

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



Διπλωματική Διατριβή με θέμα:

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΧΡΟΝΙΚΑ ΠΑΡΑΘΥΡΑ
ΜΕ ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ ΠΛΗΣΙΕΣΤΕΡΟΥ ΓΕΙΤΟΝΑ**

Συγγραφέας: ΚΟΡΟΜΙΑ ΧΑΡΑ

Επιβλέπων Καθηγητής: κ. ΜΑΡΙΝΑΚΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

Χανιά 2016

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες

Περίληψη

Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή	1
1.1 Η Εφοδιαστική Αλυσίδα	2
1.2 Η Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας	2
1.3 Η Διαχείριση Εφοδιαστικής	2
1.4 Μεταφορές και Αποθέματα	3
 Κεφάλαιο 2 – Δρομολόγηση Οχημάτων	 4
2.1 Εισαγωγή στη Δρομολόγηση Οχημάτων	4
2.2 Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή	5
2.2.1 Το πολλαπλό πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή	5
2.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων	5
2.4 Το Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων	6
2.4.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για την εξυπηρέτηση πελ- ατών σε δεδομένα Χρονικά Παράθυρα (Vehicle Routing Pro- blem with Time Windows)	7
2.4.2 Άλλα Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων	7
 Κεφάλαιο 3 – Αλγόριθμοι Εύρεσης Βελτιωμένης Λύσης	 9
3.1 Εισαγωγή στους Αλγόριθμους Τοπικής Αναζήτησης	9
3.2 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης – Πλανόδιου πωλητή	9
3.3 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης – Δρομολόγησης Οχημάτων	10
 Κεφάλαιο 4 – Επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με δεδομένα Χρονικά Παράθυρα (VRPTW)	 14
4.1 Περιγραφή και Μοντελοποίηση του προβλήματος VRPTW	16
4.2 Υλοποίηση της Επίλυσης του προβλήματος VRPTW	16
4.3 Δημιουργία Αρχικής Λύσης του προβλήματος VRPTW	17
4.3.1 Αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighbor Algorithm)	17

4.3.2	Επέκταση Αλγόριθμου του Πλησιέστερου Γείτονα για το VRPTW	18
4.4	Τοπική Αναζήτηση και Βελτιστοποίηση του προβλήματος VRPTW	22
4.4.1	Βελτίωση των Αρχικών Λύσεων του προβλήματος VRPTW	22
4.4.2	Μέθοδοι για τη Βελτίωση των Αρχικών Λύσεων του VRPTW	22
Κεφάλαιο 5	Περιγραφή και Ανάλυση των Αποτελεσμάτων	31
5.1	Γενική περιγραφή των προβλημάτων	31
5.2	Παρουσίαση και περιγραφή αποτελεσμάτων των προβλημάτων	34
5.2.1	Αποτελέσματα προβλήματος Κατηγορίας C	35
5.2.2	Αποτελέσματα προβλήματος Κατηγορίας R	36
5.2.3	Αποτελέσματα προβλήματος Κατηγορίας RC	37
5.2.4	Σύγκριση Αποτελεσμάτων των Κατηγοριών C, R, RC	38
5.3	Ανάλυση και σύγκριση αποτελεσμάτων των προβλημάτων	41
5.3.1	Προβλήματα Υποκατηγορίας C1	41
5.3.1.1	Πρόβλημα C101	42
5.3.1.2	Πρόβλημα C102	43
5.3.1.3	Πρόβλημα C103	44
5.3.1.4	Πρόβλημα C104	45
5.3.1.5	Πρόβλημα C105	46
5.3.1.6	Πρόβλημα C106	47
5.3.1.7	Πρόβλημα C107	48
5.3.1.8	Πρόβλημα C108	49
5.3.1.9	Πρόβλημα C109	50
5.3.2	Προβλήματα Υποκατηγορίας C2	51
5.3.2.1	Πρόβλημα C201	52
5.3.2.2	Πρόβλημα C202	53
5.3.1.3	Πρόβλημα C203	54
5.3.2.4	Πρόβλημα C204	55
5.3.2.5	Πρόβλημα C205	56
5.3.2.6	Πρόβλημα C206	57
5.3.2.7	Πρόβλημα C207	58
5.3.2.8	Πρόβλημα C208	59

5.3.3 Προβλήματα Υποκατηγορίας R1	60
5.3.3.1 Πρόβλημα R101	61
5.3.3.2 Πρόβλημα R102	62
5.3.3.3 Πρόβλημα R103	63
5.3.3.4 Πρόβλημα R104	64
5.3.3.5 Πρόβλημα R105	65
5.3.3.6 Πρόβλημα R106	66
5.3.3.7 Πρόβλημα R107	67
5.3.3.8 Πρόβλημα R108	65
5.3.3.9 Πρόβλημα R109	69
5.3.3.10 Πρόβλημα R110	70
5.3.3.11 Πρόβλημα R111	71
5.3.3.12 Πρόβλημα R112	72
5.3.4 Προβλήματα Υποκατηγορίας R2	73
5.3.4.1 Πρόβλημα R201	74
5.3.4.2 Πρόβλημα R202	75
5.3.4.3 Πρόβλημα R203	76
5.3.4.4 Πρόβλημα R204	77
5.3.4.5 Πρόβλημα R205	78
5.3.4.6 Πρόβλημα R206	79
5.3.4.7 Πρόβλημα R207	80
5.3.4.8 Πρόβλημα R208	81
5.3.4.9 Πρόβλημα R209	82
5.3.4.10 Πρόβλημα R210	83
5.3.4.11 Πρόβλημα R211	84
5.3.5 Προβλήματα Υποκατηγορίας RC1	85
5.3.5.1 Πρόβλημα RC101	86
5.3.5.2 Πρόβλημα RC102	87
5.3.5.3 Πρόβλημα RC103	88
5.3.5.4 Πρόβλημα RC104	89
5.3.5.5 Πρόβλημα RC105	90
5.3.5.6 Πρόβλημα RC106	91

5.3.5.7 Πρόβλημα RC107.	92
5.3.5.8 Πρόβλημα RC108.	93
5.3.6 Πρόβληματα Υποκατηγορίας RC2	94
5.3.6.1 Πρόβλημα RC201.	95
5.3.6.2 Πρόβλημα RC202.	96
5.3.6.3 Πρόβλημα RC203.	97
5.3.6.4 Πρόβλημα RC204.	98
5.3.6.5 Πρόβλημα RC205.	99
5.3.6.6 Πρόβλημα RC206	100
5.3.6.7 Πρόβλημα RC207	101
5.3.6.8 Πρόβλημα RC208	102

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Μαρινάκη για την ακαδημαϊκή του καθοδήγηση που μου προσέφερε καθόλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας, καθώς και την οικογένεια μου και τους φίλους μου για την ηθική τους συμπαράσταση.

Περίληψη

Η εκπόνηση της συγκεκριμένης Διπλωματικής Εργασίας αφορά την επίλυση του *Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* και έχει ως σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους δρομολόγησης, χωρίς να παραβιαστούν οι περιορισμοί του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, η επίλυση χωρίζεται σε δύο βασικά στάδια, τη δημιουργία Αρχικών Λύσεων και ακολούθως τη βελτίωση – βελτιστοποίηση των Αρχικών Λύσεων, με σκοπό την εύρεση νέων βελτιωμένων λύσεων. Η εκτέλεση του πρώτου σταδίου αφορά την εφαρμογή ενός τροποποιημένου αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα και του δεύτερου σταδίου την εφαρμογή κατάλληλων αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης. Η υλοποίηση αυτή εφαρμόστηκε συνολικά σε 56 Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων, σε λειτουργικό περιβάλλον Matlab.

Στο *πρώτο κεφάλαιο* γίνεται μία εκτενής ανάλυση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας και της Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, καθώς και των σχέσεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους. Έπειτα στο *δεύτερο κεφάλαιο*, γίνεται μία σύντομη περιγραφή του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων και ακολούθως του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα. Στο *τρίτο κεφάλαιο*, γίνεται σύντομη ανάλυση των αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης για τη βελτιστοποίηση των προβλημάτων της εφοδιαστικής αλυσίδας. Στο *τέταρτο κεφάλαιο*, περιγράφεται πολύ αναλυτικά το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με δεδομένα Χρονικά Παράθυρα και ακολούθως γίνεται μια εκτενέστερη περιγραφή της επίλυσης του προβλήματος. Τέλος το *πέμπτο κεφάλαιο*, αναφέρεται στην γενική περιγραφή, παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων των 56 προβλημάτων *Solomon*, τα οποία είναι προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, δομημένα τέτοια ώστε να ενσωματώνουν μια σειρά απο χαρακτηριστικά διαφορών περιπτώσεων, προσομοιώνοντας αρκετά πιστά πραγματικά προβλήματα.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Σύμφωνα με τις διαρκώς εκτεινόμενες απαιτήσεις της Παγκόσμιας αγοράς λόγω του έντονου ανταγωνισμού που επικρατεί, της εισαγωγής προϊόντων με σύντομους κύκλους ζωής και τις αυξανόμενες προσδοκίες των πελατών, η **Εφοδιαστική Αλυσίδα** παίζει καθοριστικό ρόλο στη δημιουργία ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος για όλες τις επιχειρήσεις [1]. Οι νέες συνθήκες του επιχειρηματικού περιβάλλοντος δείχνουν ότι στο άμεσο μέλλον, ο αυξανόμενος επιχειρηματικός ανταγωνισμός δε θα γίνεται σε επίπεδο επιχειρήσεων αλλά Εφοδιαστικής Αλυσίδας.

Ενώ η έννοια της εφοδιαστικής υπήρξε από αρχαία χρόνια μέχρι και σήμερα, λόγω όλων των συνεπειών από την παγκοσμιοποίηση, υπήρξε ανάγκη για την εξέλιξη της σε Εφοδιαστική Αλυσίδα [2]. Τι εννοούμε με τον όρο Εφοδιαστική Αλυσίδα; Κάθε προϊόν που φθάνει σε ένα τελικό καταναλωτή, είναι αποτέλεσμα μιας συλλογικής προσπάθειας πολλών οργανισμών. Αυτοί οι οργανισμοί εν ολίγοις αποτελούν τη λεγόμενη **Εφοδιαστική Αλυσίδα** (Supply Chain) ή αλλιώς **Δίκτυο Εφοδιαστικής** (Logistics Network).

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει κυρίως αναφορά της έννοιας της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Supply Chain), της Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Supply Chain Management) και της Διαχείρισης Εφοδιαστικής (Logistics Management), καθώς και για τις μεταφορές και αποθέματα.

1.1 Η Εφοδιαστική Αλυσίδα

Πρόκειται όπως αναφέρθηκε παραπάνω, για ένα σύνολο οργανισμών που αποτελούν ένα αλληλεξαρτώμενο και συνδεδεμένο δίκτυο που έχει ως σκοπό την αμοιβαία και συνεταιριστική εργασία από κοινού για τον έλεγχο, τη διαχείριση και τη βελτίωση της ροής των υλικών και των πληροφοριών από τους προμηθευτές προς τους τελικούς χρήστες.

Επομένως, η **Εφοδιαστική Αλυσίδα** (Supply Chain) αποτελείται από επιχειρήσεις, κατασκευαστές, προμηθευτές, χονδρέμπορους, λιανοπωλητές και τους καταναλωτές. Βεβαίως μπορούν να θεωρηθούν μέρος της, και όλες οι υποδομές και μέσα που χρησιμοποιούνται στην υλοποίηση της όλης διαδικασίας κατά την εκτέλεση της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Ο καταναλωτής (πελάτης) στη σημερινή αγορά είναι πιο απαιτητικός, όχι μόνο σε επίπεδο ποιότητας των προϊόντων, αλλά και σε επίπεδο ποιότητας των υπηρεσιών. Έτσι ένα μέρος της διαδικασίας εξυπηρέτησης των πελατών, μπορεί να οριστεί ως η συνεπής πρόβλεψη των αναγκών, αλλά και εκπλήρωση των αντίστοιχων απαιτήσεων. Με άλλα λόγια, τα προϊόντα δεν έχουν αξία μέχρι να είναι στα χέρια του πελάτη κατά τη χρονική στιγμή και τον τόπο που απαιτείται.

1.2 Η Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας

Με τον όρο *Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας* (Supply Chain Management - SCM) ή αλλιώς *Διαχείριση Δικτύου Εφοδιαστικής* (Logistics Network Management), εννοούμε μια σειρά αλληλοσυνδεόμενων δραστηριοτήτων που σχετίζονται με τη μετατροπή και την κυκλοφορία των πρώτων υλών σε τελικά προϊόντα, μέχρι τη στιγμή που φτάνουν στον τελικό χρήστη [1,2].

Είναι το αποτέλεσμα του συντονισμού και οργάνωσης των προσπαθειών πολλών οργανώσεων που βοήθησαν στην πραγματοποίηση των δραστηριοτήτων της αλυσίδας, προκειμένου να επιτευχθεί μια πιο κερδοφόρα έκβαση για όλα τα μέρη της αλυσίδας.

Κύριος σκοπός της Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας είναι η δημιουργία *ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος* που αφορά την διαχρονική υπεροχή έναντι των ανταγωνιστών από άποψη προτίμησης των πελατών. Για τον λόγο αυτό, αποσκοπείται η βέλτιστη διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, που ασχολείται με την ανάπτυξη και υλοποίηση μιας μεθοδολογίας, για αποτελεσματική επίτευξη· στο χαμηλότερο δυνατό κόστος.

Συνεπώς, για την συγκεκριμένη υλοποίηση· στοχεύετε η ταχύτερη παράδοση ενός προϊόντος, που διανέμεται στις κατάλληλες ποσότητες σε έναν πελάτη, στο σωστό τόπο, χρόνο και τιμή [2].

1.3 Η Διαχείριση Εφοδιαστικής

Η διαχείριση της Εφοδιαστικής, έχει ως σκοπό την ανάπτυξη ενός εφοδιαστικού συστήματος που επιτυγχάνει τους εφοδιαστικούς στόχους της επιχείρησης στο χαμηλότερο δυνατόν κόστος.

Με βάση το Counting of Logistics Management η *Διαχείριση Εφοδιαστικής* (Logistics Management - Logistics), πρόκειται για τη στρατηγική διαχείριση απόκτησης, μεταφοράς και αποθήκευσης των υλικών, τμημάτων και τελικών αποθεμάτων (καθώς και σχετικών πληροφοριών που αναφέρονται στην ροή αυτών) διαμέσων των διαύλων εμπορίας μιας επιχείρησης, με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιείται η κερδοφορία [1].

Οι κύριες δραστηριότητες της εφοδιαστικής διαιρούνται σε δύο ευρείες κατηγορίες και είναι αυτές που περιγράφονται παρακάτω:

- *Εσωτερικές εργασίες*: Οι δραστηριότητες που ασχολούνται με την προμήθεια, χειρισμό, αποθήκευση και μεταφορά των αγαθών (πρώτων υλών, τμημάτων προϊόντων, κλπ.).

- *Εξωτερικές εργασίες:* Οι δραστηριότητες που ασχολούνται με τη συλλογή, συντήρηση και τη διανομή ή παράδοση του τελικού προϊόντος στον τελικό πελάτη.

Επίσης εκτός από αυτά, υπάρχουν κι άλλες δραστηριότητες που σχετίζονται με, την εκτέλεση παραγγελιών, δημιουργία συσκευασίας, έλεγχος αποθεμάτων, διατήρηση ισορροπίας μεταξύ προσφοράς και ζήτησης, χωροταξία κλπ.

Η κυριότερη πρόκληση που έχει να αντιμετωπίσει σε αυτήν την ολοκλήρωση είναι η επίτευξη μιας ισορροπίας μεταξύ απόδοσης και κόστους που να βελτιστοποιούν τους στόχους της επιχείρησης [1].

1.4 Μεταφορές και Αποθέματα

Οι μεταφορές και διανομές των αποθεμάτων αποτελούν κύριες δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας. Οι μεταφορές θεωρούνται από τις πιο δαπανηρές δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας, αφού τα έξοδα μεταφοράς αποτελούν το μεγαλύτερο ποσοστό από τα συνολικά έξοδα της. Παρέχουν τον σύνδεσμο μεταξύ της παραγωγής, της αποθήκευσης και της κατανάλωσης. Εξαιτίας της σημαντικότητάς τους, οι επιχειρήσεις δίνουν μεγάλη σημασία στα προβλήματα που προκύπτουν από τις μεταφορές, με σκοπό την ύπαρξη ομαλής λειτουργίας τους και ελαχιστοποίηση του κόστους τους. Συνεπώς, η διαθεσιμότητα των αποτελεσματικών μεθόδων μεταφοράς αποτελεί το κύριο στοιχείο της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Οι μεταφορές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τις *εσωτερικές* μεταφορές και τις *εξωτερικές*. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τόσο την μεταφορά των πρώτων υλών από τις πηγές προς τα εργοστάσια, όσο και μερών των τελικών προϊόντων μεταξύ διαφόρων εργοστασίων της εταιρείας ή και τελικών προϊόντων από τα εργοστάσια στις αποθήκες ή στα σημεία πωλήσεων. Η δεύτερη κατηγορία απευθύνεται στη μεταφορά των τελικών προϊόντων από τις αποθήκες ή από τα κέντρα διανομής στον κατανα-λωτή [1].

Τα προβλήματα που συναντώνται στις παραπάνω κατηγορίες μεταφορών περιλαμβάνουν την επιλογή του στόλου μεταφοράς, τη *δρομολόγηση των οχημάτων*, το σχεδιασμό του δικτύου διανομής, και τον χρονοπρογραμματισμό των δρομολογίων, των οχημάτων και των πληρωμάτων που θα εκτελέσουν τις μεταφορές.

Κεφάλαιο 2

Δρομολόγηση Οχημάτων

2.1 Εισαγωγή στη Δρομολόγηση Οχημάτων

Όπως έχουμε αναφέρει στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι μεταφορές και διανομές των αποθεμάτων είναι από τις πιο δαπανηρές δραστηριότητες της Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Για τον λόγο αυτό οι επιχειρήσεις έχουν οδηγηθεί στην *ανάπτυξη μεθόδων και στρατηγικών επίλυσης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας*, στοχεύοντας στη βελτιστοποίηση του κόστους των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων.

Μια ιδανική προσέγγιση θα ήταν να έχουμε ένα μοντέλο εφοδιαστικού δικτύου που είναι αρκετά γενικό, για να μπορεί να εκπροσωπεί το εφοδιαστικό σύστημα με επαρκή ακρίβεια, αλλά την ίδια στιγμή να μπορεί να είναι τροποποιήσιμο και αρκετά αποτελεσματικό για την επίλυση μεγάλων προβλημάτων, ούτως ώστε να προκύπτουν λύσεις μέσα σε ένα λογικό υπολογιστικό χρόνο.

Το μοντέλο αυτό αντιπροσωπεύει τις διάφορες εφοδιαστικές δραστηριότητες ως κόμβους και τόξα. Οι κόμβοι εκφράζουν τις τοποθεσίες, μέσω των οποίων τα προϊόντα ρέουν και πιο συγκεκριμένα, οι κόμβοι αυτοί αποτελούν τις τοποθεσίες των πελατών, των αποθηκών, των κέντρων διανομής, κλπ. Τα τόξα αντιπροσωπεύουν τη ροή των πρώτων υλών, των προϊόντων ή των συστατικών μεταξύ των τοποθεσιών.

2.2 Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή

Το πρόβλημα του περιπλανώμενου πωλητή (Traveling Salesman Problem – TSP) είναι ένα από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα *προβλήματα δρομολόγησης*. Ο στόχος αυτού του προβλήματος είναι να ελαχιστοποιήσει την απόσταση που διανύθηκε, δηλαδή αφορά την εύρεση της συντομότερης (σε χρόνο, απόσταση ή άλλο κόστος) διαδρομής, όταν ένας πωλητής (όχημα), θα πρέπει να επισκεφθεί έναν αριθμό κόμβων (πελατών) ακριβώς μια φορά και να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης.

Είναι ένα *συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης*, το οποίο μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: «Δεδομένου ενός συνόλου από N κόμβους και αποστάσεις μεταξύ κάθε ζεύγους κόμβων, ζητείται η εύρεση μιας διαδρομής έτσι ώστε κάθε κόμβος να έχει επισκεφθεί ακριβώς μια φορά, προκειμένου η συνολική απόσταση που διανύθηκε να είναι *ελάχιστη*» [2].

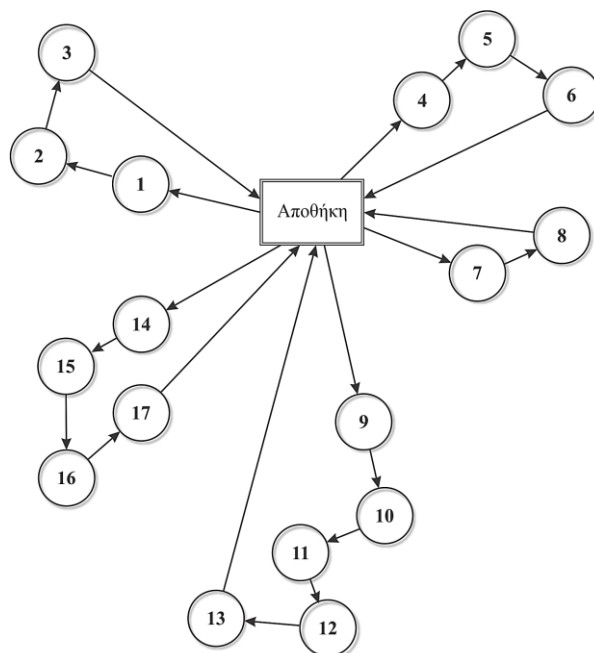
2.2.1 Το πολλαπλό πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή

Μια διευρυμένη έκδοση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή είναι το πρόβλημα του πολλαπλού Πλανόδιου Πωλητή (The Multiple Travelling Salesman – mTSP), στην οποία m πωλητές πρέπει να επισκεφθούν n κόμβους, έτσι ώστε κάθε κόμβος να επισκέπτεται από ένα ακριβώς πωλητή. Όλοι οι πωλητές ξεκινούν από το ίδιο σημείο, επισκέπτονται συγκεκριμένους κόμβους και επιστρέφουν στον κόμβο προέλευσης. Ο στόχος εδώ είναι να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των αποστάσεων που διανύονται απ' όλους τους πωλητές. Τόσο το πρόβλημα TSP, όσο και το mTSP λαμβάνονται ως καθαρά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.

2.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

Το *Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων* (Vehicle Routing Problems – VRP) εμφανίζεται σε πολλές μορφές, ανάλογα με το πόσο περίπλοκο είναι το επιχειρηματικό περιβάλλον, και επιλύεται με διάφορους τρόπους, που περιλαμβάνουν πλήθος αλγορίθμων βελτιστοποίησης, λαμβάνοντας υπόψη πολλαπλά κριτήρια και περιορισμούς.

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων αποτελεί επέκταση του προβλήματος του απλού Πλανόδιου Πωλητή (TSP). Ως επίλυση του προβλήματος, στοχεύετε η εξυπηρέτηση των πελατών για τη διανομή των προϊόντων, σε μια δεδομένη χρονική περίοδο από ένα σύνολο οχημάτων, που έχουν σαν αφετηρία τους μία συγκεκριμένη αποθήκη, και πραγματοποιούν τις κινήσεις τους χρησιμοποιώντας ένα συγκεκριμένο οδικό δίκτυο (Σχήμα 2.1).

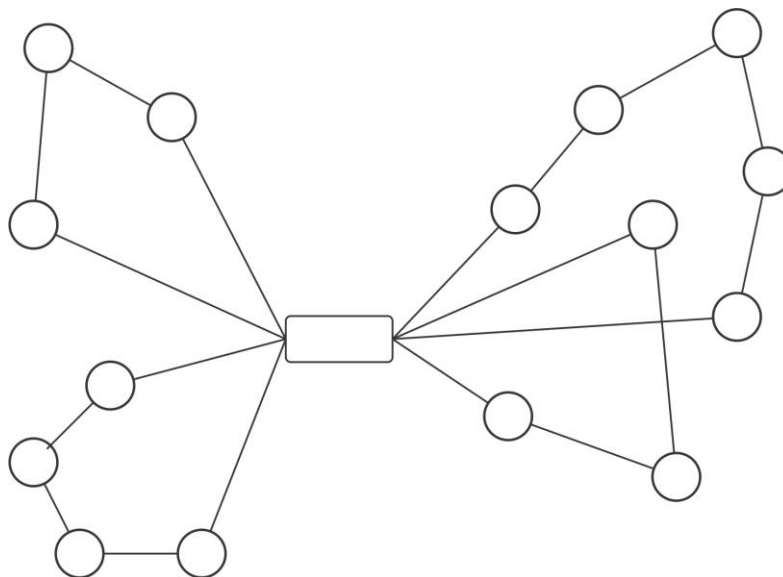


Σχήμα 2.1: Δρομολόγησης Οχημάτων με μία αποθήκη και τέσσερεις διαδρομές.

2.4 Το Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem)

Το Περιορισμένης Χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Capacitated Vehicle Routing Problem – CVRP) ή αλλιώς το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem – VRP) είναι στην ουσία επέκταση του προβλήματος του *Πολλαπλού Πλανόδιου Πωλητή (mTSP)*, το οποίο έχει αναφερθεί πιο πριν. Στο πρόβλημα αυτό ένα μόνο όχημα δεν μπορεί να επισκεφθεί όλους τους πελάτες. Στην περίπτωση αυτή, αναζητούνται πολλαπλά οχήματα (κυκλικές διαδρομές), που αρχίζουν από ένα σημείο και καταλήγουν στο ίδιο. Κάθε όχημα (υποκύκλος) επισκέπτεται ένα πεπερασμένο πλήθος πελατών, με βασική προϋπόθεση ότι κάθε πελάτης πρέπει να εξυπηρετείται από ένα μόνο όχημα (Σχήμα 2.2).

Σκοπός του προβλήματος, όπως και στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή, είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους των κυκλικών διαδρομών, που εξυπηρετούν τους πελάτες από την αφετηρία.



Σχήμα 2.2: Κυκλικές διαδρομές με πολλαπλά οχήματα.

Ωστόσο, η απαρίθμηση των κυκλικών διαδρομών και ειδικότερα εκείνων που είναι εφικτές διαδρομές είναι αυτές που ικανοποιούν τους περιορισμούς δυναμικότητας και χρονικών ορίων. Αυτό είναι ένα ιδιαίτερα δύσκολο πρόβλημα και για την περίπτωση 25 ή περισσότερων πελατών, ο αριθμός των εφικτών διαδρομών αυξάνει εκρηκτικά τον αριθμό πελατών [1].

Οι κυριότεροι λόγοι για τους οποίους ένα όχημα αδυνατεί να εξυπηρετήσει όλους τους πελάτες είναι αρκετοί, όπως τους ακόλουθους:

- Η συνολική ζήτηση των πελατών υπερβαίνει την δυναμικότητα του οχήματος.

- Η ζήτηση πρέπει να ικανοποιηθεί μέσα σε ορισμένα χρονικά όρια που είναι αδύνατον να επιτευχθούν από έναν μόνο όχημα
- Η ζήτηση διαφόρων πελατών αφορά διαφορετικά προϊόντα και αυτά δεν μπορούν ν' αναμειχθούν.

Το περιορισμένης χωρητικότητας πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων έχει σαν στόχο την εύρεση K απλών κύκλων (όπου ο κάθε ένας αντιστοιχεί σε ένα όχημα) με το ελάχιστο δυνατό κόστος, που καθορίζεται σαν το άθροισμα όλων των κοστών των τόξων που ανήκουν στους κύκλους, και έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Κάθε κύκλος περνάει από την αποθήκη.
- Κάθε πελάτης επισκέπτεται από ένα μόνο κύκλο.
- Το άθροισμα της ζήτησης των κόμβων που επισκέπτονται από έναν κύκλο δεν ξεπερνάει την χωρητικότητα του οχήματος.

2.4.1 Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για την εξυπηρέτηση πελατών σε δεδομένα Χρονικά Παράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows)

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα είναι μία επέκταση του προβλήματος Περιορισμένης Χωρητικότητας δρομολόγησης οχημάτων, το οποίο προσθέτει τον παράγοντα χρόνο με την μορφή χρονικών παραθύρων, χρόνων εξυπηρέτησης και χρόνων μετάβασης.

Με τον όρο Χρονικά Παράθυρα (Time Windows) εννοούνται τα χρονικά περιθώρια που ορίζει ο κάθε πελάτης προκειμένου να εξυπηρετηθεί από το όχημα. Με λίγα λόγια είναι αναγκαία προϋπόθεση, η άφιξη του οχήματος να γίνει χωρίς να παραβιαστούν τα χρονικά παράθυρα. Οι χρόνοι εξυπηρέτησης και μετάβασης είναι καθοριστικής σημασίας για την τήρηση των χρονικών ορίων, λόγω του ότι απαιτείται να υπολογίζεται συνεχώς ο χρόνος εξυπηρέτησης του πελάτη και οι χρόνοι εκκίνησης και άφιξης του οχήματος.

Στο **Κεφάλαιο 4**, θα υπάρξει μία εκτενής ανάλυση και επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα.

2.4.2 Άλλα Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων

■ Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με την ύπαρξη Πολλαπλών Αποθηκών (Multidepot Vehicle Routing)

Η ύπαρξη πολλαπλών αποθηκών αποτελεί μια παραλλαγή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων στην οποία διατίθενται παραπάνω από μία αποθήκες για την εξυπηρέτηση των πελατών. Λειτουργεί σαν πρόβλημα ομαδοποίησης λόγω του ότι έχει σαν στόχο την εύρεση των διαδρομών των οχημάτων που ανήκουν σε κάθε

αποθήκη. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος υπάρχουν δύο περιπτώσεις: α) η κάθε αποθήκη να έχει το δικό της αριθμό οχημάτων και το δικό της πελατολόγιο και έτσι το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν ξεχωριστά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων, και β) ένα όχημα να ξεκινάει από μία αποθήκη και καταλήγει σε μία άλλη αποθήκη ή αλλιώς να πηγαίνει και σε μία ενδιάμεση αποθήκη.

■ **Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με δύο είδη πελατών κατά τη διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with back-hauls and linehauls customers)**

Είναι μία επέκταση του βασικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων όπου οι πελάτες διακρίνονται σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία είναι οι πελάτες που απαιτούν την διανομή κάποιας ποσότητας προϊόντων (linehauls customers) και η δεύτερη, οι πελάτες που ο καθένας απαιτεί μια ποσότητα του προϊόντος να περισυλλεχθεί από αυτόν (backhauls customers). Ένας πολύ βασικός περιορισμός του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με δύο είδη πελατών είναι η εξυπηρέτηση των πελατών, εκ των οποίων θα διανεμηθεί η ποσότητα προϊόντος και αργότερα των πελατών που θα επιστραφεί η ποσότητα προϊόντος.

■ **Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Διανομή και Παραλαβή προϊόντων κατά τη διάρκεια της διαδρομής (Vehicle Routing Problem with pickup and delivery)**

Το πρόβλημα αυτό αφορά τους πελάτες που ενδέχεται να θέλουν να του διανεμηθούν τα προϊόντα από το όχημα που θα περάσει, αλλά και να παραλάβει από αυτόν κάποια προϊόντα. Ένας από τους κυριότερους περιορισμούς αυτού του προβλήματος είναι ότι σε κάθε πελάτη η διανομή των προϊόντων γίνεται πριν την παραλαβή. Έτσι η συνολική φόρτωση ενός οχήματος όταν φτάσει στον πελάτη i είναι ίση με την αρχική φόρτωση του οχήματος, αφαιρώντας το άθροισμα των προϊόντων που παρέδωσε στους προηγούμενους πελάτες και προσθέτοντας το άθροισμα των προϊόντων που παρέλαβε από τους πελάτες προηγούμενους.

■ **Στοχαστικό πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Stochastic or Probabilistic Vehicle Routing Problem)**

Σε αυτό το μοντέλο, η ζήτηση σε κάθε πελάτη δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων αλλά υποθέτουμε ότι ακολουθεί κάποια κατανομή. Το σενάριο αυτό μπορεί να συμβεί για παράδειγμα μετά από κάποια φυσική καταστροφή (σεισμός, πλημμύρα). Η βοήθεια που πρέπει να φτάσει σε διάφορες περιοχές δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων. Επομένως αν η ζήτηση είναι μεγάλη ένα όχημα θα πρέπει να επιστρέψει στην αποθήκη χωρίς να έχει εξυπηρετήσει όλους τους πελάτες που του είχαν ανατεθεί. Θα ανεφοδιαστεί και θα συνεχίσει την εξυπηρέτηση των πελατών που μείνανε.

Κεφάλαιο 3

Αλγόριθμοι Εύρεσης Βελτιωμένης Λύσης

3.1 Εισαγωγή στους Αλγόριθμους Τοπικής Αναζήτησης

Οι αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης (Local Search Algorithms) είναι από πιο αρχαίες μεθόδους βελτιστοποίησης, οι οποίοι βασίζονται στην μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Η τοπική αναζήτηση θεωρείται απλή μέθοδος, και σε ένα αρκετά μεγάλο αριθμό προβλημάτων βελτιστοποίησης έχει φέρει εκπληκτικά αποτελέσματα [1].

Οι αλγόριθμοι αυτοί χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία είναι εκείνη, όπου οι αλγόριθμοι βελτιστοποιούν το εσωτερικό μιας διαδρομής μεμονωμένα, ενώ η δεύτερη κατηγορία είναι οι αλγόριθμοι που βελτιστοποιούν όλες τις διαδρομές παράλληλα, δηλαδή βελτιώνουν την διάταξη των πελατών σε μήκος όλων των διαδρομών. Επομένως, αναφερόμαστε σε αλγορίθμους του προβλήματος του Πλανόδιου πωλητή, και σε αλγόριθμους προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων.

3.2 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης – Πλανόδιου πωλητή

■ Πλανόδιος πωλητής – Μέθοδος 2-opt

Η μέθοδος *2-opt* είναι πολύ χρήσιμη για διαδρομές στις οποίες υπάρχουν διασταυρώσεις στο εσωτερικό της μεταξύ κάποιων ακμών και είναι εύκολη στον εντοπισμό της. Επομένως με μια κίνηση *2-exchange* (swapping mechanism), πραγματοποιείται διαγράφοντας δύο ακμές και επανασυνδέοντας τα δύο μονοπάτια που προκύπτουν με διαφορετικό τρόπο ώστε να πάρουμε μια νέα διαδρομή.

Υπάρχει ένας μοναδικός τρόπος για να επανασυνδεθούν τα μονοπάτια, ο οποίος οδηγεί σε μια διαφορετική διαδρομή. Μεταξύ όλων των ζευγών ακμών, τα οποία η ανταλλαγή (*2-exchange*) ελαττώνει το συνολικό μήκος, επιλέγουμε εκείνο το ζεύγος ακμών το οποίο μας δίνει την ελάχιστη διαδρομή. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται, μέχρι ότου δεν μπορεί να βρεθεί κάποιο κατάλληλο ζεύγος ακμών. Η διαδρομή που προκύπτει τότε, θα ονομάζεται *2-optimal*.

■ Πλανόδιος πωλητής – Μέθοδος 3-opt

Ο αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης *3-opt* είναι πολύ χρήσιμος στην επίλυση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή, καθώς και άλλων σχετικών προβλημάτων.

Η μέθοδος *3-opt* εμπλέκει την διαγραφή τριών μονοπατιών (ή κόμβων) σε μία διαδρομή επανασυνδέοντας την, με όλους τους υπόλοιπους πιθανούς τρόπους, και αξιολογώντας την κάθε νέα σύνδεση με σκοπό να βρεθεί βέλτιστη λύση.

Δηλαδή, για μεγαλύτερη βελτίωση στο μήκος της διαδρομής, θα μπορούσε να σπάσει ο αλγόριθμος σε τρία μέρη αντί για δύο (όπως έχει γίνει με την 2-opt) συνδυάζοντας τα μονοπάτια με τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

■ Πλανόδιος πωλητής – Μέθοδος Or-opt

Με τη μέθοδο *Or-opt* μετακινούνται τρεις γειτονικοί κόμβοι και εισέρχονται σε κάποια άλλη τοποθεσία μέσα στην ίδια διαδρομή. Η διαδικασία αυτή, θεωρείται ως μια ειδική περίπτωση του *3-opt*, αφού τρία τόξα μετακινούνται και αντικαθιστούνται από τρία άλλα τόξα. Όταν μετακινείται μία αλυσίδα από συνεχόμενους κόμβους στον *Or-opt*, δύο τόξα διαγράφονται και το τρίτο φεύγει τη στιγμή που η αλυσίδα ξαναενώνεται στην διαδρομή. Εντούτοις, ο αριθμός των υπολογισμών στον *Or-opt* είναι πολύ μικρότερος από ότι στον *3-opt*.

■ Πλανόδιος πωλητής – Επαναληπτικός Lin Kernighan (Iterated Lin Kernighan)

Στηρίζοντας στο γεγονός ότι πολλές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης, έχουν ορισμένα τυχαιοποιημένα χαρακτηριστικά, ακόμα και στη διαδικασία δημιουργίας της αρχικής τους λύσης είναι ένας τρόπος, ώστε να βελτιωθεί η λύση. Έτσι λοιπόν, επαναλαμβάνοντας τον αλγόριθμο περισσότερες από μια φορές θα έφερνε διαφορετικά αποτελέσματα και έτσι θα μπορούσε κάποιος να επιλέξει το καλύτερο από αυτά.

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος θεωρείται ένας από τους αποτελεσματικότερους αλγόριθμους για την εύρεση ενός τοπικού βέλτιστου. Για να βελτιωθεί το τοπικό βέλτιστο ο αλγόριθμός ψάχνει να βρει άλλες τοπικά βέλτιστες λύσεις, όπου βρίσκονται πολύ κοντά στο τοπικό βέλτιστο.

Επιπρόσθετα ο αλγόριθμος, για την δημιουργία των τοπικά βέλτιστων λύσεων, εφαρμόζει ένα τυχαιοποιημένο *4-opt* στο τρέχον τοπικό βέλτιστο και στη συνέχεια με την χρήση του αλγορίθμου LK βελτιστοποιεί το τοπικό βέλτιστο. Αν με την αναφερόμενη διαδικασία βρεθεί καλύτερη λύση, τότε αυτή η λύση παίρνει την θέση της βέλτιστης και ξεκινάει από την αρχή, αλλιώς ξανά εφαρμόζεται ο τυχαιοποιημένος *4-opt*.

3.3 Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης – Δρομολόγηση Οχημάτων

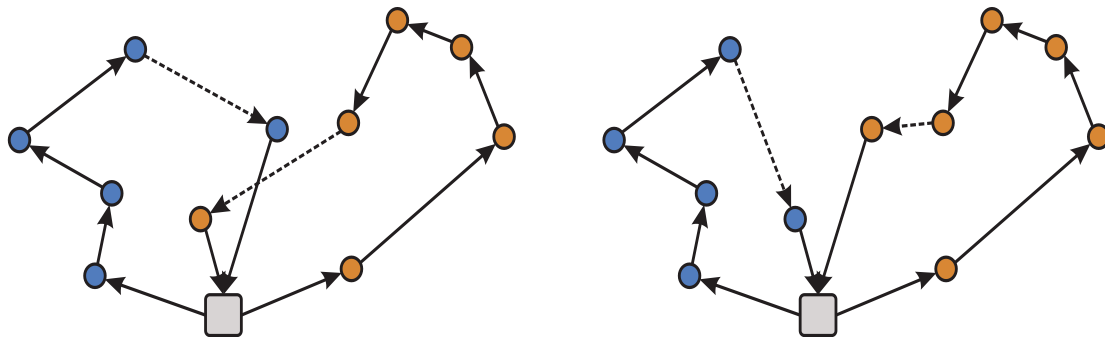
Όπως έχουμε αναφέρει στην εισαγωγή του κεφαλαίου, οι Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης διακρίνονται σε δύο ειδή:

- Σε αυτούς που προσπαθούν να βελτιώσουν τη δρομολόγηση των οχημάτων σε μία διαδρομή, που ουσιαστικά είναι οι αλγόριθμοι του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή.

- Σε αυτούς που προσπαθούν να βελτιώσουν την ανάθεση των πελατών σε οχήματα, οι οποίοι εφαρμόζονται μεταξύ δύο ή περισσότερων διαδρομών, δηλαδή οι αλγόριθμοι των προβλημάτων *δρομολόγησης οχημάτων*.

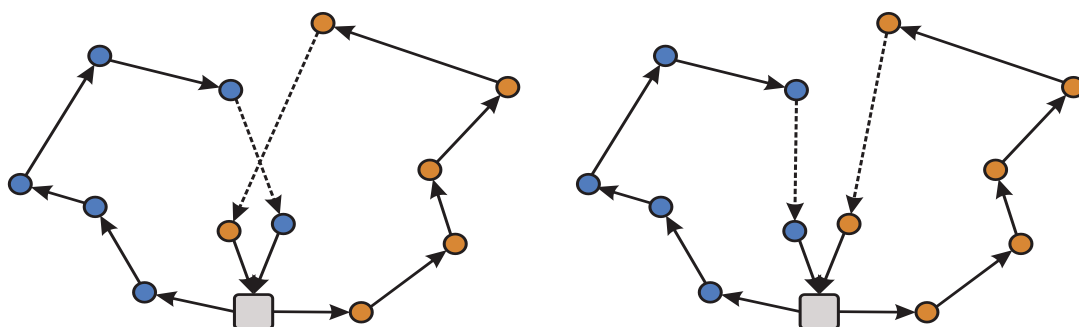
Στην υποενότητα αυτή, θα μιλήσουμε για το δεύτερο είδος αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης οι οποίοι είναι αυτοί που αποσκοπούν για την Δρομολόγηση των Οχημάτων και αποτελούν τις διαδικασίες ανταλλαγής που μπορούν να εφαρμοστούν μεταξύ δύο ή περισσότερων διαδρομών, που είναι οι ακόλουθες:

- **Μέθοδος 1-0 Επανατοποθέτηση (1-0 relocated):** Μία απλή διαγραφή ενός πελάτη μιας διαδρομής και επανατοποθέτηση του μεταξύ 2 πελατών μίας άλλης διαδρομής με καλύτερο κόστος από το προηγούμενο πριν την επανατοποθέτηση.



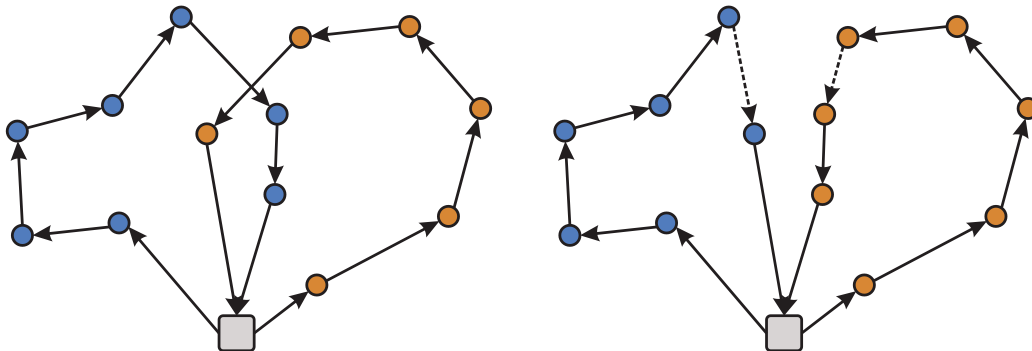
Σχήμα 3.1: Παράδειγμα 1-0 Επανατοποθέτηση.

- **Μέθοδος 1-1 ανταλλαγή (1-1 exchanged):** Μία ταυτόχρονη ανταλλαγή δύο πελατών που βρίσκονται σε διαφορετικές διαδρομές και αποσκοπεί σε καλύτερο κόστος σε σχέση με το προηγούμενο πριν την ανταλλαγή.



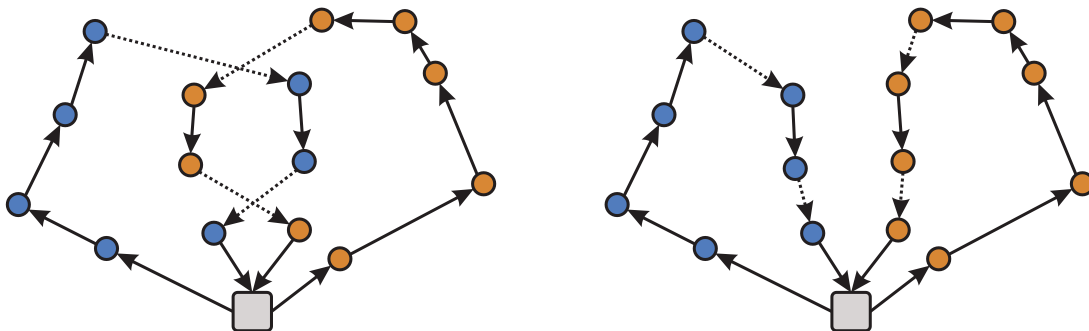
Σχήμα 3.2: Παράδειγμα 1-1 Ανταλλαγή.

■ **Μέθοδος 1-2 ανταλλαγή (1-2 exchange):** Μία συνδυασμένη ανταλλαγή όπου ένας πελάτης που ανήκει σε ένα κύκλο ανταλλάσσεται με δύο γειτονικούς πελάτες που ανήκουν σε ένα άλλο κύκλο.



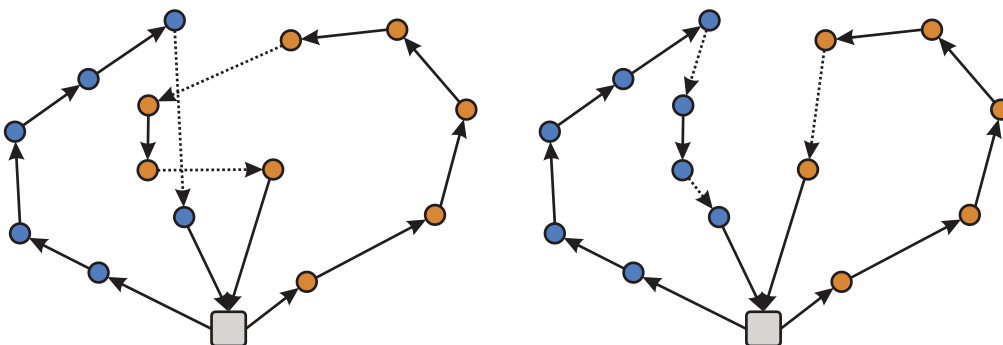
Σχήμα 3.3: Παράδειγμα 1-2 Ανταλλαγή.

■ **Μέθοδος 2-2 ανταλλαγή (2-2 exchange):** Μία συνδυασμένη ανταλλαγή όπου δύο γειτονικοί πελάτες που ανήκουν σε ένα κύκλο ανταλλάσσονται με δύο γειτονικούς πελάτες που ανήκουν σε ένα άλλο κύκλο.



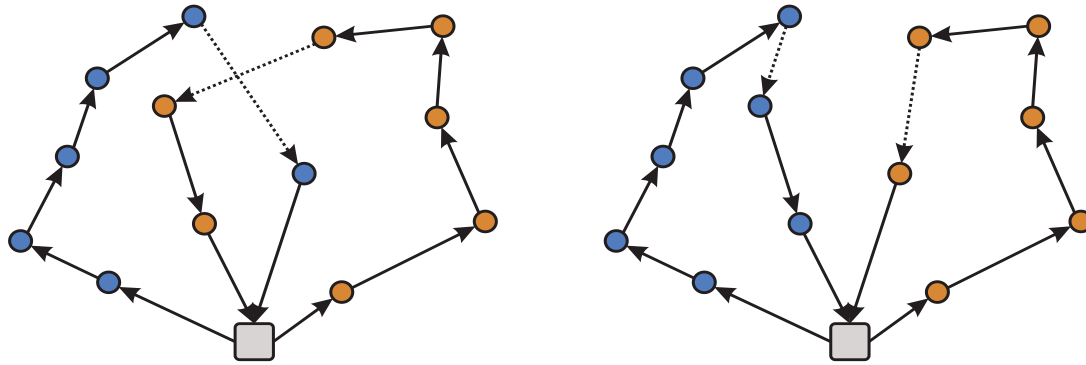
Σχήμα 3.4: Παράδειγμα 2-2 Ανταλλαγή.

■ **Μέθοδος 2-0 επανατοποθέτηση (2-0 relocate):** Αποτελεί παραλλαγή η οποία έχει εντοπιστεί μεταξύ αυτών των μεθόδων τοπικής αναζήτησης. Στη μέθοδο αυτή γίνεται επανατοποθέτηση δύο γειτονικών πελατων σε διαφορετική διαδρομή.



Σχήμα 3.5: Παράδειγμα 2-0 Επανατοποθέτηση.

■ **Μέθοδος διασταύρωσης (crossing algorithm):** Μία μέθοδος πολλαπλών διαδρομών θεωρείται η μέθοδος διασταύρωσης. Εδώ τα τόξα που διασταυρώνονται μεταξύ δύο διαφορετικών διαδρομών διαγράφονται, δηλαδή οι δύο διαδρομές που έχουν διασταυρωμένα τόξα μετατρέπονται σε δύο μη τεμνόμενες διαδρομές.



Σχήμα 3.6: Παράδειγμα Μεθόδου Διασταύρωσης.

Κεφάλαιο 4

Επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με δεδομένα Χρονικά Παράθυρα (VRPTW)

4.1 Περιγραφή και Μοντελοποίηση του Προβλήματος (VRPTW)

Όπως αναφέρθηκε στο **Κεφάλαιο 2**, το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με δεδομένα χρονικά παράθυρα, χρησιμοποιείται ως επέκταση του απλού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων για την κάλυψη της περίπτωσης, όπου η επίσκεψη σε κάθε πελάτη πρέπει να γίνει μέσα στα πλαίσια ενός προκαθορισμένου χρονικού διαστήματος. Παρακάτω θα γίνει αναλυτική περιγραφή του προβλήματος και αναφορά των περιορισμών του.

Έχοντας σε μία γεωγραφική περιοχή κάποιο συγκεκριμένο πλήθος πελατών και μια αποθήκη, στοχεύεται η επίσκεψη και εξυπηρέτηση των πελατών από ένα πεπερασμένο πλήθος οχημάτων, τα οποία βρίσκονται αρχικά στην αποθήκη. Κάθε πελάτης έχει μια συγκεκριμένη ποσότητα φορτίου η οποία πρέπει να διανεμηθεί ή να περισυλλεχθεί από το όχημα, χωρίς να ξεπεραστεί η χωρητικότητα του οχήματος.

Ως επίλυση του προβλήματος στοχεύετε η εξυπηρέτηση του πελάτη μέσα από ένα σύνολο κυκλικών διαδρομών από τα οχήματα, όπου κάθε διαδρομή ξεκινάει και τελειώνει στην αποθήκη, χωρίς να παραβιάζεται η χωρητικότητα και τα χρονικά παράθυρα με σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού μήκους των διαδρομών. Ο κάθε πελάτης δηλαδή, πρέπει να επισκέπτεται από ένα και μόνο υποκύκλο και η εξυπηρέτηση του πρέπει να ξεκινήσει μέσα στα χρονικά παράθυρα, ενώ το όχημα παραμένει στον χώρο του πελάτη για όσο χρόνο γίνεται η διανομή ή περισυλλογή.

Οι βασικοί περιορισμοί του προβλήματος είναι οι παρακάτω:

- **Χωρητικότητα του οχήματος:** Η συνολική ζήτηση της κάθε διαδρομής θα πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση της χωρητικότητας του οχήματος.
- **Χρονικά Παράθυρα:** Η χρονική στιγμή της άφιξης του οχήματος σε κάποιον πελάτη απαιτείται να γίνει πριν την λήξη του αργότερου χρόνου παράδοσης του πελάτη αυτού.
- **Επιστροφή στην αποθήκη:** Για να θεωρηθεί μια μετάβαση σε κάποιον πελάτη εφικτή, θα πρέπει να μη καταρρέπτονται οι δύο προηγούμενοι περιορισμοί, και ταυτόχρονα το όχημα να είναι σε θέση να μπορεί να επιστρέψει πίσω στην αποθήκη χωρίς να έχει κλείσει η αποθήκη.

Επίσης, υπάρχουν τα παρακάτω επιπλέον δεδομένα τα οποία πρέπει να ληφθούν υπόψιν κατά την μετάβαση από και προς κάποιον πελάτη, προκειμένου να μη παραβιαστούν οι περιορισμοί του προβλήματος:

- **Χρόνος εκκίνησης:** Είναι η χρονική στιγμή κατά την οποία το όχημα φεύγει από την αποθήκη ή την χρονική στιγμή από την οποία το όχημα αναχωρεί από τον προηγούμενο εξυπηρετημένο πελάτη.
- **Χρόνος μετάβασης:** Είναι ο χρόνος ταξιδιού t_{ij} , δηλαδή χρόνος μετάβασης από κάποιο πελάτη i σε κάποιο πελάτη j .
- **Χρόνος εξυπηρέτησης:** Είναι ο χρόνος που απαιτείται προκειμένου να εξυπηρετηθεί κάποιος πελάτης, δηλαδή είναι το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που επισκέπτεται (άφιξη) το όχημα τον πελάτη μέχρι τη στιγμή που είναι έτοιμο να αποχωρήσει απ' αυτόν.

Στην εργασία αυτή η επίλυση του προβλήματος έχει γίνει με την ύπαρξη των σκληρών χρονικών παραθύρων που δεν επιτρέπουν να φτάσει το όχημα στον πελάτη μετά από τον αργότερο χρόνο εξυπηρέτησης. Είναι αξιοσημείωτο να αναφερθεί ότι, αν κάποιο όχημα φτάσει σε κάποιον πελάτη νωρίτερα από τον προκαθορισμένο χρόνο, είναι αναγκαία η αναμονή του οχήματος. Ο λόγος είναι ότι, στις περισσότερες περιπτώσεις το όχημα επιτρέπεται να παραμείνει στο χώρο του πελάτη μέχρι να ξεκινήσουν τα χρονικά παράθυρα του εκάστοτε πελάτη.

Η σχέση χρόνου και κόστους είναι άμεσα συνδεδεμένη, σε αρκετές περιπτώσεις οι πίνακες κόστους και χρόνου ταξιδιού συμπίπτουν και τα χρονικά παράθυρα καθορίζονται με βάση το γεγονός ότι όλα τα οχήματα φεύγουν από την αποθήκη τη χρονική στιγμή μηδέν.

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα αναφέρεται σε ένα γράφημα $G = (V, A)$, όπου η αποθήκη συμβολίζεται με τους κόμβους 0 και $n + 1$. Όλες οι εφικτές διαδρομές αντιπροσωπεύουν μονοπάτια που ξεκινούν από το 0 και καταλήγουν στο $n + 1$. Ένα χρονικό παράθυρο αντιστοιχίζεται και με την αποθήκη είτε αναφερόμαστε στον κόμβο 0 είτε στον κόμβο $n + 1$, για παράδειγμα $\{\alpha_0, \beta_0\} = \{\alpha_{n+1}, \beta_{n+1}\} = \{E, L\}$, όπου τα E και L είναι η ελάχιστη πιθανή αναχώρηση από την αποθήκη και η αργότερη δυνατή άφιξη. Επιπλέον, μηδενική ζήτηση και χρόνοι εξυπηρέτησης καθορίζονται για αυτούς τους δύο κόμβους, δηλαδή $d_0 = d_{n+1} = s_{n+1} = 0$.

Στο γραμμικό πρότυπο που ακολουθεί περιλαμβάνονται δύο ειδών μεταβλητές. Η μία μεταβλητή είναι οι χρονικές μεταβλητές w_{ik} , που καθορίζουν πότε θα ξεκινήσει η εξυπηρέτηση στον πελάτη i από το όχημα k .

Η άλλη μεταβλητή είναι για τις μεταβλητές ροής:

- $x_{ijk} = 1$, εάν το όχημα k επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i .
- $x_{ijk} = 0$, αλλιώς.

Στη συνέχεια θα ακολουθήσει μία μορφοποίηση του προβλήματος, εκφρασμένη σε ένα μαθηματικό γραμμικό μοντέλο:

$$\min \sum_{i,j} c_{ij} \sum_k x_{ijk} \quad (4.1)$$

$$\text{υπό} \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in V - \{0\}} x_{0jk} = 1 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in V - \{j\}} x_{ijk} - \sum_{i \in V - \{j\}} x_{jik} = 0 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in V - \{j\}} x_{in+1k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.5)$$

$$x_{ijk} (w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk}) \leq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4.6)$$

$$\alpha_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq w_{ik} \leq \beta_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \quad \forall i \in N, k \in K \quad (4.7)$$

$$E \leq w \leq L \quad \forall i \in (0, n+1), k \in K \quad (4.8)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq C \quad \forall k \in K \quad (4.9)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A$$

Η αντικειμενική συνάρτηση 4.1 εκφράζει το συνολικό κόστος, όπου στοχεύετε η ελαχι-στοποίηση του συνολικού κόστους. Ο περιορισμός 4.2 περιορίζει την εκχώρηση κάθε πελάτη σε ένα και μόνο όχημα. Οι περιορισμοί 4.3 – 4.5 χαρακτηρίζουν τη ροή στο μονοπάτι που ακολουθείται από το όχημα k . Ακολούθως, οι περιορισμοί 4.6, 4.8, 4.9 εγγυώνται την εφικτότητα των διαδρομών με βάση τους χρονικούς περιορισμούς και τους περιορισμούς χωρητικότητας των οχημάτων. Τέλος, ο περιορισμός 4.7 εξαναγκάζει το w_{ik} για ένα δεδομένο k να γίνει ίσο με 0 αν το όχημα δεν επισκέπτεται τους πελάτες i και j σε αυτή τη διαδρομή.

4.2 Υλοποίηση της Επίλυσης του προβλήματος VRPTW

Ακολουθώντας πιστά όλες τις παραπάνω πληροφορίες και κανόνες που ορίζουν το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα και συγκεκριμένη Χωρητικότητα Οχημάτων, γράφτηκε προγραμματιστικός κώδικας σε λειτουργικό περιβάλλον *Matlab*.

Οι απαιτήσεις της συγκεκριμένης υλοποίησης ήταν πολύ συγκεκριμένες και χωρισμένες σε κάποια στάδια, τα οποία καθένα από αυτά έχει ως σκοπό την εξαγωγή κάποιων αποτελεσμάτων. Βεβαίως όπως είναι φυσικό, τα εξερχόμενα αποτελέσματα του ενός σταδίου, αποτελούν εισερχόμενα του επόμενου, κι έτσι η ποιότητα των αποτελεσμάτων ενός σταδίου επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό τα επόμενα εξερχόμενα αποτελέσματα του επόμενου σταδίου.

Για τον λόγο αυτό δόθηκε ιδιαίτερη σημασία στις απαιτήσεις του εκάστοτε σταδίου, προκειμένου να διασφαλιστούν στο τέλος τα καλύτερα δυνατά εξερχόμενα αποτελέσματα.

Επομένως, ως πρώτο στάδιο του συγκεκριμένου προβλήματος αποτελεί, η **δημιουργία αρχικής λύσης** μέσω κάποιας μεθοδολογίας εύρεσης αρχικής λύσης και ως δεύτερο στάδιο αποτελεί, η **βελτίωση - βελτιστοποίηση των αρχικών λύσεων** με σκοπό την απόκτηση νέων βελτιωμένων λύσεων. Η βελτίωση αυτή αφορά την ελαχιστοποίηση του πλήθους των χρησιμοποιούμενων οχημάτων (ως επέκταση και διαδρομών) και ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους - διανυόμενου μήκους των διαδρομών.

Βεβαίως, σε κάποιες περιπτώσεις χρειάστηκε να στοχευθεί η μείωση του χρόνου των διαδρομών προκειμένου να γίνει η καλύτερη κατανομή των πελατών εντός αυτών, με σκοπό να δημιουργηθεί η δυνατότητα αύξησης πλήθους πελατών στις διαδρομές αυτές. Όπως και να έχει όμως, γνωρίζουμε ότι το κόστος είναι άμεσα συνδεδεμένο με τον χρόνο καθώς και το αντίστροφο, πράγμα που σημαίνει ότι ελαχιστοποιώντας τον παράγοντα χρόνο, σε μερικές περιπτώσεις επιτυγχανόταν και η ελαχιστοποίηση και του παράγοντα κόστους.

4.3 Δημιουργία Αρχικής Λύσης του προβλήματος

Σκοπός της διαδικασίας δημιουργίας αρχικών λύσεων είναι η κατασκευή κάποιων αρχικών διαδρομών που θα αποτελέσουν λύσεις προς βελτιστοποίηση. Οι λύσεις αυτές δεν είναι απαραίτητο να έχουν ποιότητα παραπλήσια μιας *βέλτιστης λύσης*, χωρίς να σημαίνει βεβαίως ότι δεν αποσκοπείτε η καλύτερη δυνατή ποιότητα αρχικής λύσης.

Η επιλογή του αλγορίθμου δημιουργίας αρχικής λύσης παίζει καθοριστικό παράγοντα στην εξαγωγή καλών *αρχικών λύσεων*, και αναλόγως με τη μέθοδο που επιλέγεται, η ποιότητα διαφέρει.

4.3.1 Αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighbor Algorithm)

Ο αλγόριθμος του *Πλησιέστερου Γείτονα* ήταν ο πρώτος αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για το καθορισμό μιας λύσης στο πρόβλημα του *Πλανόδιου Πωλητή*, θεωρείται αρκετά απλός και για το λόγο αυτό συνηθίζεται να εφαρμόζεται για τη δημιουργία αρχικών λύσεων.

Έστω ότι θεωρούμε ένα πρόβλημα *Πλανόδιου Πωλητή*, δηλαδή έχουμε ένα πλήθος πελατών. Ένας πωλητής βρίσκεται αρχικά σε έναν τυχαίο πελάτη και στόχος του αλγορίθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα* είναι, η επανειλημμένη επίσκεψη του κοντινότερου πελάτη έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες. Πιο κάτω, παρουσιάζεται η εφαρμογή του πλησιέστερου γείτονα για το πρόβλημα του *Πλανόδιου Πωλητή* βηματικά:

Βήμα 1: Αρχικά ο πωλητής ξεκινάει από έναν τυχαίο πελάτη.

Βήμα 2: Υπολογίζει την απόσταση του κοντινότερου πελάτη, ελέγχοντας όλους τους πελάτες που δεν έχει επισκεφθεί.

Βήμα 3: Επισκέπτεται τον κοντινότερο πελάτη.

Βήμα 4: Εάν όλοι οι πελάτες έχουν επισκεφθεί τότε τερματίζεται η διαδικασία, αλλιώς, επιστρέφουμε στο βήμα 2 και συνεχίζει η διαδικασία έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες.

Παρακάτω θα παρουσιαστεί ο τροποποιημένος αλγόριθμος του *Πλησιέστερου Γείτονα* εφαρμοσμένο στις απαιτήσεις του *Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* (Vehicle Routing Problem with Time Windows).

4.3.2 Επέκταση αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα για το VRPTW

■ Επέκταση αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα για το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα (Nearest Neighbor Algorithm with Time Windows)

Γνωρίζουμε ότι το πρόβλημα *Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* αποτελεί επέκταση του προβλήματος του *Πολλαπλού Πλανόδιου Πωλητή με τη χρήση Χρονικών Παράθυρων* (mTSP with Time Windows). Επίσης το πρόβλημα του *Πολλαπλού Πλανόδιου Πωλητή* επιλύεται και αυτό με τον αλγόριθμο του πλησιέστερου γείτονα (μεμονωμένα για κάθε TSP). Επομένως προκύπτει το συμπέρασμα ότι το πρόβλημα *Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* μπορεί και αυτό να επιλυθεί με τον αλγόριθμο του *Πλανόδιου Πωλητή*.

Έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε έναν αλγόριθμο *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα*, προσαρμοσμένο στα πλαίσια του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης.

Θεωρώντας ένα πλήθος πελατών και μια αποθήκη, ένας πωλητής βρίσκεται αρχικά στην αποθήκη, και στόχος του αλγορίθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα* είναι, η επανειλημμένη επίσκεψη του κοντινότερου πελάτη έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες, χωρίς να παραβιαστεί κανένας περιορισμός του προβλήματος *Δρομολόγησης με Χρονικά Παράθυρα*.

Παρακάτω παρουσιάζεται η εφαρμογή του τροποποιημένου πλησιέστερου γείτονα για το πρόβλημα *Δρομολόγησης με Χρονικά Παράθυρα* βηματικά:

Βήμα 1: Αρχικά την χρονική στιγμή μηδέν ο πωλητής ξεκινάει από την αποθήκη.

Βήμα 2: Υπολογίζει την απόσταση του κοντινότερου πελάτη, ελέγχοντας όλους τους πελάτες που δεν έχει επισκεφθεί. Αν δεν υπάρχει επόμενος πιο κοντινός πελάτης, τότε η διαδικασία σταματάει και ο πωλητής πάει στην επόμενη διαδρομή.

Βήμα 3: Πριν μεταβεί στον επόμενο πελάτη γίνεται έλεγχος της χωρητικότητας του

οχήματος, δηλαδή ελέγχεται εάν το όχημα μπορεί να περισυλλέξει τα αγαθά που αντιστοιχεί σε ποσότητα της ζήτησης του συγκεκριμένου πελάτη. Εάν όχι επιστρέφει βήμα 2.

Βήμα 4: Έπειτα γνωρίζοντας το χρόνο ταξιδιού από την τοποθεσία που βρίσκεται ο πωλητής προς τον πελάτη, υπολογίζεται η χρονική στιγμή της άφιξης στον πελάτη. Εάν η στιγμή αυτή δεν παραβιάζει τα χρονικά παράθυρα του πελάτη, τότε συνεχίζεται η διαδικασία στο βήμα 5, αλλιώς τερματίζεται η διαδικασία, επιστρέφει στο βήμα 2 και ελέγχεται ο επόμενος πιο κοντινός πελάτης.

Βήμα 5: Εάν γίνεται άφιξη πριν τον αργότερο χρόνο και μετά τον ενωρίτερο χρόνο τότε ο πελάτης εξυπηρετείται, αλλιώς αν γίνεται άφιξη πριν τον ενωρίτερο χρόνο, τότε ο πωλητής περιμένει μέχρι να έρθει η στιγμή της εξυπηρέτησης.

Βήμα 6: Υπολογίζεται ο χρόνος που απαιτείται για να επιστρέψει ο πωλητής στην αποθήκη από τον πελάτη. Αν η επιστροφή στην αποθήκη είναι εφικτή, δηλαδή η στιγμή άφιξης στην αποθήκη δεν ξεπερνάει τον αργότερο χρόνο της αποθήκης, τότε ο πελάτης είναι εφικτός και γίνεται να μεταβεί σε αυτόν.

Βήμα 7: Μετάβαση στον πελάτη. Εάν όλοι οι πελάτες έχουν επισκεφθεί τότε τερματίζεται η διαδικασία, αλλιώς, επιστρέφει στο βήμα 2 και συνεχίζει η διαδικασία έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες.

■ Επέκταση αλγόριθμου του Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή (Nearest Neighbor Algorithm with Time Windows and Pending Time)

Με βάση την παραπάνω υλοποίηση του Πλησιέστερου Γείτονα για την δημιουργία αρχικών λύσεων του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα προκύπτει το συμπέρασμα ότι οι αρχικές λύσεις δεν αποδίδουν ιδιαίτερα καλή ποιότητα, κι έτσι δημιουργήθηκε η ανάγκη για αλλαγή του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα.

Αυτό που παρατηρήθηκε στις αρχικές λύσεις που παρήγαγε ο αλγόριθμος, είναι ότι σε αρκετές μεταβάσεις σε όλες τις διαδρομές, υπήρχαν πολύ μεγάλοι χρόνοι αναμονής των οχημάτων, λόγω ότι φτάνανε πολύ πιο νωρίς στον προς μετάβαση πελάτη. Αυτό συμβαίνει επειδή ο απλός αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα είναι δομημένος έτσι ώστε να επιλύει απλά πρόβλημα Πλανόδιου Πωλητή, και όχι σύνθετα προβλήματα Πλανόδιου Πωλητή με Χρονικά Παράθυρα.

Όπως φαίνεται στο βήμα 4 του προηγούμενου αλγορίθμου, η μέθοδος ενσωματώνει τα χρονικά παράθυρα ενός πελάτη, κι όπως φαίνεται στο βήμα 5 εμφανίζεται η έννοια της αναμονής ενός οχήματος λόγω της ενωρίτερης άφιξης του στον πελάτη. Δεν υπάρχει όμως κάποιος έλεγχος που να περιορίζει την αναμονή σε τέτοιες περιπτώσεις.

Ως συμπέρασμα, θεωρήθηκε αναγκαίο να προστεθεί ένα παραπάνω βήμα στη προηγούμενη διαδικασία μετά το βήμα 5, το οποίο θα αποτρέπει τις μεταβάσεις στους

πελάτες που έχουν ανεπιθύμητα μεγάλη αναμονή. Πιο συγκεκριμένα αρχικά πρέπει να ορίζεται μια ποσότητα χρόνου την οποία την θεωρούμε επιθυμητή για αναμονή, κι έπειτα θα χρησιμοποιείται σαν σημείο αναφοράς και σύγκρισης στο επιπρόσθετο βήμα. Με αυτό τον τρόπο η αναμονή γίνεται σχετικά ελεγχόμενη και περιορίζεται αρκετά.

Προσθέτοντας αυτό το επιπλέον βήμα, πρακτικά καταφέραμε και μειώσαμε κατά πολύ το συνολικό κόστος των διαδρομών, πράγμα που σημαίνει ποιο ποιοτικές αρχικές λύσεις. Το πιο σημαντικό ζήτημα όμως, είναι ότι με αυτό τον τρόπο μειώθηκε το πλήθος των διαδρομών, διότι μειώθηκε το πλήθος των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, λόγω ότι η συνολική αναμονή του κάθε οχήματος μειώθηκε ραγδαία, πράγμα που σημαίνει ότι το κάθε όχημα είχε περισσότερο χρονικό περιθώριο να εξυπηρετήσει περισσότερους πελάτες (καλύτερη ανάθεση πελατών σε κάθε όχημα).

Αρκετά σημαντικό να σημειωθεί είναι ότι στη περίπτωση που έχουμε ορίσει την επιτρεπτή αναμονή πολύ αυστηρά, και δεν βρεθεί κάποιος επιτρεπτός πελάτης προς μετάβαση, πρέπει να ξεκινήσει η διαδικασία από την αρχή και να ξανά οριστεί η επιτρεπτή αναμονή, ορίζοντας την με πιο μεγάλο χρονικό διάστημα.

Έπειτα θα παρουσιαστούν αναλυτικά τα βήματα του τροποποιημένου αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή:

Βήμα 1: Αρχικά την χρονική στιγμή μηδέν ο πωλητής ξεκινάει από την αποθήκη και ορίζεται η επιτρεπτή αναμονή.

Βήμα 2: Υπολογίζει την απόσταση του κοντινότερου πελάτη, ελέγχοντας όλους τους πελάτες που δεν έχει επισκεφθεί. Αν δεν υπάρχει επόμενος πιο κοντινός πελάτης, τότε η διαδικασία σταματάει και ο πωλητής πάει στην επόμενη διαδρομή. Εάν όμως δεν υπάρχει επόμενος πιο κοντινός και δεν βρέθηκε κανένας πελάτης στην διαδρομή αυτή, θα σημαίνει ότι τους απορρίψαμε όλους λόγω πολύ αυστηρά ορισμένης επιτρεπτής αναμονής. Στην περίπτωση αυτή επιστρέφουμε στο βήμα 1 και ξανά ορίζεται η αναμονή πιο χαλαρά.

Βήμα 3: Πρίν μεταβεί στον επόμενο πελάτη γίνεται έλεγχος της χωρητικότητας του οχήματος, δηλαδή ελέγχεται εάν το όχημα μπορεί να περιυλδέξει τα αγαθά που αντιστοιχεί σε ποσότητα της ζήτησης του συγκεκριμένου πελάτη. Εάν όχι επιστρέφει βήμα 2.

Βήμα 4: Έπειτα γνωρίζοντας το χρόνο ταξιδιού από την τοποθεσία που βρίσκεται ο πωλητής προς τον πελάτη, υπολογίζεται η χρονική στιγμή της άφιξης στον πελάτη. Εάν η στιγμή αυτή δεν παραβιάζει τα χρονικά παράθυρα του πελάτη, τότε συνεχίζεται η διαδικασία στο βήμα 5, αλλιώς τερματίζεται η διαδικασία, επιστρέφει στο βήμα 2 και ελέγχεται ο επόμενος πιο κοντινός πελάτης.

Βήμα 5: Εάν γίνεται άφιξη πριν τον αργότερο χρόνο και μετά τον ενωρίτερο χρόνο τότε ο πελάτης εξυπηρετείται, αλλιώς αν γίνεται άφιξη πριν τον ενωρίτερο χρόνο, τότε ο πωλητής περιμένει μέχρι να έρθει η στιγμή της εξυπηρέτησης.

Βήμα 6: Εάν γίνεται άφιξη πριν τον ενωρίτερο χρόνο και η αναμονή του οχήματος

είναι μικρότερη της επιτρεπτής αναμονής τότε συνεχίζεται η διαδικασία στο βήμα 7, αλλιώς η διαδικασία σταματάει και ο πωλητής επιστρέφει στο βήμα 2.

Βήμα 7: Υπολογίζεται ο χρόνος που απαιτείται για να επιστρέψει ο πωλητής στην αποθήκη από τον πελάτη. Αν η επιστροφή στην αποθήκη είναι εφικτή, δηλαδή η στιγμή άφιξης στην αποθήκη δεν ξεπερνάει τον αργότερο χρόνο της αποθήκης, τότε ο πελάτης είναι εφικτός και γίνεται να μεταβεί σε αυτόν.

Βήμα 8: Μετάβαση στον πελάτη. Εάν όλοι οι πελάτες έχουν επισκεφθεί τότε τερματίζεται η διαδικασία, αλλιώς, επιστρέφει στο βήμα 2 και συνεχίζει η διαδικασία έως ότου να έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας της παραπάνω διαδικασίας του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή:

ΕΝΑΡΞΗ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

i: Θέση εκκίνησης του οχήματος (πωλητή), αρχικά στην αποθήκη

Ορισμός επιτρεπτής αναμονής *apt* (allowable pending time)

Όσο (Δεν έχουν επισκεφθεί όλοι οι πελάτες)

Εύρεση του πιο κοντινού πελάτη *next_customer* από την θέση *i*

Αν (Έχει βρεθεί επόμενος πελάτης)

Αν (Η ζήτηση του *next_customer* μπορεί να καλυφθεί από το όχημα)

Αν (Το όχημα φτάνει στον *next_customer* ανάμεσα στα χρονικά του παράθυρα)
Υπολογισμός χρόνου μετάβασης του οχήματος από τον *next_customer* προς την αποθήκη

Αν (Το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη πριν το κλείσιμο της)

Η μετάβαση θεωρείται εφικτή και εκτελείται

Τέλος_Αν

Αλλιώς_Αν (Το όχημα φτάνει στον *next_customer* πριν το ενωρίτερο του χρόνο)

Υπολογίζεται το χρονικό διάστημα της αναμονής *pt* (pending time)

Αλλιώς_Αν (Η αναμονή *pt* μικρότερη της επιτρεπτής αναμονής *apt*)

Υπολογισμός χρόνου μετάβασης του οχήματος από τον *next_customer* προς την αποθήκη

Αν (Το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη πριν το κλείσιμο της)

Η μετάβαση θεωρείται εφικτή και εκτελείται

Τέλος_Αν

Τέλος_Αν

Τέλος_Αν

Τέλος_Αν

Τέλος_Αν

Αν (Έχουν ελεγχθεί όλοι οι πελάτες και δεν έχει βρεθεί κανένας για εφικτή μετάβαση)

Αυξάνεται η επιτρεπτή αναμονή *apt* και η διαδικασία ξεκινάει από την αρχή

Τέλος_Αν

Τέλος_Όσο

ΤΕΛΟΣ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

4.4 Τοπική Αναζήτηση και Βελτιστοποίηση του προβλήματος

4.4.1 Βελτίωση των Αρχικών Λύσεων του VRPTW

Η τοπική αναζήτηση στην εργασία αυτή, αφορά το μέρος της υλοποίησης το οποίο βελτιώνει και βελτιστοποιεί τις αρχικές λύσεις που κατασκευάστηκαν μέσω του κατάλληλου τροποποιημένου αλγόριθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή*, που περιγράφηκε αναλυτικά στην προηγούμενη ενότητα.

Η ανάγκη για βελτιστοποίηση σε τέτοιας φύσης προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, όπως αποτελούν τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων είναι αναγκαία. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό εάν αναλογιστεί κάποιος το πλήθος των περιορισμών και της πολυπλοκότητας των προβλημάτων αυτών. Με λίγα λόγια, είναι ακατόρθωτο να βρεθούν αρχικές λύσεις οι οποίες πλησιάζουν τις βέλτιστες λύσεις, και γι' αυτό η εφαρμογή μεθόδων βελτιστοποίησης είναι αναγκαίες.

Βεβαίως όπως και θα παρουσιαστούν στο επόμενο Κεφάλαιο, υπήρξαν αρκετά προβλήματα στα οποία βρέθηκε η βέλτιστη λύση ή σχεδόν βέλτιστη μέσω απλής εφαρμογής του αλγόριθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή*, αλλά αυτό οφείλεται σε κάποιο βαθμό στη φύση των προβλημάτων αυτών. Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για σχετικά απλά προβλήματα δρομολόγησης ομαδοποιημένων πελατών και όχι τυχαιοποιημένων.

4.4.2 Μέθοδοι για τη Βελτίωση των Αρχικών Λύσεων του VRPTW

Όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, υπάρχουν πολλές μεθοδολογίες και αλγόριθμοι οι οποίοι μας επιτρέπουν να βελτιστοποιήσουμε αρχικές λύσεις, τόσο ώστε να έχουν δημιουργηθεί ολόκληροι ξεχωριστοί κλάδοι για κάθε περίπτωση. Στην συγκεκριμένη εργασία έγινε χρήση αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης αν και θα μπορούσε να γίνει χρήση και άλλων μεθόδων.

Ας επισημάνουμε ξανά, ότι οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης αποδίδουν πολύ ικανοποιητικά στα περισσότερα είδη προβλημάτων βελτιστοποίησης. Πρέπει όμως να εφαρμόζονται και να τροποποιούνται κατάλληλα με βάση το είδος προβλήματος που απαιτείται να αντιμετωπίσουμε. Τα *Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων* είναι μια κατηγορία προβλημάτων βελτιστοποίησης, τα οποία περιέχουν μεγάλο πλήθος περιορισμών, πράγμα που σημαίνει ότι πρέπει να διαμορφωθούν κατάλληλα οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν, προκειμένου να γίνει σωστή επίλυση του εκάστοτε προβλήματος.

Επομένως στο συγκεκριμένο *Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα* που αντιμετωπίζουμε, πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί να μη γίνει παραβίαση κάποιου περιορισμού. Έτσι για οποιαδήποτε αλλαγή που προκύπτει σε κάποια διαδρομή λόγω εφαρμογής *Τοπικής Αναζήτησης*, θα πρέπει να γίνει έλεγχος

μη παραβίασης των περιορισμών για την κάθε μετάβαση που απαρτίζει την διαδρομή αυτή. Οι περιορισμοί αυτοί είναι εκείνοι που αναφέρθηκαν παραπάνω.

Οι αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης που έχουν χρησιμοποιηθεί κατά την βελτιστοποίηση του προβλήματος δρομολόγησης είναι οι παρακάτω:

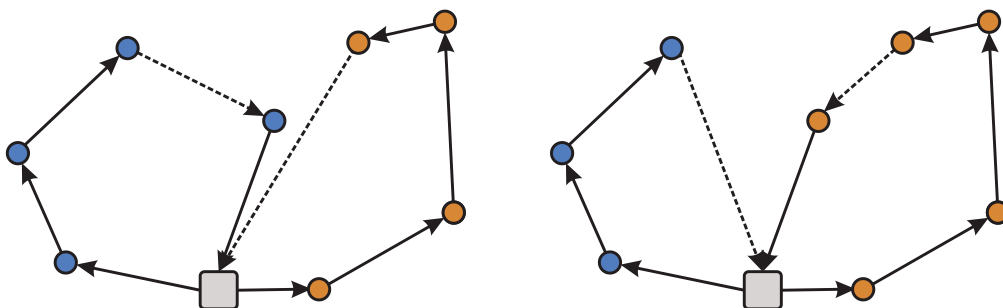
- *Relocate 1-0* – Επανατοποθέτηση 1-0.
- *Internal Relocation* – Επανατοποθέτηση εσωτερικά μιας διαδρομής.
- *Exchange* – Ανταλλαγή 1-1.
- *Sequential Optimization* – Τμηματική Βελτιστοποίηση.

Όλοι αυτοί οι αλγόριθμοι έχουν μια κοινή δομή και έναν κοινό τρόπο λειτουργίας και ισχύει η μέθοδος δοκιμής και σφάλματος. Δηλαδή, σε κάθε περίπτωση υλοποιείται ένας αλγόριθμος όσο ισχύει μια συνθήκη, έπειτα γίνεται έλεγχος βελτίωσης αποτελεσμάτων ή όχι και αποφασίζεται αν υλοποιηθούν οι αλλαγές ή όχι. Βεβαίως εντός του αλγορίθμου γίνεται συνεχής έλεγχος εφικτότητας των συνθηκών του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, και αν δεν ικανοποιείται κάποια από αυτές τις συνθήκες, διακόπτεται η λειτουργία και συνεχίζεται η λειτουργία σε επόμενο έλεγχο.

Παρακάτω θα γίνει η αναλυτική περιγραφή των αλγορίθμων αυτών, εξηγώντας πως υλοποιήθηκαν και εφαρμόστηκαν στο συγκεκριμένο πρόβλημα δρομολόγησης, καθώς θα παρουσιαστεί και ένας ψευδοκώδικας για κάθε περίπτωση.

■ Επανατοποθέτηση 1-0 (Relocate 1-0)

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος, πρακτικά κατανέμει πιο ομοιόρφα τους πελάτες διαφορετικών γειτονικών διαδρομών. Πιο συγκεκριμένα γίνεται επανατοποθέτηση ενός πελάτη σε άλλη διαδρομή, ως αποτέλεσμα να προκύπτει μείωση του συνολικού μήκους τους, άρα και μείωση διανυόμενης διαδρομής και κόστους.



Σχήμα 4.1

Έστω ότι έχουμε ένα πεπερασμένο πλήθος διαδρομών, τότε η εφαρμογή του αλγορίθμου επανατοποθέτησης πελατών 1-0 μιας διαδρομής, σε κάποια άλλη είναι η εξής:

Βήμα 1: Έχοντας ένα πλήθος διαδρομών, αρχικά επιλέγεται μια διαδρομή r_1 κι έπειτα μια διαδρομή r_2 .

Βήμα 2: Διαλέγεται ένας πελάτης της διαδρομής r_1 με σκοπό να εισαχθεί κάπου στην

διαδρομή r_2 .

Βήμα 3: Γίνεται υποθετική εισαγωγή του πελάτη της διαδρομής r_1 μεταξύ δύο διαδοχικών πελατών της διαδρομής r_2 .

Βήμα 4: Ελέγχεται αν η νέα διαδρομή r_2 που προκύπτει, δεν καταρρίπτει κάποιον περιορισμό του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα. Αν δεν καταρρίπτεται τότε συνεχίζει η διαδικασία στο βήμα 5, αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 3 και γίνεται υποθετική εισαγωγή του πελάτη, μεταξύ δύο επόμενων διαδοχικών πελατών της διαδρομής r_2 .

Βήμα 5: Υπολογίζεται το νέο μήκος των διαδρομών r_1 και r_2 που προκύπτει και καταγράφεται. Γίνεται επιστροφή στο βήμα 3 και η διαδικασία προχωράει στο βήμα 6, μόνο όταν ελεγχθούν όλες οι υποθετικές εισαγωγές του πελάτη, που μπορούν να γίνουν στη διαδρομή r_2 .

Βήμα 6: Για κάθε εφικτή επανατοποθέτηση, γίνεται άθροισμα των μηκών των διαδρομών r_1 και r_2 που καταγράφηκαν, και υπολογίζεται το μικρότερο από αυτά. Τέλος συγκρίνεται το νέο αθροιστικό μήκος των διαδρομών r_1 και r_2 με το αρχικό μήκος αυτών. Εάν το νέο μήκος είναι μικρότερο του αρχικού, τότε εκτελείται η επανατοποθέτηση.

Βήμα 7: Τερματισμός της διαδικασίας και επιστροφή στο βήμα 2 για επιλογή επόμενου πελάτη της διαδρομής r_1 . Ο αλγόριθμος τερματίζεται μόνο όταν ελεγχθούν όλες οι επανατοποθετήσεις των πελατών της διαδρομής r_1 στην διαδρομή r_2 .

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας συνοπτικός ψευδοκώδικας του αλγορίθμου Επανατοποθέτησης 1-0.

ΕΝΑΡΞΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

n : Πλήθος διαδρομών

r_i : Διαδρομή i , για $i = 1, 2, \dots, n$

$total_cost$: Συνολικό κόστος διαδρομών

$i = 1$

Όσο (Δεν έχουν ελεγχθεί όλες οι διαδρομές r_i)

$j = 1$

Όσο (Δεν έχουν ελεγχθεί όλοι οι πελάτες j της διαδρομής r_i)

Για (Κάθε διαδοχικό ζεύγος πελατών της διαδρομής $r_k \neq r_i$)

Υποθετική εισαγωγή του πελάτη j στην διαδρομή r_k

Αν (Η νέα διαδρομή r_k που προέκυψε δεν καταρρίπτει κανένα περιορισμό του

Υπολογισμός νέου συνολικού κόστους $total_cost$ CVRPTW)

Καταγραφή της θέσης της διαδρομής r_k που μπαίνει ο πελάτης j

Καταγραφή του συγκεκριμένου $total_cost$ σε λίστα

Τέλος_Αν

Τέλος_Για

$j++$

Τέλος_Όσο

Για (Κάθε καταγεγραμμένη εφικτή επανατοποθέτηση)

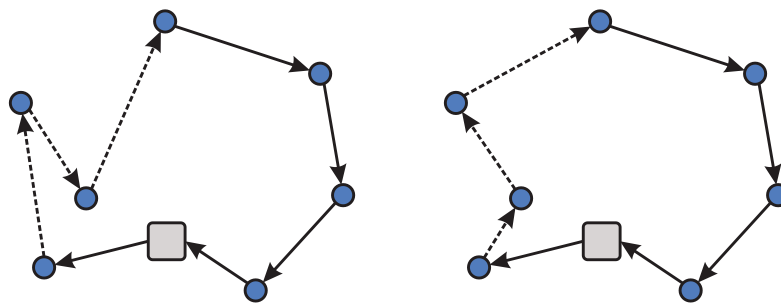
Εύρεση του μικρότερου $total_cost \rightarrow min_total_cost$

Αν ($min_total_cost < total_cost$)

Γίνεται εισαγωγή του πελάτη j στη κατάλληλη θέση στη διαδρομή r_k
Τέλος_Αν
Τέλος_Για
 $i++$
Τέλος_Όσο
ΤΕΛΟΣ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

■ Επανατοποθέτηση εσωτερικά μιας διαδρομής (Internal Relocation)

Η εσωτερική επανατοποθέτηση ακολουθεί ακριβώς το ίδιο τρόπο λειτουργίας με την επανατοποθέτηση $1-0$ με μόνη βασική λειτουργική διαφορά ότι, η επανατοποθέτηση συμβαίνει στο εσωτερικό μιας επιλεγμένης διαδρομής. Λειτουργεί εν μέρη ως επαναδιάταξη ενός πελάτη μεταξύ των υπόλοιπων πελατών της διαδρομής που βρίσκεται.



Σχήμα 4.2

Έστω ότι έχουμε ένα πεπερασμένο πλήθος διαδρομών, τότε η εφαρμογή του αλγορίθμου επανατοποθέτησης πελατών μιας διαδρομής, στο εσωτερικό της είναι η εξής:

Βήμα 1: Έχοντας ένα πλήθος διαδρομών, αρχικά επιλέγεται μια διαδρομή r_1 .

Βήμα 2: Επιλέγεται ένας πελάτης της διαδρομής r_1 .

Βήμα 3: Γίνεται υποθετική εισαγωγή του πελάτη μεταξύ δύο διαδοχικών πελατών της διαδρομής r_1 .

Βήμα 4: Ελέγχεται αν η νέα διαδρομή r_1 που προκύπτει, δεν καταρρίπτει κάποιον περιορισμό του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα. Αν δεν καταρρίπτεται τότε συνεχίζει η διαδικασία στο βήμα 5, αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 3 και γίνεται υποθετική εισαγωγή του πελάτη, μεταξύ δύο επόμενων διαδοχικών πελατών της διαδρομής r_1 .

Βήμα 5: Υπολογίζεται το νέο μήκος της διαδρομής r_1 που προκύπτει και καταγράφεται. Γίνεται επιστροφή στο βήμα 3 και η διαδικασία προχωράει στο βήμα 6, μόνο όταν ελεγχθούν όλες οι υποθετικές εισαγωγές του πελάτη, που μπορούν να γίνουν στο εσωτερικό της διαδρομής r_1 .

Βήμα 6: Για κάθε εφικτή επανατοποθέτηση, υπολογίζεται το μικρότερο μήκος που έχει καταγραφεί. Τέλος συγκρίνεται το νέο μήκος της διαδρομής r_1 με το αρχικό μήκος της. Εάν το νέο μήκος είναι μικρότερο του αρχικού, τότε εκτελείται η επανατοποθέτηση.

Βήμα 7: Τερματισμός της διαδικασίας και επιστροφή στο βήμα 2 για επιλογή επόμενου πελάτη της διαδρομής r_I . Ο αλγόριθμος τερματίζεται μόνο όταν ελεγχθούν όλες οι επανατοποθετήσεις των πελατών της διαδρομής r_I που μπορούν να γίνουν στο εσωτερικό της.

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας συνοπτικός ψευδοκώδικας του αλγορίθμου *Εσωτερικής Επανατοποθέτησης*:

ΕΝΑΡΞΗ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

n : Πλήθος διαδρομών

r_i : Διαδρομή i , για $i = 1, 2, \dots, n$

$total_cost_i$: Συνολικό κόστος διαδρομής i , για $i = 1, 2, \dots, n$

$i = 1$

Όσο (Δεν έχουν ελεγχθεί όλες οι διαδρομές r_i)

$j = 1$

Όσο (Δεν έχουν ελεγχθεί όλοι οι πελάτες j της διαδρομής r_i)

Για (Κάθε διαδοχικό ζεύγος πελατών της διαδρομής r_i)

Υποθετική εισαγωγή του πελάτη j στην διαδρομή r_i

Αν (Η νέα διαδρομή r_i που προέκυψε δεν καταρρίπτει κανένα περιορισμό του

Υπολογισμός νέου συνολικού κόστους $total_cost_i$ CVRPTW

Καταγραφή της θέσης της διαδρομής r_i που μπαίνει ο πελάτης j

Καταγραφή του συγκεκριμένου $total_cost$ σε λίστα

Τέλος_Αν

Τέλος_Για

$j++$

Τέλος_Όσο

Για (Κάθε καταγεγραμμένη εφικτή επανατοποθέτηση)

Εύρεση του μικρότερου $total_cost_i \rightarrow \min_total_cost_i$

Αν ($\min_total_cost_i < total_cost_i$)

Γίνεται εισαγωγή του πελάτη j στη κατάλληλη θέση στη διαδρομή r_i

Τέλος_Αν

Τέλος_Για

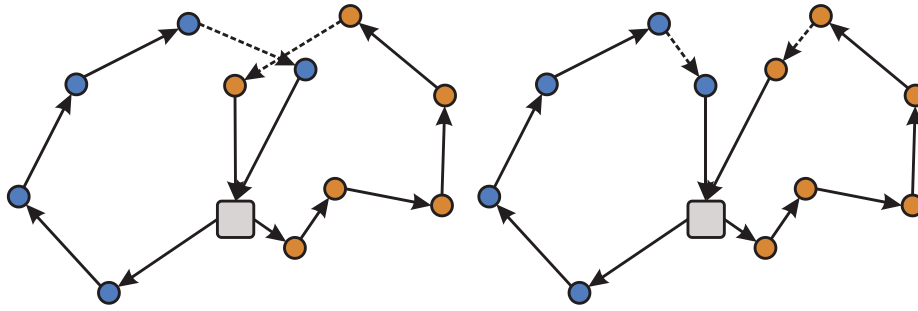
$i++$

Τέλος_Όσο

ΤΕΛΟΣ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

■ Ανταλλαγή 1-1 (Exchange 1-1)

Ο αλγόριθμος *exchange 1-1* είναι ένας σχετικά απλός αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης ο οποίος όμως δίνει καλά αποτελέσματα και επιλύει αρκετά προβλήματα. Η δυσκολία του συγκεκριμένου προβλήματος δρομολόγησης προκύπτει λόγω ότι, είναι δύσκολο να υπάρξει εφικτή ανταλλαγή, επειδή για να είναι εφικτή πρέπει να ανταλλαχθούν δύο πελάτες διαφορετικών διαδρομών μεταξύ τους, χωρίς να επηρεάσουν το υπόλοιπο της διαδρομής. Παρατηρήθηκε, ότι πρέπει να έχουν παρόμοια χρονικά παράθυρα και να βρίσκονται σχετικά κοντά ο ένας με τον άλλον.



Σχήμα 4.3

Έστω ότι έχουμε ένα πεπερασμένο πλήθος διαδρομών, τότε η εφαρμογή του αλγορίθμου ανταλλαγής πελατών μεταξύ δύο διαδρομών είναι η εξής:

Βήμα 1: Έχοντας ένα πλήθος διαδρομών, αρχικά επιλέγεται μια διαδρομή r_1 κι έπειτα μια διαδρομή r_2 .

Βήμα 2: Διαλέγεται ένας πελάτης της διαδρομής r_1 με σκοπό να ανταλλαχθεί με κάποιον πελάτη της διαδρομής r_2 .

Βήμα 3: Γίνεται υποθετική ανταλλαγή του πελάτη της διαδρομής r_1 με κάποιον πελάτη της διαδρομής r_2 .

Βήμα 4: Ελέγχεται αν οι νέες διαδρομές r_1 και r_2 που προκύπτουν, δεν καταρρίπτουν κάποιον περιορισμό του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα. Αν δεν καταρρίπτεται τότε συνεχίζει η διαδικασία στο βήμα 5, αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 3 και γίνεται υποθετική ανταλλαγή του πελάτη, με κάποιον επόμενο πελάτη της διαδρομής r_2 .

Βήμα 5: Υπολογίζεται το νέο μήκος των διαδρομών r_1 και r_2 που προκύπτει και καταγράφεται. Γίνεται επιστροφή στο βήμα 3 και η διαδικασία προχωράει στο βήμα 6, μόνο όταν ελεγχθούν όλες οι υποθετικές ανταλλαγές του πελάτη, που μπορούν να γίνουν στη διαδρομή r_2 .

Βήμα 6: Για κάθε εφικτή ανταλλαγή, γίνεται άθροισμα των μηκών των διαδρομών r_1 και r_2 που καταγράφηκαν, και υπολογίζεται το μικρότερο από αυτά. Τέλος συγκρίνεται το νέο αθροιστικό μήκος των διαδρομών r_1 και r_2 με το αρχικό μήκος αυτών. Εάν το νέο μήκος είναι μικρότερο του αρχικού, τότε εκτελείται η ανταλλαγή.

Βήμα 7: Τερματισμός της διαδικασίας και επιστροφή στο βήμα 2 για επιλογή επόμενου πελάτη της διαδρομής r_1 . Ο αλγόριθμος τερματίζεται μόνο όταν ελεγχθούν όλες οι ανταλλαγές των πελατών της διαδρομής r_1 στην διαδρομή r_2 .

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας συνοπτικός ψευδοκώδικας του αλγορίθμου Ανταλλαγής 1-1:

ΕΝΑΡΞΗ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

n : Πλήθος διαδρομών

r_i : Διαδρομή i , για $i = 1, 2, \dots, n$

$total_cost$: Συνολικό κόστος διαδρομών

$i = 1$

```

Όσο (Δεν έχουν ελεγχθεί όλες οι διαδρομές  $r_i$ )
   $j = 1$ 
  Όσο (Δεν έχουν ελεγχθεί όλοι οι πελάτες  $j$  της διαδρομής  $r_i$ )
    Για (Κάθε πελάτη της διαδρομής  $r_k \neq r_i$ )
      Υποθετική ανταλλαγή του πελάτη  $j$  με πελάτη της διαδρομής  $r_k$ 
      Αν (Η νέες διαδρομές  $r_i$  και  $r_k$  που προέκυψαν δεν καταρρίπτουν κανένα
        περιορισμό του CVRPTW)
        Υπολογισμός νέου συνολικού κόστους  $total\_cost'$ 
        Καταγραφή της θέσης της διαδρομής  $r_k$  που μπαίνει ο πελάτης  $j$ 
        Καταγραφή του συγκεκριμένου  $total\_cost'$  σε λίστα
      Τέλος_Αν
    Τέλος_Για
     $j++$ 
  Τέλος_Όσο

  Για (Κάθε καταγεγραμμένη εφικτή ανταλλαγή)
    Εύρεση του μικρότερου  $total\_cost' \rightarrow \min\_total\_cost$ 
    Αν ( $\min\_total\_cost < total\_cost$ )
      Γίνεται ανταλλαγή του πελάτη  $j$  με τον κατάλληλη πελάτη της διαδρομής  $r_k$ 
    Τέλος_Αν
  Τέλος_Για
   $i++$ 
Τέλος_Όσο
ΤΕΛΟΣ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

```

■ Τμηματική Βελτιστοποίηση Αλληλουχίας Πελατών (Sequential Optimization)

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος αποτελεί μια πολύ αποτελεσματική μέθοδο τοπικής αναζήτησης, η οποία κατασκευάστηκε έχοντας ως σκοπό την επαναδιάταξη των πελατών εντός μιας διαδρομής.

Σε προβλήματα με μεγάλο χρονικό ορίζοντα, οι αρχικές διαδρομές που προκύπτουν είναι μεγάλου μήκους, πράγμα που σημαίνει ότι αυτές οι διαδρομές αποτελούνται από μεγάλο πλήθος πελατών. Στις διαδρομές αυτές έχει παρατηρηθεί ότι είναι πολύ πιθανό να σχηματιστούν περίεργοι υποκύκλοι και τμήματα διαδρομών, και σε αρκετές περιπτώσεις μπορεί να θεωρηθεί επιθυμητό να εφαρμοστεί βελτιστοποίηση στα τμήματα αυτά θεωρώντας ότι αποτελούν ανεξάρτητες υποδιαδρομές.

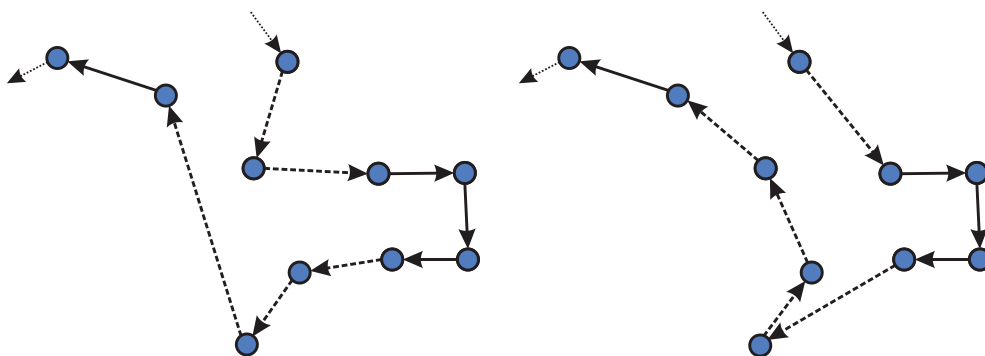
Έτσι κατασκευάστηκε ο αλγόριθμος *Τμηματικής Βελτιστοποίησης Αλληλουχίας Πελατών* ο οποίος έχει ως σκοπό την ταυτόχρονη επαναδιάταξη των πελατών που αποτελούν το συγκεκριμένο τμήμα της διαδρομής.

Τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου αλγορίθμου είναι πάρα πολύ ικανοποιητικά διότι, μέσω της εφαρμογής του επιτυγχάνεται η επίλυση κάποιων παράδοξων προβλημάτων εντός μιας διαδρομής, όπου τα προβλήματα μπορούσαν να επιλυθούν μόνο θεωρώντας τμήματα διαδρομών ως ανεξάρτητες υποδιαδρομές. Ο λόγος είναι ότι σε διαδρομές μεγάλου μήκους συναντάμε τμήματα τα οποία προσεγγίζουν τμήματα τις αντίστοιχης βέλτιστης λύσης, καθώς και τμήματα τα οποία αποκλύουν πολύ. Επομένως θα μπορούσε να θεωρηθεί επιθυμητός ο εντοπισμός των «κακών»

τμημάτων και η βελτίωση τους, διασφαλίζοντας ότι δεν θα επηρεαστούν τα «καλά» τμήματα που δεν έχουν ανάγκη για αλλαγή.

Πρακτικά αυτό που συμβαίνει είναι ότι, εντοπίζεται αρχικά ένα τμήμα μιας διαδρομής μήκους m το οποίο ορίζεται από τον χρήστη, και ελέγχονται όλες οι πιθανές διατάξεις των m πελατών που μπορούν να γίνουν (αλλαγή της σειράς προσπέλασης των πελατών). Όσο μεγαλώνει το μήκος m της υποδιαδρομής τόσο αυξάνεται ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου αλλά ταυτόχρονα και η ακρίβεια του. Για κάθε εφικτή επαναδιατεταγμένη υποδιαδρομή ελέγχεται εάν το συνολικό κόστος της διαδρομής μειώνεται, και επιλέγεται η καλύτερη δυνατή μείωση.

Γραφικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι επιλύει άριστα περιπτώσεις διασταυρωμένων διαδρομών, καθώς και ζιγκ ζαγκ.



Σχήμα 4.4

Παρακάτω παρουσιάζεται η αναλυτική περιγραφή των βημάτων του αλγορίθμου:

Βήμα 1: Έχοντας ένα πλήθος διαδρομών, επιλέγεται μία διαδρομή r_1 .

Βήμα 2: Διαλέγονται οι 7 πρώτοι διαδοχικοί πελάτες της διαδρομής r_1 .

Βήμα 3: Υπολογίζονται όλοι οι συνδυασμοί των 7 πελατών που μπορούν να σχηματιστούν.

Βήμα 4: Έχοντας βρει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς, γίνεται υποθετική αντικατάσταση της κάθε μίας νέας διάταξης πελατών, με την αρχική διάταξη των πελατών που υπήρξε.

Βήμα 5: Ελέγχεται αν η νέα διαδρομή r_1 που προκύπτει, δεν καταρρίπτει περιορισμό του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα. Αν δεν καταρρίπτεται τότε συνεχίζει η διαδικασία στο βήμα 6, αλλιώς επιστρέφει στο βήμα 4 και γίνεται υποθετική αντικατάσταση άλλου συνδυασμού πελατών.

Βήμα 6: Υπολογίζεται το νέο μήκος της διαδρομής r_1 που προκύπτει και καταγράφεται. Γίνεται επιστροφή στο βήμα 4 και η διαδικασία προχωράει στο βήμα 7, μόνο όταν ελεγχθούν όλες οι υποθετικές αντικαταστάσεις όλων των συνδυασμών πελατών, με την αρχική διάταξη πελατών που δόθηκε.

Βήμα 7: Υπολογίζεται ποια αντικατάσταση δίνει το μικρότερο μήκος της διαδρομής r_1 . Εάν δεν έχουν ελεγχθεί όλοι οι δυνατοί διαδοχικοί συνδυασμοί 7 πελατών της διαδρομής r_1 , τερματίζεται η διαδικασία και επιστρέφει στο βήμα 2

επιλέγοντας τους επόμενους 7 διαδοχικούς πελάτες της διαδρομής r_i , αλλιώς ο αλγόριθμος τερματίζεται.

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας συνοπτικός ψευδοκώδικας του αλγορίθμου Τμηματικής Βελτιστοποίησης:

ΕΝΑΡΞΗ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

n : Πλήθος διαδρομών

r_i : Διαδρομή i , για $i = 1, 2, \dots, n$

$total_cost_i$: Συνολικό κόστος διαδρομών

$i = 1$

Ορίζεται το μέγεθος του υποδιαστήματος $\rightarrow m$

Όσο (Δεν έχουν ελεγχθεί όλες οι διαδρομές r_i)

Όσο (Δεν έχουν ελεγχθεί όλα διαστήματα m διαδοχικών πελατών της διαδρομής r_i)

Για (Κάθε υποδιάστημα m πελατών)

Υπολογίζονται όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί του υποδιαστήματος

Όσο (Δεν έχει αντικατασταθεί ο κάθε συνδυασμός με την αρχική διάταξη m πελατών)

Αν (Η νέα διαδρομή r_i που προέκυψε δεν καταρρίπτει κανένα περιορισμό του CVRPTW)

Υπολογισμός νέου κόστους διαδρομής r_i $total_cost_i$

Καταγραφή της ακολουθίας των πελατών

Καταγραφή του συγκεκριμένου $total_cost_i$ σε λίστα

Τέλος_Αν

Τέλος_Όσο

Τέλος_Για

Τέλος_Όσο

Για (Κάθε καταγεγραμμένη εφικτή αντικατάσταση της ακολουθίας)

Εύρεση του μικρότερου $total_cost_i \rightarrow min_total_cost$

Αν ($min_total_cost < total_cost_i$)

Γίνεται αντικατάσταση του καλύτερου υποδιαστήματος m πελατών με την αρχική διάταξη

Τέλος_Αν

Τέλος_Για

$i++$

Τέλος_Όσο

ΤΕΛΟΣ_ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Κεφάλαιο 5

Περιγραφή και Ανάλυση Αποτελεσμάτων

5.1 Γενική Περιγραφή των Προβλημάτων

Για τη διαδικασία υπολογισμού των αποτελεσμάτων και τη σωστή υλοποίηση του αλγορίθμου, χρησιμοποιήθηκαν μια σειρά προβλημάτων, τα προβλήματα *Solomon*. Το 1983 ο καθηγητής *Marius M. Solomon* [7] σχεδίασε κάποια προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα, δομημένα τέτοια ώστε, να ενσωματώνουν μια σειρά από χαρακτηριστικά διαφόρων περιπτώσεων, προσομοιώνοντας αρκετά πιστά πραγματικά προβλήματα. Συγκεκριμένα, τα προβλήματα αυτά είναι συνολικά 56 και έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε να δίνεται έμφαση σε διάφορους παράγοντες που επηρεάζουν τη συμπεριφορά της δρομολόγησης, καθώς και τον προγραμματισμό των αλγορίθμων επίλυσης τους.

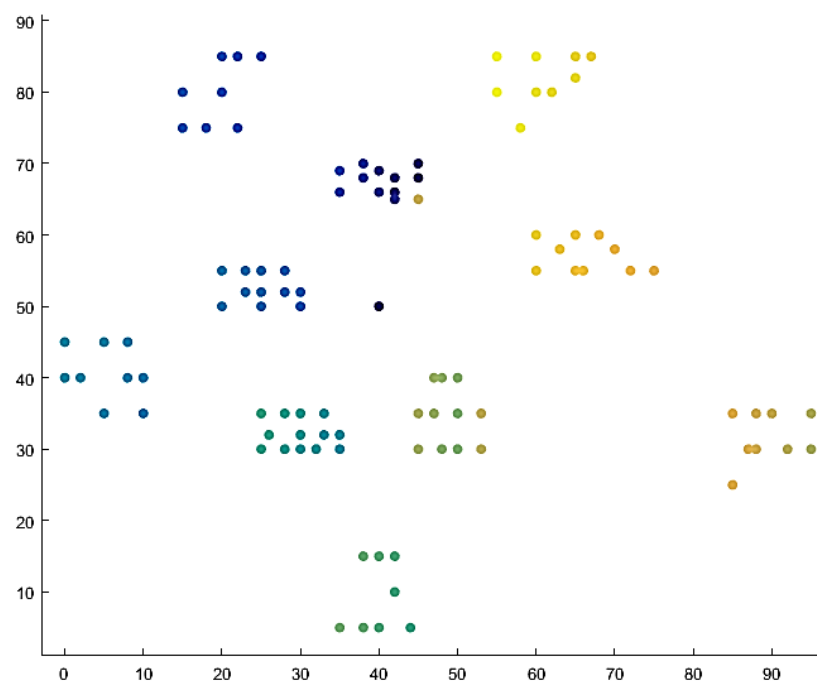
Το κάθε πρόβλημα χαρακτηρίζεται από τα εξής δεδομένα: α) το πλήθος των διαθέσιμων οχημάτων, β) τις συντεταγμένες για 100 πελάτες και της κεντρικής αποθήκης (τετμημένες και τεταγμένες με τις οποίες φτιάχνονται οι ευκλείδειες αποστάσεις), γ) την μέγιστη χωρητικότητα του κάθε οχήματος, δ) τα χρονικά περιθώρια για κάθε πελάτη (ενωρίτερος και αργότερος χρόνος εξυπηρέτησης), ε) το χρόνο εξυπηρέτησης του κάθε πελάτη, και ζ) τη ζήτηση του κάθε πελάτη.

Τα προβλήματα χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες προβλημάτων, τα *C*, *R*, *RC* αφού κατηγοριοποιούνται με βάση την κατανομή των πελατών στο χώρο.

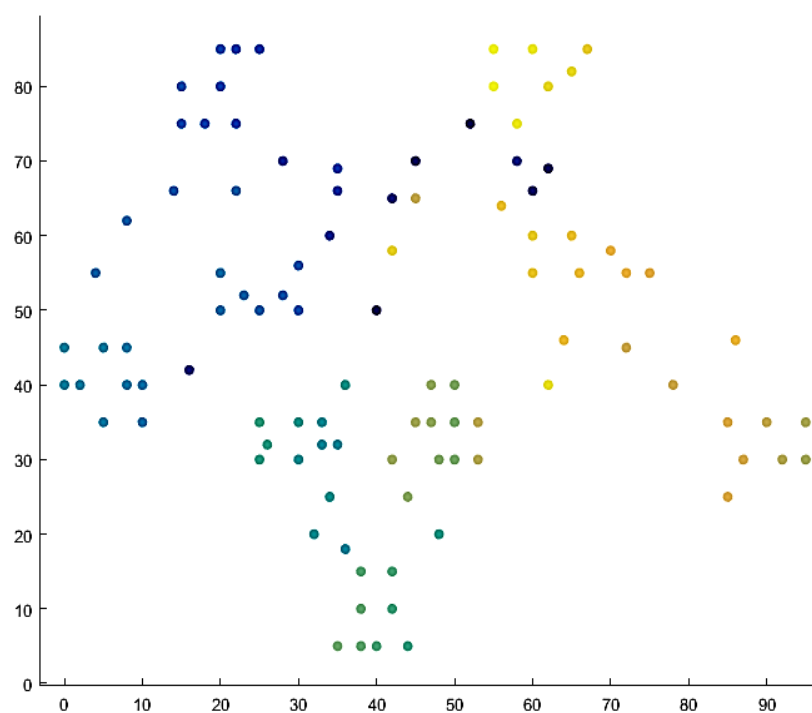
■ Η κατηγορία *C* – Clustered Customers

Η **κατηγορία *C***, αναφέρεται σε προβλήματα με ομαδοποιημένους πελάτες (Clustered Customers), δηλαδή οι πελάτες είναι κατανεμημένοι σε ομάδες στο χώρο. Στη συνέχεια, η κατηγορία *C* διακρίνεται σε δύο υποκατηγορίες, τα *C1*, *C2*. Η υποκατηγορία *C1* περιέχει περιορισμένο εύρος χρονικών περιθωρίων (δηλαδή αυστηρά χρονικά παράθυρα), χωρητικότητας των οχημάτων και συνολικού διαθέσιμου χρόνου εξυπηρέτησης, σε αντίθεση με την υποκατηγορία *C2*. Με άλλα λόγια, ο σύντομος χρονικός ορίζοντας προγραμματισμού που περιέχει η υποκατηγορία *C1* επιτρέπει μόνο λίγους πελάτες ανά διαδρομή - όχημα. Τέλος, η υποκατηγορία *C1* περιέχει 9 προβλήματα και η *C2* έχει 8 προβλήματα.

Παρακάτω παρουσιάζεται γραφικά η κατηγορία προβλημάτων *C*, στην οποία φαίνεται ξεκάθαρα πώς είναι διατεταγμένοι οι πελάτες στο χώρο. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται πως στην υποκατηγορία *C2*, οι πελάτες είναι λίγο πιο διασκορπισμένοι στο χώρο σε σχέση με τους πελάτες στη *C1*.



Γραφική απεικόνιση των προβλημάτων C1.

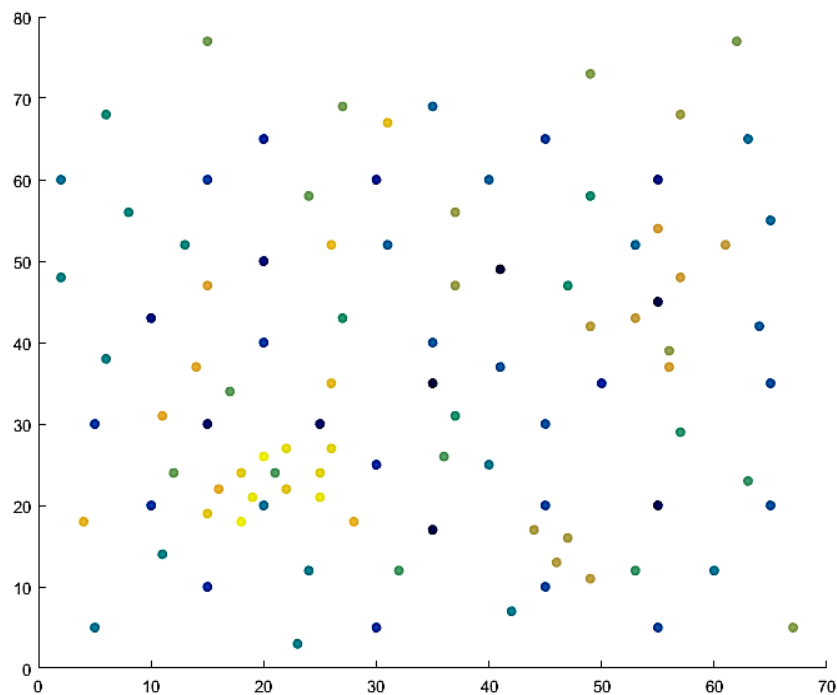


Γραφική απεικόνιση των προβλημάτων C2.

■ Η κατηγορία **R** – Randomized Customers

Η **κατηγορία R**, αναφέρεται σε προβλήματα με τυχαιοποιημένους πελάτες (Randomized Customers), δηλαδή οι πελάτες είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι στον χώρο. Η κατηγορία **R** διακρίνεται σε δύο υποκατηγορίες, τα **R1**, **R2**. Η υποκατηγορία **R1** έχει περιορισμένο εύρος χρονικών παραθύρων, χωρητικότητας των οχημάτων και συνολικού διαθέσιμου χρόνου εξυπηρέτησης, σε αντίθεση με την υποκατηγορία **R2**. Δηλαδή στην υποκατηγορία **R1** επιτρέπονται μόνο λίγοι πελάτες ανά διαδρομή. Τέλος, η υποκατηγορία **R1** περιέχει 12 προβλήματα και η **R2** έχει 11 προβλήματα.

Παρακάτω παρουσιάζεται η γραφική απεικόνιση της κατηγορίας προβλημάτων **R**, στην οποία φαίνεται η διάταξη των πελατών στο χώρο, και επίσης οι συντεταγμένες των πελατών στις δύο υποκατηγορίες, **R1**, **R2** είναι ίδιες.



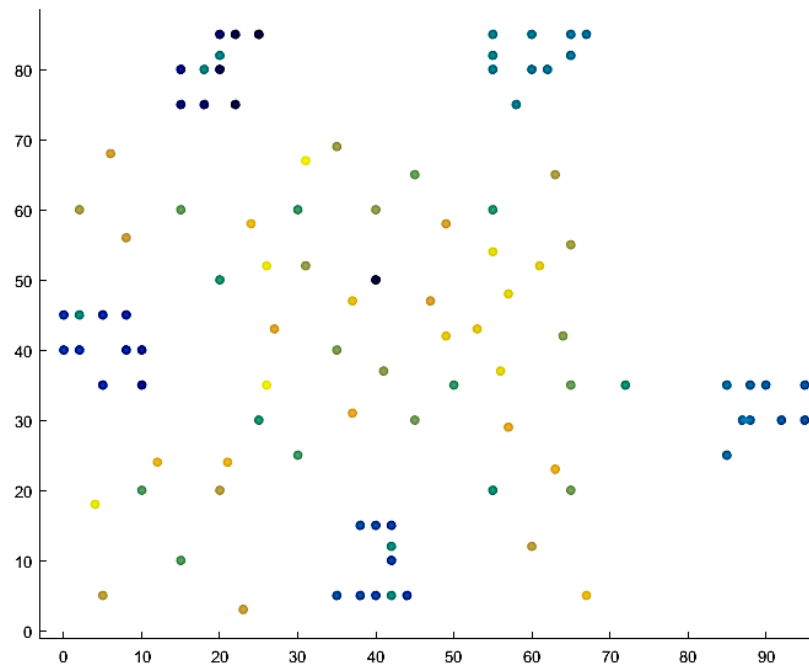
Γραφική απεικόνιση των προβλημάτων **R**.

■ Η κατηγορία **RC** – Mix of Randomized Customers and Clustered Customers

Η **κατηγορία RC**, αναφέρεται σε προβλήματα με πελάτες που είναι κατανομημένοι στο χώρο μερικώς τυχαία και μερικώς σε ομάδες (Mix of Randomized Customers and Clustered Customers). Αυτή η κατηγορία διακρίνεται σε δύο υποκατηγορίες, τα **RC1**, **RC2**. Η υποκατηγορία **RC1** έχει περιορισμένο εύρος χρονικών παραθύρων, χωρητικότητας των οχημάτων και συνολικού διαθέσιμου χρόνου εξυπηρέτησης, δηλαδή θα επιτρέπονται μόνο λίγοι πελάτες ανά διαδρομή, σε αντίθεση με την

υποκατηγορία **RC2**. Τέλος, και οι δύο υποκατηγορίες **RC1**, **RC2** περιέχουν 8 προβλήματα.

Πιο κάτω φαίνεται η κατηγορία προβλημάτων **RC**, η οποία όπως αναφέραμε προηγουμένως οι πελάτες είναι κατανομημένοι στο χώρο μερικώς τυχαία και μερικώς σε ομάδες, και επίσης οι συντεταγμένες των πελατών στις δύο υποκατηγορίες, **RC1**, **RC2** είναι ίδιες.



Γραφική απεικόνιση των προβλημάτων RC.

5.2 Παρουσίαση και περιγραφή αποτελεσμάτων των Προβλημάτων

Στην παρακάτω ενότητα θα γίνει παρουσίαση και περιγραφή των τελικών αποτελεσμάτων για την κάθε κατηγορία προβλημάτων καθώς και για την κάθε υποκατηγορία. Συγκεκριμένα, θα γίνει αναφορά της συνολικής απόδοσης των προβλημάτων για την κάθε κατηγορία **C**, **R** και **RC** για τις αρχικές λύσεις, καθώς και τα αντίστοιχα για τις τελικές βελτιωμένες λύσεις. Επίσης θα γίνει η ίδια αναφορά και για την κάθε υποκατηγορία των κύριων προβλημάτων.

Αρχικά, θα μιλήσουμε για τα αποτελέσματα που προέκυψαν, σε πρώτο στάδιο από τη δημιουργία Αρχικών Λύσεων μέσω του τροποποιημένου αλγορίθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή*. Στη συνέχεια, σε δεύτερο στάδιο, θα περιγράψουμε τα αποτελέσματα των Βελτιωμένων Λύσεων που προέκυψαν από την βελτιστοποίηση των αρχικών λύσεων μέσω της εφαρμογής των κατάλληλων αλγορίθμων *Τοπικής Αναζήτησης*, που παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο.

5.2.1 Αποτελέσματα Προβλήματος Κατηγορίας C

Τα προβλήματα αυτά, μπορούν να θεωρηθούν από τα πιο εύκολα προβλήματα που επιλύθηκαν. Η ευκολία τους έγκειται στο γεγονός ότι, στα προβλήματα αυτά οι πελάτες είναι κατανοημένοι σε «γειτονιές» και είναι προφανές ότι μπορούν να επιλυθούν καλύτερα, μέσω του αλγορίθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα* απ' ότι τα υπόλοιπα προβλήματα, αφού όπως έχει ξανά αναφερθεί η μέθοδος του *Πλησιέστερου Γείτονα* βασίζεται στην σταδιακή εύρεση του επόμενου κοντινότερου πελάτη. Με απλά λόγια, η ομαδοποίηση λειτουργεί εν μέρη σαν διάσπαση του προβλήματος σε μικρότερα τμήματα, διευκολύνοντας έτσι, την όλη διαδικασία εύρεσης αρχικής λύσης.

■ Αποτελέσματα Αρχικών Λύσεων στα προβλήματα C

Οι *Αρχικές Λύσεις* στα προβλήματα C απέδωσαν πολύ καλά αποτελέσματα μέσω της εφαρμογής αλγορίθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή*, με μέση ποσοστιαία απόκλιση 15,95% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.

Παρακάτω θα γίνει ανάλυση της ποιότητας των *Αρχικών Λύσεων* των προβλημάτων C1 και C2:

- Στα 9 προβλήματα C1 προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 10,81% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση τάξης του 30,52% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 2,90% ενώ υπάρχουν τέσσερις περιπτώσεις στην αρχική λύση, όπου βρέθηκε απόκλιση από τη Δημοσιευμένη Λύση κάτω από 5,00% .
- Στα 8 προβλήματα C2 προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση 21,10% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση τάξης του 91,55% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 0,45% ενώ υπάρχουν δύο περιπτώσεις στις οποίες βρέθηκε βέλτιστο από την αρχή με 0,00% απόκλιση.

■ Αποτελέσματα Βελτιωμένων Λύσεων στα προβλήματα C

Οι *Βελτιωμένες Λύσεις* που προέκυψαν στα προβλήματα C λόγω της εφαρμογής των αλγορίθμων *Τοπικής Αναζήτησης* που εφαρμόστηκαν, είναι πάρα πολύ ικανοποιητικές, διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 3,56%. Παρατηρήθηκε ότι βρέθηκε ίδια η καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση στα περισσότερα προβλήματα C, και πιο συγκεκριμένα από τα συνολικά 17 προβλήματα βρέθηκαν 11. Η μέση ποσοστιαία βελτίωση είναι της τάξης του 8,97%, η μέγιστη βελτίωση που προέκυψε είναι 36%, ενώ η ελάχιστη είναι 0,45%.

Παρακάτω θα γίνει ανάλυση της ποιότητας των **Βελτιωμένων Λύσεων** των προβλημάτων **C1** και **C2**:

- Στα 9 προβλήματα **C1** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **1,91%** από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, μέγιστη βελτίωση τάξης του 15,48% και η ελάχιστη ποσοστιαία βελτίωση είναι της τάξης του 2,82% ενώ βρέθηκαν έξι προβλήματα με την καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, δηλαδή με απόκλιση 0,00%.
- Στα 8 προβλήματα **C2** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **5,21%** από την καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, μέγιστη βελτίωση τάξης του 35,73% και η ελάχιστη ποσοστιαία βελτίωση είναι της τάξης του 0,45% ενώ βρέθηκαν σε τέσσερα προβλήματα απόκλιση 0,00% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.

5.2.2 Αποτελέσματα Προβλήματος Κατηγορίας **R**

Τα συγκεκριμένα προβλήματα μπορούν να θεωρηθούν πιο περίπλοκα αφού επιλύονται πιο δύσκολα σε αντίθεση με τα **C**. Ο λόγος είναι ότι οι πελάτες είναι τυχαία διασκορπισμένοι σε μία γεωγραφική περιοχή, σε αντίθεση με τα **C** που είναι ομαδοποιημένα τμηματικά σε γειτονιές, ωστόσο η ποιότητα των αποτελεσμάτων των **R** εξακολουθεί να είναι πολύ ικανοποιητική.

■ Αποτελέσματα Αρχικών Λύσεων στα προβλήματα **R**

Οι **Αρχικές Λύσεις** στα προβλήματα **R** απέδωσαν αρκετά καλά αποτελέσματα μέσω της εφαρμογής αλγορίθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή*, με μέση ποσοστιαία απόκλιση 36,72% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.

Παρακάτω θα γίνει ανάλυση της ποιότητας των **Αρχικών Λύσεων** των προβλημάτων **R1** και **R2**:

- Στα 12 προβλήματα **R1** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **30,39%** από την βέλτιστη λύση, μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση τάξης του 42,04% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 21,52%.
- Στα 11 προβλήματα **R2** προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **43,05%** από την βέλτιστη λύση, μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση τάξης του 56,02% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 24,27% .

■ Αποτελέσματα Βελτιωμένων Λύσεων στα προβλήματα **R**

Οι **Βελτιωμένες Λύσεις** που προέκυψαν στα προβλήματα **R** λόγω της εφαρμογής των αλγορίθμων *Τοπικής Αναζήτησης* που εφαρμόστηκαν, είναι αρκετά ικανοποιητικές, διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του **10,9%**. Είναι φανερό ότι το ποσοστό αυτό δείχνει ότι βρέθηκαν αρκετές λύσεις πολύ κοντά στις βέλτιστες λύσεις των 23 συνολικά προβλημάτων **R**. Πιο συγκεκριμένα βρέθηκαν 11 λύσεις κάτω από

10,00% απόκλιση, ενώ η μέγιστη απόκλιση είναι 19,89% και η ελάχιστη είναι 2,76%. Επιπλέον, η μέση ποσοστιαία βελτίωση είναι της τάξης του 18,9%, η μέγιστη βελτίωση που προέκυψε είναι 33,87%, ενώ η ελάχιστη είναι 10,61%.

Παρακάτω θα γίνει ανάλυση της ποιότητας των *Βελτιωμένων Λύσεων* των προβλημάτων *R1* και *R2*:

- Στα 12 προβλήματα *R1* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **8,21%** από τη Καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, μέγιστη απόκλιση τάξης του 10,89% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 2,76%.
- Στα 11 προβλήματα *R2* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **12,26%** από την βέλτιστη λύση, μέγιστη απόκλιση τάξης του 19,89% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του -0,30%.

5.2.3 Αποτελέσματα Προβλήματος Κατηγορίας RC

Τα προβλήματα αυτά μπορούν να θεωρηθούν πιο περίπλοκα από τα προβλήματα κατηγορίας C, αλλά πιο απλά από τα προβλήματα κατηγορίας R. Ο λόγος είναι ότι οι πελάτες είναι μερικώς ομαδοποιημένα και μερικώς τυχαία διασκορπισμένα, σε μία γεωγραφική περιοχή. Η ποιότητα των αποτελεσμάτων των RC εξακολουθεί να είναι ικανοποιητική.

■ Αποτελέσματα Αρχικών Λύσεων στα προβλήματα RC

Οι *Αρχικές Λύσεις* στα προβλήματα *RC* απέδωσαν αρκετά καλά αποτελέσματα μέσω της εφαρμογής αλγορίθμου του *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή*, με μέση ποσοστιαία απόκλιση 39,19% από τη Δημοσιευμένη Λύση.

Παρακάτω θα γίνει ανάλυση της ποιότητας των *Αρχικών Λύσεων* των προβλημάτων *RC1* και *RC2*:

- Στα 8 προβλήματα *RC1* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **29,16%** από την βέλτιστη λύση, μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση τάξης του 41,67% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 15,43%.
- Στα 8 προβλήματα *RC2* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **49,23%** από την βέλτιστη λύση, μέγιστη ποσοστιαία απόκλιση τάξης του 61,66% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 35,75%.

■ Αποτελέσματα Βελτιωμένων Λύσεων στα προβλήματα RC

Οι *Βελτιωμένες Λύσεις* που προέκυψαν στα προβλήματα *RC* λόγω της εφαρμογής των αλγορίθμων *Τοπικής Αναζήτησης* που εφαρμόστηκαν, είναι ικανοποιητικές, διότι η μέση ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του **13,47%**. Συγκεκριμένα, βρέθηκαν τέσσερεις λύσεις κάτω από 7,00% απόκλιση, ενώ η μέγιστη απόκλιση είναι 31,78%

και η ελάχιστη είναι 1,67%. Επιπλέον, η μέση ποσοστιαία βελτίωση είναι της τάξης του 18,19%, η μέγιστη βελτίωση που προέκυψε είναι 29,75%, ενώ η ελάχιστη είναι 9,85%.

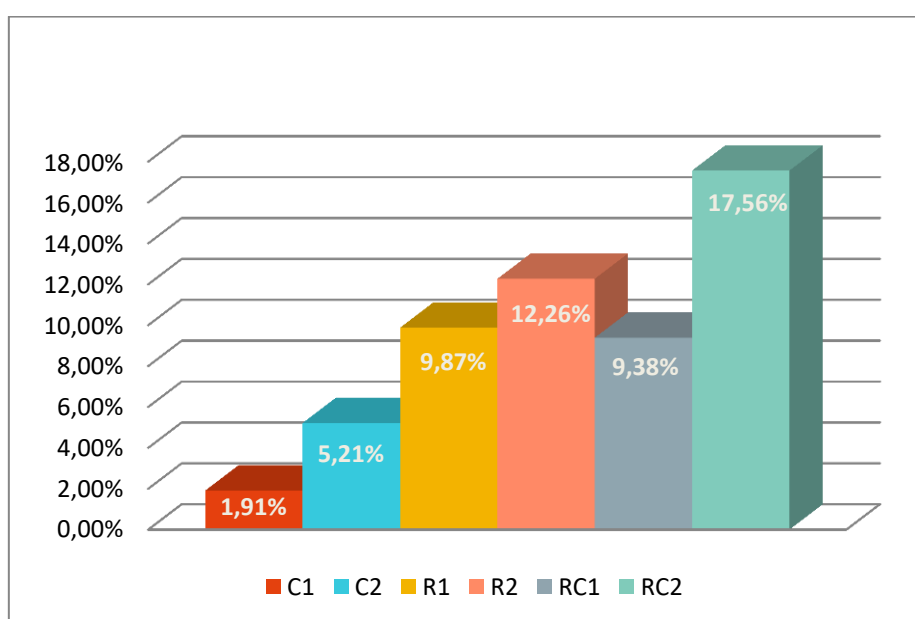
Παρακάτω θα γίνει ανάλυση της ποιότητας των *Βελτιωμένων Λύσεων* των προβλημάτων *RC1* και *RC2*:

- Στα 8 προβλήματα *RC1* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **9,38%** από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, μέγιστη απόκλιση τάξης του 24,06% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 4,06%.
- Στα 8 προβλήματα *RC2* προέκυψε μέση ποσοστιαία απόκλιση **17,56%** από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, η μέγιστη απόκλιση τάξης του 31,78% και η ελάχιστη ποσοστιαία απόκλιση είναι της τάξης του 1,67%.

5.2.4 Σύγκριση Αποτελεσμάτων των Κατηγοριών C, R, RC

Με βάση όλα τα παραπάνω δεδομένα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι, ο αλγόριθμος του *Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή* απέδωσε συνολικά παρά πολύ καλά αποτελέσματα και στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων. Παράλληλα και με την εφαρμογή Αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης οι οποίοι τροποποιήθηκαν με βάση τις απαιτήσεις του προβλήματος απέδωσαν πολύ ικανοποιητικές βελτιωμένες λύσεις.

Στη συνέχεια ακολουθεί γραφική απεικόνιση όλων των υποκατηγοριών των αποτελεσμάτων των προβλημάτων, η οποία δείχνει την ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης από την καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση για κάθε υποκατηγορία.



Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα από την επίλυση των συνολικά 56 προβλημάτων:

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
	Τροποποιη- μένος Αλγόριθμος Πλησιέστε- ρου Γείτονα	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη Λύση (%)	Τοπική Αναζή- τηση	Βελτίωση Οχημ.	Βελτίωση από Τοπ. Αναζήτηση	Δημοσιευ- μένη Λύση	Οχήμ	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη Λύση
C101	852,95	2,90%	828,94	10→10	2,82%	828,94	10	0,00%
C102	952,93	14,96%	842,53	10→10	11,59%	828,94	10	1,64%
C103	1008,82	21,83%	871,56	10→10	13,61%	828,06	10	5,25%
C104	1076,49	30,52%	909,84	11→10	15,48%	824,78	10	10,31%
C105	852,95	2,90%	828,94	10→10	2,82%	828,94	10	0,00%
C106	858,80	3,60%	828,94	10→10	3,48%	828,94	10	0,00%
C107	880,48	6,22%	828,94	10→10	5,85%	828,94	10	0,00%
C108	921,97	11,22%	828,94	11→10	10,09%	828,94	10	0,00%
C109	855,12	3,16%	828,94	10→10	3,06%	828,94	10	0,00%
C201	591,56	0,00%	591,56	3→3	0,00%	591,56	3	0,00%
C202	591,56	0,00%	591,56	3→3	0,00%	591,56	3	0,00%
C203	794,15	34,34%	643,43	5→4	18,98%	591,17	3	8,84%
C204	1131,28	91,55%	727,10	9→5	35,73%	590,6	3	23,11%
C205	591,55	0,45%	588,88	3→3	0,45%	588,88	3	0,00%
C206	647,95	10,10%	588,49	4→3	9,18%	588,49	3	0,00%
C207	743,47	26,38%	617,02	6→3	17,01%	588,29	3	4,88%
C208	623,37	5,96%	617,05	4→3	1,01%	588,32	3	4,88%
R101	2006,08	21,52%	1739,45	21→21	13,29%	1650,8	19	5,37%
R102	1877,07	26,31%	1552,84	19→19	17,27%	1486,12	17	4,49%
R103	1726,55	33,56%	1328,36	17→16	23,06%	1292,68	13	2,76%
R104	1245,60	23,66%	1113,40	12→12	10,61%	1007,31	9	10,53%
R105	1713,13	24,40%	1499,42	16→16	12,48%	1377,11	14	8,88%
R106	1652,00	31,95%	1388,37	14→14	15,96%	1252,03	12	10,89%
R107	1427,78	29,25%	1218,02	13→12	14,69%	1104,66	10	10,26%
R108	1227,99	27,80%	1056,43	12→11	13,97%	960,88	9	9,94%

R109	1640,69	37,33%	1310,62	14→14	20,12%	1194,73	11	9,70%
R110	1441,92	28,88%	1189,55	12→12	17,50%	1118,84	10	6,32%
R111	1557,82	42,04%	1178,3	15→14	32,21%	1096,72	10	7,44%
R112	1354,84	37,94%	1079,1	12→12	25,55%	982,14	9	9,87%
R201	1953,94	56,02%	1447,82	5→5	25,90%	1252,37	4	15,61%
R202	1746,55	46,56%	1318,08	4→4	24,53%	1191,7	3	10,61%
R203	1257,15	33,81%	1037,62	4→4	17,46%	939,5	3	10,44%
R204	1025,83	24,27%	877,082	3→3	14,50%	825,52	2	6,25%
R205	1389,81	39,76%	1133,56	3→3	18,44%	994,43	3	13,99%
R206	1412,57	55,89%	1086,36	3→3	23,09%	906,14	3	19,89%
R207	1342,74	50,77%	887,96	4→4	33,87%	890,61	2	-0,30%
R208	1062,33	46,16%	868,092	4→3	18,28%	726,82	2	19,44%
R209	1278,05	40,58%	1074,21	3→3	15,95%	909,16	3	18,55%
R210	1341,33	42,79%	1011,02	4→4	24,63%	939,37	3	7,63%
R211	1213,29	36,99%	998,84	3→3	17,68%	885,71	2	12,77%
RC101	1958,71	15,43%	1765,85	17→17	9,85%	1696,95	14	4,06%
RC102	1908,25	22,74%	1625,82	15→15	14,80%	1554,75	12	4,57%
RC103	1787,44	41,67%	1565,26	14→13	12,43%	1261,67	11	24,06%
RC104	1544,96	36,06%	1281,82	12→12	17,03%	1135,48	10	12,89%
RC105	2050,95	25,87%	1619,41	18→16	21,04%	1629,44	13	-0,62%
RC106	1816,27	27,48%	1522,06	14→14	16,20%	1424,73	11	6,83%
RC107	1545,75	25,62%	1357,69	13→13	12,17%	1230,48	11	10,34%
RC108	1578,08	38,45%	1287,06	12→12	18,44%	1139,82	10	12,92%
RC201	2150,96	52,88%	1849,84	4→4	14,00%	1406,94	4	31,48%
RC202	1853,90	35,75%	1388,44	4→4	25,11%	1365,65	3	1,67%
RC203	1674,73	59,56%	1176,47	4→4	29,75%	1049,62	3	12,09%
RC204	1131,65	41,73%	984,22	3→3	13,03%	798,46	3	23,26%
RC205	1869,40	44,06%	1473,00	5→5	21,20%	1297,65	4	13,51%
RC206	1632,67	42,43%	1326,10	4→4	18,78%	1146,32	3	15,68%
RC207	1652,93	55,77%	1178,10	4→4	28,73%	1061,14	3	11,02%
RC208	1338,76	61,66%	1091,30	3→3	18,48%	828,14	3	31,78%

Πίνακας 5.1: Σύγκριση Αποτελεσμάτων των Προβλημάτων.

5.3 Ανάλυση και Σύγκριση αποτελεσμάτων των Προβλημάτων

■ Σύγκριση των αποτελεσμάτων της κατηγορίας C

Όπως έχουμε προαναφέρει, τα προβλήματα κατηγορίας C είναι προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων, που οι πελάτες βρίσκονται κατανεμημένοι σε ομάδες στο χώρο και υπάρχουν δύο υποκατηγορίες, η C1 και η C2, όπου η πρώτη υποκατηγορία περιέχει 9 προβλήματα και η δεύτερη 8 προβλήματα. Τα αποτελέσματα των προβλημάτων αυτών της κάθε υποκατηγορίας θα τα δούμε αναλυτικά παρακάτω.

5.3.1 Προβλήματα Υποκατηγορίας C1

Οι αρχικές λύσεις στα προβλήματα C1 απέδωσαν πάρα πολύ καλά αποτελέσματα μέσω της εφαρμογής του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα με Χρονικά Παράθυρα και Ελεγχόμενη Αναμονή, με μέση ποσοστιαία απόκλιση των **Αρχικών Λύσεων** από την Δημοσιευμένη Λύση να είναι **10,81%**.

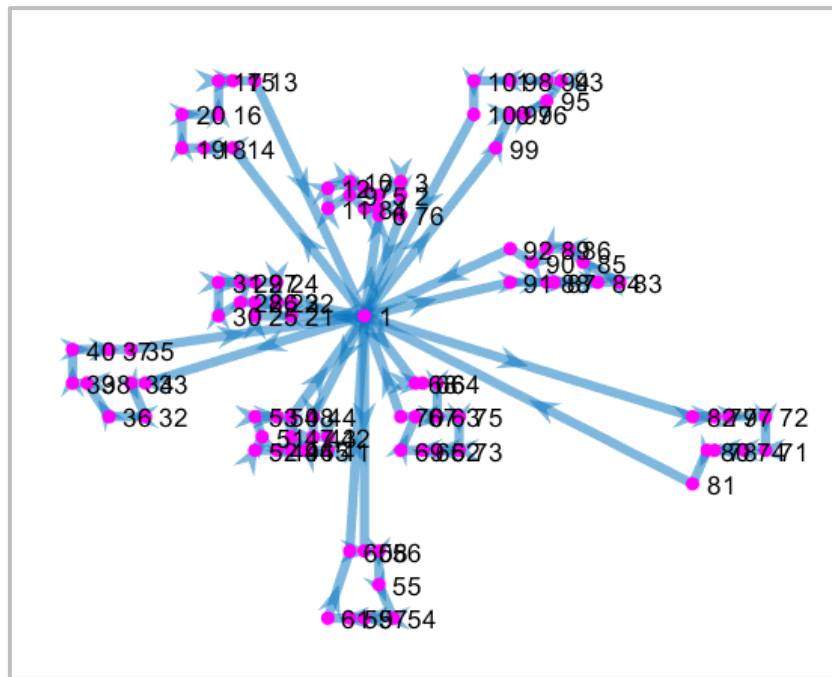
Στη συνέχεια, οι βελτιωμένες λύσεις που προέκυψαν στα 9 προβλημάτων της υποκατηγορίας C1, λόγω της εφαρμογής των αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης που εφαρμόστηκαν, είναι πάρα πολύ ικανοποιητικές, αφού η μέση ποσοστιαία απόκλιση των **Βελτιωμένων Λύσεων** από την καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση είναι **1,91%**.

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
C1	Τροποποιη- μένος Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη (%)	Τοπική Αναζήτηση	Βελτίωση Οχημ.	Βελτίωση από Τοπ. Αναζήτηση	Καλύτερη Δημοσιευ- μένη Λύση	Οχήμ	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη
101	852,95	2,90%	828,94	10→10	2,82%	828,94	10	0,00%
102	952,93	14,96%	842,53	10→10	11,59%	828,94	10	1,64%
103	1008,82	21,83%	871,56	10→10	13,61%	828,06	10	5,25%
104	1076,49	30,52%	909,84	11→10	15,48%	824,78	10	10,31%
105	852,95	2,90%	828,94	10→10	2,82%	828,94	10	0,00%
106	858,80	3,60%	828,94	10→10	3,48%	828,94	10	0,00%
107	880,48	6,22%	828,94	10→10	5,85%	828,94	10	0,00%
108	921,97	11,22%	828,94	11→10	10,09%	828,94	10	0,00%
109	855,12	3,16%	828,94	10→10	3,06%	828,94	10	0,00%

Πίνακας 5.2: Σύγκριση αποτελεσμάτων των προβλημάτων υποκατηγορίας C1 με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.

5.3.1.1 Πρόβλημα C101

Στο πρόβλημα C101, με τη χρήση 10 οχημάτων βρέθηκε λύση μήκους 828,94 ίση με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση δηλαδή με **0,00%** απόκλιση. Αυτό έγκειται στο γεγονός ότι υπήρξε πάρα πολύ καλή αρχική λύση μήκους 852,95 με μόνο 2,9% απόκλιση και με τον κατάλληλο συνδυασμό αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, ήταν αρκετά εύκολο να πάει στο 0,00%.



Σχήμα 5.1: Δρομολόγηση Οχημάτων C101.

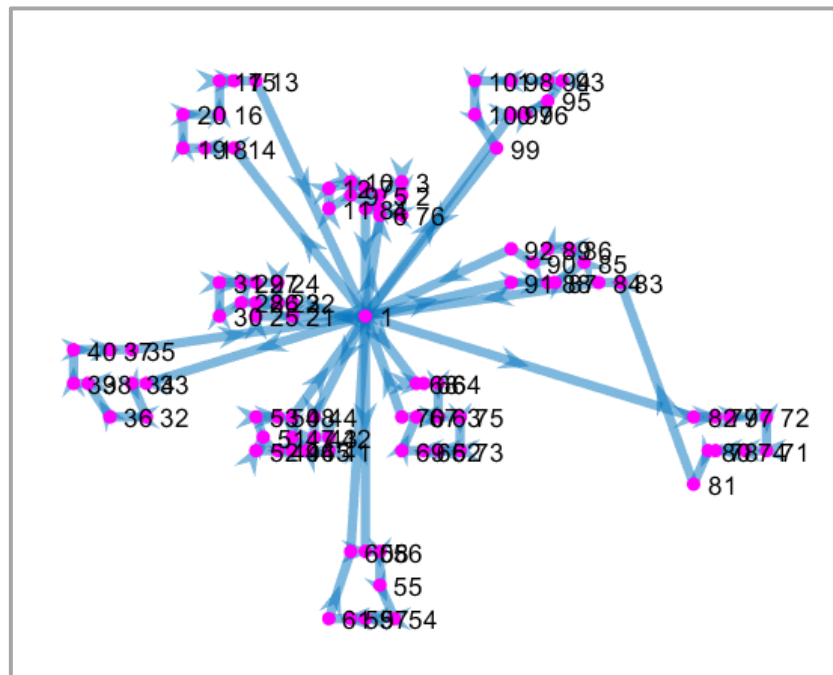
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος C101, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 10 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	6	4	8	11	12	10	7	5	3	2	76	1		
1	21	25	26	30	31	29	27	24	23	22	1			
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	68	66	64	75	73	62	65	69	67	70	1			
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 5.3: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C101.

5.3.1.2 Πρόβλημα C102

Στο πρόβλημα C102, με τη χρήση 10 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 842,53 από τη Δημοσιευμένη μήκους 828,94 είναι **1,64%**. Με λίγα λόγια η ποιότητα των αποτελεσμάτων του προβλήματος αυτού θεωρείται πάρα πολύ ικανοποιητική, αφού πλησιάζει τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση. Αυτό οφείλεται στην Αρχική Λύση μήκους 952,93, η οποία ήταν ήδη πολύ καλή με απόκλιση 14,96% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.2: Δρομολόγηση Οχημάτων C102.

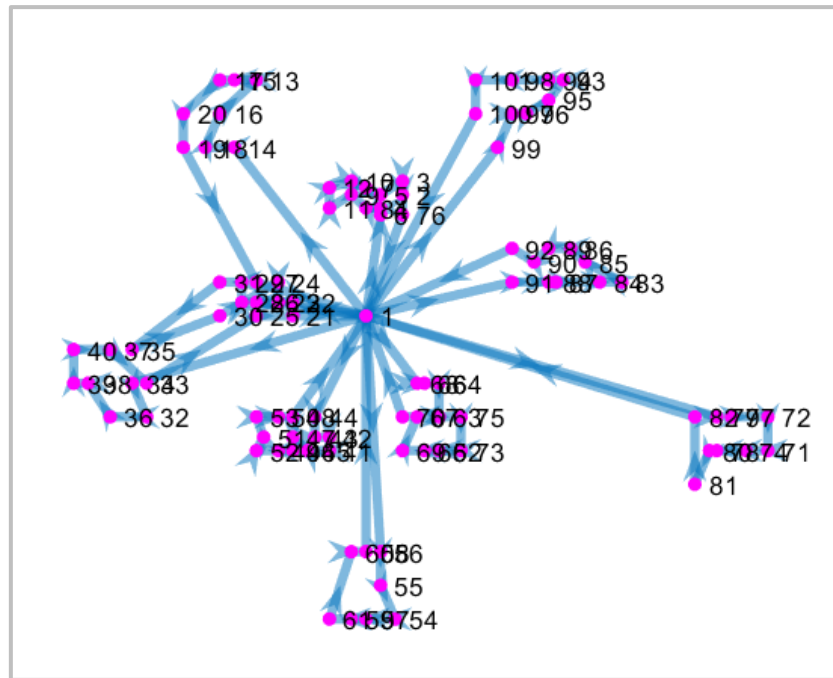
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος C102, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 10 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	91	88	87	85	86	89	90	92	1					
1	6	4	9	11	12	10	7	5	3	2	76	8	1	
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	97	96	95	93	94	98	101	100	99	1				
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	83	84	1		

Πίνακας 5.4: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C102.

5.3.1.3 Πρόβλημα C103

Στο πρόβλημα C103, με τη χρήση 10 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 871,56 από την Δημοσιευμένη μήκους 828,06 είναι 5,25%. Παρατηρείται ότι, η ποιότητα των αποτελεσμάτων του προβλήματος αυτού θεωρείται πάρα πολύ ικανοποιητική, αφού πλησιάζει τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.



Σχήμα 5.3: Δρομολόγηση Οχημάτων C103.

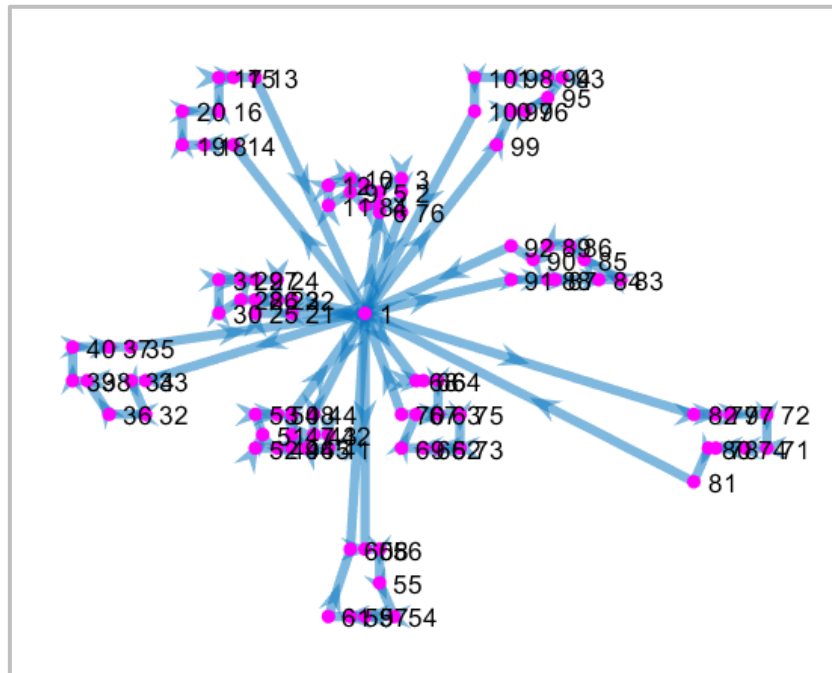
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 10 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	26	28	29	31	35	30	24	23	22	1				
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	14	18	16	13	15	17	20	19	27	1				
1	34	32	36	38	39	40	37	33	25	21	1			
1	56	55	54	57	59	61	60	58	1					
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	79	77	72	71	74	78	80	81	82	1				

Πίνακας 5.5: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C103.

5.3.1.6 Πρόβλημα C106

Στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση 10 οχημάτων βρέθηκε λύση μήκους 828,94 ίση με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, δηλαδή **0,00%** απόκλιση. Ο λόγος είναι ότι υπήρξε πάρα πολύ καλή η Αρχική Λύση μήκους 858,80 με 3,6% απόκλιση και με τη χρήση κατάλληλων αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης έφτασε στο 0,00%.



Σχήμα 5.6: Δρομολόγηση Οχημάτων C106.

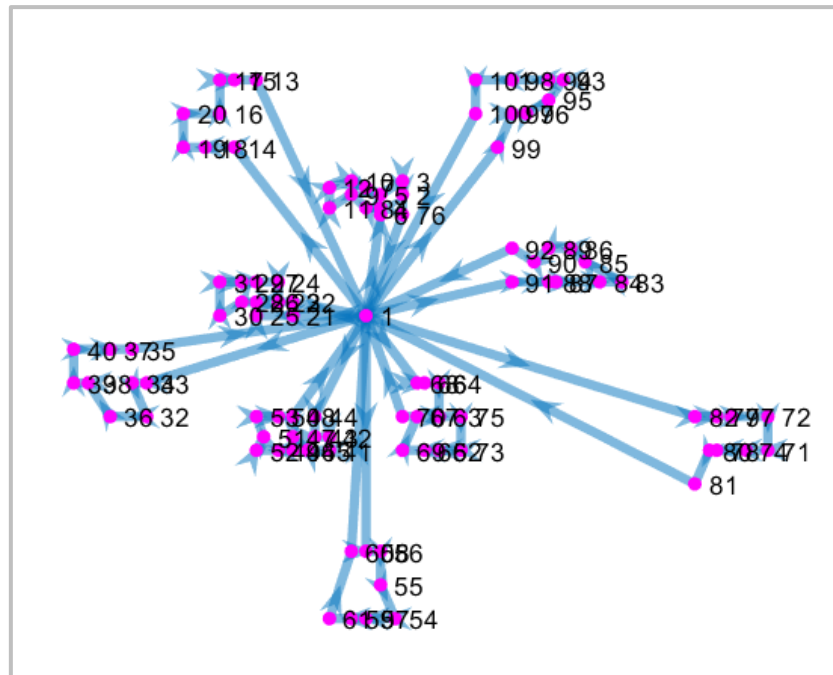
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος C106, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 10 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 5.8: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C106.

5.3.1.7 Πρόβλημα C107

Στο πρόβλημα C107, με τη χρήση 10 οχημάτων η βελτιωμένη λύση ήταν μήκους 828,94, ίση με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, δηλαδή **0,00%** απόκλιση. Αυτό έγκειται στο γεγονός ότι η Αρχική Λύση μήκους 880,48 υπήρξε πάρα πολύ καλή, με 6,22% απόκλιση και με τον κατάλληλο συνδυασμό αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης έφτασε στο 0,00%.



Σχήμα 5.7: Δρομολόγηση Οχημάτων C107.

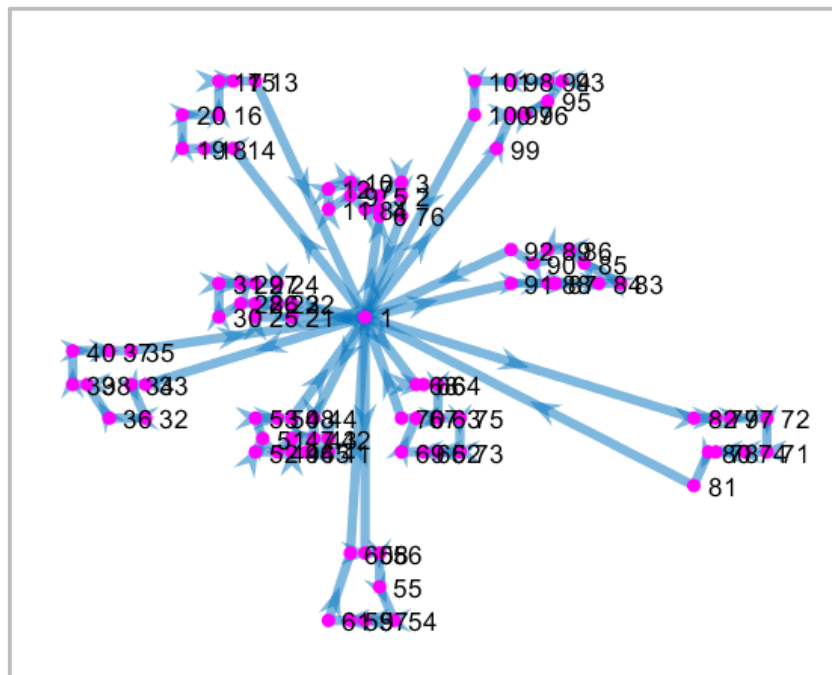
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 10 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 5.9: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C107.

5.3.1.8 Πρόβλημα C108

Με τη χρήση 10 οχημάτων βρέθηκε λύση μήκους 828,94 ίση με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, δηλαδή **0,00%** απόκλιση. Ο λόγος είναι ότι η Αρχική Λύση μήκους 921,97 υπήρξε πάρα πολύ καλή με 11,22% απόκλιση απο τη Δημοσιευμένη και στη συνέχεια με τη βελτίωσή της κατέβηκε στο 0,00%.



Σχήμα 5.8: Δρομολόγηση Οχημάτων C108.

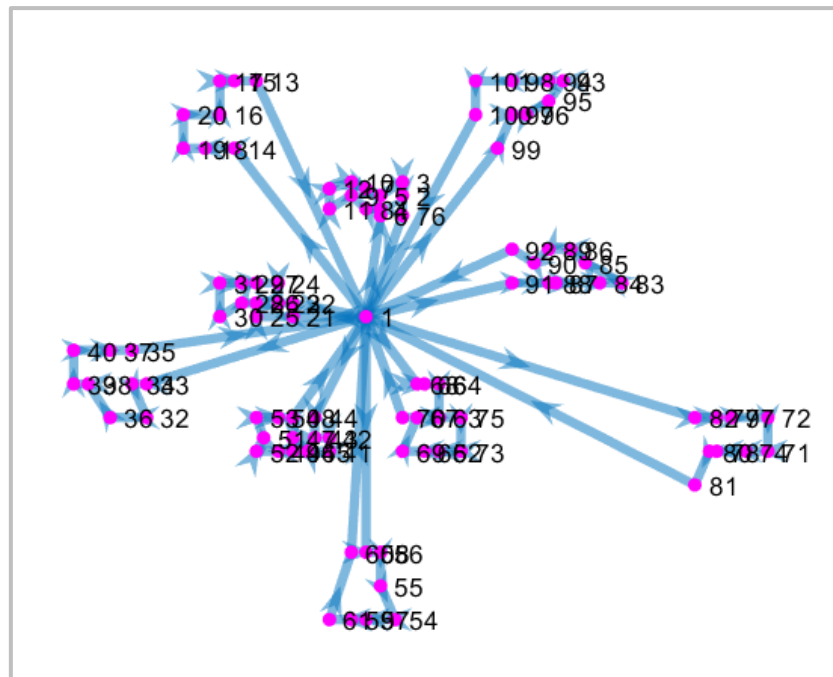
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 10 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	44	43	42	41	45	46	47	49	52	51	53	50	48	1
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 5.10: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C108.

5.3.1.9 Πρόβλημα C109

Στο πρόβλημα C109, τα αποτελέσματα είναι πολύ ικανοποιητικά. Με τη χρήση 10 οχημάτων βρέθηκε λύση μήκους 828,94 ίση με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση δηλαδή με **0,00%** απόκλιση. Με την εφαρμογή κατάλληλων αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης και με την ήδη πάρα πολύ καλή Αρχική Λύση μήκους 855,12 (με 3,16% απόκλιση απο τη Δημοσιευμένη Λύση) μειώθηκε στο 0,00%.



Σχήμα 5.9: Δρομολόγηση Οχημάτων C109.

Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 10 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23	22	1		
1	68	66	64	63	75	73	62	65	69	67	70	1		
1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2	76	1	
1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50	48	1
1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	1			
1	14	18	19	20	16	17	15	13	1					
1	99	97	96	95	93	94	98	101	100	1				
1	33	34	32	36	38	39	40	37	35	1				
1	58	56	55	54	57	59	61	60	1					
1	82	79	77	72	71	74	78	80	81	1				

Πίνακας 5.11: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C109.

5.3.2 Προβλήματα Υποκατηγορίας C2

Η ποιότητα των αποτελεσμάτων των Βελτιωμένων Λύσεων των 8 προβλημάτων υποκατηγορίας C2, είναι πάρα πολύ καλή αφού η μέση ποσοστιαία απόκλιση των *Βελτιωμένων Λύσεων* από την καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση είναι **5,21%**.

Αυτό οφείλεται στην κατάλληλη εφαρμογή αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης και παράλληλα και στην ποιότητα των *Αρχικών Λύσεων* που είχαν μέση ποσοστιαία απόκλιση **21,10%** από την Δημοσιευμένη Λύση.

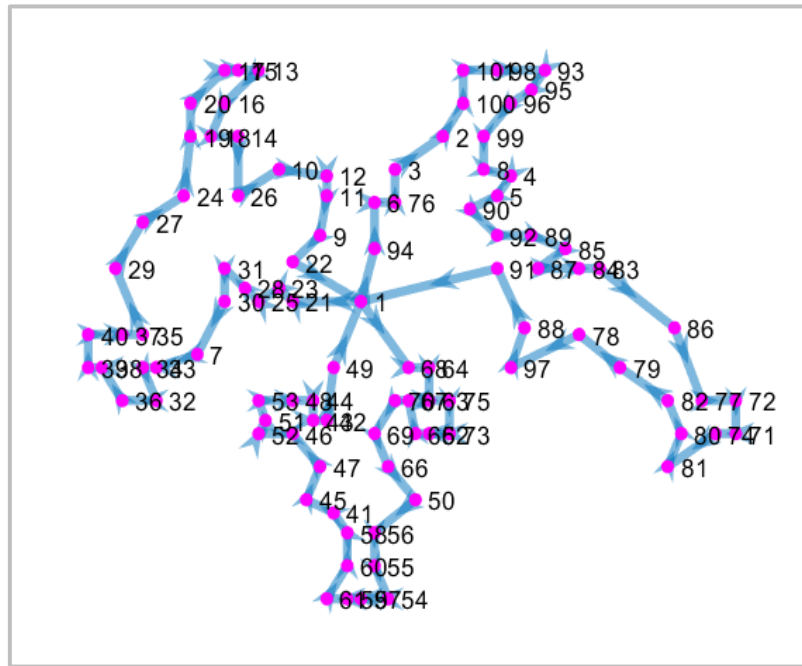
Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα των οκτώ προβλημάτων υποκατηγορίας C2:

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
C2	Τροποποιη- μένος Αλγόριθμος Πλησιέστε- ρου Γείτονα	Απόκλιση από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Τοπική Αναζή- τηση	Βελτίωση Οχημ.	Βελτίωση από Τοπική Αναζήτηση	Καλύτερη Δημοσιευ- μένη Λύση	Οχήμ	Απόκλιση από Δημοσιευ- μενη
201	591,56	0,00%	591,56	3→3	0,00%	591,56	3	0,00%
202	591,56	0,00%	591,56	3→3	0,00%	591,56	3	0,00%
203	794,15	34,34%	643,43	5→4	18,98%	591,17	3	8,84%
204	1131,28	91,55%	727,10	9→5	35,73%	590,6	3	23,11%
205	591,55	0,45%	588,88	3→3	0,45%	588,88	3	0,00%
206	647,95	10,10%	588,49	4→3	9,18%	588,49	3	0,00%
207	743,47	26,38%	617,02	6→3	17,01%	588,29	3	4,88%
208	623,37	5,96%	617,05	4→3	1,01%	588,32	3	4,88%

Πίνακας 5.12: Σύγκριση αποτελεσμάτων των προβλημάτων υποκατηγορίας C2 με τη καλύτερη Δημοσιευμένη λύση.

5.3.2.1 Πρόβλημα C201

Στο πρόβλημα C201, μέσω της Αρχικής Λύσης βρήκαμε λύση ίση με καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση, αφού με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Αρχικής Λύσης από την Δημοσιευμένη Λύση είναι **0,00%**.



Σχήμα 5.10: Δρομολόγηση Οχημάτων C201.

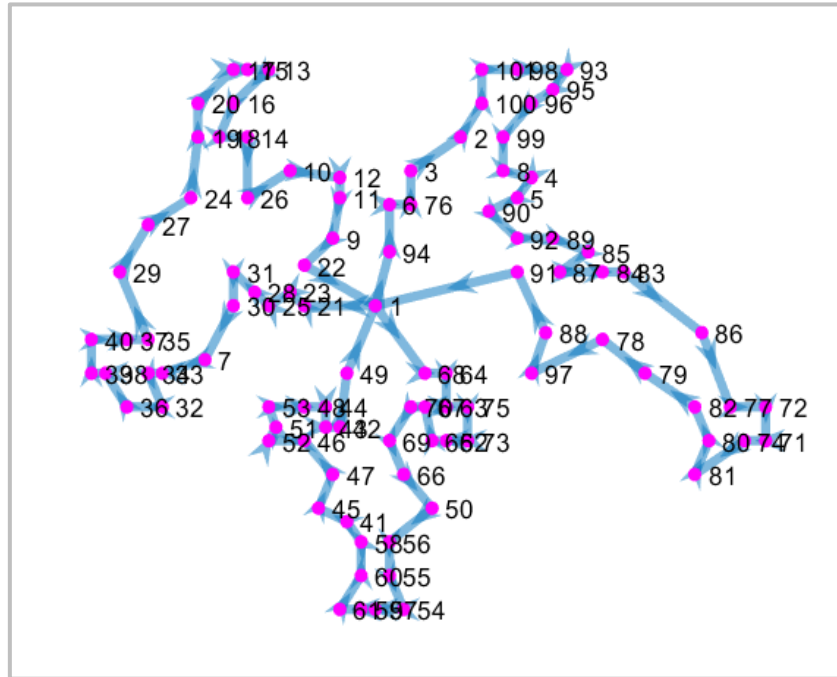
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93
95	96	99	8	4	5	90	92	89	85
87	84	83	86	77	72	71	74	81	80
82	79	78	97	88	91	1			
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34
32	36	38	39	40	37	35	29	27	24
19	20	17	15	13	16	18	14	26	10
12	11	9	22	1					
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70
69	66	50	56	55	54	57	59	61	60
58	41	45	47	46	52	51	53	48	44
43	42	49	1						

Πίνακας 5.13: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C201.

5.3.2.2 Πρόβλημα C202

Μέσω της Αρχικής Λύσης βρήκαμε λύση ίση με τη Δημοσιευμένη Λύση, αφού με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Αρχικής Λύσης από την Δημοσιευμένη Λύση είναι **0,00%**.



Σχήμα 5.11: Δρομολόγηση Οχημάτων C202.

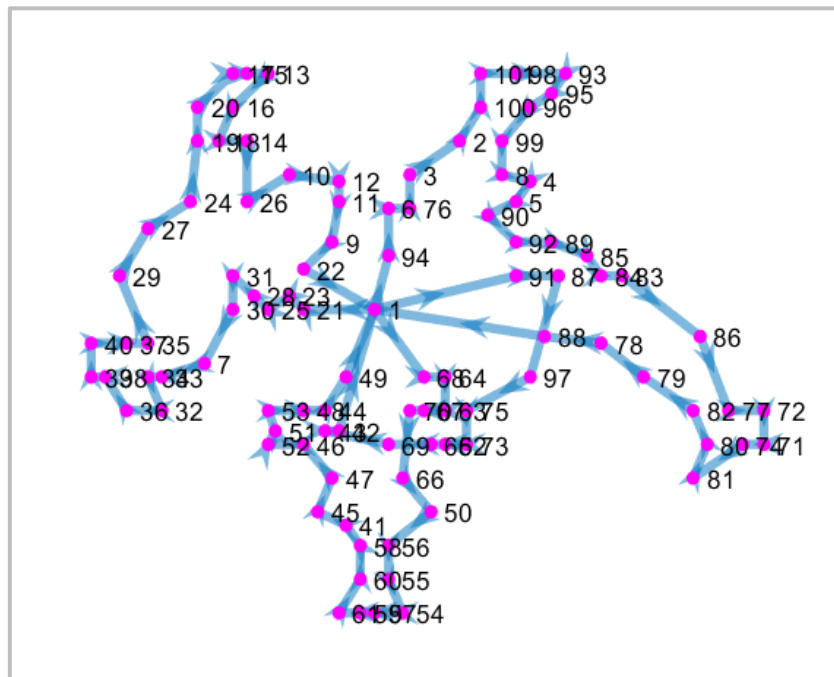
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93
95	96	99	8	4	5	90	92	89	85
87	84	83	86	77	72	71	74	81	80
82	79	78	97	88	91	1			
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34
32	36	38	39	40	37	35	29	27	24
19	20	17	15	13	16	18	14	26	10
12	11	9	22	1					
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70
69	66	50	56	55	54	57	59	61	60
58	41	45	47	46	52	51	53	48	44
43	42	49	1						

Πίνακας 5.14: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C202.

5.3.2.3 Πρόβλημα C203

Στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 643,43 από τη Δημοσιευμένη μήκους 591,17 είναι 8,84%. Παρατηρούμε ότι η ποιότητα των αποτελεσμάτων του προβλήματος C203 θεωρείται αρκετά ικανοποιητική.



Σχήμα 5.12: Δρομολόγηση Οχημάτων C203.

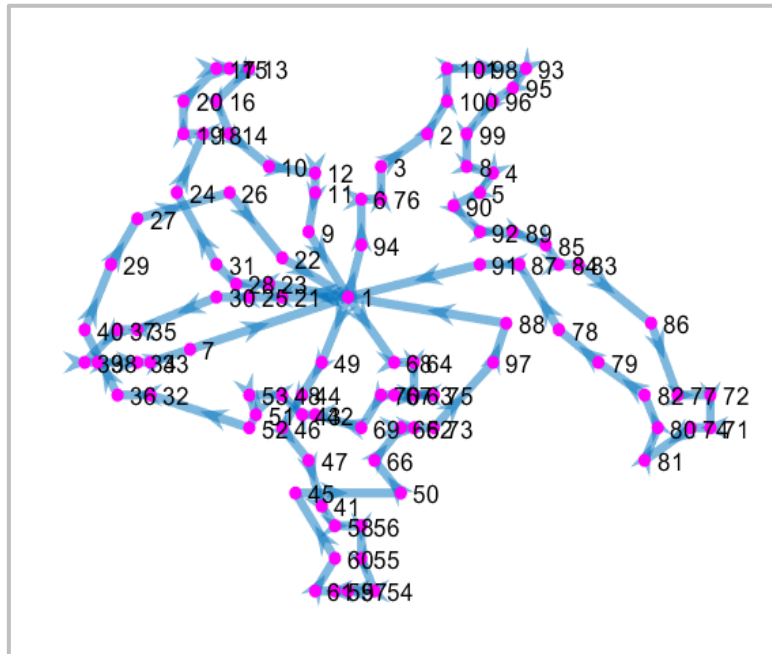
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93
95	96	99	8	4	5	90	92	89	85
84	83	86	77	72	71	74	81	80	82
79	78	88	1						
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34
32	36	38	39	40	37	35	29	27	24
19	20	17	15	13	16	18	14	26	10
12	11	9	22	1					
1	68	64	63	67	70	66	50	56	55
54	57	59	61	60	58	41	45	47	46
52	51	53	48	44	49	1			
1	91	87	97	75	73	62	65	69	43
42	1								

Πίνακας 5.15: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C203.

5.3.2.4 Πρόβλημα C204

Στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση πέντε οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 727,10 από την Δημοσιευμένη μήκους 590,60 είναι 23,11%. Παρατηρούμε ότι υπήρξε αρκετά σημαντική, αφού η Αρχική Λύση ήταν μήκους 1131,28, δηλαδή απόκλισης 91,55% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.13: Δρομολόγηση Οχημάτων C204.

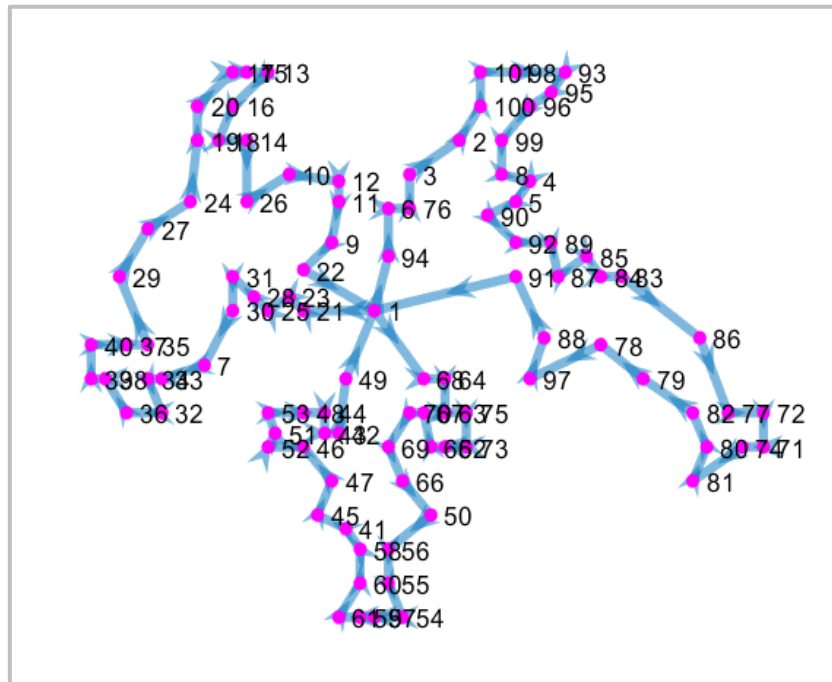
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 5 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	68	64	63	75	67	70	69	42	43
48	53	51	52	32	36	40	29	27	26
22	1								
1	94	6	76	3	2	100	101	98	93
95	96	99	8	4	5	90	92	89	85
84	83	86	77	72	71	74	81	80	82
79	78	87	91	1					
1	23	28	31	24	18	19	20	17	15
13	16	14	10	12	11	9	1		
1	49	44	46	47	41	58	56	55	54
57	59	61	60	45	50	66	65	62	73
97	88	1							
1	21	25	30	35	37	39	38	34	33
7	1								

Πίνακας 5.16: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C204.

5.3.2.5 Πρόβλημα C205

Στο πρόβλημα αυτό, τα αποτελέσματα είναι πάρα πολύ καλά, αυτό έγκειται στο γεγονός ότι, με τη χρήση τριών οχημάτων βρέθηκε λύση μήκους 588,88 ίση με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση με **0,00%** απόκλιση και η Αρχική Λύση μήκους 591,55 είχε 0,45% απο τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.14: Δρομολόγηση Οχημάτων C205.

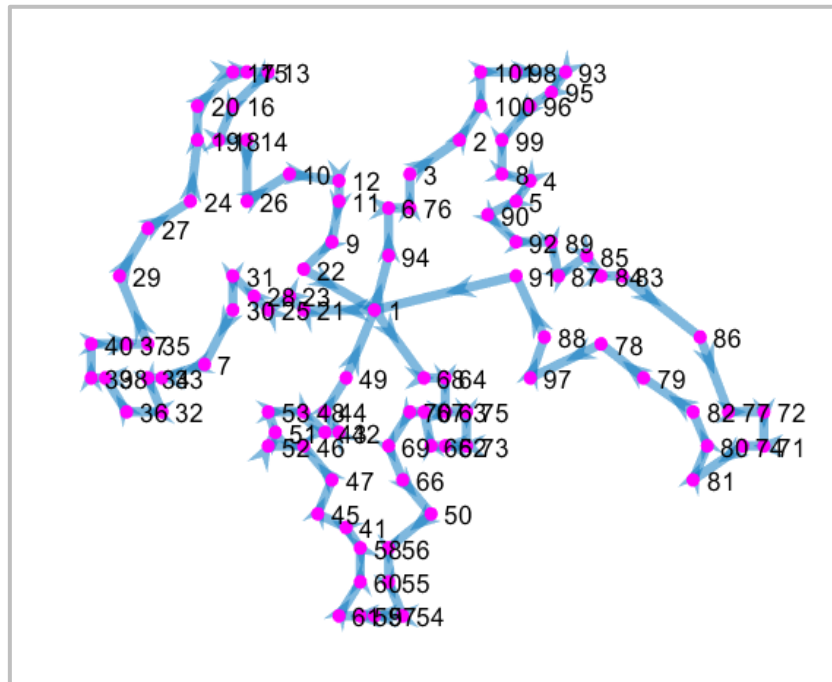
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93
95	96	99	8	4	5	90	92	89	87
85	84	83	86	77	72	71	74	81	80
82	79	78	97	88	91	1			
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34
32	36	38	39	40	37	35	29	27	24
19	20	17	15	13	16	18	14	26	10
12	11	9	22	1					
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70
69	66	50	56	55	54	57	59	61	60
58	41	45	47	46	52	51	53	48	44
43	42	49	1						

Πίνακας 5.17: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C205.

5.3.2.6 Πρόβλημα C206

Ακολουθώντας, στο πρόβλημα C206 η ποιότητα των αποτελεσμάτων είναι πολύ ικανοποιητική. Με τη χρήση τριών οχημάτων και λύση μήκους 588,49 ίση με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση η απόκλιση φτάνει στο **0,00%**. Αυτό έγκειται στο γεγονός ότι είχαμε πολύ καλή Αρχική Λύση μήκους 647,95 με απόκλιση 10,10%.



Σχήμα 5.15: Δρομολόγηση Οχημάτων C206.

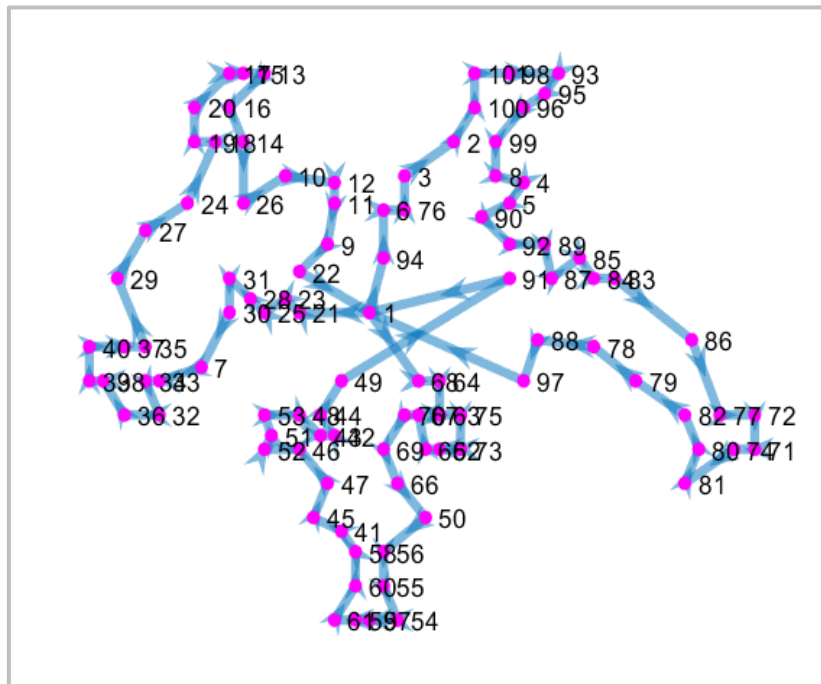
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93
95	96	99	8	4	5	90	92	89	87
85	84	83	86	77	72	71	74	81	80
82	79	78	97	88	91	1			
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34
32	36	38	39	40	37	35	29	27	24
19	20	17	15	13	16	18	14	26	10
12	11	9	22	1					
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70
69	66	50	56	55	54	57	59	61	60
58	41	45	47	46	52	51	53	48	43
42	44	49	1						

Πίνακας 5.18: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C206.

5.3.2.7 Πρόβλημα C207

Στο πρόβλημα C207, με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 617,02 από την Δημοσιευμένη μήκους 588,29 είναι 4,88%.



Σχήμα 5.16: Δρομολόγηση Οχημάτων C207.

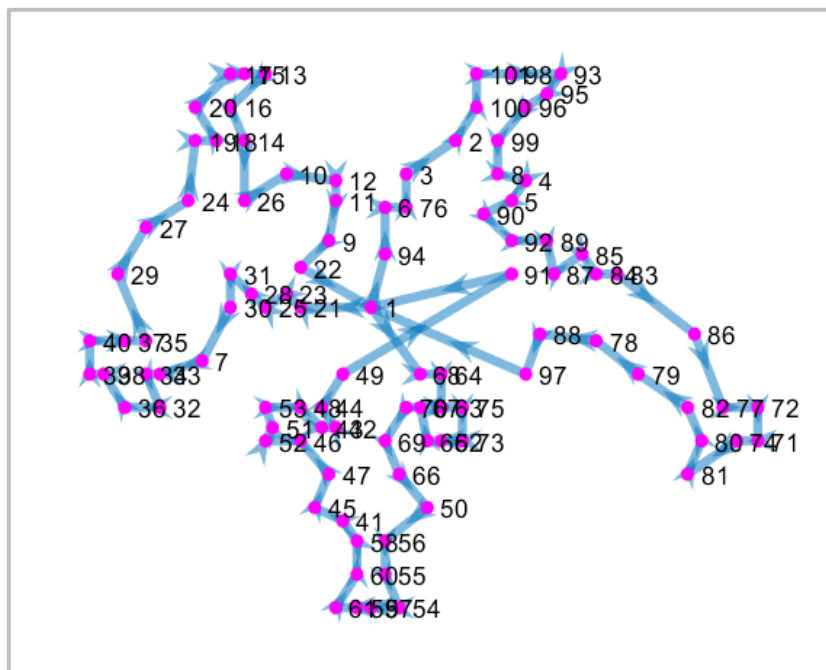
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93
95	96	99	8	4	5	90	92	89	87
85	84	83	86	77	72	71	74	81	80
82	79	78	88	97	1				
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70
69	66	50	56	55	54	57	59	61	60
58	41	45	47	46	52	51	53	48	43
42	44	49	91	1					
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34
32	36	38	39	40	37	35	29	27	24
18	19	20	17	15	13	16	14	26	10
12	11	9	22	1					

Πίνακας 5.19: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C207.

5.3.2.8 Πρόβλημα C208

Τέλος στο πρόβλημα C208, με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 617,05 από την Δημοσιευμένη μήκους 588,32 είναι **4,88%**. Η ποιότητα των αποτελεσμάτων του προβλήματος αυτού είναι πάρα πολύ ικανοποιητική κι αυτό οφείλεται στην Αρχική Λύση μήκους 623,37, η οποία ήταν πάρα πολύ καλή, αφού είχε απόκλιση 5,96% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.



Σχήμα 5.17: Δρομολόγηση Οχημάτων C208.

Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	94	6	76	3	2	100	101	98	93
95	96	99	8	4	5	90	92	89	87
85	84	83	86	77	72	71	74	81	80
82	79	78	88	97	1				
1	21	23	25	28	31	30	7	33	34
32	36	38	39	40	37	35	29	27	24
19	18	20	17	15	13	16	14	26	10
12	11	9	22	1					
1	68	64	63	75	73	62	65	67	70
69	66	50	56	55	54	57	59	61	60
58	41	45	47	46	52	51	53	48	43
42	44	49	91	1					

Πίνακας 5.20: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος C208.

■ Ανάλυση των αποτελεσμάτων της κατηγορίας R

Όπως έχουμε προαναφέρει, τα προβλήματα κατηγορίας R είναι προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων, που οι πελάτες είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι στο χώρο. Παρακάτω θα δούμε αναλυτικά τις δύο υποκατηγορίες, R1 και R2, όπου η πρώτη υποκατηγορία περιέχει 12 προβλήματα και η δεύτερη 11 προβλήματα.

5.3.3 Προβλήματα Υποκατηγορίας R1

Η ποιότητα των αποτελεσμάτων των Βέλτιστων Λύσεων στα 12 προβλήματα υποκατηγορίας **R1** είναι πάρα πολύ καλή, αφού η μέση ποσοστιαία απόκλιση των **Βελτιωμένων Λύσεων** από την Δημοσιευμένη Λύση είναι **8,04%**.

Αυτό οφείλεται στην κατάλληλη εφαρμογή αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης και παράλληλα στην καλή ποιότητα των **Αρχικών Λύσεων** που είχαν μέση ποσοστιαία απόκλιση 30,39% από την Δημοσιευμένη Λύση.

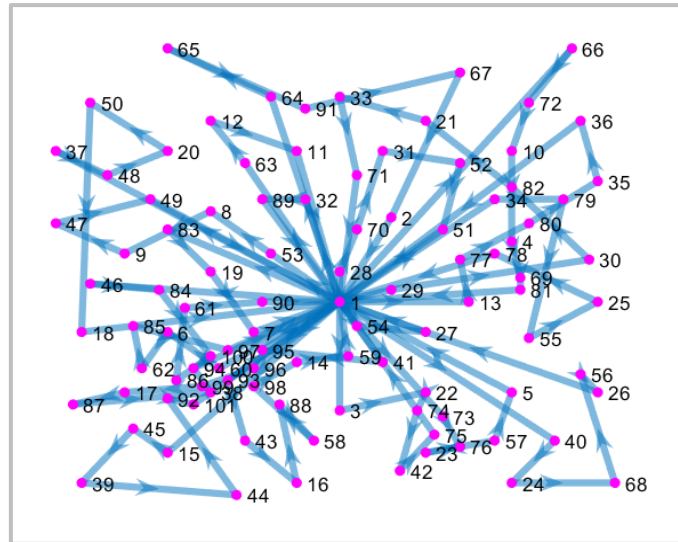
Παρακάτω φαίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα των 12 προβλημάτων R1:

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
R1	Τροποποιη- μένος Αλγόριθμος Πλησιέστε- ρου Γείτονα	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη Λύση (%)	Τοπική Αναζή- τηση	Βελτίωση Οχημ.	Βελτίωση από Τοπική Αναζή- τηση	Καλύτερη Δημοσιευ- μένη Λύση	Οχήμ	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη
101	2006,08	21,52%	1739,45	21→21	13,29%	1650,8	19	5,37%
102	1877,07	26,31%	1552,84	19→19	17,27%	1486,12	17	4,49%
103	1726,55	33,56%	1328,36	17→16	23,06%	1292,68	13	2,76%
104	1245,60	23,66%	1113,40	12→12	10,61%	1007,31	9	10,53%
105	1713,13	24,40%	1499,42	16→16	12,48%	1377,11	14	8,88%
106	1652,00	31,95%	1388,37	14→14	15,96%	1252,03	12	10,89%
107	1427,78	29,25%	1218,02	13→12	14,69%	1104,66	10	10,26%
108	1227,99	27,80%	1056,43	12→11	13,97%	960,88	9	9,94%
109	1640,69	37,33%	1310,62	14→14	20,12%	1194,73	11	9,70%
110	1441,92	28,88%	1189,55	12→12	17,50%	1118,84	10	6,32%
111	1557,82	42,04%	1178,3	15→14	32,21%	1096,72	10	7,44%
112	1354,84	37,94%	1079,1	12→12	25,55%	982,14	9	9,87%

Πίνακας 5.21: Σύγκριση αποτελεσμάτων των προβλημάτων υποκατηγορίας R1 με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.

5.3.3.1 Πρόβλημα R101

Αρχικά στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση 21 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1739,45 από την Δημοσιευμένη μήκους 1650,8 είναι 5,37%. Η ποιότητα των αποτελεσμάτων θεωρείται πάρα πολύ ικανοποιητική, αφού η Αρχική Λύση μήκους 2006,08 με απόκλιση 21,52% από τη Δημοσιευμένη Λύση ήταν πολύ καλή.



Σχήμα 5.18: Δρομολόγηση Οχημάτων R101.

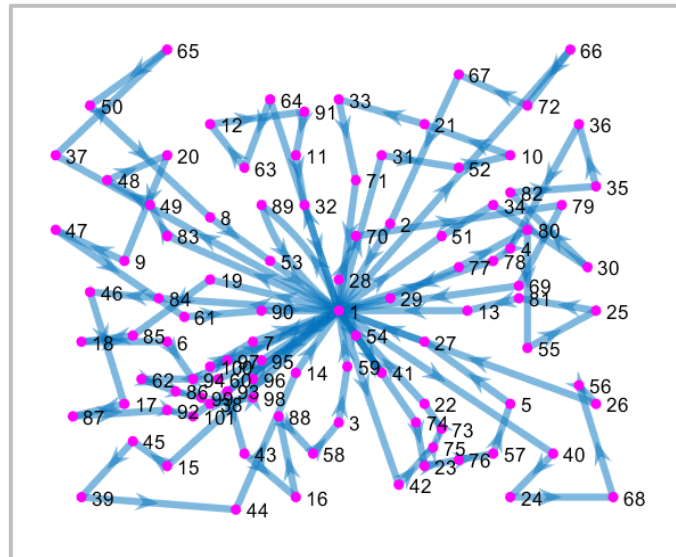
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 21 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	96	99	17	87	38	94	1		
1	93	43	16	88	58	98	14	59	1
1	73	76	23	57	5	1			
1	46	84	100	86	61	90	1		
1	63	12	11	1					
1	37	48	20	50	18	1			
1	66	72	10	4	69	81	1		
1	28	70	31	52	51	1			
1	13	77	80	35	36	1			
1	60	6	62	85	97	1			
1	3	22	74	42	75	1			
1	54	27	1						
1	32	89	1						
1	29	30	82	21	33	71	1		
1	83	19	7	1					
1	40	24	68	56	26	1			
1	15	45	39	44	92	101	1		
1	64	65	91	67	2	1			
1	53	8	9	47	49	1			
1	34	79	55	25	78	1			
1	41	95	1						

Πίνακας 5.22: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R101.

5.3.3.2 Πρόβλημα R102

Ακολουθώς, στο πρόβλημα R102 με τη χρήση 19 οχημάτων η Βελτιωμένη Λύση μήκους 1552,84 έχει ποσοστιαία απόκλιση **4,49%** από την Δημοσιευμένη μήκους 1486,12. Τα αποτελέσματα θεωρούνται πολύ καλά, αφού η Αρχική Λύση μήκους 1877,07 από τη Δημοσιευμένη Λύση είχε απόκλιση 26,31%.



Σχήμα 5.19: Δρομολόγηση Οχημάτων R102.

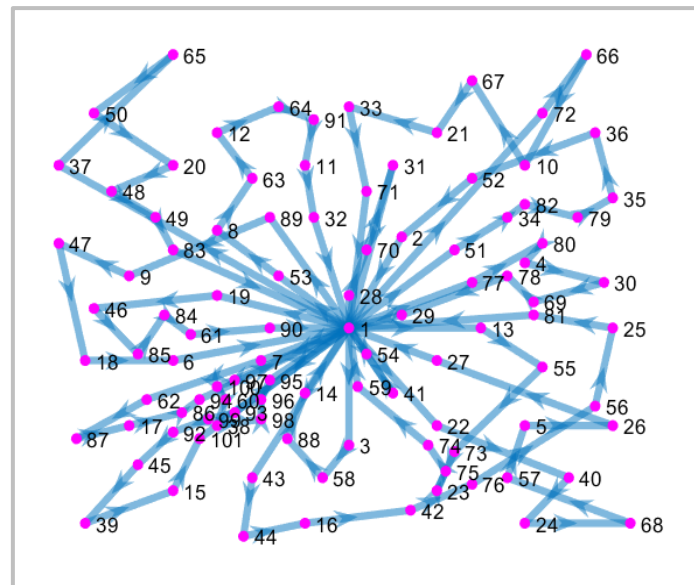
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 19 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	95	60	62	86	99	38	98	96	1
1	97	100	7	1					
1	31	52	10	21	33	71	1		
1	29	77	80	55	25	81	13	1	
1	51	34	30	82	35	36	4	78	1
1	93	43	16	88	58	3	59	1	
1	64	63	12	91	11	32	1		
1	40	24	68	56	26	1			
1	83	49	48	20	9	47	61	90	1
1	74	23	76	57	5	27	1		
1	15	45	39	44	14	1			
1	28	70	79	69	1				
1	41	54	1						
1	37	65	50	8	53	1			
1	66	72	67	2	1				
1	89	1							
1	19	85	18	6	94	1			
1	84	46	17	87	92	101	1		
1	42	75	73	22	1				

Πίνακας 5.23: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R102.

5.3.3.3 Πρόβλημα R103

Στο πρόβλημα R103, με τη χρήση 16 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1328,36 από την Δημοσιευμένη μήκους 1292,68 είναι **2,76%**, δηλαδή ελάχιστη απόκλιση. Ενώ η Αρχική Λύση μήκους 1726,55 είχε απόκλιση 33,56% από τη Δημοσιευμένη, δηλαδή η τελική λύση βελτιώθηκε σε σημαντικό βαθμό.



Σχήμα 5.20: Δρομολόγηση Οχημάτων R103.

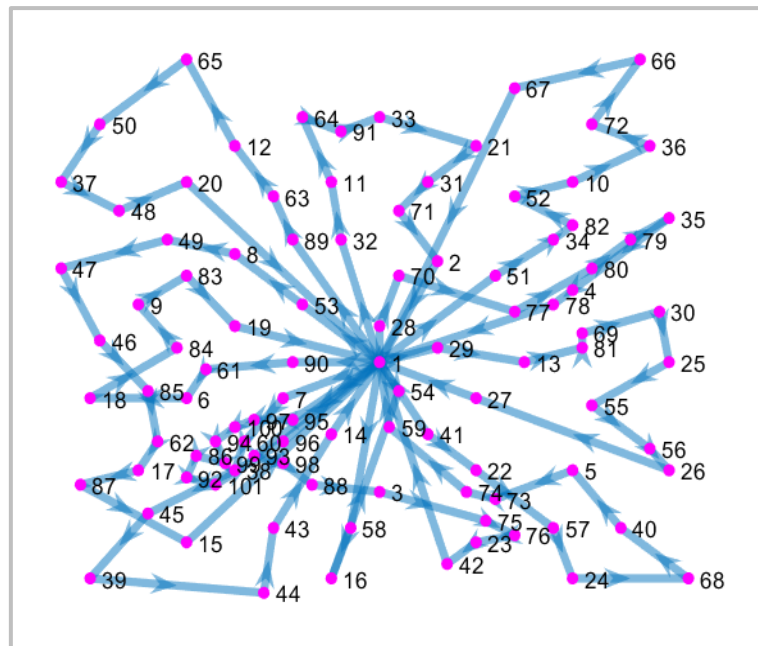
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 16 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	77	80	4	30	69	78	29	1	
1	51	34	82	79	35	36	52	2	1
1	97	100	60	38	98	96	95	1	
1	93	99	92	45	39	15	101	1	
1	13	55	73	23	75	74	59	1	
1	53	8	63	12	64	91	11	32	1
1	89	9	47	18	6	1			
1	7	62	87	17	86	94	1		
1	3	58	88	14	1				
1	37	65	50	20	48	49	83	1	
1	22	40	24	68	57	5	26	27	1
1	28	70	31	1					
1	41	54	1						
1	19	46	85	84	61	90	1		
1	72	66	10	67	21	33	71	1	
1	43	44	16	42	76	56	25	81	1

Πίνακας 5.24: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R103.

5.3.3.4 Πρόβλημα R104

Στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση 12 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους $1113,40$ από την Δημοσιευμένη μήκους $1007,31$ είναι $10,53\%$. Θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε τη ποιότητα των αποτελεσμάτων αρκετά καλή, αφού η Αρχική Λύση μήκους $1245,60$ ήταν καλή με απόκλιση $23,66\%$ από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.21: Δρομολόγηση Οχημάτων R104.

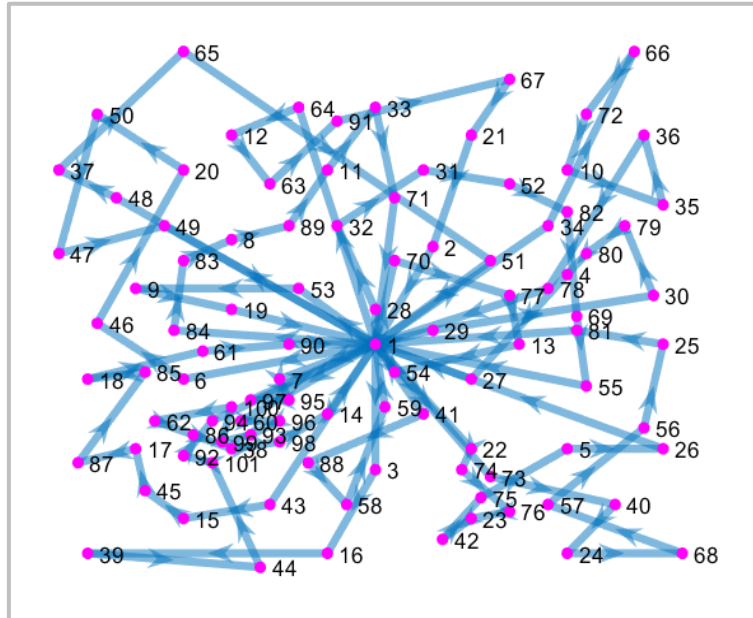
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος R104, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 12 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	28	70	77	80	79	35	4	78	1	
1	95	97	100	94	99	86	92	101	96	1
1	93	98	88	3	75	76	23	42	1	
1	90	61	6	18	84	9	83	19	1	
1	29	13	81	69	30	25	55	56	26	27
1	51	34	82	52	10	36	72	66	67	1
1	89	63	12	65	50	37	48	20	1	
1	53	8	49	47	46	85	62	17	87	15
1	41	22	57	24	68	40	5	73	74	59
1	32	11	64	91	33	21	31	71	2	1
1	58	16	54	1						
1	7	60	38	45	39	44	43	14	1	

Πίνακας 5.25: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R104.

5.3.3.5 Πρόβλημα R105

Έπειτα το πρόβλημα αυτό, με τη χρήση 16 οχημάτων η απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1499,42 από την Δημοσιευμένη μήκους 1377,11 είναι 8,88%. Ενώ η Αρχική Λύση μήκους 1713,13 είχε απόκλιση 24,40% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη, δηλαδή η τελική λύση βελτιώθηκε σε σημαντικό βαθμό.



Σχήμα 5.22: Δρομολόγηση Οχημάτων R105.

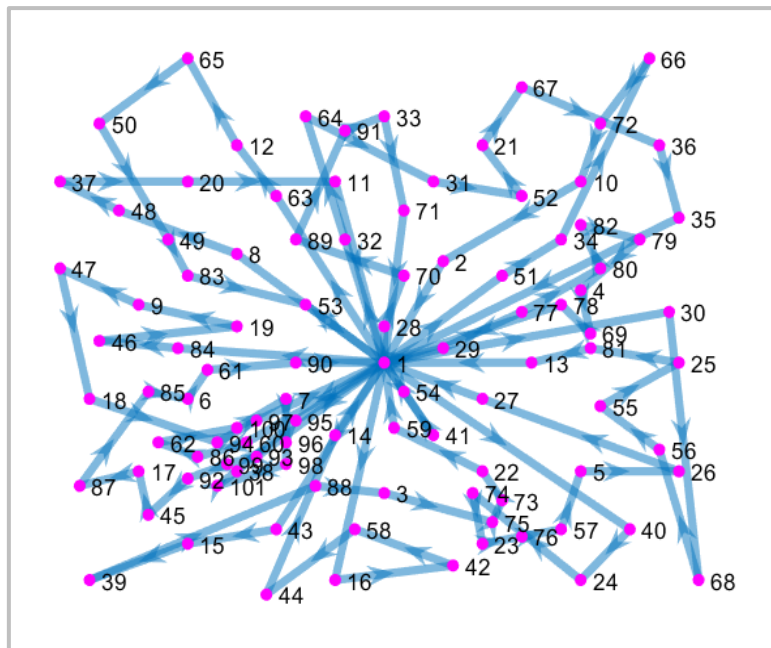
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 16 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	60	96	93	99	100	62	86	38	98	14	1
1	84	83	8	89	11	33	71	1			
1	43	15	45	17	87	85	18	61	90	1	
1	22	74	76	23	42	75	5	26	1		
1	28	32	31	52	82	69	55	1			
1	6	46	20	50	47	49	1				
1	73	40	24	68	57	56	25	81	1		
1	64	12	63	91	67	21	2	1			
1	48	37	65	51	1						
1	34	66	72	10	35	36	78	1			
1	29	30	79	80	4	27	1				
1	53	9	19	1							
1	7	95	97	1							
1	41	88	58	59	1						
1	70	77	13	54	1						
1	3	16	39	44	101	92	94	1			

Πίνακας 5.26: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R105.

5.3.3.6 Πρόβλημα R106

Με τη χρήση 14 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1388,37 από την Δημοσιευμένη μήκους 1252,03 είναι **10,89%**. Παρατηρούμε ότι η Αρχική Λύση μήκους 1652,00 είχε απόκλιση 31,95% από τη Δημοσιευμένη. Επομένως, θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε την ποιότητα των αποτελεσμάτων αρκετά καλή.



Σχήμα 5.23: Δρομολόγηση Οχημάτων R106.

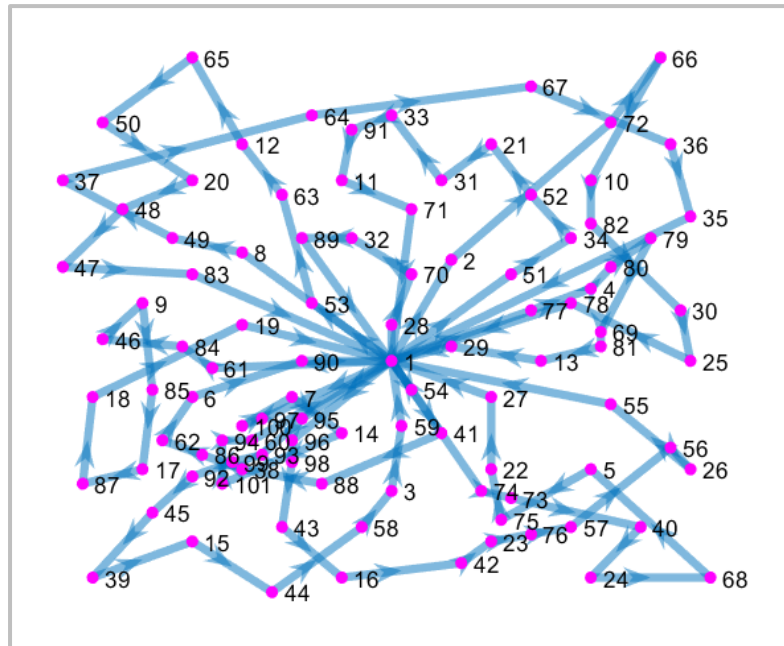
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 14 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	60	86	62	100	7	96	98	101	38	95	1
1	28	70	89	91	33	71	1				
1	29	77	80	82	79	4	69	78	1		
1	63	12	65	50	49	83	53	1			
1	93	99	92	45	17	87	85	6	61	90	1
1	84	46	19	9	47	18	94	97	1		
1	43	15	39	88	3	75	73	22	59	1	
1	40	24	74	23	76	57	5	26	27	1	
1	32	64	31	52	21	67	36	35	1		
1	16	42	58	44	14	1					
1	8	48	37	20	11	1					
1	51	34	66	72	10	2	1				
1	41	54	1								
1	30	68	56	55	25	81	13	1			

Πίνακας 5.27: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R106.

5.3.3.7 Πρόβλημα R107

Στη συνέχεια στο πρόβλημα R107, με τη χρήση 12 οχημάτων η απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1218,02 από τη Δημοσιευμένη μήκους 1104,66 είναι **10,26%**. Θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε τη ποιότητα των αποτελεσμάτων αρκετά καλή, αφού η Αρχική Λύση μήκους 1427,78 είχε απόκλιση 29,25% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη, δηλαδή βελτιώθηκε αρκετά.



Σχήμα 5.24: Δρομολόγηση Οχημάτων R107.

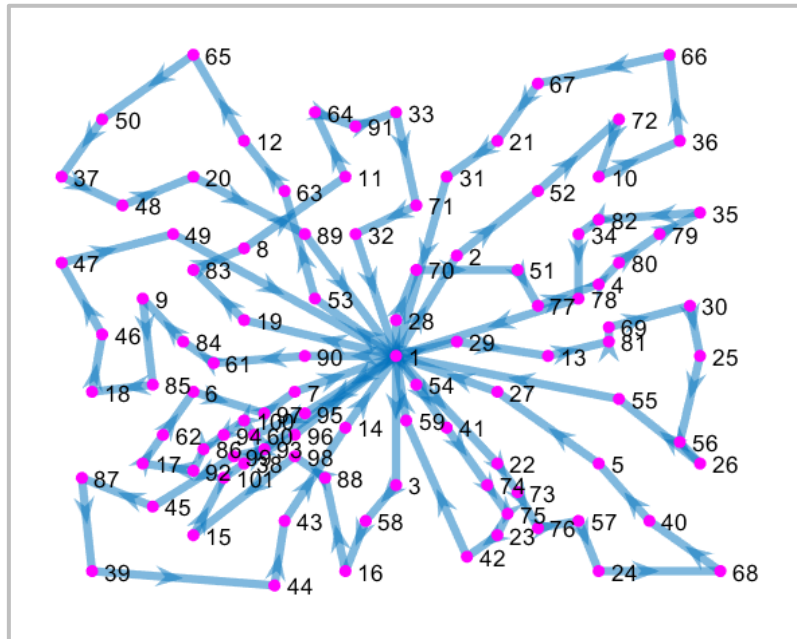
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 12 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	77	4	80	79	69	81	13	29	1			
1	97	100	7	14	101	94	60	1				
1	95	93	99	92	45	39	15	44	58	3	59	1
1	41	88	38	86	62	6	90	1				
1	28	70	32	89	54	1						
1	53	63	12	65	50	20	48	47	83	1		
1	74	73	40	24	68	5	75	22	27	1		
1	61	84	46	9	85	17	87	18	19	1		
1	96	98	43	16	42	23	76	57	56	26	55	1
1	51	34	52	21	31	33	91	11	71	1		
1	8	49	37	64	67	36	35	1				
1	2	72	66	10	82	30	25	78	1			

Πίνακας 5.28: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R107.

5.3.3.8 Πρόβλημα R108

Έπειτα το πρόβλημα αυτό, με τη χρήση 11 οχημάτων η απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1056,43 από τη Δημοσιευμένη μήκους 960,88 είναι **9,94%**. Παρατηρούμε ότι βελτιώθηκε αρκετά η λύση του προβλήματος, αφού η Αρχική Λύση μήκους 1227,99 είχε απόκλιση 27,80% από τη Δημοσιευμένη Λύση.



Σχήμα 5.25: Δρομολόγηση Οχημάτων R108.

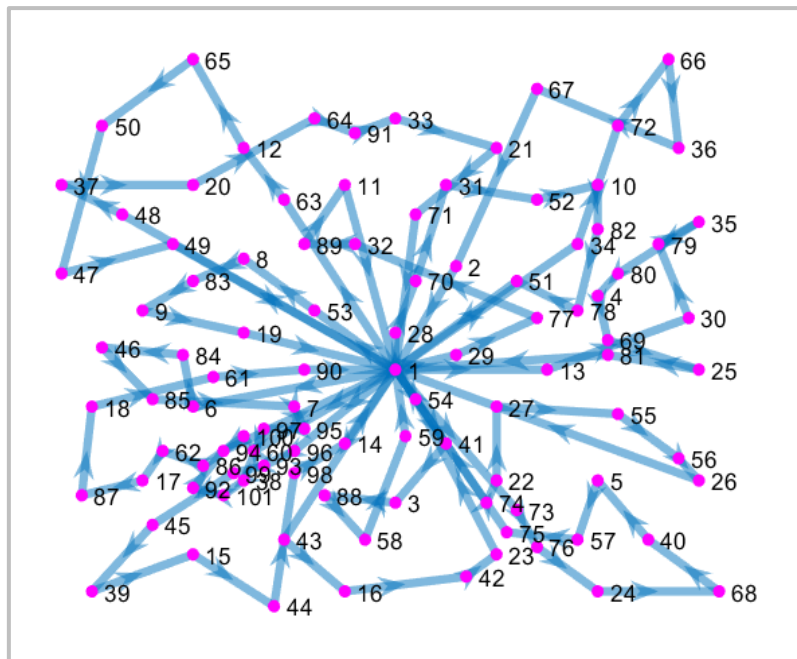
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος R108, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 11 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	28	70	51	77	4	80	79	35	82	34	78	1
1	95	60	100	94	86	92	17	62	6	97	7	1
1	90	61	84	9	85	18	46	47	49	1		
1	29	13	81	69	30	25	56	26	55	1		
1	54	41	74	75	23	42	59	1				
1	53	63	12	65	50	37	48	20	89	1		
1	3	58	16	88	98	15	101	38	96	1		
1	19	83	8	11	64	91	33	71	32	1		
1	2	52	72	10	36	66	67	21	31	1		
1	22	73	76	57	24	68	40	5	27	1		
1	93	99	45	87	39	44	43	14	1			

Πίνακας 5.29: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R108.

5.3.3.9 Πρόβλημα R109

Στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση 14 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1310,62 από την Δημοσιευμένη μήκους 1194,73 είναι **9,70%**. Με την εφαρμογή κατάλληλων αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης βελτιώθηκαν σημαντικά τα αποτελέσματα του προβλήματος, αφού η Αρχική Λύση μήκους 1640,69 είχε απόκλιση 37,33% από τη Δημοσιευμένη Λύση.



Σχήμα 5.26: Δρομολόγηση Οχημάτων R109.

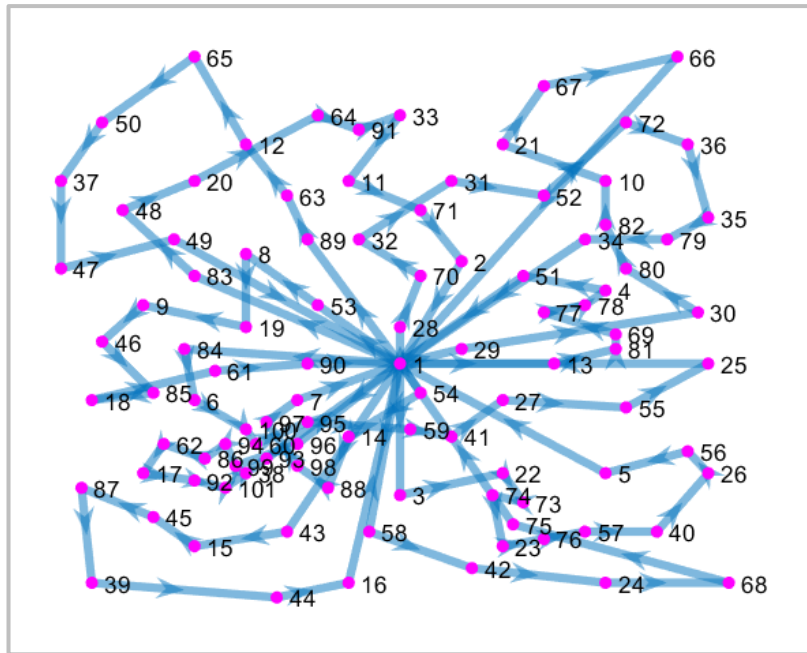
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 14 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	43	16	42	23	54	1						
1	53	8	83	9	19	1						
1	29	77	32	89	11	1						
1	60	100	86	62	17	87	18	61	90	1		
1	74	22	27	55	56	26	1					
1	6	84	46	85	7	95	97	38	101	92	94	1
1	41	3	88	58	59	1						
1	13	30	79	35	80	4	69	25	81	1		
1	73	76	24	68	40	5	57	75	1			
1	96	93	99	45	39	15	44	98	14	1		
1	63	12	65	50	47	49	1					
1	28	70	31	52	10	82	78	51	1			
1	48	37	20	64	91	33	21	71	1			
1	34	72	66	36	67	2	1					

Πίνακας 5.30: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R109.

5.3.3.10 Πρόβλημα R110

Με τη χρήση 12 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1189,55 από την Δημοσιευμένη μήκους 1118,84 είναι **6,32%**. Με λίγα λόγια, η ποιότητα των αποτελεσμάτων θεωρείται πολύ ικανοποιητική. Η Αρχική Λύση μήκους 1441,92 είχε απόκλιση 28,88% από τη Δημοσιευμένη Λύση και με την εφαρμογή αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης παρατηρείται σημαντική βελτίωση.



Σχήμα 5.27: Δρομολόγηση Οχημάτων R110.

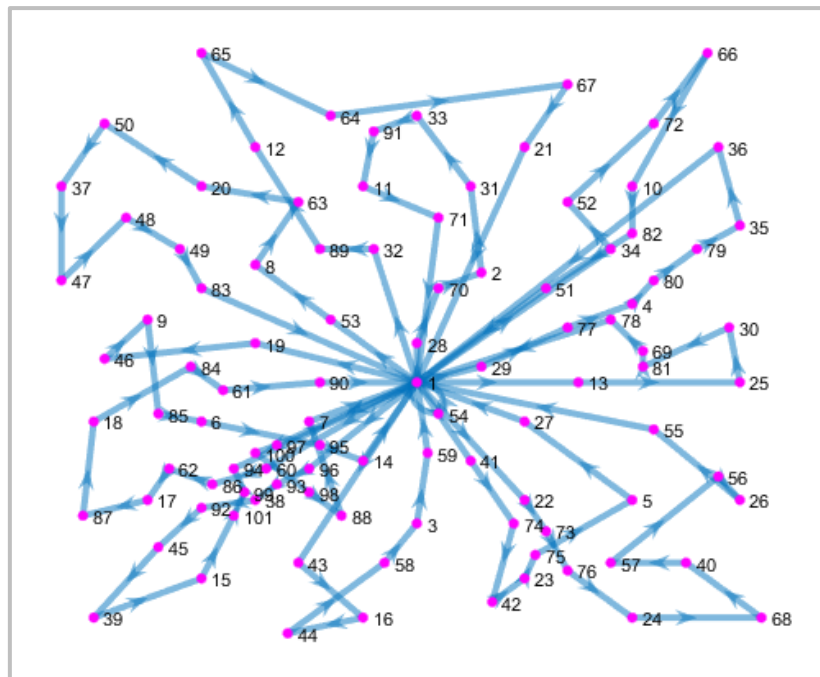
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 12 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	13	81	69	77	78	4	51	1				
1	53	8	19	9	46	85	18	61	90	1		
1	28	70	32	31	52	72	36	35	79	34	1	
1	96	99	94	86	62	17	92	101	38	93	1	
1	3	22	73	74	23	76	57	40	26	56	5	1
1	83	48	20	64	91	33	11	71	2	1		
1	54	14	88	98	97	7	1					
1	89	63	12	65	50	37	47	49	1			
1	29	30	80	82	10	21	67	66	1			
1	43	15	45	87	39	44	16	1				
1	58	42	24	68	75	1						
1	84	6	100	60	95	59	41	27	55	25	1	

Πίνακας 5.31: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R110.

5.3.3.11 Πρόβλημα R111

Στο πρόβλημα R111, με τη χρήση 14 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1178,3 από την Δημοσιευμένη μήκους 1096,72 είναι 7,44%. Η Αρχική Λύση μήκους 1557,8 είχε απόκλιση 42,04% από τη Δημοσιευμένη Λύση. Με την κατάλληλη εφαρμογή αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης παρατηρούμε σημαντική βελτίωση.



Σχήμα 5.28: Δρομολόγηση Οχημάτων R111.

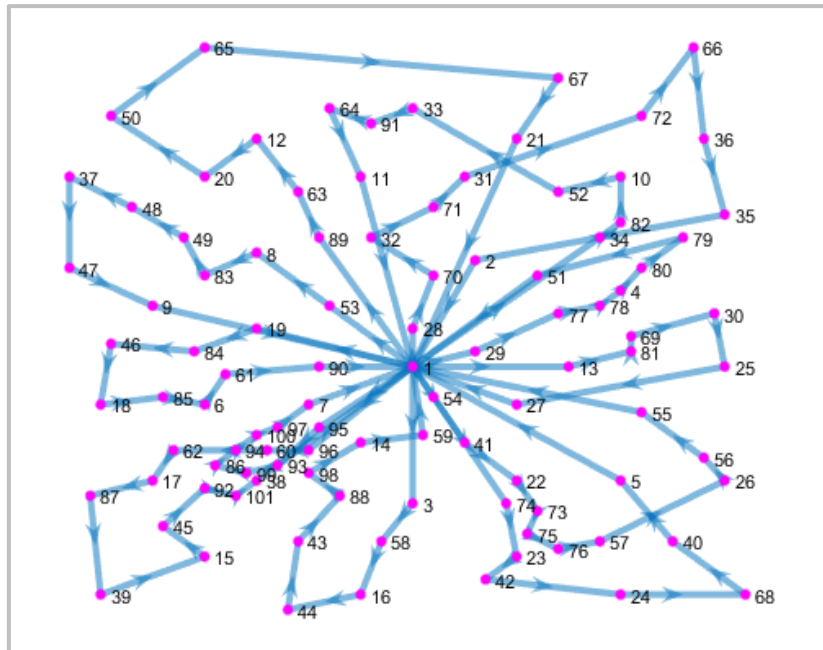
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 14 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	54	1								
1	13	25	30	81	69	78	1			
1	29	77	4	80	79	35	36	1		
1	60	86	62	17	87	18	84	61	90	1
1	97	100	98	88	7	1				
1	41	74	42	23	75	5	27	1		
1	53	8	63	20	50	37	47	48	49	
83	1									
1	28	70	2	31	33	91	11	71	1	
1	43	16	44	58	3	59	1			
1	19	46	9	85	6	95	14	1		
1	22	73	76	24	68	40	57	56	26	
55	1									
1	32	89	12	65	64	67	21	1		
1	34	52	72	66	10	82	51	1		
1	96	93	38	92	45	39	15	101	99	
94	1									

Πίνακας 5.32: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R111.

5.3.3.12 Πρόβλημα R112

Τέλος, με τη χρήση 12 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1079,1 από τη Δημοσιευμένη μήκους 982,14 είναι **9,87%**. Η Αρχική Λύση μήκους 1354,8 είχε απόκλιση 37,94% από τη Δημοσιευμένη Λύση. Επομένως, παρατηρείται ότι με την εφαρμογή κατάλληλων αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης βελτιώθηκαν σημαντικά τα αποτελέσματα του προβλήματος.



Σχήμα 5.29: Δρομολόγηση Οχημάτων R112.

Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 12 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	13	81	69	30	25	27	1		
1	3	58	16	44	43	88	98	14	59 1
1	19	84	46	18	85	6	61	90	1
1	28	70	32	71	31	72	66	36	35
2	1								
1	95	93	99	86	94	100	97	7	1
1	41	22	73	75	76	57	26	56	55 1
1	53	8	83	49	48	37	47	9	1
1	96	60	62	17	87	39	15	45	92
101	38	1							
1	54	74	23	42	24	68	40	5	1
1	29	77	78	4	80	79	51	1	
1	34	82	10	52	33	91	64	11	1
1	89	63	12	20	50	65	67	21	1

Πίνακας 5.33: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R112.

5.3.4 Προβλήματα Υποκατηγορίας R2

Με την εφαρμογή των αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, τα αποτελέσματα των Βελτιωμένων Λύσεων στα 11 προβλήματα υποκατηγορίας **R2** είναι πολύ καλή, αφού η μέση ποσοστιαία απόκλιση των **Βελτιωμένων Λύσεων** από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση είναι **12,26%**.

Και αρχικά στα 11 προβλήματα υποκατηγορίας **R2** η μέση ποσοστιαία απόκλιση των **Αρχικών Λύσεων** από την καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση ήταν **43,10%**.

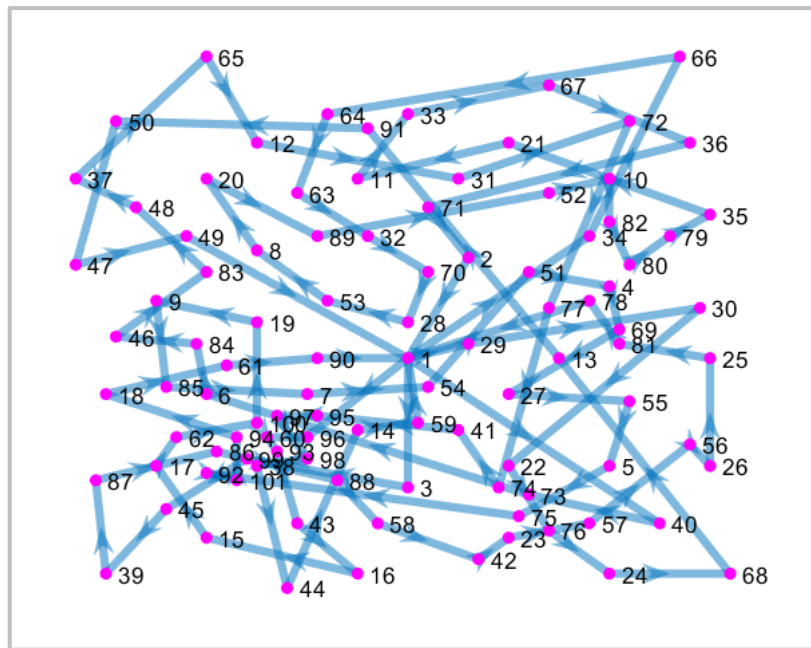
Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα των 11 προβλημάτων υποκατηγορίας R2:

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
R2	Τροποποιη- μένος Αλγόριθμος Πλησιέστερ ου Γείτονα	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη Λύση (%)	Τοπική Αναζή- τηση	Βελτίωση Οχημ.	Βελτίωση από Τοπική Αναζή- τηση	Καλύτερη Δημοσιευ- μένη Λύση	Οχήμ	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη
201	1953,94	56,02%	1447,82	5→5	25,90%	1252,37	4	15,61%
202	1746,55	46,56%	1318,08	4→4	24,53%	1191,7	3	10,61%
203	1257,15	33,81%	1037,62	4→4	17,46%	939,5	3	10,44%
204	1025,83	24,27%	877,082	3→3	14,50%	825,52	2	6,25%
205	1389,81	39,76%	1133,56	3→3	18,44%	994,43	3	13,99%
206	1412,57	55,89%	1086,36	3→3	23,09%	906,14	3	19,89%
207	1342,74	50,77%	887,96	4→4	33,87%	890,61	2	-0,30%
208	1062,33	46,16%	868,092	4→3	18,28%	726,82	2	19,44%
209	1278,05	40,58%	1074,21	3→3	15,95%	909,16	3	18,55%
210	1341,33	42,79%	1011,02	4→4	24,63%	939,37	3	7,63%
211	1213,29	36,99%	998,84	3→3	17,68%	885,71	2	12,77%

Πίνακας 5.34: Σύγκριση αποτελεσμάτων των προβλημάτων υποκατηγορίας R2 με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.

5.3.4.1 Πρόβλημα R201

Αρχικά στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση πέντε οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1447,82 από την Δημοσιευμένη μήκους 1252,37 είναι **15,61%**. Υπήρξε αρκετά σημαντική βελτίωση στη λύση του προβλήματος, αφού η Αρχική Λύση ήταν μήκους 1953,94, δηλαδή απόκλισης 56,02% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.30: Δρομολόγηση Οχημάτων R201.

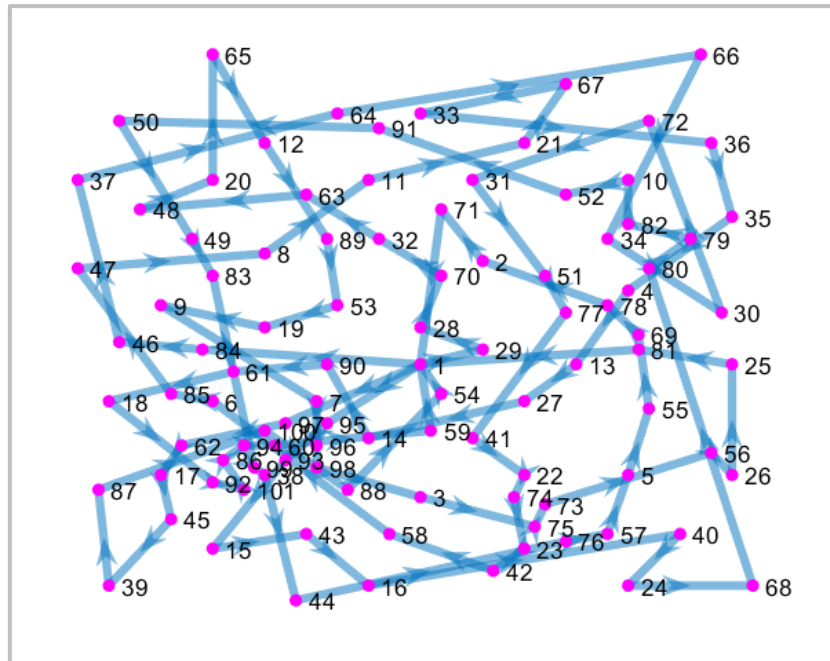
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος R201, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 5 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	96	60	93	43	16	15	17	62	100
19	9	85	7	54	51	4	69	27	55
5	75	92	101	94	18	61	90	1	
1	34	66	64	63	32	70	28	53	8
20	89	52	10	82	80	79	35	21	11
33	67	36	71	2	1				
1	40	73	6	84	46	83	48	37	65
12	31	72	77	74	41	95	97	98	38
44	14	59	1						
1	3	99	45	39	87	86	88	58	42
23	57	56	26	25	81	78	1		
1	29	30	22	76	24	68	13	91	50
47	49	1							

Πίνακας 5.35: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R201.

5.3.4.2 Πρόβλημα R202

Στο πρόβλημα R202, με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1318,08 από την Δημοσιευμένη μήκους 1191,7 είναι **10,61%**. Με την εφαρμογή κατάλληλων αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης βελτιώθηκαν σημαντικά τα αποτελέσματα του προβλήματος. Η αρχική λύση μήκους 1746,55 είχε απόκλιση 46,56% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.31: Δρομολόγηση Οχημάτων R202.

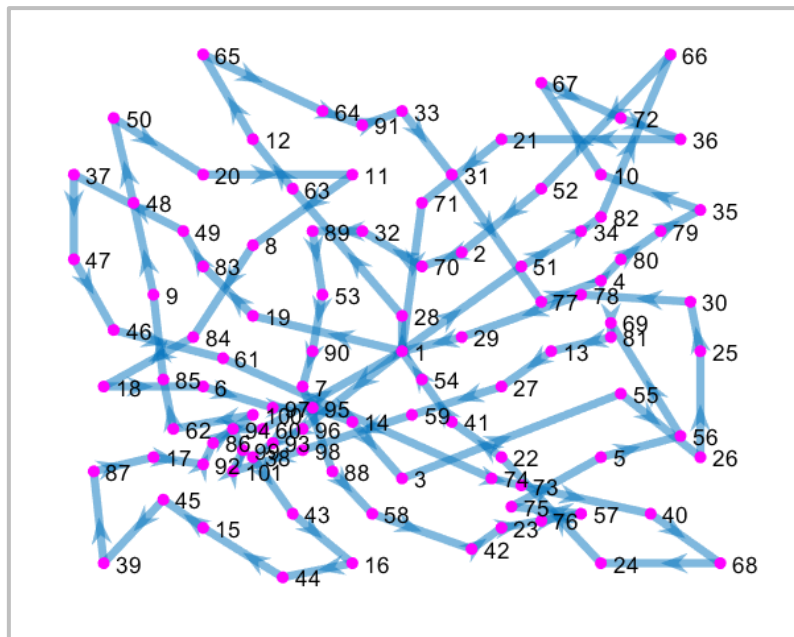
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος R202, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	29	28	70	32	63	48	20	65	12
89	53	19	9	7	96	98	3	75	73
56	26	25	81	1					
1	84	46	37	64	66	34	30	72	31
51	77	41	22	74	23	42	58	6	85
47	8	11	21	67	33	36	35	4	13
27	14	90	61	18	92	101	86	94	60
59	1								
1	97	62	17	45	39	87	100	88	54
1	95	93	15	43	16	40	24	68	80
79	82	10	52	91	50	49	83	99	38
44	76	57	5	55	69	78	2	71	1

Πίνακας 5.36: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R202.

5.3.4.3 Πρόβλημα R203

Με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1037,62 από την Δημοσιευμένη μήκους 939,57 είναι **10,44%**. Η αρχική λύση μήκους 1257,15 είχε απόκλιση 33,81% από τη Δημοσιευμένη Λύση. Λόγω κατάλληλου συνδιασμού αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης υπήρξε σημαντική βελτίωση στη ποιότητα των αποτελεσμάτων του προβλήματος.



Σχήμα 5.32: Δρομολόγηση Οχημάτων R203.

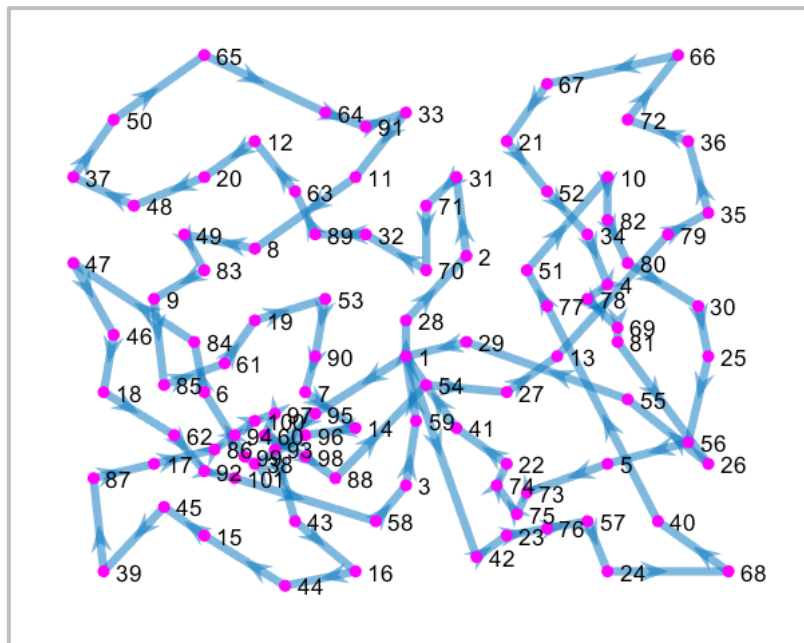
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	51	34	82	66	52	2	70	32	89
53	90	7	88	58	42	23	76	57	75
5	56	69	81	13	27	59	98	101	99
94	60	1							
1	96	93	38	43	16	44	15	45	39
87	17	92	86	100	62	85	9	48	50
20	11	8	84	18	6	97	95	14	3
55	26	25	30	78	29	1			
1	28	63	12	65	64	91	33	31	77
4	80	79	35	10	67	72	36	21	71 1
1	19	83	49	37	47	46	61	74	73
40	68	24	22	41	54	1			

Πίνακας 5.37: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R203.

5.3.4.4 Πρόβλημα R204

Έπειτα, στο πρόβλημα αυτό με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 877,08 από την Δημοσιευμένη μήκους 825,52 είναι **6,25%**. Με λίγα λόγια, η ποιότητα των αποτελεσμάτων του προβλήματος αυτού θεωρείται πάρα πολύ ικανοποιητική. Αυτό οφείλεται στην Αρχική Λύση μήκους 1025,83, η οποία ήταν ήδη καλή με απόκλιση 24,27% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.33: Δρομολόγηση Οχημάτων R204.

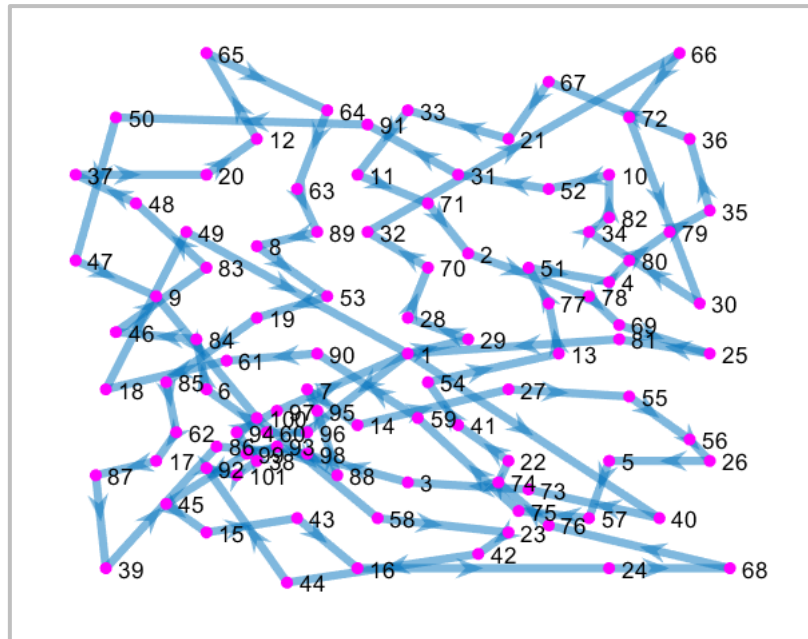
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	28	2	31	71	70	32	89	63	12
20	48	37	50	65	64	91	33	11	8
49	83	9	85	61	19	53	90	7	14
96	38	99	6	84	47	46	18	62	92
101	58	3	59	1					
1	95	93	43	16	44	15	45	39	87
17	86	94	100	97	60	98	88	54	27
13	79	35	36	72	66	67	21	52	34
4	78	69	81	26	55	29	1		
1	42	23	76	57	24	68	40	77	51
10	82	80	30	25	56	5	73	75	74
22	41	1							

Πίνακας 5.38: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R204.

5.3.4.5 Πρόβλημα R205

Στο πρόβλημα R205, με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1133,56 από τη Δημοσιευμένη Λύση μήκους 994,43 είναι **13,99%**. Η Αρχική Λύση είναι μήκους 1389,81 και απόκλισης 39,76% από τη Δημοσιευμένη. Επομένως, υπήρξε σημαντική βελτίωση στην ποιότητα των αποτελεσμάτων.



Σχήμα 5.34: Δρομολόγηση Οχημάτων R205.

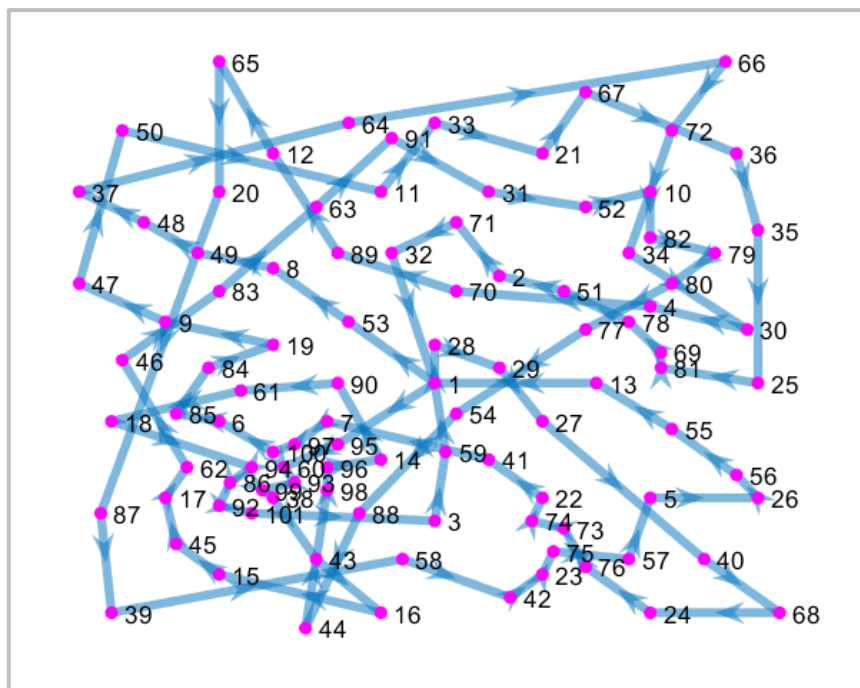
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	96	60	6	84	46	83	48	37	20
12	65	64	63	89	8	53	19	85	62
17	87	39	86	98	88	95	7	14	27
55	56	26	5	57	75	59	90	61	18
49	1								
1	40	73	3	93	99	45	15	43	16
24	68	76	74	22	41	54	13	77	51
4	80	79	35	36	67	21	33	11	71
2	78	69	25	81	1				
1	29	28	70	32	66	72	30	34	82
10	52	31	91	50	47	9	100	58	23
42	44	92	101	38	94	97	1		

Πίνακας 5.39: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R205.

5.3.4.6 Πρόβλημα R206

Στη συνέχεια στο πρόβλημα R206, με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1086,36 από την Δημοσιευμένη μήκους 906,14 είναι **19,89%**. Με τη χρήση αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης υπήρξε σημαντική βελτίωση αφού η Αρχική Λύση είναι μήκους 1412,57, δηλαδή απόκλισης 55,89% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.35: Δρομολόγηση Οχημάτων R206.

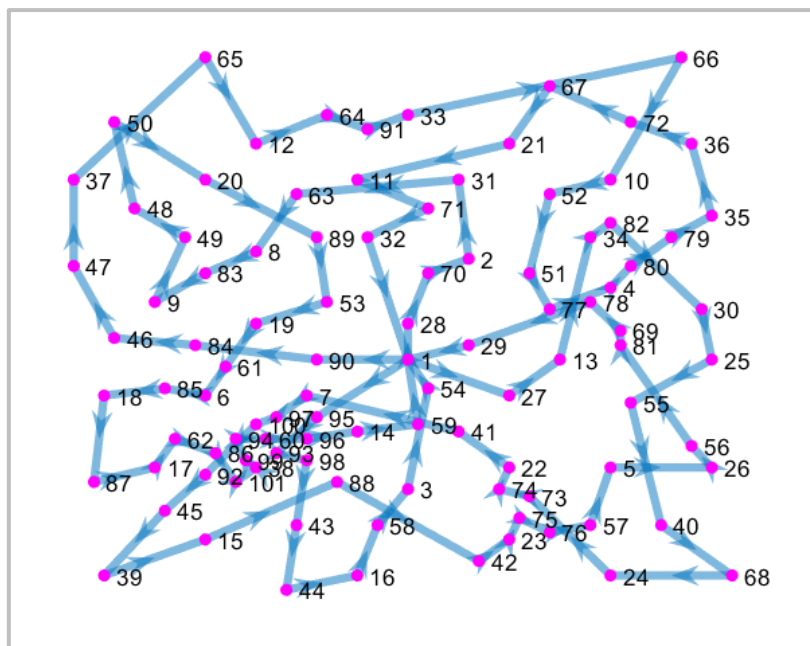
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	28	29	27	40	68	24	76	73	74
22	41	7	97	100	6	85	84	19	9
47	50	11	33	21	67	36	35	25	81
69	78	51	2	71	32	1			
1	95	60	93	99	38	43	16	15	45
17	62	46	83	63	91	31	52	10	82
79	80	77	54	88	44	98	96	14	90
61	18	94	86	92	101	3	59	1	
1	53	8	49	48	37	64	66	72	34
30	4	70	89	12	65	20	87	39	58
42	23	75	57	5	26	56	55	13	1

Πίνακας 5.40: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R206.

5.3.4.7 Πρόβλημα R207

Στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 887,96 από την Δημοσιευμένη Λύση μήκους 890,61 είναι **-0,30%**. Η αρχική λύση μήκους 1342,74 είχε απόκλιση 50,77% από τη Δημοσιευμένη Λύση. Έτσι προκύπτει το συμπέρασμα ότι, υπήρξε πολύ σημαντική βελτίωση στη λύση με την εφαρμογή των αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης.



Σχήμα 5.36: Δρομολόγηση Οχημάτων R207.

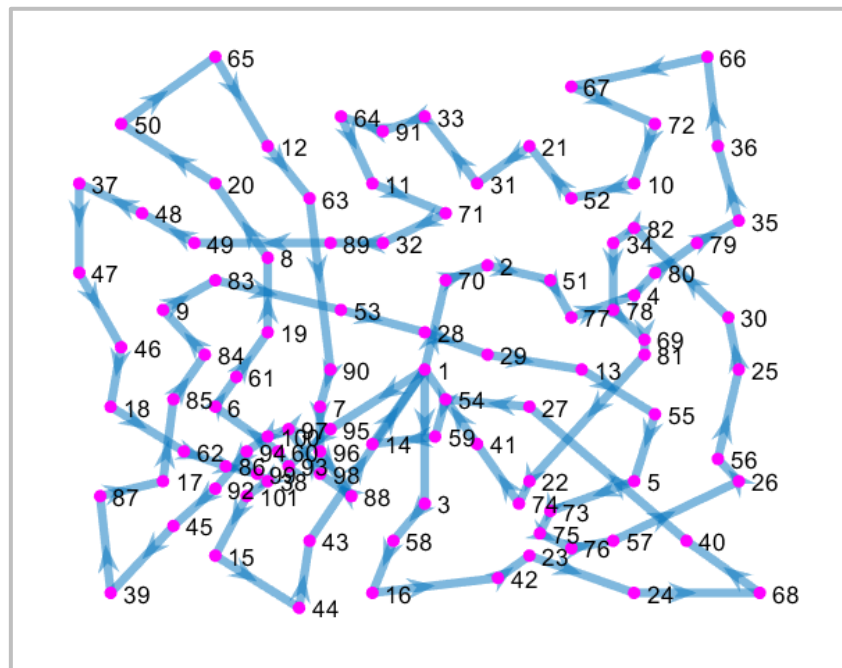
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος R207, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	28	70	2	31	63	8	83	9	49
48	50	20	89	53	19	61	6	85	18
87	17	62	86	101	38	99	94	60	96
14	59	1							
1	27	13	34	82	30	25	55	40	68
24	73	74	22	41	7	97	100	92	45
39	15	88	42	23	75	76	57	5	26
56	81	69	78	29	1				
1	90	84	46	47	37	65	12	64	91
33	66	10	52	51	77	4	80	79	35
36	72	67	21	11	71	32	1		
1	95	93	98	43	44	16	58	3	54 1

Πίνακας 5.41: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R207.

5.3.4.8 Πρόβλημα R208

Με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 868,09 από την Δημοσιευμένη μήκους 726,82 είναι **19,44%**. Παρατηρούμε ότι υπήρξε σημαντική βελτίωση αφού η Αρχική Λύση είναι μήκους 1062,33, δηλαδή απόκλισης 46,16% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.37: Δρομολόγηση Οχημάτων R208.

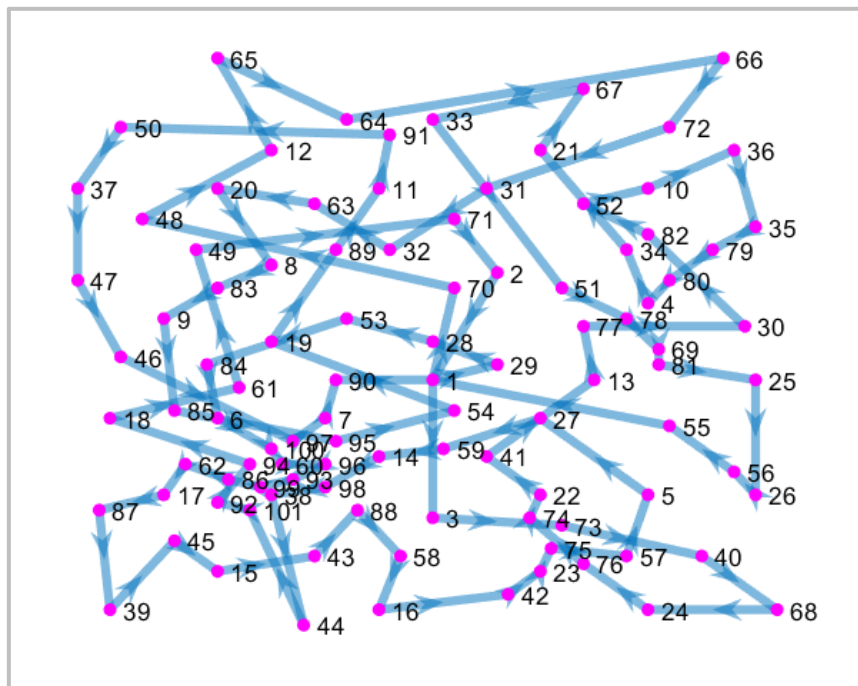
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος R208, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα:

1	70	2	51	77	4	80	79	35	36
66	67	72	10	52	21	31	33	91	64
11	71	32	89	49	48	37	47	46	18
62	86	99	38	101	15	44	43	1	
1	95	93	60	6	61	19	8	20	50
65	12	63	90	7	96	88	98	97	100
94	92	45	39	87	17	85	84	9	83
53	28	29	13	55	5	73	75	76	57
26	56	25	30	82	34	78	69	81	22
74	41	1							
1	3	58	16	42	23	24	68	40	27
54	59	14	1						

Πίνακας 5.42: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R208.

5.3.4.9 Πρόβλημα R209

Επίσης, στο πρόβλημα R209 με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους *1074,21* από την Δημοσιευμένη μήκους *909,16* είναι **18,55%**. Παρατηρούμε ότι σχεδόν υποδιπλασιάζεται η τελική λύση, αφού η Αρχική Λύση έχει μήκος *1278,05*, δηλαδή απόκλισης 40,58% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.38: Δρομολόγηση Οχημάτων R209.

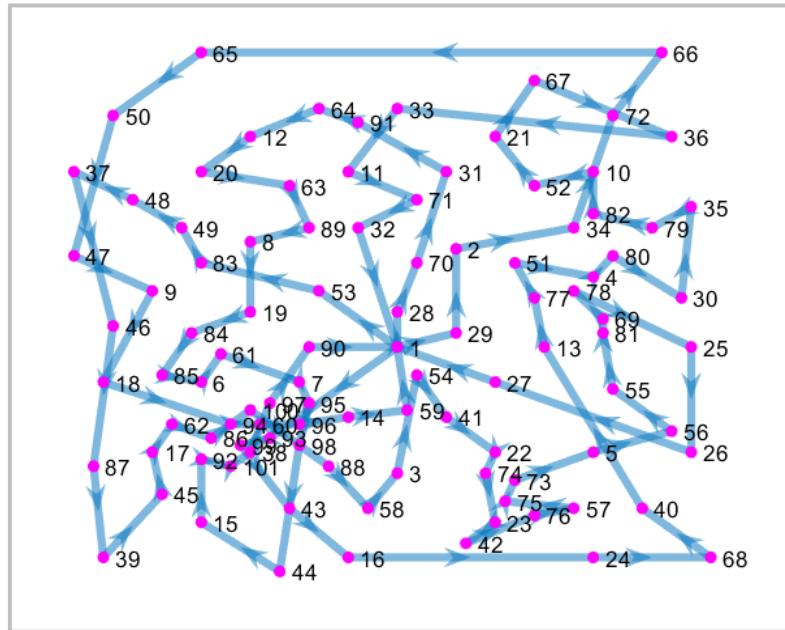
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος R209, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα:

1	29	28	53	84	6	100	60	96	93
99	86	62	17	87	39	45	15	43	88
58	16	42	23	75	57	5	27	59	14
98	38	44	101	92	94	18	61	49	71
2	1								
1	3	73	40	68	24	76	74	22	41
13	77	30	82	52	10	36	35	79	80
4	34	21	67	33	51	78	69	81	25
26	56	55	1						
1	70	48	12	65	64	66	72	31	32
63	20	8	83	9	85	95	54	19	89
11	91	50	37	47	46	97	7	90	1

Πίνακας 5.43: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R209.

5.3.4.10 Πρόβλημα R210

Στο πρόβλημα αυτό, με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1011,02 από την Δημοσιευμένη μήκους 939,37 είναι 7,63%. Η αρχική λύση μήκους 1341,33 είχε απόκλιση 42,79% από τη Δημοσιευμένη Βέλτιστη. Έτσι προκύπτει το συμπέρασμα ότι υπήρξε πολύ σημαντική βελτίωση με την εφαρμογή των αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης και τα αποτελέσματα του προβλήματος αυτού θεωρούνται πολύ καλά.



Σχήμα 5.39: Δρομολόγηση Οχημάτων R210.

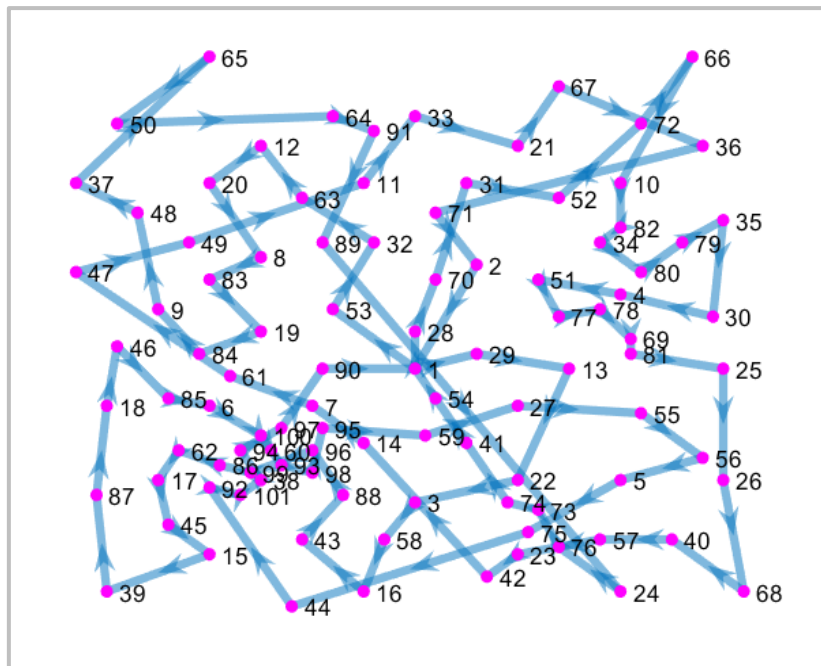
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	28	70	31	91	64	12	20	63	89
8	19	84	85	6	61	7	95	98	44
15	92	101	38	97	90	1			
1	53	83	49	48	37	46	87	39	45
17	62	86	100	88	58	3	54	41	22
74	23	42	76	57	75	73	5	56	55
81	69	78	25	26	27	1			
1	93	99	43	16	24	68	40	13	77
51	4	80	30	35	79	82	10	52	21
67	36	33	11	71	32	1			
1	29	2	34	72	66	65	50	47	9
18	94	60	96	14	59	1			

Πίνακας 5.44: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R210.

5.3.4.11 Πρόβλημα R211

Τέλος, στο πρόβλημα R211, με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 998,84 από την Δημοσιευμένη μήκους 885,71 είναι **12,77%**. Παρατηρούμε ότι η ποιότητα των αποτελεσμάτων του προβλήματος θεωρείται αρκετά ικανοποιητική. Αυτό οφείλεται στην Αρχική Λύση μήκους 1213,29, ήταν ήδη καλή με απόκλιση 36,99% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.40: Δρομολόγηση Οχημάτων R211.

Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	29	13	22	3	58	16	43	88	96
99	86	62	17	45	15	39	87	18	46
85	6	100	60	93	98	95	59	27	55
56	5	75	44	92	101	38	94	97	90
1	28	70	31	52	72	66	10	82	34
80	79	35	30	4	51	77	78	69	81
25	26	68	40	57	23	42	14	7	61
47	49	11	33	21	67	36	71	2	1
1	53	32	63	12	20	8	83	19	84
9	48	37	65	50	64	91	89	24	76
73	74	41	54	1					

Πίνακας 5.45: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος R211.

■ Ανάλυση των αποτελεσμάτων της κατηγορίας RC

Όπως έχουμε προαναφέρει, τα προβλήματα κατηγορίας RC είναι προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων, που οι πελάτες βρίσκονται κατανεμημένοι μερικώς σε ομάδες και μερικώς τυχαία στο χώρο. Υπάρχουν δύο υποκατηγορίες, η RC1 και η RC2, όπου η πρώτη υποκατηγορία περιέχει 8 προβλήματα και η δεύτερη 8 προβλήματα. Τα αποτελέσματα των προβλημάτων αυτών της κάθε υποκατηγορίας θα τα δούμε αναλυτικά παρακάτω.

5.3.5 Προβλήματα Υποκατηγορίας RC1

Η ποιότητα των αποτελεσμάτων των αρχικών λύσεων στα 8 προβλήματα υποκατηγορίας RC1 είναι πολύ καλή, αφού η μέση ποσοστιαία απόκλιση των *Αρχικών Λύσεων* από την Δημοσιευμένη Λύση είναι 29,16%.

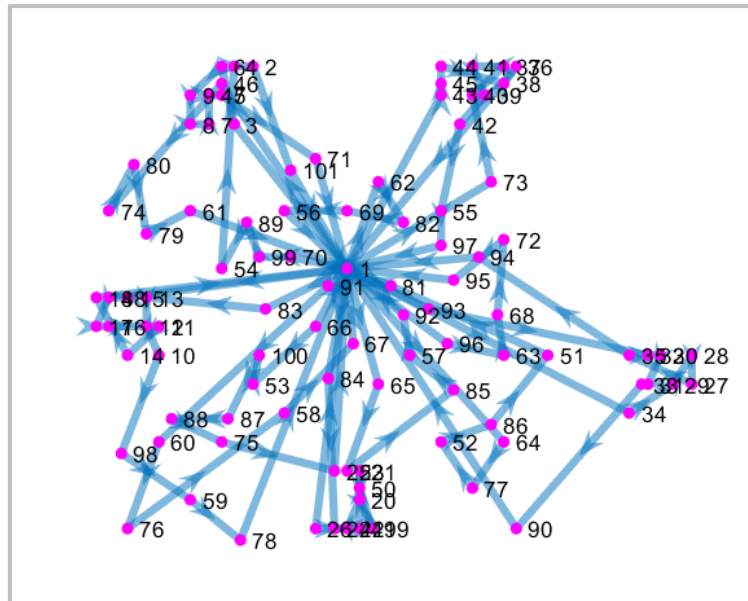
Στη συνέχεια, με την εφαρμογή των αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, στα αποτελέσματα των Βελτιωμένων Λύσεων των 8 προβλημάτων υποκατηγορίας RC1, η μέση ποσοστιαία απόκλιση των *Βελτιωμένων Λύσεων* από την Καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση είναι 9,38%.

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
RC1	Τροποποιη- μένος Αλγόριθμος Πλησιέστε- ρου Γείτονα	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη Λύση (%)	Τοπική Αναζή- τηση	Βελτίωση Οχημ.	Βελτίωση από Τοπική Αναζή- τηση	Καλύτερη Δημοσιευ- μένη Λύση	Οχήμ	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη
101	1958,71	15,43%	1765,85	17→17	9,85%	1696,95	14	4,06%
102	1908,25	22,74%	1625,82	15→15	14,80%	1554,75	12	4,57%
103	1787,44	41,67%	1565,26	14→13	12,43%	1261,67	11	24,06%
104	1544,96	36,06%	1281,82	12→12	17,03%	1135,48	10	12,89%
105	2050,95	25,87%	1619,41	18→16	21,04%	1629,44	13	-0,62%
106	1816,27	27,48%	1522,06	14→14	16,20%	1424,73	11	6,83%
107	1545,75	25,62%	1357,69	13→13	12,17%	1230,48	11	10,34%
108	1578,08	38,45%	1287,06	12→12	18,44%	1139,82	10	12,92%

Πίνακας 5.46: Σύγκριση αποτελεσμάτων των προβλημάτων υποκατηγορίας RC1 με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.

5.3.5.1 Πρόβλημα RC101

Αρχικά στο πρόβλημα RC101, με τη χρήση 17 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1765,85 από την Δημοσιευμένη μήκους 1696,95 είναι **4,06%**. Η ποιότητα των αποτελεσμάτων θεωρείται πάρα πολύ ικανοποιητική. Αυτό οφείλεται στην Αρχική Λύση μήκους 1958,71, η οποία ήταν ήδη πολύ καλή με απόκλιση 15,43% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.41: Δρομολόγηση Οχημάτων RC101.

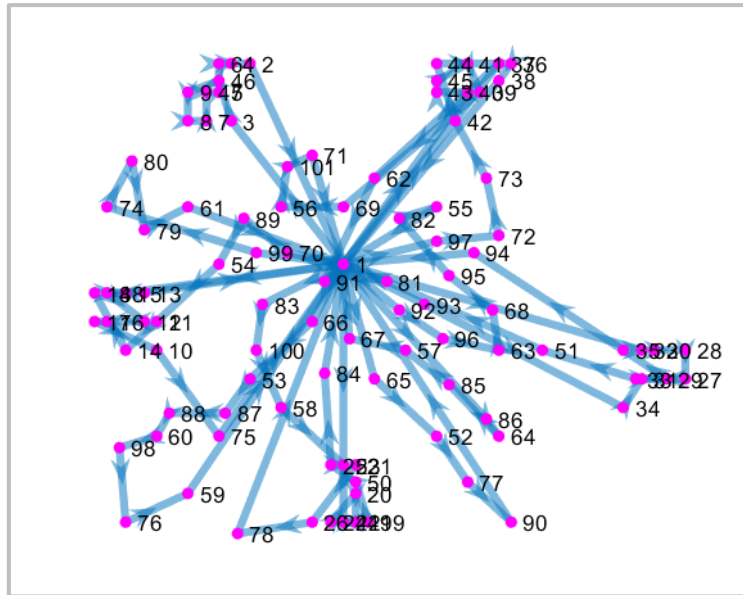
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 17 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	66	53	100	87	88	75	25	1	
1	96	63	68	72	95	1			
1	43	45	44	38	36	1			
1	3	6	9	8	7	47	5	71	1
1	15	48	17	16	11	14	18	1	
1	73	40	37	41	39	42	55	97	1
1	46	74	80	79	61	1			
1	64	77	52	86	51	81	1		
1	60	76	58	67	1				
1	84	24	22	20	19	50	21	49	26
1	93	32	30	31	33	90	1		
1	34	29	28	27	35	94	1		
1	91	1							
1	70	99	89	54	4	2	101	1	
1	83	13	12	10	98	59	78	1	
1	62	82	69	56	1				
1	65	23	85	57	92	1			

Πίνακας 5.47: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC101.

5.3.5.2 Πρόβλημα RC102

Βελτιώνοντας την αρχική λύση και με τη χρήση 15 οχημάτων, η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1625,82 από την Δημοσιευμένη μήκους 1554,75 είναι **4,57%**. Με λίγα λόγια η ποιότητα των αποτελεσμάτων θεωρείται πάρα πολύ ικανοποιητική. Ο λόγος είναι ο κατάλληλος συνδυασμός εφαρμογής αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης, αλλά και η Αρχική Λύση μήκους 1908,25, η οποία ήταν αρκετά καλή με απόκλιση 22,74% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.42: Δρομολόγηση Οχημάτων RC102.

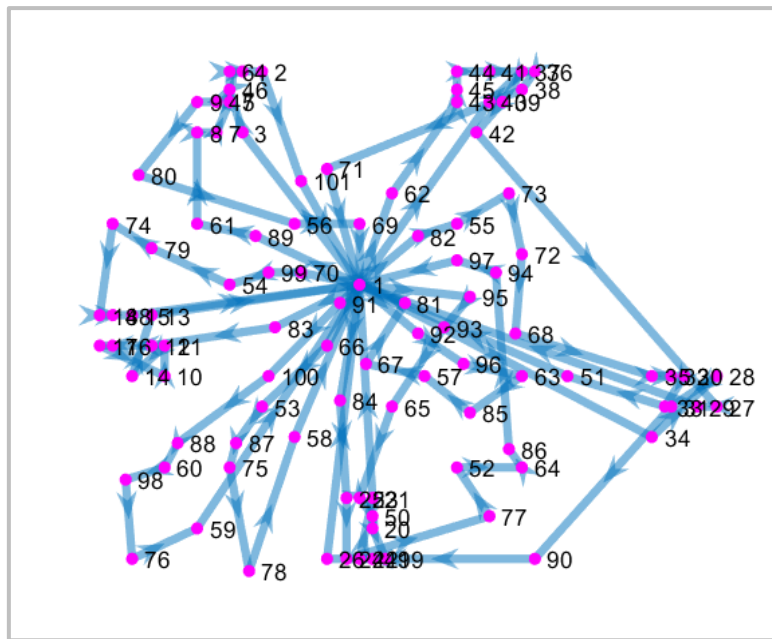
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 15 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	70	89	54	11	14	18	13	1			
1	92	96	63	68	95	82	55	1			
1	65	52	77	90	1						
1	66	53	87	88	60	98	76	59	1		
1	97	72	73	42	44	36	38	1			
1	40	43	45	41	39	69	56	101	71	1	
1	15	48	12	16	17	10	75	1			
1	3	46	9	8	7	47	5	6	4	2	1
1	86	64	85	57	67	1					
1	99	74	80	79	61	1					
1	37	62	91	1							
1	22	24	20	49	19	50	25	84	1		
1	93	34	31	29	35	94	1				
1	32	30	28	27	33	51	81	1			
1	83	100	58	23	21	26	78	1			

Πίνακας 5.48: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC102.

5.3.5.3 Πρόβλημα RC103

Επίσης, στο πρόβλημα RC103 με τη χρήση δεκατριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1565,26 από την Δημοσιευμένη μήκους 1261,67 είναι **24,06%**. Παρατηρούμε ότι σχεδόν υποδιπλασιάζεται η τελική λύση, αφού η Αρχική Λύση έχει μήκος 1787,44, δηλαδή απόκλισης 41,67% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.43: Δρομολόγηση Οχημάτων RC103.

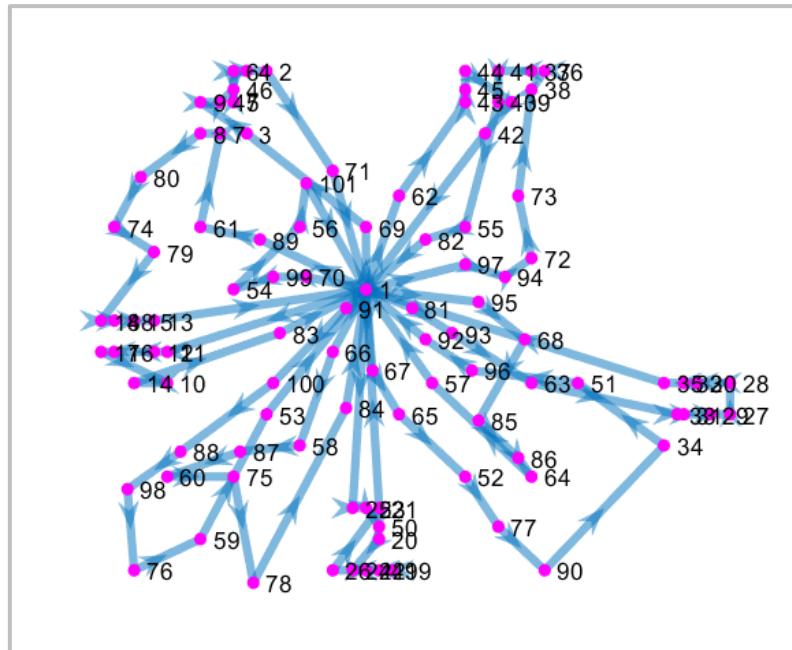
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 13 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	66	53	87	75	78	58	1					
1	70	99	54	79	74	18	48	15	1			
1	82	55	73	72	68	35	32	30	33	51	1	
1	92	96	63	85	57	67	81	1				
1	62	43	45	44	41	36	38	71	1			
1	83	12	16	17	10	11	14	13	1			
1	95	93	65	23	50	20	19	49	22	21	1	
1	89	61	8	7	5	6	4	2	101	1		
1	3	46	47	9	80	56	69	1				
1	84	25	24	77	52	64	86	94	97	1		
1	91	100	88	60	98	76	59	1				
1	40	37	39	42	27	29	1					
1	34	28	31	90	26	1						

Πίνακας 5.49: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC103.

5.3.5.4 Πρόβλημα RC104

Με τη χρήση 12 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1281,82 από την Δημοσιευμένη μήκους 1135,48 είναι **12,89%**. Η Αρχική Λύση μήκους 1544,96 είχε απόκλιση 36,06% από τη Δημοσιευμένη Βέλτιστη. Παρατηρούμε δηλαδή ότι υπήρξε σημαντική βελτίωση στην λύση και επίσης τα αποτελέσματα του προβλήματος αυτού θεωρούνται ικα-νοποιητικά.



Σχήμα 5.44: Δρομολόγηση Οχημάτων RC104.

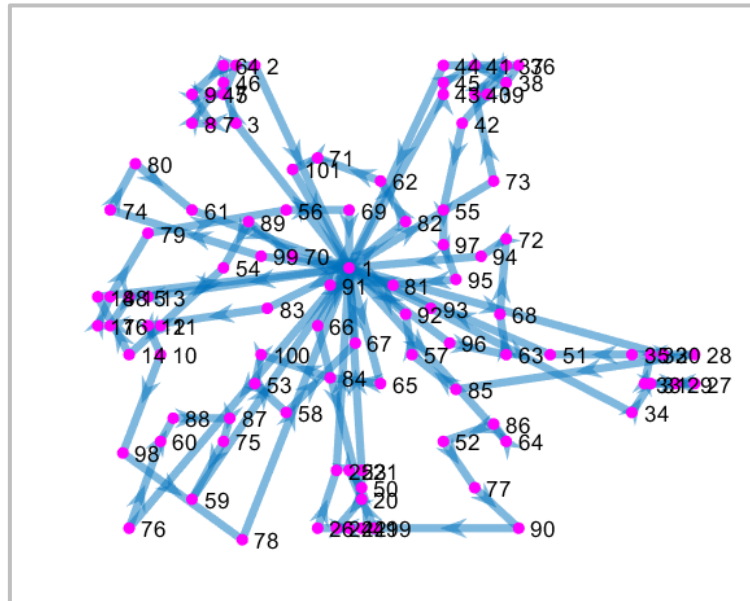
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 12 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	70	99	54	56	101	1						
1	66	58	87	60	75	78	84	1				
1	95	68	85	86	64	57	1					
1	81	93	63	33	31	29	27	28	30	32	35	1
1	97	94	72	73	38	36	37	41	40	55	82	1
1	89	61	7	8	80	74	79	18	48	15	13	1
1	25	23	50	20	24	19	49	22	26	21	1	
1	11	12	16	17	10	14	83	1				
1	69	3	9	47	46	5	6	4	2	71	1	
1	67	65	52	77	90	34	51	96	92	1		
1	62	43	45	44	39	42	1					
1	91	100	88	98	76	59	53	1				

Πίνακας 5.50: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC104.

5.3.5.5 Πρόβλημα RC105

Ακολουθώντας, στο πρόβλημα αυτό με τη χρήση 16 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους $1619,41$ από την Δημοσιευμένη μήκους $1629,44$ είναι της τάξης του $-0,62\%$. Η αρχική λύση μήκους $2050,95$ είχε απόκλιση $25,87\%$ από τη Δημοσιευμένη. Παρατηρούμε δηλαδή, ότι υπήρξε πολύ σημαντική βελτίωση στην λύση και ο λόγος είναι ο κατάλληλος συνδυασμός εφαρμογής αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης.



Σχήμα 5.45: Δρομολόγηση Οχημάτων RC105.

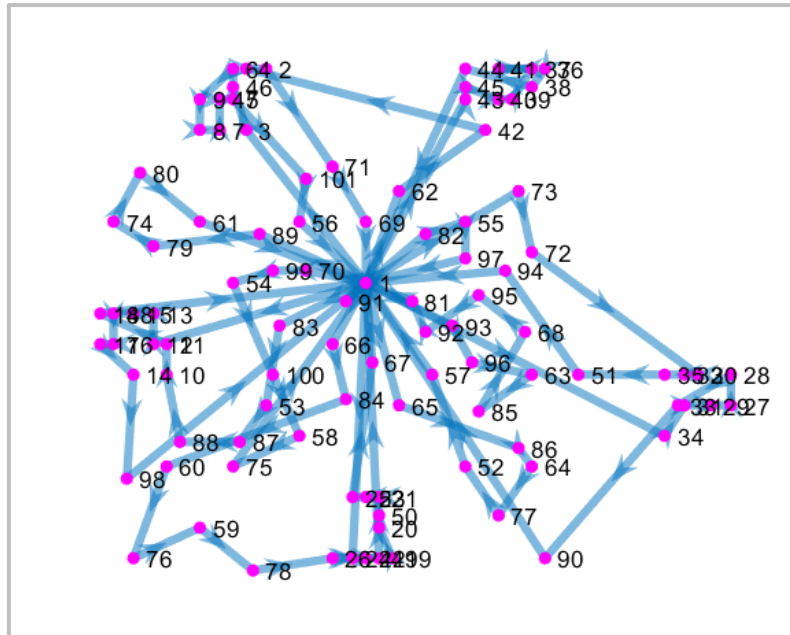
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση των 16 οχημάτων (ανάθεση πελατών):

1	70	89	54	11	14	18	1				
1	65	84	100	53	58	67	1				
1	82	62	71	101	1						
1	3	46	6	9	7	8	47	5	4	2	1
1	13	15	16	17	48	79	56	69	1		
1	73	40	37	39	42	55	97	95	81	1	
1	64	86	52	77	90	49	22	26	25	1	
1	76	60	88	87	75	59	1				
1	66	20	24	19	23	50	21	1			
1	93	34	31	29	27	33	32	35	51	1	
1	30	28	85	57	92	1					
1	91	1									
1	96	63	68	72	94	1					
1	83	12	10	98	78	1					
1	43	45	41	38	36	44	1				
1	99	74	80	61	1						

Πίνακας 5.51: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC105.

5.3.5.6 Πρόβλημα RC106

Στο πρόβλημα RC106, με τη χρήση 14 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1522,06 από την Δημοσιευμένη μήκους 1424,73 είναι 6,83%. Ενώ η Αρχική Λύση μήκους 1816,27 ήταν αρκετά καλή με απόκλιση 27,48% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.46: Δρομολόγηση Οχημάτων RC106.

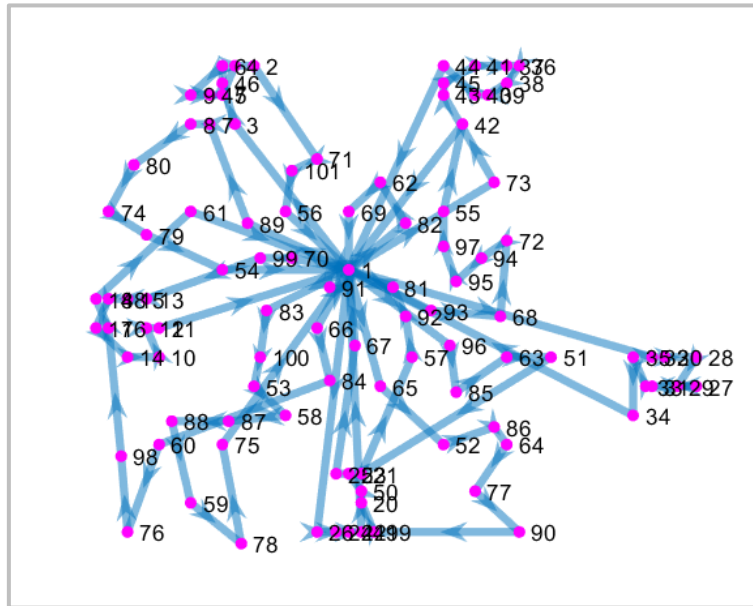
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 14 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	91	82	55	97	1						
1	93	96	63	85	68	95	92	81	1		
1	89	79	74	80	61	1					
1	83	53	87	88	10	11	18	1			
1	43	45	40	39	37	41	36	38	44	1	
1	65	86	64	77	52	57	1				
1	62	42	4	2	71	69	1				
1	3	46	6	9	8	7	47	5	101	56	1
1	12	13	15	48	16	17	14	98	1		
1	66	84	60	76	59	78	26	49	1		
1	73	72	30	32	35	51	94	1			
1	24	22	19	20	50	21	23	25	67	1	
1	34	31	29	27	28	33	90	1			
1	70	99	54	100	58	75	1				

Πίνακας 5.52: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC106.

5.3.5.7 Πρόβλημα RC107

Με τη χρήση δεκατριών οχημάτων για το πρόβλημα RC107 η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1357,69 από την Δημοσιευμένη μήκους 1230,48 είναι **10,34%**. Η Αρχική Λύση μήκους 1545,75 είχε απόκλιση 25,62% από τη Δημοσιευμένη. Τα αποτελέσματα του προβλήματος αυτού είναι αρκετά ικανοποιητικά και ο λόγος είναι ο κατάλληλος συνδυασμός εφαρμογής αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης.



Σχήμα 5.47: Δρομολόγηση Οχημάτων RC107.

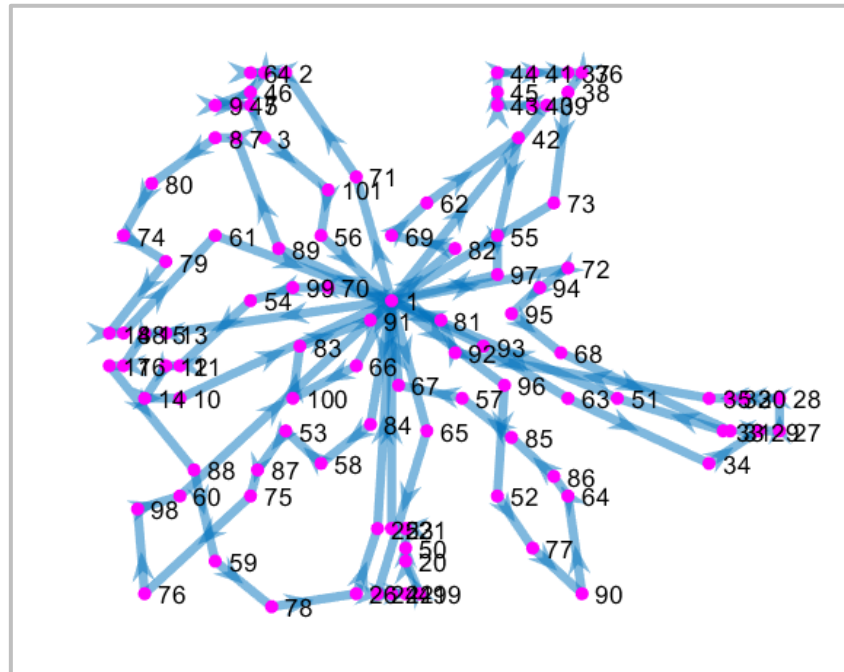
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος RC107, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 13 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	83	100	53	58	87	88	59	78	75	1		
1	65	52	86	64	77	90	49	1				
1	3	46	6	9	47	5	4	2	71	101	56	1
1	93	68	72	94	95	97	55	42	1			
1	82	62	69	1								
1	70	99	13	15	48	17	14	10	12	11	1	
1	73	43	45	41	37	36	38	39	40	44	1	
1	89	7	8	80	74	79	54	1				
1	26	24	22	19	20	50	23	25	67	1		
1	66	84	60	76	98	16	18	61	1			
1	32	30	28	29	27	31	33	35	34	1		
1	96	85	63	51	21	57	92	81	1			
1	91	1										

Πίνακας 5.53: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC107.

5.3.5.8 Πρόβλημα RC108

Τέλος στο πρόβλημα RC108, με τη χρήση 12 οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1287,06 από τη καλύτερη Δημοσιευμένη μήκους 1139,82 είναι **12,92%**. Η Αρχική Λύση μήκους 1578,08 είχε απόκλιση 38,45% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.48: Δρομολόγηση Οχημάτων RC108.

Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος RC108, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε οχήματα:

1	70	99	54	11	12	14	10	1					
1	82	69	62	42	55	97	1						
1	72	94	95	68	31	33	51	1					
1	84	58	53	87	75	76	98	60	1				
1	71	2	6	4	46	9	47	5	3	101	56	1	
1	39	40	43	45	44	41	37	36	38	73	1		
1	89	7	8	80	74	79	18	48	61	1			
1	13	15	16	17	88	59	78	26	25	1			
1	65	24	22	49	19	20	50	21	23	1			
1	96	52	77	90	64	86	85	57	67	1			
1	93	63	34	29	27	28	30	32	35	92	81	1	
1	66	100	83	91	1								

Πίνακας 5.54: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC108.

5.3.6 Προβλήματα Υποκατηγορίας RC2

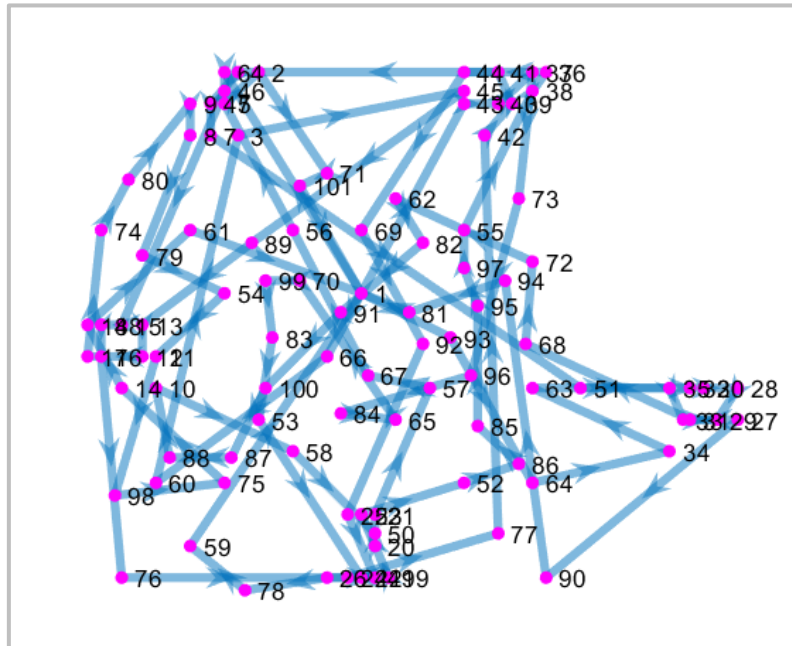
Στα 8 προβλήματα υποκατηγορίας RC2 η μέση συνολική ποσοστιαία απόκλιση των *Αρχικών Λύσεων* από την Δημοσιευμένη Λύση είναι 49,23%. Στη συνέχεια, με την εφαρμογή των αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης, στα αποτελέσματα των Βελτιωμένων Λύσεων των 8 προβλημάτων υποκατηγορίας RC2, η μέση ποσοστιαία απόκλιση των *Βελτιωμένων Λύσεων* από την καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση είναι 17,56%.

	Αρχικές Λύσεις		Βελτιωμένες Λύσεις			Καλύτερες Δημοσιευμένες Λύσεις		
RC2	Τροποποιη- μένος Αλγόριθμος Πλησιέστερου Γείτονα	Απόκλιση από Δημοσιευμένη Λύση (%)	Τοπική Αναζή- τηση	Βελτίωση Οχημ.	Βελτίωση από Τοπική Αναζήτηση	Καλύτερη Δημοσιευ- μένη Λύση	Οχήμ	Απόκλιση από Δημοσιευ- μένη
201	2150,96	52,88%	1849,84	4→4	14,00%	1406,94	4	31,48%
202	1853,90	35,75%	1388,44	4→4	25,11%	1365,65	3	1,67%
203	1674,73	59,56%	1176,47	4→4	29,75%	1049,62	3	12,09%
204	1131,65	41,73%	984,22	3→3	13,03%	798,46	3	23,26%
205	1869,40	44,06%	1473,00	5→5	21,20%	1297,65	4	13,51%
206	1632,67	42,43%	1326,10	4→4	18,78%	1146,32	3	15,68%
207	1652,93	55,77%	1178,10	4→4	28,73%	1061,14	3	11,02%
208	1338,76	61,66%	1091,30	3→3	18,48%	828,14	3	31,78%

Πίνακας 5.55: Σύγκριση αποτελεσμάτων των προβλημάτων υποκατηγορίας RC2 με τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.

5.3.6.1 Πρόβλημα RC201

Στο πρόβλημα RC201, με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1849,84 από τη Δημοσιευμένη μήκους 1406,94 είναι **31,48%**. Η Αρχική Λύση είναι μήκους 2150,96, δηλαδή απόκλισης 52,88% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.49: Δρομολόγηση Οχημάτων RC201.

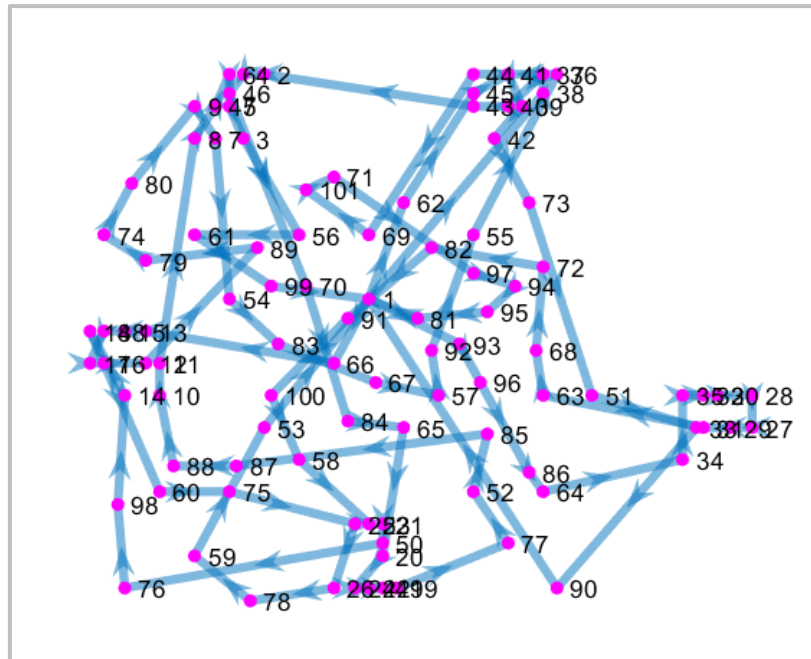
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	93	64	34	63	32	30	28	29	31
68	72	62	82	91	100	87	88	10	58
50	21	57	67	56	5	2	71	101	1
1	43	40	37	73	96	84	65	70	99
83	53	22	19	20	23	52	86	85	95
97	55	38	36	44	69	92	25	49	26
78	59	1							
1	66	60	3	45	89	13	12	17	74
80	9	8	79	54	11	98	75	14	18
61	1								
1	6	46	15	48	16	76	24	77	42
39	41	4	47	7	51	35	33	27	90
94	81	1							

Πίνακας 5.56: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC201.

5.3.6.2 Πρόβλημα RC202

Έπειτα στο πρόβλημα, με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1388,44 από την Δημοσιευμένη μήκους 1365,65 είναι **1,67%**. Η αρχική λύση μήκους 1853,90 είχε απόκλιση 35,75% από τη Δημοσιευμένη. Παρατηρούμε ότι υπήρξε πολύ σημαντική βελτίωση της Αρχικής Λύσης με την εφαρμογή κατάλληλων συνδιασμό αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης.



Σχήμα 5.50: Δρομολόγηση Οχημάτων RC202.

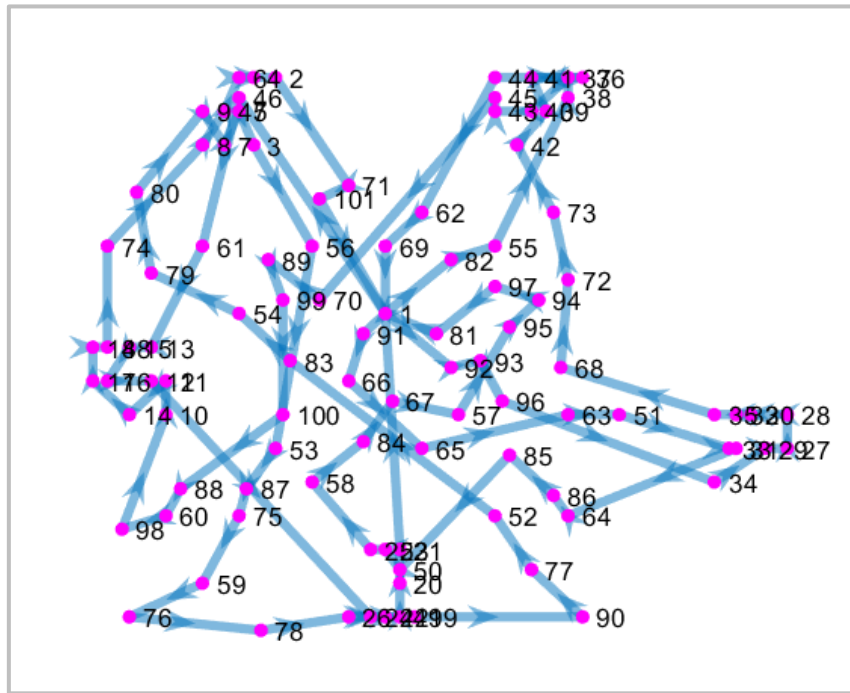
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	66	13	15	48	17	16	12	89	79
74	80	9	7	54	83	67	57	92	55
36	44	69	101	71	97	94	95	81	1
1	93	96	86	64	34	35	32	30	28
27	29	31	63	68	72	82	91	100	58
23	21	50	76	98	14	18	60	75	25
26	78	59	53	1					
1	38	37	40	43	2	4	46	70	84
65	20	24	22	49	19	77	52	85	87
88	10	11	8	47	6	5	3	56	61
99	1								
1	62	45	41	39	42	73	51	33	90 1

Πίνακας 5.57: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC202.

5.3.6.3 Πρόβλημα RC203

Με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1176,47 από τη Δημοσιευμένη μήκους 1049,62 είναι **12,09%**. Παρατηρούμε ότι, με την εφαρμογή κατάλληλων αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης υπήρξε πολύ σημαντική βελτίωση της λύσης με μήκος 1674,73, δηλαδή απόκλισης 59,56% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.51: Δρομολόγηση Οχημάτων RC203.

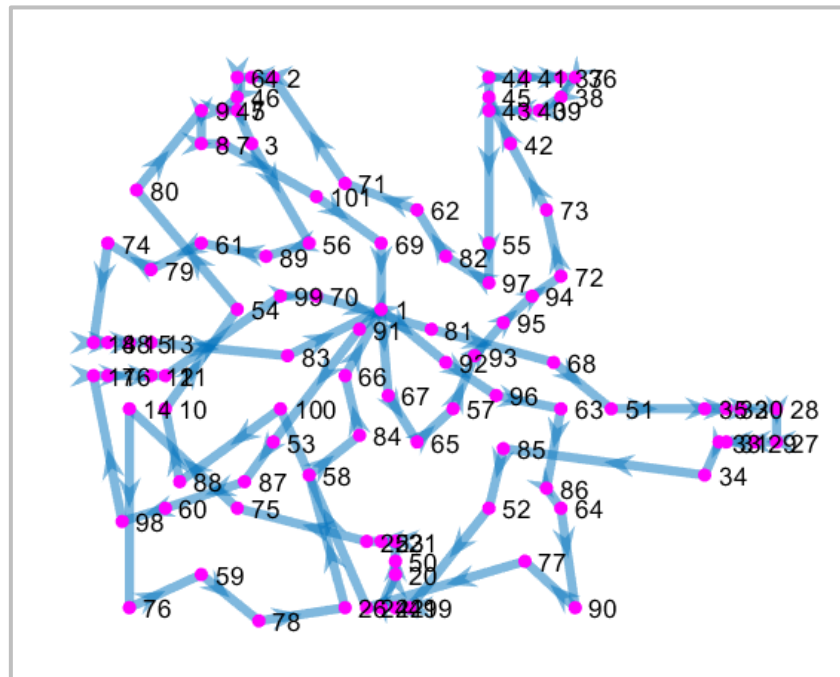
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος RC203, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα:

1	91	66	65	63	51	33	31	64	86
85	50	23	25	58	84	67	57	95	94
97	81	1							
1	82	55	38	37	40	43	45	70	89
99	100	88	60	98	10	11	14	17	18
48	74	8	47	6	4	2	71	101	1
1	46	61	13	15	16	12	24	22	19
90	77	52	83	54	79	80	9	7	5
3	56	53	87	75	59	76	78	26	49
20	21	1							
1	92	93	96	34	29	27	28	30	32
35	68	72	73	42	39	41	36	44	62
69	1								

Πίνακας 5.58: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC203.

5.3.6.4 Πρόβλημα RC204

Με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 984,22 από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση μήκους 798,46 είναι **31,48%**. Η Αρχική Λύση είναι μήκους 1131,65, δηλαδή απόκλισης 41,73% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.52: Δρομολόγηση Οχημάτων RC204.

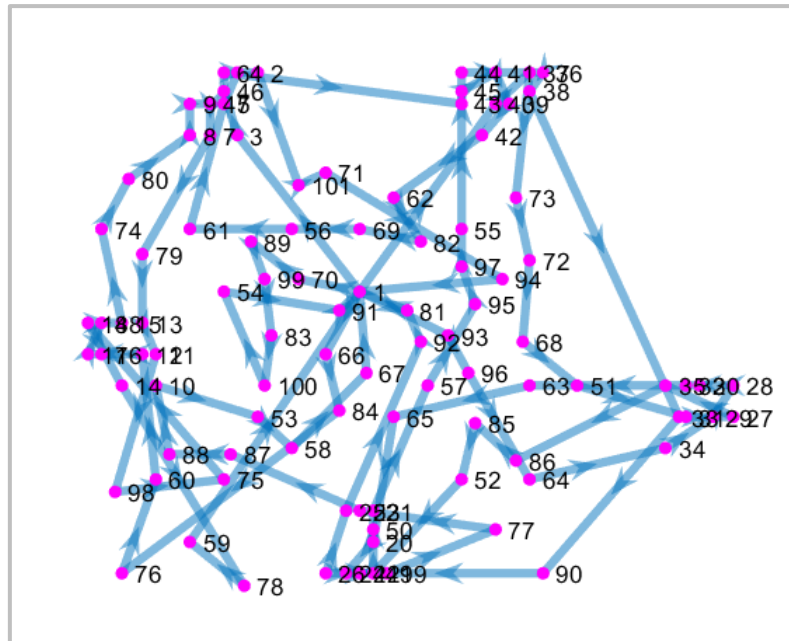
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	67	65	57	93	95	94	72	73	42
45	44	41	37	36	38	39	40	43	55
97	82	62	71	2	4	6	46	47	5
3	56	89	61	79	74	18	48	15	13
83	1								
1	91	53	87	60	98	17	16	12	11
99	70	81	68	51	35	32	30	28	27
29	31	33	34	85	52	19	49	22	20
50	21	23	25	75	14	76	59	78	26
58	84	66	1						
1	92	96	63	86	64	90	77	24	100
88	10	54	80	9	8	7	101	69	1

Πίνακας 5.59: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC204.

5.3.6.5 Πρόβλημα RC205

Στο πρόβλημα αυτό βελτιώνοντας την αρχική λύση και με τη χρήση πέντε οχημάτων, η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1473,00 από τη Δημοσιευμένη μήκους 1297,65 είναι **13,51%**. Με λίγα λόγια η ποιότητα των αποτελεσμάτων θεωρείται πάρα πολύ ικανοποιητική. Ο λόγος είναι ο κατάλληλος συνδυασμός εφαρμογής αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης, αλλά και η Αρχική Λύση μήκους 1869,40, η οποία ήταν καλή με απόκλιση 44,06% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.53: Δρομολόγηση Οχημάτων RC205.

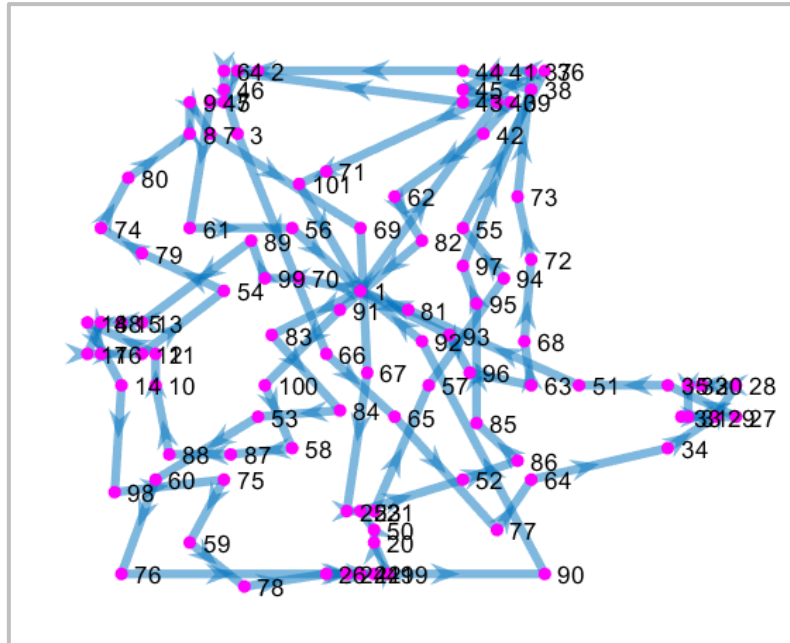
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 5 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	3	46	6	43	45	41	39	42	62
82	69	56	61	5	4	2	101	71	94
1	66	84	76	60	12	16	17	48	15
74	80	8	9	47	7	79	13	11	98
75	18	14	78	59	1				
1	40	37	73	72	68	51	31	27	35
86	85	52	49	50	21	57	95	97	55
44	36	38	33	90	26	25	92	81	1
1	93	96	64	34	29	28	30	32	63
65	20	24	22	19	77	23	87	88	10
53	58	67	1						
1	70	89	99	83	100	54	91	1	

Πίνακας 5.60: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC205.

5.3.6.6 Πρόβλημα RC206

Βελτιώνοντας την αρχική λύση και με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων, η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους $1326,10$ από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση μήκους $1146,32$ είναι **15,68%**. Με λίγα λόγια η ποιότητα των αποτελεσμάτων θεωρείται αρκετά ικανοποιητική. Ο λόγος είναι ο κατάλληλος συνδυασμός εφαρμογής αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης, αλλά και η Αρχική Λύση μήκους $1632,67$ με απόκλιση 42,43% από τη Δημοσιευμένη.



Σχήμα 5.54: Δρομολόγηση Οχημάτων RC206.

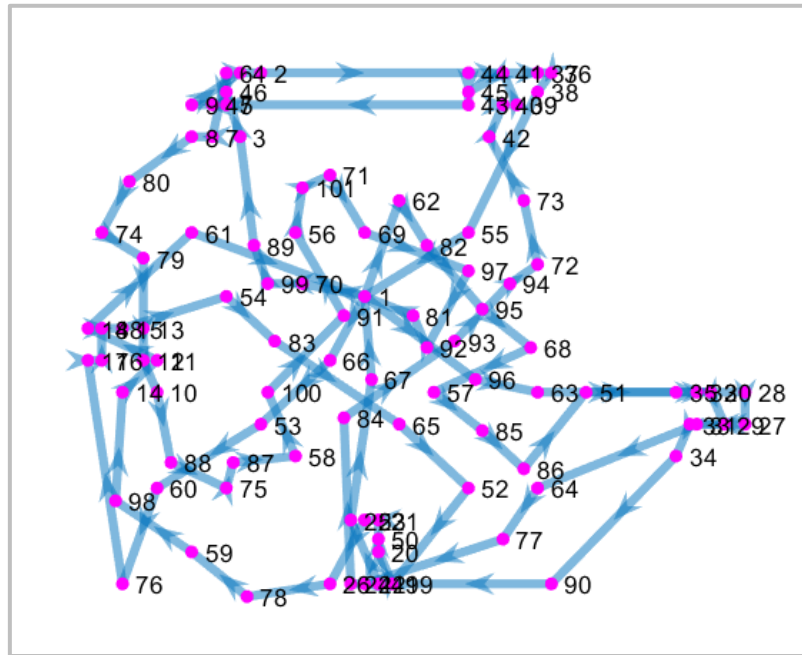
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	93	96	63	68	72	73	37	41	45
39	42	62	82	91	100	58	87	88	10
11	18	14	98	75	59	78	26	49	90
92	1								
1	70	99	89	13	15	48	17	16	12
54	79	74	80	8	9	7	69	67	25
21	57	94	55	36	71	101	1		
1	83	84	53	60	76	24	22	19	20
50	23	52	86	85	95	97	38	44	2
4	5	47	61	56	1				
1	40	43	6	46	3	66	65	77	64
34	29	28	30	32	31	33	27	35	51
81	1								

Πίνακας 5.61: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC206.

5.3.6.7 Πρόβλημα RC207

Έπιτα στο πρόβλημα RC207, με τη χρήση τεσσάρων οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους $1178,10$ από την Δημοσιευμένη Λύση μήκους $1061,14$ είναι **11,02%**. Η αρχική λύση μήκους $1652,93$ είχε απόκλιση 55,77% από τη Δημοσιευμένη. Σύμφωνα με τα δεδομένα αυτά παρατηρούμε ότι, υπήρξε σημαντική βελτίωση και τα αποτελέσματα του προβλήματος αυτού θεωρούνται αρκετά ικανοποιητικά.



Σχήμα 5.55: Δρομολόγηση Οχημάτων RC207.

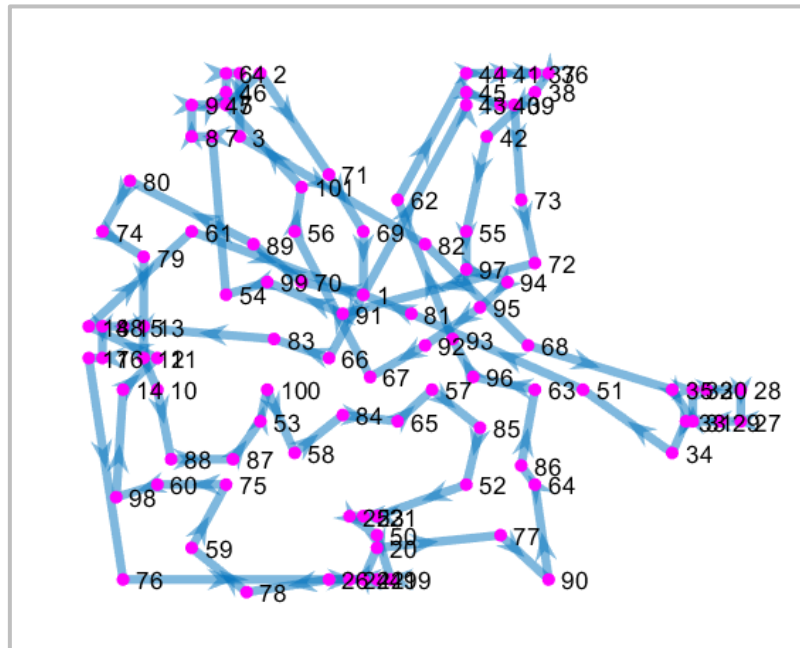
Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων του προβλήματος RC207, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 4 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	70	99	89	3	46	6	7	8	80
74	79	13	12	10	88	75	87	58	100
91	56	101	71	69	97	92	81	1	
1	62	82	95	68	57	85	86	51	35
28	27	33	34	90	49	25	67	1	
1	66	53	60	76	17	16	48	15	54
83	65	52	19	20	50	21	23	26	78
59	98	14	11	18	61	1			
1	96	63	32	30	29	31	64	77	22
24	84	93	94	72	73	42	40	39	41
45	43	5	47	9	4	2	44	37	36
38	55	1							

Πίνακας 5.62: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC207.

5.3.6.8 Πρόβλημα RC208

Τέλος, στο πρόβλημα αυτό με τη χρήση τριών οχημάτων η ποσοστιαία απόκλιση της Βελτιωμένης Λύσης μήκους 1091,30 από την καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση μήκους 828,14 είναι **31,78%**. Παρατηρούμε ότι, με την κατάλληλη εφαρμογή αλγορίθμων Τοπικής Αναζήτησης υπήρξε σημαντική βελτίωση της Αρχικής Λύσης μήκους 1338,76, δηλαδή απόκλισης 61,66% από τη καλύτερη Δημοσιευμένη Λύση.



Σχήμα 5.56: Δρομολόγηση Οχημάτων RC208.

Παρακάτω παρουσιάζεται η δρομολόγηση οχημάτων, δηλαδή η ανάθεση των πελατών σε 3 οχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την εξυπηρέτηση των πελατών:

1	70	89	80	74	79	13	12	10	88
87	53	100	58	84	65	57	85	52	21
23	25	50	19	49	26	78	59	75	60
98	14	11	18	61	1				
1	66	83	15	48	16	17	76	24	22
20	77	90	64	86	63	96	93	62	44
41	37	36	38	42	55	97	94	95	92
67	56	101	5	2	71	69	1		
1	43	45	40	39	73	72	91	99	54
7	8	9	47	46	6	4	3	82	68
35	31	32	30	28	27	29	33	34	51
81	1								

Πίνακας 5.63: Ανάθεση Πελατών σε Οχήματα Προβλήματος RC208.

Βιβλιογραφία

- [1] Ιωάννης Μαρινάκης, Αθανάσιος Μυγδαλάς, Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, Εκδόσεις Σοφία, Θεσσαλονίκη 2008.
- [2] Supply Chain Management: by Knowledge flow.
- [3] Robert Jacobs, Richard B. Chase - Εφοδιαστική Αλυσίδα.
- [4] Designing and Managing the Supply Chain, David Simchi - Levi. Philip Kamisky.Ed.
- [5] Logistics Μεταφορές - Διανομή, Γιαννάτος Γιώργος - Ανδιανόπουλος Σταμάτης Εκδόσεις Τεκδοτική.
- [6] Logistics and Transportation, Raja G. Kasilingam.
- [7] Solomon M.M., 1987, Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time windows constraints, Operations Research.
- [8] Lean Supply Chain and Logistics Management Paul Myerson.
- [9] Essentials of Supply Chain Management Michael H. Hugos.
- [10] https://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem
- [11] https://en.wikipedia.org/wiki/Travelling_salesman_problem
- [12] https://en.wikipedia.org/wiki/Nearest_neighbour_algorithm
- [13] <https://en.wikipedia.org/wiki/Logistics>
- [14] https://en.wikipedia.org/wiki/Supply_chain
- [15] https://en.wikipedia.org/wiki/Supply_chain_management
- [16] <https://en.wikipedia.org/wiki/2-opt>
- [17] <https://en.wikipedia.org/wiki/3-opt>