

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

**ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ
ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ
ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΩΝ
ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ**

Υπό
ΠΑΥΛΟΥ ΑΝΤΩΝΗΣ

Χανιά,
2017

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευχαριστίες	4
Εισαγωγή.....	5
Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	7
1.1 Θεωρία χαρτοφυλακίου	7
1.1.1 Διαχείριση χαρτοφυλακίου	7
1.1.2 Απόδοση χαρτοφυλακίου.....	8
1.1.3 Κίνδυνος χαρτοφυλακίου.....	9
1.1.4 Διαφοροποίηση Χαρτοφυλακίου	10
1.2 Η κλασική θεωρία χαρτοφυλακίου	11
1.2.1 Το μοντέλο του Harry Markowitz.....	12
1.2.2 Τα προβλήματα του μοντέλου	13
1.3 Μέτρα κινδύνου και μέτρα απόδοσης.....	14
1.3.1 Μέτρα κινδύνου	14
1.3.2 Μέτρα απόδοσης.....	15
1.4 Αποτελεσματικά Χαρτοφυλακία.....	16
Ανασκόπηση Μοντέλων	18
2.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	18
2.2 Περιγραφή των μοντέλων	22
2.2.1 Μοντέλο Μέσης Απόλυτης Απόκλισης (Mean Absolute Deviation) ..	22
2.2.2 Μοντέλο Υπό συνθήκη Value at Risk (CVaR).....	24
2.2.3 Μοντέλο πολυκριτήριου συνδυασμού MAD-CVaR	25
2.3 Περιγραφή των δεικτών αξιολόγησης	26
2.3.1 Δείκτες απόστασης ως προς τον κίνδυνο και την απόδοση.....	27
2.3.2 Δείκτης μέσης απόστασης καμπυλών	29
Περιγραφή Αποτελεσμάτων.....	30
3.1 Περιγραφή δεδομένων	30
3.1.1 Ο δείκτης S&P 500	30
3.1.2 Στατιστικά στοιχεία του S&P 500	31
3.1.3 Περίοδοι εξέτασης	33
3.2 Αποτελέσματα συγκρίσεων.....	36
3.2.1 Σύγκριση αριθμού μετοχών ανά μοντέλο	36

3.2.2 Δείκτες απόστασης ως προς τον κίνδυνο και ως προς την απόδοση ...	39
3.2.3 Δείκτης μέσης απόστασης καμπυλών	46
3.2.4 Συγκρίσεις μεταξύ των μοντέλων	48
Συμπεράσματα	56
Βιβλιογραφία.....	58
Διαδικτυακή Βιβλιογραφία	61
Παράρτημα.....	62

*Στους γονείς μου Νίκο και Μαρία,
και στον αδερφό μου Γιώργο.*

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα πρωτίστως να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή της Σχολής Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης κ. Μιχάλη Δούμπο για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών αναθέτοντας μου την εκπόνηση της συγκεκριμένης εργασίας. Επίσης θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την βοήθεια που μου παρείχε σε ότι θέμα είχα κατά την διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου και για την επίβλεψή του πάνω στο θέμα με το οποίο ασχολήθηκα.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές που με τίμησαν και συμμετείχαν ως μέλη της εξεταστικής επιτροπής.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τον αδερφό μου Γιώργο που με στήριξαν και στην απόφασή μου να παρακολουθήσω το μεταπτυχιακό πρόγραμμα του Πολυτεχνείου Κρήτης και ήταν πάντα δίπλα μου να μου δίνουν κουράγιο, δύναμη.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους φίλους μου, έναν-έναν ξεχωριστά για την ηθική τους υποστήριξη όλα αυτά τα χρόνια και περισσότερο από όλους την φίλη μου Σοφία που ήταν εκεί όποτε την χρειαζόμουν να με στηρίξει σε όλες μου τις αποφάσεις.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στη σημερινή εποχή, η επιλογή ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου αποτελεί ένα πολύ σοβαρό ζήτημα τόσο για τους επενδυτές, όσο και για τους χρηματοοικονομικούς συμβούλους. Οι επιχειρήσεις, όσο και οι επενδυτές αποφασίζουν να επενδύσουν τα χρηματικά τους διαθέσιμα σε διάφορους τίτλους των χρηματιστηριακών αγορών με σκοπό να αυξήσουν τα κέρδη τους. Αυτό γίνεται με τη σύνθεση χαρτοφυλακίων που ως στόχο έχουν να προσδώσουν στον κάτοχό τους τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση με τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο. Για την κατασκευή και την επιλογή ενός τέτοιου επενδυτικού χαρτοφυλακίου έχουν δημιουργηθεί αρκετά μοντέλα, τα οποία ποικίλουν ως προς τα αποτελέσματα που εξάγουν, με κοινό στοιχείο, ότι η βάση όλων είναι η θεωρία χαρτοφυλακίου που έχει προταθεί από τον Harry Markowitz. Κατά τη διαδικασία αυτή όμως, οι εμπλεκόμενοι δίνουν περισσότερο βαρύτητα είτε μόνο στην απόδοση του χαρτοφυλακίου, είτε μόνο στον κίνδυνο αυτού και όχι στο συνδυασμό αυτών των δύο όπως θα ήταν και το αναμενόμενο.

Έτσι τα τελευταία χρόνια, έχει πραγματοποιηθεί μια πληθώρα ερευνών πάνω στο συγκεκριμένο θέμα που αφορά την επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, με την ιδιαιτερότητα ότι όλες απασχολούνται με ένα βασικό ζήτημα. Το ζήτημα αυτό είναι ότι εστιάζουν την προσοχή τους σε ένα μόνο χαρτοφυλάκιο, το οποίο θα τους αποδώσει την μέγιστη δυνατή απόδοση με τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο. Με άλλα λόγια, επιδιώκουν την κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου, χωρίς να ελέγχουν και άλλες πιθανές συνθέσεις χαρτοφυλακίων.

Η συγκεκριμένη εργασία επιδιώκει να πάει ένα βήμα παρακάτω, καθώς μέσω της υλοποίησης διαφόρων εναλλακτικών μοντέλων, που έχουν σα στόχο την κατασκευή βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων, επιδιώκει την αξιολόγηση τους μέσω τριών δεικτών. Αυτό γίνεται συνυπολογίζοντας ταυτόχρονα την απόδοση και τον κίνδυνο και εξετάζοντας τα αποτελέσματα ενός πλήθους πιθανών περιπτώσεων χαρτοφυλακίων, τα οποία παράγονται από τα μοντέλα, και όχι ενός μόνο χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα, μέσω τεσσάρων μοντέλων βελτιστοποίησης κατασκευάζονται είκοσι βέλτιστα χαρτοφυλάκια, για κάθε μοντέλο, τα οποία αφορούν μετοχές του δείκτη S&P 500, για 42 χρονικές περιόδους, και συγκρίνονται τα αποτελέσματα τους μέσω των δεικτών. Οι δείκτες αυτοί αποτελούν μέτρα απόκλισης των πραγματικών αποτελεσμάτων από τα παραγόμενα από τα μοντέλα αποτελέσματα. Σαν σκοπό έχουν την αξιολόγηση των μοντέλων γενικά, καθώς επίσης βοηθούν και στην σύγκριση αποτελεσμάτων διαφόρων μοντέλων ίδιου τύπου.

Έτσι στο πρώτο μέρος της εργασίας παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες, που θα πρέπει να είναι γνωστές για την κατανόηση του πεδίου, στο οποίο αναφέρεται η εργασία. Στο δεύτερο μέρος γίνεται μια ανασκόπηση της βιβλιογραφίας που αφορά άλλες εργασίες που έχουν πραγματοποιηθεί καθώς και η παρουσίαση των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν και των δεικτών αξιολόγησης τους. Στο τρίτο μέρος γίνεται μια

περιγραφή των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν και κάποια στατιστικά στοιχεία τους, καθώς επίσης και η παρουσίαση των βασικών αποτελεσμάτων από την σύγκριση και την αξιολόγηση των μοντέλων. Τέλος, στο τέταρτο μέρος παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν καθώς και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

1.1 ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

1.1.1 Διαχείριση χαρτοφυλακίου

Πριν αναλυθεί τι περιλαμβάνει η διαχείριση του χαρτοφυλακίου, είναι απαραίτητο να δοθεί ο ορισμός του. Με τον όρο χαρτοφυλάκιο νοείται ο συνδυασμός διαφόρων χρεογράφων-μετοχών ή άλλων περιουσιακών στοιχείων που ως στόχο έχει την μέγιστη δυνατή απόδοση σε συνδυασμό με τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο.

Όσον αφορά τη διαχείριση του χαρτοφυλακίου, αναπτύχθηκε κατά τα τέλη του 1950 και σαν βάση της έχει την εργασία του Harry Markowitz, η οποία παρουσιάζεται αναλυτικότερα στην επόμενη ενότητα του κεφαλαίου. Η διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου περιέχει όλες εκείνες ενέργειες που κάνει ένας επενδυτής, ώστε να προφυλάξει από έναν ενδεχόμενο κίνδυνο το ποσό που έχει επενδύσει σε αυτό. Στόχος του επενδυτή είναι λοιπόν να μεγιστοποιήσει την απόδοση που θα πάρει από το χαρτοφυλάκιο μειώνοντας παράλληλα όσο το δυνατόν περισσότερο κίνδυνο που υπάρχει.

Η διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου περιλαμβάνει 3 στάδια (Xidonas et. al., 2012 & Doumpos & Zorounidis, 2014):

- Ανάλυση μετοχών
- Ανάλυση χαρτοφυλακίου
- Επιλογή χαρτοφυλακίου.

Τα στάδια αυτά περιλαμβάνουν αρχικά την επισκόπηση των διαθέσιμων μετοχών που έχει στη διάθεση του ο επενδυτής (1^ο στάδιο), στη συνέχεια υπολογίζεται η αναμενόμενη απόδοση των διαφόρων πιθανών χαρτοφυλακίων (2^ο στάδιο), και τέλος, ο επενδυτής από όλα τα διαθέσιμα χαρτοφυλάκια επιλέγει αυτό που βελτιστοποιεί το αποτέλεσμα του και ικανοποιεί με τον καλύτερο τρόπο τις ανάγκες του.

Τα βασικότερα στοιχεία, λοιπόν που λαμβάνει υπόψη του ο κάθε επενδυτής, είναι η απόδοση και ο κίνδυνος του κάθε χαρτοφυλακίου, και τα οποία αναλύονται παρακάτω.

Στο επιστημονικό πεδίο που ανήκει η διαχείριση του χαρτοφυλακίου έχουν αναπτυχθεί αρκετές θεωρίες σχετικές με το θέμα. Οι θεωρίες αυτές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, την παραδοσιακή και τη μοντέρνα. Σύμφωνα με την πρώτη, οι διαχειριστές τείνουν να επιλέξουν χρεόγραφα μεγάλων και επιτυχημένων στον κλάδο τους εταιρειών για να δομήσουν τα χαρτοφυλάκια τους. Αυτό συμβαίνει αρχικά, διότι πιστεύουν ότι οι μετοχές των εν λόγω εταιρειών λόγω της φήμης τους θα έχουν μικρότερο αναμενόμενο κίνδυνο και κατά συνέπεια ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι αρκετά χαμηλός. Επιπλέον, λόγω της φήμης και του μεγέθους των εταιρειών που επιλέγονται, οι μετοχές τους παρέχονται σε μεγαλύτερες ποσότητες και έχουν μεγαλύτερη δυνατότητα ρευστότητας σε σχέση με μετοχές μικρότερων εταιρειών. Έτσι με την επιλογή τέτοιων

μετοχών είναι πιο εύκολο να πεισθούν οι μελλοντικοί πελάτες ώστε να επιλέξουν τα χαρτοφυλάκια που τους προτείνονται. Από την άλλη, σύμφωνα με τη μοντέρνα θεώρηση, οι διαχειριστές χρησιμοποιούν διάφορα στατιστικά μέτρα προκειμένου να επιλέξουν τις μετοχές που θα απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο τους. Στη συγκεκριμένη θεώρηση χρησιμοποιείται και η αρχή της διαφοροποίησης του κινδύνου, η οποία παρουσιάζεται στο τέλος του κεφαλαίου.

1.1.2 Απόδοση χαρτοφυλακίου

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου ορίζεται ως ο σταθμισμένος μέσος των αναμενόμενων αποδόσεων των χρεογράφων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο. Η απόδοση ενός χρεογράφου τώρα, είναι η ποσοστιαία μεταβολή της αξίας που έχει η επένδυση μέσα σε ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα. Η απόδοση μιας μετοχής υπολογίζεται με δύο τρόπους, την αριθμητική και λογαριθμική απόδοση.

Ο τύπος που υπολογίζει την αριθμητική απόδοση ενός χρεογράφου είναι:

$$r_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \quad (1.1),$$

Όπου r_t είναι η απόδοση του χρεογράφου την χρονική περίοδο t , S_t είναι η αξία του χρεογράφου την χρονική στιγμή t και S_{t-1} ορίζεται η αξία του χρεογράφου την χρονική στιγμή $t-1$, δηλαδή την προηγούμενη της t .

Αντίστοιχα, ο τύπος υπολογισμού της λογαριθμικής απόδοσης είναι:

$$r^G = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (1.2)$$

Κατά συνέπεια, η αναμενόμενη απόδοση των χρεογράφων δεν είναι τίποτα άλλο από την μέση τιμή των αποδόσεων των χρεογράφων, δηλαδή:

$$E(r) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \quad \text{ή} \quad E(r^G) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r^G \quad (1.3)$$

Οι παραπάνω δύο τύποι μπορούν να γενικευτούν στην περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου και βάσει αυτής και του ορισμού της μπορεί να εξαχθεί ο τύπος υπολογισμού της αναμενόμενης απόδοσης χαρτοφυλακίου (Meucci, 2010):

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^m w_i \cdot \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (1.4),$$

Η βασική διαφορά στη χρήση του τύπου της αριθμητικής απόδοσης έναντι αυτού της γεωμετρικής απόδοσης έγκειται στο χρονική περίοδο που γίνεται η εξέταση. Γενικά, ισχύει ότι για μικρές χρονικές περιόδους εξέτασης, όπως είναι μέρες ή μήνες τα αποτελέσματα και των δύο τύπων είναι παρόμοια.

1.1.3 Κίνδυνος χαρτοφυλακίου

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου ορίζεται ως η διακύμανση της απόδοσης του από το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Πιο συγκεκριμένα μιας και ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από διάφορα χρεόγραφα-μετοχές, ο κίνδυνος του θα ορίζεται ως η τυπική απόκλιση των τιμών των αποδόσεων των μετοχών που το απαρτίζουν. Ο τύπος που υπολογίζει την τυπική απόκλιση για κάθε μία από τις μετοχές είναι:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [r_t - E(r)]^2, (1.5)$$

όπου r_t αντιπροσωπεύει την απόδοση της μετοχής και $E(r)$ την αναμενόμενη απόδοση της.

Έτσι, βάσει των παραπάνω για ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών ο κίνδυνος του θα δίνεται από τον γενικό τύπο:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m w_i w_j \sigma_{ij}, (1.6)$$

όπου w_i, w_j τα ποσοστά συμμετοχής τη κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο και σ_{ij} η συνδιακύμανση δύο μετοχών.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω για το κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου πρόκειται για την διακύμανση των τιμών των αποδόσεων των χρεογράφων που το απαρτίζουν από το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Όμως, η απόκλιση αυτή δεν είναι ένα συγκεκριμένο πράγμα, το οποίο οι επενδυτές προσπαθούν να αποφύγουν. Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου αποτελείται από ένα σύνολο κινδύνων με τα οποία έρχεται αντιμέτωπη μια επιχείρηση, και τα οποία έχουν άμεση επίδραση στην τιμή της μετοχής της στο χρηματιστήριο. Τα βασικότερα είδη τέτοιων κινδύνων είναι:

- **Πιστωτικός κίνδυνος:** Σύμφωνα με τον Santomero (1997), ο πιστωτικός είναι αποτέλεσμα της μη εκπλήρωσης των απαιτήσεων ενός οφειλέτη. Με άλλα λόγια κίνδυνος προκύπτει από την αδυναμία του αντισυμβαλλόμενου να αποπληρώσει κάποια υποχρέωση του στην επιχείρηση. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η επιχείρηση να μην μπορεί να εισπράξει έγκαιρα ή και καθόλου τις απαιτήσεις που έχει από τρίτους, όπως για παράδειγμα ένα δάνειο που έχει εκδόσεις σε κάποιον πελάτη της, κ.α.
- **Κίνδυνος αγοράς ή συστηματικός κίνδυνος:** Σύμφωνα με την Basel Committee (2005), ως κίνδυνος αγοράς ορίζονται οι κίνδυνοι εκείνοι, οι οποίοι προέρχονται από τις διακυμάνσεις των τιμών των δεικτών της αγοράς. Με άλλα λόγια πρόκειται για τον κίνδυνο που δημιουργούν οι διάφορες μεταβολές των δεικτών της αγοράς, όπως είναι η μεταβολή των επιτοκίων, οι τιμές των χρηματαγορών, οι ισοτιμίες κ.α., οι οποίες έχουν αντίκτυπο στα στοιχεία της επιχείρησης. Τα στοιχεία που επηρεάζονται

άμεσα από αυτό το είδος κινδύνου είναι τα στοιχεία του ενεργητικού της (τα χρεόγραφα, τα εμπορεύματα, κ.α.) και τα στοιχεία του παθητικού της, (τα ομόλογα, κ.α.).

- **Κίνδυνος ρευστότητας:** Ο συγκεκριμένος κίνδυνος είναι μια απόρροια του προηγούμενου είδους κινδύνου, μιας και ο κίνδυνος ρευστότητας αποτελεί την αδυναμία της επιχείρησης να εκπληρώσει τις υποχρεώσεις της στους δανειστές και στους καταθέτες της. Κατά συνέπεια, όσο αυξάνεται ο συστηματικός κίνδυνος, τόσο αυξάνεται και η πιθανότητα εμφάνισης του κινδύνου ρευστότητας. Ο κίνδυνος ρευστότητας διακρίνεται σε δύο κατηγορίες: στον κίνδυνο ρευστότητας της αγοράς και στον κίνδυνο χρηματοδότησης ρευστότητας. Ο πρώτος έχει να κάνει με τον κίνδυνο ρευστοποίησης που αντιμετωπίζει ο κάτοχος ενός τίτλου, ο οποίος δεν είναι σε θέση να ρευστοποιήσει τον τίτλο που κατέχει κοντά στην τιμή αγοράς του. Ενώ ο δεύτερος αναφέρεται στην αδυναμία άντλησης κεφαλαίων από έναν επενδυτή, με σκοπό την εκπλήρωση των υποχρεώσεων του.
- **Λειτουργικός κίνδυνος:** Ο λειτουργικός κίνδυνος ορίζεται ως ο κίνδυνος άμεσης ή έμμεσης ζημιάς που προκύπτει από ανεπαρκείς ή αποτυχημένες εσωτερικές διαδικασίες, ανθρώπους και συστήματα ή από εξωτερικά γεγονότα (Basel Committee, 2001). Με άλλα λόγια ο λειτουργικός κίνδυνος είναι μια απόρροια των λανθασμένων κινήσεων εντός της επιχείρησης. Τα λάθη αυτά μπορεί να διακριθούν σε 3 επίπεδα:
 1. Ανθρώπινα λάθη: όπου περιλαμβάνει τα λάθη που οφείλονται στον ανθρώπινο παράγοντα, όπως απειρία, σφάλματα και άλλα.
 2. Διαδικαστικά λάθη: όπου περιλαμβάνει τα λάθη στις διαδικασίες επίβλεψής και πρόβλεψής.
 3. Τεχνικά λάθη: όπου περιλαμβάνονται η χρησιμοποίηση λανθασμένων μοντέλων ή βλάβη αυτών στις δραστηριότητες της επιχείρησης.

1.1.4 Διαφοροποίηση Χαρτοφυλακίου¹

Πρόκειται για μια τεχνική που αποσκοπεί μέσω της τοποθέτησης χρημάτων σε διαφορετικές επενδύσεις που θα αποτελέσουν τελικά το χαρτοφυλάκιο, να γίνει διαχείριση του κινδύνου αυτού. Πιο συγκεκριμένα, οι επενδυτές που ακολουθούν αυτή την αρχή αγοράζουν μετοχές ή άλλα επενδυτικά προϊόντα, τα οποία έχουν διαφορετικούς κινδύνους το ένα με το άλλο με σκοπό τη μείωση του συνολικού κινδύνου που θα έχει το τελικό τους χαρτοφυλάκιο και την εξισορρόπηση των μεταβολών που μπορεί να προκύψουν στις αναμενόμενες αποδόσεις. Η αρχή της διαφοροποίησης διακρίνεται σε τρία είδη:

- a) Την κάθετη διαφοροποίηση
- b) Την οριζόντια διαφοροποίηση
- c) Την υπερβολική διαφοροποίηση

¹ <https://www.euretirio.com/diaforopoiisi-xartofylakiou/>

Στη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου ο κίνδυνος χωρίζεται σε δύο κατηγορίες, τον συστηματικό και τον μη-συστηματικό κίνδυνο. Ο δεύτερος αφορά αποκλειστικά τις μετοχές που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο και δεν επηρεάζεται από τις μεταβολές που συμβαίνουν στην αγορά, ενώ αντίθετα στην πρώτη κατηγορία κινδύνου (συστηματικός), ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου επηρεάζεται από την συμπεριφορά και τις μεταβολές της αγοράς. Όπως είναι αναμενόμενο, το βέλτιστο αποτέλεσμα όσον αφορά τον συστηματικό κίνδυνο για έναν επενδυτή είναι οι τιμές τους να είναι όσο πιο κοντά στο μηδέν, έτσι ώστε οι μετοχές του χαρτοφυλακίου να μην επηρεάζονται από αυτές της αγοράς (βλ. ενότητα 1.1.3: Κίνδυνος αγοράς).

Συμπερασματικά, θα μπορούσε να πει κανείς ότι ένας επενδυτής, που ακολουθεί την αρχή της διαφοροποίησης, επιλέγει έτσι τις μετοχές του ώστε να μπορέσει να μειώσει τις επιπτώσεις που προκαλούνται στο χαρτοφυλάκιο λόγω του συστηματικού και το μη-συστηματικού κινδύνου, και παράλληλα προσπαθήσει να βελτιστοποιήσει την αναμενόμενη απόδοση που θα έχει το χαρτοφυλάκιο του.

1.2 Η ΚΛΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Το 1952 ο Harry Markowitz μέσω της εργασίας του, ανέπτυξε μια θεωρία γύρω από την επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, η οποία αποτέλεσε τη βάση για τις επόμενες μεθόδους που ασχολούνται με την επιλογή χαρτοφυλακίου.

Έτσι ο Markowitz παρουσίασε ένα μοντέλο το οποίο αποσκοπούσε στην κατασκευή βέλτιστων χαρτοφυλακίων, τα οποία προσέφεραν στον επενδυτή τη βέλτιστη δυνατή απόδοση με το μικρότερο δυνατό κίνδυνο. Με άλλα λόγια, το προτεινόμενο μοντέλο προσέφερε στον επενδυτή ένα χαρτοφυλάκιο με την καλύτερη σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου.

Το μοντέλο που πρότεινε βασιζόταν σε τέσσερις βασικές παραδοχές:

- Κάθε επενδυτής αποφασίζει λαμβάνοντας υπόψη του την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο που έχουν οι μετοχές που θα επιλέξει.
- Κάθε επενδυτής έχει συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα απόφασης, με την έννοια ότι λειτουργεί λαμβάνοντας υπόψη του τα αποτελέσματα των μετοχών του στο τέλος μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου (έτος, 3-μηνό, κ.τ.λ.).
- Όλοι οι επενδυτές έχουν πλήρη πληροφόρηση για όλα όσα αφορούν τις μετοχές που καλούνται να επιλέξουν για το χαρτοφυλάκιο τους.
- Οι μετοχές που μπορούν να συμπεριληφθούν στο χαρτοφυλάκιο είναι άπειρες και δεν υπάρχει η έννοια του κόστους συναλλαγής.

1.2.1 Το μοντέλο του Harry Markowitz

Το μοντέλο της βέλτιστης επιλογής χαρτοφυλακίου ή μοντέλο Μέσου-Διακύμανσης που προτάθηκε από τον Markowitz παρουσιάζεται παρακάτω:

Έστω λοιπόν, R_j μια τυχαία μεταβλητή, η οποία αναπαριστά την απόδοση μιας μετοχής j και x_j το ποσοστό συμμετοχής της μετοχής j στο συνολικό χαρτοφυλάκιο. Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται μέσω του τύπου (βλ. ενότητα 1.1.2):

$$r(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n E(R_j)x_j, \quad (1.7)$$

Όσον αφορά τον αναμενόμενο κίνδυνο, υπολογίζεται ως η τυπική απόκλιση των αποδόσεων των μετοχών και δίνεται από τον μαθηματικό τύπο (βλ. ενότητα 1.1.3):

$$\sigma(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{E \left[\left\{ \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] \right\}^2 \right]}, \quad (1.8)$$

Με βάση όλα τα παραπάνω δημιουργείται το ακόλουθο πρόγραμμα τετραγωνικού προγραμματισμού:

$$\begin{aligned} \min: & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \\ \text{ύπο:} & \sum_{j=1}^n E(R_j) x_j \geq \rho \\ & \sum_{j=1}^n x_j = 1 \\ & 0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \dots, n., \quad (1.9) \end{aligned}$$

Όπου, ρ είναι μια παράμετρος, η οποία αναπαριστά την ελάχιστη απόδοση που επιδιώκει να λάβει ο επενδυτής, u_j το μέγιστο ποσοστό του κεφαλαίου που μπορεί να επενδυθεί σε κάθε χρεόγραφο και σ_{ij} η συνδιακύμανση μεταξύ των αποδόσεων μετοχών, η οποία και δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_{ij} = E[(R_i - E(R_i))(R_j - E(R_j))]. \quad (1.10)$$

1.2.2 Τα προβλήματα του μοντέλου

Παρά την μεγάλη απήχηση που έχει το προτεινόμενο μοντέλο, τα προβλήματα που αντιμετωπίζει είναι αρκετά και σημαντικά. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποια εκ των βασικότερων προβλημάτων του μοντέλου του καθώς και μια σύντομη περιγραφή αυτών.

1. Υψηλός υπολογιστικός φόρτος: Για την κατασκευή του μοντέλου του Markowitz με βάση τα παραπάνω θα πρέπει να υπολογιστούν για κάθε μετοχή η απόδοση και ο κίνδυνος της ξεχωριστά και οι $\frac{n(n+1)}{2}$ συνδιακυμάνσεις για τα ζεύγη των μετοχών που θα συμπεριληφθούν τελικά στο χαρτοφυλάκιο. Έτσι για παράδειγμα έστω ένας επενδυτής αποφασίσει να συμπεριλάβει στο χαρτοφυλάκιο του 500 μετοχές, τότε σύμφωνα με το μοντέλο του μέσου-διακύμανσης θα πρέπει να υπολογιστούν $500 + 500 + \frac{500(500+1)}{2} = 126.500$ στοιχεία για τις μετοχές. Όπως είναι αναμενόμενο για τον υπολογισμό απαιτείται μεγάλη έκταση χώρου και μνήμη και επιπλέον το πρόβλημα του τετραγωνικού προγραμματισμού που δημιουργείται απαιτεί το σχεδιασμό πινάκων μεγάλων διαστάσεων πράγμα που κάνει δύσκολη την επίλυσή του.
2. Αντιλήψεις των επενδυτών: Σύμφωνα με τους Kroll et. al. (1984), πολλοί από τους επενδυτές δεν συμφωνούν με τη θεώρηση ότι ο κίνδυνος μπορεί να ταυτιστεί ως η τυπική απόκλιση. Έτσι δεν είναι ικανοποιημένοι με μία μικρή ή ακόμα και αρνητική απόδοση για το χαρτοφυλάκιο τους, κάτι που έχει σαν αποτέλεσμα η συμπεριφορά τους απέναντι στον κίνδυνο να μην είναι συμμετρική όσον αφορά τον κίνδυνο. Αυτό αντίκειται στη θεώρηση του μοντέλου, το οποίο θεωρεί ότι η συμπεριφορά των επενδυτών ακολουθεί την κανονική κατανομή.
3. Κόστος διαχείρισης: Κατά την υλοποίηση του αλγορίθμου του μοντέλου Μέσου-Διακύμανσης, προκύπτει μια βέλτιστη λύση, η οποία περιέχει τα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών που θα συμπεριληφθούν στο χαρτοφυλάκιο. Έτσι, όσο περισσότερες οι μετοχές που θα συμπεριληφθούν τόσο μικρότερα και τα ποσοστά συμμετοχής τους. Για παράδειγμα, αν σε ένα χαρτοφυλάκιο αποφασιστεί μέσω του μοντέλου αυτού να συμπεριληφθούν 500 μετοχές, τότε τα ποσοστά συμμετοχής τους θα είναι αρκετά μικρά. Αυτό προφανώς θα δημιουργήσει πρόβλημα στον επενδυτή αυτού του χαρτοφυλακίου λόγω του κόστους που απαιτείται για να αγοράσει τις μετοχές που θα απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο που του προτείνεται.

Παρά όμως τα προβλήματα που προαναφέρθηκαν, το μοντέλο του Markowitz συνεχίζει ακόμα και σήμερα να έχει πολύ μεγάλη απήχηση, και μάλιστα αποτελεί τη βάση για όλα τα μοντέλα κατασκευής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων.

1.3 ΜΕΤΡΑ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Κατά την διάρκεια των ετών πολλοί ερευνητές στην προσπάθειά τους να επιλύσουν τα προβλήματα που αντιμετωπίζει η κλασική θεωρία χαρτοφυλακίου, πρότειναν διάφορες εναλλακτικές μέτρησης τόσο του κινδύνου όσο και της απόδοσης. Έτσι, προέκυψαν ανάλογα τις μεθόδους που προτάθηκαν και διαφορετικά μετρά στον υπολογισμό των δύο αυτών βασικών μεγεθών. Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά κάποια από τα σημαντικότερα μέτρα που χρησιμοποιήθηκαν.

1.3.1 Μέτρα κινδύνου

Όσον αφορά τα μέτρα κινδύνου τα σημαντικότερα που χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα είναι τα στατιστικά μέτρα. Είναι πολύ χρήσιμα διότι δίνουν όλα τα αποτελέσματα μέσω της δημιουργίας κατανομών πιθανοτήτων όμως πολλές φορές παρά την χρησιμότητά τους, είναι πολύ δύσκολος ο υπολογισμός τους. Τα μέτρα αυτά είναι τα εξής:

- Τυπική απόκλιση: Το συγκεκριμένο μέτρο είναι αυτό που χρησιμοποιείται στο μοντέλο του Μέσου-Διακύμανσης για τον υπολογισμό του κινδύνου του χαρτοφυλακίου (βλ. ενότητα 1.2)
- Συντελεστής β: Ο συντελεστής κινδύνου β ή αλλιώς συστηματικός κίνδυνος, δείχνει το πόσο επηρεάζεται ένα χαρτοφυλάκιο στις μεταβολές της αγοράς. (βλ. ενότητα 1.1.3), ενώ ο τύπος υπολογισμού του είναι:

$$\beta = \frac{cov(R_p, R_m)}{\sigma_m^2}, (1.11)$$

Όπου $cov(R_p, R_m)$ είναι η συνδιακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου με την απόδοση της αγοράς και σ_m^2 η διακύμανση της αγοράς.

- Ημι-Διακύμανση (SV): Το συγκεκριμένο μέτρο κινδύνου προτάθηκε από τους Markowitz et. al. (1993). Η διαφορά του μέτρου αυτού από αυτό της διακύμανσης είναι ότι το συγκεκριμένο λαμβάνει υπόψη του μόνο την υπο-απόδοση μιας μετοχής. Ο τύπος που υπολογίζει το εν λόγω μέτρο για δεδομένες αποδόσεις μίας μετοχής i σε μία χρονική περίοδο T είναι:

$$SV_i = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T [\min\{r_{ti} - E(R_i), 0\}]^2, (1.12)$$

- Value-at-Risk (VaR): Το μέτρο αυτό υπολογίζει τη ζημία που θα έχει το χαρτοφυλάκιο, σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα και για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Το επίπεδο εμπιστοσύνης, συμβολίζεται συνήθως με το γράμμα α και αποτελεί ουσιαστικά την πιθανότητα η ζημία να μην περάσει την τιμή που υπολογίζεται από τον δείκτη της αξίας σε κίνδυνο (VaR).

Για τον υπολογισμό του εν λόγω μέτρου γίνεται η βασική θεώρηση ότι η απόδοση ακολουθεί κανονική κατανομή, και βάσει αυτής της θεώρησης ο δείκτης υπολογίζεται ως εξής:

$$VaR = -(\mu + Z^* \sigma) S_o, (1.13)$$

Όπου μ είναι η μέση τιμή του χαρτοφυλακίου, Z η πιθανότητα που προκύπτει από τον πίνακα κανονικής κατανομής για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης α , σ η τυπική απόκλιση και S_o είναι η παρούσα αξία του χαρτοφυλακίου.

- Μέση απόλυτη απόκλιση (MAD): Το μέτρο αυτό θεωρεί τον κίνδυνο ως τη μέση τιμή της απόλυτης τιμής της τυπικής απόκλισης. Έτσι το μέτρο του κινδύνου που προτάθηκε το 1991 από τους Konno & Yamazaki ήταν:

$$MAD_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |r_{it} - E(R_i)|, (1.14)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο περιγράφεται αναλυτικά στην επόμενη ενότητα (ενότητα 2.2.1 Μοντέλο Μέσης Απόλυτης Απόκλισης (Mean Absolute Deviation)).

- Υπό συνθήκη Αξία σε Κίνδυνο (CVaR): Το συγκεκριμένο μέτρο κινδύνου αντιμετωπίζει αρκετά ζητήματα που έχει η Αξία σε Κίνδυνο (VaR) (Rockafellar & Uryasev, 2000). Ορίζεται ως η αναμενόμενη ζημία που υπερβαίνει τη VaR και δίνεται από τον τύπο:

$$CVaR = \eta + \frac{1}{T(1 - \alpha)} \sum_{i=1}^T d_i, (1.15)$$

Όπου d_i είναι μια τυχαία μεταβλητή που αναφέρεται στις ζημίες του χαρτοφυλακίου, α το επίπεδο εμπιστοσύνης ή αλλιώς η πιθανότητα και η το ελάχιστο ποσό, τέτοιο ώστε με πιθανότητα α η απώλεια να μην το υπερβαίνει (Quaranta & Zaffaroni, 2008). Το μέτρο της υπό συνθήκη Αξίας σε Κίνδυνο αναλύεται στην επόμενη ενότητα (ενότητα 2.2.2 Μοντέλο Υπό-Συνθήκη Value at Risk (CVaR)).

1.3.2 Μέτρα απόδοσης

Ως μέτρα απόδοσης εννοούνται τα μέτρα εκείνα τα οποία υπολογίζουν την απόδοση μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου σε όρους κινδύνου. Τα μέτρα αυτά είναι γνωστά στην βιβλιογραφία και ως μέτρα απόδοσης προσαρμοσμένα στον κίνδυνο και τα πιο γνωστά είναι:

- Δείκτης Sharpe: Ο δείκτης αυτός υπολογίζει την απόδοση του χαρτοφυλακίου λαμβάνοντας υπόψη την τυπική απόκλιση της επένδυσης. Ο δείκτης του Sharpe λοιπόν δίνεται από τον τύπο:

$$sharpe = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}, (1.16)$$

Όπου, $R_p - R_f$ είναι η διαφορά μεταξύ της πραγματοποιηθείσας απόδοσης του χαρτοφυλακίου από την απόδοση του χαρτοφυλακίου χωρίς κίνδυνο.

Πάνω στο δείκτη του Sharpe έχει βασιστεί και το μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών περιουσιακών στοιχείων ή αλλιώς The Capital Asset Pricing Model (CAPM). Το CAPM αναπτύχθηκε από τον Sharpe και χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα για την λήψη χρηματοοικονομικών

αποφάσεων (Sharpe William F., 1964). Το μοντέλο αυτό ουσιαστικά αντικατοπτρίζει τη διαδικασία κατά την οποία δημιουργείται ισορροπία.

- Δείκτης Treynor: Ο δείκτης αυτός είναι παρόμοιος με αυτόν του Sharpe με την διαφορά ότι ο συγκεκριμένος χρησιμοποιεί το συστηματικό κίνδυνο αντί της τυπικής απόκλισης που χρησιμοποιεί ο προηγούμενος. Ο τύπος υπολογισμού του δείκτη δίνεται από τη σχέση:

$$treynor = \frac{R_p - R_f}{\beta}, (1.18)$$

Όπου, β ο συντελεστής του συστηματικού κινδύνου (Treynor J., 1965).

Στον εν λόγω δείκτη απαιτούνται υψηλές τιμές, διότι αυτό σημαίνει ότι το χαρτοφυλάκιο θα έχει απόδοση υψηλότερη του συστηματικού κινδύνου.

- Δείκτης Jensen: Ο συγκεκριμένος δείκτης δείχνει την επιπλέον απόδοση που παρουσιάζει ένα χαρτοφυλάκιο κατά μέσο όρο σε σύγκριση με ένα άλλο ίδιου συστηματικού κινδύνου και υπολογίζεται μέσω του τύπου (Jensen, 1968):

$$\alpha = R_p - R_f - [(R_m - R_f)\beta] \quad (1.19).$$

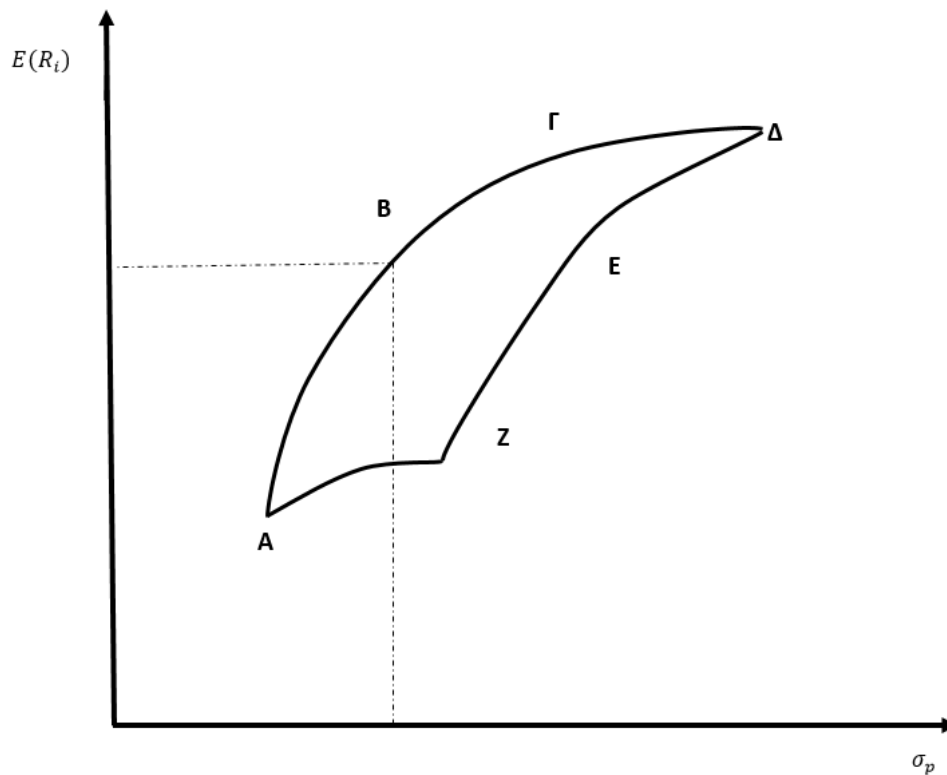
1.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ

Με βάση όλα τα παραπάνω μπορεί να δοθεί ο ορισμός των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων. Ένα χαρτοφυλάκιο λοιπόν θα είναι αποτελεσματικό για έναν επενδυτή, όταν για δεδομένο επίπεδο κινδύνου του παρέχει την μέγιστη δυνατή απόδοση και αντιστρόφως (Markowitz H., 1952).

Έτσι ένας επενδυτής καλείται να επιλέξει μεταξύ των διαφόρων αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων που του προτείνονται εκείνο που ικανοποιεί σε μεγαλύτερο βαθμό τις απαιτήσεις του. Πιο συγκεκριμένα καλείται να επιλέξει το χαρτοφυλάκιο εκείνο που θα του προσφέρει τη μέγιστη δυνατή απόδοση για δεδομένο κίνδυνο και τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης.

Ανάλογα το μοντέλο κατασκευής βέλτιστων χαρτοφυλακίων που χρησιμοποιείται παράγεται και ένα σύνολο αποτελεσματικών που θα κληθεί να επιλέξει ο επενδυτής. Παρακάτω φαίνεται σχηματικά ένα παράδειγμα με το σύνολο των εφικτών χαρτοφυλακίων που παράγονται μέσω του μοντέλου Μέσου-Διακύμανσης.

Σχήμα 1.1: Σύνολο εφικτών χαρτοφυλακίων.



Αποτελεσματικά είναι εκείνα τα χαρτοφυλάκια, τα οποία υπερέχουν όλων των άλλων. Έτσι τα χαρτοφυλάκια A,B,Γ,Δ,E αποτελούν τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια που προτείνονται στον επενδυτή. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα χαρτοφυλάκια Η και Θ θεωρούνται βέλτιστα, όμως είναι υποδεέστερα των A,B,Γ,Δ,E, διότι για δεδομένο επίπεδο κινδύνου, δίνουν μικρότερη απόδοση χαρτοφυλακίου. Συνεπώς δεν μπορούν να θεωρηθούν αποτελεσματικά για τον επενδυτή.

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

2.1 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Παρακάτω παρουσιάζονται ενδεικτικά κάποιες μελέτες που έχουν γίνει τα προηγούμενα έτη, και οι οποίες αφορούν σε συγκρίσεις μεταξύ μοντέλων κατασκευής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων (Πίνακας 2.1).

Πίνακας 2.1: Συγκριτικές έρευνες μοντέλων βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων

Συγγραφείς	Ταυτότητα Δείγματος	Πηγή Δεδομένων	Συγκρινόμενα Μοντέλα	Αποτελέσματα
Angelelli et. al. (2008)	4 σετ μετοχών 1° (200 μετοχές) 2° (300 μετοχές) 3° (400 μετοχές) 4° (600 μετοχές) (1991-2001)	Ευρωπαϊκά Χρηματιστήρια Αξιών	MAD – CVaR	Το μοντέλο του CVaR απαιτεί μεγαλύτερο υπολογιστικό χρόνο για την υλοποίηση του αντί του MAD, όμως δίνει πιο σταθερά αποτελέσματα όσον αφορά τις συνθέσεις και επίσης προτιμάται σε ασταθείς ή αρνητικές αγορές
Cesarone et.al. (2015)	Δεδομένα για 3011 τίτλους από 5 χρηματιστηριακούς δείκτες (2003-2008)	EuroStoxx (47 τίτλοι) FTSE 100 (76 τίτλοι) MIBTEL (221 τίτλοι) S&P 500 (476 τίτλοι) NASDAQ (2191 τίτλοι).	LACVaR – MSAD- LAM	Προτείνεται η χρήση των μεικτών ακέραιων γραμμικών μοντέλων αντί των μικτών ακέραιων τετραγωνικών. Δεν προκύπτει υπεροχή κάποιου μοντέλου, όμως οι συνθέσεις των χαρτοφυλακίων που προκύπτουν φαίνεται να αποδίδουν καλύτερα έναντι των ισόβαρών συνθέσεων χαρτοφυλακίων
DeMiguel et al. (2009)	7 εμπειρικά σύνολα δεδομένων μηνιαίων αποδόσεων	7 Χρηματιστηριακοί Δείκτες	Σύγκριση των αποδόσεων 14 διαφορετικών μοντέλων με το μοντέλο που λειτουργεί με τον κανόνα 1/N σε σχέση με	Τα μοντέλα βελτιστοποίησης που εξετάστηκαν δεν έδωσαν αποτελέσματα καλύτερα σε σχέση με το απλό μοντέλο του κανόνα 1/N. Για να αξιολογηθεί η απόδοση μιας στρατηγικής, μέχρι ένα σημείο ελέγχου είναι

			διάφορους δείκτες.	προτιμότερος ο κανόνας 1/N από τα μοντέλα βελτιστοποίησης. Για τη βελτιστοποίηση των χαρτοφυλακίων προτείνουν την χρήση όχι μόνο στατιστικών στοιχείων αλλά και επιπλέον πληροφοριών για τις αποδόσεις.
Gilli & Schumann (2011)	35 περίοδοι εξέτασης για 500 τίτλους (1999-2007)	Dow Jones STOXX	Σύγκριση αποδόσεων in-sample μετοχών και out-off-sample μέσω ευρετικών μεθόδων	Δεν υπάρχει μονότονη σχέση μεταξύ των δύο δειγμάτων, όμως κατά μέσο όρο αν μια μετοχή είναι αποδοτική στο ένα είναι και στο άλλο δείγμα. Οι ευρετικές μέθοδοι προτιμώνται διότι δίνουν μεγαλύτερη ελευθερία και γιατί συμβάλουν στην βελτίωση του πραγματικού προβλήματος.
Guastaroba et. al. (2011)	Δείγμα 100 τίτλων του δείκτη/ δείγμα 2 ετών (104 παρατηρήσεις) και δείγμα 1 έτους (54 παρατηρήσεις) (2005)	Χρηματιστήρι ο Αξιών Λονδίνου (FTSE)	CVaR(β) [Ben-Tal & Nemirovski (1999)]- CVaR(β) [Bertisam & Sim]	Τα αποτελέσματα των χαρτοφυλακίων τείνουν να έχουν την ίδια συμπεριφορά, με μια γενική καλύτερη απόδοση να παρουσιάζει το πρώτο μοντέλο σύγκρισης.
Hu & Zhang (2010)	Δεδομένα για 300 τίτλους κινέζικων μετοχών (1999-2008)	Χρηματιστήρι ο Αξιών Κίνας	MAD – CVaR – MV- Minimax (MM)	Τα μοντέλα αποδίδουν εξίσου καλά, όμως δίνουν μεγαλύτερο κίνδυνο από αυτό της αγοράς και γι 'αυτό προτείνεται η παράλληλα η χρήση μιας μεθόδου διαχείρισης του συστηματικού κινδύνου. Από όλα τα μοντέλα το MM παρουσιάζει καλύτερη ικανότητα διαφοροποίησης σε σχέση με τα υπόλοιπα.
Jobst et. al. (2000)	Χρήση 60 μηνιαίων αποδόσεων για	FTSE 100	BUY-IN, CARD, LOT με τη χρήση	Η χρήση μιας ακέραιας ευρετικής μεθόδου φαίνεται να είναι αρκετά αποτελεσματική

	30 μετοχές. (1994-1999)		Μεικτού Ακέραιου Τετραγωνικού Προγραμματισμ ού	στην δημιουργία χαρτοφυλακίων. Παρόλα αυτά σε πραγματικές συνθήκες, το κύριο ζήτημα είναι η δημιουργία ενός τμήματος απόδοσης-κινδύνου, στο οποίο να μπορεί να γίνει αποτελεσματικά η κατασκευή των χαρτοφυλακίων.
Krokhmal et. al. (2001)	Δεδομένα για 10 εργάσιμες μέρες και δεδομένα για 500 εργάσιμες ημέρες (1997-1999)	S&P 100	CVaR – Mean Variance(MV)	Τα αποτελέσματα των δύο μοντέλων εμφάνισαν αρκετές ομοιότητες. Παρόλα αυτά οι συγγραφείς δηλώνουν ότι αυτό δεν σημαίνει ότι τα δύο μοντέλα λειτουργούν έτσι σε όλους του τύπους χαρτοφυλακίων.
Mansini et. al. (2003)	Δεδομένα μετοχών για 4 ετήσιες περιόδους (1994-1998)	Χρηματιστήρι ο Αξιών Μιλάνου	Μοντέλα τύπου MAD – CVaR - MV - GMD	Τα γραμμικά μοντέλα δίνουν μια σταθερή διαφοροποίηση σε σχέση με αυτή του MV. Τα μοντέλα τύπου MAD, ομοίως με το MV, δίνουν μεγαλύτερες αποδόσεις αλλά και αυξημένο κίνδυνο, σε αντίθεση με τα GMD και CVaR που κυμαίνονται σε πιο σταθερούς συνδυασμούς αυτών
Rodriguez & Luque (2010)	Δημιουργία 156 περιπτώσεων χαρτοφυλακίων (2004)	Χρηματιστήρι ο Αξιών Ισπανίας IBEX 35	STEM – DM	Τα δύο μοντέλα σε βαθμό 88.5% έδιναν καλύτερες, 5.1% ίδιες και 6.4% χειρότερες προβλέψεις αντίστοιχα. Επίσης οι συνθέσεις και των δύο μοντέλων ήταν πολύ κοντά στα δεδομένα του χρηματιστηρίου αξιών.

Όπως φαίνεται και στον παραπάνω πίνακα, οι μελετητές προσπαθούν να βρουν το μοντέλο εκείνο το οποίο υπερτερεί των άλλων όσον αφορά τα αποτελέσματα του και θα προβλέπει καλύτερα τις μεταβολές της αγοράς. Τα μοντέλα που κυριαρχούν παραπάνω είναι αυτό της υπό συνθήκης αξίας σε κίνδυνο (CVaR) και της Μέσης Απόλυτης Απόκλισης (MAD). Στην πλειονότητα των περιπτώσεων τα μοντέλα συγκρίνονται ως προς την απόδοση και τον κίνδυνο των χαρτοφυλακίων που σχηματίζουν αλλά και ως προς τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το μοντέλου του Markowitz.

Συνοπτικά μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα:

- Τα μοντέλα στην πλειοψηφία τους δίνουν πολύ κοντινά μεταξύ τους καθώς και με το κλασικό μοντέλο (MV) αποτελέσματα, χωρίς όμως αυτό να συνεπάγεται και το γεγονός ότι λειτουργούν με τον ίδιο τρόπο. Αυτό συμβαίνει διότι στις έρευνες που πραγματοποιήθηκαν οι συγγραφείς τονίζουν ότι αν παραλλαχθούν τα δείγματα που εξετάζονται τότε τα μοντέλα είναι πολύ πιθανό να μην λειτουργούν με τον ίδιο τρόπο (Krokhmal et al., 2001).
- Τα γραμμικά μοντέλα προτιμώνται σε περιπτώσεις κατασκευής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων, διότι παράγουν πιο σταθερά αποτελέσματα διαφοροποίησης σε σύγκριση με το μοντέλο του Μέσου-Διακύμανσης (Mansini et. al., 2003). Από τα μοντέλα αυτά φαίνεται ότι το Minimax παρουσιάζει την καλύτερη ικανότητα διαφοροποίησης (Hu & Zhang, 2010).
- Ένα απλό μοντέλο που ακολουθεί τον κανόνα $1/N$, το οποίο δεν λειτουργεί ως μοντέλο βελτιστοποίησης φαίνεται να παράγει παρόμοια αποτελέσματα με διάφορα μοντέλα βελτιστοποίησης, όσον αφορά διάφορους τύπου κινδύνου και απόδοσης, και μάλιστα φαίνεται λόγω του μικρού υπολογιστικού φόρτου να προτιμάται έως ένα σημείο για την αξιολόγηση της αποδοτικότητας μιας στρατηγικής (DeMiguel et al. 2009).
- Οι ευρετικές μέθοδοι βοηθούν περισσότερο τον αναλυτή σε θέματα που αφορούν την βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου, διότι του δίνουν μεγαλύτερη ελευθερία απόφασης, καθώς επίσης και διότι δεν επιδιώκουν την βελτιστοποίηση του μοντέλου που χρησιμοποιείται, αλλά συμβάλουν στη βελτίωση του πραγματικού προβλήματος (Gilli & Schumann, 2011).
- Τέλος, φαίνεται παρόλα τα μοντέλα που έχουν δημιουργηθεί, σε πραγματικές συνθήκες, το κύριο ζήτημα είναι η δημιουργία ενός τμήματος απόδοσης-κινδύνου, στο οποίο να μπορεί να γίνει αποτελεσματικά η κατασκευή των χαρτοφυλακίων (Jobst et al., 2000).

Παρόλες τις έρευνες που έχουν γίνει πάνω στο θέμα και τα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί από αυτές, υπάρχει ένα πολύ σημαντικό ζήτημα που αντιμετωπίζουν όλοι οι ερευνητές. Το ζήτημα αυτό έχει να κάνει , όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, με το γεγονός ότι όλες οι έρευνες εστιάζουν στην απόδοση που θα προκύψει αυτή καθαυτή και μάλιστα ενδιαφέρονται περισσότερο για τη βελτιστοποίηση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου.

Στη συγκεκριμένη εργασία γίνεται μια προσπάθεια να αντιμετωπισθεί αυτό τα πρόβλημα. Πιο συγκεκριμένα μέσω της υλοποίησης τεσσάρων μοντέλων κατασκευής βέλτιστων χαρτοφυλακίων γίνεται η αξιολόγηση τους συνυπολογίζοντας ταυτόχρονα και την απόδοση αλλά και τον κίνδυνο καθώς και η εξέταση των αποτελεσμάτων που παράγουν στο σύνολο τους και όχι μεμονωμένα.

2.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Στην εν λόγω εργασία χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα μοντέλα κατασκευής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Πρόκειται για το μοντέλο που περιγράφει την κλασική θεωρία του χαρτοφυλακίου ή αλλιώς το μοντέλο του Μέσου-Διακύμανσης, το οποίο περιεγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, το μοντέλο της Μέσης Απόλυτης Απόκλισης (MAD), το μοντέλο της υπό συνθήκη αξίας σε κίνδυνο (CVaR), καθώς και το μοντέλο του πολυκριτήριου συνδυασμού των δύο παραπάνω. Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά τα τρία μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν.

2.2.1 Μοντέλο Μέσης Απόλυτης Απόκλισης (Mean Absolute Deviation)

Το 1988 οι Konno & Yamazaki σε μία προσπάθεια τους να επιλύσουν τα προβλήματα που δημιουργούνται από το μοντέλο του Μέσου-Διακύμανσης, πρότειναν το μοντέλο της Μέσης Απόλυτης Απόκλισης, το οποίο χρησιμοποιούσε ένα καινούργιο μέτρο κινδύνου.

Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, ο κίνδυνος ορίζεται ως η μέση τιμή της απόλυτης τιμής της τυπικής απόκλισης. Έτσι το μέτρο του κινδύνου που προέκυψε με βάση τα παραπάνω για ένα χαρτοφυλάκιο ήταν:

$$MAD_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |r_{it} - E(R_i)|, \quad (2.1)$$

όπου r_{it} αναπαριστά την τιμή της τυπικής απόκλισης της κάθε μετοχής που συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο και x_i το ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής. Έτσι χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο μέτρο για τον υπολογισμό του κινδύνου δημιουργήθηκε το παρακάτω μοντέλο:

$$\begin{aligned} & \min MAD_i \\ & \text{ύπο: } \sum_{i=1}^n E(R_i)x_i \geq \rho \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & 0 \leq x_i \leq u_i, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Το πρόβλημα, λόγω του απολύτου που περιέχει στην αντικειμενική συνάρτηση αποτελεί πρόβλημα μη γραμμικού προγραμματισμού, το οποίο είναι δύσκολο να επιλυθεί. Έτσι, οι (Konno & Yamazaki, 1991) μετέτρεψαν το παραπάνω πρόβλημα σε ένα ισοδύναμο γραμμικού προγραμματισμού, το οποίο και αποτελεί το τελικό μοντέλο της Μέσης Απόλυτης Απόκλισης:

$$\begin{aligned}
& \min \left(\sum_{t=1}^T y_t \right) / T \\
& \text{ύπο: } y_t + \sum_{i=1}^n r_{it} x_i \geq 0, \quad t = 1, \dots, T \\
& y_t - \sum_{i=1}^n r_{it} x_i \geq 0, \quad t = 1, \dots, T \\
& \sum_{j=1}^n E(R_i) x_i \geq \rho \\
& \sum_{j=1}^n x_i = 1 \\
& 0 \leq x_i \leq u_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.3)
\end{aligned}$$

Το τελικό μοντέλο της Μέση Απόλυτης Απόκλισης συγκρινόμενο με το μοντέλο του Markowitz παρουσιάζει κάποια πλεονεκτήματα. Αρχικά, δεν χρειάζεται να υπολογιστεί ο πίνακας συνδιακύμανσης των μετοχών, και συνεπώς μειώνεται σε πολύ μεγάλο βαθμό ο υπολογιστικός φόρτος του μοντέλου. Δεύτερον, το πρόβλημα μοντελοποιείται μέσω γραμμικού προγραμματισμού, το οποίο κάνει την επίλυση του πιο εύκολη σε σχέση με το πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού του Markowitz. Τέλος, άλλο ένα πλεονέκτημα του μοντέλου είναι ότι τα ποσοστά συμμετοχής που προκύπτουν είναι καλύτερα σε σχέση με το μοντέλο του Μέσου-Διακύμανσης, μιας και δημιουργεί χαρτοφυλάκια μέχρι $2T+2$ μετοχών και έτσι δεν παρατηρούνται χαρτοφυλάκια με πολύ μικρά ποσοστά συμμετοχής σε μετοχές.

2.2.2 Μοντέλο Υπό συνθήκη Value at Risk (CVaR)

Το συγκεκριμένο μοντέλο αποτελεί μια επέκταση του μοντέλου υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο (VaR). Σύμφωνα με τους (Rockafellar & Uryasev, 2001) η CVaR είναι σε θέση να ποσοτικοποιήσει τον κίνδυνο που υπολογίζει η VaR, και επιπλέον έχει συνοχή. Γενικότερα η υπό συνθήκη αξία σε κίνδυνο μπορεί να θεωρηθεί ως η αναμενόμενη ζημία που υπερβαίνει τη VaR. Επιπλέον, μπορεί μέσω του γραμμικού προγραμματισμού να βελτιστοποιηθεί πιο εύκολα η διαδικασία κατασκευής βέλτιστων χαρτοφυλακίων σε σύγκριση με την απλή VaR, γεγονός που την κάνει πιο κατανοητή.

Το γραμμικό πρόγραμμα, με το οποίο υλοποιείται το μοντέλο αναφέρεται παρακάτω (Dounpos & Zorounidis, 2014):

$$\begin{aligned} \min \eta + \frac{1}{T(1-a)} \sum_{t=1}^T d_t \\ \text{υπό: } \sum_{i=1}^n x_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^n x_i r_i &\geq R \\ \eta + \sum_{j=1}^n r_{ti} x_i + d_t &\geq 0 \\ d_i &\geq 0, \quad t = 1, \dots, T \\ w_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Όπου d_t είναι μια μεταβλητή που αναφέρεται στις ζημίες του χαρτοφυλακίου που υπερβαίνουν τη VaR η , και a το επίπεδο εμπιστοσύνης (Quaranta & Zaffaroni, 2008).

Τα πλεονεκτήματα του μοντέλου της υπό συνθήκη αξίας σε κίνδυνο σε σχέση με την μέθοδο της αξίας σε κίνδυνο αναφέρονται παρακάτω:

- Η VaR είναι δύσκολο να βελτιστοποιηθεί αριθμητικά όταν οι απώλειες δεν είναι κανονικά κατανομημένες, σε αντίθεση με την CVaR.
- Η CVaR μπορεί να υλοποιηθεί με την χρήση κυρτού και γραμμικού προγραμματισμού σε αντίθεση με την VaR που δεν μπορεί εύκολα να υλοποιηθεί με τέτοιες μεθόδους.
- Η γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων της CVaR αποδίδει μια κυρτή συνάρτηση, γεγονός που την κάνει αρκετά δημοφιλή στις διαδικασίες κατασκευής και επιλογής χαρτοφυλακίων. Αυτό συμβαίνει διότι λόγω της κυρτότητας, παράγεται ένα ολικό ακρότατο για την συνάρτηση, ενώ σε τέτοιες περιπτώσεις η VaR παρουσιάζει πολλές φορές ασυνέχειες (Sarykalin et al., 2014).
- Τέλος, το εν λόγω μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί ένα συνεπές μέτρο μέτρησης κινδύνου μιας και ικανοποιεί όλα τα κριτήρια που πρέπει να ικανοποιούν τα εν λόγω μέτρα. Δηλαδή, τα μέτρα της μονοτονίας, της

γραμμικής ομογένειας, της μετάθεσης και της υπεπροσθετικότητας (Artzner et al., 1999).

2.2.3 Μοντέλο πολυκριτήριου συνδυασμού MAD-CVaR

Τα τελευταία χρόνια χάρη στην εξέλιξη της τεχνολογίας έχει παρατηρηθεί μια αύξηση των ερευνών που χρησιμοποιούν πολυκριτήρια μοντέλα με σκοπό την κατασκευή βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Αυτό συμβαίνει διότι τα πολυκριτήρια μοντέλα επιτρέπουν στο χρήστη να ενσωματώσει στην ανάλυση του πολλαπλά μέτρα κινδύνου και κριτήρια επιλογής, τα οποία θα περιγράφουν καλύτερα τις προτιμήσεις του (Douplos & Zorounidis, 2014). Οι έρευνες που έχουν γίνει ποικίλουν ως προς τον συνδυασμό των μοντέλων που χρησιμοποιούν, όπως για παράδειγμα ο συνδυασμός Var και CVaR (Krink & Paterlini, 2011 & Roman et al., 2007), το μοντέλο της Μέσης Απόλυτης Απόκλισης (Ogryczak, 2000) και η χρήση του μέτρου του συστηματικού κινδύνου (Xidonas et al., 2010).

Στη εργασία αυτή το τελευταίο μοντέλο βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκε είναι ένα πολυκριτήριο μοντέλο, το οποίο συνδυάζει τα δύο προαναφερθείσα μοντέλα. Πιο συγκεκριμένα το μοντέλο, πραγματοποιεί τρία επιμέρους κριτήρια βελτιστοποίησης. Το ένα αναφέρεται μοντέλο της Μέσης Απόλυτης Απόκλισης (MAD), το άλλο στο μοντέλο της υπό συνθήκης αξίας σε κίνδυνο (CVaR) και το τρίτο βελτιστοποιεί το πρόβλημα χρησιμοποιώντας ως κριτήριο απόφασης την απόδοση. Οι βελτιστοποιήσεις αυτές συνδυάζονται και το αποτέλεσμα είναι μια τρισδιάστατη απεικόνιση των περιοχών των βέλτιστων χαρτοφυλακίων σε όρους κινδύνου ως προς MAD και CVaR αντίστοιχα στους δύο οριζόντιους άξονες και απόδοσης στον κάθετο (που είναι αποτέλεσμα δύο βελτιστοποιήσεων ταυτόχρονα).

Το συγκεκριμένο μοντέλο υλοποιείται έχοντας ως βάση το παρακάτω πρόβλημα συμβιβαστικού προγραμματισμού (Δούμπος Μ., 2009):

$$\begin{aligned} \min a + \rho \sum_{i=1}^k [f^{**} - f_i(x)] \\ \text{υπό: } a \geq w_i [f^{**} - f_i(x)], \forall i = 1, 2, \dots, k \\ x \in A, a \geq 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Όπου ρ είναι μια μικρή θετική σταθερά και f^{**} το υπερ-ιδεατό σημείο, δηλαδή το αποτέλεσμα του αθροίσματος του ιδεατού σημείου με ένα διάνυσμα με αυστηρά θετικά στοιχεία. Να σημειωθεί ότι το ιδεατό σημείο είναι ουσιαστικά το μέγιστο των αντικειμενικών συναρτήσεων $f_i(x)$, του μοντέλου.

Το εν λόγω μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί αρκετά αποτελεσματικότερο σε σύγκριση με τα υπόλοιπα τρία που αναφέρονται παραπάνω, διότι καταφέρνει να κατασκευάσει χαρτοφυλάκια επενδύσεων λαμβάνοντας υπόψη τα δύο μέτρα κινδύνου, ταυτόχρονα.

2.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Τα μοντέλα που αναλύθηκαν προηγουμένως χρησιμοποιήθηκαν ως εξής: Το κάθε ένα μοντέλο υλοποιείται για κάθε περίοδο εξέτασης σε τρεις φάσεις.

Στην πρώτη φάση το μοντέλο που εξετάζεται λαμβάνει δεδομένα για τις αποδόσεις μετοχών για ένα έτος και μέσω της βελτιστοποίησης παράγει μια καμπύλη με 20 βέλτιστα χαρτοφυλάκια. Η καμπύλη αυτή θα αναφέρεται ως Historical και θα περιλαμβάνει τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια με βάση τα παρελθοντικά στοιχεία των μετοχών που χρησιμοποιούνται στη φάση του σχεδιασμού, δηλαδή των στοιχείων που είναι διαθέσιμα μέχρι τη στιγμή της επένδυσης. Με άλλα λόγια, η συγκεκριμένη καμπύλη απεικονίζει την πρόβλεψη των μελλοντικών αποτελεσμάτων χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα στοιχεία.

Στη δεύτερη φάση παράγεται μια καμπύλη, η οποία παρουσιάζει την πραγματική απόδοση των χαρτοφυλακίων. Η καμπύλη αυτή θα αναφέρεται ως Resulting και ουσιαστικά περιλαμβάνει τα πραγματικά αποτελέσματα που αποφέρουν τελικά τα χαρτοφυλάκια που παράχθηκαν στην πρώτη φάση, δηλαδή για μια δεδομένη χρονική περίοδο επένδυσης (π.χ. ενός έτους).

Στην τρίτη και τελευταία φάση της υλοποίησης του κάθε μοντέλου, παράγεται μια επιπλέον καμπύλη βέλτιστων χαρτοφυλακίων, η οποία θα αναφέρεται παρακάτω ως True. Η καμπύλη αυτή υλοποιείται έχοντας για δεδομένα τις αποδόσεις μιας τριμήνης περιόδου για τις μετοχές, και αντιστοιχεί στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια με βάση τα πραγματικά στοιχεία για την περίοδο εξέτασης. Δείχνει ουσιαστικά, το πραγματικό άριστο αποτέλεσμα που θα μπορούσε να πετύχει ο επενδυτής, από μια επένδυση στα συγκεκριμένα στοιχεία.

Και τέλος, στην τρίτη και τελευταία φάση παράγεται μια καμπύλη, η οποία παρουσιάζει την πραγματική απόδοση των χαρτοφυλακίων. Η καμπύλη αυτή θα αναφέρεται ως Resulting και θα παράγεται χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τα βάρη του κάθε χαρτοφυλακίου που προέκυψε στην πρώτη φάση και τις αποδόσεις της δεύτερης φάσης.

Όπως, είναι αναμενόμενο λοιπόν, ανάλογα το μοντέλο που χρησιμοποιείται προκύπτουν και διαφορετικές καμπύλες για κάθε περίοδο εξέτασης, λόγω του ότι το καθένα χρησιμοποιεί διαφορετικά μέτρα κινδύνου, γεγονός που δημιουργεί και πρόβλημα στη σύγκριση και τελικά στην αξιολόγηση τους. Στόχος της εργασίας είναι να συγκριθούν τα αποτελέσματα των τριών φάσεων μεταξύ τους (τα αποτελέσματα της Historical με αυτά της Resulting και της True), λαμβάνοντας υπόψη όχι μόνο ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο αλλά το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων που διαμορφώνονται από κάθε μοντέλο, δηλαδή το σύνολο των επιλογών που θα είχε νόημα να εξετάσει ένας επενδυτής. Για το λόγο χρησιμοποιήθηκαν τρεις δείκτες, οι οποίοι μετρούν τις αποστάσεις μεταξύ των καμπυλών. Οι δείκτες απόστασης I και D ως προς τον κίνδυνο και την απόδοση και ο δείκτης μέσης απόστασης καμπυλών.

Οι παραπάνω δείκτες περιγράφονται αναλυτικά στις ενότητες 2.3.1 και 2.3.2.

2.3.1 Δείκτες απόστασης ως προς τον κίνδυνο και την απόδοση

Πρόκειται για δύο δείκτες, οι οποίοι χρησιμοποιούνται για να μετρήσουν την απόσταση μεταξύ δύο καμπυλών σε όρους κινδύνου ή απόδοσης αντίστοιχα, και οι οποίοι θα συμβολίζονται ως I και D.

Οι δείκτες αυτοί βασίζονται στην εργασία των Chiang & Steuer, (2016), οι οποίοι πρότειναν δύο δείκτες, οι οποίοι υπολογίζουν τις αποστάσεις των τριών καμπυλών που παράγονται κάθε φορά από τα μοντέλα βελτιστοποίησης.

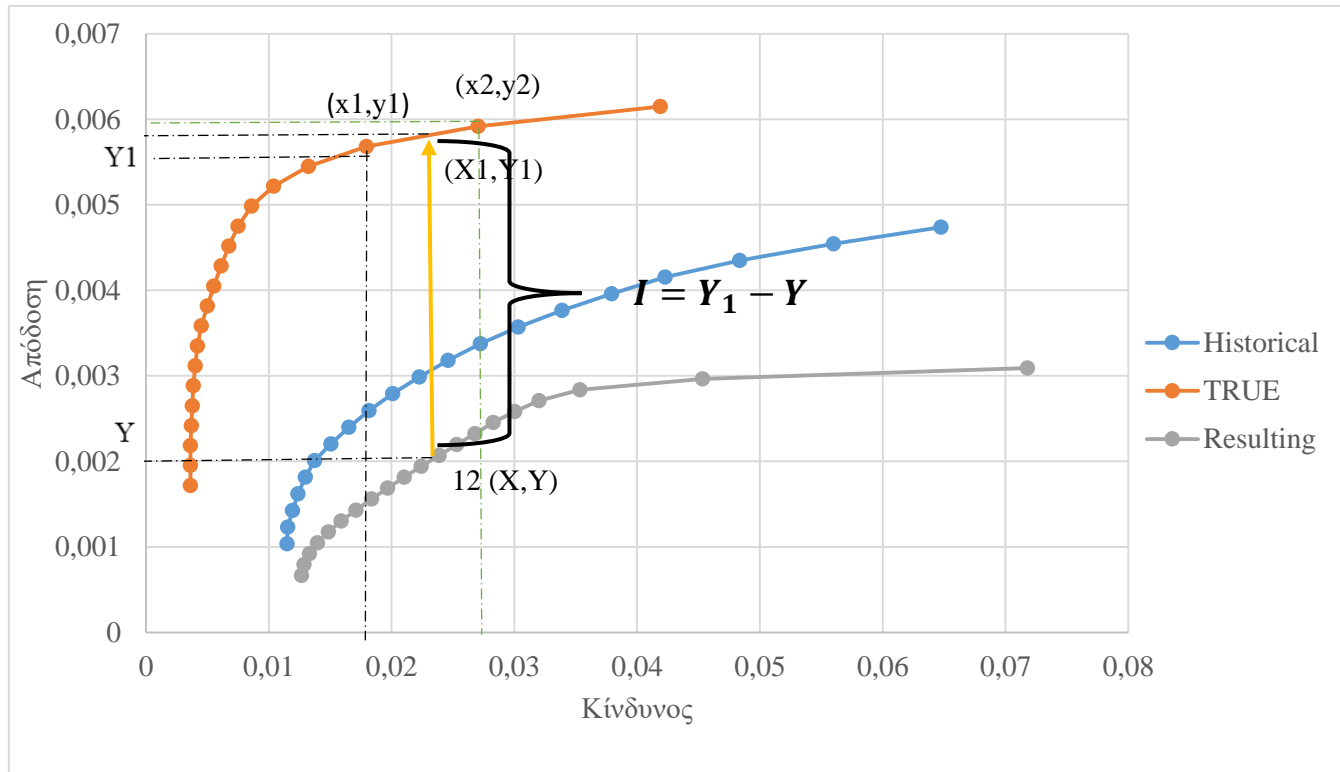
Ο δείκτης I ή δείκτης «Value of Information» αναφέρεται στη διαφορά μεταξύ των καμπυλών True και Resulting και απεικονίζει την απώλεια/ζημία που οφείλεται σε λάθος αποφάσεις του επενδυτή. Πρόκειται ουσιαστικά για τη σύγκρισή των χαρτοφυλακίων που προκύπτουν μεταξύ των εκτιμήσεων στη φάση του επενδυτικού σχεδιασμού (historical) και των πραγματικά βέλτιστων μελλοντικών αποτελεσμάτων μετά την υλοποίηση της επένδυσης (true).

Από την άλλη, ο δείκτης D, ο οποίος εκφράζει την διαφορά μεταξύ της Historical και της Resulting, θα αναφέρεται στο επίπεδο απογοήτευσης του αποφασίζοντα. Πρόκειται για τη σύγκριση των εκτιμήσεων στη φάση του σχεδιασμού της επένδυσης (historical) με τα μελλοντικά αποτελέσματα που αποφέρει η πραγματοποίηση της επένδυσης (resulting). Η τιμή του εν λόγω δείκτη σε αντίθεση με τον παραπάνω μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές, δηλώνοντας έτσι το γεγονός ότι το χαρτοφυλάκιο θα αποδίδει περισσότερο από ότι αναμενόταν.

Ο υπολογισμός όμως των παραπάνω δεικτών, όπως προτάθηκαν από τους ερευνητές εμφάνιζε κάποια προβλήματα όσον αφορά το κατά πόσο ρεαλιστικά είναι τα αποτελέσματα που προκύπτουν και κατά πόσο είναι δυνατή η χρήση τους για την αξιολόγηση διαφορετικών μεταξύ τους μοντέλων. Τα προβλήματα αυτά είχαν ως βάση τους το γεγονός ότι οι διαφορές που υπολογίζονταν θεωρούταν ότι προέρχονται μόνο από τις αποδόσεις, δηλαδή ότι τα χαρτοφυλάκια εμφάνιζαν ίδιο κίνδυνο και απλά διέφεραν ως προς την απόδοσή τους. Για να αντιμετωπιστεί αυτή η λανθασμένη θεώρηση έγινε μια παραλλαγή ως προς την διαδικασία υπολογισμού τους. Πιο συγκεκριμένα οι δείκτες που χρησιμοποιούνται σε αυτή την εργασία υπολογίζουν την διαφορά μεταξύ των καμπυλών μέσω γραμμικής παρεμβολής, δηλαδή αναζητούν το σημείο εκείνο στις καμπύλες True/Historical, το οποίο αντιστοιχεί στο χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στην καμπύλη Resulting σε όρους κινδύνου ή απόδοσης ανάλογα την περίπτωση.

Παρακάτω παρουσιάζεται αναλυτικά ένα παράδειγμα με τη διαδικασία υπολογισμού των δεικτών I και D σε όρους απόδοσης.

Σχήμα 2.1: Παράδειγμα υπολογισμού δεικτών απόστασης I και D ως προς την απόδοση.



Έστω λοιπόν το 12^ο χαρτοφυλάκιο, επιλέγεται για να ελεγχθεί και να υπολογιστεί ο δείκτης I. Έτσι αρχικά σημειώνεται ο κίνδυνος του στην καμπύλη Resulting και έπειτα αντιστοιχίζεται στην καμπύλη True. Έπειτα αναζητούνται στην True τα σημεία εκείνα με κίνδυνο μικρότερο και μεγαλύτερο του 12^{ου} αντίστοιχα. Σημειώνονται ότι τιμές τους και μέσω του τύπου της γραμμικής παρεμβολής υπολογίζεται η απόδοση για το χαρτοφυλάκιο της True που αντιστοιχεί σε όρους κινδύνου με το 12^ο της Resulting.

Τέλος, και αφού υπολογιστεί η απόδοση του σημείου που αντιστοιχεί σε κίνδυνο ίσο με τον κίνδυνο του 17^{ου} στη Resulting υπολογίζεται ο δείκτης I σε όρους απόδοσης. Δηλαδή η διαφορά των αποδόσεων των σημείων των καμπυλών True-Resulting ως εξής:

$$I = Y_1 - Y \quad (2.6)$$

Ο δείκτης D υπολογίζεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο με την διαφορά ότι αντί της καμπύλης True ελέγχεται η καμπύλη Historical. Τέλος, οι ίδιοι δείκτες υπολογίζονται αντίστοιχα και ως προς τον κίνδυνο με τον ίδιο ακριβώς τρόπο.

2.3.2 Δείκτης μέσης απόστασης καμπυλών

Πρόκειται για τον τρίτο δείκτη αξιολόγησης που χρησιμοποιήθηκε για την σύγκριση των μοντέλων. Ο δείκτης υπολογίζει, όπως και οι προηγούμενοι δύο τις αποστάσεις των καμπυλών True-Resulting και Historical-Resulting, με τη διαφορά ότι ο συγκεκριμένος χρησιμοποιεί τον παρακάτω τύπο (Knowles & Corne, 2002):

$$D_{1,X}(A, X) = \frac{1}{|N|} \sum_{x \in X} \min_{(y \in A)} \{d(x, y)\}, (2.7)$$

Ο υπολογισμός αυτού του δείκτη γίνεται δύο φορές χρησιμοποιώντας μία φορά τα δεδομένα της καμπύλης True και την άλλη τα δεδομένα της Historical. Στην παραπάνω σχέση ως X αναφέρονται τα δεδομένα των καμπυλών True και Historical ανάλογα την περίπτωση του υπολογισμού και ως A τα δεδομένα της καμπύλης του Resulting. Το $d(x, y)$ απεικονίζει την μέση απόσταση των σημείων της καμπύλης True/Historical από το πλησιέστερο σημείο της Resulting υπολογίζεται μέσω του τύπου:

$$d(x, y) = \max_k \{\lambda_k |x_k - y_k|\} (2.8)$$

Όπου, το k είναι τα χαρτοφυλάκια που παράγονται, το λ_k ισούται με ένα προς το εύρος των τιμών του X , δηλαδή την διαφορά της μέγιστης από την ελάχιστη τιμή και $|x_k - y_k|$ αναπαριστούν την απόλυτη τιμή της διαφοράς των στοιχείων των χαρτοφυλακίων στις καμπύλες που ελέγχονται.

Τέλος, το $|N|$ αναπαριστά το πλήθος των χαρτοφυλακίων που παράγονται (στη συγκεκριμένη περίπτωση 20). Ουσιαστικά ο δείκτης υπολογίζει τη μέση απόσταση των σημείων της Resulting από τις καμπύλες True και Historical, αναλόγως την περίπτωση.

Η σύγκριση του True με το Resulting γίνεται κατευθείαν με την απόσταση, όπως ορίζεται από τη σχέση. Αντίθετα στην περίπτωση της σύγκρισης της Historical με την Resulting ενδέχεται να παρατηρηθεί το γεγονός ότι κάποια χαρτοφυλάκια της Resulting να βρίσκονται πάνω από αυτά της Historical. Στην περίπτωση δηλαδή που το χαρτοφυλάκιο y_k του Resulting, στο οποίο αντιστοιχεί η ελάχιστη απόσταση βρεθεί από την επάνω πλευρά του μετώπου, τότε στο άθροισμα θα μπει η αρνητική τιμή του $\min_{(z \in A)} \{d(r, z)\}$.

Η επιλογή του συγκεκριμένου δείκτη έγινε λόγω της δυνατότητας που παρέχει, μιας και μέσω του τύπου που χρησιμοποιεί, επιτρέπει τη σύγκριση καμπυλών που παράγονται από δύο ή περισσότερα κριτήρια. Έτσι με τη χρήση αυτού επιτυγχάνεται η σύγκριση όλων των μοντέλων και όχι μόνο των τριών, ως προς τις καμπύλες Historical-Resulting και True-Resulting, που δεν ήταν δυνατόν να γίνει με τους προηγούμενους δείκτες.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν προηγουμένως υλοποιήθηκαν χρησιμοποιώντας δεδομένα για 504 μετοχές σε ένα χρονικό ορίζοντα έντεκα (11) ετών. Πιο συγκεκριμένα, σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται αναλυτικά τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν, κάποια στατιστικά μεγέθη αυτών, καθώς και τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τον υπολογισμό των δεικτών του κεφαλαίου 3 (βλ. ενότητα 3.2).

3.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

3.1.1 Ο δείκτης S&P 500

Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα αποτελούν ιστορικά δεδομένα του δείκτη S&P 500. Ο δείκτης Standard & Poor's 500 (S&P 500) είναι ένας αμερικάνικος χρηματιστηριακός δείκτης. Περιλαμβάνει 505 επιχειρήσεις, οι οποίες θεωρούνται κυρίαρχες στον κλάδο που δραστηριοποιούνται. Ο S&P 500 απεικονίζει τη βασική εικόνα των αμερικάνικων μετοχών και φανερώνει την απόδοση των μετοχών πολύ μεγάλης αξίας. Τέλος, ο εν λόγω δείκτης φαίνεται να προτιμάται έναντι άλλων μεγάλων δεικτών λόγω της σύνθεσης του και της αποτελεσματικότητάς του. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η προτίμηση του S&P 500 αντί του Dow Jones Industrial Average (DJIA) από τους αναλυτές, λόγω του ότι ο δεύτερος περιέχει μόνο 30 επιχειρήσεις, και επειδή ο πρώτος εστιάζει σε επιχειρήσεις, που δραστηριοποιούνται στην Αμερική, αλλά και σε άλλες μεγάλες χώρες (δηλαδή επηρεάζουν ενεργά διάφορες οικονομίες, όπως η ευρωπαϊκή, η κινέζικη κ.α.).

Οι επιχειρήσεις που ανήκουν στον S&P 500 δραστηριοποιούνται στους παρακάτω κλάδους:

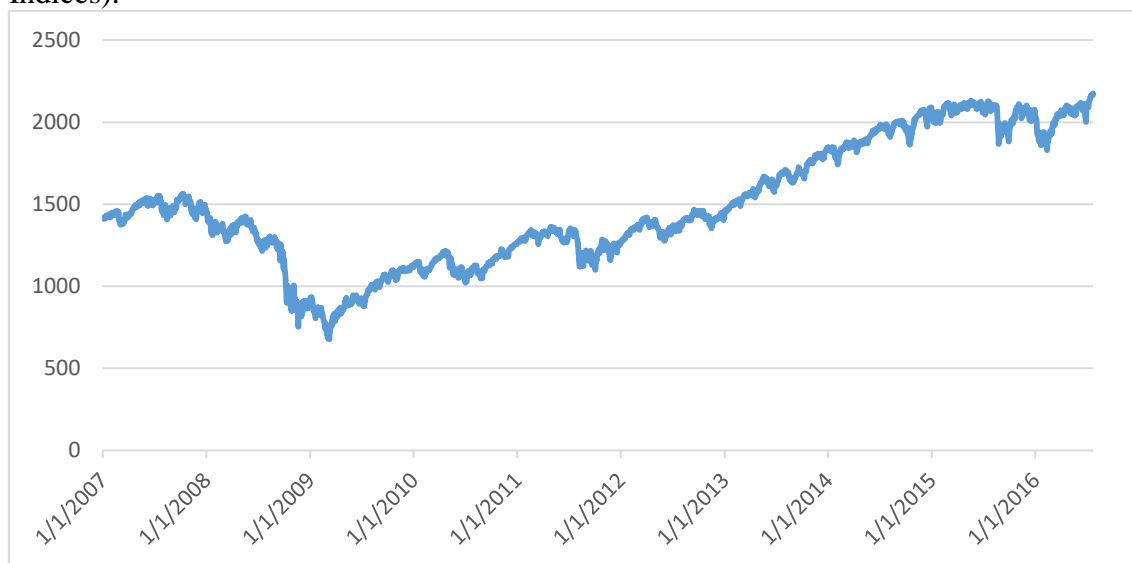
- Ενέργεια
- Υλικά
- Βιομηχανία
- Καταναλωτικά Αγαθά
- Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης
- Υγειονομική Περίθαλψη
- Οικονομικά
- Πληροφορική
- Τηλεπικοινωνίες
- Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας
- Ακίνητα

Οι επιχειρήσεις καθώς και κάποιες πληροφορίες αυτών, όπως η κωδική ονομασία τους στο αμερικάνικο χρηματιστήριο και ο κλάδος δραστηριοποίησης τους παρουσιάζονται στον πίνακα Π.1 του παραρτήματος.

3.1.2 Στατιστικά στοιχεία του S&P 500

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο δείκτης S&P 500 απεικονίζει την αμερικάνικη αγορά σε ένα πολύ μεγάλο βαθμό. Γιαυτό αξίζει να παρουσιαστεί η πορεία του δείκτη κατά την χρονική περίοδο εξέτασης που χρησιμοποιήθηκε (2005-2016), ώστε να απεικονιστεί σχηματικά η κίνηση της οικονομίας την εν λόγω περίοδο. Στο σχήμα 3.1 παρουσιάζεται η πορεία του δείκτη από την 1/1/2005 έως τις 22/7/2016.

Σχήμα 3.1: Η πορεία του δείκτη S&P 500 (1/1/2007-22/7/2016) (Πηγή:S&P Dow Jones Indices).



Όπως φαίνεται και παραπάνω, στα πρώτα χρόνια ο δείκτης παρουσιάζει μια σταθερή πορεία μέχρι και το τελευταίο εξάμηνο του 2008. Από τότε και έπειτα όμως αρχίζει μια πτωτική πορεία, η οποία φτάνει μέχρι και το πρώτο τρίμηνο του 2009, με την μεγαλύτερη πτώση να εμφανίζεται στις 2/3/2009. Αυτό είναι απόρροια της έναρξης της οικονομικής κρίσης που εκδηλώθηκε στον οικονομικό κόσμο. Από το 2010 και έπειτα βέβαια, ο δείκτης φαίνεται να ανακάμπτει αυτής του της πορείας με πολύ μικρές διακυμάνσεις προς το τέλος του 2011 και τις αρχές του 2016.

Όσον αφορά την δομή του δείκτη αυτός, αποτελείται από 505 επιχειρήσεις, οι οποίες δραστηριοποιούνται σε έντεκα διαφορετικούς κλάδους. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποια στατιστικά στοιχεία που αφορούν τη σύνθεση του δείκτη. Να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι στην εν λόγω εργασία χρησιμοποιήθηκαν 504 επιχειρήσεις, λόγω του ότι η μία επιχείρηση προστέθηκε μετά το πέρας των ημερομηνιών εξέτασης.

Πίνακας 3.1: Στατιστικά στοιχεία σύνθεσης του δείκτη S&P 500 (Πηγή: Wikipedia).

Κλάδος	Αριθμός Επιχειρήσεων	% συνόλου	Μέση Τιμή Αποδόσεων	Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων	Μέγιστη Τιμή Αποδόσεων Κλάδου	Ελάχιστη Τιμή Αποδόσεων Κλάδου
Ενέργεια	36	7,14%	0,00037	0,00034	0,00114	-0,00030
Υλικά	25	4,96%	0,00038	0,00033	0,00119	-0,00020
Βιομηχανία	71	14,09%	0,00038	0,00030	0,00131	-0,00060
Καταναλωτικά Αγαθά	85	16,87%	0,00041	0,00031	0,00138	-0,00042
Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	37	7,34%	0,00038	0,00041	0,00146	-0,00123
Υγειονομική Περίθαλψη	59	11,71%	0,00034	0,00037	0,00130	-0,00129
Οικονομικά	65	12,90%	0,00032	0,00030	0,00135	-0,00076
Πληροφορική	65	12,90%	0,00042	0,00031	0,00110	-0,00039
Τηλεπικοινωνίες	5	0,99%	0,00027	0,00027	0,00067	-0,00004
Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	28	5,56%	0,00037	0,00035	0,00081	-0,00100
Ακίνητα	29	5,75%	0,00042	0,00025	0,00136	0,00007
Σύνολο	504	100%	-	-	-	-

Όπως φαίνεται και στον πίνακα 3.1 το μεγαλύτερο μέρος του δείκτη αποτελούν οι επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται στους κλάδους των καταναλωτικών αγαθών (16.87%, 85 επιχειρήσεις), της βιομηχανίας (14.09%, 71 επιχειρήσεις), των οικονομικών και της πληροφορικής (12.90%, 65 επιχειρήσεις σε κάθε κλάδο). Στην τρίτη και την τέταρτη στήλη του πίνακα παρουσιάζονται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των αποδόσεων που εμφανίζουν οι επιχειρήσεις συνολικά ανά κλάδο, κατά την διάρκεια των 11 ετών που εξετάζονται. Παρατηρείται ότι η μέση τιμή όλων των κλάδων κυμαίνεται σε κοντινά επίπεδα με τον κλάδο της πληροφορικής να διατηρεί την πρώτη θέση (0,00042), ενώ ο κλάδος των τηλεπικοινωνιών να καταλαμβάνει την τελευταία (0,00027).

Τέλος στις δύο τελευταίες στήλες παρουσιάζονται οι μέγιστες και οι ελάχιστες τιμές των αποδόσεων όπως αυτές προέκυψαν για κάθε κλάδο ξεχωριστά, ενώ παρακάτω εμφανίζονται οι επιχειρήσεις στις οποίες παρατηρήθηκαν οι μέγιστες αποδόσεις ανά κλάδο.

Πίνακας 3.2: Οι επιχειρήσεις με τις υψηλότερες τιμές αποδόσεων ανά κλάδο.

Κλάδος	Επιχείρηση	Κωδική Ονομασία
Ενέργεια	Transocean	RIG
Υλικά	Martin Marietta Materials	MLM
Βιομηχανία	Fortive Corp	FTV
Καταναλωτικά Αγαθά	Priceline.com Inc	PCLN
Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	Mondelez International	MDLZ
Υγειονομική Περίθαλψη	Regeneron	REGN
Οικονομικά	Navient	NAVI
Πληροφορική	F5 Networks	FFIV
Τηλεπικοινωνίες	Verizon Communications	VZ
Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	Edison Int'l	EIX
Ακίνητα	AvalonBay Communities, Inc.	AVB

3.1.3 Περίοδοι εξέτασης

Τα στοιχεία του δείκτη που χρησιμοποιήθηκε αφορούσαν ένα χρονικό ορίζοντα 11 ετών, από τον Ιανουάριο του 2005 έως και τον Ιούλιο του 2016. Η υλοποίηση των αλγορίθμων έγινε για 42 περιόδους και βασίστηκε στην έρευνα των Gilli & Schumann (2011). Αναλυτικότερα, δημιουργήθηκε ένα πλήθος 42 περιόδων εξέτασης, όπου η κάθε μία χωρίζεται σε δύο επιμέρους περιόδους, την ετήσια και την τρίμηνη. Η ετήσια περιλαμβάνει δεδομένα ενός έτους (250 περίπου εργάσιμες ημέρες), ενώ η τρίμηνη περιλαμβάνει στοιχείο ενός τριμήνου (62 περίπου εργάσιμες ημέρες). Σε κάθε μία από αυτές πραγματοποιούνται οι βελτιστοποιήσεις των μοντέλων. Έτσι εκκινώντας από την πρώτη ετήσια περίοδο στη 1/1/2005, η πρώτη βελτιστοποίηση γίνεται στις 31/12/2005 λαμβάνοντας στοιχεία από την 1/1/2005 έως και τις 31/12/2005. Την ίδια στιγμή λαμβάνει χώρα ακόμα μια βελτιστοποίηση, λαμβάνοντας στοιχεία από την 1/1/2006 έως και τις 31/3/2006. Τα στοιχεία αυτά συγκεντρώνονται σε ένα γράφημα και αποτελούν τα αποτελέσματα της πρώτης περιόδου. Η δεύτερη περίοδος εξέτασης, διαμορφώνεται ομοίως με την πρώτη εκκινώντας από την 1/4/2005. Ο διαχωρισμός αυτός γίνεται με σκοπό να φανεί κατά πόσο τα αποτελέσματα των μοντέλων συμφωνούν, αντικατοπτρίζουν και προβλέπουν την πραγματική πορεία της αγοράς. Παρακάτω παρουσιάζονται οι περίοδοι αναλυτικά, καθώς και κάποια στατιστικά στοιχεία της κάθε μίας.

Πίνακας 3.3: Στατιστικά στοιχεία περιόδων εξέτασης.

Περίοδος Εξέτασης	Ετήσια Περίοδος	Τρίμηνη Περίοδος	Πλήθος Μετοχών	Μέση Τιμή Αποδόσεων	Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων
1	1/1/2005-31/12/2005	1/1/2006-31/3/2006	439	0,00058	0,01555
2	1/4/2005-31/3/2006	1/4/2006-30/6/2006	439	0,00088	0,01547
3	1/7/2005-30/6/2006	1/7/2006-30/9/2006	439	0,00058	0,01582
4	1/10/2005-30/9/2006	1/10/2006-31/12/2006	444	0,00051	0,01639
5	1/1/2006-31/12/2006	1/1/2007-31/3/2007	448	0,00060	0,01587
6	1/4/2006-31/3/2007	1/4/2007-30/6/2007	451	0,00051	0,01576
7	1/7/2006-30/6/2007	1/7/2007-30/9/2007	452	0,00078	0,01504
8	1/10/2006-30/9/2007	1/10/2007-31/12/2007	455	0,00072	0,01623
9	1/1/2007-31/12/2007	1/1/2008-31/3/2008	457	0,00030	0,01819
10	1/4/2007-31/3/2008	1/4/2008-30/6/2008	457	-0,00024	0,02137
11	1/7/2007-30/6/2008	1/7/2008-30/9/2008	460	-0,00058	0,02299
12	1/10/2007-30/9/2008	1/10/2008-31/12/2008	462	-0,00091	0,02720
13	1/1/2008-31/12/2008	1/1/2009-31/3/2009	463	-0,00181	0,03989
14	1/4/2008-31/3/2009	1/4/2009-30/6/2009	465	-0,00237	0,04366
15	1/7/2008-30/6/2009	1/7/2009-30/9/2009	468	-0,00121	0,04541
16	1/10/2008-30/9/2009	1/10/2009-31/12/2009	469	0,00013	0,04298
17	1/1/2009-31/12/2009	1/1/2010-31/3/2010	469	0,00110	0,03128
18	1/4/2009-31/3/2010	1/4/2010-30/6/2010	470	0,00182	0,02350
19	1/7/2009-30/6/2010	1/7/2010-30/9/2010	470	0,00104	0,02026
20	1/10/2009-30/9/2010	1/10/2010-31/12/2010	471	0,00071	0,01932
21	1/1/2010-31/12/2010	1/1/2011-31/3/2011	473	0,00074	0,01840
22	1/4/2010-31/3/2011	1/4/2011-30/6/2011	473	0,00075	0,01829
23	1/7/2010-30/6/2011	1/7/2011-30/9/2011	474	0,00116	0,01592
24	1/10/2010-30/9/2011	1/10/2011-31/12/2011	474	-0,00005	0,01932

Περίοδος Εξέτασης	Ετήσια Περίοδος	Τρίμηνη Περίοδος	Πλήθος Μετοχών	Μέση Τιμή Αποδόσεων	Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων
25	1/1/2011-31/12/2011	1/1/2012-31/3/2012	475	-0,00002	0,02166
26	1/4/2011-31/3/2012	1/4/2012-30/6/2012	478	0,00023	0,02151
27	1/7/2011-30/6/2012	1/7/2012-30/9/2012	479	0,00000	0,02206
28	1/10/2011-30/9/2012	1/10/2012-31/12/2012	480	0,00110	0,01809
29	1/1/2012-31/12/2012	1/1/2013-31/3/2013	484	0,00064	0,01559
30	1/4/2012-31/3/2013	1/4/2013-30/6/2013	484	0,00062	0,01534
31	1/7/2012-30/6/2013	1/7/2013-30/9/2013	486	0,00091	0,01485
32	1/10/2012-30/9/2013	1/10/2013-31/12/2013	486	0,00096	0,01435
33	1/1/2013-31/12/2013	1/1/2014-31/3/2014	487	0,00113	0,01393
34	1/4/2013-31/3/2014	1/4/2014-30/6/2014	488	0,00095	0,01415
35	1/7/2013-30/6/2014	1/7/2014-30/9/2014	491	0,00097	0,01338
36	1/10/2013-30/9/2014	1/10/2014-31/12/2014	491	0,00069	0,01305
37	1/1/2014-31/12/2014	1/1/2015-31/3/2015	492	0,00061	0,01378
38	1/4/2014-31/3/2015	1/4/2015-30/6/2015	492	0,00047	0,01413
39	1/7/2014-30/6/2015	1/7/2015-30/9/2015	493	0,00021	0,01410
40	1/10/2014-30/9/2015	1/10/2015-31/12/2015	495	-0,00005	0,01582
41	1/1/2015-31/12/2015	1/1/2016-31/3/2016	496	-0,00003	0,01640
42	1/4/2015-31/3/2016	1/4/2016-30/6/2016	496	-0,00018	0,01808

Στον παραπάνω πίνακα 3.3 αρχικά πρέπει να παρατηρηθεί ότι σε καμία από τις περιόδους το πλήθος των επιχειρήσεων που συμμετέχουν δεν είναι 504. Αυτό συμβαίνει λόγω του ότι ορισμένες από τις επιχειρήσεις, δεν εμφάνιζαν στοιχεία έως ένα χρονικό διάστημα. Το γεγονός αυτό, είναι πολύ πιθανό να οφείλεται είτε στο ότι οι επιχειρήσεις δεν είχαν εισαχθεί ακόμα στο δείκτη, είτε ότι δεν είχαν ιδρυθεί είτε ακόμα και ότι την εν λόγω περίοδο μπορεί να είχαν σταματήσει τη λειτουργία τους.

Επίσης, στη δεύτερη και τρίτη στήλη του πίνακα παρουσιάζονται οι περίοδοι στις οποίες υλοποιήθηκαν τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν. Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι εξετάζεται η 17^η περίοδος: το κάθε ένα από τα μοντέλα υλοποιήθηκε λαμβάνοντας υπόψιν του αρχικά τα στοιχεία από την 1/1/2009 μέχρι και τις 31/12/2009 και με βάση αυτά προέκυψαν 20 χαρτοφυλάκια στο καθένα (καμπύλη Historical). Στη συνέχεια με

τον ίδιο τρόπο προκύπτει και η καμπύλη True, με τη μόνη διαφορά ότι σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούνται τα δεδομένα από την 1/1/2010 έως και τις 31/3/2010, δηλαδή το ακριβώς επόμενο τρίμηνο από την ετήσια περίοδο. Και τέλος για την κατασκευή της τρίτης καμπύλης (Resulting) χρησιμοποιούνται τα βάρη που προκύπτουν από τα μοντέλα στην ετήσια περίοδο και τις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων στην τρίμηνη, σε κάθε ένα από τα μοντέλα ξεχωριστά.

Τέλος, στις τελευταίες στήλες του πίνακα εμφανίζονται η μέση τιμή των αποδόσεων των μετοχών που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και η τυπική τους απόκλιση αντίστοιχα. Όπως φαίνεται και στην έκτη στήλη τα αποτελέσματα των αποδόσεων συμφωνούν με την πορεία του δείκτη S&P 500 κατά τα εξεταζόμενα έτη (σχήμα 3.1), από την άποψη ότι μετά το πρώτο τετράμηνο του 2007 παρατηρούνται αρνητικές αποδόσεις, μέχρι και το τέλος του πρώτου εξαμήνου του 2009, όπως επίσης και από το 2015 και έπειτα παρατηρείται μια μικρή πτώση. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μέγιστη τιμή των αποδόσεων των μετοχών παρατηρείται το διάστημα 1/4/2009-31/3/2010 (18^η περίοδος εξέτασης) και η ελάχιστη τιμή αυτών το διάστημα 1/4/2008-31/3/2009 (14^η περίοδος).

3.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΥΓΚΡΙΣΕΩΝ

Τα αποτελέσματα των τεσσάρων μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν, συγκρίθηκαν και αξιολογήθηκαν με τη βοήθεια των τριών δεικτών που περιεγράφηκαν στην ενότητα 2.3. Πιο συγκεκριμένα, στο πρώτο μέρος συγκεκριμένης ενότητας γίνεται η σύγκριση των μοντέλων ως προς τον αριθμό των μετοχών που χρησιμοποιούν. Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δεικτών I και D για τα τρία μοντέλα, που ήταν δυνατό να υπολογιστούν (MAD, CVaR και MV), καθώς και κάποια στατιστικά για αυτά. Να σημειωθεί σε αυτό το σημείο, ότι για τους δείκτες I και D, χρησιμοποιήθηκαν όλα τα μοντέλα πλην του πολυκριτήριου λόγω των αποτελεσμάτων που παράγει. Πιο συγκεκριμένα, το πολυκριτήριο παράγει μια επιφάνεια αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, διότι χρησιμοποιεί τρία κριτήρια απόφασης, πράγμα που κάνει την σύγκριση του με τα υπόλοιπα μοντέλα αδύνατη. Στο τρίτο μέρος παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του δείκτη που υπολογίζει τη μέση απόσταση μεταξύ των καμπυλών ενώ στο τελευταίο μέρος, περιγράφονται τα αποτελέσματα των συγκρίσεων όλων των μοντέλων μεταξύ τους.

3.2.1 Σύγκριση αριθμού μετοχών ανά μοντέλο

Προτού γίνουν οι συγκρίσεις των μοντέλων, αξίζει να γίνει μια αναφορά στον αριθμό των μετοχών που συμμετέχουν στα χαρτοφυλάκια σε κάθε ένα από τα μοντέλα κατά μέσο όρο, για κάθε μία περίοδο εξέτασης. Έτσι παρακάτω παρουσιάζεται ένας πίνακας με τον αριθμό των μετοχών που χρησιμοποιεί κάθε μοντέλο ξεχωριστά (πίνακας 3.4).

Πίνακας 3.4: Αριθμός μετοχών στα χαρτοφυλάκια ανά μοντέλο.

Περίοδος Εξέτασης	MAD	CVaR	Mean-Variance	Πολυκριτήριο
1	21	17	21	19
2	22	20	24	22
3	18	10	17	16
4	17	13	15	17
5	19	13	17	17
6	21	11	18	15
7	19	12	19	17
8	18	10	17	16
9	13	10	12	13
10	13	11	11	12
11	11	11	11	12
12	12	10	11	11
13	8	6	7	8
14	9	7	11	9
15	9	7	9	7
16	11	9	10	10
17	12	8	11	10
18	12	7	11	11
19	12	8	10	10
20	11	8	11	10
21	13	7	11	10
22	14	8	13	12
23	22	14	20	17
24	13	8	11	10
25	13	7	11	9
26	10	6	9	8
27	9	6	8	8
28	14	10	12	12

Περίοδος Εξέτασης	MAD	CVaR	Mean-Variance	Πολυκριτήριο
29	19	12	19	18
30	18	13	18	15
31	19	12	19	15
32	16	9	16	15
33	22	13	21	17
34	25	13	25	18
35	25	14	25	18
36	26	14	24	20
37	18	11	16	15
38	18	11	17	15
39	22	14	20	18
40	19	10	16	15
41	18	12	16	14
42	17	13	17	15
Μέσος όρος	16	11	15	14

Όπως φαίνεται και στον πίνακα 3.4 τα μοντέλα δεν χρησιμοποιούν όλες τις μετοχές που είναι διαθέσιμες στον δείκτη S&P 500. Πιο συγκεκριμένα, το μέγιστο πλήθος μετοχών κατά μέσο όρο που χρησιμοποιείται από τα μοντέλα είναι 26 και ανήκει στο MAD (36η περίοδος) και το ελάχιστο πλήθος είναι 6 και ανήκει στο CVaR (15η, 28η και 29η περίοδο εξέτασης). Αξίζει να δοθεί προσοχή στην περίπτωση του πολυκριτηρίου μοντέλου, το οποίο φαίνεται, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, να χρησιμοποιεί το μέσο όρο του πλήθους των μετοχών που χρησιμοποιούν τα άλλα τρία μοντέλα.

Η σύγκριση των μοντέλων ως προς το μέσο πλήθος μετοχών που χρησιμοποιούν είναι αρκετά σημαντική, διότι αναδεικνύει μια πτυχή της αποτελεσματικότητάς τους. Γενικά, προτιμάται ένα μοντέλο το οποίο χρησιμοποιεί όσο το δυνατό μικρότερο πλήθος μετοχών στην υλοποίηση του, από ένα άλλο, το οποίο χρησιμοποιεί μεγαλύτερο πλήθος λόγω της αύξησης του φόρτου διαχείρισης του χαρτοφυλακίου και γενικά λόγω θεμάτων που έχουν να κάνουν με τα κόστη συναλλαγών. Για να γίνουν πιο κατανοητά τα προηγούμενα, αρκεί η τελευταία γραμμή του πίνακα 3.4, στην οποία φαίνονται οι μέσοι όροι των μετοχών που χρησιμοποιήσαν τα μοντέλα γενικά. Έτσι το MAD φαίνεται να χρησιμοποιεί κατά μέσο όρο 16 μετοχές, έπεται το MV που χρησιμοποιεί 15 μετοχές, το πολυκριτήριο με 14 και τελευταίο το CVaR με 14 κατά μέσο όρο μετοχές.

Συνεπώς, με βάση τα προηγούμενα το μοντέλο του CVaR φαίνεται να είναι αποτελεσματικότερο των υπολοίπων όσον αφορά το μέσο πλήθος μετοχών που χρησιμοποιεί, μιας και παρουσιάζει το μικρότερο αποτέλεσμα (11 μετοχές κατά μέσο όρο).

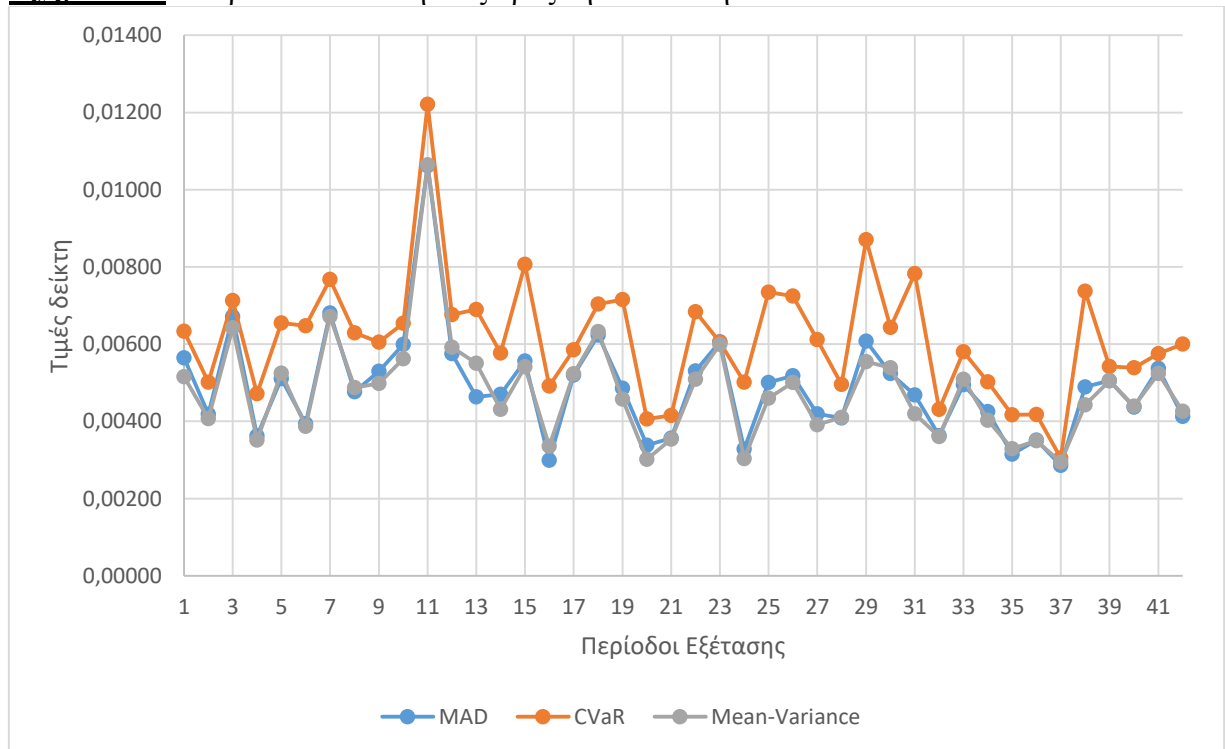
3.2.2 Δείκτες απόστασης ως προς τον κίνδυνο και ως προς την απόδοση

3.2.2.1 Δείκτης I

Όπως εξηγήθηκε και στην ενότητα 2.3.1 ο δείκτης I υπολογίζει την απόσταση που υπάρχει μεταξύ των καμπυλών True-Resulting και απεικονίζει την απώλεια που θα υπάρξει λόγω μιας λάθος απόφασης σε όρους κινδύνου και απόδοσης αντίστοιχα.

Παρακάτω παρουσιάζεται σχηματικά η πορεία του δείκτη ως προς την απόδοση και ως προς τον κίνδυνο, όπως αυτή προκύπτει σε καθένα από τα τρία μοντέλα.

Σχήμα 3.2: Η πορεία του δείκτη I ως προς την απόδοση.

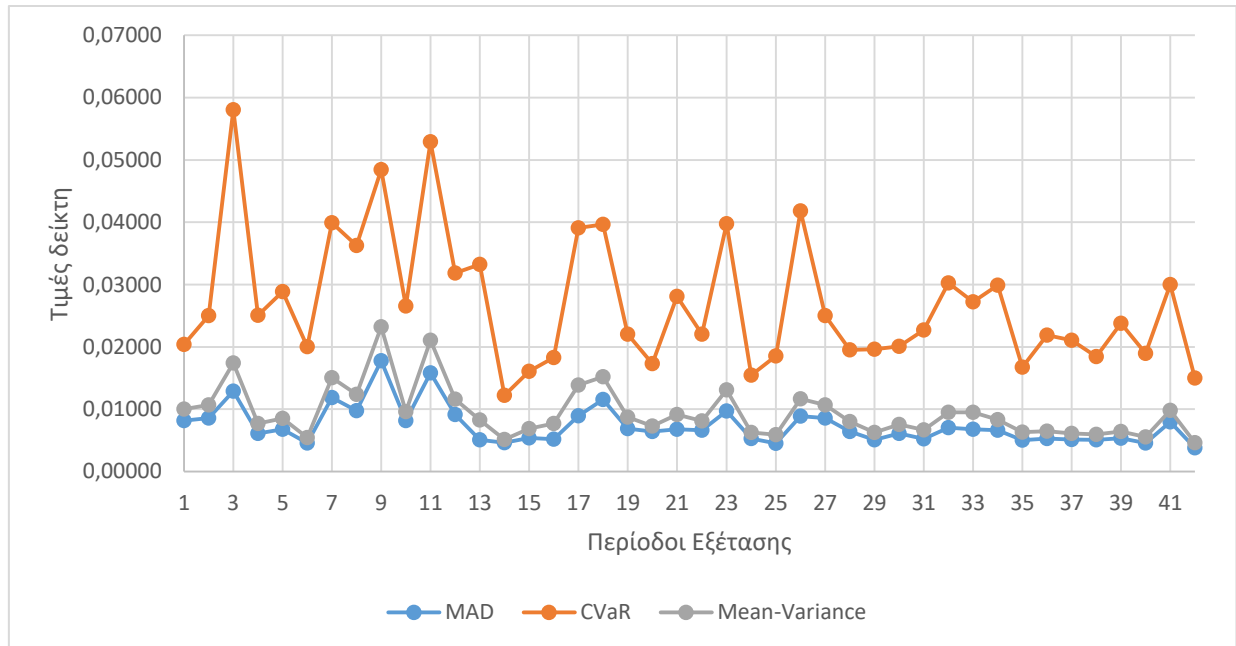


Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.2 οι καμπύλες που δημιουργούνται από το μοντέλο της υπό συνθήκη αξίας σε κίνδυνο (CVaR) απέχουν μεγαλύτερη απόσταση σε όρους απόδοσης στην πλειονότητα των περιόδων εξέτασης από τα υπόλοιπα μοντέλα, των οποίων τα αποτελέσματα δείχνουν να συμφωνούν σε μεγάλο βαθμό μεταξύ τους. Η μεγαλύτερη απόσταση εντοπίζεται και στα τρία μοντέλα την 11^η περίοδο εξέτασης, δηλαδή από την 1/7/2007 έως και τις 30/9/2008. Επιπλέον αξίζει να σημειωθεί ότι ο μέσος όρος των αποστάσεων που υπολογίστηκαν για κάθε μοντέλο ήταν:

- **MAD:** 0.00488
- **CVaR:** 0.00616
- **MV:** 0.00479

Παρακάτω εμφανίζεται η πορεία του δείκτη αυτή τη φορά υπολογισμένη σε όρους κινδύνου.

Σχήμα 3.3: Η πορεία του δείκτη I ως προς τον κίνδυνο.



Στη συγκεκριμένη περίπτωση τα αποτελέσματα δεν έρχονται σε απόλυτη συμφωνία με τον προηγούμενο υπολογισμό του I για τα μοντέλα. Εδώ το μοντέλο του CVaR φαίνεται να εμφανίζει μεγάλες αποστάσεις μεταξύ των καμπυλών σε όρους κινδύνου, ενώ τα άλλα δύο μοντέλα κινούνται στην ίδια πορεία με λίγες διαφοροποιήσεις όσον αφορά τις τιμές που παράγουν. Ο μέσος όρος των αποστάσεων που παράγονται για τα τρία μοντέλα είναι 0.00738 για το MAD, 0.02708 για το CVaR και 0.00948 για το MV.

Να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι τα αποτελέσματα για τον δείκτη I σε όρους κινδύνου φαίνονται να παίρνουν διαφορετικές τιμές ως προς τη μέτρηση τους. Αυτό συμβαίνει διότι το κάθε μοντέλο χρησιμοποιεί διαφορετικό μέτρο για τον υπολογισμό του κινδύνου, γεγονός που οδηγεί σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης για το καθένα από αυτά. Έτσι το CVaR θα υπολογίζει τον κίνδυνο μέσω του τύπου του CVaR), το MAD θα χρησιμοποιεί τον τύπο της μέσης απόλυτης απόκλισης και το MV τον τύπο της τυπικής απόκλισης (βλ. υποενότητα 1.3.1). Αυτή η διαφοροποίηση παρατηρείται μόνο στον υπολογισμό των δεικτών I και D ως προς τον κίνδυνο και όχι ως προς την απόδοση, για το λόγο ότι σε αυτή την περίπτωση η απόσταση των καμπυλών υπολογίζεται αφαιρώντας τους κινδύνους κάθε χαρτοφυλακίου.

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών του δείκτη φαίνονται αναλυτικά στον πίνακα Π.2 του παραρτήματος.

Τέλος, παρακάτω παρουσιάζονται κάποια στατιστικά στοιχεία που αφορούν τον δείκτη και συνοψίζουν τα αποτελέσματα που εξάχθηκαν (πίνακας 3.5 και πίνακας 3.6). Να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι στο αριστερό μέρος τους φαίνονται οι κλάσεις, στις οποίες κυμαίνονται οι τιμές του δείκτη για κάθε ένα από τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν, ενώ στο δεξιό μέρος απεικονίζεται τα εκατοστημόρια των τιμών του δείκτη I.

Πίνακας 3.5: Στατιστικά στοιχεία για το δείκτη I ως προς την απόδοση.

Κλάσεις	%		
	MAD	CVaR	Mean-Variance
[0-0.0025)	4,76%	1,31%	5,95%
[0.0025-0.005)	60,00%	27,86%	59,40%
[0.005-0.01)	32,86%	52,02%	26,43%
[0.01-0.0125)	1,43%	15,36%	5,95%
[0.0125-0.015)	0,36%	2,02%	1,31%
>0.015	0,60%	1,43%	0,95%
Σύνολο	100%		
Ποσοστά	Τιμή		
20%	0,00343	0,00463	0,00333
40%	0,00408	0,00547	0,00397
60%	0,00479	0,00638	0,00469
80%	0,00608	0,00742	0,00606
100%	0,02232	0,02513	0,02193

Όπως φαίνεται στον πίνακα 3.5 το μεγαλύτερο μέρος των τιμών που παίρνει ο εξεταζόμενος δείκτης για το MAD και το MV ανήκει στο πεδίο τιμών [0.0025-0.005) (60% και 59.40% αντίστοιχα), και στο [0.005-0.01) για το CVaR (52.02%). Το αποτέλεσμα αυτό έρχεται σε συμφωνία και με τους μέσους όρους που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

Τα προηγούμενα αποτελέσματα μπορούν να ερμηνευτούν και διαφορετικά, κοιτώντας απλά το δεξιό μέρος του πίνακα 3.4, στο οποίο φαίνονται τα εκατοστημόρια των τιμών του δείκτη. Για παράδειγμα, για το μοντέλο του MV φαίνεται ότι το 80% των αποτελεσμάτων του δείκτη έχουν τιμή χαμηλότερη του 0.006059.

Πίνακας 3.6: Στατιστικά στοιχεία για το δείκτη I ως προς τον κίνδυνο.

Κλάσεις	%		
	MAD	CVaR	Mean-Variance
[0-0.0025)	14,05%	11,31%	10,36%
[0.0025-0.005)	32,14%	36,55%	28,33%
[0.005-0.01)	30,36%	21,90%	14,64%
[0.01-0.0125)	8,69%	11,55%	12,74%
[0.0125-0.015)	6,55%	7,98%	8,81%
>0.015	8,21%	10,71%	25,12%
Σύνολο	100%		
Ποσοστά	Τιμή		
20%	0,00291	0,01192	0,00325
40%	0,00427	0,01748	0,00517
60%	0,00684	0,02514	0,00867
80%	0,01086	0,03818	0,01449
100%	0,04274	0,15180	0,05600

Στην περίπτωση του υπολογισμού του δείκτη σε όρους κινδύνου τα αποτελέσματα φαίνονται να διαφέρουν μιας και παρατηρείται μια πιο ομοιόμορφη κατανομή των τιμών που προκύπτουν στα διάφορα πεδία τιμών. Πιο συγκεκριμένα, για το μοντέλο του MAD το 32.14% των τιμών του φαίνεται να βρίσκεται μεταξύ του [0.0025-0.005), το 30.36% μεταξύ [0.005-0.01), ενώ το εναπομείναν ποσοστό χωρίζεται στα υπόλοιπα πεδία.

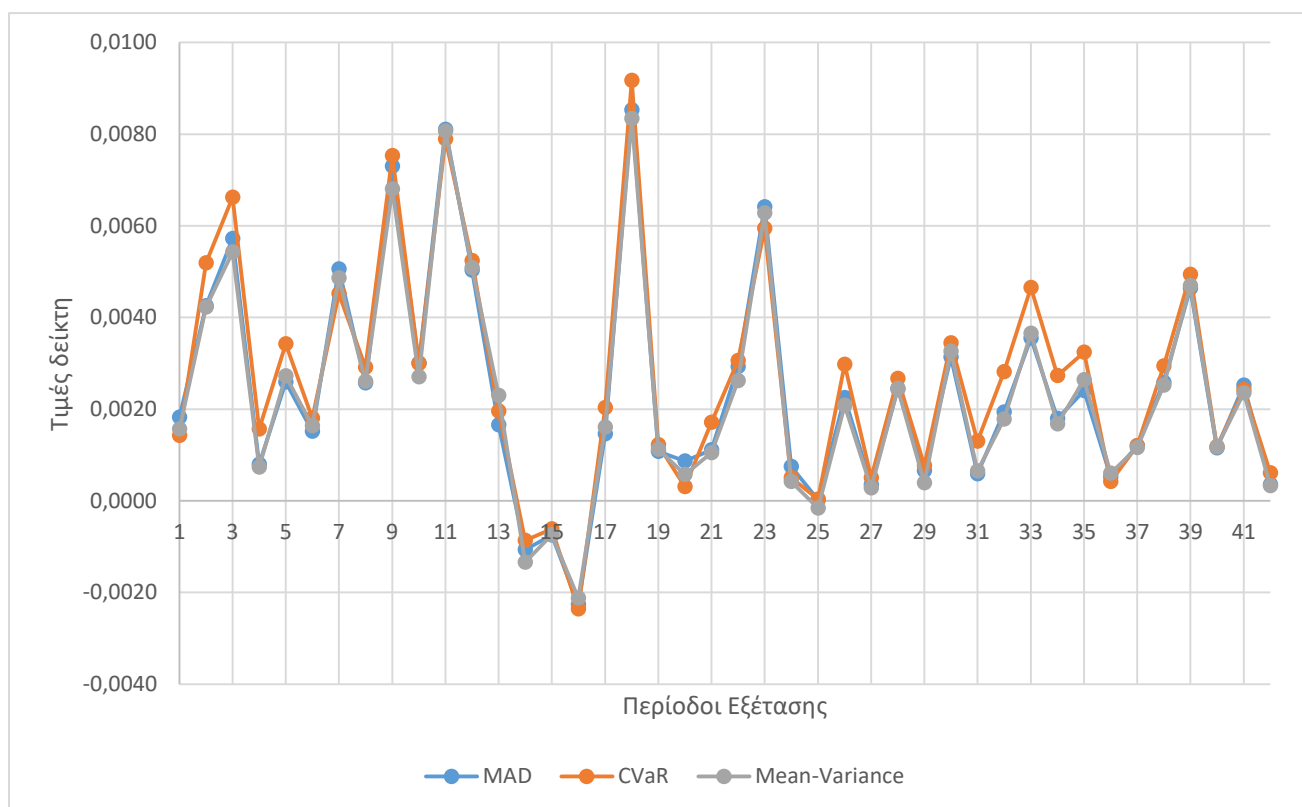
Παρόμοια αποτελέσματα παρατηρούνται και για το μοντέλο του CVaR όπου το 36.55% των τιμών του δείκτη ανήκει στο πεδίο [0.0025-0.005) και το 21.90% μεταξύ [0.005-0.01). Τέλος, το μοντέλο του Markowitz φαίνεται να παρουσιάζει κάποιες διακυμάνσεις στα πεδία τιμών που περιέχουν το μεγαλύτερο ποσοστό παρατηρήσεων, αφού το 28.33% ανήκει μεταξύ [0.0025-0.005), το 25,12% σε τιμές μεγαλύτερες του 0.015 και τα υπόλοιπα ποσοστά σχεδόν κατανέμονται ισόποσα στα επιμέρους πεδία τιμών.

3.2.2.2 Δείκτης D

Ο συγκεκριμένος δείκτης εκφράζει το επίπεδο της απογοήτευσης του αποφασίζοντα όσον αφορά το αποτέλεσμα που θα προκύψει. Πρόκειται ουσιαστικά για την απόσταση της Historical και της Resulting καμπύλης σε όρους απόδοσης και κινδύνου αντίστοιχα.

Παρακάτω παρουσιάζεται σχηματικά η πορεία του δείκτη ως προς την απόδοση και ως τον κίνδυνο, όπως αυτή προκύπτει σε καθένα από τα τρία μοντέλα.

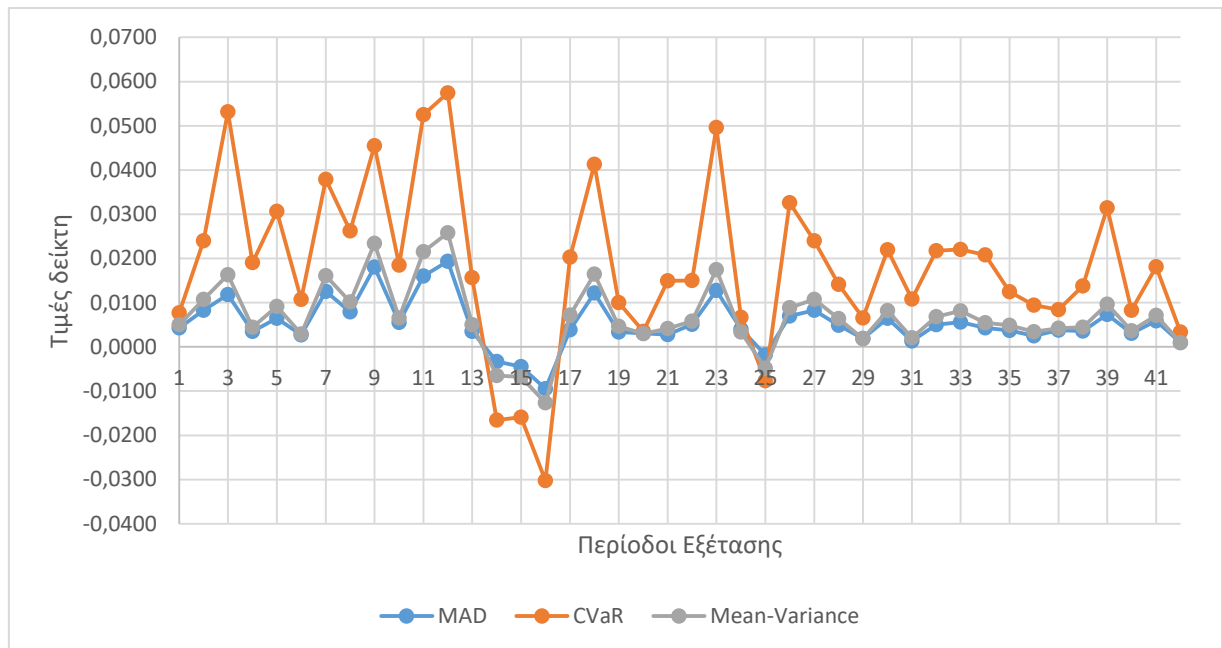
Σχήμα 3.4: Η πορεία του δείκτη D ως προς την απόδοση.



Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.4 τα αποτελέσματα των τριών μοντέλων φαίνονται να συμφωνούν ως προς το υπολογισμό του δείκτη D σε όρους απόδοσης. Πολύ μικρές διαφορές παρατηρούνται μόνο για το CVaR τις πρώτες περιόδους και τις περιόδους από την 31^η έως και την 35^η, όπου φαίνεται ο δείκτης να παίρνει τιμή μεγαλύτερη των άλλων περιπτώσεων. Να σημειωθεί ότι ο μέσος όρος υπολογισμού του δείκτη για τα εξεταζόμενα μοντέλα στη συγκεκριμένη περίπτωση ήταν: 0.00239 (MAD), 0.00267 (CVaR) και 0.00233 (MV), με τη μέγιστη τιμή να παρατηρείται στην 18^η περίοδο και την ελάχιστη την 16^η περίοδο. Τέλος, αξίζει να σχολιαστεί το γεγονός που παρατηρείται από την 14^η περίοδο έως και την 16^η δηλαδή από την 1/4/2008 έως και τις 31/12/2009, στο οποίο ο δείκτης φαίνεται να παίρνει αρνητικές τιμές. Το γεγονός αυτό δηλώνει ότι τα χαρτοφυλάκια που ελέγχονται την εν λόγω περίοδο αποδίδουν καλύτερα απ' ότι αναμενόταν να αποδίδει.

Παρακάτω εμφανίζεται η πορεία του δείκτη αυτή τη φορά υπολογισμένη σε όρους κινδύνου. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, στην περίπτωση του υπολογισμού των δεικτών I και D παρατηρούνται διαφορετικές μονάδες μέτρησης, λόγω του γεγονότος ότι τα τρία μοντέλα χρησιμοποιούν τρεις διαφορετικούς τύπους για τον υπολογισμό του κινδύνου.

Σχήμα 3.5: Η πορεία του δείκτη D ως προς τον κίνδυνο.



Στη συγκεκριμένη περίπτωση τα αποτελέσματα διαφέρουν μιας και το μοντέλο του CVaR φαίνεται να παρουσιάζει μεγάλες διαφορές σε σχέση με τα υπόλοιπα δύο τα οποία κυμαίνονται στα ίδια επίπεδα αποτελεσμάτων. Πιο συγκεκριμένα, το CVaR δείχνει ότι παράγει καμπύλες τέτοιες ώστε η απόσταση τους σε όρους κινδύνου να είναι αρκετά μεγάλη σε σύγκριση με τις υπόλοιπες.

Το συμπέρασμα αυτό μπορεί να γίνει πιο κατανοητό παρατηρώντας τους μέσους όρους του δείκτη για κάθε ένα μοντέλο:

- **MAD**: 0.00532
- **CVaR**: 0.01833
- **MV**: 0.00678

Έτσι είναι φανερό ότι ο δείκτης για το CVaR παίρνει αρκετά υψηλές τιμές σε σχέση με τα άλλα δύο μοντέλα.

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών του δείκτη για κάθε μία περίπτωση φαίνονται αναλυτικά στον πίνακα Π.3 του παραρτήματος

Κλείνοντας με τον δείκτη μέτρησης του επιπέδου απογοήτευσης D αξίζει να παρουσιαστούν κάποια στατιστικά στοιχεία του όσον αφορά τις τιμές του. Έτσι οι πίνακες 3.7 και 3.8 θα αναφέρονται στα στατιστικά στοιχεία του δείκτη D ως προς την απόδοση και τον κίνδυνο αντίστοιχα.

Πίνακας 3.7: Στατιστικά στοιχεία για το δείκτη D ως προς την απόδοση.

Κλάσεις	%		
	MAD	CVaR	Mean-Variance
<0	13,57%	13,33%	15,48%
[0-0.0025)	47,50%	39,40%	45,95%
[0.0025-0.005)	24,17%	30,83%	24,40%
[0.005-0.0075)	9,40%	13,81%	8,69%
[0.0075-0.01)	2,50%	2,02%	2,98%
>0.01	2,86%	0,60%	2,50%
Σύνολο	100%		
Ποσοστά	Τιμή		
20%	0,00045	0,00046	0,00333
40%	0,00139	0,00169	0,00397
60%	0,00244	0,00296	0,00469
80%	0,00420	0,00460	0,00606
100%	0,01674	0,01674	0,02193

Πίνακας 3.8: Στατιστικά στοιχεία για το δείκτη D ως προς τον κίνδυνο.

Κλάσεις	%		
	MAD	CVaR	Mean-Variance
<0	14,64%	16,19%	17,38%
[0-0.0025)	25,24%	5,95%	20,00%
[0.0025-0.005)	19,76%	7,02%	15,24%
[0.005-0.0075)	13,81%	12,62%	11,07%
[0.0075-0.01)	8,69%	5,24%	9,64%
>0.01	17,86%	52,98%	26,67%
Σύνολο	100%		

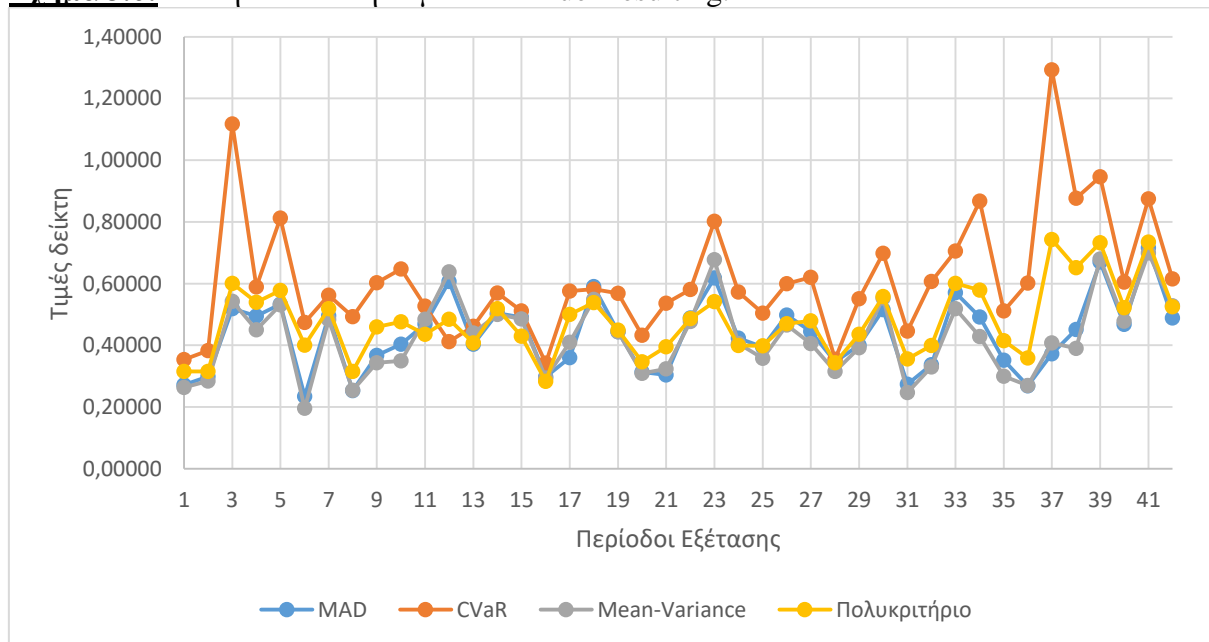
Ποσοστά	Τιμή		
20%	0,00074	0,00188	0,00325
40%	0,00253	0,00915	0,00517
60%	0,00507	0,01859	0,00867
80%	0,00918	0,03338	0,01449
100%	0,04291	0,15814	0,05600

Όπως φαίνεται και στους δύο πίνακες οι τιμές του δείκτη και στις δύο περιπτώσεις είναι κατανομημένες γύρω από το πεδίο τιμών [0.0025-0.05) με εξαίρεση το CVaR στην περίπτωση του υπολογισμού του δείκτη σε όρους κινδύνου, όπου φαίνεται το 52.98% των τιμών του να είναι μεγαλύτερες από 0.015.

3.2.3 Δείκτης μέσης απόστασης καμπυλών

Πρόκειται ουσιαστικά για τον υπολογισμό των μέσω αποστάσεων των καμπυλών True-Resulting και Historical-Resulting αντίστοιχα. Η διαδικασία υπολογισμού του δείκτη αυτού και στις δύο περιπτώσεις περιγράφεται αναλυτικά στην ενότητα 2.3.2. Παρακάτω παρουσιάζεται γραφικά η πορεία του δείκτη για κάθε μία περίπτωση, και για τα τέσσερα μοντέλα κατασκευής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία.

Σχήμα 3.6: Μέση απόσταση καμπυλών True-Resulting.



Το σχήμα 3.6 δείχνει ότι από τα τέσσερα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία το CVaR είναι για ακόμα μια φορά το μοντέλο το οποίο οι καμπύλες που παράγει απέχουν την μεγαλύτερη μέση απόσταση μεταξύ τους. Στην συνέχεια έρχεται το πολυκριτήριο μοντέλο, και έπειτα το μοντέλο Μέσου-Διακύμανσης μαζί με το μοντέλο MAD που φαίνεται να παρουσιάζουν πολύ κοντινά αποτελέσματα.

Πιο αναλυτικά τα αποτελέσματα που κατασκευάζουν τις παραπάνω καμπύλες παρουσιάζονται στον πίνακα Π.4 του παραρτήματος, ενώ ο μέσος όρος του δείκτη για κάθε ένα από τα μοντέλα είναι:

- **MAD:** 0.43433
- **CVaR:** 0.61388
- **MV:** 0.42620
- **Πολυκριτήριο:** 0.47704

Όσον αφορά την μέση απόσταση των καμπυλών Historical-Resulting τα αποτελέσματα είναι διαφορετικά, καθώς όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.7 παρακάτω, τα μοντέλα φαίνονται να συμφωνούν μεταξύ τους. Να σημειωθεί ότι η μέγιστη τιμή του δείκτη παρατηρείται στη 12^η περίοδο εξέταση ενώ η ελάχιστη στη 16^η. Η δωδέκατη περίοδος αναφέρεται στο διάστημα από την 1/10/2007 έως και τις 30/9/2008 για την Historical και από την 1/10/2008 έως και τις 31/12/2008 για την κατασκευή της Resulting. Αντίστοιχα η δέκατη έκτη περίοδος αναφέρεται στο χρονικό διάστημα από την 1/10/2008 έως και τις 30/9/2009 για την Historical και από την 1/10/2009 έως και τις 31/12/2009 για την κατασκευή της Resulting.

Κατά τις χρονικές περιόδους εκείνες παρατηρούνται αρκετές μεταβολές στο δείκτη. Αρχικά τον Οκτώβριο του 2007 ο δείκτης κατέγραψε το υψηλότερο του κλείσιμο πριν την εμφάνιση της οικονομικής κρίσης το 2008. Από την έναρξή της και έπειτα ο δείκτης εμφάνισε τον Δεκέμβριο του 2008 μια πτώση της τάξης του 38,49%, η οποία αποτέλεσε την χειρότερη ετήσια απώλεια για το δείκτη. Την ίδια χρονιά οι πιο συγκεκριμένα το Σεπτέμβριο η Lehman Brothers κατέρρευσε λόγω της εξάπλωσης της οικονομικής κρίσης, γεγονός που όπως φαίνεται και παραπάνω επηρέασε σε μεγάλο βαθμό την πορεία του S&P 500. Τέλος, το Μάρτιο του 2009 ο εξεταζόμενος δείκτης φαίνεται να πέτυχε τα χαμηλότερα του κλείσιμο από την έναρξη της οικονομικής κρίσης και την κατάρρευση της Lehman Brothers έως εκείνη τη στιγμή (676,53 μονάδες), ενώ από το Μάρτιο και έπειτα όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.1 ο δείκτης αρχίζει και πάλι την ανοδική του πορεία².

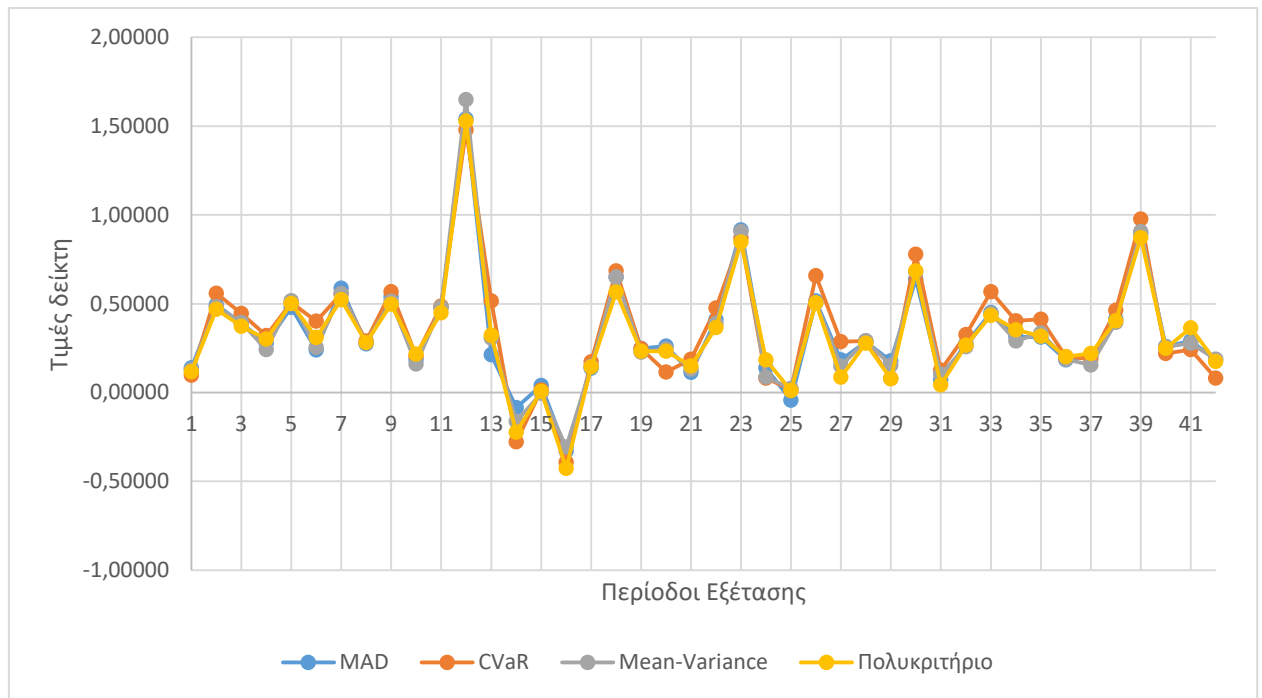
Συνεπώς, η μέγιστη τιμή του δείκτη προέκυψε λόγω του γεγονότος ότι η Historical παράγεται λαμβάνοντας δεδομένα για το δείκτη αρκετά υψηλότερα από αυτά που λαμβάνονται για να σχεδιαστεί η Resulting. Το αντίθετο ακριβώς συμβαίνει και για την δέκατη έκτη περίοδο, όπου παρατηρείται αρνητικό αποτέλεσμα στην τιμή του δείκτη, δηλαδή παρατηρείται ότι η Resulting βρίσκεται πάνω από την Historical.

² <http://www.reuters.com/article/us-usa-stocks-sp-timeline-idUSBRE9450WL20130506>

Πιο αναλυτικά οι μέσοι όροι των αποτελεσμάτων του συγκεκριμένου δείκτη για κάθε μοντέλο είναι:

- **MAD**: 0.33234
- **CVaR**: 0.35545
- **MV**: 0.33050
- **Πολυκριτήριο**: 0.32151

Σχήμα 3.7: Μέση απόσταση καμπυλών Historical-Resulting.



Τα αναλυτικά αποτελέσματα του δείκτη για τη μέση απόσταση των παραπάνω καμπυλών παρουσιάζονται στον πίνακα Π.4 του παραρτήματος.

3.2.4 Συγκρίσεις μεταξύ των μοντέλων

Για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων των μοντέλων, που χρησιμοποιήθηκαν δεν αρκούν μόνο οι δείκτες υπολογισμού των αποστάσεων των καμπυλών τους, που αναλύθηκαν προηγουμένως, αλλά χρειάζεται και μια σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ τους. Γιαυτό το λόγο, παρακάτω παρουσιάζονται δύο επιπλέον συγκρίσεις που έγιναν μεταξύ των μοντέλων.

Η πρώτη αναφέρεται στις συγκρίσεις μεταξύ των καμπυλών Historical του κάθε μοντέλου. Δηλαδή, η Historical καμπύλη του μοντέλου που εξετάζεται κάθε φορά συγκρίθηκε με την αντίστοιχη των υπολοίπων τριών. Η σύγκριση αυτή αποσκοπεί στο να φανεί κατά πόσο συμφωνούν τα αποτελέσματα των καμπυλών που παράγονται από τα μοντέλα στη φάση του επενδυτικού σχεδιασμού.

Η δεύτερη σύγκριση αναφέρεται στην αποτελεσματικότητα των μοντέλων. Εδώ ουσιαστικά τα πραγματικά αποτελέσματα (καμπύλη Resulting) που επιτυγχάνονται από τα χαρτοφυλάκια, που αποδίδει κάθε μοντέλο, αξιολογούνται κάθε φορά ως προς διαφορετικά μέτρα επίδοσης. Τα μέτρα αυτά, λόγω του γεγονότος ότι και τα τέσσερα μοντέλα χρησιμοποιούν την απόδοση ως κριτήριο, θα αφορούν διαφορετικά μεταξύ τους μέτρα κινδύνου. Έτσι λόγω της ύπαρξης διαφορετικών μέτρων για την μέτρηση του κινδύνου, ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο, το οποίο χρησιμοποιεί ένα συγκεκριμένο μέτρο θα θεωρείται αποτελεσματικό, όταν «συμπεριφέρεται καλά» και σε άλλα μέτρα κινδύνου.

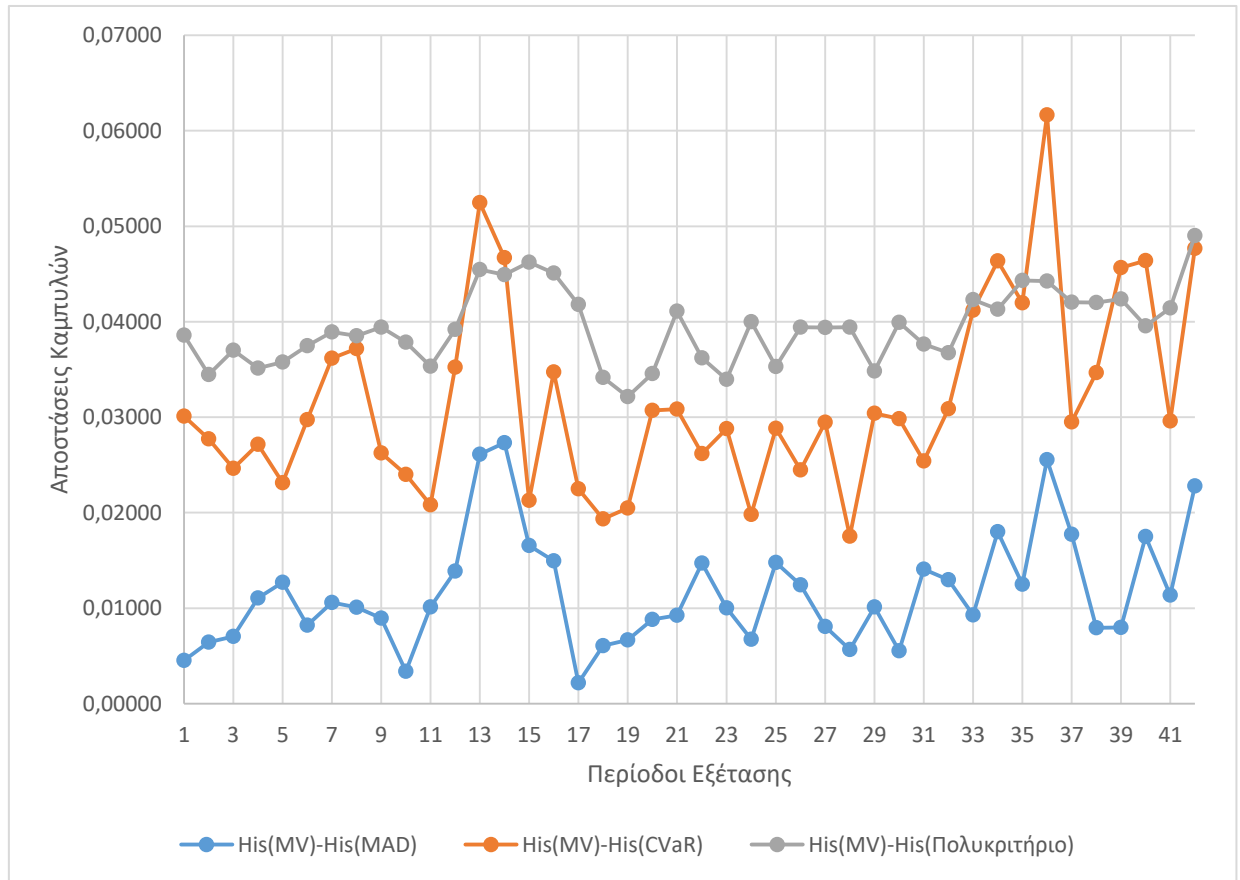
Άρα στην συγκεκριμένη σύγκριση τίθεται το εξής ερώτημα: ένα χαρτοφυλάκιο που αναπτύχθηκε χρησιμοποιώντας το μέτρο κινδύνου A πόσο καλό είναι εάν αξιολογηθεί ως προς το μέτρο κινδύνου B; Ή διαφορετικά τα χαρτοφυλάκια που προκύπτουν από το MV μοντέλο πόσο καλά είναι σε όρους MAD, CVaR, ή υπό μια πολυκριτήρια MAD-CVaR οπτική;

Λαμβάνοντας υπόψιν όλα τα παραπάνω γίνεται η σύγκριση των καμπυλών True και Resulting και προκύπτει αν ένα μοντέλο υπερέχει, υστερεί ή είναι ισοδύναμο ενός άλλου. Για παράδειγμα, έστω ότι εξετάζεται το μοντέλο του CVaR. Αν η απόσταση True (CVaR)-Resulting(CVaR) είναι μικρότερη από την απόσταση True (CVaR)-Resulting(MAD), τότε εξάγεται το συμπέρασμα ότι το CVaR υπερέχει του μοντέλου MAD. Αντίστοιχα αν ισχύει $\text{True (CVaR)-Resulting(CVaR)} > \text{True(CVaR)-Resulting(MAD)}$, τότε το CVaR υστερεί του MAD και αν ισχύει $\text{True(CVaR)-Resulting(CVaR)} = \text{CVaR-Resulting(MAD)}$ σημαίνει ότι τα μοντέλα είναι ισοδύναμα. Τέλος, για να θεωρηθούν πιο εμπεριστατωμένα τα αποτελέσματα πραγματοποιήθηκε και ο στατιστικός έλεγχος t για ζεύγη δειγμάτων (two-paired samples t-test), με τον οποίο συγκρίνονται τα αποτελέσματα του ενός μοντέλου έναντι ενός άλλου ώστε να φανεί εάν οι διαφορές που θα προκύψουν είναι στατιστικά σημαντικές. Ο στατιστικός έλεγχος έγινε σε ένα επίπεδο σημαντικότητας 5%, και τα αποτελέσματα του φαίνονται στους πίνακες που ακολουθούν στα κελιά του p-value.

Τα αναλυτικά δεδομένα για τις συγκρίσεις παρουσιάζονται στους πίνακες Π5-Π12 του παραρτήματος.

3.2.3.1 Συγκρίσεις με το MV

Σχήμα 3.8: Απόσταση Historical καμπυλών από του MV.



Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.8 το μοντέλο του MV παρουσιάζει αρκετές διακυμάνσεις σε σχέση με το MAD και το CVaR. Μικρότερες διακυμάνσεις φαίνεται να παρουσιάζει στη σύγκριση του με το πολυκριτήριο μοντέλο, χωρίς όμως αυτό να συνάδει ότι πρόκειται για τις μικρότερες διαφορές μεταξύ των μοντέλων. Πιο αναλυτικά, κατά μέσο όρο η απόσταση της καμπύλης Historical του MV με τα υπόλοιπα μοντέλα είναι:

- **MAD:** 0.01168
- **CVaR:** 0.03185
- **Πολυκριτήριο:** 0.03940.

Στον πίνακα 3.8 που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των συγκρίσεων των καμπυλών True-Resulting σε σχέση με το μοντέλο του MV. Έτσι γίνονται οι συγκρίσεις των τριών μοντέλων σε όρους MV, δηλαδή σε όρους τυπικής απόκλισης. Πιο συγκεκριμένα, τα αποτελέσματα του MAD, του CVaR και του πολυκριτηρίου αξιολογούνται σε σχέση με το σύνολο των πραγματικά αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων σε όρους τυπικής απόκλισης, δηλαδή σε σχέση με την True(MV).

Έτσι με βάση τα παραπάνω φαίνεται ότι το MV δεν παρουσιάζει κάποια διαφορά όσον αφορά την αποτελεσματικότητά του σε σύγκριση με το MAD, καθώς υπερέχει στο 50% των περιπτώσεων και υστερεί στο υπόλοιπο 50% (πίνακας 3.8). Σε σύγκριση με το CVaR, όμως φαίνεται να υπερέχει αυτού στο 54.76% των εξεταζόμενων περιόδων και

να υστερεί στο υπόλοιπο 45.24%. Και στις δύο συγκρίσεις βέβαια, το p-value δεν παίρνει τιμή μικρότερη του επιπέδου εμπιστοσύνης που έχει καθοριστεί (5%), ώστε να θεωρηθούν τα συμπεράσματα αυτά στατιστικά σημαντικά.

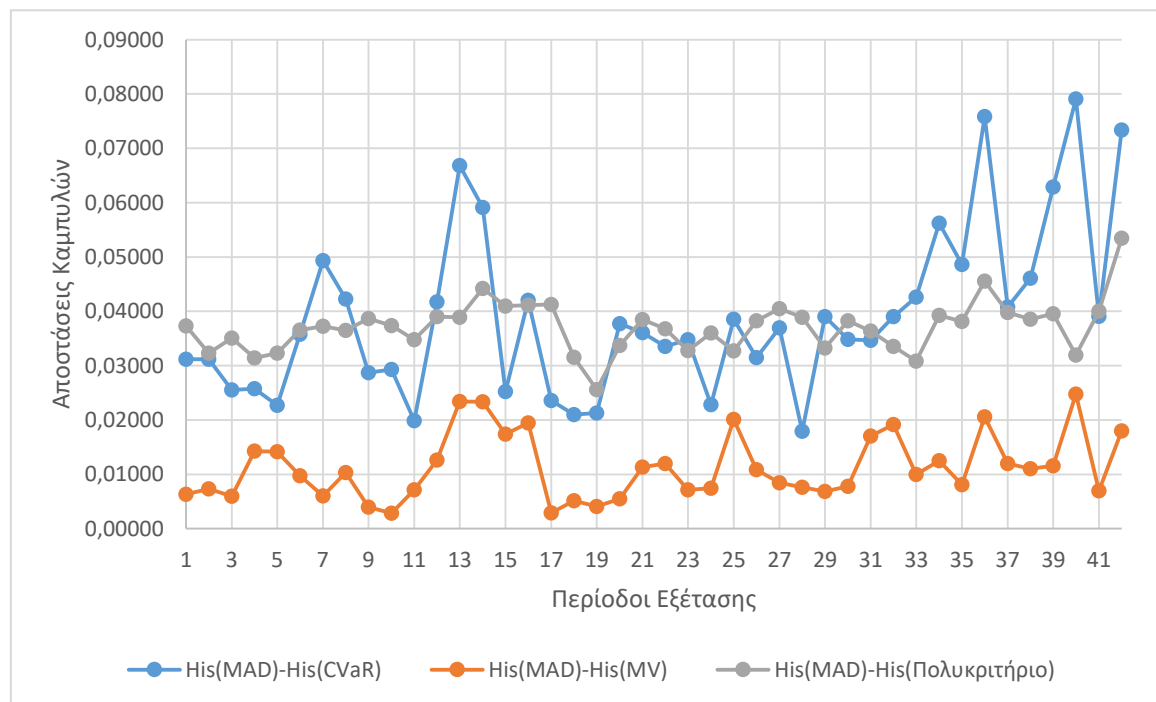
Αντίθετα στην περίπτωση του πολυκριτήριου, όπου το εξεταζόμενο μοντέλο φαίνεται να υστερεί σε αρκετά μεγάλο ποσοστό (69.05%), το p-value ισούται με 14%, τιμή μεγαλύτερη του 5%. Συνεπώς, το παραπάνω συμπέρασμα θεωρείται αρκετά σημαντικό στατιστικά.

Πίνακας 3.8: Αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του μοντέλου MV.

		MAD	CVaR	Πολυκριτήριο	Σύνολο Μοντέλων
Mean-Variance	Υπεροχή	50,00%	54,76%	30,95%	16,67%
	Υστέρηση	50,00%	45,24%	69,05%	19,05%
	Ισοδυναμία	0%	0%	0%	0%
	Σύνολο	100%	100%	100%	35,71%
	p-value	0,397	0,489	0,014	-

3.2.3.2 Συγκρίσεις με το MAD

Σχήμα 3.9: Απόσταση Historical καμπυλών από του MAD.



Στο σχήμα 3.9 φαίνεται ότι η καμπύλη του MAD δείχνει να παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιότητα με αυτή του MV σε σχέση με τα άλλα δύο μοντέλα. Μεγάλες διαφορές εμφανίζονται στην σύγκριση του MAD με το CVaR, όπου η πορεία της καμπύλης δείχνει να έχει πολλές διακυμάνσεις. Κατά μέσο όρο οι διαφορές των Historical καμπυλών από το MAD είναι 0.03914 για το CVaR, 0.01126 για το MV και 0.03711 για το πολυκριτήριο.

Στον πίνακα 3.9 που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των συγκρίσεων των καμπυλών True-Resulting σε σχέση με το μοντέλο του MAD. Έτσι γίνονται οι συγκρίσεις των τριών μοντέλων σε όρους MAD, δηλαδή σε όρους μέσης απόλυτης απόκλισης.

Έτσι φαίνεται ότι το μοντέλο MAD δεν παρουσιάζει κάποια υπεροχή ή υστέρηση έναντι του CVaR μιας και στο 50% των περιπτώσεων υπερτερεί αυτού ενώ στο υπόλοιπο 50% υστερεί. Όσον αφορά συγκριτικά με το MV, εκεί φαίνεται ότι το εξεταζόμενο μοντέλο υπερτερεί στο 54.76% των περιπτώσεων, ενώ στο υπόλοιπο 45.24% φαίνεται να υστερεί, χωρίς όμως οι διαφορές αυτές να είναι στατιστικά σημαντικές ($p\text{-value}=16,4\%$). Αρκετά σημαντικό θεωρείται το αποτέλεσμα της σύγκρισης του MAD με το πολυκριτήριο μοντέλο, στο οποίο φαίνεται στην πλειοψηφία των περιπτώσεων να παρουσιάζει μια υστέρηση (59.52%) και στο υπόλοιπο ποσοστό μια υπεροχή (40.48%) με τιμή για το $p\text{-value}$ αρκετά μικρότερη του 0.05 που απαιτείται. Πιο συγκεκριμένα αυτό δείχνει ότι το πολυκριτήριο μοντέλο στο 60% των περιπτώσεων των συγκρίσεων αυτών παράγει χαρτοφυλάκια που είναι πιο κοντά στο σύνολο των πραγματικά αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων με βάση το κριτήριο του MAD από ότι τα χαρτοφυλάκια που έχουν αναπτυχθεί εξετάζοντας μόνο το MAD. Τέλος, το MAD στο 54.76% του συνόλου περιόδων εξέτασης παρουσίασε υπεροχή σε σχέση και με τα τρία μοντέλα ταυτοχρόνως στο 28.57% και υστέρηση στο 26.19% των περιπτώσεων.

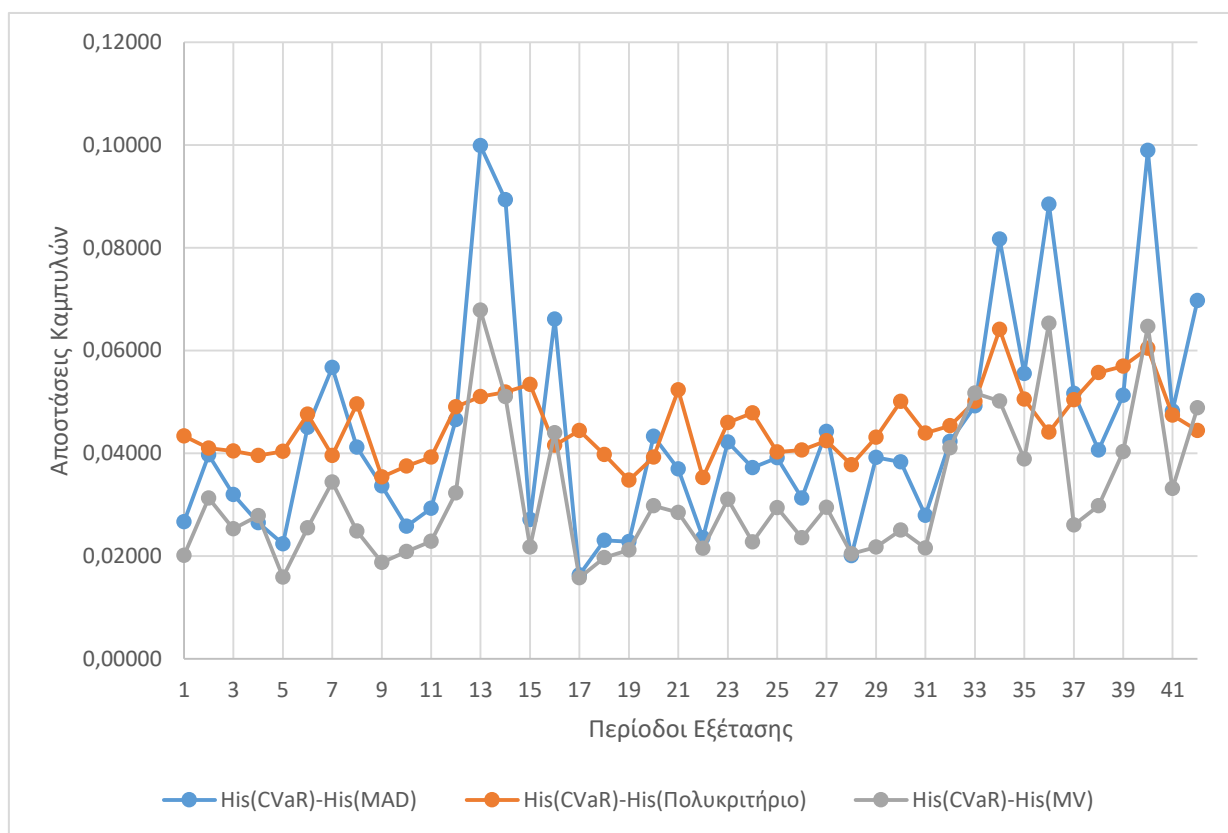
Πίνακας 3.9: Αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του μοντέλου MAD.

		CVaR	Mean-Variance	Πολυκριτήριο	Σύνολο Μοντέλων
MAD	Υπεροχή	50,00%	54,76%	40,48%	28,57%
	Υστέρηση	50,00%	45,24%	59,52%	26,19%
	Ισοδυναμία	0%	0%	0%	0%
	Σύνολο	100%	100%	100%	54,76%
	p-value	0,926	0,164	0,022	-

Συμπερασματικά, φαίνεται το μοντέλο MAD να μην παρουσιάζει καμία διαφορά με το CVaR και να υπερτερεί σε ένα ποσοστό λίγο μεγαλύτερο του 50% του MV, χωρίς όμως τα αποτελέσματα αυτά να έχουν κάποια σημαντική στατιστική ερμηνεία. Αντιθέτως, με αρκετά υψηλή στατιστική σημαντικότητα φαίνεται να υστερεί του πολυκριτηρίου μοντέλου στο 59.52% των εξεταζόμενων περιόδων εξέτασης.

3.2.3.3 Συγκρίσεις με το CVaR

Σχήμα 3.10: Απόσταση Historical καμπυλών από του CVaR.



Από το σχήμα 3.10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των συγκρίσεων των καμπυλών True-Resulting σε σχέση με το μοντέλο του CVaR, δηλαδή σε όρους της υπό συνθήκη αξίας σε κίνδυνο.

Από τον πίνακα εξάγεται το συμπέρασμα ότι το CVaR φαίνεται να μην έχει μια σταθερή πορεία στον υπολογισμό της απόστασης της καμπύλης historical που παράγει και των αντίστοιχων καμπυλών των MAD και MV. Αντίθετα, φαίνεται να έχει μία σταθερή πορεία η καμπύλη της σύγκρισης με το πολυκριτήριο μοντέλο στην οποία ο μέσος όρος υπολογίζεται σε 0.04543.

Όσον αφορά την αξιολόγηση του CVaR έναντι των άλλων μοντέλων (πίνακας 3.10), φαίνεται ότι τα αποτελέσματα είναι παρόμοια με τον πίνακα 3.9. Σε αυτή την περίπτωση το CVaR φαίνεται να υστερεί του MAD στο 54.76% των περιπτώσεων και να υπερτερεί στο υπόλοιπο 45.24%. Επίσης, φαίνεται να μην έχει και κάποια διαφορά με τα αποτελέσματα του MV. Τα δύο προηγούμενα αποτελέσματα, βέβαια δεν μπορούν να θεωρηθούν στατιστικά σημαντικά μιας και η τιμή του p-value σε κάθε μια από τις δύο περιπτώσεις ξεπερνά το 0.05 που έχει οριστεί ως επίπεδο σημαντικότητας.

Αντίθετα, στατιστικά σημαντικό θεωρείται το αποτέλεσμα της σύγκρισης του μοντέλου της υπό συνθήκης Αξίας σε Κίνδυνο με το πολυκριτήριο μοντέλο, στο οποίο η τιμή του p-value παίρνει την τιμή 0.043. Από τη σύγκριση αυτή προκύπτει ότι το CVaR υστερεί στο 57.14% των περιπτώσεων έναντι του πολυκριτηρίου μοντέλου, και υπερτερεί

αυτού στο 40.48%. Αξίζει να σημειωθεί ότι το εν λόγω μοντέλο παρουσιάζει ισοδυναμία με το πολυκριτήριο μοντέλο στο 2.38%, με την έννοια ότι στις συγκεκριμένες περιπτώσεις τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων συμπίπτουν.

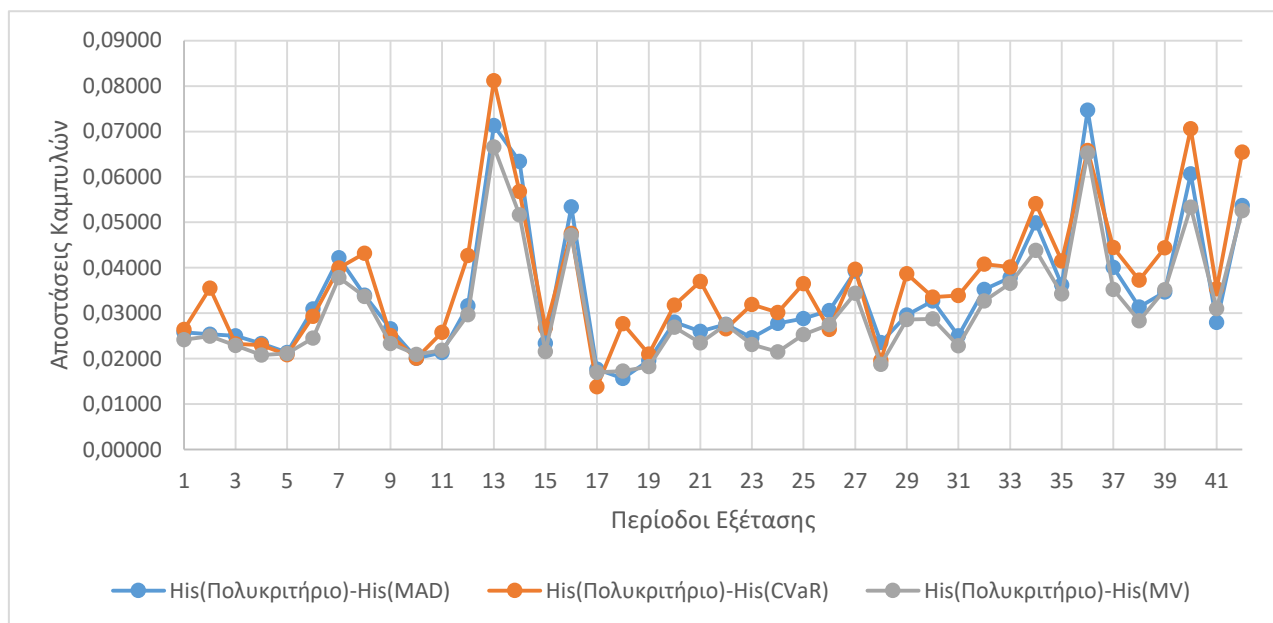
Τέλος, το CVaR θεωρείται καλύτερο όλων των μοντέλων στο 33.33% των περιόδων εξέτασης και χειρότερο όλων στο 45.24%.

Πίνακας 3.10: Αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του μοντέλου CVaR.

		MAD	Mean-Variance	Πολυκριτήριο	Σύνολο Μοντέλων
CVaR	Υπεροχή	45,24%	50,00%	40,48%	33,33%
	Υστέρηση	54,76%	50,00%	57,14%	45,24%
	Ισοδυναμία	0%	0%	2,38%	0%
	Σύνολο	100%	100%	100%	78,57%
	p-value	0,792	0,990	0,043	-

3.2.3.4 Συγκρίσεις με το Πολυκριτήριο Μοντέλο

Σχήμα 3.11: Απόσταση Historical καμπυλών από του Πολυκριτηρίου.



Κλείνοντας με τις συγκρίσεις, το σχήμα 3.11 αναπαριστά τις αποστάσεις της Historical που παράγει το Πολυκριτήριο μοντέλο με την αντίστοιχη των υπολοίπων. Όπως φαίνεται και στο σχήμα το πολυκριτήριο παρουσιάζει μια ομοιομορφία στην πορεία των καμπυλών και στις τρεις περιπτώσεις. Αυτό γίνεται πιο κατανοητό αν κοιτάξει κανείς τους μέσους όρους των αποστάσεων σε κάθε περίπτωση.

- **MAD:** 0.03376
- **CVaR:** 0.03704
- **MV:** 0.03101

Έτσι, η Historical καμπύλη του πολυκριτήριου μοντέλου φαίνεται να είναι πιο κοντά με αυτή του MV, έπειτα με του MAD και τέλος με του CVaR, χωρίς όμως μεγάλες αποκλίσεις μεταξύ των αποτελεσμάτων των τριών συγκρίσεων.

Στον πίνακα 3.11 που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των συγκρίσεων των καμπυλών True-Resulting σε σχέση με το πολυκριτήριο μοντέλο. Έτσι γίνονται οι συγκρίσεις των τριών μοντέλων σε όρους μέσης απόλυτης απόκλισης και υπό συνθήκη αξίας σε κίνδυνο (MAD-CVaR) .

Όσον αφορά την αποτελεσματικότητα του μοντέλου γενικά, αυτό φαίνεται να υπερισχύει όλων των μοντέλων ταυτοχρόνως στο 28.57% (πίνακας 3.11). Ξεχωριστά τώρα, σε σύγκριση με το MAD εμφανίζει υπεροχή στο 57.14% και υστέρηση στο υπόλοιπο 42.86%. Στην περίπτωση του CVaR φαίνεται να υπερέχει σε μεγαλύτερο ποσοστό έναντι του προηγούμενου (66.67%), όπως συμβαίνει και στην σύγκρισή του με το MV (64.29%).

Στα συγκεκριμένα αποτελέσματα ο δείκτης p-value παίρνει τιμές μικρότερες του 0.05 και συνεπώς εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι διαφορές αυτές είναι αρκετά σημαντικές στατιστικά σε επίπεδο σημαντικότητας 5%. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι το εν λόγω μοντέλο δεν παρουσιάζει ισοδυναμία με κανένα άλλο μοντέλο, όπως συνέβη με την περίπτωση του CVaR (υποενότητα 3.2.3.2 Συγκρίσεις με το CVaR).

Πίνακας 3.11: Αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του Πολυκριτήριου μοντέλου.

		MAD	CVaR	Mean-Variance	Σύνολο Μοντέλων
Πολυκριτήριο	Υπεροχή	57,14%	66,67%	64,29%	28,57%
	Υστέρηση	42,86%	33,33%	35,71%	2,38%
	Ισοδυναμία	0%	0%	0%	0%
	Σύνολο	100%	100%	100%	30,95%
	p-value	0,016	0,028	0,008	-

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας ήταν η υλοποίηση διαφόρων εναλλακτικών μοντέλων κατασκευής βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων και η αξιολόγηση τους μέσω τριών δεικτών. Πιο συγκεκριμένα, μέσω τεσσάρων μοντέλων βελτιστοποίησης κατασκευάστηκαν είκοσι βέλτιστα χαρτοφυλάκια, για κάθε μοντέλο, τα οποία αφορούσαν μετοχές του δείκτη S&P 500, για 42 χρονικές περιόδους, και έγινε μια σύγκριση των αποτελεσμάτων τους μέσω των δεικτών. Οι δείκτες αυτοί αποτελούν μέτρα απόκλισης των πραγματικών αποτελεσμάτων από τα παραγόμενα από τα μοντέλα αποτελέσματα.

Πραγματοποιώντας τις παραπάνω συγκρίσεις προέκυψαν κάποια πολύ σημαντικά συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητα των μοντέλων που εξετάστηκαν.

Όσον αφορά τη μέτρηση της απόστασης των καμπυλών True-Resulting ως προς την απόδοση και τον κίνδυνο, οι τιμές των μοντέλων φαίνεται να κατανέμονται σχεδόν ομοιόμορφα γύρω από το πεδίο τιμών $[0.0025-0.005]$ με πολύ μικρές εξαιρέσεις. Επιπλέον το μοντέλο του CVaR φαίνεται να παρουσιάζει τις μεγαλύτερες αποστάσεις στους συγκεκριμένους υπολογισμούς. Παρόμοια αποτελέσματα παρατηρούνται και στις αντίστοιχες συγκρίσεις των καμπυλών Historical-Resulting, με τη διαφορά ότι τα αποτελέσματα που παράγονται δεν είναι τόσο ομοιόμορφα κατανεμημένα γύρω από το $[0.0025-0.005]$, όπως προηγούμενως.

Στον υπολογισμό της μέσης απόστασης των καμπυλών True - Resulting και Historical – Resulting, τα μοντέλα φαίνεται να συμφωνούν μεταξύ τους με εξαίρεση και πάλι το CVaR, όπου στην πρώτη περίπτωση φαίνεται να παρουσιάζει αρκετές διακυμάνσεις στα αποτελέσματα του υπολογισμού σε σχέση με τα υπόλοιπα μοντέλα.

Τέλος, όσον αφορά την αποτελεσματικότητα των μοντέλων, το πολυκριτήριο είναι αυτό που φαίνεται να υπερτερεί όλων σε ποσοστό μεγαλύτερο του 50% σε κάθε περίπτωση. Η υπεροχή που προέκυψε ελέγχθηκε ως προς τη στατιστική της σημαντικότητα σε ένα επίπεδο σημαντικότητας 5%, όπου και προέκυψε αρκετά σημαντική στατιστικά. Αντίθετα το μοντέλο της CVaR φαίνεται να εμφανίζει προβλήματα όσο αφορά την αποτελεσματικότητα του. Το συμπέρασμα αυτό έρχεται σε συμφωνία με τους Lim et. al. (2011), οι οποίοι κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το συγκεκριμένο μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί συνεκτικό γενικά, όμως έχει μεγάλη ευαισθησία όσον αφορά στις σχέσεις μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών, πράγμα που κάνει τα λάθη των εκτιμήσεων του αρκετά σοβαρά.

Όλα τα παραπάνω έρχονται σε συμφωνία με τα συμπεράσματα των ερευνών που παρουσιάστηκαν στο δεύτερο κεφάλαιο (ενότητα 2.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση), με βασικότερο το συμπέρασμα ότι τα μοντέλα παρουσιάζουν αρκετές ομοιότητες μεταξύ τους καθώς επίσης ότι σε συγκεκριμένες περιπτώσεις φαίνεται να λειτουργούν όμοια με το αρχικό μοντέλο χαρτοφυλακίου του Harry Markowitz.

Κλείνοντας, κάποιες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα θα μπορούσαν να είναι:

- Η χρήση περισσότερων μοντέλων κατασκευής βέλτιστων χαρτοφυλακίων, για να μπορεί να γίνει σύγκριση πολλών μοντέλων, τα οποία ασχολούνται με το ίδιο θέμα, ώστε να υπάρχει μια πιο ολοκληρωμένη άποψη για την αποτελεσματικότητα τους.
- Η χρήση επιπλέον δεικτών αξιολόγησης, οι οποίοι θα ισχυροποιούν την αποτελεσματικότητα των αποτελεσμάτων των μοντέλων που θα χρησιμοποιούνται.
- Η αύξηση των περιόδων εξέτασης, για παράδειγμα να συμπεριληφθεί και μια εξαμηνιαία περίοδος σε κάθε περίπτωση, ώστε να φανεί η αποτελεσματικότητά των αποτελεσμάτων των μοντέλων σε διαφορετικό χρονικό ορίζοντα.
- Η ανάπτυξη επιπλέον πολυκριτήριων μοντέλων, μιας και βάσει των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν φάνηκε ότι επιτυγχάνουν μια καλή ισορροπία μεταξύ διαφορετικών μέτρων κινδύνου και παρέχουν αρκετά ευσταθή αποτελέσματα, όσον αφορά την αξιολόγηση του υπό διαφορετικές οπτικές εξέτασης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Angelelli E., Mansini R., Speranza M. G., 2008. A comparison of MAD and CVaR model with real features. *Journal of Banking & Finance*, Volume 32, pp. 1188-1197.

Artzner P., Delbaen F., Eber J.M., Heath D., 1999. Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9(3), pp. 203-228.

Basel Committee, 2001. *Operational Risk*, s.l.: Bank for International Settlements.

Basel Committee, 2005. *Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risk*, s.l.: Bank for International Settlements .

Carey M., Stulz R., 2005. Introduction to "The Risks of Financial Institutions". *National Bureau of Economic Research*, Issue 11442, pp. 1-34.

Cesarone F., Scozzari A., Tardella F., 2015. Linear vs. quadratic portfolio selection models with hard real - world constraints. *Computer Management Science*, Volume 12, pp. 345-370.

Chiang K., Steuer R. E., 2016. Value of information in portfolio selection, with a Taiwan stock market application illustration. *European Journal of Operational Research*, Volume 253, pp. 418-427.

DeMiguel V., Garlappi L., Uppal R., 2009. Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?. *The Review of Financial Studies*, 22(5), pp. 1915-1953.

Doumpos M., Zopounidis C., 2014. *Multicriteria Analysis in Finance*. New York: Springer .

Gilli M., Schumann E., 2011. Optimal Enough?. *J. Heuristics*, Volume 17, pp. 373-387.

Guastaroba G., Mitra G., Speranza G. M., 2011. Investigating the effectiveness of robust portfolio optimization techniques. *Journal of Asset Management*, 12(4), pp. 260-280.

Hu J., Zhang G., 2010. Comparison of Portfolio Optimization Models with Real Features: An Empirical Study Based on Chinese Stock Market. *Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems Series B: Applications & Algorithms*, Volume 17, pp. 83-100.

Jensen C. M., 1968. The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *Journal of Finance*, 23(2), pp. 389-416.

Jobst N. J., Horniman M. D., Lucas C. A., Mitra G., 2000. Computational aspects of alternative portfolio selection models in the presence of discrete asset choice constraints. *Quantitative Finance*, 1(5), pp. 489-501.

- Knowles J., Corne D., 2002. On Metrics for Comparing Nondominated Sets. *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*, 2002. CEC '02, pp. 711-716.
- Konno H., Yamazaki H., 1991. Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37(5), pp. 519-531.
- Krink T., Paterlini S., 2011. Multiobjective optimization using differential evolution for real-world portfolio optimization. *Computational Management Science*, 8(1), pp. 157-179.
- Krokhmal P., Palmquist J, Uryasev S., 2001. Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints. *Journal of Risk*, 4(2), pp. 43-68.
- Kroll Y., Levy H., Markowitz H., 1984. Mean-Variance Versus Direct Utility Maximization. *Journal of Finance*, Volume 39, pp. 47-62.
- Lim A., Shanthikumar G., Vahn G., 2011. Conditional value-at-risk in portfolio optimization: Coherent but fragile. *Operations Research Letters*, 39(3), pp. 163-171.
- Mansini R., Ogryczak W., Speranza G. M., 2003. LP solvable models for portfolio optimization: a classification and computational comparison. *Journal of Management Mathematics*, Volume 14, pp. 187-220.
- Mansini R., Ogryczak W., Speranza M.G., 2014. Twenty years of linear programming based portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, Volume 234, pp. 518-535.
- Markowitz H., 1952. Portfolio Selection. *The journal of Finance*, 7(1), pp. 77-91.
- Markowitz H., Todd P., Xu, G., Yamane Y., 1993. Computation of mean-semivariance efficient sets by the Critical Line Algorithm. *Annals of Operations Research*, 45(1), pp. 307-313.
- Meucci A., 2010. Linear vs. Compounded Returns: Common Pitfalls in Portfolio Management. *GARP Risk Professional Magazine*, pp. 49-51.
- Ogryczak W., 2000. Multiple criteria linear programming model for portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 97(1), pp. 143-162.
- Quaranta A., Zaffaroni A., 2008. Robust optimization of conditional value at risk and portfolio selection. *Journal of Banking & Finance*, Volume 32, pp. 2046-2056.
- Rockafellar T., Uryasev S., 2000. Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*, Volume 2, pp. 21-41.
- Rockafellar T., Uryasev S., 2001. Conditional Value-at-Risk for general loss distributions. *Research Reports*, Volume 5, pp. 1-34.
- Rodriguez R., Luque M., Gonzalez M., 2010. Portfolio selection in the Spanish stock market by interactive multiobjective programming. *Springer*, Volume 19, pp. 213-231.

Roman D., Darby-Dowman K., Mitra G., 2007. Mean-risk models using two risk measures: a multiobjective approach. *Quantitative Finance*, 7(4), pp. 443-458.

Santomero A., 1997. *Commercial Bank Risk Management: An Analysis of the Process*, Pennsylvania: Warton school-University of Pennsylvania.

Sarykalin S., Serraino G., Uryasev, S., 2014. Value-at-Risk vs. Conditional Value-at-Risk in Risk Management and Optimization. *Tutorials in Operations Research*, Issue 13, pp. 270-294.

Sharpe William F., 1964. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3), pp. 425-442.

Steuer R., Qi Y., Hirschberger M., 2005. Multiple Objectives in Portfolio Selection. *Journal of Financial Decision Making*, 1(1), pp. 11-26.

Treynor J., 1965. How to Rate Management of Investment Funds. *Harvard Business Review*, Volume 43, pp. 63-75.

Xidonas P., Mavrotas G., Krintas T., Psarras J., Zopounidis C., 2012. *Multicriteria Portfolio Management*. New York: Springer.

Xidonas P., Mavrotas G., Psarras J., 2010. Equity portfolio construction and selection using multiobjective mathematical programming. *Journal of Global Optimization*, 47(2), pp. 185-209.

Xidonas P., Mavrotas G., Zopounidis C., Psarras J., 2011. IPSSIS: An intergated multicriteria decision support system for equity portfolio construction and selection. *European Journal of Operational Research*, Volume 210, pp. 398-409.

Αρχοντάκη Κ., 2010. *Διαχείριση και σύνθεση χαρτοφυλακίου*, Θεσσαλονίκη: Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.

Γραμβουσάκη Γ., 2009. *Παράγωγα Προϊόντα: Η χρήση τους στη Διαχείριση Χρηματοοικονομικών Κινδύνων*, Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

Διαλεκτή Λ., 1996. *Πολυκριτήρια Μεθοδολογία για την Επιλογή & Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Μετοχών (Η Περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών)*, Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

Δόκαλη Ε., 2011. *Διαχειριση Χαρτοφυλακίου Επιλεγμένων Μετοχικών Αξιών: Μελέτη Συγκεκριμένης Περίπτωσης στο Ελληνικό Χρηματιστήριο*, Θεσσαλονίκη: Πανεπιστήμιο Μακεδονίας.

Δούμπος Μ., 2009. *Πολυκριτήρια Συστήματα Αποφάσεων - Σημειώσεις Μαθήματος*. Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

Δούμπος Μ., 2010. *Μαθηματικός και Χρηματοοικονομικός Λογισμός. Σημειώσεις Μαθήματος*. Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

Ζοπουνίδης Κ., 2003. *Βασικές Αρχές και Σύγχρονα Θέματα του Χρηματοοικονομικού Μανατζμέντ*. Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Καμπιανάκης Α., 2014. *Υπολογιστική Υλοποίηση Εναλλακτικών Μοντέλων Βελτιστοποίησης Χαρτοφυλακίων*, Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

Καραϊσκος Σ., 2013. *Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων με Παθητικές Στρατηγικές και Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων: Συγκριτική Αξιολόγηση Μοντέλων*, Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Καραντώνη Κ., 2011. *Risk Management of Conditional Value-at-Risk Optimal Portfolio Using Options*, Αθήνα: Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Καραπιστόλης Δ., 1996. *Δημιουργία Λογισμικού για την Κατάρτιση Φερέγγυου Χαρτοφυλακίου με Μεθόδους της Ανάλυσης Δεδομένων*, Θεσσαλονίκη: Πανεπιστήμιο Μακεδονίας.

Κορνάρος Α., 2006. *Πολυκριτήρια Μεθοδολογία για την Αξιολόγηση και Επιλογή Αποτελεσματικών Χαρτοφυλακίων*, Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

Κωστάκης Τσονόπουλος Ε., 2014. *Εφαρμογή του Υποδείγματος Μέσου-Διακύμανσης στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών*, Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Μακρής Σ., 2014. *Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου και Αποτίμηση Περιουσιακών Στοιχείων*, Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Μιχαηλίδης Γ. Μ., 2009. *Ανάλυση της Ελληνικής Χρηματιστηριακής Αγοράς υπό το Πρίσμα της Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου*, Θεσσαλονίκη: Πανεπιστήμιο Μακεδονίας.

Παδούβας Γ., 2015. *Ανάλυση Χρηματοοικονομικών Κινδύνων και VaR. Υπολογισμός και Εφαρμογή με τη Μέθοδο Monte Carlo στη Γλώσσα R*, Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Πατσάκη Σ., 2006. *Μέτρα Κινδύνου στη Χρηματοοικονομική*, Πειραιάς: Πανεπιστήμιο Πειραιώς.

Σωμαράς Α., 2007. *Διαδικασίες βελτιστοποίησης στη σύνθεση χαρτοφυλακίων μετοχών*, Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

<http://economictimes.indiatimes.com/>

<http://us.spindices.com/indices/equity/sp-500>

<http://www.investopedia.com/>

<http://www.reuters.com/>

https://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page

<https://finance.yahoo.com/>

<https://markets.ft.com/data/>

<https://www.euretirio.com/>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Πίνακας Π.1: Κατάλογος επιχειρήσεων που ανήκουν στον δείκτη S&P 500³.

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
3M Company	MMM	Βιομηχανία	
Abbott Laboratories	ABT	Υγειονομική Περίθαλψη	31/3/1964
AbbVie	ABBV	Υγειονομική Περίθαλψη	31/12/2012
Accenture plc	ACN	Πληροφορική	6/7/2011
Activision Blizzard	ATVI	Πληροφορική	31/8/2015
Acuity Brands Inc	AYI	Βιομηχανία	3/5/2016
Adobe Systems Inc	ADBE	Πληροφορική	5/5/1997
Advance Auto Parts	AAP	Καταναλωτικά Αγαθά	9/7/2015
AES Corp	AES	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Aetna Inc	AET	Υγειονομική Περίθαλψη	30/6/1976
Affiliated Managers Group Inc	AMG	Οικονομικά	1/7/2014
AFLAC Inc	AFL	Οικονομικά	
Agilent Technologies Inc	A	Υγειονομική Περίθαλψη	
Air Products & Chemicals Inc	APD	Υλικά	30/4/1985
Akamai Technologies Inc	AKAM	Πληροφορική	12/7/2007
Alaska Air Group Inc	ALK	Βιομηχανία	13/5/2016
Albemarle Corp	ALB	Υλικά	1/7/2016
Allergan, Plc	AGN	Υγειονομική Περίθαλψη	
Alliant Energy Corp	LNT	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	1/7/2016

³ https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_S%26P_500_companies

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Alexion Pharmaceuticals	ALXN	Υγειονομική Περίθαλψη	25/5/2012
Allegion	ALLE	Βιομηχανία	2/12/2013
Alliance Data Systems	ADS	Πληροφορική	23/12/2013
Allstate Corp	ALL	Οικονομικά	
Alphabet Inc Class A	GOOGL	Πληροφορική	3/4/2014
Alphabet Inc Class C	GOOG	Πληροφορική	
Altria Group Inc	MO	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Amazon.com Inc	AMZN	Καταναλωτικά Αγαθά	18/11/2005
Ameren Corp	AEE	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	19/9/1991
American Airlines Group	AAL	Βιομηχανία	23/3/2015
American Electric Power	AEP	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
American Express Co	AXP	Οικονομικά	30/6/1976
American International Group, Inc.	AIG	Οικονομικά	31/3/1980
American Tower Corp A	AMT	Ακίνητα	19/11/2007
American Water Works Company Inc	AWK	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	4/3/2016
Ameriprise Financial	AMP	Οικονομικά	
AmerisourceBergen Corp	ABC	Υγειονομική Περίθαλψη	
AMETEK Inc	AME	Βιομηχανία	23/9/2013
Amgen Inc	AMGN	Υγειονομική Περίθαλψη	2/1/1992
Amphenol Corp	APH	Βιομηχανία	30/9/2008
Anadarko Petroleum Corp	APC	Ενέργεια	
Analog Devices, Inc.	ADI	Πληροφορική	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Anthem Inc.	ANTM	Υγειονομική Περίθαλψη	
Aon plc	AON	Οικονομικά	
Apache Corporation	APA	Ενέργεια	
Apartment Investment & Mgmt	AIV	Ακίνητα	
Apple Inc.	AAPL	Πληροφορική	30/11/1982
Applied Materials Inc	AMAT	Πληροφορική	
Archer-Daniels-Midland Co	ADM	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	29/7/1981
Arconic Inc	ARNC	Βιομηχανία	31/3/1964
Arthur J. Gallagher & Co.	AJG	Οικονομικά	31/5/2016
Assurant Inc	AIZ	Οικονομικά	10/4/2007
AT&T Inc	T	Τηλεπικοινωνίες	30/11/1983
Autodesk Inc	ADSK	Πληροφορική	1/12/1989
Automatic Data Processing	ADP	Πληροφορική	31/3/1981
AutoNation Inc	AN	Καταναλωτικά Αγαθά	
AutoZone Inc	AZO	Καταναλωτικά Αγαθά	
AvalonBay Communities, Inc.	AVB	Ακίνητα	10/1/2007
Avery Dennison Corp	AVY	Υλικά	31/12/1987
Baker Hughes Inc	BHI	Ενέργεια	
Ball Corp	BLL	Υλικά	31/10/1984
Bank of America Corp	BAC	Οικονομικά	30/6/1976
The Bank of New York Mellon Corp.	BK	Οικονομικά	
Bard (C.R.) Inc.	BCR	Υγειονομική Περίθαλψη	30/6/1975
Baxter International Inc.	BAX	Υγειονομική Περίθαλψη	30/9/1972

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
BB&T Corporation	BBT	Οικονομικά	
Becton Dickinson	BDX	Υγειονομική Περίθαλψη	30/9/1972
Bed Bath & Beyond	BBBY	Καταναλωτικά Αγαθά	
Berkshire Hathaway	BRK-B	Οικονομικά	16/2/2010
Best Buy Co. Inc.	BBY	Καταναλωτικά Αγαθά	
BIOGEN IDEC Inc.	BIIB	Υγειονομική Περίθαλψη	
BlackRock	BLK	Οικονομικά	4/4/2011
Block H&R	HRB	Οικονομικά	30/11/1986
Boeing Company	BA	Βιομηχανία	
BorgWarner	BWA	Καταναλωτικά Αγαθά	19/12/2011
Boston Properties	BXP	Ακίνητα	
Boston Scientific	BSX	Υγειονομική Περίθαλψη	
Bristol-Myers Squibb	BMY	Υγειονομική Περίθαλψη	
Broadcom	AVGO	Πληροφορική	8/5/2014
Brown-Forman Corporation	BF-B	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	31/10/1982
C. H. Robinson Worldwide	CHRW	Βιομηχανία	
CA, Inc.	CA	Πληροφορική	31/7/1987
Cabot Oil & Gas	COG	Ενέργεια	23/6/2008
Campbell Soup	CPB	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Capital One Financial	COF	Οικονομικά	
Cardinal Health Inc.	CAH	Υγειονομική Περίθαλψη	
Henry Schein	HSIC	Υγειονομική Περίθαλψη	17/3/2015
Carmax Inc	KMX	Καταναλωτικά Αγαθά	28/6/2010
Carnival Corp.	CCL	Καταναλωτικά Αγαθά	
Caterpillar Inc.	CAT	Βιομηχανία	
CBRE Group	CBG	Ακίνητα	
CBS Corp.	CBS	Καταναλωτικά Αγαθά	1/9/1994
Celgene Corp.	CELG	Υγειονομική Περίθαλψη	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Centene Corporation	CNC	Υγειονομική Περίθαλψη	30/3/2016
CenterPoint Energy	CNP	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	31/7/1985
CenturyLink Inc	CTL	Τηλεπικοινωνίες	
Cerner	CERN	Υγειονομική Περίθαλψη	30/4/2010
CF Industries Holdings Inc	CF	Υλικά	27/8/2008
Charles Schwab Corporation	SCHW	Οικονομικά	
Chesapeake Energy	CHK	Ενέργεια	
Chevron Corp.	CVX	Ενέργεια	
Chipotle Mexican Grill	CMG	Καταναλωτικά Αγαθά	28/4/2011
Chubb Limited	CB	Οικονομικά	15/7/2010
Church & Dwight	CHD	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	29/12/2015
CIGNA Corp.	CI	Υγειονομική Περίθαλψη	30/6/1976
Cimarex Energy	XEC	Ενέργεια	21/6/2014
Cincinnati Financial	CINF	Οικονομικά	
Cintas Corporation	CTAS	Βιομηχανία	
Cisco Systems	CSCO	Πληροφορική	1/12/1993
Citigroup Inc.	C	Οικονομικά	31/5/1988
Citizens Financial Group	CFG	Οικονομικά	29/1/2016
Citrix Systems	CTXS	Πληροφορική	
The Clorox Company	CLX	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	31/3/1969
CME Group Inc.	CME	Οικονομικά	
CMS Energy	CMS	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Coach Inc.	COH	Καταναλωτικά Αγαθά	
Coca Cola Company	KO	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Cognizant Technology Solutions	CTSH	Πληροφορική	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Colgate-Palmolive	CL	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Comcast A Corp	CMCSA	Καταναλωτικά Αγαθά	18/9/2015
Comerica Inc.	CMA	Οικονομικά	
ConAgra Foods Inc.	CAG	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	31/8/1983
Concho Resources	CXO	Ενέργεια	22/2/2016
ConocoPhillips	COP	Ενέργεια	
Consolidated Edison	ED	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Constellation Brands	STZ	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Corning Inc.	GLW	Βιομηχανία	
Costco Co.	COST	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	1/10/1993
Coty, Inc	COTY	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	3/10/2016
Crown Castle International Corp.	CCI	Ακίνητα	14/3/2012
CSRA Inc.	CSRA	Πληροφορική	1/12/2015
CSX Corp.	CSX	Βιομηχανία	30/9/1967
Cummins Inc.	CMI	Βιομηχανία	31/3/1965
CVS Health	CVS	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
D. R. Horton	DHI	Καταναλωτικά Αγαθά	
Danaher Corp.	DHR	Βιομηχανία	
Darden Restaurants	DRI	Καταναλωτικά Αγαθά	
DaVita Inc.	DVA	Υγειονομική Περίθαλψη	31/7/2008
Deere & Co.	DE	Βιομηχανία	
Delphi Automotive	DLPH	Καταναλωτικά Αγαθά	24/12/2012
Delta Air Lines	DAL	Βιομηχανία	11/9/2013
Dentsply Sirona	XRAY	Υγειονομική Περίθαλψη	14/11/2008
Devon Energy Corp.	DVN	Ενέργεια	
Digital Realty Trust	DLR	Ακίνητα	18/5/2016
Discover Financial Services	DFS	Οικονομικά	2/7/2007

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Discovery Communications-A	DISCA	Καταναλωτικά Αγαθά	1/3/2010
Discovery Communications-C	DISCK	Καταναλωτικά Αγαθά	7/8/2014
Dollar General	DG	Καταναλωτικά Αγαθά	3/12/2012
Dollar Tree	DLTR	Καταναλωτικά Αγαθά	19/12/2011
Dominion Resources	D	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Dover Corp.	DOV	Βιομηχανία	31/10/1985
Dow Chemical	DOW	Υλικά	
Dr Pepper Snapple Group	DPS	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	7/10/2008
DTE Energy Co.	DTE	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Du Pont (E.I.)	DD	Υλικά	
Duke Energy	DUK	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	30/6/1976
Dun & Bradstreet	DNB	Βιομηχανία	2/12/2008
E*Trade	ETFC	Οικονομικά	31/3/2004
Eastman Chemical	EMN	Υλικά	1/1/1994
Eaton Corporation	ETN	Βιομηχανία	
eBay Inc.	EBAY	Πληροφορική	
Ecolab Inc.	ECL	Υλικά	31/1/1989
Edison Int'l	EIX	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Edwards Lifesciences	EW	Υγειονομική Περίθαλψη	1/4/2011
Electronic Arts	EA	Πληροφορική	
Emerson Electric Company	EMR	Βιομηχανία	31/3/1965
Endo International	ENDP	Υγειονομική Περίθαλψη	27/1/2015
Entergy Corp.	ETR	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Envision Healthcare Corp	EVHC	Υγειονομική Περίθαλψη	2/12/2016
EOG Resources	EOG	Ενέργεια	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
EQT Corporation	EQT	Ενέργεια	19/12/2008
Equifax Inc.	EFX	Οικονομικά	
Equinix	EQIX	Ακίνητα	20/3/2015
Equity Residential	EQR	Ακίνητα	
Essex Property Trust, Inc.	ESS	Ακίνητα	2/4/2014
Estee Lauder Cos.	EL	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Eversource Energy	ES	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Exelon Corp.	EXC	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Expedia Inc.	EXPE	Καταναλωτικά Αγαθά	2/10/2007
Expeditors Int'l	EXPD	Βιομηχανία	10/10/2007
Express Scripts	ESRX	Υγειονομική Περίθαλψη	25/9/2003
Extra Space Storage	EXR	Ακίνητα	19/1/2016
Exxon Mobil Corp.	XOM	Ενέργεια	
F5 Networks	FFIV	Πληροφορική	20/12/2010
Facebook	FB	Πληροφορική	23/12/2013
Fastenal Co	FAST	Βιομηχανία	15/9/2009
Federal Realty Investment Trust	FRT	Ακίνητα	1/2/2016
FedEx Corporation	FDX	Βιομηχανία	31/12/1980
Fidelity National Information Services	FIS	Πληροφορική	
Fifth Third Bancorp	FITB	Οικονομικά	
First Solar Inc	FSLR	Πληροφορική	16/10/2009
FirstEnergy Corp	FE	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Fiserv Inc	FISV	Πληροφορική	
FLIR Systems	FLIR	Βιομηχανία	2/1/2009
Flowserve Corporation	FLS	Βιομηχανία	2/10/2008
Fluor Corp.	FLR	Βιομηχανία	31/3/1980

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
FMC Corporation	FMC	Υλικά	19/8/2009
FMC Technologies Inc.	FTI	Ενέργεια	5/6/2009
Foot Locker Inc	FL	Καταναλωτικά Αγαθά	4/4/2016
Ford Motor	F	Καταναλωτικά Αγαθά	
Fortive Corp	FTV	Βιομηχανία	1/7/2016
Fortune Brands Home & Security	FBHS	Βιομηχανία	22/6/2016
Franklin Resources	BEN	Οικονομικά	
Freeport-McMoran Cp & Gld	FCX	Υλικά	
Frontier Communications	FTR	Τηλεπικοινωνίες	
Gap (The)	GPS	Καταναλωτικά Αγαθά	31/8/1986
Garmin Ltd.	GRMN	Καταναλωτικά Αγαθά	12/12/2012
General Dynamics	GD	Βιομηχανία	
General Electric	GE	Βιομηχανία	
General Growth Properties Inc.	GGP	Ακίνητα	10/12/2013
General Mills	GIS	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	31/3/1969
General Motors	GM	Καταναλωτικά Αγαθά	6/6/2013
Genuine Parts	GPC	Καταναλωτικά Αγαθά	31/12/1973
Gilead Sciences	GILD	Υγειονομική Περίθαλψη	
Global Payments Inc	GPN	Πληροφορική	25/4/2016
Goldman Sachs Group	GS	Οικονομικά	
Goodyear Tire & Rubber	GT	Καταναλωτικά Αγαθά	
Grainger (W.W.) Inc.	GWV	Βιομηχανία	30/6/1981
Halliburton Co.	HAL	Ενέργεια	
Hanesbrands Inc	HBI	Καταναλωτικά Αγαθά	20/3/2015

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Harley-Davidson	HOG	Καταναλωτικά Αγαθά	
Harman Int'l Industries	HAR	Καταναλωτικά Αγαθά	
Harris Corporation	HRS	Πληροφορική	22/9/2008
Hartford Financial Svc.Gp.	HIG	Οικονομικά	
Hasbro Inc.	HAS	Καταναλωτικά Αγαθά	30/9/1984
HCA Holdings	HCA	Υγειονομική Περίθαλψη	27/1/2015
HCP Inc.	HCP	Ακίνητα	31/3/2008
Helmerich & Payne	HP	Ενέργεια	
Hess Corporation	HES	Ενέργεια	31/5/1984
Hewlett Packard Enterprise	HPE	Πληροφορική	2/11/2015
Hologic	HOLX	Υγειονομική Περίθαλψη	30/3/2016
Home Depot	HD	Καταναλωτικά Αγαθά	31/3/1988
Honeywell Int'l Inc.	HON	Βιομηχανία	31/3/1964
Hormel Foods Corp.	HRL	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	4/3/2009
Host Hotels & Resorts	HST	Ακίνητα	20/3/2007
HP Inc.	HPQ	Πληροφορική	31/12/1974
Humana Inc.	HUM	Υγειονομική Περίθαλψη	
Huntington Bancshares	HBAN	Οικονομικά	
Illinois Tool Works	ITW	Βιομηχανία	28/2/1986
Illumina Inc	ILMN	Υγειονομική Περίθαλψη	19/11/2015
Ingersoll-Rand PLC	IR	Βιομηχανία	17/11/2010
Intel Corp.	INTC	Πληροφορική	31/12/1976
Intercontinental Exchange	ICE	Οικονομικά	26/9/2007
International Business Machines	IBM	Πληροφορική	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
International Paper	IP	Υλικά	
Interpublic Group	IPG	Καταναλωτικά Αγαθά	1/10/1992
Intl Flavors & Fragrances	IFF	Υλικά	31/3/1976
Intuit Inc.	INTU	Πληροφορική	5/12/2000
Intuitive Surgical Inc.	ISRG	Υγειονομική Περίθαλψη	2/6/2008
Invesco Ltd.	IVZ	Οικονομικά	21/8/2008
Iron Mountain Incorporated	IRM	Ακίνητα	6/1/2009
Jacobs Engineering Group	JEC	Βιομηχανία	26/10/2007
J. B. Hunt Transport Services	JBHT	Βιομηχανία	1/7/2015
JM Smucker	SJM	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	6/11/2008
Johnson & Johnson	JNJ	Υγειονομική Περίθαλψη	30/6/1973
Johnson Controls International	JCI	Βιομηχανία	27/8/2010
JPMorgan Chase & Co.	JPM	Οικονομικά	30/6/1975
Juniper Networks	JNPR	Πληροφορική	
Kansas City Southern	KSU	Βιομηχανία	24/5/2013
Kellogg Co.	K	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
KeyCorp	KEY	Οικονομικά	1/3/1994
Kimberly-Clark	KMB	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Kimco Realty	KIM	Ακίνητα	
Kinder Morgan	KMI	Ενέργεια	25/5/2012
KLA-Tencor Corp.	KLAC	Πληροφορική	
Kohl's Corp.	KSS	Καταναλωτικά Αγαθά	
Kraft Heinz Co	KHC	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	6/7/2015
Kroger Co.	KR	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
L Brands Inc.	LB	Καταναλωτικά Αγαθά	30/9/1983

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
L-3 Communications Holdings	LLL	Βιομηχανία	
Laboratory Corp. of America Holding	LH	Υγειονομική Περίθαλψη	
Lam Research	LRCX	Πληροφορική	29/6/2012
Leggett & Platt	LEG	Βιομηχανία	
Lennar Corp.	LEN	Καταναλωτικά Αγαθά	
Level 3 Communications	LVLT	Τηλεπικοινωνίες	5/11/2014
Leucadia National Corp.	LUK	Οικονομικά	27/8/2007
Lilly (Eli) & Co.	LLY	Υγειονομική Περίθαλψη	31/12/1970
Lincoln National	LNC	Οικονομικά	30/6/1976
Linear Technology Corp.	LLTC	Πληροφορική	
LKQ Corporation	LKQ	Καταναλωτικά Αγαθά	23/5/2016
Lockheed Martin Corp.	LMT	Βιομηχανία	31/7/1984
Loews Corp.	L	Οικονομικά	
Lowe's Cos.	LOW	Καταναλωτικά Αγαθά	29/2/1984
LyondellBasell	LYB	Υλικά	5/9/2012
Mid-America Apartments	MAA	Ακίνητα	1/12/2016
M&T Bank Corp.	MTB	Οικονομικά	
Macerich	MAC	Ακίνητα	9/5/2013
Macy's Inc.	M	Καταναλωτικά Αγαθά	
Mallinckrodt Plc	MNK	Υγειονομική Περίθαλψη	19/8/2014
Marathon Oil Corp.	MRO	Ενέργεια	1/5/1991
Marathon Petroleum	MPC	Ενέργεια	1/7/2011
Marriott Int'l.	MAR	Καταναλωτικά Αγαθά	
Marsh & McLennan	MMC	Οικονομικά	31/8/1987

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Martin Marietta Materials	MLM	Υλικά	2/7/2014
Masco Corp.	MAS	Βιομηχανία	30/6/1981
Mastercard Inc.	MA	Πληροφορική	18/7/2008
Mattel Inc.	MAT	Καταναλωτικά Αγαθά	31/3/1982
McCormick & Co.	MKC	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
McDonald's Corp.	MCD	Καταναλωτικά Αγαθά	30/6/1970
McKesson Corp.	MCK	Υγειονομική Περίθαλψη	
Mead Johnson	MJN	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	21/12/2009
Medtronic plc	MDT	Υγειονομική Περίθαλψη	31/10/1986
Merck & Co.	MRK	Υγειονομική Περίθαλψη	
MetLife Inc.	MET	Οικονομικά	
Mettler Toledo	MTD	Υγειονομική Περίθαλψη	6/9/2016
Michael Kors Holdings	KORS	Καταναλωτικά Αγαθά	13/11/2013
Microchip Technology	MCHP	Πληροφορική	7/9/2007
Micron Technology	MU	Πληροφορική	27/9/1994
Microsoft Corp.	MSFT	Πληροφορική	1/6/1994
Mohawk Industries	MHK	Καταναλωτικά Αγαθά	23/12/2013
Molson Coors Brewing Company	TAP	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	30/6/1976
Mondelez International	MDLZ	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	2/10/2012
Monsanto Co.	MON	Υλικά	7/8/2002
Monster Beverage	MNST	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	28/6/2012
Moody's Corp	MCO	Οικονομικά	
Morgan Stanley	MS	Οικονομικά	
The Mosaic Company	MOS	Υλικά	26/9/2011
Motorola Solutions Inc.	MSI	Πληροφορική	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Murphy Oil	MUR	Ενέργεια	
Mylan N.V.	MYL	Υγειονομική Περίθαλψη	
NASDAQ OMX Group	NDAQ	Οικονομικά	22/10/2008
National Oilwell Varco Inc.	NOV	Ενέργεια	
Navient	NAVI	Οικονομικά	1/5/2014
NetApp	NTAP	Πληροφορική	
Netflix Inc.	NFLX	Πληροφορική	20/12/2010
Newell Brands	NWL	Καταναλωτικά Αγαθά	30/4/1989
Newfield Exploration Co	NFX	Ενέργεια	20/12/2010
Newmont Mining Corp. (Hldg. Co.)	NEM	Υλικά	30/6/1969
News Corp. Class A	NWSA	Καταναλωτικά Αγαθά	1/8/2013
News Corp. Class B	NWS	Καταναλωτικά Αγαθά	18/9/2015
NextEra Energy	NEE	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	30/6/1976
Nielsen Holdings	NLSN	Βιομηχανία	9/7/2013
Nike	NKE	Καταναλωτικά Αγαθά	30/11/1988
NiSource Inc.	NI	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Noble Energy Inc	NBL	Ενέργεια	8/10/2007
Nordstrom	JWN	Καταναλωτικά Αγαθά	31/8/1986
Norfolk Southern Corp.	NSC	Βιομηχανία	
Northern Trust Corp.	NTRS	Οικονομικά	
Northrop Grumman Corp.	NOC	Βιομηχανία	30/6/1985
NRG Energy	NRG	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	29/1/2010
Nucor Corp.	NUE	Υλικά	30/4/1985
Nvidia Corporation	NVDA	Πληροφορική	
O'Reilly Automotive	ORLY	Καταναλωτικά Αγαθά	27/3/2009

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Occidental Petroleum	OXY	Ενέργεια	31/12/1982
Omnicom Group	OMC	Καταναλωτικά Αγαθά	
ONEOK	OKE	Ενέργεια	15/3/2010
Oracle Corp.	ORCL	Πληροφορική	31/8/1989
PACCAR Inc.	PCAR	Βιομηχανία	31/12/1980
Parker-Hannifin	PH	Βιομηχανία	30/11/1985
Patterson Companies	PDCO	Υγειονομική Περίθαλψη	
Paychex Inc.	PAYX	Πληροφορική	
PayPal	PYPL	Πληροφορική	20/7/2015
Pentair Ltd.	PNR	Βιομηχανία	1/10/2012
People's United Financial	PBCT	Οικονομικά	13/11/2008
PepsiCo Inc.	PEP	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
PerkinElmer	PKI	Υγειονομική Περίθαλψη	31/5/1985
Perrigo	PRGO	Υγειονομική Περίθαλψη	19/12/2011
Pfizer Inc.	PFE	Υγειονομική Περίθαλψη	
PG&E Corp.	PCG	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Philip Morris International	PM	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	31/3/2008
Phillips 66	PSX	Ενέργεια	1/5/2012
Pinnacle West Capital	PNW	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Pioneer Natural Resources	PXD	Ενέργεια	24/9/2008
Pitney-Bowes	PBI	Βιομηχανία	
PNC Financial Services	PNC	Οικονομικά	30/4/1988
Polo Ralph Lauren Corp.	RL	Καταναλωτικά Αγαθά	2/2/2007
PPG Industries	PPG	Υλικά	
PPL Corp.	PPL	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Praxair Inc.	PX	Υλικά	1/7/1992
Priceline.com Inc	PCLN	Καταναλωτικά Αγαθά	6/11/2009
Principal Financial Group	PFG	Οικονομικά	
Procter & Gamble	PG	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Progressive Corp.	PGR	Οικονομικά	
Prologis	PLD	Ακίνητα	
Prudential Financial	PRU	Οικονομικά	
Public Serv. Enterprise Inc.	PEG	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Public Storage	PSA	Ακίνητα	
Pulte Homes Inc.	PHM	Καταναλωτικά Αγαθά	30/4/1984
PVH Corp.	PVH	Καταναλωτικά Αγαθά	15/2/2013
Qorvo	QRVO	Πληροφορική	11/6/2015
Quanta Services Inc.	PWR	Βιομηχανία	1/7/2009
QUALCOMM Inc.	QCOM	Πληροφορική	
Quest Diagnostics	DGX	Υγειονομική Περίθαλψη	
Range Resources Corp.	RRC	Ενέργεια	21/12/2007
Raytheon Co.	RTN	Βιομηχανία	
Realty Income Corporation	O	Ακίνητα	7/4/2015
Red Hat Inc.	RHT	Πληροφορική	27/7/2009
Regeneron	REGN	Υγειονομική Περίθαλψη	1/5/2013
Regions Financial Corp.	RF	Οικονομικά	
Republic Services Inc	RSG	Βιομηχανία	5/12/2008
Reynolds American Inc.	RAI	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Robert Half International	RHI	Βιομηχανία	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Rockwell Automation Inc.	ROK	Βιομηχανία	
Rockwell Collins	COL	Βιομηχανία	
Roper Industries	ROP	Βιομηχανία	23/12/2009
Ross Stores	ROST	Καταναλωτικά Αγαθά	21/12/2009
Royal Caribbean Cruises Ltd	RCL	Καταναλωτικά Αγαθά	5/12/2014
Ryder System	R	Βιομηχανία	31/12/1982
Salesforce.com	CRM	Πληροφορική	15/9/2008
SCANA Corp	SCG	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	2/1/2009
Schlumberger Ltd.	SLB	Ενέργεια	31/3/1965
Scripps Networks Interactive Inc.	SNI	Καταναλωτικά Αγαθά	1/7/2008
Seagate Technology	STX	Πληροφορική	2/7/2012
Sealed Air	SEE	Υλικά	
Sempra Energy	SRE	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Sherwin-Williams	SHW	Υλικά	30/6/1964
Signet Jewelers	SIG	Καταναλωτικά Αγαθά	29/7/2015
Simon Property Group Inc	SPG	Ακίνητα	
Skyworks Solutions	SWKS	Πληροφορική	12/3/2015
SL Green Realty	SLG	Ακίνητα	20/3/2015
Snap-On Inc.	SNA	Καταναλωτικά Αγαθά	30/9/1982
Southern Co.	SO	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Southwest Airlines	LUV	Βιομηχανία	1/7/1994
Southwestern Energy	SWN	Ενέργεια	6/6/2008
Spectra Energy Corp.	SE	Ενέργεια	
S&P Global, Inc.	SPGI	Οικονομικά	
St Jude Medical	STJ	Υγειονομική Περίθαλψη	30/11/1989

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Stanley Black & Decker	SWK	Καταναλωτικά Αγαθά	30/9/1982
Staples Inc.	SPLS	Καταναλωτικά Αγαθά	
Starbucks Corp.	SBUX	Καταναλωτικά Αγαθά	
State Street Corp.	STT	Οικονομικά	
Stericycle Inc	SRCL	Βιομηχανία	19/11/2008
Stryker Corp.	SYK	Υγειονομική Περίθαλψη	
SunTrust Banks	STI	Οικονομικά	31/5/1988
Symantec Corp.	SYMC	Πληροφορική	25/3/2003
Synchrony Financial	SYF	Οικονομικά	18/11/2015
Sysco Corp.	SYX	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	31/12/1986
T. Rowe Price Group	TROW	Οικονομικά	
Target Corp.	TGT	Καταναλωτικά Αγαθά	31/12/1976
TE Connectivity Ltd.	TEL	Πληροφορική	17/10/2011
Tegna, Inc.	TGNA	Καταναλωτικά Αγαθά	31/12/1975
Teradata Corp.	TDC	Πληροφορική	1/10/2007
Tesoro Petroleum Co.	TSO	Ενέργεια	27/9/2007
Texas Instruments	TXN	Πληροφορική	
Textron Inc.	TXT	Βιομηχανία	31/12/1978
The Cooper Companies	COO	Υγειονομική Περίθαλψη	23/9/2016
The Hershey Company	HSY	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
The Travelers Companies Inc.	TRV	Οικονομικά	
Thermo Fisher Scientific	TMO	Υγειονομική Περίθαλψη	
Tiffany & Co.	TIF	Καταναλωτικά Αγαθά	
Time Warner Inc.	TWX	Καταναλωτικά Αγαθά	
TJX Companies Inc.	TJX	Καταναλωτικά Αγαθά	30/9/1985

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Torchmark Corp.	TMK	Οικονομικά	30/4/1989
Total System Services	TSS	Πληροφορική	2/1/2008
Tractor Supply Company	TSCO	Καταναλωτικά Αγαθά	24/1/2014
TransDigm Group	TDG	Βιομηχανία	3/6/2016
Transocean	RIG	Ενέργεια	29/10/2013
TripAdvisor	TRIP	Καταναλωτικά Αγαθά	21/12/2011
Twenty-First Century Fox Class A	FOXA	Καταναλωτικά Αγαθά	1/7/2013
Twenty-First Century Fox Class B	FOX	Καταναλωτικά Αγαθά	18/9/2015
Tyson Foods	TSN	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
UDR Inc	UDR	Ακίνητα	7/3/2016
Ulta Salon Cosmetics & Fragrance Inc	ULTA	Καταναλωτικά Αγαθά	18/4/2016
U.S. Bancorp	USB	Οικονομικά	
Under Armour	UA	Καταναλωτικά Αγαθά	1/5/2014
Under Armour	UAA	Καταναλωτικά Αγαθά	25/3/2016
Union Pacific	UNP	Βιομηχανία	
United Continental Holdings	UAL	Βιομηχανία	3/9/2015
United Health Group Inc.	UNH	Υγειονομική Περίθαλψη	1/7/1994
United Parcel Service	UPS	Βιομηχανία	
United Rentals, Inc.	URI	Βιομηχανία	20/9/2014
United Technologies	UTX	Βιομηχανία	
Universal Health Services, Inc.	UHS	Υγειονομική Περίθαλψη	20/9/2014
Unum Group	UNM	Οικονομικά	1/3/1994
Urban Outfitters	URBN	Καταναλωτικά Αγαθά	8/2/2010
V.F. Corp.	VFC	Καταναλωτικά Αγαθά	30/6/1979

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Valero Energy	VLO	Ενέργεια	
Varian Medical Systems	VAR	Υγειονομική Περίθαλψη	12/2/2007
Ventas Inc	VTR	Ακίνητα	4/3/2009
Verisign Inc.	VRSN	Πληροφορική	
Verisk Analytics	VRSK	Βιομηχανία	8/10/2015
Verizon Communications	VZ	Τηλεπικοινωνίες	30/11/1983
Vertex Pharmaceuticals Inc	VRTX	Υγειονομική Περίθαλψη	23/9/2013
Viacom Inc.	VIAB	Καταναλωτικά Αγαθά	
Visa Inc.	V	Πληροφορική	21/12/2009
Vornado Realty Trust	VNO	Ακίνητα	
Vulcan Materials	VMC	Υλικά	
Wal-Mart Stores	WMT	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	31/8/1982
Walgreens Boots Alliance	WBA	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	31/12/1979
The Walt Disney Company	DIS	Καταναλωτικά Αγαθά	30/6/1976
Waste Management Inc.	WM	Βιομηχανία	
Waters Corporation	WAT	Υγειονομική Περίθαλψη	
Wec Energy Group Inc	WEC	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	31/10/2008
Wells Fargo	WFC	Οικονομικά	30/6/1976
Welltower Inc.	HCN	Ακίνητα	30/1/2009
Western Digital	WDC	Πληροφορική	1/7/2009
Western Union Co	WU	Πληροφορική	
WestRock Company	WRK	Υλικά	
Weyerhaeuser Corp.	WY	Ακίνητα	
Whirlpool Corp.	WHR	Καταναλωτικά Αγαθά	

Όνομα Μετοχής	Κωδικός Μετοχής	Τομέας GICS (Παγκόσμια Βιομηχανική Κλαδική Κατάταξη)	Ημερομηνία ένταξης στο δείκτη
Whole Foods Market	WFM	Προϊόντα Πρώτης Ανάγκης	
Williams Cos.	WMB	Ενέργεια	31/3/1975
Willis Towers Watson	WLTW	Οικονομικά	5/1/2016
Wyndham Worldwide	WYN	Καταναλωτικά Αγαθά	
Wynn Resorts Ltd	WYNN	Καταναλωτικά Αγαθά	14/11/2008
Xcel Energy Inc	XEL	Επιχειρήσεις Κοινής Ωφέλειας	
Xerox Corp.	XRX	Πληροφορική	
Xilinx Inc	XLNX	Πληροφορική	
XL Capital	XL	Οικονομικά	
Xylem Inc.	XYL	Βιομηχανία	1/11/2011
Yahoo Inc.	YHOO	Πληροφορική	
Yum! Brands Inc	YUM	Καταναλωτικά Αγαθά	6/10/1997
Zimmer Biomet Holdings	ZBH	Υγειονομική Περίθαλψη	
Zions Bancorp	ZION	Οικονομικά	
Zoetis	ZTS	Υγειονομική Περίθαλψη	21/6/2013

Πίνακας Π.2: Αποτελέσματα υπολογισμού του δείκτη I ως προς την απόδοση και τον κίνδυνο.

Περίοδος Εξέτασης	Τιμές δείκτη I ως προς την απόδοση			Τιμή δείκτη I ως προς τον κίνδυνο		
	MAD	CVaR	Mean-Variance	MAD	CVaR	Mean-Variance
1	0,00564	0,00633	0,00516	0,00817	0,02040	0,01000
2	0,00419	0,00501	0,00407	0,00860	0,02502	0,01068
3	0,00672	0,00713	0,00642	0,01292	0,05804	0,01744
4	0,00362	0,00471	0,00351	0,00611	0,02509	0,00770
5	0,00510	0,00655	0,00525	0,00679	0,02888	0,00855
6	0,00394	0,00647	0,00388	0,00457	0,02002	0,00547
7	0,00681	0,00768	0,00672	0,01188	0,03994	0,01507
8	0,00476	0,00629	0,00488	0,00974	0,03626	0,01240
9	0,00529	0,00605	0,00498	0,01777	0,04843	0,02323
10	0,00600	0,00654	0,00562	0,00819	0,02658	0,00960
11	0,01062	0,01221	0,01064	0,01584	0,05292	0,02105
12	0,00575	0,00677	0,00592	0,00916	0,03183	0,01163
13	0,00464	0,00690	0,00551	0,00507	0,03325	0,00829
14	0,00470	0,00577	0,00431	0,00464	0,01223	0,00515
15	0,00556	0,00807	0,00541	0,00538	0,01610	0,00688
16	0,00299	0,00492	0,00336	0,00520	0,01829	0,00769
17	0,00520	0,00586	0,00523	0,00893	0,03908	0,01387
18	0,00623	0,00704	0,00632	0,01154	0,03967	0,01519
19	0,00486	0,00716	0,00457	0,00691	0,02203	0,00876
20	0,00338	0,00406	0,00302	0,00642	0,01734	0,00728
21	0,00356	0,00415	0,00354	0,00677	0,02809	0,00913
22	0,00530	0,00684	0,00509	0,00662	0,02206	0,00811
23	0,00606	0,00605	0,00600	0,00971	0,03978	0,01310
24	0,00328	0,00501	0,00303	0,00530	0,01544	0,00630
25	0,00501	0,00734	0,00460	0,00455	0,01854	0,00590
26	0,00518	0,00725	0,00500	0,00890	0,04184	0,01166
27	0,00419	0,00612	0,00391	0,00860	0,02502	0,01068
28	0,00409	0,00496	0,00410	0,00641	0,01951	0,00800

Περίοδος Εξέτασης	Τιμές δείκτη I ως προς την απόδοση			Τιμή δείκτη I ως προς τον κίνδυνο		
	MAD	CVaR	Mean- Variance	MAD	CVaR	Mean-Variance
29	0,00608	0,00871	0,00555	0,00509	0,01964	0,00628
30	0,00524	0,00643	0,00539	0,00610	0,02010	0,00757
31	0,00469	0,00783	0,00420	0,00523	0,02272	0,00668
32	0,00363	0,00431	0,00360	0,00707	0,03028	0,00950
33	0,00495	0,00580	0,00509	0,00676	0,02724	0,00952
34	0,00425	0,00503	0,00402	0,00664	0,02990	0,00835
35	0,00315	0,00417	0,00329	0,00502	0,01674	0,00632
36	0,00351	0,00417	0,00350	0,00531	0,02187	0,00647
37	0,00286	0,00305	0,00295	0,00514	0,02104	0,00613
38	0,00489	0,00737	0,00443	0,00510	0,01846	0,00594
39	0,00506	0,00542	0,00505	0,00535	0,02379	0,00644
40	0,00437	0,00539	0,00440	0,00460	0,01894	0,00558
41	0,00537	0,00576	0,00524	0,00795	0,02998	0,00981
42	0,00413	0,00600	0,00426	0,00380	0,01498	0,00463
Μέσος όρος	0,00488	0,00616	0,00479	0,00738	0,02708	0,00948

Πίνακας Π.3: Αποτελέσματα υπολογισμού του δείκτη D ως προς την απόδοση και τον κίνδυνο.

Περίοδος Εξέτασης	Τιμές δείκτη D ως προς την απόδοση			Τιμή δείκτη D ως προς τον κίνδυνο		
	MAD	CVaR	Mean-Variance	MAD	CVaR	Mean-Variance
1	0,0018	0,0014	0,0016	0,0043	0,0077	0,0050
2	0,0043	0,0052	0,0042	0,0083	0,0240	0,0107
3	0,0057	0,0066	0,0054	0,0118	0,0532	0,0163
4	0,0008	0,0016	0,0007	0,0035	0,0191	0,0044
5	0,0026	0,0034	0,0027	0,0064	0,0307	0,0091
6	0,0015	0,0018	0,0016	0,0027	0,0107	0,0029
7	0,0051	0,0045	0,0049	0,0125	0,0379	0,0161
8	0,0026	0,0029	0,0026	0,0079	0,0262	0,0101
9	0,0073	0,0075	0,0068	0,0180	0,0455	0,0234
10	0,0030	0,0030	0,0027	0,0055	0,0185	0,0065
11	0,0081	0,0079	0,0081	0,0160	0,0525	0,0215
12	0,0050	0,0052	0,0051	0,0194	0,0574	0,0258
13	0,0017	0,0020	0,0023	0,0035	0,0157	0,0050
14	-0,0011	-0,0009	-0,0013	-0,0033	-0,0166	-0,0065
15	-0,0008	-0,0006	-0,0007	-0,0044	-0,0159	-0,0068
16	-0,0023	-0,0024	-0,0021	-0,0094	-0,0302	-0,0127
17	0,0015	0,0020	0,0016	0,0038	0,0203	0,0072
18	0,0085	0,0092	0,0083	0,0122	0,0413	0,0165
19	0,0011	0,0012	0,0011	0,0033	0,0100	0,0047
20	0,0009	0,0003	0,0006	0,0031	0,0035	0,0030
21	0,0011	0,0017	0,0010	0,0028	0,0149	0,0042
22	0,0029	0,0031	0,0026	0,0051	0,0150	0,0058
23	0,0064	0,0059	0,0063	0,0128	0,0496	0,0175
24	0,0007	0,0005	0,0004	0,0040	0,0067	0,0033
25	0,0000	0,0000	-0,0002	-0,0018	-0,0077	-0,0048
26	0,0022	0,0030	0,0021	0,0070	0,0326	0,0088
27	0,0003	0,0005	0,0003	0,0083	0,0240	0,0107
28	0,0024	0,0027	0,0024	0,0049	0,0141	0,0064

Περίοδος Εξέτασης	Τιμές δείκτη D ως προς την απόδοση			Τιμή δείκτη D ως προς τον κίνδυνο		
	MAD	CVaR	Mean- Variance	MAD	CVaR	Mean-Variance
29	0,0007	0,0008	0,0004	0,0019	0,0065	0,0018
30	0,0031	0,0034	0,0033	0,0064	0,0220	0,0082
31	0,0006	0,0013	0,0006	0,0013	0,0108	0,0020
32	0,0019	0,0028	0,0018	0,0050	0,0218	0,0068
33	0,0035	0,0046	0,0036	0,0056	0,0221	0,0081
34	0,0018	0,0027	0,0017	0,0043	0,0208	0,0054
35	0,0024	0,0032	0,0026	0,0037	0,0124	0,0049
36	0,0005	0,0004	0,0006	0,0025	0,0094	0,0034
37	0,0012	0,0012	0,0012	0,0038	0,0084	0,0042
38	0,0026	0,0029	0,0025	0,0036	0,0138	0,0044
39	0,0046	0,0049	0,0047	0,0074	0,0314	0,0096
40	0,0012	0,0012	0,0012	0,0031	0,0083	0,0036
41	0,0025	0,0024	0,0023	0,0059	0,0181	0,0071
42	0,0004	0,0006	0,0003	0,0010	0,0033	0,0010
Μέσος όρος	0,00239	0,00267	0,00233	0,00532	0,01833	0,00678

Πίνακας Π.4: Αποτελέσματα υπολογισμού του δείκτη μέσης απόστασης καμπυλών.

Περίοδος Εξέτασης	Μέση απόσταση καμπυλών True-Resulting				Μέση απόσταση καμπυλών Historical-Resulting			
	MAD	CVaR	Mean-Variance	Πολυκριτήριο	MAD	CVaR	Mean-Variance	Πολυκριτήριο
1	0,27212	0,35329	0,26304	0,31536	0,13961	0,09695	0,12790	0,11675
2	0,29892	0,38302	0,28436	0,31539	0,49312	0,55851	0,48382	0,46813
3	0,51891	1,11753	0,54228	0,60109	0,39164	0,44472	0,39414	0,37238
4	0,49528	0,58883	0,45020	0,53932	0,27797	0,32090	0,24138	0,30034
5	0,53293	0,81186	0,53088	0,57767	0,48018	0,50647	0,51696	0,50117
6	0,23471	0,47455	0,19601	0,40072	0,23945	0,40259	0,25321	0,30915
7	0,49536	0,56197	0,48370	0,51843	0,58821	0,55552	0,55665	0,52276
8	0,25307	0,49245	0,25383	0,31585	0,27323	0,29100	0,28075	0,28159
9	0,36750	0,60297	0,34317	0,45945	0,53962	0,56771	0,51415	0,49723
10	0,40310	0,64769	0,34989	0,47632	0,18494	0,20551	0,16041	0,21550
11	0,46940	0,52678	0,48471	0,43546	0,47755	0,48685	0,48038	0,44843
12	0,60654	0,41174	0,63850	0,48402	1,54116	1,47860	1,64875	1,52843
13	0,40398	0,46140	0,44034	0,40747	0,21219	0,51562	0,30727	0,32257
14	0,50380	0,57003	0,49992	0,51859	-0,08435	-0,27743	-0,16294	-0,22335
15	0,49062	0,51165	0,48559	0,42979	0,04028	0,01448	-0,00309	0,00660
16	0,29821	0,34224	0,29368	0,28357	-0,33015	-0,39213	-0,30568	-0,42736
17	0,36029	0,57587	0,40925	0,49999	0,13767	0,17291	0,14774	0,14502
18	0,59068	0,58238	0,54917	0,53859	0,65140	0,68461	0,65094	0,56554
19	0,44389	0,56819	0,44392	0,44951	0,24836	0,24687	0,22752	0,23297
20	0,31310	0,43206	0,30924	0,34609	0,26184	0,11559	0,24480	0,23273
21	0,30349	0,53673	0,32333	0,39503	0,11426	0,18768	0,13172	0,15028
22	0,48832	0,58059	0,47734	0,48652	0,41086	0,47553	0,38744	0,36624
23	0,61863	0,80146	0,67729	0,54119	0,91568	0,87055	0,90704	0,84745
24	0,42289	0,57222	0,40577	0,39912	0,13849	0,08107	0,08673	0,18308
25	0,39435	0,50439	0,35811	0,39808	-0,04364	0,01598	0,02428	0,00990
26	0,49752	0,59977	0,46552	0,46961	0,51625	0,65738	0,50592	0,50466
27	0,44462	0,62021	0,40610	0,47911	0,18459	0,28617	0,14911	0,08645
28	0,34654	0,35432	0,31573	0,34293	0,28502	0,29065	0,29128	0,27834

Περίοδος Εξέτασης	Μέση απόσταση καμπυλών True-Resulting				Μέση απόσταση καμπυλών Historical-Resulting			
	MAD	CVaR	Mean- Variance	Πολυκριτήριο	MAD	CVaR	Mean- Variance	Πολυκριτήριο
29	0,40010	0,55131	0,39162	0,43588	0,17832	0,07924	0,15286	0,07759
30	0,51524	0,69772	0,55280	0,55781	0,63767	0,77878	0,67970	0,68443
31	0,27386	0,44601	0,24658	0,35542	0,07203	0,12621	0,10211	0,04246
32	0,33679	0,60704	0,32942	0,39910	0,27616	0,32585	0,25694	0,26629
33	0,57035	0,70499	0,51852	0,60084	0,45104	0,56771	0,44453	0,43498
34	0,49146	0,86751	0,42850	0,57933	0,31436	0,40432	0,29083	0,35303
35	0,35145	0,51166	0,29932	0,41524	0,31225	0,41205	0,33610	0,31794
36	0,26849	0,60132	0,26971	0,35902	0,18344	0,20262	0,18785	0,20268
37	0,37195	1,29242	0,40810	0,74270	0,20320	0,18897	0,15539	0,21907
38	0,45103	0,87653	0,39003	0,65127	0,41437	0,46382	0,39475	0,40368
39	0,67019	0,94581	0,67934	0,73271	0,89433	0,97607	0,90666	0,87165
40	0,46750	0,60449	0,47793	0,52175	0,25993	0,21972	0,25858	0,24908
41	0,71551	0,87449	0,69969	0,73488	0,29000	0,24169	0,27814	0,36366
42	0,48912	0,61530	0,52786	0,52540	0,18578	0,08087	0,18807	0,17405
Μέσος όρος	0,43433	0,61388	0,42620	0,47704	0,33234	0,35545	0,33050	0,32151

Πίνακας Π.5: Αποτελέσματα αποστάσεων Historical καμπυλών από αυτή του MAD.

Περίοδος Εξέτασης	His(MAD)-His(CVaR)	His(MAD)-His(MV)	His(MAD)-His(Πολυκριτήριο)
1	0,03120	0,00631	0,03730
2	0,03115	0,00733	0,03230
3	0,02554	0,00599	0,03507
4	0,02579	0,01427	0,03143
5	0,02269	0,01413	0,03232
6	0,03580	0,00974	0,03654
7	0,04932	0,00605	0,03727
8	0,04226	0,01032	0,03648
9	0,02871	0,00397	0,03868
10	0,02931	0,00282	0,03738
11	0,01989	0,00713	0,03480
12	0,04171	0,01261	0,03901
13	0,06681	0,02340	0,03889
14	0,05911	0,02333	0,04418
15	0,02523	0,01741	0,04095
16	0,04202	0,01943	0,04112
17	0,02357	0,00293	0,04126
18	0,02101	0,00516	0,03154
19	0,02126	0,00409	0,02560
20	0,03774	0,00547	0,03372
21	0,03609	0,01133	0,03851
22	0,03355	0,01196	0,03675
23	0,03479	0,00714	0,03279
24	0,02284	0,00744	0,03600
25	0,03855	0,02013	0,03270
26	0,03148	0,01084	0,03827
27	0,03696	0,00843	0,04051
28	0,01794	0,00762	0,03890
29	0,03902	0,00685	0,03324

Περίοδος Εξέτασης	His(MAD)-His(CVaR)	His(MAD)-His(MV)	His(MAD)-His(Πολυκριτήριο)
30	0,03481	0,00778	0,03824
31	0,03463	0,01704	0,03637
32	0,03901	0,01916	0,03355
33	0,04258	0,00998	0,03081
34	0,05622	0,01251	0,03928
35	0,04860	0,00808	0,03816
36	0,07586	0,02055	0,04557
37	0,04079	0,01195	0,03981
38	0,04610	0,01103	0,03856
39	0,06287	0,01154	0,03955
40	0,07906	0,02473	0,03192
41	0,03907	0,00697	0,04003
42	0,07334	0,01798	0,05347
Μέσος όρος	0,03915	0,01126	0,03712

Πίνακας Π.6: Δεδομένα αξιολόγησης της αποτελεσματικότητας του μοντέλου MAD.

Περίοδος Εξέτασης	True(MAD)- Res(MAD)	True(MAD)- Res(CVaR)	True(MAD)- Res(MV)	True(MAD)- Res(Πολυκριτήριο)
1	0,27212	0,25602	0,26925	0,27549
2	0,29892	0,29639	0,28454	0,29278
3	0,51891	0,55372	0,51631	0,51429
4	0,49528	0,50875	0,48191	0,50067
5	0,53293	0,50773	0,54682	0,52748
6	0,23471	0,23665	0,23701	0,24806
7	0,49536	0,45616	0,48273	0,46741
8	0,25307	0,28719	0,27391	0,26662
9	0,36750	0,40552	0,35055	0,37984
10	0,40310	0,39794	0,38963	0,40425
11	0,46940	0,47538	0,47480	0,46832
12	0,60654	0,59812	0,66689	0,60576
13	0,40398	0,40020	0,41685	0,39669
14	0,50380	0,51273	0,51025	0,51154
15	0,49062	0,47902	0,48825	0,48370
16	0,29821	0,29921	0,29866	0,29789
17	0,36029	0,34226	0,35293	0,35403
18	0,59068	0,54433	0,59049	0,54394
19	0,44389	0,42622	0,44659	0,42594
20	0,31310	0,28400	0,30585	0,28818
21	0,30349	0,32135	0,31703	0,31551
22	0,48832	0,51354	0,49522	0,48831
23	0,61863	0,54400	0,62120	0,54175
24	0,42289	0,44063	0,41011	0,42493
25	0,39435	0,36990	0,38876	0,38989
26	0,49752	0,52847	0,49945	0,50122
27	0,44462	0,46134	0,44747	0,44756
28	0,34654	0,35193	0,35255	0,35091
29	0,40010	0,37649	0,40034	0,37986

Περίοδος Εξέτασης	True(MAD)- Res(MAD)	True(MAD)- Res(CVaR)	True(MAD)- Res(MV)	True(MAD)- Res(Πολυκριτήριο)
30	0,51524	0,53314	0,52748	0,51717
31	0,27386	0,29094	0,28488	0,27831
32	0,33679	0,35008	0,32308	0,33654
33	0,57035	0,60783	0,56267	0,53744
34	0,49146	0,49017	0,48863	0,46030
35	0,35145	0,43082	0,40506	0,35946
36	0,26849	0,27269	0,27399	0,27009
37	0,37195	0,39800	0,37771	0,37522
38	0,45103	0,44990	0,44763	0,44025
39	0,67019	0,63865	0,66557	0,62524
40	0,46750	0,46708	0,48664	0,46340
41	0,71551	0,68575	0,71548	0,70859
42	0,48912	0,46826	0,50980	0,48702
Μέσος όρος	0,43433	0,43473	0,43774	0,42742

Πίνακας Π.7: Αποτελέσματα αποστάσεων Historical καμπυλών από αυτή του CVaR.

Περίοδος Εξέτασης	His(CVaR)-His(MAD)	His(CVaR)-His(MV)	His(CVaR)-His(Πολυκριτήριο)
1	0,02669	0,02014	0,04337
2	0,03967	0,03126	0,04098
3	0,03200	0,02530	0,04044
4	0,02651	0,02786	0,03956
5	0,02240	0,01587	0,04042
6	0,04507	0,02547	0,04762
7	0,05673	0,03438	0,03960
8	0,04120	0,02487	0,04963
9	0,03363	0,01875	0,03542
10	0,02584	0,02091	0,03755
11	0,02927	0,02291	0,03925
12	0,04652	0,03228	0,04904
13	0,09986	0,06784	0,05101
14	0,08934	0,05105	0,05189
15	0,02714	0,02177	0,05343
16	0,06612	0,04402	0,04156
17	0,01636	0,01578	0,04441
18	0,02305	0,01973	0,03976
19	0,02279	0,02119	0,03479
20	0,04334	0,02978	0,03926
21	0,03696	0,02847	0,05232
22	0,02353	0,02151	0,03528
23	0,04222	0,03107	0,04597
24	0,03722	0,02278	0,04785
25	0,03914	0,02945	0,04027
26	0,03126	0,02358	0,04062
27	0,04425	0,02946	0,04246
28	0,02010	0,02042	0,03776
29	0,03922	0,02176	0,04314

Περίοδος Εξέτασης	His(CVaR)-His(MAD)	His(CVaR)-His(MV)	His(CVaR)-His(Πολυκριτήριο)
30	0,03832	0,02509	0,05010
31	0,02791	0,02159	0,04392
32	0,04232	0,04107	0,04538
33	0,04923	0,05170	0,05011
34	0,08169	0,05015	0,06415
35	0,05550	0,03892	0,05053
36	0,08850	0,06528	0,04413
37	0,05166	0,02605	0,05043
38	0,04065	0,02976	0,05569
39	0,05127	0,04034	0,05698
40	0,09895	0,06470	0,06042
41	0,04824	0,03313	0,04744
42	0,06975	0,04883	0,04446
Μέσος όρος	0,04456	0,03182	0,04544

Πίνακας Π.8: Δεδομένα αξιολόγησης της αποτελεσματικότητας του μοντέλου CVaR.

Περίοδος Εξέτασης	True(CVaR)- Res(CVaR)	True(CVaR)- Res(MAD)	True(CVaR)- Res(MV)	True(CVaR)- Res(Πολυκριτήριο)
1	0,35329	0,38161	0,38292	0,38549
2	0,38302	0,38335	0,36879	0,37485
3	1,11753	1,04624	1,05589	1,04624
4	0,58883	0,58021	0,56374	0,58365
5	0,81186	0,85153	0,87178	0,84389
6	0,47455	0,47066	0,47854	0,47688
7	0,56197	0,63563	0,60675	0,56855
8	0,49245	0,45956	0,50191	0,49084
9	0,60297	0,55822	0,53017	0,57487
10	0,64769	0,66656	0,64439	0,66146
11	0,52678	0,52115	0,52502	0,51927
12	0,41174	0,42691	0,45451	0,41773
13	0,46140	0,44807	0,48728	0,44314
14	0,57003	0,55992	0,56713	0,56880
15	0,51165	0,52543	0,52286	0,51645
16	0,34224	0,34099	0,34083	0,34165
17	0,57587	0,61603	0,60120	0,59257
18	0,58238	0,63748	0,63437	0,58238
19	0,56819	0,59447	0,59449	0,56868
20	0,43206	0,48596	0,47465	0,44663
21	0,53673	0,49939	0,51708	0,51016
22	0,58059	0,55495	0,56282	0,55451
23	0,80146	0,91003	0,91635	0,79862
24	0,57222	0,55286	0,53806	0,55660
25	0,50439	0,52825	0,51689	0,52383
26	0,59977	0,56109	0,56620	0,56767
27	0,62021	0,59539	0,59541	0,60247
28	0,35432	0,35253	0,35485	0,35766
29	0,55131	0,58507	0,58352	0,56264

Περίοδος Εξέτασης	True(CVaR)- Res(CVaR)	True(CVaR)- Res(MAD)	True(CVaR)- Res(MV)	True(CVaR)- Res(Πολυκριτήριο)
30	0,69772	0,67558	0,69055	0,67807
31	0,44601	0,43330	0,43551	0,43785
32	0,60704	0,66534	0,61738	0,64817
33	0,70499	0,67578	0,67379	0,64281
34	0,86751	0,97202	0,97704	0,86624
35	0,51166	0,44374	0,49606	0,44930
36	0,60132	0,58476	0,59423	0,59542
37	1,29242	1,06619	1,08063	1,08530
38	0,87653	0,84972	0,84464	0,85332
39	0,94581	0,81170	0,78780	0,77996
40	0,60449	0,61691	0,64884	0,61367
41	0,87449	0,90899	0,90895	0,90096
42	0,61530	0,64988	0,67360	0,64928
Μέσος όρος	0,61388	0,61151	0,61399	0,60092

Πίνακας Π.9: Αποτελέσματα αποστάσεων Historical καμπυλών από αυτή του MV.

Περίοδος Εξέτασης	His(MV)-His(MAD)	His(MV)-His(CVaR)	His(MV)-His(Πολυκριτήριο)
1	0,00452	0,03012	0,03860
2	0,00642	0,02772	0,03448
3	0,00705	0,02463	0,03701
4	0,01105	0,02714	0,03512
5	0,01269	0,02312	0,03577
6	0,00821	0,02974	0,03747
7	0,01060	0,03619	0,03893
8	0,01009	0,03719	0,03852
9	0,00896	0,02623	0,03942
10	0,00339	0,02400	0,03784
11	0,01011	0,02081	0,03535
12	0,01388	0,03524	0,03918
13	0,02612	0,05247	0,04546
14	0,02733	0,04670	0,04492
15	0,01655	0,02129	0,04622
16	0,01496	0,03474	0,04510
17	0,00219	0,02249	0,04180
18	0,00606	0,01934	0,03416
19	0,00668	0,02049	0,03216
20	0,00882	0,03069	0,03456
21	0,00924	0,03085	0,04110
22	0,01470	0,02620	0,03621
23	0,01003	0,02880	0,03395
24	0,00674	0,01983	0,04000
25	0,01477	0,02882	0,03531
26	0,01243	0,02447	0,03942
27	0,00807	0,02948	0,03940
28	0,00566	0,01751	0,03943
29	0,01011	0,03042	0,03483

Περίοδος Εξέτασης	His(MV)-His(MAD)	His(MV)-His(CVaR)	His(MV)-His(Πολυκριτήριο)
30	0,00552	0,02984	0,03994
31	0,01408	0,02540	0,03766
32	0,01297	0,03087	0,03675
33	0,00928	0,04119	0,04231
34	0,01800	0,04637	0,04131
35	0,01251	0,04198	0,04433
36	0,02555	0,06165	0,04427
37	0,01773	0,02951	0,04204
38	0,00793	0,03467	0,04200
39	0,00796	0,04566	0,04236
40	0,01751	0,04641	0,03957
41	0,01136	0,02959	0,04145
42	0,02280	0,04766	0,04901
Μέσος όρος	0,01168	0,03185	0,03940

Πίνακας Π.10: Δεδομένα αξιολόγησης της αποτελεσματικότητας του μοντέλου MV.

Περίοδος Εξέτασης	True(MV)- Res(MV)	True(MV)- Res(MAD)	True(MV)- Res(CVaR)	True(MV)- Res(Πολυκριτήριο)
1	0,31516	0,31878	0,29850	0,31679
2	0,37402	0,39065	0,39199	0,38369
3	0,53951	0,54506	0,57340	0,53657
4	0,49350	0,50846	0,51776	0,51187
5	0,56990	0,55641	0,54354	0,55172
6	0,31717	0,31429	0,31657	0,32880
7	0,55962	0,57841	0,52046	0,53664
8	0,32855	0,30857	0,34821	0,32278
9	0,36947	0,39132	0,43067	0,40393
10	0,46110	0,48029	0,46029	0,46663
11	0,47728	0,47263	0,47863	0,47141
12	0,68161	0,63342	0,61357	0,62463
13	0,46339	0,43981	0,44142	0,43435
14	0,51132	0,50538	0,51363	0,51251
15	0,49309	0,49512	0,48373	0,48812
16	0,31436	0,31404	0,31768	0,31667
17	0,45827	0,46577	0,44945	0,45480
18	0,59841	0,59969	0,55772	0,55611
19	0,47323	0,47173	0,45338	0,45414
20	0,32641	0,33589	0,31794	0,31572
21	0,39257	0,37808	0,40640	0,38940
22	0,50079	0,49420	0,51832	0,49435
23	0,66507	0,66835	0,60757	0,60444
24	0,42216	0,43576	0,45232	0,43895
25	0,40088	0,40622	0,38872	0,40264
26	0,50452	0,50519	0,53637	0,50549
27	0,47677	0,47360	0,49611	0,47639
28	0,38536	0,37723	0,38389	0,38379
29	0,40455	0,40430	0,38294	0,38685

Περίοδος Εξέτασης	True(MV)- Res(MV)	True(MV)- Res(MAD)	True(MV)- Res(CVaR)	True(MV)- Res(Πολυκριτήριο)
30	0,53265	0,52066	0,53829	0,52248
31	0,33229	0,32197	0,33964	0,32623
32	0,39134	0,39854	0,42718	0,39631
33	0,58005	0,58642	0,62095	0,55584
34	0,56179	0,56139	0,57118	0,52010
35	0,48120	0,41953	0,51201	0,42867
36	0,34088	0,33836	0,34131	0,33525
37	0,51193	0,51486	0,60218	0,52111
38	0,48354	0,48626	0,49373	0,47951
39	0,75267	0,77431	0,80746	0,74378
40	0,51106	0,49486	0,50357	0,49005
41	0,71548	0,71551	0,68575	0,70859
42	0,53528	0,51586	0,50436	0,51688
Μέσος όρος	0,47639	0,47422	0,47973	0,46702

Πίνακας Π.11: Αποτελέσματα αποστάσεων Historical καμπυλών από αυτή του Πολυκριτήριου.

Περίοδος Εξέτασης	His(Πολυκριτήριο)- His(MAD)	His(Πολυκριτήριο)- His(CVaR)	His(Πολυκριτήριο)- His(MV)
1	0,02577	0,02645	0,02421
2	0,02535	0,03556	0,02497
3	0,02503	0,02328	0,02294
4	0,02334	0,02301	0,02077
5	0,02136	0,02090	0,02117
6	0,03096	0,02930	0,02454
7	0,04222	0,03994	0,03782
8	0,03394	0,04320	0,03367
9	0,02657	0,02508	0,02330
10	0,02009	0,02007	0,02096
11	0,02138	0,02580	0,02184
12	0,03163	0,04273	0,02969
13	0,07128	0,08118	0,06655
14	0,06339	0,05680	0,05165
15	0,02340	0,02682	0,02157
16	0,05341	0,04754	0,04712
17	0,01769	0,01386	0,01699
18	0,01569	0,02771	0,01729
19	0,01959	0,02100	0,01828
20	0,02804	0,03176	0,02694
21	0,02600	0,03699	0,02350
22	0,02753	0,02654	0,02748
23	0,02457	0,03192	0,02315
24	0,02778	0,03014	0,02154
25	0,02886	0,03651	0,02529
26	0,03059	0,02640	0,02746
27	0,03925	0,03970	0,03437
28	0,02356	0,01957	0,01874
29	0,02959	0,03871	0,02863

Περίοδος Εξέτασης	His(Πολυκριτήριο)- His(MAD)	His(Πολυκριτήριο)- His(CVaR)	His(Πολυκριτήριο)- His(MV)
30	0,03267	0,03354	0,02879
31	0,02501	0,03387	0,02284
32	0,03525	0,04079	0,03272
33	0,03784	0,04015	0,03659
34	0,04989	0,05411	0,04381
35	0,03626	0,04150	0,03424
36	0,07469	0,06582	0,06522
37	0,04013	0,04447	0,03525
38	0,03135	0,03727	0,02831
39	0,03470	0,04438	0,03515
40	0,06064	0,07063	0,05334
41	0,02801	0,03540	0,03099
42	0,05368	0,06543	0,05257
Μέσος όρος	0,03376	0,03704	0,03101

Πίνακας Π.12: Δεδομένα αξιολόγησης της αποτελεσματικότητας του μοντέλου Πολυκριτηρίου.

Περίοδος Εξέτασης	True(Πολυκριτήριο)- Res(Πολυκριτήριο)	True(Πολυκριτήριο)- Res(MAD)	True(Πολυκριτήριο)- Res(CVaR)	True(Πολυκριτήριο)- Res(MV)
1	0,31536	0,30160	0,28751	0,29812
2	0,31539	0,32389	0,32011	0,30739
3	0,60109	0,60774	0,63930	0,60150
4	0,53932	0,53451	0,54876	0,52253
5	0,57767	0,57746	0,56816	0,59496
6	0,40072	0,40554	0,39380	0,40569
7	0,51843	0,58254	0,51395	0,55285
8	0,31585	0,29913	0,33254	0,32532
9	0,45945	0,43576	0,48950	0,42787
10	0,47632	0,49048	0,46630	0,47492
11	0,43546	0,43885	0,44119	0,43850
12	0,48402	0,49164	0,47714	0,52092
13	0,40747	0,41764	0,41741	0,45076
14	0,51859	0,51179	0,51965	0,51804
15	0,42979	0,43978	0,42876	0,43779
16	0,28357	0,28305	0,28575	0,28329
17	0,49999	0,51248	0,50405	0,50331
18	0,53859	0,59522	0,53878	0,58828
19	0,44951	0,47319	0,44937	0,46832
20	0,34609	0,38239	0,34510	0,37377
21	0,39503	0,39357	0,42324	0,41225
22	0,48652	0,48772	0,50980	0,49288
23	0,54119	0,62972	0,55635	0,63047
24	0,39912	0,39522	0,41015	0,38091
25	0,39808	0,40179	0,38191	0,39500
26	0,46961	0,46798	0,50103	0,46707
27	0,47911	0,47170	0,48871	0,46547
28	0,34293	0,33527	0,34358	0,34093
29	0,43588	0,45945	0,43006	0,45455

Περίοδος Εξέτασης	True(Πολυκριτήριο)- Res(Πολυκριτήριο)	True(Πολυκριτήριο)- Res(MAD)	True(Πολυκριτήριο)- Res(CVaR)	True(Πολυκριτήριο)- Res(MV)
30	0,55781	0,55548	0,57428	0,56792
31	0,35542	0,34900	0,37080	0,36189
32	0,39910	0,42266	0,39596	0,39420
33	0,60084	0,63409	0,67262	0,62724
34	0,57933	0,64164	0,58966	0,63147
35	0,41524	0,41814	0,45061	0,44060
36	0,35902	0,35092	0,36768	0,35948
37	0,74270	0,73829	0,98612	0,72881
38	0,65127	0,64646	0,66891	0,64360
39	0,73271	0,76950	0,82905	0,75447
40	0,52175	0,52566	0,52260	0,54479
41	0,73488	0,74163	0,71261	0,74160
42	0,52540	0,52529	0,49681	0,54232
Μέσος όρος	0,47704	0,48728	0,49166	0,48743