}{y} - 1 \right)^{-\lambda} \right)^{-1/\lambda}}$	$1 - x$	Dombi $\lambda \rightarrow 0, \rightarrow T_5 \text{ and } T_5^*$ $\lambda = 1, \rightarrow T_4 \text{ and } T_4^*$ $\lambda \rightarrow \infty, \rightarrow T_1 \text{ and } T_1^*$
9	$\frac{xy}{\max(x, y, \lambda)}$	$1 - \frac{(1 - x)(1 - y)}{\max(1 - x, 1 - y, \lambda)}$	$1 - x$	Dubois et al. $\lambda = 0, \rightarrow T_1 \text{ and } T_1^*$ $\lambda = 1, \rightarrow T_2 \text{ and } T_2^*$
10	$\max\left(\frac{x + y - 1 + \lambda xy}{1 + \lambda}, 0\right)$	$\min(x + y + \lambda xy, 1)$	$\frac{1 - x}{1 + \lambda x}$	Weber $\lambda \rightarrow -1, \rightarrow T_5 \text{ and } T_5^*$ $\lambda = 0, \rightarrow T_3 \text{ and } T_3^*$ $\lambda \rightarrow \infty, \rightarrow T_2 \text{ and } T_2^*$
11	$\max((1 + \lambda)(x + y - 1) - \lambda xy, 0)$	$\min(x + y + \lambda xy, 1)$	$1 - x$	Yu Yandong, etc. $\lambda \rightarrow -1, \rightarrow T_2 \text{ and } T_2^*$ $\lambda = 0, \rightarrow T_3 \text{ and } T_3^*$ $\lambda \rightarrow \infty, \rightarrow T_5 \text{ and } T_5^*$

Σχήμα(2.33):Πίνακας T-τελεστών

#### 2.5.7.2 Λογικές πράξεις στα Ασαφή Σύνολα

Μέχρι τώρα έχουμε αναφερθεί στα ασαφή σύνολα και καθόλου στην ασαφή λογική. Η ασαφής λογική δεν είναι παρά ένα υπερσύνολο της δίτιμης λογικής Boolean. Δηλαδή εάν οι τιμές 0 και 1 ληφθούν υπ'όψη ως βαθμοί συμμετοχής με 0 ( πλήρως ψευδές ) και 1 (πλήρως αληθές ) ,τότε οι τιμές ανάμεσά στο διάστημα  $[0, 1]$  καλύπτουν όλο το φάσμα βαθμών συμμετοχής που χρειάζεται ένα σύστημα ασαφούς λογικής για να ορίσει τα βάρη των μεταβλητών του.

Για να γίνει πιο κατανοητός ο τρόπος που λειτουργούν οι λογικοί τελεστές,αναφέρεται ένα παράδειγμα με τους τελεστές AND,OR και NOT.

A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**AND**

A	B	A or B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

**OR**

A	not A
0	1
1	0

**NOT**

**Σχήμα(2.34):** α) λογικές πράξεις διτιμης λογικής

Μεταβαίνοντας στον χώρο της ασαφούς λογικής ο τελεστής AND αντιπροσωπεύει την τομή δύο συνόλων A και B και στην προκειμένη περίπτωση ασαφών συνόλων. Αντίστοιχα, ο λογικός τελεστής OR ,την ένωση, ενώ ο τελεστής NOT το συμπληρωματικό του συνόλου. Μια πιθανή T-νόρμα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την τομή, δηλαδή την λογική πράξη AND μπορεί να είναι ο τελεστής  $\min(A,B)$  , η ελάχιστη δηλαδή τιμή των εισόδων A και B. Με βάση το ίδιο σκεπτικό μια S-νόρμα (συνάρτηση) που μπορεί να αντικαταστήσει τον τελεστή OR της Boolean λογικής είναι ο τελεστής  $\max(A,B)$ . Τέλος ο τελεστής NOT για το ασαφές σύνολο A, μπορεί να αντικατασταθεί με την πράξη  $1-A$ .

A	B	$\min(A,B)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**AND**

A	B	$\max(A,B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

**OR**

A	1 - A
0	1
1	0

**NOT**

β) λογικές πράξεις στην λογική Boolean

Έχουν οριστεί η τομή, η ένωση και το συμπλήρωμα ενός ασαφούς συνόλου με τους τελεστές  $\min$ ,  $\max$  ,  $1-A$  οι οποίοι είναι οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενοι. Ωστόσο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλες συναρτήσεις, όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, για τον ίδιο σκοπό.

## 2.5.8 Ασαφείς Σχέσεις (Fuzzy Relations)

Οι ασαφείς σχέσεις (fuzzy relations) είναι ουσιαστικά ασαφή σύνολα ορισμένα σε πεδία αναφοράς ανώτερης διάστασης (π.χ.  $X \times Y$ ,  $X \times Y \times Z$  κλπ). Ποιοτικά , μια ασαφής σχέση R θα μπορούσε να είναι μια έκφραση της μορφής «είναι βαρύτερο από» και η οποία θα συνδέει τα στοιχεία δύο άλλων συνόλων:

$$R = \{ \langle x \text{ είναι βαρύτερο από } y \rangle \mid x \in X, y \in Y \text{ και } R \in X \times Y \}$$

Οι ασαφείς σχέσεις μπορεί να εκφραστούν με αναφορά όλων των ζευγών (τιμή,βαθμός συμμετοχής) , δηλαδή ζευγών της μορφής ((x,y),μ<sub>R</sub>(x,y)). Ένας άλλος τρόπος αναπαράστασης , ιδιαίτερα χρήσιμος σε υπολογισμούς είναι σε μορφή πίνακα:

$$R = \begin{bmatrix} \mu_R(x_1, y_1) & \mu_R(x_1, y_2) & \cdots & \mu_R(x_1, y_n) \\ \mu_R(x_2, y_1) & \mu_R(x_2, y_2) & \cdots & \mu_R(x_2, y_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_R(x_m, y_1) & \mu_R(x_m, y_2) & \cdots & \mu_R(x_m, y_n) \end{bmatrix}$$

Ο βαθμός συμμετοχής των ζευγών των δύο συνόλων μετρείται με την συνάρτηση συμμετοχής της σχέσης ,η οποία ορίζεται στο πεδίο [0 1].Η ασαφής σχέση  $R_{\sim}$ , είναι η χαρτογράφηση του καρτεσιανού χώρου  $X \times Y$  στο διάστημα [0 1],όπου ο βαθμός συμμετοχής της σχέσης στο διάστημα αυτό εκφράζεται από την συνάρτηση συμμετοχής της  $\mu_{R_{\sim}}(x,y)$  για κάθε ζεύγος των δύο συνόλων.

#### 2.5.8.1 Πράξεις μεταξύ ασαφών σχέσεων

Ορίζονται οι ασαφείς σχέσεις  $R_{\sim}$  και  $S_{\sim}$  στον καρτεσιανό χώρο  $X \times Y$ .Οι πράξεις μεταξύ των σχέσεων είναι ουσιαστικά πράξεις μεταξύ των βαθμών συμμετοχής των συνόλων[Timothy J. Ross (2004)].

<i>Union</i> (ένωση)	$\mu_{R \cup S}(x, y) = \max(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y))$
<i>Intersection</i> (τομή)	$\mu_{R \cap S}(x, y) = \min(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y))$
<i>Complement</i> (συμπλήρωμα)	$\mu_{\overline{R}}(x, y) = 1 - \mu_R(x, y)$
<i>Containment</i>	$R \subset S \Rightarrow \mu_R(x, y) \leq \mu_S(x, y)$

- Καρτεσιανό γινόμενο (Cartesian product)

Οι ασαφείς σχέσεις είναι ουσιαστικά ,ασαφή σύνολα.Έτσι,το Καρτεσιανό γινόμενο μπορεί να οριστεί ως σχέση ανάμεσα σε δύο ή περισσότερα ασαφή σύνολα (ασαφείς σχέσεις).Ορίζεται  $A_{\sim}$  ασαφές σύνολο του υπερσυνόλου  $X$  και  $B_{\sim}$  ασαφές σύνολο του υπερσυνόλου  $Y$ .Σε αυτή την περίπτωση το Καρτεσιανό γινόμενο μεταξύ των ασαφών συνόλων  $A_{\sim}$  και  $B_{\sim}$ , αποτελεί την ασαφή σχέση  $R_{\sim}$ .

$$A \times B = R \subset X \times Y \quad (2.5.40)$$

Η ασαφής σχέση  $R_{\sim}$  έχει συνάρτηση συμμετοχής :

$$\mu_{\underline{R}}(x, y) = \mu_{\underline{A} \times \underline{B}}(x, y) = \min(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(y)) \quad (2.5.41)$$

Το Καρτεσιανό γινόμενο που ορίζεται από αυτή την σχέση έχει κοινή λογική με το εξωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων [Timothy J. Ross (2004)].

*Παράδειγμα:* Έστω ότι το ασαφές σύνολο  $A_{\sim}$  ορισμένο ένα σύνολο με τρεις τιμές  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$  και  $B_{\sim}$  ορισμένο σε ένα διάστημα με δύο τιμές  $Y = \{y_1, y_2\}$  και πρέπει να βρεθεί το ασαφές καρτεσιανό γινόμενο ανάμεσά τους.

$$\underline{A} = \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.5}{x_2} + \frac{1}{x_3} \quad \text{and} \quad \underline{B} = \frac{0.3}{y_1} + \frac{0.9}{y_2} \quad (2.5.42)$$

Αναφέρεται ότι το  $A_{\sim}$  μπορεί να παρουσιαστεί ως ένα διάνυσμα  $3 \times 1$  και το  $B_{\sim}$   $2 \times 1$  αντίστοιχα. Έτσι το Καρτεσιανό γινόμενο με βάση τον παραπάνω τύπο (2.5.42) δημιουργεί την σχέση  $R_{\sim}$ , η οποία είναι ένα διάνυσμα  $3 \times 2$ .

$$\underline{A} \times \underline{B} = \underline{R} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 \\ 0.3 & 0.9 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.5.43)$$

- Σύνθεση (composition)

Οι ασαφείς σχέσεις μπορούν να συνδυαστούν μεταξύ τους μέσω της διαδικασίας της σύνθεσης (composition). Αν για παράδειγμα συνδυαστεί η ασαφής σχέση  $R_{\sim}(x, y)$  ορισμένη στο  $X \times Y$  με την ασαφή σχέση  $S_{\sim}(y, z)$  ορισμένη στο  $Y \times Z$  τότε θα προκύψει μία ασαφής σχέση  $T_{\sim}(x, z)$  η οποία θα ορίζεται στο σύνολο  $X \times Z$  και θα συσχετίζει άμεσα στοιχεία των συνόλων  $X$  και  $Z$ . Βέβαια είναι απαραίτητο να προσδιοριστεί επακριβώς η συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_T(x, z)$  της  $T_{\sim}$  με χρήση των συναρτήσεων συμμετοχής των  $R_{\sim}$  και  $S_{\sim}$ . Αν  $R_{\sim}(x, y)$  και  $S_{\sim}(y, z)$  είναι δύο ασαφείς σχέσεις ορισμένες στα σύνολα  $X \times Y$  και  $Y \times Z$  αντίστοιχα, τότε η σύνθεση τους δίνει μια νέα σχέση:

$$\underline{T} = \underline{R} \circ \underline{S} \quad (2.5.44)$$

Οι περισσότεροι γνωστές μέθοδοι σύνθεσης ασαφών συνόλων είναι η σύνθεση max-min και η σύνθεση max-product.

#### **max-min σύνθεση (max-min composition)**

Η max-min σύνθεση με τον συμβολισμό της θεωρίας συνόλων και της θεωρίας της συνάρτησης συμμετοχής ορίζεται ως εξής:

$$\mu_{\underline{T}}(x, z) = \bigvee_{y \in Y} (\mu_{\underline{R}}(x, y) \wedge \mu_{\underline{S}}(y, z)) \quad (2.5.45)$$

**max-product σύνθεση (max-product composition)**

Η max-product σύνθεση με τον συμβολισμό της θεωρίας συνόλων και της θεωρίας της συνάρτησης συμμετοχής ορίζεται ως εξής:

$$\mu_{\underline{T}}(x, z) = \bigvee_{y \in Y} (\mu_{\underline{R}}(x, y) \bullet \mu_{\underline{S}}(y, z)) \quad (2.5.46)$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι ούτε στην σύνθεση κλασσικών ούτε ασφών συνόλων ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα:

$$\underline{R} \circ \underline{S} \neq \underline{S} \circ \underline{R} \quad (2.5.47)$$

*Παράδειγμα:* Έστω μια ασφής σχέση  $\underline{R} \sim$  στο σύνολο  $X \times Y$  και  $\underline{S} \sim$  ασφής σχέση στο  $Y \times Z$  και έχουμε

$$X = \{x_1, x_2\}, \quad Y = \{y_1, y_2\}, \quad \text{and} \quad Z = \{z_1, z_2, z_3\}$$

Έτσι, ορίζονται οι παρακάτω ασφείς σχέσεις:

$$\underline{R} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.7 & 0.5 \\ 0.8 & 0.4 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{and} \quad \underline{S} = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.9 & 0.6 & 0.2 \\ 0.1 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Η σχέση  $\underline{T} \sim$  που προκύπτει συνδέει τα στοιχεία του συνόλου  $X$  με τα στοιχεία του συνόλου  $Z$  και είναι ορισμένη στον Καρτεσιανό χώρο  $X \times Z$ .

Λύνοντας με **max-min composition** προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

$$\mu_{\underline{T}}(x_1, z_1) = \max[\min(0.7, 0.9), \min(0.5, 0.1)] = 0.7$$

$$\underline{T} = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ 0.8 & 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Λύνοντας με **max-product composition** προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:



$$\mu_T(x_2, z_2) = \max[(0.8 \cdot 0.6), (0.4 \cdot 0.7)] = 0.48$$

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.63 & 0.42 & 0.25 \\ 0.72 & 0.48 & 0.20 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Η σύνθεση είναι πολύ σημαντική διαδικασία καθώς οι κανόνες της μορφής if-then, που θα αναφερθούν στην συνέχεια, αντιστοιχούν σε ασαφείς σχέσεις και το πρόβλημα της ασαφούς συλλογιστικής είναι μαθηματικά ισοδύναμο με τη σύνθεση.

### 2.5.9 Ασαφείς κανόνες Αν-Τότε (Fuzzy if-then rules)

Στόχος της ασαφούς λογικής όπως έχει αναφερθεί επανειλημμένα, είναι η εξαγωγή συμπερασμάτων από τα δεδομένα που εισάγονται με βάση τον τρόπο που εξάγει συμπεράσματα ο ανθρώπινος εγκέφαλος. Γι' αυτό τον σκοπό δρομολογείται μια διαδικασία κατασκευής κανόνων τύπου *εάν-τότε*, από τους οποίους οι εισερχόμενες τιμές μαζί με τους βαθμούς συμμετοχής τους συνδυάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να διεξαχθούν αποτελέσματα (τιμές ή συναρτήσεις) τα οποία θα διαμορφώσουν τα επιθυμητά συμπεράσματα. Οι κανόνες εάν-τότε (if-then) έχουν την μορφή :

$$\text{if } \underbrace{x \text{ is } A}_{\text{antecedent}} \text{ then } \underbrace{y \text{ is } B}_{\text{consequent}}$$

Όπου x και y είναι οι λεκτικές μεταβλητές, τα A και B είναι οι λεκτικές τιμές που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές και είναι ασαφή σύνολα ορισμένα στα υπερσύνολα αναφοράς X και Y, αντίστοιχα. Συνηθίζεται, το κομμάτι που ακολουθεί το *εάν*, δηλαδή το «x είναι A» να λέγεται υπόθεση (*antecedent* ή *premise*), ενώ η δευτερεύουσα πρόταση, που ακολουθεί μετά το *τότε* να ονομάζεται συνέπεια ή συμπέρασμα (*consequent* ή *conclusion*) [Castillo and Melin (2001)].

Στο παρακάτω παράδειγμα φαίνονται οι διαφορές μεταξύ των κλασικών και των ασαφών κανόνων.

Ο κλασσικός κανόνας εάν-τότε χρησιμοποιεί την δυαδική λογική για την διεξαγωγή συμπερασμάτων.

#### Κανόνας 1ος:

Εάν η θερμοκρασία είναι μεγαλύτερη των 30°C τότε το κλίμα είναι ζεστό.

#### Κανόνας 2ος:

Εάν η θερμοκρασία είναι μικρότερη των 20°C τότε το κλίμα είναι κρύο.

Σε αυτό το παράδειγμα, η λεκτική μεταβλητή *θερμοκρασία* μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ του μηδενός και της υψηλότερης θερμοκρασίας που μπορεί να μετρηθεί στην Γή, ενώ η λεκτική μεταβλητή *το κλίμα* μπορεί να πάρει μόνο τις λεκτικές τιμές ζεστό ή κρύο. Με άλλα λόγια οι κλασσικοί κανόνες εκφράζονται με την μορφή του σωστού ή λάθους.

Εν αντιθέσει με τους κλασσικούς, οι ασαφείς κανόνες εάν-τότε για το ίδιο παράδειγμα εκφράζονται ως εξής:

Κανόνας 1<sup>ος</sup>:

**Εάν** η θερμοκρασία είναι υψηλή **τότε** το κλίμα είναι ζεστό.

Κανόνας 2<sup>ος</sup>:

**Εάν** η θερμοκρασία είναι χαμηλή **τότε** το κλίμα είναι κρύο.

Σε αυτή την περίπτωση η λεκτική μεταβλητή *θερμοκρασία* παίρνει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ του μηδενός και της υψηλότερης θερμοκρασίας που μπορεί να μετρηθεί στην Γή, αλλά η λεκτική μεταβλητή *κλίμα* έχει επίσης ένα ευρος λεκτικών τιμών (ζεστό, φυσιολογικό, δροσερό, κρύο), οι οποίες έχουν πεδία ορισμού ασαφή σύνολα.

Στους κανόνες *εάν-τότε* (if-then) η λέξη 'είναι' έχει διαφορετική έννοια ανάλογα με το αν εμφανίζεται στο πρώτο ή στο δεύτερο μέρος του κανόνα. Έτσι όταν εμφανίζεται στο πρώτο μέρος του κανόνα έχει την έννοια του ελέγχου ισότητας (δηλαδή την ίδια έννοια που δίνουμε στο σύμβολο  $=$ ). Αντίθετα όταν εμφανίζεται στο δεύτερο μέρος του κανόνα έχει την έννοια της καταχώρησης (δηλαδή την έννοια που δίνουμε στο σύμβολο  $=$ ).

Ένα άλλο είδος κανόνων εάν-τότε [Takagi, T. and Sugeno, M., (1983)], περιλαμβάνει ασαφή σύνολα μόνο στο πρώτο μέρος του κανόνα, δηλαδή στο μέρος της υπόθεσης. Το δεύτερο κομμάτι του συμπεράσματος στους κανόνες Takagi-Sugano είναι μια πραγματική συνάρτηση των μεταβλητών εισόδου αντί για ένα ασαφές σύνολο.

Οι ασαφείς κανόνες Takagi-Sugano εκφράζονται ως εξής:

**Εάν**  $x_1$  είναι  $A_1$  και...και  $x_n$  είναι  $A_n$ , **τότε**  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Όπου  $f$  είναι πραγματική συνάρτηση.

#### 2.5.10 Ασαφής Συλλογιστική ( Fuzzy Reasoning )

Η διαδικασία συμπερασμού, δηλαδή η διαδικασία κατά την οποία εξάγονται 'λογικά' συμπεράσματα μέσω της ασαφούς λογικής, ονομάζεται ασαφής συλλογιστική. Για την διαδικασία αυτή επιστρατεύονται ο κανόνας της *σύνθεσης* (composition) σε συνδιασμό με τους κανόνες *εάν-τότε* ( if-then rules ), που αναφέρθηκαν στις παραπάνω ενότητες.

Οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες μέθοδοι ασαφούς συμπερασμού είναι οι Tsukamoto-type, FIS [Tsukamoto,(1979)], Mamdani-type FIS [Mamdani, (1975)] και Takagi-Sugeno-type FIS [Sugeno, (1988)]. Μια ενδελεχής ανάλυση των τριών αυτών συστημάτων μπορεί να βρει κανείς στο έργο του [Jang, (1997)]. Οι μέθοδοι αυτές θα αναλυθούν σε επόμενο κεφάλαιο.

Προς το παρόν θα δοθεί μια περιγραφή της εφαρμογής του συστήματος Madmani (**generalized modus ponens**) στους κανόνες *εάν-τότε*, ώστε να γίνει απόλυτα σαφές. Αρχικά, ο γενικευμένος κανόνας modus tolens (generalized modus tolens) διατυπώνεται ως εξής:

$$(A \Rightarrow B) \wedge B' \Rightarrow A' \quad (2.5.48)$$

Αν το γεγονός A συνεπάγεται το γεγονός B και έχουμε ως υπόθεση ότι ισχύει το A σε κάποιο βαθμό, τότε θα ισχύει και το B σε κάποιο βαθμό. Πρέπει, λοιπόν να προσδιοριστεί ο βαθμός στον οποίο πληρείται το γεγονός B. Αυτός εξαρτάται από το βαθμό στον οποίο πληρείται το γεγονός A και από το είδος της συνεπαγωγής που εφαρμόζουμε. Η πράξη της ασαφούς συνεπαγωγής υλοποιεί τη μαθηματική σχέση  $A \Rightarrow B$ , όταν τα A και B είναι ασαφή γεγονότα.

Η πιο απλή περίπτωση του generalized modus tolens είναι η εφαρμογή του σε κανόνα με μια υπόθεση του τύπου :

«Αν x είναι A τότε y είναι B»

. Δηλαδή, πρέπει να ελεγχθεί αν «το x είναι A'» και «y είναι B'» με A, A', B και B' ασαφή σύνολα. Οι χώροι «Αν x είναι A τότε y είναι B» και «το x είναι A'» δημιουργούν το ασαφές σύνολο B', το οποίο ορίζεται ως εξής:

$$B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B) \quad (2.5.49)$$

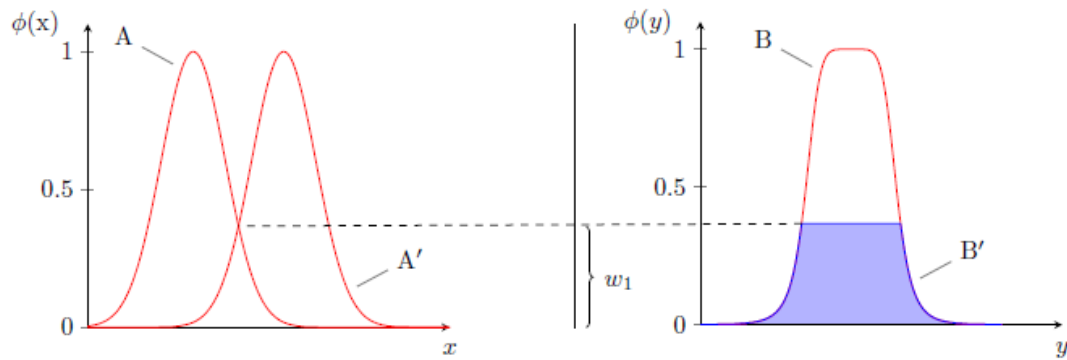
Η ισοδύναμη

$$B' = \{ [y, \phi_{B'}(y)] \mid y \in Y \} \quad (2.5.50)$$

Σε συνδιασμό με την συνάρτηση συμμετοχής και τον συνθετικό κανόνα max-min, προκύπτει :

$$\begin{aligned}
\phi_{B'}(y) &= \max_x \{ \min [ \phi_{A'}(x), \phi_R(x, y) ] \} \\
&= \max_x \left( \min \{ \phi_{A'}(x), \min [ \phi_A(x), \phi_B(y) ] \} \right) \\
&= \max_x \{ \min [ \phi_{A'}(x), \phi_A(x), \phi_B(y) ] \} \\
&= \bigvee_x [ \phi_{A'}(x) \wedge \phi_A(x) ] \wedge \phi_B(y) \\
&= w_1 \wedge \phi_B(y).
\end{aligned}
\tag{2.5.51}$$

Το διάγραμμα (Σχήμα 2.35) παρουσιάζει την ασαφή συλλογιστική. Το  $w_1$  είναι το 'βάρος', ο βαθμός συμμετοχής μεταξύ των ασαφών συνόλων  $A$  και  $A'$ . Από εκεί προκύπτει και ο βαθμός συμμετοχής του  $B'$  στο  $B$ . Η σ.σ. του  $B'$  είναι η ίδια με αυτή του  $B$ , στο γεμισμένο κομμάτι.



**Σχήμα(2.35):** Ασαφής συλλογιστική με έναν κανόνα και ένα σκέλος στην υπόθεση.

Σε περίπτωση που υπάρχει ένας κανόνας, αλλά αυτή την φορά με δύο σκέλη στο κομμάτι της υπόθεσης του κανόνα, έχει την μορφή:

**«Αν  $x$  είναι  $A$  και  $y$  είναι  $B$ , τότε  $z$  είναι  $C$ »**

,πρέπει να ελεγχθεί αν «το  $x$  είναι  $A'$ », «το  $y$  είναι  $B'$ » και το « $z$  είναι  $C'$ » με  $A, A', B, B', C$  και  $C'$  ασαφή σύνολα. Όταν ένας ασαφής κανόνας *εάν-τότε* έχει παραπάνω του ενός σκέλη στο κομμάτι της υπόθεσης, τότε παρουσιάζονται συνδιαστικά με την ασαφή σχέση του Καρτεσιανού γινομένου (Cartesian product), που αναλύθηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο.

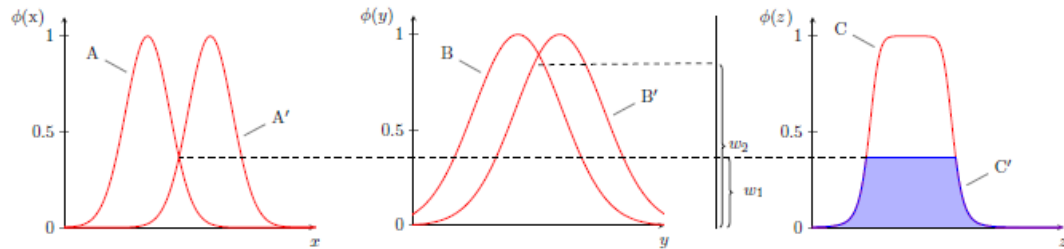
Έτσι, οδηγούμαστε στο εξής:

$$C' = (A' \times B') \circ R = (A' \times B') \circ (A \times B \rightarrow C). \tag{2.5.52}$$

Η συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς συνόλου  $C'$  ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
\phi_{C'}(z) &= \max_{x,y} \left\{ \min [\phi_{A' \times B'}(x,y), \phi_R(x,y,z)] \right\} \\
&= \max_{x,y} \left\{ \min [\phi_{A'}(x), \phi_{B'}(y), \phi_A(x), \phi_B(y), \phi_C(z)] \right\} \\
&= \left\{ \bigvee_x [\phi_{A'}(x) \wedge \phi_A(x)] \right\} \wedge \left\{ \bigvee_y [\phi_{B'}(y) \wedge \phi_B(y)] \right\} \wedge \phi_C(z) \\
&= w_1 \wedge w_2 \wedge \phi_C(z).
\end{aligned}
\tag{2.5.53}$$

Το διάγραμμα (Σχήμα 2.36) απεικονίζει την ασαφή συλλογιστική ενός κανόνα με περισσότερα του ενός σκέλη στο κομμάτι της υπόθεσης. Ο βαθμός συμμετοχής του  $A'$  στο  $A$  είναι  $w_1$ , ενώ του  $B'$  στο  $B$   $w_2$ . Ο βαθμός συμμετοχής που θα προκύψει για το  $C'$  στο  $C$ , θα είναι  $w_1 \wedge w_2$ . Το αποτέλεσμα αυτής της συλλογιστικής είναι το ασαφές σύνολο  $C'$  με την σ.σ. του να φαίνεται στο γεμισμένο κομμάτι.



**Σχήμα(2.36):** Ασαφής συλλογιστική με έναν κανόνα και δύο σκέλη στην υπόθεση.

Για να γίνει ακόμα πιο κατανοητή η ασαφής συλλογιστική με του generalized modus tolens, παρουσιάζεται μια επέκταση αυτού του σκεπτικού με δύο κανόνες και δύο σκέλη στην υπόθεση του καθενός. Οι κανόνες έχουν την μορφή:

«Αν  $x$  είναι  $A_1$  και  $y$  είναι  $B_1$ , τότε  $z$  είναι  $C_1$ »

«Αν  $x$  είναι  $A_2$  και  $y$  είναι  $B_2$ , τότε  $z$  είναι  $C_2$ »,

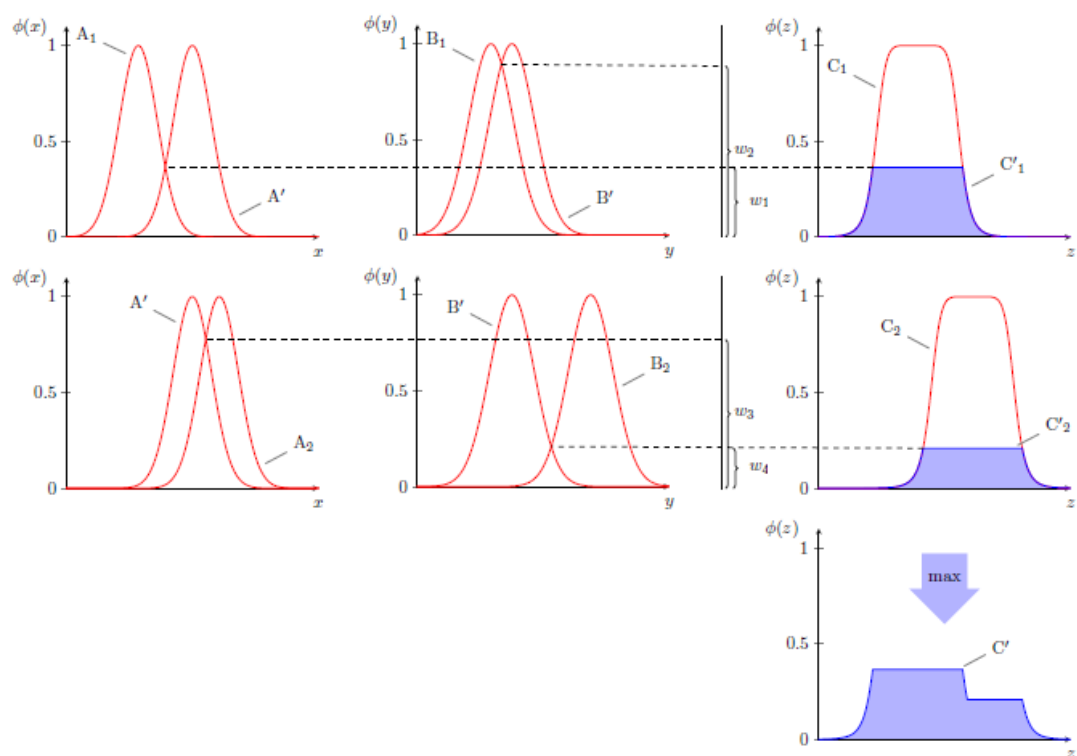
πρέπει να ελεγχθεί αν «το  $x$  είναι  $A'$ », «το  $y$  είναι  $B'$ » και το « $z$  είναι  $C'$ », με  $A_1, A_2, A', B_1, B_2, B', C_1, C_2$  και  $C'$  ασαφή σύνολα. Οι ασαφείς κανόνες μπορούν να θεωρηθούν ως ένα σύνολο ασαφών σχέσεων  $R_i$  με  $i=1,2,3,\dots,n$ . Οι ασαφείς αυτοί κανόνες, δηλαδή σχέσεις, συνδυάζονται με την μέθοδο σύνθεσης max-min (max-min composition) ώστε να προκύψει το συμπέρασμα υπό την εξής μορφή:

$$\begin{aligned}
C' &= (A' \times B') \circ (R_1 \cup R_2) \\
&= [(A' \times B') \circ R_1] \cup [(A' \times B') \circ R_2] \\
&= C'_1 \cup C'_2.
\end{aligned}
\tag{2.5.54}$$

καθώς με την ίδια λογική όπως πριν προκύπτει και η αναπαράσταση της σ.σ του  $C'$ .

$$\phi_{C'}(z) = \max[\phi_{C'_1}(z), \phi_{C'_2}(z)]. \quad (2.5.55)$$

Στο διάγραμμα (Σχήμα 2.37) απεικονίζεται η ασαφής συλλογιστική δύο κανόνων και δύο σκελών στο κομμάτι της υπόθεσης κάθε κανόνα. Εν τέλει προκύπτει η σ.σ. του ασαφούς συνόλου  $C'$  από την ένωση(max) των  $C_1, C_2$ .



**Σχήμα(2.37):** Ασαφής συλλογιστική με δύο κανόνες και δύο σκέλη στην υπόθεση. Σύστημα Mamdani.

Για να γίνει πιο κατατοχητή η έννοια της ασαφούς συλλογιστικής, πρέπει να γίνει κατανοητή η έννοια του **συνθετικού κανόνα συμπερασμού** (compositional rule of inference) [ Zadeh, (1973) ]. Στην βιβλιογραφία υπάρχουν πολλά είδη ασαφούς συλλογιστικής, από τα οποία ένα δείγμα μπορεί κανείς να βρει εδώ [Lee, (1990)].

Σε γενικές γραμμές η διαδικασία της ασαφούς συλλογιστικής μπορεί να κατηγοριοποιηθεί στα εξής βήματα:

**1. Ασαφοποίηση (fuzzification) των εισόδων:** Συγκρίνονται τα εισαχθέντα δεδομένα με το κομμάτι της υπόθεσης των κανόνων, ώστε να τους αποδοθεί ο βαθμός συμμετοχής (συμβατότητας) τους ως προς τις συναρτήσεις συμμετοχής που έχουν οριστεί στην υπόθεση του κανόνα .

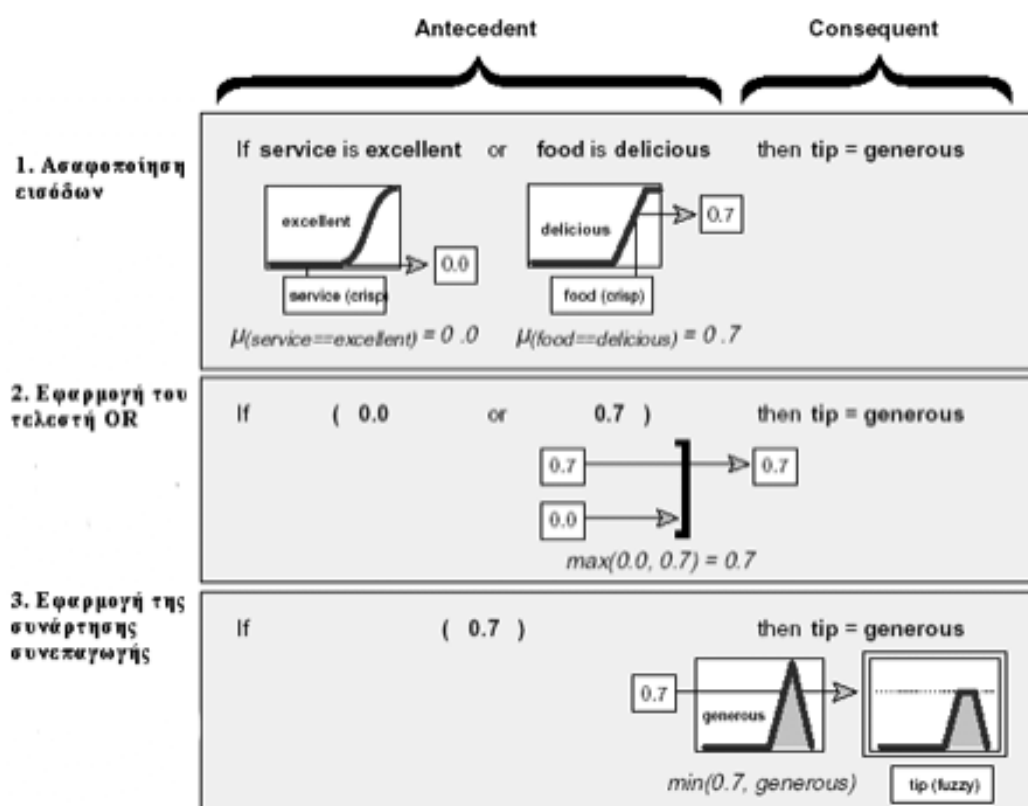
**2. Εφαρμογή των ασαφών λογικών τελεστών στην υπόθεση των κανόνων:** Συνδυάζονται οι βαθμοί συμμετοχής των μεταβλητών , που καθορίστηκαν στο κομμάτι της υπόθεσης του κανόνα, με ασαφής τελεστές

(π.χ. and,or,not),ώστε να δαμορφωθεί ο βαθμός στον οποίο ικανοποιείται(ισχύει) συνολικά το κομμάτι της υπόθεσης.

**3. Καθορισμός των συνεπαγωγών των κανόνων :**Καθορίζεται η συνάρτηση συνεπαγωγής ( *implication function* ) της μεταβλητής (ο βαθμός αληθείας) που βρίσκεται στο κομμάτι του *συμπεράσματος* του κανόνα ,η οποία εξαρτάται από το βαθμό συμμετοχής (ικανοποίησης) της υπόθεσης.

**4. Συγκέντρωση όλων των συνεπαγωγών όλων των κανόνων και αποασαφήνιση(diffuzzification):** Συγκεντρώνονται (συνθέτονται) όλες οι συναρτήσεις συμμετοχής από τα κομμάτια *συμπερασμού* των κανόνων,ώστε να προκύψει η συνολική συνάρτηση συμμετοχής,έπειτα με διάφορες μεθόδους καταλήγουμε σε μια και μοναδική τιμή ως έξοδος [ Jang ,(1993) ]

Στο παρακάτω **Σχήμα(2.38)** βλέπουμε τον τρόπο με τον οποίο εφαρμόζεται ένας κανόνας if-then.



#### 2.5.11 Ασαφή συστήματα συμπερασμού (Fuzzy inference systems)

Ένα σύστημα ασαφούς συμπερασμού συνδυάζει την θεωρία των ασαφών συνόλων,τους κανόνες *εάν –τοτε* και την ασαφή συλλογιστική ώστε να εξάγει «λογικά» συμπεράσματα. Αυτά τα συστήματα έχουν την δυνατότητα να μοντελοποιούν μαθηματικά και να διαχειρίζονται φαινόμενα μη γραμμικά και πολύπλοκα,δηλαδή που εξαρτώνται από πολλους παράγοντες.Γι'αυτό τον λόγο έχουν μεγάλη εφαρμοσιμότητα σε συστήματα αυτομάτου ελέγχου,ρομποτικής,ανανώρισης μοτίβων (patterns)

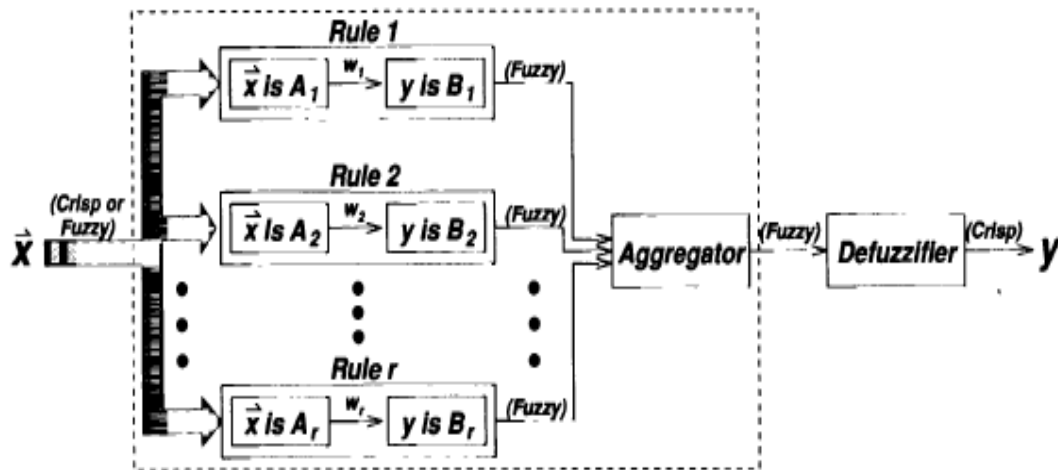
,πρόβλεψη χρονοσειρών,ταξινόμησης και κατάταξης δεδομένων,συστήματα λήψης αποφάσεων κ.λ.π. [Jamshidi M.,(1997)].Στην βιβλιογραφία θα βρεί κανείς τον όρο αυτόν (ασαφή συστήματα συμπερασμού) με διάφορες ονομασίες όπως ενδεικτικά αναφέρονται: *fuzzy expert system* [Kandel A., (1992)], *fuzzy model* [Sugeno and Kang,( 1988)], *fuzzy associative memory* [Kosko B., (1991)], και απλά *fuzzy system*.

Η δομή των συστημάτων ασαφούς συμπερασμού αποτελείται από τα εξής βασικά,δομικά στοιχεία:

- Μια **βάση κανόνων(rule base)**, η οποία περιλαμβάνει μια συλλογή από (τους κατάλληλους ) κανόνες.
  - Μια **βάση δεδομένων (ή λεξικό) (database or dictionary)** ,η οποία καθορίζει τις συναρτήσεις συμμετοχής που θα χρησιμοποιηθούν από τους ασαφής κανόνες.
  - Έναν **μηχανισμό συλλογιστικής(reasoning mechanism)** ,ο οποίος εκτελεί την διαδικασία εξαγωγής συμπερασμάτων σύμφωνα με τους κανόνες που έχουν δοθεί για να σχηματιστεί ένα λογικό αποτέλεσμα .
- Να σημειωθεί ότι ένα βασικό σύστημα ασαφούς συμπερασμού μπορεί να πάρει ως είσοδο ασαφή και αριθμητικά δεδομένα (τα οποία τα αντιλαμβάνεται ως μονοσύνολα),αλλά η έξοδος που παράγεται είναι σχεδόν πάντα ασαφή σύνολα.Πολλές φορές,στις εφαρμογές τις οποίες χρησιμοποιούνται τα ασαφή συστήματα συμπερασμού,χρειάζεται να παράγεται μια και μοναδική τιμή ως έξοδος,γιατι το σύστημα που θα χρησιμοποιήσει αυτή την έξοδο πιθανόν δεν λειτουργεί με ασαφή λογική,αλλά με δυαδική,όπως παραδείγματος χάρη ,ένας ελεγχτής.Γι'αυτό το λόγο,χρειάζεται μια μέθοδος από **αποασαφοποίησης(dissfuzzification)**,ώστε να εξαχθεί από το ασαφές σύνολο η αντιπροσωπευτικότερη τιμή.

Με μεμονωμένες τιμές για είσοδο και έξοδο,το σύστημα ασαφούς συμπερασμού εκτελεί μια μη γραμμική αποτύπωση στον χώρο των δεδομένων εισόδου μέχρι τον χώρο των δεδομένων εξόδου.Αυτή η αποτύπωση επιτυγχάνεται από ένα πλήθος ασαφών κανόνων εάν-τότε,οι οποίοι περιγράφουν την συμπεριφορά των δεδομένων πάνω στην αποτύπωση.Συγκεκριμένα,το κομμάτι της (πρό-)υπόθεσης των κανόνων,καθορίζουν της ασαφή περιοχή ισχύος των δεδομένων εισόδου,ενώ το κομμάτι του συμπεράσματος ορίζει επιθυμητή έξοδο από την ασαφή περιοχή [Jang, J.S.R. & Sun et al ,(1997)].





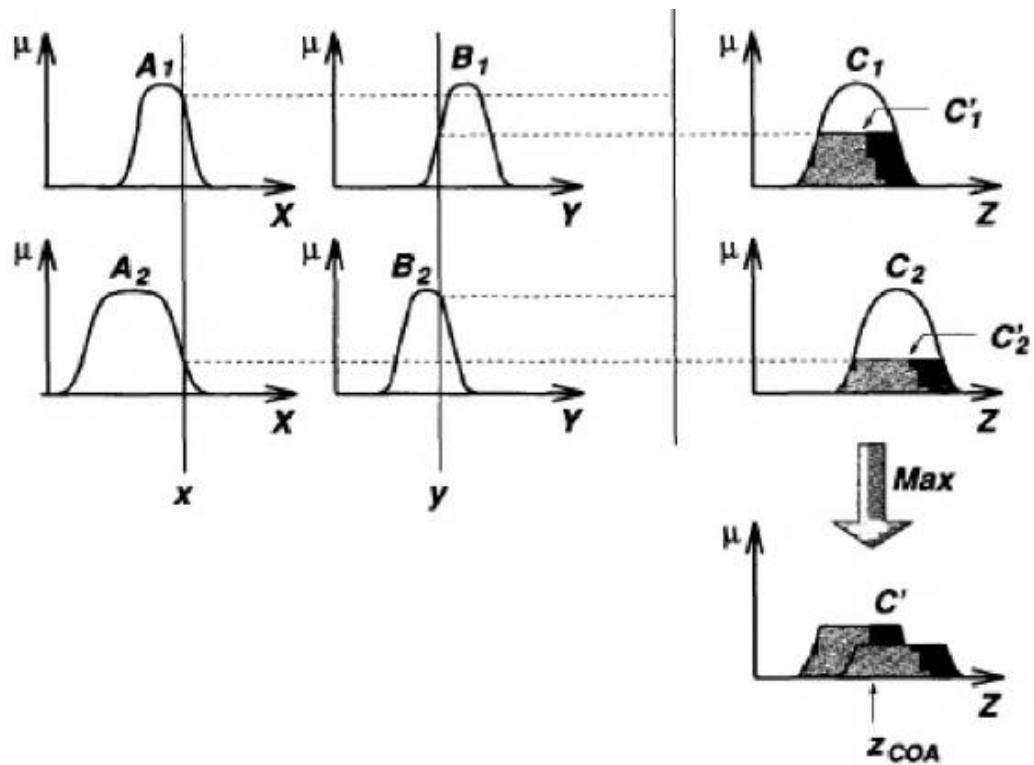
Σχήμα(2.39):Σχηματικό διάγραμμα ασαφούς συστήματος συμπερασμού

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα ασαφούς συλλογιστικής.

#### FIS τύπου Mamdani

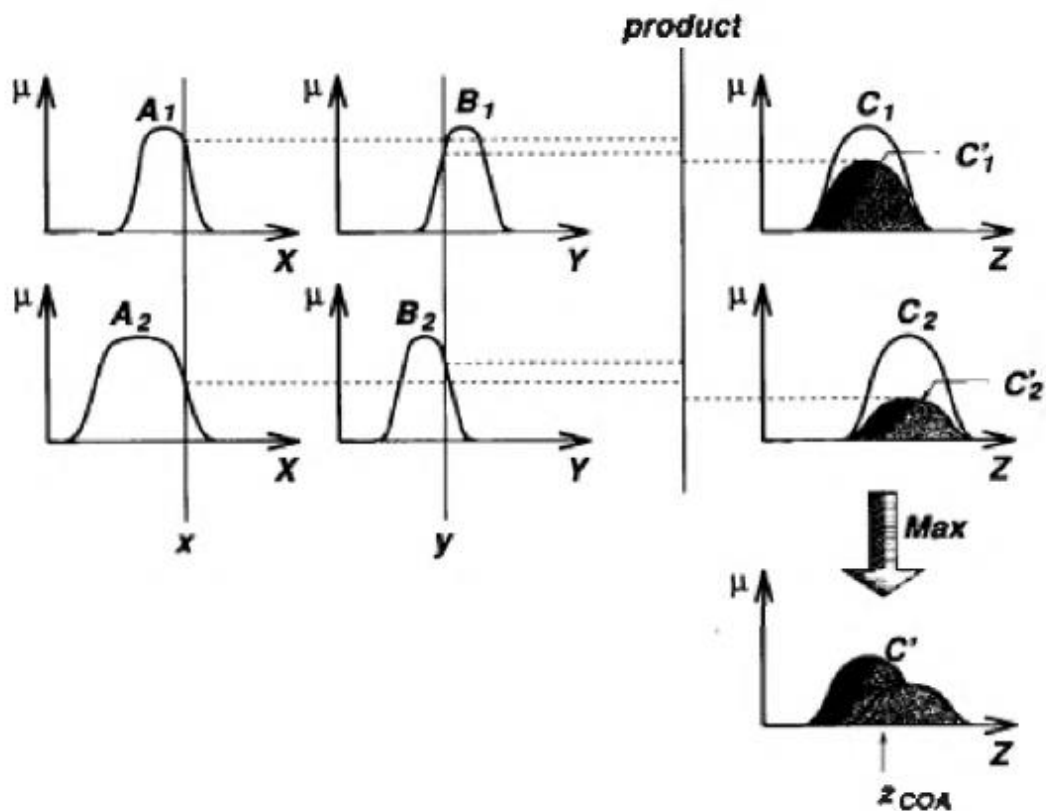
Έχει ήδη γίνει αναφορά της μεθόδου αυτής στην *Ασαφή Συλλογιστική*, όπου εξηγείται αναλυτικά ο τρόπος εξαγωγής του ασαφούς συνόλου πριν την αποασαφοποίηση, από την οποία θα προκύψει μια τιμή (crisp).

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται το FIS Mamdani με δύο κανόνες από το οποίο θα προκύψει το τελικό αποτέλεσμα z, όταν αυτό (το σύστημα) λαμβάνει δύο εισόδους x και y. Να σημειωθεί ότι το σύστημα αυτό χρησιμοποιεί το *Καρτεσιανό γινόμενο (min)* (*Cartesian product*) ως ασαφή τελεστή στην υπόθεση του κανόνα, από το οποίο εξαρτάται και η συνάρτηση συνεπαγωγής του κάθε κανόνα και την *max(-min)* σύνθεση (*composition*) για την συγκέντρωση (aggregation) όλων των συναπαγωγών, ώστε να εξαχθεί το ασαφές σύνολο και η συνάρτηση συμμετοχής της εξόδου.



**Σχήμα(2.40):**Το FIS Mamdani που χρησιμοποιεί min και max για T-norm και T-conorm αντίστοιχα.

Εάν αντικατασταθεί το max και min με μέγιστο(max) και αλγεβρικό γινόμενο σαν επιλογή μας για την T-norm και T-conorm, και σύνθεση max-product αντί για σύνθεση max-min τότε το αποτέλεσμα ασafούς συλλογιστικής φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα όπου η έξοδος του κάθε κανόνα είναι ένα ασafές σύνολο που κλιμακώνεται προς τα κάτω μέσω αλγεβρικού γινομένου.



**Σχήμα (2.41):** Το FIS Mamdani που χρησιμοποιεί product και max για T-norm και T-conorm αντίστοιχα.

Άλλες παραλλαγές είναι πιθανές αν χρησιμοποιήσουμε διαφορετικές T-norm και T-conorm.

Και στις δύο περιπτώσεις, αφού οι εισοδοί στο σύστημα είναι καθορισμένες τιμές (crisp values) πρέπει να χρησιμοποιηθεί έναν αποασαφηνκτή (defuzzifier) για την μετατροπή του ασαφούς συνόλου που προέκυψε, σε μια καθορισμένη τιμή.

### Αποασαφοποίηση (defuzzification)

Η αποασαφοποίηση είναι ένας τρόπος να παραχθεί μια καθορισμένη τιμή (crisp) από ένα ασαφές σύνολο σαν μια αντιπροσωπευτική τιμή. Η είσοδος για τη διαδικασία της αποασαφήνισης είναι το ασαφές σύνολο με την συνολική συνάρτηση συμμετοχής που προέκυψε από την συγκέντρωση όλων των συναρτήσεων συνεπαγωγής. Η έξοδος της αποασαφήνισης είναι ένας αριθμός. Η αποασαφήνιση είναι αναγκαία γιατί επιθυμούμε να έχουμε ως αποτέλεσμα έναν αριθμό που θα μας επιτρέψει να πάρουμε συγκεκριμένες αποφάσεις.

Υπάρχουν οι εξής τρόποι στην βιβλιογραφία για να γίνει αυτό:

#### Αποσαφήνιση μεγίστου (maximum defuzzification)

Στην τεχνική αυτή εξετάζεται η συνολική (σύνθετη) συνάρτηση συμμετοχής της εξόδου του ελεγκτή και επιλέγεται ως έξοδος η τιμή της μεταβλητής  $y$  για την οποία η συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_Y(y)$  παίρνει την μέγιστη τιμή της.

$$\hat{y}_{MAX} = \max \mu_Y(y)$$

(2.5.56)

Η μέθοδος δεν δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, ειδικά όταν υπάρχουν πολλαπλά μέγιστα.

#### Αποσαφήνιση με μέσο όρο των μεγίστων (Mean of Maxima defuzzification)

Στην τεχνική αυτή εξετάζεται η συνολική συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_Y(y)$  για να βρεθούν οι τιμές (εφόσον υπάρχουν) του  $y$  όπου η  $\mu_Y(y)$  παίρνει μέγιστη τιμή. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο μέσος όρος των τιμών της εξόδου που αντιστοιχούν στη συνθήκη αυτή, δηλαδή:

$$\hat{y}_{MOM} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \max \mu_Y(y_j)$$

(2.5.57)

Στην περίπτωση που υπάρχει μόνο ένα μέγιστο, η τεχνική αυτή συμπίπτει με την προηγούμενη.

#### Αποσαφήνιση κεντρώου (Cendroid) ή (Centre of Area)

Στην τεχνική αυτή υπολογίζεται το κέντρο του εμβαδού της συνολικής (σύνθετης) συνάρτησης συμμετοχής της εξόδου. Η επιφάνεια στην για την οποία βρίσκεται το κέντρο βάρους του εμβαδού της ορίζεται από την συνάρτηση συμμετοχής και τους καρτεσιανούς άξονες.

$$\hat{y}_{COA} = \frac{\int_S y \mu_Y(y)}{\int_S \mu_Y(y)}$$

(2.5.58)

Το  $S$  είναι το εμβαδόν που περιγράφει η συνάρτησης  $\mu_Y(y)$ . Στην περίπτωση που το σύνολο υποστήριξης είναι διακριτό, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\hat{y}_{COA} = \frac{\sum_{i=1}^I y_i \mu_Y^i(y_i)}{\sum_{i=1}^I \mu_Y^i(y_i)}$$

(2.5.59)

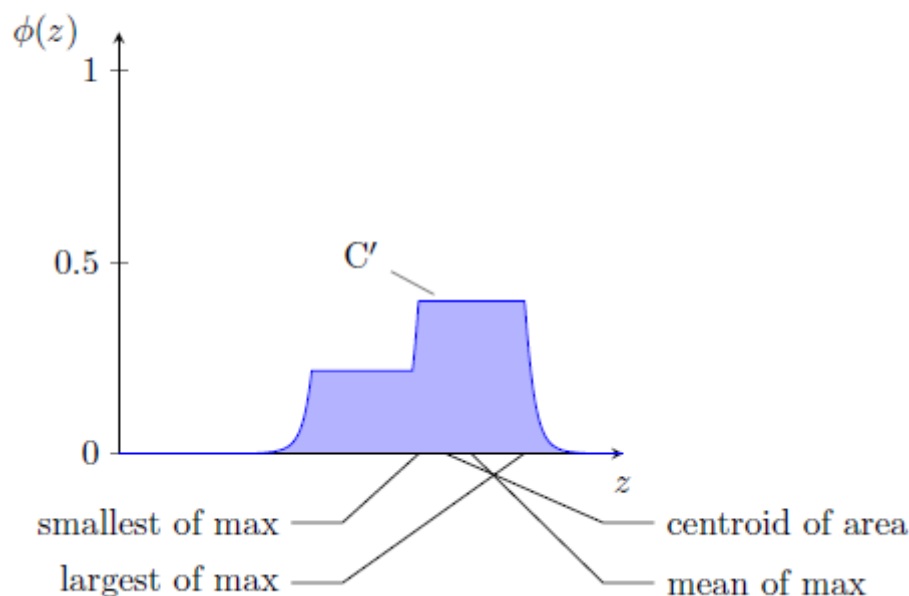
Στην τεχνική αυτή τα σχήματα των συναρτήσεων συμμετοχής παίζουν μεγάλο ρόλο στο τελικό αποτέλεσμα. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται συχνά στον ασαφή έλεγχο διεργασιών λόγω των λογικών αποτελεσμάτων που προκύπτουν.

### Αποσαφήνιση κέντρου βάρους (Centre of Gravity)

Στην τεχνική αυτή υπολογίζεται το κέντρο βάρους όλων των συναρτήσεων συμμετοχής των κανόνων που έχουν ενεργοποιηθεί, σταθμισμένων με τον βαθμό εκπλήρωσης κάθε κανόνα. Το τελικό αποτέλεσμα στην περίπτωση που οι συναρτήσεις είναι συμμετρικές είναι:

$$\hat{y}_{COG} = \frac{\sum_{i=1}^I \sigma_i \mu_Y^i(y_i)}{\sum_{i=1}^I \mu_Y^i(y_i)} \quad (2.5.60)$$

Όλες οι παραπάνω τεχνικές έχουν στόχο την εύρεση σαφούς τιμής της εξόδου του ελεγκτή (defuzzifier) (δηλαδή τη μεταβλητή ελέγχου) από τη συνολική (σύνθετη) συνάρτηση συμμετοχής της εξόδου.



**Σχήμα(2.42):**Γραφική απεικόνιση των μεθόδων ασαφοποίησης.

### **FIS τύπου Sugeno**

Η συνεπαγωγή Sugeno ή Takagi-Sugeno-Kang προτάθηκε για πρώτη φορά το 1985. Η συνεπαγωγή αυτή παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με τη συνεπαγωγή Mamdani, όπως έχει γίνει και μια αναφορά στο υποκεφάλαιο 'Ασαφής Κανόνες Εάν-Τότε'. Τα δύο πρώτα βήματα του ασαφούς συμπερασμού σε αυτά τα δύο συστήματα (ασαφοποίηση των εισόδων και εφαρμογή των τελεστών) είναι ακριβώς τα ίδια. Η κύρια διαφορά

ανάμεσα στα δύο συστήματα έγκειται στο ότι οι συναρτήσεις συμμετοχής στην έξοδο των συστημάτων Sugeno είναι μόνο γραμμικές ή εκφράζουν μια σταθερά.

Ένας τυπικός κανόνας ασφούς συστήματος Sugeno μηδενικής τάξεως έχει τη μορφή:

**“if x is A and y is B then z = k”**

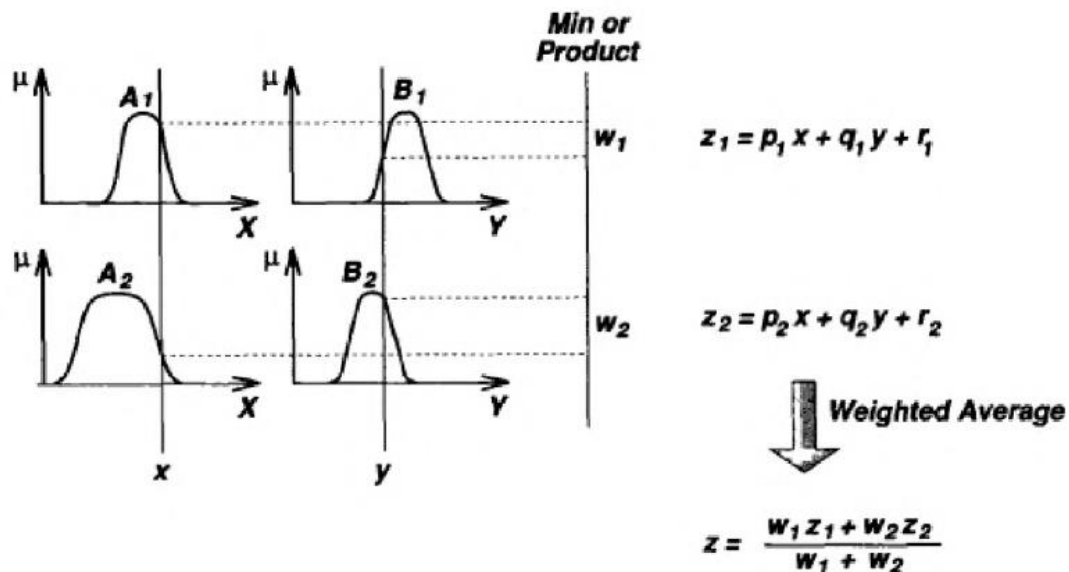
όπου A και B είναι τα ασφή σύνολα της προϋπόθεσης ενώ k είναι μια αριθμητική τιμή. Αφού το συμπέρασμα του κανόνα είναι μια σταθερά τότε αυτό σημαίνει ότι το τρίτο βήμα του *συνθετικού κανόνα συμπερασμού* ,εκφυλίζεται σε ένα απλό πολλαπλασιασμό ενώ το τέταρτο βήμα καταλήγει να είναι η συγέντρωση όλων των σταθερών.

Ένα σύστημα sugeno πρώτης τάξης θα έχει κανόνες με τη γενική μορφή:

**“if x is A and y is B then z = p\*x + q\*y + r”**

όπου A και B είναι τα ασφή σύνολα της προϋπόθεσης ενώ τα p,q,r είναι σταθερές.

Ένας τρόπος για να γίνουν αντιληπτά τα συστήματα πρώτης τάξης είναι αν θεωρηθεί ότι κάθε κανόνας προσδιορίζει τη θέση ενός κινούμενου singleton(μονοσυνόλου). Το singleton αυτό μπορεί να κινείται στο χώρο της εξόδου , με γραμμικό τρόπο και η θέση του εξαρτάται από τις τιμές των εισόδων.



**Σχήμα(2.43):**Ασφές μοντέλο Sugeno δύο κανόνων

Συστήματα sugeno ανώτερης τάξης είναι εφικτά,όμως δεν προσφέρουν σημαντικές βελτιώσεις και ταυτόχρονα εισαγάγουν σημαντική πολυπλοκότητα.

## 2.6 Νευρο-ασαφή Συστήματα

### 2.6.1 Εσαγωγή

Έναι εμφανές ότι οι αρχές της ασαφούς λογικής και των ΤΝΔ είναι εντελώς διαφορετικές· η ασαφής λογική επιδιώκει να αναπαράγει τους μηχανισμούς της ανθρώπινης σκέψης και την ικανότητα συλλογισμού, ενώ τα νευρωνικά δίκτυα επιχειρούν να μιμηθούν τους μηχανισμούς του ανθρώπινου νου σε βιολογικό επίπεδο. Έτσι, η δομή και ο τρόπος επεξεργασίας των ελεγκτών των δύο τεχνικών διαφέρουν ριζικά.

Τα νευρωνικά δίκτυα αποτελούν μια πολύ ελκυστική μέθοδο αναγνώρισης προτύπων, αλλά δεν προσφέρονται για την εξήγηση της διαδικασίας λήψης της απόφασης. Μπορούν να θεωρηθούν ως μαύρο κουτί (black box), όπου η εξαγωγή γνώσης για τον τρόπο με τον οποίο παράγεται η πληροφορία, από το εκπαιδευμένο δίκτυο είναι αρκετά δύσκολη. Όπως είναι φυσικό, θα ήταν επιθυμητό να υπήρχε πρόσβαση στο συλλογιστικό μηχανισμό των νευρωνικών δικτύων, ώστε να υπάρχει η δυνατότητα ευκολότερης διαχείρισης και κατασκευής τους. Παρόλ'αυτά, εάν υπάρχει κάποια γνώση για τη συμπεριφορά του συστήματος πριν την εκπαίδευση, αυτή δε μπορεί να αξιοποιηθεί στη διαδικασία εκπαίδευσης του νευρωνικού ελεγκτή. Ένα ακόμα μειονέκτημα που εμφανίζουν τα νευρωνικά δίκτυα είναι ότι γενικά δεν είναι γνωστή η ακριβής μορφή της αρχιτεκτονικής του δικτύου και, συνεπώς, η δομή του καθορίζεται μόνο μέσω πειραματικών διαδικασιών.

Η ασαφής λογική μπορεί να εξηγήσει τη συμπεριφορά της λειτουργίας ενός συστήματος χρησιμοποιώντας κανόνες, και έχει το μεγάλο πλεονέκτημα ότι δεν απαιτεί ακρίβεια της πληροφορίας. Στις περιπτώσεις, όμως, που δεν υπάρχει διαθέσιμη εξωτερική γνώση, η δυνατότητα εφαρμογής των ασαφών συστημάτων περιορίζεται. Επίσης, διάφορα ζητήματα εμφανίζουν δυσκολίες, όπως ο ακριβής διαμερισμός του χώρου εισόδων και εξόδων ενός προβλήματος σε ασαφή σύνολα, οι τιμές των παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής και ο ακριβής αριθμός των ασαφών κανόνων, που έχουν ως αποτέλεσμα τον περιορισμό της ισχύος που χαρακτηρίζει την ασαφή λογική. Άρα θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμο να έχουν τη δυνατότητα να ρυθμιστούν μέσω αλγορίθμων μάθησης.

Η ικανότητα εκπαίδευσης των νευρωνικών συστημάτων είναι ο κύριος λόγος συνδυασμού τους με τα ασαφή συστήματα. Αυτός ο συνδυασμός μπορεί να δημιουργήσει κανόνες για το ασαφές σύστημα ή να βελτιστοποιήσει τους ήδη υπάρχοντες, αυτοματοποιώντας τη ρύθμιση των παραμέτρων του ασαφούς συστήματος [Wang Z. & Palade V. et al., (2006)]. Όσον αφορά στα νευρωνικά συστήματα, ο συνδυασμός τους με τα ασαφή αναιρεί τη συμπεριφορά τους ως «μαύρα κουτιά» κι έτσι οποιαδήποτε εκ των προτέρων γνώση για το σύστημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά τη διαδικασία εκμάθησης περιορίζοντας το χρόνο που αυτή απαιτεί. Συνεπώς, συνδυάζοντας τα νευρωνικά με τα ασαφή συστήματα διατηρούνται τα πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων, ενώ εξαλείφονται κάποια από τα μειονεκτήματά τους.

Και τα ΤΝΔ καθώς και τα συστήματα ασαφούς λογικής κατασκευάζουν μη-γραμμικά συστήματα βασισμένα πάνω σε συνεχείς μεταβλητές, με τη διαφορά ότι η μεταχείριση των νευρωνικών συστημάτων γίνεται με τρόπο αριθμητικό-ποσοτικό, ενώ η μεταχείριση των ασαφών συστημάτων γίνεται με τρόπο συμβολικό-ποιοτικό. Έτσι, με τον συνδυασμό τους τα νευρο-ασαφή συστήματα, παρουσιάζουν τόσο συμβολικά όσο και αριθμητικά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, μπορούν μέσω λειτουργιών βάσει κανόνων να κάνουν επεξεργασία των μεταχειρισμένων από αυτά συμβόλων (λεκτικών τιμών) (symbolic processing via rule-based operations). Από την άλλη πλευρά, οι συναρτήσεις συμμετοχής επιτρέπουν στα ασαφή συστήματα την αριθμητική επεξεργασία των καθορισμένων λεκτικών μεταβλητών που μεταχειρίζονται. Κατά συνέπεια, η σύνθεση νευρωνικών και ασαφών συστημάτων οδηγεί σε μια νέα κατάσταση όπου το ασαφές σύστημα παρέχει ένα ισχυρό υπόβαθρο για την αναπαράσταση της γνώσης των ειδικών, ενώ τα Προσαρμοστικά Νευρωνικά Δίκτυα παρέχουν ικανότητες μάθησης και είναι κατάλληλα για υπολογιστικά αποτελεσματικές εφαρμογές μέσω Η/Υ.

## 2.6.2 Αρχιτεκτονικές Νευροασαφών Συστημάτων

Υπάρχουν δύο κύριοι συνδυασμοί ανάμεσα στα νευρωνικά και στα ασαφή συστήματα. Στην πρώτη περίπτωση, το νευρωνικό και το ασαφές σύστημα δουλεύουν ανεξάρτητα το ένα από το άλλο και το νευρωνικό σύστημα καθορίζει διάφορες παραμέτρους του ασαφούς, σε πραγματικό ή μη πραγματικό χρόνο. Αυτός ο συνδυασμός ονομάζεται νευρο-ασαφές σύστημα συνεργασίας (cooperative neuro-fuzzy system), διότι το νευρωνικό δίκτυο συνεργάζεται με το ασαφές ώστε να το βοηθήσει να βρει τις κατάλληλες παραμέτρους του.

Η δεύτερη περίπτωση συνδυασμού νευρωνικού και ασαφούς συστήματος είναι το **υβριδικό νευρο-ασαφές σύστημα**. Ο όρος υβριδικό χρησιμοποιείται διότι το σύστημα που προκύπτει δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί είτε ως νευρωνικό είτε ως ασαφές σύστημα, αλλά είναι ένα ομογενές σύστημα που δεν μπορεί να διαιρεθεί σε δύο ξεχωριστά υποσυστήματα. Το μοντέλο ANFIS (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) είναι ένα από τα πιο γνώστα υβριδικά νευρο-ασαφή συστήματα.

## 2.6.3 Προσαρμοστικό Νευρο-Ασαφές Σύστημα Εξαγωγής Συμπεράσματος (ANFIS)

### 2.6.3.1 Θεωρητικό Υπόβαθρο ANFIS

Το ANFIS (Adaptive Neuro Fuzzy Inference System) θεωρείται ότι ανήκει στα προσαρμοστικά δίκτυα (adaptive networks), τα οποία είναι αρκετά όμοια με τα νευρωνικά δίκτυα. Ουσιαστικά το προσαρμοστικό δίκτυο είναι ένα πολυεπίπεδο δίκτυο πρόσθιας τροφοδότησης (Multilayer feed-forward network). Ένα προσαρμοστικό δίκτυο είναι αυτό που στη δομή του περιέχει έναν αριθμό κόμβων συνδεδεμένων μέσω κατευθυντήριων συνδέσμων. Κάθε κόμβος αναπαριστά μια μονάδα επεξεργασίας και οι σύνδεσμοι μεταξ

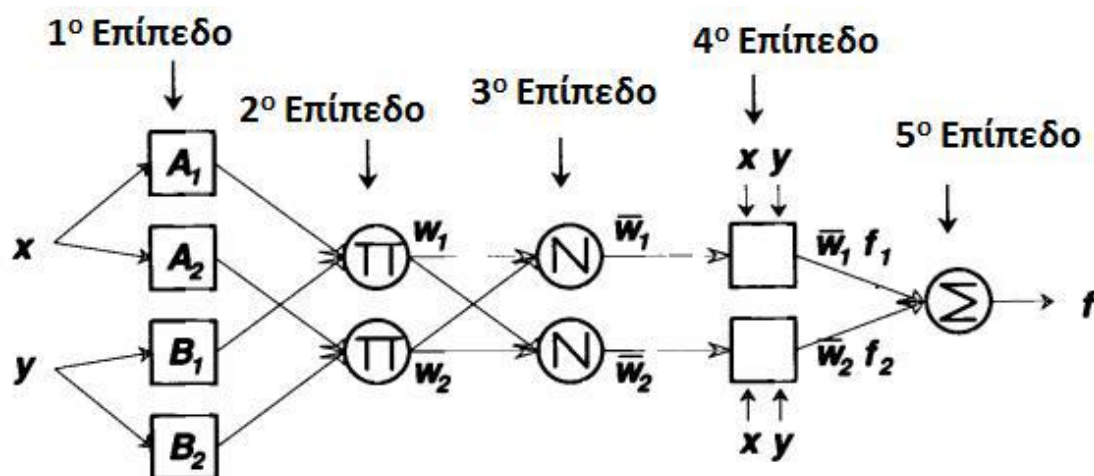


κόμβων προσδιορίζουν την αιτιολογική σχέση (causal relationship) μεταξύ των συνδεδεμένων κόμβων. Προσαρμοστικός είναι ο κόμβος όλος ή μέρος του, που σημαίνει ότι οι εξόδοι αυτών των κόμβων εξαρτώνται από προσαρμοζόμενες -τροποποιήσιμες παραμέτρους που ανήκουν σε αυτούς τους κόμβους. Οι κανόνες εκπαίδευσης προσδιορίζουν πως αυτές οι παράμετροι θα πρέπει να αλλάζουν ώστε να ελαχιστοποιείται το προκαθορισμένο μέτρο σφάλματος (error measure), το οποίο είναι μια μαθηματική έκφραση που μετράει την ασυμφωνία μεταξύ της πραγματικής εξόδου του δικτύου και της επιθυμητής εξόδου [J.S.R. Jung & C.T. Sun et.al (1997)].

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει αναλυτική προσέγγιση της λειτουργίας του ANFIS. Του τρόπου, δηλαδή, με τον οποίο εμφωλεύεται ο αλγόριθμος των απλών Perceptrons (Αλγόριθμος Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος) στον αλγόριθμο εκμάθησης του Πολυστρωματικού νευρωνικού δικτύου (Back-Propagation) για την εκμάθηση του ANFIS, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο η Ασαφής Συλογιστική Εξαγωγής Συμπερασμάτων συνδιάζεται με αυτό το δίκτυο.

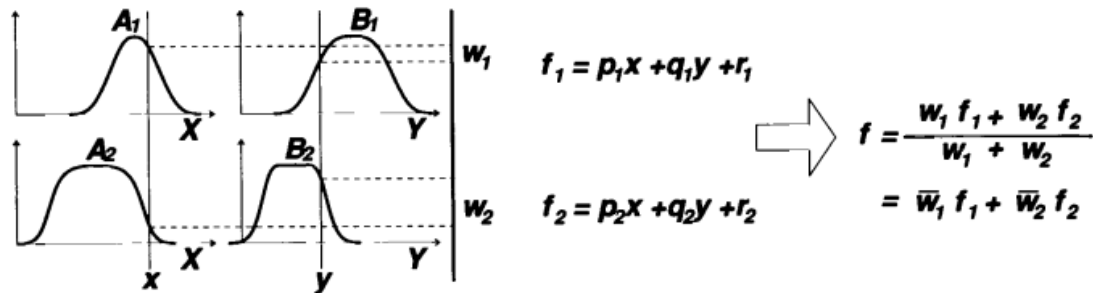
Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει τον συλλογιστικό μηχανισμό (reasoning) για αυτό το μοντέλο Sugeno και η αντίστοιχη ισοδύναμη αρχιτεκτονική του ANFIS όπου οι κόμβοι του ίδιου επιπέδου έχουν παρόμοιες συναρτήσεις. Γίνεται η υπόθεση ότι το υπό εξέταση ασαφές σύστημα συμπερασμού έχει δύο εισόδους  $x$  και  $y$  και μία έξοδο  $f$  καθώς επίσης και ότι η βάση κανόνων περιέχει δύο ασαφείς κανόνες τύπου Takagi και Sugeno.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στο Σχήμα (2.44) που παρουσιάζει τη δομή αυτού του δικτύου οι σύνδεσμοι του απλά υποδεικνύουν την κατεύθυνση της ροής των σημάτων ανάμεσα στους κόμβους, ενώ σταθμικά βάρη δεν σχετίζονται με τους συνδέσμους.



Σχήμα(2.44):Αρχιτεκτονική ANFIS

Το παρακάτω Σχήμα 2.45 δείχνει με απλό τρόπο τη διαδικασία συμπερασμού (inference procedure) του μοντέλου Sugeno, στην περίπτωση όπου για t-operator έχει επιλεγεί η τομή των δύο ασαφών συνόλων (A,B), οπότε  $\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$ .



Σχήμα(2.45):Το σύστημα Sugeno που υιοθετεί το ANFIS

Υποθέτοντας ότι για ένα πρώτης τάξης μοντέλο Sugeno [T. Takagi & M. Sugeno (1983)], μία τυπική βάση κανόνων (rule base) θα μπορούσε να είναι και η εξής:

**Rule 1:** If  $x$  is  $A_1$  and  $y$  is  $B_1$ , then  $f_1 = p_1 x + q_1 y + r_1$ ,  
**Rule 2:** If  $x$  is  $A_2$  and  $y$  is  $B_2$ , then  $f_2 = p_2 x + q_2 y + r_2$ .

Αναλυτικά οι υπολογισμοί που πραγματοποιούνται σε κάθε επίπεδο είναι:

- Το 1<sup>ο</sup> επίπεδο περιλαμβάνει προσαρμόσιμους κόμβους με συναρτήσεις:

$$\begin{aligned} O_{1,i} &= \mu_{A_i}(x), & \text{for } i &= 1, 2, \text{ or} \\ O_{1,i} &= \mu_{B_{i-2}}(y), & \text{for } i &= 3, 4, \end{aligned} \quad (2.6.1)$$

Όπου  $x$  και  $y$  είναι οι κόμβοι εισόδου,  $A$  και  $B$  είναι τα ασαφή σύνολα, ενώ  $\mu(x)$  και  $\mu(y)$  είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής. Διάφορες συναρτήσεις συμμετοχής μπορούν να χρησιμοποιηθούν, έστω όμως η καμπανοειδής συνάρτηση με τον ακόλουθο τύπο:

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c_i}{a_i} \right|^{2b}}, \quad (2.6.2)$$

Οι παράμετροι  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  ονομάζονται αρχικές παράμετροι (premise parameters) και είναι μη γραμμικές.

- **Το 2ο επίπεδο** περιλαμβάνει σταθερούς κόμβους, οι έξοδοι των οποίων δίνεται από το γινόμενο των εισερχόμενων σημάτων. Η έξοδος αυτού του επιπέδου αντιπροσωπεύει τον βαθμό ενεργοποίησης του κάθε ασαφούς κανόνα.

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x)\mu_{B_i}(y), \quad i = 1, 2. \quad (2.6.3)$$

Γενικά, οποιεσδήποτε άλλες T-norm (operators) που σημαίνουν τον ασαφή τελεστή AND μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν συνάρτηση κόμβων σε αυτό το επίπεδο.

- **Το 3ο επίπεδο** περιλαμβάνει σταθερούς κόμβους οι οποίοι υπολογίζουν τον λόγο του βαθμού ενεργοποίησης του κάθε κανόνα προς το άθροισμα όλων των βαθμών ενεργοποίησης. Αναφέρεται και κανονικοποιημένος βαθμός ενεργοποίησης.

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2}, \quad i = 1, 2. \quad (2.6.4)$$

- **Το 4ο επίπεδο** περιλαμβάνει προσαρμόσιμους κόμβους με συνάρτηση:

$$O_{4,i} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i), \quad (2.6.5)$$

Οι παράμετροι  $p_i$ ,  $q_i$ ,  $r_i$  ονομάζονται επακόλουθοι παράμετροι (consequent parameters) και είναι γραμμικές.

- **Το 5ο επίπεδο** περιλαμβάνει έναν σταθερό κόμβο ο οποίος αθροίζει όλα τα εισερχόμενα σήματα.

$$O_{5,1} = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \quad (2.6.6)$$

### 2.6.3.2 Υβριδικός Αλγόριθμος Εκμάθησης ANFIS

Η εκπαίδευση του ANFIS απαιτεί την βελτιστοποίηση των αρχικών παραμέτρων ( $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  για την περίπτωση καμπανοειδούς συνάρτησης) καθώς και των επακόλουθων παραμέτρων ( $p_i$ ,  $q_i$ ,  $r_i$ ). Για αυτό το λόγο προτάθηκε [J.S.R. Jung & C.T. Sun et.al (1997)] μία υβριδική μεθοδολογία για την βελτιστοποίηση των παραπάνω παραμέτρων, σε δύο φάσεις. Με το εμπρόσθιο πέρασμα το σήμα διαδίδεται από το 1ο επίπεδο προς το 4ο επίπεδο και οι παράμετροι του ασαφούς συστήματος τύπου Sugeno ( $p_i$ ,  $q_i$ ,  $r_i$ )

βελτιστοποιούνται με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Κατά την διάρκεια του όπισθεν περάσματος βελτιστοποιούνται οι παράμετροι των συναρτήσεων συμμετοχής με την χρήση ενός αλγορίθμου βαθμωτής κατάβασης [S. Haykin (2003)][J. M. Zurada (1999)][M. T. Hagan, H. B. Demuth et al., (1996)].

	Αρχικές Παράμετροι	Επακόλουθες Παράμετροι	Σήματα
Πέρασμα προς τα εμπρός	Σταθερές	Εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων	Έξοδοι των κόμβων
Πέρασμα προς τα πίσω	Βαθμωτή ελαχιστοποίηση	Σταθερές	Σήματα Σφάλματος

**Σχήμα(2.46):**Συνοπτική Διαδικασία Εκμάθησης ANFIS

Θα παρουσιαστεί αναλυτικά ο υβριδικός αλγόριθμος εκμάθησης ANFIS για μια εποχή (epoch), η οποία αποτελείται από το εμπρόσθιο και το οπισθόδρομο πέρασμα των σημάτων.

#### Εμπρόσθιο Πέρασμα:

Στο εμπρόσθιο πέρασμα, οι εισοδοί του σύνολου των προτύπων εκπαίδευσης είναι  $\mathbf{x}$  και  $\mathbf{y}$  και οι έξοδοι των κόμβων υπολογίζονται από επίπεδο σε επίπεδο, καθώς και οι επακόλουθες παράμετροι, οι οποίες καθορίζονται και ταυτοποιούνται μέσα από τον αλγόριθμο ελαχίστων τετραγώνων (διαφορά των επιθυμητών τιμών με αυτές που υπολογίζει το ANFIS). Για μια καμπανοειδή συνάρτηση συμμετοχής, στο ασαφές σύστημα συμπερασμού, η προβλεπόμενη από το ANFIS έξοδος  $\theta$ , είναι μια γραμμική συνάρτηση. Έτσι, για δεδομένες τιμές των παραμέτρων υπόθεσης και για δεδομένο σύνολο εκπαιδευτικών  $\mathbf{m}$  προτύπων, με  $[\mathbf{x} \ \mathbf{y}]$  εισόδους, γίνεται να αναπαρασταθεί η διαδικασία ως εξής:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta(1) = \overline{w}_1 f_1(1) + \overline{w}_2 f_2(1) + \dots + \overline{w}_n f_n(1) \\ \theta(2) = \overline{w}_1 f_1(2) + \overline{w}_2 f_2(2) + \dots + \overline{w}_n f_n(2) \\ \vdots \\ \theta(m) = \overline{w}_1 f_1(m) + \overline{w}_2 f_2(m) + \dots + \overline{w}_n f_n(m) \end{array} \right. \quad (2.6.7)$$

ή

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta(1) = \overline{w_1}(1)[p_1x(1) + q_1y(1) + r_1] + \\ \overline{w_2}(1)[p_2x(1) + q_2y(1) + r_2] + \dots + \\ \overline{w_n}(1)[p_nx(1) + q_ny(1) + r_n] \\ \theta(1) = \overline{w_1}(2)[p_1x(2) + q_1y(2) + r_1] + \\ \overline{w_2}(2)[p_2x(2) + q_2y(2) + r_2] + \dots + \\ \overline{w_n}(2)[p_nx(2) + q_ny(2) + r_n] \\ \vdots \\ \theta(m) = \overline{w_1}(m)[p_1x(m) + q_1y(m) + r_1] + \\ \overline{w_2}(m)[p_2x(m) + q_2y(m) + r_2] + \dots + \\ \overline{w_n}(m)[p_nx(m) + q_ny(m) + r_n] \end{array} \right. \quad (2.6.8)$$

Όπου

m = πλήθος προτύπων εκπαίδευσης

n = πλήθος κόμβων που αντιστοιχούν σε κάθε κανόνα

θ = προβλεπόμενη από το ANFIS τιμή για εισόδους x,y

Η παραπάνω εξίσωση **(αριθμηση)** μπορεί να γραφτεί και με την μορφή πίνακα ως εξής:

$$\theta = Ak \quad (2.6.9)$$

με  $\theta$  διάνυσμα διαστάσεων m×1

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta(1) \\ \theta(2) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta(m) \end{bmatrix} \quad (2.6.10)$$

με  $A$  πίνακας διαστάσεων m×n

A =

$$\begin{bmatrix} \overline{w_1}(1) & \overline{w_1}(1)x(1) & \overline{w_1}(1)y(1) & \dots & \overline{w_n}(1) & \overline{w_n}(1)x(1) & \overline{w_n}(1)y(1) \\ \overline{w_1}(2) & \overline{w_1}(2)x(2) & \overline{w_1}(2)y(2) & \dots & \overline{w_n}(2) & \overline{w_n}(2)x(2) & \overline{w_n}(2)y(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \overline{w_1}(m) & \overline{w_1}(m)x(m) & \overline{w_1}(m)y(m) & \dots & \overline{w_n}(m) & \overline{w_n}(m)x(m) & \overline{w_n}(m)y(m) \end{bmatrix} \quad (2.6.11)$$

Και το διάνυσμα  $k$  διαστάσεων n×1

$$k = [p_1 \ q_1 \ r_1 \ p_2 \ q_2 \ r_2 \dots p_n \ q_n \ r_n]^T \quad (2.6.12)$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, όπως και στα περισσότερα προβλήματα του ίδιου είδους, το m>n, άρα οι λύσεις μπορεί να είναι περισσότερες από μια. Έτσι, αντί να λύσουμε το σύστημα εξισώσεων, η λύση για το διάνυσμα k βρίσκεται μέσα από την διαφορά τετραγώνιου σφάλματος και συμβολίζεται k\*.

Ελαχιστοποιούμε την διαφορά  $\|Ak-\theta\|^2$  το οποίο γίνεται εφικτό με την παρακάτω σχέση:

$$k^* = (A^T A)^{-1} A^T \theta \quad (2.6.13)$$

με  $A^T$  ανάστροφος του  $A$  και  $(A^T A)^{-1} A^T$  είναι ο ψευδοαντίστροφος του  $A$  αν  $A^T A$  είναι αντιστρέψιμος.

Έτσι,όταν καθοριστούν οι επακόλουθες παράμετροι (το διάνυσμα  $k^*$ ),υπολογίζεται εκ νέου το σήμα εξόδου  $\theta_v$  και το:

$$e = \theta - \theta_v \quad (2.6.14)$$

#### Οπισθόδρομο Πέρασμα:

Εδώ εφαρμόζεται ο αλγόριθμος οπισθόδρόμησης σφάλματος (Back-Propagation).Το σήμα σφάλματος διαδίδεται προς τα πίσω και οι αρχικές παράμετροι ανανεώνονται σύμφωνα με τον κανόνα της αλυσίδας.

Για παράδειγμα,η διόρθωση μιας τυχαίας παραμέτρου  $\alpha$  ,μιας καμπανοειδούς συνάρτησης,που χρησιμοποιείται για τον καθορισμό ενός ασαφούς συνόλου,που αποτελεί κόμβο του συστήματος και συμβολίζεται  $A_1$ .

Ο κανόνας της αλυσίδας για την παράμετρο αυτή,έχει ως εξής:

$$\Delta\alpha = -n \frac{\partial E}{\partial \alpha} = -n \frac{\partial E}{\partial e} \times \frac{\partial e}{\partial \theta_v} \times \frac{\partial \theta_v}{\partial (\bar{w}_i f_i)} \times \frac{\partial (\bar{w}_i f_i)}{\partial \bar{w}_i} \times \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial w_i} \times \frac{\partial w_i}{\partial w_{A1}} \times \frac{\partial w_{A1}}{\partial \alpha} \quad (2.6.15)$$

$n$  = ρυθμός μάθησης

$E$  = η στιγμιαία τιμή του τετραγωνικού σφάλματος,δηλαδή η τιμή σφάλματος για την συγκεκριμένη εποχή,που θα εξέρχεται από τον νευρώνα.

$$E = \frac{1}{2} e^2 = \frac{1}{2} (\theta - \theta_v)^2 \quad (2.6.16)$$

Έτσι,προκύπτει :

$$\Delta\alpha = -n (\theta - \theta_v) (-1) f_i \times \frac{\bar{w}_i (1-w_i)}{w_i} \times \frac{w_i}{w_{A1}} \times \frac{\partial w_{A1}}{\partial \alpha} \quad (2.6.17)$$

ή

$$\Delta\alpha = -n (\theta - \theta_v) f_i \bar{w}_i (1 - \bar{w}_i) \times \frac{1}{w_{A1}} \times \frac{\partial w_{A1}}{\partial \alpha} \quad (2.6.18)$$

Όπου

$$\frac{\partial w_{A1}}{\partial \alpha} = \frac{1}{[1 + (\frac{x-a}{c})^{2b}]^2} \times \frac{1}{c^{2b}} \times 2b \times (x-a)^{2b-1} \times (-1) = w_{A1}^2 \times \frac{2b}{c} \times (\frac{x-a}{c})^{2b-1} \quad (2.6.19)$$

Παρομοίως υπολογίζονται και οι παράμετροι  $b, c$ .

### 2.6.3.3 Αξιολόγηση Ακρίβειας Πρόβλεψης

- Ρίζα Μέσου Τετραγωνικού Σφαλματος ( Root Mean Square Error (RMSE))

Για να είναι εφικτό να υπολογίζεται η ακρίβεια πρόβλεψης διαφορετικών μοντέλων υπολογίζεται το RMSE ,ουτοσώστε να καταγράφεται η διαφορά μεταξύ της προβλεπόμενης και της πραγματικής τιμής του μεγέθους που προβλέπεται.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P (\theta_{\varepsilon} - \theta)^2} \quad (2.6.20)$$

$\theta_{\varepsilon}$  = η μετρημένη(επιθυμητή) τιμή

$\theta$  = η προβλεπόμενη τιμή

P = πλήθος δεδομένων εκπαίδευσης

Πραχόλο που το RMSE χρησιμοποιείται ευρέως για να μετράει την ακρίβεια της πρόβλεψης,υπάρχουν περιπτώσεις που,ενώ η τιμή του είναι μικρή,η πρόβλεψη δεν είναι καλή.Δηλαδή το δίκτυο δεν έχει εκπαιδευτεί ικανοποιητικά.Γι'αυτό τον λόγο στην εργασία αυτή υπολογίζονται και άλλα σφάλματα ώστε να υπάρχει μια σφαιρικότερη αντίληψη.

Τα σφάλματα τα οποία χρησιμοποιούνται σε αυτήν την εργασία ως κριτήρα αξιολόγησης του ANFIS,εκτός από RMSE παρουσιάζονται παρακάτω.

- Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (Mean Square Error – MSE)

$$MSE = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P (\theta_{\varepsilon} - \theta)^2 \quad (2.6.21)$$

- Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (Mean Absolute Error – MAE)

$$MAE = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \|\theta_{\varepsilon} - \theta\| \quad (2.6.22)$$

- Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (Mean Absolute Percentage Error – MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \frac{\|\theta_{\varepsilon} - \theta\|}{\theta} \cdot 100 \quad (2.6.23)$$

#### 2.6.3.4 Περιορισμοί του μοντέλου ANFIS

Όσον αφορά στους περιορισμούς του ANFIS, αυτοί πηγάζουν κυρίως από την υιοθέτηση τους ασαφούς συστήματος Sugeno οπότε και πρέπει να είναι:

- Πρώτης ή μηδενικής τάξης συστήματα
- Μιας εξόδου, που αποκτήθηκε με χρήση αποσαφήνισης
- Μοναδιαίου βάρους για κάθε κανόνα
- Όλες οι συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου πρέπει να είναι ίδιου τύπου, είτε γραμμικές είτε σταθερές.

Επιπλέον στο σύστημα δεν μπορεί να γίνεται κοινή χρήση κανόνων. Διαφορετικοί κανόνες δεν μπορούν να έχουν την ίδια συνάρτηση συμμετοχής εξόδου. Τέλος, στο σύστημα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε συνάρτηση συμμετοχής, παρ'ότι μόνο προκαθορισμένες που επιβάλλουν οι περιορισμοί του ANFIS.

### 3 Αποτελέσματα

#### 3.1 Εισαγωγή

Η παρούσα εργασία έχει στόχο την πρόβλεψη της κατανάλωσης ενέργειας ανά πηγή ενέργειας στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής. Η προβλεπόμενη ενέργεια ανάλογα με την πηγή από την οποία προέρχεται, είναι η εξής:

- Ενέργεια από κοιτάσματα Άνθρακα
- Ενέργεια από κοιτάσματα Φυσικού Αερίου
- Ενέργεια από κοιτάσματα Πετρελαίου
- Πυρηνική ηλεκτρική ενέργεια
- Υδροηλεκτρική ενέργεια
- Γεωθερμική ενέργεια
- Ηλιακή ενέργεια
- Λιολική ενέργεια

Καθώς, για λόγους επικύρωσης και πληρότητας θα γίνουν προβλέψεις για:

- Ενέργεια ορυκτών καυσίμων συνολικά (άνθρακας, φυσικό αέριο, πετρέλαιο)
- Συνολική κατανάλωση ενέργειας

Επιπλέον, εκτός από την πρόβλεψη που θα πραγματοποιήσει το μοντέλο ANFIS, θα γίνει πρόβλεψη και από το στατιστικό μοντέλο AR (Autoregressive), ώστε να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων των μοντέλων και



της καταλληλότητά τους. Για κάθε πρόβλεψη ANFIS, παρατίθενται και τα αποτελέσματα των σφαλμάτων του AR καθώς και το διάγραμμα των προβλεπόμενων τιμών του.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται είναι μηνιαία και χρονολογούνται από τον Ιανουάριο του 1973 έως τον Μάιο του 2017, δηλαδή το συνολικά είναι πεντακόσια τριάντα δύο (532).

Η ενέργεια είναι μετρούμενη σε Quadrillion Btu. Τα **Btu (British thermal unit)** είναι βρετανική μονάδα θερμότητας και μια (1) μονάδα έργου Btu ισοδυναμεί με περίπου 1055,87 Joule.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την εργασία υπάρχουν σε αυτήν τη διεύθυνση: <https://www.eia.gov/totalenergy/data/browser/?tbl=T01.03#/?f=M>

Κατανάλωση ενέργειας ανα πηγή ενέργειας

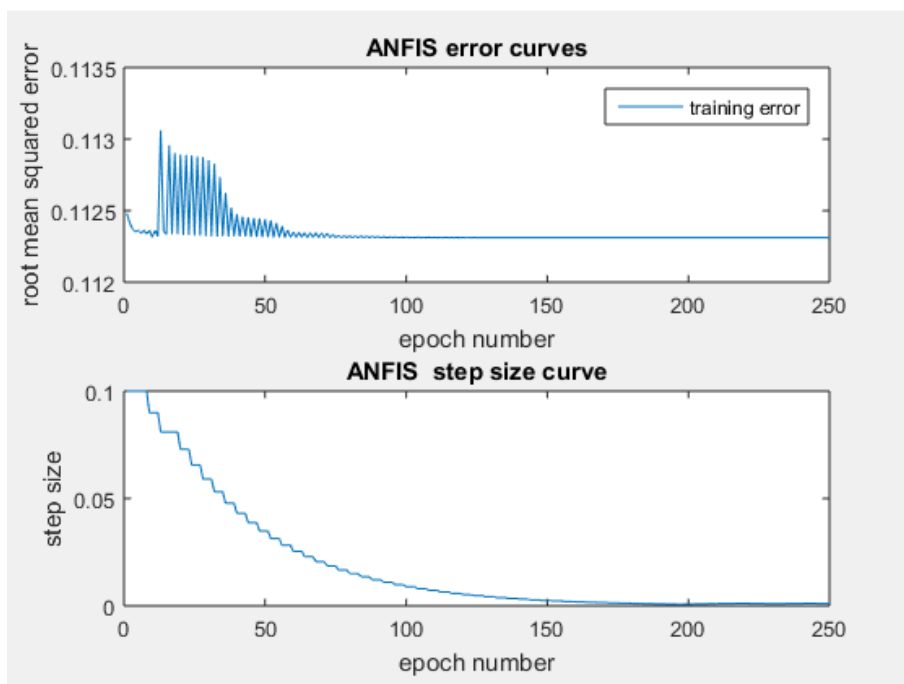
Ενέργεια από κοιτάσματα Άνθρακα:

Καθορισμός παραμέτρων ANFIS :

Στο μοντέλο ANFIS είναι απαραίτητο να καθοριστούν ορισμένες παράμετροι από τον μελετητή, προκειμένου να εκπαιδευτεί το σύστημα. Οι παράμετροι αυτές είναι οι εποχές (epochs), ο τύπος της συνάρτησης συμμετοχής (mf\_type) για τον ασαφή συμπερασμό, το πλήθος των συναρτήσεων συμμετοχής (mf\_no) που θα έχει η είσοδος και το μέγεθος του βήματος (step\_size).

Αρχικά, καθορίζονται οι εποχές του συστήματος, έπειτα από δοκιμές:

Για τυχαίες τις άλλες παραμέτρους (π.χ. mf\_type: καμπανοειδής, mf\_no: δύο, step\_size=0.1)



**Διάγραμμα(2.1):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης

Είναι φανερό ότι μετά τις διακόσιες πενήντα εποχές, δεν βελτιστοποιείται το μοντέλο.

Επόμενο βήμα στην μοντελοποίηση του ANFIS αποτελεί η επιλογή της βέλτιστης συνάρτησης συμμετοχής. Ως προς την συγκεκριμένη παράμετρο διερευνάται η *καμπανοειδή (gbellmf)*, η *τριγωνική (trimf)*, η *γκουσιανή (gaussmf)*, η *επέκτασή της (gauss2mf)* και η *τραπεζοειδή συνάρτηση συμμετοχής (trapmf)*. Καθώς, και το πλήθος των συναρτήσεων.

Αυτές οι παράμετροι θα επιλεγούν με κριτήριο την τιμή του RMSE, δηλαδή εκεί όπου η τιμή του είναι η ελάχιστη και με εποχές: 250.

Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα.

RMSE	mf_no	2	3	4	5
mf_type					
gbell		0.1619	0.1625	0.1629	0.1608
gauss		0.1619	0.16	0.1618	0.1621
gauss2		0.1619	0.1607	0.1618	0.1615
trap		0.1617			

Έτσι, η καταλληλότερη συνάρτηση συμμετοχής είναι η γκουσιανή και το πλήθος των συναρτήσεων συμμετοχής για αυτό το είδος συνάρτησης είναι τρεις.

Παρατηρείται ότι στην τραπεζοειδή συνάρτηση δεν είναι όλα τα στοιχεία του πίνακα γεμισμένα. Αυτό συμβαίνει, λόγω του ότι για περισσότερο του δύο πλήθους συναρτήσεων, δεν ικανοποιούνται προϋποθέσεις που είναι απαραίτητες και οι οποίες καθορίζονται από την δομή της τραπεζοειδούς συνάρτησης.

Για λόγους εγκυρότητας, παρουσιάζονται και οι τιμές άλλων σφαλμάτων για να επικυρωθεί η επιλογή του είδους και του πλήθους της συνάρτησης.

Σε αυτόν τον πίνακα φαίνονται τα σφάλματα MSE για τα είδη και το πλήθος των συναρτήσεων που μελετώνται.

MSE	mf_no	2	3	4	5
mf_type					
gbell		0.0262	0.0264	0.0265	0.0258
gauss		0.0262	0.0256	0.0262	0.0263
gauss2		0.0262	0.0258	0.0259	0.0261
trap		0.0262			

Παρατηρείται και εδώ ότι το minimum σφάλμα εμφανίζεται για την γαусιανή συνάρτηση με πλήθος = 3.

Σε αυτόν τον πίνακα φαίνονται τα σφάλματα MAE για τα είδη και το πλήθος των συναρτήσεων που μελετώνται.

MAE	mf_no	2	3	4	5
mf_type					
gbell		0.1377	0.1388	0.1375	0.1352
gauss		0.1377	0.136	0.1361	0.1368
gauss2		0.138	0.1371	0.1372	0.1358
trap		0.1375			

Σε αυτόν τον πίνακα φαίνονται τα σφάλματα MAPE για τα είδη και το πλήθος των συναρτήσεων που μελετώνται.

MAPE	mf_no	2	3	4	5
mf_type					
gbell		9.6573	9.7763	9.648	9.5023
gauss		9.6556	9.5541	9.5516	9.6046
gauss2		9.6733	9.6458	9.6517	9.581
trap		9.6403			

Για τα δύο τελευταία σφάλματα, παρατηρείται ότι το minimum δεν είναι για την ίδια συνάρτηση. Παρόλ'αυτά για την γκαουσιανή φαίνεται ότι το σφάλμα παραμένει μικρό συγκριτικά με την πλειοψηφία των υπολοίπων σφαλμάτων.

Άρα, συνοπτικά για την εκπαίδευση του μοντέλου:

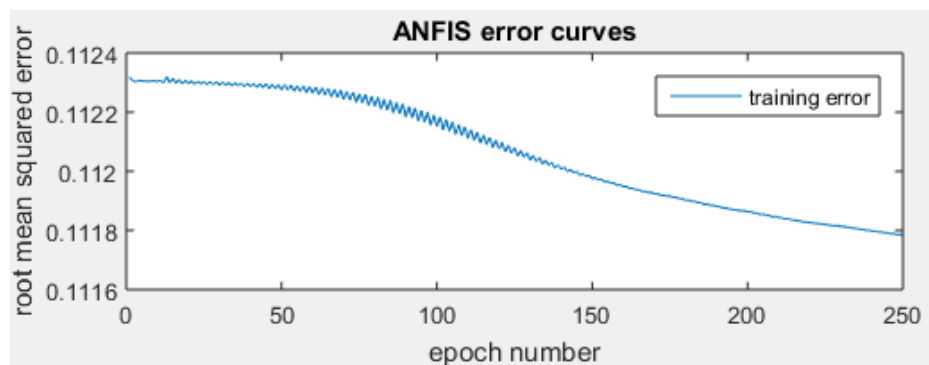
- Epochs = 250
- Mf\_type = gauss
- Mf\_no = 3
- Step\_size=0.1

Τιμές Σφαλμάτων:

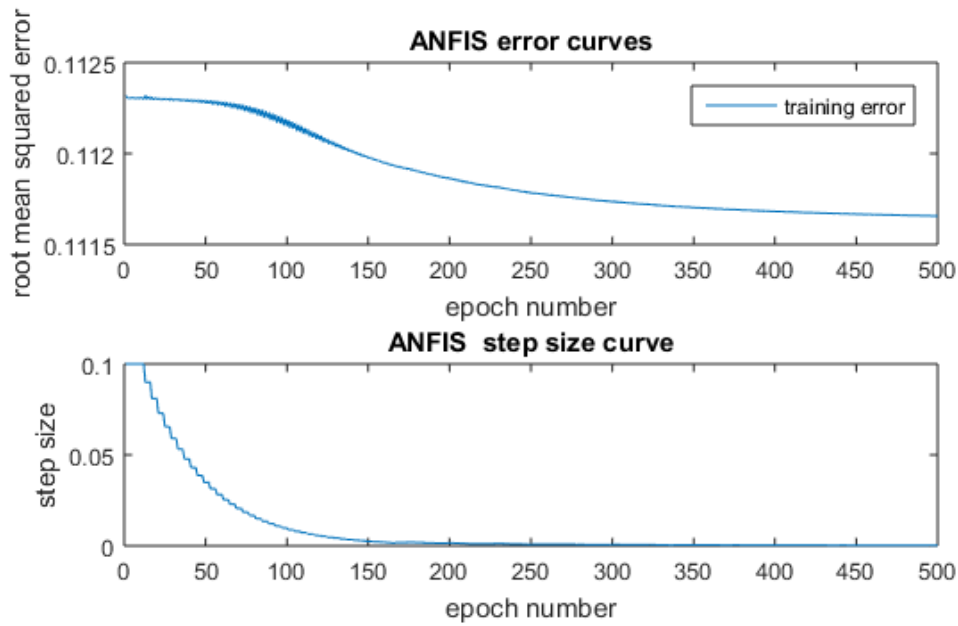
ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.16</b>	<b>0.0256</b>	<b>0.136</b>	<b>9.5541</b>
AR_				
	<b>0.1650</b>	<b>0.0272</b>	<b>0.1376</b>	<b>9.5753</b>

Σε αυτόν τον πίνακα συγκρίνονται τα σφάλματα του μοντέλου ANFIS με αυτά του στατιστικού μοντέλου AR(Autoregressive)

Με αυτές τις παραμέτρους ξεκινάει η εκπαίδευση του ANFIS, αλλά παρατηρείται ότι, το σφάλμα έχει κι άλλο περιθώριο βελτίωσης συναρτήσει των εποχών.



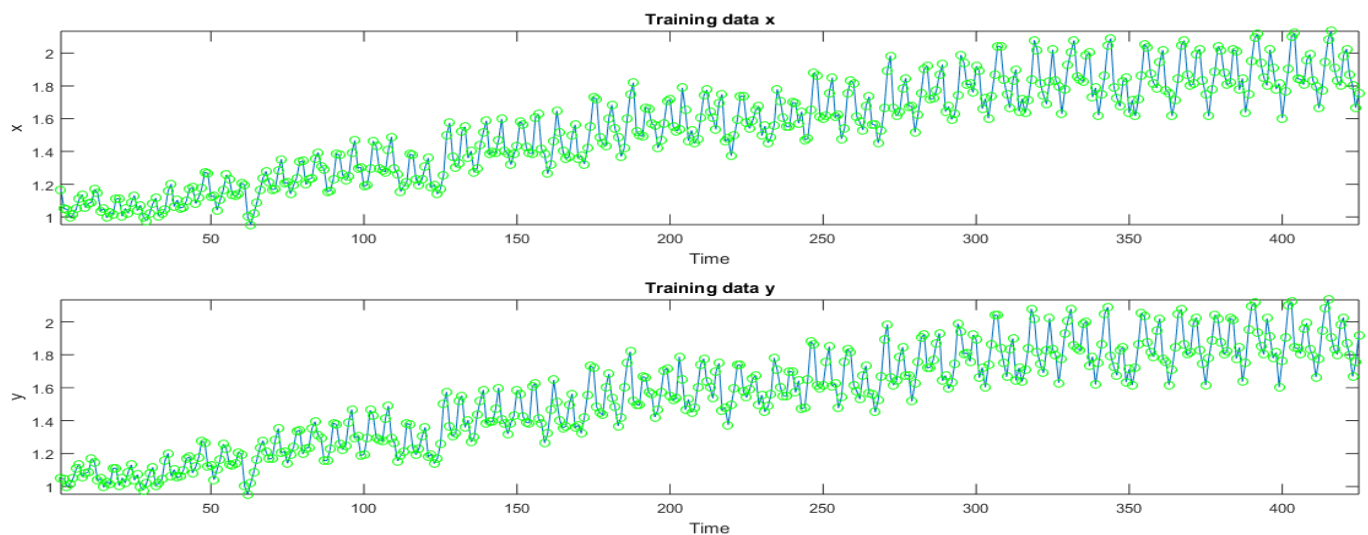
Έτσι, μετά από πολλές δοκιμές, παρατηρείται ότι ο βέλτιστος αριθμός εποχών για τα συγκεκριμένα δεδομένα είναι epochs = 500 με το αντίστοιχο διάγραμμα:



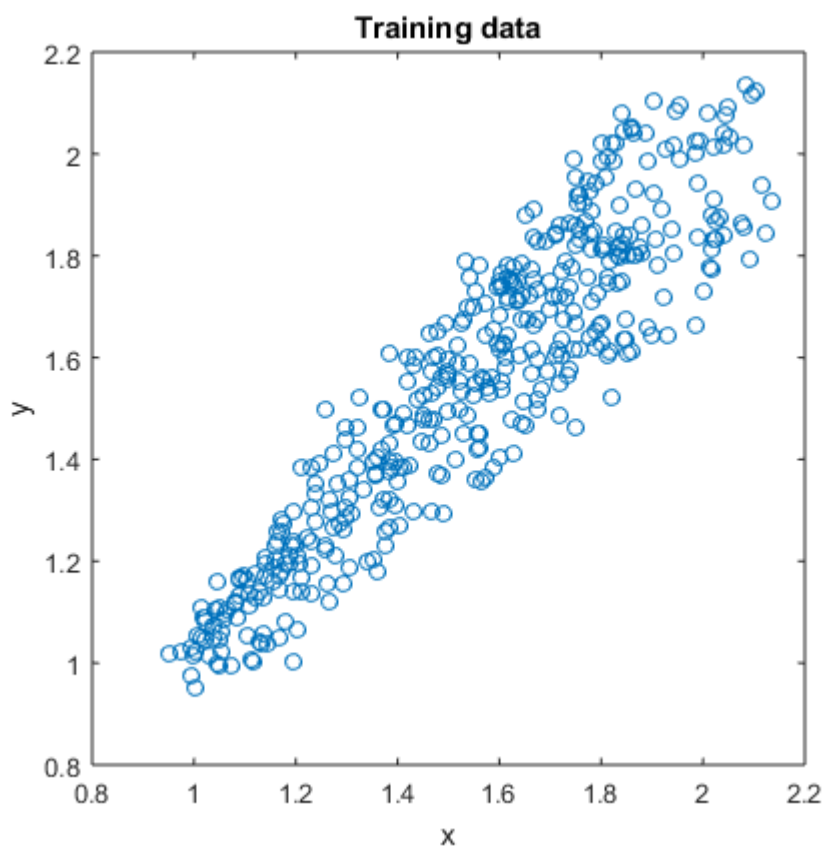
**Διάγραμμα(2.2):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης

Στο παραπάνω γράφημα(αριθμηση) περιέχονται δυο ξεχωριστές γραφικές παραστάσεις, η πρώτη με το όνομα "error curves" και η δεύτερη με το όνομα "step sizes" . Στην πρώτη γραφική παράσταση απεικονίζονται τα σφάλματα εκπαίδευσης και ελέγχου (ως τη ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος- RMSE) συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων (epochs).

Στη δεύτερη γραφική παράσταση για λόγους αναφοράς σχεδιάζουμε την καμπύλη του μεγέθους βήματος συναρτήσει των εποχών. Αυτό μας βοηθάει να προσαρμόσουμε το αρχικό μέγεθος βήματος στο βέλτιστο, βλέποντας τους αντίστοιχους ρυθμούς μείωσης και αύξησης, πάνω στο σχήμα.

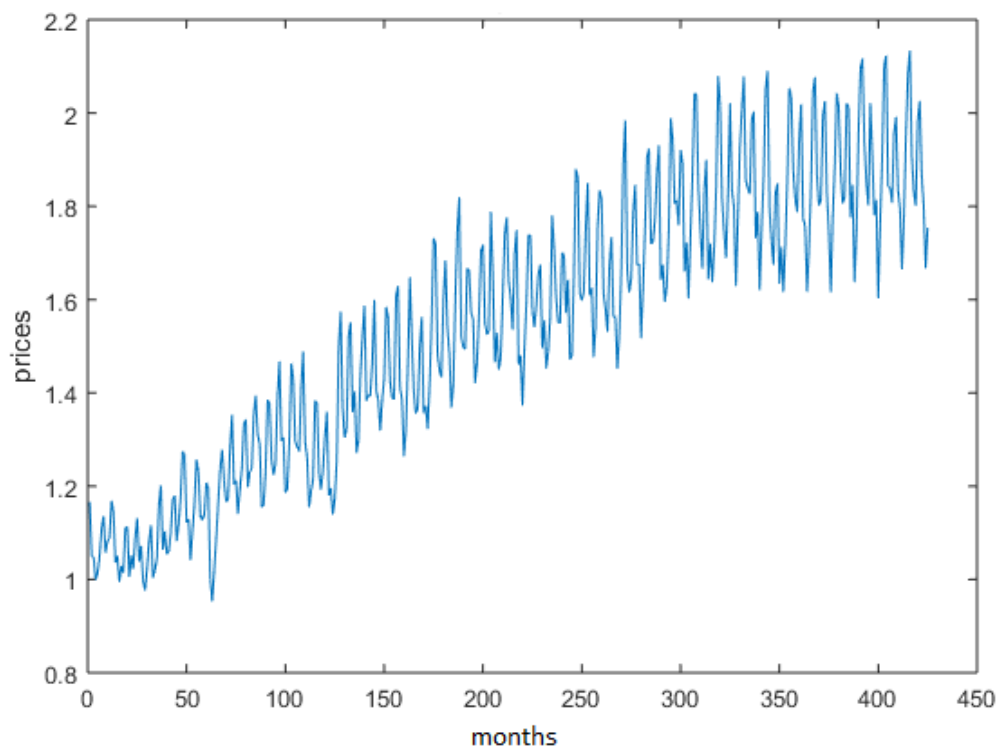


**Διάγραμμα(2.4):**Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης

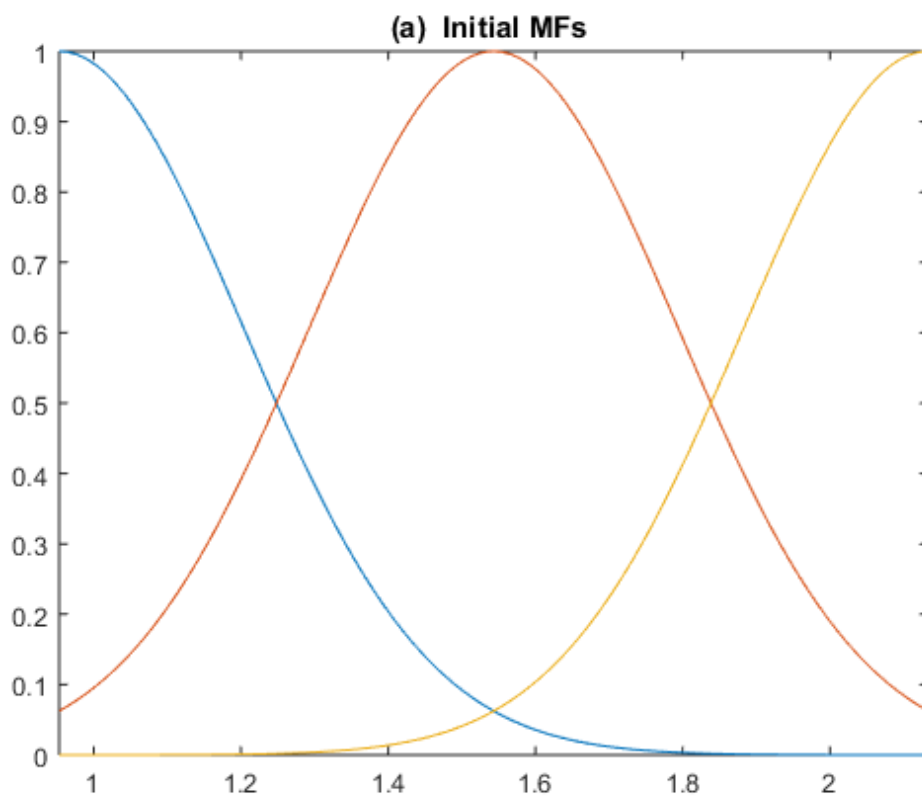


**Διάγραμμα(2.5):**Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση

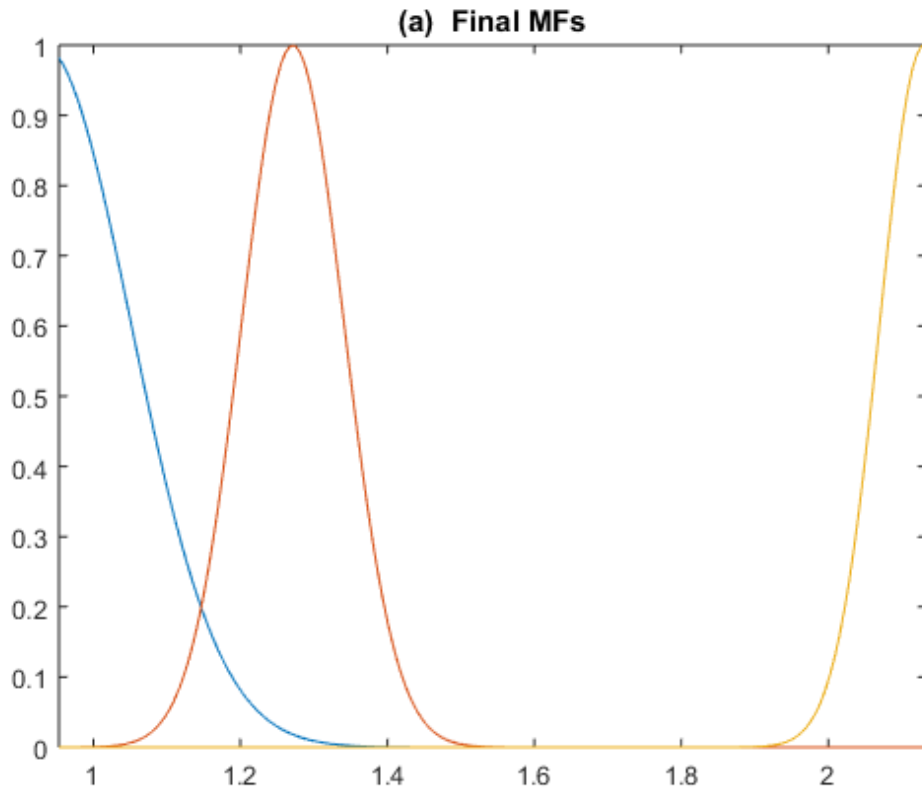
Σε γενικές γραμμές είναι επιθυμητή η διασπορά των δεδομένων ώστε το μοντέλο να συλλάβει καλύτερα τις δυναμικές σχέσεις της . Η ιδανική περίπτωση θα ήταν οι τιμές να καλύπτουν όλη την έκταση της επιφάνειας, γεγονός που δεν συμβαίνει εδώ. Παρόλ'αυτά είναι σχετικά ικανοποιητική.



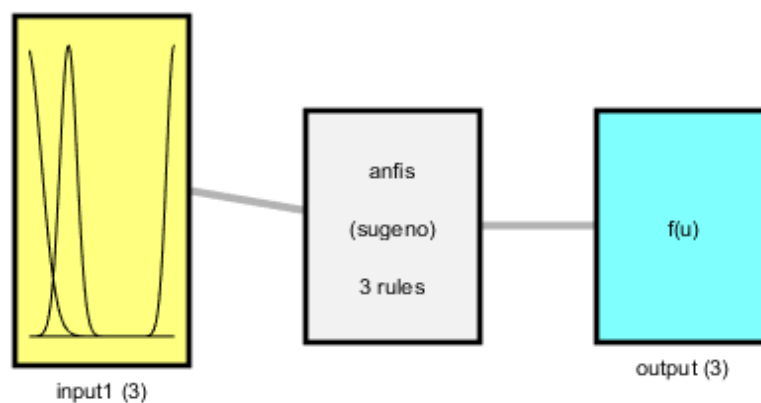
**Διάγραμμα(2.6):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντέλο



**Διάγραμμα(2.7):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση



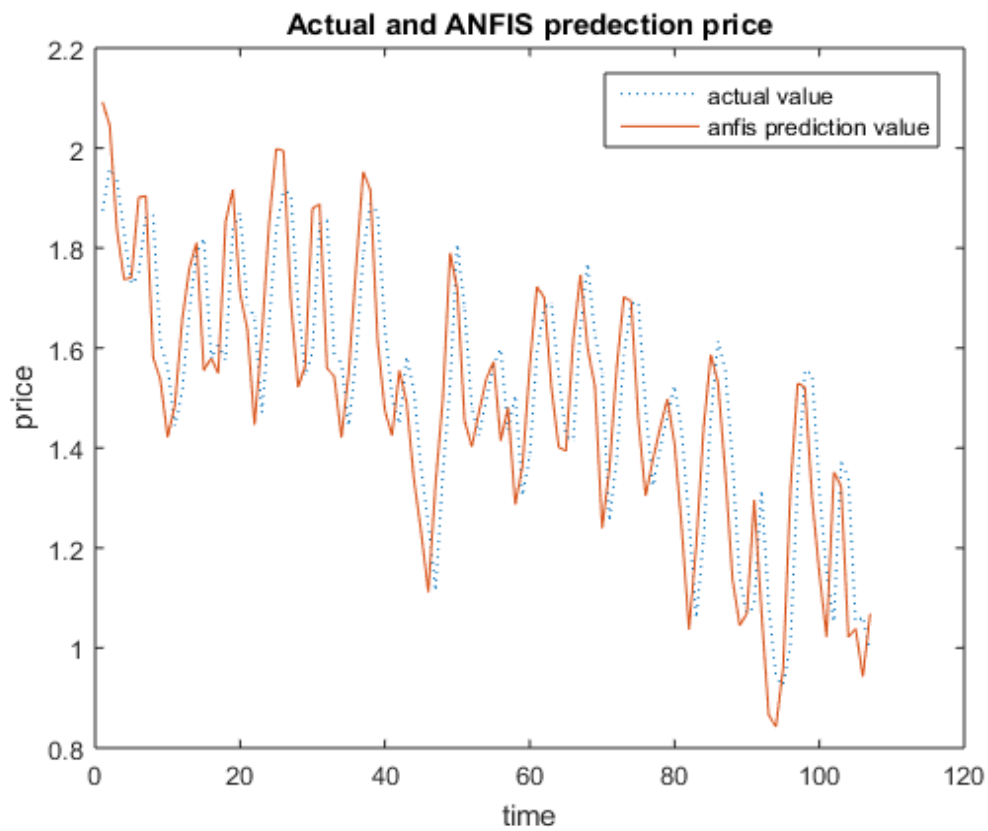
**Διάγραμμα(2.8):**Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση  
 Σε αυτό το διάγραμμα 2.8,απεικονίζονται οι συναρτήσεις με τις βελτιστοποιημένες παραμέτρους του.



System anfis: 1 inputs, 1 outputs, 3 rules

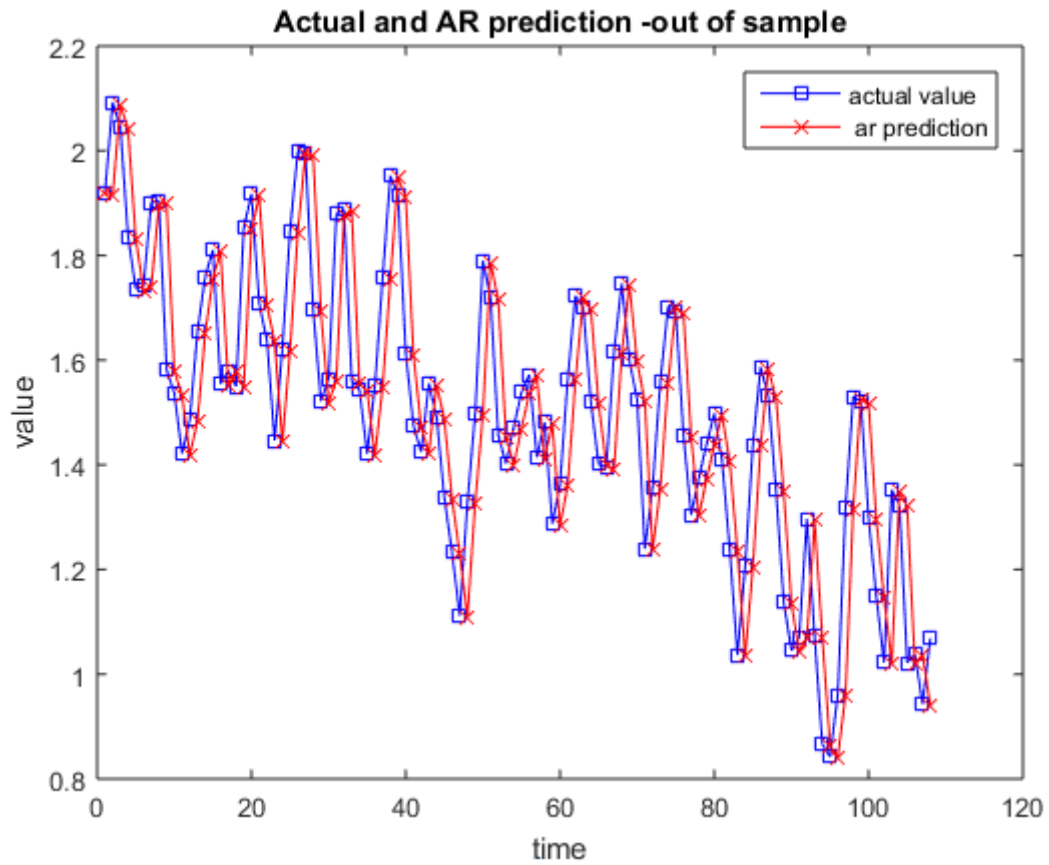
**Διάγραμμα(2.9):**Το μοντέλο ANFIS



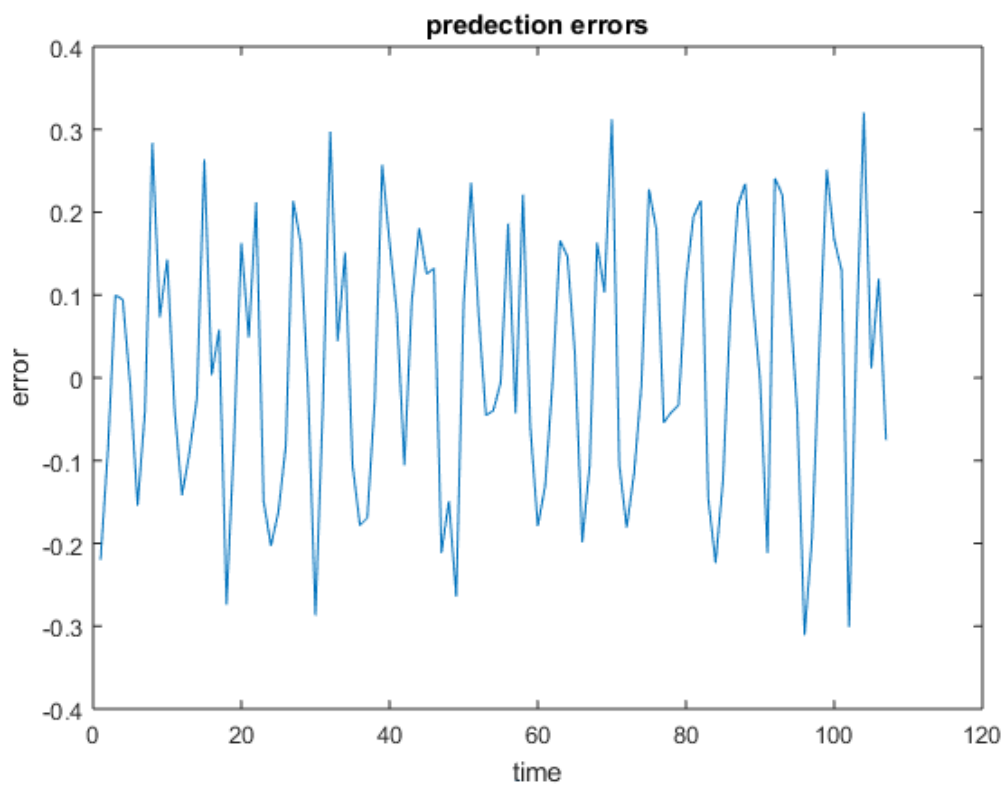


**Διάγραμμα(2.10):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές ANFIS

Από το Διάγραμμα(2.10) ,φαίνεται ότι η πρόβλεψη κατανάλωσης ενέργειας από ορυκτό άνθρακα είναι αρκετά καλή.



Διάγραμμα(2.11):Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR



Διάγραμμα(2.12):Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

Με παρόμοιο τρόπο επιλέγονται οι παράμετροι του μοντέλου για την εκπαίδευσή του και για τις υπόλοιπες μεταβλητές πρόβλεψης.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα δεδομένα και τα αντίστοιχα αποτελέσματα του μοντέλου ANFIS και για τις υπόλοιπες μεταβλητές πρόβλεψης.

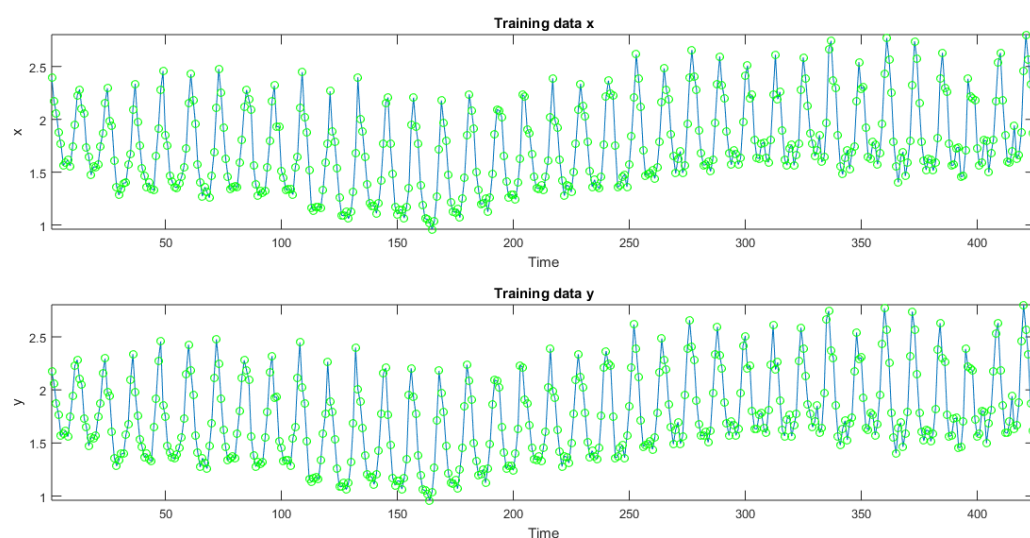
#### Ενέργεια από κοιτάσματα Φυσικού Αερίου:

Μετά από επανειλημμένες δοκιμές, το μοντέλο έχει μικρότερη τιμή για το σφάλμα RMSE, αλλά και για τα υπόλοιπα σφάλματα με τις εξής παραμέτρους:

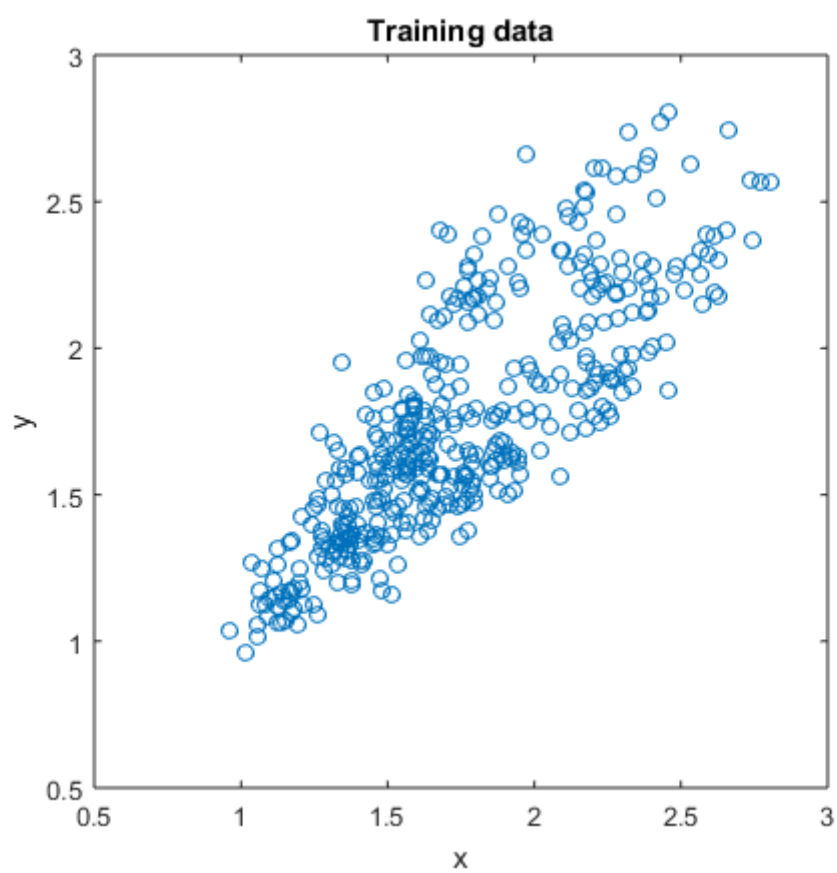
- Epochs:300
- Mf type:τραπεζοειδής(trap)
- Mf no:3
- step size=0.05

Τιμές Σφαλμάτων

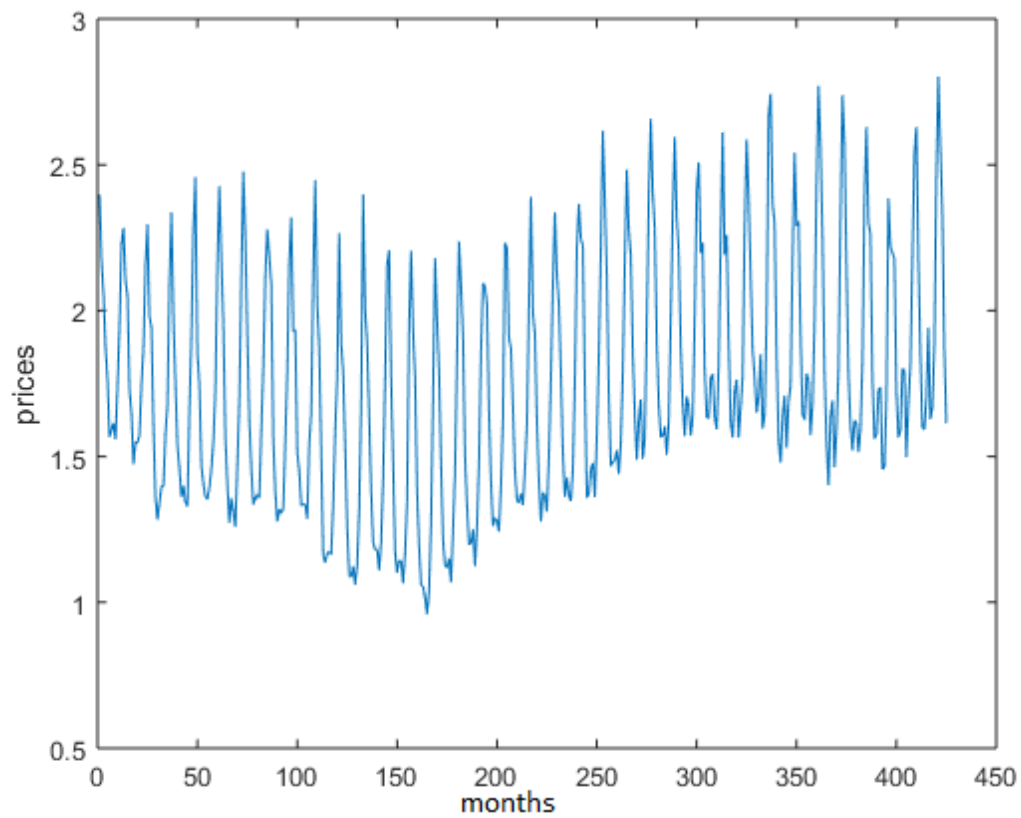
ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.3004</b>	<b>0.0902</b>	<b>0.2205</b>	<b>9.5052</b>
AR_				
	<b>0.3054</b>	<b>0.0933</b>	<b>0.2425</b>	<b>10.7338</b>



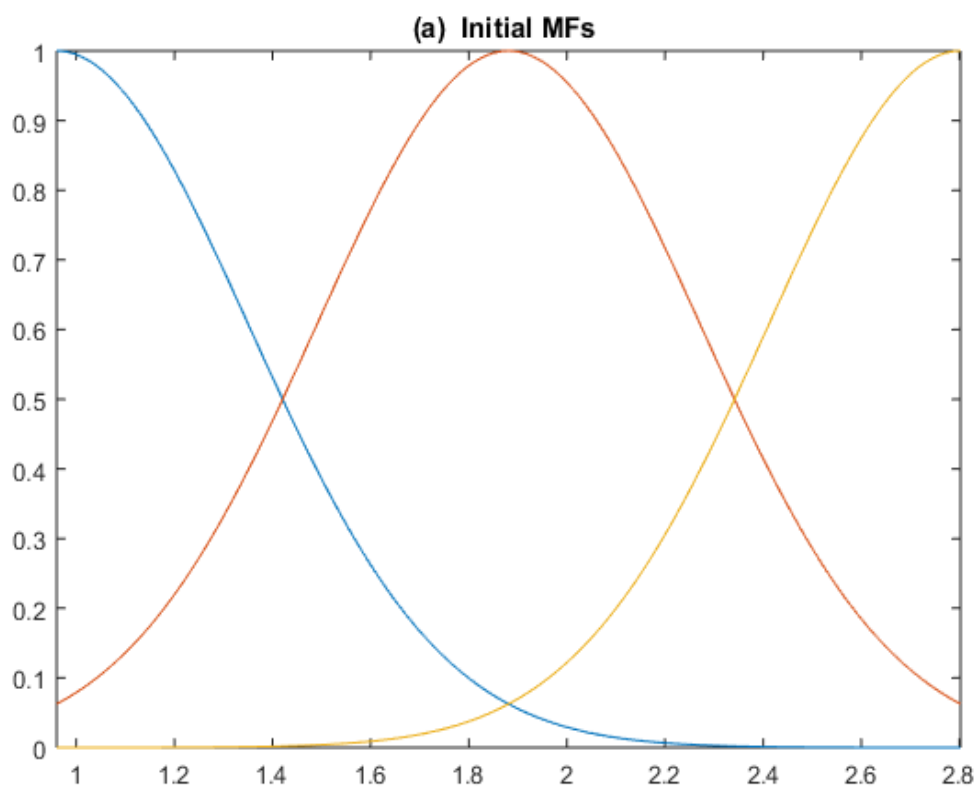
**Διάγραμμα(2.13):**Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης



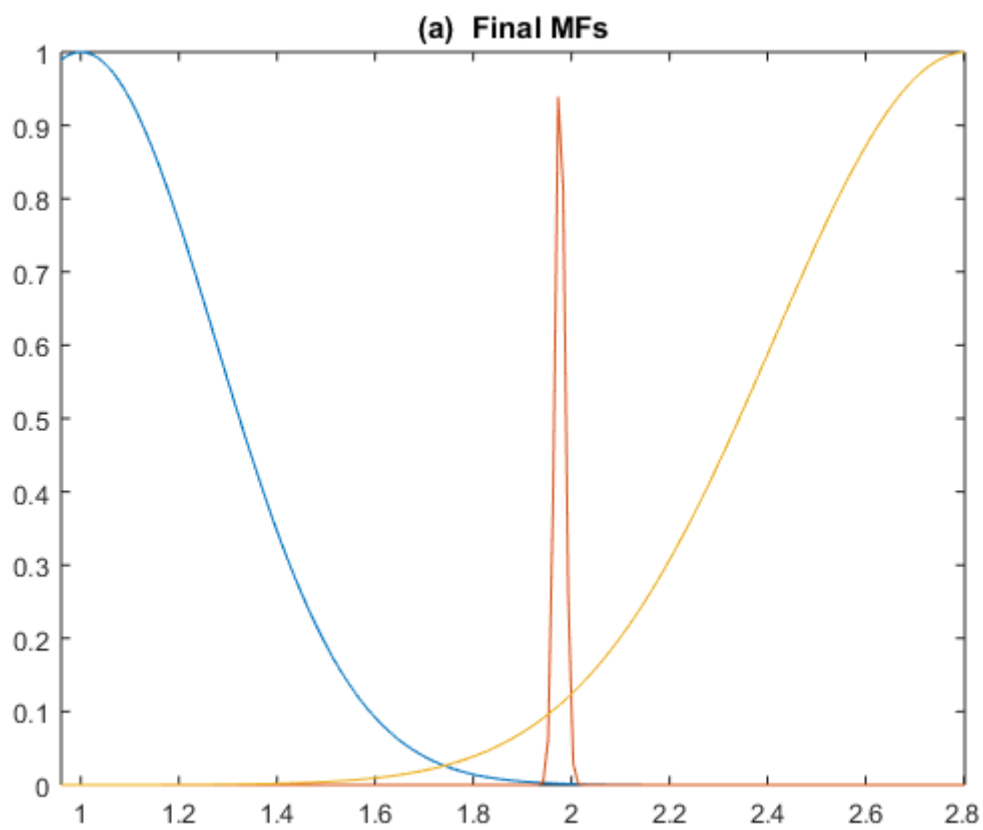
**Διάγραμμα(2.14):** Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση



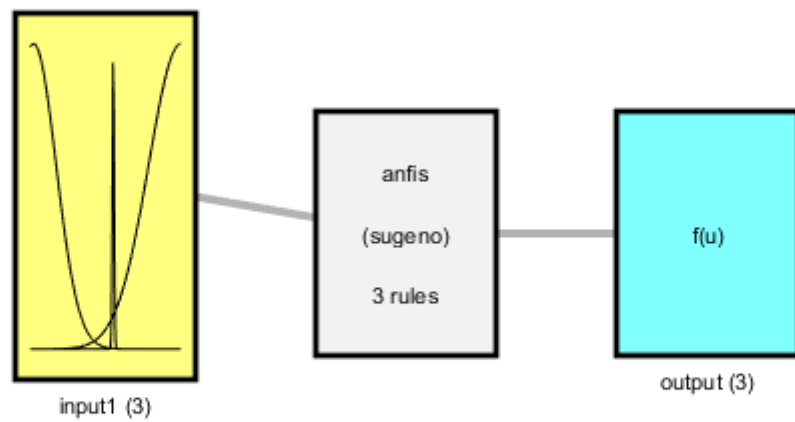
Διάγραμμα(2.15):Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο



Διάγραμμα(2.16):Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση

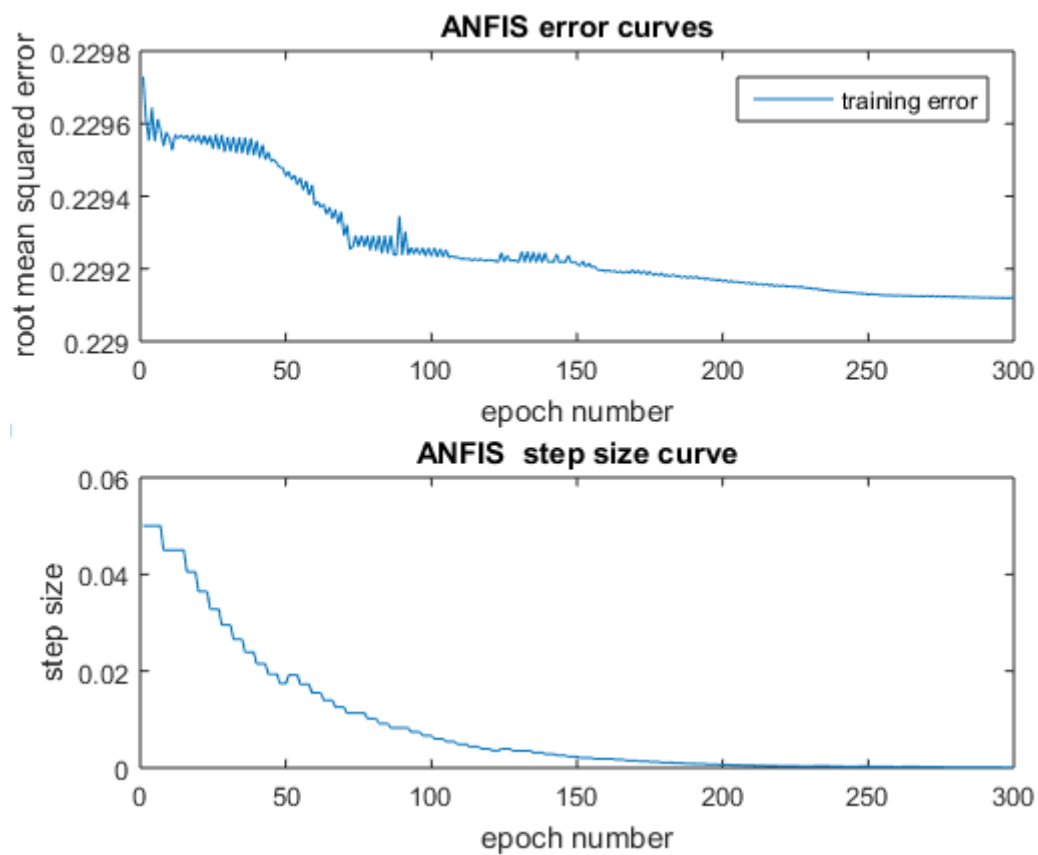


**Διάγραμμα(2.17):**Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση



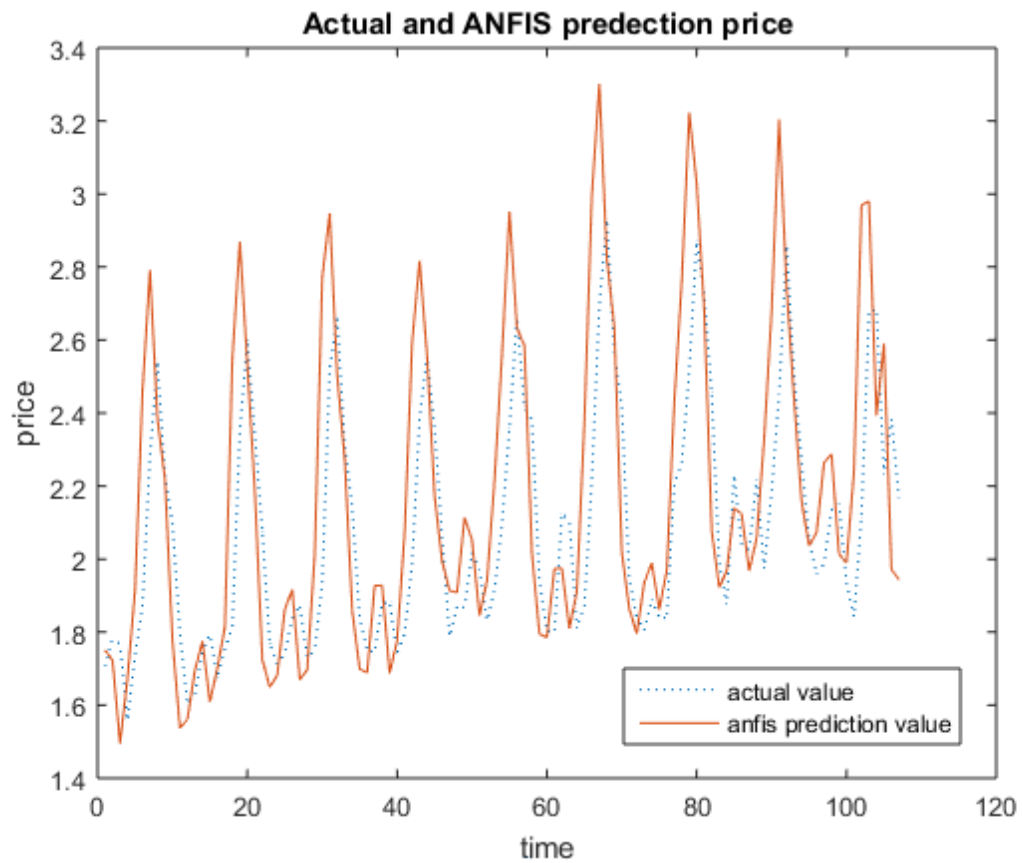
System anfis: 1 inputs, 1 outputs, 3 rules

**Διάγραμμα(2.18):**Το μοντελο ANFIS



**Διάγραμμα(2.19):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης

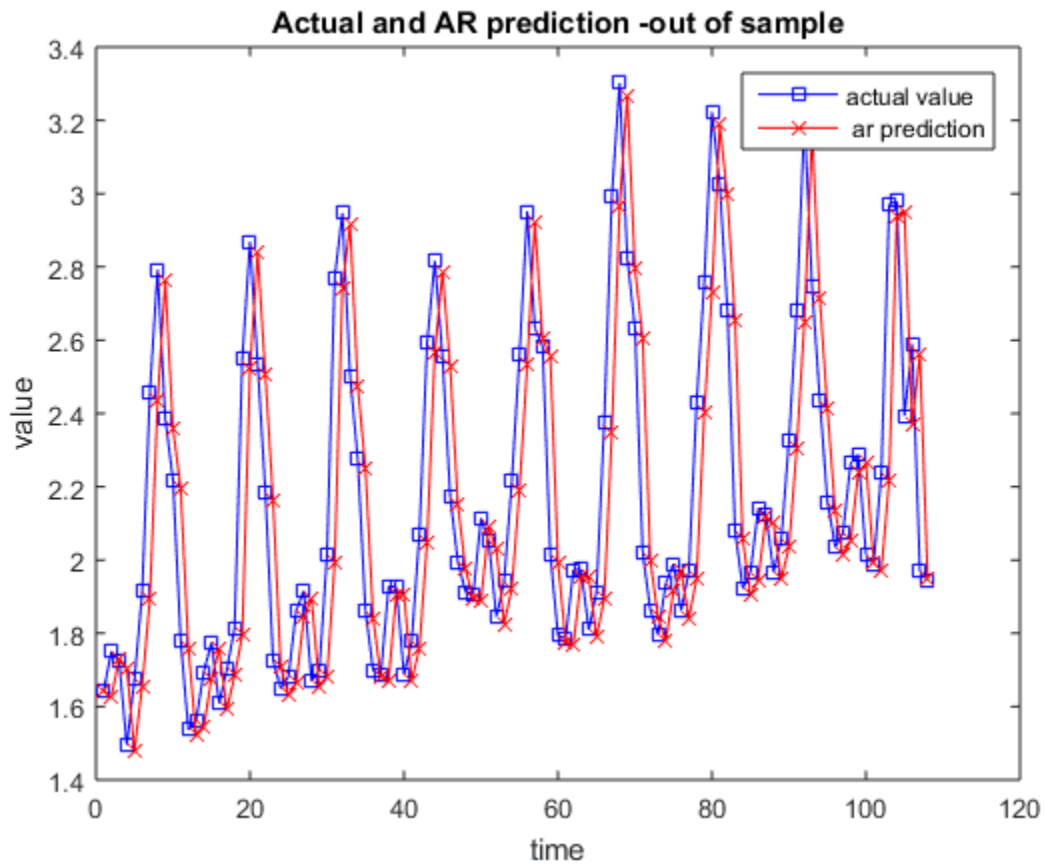
Είναι φανερό ότι το σφάλμα, μετά τις διακρίσεις πενήντα εποχές, σταθεροποιείται.



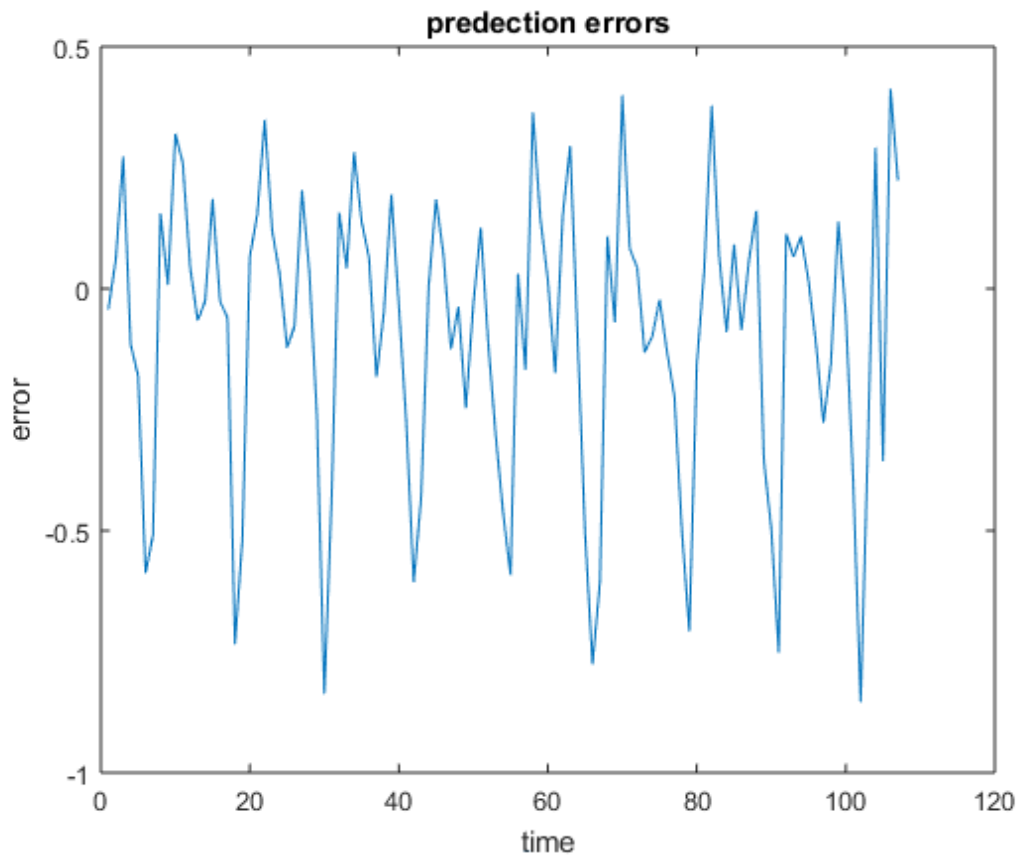
**Διάγραμμα(2.20):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές

Από το Διάγραμμα(2.20), φαίνεται ότι η πρόβλεψη κατανάλωσης ενέργειας από φυσικό αέριο είναι αρκετά καλή.





Διάγραμμα(2.21):Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR



### Διάγραμμα(2.22):Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

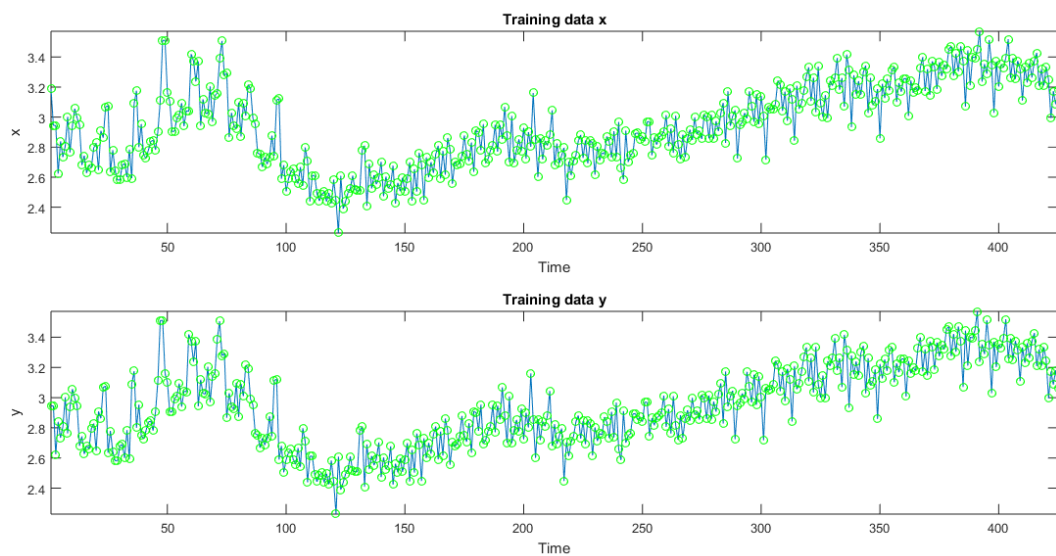
#### Ενέργεια από κοιτάσματα Πετρελαίου:

Οι παράμετροι του ANFIS που δίνουν την μικρότερη δυνατή τιμή του σφάλματος RMSE και των υπόλοιπων σφαλμάτων είναι οι εξής:

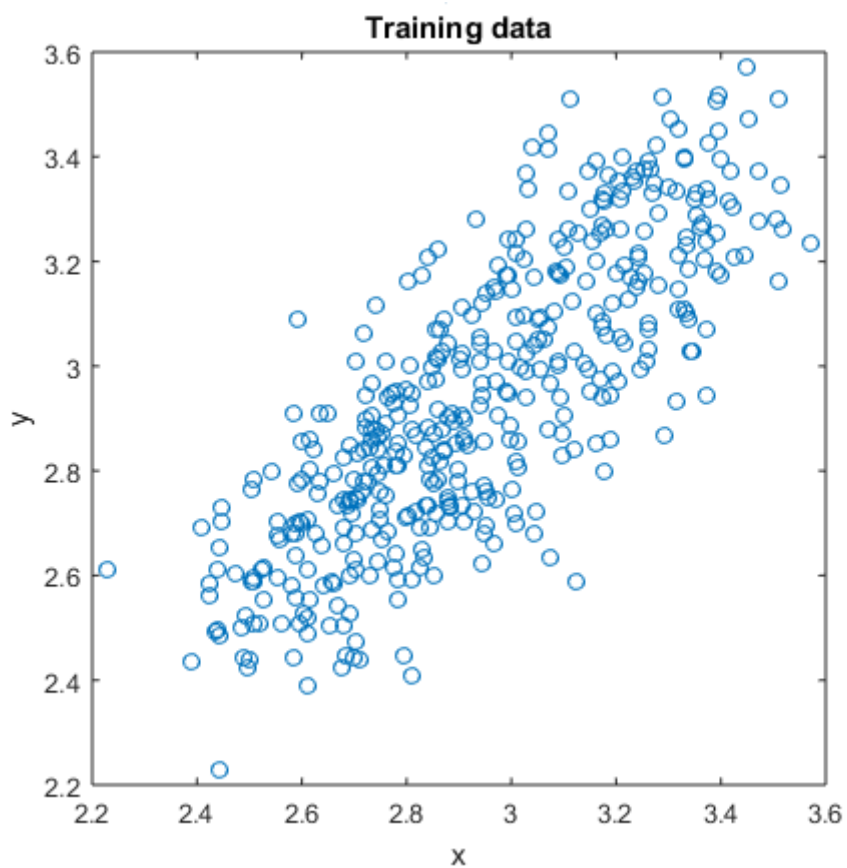
- Epochs:250
- Mf type:τραπεζοειδής(trap)
- Mf no:3
- step size=0.05

Τιμές Σφαλμάτων:

ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.1471</b>	<b>0.0216</b>	<b>0.1174</b>	<b>4.0503</b>
AR_				
	<b>0.1573</b>	<b>0.0247</b>	<b>0.1259</b>	<b>4.3344</b>

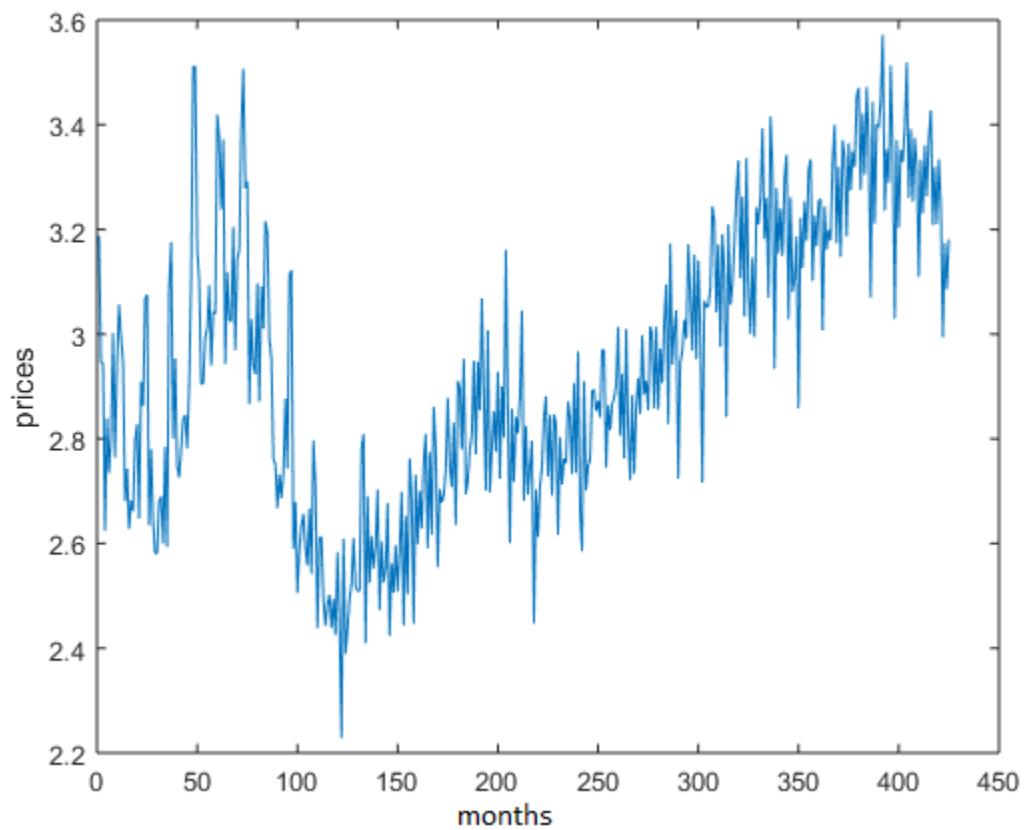


### Διάγραμμα(2.23):Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης

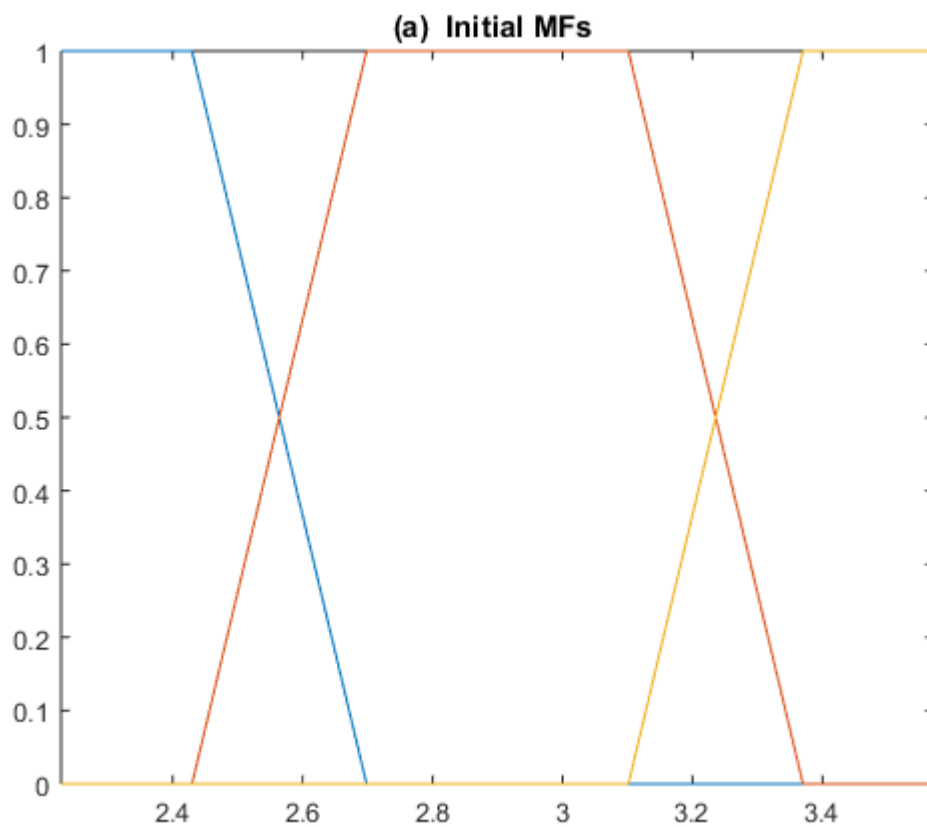


**Διάγραμμα(2.24):**Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση

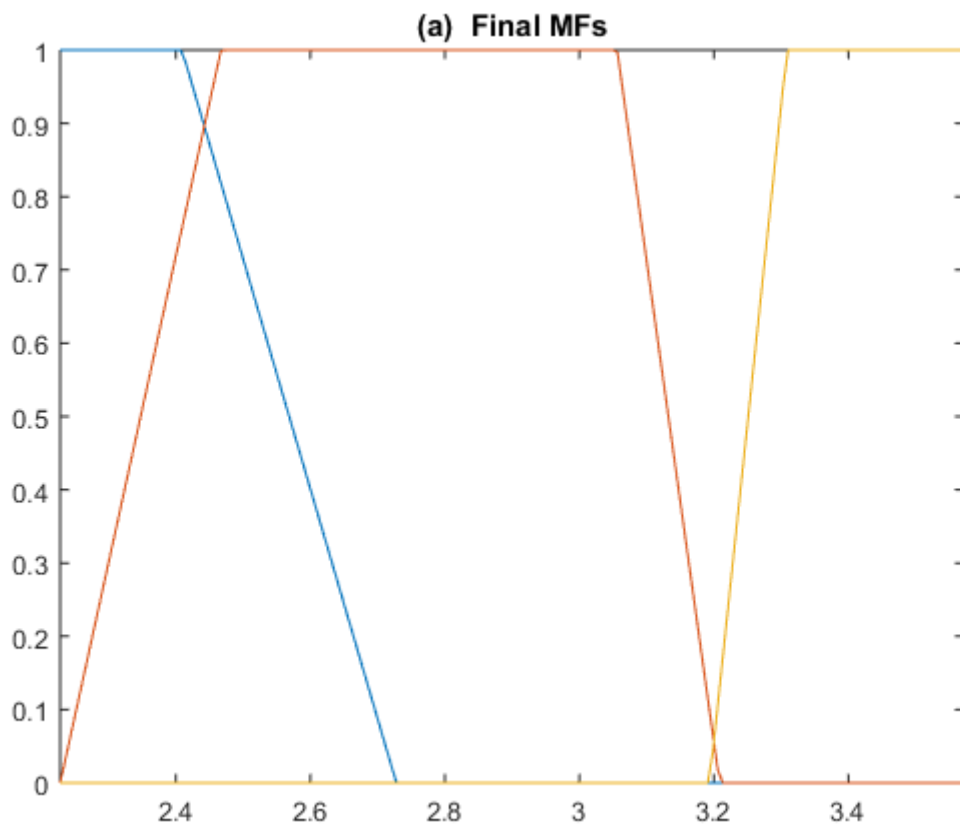
Η διασπορά των δεδομένων εκπαίδευσης στο επίπεδο είναι αρκετά ικανοποιητική και αποτελεί ικανή συνθήκη για καλή πρόβλεψη.



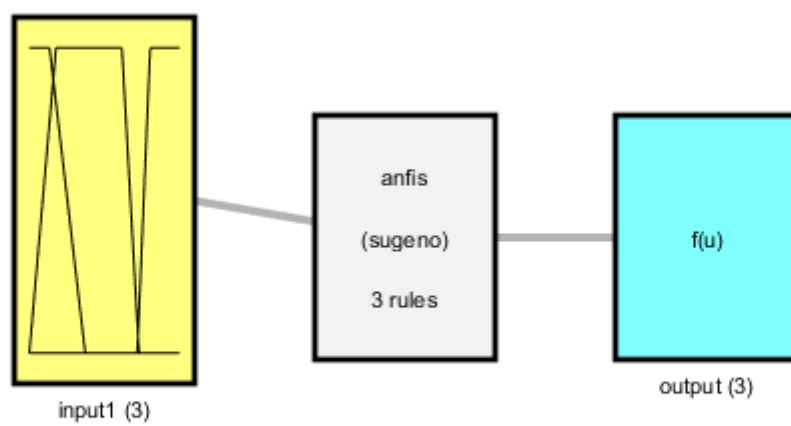
**Διάγραμμα(2.25):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο



**Διάγραμμα(2.26):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση

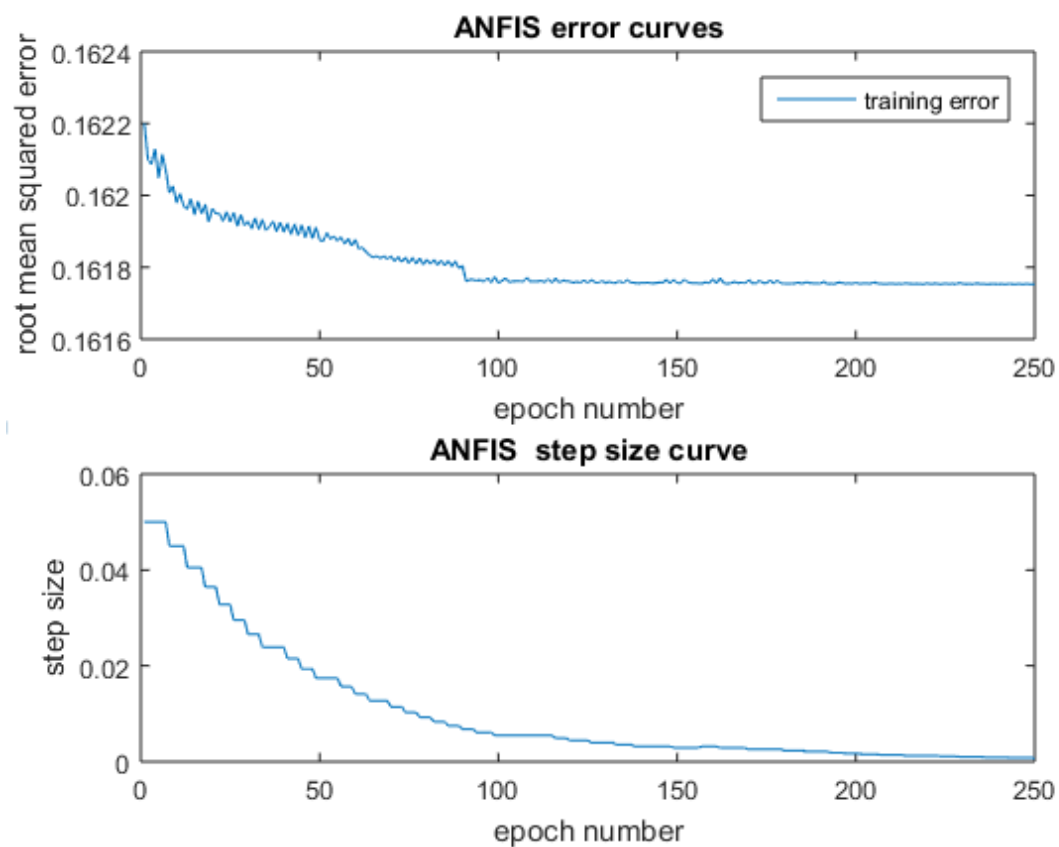


Διάγραμμα(2.27):Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση

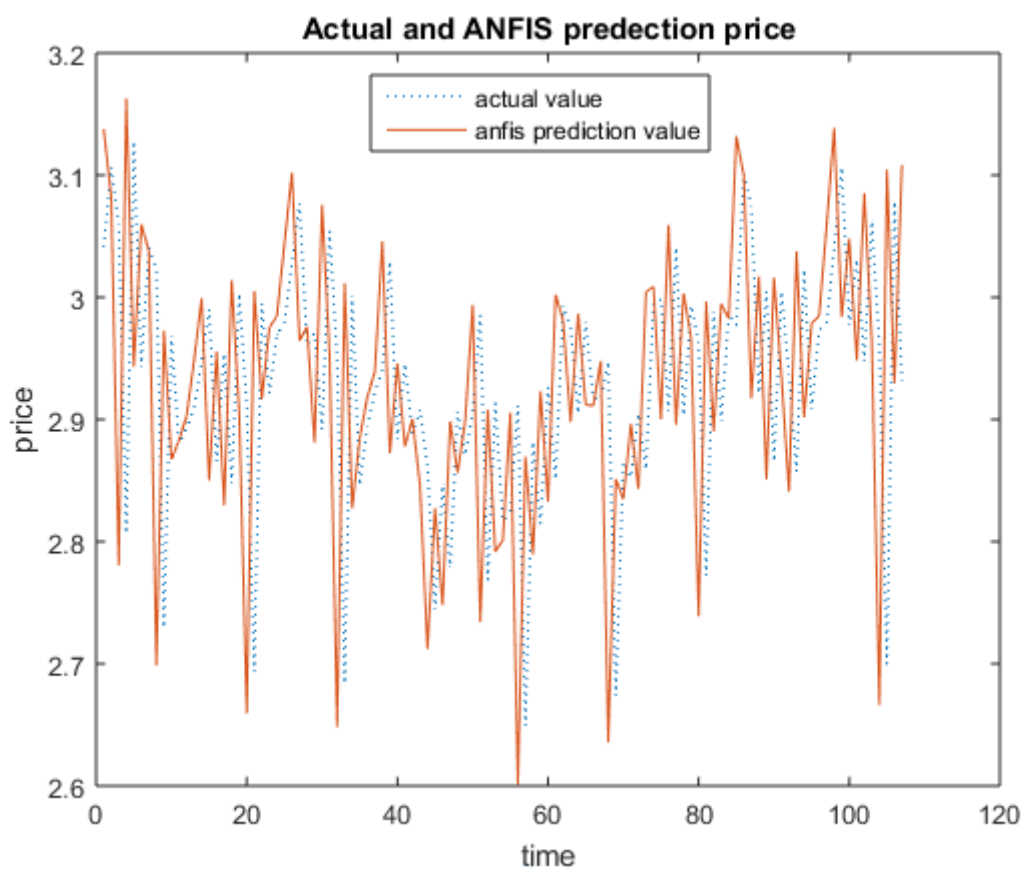


System anfis: 1 inputs, 1 outputs, 3 rules

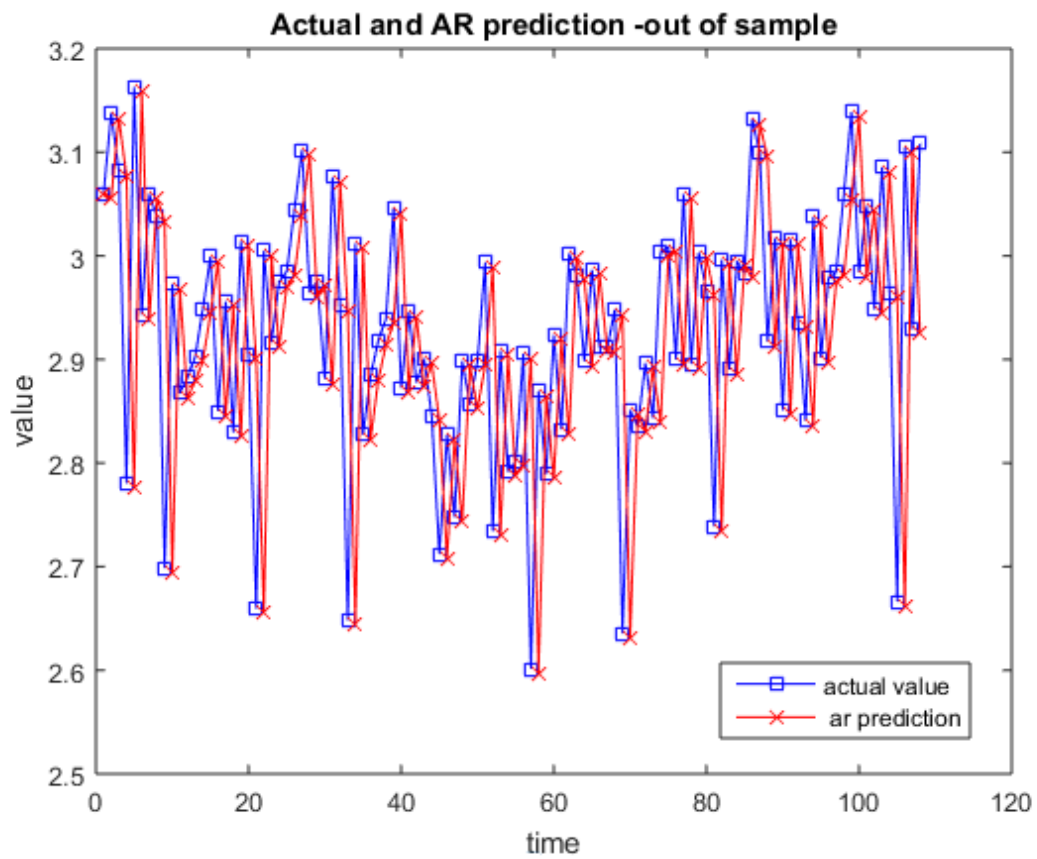
Διάγραμμα(2.28):Το μοντελο ANFIS



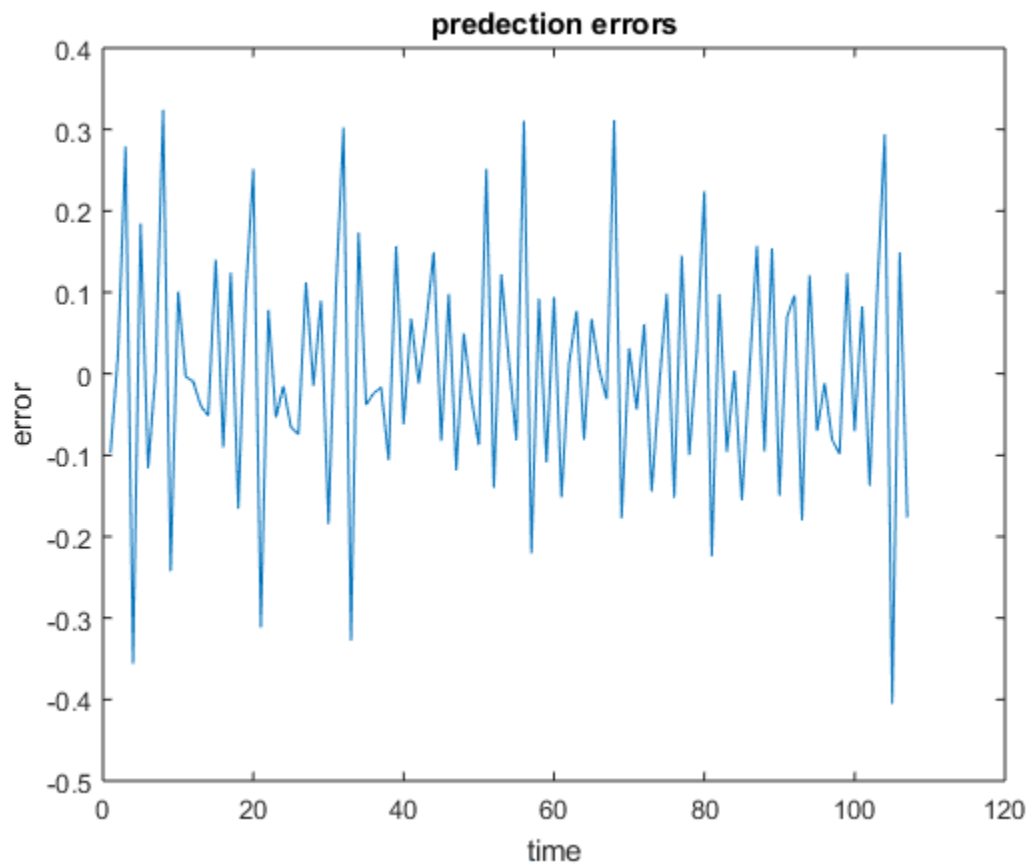
**Διάγραμμα(2.29):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης



**Διάγραμμα(2.30):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές ANFIS



**Διάγραμμα(2.31):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR



**Διάγραμμα(2.32):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

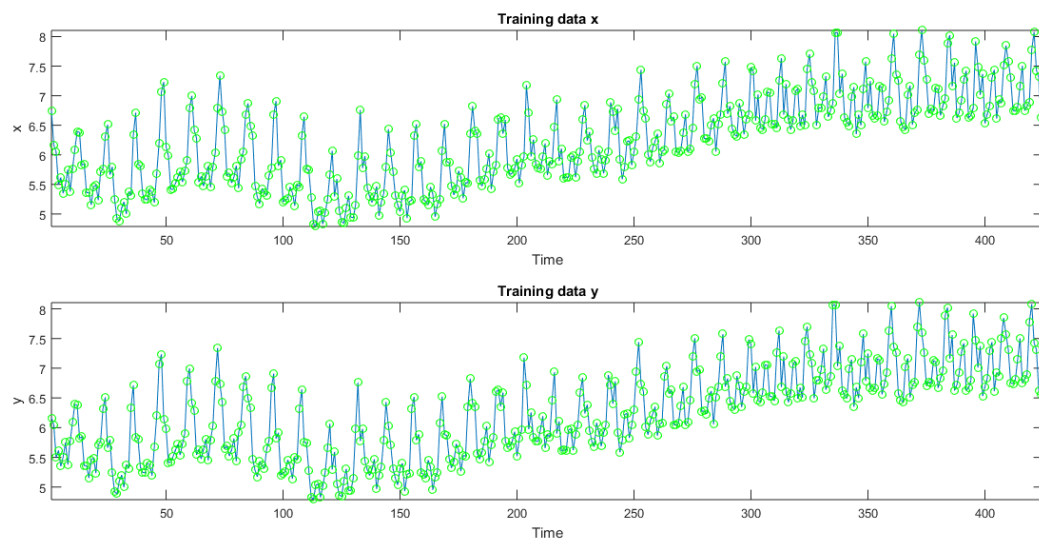
Συνολική καταναλισκόμενη ενέργεια από ορυκτά καύσιμα:

Οι παράμετροι του ANFIS που δίνουν την μικρότερη δυνατή τιμή του σφάλματος RMSE για αυτά τα δεδομένα, είναι οι εξής:

- Epochs:250
- Mf type:τραπεζοειδής(trap)
- Mf no:2
- step size=0.1

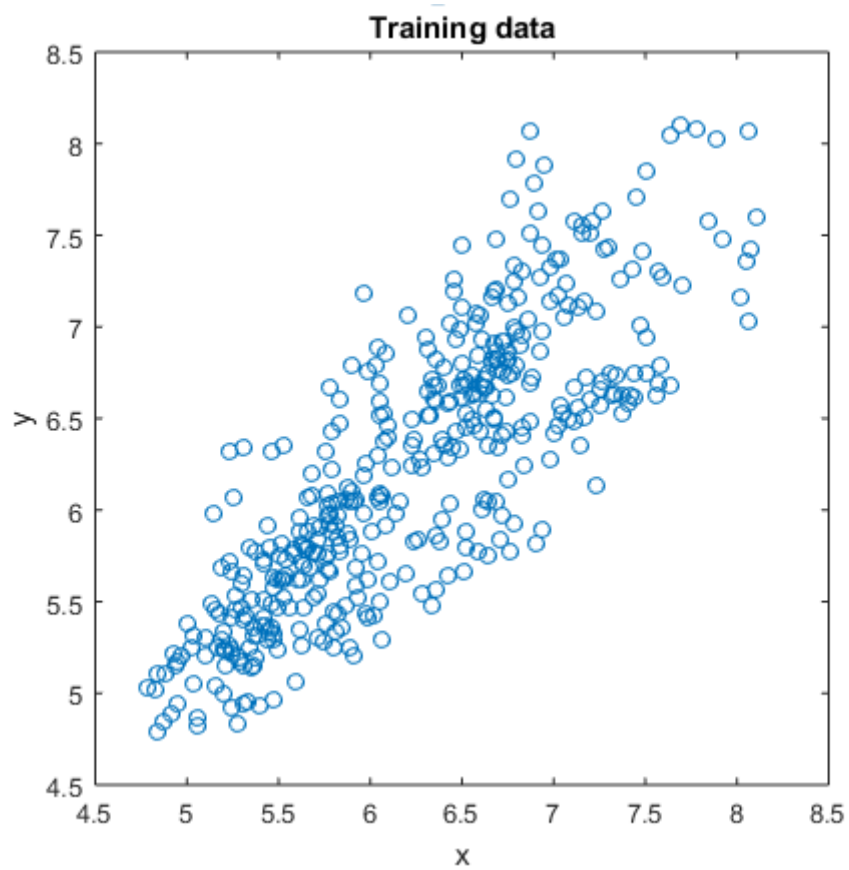
Τιμές Σφάλματος:

ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.4703</b>	<b>0.2211</b>	<b>0.3677</b>	<b>5.526</b>
AR_				
	<b>0.5098</b>	<b>0.2598</b>	<b>0.3997</b>	<b>6.0302</b>

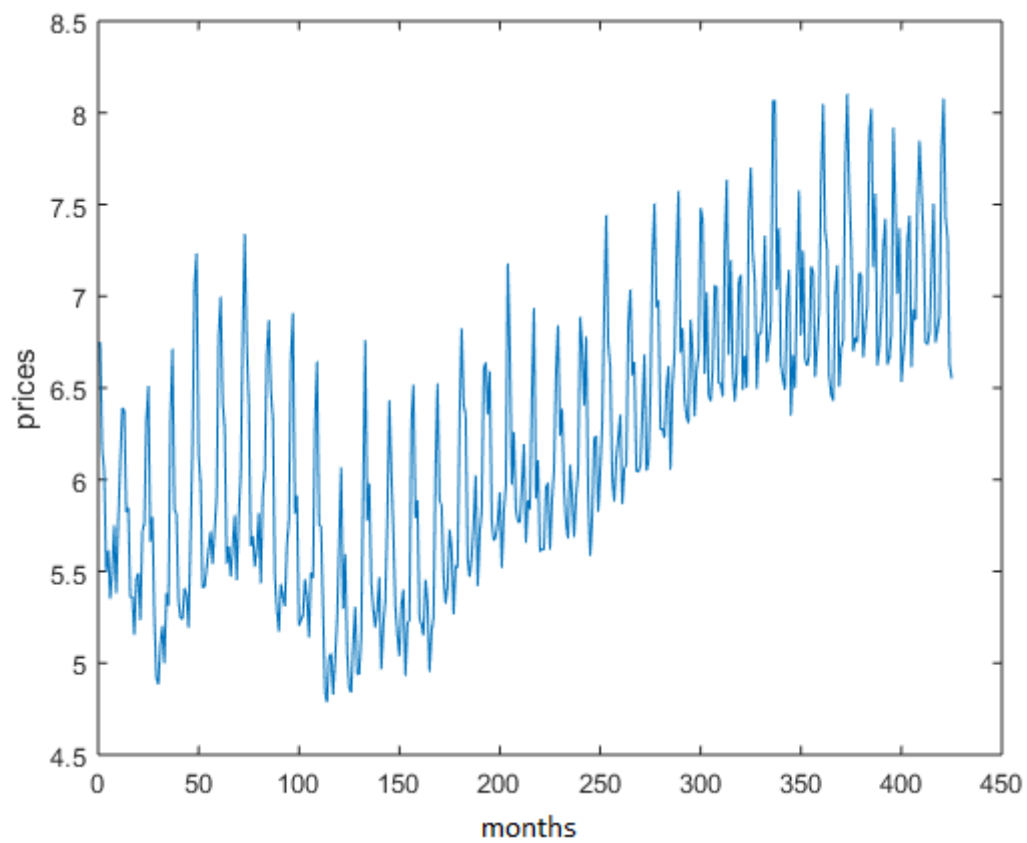


**Διάγραμμα(2.33):**Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης

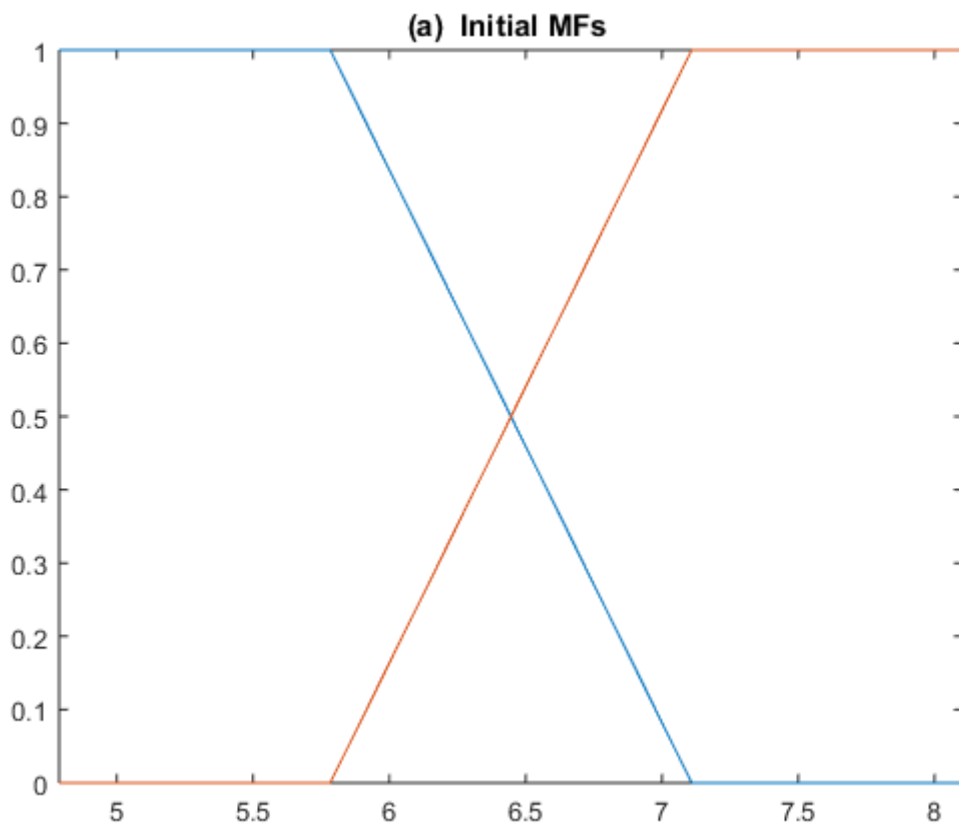




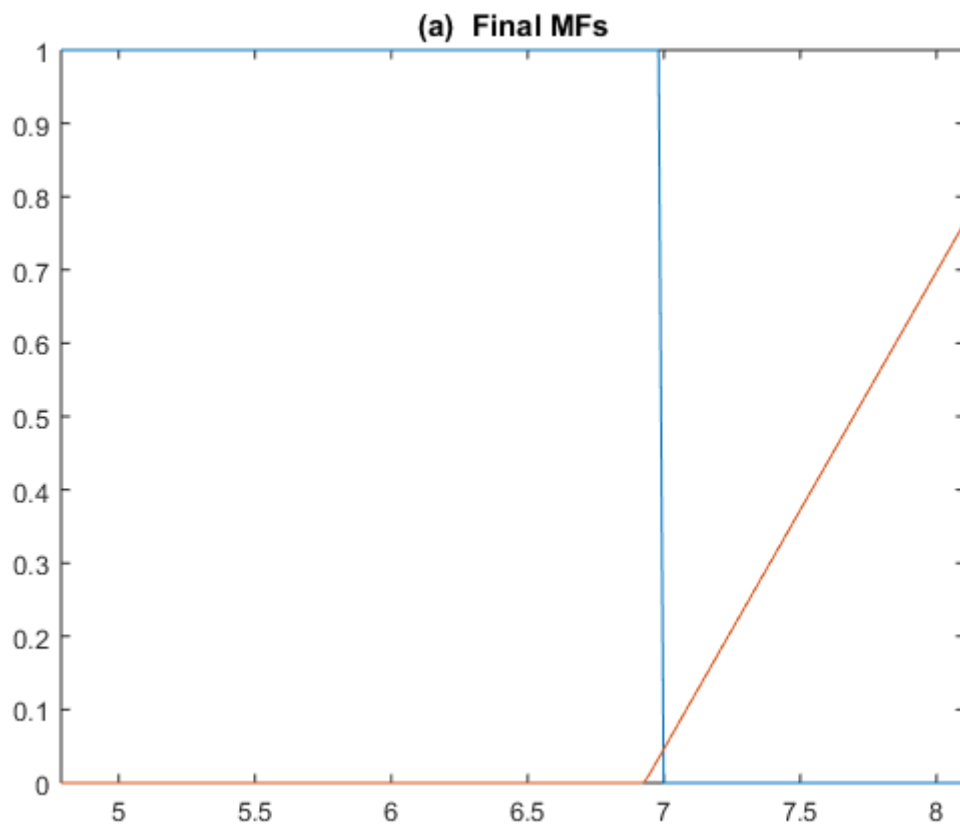
**Διάγραμμα(2.34):** Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση



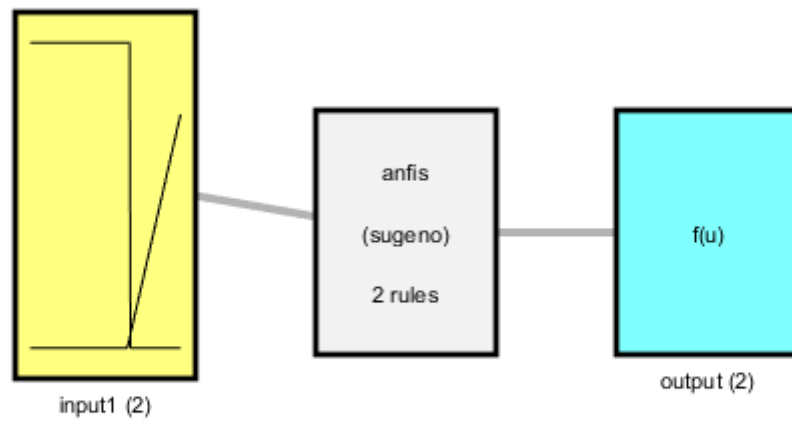
**Διάγραμμα(2.34):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο



**Διάγραμμα(2.36):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση

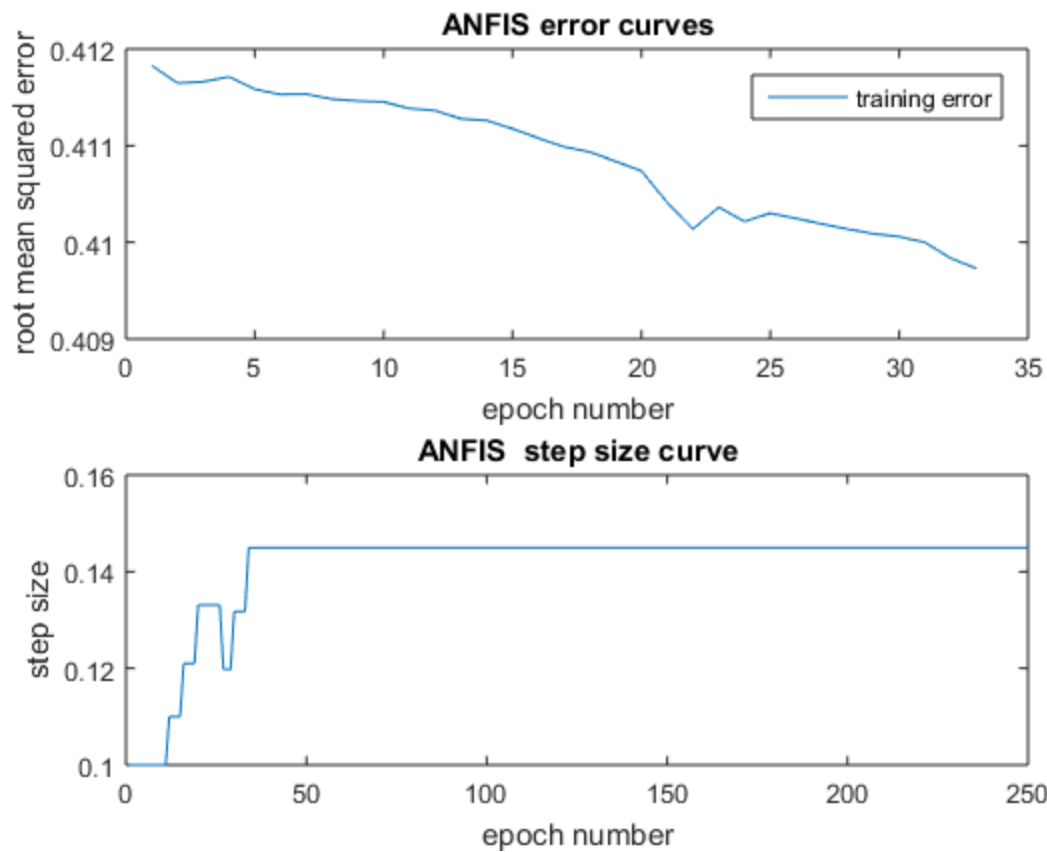


**Διάγραμμα(2.37):**Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση

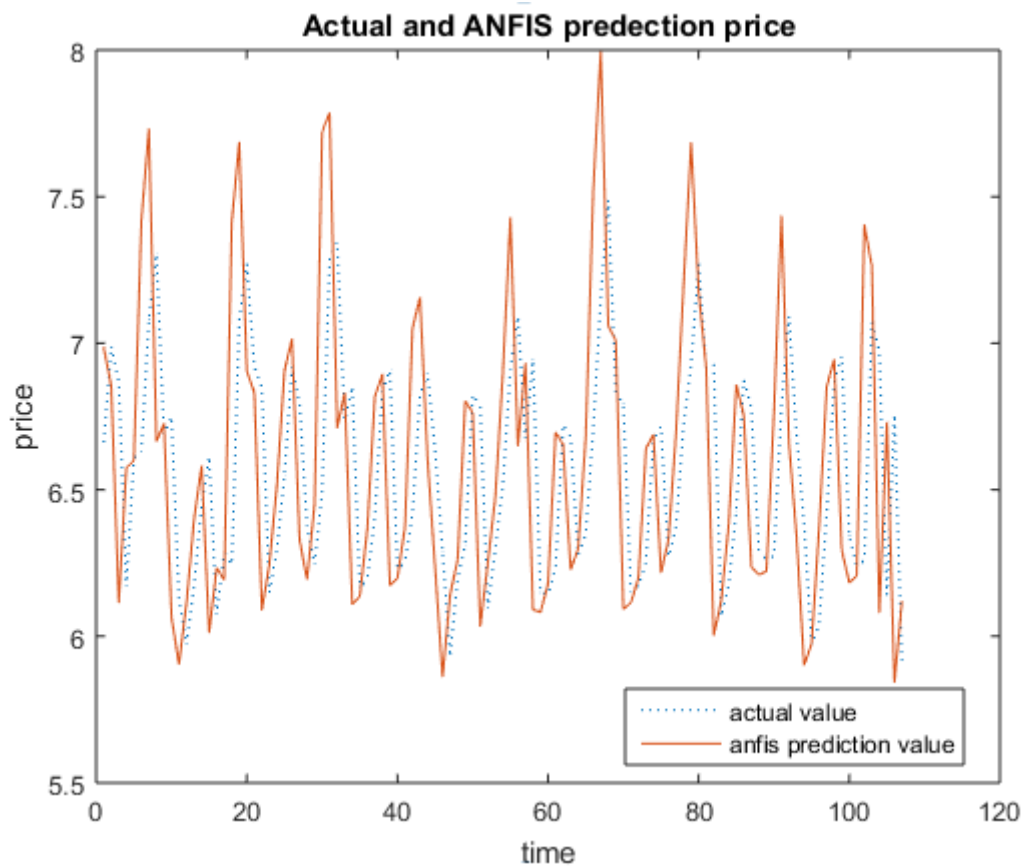


System anfis: 1 inputs, 1 outputs, 2 rules

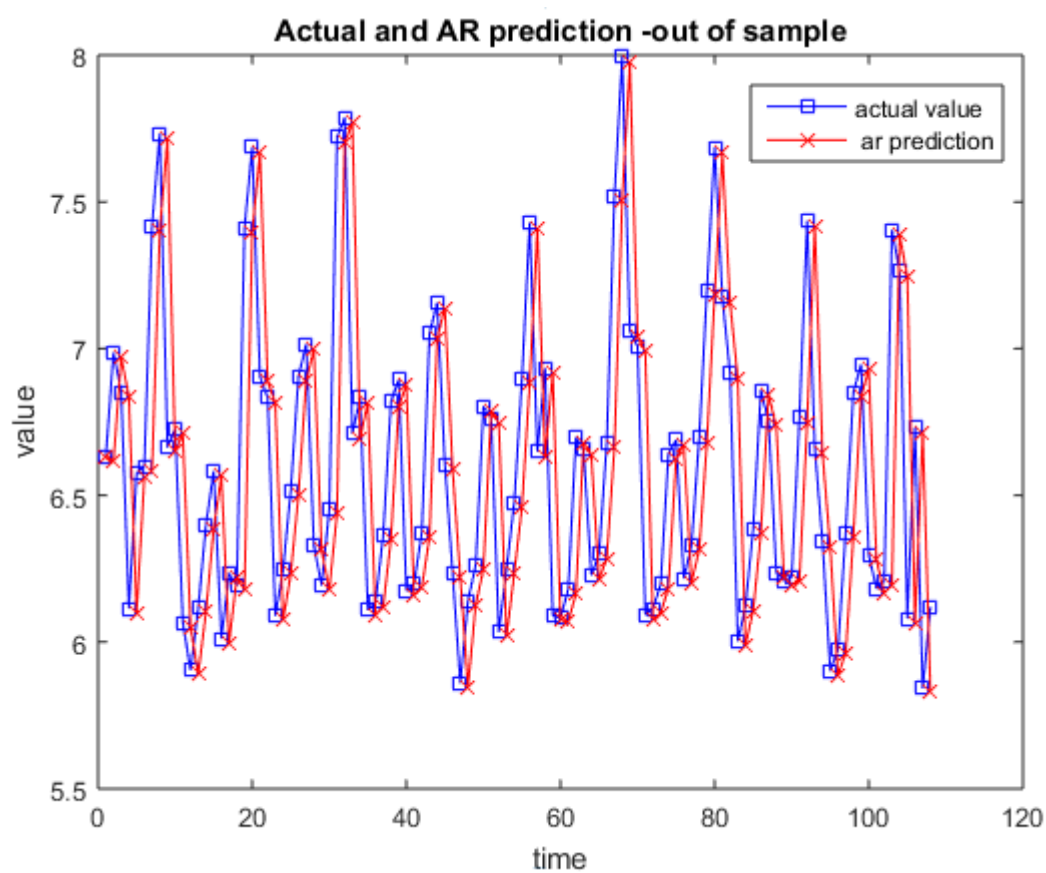
**Διάγραμμα(2.38):**Το μοντελο ANFIS



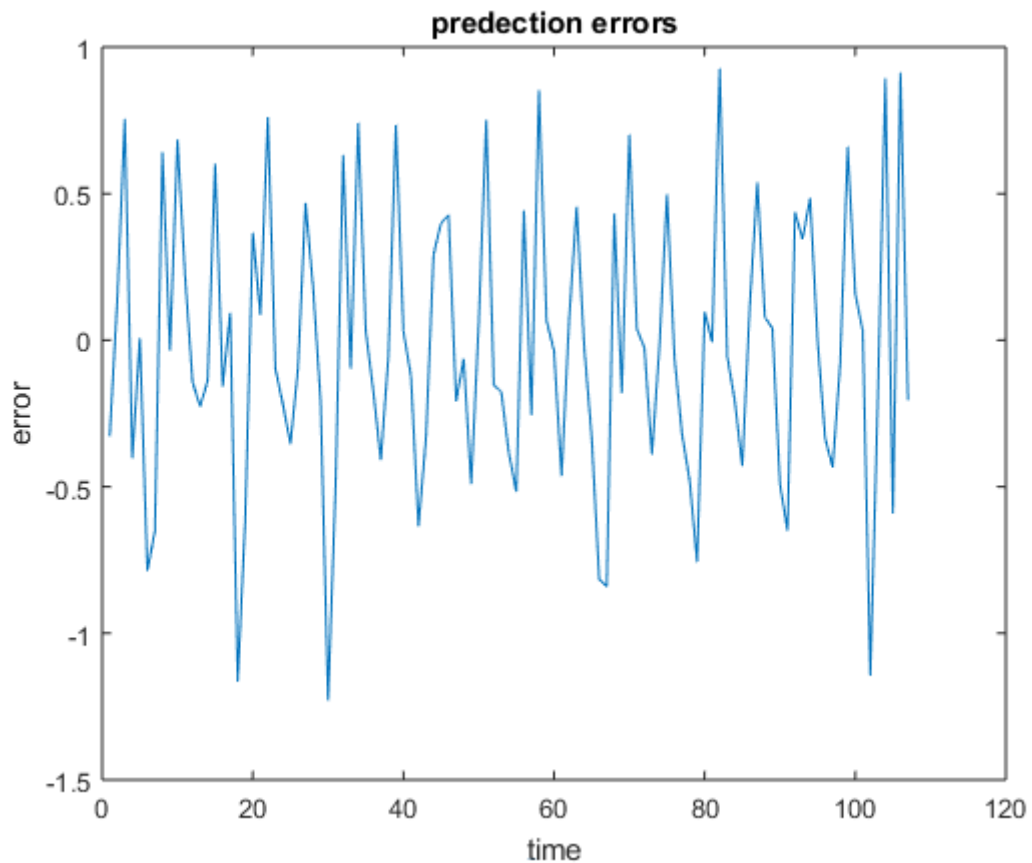
**Διάγραμμα(2.39):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης



Διάγραμμα(2.40):Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές ANFIS



Διάγραμμα(2.41):Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR



**Διάγραμμα(2.42):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

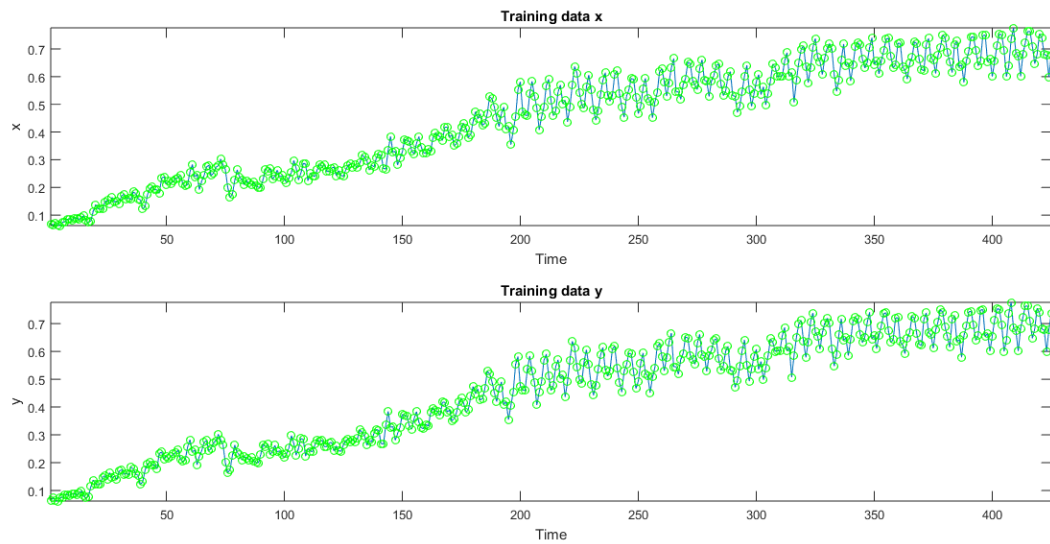
#### Πυρηνική Ηλεκτρική Ενέργεια:

Οι παράμετροι του ANFIS που δίνουν την μικρότερη δυνατή τιμή του σφάλματος RMSE και των υπόλοιπων σφαλμάτων είναι οι εξής:

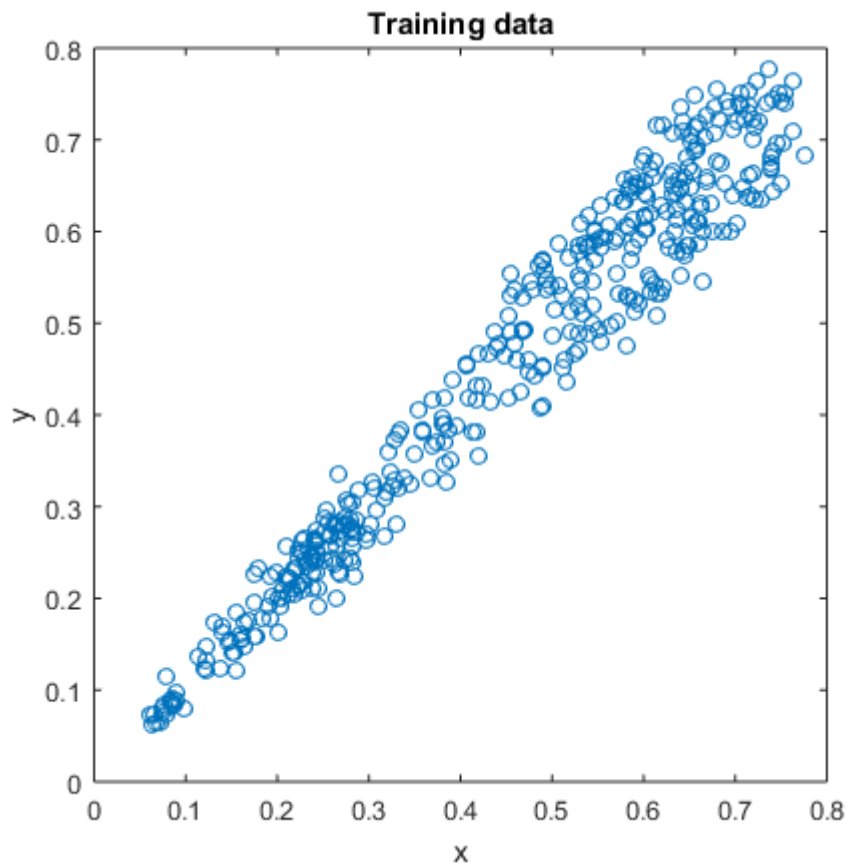
- Epochs:250
- Mf type:γκουσιανή(gauss)
- Mf no:4
- step size=0.1

Τιμές Σφαλμάτων:

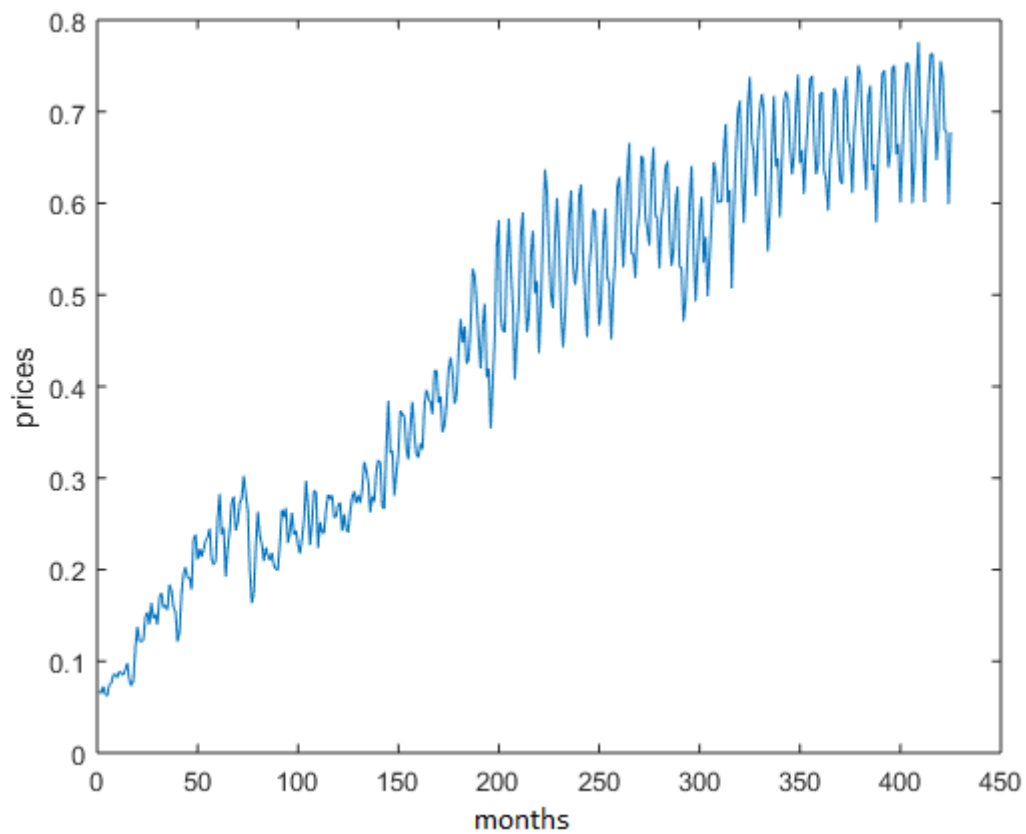
ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.0526</b>	<b>0.0028</b>	<b>0.0455</b>	<b>6.5498</b>
AR_				
	<b>0.0567</b>	<b>0.0032</b>	<b>0.0465</b>	<b>6.8211</b>



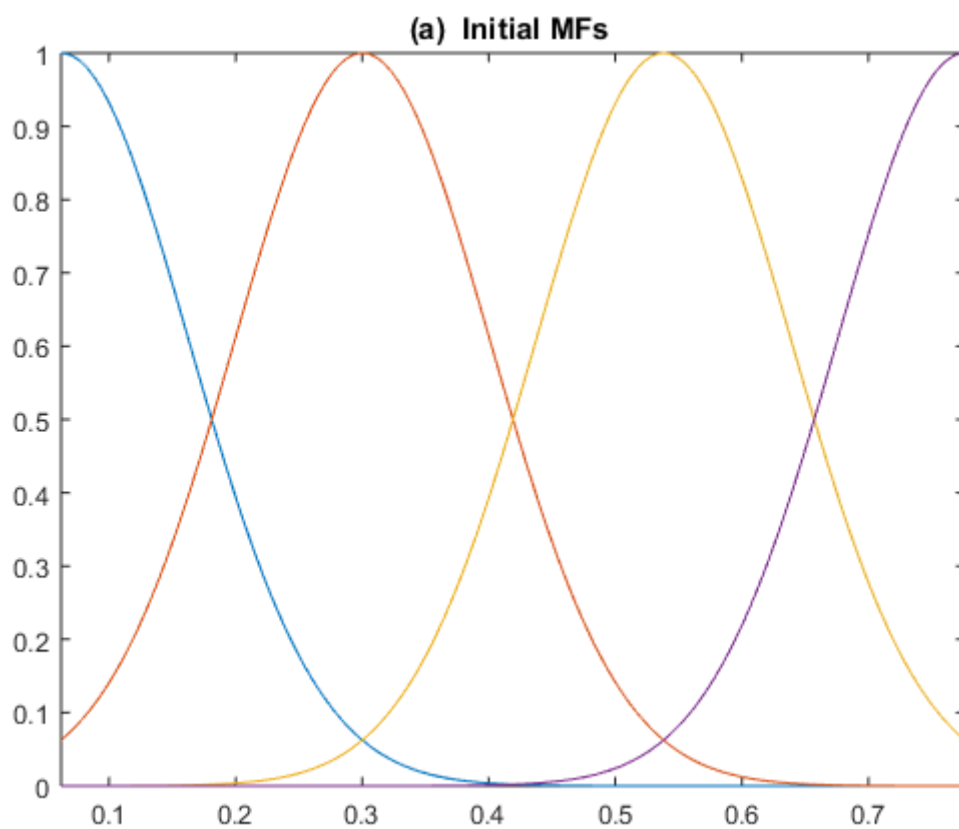
**Διάγραμμα(2.43):** Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης



**Διάγραμμα(2.44):** Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση

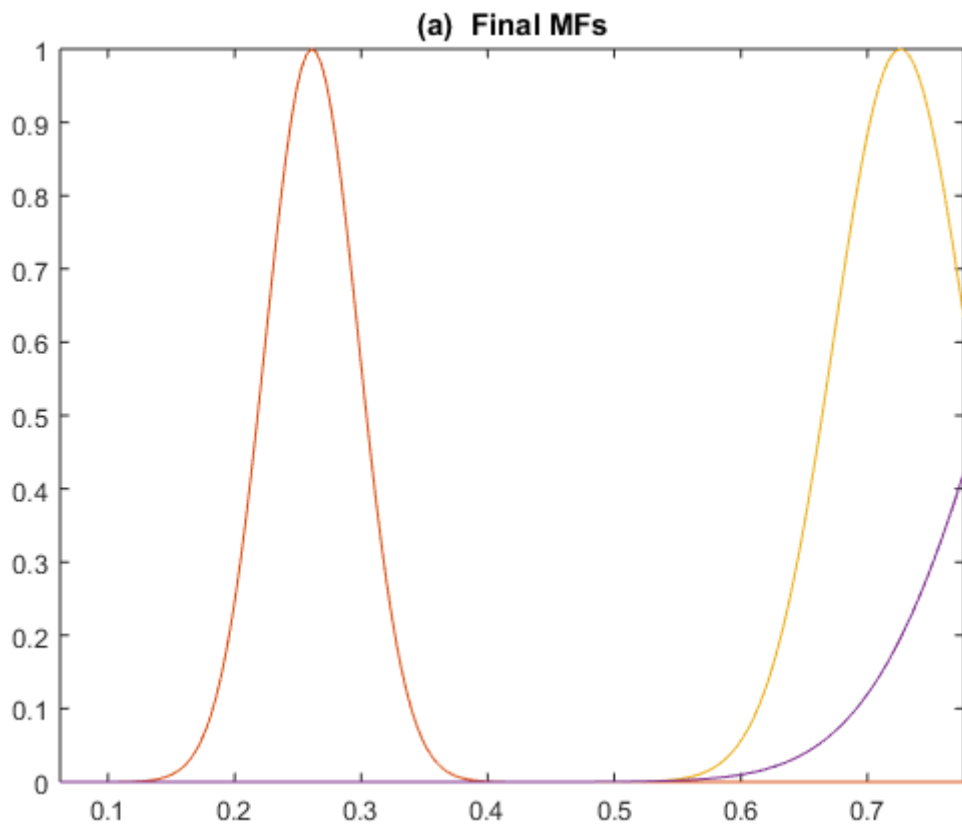


**Διάγραμμα(2.45):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο

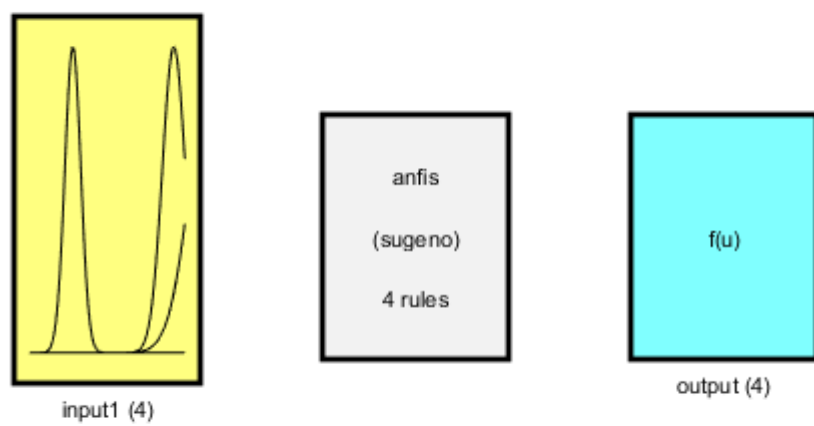


**Διάγραμμα(2.46):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση

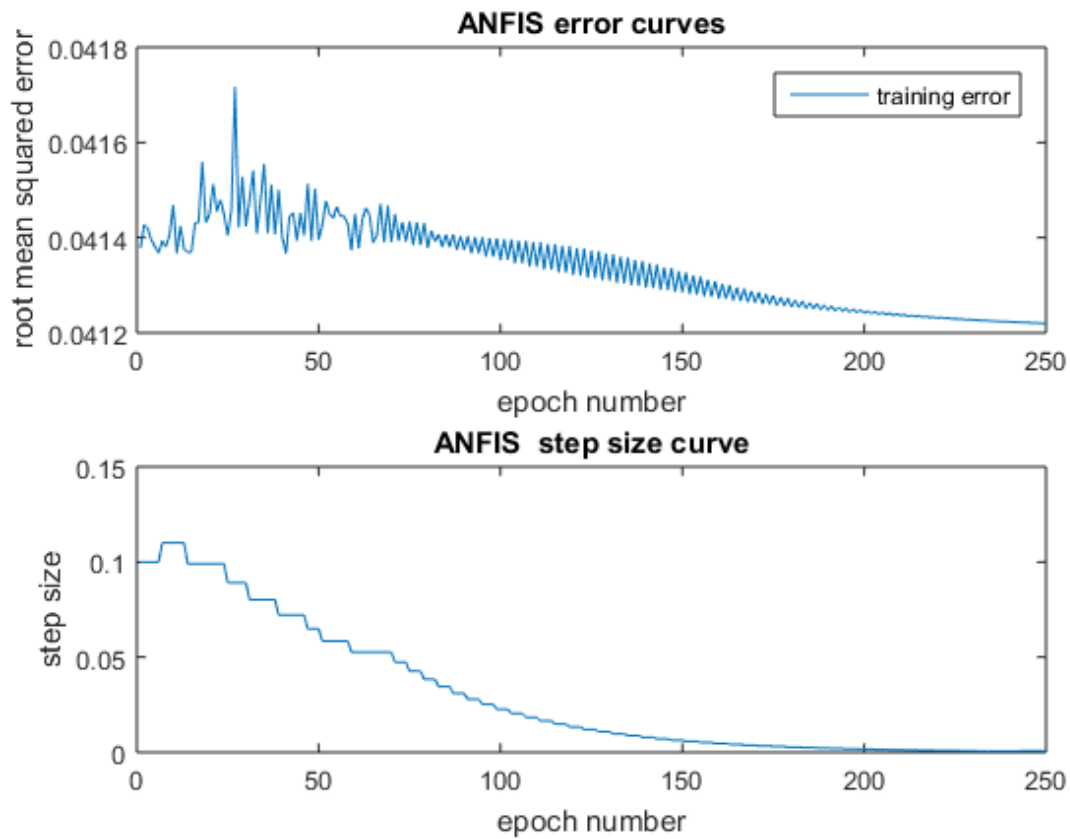




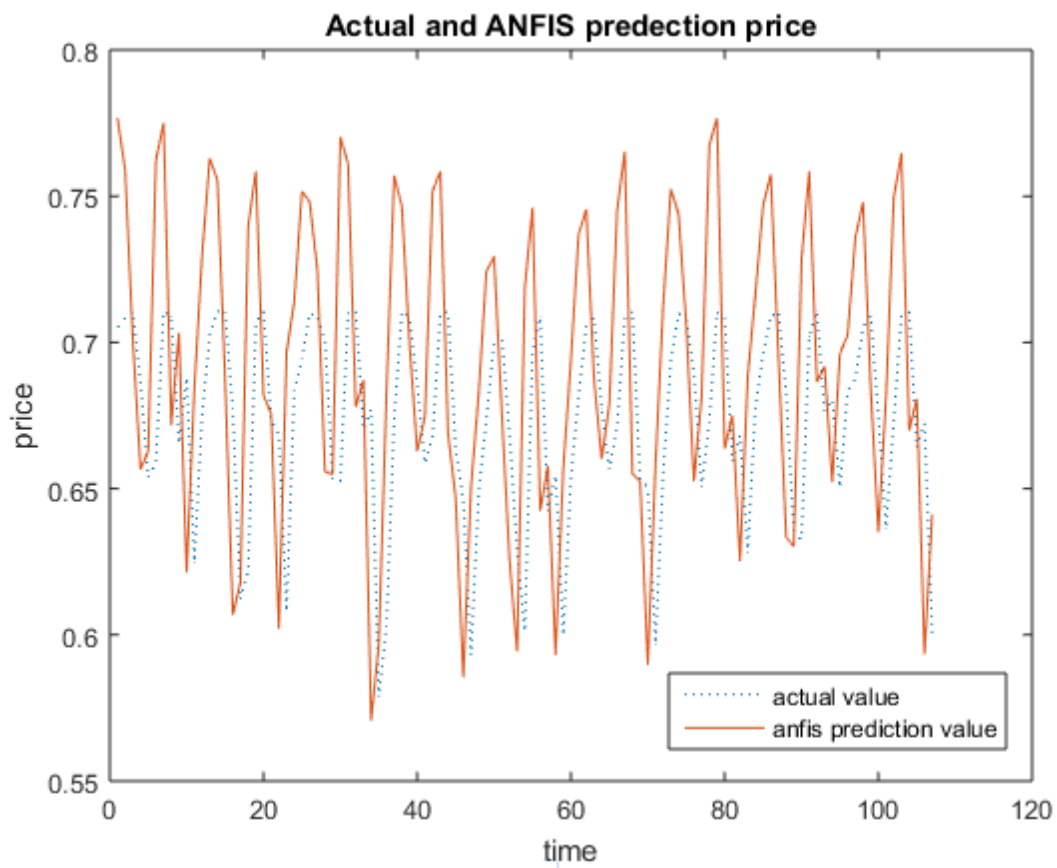
Διάγραμμα(2.47):Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση



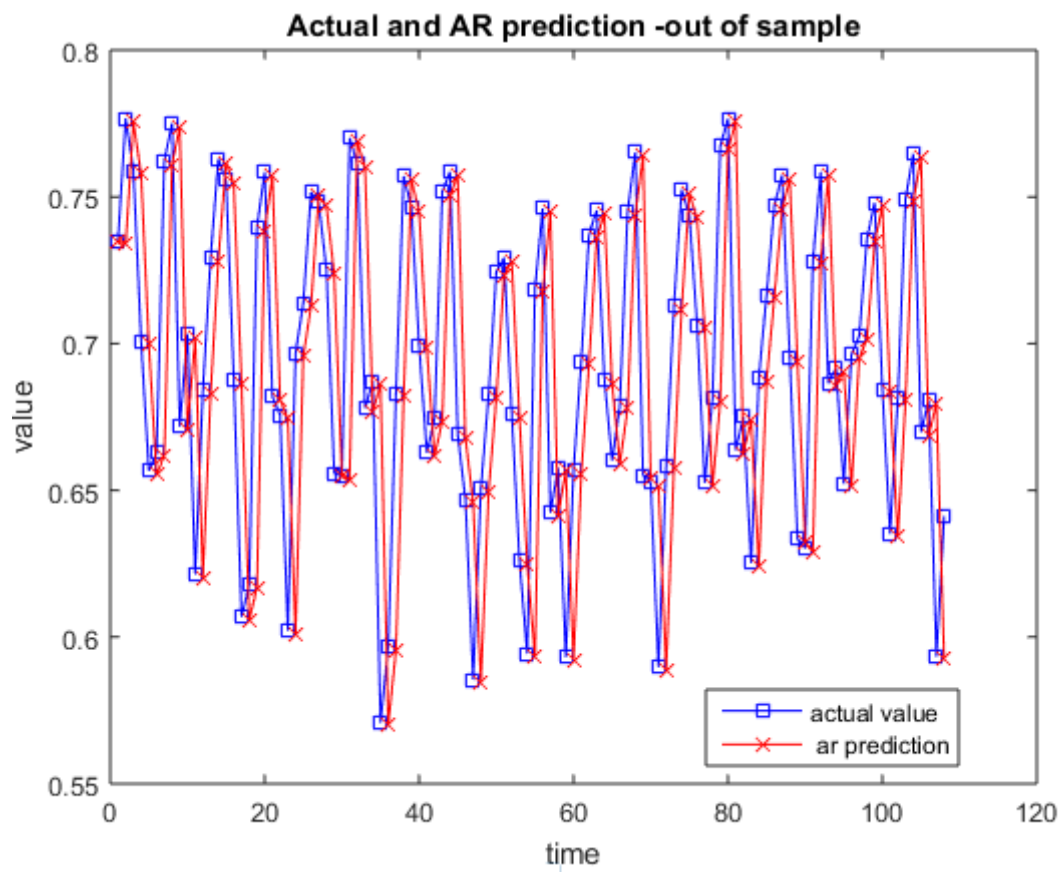
Διάγραμμα(2.48):Το μοντελο ANFIS



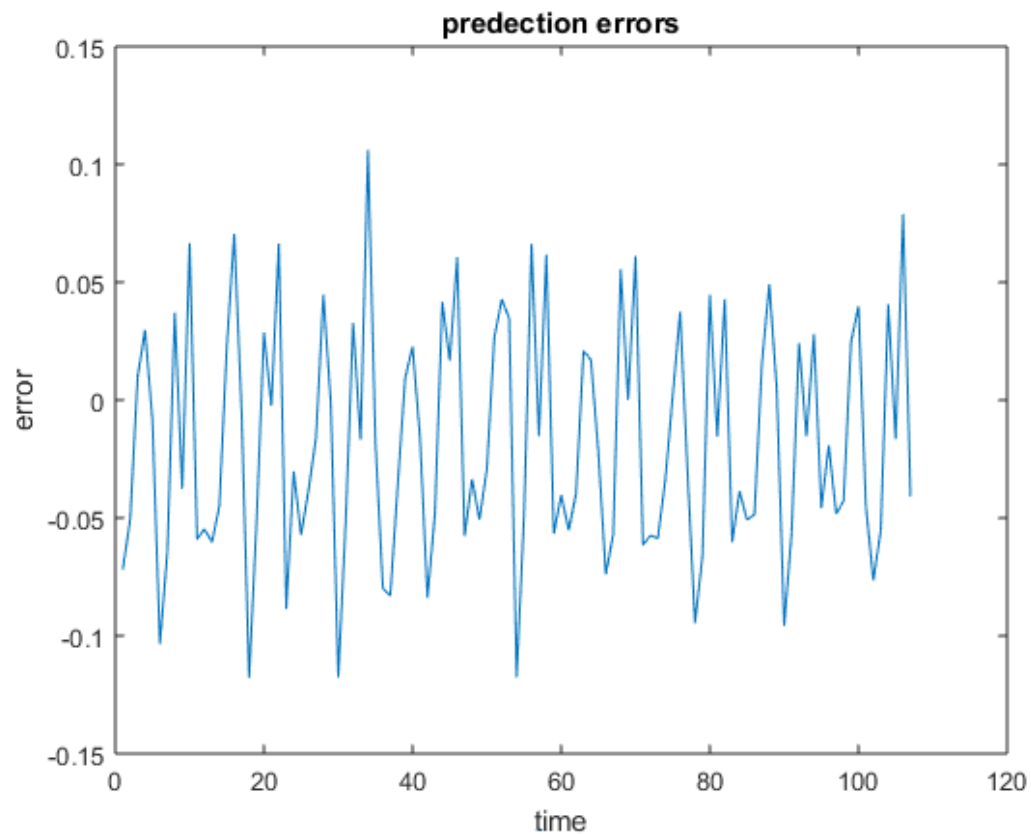
**Διάγραμμα(2.49):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης



**Διάγραμμα(2.50):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές



Διάγραμμα(2.51):Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR



**Διάγραμμα(2.52):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

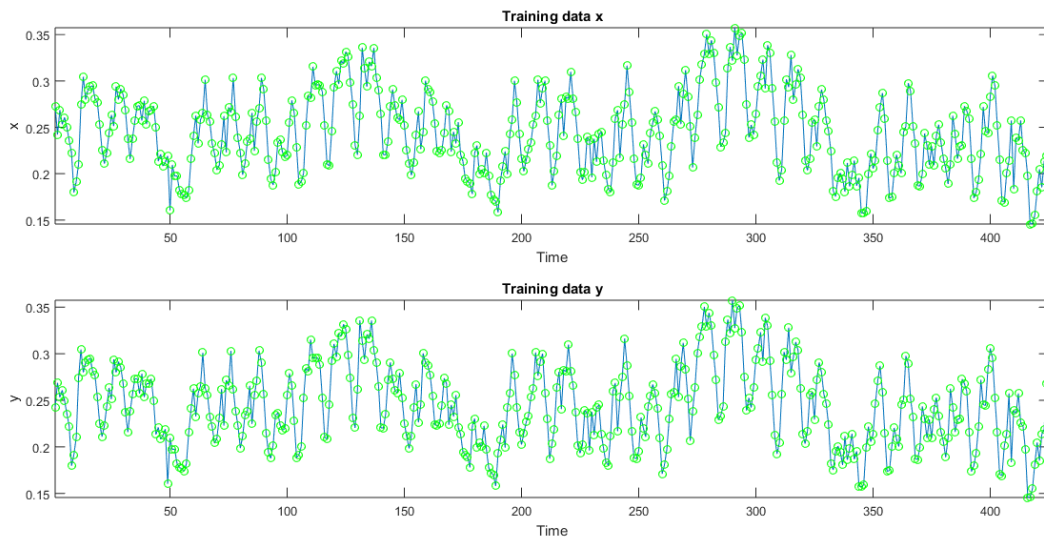
#### Υδροηλεκτρική Ενέργεια:

Οι παράμετροι του ANFIS που δίνουν την μικρότερη δυνατή τιμή του σφάλματος RMSE είναι οι εξής:

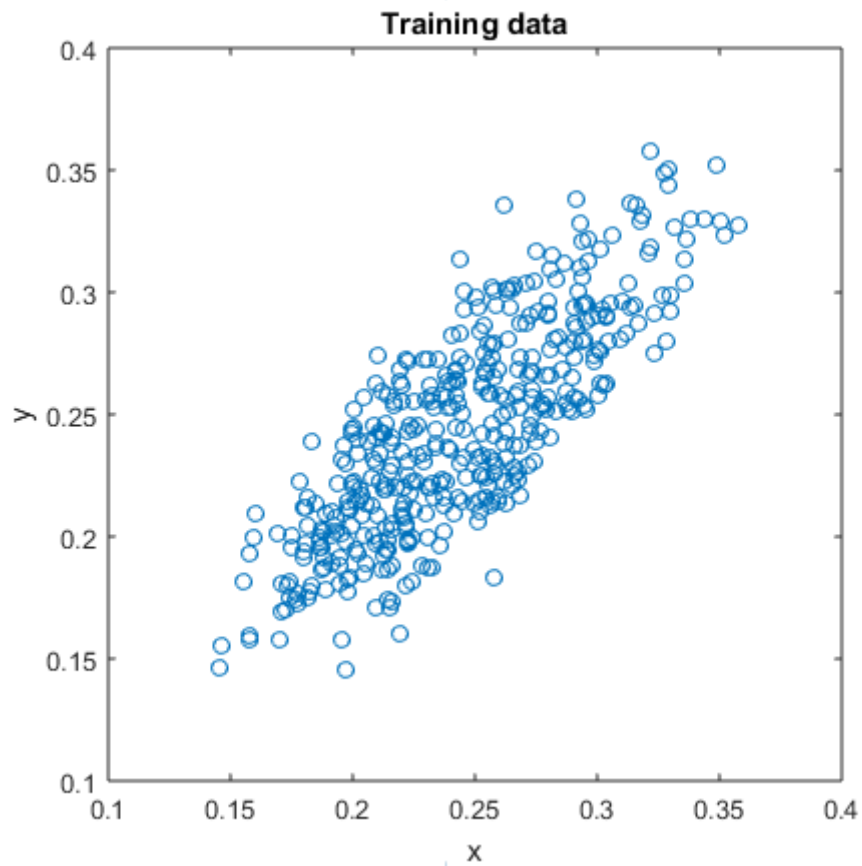
- Epochs:350
- Mf type:γκουσιανή(gauss)
- Mf no:5
- step size=0.1

Τιμές Σφάλματος:

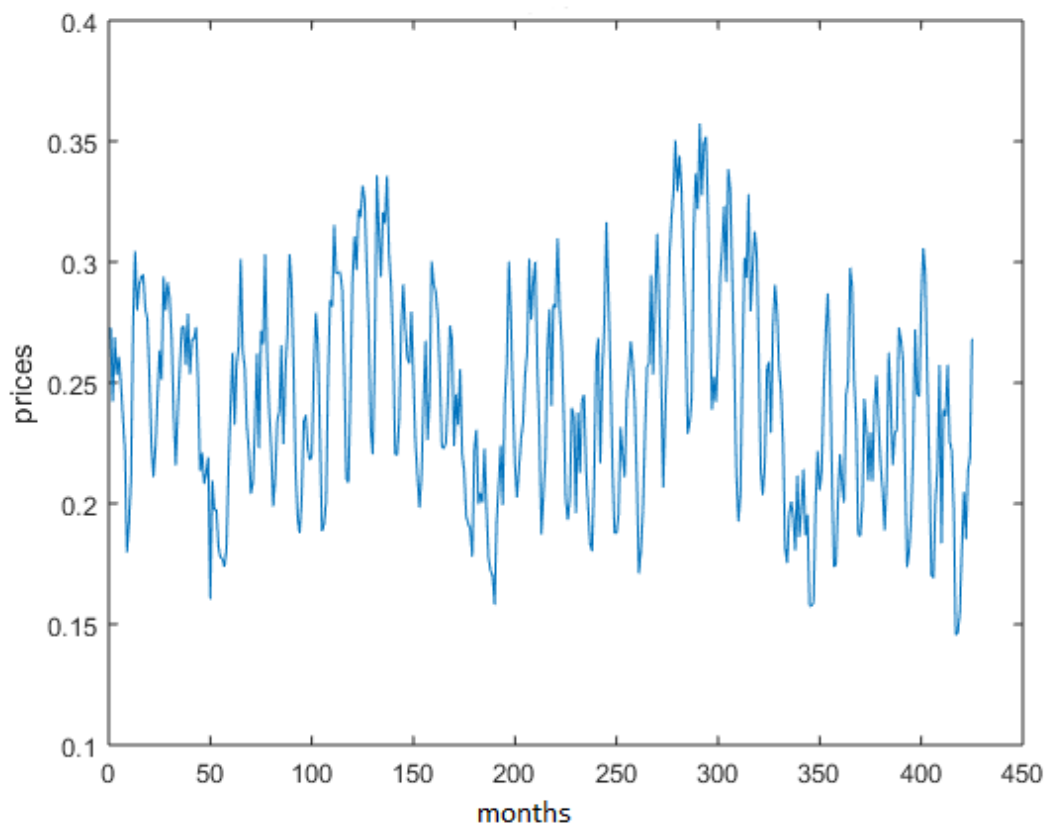
ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.0284</b>	<b>0.000808</b>	<b>0.0233</b>	<b>11.2598</b>
AR_				
	<b>0.0300</b>	<b>0.000898</b>	<b>0.0246</b>	<b>11.5746</b>



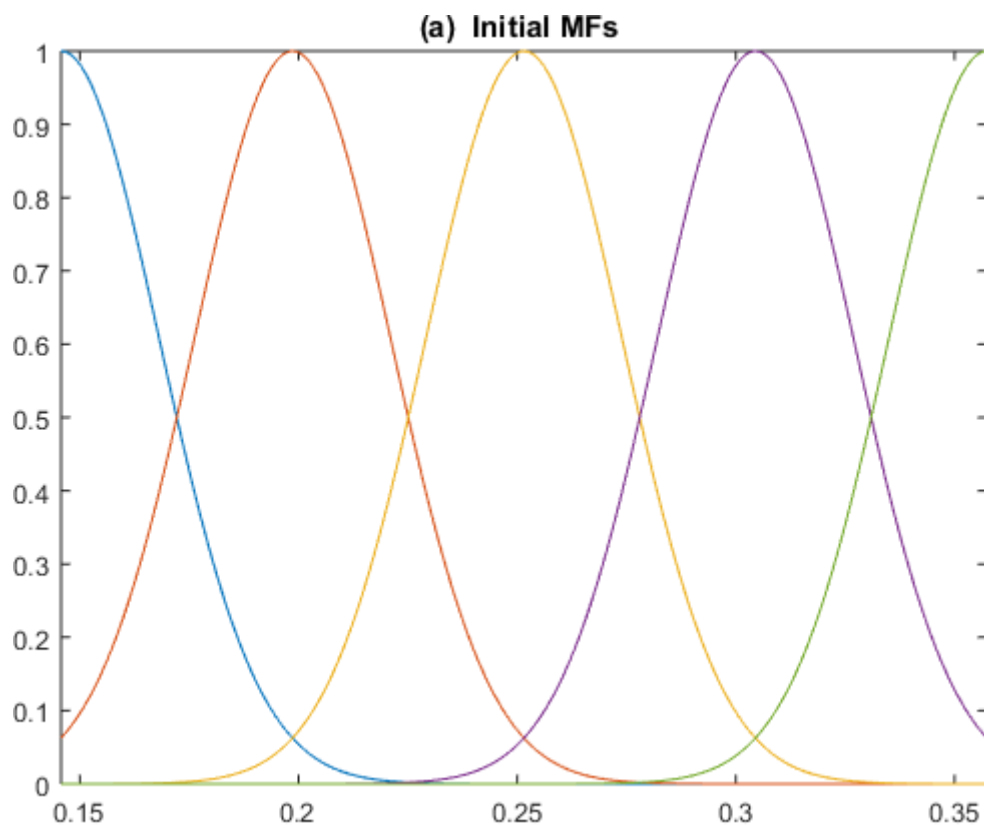
**Διάγραμμα(2.53):** Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης



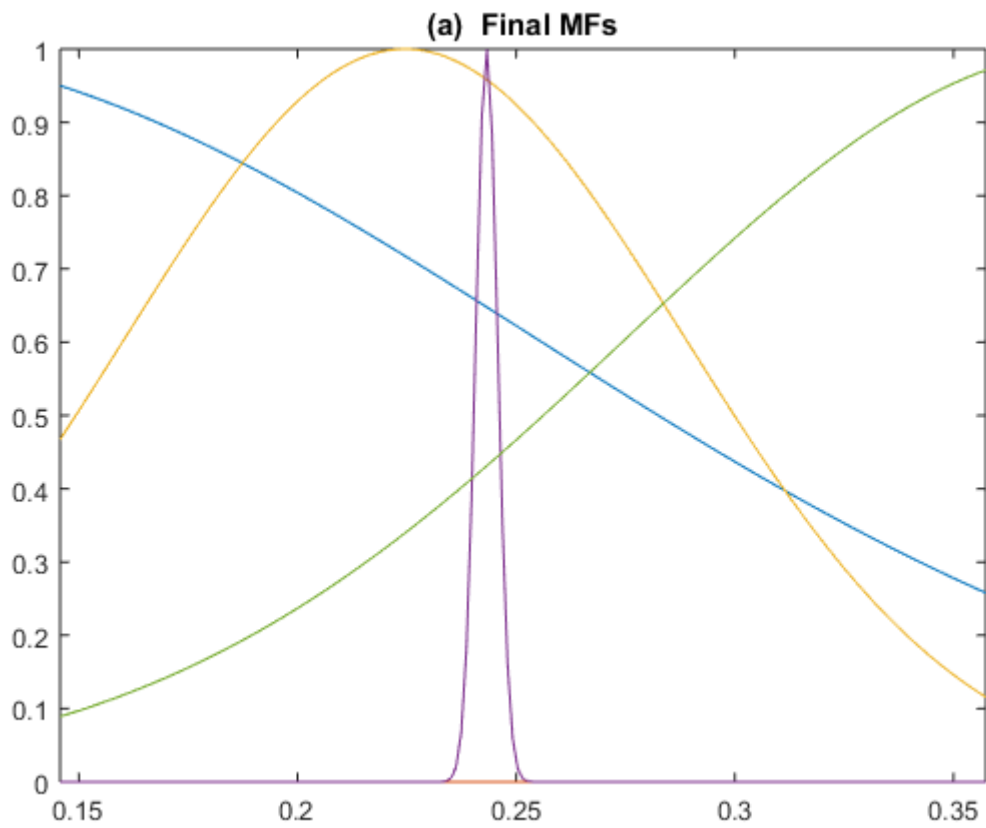
**Διάγραμμα(2.54):** Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση



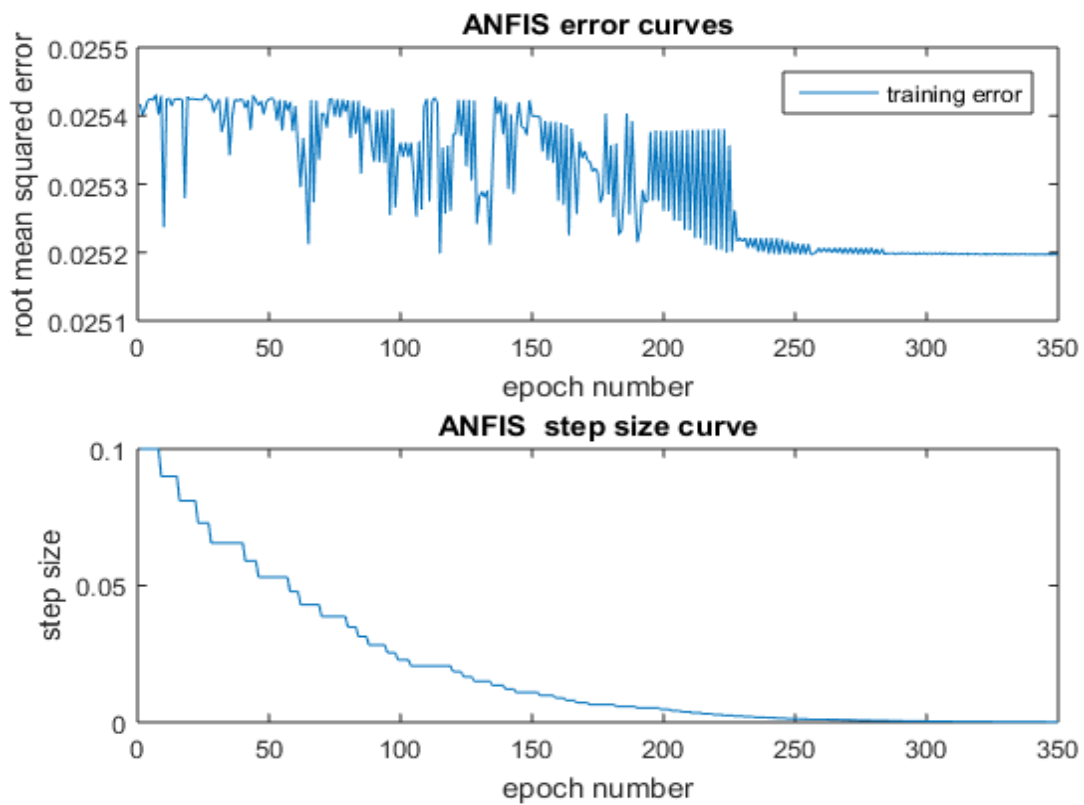
**Διάγραμμα(2.55):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο



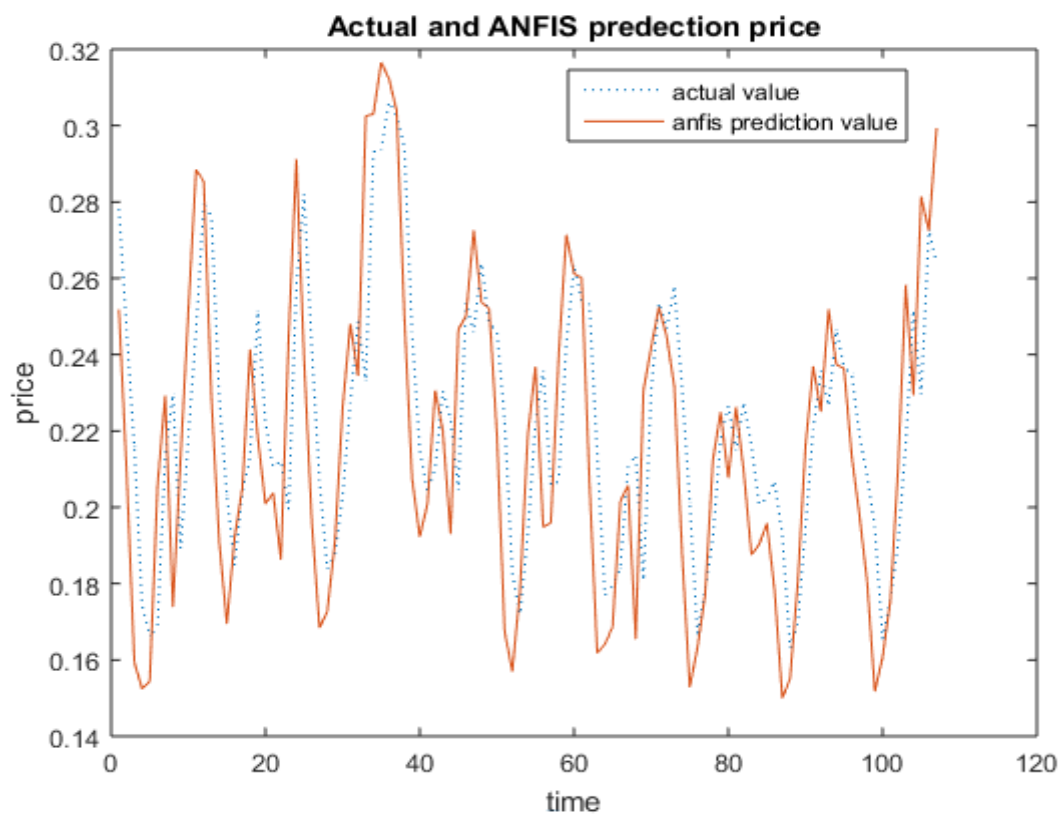
**Διάγραμμα(2.56):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση



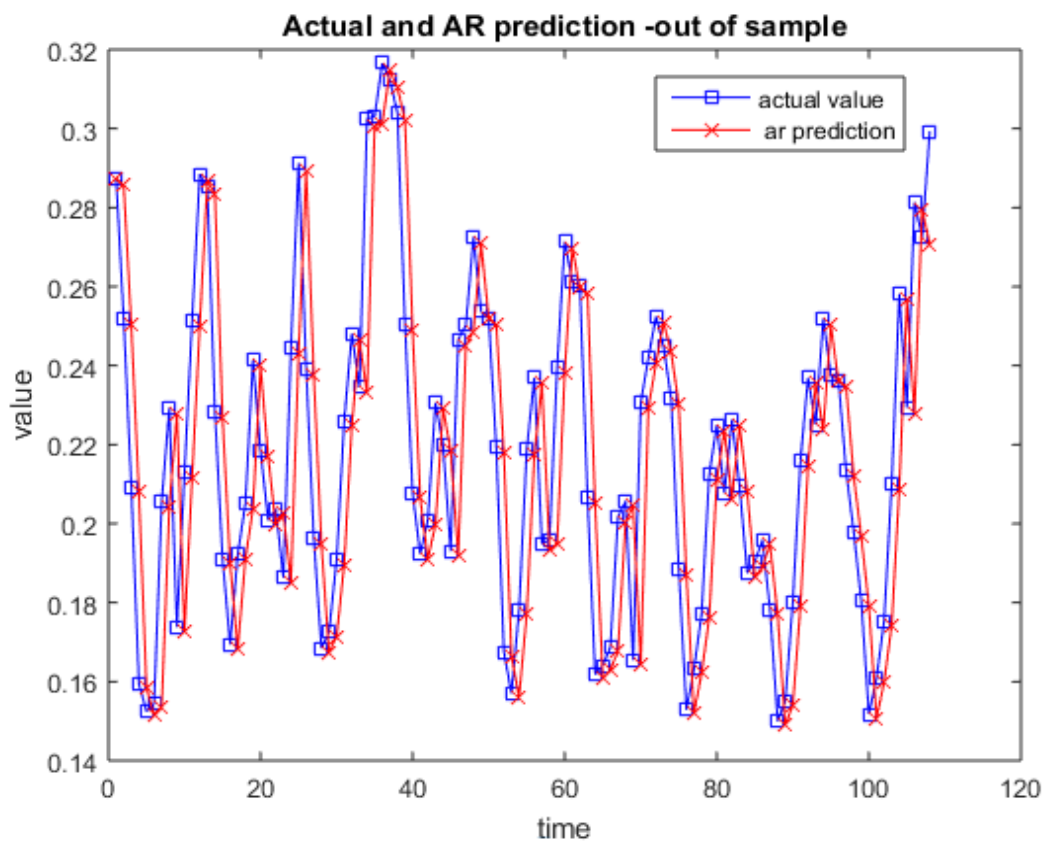
**Διάγραμμα(2.57):**Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση



**Διάγραμμα(2.58):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης

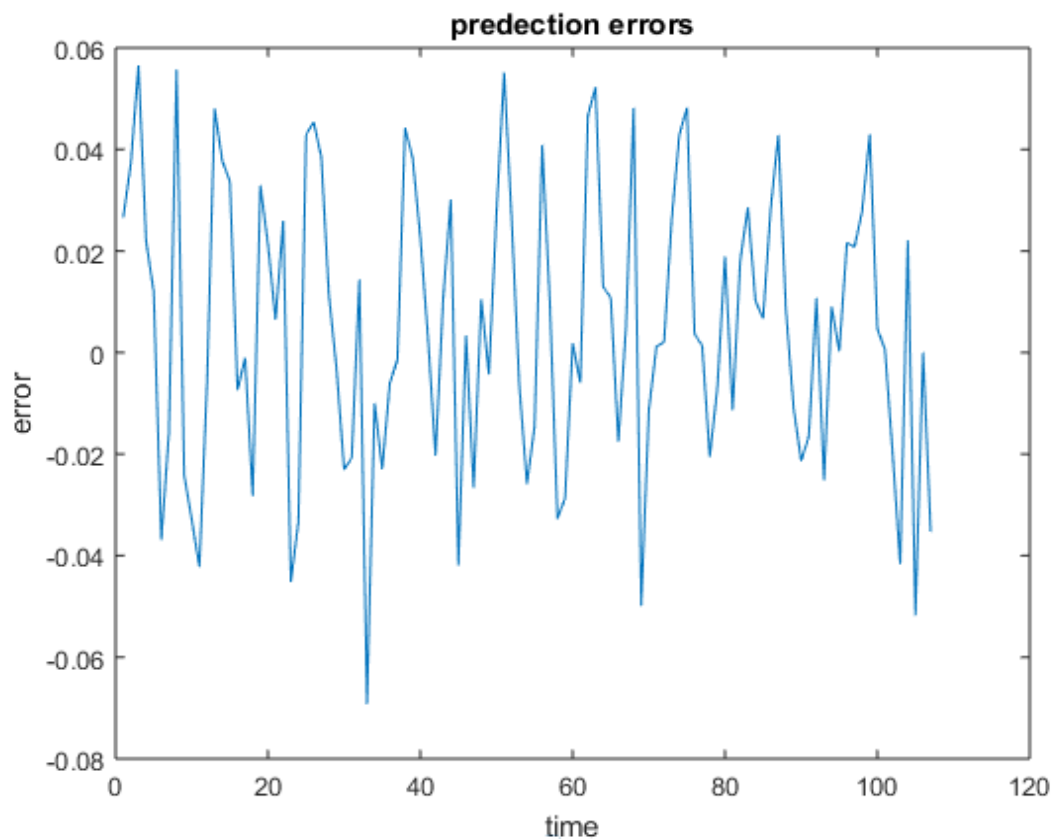


Διάγραμμα(2.59):Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές



Διάγραμμα(2.60):Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR





**Διάγραμμα(2.61):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

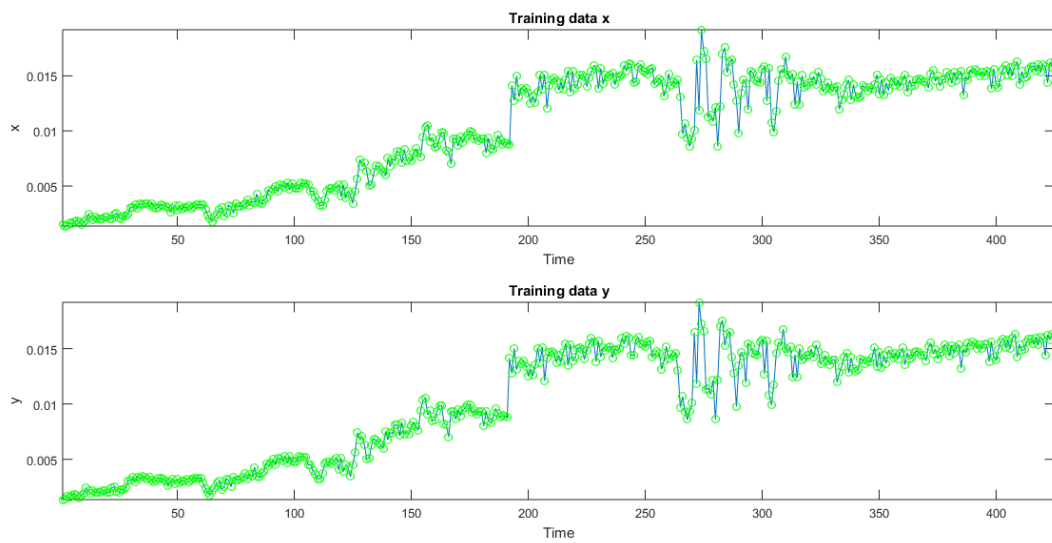
#### Γεωθερμική Ενέργεια

Η πρόβλεψη στην κατανάλωση γεωθερμικής ενέργειας από το μοντέλο ANFIS δεν ήταν επιτυχημένη,πιθανόν επειδή υπάρχει μια αναταραχή στα δεδομένα εκπαίδευσης ,όπως φαίνεται και στο διάγραμμα(αριθμηση 1<sup>ο</sup>).Επιπλέον,από το διάγραμμα (αριθμηση 2) φαίνεται ότι η κατανομή των δεδομένων εκπαίδευσης στον διδιάστατο χώρο δεν είναι ικανοποιητική.

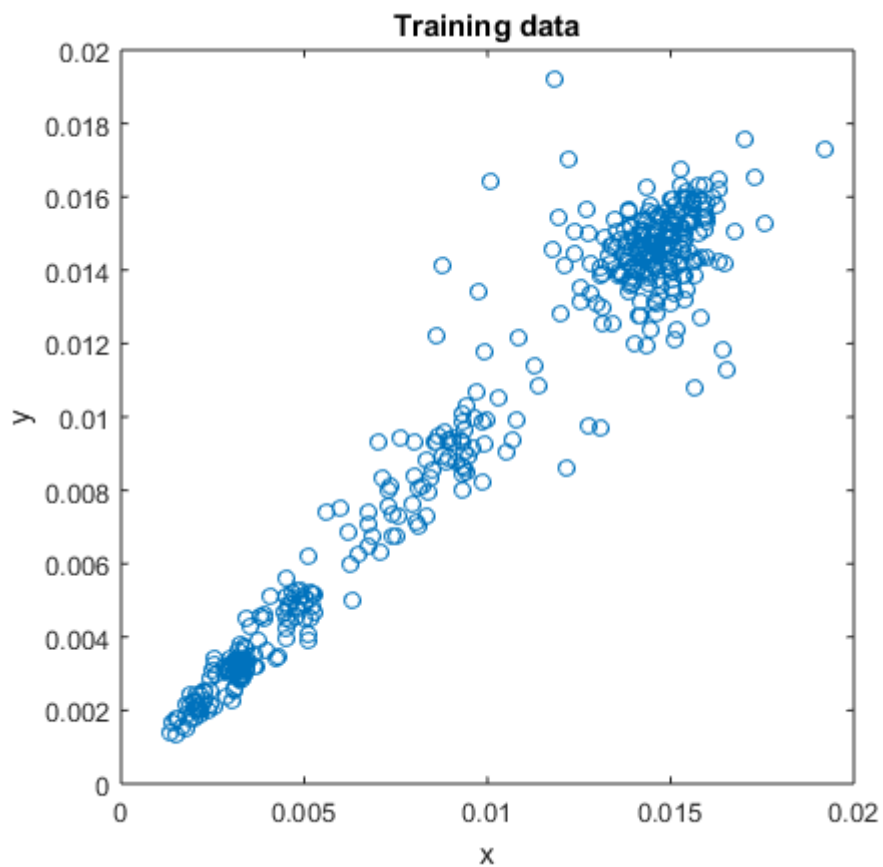
- Epochs:250
- Mf type:καμπανοειδής(gbell)
- Mf no:2
- step size=0.1

Τιμές Σφάλματος:

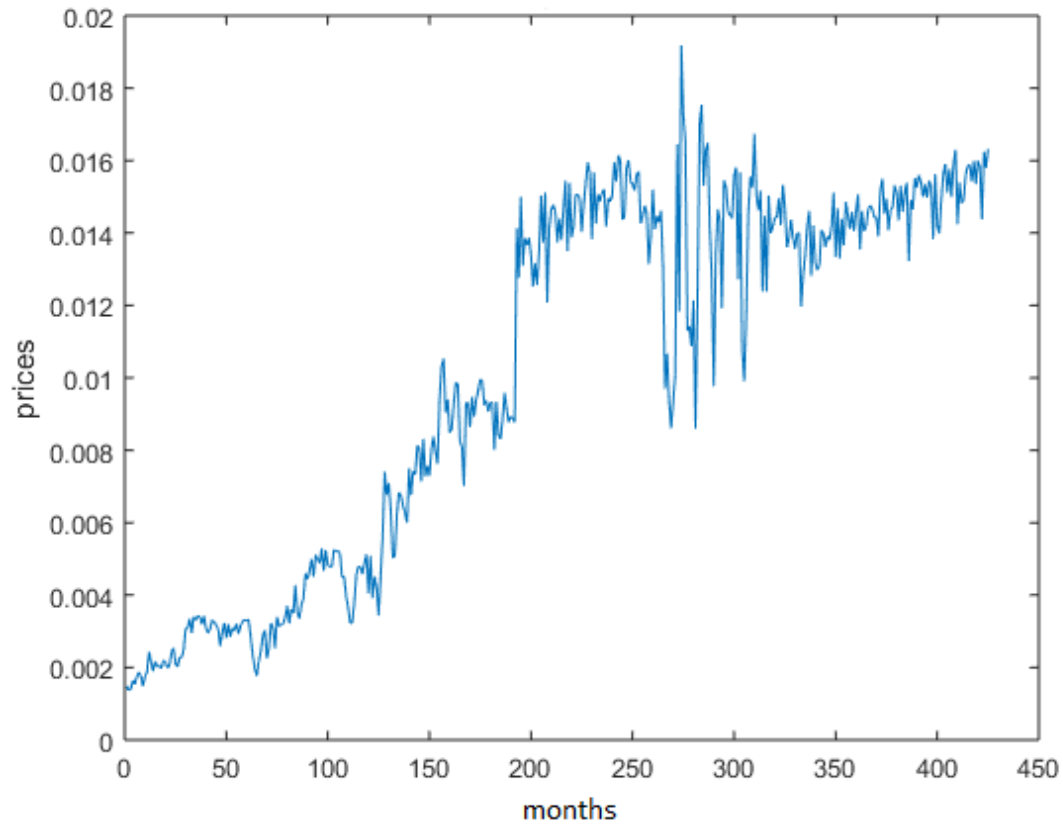
ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.0017</b>	<b>0.000003</b>	<b>0.0015</b>	<b>8.5835</b>
AR_				
	<b>0.000946</b>	<b>0.00000089</b>	<b>0.0007564</b>	<b>4.2950</b>



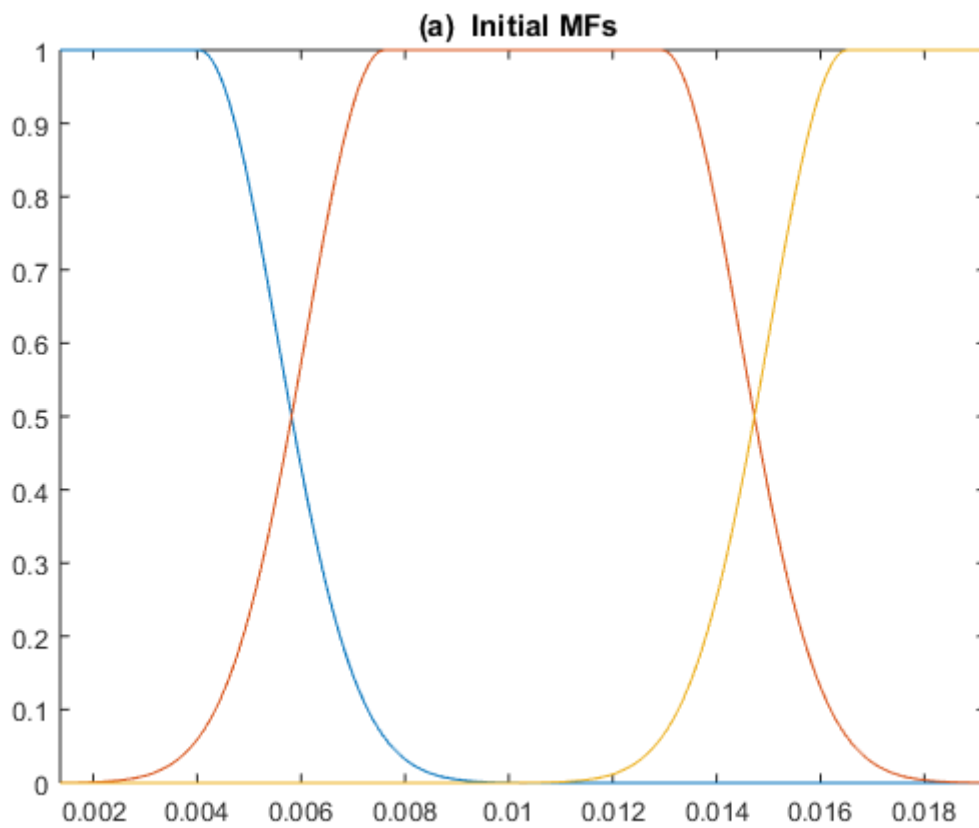
**Διάγραμμα(2.62):** Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης



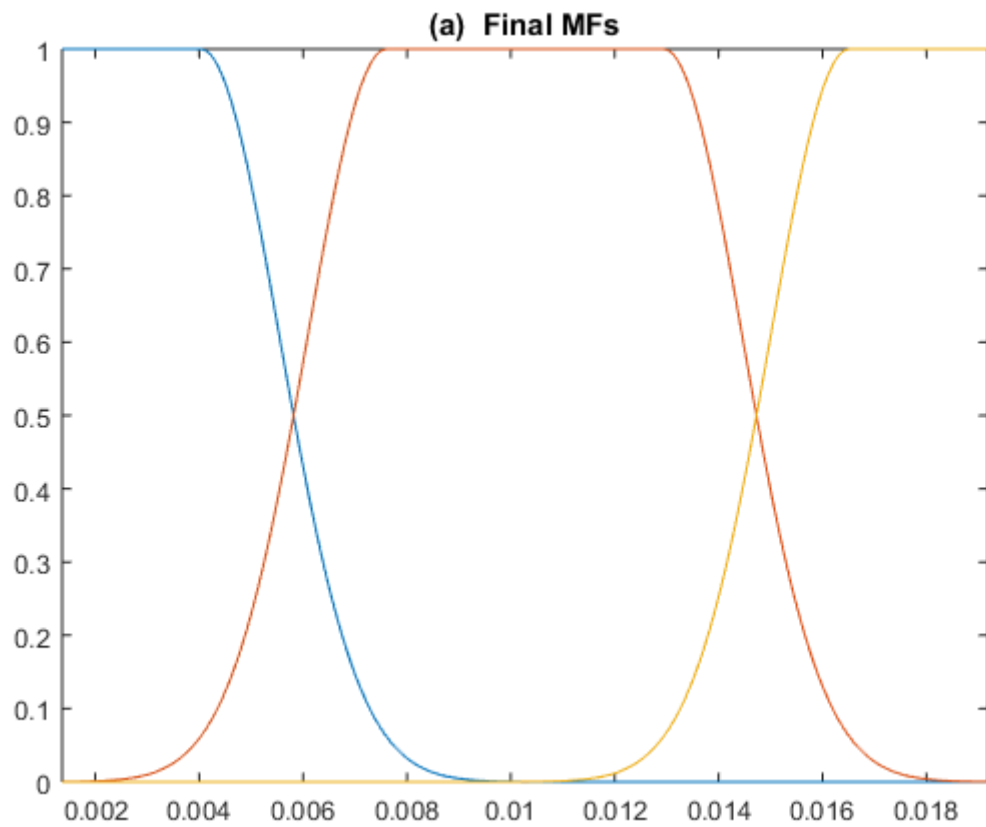
**Διάγραμμα(2.63):** Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση



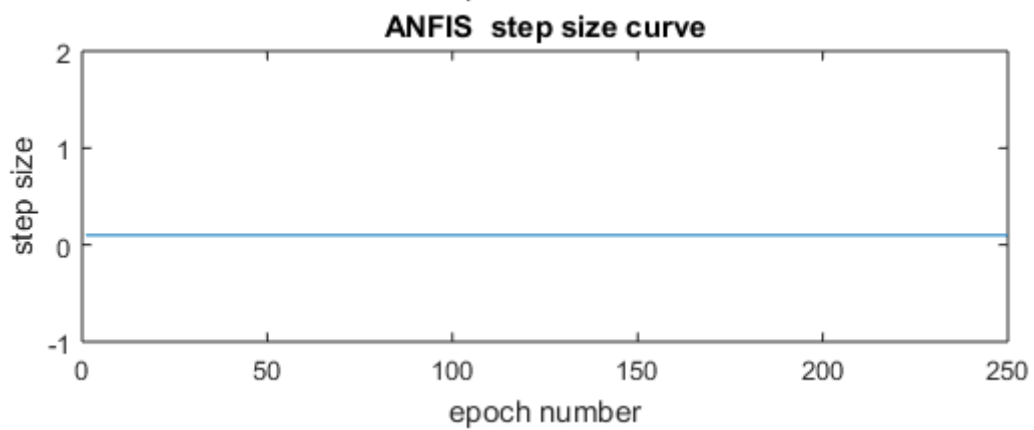
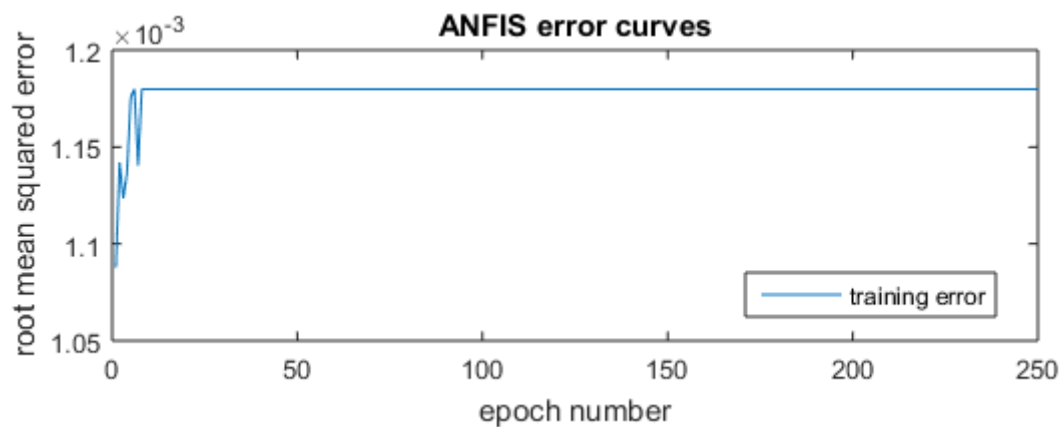
**Διάγραμμα(2.64):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο



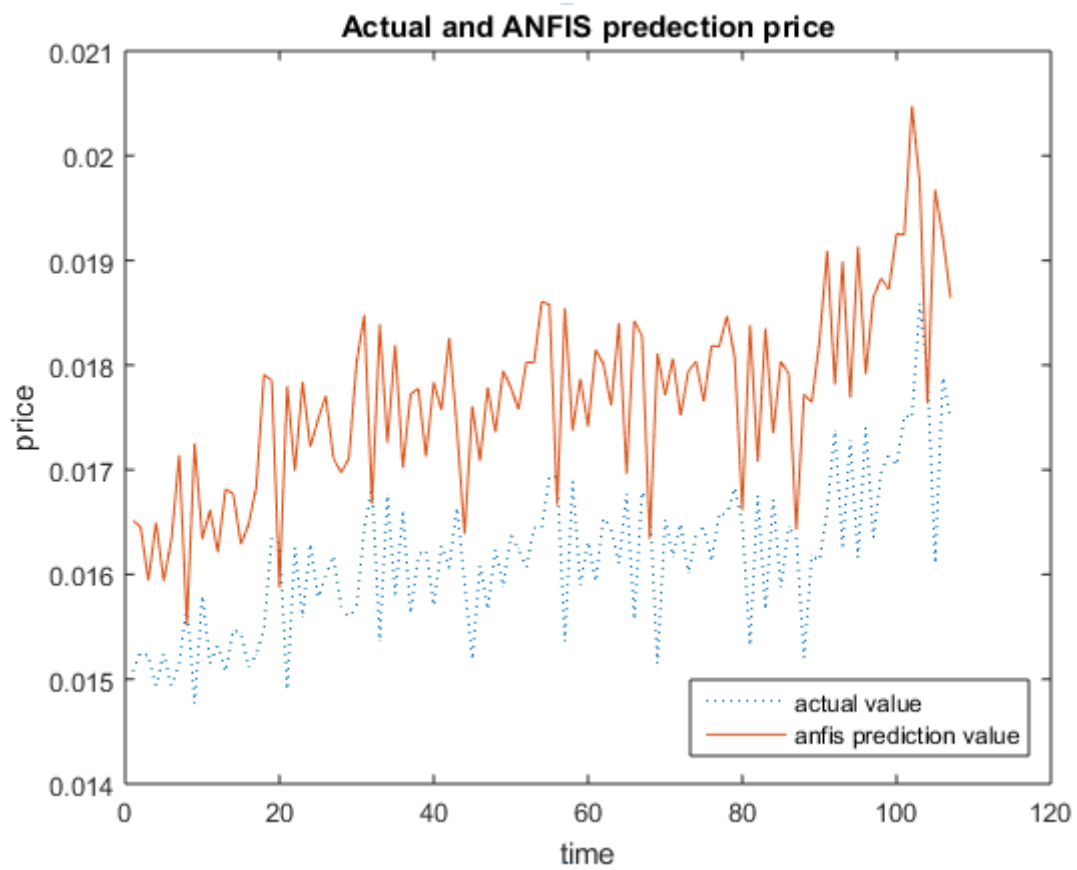
**Διάγραμμα(2.65):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση



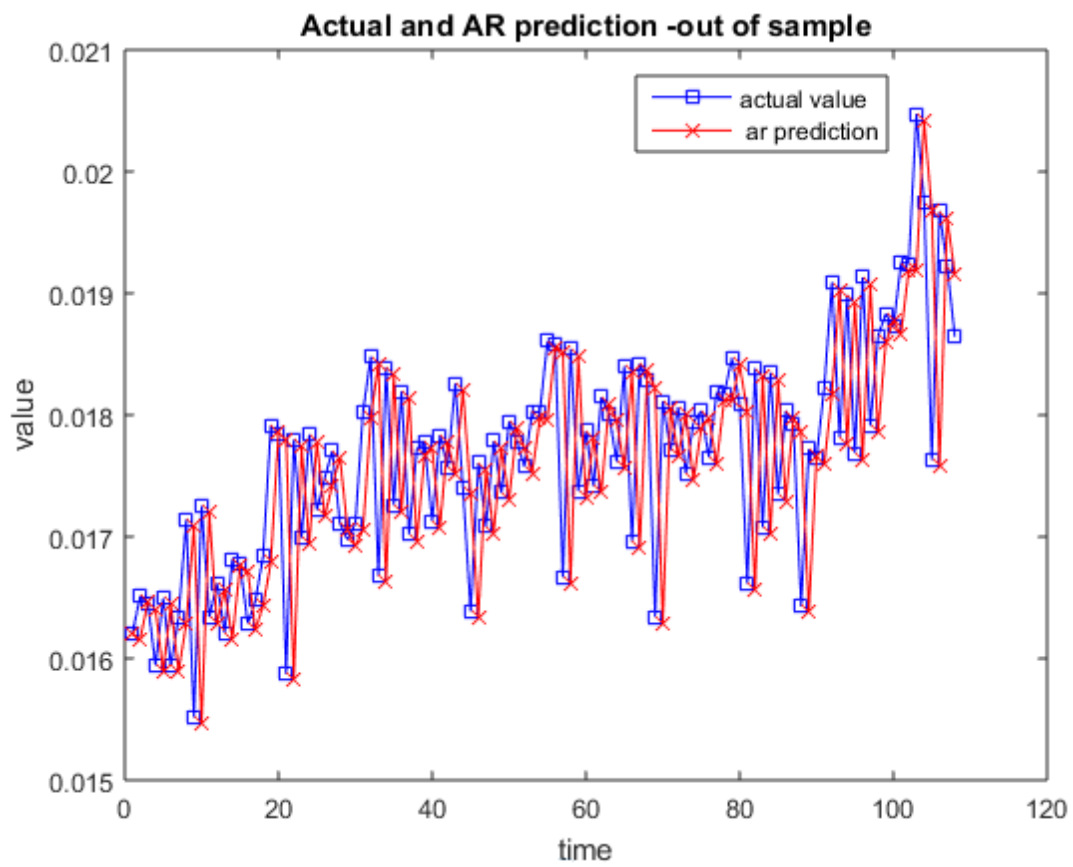
**Διάγραμμα(2.66):**Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση



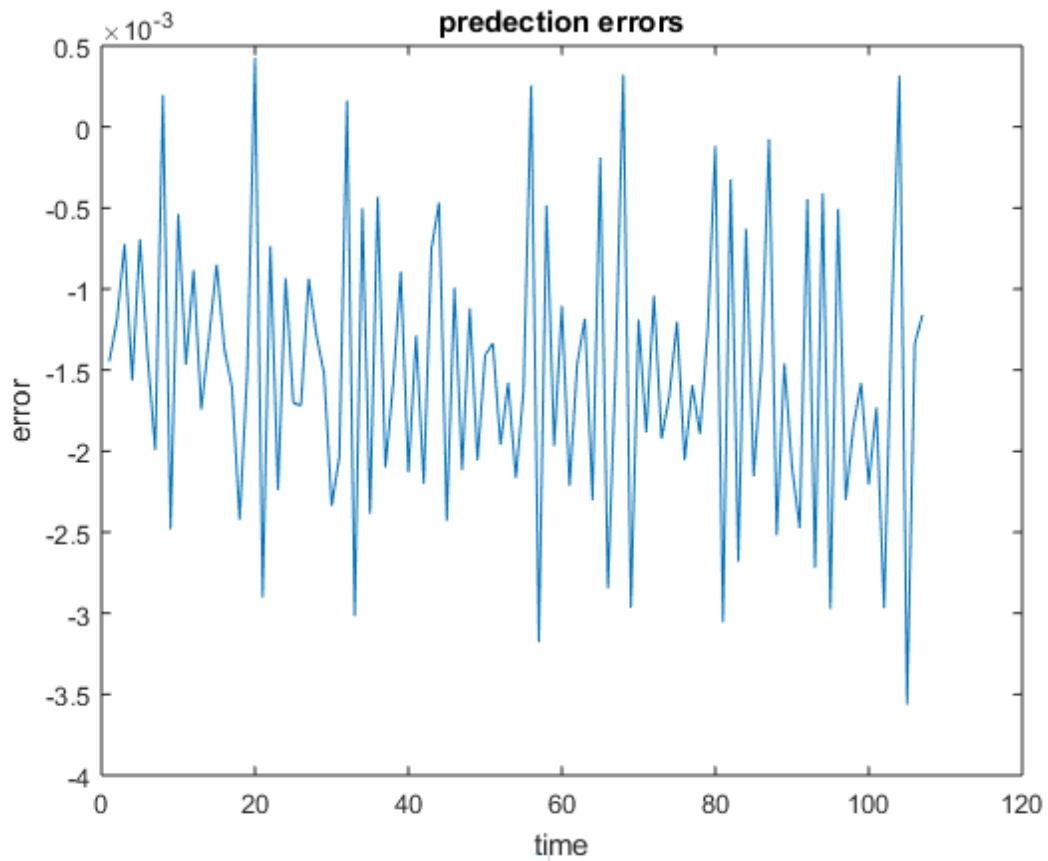
**Διάγραμμα(2.67):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης



**Διάγραμμα(2.68):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές



**Διάγραμμα(2.69):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR



**Διάγραμμα(2.70):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

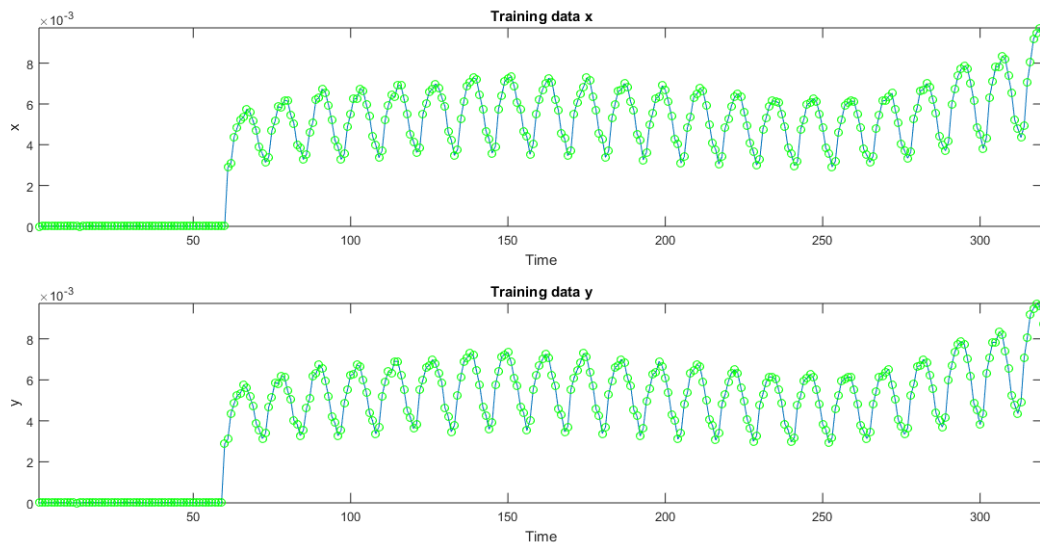
#### Ηλιακή Ενέργεια:

Οι παράμετροι του ANFIS που δίνουν την μικρότερη δυνατή τιμή του σφάλματος RMSE είναι οι εξής:

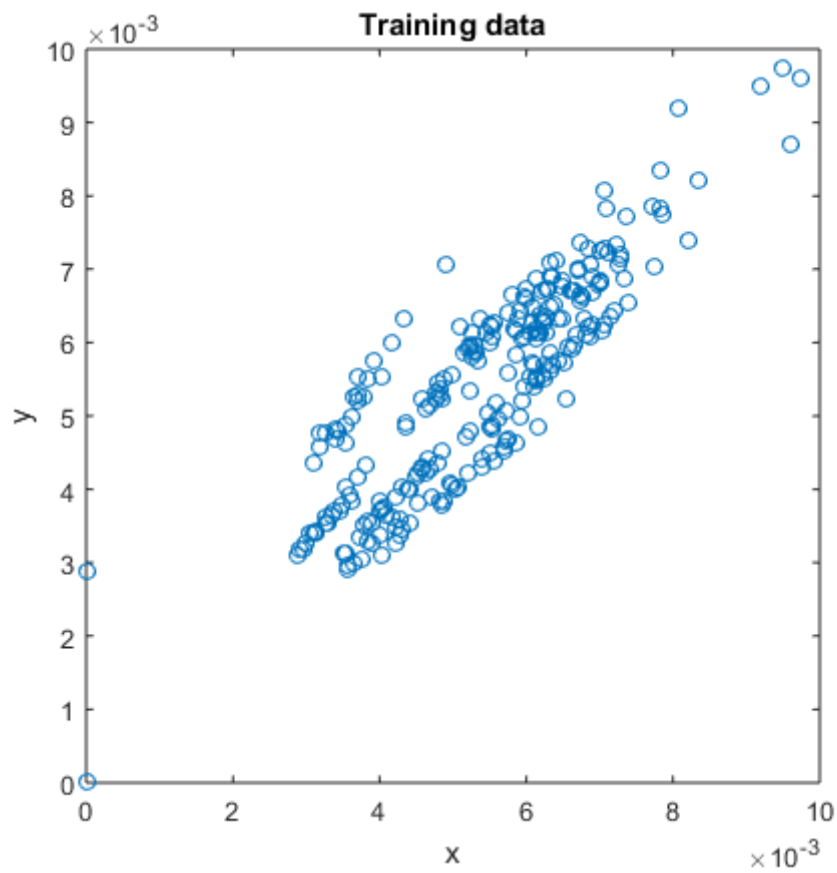
- Epochs:250
- Mf type: επέκταση γκαουσιανής(gauss2)
- Mf no:2
- step size=0.1

Τιμές Σφαλμάτων:

ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	0.005	2.47E-05	0.0033	12.3551
AR_				
	0.0069	4.70E-05	0.0051	12.0236

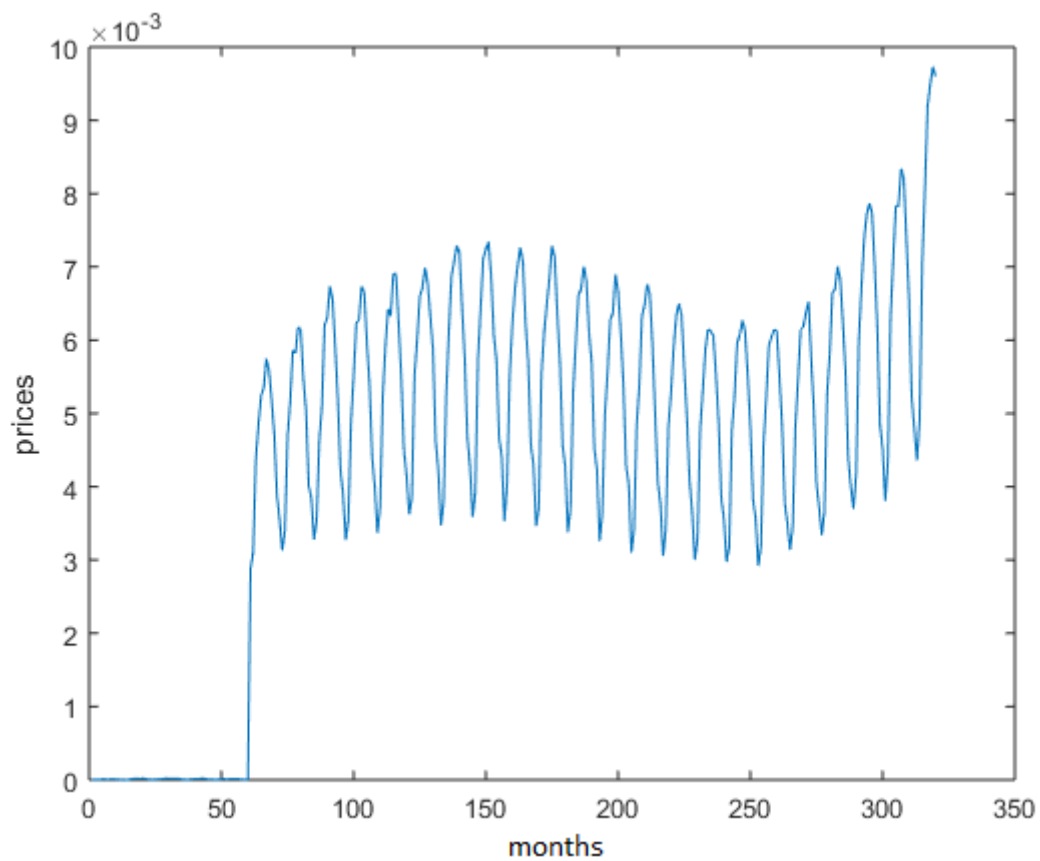


Διάγραμμα(2.71):Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης

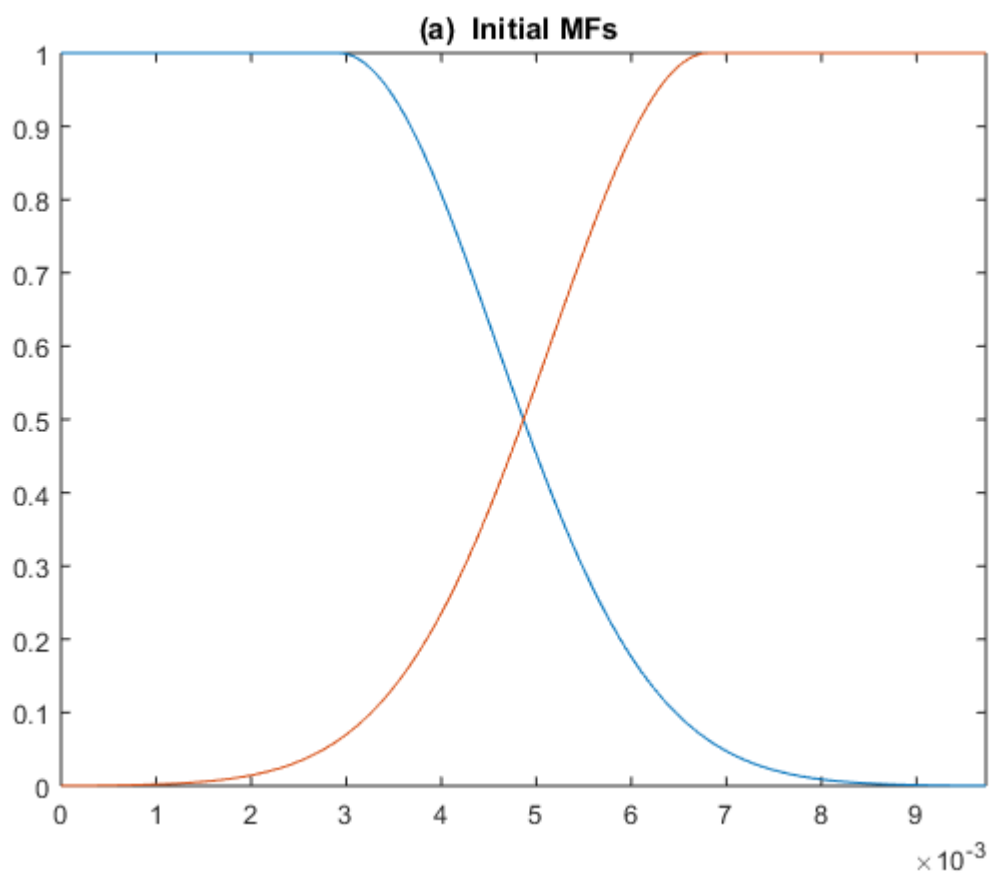


Διάγραμμα(2.72):Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση

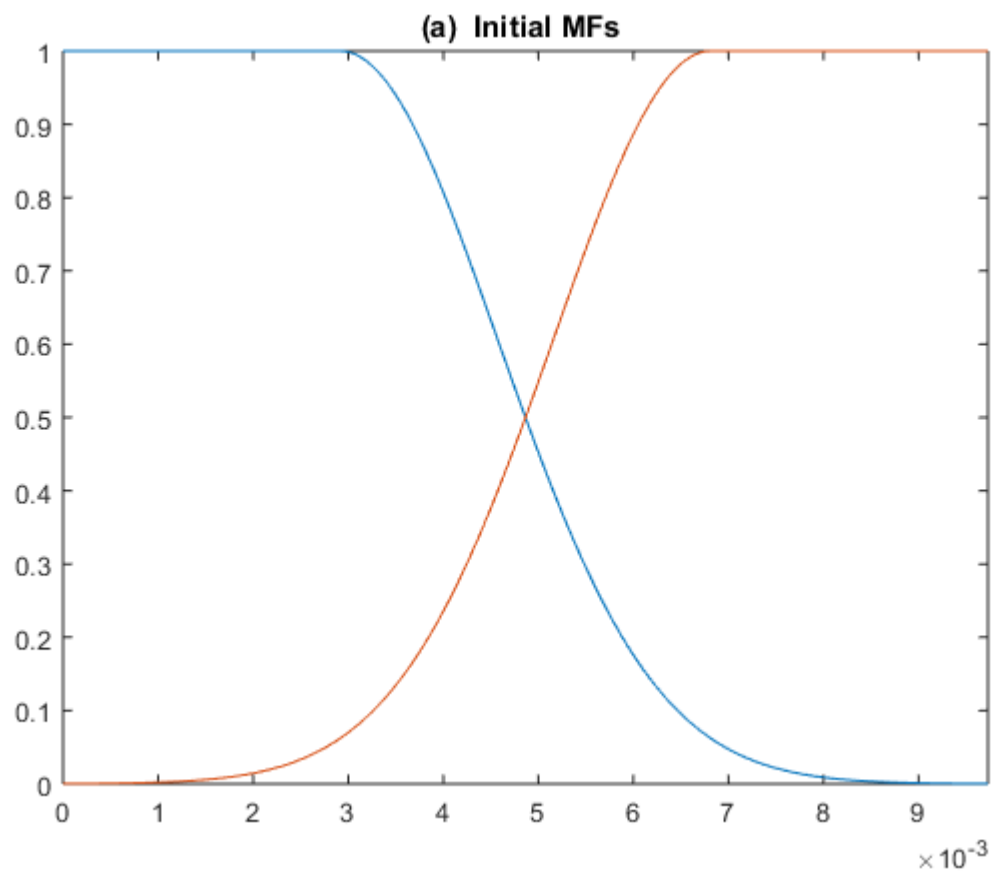




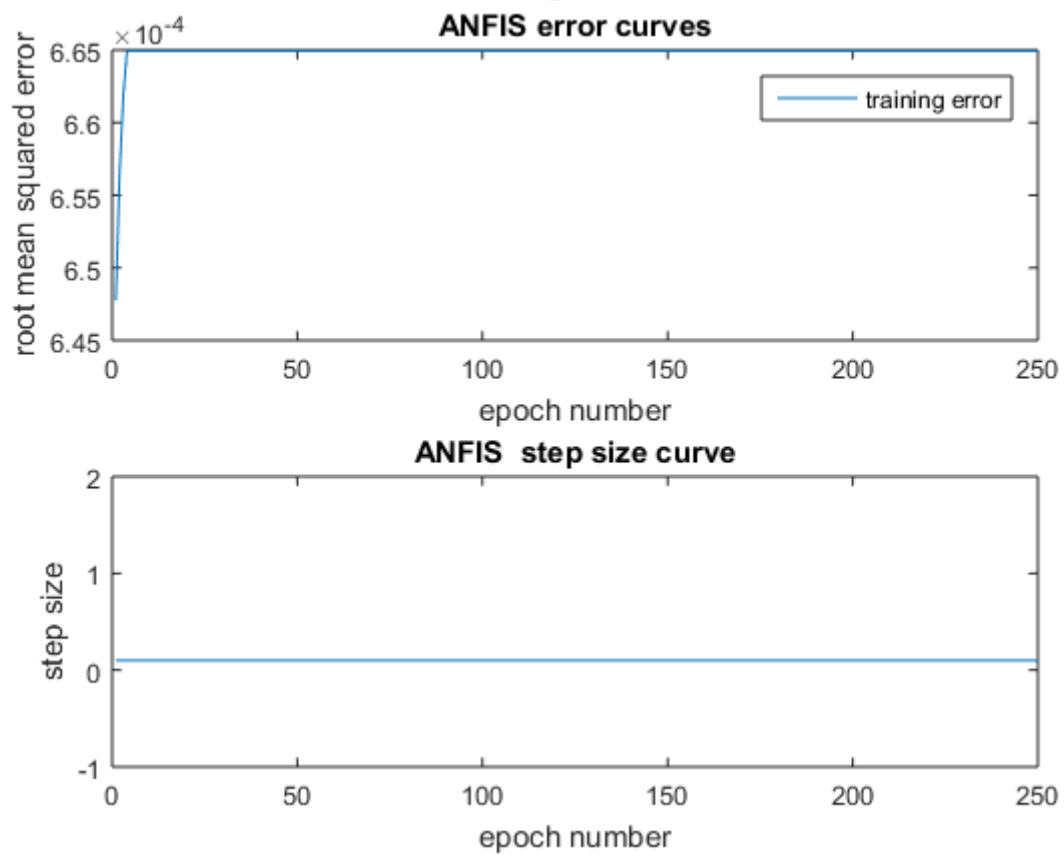
**Διάγραμμα(2.73):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο



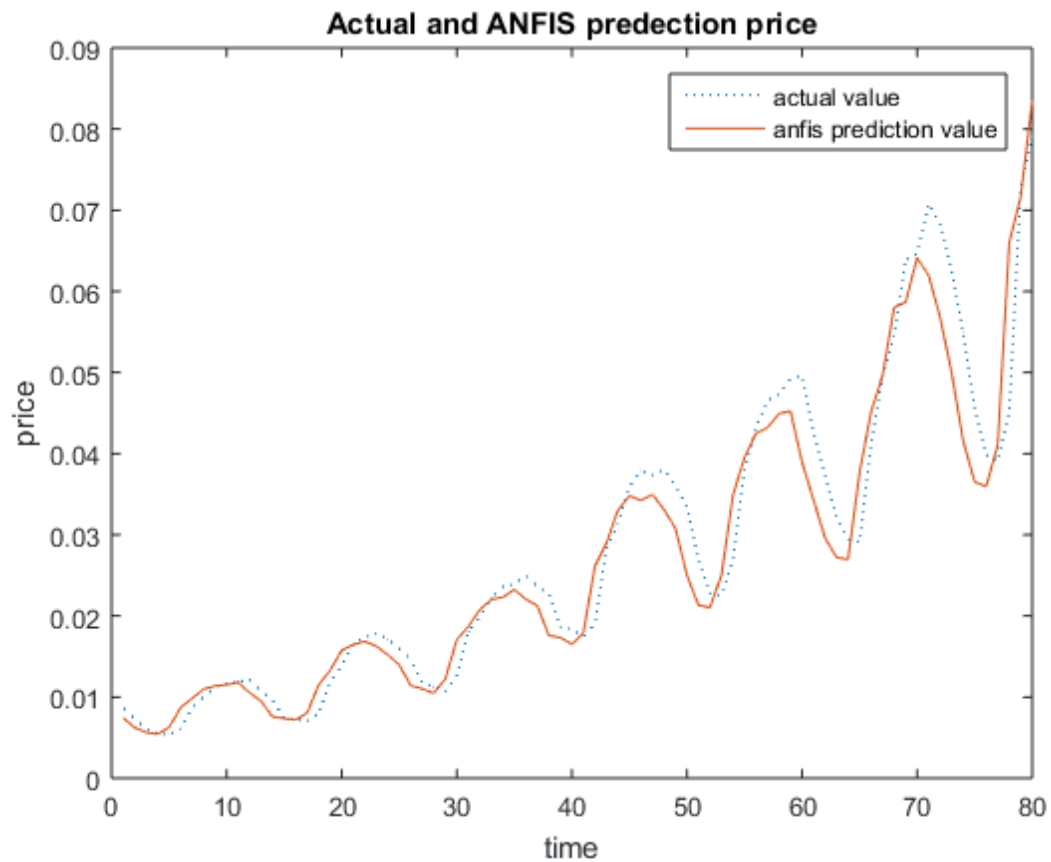
**Διάγραμμα(2.74):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση



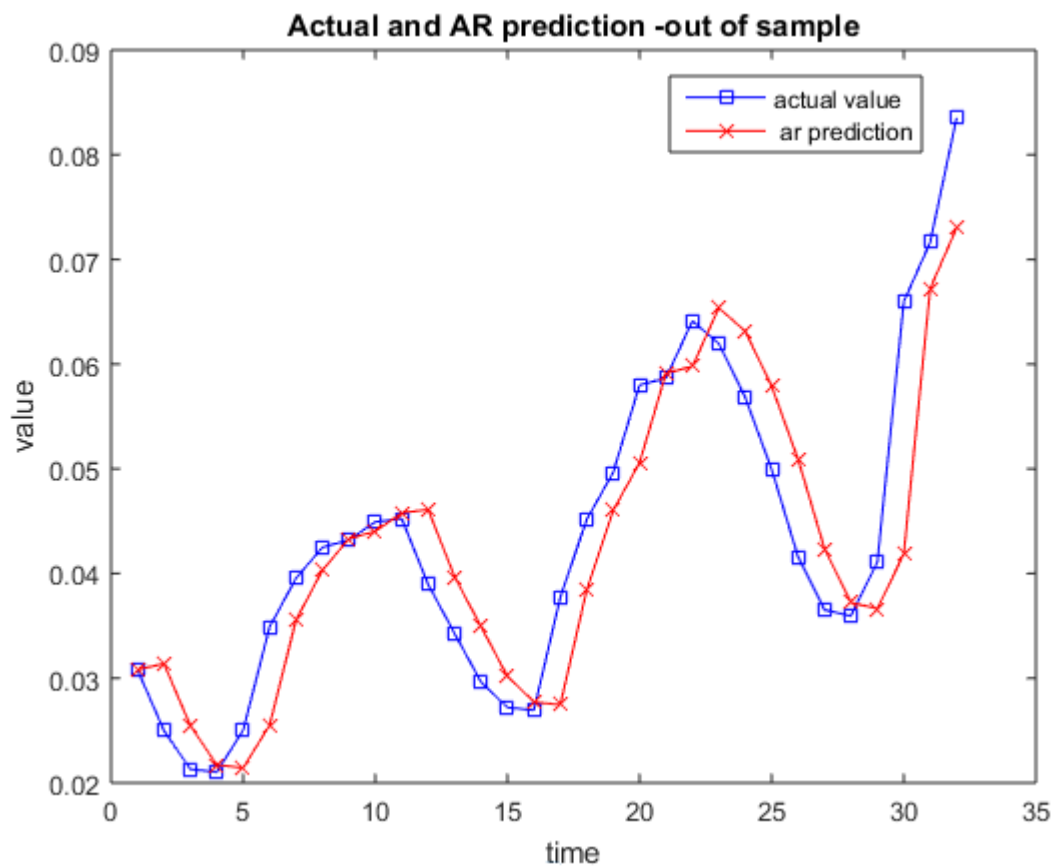
**Διάγραμμα(2.75):**Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση



**Διάγραμμα(2.76):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης

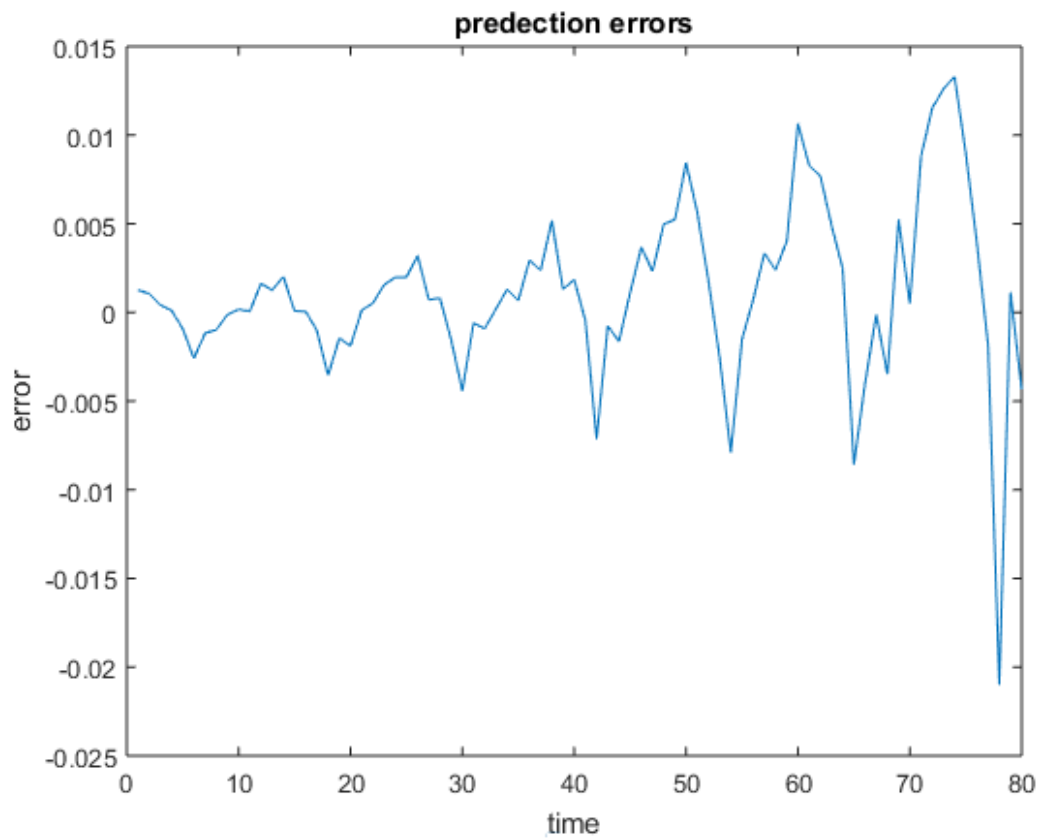


**Διάγραμμα(2.77):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές ANFIS



**Διάγραμμα(2.78):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR

Φαινομενικά, η πρόβλεψη δεν μοιάζει πολλή κακή. Παρόλ' αυτά παρατηρώντας το διαγράμμα(αποκατω), γίνεται αντιληπτό ότι το σφάλμα μεγαλώνει εκθετικά. Αυτό Πιθανόν να συμβαίνει λόγω του ότι το φαινόμενο που μελετάται, στην προκείμενη περίπτωση (η κατανάλωση της ηλιακής ενέργειας), είναι σε πρωταρχική μορφή και δεν έχει σταθεροποιηθεί.



**Διάγραμμα(2.79):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

#### Αιολική Ενέργεια:

Οι παράμετροι του ANFIS που δίνουν την μικρότερη δυνατή τιμή του σφάλματος RMSE είναι οι εξής:

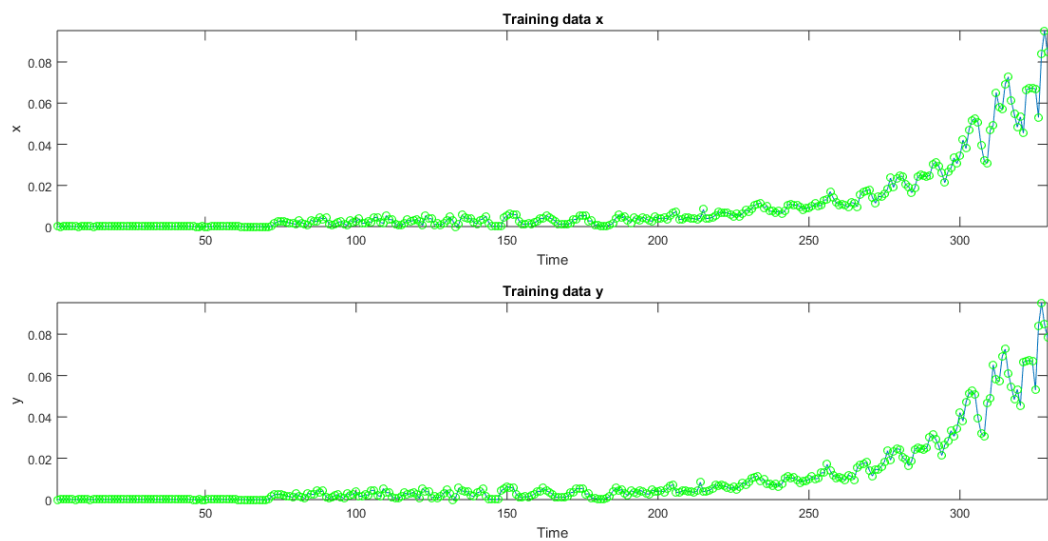
- Epochs:250
- Mf type:καμπανοειδής(gbell)
- Mf no:2
- step size=0.1

Τιμές Σφαλμάτων:

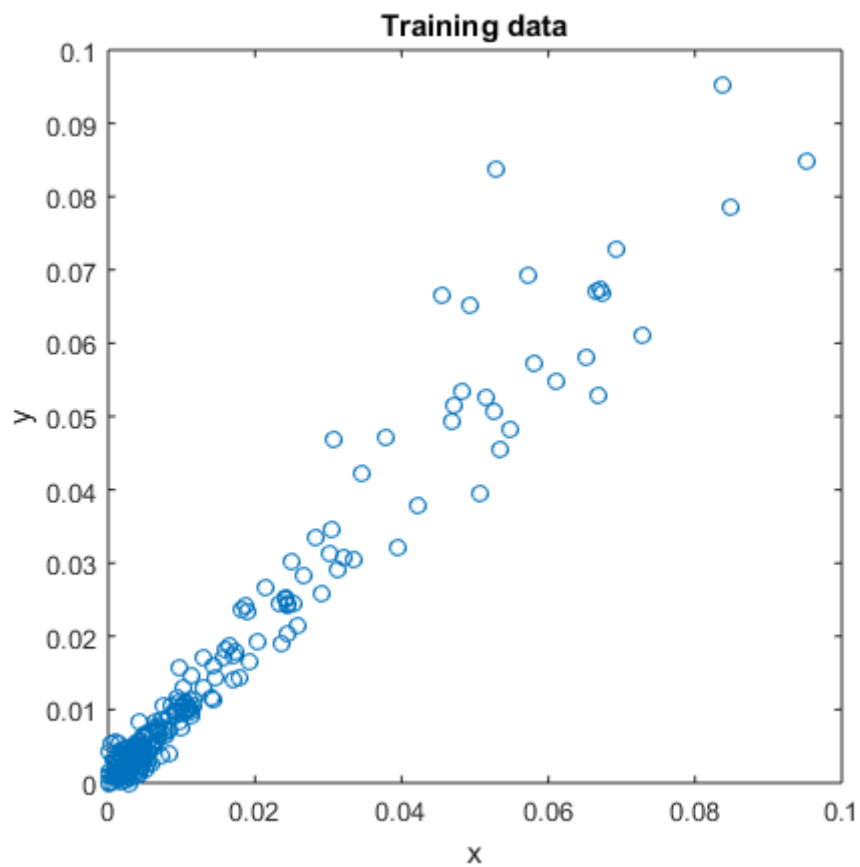
ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.0287</b>	<b>8.23E-04</b>	<b>0.0228</b>	<b>15.624</b>
AR_				
	<b>0.0169</b>	<b>2.85E-04</b>	<b>0.0124</b>	<b>13.0769</b>

Το RMSE είναι μικρό,παρόλαυτα ,άλλα είδη σφαλμάτων επιβεβαιώνουν ότι η πρόβλεψη δεν είναι ικανοποιητική.Παρατηρείται ότι η τιμή του σφάλματος MAPE είναι συγκριτικά πολύ μεγαλύτερη από αυτές των υπολοίπων προβλέψεων,με εξαίρεση την πρόβλεψη για την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας.

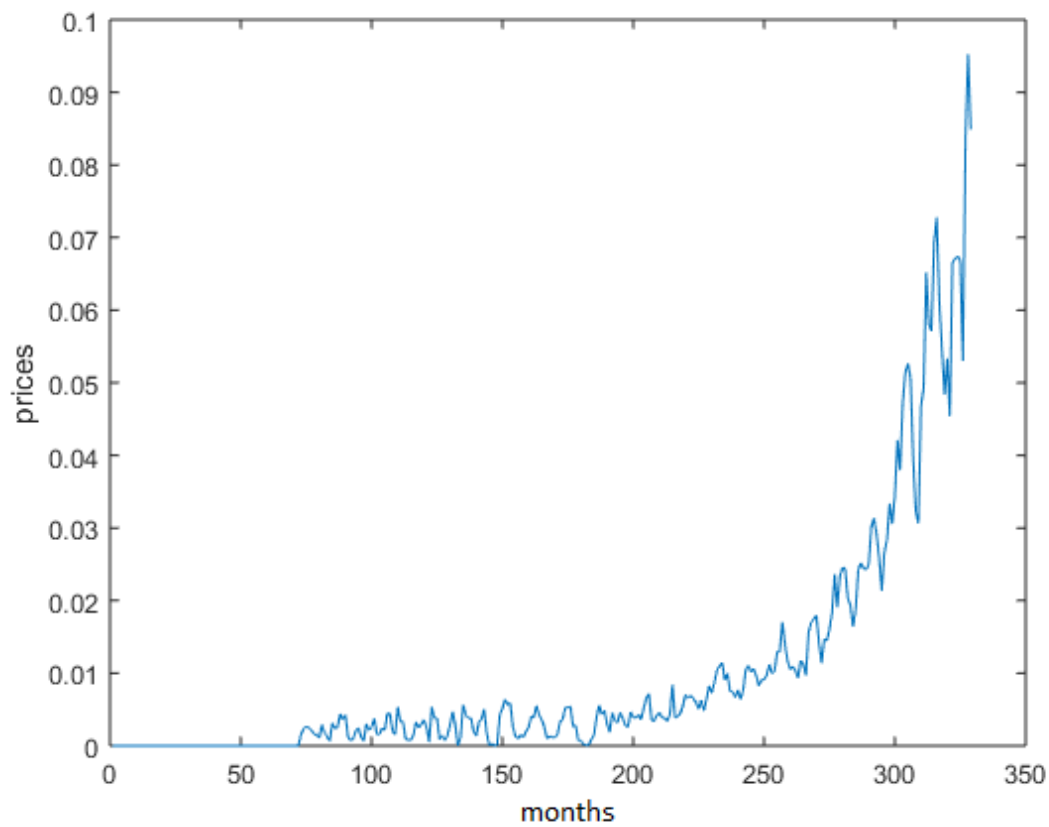
Στο διάγραμμα(αρίθμηση 2<sup>ο</sup> διδιαστατη απεικόνιση),φαίνεται καθαρά ότι τα περισσότερα ζεύγη δεδομένων είναι συγκεντρωμένα στην αρχή των αξόνων.Το φαινόμενο, δηλαδή είναι σε πρώιμο στάδιο και εξελίσσεται εκθετικά,όπως δείχνει και το διάγραμμα (1<sup>ο</sup> αρίθμηση),οπότε το ANFIS δυσκολεύεται να το μοντελοποιήσει.



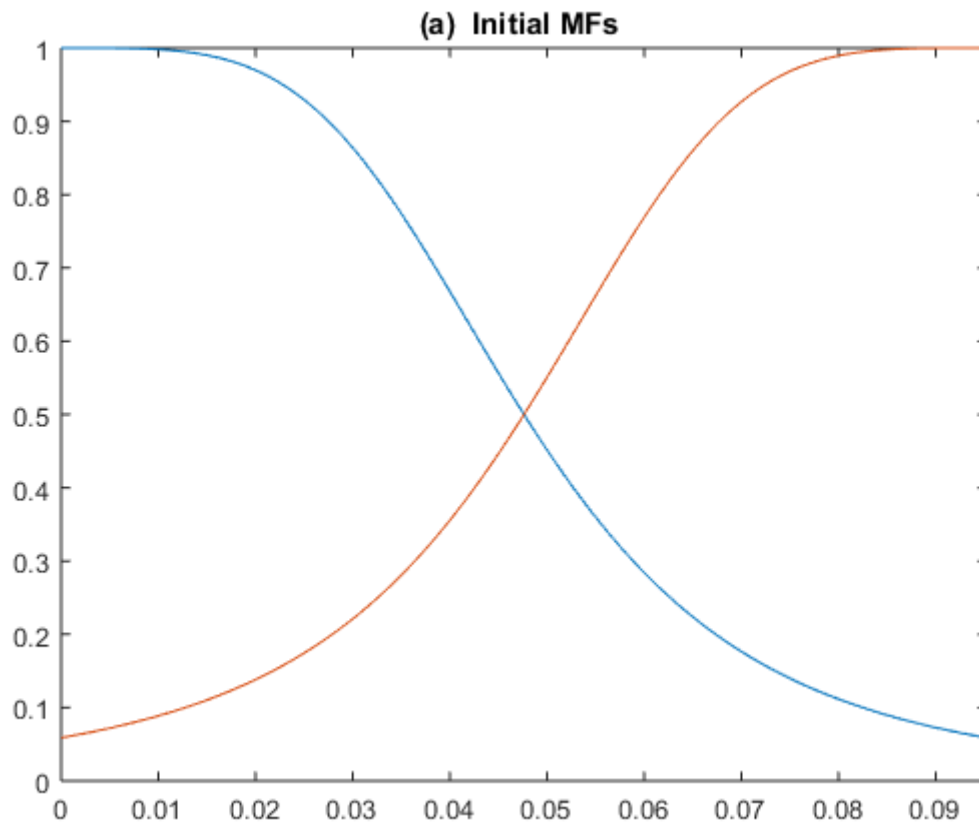
**Διάγραμμα(2.80):**Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης



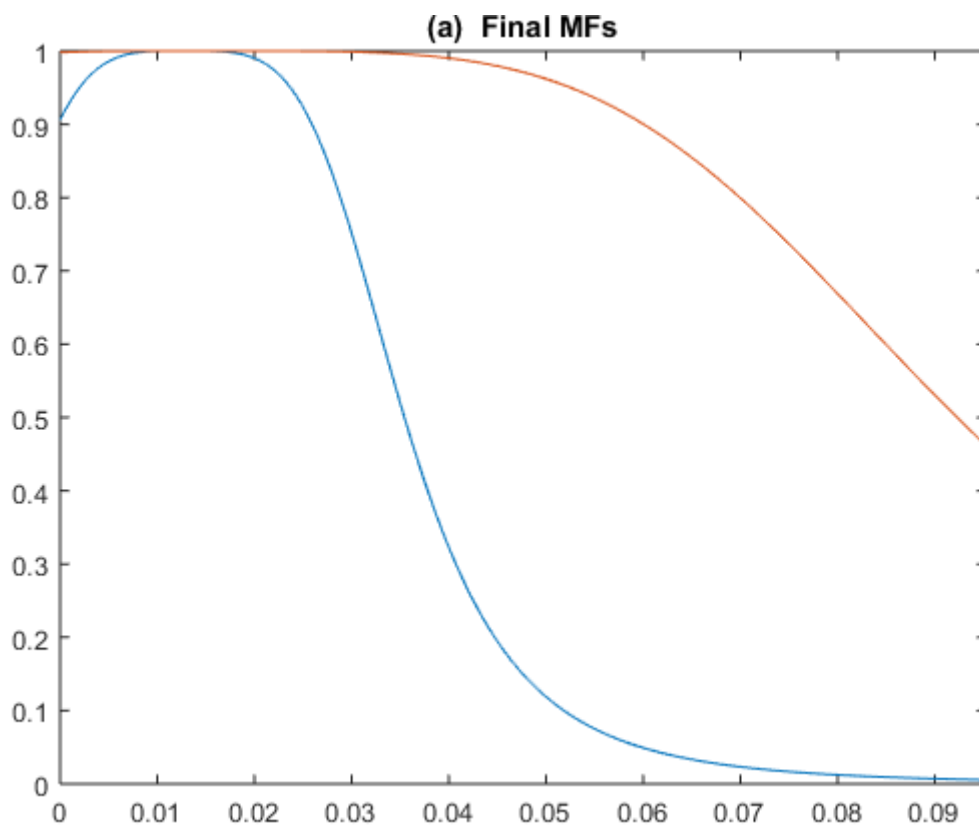
**Διάγραμμα(2.81):** Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση



**Διάγραμμα(2.82):** Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντέλο

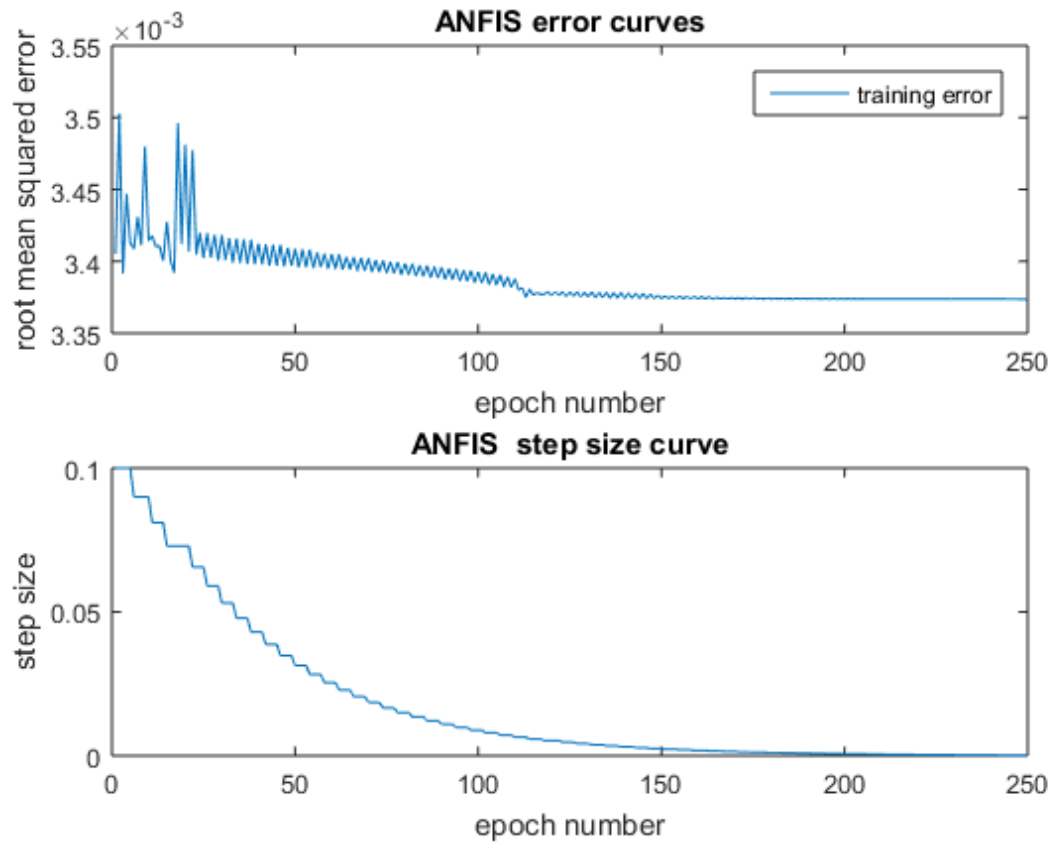


**Διάγραμμα(2.83):** Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση

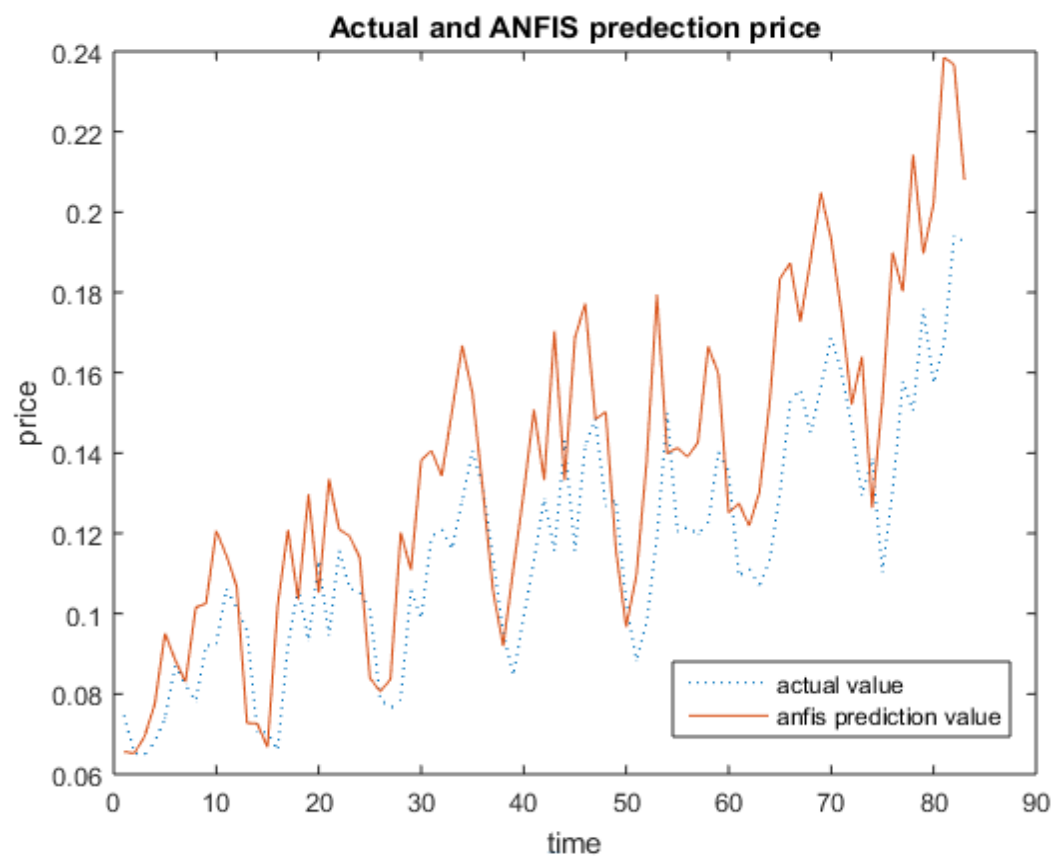


**Διάγραμμα(2.84):** Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση



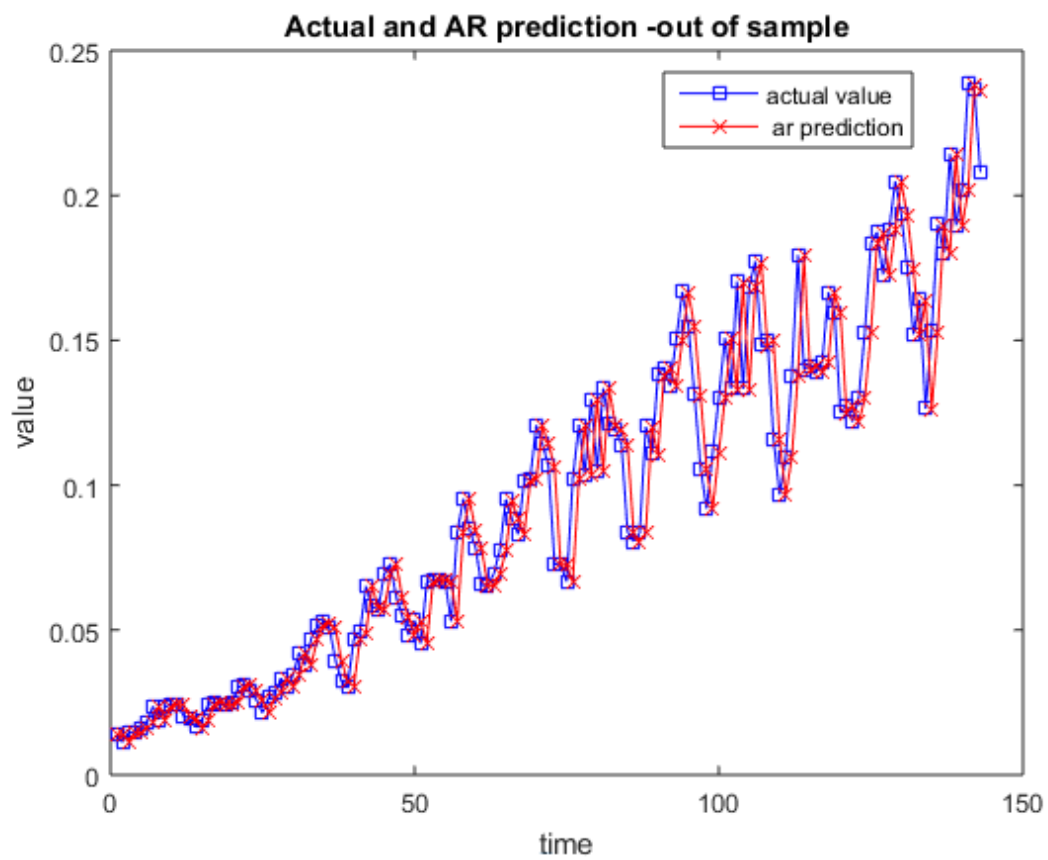


**Διάγραμμα(2.85):**Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης

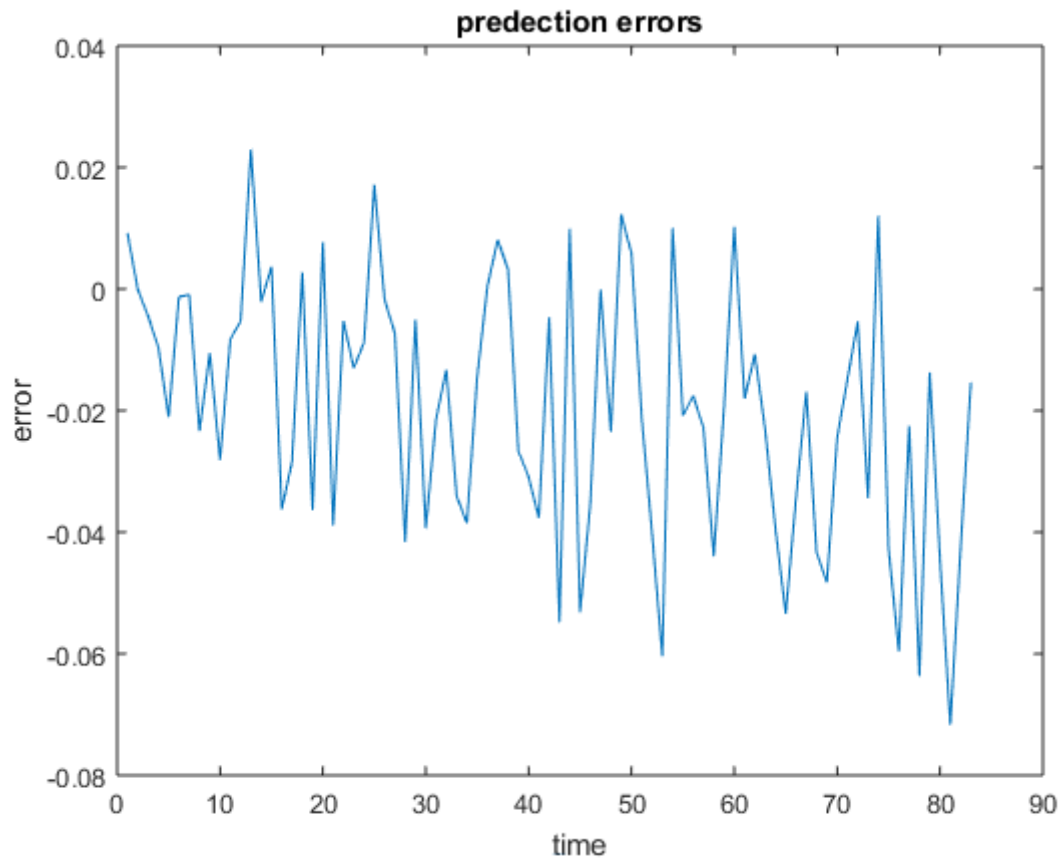


**Διάγραμμα(2.86):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές ANFIS

Παρατηρείται ότι με το πέρασμα του χρόνου οι προβλεπόμενες τιμές απομακρύνονται από τις επιθυμητές καθώς και ότι το σφάλμα μεγαλώνει για την πρόβλεψη στο μοντέλο ANFIS.



Διάγραμμα(2.87):Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR



**Διάγραμμα(2.88):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

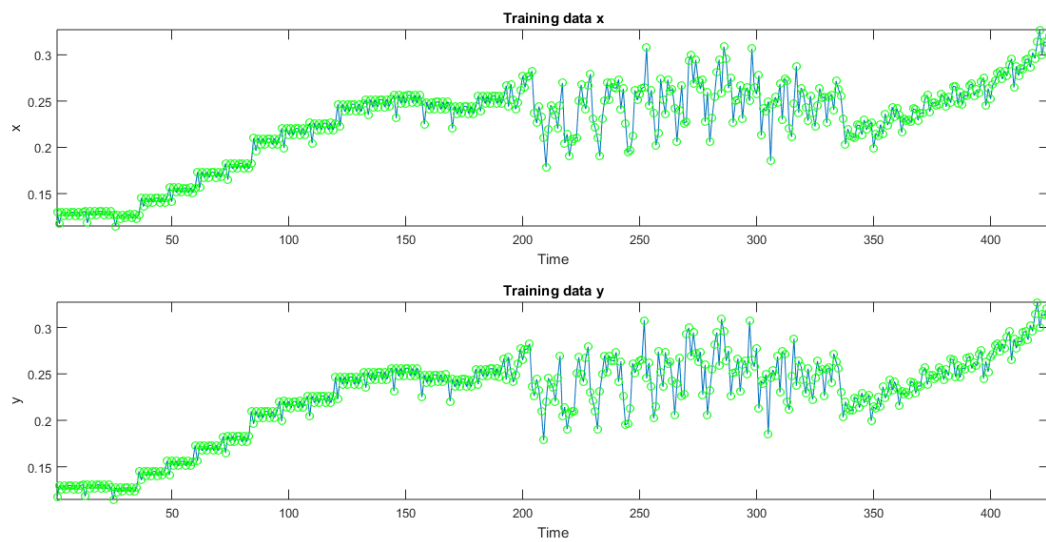
#### Ενέργεια Βιομάζας:

Οι παράμετροι του ANFIS που δίνουν την μικρότερη δυνατή τιμή του σφάλματος RMSE και των υπόλοιπων σφαλμάτων είναι οι εξής:

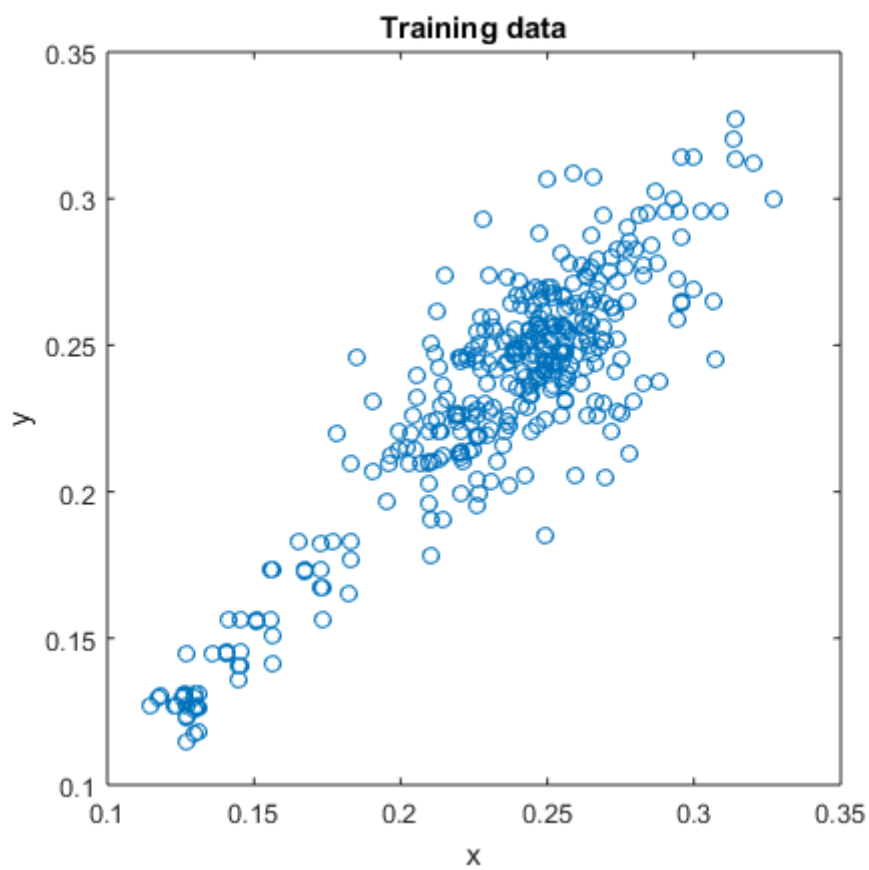
- Epochs:250
- Mf type:γκουσιανή(gauss)
- Mf no:2
- step size=0.1

Τιμές Σφαλμάτων:

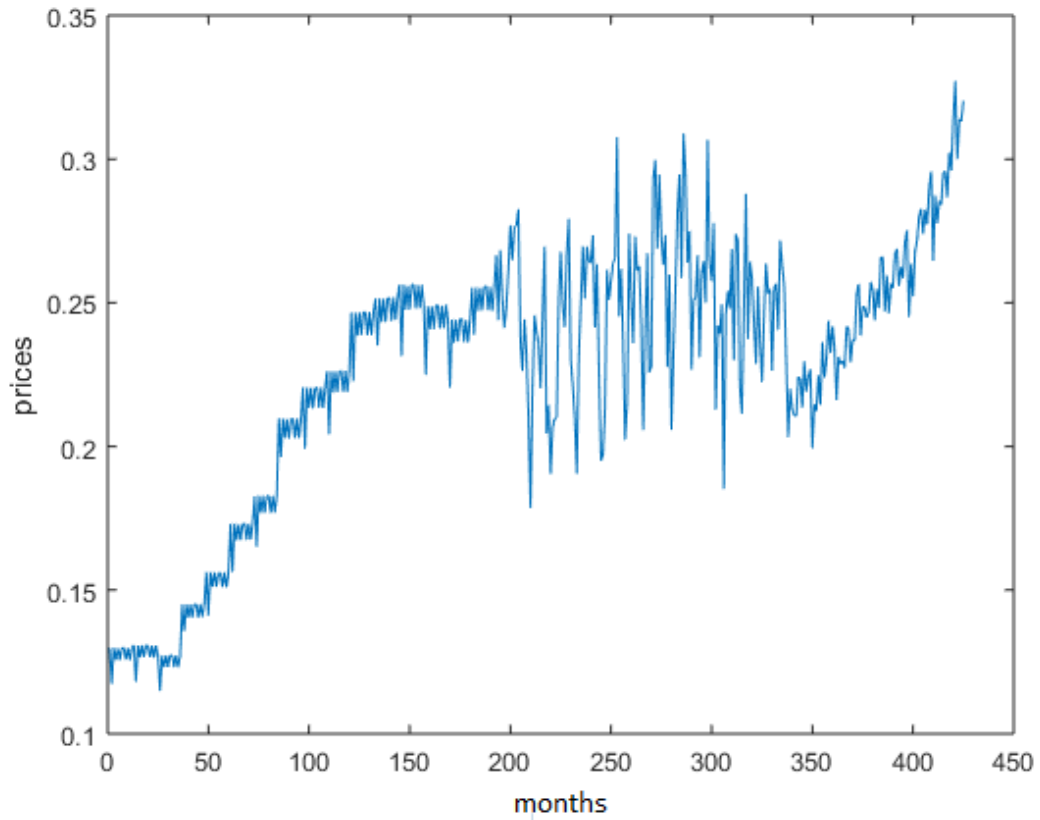
ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.0203</b>	<b>4.11E-04</b>	<b>0.0167</b>	<b>4.5069</b>
AR_				
	<b>0.0178</b>	<b>3.18E-04</b>	<b>0.0147</b>	<b>3.9856</b>



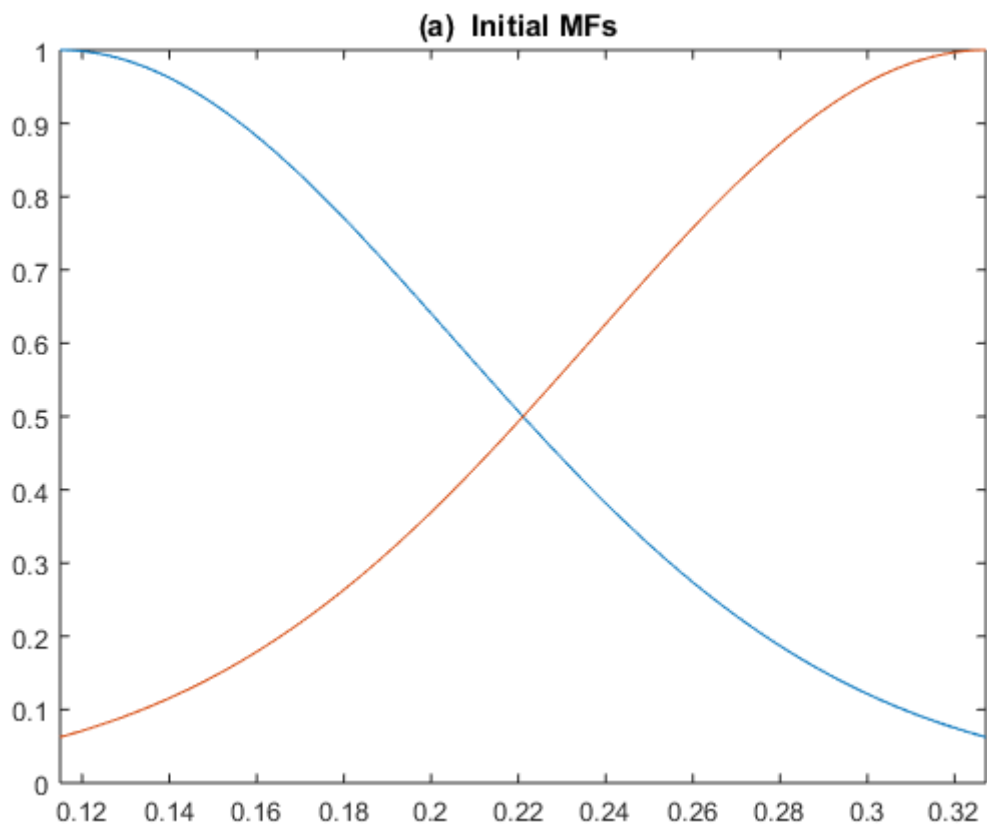
**Διάγραμμα(2.89):** Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης



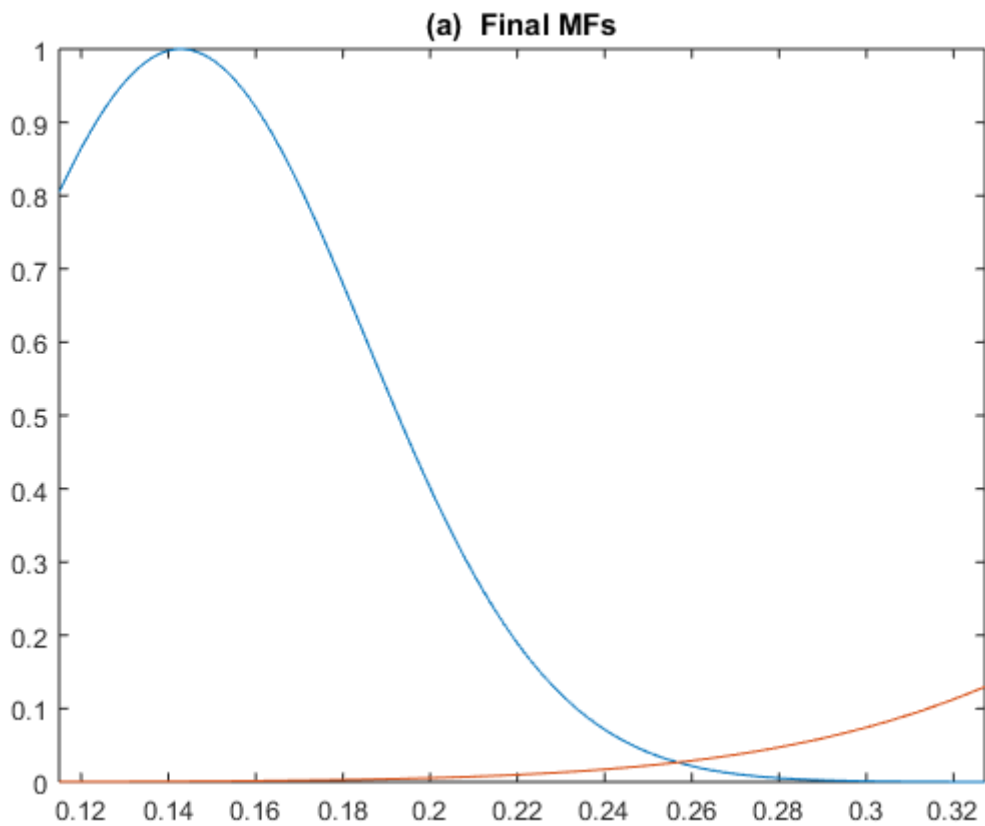
**Διάγραμμα(2.90):** Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση



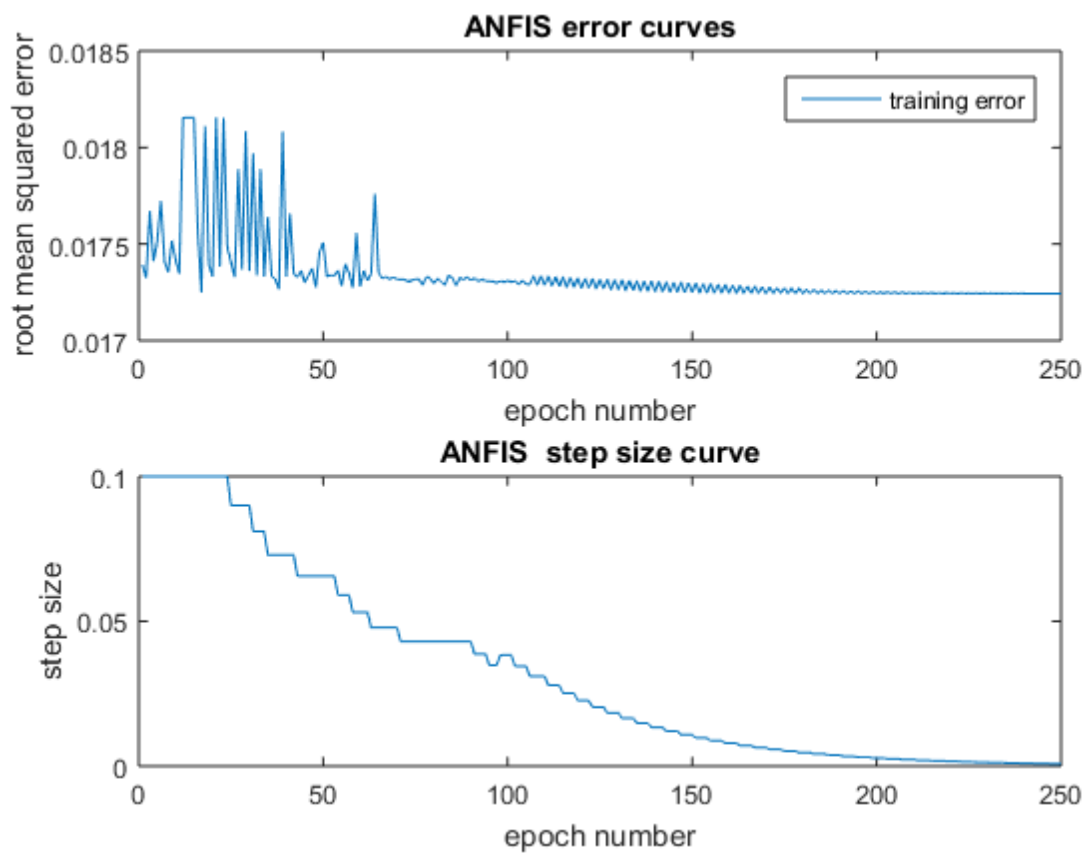
**Διάγραμμα(2.91):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο



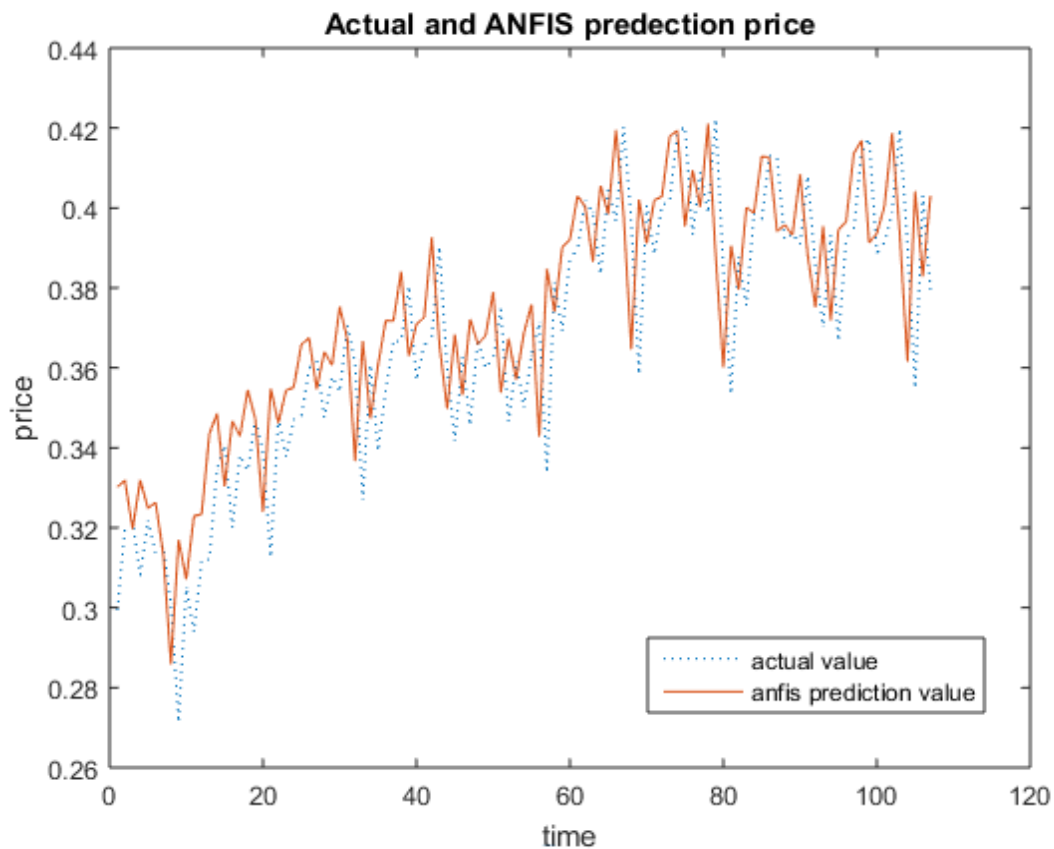
**Διάγραμμα(2.92):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση



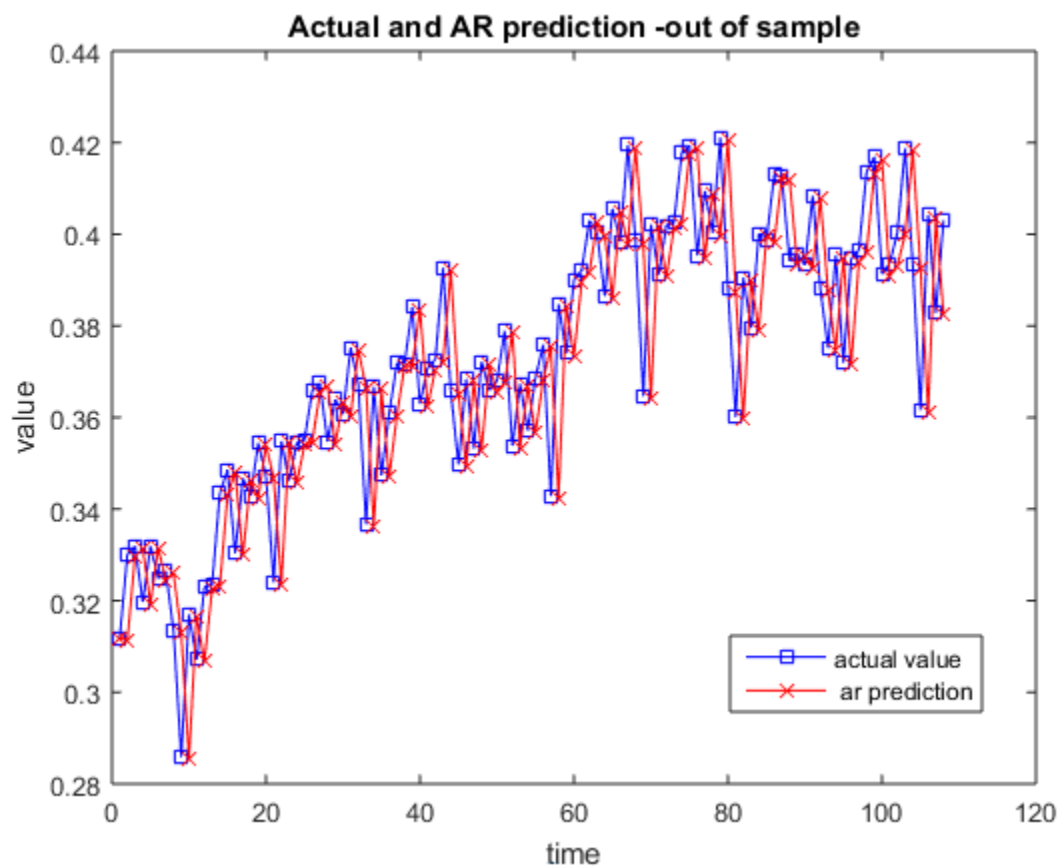
Διάγραμμα(2.93):Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση



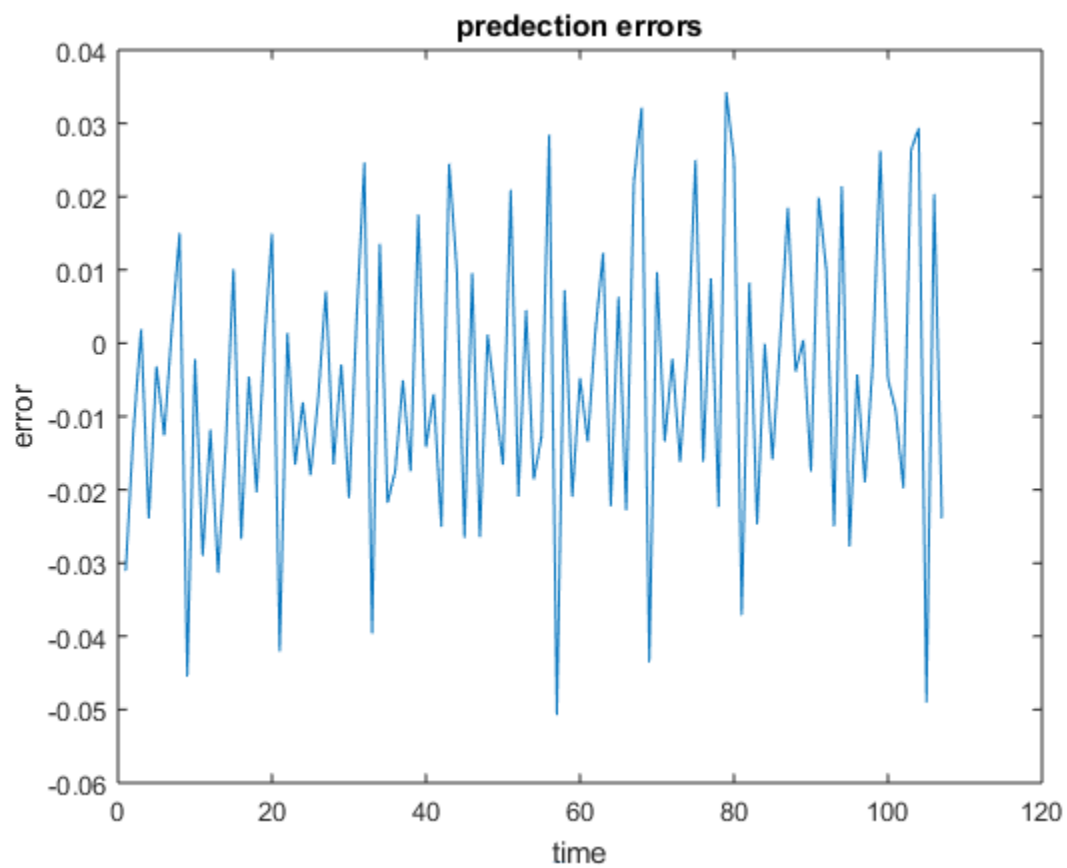
Διάγραμμα(2.94):Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης



**Διάγραμμα(2.95):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές ANFIS



**Διάγραμμα(2.96):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές ANFIS



**Διάγραμμα(2.97):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

#### Συνολική Πρωτογενής Ενέργεια:

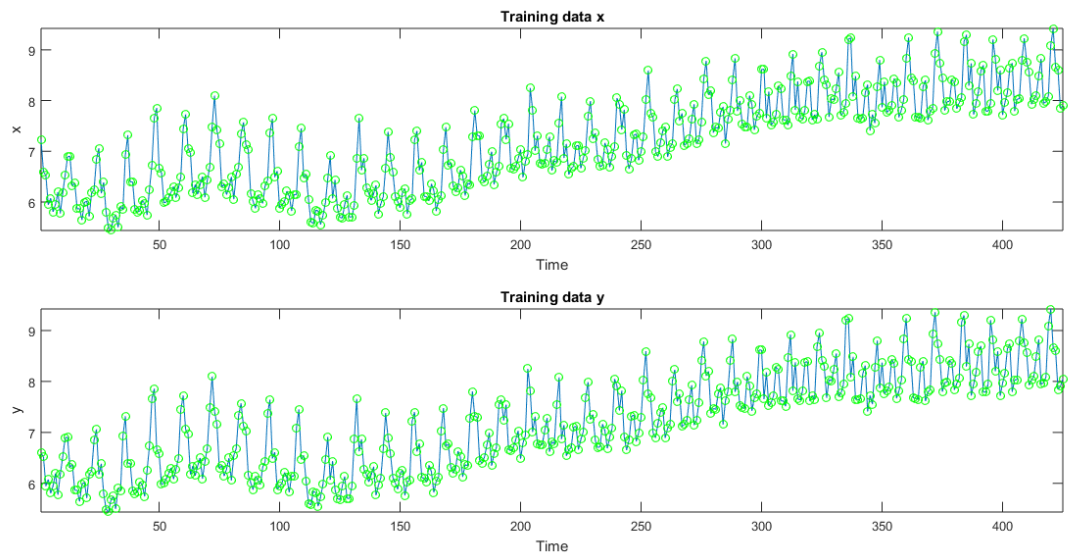
Οι παράμετροι του ANFIS που δίνουν την μικρότερη δυνατή τιμή του σφάλματος RMSE είναι οι εξής:

- Epochs:250
- Mf type:επέκταση γκαουσιανής(gauss2)
- Mf no:3
- step size=0.1

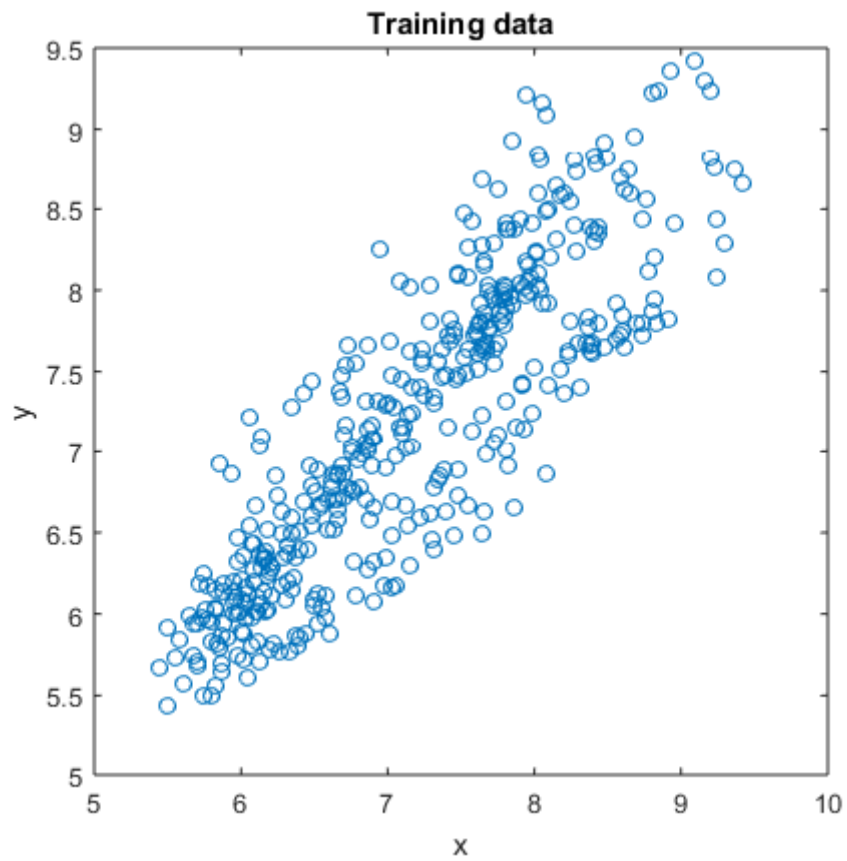
Τιμές Σφαλμάτων:

ANFIS_	RMSE	MSE	MAE	MAPE
	<b>0.5049</b>	<b>2.55E-01</b>	<b>0.405</b>	<b>4.9409</b>
AR_				
	<b>0.5804</b>	<b>3.37E-01</b>	<b>0.4541</b>	<b>5.6208</b>

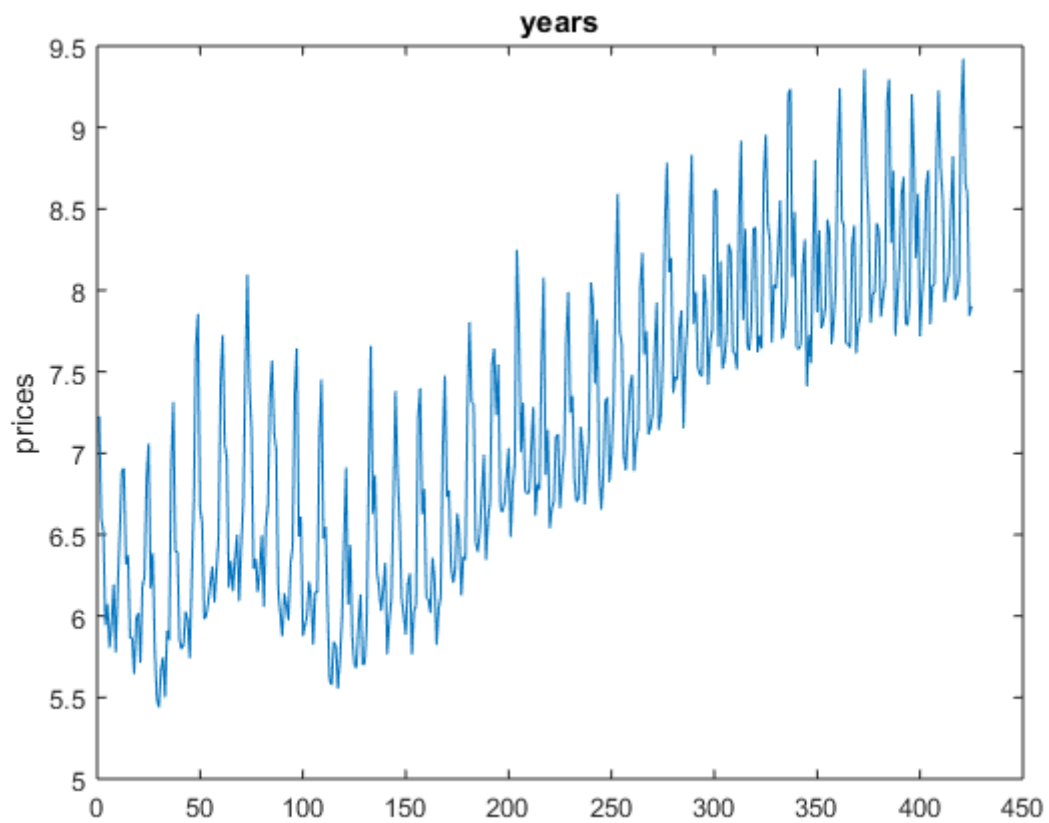




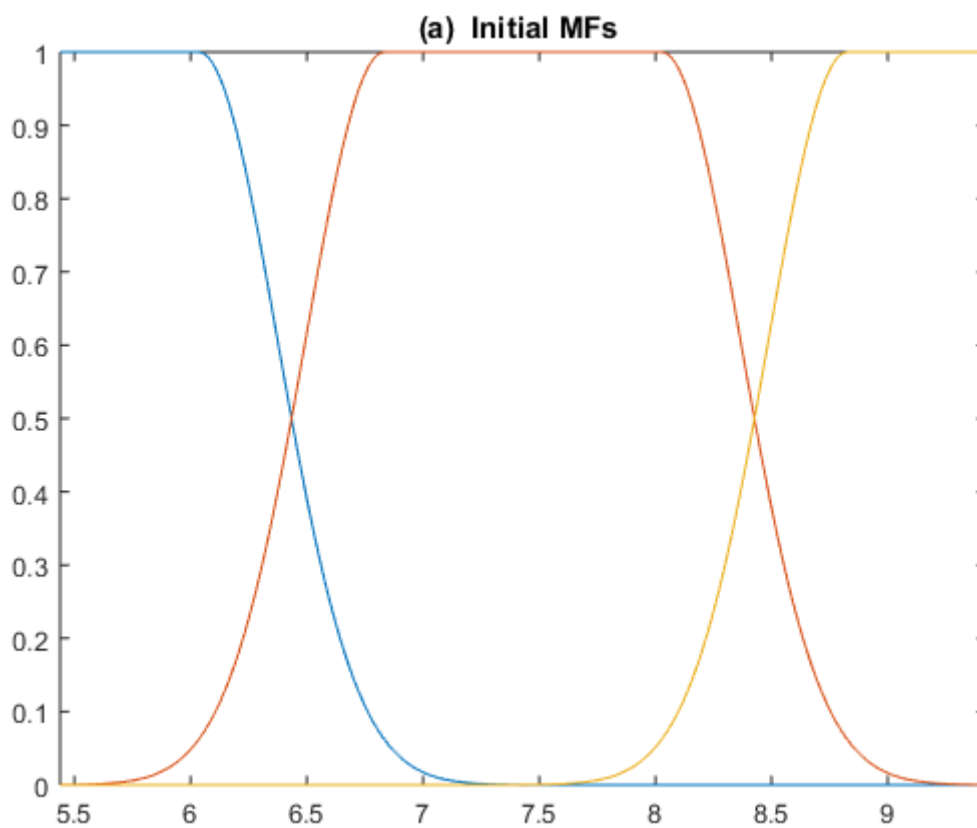
**Διάγραμμα(2.98):** Δεδομένα εισόδου και εξόδου για το δείγμα εκπαίδευσης



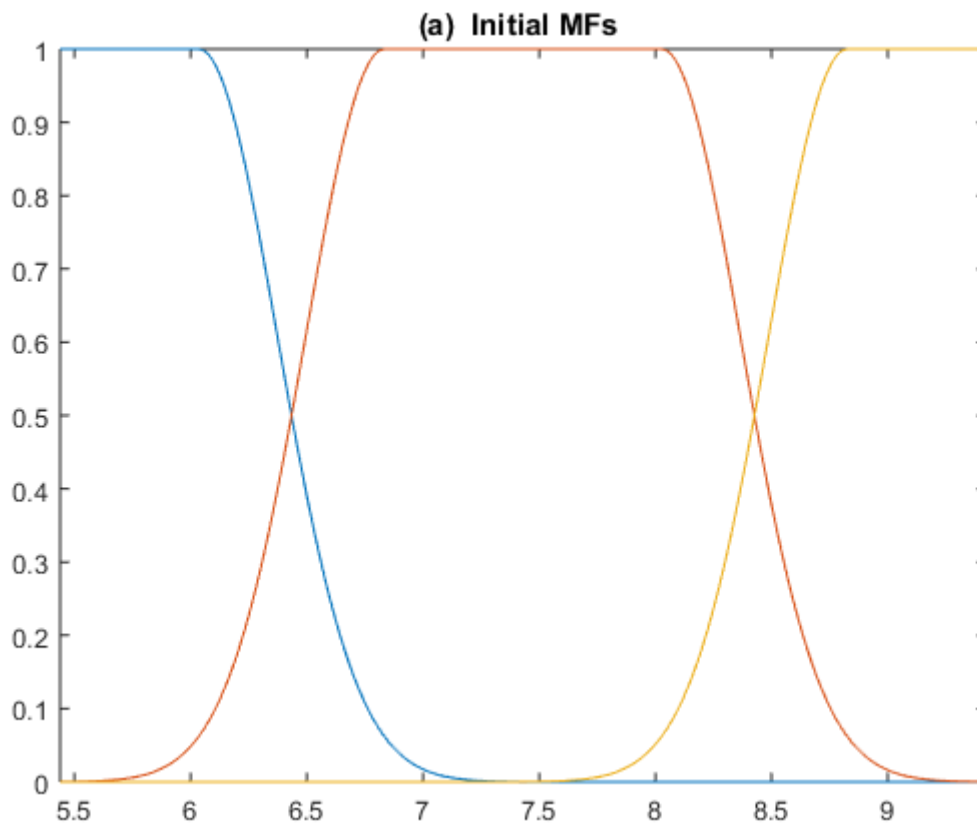
**Διάγραμμα(2.99):** Δεδομένα Εκπαίδευσης Εισόδου και Εξόδου σε Διδιάστατη Απεικόνιση



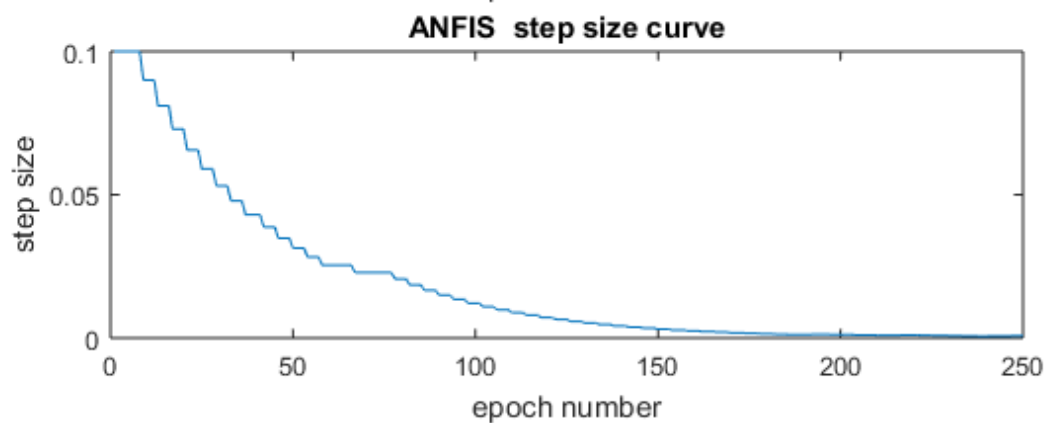
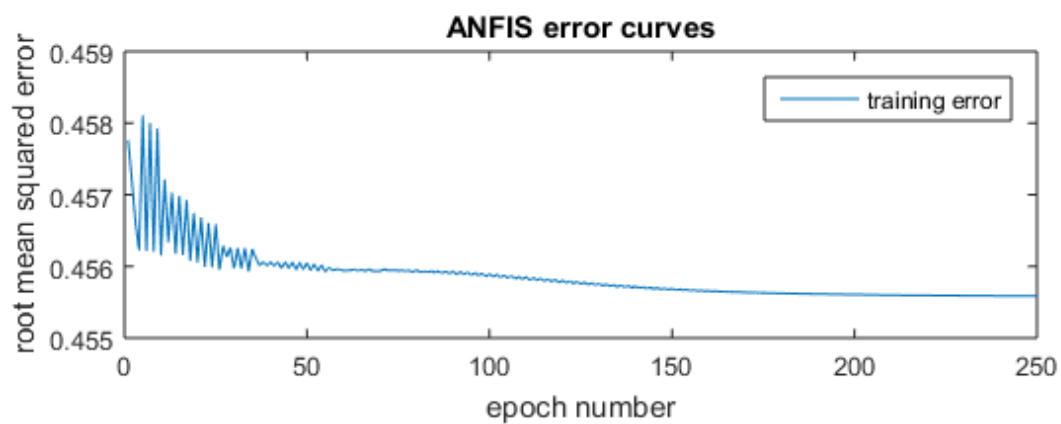
**Διάγραμμα(2.100):**Πραγματικές Τιμές των Δεδομένων Εκπαίδευσης στο μοντελο



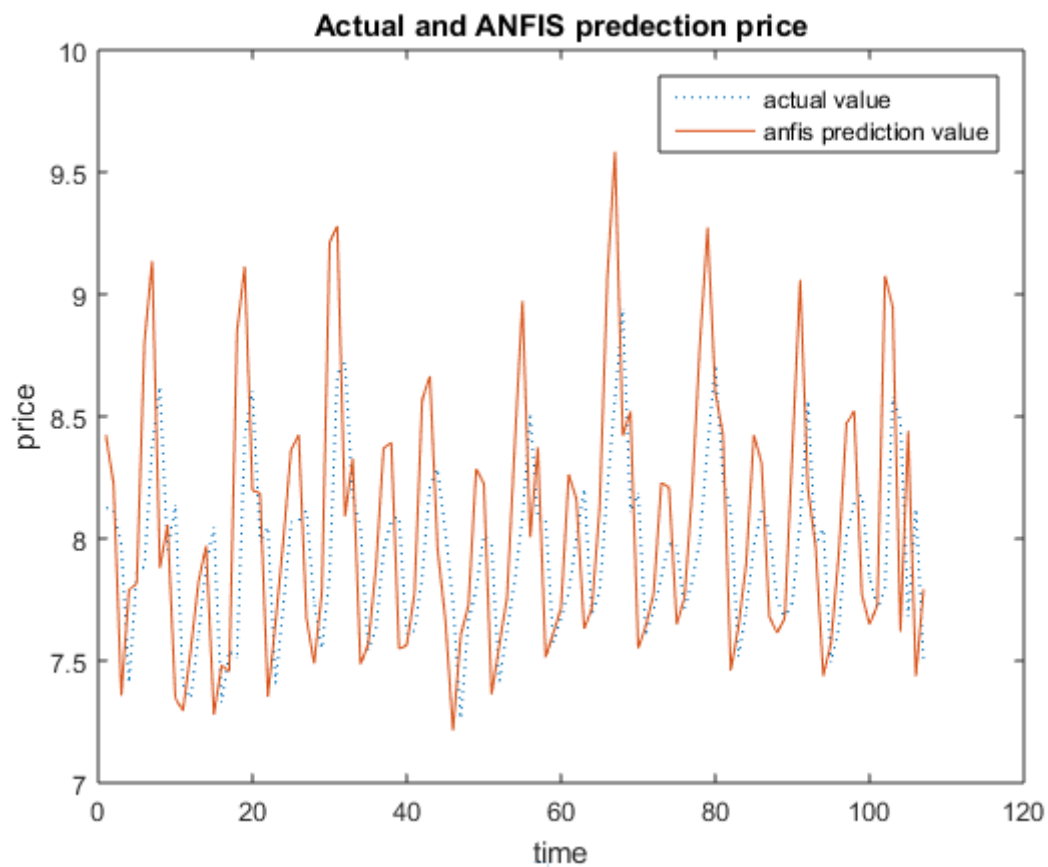
**Διάγραμμα(2.101):**Αρχικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής πριν την εκπαίδευση



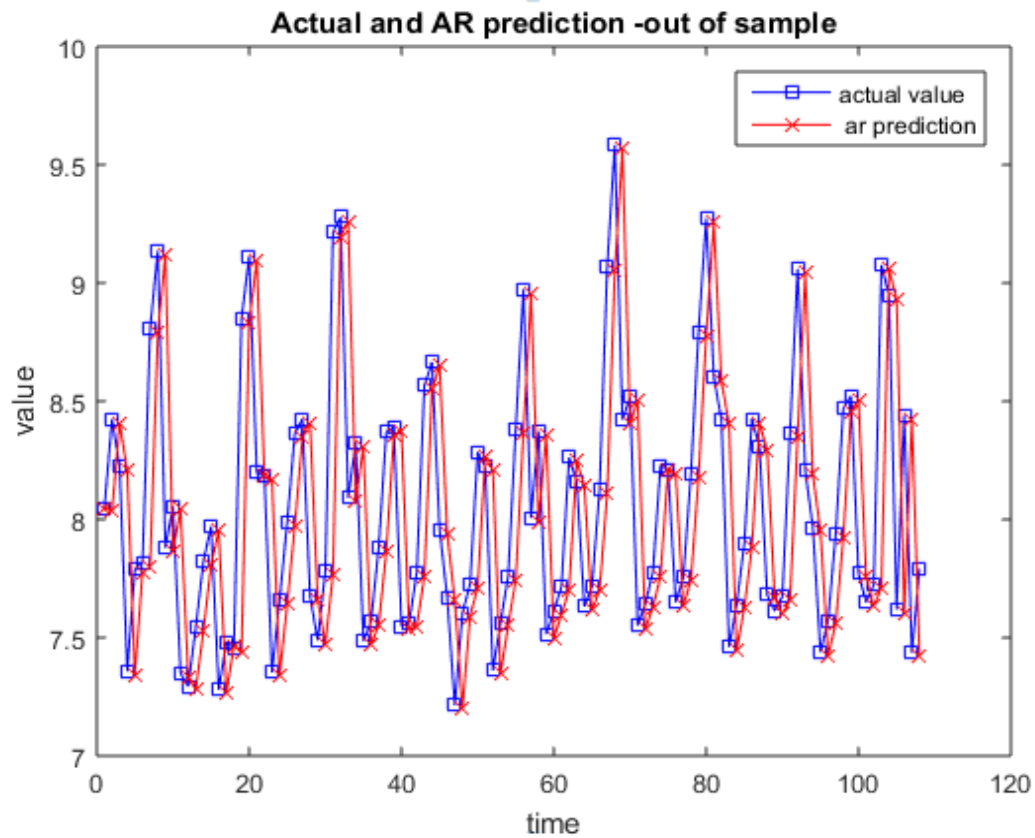
**Διάγραμμα(2.102):** Τελικές καμπύλες συναρτήσεων συμμετοχής μετά την εκπαίδευση



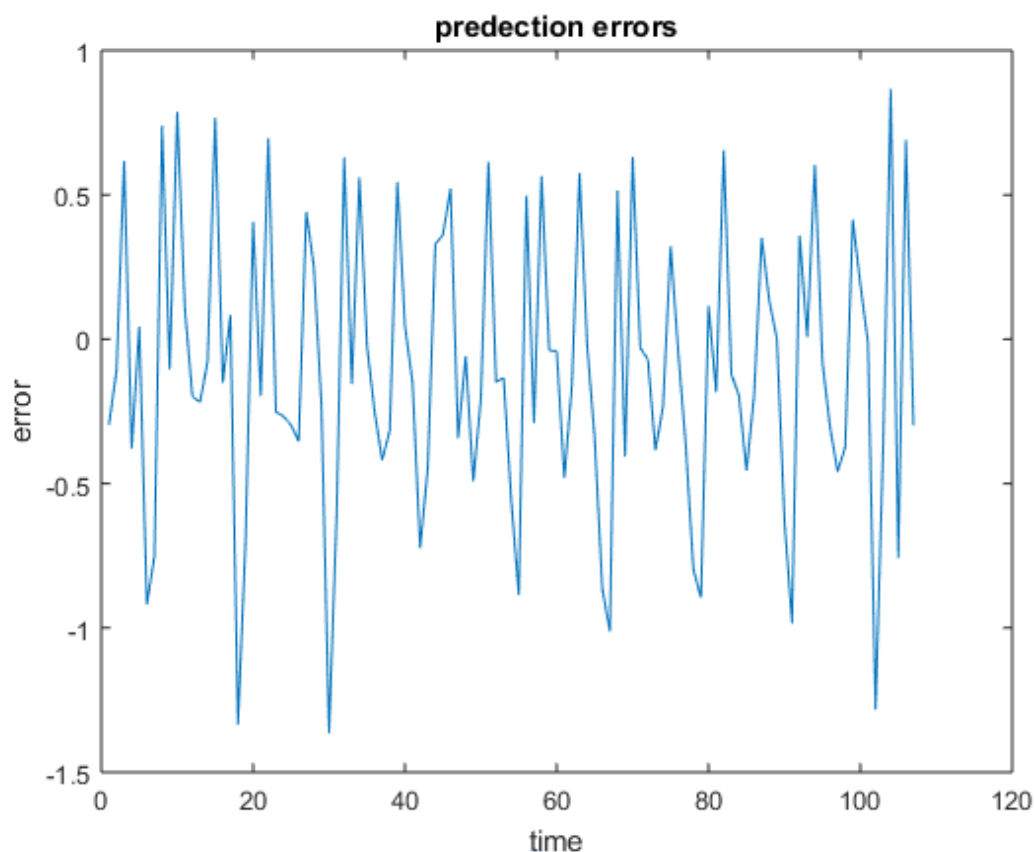
**Διάγραμμα(2.103):** Εξέλιξη σφάλματος RMSE και μέγεθος βήματος κατά την διαδικασία εκπαίδευσης



**Διάγραμμα(2.104):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές ANFIS



**Διάγραμμα(2.105):**Πραγματικές και Προβλεπόμενες τιμές AR



**Διάγραμμα(2.106):**Διακύμανση Σφάλματος στο σύνολο ελέγχου

Ανακεφαλαιώνοντας, από τις τιμές των σφαλμάτων που προέκυψαν από τα δύο μοντέλα παρατηρείται ότι για την πλειοψηφία των πηγών, τα αποτελέσματα της πρόβλεψης που πραγματοποιήθηκε από το μοντέλο ANFIS ήταν ακριβέστερα.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται τα αποτελέσματα για το RMSE που προέκυψαν από το ANFIS και από το AR για κάθε πηγή.

		(RMSE)	ANFIS	AR	min
Άνθρακας			0.16	0.165	ANFIS
Φυσικό Αέριο			0.3004	0.3054	ANFIS
Πετρέλαιο			0.1471	0.1573	ANFIS
Πυρηνική ενέργεια			0.0526	0.0567	ANFIS
Υδροηλεκτρική Ενέργεια			0.0284	0.03	ANFIS
Γεωθερμική Ενέργεια			0.0017	0.000946	AR
Ηλιακή Ενέργεια			0.005	0.0069	ANFIS

<b>Αιολική Ενέργεια</b>			<b>0.0287</b>	<b>0.0169</b>	<b>AR</b>
<b>Ενέργεια Βιομάζας</b>			<b>0.0203</b>	<b>0.0178</b>	<b>AR</b>
<b>Ενέργεια ορυκτών καυσίμων</b>			<b>0.4703</b>	<b>0.5098</b>	<b>ANFIS</b>
<b>Συνολική ενέργεια</b>			<b>0.5049</b>	<b>0.5804</b>	<b>ANFIS</b>

Μικρότερο σφάλμα από το στατιστικό μοντέλο AR, εμφανίζεται μόνο για την γεωθερμική ενέργεια, την ενέργεια βιομάζας και την αιολική ενέργεια. Η πρόβλεψη στην κατανάλωση γεωθερμικής ενέργειας από το μοντέλο ANFIS δεν ήταν επιτυχημένη, πιθανόν επειδή υπάρχει μια αναταραχή στα δεδομένα εκπαίδευσης. Η πρόβλεψη του ANFIS για την αιολική ενέργεια δεν είναι επίσης ικανοποιητική γιατί η διασπορά των δεδομένων εκπαίδευσης είναι μικρή. Δηλαδή, τα ζεύγη δεδομένων εισόδου και αναλόγων αποτελεσμάτων εξόδου, δεν επαρκούν, ώστε το μοντέλο να μπορεί να γενικεύσει τις σχέσεις ανάμεσά τους και στη συνέχεια να τις εαρμόζει και για δεδομένα, παραπλήσια, που δεν έχει επεξεργαστεί. Η κατανάλωση αιολικής ενέργειας ως φαινόμενο, βρίσκεται ακόμα σε πρώιμο στάδιο και εξελίσσεται εκθετικά. Γι' αυτό δεν έχει αποκρυσταλλωθεί το μοτίβο, η νομοτέλεια που διέπει αυτό το φαινόμενο.

### 3.2 Συμπεράσματα Αποτελεσμάτων

Για την πρόβλεψη κατανάλωσης ενέργειας, για τις εννέα (9) διαφορετικές πηγές ενέργειας που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία, έγινε αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του μοντέλου ANFIS. Καταγράφηκαν τα εξαγόμενα διαγράμματα τιμών της Matlab για την κατανάλωση ενέργεια από κάθε πηγή που μελετήθηκε για το επόμενο έτος όπως επίσης και οι τιμές σφάλματος που προέκυψαν μετά το πέρας της διαδικασίας. Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη παράγραφο, το μοντέλο χρησιμοποιεί ένα τμήμα των δεδομένων μας (in sample) για την εκπαίδευση του και ένα τμήμα (out of sample) για τον έλεγχο των τιμών πρόβλεψης. Στην περίπτωση της μελέτης αυτής, το ANFIS χρησιμοποιεί τις 533 μετρήσεις συνολικά εκ των οποίων το πρώτο 80% χρησιμοποιείται για να εκπαιδευτεί και το υπόλοιπο 20% για τον έλεγχο. Ο σημαντικότερος δείκτης είναι το RMSE (Root Mean Square Error), η ρίζα δηλαδή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Επιπλέον, εφαρμόστηκε και το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο AR, για να επιτραπεί η σύγκριση των σφαλμάτων και των τιμών πρόβλεψης.

Σε γενικές γραμμές τα αποτελέσματα του ANFIS είναι ικανοποιητικά για την μακροπρόθεσμη πρόβλεψη κατανάλωσης ενέργειας, τουλάχιστον για τις περισσότερες πηγές. Παρόλ' αυτά, παρατηρείται ότι για ορισμένες, το μοντέλο AR εξάγει μικρότερες τιμές σφαλμάτων συγκριτικά με το ANFIS.

Η χαμηλή απόδοση του ANFIS οφείλεται στην αρχιτεκτονική του, που δεν επιδέχεται παραμετροποίησης, οπότε ο καθορισμός μίας και μοναδικής εξόδου αποτελεί μονόδρομο. Σε προβλήματα όμως πρόβλεψης πολλών βημάτων μπροστά, η πρακτική υιοθέτησης πολλών εξόδων έχει αποδείξει την ανωτερότητά της. Επίσης, το δείγμα εκπαίδευσης, όπου τελικά δεν αποδείχτηκε αρκετά μεγάλο και ομοιογενές (π.χ. γεωθερμική ενέργεια, ηλιακή και αιολική) ώστε να μπορέσει το ANFIS να γενικεύσει σωστά τις σχέσεις μεταξύ των δεδομένων εισόδου και των αποτελεσμάτων στο set εκπαίδευσης και να τις εφαρμόσει σε καινούργια δεδομένα. Σε αρκετές προσομοιώσεις εκπαιδευμένων μοντέλων, οι εισοδοί δεν μπορούσαν να καταταχθούν σε κάποιο από τα διαμορφωμένα ασαφή σύνολα.

Ως τελικό συμπέρασμα από την σύγκριση που πραγματοποιήθηκε στην εργασία αποδείχτηκε πως το μοντέλο ANFIS που χρησιμοποιήθηκε μπορεί να πραγματοποιήσει πολύ ικανοποιητικές προβλέψεις για την κατανάλωση ενέργειας για τις περισσότερες πηγές που μελετήθηκαν κυρίως όμως για πηγές που έχουν φτάσει σε ένα ορισμένο επίπεδο ανάπτυξης.

#### 4 Επίλογος

Ένα ANFIS για να μπορέσει να χρησιμοποιηθεί, απαιτεί από τον μελετητή να έχει αναπτύξει σε αρκετό βαθμό τις γνώσεις του πάνω στο αντικείμενο, δηλαδή να γνωρίζει τις στατιστικές μεθόδους, την αριθμητική ανάλυση, τα αλγεβρικά συστήματα και τους πίνακες. Επίσης πρέπει να γνωρίζει τι είναι τα νευρωνικά δίκτυα και πως μπορούν να εκπαιδευτούν και να γίνουν προσαρμοστικά και να κατέχει την θεωρία της ασαφούς λογικής. Αυτή η πολυπλοκότητα του δίνει τη δύναμη να μπορεί να προσαρμόζεται καλύτερα στις διάφορες απαιτήσεις των διαφόρων περιπτώσεων. Τα σφάλματα θα είναι έτσι μικρότερα επομένως και οι προβλέψεις καλύτερες. Η εκπαίδευση του συστήματος ANFIS μπορεί να γίνει εύκολα, καθώς γίνονται άμεσα αντιληπτά τυχόν προβλήματα μέσα από τους κανόνες και τα γραφήματα που εξάγονται. Ενώ η πολυπλοκότητα του σημαίνει και καλύτερες δυνατότητες προσαρμογής, αυτόματα σημαίνει και μεγαλύτερες ανάγκες για επεξεργαστική ισχύ, δηλαδή χρειάζεται περισσότερο χρόνο για να ολοκληρώσει την εξαγωγή αποτελεσμάτων σε σχέση με ένα απλούστερο παραδοσιακό μοντέλο καθώς επίσης απαιτεί μεγαλύτερες επενδύσεις σε τεχνολογικό εξοπλισμό. Ένα ακόμα μειονέκτημα αποτελεί και το γεγονός ότι χρειαζόμαστε πολλά δεδομένα για την εκπαίδευση του συστήματος, σε αντίθετη περίπτωση, εάν δηλαδή τα δεδομένα είναι λίγα σίγουρα δεν θα έχουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα. Συνολικά μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε έδωσε πολύ καλά αποτελέσματα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί αξιόπιστα για πρόβλεψη κατανάλωσης ενέργειας.

#### Βιβλιογραφία

Castillo, O., Melin, P., (2001), “Soft Computing for Control Nonlinear Dynamical System”, Physica-Verlag Heidelberg, New York

- Gupa, M.M., and Qi, J., (1991). Fuzzy Sets and Systems, North Holland, pp.40.431-450
- Hagan, M. T, Demuth, H. B. and M. H. Beale, M. H. (1996.), *Neural Network Design*, 2nd ed. PWS Publishing, Boston, MA, USA, 1996.
- Haykin S., (2003), *Neural Networks - A Comprehensive Foundation*, 4th ed. Pearson Education (Singapore) Pvt. Ltd., Indian Branch,.
- Hertz, J., Kogh, A., and Palmer, R.G.(1991) Introduction to the theory of Neural Computation, Addison-Welsey.
- Hussain, A., Soraghan, J.J., and Durbani, T. S. (1997) A new neural network for nonlinear timeseries modelling, *Neurovest Journal*, 16–26.
- Jamshidi, M. (1997) Large-Scale Systems: Modelling, Control and Fuzzy Logic. Prentice Hall.
- Jang, J.-S. R. (1993). ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 23(3), pp. 665-685.
- Jang, J.S.R. & Sun, C.T. (1995). Neuro-fuzzy modeling and control. In The Proceeding of the IEEE, 83, pp. 378–406.
- Jang, J.S.R. & Sun, C.T. ,E.Mizutani (1997).Neuro-fuzzy and soft computing a computational approach to learning and machine intelligence
- Jiang, X. F. (2012). Research on the prediction of drug sales based on Levenberg- Marquardt algorithm. *Applied Mechanics and Materials*, 198-199, pp. 1452-1456.
- Kandel, A. (1992) Fuzzy Expert Systems.
- Khashei, M. & Bijari, M. (2011). A novel hybridization of artificial neural networks and ARIMA models for time series forecasting. *Applied Soft Computing*, 11, pp. 2664- 2675.
- Kosko, B. (1991) Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Systems Approach. Prentice Hall.
- Lee, C. - C. (1990) Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller - Part I and II. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 20(2), pp. 404- 435.



Negnevitsky, M. (2005). Artificial Intelligence: a guide to intelligent systems. Pearson Education Limited, Essex, England.

Parker, D. B. , (1987), “Optimal algorithms for adaptive networks: Second order back- propagation, second order direct propagation, and second order hebbian learning” In the proceedings of the In Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, 2, 593–600,.

Rosenblatt, Frank (1958). The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain." In: Psychological review 65(6), pp. 386.

Sugeno, M. and Kang, T. G., (1988) Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems*. 28, pp. 15 - 33.

Takagi, T. and Sugeno, M., (1983) Derivation of Fuzzy Logic Control Rules from Human Operators Control Actions. *IFAC Symposium on Fuzzy Information Representation and Decision Analysis*. pp. 55 – 60.

Timothy J. Ross (2004). FUZZY LOGIC WITH ENGINEERING APPLICATIONS, *University of New Mexico, USA*, pp. 35-38.

Wang, Z., Palade, V. & Xu, Y. (2006). Neuro-fuzzy ensemble approach for microarray cancer gene expression data analysis. In *Evolving Fuzzy Systems, International Symposium on*, 241 – 246.

Zadeh, L. A. (1973) Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 3(1), pp. 28-44.

Zadeh, L.A. (1975). The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning - Part I,II ; and III. *Information Sciences*, (8), (8), (9),pp. 199–249, 301–357, 43–80.

Zurada J. M., (1999), *Introduction to Artificial Neural Systems*. Jaico Publishing House 121, Mumbai,.

Δούμπος και Ζοπουνίδης (2001), *Πολυκριτήριες Τεχνικές Ταξινόμησης*, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.

Μποικιάλκης Ιωσήφ(2014).Πρόβλεψη Φαρμακευτικών Πωλήσεως με χρήση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων και Νευρο-Ασφαών Συστημάτων,Διπλωματική Εργασία,Πολυτεχνείο Κρήτης,Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης,Χανιά.

Μωραϊτίδης Θεόδωρος (2013), Σύγκριση προβλέψεων παραδοσιακών και νέων τεχνολογιών ενέργειας ,Διπλωματική Εργασία,Πολυτεχνείο Κρήτης,Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης,Χανιά.

Παπαδάκης Σ. & Αδαμίδης Π. (2004). Ασαφή Συστήματα: Θεωρία και Εργαστηριακές Ασκήσεις, Τ.Ε.Ι. Θεσσαλονίκης, Τμήμα Πληροφορικής, Θεσσαλονίκη.

Σπηλιανάκη Ελένη (1998), *Πρόβλεψη της πτώχευσης των επιχειρήσεων με τη βοήθεια των νευρωνικών δικτύων*, Διπλωματική Εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Χανιά.

Σταθοπούλου Δήμητρα (2010). Σύγκριση Μεθόδων Εκπαίδευσης Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων, Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης, Πανεπιστήμιο Πάτρας, Σχολή Θετικών Επιστημών, Τμήμα Μαθηματικών, Πάτρα.

Φώτιος Πετρόπουλος, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, σχολή Ηλεκτρολόγων μηχανικών και μηχανικών υπολογιστών, τομέας ηλεκτρικών βιομηχανικών διατάξεων και συστημάτων αποφάσεων πρόβλεψης ζήτησης φυσικού αερίου: ανάλυση και μοντελοποίηση, διπλωματική εργασία Νικόλαος Ι. Μαυροειδής Ιούλιος 2012