

# ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΜΕΤΑΛΛΕΥΣΗΣ ΔΙΑΔΟΧΙΚΩΝ ΟΡΟΦΩΝ ΜΕ ΚΕΝΑ ΜΕΤΩΠΑ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ :  
ΚΑΠΑΡΟΥΝΑΚΗ ΕΛΕΝΗ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ :  
Γ.ΕΞΑΔΑΚΤΥΛΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)  
Μ. ΓΑΛΕΤΑΚΗΣ, ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ  
Π.ΛΙΟΛΙΟΣ, ΕΔΙΠ



Πολυτεχνείο  
Κρήτης

Μηχανικών Ορυκτών Τμήμα Μηχανικών Πόρων  
Πολυτεχνείο Κρήτης  
Ελλάδα

Ιούνιος 30, 2016

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο, εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις των εξεταστών.

## **i. Πρόλογος**

Αρχικά θα ήθελα να εκφράσω την ειλικρινή ευγνωμοσύνη μου στον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ.Γιώργο Εξαδάκτυλο για τη συνεχή υποστήριξη των προπτυχιακών σπουδών μου και για την τεράστια γνώση που μου παρήχε.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα, κ.Γιώργο Ξηρουδάκη, για την υπομονή, τα κίνητρα και τον ενθουσιασμό του κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης αυτής της διπλωματικής. Ιδιαίτερες ευχαριστίες στον Δρ., κ.Παντελή Λιόλιο, για την ενθάρρυνση του όλα τα χρόνια των σπουδών μου και την διόρθωση της διπλωματικής μου .Θα ήθελα επίσης να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον καθηγητή μου, κ.Μιχάλη Γαλετάκη για το χρόνο του και τα σημαντικά σχόλιά του για να διορθωθεί η διπλωματική μου. Τους εύχομαι ό,τι καλύτερο για τη μελλοντική τους σταδιοδρομία.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για την υποστήριξη τους σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου στο Πολυτεχνείο , παρέχοντας μου όλες τις ανέσεις, με μεγάλες δυσκολίες, προκειμένου να ολοκληρώσω το δίπλωμα μου με επιτυχία.

Με εκτίμηση,  
Ε.Κ.

## ii. Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο την μελέτη της εντατικής και παραμορφωσιακής κατάστασης, επάνω και γύρω από τα σύνορα των υπόγειων ανοιγμάτων εντός ανομοιογενούς μέσου, που γίνεται με την χρήση της μεθόδου διαδοχικών ορόφων με κενά μέτωπα. Η πρόβλεψη της μεταβολής του πεδίου των τάσεων και των μετατοπίσεων που προκαλούνται από υπόγειες εκμεταλλεύσεις είναι αναγκαία κατά τον σχεδιασμό οποιουδήποτε υπόγειου έργου.

Για το σκοπό αυτό εφαρμόσαμε την μέθοδο των συνοριακών στοιχείων, και συγκεκριμένα την μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων για ανομοιογενές και ελαστικό μέσο σε δύο διαστάσεις με την τρίτη διάσταση να λαμβάνεται υπόψη με την θεωρία της εκτόνωσης των τάσεων (ψευδο-3D), με βάση τον ήδη υπάρχοντα στην βιβλιογραφία αλγόριθμο ‘TWODD’ ([Crouch and Starfield, 1990](#)) ο οποίος λύνει προβλήματα σε δύο διαστάσεις.

Με βάση αυτόν κατασκευάστηκαν :

- Κώδικας στο υπολογιστικό πακέτο Matlab με διακριτοποίηση των συνόρων της μεθόδου υπόγειας εκμετάλλευσης, τριών διαδοχικών ορόφων
- Επιπρόσθετος κώδικας για την διόρθωση των εφαπτομενικών τάσεων
- Κώδικας για τον υπολογισμό των τάσεων και των μετατοπίσεων σε οποιοδήποτε σημείο επάνω και γύρω από τα σύνορα
- Κώδικας για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε μορφή διαγραμμάτων και πολυχρωματικών επιφανειών
- Κώδικας με το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb για τον έλεγχο πιθανών περιοχών αστοχίας του πετρώματος

Το σύνολο προγραμμάτων που δημιουργήθηκε, μπορεί να αποτελέσει χρήσιμο εργαλείο για τον σχεδιασμό της υπόγειας μεθόδου εκμετάλλευσης, διαδοχικών ορόφων με κενά μέτωπα, σε ανομοιογενή και ελαστικά πετρώματα και για την ανάδρομη ανάλυση επί τόπου μετρήσεων παραμορφώσεων ή τάσεων στην υπόγεια εκμετάλλευση για την ασφάλεια των εργαζομένων και την ομαλή λειτουργία του μεταλλείου.

### iii. Πίνακας Περιεχομένων

|  |     |
|--|-----|
| i. Πρόλογος .....  | iii |
| ii. Περίληψη .....   | iv  |
| iii. Πίνακας Περιεχομένων .....  | v   |
| iv. Λίστα Σχημάτων .....   | vi  |
| v. Λίστα Πινάκων .....   | vii |
| vi. Λίστα Εξισώσεων .....  | vii |
| 1 Εισαγωγή.....  | 1   |
| 1.1 Αντικείμενο – Στόχος .....   | 1   |
| 1.2 Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας .....   | 1   |
| 1.3 Αριθμητικές Μέθοδοι Επίλυσης Ελαστικότητας.....  | 2   |
| 1.3.1 Θεωρεία Ελαστικότητας .....  | 2   |
| 1.3.2 Διάνυσμα Επιφανειακής Τάσης .....  | 3   |
| 1.3.3 Αριθμητικές Μέθοδοι .....  | 4   |
| 1.4 Κριτήρια αστοχίας .....  | 6   |
| 1.4.1 Κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown.....  | 6   |
| 1.4.2 Κριτήριο αστοχίας Mohr – Coulomb.....  | 7   |
| 2 Μέθοδος Υπόγειων Εκσκαφών: Μέθοδος Διαδοχικών Ορόφων .....   | 8   |
| 2.1 Γενικά για τις Υπόγειες Μεθόδους .....   | 8   |
| 2.2 Η Μέθοδος Διαδοχικών Ορόφων με Κενά Μέτωπα.....  | 9   |
| 2.3 Μηχανισμοί Υποστήριξης .....   | 11  |
| 3 Μέθοδος Ασυνεχών Μετατοπίσεων .....  | 13  |
| 3.1 Έρευνα Υποβάθρου .....   | 13  |
| 3.2 Μέθοδος Ασυνεχών Μετατοπίσεων σε Άπειρο Ελαστικό Μέσο .....  | 13  |
| 3.3 Μετασχηματισμός Συντεταγμένων .....  | 16  |
| 3.4 Εσωτερικά/Εξωτερικά Προβλήματα.....  | 17  |
| 3.5 Συνοριακές Συνθήκες.....   | 18  |
| 3.6 Επίλυση Ανομοιογενούς μέσου .....  | 19  |
| 3.6.1 Επίλυση οριζόντιας ρωγμής σε ανομοιογενές μέσο .....   | 19  |
| 3.6.2 Επίλυση κυκλικού υποστηριγμένου ανοίγματος .....   | 22  |
| 4 Μέθοδος Σύγκλισης-Υποστύλωσης.....   | 24  |
| 4.1 Μελέτη προχώρησης σήραγγας με τη Μέθοδο Σύγκλισης – Υποστύλωσης .....  | 24  |
| 4.2 Σχεδιασμός της καμπύλης GRC .....  | 27  |
| 5 Αριθμητική Επίλυση Ψευδο-Τρισδιάστατης Σταδιακής Εκσκαφής με την Μέθοδο των Ασυνεχών Μετατοπίσεων (DDBE2D) ..... | 29  |
| 5.1 Πρόγραμμα επίλυσης .....   | 29  |
| 5.2 Γεωμετρία εκμετάλλευσης -Παράμετροι Μοντέλου .....   | 30  |
| 5.3 Γεωμετρία Προβλήματος-Διακριτοποίηση Συνόρου.....  | 33  |
| 5.4 Συνοριακές Συνθήκες.....   | 37  |
| 5.5 Αποτελέσματα Μετατοπίσεων και Τάσεων.....  | 38  |
| 5.6 Καμπύλες Απόκρισης της Βραχομάζας .....  | 43  |
| 5.7 Περιοχές Πιθανής Αστοχίας .....  | 45  |
| 6 Συμπεράσματα και Προτάσεις .....   | 50  |
| 6.1 Ερμηνεία Αποτελεσμάτων .....   | 50  |
| 6.2 Προτάσεις .....  | 51  |
| Βιβλιογραφία .....   | 52  |
| Παράρτημα Α. Συναρτήσεις Επίδρασης των Ασυνεχών Μετατοπίσεων .....   | 53  |
| Παράρτημα Β. Διαγράμματα Κατακόρυφων μετατοπίσεων .....  | 54  |

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| Παράρτημα Γ. Διαγράμματα Phases..... | 57 |
|--------------------------------------|----|

## iv. Λίστα Σχημάτων

|  |    |
|--|----|
| Σχήμα 1.1: Τανυστής τάσεων στο <i>Oxy</i> .....  | 3  |
| Σχήμα 1.2 : Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης γεωμηχανικών προβλημάτων<br>(Αγιουτάντης, 2002).....  | 4  |
| Σχήμα 1.3: α) Μορφή του κριτηρίου αστοχίας <i>Hoek-Brown</i> σε άξονες $\sigma_1$ - $\sigma_3$ και β) σε<br>άξονες $\tau$ - $\sigma$ .....                         | 6  |
| Σχήμα 2.1: Τυπική τρισδιάστατη απεικόνιση της μεθόδου των διαδοχικών ορόφων.....   | 9  |
| Σχήμα 2.2: Τρισδιάστατη απεικόνιση της Μεθόδου Διαδοχικών Ορόφων με Κενά<br>Μέτωπα.....  | 10 |
| Σχήμα 2.3 : Κατακόρυφη τομή κατά την διεύθυνση του κοιτάσματος και.....  | 10 |
| Σχήμα 3.1: Ορισμός ασυνεχών μετατοπίσεων.....  | 14 |
| Σχήμα 3.2: Μετασχηματισμός συντεταγμένων (Crouch & Starfield, 1990). ....  | 16 |
| Σχήμα 3.3: Μετασχηματισμός συντεταγμένων για τις τάσεις (Crouch & Starfield, 1990).<br>.....   | 17 |
| Σχήμα 3.4: Περιγραφή Κλειστού Περιγράμματος (Crouch & Starfield, 1990).....  | 18 |
| Σχήμα 3.5: Μετασχηματισμός γωνιών από το τοπικό σύστημα του <i>j</i> στο τοπικό<br>σύστημα του <i>i</i> .....  | 19 |
| Σχήμα 3.6: Ρωγμή σε ανομοιογενές μέσο.....   | 20 |
| Σχήμα 3.7: Διακριτοποίηση ανομοιογενούς μέσου.....   | 20 |
| Σχήμα 3.8: Λύσεις των κατακόρυφων μετατοπίσεων.....  | 22 |
| Σχήμα 3.9: Υποστηριγμένο κυκλικό άνοιγμα ανομοιογενούς μέσου.....  | 22 |
| Σχήμα 3.9: Ακτινικές και εφαπτομενικές τάσεις γύρω από υποστηριγμένο κυκλικό<br>άνοιγμα.....   | 23 |
| Σχήμα 4.1: Κυλινδρική σήραγγα μέσα σε βραχώμαζα.....   | 24 |
| Σχήμα 4.2: α) Τομή <i>A – A'</i> χωρίς υποστήριξη β) Τομή <i>A – A'</i> με υποστήριξη.....   | 25 |
| Σχήμα 4.3: Σύγκλιση της σήραγγας συναρτήσει της απόστασης από το μέτωπο βάση<br>τρειςδιάστατης προσομοίωσης της εκσκαφής της σήραγγας και επί τόπου μετρήσεις..... | 26 |
| Σχήμα 4.4: Βαθμιαία εκτόνωση των γεωστατικών τάσεων συναρτήσει της απόστασης<br>από το μέτωπο.....   | 27 |
| Σχήμα 4.5: Καμπύλη αντίδρασης πετρώματος (GRC) και χαρακτηριστική καμπύλη... ..  | 28 |
| Σχήμα 5.1: Διάγραμμα ροής του υπολογιστικού προγράμματος.....  | 29 |
| Σχήμα 5.2: Τομή εκμετάλλευσης κατά την παράταξη.....   | 30 |
| Σχήμα 5.3: Στάδια εκμετάλλευσης σε τομή κατά την παράταξη.....   | 31 |
| Σχήμα 5.4: Κύριες τάσεις καρτεσιανού συστήματος <i>Oxy</i> και $\sigma_n$ , η τάση στο τοπικό<br>σύστημα του στοιχείου.....  | 33 |
| Σχήμα 5.5: Διαστασιολόγηση μοντέλου εκμετάλλευσης διαδοχικών ορόφων με ύψος<br>20, 40, 60 m.....   | 34 |
| Σχήμα 5.6: Αρίθμηση των ζευγών συντεταγμένων για τα σύνορα της εκμετάλλευσης... ..   | 35 |
| Σχήμα 5.7: Τομή της εκμετάλλευσης που αναπαριστά την αντιστοιχία των κόμβων στα<br>σύνορα.....   | 36 |
| Σχήμα 5.8: Περιγραφή των συνόρων σε κάθε σώμα.....   | 36 |
| Σχήμα 5.9: Φάσεις εκμετάλλευσης κατά την παράταξη.....   | 37 |
| Σχήμα 5.10: Οι συνοριακές συνθήκες στα 5 stages της εκμετάλλευσης (Τομή κατά την<br>παράταξη).....   | 38 |
| Σχήμα 5.11: Οριζόντια μετατόπιση στο πρώτο στάδιο.....   | 39 |
| Σχήμα 5.12: Οριζόντια μετατόπιση στο δεύτερο στάδιο.....   | 39 |
| Σχήμα 5.13: Οριζόντια μετατόπιση στο τρίτο στάδιο.....   | 40 |

|   |    |
|---|----|
| Σχήμα 5.14: Οριζόντια μετατόπιση στο τέταρτο στάδιο.....  | 40 |
| Σχήμα 5.15: Οριζόντια μετατόπιση στο πέμπτο στάδιο. ....  | 41 |
| Σχήμα 5.16: Οριζόντια μετατόπιση στο πέμπτο στάδιο. ....  | 41 |
| Σχήμα 5.17: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο τελικό στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα) στο Phases..... | 42 |
| Σχήμα 5.18: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο πρώτο στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα). ....            | 42 |
| Σχήμα 5.19: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο δεύτερο στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα). ....          | 42 |
| Σχήμα 5.20: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο τρίτο στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα). ....            | 43 |
| Σχήμα 5.21: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο τέταρτο στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα). ....          | 43 |
| Σχήμα 5.22: Καμπύλη GRC για τα σημεία A,C,E. ....   | 44 |
| Σχήμα 5.23: Καμπύλη GRC για τα σημεία B,D,F. ....   | 44 |
| Σχήμα 5.24: Καμπύλη GRC για το δάπεδο G. ....   | 45 |
| Σχήμα 5.25: Κριτήριο Αστοχίας Mohr-Coulomb.....   | 46 |
| Σχήμα 5.27: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage1 ). ....                     | 47 |
| Σχήμα 5.28: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage2). ....                      | 47 |
| Σχήμα 5.29: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage3). ....                      | 48 |
| Σχήμα 5.30: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage4). ....                      | 48 |
| Σχήμα 5.31: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage5 ). ....                     | 49 |

## v. Λίστα Πινάκων

|   |    |
|---|----|
| Πίνακας 5.1: Ενδεικτικές τιμές για το λόγο Poisson (Καββαδάς, 2000). ....     | 32 |
| Πίνακας 5.2: Μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων. ....                         | 33 |
| Πίνακας 5.3 :Επιφανειακές τάσεις και συντελεστής εκτόνωσης για κάθε φάση..... | 37 |

## vi. Λίστα Εξισώσεων

|   |    |
|---|----|
| Εξ. 1-1: Ορισμός τάσεων .....   | 2  |
| Εξ. 1-2: Τανυστής τάσεων .....  | 2  |
| Εξ. 1-3: Διάνυσμα ελκυστού σε επίπεδο .....   | 3  |
| Εξ. 1-4: Ορισμός παραμορφώσεων .....  | 3  |
| Εξ. 1-5: Καταστατικός νόμος των τάσεων-παραμορφώσεων σε θεώρηση επίπεδης παραμόρφωσης ..... | 4  |
| Εξ. 1-6: Κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown .....   | 6  |
| Εξ. 1-7: Κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown στο επίπεδο $\tau$ - $\sigma$ .....                   | 6  |
| Εξ. 1-8: Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb .....   | 7  |
| Εξ. 3-1: Γραμμικό στοιχείο .....  | 13 |
| Εξ. 3-2: Ορισμός ασυνεχών μετατοπίσεων .....  | 14 |
| Εξ. 3-3: Η λύση των μετατοπίσεων με την μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων .....              | 14 |
| Εξ. 3-4: Η λύση των τάσεων με την μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων .....                    | 14 |

|   |    |
|---|----|
| Εξ. 3-5: Η βασική συνάρτηση επίδρασης της μεθόδου ασυνεχών μετατοπίσεων.....                                    | 14 |
| Εξ. 3-6: Ασυνέχεια των μετατοπίσεων στο σύνορο .....  | 15 |
| Εξ. 3-7: Προσδιορισμός των ορίων του τόξου της εφαπτομένης στην θετική και την αρνητική πλευρά του συνόρου..... | 15 |
| Εξ. 3-8: Προσδιορισμός των τιμών των μετατοπίσεων στο επίπεδο του συνόρου έξω από το στοιχείο .....             | 15 |
| Εξ. 3-9: Προσδιορισμός των τιμών των μετατοπίσεων στην θετική πλευρά του συνόρου .....                          | 15 |
| Εξ. 3-10: Προσδιορισμός των τιμών των μετατοπίσεων στην αρνητική πλευρά του συνόρου.....                        | 15 |
| Εξ. 3-11: Προσδιορισμός των τιμών των τάσεων στο επίπεδο του συνόρου .....                                      | 16 |
| Εξ. 3-12: Ευθύς μετασχηματισμός των μετατοπίσεων .....  | 16 |
| Εξ. 3-13: Αντίστροφος μετασχηματισμός των μετατοπίσεων .....  | 16 |
| Εξ. 3-14: Ευθύς μετασχηματισμός των τάσεων .....  | 17 |
| Εξ. 3-15: Αντίστροφος μετασχηματισμός των τάσεων .....  | 17 |
| Εξ. 3-16: Συνοριακές συνθήκες 1 <sup>ου</sup> τύπου Dirichlet.....  | 18 |
| Εξ. 3-17: Συνοριακές συνθήκες 2 <sup>ου</sup> τύπου Neumann.....  | 19 |
| Εξ. 3-18-3.21: Συνοριακές συνθήκες επίλυση ανομοιογενούς μέσου .....  | 21 |
| Εξ. 3-22: Επίλυση ανομοιογενούς μέσου .....   | 21 |
| Εξ. 3-23: Αναλυτική λύση των τάσεων για την υποστήριξη κυκλικού ανούγματος ....                                 | 23 |
| Εξ. 3-24: Αναλυτική λύση των τάσεων για το πέτρωμα γύρω από κυκλικό άνοιγμα.....                                | 23 |
| Εξ. 4-1: Σύγκλιση του μετώπου με τον χρόνο .....  | 25 |
| Εξ. 4-2: Σύγκλιση του μετώπου με την απόσταση από την υποστήριξη.....   | 25 |
| Εξ. 4-3: Ορισμός συντελεστή εκτόνωσης .....   | 26 |
| Εξ. 4-4: Ορισμός επιφανειακών τάσεων .....  | 26 |
| Εξ. 4-5: Μετατοπίσεις σε άπειρη απόσταση από την υποστήριξη .....   | 27 |
| Εξ. 4-6: Ορισμός διατμητικού μέτρου ελαστικότητας .....   | 27 |
| Εξ. 4-7: Τάσεις μετατοπίσεις σε συνάρτηση την απόσταση από την υποστήριξη .....                                 | 27 |
| Εξ. 4-8: Σχέση εφαρμοζόμενης πίεσης-μετατόπισης στην υποστήριξη.....  | 27 |
| Εξ. 4-9: Μετατόπιση στην υποστήριξη.....  | 27 |
| Εξ. 4-10-4.13: Υπολογισμός μετατόπισης υποστηριγμένου ανοίγματος .....  | 28 |
| Εξ. 5-1: Κατακόρυφες βαρυτικές τάσεις.....  | 32 |
| Εξ. 5-2: Επίδραση της πίεσης των πόρων .....  | 32 |
| Εξ. 5-3: Πλευρικές τάσεις.....  | 32 |
| Εξ. 5-4: Συντελεστής πλευρικής ώθησης .....   | 32 |
| Εξ. 5-5: Διακριτοποίηση ασβεστολίθου (αριστερά του κοιτάσματος) .....   | 35 |
| Εξ. 5-6: Διακριτοποίηση κοιτάσματος τάλκη .....   | 35 |
| Εξ. 5-7: Διακριτοποίηση ασβεστολίθου (δεξιά του κοιτάσματος) .....  | 35 |
| Εξ. 5-8: Συνολική διακρυτοποίηση.....   | 35 |
| Εξ. 5-9: Αριθμός στοιχείων κατά το πρώτο στάδιο .....   | 36 |
| Εξ. 5-10: Αρχικό εντατικό πεδίο στο δάπεδο της εκμετάλλευσης.....   | 37 |
| Εξ. 5-11: Έλεγχος αστοχία πετρωμάτων .....  | 46 |



# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Αντικείμενο - Στόχος

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην ανάπτυξη ενός δισδιάστατου μοντέλου υπόγειας εκμετάλλευσης τριών διαδοχικών ορόφων με κενά μέτωπα και την αποτύπωση της εντατικοπαραμορφωσιακής κατάστασης του.

Με την μέθοδο των Συνοριακών Στοιχείων, και πιο συγκεκριμένα την μέθοδο των Ασυνεχών Μετατοπίσεων σε ανομοιογενές και ελαστικό μέσο, υπολογίστηκαν οι τάσεις καθώς και οι μετατοπίσεις που δέχεται το υπόγειο άνοιγμα σε κάθε στάδιο και όροφο της εκμετάλλευσης. Δημιουργήθηκε μια δομή από κώδικες του υπολογιστικού πακέτου Matlab για τον σκοπό αυτό, καθώς και για την παράσταση και αποτύπωση των κύριων τάσεων και των μετατοπίσεων σε διαγράμματα και χρωματικές επιφάνειες. Τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την επίτευξη της ενταντικοπαραμορφωσιακής ανάλυσης ήταν με τη σειρά :

- α) η δημιουργία των συνόρων των ανοιγμάτων των τριών διαδοχικών ορόφων της υπόγειας μεθόδου εκμετάλλευσης η επιλογή των διαστάσεων του μοντέλου και του αριθμού των στοιχείων για την διακριτοποίηση των συνόρων και των δι-επιφανειών επαφής του τάλκη-ασβεστόλιθου,
- β) ο προσδιορισμός των παραμέτρων των δύο υλικών (ασβεστόλιθος – τάλκης) όπως το μέτρο ελαστικότητας, ο λόγος του Poisson, η συνοχή, η γωνία εσωτερικής τριβής και το ειδικό βάρος του κάθε γεωϋλικού
- γ) προσομοίωση της τρίτης διάστασης με την εφαρμογή πίεσης υποστήριξης του ανοίγματος με βάση την μέθοδο σύγκλισης της υποστύλωσης
- δ) προσδιορισμός των τάσεων που ασκούνται με βάση το βάρος των γεωϋλικών
- ε) εξασφάλιση της συνέχειας των τάσεων και των μετατοπίσεων στις δι-επιφάνειες επαφής του τάλκη με τον ασβεστόλιθο
- στ) δημιουργία του συστήματος επίλυσης με βάση τις συνοριακές συνθήκες τις συναρτήσεις επίδρασης της μεθόδου των ασυνεχών μετατοπίσεων και των κατάλληλων μετασχηματισμών συντεταγμένων στις τοπικές συντεταγμένες του κάθε στοιχείου
- ζ) επίλυση του συστήματος και υπολογισμός των ασυνεχών μετατοπίσεων
- η) υπολογισμός των τάσεων και των μετατοπίσεων σε οποιοδήποτε σημείο του μέσου με βάση την λύση των ασυνεχών μετατοπίσεων
- θ) κατασκευάστηκε κώδικας με το Κριτήριο Αστοχίας Mohr-Coulomb για τον έλεγχο αστοχίας του πετρώματος και τέλος
- ι) η παρουσίαση των αποτελεσμάτων στο σύνορο και στο σώμα με την χρήση διαγραμμάτων και ισο-χρωματικών επιφανειών.

## 1.2 Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας

Στη διεθνή βιβλιογραφία έως σήμερα έχουν παρουσιασθεί μοντέλα (αριθμητικά – αναλυτικά ή εμπειρικά) ανάλυσης των τάσεων από τους Mohr – Coulomb, Hoek-Brown και Griffith. Καθώς επίσης και νεότερους όπως οι S.L.Crouch και A.M. Starfield, καθηγητές στο τμήμα Πολιτικών Μηχανικών και Μηχανικών Ορυκτών Πόρων στο Πανεπιστήμιο της Μινεσότα. Η σχετική βιβλιογραφία είναι εκτενέστατη, και συνεχώς αυξάνεται με την πρόταση νέων τεχνικών αλλά και εφαρμογών. Στο παρόν κείμενο η περιγραφή θα περιορισθεί στη μελέτη της μεθόδου υπόγειας εκμετάλλευσης διαδοχικών ορόφων με κενά μέτωπα και θα καλύψει την αναλυτική

λύση ανομοιογενούς μέσου με βάση τις αρχές της μεθόδου των ασυνεχών μετατοπίσεων όπως αυτές έχουν δοθεί από τον Crouch και Starfield με βάση το περιεχόμενο του [Κεφ. 3](#).

Παρόμοια μελέτη έγινε από την [Ευγενία Σεφεριάδη, Διπλωματούχο Μηχανικό Ορυκτών Πόρων \(2015\)](#) με θέμα την υπολογιστική ανάλυση της μεθόδου εκμετάλλευσης διαδοχικών ορόφων με κενά μέτωπα με τη μέθοδο σύγκλισης παρυφών – εκτόνωσης των τάσεων, χρησιμοποιώντας την αριθμητική μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων με το εμπορικό λογισμικό Phase της εταιρίας Rocscience. Επίσης παρεμφερή διπλωματική εργασία έγινε από τον [Σταντζούρη, Διπλωματούχο Μηχανικό Ορυκτών Πόρων \(2014\)](#) με τη χρήση της μεθόδου των ασυνεχών μετατοπίσεων στις τρεις διαστάσεις σε υπόγεια ανοίγματα με σταδιακή εκσκαφή.

Η πρωτοτυπία της παρούσας εργασίας έγκειται στην χρήση της μεθόδου των συνοριακών στοιχείων και πιο συγκεκριμένα της μεθόδου των Ασυνεχών Μετατοπίσεων σε ελαστικό και ανομοιογενές μέσο, όπου μόνο τα σύνορα χρειάζεται να διακριτοποιηθούν και λόγω αυτού είναι γρηγορότερα καθώς επιλύονται μικρότερα συστήματα. Εκτός αυτού η μέθοδος των συνοριακών είναι ακριβέστερη από αντίστοιχες μεθόδους, όπως των πεπερασμένων διαφορών ή των πεπερασμένων στοιχείων, καθώς οι τάσεις και οι μετατοπίσεις δίδονται με σχέσεις κλειστής μορφής σε οποιοδήποτε σημείο του μέσου και μόνο στα σύνορα γίνεται αριθμητική επίλυση. Μια άλλη πρωτοτυπία είναι η χρήση δικού μας κώδικα και όχι κλειστού έτοιμου εμπορικού πακέτου, όπου έγινε πιο κατανοητός ο τρόπος λειτουργίας των αριθμητικών μεθόδων επίλυσης.

### 1.3 Αριθμητικές Μέθοδοι Επίλυσης Ελαστικότητας

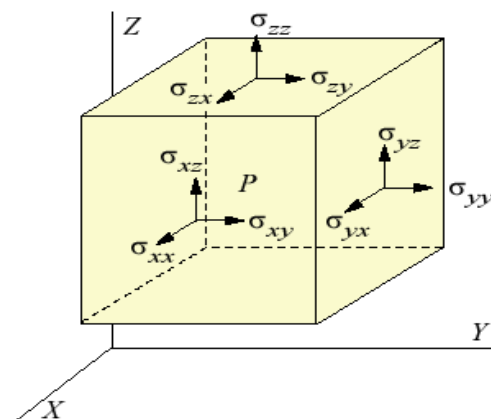
#### 1.3.1 Θεωρεία Ελαστικότητας

Ελαστική συμπεριφορά παρουσιάζει ένα σώμα, το οποίο όταν αφαιρεθούν οι τάσεις που του ασκούνται, τότε αυτό επανέρχεται στις αρχικές του διαστάσεις. Η τάση είναι μια βασική έννοια στην μηχανική και χρησιμοποιείται για να εκφράσει ποσοτικά τις δυνάμεις που διαβιβάζονται μέσω ενός στερεού, συνεχούς σώματος. Η τάση σε οποιοδήποτε επιφάνεια ορίζεται ως η ασκούμενη δύναμη δια το εμβαδόν της επιφάνειας και μετράται σε μονάδες Pa ή (N/m<sup>2</sup>).

$$\sigma_i = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta s} \quad 1-1$$

Η εντατική κατάσταση σε ένα σημείο περιγράφεται από ένα τανυστή δευτέρας τάξεως, ο οποίος αποτελείται από εννέα συνιστώσες και συμβολίζεται με  $\sigma_{ij}$  και για το σύστημα συντεταγμένων  $Oxy$  και δίδεται από ([Σχ.1.1](#)):

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad 1-2$$

Σχήμα 1.1: Τανυστής τάσεων στο  $Oxy$ .

### 1.3.2 Διάνυσμα Επιφανειακής Τάσης

Σε πολλές εφαρμογές, είναι συχνά απαραίτητο να υπολογιστούν οι τάσεις που ενεργούν σε ένα επίπεδο αυθαίρετου προσανατολισμού ως προς  $Oxyz$ . Οι τάσεις αυτές είναι διάνυσμα που καλείται διάνυσμα ελκυστού (traction vector) με συμβολισμό  $t_f = (t_x, t_y, t_z)$  και μπορεί να προσδιορισθεί με το εσωτερικό γινόμενο του τανυστή τάσης με το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα του επιπέδου (εξίσωση του Cauchy):

$$t_i = \sigma_{ij} n_j \quad 1-3$$

Η μελέτη των περισσότερων προβλημάτων στην μηχανική σε τρεις διαστάσεις, είναι πολύ δύσκολη. Έτσι η επίλυση τους γίνεται σε δύο διαστάσεις παίρνοντας ορισμένες παραδοχές. Οι παραδοχές αυτές είναι:

- α) Η παραδοχή επίπεδης τάσης όπου χρησιμοποιείται όταν η τρίτη διάσταση έχει πολύ μικρό πάχος σε σχέση με τις άλλες διαστάσεις όπως τις πολύ λεπτές πλάκες,
- β) και η παραδοχή της επίπεδης παραμόρφωσης όπου χρησιμοποιείται όταν η τρίτη διάσταση είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από τις άλλες διαστάσεις, παρακάτω αναλύεται η παραδοχή της επίπεδης παραμόρφωσης που αντιπροσωπευεί το μοντέλο που μελετάται.

Ένα σώμα λέγεται ότι είναι σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης στο σύστημα  $Oxy$ , εάν η συνιστώσα της μετατόπισης του διανύσματος  $u_i$ , είναι μηδέν στον  $Oz$  άξονα ( $u_z$ ) και οι συνιστώσες  $u_x$  και  $u_y$  είναι ανεξάρτητες από τη συντεταγμένη  $z$ . Οι παραμορφώσεις που προκύπτουν είναι  $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$ , ενώ οι μη μηδενικές τροπές είναι ανεξάρτητες από τον άξονα  $Oz$  και δίδονται ως εξής:

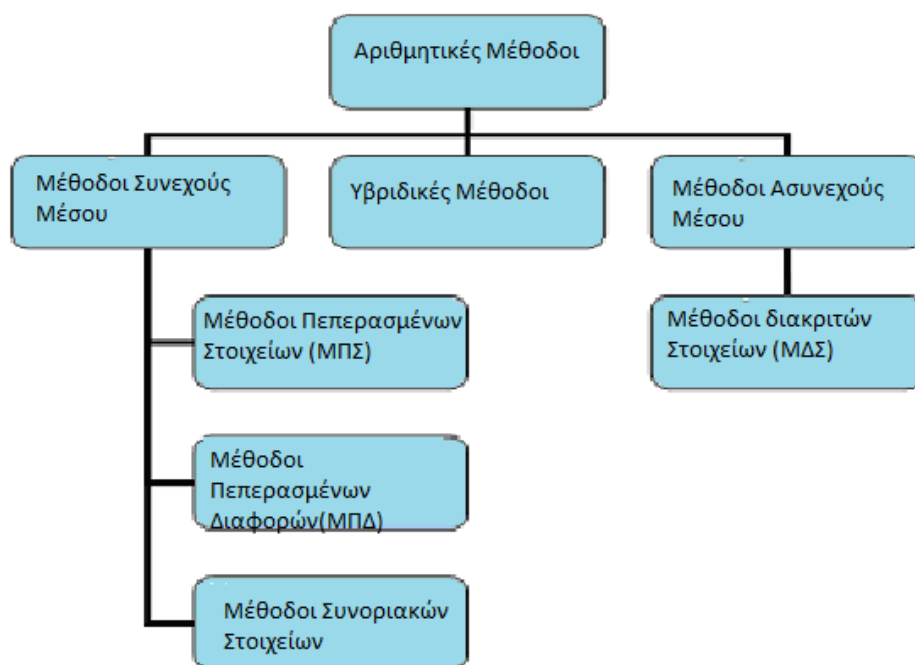
$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x}, \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \\ \varepsilon_{xy} &= \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad 1-4$$

Οι τάσεις στην περίπτωση της επίπεδης παραμόρφωσης συνδέονται με τις τροπές σύμφωνα με τις σχέσεις :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= 2G \left[ \varepsilon_{xx} - \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \right] \\ \sigma_{yy} &= 2G \left[ \varepsilon_{yy} - \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \right] \\ \sigma_{zz} &= 2G \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{xy} &= 2G \varepsilon_{xy} \\ \sigma_{xz} &= \sigma_{yz} = 0\end{aligned}\quad 1-5$$

### 1.3.3 Αριθμητικές Μέθοδοι

Τα τελευταία χρόνια, όπου η τεχνολογία της εξόρυξης έχει αναπτυχθεί και συνεχώς δημιουργούνται καινούριες μέθοδοι διάνοιξης εκσκαφών, γίνεται απαραίτητη η μελέτη και η πρόβλεψη της εντατικής κατάστασης γύρω από τα ανοίγματα. Η ανάλυση αυτή μπορεί να γίνει με δύο μεθόδους: τις αναλυτικές και τις αριθμητικές. Οι αναλυτικές λύσεις έχουν μελετηθεί διεξοδικά και λόγω του ότι χρησιμοποιούν πολύπλοκα μαθηματικά, είναι δύσκολο να επιλύσουν περίπλοκα προβλήματα. Γι' αυτό το λόγο τις τελευταίες δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί και διαδοθεί οι αριθμητικές μέθοδοι, οι οποίες μπορούν να επιλύσουν σύνθετα προβλήματα γρήγορα και με ακρίβεια συγκρίσιμη με των αναλυτικών. Οι πιο γνωστές από τις αριθμητικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τα προβλήματα γεωμηχανική φαίνονται στο δενδρόγραμμα του Σχ. 1.2.



Σχήμα 1.2 :Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης γεωμηχανικών προβλημάτων (Αγιουτάντης,2002).

Τα βασικότερα χαρακτηριστικά των μεθόδων αυτών είναι:

- **Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ):**

Στην μέθοδο αυτή όλη η περιοχή  $R$  διαιρείται σε ένα δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων. Στους κόμβους του πλέγματος που δημιουργείται, λύνεται ένα σύστημα αλγεβρικών διαφορικών εξισώσεων που ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και που εξασφαλίζουν την ισορροπία μεταξύ των στοιχείων. Οι λύσεις στην ενδιάμεση περιοχή των στοιχείων υπολογίζεται με παρεμβολή (γραμμική ή μη-γραμμική). Στις δύο διαστάσεις τα στοιχεία μπορούν να είναι: Τρι-κομβικά - τριγωνικά) – Τέτρα-κομβικά – Πολύ-κομβικά ή και συνδυασμός αυτών.

- **Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών (ΜΠΔ):**

Ο χώρος στην περίπτωση αυτή διαιρείται σε ένα ομοιόμορφο κάνναβο στοιχείων. Έτσι η λύση προκύπτει από την λύση αλγεβρικών εξισώσεων σε κάθε σημείο του καννάβου. Η διαφορική εξίσωση σε κάθε κόμβο εκφράζεται με βάση την συνάρτηση σε αυτό το σημείο και την παράγωγο (πεπερασμένη διαφορά) της συνάρτησης γύρω από το σημείο αυτό.

- **Μέθοδος Συνοριακών Στοιχείων (ΜΣΣ):**

Η μέθοδος αυτή ανήκει στις ολοκληρωτικές μεθόδους ([Katsikadelis, 2002](#)). Στην περίπτωση αυτή μόνο η περιοχή του συνόρου διαιρείται σε γραμμικά στοιχεία (ή επιφανειακά στοιχεία στην περίπτωση τριών διαστάσεων), όπου οι άγνωστες τιμές υπολογίζονται στο κέντρο του κάθε στοιχείου από την επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων, ώστε να ικανοποιούνται οι συνοριακές συνθήκες σε κάθε στοιχείο του συνόρου  $C$ . Οι τιμές στο υπόλοιπο μέσο προσδιορίζονται από τις υπολογισμένες τιμές στο σύνορο με την χρήση κατάλληλων σχέσεων.

- **Μέθοδοι Διακριτών Στοιχείων:**

Οι μέθοδοι αυτοί διαφέρουν από όλες τις προηγούμενες, καθώς όλος ο χώρος θεωρείται ασυνεχής. Στην περίπτωση αυτή εξετάζονται: οι κινητικές παράμετροι του κάθε στοιχείου, οι δυνατότητα μετατόπισης και οι τριβές μεταξύ των στοιχείων.

- **Υβριδικές Μέθοδοι:**

Οι μέθοδοι αυτοί προκύπτουν από συνδυασμό των προηγούμενων.

Η κάθε μια από τις παραπάνω μεθόδους, μπορεί να επιλεγεί για την επίλυση των γεωτεχνικών προβλημάτων, ανάλογα με τις δυνατότητες, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα στο συγκεκριμένο πεδίο που εξετάζεται .

Από τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των παραπάνω μεθόδων προκύπτει ότι η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων είναι μια γρήγορη μέθοδος η οποία έχει αρκετά ακριβή αποτελέσματα σε προβλήματα της γραμμικής ελαστικότητας και μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί των ΜΠΣ και ΜΠΔ. Επίσης στην περίπτωση που μελετούνται περιπτώσεις όπου το μέσο περιέχει και ασυνέχειες, τότε οι ΜΣΣ υπερτερούν των άλλων μεθόδων. Αντίθετα η ΜΠΣ χρησιμοποιείται σε περιπλοκότερα προβλήματα σε πλαστικό μέσο και για ετερογενή μέσα.

Από όλα τα παραπάνω στοιχεία προκύπτει ότι η επιλογή της αριθμητικής μεθόδου των συνοριακών στοιχείων είναι κατάλληλη για την εντατικο-παραμορφωσιακή ανάλυση συστημάτων υπόγειων έργων σε ελαστικό άπειρο μέσο. Σε επόμενο κεφάλαιο θα αναπτυχθεί η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων, η οποία είναι μια από τις έμμεσες μεθόδους των συνοριακών στοιχείων και βασίζεται στην ύπαρξη αναλυτικής λύσης για ασυνέχεια στην ποία εφαρμόζεται σταθερή ασυνεχή μετατόπιση (constant displacement discontinuity). Η Μέθοδος των Ασυνεχών Μετατοπίσεων (Displacement Discontinuity) ονομάστηκε έτσι γιατί υπολογίζει τις λύσεις σε ρωγμή που οι επιφάνειες τις μετατοπίζονται ξεχωριστά ([Crouch & Starfield, 1990](#)).

## 1.4 Κριτήρια αστοχίας

### 1.4.1 Κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown

Η ρηγματωμένη βραχόμαζα συνήθως έχει καμπύλη περιβάλλουσα των κύκλων Mohr στην κατάσταση αστοχίας οπότε η συμπεριφορά της δεν μπορεί να προσομοιωθεί ικανοποιητικά μέσω του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb (του οποίου η περιβάλλουσα αστοχίας είναι ευθύγραμμη). Για το λόγο αυτό οι βραχόμαζες προσομοιάζονται καλύτερα μέσω του κριτηρίου αστοχίας *Hoek-Brown* το οποίο έχει καμπύλη περιβάλλουσα αστοχίας. Το κριτήριο αστοχίας Hoek-Brown περιγράφεται από την εξίσωση (*Hoek & Brown, 1980*):

$$\sigma_{1p} = \sigma_3 + (mUCS\sigma_3 - sUCS^2) \quad 1-6$$

όπου:  $\sigma_{1p}$  η μέγιστη κύρια τάση κατά την αστοχία του πετρώματος,

$\sigma_3$  η ελάχιστη κύρια τάση,

$UCS$  η αντοχή του πετρώματος σε ανεμπόδιστη θλίψη και

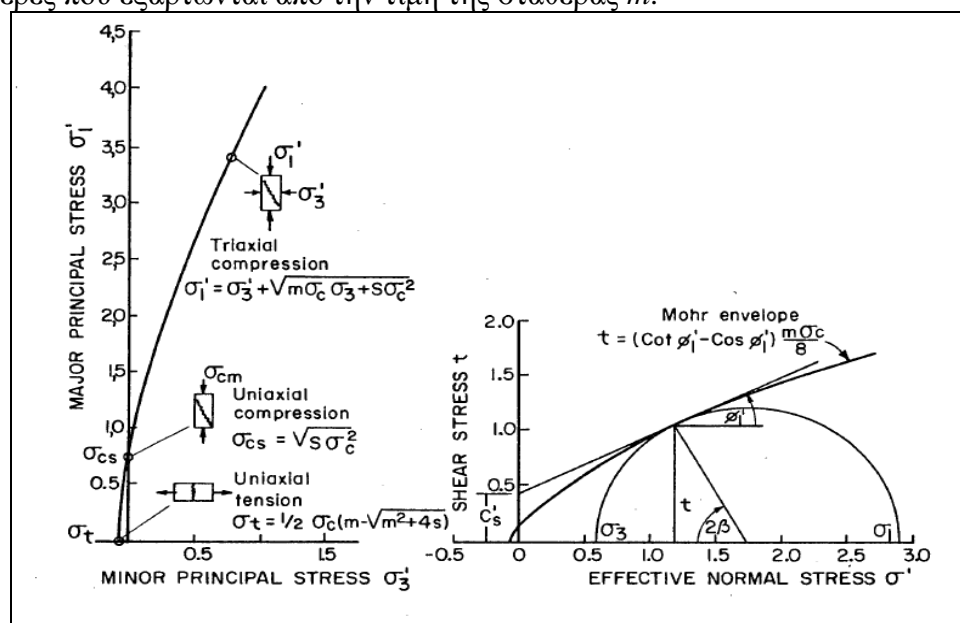
$m, s$  σταθερές που εξαρτώνται από την έκταση της θραύσης του πετρώματος πριν αστοχήσει. Για το άρρηκτο πέτρωμα  $s=1$ , ενώ για πλήρως θραυσμένο πέτρωμα  $s=0$ .

Η παραπάνω έκφραση του κριτηρίου συναρτήσει των κυρίων τάσεων είναι βολική σε προβλήματα υπόγειων ανοιγμάτων. Παρόλ'αυτά το κριτήριο μπορεί να εκφραστεί με τη σχέση της διατμητικής τάσης σε επίπεδο με μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα  $n$  με την ορθή τάση στο ίδιο επίπεδο

$$\tau_N = A(\sigma_N - \sigma_{IN})^B \quad 1-7$$

όπου  $\tau_N = \tau_n / UCS$ ,  $\sigma_N = \sigma_n / UCS$ ,  $\sigma_{IN} = \left[ \frac{1}{2}m - (m^2 + 4s)^{\frac{1}{2}} \right]$ , και  $A, B$  είναι

σταθερές που εξαρτώνται από την τιμή της σταθεράς  $m$ .



Σχήμα 1.3: α) Μορφή του κριτηρίου αστοχίας Hoek-Brown σε άξονες  $\sigma_1$ - $\sigma_3$  και β) σε άξονες  $\tau$ - $\sigma$ .

### 1.4.2 Κριτήριο αστοχίας Mohr – Coulomb

Η πιο ενδιαφέρουσα θεωρία αστοχίας διατυπώθηκε από τον [Coulomb](#) το 1773. Με βάση τη τριβή και την αστοχία των πετρωμάτων σε διάτμηση ο Coulomb διατύπωσε την εξής άποψη: «στην διατμητική τάση, που αναπτύσσεται στο πέτρωμα ως συνέπεια της υποβολής του σε θλίψη και τείνει να προκαλέσει αστοχία σε ολίσθηση πάνω σε ένα επίπεδο, ανθίστανται η συνοχή του υλικού και μια άλλη σταθερά του υλικού πολλαπλασιαζόμενη επί την τάση, που δρα κάθετα στο επίπεδο αστοχίας». Η θεωρία αυτή είναι σήμερα διεθνώς γνωστή ως θεωρία αστοχίας Mohr – Coulomb ([Goodman, 1980](#)) ή αλλιώς «θεωρία της εσωτερικής τριβής» (internal friction theory) ή «θεωρία της διατμητικής αστοχίας» (shear failure theory) και διατυπώνεται ως εξής: «Η αστοχία ενός υλικού σε διάτμηση, όταν αυτό υποβάλλεται σε θλίψη, οφείλεται στο γεγονός ότι στο επίπεδο αστοχίας του ικανοποιείται, τη στιγμή της αστοχίας, η εμπειρική εξίσωση:

$$|\tau_f| = c + \sigma_f \tan \phi_p \quad 1-8$$

όπου  $\tau_f$  η διατμητική αντοχή σε ένα επίπεδο αστοχίας εδάφους,

$\sigma_f$  η ορθή τάση που ασκείται στο ίδιο επίπεδο, με θετικές τις θλιπτικές τάσεις

$c$  η φαινόμενη συνοχή του γεωϋλικού και

$\phi_p$  είναι η μέγιστη γωνία εσωτερικής τριβής του υλικού.

## 2 Μέθοδος Υπόγειων Εκσκαφών: Μέθοδος Διαδοχικών Ορόφων

### 2.1 Γενικά για τις Υπόγειες Μεθόδους

Για την εξόρυξη του μεταλλεύματος από το υπέδαφος (ή βιομηχανικού ορυκτού ή διακοσμητικού πετρώματος) πρέπει να κατασκευασθούν υπόγεια έργα προσπέλασης προς την ζώνη μεταλλοφορίας, ανάπτυξης και εξόφλησης για την απόσπαση του μεταλλεύματος και έργα μεταφοράς αυτού στην επιφάνεια. Χρειάζονται εκσκαφές διαφόρων γεωμετριών, μεγεθών, προσανατολισμών και λειτουργιών για την υποστήριξη της σειράς των εργασιών που αποτελούν όλη τη μεταλλευτική διαδικασία.

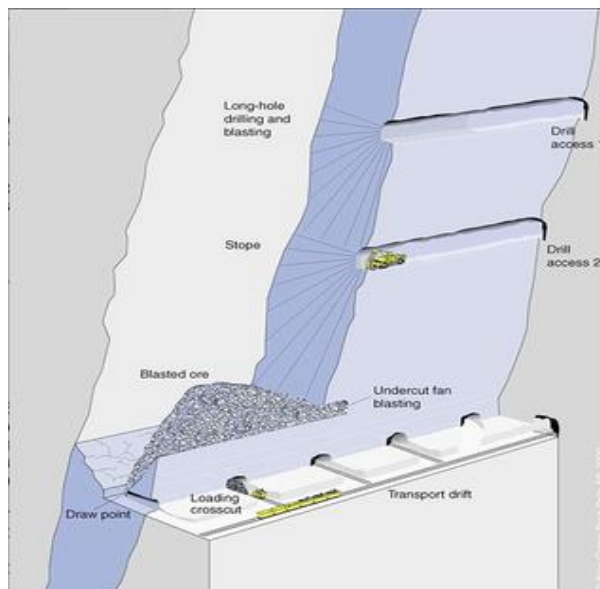
Υπάρχουν διάφοροι τρόποι ταξινόμησης των υπόγειων μεθόδων εκμετάλλευσης. Ο συνηθέστερος τρόπος ταξινόμησης ακολουθεί το Αγγλοσαξωνικό Σύστημα Ταξινόμησης που βασίζεται στις μηχανικές ιδιότητες του περιβάλλοντος πετρώματος και του μεταλλεύματος. Έτσι, οι μέθοδοι εκμετάλλευσης υπογείων ταξινομούνται στις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες :

- Οι μέθοδοι με ανοίγματα τα οποία δεν χρειάζονται πρόσθετη υποστήριξη (naturally supported stopes), που περιλαμβάνουν την μέθοδο των Θαλάμων και Στύλων, την μέτωπο κατά μέτωπο προσβολής με εγκατάλειψη Στύλων (Breast Stopping), την μέθοδο των Βαθμίδων Άνευ Εγκαταλείψεως Στύλων, την μέθοδο των Διαδοχικών Ορόφων, την μέθοδο του Ανεστραμμένου Κρατήρα κι άλλα.
- Οι μέθοδοι με ανοίγματα που χρειάζονται πρόσθετη υποστήριξη (artificially supported stopes), που περιλαμβάνουν την μέθοδο του Συμπτυσσομένου Μετώπου, την μέθοδο των Διαδοχικών Κοπών και Λιθογομώσεων, την μέθοδο του Επιμήκους Μετώπου με Λιθογόμωση, την μέθοδο των Ξύλινων Πρισματικών Πλαισίων κι άλλα.
- Οι μέθοδοι με κατακρήμνιση της οροφής (caving methods) που λαμβάνει χώρα ταυτόχρονα με την εξόφληση περιλαμβάνουν την μέθοδο των Διαδοχικών Ορόφων με Κατακρήμνιση, την μέθοδο της Κατακρήμνισης Οροφής, την μέθοδο του Επιμήκους Μετώπου με Κατακρήμνιση της Οροφής, την μέθοδο Κοπών Κατά Πλάκες κι άλλα.
- Οι μέθοδοι με την κατακρήμνιση οροφής να γίνεται σε δεύτερη φάση, που περιλαμβάνουν τη μέθοδο Θαλάμων και Στύλων με κατακρήμνιση της οροφής, Διαδοχικών Ορόφων με κατακρήμνιση σε δεύτερη φάση κι άλλα.
- Οι επιλεκτικές Μέθοδοι Εκμετάλλευσης συνήθως σχεδιάζονται για υψηλή ανάκτηση του μεταλλεύματος με ελάχιστη αραίωση, ενώ οι μέθοδοι κατακρήμνισης της οροφής ή πατώματος αποδέχονται απώλειες και αραίωση μεταλλεύματος.



## 2.2 Η Μέθοδος Διαδοχικών Ορόφων με Κενά Μέτωπα

Η μέθοδος των Διαδοχικών Ορόφων (Sublevel open Stopping) αναπτύχθηκε για την εκμετάλλευση κατακορύφων έως παρακατακόρυφων κοιτασμάτων υψηλών μηχανικών ιδιοτήτων (με σκοπό την υψηλή παραγωγικότητα και μηχανοποίηση της μεθόδου και την μέγιστη αποληψιμότητα μεταλλεύματος. Τυπική τρισδιάστατη άποψη της μεθόδου φαίνεται στο Σχ. 2.1 (Εξαδάκτυλος, 2005).



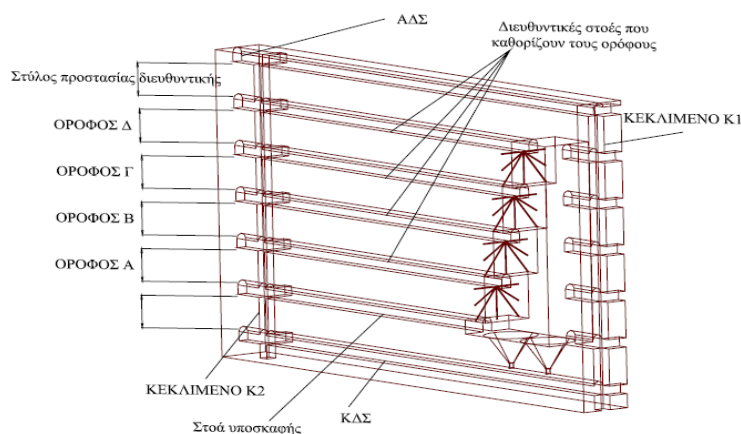
Σχήμα 2.1: Τυπική τρισδιάστατη απεικόνιση της μεθόδου των διαδοχικών ορόφων.

Απαραίτητες προϋποθέσεις και πεδίο εφαρμογής της μεθόδου αυτής είναι :

- Μετάλλευμα μέτριας ως υψηλής μηχανικής αντοχής.
- Περιβάλλον πέτρωμα υψηλής μηχανικής αντοχής.
- Μέτρια ως υψηλή κλίση κοιτάσματος.
- Η μεγαλύτερη διάσταση των κοιτασμάτων να είναι κατά την κατακόρυφο.
- Ομαλά γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κοιτάσματος.

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου αυτής, μετά την εξόρυξη του μεταλλεύματος οι κενοί χώροι παραμένουν ανυποστήρικτοι. Κατά αυτήν την μέθοδο τα μέτωπα είναι μεγάλα με την μεγαλύτερη διάσταση τους κατά την κατακόρυφο.

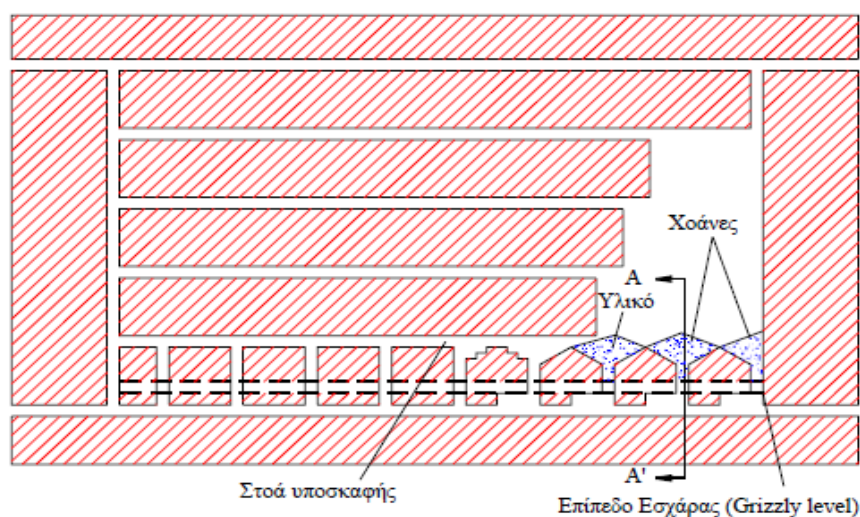
**Εργασίες προπαρασκευής:** Αρχικά, εκκινώντας από φρέαρ, κεκλιμένο ή ράμπα K1 ορύσσονται δύο κύριες διευθυντικές στοές ήτοι Άνω Διευθυντική Στοά (ΑΔΣ) και Κάτω Διευθυντική Στοά (ΚΔΣ) που περιχαράσσουν τμήματα - πατώματα ύψους 50m – 100 m (Σχ. 2.2.).



Σχήμα 2.2: Τρισδιάστατη απεικόνιση της Μεθόδου Διαδοχικών Ορόφων με Κενά Μέτωπα.

Στην συνέχεια ορύσσεται κεκλιμένο Κ2 που διατρήεται είτε κατά ανιούσα είτε κατά κατιούσα φορά (Σχ. 2.2.) που συνδέει τις διεθυντικές στοές και χρησιμεύει για την δημιουργία αρχικής ελεύθερης επιφάνειας. Κατόπιν δημιουργείται στοά μεταφοράς (ΣΜ) ή Κάτω Διευθυντική Στοά (ΚΔΣ) παράλληλα με την κύρια στοά του πατώματος και χαμηλότερα από το χαμηλότερο σημείο του πατώματος που πρόκειται να εξορυχτεί. Η Κάτω Διευθυντική Στοά μπορεί να βρίσκεται έξω από το κοίτασμα (στην οροφή ή το δάπεδο ανάλογα με τις μηχανικές ιδιότητες των).

Το επόμενο στάδιο προπαρασκευής είναι η όρυξη στοάς υποσκαφής στο κατώτατο επίπεδο του ορόφου και πάνω από την Κάτω Διευθυντική Στοά και στη συνέχεια η όρυξη χοάνων συγκέντρωσης (drawpoints) και μεταφοράς του μεταλλεύματος στην Κάτω Διευθυντική Στοά με τέτοια κατανομή ώστε να εξασφαλίζεται η ολοσχερής απόληψη του εξορυσσόμενου μεταλλεύματος.



Σχήμα 2.3 :Κατακόρυφη τομή κατά την διεύθυνση του κοιτάσματος και λεπτομέρειες για τον τρόπο μεταφοράς με βοήθεια επιπέδου εσχάρας (Grizzly level).

Το υλικό ρέει υπό γωνία πρανούς στη στοά Grizzly όπου κινείται αποξεστήρας ή μικρός φορτωτής. Τα μεγάλα τεμάχια πετρώματος που δεν περνούν από την εσχάρα θραύονται επιτόπου με εκρηκτικές ύλες (δευτερογενής θραύση). Το υλικό με την βοήθεια του αποξεστήρα ή του φορτωτή προωθείται προς την κύρια στοά μεταφοράς (Σχ. 2.3).

**Πλεονεκτήματα :** Τα κύρια πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι:

- Δυνατότητα μηχανοποίησης
- Μέθοδος μεγάλης παραγωγής μεταλλεύματος
- Η εξόρυξη του μεταλλεύματος γίνεται από διευθυντικές στοές μεταξύ 2 στοών ορόφου ενώ η φόρτωση διενεργείται στον πυθμένα του μετώπου
- Η διάτρηση διενεργείται με τη χρήση μηχανημάτων με ακτινικά διατεταγμένες σφύρες ή/και δυνάμενων να διατρήσουν σε μεγάλα μήκη
- Η μέθοδος των διαδοχικών ορόφων έχει συγκριτικά με άλλες μεθόδους υψηλό λόγο έργων αναπτύξεως προς έργα εξορύξεως (περίπου 1/5) αλλά αυτός μερικώς μειώνεται από το γεγονός ότι τα 2/3 των έργων αναπτύξεως μπορούν να γίνουν ταυτόχρονα με την εξόρυξη και τη φόρτωση σε άλλους ορόφους ή πατώματα
- Οι διάφορες φάσεις της διατρήσεως, γομώσεως – πυροδοτήσεως και φορτώσεως είναι σχεδόν ανεξάρτητες μεταξύ των
- Η αποληψιμότητα είναι σχετικά υψηλή (70 – 75%) και η αραίωση μικρή

**Μειονεκτήματα:** Τα κύρια μειονεκτήματα της μεθόδου είναι:

- Το σχήμα και το μέγεθος του κοιτάσματος καθώς και η ευστάθεια των ανοιγμάτων στο πέτρωμα προσδιορίζουν τη γεωμετρία και τα μεγέθη των μετώπων (Εφαρμογή αριθμητικών μεθόδων, παραδείγματος χάρη με περασμένα στοιχεία, πεπερασμένες διαφορές, διακριτά στοιχεία και άλλα).
- Η προχώρηση των μετώπων κατά την έννοια της διευθύνσεως ή της κλίσης του κοιτάσματος εξαρτάται αποκλειστικά από το πάχος του κοιτάσματος.
- Ο αντικειμενικός σκοπός είναι η αύξηση του λόγου εξορύξεως μεταλλεύματος προς τα έργα ανάπτυξης.
- Πρέπει να βρεθεί μια βέλτιστη λύση μεταξύ της σχέσης των εργασιών ανάπτυξης και εξορύξεως ανάλογα με την τοποθέτηση των στοών των ορόφων. Παραδείγματος χάρη πολύ μεγάλη κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των στοών των ορόφων μειώνει την αποδοτικότητα και αυξάνει το κόστος της διάτρησης με μεγάλου μήκους διατρήματα. Η αύξηση των σφαλμάτων διεύθυνσης των διατρημάτων λόγω της κάμψης της διατρητικής στήλης (επάγει σφάλμα περίπου 3 % του μήκους αυτής) έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της ειδικής διατρήσης και γόμωσης με εκρηκτικές ύλες.

## 2.3 Μηχανισμοί Υποστήριξης

Ο σχεδιασμός και η εφαρμογή των συστημάτων υποστήριξης αποτελεί το κύριο βήμα στην προσπάθεια για την εξασφάλιση της ευστάθειας της οροφής σε ένα υπόγειο άνοιγμα. Αν και η ξύλινη υποστήριξη θεωρείται ξεπερασμένη σε πολλά κράτη, εξακολουθεί να αποτελεί ένα σύστημα υποστήριξης που μπορεί να είναι καλύτερο από τη μεταλλική υποστήριξη κάτω από ορισμένες συνθήκες. Ο υπολογισμός του φορτίου που δέχονται τα συστήματα υποστήριξης των υπόγειων ανοιγμάτων είναι από τα δυσκολότερα προβλήματα της μηχανικής πετρωμάτων. Το πρόβλημα του στατικού υπολογισμού ενός υπόγειου συστήματος παραλαβής και διανομής φορτίων διαφέρει από τα αντίστοιχα προβλήματα στην επιφάνεια, διότι α) τα φορτία που δέχεται ένα στοιχείο υποστήριξης δεν είναι επακριβώς γνωστά και β) η στατική αντίδραση ενός τέτοιου στοιχείου πρέπει να εκτιμηθεί σε συνάρτηση με τα υπόλοιπα στοιχεία ([Aldorf and Exner, 1986](#)).

Η υποστηρίκη υπόγειων εκσκαφών επιτυγχάνεται με διάφορα μέσα, από τα οποία τα κυριότερα είναι τα ακόλουθα:

- Τα ξύλινα πλαίσια
- Οι υδραυλικοί ή μηχανικοί ορθοστάτες
- Τα μεταλλικά πλαίσια ( πλαίσια μορφοχάλυβα, πλαίσια lattice girder)
- Οι κοχλίες
- Το σκυρόδεμα
- Ειδικά συστήματα (όπως υδραυλικές ασπίδες)

Συχνά, ανάλογα με τις συνθήκες υποστήριξης, είναι δυνατόν να συνδυασθούν ένα ή περισσότερα από τα ανωτέρω συστήματα για την καλύτερη και οικονομικότερη υποστήριξη μίας εκσκαφής. Τα συστήματα υποστήριξης διακρίνονται συνήθως σε συστήματα υποστήριξης επιμηκών ανοιγμάτων (στοών) και σε συστήματα υποστήριξης μετώπων εκμετάλλευσης. Οι αρχές που διέπουν τη λειτουργία και τον σχεδιασμό των συστημάτων αυτών είναι παρόμοιες, η βασική διαφορά είναι ότι η υποστήριξη των στοών είναι συνήθως μόνιμη και δεν απαιτείται η αφαίρεσής της, ενώ η υποστήριξη των μετώπων είναι συνήθως προσωρινή και απαιτείται μετακίνηση ή ανάκτηση των συστημάτων υποστήριξης.

### 3 Μέθοδος Ασυνεχών Μετατοπίσεων

#### 3.1 Έρευνα Υποβάθρου

Τα περισσότερα προβλήματα στη μηχανική των στερεών αφορούν επιφάνειες που βρίσκονται σε επαφή, όπως είναι το πρόβλημα της σχισμής ή οι ρωγμές. Μια ρωγμή έχει δύο επιφάνειες ή όρια, που το ένα συμπίπτει με το άλλο. Πολλές από τις αριθμητικές μεθόδους συνοριακών τιμών, παρουσιάζουν προβλήματα σε τέτοιου είδους περιπτώσεις. Για να λυθούν τα προβλήματα αυτού του τύπου, αναπτύχθηκε μια από τις έμμεσες μεθόδους συνοριακών στοιχείων, η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων.

Η μέθοδος αυτή είναι βασισμένη στην αναλυτική λύση του προβλήματος της πεπερασμένης ευθύγραμμης ρωγμής εντός, ενός άπειρου ελαστικού μέσου, στο επίπεδο *Oxy* κατά μήκος της οποίας δίνεται σταθερή ασυνεχή μετατόπιση (constant displacement discontinuity). Στη μέθοδο ασυνεχών μετατοπίσεων τα σύνορα υποδιαιρούνται σε ένα σύνολο *N* στοιχείων (συνοριακά στοιχεία) με σταθερές ασυνεχείς μετατοπίσεις σε καθένα από αυτά. Γνωρίζοντας την αναλυτική λύση μεμονωμένα για κάθε στοιχείο και αθροίζοντας τις επιδράσεις όλων των *N* στοιχείων σε καθένα από αυτά, υπολογίζεται η αριθμητική λύση του προβλήματος.

Η ανάπτυξη της μεθόδου αυτής παρουσιάζεται λεπτομερώς στα ακόλουθα κεφάλαια. Καταδεικνύεται ότι η μέθοδος ασυνεχών μετατοπίσεων είναι πραγματικά μια ευπροσάρμοστη και αρκετά απλουστευμένη μέθοδος για εφαρμογές της βραχομηχανικής. Το εγχείρημα στην παρούσα διπλωματική είναι η εφαρμογή της μεθόδου σε πρόβλημα της γραμμικής ελαστικότητας, των ανοικτών μετώπων της υπόγειας μεθόδου εκμετάλλευσης διαδοχικών ορόφων. Θεωρώντας κάθε μέτωπο ως ένα σύνολο ευθύγραμμων ρωγμών. Η μέθοδος αυτή δίνει αποτελέσματα ακρίβειας συγκρίσιμα με αυτά που λαμβάνονται από άλλες μεθόδους συνοριακών στοιχείων.

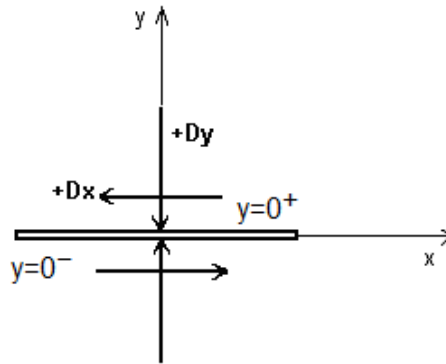
#### 3.2 Μέθοδος Ασυνεχών Μετατοπίσεων σε Άπειρο Ελαστικό Μέσο

Το πρόβλημα, της σταθερής ασυνεχούς μετατόπισης κατά μήκος ενός πεπερασμένου ευθύγραμμου τμήματος στο επίπεδο *x, y* εντός ενός άπειρου ελαστικού μέσου, καθορίζεται από τη συνθήκη ότι οι μετατοπίσεις είναι συνεχείς παντού εκτός από το ευθύγραμμο τμήμα. Το ευθύγραμμο στοιχείο μπορεί να καταλαμβάνει συγκεκριμένη θέση στον άξονα *Ox*, που ορίζεται από τη συνθήκη :

$$|x| < a, y = 0^{\pm} \quad 3-1$$

Εάν το στοιχείο θεωρηθεί σαν μία ευθύγραμμη ρωγμή τότε μπορούν να διακριθούν δύο επιφάνειες, θεωρώντας ότι η μία βρίσκεται στη θετική πλευρά του άξονα  $Oy$  και συμβολίζεται ως  $y = 0^+$ , ενώ η άλλη βρίσκεται στην αρνητική πλευρά του άξονα  $Oy$  και συμβολίζεται ως  $y = 0^-$  (Σχ.3.1). Οι ασυνεχείς μετατοπίσεις ορίζονται από τις σχετικές μετατοπίσεις μεταξύ δυο σημείων που βρίσκονται στις δυο παράπλευρες επιφάνειες του γραμμικού τμήματος και ορίζονται από την σχέση (Crouch & Starfield, 1990):

$$\begin{aligned} D_i &= (D_x, D_y, D_z) \\ D_i &= u_i(x, 0^-) - u_i(x, 0^+) \end{aligned} \quad 3-2$$



Σχήμα 3.1: Ορισμός ασυνεχών μετατοπίσεων

Οι αναλυτικές λύσεις των μετατοπίσεων και των τάσεων κατά την εφαρμογή σταθερών ασυνεχών μετατοπίσεων, δίδονται από τις ακόλουθες σχέσεις (Crouch & Starfield 1990):

$$\begin{aligned} u_x &= D_x [2(1-\nu)f_{,y} - yf_{,xx}] + D_y [-(1-2\nu)f_{,x} - yf_{,xy}] \\ u_y &= D_x [(1-2\nu)f_{,x} - yf_{,xy}] + D_y [2(1-\nu)f_{,y} - yf_{,yy}] \end{aligned} \quad 3-3$$

και

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2GD_x [2f_{,xy} + yf_{,xyy}] + 2GD_y [f_{,yy} + yf_{,yyy}] \\ \sigma_{yy} &= 2GD_x [-yf_{,xyy}] + 2GD_y [f_{,yy} - yf_{,yyy}] \\ \sigma_{xy} &= 2GD_x [f_{,yy} + yf_{,yyy}] + 2GD_y [-yf_{,xyy}] \end{aligned} \quad 3-4$$

Η βασική συνάρτηση επίλυσης  $f(x, y)$  σε αυτές τις εξισώσεις δίδεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \left[ y \left( \arctan \frac{y}{x-a} - \arctan \frac{y}{x+a} \right) \right. \\ &\quad \left. - (x-a) \ln \left( (x-a)^2 + y^2 \right)^{1/2} + (x+a) \ln \left( (x+a)^2 + y^2 \right)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad 3-5$$

όπου οι μερικές παράγωγοί της πρώτης, δεύτερης και τρίτης τάξης της συνάρτησης  $f(x, y)$  αναπτύσσονται και παρατείνονται στο Παράρτημα Α .

Οι μετατοπίσεις που δίδονται από τις εξ. 3.3 είναι συνεχείς σε οποιοδήποτε σημείο του άπειρου μέσου, εκτός από το ευθύγραμμο τμήμα  $|x| < a, y = 0^\pm$  όπου χρησιμοποιούνται οι εξής σχέσεις:

$$\begin{aligned}
 u_x &= -\frac{1}{2\pi} D_x \lim_{y \rightarrow 0^\pm} \left[ \arctan \frac{y}{x-a} - \arctan \frac{y}{x+a} \right] - \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)} D_y \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| \\
 u_y &= +\frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)} D_x \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| - \frac{1}{2\pi} D_y \lim_{y \rightarrow 0^\pm} \left[ \arctan \frac{y}{x-a} - \arctan \frac{y}{x+a} \right]
 \end{aligned} \tag{3-6}$$

Την ασυνέχεια στο σύνορο την προκαλούν οι όροι που περιέχουν το τόξο της εφαπτομένης που έχει τα εξής όρια:

$$\begin{cases} \lim_{y \rightarrow 0^\pm} \left[ \arctan \frac{y}{x-a} - \arctan \frac{y}{x+a} \right] = 0, |x| > a, \\ \lim_{y \rightarrow 0^+} \left[ \arctan \frac{y}{x-a} - \arctan \frac{y}{x+a} \right] = \pi, |x| < a, \\ \lim_{y \rightarrow 0^-} \left[ \arctan \frac{y}{x-a} - \arctan \frac{y}{x+a} \right] = -\pi, |x| < a, \end{cases} \tag{3-7}$$

Χρησιμοποιώντας αυτά τα αποτελέσματα στις [εξ. 3.6](#) προκύπτουν τρεις χωριστές περιπτώσεις υπολογισμού των συνιστωσών μετατοπίσεων κατά μήκος του άξονα  $Ox$ :

1.  $|x| > a, y = 0^\pm$

$$\begin{aligned}
 u_x(x, 0) &= -\frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)} D_y \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| \\
 u_y(x, 0) &= +\frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)} D_x \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right|
 \end{aligned} \tag{3-8}$$

2.  $|x| < a, y = 0^+$

$$\begin{aligned}
 u_x(x, 0^+) &= -\frac{1}{2} D_x - \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)} D_y \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| \\
 u_y(x, 0^+) &= +\frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)} D_x \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| - \frac{1}{2} D_y
 \end{aligned} \tag{3-9}$$

3.  $|x| < a, y = 0^-$

$$\begin{aligned}
 u_x(x, 0^-) &= +\frac{1}{2} D_x - \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)} D_y \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| \\
 u_y(x, 0^-) &= +\frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)} D_x \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + \frac{1}{2} D_y
 \end{aligned} \tag{3-10}$$

Οι τάσεις κατά μήκος της γραμμής  $y = 0$  ομοίως μπορούν να υπολογιστούν από την [εξ. 3.4](#).

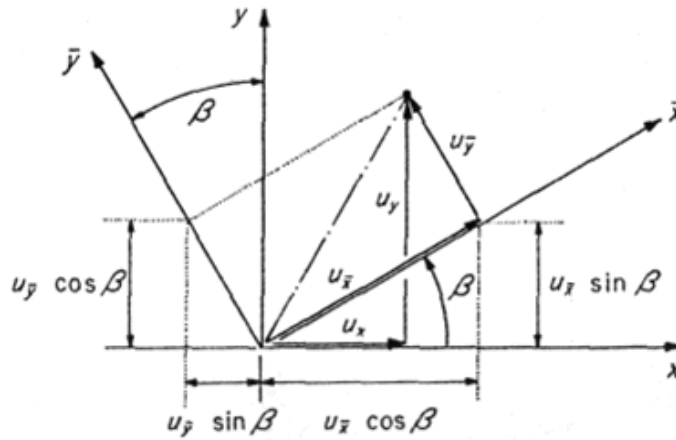
$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}(x,0) &= \frac{-G}{2\pi(1-\nu)} D_y \left( \frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} \right) = \frac{-aG}{\pi(1-\nu)} D_y \frac{1}{x^2 - a^2} \\
\sigma_{yy}(x,0) &= \frac{-aG}{\pi(1-\nu)} D_y \frac{1}{x^2 - a^2} \\
\sigma_{xy}(x,0) &= \frac{-aG}{\pi(1-\nu)} D_x \frac{1}{x^2 - a^2}
\end{aligned} \tag{3-11}$$

Από τις [εξ. 3.11](#) είναι φανερό ότι οι τάσεις στο επίπεδο του στοιχείου ( $y=0$ ) παρουσιάζουν ιδιομορφία (απειρισμός) στα άκρα του ( $x=\pm a$ ) αλλά είναι πεπερασμένες και συνεχείς στο υπόλοιπο μέσο.

### 3.3 Μετασχηματισμός Συντεταγμένων

Οι παραπάνω επιλύσεις της μεθόδου των ασυνεχών μετατοπίσεων αφορούν το τοπικό σύστημα του στοιχείου  $O\bar{x}\bar{y}$  και γι' αυτό χρειάζεται μετασχηματισμός των συντεταγμένων ώστε να υπολογιστούν οι μετατοπίσεις και οι τάσεις στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων  $Oxy$ . Έτσι αν το στοιχείο σχηματίζει γωνία  $\beta$  με το καθολικό σύστημα συντεταγμένων ([Σχ. 3.2](#)) τότε ο μετασχηματισμός των μετατοπίσεων στο σύστημα αναφοράς  $Oxy$  είναι ο εξής:

$$\begin{aligned}
u_x &= u_{\bar{x}} \cos \beta - u_{\bar{y}} \sin \beta \\
u_y &= u_{\bar{x}} \sin \beta + u_{\bar{y}} \cos \beta
\end{aligned} \tag{3-12}$$



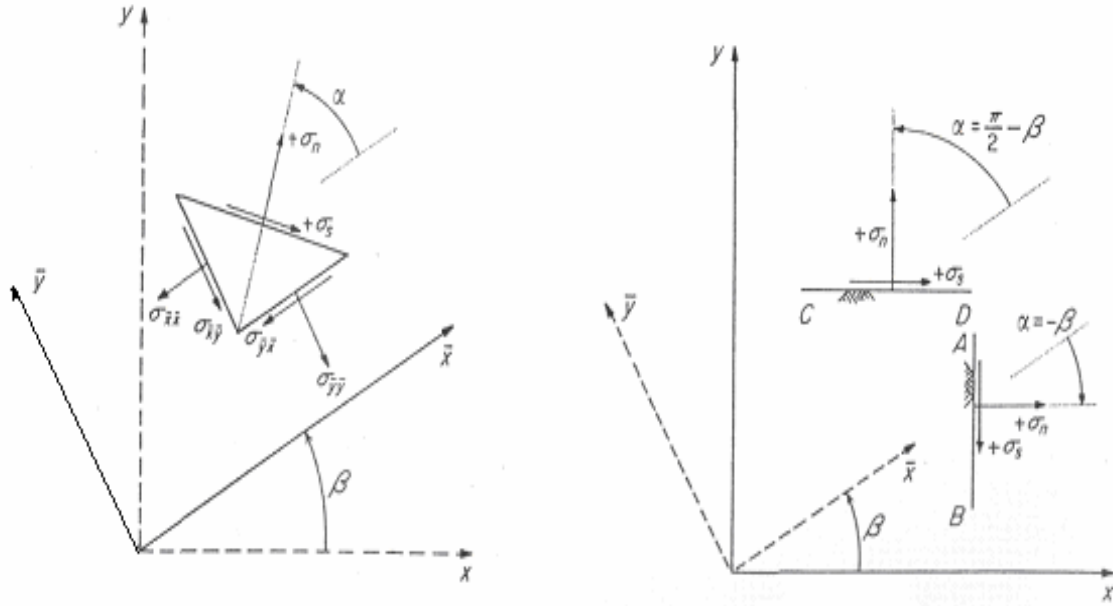
Σχήμα 3.2: Μετασχηματισμός συντεταγμένων ([Crouch & Starfield, 1990](#)).

Αντίστοιχα μπορούν να προκύψουν οι μετατοπίσεις του συστήματος  $O\bar{x}\bar{y}$  από τις μετατοπίσεις του  $Oxy$  με την χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού :

$$\begin{aligned}
u_{\bar{x}} &= u_x \cos \beta + u_y \sin \beta \\
u_{\bar{y}} &= -u_x \sin \beta + u_y \cos \beta
\end{aligned} \tag{3-13}$$

Ο υπολογισμός του αντίστροφου μετασχηματισμού για τον τανυστή των τάσεων, που παρουσιάζεται στο [Σχ. 3.5](#), προκύπτει από την εφαρμογή των [εξ. 3.14](#).





Σχήμα 3.3: Μετασχηματισμός συντεταγμένων για τις τάσεις (Crouch &amp; Starfield, 1990).

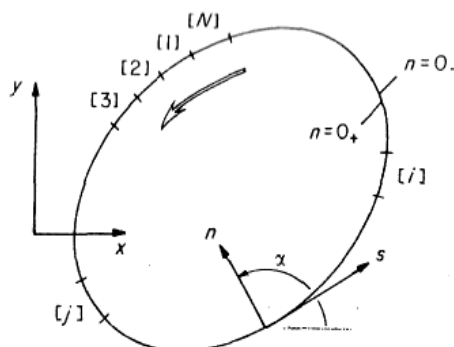
$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \sigma_{\bar{x}\bar{x}} \cos^2 \beta - 2\sigma_{\bar{x}\bar{y}} \sin \beta \cos \beta + \sigma_{\bar{y}\bar{y}} \sin^2 \beta \\
 \sigma_{xy} &= (\sigma_{\bar{x}\bar{x}} - \sigma_{\bar{y}\bar{y}}) \sin \beta \cos \beta + \sigma_{\bar{x}\bar{y}} (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) \\
 \sigma_{yy} &= \sigma_{\bar{x}\bar{x}} \sin^2 \beta + 2\sigma_{\bar{x}\bar{y}} \sin \beta \cos \beta + \sigma_{\bar{y}\bar{y}} \cos^2 \beta
 \end{aligned} \tag{3-14}$$

Ενώ αντίστοιχα ο αντίστροφος μετασχηματισμός προκύπτει χρησιμοποιώντας τις παρακάτω σχέσεις γωνιών:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\bar{x}\bar{x}} &= \sigma_{xx} \cos^2 \beta + 2\sigma_{xy} \sin \beta \cos \beta + \sigma_{yy} \sin^2 \beta \\
 \sigma_{\bar{x}\bar{y}} &= (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \beta \cos \beta + \sigma_{xy} (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) \\
 \sigma_{\bar{y}\bar{y}} &= \sigma_{xx} \sin^2 \beta - 2\sigma_{xy} \sin \beta \cos \beta + \sigma_{yy} \cos^2 \beta
 \end{aligned} \tag{3-15}$$

### 3.4 Εσωτερικά/Εξωτερικά Προβλήματα

Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ανοιγμάτων μέσα σε άπειρο ελαστικό μέσο, με ακρίβεια συγκρίσιμη με άλλες αριθμητικές μεθόδους. Για τον σχεδιασμό του ανοίγματος όλα τα στοιχειώδη τμήματα ενώνονται ώστε να δημιουργήσουν ένα κλειστό περίγραμμα, όπως φαίνεται στο Σχ. 3.4. Μετά τον σχεδιασμό αυτό προκύπτουν δύο επιφάνειες. Η μία είναι η αρνητική επιφάνεια ( $n = 0^-$ ), η οποία καθορίζει το σύνορο του ανοίγματος μέσα σε ένα άπειρο ελαστικό μέσο (εξωτερικό πρόβλημα), ενώ η άλλη επιφάνεια ( $n = 0^+$ ) καθορίζει το σύνορο ενός πεπερασμένου μέσου (εσωτερικό πρόβλημα).



Σχήμα 3.4: Περιγραφή Κλειστού Περιγράμματος (Crouch & Starfield, 1990).

Οι ποσότητες έχουν φυσική σημασία μόνο στην περίπτωση που συνυπάρχουν στο ίδιο πρόβλημα η εσωτερική και η εξωτερική περιοχή. Παρόλ'αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή ορθών λύσεων με την διαδικασία που περιγράφηκε στις προηγούμενες ενότητες.

Στην περίπτωση που μελετάται μόνο το εξωτερικό πρόβλημα, είναι απαραίτητη η δημιουργία επιπλέον συνοριακών στοιχείων (το ελάχιστο δύο) στην εσωτερική περιοχή, στα οποία καθορίζονται οι μετατοπίσεις στις αρνητικές πλευρές τους. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγονται ακανόνιστες μετακινήσεις και περιστροφές της εσωτερικής περιοχής. Τα στοιχεία αυτά μπορεί να διαπιστωθεί εμπειρικά ότι δεν επηρεάζουν τα αποτελέσματα στα σύνορα (Crouch & Starfield, 1990).

Αντίθετα, όταν μελετάτε η εσωτερική περιοχή για την παραγωγή ορθών λύσεων χρειάζεται να σταθεροποιηθούν δύο στοιχεία στο σύνορο. Η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων είναι ιδανική για την επίλυση εξωτερικών προβλημάτων, στα οποία το περίγραμμα  $C$  προσδιορίζει το σύνορο μίας κοιλότητας σε ένα άπειρο μέσο.

### 3.5 Συνοριακές Συνθήκες

Για την επίλυση του προβλήματος χρειάζεται να ορισθούν οι συνοριακές συνθήκες σε όλα τα στοιχεία και συνήθως δίδονται στο τοπικό σύστημα του κάθε στοιχείου και μπορούν να δοθούν με τρεις μορφές (Αγιουτάντης, 2002), από τις οποίες προσδιορίζονται οι αντίστοιχοι συντελεστές επίδρασης (εξ. 3.16-3.17):

- **Συνοριακές συνθήκες τύπου Dirichlet:**

Στην περίπτωση αυτή προσδιορίζεται η ζητούμενη παράμετρος (μετατόπιση) και ισχύουν οι σχέσεις:

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} u_s \\ u_n \end{pmatrix}_0^i &= \sum_{j=1}^N B_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N B_{sn}^{ij} D_n^j \\ \begin{pmatrix} u_s \\ u_n \end{pmatrix}_0^i &= \sum_{j=1}^N B_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N B_{nn}^{ij} D_n^j \end{aligned} \right\} i=1 \dots N \quad 3-16$$

Όπου  $B_{ss}^{ij}, B_{sn}^{ij}, B_{ns}^{ij}, B_{nn}^{ij}$  οι συντελεστές επίδρασης των μετατοπίσεων που προκύπτουν από την εφαρμογή των εξ. 3.3 και τις τοπικές συντεταγμένες του στοιχείου  $j$  και εφαρμόζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό συντεταγμένων στο τοπικό σύστημα του στοιχείου  $i$  με βάση την εξ. 3.14 και την γωνία  $\beta^i - \beta^j$  (Σχ. 3.5).

- **Συνοριακές συνθήκες τύπου Neumann**

Στης συνοριακές συνθήκες αυτού του τύπου προσδιορίζεται η παράγωγος του

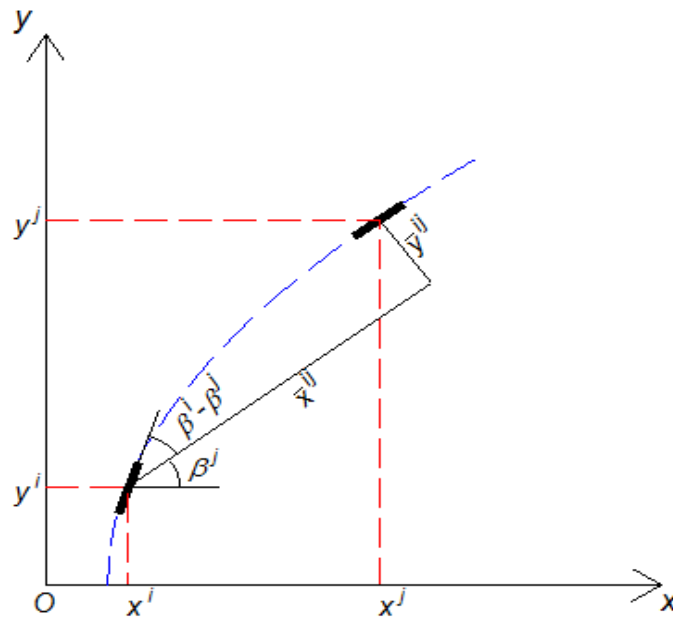
ζητούμενου μεγέθους (παράγωγος μετατόπισης  $\rightarrow$  παραμόρφωση  $\rightarrow$  τάση ).

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} \sigma_s^i \\ \sigma_n^i \end{pmatrix}_0 &= \sum_{j=1}^N A_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A_{sn}^{ij} D_n^j \\ \begin{pmatrix} \sigma_s^i \\ \sigma_n^i \end{pmatrix}_0 &= \sum_{j=1}^N A_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A_{nn}^{ij} D_n^j \end{aligned} \right\} i = 1 \dots N \quad 3-17$$

Όπου  $A_{ss}^{ij}, A_{sn}^{ij}, A_{ns}^{ij}, A_{nn}^{ij}$  οι συντελεστές επίδρασης των τάσεων που προκύπτουν αντιστοίχως από την εφαρμογή των [εξ. 3.4](#) και αντίστροφο μετασχηματισμό συντεταγμένων της [εξ. 3.15](#) και την γωνία  $\beta^i - \beta^j$  ([Σχ. 3.5](#)).

- **Μικτές συνοριακές συνθήκες:**

Τέλος στις μικτές συνοριακές και οι μετατοπίσεις και οι τάσεις καθορίζονται στο σύνορο (βλέπε συνδυασμός των [εξ. 3.16- 3.17](#)).

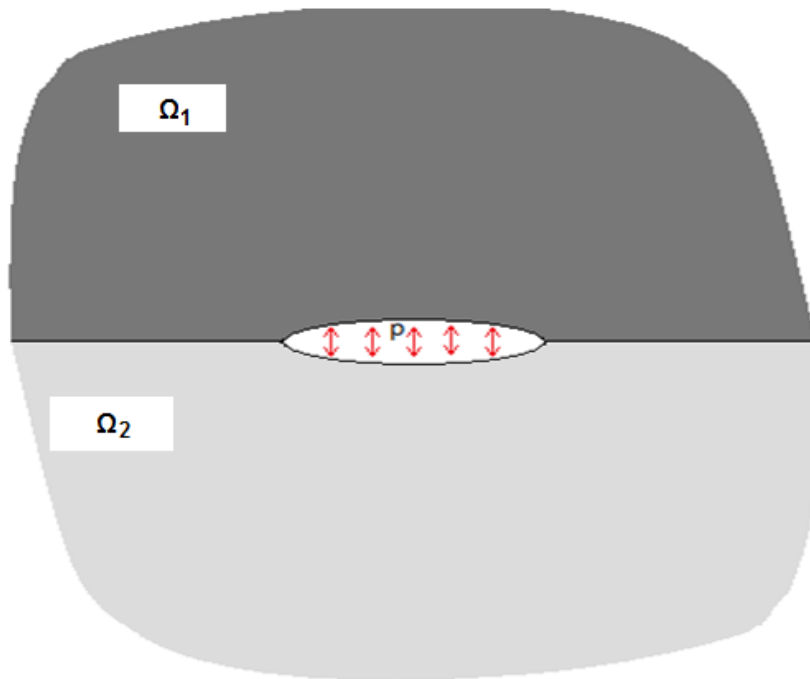


Σχήμα 3.5: Μετασχηματισμός γωνιών από το τοπικό σύστημα του  $j$  στο τοπικό σύστημα του  $i$ .

### 3.6 Επίλυση Ανομοιογενούς μέσου

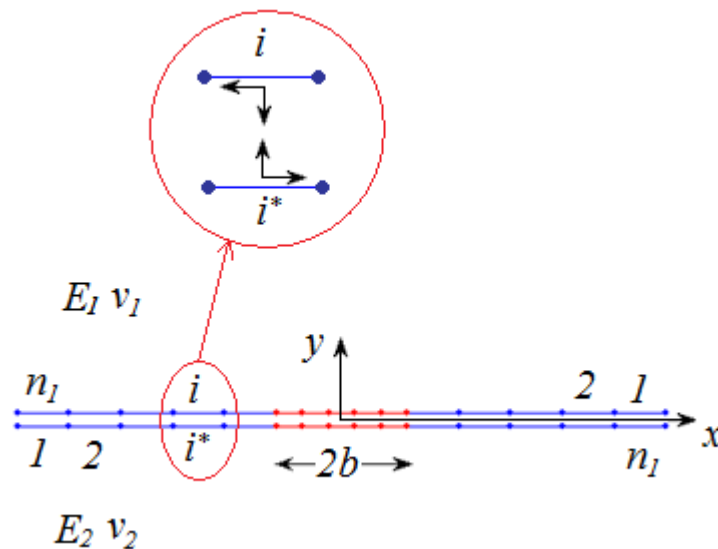
#### 3.6.1 Επίλυση οριζόντιας ρωγμής σε ανομοιογενές μέσο

Στην ενότητα αυτή για την κατανόηση της μεθόδου των ασυνεχών μετατοπίσεων, γίνεται η επίλυση του απλού προβλήματος της ευθύγραμμης ρωγμής εντός άπειρου ελαστικού και ανομοιογενούς μέσου, η οποία υποβάλλεται σε ομοιόμορφη εσωτερική πίεση  $-p$ .



Σχήμα 3.6: Ρωγμή σε ανομοιογενές μέσο.

Η αριθμητική λύση του προβλήματος προκύπτει χωρίζοντας το σύνορο, το μήκος δηλαδή της ρωγμής που ισούται με  $2b$  (βλ. Σχ. 3.7), διακριτοποιώντας την ρωγμή αλλά και τις διεπιφάνειες επαφής με  $n_1$  στοιχεία για το σώμα 1  $i \in \Omega_1$  ( $1 \leq i \leq n_1$ ) αρχίζοντας από δεξιά προς τα αριστερά και τα αντίστοιχα στοιχεία δημιουργούνται για το σώμα 2 με την αντίθετη φορά (από αριστερά προς τα δεξιά)  $i \in \Omega_2$  ( $n_1 + 1 \leq i \leq 2n_1$ ).



Σχήμα 3.7: Διακριτοποίηση ανομοιογενούς μέσου.

Οι συνοριακές συνθήκες για την ρωγμή χωρίζονται σε τέσσερις (4) επιμέρους περιοχές και είναι :

**Περιοχή 1:** Εφαρμογή πίεσης  $p$  στη διεπιφάνεια της ρωγμής στο μέσο  $\Omega_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} b_s^i = 0 \\ b_n^i = -p \end{array} \right\}, |x_i| \leq b, C_{ss}^{ij} = \begin{cases} A_{ss}^{ij[1]}, j \in \Omega_1, i \in \Omega_1 \\ 0, j \in \Omega_2 \end{cases} \quad 3-18$$

**Περιοχή 2:** Εφαρμογή πίεσης  $p$  στη διεπιφάνεια της ρωγμής στο μέσο  $\Omega_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} b_s^i = 0 \\ b_n^i = -p \end{array} \right\}, |x_i| \leq b, C_{ss}^{ij} = \begin{cases} 0, j \in \Omega_1, i \in \Omega_2 \\ A_{ss}^{ij[2]}, j \in \Omega_2 \end{cases} \quad 3-19$$

**Περιοχή 3:** Οι τάσεις επάνω στη διεπαφή οφείλουν να είναι συνεχείς από το ένα σώμα στο άλλο και αυτό επιτυγχάνεται με τις παρακάτω εξισώσεις για τα στοιχεία διεπαφής του πρώτου σώματος:

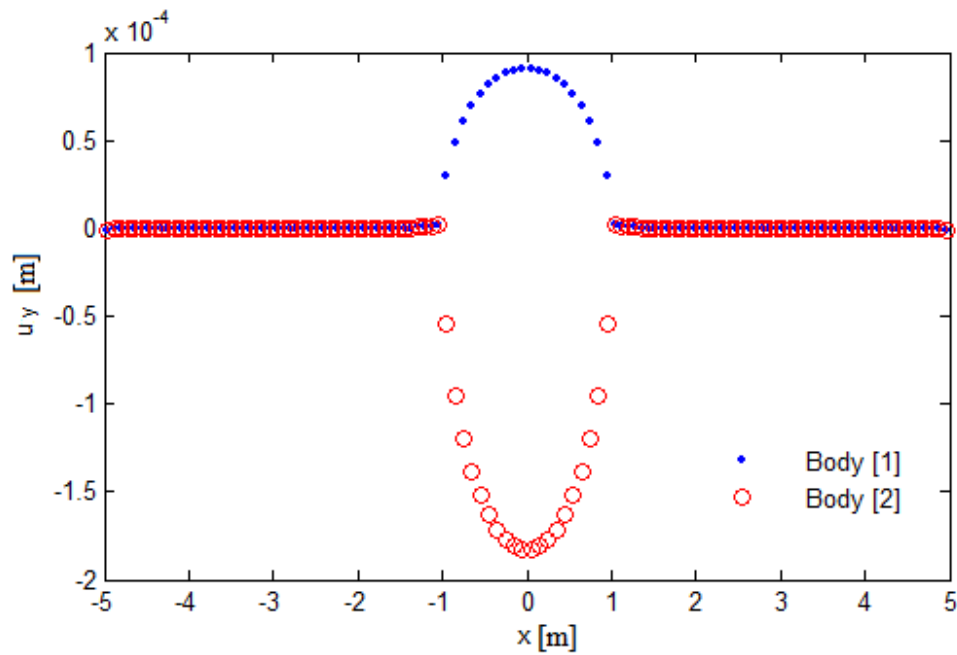
$$\left. \begin{array}{l} b_s^i = \sigma_s^{i[1]} - \sigma_s^{i*[2]} = 0 \\ b_n^i = \sigma_n^{i[1]} - \sigma_n^{i*[2]} = 0 \end{array} \right\}, |x_i| > b, C_{ss}^{ij} = \begin{cases} A_{ss}^{ij[1]}, j \in \Omega_1, i \in \Omega_1, i^* \in \Omega_2 \\ -A_{ss}^{i^*j[2]}, j \in \Omega_2 \end{cases} \quad 3-20$$

**Περιοχή 4:** Οι μετατοπίσεις επάνω στη διεπαφή οφείλουν να είναι συνεχείς για τα στοιχεία διεπαφής του δεύτερου σώματος:

$$\left. \begin{array}{l} b_s^i = u_s^{i[2]} + u_s^{i*[1]} = 0 \\ b_n^i = u_n^{i[2]} + u_n^{i*[1]} = 0 \end{array} \right\}, |x_i| > b, C_{ss}^{ij} = \begin{cases} B_{ss}^{i^*j[1]}, j \in \Omega_1, i^* \in \Omega_1, i \in \Omega_2 \\ B_{ss}^{ij[2]}, j \in \Omega_2 \end{cases} \quad 3-21$$

Η αριθμητική λύση του προβλήματος της ρωγμής υπό σταθερή εσωτερική πίεση  $-p$ , προσδιορίζεται από το ακόλουθο γραμμικό σύστημα  $4n_1$  εξισώσεων με  $4n_1$  αγνώστους.

$$\left. \begin{array}{l} b_s^i = \sum_{j=1}^{2n_1} C_{ss}^{ij} D_s^j + C_{sn}^{ij} D_n^j \\ b_n^i = \sum_{j=1}^{2n_1} C_{ns}^{ij} D_s^j + C_{nn}^{ij} D_n^j \end{array} \right\}, 1 \leq i \leq 2n_1 \quad 3-22$$

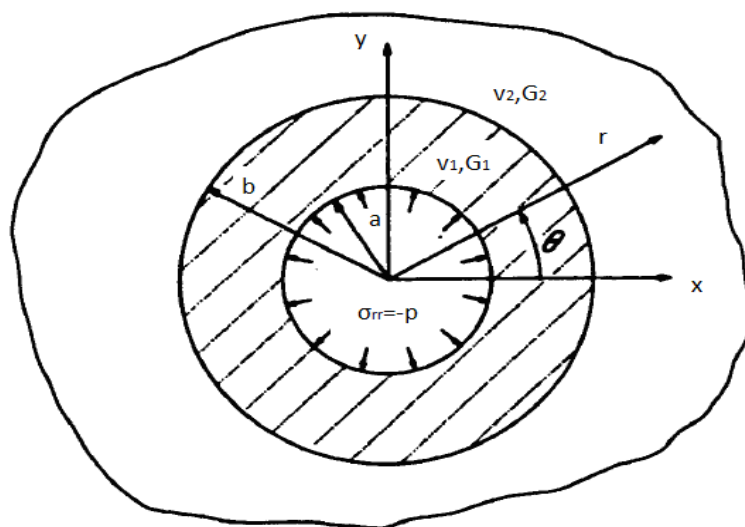


Σχήμα 3.8: Λύσεις των κατακόρυφων μετατοπίσεων.

### 3.6.2 Επίλυση κυκλικού υποστηριγμένου ανοίγματος

Ένα απλό παράδειγμα επίλυσης ανομοιογενούς ελαστικού μέσου του υποστηριγμένου κυκλικού ανοίγματος (που παρουσιάζεται στο Σχ. 3.9) που αποτελείται από δύο ελαστικά σώματα: το πρώτο ελαστικό σώμα το οποίο είναι η υποστήριξη για  $a \leq r \leq b$  και ελαστικές σταθερές  $\nu_1$  και  $G_1$ , και το δεύτερο σώμα που είναι το πέτρωμα με ελαστικές σταθερές  $\nu_2$  και  $G_2$  για  $r \geq b$ .

Αναλυτική λύση για το συγκεκριμένο πρόβλημα έχει βρεθεί από τον [Jaeger \(1962\)](#) με συνοριακές συνθήκες  $\sigma_{rr}(r=a) = -p$  και  $\sigma_{rr}(r=\infty) = 0$  και με την θεώρηση ότι οι ακτινικές τάσεις και οι μετατοπίσεις πάνω στην διεπιφάνεια επαφής είναι συνεχείς.



Σχήμα 3.9: Υποστηριγμένο κυκλικό άνοιγμα ανομοιογενούς μέσου.

Οι αναλυτικές εκφράσεις των ακτινικών και εφαπτομενικών τάσεων δίδονται αντίστοιχα για κάθε ελαστικό μέσο (βλ. Σχ. 3.7) :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{1}{1-\alpha^2/b^2} \left[ (pa^2/b^2 - p') - (p-p')a^2/r^2 \right] \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{1}{1-\alpha^2/b^2} \left[ (pa^2/b^2 - p') + (p-p')a^2/r^2 \right] \end{aligned} \right\} a \leq r \leq b \quad 3-23$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= -p'b^2/r^2 \\ \sigma_{\theta\theta} &= +p'b^2/r^2 \end{aligned} \right\} r \geq b \quad 3-24$$

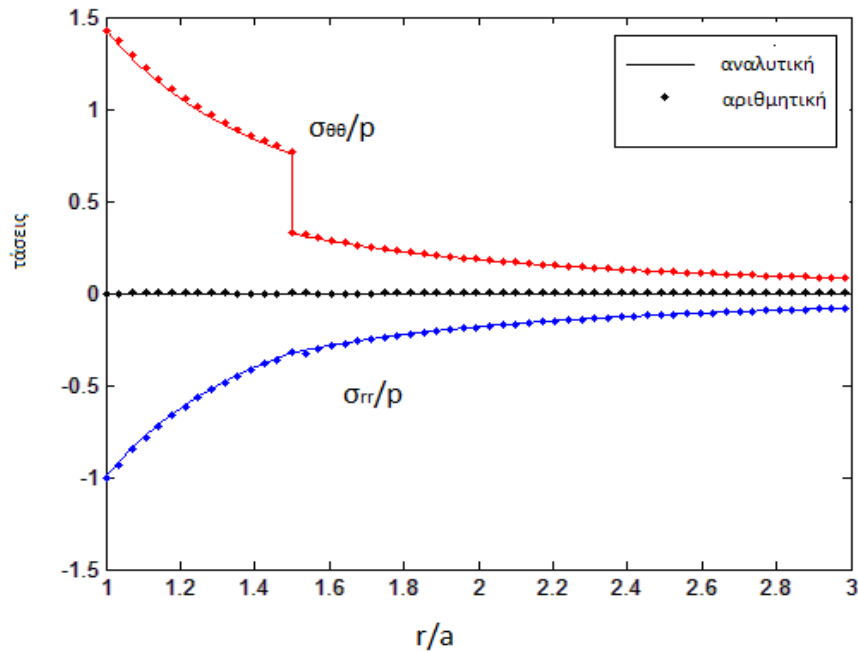
όπου  $p$  , η πίεση και  $p'$  :

$$p' = \frac{2(1-\nu_1)a^2/b^2}{2(1-\nu_1) + (G_1/G_2 - 1)(1-a^2/b^2)} \quad 3-25$$

Το παραπάνω πρόβλημα επιλύθηκε αριθμητικά χρησιμοποιώντας τους παρακάτω παράμετρους :

$$\frac{b}{a} = 1.5, \frac{E_2}{E_1} = 0.5, \frac{E_1}{p} = 20000, \nu_1 = \nu_2 = 0.25 \text{ και } 200 \text{ στοιχεία ανά σύνορο.}$$

Στο κατώθι Σχ. 3.8 απεικονίζονται οι αναλυτικές και αριθμητικές λύσεις ,των ακτινικών και εφαπτομενικών τάσεων συναρτήση της κανονικοποιημένης απόστασης  $r/a$  .



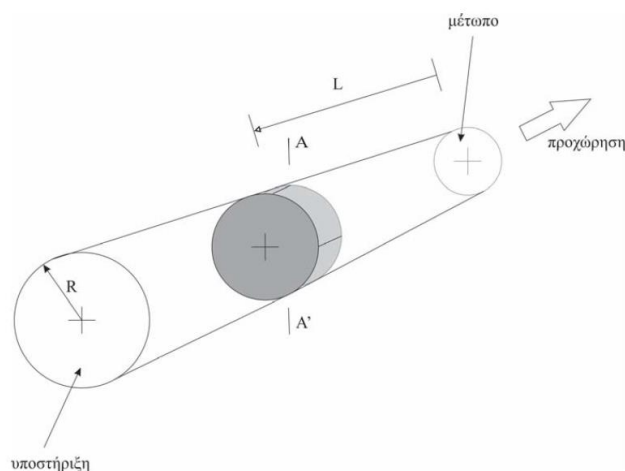
Σχήμα 3.10: Ακτινικές και εφαπτομενικές τάσεις γύρω από υποστηριγμένο κυκλικό άνοιγμα.

## 4 Μέθοδος Σύγκλισης-Υποστύλωσης

### 4.1 Μελέτη προχώρησης σήραγγας με τη Μέθοδο Σύγκλισης - Υποστύλωσης

Η μέθοδος της Σύγκλισης και Υποστύλωσης (ή εκτόνωσης των τάσεων) είναι μια διαδικασία η οποία επιτρέπει τον υπολογισμό του φορτίου που επιβάλλεται σε μια υποστήριξη πίσω από το μέτωπο. Όταν ένα τμήμα της υποστήριξης τοποθετείται σε άμεση επαφή με το μέτωπο της σήραγγας δεν παραλαμβάνει όλο το φορτίο της εκσκαφής, καθώς μέρος αυτού παραλαμβάνεται από το ίδιο το μέτωπο. Ενώ η σήραग्ga - άρα και το μέτωπο - προχωρούν η επίδραση του μετώπου μειώνεται, οπότε στην υποστήριξη επιβάλλεται μεγαλύτερο ποσοστό του φορτίου, το οποίο παραλάμβανε πιο πριν το μέτωπο. Έτσι, όταν το μέτωπο βρεθεί αρκετά μακριά από την αρχική του θέση, η υποστήριξη θα παραλάβει όλο το φορτίο για το οποίο έχει σχεδιαστεί.

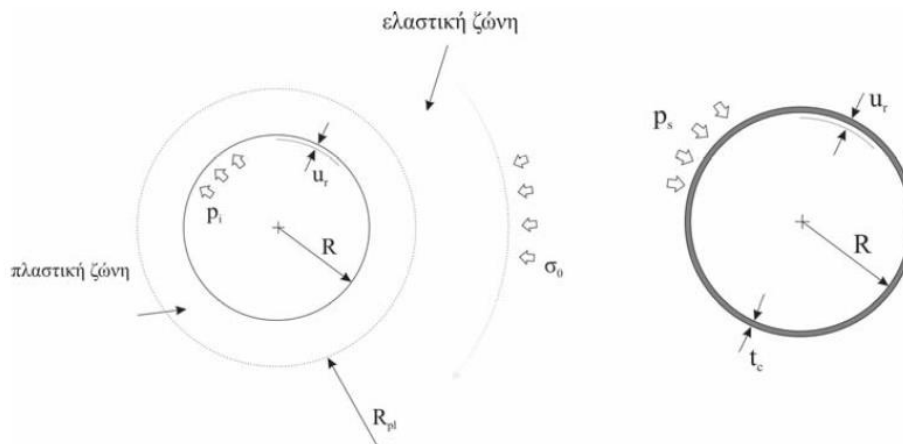
Στο [Σχ. 4.1](#) παρουσιάζεται κυλινδρική σήραग्ga με ακτίνα  $R$  η οποία έχει διανοιχθεί σε βραχόμαζα και υποβάλλεται αρχικά σε ομοιόμορφη τάση. Έχει τοποθετηθεί κυλινδρική υποστήριξη από την αρχή της σήραγγας μέχρι το τμήμα  $A - A'$ . Το συγκεκριμένο τμήμα, το οποίο έχει μοναδιαίο πάχος, είναι τοποθετημένο κατά τον άξονα της σήραγγας και σε απόσταση  $L$  από το μέτωπο. Σκοπός είναι να προσδιοριστεί το φορτίο το οποίο η βραχόμαζα θα μεταφέρει στην υποστήριξη από τη στιγμή της τοποθέτησης μέχρι τη στιγμή όπου το μέτωπο θα είναι πολύ μακριά, με αποτέλεσμα η επίδραση του μετώπου να είναι μηδενική.



Σχήμα 4.1: Κυλινδρική σήραग्ga μέσα σε βραχόμαζα.

Οι τιμές που λαμβάνονται υπόψη φαίνονται στο [Σχήμα 4.2.α](#) το οποίο απεικονίζει τομή της εκσκαφής στο σημείο  $A - A'$ , χωρίς την υποστήριξη. Η τάση είναι η υδροστατική τάση μακρινού πεδίου στην βραχόμαζα και η ακτίνα  $R_{pl}$  προσδιορίζει την έκταση της αστοχίας, ή αλλιώς της πλαστικής ζώνης, η οποία αναπτύσσεται γύρω από τη σήραग्ga. Η ακτινική μετατόπιση συμβολίζεται ως  $u_r$  και η πίεση, που θα ασκηθεί αργότερα, από την υποστήριξη στα τοιχώματα της σήραγγας ως  $p_i$ .





Σχήμα 4.2: α) Τομή Α – Α' χωρίς υποστήριξη β) Τομή Α – Α' με υποστήριξη.

Το Σχ. 4.2.β αναπαριστά την τομή Α – Α' της σήραγγας με υποστήριξη πάχους  $t_c$ , η οποία δέχεται ομοιόμορφη πίεση  $p_s$  από την βραχώμαζα και προκαλεί ακτινική μετατόπιση  $u_r$  στην υποστήριξη. Οι τρεις βασικές γραφικές παραστάσεις της μεθόδου Σύγκλισης – Εκτόνωσης είναι:

- α. Κατανομή της σύγκλισης κατά μήκος της σήραγγας, (Longitudinal Deformation Profile, LDP)
- β. Καμπύλη Αντίδρασης του Πετρώματος, (Ground Reaction Curve, GRC)
- γ. Χαρακτηριστική Καμπύλη της Υποστήριξης, (Support Characteristic Curve, SCC).

Σκοπός της μέτρησης της σύγκλισης του μετώπου είναι ο προσδιορισμός της μεταβολής της απόστασης αντιδιαμετρικών σημείων μιας εκσκαφής με βάση την διαφορά:

$$C(t) = D_0 - D(t) \quad 4-1$$

όπου  $C(t)$  είναι η σύγκλιση τη χρονική στιγμή  $t$  μεταξύ δύο αντιδιαμετρικών σημείων,

$D_0$  είναι η αρχική μέτρηση της απόστασης των ίδιων σημείων και

$D(t)$  είναι η μέτρηση τη χρονική στιγμή  $t$  μεταξύ των σημείων αυτών.

Η σύγκλιση μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση της απόστασης από το μέτωπο με εμπειρικές σχέσεις, οι οποίες έχουν προκύψει από τρισδιάστατες αναλύσεις και επί τόπου μετρήσεις, όπως αυτές που προτείνουν οι [Panet και Guenot \(1982\)](#) και οι [Chern et al. \(1998\)](#).

Η εκτίμηση της μέγιστης σύγκλισης μιας σήραγγας μπορεί να βρεθεί από την καλύτερη προσαρμογή των επί τόπου μετρήσεων από την εκθετική [εξ. 4.2 \(Panet και Guenot, 1982\)](#).

$$C(x) = C_{\infty x} \left[ 1 - e^{-\frac{x}{R}} \right] \quad 4-2$$

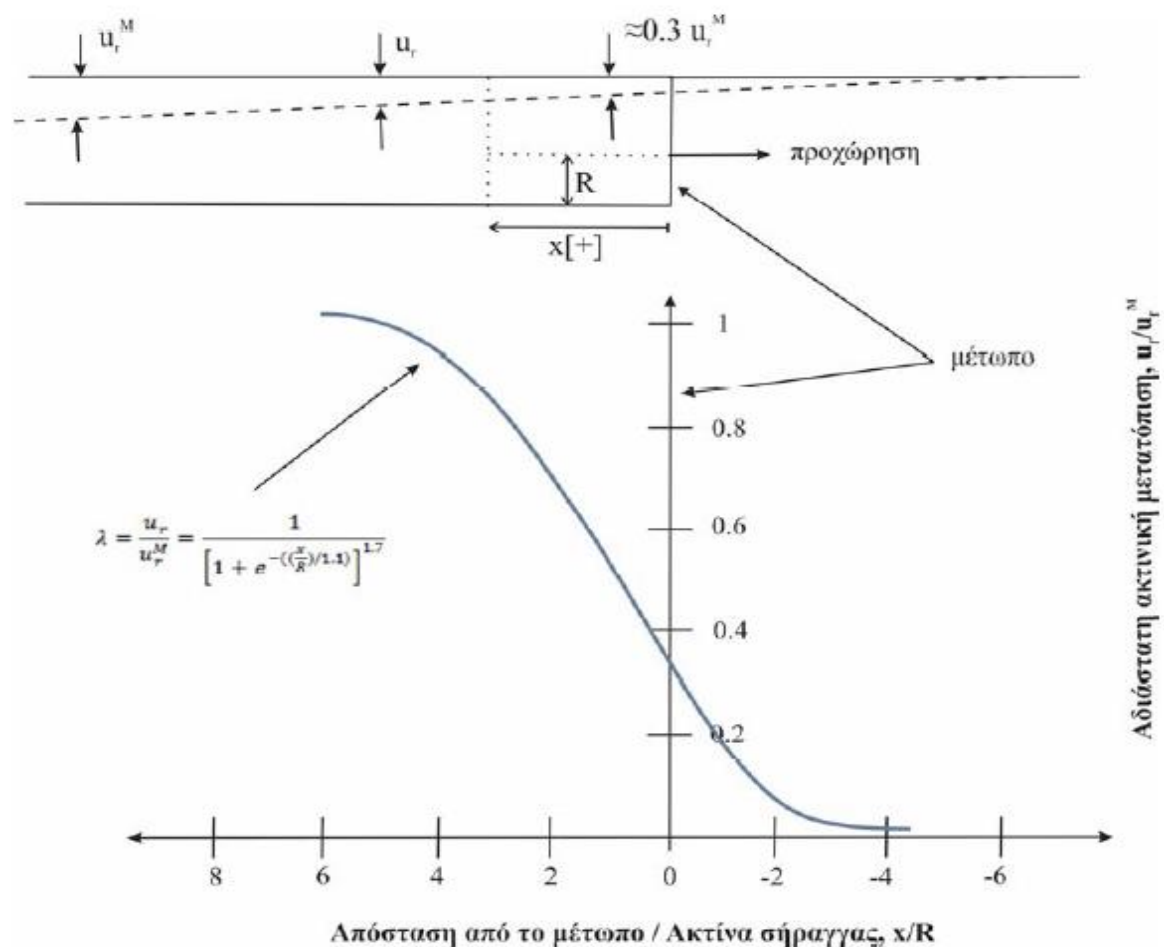
όπου  $C(x)$  είναι η σύγκλιση σε απόσταση  $x$  από το μέτωπο της σήραγγας,  $C_{\infty x}$  είναι η σύγκλιση των τοιχωμάτων μακριά από το μέτωπο και  $R$  είναι η ακτίνα της σήραγγας.

Οι [Chern et al. \(1998\)](#) πρότειναν την εμπειρική [εξ. 4.3](#) βάση τρισδιάστατων αριθμητικών αναλύσεων και μετρήσεων των συγκλίσεων σε παράλληλη σήραγγα με το μέτωπο κατά την προχώρηση αυτού.

$$\lambda = \frac{u_r}{u_r^M} = \frac{1}{\left[ 1 + e^{-\left(\left(\frac{x}{R}\right)^{1.1}\right)} \right]^{1.7}} \quad 4-3$$

όπου  $x$  η απόσταση από το μέτωπο,  $R$  είναι η ακτίνα καμπυλότητας της σήραγγας στη θέση μέτρησης και  $u_r$  είναι η ακτινική μετατόπιση της σήραγγας.

Ο συντελεστής  $\lambda$  ονομάζεται «συντελεστής εκτόνωσης» και κυμαίνεται από 0, όταν το άνοιγμα δεν έχει υποστεί μετατόπιση, έως 1, όταν το άνοιγμα έχει φτάσει στη μέγιστη μετατόπιση που μπορεί να υποστεί.

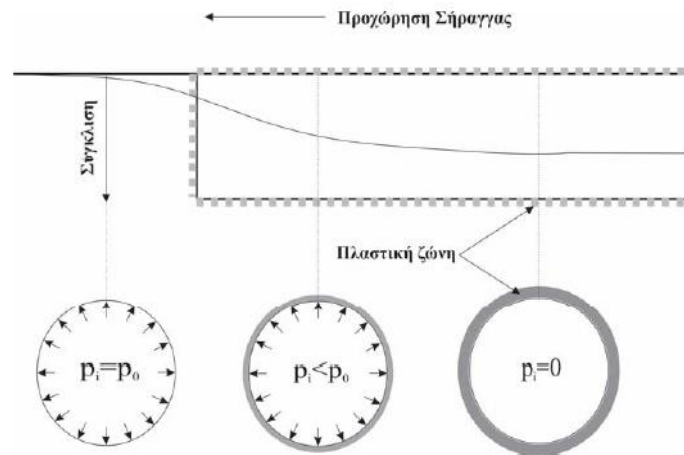


Σχήμα 4.3: Σύγκλιση της σήραγγας συναρτήσει της απόστασης από το μέτωπο βάση τρισδιάστατης προσομοίωσης της εκσκαφής της σήραγγας και επί τόπου μετρήσεις (Chern, 1998).

Η αλληλεπίδραση βραχομάζας – υποστύλωσης μπορεί εύκολα να μελετηθεί σε κυκλική σήραγγα με ισότροπη φόρτιση πεδίου  $p_0$ . Η εκτόνωση των γεωστατικών φορτίων μπορεί να εκφραστεί με τη βαθμιαία μείωση του αρχικού εντατικού πεδίου κατά μήκος της περιμέτρου της σήραγγας. Οι επιφανειακές τάσεις προκύπτουν από την εζ. 4.4.

$$p_i = (1 - \lambda)p_0 \quad 4-4$$

όπου  $p_0$  είναι το αρχικό εντατικό πεδίο σε σημείο της περιφέρειας της σήραγγας και  $\lambda$  ο συντελεστής εκτόνωσης, ο οποίος υπολογίζεται από την εζ. 4.3.



Σχήμα 4.4: Βαθμιαία εκτόνωση των γεωστατικών τάσεων συναρτήσει της απόστασης από το μέτωπο.

Στην περίπτωση που δεν έχει τοποθετηθεί υποστήριξη η ακτινική μετατόπιση, πολύ μακριά από το μέτωπο, δίνεται από την εξίσωση:

$$u_R(\infty) = \frac{p_0 R}{2G} \quad 4-5$$

όπου  $G$  το μέτρο διάτμησης του υλικού:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad 4-6$$

Σε πολικές συντεταγμένες η ακτινική τάση  $\sigma_r$ , η εφαπτομενική τάση  $\sigma_\theta$ , και η ακτινική μετατόπιση  $u_r$  συναρτήσει της ακτινικής θέσης  $r$  από το κέντρο της σήραγγας σε συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης δίνονται επί του συνόρου της σήραγγας με  $r = R$  από τις εξισώσεις :

$$\begin{aligned} \sigma_r(R) &= (1 - \lambda) p_0 \\ \sigma_\theta(R) &= (1 + \lambda) p_0 \\ u_r(R) &= \lambda \frac{p_0 R}{2G} \end{aligned} \quad 4-7$$

## 4.2 Σχεδιασμός της καμπύλης GRC

Για το σχεδιασμό της καμπύλης GRC λαμβάνεται υπόψη η ακτινική τάση στο σύνορο της εκσκαφής  $\sigma_r(R)$  συναρτήσει της μετατόπισης του πετρώματος  $u_R$  για κάθε τιμή του συντελεστή εκτόνωσης  $\lambda$ . Από την άλλη, για το σχεδιασμό της καμπύλης SCC, χρειάζεται η ελαστική σχέση μεταξύ της εφαρμοζόμενης πίεσης  $p_s$  και η μετατόπιση της υποστήριξης  $u_{sR}$ , η οποία δίνεται από την εξίσωση:

$$p_s = K_s \frac{u_{sR}}{R} \quad 4-8$$

όπου  $K_s$  είναι το μέτρο ακαμψίας της υποστύλωσης και η  $u_{sR}$  δίνεται από την εξίσωση:

$$u_{sR} = u_R(x) - u_R(d) \quad 4-9$$

Όταν η υποστύλωση τοποθετείται σε απόσταση  $x = d$  από το μέτωπο, με  $d$  να είναι το ανυποστυλωτο μήκος της σήραγγας, τότε κατά της ισορροπία η πίεση που

εξασκείται από το πέτρωμα στην υποστήριξη (τομή των δύο ευθειών στο Σχ. 4.5 ) μπορεί να βρεθεί από την εζ. 4.8 με αντικατάσταση της 4.9 και προκύπτει:

$$p_s = K_s \frac{\{u_R(x) - u_R(d)\}}{R} = K_s \frac{u_R(x)}{R} - K_s \left\{ \lambda(d) \frac{p_0}{2G} \right\} \quad 4-10$$

και από την εζ. 4.7 προκύπτει ότι η μετατόπιση του πετρώματος είναι:

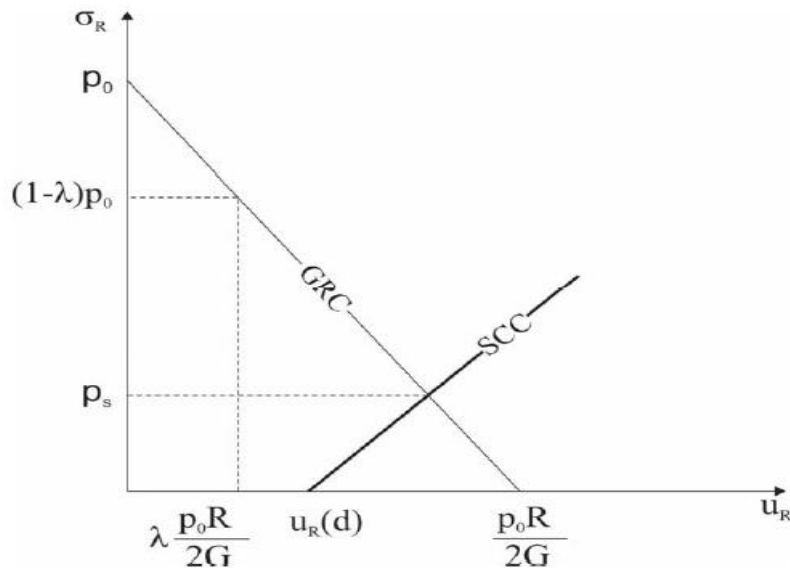
$$\sigma_r(R) = p_s = (1 - \lambda(d))p_0 = p_0 - \frac{2G}{R} u_R(x) \Rightarrow u_R(x) = \frac{R}{2G} [p_0 - p_s] \quad 4-11$$

Αντικαθιστώντας την εζ. 4.11 στην εζ. 4.10 βρίσκεται η πίεση που ασκείται στην υποστήριξη ως:

$$p_s = \frac{K_s}{K_s + 2G} [1 - \lambda(d)] p_0 \quad 4-12$$

Τέλος, αντικαθιστώντας την εζ. 4.12 στην εζ. 4.11 προκύπτει η τελική μετατόπιση της υποστυλωμένης σήραγγας:

$$u_R = \frac{2G + \lambda(d)K_s}{2G + K_s} \frac{p_0 R}{2G} \quad 4-13$$



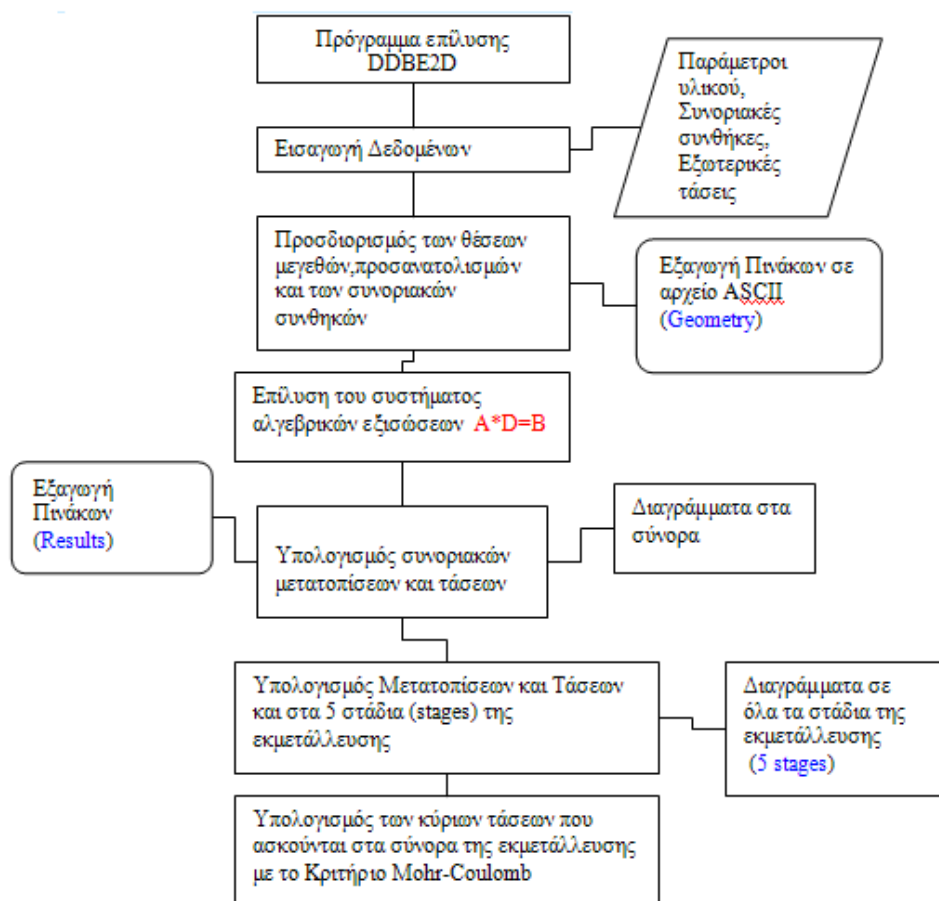
Σχήμα 4.5: Καμπύλη αντίδρασης πετρώματος (GRC) και χαρακτηριστική καμπύλη υποστήριξης (SCC) (Panet, 1997).

## 5 Αριθμητική Επίλυση Ψευδο-Τρισδιάστατης Σταδιακής Εκσκαφής με την Μέθοδο των Ασυνεχών Μετατοπίσεων (DDBE2D)

### 5.1 Πρόγραμμα επίλυσης

Το DDBE2D (Displacement Discontinuity Boundary Element Two Dimensions) είναι ένα αριθμητικό πρόγραμμα δυο διαστάσεων, βασισμένο στη μέθοδο συντομικών στοιχείων και πιο συγκεκριμένα στη μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων, και κατασκευάστηκε στα πλαίσια της Διπλωματικής αυτής εργασίας. Το πρόγραμμα αυτό υπολογίζει αριθμητικά τις συνιστώσες των τάσεων και των μετατοπίσεων τόσο στα σύνορα, όσο και σε όλα τα σημεία του περιβάλλοντος πετρώματος. Είναι βασισμένο στο είδη υπάρχον πρόγραμμα TWODD σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN (*Crouch & Starfield, 1990*), το οποίο προγραμματίστηκε σε γλώσσα MATLAB.

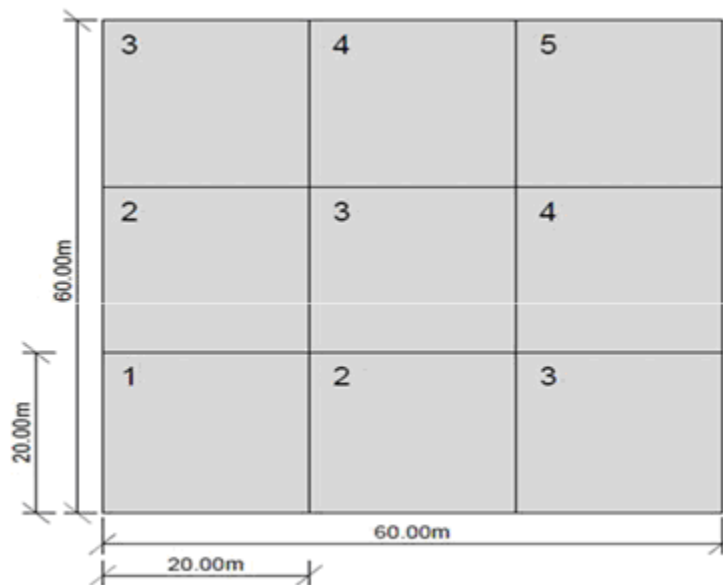
Στο Σχ 5.1 που ακολουθεί παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής του υπολογιστικού προγράμματος.



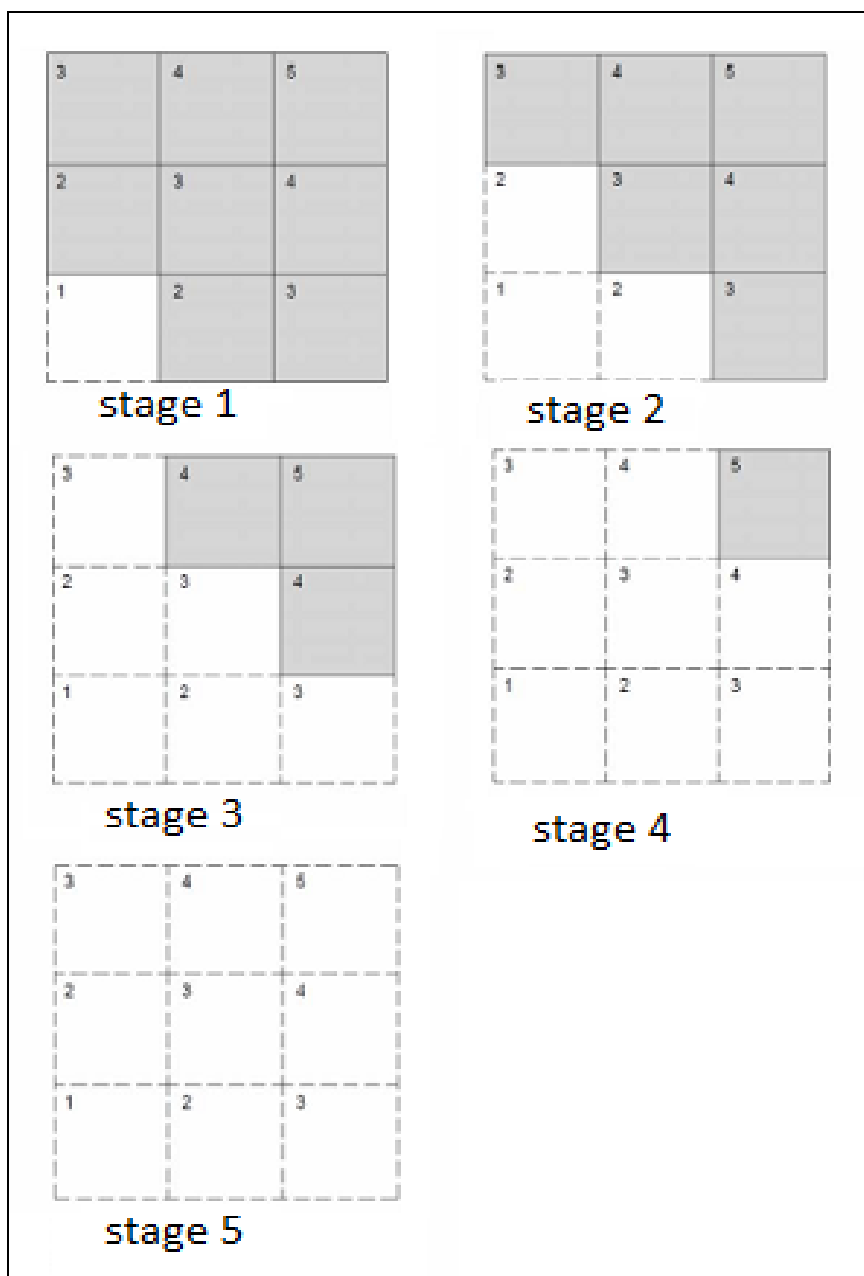
Σχήμα 5.1: Διάγραμμα ροής του υπολογιστικού προγράμματος.

## 5.2 Γεωμετρία εκμετάλλευσης -Παράμετροι Μοντέλου

Η εκμετάλλευση πραγματοποιείται σε τρεις διαδοχικούς ορόφους διαστάσεων 10m πλάτος, 60m μήκος και 20m ύψος. Η γεωμετρία της τελικής εκσκαφής έχει πλάτος 10m, μήκος 60m, ύψος 60m και διεξάγεται σε πέντε στάδια (stages) (Σχ. 5.1). Κάθε όροφος εξορύσσεται σε τρεις φάσεις παράλληλα με τους υπόλοιπους, από κάτω προς τα πάνω, με βάση την μέθοδο εκμετάλλευσης διαδοχικών ορόφων με κενά μέτωπα. Το πρόγραμμα υλοποιήθηκε σε πέντε στάδια. Στο πρώτο στάδιο έχουν εξορυχτεί τα πρώτα 20m του κοιτάσματος του πρώτου ορόφου ενώ στο πέμπτο στάδιο εξορύσσεται και το τελευταίο μέρος του κοιτάσματος, όπως φαίνεται στο Σχ. 5.3.



Σχήμα 5.2: Τομή εκμετάλλευσης κατά την παράταξη.



Σχήμα 5.3: Στάδια εκμετάλλευσης σε τομή κατά την παράταξη.

Το πέτρωμα εντός του οποίου θα πραγματοποιηθεί η εκμετάλλευση είναι ασβεστόλιθος. Οι ασβεστόλιθοι (limestones) περιέχουν τουλάχιστον 90% ασβεστίτη και 10% δολομίτη. Το κοίτασμα προς εκμετάλλευση είναι σχιστολιθικός τάλκης. Ο τάλκης (talc) με χημικό τύπο  $\text{Mg}_3\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_2$  έχει σκληρότητα 1 στην κλίμακα Mohs και πυκνότητά  $2,58 \text{ g/cm}^3$  έως  $2,83 \text{ g/cm}^3$ . Η βασική του χρήση είναι η κατασκευή φαρμακευτικών και καλλυντικών σκευασμάτων, χρησιμοποιείται, επίσης, στην βιομηχανία χάρτου, κεραμικών, ελαστικών και μονωτικών στην κατασκευή χρωμάτων.

Ο καθορισμός των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τις μηχανικές ιδιότητες του πετρώματος που περιβάλλει την εκσκαφή, αλλά και του κοιτάσματος, είναι απαραίτητος προκειμένου να επιλυθούν οι καταστατικές εξισώσεις που συνδέουν τα εντατικά μεγέθη, δηλαδή τις τάσεις, με τα παραμορφωσιακά μεγέθη, τις παραμορφώσεις και τις μετατοπίσεις.

Η όρυξη ανοίγματος στη μάζα του πετρώματος επιφέρει την μεταβολή του εντατικού πεδίου του αδιατάρακτου πετρώματος, λόγω της ανακατανομής των τάσεων γύρω από το άνοιγμα. Θεωρούνται μόνο οι γεωστατικές τάσεις ενώ αγνοούνται τυχόν παλαιο-τάσεις, τεκτονικές τάσεις. Οι τάσεις οι οποίες οφείλονται στο πεδίο βαρύτητας υπολογίζονται με ισορροπία δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα. Οι κατακόρυφες τάσεις που ασκούνται σε ένα στοιχειώδες τμήμα πετρώματος σε βάθος  $h$  κάτω από την επιφάνεια της γης ισούνται με το βάρος των υπερκειμένων. Δηλαδή πρόκειται για το βάρος μιας στήλης με διατομή ίση με τη διατομή του στοιχειώδους τμήματος και ύψος την απόσταση  $h$  από την επιφάνεια του εδάφους. Άρα, οι κατακόρυφες τάσεις υπολογίζονται από την [εξ. 5.1](#):

$$\sigma_v = \gamma h \quad 5-1$$

όπου:  $\sigma_v$ : η κατακόρυφη θλιπτική τάση

$\gamma$ : το μοναδιαίο βάρος του πετρώματος

$h$ : το ύψος των υπερκειμένων

Σε περίπτωση που οι πόροι του υλικού περιέχουν νερό η [εξ. 5.1](#), εξαιτίας της πίεσης των πόρων, γίνεται :

$$\sigma'_v = \gamma h - p \quad 5-2$$

όπου  $p$ : η πίεση των πόρων.

Οι οριζόντιες τάσεις που δέχεται το στοιχειώδες τμήμα σε βάθος  $h$  θεωρούνται συνάρτηση των κατακόρυφων τάσεων σύμφωνα με την [εξ. 5.3](#):

$$\sigma_h = k \sigma'_v \quad 5-3$$

όπου  $\sigma_h$ : η οριζόντια θλιπτική τάση και  $k$ : ο συντελεστής πλευρικών τάσεων.

Ο συντελεστής  $k$  είναι σταθερά η οποία εξαρτάται από τον εξίσωση του εντατικού πεδίου και σε ελαστικές συνθήκες ισούται με:

$$k = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad 5-4$$

όπου  $\nu$  ο λόγος Poisson. Ο λόγος του Poisson ορίζεται από τον λόγο της εγκάρσιας ( $-\varepsilon_x$ ) προς την αξονική ( $+\varepsilon_y$ ) ανηγμένη παραμόρφωση σε μονοαξονική καταπόνηση: και κυμαίνεται στο διάστημα  $0 \leq \nu \leq 0,5$ . Άρα, ο συντελεστής πλευρικών τάσεων παίρνει τιμές στο διάστημα  $0 \leq k \leq 1$ . Ενδεικτικές τιμές για το λόγο Poisson φαίνονται στον παρακάτω [Πίνακα 5.1](#) ([Καββαδάς, 2000](#)).

**Πίνακας 5.1: Ενδεικτικές τιμές για το λόγο Poisson ([Καββαδάς, 2000](#)).**

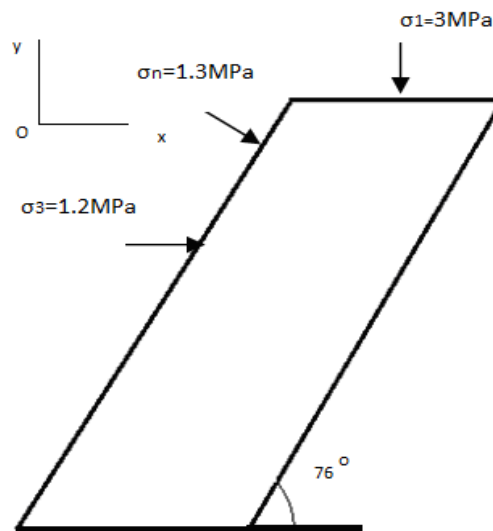
| Τύπος βραχώμαζας  | Λόγος Poisson |
|---|---------------|
| Τεμαχώδης με καλή αλληλεμπλοκή των κόκκων χωρίς διαταραχή | 0,20 – 0,25   |
| Τεμαχώδης ελαφρώς διαταραγμένη                            | 0,30 – 0,35   |
| Διαταραγμένη, πτυχωμένη με γωνιώδη τεμάχια                | 0,35 – 0,40   |
| Πολύ διαταραγμένη με γωνιώδη και στρογγυλεμένα τεμάχια    | 0,40 – 0,45   |
| Τελείως εξαλλοιωμένη βραχώμαζα                            | 0,45 – 0,50   |

Οι επιλεγθείσες τιμές για το λόγο του Poisson, αλλά και των υπόλοιπων σημαντικών μηχανικών ιδιοτήτων που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος, για τον ασβεστόλιθο και τον τάλκη φαίνονται στον [Πίνακα 5.2](#) που ακολουθεί.



**Πίνακας 5.2: Μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων.**

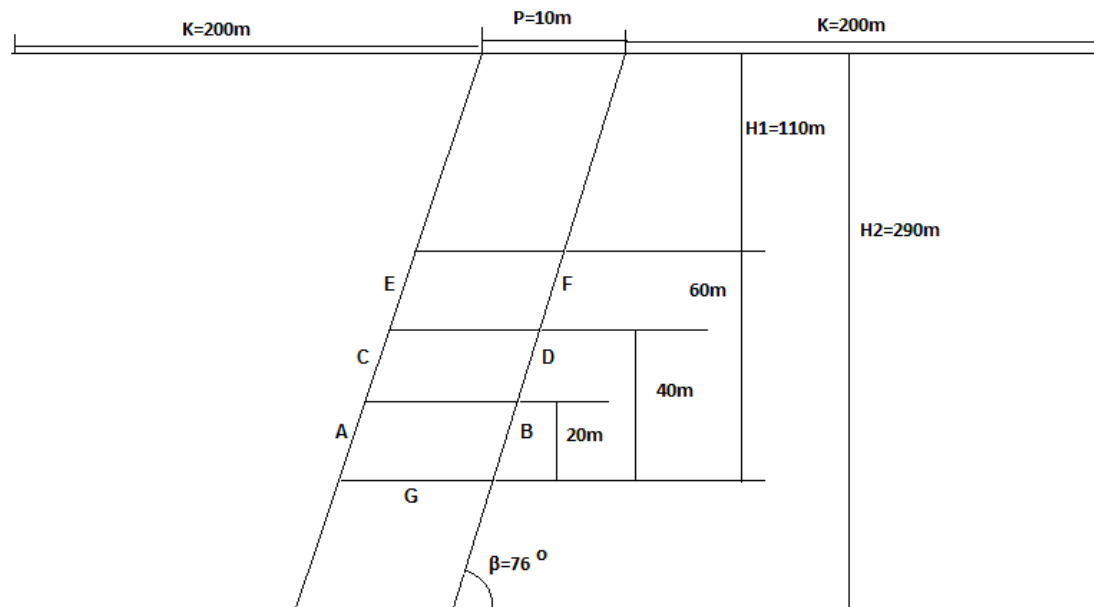
| Παράμετροι του υλικού                                    | Ασβεστόλιθος | Τάλκης |
|--|--------------|--------|
| Ειδικό βάρος γεωυλικού ( $\gamma$ ) [MN/m <sup>3</sup> ] | 0.027        | 0.027  |
| Μέτρο ελαστικότητας ( $E$ ) [MPa]                        | 20000        | 5000   |
| Λόγος του Poisson ( $\nu$ )                              | 0.3          | 0.3    |
| Γωνία εσωτερικής τριβής ( $\phi_p$ ) [deg]               | 30           | 20     |
| Συνοχή ( $c$ )(peak)[MPa]                                | 1            | 0.29   |



Σχήμα 5.4: Κύριες τάσεις καρτεσιανού συστήματος  $Oxy$  και  $\sigma_n$ ,  $\eta$  τάση στο τοπικό σύστημα του στοιχείου.

### 5.3 Γεωμετρία Προβλήματος-Διακριτοποίηση Συνόρου

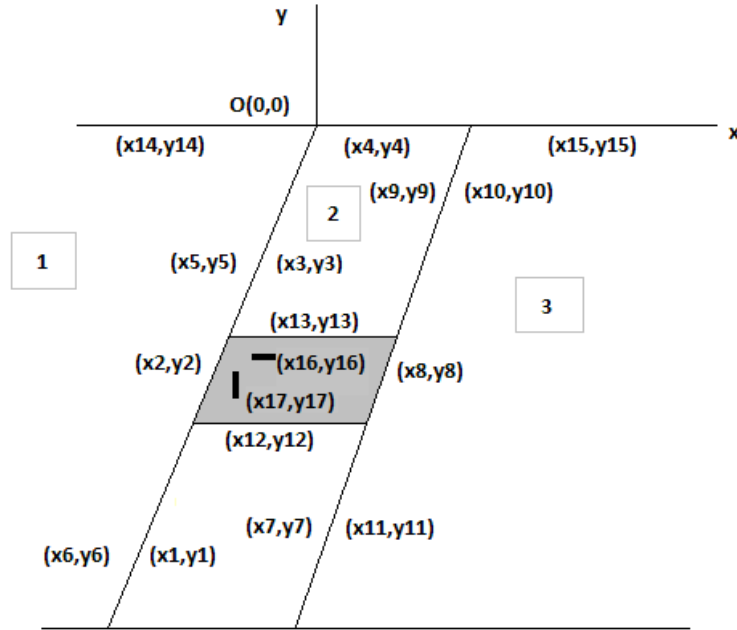
Η γεωμετρία του καννάβου είναι τετραγωνική και τα όριά του εκτείνονται σε επαρκή απόσταση από την εκμετάλλευση και ίση με είκοσι φορές το πλάτος του ανοίγματος. Η διαστασιολόγηση του μοντέλου αναπαρίσταται στο παρακάτω σχήμα για την εισαγωγή δεδομένων του κώδικα .



Σχήμα 5.5: Διαστασιολόγηση μοντέλου εκμετάλλευσης διαδοχικών ορόφων με ύψος 20,40,60 m.

όπου  $K=200\text{m}$  το μήκος που μοντελοποιείται η επιφάνεια δεξιά και αριστερά του κοιτάσματος ,  
 $P=10\text{m}$  το πάχος του κοιτάσματος,  
 $H=20, 40, 60\text{m}$  τα ύψη πρώτου, δεύτερου και τρίτου ορόφου κατά την σταδιακή εκσκαφή του κοιτάσματος,  
 $H_1=110\text{m}$  το ύψος από την επιφάνεια μέχρι το δάπεδο της εκμετάλλευσης,  
 $H_2=290\text{m}$  το συνολικό ύψος του μοντέλου και  
 $\beta=76^\circ$  η κλίση του κοιτάσματος.

Για την επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων των τάσεων και των μετατοπίσεων χρειάστηκε να δώσουμε ζεύγη συντεταγμένων  $(x,y)$ . Στο κατώθι σχήμα αναπαρίστανται η αντιστοιχία των συντεταγμένων με τα σύνορα της εκμετάλλευσης (Σχ. 5.6) καθώς παρατίθενται και οι αριθμητικοί πίνακες των  $X$  και  $Y$  συντεταγμένων του καρτεσιανού συστήματος  $Oxy$  στις δύο διαστάσεις.



Σχήμα 5.6: Αρίθμηση των ζευγών συντεταγμένων για τα σύνορα της εκμετάλλευσης.

Οι συντεταγμένες (X,Y) των στοιχείων των τριών σωμάτων είναι αντίστοιχα:

$$\begin{aligned} X_1 &= [x_{14} \quad x_5 \quad x_2 \quad x_6] \\ Y_1 &= [y_{14} \quad y_5 \quad y_2 \quad y_6] \end{aligned} \quad 5-5$$

$$\begin{aligned} X_2 &= [x_1 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12} \quad x_{13} \quad x_{16} \quad x_{17}] \\ Y_2 &= [y_1 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_{10} \quad y_{11} \quad y_{12} \quad y_{13} \quad y_{16} \quad y_{17}] \end{aligned} \quad 5-6$$

$$\begin{aligned} X_3 &= [x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{15}] \\ Y_3 &= [y_7 \quad y_8 \quad y_9 \quad y_{15}] \end{aligned} \quad 5-7$$

Ενώ οι τελικοί πίνακες των συντεταγμένων (X,Y) διαμορφώνονται ως εξής :

$$\begin{aligned} X &= [X_2 \quad X_1 \quad X_3] \\ Y &= [Y_2 \quad Y_1 \quad Y_3] \end{aligned} \quad 5-8$$

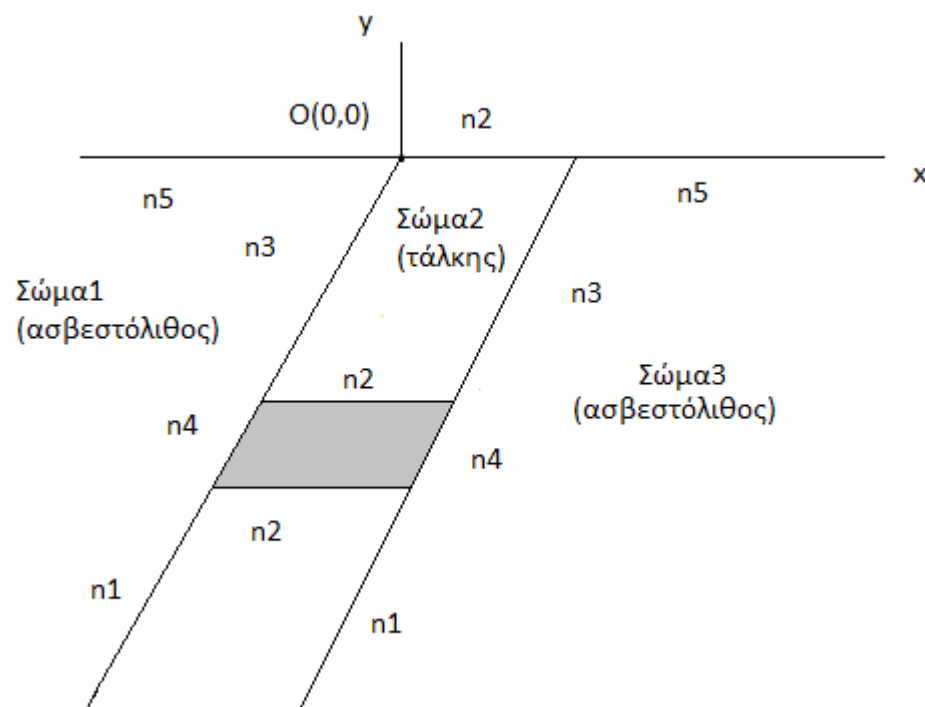
Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην υποενότητα 3.4 του Κεφ.3 εξετάζουμε την αρνητική επιφάνεια ( $n = 0^-$ ), η οποία καθορίζει το σύνορο του ανοίγματος μέσα σε ένα άπειρο ελαστικό μέσο (εξωτερικό πρόβλημα). Μελετάται δηλαδή μόνο το εξωτερικό πρόβλημα που αφορά τα τοιχώματα του τούνελ κάθε ορόφου της εκμετάλλευσης. Για το σκοπό αυτό είναι απαραίτητη η δημιουργία επιπλέον συνοριακών στοιχείων (το ελάχιστο δύο) στην εσωτερική περιοχή, στα οποία καθορίζονται οι μετατοπίσεις στις αρνητικές πλευρές τους. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγονται ακανόνιστες μετακινήσεις και περιστροφές της εσωτερικής περιοχής. Τα στοιχεία αυτά έχει διαπιστωθεί εμπειρικά ότι δεν επηρεάζουν τα αποτελέσματα στα σύνορα και είναι τα  $(x_{16}, y_{16})$  και  $(x_{17}, y_{17})$  όπως φαίνεται στο Σχ. 5.6 και ανήκουν στις συντεταγμένες του δεύτερου σώματος.

Στην περίπτωση που ένα γεωμετρικό σύνορο χωρισθεί σε  $n$  στοιχεία στα οποία ασκούνται ασυνεχείς μετατοπίσεις  $D_i \mid_{i=1:n}$  και  $i, j$  δυο τυχαία στοιχεία του συνόρου, τότε η επίδραση του στοιχείου  $j$  πάνω στο στοιχείο  $i$ , υπολογίζεται με βάση τις εξ. 3.4 - 3.5 (βλ. Κεφ. 3) με τους συντελεστές επίδρασης να αναφέρονται στο

σύστημα συντεταγμένων του στοιχείου  $j$ . Για τον υπολογισμό της συνολικής επίδρασης πρέπει να προστεθούν οι επιδράσεις και των  $n$  στοιχείων στο στοιχείο  $i$ , εφόσον μετασχηματιστούν στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του.

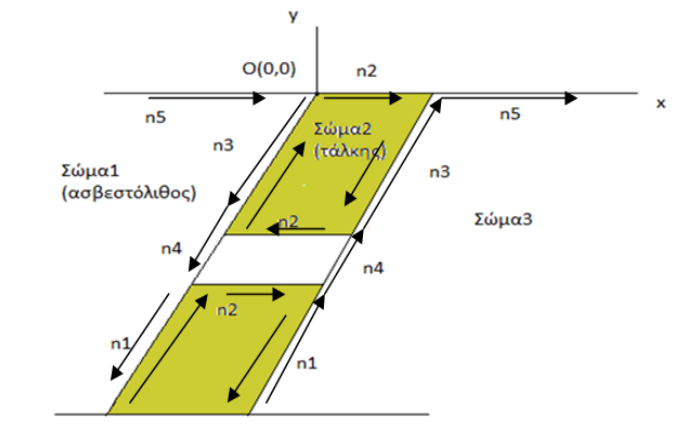
Η διακριτοποίηση που επιλέχθηκε είναι με μέγεθος στοιχείων  $\sim 1$  [m] για τα σύνορα του ανοίγματος και των διεπιφανειών επαφής των τριών σωμάτων και  $\sim 2$  [m] για τα συνοριακά στοιχεία μοντελοποίησης της επιφάνειας. Με βάση αυτά προκύπτουν 960 συνολικά στοιχεία για το πρώτο στάδιο (Σχ. 5.7):

$$\begin{aligned} n_s &= 4n_1 + 3n_2 + 4n_3 + 2n_4 + 2n_5 \Rightarrow \\ n_s &= 4 \cdot 90 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 82 + 2 \cdot 20 + 2 \cdot 100 = 960 \end{aligned} \quad 5-9$$



Σχήμα 5.7: Τομή της εκμετάλλευσης που αναπαριστά την αντιστοιχία των κόμβων στα σύνορα.

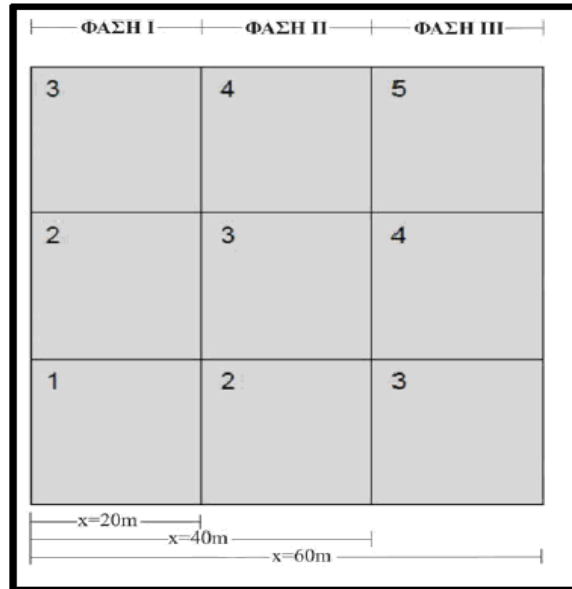
Σημειώνεται ότι κάθε σύνορο διεπαφής μεταξύ των σωμάτων 1-2 και 2-3 πρέπει να περιγράφεται δύο φορές (βλ. Κεφ. 3) με αντίθετες φορές. Στο Σχ 5.8 που ακολουθεί απεικονίζονται οι φορές που περιγράφονται τα σύνορα κάθε σώματος με βάση τις οποίες υπολογίζεται η αρνητική επιφάνεια ( $n = 0^-$ ) του κάθε στοιχείου για την επιβολή των συνοριακών συνθηκών.



Σχήμα 5.8: Περιγραφή των συνόρων σε κάθε σώμα.

## 5.4 Συνοριακές Συνθήκες

Κατά την εκσκαφή και καθώς αφαιρούνται τμήματα του κοιτάσματος, με βάση τη μέθοδο εκμετάλλευσης που αναπτύχθηκε παραπάνω στο [Κεφ.3](#) είναι απαραίτητος ο καθορισμός των επιφανειακών τάσεων που ασκούνται στο πέτρωμα. Ο καθορισμός έγινε για την οροφή και το δάπεδο καθώς και για τα πλαϊνά τοιχώματα σε κάθε στάδιο (stage) από την μέθοδο Σύγκλισης-Υποστύλωσης που αναπτύχθηκε στο [Κεφ.4](#), συναρτήσει του συντελεστή εκτόνωσης  $\lambda$ .



Σχήμα 5.9: Φάσεις εκμετάλλευσης κατά την παράταξη.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι επιφανειακές τάσεις και ο συντελεστής εκτόνωσης  $\lambda$  για κάθε φάση της εκμετάλλευσης ([Πίνακας 5.3](#)).

**Πίνακας 5.3 :Επιφανειακές τάσεις και συντελεστής εκτόνωσης για κάθε φάση.**

|          | $p_i$        |         | Συντελεστής εκτόνωσης ( $\lambda$ ) |
|----------|--------------|---------|-------------------------------------|
|          | Οροφή-Δάπεδο | Παρειές |                                     |
| ΦΑΣΗ I   | 1.00         | 0.40    | 0.7                                 |
| ΦΑΣΗ II  | 0.32         | 0.13    | 0.9                                 |
| ΦΑΣΗ III | 0.00         | 0.00    | 1                                   |

Οι γνωστές μεταβλητές στα σύνορα αποτελούν τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και όπως αναφέρθηκε στο [Κεφ. 3](#), στην υποενότητα 3.5. Κατά τη μοντελοποίηση θεωρήθηκαν τάσεις μακρινού πεδίου να είναι αυτές που έχει το βαρυτικό πεδίο τάσεων ([εξ. 55-5.6](#)). Ενώ για την προσομοίωση της τρίτης διάστασης χρησιμοποιήθηκαν σαν τάσεις υποστήριξης του [Πιν. 5.3](#) με βάση την προχώρηση της εκμετάλλευσης στην τρίτη διάσταση και τον συντελεστή εκτόνωσης  $\lambda$  ([Κεφ. 4](#)) με το αρχικό εντατικό πεδίο στο δάπεδο της εκμετάλλευσης ([Σχ. 5.4](#)):

$$\sigma_1 = 3MPa$$

$$\sigma_3 = k\sigma_1 = 1.2MPa$$

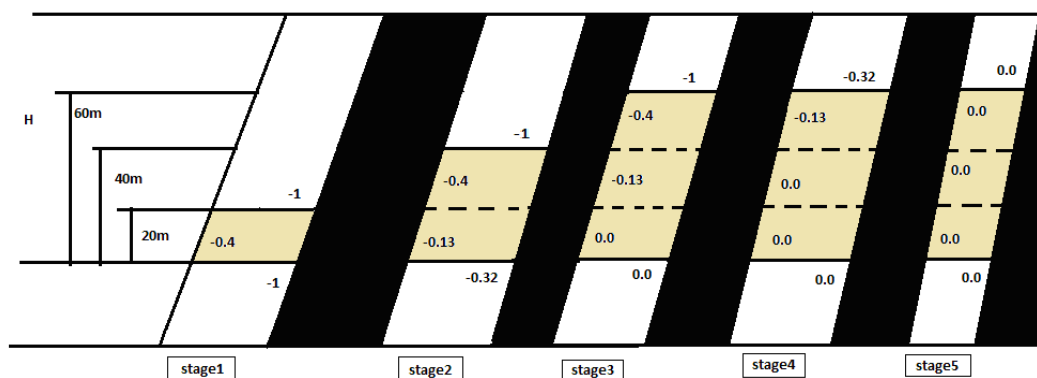
5-10

όπου  $\sigma_l$  ή  $\sigma_n$  η κατακόρυφη και  $\sigma_3$  ή  $\sigma_h$  η πλευρική κύρια τάση

Εάν είναι γνωστές είτε οι μετατοπίσεις, είτε οι τάσεις ξεχωριστά ή σε συνδυασμό στα σύνορα τότε οι ασυνεχείς μετατοπίσεις μπορούν να προσδιορισθούν από την επίλυση του γραμμικού αλγεβρικού συστήματος  $2N$  αγνώστων και  $2N$  εξισώσεων εισάγοντας τις αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες (βλ. [εξ. 3.16 - 3.17](#)), για κάθε στοιχείο του συνόρου. Το γραμμικό αλγεβρικό σύστημα επίλυσης είναι το εξής:

$$\left. \begin{aligned} b_s^i &= \sum_{j=1}^N C_{ss}^{ij} D_s^j + C_{sn}^{ij} D_n^j \\ b_n^i &= \sum_{j=1}^N C_{ns}^{ij} D_s^j + C_{nn}^{ij} D_n^j \end{aligned} \right\} 1 \leq i \leq N$$

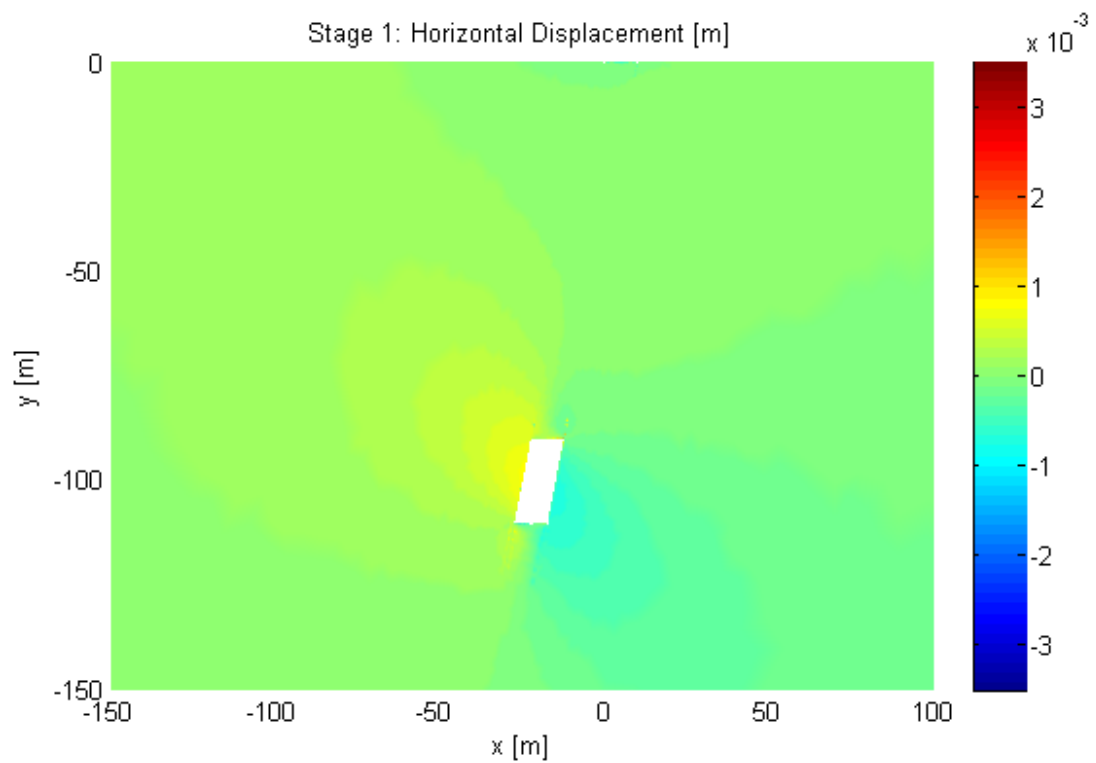
Οι συνοριακές συνθήκες στην μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων μπορούν να δίνονται είτε στην αρνητική, είτε στην θετική πλευρά του στοιχείου. Στην περίπτωση της εργασίας αυτής, έχει επιλεγεί η αρνητική πλευρά των στοιχείων για την επιβολή των συνοριακών. Οι γνωστές μεταβλητές στα σύνορα αποτελούν τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Στο παρακάτω σχήμα παρατηρούμε τις τιμές των συνοριακών τιμών και στα πέντε στάδια της εκμετάλλευσης (5 stages).



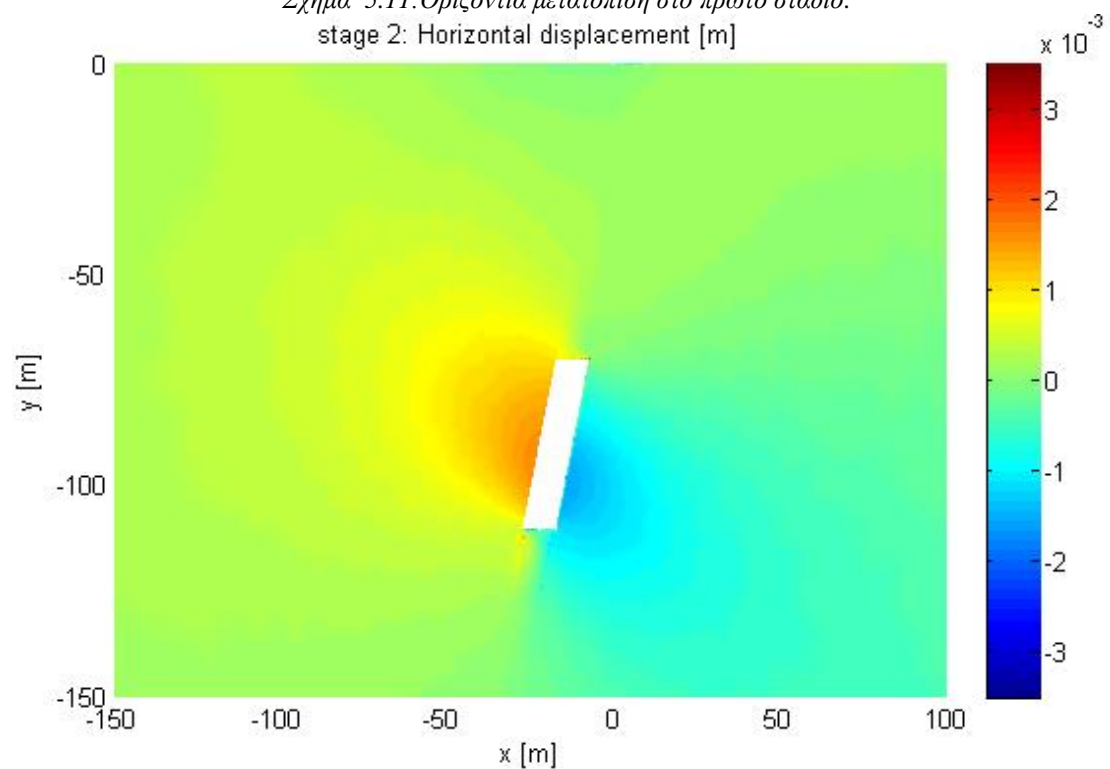
Σχήμα 5.10: Οι συνοριακές συνθήκες στα 5 stages της εκμετάλλευσης (Τομή κατά την παράταξη).

## 5.5 Αποτελέσματα Μετατοπίσεων και Τάσεων

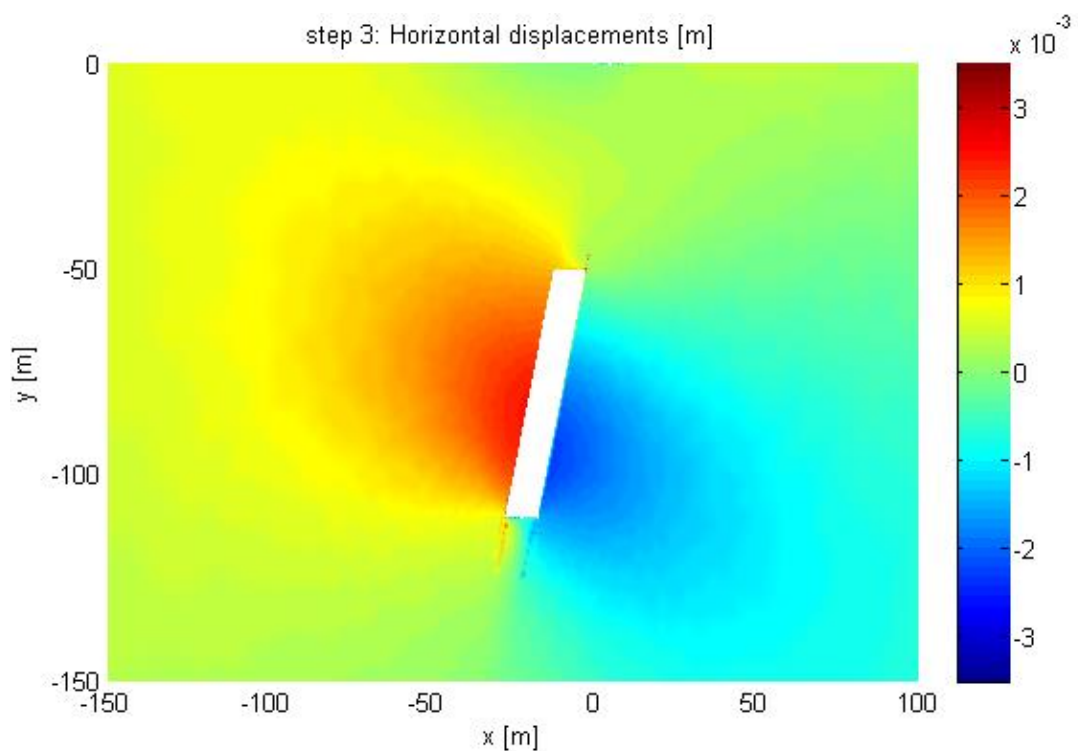
Οι οριζόντιες μετατοπίσεις στα πέντε διαδοχικά στάδια της εκμετάλλευσης όπως προγραμματίστηκαν στο πακέτο Matlab παρουσιάζονται στα επόμενα [Σχ.5.11 - 5.15](#). Ενώ οι αντίστοιχες κατακόρυφες μετατοπίσεις παραπείθονται στο [Παράρτημα Β](#).



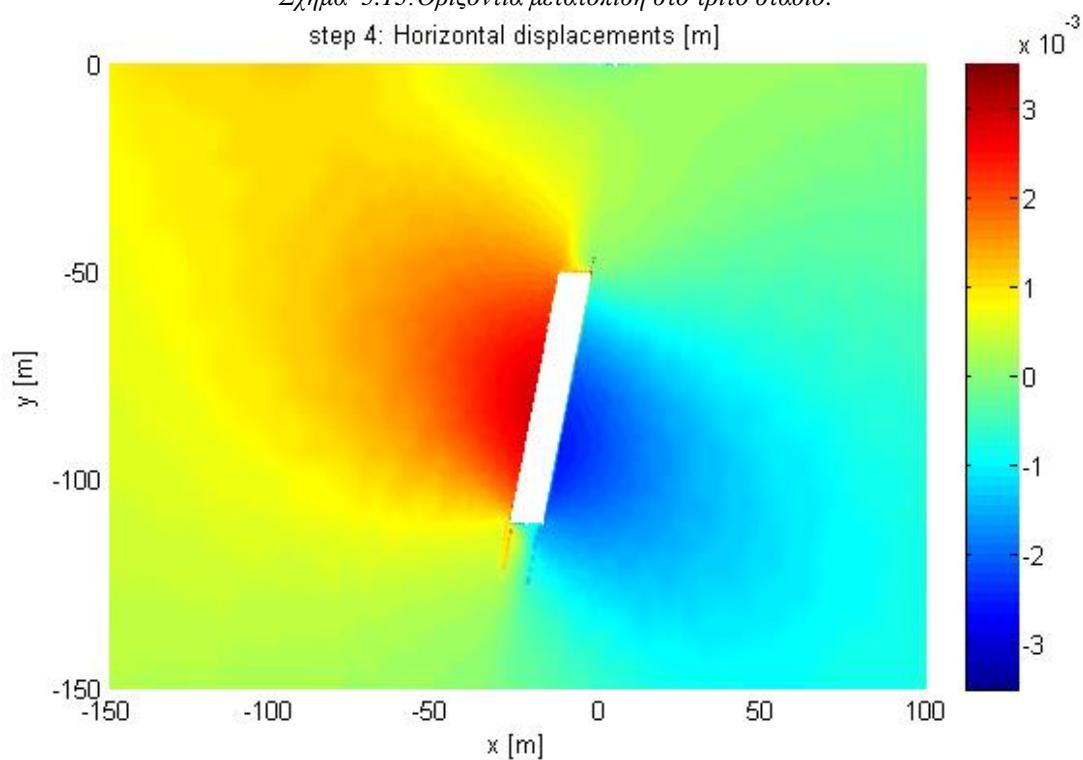
Σχήμα 5.11: Οριζόντια μετατόπιση στο πρώτο στάδιο.  
stage 2: Horizontal displacement [m]



Σχήμα 5.12: Οριζόντια μετατόπιση στο δεύτερο στάδιο.

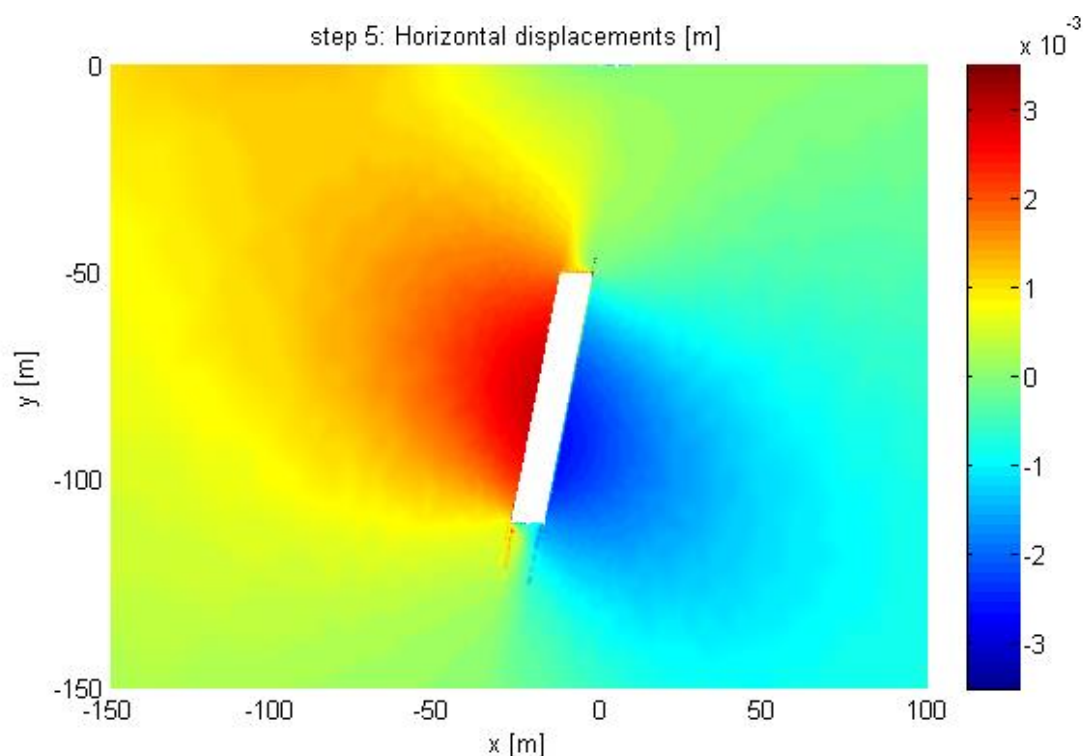


Σχήμα 5.13: Οριζόντια μετατόπιση στο τρίτο στάδιο.



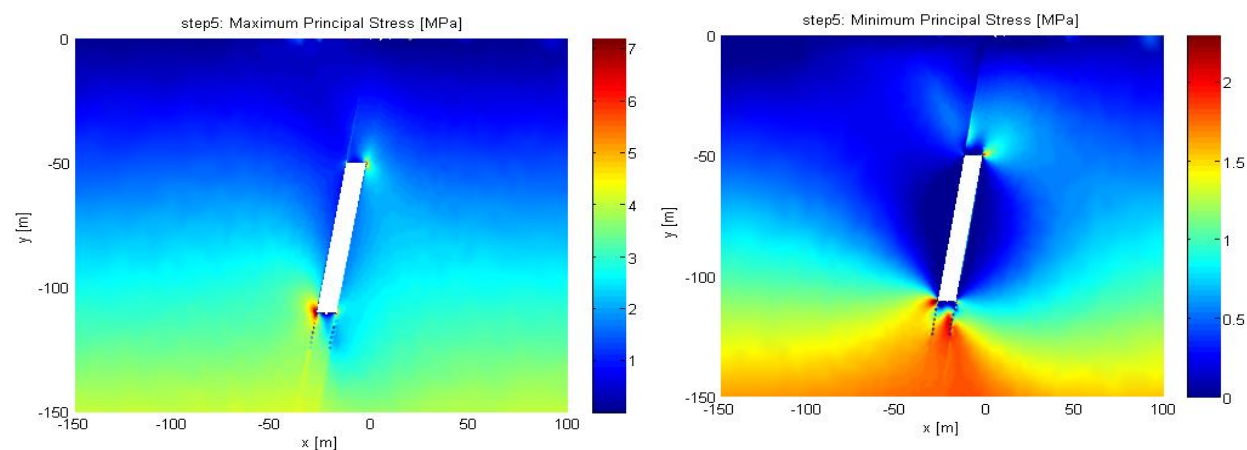
Σχήμα 5.14: Οριζόντια μετατόπιση στο τέταρτο στάδιο.



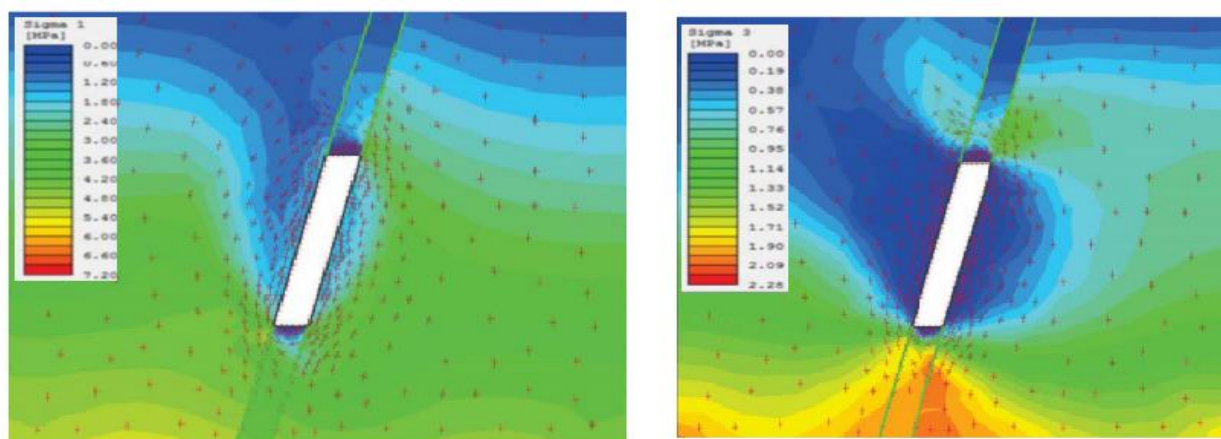


Σχήμα 5.15: Οριζόντια μετατόπιση στο πέμπτο στάδιο.

Στην συνέχεια γίνεται η σύγκριση των κυρίων τάσεων (με θετικές τις θλιπτικές) στο τελικό στάδιο της εκμετάλλευσης και απεικονίζονται αριστερά η μέγιστη κύρια τάση και δεξιά η ελάχιστη κύρια τάση αντίστοιχα με των κώδικα DDBE2D (Σχ. 5.16) και του προγράμματος Phases (Σχ. 5.17). Με τη βοήθεια του χρωματικού κώδικα προκύπτει ότι τα αποτελέσματα συμπίπτουν σε ικανοποιητική ακρίβεια.

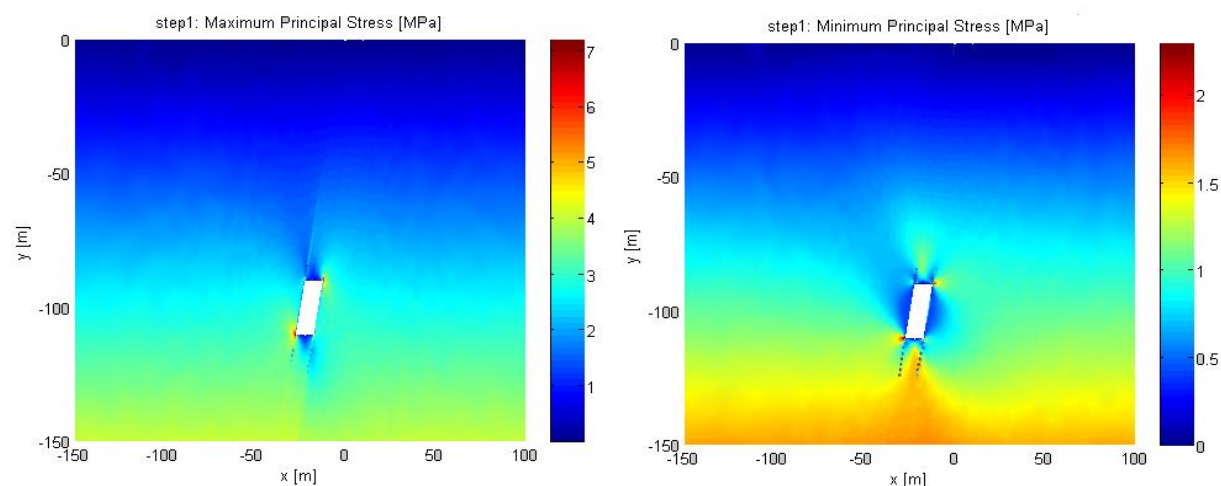


Σχήμα 5.16: Οριζόντια μετατόπιση στο πέμπτο στάδιο.

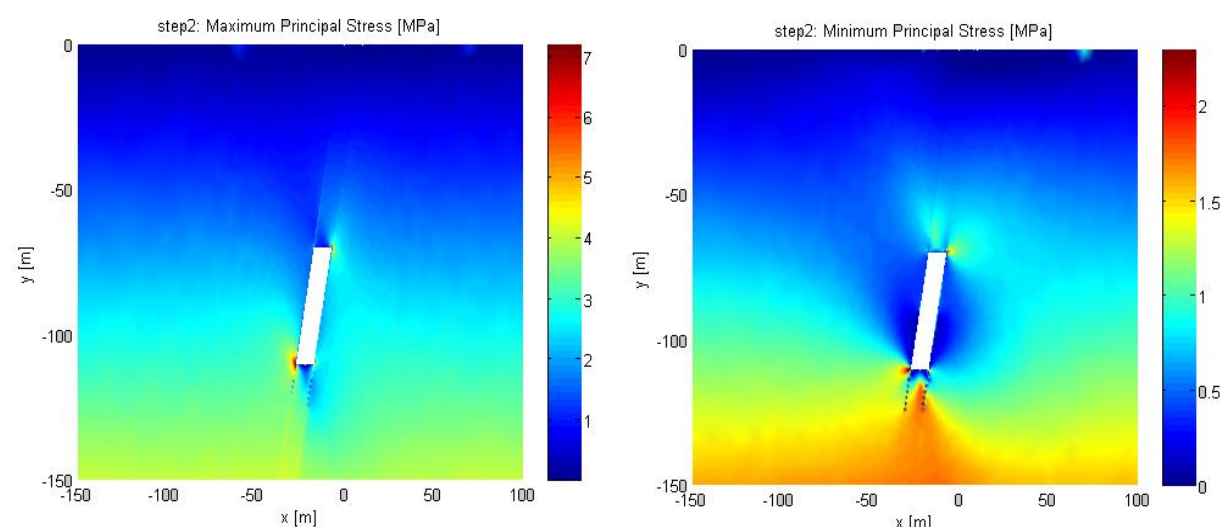


Σχήμα 5.17: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο τελικό στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα) στο Phases.

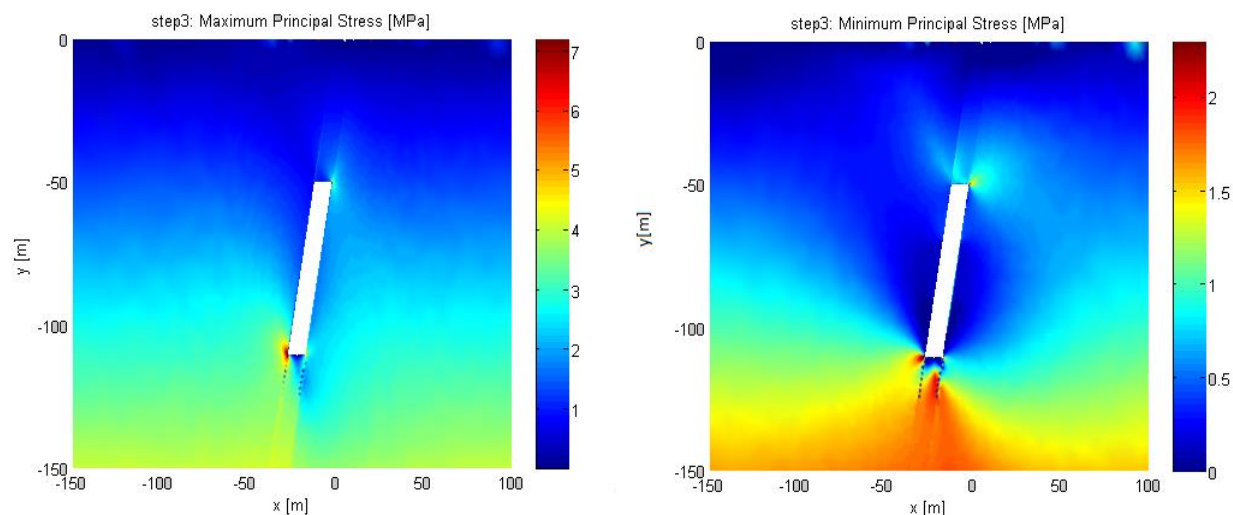
Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τις κύριες τάσεις για τα υπόλοιπα στάδια της εκσκαφής παρουσιάζονται στην συνέχεια με τις αντίστοιχες επιλύσεις του προγράμματος Phases (Σεφειριάδη, 2015) να παρατίθενται στο Παράρτημα Γ.



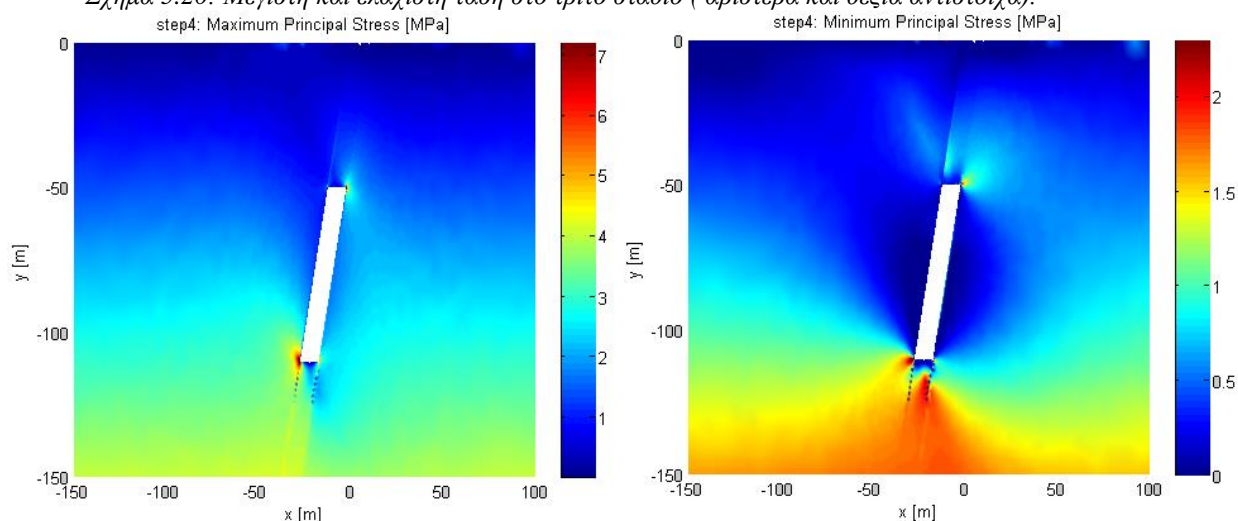
Σχήμα 5.18: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο πρώτο στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα).



Σχήμα 5.19: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο δεύτερο στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα).



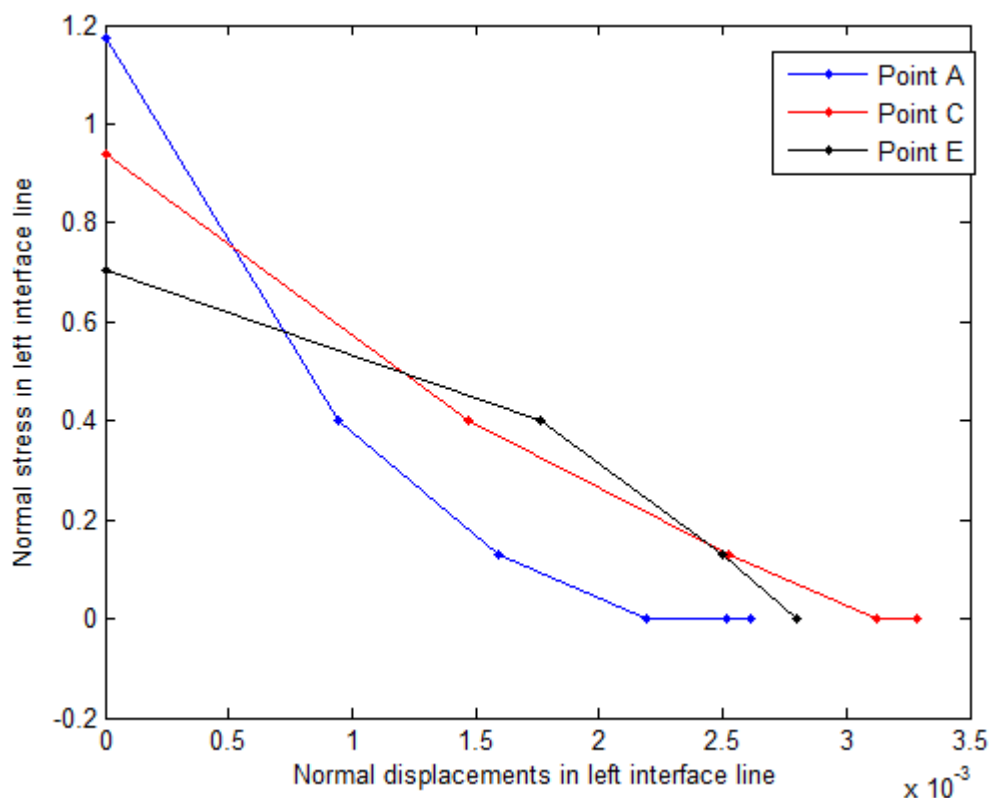
Σχήμα 5.20: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο τρίτο στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα).



Σχήμα 5.21: Μέγιστη και ελάχιστη τάση στο τέταρτο στάδιο (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα).

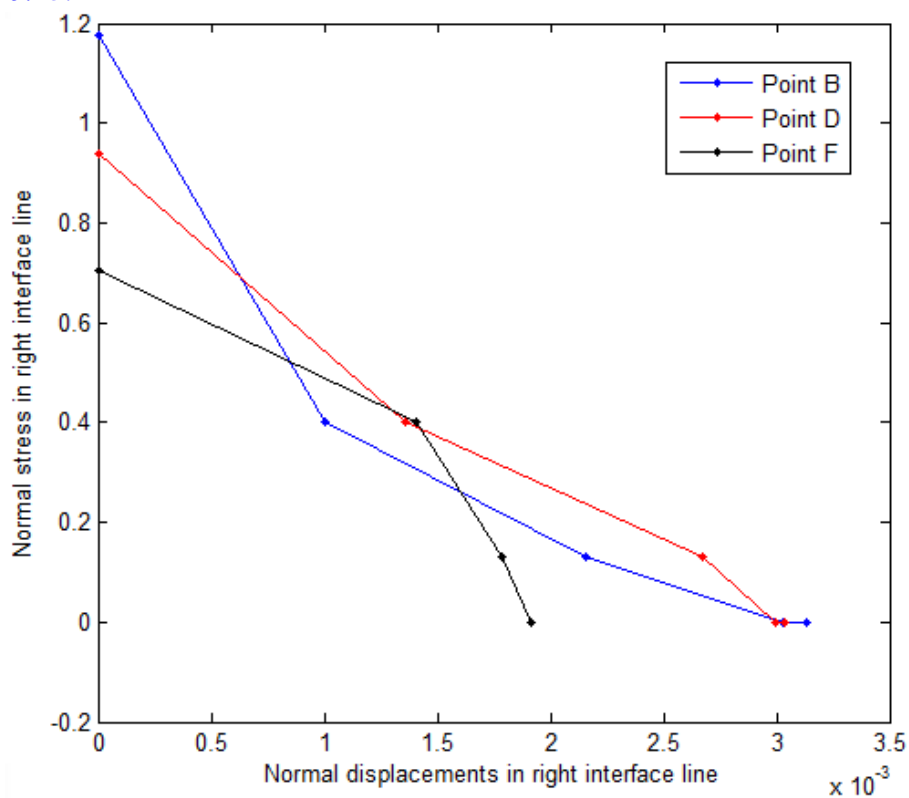
## 5.6 Καμπύλες Απόκρισης της Βραχομάζας

Ελήφθησαν τα ποσοτικά αποτελέσματα της πίεσης με την οριζόντια μετατόπιση στα σημεία A (κάτω τμήμα), C(κέντρο), E (επάνω τμήμα) (Σχ. 5.5) στην οροφή (Hanging wall) του κοιτάσματος καθώς είναι σημεία πιο επιρρεπή σε μετατοπίσεις και αστοχίες και κατασκευάστηκαν οι καμπύλες αντίδρασης της βραχομάζας GRC όπως φαίνεται στο Σχ. 5.16.

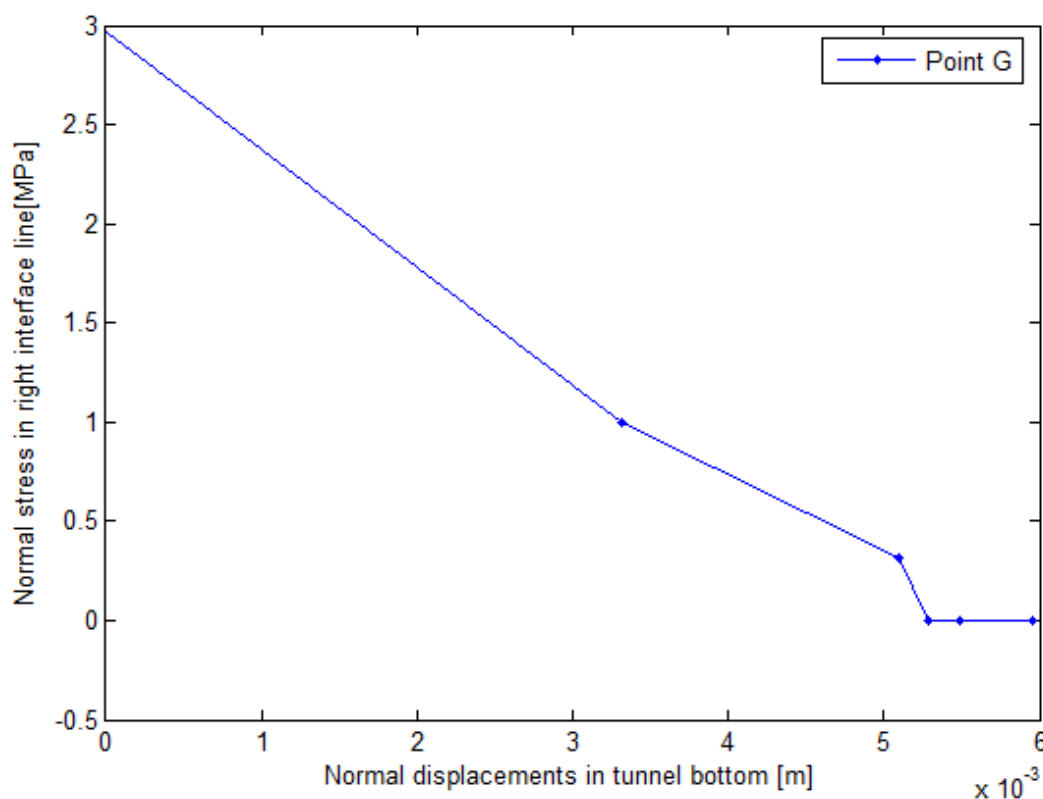


Σχήμα 5.22: Καμπύλη GRC για τα σημεία A,C,E.

Αντίστοιχα αποτελέσματα ελήφθησαν και για τα σημεία B, D, F (Foot Wall) και κατασκευάστηκαν οι καμπύλες αντίδρασης της βραχώμαζας GRC όπως φαίνεται στο Σχ. 5.23.



Σχήμα 5.23: Καμπύλη GRC για τα σημεία B,D,F.



Σχήμα 5.24: Καμπύλη GRC για το δάπεδο G.

Από τις καμπύλες των GRC [Σχ. 5.22](#) - [5.24](#) γίνεται αντιληπτό ότι όσο μειώνεται η εσωτερική πίεση  $p_i$  τόσο αυξάνεται η σύγκλιση των παρυφών της εκμετάλλευσης  $u_h$  κατά τον οριζόντιο άξονα μέχρι να φτάσει στο  $u_h^M$  για κάθε σημείο. Επίσης παρατηρείται ότι οι μέγιστες μετατοπίσεις παρουσιάζονται στο δάπεδο της εκμετάλλευσης 0.06 m λόγω του ότι στην επιφάνεια αυτή δρα η μέγιστη κύρια τάση (3MPa) (βλ. [Σχ. 5.4](#)) και του ότι είναι εντός του ασθενέστερου υλικού. Στην συνέχεια συγκρίνοντας τις συγκλίσεις στα πλαίσια του ανοίγματος προκύπτει ότι μεγαλύτερη σύγκλιση υφίσταται το κεντρικό σημείο C με μέγιστη οριζόντια μετατόπιση ίση με 0.034m. Άρα ο μεσαίος όροφος της εκμετάλλευσης και τα σημεία τα οποία βρίσκονται στο hanging wall είναι τα πιο επικίνδυνα της εκμετάλλευσης όσον αφορά την εμφάνιση αστοχιών. Αντίθετα, τα σημεία B, D, F οι μέγιστες μετατοπίσεις στο τελικό στάδιο υφίστανται στο σημείο B 0.032m.

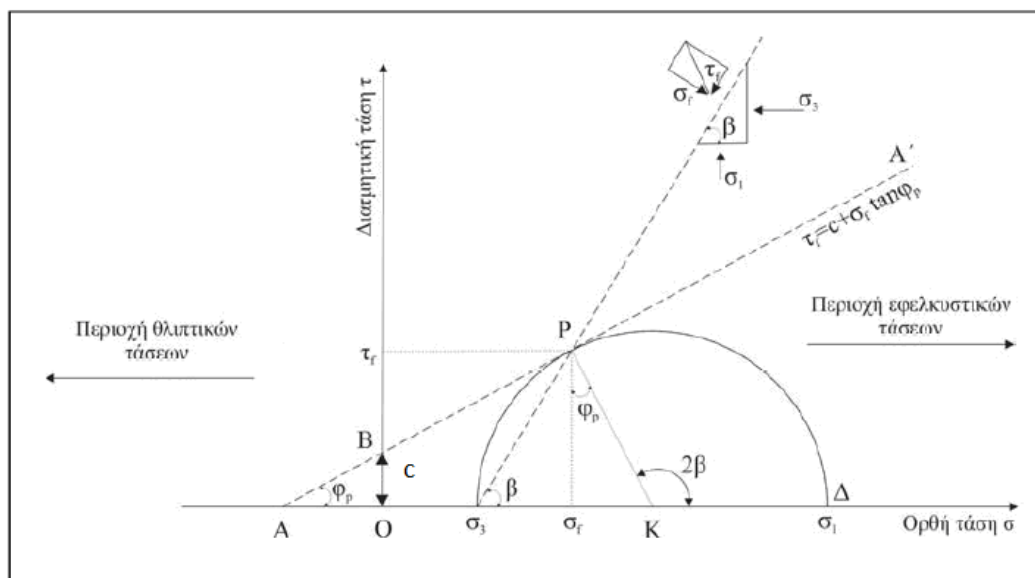
## 5.7 Περιοχές Πιθανής Αστοχίας

Στην ενότητα αυτή θα αναπτυχθεί το Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb, σχετική αναφορά έγινε στην [ενότητα 1.4](#). Βασική προϋπόθεση του κριτηρίου αστοχίας Coulomb είναι ότι  $\sigma_f > 0$ , δηλαδή η ορθή τάση να είναι θλιπτική. Αυτό ισχύει γιατί το πέτρωμα αστοχεί σε διάτμηση.

Η [εξ. 1.8](#) παριστάνεται στο [Σχήμα 5.25](#) σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων  $O\sigma$  και  $O\tau$ . Η εξίσωση του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb απεικονίζεται από την ευθεία A-A', με κλίση  $\phi_p$ , από τον άξονα  $O\sigma$  και αποτέμνουσα  $c$  από τον άξονα  $O\tau$ . Είναι προφανές ότι μια τέτοια ευθεία, η οποία εκφράζει οριακή εντατική κατάσταση, θα εφάπτεται σε οποιονδήποτε τασικό κύκλο του Mohr που φέρεται στην οριακή εντατική κατάσταση. Επομένως, η ευθεία αυτή παριστάνει την περιβάλλουσα των



κύκλων αυτών, όπου από αυτήν και κάτω θεωρείται ασφαλής περιοχή τάσεων ενώ από αυτήν και πάνω το υλικό αστοχεί.



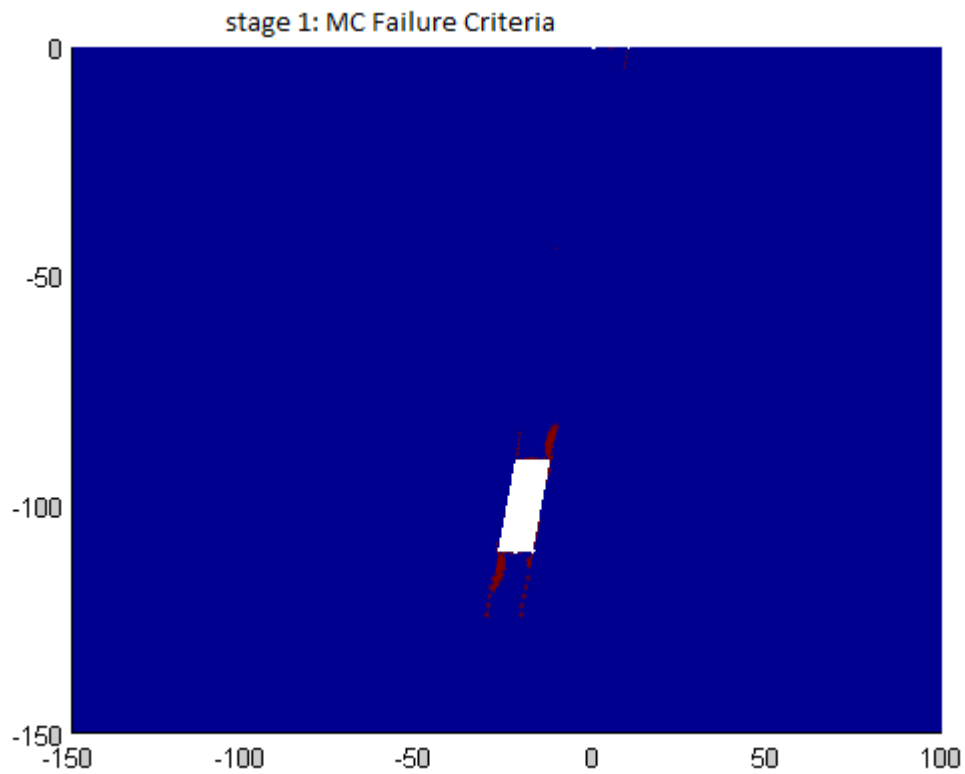
Σχήμα 5.25:Κριτήριο Αστοχίας Mohr-Coulomb.

Δημιουργήθηκε κώδικας στην Matlab με παραμέτρους την συνοχή  $c$ , η γωνία εσωτερικής τριβής  $\phi_p$  με βάση τον [Πιν. 5.2](#) και τις κύριες τάσεις  $\sigma_1$  και  $\sigma_3$  των [Σχ. 5.17 - 5.21](#).

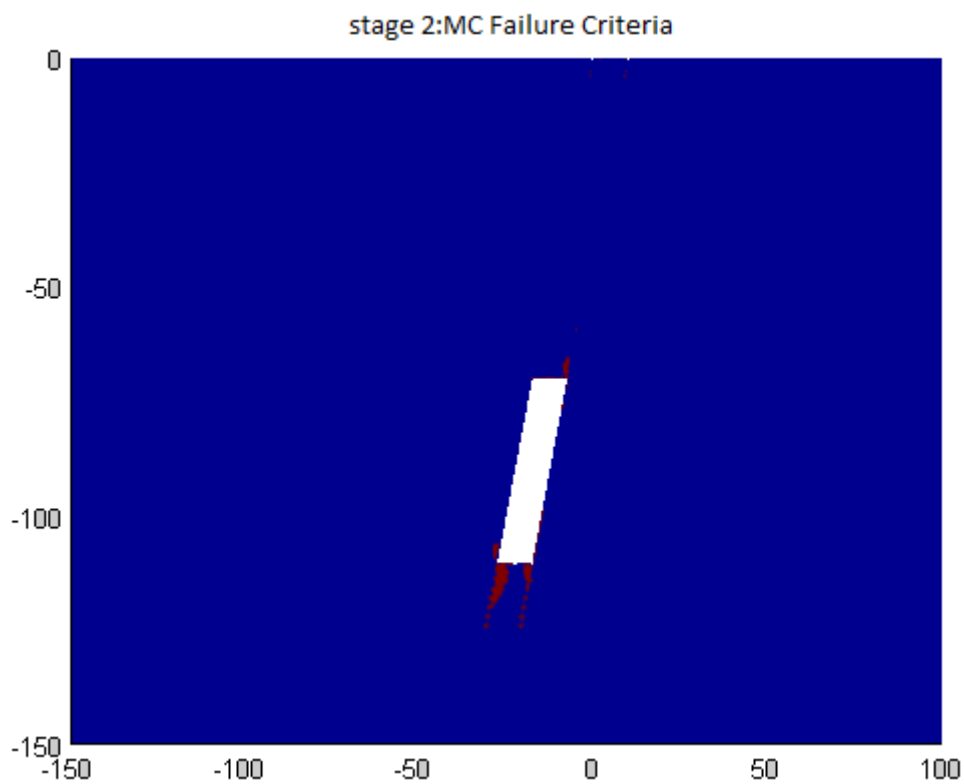
Ελέγχεται αν η μέγιστη κύρια τάση υπερβαίνει την κύρια τάση στην οποία ο κύκλος εφάπτεται του κριτηρίου Coulomb ( $\sigma_{1min}$ ) και προκύπτει σε χρωματική απεικόνιση με την παράμετρο  $f$ , που πέρνει τιμές 1 και 0. Αν  $f=1$  τότε αστοχεί σε διάτμηση, αν  $f=0$  τότε όχι.

$$\begin{aligned}\sigma_1 &\geq \sigma_{1min} \rightarrow f = 1 \\ \sigma_1 &\leq \sigma_{1min} \rightarrow f = 0\end{aligned}\tag{5-11}$$

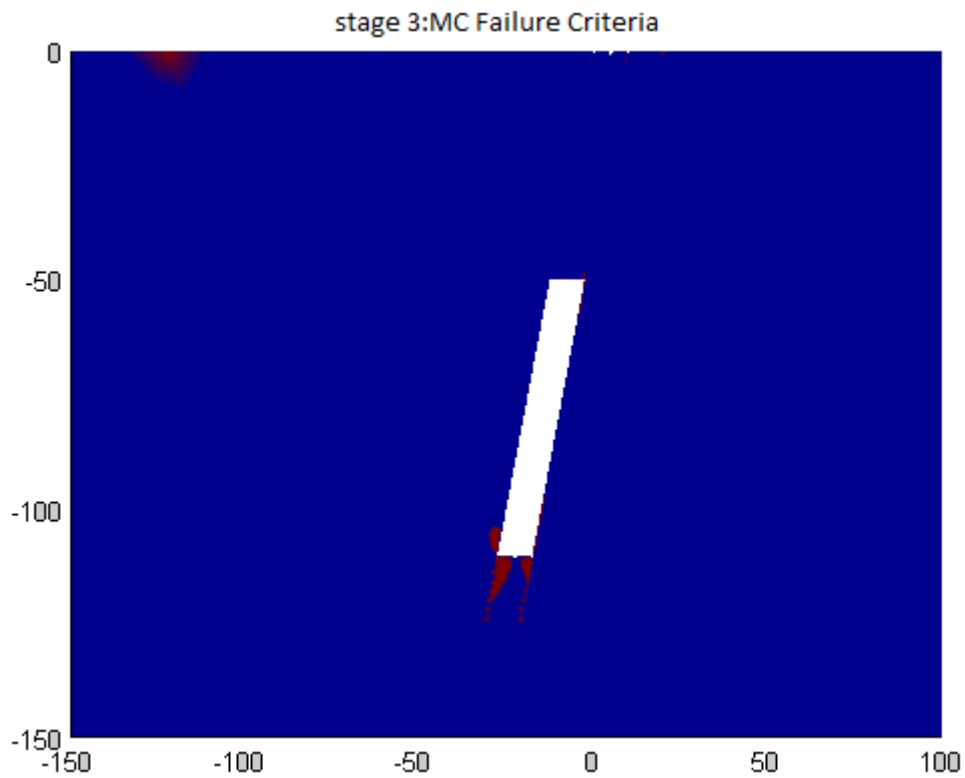
Με τον όρο αστοχία (failure) ενός υλικού εννοείται η μεταβολή της μηχανικής του συμπεριφοράς με αποτέλεσμα να μην μπορεί να αναλάβει τα φορτία για τα οποία επιλέχθηκε. Στα [Σχ. 5.26-5.30](#) απεικονίζονται διαδοχικά τα στάδια [1-5] με κόκκινο χρώμα ( $f=1$ ), η αστοχία του πετρώματος ενώ με μπλέ ( $f=0$ ), τα ευσταθή σημεία. Από όπου παρατηρείται ότι πιθανότητα αστοχίας παρουσιάζεται κυρίως στο δάπεδο της εκμετάλλευσης αλλά και στην οροφή και πιο συγκεκριμένα προς τις γωνίες του ανοίγματος όπου υπάρχει συγκέντρωση τάσεων. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση που η λύση πάει να βρεθεί πολύ κοντά σε κόμβους των στοιχείων οι τάσεις απειρίζονται πράγμα που εύκολα μπορεί να παρατηρηθεί στα παρακάτω σχήματα και εύκολα μπορεί να αντιμετωπιστεί διαμορφώνοντας ένα καταλληλότερο πλέγμα το οποίο δεν εμπεριέχει τους κόμβους των στοιχείων.



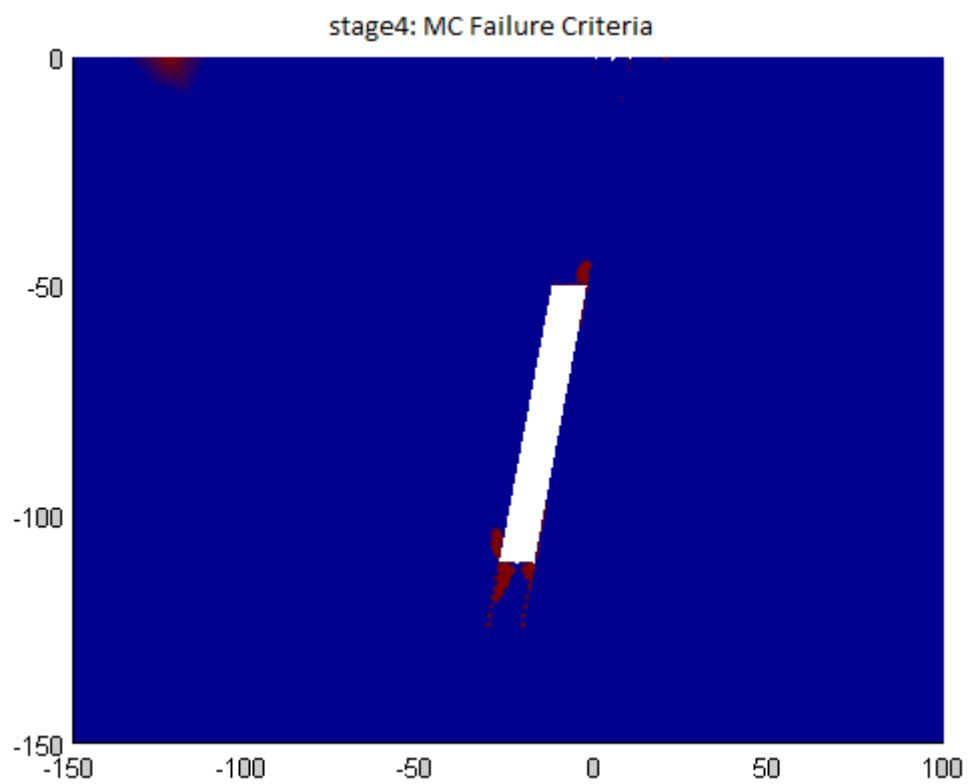
Σχήμα 5.26: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage1 ).



Σχήμα 5.27: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage2).

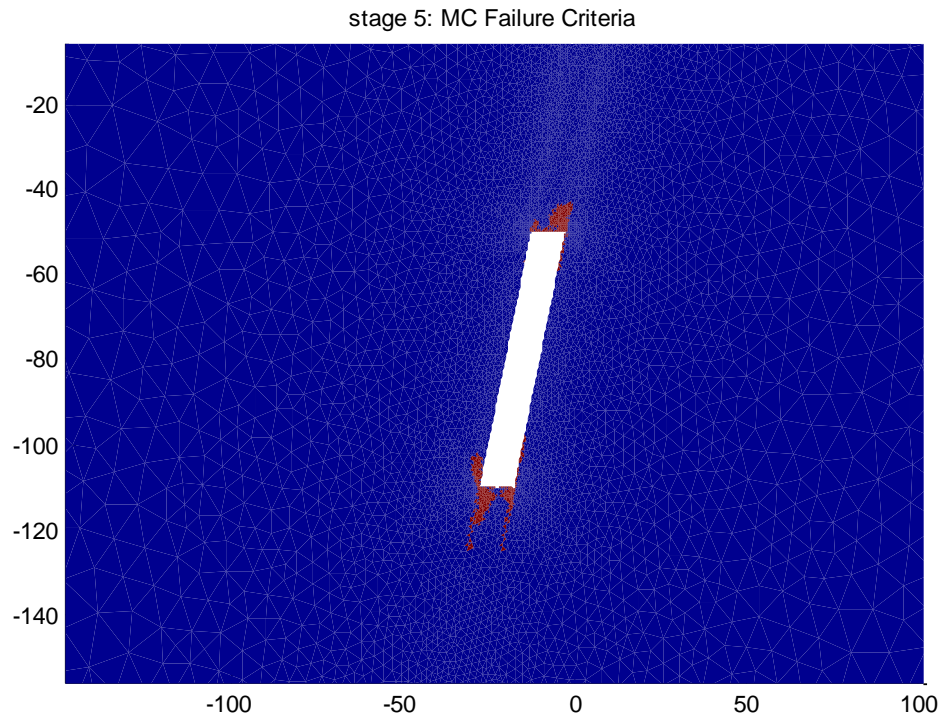


Σχήμα 5.28: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage3).



Σχήμα 5.29: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage4).





Σχήμα 5.30: Χρωματική απεικόνιση του Κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb(stage5 ).

## 6 Συμπεράσματα και Προτάσεις

### 6.1 Ερμηνεία Αποτελεσμάτων

Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων, που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, είναι μια μέθοδος συννοριακών στοιχείων και πιο συγκεκριμένα η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι διακριτοποιούνται μόνο τα σύνορα, που στην περίπτωση μας είναι ο θάλαμος, η ελεύθερη επιφάνεια και οι επιφάνειες διεπαφής των διαφορετικών σχηματισμών. Στη συνέχεια η λύση βρίσκεται αριθμητικά στα σύνορα και σε οποιοδήποτε σημείο του μέσου μπορεί να βρεθεί με εκφράσεις κλειστής μορφής (αναλυτικές εκφράσεις). Με βάση αυτά προκύπτει ότι είναι μια γρήγορη μέθοδος επίλυσης που απαιτεί μικρό υπολογιστικό χώρο.

Στην παρούσα εργασία, με βάση τον ήδη υπάρχοντα στην ανοικτή βιβλιογραφία «αλγόριθμο» TWODD (*Crouch and Starfield, 1990*), κατασκευάστηκε μια δέσμη προγραμμάτων υπό μορφή κώδικα σε MATLAB, που μελετά τις παραμορφώσεις και τις τάσεις σε γραμμικά ελαστικές ρηγματωμένες βραχομάζες ανομοιογένους μέσου που αποτελείται από περιοχές διαφορετικών ελαστικών ιδιοτήτων.

Η μέθοδος ειδικεύεται με κατάλληλη εισαγωγή γεωμετρικών παραμέτρων στην μέθοδο υπόγειας εκμετάλλευσης, διαδοχικών ορόφων με κενά μέτωπα.

Η ανάλυση αυτή του κώδικα TWODD μπορεί να αντιμετωπίσει μόνο προβλήματα επίπεδων ενταντικοπαραμορφωσιακών καταστάσεων.

Κατά τη μελέτη αυτή, διαπιστώθηκε:

1. Από τη σύγκριση των λύσεων του προγράμματος DDBE2D ( Displacement Discontinuity Boundary Element Two Dimensions ) με τις αναλυτικές λύσεις και με τις αριθμητικές λύσεις με άλλα προγράμματα όπως Phases, προκύπτει ότι η αριθμητική μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων παρουσιάζει αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ενώ για την προσέγγιση των αναλυτικών λύσεων, απαιτείται η χρήση σχετικά μικρού αριθμού στοιχείων. Πρέπει να αναφερθεί ότι αντίστοιχης ακρίβειας προσεγγίσεις με την χρήση πεπερασμένων στοιχείων απαιτεί αρκετά μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων και μεγαλύτερο χρόνο.
2. Η λεπτομερέστερη διακριτοποίηση του συνόρου, ο μεγαλύτερος δηλαδή αριθμός των κόμβων δίνει ακριβέστερα αποτελέσματα τόσο στην κλιμάκωση των τάσεων, όσο και των μετατοπίσεων, κάτι που ισχύει σε οποιαδήποτε αριθμητική μέθοδο.
3. Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι η διακριτοποίηση επιλέγεται με βάση, εκτός από την γεωμετρία, και από την φόρτιση, έτσι σε περιοχές που αναμένονται υψηλές συγκεντρώσεις τάσεων απαιτείται λεπτομερέστερη διακριτοποίηση ώστε οι απότομες μεταβολές να μπορέσουν να προσεγγιστούν. Η διακριτοποίηση που χρησιμοποιήθηκε ήταν αρκετά λεπτομερής οπότε τα αποτελέσματα έχουν αρκετά καλές προσεγγίσεις.
4. Η δυνατότητα επίλυσης ανομοιογενών σωμάτων και μάλιστα με πολύ καλή ακρίβεια αποτελεσμάτων.
5. Όταν η λύση πέφτει πάνω σε κόμβο παρατηρείται μια αριθμητική αστάθεια καθώς η λύση απειρίζεται.

## 6.2 Προτάσεις

Μερικές από τις προτάσεις που θα μπορούσαν να γίνουν στα πλαίσια της περαιτέρω ανάπτυξης της παρούσας εργασίας είναι οι εξής:

1. Η μέθοδος διαδοχικών ορόφων με κενά μέτωπα μοντελοποιήθηκε με τον «αλγόριθμο» TWODD για την μελέτη της εντατικοπαραμορφωσιακής κατάστασης των διαφορετικών σταδίων εκσκαφής των γεωυλικών. Η δυσκολία ήταν η υπέρθεση των διαφορετικών σταδίων, λόγω της αλλαγής της γεωμετρίας του πεδίου σε κάθε στάδιο, διότι άλλαζε η αρίθμηση των κόμβων των στοιχείων. Έτσι, έπρεπε να βρεθεί ο κατάλληλος τρόπος μεταφοράς των τιμών των τάσεων, των μετατοπίσεων από στάδιο σε στάδιο. Μπορεί να γίνει ακόμα καλύτερη απεικόνιση του μοντέλου του προβλήματος με μηδενισμό των τιμών των μετατοπίσεων κατά την υπέρθεση σταδίων.
2. Στην *ενότητα 5.8* μελετήθηκε με το Κριτήριο Αστοχίας, Mohr-Coulomb οι πιθανές περιοχές αστοχίας σε όλα τα στάδια της εκμετάλλευσης. Κύρια πρόταση, λοιπόν, είναι η υποστήριξη της υπόγειας εκμετάλλευσης που είναι απαραίτητο να τοποθετηθεί εξαιτίας των μεγάλων συγκεντρώσεων τάσεων σε ορισμένες περιοχές.
3. Βελτίωση της παρούσας εργασίας θα ήταν να συμπεριληφθούν και στοιχεία υποστήριξης (κοχλίες, εκτοξευόμενο σκυρόδεμα) και πως αυτά επιδρούν στην επίλυση.
4. Στην συγκεκριμένη εργασία η επίλυση έγινε σύμφωνα με την θεωρία της ελαστικότητας, μία εναλλακτική λύση θα ήταν να επιλυθεί ελαστοπλαστικά το πρόβλημα.
5. Η επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος μπορούσε να γίνει με την ίδια μέθοδο και στις τρεις διαστάσεις χωρίς να χρειάζονται οι παραδοχές της επίπεδης ανάλυσης και τα διαγράμματα σύγκλισης με συνέπεια την ακριβέστερη επίλυση. Στην περίπτωση αυτή τα προβλήματα αφορούν διαχείριση της υπολογιστικής μνήμης, λόγω της πληθώρας των αριθμών των κόμβων και της πολυπλοκότητας των εξισώσεων.
6. Η μέθοδος των ασυνεχών μετατοπίσεων δίνει την δυνατότητα επίλυσης του προβλήματος αριθμητικά στα σύνορα και αναλυτικά σε οποιοδήποτε άλλο σημείο. Εφόσον δεν είναι δυνατή η ανεύρεση αναλυτικών λύσεων στην περίπτωση της μεθόδου διαδοχικών ορόφων, θα μπορούσε να διευρευνηθεί η αξιοπιστία της μεθόδου με άλλες δοκιμασμένες μεθόδους και προγράμματα (όπως το Phases).

## Βιβλιογραφία

### Διεθνής

- [1] Aldorf, J. & Exner, K., 1986. *Mine openings, stability and support*, New York : Elsevier.
- [2] Chern, J.C., Yu, C.W., and Shiao, F.Y. , 1998. *Tunnelling in squeezing ground and support estimation*, Proc. Reg. Symp. Sedimentary Rock Engineering, Taipei.
- [3] Coulomb, C. A., 1776. *Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemesde statique relatifs, a la architecture*, Mem. Acad. Roy. Div. Sav., vol. 7, pp. 343–387.
- [4] Crouch, S.L. & Starfield, A.M., 1990. *Boundary Element Methods in Solid Mechanics*, Unwin Hyman, Boston.
- [5] Goodman, R.E., 1980. *Introduction to Rock Mechanics*, John Willey, New York.
- [6] Hoek, E. & Brown, E.T., 1980. *Underground Excavations in Rock*, Inst. Mining and Metallurgy, London , England , Elsevier, Barking, UK.
- [7] Jagear, J.C., 1962. *Elasticity, Fracture and Flow, with Engineering and Geological Applications*, Second Edition, London , Methuen.
- [8] Katsikadelis, J.T., 2002. *Boundary Elements. Theory and Applications*, Elsevier, Amsterdam .
- [9] Panet, M. and Guénot, A., 1982. *Analysis of convergence behind face of a tunnel*, in Proc. Tunnelling, IMM, London.

### Ελληνική

- [10] Αγιουτάντης Ζ., 2002. *Στοιχεία Γεωμηχανικής - Μηχανική πετρωμάτων*, Εκδόσεις ΙΩΝ, Χανιά.
- [11] Εξαδάκτυλος, Γ., 2005. *Σχεδιασμός Συστημάτων Υπόγειων Έργων για την Εκμετάλλευση Μεταλλευτικών Κοιτασμάτων*, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Πολυτεχνείο Κρήτης.
- [12] Καββαδάς, Μ., 2000. *Στοιχεία Εδαφομηχανικής*, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, ΕΜΠ.
- [13] Σεφεριάδη ,Ε., 2015. *Αριθμητική Ανάλυση της Μεθόδου Διαδοχικών Ορόφων με κενά μέτωπα με τη Μέθοδο Σύγκλισης – Εκτόνωσης των τάσεων*, Διπλωματική Εργασία.
- [14] Σταντζούρης ,Δ., 2014. *Υπολογισμός Τάσεων και Μετατοπίσεων σε Υπόγεια Ανοίγματα με την αριθμητική μέθοδο των ασυνεχών μετατοπίσεων στις τρεις διαστάσεις*, Διπλωματική Εργασία.

## Παράρτημα Α. Συναρτήσεις Επίδρασης των Ασυνεχών Μετατοπίσεων

Οι μερικές παράγωγοί της πρώτης και δεύτερης τάξης είναι:

$$F_2(x, y) = f_{,x} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[ \ln \sqrt{(x-a)^2 + y^2} - \ln \sqrt{(x+a)^2 + y^2} \right]$$

$$F_3(x, y) = f_{,y} = \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \left[ \arctan \frac{y}{x-a} - \arctan \frac{y}{x+a} \right]$$

$$F_4(x, y) = f_{,xy} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[ \frac{y}{(x-a)^2 + y^2} - \frac{y}{(x+a)^2 + y^2} \right]$$

$$F_5(x, y) = f_{,xx} = -f_{,yy} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[ \frac{x-a}{(x-a)^2 + y^2} - \frac{x+a}{(x+a)^2 + y^2} \right]$$

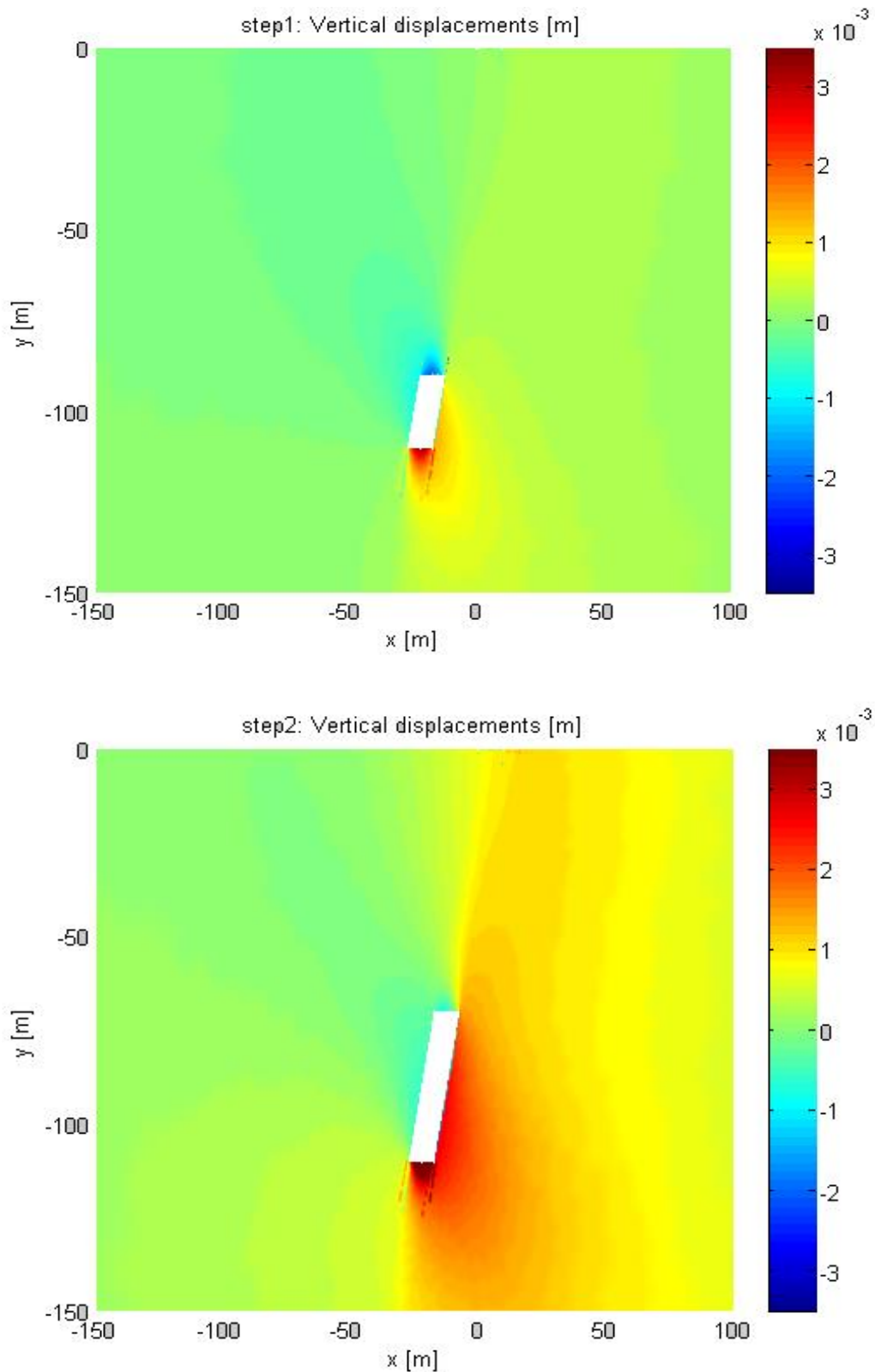
Οι παρακάτω εξισώσεις δείχνουν ότι και οι παράγωγοι τρίτου βαθμού της συνάρτησης  $f(x,y)$  είναι απαραίτητοι για τον υπολογισμό των τάσεων στο συγκεκριμένο πρόβλημα, για αυτό δίδονται ακολούθως :

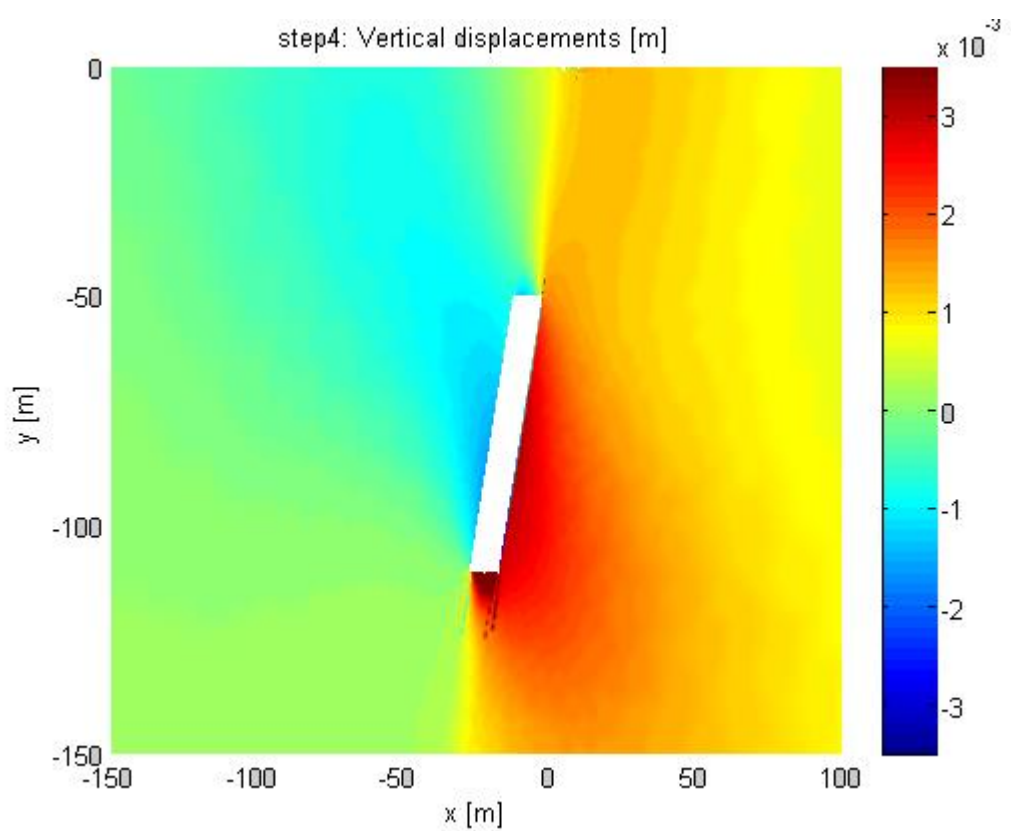
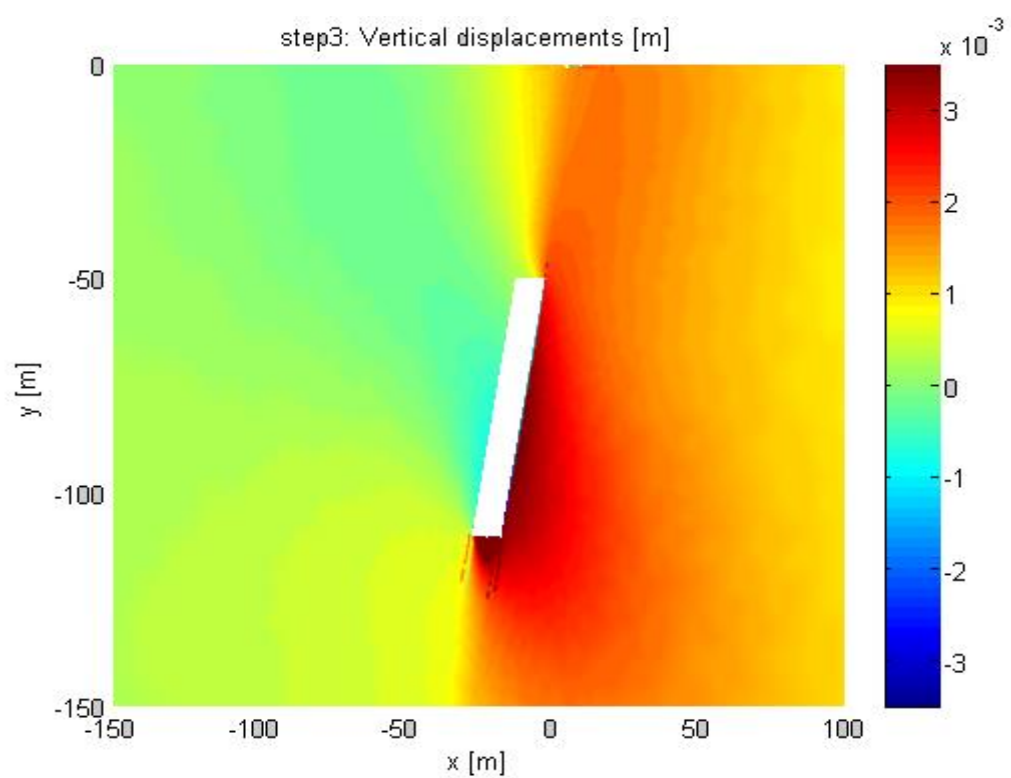
$$F_6(x, y) = f_{,xyy} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[ \frac{(x-a)^2 - y^2}{[(x-a)^2 + y^2]^2} - \frac{(x+a)^2 - y^2}{[(x+a)^2 + y^2]^2} \right]$$

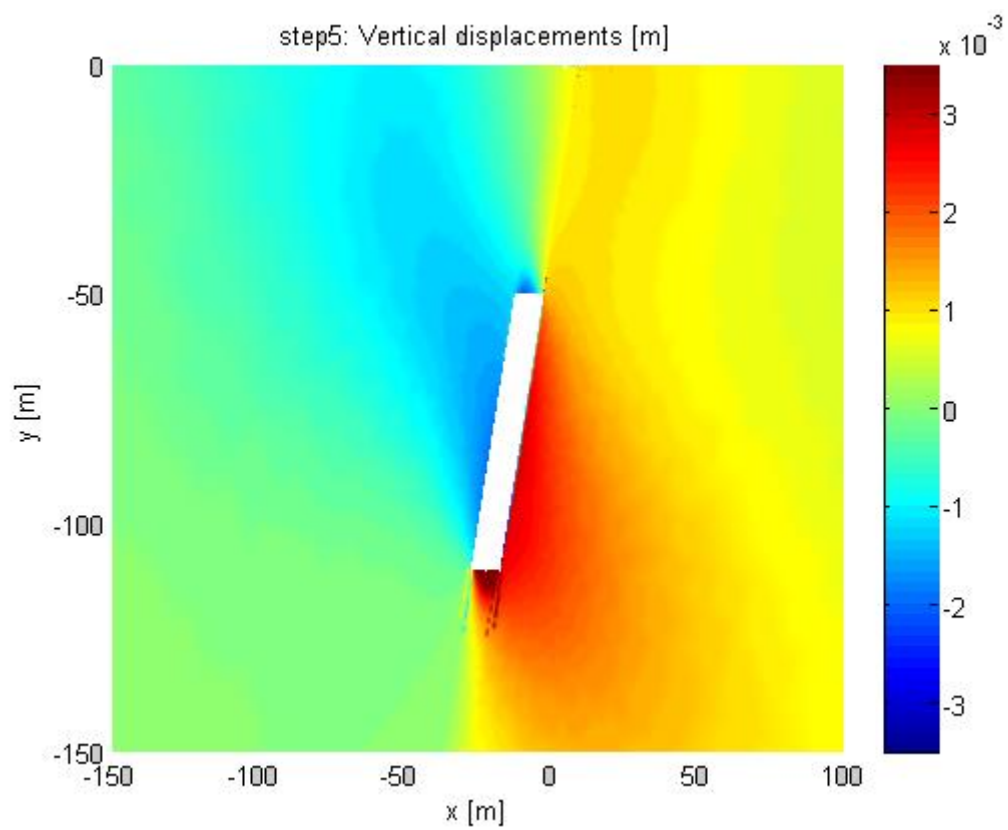
$$F_7(x, y) = f_{,yyy} = \frac{2y}{4\pi(1-\nu)} \left[ \frac{x-a}{[(x-a)^2 + y^2]^2} - \frac{x+a}{[(x+a)^2 + y^2]^2} \right]$$

## Παράρτημα Β. Διαγράμματα Κατακόρυφων μετατοπίσεων

Οι κατακόρυφες μετατοπίσεις από το πακέτο Matlab παρουσιάζονται στα στάδια 1, 2, 3, 4 και 5 ως εξής :









## Παράρτημα Γ. Διαγράμματα Phases

Οι κύριες τάσεις από το πακέτο Phases ([Σεφερειάδη, 2015](#)) παρουσιάζονται στα στάδια 1, 2, 3 και 4 ως εξής :

