



ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

«Εφαρμογή του αλγορίθμου Tabu Search για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων»



Επιβλέπων: Λέκτορας κ. Στυλιανός Τσαφαράκης

Επιτροπή: Λέκτορας κ. Στυλιανός Τσαφαράκης
Καθηγητής κ. Νικόλαος Ματσατσίνης
Επίκουρος Καθηγητής κ. Ιωάννης Μαρινάκης

Φοιτητής: Γεώργιος Μπαλαράς (2014019031)

*Αφιερώνεται στον αδελφό μου Γιάννη
και τους γονείς μου Κώστα και Στέλλα.*

Ευχαριστίες

Κλείνοντας ένα μεγάλο κεφάλαιο στο ατέλειωτο ταξίδι της γνώσης, αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω όλους όσους με στήριξαν με οποιονδήποτε τρόπο. Αρχικά το οικογενειακό μου περιβάλλον και οι φίλοι μου που ήταν κοντά μου σε όλες τις δυσκολίες και με υποστήριξαν με κάθε τρόπο. Έπειτα, όλοι οι διδάσκοντες και οι συμφοιτητές μου, που με την απαραίτητη συνεργασία μοιράστηκαν τις γνώσεις τους μαζί μου.

Ειδικότερα για την παρούσα διπλωματική εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Στυλιανό Τσαφαράκη καθώς μου παρείχε πολύτιμο υλικό, κατευθύνσεις, διορθώσεις και παρατηρήσεις, έγκαιρα και αποτελεσματικά. Επιπλέον, τα μέλη της επιτροπής, τον κ. Νικόλαο Ματσατσίνη που υπήρξε καθηγητής μου στη λήψη αποφάσεων σε όλη τη διάρκεια του μεταπτυχιακού και τον κ. Ιωάννη Μαρινάκη για το πλούσιο συγγραφικό του έργο σχετικά με την επιχειρησιακή έρευνα. Τέλος, ευχαριστώ τον καθηγητή της ΑΣΟΕΕ κ. Χρήστο Ταραντίλη που κατά τις προπτυχιακές σπουδές, μου παρείχε πλούσιες γνώσεις και υλικό σχετικά με τους προσεγγιστικούς αλγορίθμους.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	6
Σύντομο Βιογραφικό.....	7
1. Εισαγωγή.....	8
1.1. Δομή της Εργασίας	8
1.2. Ορισμός του Προβλήματος	9
1.3. Στόχος της Εργασίας	10
1.4. Ιστορική Αναδρομή.....	11
1.4.1. Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού	11
1.4.2. Επιχειρησιακή Έρευνα	11
2. Έρευνα Αγοράς	12
2.1. Βασικοί Ορισμοί	12
2.1.1. Η έννοια της Ικανοποίησης.....	12
2.1.2. Η έννοια της Αξίας.....	13
2.1.3. Η έννοια της Ποιότητας	13
2.2. Διαδικασία Επιλογής.....	13
2.2.1. Κριτήρια.....	13
2.2.2. Trade – off.....	14
2.3. Μέτρηση Καταναλωτικών Προτιμήσεων	14
2.3.1. Conjoint Analysis	15
2.3.2. Η συλλογή των δεδομένων.....	17
2.4. Μοντελοποίηση της Απόφασης	18
3. Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	21
3.1. Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι Επιχειρησιακής Έρευνας.....	21
3.2. Αλγόριθμοι που έχουν εφαρμοστεί	24
3.2.1. Greedy Heuristic.....	24
3.2.2. Divide – and – Conquer Heuristic	25
3.2.3. Product-Swapping Heuristic.....	25
3.2.4. Dynamic Programming Heuristic.....	26
3.2.5. Beam Search Heuristic	26
3.2.6. Nested Partitions.....	26
3.2.7. Coordinate Ascent	27
3.2.8. Genetic Algorithm.....	27
3.2.9. Simulated Annealing	28

3.2.10 Particle Swarm Optimization	29
3.3 Βασική Μορφή Tabu Search.....	29
3.4. Οδηγίες και Εναλλακτικές Μορφές Tabu Search	32
3.5. Βασικές Εφαρμογές του Tabu Search	35
4. Το προτεινόμενο μοντέλο	38
4.1. Περιγραφή του μοντέλου	38
4.2. Δοκιμασία Ευρωστίας – Robustness Testing.....	45
4.3. Γενίκευση του Μοντέλου	46
4.4. Παραλλαγές Tabu Search.....	53
5. Επίλογος	54
5.1. Συμπεράσματα και Μελλοντικές Βλέψεις	54
5.2. Άλλες Προτεινόμενες Μεθοδολογίες.....	55
5.2.1. Ant Colony Optimization (ACO).....	55
5.2.2. Variable Neighborhood Search (VNS)	56
5.2.3. Threshold Accepting (TA)	57
5.2.4. Backtracking Adaptive Threshold Accepting (BATA).....	58
5.2.5. List Based Threshold Accepting (LBTA)	58
Βιβλιογραφία.....	60

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία θα γίνει εφαρμογή του αλγορίθμου Tabu Search (Απαγορευμένη Έρευνα, Fred W. Glover 1986) στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Σκοπός είναι ο σχεδιασμός μιας γραμμής προϊόντων, ο συνδυασμός των οποίων θα ικανοποιεί κάποιους στόχους που έχουν τεθεί από την εταιρεία. Υπάρχουν διάφοροι στόχοι που σχετίζονται με την επίλυση του προβλήματος.

Εν προκειμένω, ο στόχος είναι η βελτιστοποίηση του κέρδους της εταιρείας από την εισαγωγή της γραμμής των προϊόντων, σε μια δεδομένη ανταγωνιστική αγορά. Τα προϊόντα προς σχεδιασμό αναλύονται στα χαρακτηριστικά τους, τα οποία στη συνέχεια συνδυάζονται με διαφορετικούς τρόπους για να επιτευχθεί βελτιστοποίηση του στόχου. Το πρόβλημα κατατάσσεται στα NP – hard προβλήματα, επειδή οι δυνατοί συνδυασμοί των χαρακτηριστικών των προϊόντων στον πραγματικό κόσμο είναι τόσοι πολλοί, που δεν μπορούν να ελεγχθούν σε πολυωνυμικό χρόνο.

Για το λόγο αυτό έγιναν προσπάθειες επίλυσης του προβλήματος, με ευρετικές και μεθευρετικές μεθόδους οι οποίες προσεγγίζουν μια «καλή» λύση, χωρίς να εγγυώνται για το ολικό πραγματικό βέλτιστο. Στο πρόβλημα θα εφαρμοστεί ο μεθευρετικός αλγόριθμος τοπικής έρευνας Tabu Search, ο οποίος θα παραμετροποιηθεί καταλλήλως.

Σύντομο Βιογραφικό

- Απόφοιτος του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών, του τμήματος Διοικητικής Επιστήμης και Τεχνολογίας, με κατεύθυνση Πληροφοριακά Συστήματα και Ηλεκτρονικό Επιχειρείν.
- Συμμετοχή στο πρόγραμμα Erasmus στο University of Southern Denmark στα τμήματα Faculty of Engineering (Innovation and Business) και στο Faculty of Manufacturing Management.
- Σε εξέλιξη σπουδές στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Οργάνωσης και Διοίκησης του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης στο Πολυτεχνείο Κρήτης
- Εργασιακή Απασχόληση: Υποστήριξη πωλήσεων στον κλάδο των μακροχρόνιων μισθώσεων.

1. Εισαγωγή

Το σύγχρονο και συνεχώς εξελισσόμενο περιβάλλον, σε συνδυασμό με την εξέλιξη της τεχνολογίας, επιβάλλει στους οργανισμούς τη βελτιστοποίηση πάσης φύσεως διαδικασίας. Η τεχνολογία δεν έχει εισέλθει μόνο στην παραγωγή αλλά και στη διοίκηση με τα πανίσχυρα υπολογιστικά συστήματα, να παίρνουν το ρόλο ολοκληρωμένων συστημάτων λήψης αποφάσεων. Έτσι, «γεννιούνται» ποικίλα προβλήματα που χρήζουν επιχειρησιακής έρευνας, για τη βελτιστοποίηση επιχειρησιακών δραστηριοτήτων στο μάρκετινγκ, στις πωλήσεις, στις μεταφορές και τις παραδόσεις, τις προμήθειες, την πρόβλεψη ζήτησης, τα χρηματοοικονομικά ακόμα και τη διοίκηση ανθρώπινων πόρων ή τη διαχείριση πελατών.

Τα στελέχη Μάρκετινγκ καλούνται να απαντήσουν σε πολύπλοκα ερωτήματα και να κάνουν αναλύσεις, αναφορικά με το **«τι είναι αυτό που διαμορφώνει τις καταναλωτικές προτιμήσεις;»**. Εκτός από την «σφυγμομέτρηση» των εν δυνάμει πελατών, τα υψηλόβαθμα στελέχη, οφείλουν να αξιοποιήσουν όλη αυτή την πληροφορία και να τη μετατρέψουν σε **γνώση** και έπειτα σε **αποφάσεις**. Σημαντικές ενέργειες είναι η τμηματοποίηση της αγοράς, η κατηγοριοποίηση / συσταδοποίηση του καταναλωτικού κοινού, ο προσδιορισμός των καταναλωτικών προτιμήσεων που θα καθορίσουν τις εκστρατείες προώθησης, το σχεδιασμό γραμμής προϊόντων, την τιμολόγηση και τα κανάλια διανομής. Με λίγα λόγια, θα καθορίσουν το μίγμα μάρκετινγκ.

Τα προβλήματα υπόκεινται σε ακράδαντους περιορισμούς του περιβάλλοντος οι οποίοι μπορεί να είναι οικονομικοί, χωρικοί, χρονικοί, νομοθετικοί κ.ά. Γενικότερα, πρέπει να αντιμετωπιστεί η έλλειψη πόρων που μαστίζει το αβέβαιο οικονομικό περιβάλλον και το σύγχρονο επιχειρείν. Έτσι, δημιουργούνται πολύπλοκα συστήματα με δισεκατομμύρια υποψήφιες λύσεις και τα στελέχη προσπαθούν να δώσουν «ικανοποιητικές» ή ακόμα και «βέλτιστες» λύσεις.

Ο ανθρώπινος νους, δεν μπορεί να αναλύσει και να επιλύσει τέτοια συστήματα και η χρήση των μαθηματικών παρουσιάζει σημαντικές αδυναμίες. Σε αυτό το σημείο κρίνεται απαραίτητη η ανάπτυξη **ευρετικών και μεθευρετικών μεθόδων** που θα «εξοπλίσουν» τα σύγχρονα πληροφοριακά συστήματα στο «κυνήγι» των βέλτιστων λύσεων.

1.1. Δομή της Εργασίας

Η παρούσα εργασία επιχειρεί να δώσει ένα εναλλακτικό τρόπο επίλυσης στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Αρχικά, περιγράφουμε το πρόβλημα και τη διαδικασία έρευνας των καταναλωτικών προτιμήσεων. Ιδιαίτερα σημαντικό είναι το θεωρητικό υπόβαθρο που αφορά τις ευρετικές και μεθευρετικές μεθόδους και ειδικότερα τον Tabu Search. Γίνεται περιγραφή των διαφόρων μεθόδων που έχουν δοκιμαστεί για να επιλύσουν το παρόν πρόβλημα. Για να γίνει πλήρως κατανοητή η ευρύτερη χρήση

του Tabu Search γίνεται σύντομη αναφορά στα δημοφιλέστερα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας που έχουν επιλυθεί με αυτή τη μέθοδο.

Στο κεφάλαιο 4 γίνεται ολοκληρωμένη παρουσίαση του προτεινόμενου μοντέλου για την επίλυση του εν λόγω προβλήματος, γίνεται σύγκριση με τις άλλες μεθόδους. Τέλος, δοκιμάζουμε κατά πόσο το μοντέλο που αναπτύξαμε είναι ευσταθές και κατά πόσο μπορεί να γενικευθεί στην επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος.

1.2. Ορισμός του Προβλήματος

Ο στόχος του προβλήματος του βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων, είναι ο σχεδιασμός μιας σειράς από προϊόντα τα οποία εάν εισαχθούν στο εμπόριο, θα **βελτιστοποιήσουν** κάποιο στόχο που έχει τεθεί από την εταιρεία. Ο στόχος της εταιρείας μπορεί να αφορά το μερίδιο αγοράς, τα έσοδα ή ακόμα το καθαρό κέρδος. Αυτό απαιτεί τη μοντελοποίηση των προτιμήσεων του καταναλωτή, καθώς και της τελικής επιλογής, αναφορικά με τα διάφορα χαρακτηριστικά του προϊόντος. Για το σκοπό αυτό, το κάθε **προϊόν** αναπαρίσταται από το **σύνολο των χαρακτηριστικών** του καθένα από τα οποία μπορεί να πάρει συγκεκριμένες, διακριτές τιμές, **τα επίπεδα**.

Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων, κατατάσσεται στην κατηγορία των **NP – hard** προβλημάτων, καθώς κανένας αλγόριθμος δεν μπορεί να πιστοποιήσει σε πολυωνυμικό χρόνο, ότι το βέλτιστο που προσδιορίζει είναι το **ολικό βέλτιστο** του προβλήματος. Για αυτό το λόγο, επιλέγεται για την επίλυση ο **Tabu Search** που διεξάγει τοπική έρευνα στο χώρο των λύσεων, αφού η εξαντλητική έρευνα είναι αδύνατη, όπως θα εξηγηθεί παρακάτω.

Για τη μέτρηση των καταναλωτικών αναγκών, διεξάγεται **έρευνα αγοράς**, με τη συμπλήρωση ερωτηματολογίου. Κάθε καταναλωτής, καλείται να αξιολογήσει ένα αριθμό προϊόντων, τα οποία αναπαρίστανται από διαφορετικούς συνδυασμούς των επιπέδων των χαρακτηριστικών τους. Έπειτα, με εφαρμογή της **conjoint analysis** αντιστοιχίζεται σε κάθε επίπεδο κάθε χαρακτηριστικού η **μερική αξία (part worth)** που προσδίδει στον καταναλωτή. Αθροίζοντας τις μερικές αξίες από τα διάφορα επίπεδα του κάθε χαρακτηριστικού, υπολογίζουμε τη **συνολική αξία (utility)** κάθε προϊόντος για κάθε καταναλωτή.

Υπάρχουν διαφορετικές μοντελοποιήσεις που προσομοιώνουν τον τρόπο με τον οποίο οι καταναλωτές, θα κάνουν την τελική τους επιλογή. Η επιλογή είναι μια υποκειμενική διαδικασία, και η μοντελοποίηση μπορεί να εκφράζεται μέσω πιθανοτήτων. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα υποθέτουμε ότι ισχύει το **μοντέλο πρώτης επιλογής ή μέγιστης χρησιμότητας (first choice or maximum utility)** όπου ο καταναλωτής **θα επιλέξει με βεβαιότητα το προϊόν που του δίνει τη μεγαλύτερη αξία**, αγνοώντας όλες τις στοχαστικές παραμέτρους που μπορεί να εμφανιστούν κατά την αγορά. Τα παραπάνω θα αναλυθούν περαιτέρω στο 2ο κεφάλαιο.

Στην παρούσα μελέτη, θα εφαρμοστεί ο αλγόριθμος **Tabu Search** για την επίλυση του βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων, σε δεδομένα που συλλέχθηκαν και εφαρμόστηκαν άλλοι ευρετικοί αλγόριθμοι για τις ανάγκες της δημοσίευσης **«Optimizing Product Line Designs: Efficient Methods and Comparisons» από τους Alexandre Belloni, Robert Freund, Matthew Selove και Duncan Simester το 2008**. Η παρούσα εργασία, έχει σκοπό να προτείνει μια εναλλακτική επίλυση του προβλήματος, βασιζόμενη

στις προγενέστερες επιλύσεις και να γίνουν οι απαραίτητες συγκρίσεις στην ποιότητα των αποτελεσμάτων, καθώς και στην αποδοτικότητα της επίλυσης.

Πιο συγκεκριμένα, αναφερόμαστε **στο βέλτιστο σχεδιασμό γραμμής 5 σακιδίων**, έναντι μιας δεδομένης σταθερής ανταγωνιστικής γραμμής 3 προϊόντων. Διαθέτουμε τις προτιμήσεις **324 καταναλωτών** και καλούμαστε να βελτιστοποιήσουμε το συνολικό κέρδος που θα λάβει η εταιρία. Τα σακίδια χαρακτηρίζονται, από την **τιμή** που λαμβάνει υπόψη **7 επίπεδα** (70\$ 75\$ 80\$ 85\$ 90\$ 95\$ 100\$) και **άλλα 9 χαρακτηριστικά** (χερούλι, εναλλακτικό χρώμα, θήκη PDA κτλ.) που λαμβάνει υπόψη **δυο τιμές** (ναι / όχι).

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα πιθανά προϊόντα που μπορούν να σχηματιστούν από τους συνδυασμούς των χαρακτηριστικών είναι 3584 από τα οποία μπορούν να προκύψουν $4,9 \times 10^{15}$ **διαφορετικές γραμμές από 5 προϊόντα**. Καταλαβαίνουμε πως η εξαντλητική έρευνα του χώρου των λύσεων σε αποδεκτό χρόνο είναι πάρα πολύ δύσκολη έως ανέφικτη.

Για κάθε χαρακτηριστικό, για κάθε καταναλωτή, γνωρίζουμε την **οριακή μερική χρησιμότητα** που θα προσθέσει ή θα αφαιρέσει η προσθήκη ή έλλειψη του χαρακτηριστικού. Για το χαρακτηριστικό τιμή, η **οριακή μερική χρησιμότητα** εκφράζει τη μεταβολή χρησιμότητας που θα επέλθει για κάθε διαδοχική αύξηση κατά 5\$ (συνήθως η αύξηση της τιμής προκαλεί δυσαρέσκεια άρα μείωση της μερικής χρησιμότητας). Για τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά, γνωρίζουμε το επιπλέον κόστος που επιφέρει στην εταιρία η προσθήκη του χαρακτηριστικού. Το **σταθερό κόστος** (δηλαδή χωρίς κανένα επιπλέον χαρακτηριστικό) κατασκευής του σακιδίου, είναι 35\$.

Η **οριακή επιβάρυνση κάθε χαρακτηριστικού στο κόστος κατασκευής** ενός σακιδίου εκφράζεται στον παρακάτω πίνακα:

Price (\$)	Large size	Red color	School logo	Handle	PDA Holder	Cell Holder	Mesh Pocket	Velcro Flap	Reinforcing Boot
5	-3,5	0	-2	-3,5	-3	-3	-2	-3,5	-4,5

Πίνακας 1: Κόστος Χαρακτηριστικών

1.3. Στόχος της Εργασίας

Στόχος της εργασίας, είναι να γίνει πλήρως κατανοητός ο τρόπος που τα προϊόντα της γραμμής αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και πως επηρεάζουν τους ετερογενείς καταναλωτές έναντι τις ανταγωνιστικής γραμμής, για να συνθέσουν μαζί μια ελκυστική γραμμή προϊόντων, που θα καλύπτει όσο το δυνατό μεγαλύτερο εύρος της αγοράς. Έπειτα, πρέπει να γίνει κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο **οι ευρετικοί και μεθευρετικοί αλγόριθμοι συνδυάζουν τα χαρακτηριστικά και τα επίπεδα των χαρακτηριστικών**, για να βρεθούν **ικανοποιητικές ή βέλτιστες λύσεις**. Έτσι, ο Tabu Search έρχεται να προστεθεί σαν μια νέα μέθοδος επίλυσης του εν λόγω προβλήματος και να συγκριθούν οι διαφορετικές εκδοχές του με τις έως τώρα υλοποιήσεις. Επιπλέον, ο Tabu Search θα γενικευθεί σε εφαρμογές σε άλλα σύνολα πελατών, καθώς και σε άλλο μέγεθος προβλήματος (διαφορετικός αριθμός προϊόντων γραμμής, διαφορετικός αριθμός χαρακτηριστικών, διαφορετικός αριθμός επιπέδων). Θα ελεγχθεί κατά πόσο μπορεί να εφαρμοστεί εν γένει στο πρόβλημα, καθώς και να υπάρξει μια πιο αντικειμενική σύγκριση με τις άλλες υλοποιήσεις. Θα δοκιμάσουμε κατά πόσο είναι εύαλωτη, κατά πόσο δηλαδή επηρεάζεται από τα

σφάλματα μέτρησης στο τελικό αποτέλεσμα (ανάλυση της ευστάθειας της μεθόδου). Ο αλγόριθμος Tabu Search θα παραμετροποιηθεί κατάλληλα, με στόχο να ξεπεράσει τις έως τώρα υλοποιήσεις αναφορικά με την ποιότητα των λύσεων και την ταχύτητα επίλυσης, εάν αυτό είναι εφικτό, αλλά και να εντοπιστούν δυνατά σημεία και αδυναμίες.

1.4. Ιστορική Αναδρομή

1.4.1. Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού

Αρχικά μοντελοποιήθηκε το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού ενός προϊόντος, από τον **Zufryden** το 1977. Οχτώ χρόνια αργότερα, οι **Green and Krieger** (1985) εισήγαγαν το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων που αποτελεί αντικείμενο έρευνας μέχρι τις μέρες μας.

Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων κατατάσσεται στην κατηγορία των NP – hard προβλημάτων, καθώς κανένας αλγόριθμος δεν μπορεί να πιστοποιήσει σε πολυωνυμικό χρόνο, ότι το βέλτιστο που προσδιορίζει είναι το ολικό βέλτιστο του προβλήματος. Το πρόβλημα πήρε υπόσταση το 1974 και από τότε μια πληθώρα μεθόδων βελτιστοποίησης έχουν εφαρμοστεί, με σκοπό τον προσδιορισμό όσο γίνεται καλύτερων βέλτιστων σε διαχειρίσιμο χρόνο. Μερικές μέθοδοι που αναπτύχθηκαν ενσωματώθηκαν σε **ευφυή συστήματα μάρκετινγκ** ώστε να αποτελέσουν εργαλείο για τους αναλυτές που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα.

1.4.2. Επιχειρησιακή Έρευνα

Οι ευρετικοί και μεθευρετικοί αλγόριθμοι, γνώρισαν ιδιαίτερη άνοδο από το 1950 και μετά με τις πρώτες εφαρμογές τους σε **προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας**. Η αξία των τεχνικών αυτών εντοπίζεται στην εξυπνότερη χρήση των πληροφοριακών συστημάτων και πληροφοριακών πόρων, για την αναζήτηση **βέλτιστων λύσεων** στον **πολυδιάστατο χώρο των προβλημάτων μεγάλης κλίμακας**, κάτι που θα διαρκούσε χρόνια με την ταχύτητα υπολογισμών του ανθρώπινου νου.

Οι ευρετικοί και μεθευρετικοί αλγόριθμοι εξετάζουν ένα **υποσύνολο του συνόλου των λύσεων**, αναπτύσσοντας **κανόνες** βάσει των οποίων **επιλέγουν** τις «καλές λύσεις» και **αποκλείουν** χώρους που περιέχουν «κακής ποιότητας» λύσεις.

Οι αλγόριθμοι αυτοί διαδραματίζουν σπουδαίο ρόλο στον τομέα της λήψης **επιχειρησιακών αποφάσεων** και πρόκειται να γίνουν ολοένα πιο απαραίτητοι στις επόμενες δεκαετίες, με την εμφάνιση δυνατότερων υπολογιστικών μέσων και μεγάλων βάσεων δεδομένων (*big data*).

Ο αλγόριθμος Tabu – Search προτάθηκε από τον **Fred Glover** σε ομιλία του το 1986 και δημοσιεύτηκε το 1990. Η λογική της **απαγορευμένης έρευνας** (*taboo search*), στη-

ρίζεται στην εμπειρία του ανθρώπου να επιλύει προβλήματα, αποκλείοντας λύσεις που στο παρελθόν κρίθηκαν ακατάλληλες, **βασιζόμενος δηλαδή στη μνήμη του.**

Έκτοτε, ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε ποικίλα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας με εντυπωσιακά αποτελέσματα στις περισσότερες από αυτές. Ο αλγόριθμος δεν έχει εφαρμοστεί ως τώρα στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων, κάτι που στοχεύει να θίξει η παρούσα εργασία

2. Έρευνα Αγοράς

Εδώ και πολλά χρόνια, μεγάλος αριθμός επιστημόνων καθώς και στελεχών που δραστηριοποιούνται στην παραγωγή, το μάρκετινγκ και τις πωλήσεις, προσπαθούν να απαντήσουν στο θεμελιώδες ερώτημα: **«Τι είναι αυτό που διαμορφώνει την τελική επιλογή του καταναλωτή;»**. Φυσικά, δεν υπάρχει σαφής απάντηση, αφού οι καταναλωτές δρουν ως αυτόνομες μονάδες που επηρεάζονται τόσο από τη **λογική** αλλά και από τα **συναισθήματα** τους. Έντονη είναι η ποικιλομορφία και στα προϊόντα, αφού ο ίδιος καταναλωτής θα ακολουθήσει τελείως διαφορετική διαδικασία για να αγοράσει χαρτομάντιλα, φαγητό, κινητό τηλέφωνο, αυτοκίνητο και στη δική μας περίπτωση σακίδιο.

2.1. Βασικοί Ορισμοί

2.1.1. Η έννοια της Ικανοποίησης

Η έννοια της ικανοποίησης εκφράζει το συναίσθημα ευχαρίστησης ή της πληρότητας, που προκύπτει σαν αντίδραση σε κάποια ενέργεια. Στην παρούσα εργασία η ικανοποίηση θεωρείται μια διαδικασία αξιολόγησης, η οποία εξετάζει αν η μια συγκεκριμένη επιλογή είναι συμβατή με τις προγενέστερες πεποιθήσεις του πελάτη (Engel and Blackwell, 1982).

Η μέτρηση της ικανοποίησης πελατών είναι ιδιαίτερα σημαντική, αφού ο οργανισμός αναγνωρίζει τυχόν παράπονα σε περίπτωση που το προϊόν δεν ανταποκρίνεται στις προσδοκίες ή τις επιθυμίες και τις ανάγκες του πελάτη. Έτσι, προσδιορίζοντας όλα τα παραπάνω μπορεί να επιδιώξει την βελτίωση των υπηρεσιών ή να εντοπίσει σημαντικές ευκαιρίες σε μια συγκεκριμένη αγορά.

Σύμφωνα με τον ορισμό που δώσαμε παραπάνω, θα μπορούσαμε να διακρίνουμε δυο τύπους ικανοποίησης που προκύπτουν κατά την αξιολόγηση του πελάτη: τη **στιγμιαία** (*transaction specific*) και την **συσσωρευμένη** (*cumulative*) ικανοποίηση (Yi, 1991).

- **Στιγμιαία ικανοποίηση** είναι η εμπειρία από ένα μεμονωμένο γεγονός που αφορά ένα προϊόν ή μια υπηρεσία και επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό σύμφωνα με μελέτες μάρκετινγκ και μελέτες ικανοποίησης τα συναισθήματα του καταναλωτή αναφορικά με την αντιλαμβανόμενη ποιότητα για το προϊόν και τη συνολική ικανοποίηση του.
- **Συσσωρευμένη ικανοποίηση** ορίζεται ως η συνολική εμπειρία του καταναλωτή από μακροχρόνια χρήση ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας (Johnson and Fornell, 1991). Συνήθως, οι καταναλωτές εμπιστεύονται τις **μακροχρόνιες εμπειρίες** τους για να αξι-

ολογήσουν και να επαναγοράσουν ένα προϊόν γι αυτό **η συσσωρευμένη ικανοποίηση αποτελεί πιο ισχυρό κριτήριο.**

2.1.2. Η έννοια της Αξίας

Ως **αξία** ορίζουμε τον κανόνα, βάση του οποίου γίνεται η αποτίμηση της χρησιμότητας και εν γένει της σπουδαιότητας μιας υπηρεσίας ή ενός προϊόντος. Συχνά, αναφερόμαστε στην αντιλαμβανόμενη για τον καταναλωτή αξία και εννοούμε τα παραπάνω, καθώς και το τι είναι διατεθειμένος να θυσιάσει, για να λάβει ένα αγαθό.

2.1.3. Η έννοια της Ποιότητας

Ως **ποιότητα** ορίζουμε ένα σύνολο χαρακτηριστικών μιας υπηρεσίας ή ενός προϊόντος που ικανοποιούν τις εκφρασμένες ή συναγόμενες ανάγκες των πελατών (**Jackson and David, 1995**).

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον εμφανίζει το ερώτημα, αν η ικανοποίηση οδηγεί σε μια αντίληψη για την ποιότητα ή αν η αντίληψη για την ποιότητα οδηγεί στην ικανοποίηση. Το ερώτημα αυτό είναι αντίστοιχο του «η κότα έκανε το αυγό ή το αυγό την κότα;» καθώς υπάρχουν θεωρίες που υποστηρίζουν αμφότερες τις δυο εκδοχές. Σίγουρα, όσο περισσότερη ποιότητα λαμβάνει κανείς από μια πρόσφατη διαδικασία, τόσο υψηλότερη ικανοποίηση απορρέει από τη διαδικασία αξιολόγησης της.

2.2. Διαδικασία Επιλογής

Moore and Winer (1987)

Η τελική επιλογή του καταναλωτή βασίζεται πρωτίστως στην αντίληψή του για τα χαρακτηριστικά του προϊόντος και στη συνέχεια, σε μηχανισμούς επιλογής και στην τιμή του προϊόντος.

Green and Krieger (1989)

Η επιλογή του προϊόντος σχετίζεται με τις αντιλήψεις και προτιμήσεις του καταναλωτή για τα επιμέρους χαρακτηριστικά του προϊόντος σε σχέση με ανταγωνιστικά προϊόντα.

2.2.1. Κριτήρια

Ο καταναλωτής προσπαθώντας να μειώσει την αβεβαιότητα που τον κατακλύζει για την τελική του επιλογή, χρησιμοποιεί μια «**ευρετική**» **διαδικασία** για το σχηματισμό μιας συνολικής αντίληψης για το προϊόν, που θα τον οδηγήσει στην αποδοχή ή απόρριψη του.

Στη διαδικασία πάντα μετέχουν οι **περιοριστικοί παράγοντες** όπως οικονομικοί, γεωγραφικοί, νομοθετικοί καθώς και οι εναλλακτικές επιλογές του για ανταγωνιστικά προϊόντα. Έπειτα από μελέτες, είναι διαπιστευμένο ότι τα παρακάτω **γενικά χαρακτηριστικά** επηρεάζουν την τελική επιλογή του καταναλωτή:

- Ετικέτα (*brand*)
- Διαφήμιση της ετικέτας
- Εμφάνιση του προϊόντος
- Συσκευασία του προϊόντος
- Τιμή
- Φήμη
- Το όνομα του καταστήματος
- Εγγύηση του κατασκευαστή

Θα λέγαμε λοιπόν ότι ο καταναλωτής θεσπίζει ένα αριθμό **κριτηρίων**, βάσει των οποίων αξιολογεί το προϊόν στα γενικά και ειδικά χαρακτηριστικά του. Η αξιολόγηση γίνεται βάσει της **χρησιμότητας** που απολαμβάνει από το κάθε χαρακτηριστικό (*μερική χρησιμότητα*) και οδηγούν στη **συνολική χρησιμότητα** που θα αντλήσει από το προϊόν. Η χρησιμότητα εκτός από **μέτρο αξιολόγησης** αποτελεί και το **μέτρο σύγκρισης** μεταξύ των ανταγωνιστικών προϊόντων.

2.2.2. Trade – off

Κάτι που χρήζει ιδιαίτερης προσοχής και αναφοράς είναι η **ανταγωνιστική φύση των κριτηρίων**. Στα πραγματικά προβλήματα, στον αληθινό κόσμο, **δεν υπάρχουν τέλει λύσεις, δηλαδή λύσεις χωρίς κανένα κόστος**.

Κάθε εναλλακτική, μπορεί να παρουσιάζει μεγάλο όφελος με βάση κάποια κριτήρια, να υστερεί όμως σημαντικά σε κάποια άλλα. Ο καταναλωτής καλείται να επιλέξει μια εναλλακτική αποκλείοντας όλες τις άλλες. Έτσι, θυσιάζει τη χρησιμότητα που θα απολάμβανε από τα κριτήρια στα οποία υπερίσχυαν οι απορριφθείσες εναλλακτικές (**trade – off**). **Ο αποφασίζων καλείται να υποδείξει ποια κριτήρια είναι σημαντικότερα και ποια όχι, για τις υποκειμενικές ανάγκες της απόφασης που καλείται να λάβει.**

2.3. Μέτρηση Καταναλωτικών Προτιμήσεων

Τα διευθυντικά στελέχη για να αποφασίσουν ποια προϊόντα να πουλήσουν, μπορεί να χρησιμοποιήσουν το δικό τους ένστικτο ή τις προτάσεις των σχεδιαστών (μηχανικών) ή ακόμα μπορεί να παρατηρούν τις κινήσεις των ανταγωνιστών τους, για να δουν τι λειτουργεί ήδη στην αγορά και να το πράξουν και οι ίδιοι. Όλες αυτές οι στρατηγικές είναι αντιδραστικές και μυωπικές, δηλαδή έχουν βραχυπρόθεσμα κι όχι μακροπρόθεσμα οφέλη.

Σε εταιρείες οι οποίες έχουν ως κέντρο της κουλτούρας τους, τους καταναλωτές και την ικανοποίησή τους, τα δυνητικά προϊόντα συχνά αξιολογούνται από σχέδια που περιλαμβάνουν δοκιμές στην αγορά. Οι αγοραστές έρχονται αντιμέτωποι με ένα προϊόν και τους τίθενται διάφορα ερωτήματα σχετικά με το αγοραστικό τους ενδιαφέρον ή σχετικά

με νέα προϊόντα, τα οποία τοποθετούνται στις δοκιμαστικές αγορές. Αυτές οι δοκιμές μπορεί να αποβούν αρκετά ακριβές και χρονοβόρες για τις εταιρείες, και γενικά να αφορούν την διερεύνηση ενός ή μόνο λίγων παραλλαγών ενός προϊόντος. Σε μερικές έρευνες, οι ερωτώμενοι πρέπει να **κατατάξουν** τις μάρκες και τα προϊόντα ή να **ελέγξουν** ποιες μάρκες ή ποια χαρακτηριστικά του προϊόντος αυτοί **προτιμούν**. Καμία από αυτές τις προσεγγίσεις, δεν είναι από μόνη της επιτυχημένη και αποτελεσματική σε σχέση με το κόστος.

Η **συζυγής ανάλυση (conjoint analysis)** κάνει χρήση των καλύτερων στοιχείων από αυτές τις τεχνικές σε μία αποτελεσματική ως προς το κόστος ερευνητική προσέγγιση. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους ο καταναλωτής μπορεί να **αξιολογήσει** τα προϊόντα, οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενοι εκ των οποίων είναι η **κατάταξη**, οι **σχέσεις υπεροχής**, η **σύγκριση ανά δύο** και η **βαθμολόγηση των προφίλ**.

Η ανάλυση των δεδομένων που συλλέγονται από την έρευνα γίνεται μέσω της **conjoint analysis**, η οποία με μεθόδους παλινδρόμησης αντιστοιχεί τελικά σε κάθε επίπεδο κάθε χαρακτηριστικού μια τιμή, η οποία είναι γνωστή στη βιβλιογραφία με την ορολογία «**μερική αξία**» (**part worth**). Τα επίπεδα που συνθέτουν κάθε προφίλ λαμβάνουν την τιμή της μερικής αξίας που τους αντιστοιχεί και το άθροισμα των αξιών, μας δίνει τελικά τη **συνολικά αξία (utility)** κάθε προϊόντος για κάθε καταναλωτή.

Οι προτιμήσεις των καταναλωτών εκτιμώνται σε τρία επίπεδα:

- Σε **ατομικό επίπεδο** ένα μοναδικό σύνολο μερικών αξιών προσδιορίζεται για κάθε καταναλωτή.
- Σε **τμηματικό επίπεδο** όπου θεωρείται ότι η αγορά χωρίζεται σε τμήματα και οι καταναλωτές που ανήκουν στο ίδιο τμήμα έχουν παρόμοιες προτιμήσεις.
- Σε **συνολικό επίπεδο** όπου οι μερικές αξίες υπολογίζονται για το σύνολο των καταναλωτών με βάση τα δεδομένα που έχουν συλλεχθεί.

2.3.1. Conjoint Analysis

Οι μέθοδοι της **συζυγούς ανάλυσης**, γνωστή παγκοσμίως ως **conjoint analysis** βασίζονται κυρίως στο έργο των μαθηματικών – ψυχολόγων και στατιστικών **Luce** και **Tukey** (1964), ενώ οι μέθοδοι της διακριτής επιλογής προέρχονται από την οικονομετρία, βασισμένοι πάνω στο έργο του **McFadden** (1974).

Λίγο πριν το 1970 ο καθηγητής μάρκετινγκ **Paul Green** συνειδητοποίησε ότι η **conjoint analysis** μπορούσε να εφαρμοστεί σε **προβλήματα μάρκετινγκ**. Πιο συγκεκριμένα ότι μπορούσε να βοηθήσει, στο να γίνει κατανοητό πως οι αγοραστές παίρνουν **πολύπλοκες αποφάσεις**, στο να εκτιμηθούν οι προτιμήσεις των αγοραστών και η σημασία των χαρακτηριστικών ενός προϊόντος για αυτούς, καθώς και στο να προβλεφθεί η καταναλωτική συμπεριφορά. Με την πάροδο των ετών η μέθοδος γνώρισε πολλές παραλλαγές καθώς και εφαρμογή σε ποικίλα προβλήματα.

Η **conjoint analysis** είναι μία **στατιστική από-συνθετική μέθοδος**, η οποία εμπεριέχει πολλές **μεταβλητές** και αποσκοπεί στην **μοντελοποίηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς** και συνηθέστερα την αγοραστική τους συμπεριφορά με στόχο την **μέτρηση των καταναλωτικών τους προτιμήσεων**.

Επιπρόσθετα, είναι σωστό να αναφέρουμε πως η συγκεκριμένη μέθοδος, είναι η πιο ταχέως αναπτυσσόμενη και μία από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη μεθόδους σήμερα, καθώς παρέχει χρήσιμα συμπεράσματα, τα οποία αν παρουσιαστούν με τον κατάλληλο τρόπο τα διευθυντικά στελέχη μπορούν εύκολα να τα κατανοήσουν και να δράσουν αναλόγως.

Πιο συγκεκριμένα, αυτή καθίσταται πολύ διάσημη, δεδομένου ότι υπεύθυνοι του τομέα μάρκετινγκ, ερευνητές καθώς και αναλυτές τη χρησιμοποιούν για να καθορίσουν τι χαρακτηριστικά που θα πρέπει να έχει ένα νέο προϊόν ή ένα υφιστάμενο, που χρήζει βελτίωσης και πως αυτό θα πρέπει να τιμολογηθεί.

Σύμφωνα με τον **Green** και άλλους (2001) η ανάλυση conjoint είναι μία από τις πιο ευρέως εφαρμόσιμες τεχνικές, με πρωταρχικό σκοπό τον καθορισμό του πως οι καταναλωτές πραγματοποιούν τις παραχωρήσεις, σε σχέση με τα ανταγωνιστικά προϊόντα.

Βασικές υποθέσεις και παραδοχές της conjoint analysis

- ☞ Η πρώτη βασική υπόθεση που γίνεται από την εν λόγω τεχνική ανάλυση, είναι ότι το εκάστοτε προϊόν ή η εκάστοτε υπηρεσία **μπορεί να αναλυθεί σε ένα σύνολο χαρακτηριστικών**, με κάθε χαρακτηριστικό να λαμβάνει διάφορες τιμές, οι οποίες ονομάζονται **επίπεδα**.
- ☞ Η δεύτερη υπόθεση είναι ότι οι καταναλωτές επιλέγουν το προϊόν – την υπηρεσία, που **μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά** για αυτούς, δηλαδή την αντιλαμβανόμενη αξία ή αλλιώς την υποκειμενική προτιμησιακή κρίση του ατόμου που εκφράζει τη συνολική αξία, η οποία προκύπτει από τα χαρακτηριστικά του προϊόντος και από την κατανάλωσή του, με σκοπό την ικανοποίηση συγκεκριμένης ανάγκης.
- ☞ Τέλος, η conjoint analysis υποθέτει πως οι καταναλωτές αξιολογούν τη χρησιμότητα ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας, συνδυάζοντας τις **επιμέρους αξίες (partworths)**, οι οποίες προκύπτουν από τις τιμές των επιμέρους χαρακτηριστικών του προϊόντος – υπηρεσίας. Σε αυτό το σημείο είναι σωστό να τονισθεί πως η σημαντικότητα του εκάστοτε χαρακτηριστικού, πηγάζει από αυτές τις μερικές αξίες.

Θα πρέπει επίσης να αναφερθούν οι περιστάσεις ή προϋποθέσεις κατά τις οποίες η συγκεκριμένη ανάλυση καθίσταται κατάλληλη. Πρώτη περίπτωση όπου αυτή κρίνεται κατάλληλη, είναι όταν το νέο προϊόν ή η νέα υπηρεσία περιέχει αρκετές και σημαντικές παραχωρήσεις ανάμεσα στα χαρακτηριστικά που το συνθέτουν. Το προϊόν λοιπόν θα πρέπει να μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα σύνολο χαρακτηριστικών. Όσον αφορά τον καταναλωτή και την εμπλοκή του στην όλη διαδικασία, αυτή θα πρέπει να υπάρχει και να είναι σημαντική, δεδομένου ότι αυτός παίρνει μέρος στην διαδικασία αξιολόγησης και επιλογής προϊόντος. Τέλος, οι συνδυασμοί των επιπέδων των χαρακτηριστικών θα πρέπει να είναι ρεαλιστικοί.

Σε σχέση με τα προβλήματα στα οποία δίνει λύση η conjoint analysis πρέπει να πούμε πως είναι αρκετά. Ένα τέτοιο πρόβλημα, που βοηθάει η συγκεκριμένη μέθοδος είναι η **προσομοίωση της αγοράς**. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της μετατροπής των προτιμήσεων των καταναλωτών σε **πιθανότητες αγοράς** και τελικά σε μερίδια αγοράς. Με αυτόν τον τρόπο πραγματοποιείται η πρόβλεψη του μεριδίου αγοράς, των πωλήσεων και του κέρδους των εναλλακτικών προϊόντων.

Επιπρόσθετα, η conjoint analysis παρέχει λύσεις στο σχεδιασμό του βέλτιστου προϊόντος και στην τιμολόγηση του. Όπως έχει προαναφερθεί από αυτή την ανάλυση προκύπτει η **σημαντικότητα που αντιλαμβάνεται ο κάθε καταναλωτής για κάθε χαρακτηριστικό**. Είναι δεδομένο πως οι καταναλωτές θέλουν τα προϊόντα με **τα πιο ελκυστικά χαρακτηριστικά** να είναι όσο το δυνατόν **φθηνότερα**, κάτι που έρχεται εν μέρει σε **αντίθεση** με την επιθυμία των εταιρειών, για **μεγιστοποίηση των κερδών τους**. Η συνεισφορά της ανάλυσης conjoint είναι ότι βελτιστοποιεί τον συνδυασμό και σχεδιασμό των χαρακτηριστικών του προϊόντος, παρέχοντας τέτοια προϊόντα ώστε αυτά να προσφέρουν μεγαλύτερη συνολική χρησιμότητα από αυτά των ανταγωνιστών.

Έτσι λοιπόν, η εκάστοτε εταιρεία μπορεί να πραγματοποιήσει σωστή τιμολόγηση. Η τμηματοποίηση της αγοράς και κατ' επέκταση η τοποθέτηση, είναι δύο ακόμη πολύ σημαντικά ζητήματα για τις επιχειρήσεις, στα οποία βοηθάει η εν λόγω τεχνική. Αυτή χωρίζει την αγορά σε τμήματα – ομάδες καταναλωτών με βάση την ομοιότητα και την ομοιογένεια των προτιμήσεων τους για τα επίπεδα των χαρακτηριστικών και **εντοπίζει το κομμάτι εκείνο όπου το προϊόν έχει μεγάλη αξία**, με σκοπό να πραγματοποιηθεί εκεί η τοποθέτηση του προϊόντος.

Διαδικασία της Conjoint Analysis

Η διαδικασία της Conjoint Analysis, αποτελείται από τρία στάδια:

- I. Το πρώτο στάδιο είναι ο **σχεδιασμός της έρευνας**, όπου περιλαμβάνει την επιλογή των χαρακτηριστικών ανάλογα με την κατηγορία των προϊόντων, την επιλογή των επιπέδων για κάθε χαρακτηριστικό και την δημιουργία των προφίλ των προϊόντων προς αξιολόγηση.
- II. Το δεύτερο στάδιο είναι η **συλλογή των δεδομένων από τους καταναλωτές**, όπου περιλαμβάνει τον σχεδιασμό της διαδικασίας συλλογής των δεδομένων και την επιλογή των μεθόδων αξιολόγησης των προφίλ.
- III. Το τρίτο και τελευταίο στάδιο είναι η **αξιοποίηση των αποτελεσμάτων** που έχουν προκύψει από τα δύο προηγούμενα στάδια. Αυτό το στάδιο περιλαμβάνει, την τμηματοποίηση των καταναλωτών με βάση τους βαθμούς αξίας που έχουν καταναείμει στα διάφορα χαρακτηριστικά, την προσομοίωση της αγοράς και τη βελτιστοποίηση του προϊόντος.

2.3.2. Η συλλογή των δεδομένων

Η συγκεκριμένη μελέτη πληροί όλα τα απαραίτητα κριτήρια για την εφαρμογή της conjoint analysis και την εξαγωγή των part-worths των εν δυνάμει πελατών. Τα σακίδια

που μελετάμε αποτελούνται από 9 χαρακτηριστικά με δύο διακριτά επίπεδα καθώς και το χαρακτηριστικό τιμή με 7 διακριτά επίπεδα. Τα χαρακτηριστικά είναι αποτελεσματικά κατά Pareto δηλαδή μία μεταβολή βελτιώνει τη θέση κάποιου χωρίς όμως παράλληλα να χειροτερεύει τη θέση κάποιου άλλου. Τα χαρακτηριστικά επηρεάζουν μεμονωμένα τη συνολική ποιότητα του προϊόντος, δεν υπάρχουν δηλαδή χαρακτηριστικά που δρουν ομαδικά ή που η ύπαρξη του ενός αποκλείει την ύπαρξη κάποιου άλλου. Το προϊόν δεν έχει κυκλοφορήσει ακόμα στην αγορά οπότε οι καταναλωτές δεν έχουν κάποια σχετική εμπειρία χρήσης που να τους επηρεάζει.

Οι υποψήφιοι καλούνται να εκπληρώσουν τις παρακάτω εργασίες.

1. **Self –Explicated Questions** δηλαδή ερωτήσεις αυτοπροσδιορισμού που ο ερωτώμενος καλείται να καλείται να δηλώσει σε κλίμακα 1 έως 4 πόσο σημαντικό είναι για αυτόν κάθε ένα από τα χαρακτηριστικά.
2. **Paired –Comparison Questions** δηλαδή τη σύγκριση κατά ζεύγη σε 16 ανεξάρτητες τσάντες που επιλέγονται τυχαία, ανεξάρτητα από τις προηγούμενες απαντήσεις του. Ο ερωτώμενος καλείται να προσδιορίσει πόσο πιθανό είναι να επιλέξει το σακίδιο Α έναντι του σακιδίου Β.
3. **Purchase Intention** ή **πρόθεση αγοράς**. Οι ερωτώμενοι καλούνται να προσδιορίσουν πόσο πιθανό είναι να αγοράσουν κάθε ένα από τα 6 συγκεκριμένα σακίδια.
4. **Filler task** όπου ο ερωτώμενος καλείται να αξιολογήσει πόσο ικανοποιημένος είναι από τις ερωτήσεις τις έρευνας. Σκοπός σε αυτό το στάδιο είναι να αποφορτιστεί η μνήμη του σχετικά με τις έως τώρα απαντήσεις του και να περάσει στο επόμενο στάδιο που αφορά την τελική του επιλογή.
5. **Final Bag Selection** που αφορά την **τελική επιλογή σακιδίου**. Δίνονται κάθε υποψήφιο 100\$ και η υπόσχεση ότι θα εισπράξουν τη διαφορά αν επιλέξουν ένα φθηνότερο σακίδιο. Καλούνται να επιλέξουν μεταξύ 5 σακιδίων που έχουν επιλεγεί τυχαία από ένα συγκεκριμένο σχεδιασμό 16 αντιπροσωπευτικών σακιδίων. Τα σακίδια έχουν επιλεγεί ανεξαρτήτως των προγενέστερων απαντήσεων. Για να καταγράψουμε την πλήρη προτεραιότητα που θα έδινε ο ερωτώμενος, ζητάμε να επιλέξει ποια θα ήταν η 2^η επιλογή του σε περίπτωση που το 1^ο σακίδιο δεν ήταν διαθέσιμο, έπειτα την 3^η εναλλακτική επιλογή κ.ο.κ.

Στην έρευνα συμμετείχαν πρωτοετής φοιτητές χωρίς να είναι ιδιαίτερα πληροφορημένοι για το σκοπό της έρευνας. Η έρευνα φιλοξενήθηκε σε μια web εφαρμογή με όλες τις χρήσιμες επεξηγήσεις, συλλέχθηκαν 330 ολοκληρωμένες απαντήσεις και αναλύθηκαν από εξειδικευμένο λογισμικό. Το ερωτηματολόγιο είχε υποβληθεί σε δοκιμές από ειδικούς και είχε εξασφαλιστεί ότι η σειρά των ερωτήσεων δεν επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα καθώς και ότι οι ερωτήσεις είναι απόλυτα ευθείς και κατανοητές.

2.4. Μοντελοποίηση της Απόφασης

Η **μοντελοποίηση** της απόφασης είναι μια διαδικασία κατά την οποία προσομοιώνεται η συμπεριφορά του καταναλωτή, ο οποίος έχει να επιλέξει ανάμεσα σε μια σειρά εναλλακτικών λύσεων. Η διαδικασία υλοποιείται με τη χρήση ενός **μοντέλου επιλογής (choice model)**.

Ένα μοντέλο επιλογής είναι μια **υποκειμενική διαδικασία**, μέσω της οποίας ο καταναλωτής **ενσωματώνει πληροφορίες για να επιλέξει τελικά ένα προϊόν**, μέσα από μια σειρά ανταγωνιστικών προϊόντων.

Ένας αριθμός μοντέλων επιλογής έχει αναπτυχθεί τα οποία διαφέρουν μεταξύ τους στην υποκειμενική δομή που τα συνθέτει. (Manrai,1995). Το μοντέλο επιλογής αναπαριστά το **προφίλ του καταναλωτή** δημιουργώντας μια σχέση μεταξύ προτίμησης και απόφασης. Ουσιαστικά μετατρέπει τις αξίες των προϊόντων που ένας καταναλωτής θέτει μετά από εξέταση των εναλλακτικών, σε πιθανότητες επιλογής για κάθε εναλλακτική.

Τα μοντέλα επιλογής μπορεί να είναι είτε **ντετερμινιστικά** (deterministic choice models) είτε **πιθανολογικά** (probabilistic choice models).

Το μοντέλο **first choice (πρώτη επιλογή)** ή **maximum utility (μέγιστη αξία)** είναι ένα **ντετερμινιστικό μοντέλο** που υποστηρίζει ότι ο καταναλωτής **θα επιλέγει πάντα το προϊόν με τη μεγαλύτερη αξία (χρησιμότητα)**. Στην εναλλακτική με τη μεγαλύτερη αξία προσδίδεται πιθανότητα επιλογής 1, ενώ οι υπόλοιπες εναλλακτικές έχουν μηδενική πιθανότητα. Το κυριότερο μειονέκτημα του μοντέλου πρώτης επιλογής είναι ότι παραθέτει πληροφορία μόνο για το προϊόν με τη μεγαλύτερη αξία και δεν λαμβάνονται υπόψη οι σχετικές αξίες που δόθηκαν από τους καταναλωτές στα υπόλοιπα σενάρια.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται αυτή η μοντελοποίηση.

Είναι κοινώς αποδεκτό, ότι ο τρόπος με τον οποίο επιλέγει ο καταναλωτής ένα προϊόν, στην πραγματικότητα είναι μια σύνθετη διαδικασία, αποτελούμενη από πολλές τυχαίες (μη προβλέψιμες) παραμέτρους. Ένας καταναλωτής δεν επιλέγει πάντα το προϊόν που αντιλαμβάνεται καλύτερα εξαιτίας αστάθμητων παραγόντων, όπως το υψηλό κόστος α-ναζήτησης, η σύγχυση, η μεγάλη ποικιλία κ.α.

Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκαν τα **πιθανολογικά μοντέλα** τα οποία αντί να προσδίδουν όλη την πιθανότητα επιλογής σε ένα προϊόν, αντιστοιχούν σε κάθε προϊόν μια πιθανότητα η οποία σχετίζεται με την τιμή της αξίας του (*utility*). Τα πιθανολογικά μοντέλα επιλογής συνδυάζουν όλες τις αξίες και προσδίδουν μια πιθανότητα επιλογής ακόμη και στο προϊόν με τη χαμηλότερη αξία.

Τα πιθανολογικά μοντέλα επιλογής χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

⇒ **Μοντέλα σταθερής αξίας (constant utility models)**

Τα μοντέλα σταθερής αξίας, θεωρούν ότι όλες οι αξίες των προϊόντων είναι σταθερές και **προσομοιώνουν τη στοχαστική φύση της ανθρώπινης συμπεριφοράς**, εισάγοντας ένα επίπεδο αβεβαιότητας στον κανόνα της απόφασης.

Το πιο δημοφιλές πιθανολογικό μοντέλο σταθερής αξίας είναι το **BTL**:

$$p_{ij} = \frac{U_{ij}}{\sum_{j=1}^n U_{ij}}$$

Όπου: p_{ij} είναι η πιθανότητα ο καταναλωτής i να επιλέξει το προϊόν j ,

U_{ij} είναι η συνολική αξία που δίνει ο καταναλωτής i στο προϊόν j και n είναι ο αριθμός των ανταγωνιστικών προϊόντων.

Ο **Pessemier** (1971) ανέπτυξε ένα μοντέλο που επεκτείνει το BTL. Οι αξίες των προϊόντων μετασχηματίζονται με έναν εκθέτη α ο οποίος ελέγχει τις τιμές των πιθανοτήτων επιλογής, διατηρώντας την αυθεντική κατάταξη των προτιμήσεων:

$$p_{ij} = \frac{U_{ij}^{\alpha}}{\sum_{j=1}^n U_{ij}^{\alpha}}$$

όπου α ένας εκθέτης που προσδιορίζεται από τον ερευνητή.

Για μικρές τιμές του εκθέτη α , υπερεκτιμώνται οι πιθανότητες επιλογής για προϊόντα με χαμηλή αξία. Αντίστοιχα όσο το α πλησιάζει στο άπειρο, το μοντέλο τείνει να μετατραπεί σε μοντέλο πρώτης επιλογής.

⇒ Μοντέλα τυχαίας αξίας (random utility models)

Σε αντίθεση με τα μοντέλα σταθερής αξίας, που θεωρούν τις αξίες σταθερές και αντιστοιχούν στα προϊόντα πιθανότητες επιλογής, τα μοντέλα τυχαίας αξίας θεωρούν ότι ο καταναλωτής πάντα **επιλέγει την εναλλακτική με τη μεγαλύτερη αξία (U)**, η οποία αποτελείται από δύο μέρη:

- ένα **ντετερμινιστικό** κομμάτι (V) που προσδιορίζεται από τη συνάρτηση που υπολογίζει τις υποκειμενικές αξίες και
- ένα **στοχαστικό** κομμάτι (e) που αναπαριστά τη μη υπολογίσιμη απόκλιση στις αξίες (Baltas and Doyle, 2001): $U = V + e$.

Το μοντέλο **MNL** θεωρεί ανεξάρτητα πανομοιότυπα σφάλματα (στοχαστικό κομμάτι) στον πληθυσμό των καταναλωτών σύμφωνα με τη διπλή εκθετική κατανομή. Με βάση αυτή τη θεώρηση και την αρχή μεγιστοποίησης της αξίας, η πιθανότητα ο πελάτης i να επιλέξει το προϊόν j δίδεται από τον τύπο:

$$p_{ij} = \frac{e^{U_{ij}}}{\sum_{j=1}^n e^{U_{ij}}}$$

3. Θεωρητικό Υπόβαθρο

3.1. Προσεγγιστικοί Αλγόριθμοι Επιχειρησιακής Έρευνας

Όπως έχει προαναφερθεί, τα σύγχρονα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας, παρουσιάζουν έναν τεράστιο αριθμό πιθανών λύσεων που πρέπει να αξιολογηθούν σε **αποδεκτό χρόνο**. Τα μαθηματικά (ακέραιος και γραμμικός προγραμματισμός) εμφανίζουν ανικανότητα στο να επιλύουν προβλήματα μεγάλης κλίμακας καθώς χρειάζονται πολυάριθμες πράξεις για την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

Κλασσικά παραδείγματα τέτοιων προβλημάτων, μπορεί να είναι η χωροθέτηση διαφημίσεων σε μια ιστοσελίδα, η χωροθέτηση μηχανημάτων σε ένα εργοστάσιο, η τοποθέτηση διαφημίσεων στον τηλεοπτικό χρόνο, το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή, η αντιστοίχιση εργασιών σε μηχανήματα, δρομολόγηση στόλου, το πρόβλημα του σακιδίου του δεδομένης της χωρητικότητας του, η τοποθέτηση προϊόντων στα ράφια και άλλα πολλά.

Σκοπός είναι η μεγιστοποίηση (ή ελαχιστοποίηση) ενός **στόχου** δηλαδή μιας **αντικειμενικής συνάρτησης** που εκφράζει για παράδειγμα το κέρδος (μεγιστοποίηση), το κόστος (ελαχιστοποίηση), το χώρο που θα καταλάβουν τα μηχανήματα (ελαχιστοποίηση), το χρόνο που θα χρειαστούν ορισμένες εργασίες (ελαχιστοποίηση), τη χρησιμότητα (μεγιστοποίηση) που θα λάβουμε από τα αντικείμενα που θα πάρουμε μέσα στο σακίδιο μας και άλλα. Η λύση αναζητείται κάτω από ορισμένους περιορισμούς όπως για παράδειγμα χωρικούς, χρονικούς, οικονομικούς και άλλους, καθώς και κάτω από τις συνθήκες του προβλήματος όπως πχ. ο χρόνος προετοιμασίας των μηχανημάτων, το κόστος μετακινήσεων οχημάτων, το κόστος ενοικίασης διαφημιστικού χώρου / χρόνου και άλλα.

Για παράδειγμα, ένας ταχυδρόμος που πρέπει να περάσει από 15 σπίτια για να διανέμει τα γράμματα / δέματα, καλείται να εξετάσει πάνω από 80 δισεκατομμύρια πιθανά δρομολόγια καθώς και να αναρωτηθεί αν θα επιλέξει την κοντινότερη διαδρομή ή τη συντομότερη δεδομένης της κυκλοφοριακής κίνησης, καθώς και αν τα δέματα για τα 15 συγκεκριμένα σπίτια χωράνε στο μηχανάκι του και άλλα.

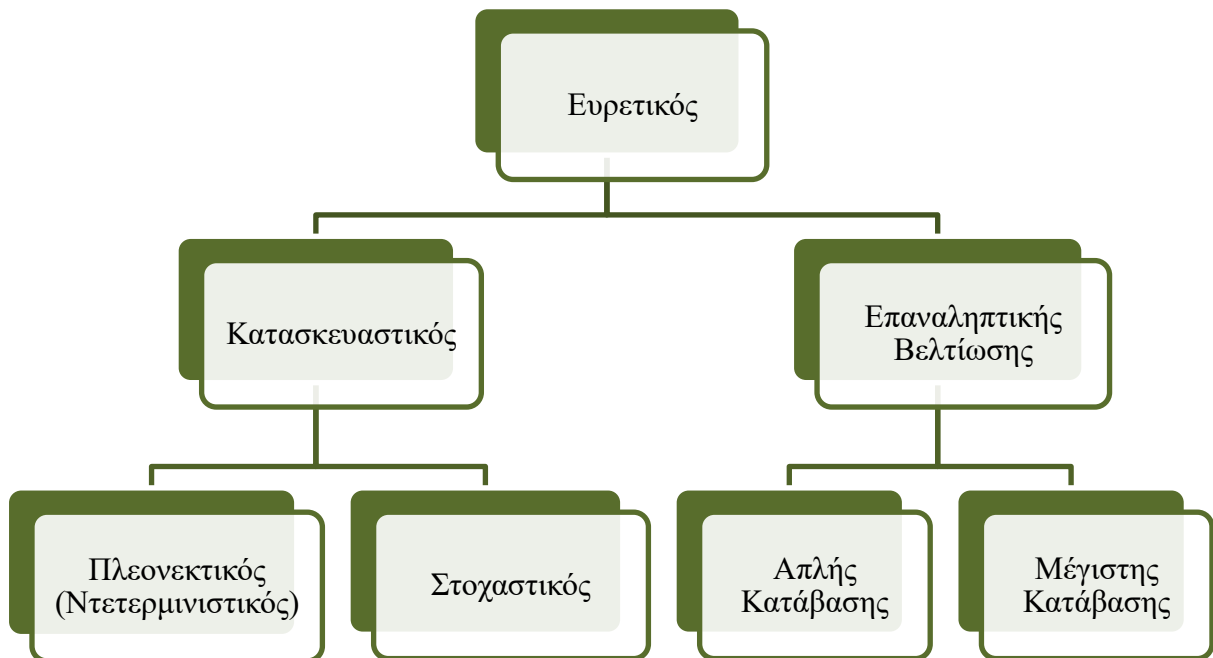
Η αδυναμία των μαθηματικών να παρέχει λύσεις σε αποδεκτό χρόνο σε προβλήματα αυτής της φύσης, χρήζει απαραίτητους τους **προσεγγιστικούς αλγόριθμους**, αλγόριθμους δηλαδή που επιχειρούν μέσα από συγκεκριμένα βήματα και τεχνικές **να εντοπίσουν το ολικό βέλτιστο ή να το πλησιάσουν**. Όσο μικρότερη είναι η απόκλιση από το ολικό βέλτιστο τόσο αυξάνει η λεγόμενη **ποιότητα της λύσης**. Βέβαια, το ολικό βέλτιστο δεν είναι πάντα γνωστό εκ των προτέρων όπως στην παρούσα μελέτη που έχει προηγηθεί επίλυση με Lagrangian χαλάρωση. Σε περίπτωση που δεν είναι γνωστό μπορούμε να θέσουμε ένα κατώφλι αποδεκτών λύσεων και να πειραματιστούμε.

Οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι **διακρίνονται** σε δύο βασικές κατηγορίες τους **ευρετικούς** και **μεταευρετικούς** αλγόριθμους.

«Ένας κλασσικός ευρετικός αποτελεί έναν αποτελεσματικό αλγόριθμο που παράγει λύσεις, όχι απαραίτητα βέλτιστες, σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης και του οποίου η αποδοτικότητα εξαρτάται κάθε φορά από το βαθμό ενσωμάτωσης των ιδιοτήτων του υπό εξέταση προβλήματος στο μηχανισμό λειτουργίας του»

Αποτελεσματικότητα εννοούμε την ικανότητα του να βρίσκει λύσεις εντός αποδεκτού χρόνου, ενώ **αποδοτικότητα** εννοούμε την ικανότητα του να βρίσκει υψηλής ποιότητας λύσεις. Οι ιδιότητες του προβλήματος μπορεί να είναι το μέγεθος που καλούμε να μεγιστοποιήσουμε ή να ελαχιστοποιήσουμε ανάλογα με την πολιτική της επιχείρησης, τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών, τους περιορισμούς και άλλα.

Ένας **ευρετικός** αλγόριθμος διακρίνεται σε **κατασκευαστικό** όταν προσθέτει διαδοχικά στοιχεία της λύσης σε μια ημιτελή λύση για να δημιουργήσει μια εφικτή λύση και **επαναληπτικής βελτίωσης** όταν διαθέτει μια αρχική λύση και την τροποποιεί κατάλληλα για να την βελτιώσει. Όταν ο κατασκευαστικός αλγόριθμος λαμβάνει υπόψη του **ντετερμινιστικά κριτήρια** για το στοιχείο που θα προσθέσει στην ημιτελή λύση ονομάζεται **πλεονεκτικός**, σε αντίθετη περίπτωση πρόκειται για **στοχαστικό κατασκευαστικό**. Όταν η επαναληπτική βελτίωση εξετάζει όλες τις πιθανές τροποποιήσεις για να επιλέξει την καλύτερη τότε πρόκειται για ευρετικό αλγόριθμο επαναληπτικής βελτίωσης **μέγιστης κατάβασης**. Σε περίπτωση που επιλέγει στοχαστικά κάποια λύση που απλά βελτιώνει την προηγούμενη πρόκειται για **απλή κατάβαση**.



«Οι μεταευρετικοί αλγόριθμοι είναι δυνατό να χαρακτηριστούν ως υψηλού επιπέδου διαδικασίες οι οποίες καθοδηγούν και τροποποιούν τη λειτουργία υποδεέστερων ευρετικών, χρησιμοποιώντας διαφορετικών ειδών στρατηγικές. Αυτές εφαρμόζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε αφενός να προσδιορίζονται άμεσα οι περιοχές του χώρου των λύσεων με τις υψηλής ποιότητας λύσεις και, αφετέρου, αποφεύγεται η σπατάλη χρόνου σε περιοχές που είτε έχουν εξερευνηθεί είτε δεν παρέχουν υψηλής ποιότητας λύσεις»

Ο όρος «**μεταευρετικός**» εισήχθη από τον **Glover** το 1986, όταν πρότεινε και την στρατηγική του Tabu Search, θέλοντας να περιγράψει μια **διαδικασία ανώτερου επιπέδου από αυτή της επαναληπτικής βελτίωσης**, δηλαδή μια διαδικασία που καθοδηγεί

τους ευρετικούς βάσει συγκεκριμένης **στρατηγικής** σε μονοπάτια που υπόσχονται καλύτερες λύσεις.

Ένας «**μεταευρετικός**» αλγόριθμος **επιδιώκει** τη μη εξάρτηση του από συγκεκριμένα προβλήματα, να είναι δηλαδή **γενικής χρήσης**, έπειτα από προσαρμογή στα δεδομένα και τους περιορισμούς του υπό εξέταση προβλήματος (ευρωστία – robustness). Μια επιπλέον στρατηγική είναι η **αποφυγή** έρευνας περιοχών που έχουν ήδη εξερευνηθεί, μια καινοτομία που εισάγει ο Tabu Search με τη **χρήση μνήμης** για τις λύσεις που έχουν ήδη εξεταστεί.

Το μεγάλο «αγκάθι» στους μηχανισμούς που ερευνούν τοπικά το χώρο των λύσεων και βελτιώνουν την τελική λύση επαναληπτικά, είναι ο **πρόωρος εγκλωβισμός σε τοπικά βέλτιστα**. Οι αλγόριθμοι που δρουν «**μυωπικά**», που εξετάζουν δηλαδή με μικρές τροποποιήσεις τις κοντινότερες (πιο όμοιες) λύσεις και επιλέγουν την καλύτερη (ντετερμινιστικό κριτήριο). Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα, η έρευνα να οδηγηθεί σε μια λύση που με οποιαδήποτε ίδια μικρή τροποποίηση δε βελτιώνεται, χωρίς όμως να είναι η συνολικά καλύτερη λύση. Έτσι, ο αλγόριθμος **θα εγκλωβιστεί** και θα μείνει σε αυτήν ως καλύτερη λύση του προβλήματος. Η «μυωπική» λειτουργία του αλγορίθμου δεν καθιστά δυνατό το να «βλέπει» τη συνολικά καλύτερη λύση και να οδηγείται βήμα – βήμα προς αυτήν.

*Η διαδικασία τροποποίησης μιας λύσης για την μετατροπή της σε μια άλλη τελική λύση ονομάζεται **κίνηση**.*

*Ένα καθορισμένο υποσύνολο των κινήσεων που μπορούν να εφαρμοστούν σε μια λύση γεννούν μια σειρά λύσεων που ονομάζεται **γειτονιά λύσεων**. Κάθε γειτονιά λύσεων αποτελεί φυσικά υποσύνολο του συνόλου των λύσεων.*

Κλασικές **κινήσεις** που εφαρμόζονται σε προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας είναι η απλή μετάθεση ενός στοιχείου της λύσης (ή αλλιώς κίνηση 1-0) , η αντιμετάθεση δυο στοιχείων της λύσης (ή αλλιώς κίνηση 1-1), η διαγραφή/προσθήκη/αντικατάσταση ενός στοιχείου από το σύνολο στοιχείων που συνθέτουν τη λύση ή αλλαγή της τιμής μιας μεταβλητής κ.ά.

Στοιχείο της λύσης μπορεί να είναι μια αντιστοίχιση εργασίας σε μηχάνημα, ο σταθμός που θα καλείται να επισκεφτεί ο περιοδεύον πωλητής, ο χώρος που αντιστοιχεί σε ένα προϊόν στο ράφι κ.ά.

Εφαρμόζοντας κάποια συγκεκριμένη κίνηση από όσες περιγράψαμε σε όλα τα στοιχεία, χωρίς να υπερβαίνουμε τους περιορισμούς του προβλήματος, δημιουργούμε κάθε φορά μια πιθανή λύση, το σύνολο των οποίων είναι η γειτονιά που ορίζει η κίνηση.

Οι μεταευρετικοί αλγόριθμοι, με σκοπό των εντοπισμό υψηλής ποιότητας λύσεων και ταυτόχρονα την αποφυγή του εγκλωβισμού χρησιμοποιούν δυο στρατηγικές.

Εντατικοποίηση (intensification) είναι η επικέντρωση της έρευνας σε μικροχώρους του πολυδιάστατου χώρου των λύσεων, με υψηλής ποιότητας λύσεις.

Διαφοροποίηση (diversification) είναι η μετακίνηση της έρευνας σε ανεξερευνήτους χώρους των λύσεων, όταν αυτό κρίνεται απαραίτητο

Οι **μεταερευνητικοί** αλγόριθμοι συνδυάζουν αυτές τις δυο τεχνικές αφού:

- διαφοροποιούνται για να **απεγκλωβίζονται** και να οδηγούνται σε ανεξερευνήτους χώρους των λύσεων
- όταν εντοπίσουν έναν αξιόλογο χώρο **εντατικοποιούν** την έρευνα τους για να βρουν τη βέλτιστη δυνατή λύση του χώρου

Οι δυο αυτές τεχνικές είναι **αντίθετης φύσης** αφού η εντατικοποίηση στηρίζεται σε επιλογή λύσεων με ντετερμινιστικά κριτήρια (επιλογή του καλύτερου γείτονα). Αντίθετα, η διαφοροποίηση αποδέχεται χαμηλότερης ποιότητας λύσεις με σκοπό τον απεγκλωβισμό και την προώθηση της έρευνας σε ανεξερευνήτους χώρους (στοχαστικό κριτήριο).

Καταλαβαίνουμε λοιπόν, ότι οι δύο τεχνικές συνδέονται με την έννοια του **trade-off** αφού η χρήση της μιας αναιρεί την άλλη, αλλά είναι και οι δύο απαραίτητες για να εντοπιστούν υψηλής ποιότητας λύσεις χωρίς εγκλωβισμούς σε τοπικά βέλτιστα. Οι δύο τεχνικές **αλληλοσυμπληρώνονται** και **συγκρούονται**. Ο αρμονικός συγκερασμός και η σωστή εναλλαγή των δύο αυτών τεχνικών, κάνουν έναν μεταερευνητικό αλγόριθμο αποτελεσματικό και αποδοτικό. Ο τρόπος που χειρίζονται αυτές οι τεχνικές είναι και αυτό που κάνει τον κάθε μεταερευνητικό αλγόριθμο να διαφέρει από κάποιον άλλο.

Οι πιο **διαδεδομένοι** μεταερευνητικοί αλγόριθμοι με βάση τις εφαρμογές τους σε προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας είναι ο **Tabu Search**, ο **Simulated Annealing**, οι **εξελικτικοί – γενετικοί** αλγόριθμοι, η έρευνα **μεταβλητής γειτονιάς (VNS)** και άλλοι.

3.2 Αλγόριθμοι που έχουν εφαρμοστεί

Οι παρακάτω μέθοδοι **ερευνούν το χώρο των λύσεων και δημιουργούν νέες γειτονιές, τροποποιώντας / εναλλάσσοντας ολόκληρο κάποιο προϊόν από το σύνολο των προϊόντων της λύσης**. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να εφαρμοστούν σε περίπτωση που μπορούμε να απαριθμήσουμε το σύνολο των προϊόντων, δηλαδή όλων των χαρακτηριστικών και των δυνατών επιπέδων τους. Σε διαφορετική περίπτωση, ίσως μπορούν να εφαρμοστούν σε κάποιο σαφώς ορισμένο υποσύνολο των πιθανών προϊόντων, με χαμηλότερης ποιότητας λύσεις αφού δεν μπορούν να ερευνηθούν όλα τα δυνατά προϊόντα.

3.2.1 Greedy Heuristic

Πρόκειται για τον **ευρετικό πλεονεκτικό κατασκευαστικό αλγόριθμο (Greedy Heuristic)** που εισήχθη από τους Green and Krieger (1985) και χρησιμοποιήθηκε και σε άλλες εφαρμογές επίλυσης του ίδιου προβλήματος.

Ο αλγόριθμος ξεκινά με το σχεδιασμό μιας γραμμής προϊόντων από ένα «καλό» προϊόν και προσθέτει κάθε φορά το προϊόν που μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση

της ημιτελούς λύσης. Τα προϊόντα επιλέγονται από ένα προεπιλεγμένο υποσύνολο «καλών» προϊόντων (σύνολο αναφοράς). Οι ίδιοι συγγραφείς το 1987 προσδιόρισαν μεθόδους για τη δημιουργία ενός κατάλληλου συνόλου αναφοράς.

Η μέθοδος τερματίζει όταν φτάσουμε τον επιθυμητό αριθμό προϊόντων της γραμμής/τελικής λύσης. Η μέθοδος δεν εγγυάται την εύρεση της βέλτιστης λύσης αλλά μιας ικανοποιητικής λύσης. Ο λόγος είναι ότι η τελική λύση εξαρτάται από την επιλογή του πρώτου στοιχείου της λύσης, που μπορεί να μην είναι τοπικά βέλτιστο.

3.2.2 Divide – and – Conquer Heuristic

Η μέθοδος του «**διαίρει και βασίλευε**» εισήχθη από τους **Green and Krieger** (1988) και έπειτα (1993) προτάθηκε για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Η στρατηγική της μεθόδου είναι να διαιρεί τη γραμμή προϊόντων σε ομάδες χαρακτηριστικών και διατηρώντας τις ομάδες σταθερές, να ερευνά εξαντλητικά όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μίας ομάδας, επιλέγοντας τη συνολικά καλύτερη λύση.

Έτσι, κατά την επίλυση στη δημοσίευση των Belloni et all (2008) θεωρούμε κάθε προϊόν ως μια ομάδα χαρακτηριστικών. Ξεκινώντας από μια τυχαία λύση 5 προϊόντων, διατηρούμε τα 4 προϊόντα σταθερά και δοκιμάζουμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς για το 1^ο προϊόν. Η διαδικασία συνεχίζεται και με τα υπόλοιπα προϊόντα μέχρις ότου η λύση δεν βελτιώνεται περαιτέρω με τη βελτίωση ενός προϊόντος. Η μέθοδος είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική, δεν εγγυάται όμως τη συνολικά βέλτιστη λύση αφού μπορεί να εγκλωβιστεί σε κάποιο τοπικό βέλτιστο.

3.2.3 Product-Swapping Heuristic

Αυτή η ευρετική μέθοδος (Green and Krieger 1985) χρησιμοποιεί την εναλλαγή προϊόντων για τη δημιουργία λύσεων (ή αλλιώς *interchange heuristic*). Συγκεκριμένα, δημιουργείται μια τυχαία αρχική λύση 5 προϊόντων και στη συνέχεια εξετάζεται αν η εναλλαγή ενός προϊόντος με κάποιο άλλο «υποψήφιο», βελτιώνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αν βελτιώνεται το προϊόν αντικαθίσταται. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου η γραμμή δεν επιδέχεται περαιτέρω βελτίωση.

Όπως και στην παραπάνω μέθοδο, δε μπορούμε να εγγυηθούμε το ολικό βέλτιστο καθώς η αλλαγή ενός μόνο προϊόντος μπορεί να μη βελτιώνει τη λύση (τοπικό βέλτιστο).

Οι παρακάτω μέθοδοι στην *πορεία της έρευνας, αξιολογούν και τροποποιούν μεμονωμένα ομάδες χαρακτηριστικών της «ημιτελούς» λύσης ή των «μερικώς σχηματισμένων» τελικών προϊόντων*. Είναι απαραίτητες σε περιπτώσεις που τα πιθανά προϊόντα είναι τόσα ώστε η πλήρης απαρίθμηση τους να είναι αδύνατη ή ιδιαίτερα χρονοβόρα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, ακόμα και οι μέθοδοι που ερευνούν με βάσει τα χαρακτηριστικά που θα δούμε παρακάτω απαιτούν σημαντικό υπολογιστικό χρόνο.

3.2.4 Dynamic Programming Heuristic

Οι **Kohli and Krishnamusti (1987)**, και **Kohli and Sukumar (1990)** εισήγαγαν ένα μοντέλο **ευρετικού δυναμικού προγραμματισμού**, για την επίλυση του βέλτιστου σχεδιασμού ενός προϊόντος και μιας γραμμής προϊόντων αντίστοιχα. Η γραμμή προϊόντων κατασκευάζεται συνθέτοντας ένα χαρακτηριστικό σε κάθε βήμα.

Έτσι, κατά την εκκίνηση, για το πρώτο χαρακτηριστικό του πρώτου προϊόντος αξιολογείται η απήχηση που έχει στο κοινό το κάθε επίπεδο του, ή το οριακό κέρδος ανάλογα με τους στόχους που έχουν τεθεί. Επιλέγεται, εκείνο το επίπεδο που ικανοποιεί καλύτερα το στόχο που έχουμε θέσει. Έπειτα, για το δεύτερο χαρακτηριστικό, μελετώνται όλα τα πιθανά επίπεδα που σε συνδυασμό με το πρώτο χαρακτηριστικό, δίνουν την καλύτερη ημιτελή λύση. Οι συνδυασμοί είναι τόσοι όσοι τα επίπεδα του δεύτερου χαρακτηριστικού. Η διαδικασία συνεχίζεται με τον ίδιο τρόπο.

Το ελάττωμα τις συγκεκριμένης επίλυσης είναι ότι η τελική λύση εξαρτάται από το σημείο εκκίνησης, γι αυτό επιλέγουμε τυχαία κάθε φορά διαφορετικό χαρακτηριστικό να αξιολογήσουμε πρώτα.

3.2.5 Beam Search Heuristic

Ο αλγόριθμος **δενδρικής αναζήτησης Beam Search** αναπτύχθηκε αρχικά για εφαρμογές τεχνητής νοημοσύνης στην αναγνώριση φωνής και εικόνας. Εφαρμόστηκε για πρώτη φορά στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων από τον **Nair et al. (1995)**.

Η διαδικασία είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με το δυναμικό προγραμματισμό που περιγράφηκε από πάνω, με δύο βασικές διαφορές. Αρχικά, αντί να εξετάζει ένα χαρακτηριστικό τη φορά, εξετάζει ταυτόχρονα ένα γκρουπ χαρακτηριστικών. Επιπλέον, αντί να δημιουργεί ολόκληρη γραμμή παραγωγής, προσθέτει ένα προϊόν τη φορά με τρόπο ανάλογο του ευρετικού πλεονεκτικού κατασκευαστικού (*Greedy Heuristic*). Για τον ίδιο λόγο, η έρευνα πρέπει να ξεκινά κάθε φορά από διαφορετικό set χαρακτηριστικών.

3.2.6 Nested Partitions

Η μέθοδος των **ένθετων χωρισμάτων (Nested Partition)** εφαρμόστηκε στο υπό μελέτη πρόβλημα από τον **Shi et al (2001)**. Η μέθοδος διαιρεί το χώρο των λύσεων σε περιοχές όπου είναι εφικτός ο διαχωρισμός, και έπειτα αξιολογεί και επιλέγει τους πιο υποσχόμενους χώρους. Με τον ίδιο τρόπο συνεχίζει να διαιρεί και να αξιολογεί τις υποσχομένες περιοχές σε μικρότερες και μικρότερες ότου καταλήξει σε μια γραμμή παραγωγής.

Για την αξιολόγηση των υπό μελέτη περιοχών μπορούν να χρησιμοποιηθούν άλλοι ευρετικοί αλγόριθμοι (πχ, συντονισμένη ανάβαση), όπου κατά την εφαρμογή τους στην περιοχή ξεχωρίζουμε τις καλύτερες λύσεις και δημιουργούμε ένα δείκτη ως μέτρο της ποιότητας των λύσεων της περιοχής. Αν διαπιστωθεί ότι γειτονικές περιοχές περικλείουν την υπό μελέτη περιοχή με καλύτερης ποιότητας λύσεις μπορούμε να εφαρμόσουμε ένα «άλμα» προς τα πίσω (backtrack) και να αξιολογήσουμε ξανά την περιοχή.

Οι παρακάτω μέθοδοι ερευνούν το χώρο των λύσεων με αλλαγές στα επίπεδα των χαρακτηριστικών των προϊόντων και αποδέχονται αλλαγές που βελτιώνουν το συνολικό κέρδος.

3.2.7 Coordinate Ascent

Ο ευρετικός αλγόριθμος συντονισμένης ανάβασης (*Coordinate Ascent*, Green et al, 1989), αρχικά επιλέγει και αξιολογεί μια τυχαία γραμμή προϊόντων. Στη συνέχεια επιλέγει ένα τυχαίο χαρακτηριστικό και εξετάζει την αλλαγή του επιπέδου της τιμής του, αξιολογώντας αν πραγματικά βελτιώνει τη λύση. Σε περίπτωση που αυτό συμβαίνει αποδέχεται την αλλαγή.

Υπάρχουν εκδόσεις της μεθόδου που εξετάζουν ταυτόχρονη αλλαγή δύο ή τριών χαρακτηριστικών. Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν δεν είναι εφικτή περεταίρω βελτίωση της λύσης. Η εύρεση του βέλτιστου δεν είναι εγγυημένη καθώς η τρέχουσα λύση μπορεί να αποτελεί τοπικό βέλτιστο και η υπό μελέτη αλλαγές να μη βελτιώνουν το κέρδος της λύσης. Έτσι, ο αλγόριθμος έχει εγκλωβιστεί και τερματίζεται.

3.2.8 Genetic Algorithm

Ο Εξελικτικός Υπολογισμός (*evolutionary computation*) χρησιμοποιεί τα υπολογιστικά μοντέλα εξελικτικών διαδικασιών για το σχεδιασμό και την υλοποίηση συστημάτων επίλυσης προβλημάτων. Υπάρχει ποικιλία εξελικτικών υπολογιστικών μοντέλων, τα οποία είναι γνωστά και ως **Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (EAs –evolutionary algorithms)**. Οι γενετικοί αλγόριθμοι, ξεκινάνε από ένα τυχαίο «πληθυσμό» λύσεων και βασίζονται στη Δαρβινική θεωρία «επιβίωσης του καταλληλότερου» για να αναπαραχθεί και να φέρει πιθανά καλύτερους απογόνους.

Αυτό σημαίνει ότι τα **γονίδια (genes)** από τα περισσότερα κατάλληλα άτομα θα κυριαρχήσουν στις επόμενες γενιές απογόνων του είδους. Ο συνδυασμός καλών χαρακτηριστικών από διαφορετικούς προγόνους μπορεί μερικές φορές να παράγει «**υπερκατάλληλους**» απογόνους, των οποίων η καταλληλότητα είναι μεγαλύτερη από αυτή των προγόνων τους. Με τον τρόπο αυτό, τα είδη εξελίσσονται έτσι ώστε να γίνονται περισσότερο προσαρμοσμένα στο περιβάλλον τους.

Η **Αναπαραγωγή (Reproduction)** περιλαμβάνει τη «**Διασταύρωση**» των γονιών για να παράγουν τα παιδιά και στη συνέχεια μικρές **Μεταλλάξεις (σφάλματα)**. Η καταλληλότητα ενός οργανισμού – χρωμοσώματος αξιολογείται ανάλογα με τη δυνατότητα του να αναπαραχθεί πριν πεθάνει, στην προκειμένη περίπτωση είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό σημαίνει ότι **όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ένα χρωμόσωμα, τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα έχει να επιλεγεί για την επόμενη γενιά**. Εάν δύο χρωμοσώματα ανταλλάξουν τα καλά τους γονίδια, τότε υπάρχει υψηλή πιθανότητα να παράγουν καλούς απογόνους οι οποίοι με τη σειρά τους θα ανταλλάξουν τα καλά τους γονίδια.

Για λόγους **διαφοροποίησης** συχνά συμβαίνει η **μετάλλαξη (mutation)**. Στη διαδικασία της μετάλλαξης ένα από τα γονίδια του χρωμοσώματος που έχει επιλεγεί, επιλέγεται τυχαία και η τιμή του αντικαθίσταται από μία άλλη που παράγεται τυχαία. Η **μετάλλαξη παράγει νέα χρωμοσώματα που δεν θα είχαν τη δυνατότητα να παραχθούν με**

τη διαδικασία της διασταύρωσης. Με τον τρόπο αυτό σε κάθε γενιά παράγονται νέα χρωμοσώματα επιτρέποντας στον αλγόριθμο **να αναζητήσει λύσεις σε νέα μονοπάτια, αποφεύγοντας τον εγκλωβισμό σε τοπικά ελάχιστα.** Επίσης, η διασταύρωση δύο χρωμοσωμάτων μπορεί να γίνεται **σε παραπάνω από ένα σημεία διαχωρισμού** για επίτευξη μεγαλύτερης διαφοροποίησης.

Συμπερασματικά, ενώ η αναπαραγωγή μειώνει την ποικιλομορφία του πληθυσμού, η μετάλλαξη την ενισχύει με αποτέλεσμα να αποφεύγεται η πρόωρη σύγκλιση του αλγορίθμου σε τοπικά βέλτιστα. Παρόλα αυτά, η μετάλλαξη θα πρέπει να διατηρείται σε κάποια όρια γιατί υπάρχει κίνδυνος να οδηγήσει σε ανεξέλεγκτη τυχαία αναζήτηση.

Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού και επιστρέφει την καλύτερη λύση που έχει βρει μέχρι τότε.

3.2.9 Simulated Annealing

Ανόπτηση (annealing) είναι η διεργασία ανακατανομής των ατόμων κατά την ψύξη ενός θερμοδυναμικού συστήματος (π.χ. μετάλλου). Σε υψηλές θερμοκρασίες, τα μόρια του μετάλλου κινούνται ελεύθερα προς όλες τις κατευθύνσεις, αλλά καθώς το μέταλλο ψύχεται, η θερμική κινητικότητα των μορίων του περιορίζεται. Όταν η θερμοκρασία μειωθεί αρκετά, διαμορφώνεται μια τέλεια κρυσταλλική δομή, που αποτελεί την κατάσταση ολικά ελάχιστης ενέργειας του συστήματος.

Αν η θερμοκρασία κατέβει με αρκετά αργό ρυθμό, τα μόρια προλαβαίνουν να τακτοποιηθούν και να σχηματίσουν ένα τέλειο κρύσταλλο. Αντιθέτως, αν το σύστημα ψυχθεί πολύ απότομα τα μόρια θα ακινητοποιηθούν στις θέσεις τους αφήνοντας κενά και ατέλειες. Ο αλγόριθμος είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός σε όσα προβλήματα έχει εφαρμοστεί μέχρι σήμερα.

Η μέθοδος εφαρμόστηκε για πρώτη φορά στο υπο μελέτη πρόβλημα, στη δημοσίευση «*Optimizing Product Line Designs: Efficient Methods and Comparisons*» από τους **Alexandre Belloni, Robert Freund, Matthew Selove και Duncan Simester** το 2008. Λόγω της συνάφειας με τον Tabu Search στην έρευνα με τεχνικές απεγκλωβισμού, καθώς και τα εντυπωσιακά του αποτελέσματα, θα αποτελέσει για μας κυριότερο μέτρο σύγκρισης αποδοτικότητας κατά την υλοποίηση μας.

Κύριο χαρακτηριστικό του είναι ότι **αποδέχεται και χαμηλότερης ποιότητας λύσεις με σκοπό τον απεγκλωβισμό από τοπικά βέλτιστα.** Η πιθανότητα αποδοχής χαμηλότερης ποιότητας λύσεων είναι **ανάλογη της θερμοκρασίας.** Γι αυτό όσο πιο αργά μειώνεται η θερμοκρασία, τόσο καλύτερα θα συγκλίνει ο αλγόριθμος σε μια ποιοτική λύση. Στην αρχή δηλαδή, **αποδέχεται ευκολότερα χαμηλότερης ποιότητας λύσεις** για να ερευνήσει όσο το δυνατό περισσότερα σημεία του χώρου των λύσεων (**διαφοροποίηση**). Όσο η θερμοκρασία μειώνεται, η έρευνα **εστιάζει** σε υποσχόμενες περιοχές του χώρου των λύσεων και αποδέχεται δυσκολότερα χειρότερες λύσεις. Ο αριθμός των επαναλήψεων, το κριτήριο τερματισμού καθώς και ο ρυθμός μείωσης της θερμοκρασίας, ορίζονται από το σχεδιαστή.

Κατά την έρευνα, για την τροποποίηση της λύσης χρησιμοποιείται μια ιδιαίτερα απλή κίνηση που επιλέγει τυχαία ένα χαρακτηριστικό και αλλάζει την τιμή του από 0 σε 1 και το αντίστροφο. Αν το χαρακτηριστικό είναι η τιμή, αποφασίζει στοχαστικά τη μείωση ή την αύξηση της. Αν είναι η μέγιστη τιμή αναγκαστικά τη μειώνει, αν είναι η ελάχιστη τιμή αναγκαστικά την αυξάνει. Ακολουθεί η αξιολόγηση της λύσης και η αποδοχή της ή μη, με πιθανότητα που εξαρτάται από τη θερμοκρασία του συστήματος.

3.2.10 Particle Swarm Optimization

Η **νοημοσύνη σμήνους** (*swarm intelligence*) είναι η συλλογική συμπεριφορά μη κατανεμημένων, αυτοοργανωμένων φυσικών ή τεχνητών συστημάτων. Δεν ελέγχεται δηλαδή από κάποιον συγκεκριμένο οργανισμό, αλλά **δρουν ως ένας «υπεροργανισμός» πετυχαίνοντας στόχους που είναι αδύνατο να πετύχουν ατομικά.**

Η ιδέα εφαρμόζεται στον τομέα της τεχνητής νοημοσύνης. Ο όρος εισήχθη από τους **Gerardo Beni** και **Jing Wang** το 1989. Η νοημοσύνη σμήνους είναι μια ιδιότητα συστημάτων που επιδεικνύουν συλλογικά ευφυή συμπεριφορά. Ένα σύστημα αντιπροσωπεύει μια οντότητα που ανιχνεύει το περιβάλλον προκειμένου να εκτελέσει μια ενέργεια που έχει επιλέξει. Η κάθε οντότητα λειτουργεί αυτόνομα και προκύπτει μια συνολική συλλογική συμπεριφορά. Δεν παίρνουν οδηγίες από κανέναν, παίρνουν αποφάσεις και μέσα από απλούς κανόνες εμφανίζονται φαινόμενα (σμήνη πουλιών, κοπάδια ψαριών, άναμμα πυρολαμπίδων, τα μυρμήγκια υπολογίζουν βέλτιστες διαδρομές προς την τροφή τους, μέλισσες να ενημερώνουν τη κυψέλη για νέκταρ) τα οποία οδηγούνται μέσα από τη **συλλογική συμπεριφορά και ευφυΐα.**

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (Particle Swarm Optimization), προτάθηκε για πρώτη φορά από τους **Kennedy** και **Eberhart** και εφαρμόστηκε στο υπομελέτη πρόβλημα το 2010 στην εργασία **«Particle swarm optimization for optimal product line design»** των **Tsafarakis Stelios, Marinakis Ioannis** και **Matsatsinis Nikolaos**. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί τη φυσική κίνηση των ατόμων του πληθυσμού στο σμήνος και χρησιμοποιεί ευέλικτους μηχανισμούς για να προσαρμόζεται στις τοπικές και ολικές ικανότητες εξερεύνησης των ατόμων του σμήνους.

Για την ακρίβεια, κάθε σωματίδιο έχει μια θέση, που αντιστοιχεί στο διάνυσμα της θέσης του. Τα σωματίδια «συνεργάζονται» για την εύρεση καλύτερων λύσεων και «ακολουθούν» την καλύτερη λύση / σωματίδιο. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μηχανισμούς και περιοριστικούς παράγοντες που εξυπηρετούν άλλοτε την σύγκλιση σε κάποια ποιοτική λύση και άλλοτε τον απεγκλωβισμό από τοπικά ελάχιστα.

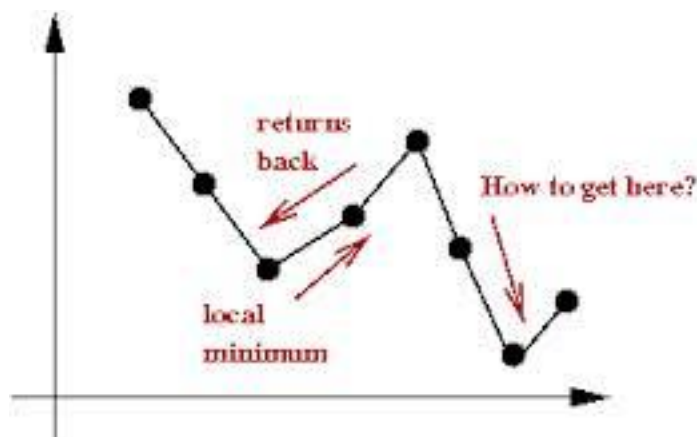
3.3 Βασική Μορφή Tabu Search

Η μέθοδος **Tabu Search** προτάθηκε από τον **Fred Glover** σε ομιλία του το 1986 και δημοσιεύτηκε το 1990. Η λογική της **απαγορευμένης (taboo – tabu)** έρευνας στηρίζεται στο ότι ο άνθρωπος όταν προσπαθεί να λύσει προβλήματα χρησιμοποιεί την εμπειρία του και τη μνήμη του. Το ίδιο επιχειρεί να κάνει και ο Tabu Search στο χώρο των λύσεων.

Η έρευνα στηριζόμενη στο μη στοχαστικό κριτήριο, πιθανότατα να δημιουργήσει το φαινόμενο της **κυκλικότητας της έρευνας**, την επιστροφή δηλαδή σε μονοπάτια του χώρου των λύσεων που έχει ήδη εξετάσει.

Ο Tabu Search εκτελώντας μια συγκεκριμένη προσχεδιασμένη κίνηση, δημιουργεί μια γειτονιά νέων λύσεων και επιλέγει **μη στοχαστικά την καλύτερη λύση της γειτονιάς ακόμα και αν αυτή είναι χειρότερη από την τρέχουσα λύση**. Έτσι, ενισχύει τη **διαφοροποίηση** της έρευνας και τον απεγκλωβισμό από τοπικά βέλτιστα, ενώ το μη στοχαστικό κριτήριο ενισχύει την **εντατικοποίηση** της έρευνας. Ταυτόχρονα, διατηρεί τη **συνολικά καλύτερη λύση** που έχει εξεταστεί, ως **τελική λύση**.

Πιο συγκεκριμένα, όταν ξεπεραστεί ένα **τοπικό βέλτιστο** χάρις στην αποδοχή χαμηλότερης ποιότητας λύσεων, η έρευνα θα συνεχίσει αναζητώντας τον επόμενο καλύτερο γείτονα και βασιζόμενη στο μη στοχαστικό κριτήριο, ενδέχεται **να επιστρέψει στο τοπικό βέλτιστο αν είναι αυτός ο καλύτερος γείτονας**. Άρα, η έρευνα έχει πάλι εγκλωβιστεί.



Εικόνα 1: Απεγκλωβισμός σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης

Η λύση για την **αποφυγή της κυκλικότητας** είναι η εισαγωγή μιας λίστας, την **Tabu List** με τις N τελευταίες λύσεις που εξετάστηκαν, δηλαδή τις «απαγορευμένες λύσεις». Αυτή η χαρακτηριστική «προσαρμοστική μνήμη» διακρίνει τον Tabu Search από άλλους αλγόριθμους τοπικής έρευνας.

Η λίστα ανανεώνεται δυναμικά κατά τη διάρκεια του αλγορίθμου, με τη λογική First In – First Out. Έτσι, βοηθείται ο απεγκλωβισμός της έρευνας από ένα τοπικό βέλτιστο και η προώθηση του σε χώρους που δεν έχουν ερευνηθεί.

Η λίστα **δεν αποθηκεύει αναγκαστικά ολόκληρη τη λύση** αλλά ανάλογα τη μορφή της λύσης, μπορεί να διατηρεί **στοιχεία της λύσης** (π.χ. 1 προϊόν της γραμμής) ή κάποια **χαρακτηριστικά** της (όπως π.χ. την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης), ή **την αντίθε-**

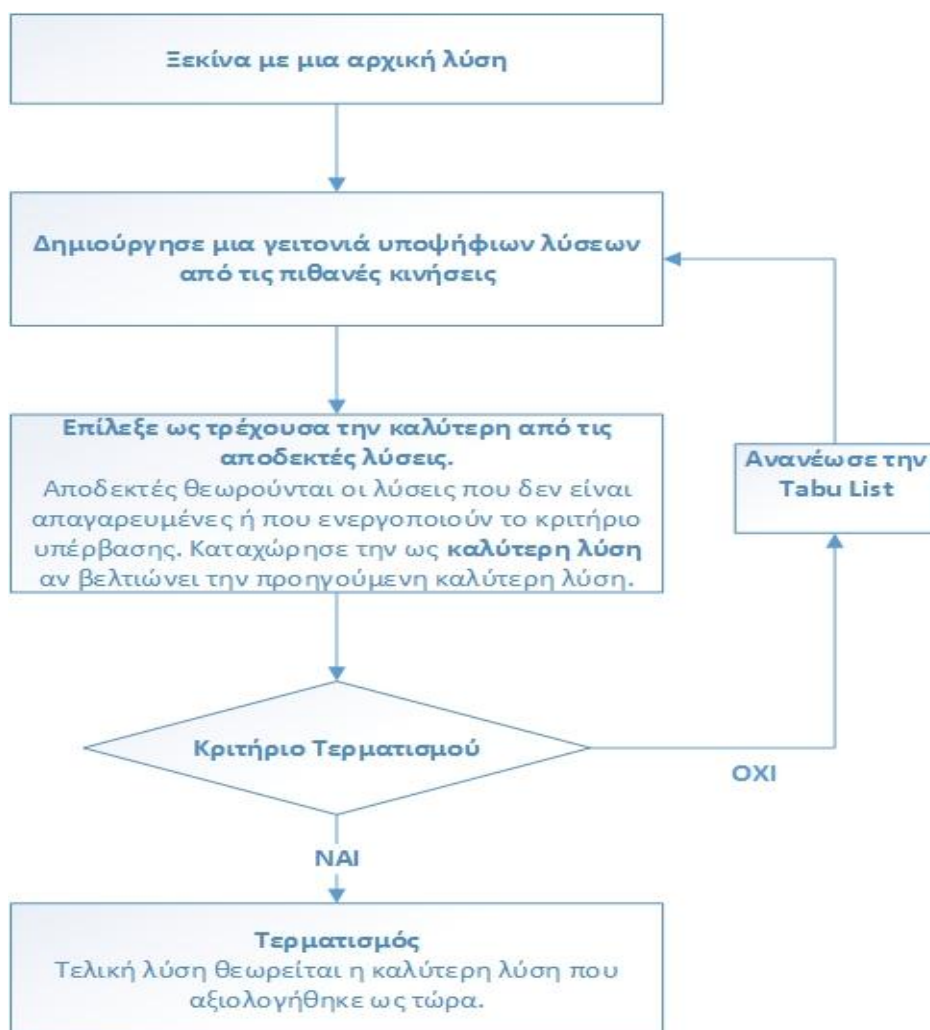
τη κίνηση από αυτή που εφαρμόσαμε (που οδηγεί δηλαδή στην προηγούμενη λύση). Η επιλογή έγκειται στις ανάγκες και την πολυπλοκότητα του προβλήματος και των υπολογισμών.

Δεν υπάρχει κάποιο προτεινόμενο / ιδανικό μέγεθος για το μήκος της λίστας. Το ιδανικό **μήκος της λίστας**, εξαρτάται από το **μέγεθος του προβλήματος** και τα κατά περίπτωση χαρακτηριστικά και **ιδιότητες του προβλήματος**. Υπάρχουν διάφορες τεχνικές για τον προσδιορισμό του μήκους της λίστας αλλά συχνά εντοπίζεται **πειραματικά**.

Σκοπός της μνήμης της Tabu List είναι **να ενισχύει τα χαρακτηριστικά των λύσεων που κρίθηκαν ιστορικά ισχυρά, και να αποκλείει τις αδύναμες περιοχές**. Γι αυτό, καλό θα ήταν να «απαγορεύει» στοιχεία ή λύσεις που έχουν κριθεί κατά κάποιο τρόπο πιο ακατάλληλα / αδύναμα ως τώρα, ώστε να προωθεί την έρευνα σε ανεξερεύνητους χώρους που υπόσχονται πιο ποιοτικές λύσεις.

Για την περίπτωση που συμβεί το αντίθετο, να αποθηκεύσει δηλαδή ένα χαρακτηριστικό / κίνηση που αποκλείει πολύ καλής ποιότητας λύσεις, ο Tabu Search θεσπίζει ένα **κριτήριο υπέρβασης** που διορθώνει αυτή την ανεπιθύμητη κατάσταση. Έτσι, εάν στη νέα γειτονιά των υπό εξέταση λύσεων βρίσκεται μια λύση που είναι η καλύτερη όσων έχουν εξεταστεί ως τώρα **γίνεται αποδεκτή ανεξαρτήτως αν είναι απαγορευμένη ή όχι**.

Σαν **κριτήριο τερματισμού** τίθεται συνήθως ένας ελάχιστος αριθμός επαναλήψεων. Εναλλακτικά, μπορεί να τεθεί ένα χρονικό όριο ή μια ελάχιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (για πρόβλημα μεγιστοποίησης). Τελική λύση θεωρείται η λύση που έδωσε την καλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση καθ'όλη τη διάρκεια της έρευνας. Ο αλγόριθμος μπορεί μετά το πέρας της διαδικασίας να δώσει έναυσμα σε μια άλλη διαδικασία επαναληπτικής βελτίωσης για ακόμα καλύτερα αποτελέσματα. Ακολουθεί το γενικό διάγραμμα ροής του Tabu search.



3.4 Οδηγίες και Εναλλακτικές Μορφές Tabu Search

Οι εφαρμογές του Tabu Search οδήγησαν σε σημαντικές παρατηρήσεις που αφορούν τη χρήση της Tabu List και των περιορισμών, του κριτηρίου υπέρβασης καθώς και την εναλλαγή στην διαφοροποίηση και εντατικοποίηση της έρευνας. Ανάλογα το μέγεθος και τις ιδιότητες του υπό εξέταση προβλήματος μπορούν να εφαρμοστούν **εναλλακτικές στρατηγικές Tabu Search**.

☞ **Το μέγεθος και η μορφή της Tabu List** (δηλαδή πόσες θέσεις έχει και τι αποθηκεύει), εξαρτάται από τον τύπο της κίνησης που εφαρμόζεται καθώς και το πλήθος των εναλλακτικών κινήσεων. Το πλήθος των εναλλακτικών κινήσεων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις ιδιότητες του προβλήματος δηλαδή τα χαρακτηριστικά των προϊόντων και τα επίπεδα που μπορούν να λάβουν. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα μας η αλλαγή του χαρακτηριστικού «χρώμα» έχει μόνο μια πιθανή αλλαγή / κίνηση αφού το χαρακτηριστικό λαμβάνει 2 επίπεδα. Αντίθετα το χαρακτηριστικό «τιμή» έχει επτά επίπεδα οπότε υπάρχουν περισσότερες κινήσεις. Καταλαβαίνουμε λοιπόν, ότι σε

προβλήματα όπου, σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά του, ο αριθμός των εναλλακτικών κινήσεων είναι μικρός θα πρέπει οι περιορισμοί να είναι πιο χαλαροί και πιο μικρής διάρκειας, πιο ευέλικτοι και απλά θα προωθούν την έρευνα στα επόμενα άμεσα βήματα. Αντίθετα, όταν ο αριθμός των χαρακτηριστικών και των επιπέδων αυξάνεται, μια πιο αυστηρή Tabu – List με μεγαλύτερη διάρκεια θα μπορούσε να βοηθήσει την έρευνα σε φερέλπιδες γειτονιές.

- ☞ Όταν υπάρχει ανομοιογένεια στον τύπο και τα επίπεδα των χαρακτηριστικών, όπως στο παράδειγμα που μόλις περιγράψαμε για το παρόν πρόβλημα, τότε μπορούμε να ορίσουμε πολλαπλές διαφορετικές **παράλληλες Tabu Lists**, όπου ο τύπος των περιορισμών και η διάρκεια της λίστας να προσαρμόζεται στο εκάστοτε χαρακτηριστικό. Θα μπορούσε να τεθεί σε περεταίρω μελέτη η βαροδότηση των λιστών με βάση την κρισιμότητα του περιορισμού που θα εφαρμοστεί πρώτα ή πιο απαραίτητα.
- ☞ Ο αριθμός επαναλήψεων κατά κύριο λόγο, σε συνδυασμό με το μέγεθος της Tabu List είναι αυτά που επιβαρύνουν το **χρόνο εκτέλεσης**. Υπογραμμίζουμε ότι κάθε φορά που ελέγχεται αν ένα προϊόν είναι «απαγορευμένο» **σαρώνεται όλη η Tabu List** μέχρις ότου διαπιστωθεί ότι είναι «απαγορευμένο» (χρήση της εντολής break) ή εξαντληθεί η λίστα. Για αυτό το μέγεθος της Tabu List δε θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το απαραίτητο για την αποδοτική λειτουργία του αλγορίθμου.
- ☞ Όταν η έρευνα «σκαρφαλώσει» σε ένα τοπικό βέλτιστο, θα αναγκαστεί να αποδεχτεί μια χαμηλότερης ποιότητας λύση, σύμφωνα με την τεχνική απεγκλωβισμού του Tabu Search. Αυτό σημαίνει ότι κάποιο χαρακτηριστικό της λύσης θα χειροτερέψει και το παλιό γνώρισμα θα «κλειδωθεί» στην Tabu List σαν απαγορευμένο χωρίς όμως να υστερεί σε σχέση με αυτό που το αντικατέστησε, αφού μόλις αποδεχθήκαμε μια χειρότερη λύση. Το «κλείδωμα» θα πρέπει να διαρκέσει τόσο όσο να προχωρήσει η έρευνα (διαφοροποίηση) και να μην αποκλείσει αυτό το χαρακτηριστικό από τα επόμενα βήματα αναζήτησης υψηλής ποιότητας λύσης (εντατικοποίηση), που μπορεί να είναι απαραίτητο αφού στην πραγματικότητα δεν είναι ένα υποδεέστερο χαρακτηριστικό. Καταλαβαίνουμε και εδώ πως μια μεγάλη και αυστηρή Tabu List μπορεί να είναι βλάπτουσα.
- ☞ Η Tabu List αποτελεί τον καθοριστικό παράγοντα στις αντικρουόμενες δυνάμεις της **εντατικοποίησης** και της **διαφοροποίησης**. Σε γενικές γραμμές οι μεγάλες σε μήκος και διάρκεια λίστες εξυπηρετούν την έντονη διαφοροποίηση. Αντίθετα, οι μικρές λίστες βοηθούν στην εντατικοποίηση της έρευνας ενώ ταυτόχρονα απεγκλωβίζουν από τοπικά βέλτιστα και προωθούν την έρευνα.
- ☞ **Η Tabu List αποτρέπει το φαινόμενο της κυκλικότητας της έρευνας.** Το μέγεθος / διάρκεια της λίστας καθορίζει και το μέγεθος των κύκλων. Σε περίπτωση που η κυκλικότητα δεν αποφευχθεί, είναι προτιμότερο να γίνονται «μεγάλοι κύκλοι» αφού εξετάζονται περισσότερες λύσεις. Έτσι αυξάνεται και η πιθανότητα απεγκλωβισμού, αν ενεργοποιούνται διαφορετικοί τύποι κινήσεων κατά τη διάρκεια της έρευνας.

- ☞ Για την αποφυγή της κυκλικότητας μπορεί να εφαρμοστεί κάποια Tabu List που διατηρεί **τη συχνότητα** που έχει εμφανιστεί κάποιο χαρακτηριστικό ή κάποια κίνηση και την αποκλείει για κάποιο αριθμό επαναλήψεων αν υπερβαίνει κάποια συχνότητα.
- ☞ Εκτός από πολλαπλές Tabu Lists μπορούμε να θεσπίσουμε **πολλαπλά κριτήρια υπέρβασης (aspiration criteria)**. Θα μπορούσαν ,παραδείγματος χάριν, να εφαρμοστούν διαφορετικά κριτήρια άρσης των περιορισμών, όταν μια λύση υπερβαίνει όσες εξετάστηκαν ως τώρα και περιελάμβαναν ή εξαιρούσαν ένα συγκεκριμένο γνώρισμα.
- ☞ Ένα **σύστημα αξιολόγησης βάσει στόχου (target analysis)**, που θα καταγράφει υψηλής ποιότητας λύσεις και το πόσο συχνά, συγκεκριμένα χαρακτηριστικά εμφανίζονται εκεί ή συγκεκριμένες κινήσεις οδηγούν εκεί. Επίσης τα χαρακτηριστικά ή οι κινήσεις μπορούν να διαιρεθούν σε **κλάσεις** ανάλογα με το αντίκτυπο που έχουν στην πρόοδο της έρευνας προς το ολικό βέλτιστο. Ανάλογα τις ανάγκες της έρευνας για διαφοροποίηση και απεγκλωβισμό ή για εντατικοποίηση της έρευνας, θα επιλέγεται μια κίνηση από την κατάλληλη κλάση.
- ☞ Ομοίως, μπορούμε να διακρίνουμε **τις κινήσεις με βάση την «απόσταση» που διανύουν** στη διαδικασία της έρευνας, την απομάκρυνση δηλαδή από το σημείο που ερευνάται την τρέχουσα στιγμή. Για παράδειγμα, η κίνηση που μειώνει την τιμή από 100\$ σε 70\$ θα τοποθετηθεί σε άλλη κλάση από την κίνηση που αυξάνει την τιμή από 70\$ σε 75\$. Είναι λογικό, να τραβάμε από τη «φαρέτρα» μας **μεγαλύτερης απόστασης κινήσεις, όταν ο αλγόριθμος έχει εγκλωβιστεί ή όταν μια γειτονιά δεν υπόσχεται υψηλής ποιότητας λύσεις**. Ενώ, όταν θέλουμε να **τελειοποιήσουμε μια καλή λύση θα δοκιμάσουμε μικρές αλλαγές άρα μικρές κινήσεις εντατικοποίησης**. Όμοια, μπορεί να αναπτυχθεί ένα επιπρόσθετο **σύστημα που θα αξιολογεί τις κινήσεις βάσει κάποιου στόχου (target analysis)** και θα τις κατατάσσει σε **κλάσεις**.
- ☞ Μπορούμε να αφιερώσουμε ένα αριθμό αρχικών επαναλήψεων, που θα δημιουργούν μια **στατιστική** για την επίδραση που έχουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά ή συγκεκριμένες κινήσεις.
- ☞ Η τεχνική της **επανεκκίνησης (restart)** μπορεί να εξυπηρετήσει τόσο την εντατικοποίηση όσο και τη διαφοροποίηση της έρευνας. Η επανεκκίνηση μπορεί να γίνει από ένα τυχαίο σημείο (τυχαία λύση) όπου δημιουργεί έντονη διαφοροποίηση. Μπορεί επίσης να γίνει με την ανάκτηση μιας κορυφαίας λύσης που βρέθηκε στο παρελθόν δίνοντας έτσι μια δεύτερη ευκαιρία στο να ερευνηθεί αυτή η γειτονιά με μια άλλου τύπου κίνηση (διαφορετικά θα ακολουθήσει την ίδια πορεία). Αυτή η τεχνική (Back Track Jumping) ευνοεί εμφανώς την εντατικοποίηση της έρευνας και συνήθως συνοδεύεται από μια **μεγάλης διάρκειας Tabu List**.
- ☞ **Πολυεναρκτήρια** υλοποίηση, δηλαδή με περισσότερα από ένα σημεία εκκίνησης, που θα ερευνούνται ταυτόχρονα με την γνωστή μεθοδολογία το καθένα και θα ανταλλάσσουν feedback στην πορεία της έρευνας τους, ώστε να ρυθμίζεται σε κάθε σημείο της έρευνας οι ανάγκες εντατικοποίησης ή διαφοροποίησης.

- ☞ Σε κάθε περίπτωση, ο αλγόριθμος μπορεί να δέχεται μια αρχική λύση σαν είσοδο από κάποιον κατασκευαστικό αλγόριθμο ή κάποιον αλγόριθμο επαναληπτικής βελτίωσης ή κάποιο μεταερευτικό αλγόριθμο, είτε να δίνει κάποια λύση σαν έξοδο σε αυτόν για ακόμα καλύτερα αποτελέσματα και ευρύτερη έρευνα.
- ☞ Μπορούν να εφαρμοστούν ταυτόχρονα κάποιες από τις εναλλακτικές που προτάθηκαν, καθώς και να προταθούν υβριδικά μοντέλα σε συνεργασία με κάποιον εξελικτικό αλγόριθμο ή με προσομοιωμένη ανόπτηση.

3.5 Βασικές Εφαρμογές του Tabu Search

Η επίτευξη βέλτιστων επιδόσεων σε όλα τα μήκη και πλάτη των επιχειρησιακών λειτουργιών, στην άρτια εξυπηρέτηση πελατών και παράδοση αγαθών, με την ταυτόχρονη μέγιστη εξοικονόμηση πόρων (**just – in – time** φιλοσοφία) και μεγιστοποίηση των εσόδων, καθίσταται ζωτικής σημασίας από το σύγχρονο ανταγωνιστικό, εξελισσόμενο και απαιτητικό οικονομικό περιβάλλον.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει ο Tabu Search έχει εφαρμοστεί σε ποικίλα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας, σχετιζόμενα με όλο το εύρος των επιχειρησιακών διαδικασιών και τεχνολογιών με σημαντικότερες αυτές της εφοδιαστικής αλυσίδας, της διαφήμισης, της δρομολόγησης στόλου ή πωλητών, τις γραμμές παραγωγής, τις τηλεπικοινωνίες και πολλά άλλα. Θα παραθέσουμε ορισμένα κατά κόρον γνωστά πρόβλημα NP – Hard πολυπλοκότητας που έχουν επιλυθεί επιτυχώς με τη διαδικασία του Tabu Search.

- ☑ Το πρόβλημα **εξισορρόπησης γραμμής παραγωγής (Assembly Line Balancing)**, μορφοποιήθηκε για πρώτη φορά το 1995 από τον Salvendy και μπορεί να πάρει δύο μορφές:
 - i. την επίτευξη των στόχων της παραγωγής (πχ χρονικούς περιορισμούς) με τη χρήση των λιγότερων δυνατών σταθμών εργασίας ή
 - ii. την ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου παραγωγής για δεδομένο αριθμό σταθμών εργασίας.

Πρόκειται λοιπόν, για ένα **πρόβλημα αντιστοίχισης** σταθμών σε εργασίες, με τη μορφή της λύσης να είναι ένα σύνολο τέτοιων αντιστοιχήσεων που μεγιστοποιούν το στόχο και σέβονται τους περιορισμούς. Σε κάθε περίπτωση ένας σταθμός εργασίας μπορεί να εξυπηρετήσει (όχι ταυτόχρονα) περισσότερες από μια εργασίες. Κατά την εφαρμογή μιας κίνησης για την τροποποίηση της λύσης αντιμετωπίζουμε δύο εργασίες από τους δύο αντίστοιχους σταθμούς εργασίας και υπολογίζουμε το νέο κόστος. Στην Tabu – List αποθηκεύεται η αντίστροφη κίνηση από αυτή που εκτελέσαμε για να μην γυρίσουμε στην παλιά αντιστοίχιση ή ολόκληρη η παλιά αντιστοίχιση.

Από τις εφαρμογές σε πραγματικά δεδομένα διαπιστώθηκε ότι ο Tabu Search στις διάφορες παραλλαγές του πετυχαίνει αποτελέσματα ισάξια με τις έως τώρα υλοποιήσεις, ενώ υπάρχουν περιπτώσεις που εντοπίζει το βέλτιστο.

- ☑ Το πρόβλημα **χρονοπρογραμματισμού εργασιών** (*Job Shop Scheduling*) εισήχθη από τους **Thompson** και **Muth** το 1963 αλλά δεν είχε αποδειχθεί η εύρεση βέλτιστης λύσης έως και το 1989.

Το πρόβλημα περιλαμβάνει j εργασίες που μπορούν να αναλυθούν σε n υπό – εργασίες. Για να θεωρηθεί μια εργασία περατωμένη, πρέπει να εκτελεστούν όλες οι υπό – εργασίες τους με τη δεδομένη σειρά τους, σε κάποιο καθορισμένο μηχανήμα. Διαθέτουμε ένα σύνολο M μηχανημάτων m που εκτελούν τις προγραμματισμένες υπό – εργασίες χωρίς διακοπή και διαδοχικά (δηλαδή όχι ταυτόχρονα). Η επόμενη υπό – εργασία δε μπορεί να ξεκινήσει αν η προηγούμενη / προαπαιτούμενη δεν έχει ολοκληρωθεί. Η ολοκλήρωση κάθε υπό – εργασίας απαιτεί ορισμένο χρονικό διάστημα και ίσως απαιτεί ένα συγκεκριμένο χρόνο προετοιμασίας του μηχανήματος. Ανάλογα με τη συνάφεια των υπό – εργασιών διαφέρει και ο πιθανός χρόνος προετοιμασίας.

Αποτελεί λοιπόν ένα **πρόβλημα διάταξης** που **στόχο έχει να ελαχιστοποιήσει το χρόνο ολοκλήρωσης των j εργασιών** (*makespan*). Οι κινήσεις που μπορούν να εφαρμοστούν για την τροποποίηση της λύσης αφορούν την αντιμετάθεση μεταξύ δύο (ή και παραπάνω) εργασιών, ή την απλή μετάθεση μιας (ή και παραπάνω) εργασίας σε διαφορετική θέση. Στην Tabu – List μπορεί να αποθηκευτεί η αντίθετη κίνηση ώστε να μη γυρίσουμε στην ίδια λύση είτε ολόκληρη η παλιά διάταξη, εκτός αν πρόκειται για πιο σύνθετες υλοποιήσεις. Πρόκειται για ένα πολύ δύσκολο και σύνθετο πρόβλημα που ανάλογα με τη μορφοποίηση και το μέγεθος του, υποδεικνύει εναλλακτικές υλοποιήσεις του Tabu Search.

Η δημοσίευση των **Mauro Dell'Amico** και **Marco Trubian** το 1993 είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντική ως προς την προσέγγιση του βέλτιστου και τους χρόνους επίλυσης συγκριτικά με άλλες μεθόδους.

Μια ειδική περίπτωση προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού εργασιών είναι το **πρόβλημα προγραμματισμού ροής παραγωγής** (*Flow Shop Problem*). Σε αυτή την περίπτωση οι J εργασίες πρέπει να εισέλθουν με την ίδια σειρά στα μηχανήματα 1 έως M . Οι υποθέσεις είναι οι ίδιες με πριν, με τη διαφορά ότι σε όλες τις εργασίες οι υποεργασίες εκτελούνται με την ίδια σειρά, με τη σειρά δηλαδή που είναι ταξινομημένα τα μηχανήματα. Σκοπός είναι και πάλι η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου παραγωγής.

- ☑ Το πρόβλημα του **περιοδεύοντος πωλητή** (*Travelling Salesman Problem*) αποτελεί ένα από τα κλασικότερα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας. Μορφοποιήθηκε το 1930 και αφορά έναν πωλητή που πρέπει να επισκεφτεί έναν αριθμό πελατών μόνο μια φορά και να επιστρέψει στο αρχικό του σημείο (όπως το δρομολόγιο ενός ταχυδρόμου που ξεκινά και καταλήγει στο ταχυδρομείο).

Πρόκειται για ένα **πρόβλημα διάταξης**, που η λύση αναπαριστά τη σειρά / διάταξη των στάσεων που θα κάνει ο πωλητής, ελαχιστοποιώντας το κόστος. Το κόστος μπορεί να εκφραστεί με ένα συντελεστή για κάθε διαδρομή, που εκφράζει είτε το **χρόνο** που θα χρειαστεί είτε την **απόσταση** που πρέπει να διανύσει.

Το πρόβλημα αποτελεί ειδική περίπτωση των γενικότερων προβλημάτων **δρομολόγησης στόλου** (*Vehicle Routing Problem*, πολλά οχήματα / πολλοί πωλητές) και το πρόβλημα του **πλανόδιου αγοραστή** (*Travelling Purchaser Problem*, περιλαμβάνει και το κόστος της αγοράς στα διαφορετικά καταστήματα που επισκέπτεται)

Τα παραπάνω έχουν μεγάλη εφαρμογή στο κλάδο των μεταφορών για την εύρεση των κοντινότερων και των γρηγορότερων διαδρομών. Επίσης, τα συστήματα πλοήγησης GPS που υποδεικνύουν τη συντομότερη ή κοντινότερη διαδρομή κάτω από τους υπό συνθήκη περιορισμούς (π.χ. αποφυγή δρόμους με διόδια). Ομοίως, οι κινήσεις που μπορούν να εφαρμοστούν για την τροποποίηση της λύσης αφορούν την αντιμετάθεση μεταξύ δύο (ή και παραπάνω) εργασιών, ή την απλή μετάθεση μιας (ή και παραπάνω) εργασίας σε διαφορετική θέση. Στην Tabu – List μπορεί να αποθηκευτεί η αντίθετη κίνηση ώστε να μη γυρίσουμε στην ίδια λύση, είτε ολόκληρη η παλιά διάταξη, εκτός αν πρόκειται για πιο σύνθετες υλοποιήσεις.

Στην εργασία «**Serial and parallel simulated annealing and Tabu Search algorithms for the traveling salesman problem**» των **Miroslaw Malek, Mohan Guruswamy, Mihir Pandya** και **Howard Owens**, παρατηρείται ότι εκδοχές του Tabu Search ξεπερνούν αυτές του Simulated Annealing, ως προς το χρόνο εκτέλεσης και την ποιότητα αποτελεσμάτων, ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος.

4. Το προτεινόμενο μοντέλο

Σε αυτή την ενότητα περιγράφεται ο τρόπος με τον οποίο η μέθοδος του Tabu Search, όπως την έχουμε ήδη περιγράψει, επιλύει το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Η μέθοδος προσαρμόζεται στις ιδιαιτερότητες, τα δεδομένα και τους περιορισμούς του προβλήματος ώστε να βρει υψηλής ποιότητας λύσεις σε αποδεκτό χρόνο.

Στη συνέχεια δοκιμάζουμε κατά πόσο το μοντέλο που έχουμε αναπτύξει, επηρεάζεται από τα σφάλματα στις μετρήσεις των καταναλωτικών προτιμήσεων, καθώς και κατά πόσο το μοντέλο μπορεί να γενικευτεί, αλλάζοντας το μέγεθος του προβλήματος.

4.1. Περιγραφή του μοντέλου

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην περιγραφή του προβλήματος, στόχος μας είναι να βελτιστοποιήσουμε τα κέρδη από μια γραμμή πέντε σακιδίων που θα εισαχθεί στην αγορά, έναντι τριών ήδη γνωστών ανταγωνιστικών σακιδίων.

Έπειτα από έρευνα αγοράς γνωρίζουμε τις προτιμήσεις των καταναλωτών πάνω στα δέκα χαρακτηριστικά που διέπουν το κάθε σακίδιο, καθώς και το κόστος του κάθε χαρακτηριστικού. Το πρώτο χαρακτηριστικό είναι η τιμή που μπορεί να πάρει 7 επίπεδα ενώ τα υπόλοιπα 9 παίρνουν τις τιμές ναι / όχι (υπάρχει / δεν υπάρχει).

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα πιθανά προϊόντα που μπορούν να σχηματιστούν από τους συνδυασμούς των χαρακτηριστικών, είναι 3584 από τα οποία μπορούν να προκύψουν $4,9 \times 10^{15}$ διαφορετικές γραμμές πέντε προϊόντων.

Για κάθε ένα από τα 3584 προϊόντα, το κέρδος για την πώληση ενός σακιδίου ισούται με την τιμή πώλησης του, μείον το κόστος των χαρακτηριστικών που διαθέτει και το σταθερό κόστος κατασκευής που ισούται με 35\$. Επίσης, για κάθε ένα από αυτά μπορούμε

Καμία από τις παραπάνω μορφοποιήσεις δεν ταιριάζει επακριβώς με το υπό μελέτη πρόβλημα, τη μορφή της λύσης και τους περιορισμούς του προβλήματος.

Έπειτα όμως από ενδελεχή μελέτη των εργασιών, παρατηρούμε ότι όλες οι υλοποιήσεις σέβονται το γενικό πλαίσιο, τη κοινή λογική και τη φιλοσοφία του Tabu Search. Προσαρμόζονται σε αυτό ανάλογα τη μορφή της λύσης, τους περιορισμούς, τις ιδιαιτερότητες και το μέγεθος του προβλήματος.

Συγκεκριμένα, η Tabu-List εξυπηρετεί πάντα τη διαφοροποίηση της έρευνας αποθηκεύοντας μέρος της λύσης, ολόκληρη τη λύση ή την αντίθετη κίνηση. Το μη στοχαστικό κριτήριο ενισχύει την εντατικοποίηση της έρευνας όπως και το κριτήριο υπέρβασης που τηρείται, υπό κάποια έννοια, σε όλες τις υλοποιήσεις.

να υπολογίσουμε τη **συνολική χρησιμότητα**, για κάθε έναν από τους 324 καταναλωτές που συμμετέχουν.

Για κάθε έναν από τους 324 καταναλωτές, εντοπίζουμε το **προτιμώμενο προϊόν** τόσο από τη δική μας γραμμή όσο και από την ανταγωνιστική. Μπορούμε έπειτα να συγκρίνουμε τις δύο αντίστοιχες χρησιμότητες και να καταλήξουμε στην **τελική επιλογή** του καταναλωτή (μοντέλο πρώτης επιλογής / maximum utility). Τέλος, αθροίζουμε το κέρδος από τις πωλήσεις του κάθε σακιδίου και υπολογίζουμε το κέρδος της γραμμής προϊόντων. Το κέρδος αποτελεί ουσιαστικά και την αξιολόγηση της λύσης.

Η υλοποίηση στην οποία στηριχτήκαμε, χρησιμοποιεί έξυπνες μεθόδους, προ υπολογίζει και αποθηκεύει σε πίνακες ορισμένα μεγέθη ώστε να αποφευχθούν οι πολύπλοκοι επαναλαμβανόμενοι υπολογισμοί κατά τη διάρκεια της επίλυσης.

Πιο συγκεκριμένα:

1. Η μέθοδος **load_data** «γεμίζει» τους παρακάτω 3 πίνακες
2. Τον πίνακα **profits** με το οριακό κόστος από την προσθήκη του κάθε χαρακτηριστικού όπως έχουμε ήδη περιγράψει. Όπως είναι λογικό, μόνο η τιμή έχει θετική τιμή profit αφού μόνο αυτή προσδίδει έσοδα.
3. Τον πίνακα **worths** που αντιπροσωπεύει την τη μερική αξία για κάθε ένα χαρακτηριστικό του προϊόντος για κάθε έναν από τους καταναλωτές, όπως έχουμε ήδη περιγράψει
4. Τον πίνακα **bags** όπου σχηματίζονται όλα (1x3584) τα διαφορετικά προϊόντα, κάθε ένα σαν ένα διάνυσμα 10 χαρακτηριστικών. Έτσι, από εδώ και πέρα κάθε προϊόν θα αναπαριστάται από τη θέση του στον πίνακα bags. Στις κινήσεις που χρησιμοποιεί τόσο ο Anneal όσο και ο Tabu Search, στην πραγματικότητα δεν τροποποιούμε το υπάρχον προϊόν αλλά υπολογίζουμε τη θέση του νέου προϊόντος στον πίνακα bags, ανάλογα με την τροποποίηση που πράξαμε. (Τι γίνεται αν δε μπορούμε να προ υπολογίσουμε τα πιθανά προϊόντα;)
5. Στον πίνακα **bag_profits** υπολογίζεται και αποθηκεύεται το οριακό κέρδος κάθε τσάντας.
6. Στον πίνακα **coop_bags** είναι αποθηκευμένα τα ανταγωνιστικά προϊόντα (σαν δείκτες του πίνακα bags).
7. Υπολογίζεται ο πίνακας **bag_worths** όπου αποθηκεύουμε την χρησιμότητα για κάθε προϊόν για κάθε έναν από τους καταναλωτές (324x3584).
8. Υπολογίζεται ο πίνακας **base_util** όπου διατηρεί τη χρησιμότητα του προτιμότερου προϊόντος από την ανταγωνιστική γραμμή για τον κάθε καταναλωτή. Υπολογίζεται μία φορά αφού η ανταγωνιστική γραμμή είναι σταθερή
9. Υπολογίζεται ο πίνακας **util** όπου διατηρεί τη χρησιμότητα του προτιμότερου προϊόντος από τη δική μας γραμμή για κάθε καταναλωτή.
10. Για κάθε καταναλωτή ελέγχουμε αν **util > base_util** και τις καταγράφουμε στον πίνακα **getone**.
11. Υπολογίζουμε το κέρδος της γραμμής μας.

Ο Tabu Search εκτελώντας μια συγκεκριμένη προσχεδιασμένη κίνηση, δημιουργεί μια γειτονιά νέων λύσεων και επιλέγει **ντετερμινιστικά την καλύτερη λύση της γειτονιάς ακόμα και αν αυτή είναι χειρότερη από την τρέχουσα λύση**. Έτσι, ενισχύει τη **διαφοροποίηση** της έρευνας και τον απεγκλωβισμό από τοπικά βέλτιστα, ενώ το μη στοχαστικό κριτήριο ενισχύει την **εντατικοποίηση** της έρευνας. Ταυτόχρονα, διατηρεί τη **συνολικά καλύτερη λύση** που έχει εξεταστεί, ως **τελική λύση**.

Σαν κίνηση που θα τροποποιεί τη λύση μας, επιλέγουμε να τροποποιούμε 1 χαρακτηριστικό από 1 από τα 5 προϊόντα της λύσης σε κάθε επανάληψη. Επειδή το κριτήριο μας είναι μη στοχαστικό, **οφείλουμε να ερευνήσουμε όλες τις πιθανές αλλαγές** και να επιλέξουμε την **καλύτερη υποψήφια λύση**. Δοκιμάζουμε δηλαδή (5 προϊόντα) * (9 χαρακτηριστικά) = 45 αλλαγές για τα απλά χαρακτηριστικά, καθώς και $2 \times 5 = 10$ αλλαγές για το χαρακτηριστικό τιμή, αφού η αλλαγή μπορεί να είναι διπλή (είτε αύξηση, είτε μείωση) αναλόγως αν αυτή είναι εφικτή. Συμπερασματικά, σε κάθε επανάληψη του Tabu Search θα εξεταστούν από 50 έως 55 υποψήφιες λύσεις.

Η έρευνα στηριζόμενη στο μη στοχαστικό κριτήριο, πιθανότατα να δημιουργήσει το φαινόμενο της **κυκλικότητας της έρευνας**, την επιστροφή δηλαδή σε μονοπάτια του χώρου των λύσεων που έχει ήδη εξετάσει. Πιο συγκεκριμένα, όταν ξεπεραστεί ένα τοπικό βέλτιστο χάρις στην αποδοχή χαμηλότερης ποιότητας λύσεων, η έρευνα θα συνεχίσει αναζητώντας τον επόμενο καλύτερο γείτονα και βασιζόμενη στο μη στοχαστικό κριτήριο **ενδέχεται να επιστρέψει στο τοπικό βέλτιστο αν είναι η καλύτερος γείτονας**. Άρα, η έρευνα έχει πάλι εγκλωβιστεί.

Η λύση για την αποφυγή της κυκλικότητας που πιθανότατα να δημιουργήσει το μη στοχαστικό κριτήριο, είναι η εισαγωγή μιας λίστας, της **Tabu List** με τις N τελευταίες λύσεις που εξετάστηκαν όπως έχουμε ήδη αναφέρει. Η λίστα θα έχει τη λογική **First In First Out** και θα αποκλείει από την έρευνα τις N τελευταίες λύσεις. Η λίστα μπορεί να αποθηκεύει ολόκληρη τη λύση, μέρος της λύσης ή χαρακτηριστικά της λύσης (πχ το κόστος), αλλά και την αντίστροφη κίνηση ώστε να μην επιστρέψουμε στην προηγούμενη λύση. Συγκεκριμένα, εμείς επιλέγουμε κατά την τροποποίηση της λύσης να αποθηκεύουμε στην Tabu List **το προϊόν (μέρος της λύσης) που τροποποιήθηκε**, ώστε να μην επιστρέψουμε σύντομα στην ίδια λύση.

Για την περίπτωση που αποθηκεύσει ένα χαρακτηριστικό / κίνηση που αποκλείει πολύ καλής ποιότητας λύσεις, ο Tabu Search θεσπίζει ένα **κριτήριο υπέρβασης** που διορθώνει αυτή την ανεπιθύμητη κατάσταση. Έτσι, εάν στη νέα γειτονιά των υπό εξέταση λύσεων βρίσκεται μια λύση που είναι η καλύτερη όσων έχουν εξεταστεί ως τώρα **γίνεται αποδεκτή ανεξαρτήτως αν είναι απαγορευμένη ή όχι**.

Ξεκινώντας την επίλυση βρίσκουμε μια τυχαία λύση, την οποία αξιολογούμε υπολογίζοντας το κέρδος της γραμμής. Επίσης, δημιουργούμε μια Tabu List μήκους K θέσεων. Έπειτα, δίνεται έναυσμα σε μια επαναληπτική διαδικασία (N επαναλήψεις), με την ολοκλήρωση της οποίας ολοκληρώνεται και η επίλυση.

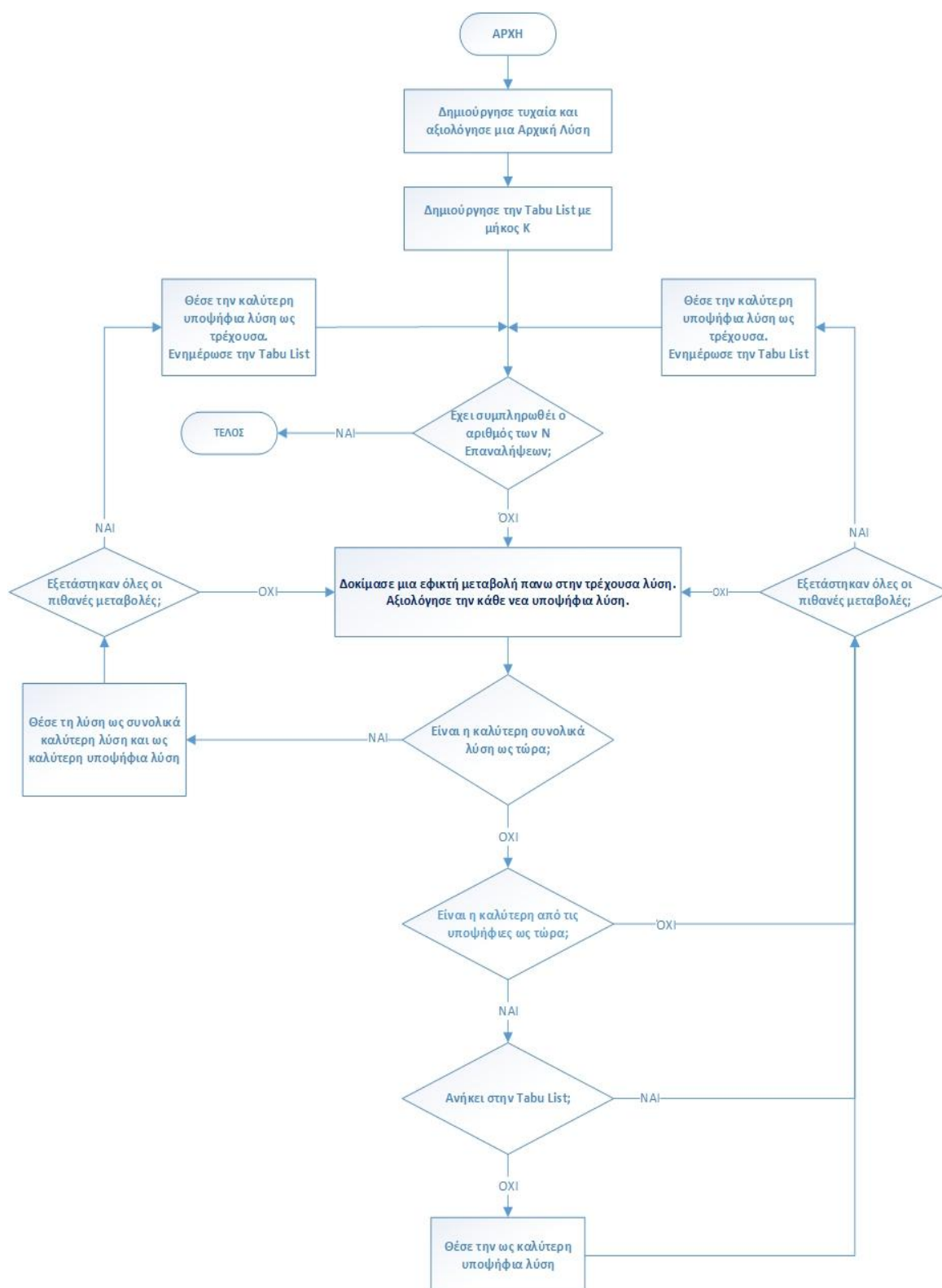
▪ **Σε κάθε επανάληψη:**

- i. Τροποποιείται η λύση με όλους τους πιθανούς τρόπους διαδοχικά, όπως περιγράψαμε παραπάνω.
- ii. Αξιολογούνται όλες οι υποψήφιοι λύσεις / «γείτονες», υπολογίζοντας το κέρδος της γραμμής προϊόντων.

▪ **Σε κάθε τροποποίηση / κίνηση:**

- i. Αν η υποψήφια λύση είναι η καλύτερη που έχει εξεταστεί έως τώρα συνολικά, ενεργοποιείται το κριτήριο υπέρβασης και την δεχόμαστε ως καλύτερη συνολικά λύση καθώς και ως καλύτερη υποψήφια λύση που εξετάστηκε ως τώρα (εντός της επανάληψης).
- ii. Διαφορετικά, εξετάζουμε αν είναι η καλύτερη υποψήφια λύση που εξετάστηκε ως τώρα (εντός της επανάληψης). Αν όχι, τότε εξετάζουμε την τροποποίηση του επόμενου χαρακτηριστικού, δηλαδή την επόμενη υποψήφια λύση.
- iii. Αν είναι καλύτερη υποψήφια λύση έως τώρα (εντός της επανάληψης), εξετάζουμε αν είναι απαγορευμένη. Αν δηλαδή βρίσκεται καταγεγραμμένη στην Tabu List δε μπορούμε να τη δεχθούμε και τότε εξετάζουμε την τροποποίηση του επόμενου χαρακτηριστικού, δηλαδή την επόμενη υποψήφια λύση. Αν δεν είναι απαγορευμένη, την αποθηκεύουμε σαν καλύτερη υποψήφια ως τώρα.
- iv. Αν εξετάστηκαν όλες οι πιθανές μεταβολές (εντός της επανάληψης), θέτουμε την καλύτερη υποψήφια λύση ως τρέχουσα λύση για να προχωρήσουμε στην επόμενη επανάληψη, αφού πρώτα ενημερώσουμε την Tabu List με το προϊόν που αντικαταστάθηκε.
- v. Όταν ολοκληρωθεί η διαδικασία για N επαναλήψεις, η διαδικασία έχει ολοκληρωθεί και τελική λύση θεωρείται η λύση που διατηρήσαμε ως συνολικά καλύτερη λύση.

Ακολουθεί η απεικόνιση της διαδικασίας σε flow chart.



Στόχος της παρούσας μελέτης δεν είναι απλά να επιλυθεί το πρόβλημα σχεδιασμού γραμμής προϊόντων, αλλά η εύρεση βέλτιστων λύσεων σε βέλτιστο χρόνο. Γι αυτό το λόγο οφείλουμε να διερευνήσουμε τον ελάχιστο αριθμό επαναλήψεων για τον οποίο η μέθοδος μας εντοπίζει το ολικό βέλτιστο. Ο αριθμός των επαναλήψεων πρέπει να είναι

ο ελάχιστος δυνατός, διότι εύλογα είναι αυτός ο οποίος σε πρώτο βαθμό, καθορίζει το συνολικό χρόνο εκτέλεσης της μεθόδου.

Ο δευτερεύον παράγοντας που επηρεάζει την ποιότητα των λύσεων και το χρόνο εκτέλεσης είναι η Tabu List. Σε κάθε επανάληψη, για κάθε υποψήφια λύση που ξεπερνάει τις έως τότε εξεταζόμενες, **σαρώνεται όλη η Tabu List** για να εξακριβώσουμε αν είναι απαγορευμένη. Καταλαβαίνουμε ότι η σάρωση και οι συγκρίσεις είναι αρκετά χρονοβόρες. Η Tabu List πρέπει να έχει το **ελάχιστο δυνατό μέγεθος**, ικανό όμως να αποφευχθεί η κυκλικότητα της έρευνας και να εξασφαλίζει μεγάλους κύκλους έρευνας.

Προχωράμε σε πειραματικές δοκιμές, ώστε να εστιάσουμε στους συνδυασμούς που οι παραπάνω μηχανισμοί βρίσκουν βέλτιστες λύσεις σε βέλτιστους χρόνους. Καταγράφουμε τα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:

SUMMARY		Average Earnings	Average as % of Optimal	Best Solution Reached over 10 trials	Best as % of Optimal	Average Time (sec)
Iterations	Tabu List					
5000	100	12226	100,00%	12226	100,00%	118,6
4000	100	12226	100,00%	12226	100,00%	87,8
3500	100	12226	100,00%	12226	100,00%	79,6
3000	100	12225,8	100,00%	12226	100,00%	42,4
3000	80	12226	100,00%	12226	100,00%	36,4
2700	150	12226	100,00%	12226	100,00%	45,9
2700	80	12191,9	99,72%	12226	100,00%	35,3
2700	70	12226	100,00%	12226	100,00%	33,5
2700	40	12208,95	99,86%	12226	100,00%	30,8
2600	75	12208,7	99,86%	12226	100,00%	38,6
2600	70	12191,9	99,72%	12226	100,00%	37,7
2500	75	12226	100,00%	12226	100,00%	33
2500	70	12205,5	99,83%	12226	100,00%	29,9
2500	65	12174,85	99,58%	12226	100,00%	30,2
2400	50	12208,95	99,86%	12226	100,00%	26,8
2400	75	12226	100,00%	12226	100,00%	30,5
2400	70	12208,95	99,86%	12226	100,00%	28,9
2400	100	12226	100,00%	12226	100,00%	45,7
2300	80	12208,7	99,86%	12226	100,00%	27,1
2300	75	12208,7	99,86%	12226	100,00%	30,6
2300	70	12225,75	100,00%	12226	100,00%	31,5
2300	60	12191,9	99,72%	12226	100,00%	28,2
2200	75	12226	100,00%	12226	100,00%	30,2
2200	70	12208,95	99,86%	12226	100,00%	27,1
2000	100	12208,95	99,86%	12226	100,00%	26,2
2000	70	12191,9	99,72%	12226	100,00%	23
2000	60	12157,8	99,44%	12226	100,00%	21,4
1500	150	12207,7	99,85%	12226	100,00%	28,6
1500	100	12191,9	99,72%	12226	100,00%	24,6
1500	70	12174,6	99,58%	12226	100,00%	19,6
1000	80	12157,8	99,44%	12226	100,00%	14,2

Πίνακας 2: Αριθμός Επαναλήψεων - Μέγεθος Λίστας

Παρατηρήσεις:

- ✓ Σε όλες τις δοκιμές η μέθοδος εντοπίζει **τουλάχιστον μια φορά το ολικό βέλτιστο**.
- ✓ Στην πλειοψηφία των δοκιμών η μέθοδος προσεγγίζει σε ποσοστό ανώτερο του **99,7% κατά μέσο όρο το ολικό βέλτιστο**.
- ✓ Σε **14,2 δευτερόλεπτα** καταφέρνει να προσεγγίσει **τουλάχιστον μια φορά το ολικό βέλτιστο** καθώς και **99,44% κατά μέσο όρο**.
- ✓ Οι καλύτερες επιδόσεις παρατηρήθηκαν στα σετ από **2200 έως 2700 επαναλήψεις** με την Tabu List να έχει μήκος από **65 έως 75 θέσεις**.
- ✓ Η μέθοδος **δεν είναι αυστηρά συνεπής** ως προς το **χρόνο εκτέλεσης** αναλογικά με τις **επαναλήψεις και την Tabu List**. Δε μπορούμε να οδηγηθούμε δηλαδή σε ένα συμπέρασμα ότι πχ η αύξηση κατά 100 επαναλήψεις οδηγεί σε αύξηση του χρόνου εκτέλεσης κατά 1sec.
- ✓ Για να είναι η μέθοδος ιδιαίτερα «ανταγωνιστική» ως προς το χρόνο εκτέλεσης και την ποιότητα των λύσεων θεωρούμε ως ιδανικό συνδυασμό **2200 επαναλήψεις και μήκος Tabu List 75 θέσεις**.
- ✓ Επαληθεύεται ο ισχυρισμός ότι **δεν υπάρχει ένα συγκεκριμένο μέγεθος που μεγιστοποιεί την αποτελεσματικότητα της Tabu List**.
- ✓ Ομοίως για τον αριθμό των απαιτούμενων **συνολικών επαναλήψεων**.

Στη συνέχεια εκτελούμε όλες τις μεθόδους 10 φορές και μετράμε την ποιότητα των λύσεων καθώς και το μέσο χρόνο εκτέλεσης, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

SUMMARY	Average Earnings	Average as % of Optimal	Best Solution Reached over 10 trials	Best as % of Optimal	Average Time (sec)
Simulated Annealing	12226	100,00%	12226	100,00%	73,6
Tabu Search	12226	100,00%	12226	100,00%	30,2
Genetic	12019,3	98,31%	12226	100,00%	7,2
Coordinate Ascent (1-Opt)	11665,45	95,42%	12223,5	99,98%	0,1
Coordinate Ascent (2-Opt)	11840	96,84%	12201,5	99,80%	2,6
Coordinate Ascent (3-Opt)	12088	98,87%	12226	100,00%	171
Devide and Conquer	12176,6	99,60%	12218,5	99,94%	3,9
Beam Search	11423,45	93,44%	12066	98,69%	0,9
DP Heuristic	11565,2	94,60%	11882	97,19%	2,8
Nested Partitions	11875,35	97,13%	12016	98,28%	5,5
Greedy Heuristic	12034,5	98,43%	12034,5	98,43%	1,1
Product Swapping	12218,35	99,94%	12226	100,00%	6,4

Πίνακας 3: Αποτελέσματα & Σύγκριση των μεθόδων

Όπως είναι φανερό ο Tabu Search καταφέρνει να βρει το ολικό βέλτιστο σε όλες τις δοκιμές και είναι αισθητά πιο γρήγορος από τον Simulated Annealing αφού χρειάζεται μόλις 30,2sec σα μέσο χρόνο εκτέλεσης.

4.2. Δοκιμασία Ευρωστίας – Robustness Testing

Ανεξαρτήτως της μεθόδου που θα ακολουθηθεί για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος, καθώς και της αποδοτικότητας, αποτελεσματικότητας και ακρίβειας της κάθε μεθόδου, η **φερεγγυότητα** των αποτελεσμάτων εξαρτάται και από άλλους παράγοντες. Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες είναι το κατά πόσο η εκτίμηση για τις προτιμήσεις των καταναλωτών και η εκτίμηση των μερικών αξιών που αποδίδουν στο κάθε χαρακτηριστικό, σύμφωνα με την **conjoint analysis**, είναι ακριβής ή εσφαλμένη. Φυσικά, υπάρχουν στατιστικές τεχνικές, για να μετρήσουμε κατά πόσο αποκλίνουμε από τις πραγματικές προτιμήσεις των καταναλωτών και να βελτιώσουμε το δείγμα μας. Όμως, ο σκοπός της συγκεκριμένης ενότητας είναι να μετρήσει κατά πόσο επηρεάζονται οι μέθοδοι επίλυσης που παρουσιάστηκαν, από την αναπόφευκτη ύπαρξη **σφαλμάτων** κατά τον προσδιορισμό των μερικών αξιών (part – worths).

Για αυτό το λόγο δημιουργούμε ένα **δείγμα σύγχυσης (perturbed dataset)**, διαταράσσοντας το δείγμα με τις καταναλωτικές προτιμήσεις που χρησιμοποιήθηκε προγενέστερα. Το προγενέστερο δείγμα θεωρείται ότι είναι οι πραγματικές καταναλωτικές προτιμήσεις, ενώ το διαταραγμένο θεωρείται ότι είναι η εκτίμηση που κάναμε με ένα σφάλμα εκτίμησης ίσο με ε .

Άρα,

$$u'_{ij} = u_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Όπου:

- u_{ij} είναι η **πραγματική προτίμηση** του καταναλωτή i για το χαρακτηριστικό j
- το **σφάλμα μέτρησης** ε_{ij} μια ανεξάρτητη, όχι σταθερή μεταβλητή, που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο το 0
- u'_{ij} η **διαταραγμένη προτίμηση** του καταναλωτή i για το χαρακτηριστικό j

Η **τυπική απόκλιση** των διαταραχών έγινε με τη χρήση του τυπικού σφάλματος για το αντίστοιχο u_{ij} κατά την εκτίμηση με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων.

Τα **τυπικά σφάλματα** είχαν μέσο όρο το 55% της απόλυτης τιμής της μερικής αξίας (part – worth).

Εκτελούμε το πείραμα 100 φορές, με 100 διαφορετικά δείγματα σύγχυσης. Θεωρώντας ως αυθεντικές καταναλωτικές προτιμήσεις αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, καταγράφουμε για κάθε μια από τις 100 εκτελέσεις την απόκλιση από τη βέλτιστη λύση. Συγκεκριμένα, καταγράφουμε πόσα από τα χαρακτηριστικά της λύσης είναι ίδια με τη βέλτιστη λύση και πόσα από τα 5 προϊόντα της λύσης συμπίπτουν με κάποιο από τα 5 της βέλτιστης λύσης. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα συνολικά απο-

τελέσματα για όλες τις μεθόδους καθώς και τα μέσα έσοδα και ο μέσος χρόνος που απαιτείται για τις κάθε μια από τις 100 εκτελέσεις.

Method	Average Earnings	Percentage of Optimal (%)	Features in Common (%)	Products in Common (%)	Average Time (sec)
Tabu Search	11795,295	96,48%	85,58%	39,20%	24,75
Simulated Annealing	11779,605	96,35%	85,16%	39,40%	61,63
Divide and Conquer	11780,185	96,35%	85,18%	39,40%	4,28
Product Swapping	11764,475	96,23%	86,24%	41,20%	6,28
Greedy Heuristic	11659,44	95,37%	84,88%	39,80%	1,24
Genetic	11631,52	95,14%	82,78%	28,60%	9,39
DP Heuristic	11387,065	93,14%	84,18%	39,00%	2,38
Beam Search	10816,86	88,47%	80,76%	26,20%	1
Nested Partitions	11343,505	92,78%	80,54%	26,80%	4,34
Cordinate Asc (1-Opt)	10848,68	88,73%	76,60%	16,20%	0,47
Cordinate Asc(2-Opt)	11438,875	93,56%	80,50%	25,60%	3,27
Cordinate Asc(3- Opt)	11651,885	95,30%	82,70%	31,40%	162,85

Πίνακας 4: Δοκιμασία Ευρωστίας – Robustness Testing

Παρατηρούμε ότι όλες οι διαφορετικές επιλύσεις επιτυγχάνουν της διαδικασίας, αφού παρουσιάζουν τον επιθυμητό βαθμό **σταθερότητας** και **ευρωστίας**. Η πλειοψηφία των μεθόδων δηλαδή, δεν επηρεάζεται από το σφάλμα των καταναλωτικών προτιμήσεων σε βαθμό που να αποτυγχάνει πλήρως η επίλυση και να έχουμε καθοριστικές απώλειες στα έσοδα. Συγκεκριμένα, οι Tabu Search, Simulated Annealing, Divide and Conquer, Product Swapping, Greedy Heuristic, Genetic DP Heuristic **έχουν κατά μέσο όρο 2 από τα 5 προϊόντα κοινά με τη βέλτιστη λύση**.

Οι Tabu Search και Simulated Annealing, βρίσκουν κατά μέσο όρο **τις υψηλότερες λύσεις και τις πιο κοντινές στο ολικό βέλτιστο**, χρειάζονται όμως τον **περισσότερο χρόνο**. Ακολουθούν με εξίσου υψηλή ακρίβεια Divide and Conquer, Product Swapping, Greedy Heuristic, Genetic με πολύ καλύτερους χρόνους επίλυσης (λιγότερο και από 10s), με τον Greedy Heuristic να έχει μέσο χρόνο εκτέλεσης μόλις 1,24 δευτερόλεπτα.

4.3. Γενίκευση του Μοντέλου

Σε αυτή την ενότητα, αξιολογείται η γενίκευση του μοντέλου που αναπτύξαμε για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων. Για την ακρίβεια, δοκιμάζουμε την επίλυση και μετράμε τις επιδόσεις αλλάζοντας το **μέγεθος του προβλήματος**. Με την έννοια του μεγέθους προβλήματος, εννοούμε τον πιθανό αριθμό προϊόντων της γραμμής, τον πιθανό αριθμό χαρακτηριστικών που μπορούν να πάρουν αυτά, καθώς και τα πιθανά επίπεδα του κάθε χαρακτηριστικού. Από αυτά προκύπτουν όλα τα πιθανά προϊόντα και κατ' επέκταση όλες οι πιθανές γραμμές προϊόντων, ο αριθμός των οποίων χαρακτηρίζουν τη δυσκολία, το μέγεθος ή την πολυπλοκότητα του προβλήματος. Επίσης, μελετάτε η επίλυση ως προς διαφορετικό αριθμό πελατών.

Πιο συγκεκριμένα δημιουργούνται 12 μεγέθη προβλήματος:

Μέγεθος Γραμμής:	3 ή 4 προϊόντα
Χαρακτηριστικά Προϊόντων:	3,5 ή 7
Επίπεδα Χαρακτηριστικών:	2,3,5 ή 8
Αριθμός Καταναλωτών:	50 ή 100

...και εφαρμόζονται σε κάθε ένα από αυτά 10 διαφορετικά σετ δεδομένων.

SIMULATIONS			
CUSTOMERS	ATTRIBUTES	LEVELS	PRODUCTS
50	3	5	4
100	3	5	4
50	5	3	4
100	5	3	4
50	7	2	4
100	7	2	4
50	3	8	3
100	3	8	3
50	5	5	3
100	5	5	3
50	7	3	3
100	7	3	3

Πίνακας 5: Μεγέθη προβλήματος

Τα χαρακτηριστικά του προβλήματος, ο αριθμός των πιθανών λύσεων (μέγεθος προβλήματος), καθώς και οι επιδόσεις του κάθε αλγορίθμου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα από τη μελέτη των Alexandre Belloni, Robert Freund, Matthew Selove, Duncan Simester.

Ο πίνακας παρουσιάζει σε τι ποσοστό, η κάθε μέθοδος, για κάθε μέγεθος προβλήματος, **προσέγγισε το ολικό βέλτιστο του συγκεκριμένου προβλήματος**. Το ολικό βέλτιστο για κάθε μέγεθος προβλήματος έχει εντοπιστεί με Lagrangian χαλάρωση.

Attributes, levels, products	3,5,4		5,3,4		7,2,4		3,8,3		5,5,3		7,3,3		Average
Possible product lines	9.7*10 ⁶		1.4*10 ⁸		1.1*10 ⁷		2.2*10 ⁷		5.1*10 ⁹		1.7*10 ⁹		
Number of customers	50	100	50	100	50	100	50	100	50	100	50	100	
Lagrangian Relaxation with Brand & Bound	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
Coordinate Ascent (One-Opt)	96.2%	98.4%	91.9%	96.9%	93.7%	95.0%	96.5%	97.1%	91.7%	92.9%	89.5%	92.9%	94.4%
Coordinate Ascent (Two-Opt)	98.6%	99.1%	97.6%	97.1%	97.2%	96.6%	97.8%	96.0%	92.1%	93.7%	91.4%	95.2%	96.0%
Coordinate Ascent (Three-Opt)	99.0%	98.3%	95.5%	97.3%	95.9%	95.6%	95.6%	96.5%	96.1%	92.5%	89.9%	96.0%	95.7%
Genetic Algorithm	100.0%	100.0%	99.8%	99.9%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	99.9%	99.7%	99.9%	99.7%	99.9%
Simulated Annealing	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
Divide & Conquer	97.7%	99.3%	98.9%	98.4%	99.0%	98.4%	99.5%	99.7%	98.4%	98.6%	99.0%	98.0%	98.7%
Greedy Heuristic	98.1%	99.3%	96.9%	95.6%	96.2%	96.9%	99.0%	99.3%	97.9%	96.4%	97.3%	97.1%	97.5%
Product-Swapping	99.0%	99.4%	98.2%	98.4%	98.2%	98.7%	99.0%	99.3%	98.2%	97.6%	97.6%	98.2%	98.5%
DP Heuristic	97.8%	98.9%	96.5%	96.5%	95.5%	96.6%	97.1%	98.3%	96.0%	95.5%	91.7%	95.2%	96.3%
Beam Search	99.3%	99.8%	99.1%	99.4%	98.8%	99.2%	99.7%	99.8%	98.8%	98.5%	98.6%	98.6%	99.1%
Nested Partitions	95.9%	98.0%	94.5%	94.4%	95.7%	95.4%	92.2%	96.4%	88.5%	91.8%	92.5%	91.8%	93.9%

*Each data point shows the average performance relative to the optimal solution, over ten datasets.

Πίνακας 6: Γενίκευση Προβλήματος & Σύγκριση Μεθόδων

Παρατηρούμε ότι ο Simulated Anneal είναι εξαιρετικά ακριβής, αφού εντοπίζει για όλα τα μεγέθη προβλήματος τη μέγιστη λύση, ενώ ο Genetic το πετυχαίνει σε ποσοστό 99,9%. Για να μπορέσουμε να κάνουμε ακριβείς συγκρίσεις και να μετρήσουμε την ακρίβεια του Tabu Search εκτελούμε ξανά όλες τις μεθόδους, καταγράφουμε το χρόνο εκτέλεσης και συγκρίνουμε με το ολικό βέλτιστο (δηλαδή τα αποτελέσματα του Simulated Annealing). Τα συνοπτικά αποτελέσματα εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα:

METHOD	AVERAGE PERFORMANCE	AVERAGE TIME (sec)
Tabu Search	100,00%	38,94
Simulated Annealing	100,00%	68,37
Genetic	99,90%	5,06
Coordinate Ascent (1-Opt 500)	99,99%	10,88
Coordinate Ascent (1-Opt)	94,26%	0,39
Coordinate Ascent (2-Opt)	95,52%	1,01
Coordinate Ascent (3-Opt)	95,80%	24,80
Devide and Conquer	98,67%	0,76
Beam Search	98,77%	0,53
DP Heuristic	95,95%	1,06
Nested Partitions	93,97%	2,42
Greedy Heuristic	97,22%	0,48
Product Swapping	98,01%	1,09

Πίνακας 7: Γενίκευση Προβλήματος & Σύγκριση Μεθόδων

Ο Tabu Search καταφέρνει να φτάσει την 100% ακρίβεια του Simulated Annealing σχεδόν στο μισό χρόνο εκτέλεσης. Εξακολουθεί όμως να είναι πιο αργός από τους Genetic και Coordinate Ascent 1 – Opt 500 που ξεπερνούν την 99% ακρίβεια σε 5 και 11 δευτερόλεπτα αντίστοιχα. Ακολουθούν Divide & Conquer, Greedy Heuristic, Product Swapping, Beam Search που υπερβαίνουν το 97% έως και το 99% ακρίβεια, όπως φαίνεται στον πίνακα.

Κατά την εκτέλεση του πειράματος, χρησιμοποιήσαμε ακριβώς την ίδια «συνταγή» για την εφαρμογή του Tabu Search. Βασική διαφορά είναι ότι εφόσον τα χαρακτηριστικά μας πλέον έχουν πάνω από δύο πιθανά επίπεδα, κατά την τροποποίηση της λύσης χρησιμοποιήσαμε την κίνηση η οποία **εξετάζει όλες τις πιθανές αλλαγές σε όλα τα χαρακτηριστικά όλων των προϊόντων**. Φυσικά επιλέγεται η καλύτερη λύση ακόμα και αν αυτή δε βελτιώνει την τρέχουσα. Επιπρόσθετα, τηρείται το κριτήριο υπέρβασης, η διαδικασία επαναλαμβάνεται 5000 φορές και η Tabu List που χρησιμοποιήθηκε έχει μήκος 50 θέσεων.

Για την περεταίρω γενίκευση των μοντέλων καθώς και της σύγκρισης αυτών, αυξάνουμε ορισμένες από τις διαστάσεις των παραπάνω σετ δημιουργώντας μεγαλύτερα μεγέθη προβλημάτων.

SIMULATIONS				
CUSTOMERS	ATTRIBUTES	LEVELS	PRODUCTS	
50	3	5	5	
100	3	5	5	
50	8	3	4	
100	8	3	4	
50	9	2	4	
100	9	2	4	
50	3	9	3	
100	3	9	3	
50	5	5	6	
100	5	5	6	
50	9	3	3	
100	9	3	3	

Πίνακας 8: Μεγέθη προβλήματος

Παρατηρούμε ότι κατά μέσο όρο τα κέρδη του Tabu Search ξεπερνούν αυτά του Simulated Anneal και γι αυτό το λόγο οι παρακάτω συγκρίσεις θα γίνονται ως προς τον Tabu Search και όχι ως προς τον Simulated Anneal όπως προηγουμένως. Επαναλαμβάνουμε, λοιπόν ακριβώς το ίδιο πείραμα με τα νέα σετ προβλημάτων. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.

METHOD	AVERAGE PERFORMANCE	AVERAGE TIME (sec)
Tabu Search	100,00%	65,01
Simulated Annealing	99,75%	75,77
Genetic	99,36%	13,28
Coordinate Ascent (1-Opt 500)	99,77%	26,67
Coordinate Ascent (1-Opt)	92,95%	3,13
Coordinate Ascent (2-Opt)	94,54%	4,41
Coordinate Ascent (3-Opt)	94,21%	78,98
Devide and Conquer	97,48%	5,53
DP Heuristic	93,55%	4,35
Nested Partitions	91,34%	6,68
Greedy Heuristic	96,67%	4,74

Πίνακας 9: Γενίκευση Προβλήματος & Σύγκριση Μεθόδων

Επιβεβαιώνεται και πάλι ο ισχυρισμός ότι ο Tabu Search ξεπερνάει τον Simulated Anneal σε επιδόσεις και είναι πιο γρήγορος. Ωστόσο, είναι αρκετά αργός σε σχέση με άλλες μεθόδους που πλησιάζουν τα αποτελέσματα του ακόμα και σε ποσοστό 99,77% όπως πχ ο Coordinate Ascent (1-Opt 500).

Εκτελούμε το πείραμα ακόμα 3 φορές.

1. Αυξάνοντας τον αριθμό των προϊόντων κατά 1 για όλα τα σετ

Έτσι, δημιουργούνται τα παρακάτω σετ προβλημάτων

SIMULATIONS				
CUSTOMERS	ATTRIBUTES	LEVELS	PRODUCTS	
50	3	5	6	
100	3	5	6	
50	8	3	5	
100	8	3	5	
50	9	2	5	
100	9	2	5	
50	3	9	4	
100	3	9	4	
50	5	5	7	
100	5	5	7	
50	9	3	4	
100	9	3	4	

Πίνακας 10: Μεγέθη προβλήματος

Συγκεντρωτικό αποτέλεσμα:

METHOD	AVERAGE PERFORMANCE	AVERAGE TIME (sec)
Tabu Search	100,00%	78,41
Simulated Annealing	99,62%	87,88

Πίνακας 11: Γενίκευση Προβλήματος & Σύγκριση Μεθόδων

2. Αυξάνοντας τον αριθμό των χαρακτηριστικών κατά 1 για όλα τα σετ

Έτσι, δημιουργούνται τα παρακάτω σετ προβλημάτων

SIMULATIONS			
CUSTOMERS	ATTRIBUTES	LEVELS	PRODUCTS
50	4	5	5
100	4	5	5
50	9	3	4
100	9	3	4
50	10	2	4
100	10	2	4
50	4	9	3
100	4	9	3
50	6	5	6
100	6	5	6
50	10	3	3
100	10	3	3

Πίνακας 12: Μεγέθη προβλήματος

Συγκεντρωτικό αποτέλεσμα:

METHOD	AVERAGE PERFORMANCE	AVERAGE TIME (sec)
Tabu Search	100,00%	72,75
Simulated Annealing	99,74%	73,58

Πίνακας 13: Γενίκευση Προβλήματος & Σύγκριση Μεθόδων

3. Αυξάνοντας τον αριθμό των επιπέδων κατά 1 για όλα τα σετ

Έτσι, δημιουργούνται τα παρακάτω σετ προβλημάτων

SIMULATIONS			
CUSTOMERS	ATTRIBUTES	LEVELS	PRODUCTS
50	3	6	5
100	3	6	5
50	8	4	4
100	8	4	4
50	9	3	4
100	9	3	4
50	3	10	3
100	3	10	3
50	5	6	6
100	5	6	6
50	9	4	3
100	9	4	3

Πίνακας 14: Μεγέθη προβλήματος

Συγκεντρωτικό αποτέλεσμα:

METHOD	AVERAGE PERFORMANCE	AVERAGE TIME (sec)
Tabu Search	100,00%	102,92
Simulated Annealing	99,36%	103,63

Πίνακας 15: Γενίκευση Προβλήματος & Σύγκριση Μεθόδων

Δε μπορούμε να βγάλουμε ένα ασφαλές συμπέρασμα για το ποιος παράγοντας επηρεάζει περισσότερο την υπεροχή του Tabu Search έναντι του Simulated Annealing. Η αύξηση των επιπέδων των χαρακτηριστικών οδήγησε σε μεγαλύτερη υπεροχή του Tabu Search σε σχέση με τις άλλες δοκιμές. Όμως, οι διαφορές είναι ελάχιστες για να βγεί ένα ασφαλές συμπέρασμα. Αυτό που είναι εμφανές στους πίνακες των αναλυτικών αποτελεσμάτων όλων των εκτελέσεων (εδώ παρουσιάζονται μόνο οι συνοπτικοί με τους μέσους όρους) είναι ότι ο Tabu Search υπερέχει όλο και περισσότερο όσο αυξάνουμε το μέγεθος του προβλήματος ανεξαρτήτως της διάστασης που αυξάνεται.

4.4. Παραλλαγές Tabu Search

Όπως, έχουμε ήδη αναφέρει στην παράγραφο 3.3. Οδηγίες και Εναλλακτικές Μορφές Tabu Search, υπάρχει μια πληθώρα παραλλαγών που μπορούμε να δοκιμάσουμε στηριζόμενοι στο βασικό κώδικα του Tabu Search. Επίσης, όπως αναφέρθηκε δοκιμάσαμε διαφορετικούς τρόπους υλοποίησης αναφορικά με το μέγεθος της Tabu List και τον τρόπο που αυτή θα καταγράφει την ιστορικότητα των λύσεων.

Θα σταθούμε λίγο πιο εκτεταμένα σε μια παραλλαγή που ίσως οδηγήσει σε χρήσιμες βελτιώσεις. Υπενθυμίζουμε τη δυνατότητα μας να διακρίνουμε τις κινήσεις με βάση την «απόσταση» που διανύουν στη διαδικασία της έρευνας, την απομάκρυνση δηλαδή από το σημείο που ερευνάται την τρέχουσα στιγμή. Για παράδειγμα, η κίνηση που μειώνει την τιμή από 100\$ σε 70\$ θα τοποθετηθεί σε άλλη κλάση από την κίνηση που αυξάνει την τιμή από 70\$ σε 75\$. Είναι λογικό, να τραβάμε από τη «φαρέτρα» μας μεγαλύτερης απόστασης κινήσεις, όταν ο αλγόριθμος έχει εγκλωβιστεί ή όταν μια γειτονιά δεν υπόσχεται υψηλής ποιότητας λύσεις. Ενώ, όταν θέλουμε να τελειοποιήσουμε μια καλή λύση θα δοκιμάσουμε μικρές αλλαγές άρα μικρές κινήσεις εντατικοποίησης. Όμοια, μπορεί να αναπτυχθεί ένα επιπρόσθετο **σύστημα που θα αξιολογεί τις κινήσεις βάσει κάποιου στόχου (target analysis)** και θα τις κατατάσσει σε **κλάσεις**.

Στην προκειμένη περίπτωση, όλα μας τα χαρακτηριστικά παίρνουν την τιμή 0 ή 1 οπότε δε μας δίνεται η δυνατότητα να εφαρμόσουμε τη συγκεκριμένη θεωρία για μεγάλο μέρος χαρακτηριστικών παρά μόνο για την τιμή (price 70\$ έως 100\$).

Κάθε φορά που επιχειρείται μία αλλαγή της τιμής, και υπάρχει δυνατότητα για βήμα μεγαλύτερο από 5\$ χωρίς να βγούμε εκτός ορίων ελέγχουμε την εξής συνθήκη.

$$\text{Αν } \frac{\text{τρέχοντα κέρδη}}{\text{μέγιστα κέρδη}} < Q \text{ όπου } 0 < Q < 1 \text{ τότε επιχειρήσε κίνηση με αυξημένο βήμα}$$

(δηλαδή 10\$ αντί 5\$). Θα ορίσουμε $Q=0.5$ και θεωρώντας ότι πλέον η έρευνά μας είναι ταχύτερη μειώνουμε κατά 20% των αριθμό των συνολικών επαναλήψεων της έρευνας.

Στο εξής η νέα μέθοδος καλείται Tabu Search Class Move για να συγκριθεί με το απλό μοντέλο Tabu Search. Εκτελούμε 50 φορές την κάθε μέθοδο και προκύπτει ο παρακάτω συγκεντρωτικός πίνακας.

SUMMARY	Average Earnings	Average as % of Optimal	Best Solution Reached over 50 trials	Best as % of Optimal	Average Time (sec)
Tabu Search	12222,5	99,97%	12226	100,00%	18,34
Tabu Search Class Move	12195,11	99,75%	12226	100,00%	15,82

Παρατηρούμε ότι η νέα μέθοδος υστερεί ελάχιστα σε αποτελεσματικότητα (0,22%) μειώνοντας το χρόνο εκτέλεσης κατά 14%. Σίγουρα, θα μπορούσαμε να σχηματίσουμε μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα αν υπήρχε η δυνατότητα να αυξήσουμε το βήμα των κινήσεων και στα υπόλοιπα χαρακτηριστικά καθώς και αν επαναλάβουμε το πείραμα για διαφορετικό Q και διαφορετικό αριθμό επαναλήψεων.

5. Επίλογος

5.1. Συμπεράσματα και Μελλοντικές Βλέψεις

Η συνεχής αναζήτηση βέλτιστων λύσεων στην καθημερινότητα ήταν, είναι και θα είναι κύριο μέλημα του ανθρώπινου είδους. Η αναζήτηση αυτή είναι καθολική και ασταμάτητη, αφού οι πόροι που διαθέτουμε ως ανθρώπινο είδος δεν είναι ανεξάντλητοι. Αφορά δηλαδή, όλες τις πτυχές της ζωής μας, άρα και τις επιχειρήσεις που παρέχουν «καθημερινές λύσεις» στις ανθρώπινες ανάγκες με σκοπό το κέρδος. Η έρευνα δε σταματά.

Η παρούσα εργασία κατάφερε να παρέχει μια άρτια και ολοκληρωμένη λύση σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα στο χώρο του Μάρκετινγκ. Ο Tabu Search καταφέρνει να προσαρμοστεί επαρκώς στο πρόβλημα του Βέλτιστου Σχεδιασμού Γραμμής Προϊόντων. Παρέχει ένα μοντέλο αρκετά ευσταθές, με δυνατότητα να γενικευτεί σε πιο μεγάλης κλίμακας προβλήματα, γνωστών brand, σύνθετων γραμμών προϊόντων μεγάλων εταιρειών. Η μέθοδος καταφέρνει σε ορισμένα σημεία να «ισοφαρίσει» και να ξεπεράσει τις έως τώρα επιδόσεις, μεθόδων που έχουν εφαρμοστεί.

Όπως αναφέραμε όμως, η έρευνα δεν έχει όρια, υπάρχουν δεκάδες εναλλακτικοί τρόποι επίλυσης τόσο με παραλλαγές τις μεθόδου Tabu Search όσο και με άλλες προτεινόμενες μεθόδους.

Μπορούν λοιπόν να γίνουν μικρές αλλαγές όπως αυτές περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 3, που πιθανότατα θα βελτιώσουν την μέθοδο ή θα την προσαρμόσουν καλύτερα σε άλλης κλίμακας προβλήματα. Οι πιο απλές και προφανείς αλλαγές αφορούν την Tabu List αναφορικά με το μέγεθος της και τον τρόπο λειτουργίας της. Έτσι, το μέγεθος διαμορφώνεται ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος και το πλήθος των εν δυνάμει κινήσεων. Μπορούμε κάλλιστα να αλλάξουμε τον τρόπο που λειτουργεί η Tabu List, να αποθηκεύει δηλαδή την αντίστροφη κίνηση από αυτή που εφαρμόσαμε αντί το χαρακτηριστικό που μεταβλήθηκε. Στην πράξη δεν διαφέρει πολύ από την τωρινή υλοποίηση και σε πρώιμες δοκιμές που έγιναν, δεν φάνηκε να είναι πιο αποτελεσματική. Ωστόσο, θα μπορούσαν να δοκιμαστούν οι υλοποιήσεις που αναφέρθηκαν στην ίδια ενότητα και περιλαμβάνουν παράλληλες Tabu List ή λίστες που καταγράφουν τη συχνότητα εμφάνισης συγκεκριμένων χαρακτηριστικών ή συγκεκριμένων κινήσεων.

Διαφορετικά, μπορούμε να υιοθετήσουμε ένα σύστημα πολλαπλών κριτηρίων υπέρβασης ή ένα σύστημα αξιολόγησης βάσει στόχου (target analysis) που θα κατατάσσει τις κινήσεις ή τα χαρακτηριστικά σε κλάσεις.

Η διατήρηση στατιστικών στοιχείων σε ένα αρχικό αριθμό επαναλήψεων, σχετικά με την επίδραση συγκεκριμένων κινήσεων ή χαρακτηριστικών, θα μπορούσε να βελτιώσει τη διαδικασία στις μεταγενέστερες επαναλήψεις.

Εξίσου σημαντικές είναι η τεχνική της επανεκκίνησης από ένα «καλό σημείο» της έρευνας που θα ενισχύσει την εντατικοποίηση της έρευνας, καθώς και η πολυεναρκτήρια έρευνα που μπορεί να συμβάλει, τόσο στην εντατικοποίηση όσο και στη διαφοροποίηση της έρευνας.

Οποιαδήποτε μορφή ή παραλλαγή επιλέξουμε να υλοποιήσουμε, ο αλγόριθμος μπορεί να δέχεται μια αρχική λύση σαν είσοδο από κάποιον κατασκευαστικό αλγόριθμο ή κάποιον αλγόριθμο επαναληπτικής βελτίωσης ή κάποιο μεταερευτικό αλγόριθμο, είτε να δίνει μια λύση σαν έξοδο σε αυτόν, για ακόμα καλύτερα αποτελέσματα και ευρύτερη έρευνα.

Σε κάθε περίπτωση μπορούν να εφαρμοστούν ταυτόχρονα κάποιες από τις εναλλακτικές που προτάθηκαν, καθώς και να προταθούν υβριδικά μοντέλα σε συνεργασία με κάποιον εξελικτικό αλγόριθμο ή με προσομοιωμένη ανόπτηση.

5.2. Άλλες Προτεινόμενες Μεθοδολογίες

Σε αυτή την ενότητα θα προτείνουμε και θα περιγράψουμε ορισμένες μεταερευτικές διαδικασίες, που με τις κατάλληλες τροποποιήσεις και την προσαρμογή στις ιδιαιτερότητες του προβλήματος μπορεί να είναι αποτελεσματικές και αποδοτικές στην επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων.

5.2.1 Ant Colony Optimization (ACO)

Έχουμε ήδη αναφερθεί στην ευρύτερη κατηγορία αλγορίθμων που βασίζεται σε πληθυσμό λύσεων και εμπνέεται από το συλλογικό τρόπο δράσης οντοτήτων για τη δράση και την επιβίωσή τους (Swarm Intelligence – Νοημοσύνη Σμήνους, Marco Dorigo 1992).

Έτσι, συχνά τα πουλιά, τα μυρμήγκια, οι μέλισσες και άλλοι οργανισμοί οργανώνονται με τέτοιο τρόπο που κυριαρχεί η συλλογική δράση, ο συντονισμός των κινήσεων και λειτουργούν ως ένας «υπεροργανισμός» ώστε να πετύχουν στόχους που είναι αδύνατο να πετύχουν ατομικά. Μια ειδικότερη κατηγορία, είναι οι **μέθοδοι βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization Methods)**.

Η έμπνευση των συγκεκριμένων μεθόδων προέρχεται από τη διαδικασία εύρεσης τροφής των μυρμηγκιών. Αν υποθέσουμε ότι όλα τα μυρμήγκια ξεκινούν το δρομολόγιο τους από τη φωλιά τους, για την εύρεση τροφής, θα παρατηρήσουμε ότι στην αρχή όλα τα μυρμήγκια κινούνται άναρχα και απλωμένα στο χώρο ενώ μετά από λίγα λεπτά ακολουθούν **όλα το συντομότερο** μονοπάτι που συνδέει τροφή και φωλιά. Τι ακριβώς έχει συμβεί;

Τα μυρμήγκια κινούμενα στο έδαφος, αποθέτουν μια χημική ουσία που ονομάζεται **φερεμόνη**. Η διαδρομή που διαλέγει ένα μυρμήγκι να κινηθεί εξαρτάται πιθανολογικά, από το ποσό της φερεμόνης που υπάρχει ήδη στο συγκεκριμένο μονοπάτι. Έτσι, όταν κάποιο μερμήγκι διαλέξει **τυχαία** το συντομότερο δρομολόγιο, θα επιστρέψει **πρώτο** από το ίδιο μονοπάτι, έχοντας τοποθετήσει 2 φορές φερεμόνη. Γι αυτό, και τα επόμενα μυρμηγκιά είναι πιθανότερο να ακολουθήσουν αυτό το μονοπάτι, αφού έχει ήδη περισσότερη φερεμόνη, και να το ενισχύσουν, τοποθετώντας και τη δική τους φερεμόνη. Τελικά, όλα τα μυρμηγκιά θα καταλήξουν να ακολουθούν το ίδιο μονοπάτι. Το φαινόμενο αυτό καλείται **στιμεργία** και εκφράζει την έμμεση αλληλεπίδραση δύο οργανισμών όταν ο ένας από τους δύο τροποποιεί το περιβάλλον και ο άλλος προσαρμόζεται.

Μοντελοποιώντας αυτή τη συμπεριφορά στο δικό μας πρόβλημα θα λέγαμε ότι, τα μυρμήγκια είναι ένας πληθυσμός τεχνητών πρακτόρων που αλληλεπιδρούν μέσα σε ένα δομημένο σύστημα με κανόνες, προκειμένου να εργαστούν για την εύρεση της καλύτερης δυνατής λύσης. Κάθε μυρμήγκι απεικονίζει μια πιθανοκρατική διαδικασία που προσθέτει διαδοχικά στοιχεία της λύσης στην «ημιτελή» λύση. Άρα, σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου κατασκευάζονται τόσες λύσεις όσα τα μυρμήγκια του πληθυσμού. Η επιλογή του στοιχείου που θα προστεθεί κάθε φορά στην ημιτελή λύση, στη δική μας περίπτωση είναι το επίπεδο του εκάστοτε χαρακτηριστικού του κάθε προϊόντος, καθορίζεται βάσει της πιθανότητας p που εξαρτάται από την ποσότητα φερεμόνης που βρίσκεται «πάνω» κάθε χαρακτηριστικό. Ο υπολογισμός της πιθανότητας εξαρτάται και από τους στόχους του σχεδιαστή.

Όταν όλα τα μυρμήγκια ολοκληρώσουν τη σύνθεση της λύσης τους, επιλέγεται η καλύτερη σύμφωνα με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (πχ κέρδος ή μερίδιο αγοράς). **Μόνο** σε αυτή τη λύση τοποθετείται μια ποσότητα φερεμόνης που καθορίζει ο σχεδιαστής. ***Ουσιαστικά, η φερεμόνη δρα ως μια μνήμη που αποθηκεύει τη συχνότητα εμφάνισης των πιο υποσχόμενων στοιχείων, που έχουν συνθέσει τις καλύτερες λύσεις των προηγούμενων επαναλήψεων.*** Έτσι, στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου τα στοιχεία αυτά θα έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να επιλεγθούν. Αυτή η χρήση της φερεμόνης καλείται **θετική ανάδραση** και εξυπηρετεί τους μηχανισμούς σύγκλισης και εντατικοποίησης της έρευνας (ανάλογα με την ποσότητα της φερεμόνης και την επιρροή της στην πιθανότητα επιλογής).

Για την αποφυγή της ταχύτατης σύγκλισης του αλγορίθμου και τον εγκλωβισμό σε τοπικά βέλτιστα, χρησιμοποιούμε την τεχνική της **εξάτμισης της φερεμόνης (evaporation)** που γίνεται περιοδικά και με σταθερό ρυθμό. Η τεχνική αυτή μειώνει την πιθανότητα επιλογής των ίδιων ποιοτικών στοιχείων της λύσης, σε επόμενες επαναλήψεις, άρα εξυπηρετεί την «**διαφοροποίηση**» της έρευνας όταν αυτή χρησιμοποιείται. Η χρήση αυτή της φερεμόνης καλείται **αρνητική ανάδραση** και ενισχύει την πιθανότητα επιλογής νέων μονοπατιών της έρευνας.

Ο αλγόριθμος τερματίζει μετά από συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων ή την επίτευξη κάποιου συγκεκριμένου στόχου.

5.2.2 Variable Neighborhood Search (VNS)

Αποτελεί μια **μεταυρετική μεθοδολογία** για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης, που εισήχθη από τους Mladenović και Hansen το 1997 (Αλγόριθμοι Μεταβλητής Γειτονιάς). Η μέθοδος αλλάζει συστηματικά τη δομή της γειτονιάς στο χώρο των λύσεων αναζητώντας λύσεις **με στοχαστικό ή / και ντετερμινιστικό τρόπο. Η μεταβολή γειτονιάς εξυπηρετεί τον απεγκλωβισμό από τοπικά βέλτιστα, το στοχαστικό ή ντετερμινιστικό κριτήριο, εξυπηρετούν κατά περίπτωση την εντατικοποίηση ή τη διαφοροποίηση της έρευνας.**

Έχουμε δώσει ήδη έναν ορισμό της **γειτονιάς** λύσεων καθώς και της **κίνησης** για τη δημιουργία γειτονιάς. Θα μπορούσαμε να προτείνουμε εναλλακτικές κινήσεις για τη δημιουργία γειτονιάς κατά την εφαρμογή.

Για παράδειγμα:

Γειτονιά N_1 : Αλλαγή του επιπέδου ενός τυχαίου χαρακτηριστικού (στην περίπτωση μας από 0 σε 1 ή το αντίστροφο) σε 1 από τα 5 προϊόντα της γραμμής.

Γειτονιά N_2 : Τυχαία αλλαγή (αύξηση ή μείωση) της τιμής σε 1 από τα 5 προϊόντα της γραμμής.

Γειτονιά N_3 : Αντιμετάθεσε τα επίπεδα δυο τυχαίων χαρακτηριστικών της λύσης

Καθώς και άλλες παρεμφερείς κινήσεις:

☒ **Variable Neighborhood Descent – Κατάβαση Μεταβλητής Γειτονιάς**

Χρησιμοποιεί ντετερμινιστικό κριτήριο, επιλέγοντας τον καλύτερο γείτονα για να αντικαταστήσει την τρέχουσα λύση. Σε περίπτωση που η επιλεγμένη κίνηση δεν δημιουργεί καλύτερη λύση από την τρέχουσα, χρησιμοποιεί την επόμενη κίνηση για να απεγκλωβιστεί από το τοπικό βέλτιστο. Όταν βρεθεί καλύτερη λύση, ο αλγόριθμος επιστρέφει στη χρήση της πρώτης κίνησης αφού έχει απεγκλωβιστεί. Αν δε βρεθεί καλύτερη λύση από καμία εναλλακτική κίνηση, ο αλγόριθμος τερματίζει.

☒ **Reduced Variable Neighborhood Search – Μειωμένη Έρευνα Μεταβλητής Γειτονιάς**

Η RVNS επιλέγει γειτονική λύση τυχαία (στοχαστικό κριτήριο). Είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας, όπου η απαρίθμηση όλων των γειτόνων καθώς και γενικότερα η τοπική έρευνα είναι χρονοβόρα. Κατά τα λοιπά, χρησιμοποιεί την μεταβολή γειτονιάς όπως περιγράφηκε παραπάνω.

☒ **Basic Variable Neighborhood Search – Βασική Έρευνα Μεταβλητής Γειτονιάς**

Χρησιμοποιεί τόσο το στοχαστικό όσο και το ντετερμινιστικό κριτήριο επιλογής. Αρχικά επιλέγει μια γειτονική λύση x' της x . Έπειτα τη θεωρεί ως τρέχουσα, εφαρμόζει σε αυτή το ντετερμινιστικό κριτήριο και επιλέγει την καλύτερη γειτονική της λύση x'' . Αν η x'' είναι καλύτερη της x την επιλέγει ως τρέχουσα. Αν δεν είναι, χρησιμοποιεί την επόμενη γειτονιά για να απεγκλωβιστεί και να επιστρέψει στην αρχική κίνηση. Αν οι κινήσεις εξαντληθούν, η διαδικασία τερματίζεται.

5.2.3. Threshold Accepting (TA)

Προτάθηκε από τους **Gunter Dueck** και **Tobias Scheuer** (1990). Ο αλγόριθμος **Αποδοχής Κατωφλίου (Threshold Accepting)**, είναι σε μεγάλο βαθμό όμοιος με τον αλγόριθμο της Προσομοιωμένης Ανόπτησης (Simulated Annealing). Η **βασική τους ομοιότητα** έγκειται στην αποδοχή χαμηλότερης ποιότητας λύσεων για τον απεγκλωβισμό της έρευνας. **Η ειδοποίησή διαφορά είναι ότι ο Threshold Accepting αποδέχεται χαμηλότερης ποιότητας λύσης όχι με βάση κάποια πιθανότητα αλλά με τη χρήση κατωφλίου.**

Εισάγει δηλαδή, ένα **ντετερμινιστικό κριτήριο**, με το οποίο δέχεται ως τρέχουσα λύση μια χειρότερη λύση, χειρότερη όχι παραπάνω από μια τιμή – κατώφλι T .

Δηλαδή: $\text{αν } Profit \leq New_Profit + T$ αποδέξου τη νέα λύση με κέρδος New_Profit

Όμοια με τον Simulated Annealing στην αρχή θέτουμε ένα αρκετά υψηλό κατώφλι T , ώστε να αποδέχεται ευκολότερα χαμηλότερης ποιότητας λύσεις και να ενισχύει την **διαφοροποίηση** της έρευνας. Κατά τη διάρκεια της επαναληπτικής διαδικασίας, το κατώφλι μειώνεται μονοτονικά ώστε να δυσχεραίνεται η αποδοχή χειρότερων λύσεων και να ενισχύεται η εντατικοποίηση της έρευνας και η σύγκλιση του αλγορίθμου.

Ο αλγόριθμος τερματίζει μετά την πάροδο ορισμένου χρόνου, την επίτευξη κάποιου συγκεκριμένου στόχου ή την περάτωση προκαθορισμένου αριθμού επαναλήψεων. Τελική λύση θεωρείται η καλύτερη λύση που εξετάστηκε σε όλη τη διάρκεια.

5.2.4. Backtracking Adaptive Threshold Accepting (BATA)

Η Προσαρμόσιμη Αποδοχή Κατωφλίου Αντίστροφης Πορείας (BATA) σχεδιάστηκε από τους Ταραντίλη και Κυρανούδη το 2000 και δημοσιεύτηκε το 2002. Έχει την ίδια λογική με τον απλό Threshold Accepting αλλά προσθέτει την εξής καινοτομία: Σε περίπτωση που το κριτήριο αποδοχής λύσης δεν ικανοποιείται **αυξάνει (αντί να μειώνει) την τιμή T του κατωφλίου (αντίστροφη πορεία πτώσης).**

Η καινοτομία αυτή αποτρέπει την προσανατολισμένη τοπική έρευνα, **ενισχύει δηλαδή την διαφοροποίηση** και πετυχαίνει μια τέλεια ισορροπία με την εντατικοποίηση ανάλογα με την πορεία της έρευνας.

5.2.5 List Based Threshold Accepting (LBTA)

Μια επίσης βελτιωμένη έκδοση των αλγορίθμων κατωφλίου που προτάθηκε από τους Ταραντίλη και Κυρανούδη (2002), ώστε να επιτευχθεί ακόμα πιο καθοδηγημένη έρευνα στο χώρο των λύσεων, με μικρότερο αριθμό παραμέτρων.

Όμοια, εφαρμόζει μια κίνηση για τη δημιουργία μιας νέας γειτονικής λύσης. Έπειτα, υπολογίζει το ποσοστό κατά το οποίο η λύση «χειροτέρευσε» και το αποθηκεύει σε μια μνήμη μεγέθους N . Στην περίπτωση μας θα μπορούσε να είναι

$$T = \frac{Profit - New_Profit}{Profit}$$

Σε περίπτωση που η λύση έχει βελτιωθεί δηλαδή $New_Profit > Profit$ δηλαδή $T < 0$ η λύση έχει βελτιωθεί, γίνεται αποδεκτή και δε χρειάζεται το κατώφλι να εισαχθεί στη μνήμη. Διαφορετικά, αποθηκεύεται στη μνήμη μεγέθους N .

Σε περίπτωση που η λύση δεν έχει βελτιωθεί δηλαδή $T > 0$, ελέγχουμε αν το T είναι μικρότερο από το μέγιστο έως τώρα T για να αποδεχτούμε τη λύση.

Δηλαδή, αν $T < T_{\max}$ αποδεχόμαστε τη λύση και εισάγουμε στη μνήμη το T . Όταν η μνήμη έχει γεμίσει, διαγράφουμε T το τρέχον T_{\max} , σε κάθε επανάληψη που εισάγεται ένα νέο.


Καταλαβαίνουμε λοιπόν, ότι στις πρώτες επαναλήψεις ο αλγόριθμος αποδέχεται εύκολα **χειρότερες λύσεις** αφού έχουμε μεγάλα κατώφλια στη μνήμη, αλλά όσο προχωράει τα αντικαθιστά με μικρότερα κατώφλια «χειροτέρευσης», **αποδέχεται δηλαδή δυσκολότερα κατώτερες λύσεις και συγκλίνει προς κάποιο βέλτιστο**. Μπορεί δηλαδή, ανάλογα και με το μέγεθος της μνήμης να ικανοποιήσει τις ανάγκες διαφοροποίησης στην αρχή και εντατικοποίησης στο τέλος.

Η διαδικασία εκτελείται επαναληπτικά και τελική λύση θεωρείται η καλύτερη λύση που εξετάστηκε κατά την πάροδο της διαδικασίας.

Βιβλιογραφία

- ✚ «*Optimizing Product Line Designs: Efficient Methods and Comparisons*»
Alexandre Belloni, Robert Freund, Matthew Selove, Duncan Simester
MANAGEMENT SCIENCE Vol. 54, No. 9, September 2008, pp. 1544–1552
- ✚ «*Designing Optimal Products: Algorithms and Systems(2010)*»
Stelios Tsafarakis and Nikolaos Matsatsinis
Technical University of Crete, Department of Production and Management Engineering, Decision Support Systems Laboratory, Chania, Greece
- ✚ «*Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (2008)*»
Ιωάννης Μαρινάκης και Αθανάσιος Μυγδαλάς, εκδόσεις Σοφία
- ✚ «*Διοίκηση Διανομών-Υπηρεσιών στις Ελληνικές Επιχειρήσεις (2004)*»
Συγγραφείς: Χ.Δ.Ταραντίλης, Χ.Θ.Κυρανούδης, Γ.Ιωάννου
Σειρά: Βέλτιστες Ελληνικές Επιχειρηματικές Πρακτικές
- ✚ «*Ποιότητα Υπηρεσιών και Μέτρηση Ικανοποίησης Πελατών*» Ευάγγελος Γρηγο-
ρούδης, Γιάννης Σίσκος, Εκδοσεις Νέων Τεχνολογιών
- ✚ «*Understanding Conjoint Analysis in 15 Minutes*», Curry Joseph (1996), Saw-
tooth Technologies, Inc.
- ✚ «*Note on Conjoint Analysis*», Hauser John R (2007)., Mitsloancourseware
- ✚ «*Getting Started with Conjoint Analysis: Strategies for Product Design and Pricing Research*» Orme B. (2010), Second Edition, Madison, Wis. : Research Publishers LLC
- ✚ «*Fast Polyhedral Adaptive Conjoint Estimation*» Olivier Toubia, Duncan I. Simester, John R. Hauser, Ely Dahan, March-5-2013
- ✚ «Ανάπτυξη ευρετικού αλγορίθμου με χρήση πολλαπλών κριτηρίων για την επιλογή μοντέ-
λων προσωπικής επιλογής καταναλωτή στο μάρκετινγκ σε προβλήματα ανάπτυξης νέων
προϊόντων», Στέλιος Τσαφαράκης (2007), Μεταπτυχιακή Διατριβή τμήματος Μηχανικών
Παραγωγής και Διοίκησης.
- ✚ Εργασία Conjoint Analysis για το σκοπό του μαθήματος ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΟ
MARKETING των Κλάδου Κυριακή και Μπαλωμενάκη Νικολέτα.
Διδάσκων: Στέλιος Τσαφαράκης
- ✚ «*A meta-heuristic algorithm for the efficient distribution of perishable foods*»
C.D Tarantilis, C.T Kiranoudis
- ✚ «*Modern Heuristic Search Methods*» (1996) V. J. Rayward-Smith (Editor), I. H.
Osman (Editor), C. R. Reeves (Editor), G. D. Smith (Editor)
- ✚ «*Modern heuristic techniques for combinatorial problem*» (1993)
Editor: Colin R. ReevesCoventry Univ., Coventry, UK
- ✚ «*Essays and Surveys in Metaheuristics*»(2003)
Editors: Ribeiro, Celso C., Hansen, Pierre (Eds.)
- ✚ «*A fast taboo search algorithm for the job shop problem*»
E Nowicki, C Smutnicki - Management science, 1996
- ✚ «*A fast tabu search algorithm for the permutation flow-shop problem*»
Eugeniusz Nowicki, Czesław Smutnicki
European Journal of Operational Research 91 (1996) 160-175
- ✚ <https://en.wikipedia.org/wiki/Heuristic>

- ✚ <https://en.wikipedia.org/wiki/Metaheuristic>
- ✚ [https://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_\(optimization\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_(optimization))
- ✚ https://en.wikipedia.org/wiki/Swarm_intelligence
- ✚ «**Particle swarm optimization for optimal product line design**» (December 2010). Tsafarakis Stelios, Marinakis Ioannis, Matsatsinis Nikolaos
- ✚ «**Balancing assembly lines with tabu search**» (Sophie D. Lapierre, Angel Ruiz, Patrick Soriano , 12/10/2004)
- ✚ «**The application of a tabu search metaheuristic to the assembly line balancing problem**», Wen-Chyuan Chiang 1998
- ✚ «**Using Tabu Search to Solve the Job Shop Scheduling Problem with Sequence Dependent Setup Times**» Keith Schmidt , May/18/2001.
- ✚ «**A tabu search approach for the flow shop scheduling problem**» (1997) M. Ben-Daya*, M. Al-Fawzan
- ✚ «**Some efficient heuristic methods for the flow shop sequencing problem**» (1990) E. TAILLARD
- ✚ «**Serial and parallel simulated annealing and Tabu Search algorithms for the traveling salesman problem**» (1989) - Mirosław Malek, Mohan Guruswamy, Mihir Pandya, Howard Owens
- ✚ «**Tabu search performance on the symmetric traveling salesman problem**» (1994) Author:John Knox
- ✚ https://en.wikipedia.org/wiki/Travelling_salesman_problem
- ✚ https://en.wikipedia.org/wiki/Traveling_purchaser_problem
- ✚ https://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem
- ✚ https://en.wikipedia.org/wiki/Job_shop_scheduling
- ✚ https://en.wikipedia.org/wiki/Flow_shop_scheduling
- ✚ «**Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem.**» M. Dorigo and L.M. Gambardella. IEEE Transactions on Evolutionary Computation (1997)
- ✚ «**Solving Symmetric and Asymmetric TSPs by Ant Colonies.**» L.M. Gambardella and M. Dorigo. In Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation (1996)
- ✚ «**MAX-MIN Ant System and Local Search for The Traveling Salesman Problem.**» T. Stutzle and H. Hoos. In Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation (1997)
- ✚ https://en.wikipedia.org/wiki/Variable_neighborhood_search
- ✚ «**Variable neighborhood search: Principles and applications**» (1999) Pierre Hansen, , Nenad Mladenović
- ✚ «**Threshold accepting: A general purpose optimization algorithm appearing superior to simulated annealing**» (1990) - Gunter Dueck, Tobias Scheuer Journal of Computational Physics Volume 90, Issue 1, September 1990, Pages 161–175
- ✚ «**A Backtracking Adaptive Threshold Accepting Algorithm for the Vehicle Routing**» Problem, C.D. Tarantilis, C.T. Kiranoudis & V.S. Vassiliadis Systems Analysis Modelling Simulation, Volume 42, Issue 5, 2002 pages 631-664

 «*A List Based Threshold Accepting Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem*», C.D. Tarantilis, C.T. Kiranoudis & V.S. Vassiliadis
International Journal of Computer Mathematics, Vol 79, Issue 5, 2002, pages 537-553

Οι μέθοδοι εκτελέστηκαν και μετρήθηκαν στο παρακάτω σύστημα και περιβάλλον MATLAB

Επεξεργαστής:	Intel(R) Core(TM) i5 CPU M 430 @ 2.27GHz 2.27 GHz
Εγκατεστημένη μνήμη (RAM):	4,00 GB (3,86 GB είναι δυνατή η χρήση)
Τύπος συστήματος:	Λειτουργικό σύστημα 64-bit