

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΠΩΛΗΣΕΩΝ ΜΕ ΤΑ ΝΕΥΡΟ- ΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ (ANFIS)



ΜΙΧΑΗΛ ΜΠΕΚΙΡΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Α.Μ. 2014019020 | ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΟΡΓΑΝΩΣΗ & ΔΙΟΙΚΗΣΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΑΤΣΑΛΑΚΗΣ

Αυτή η διατριβή υποβάλλεται για το Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης «Οργάνωση & Διοίκηση»

Ιούνιος 2017

*Αφιερώνω την διατριβή αυτή στην σύντροφο μου, Βάσια, για την υπομονή και την κατανόηση που έδειξε όλο αυτό
το καιρό*

Κάθε επιστήμη αρχίζει σαν φιλοσοφία και τελειώνει σαν τέχνη

Will Durant



Το παρόν έργο αδειοδοτείται υπό τους όρους της άδειας Creative Commons

Copyright © Μιχαήλ Μπερίρη 2017

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Η έγκριση της Διατριβής από το Τμήμα Παραγωγής & Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης δεν υποδηλώνει απαραίτητως και αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα εκ μέρους του Τμήματος.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Πάντα ήταν επίκαιρο στην ιστορία της ανθρωπότητας οι ενέργειες σχετικά με τις προβλέψεις. Μεγάλες και μικρές επιχειρήσεις, διεθνείς και εθνικοί οργανισμοί, κυβερνήσεις και εκπαιδευτικά ιδρύματα είναι σε μία συνεχή προσπάθεια ώστε να βελτιώσουν τα μέσα και τα ποσοστά επιτυχίας των προβλέψεων. Είναι σαφές ότι οι προβλέψεις και εφόσον πετύχουν τα αποτελέσματα τους είναι πολύ χρήσιμα εργαλεία να αποφεύγονται δύσκολες καταστάσεις και απώλειες. Από την άλλη, για τις επιχειρήσεις οι πωλήσεις αποτελούν το κύριο παράγοντα ύπαρξης τους και ζωτικής σημασίας για την ανάπτυξη τους. Η πρόβλεψη πωλήσεων για αυτές είναι ένα αντικείμενο μελέτης που έχει μεγάλη σημασία. Αυτός ο σκοπός επιτυγχάνεται με διάφορους μεθόδους και μία από αυτές είναι η μέθοδος των νευρωνικών δικτύων και της ασαφής λογικής. Επόμενος, ως στόχος εργασίας έχει τεθεί η παρουσίαση των δυνατοτήτων πρόβλεψης των πωλήσεων μέσω της χρήσης ενός προσαρμοστικού νευρο-ασαφούς συστήματος (adaptive neuro-fuzzy system/ ANFIS). Το σύστημα ANFIS επιλέχθηκε από μία πληθώρα μεθόδων πρόβλεψης, για τις δυνατότητες που παρέχει ο συνδυασμός ασαφούς λογικής και τεχνητών νευρωνικών δικτύων που δομούν κάθε αλγόριθμο ANFIS. Η παρούσα εργασία αποσκοπεί στην εφαρμογή της μεθόδου αυτής σε πραγματικά δεδομένα, ώστε να αποδείξει την υπεροχή των αποτελεσμάτων και τις εκπληκτικές δυνατότητες εξέλιξης των προσαρμοστικών νευρο-ασαφών δικτύων της σε σχέση με άλλες μεθόδους, όπως είναι η μέθοδος της αυτοπαλινδρόμησης (AR) και της παλινδρόμησης του κινούμενου μέσου (ARMA). Εντούτοις, αρχικά η εργασία αναφέρει βασικούς ορισμούς των οικονομικών όρων για τις πωλήσεις, των μεθόδων προβλέψεων που έχουν αναπτυχθεί και ορισμένα σημεία από παλαιότερες εργασίες με το ίδιο ή παρεμφερές αντικείμενο. Στην συνέχεια γίνεται αναφορά, στο θεωρητικό υπόβαθρο της ασαφής λογικής, των νευρωνικών δικτύων και των προσαρμοστικών νευρο-ασαφών συστημάτων. Σε αυτό το πλαίσιο εξετάζονται δεδομένα, όπου αποτελούνται από 729 παρατηρήσεις ή μέρες δραστηριότητας μίας τοπικής επιχείρησης στο Δήμο Ρεθύμνου. Παρεμβάλλονται, επίσης, τα αποτελέσματα και αναλύονται οι μέθοδοι μεταξύ τους, ώστε να αποδεχθεί ο στόχος της εργασίας που είναι το ποσοστό αποτελεσμάτων, συγκεκριμένα σφάλματα που εξετάζονται, της μεθόδου των νευρο-ασαφών δικτύων έχουν καλύτερη πρόβλεψη, πάντα σε σχέση με άλλες μεθόδους που εξετάστηκαν. Τέλος, παρουσιάζονται ορισμένοι προβληματισμοί και πτυχές ανάπτυξης των μεθόδων αυτών για παραπάνω έρευνα και μελέτη.

ABSTRACT

Always has been topical in the history of humanity actions around the forecasts. Large and small companies, international and national organizations, governments and educational institutions are in a continuous effort to improve the means and the success of forecasting. Clearly, forecasts, of course if they achieve their results, are very useful tools to avoid difficult situations and losses. On the other hand, for businesses sales are their main factor being and vital for their development. The sales forecast for them is a subject of study that is very important. This object is achieved by various methods, and one of them is the method of neural networks and fuzzy logic system. Next, as a working goal has been to present the predictability of sales through the use of an adaptive neuro-fuzzy system (ANFIS). The ANFIS system was selected from a plurality of prediction methods, because of possibilities offered by the combination of fuzzy logic and artificial neural networks, that structure each algorithm ANFIS. This work aims to apply this method on real data to prove the superiority of the results and the extraordinary possibilities of development of adaptive logic and artificial neural networks in relation to other methods, such as the method of autoregressive (AR) and the moving average regression (ARMA). However, initially the work states basic definitions of economic terms in sales, forecast methods that have been developed and some points from previous articles with the same or similar object. Then reference is made to theoretical approach oh Fuzzy logic, Neural networks and Anfis. In this framework are examined data, which consist of 729 observations or days of activity of a local business in the Municipality of Rethymno. Are inserted as well, the results and are analyzed the methods along them. During to the fact that the work objective is the percentage of results, certain errors are examined, in Anfis has better prediction, always in relation to other methods. Lastly, are presented some reflections and development aspects of these methods for more research and study.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ όλους τους καθηγητές του προγράμματος και ιδιαίτερα τον κύριο Γεώργιο Ατσαλάκη για τις γνώσεις και την ώρα που μου πρόσφερε ώστε να ολοκληρώσω την διατριβή μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<i>Εισαγωγή.....</i>	<i>1</i>
<i>1 Θεωρητικό πλαίσιο πωλήσεων.....</i>	<i>3</i>
1.1 Εισαγωγή στην πώληση	3
1.2 Ορισμός της πώλησης.....	3
1.3 Δεοντολογικοί κανόνες της πώλησης.....	4
1.4 Η ηθική των πωλήσεων	4
1.5 Ο ρόλος του πωλητή.....	4
1.6 Επικοινωνία και πώληση	5
1.7 Η πώληση είναι μια πράξη ισότιμης και αμφίδρομης επικοινωνίας.....	6
1.8 Δυσκολίες στη διαπροσωπική επικοινωνία με τον πελάτη	6
1.9 Επαναπληρόρηση, το κλειδί της σωστής επικοινωνίας.....	7
1.10 Η βάση για σωστή επικοινωνία	8
1.11 Εντοπίζοντας το πως λειτουργεί ο κάθε πελάτης.....	8
1.12 Χειρισμοί του συναισθήματος του πελάτη με την κατάλληλη συμπεριφορά	9
1.13 Πρόβλεψη πωλήσεων και η σημαντικότητά τους.....	10
<i>2 Προβλέψεις οικονομικών μεγεθών και μοντέλα πρόβλεψης.....</i>	<i>13</i>
2.1 Πρόλογος	13
2.2 Cargill & Meyer (1983)	13
2.3 Phillips (1995)	13
2.4 Ju, Kim & Shim (1997).....	14
2.5 Byers & Nowman (1998).....	14
2.6 Stock & Watson (1999)	14
2.7 Hu & Tsoukalas (1999)	14
2.8 Ormerod & Mounfield (2000)	15
2.9 Black & Al (2000)	15
2.10 Summers (2001)	15
2.11 Atsalakis, Bellonias & Zopounidis (2008)	16

2.12 Atsalakis & Valavanis (2009).....	16
3 Ασαφής λογική.....	17
3.1 Ιστορική ανασκόπηση.....	17
3.2 Οι επτά αλήθειες της ασαφούς λογικής	18
3.3 Εφαρμογές της ασαφούς λογικής.....	18
3.4 Περιορισμοί της ασαφούς λογικής.....	19
3.5 Ανασκόπηση θεωρίας ασαφών συνόλων	20
3.5.1 Ασάφεια	20
3.5.2 Συναρτήσεις συμμετοχής.....	20
3.5.3 Κατασκευή συναρτήσεων συμμετοχής	25
3.5.4 Ιδιότητες των ασαφών συνόλων	27
3.5.5 Λογικές πράξεις στα ασαφή σύνολα.....	29
3.5.6 Ασαφής τομή	31
3.5.7 Ασαφής ένωση	31
3.5.8 Συμπλήρωμα.....	32
3.5.9 Ασαφείς σχέσεις	32
4 Νευρωνικά δίκτυα.....	35
4.1 Ιστορική αναδρομή	35
4.2 Τι είναι ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο (ΤΝΔ).....	36
4.3 Χαρακτηριστικά ΤΝΔ.....	38
4.4 Αρχιτεκτονική των ΤΝΔ.....	40
4.4.1 Τρόποι μετάδοσης του παλμού εισόδου	41
4.4.2 Επίπεδα νευρώνων που χρησιμοποιεί το δίκτυο.....	41
4.4.3 Τρόποι εκπαίδευσης του δικτύου	42
4.5 Εκπαίδευση ΤΝΔ	42
4.6 Εκπαίδευση με επίβλεψη.....	43
4.7 Μη εποπτευόμενη εκπαίδευση	44
4.8 Άλλοι μέθοδοι εκπαίδευσης.....	44
4.9 Έλεγχος ΤΝΔ.....	45
4.10 Φαινόμενο παπαγαλισμού	46
4.11 Πλεονεκτήματα τεχνητών νευρωνικών δικτύων.....	47
4.12 Διαχωρισμός τεχνητών νευρωνικών δικτύων	48

5 Προσαρμοστικά νευρωνικά-ασαφή συστήματα (ANFIS)	49
5.1 Τι είναι ένα σύστημα ANFIS.....	49
5.2 Πλεονεκτήματα των ANFIS	49
5.3 Υλοποίηση της λογικής των ANFIS.....	50
5.4 Μέθοδοι ομαδοποίησης δεδομένων	54
5.5 Η μέθοδος subtractive clustering και η αναγνώριση του μοντέλου.....	54
5.6 Βελτιστοποίηση των παραμέτρων του τμήματος απόδοσης κανόνων με την μέθοδο RLSE.....	57
5.7 Η συνάρτηση του MATLAB GENFIS2	59
5.8 Παρατηρήσεις.....	60
5.9 Συναρτήσεις & σφάλματα που χρησιμοποιήθηκαν.....	61
5.9.1 Χρησιμοποιημένες συναρτήσεις	61
5.9.2 Σφάλματα που εξετάζονται	63
6 Εφαρμογή anfis στην πρόβλεψη πωλήσεων	65
6.1 Δεδομένα που εξετάζονται.....	65
6.2 Μετρά αξιολόγησης (measures values)	65
6.3 Συγκρίσεις.....	69
6.4 Συμπέρασμα	82
7 Επίλογος - Προτάσεις.....	84
Βιβλιογραφία.....	85
Παράρτημα.....	90

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 3-1: ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ.....	30
ΠΙΝΑΚΑΣ 3-2: ΑΣΑΦΕΙΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕ ΑΝΑΦΟΡΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΖΕΥΓΩΝ.....	33
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-1: ΟΙ ΤΥΠΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ANFIS ΚΑΙ ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΤΟΥΣ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝΤΑΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ	68
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-2: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ANFIS ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (MF_NO) = 2 ..	69
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-3: : ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ANFIS ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (MF_NO) = 3.	69
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-4: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ANFIS ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (MF_NO) = 4 ..	70
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-5: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ANFIS ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (MF_NO) = 5 ..	70
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-6: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ANFIS ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (MF_NO) = 6 ..	70
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-7: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ANFIS ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (MF_NO) = 7 ..	70
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-8: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ANFIS ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (MF_NO) = 8 ..	71
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-9: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ANFIS ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (MF_NO) = 9 ..	71
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-10: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ AR & ARMA	72
ΠΙΝΑΚΑΣ 6-11: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ GAUSSMF ΜΕ 500 ΚΑΙ 5000 ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ	81

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΣΧΗΜΑ 1-1: ΔΙΑΦΗΜΙΣΗ ΣΤΟ INTERNET & ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΗΣ	7
ΣΧΗΜΑ 3-1: ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ 1	21
ΣΧΗΜΑ 3-2: ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ 2	22
ΣΧΗΜΑ 3-3: ΣΧΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ TRIMF	23
ΣΧΗΜΑ 3-4: ΣΧΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ TRAPMF	23
ΣΧΗΜΑ 3-5: ΣΧΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ GAUSSMF, GAUSS2MF & GBELLMF	24
ΣΧΗΜΑ 3-6: ΣΧΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ SIGMF, DSIGMF & PSIGMF	24
ΣΧΗΜΑ 3-7: ΣΧΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ZMF, & SMF	25
ΣΧΗΜΑ 3-8: ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟ «ΜΕΣΑΙΟ»	25
ΣΧΗΜΑ 3-9: ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟ «ΜΕΣΑΙΑ»	26
ΣΧΗΜΑ 3-10: ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ ΣΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ	27
ΣΧΗΜΑ 3-11: ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ	29
ΣΧΗΜΑ 3-12: ΓΡΑΦΗΜΑ ΔΥΟ ΑΣΑΦΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ	30
ΣΧΗΜΑ 4-1: ΜΟΡΦΗ ΕΝΟΣ ΤΝΔ	37
ΣΧΗΜΑ 4-2: Η ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΕΝΟΣ ΤΕΧΝΗΤΟΥ ΝΕΥΡΩΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ	38
ΣΧΗΜΑ 4-3: ΔΟΜΗ & ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙΑ ΕΝΟΣ ΤΝΔ	40
ΣΧΗΜΑ 4-4: ΤΝΔ ΕΝΟΣ ΕΠΙΠΕΔΟΥ	41
ΣΧΗΜΑ 4-5: ΤΝΔ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	41
ΣΧΗΜΑ 4-6: Η ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΕΝΟΣ ΤΝΔ	43
ΣΧΗΜΑ 5-1: ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΤΟΥ ANFIS	51
ΣΧΗΜΑ 5-2: ΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ FIS	53
ΣΧΗΜΑ 5-3: Η ΜΟΡΦΗ ΜΙΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ GAUSS2MF	62
ΣΧΗΜΑ 5-4: Η ΜΟΡΦΗ ΜΙΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ TRAPMF	63
ΣΧΗΜΑ 6-1: ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΠΡΟΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ	66
ΣΧΗΜΑ 6-2: ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΕ ΔΥΟ ΥΠΟΣΥΝΟΛΑ	67
ΣΧΗΜΑ 6-3: ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΤΑ ΠΟΣΟΣΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΠΟΥ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΙ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ	68
ΣΧΗΜΑ 6-4: ΜΕΣΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ ΣΦΑΛΜΑ ΚΑΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΣΥΡΡΙΚΝΩΣΗΣ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	72
ΣΧΗΜΑ 6-5: ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ANFIS	73

ΣΧΗΜΑ 6-6: ΑΡΧΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ.....	74
ΣΧΗΜΑ 6-7: ΤΕΛΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ	74
ΣΧΗΜΑ 6-8: ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΤΕΛΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ANFIS.....	75
ΣΧΗΜΑ 6-9: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ & ANFIS ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ.....	76
ΣΧΗΜΑ 6-10: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ & AR ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ.....	77
ΣΧΗΜΑ 6-11: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ & ARMA ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ	78
ΣΧΗΜΑ 6-12: ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΗΣ ΠΡΟΒΛΕΠΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΤΙΜΗ ΓΙΑ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ANFIS	79
ΣΧΗΜΑ 6-13: ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΗΣ ΠΡΟΒΛΕΠΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΤΙΜΗ ΓΙΑ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ AR.....	80
ΣΧΗΜΑ 6-14: ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΗΣ ΠΡΟΒΛΕΠΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΤΙΜΗ ΓΙΑ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ARMA	81
ΣΧΗΜΑ 6-15: ΠΑΡΑΘΥΡΟ ΔΙΑΛΟΓΟΥ MATLAB ΣΕ ΧΡΗΣΤΗ.....	82

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ & ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

ΑΣ: Ασαφές Σύστημα

ΑΣΣ: Ασαφές Σύστημα Συμπερασμού

ΓΑ: Γενετικός Αλγόριθμος

ΕΥ: Εξελικτικός Υπολογισμός

ΕυΥ: Ευέλικτος Υπολογισμός

Η/Υ: Ηλεκτρονικός Υπολογιστής

MAM: Μηχανές Ακραίας Μάθησης

MATLAB: MATrix LABoratory

ΜΓΗ: Μη-Γραμμική μάθηση τύπου Hebb

ΜΔΣ: Μηχανές Διανυσμάτων Στήριξης

ΜΓΗ: μερικώς διατεταγμένο σύνολο

MM: Μαθηματική Μορφολογία

RMSE: Ρίζα Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος

MSE: Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα

MAE: Μέσο Απόλυτο Σφάλμα

MAPE: Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα

ANFIS: Προσαρμοστικά Νευρο-Ασαφή Συστήματα Συμπερασμού

ΣΑΠ: Συλλογιστική Ασαφών Πλεγμάτων

TN: Τεχνητή Νοημοσύνη

TNΔ: Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

ΥΝ: Υπολογιστική Νοημοσύνη

AR: Αυτοπαλινδρόμηση

ARMA: Παλινδρόμησης Κινούμενου Μέσου

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εύκαμπτη πληροφορική (soft computing) εφαρμόζεται με επιτυχία στη βιομηχανία εδώ και χρόνια ενώ μόλις πρόσφατα άρχισαν να σχεδιάζονται ευφυή συστήματα ελέγχου για τον νέο-αναπτυσσόμενο τομέα των προβλέψεων στα οικονομικά και στις επιχειρήσεις. Η πρόβλεψη πιθανών κινδύνων που δύνανται να επηρεάσουν τις πωλήσεις και την κερδοφορία μιας επιχείρησης αποτελεί μία από τις μεγαλύτερες προκλήσεις για τους επιχειρηματίες σε οποιοδήποτε περιβάλλον που καλούνται να εργαστούν, ειδικά στην σημερινή εποχή το οποίο χαρακτηρίζεται από αστάθεια και απρόβλεπτους παράγοντες (Τζαφέστας, 2002). Πολλοί επενδυτές θέλουν μια αξιόπιστη μέθοδο πρόβλεψης, αυτός ο στόχος μπορεί να επιτευχθεί με τη βοήθεια οικονομετρικών εννοιών, στατιστικών μεθόδων και τεχνικών ανάλυσης το οποίο οδήγησε πολλούς ερευνητές να επινοήσουν νέα μοντέλα και μεθοδολογίες για την πρόβλεψη. Κατά τις τελευταίες δεκαετίες, η τεχνητή νοημοσύνη βρέθηκε να παρέχει πολύτιμα αποτελέσματα σε αυτά τα προβλήματα. Πολλά πολύτιμα μοντέλα εφαρμόζονται για να λύσουν αυτό το πρόβλημα στην επιστήμη των υπολογιστών και επιχειρησιακής έρευνας, από τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (ΤΝΔ), την ασαφή λογική και εξελικτικούς αλγορίθμους, όπως τους γενετικούς αλγορίθμους και διαφορική εξέλιξη. Αλλά η κάθε μεθοδολογία έχει κάποια πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. (Osman & al, 2014). Ένα νέο μοντέλο που προτείνεται το οποίο συνδυάζει τη γενετική αλγορίθμου και νευρο-ασαφές συστήματος με την κβαντική πληροφορική και έδειξε τη δύναμη της χρήσης των κβαντικών γενετικών αλγορίθμων για τη βελτιστοποίηση είναι το ANFIS, ένα μοντέλο με μια πολύ καλή απόδοση και σχετικά πολύ καλά αποτελέσματα (Abraham, 2005).

Στην παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή αναπτύσσεται μεθοδολογία ασαφούς λογικής και νευρωνικών δικτύων για την πρόβλεψη των πωλήσεων κατά την πάροδο του χρόνου για μία οποιαδήποτε επιχείρηση. Γιατί, όπως θα δούμε και παρακάτω, μοντέλα προβλέψεων σε πωλήσεις δεν έχουν αναπτυχθεί σε μεγάλο βαθμό και αποτελεί ένα κλάδο προς έρευνα. Στόχος μας είναι να δημιουργηθεί ένα μοντέλο το οποίο λαμβάνοντας δεδομένα να μπορεί να λειτουργεί και να ελαχιστοποιεί τυχών σφάλματα. Έτσι φαίνεται ξεκάθαρα ότι ψάχνουμε ένα μοντέλο που θα παίζει όχι μόνο το ρόλο του “χειριστή” αλλά και του “εκπαιδευτή”, ώστε να μπορεί να μαθαίνει και να αναπροσαρμόζει τη «συμπεριφορά» του σύμφωνα με τις εκάστοτε συνθήκες.

Οδηγούμαστε, λοιπόν, στην επιλογή ενός νευρο-ασαφούς συστήματος (neuro-fuzzy system) το οποίο συνδυάζει την εκπαίδευση μέσω νευρωνικών δικτύων με την ασαφή λογική (Sugeno & Kang, 1988). Θα χρησιμοποιήσουμε το ασαφές μοντέλο TSK (γνωστός ως κανόνας T-S-K από τα αρχικά των ερευνητών Takagi-Sugeno-Kang), το

οποίο θα αρχικοποιηθεί μέσω της μεθόδου ομαδοποίησης δεδομένων Subtractive Clustering και της μεθόδου βελτιστοποίησης Linear Least Squares Estimation. Στη συνέχεια το αρχικό αυτό μοντέλο εισάγεται σε ένα Γενικευμένο Νευρωνικό Δίκτυο Πρόσθιας Τροφοδότησης (Feed Forward Neural Network-FFNN) και γίνεται η εκπαίδευσή του με τη χρήση υβριδικού αλγορίθμου που συνδυάζει τη μέθοδο “Back Propagation Gradient Descend” (BP/GD) και τη μέθοδο Least Square Error. Η υλοποίηση αυτής της διαδικασίας γίνεται με χρήση του προγράμματος MATLAB, όπου και χρησιμοποιούνται οι συναρτήσεις gbellmf, trimf, gauss2mf, gaussmf και trapmf. Ελέγχονται τα σφάλματα MSE (Μέσο τετραγωνικό σφάλμα), RMSE (Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος), MAE (Μέσο απόλυτο σφάλμα) και MAPE (Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα) των συναρτήσεων αυτών και συγκρίνονται με τα μοντέλα AR (Αυτοπαλίνδρομη) και ARMA (Παλινδρόμησης του κινούμενου μέσου).

Κατά αυτόν τον τρόπο η παρούσα διατριβή αναπτύσσει αρχικά μία σύντομη επισκόπηση της θεωρίας σχετικής με τις πωλήσεις. Στην συνέχεια αναφέρει μερικές από τις σημαντικότερες εργασίες στα μοντέλα προβλέψεων. Παρουσιάζει σε ξεχωριστά κεφαλαία την μεθοδολογία της Ασαφής λογικής (ΑΛ), των Νευρωνικών δικτύων (ΝΔ) και των Προσαρμοστικών Νεύρο-ασαφών συστημάτων (ANFIS). Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν για τα δεδομένα, τα αποτελέσματα τους και οι συγκρίσεις μεταξύ των συναρτήσεων, που αναφέραμε παραπάνω, και των μεθόδων AR και ARMA για το καλύτερο μοντέλο. Τέλος, στο τελευταίο κεφάλαιο αναφέρεται στα αποτελέσματα που πάρθηκαν και προτρέπει για παραπάνω έρευνα, στην συμπλήρωση ή βελτίωση της υπάρχουσας.

1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΠΩΛΗΣΕΩΝ

1.1 Εισαγωγή στην πώληση

Στην ζωή του πρωτόγονου ανθρώπου το σύμβολο ή η λέξη «πώληση» δεν υπήρχε. Και αυτό, επειδή ο άνθρωπος, απλώς φρόντιζε ν' αποκτήσει μόνο τα απαραίτητα είδη, που θα εξασφάλιζαν την επιβίωση τη δική του και της οικογένειάς του. Αργότερα παρατήρησε ότι, ενώ πολλές φορές είχε πλεόνασμα σε κάποιο είδος, δεν είχε επάρκεια σε κάποιο άλλο. Έτσι, σκέφτηκε ν' ανταλλάζει τα περισσευούμενα αγαθά του, με άλλους ανθρώπους που διέθεταν κάτι, που του ήταν χρήσιμο. Κομμάτια κρέατος από μεγάλο θήραμα, που θα σάπιζαν αν δεν τα έτρωγαν, ανταλλάχτηκαν με αιχμηρές πέτρες, καρποί μετατράπηκαν σε μεγάλα δόντια, που τα χρησιμοποιούσαν για μαχαίρια κ.λπ. Σιγά, σιγά, άρχισε ν' ανταλλάζει όχι μόνο το περίσσευμα των αγαθών του, αλλά και κάτι που του ήταν χρήσιμο, προκειμένου όμως ν' αποκτήσει κάτι πιο ελκυστικό ή μοναδικό. Έτσι, έδινε τρόφιμα για ν' αποκτήσει ένα εργαλείο, που είχε κατασκευάσει κάποιος περισσότερο ικανός (Doney & Cannon, 1997).

Πολλές φορές όμως καταλάβαινε πως η ανταλλαγή που έκανε, δεν ήταν ισότιμη. Και αυτό επειδή ο κάθε ένας εκτιμούσε υποκειμενικά την ανταλλαξιμότητα των αγαθών του, συνήθως ανάλογα με τον κόπο που κατέβαλλε για την απόκτησή τους. Επειδή κάποιες φορές, του ήταν δύσκολο να τεμαχίσει τα προϊόντα, οπότε ήταν υποχρεωμένος να τα ανταλλάξει με ότι υπήρχε διαθέσιμο, έστω και μικρότερου μεγέθους. Όλες αυτές οι δυσκολίες, οδήγησαν τον πρωτόγονο άνθρωπο στη θέσπιση των πρώτων μονάδων μέτρησης και ανταλλαγής αγαθών. Κάπου εκεί ανάγονται και οι βάσεις της οικονομίας. Ακόμη όμως δεν είχε εμφανιστεί η έννοια του κέρδους. Αυτή ήρθε αργότερα, μαζί με την εξέλιξη και τον εκπολιτισμό του ανθρώπου, όταν δηλαδή θέλησε να βελτιώσει τη θέση του απέναντι στους άλλους και όταν άρχισε να επιδιώκει την άνεση και την καλύτερευση των συνθηκών της διαβίωσής του. Όμως, με την ισότιμη ανταλλαγή, δεν μπορούσε να εξασφαλίσει όλα όσα επιθυμούσε. Ο μόνος τρόπος ήταν ν' ανταλλάξει κάτι για το οποίο είχε καταβάλλει μικρή ενέργεια για την απόκτησή του, με κάτι που θα χρειαζόταν μεγάλη κατάθεση ενέργειας για να το αποκτήσει μόνος, οπότε να επωφεληθεί τη διαφορά. Τότε, ο άνθρωπος άρχισε για πρώτη φορά να πουλάει. Δηλαδή, η πώληση ήταν μια μορφή μη ισότιμης ανταλλαγής, με σκοπό το επιπλέον όφελος, δηλαδή, το κέρδος. Και επειδή βέβαια ο κάθε ένας είχε τον ίδιο σκοπό, καθιερώθηκε ως ο συνήθης και αποδεκτός τρόπος συναλλαγής, αφού όλοι προσέθεταν «κάτι» στις απαιτήσεις τους όταν προχωρούσαν σε ανταλλαγή των αγαθών τους και αυτό το «κάτι» τους εξασφάλιζε την κατάκτηση των επιπλέον στόχων τους (Καζάκης, 2000).

1.2 Ορισμός της πώλησης

Για τον ορισμό της έννοιας της πώλησης έχουν γραφτεί πάρα πολλά. Σήμερα, μπορούμε να πούμε, ότι:

Πώληση, είναι η αλληλεπίδραση δύο ενδιαφερομένων με σκοπό το κοινό όφελος, όπου (Doney & Cannon, 1997):

- Ενδιαφερόμενοι μπορεί να είναι, άτομα, εταιρίες, οργανισμοί, κράτη.

- Όφελος μπορεί να είναι, για τον έναν ενδιαφερόμενο η απόκτηση προϊόντων, η παροχή υπηρεσιών, η ενοικίαση αγαθών, η εξασφάλιση παροχών η πρόκληση συναισθημάτων κ.λπ., ενώ για τον άλλον συναλλασσόμενο, μονάδα μέτρησης του δικού του οφέλους, είναι συνήθως τα χρήματα, αλλά ίσως και η φήμη, η δόξα και άλλα λιγότερο φανερά τα κέρδη.

1.3 Δεοντολογικοί κανόνες της πώλησης

Αφού λοιπόν, πώληση είναι αμοιβαίο όφελος, υπάρχουν δεοντολογικοί κανόνες που διέπουν την κάθε συναλλαγή, ώστε να μην υπάρχει εκμετάλλευση από τάσεις αισχροκέρδειας και ανηθικότητας. Έτσι επιγραμματικά μπορούμε να πούμε ο δεοντολογικός κώδικας των πωλήσεων αναφέρει ότι (Καζάκης, 2000):

- Σε μια συναλλαγή, υπάρχουν τα κοινωνικά αποδεκτά όρια κέρδους.
- Τα προϊόντα και οι υπηρεσίες, πρέπει ν' ανταποκρίνονται στην περιγραφή τους.
- Η περιγραφή, να μην παραπληροφορεί και ωραιοποιεί, αλλά να ενημερώνει για όλες τις παραμέτρους.
- Η αποπληρωμή, πρέπει να γίνεται με τους προσυμφωνημένους όρους.
- Στην κάθε συναλλαγή, ν' αποφεύγεται κάθε τι που είναι, άτιμο, ανήθικο και παράνομο.

1.4 Η ηθική των πωλήσεων

Καμία ανθρώπινη ενέργεια δεν πρέπει να έχει ως στόχο της, τη ζημιά των συνανθρώπων μας, την καταστροφή του περιβάλλοντος και την προώθηση ανήθικων πράξεων. Άρα, δεν θα έπρεπε να πωλούνται όπλα, να καίγονται δάση για να γίνουν οικόπεδα, να υπάρχουν απόβλητα από εργοστάσια που καταστρέφουν το περιβάλλον, αλλά ούτε και ν' αποδεχόμαστε προϊόντα κλοπής από υπαίθριους πωλητές, λόγω μεγάλης διαφοράς της τιμής τους, από την τιμή πώλησης στα καταστήματα. Αυτός είναι και ο λόγος που την ηθική των πωλήσεων, τη συναντάμε στα βιβλία ενώ γνωρίζουμε ότι, στην πραγματικότητα από αρκετούς δεν εφαρμόζεται, ειδικά από εκείνους που προσδοκούν τα μεγάλα κέρδη. Επιπλέον, επειδή ο καθένας είναι ελεύθερος, χωρίς καμία ιδιαίτερη παιδεία και καλλιέργεια, να εξασκήσει την πώληση ως βιοποριστικό επάγγελμα, οι πωλητές έχουν κατηγορηθεί - και όχι άδικα - ότι, θυσιάζουν τα πάντα για το κέρδος. Έτσι, κάθε ηθικός άνθρωπος, που θ' ασχοληθεί με την πώληση, πρέπει να αισθάνεται πως είναι υποχρεωμένος να υπερασπίσει την εργασία του και πρέπει να φροντίζει να δίνει στους γύρω του και τη σωστή της διάσταση. Δηλαδή, να τους κάνει κοινωνούς της ιδέας πως:

Αν η εργασία του πωλητή, κινείται μέσα στους κανόνες δεοντολογίας, είναι ένα κοινωνικό λειτουργήμα. Τί το ποιο σπουδαίο λοιπόν, από το να γνωρίζει ο πωλητής, πως κάθε δική του επιτυχία, εξασφαλίζει χαρά και ικανοποίηση, σε μια ολόκληρη αλυσίδα ανθρώπων (Zeithaml & al, 1996).

1.5 Ο ρόλος του πωλητή

Ο επιτυχημένος πωλητής λειτουργεί σαν τον επιτυχημένο στρατηγό. Οργανώνεται, κατασκοπεύει, αποφασίζει τη στρατηγική, επιτίθεται, κατακτά και φροντίζει να συντηρεί τα κατακτημένα εδάφη. Για να πουλήσει πρέπει να πολεμήσει. Κερδίζοντας μικρές μάχες, θα κερδίσει ολόκληρο τον πόλεμο. Όμως, η διαφορά στην πώληση είναι ότι, οι μάχες είναι αναίμακτες μόνο αν επιτευχθεί πώληση, οπότε είναι και οι δύο ωφελημένοι. Δηλαδή και ο πελάτης καλύπτει την ανάγκη του ή κάνει το κέφι του και ο πωλητής αποκτά κέρδη. Αν όχι και ο πελάτης στερείται το όφελος του προϊόντος ή της υπηρεσίας, αλλά και η «τσέπη» του πωλητή ματώνει. Για να οργανώσει τη δική του «στρατηγική» πωλήσεων, πρέπει να βασιστεί σε κάποιες συγκεκριμένες αντιλήψεις - «συνταγές», που άλλοι

έχουν πριν από αυτόν δοκιμάσει με επιτυχία. Για να καταλήξει στις δικές του αντιλήψεις, χρειάζεται να μελετήσει. Δηλαδή (Doney & Cannon, 1997):

1. Να καταλάβει γιατί «δουλεύουν» κάποιες συνταγές.
2. Γιατί δεν «δουλεύουν» κάποιες άλλες.
3. Ποιες αντιλήψεις μπορεί να εφαρμόζει και αυτός, στο συγκεκριμένο προϊόν ή υπηρεσία, που προωθεί.

Στην πώληση, παίζει σημαντικότατο ρόλο η ψυχολογία του πωλητή. Από τα πρώτα στοιχεία, που πρέπει να προσέξει ένας manager στους πωλητές του είναι, η διαμόρφωση των ψυχολογικών τους διάθεσης, έτσι ώστε να έχουν πάντοτε μέσα τους το ισχυρότερο κίνητρο, αλλά και τον καλύτερο οδηγό, προς τον επαγγελματισμό.

1.6 Επικοινωνία και πώληση

Μέχρι πριν λίγα χρόνια, όλοι πίστευαν πως η επιτυχημένη πώληση ήταν αποτέλεσμα της δύναμης της πειθούς του πωλητή. Γι' αυτό και όλη η προσπάθεια δινόταν για ν' αναπτύξει ο πωλητής τα επιχειρήματά του, σχετικά με την ποιότητα, τη μοναδικότητα και την αποτελεσματικότητα του προϊόντος του και έτσι, να πείσει τον πελάτη. Ευνόητο βεβαίως ήταν, σε μια τέτοια προσπάθεια, να επιχειρηματολογεί με ψεύδη και να γίνεται πολλές φορές πειστικός κ.λπ. Έτσι, ο πωλητής θεωρούσε την πώληση νίκη του επί του πελάτη. Από την άλλη, ο πελάτης μοιραίος, είχε αναπτύξει μια μόνιμα αμυντική στάση, απέναντι στους εμπόρους και τους πωλητές, που πολλές φορές έφτανε στα όρια του φόβου. Τώρα πλέον, τα πράγματα τείνουν ν' αλλάξουν, επειδή η πώληση βασίζεται στον εντοπισμό των αναγκών του πελάτη και αρκετοί πωλητές είναι εκπαιδευμένοι και αντιλαμβάνονται ότι, η πίεση και η «κοροϊδία», δεν φέρνει τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Ο πωλητής λοιπόν, έχει κάθε μέρα έναν πόλεμο. Πολεμάει με το φόβο, την ανασφάλεια, την παραπληροφόρηση και τις άσχημες μνήμες των πελατών του. Αν κερδίσει τον πόλεμο, θα τους κάνει ευτυχισμένους και θα είναι κι αυτός κερδισμένος και ικανοποιημένος. Μια αγοραπωλησία, που θα δώσει ικανοποίηση στον επαγγελματία πωλητή, θα είναι αυτή, που θα βλέπει τον πελάτη και ως συνάνθρωπο που του καλύπτει τις ανάγκες και όχι ως «κοροϊδο». Ένας επαγγελματίας πωλητής, όπως και κάθε καλός στρατιώτης, πρέπει να είναι πολύ καλά οργανωμένος και εφοδιασμένος, με κατάλληλα όπλα και πολεμοφόδια. Για τον πωλητή, αυτά τα όπλα είναι τα εξής (Wilson, 1994):

- Η τέλεια γνώση, όλων των παραμέτρων των προϊόντων και των υπηρεσιών που προωθεί.
- Η κατάρκτηση, των τεχνικών των πωλήσεων.
- Η κατανόηση, των κανόνων της επαγγελματικής επικοινωνίας.
- Η δυνατότητα χειρισμού, του συναισθήματος του πελάτη.

Όλα αυτά, του δίνουν υπεροχή και πρέπει να του τη δίνουν για να μπορεί να εμπνέει εμπιστοσύνη στον πελάτη του, να κατανοεί τις ανάγκες του και να προσφέρει τις υπηρεσίες του σωστά. Είναι όμως, άλλο να νοιώθει υπεροχή στη γνώση του αντικειμένου του και άλλο να νοιώθει υπεροχή απέναντι στον άνθρωπο - πελάτη. Πολλές φορές οι πωλητές, ορμώμενοι από αυτήν ακριβώς την υπεροχή της γνώσης, συμπεριφέρονται με υπεροψία στους πελάτες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την επιφυλακτικότητα και την άρνηση. Το μόνο που επιτυγχάνει είναι μια πρόσκαιρη πίεση, που ίσως υποκινήσει κάποιους αδαείς και εκ πεποιθήσεως αναποφάσιστους, αλλά σε καμία περίπτωση δεν θα επιτύχει, σωστή και επαγγελματική σχέση με την πλειοψηφία των πελατών του.

1.7 Η πώληση είναι μια πράξη ισότιμης και αμφίδρομης επικοινωνίας

Είδαμε στα προηγούμενα κεφάλαια ότι, η αντίληψη πως ο πελάτης είναι είδος προς εκμετάλλευση από τον πωλητή, έχει από καιρό ξεπεραστεί. Στην πώληση και γενικά στην διαπραγμάτευση, δεν υπάρχουν ανώτεροι και κατώτεροι μεταξύ των διαπλεκόμενων. Άλλωστε, η πώληση έχει στόχο το κοινό όφελος. Δηλαδή και ο πελάτης να καλύψει κάποια ανάγκη, αλλά και ο πωλητής να καλύψει την ανάγκη του για επιβίωση. Πώς όμως ο πωλητής μπορεί να εντοπίσει την ανάγκη του πελάτη του; Όπως θα αναλύσουμε παρακάτω, η διερεύνηση των αναγκών γίνεται μέσα από το διάλογο με τον πελάτη, εφαρμόζοντας την τεχνική των διερευνητικών ερωτήσεων. Δηλαδή, ο πελάτης αφού νοιώσει εμπιστοσύνη προς τον πωλητή, θα οδηγηθεί σιγά - σιγά, με τη συζήτηση, να μιλήσει για τις ανάγκες του. Η δε παρατηρητικότητα του πωλητή κατά την διάρκεια αυτής της επικοινωνιακής πράξης, θα τον βοηθήσει να διακρίνει ευκαιρίες για να τις μετατρέψει σε νέες ανάγκες για τον πελάτη του, που φυσικά θα μπορεί να καλύψει με τα δικά του προϊόντα και τις υπηρεσίες του. Δηλαδή, η πώληση βασίζεται στην επικοινωνία και μάλιστα στην ισότιμη επικοινωνία. Δεν πρόκειται κανένας να «ξαναοιχτεί» σ' έναν υπερόπτη πωλητή, γιατί αφού θα νοιώθει κατώτερος θα είναι σ' επιφυλακή και άμυνα. Θα φοβάται και θα πιστεύει κυρίως ότι, θα τον παρασύρει και θα τον κοροϊδέψει (Wilson, 1994).

1.8 Δυσκολίες στη διαπροσωπική επικοινωνία με τον πελάτη

Κάθε πωλητής, έχει μια δυσκολία να ξεπεράσει. Πρέπει να μεταφέρει στον πελάτη του, τη γνώση των προϊόντων του και του οφέλους που θ' αποκομίσει εκείνος από τη χρήση τους. Πολλές φορές όμως, άλλα λέει και άλλα αντιλαμβάνεται ο συνομιλητής του. Ακόμη χειρότερα δε, να πιστεύει ότι, ο πελάτης του κατάλαβε ότι του είπε και να συνεχίζει χωρίς ν' αναρωτιέται, αν πραγματικά επικοινωνούν.

Γιατί συμβαίνει αυτό;

Στη διαπροσωπική επικοινωνία υπάρχουν μια σειρά από δυσκολίες, που πολλές φορές εμποδίζουν την ορθή μεταφορά των μηνυμάτων, από τον πομπό στον δέκτη. Οι δυσκολίες αυτές είναι οι εξής (Σταθακόπουλος, 2001):

- Το να ακούει κανείς εκείνο, που περιμένει να ακούσει. Δηλαδή, να έχει ήδη διαμορφωμένη κάποια άποψη, να πιστεύει και ότι κατάλαβε τι έχει να του πει ο συνομιλητής του, οπότε πραγματικά δεν συνειδητοποιεί αυτά που ακούει.
- Το να αγνοεί κάποιες πληροφορίες, απαραίτητες για να κατανοήσει τις νέες. Δεν είναι σε θέση να καταχωρήσει καμία πληροφορία επειδή του λείπει η βασική γνώση. Για παράδειγμα, να μην γνωρίζει από ηλεκτρονικούς υπολογιστές και να βομβαρδίζεται με πληροφορίες για το Internet.
- Το να έχει διάφορες αντιλήψεις, σχετικά με τον πομπό των πληροφοριών, που να συγκρούονται με τις πληροφορίες τις οποίες δέχεται. Δηλαδή, να πιστεύει π.χ. πως οι γυναίκες δεν γνωρίζουν από αυτοκίνητα και να είναι γυναίκα η πωλήτρια στην έκθεση, που έχει πάει για πιθανή αγορά.
- Οι λέξεις, σημαίνουν διαφορετικά πράγματα, σε διαφορετικούς ανθρώπους. Δηλαδή, οι λέξεις αλλάζουν έννοια από τόπο σε τόπο όπως, π.χ. το «παιδί» σε αρκετές περιοχές σημαίνει το αγόρι, ενώ σε άλλες «παιδιά» λέγονται και τα αγόρια και τα κορίτσια. Επίσης, λέγοντας κάποιος τη φράση «θέλω το αυτοκίνητο να τρέχει με μεγάλη ταχύτητα» μπορεί να σημαίνει ότι, ικανοποιείται με 160 χιλιόμετρα την ώρα, ενώ κάποιος άλλος μεγάλη ταχύτητα να θεωρεί τα 260 χιλιόμετρα την ώρα.

- Η επαγγελματική διάλεκτος δεν κατανοείται από άλλους. Το να βρίσκεται ο συνομιλητής σε ακατάλληλο συναισθηματικό πλαίσιο ή και μόνο απλά βιαστικός να είναι, αρκεί για να μην επιτευχθεί ουσιαστική επικοινωνία.
- Το να παρεμβαίνει κάποιος θόρυβος. Δηλαδή, να συμβαίνει οτιδήποτε που ν' αποσπά την προσοχή του ακροατή. Θόρυβος μπορεί να είναι ένας εξωτερικός παράγοντας όπως, π.χ. μια διακοπή από ένα τηλέφωνο, η υπερβολική ένταση της μουσικής κ.λπ. ή ένας εσωτερικός παράγοντας όπως, π.χ. ένα δυσάρεστο συναίσθημα όπως, η πείνα, η ζέστη κ.λπ.
- Το να έχει το μήνυμα, υπερβολικά μεγάλο μέγεθος. Δηλαδή, ν' αναφέρονται τόσες λεπτομέρειες, που να μπερδεύουν τον ακροατή ή να δέχεται τόσες πολλές πληροφορίες, που να μην μπορεί να τις συγκρατήσει και να τις επεξεργαστεί.

Βλέπουμε ότι, είναι αρκετοί οι λόγοι που ένας πωλητής δεν πρέπει να επαναπαύεται και να πιστεύει ότι, ο πελάτης έχει πράγματι καταλάβει αυτό που του λέει. Για αυτό υπάρχει μια αλάνθαστη μέθοδος, που παρ' όλες τις δυσκολίες της πρέπει να εφαρμόζεται σε κάθε επαγγελματική επικοινωνία. Η μέθοδος της επαναπληροφόρησης. Δηλαδή, ο πωλητής πρέπει να παρατηρεί τις αντιδράσεις του πελάτη, ώστε να βεβαιώνεται πως επικοινωνούν πραγματικά.

1.9 Επαναπληροφόρηση, το κλειδί της σωστής επικοινωνίας

Η επαναπληροφόρηση ή επανατροφοδότηση ή ανάδραση, η οποία διεθνώς είναι γνωστή ως feed back, είναι το κλειδί στη γέφυρα της επικοινωνίας. Επαναπληροφόρηση, είναι η λεκτική επιβεβαίωση, που ζητάμε από το συνομιλητή μας προκειμένου να διαπιστώσουμε ότι, η επικοινωνία μας προωθείται ανεμπόδιστα. Όταν π.χ., εξηγούμε σ' έναν υποψήφιο πελάτη, τα οφέλη από τη δημιουργία μιας ιστοσελίδας της επιχείρησής του στο Internet, κάνουμε την ανάλυση που αναφέρεται στο σχήμα 2-1:

ΑΝΑΦΕΡΟΥΜΕ ΤΟ ΠΡΟΪΟΝ	<ul style="list-style-type: none"> • Πληροφοριακή και διαφημιστική ιστοσελίδα στο Internet (site).
ΑΝΑΛΥΟΥΜΕ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ	<ul style="list-style-type: none"> • Συγκριτικά με άλλα ΜΜΕ μικρότερα διαφημιστικά κόστη. • Μεγαλύτερος χώρος και δυνατότητα πληροφοριών. • Επικοινωνία με ειδικό κοινό, που επιλέγει το ίδιο να πληροφορηθεί για τις συγκεκριμένες υπηρεσίες ή προϊόντα. • Διεθνής παρουσία.
ΕΝΤΟΠΙΖΟΥΜΕ ΤΟ ΟΦΕΛΟΣ ΤΟΥ ΠΕΛΑΤΗ	<ul style="list-style-type: none"> • Οικονομία χρήματος. • Οικονομία χρόνου ενημέρωσης του κοινού. • Μεγαλύτερη επικοινωνιακή δυνατότητα. • Δυνατότητα παρουσίασης σε διεθνές πελατολόγιο.

Σχήμα 1-1: Διαφήμιση στο Internet & τα χαρακτηριστικά της

Αυτά όλα, για τον πωλητή που τα κατανοεί και τα επαναλαμβάνει καθημερινά, είναι απλά και λογικά. Όμως, ο καταναλωτής δεν είναι καθόλου σίγουρο ότι, θα μπορέσει να καταχωρήσει όλες αυτές τις πληροφορίες στη μνήμη του και να μπορέσει να τις επεξεργαστεί για να αποφασίσει αν μια τέτοια αγορά, είναι συμφέρουσα γι' αυτόν. Ο επαγγελματίας πωλητής γνωρίζει πως, για να προχωρήσει στην επόμενη φάση της πώλησης, αυτή που αφορά στις τεχνικές λεπτομέρειες του προϊόντος και στην τιμή, πρέπει πρώτα να σιγουρευτεί ότι, ο πελάτης κατανόησε τα οφέλη που θα προκόψουν, αν αποφασίσει την αγορά. Κάνει τότε την ερώτηση «ποιο πιστεύετε τελικώς, πως θα είναι το όφελος της εταιρίας σας, αν αποφασίσετε να κάνετε μια ιστοσελίδα στο Internet;»

Η απάντηση που θα ακούσει, θα του δώσει ή όχι την επιβεβαίωση του τι έχει κατανοήσει ο ακροατής του. Μια περίπτωση είναι, να του απαντήσει πως η εταιρία θα κερδίσει χρήματα, αφού θα έχει δυνατότητα να διαφημιστεί με μικρό κόστος, στο κοινό που την ενδιαφέρει, θα μπορεί στο ίδιο κοινό να δίνει λεπτομερή πληροφόρηση και θ' αυξήσει τις πωλήσεις της, αφού θα παρουσιάζεται και εκτός Ελλάδος. Δηλαδή, η απάντηση δείχνει πως έχει κατανοήσει ότι, θα προκόψουν γι' αυτόν σημαντικά οικονομικά οφέλη. Σ' αυτή την περίπτωση η απάντηση δείχνει κατανόηση και είναι το «πράσινο φως» για την επόμενη φάση.

Τι γίνεται όμως αν η απάντηση είναι πως, η εταιρία θα έχει και αυτή ένα site, όπως και τόσες άλλες; Φαίνεται ξεκάθαρα πως ο πελάτης δεν έχει επεξεργαστεί τις πληροφορίες και δεν του προκύπτει κανένα όφελος. Σ' αυτή την περίπτωση, ο πωλητής πρέπει να αναρωτηθεί πρώτα για τη δική του ικανότητα περιγραφής, δεύτερον για την ικανότητα αντίληψης του πελάτη και τρίτον για τους «θορύβους» που μεσολάβησαν και εμπόδισαν την επικοινωνία. Στη συνέχεια, χωρίς εντάσεις, θα πρέπει να επαναλάβει την κεντρική ιδέα των επιχειρημάτων του, μέχρις ότου βεβαιωθεί ότι έγιναν αντιληπτά και κατανοητά. Αυτός είναι ο σπουδαίος και απαραίτητος ρόλος της επαναπληροφόρησης, που εξασφαλίζει την ορθή μεταφορά των μηνυμάτων. Όσο υπερβολικό και αν ακούγεται, ένας έμπειρος διαπραγματευτής γνωρίζει πολύ καλά ότι, από αυτά που θέλει να επικοινωνήσει, σε κάθε περίπτωση, ο οποιοσδήποτε συνομιλητής έχει σημαντικότερη απόκλιση στην αποκωδικοποίηση και στην κατανόηση. Δεν συνεχίζει λοιπόν χωρίς επανατροφοδότηση, τουλάχιστον στα σημεία – κλειδιά.

1.10 Η βάση για σωστή επικοινωνία

1. Αν θέλουμε να επικοινωνήσουμε με κάποιον, θα πρέπει να μιλήσουμε με την δική του γλώσσα.
2. Αν θέλουμε να μας προσέξει, θα πρέπει να κερδίσουμε την προσοχή του.
3. Αν θέλουμε να καταλάβει κάτι, θα πρέπει να του δώσουμε μια εικόνα (αφηρημένες έννοιες δύσκολα εντυπώνονται).
4. Αν θέλουμε να θυμηθεί κάτι, θα πρέπει να βοηθήσουμε την μνήμη του.
5. Αν θέλουμε να νιώσει κάτι, να πρέπει να του δώσουμε ένα μήνυμα, συναισθηματικά χρωματισμένο.
6. Αν θέλουμε να κάνει κάτι, θα πρέπει να του δώσουμε ένα κίνητρο.

1.11 Εντοπίζοντας το πως λειτουργεί ο κάθε πελάτης

Κάθε άνθρωπος έχει τον χαρακτήρα του και αναλόγως με τις συνθήκες που μεγάλωσε ή το χώρο στον οποίο κινείται, έχει διαμορφώσει και την ανάλογη συμπεριφορά. Έχει τις δικές του αξίες και βάζει τις προτεραιότητές του. Καθένας έχει τα προσωπικά τα γούστα, οι συνδυασμοί των χρωμάτων που προτιμάει είναι διαφορετικοί, το ύψος ή και η χρησιμότητα κάποιων προϊόντων τον κάνει να αισθάνεται κάπως, αλλά είναι και διαφορετικά τα αγαθά που στοχεύουν στην ματαιοδοξία του. Για παράδειγμα, ας αναλύσουμε τα εξής (Σταθακόπουλος, 2001):

Τι κοινό έχουν τα παρακάτω προϊόντα;

- Ένα πλυντήριο.
- Ένα αυτοκίνητο.
- Μία βάρκα
- Ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής.
- Μία ενυδατική κρέμα.
- Ένα ακριβό αυτοκίνητο.
- Ένα σκάφος.
- Ένας πίνακας ζωγραφικής
- Ένα ρολόι κόσμημα.

Η πρώτη ομάδα προϊόντων, μας καλύπτει μια σημαντική μας ανάγκη, που είναι να μας διευκολύνει τη ζωή. Από την χρήση τους, προκύπτει ένα σημαντικό όφελος.

- Δεν αγοράζουμε αυτοκίνητο, αλλά τη διευκόλυνσή μας στη μετακίνηση.
- Δεν αγοράζουμε πλυντήριο, αλλά την ευκολία με την οποία θα πλένουμε τα ρούχα χωρίς κούραση.
- Δεν αγοράζουμε την ενυδατική κρέμα, αλλά την προσδοκία να διατηρήσουμε τη νεότητά μας περισσότερο.
- Δεν αγοράζουμε τη βάρκα, αλλά το μέσον για να ψαρεύουμε και τον τρόπο για να μετακινούμαστε στην θάλασσα.

Η δεύτερη ομάδα προϊόντων δεν αφορά σε μια επιτακτική καταναλωτική ανάγκη, αλλά αφορά σ' ένα εξίσου σημαντικό κίνητρο, που εκτονώνεται με αυτού του είδους τις αγορές. Το κίνητρο της ματαιοδοξίας μας. Όποιο όμως και να είναι το κίνητρο του πελάτη, όποια ανάγκη κι αν του καλύπτει το προϊόν, θα πρέπει η επαγγελματική επικοινωνία με τον πωλητή, να γίνει στο ίδιο μήκος κύματος. Δηλαδή, ο πελάτης να νοιώσει από τον πωλητή, την κατανόηση και την αποδοχή των δικών του αναγκών.

1.12 Χειρισμοί του συναισθήματος του πελάτη με την κατάλληλη συμπεριφορά

Γνωρίζουμε ότι, κάθε χαρακτήρας έχει τα δικά του κανάλια επικοινωνίας. Η γέφυρα εμπιστοσύνης, που είναι το ζητούμενο σε κάθε προσπάθεια πώλησης, «χτίζεται» με διαφορετικά υλικά για καθέναν και τα υλικά αυτά τα βάζει, η ανάλογη και κατάλληλη κατά περίπτωση συμπεριφορά.

Συμπεριφορά, είναι ένα πλήθος αντιδράσεων, που χαρακτηρίζουν κάθε άνθρωπο και διαμορφώνονται από εσωτερικούς και εξωτερικούς παράγοντες.

Εσωτερικοί παράγοντες διαμόρφωσης της συμπεριφοράς, είναι:

- Η κληρονομικότητα
- Ο χαρακτήρας.
- Οι οικογενειακές καταστάσεις.
- Τα οικογενειακά «taboo».
- Τα βιώματα της παιδικής ηλικίας.

Αντιστοίχως, εξωτερικοί παράγοντες διαμόρφωσης της συμπεριφοράς, είναι:

- Τα κοινωνικά δεδομένα.
- Τα οικονομικά δεδομένα.
- Τα πολιτιστικά δεδομένα.
- Τα τοπικιστικά δεδομένα.
- Η κοινή γνώμη
- Τα κοινωνικά «taboo».
- Οι προσωπικές εμπειρίες.

Με τις δικές μας συμπεριφορές χειριζόμαστε το συναίσθημα του πελάτη. Με το δικό μας τρόπο και συμπεριφορά προς τον πελάτη, θα κατανικήσουμε τη δυσπιστία ή την καχυποψία του και θα προκαλέσουμε το σεβασμό του. Η εικόνα, που προβάλλουμε για τον εαυτό μας με την συμπεριφορά μας, προκαλεί το προσδοκώμενο συναίσθημα, αλλά όταν η δόση είναι υπερβολική, τότε προκαλεί τα αντίθετα συναισθήματα (Bailey, 1994). Π.χ.:

Η ευγένεια -» προκαλεί -> ευγένεια.

Αλλά:

Η υπερβολική ευγένεια —> προκαλεί δυσπιστία, αναξιοπιστία, αμφιβολία, ακόμη και οίκτο.

Η αγανάκτηση και ο θυμός —> οριοθετούν.

Αλλά:

Η υπερβολική αγανάκτηση —> προκαλεί στον πελάτη επιφυλακτικότητα και δυσπιστία για τον πωλητή.

1.13 Πρόβλεψη πωλήσεων και η σημαντικότητά τους

Πριν αναλύσουμε τις προβλέψεις για τις πωλήσεις θα ήταν αναγκαίο να αναφέρουμε επιγραμματικά για τους κύριους κλάδους προβλέσεων. Οι μέθοδοι πρόβλεψης κατηγοριοποιούνται σε ποιοτικές και ποσοτικές. Οι Ποιοτικές θεωρούνται υποκειμενικές και βασίζονται σε εκτιμήσεις και γνώμες. Οι Ποσοτικές διακρίνονται σε μεθόδους προεκβολής (ανάλυση χρονοσειρών), αιτιακές μεθόδους και προσομοίωση. Η ανάλυση χρονοσειρών είναι βασισμένη στην ιδέα ότι οι ιστορικές παρατηρήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη μελλοντικών παρατηρήσεων και ασχολείται με την ανάλυση των ιστορικών δεδομένων σε παράγοντες όπως η τάση, η εποχικότητα, κλπ. Οι αιτιακές μέθοδοι πρόβλεψης θεωρεί ότι η ζήτηση εξαρτάται από ορισμένους εξωτερικούς (μακροοικονομικούς) παράγοντες, ενώ η Προσομοίωση κάνει αναπαράσταση με ηλεκτρονικό υπολογιστή ενός συστήματος ή φαινομένου (Αυλωνήτης & Σταθακόπουλος, 2008).

Η πρόβλεψη των πωλήσεων αποτελεί το σημείο εκκίνησης για ολόκληρη τη διαδικασία του προϋπολογισμού μιας επιχείρησης. Έχει καθοριστικό ρόλο στο σχεδιασμό, στην υλοποίηση και την αξιολόγηση του στρατηγικού σχεδιασμού της επιχείρησης. Πέρα από αυτό, αποτελεί μείζον παράγοντα για τους επενδυτές ώστε να κάνουν τελικά μία επένδυση. Σαφώς και υπάρχουν διάφορες προβλέψεις πωλήσεων. Θα αναφέρουμε τα πιο σημαντικά τα οποία είναι (Καζάκης, 2000):

- Διευθυντικές Εκτιμήσεις
- Εκτιμήσεις Πωλητών
- Προθέσεις Πελατών

- Δοκιμή Αγοράς
- Αιτιακές Μέθοδοι – Προσομοίωση Πρόβλεψης Πωλήσεων

Οι Διευθυντικές Εκτιμήσεις στηρίζονται στην συγκέντρωση των απόψεων των διευθυντικών στελεχών σε σχέση με το ύψος των μελλοντικών πωλήσεων. Από τις απόψεις υπολογίζεται ένα μέσος όρος πωλήσεων. Στα θετικά στις προβλέψεις αυτές είναι ότι υπάρχει γρήγορη και εύκολη πρόσβαση, γιατί γίνεται χρήση της εμπειρίας στελεχών. Επίσης, γίνεται κατάλληλη σε περιορισμένα χρηματικά διαθέσιμα και κατάλληλη σε περίπτωση έλλειψης στοιχείων. Παράλληλα, είναι χρήσιμη για νέα και καινοτόμα προϊόντα και όταν οι ιστορικές πωλήσεις είναι σχετικά σταθερές. Στα μειονεκτήματα των εκτιμήσεων αυτών συμπεριλαμβάνεται η αντιεπισημονική του θεώρηση, αφού στηρίζεται σε απόψεις και γνώμες στελεχών και δεν είναι όλα τα στελέχη καλοί γνώστες της αγοράς. Από την άλλη υπάρχει ο κίνδυνος από την κυριαρχία μίας άποψης, ιδίως στα ανώτερα στελέχη.

Η μέθοδος της εκτίμησης πωλητών χρησιμοποιείται ιδιαίτερα από επιχειρήσεις βιομηχανικών προϊόντων. Τα θετικά της μεθόδου συγκαταλέγεται η ευθύνη στους πωλητές, πράγμα που οδηγεί στην ευθύνη τους για υλοποίηση. Γίνεται χρήση εξειδικευμένης γνώσης πωλητών και κατανομή της πρόβλεψης κατά πελάτη/περιοχή/προϊόντος. Παράλληλα, υπάρχει καλύτερη αποδοχή των στόχων των πωλητών και χαρακτηρίζονται από ακρίβεια και αξιοπιστία. Από την άλλη, οι πωλητές δεν έχουν την ικανότητα και την ανάλογη εκπαίδευση για προβλέψεις. Συνήθως είναι υπερβολικά αισιόδοξοι και υποεκτιμούν τις προβλέψεις για εύκολη επίτευξη στόχων. Επίσης, αυτή η μέθοδος είναι αρκετά χρονοβόρα.

Η μέθοδος προβλέψεων στις προθέσεις πελατών στηρίζεται στις πληροφορίες από πελάτες για μελλοντικές αγορές. Αυτή η μέθοδος ενδείκνυται κυρίως για βιομηχανικά προϊόντα αλλά χρησιμοποιείται και για καταναλωτικά. Ειδικά, όταν οι βιομηχανικοί αγοραστές είναι λίγοι και γνωστοί και είναι καλύτερος ο προγραμματισμός των αγορών. Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου αποτελούν:

- Προθέσεις ατόμων που θα προβούν στην πώληση.
- Χρήσιμη για νέα & καινοτόμα προϊόντα.
- Χρήσιμη σε έλλειψη ιστορικών στοιχείων.

Στα μειονεκτήματα της μεθόδου έχουν συμπεριληφθεί: η μεγάλη δαπάνη που χρειάζεται για καταναλωτικά αγαθά, στην ικανότητα των υποψήφιων πελατών να μπορούν να προβλέψουν σωστά, πράγμα που είναι δύσκολο πολλές φορές. Στηρίζεται, εξίσου, στην συνεργασία των πελατών υπάρχει συνήθως διαφορά μεταξύ του τι θέλουν και τι τελικά κάνουν οι πελάτες.

Στην μέθοδο δοκιμή της αγοράς έχουμε την επιλογή ενός συγκεκριμένου τμήματος της αγοράς που θεωρείται αντιπροσωπευτικό. Τοποθετούμε ένα προϊόν στην συγκεκριμένη αγορά και το υποστηρίζουμε με συγκεκριμένο πρόγραμμα μάρκετινγκ. Στην συνέχεια γίνεται αξιολόγηση των πωλήσεων που έχουν επιτευχθεί. Έτσι γίνεται πρόβλεψη μελλοντικών πωλήσεων από το μερίδιο αγοράς που έχει αποκτήσει το νέο προϊόν στο συγκεκριμένο τμήμα της αγοράς. Στα πλεονεκτήματα της μεθόδου μπορούν να αναφερθούν ότι:

- Το τελικό κριτήριο προϊόν επιλέγεται από τους ίδιους τους πελάτες.
- Υπάρχουν δεδομένα πραγματικών αγορών.
- Είναι ακριβής και αξιόπιστη.
- Μπορεί να γίνει αξιολόγηση του προγράμματος μάρκετινγκ για το προϊόν.

Στα μειονεκτήματα της μεθόδου, πράγμα που το καθιστά συχνά ανέφικτο, είναι η τεράστια δαπάνη που χρειάζεται να αναπτυχθεί και ο χρόνος εκτέλεσης του (περίπου 1 έτος). Έτσι όμως αποκαλύπτεται στους ανταγωνιστές τα μελλοντικά σχέδια της παραγωγικής μονάδας.

Οι Αιτιακές Μέθοδοι Πρόβλεψης Πωλήσεων προσπαθούν να εντοπίσουν τους παράγοντες και τον τρόπο που επηρεάζουν το αντικείμενο πρόβλεψης. Για παράδειγμα οι πωλήσεις μπορούν να επηρεάζονται από την διαφήμιση, την ποιότητα και τους ανταγωνιστές. Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν οι Ποσοτικές μέθοδοι και η Προσομοίωση Προβλέψεων Πωλήσεων. Αυτά αποτελούν την πιο οικονομική λύση σε σχέση με τις άλλες μεθόδους. Παρόλο που απαιτεί μεγάλο αριθμό ιστορικών στοιχείων, όταν η πρόβλεψη γίνεται σε μηνιαία ή τριμηνιαία βάση και, επιπλέον, απαιτείται ο διαχωρισμός της εποχικότητας ή της κυκλικότητας. Μειονεκτεί, επίσης, των απρόβλεπτων γεγονότων προκειμένου να υπολογιστεί σωστά η πρόβλεψη. Εντούτοις, παρέχουν αξιόπιστα αποτελέσματα, έτοιμα για εφαρμογή, αφού υπόκεινται σε αυστηρούς στατιστικούς ελέγχους. Για παράδειγμα μπορεί να γίνει πολυμεταβλητή ανάλυση παλινδρόμησης, που λαμβάνει υπόψη και εξωτερικές μεταβλητές. Από την άλλη, τα Δυναμικά Μοντέλα ή η Προσομοίωση παρέχουν την δυνατότητα εισαγωγής υποθέσεων σχετικά με εσωτερικές μεταβλητές και εξωτερικούς παράγοντες. Για παράδειγμα, ο αναλυτής μπορεί να τρέξει το μοντέλο λαμβάνοντας υπόψη πιθανή μείωση των τιμών κατά 10%. Πάνω σε αυτό το πλαίσιο θα αναπτυχθεί και θα αναλυθεί παρακάτω η εργασία. Δηλαδή θα προσπαθήσουμε να συνδέσουμε την προσομοίωση με τις πωλήσεις. Επιπλέον, στο επόμενο κεφάλαιο θα αναφέρουν μερικές από τις πιο σημαντικές εργασίας πάνω στις προβλέψεις διάφορων οικονομικών μεγεθών.

2 ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ

2.1 Πρόλογος

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε μερικές μελέτες που έχουν αναπτυχθεί από συγκεκριμένα επιστημονικά άρθρα. Στο σύνολο τους έχουν ως σκοπό να αναδείξουν τους δυναμικούς μεθόδους ή την προσομοίωση και πως μπορεί να γίνεται πρόβλεψη σε διαφορά οικονομικά στοιχεία. Τα δεδομένα των άρθρων αυτών έχουν συλλεχθεί τόσο από Έλληνες ερευνητές, όσο και από το διεθνές περιβάλλον. Η σειρά στην παρουσίαση των άρθρων γίνεται κατά χρονολογική σειρά.

2.2 Cargill & Meyer (1983)

Στο άρθρο των Cargill & Meyer (1983) γίνεται ανάλυση των επιπτώσεων της ποιότητας των προβλέψεων των επιτοκίων-των αποδόσεων των προβλέψεων και του πίνακα της συνδιακύμανσης των αποδόσεων των προβλέψεων στα βέλτιστα (optimal) χαρτοφυλάκια που αναπτύχθηκαν από τετραγωνικό προγραμματισμό (quadratic programming). Πρόκειται για ένα μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης. Οι συναρτήσεις των προβλέψεων καθορίζονται από μια δομή όρων (term structure) των κυβερνητικών ασφαλειών (government securities) εξ αιτίας της σημαντικότητας της εισαγωγής σε τράπεζες (banking) τέτοιων περιορισμένων χαρτοφυλακίων. Μια σύγκριση κόστους -κέρδους μεταξύ πραγματικών και βέλτιστων (ιδεατών) χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας αποδόσεις πού ή έχουν προβλεφθεί ή είναι πραγματικές παρέχουν μια εκτίμηση της οικονομικής εξίσωσης πληροφοριών ρίσκου.

2.3 Phillips (1995)

Στο άρθρο του Phillips (1995) χρησιμοποιείται ένα τεστ προσανατολισμού για τη εκτίμηση μοντέλων τα οποία προβλέπουν σε χρονικό ορίζοντα μιας περιόδου. Τα μοντέλα που συγκρίνονται είναι μοντέλα Bayes των οποίων οι εκτιμώμενοι συντελεστές αναβαθμίζονται σε κάθε περίοδο όταν είναι διαθέσιμα καινούρια δεδομένα. Ένα από τα μοντέλα έχει σταθερή παραμετρική μορφή, η οποία για την εξαγωγή αποτελεσμάτων είναι η [AR(3)+linear trend] μοντέλο το οποίο έχει χρησιμοποιηθεί σε μακροοικονομικές χρονοσειρές. Το άλλο μοντέλο είναι Bayes του οποίου η παραμετρική μορφή καθορίζεται σε κάθε περίοδο χρησιμοποιώντας το κριτήριο επιλογής μοντέλων PIC. Τα μοντέλα εφαρμόζονται στα δεδομένα Nelson-Plosser και Schotman-van Dijk ιστορικές μακροοικονομικές χρονοσειρές της οικονομίας των Η.Π.Α. Τα δεδομένα ξεκινούν από το 1900 και καταλήγουν το 1970. Οι προβλέψεις είναι από το 1970 έως το 1990. Χρησιμοποιήθηκε το RMSE (ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος) για στατιστική εκτίμηση.

2.4 Ju, Kim & Shim (1997)

Στο άρθρο των Ju, Kim & Shim (1997) γίνεται πρόβλεψη οικονομικών δεδομένων της Κορέας και μοντελοποίηση διαδικασιών που εξελίσσονται στο χρόνο (επιτόκια) με την χρήση ασαφούς λογικής (fuzzy logic) και γενετικών αλγορίθμων (GAs). Πιο συγκεκριμένα γίνεται συνδυασμός ασαφούς λογικής και γενετικών αλγορίθμων. Αυτός ο συνδυασμός μπορεί να βρει εφαρμογή στο πρόβλημα της πρόβλεψης επιτοκίων της Κορεάτικης οικονομικής αγοράς. Κατά τους συγγραφείς οι ασαφείς κανόνες (fuzzy rules) μπορούν να αντιπροσωπευτούν συνοπτικά με ένα ή περισσότερους πίνακες μνήμης ασαφούς συσχέτισης (FAM fuzzy associative memory). Γίνεται χρήση γενετικών αλγορίθμων (GAs) για να υιοθετηθούν οι καταχωρήσεις των πινάκων FAM έτσι ώστε το πρόβλημα της πρόβλεψης των επιτοκίων να οδηγείται σε μια βελτιωμένη υλοποίηση. Ουσιαστικά σε αυτό το άρθρο γίνεται μια παρουσίαση ενός ασαφούς μοντέλου βασισμένο σε γενετικό αλγόριθμο (GBFM genetic-base fuzzy model). Επίσης γίνεται μια σύγκριση μεταξύ αποτελεσμάτων από το ασαφές μοντέλο και το μοντέλο GBFM σε χρονικό ορίζοντα πρόβλεψης εννέα ετών. Οι συγγραφείς πιστεύουν ότι η μοντελοποίηση με ασαφή συστήματα είναι μια πιθανή εναλλακτική στα νευρωνικά δίκτυα και σε άλλα μοντέλα.

2.5 Byers & Nowman (1998)

Στο άρθρο των Byers και Nowman (1998) γίνεται πρόβλεψη επιτοκίων ΕΥΡΩ-συναλλάγματος των Η.Π.Α και του Ηνωμένου Βασιλείου, με την χρήση μοντέλων συνεχούς χρόνου. Συγκεκριμένα χρησιμοποιείται το μοντέλο CKLS (Chan, Karoly, Longstaff, Sanders) και διάφορες παραλλαγές αυτού: (Merton, CIRVR, CEV κ.ά.). Τα δεδομένα λαμβάνονται σε εβδομαδιαίο εύρος χρόνου για 627 εβδομάδες και η πρόβλεψη των επιτοκίων πραγματοποιείται σε ορίζοντα μιας εβδομάδας, ενός, τριών, έξι και δώδεκα μηνών για την κάθε αγορά. Σε κάθε περίπτωση γίνεται σύγκριση μεταξύ της αποδοτικότητας των μοντέλων με την χρήση στατιστικών μεθόδων (μέσο απόλυτο σφάλμα, μέσο σφάλμα, ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος).

2.6 Stock & Watson (1999)

Στο άρθρο των Stock & Watson (1999) γίνεται διερεύνηση προβλέψεων του πληθωρισμού των Η.Π.Α σε χρονικό ορίζοντα 12 μηνών. Το βασικό μοντέλο-εργαλείο που χρησιμοποιείται είναι η καμπύλη Philips (Philips curve). Το σημείο έναρξης είναι το συμβατικό σημείο ρυθμού ανεργίας στην καμπύλη Philips το οποίο εξετάζεται σε ένα πλαίσιο πρόβλεψης που προσομοιώνεται με δειγματοληψία. Οι προβλέψεις που παρήχθησαν από την καμπύλη Philips είναι γενικά πιο ακριβείς από προβλέψεις που βασίστηκαν σε άλλες μακροοικονομικές μεταβλητές όπως επιτόκια, χρηματικές και εμπορευματικές αξίες. Αυτές οι προβλέψεις μπορούν, κατά τους συγγραφείς, να βελτιωθούν χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο γενικευμένης καμπύλης Philips βασισμένο σε μετρήσεις πραγματικών συνόλων δραστηριοτήτων διαφορετικών από την ανεργία, ειδικά ένας νέος τιμάρithμος συνόλων δραστηριοτήτων που βασίζεται σε 168 οικονομικούς δείκτες.

2.7 Hu & Tsoukalas (1999)

Στο άρθρο των Hu & Tsoukalas (1999) εξετάζεται η απόδοση στις προβλέψεις τεσσάρων μοντέλων αστάθειας (volatility models) που πραγματοποιούνται με δείγμα τα συναλλαγματικά επιτόκια του Ευρωπαϊκού νομισματικού συστήματος (European Monetary System -EMS). Αυτά τα τέσσερα μοντέλα είναι τα εξής: GARCH, EGARCH, IGARCH και MAV. Για να παραχθούν αποτελεσματικές προβλέψεις τα αποτελέσματα συνδυάζονται μέσω μοντέλου απλής εξαγωγής μέσω όρων (simple averaging), με ένα συνηθισμένο μοντέλο ελαχίστων τετραγώνων

και με ένα μοντέλο τεχνητού νευρωνικού δικτύου. Δηλαδή προκύπτουν τρία ακόμη μοντέλα : Ένα μοντέλο AVE, ένα OLS και ένα ANN. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν πηγάζουν από την βάση δεδομένων DataStream και αφορούν καθημερινά συναλλαγματικά επιτόκια δεκαπέντε χρόνων, από την ίδρυση του EMS, στις 13 Μαρτίου 1979 έως 30 Δεκεμβρίου 1994. Τα αποτελέσματα των εφτά συνολικά μοντέλων εκτιμήθηκαν με τους στατιστικούς όρους MAPE (μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα) και RMSE (ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος). Τα συμπεράσματα υποστηρίζουν ότι το μοντέλο EGARCH υπερτερεί ιδιαίτερα μετά την κρίση των ξένων συναλλαγών τον Αύγουστο του 1993. Η ανωτερότητα του μοντέλου EGARCH έχει συνάφεια με τη φύση του EMS. Επίσης το μοντέλο ANN είχε καλύτερες αποδόσεις κατά τον Αύγουστο του 1993 μέσω MAPE.

2.8 Ormerod & Mounfield (2000)

Επιστημονικές μελέτες ανέδειξαν ότι η ακρίβεια των βραχυπρόθεσμων οικονομικών προβλέψεων ήταν χαμηλή και δεν παρουσίαζε σημάδια βελτίωσης. Στο άρθρο τους, οι Ormerod & Mounfield (2000) σχηματίζουν έναν πίνακα καθυστέρησης (delay matrix) με δεδομένα χρονοσειράς της οικονομικής ανάπτυξης. Χρησιμοποιούνται μέθοδοι της θεωρίας των τυχαίων πινάκων (random matrix) για να αναλυθεί ο πίνακας συσχέτισης του πίνακα καθυστέρησης. Αυτό πραγματοποιείται για ετήσια δεδομένα από το 1871 έως το 1994 για δεκατέσσερις οικονομίες. Οι ιδιότητες των πινάκων τιμών και διανυσμάτων (eigenvalues eigenvectors) του μοντέλου είναι παρόμοιες αλλά όχι ίδιες. Προκύπτει ότι οι αυθεντικές πληροφορίες της οικονομικής ανάπτυξης είναι λίγες σε ποσότητα και ότι η αποτυχία των προβλέψεων πηγάζει από αυτό το γεγονός.

2.9 Black & Al (2000)

Στο άρθρο των Black & al (2000) εξετάζεται αν στις προβλέψεις των τιμών των τιμάριθμων καταναλωτή (CPI consumer price index) και των τιμών των τιμάριθμων παραγωγού (PPI producer price index) μπορούν να χρησιμοποιηθούν βοηθητικές μεταβλητές όπως επιτόκια, επιτόκια ομολόγων θησαυροφυλακίου και άλλα νομισματικά σύνολα. Από την έρευνα που πραγματοποιήθηκε διαπιστώνεται ότι τα ομόλογα βοηθούν στην πρόβλεψη βιομηχανικής παραγωγής ή του πραγματικού κατά κεφαλήν εισοδήματος (real personal income) όταν χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από το 1980 έως το 1997. Σε αντίθεση τα νομισματικά σύνολα παρέχουν πληροφορίες για το CPI και το νομισματικό κατά κεφαλή εισόδημα (nominal personal income) αλλά όχι για το PPI. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για την παραπάνω έρευνα είναι ένα διανυσματικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης (vector autoregression model). Το στατιστικό κριτήριο που χρησιμοποιήθηκε ήταν το MAPE (μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα)

2.10 Summers (2001)

Κατά την διάρκεια της Ασιατικής οικονομικής κρίσης του 1997 - 1998 , είχαν εκδοθεί προβλέψεις ενός Μπαγεσιανού διανυσματικού μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης (Bayesian vector autoregressive model-BVAR) το οποίο έδειχνε ότι η κρίση θα είχε μικρές επιπτώσεις στην οικονομία της Αυστραλίας παρά τον αποπροσανατολισμό της ισορροπίας του εμπορίου. Το έλλειμμα του εμπορίου χειροτέρευε και έτσι άλλες προβλέψεις υποδήλωναν πτώση του Αυστραλιανού ακαθάριστου εθνικού προϊόντος GDP (gross domestic product). Στο άρθρο του ο Summer (2001) υποστηρίζει ότι οι πιο απαισιόδοξες προβλέψεις έδωσαν πολλή σημασία στην σχέση των εξωτερικών Αυστραλιανών συναλλαγών και της ανάπτυξης GDP. Συγκεκριμένα ο Summers υποστηρίζει ότι η εισαγωγή στο μοντέλο BVAR των αποτελεσμάτων της ισορροπίας του εμπορίου

παράγει απαισιόδοξες προβλέψεις πληθωρισμού και επιτοκίων ενώ η εισαγωγή των ξεχωριστών ροών του εμπορίου στο μοντέλο παράγει αισιόδοξες προβλέψεις.

2.11 Atsalakis, Bellonias & Zopounidis (2008)

Στο άρθρο των Atsalakis, Bellonias & Zopounidis (2008) γίνεται εφαρμογή νευροασαφούς τεχνικής σε μοντέλο πρόβλεψης επιτοκίων ομοσπονδιακών χρεογράφων των Η.Π.Α. Η νευροασαφής τεχνική έρχεται σύμφωνα με τους συγγραφείς να συμπληρώσει τα κενά ενός μοντέλου νευρωνικού δικτύου το οποίο δεν μπορεί να χειριστεί ποιοτικές πληροφορίες και χαρακτηρίζεται από το σύνδρομο του μαύρου κουτιού. Το μοντέλο βασίζεται πάνω σε σύστημα ANFIS (adaptive neuro-fuzzy inference system). Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι από το μοντέλο προβλέπονται ικανοποιητικά οικονομικές χρονοσειρές, δηλαδή οικονομικά μεγέθη που μεταβάλλονται συνεχώς με την πάροδο του χρόνου. Επίσης διαπιστώθηκε ότι το μοντέλο υπερτερεί των AR και ARMA από συγκρίσεις που έγιναν στα στατιστικά μεγέθη MSE, RMSE, MAE, και MAPE. Το μοντέλο προβλέπει σε χρονικό ορίζοντά ενός μήνα.

2.12 Atsalakis & Valavanis (2009)

Στο άρθρο των Atsalakis & Valavanis.(2009) χρησιμοποιείται ένα νευροασαφές μοντέλο που στηρίζεται στο σύστημα ANFIS. Βάση αυτού του μοντέλου γίνεται έλεγχος μετοχών. Τα αποτελέσματα αμφισβητούν το μοντέλο EMH (efficient market hypothesis) αφού παράγονται καλύτερες προβλέψεις σε σύγκριση και με άλλες προσεγγίσεις όπως αυτή των βραχυπρόθεσμων τάσεων των μετοχών και συγκεκριμένα της τάσης της επόμενης ημέρας. Τα δεδομένα εισόδου του μοντέλου επιλέχθηκαν βάση συνδυασμών δεκαπέντε τιμών μετοχών και προβλέπουν την τιμή της επόμενης ημέρας. Επιλέχθηκαν γκαουσιανές συναρτήσεις συμμετοχής (ΣΣ) αντί για καμπανοειδής και τριγωνικές για την ασαφοποίηση των εισόδων (input) του συστήματος. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι από τα χρηματιστήρια της Αθήνας και της Νέας Υόρκης. Συμπεραίνεται ότι το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε είναι πιο ακριβές από την στρατηγική buy and hold.

3 ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ

3.1 Ιστορική ανασκόπηση

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τη θεωρία της ασαφούς λογικής, ώστε να κατανοήσουμε την έννοια της συγκεκριμένης λογικής, τη δομή της αλλά και το μοντέλο που θα υλοποιήσουμε. Θα εξετάσουμε δηλαδή ένα ολοκληρωμένο ασαφές σύστημα.

Η κλασική μαθηματική θεωρία μεταβλητών, με τα ντετερμινιστικά εργαλεία που αυτή χρησιμοποιεί, είναι δύσκολο να περιγράψει την πληροφορία που περιέχεται στη φυσική γλώσσα αλλά και στον ανθρώπινο τρόπο σκέψης, αντίληψης και έκφρασης. Έτσι, για να μοντελοποιηθεί ο ανθρώπινος τρόπος σκέψης εισάχθηκε η έννοια των λεκτικών μεταβλητών (linguistic variables) ή ασαφών μεταβλητών. Οι μεταβλητές μας δηλαδή μετατρέπονται σε λέξεις. Στη λογική αυτή οδήγησε η ‘αρχή της ασυμβατότητας’. Με βάση αυτή την αρχή, όσο αυξάνεται η πολυπλοκότητα ενός συστήματος, η ικανότητα μας να κάνουμε ακριβείς προτάσεις σχετικά με τη συμπεριφορά του εκμηδενίζονται. Από ένα σημείο και μετά η ακρίβεια και η σημαντικότητα των προτάσεων είναι έννοιες αποκλειόμενες. Σε αντίθεση, λοιπόν, με την άκαμπτη δυαδική λογική, οι ασαφείς μεταβλητές έχουν τιμή συμμετοχής και όχι αριθμητική τιμή (Navneet & al, 2015).

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα ασαφή σύνολα, που είναι, ουσιαστικά, η βάση της θεωρίας, και έπειτα περιγράφεται ο μηχανισμός του ασαφούς συλλογισμού αλλά και πώς αυτός αξιοποιείται στη δημιουργία ασαφών συστημάτων.

Η ιστορία της ασαφούς λογικής ξεκινά από το 500 π.Χ. Ο πρώτος άνθρωπος που συνέβαλλε σημαντικά στην εξέλιξή της ήταν ο Βούδας. Έζησε στην Ινδία και ίδρυσε την θρησκεία που ονομάστηκε Βουδισμός. Η φιλοσοφία του βασίστηκε στη σκέψη ότι ο κόσμος είναι γεμάτος με αντιφάσεις και ότι, ό,τι σχεδόν υπάρχει μέσα σ’ αυτόν περιέχει κάτι από το αντίθετό του. Με άλλα λόγια, τα πράγματα μπορεί να είναι Α και όχι-Α ταυτόχρονα (Nguyen & Walker, 2005).

Έπρεπε να περάσουν 200 χρόνια για να καταγραφεί στην ιστορία μια άλλη διαφορετική άποψη από έναν άλλον σημαντικό άνθρωπο, τον Αριστοτέλη. Ο Αριστοτέλης θεωρούσε πως ο κόσμος είναι φτιαγμένος από αντιθέσεις. Αντίθετα από το Βούδα, ο Αριστοτέλης πίστευε ότι όλα μπορεί να είναι Α ή όχι-Α. Ήταν αδύνατο να είναι και τα δύο μαζί, για παράδειγμα αρσενικό εν αντίθεση με θηλυκό, ξηρό εν αντίθεση με υγρό κ.α. Η θεωρία του αυτή έμεινε γνωστή με την ονομασία «Ο Νόμος του Αποκλειστικού Μέσου» και την ασπάστηκαν όλοι οι προκάτοχοί του εκτός από έναν, τον Πλάτωνα ο οποίος ανέδειξε μια τρίτη περιοχή όπου το Α και το αντίθετό του συνυπάρχαν.

Μέσα στους αιώνες, οι δύο αυτές φιλοσοφίες (Αριστοτελική-Βουδιστική), αναπτύχθηκαν και διαδόθηκαν ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Ο Βουδισμός καθιερώθηκε ως η επίσημη θρησκεία της Ινδίας και των γύρω πολιτειών. Από την άλλη η Αριστοτελική φιλοσοφία υιοθετήθηκε από τους Έλληνες και αργότερα επεκτάθηκε σε όλη την Ευρώπη. Η Αριστοτελική δυαδική λογική έγινε τελικά η βάση της επιστήμης (Θεοδώρου, 2010).

Το 1965, ο καθηγητής του Πανεπιστημίου της Καλιφόρνια Lofti A. Zadeh άρχισε να αναρωτιέται αν όντως δεν υπήρχε καλύτερη λογική για να χρησιμοποιηθεί στις μηχανές. Σκέφτηκε πως θα ήταν πολύ πιο βολικό αν για

παράδειγμα το κλιματιστικό μπορούσε από μόνο του να επιταχύνει όταν είχε πιο πολύ ζέστη και το αντίθετο. Το ανήσυχο πνεύμα του τον οδήγησε τελικά στην έκδοση του βιβλίου του με τίτλο «Fuzzy Sets».

Χρειάστηκε πολύς χρόνος έως ότου η ασαφή λογική να γίνει αποδεκτή παρά το γεγονός ότι ενθουσίασε πολλούς από την αρχή. Οι Αμερικάνοι και οι Ευρωπαίοι επιστήμονες αρνιόντουσαν να πάρουν στα σοβαρά κάτι που ακουγόταν τόσο «παιδικό» στ' αυτιά τους. Αντίθετα το ζήτημα αυτό το αντιμετώπιζαν τελείως διαφορετικά στην Ιαπωνία. Ο καθηγητής Terano εμπνευσμένος από τον Zadeh συνέστησε την ιδέα στην Ιαπωνική επιστημονική κοινότητα το 1972. Το αποτέλεσμα ήταν να υπάρξει ένας σχεδόν άμεσος και τεράστιος ενθουσιασμός για το καινούργιο και γεμάτο προσδοκίες επιστημονικό πεδίο που είχε κάνει την εμφάνισή του. Δεν είναι άλλωστε τυχαίο το γεγονός ότι το πρώτο μετρό που βασιζόταν στην ασαφή λογική κατασκευάστηκε το έτος 1987 στην Ιαπωνία. Μετέπειτα η εξέλιξη της ασαφούς λογικής ήταν ραγδαία και συνεχίζει να υφίσταται μέχρι σήμερα.

3.2 Οι επτά αλήθειες της ασαφούς λογικής

Για να συνοψιστούν οι ιδιότητες της ασαφούς λογικής, εισήχθησαν από τον Earl Cox (1992) επτά προτάσεις που τη χαρακτηρίζουν και συγχρόνως την διαφοροποιούν από τη θεωρία των πιθανοτήτων:

- 1) Η ασαφή λογική δεν είναι ασαφή. Δεν είναι στην πραγματικότητα ανακριβής, δεν βεβηλώνει και δεν καταπατεί την κοινή λογική. Παράγει ξεκάθαρα αποτελέσματα. Η «κλασσική» δυαδική λογική είναι μία ειδική περίπτωση της.
- 2) Η ασαφή λογική διαφέρει από την πιθανότητα. Με την πιθανότητα προσπαθούμε να καθορίσουμε όλες τις δυνατές εκβάσεις κάποιου προβλήματος, ενώ με την ασαφή λογική προσπαθούμε να καθορίσουμε το κατά πόσο είναι σωστό ένα γεγονός. Γι' αυτό και η ασάφεια εκφράζεται συχνά ως αμφιβολία και όχι σαν ανακρίβεια.
- 3) Η σχεδίαση των ασαφών συνόλων είναι εύκολη. Τα ασαφή σύνολα αντανακλούν στην πραγματικότητα τον τρόπο που σκέπτονται οι άνθρωποι. Συνήθως η κατά προσέγγιση σκιαγράφηση της μορφής ενός ασαφούς συνόλου είναι εύκολη και γρήγορη.
- 4) Τα ασαφή συστήματα είναι σταθερά και μπορούν να ελεγχτούν για την αξιοπιστία τους. Λόγω του ότι η ασαφή λογική έχει τη δυνατότητα να ανταπεξέρθει με όλους τους εμπλεκόμενους βαθμούς ελευθερίας, είναι πιο εύκολο να δημιουργήσεις ασαφή σύνολα και να κατασκευάσεις ένα ασαφές σύστημα παρά να φτιάξεις ένα συμβατικό, βασισμένο στη γνώση σύστημα.
- 5) Τα ασαφή συστήματα δεν είναι νευρωνικά δίκτυα. Ένα ασαφές σύστημα προσπαθεί να βρει την τομή, την ένωση και το συμπλήρωμα των ασαφών μεταβλητών ελέγχου. Παρόλο που αυτό είναι ανάλογο με τα νευρωνικά δίκτυα και τον δυναμικό προγραμματισμό, τα ασαφή συστήματα προσεγγίζουν διαφορετικά το πρόβλημα.
- 6) Η ασαφή λογική είναι κάτι παραπάνω από μια διαδικασία ελέγχου. Είναι επιπλέον ένας τρόπος να αναπαριστά και να αναλύει πληροφορίες ανεξάρτητα από συγκεκριμένες εφαρμογές.
- 7) Η ασαφή λογική είναι μία παραστατική και συλλογική διαδικασία ελέγχου. Δεν μπορεί να λύσει όλα τα προβλήματα, αλλά μας βοηθάει να μοντελοποιήσουμε ακόμα και δυσεπίλυτα προβλήματα.

3.3 Εφαρμογές της ασαφούς λογικής

Η ασαφή λογική αποτελεί σήμερα μια αναγνωρισμένη επιστημονική θεωρία, κυρίως πρακτικού χαρακτήρα, με προσανατολισμό στην επίλυση ή τουλάχιστον στην επίτευξη καλύτερων λύσεων από αυτές των υπόλοιπων

επιστημών, ικανή για την αντιμετώπιση προβλημάτων με υψηλό βαθμό αβεβαιότητας. Η θεωρία, η τεχνολογία και οι εφαρμογές της ασαφούς λογικής έχουν σημειώσει τα τελευταία χρόνια ταχύτερη ανάπτυξη και έχουν καταστεί αξιόπιστο και εύχρηστο εργαλείο σε πολλές επιστημονικές και ερευνητικές περιοχές. Για παράδειγμα πολλές οικιακές συσκευές χρησιμοποιούν την ασαφή λογική. Μερικές απ' αυτές είναι τα πλυντήρια πιάτων ή ρούχων που από μόνα τους έχουν τη δυνατότητα να καθορίζουν την κατάλληλη ποσότητα απορρυπαντικού που πρέπει να χρησιμοποιήσουν καθώς και την σωστή πίεση νερού που απαιτείται, ώστε να καθαρίζουν αποτελεσματικά και με ασφάλεια (Kaburlasos & Petridis, 2000) & (Mamdani & Assilian, 1975).

Εκτός από τις οικιακές συσκευές, ασαφή λογική χρησιμοποιούν τα αντικλεπτικά συστήματα, οι ελεγκτές αυτοκινήτων μηχανών, τα υπόγεια συστήματα τρένων, τα αναπτυσσόμενα συστήματα έγχρωμων φιλμ, τα μετεωρολογικά συστήματα, τα συστήματα απόφασης, ακόμη και οι αυτόματες εστίασης κάμερες. Τέλος, ασαφή λογική χρησιμοποιείτε στην ιατρική για τις διάφορες διαγνώσεις καθώς και για την πρόβλεψη κληρονομικών χαρακτηριστικών.

Είναι φανερό ότι η μελλοντική επερχόμενη εξέλιξη της ασαφούς λογικής, θα είναι τεράστια και θα καταλήξει να είναι αναπόσπαστο κομμάτι της επιστήμης και της τεχνολογίας. Παρόλα αυτά όμως, θα χρειαστεί να ερευνηθούν πολλά κρίσιμα σημεία και θα πρέπει να βρεθούν λύσεις σε πολλά προβλήματα.

Μερικές μελλοντικές εφαρμογές της όπως προβλέφθηκαν από τον καθηγητή Bart Kosko (1988) του πανεπιστημίου της Νότιας Καλιφόρνιας, είναι οι εξής:

- ο Ρομπότ με ανθρώπινη συμπεριφορά
- ο Υπολογιστές που θα κατανοούν και θα ανταποκρίνονται στην ανθρώπινη γλώσσα
- ο Μηχανές που θα γράφουν μυθιστορήματα και πλήρη σενάρια ταινιών με προεπιλεγμένο θέμα και ύφος
- ο Μόρια που θα περιπλανιούνται στο αίμα και θα σκοτώνουν τα καρκινοειδή κύτταρα καθυστερώντας έτσι την θανατηφόρα πορεία τους.

Γενικότερα, η ασαφή λογική μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συστήματα υψηλού επιπέδου αυτόματου ελέγχου (αναγνώριση ήχου και εικόνας, αυτόματο σχέδιο, ανάκτηση δεδομένων, ανάλυση ρίσκου, βάση δεδομένων, ανίχνευση σφάλματος), στην ιατρική (ιατρική διάγνωση, ρομπότ νοσοκόμους, τεχνητά μέλη), στο πεδίο των επιχειρήσεων (συστήματα διοίκησης και απόφασης, μάρκετινγκ, σύμβουλος επιχειρήσεων και επένδυσης, αυτοματοποίηση γραφείου), στις ανθρωπιστικές και κοινωνικές επιστήμες όπως τη ψυχολογία, στην δημόσια παιδεία και εκπαίδευση, στα θέματα που αφορούν τη τάξη και την ασφάλεια μιας κοινωνίας, καθώς και σε άλλες ειδικές επιστήμες όπως η σεισμολογία και η γεωργική μετεωρολογία (Arbib, 2003) & (Klir & Yuan, 1995)

3.4 Περιορισμοί της ασαφούς λογικής

Η ασαφής λογική δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε αδύνατα προβλήματα. Μπορεί αυτό να ακούγεται λογικό και προφανές αλλά συχνά, λόγω της τυχαιότητας που χαρακτηρίζει την ασαφή λογική, οι άνθρωποι πιστεύουν πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί παντού.

Επίσης μια φανερή αδυναμία της ασαφούς λογικής είναι ότι τα αποτελέσματά της δεν είναι πάντα σωστά ακριβώς επειδή παρουσιάζονται ως εικασίες. Αντίθετα αυτά της «κλασσικής» λογικής μπορούν να είναι πλήρως αξιόπιστα.

Τέλος, υπάρχει ο φόβος να συγχίσει κανείς την ασαφή λογική με την θεωρία των πιθανοτήτων (Kaburlasos & Kehagias, 2007).

Οι οπαδοί της «κλασσικής» λογικής πιστεύουν πως η ασαφή λογική δεν έχει καμία χρησιμότητα. Υποστηρίζουν ότι η «γκρίζα» περιοχή μεταξύ του 0 και του 1 είναι ανακριβής σε αντίθεση με το πραγματικό 1 ή 0.

Είναι δύσκολο να υπάρξει αντιδικία για συγκεκριμένες θεωρίες αν αυτές δεν είναι πλήρως αποδεκτές από την επιστημονική κοινότητα. Χρειάζεται ανοικτό μυαλό και πάνω απ' όλα διάθεση για να τις αποδεκτή κανείς (Goguen, 1967).

3.5 Ανασκόπηση θεωρίας ασαφών συνόλων

3.5.1 Ασάφεια

Το 1965, ο Zadeh θεμελίωσε τη θεωρία των ασαφών συνόλων σε μια μέθοδο διαχείρισης της ανακρίβειας που αντιμετωπίζεται σε πολλά πρακτικά προβλήματα. Η ανακρίβεια ή η ασάφεια είναι ο πυρήνας των ασαφών συνόλων και της ασαφούς λογικής. Τα ασαφή σύνολα ουσιαστικά αποτελούν μια γενίκευση των κλασσικών συνόλων. Από τις αρχές της δεκαετίας του 1980 τα ασαφή σύνολα βρήκαν πολλές εφαρμογές, ιδίως σε συστήματα ελέγχου.

Οι άνθρωποι σκέπτονται συνήθως όχι με όρους ακριβών συμβόλων και αριθμών αλλά με ασαφείς όρους. Αυτοί οι ασαφείς όροι προσδιορίζουν κατηγορίες όχι όμως απόλυτα διαχωρισμένα και σαφώς καθορισμένα σύνολα. Η μετάβαση από τη μια κατηγορία στην άλλη γίνεται σταδιακά, μεταβαίνοντας από καταστάσεις με περισσότερη ή λιγότερη συσχέτιση με την κατηγορία. Με βάση λοιπόν την πρακτική των ανθρώπων να χρησιμοποιούν ελαστικά σύνολα, ο Zadeh πρότεινε την ιδέα των ασαφών συνόλων.

Τα ασαφή σύνολα είναι συναρτήσεις που απεικονίζουν μια τιμή, η οποία μπορεί να είναι μέλος του συνόλου, σε έναν αριθμό από το 0 έως το 1. Ο αριθμός αυτός δηλώνει το βαθμό συσχέτισης της τιμής με το ασαφές σύνολο. Όταν ο βαθμός αυτός είναι 0 τότε αυτό υποδηλώνει ότι η τιμή δεν ανήκει στο σύνολο, ενώ όταν είναι 1 τότε αυτό σημαίνει ότι η τιμή αυτή αντιπροσωπεύει πλήρως το ασαφές σύνολο. Ο βαθμός αυτός καθορίζεται από τη συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς συνόλου (Kaburlasos & al, 2013).

Παρακάτω γίνεται αναφορά για τις συναρτήσεις συμμετοχής.

3.5.2 Συναρτήσεις συμμετοχής

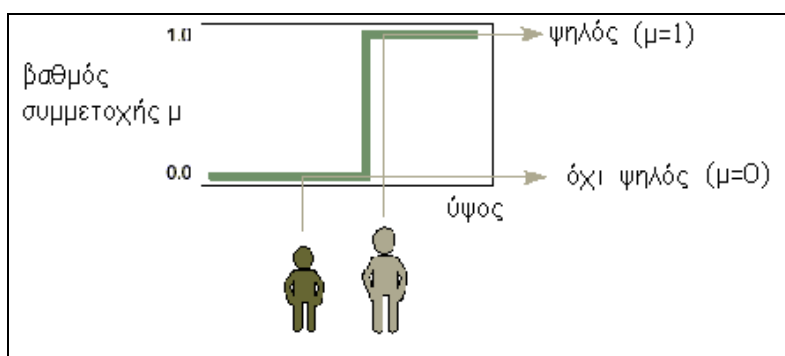
Ένα ασαφές σύνολο A ορίζεται ως ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών $(x, \mu_A(x))$, όπου $x \in X$ και $\mu_A(x) \in [0,1]$. Το σύνολο X αποτελεί ένα ευρύτερο σύνολο αναφοράς (universe of discourse) που περιλαμβάνει όλα τα αντικείμενα στα οποία μπορεί να γίνει αναφορά. Η τιμή $\mu_A(x)$ λέγεται βαθμός αλήθειας, συμβολίζει το βαθμό συγγένειας του x στο A και παίρνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Η συνάρτηση μ_A ονομάζεται συνάρτηση συμμετοχής (membership function), και ορίζεται ως εκείνη η μαθηματική εξίσωση η οποία καθορίζει τον βαθμό συμμετοχής ενός στοιχείου σε ένα ασαφές σύνολο. Στην πράξη η συνάρτηση συμμετοχής μπορεί να προέρχεται από (Zadeh, 1999) & (Guillaume, 2001):

- ο Υποκειμενικές εκτιμήσεις
- ο Προκαθορισμένες (ad hoc) και απλοποιημένες μορφές
- ο Συχνότητες εμφανίσεων και πιθανότητες
- ο Φυσικές μετρήσεις
- ο Διαδικασίες μάθησης και προσαρμογής (π.χ. με νευρωνικά δίκτυα)

Η διαφορά των ασαφών συνόλων συγκριτικά με την κλασσική θεωρία συνόλων είναι ότι στην κλασσική θεωρία συνόλων ισχύει $\mu_A(x) \in \{0,1\}$, δηλαδή το x είτε ανήκει στο A , με $(\mu_A(x)=1)$ ή δεν ανήκει $(\mu_A(x)=0)$. Άρα η ασαφής θεωρία συνόλων μεταπίπτει στην αντίστοιχη κλασσική, όταν οι δυνατές τιμές της συνάρτησης συμμετοχής είναι μόνο 0 ή 1.

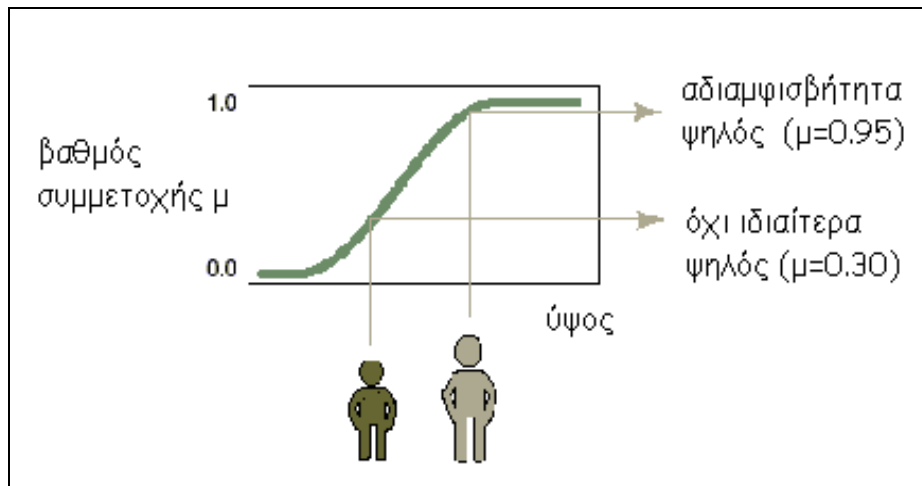
Παρακάτω αναπτύσσεται ένα παράδειγμα με το οποίο μπορεί να γίνει περισσότερο κατανοητή η έννοια της συνάρτησης συμμετοχής.

Ας υποθέσουμε ότι ο χώρος αναφοράς X είναι το σύνολο όλων των ανθρώπων. Ένα ασαφές υποσύνολο του χώρου αυτού είναι οι ψηλοί άνθρωποι. Τα πιθανά ύψη έστω ότι κυμαίνονται από 1.20 μέχρι 2.50. Η λέξη ψηλός μπορεί να συσχετισθεί με μια καμπύλη η οποία δείχνει κατά πόσο ένας άνθρωπος είναι ψηλός ή όχι. Αν χρησιμοποιήσουμε τις αρχές των κλασσικών συνόλων τότε για να ορίσουμε το σύνολο των ψηλών ανθρώπων θα πρέπει να ορίσουμε μια συγκεκριμένη τιμή ύψους, η οποία θα διαχωρίζει τους ανθρώπους σε ψηλούς και κοντούς. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι η τιμή αυτού του ύψους είναι 1.75m. τότε ένας άνθρωπος με ύψος 1.74m θα χαρακτηρίζεται κοντός ενώ ένας άνθρωπος με ύψος 1.76 θα χαρακτηρίζεται ψηλός. Ο παραπάνω διαχωρισμός φαίνεται παράλογος αφού έχουμε αντιστοιχήσει σε δύο ανθρώπους με αμελητέα διαφορά ύψους δύο αντίθετες μεταξύ τους έννοιες (Zadeh, 1975).



Σχήμα 3-1: Επεξήγηση Ασαφής Λογικής 1

Ένας άλλος τρόπος να ορίσουμε την έννοια ψηλός είναι μέσω μιας καμπύλης που έχει ομαλή διακύμανση και μεταβαίνει από την έννοια ψηλός στην έννοια κοντός. Αυτή η καμπύλη είναι η συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς συνόλου των ψηλών ανθρώπων. Με άλλα λόγια δεχόμαστε ότι όλοι οι άνθρωποι είναι σε κάποιο βαθμό ψηλοί αλλά δεν είναι όλοι στον ίδιο βαθμό ψηλοί.



Σχήμα 3-2: Επεξήγηση Ασαφής Λογικής 2

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι υποκειμενικοί παράγοντες ενυπάρχουν στα χαρακτηριστικά της δομής ενός ασαφούς συνόλου. Η μορφή δηλαδή της καμπύλης δεν μπορεί να είναι η ίδια όταν αναφερόμαστε σε ενήλικες και ανήλικες, σε γυναίκες και άντρες κλπ. Η μορφή επίσης της καμπύλης επιλέγεται αυθαίρετα σύμφωνα με την αντίληψη που έχει κάθε άνθρωπος για την έννοια ψηλός. Η μόνη προϋπόθεση που πρέπει να ικανοποιεί μια συνάρτηση συμμετοχής είναι να βρίσκεται στο διάστημα τιμών $[0,1]$. Το σχήμα της επιλέγεται μεν αυθαίρετα αλλά και με τρόπο που να διασφαλίζει όσο είναι δυνατό την απλότητα.

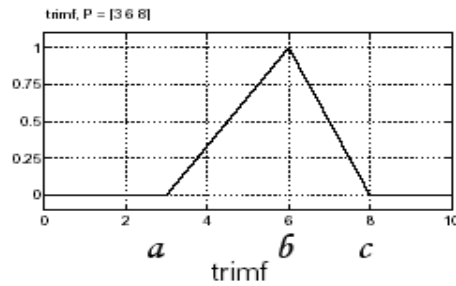
Οι απλούστερες συναρτήσεις συμμετοχής είναι αυτές που σχηματίζονται από ευθείες γραμμές. Η απλούστερη από αυτές είναι η τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής, που δεν είναι τίποτα άλλο από ένα τρίγωνο. Στην ίδια κατηγορία ανήκει και η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής. Αυτές οι δύο συναρτήσεις εξασφαλίζουν την απαίτηση για απλότητα (Mendel & John, 2002).

Η μαθηματική έκφραση της τριγωνικής συνάρτησης συμμετοχής είναι η εξής:

$$A = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{(x-a)}{(b-a)}, & x \in (a,b) \\ \frac{(c-x)}{(c-b)}, & x \in (b,c) \\ 0, & x \geq c \end{cases}$$

3.1

Και σχηματικά αναπαρίσταται :



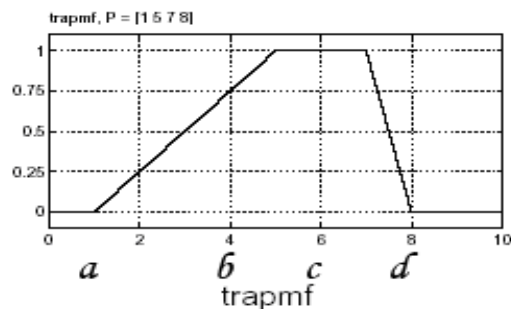
Σχήμα 3-3: Σχηματική αναπαράσταση trimf

Παρακάτω δίδεται η μαθηματική έκφραση και η απεικόνιση της τραπεζοειδούς συνάρτησης συμμετοχής:

$$A = \begin{cases} 0, x \leq a \\ \frac{(x-a)}{(b-a)}, x \in (a,b) \\ 1, x \in (b,c) \\ \frac{(d-x)}{(d-c)}, x \in (c,d) \\ 0, x \geq d \end{cases}$$

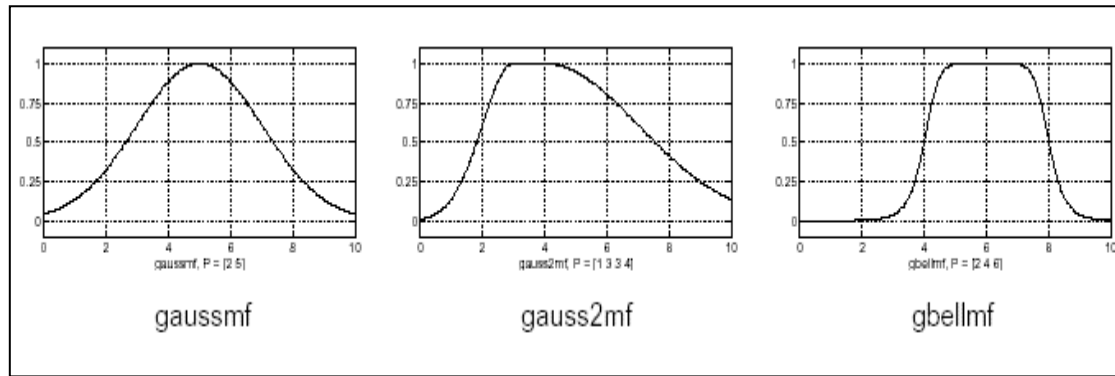
3.2

Και σχηματικά αναπαρίσταται :



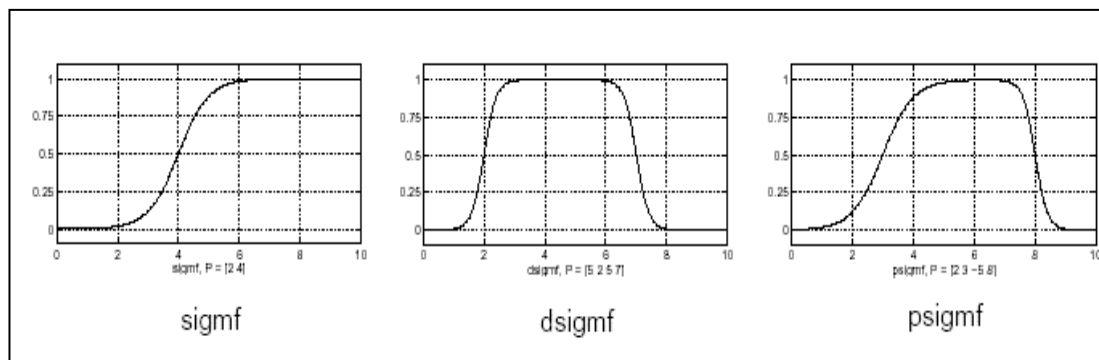
Σχήμα 3-4: Σχηματική αναπαράσταση trapmf

Δύο συναρτήσεις συμμετοχής που είναι δομημένες πάνω στη μορφή της κατανομής Gauss είναι μια απλή γκαουσιανή και μια σύνθεση δύο διαφορετικών γκαουσιανών. Η γενικευμένη συνάρτηση συμμετοχής με μορφή καμπάνας έχει τρεις παραμέτρους, μια παραπάνω από την γκαουσιανή. Η γκαουσιανή και η καμπάνα μπορούν να χρησιμοποιούνται συχνά στα ασαφή σύνολα λόγω της ομαλότητάς τους. Έχουν δε το πλεονέκτημα να διατηρούν μη μηδενικές τιμές σε όλα τα σημεία.



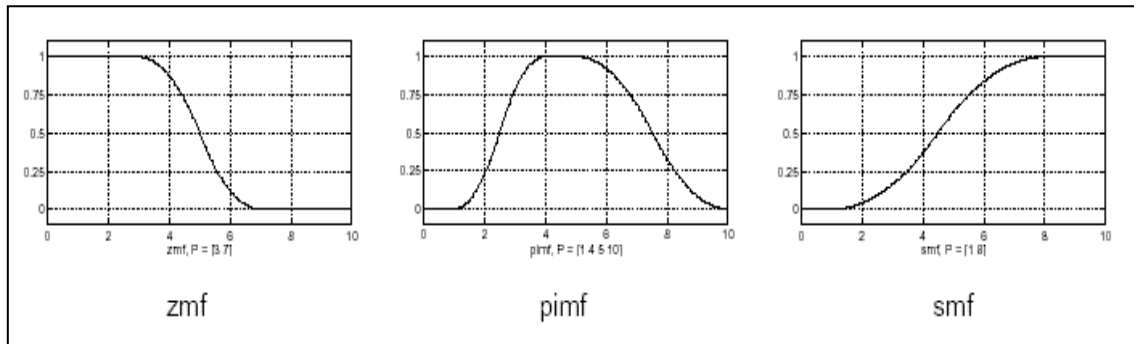
Σχήμα 3-5: Σχηματική αναπαράσταση gaussmf, gauss2mf & gbellmf

Παρά το γεγονός ότι η γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής και η συνάρτηση καμπάνας επιτυγχάνουν ομαλή διακύμανση δε μπορούν ωστόσο να ορίσουν ασύμμετρες συναρτήσεις συμμετοχής που είναι χρήσιμες σε πολλά πρακτικά προβλήματα. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται η σιγμοειδής συνάρτηση συμμετοχής η οποία είναι ασύμμετρη και ανοικτή είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά. Κλειστές συναρτήσεις συμμετοχής αυτού του τύπου μπορούν να παραχθούν αν συνθέσουμε δύο σιγμοειδείς. Έτσι προκύπτει η διαφορά μεταξύ δύο σιγμοειδών και το άθροισμα τους.



Σχήμα 3-6: Σχηματική αναπαράσταση sigmf, dsigmf & psigmf

Επίσης υπάρχουν πολλές πολωνυμικές καμπύλες που τις χρησιμοποιούμε σαν συναρτήσεις συμμετοχής. Τρεις από αυτές είναι η Z, η S και η Π οι οποίες έχουν ονομασθεί έτσι εξαιτίας του σχήματός τους. Η Z είναι μια ασύμμετρη πολωνυμική καμπύλη που είναι ανοικτή στα αριστερά, η S είναι η κατοπτρική της Z και η Π είναι μια ασύμμετρη κλειστή καμπύλη σχήματος Π.



Σχήμα 3-7: Σχηματική αναπαράσταση zmf, & smf

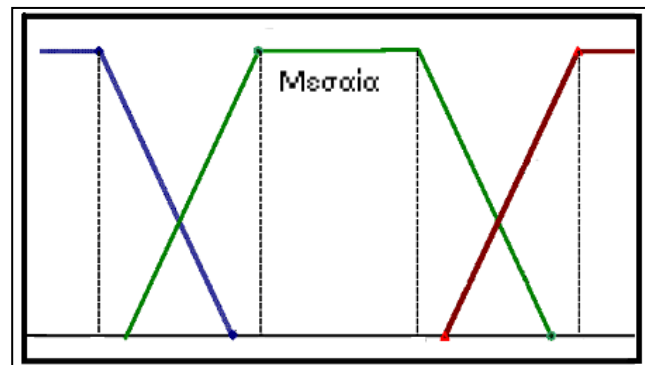
3.5.3 Κατασκευή συναρτήσεων συμμετοχής

Όταν καλούμαστε να σχεδιάσουμε την συνάρτηση συμμετοχής πρέπει να προσδιορίσουμε αρκετές παραμέτρους και να λάβουμε υπόψη μας μερικούς περιορισμούς. Σε αυτή την ενότητα εξετάζουμε μερικά σημεία που χρίζουν προσοχή (Χατζημυχαλίδης, 2014).

▪ Ελαστικότητα των συναρτήσεων συμμετοχής ως προς τον χαρακτηρισμό «μεσαία».

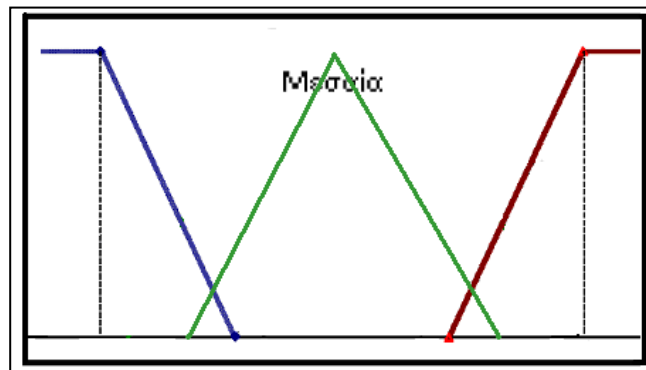
Ανάλογα με τις τιμές των ορίων των περιοχών μπορούμε να είμαστε ελαστικοί ή αυστηροί ως προς τον χαρακτηρισμό των σημείων ως «μεσαία». Έχουμε:

Ελαστικότητα ως προς τον χαρακτηρισμό «μεσαία»: Όταν ορίζουμε μεγάλη περιοχή γύρω από το μέση τιμή για την οποία τα άτομα θεωρούνται «μεσαία» και αντίστοιχα μικρές περιοχές στα άκρα των αξόνων για τις οποίες τα άτομα θεωρούνται «χαμηλά» ή «υψηλά».



Σχήμα 3-8: Ελαστικότητα των συναρτήσεων συμμετοχής ως προς τον χαρακτηρισμό «μεσαίο»

Αυστηρότητα ως προς τον χαρακτηρισμό «μεσαία»: Όταν ορίζουμε μικρή περιοχή γύρω από τη μέση τιμή για την οποία τα άτομα θεωρούνται «μεσαία» και αντίστοιχα μεγάλες περιοχές στα άκρα των αξόνων για τις οποίες τα άτομα θεωρούνται «χαμηλά» ή «υψηλά».



Σχήμα 3-9: Αυστηρότητα ως προς τον χαρακτηρισμό «μεσαία»

▪ Συμμετρία συναρτήσεων συμμετοχής

Ένα σημαντικό θέμα για τις συναρτήσεις συμμετοχής είναι η συμμετρία. Συμμετρική είναι μια συνάρτηση συμμετοχής όταν το άθροισμα των βαθμών συμμετοχής όλων των ατόμων για όλες τις περιοχές ισούται με 1.

Συμμετρικός δηλαδή θεωρείται ένας κανόνας όταν ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$\mu_{ij}^x + \mu_{ij}^m + \mu_{ij}^y = 1 \quad 3.3$$

▪ Περιορισμοί των ορίων των συναρτήσεων συμμετοχής

Από τους παραπάνω ορισμούς και προκειμένου να έχει νόημα ο ορισμός των συναρτήσεων συμμετοχής προκύπτει ο περιορισμός της επόμενης σχέσης για τις τιμές συμμετοχής στις τρεις περιοχές:

$$0 < \sum_{A=1}^3 \mu_{ij}^{CA} \leq 1 \quad 3.4$$

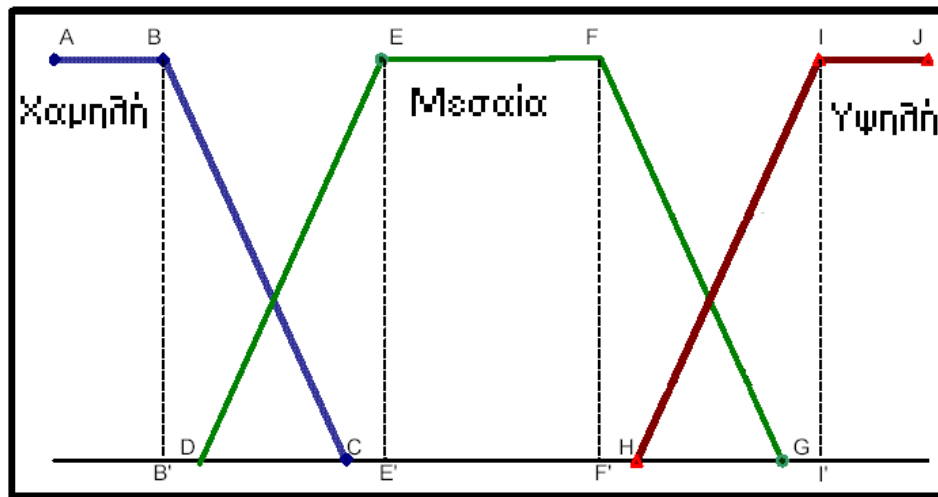
Από αυτό τον περιορισμό προκύπτει ότι τα όρια των τριών περιοχών όπως φαίνονται στο Σχήμα 3-7 πρέπει να ικανοποιούν τις εξής ανισότητες (Mendel, 2014):

$D \geq B$, δηλαδή το κάτω αριστερό όριο της «μεσαίας» περιοχής πρέπει να έχει τιμή μεγαλύτερη ή ίση του άνω δεξιού ορίου της «χαμηλής» περιοχής.

$E \geq C$, δηλαδή το άνω αριστερό όριο της «μεσαίας» περιοχής πρέπει να έχει τιμή μεγαλύτερη ή ίση του κάτω δεξιού ορίου της «χαμηλής» περιοχής.

$F \leq H$, δηλαδή το άνω δεξιό όριο της «μεσαίας» περιοχής πρέπει να έχει τιμή μικρότερη ή ίση του κάτω αριστερού ορίου της «υψηλής» περιοχής.

$G \leq I$, δηλαδή το κάτω δεξιό όριο της «μεσαίας» περιοχής πρέπει να έχει τιμή μικρότερη ή ίση του άνω αριστερού ορίου της «υψηλής» περιοχής.



Σχήμα 3-10: Περιορισμός της επόμενης σχέσης για τις τιμές συμμετοχής στις τρεις περιοχές

3.5.4 Ιδιότητες των ασαφών συνόλων

Έστω X ένα σύνολο αντικειμένων, του οποίου τα στοιχεία συμβολίζονται με το γράμμα x . Η συμμετοχή σε ένα υποσύνολο A του συνόλου X είναι μια συνάρτηση συμμετοχής μ_A από το X στο διάστημα $[0,1]$. Το A είναι ένα ασαφές υποσύνολο του X , το οποίο όμως δεν έχει αυστηρά καθορισμένα σύνορα. μ_A είναι ο βαθμός συμμετοχής του στοιχείου x στο A . Όσο πιο κοντά στο 1 είναι το μ_A τόσο πιο πολύ ανήκει το x στο A .

Το σύνολο A μπορεί να προσδιοριστεί επομένως από το σύνολο των παρακάτω ζευγών:

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\} \quad 3.5$$

Κάθε ζευγάρι $(x, \mu_A(x))$ ονομάζεται μονοσύνολο

Χώρος αναφοράς του ασαφούς συνόλου A είναι το σύνολο των στοιχείων του X που έχουν μη μηδενικό βαθμό συμμετοχής στο A .

$$\text{Supp } A = \{x \in X | \mu_A(x) > 0\} \quad 3.6$$

Το σύνολο A μπορεί να γραφεί και ως:

$$A = \mu_1/x_1 + \mu_2/x_2 + \dots \text{ ή } A = \sum \mu_i/x_i \quad 3.7$$

Στο συνεχή χώρο αναφοράς:

$$A = \int_x \mu_A(x) / x \quad 3.8$$

▪ Ασαφές δυναμοσύνολο

Ασαφές δυναμοσύνολο, $F(x)$, του υπερσυνόλου αναφοράς X , ονομάζεται το σύνολο όλων των ασαφών υποσυνόλων του X

▪ Υποσύνολο

Το σύνολο A είναι υποσύνολο του B $A \subseteq B$ αν και μόνο αν

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in X \quad 3.9$$

Αν ταυτόχρονα τα A και B δεν είναι ίσα, τότε το A θα ονομάζεται γνήσιο υποσύνολο του B

▪ Ασαφής διαμέριση

Μια οικογένεια ασαφών υποσυνόλων του X, θα λέγεται ασαφής διαμέριση $P^n(X)$ του X τάξης n ($n \in \mathbb{N}$) και θα συμβολίζεται με $A^n = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, αν και μόνο αν:

$$\begin{aligned} A_j &\neq A_i, \forall i, j \in N_n (i \neq j) \\ 0 &< \sum_{k=i}^m A_i(x_k) < m, \forall i \in N_n \end{aligned} \quad 3.10$$

Τα στοιχεία $A_i, i \in N_n$ της A_n θα λέγονται κλάσεις της ασαφούς διαμέρισης

▪ Κενό ασαφές σύνολο

Ένα ασαφές σύνολο με χώρο αναφοράς τον X, λέγεται κενό αν για κάθε στοιχείο x που ανήκει στον X, η συνάρτηση συμμετοχής του A είναι μηδέν.

$$A \equiv 0 \quad \text{αν} \quad \mu_A(x) = 0 \quad \forall x \in X \quad 3.11$$

▪ Κανονικό ασαφές σύνολο

Ένα ασαφές σύνολο A που ορίζεται στο χώρο αναφοράς X, λέγεται κανονικό αν υπάρχει τουλάχιστο ένα στοιχείο x του X για το οποίο η συνάρτηση συμμετοχής να παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα.

$$A = \text{κανονικό} \quad \text{αν} \quad \exists x_1: \mu_A(x_1) = 1 \quad 3.12$$

▪ Ισότητα ασαφών συνόλων

Δύο ασαφή σύνολα A και B που ορίζονται στο χώρο αναφοράς X, λέγονται ίσα αν για κάθε στοιχείο x του X οι συναρτήσεις συμμετοχής των A και B είναι ίσες. Δηλαδή:

$$A = B \quad \text{αν} \quad \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad 3.13$$

▪ Συστολή ασαφών συνόλων

Έστω ασαφές σύνολο A που ορίζεται στο χώρο αναφοράς X. Η συστολή, $CON(A)$ του συνόλου αυτού είναι ένα νέο ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής που ορίζεται ως εξής:

$$\mu_{CON(A)}(x) = (\mu_A(x))^2 \quad 3.14$$

Η συστολή του ασαφούς συνόλου αντιστοιχεί στην προσθήκη του όρου πολύ, μπροστά από τη λεκτική μεταβλητή που περιγράφει το ασαφές σύνολο. Δηλαδή η συστολή του ασαφούς συνόλου ψηλός είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που αντιστοιχεί στην έννοια πολύ ψηλός.

▪ Διαστολή ασαφών συνόλων

Αντιστοίχως η διαστολή ενός ασαφούς συνόλου A, είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που συμβολίζεται με $DIL(A)$ και έχει συνάρτηση συμμετοχής που περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$\mu_{DIL(A)}(x) = \sqrt{\mu_A(x)} \quad 3.15$$

Η διαστολή του ασαφούς συνόλου αντιστοιχεί στην προσθήκη του όρου λίγο, μπροστά από τη λεκτική μεταβλητή που περιγράφει το ασαφές σύνολο. Δηλαδή η διαστολή του ασαφούς συνόλου ψηλός είναι ένα νέο ασαφές σύνολο που αντιστοιχεί στην έννοια λίγο ψηλός

3.5.5 Λογικές πράξεις στα ασαφή σύνολα

Μέχρι τώρα έχουμε αναφερθεί στα ασαφή σύνολα και καθόλου στην ασαφή λογική. Η ασαφής λογική δεν είναι παρά ένα υπερσύνολο της λογικής Boolean. Αν δηλαδή απομονώσουμε τους ακραίους βαθμούς συμμετοχής 0 (πλήρως ψευδές) και 1 (πλήρως αληθές) τότε οι κλασσικοί λογικοί τελεστές μπορούν να εφαρμοσθούν. Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε τον παρακάτω πίνακα αληθείας

A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

Σχήμα 3-11: Λογικές Πράξεις

Μεταβαίνοντας στον χώρο της ασαφούς λογικής πρέπει να έχουμε κατά νου ότι οι έννοιες αληθές και ψευδές είναι θέμα βαθμού συμμετοχής. Επομένως ο πίνακας αυτός πρέπει να μετατραπεί με τρόπο που να συμπεριλαμβάνει αυτήν την αρχή. Οι τιμές των εισόδων A και B είναι τώρα πραγματικοί αριθμοί από το 0 μέχρι το 1. Πρέπει λοιπόν να ευρεθεί μια συνάρτηση που να διατηρεί τις ιδιότητες της συνάρτησης AND και ταυτόχρονα να μπορεί να επεκτείνεται για πραγματικούς αριθμούς (Kóczy & Hirota, 1997).

Μια πιθανή απάντηση μπορεί να είναι ο τελεστής $\min(A,B)$, η ελάχιστη δηλαδή τιμή των εισόδων A και B. Με βάση το ίδιο σκεπτικό μια συνάρτηση που μπορεί να αντικαταστήσει τον τελεστή OR της Boolean λογικής είναι ο τελεστής $\max(A,B)$. Τέλος ο τελεστής NOT A μπορεί να αντικατασταθεί με την πράξη $1-A$.

Παρακάτω βλέπουμε ότι ο πίνακας αληθείας, πίνακας 3-1 που παρουσιάζεται σελίδα 30, παραμένει αμετάβλητος αν εφαρμόσουμε τις παραπάνω συναρτήσεις.

Πίνακας 3-1: Λογικές Πράξεις

A	B	$\min(A,B)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

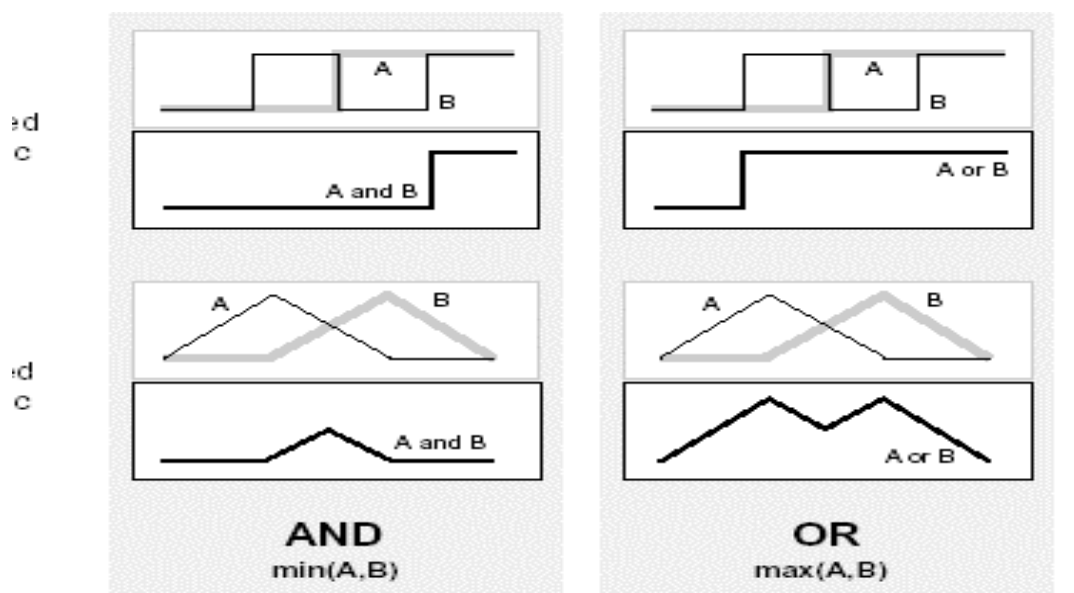
A	B	$\max(A,B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR

A	$1 - A$
0	1
1	0

NOT

Αφού έχουμε ορίσει συναρτήσεις που μπορούν ορίσουν τον πίνακα αληθείας, μπορούμε πλέον να επεκταθούμε και στην περίπτωση πραγματικών αριθμών. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε αντικαταστήσει τον πίνακα αληθείας με ένα γράφημα, σχήμα 3-12, δύο ασαφών συνόλων. Στο πάνω μέρος έχουμε την περίπτωση συνόλων με δύο τιμές ενώ στο κάτω φαίνεται ο τρόπος που φαίνεται πως λειτουργούν οι τελεστές στην περίπτωση που οι τιμές αληθείας A και B μεταβάλλονται συνεχώς από το 0 στο 1.



Σχήμα 3-12: Γράφημα δύο ασαφών συνόλων

Δεδομένων των παραπάνω συναρτήσεων μπορούμε να κατασκευάσουμε δομές με βάση ασαφή σύνολα και τους λογικούς κανόνες AND, OR και NOT. Βέβαια το γεγονός ότι βρήκαμε συναρτήσεις που να επεκτείνουν τους τελεστές αυτούς από το χώρο της Boolean λογικής στο χώρο της ασαφούς λογικής δε σημαίνει σε καμία περίπτωση ότι οι συναρτήσεις αυτές είναι και οι μοναδικές (Belohlavek, 2007).

Έχουμε ορίσει την τομή, την ένωση και το συμπλήρωμα ενός ασαφούς συνόλου με τους τελεστές \min , \max και $1-A$ οι οποίοι είναι οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενοι. Ωστόσο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλες συναρτήσεις για τον ίδιο σκοπό.

3.5.6 Ασαφής τομή

Γενικά η τομή δύο ασαφών συνόλων μπορεί να παρασταθεί με μια δυαδική απεικόνιση T που αθροίζει (aggregates) τις δύο συναρτήσεις συμμετοχής ως ακολούθως:

$$\mu_{A \cap B} = T(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad 3.16$$

Για παράδειγμα ο δυαδικός τελεστής T μπορεί να αντιπροσωπεύει τον πολλαπλασιασμό των $\mu_A(x)$ και $\mu_B(x)$. Αυτού του είδους οι τελεστές τομής αναφέρονται συνήθως ως τ-νόρμες (τριγωνική νόρμα, triangular norm) και πρέπει να ικανοποιούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Οριακές συνθήκες: $T(0, 0) = 0$, $T(a, 1) = T(1, a) = a$
 - Μονοτονία: $T(a, b) \leq T(c, d)$ αν $a \leq c$ και $b \leq d$
 - Αντιμεταθετικότητα: $T(a, b) = T(b, a)$
 - Προσεταιριστικότητα: $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$
- 3.17

Η πρώτη απαίτηση επιβάλλει τη γενίκευση σε σύνολα διακριτών τιμών (crisp sets)

Η δεύτερη υπονοεί ότι μια μείωση του βαθμού συμμετοχής στο A ή στο B δεν μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση του βαθμού συμμετοχής στην τομή των A και B .

Η τρίτη απαίτηση δείχνει ότι ο τελεστής είναι αδιάφορος στον τρόπο διάταξης με τον οποίο τέμνονται τα δύο σύνολα A και B .

Τέλος η τέταρτη απαίτηση μας επιτρέπει να παίρνουμε την τομή οποιουδήποτε αριθμού συνόλων σε οποιαδήποτε διάταξη ζευγών.

Παραδείγματα τ-νορμών είναι:

Συνήθης τομή	$T(a,b)=\min(a,b)$
Αλγεβρικό γινόμενο	$T(a,b)=ab$
Φραγμένη διαφορά	$T(a,b)=\max(0,a+b-1)$
Συνάρτηση Hamacher	Η συνάρτηση Hamacher δίνεται από τη σχέση:

$$t(a, b) = \frac{ab}{r + (1 - r)(a + b - ab)}$$

3.18

3.5.7 Ασαφής ένωση

Όπως η ασαφής τομή έτσι και η ασαφής ένωση προσδιορίζεται με μια δυαδική απεικόνιση S .

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad 3.19$$

Για παράδειγμα ο τελεστής S μπορεί να είναι το άθροισμα των $\mu_A(x)$ και $\mu_B(x)$. Οι ασαφείς τελεστές ένωσης αναφέρονται συνήθως ως σ-νόρμες και πρέπει να πληρούν τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Οριακές συνθήκες: $S(1, 1) = 1$, $S(a, 0) = S(0, a) = a$

- Μονοτονία: $S(a, b) \leq S(c, d)$ αν $a \leq c$ και $b \leq d$
- Αντιμεταθετικότητα: $S(a, b) = S(b, a)$
- Προσεταιριστικότητα: $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$

3.20

Παραδείγματα σ-νορμών είναι τα εξής:

Συνήθης ένωση	$s(a,b)=\max(a,b)$
Αλγεβρικό άθροισμα	$s(a,b)=a+b-ab$
Φραγμένο άθροισμα	$s(a,b)=\min(1,a+b)$

3.21

3.5.8 Συμπλήρωμα

Το συμπλήρωμα A' ενός ασαφούς συνόλου A δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_{A'}(x) = c(\mu_A(x))$$

3.22

όπου η συνάρτηση c πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω συνθήκες:

- Οριακές συνθήκες: $c(0)=1$ και $c(1)=0$
- Μονοτονία: $\forall a, b \in [0,1], \text{ αν } a \leq b \Rightarrow c(a) \geq c(b)$
- Συνέχεια: c συνεχής στο $[0,1]$.
- Εναγωγή $\forall a \in [0,1]$ είναι $c(c(a))=a$

3.23

Το σύννηθες συμπλήρωμα δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

3.24

3.5.9 Ασαφείς σχέσεις

Οι ασαφείς σχέσεις (fuzzy relations) είναι ασαφή σύνολα ορισμένα σε πεδία αναφοράς ανώτερης διάστασης (π.χ. $X \times X, X \times Y \times Z$ κλπ.). Ποιοτικά, μια ασαφής σχέση R θα μπορούσε να είναι μια έκφραση της μορφής «είναι βαρύτερο από» και η οποία θα συνδέει τα στοιχεία δύο άλλων συνόλων (Hatzimichailidis & al, 2012):

$R = \{ \langle x \text{ είναι βαρύτερο από } y \rangle \mid x \in X, y \in Y \text{ και } R \in X \times Y \}$

Οι ασαφείς σχέσεις μπορεί να εκφραστούν με αναφορά όλων των ζευγών (τιμή, βαθμός συμμετοχής), δηλαδή ζευγών της μορφής $((x,y), \mu_R(x,y))$. Ένας άλλος τρόπος αναπαράστασης, ιδιαίτερα χρήσιμος σε υπολογισμούς είναι σε μορφή πίνακα:

Πίνακας 3-2: Ασαφείς σχέσεις με αναφορά όλων των ζευγών

$$R = \begin{bmatrix} \mu_R(x_1, y_1) & \mu_R(x_1, y_2) & \cdots & \mu_R(x_1, y_n) \\ \mu_R(x_2, y_1) & \mu_R(x_2, y_2) & \cdots & \mu_R(x_2, y_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_R(x_m, y_1) & \mu_R(x_m, y_2) & \cdots & \mu_R(x_m, y_n) \end{bmatrix}$$

Οι ασαφείς σχέσεις, έτσι όπως δείχνει ο πίνακας 3-2, μπορούν να συνδυαστούν μεταξύ τους μέσω της διαδικασίας της σύνθεσης (composition). Αν για παράδειγμα συνδυαστεί η ασαφής σχέση $R_1(x, y)$ ορισμένη στο $X \times Y$ με την ασαφή σχέση $R_2(y, z)$ ορισμένη στο $Y \times Z$ τότε θα προκύψει μία ασαφής σχέση $R(x, z)$ η οποία θα ορίζεται στο σύνολο $X \times Z$ και θα συσχετίζει άμεσα στοιχεία των συνόλων X και Z . Βέβαια είναι απαραίτητο να προσδιοριστεί επακριβώς η συνάρτηση συμμετοχής $\mu_R(x, z)$ της R με χρήση των συναρτήσεων συμμετοχής των R_1 και R_2 .

Οι βασικές πράξεις που ορίζονται μεταξύ των ασαφών σχέσεων είναι η αντιστροφή και η σύνθεση (Runkler, 1997).

• Αντιστροφή

Αντίστροφη σχέση της $R(X, Y)$ είναι η ασαφής σχέση $R^{-1}(Y, X)$ με τύπο: $R^{-1}(y, x) = R(x, y)$ για κάθε x που ανήκει στον X και κάθε y που ανήκει στον Y . Ο πίνακας συμμετοχής που παριστάνει την R^{-1} είναι ο ανάστροφος του R .

• Σύνθεση

Η σύνθεση είναι πολύ σημαντική διαδικασία καθώς όπως θα δούμε παρακάτω οι κανόνες της μορφής if-then αντιστοιχούν σε ασαφείς σχέσεις και το πρόβλημα της ασαφούς συλλογιστικής έχει μαθηματικό ισοδύναμο τη σύνθεση.

Αν $R_1(x, y)$ και $R_2(y, z)$ είναι δύο ασαφείς σχέσεις ορισμένες στα σύνολα $\langle X \times Y \rangle$ και $\langle Y \times Z \rangle$ αντίστοιχα, τότε η σύνθεση τους δίνει μια νέα σχέση $R_1 \circ R_2$

Η sup-t σύνθεση $R: X \times Y \rightarrow [0, 1]$ δύο ασαφών σχέσεων $R_1: X \times Y \rightarrow [0, 1]$ και $R_2: Y \times Z \rightarrow [0, 1]$ ορίζεται από την εξίσωση:

$$R(x, z) = [R_1 \circ^t R_2](x, z) = \sup_{y \in Y} t[R_1(x, y), R_2(y, z)] \quad 3.25$$

Οι περισσότεροι γνωστές μέθοδοι σύνθεσης ασαφών συνόλων είναι η σύνθεση max-min και η σύνθεση max-product.

Η συνάρτηση συμμετοχής για την περίπτωση της max-min σύνθεσης δίνεται από τη σχέση:

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(x, z) = \bigvee_y [\mu_{R_1}(x, y) \wedge \mu_{R_2}(y, z)] \quad 3.26$$

Στην περίπτωση της σύνθεσης max-product έχουμε την παρακάτω σχέση:

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(x, z) = \bigvee_y [\mu_{R_1}(x, y) \bullet \mu_{R_2}(y, z)] \quad 3.27$$

Οι υπολογισμοί στο δεξιό μέρος των παραπάνω σχέσεων είναι παρόμοιοι με του πολλαπλασιασμού των πινάκων.

4 ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

4.1 Ιστορική αναδρομή

Από την αρχαιότητα ακόμη οι άνθρωποι ενδιαφέρονταν να κατανοήσουν τον ανθρώπινο εγκέφαλο και πως αυτός λειτουργεί. Στα χρόνια των Αιγυπτίων ανάγεται ιστορικά η έρευνα του εγκεφάλου, σύμφωνα με τον Edwin Smith – βρήκε έναν πάπυρο, αντίγραφο ενός προηγούμενου που χρονολογείται στο 2500-3000 π.Χ. Στον πάπυρο αυτό γίνονταν αναφορές για ασθενείς με τραύματα στο κρανίο και τον εγκέφαλο καθώς επίσης και κάποιες προσπάθειες εντοπισμού ορισμένων λειτουργιών στον φλοιό του εγκεφάλου. Ωστόσο όμως γενέθλια μέρα των νευροεπιστημών θεωρείται η 18/05/1861, όπου ο Γάλλος γιατρός, ανατόμος και ανθρωπολόγος Pierre Paul Broca διατυπώνει την πιο επαναστατική θεωρία για τη λειτουργία του εγκεφάλου: «μιλάμε με το αριστερό ημισφαίριο» (Hirvensalo, 2003).

Στις επόμενες δεκαετίες παρατηρήθηκε μια έκρηξη πάνω στην έρευνα για τον εγκέφαλο. Η πληθώρα των ερωτημάτων που είχαν συσσωρευτεί ταξινομήθηκαν σε τρεις κατηγορίες:

1. Κατώτερο ή βασικό επίπεδο: ερωτήματα για τη μορφή και λειτουργία του νευρικού συστήματος και των δομικών μονάδων τους, των νευρώνων.
2. Μέσο επίπεδο: ερωτήματα που σχετίζονται με τους μηχανισμούς των αποκαλούμενων «ανώτερων» ή νοητικών λειτουργιών του εγκεφάλου. (Πως οι διάφοροι οργανισμοί αντιλαμβάνονται τον κόσμο, πως αποθηκεύουν και ανακαλούν πληροφορίες για αυτόν, πως μαθαίνουν να τροποποιούν τη συμπεριφορά τους σύμφωνα με την προηγούμενη εμπειρία).
3. Υψηλό επίπεδο: ερωτήματα που αφορούν τη συνείδηση, σκόπιμη συμπεριφορά και την ευφυΐα.

Οι δεκαετίες αυτές χαρακτηρίζονται από μια συνεχή έρευνα πάνω σε όλα αυτά τα ερωτήματα καθώς επίσης και από μια ανάλυση των λειτουργιών του εγκεφάλου με σκοπό την κατανόηση των διεργασιών που σχετίζονται με τον τρόπο σκέψης του ανθρώπου.

Έτσι το 1940, έχουμε την σχεδίαση της πρώτης σκεπτόμενης μηχανής από τον J. Von Neuman. Όμως, αντίθετα με τους McCulloch και Pitts, ο Von Neuman πίστευε ότι οι εγκεφαλικές λειτουργίες δεν μπορούν να προσομοιωθούν με τη χρήση της *δυναδικής γλώσσας* (η γλώσσα του εγκεφάλου δεν είναι γλώσσα μαθηματικών). Από την άλλη μεριά, ο McCulloch ισχυρίστηκε το αντίθετο. Περιέγραψε την λειτουργική οργάνωση του εγκεφαλικού φλοιού με όρους μαθηματικής ανάλυσης. Επίσης, το 1943 κατασκεύασε ένα ηλεκτρονικό σύστημα που προσομοίωνε τον τρόπο σύνδεσης των νευρώνων του εγκεφάλου και το οποίο ήταν σε θέση να εξομοιώνει απλές λογικές συναρτήσεις. Παράλληλα, έγιναν προσπάθειες να κατασκευαστούν μοντέλα νοητικών λειτουργιών, όπως η αναγνώριση προτύπων (*pattern recognition*), η σκόπιμη συμπεριφορά και η λογική σκέψη. Τέθηκαν λοιπόν οι βάσεις ώστε να κατασκευαστούν τα σημερινά σύγχρονα μοντέλα νευρωνικών δικτύων που εμφανίζουν πληθώρα εφαρμογών σε διάφορους τομείς των επιστημών (Bishop, 1995).

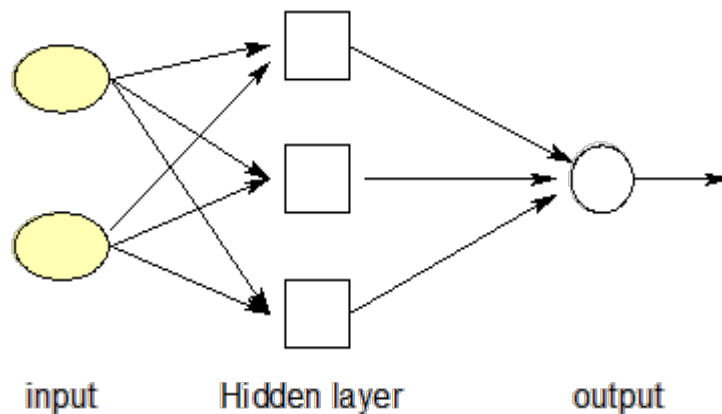
Το ερευνητικό ενδιαφέρον για τα νευρωνικά δίκτυα (neural networks) προήλθε από την παρατήρηση ότι το ανθρώπινο μυαλό λειτουργεί τελείως διαφορετικά από τις ψηφιακές υπολογιστικές μηχανές, έχει την ικανότητα

να είναι αρκετά πιο αποτελεσματικό από αυτές σε προβλήματα αναγνώρισης προτύπων. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος αποτελείται από δομικές μονάδες που ονομάζονται νευρώνες ή νευρώνια (neurons). Οι δομικές αυτές μονάδες συνδέονται και επικοινωνούν μεταξύ τους μεταφέροντας ηλεκτρικά σήματα με συνάψεις ή βάρη. Ο εγκέφαλος έχει τη δυνατότητα να οργανώνει τις μονάδες του ανάλογα με τις ανάγκες του κάθε φορά, ώστε να εκτελεί διάφορες διαδικασίες. Είναι επίσης σημαντικό να αναφέρουμε ότι ο ίδιος ο ανθρώπινος εγκέφαλος αποτελείται από πολλά διαφορετικά ως προς τη δομή και τη λειτουργία τους, είδη νευρωνικών δικτύων. Κατά την προσπάθεια των επιστημόνων να εξομοιώσουν την λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου με υπολογιστικά συστήματα ώστε να λυθούν δύσκολα προβλήματα της αναγνώρισης προτύπων, δημιουργήθηκαν τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (Arbib, 2003) & (Carpenter & Grossber, 1987).

Γενικά τα δομικά στοιχεία των τεχνητών νευρωνικών δικτύων, που ονομάζονται νευρώνες συνδέονται με τα υπόλοιπα με συνάψεις. Οι νευρώνες έχουν την δυνατότητα να επεξεργάζονται τις εισόδους που δέχονται από άλλους νευρώνες, περνώντας τις εισόδους αυτές μέσα από μη γραμμικές συναρτήσεις, που ονομάζονται συναρτήσεις ενεργοποίησης (activation functions), και να δίνουν νέα αποτελέσματα στις εξόδους τους. Μια από τις σημαντικότερες ιδιότητες των τεχνητών νευρωνικών δικτύων είναι η δυνατότητα που έχουν να εκπαιδεύονται ώστε να παράγουν επιθυμητά αποτελέσματα μέσα από την παρουσίαση παραδειγμάτων, χωρίς δηλαδή να χρειάζεται ο απευθείας ορισμός των κανόνων. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται εκπαίδευση (training) και μετά το πέρας αυτής το δίκτυο είναι ικανό να παράγει αποτελέσματα και για άγνωστα δεδομένα που δεν έχει δει προηγουμένως, δηλαδή να γενικεύει (Haykin, 1999) & (Hopfield, 1982).

4.2 Τι είναι ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο (ΤΝΔ)

Τα νευρωνικά δίκτυα αποτελούν σήμερα ένα ισχυρό εργαλείο μοντελοποίησης σύνθετων προβλημάτων πρόβλεψης με μεγάλο αριθμό ανεξάρτητων μεταβλητών και πολλές αλληλεπιδράσεις (Farabet & al, 2013). Η δομή και η λειτουργία των νευρωνικών δικτύων είναι εμπνευσμένα από τα βιολογικά νευρικά συστήματα (Sandamirskaya & al, 2013). Τα νευρωνικά δίκτυα αποτελούνται από απλά στοιχεία που λειτουργούν σε παράλληλη διάταξη. Όπως συμβαίνει και στη φύση, η λειτουργία του νευρωνικού δικτύου προσδιορίζεται σε μεγάλο βαθμό από τον τρόπο με τον οποίο είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους τα επιμέρους στοιχεία του (LeCun & al, 2005). Η γενική αρχιτεκτονική των νευρωνικών δικτύων χαρακτηρίζεται από ένα γράφημα, του οποίου οι κόμβοι κατανέμονται σε: α) *ένα επίπεδο εισόδου*, β) *ένα επίπεδο εξόδου* και *ένα ή περισσότερα ενδιάμεσα κρυμμένα επίπεδα*. Κάθε ένας από τους κόμβους εισόδου αναπαρίσταται με μια ανεξάρτητη μεταβλητή. Κάθε κόμβος εισόδου συνδέεται με όλους τους κόμβους στο πρώτο κρυμμένο επίπεδο.



Σχήμα 4-1: Μορφή ενός ΤΝΔ

Οι κόμβοι του κρυμμένου επιπέδου συνδέονται με τους κόμβους ενός άλλου κρυμμένου επιπέδου ή με κόμβους στο επίπεδο εξόδου. Οι κόμβοι στο επίπεδο εξόδου αναπαριστούν μια ή περισσότερες εξαρτημένες μεταβλητές.

Οι κόμβοι του νευρωνικού δικτύου ονομάζονται νευρώνες, ενώ οι δεσμοί μεταξύ των κόμβων ονομάζονται συνάψεις. Σε κάθε σύναψη αντιστοιχεί ένα βάρος που ονομάζεται συναπτικό βάρος. Η αρχιτεκτονική ενός νευρωνικού δικτύου προσδιορίζεται από τον αριθμό των κόμβων, τον αριθμό των κρυμμένων επιπέδων και τον τρόπο με τον οποίο οι νευρώνες συνδέονται μεταξύ τους. Ο αριθμός των κρυμμένων επιπέδων και νευρώνων και ενδεχομένως τα όρια μέσα στα οποία θα κυμαίνονται τα συναπτικά βάρη είναι στοιχεία που προσδιορίζονται στη φάση του σχεδιασμού του δικτύου.

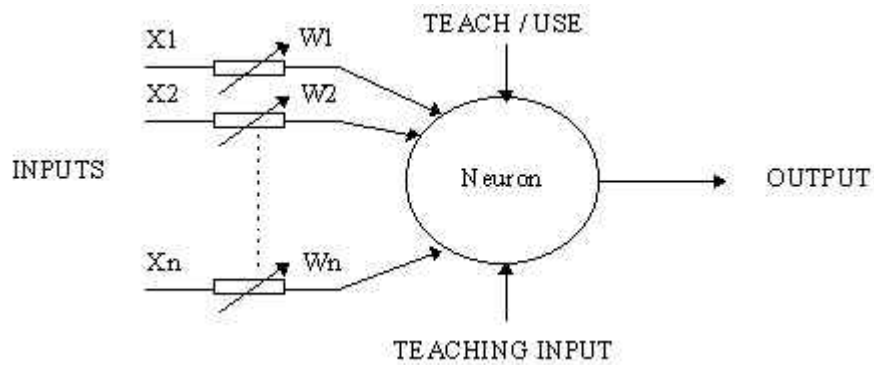
Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, λοιπόν, είναι μοντέλα-πρότυπα επεξεργασίας πληροφοριών, τα οποία αποθηκεύουν γνώση για την επίλυση του εκάστοτε προβλήματος. Αποτελούν μια συσκευή επεξεργασίας, που υλοποιείτε είτε με τη μορφή ενός αλγορίθμου είτε με τη μορφή ηλεκτρονικών διατάξεων και ο σχεδιασμός τους είναι εμπνευσμένος από τη δομή και λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου (Minsky & Papert, 1969).

Ένα ΤΝΔ μοιάζει με το ανθρώπινο μυαλό γιατί :

1. Η γνώση αποθηκεύεται στο νευρωνικό δίκτυο μέσω μιας διαδικασίας εκμάθησης.
2. Τα βάρη, ή αλλιώς η δύναμη των συνδέσεων των στοιχείων του δικτύου, χρησιμοποιούνται για να αποθηκεύουν τη γνώση.

Συγκεκριμένα, τα ΤΝΔ μπορούν να προσομοιώνουν τις 4 βασικές λειτουργίες των κυττάρων του ανθρώπινου εγκεφάλου (Rumelhart, McClelland, & Group, 1986):

1. Κάνουν εισαγωγή πληροφοριών (**Input**).
2. Κάνουν ανάλυση των πληροφοριών που δέχτηκαν (**Analysis**).
3. Έχουν μια ανάδραση βάσει αυτών των πληροφοριών και της ανάλυσης (**Feedback**).
4. Εξάγουν πληροφορίες προς άλλα neurons (**Output**).



Σχήμα 4-2: Η απεικόνιση ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου

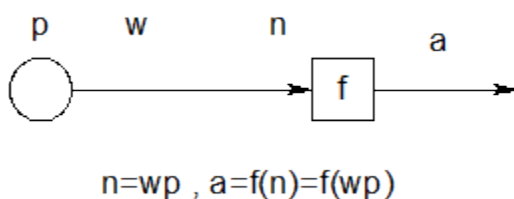
4.3 Χαρακτηριστικά ΤΝΔ

Τα βασικά στοιχεία ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου είναι:

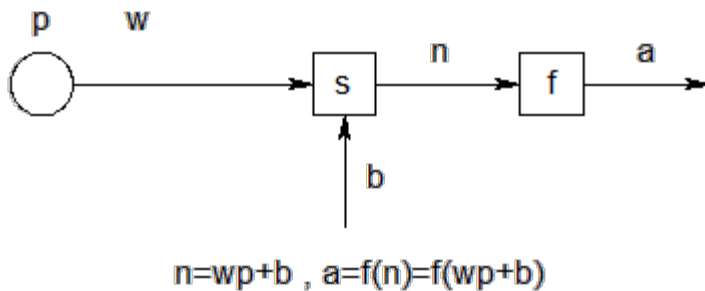
1. νευρώνες
2. συναπτικά βάρη
3. συνάρτηση μεταφοράς
4. είσοδοι (μια)
5. έξοδοι (πολλές)
6. συνάψεις

Νευρώνες: είναι προσομοιώσεις των βιολογικών νευρώνων του ανθρώπινου σώματος. Αποτελούν τις υπολογιστικές μονάδες του δικτύου, οι οποίες συνεργάζονται για την επεξεργασία των δεδομένων. Περιλαμβάνει πολλές εισόδους (Inputs), σε καθεμιά από τις οποίες συμμετέχει ένα συναπτικό βάρος (synaptic weight). Ο νευρώνας έχει μια έξοδο η οποία, όμως, είναι δυνατόν να διακλαδίζεται στις εισόδους των επόμενων νευρώνων.

Δομή απλού νευρώνα με μια είσοδο και με ή χωρίς τάση:



4.1

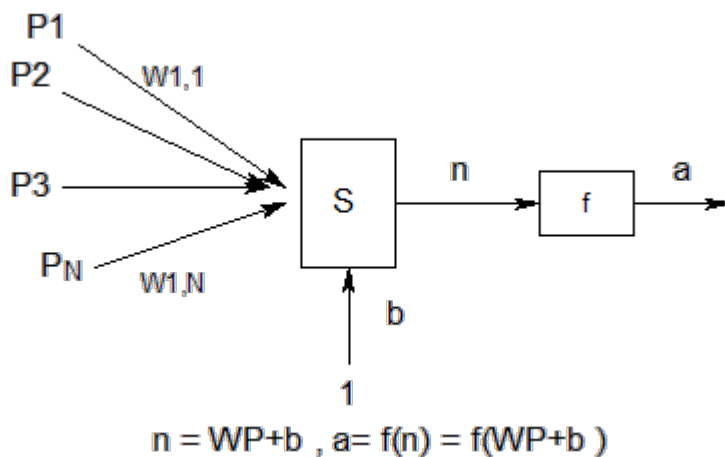


4.2

Στην πρώτη περίπτωση (χωρίς τάση), η τιμή της εισόδου μεταφέρεται μέσω της σύναψης, όπου πολλαπλασιάζεται με ένα συναπτικό βάρος w και παράγεται έτσι η σταθμισμένη είσοδος $n = wp$. Η τελευταία αποτελεί το όρισμα μιας συνάρτησης f η οποία ονομάζεται συνάρτηση μεταβίβασης (transfer function), και δίνει την τιμή $a = f(wp)$.

Στην σχέση 3.2 απεικονίζεται ένας νευρώνας με τάση. Η τάση b μπορεί να εκληφθεί ως ιδιότυπο συναπτικό βάρος μιας εισόδου που έχει πάντα την σταθερή τιμή 1. Η σταθμισμένη τιμή εισόδου wp αθροίζεται στον κόμβο (Σ) με την τάση και παράγεται έτσι το άθροισμα της συνάρτησης f , το $n = wp + b$, και στη συνέχεια δια της συνάρτησης η τιμή $a = f(wp + b)$. Να σημειωθεί ότι το συναπτικό βάρος w και η τάση b είναι μεταβλητές-παράμετροι του νευρώνα που προσαρμόζονται κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης του δικτύου.

Νευρώνας με διανυσματική είσοδο: όταν ένας νευρώνας δέχεται περισσότερες από μια τιμές στην είσοδο.



4.3

Το διάνυσμα $P = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_N)$ των τιμών εισόδου πολλαπλασιάζεται με το διάνυσμα συναπτικών βαρών $W = (w_{11}, w_{12}, w_{13}, \dots, w_{1N})$. Το εσωτερικό γινόμενο των δυο διανυσμάτων αθροίζεται με την τάση b για να παράγει το όρισμα n της συνάρτησης μεταβίβασης και, στη συνέχεια, μέσω της συνάρτησης αυτής την τιμή εξόδου του νευρώνα, a :

$$n = WP + b = w_{11} p_1 + w_{12} p_2 + \dots + w_{1N} p_N + b, a = f(n) = f(WP + b).$$

Συναπτικό βάρος: καθορίζει τη συνεισφορά της κάθε εισόδου στη συνολική δραστηριότητα του νευρώνα καθώς επίσης και τον τύπο της αλληλεπίδρασης μεταξύ των νευρώνων.

Εδώ είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι η αλληλεπίδραση αυτή μεταξύ των νευρώνων επηρεάζει και τη γενική εικόνα του δικτύου. Έτσι λοιπόν, ανάλογα με το άθροισμα των γινομένων $x_i w_i$ προκύπτει και η λειτουργία του δικτύου :

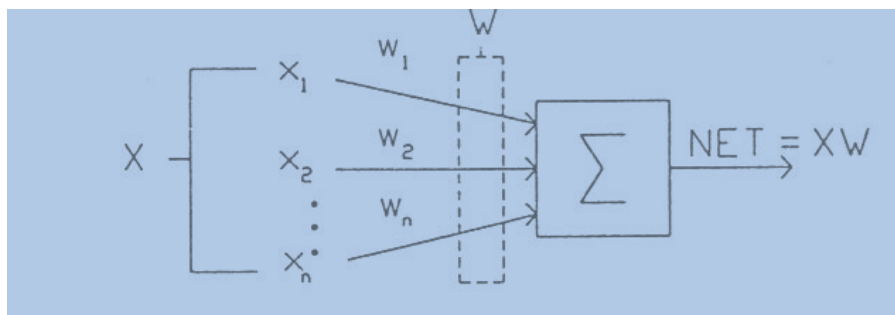
◦ Συνεργατική \rightarrow θετικό πρόσημο

▫ Ανταγωνιστική → αρνητικό πρόσημο

Είσοδοι: Στο σώμα του τεχνητού νευρώνα αθροίζονται τα σήματα των εισόδων καθορίζοντας την τιμή του επιπέδου δραστηριότητας του νευρώνα.

Έξοδος: η έξοδος του νευρώνα προσδιορίζεται από το εσωτερικό επίπεδο δραστηριότητας μέσω μιας συνάρτησης, που ονομάζεται συνάρτηση μεταφοράς (transfer function), ή συνάρτηση ενεργοποίησης (activation function), και προωθείται στους γειτονικούς νευρώνες. Η συνάρτηση αυτή καθορίζει μια τιμή $y=f(x)$ που μεταφέρει ένας νευρώνας στην έξοδο, όπου x το εσωτερικό επίπεδο δραστηριότητας.

Συνάψεις: παριστάνονται με απλές συνδέσεις οι οποίες έχουν ρόλο διττό, δηλαδή η σύνδεση που αποτελεί έξοδο για έναν νευρώνα μπορεί να είναι είσοδος για έναν άλλο. Οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων καθορίζουν αν κάποιος νευρώνας μπορεί να επηρεάσει κάποιον άλλο. Παρακάτω αναλύουμε , με τη βοήθεια του σχήματος 4-3, τη δομή και λειτουργία ενός ΤΝΔ.



Σχήμα 4-3: Δομή & λειτουργία ενός ΤΝΔ

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 4-3, ένα σύνολο δεδομένων εισάγεται στις εισόδους του νευρωνικού δικτύου (είναι βέβαια δυνατόν τα δεδομένα να προέρχονται από την έξοδο ενός άλλου ΤΝΔ). Τα δεδομένα διανέμονται στις εισόδους του δικτύου. Η είσοδος πολλαπλασιάζεται από το αντίστοιχο βάρος (weight), ανάλογα με την συναπτική δύναμη, και μετά όλα τα inputs πολλαπλασιάζονται με το βάρος αθροίζονται για να καθορίσουν το βαθμό ενεργοποιήσεως του νευρώνιου. Τα inputs αυτά, που συλλογικά μπορούμε να τα αντιστοιχήσουμε στις συντεταγμένες ενός διανύσματος X , παρομοιάζονται σαν τα σήματα που περνάνε διαμέσου των συνάψεων των βιολογικών νευρώνων. Κάθε σήμα πολλαπλασιάζεται από το συσχετιζόμενο weight w_1, w_2, \dots, w_n , πριν εφαρμοστεί στο αθροιστικό τμήμα, που συμβολίζετε με το ελληνικό γράμμα Σ . Το κάθε βάρος αντιστοιχεί στην «δύναμη» (strength) μιας συναπτικής σύνδεσης των βιολογικών νευρώνων. Το σύνολο των βαρών το αντιστοιχούμε στις συντεταγμένες ενός διανύσματος W . Το αθροιστικό τμήμα, που στην περίπτωση του βιολογικού νευρωνίου είναι το σήμα του κυττάρου, προσθέτει όλα τα inputs που έχουν πολλαπλασιαστεί με τα βάρη αλγεβρικά και παράγει μια τιμή εξόδου που καλούμε NET. Αυτή η διαδικασία με την μορφή ενός μαθηματικού τύπου μπορεί να γραφεί ως εξής: $NET = X \cdot Y$.

$$NET = x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \dots + x_n \cdot w_n$$

4.4

4.4 Αρχιτεκτονική των ΤΝΔ

Τα νευρωνικά δίκτυα χωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα το κριτήριο που χρησιμοποιείται για να γίνει αυτός ο διαχωρισμός. Παρακάτω αναφέρουμε 3 κριτήρια διαχωρισμού:

4.4.1 Τρόποι μετάδοσης του παλμού εισόδου

Διακρίνουμε τα:

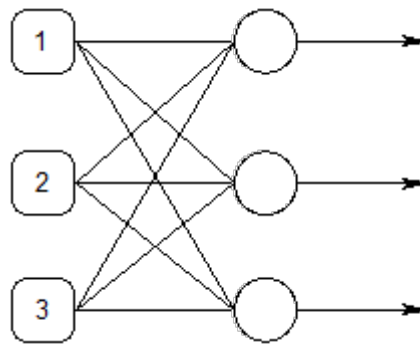
Feed Forward Networks: προς τα εμπρός μετάδοσης δίκτυα, τα οποία μεταδίδουν προς τη μια κατεύθυνση το σήμα εισόδου, χωρίς να υπάρχει κάπου ανάδραση.

Recurrent Networks: ανατροφοδοτούμενα δίκτυα, τα οποία διαθέτουν ένα τουλάχιστον βρόχο ανάδρασης (Hochreiter & al, 2001).

4.4.2 Επίπεδα νευρώνων που χρησιμοποιεί το δίκτυο

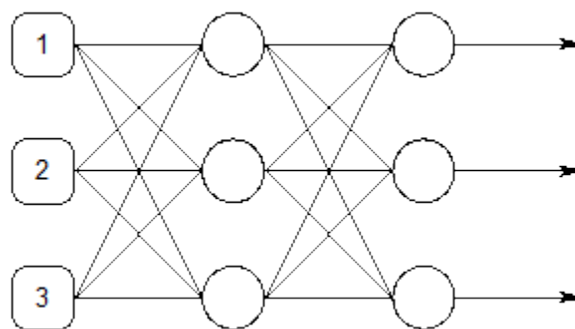
Διακρίνουμε τα:

ΤΝΔ ενός επιπέδου: (Single layer Feed Forward Networks). Είναι τα πιο απλά νευρωνικά δίκτυα. Έχουμε μόνο ένα επίπεδο νευρώνων στους οποίους εφαρμόζουμε τα σήματα εισόδου.



Σχήμα 4-4: ΤΝΔ ενός επιπέδου

ΤΝΔ πολλών επιπέδων: (Multilayer Feed Forward Networks), στα οποία μεταξύ των επιπέδων εισόδου και εξόδου υπάρχουν κρυμμένα επίπεδα.



Σχήμα 4-5: ΤΝΔ πολλαπλών επιπέδων

Τα κρυμμένα επίπεδα προσδίδουν ευελιξία στο δίκτυο και μπορούν να παράγουν υψηλότερου επιπέδου στατιστικές, καθιστώντας το χρήσιμο ιδιαίτερα όταν το μέγεθος του επιπέδου είναι μεγάλο.

4.4.3 Τρόποι εκπαίδευσης του δικτύου

Στον τρόπο εκπαίδευσης του δικτύου αναφερόμαστε αν υπάρχει δηλαδή κάποια πληροφορία που να υποδεικνύει την αναμενόμενη έξοδο από το δίκτυο ή όχι. Συγκεκριμένα διακρίνουμε τα:

Υπό επίβλεψη δίκτυα: (Supervised learning) κατά την οποία για κάθε είσοδο (input pattern) έχουμε και μια έξοδο (target pattern) επιθυμητή και αυτό γίνεται για όλο το στάδιο της εκπαίδευσης. Η οδηγία για το πως πρέπει να μεταβληθούν τα βάρη των συνδέσεων ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα παρέχεται από τη γνωστή έξοδο (target pattern).

Χωρίς επίβλεψη δίκτυα: (unsupervised learning), κατά την οποία εξετάζουμε τα δεδομένα εισόδου με έναν μαζικό τρόπο κατά πόσο μοιάζουν μεταξύ τους και πόσες ομάδες σχηματίζουν.

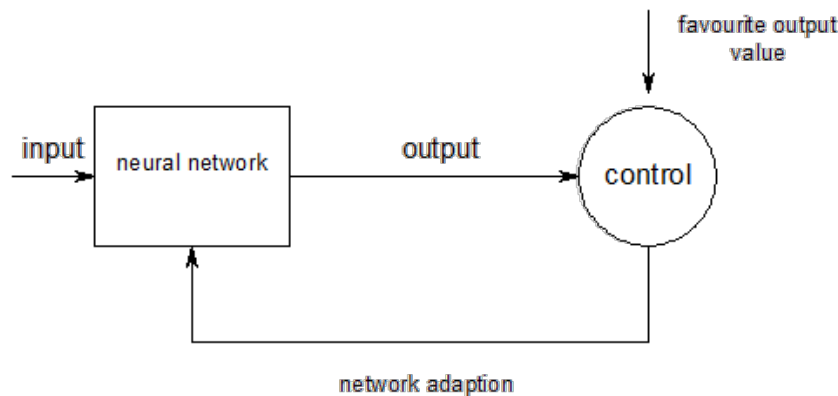
Έτσι λοιπόν η κατασκευή ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου προϋποθέτει την:

- Επιλογή του αριθμού των Hidden Layers
- Διάταξη των νευρώνων στα διάφορα Layers
- Καθορισμό του τύπου των συνδέσεων μεταξύ των νευρώνων
- Καθορισμό της ισχύος διασύνδεσης με το δίκτυο
- Καθορισμό των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν ως εισαγωγή πληροφοριών
- Καθορισμός του ποια θα είναι τα παραγόμενα αποτελέσματα

4.5 Εκπαίδευση ΤΝΔ

Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό, από όλα, που αφορά τα ΤΝΔ είναι η ικανότητα τους να μαθαίνουν. Η μάθηση ή εκπαίδευση είναι μια θεμελιώδης ικανότητα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων, η οποία τους επιτρέπει να εξάγουν πληροφορία από το περιβάλλον τους και να βελτιώνουν την συμπεριφορά τους (Haykin, 1999) & (Τζαφέστας, 2002). Ωστόσο, παρά τους πολλούς παραλληλισμούς με την ανθρώπινη κατανόηση, η εκπαίδευση ενός ΤΝΔ δεν είναι μια εύκολη δουλειά. Ο σκοπός της εκπαίδευσης ενός ΤΝΔ είναι η απόκτηση ικανότητας ώστε να δίνει το επιθυμητό σετ εξόδων μετά από την εφαρμογή κάποιου σετ εισόδων. Από το σύνολο των δεδομένων επιλέγεται τυχαία ένα δείγμα (συνήθως γύρω στο 80% των συνολικών δεδομένων). Το δείγμα αυτό θα χρησιμοποιηθεί αρχικά για να εκπαιδευθεί το δίκτυο. Από την στιγμή που ξεκινά η διαδικασία TRAIN (εκπαίδευση) το δίκτυο μορφοποιεί μια σειρά από πολύπλοκες μαθηματικές εκφράσεις, οι οποίες ορίζονται ανάλογα με το πρόβλημα, προσπαθώντας να βρει μαθηματικές σχέσεις ανάμεσα στα δεδομένα. Οι σχέσεις χρησιμοποιούνται για να αποδοθούν βάρη στα στοιχεία εισόδου, προσπαθώντας να εκτιμήσει ποια στοιχεία είναι αυτά που επηρεάζουν πιο πολύ το αποτέλεσμα και τα αξιολογεί ανάλογα με την βαρύτητα τους αποδίδοντάς τους το βάρος τους (Carpenter & al, 1992).

Ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να εκπαιδευτεί ώστε να επιτελεί μια συγκεκριμένη λειτουργία. Τούτο επιτυγχάνεται με κατάλληλη προσαρμογή των συναπτικών βαρών. Η προσαρμογή αυτή των συναπτικών βαρών που θα επιτρέψει στο δίκτυο να επιτελέσει μια συγκεκριμένη λειτουργία ονομάζεται εκπαίδευση του δικτύου (training). Τα νευρωνικά δίκτυα εκπαιδεύονται –προσαρμόζονται κατά τρόπο ώστε μια συγκεκριμένη είσοδος (δηλαδή ένα συγκεκριμένο διάνυσμα εισόδου) να δίνει μια συγκεκριμένη-επιθυμητή τιμή στην έξοδο (target output) (Werbos, 1974).



Σχήμα 4-6: Η εκπαίδευση ενός ΤΝΔ

Αν οι τιμές αυτές διαφέρουν, τότε το δίκτυο προσαρμόζεται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου η τιμή εξόδου που δίνει το δίκτυο ταυτιστεί με την επιθυμητή τιμή. Ο τρόπος αυτός εκπαίδευσης ονομάζεται επιβλεπόμενη μάθηση (*Supervised learning*). Κάθε τέτοιο σετ από εισόδους ή εξόδους αναφέρεται σε μας σαν vector (διάνυσμα). Η εκπαίδευση πετυχαίνεται με συνεχή εφαρμογή από διανύσματα εισόδου καθώς τα βάρη του δικτύου προσαρμόζονται με βάση μια προκαθορισμένη διαδικασία. Κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης τα βάρη του δικτύου σταδιακά συγκλίνουν σε τιμές έτσι ώστε το κάθε διάνυσμα εισόδου να δίνει το επιθυμητό διάνυσμα εξόδου.

Όπως προαναφέραμε, τα ΤΝΔ διαχωρίζονται σύμφωνα με το κριτήριο του τρόπου εκπαίδευσής τους σε: *Supervised* (με επίβλεψη), *Unsupervised* (χωρίς επίβλεψη). Υπάρχουν, φυσικά, και άλλοι μέθοδοι εκπαίδευσης που θα αναλύσουμε παρακάτω.

4.6 Εκπαίδευση με επίβλεψη

Η εποπτευόμενη εκπαίδευση απαιτεί το ζευγάρι του κάθε διανύσματος εισόδου με το διάνυσμα στόχο που αντιπροσωπεύει την επιθυμητή έξοδο, και που μαζί ονομάζονται training pair (ζευγάρι εκπαίδευσης). Για να εκπαιδευτεί ένα δίκτυο χρειάζεται κάποιος αριθμός τέτοιων ζευγαριών. Ένα διάνυσμα εισόδου εφαρμόζεται, η έξοδος του δικτύου υπολογίζεται και συγκρίνεται με το αντίστοιχο διάνυσμα στόχο και η διαφορά (λάθος) τροφοδοτείται πίσω διαμέσου του δικτύου. Τα βάρη αλλάζουν σύμφωνα με ένα αλγόριθμο που τείνει να ελαττώσει το λάθος. Τα διανύσματα εισόδου εφαρμόζονται συνεχώς, τα λάθη υπολογίζονται και τα βάρη προσαρμόζονται για το κάθε διάνυσμα μέχρι το λάθος ολόκληρου του σετ εκπαίδευσης να είναι σε ένα αποδεκτά χαμηλό επίπεδο.

4.7 Μη εποπτευόμενη εκπαίδευση

Σε αντίθεση με την εποπτευόμενη εκπαίδευση, εδώ δεν απαιτούνται διανύσματα στόχοι για την έξοδο και για αυτό δεν γίνεται σύγκριση με κάποια προκαθορισμένη ιδανική απόκριση. Το σετ εκπαίδευσης αποτελείται μόνο από διανύσματα εισόδου. Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης αλλάζει τα βάρη του δικτύου για να παράγονται διανύσματα εξόδου που να είναι συνεπή, δηλαδή είτε η εφαρμογή ενός από τα διανύσματα εκπαίδευσης είτε η εφαρμογή ενός διανύσματος που είναι αρκετά όμοιο με αυτόν θα παράγει το ίδιο πρότυπο από εξόδους. Η διαδικασία εκπαίδευσης βγάζει της στατιστικές ιδιότητες του σετ εκπαίδευσης και ομαδοποιεί τα παρόμοια διανύσματα σε τάξεις. Εφαρμόζοντας ένα διάνυσμα από δοσμένη τάξη στη είσοδο, θα παράγει συγκεκριμένο διάνυσμα εξόδου, αλλά δεν υπάρχει κανένας τρόπος ώστε να καθοριστεί πριν από την εκπαίδευση ένα συγκεκριμένο πρότυπο εξόδου που θα παραχθεί από δοσμένη τάξη διανύσματος εισόδου. Για αυτό οι εξοδοί ενός τέτοιου δικτύου πρέπει, γενικά, να μετατραπούν σε μια κατανοητή μορφή που είναι επακόλουθο της διαδικασίας εκπαίδευσης. Αυτό δεν είναι κάποιο σοβαρό πρόβλημα. Είναι συνήθως απλό το θέμα της αναγνώρισης της σχέσης εισόδου-εξόδου, που έχει εγκαθιδρυθεί από το δίκτυο.

Ένας λοιπόν αλγόριθμος εκπαίδευσης είναι και ο παρακάτω: τα βάρη αυξάνονται όταν και οι δυο νευρώνες πηγή-αποδέκτης ενεργοποιούνται. Με αυτό τον τρόπο οι συχνά χρησιμοποιούμενοι διάδρομοι στο δίκτυο είναι ενισχυμένοι, και έτσι εξηγείτε το φαινόμενο της συνήθειας και μάθησης διαμέσου της επανάληψης (Hebb, 1949).

Ένα ΤΝΔ που χρησιμοποιεί αυτόν τον τρόπο μάθησης, θα αυξήσει τα βάρη του δικτύου σύμφωνα με τα παράγωγα των ανώτερων επίπεδων των νευρώνων πηγής και αποδέκτη. Δηλαδή:

$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \alpha \cdot OUT_i \cdot OUT_j$, όπου:

$w_{ij}(n)$: η τιμή του βάρους από τον νευρώνα i στον νευρώνα j πριν από την προσαρμογή,

$w_{ij}(n+1)$: η τιμή του βάρους από τον νευρώνα i στον νευρώνα j μετά την προσαρμογή,

α : ο συντελεστής των ορίων μάθησης,

OUT_i : η έξοδος από τον νευρώνα i και η είσοδος στον νευρώνα j ,

OUT_j : η έξοδος από τον νευρώνα j .

4.5

4.8 Άλλοι μέθοδοι εκπαίδευσης

Πέρα από τις παραπάνω κατηγορίες μάθησης υπάρχουν και κάποιοι κανόνες ή τρόποι μάθησης, οι οποίοι ακολουθούνται συνήθως στους αλγόριθμους εκπαίδευσης των τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Μερικά από αυτά είναι οι:

- Ενισχυτική εκπαίδευση (reinforcement learning). Εδώ οι επιθυμητές αποκρίσεις του δικτύου δεν δίνονται από κάποιο «δάσκαλο» αλλά αντίθετα το ίδιο το δίκτυο προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει κάποια συνάρτηση που εκφράζει το συνολικό «δυναμικό» του, ώστε να καταλήξει ύστερα από μία δυναμική διαδικασία σε κατάσταση ισορροπίας. Συχνά το μέτρο της συνάρτησης δυναμικού χρησιμοποιείται ως παράμετρος για τη διόρθωση των παραμέτρων του δικτύου. Η μάθηση αυτή, καθώς προχωρά, εξασφαλίζει τη γρηγορότερη σύγκλιση του δικτύου σε μία από τις καταστάσεις ισορροπίας.
- Εκπαίδευση τύπου Hebb. Η εκπαίδευση αυτού του τύπου υπακούει στον κανόνα του Hebb, ο οποίος ορίζει το εξής: «Όταν η σύναψη ενός νευρώνα είναι αρκετά κοντά στο να διεγείρει έναν άλλο νευρώνα με μεγάλη

ένταση και κατ' επανάληψη, τότε η σύναψη αυτή ενισχύεται, ενώ σε αντίθετη περίπτωση εξασθενεί». Η αρχή αυτή εφαρμόζεται σε όλους τους νευρώνες το δεδομένου δικτύου.

- ο Εκπαίδευση διόρθωσης σφάλματος. Στον τύπο αυτό μάθησης οι αλλαγές στις συνάψεις–παραμέτρους γίνονται ανάλογα με τη συμβολή που αυτές έχουν στο συνολικό σφάλμα του δικτύου. Ανάλογα, δηλαδή, με το «φταίξιμο» (penalty) ή τον «έπαινο» (reward) που τους αποδίδεται (credit assignment) για την επίδοση του δικτύου.
- ο Ανταγωνιστική εκπαίδευση (competitive learning). Κατά τη εκπαίδευση αυτή επιλέγεται ένας νευρώνας, ο καλύτερος, αυτός δηλαδή που είναι πιο κοντά σε επιθυμητά αποτελέσματα και με βάση αυτόν τον νευρώνα ενημερώνονται οι γύρω του. Ο νικητής νευρώνας παίρνει και τον μεγαλύτερο «έπαινο» ώστε να μοιάζει ακόμη πιο πολύ με τα επιθυμητά αποτελέσματα.
- ο Εκπαίδευση Boltzman. Η εκπαίδευση αυτή είναι αρκετά εξειδικευμένη. Χρησιμοποιείται σε μηχανές Boltzman και βασίζεται σε μεθόδους θερμοδυναμικής. Πρόκειται για μία μορφή στοχαστικής, μη ντετερμινιστικής μάθησης που απλά αυξάνει την πιθανότητα το σύστημα του τεχνητού νευρωνικού δικτύου να βρεθεί σε μια επιθυμητή κατάσταση που παρουσιάζεται στο δίκτυο κατά τη φάση της εκπαίδευσης.

Τέλος, είναι πολύ σημαντικό να έχουμε υπόψιν μας ότι τα νευρωνικά δίκτυα θεωρούν ως δεδομένο ότι ισχύει μια βασική αρχή της αναγνώρισης προτύπων : «η αρχή του συμπαγούς». Σύμφωνα με την αρχή αυτή αν δύο συμβάντα είναι παρόμοια τότε περιγράφονται με διανύσματα κοντινά στο χώρο των προτύπων (Διαμανταράς, 2007). Επίσης η μέθοδος απεικόνισης του χώρου προτύπων στο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο, είναι σημαντικό να επιλέγεται με τέτοιο τρόπο, ώστε οι απεικονίσεις δύο προτύπων που ανήκουν σε διαφορετικές τάξεις να είναι πολύ διαφορετικές μεταξύ τους και να μη συσχετίζονται, ενώ αντίστροφα οι απεικονίσεις δύο παρόμοιων προτύπων να έχουν μεγάλο βαθμό ομοιότητας. Μεγάλη σημασία, ιδιαίτερα για την ομαλή και ταχύτερη εκπαίδευση ενός δικτύου, έχει η κανονικοποίηση των δεδομένων εισόδου ώστε το δίκτυο να μην επηρεάζεται από ανομοιογένεια στις τάξεις μεγέθους των επιμέρους συνιστωσών των δεδομένων του περιβάλλοντος, καθώς κάτι τέτοιο θα αλλοίωνε την ακρίβεια κατηγοριοποίησης.

4.9 Έλεγχος ΤΝΔ

Ο έλεγχος ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου είναι το αμέσως επόμενο βήμα, στην κατασκευή ενός ΤΝΔ, μετά την εκπαίδευση. Η διαδικασία αυτή γίνεται τώρα με το υπόλοιπο των δεδομένων μας, περίπου 20-30% .

Στην διαδικασία του τεστ εισάγονται τα δεδομένα του testing file στο δίκτυο για τα οποία είναι γνωστά τα στοιχεία εξόδου και ελέγχεται κατά πόσον το δίκτυο έχει εκπαιδευθεί σωστά. Αν τα αποτελέσματα ικανοποιούν τα όρια του επιθυμητού σφάλματος, τότε το δίκτυο είναι επιτυχημένο. Υπάρχουν όμως αρκετές περιπτώσεις όπου η διαδικασία του ελέγχου δεν δίνει ορθά αποτελέσματα. Μερικές από αυτές είναι οι παρακάτω (Fukushima, 1980):

- I. Υπερεκπαίδευση του δικτύου με ταυτόχρονη χρήση του θορύβου των δεδομένων (μείωση ελάττωση της ικανότητας γενίκευσης).
- II. Ελλιπής εκπαίδευση (λανθασμένος υπολογισμός βαρών).
- III. Αναξιόπιστο αποτέλεσμα εξ' αιτίας του αριθμού των νευρώνων (λιγότεροι ή περισσότεροι από ότι απαιτείται) ή των μεταβλητών.

Παρόλα αυτά, στην περίπτωση που το δίκτυο δεν αποδίδει σωστά, προτείνονται διορθωτικές ρυθμίσεις και διαδικασίες, οι οποίες συνήθως φέρνουν τα επιθυμητά αποτελέσματα. Αυτές μπορεί να είναι:

- Αλλαγή της δομής του δικτύου,
- Αλλαγή της συνάρτησης μεταφοράς,
- Αλλαγή του αριθμού των νευρώνων,
- Αλλαγή των αρχικών συναπτικών βαρών.

4.10 Φαινόμενο παπαγαλισμού

Είναι ένα σύνηθες φαινόμενο στην κατασκευή ΤΝΔ, και αναφέρεται στην υπερεκπαίδευση του συστήματος. Αναλυτικότερα, το σύστημα εκπαιδεύεται με πολλά δείγματα με συνέπεια να έχει τη δυνατότητα να καθορίζει τη μεταξύ τους σχέση, όμως παράλληλα χάνει την ικανότητα πρόβλεψης για νέα στοιχεία .

Συνοψίζοντας λοιπόν όλα τα παραπάνω , συμπεραίνουμε ότι η πορεία κατασκευής ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου μπορεί να απεικονιστεί στα παρακάτω 5 βήματα:

ΒΗΜΑ 1. Συγκέντρωση των δεδομένων.

Αρχικά συγκεντρώνονται όσα στοιχεία κρίνονται ότι είναι απαραίτητα για το πρόβλημα που μελετάται. Ανάλογα με την μορφή του δικτύου καθορίζεται και η ποσότητα των δεδομένων. Γενικά για να λειτουργήσει ένα δίκτυο ικανοποιητικά χρειάζεται αρκετό όγκο δεδομένων. Αυτό δεν σημαίνει όμως ότι όσο περισσότερα δεδομένα διατίθενται στο δίκτυο τόσο καλύτερα γιατί μπορεί να αποβεί χρονοβόρο και δαπανηρό. Τα δεδομένα θα πρέπει να χωρισθούν σε δύο αρχεία. Το ένα θα αποτελεί το αρχείο εκπαίδευσης (training file) και το άλλο το αρχείο με το οποίο θα ελεγχθεί το δίκτυο (test file).

ΒΗΜΑ 2. Κανονικοποίηση των δεδομένων.

Λόγω του γεγονότος ότι τα δεδομένα στις περισσότερες περιπτώσεις αναφέρονται σε διαφορετικές μονάδες (π.χ. χιλιάδες, δεκάδες κλ.π.) πρέπει να κανονικοποιηθούν στην κλίμακα 0-1 ώστε να αντιμετωπίζονται από το νευρωνικό ισόβαρο.

ΒΗΜΑ 3. Αρχιτεκτονική του δικτύου

Το συγκεκριμένο βήμα είναι καθοριστικής σημασίας και περιλαμβάνει τον προσδιορισμό: των μεταβλητών εισαγωγής (input variables), των κρυμμένων επιπέδων (Hidden layers), των νευρώνων σε κάθε επίπεδο και του τύπου του δικτύου που θα χρησιμοποιηθεί.

ΒΗΜΑ 4. Εκπαίδευση του δικτύου.

Στο συγκεκριμένο στάδιο τα δεδομένα εισαγωγής μέσω του νευρώνα καταλήγουν σε ένα κομβικό σημείο, όπου πραγματοποιείται η επεξεργασία τους με τη βοήθεια μαθηματικών εκφράσεων και τελικά αποδίδονται τα δεδομένα εξόδου. Σε κάθε δεδομένο εισόδου αντιστοιχεί μία τιμή W η οποία καλείται βάρος. Τα βάρη σε συνδυασμό με το μοναδιαίο βάρος W_0 και τα δεδομένα εισόδου εισάγονται σε μια συνάρτηση (συνήθως σιγμοειδή) που καλείται συνάρτηση ενεργοποίησης (U). Η συνάρτηση αυτή δίνει αποτέλεσμα το οποίο ονομάζουμε O . Το βάρος ως έννοια εκφράζει την σημασία που έχει το δεδομένο X στην τελική διαμόρφωση του αποτελέσματος. Στο βήμα αυτό περιλαμβάνεται και η επιλογή ορισμένων παραμέτρων, καθοριστικών για την ποιότητα εκμάθησης του δικτύου. Οι παράμετροι που καθορίζονται εδώ είναι: transfer function–συνάρτηση μετατροπής, learning rule–momentum (κανόνας εκμάθησης), step size (βήμα).

ΒΗΜΑ 5. Έλεγχος δικτύου.

Όταν τα τελικά βάρη του δικτύου έχουν υπολογισθεί τότε πρέπει να ελεγχθεί από το τμήμα των δεδομένων που είχε διαχωριστεί στο βήμα 1 (training file). Συνήθως αυτά τα δεδομένα αποτελούν το 20% έως και 50% του συνόλου. Στην διαδικασία του τεστ εισάγονται τα δεδομένα του testing file στο δίκτυο για τα οποία είναι γνωστά τα στοιχεία εξόδου και ελέγχεται κατά πόσον το δίκτυο έχει εκπαιδευθεί σωστά. Αν τα αποτελέσματα ικανοποιούν τα όρια τότε το δίκτυο είναι επιτυχημένο.

Υπάρχουν όμως αρκετές περιπτώσεις όπου η διαδικασία της εκμάθησης δεν δίδει ορθά αποτελέσματα. Μερικά από αυτά είναι τα παρακάτω:

- Υπερεκπαίδευση του δικτύου με ταυτόχρονη χρήση του θορύβου των δεδομένων (μείωση ελάττωση της ικανότητας γενίκευσης).
- Ελλιπής εκπαίδευση (λανθασμένος υπολογισμός βαρών).
- Αναξιόπιστο αποτέλεσμα εξ' αιτίας του αριθμού των νευρώνων (λιγότεροι ή περισσότεροι από ότι απαιτείται) ή των μεταβλητών.

Παρόλα αυτά, στην περίπτωση λοιπόν που το δίκτυο δεν αποδίδει σωστά προτείνονται διορθωτικές ρυθμίσεις και διαδικασίες, οι οποίες συνήθως φέρνουν τα επιθυμητά αποτελέσματα.

4.11 Πλεονεκτήματα τεχνητών νευρωνικών δικτύων

Από τις σημαντικές ικανότητες των τεχνητών νευρωνικών δικτύων είναι ότι μπορούν να λύνουν σύνθετα προβλήματα μιας και τα δομικά τους στοιχεία οι νευρώνες περιέχουν μη γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης. Τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να κατασκευάζουν μέσα από τη διαδικασία εκπαίδευσης μία απεικόνιση της εισόδου στην έξοδο, χωρίς να «γνωρίζουν» από πριν το συσχετισμό που τυχόν υπάρχει. Επιπλέον, έχουν τη δυνατότητα να μαθαίνουν εύκολα καινούρια πράγματα και να προσαρμόζονται στις καινούριες συνθήκες χωρίς να απαιτούνται ριζικές αλλαγές. Συνήθως τα νευρωνικά δίκτυα εκτελούν υποσυμβολική επεξεργασία (subsymbolic processing) της πληροφορίας και μπορούν να δώσουν στην έξοδο κάποιο μέτρο, που αντιπροσωπεύει το βαθμό εμπιστοσύνης για το «συμπέρασμα» (π.χ. το δεδομένο πρότυπο ανήκει με 60% βεβαιότητα στην κατηγορία Α) στο οποίο κατέληξαν. Επίσης λόγω του γεγονότος ότι είναι συστήματα παράλληλης επεξεργασίας, μιας και οι δομικές μονάδες λειτουργούν ανεξάρτητα, είναι ανθεκτικά σε περιπτώσεις μερικής βλάβης. Έχει παρατηρηθεί σε πειράματα ότι ακόμα και αν καταστραφεί κάποιο τμήμα ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου τότε το δίκτυο δεν καταρρέει ολοκληρωτικά αλλά εξακολουθεί να λειτουργεί και να εξάγει συμπεράσματα με περισσότερα όμως σφάλματα. Επιπλέον έχουν τη δυνατότητα να εμφανίζουν ανοχή σε θόρυβο σε αρκετά μεγάλο βαθμό. Το μόνο αρνητικό ίσως στοιχείο είναι ότι λειτουργούν σε μεγάλο βαθμό σαν «μαύρο κουτί» (black box) και δεν έχουν τη δυνατότητα να δώσουν πληροφορίες για το πώς κατέληξαν σε κάποιο συμπέρασμα-έξοδο (Margaris, 1990).

Με βάση τις ικανότητές τους αυτές τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα παρουσιάζουν πολύ καλές αποδόσεις σε προβλήματα αναγνώρισης προτύπων. Συχνά χρησιμοποιούνται σαν φίλτρα για περιορισμό του θορύβου. Άλλη μία εφαρμογή τους είναι οι συσχετιστικές μνήμες (associative memories), οι οποίες αντιστοιχούν κάθε διάνυσμα εισόδου σε μία έξοδο, και η προσέγγιση άγνωστης συνάρτησης (function approximation), δεδομένου ότι είναι γνωστές ορισμένες τιμές της. Τέλος, διάφορα μοντέλα νευρωνικών μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για μείωση της διάστασης ενός προβλήματος (dimensionality reduction), την εύρεση σχέσης μεταξύ άγνωστων δεδομένων καθώς και την οπτικοποίηση των δεδομένων (Haykin, 1999).

4.12 Διαχωρισμός τεχνητών νευρωνικών δικτύων

Ανάλογα με τον τρόπο που λαμβάνει χώρα η επεξεργασία των δεδομένων στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, δηλαδή τον τρόπο με τον οποίο μεταφέρονται τα σήματα διαμέσου των συνδέσεων, διαχωρίζουμε τα δίκτυα αυτά σε δίκτυα προσοτροφοδότησης (feed forward neural networks) και δίκτυα αναδρομικά ή ανατροφοδότησης (recurrent neural networks). Στα δίκτυα προσοτροφοδότησης οι έξοδοι από το ένα επίπεδο νευρώνων μεταδίδονται αποκλειστικά και μόνο στα επόμενα επίπεδα. Αντίθετα στα αναδρομικά δίκτυα ή δίκτυα ανατροφοδότησης οι έξοδοι των νευρώνων ενός επιπέδου μπορεί να συνδέονται ως είσοδοι σε οποιοδήποτε άλλο νευρώνα οποιοδήποτε επιπέδου ακόμα και προηγούμενου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η συνολική έξοδος του δικτύου να μεταβάλλεται συνεχώς (ταλαντώνεται) μέχρι να καταλήξει σε κάποια ισορροπία (σύγκλιση) μετά από κάποιο αριθμό βημάτων. Με βάση αυτό το διαχωρισμό είναι δυνατόν να υπάρξουν νευρωνικά δίκτυα με αρκετές παραλλαγές και με πολύ διαφορετικές αρχιτεκτονικές. Για το λόγο αυτό οι ιδιαιτερότητες του κάθε μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε θα αναφέρονται στο αντίστοιχο κεφάλαιο (Τζαφέστας, 2002).

5 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ-ΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ (ANFIS)

5.1 Τι είναι ένα σύστημα ANFIS

Το σχήμα του ANFIS συνδυάζει τα νευρωνικά δίκτυα με τα ασαφή συστήματα συμπερασμού (FIS), και συνδυάζει το πλεονέκτημα της εύκολης εφαρμογής με την ικανότητα εκπαίδευσης. Το FIS μπορεί να σώζει σημαντικά συστατικά στη βάση των κανόνων και των δεδομένων, και έπειτα να συμπεραίνει την έξοδο χρησιμοποιώντας την ανθρώπινη γνώση και ασαφή αιτιολόγηση. Δηλαδή, το FIS προσομοιώνει τη συμπεριφορά των αν-τότε (if-then) κανόνων μέσω της γνώσης των ειδικών-ερευνητών, ή με τη βοήθεια μίας διαθέσιμης βάσης δεδομένων του συστήματος (Karnik & al, 1999).

Τα νευρωνικά δίκτυα έχουν σημαντική ικανότητα εκπαίδευσης, μέσω της οποίας η επιθυμητή αντιστοίχιση εισόδου-εξόδου μπορεί να ληφθεί από ένα σύνολο από «μαθητευόμενους» κανόνες και δεδομένα εκπαίδευσης. Στο ANFIS, το FIS μετατρέπεται σε ένα πέντε-στρωμάτων προσαρμοστικό δίκτυο. Ο υβριδικός κανόνας εκμάθησης, ο οποίος συνδυάζει μία βαθμίδα αντίστροφης διάδοσης και εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιείται για να βελτιστοποιήσει τις παραμέτρους των ασαφών συστημάτων συμπερασμού σε ένα προσαρμοστικό δίκτυο (Kaburlasos, 2006).

Με άλλα λόγια, ο βασικός στόχος του ANFIS είναι να βρει τις σχεδόν βέλτιστες συναρτήσεις συμμετοχής του αντίστοιχου FIS και να εφαρμόσει έναν υβριδικό αλγόριθμο εκμάθησης χρησιμοποιώντας σύνολα δεδομένων εισόδων-εξόδων, και έπειτα να επιτύχει την επιθυμητή αντιστοίχιση εισόδου-εξόδου (Carpenter & al, 1991).

5.2 Πλεονεκτήματα των ANFIS

Τα κύρια πλεονεκτήματά των Anfis είναι ότι συνδυάζοντας την Ασαφή Λογική και τα ΤΝΔ, ξεπερνούν το κύριο μειονέκτημα της Ασαφής Λογικής, που είναι ότι η γνώση σχετικά με το πρόβλημα που πρέπει να λυθεί, και επιπλέον, τα ΤΝΔ δίνουν περίπλοκους κανόνες δύσκολο να κατανοηθούν (Svalina, Gazlina, Lujic, & Šimunovic, 2013). Αυτό που ουσιαστικά κάνει ένα Anfis είναι να χρησιμοποιεί τα ΤΝΔ να συντονίσουν τους γλωσσικούς μεταβλητές της Ασαφής Λογικής, ακόμα και για περίπλοκα συστήματα. Η αλληλεπίδραση των νευρώνων του νευρωνικού δικτύου με τη χρήση ασαφών κανόνων παρέχει βαθιά κατανόηση του νευρωνικού δικτύου, έτσι γίνεται πιο εύκολος και καλύτερος ο σχεδιασμός των ΤΝΔ. χρησιμοποιεί τα ΤΝΔ να συντονίσουν τους γλωσσικούς μεταβλητές της Ασαφής Λογικής, ακόμα και για περίπλοκα συστήματα. Ως εκ τούτου, μειώνει το κόστος της υλοποίησης της εφαρμογής.

Τα νεύρο υβριδικά συστήματα ενσωματώνουν τα πλεονεκτήματα των ασαφών συστημάτων για την αντιμετώπιση της απερίφραστης γνώσης, η οποία μπορεί να εξηγηθεί και να κατανοηθεί. Από την άλλη, χρησιμοποιεί τα

νευρωνικά δίκτυα για την αντιμετώπιση της έμμεσης γνώσης που μπορεί να αποκτηθεί με την εκμάθηση. Ο συνδυασμός της Ασαφούς Λογικής και τα ΤΝΔ μπορεί να χειριστεί τους περιορισμούς των δύο μεθόδων και προσφέρει μια εξαιρετική ευκαιρία για την εξόρυξη γνώσης, καθώς είναι σε θέση να λύσει κρίσιμα και σύνθετα προβλήματα (Singh, Kainthola, & Singh, 2012).

Παράλληλα, ο αλγόριθμος εκμάθησης της ANFIS συνδυάζει βαθμιαία κατάβαση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων για να καταλήξει σε αποδοτική υβριδική εκπαίδευση για την αναγνώριση του συστήματος. Το άλλο πλεονέκτημα για την πρόβλεψη σε ένα σύστημα ANFIS είναι ότι οι λιγότερες δοκιμές και απλούστερη αρχιτεκτονική που απαιτείται, σε σχέση πάντα με ένα ΤΝΔ, το οποίο απαιτεί εκτεταμένες επαναλήψεις, προκειμένου να επιτευχθεί το μοντέλο βελτιστοποίησης. Η μεγάλη αξία του ANFIS είναι ότι μπορεί να προσεγγίσει όλα τα μη γραμμικά συστήματα χρησιμοποιώντας λίγα δεδομένα εκπαίδευσης, απαιτώντας λίγο χρόνο εκμάθησης και μάλιστα με πολύ υψηλή ακρίβεια (Wei, Chen, & Ho, 2011).

5.3 Υλοποίηση της λογικής των ANFIS

Για την περιγραφή του αλγορίθμου που υλοποιεί το σύστημα συμπερασμού που συνδυάζει την ασαφή λογική και τα νευρωνικά δίκτυα, το προσαρμοστικά νεύρο-ασαφή συστήματα συμπερασμού, χρησιμοποιείται ένα απλοϊκό παράδειγμα στο οποίο φαίνονται όλες οι παράμετροι που πρέπει να καθοριστούν.

Για λόγου απλότητας, υποθέτουμε ότι ένα ασαφές σύστημα συμπερασμού έχει δύο εισόδους, x και y , και μία έξοδο dq . Η βάση των κανόνων περιέχει δύο ασαφείς αν-τότε κανόνες για το ασαφές μοντέλο Takagi και Sugeno (1985), οι οποίοι εκφράζονται ως εξής:

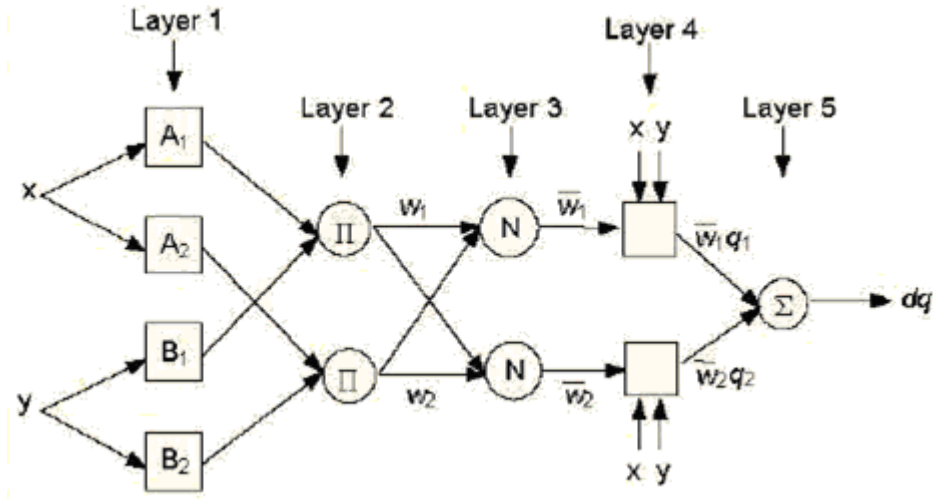
Αν $x = A1$ και $y = B1$ τότε $q1 = f1x + g1y + h1$.

Αν $x = A2$ και $y = B2$ τότε $q2 = f2x + g2y + h2$.

5.1

Το αριστερό μέλος των παραπάνω προτάσεων « $x = A1$ και $y = B1$ » και « $x = A2$ και $y = B2$ » ονομάζεται υποθετικό μέρος, ενώ το δεξί « $q1 = f1x + g1y + h1$ » και « $q2 = f2x + g2y + h2$ » καλείται μέρος «απόφαση». Το αντίστοιχο ισοδύναμο της αρχιτεκτονικής του ANFIS, που φαίνεται στο σχήμα 5-1, είναι μία κλάση των προσαρμοστικών δικτύων που είναι λειτουργικά ισοδύναμα με τα FIS. Το ANFIS είναι ένα πολύ-επίπεδο μονόδρομο δίκτυο, όπου κάθε κόμβος εκτελεί μία ειδική λειτουργία στα εισερχόμενα σήματα ανάλογα με ένα σύνολο παραμέτρων συσχετιζόμενων με αυτόν τον κόμβο. Οι χαρακτήρες των λειτουργιών των κόμβων μπορεί να διαφέρουν από κόμβο σε κόμβο, και η επιλογή της λειτουργίας εξαρτάται από τη συνολική λειτουργία εισόδου-εξόδου του προσαρμοστικού δικτύου.

Στο σχήμα 5-1 κάθε κόμβος παριστάνεται είτε από ένα τετράγωνο είτε από έναν κύκλο, αντιπροσωπεύοντας τις διαφορετικές προσαρμοστικές ικανότητες των κόμβων. Οι τετράγωνοι κόμβοι με παραμέτρους είναι οι προσαρμοστικοί κόμβοι, ενώ οι κυκλικοί είναι σταθεροί, χωρίς παραμέτρους. Η αρχιτεκτονική του προσαρμοστικού νευρο-ασαφούς συστήματος συμπερασμού χωρίζεται σε 5 επίπεδα (Simpson, 1992).



Σχήμα 5-1: Αρχιτεκτονική του ANFIS

Στο επίπεδο 1 – layer 1, κάθε κόμβος είναι προσαρμοστικός με τη λειτουργία του υπολογισμού του βαθμού των συναρτήσεων συμμετοχής κάθε εισόδου. Όπως φαίνεται στην σχήμα 5-1, τα x και y είναι οι εισόδοι των κόμβων, τα A_i και B_i ($i=1,2,\dots$) είναι οι λεκτικές ετικέτες (μεγάλο, μικρό, κ.λπ.) που σχετίζονται με τις λειτουργίες των κόμβων. Οι έξοδοι των κόμβων είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής, που δείχνουν το βαθμό στον οποίο οι δοσμένοι κόμβοι ικανοποιούν τους ποσοδείκτες A_i είτε B_i . Το πλήθος των κόμβων αντιπροσωπεύουν τον αριθμό των ασαφών συνόλων. Για το παράδειγμα αυτό έχουν επιλεγεί συναρτήσεις συμμετοχής με σχήμα Bell για αυτό το επίπεδο. Όλες οι συναρτήσεις αυτές παίρνουν τιμές στο διάστημα $[0,1]$ και εκφράζονται από τη σχέση:

$$\mu_{A_i}(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c_i}{a_i} \right|^{b_i}}, \quad i = 1, 2,$$

5.2

όπου $\{a_i, b_i, c_i\}$ είναι το σύνολο των υποθετικών παραμέτρων. Η συνάρτηση $\mu_{A_i}(x)$ ή $\mu_{B_i}(x)$ είναι συνάρτηση bell, και η μορφή της ποικίλει ανάλογα με τις παραμέτρους αυτές για τις διάφορες λεκτικές ετικέτες. Με άλλα λόγια, αυτές οι παράμετροι χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν το σχήμα και τη θέση των συναρτήσεων συμμετοχής. Πιο συγκεκριμένα, οι τιμές των a_i και c_i μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επιλογή του πλάτους και του κέντρου των συναρτήσεων συμμετοχής. Η τιμή της παραμέτρου b_i συνήθως είναι μεγαλύτερη του 0 και οι τιμές των a_i και b_i ελέγχουν τις κλίσεις στο σημείο τομής. Οι τιμές των a_i , b_i και c_i μπορούν να καθοριστούν κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας του υβριδικού αλγόριθμου εκμάθησης.

Τα επίπεδα 2 και 3 έχουν σταθερούς κόμβους και δεν έχουν παραμέτρους. Οι κόμβοι αυτών των δύο επιπέδων έχουν τις επιγραφές Π και N αντίστοιχα.

Οι κόμβοι του επιπέδου 2, που εφαρμόζουν τον πολλαπλασιασμό (ή την t-νόρμα) των ασαφών συνόλων, πολλαπλασιάζουν το εισερχόμενο σήμα με ένα παράγοντα κλίμακας και στέλνουν τις εξόδους στους κόμβους του επιπέδου 3. Οι εξοδοί των κόμβων (w_i) χρειάζονται στον υπολογισμό της επιρροής του κάθε κανόνα, και ορίζονται ως:

$$w_i = \mu_{A_i}(x) \cdot \mu_{B_i}(x), \quad i = 1, 2. \quad 5.3$$

Στο επίπεδο 3, κάθε κόμβος κανονικοποιεί την επιρροή του κάθε κανόνα. Οι εξοδοί του επιπέδου 3 τροφοδοτούν το επίπεδο 4. Κάθε κόμβος υπολογίζει το λόγο της επιρροής του κάθε κανόνα προς το άθροισμα όλων των επιρροών:

$$\bar{w}_i = \left(\frac{w_i}{\sum_i w_i} \right), \quad i = 1, 2. \quad 5.4$$

Κάθε κόμβος στο επίπεδο 4 είναι ένας προσαρμοστικός κόμβος και δημιουργεί έναν απλό γραμμικό συνδυασμό των εισόδων του συστήματος και ενός συνόλου παραμέτρων με τις εξόδους του επιπέδου 3, και μετά υπολογίζει τη συνεισφορά του κάθε κανόνα προς τη συνολική έξοδο:

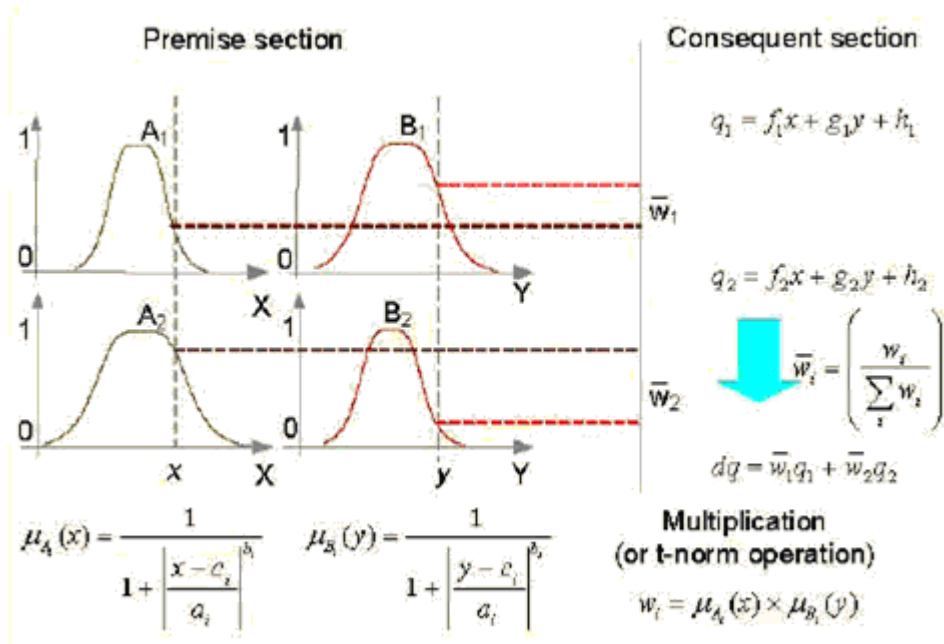
$$\bar{w}_i \cdot q_i = \bar{w}_i \cdot (f_i x + g_i y + h_i), \quad 5.5$$

Στο επίπεδο 5, κάθε κόμβος είναι σταθερός και έχει την επιγραφή Σ. Σε αυτό το επίπεδο υπολογίζονται οι συνολικές εξοδοί αθροίζοντας όλα τα εισερχόμενα σήματα. Η έξοδος είναι το άθροισμα του βάρους των αποτελεσμάτων των κανόνων και εκφράζεται ως

$$dq = \sum_i \bar{w}_i q_i, \quad i = 1, 2. \quad 5.6$$

Αυτά τα επίπεδα αντιπροσωπεύουν το ισοδύναμο των Takagi και Sugeno ασαφών αν-τότε κανόνων. Το ANFIS ενοποιεί μία ασαφή μηχανή συμπερασμού με ένα προσαρμοστικό δίκτυο, το οποίο μαθαίνει τη σχέση μεταξύ των εισόδων και των εξόδων.

Στο σχήμα 5-2 φαίνεται ότι δεδομένων των παραμέτρων υπόθεσης, η συνολική έξοδος dq μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των παραμέτρων συμπεράσματος. Έτσι η παραπάνω εξίσωση μπορεί να ξαναγραφεί ως εξής:



Σχήμα 5-2: Τα σχήματα FIS

$$dq = \bar{w}_1q_1 + \bar{w}_2q_2 = \bar{w}_1(f_1x + g_1y + h_1) + \bar{w}_2(f_2x + g_2y + h_2).$$

5.7

Είναι εμφανές ότι η εξίσωση αυτή είναι μία συνάρτηση γραφικών παραμέτρων και έτσι η γνωστή μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να εφαρμοστεί για να βρεθούν οι γραμμικές παράμετροι. Για να ξεπεραστούν τα μειονεκτήματα ενός προσαρμοστικού δικτύου, δηλαδή η βραδύτητα και η τάση να εγκλωβίζεται σε τοπικά ελάχιστα, το ANFIS χρησιμοποιεί υβριδικούς κανόνες εκμάθησης, οι οποίοι συνδυάζουν τη μέθοδο κλίσης με μία γραμμική ελαχίστων τετραγώνων μέθοδο με στόχο να αντικαταστήσουν την μέθοδο επικλινής καθόδου, και η νέα υβριδική μέθοδος εκμάθησης να εφαρμοστεί στα προσαρμοστικά δίκτυα (Kaburlasos & Kehagias, 2014).

Κάθε βήμα του υβριδικού κανόνα περιέχει ένα πέρασμα προς τα εμπρός, και ένα πέρασμα προς τα πίσω. Πιο συγκεκριμένα, οι παράμετροι χωρίζονται σε δύο υποσύνολα – την υποσχετική παράμετρο και την απορρέουσα.

Κατά το πέρασμα προς τα μπροστά, δεδομένα εισόδου προμηθεύονται σε κάθε κόμβο. Τα λειτουργικά σήματα προωθούνται για να υπολογιστεί σε κάθε κόμβο η έξοδος, για όλα τα βήματα – επίπεδα – μέχρι το επίπεδο 4. Από την άλλη, οι παράμετροι συμπεράσματος, δηλαδή οι f_i, g_i, h_i , βρίσκονται με την εκτίμηση των ελαχίστων τετραγώνων. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλες τις καταχωρήσεις εκπαιδευτικών δεδομένων και έτσι υπολογίζεται το μέτρο του σφάλματος (Simpson, 1993).

Κατά το πέρασμα προς τα πίσω, οι ρυθμοί των σφαλμάτων, που εξάγονται από το μέτρο του σφάλματος, διαδίδονται προς τα πίσω, δηλαδή από το τελικό στάδιο της εξόδου προς αυτό της εισόδου. Με αυτό τον τρόπο δύναται το σύστημα να ανανεώσει τις υποσχετικές παραμέτρους μέσω της επικλινής καθόδου, μετά από το προς τα πίσω πέρασμα.

Οι υβριδικοί κανόνες εκμάθησης επιτελούν ένα διπλό ρόλο που κάνει το σύστημα πιο αποδοτικό. Αρχικά μειώνουν τη διάσταση του χώρου αναζήτησης της επικλινούς καθόδου και έπειτα επιταχύνουν τη σύγκλιση. Με

άλλα λόγια, μπορούν να επιταχύνουν την διαδικασία «εκπαίδευσης», και είναι με πιο ακριβή και αποδοτικά αποτελέσματα από το συμβατικό σχήμα επικλινούς καθόδου (Jang, 1993).

5.4 Μέθοδοι ομαδοποίησης δεδομένων

Η ομαδοποίηση διαχωρίζει ένα σετ δεδομένων σε διάφορες ομάδες με βάση κάποιο κριτήριο ομοιότητας. Στη δική μας περίπτωση χρησιμοποιείται για το κτίσιμο ενός μοντέλου, μπορεί όμως να εφαρμοστεί σε διάφορες περιπτώσεις, όπως, για παράδειγμα, στη συμπίεση δεδομένων. Πριν εφαρμοστεί η μέθοδος στα διαφορετικά σετ θα πρέπει να γίνει κανονικοποίηση των δεδομένων για κάθε μεταβλητή. Η κανονικοποίηση γίνεται συνήθως στην περιοχή $[0,1]$. Οι κυριότερες μέθοδοι ομαδοποίησης είναι:

- C-means Clustering
- Fuzzy C-means Clustering
- Mountain Clustering Method
- Subtractive Clustering

Στην C-means Clustering ένα σημείο ανήκει σε μια ομάδα εάν το κέντρο της ομάδας αυτής, που βρέθηκε με βάση κάποια κριτήρια ομοιότητας, είναι το πιο κοντινό από τα κέντρα. Στη Fuzzy C-means Clustering δίνεται για κάθε σημείο ένας βαθμός συμμετοχής σε κάθε ομάδα. Οι άλλες δύο μέθοδοι βασίζονται σε μία συνάρτηση, τη mountain function, που υπολογίζει την πυκνότητα των δεδομένων σε κάποια περιοχή. Η διαφορά τους βρίσκεται στο γεγονός πως η Mountain Clustering Method κάνει grid στο χώρο των δεδομένων, και τα υποψήφια κέντρα των ομάδων είναι τα σημεία τομής των grid lines. Δηλαδή όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί συναρτήσεων συμμετοχής όλων των εισόδων. Ενώ αντίθετα, η SC θεωρεί ως υποψήφια κέντρα τα ίδια τα δεδομένα, αποφεύγοντας έτσι την απότομη και μεγάλη αύξηση του υπολογιστικού χρόνου που συμβαίνει στην πρώτη περίπτωση λόγω του μεγάλου αριθμού των διαστάσεων. Αφού στη δεύτερη περίπτωση ο υπολογιστικός χρόνος είναι ανάλογος προς τον αριθμό των δεδομένων και όχι των διαστάσεων. Επίσης, με την SC ξεπερνάμε το πρόβλημα της επιλογής του κατάλληλου grid. Για παράδειγμα, για να κατανοήσουμε την πολυπλοκότητα, με τη μέθοδο του grid partitioning για ένα σύστημα με 2 εισόδους και δύο συναρτήσεις συμμετοχής για κάθε μία από αυτές, θα οδηγούμασταν σε ένα σύστημα με $210 * 1024$ κανόνες, αριθμό απαγορευτικό για τη λειτουργικότητα ενός συστήματος. Αυτή η περίπτωση εκθετικής εξάρτησης του αριθμού των κανόνων από τον αριθμό των εισόδων είναι γνωστή ως 'η κατάρα των διαστάσεων' (curse of dimensionality) και αποφεύγεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Subtractive Clustering η οποία δίνει γενικά πολύ λιγότερους κανόνες και ενδείκνυται για προβλήματα πολλών εισόδων, όπως το δικό μας.

5.5 Η μέθοδος subtractive clustering και η αναγνώριση του μοντέλου

Η φιλοσοφία της μεθόδου αυτής βασίζεται στην εύρεση μιας τιμής δυναμικού του κάθε δεδομένου, που απεικονίζει πόσο κοντά βρίσκεται στα υπόλοιπα δεδομένα. Με αυτή τη λογική, ένα δεδομένο με πολλά άλλα κοντά του έχει υψηλό δυναμικό, σε αντίθεση με κάποιο απομονωμένο που θα έχει χαμηλό. Ως πρώτο κέντρο επιλέγεται το δεδομένο με το υψηλότερο δυναμικό. Στη συνέχεια τα δυναμικά των υπόλοιπων δεδομένων μειώνονται αναλόγως με την απόστασή τους από το πρώτο κέντρο που επιλέχθηκε, με τέτοιο τρόπο ώστε τα δεδομένα που βρίσκονται πολύ κοντά του να έχουν ιδιαίτερα χαμηλωμένο δυναμικό και έτσι να μειώνεται η πιθανότητα επιλογής τους ως νέο κέντρο. Ακολούθως, το δεδομένο με το υψηλότερο δυναμικό επιλέγεται ως νέο

κέντρο και η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου τα δυναμικά των δεδομένων να πέσουν κάτω από κάποιο κατώφλι, που εμείς έχουμε ορίσει ανάλογα με την εφαρμογή και τις απαιτήσεις του προβλήματος.

Πιο συγκεκριμένα, αφού κανονικοποιηθούν όλα τα δεδομένα σε κάθε διάστασή τους στο διάστημα $[0,1]$ (φυσικά μετά το πέρας της διαδικασίας τα δεδομένα επαναφέρονται στις σωστές διαστάσεις τους), ορίζουμε το μέγεθος για κάθε σημείο που είναι το μέγεθος μέτρησης δυναμικού:

$$P_i = \sum_{j=1}^n e^{-a|x_i - x_j|^2}, \text{ με } a = \frac{4}{r_a^2}. \quad 5.8$$

Όπου r_a είναι μία θετική σταθερά και αποτελεί την ακτίνα που ορίζει μία περιοχή. Δεδομένα έξω από την περιοχή αυτή επηρεάζουν ελάχιστα το δυναμικό του σημείου. Ένα πολύ μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η χρήση του τετραγώνου της αποστάσεως, απαλλάσσοντάς μας έτσι από τη χρήση της τετραγωνικής ρίζας που θα χρειαζόταν αλλιώς για την εύρεσή της.

Ως πρώτο κέντρο επιλέγεται, όπως είπαμε, το δεδομένο με το μεγαλύτερο δυναμικό. Αν x_1^* είναι οι συντεταγμένες του κέντρου και P_1^* το δυναμικό του, τότε το δυναμικό οποιουδήποτε δεδομένου επαναπροσδιορίζεται σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$P_i \Leftarrow P_i - P_i^* e^{-b|x_i - x_1^*|^2}, \text{ με } b = \frac{4}{r_b^2}. \quad 5.9$$

Όπου r_b είναι η ακτίνα που προσδιορίζει τη γειτονιά που θα έχει σημαντική μείωση στο δυναμικό των σημείων που ανήκουν σ' αυτήν. Ουσιαστικά, από κάθε δεδομένο αφαιρείται ένα μέρος από το δυναμικό του, σαν συνάρτηση της απόστασής του από το πρώτο κέντρο. Τα δεδομένα κοντά σε αυτό θα έχουν σημαντικά μειωμένο δυναμικό και δε θα είναι πιθανό να επιλεχθούν ως το επόμενο κέντρο. Για να αποφύγουμε την περίπτωση δύο κέντρα να είναι πολύ κοντά μεταξύ τους, επιλέγουμε, μέσω της συνάρτησης `genfis2`, το r_b να είναι λίγο μεγαλύτερο από το r_a , δηλαδή $r_b = 1.25r_a$.

Αφού αλλάξουν τα δυναμικά όλων των σημείων με αυτό τον τρόπο, επιλέγουμε σαν το δεύτερο κέντρο αυτό με το μεγαλύτερο δυναμικό. Στη συνέχεια, μειώνουμε το δυναμικό κάθε σημείου αναλόγως με την απόστασή του από το δεύτερο κέντρο και για τα υπόλοιπα κέντρα που θα προκύψουν στη συνέχεια.

Οι υπόλοιπες τεχνικές ομαδοποίησης σταματούν όταν η τιμή του δυναμικού κάποιου κέντρου που μόλις προέκυψε πέσει κάτω από μία τιμή που έχει οριστεί σαν κατώφλι. Με αυτόν τον περιορισμό, υπάρχει ο κίνδυνος να έχουμε ένα μοντέλο με πολλούς κανόνες αν το κατώφλι που επιλέξουμε είναι αρκετά μικρό ή αντίθετα να έχουμε ένα μοντέλο με πολύ λίγους κανόνες, αν οριστεί κάποιο μεγάλο κατώφλι. Η SC έχει εισαγάγει και άλλα κριτήρια, ώστε να καλύψει την έλλειψη τιμής κατωφλίου που θα ήταν ικανή να ικανοποιήσει όλες τις εφαρμογές.

Ένα κριτήριο είναι το ε , που δίνει την τιμή του κατωφλίου κάτω από την οποία απορρίπτονται αμέσως τα κέντρα και η διαδικασία σταματά εκεί. Είναι, ουσιαστικά, το ποσοστό δυναμικού του πρώτου κέντρου. Υπάρχει και ένα ε' , το οποίο προσδιορίζει το άνω κατώφλι, δηλαδή μία τιμή δυναμικού πάνω από την οποία δεχόμαστε αυτομάτως κάποιο κέντρο. Αν το δυναμικό ενός κέντρου προκύψει ανάμεσα στα δύο κατώφλια, τότε η αποδοχή ή απόρριψή του εξαρτάται από το αν το δεδομένο αυτό βρίσκεται μακριά από τα ήδη υπάρχοντα κέντρα. Αν d_{\min} είναι η μικρότερη από τις αποστάσεις του σημείου που έχουμε ως υποψήφιο κέντρο από τα υπόλοιπα ήδη υπάρχοντα κέντρα, το κέντρο αυτό θα γίνει δεκτό και θα συνεχιστεί η διαδικασία αν ισχύει:

$$\frac{d_{min}}{r_a} + \frac{P_k^*}{P_1^*} \geq 1 \quad 5.10$$

Αν αυτό δεν ισχύει, το κέντρο απορρίπτεται και το δυναμικό του μηδενίζεται. Έπειτα επιλέγεται το δεδομένο με το αμέσως επόμενο μεγαλύτερο δυναμικό και επαναλαμβάνεται η διαδικασία ελέγχου για το καινούριο υποψήφιο κέντρο. Οι τιμές που επιλέγονται είναι $\varepsilon=0.15$ και $\varepsilon'=0.5$.

Σε αυτό το σημείο είναι πολύ σημαντικό να τονίσουμε ότι κάθε κέντρο μίας ομάδας αποτελεί τη βάση ενός κανόνα που περιγράφει τη συμπεριφορά του συστήματος. Έτσι ξεκινά η αναγνώριση του μοντέλου. Εδώ, αποφεύγουμε να εισάγουμε εκ των προτέρων γνώση, άλλα κτίζουμε το μοντέλο ανάλογα με τα δεδομένα, δηλαδή με τη γνωστή σε μας συμπεριφορά του.

Έστω ένα σετ από c κέντρα (cluster centers), $x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*$, σε ένα χώρο με M διαστάσεις. Οι πρώτες N διαστάσεις αντιστοιχούν στις μεταβλητές εισόδου και οι υπόλοιπες $M-N$ στις μεταβλητές εξόδου. Χωρίζουμε το κάθε διάνυσμα x_i^* , σε δύο διανύσματα y_i^* και z_i^* , όπου το πρώτο περιέχει τα πρώτα N στοιχεία του x_i^* , δηλαδή τις συντεταγμένες του κέντρου στο χώρο εισόδων, και το δεύτερο τα υπόλοιπα $M-N$, δηλαδή τις συντεταγμένες του κέντρου στο χώρο εξόδων.

Θεωρούμε, όπως είπαμε, το κάθε κέντρο x_i^* σαν έναν ασαφή κανόνα που περιγράφει τη συμπεριφορά του συστήματος. Δεδομένου ενός διανύσματος εισόδου, ο βαθμός εκπλήρωσης του κανόνα i ορίζεται ως:

$$\mu_i = e^{-\alpha \|y - y_i^*\|^2} \quad 5.11$$

Η έξοδος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_i z_i^*}{\sum_{i=1}^c \mu_i} \quad 5.12$$

Ο κάθε κανόνας διατυπώνεται με την ακόλουθη μορφή:

IF (Y1 is A1) AND (Y2 is A2) AND THEN (Z1 is B1) AND (Z2 is B2)...

Για τον κανόνα που αναφέρεται στο κέντρο x_i^* , τα A_j και B_j , είναι:

$$A_j(q) = e^{-\alpha(q - y_{ji}^*)^2}$$

$$B_j = z_{ij}^* \quad 5.13$$

Όπου το y_{ji}^* είναι το j -στοιχείο του y_i^* και αντίστοιχα z_{ij}^* είναι το j -στοιχείο του z_i^* .

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί τα μοντέλα Takagi-Sugeno 1ης τάξης, τα οποία αναλύσαμε σε προηγούμενη ενότητα, οπότε το z_i^* δεν είναι μία σταθερά αλλά μία γραμμική εξίσωση:

$$z_i^* = G_i y + h_i \quad 5.14$$

Όπου G_i είναι ένας $(M-N) \times (N)$ σταθερός πίνακας και h_i ένα σταθερό διάνυσμα στήλη με $M-N$ στοιχεία. Δηλαδή το τμήμα απόδοσης κάθε κανόνα είναι μία γραμμική εξίσωση 1ου βαθμού των μεταβλητών εισόδου. Τα μοντέλα που χρησιμοποιούν τέτοιους κανόνες είναι ικανά να μοντελοποιήσουν περίπλοκα μη γραμμικά συστήματα με λίγους κανόνες.

Οι συναρτήσεις συμμετοχής της κάθε εισόδου σε κάθε κανόνα είναι Gaussian. Ο γενικός τύπος της συνάρτησης είναι:

$$gauss_{MF}(x, c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2} \quad 5.15$$

Η συνάρτηση αυτή είναι κλειστή και περιγράφει ασαφή σύνολα. Για κάθε μία συνάρτηση συμμετοχής έχουμε δύο παραμέτρους. Οι παράμετροι αυτές είναι η σ που είναι η τυπική απόκλιση και ελέγχει τη διασπορά, δηλαδή το εύρος της συνάρτησης κατανομής, και το c που είναι το κέντρο και καθορίζει το σημείο στο οποίο εστιάζεται αυτή. Τα κέντρα, όπως έχουμε περιγράψει, έχουν προσδιοριστεί από την SC, ενώ οι τιμές της τυπικής απόκλισης όχι. Έτσι στις τυπικές αποκλίσεις κάθε συνάρτησης συμμετοχής που αντιστοιχεί στην ίδια είσοδο, ή σε εισόδους που είναι καθυστερημένες τιμές κάποιας άλλης εισόδου, δίνεται η ίδια τιμή. Αυτή η τιμή είναι:

$$\sigma = \frac{roi^* (\max(X) - \min(X))}{\sqrt{8}} \quad 5.16$$

Εκφράζοντας λοιπόν την έξοδο σαν μια γραμμική συνάρτηση των εισόδων, επιτρέπει ένα πολύ σημαντικό κομμάτι της βελτιστοποίησης να γίνει με μικρή υπολογιστική πολυπλοκότητα. Όπως απέδειξαν οι Takaki και Sugeno, δοθέντος ενός σετ κανόνων με έτοιμο το τμήμα απόδοσης, η βελτιστοποίηση των παραμέτρων στο τμήμα απόδοσης, με βάση τα δεδομένα μοντελοποίησης, είναι ένα απλό Linear Least Squares Estimation (LLSE) πρόβλημα. Τέτοια προβλήματα λύνονται αρκετά εύκολα και η λύση είναι σχεδόν πάντα βέλτιστη. Η βελτιστοποίηση των παραμέτρων του τμήματος απόδοσης δεν απαιτεί καμία μη γραμμική διαδικασία και αυτό αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής.

5.6 Βελτιστοποίηση των παραμέτρων του τμήματος απόδοσης κανόνων με την μέθοδο RLSE

Για να μετατρέψουμε το πρόβλημα της βελτιστοποίησης των παραμέτρων των εξισώσεων στο γνωστό πρόβλημα Linear Least Squares Estimation θα πρέπει να ορίσουμε:

$$\rho_i = \frac{\mu_i}{\sum_{j=1}^c \mu_j} \quad 5.17$$

Και η έξοδος του fis μπορεί να γραφεί:

$$z = \sum_{i=1}^c \rho_i z^* = \sum_{i=1}^c \rho_i (G_i y + h_i) \quad 5.18$$

Δοθείσας μίας ακολουθίας από n δεδομένα εισόδου $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, η ακολουθία εξόδου του μοντέλου που προκύπτει είναι:

$$\begin{bmatrix} z_1^T \\ \vdots \\ z_n^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{1,1} y_1^T \rho_{1,1} & \dots & \rho_{1,1} y_1^T \rho_{c,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1,n} y_n^T \rho_{1,n} & \dots & \rho_{c,n} y_n^T \rho_{c,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1^T h_1^T \\ \vdots \\ G_c^T h_c^T \end{bmatrix} \quad 5.19$$

Όπου το $p_{i,j}$ απεικονίζει το p_i για το y_j . Αν δίνονται λοιπόν τα $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, ο $n \times c$ πίνακας στο δεξιό μέρος της εξίσωσης είναι σταθερός και ο άλλος πίνακας περιέχει όλες τις παραμέτρους που πρέπει να βελτιστοποιηθούν. Για να ελαχιστοποιήσουμε το τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ της εξόδου του μοντέλου και αυτής των δεδομένων, αντικαθιστούμε τον πίνακα εξόδων με τις πραγματικές εξόδους και λύνουμε την εξίσωση. Ο αριθμός των πραγματικών τιμών θα πρέπει να είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των παραμέτρων που πρέπει να βελτιστοποιηθούν για να έχουμε μοναδική λύση για αυτές. Μπορούμε να γράψουμε αυτή την εξίσωση ως:

$$AX = B \quad 5.20$$

Όπου A πίνακας ($m \times n$) με σταθερά στοιχεία, X ο πίνακας με τις προς βελτιστοποίηση παραμέτρους με διαστάσεις ($n \times 1$) και B ο πίνακας με τις τιμές των εξόδων με διαστάσεις ($m \times 1$). Αν ο πίνακας A είναι τετραγωνικός, δηλαδή $m=n$, και μη μοναδιαίος, τότε η λύση είναι:

$$X = A^{-1}B \quad 5.21$$

Τα ζεύγη των δεδομένων, όπως είπαμε, είναι περισσότερα από τις παραμέτρους ($m \geq n$). Μία ακριβής λύση που να ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις δεν είναι πάντα δυνατή, λόγω του θορύβου που μπορεί να περιέχεται στα δεδομένα ή λόγω μη καταλληλότητας του μοντέλου να περιγράψει το σύστημα που θέλουμε να μοντελοποιήσουμε. Οπότε εισάγουμε ένα διάνυσμα σφάλματος e , που αντιστοιχεί είτε στο θόρυβο είτε στο σφάλμα μοντελοποίησης:

$$AX + e = B \quad 5.22$$

Έτσι, αντί να ψάχνουμε την ακριβή λύση, ψάχνουμε για ένα \bar{X} το οποίο ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων:

$$E(X) = \sum_{i=1}^m (b_i - a_i^T X)^2 = e^T e = (B - AX)^T (B - AX) \quad 5.23$$

Η $E(X)$ έχει τετραγωνική μορφή και έχει μόνο ένα ελάχιστο για την τιμή \bar{X} . Το παρακάτω θεώρημα δίνει μία αναγκαία συνθήκη που ικανοποιείται από τον εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων \bar{X} :

Το τετραγωνικό σφάλμα $E(X)$ ελαχιστοποιείται όταν $X = \bar{X}$, όπου \bar{X} ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων, ή LSE, που ικανοποιεί την εξίσωση:

$$A^T A \bar{X} = A^T B$$

Αν ο ATA δεν είναι μοναδιαίος, το \bar{X} είναι μοναδικό και δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{X} = (A^T A)^{-1} A^T B \quad 5.24$$

Ο υπολογισμός αυτού του πίνακα είναι αρκετά δύσκολος, ιδιαίτερα αν ο $A^T A$ είναι μεγάλος (το μέγεθός του είναι $(c(N+1) \times c(N+1))$). Επίσης, αν αυτός ο πίνακας είναι κοντά στο μοναδιαίο, παρουσιάζονται αριθμητικά προβλήματα. Έτσι, οδηγούμαστε στη χρήση της μεθόδου Recursive Least Squares Estimation (RLSE).

Υποθέτοντας πως οι πίνακες A και B έχουν k γραμμές, ο \bar{X} αντιστοιχεί στην εκτίμηση για τα ζεύγη δεδομένων. Το k μπορεί να θεωρηθεί και ως μέτρηση χρόνου, αν τα δεδομένα έρχονται σειριακά. Οπότε, αν γίνει διαθέσιμο ένα νέο ζεύγος δεδομένων, αντί να επαναλάβουμε όλη τη διαδικασία εύρεσης του εκτιμητή για τα $(k+1)$ δεδομένα, εκμεταλλευόμαστε το γεγονός ότι γνωρίζουμε την τιμή του εκτιμητή για τα προηγούμενα δεδομένα. Αυτή η διαδικασία αποσκοπεί στην εύρεση ενός διορθωτικού προσθετικού όρου για τον εκτιμητή που τον προσαρμόζει

κάθε φορά με τα καινούρια δεδομένα που προκύπτουν. Η μέθοδος αυτή μας δίνει το \bar{X} μέσα από μία επαναληπτική φόρμουλα:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{i+1} &= \bar{X}_i + S_{i+1} a_{i+1} (b_{i+1}^T - a_{i+1}^T \bar{X}_i) \\ S_{i+1} &= S_i - \frac{S_i a_{i+1} a_{i+1}^T S_i}{1 + a_{i+1}^T S_i a_{i+1}}\end{aligned}\quad 5.25$$

Όπου \bar{X} είναι η εκτίμηση του \bar{X} στην i-οστή επανάληψη, S_i είναι ένας $(c(N+1) \times c(N+1))$ πίνακας ετεροσυσχέτισης, είναι το i-οστό διάνυσμα-σειρά του πίνακα, και είναι το i-οστό διάνυσμα-σειρά του πίνακα. Η εκτίμηση του αντιστοιχεί στην τιμή του \bar{X}_n .

Ένα άλλο πρόβλημα αυτής της μεθόδου είναι η εύρεση των αρχικών συνθηκών της επαναληπτικής διαδικασίας. Συνηθίζεται να αρχικοποιείται με κατευθείαν επίλυση των σχέσεων:

$$\begin{aligned}S_k &= (S_0 + A_k^T A_k)^{-1} \\ \bar{X}_k &= P_k (A_k B_k + S_0^{-1} \bar{X}_0)\end{aligned}\quad 5.26$$

Επιλέγοντας $S_0 = \gamma I$, όπου γ μια μεγάλη θετική σταθερά, επειδή το όριο του αντιστρόφου του P_0 όταν το γ τείνει στο άπειρο είναι 0, το \bar{X}_0 δεν επηρεάζει τις παραπάνω σχέσεις, οπότε για ευκολία επιλέγουμε $\bar{X}_0 = 0$.

Να τονίσουμε σ' αυτό το σημείο πως ο πίνακας S_k είναι ανάλογος της συσχέτισης των εκτιμητών και πως αυτή η επαναληπτική διαδικασία μπορεί πολύ εύκολα να επεκταθεί και σε συστήματα πολλών εξόδων. Επίσης, παρά το γεγονός ότι η διαδικασία αναπτύχθηκε για γραμμικά μοντέλα μπορεί να επεκταθεί, διατηρώντας τους βασικούς άξονες της φιλοσοφίας της, και σε μη γραμμικά μοντέλα.

5.7 Η συνάρτηση του MATLAB GENFIS2

Η συνάρτηση `genfis2` δημιουργεί ένα FIS με τη μέθοδο Subtractive Clustering για δοθέντα ζεύγη δεδομένων εισόδων-εξόδου. Όταν υπάρχει μία μόνο έξοδος, όπως συμβαίνει στη δική μας εφαρμογή, η `genfis2` χρησιμοποιείται για να δημιουργήσει το αρχικό `fis` με τη μέθοδο SC. Αυτό το καταφέρνει εξάγοντας ένα σετ κανόνων που μοντελοποιεί τη συμπεριφορά των δεδομένων. Η συνάρτηση `genfis2` έχει τις εξής παραμέτρους:

X_{in} : Πίνακας εισόδων

X_{out} : Πίνακας εξόδων

$Radi\ i$: Διάνυσμα που καθορίζει την ακτίνα επιρροής του κέντρου ομάδας για κάθε διάσταση των δεδομένων

$xBounds$: Είναι ένας $2 \times N$ πίνακας που καθορίζει πως θα τοποθετηθούν τα δεδομένα και σε ένα μοναδιαίο υπέρ-κουτί, όπου N είναι η διάσταση (πλήθος γραμμών) των δεδομένων. Η πρώτη γραμμή του πίνακα $xBounds$ περιέχει το ελάχιστο εύρος τιμών για τον άξονα και η δεύτερη γραμμή δείχνει το μέγιστο εύρος τιμών για κανονικοποίηση των δεδομένων σε κάθε διάσταση. Αν δε δοθεί τιμή για τη παράμετρο $xBounds$ τότε παίρνονται αυτόματα οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές από το σετ δεδομένων.

5.8 Παρατηρήσεις

Συνοψίζοντας, η μέθοδος αναγνώρισης του μοντέλου αποτελείται από δύο βήματα:

- Την εύρεση των κέντρων ομάδων (cluster centers), για να βρεθεί ο αριθμός των ασαφών κανόνων και τμήμα υπόθεσης τους.

Σ' αυτό το βήμα, το μεγαλύτερο μέρος του υπολογιστικού χρόνου καταναλώνεται για τον υπολογισμό του αρχικού δυναμικού κάθε δεδομένου. Κάθε επόμενη επανάληψη για επιλογή νέου κέντρου και για μείωση του δυναμικού, απαιτεί τον ίδιο χρόνο με τον υπολογισμό του δυναμικού ενός σημείου. Αν υποθέσουμε ότι ο αριθμός των κέντρων είναι πολύ μικρότερος από το συνολικό αριθμό των δεδομένων, μπορούμε να υπολογίσουμε ακριβώς το χρόνο αυτό.

- Τη βελτιστοποίηση των τμημάτων απόδοσης των κανόνων.

Ο υπολογιστικός χρόνος του βήματος αυτού επηρεάζεται γραμμικά από τον αριθμό των κέντρων που βρέθηκαν στο πρώτο βήμα καθώς ο αριθμός των προς βελτιστοποίηση παραμέτρων αυξάνεται γραμμικά με τον αριθμό των κέντρων των ομάδων και επομένως μπορεί να προσδιοριστεί μόνο αφού ολοκληρωθεί το πρώτο βήμα.

Κανένα από τα δύο βήματα δεν απαιτεί μη γραμμική βελτιστοποίηση και έχουν ικανοποιητικό υπολογιστικό χρόνο.

Παρόλο που ο αριθμός των ομάδων (άρα και των κανόνων) καθορίζεται αυτόματα από αυτή τη μέθοδο, η παράμετρος r_a (δηλαδή η ακτίνα επιρροής του κέντρου ομάδας) που καθορίζεται από το χρήστη επηρεάζει σημαντικά τον αριθμό των κανόνων που θα προκύψουν. Η επιλογή μίας μεγάλης ακτίνας παράγει λιγότερους κανόνες και οδηγεί σε ένα μοντέλο που δεν ταιριάζει ακριβώς με τα πραγματικά δεδομένα. Αντίθετα, η επιλογή μίας μικρής ακτίνας μπορεί να παραγάγει πολύ μεγάλο αριθμό κανόνων, και άρα να οδηγηθούμε σε ένα πολύπλοκο μοντέλο με μικρή ικανότητα γενίκευσης, καθώς θα είναι ταυτισμένο με τα δεδομένα. Η ακτίνα, λοιπόν, είναι ένα είδος μεταβλητής ελέγχου που μας οδηγεί σε διάφορα μοντέλα ανάλογα με τις απαιτήσεις του συστήματος σε πολυπλοκότητα, ικανότητα γενίκευσης και ακρίβεια πρόβλεψης. Η συνάρτηση `genfis2` δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει την ακτίνα, όπως αναλύεται λεπτομερώς στην δική μας εφαρμογή, το είδος της κανονικοποίησης των δεδομένων, τον συντελεστή απόσβεσης του δυναμικού γύρω από το κέντρο αλλά και των κατωφλίων για την αποδοχή ή απόρριψη ενός υποψήφιου κέντρου.

Συμπερασματικά, η συνάρτηση `genfis2` δημιουργεί ένα ασαφές μοντέλο, του οποίου τον αριθμό των ασαφών κανόνων επιλέγει ο χρήστης, και το εκπαιδεύει, με ένα πέρασμα μόνο, βελτιστοποιώντας τις παραμέτρους του τμήματος απόδοσης των κανόνων. Οι τιμές όμως που θα πάρουν αυτές δεν είναι ολικά βέλτιστες, παρά μόνο βέλτιστες ως προς τις αρχικές τιμές που δόθηκαν στις παραμέτρους του τμήματος υπόθεσης. Δηλαδή καταφέρνει σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα να δώσει ένα μοντέλο που παρουσιάζει αρκετά καλή συμπεριφορά. Υπερτερεί σε οικονομία χρόνου σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους ομαδοποίησης και αποφεύγει την μη γραμμική βελτιστοποίηση στο στάδιο κτισίματος του μοντέλου. Αυτό συμβαίνει γιατί το μοντέλο κτίζεται με βάση τα πραγματικά δεδομένα που καθορίζουν τη συμπεριφορά του συστήματος και όχι εμπειρικά ή διαισθητικά. Οπότε για κάθε σετ δεδομένων έχουμε ένα είδος εξειδίκευσης, χωρίς αυτό όμως να οδηγεί σε αδυναμία πρόβλεψης άγνωστων δεδομένων. Δηλαδή τα μοντέλα που δίνει η `genfis2` θα μπορούσαν αν σταθούν και χωρίς περαιτέρω βελτιστοποίηση, σε αντίθεση με αυτά που δίνει η συνάρτηση `genfis1`, η οποία δημιουργεί τα μοντέλα με την μέθοδο `grid partitioning` χωρίς να χρησιμοποιεί κάποια μέθοδο βελτιστοποίησης και, έτσι, καθίσταται απαραίτητη

η εκπαίδευσή τους. Η τελική βελτιστοποίηση όλων των παραμέτρων του ασαφούς συστήματος πραγματοποιείται όταν εισάγουμε το μοντέλο σε κάποιο νεύρο-ασαφές δίκτυο (ANFIS) που εκτελεί πολλά περάσματα.

5.9 Συναρτήσεις & σφάλματα που χρησιμοποιήθηκαν

5.9.1 Χρησιμοποιημένες συναρτήσεις

Όπως έχουμε αναφέρει στο κεφάλαιο 4^ο υπάρχουν διάφορες συναρτήσεις ασαφής λογικής. Αυτά που χρησιμοποιούμε με τη χρήση του προγράμματος MATLAB, ώστε να βρούμε το κατάλληλο μοντέλο πωλήσεων, με τα ελάχιστα σφάλματα, είναι οι:

- Gbellmf
- Trimf
- Gaussmf
- Gauss2mf
- Trapmf

Η Gbellmf (Generalized Bell-Shaped Membership Function) είναι μία συνάρτηση καμπάνας που επιτυγχάνει την ομαλή διακύμανση. Η συνάρτηση Gbellmf εξαρτάται από τρεις παραμέτρους a , b , και c , όπως δίνεται από την σχέση:

$$f(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}} \quad 5.27$$

Η συνάρτηση Trimf (Triangular Curve Function) η τριγωνική καμπύλη είναι μία συνάρτηση ενός φορέα, x , και εξαρτάται από τρεις βαθμωτούς παραμέτρους a , b , και c , όπως δίνεται από τη σχέση:

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x - a}{b - a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c - x}{c - b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases}$$

ή

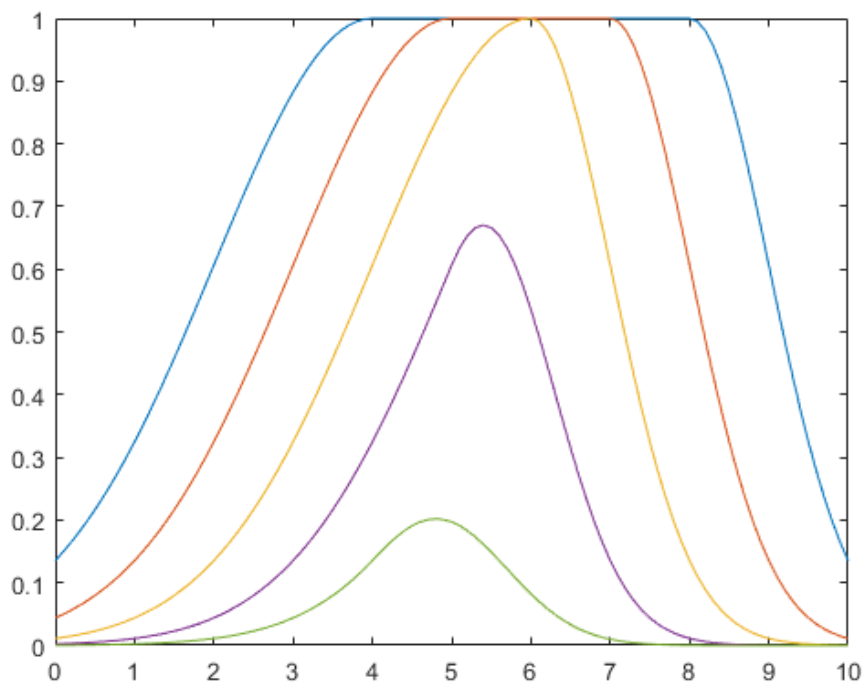
$$f(x; a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x - a}{b - a}, \frac{c - x}{c - b}\right), 0\right) \quad 5.28$$

Η συνάρτηση Gaussmf (Gaussian Function) είναι μία συμμετρική συνάρτηση Gauss εξαρτάται από δύο παραμέτρους σ και c , όπως δίνεται από τη σχέση:

$$f(x; \sigma, c) = e^{-\frac{(x - c)^2}{2\sigma^2}} \quad 5.29$$

Οι παράμετροι για την συνάρτηση gaussmf αντιπροσωπεύουν τις παραμέτρους σ και c που αναφέρονται σε μία μεταβλητή που ονομάζεται $[σ\ c]$.

Η συνάρτηση Gauss2mf είναι ένας συνδυασμός δύο συναρτήσεων των δύο παραπάνω παραμέτρων, σ και c . Η πρώτη συνάρτηση, που καθορίζεται από σ_1 και c_1 , καθορίζει το σχήμα της αριστερής καμπύλης. Η δεύτερη συνάρτηση καθορίζεται από σ_2 και c_2 σχηματίζει το σχήμα της δεξιάς καμπύλης. Όποτε, αν $c_1 < c_2$, η συνάρτηση gauss2mf φθάνει μια μέγιστη τιμή 1, βλέπε σχήμα 6-3. Διαφορετικά, η μέγιστη τιμή είναι μικρότερη από ένα. Οι παράμετροι αναφέρονται με τη σειρά: $[\sigma_1, c_1, \sigma_2, c_2]$.



Σχήμα 5-3: Η μορφή μίας συνάρτησης Gauss2mf

Η συνάρτηση Trapmf (Trapezoidal Turve) σχηματίζει ένα τραπεζοειδή σχήμα ενός φορέα, x , και εξαρτάται από τέσσερις βαθμωτές παραμέτρους a , b , c , και d , όπως δίνεται από την σχέση:

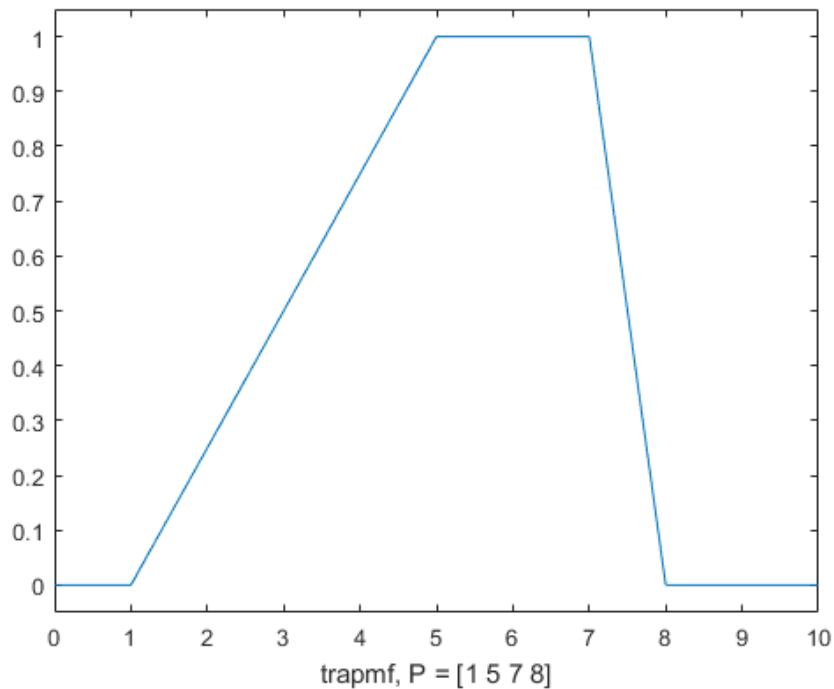
$$f(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & d \leq x \end{cases}$$

ή

$$f(x; a, b, c, d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

5.30

Οι παράμετροι a και d εντοπίζονται στα "πόδια" του τραπεζιού και οι παράμετροι b και c εντοπίζετε στους "ώμους", βλέπε σχήμα 6-4.



Σχήμα 5-4: Η μορφή μίας συνάρτησης Trapmf

5.9.2 Σφάλματα που εξετάζονται

Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Root Mean Squared Error):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N e_i^2}{N}} \quad 5.31$$

Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Square Error):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \quad 5.32$$

Μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error):

$$MAE = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N |e_i| \quad 5.33$$

Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (Mean Absolute Percentage Error):

$$MAPE = \frac{100}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left| \frac{F_i - A_i}{A_i} \right| \quad 5.34$$

Σε αυτό το σημείο θα ακολουθήσει περαιτέρω αξιολόγηση του μοντέλου ANFIS με τα μοντέλα AR, και ARMA με τη βοήθεια του κώδικα που έχουμε αναπτύξει στο περιβάλλον του Matlab, από τα οποία θα εξετάσουμε τα παραπάνω σφάλματα.

6 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ANFIS ΣΤΗΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΠΩΛΗΣΕΩΝ

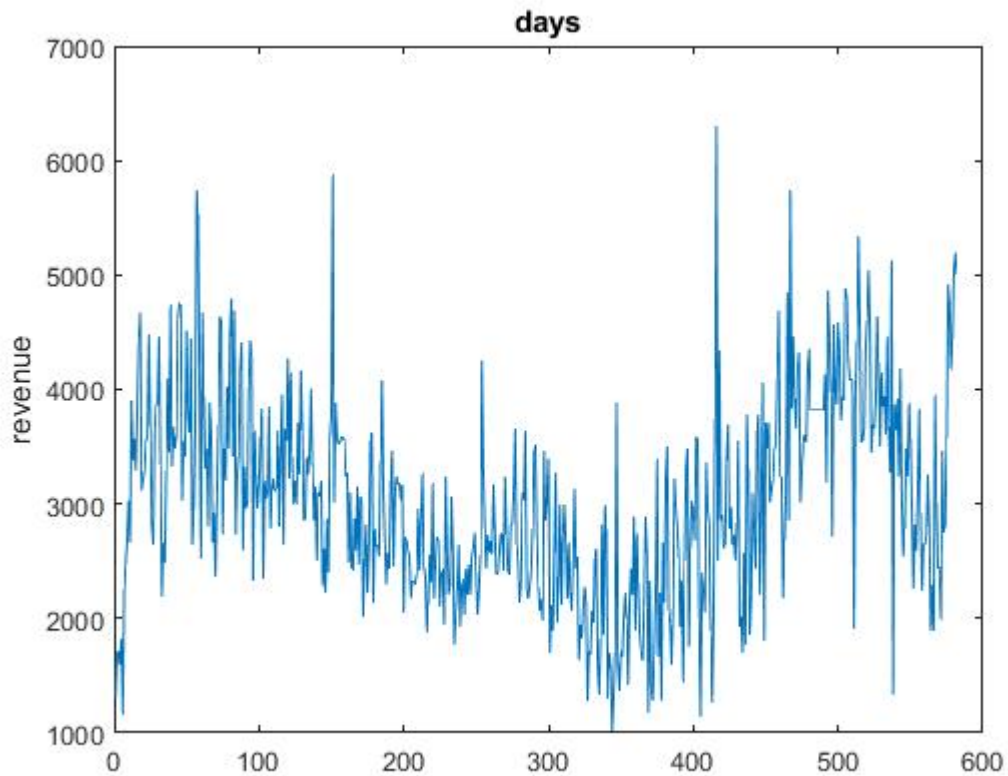
6.1 Δεδομένα που εξετάζονται

Όπως έχουμε αναφέρει στο 1^ο κεφάλαιο τα δεδομένα που εξετάζονται έχουν παρθεί από μία επιχείρηση στο χώρο της εστίασης στο Δήμο Ρεθύμνου. Η επιχείρηση λειτουργεί όλα το χρόνο, 365 μέρες ανά έτος, και αποτελεί ένα καλό δείγμα της Ελληνικής οικονομίας. Έχουμε στην διάθεση μας ένα σύνολο από 729 παρατηρήσεις, ή μέρες που λειτούργησε η επιχείρηση. Ο χρονικός ορίζοντας των παρατηρήσεων είναι από 2/1/2014 έως 31/12/2015. Με αυτά τα δεδομένα, 582 παρατηρήσεις χρησιμοποιήθηκαν για εκπαίδευση του μοντέλου και 146 για τον έλεγχο του. Στο παράρτημα παρουσιάζονται αναλυτικά τα δεδομένα. Επιπλέον, πρέπει να σημειωθεί ότι η έκδοση Matlab που 'έτρεξε' τα μοντέλα είναι η έκδοση R2014b, σε λειτουργικό περιβάλλον Mac OS X 10.7.

6.2 Μετρά αξιολόγησης (measures values)

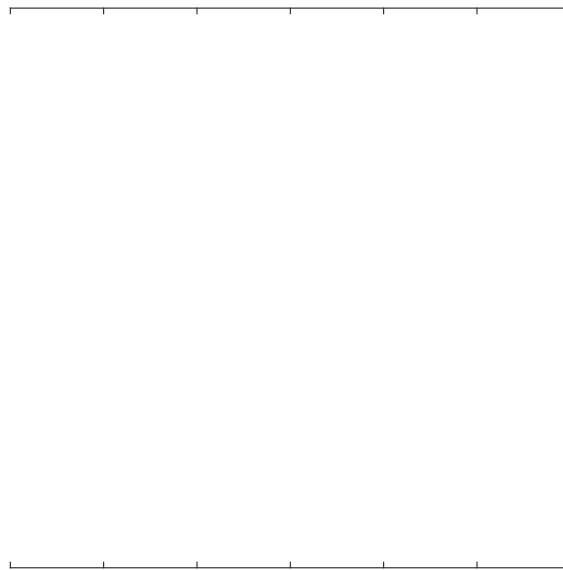
Σύμφωνα με τον κώδικα που αναπτύχθηκε και έγινε σύγχυση των μοντέλων, ορίστηκε για τις συναρτήσεις του συστήματος ANFIS στο Matlab ως `epoch_no = 500`, που σημαίνει ότι έγινε επανάληψη για εκπαίδευση του μοντέλου 500 φορές. Εδώ πρέπει να πούμε ότι μεγάλος αριθμός επαναλήψεων δημιουργεί το πρόβλημα του 'παπαγαλισμού' που αντιμετωπίζουν τα ΤΝΔ. Ο αριθμός γλωσσικών μεταβλητών (membership functions - `mf_no`) κατά την είσοδο κυμαίνεται από 2 έως 9. Δηλαδή, τα δεδομένα προς εκπαίδευση έχουν χωριστεί σε 2 σετ δεδομένων (x,y) και από 2 μέχρι 9 γλωσσικές μεταβλητές. Τα δεδομένα x,y έχουν μεταξύ τους μια χρονική υστέρηση, ισχύει $x+1=y$. Οι συναρτήσεις συμμετοχής, όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι οι: `Gbellmf`, `Trimf`, `Gaussmf`, `Gauss2mf` και `Trapmf`. Το μέγεθος βήματος (step size - `ss_no`) είναι ίσο με 0,1. Για τα μοντέλα AR, ARMA και, εξίσου, για τις συναρτήσεις του ANFIS ελέγχθηκαν, όπως έχουμε σημειώσει στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα εξής σφάλματα: RMSE, MSE, MAE και MAPE (η μαθηματική τους αναπαράσταση παρουσιάζονται στην ενότητα 5.8.2).

Σε αυτό το σημείο θα παρουσιάσουμε τα δεδομένα που εισχώρησαν στο Matlab και το γραφικό τους σχηματισμό.



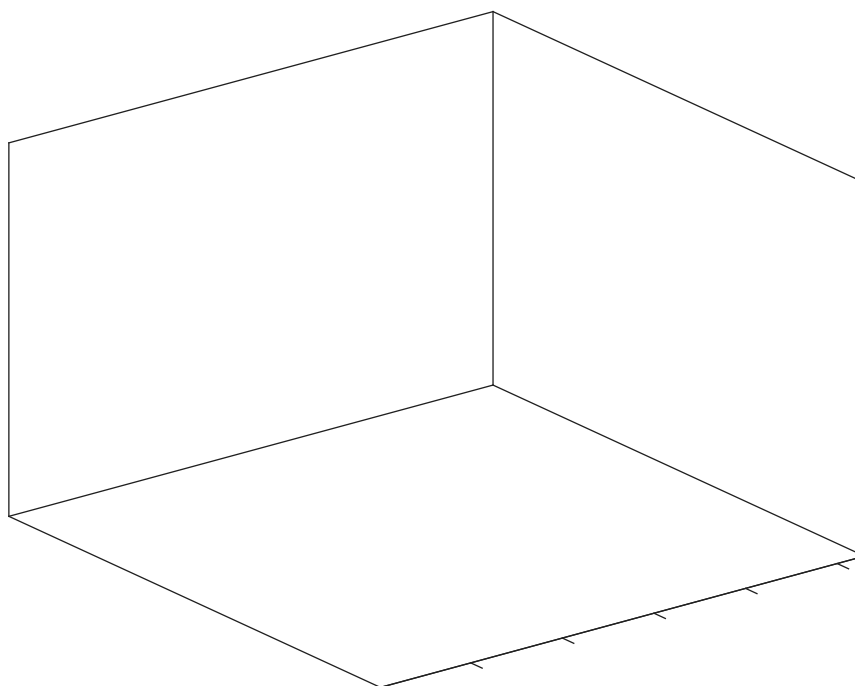
Σχήμα 6-1: Γραφική αναπαράσταση δεδομένων προς εκπαίδευση

Το σχήμα 6-1 παρουσιάζει γραφικά τα δεδομένα που εισχώρησαν για εκπαίδευση. Η μορφή και τα ακρότατα του διαγράμματος έχουν μεγάλη σημασία για το τελικό μοντέλο, γιατί με βάση αυτή την μορφή το Anfis θα βγάλει τελικό μοντέλο πρόβλεψης.



Σχήμα 6-2: Διαχωρισμός δεδομένων εκπαίδευσης σε δύο υποσύνολα

Στο σχήμα 6-2 το πρόγραμμα Matlab έχει χωρίσει τα δεδομένα εκπαίδευσης σε 2 υποσύνολα, x & y , όπου το υποσύνολο x έχει μία χρονική υστέρηση σε σχέση με το y . Δηλαδή, ισχύει η σχέση $x+1 = y$, όπως έχουμε αναφέρει προηγούμενος. Έτσι, το σχήμα 6-2 παρουσιάζει πως έχουν κατανεμηθεί τα δεδομένα σε άξονες μεταβλητών x, y . Εκ πρώτης όψεως, θα μπορούσαμε να πούμε ότι από την γραφική αναπαράσταση των δεδομένων υπάρχει μία ομοιόμορφη σχέση μεταξύ των μεταβλητών, το οποίο ξεκινά ως μία νοητή γραμμή από την αρχή των αξόνων. Εκτός βέβαια, ορισμένων παρατηρήσεων που έχουν ακραίες τιμές.



Σχήμα 6-3: Διαχωρισμός των δεδομένων εκπαίδευσης και τα ποσοστά σφαλμάτων που αντιστοιχεί για κάθε παρατήρηση

Το σχήμα 6-4 περιγράφει το ποσοστό σφάλματος για τις παρατηρήσεις (x,y). Όπως παρατηρούμε το γράφημα τα σφάλματα στο σύνολο τους κυμαίνονται από 0 έως -0,4. Πράγμα που σημαίνει ότι μεταξύ 2 διαδοχικών παρατηρήσεων μπορεί να υπάρχει απόκλιση από 0 έως 40%. Επίσης, μία άλλη παρατήρηση είναι ότι τα δεδομένα συγκεντρώνονται κοντά από ένα σημείο, πράγμα που σημαίνει ότι υπάρχει μια εποχικότητα. Άρα, το μοντέλο πρόβλεψης που θα αναπτύξουμε θα μπορεί να εκπαιδευτεί εύκολα.

Πίνακας 6-1: Οι τύποι παραμέτρων ANFIS και οι τιμές τους που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση

Παράμετροι ANFIS	Τιμή
Τύποι MF	Gauss, Gbell, Gauss2, Trim, Tram
Αριθμός γλωσσικών μεταβλητών (MFs)	2 έως 8
Output MF	Γραμμική
Αριθμός κόμβων	36
Αριθμός γραμμικών παραμέτρων	16
Αριθμός μη γραμμικών παραμέτρων	16
Συνολικός αριθμός των παραμέτρων	32

Αριθμός δεδομένων εκπαίδευσης ανά ζεύγος	582
Αριθμός δεδομένων αξιολόγησης ανά ζεύγος	146
Αριθμός ασαφών κανόνων	8

Πίνακας 6-1, περιγράφει το είδος και τις τιμές των παραμέτρων ANFIS για τις μεταβλητές εισόδου και τις γλωσσικών μεταβλητών ανά είσοδο. Η τεχνική επιλογής εισόδου που έχει χρησιμοποιηθεί έχει μειώσει τους κανόνες σε 8.

6.3 Συγκρίσεις

Πρώτα από όλα, πριν κάνουμε οποιαδήποτε σύγκριση θα πρέπει να παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα που το Matlab εξέδωσε. Παρακάτω οι πίνακες, 6-2 μέχρι 6-9 παρουσιάζουν αυτά τα αποτελέσματα με δεδομένα τον αριθμό επαναλήψεων (epoch_no=500) και την αύξηση του μεγέθους βήματος (ss_no) = 0.1.

Πίνακας 6-2: Αποτελέσματα για τα σφάλματα Anfis για αριθμό γλωσσικών μεταβλητών (mf_no) = 2

mf_type	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
gbellmf	542380	736,468	603,1894	23,2649
trimf	524410	724,1631	588,9811	22,8812
gauss2mf	525240	724,7361	590,1846	22,9190
gaussmf	515600	718,0541	582,0273	22,8427
trapmf	544670	738,0148	607,1886	23,4702

Πίνακας 6-3: : Αποτελέσματα για τα σφάλματα Anfis για αριθμό γλωσσικών μεταβλητών (mf_no) = 3

mf_type	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
gbellmf	515610	718,0611	587,5182	22,8923
trimf	533370	730,3209	589,7452	23,2218
gauss2mf	519710	720,9089	583,4020	22,8111
gaussmf	514880	717,5503	585,218	22,8787
trapmf	525800	725,1199	590,4149	22,9415

Πίνακας 6-4: Αποτελέσματα για τα σφάλματα Anfis για αριθμό γλωσσικών μεταβλητών (mf_no) = 4

mf_type	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
gbellmf	531650	729,1465	591,2476	23,2257
trimf	515360	717,8876	583,9347	22,7846
gauss2mf	520440	721,4170	591,2237	23,3174
gaussmf	505420	710,9277	578,3326	22,8222
trapmf	508650	713,1972	578,109	22,8568

Πίνακας 6-5: Αποτελέσματα για τα σφάλματα Anfis για αριθμό γλωσσικών μεταβλητών (mf_no) = 5

mf_type	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
gbellmf	519540	720,7938	580,9869	22,7831
trimf	514200	717,074	587,5391	23,0347
gauss2mf	505740	711,1509	578,6673	22,6889
gaussmf	509020	713,4571	580,2302	22,9265
trapmf	520810	721,6707	584,6176	23,1289

Πίνακας 6-6: Αποτελέσματα για τα σφάλματα Anfis για αριθμό γλωσσικών μεταβλητών (mf_no) = 6

mf_type	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
gbellmf	504680	710,4066	572,4123	22,571
trimf	635680	797,2978	599,8282	23,327
gauss2mf	500270	707,2975	574,2147	22,662
gaussmf	514030	716,9599	578,3573	22,7577
trapmf	501470	708,1448	571,9545	22,4971

Πίνακας 6-7: Αποτελέσματα για τα σφάλματα Anfis για αριθμό γλωσσικών μεταβλητών (mf_no) = 7

mf_type	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
gbellmf	511870	715,451	575,6766	22,6212
trimf	593620	770,4675	599,8089	22,9966

gauss2mf	509490	713,7838	571,3947	22,2325
gaussmf	519770	720,9498	580,7537	23,1269
trapmf	521350	722,0248	583,534	23,0918

Πίνακας 6-8: Αποτελέσματα για τα σφάλματα Anfis για αριθμό γλωσσικών μεταβλητών (mf_no) = 8

mf_type	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
gbellmf	569330	754,5415	571,7313	22,5126
trimf	722490	849,9958	602,3903	23,0918
gauss2mf	512840	716,1278	633,7424	24,6154
gaussmf	498950	706,3611	571,7313	22,5126
trapmf	524700	724,36	585,9687	22,7363

Πίνακας 6-9: Αποτελέσματα για τα σφάλματα Anfis για αριθμό γλωσσικών μεταβλητών (mf_no) = 9

mf_type	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
gbellmf	592540	769,7637	601,9034	23,3007
trimf	677930	823,3626	624,204	23,7187
gauss2mf	551300	742,499	595,4009	22,7914
gaussmf	531510	729,0469	588,0404	22,7578
trapmf	569330	754,5399	603,7897	23,2715

Οι πίνακες 6-2 έως 6-9 παρουσιάζουν τα αποτελέσματα που εξέδωσε το Matlab για τις συναρτήσεις Anfis με δεδομένο τον αριθμό επαναλήψεων (epoch_no=500) και την αύξηση του μεγέθους βήματος, που είναι ίσο 0,1. Όπως παρατηρούμε, καθώς ο αριθμός των γλωσσικών μεταβλητών αυξάνεται μειώνονται σταδιακά τα σφάλματα που εξετάζουμε, μέχρι το σημείο όπου ο αριθμός γλωσσικών μεταβλητών είναι ίσο με 8. Στην συνέχεια, όταν οι γλωσσικές μεταβλητές αυξάνονται σε 9, τα σφάλματα αυξάνονται και αυτά. Αυτό σημαίνει ότι η δυνατή λύση, για μικρότερα σφάλματα, εντοπίζεται για γλωσσικούς μεταβλητές που είναι μικρότερη του 9. Άλλωστε, όπως έχουμε σημειώσει στον πίνακα 6-3 με σκούρο χρώμα, η καλύτερη λύση εντοπίζεται όταν έχουμε 8 γλωσσικούς μεταβλητές και την συνάρτηση Gauss. Παρόλα αυτά, η επόμενη καλύτερη δυνατή λύση εντοπίζεται όταν έχουμε 6 γλωσσικούς μεταβλητές και την συνάρτηση Trap.

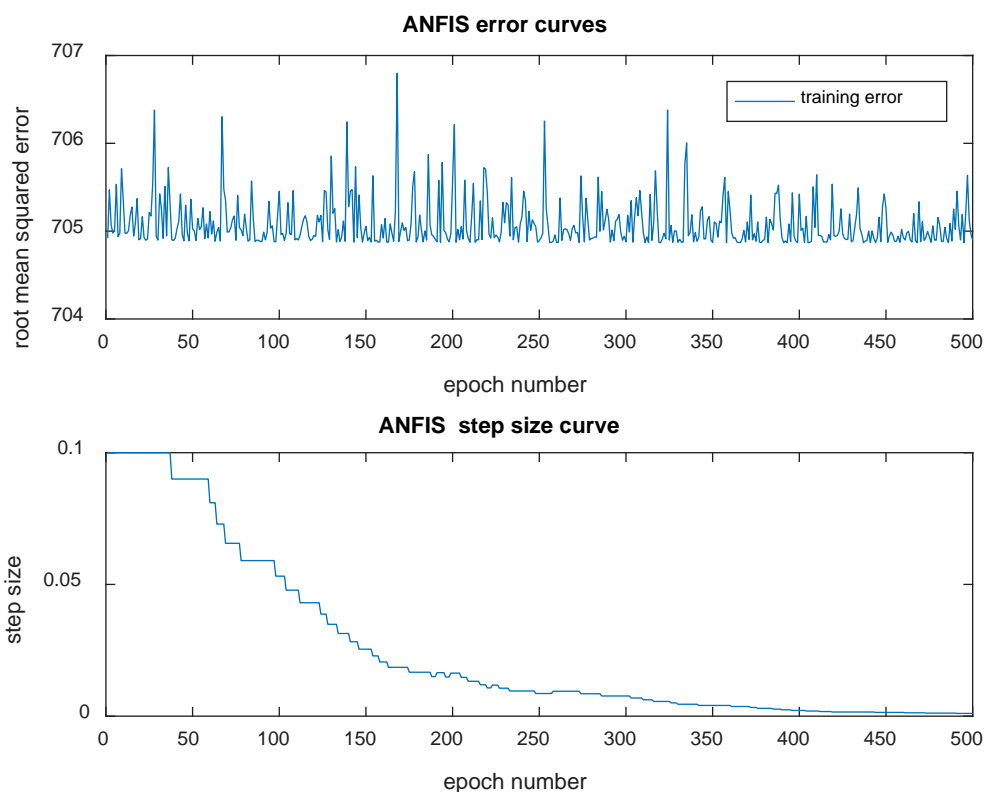
Πίνακας 6-10: Αποτελέσματα για τα σφάλματα AR & ARMA

	MSE	RMSE	MAE	MAPE
AR	10017741	1265.0128	1147,90	45,2
ARMA	892953	1095,8904	902,8577	40,29

Ο πίνακας 6-10 παρουσιάζει τα αποτελέσματα για τα σφάλματα MSE, RMSE, MAE και MAPE για τα μοντέλα AR & ARMA. Όπως παρατηρούμε και συγκρίνουμε τους πίνακες 6-2 έως 6-9, τα μικρότερα σφάλματα παρουσιάζονται για την συνάρτηση Gauss, με αριθμό εισόδου 8 γλωσσικών μεταβλητών. Επιπλέον, μία άλλη παρατήρηση είναι ότι στο σύνολο του οι συναρτήσεις του μοντέλου Anfis έχουν μικρότερα σφάλματα από αυτά των μοντέλων AR και ARMA. Πράγμα που το καθιστά πιο αξιόπιστο μοντέλο σε σχέση πάντα με τα μοντέλα AR και ARMA.

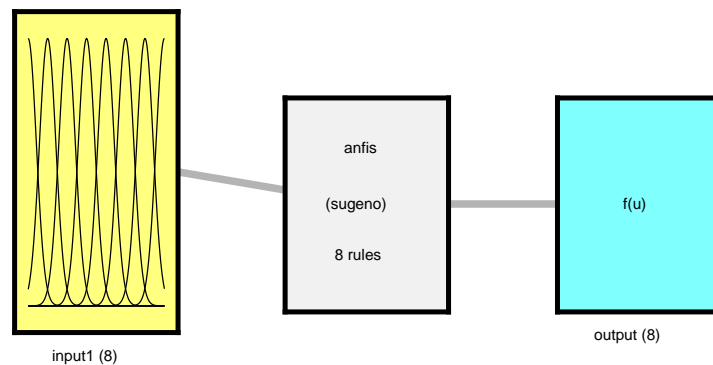
Παρακάτω παρουσιάζονται τα γραφήματα επεξεργασίας δεδομένων, παρουσίασης σφαλμάτων και την ικανότητα πρόβλεψης για μοντέλα Anfis, AR και ARMA με τις τιμές προβλέψεις και τις πραγματικές τιμές.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να πούμε ότι τα σχήματα που ακολουθούν για το σύστημα Anfis, αφορούν την συνάρτηση Gauss και συγκεκριμένα στο σημείο όπου τα σφάλματα έχουν την μικρότερη τιμή. Δηλαδή, όταν έχουμε αριθμό εισόδου 8 γλωσσικών μεταβλητών.



Σχήμα 6-4: Μέσο τετραγωνικό σφάλμα και το μέγεθος συρρίκνωσης του σφάλματος κατά την εκπαίδευση του μοντέλου

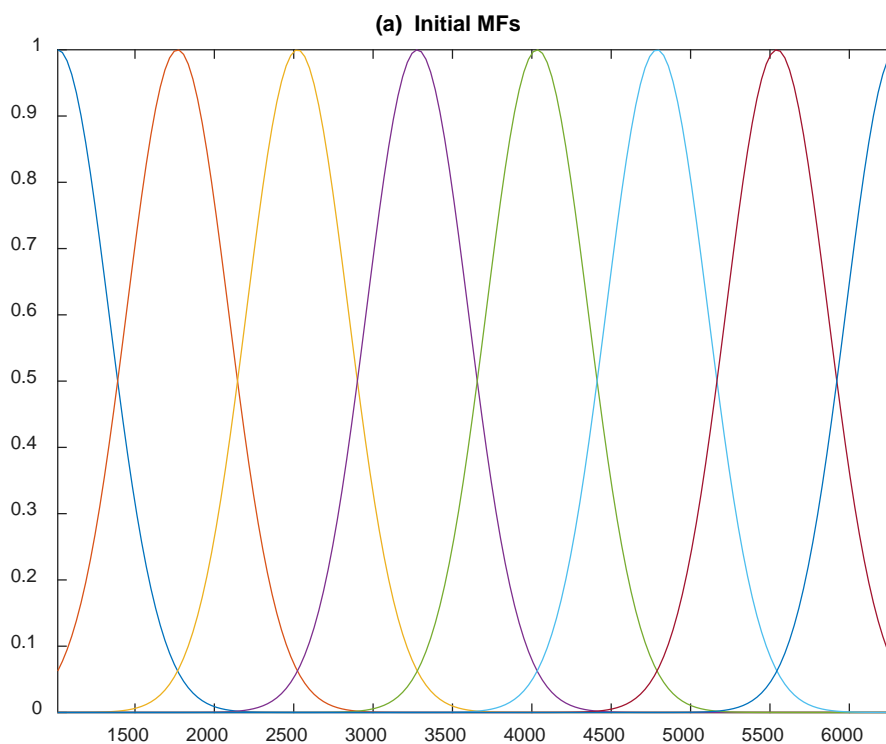
Στο σχήμα 6-4 βλέπουμε στο πάνω διάγραμμα ότι καθώς ο αριθμός επανάληψης κατά την εκπαίδευση αυξάνεται σταθεροποιείται η ρίζα του μέσου τετραγωνικό σφάλματος και μειώνονται οι διακυμάνσεις του. Όμοια εικόνα μας δίνει και το κάτω διάγραμμα, όπου με την αύξηση επαναλήψεων της εκπαίδευσης μειώνεται και το βήμα μείωσης του σφάλματος.



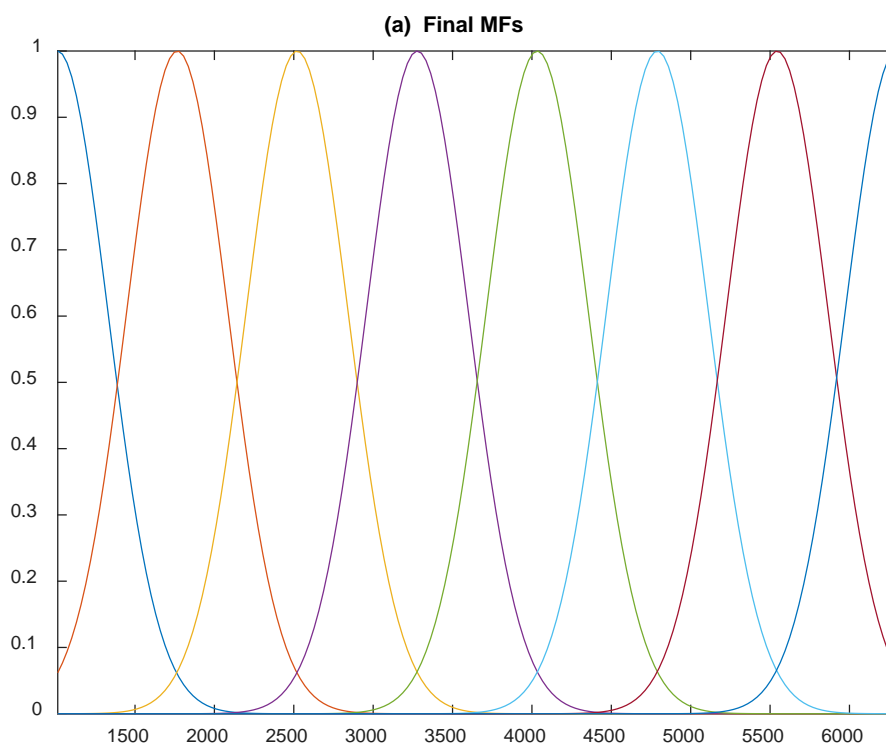
System anfis: 1 inputs, 1 outputs, 8 rules

Σχήμα 6-5: Το μοντέλο Anfis

Στο σχήμα 6-5 παρατηρούμε ότι έχουν εισαχθεί οκτώ γλωσσικοί μεταβλητές και έχει γίνει χρήση συστήματος Sugeno. Το σύστημα Sugeno θα αρχικοποιηθεί το μοντέλο μέσω της μεθόδου ομαδοποίησης δεδομένων Subtractive Clustering και της μεθόδου βελτιστοποίησης Linear Least Squares Estimation. Στην συνέχεια η έξοδος εκφράζεται σε μια συνάρτηση, όπως φαίνεται και στο σχήμα 6-5.

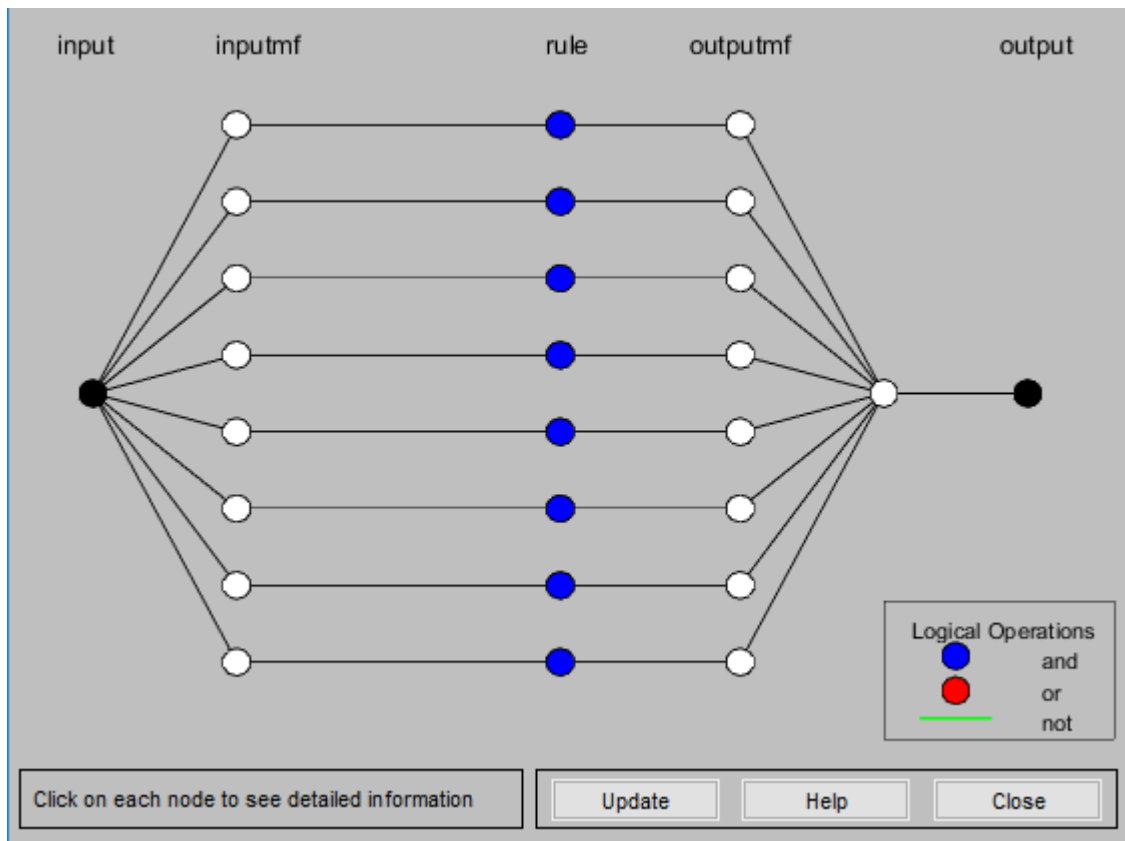


Σχήμα 6-6: Αρχική διάταξη των γλωσσικών μεταβλητών



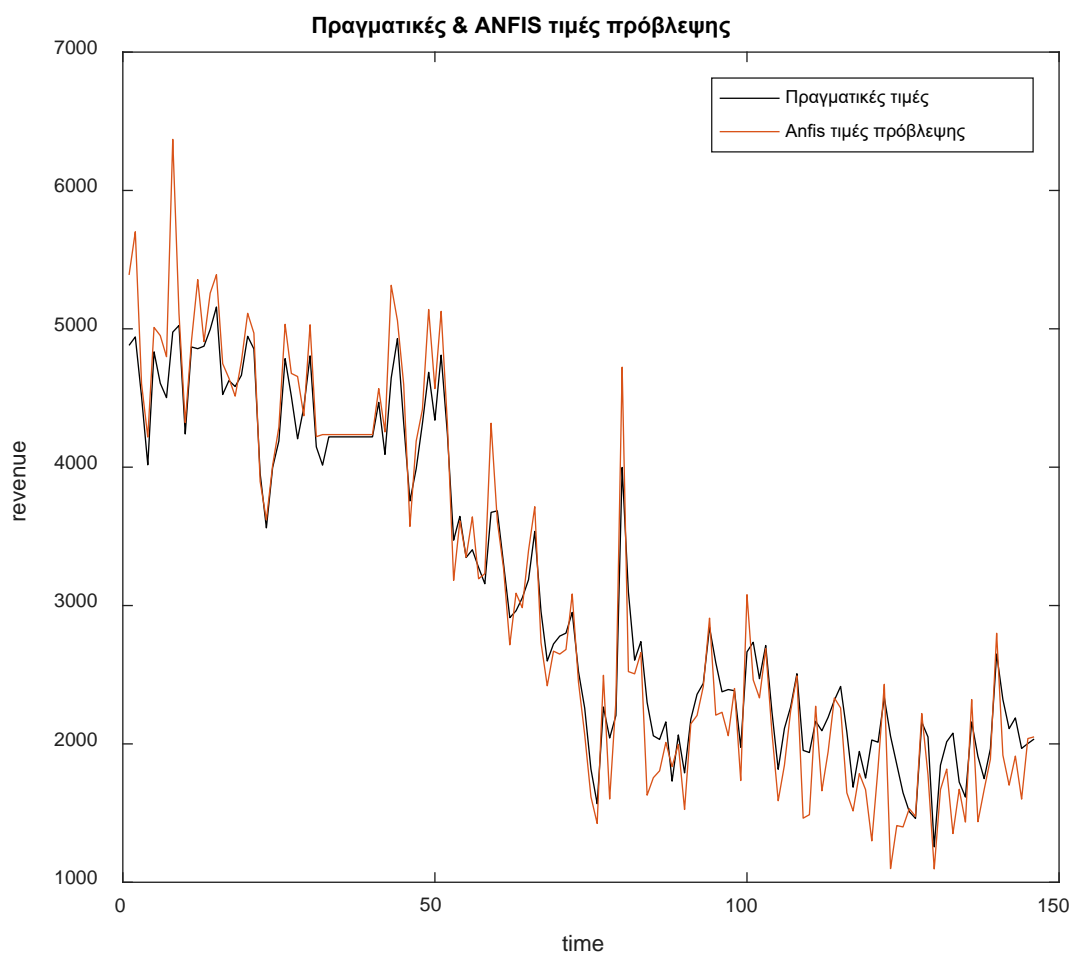
Σχήμα 6-7: Τελική διάταξη γλωσσικών μεταβλητών

Στα σχήματα 6-6 και 6-7 είναι τοποθετημένοι οι γλωσσικοί μεταβλητές πριν και μετά την εκπαίδευση του μοντέλου. Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι το Anfis ενοποιεί μία ασαφή μηχανή συμπερασμού με ένα προσαρμοστικό δίκτυο, το οποίο μαθαίνει τη σχέση μεταξύ των εισόδων και του εξόδου. Η τελική έξοδος προκύπτει από έναν σταθμικό μέσο όρο. Τα συστήματα Sugeno είναι λιγότερο απαιτητικά σε υπολογιστικό φόρτο, αλλά δεν είναι τόσο ευέλικτα, όπως για παράδειγμα του Mamdani. Προφανώς, στα συστήματα Sugeno η έξοδος είναι σαφής, επομένως δεν απαιτείται η μέθοδος της αποασαφοποίησης.

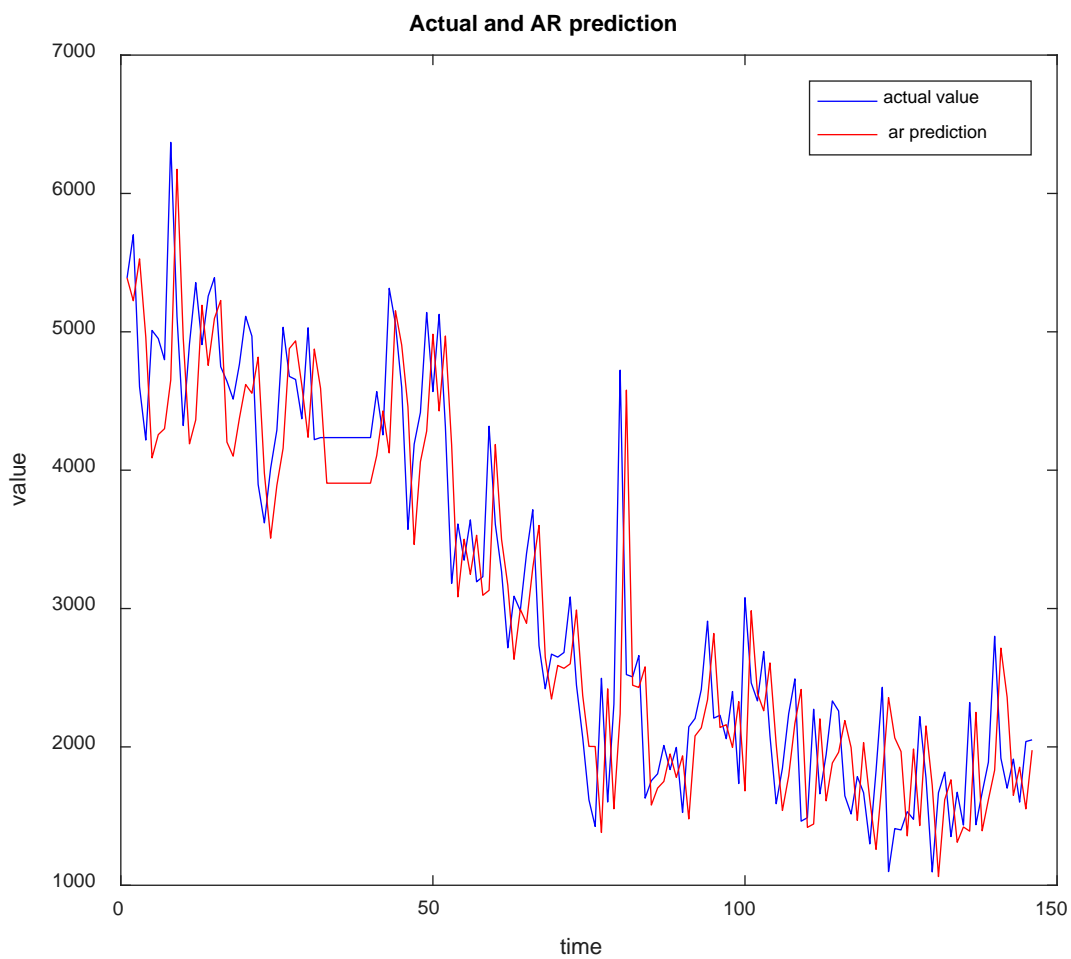


Σχήμα 6-8: Αρχιτεκτονική τελικού μοντέλου Anfis

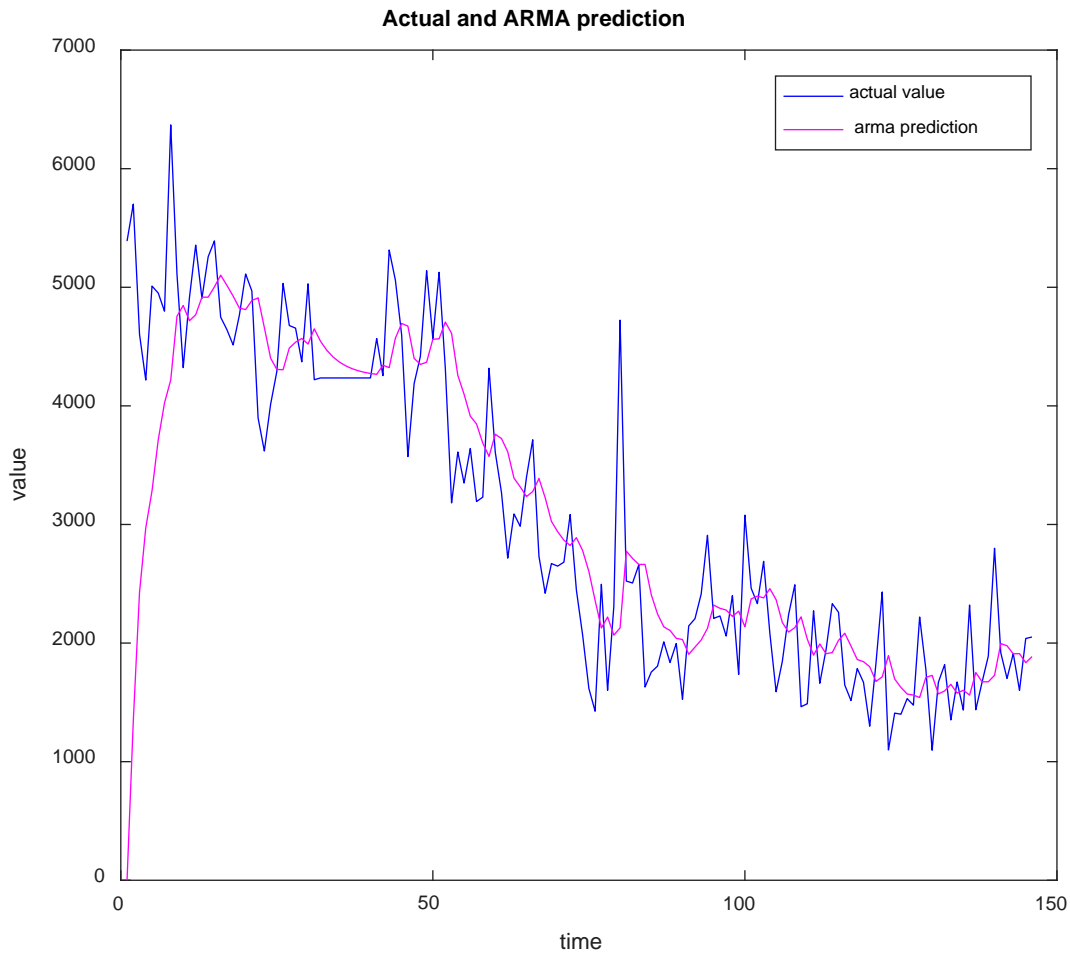
Το σχήμα 6-8 δείχνει την αρχιτεκτονική του μοντέλου Anfis, που όπως έχει προαναφερθεί είναι τύπου Sugeno. Οι μεταβλητές εισόδου έχουν μετατραπεί σε ασαφής μεταβλητές. Η έξοδος όμως είναι μιας σαφής συνάρτησης. Η συνάρτηση εξόδου είναι ένα πολυώνυμο πρώτου βαθμού, και για το λόγο αυτό το μοντέλο Sugeno είναι πρώτου βαθμού. Τα κάθε σύστημα δημιουργεί τους 8 κανόνες, όπως φαίνονται στο σχήμα 6-8.



Σχήμα 6-9: Πραγματικές & ANFIS τιμές πρόβλεψης

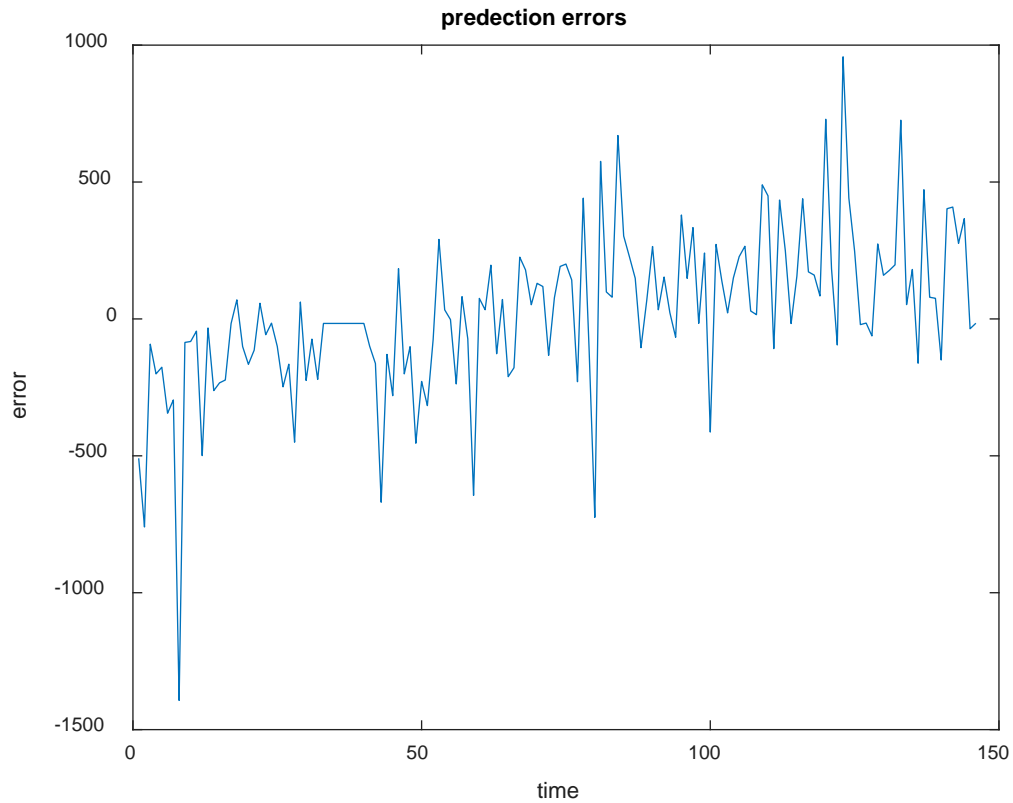


Σχήμα 6-10: Πραγματικές & AR τιμές πρόβλεψης



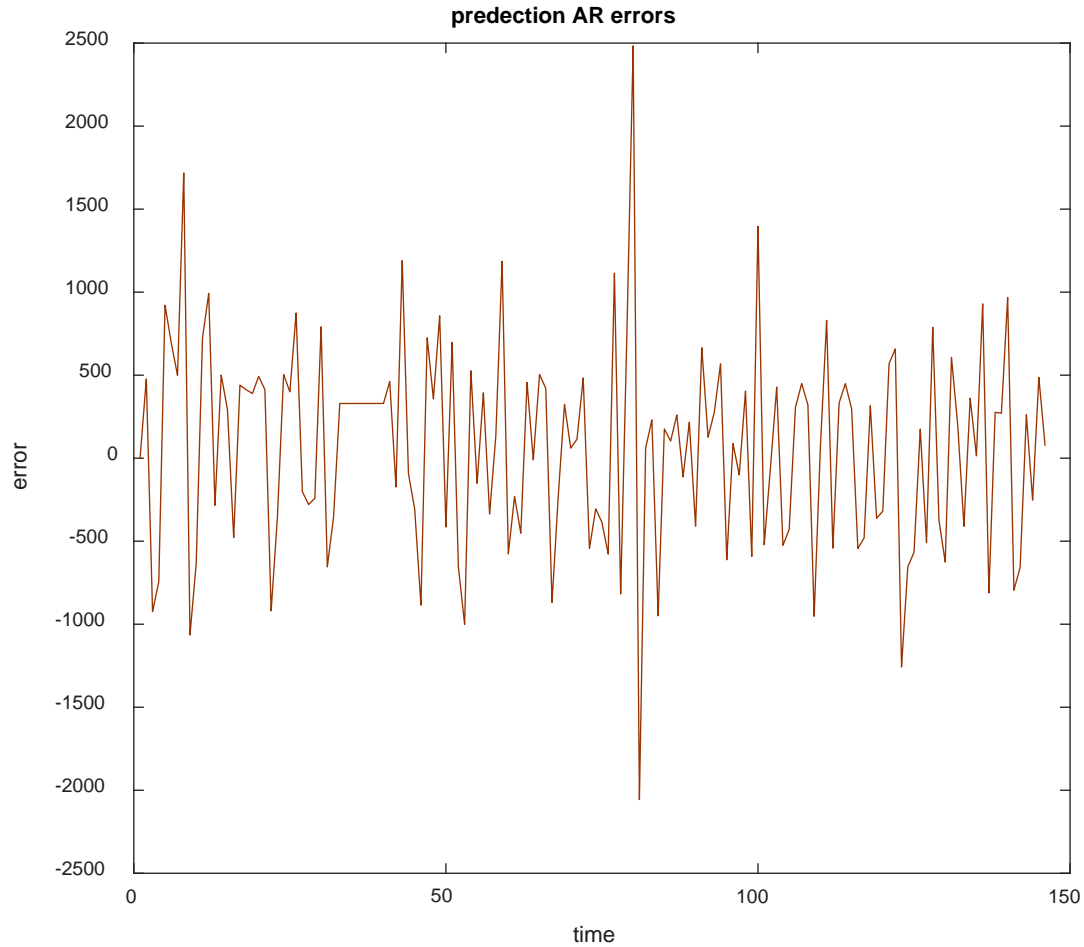
Σχήμα 6-11: Πραγματικές & ARMA τιμές πρόβλεψης

Από τα παραπάνω διαγράμματα 6-9 μέχρι 6-11 φαίνεται ότι το μοντέλο Anfis προσεγγίζει καλύτερα τις πραγματικές τιμές. Από την άλλη, το μοντέλο ARMA έχει καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με το μοντέλο AR. Γιατί, όπως φαίνεται και στα σχήματα 6-10 και 6-11 τα ποσοστά ελέγχου του μοντέλου ARMA με τις προβλεπόμενες τιμές είναι πιο κοντά στις πραγματικές τιμές, από τι είναι του μοντέλου AR. Σε κάθε περίπτωση όμως, το μοντέλο Anfis υπερτερεί στην πρόβλεψη πωλήσεων σε σχέση με τα μοντέλα AR και ARMA.



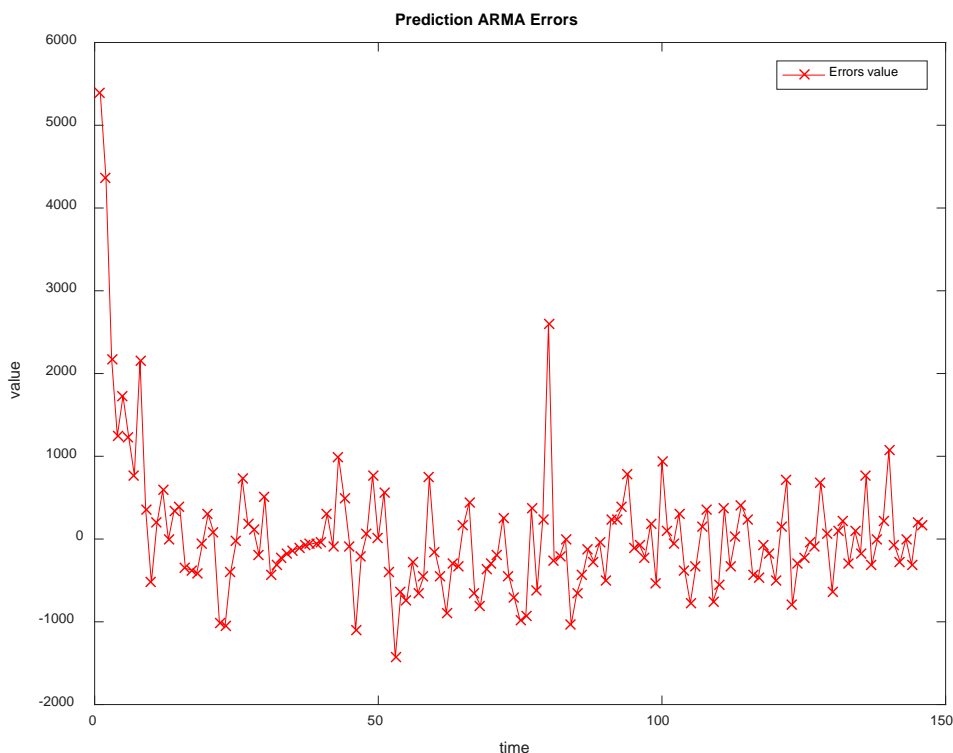
Σχήμα 6-12: Γραφική αναπαράσταση αποκλίσεων της προβλεπόμενης από την πραγματική τιμή για το μοντέλο Anfis

Στο παραπάνω σχήμα 6-12 παρουσιάζονται οι αποκλίσεις που το μοντέλο Anfis βγάζει σε σχέση με τις πραγματικές τιμές. Αν παρατηρήσουμε λεπτομερειακά θα δούμε ότι υπάρχει μία τάση κοντά στο μηδέν, πράγμα που υποδηλώνει ότι το μοντέλο που έχει αναπτυχθεί είναι σε θέση να κάνει πρόβλεψη με μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας έναντι των άλλων μοντέλων που εξετάστηκαν.



Σχήμα 6-13: Γραφική αναπαράσταση αποκλίσεων της προβλεπόμενης από την πραγματική τιμή για το μοντέλο AR

Στο παραπάνω σχήμα 6-13 παρουσιάζονται οι αποκλίσεις για μοντέλο AR σε σχέση με τις πραγματικές τιμές. Αν παρατηρήσουμε λεπτομερειακά θα δούμε ότι υπάρχουν πιο έντονες διακυμάνσεις στην απόκλιση την προβλεπόμενης τιμής σε σχέση την πραγματική. Αυτό το γεγονός υποδηλώνει ότι το μοντέλο Anfis είναι καλύτερο σε σχέση με το μοντέλο AR.



Σχήμα 6-14: Γραφική αναπαράσταση αποκλίσεων της προβλεπόμενης από την πραγματική τιμή για το μοντέλο ARMA

Στο παραπάνω σχήμα 6-14 παρουσιάζονται οι αποκλίσεις για μοντέλο ARMA σε σχέση με τις πραγματικές τιμές. Αν παρατηρήσουμε λεπτομερειακά θα δούμε ότι υπάρχουν πιο έντονες διακυμάνσεις στην απόκλιση την προβλεπόμενης τιμής σε σχέση την πραγματική, ειδικά στην αρχή των αξόνων. Αυτό το γεγονός υποδηλώνει ότι το μοντέλο Anfis είναι καλύτερο σε σχέση και με τα δύο μοντέλα AR και ARMA.

Ένα άλλο στοιχείο που χρήζει αναφοράς είναι ότι καθώς ο αριθμός των επαναλήψεων αυξάνεται τα σφάλματα αυξάνονται και αυτά. Αυτό είναι μία συνέπεια ‘παπαγαλισμού’ των ΤΝΔ στην εκπαίδευση του μοντέλου. Ολοκληρωμένη εικόνα για αυτό το γεγονός θα μας παρουσιάσει ο πίνακας 6-11:

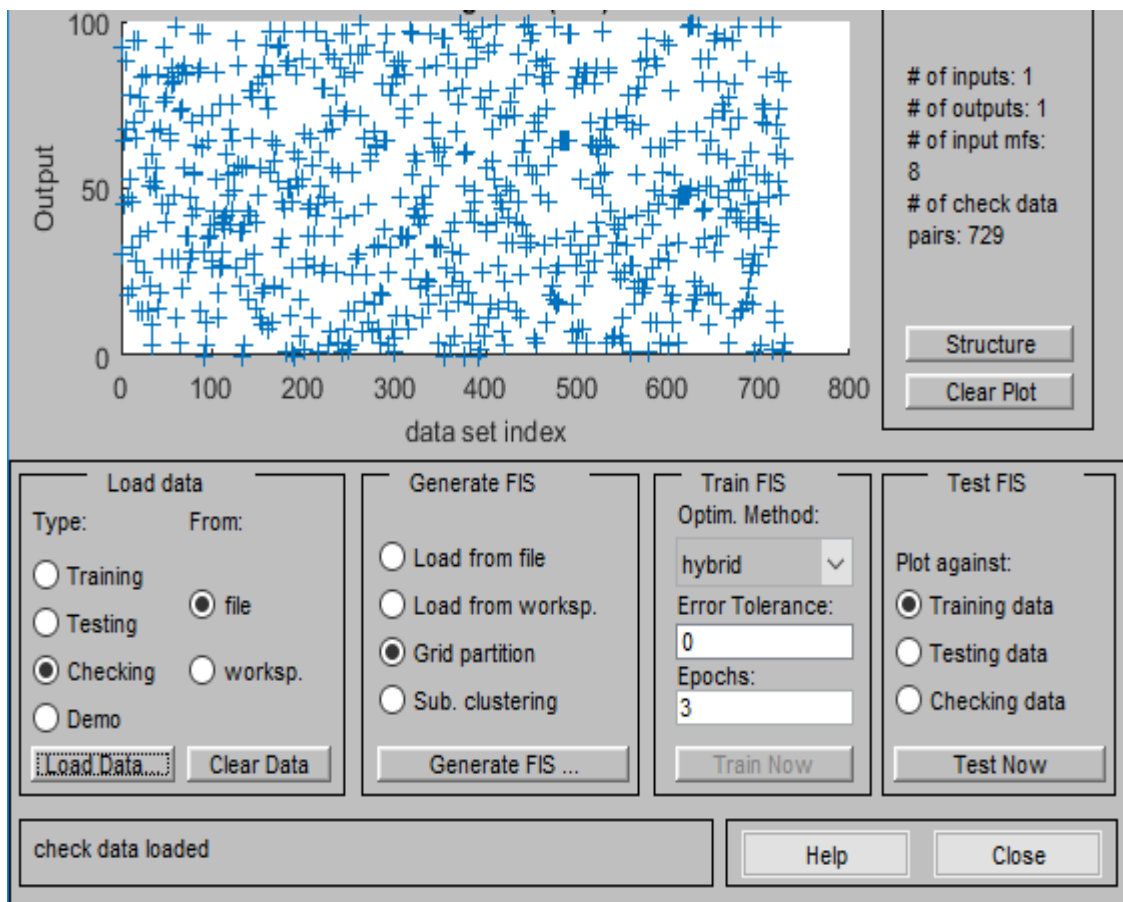
Πίνακας 6-11: Σύγκριση συνάρτησης Gaussmf με 500 και 5000 επαναλήψεις

	Συνάρτηση gaussmf			
Αριθμός Επανάληψης	MSE_anfis	RMSE_anfis_c	MAE_anfis_c	MAPE_anfis_c
epoch_no=500	498950	706,3611	571,7313	22,5126
epoch_no=5000	498960	706,3744	571,741	22,5128

Ο πίνακας 6-5 παρουσιάζει τα αποτελέσματα για την συνάρτηση Gauss για αριθμό επαναλήψεων 500 και 5000. Όπως φαίνεται από τον πίνακα καθώς ο αριθμός επαναλήψεων εκμάθησης του μοντέλου αυξάνεται, αυξάνονται σταδιακά και τα σφάλματα.

6.4 Συμπέρασμα

Συμπερασματικά, όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, από τα σχήματα και τους συγκριτικούς πίνακες στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα αποτελέσματα του ANFIS είναι πολύ κοντά με τις πραγματικές τιμές και συγκριτικά καλύτερα από άλλα μοντέλα, όπως το AR και το ARMA. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, το μοντέλο Anfis είχε επιτυχία στις προβλέψεις του 77,49%, το AR 54,8% και το ARMA 59,71%. Κατ' επέκταση το μοντέλο Anfis αποτελεί ένα εξαιρετικό συμβουλευτικό σύστημα. Επίσης, δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι ένα άλλο σημαντικό πλεονέκτημα του συστήματος Anfis είναι η δυνατότητα της γρήγορης ενσωμάτωσης των νέων δεδομένων που παρουσιάζονται στο μοντέλο καθώς απαιτούνται 1 έως 17 λεπτά για να επανεκπαιδευτεί. Ειδικά δε, στο πρόγραμμα Matlab προσφέρεται ειδικό παράθυρο διαλόγου όπου ο χρήστης είναι σε θέση, αφού έχει γίνει επεξεργασία των δεδομένων και έχει εκπαιδευτεί το σύστημα, να κάνει χρήση του συστήματος που εκπαιδεύτηκε ή να εκπαιδεύσει καινούργιο.



Σχήμα 6-15: Παράθυρο διαλόγου Matlab σε χρήση

Το σχήμα 6-15 παρουσιάζει το παράθυρο διαλόγου του προγράμματος Matlab με τον χρήστη. Όπως φαίνεται και στο σχήμα το πρόγραμμα έχει φορτώσει δεδομένα και είναι έτοιμο προς επεξεργασία. Ένα από τα πλεονεκτήματα που προγράμματος είναι ο εύκολος χειρισμός του. Δηλαδή, ανά πάσα στιγμή ο χρήστης μπορεί να τρέξει κάποιο μοντέλο, να το εκπαιδεύσει ή να τα κατασκευάσει εξ' αρχής ένα καινούργιο, με ιδιαίτερη ευκολία.

Από την άλλη, αξίζει να αναφέρουμε ότι χαμηλές τιμές στα σφάλματα δεν εξασφαλίζουν μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας στην πρόβλεψη τάσης των πωλήσεων. Επίσης, αξιοσημείωτο είναι ότι βελτίωση του ποσοστού σωστής πρόβλεψης του χρήστη που χρησιμοποιεί το σύστημα δεν οδηγεί πάντα σε αυξημένα ποσοστά πρόβλεψης της διαδικασίας.

Ένα εξίσου σημαντικό να αναφέρουμε ότι η εκπαίδευση ενός τέτοιου συστήματος μπορεί να γίνει εύκολα, καθώς μπορούμε να αντιληφθούμε άμεσα τυχόν προβλήματα μέσα από τους κανόνες και τα γραφήματα που εξάγουμε. Παράλληλα, η πολυπλοκότητα του μοντέλου δεν σημαίνει και καλύτερη δυνατότητα προσαρμογής, γιατί απαιτούνται όλο και μεγαλύτερες ανάγκες για επεξεργαστική ισχύ. Δηλαδή, χρειάζεται περισσότερο χρόνος για να ολοκληρώσει την εξαγωγή αποτελεσμάτων σε σχέση με ένα απλούστερο παραδοσιακό μοντέλο, καθώς επίσης, απαιτεί μεγαλύτερες επενδύσεις σε τεχνολογικό εξοπλισμό.

Εντούτοις, συμπερασματικά θα μπορούμε να πούμε ότι ο συνδυασμός της ασαφούς λογικής και των νευρωνικών δικτύων απαιτεί λίγο χρόνο και μειωμένο κόστος ανάπτυξης του μοντέλου, ώστε να σχεδιαστεί και να βελτιστοποιήσει τις συναρτήσεις συμμετοχής των οποίων οι γλωσσικές μεταβλητές καθορίζονται από ποσοτικά δεδομένα και παράλληλα να βελτιώσει την απόδοση του συστήματος.

7 ΕΠΙΛΟΓΟΣ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Τα συστήματα ασαφούς λογικής και τα νευρωνικά δίκτυα είναι παγκοσμίως γνωστά και έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως σε επιστημονικές εφαρμογές τα τελευταία χρόνια. Τα συστήματα αυτά λειτουργούν ως συμπληρωματικά παρά ως ανταγωνιστικά των συμβατικών μεθόδων. Για το λόγο αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιούνται συνεργατικά και όχι αποκλειστικά, για τη λύση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου. Το θεμιτό και βέλτιστο είναι να χρησιμοποιούνται παράλληλα με άλλες μεθόδους για τη λύση προβλημάτων.

Τα συστήματα ANFIS για να μπορέσουμε να τα χρησιμοποιήσουμε, έχουν την απαίτηση να γνωρίζουμε στατιστικές μεθόδους, αριθμητική ανάλυση, αλγεβρικά συστήματα και πίνακες. Παράλληλα, να έχουμε γνώση τι είναι τα νευρωνικά δίκτυα και πως μπορούν να γίνει εκπαίδευση τους. Επιπλέον, να έχουμε την δυνατότητα να προσαρμοστούν με τη θεωρία της ασαφούς λογικής. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι αυτή η πολυπλοκότητα είναι η δύναμη που μπορεί να προσαρμόζεται καλύτερα στις διάφορες απαιτήσεις των πολλαπλών προβλημάτων. Κατά αυτό τον τρόπο έχουμε μικρότερα σφάλματα, συνεπώς, και καλύτερα αποτελέσματα.

Στην έρευνα αυτή δοκιμάστηκε το σύστημα πρόβλεψης ANFIS το οποίο ενσωματώνει μια νέα μεθοδολογία πρόβλεψης με τον σχεδιασμό και τη δημιουργία ενός προσαρμοστικού νευρο-ασαφούς συστήματος ελέγχου που αποτελείται από τον μοντέλο του ελεγκτή και το μοντέλο της διαδικασίας, με σκοπό την πρόβλεψη των πωλήσεων. Τα αποτελέσματα της πρόβλεψης είναι πολύ ενθαρρυντικά, αυτό προκύπτει από τα ποσοστά επιτυχίας της πρόβλεψης στον έλεγχο του δείγματος.

Παρόλα αυτά, το σύστημα δεν λαμβάνει υπόψη του τον κίνδυνο κατά την οποία μία οικονομία να επηρεαστεί από εξωτερικούς παράγοντες, όπως κυβερνητικές παρεμβάσεις ή από την γενικότερη εικόνα της οικονομίας που δοκιμάζεται από οικονομικούς κύκλους και άλλα. Ο κίνδυνος είναι μια ή περισσότεροι παράμετροι να μη συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο, είτε κατά την εκπαίδευση του μοντέλου είτε κατά την αξιολόγησή του.

Η απόδοση του προτεινόμενου συστήματος πρόβλεψης είναι πιθανό να βελτιωθεί, εάν χρησιμοποιηθούν άλλες αρχιτεκτονικές ελέγχου κατά το σχεδιασμό της εκπαίδευσης,. Επίσης θα πρέπει να εξεταστεί η απόδοση του συστήματος εάν αντί για το ANFIS χρησιμοποιηθεί κάποιο άλλο νευρο-ασαφές σύστημα.

Εκτός από ημερήσια δεδομένα, το προτεινόμενο σύστημα θα μπορούσε να επεκταθεί και να εφαρμοστεί σε δεδομένα εισόδου ανά εβδομάδα ή μήνα ή, και, ανά χρόνο. Επίσης, θα μπορούσαμε μελλοντικά να κάνουμε και άλλες συγκρίσεις εκτός των σφαλμάτων με αυτά τα μοντέλα. Όπως για παράδειγμα το ποσοστό επιτυχίας, που να υποδηλώνει τον αριθμό των σωστών προβλέψεων του μοντέλου προς τον αριθμό των δοκιμών. Σύγκριση για μία επιχείρηση και ολόκληρο για το κλάδο. Αξιολόγηση από τη σύγκριση με άλλα μοντέλα. Συγκριτική μελέτη για την αξιολόγηση με ποσοστά πρόβλεψης για την ορθότητα των τάσεων στην πρόβλεψη των πωλήσεων και άλλα. Σε κάθε περίπτωση υπάρχει η ανάγκη για ανάπτυξη έρευνας στο πεδίο των πωλήσεων σχετικά με τα μοντέλα προβλέψεων και με την εργασία αυτή ευελπιστούμε να ακολουθήσουν και άλλες.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Abraham, A. (2005). Adaptation of Fuzzy Inference System Using Neural Learning. In N. Nedjah, & L. Mourelle, *Adaptation of Fuzzy Inference System Using neural Learning, Fuzzy System Engineering: Theory and Practice*, (pp. 53-83). Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Arbib, M. A. (2003). *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks, Second Edition*. Massachusetts: THE MIT PRESS.
- Atsalakis, G. S., & Valavanis, K. P. (2009). Forecasting stock market short-term trends using a neuro-fuzzy based methodology. *Journal of Expert Systems with Applications*, 36, pp. 10696-10707.
- Atsalakis, G., Bellonias, L., & Zopounidis, C. (2008). Federal funds effective rate forecasting by a neuro-fuzzy system. *The 7th Conference of Hellenic Finance and Accounting Association*. Chania: Technical University of Crete.
- Bailey, D. (1994). Recovery from customer service shortfalls. *Managing service quality*, Vol. 4(No. 6).
- Belohlavek, R. (2007). Do exact shapes of fuzzy sets matter? *International Journal of General Systems*, 36(5), pp. 527-555.
- Bishop, C. M. (1995). *Neural Networks for Pattern Recognition*. Oxford: Oxford University Press.
- Black, D. C., Corrigan, P. R., & Dowd, M. R. (2000). New dogs and old tricks: do money and interest rates still provide information content for forecasts of output and prices? *International Journal of Forecasting*, 16, pp. 191-205.
- Byers, S. L., & Nowman K, B. (1998). Forecasting U.K. and U.S. Interest rates using continuous time term structure models. *International Review of Financial Analysis*, 7(3), pp. 191-206.
- Cargill, T. F., & Meyer, R. A. (1983). Forecasting the Term Structure of Interest Rates and Portfolio Planning Models. *Journal of Economics and Business*, 35(3-4), pp. 399-411.
- Carpenter, G. A., & Grossber, S. (1987). A Massively Parallel Architecture for a Self-Organizing Neural Pattern Recognition Machine. *Computer vision, Graphics, and Image Processing*, 37, pp. 54-115.
- Carpenter, G. A., Grossberg, S., & Rosen, D. B. (1991). Fuzzy ART: Fast Stable Learning and Categorization of Analog Patterns by an Adaptive Resonance System. *Neural Networks*, 4, pp. 759-771.
- Carpenter, G. A., Grossberg, S., Markuzon, N., Reynolds, J. H., & Rosen, D. B. (1992). Fuzzy ARTMAP: a neural network architecture for incremental supervised learning of analog multidimensional maps. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 3(5), pp. 698-713.
- Cox, E. (1992, April). The Seven Noble Truths of Fuzzy Logic. *Computer Design*. Retrieved from <http://www.vgt.bme.hu/okt/fuzzy/seven.htm>

- Doney, P. M., & Cannon, J. P. (1997). An Examination of The Nature of Trust in Buyer-Seller Relationship. *Journal of Marketing*, 61(2), pp. 35-51.
- Farabet, C., Couprie, C., Najman, L., & LeCun, Y. (2013). Learning hierarchical features for scene labeling. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 35(8), pp. 1915-1929.
- Fukushima, K. (1980). Neocognitron: A self-organizing neural network model for a mechanism of pattern recognition unaffected by shift in position. *Biological Cybernetics*, 36, pp. 193-202.
- Goguen, J. A. (1967). L-fuzzy sets. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 18(1), pp. 145-174.
- Guillaume, S. (2001). Designing fuzzy inference systems from data: an interpretability-oriented review. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 9(3), pp. 426-443.
- Hatzimichailidis, A. G., Papakostas, G. A., & Kaburlasos, V. G. (2012). A study on fuzzy D-implications. *10th International Conference on Uncertainty Modeling in Knowledge Engineering and Decision Making (FLINS 2012)* (pp. 708-713). Istanbul, Turkey: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Haykin, S. (1999). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation, Second Edition*. PTR Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Hebb, D. O. (1949). *The Organization of Behavior*. New York: Wiley.
- Hirvensalo, M. (2003). *Quantum Computing (2nd ed.) (Series in Natural Computing)*. Berlin: Springer.
- Hochreiter, S., Bengio, Y., Frasconi, P., & Schmidhuber, J. (2001). Gradient flow in recurrent nets: the difficulty of learning long-term dependencies. In S. C. Kremer, & J. F. Kolen, *A Field Guide to Dynamical Recurrent Neural Networks* (pp. 237-244). Piscataway, NJ: IEEE Press.
- Hopfield, J. J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *In Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 79(8), pp. 2554-2558.
- Hu, M. Y., & Tsoukalas, C. (1999). 1999). Combining conditional volatility forecasts using neural networks: an application to the EMS exchange rates. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 9, pp. 407-422.
- Jang, R. (1993). ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System. *IEEE Transactions on Systems, MAN, and Cybernetics*, 23(3), pp. 565-585.
- Ju, J. Y., Kim, C. E., & .Shim, J. C. (1997). Genetic-Based Fuzzy Models: Interest Rate Forecasting Problem. *Science Direct*, 33(3-4), pp. 561-564.
- Kaburlasos, V. G. (2006). *Towards a Unified Modeling and Knowledge-Representation Based on Lattice Theory*. Heidelberg, Germany: Springer.
- Kaburlasos, V. G., & Kehagias, A. (2007). Novel fuzzy inference system (FIS) analysis and design based on lattice theory. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(2), pp. 243-260.
- Kaburlasos, V. G., & Kehagias, A. (2014). Fuzzy inference system (FIS) extensions based on lattice theory. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 22(3), pp. 531-546.

- Kaburlasos, V. G., Papadakis, S. E., & Papakostas, G. A. (2013). Lattice computing extension of the FAM neural classifier for human facial expression recognition. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 24(10), pp. 1526-1538.
- Kaburlasos, V., & Petridis, V. (2000). Fuzzy lattice neurocomputing (FLN) models. *Neural Networks*, 13(10), pp. 1145-1170.
- Karnik, N. N., Mendel, J. M., & Liang, Q. (1999). Type-2 fuzzy logic systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 7(6), pp. 643-658.
- Klir, G. J., & Yuan, B. (1995). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Kóczy, L. T., & Hirota, K. (1997). Size reduction by interpolation in fuzzy rule bases. *IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics – B*, 27(1), pp. 14-25.
- Kosko, B. (1988). Bidirectional associative memories. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 18(1), pp. 49-60.
- LeCun, Y., Bengio, Y., & Hinton, G. (2005, May). Deep learning. *Nature*, 521, pp. 436-444. doi:10.1038/nature14539
- Mamdani, E. H., & Assilian, S. (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *Intl. Journal of Man-Machine Studies*, 7(1), pp. 1-13.
- Margaris, A. (1990). *First Order Mathematical Logic*. Mineola, NY: Dover Publications.
- Mendel, J. M. (2014). General type-2 fuzzy logic systems made simple: a tutorial. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 22(5), pp. 1162-1182.
- Mendel, J. M., & John, R. I. (2002). Type-2 fuzzy sets made simple. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 10(2), pp. 117-127.
- Minsky, M., & Papert, S. (1969). *Perceptrons*. Oxford: MIT Press.
- Navneet, W., Harsukhpreet, S., & Anurag, S. (2015). ANFIS: Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System- A Survey. *International Journal of Computer Applications*, 123(13), pp. 32-38.
- Nguyen, H. T., & Walker, E. A. (2005). *A First Course in Fuzzy Logic*. 3rd ed. Boca Raton: Chapman & Hall /CRC.
- Ormerod, P., & Mounfield, C. (2000). Random matrix theory and the failure of macro-economic forecasts. *Physica*, 280, pp. 497-504.
- Osman, H., Omar, S. S., & Ahmed, T. A. (2014, June). Hybrid of neuro-fuzzy inference system and quantum genetic algorithm for prediction in stock market. *Issues in Business Management and Economics (IBME)*, 2(6), pp. 94-102.
- Phillips, P. C. (1995). Bayesian model selection and prediction with empirical applications. *Journal of Econometrics*, 69, pp. 289-331.

- Rumelhart, D. E., McClelland, J. L., & Group, t. P. (1986). *Parallel Distributed Processing, Volume 1: Foundations*. Cambridge: The MIT Press.
- Runkler, T. A. (1997). Selection of appropriate defuzzification methods using application specific properties. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 5(1), pp. 72-79.
- Sandamirskaya, Y., Zibner, S. K., Schneegans, S., & Schöner, G. (2013). Using dynamic field theory to extend the embodiment stance toward higher cognition. *New Ideas in Psychology*, 31(3), pp. 322-239.
- Simpson, P. K. (1992). Fuzzy min-max neural networks - part1: classification. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 3(5), pp. 776-786.
- Simpson, P. K. (1993). Fuzzy min-max neural networks - part2: clustering. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1(1), pp. 32-45.
- Singh, R., Kainthola, A., & Singh, T. N. (2012). Estimation of elastic constant of rocks using an ANFIS approach. *Applied Soft Computing*, 12, pp. 40-45.
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1999). Forecasting inflation. *Journal of Monetary Economics*, 44, pp. 293-335.
- Sugeno, M., & Kang, G. T. (1988). Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems*, 28(1), pp. 15-33.
- Summers, P. M. (2001). Forecasting Australia's economic performance during the Asian crisis. *International Journal of Forecasting*, 17, pp. 499-515.
- Svalina, I., Gazlina, V., Lujic, R., & Šimunovic, G. (2013). An adaptive network-based fuzzy inference system (ANFIS) for the forecasting: The case of close price indices. *Expert Systems with Applications*, 40, pp. 6055–6063.
- Takagi, T., & Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 15(1), pp. 116-132.
- The MathWorks, Inc. (2016). *mathworks*. Retrieved from MathWorks & Simulink: <https://www.mathworks.com/>
- Wei, L.-Y., Chen, T.-L., & Ho, T.-H. (2011). A hybrid model based on adaptive-network-based fuzzy inference system. *Expert Systems with Applications*, 38, pp. 13625–13631.
- Werbos, P. (1974). *Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences PhD thesis*. Cambridge: Harvard University.
- Wilson, E. J. (1994). The relative Importance of Supplier Selection Criteria: A Review and Update. *International Journal of purchasing and Materials Management*, 30(3), pp. 35-41.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, pp. 338-353.
- Zadeh, L. A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning – I. *Information Sciences*, 8(3), pp. 199-249.
- Zadeh, L. A. (1999). From computing with numbers to computing with words. From manipulation of measurements to manipulation of perceptions. *IEEE Trans. on Circuits and Systems - I*, 46(1), pp. 105-119.

- Zeithaml, V., Berry, L. L., & Parasuraman, A. (1996). The Behavioral Consequences of Service Quality, Vol. 60 (April), pp. 31-46. *Journal of Marketing*, 60(2), pp. 31-46.
- Αυλωνήτης, Γ., & Σταθακόπουλος, Β. (2008). *Αποτελεσματική Οργάνωση και Διοίκηση Πωλήσεων*, 2η Έκδοση. Αθήνα: Εκδόσεις Σταμούλη.
- Διαμανταράς, Κ. (2007). *Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα*. Αθήνα: Κλειδάριθμος.
- Θεοδώρου, Γ. Α. (2010). *Εισαγωγή στην Ασαφή Λογική (Fuzzy Logic)*. Θεσσαλονίκη: Τζιόλα.
- Καζάκης, Ν. (2000). *Αποτελεσματικά Μάρκετινγκ για Κερδοφόρες Επιχειρήσεις*. Αθήνα: Σταμούλης.
- Σταθακόπουλος, Β. (2001). *Μέθοδοι έρευνας αγοράς*. Αθήνα: Σταμούλης.
- Τζαφέστας, Σ. (2002). *Υπολογιστική νοημοσύνη Τόμος Α: Μεθοδολογίες*. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.
- Χατζημιχαηλίδης, Α. (2014). *Στοιχεία Διακριτών Μαθηματικών*. Θεσσαλονίκη: Τζιόλα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παρουσίαση δεδομένων σε μορφή Excel:

ΠΩΛΗΣΕΙΣ ΑΝΑ ΜΕΡΑ / ΠΩΣΑ ΕΚΦΡΑΖΜΕΝΑ ΣΕ ΕΥΡΩ							
2/1/2014	1829,92	12/4/2014	3164,28	21/7/2014	2057,97	29/10/2014	3405,05
3/1/2014	1327,30	13/4/2014	3595,39	22/7/2014	2704,02	30/10/2014	1704,12
4/1/2014	1685,64	14/4/2014	3827,43	23/7/2014	2674,29	31/10/2014	2111,83
5/1/2014	1715,45	15/4/2014	2356,53	24/7/2014	2595,26	1/11/2014	1897,87
6/1/2014	1595,88	16/4/2014	3197,85	25/7/2014	2527,36	2/11/2014	2574,88
7/1/2014	1814,68	17/4/2014	3050,11	26/7/2014	2185,44	3/11/2014	3259,47
8/1/2014	1166,47	18/4/2014	3122,19	27/7/2014	2332,65	4/11/2014	1975,36
9/1/2014	2259,18	19/4/2014	3838,75	28/7/2014	2313,45	5/11/2014	2365,88
10/1/2014	2466,53	20/4/2014	2787,26	29/7/2014	2307,11	6/11/2014	2988,36
11/1/2014	2693,78	21/4/2014	3118,27	30/7/2014	2392,57	7/11/2014	2121,71
12/1/2014	3031,46	22/4/2014	3205,40	31/7/2014	2953,27	8/11/2014	2709,84
13/1/2014	2663,20	23/4/2014	3117,31	1/8/2014	2428,86	9/11/2014	2989,74
14/1/2014	3906,32	24/4/2014	3128,38	2/8/2014	2892,36	10/11/2014	2666,35
15/1/2014	3385,94	25/4/2014	3641,41	3/8/2014	3265,42	11/11/2014	2172,12
16/1/2014	3575,70	26/4/2014	2806,42	4/8/2014	2444,97	12/11/2014	2653,08
17/1/2014	3299,65	27/4/2014	3505,60	5/8/2014	2364,01	13/11/2014	2229,36
18/1/2014	3839,28	28/4/2014	3956,54	6/8/2014	1883,45	14/11/2014	2076,23

19/1/2014	4417,94	29/4/2014	2644,48	7/8/2014	2128,61	15/11/2014	2509,97
20/1/2014	4670,13	30/4/2014	3652,39	8/8/2014	2554,51	16/11/2014	3134,54
21/1/2014	3122,77	1/5/2014	3558,68	9/8/2014	2320,80	17/11/2014	2431,96
22/1/2014	3209,36	2/5/2014	4273,43	10/8/2014	3177,25	18/11/2014	2524,29
23/1/2014	3300,83	3/5/2014	3231,64	11/8/2014	2173,27	19/11/2014	1635,60
24/1/2014	3542,83	4/5/2014	4141,75	12/8/2014	2510,80	20/11/2014	1947,42
25/1/2014	3590,13	5/5/2014	3408,55	13/8/2014	2716,47	21/11/2014	1824,44
26/1/2014	4476,73	6/5/2014	2995,49	14/8/2014	2682,94	22/11/2014	2097,58
27/1/2014	3674,25	7/5/2014	3203,26	15/8/2014	2113,67	23/11/2014	2269,78
28/1/2014	2824,84	8/5/2014	3001,94	16/8/2014	2387,90	24/11/2014	2156,41
29/1/2014	2653,56	9/5/2014	3706,87	17/8/2014	2428,03	25/11/2014	1287,39
30/1/2014	3642,37	10/5/2014	3257,57	18/8/2014	1952,72	26/11/2014	1707,20
31/1/2014	3857,13	11/5/2014	4163,21	19/8/2014	3233,07	27/11/2014	1684,47
1/2/2014	3877,51	12/5/2014	3647,37	20/8/2014	2560,68	28/11/2014	2065,11
2/2/2014	4460,21	13/5/2014	2851,00	21/8/2014	2212,56	29/11/2014	1965,86
3/2/2014	3341,03	14/5/2014	2876,56	22/8/2014	2288,36	30/11/2014	2532,42
4/2/2014	2189,60	15/5/2014	3405,37	23/8/2014	3058,89	1/12/2014	2612,45
5/2/2014	2648,09	16/5/2014	3260,03	24/8/2014	2593,46	2/12/2014	1579,21
6/2/2014	2495,52	17/5/2014	3462,39	25/8/2014	1762,78	3/12/2014	1337,23
7/2/2014	3286,67	18/5/2014	4005,57	26/8/2014	2065,25	4/12/2014	1830,22
8/2/2014	4091,56	19/5/2014	3318,29	27/8/2014	2265,55	5/12/2014	2812,15
9/2/2014	3456,50	20/5/2014	2865,17	28/8/2014	2642,04	6/12/2014	1869,51
10/2/2014	4735,84	21/5/2014	3137,43	29/8/2014	1933,86	7/12/2014	2982,96
11/2/2014	3332,14	22/5/2014	2501,79	30/8/2014	2280,41	8/12/2014	2777,70
12/2/2014	3676,68	23/5/2014	3096,42	31/8/2014	2341,01	9/12/2014	1306,65
13/2/2014	3486,19	24/5/2014	3063,65	1/9/2014	2024,96	10/12/2014	1699,32
14/2/2014	3595,29	25/5/2014	3196,77	2/9/2014	2432,83	11/12/2014	1553,61
15/2/2014	4626,45	26/5/2014	2286,79	3/9/2014	2214,08	12/12/2014	1013,33
16/2/2014	4753,45	27/5/2014	2606,24	4/9/2014	2467,72	13/12/2014	1336,32
17/2/2014	4743,76	28/5/2014	2226,30	5/9/2014	2210,73	14/12/2014	1696,87

Πρόβλεψη πωλήσεων με τα νεύρο-ασαφή συστήματα (Anfis)

18/2/2014	3026,92	29/5/2014	2866,14	6/9/2014	2536,96	15/12/2014	3883,61
19/2/2014	3556,40	30/5/2014	2397,40	7/9/2014	2613,13	16/12/2014	1611,04
20/2/2014	3425,77	31/5/2014	3584,48	8/9/2014	2749,02	17/12/2014	1379,32
21/2/2014	4518,83	1/6/2014	3771,81	9/9/2014	2400,90	18/12/2014	1707,18
22/2/2014	3795,45	2/6/2014	5871,11	10/9/2014	2032,03	19/12/2014	1672,57
23/2/2014	3632,66	3/6/2014	3020,56	11/9/2014	2240,55	20/12/2014	2001,95
24/2/2014	4448,64	4/6/2014	3882,83	12/9/2014	2555,24	21/12/2014	2211,62
25/2/2014	2638,86	5/6/2014	3564,19	13/9/2014	4245,13	22/12/2014	2000,00
26/2/2014	2952,81	6/6/2014	3525,09	14/9/2014	3308,85	23/12/2014	1428,95
27/2/2014	3648,29	7/6/2014	3544,20	15/9/2014	2778,42	24/12/2014	2128,26
28/2/2014	5737,82	8/6/2014	3589,87	16/9/2014	2437,29	25/12/2014	2434,13
1/3/2014	5536,48	9/6/2014	3579,77	17/9/2014	2718,29	26/12/2014	2205,79
2/3/2014	3986,98	10/6/2014	3558,93	18/9/2014	2580,30	27/12/2014	2881,90
3/3/2014	2521,11	11/6/2014	3249,08	19/9/2014	2682,90	28/12/2014	1901,03
4/3/2014	4667,29	12/6/2014	3273,74	20/9/2014	2553,72	29/12/2014	2739,37
5/3/2014	3942,85	13/6/2014	2491,97	21/9/2014	3154,99	30/12/2014	2302,21
6/3/2014	3321,73	14/6/2014	3092,55	22/9/2014	2768,90	31/12/2014	1879,31
7/3/2014	3475,04	15/6/2014	2441,10	23/9/2014	2388,07	1/1/2015	1720,06
8/3/2014	2802,85	16/6/2014	2425,64	24/9/2014	2393,16	2/1/2015	1624,40
9/3/2014	3877,20	17/6/2014	2878,84	25/9/2014	2582,65	3/1/2015	2101,25
10/3/2014	3637,74	18/6/2014	2595,21	26/9/2014	2740,65	4/1/2015	2879,86
11/3/2014	2665,56	19/6/2014	3140,58	27/9/2014	2735,24	5/1/2015	2567,67
12/3/2014	2918,87	20/6/2014	2473,63	28/9/2014	2419,93	6/1/2015	1180,16
13/3/2014	2370,36	21/6/2014	3067,63	29/9/2014	3236,45	7/1/2015	2322,75
14/3/2014	3032,84	22/6/2014	3006,92	30/9/2014	2725,10	8/1/2015	1381,99
15/3/2014	3699,36	23/6/2014	2015,52	1/10/2014	2416,60	9/1/2015	1275,30
16/3/2014	4633,25	24/6/2014	2525,32	2/10/2014	2382,58	10/1/2015	1687,22
17/3/2014	4598,47	25/6/2014	2818,93	3/10/2014	2824,07	11/1/2015	2211,80
18/3/2014	2736,29	26/6/2014	2225,46	4/10/2014	2824,07	12/1/2015	3391,00
19/3/2014	3479,42	27/6/2014	2641,20	5/10/2014	3126,15	13/1/2015	1660,60

20/3/2014	3208,70	28/6/2014	3556,35	6/10/2014	3656,67	14/1/2015	2225,51
21/3/2014	4026,31	29/6/2014	3627,44	7/10/2014	2637,32	15/1/2015	1282,86
22/3/2014	3486,54	30/6/2014	2147,97	8/10/2014	2514,62	16/1/2015	2661,61
23/3/2014	4469,55	1/7/2014	2775,87	9/10/2014	2140,63	17/1/2015	2145,19
24/3/2014	4791,63	2/7/2014	2623,01	10/10/2014	2312,33	18/1/2015	3261,97
25/3/2014	3412,44	3/7/2014	2631,50	11/10/2014	3092,08	19/1/2015	3501,04
26/3/2014	4693,96	4/7/2014	2539,88	12/10/2014	3034,04	20/1/2015	2060,43
27/3/2014	2735,85	5/7/2014	3379,50	13/10/2014	3633,19	21/1/2015	1949,15
28/3/2014	3259,13	6/7/2014	4082,12	14/10/2014	2239,18	22/1/2015	1603,95
29/3/2014	3424,86	7/7/2014	3102,46	15/10/2014	2170,81	23/1/2015	2093,49
30/3/2014	4160,96	8/7/2014	2661,01	16/10/2014	2276,64	24/1/2015	3216,40
31/3/2014	4408,72	9/7/2014	2303,26	17/10/2014	2425,38	25/1/2015	2944,46
1/4/2014	2599,62	10/7/2014	2567,00	18/10/2014	2783,91	26/1/2015	2786,92
2/4/2014	3329,31	11/7/2014	2442,61	19/10/2014	3441,64	27/1/2015	2520,89
3/4/2014	2963,00	12/7/2014	3198,53	20/10/2014	3514,96	28/1/2015	1923,09
4/4/2014	2995,03	13/7/2014	3466,84	21/10/2014	2686,03	29/1/2015	2317,00
5/4/2014	4023,10	14/7/2014	2457,51	22/10/2014	2283,25	30/1/2015	1450,02
6/4/2014	4436,64	15/7/2014	3079,59	23/10/2014	2079,78	31/1/2015	2504,77
7/4/2014	4276,35	16/7/2014	3236,06	24/10/2014	2159,32	1/2/2015	3333,98
8/4/2014	2330,36	17/7/2014	3179,17	25/10/2014	1983,08	2/2/2015	3484,25
9/4/2014	3634,39	18/7/2014	3173,89	26/10/2014	3455,81	3/2/2015	1748,06
10/4/2014	3259,72	19/7/2014	3038,53	27/10/2014	2867,87	4/2/2015	2612,74
11/4/2014	2961,26	20/7/2014	3175,66	28/10/2014	3058,01	5/2/2015	3019,39
6/2/2015	2954,56	17/5/2015	4571,83	25/8/2015	4513,28	3/12/2015	1785,46
7/2/2015	2686,37	18/5/2015	4356,08	26/8/2015	4765,03	4/12/2015	1668,98
8/2/2015	3585,91	19/5/2015	3726,86	27/8/2015	5112,16	5/12/2015	1299,03
9/2/2015	3554,11	20/5/2015	3932,53	28/8/2015	4968,79	6/12/2015	1828,75
10/2/2015	1990,79	21/5/2015	3909,30	29/8/2015	3897,10	7/12/2015	2430,70
11/2/2015	1136,15	22/5/2015	4881,81	30/8/2015	3619,18	8/12/2015	1098,74
12/2/2015	2392,68	23/5/2015	4802,08	31/8/2015	4012,54	9/12/2015	1409,54

Πρόβλεψη πωλήσεων με τα νεύρο-ασαφή συστήματα (Anfis)

13/2/2015	2274,58	24/5/2015	4275,21	1/9/2015	4289,44	10/12/2015	1399,83
14/2/2015	2046,53	25/5/2015	4084,85	2/9/2015	5032,64	11/12/2015	1531,69
15/2/2015	3353,93	26/5/2015	4084,85	3/9/2015	4677,67	12/12/2015	1476,52
16/2/2015	2944,40	27/5/2015	4084,85	4/9/2015	4655,34	13/12/2015	2219,47
17/2/2015	2828,48	28/5/2015	1911,04	5/9/2015	4371,47	14/12/2015	1776,32
18/2/2015	1887,99	29/5/2015	3939,33	6/9/2015	5029,04	15/12/2015	1096,39
19/2/2015	1260,14	30/5/2015	4421,25	7/9/2015	4220,49	16/12/2015	1669,37
20/2/2015	1995,27	31/5/2015	5330,70	8/9/2015	4235,48	17/12/2015	1817,98
21/2/2015	3744,46	1/6/2015	4613,63	9/9/2015	4235,48	18/12/2015	1352,02
22/2/2015	6298,72	2/6/2015	3539,50	10/9/2015	4235,48	19/12/2015	1672,13
23/2/2015	2513,44	3/6/2015	3548,63	11/9/2015	4235,48	20/12/2015	1435,10
24/2/2015	4336,07	4/6/2015	3653,28	12/9/2015	4235,48	21/12/2015	2320,60
25/2/2015	2855,22	5/6/2015	4346,81	13/9/2015	4235,48	22/12/2015	1437,69
26/2/2015	2908,03	6/6/2015	4603,62	14/9/2015	4235,48	23/12/2015	1669,85
27/2/2015	2612,51	7/6/2015	5035,40	15/9/2015	4235,48	24/12/2015	1889,74
28/2/2015	2655,34	8/6/2015	4562,86	16/9/2015	4235,48	25/12/2015	2799,52
1/3/2015	3379,71	9/6/2015	3448,60	17/9/2015	4567,98	26/12/2015	1918,48
2/3/2015	3685,16	10/6/2015	3688,36	18/9/2015	4254,99	27/12/2015	1701,65
3/3/2015	2794,41	11/6/2015	3664,64	19/9/2015	5314,50	28/12/2015	1911,82
4/3/2015	2969,76	12/6/2015	3904,54	20/9/2015	5059,13	29/12/2015	1601,01
5/3/2015	2650,49	13/6/2015	4643,48	21/9/2015	4597,99	30/12/2015	2038,59
6/3/2015	2729,34	14/6/2015	4242,97	22/9/2015	3572,22	31/12/2015	2051,04
7/3/2015	2510,34	15/6/2015	3514,68	23/9/2015	4188,17		
8/3/2015	2828,72	16/6/2015	4143,55	24/9/2015	4417,18		
9/3/2015	3547,80	17/6/2015	3852,04	25/9/2015	5139,67		
10/3/2015	1939,57	18/6/2015	3943,71	26/9/2015	4567,98		
11/3/2015	2018,40	19/6/2015	3607,63	27/9/2015	5126,32		
12/3/2015	1699,13	20/6/2015	4457,85	28/9/2015	4315,49		
13/3/2015	2561,46	21/6/2015	3680,86	29/9/2015	3181,89		
14/3/2015	1778,90	22/6/2015	3273,62	30/9/2015	3611,21		

15/3/2015	3784,11	23/6/2015	5120,43	1/10/2015	3349,43		
16/3/2015	3308,24	24/6/2015	1329,30	2/10/2015	3640,82		
17/3/2015	1862,39	25/6/2015	3870,05	3/10/2015	3193,44		
18/3/2015	2187,61	26/6/2015	3646,06	4/10/2015	3230,35		
19/3/2015	3091,98	27/6/2015	3913,39	5/10/2015	4317,60		
20/3/2015	2709,64	28/6/2015	3244,34	6/10/2015	3609,51		
21/3/2015	2439,36	29/6/2015	4177,71	7/10/2015	3267,89		
22/3/2015	3652,32	30/6/2015	3013,25	8/10/2015	2716,09		
23/3/2015	3774,84	1/7/2015	2541,38	9/10/2015	3089,18		
24/3/2015	2209,99	2/7/2015	2787,38	10/10/2015	2984,51		
25/3/2015	2944,57	3/7/2015	3470,06	11/10/2015	3397,64		
26/3/2015	4056,94	4/7/2015	3247,23	12/10/2015	3714,19		
27/3/2015	1807,34	5/7/2015	3877,04	13/10/2015	2731,71		
28/3/2015	3710,96	6/7/2015	3560,11	14/10/2015	2419,94		
29/3/2015	3489,54	7/7/2015	2955,41	15/10/2015	2670,31		
30/3/2015	3714,70	8/7/2015	2262,25	16/10/2015	2648,96		
31/3/2015	3018,05	9/7/2015	2810,72	17/10/2015	2682,36		
1/4/2015	3115,04	10/7/2015	2588,70	18/10/2015	3083,60		
2/4/2015	3214,54	11/7/2015	3081,33	19/10/2015	2446,47		
3/4/2015	3466,88	12/7/2015	3825,78	20/10/2015	2066,82		
4/4/2015	3509,72	13/7/2015	2918,78	21/10/2015	1617,36		
5/4/2015	4095,67	14/7/2015	2242,27	22/10/2015	1425,15		
6/4/2015	4686,48	15/7/2015	2646,01	23/10/2015	2495,73		
7/4/2015	3245,26	16/7/2015	2645,68	24/10/2015	1601,75		
8/4/2015	3236,87	17/7/2015	2725,27	25/10/2015	2309,95		
9/4/2015	2179,83	18/7/2015	3243,15	26/10/2015	4722,73		
10/4/2015	2680,81	19/7/2015	2799,20	27/10/2015	2522,59		
11/4/2015	3108,33	20/7/2015	1899,42	28/10/2015	2506,41		
12/4/2015	4843,89	21/7/2015	2295,78	29/10/2015	2660,04		
13/4/2015	2857,10	22/7/2015	1896,54	30/10/2015	1629,49		

Πρόβλεψη πωλήσεων με τα νεύρο-ασαφή συστήματα (Anfis)

14/4/2015	5734,74	23/7/2015	3945,80	31/10/2015	1755,77		
15/4/2015	3839,46	24/7/2015	3011,22	1/11/2015	1805,44		
16/4/2015	4466,57	25/7/2015	2441,69	2/11/2015	2010,68		
17/4/2015	3917,85	26/7/2015	2443,88	3/11/2015	1835,94		
18/4/2015	3668,18	27/7/2015	1988,35	4/11/2015	1996,52		
19/4/2015	4173,62	28/7/2015	3468,19	5/11/2015	1526,11		
20/4/2015	4325,21	29/7/2015	2760,83	6/11/2015	2144,81		
21/4/2015	3005,98	30/7/2015	2820,20	7/11/2015	2205,41		
22/4/2015	3326,17	31/7/2015	3566,89	8/11/2015	2414,43		
23/4/2015	3545,35	1/8/2015	4910,95	9/11/2015	2908,71		
24/4/2015	3603,15	2/8/2015	4743,23	10/11/2015	2207,98		
25/4/2015	3541,25	3/8/2015	4174,01	11/11/2015	2228,53		
26/4/2015	4179,27	4/8/2015	4453,43	12/11/2015	2059,13		
27/4/2015	4348,16	5/8/2015	5061,62	13/11/2015	2400,40		
28/4/2015	3818,64	6/8/2015	5186,10	14/11/2015	1735,14		
29/4/2015	3818,64	7/8/2015	4998,26	15/11/2015	3078,29		
30/4/2015	3818,64	8/8/2015	5389,39	16/11/2015	2462,57		
1/5/2015	3818,64	9/8/2015	5701,49	17/11/2015	2332,49		
2/5/2015	3818,64	10/8/2015	4602,89	18/11/2015	2689,16		
3/5/2015	3818,64	11/8/2015	4217,87	19/11/2015	2081,88		
4/5/2015	3818,64	12/8/2015	5010,10	20/11/2015	1589,20		
5/5/2015	3818,64	13/8/2015	4951,10	21/11/2015	1846,38		
6/5/2015	3818,64	14/8/2015	4798,45	22/11/2015	2239,45		
7/5/2015	3818,64	15/8/2015	6369,29	23/11/2015	2491,61		
8/5/2015	4130,96	16/8/2015	5110,04	24/11/2015	1463,25		
9/5/2015	3181,96	17/8/2015	4322,62	25/11/2015	1488,27		
10/5/2015	4859,33	18/8/2015	4913,48	26/11/2015	2272,15		
11/5/2015	4498,07	19/8/2015	5355,55	27/11/2015	1661,01		
12/5/2015	3967,15	20/8/2015	4907,62	28/11/2015	1943,30		
13/5/2015	2712,37	21/8/2015	5257,94	29/11/2015	2332,41		

14/5/2015	4561,80	22/8/2015	5391,33	30/11/2015	2259,54		
15/5/2015	3967,04	23/8/2015	4748,21	1/12/2015	1646,40		
16/5/2015	3862,27	24/8/2015	4642,93	2/12/2015	1515,27		

Παρουσίαση αποτελεσμάτων πρόβλεψης και για τα τρία μοντέλα

	Real_data	Anfis_output	AR_output	ARMA_output
1	5389,39	4880,35	5368,38	0
2	5701,49	4441,68	4885,85	1342,356
3	4602,89	4510,58	4961,64	2428,659
4	4217,87	4017,06	4418,77	2971,21
5	5010,1	4233,70	4657,07	3282,952
6	4951,1	4406,66	4847,33	3714,501
7	4798,45	4302,49	4732,74	4024,045
8	6369,29	4376,07	4813,67	4218,598
9	5110,04	5024,22	5526,64	4756,028
10	4322,62	4240,23	4664,25	4846,175
11	4913,48	4168,91	4585,80	4717,78
12	5355,55	4856,33	5341,96	4768,48
13	4907,62	4474,55	4922,01	4916,681
14	5257,94	4796,08	5275,69	4916,463
15	5391,33	4957,82	5453,60	5003,554
16	4748,21	4425,10	4867,62	5102,213
17	4642,93	4225,99	4648,59	5016,156
18	4513,28	4182,97	4601,27	4925,275
19	4765,03	4164,15	4580,57	4824,7
20	5112,16	4546,30	5000,94	4811,838
21	4968,79	4454,72	4900,19	4888,635
22	3897,1	3954,29	4349,72	4910,627
23	3619,18	3561,40	3917,54	4660,22

24	4012,54	3597,18	3956,89	4402,856
25	4289,44	3889,18	4278,10	4307,464
26	5032,64	4284,61	4713,07	4304,761
27	4677,67	4312,33	4743,57	4487,841
28	4655,34	4205,16	4625,68	4536,983
29	4371,47	4133,05	4546,36	4568,344
30	5029,04	4304,35	4734,79	4521,202
31	4220,49	4146,72	4561,39	4649,566
32	4235,476	3914,52	4305,98	4544,622
33	4235,476	3919,02	4310,92	4469,506
34	4235,476	3919,02	4310,92	4413,068
35	4235,476	3919,02	4310,92	4370,664
36	4235,476	3919,02	4310,92	4338,804
37	4235,476	3919,02	4310,92	4314,867
38	4235,476	3919,02	4310,92	4296,882
39	4235,476	3919,02	4310,92	4283,369
40	4235,476	3919,02	4310,92	4273,216
41	4567,981	4068,43	4475,27	4265,587
42	4254,99	4032,28	4435,50	4342,674
43	5314,5	4645,09	5109,60	4322,635
44	5059,13	4629,58	5092,54	4571,475
45	4597,99	4317,63	4749,39	4694,832
46	3572,22	3755,77	4131,34	4672,658
47	4188,17	3687,53	4056,28	4400,505
48	4417,18	4015,81	4417,39	4349,442
49	5139,67	4485,70	4934,27	4368,117
50	4567,981	4339,69	4773,66	4562,102
51	5126,32	4509,71	4960,68	4565,458
52	4315,49	4240,53	4664,58	4707,047

53	3181,89	3472,39	3819,63	4611,472
54	3611,21	3344,36	3678,79	4257,312
55	3349,43	3347,06	3681,77	4098,15
56	3640,82	3403,41	3743,75	3913,363
57	3193,44	3274,84	3602,33	3847,102
58	3230,35	3157,49	3473,24	3685,887
59	4317,6	3673,10	4040,41	3573,953
60	3609,51	3684,53	4052,98	3760,658
61	3267,89	3301,29	3631,42	3724,57
62	2716,09	3012,39	3313,62	3612,367
63	3089,18	2962,06	3258,27	3390,626
64	2984,51	3055,48	3361,02	3316,949
65	3397,64	3186,62	3505,28	3235,523
66	3714,19	3435,92	3779,52	3277,243
67	2731,71	3157,33	3473,06	3387,434
68	2419,94	2598,95	2858,85	3225,515
69	2670,31	2722,10	2994,31	3026,205
70	2648,96	2779,00	3056,90	2938,815
71	2682,36	2800,71	3080,78	2867,838
72	3083,6	2950,59	3245,65	2822,83
73	2446,47	2723,75	2996,12	2888,951
74	2066,82	2458,49	2704,33	2779,938
75	1617,36	2117,75	2329,53	2603,472
76	1425,15	2002,36	2202,60	2358,937
77	2495,73	2266,42	2493,06	2127,333
78	1601,75	2242,75	2467,03	2219,973
79	2309,954	2205,68	2426,25	2066,91
80	4722,73	3498,03	3847,84	2128,303
81	2522,59	3897,98	4287,78	2775,389

82	2506,41	2604,97	2865,46	2713,574
83	2660,04	2739,38	3013,32	2663,1
84	1629,49	2299,32	2529,25	2663,442
85	1755,77	2058,60	2264,46	2407,016
86	1805,44	2132,29	2345,52	2245,806
87	2010,68	2259,17	2485,08	2137,053
88	1835,94	2230,90	2453,99	2106,463
89	1996,52	2264,75	2491,22	2039,956
90	1526,11	2090,58	2299,64	2029,983
91	2144,81	2178,25	2396,07	1905,323
92	2205,41	2358,40	2594,24	1965,763
93	2414,43	2437,33	2681,06	2026,268
94	2908,71	2841,71	3125,88	2123,789
95	2207,98	2587,44	2846,18	2320,173
96	2228,53	2376,71	2614,38	2293,19
97	2059,13	2392,77	2632,04	2278,036
98	2400,4	2384,36	2622,80	2224,457
99	1735,14	2275,79	2503,37	2269,202
100	3078,29	2665,18	2931,70	2137,122
101	2462,57	2734,72	3008,19	2372,428
102	2332,49	2471,31	2718,45	2395,864
103	2689,16	2711,23	2982,35	2381,072
104	2081,88	2531,46	2784,60	2458,796
105	1589,2	2116,44	2328,08	2365,936
106	1846,38	2111,88	2323,06	2173,452
107	2239,45	2268,40	2495,24	2092,888
108	2491,61	2507,17	2757,88	2130,261
109	1463,25	2253,13	2478,45	2221,146
110	1488,27	1937,83	2131,61	2033,295

111	2272,15	2163,70	2380,07	1898,387
112	1661,01	2195,18	2414,69	1992,268
113	1943,297	2192,18	2411,40	1910,587
114	2332,41	2315,50	2547,05	1919,526
115	2259,54	2415,46	2657,01	2023,16
116	1646,4	2185,23	2403,75	2082,875
117	1515,27	1987,14	2185,86	1975,024
118	1785,46	2045,56	2250,12	1861,33
119	1668,98	2052,87	2258,16	1843,205
120	1299,03	2028,30	2231,13	1800,574
121	1828,75	2012,24	2213,46	1676,399
122	2430,7	2335,62	2569,19	1715,041
123	1098,74	2056,03	2261,63	1894,004
124	1409,54	1851,27	2036,40	1696,71
125	1399,83	1947,08	2141,79	1625,887
126	1531,69	1910,92	2102,02	1570,256
127	1476,52	1961,41	2157,55	1561,301
128	2219,47	2157,37	2373,11	1540,832
129	1776,32	2250,20	2475,22	1710,502
130	1096,39	1855,82	2041,41	1727,604
131	1669,37	1846,34	2030,97	1571,102
132	1817,98	2115,53	2327,08	1596,229
133	1352,02	2077,80	2285,58	1652,123
134	1672,127	1924,36	2116,80	1578,06
135	1435,1	2015,79	2217,37	1602,144
136	2320,6	2158,93	2374,82	1561,202
137	1437,69	2209,54	2430,50	1750,996
138	1669,85	1948,96	2143,85	1673,685
139	1889,74	2165,13	2381,64	1673,424

140	2799,52	2649,53	2914,48	1727,996
141	1918,48	2521,01	2773,11	1995,601
142	1701,65	2110,22	2321,24	1977,22
143	1911,82	2187,91	2406,70	1909,402
144	1601,01	2067,43	2274,17	1910,796
145	2038,59	2202,69	2422,95	1834,429
146	2051,04	2335,23	2568,76	1886,041