



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΤΟΠΙΚΟ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΕΝΟ ΕΛΕΓΧΟ ΡΑΜΠΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΔΡΟΜΟΥ

Διπλωματική εργασία που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των απαιτήσεων για την απόκτηση
του διπλώματος Μηχανικού Παραγωγής και Διοίκησης

ΥΠΟ

ΠΑΠΑΛΙΑΚΟ ΕΥΣΤΑΘΙΟ

Χανιά 2016

Η διπλωματική εργασία του Παπαλιάκου Ευστάθιου, εγκρίνεται από την εξεταστική επιτροπή:

Παπαγεωργίου Μάρκος, Καθηγητής

Καραφύλλης Ιάσων, Επίκουρος Καθηγητής

Παπαμιχαήλ Ιωάννης, Επίκουρος Καθηγητής

Την διπλωματική μου εργασία θα ήθελα να την αφιερώσω στην οικογένειά μου.

Στη Μάνα μου τη Θωμά για την επιμονή της,

στον Πατέρα μου το Μήτσο για την υπομονή του,

στον Αδερφό μου τον Λουκά, για την ψυχραιμία του.

Στον παππού Λουκά και τη γιαγιά Παγώνα που ποτέ δεν είχα την ευκαιρία να γνωρίσω,

Στον Παππού Στάθη που έφυγε και στη γιαγιά Μαρία που είναι ακόμα εδώ.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

| | |
|--|----|
| ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ | 7 |
| ΠΕΡΙΛΗΨΗ | 14 |
| 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 16 |
| 1.1 Μέτρα και Στρατηγικές Ελέγχου Κυκλοφορίας..... | 18 |
| 1.2 Σκοπός και Διάρθρωση της Εργασίας | 20 |
| 2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗΣ ΡΟΗΣ | 21 |
| 2.1 Το Μοντέλο του Αυτοκινητοδρόμου..... | 22 |
| 2.2 Θεμελιώδες Διάγραμμα Κυκλοφοριακής Ροής..... | 23 |
| 3. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗΣ ΡΟΗΣ | 27 |
| 3.1 Εύρωση Ολική Εκθετική Σταθεροποίηση του Μοντέλου Κυκλοφορίας | 27 |
| 3.2 Σχήμα Προσαρμοστικού Ελέγχου..... | 29 |
| 3.3 Ελεγκτής RLB-PI | 33 |
| 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ-ΣΕΝΑΡΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ | 34 |
| 4.1 Πρώτο Σενάριο Ελέγχου | 37 |
| 4.2 Δεύτερο Σενάριο Ελέγχου | 38 |
| 4.3 Τρίτο Σενάριο Ελέγχου | 40 |
| 4.4 Τέταρτο σενάριο ελέγχου | 41 |
| 5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ | 44 |
| 5.1 Πρώτο Σενάριο Κυκλοφορίας..... | 44 |
| 5.1.1 Σετ Προσομοιώσεων 1 | 45 |
| 5.1.2 Σετ Προσομοιώσεων 2 | 46 |
| 5.2 Αποτελέσματα Δεύτερου Σεναρίου Ελέγχου | 49 |
| 5.2.1 Σετ Προσομοιώσεων 1 | 50 |
| 5.2.2 Σετ Προσομοιώσεων 2 | 54 |
| 5.2.3 Σετ Προσομοιώσεων 3 | 57 |
| 5.3 Αποτελέσματα Τρίτου Σεναρίου Ελέγχου | 59 |
| 5.3.1 Σετ Προσομοιώσεων 1 | 60 |
| 5.3.2 Σετ Προσομοιώσεων 2 | 63 |
| 5.4 Αποτελέσματα Τέταρτου Σεναρίου Ελέγχου | 65 |
| 5.4.1 Σετ προσομοιώσεων 1 | 66 |
| 5.2.4 Σετ προσομοιώσεων 2..... | 67 |
| 5.2.5 Σετ προσομοιώσεων 3..... | 70 |
| 6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ..... | 73 |
| 6.1 Γενικά συμπεράσματα | 73 |
| 6.2 Μελλοντική εργασία | 73 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

| | |
|---|----|
| Σχήμα 1-1: Συγχώνευση ροής από ράμπα εισόδου με το κυρίως ρεύμα..... | 16 |
| Σχήμα 1-2: Σημεία συμφόρησης (bottlenecks) σε αυτοκινητοδρόμους. | 17 |
| Σχήμα 1-3: Μέτρηση ράμπας εισόδου (ramp metering). | 19 |
| Σχήμα 2-1: Ποιοτική περιγραφή του μοντέλου αυτοκινητοδρόμου. | 22 |
| Σχήμα 2-2: Ποιοτική αναπαράσταση της Συνάρτησης Ζήτησης..... | 25 |
| Σχήμα 2-3: Ποιοτική αναπαράσταση της Συνάρτησης Προσφοράς..... | 26 |
| Σχήμα 2-4: Ποιοτική αναπαράσταση του Θεμελιώδους Διαγράμματος, όπου εμφανίζονται αντίστοιχα η Συνάρτηση Ζήτησης (μπλε) και η Συνάρτηση Προσφοράς (κόκκινο). | 26 |
| Σχήμα 4-1: Απεικόνιση των (α) Συναρτήσεων Ζήτησης για τα κελιά $i = 1, \dots, n-1$ και (b) για το κελί $i = n$ και (c) Συναρτήσεων Προσφοράς για τα κελιά, $i = 1, \dots, n$ | 36 |
| Σχήμα 4-2: Δίκτυο πρώτου σεναρίου κυκλοφορίας. | 37 |
| Σχήμα 4-3: Δίκτυο δεύτερου σεναρίου κυκλοφορίας. | 38 |
| Σχήμα 4-4: Δίκτυο τρίτου σεναρίου κυκλοφορίας..... | 40 |
| Σχήμα 4-5: Δίκτυο του τέταρτου σεναρίου κυκλοφορίας. | 41 |
| Σχήμα 5-1: Χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών για το σύστημα ανοικτού βρόγχου (open loop), με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ και $u_1 = 4800$ [veh/h]..... | 44 |
| Σχήμα 5-2: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για το ΣΠΕ ($\sigma = 0.7$, $\tau = 10$) και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [10, 15, 10, 15, 10]$, (c) $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 46 |
| Σχήμα 5-3: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για τον RLB-PI και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [10, 15, 10, 15, 10]$, (c) $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 47 |
| Σχήμα 5-4: Η απόκριση της EN για το κλειστό σύστημα ελέγχου και για τους δύο ελεγκτές: ΣΠΕ (μπλε) και RLB-PI (κόκκινο) και για τέσσερις αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [10, 15, 10, 15, 10]$, (c) $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 48 |
| Σχήμα 5-5: Ραβδογράμματα VEF_i του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (πράσινο) για το Σετ Προσομοιώσεων 2 του 1 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 49 |
| Σχήμα 5-6: Χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών για το σύστημα ανοικτού βρόγχου (open loop), με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, $u_1 = 4000$ [veh/h] και $u_3 = 800$ [veh/h]. | 49 |
| Σχήμα 5-7: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για το ΣΠΕ ($\sigma = 0.7$, $\tau = 10$) και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$, (c) $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 50 |
| Σχήμα 5-8: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για τον RLB-PI και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$, (c) $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 51 |
| Σχήμα 5-9: Η απόκριση της EN για το κλειστό σύστημα ελέγχου και για τους δύο ελεγκτές, ΣΠΕ (μπλε) και RLB-PI (κόκκινο) και για τέσσερις αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$, (c) $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 52 |

| | |
|---|----|
| Σχήμα 5-10: Χρονική εξέλιξη των τιμών της πραγματικής ροής της ράμπας στο 3 ^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) για το ΣΠΕ και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες: (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$, (c) $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 53 |
| Σχήμα 5-11: Ραβδογράμματα VEF_1 του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (πράσινο) για το Σετ Προσομοιώσεων 1 του 2 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 54 |
| Σχήμα 5-12: Χρονικές αποκρίσεις για το ΣΠΕ με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ (που αντιστοιχεί σε σταθερή είσοδο $u_3 = 800 \text{ veh/h}$) και για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενων εισόδων από το 3 ^ο κελί: (a) περίπτωση Α), (b) περίπτωση Β) και (c) περίπτωση Γ) του Πίνακα 4-3..... | 55 |
| Σχήμα 5-13: Χρονικές αποκρίσεις για τον RLB-PI με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ (που αντιστοιχεί σε σταθερή είσοδο $u_3 = 800 \text{ veh/h}$) και για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενων εισόδων από το 3 ^ο κελί: (a) περίπτωση Α), (b) περίπτωση Β) και (c) περίπτωση Γ) του Πίνακα 4-3..... | 55 |
| Σχήμα 5-14: Χρονική εξέλιξη των τιμών της πραγματικής τιμής ροής της ράμπας στο 3 ^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ (που αντιστοιχεί σε σταθερή είσοδο $u_3 = 800 \text{ veh/h}$) και για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενων εισόδων από το 3 ^ο κελί: (a) περίπτωση Α), (b) περίπτωση Β) και (c) περίπτωση Γ) του Πίνακα 4-3..... | 56 |
| Σχήμα 5-15: Ραβδογράμματα VEF_1 του ΣΠΕ (μπλε) και του ελεγκτή RLB-PI (πράσινο) για τις περιπτώσεις Α), Β) και Γ) του Πίνακα 4-3 και για το Σετ Προσομοιώσεων 2 του 2 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 57 |
| Σχήμα 5-16: Χρονικές αποκρίσεις των κανόνων προτεραιότητας και του ποσοστού επιχειρούμενης εκροής για $d_i = 1 + \cos((\pi/20)t)$ (μπλε) και $d_i = \min(1, \max(0, \xi(t)))$ (κόκκινο) των κελιών (a)-(b) $i=2$, (c)-(d) $i=3$, (e)-(f) $i=4$, (g)-(h) $i=5$ του ΣΠΕ με αρχική συνθήκη $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ | 58 |
| Σχήμα 5-17: Χρονικές αποκρίσεις για τον ελεγκτή RLB-PI με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ και για (a) $d_i = 1 + \cos((\pi/20)t)$ και (b) $d_i = \min(1, \max(0, \xi(t)))$ | 58 |
| Σχήμα 5-18: Χρονικές αποκρίσεις για το ΣΠΕ με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ και για (a) $d_i = (1 + \cos((\pi/20)t))/2$ και (b) $d_i = \min(1, \max(0, \xi(t)))$ | 59 |
| Σχήμα 5-19: Χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών για το σύστημα ανοικτού βρόγχου (open loop), με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$, $u_1 = 3500 \text{ [veh/h]}$, $u_3 = 1300 \text{ [veh/h]}$ και $p_4 = 0.05$ | 59 |
| Σχήμα 5-20: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για το ΣΠΕ και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$, (b) $x_0 = [60, 75, 50, 80, 90, 80]$, (c) $x_0 = [20, 15, 25, 10, 25, 25]$ και (d) $x_0 = [20, 20, 30, 30, 30, 35]$ για $u_1 = 3500 \text{ [veh/h]}$ και $p_4 = 0.05$ | 60 |
| Σχήμα 5-21: Χρονική εξέλιξη των τιμών (a) της ροής ελέγχου της ράμπας στο 3 ^ο κελί (κόκκινο) και των αντίστοιχων τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο και (b) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου για το ΣΠΕ με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ και για $u_1 = 3500 \text{ [veh/h]}$ και $p_4 = 0.05$ | 61 |

| | |
|--|----|
| Σχήμα 5-22: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για τον ελεγκτή RLB-PI και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [60, 75, 50, 80, 90, 80]$, (c) $x_0 = [20, 15, 25, 10, 25, 25]$ και (d) $x_0 = [20, 20, 30, 30, 30, 35]$ για $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$ | 61 |
| Σχήμα 5-23: Ραβδογράμματα VEF_1 του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (πράσινο) για το Σετ Προσομοιώσεων 1 του 3 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 62 |
| Σχήμα 5-24: Χρονική εξέλιξη των τιμών (a) της ροής ελέγχου της ράμπας στο 3 ^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) και (b) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου με αρχική συνθήκη το MKΣΙ για την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-5..... | 63 |
| Σχήμα 5-25: Η απόκριση της EN της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το MKΣΙ για το κλειστό σύστημα ελέγχου, για τους δύο ελεγκτές ΣΠΕ (μπλε) και RLB-PI (κόκκινο) για την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-5. | 64 |
| Σχήμα 5-26: Χρονική εξέλιξη των τιμών (a) της ροής ελέγχου της ράμπας στο 3 ^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) και (b) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου με αρχική συνθήκη το MKΣΙ για την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-5..... | 64 |
| Σχήμα 5-27: Η απόκριση της EN της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το MKΣΙ για το κλειστό σύστημα ελέγχου, για τους δύο ελεγκτές ΣΠΕ (μπλε) και RLB-PI (κόκκινο) για την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-5. | 64 |
| Σχήμα 5-28: Ραβδογράμματα VEF_1 του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (πράσινο) για τις περιπτώσεις Α) και Β) του Πίνακα 4-3 με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$ | 65 |
| Σχήμα 5-29: Χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών για το σύστημα ανοικτού βρόγχου (open loop), με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7]$, $u_1 = 3500$ [veh/h], $u_3 = 650$ [veh/h], $u_6 = 650$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$ | 66 |
| Σχήμα 5-30: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες: (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [40, 65, 50, 40, 65, 50, 65]$, (c) $x_0 = [10, 15, 10, 25, 15, 10, 15]$ και (d) $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 35]$ για $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$ | 67 |
| Σχήμα 5-31: Χρονική εξέλιξη των τιμών της ροής ελέγχου της ράμπας στο (a) 3 ^ο και (b) 6 ^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο) με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7]$, $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$ | 67 |
| Σχήμα 5-32: Χρονική εξέλιξη των τιμών (a) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου και (b) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου, με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7]$, $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$ | 68 |
| Σχήμα 5-33: Χρονική εξέλιξη των τιμών: (a) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (b) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου από το 4 ^ο κελί, (c) και (d) της ροής ελέγχου της ράμπας από το 3 ^ο και 6 ^ο κελί αντίστοιχα (κόκκινο) και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο) και (e) της πυκνότητας όλων των κελιών με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$ και την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-5 | 68 |
| Σχήμα 5-34: Χρονική εξέλιξη των τιμών: (a) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (b) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου από το 4 ^ο κελί, (c) και (d) της ροής | |

| | |
|--|----|
| ελέγχου της ράμπας από το 3 ^ο και 6 ^ο κελί αντίστοιχα (κόκκινο) και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο) και (ε) της πυκνότητας όλων των κελιών με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$ και την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-5 . | 69 |
| Σχήμα 5-35: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου, (γ) και (δ) της ροής ελέγχου (κόκκινο) της ράμπας από το 3 ^ο και 6 ^ο κελί αντίστοιχα και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο), με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$, $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$. | 70 |
| Σχήμα 5-36: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου, (γ) και (δ) της ροής ελέγχου (κόκκινο) της ράμπας από το 3 ^ο και 6 ^ο κελί αντίστοιχα και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο), με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$ και την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-5. | 71 |
| Σχήμα 5-37: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου, (γ) και (δ) της ροής ελέγχου (κόκκινο) της ράμπας από το 3 ^ο και 6 ^ο κελί αντίστοιχα και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο), με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$ και την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-5. | 72 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

| | |
|--|----|
| Πίνακας 4-1: Τιμές παραμέτρων κοινές σε όλα τα σενάρια κυκλοφορίας. | 35 |
| Πίνακας 4-2: Τιμές παραμέτρων και αρχικοποιήσεων που αφορούν τον έλεγχο για όλα τα σενάρια. | 36 |
| Πίνακας 4-3: Συναρτήσεις μεταβαλλόμενων ροών εισόδου. | 39 |
| Πίνακας 4-4: Συναρτήσεις μεταβαλλόμενων κανόνων προτεραιότητας. | 40 |
| Πίνακας 4-5: Συναρτήσεις μεταβαλλόμενων ροών εισόδου και ποσοστών εξόδου. | 41 |
| Πίνακας 4-6: Κανόνες καθορισμού του συντονισμένου ελέγχου ραμπών εισόδου για το Σετ Προσομοιώσεων 3 του τέταρτου σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 43 |
| Πίνακας 4-7: ΜΚΣΙ όλων των κελιών για κάθε μία από τις περιπτώσεις του Πίνακα 4-6. | 43 |
| Πίνακας 5-1: Τιμές VEF_i [veh/h] για διάφορα ζεύγη τιμών σ και τ . | 45 |
| Πίνακας 5-2: Τιμές VEF_i για το Σετ Προσομοιώσεων 2 του 1 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 48 |
| Πίνακας 5-3: Τιμές VEF_i του Σετ Προσομοιώσεων 1 του 2 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 53 |
| Πίνακας 5-4: Τιμές VEF_i για τις περιπτώσεις Α), Β), και Γ) του Πίνακα 4-3 για το Σετ Προσομοιώσεων 2 του 2 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 56 |
| Πίνακας 5-5: Τιμές VEF_i του Σετ Προσομοιώσεων 1 του 3 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας. | 62 |
| Πίνακας 5-6: Τιμές VEF_i του Σετ Προσομοιώσεων 2 του 3 ^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας για τις περιπτώσεις Α) και Β) του Πίνακα 4-3 με $x_0 = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6]$. | 65 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ

| | |
|-------|---------------------------------|
| ΕΝ: | Ευκλείδεια Νόρμα |
| ΕΟΕΕ: | Εύρωστα Ολικά Εκθετικά Ευσταθές |
| ΘΔ: | Θεμελιώδες Διάγραμμα |
| ΜΚΣΙ: | Μη Κορεσμένο Σημείο Ισορροπίας |
| ΣΠΕ: | Σχήμα Προσαρμοστικού Ελέγχου |
| VEF: | Vehicles Exiting the Freeway |

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την παρούσα διπλωματική εργασία, ολοκληρώνεται ο προπτυχιακός κύκλος σπουδών μου στο Πολυτεχνείο Κρήτης. Σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου υπήρξαν άτομα τα οποία έπαιξαν σημαντικό ρόλο, τόσο στην ακαδημαϊκή μου πορεία, όσο και στην προσωπική μου ζωή, τα οποία νιώθω μια ιδιαίτερη ανάγκη να ευχαριστήσω.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Μάρκο Παπαγεωργίου, για τις γνώσεις και την καθοδήγηση που μου προσέφερε και κυρίως για την ευκαιρία που μου έδωσε να συνεργαστώ με ένα κύκλο κορυφαίων στο αντικείμενό τους επιστημόνων.

Η διπλωματική μου εργασία δεν θα ολοκληρωνόταν, χωρίς την σημαντική βοήθεια της υποψήφιας διδάκτορα Μαρίας Κοντορινάκη. Την ευχαριστώ για όλες τις ώρες που διέθεσε, ακόμα και από τον προσωπικό της χρόνο, προκειμένου να μου μεταφέρει τις πολύτιμες γνώσεις της στο αντικείμενο της διπλωματικής μου εργασίας και όχι μόνο.

Είμαι ιδιαίτερα χαρούμενος, για το γεγονός πώς όλα αυτά τα χρόνια, είχα δίπλα μου ανθρώπους σαν τον Δ. Ζόγκα, τον Δ. Τζίμα, τον Γ. Διδυμιώτη, τον Γ. Ξαγοράρη, τον Δ. Μποζικά, τον Γ. Πενταφράγκα, τους παλιούς Λάμπρο, Σιδέρη, Αποστόλη, Λεοντόπουλο αλλά και τους νεότερους, Γ. Μοσχονά, την Μ. Χουλιαρά, τους Γ.Τζίμα, Π.Κουτρουμάνο και πάρα πολλούς άλλους. Θα ήθελα να τους ευχαριστήσω όλους από καρδιάς, για την φιλία, την συντροφικότητα, την υποστήριξη τους και για όλα όσα, μικρά ή μεγάλα, πετύχαμε μαζί αυτά τα χρόνια.

Ένα μεγαλύτερο ευχαριστώ θέλω να εκφράσω στη σύντροφό μου Χριστίνα, που αποτέλεσε και αποτελεί για μένα πηγή έμπνευσης, δημιουργικότητας και πολλών όμορφων στιγμών στη ζωή μου. Την ευχαριστώ που ήταν δίπλα μου στις δύσκολες στιγμές και που στήριξε όλες μου τις επιλογές.

Ένα τεράστιο ευχαριστώ χρωστάω στην οικογένεια μου για όσα στερήθηκαν όλα αυτά τα χρόνια προκειμένου να μπορέσω να ολοκληρώσω τις σπουδές μου και για την αμέριστη στήριξη που μου παρείχαν σε όποιο τομέα της ζωής μου χρειάστηκε.

Το μεγαλύτερο όμως ευχαριστώ θέλω να το απευθύνω σε όλους (παλιούς και νέους) τους συντρόφους της Ενωτικής Πρωτοβουλίας. Τους ευχαριστώ γιατί μέσα από τις γραμμές της Ενωτικής έμαθα πως είναι να αγωνίζεσαι για ένα διαφορετικό κόσμο, πως είναι να παλεύεις πολύ δυνατότερους αντιπάλους και να νικάς.

Μέσα από την συλλογικότητα της Ενωτικής, διδάχθηκα το μεγαλύτερό μου μάθημα στο Πολυτεχνείο Κρήτης και αυτό ήταν πως, *“οι αγώνες που δώσαμε, δεν γράφτηκαν στην ιστορία ως παρελθόν, ως κάτι κλειστό, αλλά περιμένουν εκεί για να ξαναγραφτεί η ιστορία, όπως εμείς θέλουμε”*. Το πως θα ξαναγραφτεί η ιστορία δεν είμαι σε θέση να το γνωρίζω. Πιστεύω όμως ακράδαντα πως με όλους τους συντρόφους που αφήνω πίσω μου θα ξαναβρεθούμε στους δρόμους της αμφισβήτησης και θα είμαστε το πιο ελπιδοφόρο κομμάτι της ιστορίας που περιμένει να γραφτεί.

Με αυτό το ευχαριστώ κλείνει ένας μεγάλος κύκλος για μένα. Όμως η διαλεκτική μας διδάσκει πως κάθε τέλος, μπορεί να είναι και μια νέα αρχή. Σε αυτή τη νέα μου αρχή, από άλλη θέση πια, θα συνεχίσω να παλεύω για έναν άλλο κόσμο, της αξιοπρέπειας, της αλληλεγγύης, για ένα κόσμο απαλλαγμένο από τον φασισμό και κάθε μορφής ολοκληρωτισμό, για έναν κόσμο που θα χωρά τις ανάγκες μας.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στη σύγχρονη εποχή, ο άνθρωπος των πόλεων έρχεται αντιμέτωπος με το γνωστό πρόβλημα της κυκλοφοριακής συμφόρησης. Οι διαθέσιμες οδικές υποδομές, αδυνατούν τις περισσότερες φορές να εξυπηρετήσουν τον συνεχώς αυξανόμενο αριθμό οχημάτων και κατά συνέπεια την ανάγκη του ανθρώπου για γρήγορες και ασφαλείς μετακινήσεις. Μολονότι, η επέκταση και διεύρυνση των οδικών υποδομών θα μπορούσε να αποτελέσει λύση στο πρόβλημα αυτό, το γεγονός της έλλειψης χώρου αλλά και του μεγάλου χρηματικού και περιβαλλοντικού κόστους αποτρέπει τους αρμόδιους φορείς να καταφύγουν σε τέτοιου είδους λύσεις. Έχει αποδειχθεί ότι η εφαρμογή μέτρων ελέγχου κυκλοφορίας αποτελεί τον πιο αποτελεσματικό αλλά και οικονομικό τρόπο για την αντιμετώπιση του φαινομένου της κυκλοφοριακής συμφόρησης. Ωστόσο, την ανάπτυξη μέτρων και στρατηγικών ελέγχου που σκοπό έχουν την μείωση ή ακόμα και την εξάλειψη του φαινομένου της κυκλοφοριακής συμφόρησης, ευνοεί η συνεχώς επιταχυνόμενη εξέλιξη της επιστήμης και της τεχνολογίας και ειδικότερα η τεράστια πρόοδος που έχει γίνει τις τελευταίες δεκαετίες στον επιστημονικό κλάδο του Αυτομάτου Ελέγχου.

Η παρούσα εργασία εξετάζει την εφαρμογή καινοτόμων μεθοδολογιών ελέγχου κυκλοφορίας σε υποθετικά αλλά ρεαλιστικά δίκτυα αυτοκινητοδρόμων, μέσω της μέτρησης ραμπών εισόδου. Πιο συγκεκριμένα, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται ένα μη γραμμικό μοντέλο κυκλοφοριακής ροής, το οποίο αποτελεί γενίκευση γνωστών στη βιβλιογραφία διακριτοποιημένων πρώτης τάξης μοντέλων. Το μοντέλο αυτό, θα χρησιμοποιηθεί για τη δοκιμή ενός νέου τύπου ελεγκτή, που σκοπό έχει να σταθεροποιήσει τις κυκλοφοριακές συνθήκες ενός αυτοκινητοδρόμου στο επιθυμητό σημείο λειτουργίας, ρυθμίζοντας κατάλληλα την εισροή οχημάτων από επιλεγμένες ράμπες εισόδου αυτοκινητοδρόμου. Ειδικότερα, πρόκειται για ένα ολοκληρωμένο Σχήμα Προσαρμοστικού Ελέγχου, το οποίο έχει πρόσφατα προταθεί στη βιβλιογραφία και εγγυάται την εύρωστη, ολική, εκθετική έλξη του επιθυμητού σημείου ισορροπίας των μοντέλων κυκλοφορίας που αναφέρθηκαν παραπάνω. Το προταθέν Σχήμα Προσαρμοστικού Ελέγχου βασίζεται στη λειτουργία α) ενός ονομαστικού ελεγκτή ανάδρασης, οποίος επιτυγχάνει την εύρωστη, ολική, εκθετική σταθεροποίηση του επιθυμητού σημείου ισορροπίας, όταν είναι γνωστές οι παράμετροι του μοντέλου και β) ενός μη γραμμικού dead-beat παρατηρητή κατάστασης, οποίος επιτυγχάνει την εκτίμηση των άγνωστων παραμέτρων, κατά τη διάρκεια μίας μεταβατικής περιόδου. Η παραπάνω διαδικασία χρησιμοποιεί μετρήσεις ροής και πυκνότητας οχημάτων, οι οποίες στο πραγματικό πεδίο παρέχονται μέσω φωρατών ή/και άλλων κατάλληλων μετρητικών οργάνων. Σημαντικό χαρακτηριστικό του εξεταζόμενου Σχήματος Προσαρμοστικού Ελέγχου είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί και ως τοπική αλλά και ως συντονισμένη στρατηγική ελέγχου. Στην παρούσα εργασία αναδεικνύονται τα δύο παραπάνω χαρακτηριστικά μέσω της κατασκευής κατάλληλων ρεαλιστικών σεναρίων κυκλοφορίας. Τέλος, η επίδοση του προτεινόμενου Σχήματος Προσαρμοστικού Ελέγχου συγκρίνεται με άλλους, παρόμοιων χαρακτηριστικών, ελεγκτές που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία και έχουν εφαρμοστεί στο πεδίο.

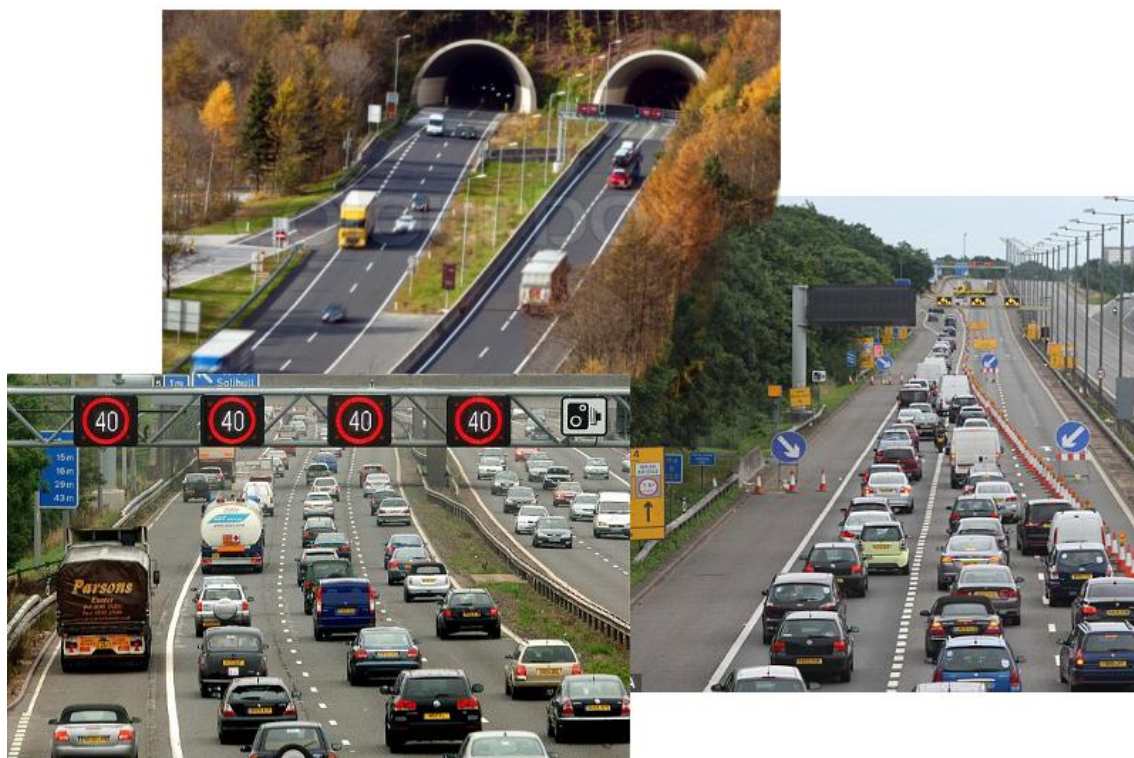
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι μεταφορές αποτελούσαν ανέκαθεν, ένα νευραλγικό τομέα του πολιτισμού και της οικονομίας των κοινωνιών. Σήμερα, κι ενώ οι ανάγκες των μετακινήσεων αυξάνονται δυναμικά λόγω της μεγάλης αύξησης των οχημάτων ιδιωτικής χρήσης και των οχημάτων που χρησιμοποιούνται για εταιρικές ανάγκες, ολοένα και περισσότεροι χρήστες των οδικών δικτύων έρχονται αντιμέτωποι με το φαινόμενο της κυκλοφοριακής συμφόρησης. Η κυκλοφοριακή συμφόρηση αποτελεί ένα φαινόμενο το οποίο πλήττει αστικά και περιαστικά δίκτυα αλλά και δίκτυα αυτοκινητοδρόμων και εμφανίζεται κυρίως στις περιπτώσεις όπου οι διαθέσιμες υποδομές αδυνατούν να εξυπηρετήσουν την συνεχώς αυξανόμενη ζήτηση οχημάτων. Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην ανάλυση του παραπάνω φαινομένου όπως αυτό εμφανίζεται σε αυτοκινητοδρόμους. Πιο συγκεκριμένα, η κυκλοφοριακή συμφόρηση αυτοκινητοδρόμων αποδίδεται σε μία ή περισσότερες από τις παρακάτω αιτίες:

- **Υψηλά επίπεδα εισερχόμενη ροής από ράμπες εισόδου (On-Ramp Merges):** αποτελεί τη συνηθέστερη αιτία κυκλοφοριακής συμφόρησης, η οποία εμφανίζεται λίγα μέτρα κατάντη της ράμπας εισόδου, δηλαδή στην περιοχή όπου η ροή από τη ράμπα συγχωνεύεται με τη ροή από το κυρίως ρεύμα του αυτοκινητόδρομου (Σχήμα 1-1),
- **Ύπαρξη σημείων συμφόρησης (Bottlenecks):** αποτελεί τη δεύτερη συνηθέστερη αιτία συμφόρησης και αφορά την ύπαρξη περιοχών σε έναν αυτοκινητόδρομο όπου παρατηρούνται α) ελάττωση των λωρίδων κυκλοφορίας, β) ιδιομορφίες στη γεωγραφική τοπολογία του αυτοκινητόδρομου (π.χ. υψηλή κλίση του δρόμου, τούνελ) ή/και γ) επιβολή ορίων ταχύτητας (Σχήμα 1-2),
- **Περιστατικά ή ατυχήματα, έργα συντήρησης, δυσμενείς καιρικές συνθήκες κ.α...**



Σχήμα 1-1: Συγχώνευση ροής από ράμπα εισόδου με το κυρίως ρεύμα.



Σχήμα 1-2: Σημεία συμφόρησης (bottlenecks) σε αυτοκινητοδρόμους.

Η κυκλοφοριακή συμφόρηση έχει σαν αποτέλεσμα, την εμφάνιση του φαινομένου της **πτώσης ικανότητας (capacity drop)**. Το φαινόμενο αυτό, επιφέρει την μείωση της ροής στο κυρίως ρεύμα του αυτοκινητοδρόμου, όταν σχηματίζεται ουρά ανάντη ενός σημείου συμφόρησης. Έτσι, στην πραγματικότητα ενώ υπάρχει μεγάλος αριθμός οχημάτων που ζητούν να εξυπηρετηθούν, η μέγιστη δυνατότητα εκροής (**capacity**) μειώνεται.

Γενικότερα, η αύξηση του φόρτου ενός δικτύου δεν έχει μόνο προφανείς επιπτώσεις, όπως τη χρονική καθυστέρηση των χρηστών του δικτύου και τη μη αποτελεσματική χρήση των υποδομών των αυτοκινητοδρόμων, αλλά και επιπτώσεις που επεκτείνονται σε πολλούς τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας. Τέτοιες επιπτώσεις αποτελούν η μείωση της ασφάλειας, η ψυχολογική καταπίεση και η αύξηση της περιβαλλοντικής καταπόνησης. Παρακάτω παρατίθενται μερικά μόνο από μια πληθώρα στατιστικών στοιχείων που επιτρέπουν την ξεκάθαρη αποτίμηση του προβλήματος της κυκλοφοριακής συμφόρησης:

- ❖ Εκτιμάται ότι το 10% του οδικού δικτύου πάσχει από κυκλοφοριακό φόρτο με ετήσιο κόστος 0,9-1.5% του ΑΕΠ της ΕΕ. Οι οδικές μεταφορές προκαλούν το 72% των συνολικών εκπομπών CO_2 των μεταφορών, οι οποίες αυξήθηκαν κατά 32% το διάστημα 1990-2005. Τα παραπάνω στοιχεία αναμένεται να παρουσιάσουν αύξηση το επόμενο χρονικό διάστημα, με βάση τις προβλέψεις αύξησης των εμπορευματικών μεταφορών κατά 50% και των επιβατικών μεταφορών κατά 35% στην περίοδο 2000 – 2020 (ανακοίνωση της Ευρωπαϊκής Επιτροπής του 2009 για το Σχέδιο Δράσης για την εξάπλωση των Ευφύων Συστημάτων Μεταφορών στην Ευρώπη (COM 2008) 886, [1]).
- ❖ Η διατήρηση της υφιστάμενης κατάστασης σημαίνει ότι α) οι εκπομπές CO_2 από τις μεταφορές θα παραμείνουν κατά το ένα τρίτο υψηλότερες ως προς τα επίπεδα του 1990 έως το 2050, β) το κόστος της συμφόρησης θα αυξηθεί κατά περίπου 50% έως το

2050, γ) το χάσμα της προσβασιμότητας μεταξύ των κεντρικών και περιφερειακών περιοχών θα διευρυνθεί, δ) το κοινωνικό κόστος των ατυχημάτων και της ηχορύπανσης θα συνεχίσει να αυξάνεται (Λευκή Βίβλος, Χάρτης Πορείας για έναν Ενιαίο Ευρωπαϊκό Χώρο Μεταφορών, [2]).

- ❖ Η Ευρωπαϊκή Επιτροπή, θεωρεί τόσο σημαντική την καταπολέμηση που φαινομένου, ώστε να διαθέτει 215 δισεκατομμύρια ευρώ για την εξάλειψη των κύριων σημείων συμφόρησης (Λευκή Βίβλος, σημείο 71).
- ❖ Στην Ελλάδα, α) ο κλάδος των μεταφορών αποτελεί το 40% της συνολικής κατανάλωσης ενέργειας σε σχέση με το 31% της ΕΕ, β) η κατανάλωση ενέργειας στις μεταφορές αυξήθηκε κατά 30% την περίοδο 1990-2006, όταν η αντίστοιχη στα κτίρια αυξήθηκε κατά 10% και στη βιομηχανία μειώθηκε κατά 18%, γ) οι εκπομπές CO₂ από τον κλάδο των μεταφορών αυξήθηκαν στην Ελλάδα κατά 46% μεταξύ 1990-2005, ενώ σε Γερμανία και Φινλανδία κατά 1% και 8% αντίστοιχα (Συνέδριο του ΤΕΕ, [3]).

Το ζήτημα της κυκλοφοριακής συμφόρησης είναι ένα παγκόσμιο πρόβλημα που αναζητά επισταμένως λύσεις. Είναι λοιπόν απαραίτητο, η διαχείριση του - συνεχώς αυξανόμενου - όγκου των μεταφορών να γίνεται με τρόπο βιώσιμο τόσο σε οικονομικό, όσο και σε περιβαλλοντικό και κοινωνικό επίπεδο. Στις περιπτώσεις όπου είναι εφικτή η κατασκευή νέων υποδομών, η προσεκτική μελέτη και σχεδίαση αυτών κρίνεται αναγκαία έτσι ώστε να ληφθούν υπόψη όλοι οι παράγοντες που θα επιτρέψουν στους χρήστες καλύτερες, γρηγορότερες και ασφαλέστερες μετακινήσεις. Τέτοιους είδους όμως λύσεις που συνιστούν επέκταση των ήδη υπάρχοντων ή/και δημιουργία νέων υποδομών είναι συχνά ασύμφορες και πολλές φορές από μόνες τους δεν αρκούν. Έχει αποδειχθεί, πως ο πλέον οικονομικός και αποδοτικός τρόπος εξάλειψης των φαινομένων της κυκλοφοριακής συμφόρησης αποτελεί η επιβολή μέτρων ελέγχου κυκλοφορίας.

1.1 Μέτρα και Στρατηγικές Ελέγχου Κυκλοφορίας

Στοχεύοντας στην όσο δυνατόν καλύτερη ρύθμιση της κυκλοφορίας, απαιτούνται μηχανισμοί ελέγχου που είναι αρκετά ικανοί να επηρεάσουν σε σημαντικό βαθμό τις κυκλοφοριακές συνθήκες. Τα βασικά είδη μέτρων ελέγχου κυκλοφορίας που συνήθως εφαρμόζονται σε ένα δίκτυο αυτοκινητοδρόμων είναι τα εξής:

- Α) **Μέτρηση Ράμπας Εισόδου (Ramp Metering):** Τοποθετείται φανάρι στη διασταύρωση της ράμπας με τον αυτοκινητόδρομο, η λειτουργία του οποίου πραγματοποιείται με προκαθορισμένο τρόπο (στρατηγική), ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη λειτουργία του αυτοκινητοδρόμου (Σχήμα 1-3).
- Β) **Μέτρηση Κυρίως Ρεύματος (Mainline Metering):** Παρομοίως με τη μέτρηση ράμπας, τοποθετείται φανάρι (ή φανάρια) με το οποίο ρυθμίζεται η κυκλοφοριακή ροή από ένα τμήμα του αυτοκινητοδρόμου στο επόμενο, ελέγχοντας απευθείας την κυκλοφορία του κυρίως ρεύματος του αυτοκινητοδρόμου (εφαρμογές πριν από γέφυρες, τούνελ, κτλ.).
- Γ) **Πληροφόρηση Οδηγών και Καθοδήγηση Πορείας (Route Guidance):** Χρησιμοποιείται ώστε να ενημερώσει τους οδηγούς για την ύπαρξη συμφόρησης ή/και να προτείνει

εναλλακτικές διαδρομές. Πραγματοποιείται μέσω φωτεινών πινακίδων ή μέσω αμφίδρομης επικοινωνίας μεταξύ κατάλληλων εφοδιασμένων οχημάτων.



Σχήμα 1-3: Μέτρηση ράμπας εισόδου (ramp metering).

Για κάθε μέτρο ελέγχου κυκλοφορίας, εφαρμόζεται μια στρατηγική ελέγχου. Με τον όρο στρατηγική ελέγχου, εννοούμε κάποιον ή κάποιους προαποφασισμένους κανόνες σύμφωνα με τους οποίους λαμβάνεται μία απόφαση (π.χ. πράσινο), με σκοπό τη βελτιστοποίηση ενός κριτηρίου (π.χ. ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου διαδρομής ή μεγιστοποίηση της συνολικής εκροής οχημάτων από τον αυτοκινητόδρομο). Οι στρατηγικές ελέγχου διακρίνονται βασικά σε δύο κατηγορίες, τις **στρατηγικές σταθερού χρόνου (fixed-time control strategies)** και τις **στρατηγικές πραγματικού χρόνου (real-time control strategies)**, ως προς το αν κάνουν χρήση ιστορικών δεδομένων ή μετρήσεων πραγματικού χρόνου αντίστοιχα. Όπως γίνεται αντιληπτό, οι δεύτερες έχουν σαφέστερο πλεονέκτημα έναντι των πρώτων, καθώς τα ιστορικά δεδομένα πολλές φορές οδηγούν σε μη ακριβή συμπεράσματα. Επιπλέον, οι στρατηγικές ελέγχου πραγματικού χρόνου διακρίνονται σε **τοπικές στρατηγικές ελέγχου (local control strategies)** και σε **συντονισμένες στρατηγικές ελέγχου (coordinated control strategies)**. Οι τοπικές στρατηγικές ελέγχου κάνουν χρήση των μετρήσεων από τη γύρω περιοχή μιας ράμπας εισόδου και η απόφαση που λαμβάνεται εφαρμόζεται στη ράμπα αυτή. Οι συντονισμένες στρατηγικές ελέγχου, χρησιμοποιούν μετρήσεις από μια ευρεία περιοχή του αυτοκινητοδρόμου και λαμβάνουν μία απόφαση για τον έλεγχο πολλαπλών ραμπών εντός της ίδιας περιοχής. Στις περιπτώσεις όπου υπάρχουν παραπάνω από ένα σημεία συμφόρησης στον αυτοκινητόδρομο ή/και οι ράμπες εισόδου έχουν περιορισμένη χωρητικότητα, οι στρατηγικές συντονισμένου ελέγχου μπορεί να είναι πιο αποδοτικές από τις τοπικές στρατηγικές.

Η στρατηγική ελέγχου που παρουσιάζεται και δοκιμάζεται σε αυτή την εργασία (Κεφάλαιο 3), μπορεί να εφαρμοστεί σε μέτρα ελέγχου κυκλοφορίας όπως είναι η μέτρηση ράμπας εισόδου και η μέτρηση του κυρίως ρεύματος του αυτοκινητοδρόμου. Επίσης, πρόκειται για μία στρατηγική ελέγχου πραγματικού χρόνου η οποία όμως έχει το πολύ σημαντικό πλεονέκτημα ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σαν τοπική στρατηγική ελέγχου αλλά και σαν συντονισμένος έλεγχος εφόσον κάτι τέτοιο κρίνεται αναγκαίο.

1.2 Σκοπός και Διάρθρωση της Εργασίας

Όπως αναφέραμε παραπάνω, η παρούσα διπλωματική εργασία αφορά στο πρόβλημα του ελέγχου της κυκλοφοριακής ροής σε δίκτυα αυτοκινητοδρόμων. Όμως, η εφαρμογή των προτεινόμενων στρατηγικών ελέγχου στο πεδίο απαιτεί την προγενέστερη δοκιμή τους έτσι ώστε ο διαχειριστής του συστήματος να μπορεί να εγγυηθεί για την αποτελεσματικότητά τους. Η δοκιμή αυτή πραγματοποιείται συνήθως με τη χρήση υπολογιστή και με τη διαδικασία προσομοιώσεων. Αυτό προϋποθέτει την ύπαρξη ενός μοντέλου εξισώσεων, το οποίο αναπαριστά σε ικανοποιητικό βαθμό τη δυναμική του συστήματος του αυτοκινητοδρόμου. Στη παρούσα εργασία για την αναπαράσταση του δικτύου αυτοκινητοδρόμων χρησιμοποιείται ένα γενικό, μακροσκοπικό, διακριτού χρόνου, πρώτης τάξης μοντέλο κυκλοφοριακής ροής [4], το οποίο αποτελεί γενίκευση του διακριτοποιημένου με σχήμα Godunov [5] συνεχούς χρόνου μοντέλου LWR [6], [7]. Το μοντέλο αυτό διαθέτει τη δυνατότητα για επιπλέον τροποποιήσεις έτσι ώστε να μπορεί να αναπαρασταθεί το φαινόμενο πτώσης της ικανότητας, που μέχρι πρότινος δεν ήταν δυνατό από τη συμβατική μορφή του LWR και των διακριτοποιημένων εκδοχών του. Έτσι, στο Κεφάλαιο 2 πραγματοποιείται μία εισαγωγή στη μοντελοποίηση αυτοκινητοδρόμων ενώ αναλύεται σε βάθος το παραπάνω μοντέλο.

Στο Κεφάλαιο 3 αναλύεται η ακολουθούμενη στρατηγική ελέγχου. Η στρατηγική ελέγχου αφορά σε ένα **Σχήμα Προσαρμοστικού Ελέγχου (ΣΠΕ, Adaptive Control Scheme)** το οποίο έχει πρόσφατα προταθεί στη βιβλιογραφία [8], [9]. Πιο συγκεκριμένα, στην [4] είχε προταθεί μία παραμετρική οικογένεια νόμων ανάδρασης βασισμένη στη προσέγγιση της συνάρτησης Lyapunov ελέγχου, η εφαρμογή των οποίων εγγυάται την εύρωστη, ολική, εκθετική ευστάθεια σημείων ισορροπίας του παραπάνω μοντέλου κυκλοφορίας, τα οποία οδηγούν σε συνθήκες ελεύθερης ροής στον αυτοκινητόδρομο. Επεκτείνοντας την παραπάνω προσέγγιση, κατασκευάστηκε το προτεινόμενο ΣΠΕ ([8], [9]), το οποίο εξασφαλίζει την ολική εκθετική έλξη των σημείων ισορροπίας που αναφέρθηκαν παραπάνω όταν το διάνυσμα των παραμέτρων του ελεγκτή είναι άγνωστο. Το ΣΠΕ είναι βασισμένο σε έναν μη γραμμικό, dead-beat παρατηρητή κατάστασης ο οποίος επιτυγχάνει την εκτίμηση των άγνωστων για τον ελεγκτή ροών εισόδου από τις ράμπες, των ποσοστών ροής εξόδου και άλλων παραμέτρων του μοντέλου. Το ΣΠΕ διατυπώνεται μέσω θεωρημάτων η απόδειξη των οποίων βρίσκεται στην [9] και δεν παρατίθεται εδώ καθώς κάτι τέτοιο θα ξέφευγε από τους σκοπούς αυτής της εργασίας. Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να δοκιμάσει την αποτελεσματικότητα του ΣΠΕ σε ρεαλιστικά σενάρια κυκλοφορίας και αναδείξει τα θετικά χαρακτηριστικά αναφορικά επιπλέον μέσω της σύγκρισης με έναν άλλο ελεγκτή που έχει προταθεί στη βιβλιογραφία και έχει εφαρμοστεί στο πραγματικό πεδίο [10]. Έτσι, στο Κεφάλαιο 4, περιγράφονται τα σενάρια κυκλοφορίας πάνω στα οποία πραγματοποιείται ο έλεγχος ενώ στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή ελέγχου. Τέλος, στο 6^ο Κεφάλαιο συμπυκνώνονται τα συμπεράσματα από την παρούσα μελέτη.

2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗΣ ΡΟΗΣ

Για τη μελέτη ενός φυσικού φαινομένου, όπως η κυκλοφοριακή ροή, χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί κάποιο μοντέλο. Γενικά η έννοια του μοντέλου μπορεί να προσδιοριστεί ως, η αφηρημένη ενότητα ιδιοτήτων ικανή να περιγράψει τη συμπεριφορά ενός συστήματος σε ορισμένες συνθήκες λειτουργίας. Η μαθηματική αναπαράσταση ενός φυσικού φαινομένου είναι αναγκαία για την συστηματική και επισταμένη μελέτη του. Ειδικότερα όταν ερχόμαστε αντιμέτωποι με την πρόκληση της προσομοίωσης πρέπει να επιλέξουμε το κατάλληλο μοντέλο για την ανάλυση του φαινομένου. Η μοντελοποίηση της κυκλοφοριακής ροής είναι αρκετά χρήσιμη σε πολλές εφαρμογές, όπως:

- Ανάπτυξη και αξιολόγηση στρατηγικών ελέγχου κυκλοφορίας,
- Βραχυπρόθεσμες προβλέψεις και έρευνες της κατάστασης κυκλοφορίας σε πολύπλοκα δίκτυα,
- Αξιολόγηση της επίδρασης νέων μεθόδων και σύγκριση εναλλακτικών,
- Αξιολόγηση της επίδρασης συμβάντων που μειώνουν την ικανότητα (πχ ατυχήματα) ή που αυξάνουν τη ζήτηση κ.τ.λ..

Τα μαθηματικά πρότυπα που περιγράφουν την κυκλοφοριακή ροή μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με το βαθμό ανάλυσης της περιγραφής:

- i) Τα **Μικροσκοπικά Μοντέλα**, τα οποία περιγράφουν την κίνηση κάθε οχήματος ξεχωριστά καθώς ταξιδεύει μέσα στο δίκτυο και χρησιμοποιούν μεταβλητές όπως η θέση του οχήματος, η ταχύτητά του, η απόσταση μεταξύ δύο οχημάτων κ.τ.λ.,
- ii) Τα **Μεσοσκοπικά Μοντέλα**, τα οποία παρακολουθούν την κίνηση ομάδων οχημάτων. Τα οχήματα-οδηγοί ομαδοποιούνται με βάση κάποια κοινά χαρακτηριστικά προσδιορίζοντας με αυτόν τον τρόπο τη μεταξύ τους αλληλεπίδραση,
- iii) Τα **Μακροσκοπικά Μοντέλα**, τα οποία περιγράφουν την κυκλοφοριακή ροή σαν ένα ρευστό και κάνουν χρήση μακροσκοπικών μεταβλητών όπως η πυκνότητα των οχημάτων, η μέση ταχύτητα τους και η ροή οχημάτων από ένα δεδομένο σημείο για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Τα μακροσκοπικά μοντέλα απλοποιούν σε μεγάλο βαθμό την κίνηση των οχημάτων αλλά προσφέρουν ικανοποιητικό βαθμό ανάλυσης, μειώνοντας σε σχέση με τα μικροσκοπικά μοντέλα που είναι αρκετά πολύπλοκα, τον υπολογιστικό φόρτο. Επιπλέον, τα μοντέλα κυκλοφοριακής ροής μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με τον αριθμό των δυναμικών εξισώσεων που χρησιμοποιούν σε:

- i) **Μοντέλα Πρώτης Τάξης:** κάνουν χρήση μίας δυναμικής εξίσωσης. Συνήθως, περιγράφουν την δυναμική συμπεριφορά της πυκνότητας των οχημάτων.
- ii) **Μοντέλα Δεύτερης Τάξης:** χρησιμοποιούν επιπλέον και μία δεύτερη δυναμική εξίσωση η οποία συνήθως περιγράφει τη δυναμική συμπεριφορά της μέσης ταχύτητας.
- iii) **Μοντέλα Υψηλότερης Τάξης:** χρησιμοποιούν επιπλέον δυναμικές εξισώσεις για να περιγράψουν άλλες μεταβλητές (π.χ., διακύμανση της ταχύτητας).

2.1 Το Μοντέλο του Αυτοκινητοδρόμου

Το μοντέλο που χρησιμοποιείται για τους σκοπούς αυτής της εργασίας είναι ένα μακροσκοπικό πρώτης τάξης μοντέλο, ενώ όσον αφορά την κατηγοριοποίηση του από τη σκοπιά των συστημάτων ελέγχου πρόκειται για ένα γενικό, μη γραμμικό, διακριτού-χρόνου μοντέλο.

Για τους σκοπούς της μοντελοποίησης πραγματοποιείται η διακριτοποίηση του αυτοκινητοδρόμου σε κελιά. Έτσι, θεωρούμε έναν αυτοκινητόδρομο ο οποίος αποτελείται από n κελιά (Σχήμα 2-1). Ως κελί εννοούμε κάθε τμήμα του αυτοκινητοδρόμου που έχει μήκος L_i και χωρίζεται κατά μήκος σε λ_i λωρίδες (για κάθε $i=1,\dots,n$). Κάθε κελί μπορεί να έχει μια ράμπα εισόδου η οποία βρίσκεται στο ανάντη σύνορο του κελιού και μια ράμπα εξόδου η οποία βρίσκεται στο κατάντη σύνορο του κελιού. Επίσης, κάθε κελί χαρακτηρίζεται από μία μέγιστη ικανότητα χωρητικότητας σε οχήματα. Η μέγιστη αυτή χωρητικότητα συμβολίζεται εδώ με $a_i > 0$ και αντιπροσωπεύει αυτό που στη μοντελοποίηση της κυκλοφοριακής ροής αναφέρεται ως μέγιστη πυκνότητα (storage capacity). Η πυκνότητα (density) του i κελιού (για $i=1,\dots,n$) σε κάθε χρονική στιγμή $t=kT$ (όπου T αναπαριστά το χρονικό βήμα της προσομοίωσης) για $k=0,1,2,\dots$, συμβολίζεται εδώ με $x_i(t) \in [0, a_i]$. Σε αυτή την εργασία, η μονάδα μέτρησης των μεταβλητών οι οποίες αντιπροσωπεύουν πυκνότητα οχημάτων είναι [veh/km/lane]. Συνολικά, το σύστημα περιγράφεται από το διάνυσμα των καταστάσεων $x \in X$ όπου $X = \prod_{i=1}^n [0, a_i]$ το καρτεσιανό γινόμενο των διαστημάτων $[0, a_i]$.

Παρακάτω, δίνεται ο γενικός τύπος του μοντέλου αυτοκινητοδρόμου που αναπτύχθηκε στις [4], [8], [9], ενώ έπειτα περιγράφονται σε λεπτομέρεια οι μεταβλητές που εμπλέκονται σε αυτό. Ουσιαστικά, το μοντέλο αποτελείται από n εξισώσεις διατήρησης (conservation equations) οχημάτων, οι οποίες περιγράφουν τη δυναμική συμπεριφορά της πυκνότητας οχημάτων σε κάθε κελί. Το μαθηματικό μοντέλο του αυτοκινητοδρόμου δίνεται από τις εξισώσεις:

$$x_1(t+1) = x_1(t) + \frac{T}{L_1 \lambda_1} (-s_2(t)F_1(x_1(t)) + \min(S_1(x_1(t)), u_1(t))) \quad (2.1)$$

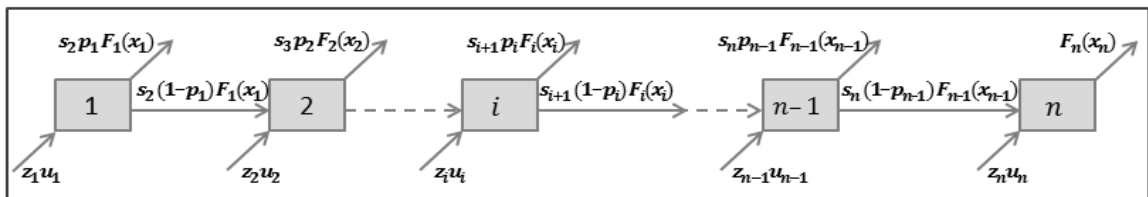
$$x_i(t+1) = x_i(t) + \frac{T}{L_i \lambda_i} (-s_{i+1}(t)F_i(x_i(t)) + \min(S_i(x_i(t)), (1-p_{i-1})F_{i-1}(x_{i-1}(t)) + u_i(t))) \quad (2.2)$$

για $i = 2, \dots, n-1$

$$x_n(t+1) = x_n(t) + \frac{T}{L_n \lambda_n} (-F_n(x_n(t)) + \min(S_n(x_n(t)), (1-p_{n-1})F_{n-1}(x_{n-1}(t)) + u_n(t))) \quad (2.3)$$

όπου,

$$s_i(t) = (1-d_i(t)) \min\left(1, \max\left(0, \frac{S_i(x_i) - u_i(t)}{(1-p_{i-1})F_{i-1}(x_{i-1}(t))}\right)\right) + d_i(t) \min\left(1, \frac{S_i(x_i)}{(1-p_{i-1})F_{i-1}(x_{i-1}(t))}\right) \quad \text{για } i = 2, \dots, n \quad (2.4)$$



Σχήμα 2-1: Ποιοτική περιγραφή του μοντέλου αυτοκινητοδρόμου.

όπου, οι μεταβλητές και οι σταθερές που εμπλέκονται στο μοντέλο ορίζονται ως εξής:

- $u_i \geq 0$ ($i = 1, \dots, n$), Ροή Ράμπας Εισόδου (On-Ramp Flow): Αναπαριστά τη ροή που επιχειρεί να εισέλθει στον αυτοκινητόδρομο από μία ράμπα εισόδου (σε [veh/h]),
- $p_i \in [0,1)$ ($i = 1, \dots, n-1$), Ποσοστό εξόδου (Exit Rate): Αναπαριστά το ποσοστό της ροής που εξέρχεται από τις ράμπες εξόδου σε περιοχές εκτός του αυτοκινητόδρομου (αδιάστατο),
- $d_i \in [0,1]$ ($i = 2, \dots, n$), Παράμετρος Προτεραιότητας Εισροής (Priority Rate): Καθορίζει την προτεραιότητα της ροής από το κυρίως ρεύμα του αυτοκινητόδρομου, έναντι της ροής της ράμπας εισόδου όταν το άθροισμα των δύο ροών δεν μπορεί να εισέλθει στο κατάντη κελί λόγω της ύπαρξης συμφόρησης. Ειδικότερα, όταν είναι $d_i \equiv 0$, τότε η ροή της ράμπας εισόδου έχει απόλυτη προτεραιότητα έναντι της ροής που προέρχεται από το κύριο τμήμα του αυτοκινητόδρομου, ενώ όταν είναι $d_i \equiv 1$ ισχύει το αντίστροφο (αδιάστατο),
- $F_i(x_i)$ ($i = 1, \dots, n$), Συνάρτηση Ζήτησης (Demand Function): Αναπαριστά τη ροή που επιχειρεί να εξέλθει (attempted outflow) από το κελί i και η οποία θα γίνει πραγματικά εξερχόμενη ροή (actual outflow) όταν δεν υπάρχουν φαινόμενα συμφόρησης στο κατάντη ($i+1$) κελί. Στη Μηχανική της Κυκλοφορίας (Traffic Engineering), η συνάρτηση F_i εκφράζει το αριστερό τμήμα του Θεμελιώδους Διαγράμματος (Fundamental Diagram) (βλ. Ενότητα 2.2) του i κελιού (σε [veh/h]),
- $s_i \in [0,1]$ ($i = 2, \dots, n$), Ποσοστό Επιχειρούμενης Εκροής (Real Outflow's Percentage): Αναπαριστά το ποσοστό της επιχειρούμενης εκροής ($F_{i-1}(x_{i-1})$) που μετατρέπεται σε πραγματική εκροή για το κελί ($i-1$). Το αντίστοιχο ποσοστό $z_i \in [0,1]$ ($i = 1, \dots, n$) ισχύει και για τις εισερχόμενες εισροές από τις ράμπες εισόδου και το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 2-1 (αδιάστατο),
- $S_i(x_i)$ ($i = 1, \dots, n$), Συνάρτηση Προσφοράς (Supply Function): Αναπαριστά τη ροή που μπορεί να δεχθεί το κελί i . Στη Μηχανική της Κυκλοφορίας (Traffic Engineering), η συνάρτηση S_i εκφράζει το δεξιό τμήμα του Θεμελιώδους Διαγράμματος (Fundamental Diagram) (βλ. παράγραφο 2.2) του i κελιού (σε [veh/h]).

Συνοπτικά, το μοντέλο που περιγράφεται από τις εξισώσεις (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) αποτελεί μια γενικευμένη εκδοχή του πρώτης τάξης, διακριτοποιημένου με σχήμα Godunov, μοντέλου LWR [6], [7]. Επιπλέον, το μοντέλο αυτό περιλαμβάνει τη δυνατότητα για θεώρηση μη γραμμικών [11] ή κατά τμήματα γραμμικών (CTM, [12]) συναρτήσεων εξόδου (ΘΔ, βλ. Ενότητα 2.2). Επίσης, μπορεί να εξυπηρετήσει και άλλες πρόσφατες τροποποιήσεις του μοντέλου LWR, όπως αυτές που έχουν προταθεί στις [13]-[16] προκειμένου να αναπαραστήσει το φαινόμενο της πτώσης της ικανότητας (capacity drop).

2.2 Θεμελιώδες Διάγραμμα Κυκλοφοριακής Ροής

Το ΘΔ της Κυκλοφοριακής Ροής αναφέρεται ως η σχέση μεταξύ πυκνότητας και ροής οχημάτων σε έναν αυτοκινητόδρομο ή σε δεδομένες περιοχές μέσα σε αυτόν. Όταν η σχέση αυτή γίνεται

κομμάτι μοντελοποίησης σε ένα σύνολο από εξισώσεις τότε πρέπει να οριστούν με συνέπεια και φυσική σημασία οι κανόνες που τη διέπουν. Σε ένα τέτοιο σύνολο εξισώσεων που ο αυτοκινητόδρομος διακριτοποιείται χωρικά, υπάρχει μία τέτοια σχέση για κάθε i κελί ($i=1,\dots,n$). Στο παραπάνω μοντέλο, όπως και στις περισσότερες εκδοχές των μοντέλων πρώτης τάξης, το $\Theta\Delta$ του κελιού i διαμορφώνεται μέσω των Συναρτήσεων Ζήτησης $F_i(x_i)$ και Προσφοράς $S_i(x_i)$ του ίδιου κελιού.

Συνάρτηση Ζήτησης $F_i(x_i)$:

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι συναρτήσεις $F_i(x_i)$ αναπαριστούν τη ροή που επιχειρεί να εξέλθει από το κελί i και η οποία γίνεται πραγματική εξερχόμενη ροή από το κελί i όταν το κατάντη κελί δεν εμφανίζει φαινόμενα συμφόρησης. Όπως γίνεται φανερό, η τιμή της επιχειρούμενης εκροής εξαρτάται από την πυκνότητα x_i του κελιού.

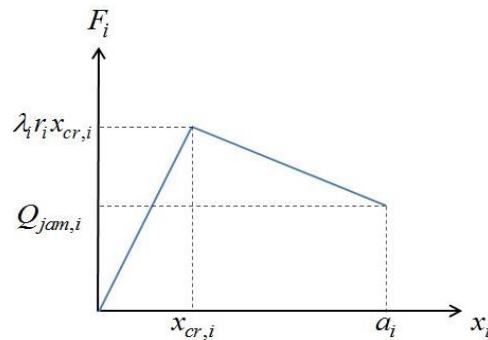
Υπάρχει μία πληθώρα συναρτήσεων ζήτησης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Τα κύρια χαρακτηριστικά αυτών συνοψίζονται στις εξής ιδιότητες: α) οι συναρτήσεις αυτές έχουν πεδίο ορισμού το διάστημα $[0, a_i]$ μέσα στο οποίο υπάρχει μία τιμή πυκνότητας, η οποία αναφέρεται ως **κρίσιμη πυκνότητα** ($x_{cr,i} \in [0, a_i]$) και στην οποία παρατηρείται η μέγιστη τιμή της $F_i(x_i)$, β) οι συναρτήσεις αυτές είναι γνησίως αύξουσες και κοίλες για $x_i \in [0, x_{cr,i}]$ (μεριά ελεύθερης ροής) ενώ είναι φθίνουσες για $x_i \in [x_{cr,i}, a_i]$ (μεριά συμφόρησης).

Το γνωστό πρώτης τάξης διακριτού χρόνου μοντέλο CTM, κάνει χρήση γραμμικών συναρτήσεων στη μεριά της ελεύθερης ροής, ενώ η τιμή της ροής στη μεριά συμφόρησης είναι σταθερή και ίση με τη μέγιστη τιμή της. Στη παρούσα εργασία προτείνεται μία Συνάρτηση Ζήτησης η οποία είναι γραμμική στη μεριά της ελεύθερης ροής (ανάλογη με αυτή που χρησιμοποιείται στο CTM), όμως στη μεριά της συμφόρησης χρησιμοποιείται μία γραμμική και γνησίως φθίνουσα συνάρτηση παρόμοια με αυτή που προτάθηκε στην [13] και η οποία επιβάλλει μειωμένη εκροή για πυκνότητες μεγαλύτερες της κρίσιμης. Η τελευταία απαίτηση χρησιμοποιείται σε συνάρτηση με μία αντίστοιχη τροποποίηση της Συνάρτησης Προσφοράς που θα περιγραφεί παρακάτω, ώστε να μοντελοποιηθεί το φαινόμενο της πτώσης της ικανότητας όπως προτάθηκε στην [16] που μέχρι πρότινος δε μπορούσε να αναπαρασταθεί από το CTM και τις κλασικές εκδοχές του διακριτοποιημένου με σχήμα Godunov, LWR. Συγκεκριμένα, οι Συναρτήσεις Ζήτησης που χρησιμοποιούνται σε αυτήν την εργασία δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$F_i(x_i(t)) = \begin{cases} r_i x_i(t) \lambda_i & x_i(t) \in [0, x_{cr,i}] \\ r_i x_{cr,i} \lambda_i + \frac{r_i x_{cr,i} \lambda_i - Q_{jam,i}}{x_{cr,i} - a_i} (x_i(t) - x_{cr,i}) & x_i(t) \in (x_{cr,i}, a_i] \end{cases} \quad (2.5)$$

όπου $r_i \in (0, L_i/T]$ αναπαριστά την **ταχύτητα ελεύθερης ροής** (free flow speed) και $Q_{jam,i} < r_i x_{cr,i} \lambda_i$ αναπαριστά τη δυνατότητα εκροής του κελιού όταν η πυκνότητα έχει φτάσει τη μέγιστη τιμή της. Η ταχύτητα ελεύθερης ροής μετρείται σε [km/h] και αναπαριστά τη μέση ταχύτητα των οχημάτων που μετράται σε συνθήκες χαμηλής ροής όπου τα οχήματα μπορούν να κινηθούν ελεύθερα με την επιθυμητή τους ταχύτητα. Το Σχήμα 2-2 αναπαριστά ποιοτικά τη μορφή των Συναρτήσεων Ζήτησης (2.5).

Να σημειωθεί, ότι για ακόμα πιο ρεαλιστική μοντελοποίηση και στην περίπτωση βαθμονόμησης ή/και επικύρωσης (calibration/validation) του μοντέλου κυκλοφορίας, θα ήταν προτιμότερο να χρησιμοποιηθούν μη γραμμικές Συναρτήσεις Ζήτησης από τη μεριά της ελεύθερης ροής [16]. Αυτό γιατί τέτοιες συναρτήσεις αναπαριστούν ρεαλιστικότερα τα πραγματικά δεδομένα στα οποία φαίνεται ότι η μέση ταχύτητα των οχημάτων (κλίση της Συνάρτησης Ζήτησης) μεταβάλλεται και στη μεριά της ελεύθερης ροής διατηρώντας μία φθίνουσα πορεία καθώς η πυκνότητα αυξάνεται. Επιπλέον, κάποιος θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει μη γραμμικές ή/και ασυνεχείς συναρτήσεις για τη μεριά της συμφόρησης ανάλογα και με τη μοντελοποίηση που θέλει να ακολουθήσει. Σαφέστατα, από τη μορφή του μοντέλου (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) υπάρχει η δυνατότητα για τέτοιου είδους μετατροπές, για αυτό το λόγο το μοντέλο αναφέρεται και ως γενικό.



Σχήμα 2-2: Ποιοτική αναπαράσταση της Συνάρτησης Ζήτησης.

Συνάρτηση Προσφοράς $S_i(x_i)$

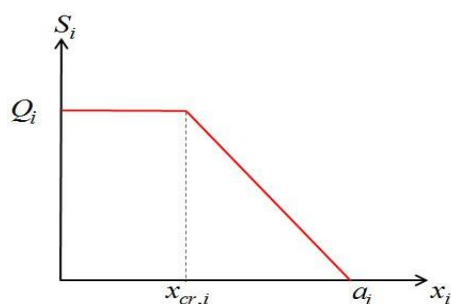
Οι συναρτήσεις $S_i(x_i)$, όπως προαναφέρθηκε, αναπαριστούν τη ροή την οποία το κελί i , μπορεί να λάβει (δηλαδή τη ροή που “χωράει” στο κελί ανάλογα με την κατάσταση στην οποία βρίσκεται). Για την Συνάρτηση Προσφοράς συνήθως θεωρείτε πώς για τιμές τις πυκνότητας μικρότερες της κρίσιμης $x_{cr,i}$, η ροή που μπορεί να λάβει το κάθε κελί είναι σταθερή και ίση με τη μέγιστη δυνατή, ενώ πέρα από την κρίσιμη πυκνότητα, η ροή που μπορεί να λάβει το κελί μειώνεται γραμμικά, μέχρι η πυκνότητα των οχημάτων να γίνει ίση με την μέγιστη χωρητικότητα του κελιού όπου η Συνάρτηση Προσφοράς μηδενίζεται. Παρακάτω δίνεται η μαθηματική έκφραση της Συνάρτησης Προσφοράς:

$$S_i(x_i(t)) = \min(Q_i, c_i \lambda_i (a_i - x_i(t))), \quad x_i(t) \in (0, a_i] \quad (2.6)$$

όπου $c_i \in (0, L_i/T]$ (σε [km/h]) αναπαριστά τη **μέση ταχύτητα συμφόρησης** (congestion wave speed) και συμβολίζει τη μέση ταχύτητα με την οποία δημιουργείται το κύμα συμφόρησης των οχημάτων ενώ $Q_i > 0$ (σε [veh/h]) αναπαριστά τη **μέγιστη ικανότητα ροής** (capacity flow) που μπορεί να λάβει το κάθε κελί. Το Σχήμα 2-3 αναπαριστά ποιοτικά τη μορφή των Συναρτήσεων Προσφοράς (2.6).

Η συνήθης μοντελοποίηση θεωρεί ότι τα μέγιστα των Συναρτήσεων Ζήτησης και Προσφοράς ταυτίζονται. Επομένως σε αυτήν την περίπτωση ισχύει ότι $Q_i = \lambda_i c_i (a_i - x_{cr,i}) = r_i x_{cr,i} \lambda_i$. Έχει αποδειχθεί όμως ότι μία τέτοια επιλογή παραμέτρων δε

μπορεί να οδηγήσει στην αναπαράσταση του φαινομένου της πτώσης της ικανότητας όπως αυτό εμφανίζεται στα ενεργά σημεία συμφόρησης. Αυτό συμβαίνει γιατί η εκροή του κελιού που μοντελοποιείται ως σημείο συμφόρησης δεν καθορίζεται στην πραγματικότητα από τη Συνάρτηση Ζήτησης αλλά από τη Συνάρτηση Προσφοράς. Έτσι, τα ανάντη κελιά βρίσκονται σε συμφόρηση (πυκνότητα μεγαλύτερη της κρίσιμης) ενώ το σημείο συμφόρησης λειτουργεί στην κρίσιμη πυκνότητα με αποτέλεσμα να έχει την καλύτερη δυνατή εκροή.

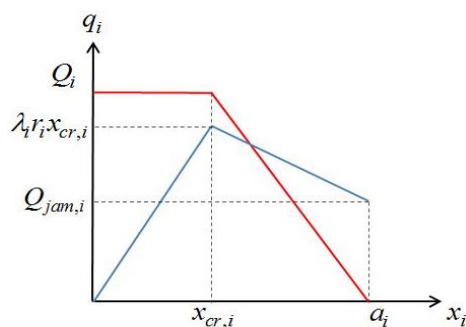


Σχήμα 2-3: Ποιοτική αναπαράσταση της Συνάρτησης Προσφοράς.

Εδώ, η επιλογή των παραμέτρων γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει $Q_i = \lambda_i c_i (a_i - x_{cr,i}) > r_i x_{cr,i} \lambda_i$. Αυτή η επιλογή παραμέτρων επιτρέπει στο σημείο συμφόρησης να αυξήσει την πυκνότητα του πέρα από την κρίσιμη και επομένως σε συνδυασμό με τη Συνάρτηση Ζήτησης που περιγράφηκε παραπάνω, να μειώσει την εκροή του και να αναπαράσχει το φαινόμενο της πτώσης της ικανότητας.

Θεμελιώδες Διάγραμμα:

Όπως φαίνεται λοιπόν και από τη μορφή του μοντέλου (2.1), (2.2), (2.3), (2.4), η ροή που εξέρχεται και εισέρχεται από και σε κάθε κελί, καθορίζεται από το συνδυασμό των Συναρτήσεων Ζήτησης και Προσφοράς. Συγκεκριμένα, η ροή που εξέρχεται από κάθε κελί είναι το μικρότερο ποσό ροής μεταξύ του ποσού ροής που καθορίζει η Συνάρτηση Ζήτησης του και του ποσού ροής που μπορεί να δεχθεί το κατάντη από αυτό κελί, δηλαδή του ποσού ροής που καθορίζει η Συνάρτηση Προσφοράς του κατάντη κελιού. Συνολικά λοιπόν, η μικρότερη από αυτές τις ποσότητες καθορίζει την τελική σχέση μεταξύ πυκνότητας και ροής, αυτής δηλαδή που αναφέρεται σαν ΘΔ. Το Σχήμα 2-4 αποτελεί αναπαράσταση του Θεμελιώδους Διαγράμματος κελιού i , όπως αυτό διαμορφώνεται μέσω των Συναρτήσεων Ζήτησης $F_i(x_i)$ και Προσφοράς $S_i(x_i)$ του ίδιου κελιού, που επιλέχθηκαν σ' αυτήν την εργασία.



Σχήμα 2-4: Ποιοτική αναπαράσταση του Θεμελιώδους Διαγράμματος, όπου εμφανίζονται αντίστοιχα η Συνάρτηση Ζήτησης (μπλε) και η Συνάρτηση Προσφοράς (κόκκινο).

3. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΚΗΣ ΡΟΗΣ

Για να προχωρήσουμε στην περιγραφή του ελέγχου του συστήματος του αυτοκινητοδρόμου όπως αυτό περιγράφεται από τις εξισώσεις (2.1), (2.2), (2.3), (2.4), θα πρέπει πρώτα να δώσουμε τους ορισμούς βασικών εννοιών όπως αυτές του σημείου ισορροπίας και της εύρωστης ολικής εκθετικής ευστάθειας του σημείου ισορροπίας αυτού.

Το σύστημα (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) είναι ένα **Σύστημα Ελέγχου** το οποίο αποτελείται από τις καταστάσεις $x \in X \subseteq \mathbb{R}^n$, τις εισόδους $u \in U \subseteq (0, +\infty) \cup \mathbb{R}^{n-1}$ που μπορούν να ελεγχθούν και τις εισόδους $d \in D \subseteq \mathbb{R}^{n-1}$ που δεν μπορούν να ελεγχθούν και αναφέρονται ως διαταραχές. Το σύστημα επίσης μπορεί να γραφεί στη γενική του μορφή η οποία είναι:

$$\dot{x} = Z(d, u, x) \quad (3.1)$$

όπου $Z: D \times U \times X \rightarrow X$ είναι ένας μη γραμμικός τελεστής. Στα μαθηματικά και ειδικότερα στον κλάδο των διαφορικών εξισώσεων, ως **σημείο ισορροπίας** ενός συστήματος αναφέρεται οποιοδήποτε σημείο στο οποίο αν οι καταστάσεις του συστήματος βρεθούν σε αυτό τότε μένουν και σε αυτό για όλο τον χρονικό ορίζοντα. Συγκεκριμένα, σημείο ισορροπίας του συστήματος (3.1) είναι κάθε σημείο $x^* \in X$ το οποίο ικανοποιεί τη σχέση $x^* = Z(d, u^*, x^*)$ για δεδομένη είσοδο $u^* \in U$ και για κάθε $d \in D$.

Ορισμός 1: Θα λέμε ότι το σημείο ισορροπίας $x^* \in X$ είναι Εύρωστα Ολικά Εκθετικά Ευσταθές (ΕΟΕΕ) για το σύστημα (3.1), αν υπάρχουν σταθερές $M, \lambda > 0$ τέτοιες ώστε για κάθε $x_0 \in X$ και για κάθε άπειρη ακολουθία διαταραχών $\{d(i) \in D\}_{i=0}^\infty$, η λύση $x(t)$ του συστήματος (3.1) με αρχική συνθήκη $x(0) = x_0 \in X$ ικανοποιεί τη σχέση $|x(t) - x^*| \leq M e^{-\lambda t} |x_0 - x^*|$ για κάθε $t \geq 0$.

3.1 Εύρωστη Ολική Εκθετική Σταθεροποίηση του Μοντέλου Κυκλοφορίας

Η ανάπτυξη και η απόδειξη των ιδιοτήτων του ΣΠΕ (όπως αυτό προτάθηκε στις [8], [9] και θα περιεγραφεί στην επόμενη ενότητα), απαιτεί την παραδοχή της παρακάτω υπόθεσης σχετικά με τις συναρτήσεις ζήτησης $F_i(x_i)$. Η υπόθεση (Υ) είναι μία τεχνική υπόθεση η οποία επιτρέπει τη θεώρηση πολύ γενικών συναρτήσεων ζήτησης (επιτρέπει ακόμα και τη θεώρηση ασυνεχών συναρτήσεων).

(Υ) Υπάρχουν σταθερές $x_{cr,i} \in (0, a_i]$ και $r_i \in (0, L_i/T)$ τέτοιες ώστε $F_i(z) = r_i z \lambda_i$ για $z \in [0, x_{cr,i}]$. Επιπλέον, υπάρχει μία θετική σταθερά $Q_{\min,i} > 0$ τέτοια ώστε $F_i(x_{cr,i}) = r_i x_{cr,i} \lambda_i \geq F_i(z) \geq Q_{\min,i}$ για κάθε $z \in [x_{cr,i}, a_i]$.

Για να προχωρήσουμε και να διατυπώσουμε το κύριο αποτέλεσμα αυτής της ενότητας, θα χρειαστεί πρώτα να ορίσουμε την έννοια του Μη Κορεσμένου Σημείου Ισορροπίας (ΜΚΣΙ).

Έστω ότι υπάρχει ένα διάνυσμα εισόδων $u^* = (u_1^*, \dots, u_n^*) \in (0, +\infty) \times \mathbb{R}_+^{n-1}$ τέτοιο ώστε να ικανοποιεί:

$$u_1^* < \min(Q_1, c_1 \lambda_1 (a_1 - x_{cr,1}), r_1 x_{cr,1} \lambda_1) \quad (3.2)$$

$$u_i^* + \sum_{j=1}^{i-1} u_j^* \left(\prod_{k=j}^{i-1} (1 - p_k) \right) < \min(Q_i, c_i \lambda_i (a_i - x_{cr,i}), r_i x_{cr,i} \lambda_i) \quad (3.3)$$

Το ΜΚΣΙ είναι το διάνυσμα $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*) \in \prod_{i=1}^n (0, x_{cr,i})$ το οποίο ικανοποιεί:

$$x_1^* = r_1^{-1} u_1^* \quad (3.4)$$

$$x_i^* = r_i^{-1} \left(u_i^* + \sum_{j=1}^{i-1} u_j^* \left(\prod_{k=j}^{i-1} (1 - p_k) \right) \right), \quad i = 2, \dots, n \quad (3.5)$$

Οι ανισότητες (3.2), (3.3) ουσιαστικά επιβάλλουν την εφικτότητα των εξωτερικών ροών ισορροπίας u_i^* . Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για την απαίτηση το ισοζύγιο των εξωτερικών εισροών ισορροπίας που εισέρχεται σε κάθε κελί i να είναι μικρότερο από τη μέγιστη δυνατή εισροή $\min(Q_i, c_i \lambda_i (a_i - x_{cr,i}))$ και τη μέγιστη δυνατή εκροή $r_i x_{cr,i} \lambda_i$ από το ίδιο κελί. Στην περίπτωση λοιπόν που οι εξωτερικές ροές ισορροπίας ικανοποιούν τις ανισότητες (3.2), (3.3), η κατάσταση (πυκνότητα) του κάθε κελιού θα πρέπει να βρίσκεται στην αριστερή πλευρά του ΘΔ και ειδικότερα των Συναρτήσεων Ζήτησης F_i . Οι εξισώσεις (3.4) και (3.5) λοιπόν προσδιορίζουν το ΜΚΣΙ για κάθε διάνυσμα εξωτερικών ροών ισορροπίας που ικανοποιεί τις (3.2) και (3.3).

Το θεώρημα που ακολουθεί εξασφαλίζει την ύπαρξη μιας παραμετρικής οικογένειας ελεγκτών ανάδρασης για το μοντέλο (2.1), (2.2), (2.3) και (2.4). Οι ελεγκτές ανάδρασης θα χρησιμοποιηθούν παρακάτω στο ΣΠΕ. Η απόδειξη του θεωρήματος αυτού μπορεί να βρεθεί στην [9].

Θεώρημα 1: Έστω το σύστημα (2.1), (2.2), (2.3) και (2.4) κάτω από την υπόθεση (Υ). Υπάρχει ένα υποσύνολο $R \subseteq \{1, \dots, n\}$ του συνόλου όλων των δεικτών $i \in \{1, \dots, n\}$ με $u_i^* > 0$ και σταθερές $\sigma \in (0, 1]$, $u_{\min,i} \in (0, u_i^*)$ για κάθε $i \in R$ και σταθερά $\tau^* > 0$ τέτοια ώστε για κάθε $\tau \in (0, \tau^*)$, ο νόμος ανάδρασης $k: S \rightarrow \mathbb{R}_+^n$ με $k(x) = (k_1(x), \dots, k_n(x))' \in \mathbb{R}^n$ και:

$$k_i(x) = \max\left(u_{\min,i}, u_i^* - \tau^{-1} (u_i^* - u_{\min,i}) \Xi(x)\right), \text{ για κάθε } x \in X \text{ με } i \in R \text{ και} \quad (3.6)$$

$$k_i(x) = u_i^* \text{ για κάθε } x \in X \text{ με } i \notin R$$

όπου

$$\Xi(x) := \sum_{i=1}^n \sigma^i \max(0, x_i - x_i^*) \text{ για κάθε } x \in X \quad (3.7)$$

επιτυγχάνει την εύρωστη ολική εκθετική σταθεροποίηση του ΜΚΣΙ x^* του συστήματος (2.1), (2.2), (2.3) και (2.4). Δηλαδή το σημείο x^* είναι ΕΟΕΕ για το κλειστό σύστημα (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) με $u = k(x)$.

Το αποτέλεσμα του Θεωρήματος 1 (βλέπε [4]) βασίζεται στην κατασκευή μιας συνάρτησης Lyapunov ελέγχου για το σύστημα (3.1). Ο ελεγκτής ανάδρασης παρέχει τιμές για τις ελεγχόμενες εισροές u_i ($i \in R$) στο διάστημα $[u_{\min,i}, u_i^*]$ για κάθε $i \in R$, όπου οι $u_{\min,i} \in (0, u_i^*)$ για $i \in R$ είναι οι τιμές της ελάχιστης επιτρεπόμενης εισροής. Η απόδειξη του Θεωρήματος 1 είναι κατασκευαστική και έτσι παρέχονται τα κριτήρια για την επιλογή του συνόλου των δεικτών $R \subseteq \{1, \dots, n\}$ και των σταθερών $\sigma \in (0, 1]$, $u_{\min,i} \in (0, u_i^*)$ για $i \in R$ και $\tau^* > 0$.

Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζεται το ΣΠΕ που θα χρησιμοποιηθεί σε αυτήν την εργασία για την εφαρμογή τοπικού αλλά και συντονισμένου ελέγχου ραμπών εισόδου αυτοκινητοδρόμων. Η βασική αιτία για την ανάπτυξη του σχήματος αυτού έγκειται στο γεγονός πως τις περισσότερες φορές είναι αδύνατο να γνωρίζουμε τις παραμέτρους x_i^* ($i = 1, \dots, n$) και u_i^* ($i \in R$) και που αναπαριστούν το βέλτιστο σημείο λειτουργίας του αυτοκινητοδρόμου. Έτσι, στην επόμενη ενότητα αναπτύσσεται και παρατίθεται η γενική μεθοδολογία που επιτρέπει την εκτίμηση του σημείου λειτουργίας αυτού.

3.2 Σχήμα Προσαρμοστικού Ελέγχου

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε το ΣΠΕ που προτείνεται [9] με απώτερο σκοπό να αναδείξουμε τις ιδιότητές του. Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή αυτής της εργασίας, η βασική ιδέα είναι η εξής: Γίνεται χρήση ενός νόμου ανάδρασης, ο οποίος εξασφαλίζει την εύρωστη, ολική εκθετική ευστάθεια, όταν το διάνυσμα των παραμέτρων είναι γνωστό (Θεώρημα 1), σε συνδυασμό με έναν dead-beat παρατηρητή που χρησιμοποιείται για την ακριβή εκτίμηση των τιμών των άγνωστων παραμέτρων. Μόλις αυτό συμβεί, τότε μέσω του νόμου ανάδρασης, το σύστημα οδηγείται στο ΜΚΣΙ. Λόγω της επίδρασης του νόμου ανάδρασης, το παρόν ΣΠΕ δεν απαιτεί τη γνώση της συνάρτησης του Lyapunov ελέγχου.

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα, τις περισσότερες φορές είναι αδύνατο να γνωρίζουμε το βέλτιστο σημείο λειτουργίας ενός αυτοκινητόδρομου όπως αυτό καθορίζεται από τα $(x^*, u_i^*; i \in R)$. Ωστόσο, οι τιμές αυτές μπορούν να βρεθούν με τη βοήθεια άλλων μεταβλητών ή παραμέτρων που είτε είναι γνωστοί είτε είναι άγνωστοι αλλά μπορούν να εκτιμηθούν. Στη προκειμένη περίπτωση, οι παράμετροι του μοντέλου οι οποίες είναι συχνότερα άγνωστες ή αβέβαιες και επιπλέον μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη εύρεση του $(x^*, u_i^*; i \in R)$ είναι:

- Οι τιμές ροής των μη ελεγχόμενων ραμπών εισόδου u_i^* (για $i \notin R$),
- Τα ποσοστά ροής εξόδου από κάθε κελί, p_i ,
- Οι συντελεστές των συναρτήσεων ζήτησης, r_i .

Συγκεκριμένα, η επιλογή του $(x^*, u_i^*; i \in R)$ μπορεί να γίνει με έμμεσο τρόπο. Για παράδειγμα, μπορεί να θέλουμε να σταθεροποιήσουμε το σύστημα σε ένα ΜΚΣΙ το οποίο μεγιστοποιεί την συνολική εκροή από τον αυτοκινητόδρομο. Σε αυτές τις περιπτώσεις, το ΜΚΣΙ μπορεί να οριστεί σαν συνάρτηση των u_i^* για $i \in R$. Έτσι, μπορεί να κατασκευαστεί μία συνάρτηση g τέτοια ώστε:

$$(u_i^*; i \in R) = g(p, u_i^*; i \notin R, r) \quad (3.8)$$

όπου, $p = (p_1, \dots, p_{n-1})' \in [0, 1 - \varepsilon]^{n-1}$, $r = (r_1, \dots, r_n)' \in [\varepsilon, L_i / T - \varepsilon]^n$ και $\varepsilon > 0$ ένας πολύ μικρός θετικός αριθμός. Σημαντικό εγγενές χαρακτηριστικό του ΣΠΕ, όπως ήδη έχει αναφερθεί, είναι ότι μέσω της (3.8) το προτεινόμενο ΣΠΕ παρέχει τη δυνατότητα για εφαρμογή συντονισμένου ελέγχου ραμπών εισόδων. Συγκεκριμένα, το διάνυσμα των τιμών $(u_i^*; i \in R)$ που δίνεται μέσω της συνάρτησης g , μπορεί να επιλεγεί με τέτοιο τρόπο ώστε να επιλέγεται κάθε φορά η βέλτιστη ροή ισορροπίας από κάποια ράμπα εισόδου βάσει κάποιου συγκεκριμένου κριτηρίου. Έτσι, τα ορίσματα της συνάρτησης g μπορούν να διαφέρουν ανάλογα με τους σκοπούς του χρήστη. Για παράδειγμα σε ένα σύστημα μπορεί να θέλουμε να ελέγξουμε δύο ή παραπάνω ράμπες εισόδου εφαρμόζοντας στρατηγική συντονισμένου, με σκοπό να εξισορροπήσουμε τα μήκη των ουρών στις ράμπες εισόδου. Κάτι τέτοιο θα απαιτούσε την ύπαρξη ενός μοντέλου διατήρησης ουρών παρέχοντας την αντίστοιχη μέτρηση τους χρησιμοποιώντας την ως όρισμα για την g . Παρακάτω, δίνεται ο γενικός τύπος για τη συνάρτηση g που χρησιμοποιείται σε αυτήν την εργασία.

Η εκτίμηση των μεταβλητών που αναφέρθηκαν παραπάνω πραγματοποιείται με τη βοήθεια μετρήσεων πυκνότητας και ροής. Αυτό αποτελεί μια ρεαλιστική απαίτηση εφόσον στους περισσότερους αυτοκινητοδρόμους που εφαρμόζεται έλεγχος κυκλοφορίας υπάρχουν φωρατές που επιτελούν αυτόν τον σκοπό. Επομένως, εδώ ορίζουμε το διάνυσμα των μετρήσεων y έτσι ώστε:

$$y = (x, q_{out}, q_{in}) \in Y \quad (3.9)$$

όπου $Y := X \times \prod_{i=1}^n [0, Q_i] \times \prod_{i=1}^{n-1} [0, Q_i]$ και

$$x = (x_1, \dots, x_n), q_{out} = (q_{out,1}, \dots, q_{out,n}), q_{in} = (q_{in,1}, \dots, q_{in,n-1}) \quad (3.10)$$

$$q_{out,i} = p_i s_{i+1} F_i(x_i) \text{ για } i = 1, \dots, n-1, q_{out,n} = F_n(x_n) \quad (3.11)$$

$$q_{in,i} = (1 - p_i) s_{i+1} F_i(x_i) \text{ για } i = 1, \dots, n-1 \quad (3.12)$$

Συνοψίζοντας, οι διαθέσιμες μετρήσεις περιλαμβάνουν την πυκνότητα $x_i(t)$ για κάθε κελί $i = 1, \dots, n$ και για κάθε $t \geq 0$, τη ροή που εξέρχεται από κάθε κελί $q_{out,i}(t)$ προς περιοχές εκτός του αυτοκινητοδρόμου για κάθε $i = 1, \dots, n$ και για κάθε $t \geq 0$ και τη ροή που εξέρχεται από κάθε κελί $q_{in,i}(t)$ προς το επόμενο κελί για κάθε $i = 1, \dots, n-1$ και για κάθε $t \geq 0$. Επιπλέον, συμβολίζουμε αντίστοιχα με w το διάνυσμα των μετρήσεων για το οποίο ισχύει $y^+ = w$. Δηλαδή το $w = (w_1, w_2, w_3)$ περιλαμβάνει τις μετρήσεις μία χρονική στιγμή πίσω από τη τρέχουσα διαθέσιμη μέτρηση. Η εκτίμηση των παραμέτρων που αναφέρθηκαν παραπάνω εξαρτάται σαφώς από τη περιοχή στην οποία βρίσκονται οι μετρήσεις. Συγκεκριμένα ορίζουμε το σύνολο A έτσι ώστε:

$$w = (w_1, w_2, w_3) \in A \quad (3.13)$$

$$\Leftrightarrow w = (w_1, w_2, w_3) \in Y, w_1 \in \Omega = \prod_{i=1}^n (0, \mu_i) \text{ and } w_2 + w_3 > 0 \text{ για } i = 1, \dots, n-1$$

όπου $\mu_i = x_{cr,i} - \varepsilon$ και όπου ε ένας πολύ μικρός θετικός αριθμός. Ο λόγος για τον οποίο οι περιοχές αυτές ορίζονται με βάση την τιμή του μ_i και όχι του $x_{cr,i}$ έχει να κάνει με την απόδειξη του θεωρήματος το οποίο εγγυάται την εύρωστη ολική εκθετική έλξη του ΜΚΣΙ του μοντέλου αυτοκινητοδρόμου και για την οποία είναι απαραίτητο οι συναρτήσεις $F_i(x_i)$ να ορίζονται σε μία περιοχή για την οποία η κλίση των συναρτήσεων αυτών είναι θετική.

Έστω το διάνυσμα των ελεγχόμενων ραμπών εισόδου $u \in U = \prod_{i \in R} [u_{\min,i}, u_{\max,i}] \subseteq (0, +\infty)^m$

όπου $m \in \{1, \dots, n\}$ η πληθικότητα του συνόλου R . Όπως αναφέραμε παραπάνω, οι εκτιμώμενες παράμετροι αφορούν τα ποσοστά εξόδου $p_i \in [0, 1)$ ($i = 1, \dots, n-1$), τις μη ελεγχόμενες ροές από τις ράμπες εισόδου $u_i^* \in \mathcal{R}_+$ ($i \notin R$) και τις ταχύτητες ελεύθερης ροής $r_i \in (0, L_i / T)$ ($i = 1, \dots, n$).

Το διάνυσμα των παραμέτρων αυτών θα συμβολίζεται με $\theta = (p, u_i^*; i \notin R, r)$ όπου $\Theta := [0, 1 - \varepsilon]^{n-1} \times \prod_{i \notin R} [0, u_{i,\max}] \times [\varepsilon, L_i / T - \varepsilon]^n$, για κάποιο $\varepsilon \in (0, 1/2)$. Το διάνυσμα των

αντίστοιχων εκτιμήσεων θα συμβολίζεται με $\hat{\theta} = (\hat{p}, \hat{u}_i^*; i \notin R, \hat{r}) \in \Theta$, όπου $\hat{r} = (\hat{r}_1, \dots, \hat{r}_n)' \in [\varepsilon, L_i / T - \varepsilon]^n$ το διάνυσμα των εκτιμήσεων των κλίσεων των συναρτήσεων ζήτησης, $\hat{p} = (\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_{n-1})' \in [0, 1 - \varepsilon]^{n-1}$ το διάνυσμα των εκτιμήσεων των ποσοστών εξόδου και $(\hat{u}_i^*; i \in R)$ το διάνυσμα των εκτιμήσεων των ροών των μη ελεγχόμενων ραμπών εισόδου. Η αντίστοιχη εξίσωση (3.7) για τις τιμές που λαμβάνουν τα \hat{u}_i^* για $i \in R$ γίνεται:

$$(\hat{u}_i^*; i \in R) = g(\hat{p}, \hat{u}_i^*; i \notin R, \hat{r}) \quad (3.14)$$

και επίσης το αντίστοιχο ΜΚΣΙ ορίζεται από τις σχέσεις:

$$\hat{x}_1^* = \min(\lambda_1 \hat{r}_1^{-1} \hat{u}_1^*, \mu_1 - \varepsilon) \quad (3.15)$$

$$\hat{x}_i^* = \min \left(\lambda_i \hat{r}_i^{-1} \left(\hat{u}_i^* + \sum_{j=1}^{i-1} \hat{u}_j^* \left(\prod_{k=j}^{i-1} (1 - \hat{p}_k) \right) \right), \mu_i - \varepsilon \right), \text{ για } i = 2, \dots, n \quad (3.16)$$

Από το Θεώρημα 1 και με βάση το νέο συμβολισμό που περιλαμβάνει τις εκτιμήσεις των άγνωστων παραμέτρων, ορίζουμε $k : \Theta \times X \rightarrow U$ που δίνεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$u = k(\hat{\theta}, x) \text{ με } k_i(\hat{\theta}, x) = \max(u_{\min,i}, \hat{u}_i^* - \tau^{-1}(\hat{u}_i^* - u_{\min,i}) \Xi(\hat{\theta}, x)), \text{ για κάθε } x \in X, i \in R \quad (3.17)$$

$$\Xi(\hat{\theta}, x) := \sum_{i=1}^n \sigma^i \max(0, x_i - \hat{x}_i^*), \text{ για κάθε } x \in X, \quad (3.18)$$

Το γενικό σχήμα του προσαρμοστικού ελεγκτή συνοψίζεται στο παρακάτω Θεώρημα:

Θεώρημα 2: Θεωρούμε το σύστημα (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) με μετρήσεις που δίνονται από τις (3.9), (3.10), (3.11), (3.12). Αν υπάρχουν $u_{\min,i} > 0$ ($i \in R$), $u_{\max,i} > 0$ ($i \notin R$) και $\tau > 0$ επαρκώς μικρά, τότε ο δυναμικός νόμος ανάδρασης που περιγράφεται από τις σχέσεις:

$$w_1^+ = x, \quad w_2^+ = q_{out}, \quad w_3^+ = q_{in} \quad (3.19)$$

$$\hat{p}_i^+ = \begin{cases} \hat{p}_i & \alpha \nu \quad w \notin A \\ \min \left(1 - \varepsilon, \frac{w_{2,i}}{w_{2,i} + w_{3,i}} \right) & \alpha \nu \quad w \in A \end{cases}, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.20)$$

$$\hat{r}_i^+ = \begin{cases} \hat{r}_i & \alpha \nu \quad w \notin A \\ \max \left(\varepsilon, \min \left(1 - \varepsilon, \frac{w_{2,i} + w_{3,i}}{\lambda_i w_1} \right) \right) & \alpha \nu \quad w \in A \end{cases}, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.21)$$

$$\hat{r}_n^+ = \begin{cases} \hat{r}_n & \alpha \nu \quad w \notin A \\ \max \left(\varepsilon, \min \left(1 - \varepsilon, \frac{w_{2,n}}{\lambda_n w_{1,n}} \right) \right) & \alpha \nu \quad w \in A \end{cases} \quad (3.22)$$

$$(\hat{u}_i^*)^+ = \begin{cases} \hat{u}_i^* & \alpha \nu \quad w \notin A \\ \max \left(0, \min \left(u_{\max,i}, \left((L_i \lambda_i) / T \right) (x_i - w_{1,i}) + w_{2,i} \right) \right) & \alpha \nu \quad w \in A \end{cases}, \quad \alpha \nu \quad i \in \{2, \dots, n\} \setminus R \text{ και } i \neq n \quad (3.23)$$

$$(\hat{u}_n^*)^+ = \begin{cases} \hat{u}_n^* & \alpha \nu \quad w \notin A \\ \max \left(0, \min \left(u_{\max,n}, \left((L_n \lambda_n) / T \right) (x_n - w_{1,n}) + w_{2,n} - w_{3,n} \right) \right) & \alpha \nu \quad w \in A \end{cases}, \quad \alpha \nu \quad n \notin R \quad (3.24)$$

$$(\hat{u}_1^*)^+ = \begin{cases} \hat{u}_1^* & \alpha \nu \quad w \notin A \\ \max \left(0, \min \left(u_{\max,1}, \left((L_1 \lambda_1) / T \right) (x_1 - w_{1,1}) + w_{3,1} + w_{2,1} \right) \right) & \alpha \nu \quad w \in A \end{cases}, \quad \alpha \nu \quad 1 \notin R \quad (3.25)$$

υπό τις (3.15)-(3.18), επιτυγχάνει εύρωστη ολική εκθετική έλξη του ΜΚΣΙ.

Η εφαρμογή του ΣΠΕ σε μοντέλα αυτοκινητοδρόμου της μορφής (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) και όπως αυτό δίνεται από το Θεώρημα 2, εξασφαλίζει ότι με την κατάλληλη επιλογή παραμέτρων, το σύστημα του αυτοκινητοδρόμου θα συγκλίνει εκθετικά στο επιλεγμένο ΜΚΣΙ.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι ένα σχέδιο ελέγχου το οποίο θα ενεργεί στην εισερχόμενη ροή της ράμπας με σκοπό να διατηρεί τον αριθμό οχημάτων σε κάποια περιοχή κατάντη της περιοχής συγχώνευσης του αυτοκινητοδρόμου με τη ράμπα κοντά στην κρίσιμη πυκνότητα x_{cr} μεγιστοποιώντας έτσι τη ροή εξόδου και βελτιστοποιώντας την αποδοτικότητα της υποδομής. Η επιλογή αυτή προκύπτει από το γεγονός ότι η κυκλοφοριακή συμφόρηση μπορεί να εμφανιστεί για διάφορες μέγιστες τιμές ικανότητας σε διαφορετικές ημέρες, ακόμα και κάτω από παρόμοιες περιβαλλοντικές συνθήκες [] ενώ αντίθετα, η κρίσιμη τιμή της πυκνότητας x_{cr} έχει αποδειχθεί αρκετά σταθερή [] ακόμα και κάτω από διαφορετικές περιβαλλοντικές συνθήκες.

Έχοντας γνώση της κρίσιμης πυκνότητας, και έχοντας στη διάθεση μας τις αντίστοιχες εκτιμήσεις των μη ελεγχόμενων ροών εισόδου, των ποσοστών εξόδου και των κλίσεων των

συναρτήσεων ζήτησης είμαστε σε θέση να μεγιστοποιήσουμε τη ροή εξόδου επιλέγοντας κατάλληλα τη συνάρτηση g .

Συνηθέστερα, επιθυμούμε να μεγιστοποιήσουμε τη ροή εξόδου από κάποιο κελί το οποίο βρίσκεται κατάντη της τελευταίας ελεγχόμενης ράμπας εισόδου. Έτσι, στη παρούσα εργασία η συνάρτηση g επιλέγεται ως εξής: έστω i' το κελί από το οποίο θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε τη ροή εξόδου και το οποίο πράγματι βρίσκεται κατάντη της τελευταίας ράμπας που επιθυμούμε να ελέγξουμε. Τότε, το επιθυμητό ποσό ροής που μεγιστοποιεί την έξοδο από αυτό το κελί είναι ίσο με:

$$\hat{r}_{i',x_{cr,i'},\lambda_{i'}} \quad (3.26)$$

Επομένως, οι βέλτιστες τιμές εισροών για τις ελεγχόμενες ράμπες εισόδου θα πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να ισχύει το παρακάτω ισοζύγιο:

$$\hat{r}_{i',x_{cr,i'},\lambda_{i'}} = \hat{u}_{i'}^* + \sum_{j=1}^{i'-1} \hat{u}_j^* \left(\prod_{k=j}^{i'-1} (1 - \hat{p}_k) \right) \quad (3.27)$$

Το ποσό λοιπόν της ροής που περισσεύει (εφόσον η i' ράμπα εισόδου δεν είναι ελεγχόμενη) για να διανεμηθεί (με όποιο τρόπο κρίνει ο χρήστης) στις ελεγχόμενες ράμπες εισόδου είναι:

$$\hat{r}_{i',x_{cr,i'},\lambda_{i'}} = \hat{u}_{i'}^* - \sum_{j \notin R} \hat{u}_j^* \left(\prod_{k=j}^{i'-1} (1 - \hat{p}_k) \right) \quad (3.28)$$

Η συνάρτηση g λοιπόν σε αυτή την εργασία καθορίζεται σύμφωνα με τη σχέση (3.28). Αν υπάρχει ακριβώς μία ελεγχόμενη ράμπα τότε η σχέση (3.28) είναι ακριβώς η συνάρτηση g . Αν όχι, τότε η ροή αυτή μοιράζεται στις ράμπες εισόδου με όποιο τρόπο επιθυμούμε (βλέπε Κεφάλαιο 4 και 5, σενάριο 4).

Προκειμένου να έχουμε σαφέστερα αποτελέσματα σχετικά με την εφαρμογή του ΣΠΕ, θα πραγματοποιηθεί σύγκριση με έναν άλλο ελεγκτή ο οποίος έχει παρόμοια χαρακτηριστικά και έχει προταθεί πρόσφατα στη βιβλιογραφία ενώ έχει εφαρμοστεί και στο πραγματικό πεδίο [10]. Στην επόμενη ενότητα περιγράφεται εν συντομία η λειτουργία του ελεγκτή αυτού.

3.3 Ελεγκτής RLB-PI

Ο ελεγκτής RLB-PI (Random Located Bottleneck - Proportional Integral) που προτάθηκε στην [10], είναι αυτός που επιλέχθηκε ώστε να πραγματοποιηθεί σύγκριση με το ΣΠΕ στην περίπτωση όπου θα εφαρμοστεί τοπικός έλεγχος της ροής ραμπών εισόδου. Έστω $i' \in \{1, \dots, n\}$ το κελί στο οποίο η ροή της ράμπας εισόδου υπόκειται σε έλεγχο. Παρακάτω δίνονται οι εξισώσεις που περιγράφουν την λειτουργία του ελεγκτή αυτού:

$$v_k(t) = \min\left(U(t-1), \max\left(u_{\min,i}, v_k(t-1) - K_P(x_k(t) - x_k(t-1)) + K_I(x_{cr,k} - x_k(t))\right)\right) \text{ για } k = i', i' + 1, \dots, n \quad (3.29)$$

$$U(t-1) = \min\left(u_{\max,i'}, \min\left(Q_{i'}, c_{i'} \lambda_{i'}(a_{i'} - x_{i'}(t-1)), u_{i'}(t-1)\right) + \psi\right) \quad (3.30)$$

$$v_k^{sm}(t) = \mathcal{G}v_k(t) + (1 - \mathcal{G})v_k^{sm}(t-1) \text{ για } k = i', i' + 1, \dots, n \quad (3.31)$$

$$j(t) = \min\left\{l \in \{i', i' + 1, \dots, n\} : v_l^{sm}(t) = \min_{k=i', i' + 1, \dots, n} (v_k^{sm}(t))\right\} \quad (3.32)$$

$$u_{i'}(t) = v_{j(t)}(t) \quad (3.33)$$

Η λειτουργία του παραπάνω ελεγκτή συνοψίζεται ως εξής: μέσω της (3.29) πραγματοποιείται παράλληλη και ανεξάρτητη λειτουργία ελέγχου της ροής του κάθε κελιού με ένα PI-τύπου ρυθμιστή, οι οποίες περιορίζονται μέσω ενός κάτω φράγματος $u_{\min,i'}$ και του άνω φράγματος που δίνεται από την (3.30). Αυτό το άνω φράγμα κινείται μεταξύ μίας μέγιστης σταθερής τιμής $u_{\max,i'}$ και της πραγματικής μετρήσιμης ροής από τη ράμπα εισόδου την προηγούμενη χρονική στιγμή με κάποια χαλάρωση ψ (όπου ψ εμπειρική τιμή). Ο ορισμός ενός τέτοιου άνω φράγματος γίνεται για να αντιμετωπιστεί το γνωστό wind-up φαινόμενο τέτοιου τύπου ελεγκτών. Στη συνέχεια, μέσω της (3.31) εκτελείται διαδικασία εκθετικής εξομάλυνσης των προηγούμενων τιμών των ροών $v_k(t)$ (όπου $\mathcal{G} \in [0,1]$ η παράμετρος εξομάλυνσης) ενώ μέσω της (3.32) επιλέγεται ο δείκτης $j(t)$ της εξομαλυμένης ροής με τη μικρότερη τιμή. Τέλος, με την (3.33) η τελική απόφαση του ελέγχου λαμβάνει την τιμή της ροής που προκύπτει από την (3.29) και βρίσκεται στην θέση $j(t)$. Οι παράμετροι K_P και K_I αποτελούν τις βασικές παραμέτρους ρύθμισης του ελεγκτή και επιλέγονται κατάλληλα συναρτήσει της εκάστοτε εφαρμογής.

Οι παραπάνω ελεγκτές έχουν σχεδιαστεί για να εφαρμόζουν έλεγχο κυκλοφορίας σε αυτοκινητόδρομους. Πριν όμως εφαρμοστούν στο πεδίο, είναι αναγκαία η μελέτη της απόδοσης τους σε κάποιο περιβάλλον προσομοίωσης. Για αυτό το λόγο, στο επόμενο κεφάλαιο αναπτύσσουμε διάφορα σενάρια κυκλοφοριακών συνθηκών που αφορούν δίκτυα αυτοκινητοδρόμων και στα οποία εφαρμόζουμε έλεγχο της κυκλοφορίας.

4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ-ΣΕΝΑΡΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ

Στο Κεφάλαιο 2 δόθηκε η πλήρης περιγραφή της ακολουθούμενης σε αυτή την εργασία μοντελοποίησης του συστήματος αυτοκινητοδρόμου, ενώ στο Κεφάλαιο 3 περιγράφηκε σε λεπτομέρεια το προτεινόμενο ΣΠΕ μέσω του οποίου επιτυγχάνεται η σταθεροποίηση του μοντέλου αυτοκινητοδρόμου σε κάποιο ΜΚΣΙ.

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι η περιγραφή των σεναρίων ελέγχου κυκλοφορίας, μέσω των οποίων θα διερευνηθεί και θα αξιολογηθεί η επίδοση και η απόδοση του ΣΠΕ αναφορικά επιπλέον μέσω της σύγκρισης με τον ελεγκτή RLB-PI που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Συγκεκριμένα, εξετάζονται τέσσερα διαφορετικά σενάρια ελέγχου κυκλοφορίας. Κάθε ένα από αυτά τα σενάρια, χαρακτηρίζεται από τον καθορισμό ενός δικτύου

αυτοκινητοδρόμου με διαφορετική τοπολογία. Επιπλέον, σε κάθε σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας πραγματοποιείται ένας κύκλος από διαφορετικά σετ προσομοιώσεων, με σκοπό να αναδειχθούν τα σημαντικά χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες του προτεινόμενου ΣΠΕ. Ωστόσο, κάποια στοιχεία που αφορούν την τοπολογία, τον καθορισμό παραμέτρων για το ΘΔ και άλλα, είναι κοινά και για τα τέσσερα σενάρια ελέγχου. Τα τέσσερα σενάρια ελέγχου κυκλοφορίας παρουσιάζονται και αναλύονται σε μεγαλύτερη λεπτομέρεια παρακάτω.

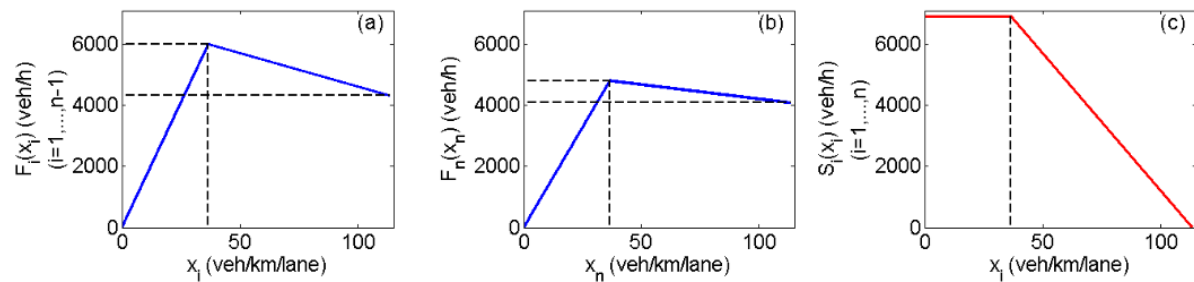
Πίνακας 4-1: Τιμές παραμέτρων κοινές σε όλα τα σενάρια κυκλοφορίας.

| Παράμετροι Μοντέλου | | | |
|---------------------|---------------------------|-------------|--|
| Τοπολογία | Χρονικό βήμα προσομοίωσης | T | 15/3600 h |
| | Αριθμός λωρίδων | λ_i | 3 ($i = 1, \dots, n$) |
| ΘΔ | Μήκος κελιών | L_i | 0.5 km ($i = 1, \dots, n$) |
| | Μέγιστη πυκνότητα | a_i | 113 veh/km/lane ($i = 1, \dots, n$) |
| | Κρίσιμη πυκνότητα | $x_{cr,i}$ | 36.6 veh/km/lane ($i = 1, \dots, n$) |
| | Ταχύτητα ελεύθερης ροής | r_i | 54.54 km/h ($i = 1, \dots, n-1$) |
| | | | 43.63 km/h ($i = n$) |
| | Ροή συμφόρησης | $Q_{jam,i}$ | 4320 veh/h ($i = 1, \dots, n-1$) 4080 veh/h ($i = n$) |
| Συνάρτηση Ζήτησης | Μέγιστη εισερχόμενη ροή | Q_i | 6900 veh/h ($i = 1, \dots, n$) |
| | Ταχύτητα συμφόρησης | c_i | 30 km/h ($i = 1, \dots, n$) |
| Συνάρτηση Προσφοράς | | | |
| | | | |

Ο Πίνακας 4-1 παρουσιάζει τις τιμές των παραμέτρων οι οποίες είναι κοινές σε κάθε σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας. Για κάθε ένα από τα σενάρια ελέγχου κυκλοφορίας, το τελευταίο κελί του αυτοκινητοδρόμου αποτελεί σημείο συμφόρησης (bottleneck). Η ύπαρξη τέτοιων σημείων συμφόρησης (όπως αναφέραμε και στο Κεφάλαιο 1) αποτελεί μια συνήθη αιτία συμφόρησης ενώ επιπλέον αυξάνει το επίπεδο της δυσκολίας στην διαδικασία του ελέγχου. Τα σημεία συμφόρησης μοντελοποιούνται μέσω του ΘΔ, θεωρώντας μικρότερη ικανότητα εκροής ή κατά αντιστοιχία θεωρώντας μικρότερη ταχύτητα ελεύθερης ροής για δεδομένη κρίσιμη πυκνότητα. Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 4-1, για $i = n$ η ταχύτητα ελεύθερης ροής είναι μικρότερη συγκριτικά με την ταχύτητα ελεύθερης ροής που χαρακτηρίζει τα προηγούμενα κελιά. Το Σχήμα 4-1 απεικονίζει τις Συναρτήσεις Ζήτησης και Προσφοράς όπως αυτές διαμορφώνονται από τις τιμές του Πίνακα 4-1. Επιπλέον, στο Κεφάλαιο 2, περιγράφηκε η διαδικασία επιλογής παραμέτρων μέσω της οποίας μοντελοποιείται το φαινόμενο της πτώσης της ικανότητας. Η επιλογή αυτή επιβάλλει συγκεκριμένες τιμές για τις παραμέτρους $Q_{jam,i}$ των Συναρτήσεων Ζήτησης (2.5) και τις παραμέτρους c_i και Q_i των Συναρτήσεων Προσφοράς (2.6). Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 4-1 και το Σχήμα 4-1, η ροή συμφόρησης $Q_{jam,i}$ επιλέχθηκε να είναι κατά περίπου 30% μικρότερη σε σχέση με τη μέγιστη ικανότητα εκροής ενώ η μέση ταχύτητα συμφόρησης c_i και η μέγιστη ικανότητα εισροής Q_i επιλέχθηκαν να είναι 30 [km/h] και 6900 [veh/h] αντίστοιχα, όπου αμφότερες είναι κατά 15% περίπου μεγαλύτερες από τις τιμές για τις οποίες το ΘΔ αναπαρίσταται στην κλασική τριγωνική μορφή.

Όσον αφορά τον επιλεγμένο κανόνα για τις προτεραιότητες των εισερχόμενων ροών σε κάθε κελί, όπου αυτό δεν εξετάστηκε ξεχωριστά (βλ. Σετ Προσομοιώσεων 3, Δεύτερο σενάριο

ελέγχου κυκλοφορίας) ισχύει ότι $d_i(t) \equiv 0$ (για κάθε $i = 2, \dots, n$ και για κάθε $t > 0$), δηλαδή δίνεται απόλυτη προτεραιότητα στη ροή εισόδου από τις ράμπες.



Σχήμα 4-1: Απεικόνιση των (α) Συναρτήσεων Ζήτησης για τα κελιά $i = 1, \dots, n-1$ και (β) για το κελί $i = n$ και (γ) Συναρτήσεων Προσφοράς για τα κελιά, $i = 1, \dots, n$.

Ορισμένες παράμετροι και μεταβλητές των δύο ελεγκτών που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3, έχουν τις ίδιες τιμές και αρχικοποιήσεις αντίστοιχα, σε κάθε σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας. Οι τιμές αυτές παρουσιάζονται στον Πίνακα 4-2. Οι τιμές των παραμέτρων για τον ελεγκτή RLB-PI καθορίστηκαν σύμφωνα με τις προτεινόμενες τιμές στην εργασία [10].

Πίνακας 4-2: Τιμές παραμέτρων και αρχικοποιήσεων που αφορούν τον έλεγχο για όλα τα σενάρια.

| Καθορισμός Παραμέτρων Ελεγκτών και Αρχικοποιήσεις | | |
|---|--------------------------|--|
| ΣΠΕ | ε | 10^{-4} |
| | $w_{1,i}(0)$ | 60 veh/km/lane ($i = 1, \dots, n$) |
| | $w_{2,i}(0), w_{3,i}(0)$ | 4800 veh/h ($i = 1, \dots, n$) |
| | $\hat{p}_i(0)$ | 0 ($i = 1, \dots, n-1$) |
| | $\hat{r}_i(0)$ | 80 ($i = 1, \dots, n$) |
| | $\hat{u}_i^*(0)$ | 0 ($i \notin R$) |
| | $\hat{x}_i^*(0)$ | 60 ($i = 1, \dots, n$) |
| RLB-PI | K_P | 100 km·lanes/h |
| | K_I | 4 km·lanes/h |
| | $v_i(0)$ | 4800 veh/h ($i = 1, \dots, n$) |
| | ψ | 400 veh/h |
| Κοινά | $u_{\min,i}$ | 100 veh/h ($i = 1, \dots, n$) |
| | $u_{\max,i}$ | 6000 veh/h ($i = 1$) 2000 veh/h ($i = 2, \dots, n$) |

Σε ορισμένα σενάρια, επιθυμούμε να εξετάσουμε την απόκριση του συστήματος σε συνθήκες όπου κάποιες από τις εισόδου του μοντέλου χαρακτηρίζονται από θόρυβο. Για αυτό το σκοπό, ορίζουμε την συνάρτηση $\xi(t)$ η οποία είναι μία συνάρτηση του χρόνου και παίρνει τιμές από μία κανονική κατανομή με μέσο όρο 0 και τυπική απόκλιση 1. Τέλος, παρακάτω ορίζονται τα κριτήρια με βάση τα οποία συγκρίνεται η απόδοση των ελεγκτών.

- I. **Κριτήριο VEF_h** : Είναι το συνολικό άθροισμα των οχημάτων που εξέρχονται από τον αυτοκινητόδρομο κατά την διάρκεια μιας προσομοίωσης και δίνεται από την (4.1):

$$VEF_h = \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^K q_{out,i}(kT) \quad (4.1)$$

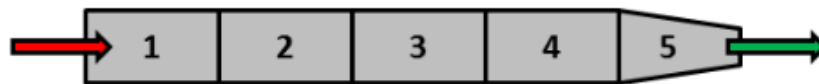
όπου K τα συνολικά βήματα της προσομοίωσης και $KT = h$. Η μεγιστοποίηση του κριτηρίου αυτού ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του χρόνου παραμονής των οχημάτων στο δίκτυο.

- II. **Κριτήριο EN**: Είναι η Ευκλείδεια νόρμα της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ x^* , δηλαδή η τιμή $|x(t) - x^*|$. Ουσιαστικά, το κριτήριο αυτό είναι ένας άλλος τρόπος αναπαράστασης του προηγούμενου κριτηρίου VEF_h , εφόσον έχουμε θεωρήσει ότι το ΜΚΣΙ έχει επιλεχθεί πολύ κοντά στο σημείο της κρίσιμης πυκνότητας όπου και πραγματοποιείται η μεγιστοποίηση της εκροής οχημάτων. Συγκεκριμένα, όσο μικρότερο είναι το εμβαδόν κάτω από την γραφική παράσταση της νόρμας $|x(t) - x^*|$ σε σχέση με τον χρόνο, τόσο καλύτερη είναι η απόδοση του ελεγκτή.

Στις παραγράφους που ακολουθούν, περιγράφονται σε λεπτομέρεια τα σενάρια κυκλοφορίας που εξετάστηκαν.

4.1 Πρώτο Σενάριο Ελέγχου

Σε αυτό το σενάριο, εφαρμόζουμε έλεγχο της κυκλοφορίας σε ένα πολύ απλό δίκτυο. Συγκεκριμένα, θεωρούμε έναν υποθετικό αυτοκινητόδρομο (Σχήμα 4-2), συνολικού μήκους 2.5 km, τον οποίο διακριτοποιούμε σε πέντε κελιά ($n = 5$). Το δίκτυο δέχεται ροή από μία μόνο είσοδο η οποία βρίσκεται στο πρώτο κελί (κόκκινο βέλος, Σχήμα 4-2), ενώ ροή εξέρχεται από μία μόνο έξοδο η οποία βρίσκεται στο τελευταίο κελί (πράσινο βέλος, Σχήμα 4-2), που είναι όπως έχει ήδη αναφερθεί και σημείο συμφόρησης για τον αυτοκινητόδρομο. Ο έλεγχος που πραγματοποιείται σε αυτό το σενάριο αφορά στη ροή εισόδου από το πρώτο κελί, είναι δηλαδή $R = \{1\}$. Ειδικότερα, η διαδικασία αυτού του ελέγχου αφορά την περίπτωση όπου ελέγχεται η ροή από το κυρίως ρεύμα του αυτοκινητοδρόμου (mainline metering) μέσω ενεργοποιητών ροής (flow actuators) όπως τα μεταβλητά σήματα μηνυμάτων (variable message signs).



Σχήμα 4-2: Δίκτυο πρώτου σεναρίου κυκλοφορίας.

Στόχος της εφαρμογής ελέγχου είναι να σταθεροποιηθεί το σύστημα στο επιλεγμένο ΜΚΣΙ και το οποίο θέλουμε να βρίσκεται όσο πιο κοντά γίνεται στο σημείο της κρίσιμης πυκνότητας, καθώς σε αυτό πραγματοποιείται η μέγιστη τιμή εκροής. Για αυτό το λόγο, η συνάρτηση g που περιεγράφηκε στο Κεφάλαιο 3 και η οποία καθορίζει την τιμή της ροής ισορροπίας \hat{u}_1^* ορίζεται ως:

$$g(\hat{r}_5(t), \mu_5) = \hat{u}_1^*(t) = \hat{r}_5(t) \mu_5 \lambda_5 \quad (4.2)$$

Με αυτήν την επιλογή το ΜΚΣΙ είναι το $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*] = [29.33, 29.33, 29.33, 29.33, 36.66]$.

Προσεγγίζουμε τον στόχο της διερεύνησης της απόδοσης του ελέγχου μέσω δύο σετ προσομοιώσεων.

▪ Σετ Προσομοιώσεων 1

Στο πρώτο σετ πραγματοποιείται διερεύνηση της απόδοσης του ΣΠΕ αναφορικά με την επιλογή του ζεύγους των παραμέτρων σ και τ . Ειδικότερα, για διάφορα ζεύγη τιμών εξετάζεται αν το σύστημα συγκλίνει στο ΜΚΣΙ και εφόσον αυτό έχει συμβεί τα διάφορα ζεύγη τιμών συγκρίνονται με βάση την τιμή του κριτηρίου VEF_h . Η αρχική κατάσταση της πυκνότητας όλων των κελιών είναι η $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ ενώ οι τιμές του κριτηρίου VEF_h δίνονται για προσομοιώσεις συνολικής διάρκειας 1 h (είναι δηλαδή VEF_1).

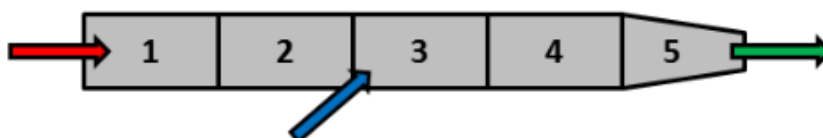
▪ Σετ Προσομοιώσεων 2

Στο δεύτερο σετ πραγματοποιείται διερεύνηση της απόδοσης του ΣΠΕ αναφορικά με την αρχική κατάσταση της πυκνότητας των οχημάτων του κάθε κελιού στον αυτοκινητόδρομο. Συγκρίνουμε επίσης την απόδοση του ΣΠΕ με αυτή του RLB-PI. Οι τιμές των παραμέτρων του ΣΠΕ παραμένουν ίδιες για κάθε αρχική κατάσταση και ίσες με $\sigma = 0.7$ και $\tau = 10$ veh/km/lane.

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για το πρώτο σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας παρουσιάζονται στην Παράγραφο 5.1.

4.2 Δεύτερο Σενάριο Ελέγχου

Το δίκτυο που αφορά το δεύτερο σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας μοιράζεται τα ίδια χαρακτηριστικά με αυτό του πρώτου σεναρίου ελέγχου ($n = 5$) με την επιπλέον προσθήκη μίας ράμπας εισόδου στο ανάντη σύνορο του τρίτου κελιού (Σχήμα 4-3). Ο έλεγχος ξανά αφορά τη ροή από την είσοδο του πρώτου κελιού ($R = \{1\}$), ενώ η ροή της ράμπας εισόδου στο τρίτο κελί θεωρείται άγνωστη και μη ελεγχόμενη.



Σχήμα 4-3: Δίκτυο δεύτερου σεναρίου κυκλοφορίας.

Στόχος της εφαρμογής ελέγχου και σε αυτό το σενάριο είναι να σταθεροποιηθεί το σύστημα στο επιλεγμένο ΜΚΣΙ. Η συνάρτηση g η οποία καθορίζει την τιμή της ροής ισορροπίας \hat{u}_1^* ορίζεται ως:

$$g(\hat{r}_5(t), \hat{u}_3^*(t), \mu_5) = \hat{u}_1^*(t) = \hat{r}_5(t) \mu_5 \lambda_5 - \hat{u}_3^*(t). \quad (4.3)$$

Επιπλέον, για κάθε σετ προσομοιώσεων οι τιμές των παραμέτρων του ΣΠΕ παραμένουν ίδιες και ίσες με $\sigma = 0.7$ και $\tau = 10$ veh/km/lane.

Προσεγγίζουμε τον στόχο της διερεύνησης της απόδοσης του ελέγχου μέσω τριών σετ προσομοιώσεων:

▪ Σετ Προσομοιώσεων 1

Όμοια με το Σετ Προσομοιώσεων 2 του πρώτου σεναρίου κυκλοφορίας, στο πρώτο σετ προσομοιώσεων αυτού του σεναρίου εξετάζεται η απόκριση του ΣΠΕ για διαφορετικές αρχικές συνθήκες και συγκρίνεται με την απόκριση του ελεγκτή RLB-PI. Σε αυτό το σετ επιχειρούμε να εξετάσουμε την απόκριση του ΣΠΕ όταν στο σύστημα επιδράει μία ροή η οποία δεν μπορεί να ελεγχθεί (u_3), και πως το σύστημα ανταποκρίνεται όταν η ροή αυτή εκτιμάται μέσω του μη γραμμικού παρατηρητή κατάστασης. Οι τιμές των παραμέτρων του ΣΠΕ παραμένουν ίδιες για κάθε αρχική συνθήκη. Η μη ελεγχόμενη ροή της δεύτερης ράμπας εισόδου είναι σταθερή και ίση με $u_3 = 800$ [veh/h]. Το ΜΚΣΙ για αυτή την ροή εισόδου είναι το $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*] = [24.44, 24.44, 29.33, 29.33, 36.66]$.

▪ Σετ Προσομοιώσεων 2

Στο δεύτερο σετ εξετάζεται η απόκριση του ελεγκτή όταν η ροή από τη ράμπα εισόδου στο τρίτο κελί είναι επιπλέον χρονικά μεταβαλλόμενη. Καθώς, σκοπός μας είναι να εξετάσουμε πως επηρεάζει το σύστημα κλειστού βρόχου η χρονική αυτή μεταβολή κοντά στο ΜΚΣΙ η αρχική τιμή της πυκνότητας των οχημάτων είναι το ΜΚΣΙ (αυτό δηλαδή που αντιστοιχεί σε σταθερή είσοδο $u_3 = 800$ [veh/h]) και που φαίνεται παραπάνω. Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις όπου η ροή αυτή είναι χρονικά μεταβαλλόμενη:

Πίνακας 4-3: Συναρτήσεις μεταβαλλόμενων ροών εισόδου.

| |
|--|
| A) $u_3(t) = 800 + 200 \cos(\pi t)$ |
| B) $u_3(t) = 800 + 50 \cos((\pi / 20)t)$ |
| Γ) $u_3(t) = \min(2000, 800 + 200 \max(-4, \xi(t)))$ |

Οι περιπτώσεις Α) και Γ) αφορούν μεταβολές μεγάλου πλάτους και υψηλής συχνότητας, ενώ η περίπτωση Β) αφορά μεταβολές μικρού πλάτους και χαμηλής συχνότητας. Τα αποτελέσματα και για αυτό το σετ προσομοιώσεων συγκρίνονται με αυτά του RLB-PI.

▪ Σετ Προσομοιώσεων 3

Στο τρίτο σετ, η ροή της μη ελεγχόμενης ράμπας εισόδου παραμένει σταθερή για όλη την διάρκεια της προσομοίωσης και εξετάζεται η απόκριση του συστήματος με χρονικά μεταβαλλόμενους κανόνες προτεραιότητας και ειδικότερα με χρονικά μεταβαλλόμενο κανόνα προτεραιότητας για τη ροή από τη ράμπα εισόδου από το τρίτο κελί. Υπενθυμίζουμε ότι η παραμέτροι προτεραιότητας εισροής είναι οι $d_i(t) \in [0,1]$, για $i = 2, \dots, n$. Εξετάσθηκαν δύο

διαφορετικοί κανόνες για χρονικά μεταβαλλόμενα $d_i(t) \in [0,1]$ και οι οποίοι φαίνονται στον Πίνακα 4-4:

Πίνακας 4-4: Συναρτήσεις μεταβαλλόμενων κανόνων προτεραιότητας.

$$A) d_i(t) = (1 + \cos((\pi / 20)t)) / 2$$

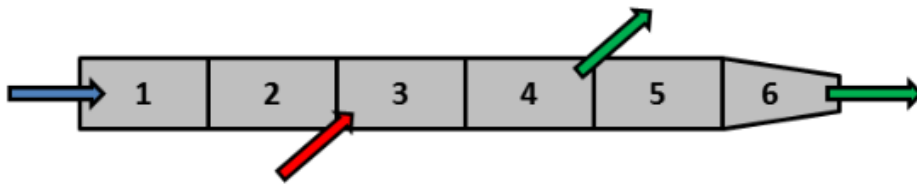
$$B) d_i(t) = \min(1, \max(0, \xi(t)))$$

Η αρχική πυκνότητα των οχημάτων είναι σε κάθε περίπτωση η $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$. Επίσης, υπενθυμίζουμε ότι, όταν δεν υπάρχουν φαινόμενα συμφόρησης στον αυτοκινητόδρομο τότε οι κανόνες προτεραιότητας δεν επηρεάζουν τη λειτουργία του συστήματος.

Τα αποτελέσματα όλων των σετ προσομοιώσεων για αυτό το σενάριο κυκλοφορίας παρουσιάζονται στην Παράγραφο 5.2.

4.3 Τρίτο Σενάριο Ελέγχου

Σε αυτό το σενάριο θεωρούμε έναν υποθετικό αυτοκινητόδρομο (Σχήμα 4-4) συνολικού μήκους 3 km τον οποίο διακριτοποιούμε σε έξι κελιά ($n=6$). Το δίκτυο για αυτό το σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας διαφέρει από το δίκτυο του δευτέρου σεναρίου αφενός στην ύπαρξη ενός επιπλέον κελιού και αφετέρου στην ύπαρξη μίας επιπλέον ράμπας εξόδου, η οποία βρίσκεται στο κατάντη σύνορο του τέταρτου κελιού (Σχήμα 4-4). Σε αυτό το σενάριο, η διαδικασία του ελέγχου αλλάζει. Ο έλεγχος εδώ πραγματοποιείται στη ροή εισόδου από το τρίτο κελί, είναι δηλαδή $R = \{3\}$, ενώ η ροή εισόδου από το πρώτο κελί θεωρείται άγνωστη και μη ελεγχόμενη. Ειδικότερα, η διαδικασία αυτού του ελέγχου αφορά την περίπτωση όπου ελέγχεται η ροή από μία ράμπα εισόδου μέσω ενεργοποιητών ροής (flow actuators) όπως οι φωτεινοί σηματοδότες (traffic lights).



Σχήμα 4-4: Δίκτυο τρίτου σεναρίου κυκλοφορίας.

Και σε αυτό το σενάριο επιθυμούμε να σταθεροποιήσουμε το σύστημα στο επιλεγμένο ΜΚΣΙ. Εδώ, η συνάρτηση g καθορίζει την τιμή της ροής ισορροπίας \hat{u}_3^* και ορίζεται ως:

$$g(\hat{r}_6(t), \hat{u}_1^*(t), \hat{p}_4(t), \mu_6) = \hat{u}_3^*(t) = \frac{\hat{r}_6(t) \mu_6 \lambda_6}{1 - \hat{p}_4(t)} - \hat{u}_1^*(t) \quad (4.4)$$

Και σε αυτό το σενάριο, για κάθε σετ προσομοιώσεων οι τιμές των παραμέτρων του ΣΠΕ παραμένουν ίδιες ίδιες με $\sigma = 0.7$ και $\tau = 10$ [veh/km/lane].

Πραγματοποιούνται δύο σετ προσομοιώσεων για αυτό το σενάριο κυκλοφορίας:

▪ Σετ Προσομοιώσεων 1

Ανάλογα με προηγούμενως, στο πρώτο σετ διερευνούμε την απόδοση του ΣΠΕ όταν το σύστημα εκκινεί από διαφορετική αρχική συνθήκη. Εδώ, η ροή από την είσοδο του δικτύου και το ποσοστό εξόδου θεωρούνται σταθερά και ίσα με $u_1 = 3500$ veh/h και $p_4 = 0.05$ αντίστοιχα. Το ΜΚΣΙ είναι: $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*] = [21.38, 21.38, 30.87, 30.87, 29.33, 36.66]$. Η απόδοση του ΣΠΕ συγκρίνεται και πάλι με αυτήν του RLB-PI.

▪ Σετ Προσομοιώσεων 2

Στο δεύτερο σετ εξετάζουμε την απόδοση του ΣΠΕ όταν η εισροή από την είσοδο του δικτύου και το ποσοστό εξόδου τη ράμπα εξόδου είναι χρονικά μεταβαλλόμενα. Η αρχική συνθήκη είναι το ΜΚΣΙ. Εξετάσθηκαν δύο διαφορετικές περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενων παραμέτρων. Οι περιπτώσεις αυτές φαίνονται στον Πίνακα 4-5, όπου η Α) περίπτωση αναπαριστά μεταβολές χαμηλής συχνότητας και η Β) περίπτωση αναπαριστά τυχαίες μεταβολές υψηλής συχνότητας:

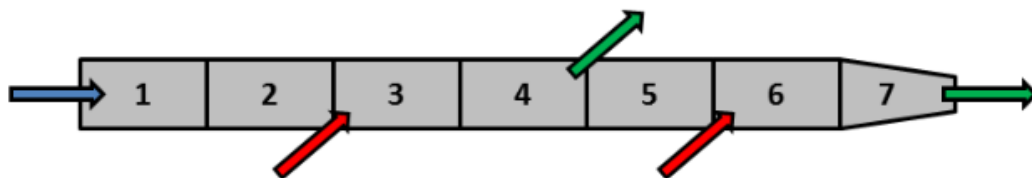
Πίνακας 4-5: Συναρτήσεις μεταβαλλόμενων ροών εισόδου και ποσοστών εξόδου.

| | |
|----|--|
| A) | $u_1(t) = 3500 + 200 \cos((\pi / 20)t)$ |
| | $p_4(t) = 0.05 + 0.02 \cos((\pi / 20)t)$ |
| B) | $u_1(t) = \max(6000, 3500 + 200 \max(-4, \xi(t)))$ |
| | $p_4(t) = 0.05 + 0.02 \max(-2, \min(2, \xi(t)))$ |

Τα αποτελέσματα όλων των σετ προσομοιώσεων για το τρίτο σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας παρουσιάζονται στην Παράγραφο 5.3.

4.4 Τέταρτο σενάριο ελέγχου

Σε αυτό το σενάριο θεωρούμε έναν υποθετικό αυτοκινητόδρομο (Σχήμα 4-5) συνολικού μήκους 3.5 km το οποίο διακριτοποιούμε σε επτά κελιά ($n = 7$). Συγκριτικά με το δίκτυο του τρίτου σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας, υπάρχει ένα επιπλέον κελί ενώ έχει προστεθεί μία ακόμα ράμπα εισόδου, η οποία βρίσκεται στο ανάντη σύνορο του έκτου κελιού (Σχήμα 4-5).



Σχήμα 4-5: Δίκτυο του τέταρτου σεναρίου κυκλοφορίας.

Σε αυτό το σενάριο εξετάζεται η απόδοση του ΣΠΕ αναφορικά με την εφαρμογή συντονισμένου ελέγχου ραμπών εισόδου. Ο έλεγχος που πραγματοποιείται σε αυτό το σενάριο, αφορά τις ροές από τις δύο ενδιάμεσες ράμπες εισόδου είναι δηλαδή, $R = \{3, 6\}$. Η απόδοση του ΣΠΕ διερευνάται όπως και προηγούμενως, χωρίς όμως αυτή να συγκρίνεται με κάποια άλλη

στρατηγική συντονισμένου ελέγχου. Να σημειωθεί εδώ, ότι ο ελεγκτής RLB-PI αποτελεί στρατηγική ελέγχου αποκλειστικά σε τοπικό επίπεδο.

Σε αυτό το σενάριο επιθυμούμε να σταθεροποιήσουμε το σύστημα στο επιλεγμένο ΜΚΣΙ που όμως μεταβάλλεται ανάλογα με τον κανόνα συντονισμού των ραμπών εισόδου. Η συνάρτηση g σε αυτό το σενάριο, καθορίζει την τιμή των ρών ισορροπίας \hat{u}_3^* και \hat{u}_6^* και ορίζεται ως εξής:

$$g(\hat{r}_7(t), \hat{u}_1^*(t), \hat{p}_4(t), \mu_7) = \begin{pmatrix} \hat{u}_6^*(t) \\ \hat{u}_3^*(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\hat{r}_7(t)\mu_7\lambda_7 - \hat{u}_1^*(t)(1 - \hat{p}_4(t))) / (\zeta(1 - \hat{p}_4(t)) + 1) \\ (\hat{r}_7(t)\mu_7\lambda_7 - \hat{u}_1^*(t)(1 - \hat{p}_4(t)) - \hat{u}_6^*(t)) / ((1 - \hat{p}_4(t)) + 1) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

όπου $\zeta > 0$ αναπαριστά τον συντελεστή αναλογίας μεταξύ των ρών ισορροπίας \hat{u}_3^* και \hat{u}_6^* , είναι δηλαδή $\hat{u}_3^* = \zeta \hat{u}_6^*$.

Όπως και στα προηγούμενα σενάρια, η συνάρτηση g καθορίστηκε ώστε οι εκτιμώμενες τιμές των ρών των ελεγχόμενων ραμπών εισόδου να προκύπτουν με κριτήριο την μεγιστοποίηση της εκροής του τελευταίου (εδώ, έβδομου) κελιού. Για να μπορεί το σύστημα να βρίσκεται μέσω του ελέγχου σε κατάσταση ισορροπίας, θα πρέπει η συνολική εκροή του δικτύου να είναι ίση με τη συνολική εισροή. Αυτό όμως, όταν υπάρχουν δύο ελεγχόμενες ράμπες εισόδου μπορεί να γίνει με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Η παράμετρος ζ είναι αυτή που καθορίζει τον τρόπο αυτό μέσω του καθορισμού της σχέσης μεταξύ των ρών από τις δύο ράμπες εισόδου. Για παράδειγμα, αν θέλουμε οι ροές από τις ράμπες εισόδου να είναι ίσες τότε θα είναι $\zeta = 1$, και άρα $\hat{u}_3^* = \hat{u}_6^*$. Η (4.5) προέκυψε από την εξίσωση (3.28) με βάση την παραπάνω λογική.

Τα διάφορα σετ προσομοιώσεων, πραγματοποιήθηκαν με αλλαγές στις παραμέτρους σ και τ ώστε να παρουσιασθεί η καλύτερη δυνατή απόκριση του ΣΠΕ. Συγκεκριμένα, πραγματοποιούνται τρία σετ προσομοιώσεων:

▪ Σετ Προσομοιώσεων 1

Σε αυτό το σετ διερευνούμε την απόδοση του ΣΠΕ όταν ο κανόνας συντονισμού ελέγχου παραμένει σταθερός για όλη τη διάρκεια της προσομοίωσης και ισχύει $\zeta = 1$. Επιπλέον, η εισερχόμενη ροή από την είσοδο του δικτύου και το ποσοστό εξόδου θεωρούνται σταθερά και ίσα με $u_1 = 3500$ veh/h και $p_4 = 0.05$ αντίστοιχα. Έτσι, εξετάζεται όπως και σε προηγούμενα σετ άλλων σεναρίων, η απόκριση του ΣΠΕ αναφορικά με αλλαγές στις αρχικές συνθήκες. Το ΜΚΣΙ σε αυτή τη περίπτωση είναι αυτό που φαίνεται στην τελευταία γραμμή του Πίνακα 4.7.

▪ Σετ Προσομοιώσεων 2

Σε αυτό το σετ διερευνάται η απόκριση του ΣΠΕ όταν η εισερχόμενη ροή από την είσοδο του δικτύου και το ποσοστό εξόδου είναι χρονικά μεταβαλλόμενα. Οι περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενων συναρτήσεων που χρησιμοποιούνται, καθορίζονται όπως και στο δεύτερο σετ του τρίτου σεναρίου ελέγχου, σύμφωνα με τον Πίνακα 4-5. Η αρχική συνθήκη της πυκνότητας οχημάτων παραμένει ίδια για όλες τις διερευνήσεις και είναι η $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$

[veh/km/lane]. Ο κανόνας που καθορίζει τον συντονισμένο έλεγχο των ραμπών εισόδου παραμένει ίδιος με το προηγούμενο σετ ($\zeta = 1$).

▪ Σετ Προσομοιώσεων 3

Στο Σετ Προσομοιώσεων 3 του τέταρτου σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας εξετάζεται η απόδοση του ΣΠΕ υπό συνθήκες μεταβαλλόμενου κανόνα για το συντονισμό των εισροών από τις ράμπες εισόδου. Συγκεκριμένα, ο κανόνας που καθορίζει τον συντονισμένο έλεγχο (και αφορά στην παράμετρο ζ) των ραμπών εισόδου αλλάζει σε τακτές χρονικές περιόδους και με αυτόν τον τρόπο εξετάζεται η σύγκλιση του συστήματος στο ΜΚΣΙ που είναι διαφορετικό για κάθε τέτοιο κανόνα. Στον Πίνακα 4-7 παρουσιάζονται τα ΜΚΣΙ για κάθε διαφορετικό κανόνα συντονισμού και για την περίπτωση που οι τιμές της ροής της πρώτης ράμπας εισόδου και του ποσοστού εξόδου του τέταρτου κελιού παραμένουν σταθερές. Η παραπάνω διερεύνηση πραγματοποιείται και για σταθερά αλλά και χρονικά μεταβαλλόμενα ροή από την είσοδο του δικτύου και ποσοστό εξόδου από το τέταρτο κελί που καθορίζονται από τον Πίνακα 4-5. Η αρχική πυκνότητα των οχημάτων σε κάθε περίπτωση είναι ίδια και ίση με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$.

Εξετάζονται πέντε διαφορετικοί κανόνες συντονισμού. Στον Πίνακα 4-6, παρουσιάζονται οι τιμές της αναλογίας ζ που χαρακτηρίζουν τους κανόνες συντονισμού της εισερχόμενης εισροής για τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα.

Πίνακας 4-6: Κανόνες καθορισμού του συντονισμένου ελέγχου ραμπών εισόδου για το Σετ Προσομοιώσεων 3 του τέταρτου σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

| $0 \leq t \leq 0.2$ | $0.2 < t \leq 0.41$ | $0.41 < t \leq 0.62$ | $0.62 < t \leq 0.83$ | $0.83 < t \leq 1$ |
|-----------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|-------------------|
| $\zeta = \frac{1}{3}$ | $\zeta = 2$ | $\zeta = \frac{1}{2}$ | $\zeta = 3$ | $\zeta = 1$ |

Πίνακας 4-7: ΜΚΣΙ όλων των κελιών για κάθε μία από τις περιπτώσεις του Πίνακα 4-6.

| | |
|-----------------------|---|
| $\zeta = \frac{1}{3}$ | $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*, x_7^*] = [21.38, 21.38, 23.67, 23.67, 22.48, 29.33, 36.66]$ |
| $\zeta = 2$ | $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*, x_7^*] = [21.38, 21.38, 27.60, 27.60, 26.22, 29.33, 36.66]$ |
| $\zeta = \frac{1}{2}$ | $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*, x_7^*] = [21.38, 21.38, 24.44, 24.44, 23.22, 29.33, 36.66]$ |
| $\zeta = 3$ | $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*, x_7^*] = [21.38, 21.38, 28.41, 28.41, 26.99, 29.33, 36.66]$ |
| $\zeta = 1$ | $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*, x_7^*] = [21.38, 21.38, 26.01, 26.01, 24.70, 29.33, 36.66]$ |

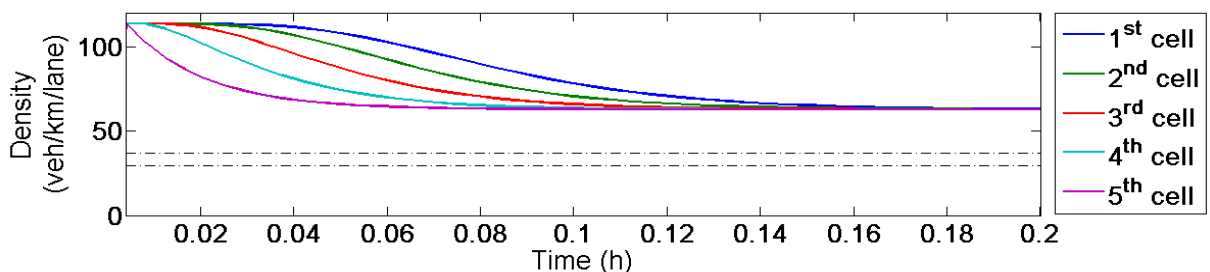
Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων του τέταρτου σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας παρουσιάζονται στην Παράγραφο 5.4.

5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όλων των σετ προσομοιώσεων για κάθε σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 4. Για κάθε σενάριο κυκλοφορίας αρχικά διερευνήθηκε η απόκριση του συστήματος ανοικτού βρόχου (open-loop system), δηλαδή η περίπτωση στην οποία η προτειθέμενες ελεγχόμενες ροές είναι a priori καθορισμένες και σταθερές. Τα περισσότερα από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που θα παρουσιασθούν σε αυτό το κεφάλαιο αφορούν τις χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων κάθε κελιού του συστήματος αυτοκινητοδρόμου, την απόκριση της ΕΝ της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ x^* και τη σύγκριση των τιμών του κριτηρίου VEF_h για το ΣΠΕ και τον RLB-PI για το σύστημα κλειστού βρόχου.

5.1 Πρώτο Σενάριο Κυκλοφορίας

Στο Σχήμα 5-1 εμφανίζονται τα αποτελέσματα των χρονικών αποκρίσεων της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών του συστήματος ανοικτού βρόχου. Η αρχική πυκνότητα των οχημάτων είναι $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ (όπου a_i αντιστοιχεί στη μέγιστη πυκνότητα) και αντιπροσωπεύει έναν αυτοκινητόδρομο σε πλήρη συμφόρηση. Η εισροή από την ράμπα εισόδου του πρώτου κελιού είναι σταθερή και ίση με $u_1 = 4800$ [veh/h], όπου και αντιπροσωπεύει τη βέλτιστη δυνατή εισροή, εφόσον αντιστοιχεί στην ικανότητα του τελευταίου (πέμπτου) κελιού που είναι σημείο συμφόρησης. Οι διακεκομμένες γραμμές στο Σχήμα 5-1 αντιστοιχούν στο ΜΚΣΙ, $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*] = [29.33, 29.33, 29.33, 29.33, 36.66]$. Από το Σχήμα 5-1 είναι εμφανές πως οι τιμές της πυκνότητας των οχημάτων συγκλίνουν στο κορεσμένο σημείο ισορροπίας $[62.5, 62.5, 62.5, 62.5, 62.5]$ για το οποίο ο αυτοκινητόδρομος βρίσκεται σε συμφόρηση. Επομένως, προκειμένου να αποσυμφοριστεί ο αυτοκινητόδρομος και να λειτουργεί με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο, κρίνεται αναγκαία η εφαρμογή ελέγχου κυκλοφορίας. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των σετ προσομοιώσεων που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 4.



Σχήμα 5-1: Χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών για το σύστημα ανοικτού βρόχου (open loop), με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ και $u_1 = 4800$ [veh/h].

5.1.1 Σετ Προσομοιώσεων 1

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, το Σετ Προσομοιώσεων 1 για το πρώτο σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας αφορά τη διερεύνηση της ευαισθησίας του ΣΠΕ ως προς τις παραμέτρους σ και τ , χρησιμοποιώντας το κριτήριο VEF_1 . Η συγκεκριμένη διερεύνηση αναφορικά με την ευαισθησία του ΣΠΕ ως προς την επιλογή του ζεύγους τιμών των παραμέτρων σ , τ , έδειξε πως για δεδομένη τιμή του σ μπορούμε να βρούμε τιμές για το τ (ή και αντίστροφα), οι οποίες οδηγούν το σύστημα κλειστού βρόχου σε ισορροπία. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι οι παράμετροι σ και τ είναι εξαρτημένες. Πιο συγκεκριμένα, για δεδομένο σ υπάρχει μία τιμή του τ (ή και αντίστροφα) για την οποία (όπως φαίνεται και από τη διατύπωση του Θεωρήματος 1) το ΜΚΣΙ είναι ΕΟΕΕ για το σύστημα κλειστού βρόχου. Ο Πίνακας 5-1 παρουσιάζει τις τιμές του κριτηρίου VEF_1 , κάτω από την εφαρμογή του ΣΠΕ και για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων σ και τ . Με «-» δηλώνεται η απουσία ΕΟΕΕ του ΜΚΣΙ για το συγκεκριμένο ζεύγος τιμών παραμέτρων.

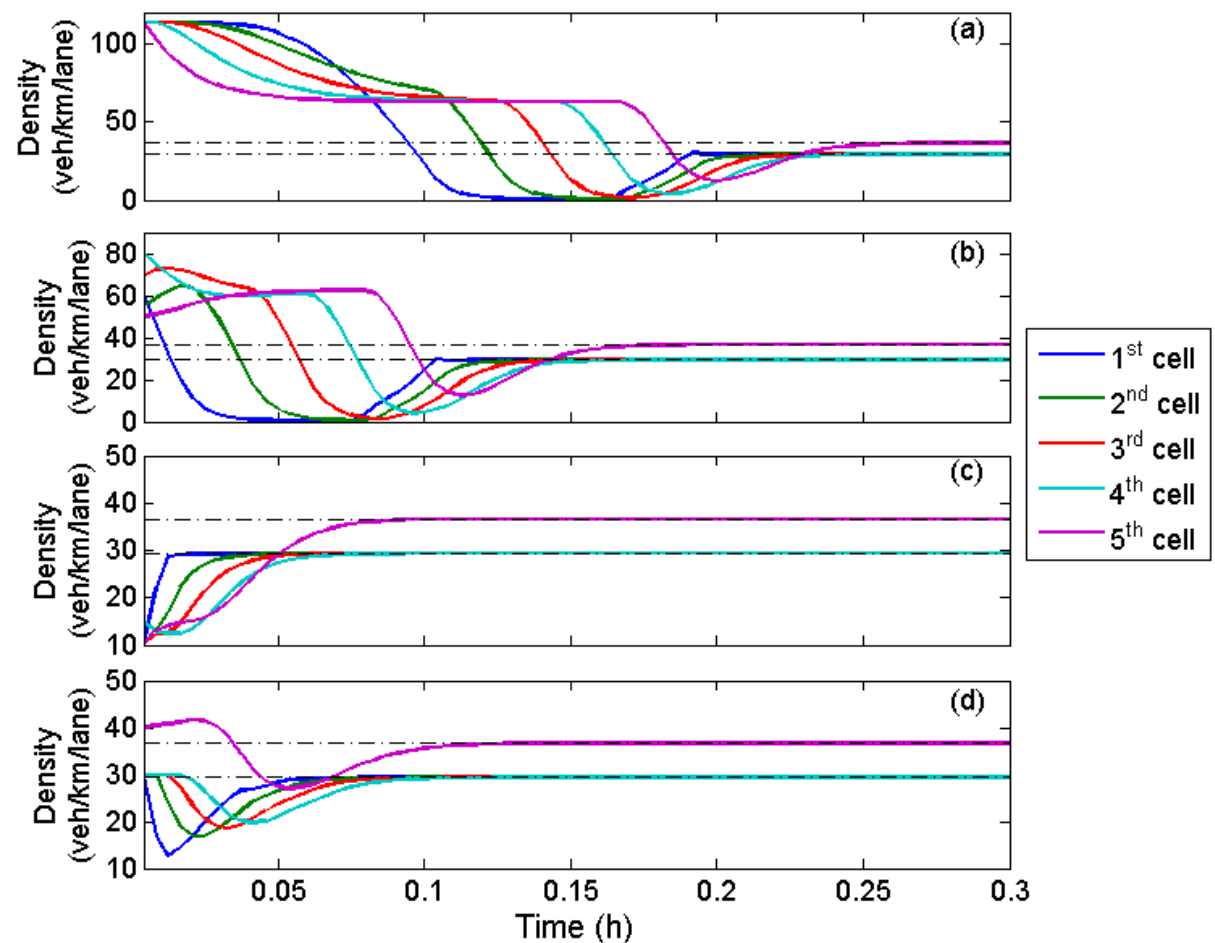
Πίνακας 5-1: Τιμές VEF_1 [veh/h] για διάφορα ζεύγη τιμών σ και τ .

| $\tau \backslash \sigma$ | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|--------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 2 | 1.120.279 | 1.106.554 | 1.095.040 | 1.091.327 | 1.089.136 | 1.088.972 |
| 5 | 1.122.635 | 1.122.980 | 1.107.574 | 1.096.178 | 1.092.195 | 1.089.730 |
| 10 | — | 1.126.171 | 1.121.159 | 1.106.794 | 1.096.452 | 1.092.500 |
| 15 | — | — | 1.129.504 | 1.114.329 | 1.102.412 | 1.094.963 |
| 25 | — | — | 1.107.129 | 1.127.347 | 1.111.847 | 1.101.074 |
| 35 | — | — | — | 1.129.675 | 1.120.948 | 1.107.219 |
| 45 | — | — | — | — | 1.127.844 | 1.112.543 |
| 75 | — | — | — | — | — | 1.127.766 |

Όπως παρατηρείται από τις τιμές του Πίνακα 5-1 για δεδομένη τιμή του σ και τιμές του τ κάτω από ένα συγκεκριμένο κατώφλι, το ΜΚΣΙ είναι ΕΟΕΕ ενώ επιπλέον παρατηρούνται μικρές αποκλίσεις στις τιμές του VEF_1 και επομένως μικρή ευαισθησία στην αλλαγή των τιμών του τ . Το άνω όριο των τιμών του τ για δεδομένο σ φαίνεται τις περισσότερες φορές να δίνει και το καλύτερο VEF_1 (π.χ. $\sigma=0.4$, $\tau=5$ ή $\sigma=0.5$, $\tau=10$ ή $\sigma=0.7$, $\tau=35$), πράγμα που αντιπροσωπεύει την καλύτερη δυνατή απόκριση του διανύσματος της πυκνότητας για το συγκεκριμένο πείραμα. Ωστόσο, για την εφαρμογή του ΣΠΕ στα σενάρια και σετ προσομοιώσεων που ακολουθούν επιλέχθηκε το ζεύγος τιμών $\sigma=0.7$, $\tau=10$ [veh/km/lane], το οποίο φαίνεται να εξασφαλίζει ταυτόχρονα την καλή απόκριση του διανύσματος της πυκνότητας αλλά και ασφάλεια ως προς την σταθεροποίηση του συστήματος κλειστού βρόχου ως προς οποιοδήποτε αρχική συνθήκη. Να σημειωθεί εδώ ότι η τιμή του VEF_1 για τον RLB-PI είναι 897326 [veh/h] δηλαδή μικρότερη από οποιαδήποτε τιμή για το ΣΠΕ παρουσιάζεται στον Πίνακα 5-1.

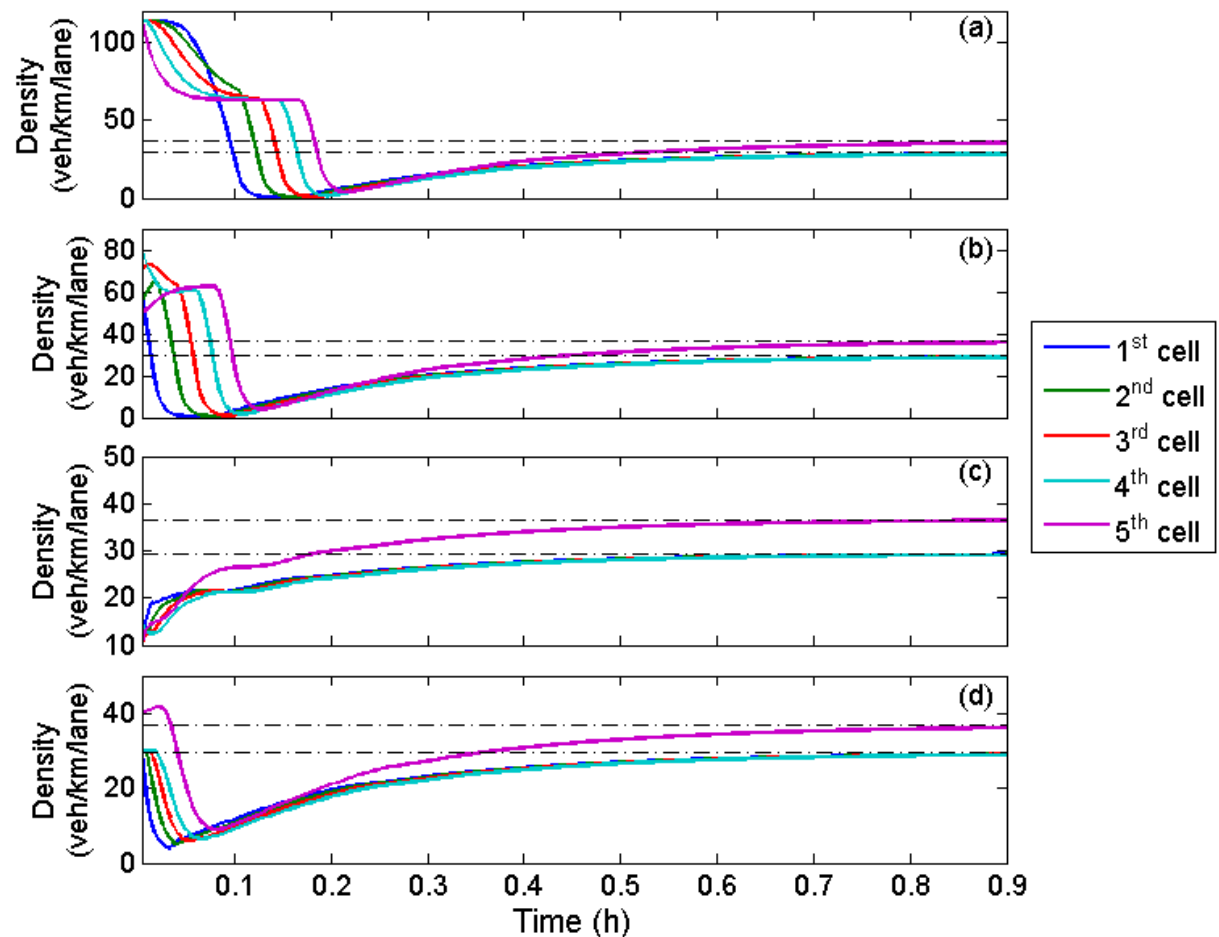
5.1.2 Σετ Προσομοιώσεων 2

Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται: i) η χρονική απόκριση της πυκνότητας για κάθε κελί και για διαφορετικές αρχικές συνθήκες, κάτω από την επίδραση του ΣΠΕ (Σχήμα 5-2) και ii) κάτω από την επίδραση του RLB-PI (Σχήμα 5-3), όπως επίσης και iii) η χρονική απόκριση της ΕΝ της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ x^* συγκριτικά για κάθε ελεγκτή (Σχήμα 5-4). Η πρώτη αρχική συνθήκη είναι η $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ (Σχήμα 5-2(a), Σχήμα 5-3(a), Σχήμα 5-4(a)) και αντιπροσωπεύει την πλήρη συμφόρηση του αυτοκινητόδρομου, η δεύτερη αρχική συνθήκη είναι $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$ (Σχήμα 5-2(b), Σχήμα 5-3(b), Σχήμα 5-4(b)), και αντιπροσωπεύει ρεαλιστικές συνθήκες συμφόρησης, η τρίτη είναι η $x_0 = [10, 15, 10, 15, 10]$ (Σχήμα 5-2(c), Σχήμα 5-3(c), Σχήμα 5-4(c)) και αντιπροσωπεύει συνθήκες πολύ χαμηλής πυκνότητας στον αυτοκινητόδρομο και η τέταρτη αρχική συνθήκη είναι η $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ (Σχήμα 5-2(d), Σχήμα 5-3(d)) και εξετάζεται για να απεικονίσουμε την απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου σε καταστάσεις που βρίσκονται πολύ κοντά στο ΜΚΣΙ.

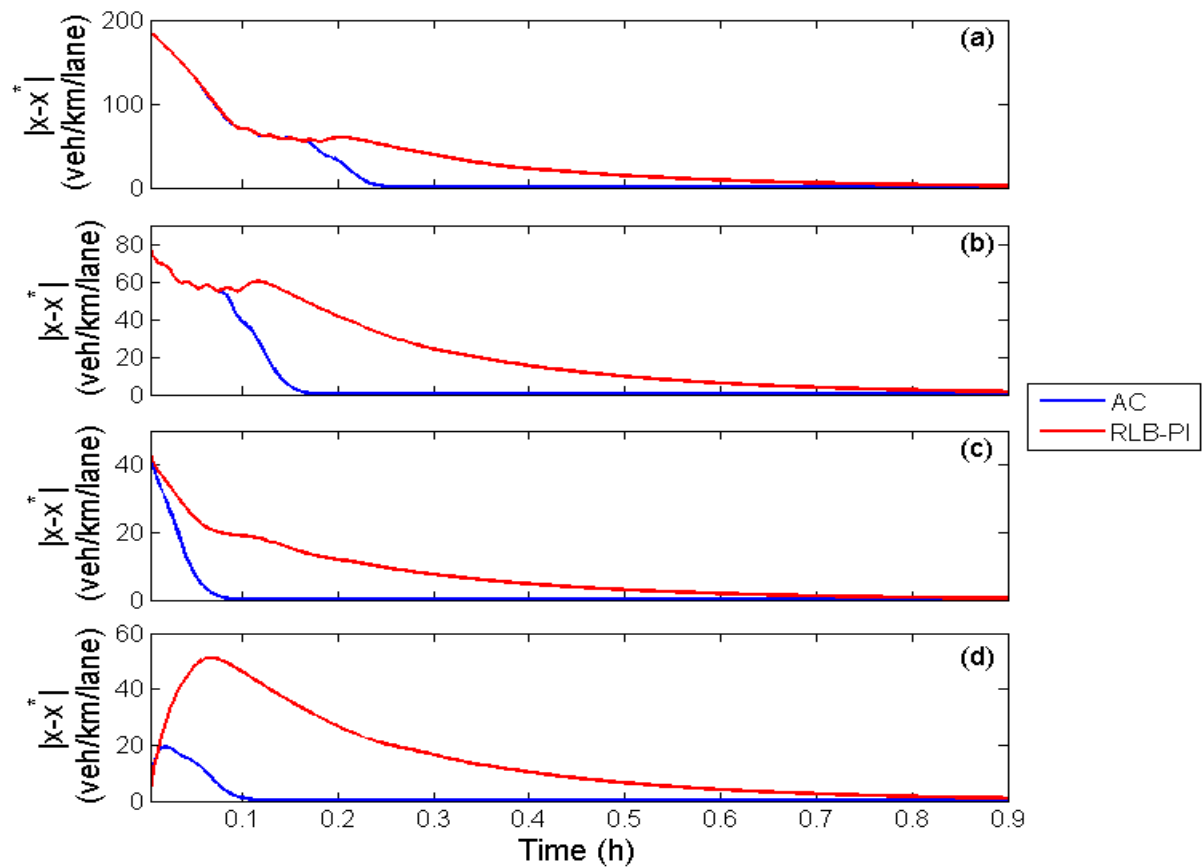


Σχήμα 5-2: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για το ΣΠΕ ($\sigma = 0.7$, $\tau = 10$ [veh/km/lane]) και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες: (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$, (c) $x_0 = [10, 15, 10, 15, 10]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$.

Εξετάζοντας αναλυτικά τα διαγράμματα για όλες τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται στα Σχήματα 5-2 και 5-3, παρατηρείται πως το ΣΠΕ επιτυγχάνει γρηγορότερη σύγκλιση στο ΜΚΣΙ συγκριτικά με τον RLB-PI. Ειδικότερα, το ΣΠΕ επιτυγχάνει την πλήρη σύγκλιση του διανύσματος κατάστασης στο ΜΚΣΙ σε χρόνο λιγότερο από 0.3 ώρες για όλες τις περιπτώσεις, ενώ το σύστημα κλειστού βρόχου με τον RLB-PI συγκλίνει περίπου στις 0.9 ώρες σε όλες τις περιπτώσεις. Η διαφορά αυτή μπορεί να φανεί ακόμα πιο ξεκάθαρα από το Σχήμα 5-4 όπου το εμβαδόν κάτω από την γραφική παράσταση της ΕΝ της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ x^* με τον χρόνο για το ΣΠΕ είναι πάντα μικρότερο από αυτό του RLB-PI σε όλες τις περιπτώσεις. Καθώς το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας για πολύ μεγαλύτερο χρονικό διάστημα με το ΣΠΕ αναμένουμε επίσης μεγιστοποίηση της εκροής του τελευταίου κελιού. Αυτό επιβεβαιώνεται από τον Πίνακα 5-2 και το Σχήμα 5-5 όπου παρατίθενται και συγκρίνονται οι τιμές του VEF_1 των δύο ελεγκτών και για τις αρχικές συνθήκες που παρουσιάστηκαν παραπάνω αλλά και επιπλέον αρχικές συνθήκες. Ειδικότερα, φαίνεται βελτίωση στις τιμές του VEF_1 για το ΣΠΕ της τάξης του 24% στην πλειοψηφία των περιπτώσεων.



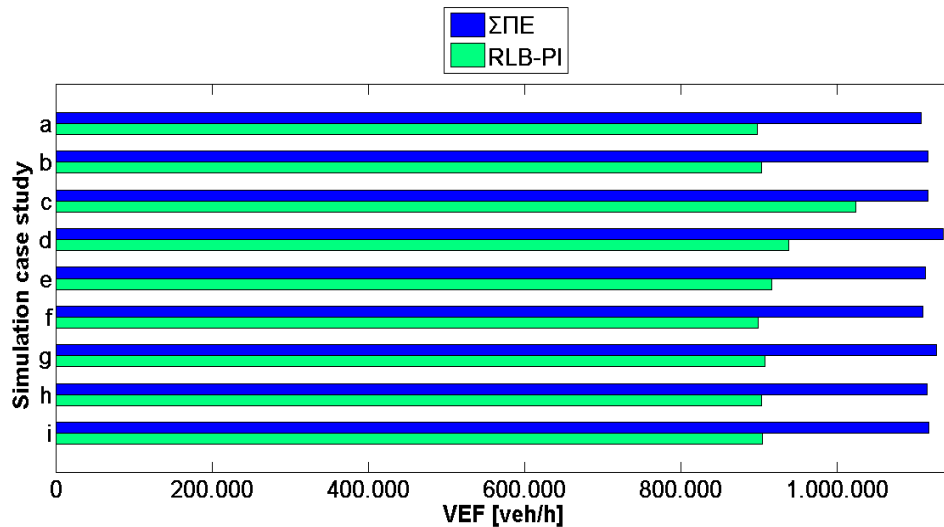
Σχήμα 5-3: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για τον RLB-PI και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες: (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$, (c) $x_0 = [10, 15, 10, 15, 10]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$.



Σχήμα 5-4: Η απόκριση της EN για το κλειστό σύστημα ελέγχου και για τους δύο ελεγκτές: ΣΠΕ (μπλε) και RLB-PI (κόκκινο) και για τέσσερις αρχικές συνθήκες: (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$, (c) $x_0 = [10, 15, 10, 15, 10]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$.

Πίνακας 5-2: Τιμές VEF_1 για το Σετ Προσομοιώσεων 2 του 1^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

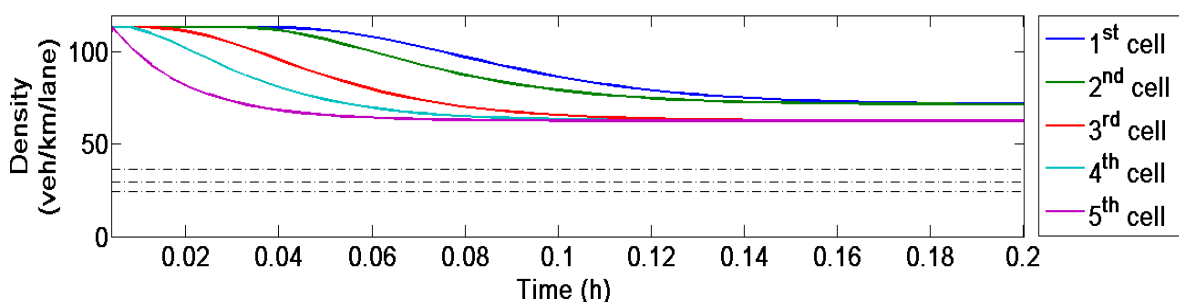
| | Αρχική συνθήκη | VEF_1 [veh/h] | | % Διαφορά |
|---|-----------------------------------|-----------------|-----------|-----------|
| | | ΣΠΕ | RLB-PI | |
| a | $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ | 1.106.794 | 897.326 | 23% |
| b | $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$ | 1.115.512 | 903.185 | 24% |
| c | $x_0 = [10, 15, 10, 15, 10]$ | 1.115.654 | 1.023.674 | 9% |
| d | $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 1.134.926 | 938.137 | 21% |
| e | $x_0 = [14, 80, 7, 86, a_i]$ | 1.112.596 | 915.470 | 22% |
| f | $x_0 = [a_1, 20, 100, 40, a_5]$ | 1.109.697 | 898.313 | 24% |
| g | $x_0 = [26, 40, 43, 33, 30]$ | 1.126.690 | 906.968 | 24% |
| h | $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$ | 1.114.911 | 902.640 | 24% |
| i | $x_0 = [47, 47, 47, 47, 47]$ | 1.117.006 | 903.863 | 24% |



Σχήμα 5-5: Ραβδογράμματα VEF_i του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (πράσινο) για το Σετ Προσομοιώσεων 2 του 1^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

5.2 Αποτελέσματα Δεύτερου Σεναρίου Ελέγχου

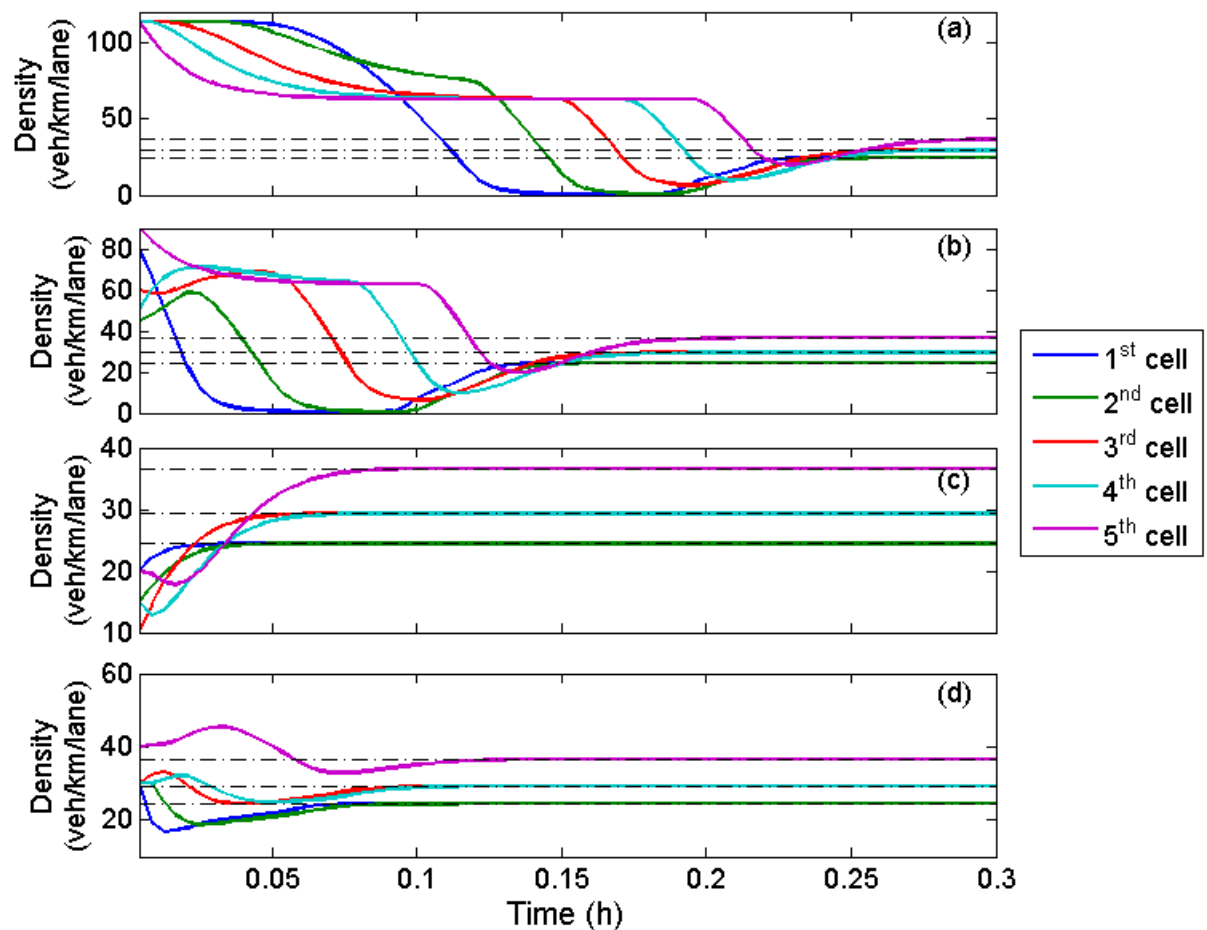
Στο Σχήμα 5-6 εμφανίζονται τα αποτελέσματα των χρονικών αποκρίσεων της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών του συστήματος ανοιχτού βρόχου. Η αρχική πυκνότητα των οχημάτων είναι $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ ενώ οι εισροές από την είσοδο στο πρώτο κελί και από τη ράμπα εισόδου στο τρίτο κελί είναι σταθερές και ίσες με $u_1 = 4000$ [veh/h] και $u_3 = 800$ [veh/h] αντίστοιχα. Αθροιστικά, οι ροές αυτές αντιπροσωπεύουν τη βέλτιστη δυνατή εκροή που αντιστοιχεί στην ικανότητα του τελευταίου (πέμπτου) κελιού που είναι σημείο συμφόρησης. Οι διακεκομμένες γραμμές στο Σχήμα 5-6 αντιστοιχούν στο ΜΚΣΙ $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*] = [24.44, 24.44, 29.33, 29.33, 36.66]$. Από το Σχήμα 5-6 είναι εμφανές πως οι τιμές της πυκνότητας των οχημάτων συγκλίνουν στο κορεσμένο σημείο ισορροπίας [71.72, 72, 62.5, 62.5, 62.5] για το οποίο ο αυτοκινητόδρομος βρίσκεται σε συμφόρηση. Επομένως, και σε αυτήν την περίπτωση κρίνεται αναγκαία η εφαρμογή ελέγχου κυκλοφορίας προκειμένου να αποσυμφοριστεί ο αυτοκινητόδρομος και να λειτουργεί με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής ελέγχου μέσω του ΣΠΕ για τα σετ προσομοιώσεων που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 4.



Σχήμα 5-6: Χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών για το σύστημα ανοιχτού βρόχου (open loop), με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, $u_1 = 4000$ [veh/h] και $u_3 = 800$ [veh/h].

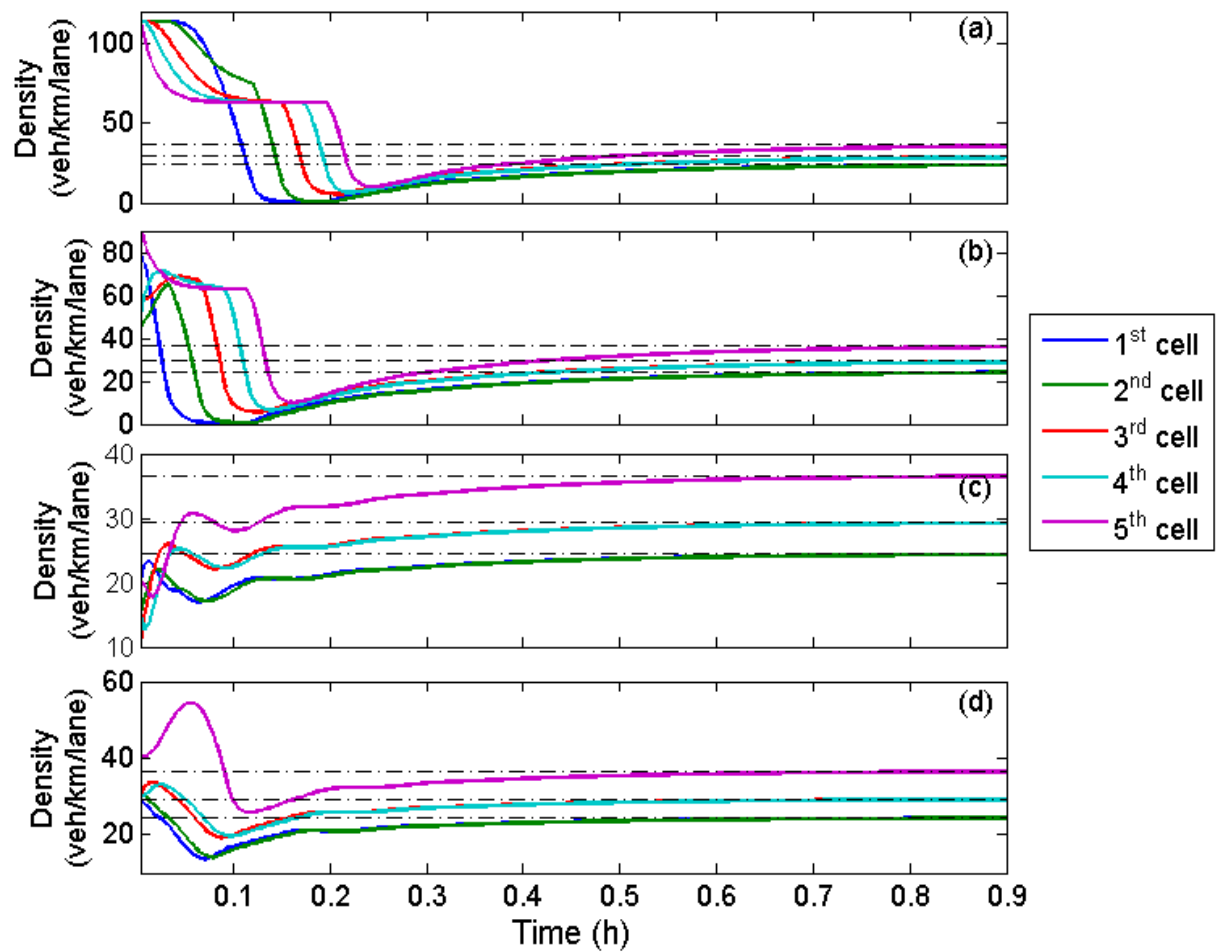
5.2.1 Σετ Προσομοιώσεων 1

Ανάλογα με το Σετ Προσομοιώσεων 2 του πρώτου σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας, στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται: i) η χρονική απόκριση της πυκνότητας για κάθε κελί και για διαφορετικές αρχικές συνθήκες, κάτω από την επίδραση του ΣΠΕ (Σχήμα 5-7) και ii) κάτω από την επίδραση του RLB-PI (Σχήμα 5-8), όπως επίσης και iii) η χρονική απόκριση της ΕΝ της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ x^* συγκριτικά για κάθε ελεγκτή (Σχήμα 5-9). Η πρώτη αρχική συνθήκη είναι η $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ (Σχήμα 5-7(a), Σχήμα 5-8(a), Σχήμα 5-9(a)) και αντιπροσωπεύει την πλήρη συμφόρηση του αυτοκινητόδρομου, η δεύτερη αρχική συνθήκη είναι $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$ (Σχήμα 5-7(b), Σχήμα 5-8(b), Σχήμα 5-9(b)) και αντιπροσωπεύει ρεαλιστικές συνθήκες συμφόρησης στον αυτοκινητόδρομο, η τρίτη είναι η $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ (Σχήμα 5-7(c), Σχήμα 5-8(c), Σχήμα 5-9(c)) και αντιπροσωπεύει συνθήκες πολύ χαμηλής πυκνότητας και η τέταρτη αρχική συνθήκη είναι η $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ (Σχήμα 5-7(d), Σχήμα 5-8(d), Σχήμα 5-9(d)) και εξετάζεται για να απεικονίσουμε την απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου σε καταστάσεις που βρίσκονται πολύ κοντά στο ΜΚΣΙ.



Σχήμα 5-7: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για το ΣΠΕ ($\sigma=0.7$, $\tau=10$ [veh/km/lane]) και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες: (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$, (c) $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$.

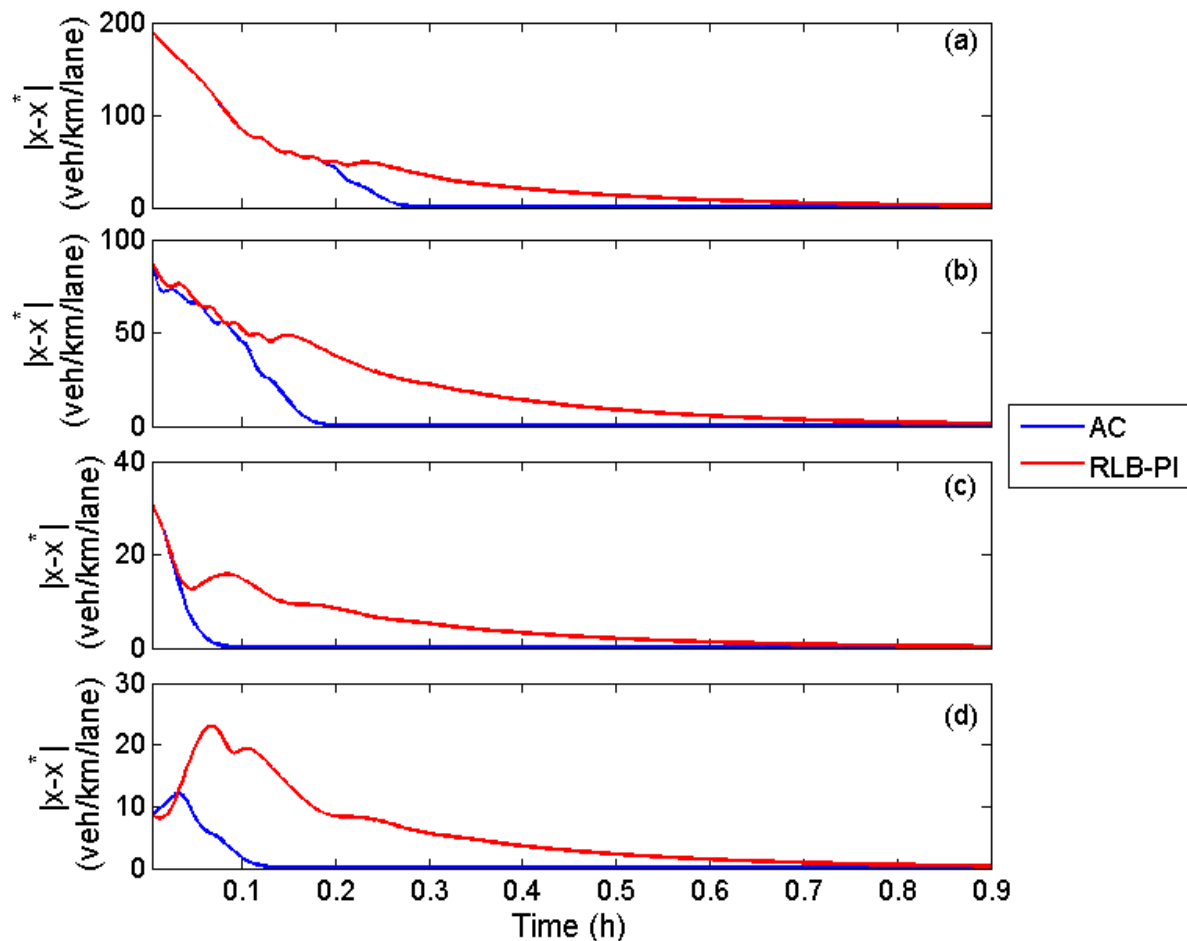
Τα αποτελέσματα φαίνονται ανάλογα με αυτά του Σετ Προσομοιώσεων 2 για το πρώτο σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας. Το ΣΠΕ επιτυγχάνει γρηγορότερη σύγκλιση στο ΜΚΣΙ συγκριτικά με τον RLB-PI ανεξάρτητα από την αρχική συνθήκη. Και εδώ, το ΣΠΕ επιτυγχάνει την πλήρη σύγκλιση του διανύσματος κατάστασης στο ΜΚΣΙ σε χρόνο λιγότερο από 0.3 ώρες για όλες τις περιπτώσεις, ενώ το σύστημα κλειστού βρόχου με τον RLB-PI συγκλίνει περίπου στις 0.9 ώρες σε όλες τις περιπτώσεις. Το Σχήμα 5-9 αφήνει και σε αυτήν την περίπτωση να φανεί πιο ξεκάθαρα η διαφορά στην ταχύτητα σύγκλισης με το εμβαδόν κάτω από την γραφική παράσταση της ΕΝ της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ x^* για το ΣΠΕ να είναι σημαντικά μικρότερο από αυτό του RLB-PI σε όλες τις περιπτώσεις.



Σχήμα 5-8: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για τον RLB-PI και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$, (c) $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$.

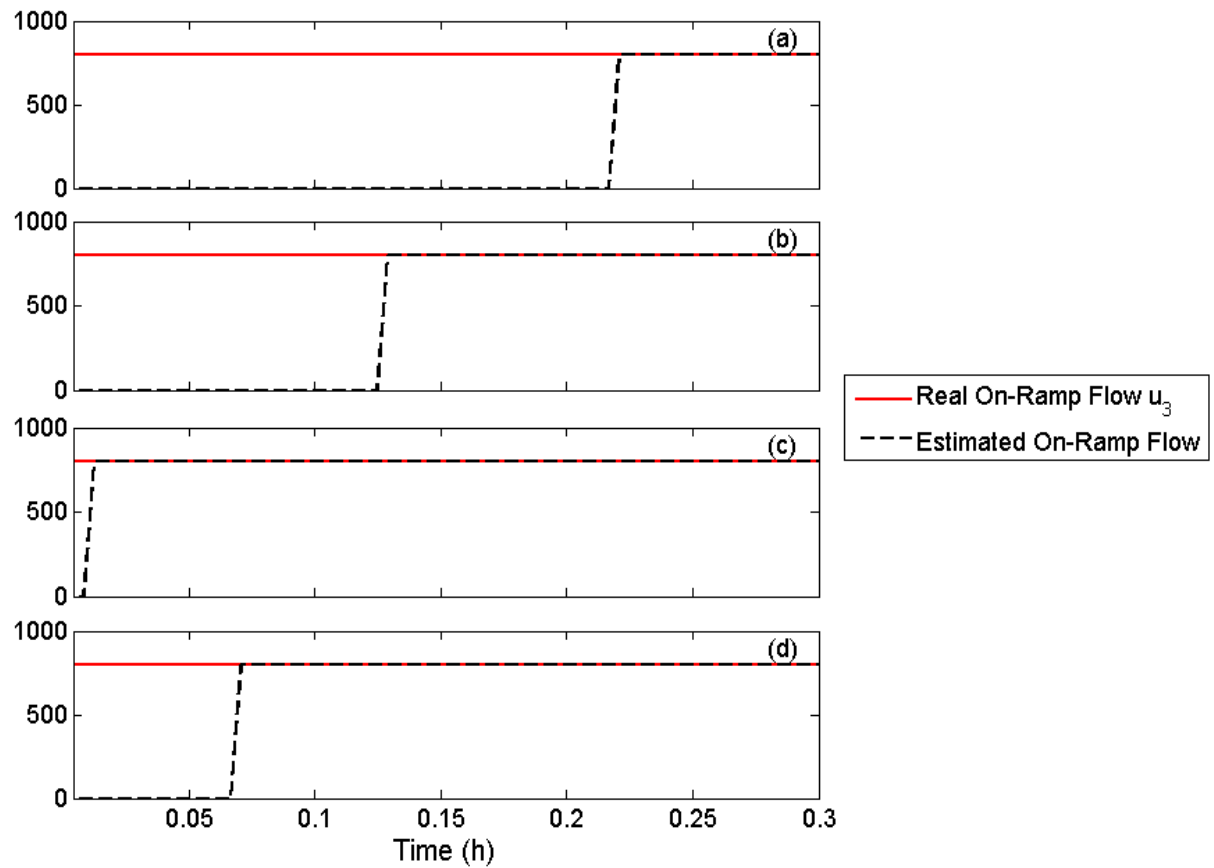
Για το ΣΠΕ παρουσιάζεται επιπλέον ένα διάγραμμα (Σχήμα 5-10) που αφορά τη χρονική εξέλιξη των τιμών της κανονικής και της εκτιμώμενης ροής της ράμπας εισόδου από το τρίτο κελί για τις ίδιες περιπτώσεις που αφορούν και τα προηγούμενα διαγράμματα αυτού του σετ προσομοιώσεων. Από το Σχήμα 5-10 παρατηρείται πως ο μη γραμμικός deat-beat παρατηρητής κατάστασης, επιτυγχάνει την εκτίμηση των άγνωστων (για τον ελεγκτή) ροών εισόδου από την ράμπα εισόδου του τρίτου κελιού μετά το πέρα μίας μεταβατικής περιόδου και με απόλυτη

ακρίβεια. Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 5-10 οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν την εκτίμηση που δίνει ο παρατηρητής κατάστασης και οι κόκκινες γραμμές αφορούν την πραγματική τιμή της ροής εισόδου από τη ράμπα του τρίτου κελιού. Παρατηρώντας ταυτόχρονα το Σχήμα 5-7 και το Σχήμα 5-10, θα εντοπίσουμε ότι από τη στιγμή που όλες οι αποκρίσεις της πυκνότητας έχουν «πέσει» κάτω από το ΜΚΣΙ την ίδια χρονική στιγμή επιτυγχάνεται η ακριβής εκτίμηση της ροής όπως αυτό μπορεί να φανεί και από τη διατύπωση του Θεωρήματος 2.



Σχήμα 5-9: Η απόκριση της EN για το κλειστό σύστημα ελέγχου και για τους δύο ελεγκτές, ΣΠΕ (μπλε) και RLB-PI (κόκκινο) και για τέσσερις αρχικές συνθήκες: (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$, (c) $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$.

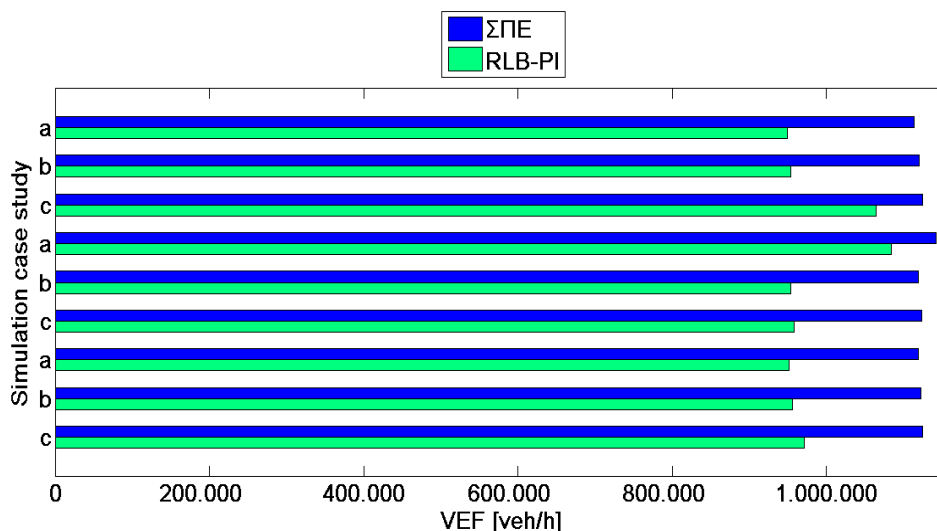
Μία καλύτερη αποτίμηση της απόδοσης των δύο ελεγκτών μπορεί να φανεί και από τις τιμές του VEF_1 όπως αυτές φαίνονται στον Πίνακα 5-3 και πιο αναπαραστατικά στο Σχήμα 5-11 υπό μορφή ραβδογραμμάτων. Η εφαρμογή ελέγχου μέσω του ΣΠΕ βελτιώνει το VEF_1 του αυτοκινητόδρομου κατά 17% σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές για τον RLB-PI, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το σύστημα παραμένει σε κατάσταση ισορροπίας για πολύ μεγαλύτερο χρονικό διάστημα κάτω από την επίδραση του ΣΠΕ, και έτσι αναμένεται περισσότερα οχήματα να εξέρχονται από το δίκτυο.



Σχήμα 5-10: Χρονική εξέλιξη των τιμών της πραγματικής ροής της ράμπας στο 3^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) για το ΣΠΕ και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες: (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$, (c) $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ και (d) $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$.

Πίνακας 5-3: Τιμές VEF_1 του Σετ Προσομοιώσεων 1 του 2^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

| | Αρχική συνθήκη | VEF_1 [veh/h] | | % Διαφορά |
|---|-----------------------------------|-----------------|-----------|-----------|
| | | ΣΠΕ | RLB-PI | |
| a | $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ | 1.113.431 | 949.293 | 17% |
| b | $x_0 = [80, 45, 60, 50, 90]$ | 1.119.685 | 953.411 | 17% |
| c | $x_0 = [20, 15, 10, 15, 20]$ | 1.124.063 | 1.064.095 | 6% |
| d | $x_0 = [30, 30, 30, 30, 40]$ | 1.142.016 | 1.083.452 | 5% |
| e | $x_0 = [14, 80, 7, 86, \alpha_i]$ | 1.119.178 | 953.241 | 17% |
| f | $x_0 = [54, 54, 54, 54, 54]$ | 1.122.884 | 958.171 | 17% |
| g | $x_0 = [100, 10, a_i, 40, 100]$ | 1.111.562 | 951.425 | 17% |
| h | $x_0 = [60, 55, 70, 80, 50]$ | 1.122.193 | 955.384 | 17% |
| i | $x_0 = [47, 47, 47, 47, 47]$ | 1.124.877 | 971.157 | 16% |

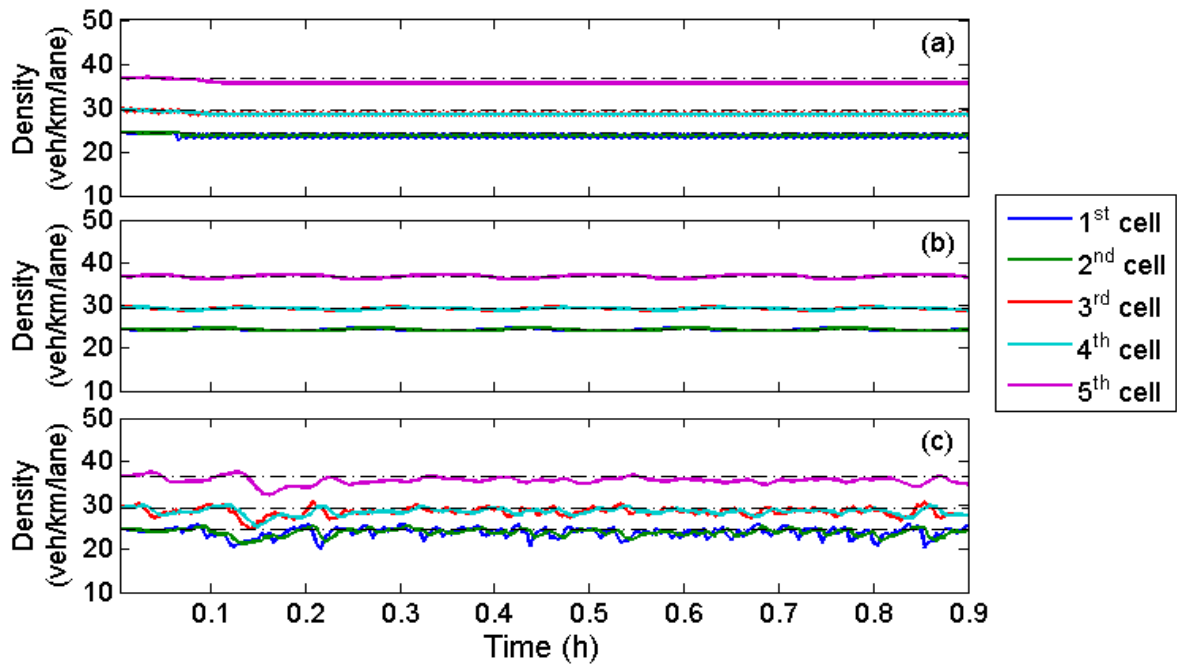


Σχήμα 5-11: Ραβδογράμματα VEF_1 του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (πράσινο) για το Σετ Προσομοιώσεων 1 του 2^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

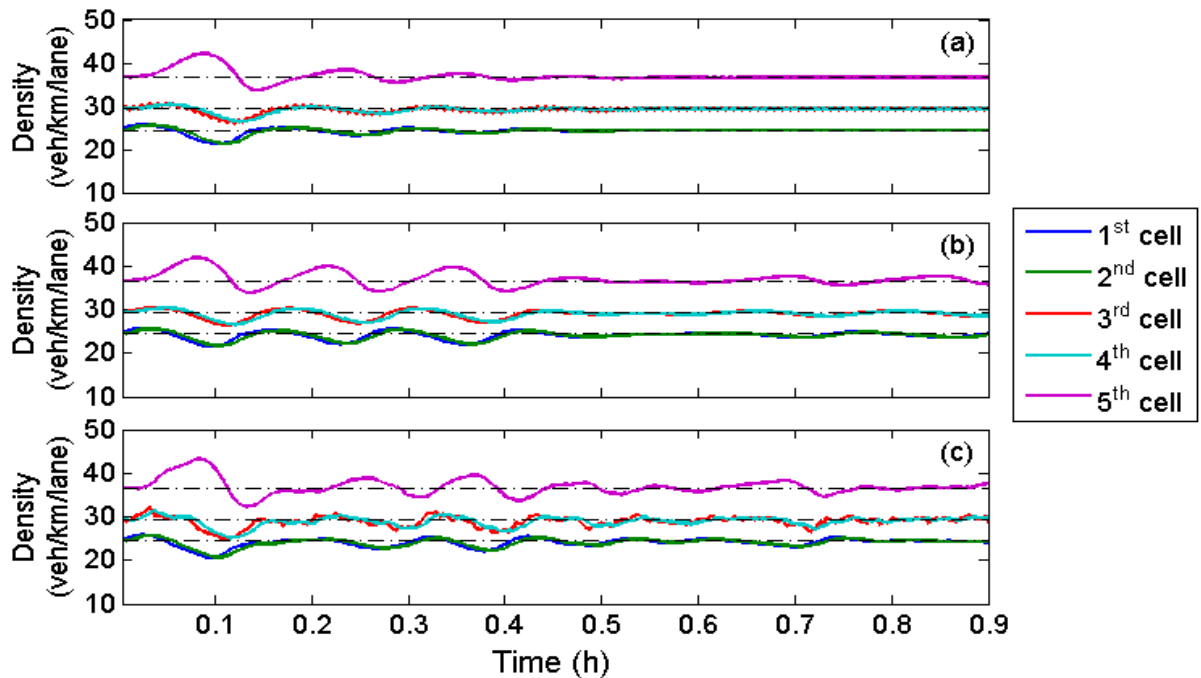
5.2.2 Σετ Προσομοιώσεων 2

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 4, σε αυτό το σετ προσομοιώσεων επιδιώκουμε τη μελέτη της απόκρισης του ΣΠΕ όταν η ροή από τη ράμπα ελέγχου δεν είναι σταθερή. Κάτι τέτοιο ξεφεύγει από τις προϋποθέσεις του Θεωρήματος 2, είναι όμως επιτακτική ανάγκη το ΣΠΕ να εξετασθεί κάτω από ρεαλιστικότερες συνθήκες κυκλοφοριακής ροής, μιας και τα δεδομένα που λαμβάνονται από φωρατές τοποθετημένους σε διάφορα σημεία ενός αυτοκινητόδρομου εμπεριέχουν τις περισσότερες φορές θόρυβο. Έτσι, τα σχήματα Σχήμα 5-12 και Σχήμα 5-13 παρουσιάζουν την απόκριση των δύο ελεγκτών (ΣΠΕ και RLB-PI) για τις περιπτώσεις όπου η ροή από τη ράμπα εισόδου του τρίτου κελιού δεν είναι σταθερή αλλά περιγράφεται από τις συναρτήσεις που δίνονται στον Πίνακα 4-3. Η αρχική συνθήκη για αυτό το σετ προσομοιώσεων επιλέχθηκε να είναι το ΜΚΣΙ, είναι δηλαδή $x_0 = x^*$. Τα Σχήματα 5-12(a) και 5-13(a) αφορούν την απόκριση της πυκνότητας του κάθε κελιού όταν η εισροή από τη ράμπα εισόδου του τρίτου κελιού περιγράφεται από την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-3, τα Σχήματα 5-12(b) και 5-13(b) αφορούν την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-3 και τέλος τα Σχήματα 5-12(c) και 5-13(c) αφορούν την περίπτωση Γ) του Πίνακα 4-3.

Ο ελεγκτής RLB-PI παρουσιάζει καλύτερη απόκριση στη περίπτωση όπου η ροή από τη ράμπα εισόδου δίνεται από την ημιτονοειδή συνάρτηση μεγάλης συχνότητας (Περίπτωση (Α), Πίνακα 4-3) (Σχήμα 5-13(a)) συγκριτικά με το ΣΠΕ (Σχήμα 5-12(a)) για το οποίο η τροχιά της πυκνότητας του πέμπτου κελιού χαρακτηρίζεται από ένα διακριτό αλλά μικρό offset. Επίσης, ελαφρά καλύτερη φαίνεται να είναι η απόδοση του RLB-PI και στην περίπτωση της συνάρτησης θορύβου (Σχήμα 5-13(c) και 5-14(c)). Αυτό δε συμβαίνει στη δεύτερη περίπτωση για την οποία το ΣΠΕ δίνει σχετικά καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με αυτά του RLB-PI. Συμπεραίνουμε λοιπόν, πως στην περίπτωση όπου η εισροή από μία ράμπα εισόδου χαρακτηρίζεται από μεγάλη συχνότητα, το ΣΠΕ παρουσιάζει κάποια ευαισθησία. Οι παραπάνω διαπιστεύσεις γίνονται επίσης αντιληπτές και από τον Πίνακα 5-4 και το Σχήμα 5-15 όπου παρουσιάζονται οι τιμές του κριτηρίου VEF_1 για κάθε περίπτωση.



Σχήμα 5-12: Χρονικές αποκρίσεις για το ΣΠΕ με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ (που αντιστοιχεί σε σταθερή εισόδο $u_3 = 800$ veh/h) και για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενων εισόδων από το 3^ο κελί: (a) περίπτωση Α), (b) περίπτωση Β) και (c) περίπτωση Γ) του Πίνακα 4-3.

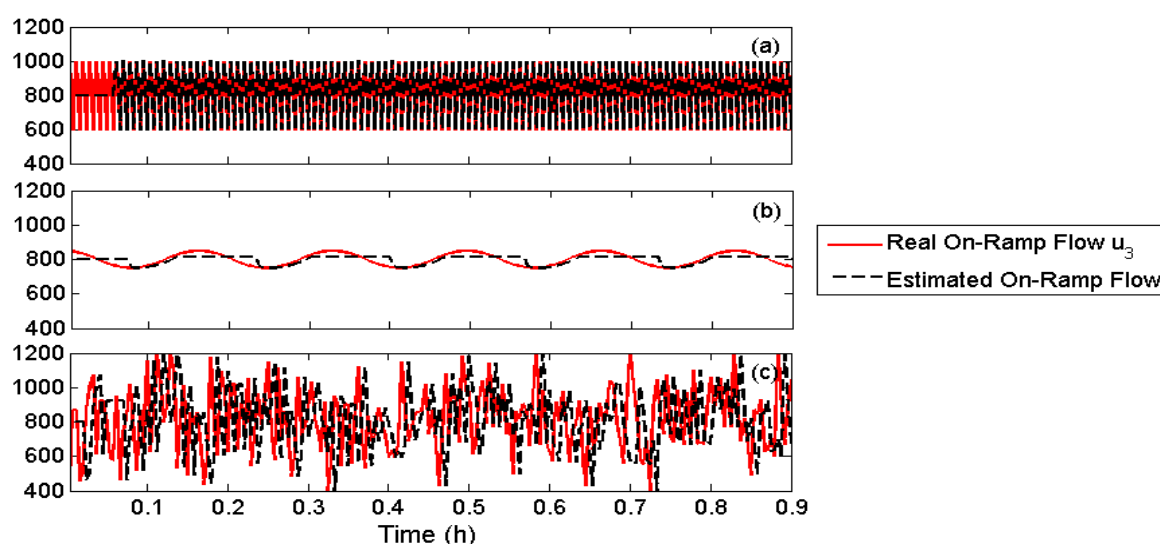


Σχήμα 5-13: Χρονικές αποκρίσεις για τον RLB-PI με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ (που αντιστοιχεί σε σταθερή εισόδο $u_3 = 800$ veh/h) και για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενων εισόδων από το 3^ο κελί: (a) περίπτωση Α), (b) περίπτωση Β) και (c) περίπτωση Γ) του Πίνακα 4-3.

Για το ΣΠΕ παρουσιάζεται επιπλέον ένα διάγραμμα (Σχήμα 5-14) που αφορά την χρονική απόκριση των τιμών της πραγματικής και της εκτιμώμενης ροής της μη ελεγχόμενης ράμπας εισόδου από το τρίτο κελί. Και στα τρία διαγράμματα ((a),(b) και (c)) του Σχήματος 5-

14, παρατηρούμε πως υπάρχει μία καθυστέρηση (delay) στις τιμές της εκτιμώμενης και της πραγματικής ροής. Αυτό συμβαίνει λόγω των μετρήσεων που χρησιμοποιεί ο παρατηρητής κατάστασης και οι οποίες είναι μία χρονική στιγμή πίσω από τη τρέχουσα χρονική στιγμή. Το γεγονός αυτό βέβαια δεν επηρεάζει σημαντικά όπως είδαμε στα διαγράμματα της πυκνότητας (Σχήμα 5-12) μιας και η εκτίμηση είναι πολύ κοντά στην πραγματική τιμή. Επίσης, όπως παρατηρούμε από το Σχήμα 5-14(b) υπάρχουν χρονικές στιγμές για τις οποίες η εκτίμηση δεν ακολουθεί την τροχιά της πραγματικής ροής (έστω και με καθυστέρηση) και παραμένει σταθερή για κάποιο χρονικό διάστημα. Αυτό συμβαίνει επειδή σε αυτές τις χρονικές περιόδους το διάνυσμα των μετρήσεων πυκνότητας έχει «βγει» εκτός της περιοχής A (Θεώρημα 2), υπάρχουν δηλαδή κελιά που έχουν μεγαλύτερη πυκνότητα από την πυκνότητα που ορίζει για αυτά το ΜΚΣΙ (που αντιστοιχεί σε σταθερή είσοδο $u_3 = 800$ (veh/h)).

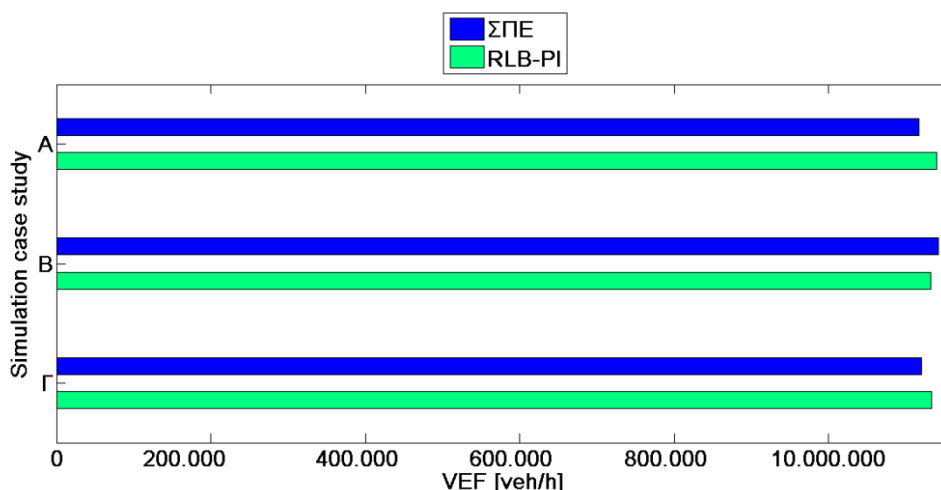
Σε κάθε περίπτωση και για τους δύο ελεγκτές παρατηρήθηκε πως οι ταλαντώσεις που εμφανίζονται επηρεάζουν σε μικρό βαθμό την απόδοση τους, καθώς γενικά αυτή κρίνεται ικανοποιητική.



Σχήμα 5-14: Χρονική εξέλιξη των τιμών της πραγματικής τιμής ροής της ράμπας στο 3^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ (που αντιστοιχεί σε σταθερή είσοδο $u_3 = 800$ veh/h) και για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις χρονικά μεταβαλλόμενων εισόδων από το 3^ο κελί: (a) περίπτωση Α), (b) περίπτωση Β) και (c) περίπτωση Γ) του Πίνακα 4-3.

Πίνακας 5-4: Τιμές VEF_l για τις περιπτώσεις Α), Β), και Γ) του Πίνακα 4-3 για το Σετ Προσομοιώσεων 2 του 2^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

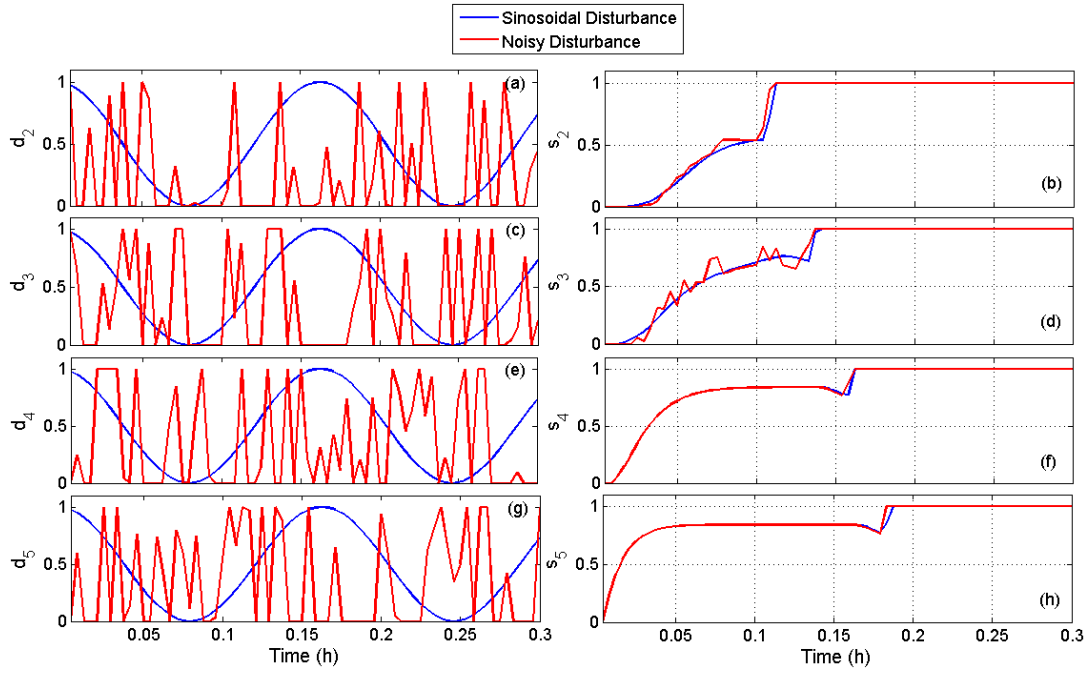
| Περίπτωση | VEF_l [veh/h] | | % Διαφορά |
|-----------|-----------------|-----------|-----------|
| | ΣΠΕ | RLB-PI | |
| Α) | 1.116.317 | 1.139.588 | -2% |
| Β) | 1.114.364 | 1.131.951 | 1% |
| Γ) | 1.119.750 | 1.132.943 | -1% |



Σχήμα 5-15: Ραβδογράμματα VEF_1 του ΣΠΕ (μπλε) και του ελεγκτή RLB-PI (πράσινο) για τις περιπτώσεις Α), Β) και Γ) του Πίνακα 4-3 και για το Σετ Προσομοιώσεων 2 του 2^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

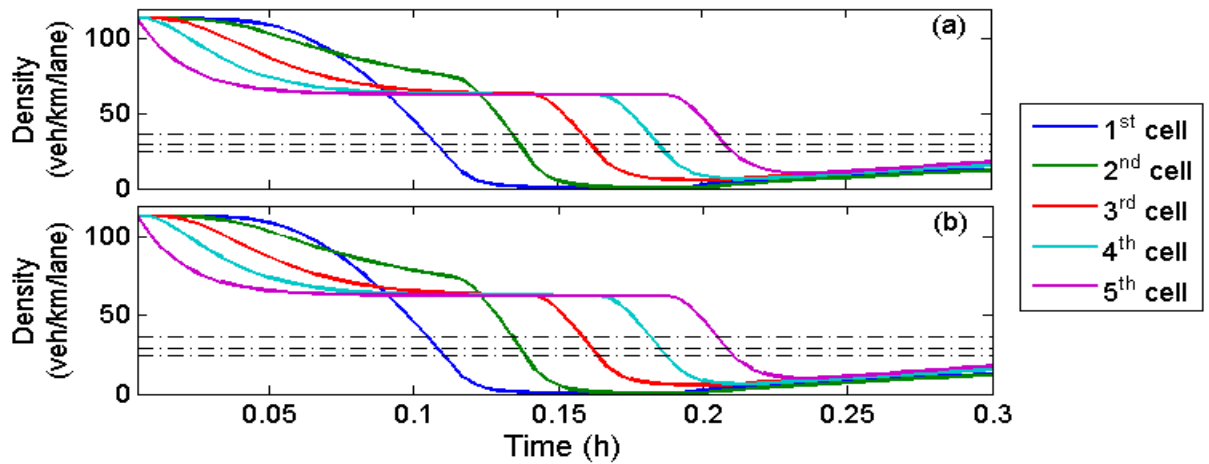
5.2.3 Σετ Προσομοιώσεων 3

Στο Σετ Προσομοιώσεων 3 για το δεύτερο σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας, εξετάζουμε την απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου με το ΣΠΕ όταν εισάγετε επιπλέον διαταραχή στο σύστημα. Η διαταραχή αυτή αφορά τώρα τις χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους d_i , δηλαδή, τους κανόνες προτεραιότητας για τις εισροές. Το Θεώρημα 2 εγγυάται την πλήρη απόρριψη αυτής της διαταραχής, ωστόσο θα ήταν ενδιαφέρον αυτό να επιβεβαιωθεί και μέσω προσομοιώσεων. Το Σχήμα 5-16(a), (c), (e), (g) παρουσιάζει τη χρονική εξέλιξη των τιμών της διαταραχής d_i για κάθε κελί και για δύο διαφορετικές συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν: μία ημιτονοειδής συνάρτηση (μπλε) και τη συνάρτηση $\xi(t)$ (κόκκινο). Η αρχική συνθήκη για αυτή τη προσομοίωση είναι $x_0 = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5]$. Οι τιμές της διαταραχής d_i επηρεάζουν όπως φαίνεται και από την εξίσωση (2.4) τις τιμές του ποσοστού που καθιστά την επιχειρούμενη εισροή από το κυρίως ρεύμα του αυτοκινητόδρομου πραγματική, δηλαδή τα s_i . Το Σχήμα 5-16 (b), (d), (f), (h) παρουσιάζει τη χρονική εξέλιξη των τιμών των s_i . Όπως φαίνεται και από αυτά τα σχήματα, οι τιμές των s_i ξεκινούν από την τιμή 0 (λόγω του ότι αρχικά ο αυτοκινητόδρομος βρίσκεται σε πλήρη συμφόρηση και επομένως εισέρχεται μηδενική ροή από κάποιο κελί σε κάποιο άλλο) και σταδιακά η τιμές τους αυξάνονται όπου και φτάνουν την τιμή 1 οπότε και εισέρχεται όλη η επιχειρούμενη ροή από το κυρίως ρεύμα του αυτοκινητοδρόμου. Όπως βλέπουμε από τα ίδια διαγράμματα, οι τιμές των s_i φαίνεται να επηρεάζονται από τις τιμές που παίρνουν τα d_i κυρίως στα κελιά 2 και 3. Ο λόγος είναι ότι μετά το τρίτο κελί δεν υπάρχει άλλη ράμπα εισόδου στο δίκτυο, οπότε η ροή που επιχειρεί να εισέλθει σε αυτά τα κελιά προέρχεται αποκλειστικά από το κυρίως ρεύμα του αυτοκινητόδρομου και επομένως επηρεάζονται ανάλογα μόνο τα ανάντη από το τρίτο κελιά.

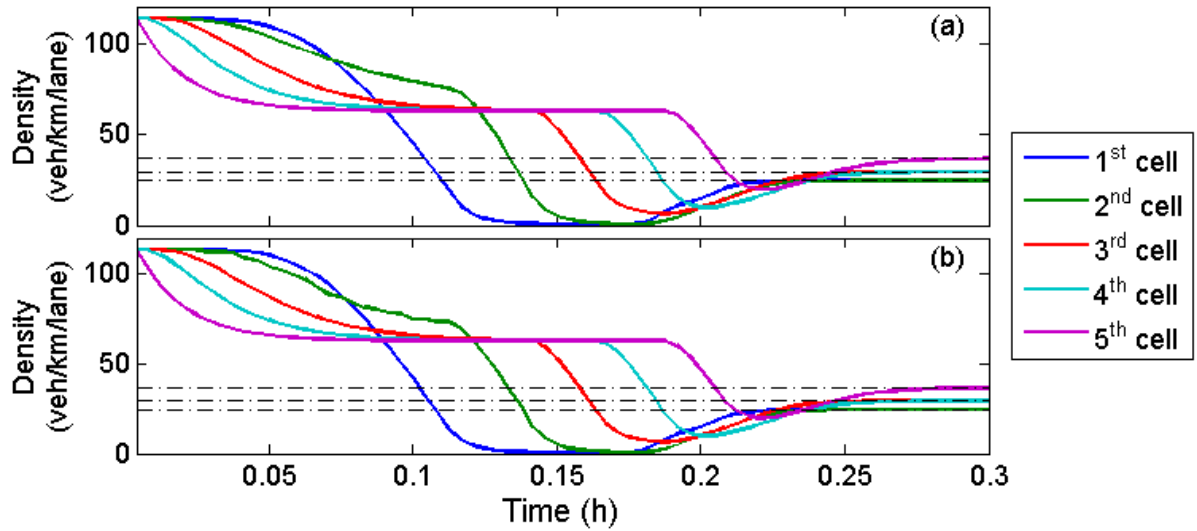


Σχήμα 5-16: Χρονικές αποκρίσεις των κανόνων προτεραιότητας και του ποσοστού επιχειρούμενης εκροής για $d_i = 1 + \cos((\pi/20)t)$ (μπλε) και $d_i = \min(1, \max(0, \xi(t)))$ (κόκκινο) των κελιών (a)-(b) $i = 2$, (c)-(d) $i = 3$, (e)-(f) $i = 4$, (g)-(h) $i = 5$ του ΣΠΕ με αρχική συνθήκη $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$.

Σε κάθε περίπτωση, η απόκριση της πυκνότητας φαίνεται να μην επηρεάζεται ή να επηρεάζεται ελάχιστα από τις τιμές που παίρνουν τα d_i , όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-17 και 5-18 που παρουσιάζουν τη χρονική απόκριση της πυκνότητας για τις δύο διαφορετικές συναρτήσεις των d_i και για το ΣΠΕ και τον RLB-PI αντίστοιχα όπου και φαίνεται πως και οι δύο ελεγκτές απέριψαν την διαταραχή. Η διαταραχή επηρεάζει τον έλεγχο για μικρό χρονικό διάστημα, χωρίς να είναι ικανή να εμποδίσει συνολικά την διαδικασία του ελέγχου.



Σχήμα 5-17: Χρονικές αποκρίσεις για τον ελεγκτή RLB-PI με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ και για (a) $d_i = 1 + \cos((\pi/20)t)$ και (b) $d_i = \min(1, \max(0, \xi(t)))$.

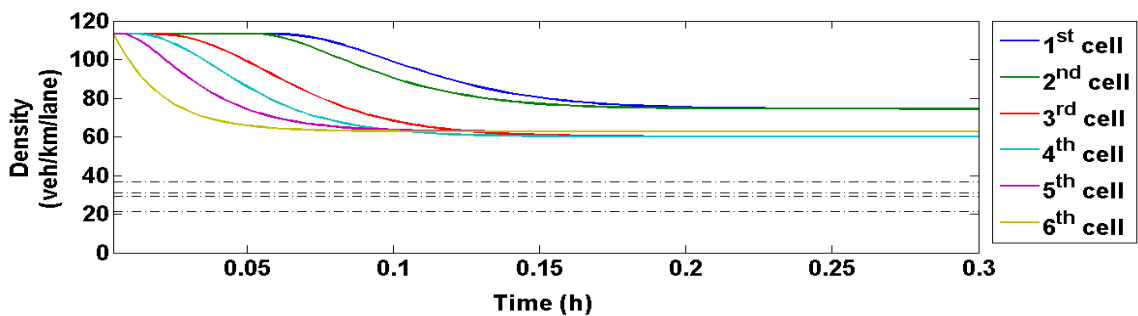


Σχήμα 5-18: Χρονικές αποκρίσεις για το ΣΠΕ με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ και για (a)

$$d_i = (1 + \cos((\pi/20)t))/2 \text{ και (b) } d_i = \min(1, \max(0, \xi(t))) \cdot$$

5.3 Αποτελέσματα Τρίτου Σεναρίου Ελέγχου

Στο Σχήμα 5-19 εμφανίζονται τα αποτελέσματα των χρονικών αποκρίσεων της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών του συστήματος ανοιχτού βρόχου. Η αρχική πυκνότητα των οχημάτων είναι $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$. Οι εισροές από την είσοδο στο πρώτο κελί και από τη ράμπα εισόδου στο τρίτο κελί είναι σταθερές και ίσες με $u_1 = 3500$ [veh/h] και $u_3 = 1300$ [veh/h] αντίστοιχα. Αθροιστικά ισοδυναμούν με τη βέλτιστη δυνατή εκροή που είναι και η ικανότητα του τελευταίου (έκτου) κελιού που είναι σημείο συμφόρησης. Το ποσοστό εξόδου της ροής από το τέταρτο κελί είναι $p_4 = 0.05$. Οι διακεκομμένες γραμμές στο Σχήμα 5-19 αντιστοιχούν στο ΜΚΣΙ $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*] = [21.38, 21.38, 30.87, 30.87, 29.33, 36.66]$ για τις παραπάνω σταθερές εισροές και ποσοστό εξόδου.



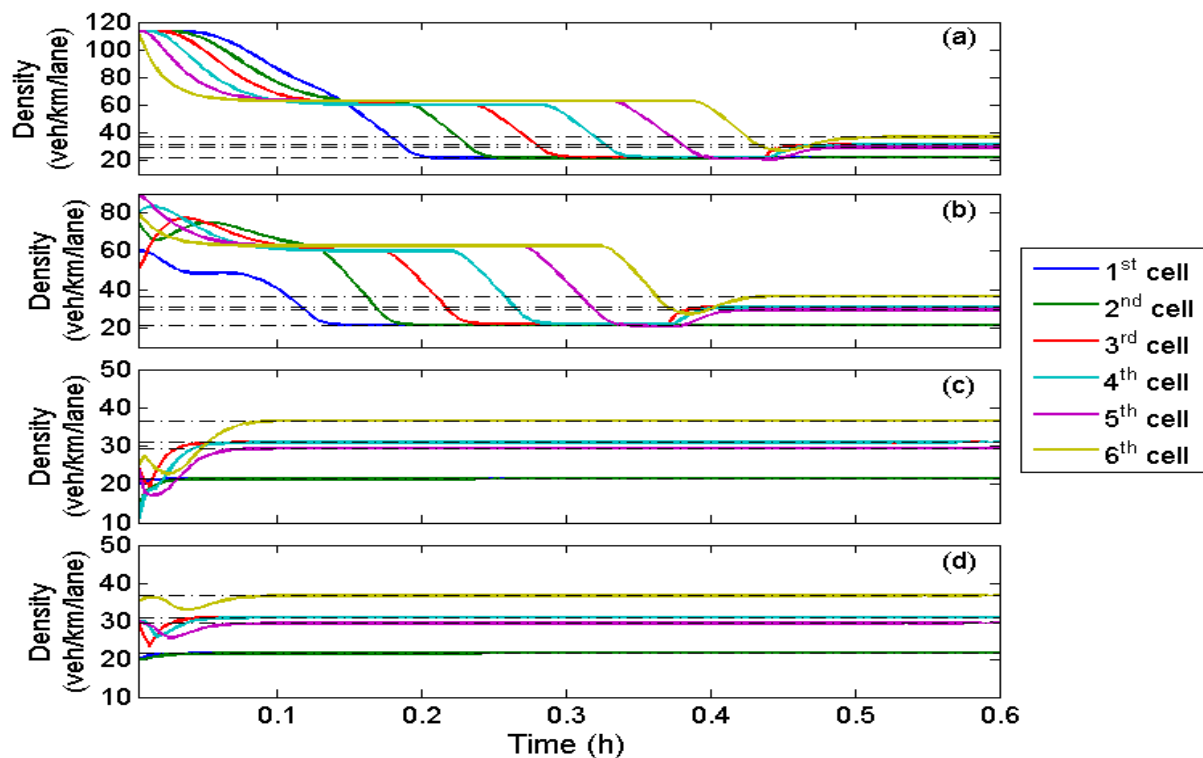
Σχήμα 5-19: Χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών για το σύστημα ανοιχτού βρόχου (open loop), με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$, $u_1 = 3500$ [veh/h], $u_3 = 1300$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$.

Από το Σχήμα 5-19 είναι εμφανές πως οι τιμές της πυκνότητας των οχημάτων συγκλίνουν στο κορεσμένο σημείο ισορροπίας $[74.5, 74.5, 62.7, 62.7, 60, 60]$ για το οποίο ο αυτοκινητόδρομος βρίσκεται σε συμφόρηση. Επομένως, προκειμένου να αποσυμφοριστεί ο

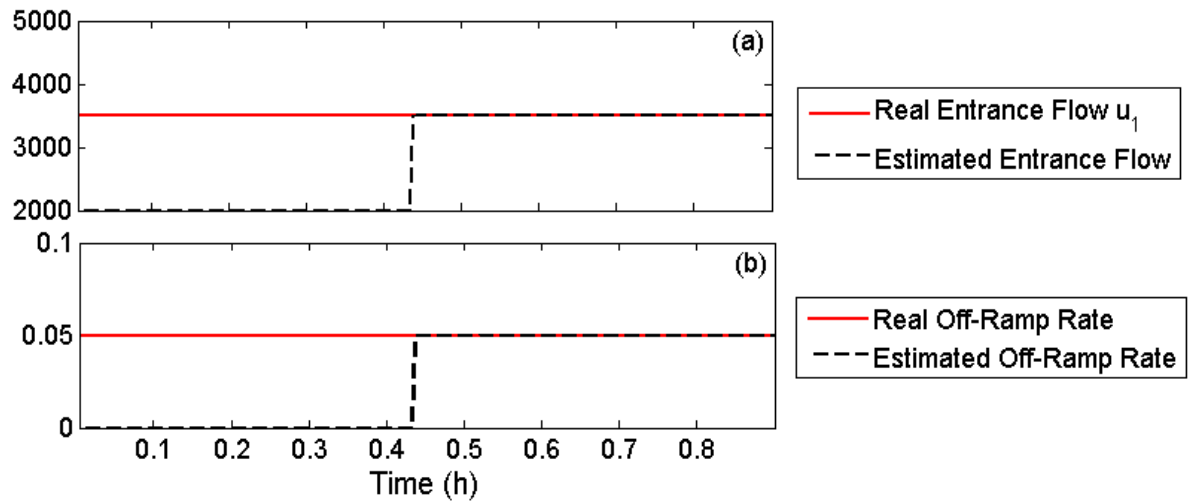
αυτοκινητόδρομος και να λειτουργεί με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο, κρίνεται αναγκαία η εφαρμογή ελέγχου κυκλοφορίας.

5.3.1 Σετ Προσομοιώσεων 1

Ανάλογα με το Σετ Προσομοιώσεων 1 του δεύτερου σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας, στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται: i) η χρονική απόκριση της πυκνότητας για κάθε κελί και για διαφορετικές αρχικές συνθήκες, κάτω από την επίδραση του ΣΠΕ (Σχήμα 5-20) και ii) κάτω από την επίδραση του RLB-PI (Σχήμα 5-22). Η πρώτη αρχική συνθήκη είναι η $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ (Σχήμα 5-20(a), Σχήμα 5-22(a)) και αντιπροσωπεύει την πλήρη συμφόρηση του αυτοκινητόδρομου. Η δεύτερη αρχική συνθήκη είναι η $x_0 = [60, 75, 50, 80, 90, 80]$ (Σχήμα 5-20(b), Σχήμα 5-22(b)) και αντιπροσωπεύει ρεαλιστικές συνθήκες συμφόρησης στον αυτοκινητόδρομο, η τρίτη είναι η $x_0 = [20, 15, 25, 10, 25, 25]$ (Σχήμα 5-20(c), Σχήμα 5-22(c)) και αντιπροσωπεύει συνθήκες πολύ χαμηλής πυκνότητας. Η τέταρτη αρχική συνθήκη είναι η $x_0 = [20, 20, 30, 30, 30, 35]$ (Σχήμα 5-20(d), Σχήμα 5-22(d)) και παρουσιάζεται για να δούμε την απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου σε καταστάσεις που βρίσκονται πολύ κοντά στο ΜΚΣΙ. Οι παράμετροι για το ΣΠΕ μεταβάλλονται σε σχέση με αυτές του προηγούμενου σεναρίου και είναι $\sigma = 0.7$, $\tau = 5$ [veh/km/lane].

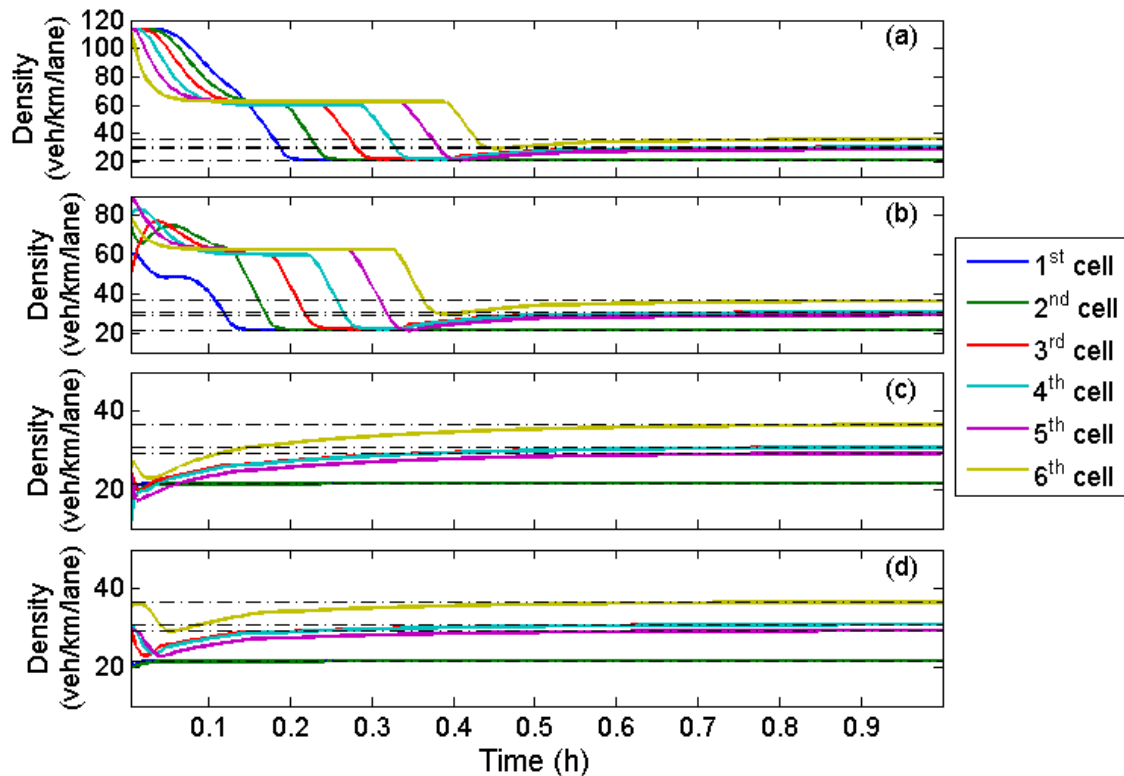


Σχήμα 5-20: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για το ΣΠΕ και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (a) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$, (b) $x_0 = [60, 75, 50, 80, 90, 80]$, (c) $x_0 = [20, 15, 25, 10, 25, 25]$ και (d) $x_0 = [20, 20, 30, 30, 30, 35]$ για $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$.



Σχήμα 5-21: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της πραγματικής ροής από την είσοδο του δικτύου (κόκκινο) και των αντίστοιχων τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) και (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου για το ΣΠΕ με αρχική συνθήκη $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$.

Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι το ΣΠΕ επιτυγχάνει γρηγορότερη σύγκλιση στο ΜΚΣΙ συγκριτικά με τον RLB-PI ανεξάρτητα από την αρχική συνθήκη. Πιο συγκεκριμένα, το ΣΠΕ επιτυγχάνει την πλήρη σύγκλιση του διανύσματος κατάστασης στο ΜΚΣΙ σε χρόνο λιγότερο από 0.5 h για όλες τις περιπτώσεις, ενώ το σύστημα κλειστού βρόχου με τον RLB-PI συγκλίνει περίπου στις 0.75 h σε όλες τις περιπτώσεις.



Σχήμα 5-22: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για τον ελεγκτή RLB-PI και για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες (α) $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (β) $x_0 = [60, 75, 50, 80, 90, 80]$, (γ) $x_0 = [20, 15, 25, 10, 25, 25]$ και (δ) $x_0 = [20, 20, 30, 30, 30, 35]$ για $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$.

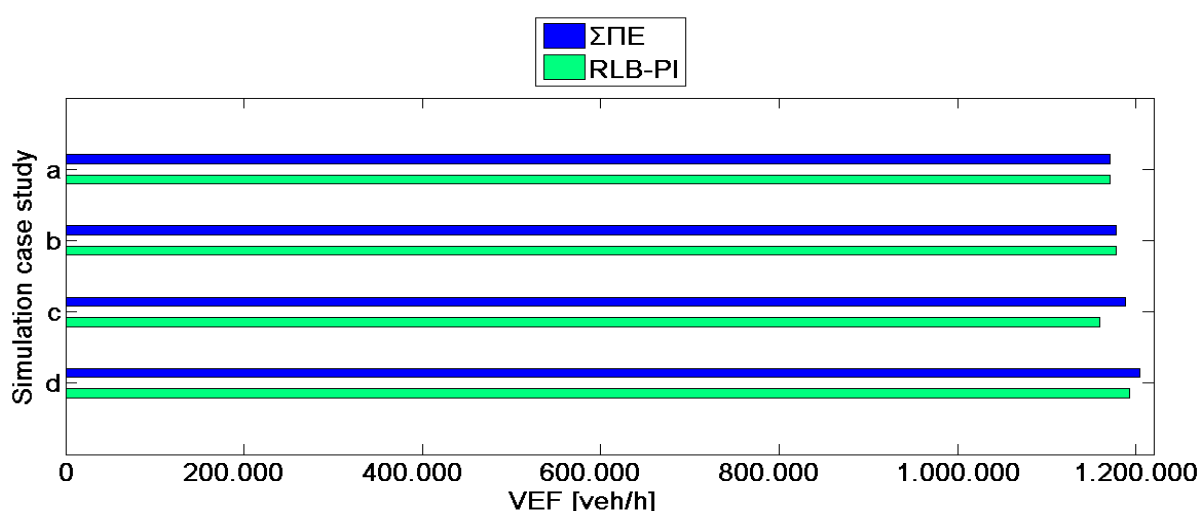
Για το ΣΠΕ παρουσιάζεται επιπλέον ένα διάγραμμα (Σχήμα 5-21) που αφορά τη χρονική εξέλιξη των τιμών της κανονικής και της εκτιμώμενης ροής της ράμπας εισόδου από το τρίτο κελί (Σχήμα 5-22a) και της κανονική και της εκτιμώμενης τιμής του ποσοστού εξόδου του τέταρτου κελιού (Σχήμα 5-22b) για την περίπτωση που η αρχική συνθήκη είναι το ΜΚΣΙ [21.38, 21.38, 30.87, 30.87, 29.33, 36.66].

Στο Σχήμα 5-21 οι διακεκομμένες γραμμές αφορούν την εκτίμηση που δίνει ο παρατηρητής κατάστασης και οι κόκκινες γραμμές αφορούν τις πραγματικές τιμές της ροής εισόδου για το από τη ράμπα του τρίτου κελιού για Σχήμα 5-21(a), ενώ οι αντίστοιχες στο Σχήμα 5-22(b), αφορούν την εκτίμηση του ποσοστού εξόδου του τέταρτου κελιού. Από το ίδιο σχήμα, παρατηρείται πως ο μη γραμμικός deat-beat παρατηρητής κατάστασης, επιτυγχάνει την ακριβή εκτίμηση των άγνωστων (για τον ελεγκτή) ροών εισόδου από την ράμπα εισόδου του τρίτου κελιού μετά το πέρα μίας μεταβατικής περιόδου και με απόλυτη ακρίβεια.

Καλύτερη εικόνα για την απόδοση των δύο ελεγκτών, μπορεί να φανεί και από τις τιμές του VEF_1 όπως αυτές φαίνονται στον Πίνακα 5-6 και πιο αναπαραστατικά στο Σχήμα 5-23 υπό μορφή ραβδογραμμάτων. Η εφαρμογή ελέγχου της κυκλοφορίας μέσω του ΣΠΕ βελτιώνει το οριακά το VEF_1 του αυτοκινητόδρομου.

Πίνακας 5-5: Τιμές VEF_1 του Σετ Προσομοιώσεων 1 του 3^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

| | Αρχική συνθήκη | VEF_1 [veh/h] | | % Διαφορά |
|---|--|-----------------|-----------|-----------|
| | | ΣΠΕ | RLB-PI | |
| a | $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$ | 1.171.214 | 1.171.078 | 0% |
| b | $x_0 = [60, 75, 50, 80, 90, 80]$ | 1.114.321 | 1.087.684 | 0% |
| c | $x_0 = [20, 15, 25, 10, 25, 25]$ | 1.188.843 | 1.159.057 | 3% |
| d | $x_0 = [20, 20, 30, 30, 30, 35]$ | 1.204.963 | 1.193.333 | 1% |

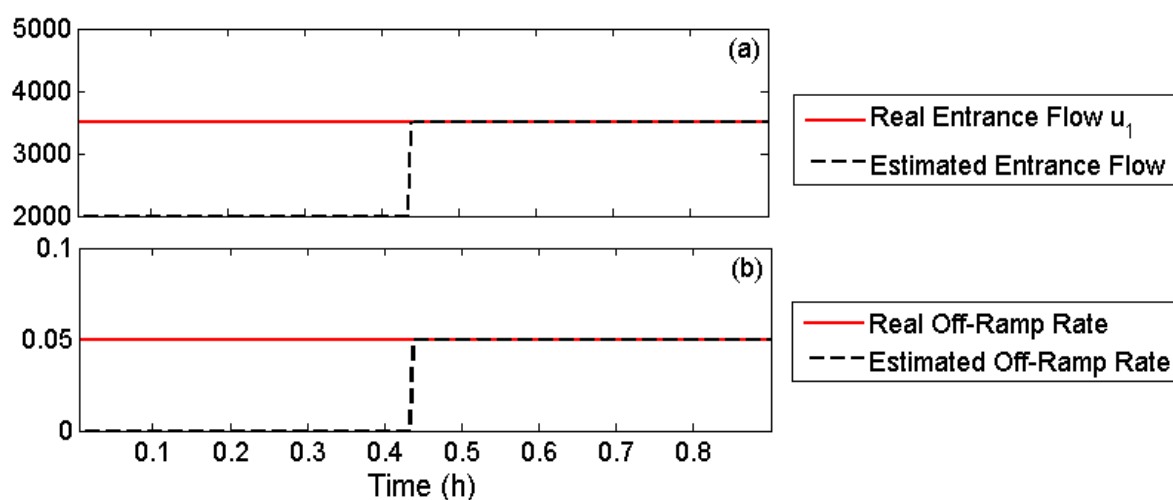


Σχήμα 5-23: Ραβδογράμματα VEF_1 του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (πράσινο) για το Σετ Προσομοιώσεων 1 του 3^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας.

5.3.2 Σετ Προσομοιώσεων 2

Στο δεύτερο σετ προσομοιώσεων, όπως περιγράψαμε στο Κεφάλαιο 4, επιδιώκουμε τη μελέτη της απόκρισης του ΣΠΕ όταν η ροή από την είσοδο του δικτύου και το ποσοστό εξόδου του τέταρτου κελιού δεν είναι σταθερές. Όπως αναφέραμε και στην παράγραφο 5.2.2 υπάρχει ανάγκη το ΣΠΕ να εξετασθεί κάτω από ρεαλιστικότερες συνθήκες κυκλοφοριακής. Έτσι, παρακάτω παρουσιάζονται i) η χρονική εξέλιξη των τιμών της πραγματικής και της εκτιμώμενης ροής της ράμπας εισόδου από το τρίτο κελί και του πραγματικού και του εκτιμώμενου ποσοστού εξόδου για τις περιπτώσεις Α) και Β) του Πίνακα 4-5 (Σχήμα 5-24, Σχήμα 5-26) και ii) η χρονική απόκριση της ΕΝ της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ x^* συγκριτικά για κάθε ελεγκτή για τις αντίστοιχες περιπτώσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω (Σχήμα 5-25, Σχήμα 5-27). Η αρχική συνθήκη για αυτό το σετ προσομοιώσεων επιλέχθηκε να είναι το ΜΚΣΙ, είναι δηλαδή $x_0 = x^*$.

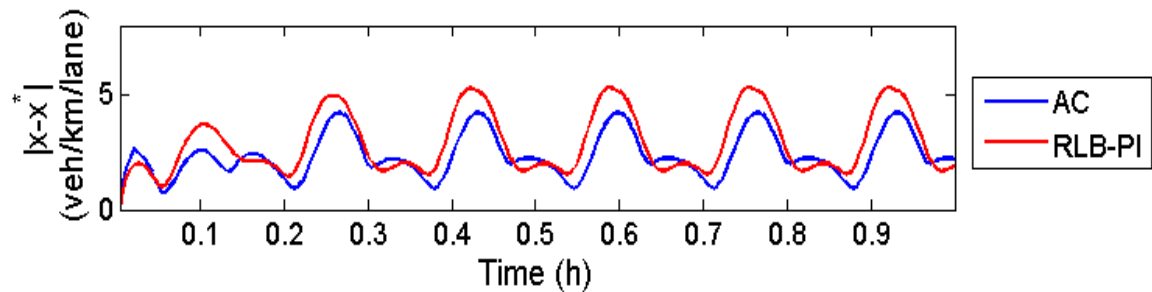
Από τα αποτελέσματα, τα συμπεράσματά είναι ίδια με αυτά του αντίστοιχου σετ προσομοιώσεων του δεύτερου σεναρίου ελέγχου, καθώς στο Σχήμα 5-24 (b) παρατηρούμε πως υπάρχει μία καθυστέρηση (delay) στις τιμές της εκτιμώμενης και της πραγματικής ροής. Και εδώ, το γεγονός αυτό, δεν επηρεάζει σημαντικά το σύστημα ελέγχου, μιας και η εκτίμηση είναι πολύ κοντά στην πραγματική τιμή. Επίσης, στο Σχήμα 5-24(a) και Σχήμα 5-24(b) υπάρχουν χρονικές περίοδοι για τις οποίες η εκτίμηση όπως βλέπουμε παραμένει σταθερή και οφείλεται όπως είπαμε προηγουμένως στο γεγονός ότι οι μετρήσεις βρίσκονται εκτός της περιοχής A .



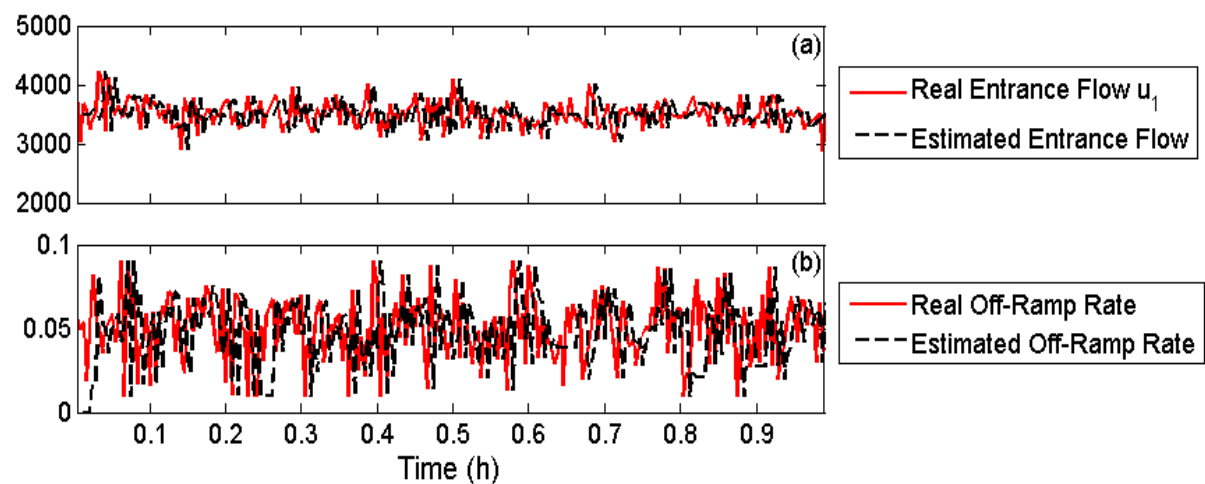
Σχήμα 5-24: Χρονική εξέλιξη των τιμών (a) της ροής ελέγχου της ράμπας στο 3^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) και (b) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ για την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-5.

Στη περίπτωση όπου η ροή από τη ράμπα και το αντίστοιχο ποσοστό εξόδου περιγράφονται από την ημιτονοειδή συνάρτηση χαμηλής συχνότητας, παρατηρείται μία μικρή διαφορά στο εμβαδόν κάτω από τη γραφική παράσταση της ΕΝ (Σχήμα 5-25) μεταξύ του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (κόκκινο), με το ΣΠΕ να εμφανίζει μικρότερο εμβαδόν. Αντίθετα, η

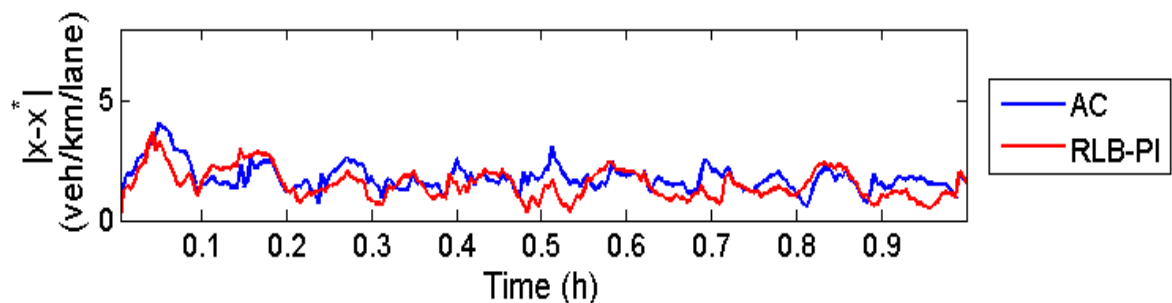
διαφορά αυτή αντιστρέφεται στην περίπτωση όπου η ροή από τη ράμπα εισόδου και το αντίστοιχο ποσοστό εξόδου περιγράφονται από τη συνάρτηση θορύβου $\xi(t)$ (Σχήμα 5-27), όπου ο RLB-PI σχηματίζει μικρότερο εμβαδόν συγκριτικά με αυτό του ΣΠΕ.



Σχήμα 5-25: Η απόκριση της ΕΝ της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ για το κλειστό σύστημα ελέγχου, για τους δύο ελεγκτές ΣΠΕ (μπλε) και RLB-PI (κόκκινο) για την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-5.



Σχήμα 5-26: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της ροής ελέγχου της ράμπας στο 3^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών της εκτίμησης αυτής (μαύρο διακεκομμένο) και (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ για την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-5.

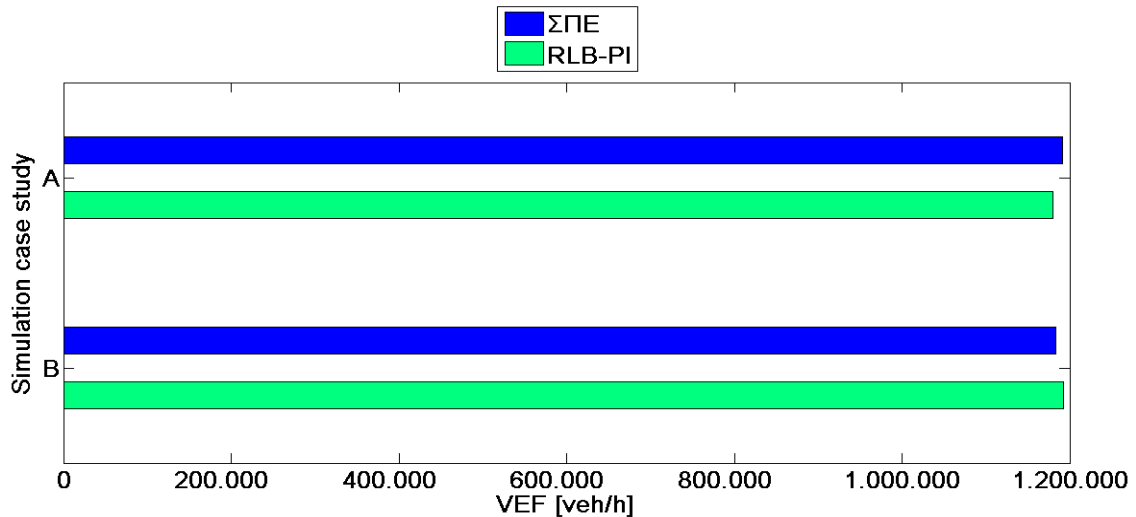


Σχήμα 5-27: Η απόκριση της ΕΝ της απόστασης της λύσης $x(t)$ από το ΜΚΣΙ για το κλειστό σύστημα ελέγχου, για τους δύο ελεγκτές ΣΠΕ (μπλε) και RLB-PI (κόκκινο) για την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-5.

Πίνακας 5-6: Τιμές VEF_1 του Σετ Προσομοιώσεων 2 του 3^{ου} σεναρίου ελέγχου κυκλοφορίας για τις περιπτώσεις Α) και Β) του Πίνακα 4-3 με αρχική συνθήκη το ΜΚΣΙ.

| Περίπτωση | VEF_1 [veh/h] | | % Διαφορά |
|-----------|-----------------|-----------|-----------|
| | ΣΠΕ | RLB-PI | |
| A) | 1.191.662 | 1.180.448 | 1% |
| B) | 1.183.836 | 1.192.364 | -1% |

Τα παραπάνω συμπεράσματα επιβεβαιώνονται και από τις τιμές του VEF_1 όπως αυτές φαίνονται στον Πίνακα 5-6 και πιο αναπαραστατικά στο Σχήμα 5-28 υπό μορφή ραβδογραμμάτων. Η εφαρμογή του ΣΠΕ βελτιώνει το VEF_1 του αυτοκινητόδρομου κατά 1% στην Α) περίπτωση, ενώ το αντίθετο συμβαίνει για την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-5.

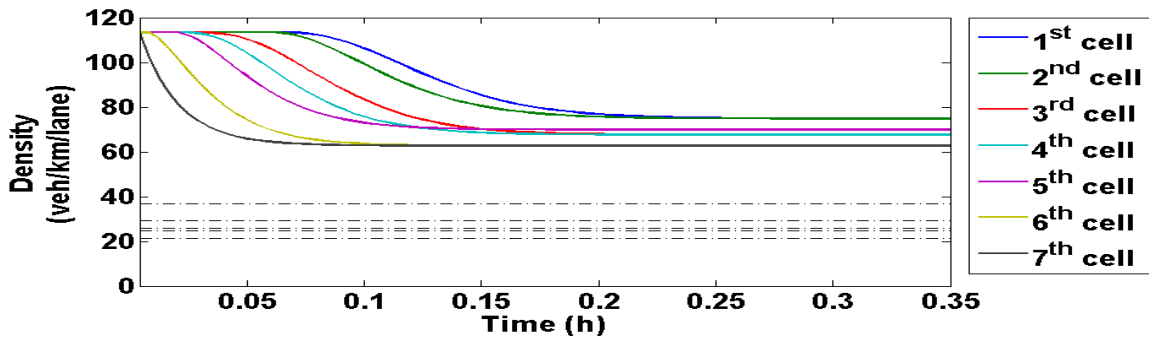


Σχήμα 5-28: Ραβδογράμματα VEF_1 του ΣΠΕ (μπλε) και του RLB-PI (πράσινο) για τις περιπτώσεις Α) και Β) του Πίνακα 4-3 με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]$.

5.4 Αποτελέσματα Τέταρτου Σεναρίου Ελέγχου

Στο Σχήμα 5-29 εμφανίζονται τα αποτελέσματα των χρονικών αποκρίσεων της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών του συστήματος ανοιχτού βρόχου. Η αρχική πυκνότητα των οχημάτων είναι $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7]$ ενώ οι εισροές από την είσοδο στο πρώτο κελί και από τη ράμπα εισόδου στο τρίτο και έκτο κελί είναι σταθερές και ίσες με $u_1 = 3500$ [veh/h], $u_3 = 650$ [veh/h] και $u_6 = 650$ [veh/h] όπου αθροιστικά ισοδυναμούν με τη βέλτιστη δυνατή εκροή, εφόσον αντιστοιχεί στην ικανότητα του τελευταίου (έβδομου) κελιού που είναι σημείο συμφόρησης. Το ποσοστό εξόδου της ροής από το τέταρτο κελί είναι $p_4 = 0.05$. Οι διακεκομμένες γραμμές στο Σχήμα 5-29 αντιστοιχούν στο ΜΚΣΙ $x^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*, x_7^*] = [21.38, 21.38, 26.01, 26.01, 24.70, 29.33, 36.66]$. Οι τιμές της πυκνότητας των οχημάτων συγκλίνουν στο κορεσμένο σημείο ισορροπίας

[75.5, 75.5, 67.5, 67.5, 70, 62.5, 62.5,] για το οποίο ο αυτοκινητόδρομος βρίσκεται σε συμφόρηση. Επομένως, κρίνεται αναγκαία η εφαρμογή ελέγχου κυκλοφορίας προκειμένου να αποσυμφοριστεί ο αυτοκινητόδρομος και να λειτουργεί με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο.

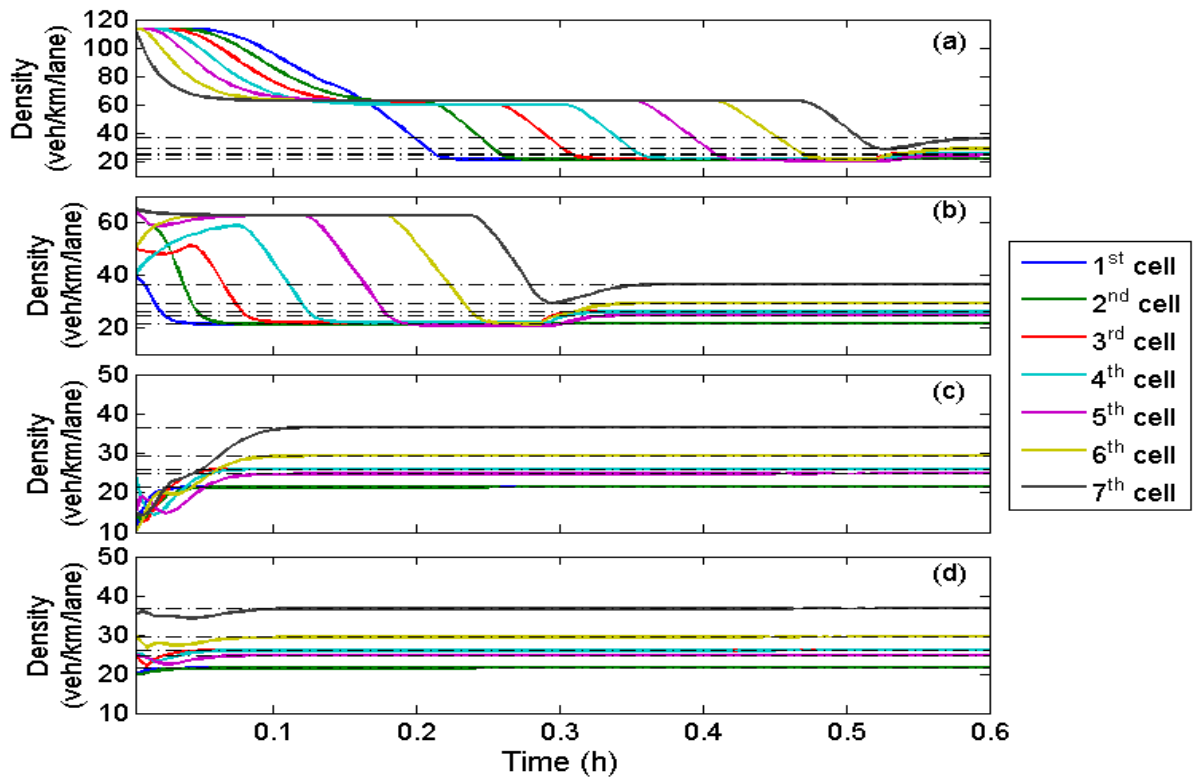


Σχήμα 5-29: Χρονικές αποκρίσεις της πυκνότητας των οχημάτων όλων των κελιών για το σύστημα ανοικτού βρόγχου (open loop), με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7]$, $u_1 = 3500$ [veh/h], $u_3 = 650$ [veh/h], $u_6 = 650$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$.

5.4.1 Σετ προσομοιώσεων 1

Παρακάτω παρουσιάζονται i) η χρονική απόκριση της πυκνότητας για κάθε κελί και για διαφορετικές αρχικές συνθήκες, κάτω από την επίδραση του ΣΠΕ (Σχήμα 5-30). Η επιλογή των αρχικών συνθηκών έγινε με ανάλογα κριτήρια με αυτά των προηγούμενων σεναρίων κυκλοφορίας. Η πρώτη αρχική συνθήκη είναι $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ (Σχήμα 5-31(a)), η δεύτερη αρχική συνθήκη είναι $x_0 = [40, 65, 50, 40, 65, 50, 65]$ (Σχήμα 5-31(b)), η τρίτη είναι $x_0 = [10, 15, 10, 25, 15, 10, 15]$ (Σχήμα 5-31(c)) και η τέταρτη είναι $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 35]$ (Σχήμα 5-31(d)). Το ΣΠΕ επιτυγχάνει την πλήρη σύγκλιση του διανύσματος κατάστασης στο ΜΚΣΙ σε χρόνο λιγότερο από 0.6 ώρες, για όλες τις αρχικές συνθήκες.

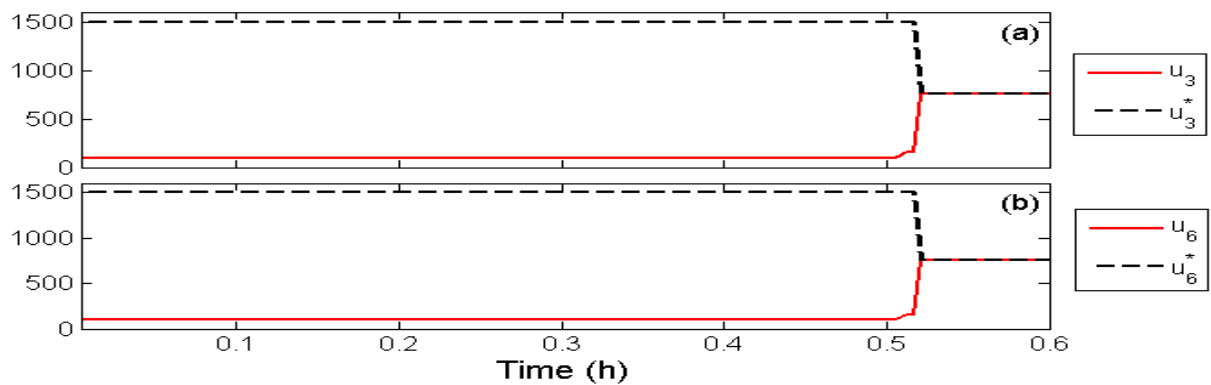
Επίσης παρουσιάζονται τα διαγράμματα που αφορούν τη χρονική εξέλιξη των τιμών της τιμής του ελέγχου για κάθε μία από τις ελεγχόμενες ράμπες (κόκκινο, Σχήμα 5-31) και των αντίστοιχων τιμών των ροών ισορροπίας (διακεκομμένο μαύρο, Σχήμα 5-31) στην περίπτωση όπου η αρχική συνθήκη είναι η $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7]$. Συγκρίνοντας το Σχήμα 5-30(a) και το Σχήμα 5-31, παρατηρούμε πως οι τιμές των εισροών από τις δύο ράμπες εισόδου παραμένουν σταθερές και ίσες με τη μικρότερη δυνατή τιμή, μέχρις ότου (λίγο μετά τις 0,5 ώρες) οι καταστάσεις του συστήματος να εισέλθουν στην περιοχή A . Ανάλογα συμπεράσματα προκύπτουν από το Σχήμα 5-32, όπου παρουσιάζεται η πραγματική και η εκτιμώμενη τιμή της ροής από την είσοδο του δικτύου (Σχήμα 5-32(a)) και η πραγματική και η εκτιμώμενη τιμή του ποσοστού εξόδου του τέταρτου κελιού (Σχήμα 5-32(b)). Και σε αυτό το σετ προσομοιώσεων, ο μη γραμμικός dead-beat παρατηρητής κατάστασης κατάφερε την εκτίμηση των άγνωστων (για τον ελεγκτή) παραμέτρων έπειτα από το πέρας μίας μεταβατικής περιόδου με απόλυτη ακρίβεια.



Σχήμα 5-30: Χρονικές αποκρίσεις όλων των κελιών για τέσσερις διαφορετικές αρχικές συνθήκες: (a)

$x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, (b) $x_0 = [40, 65, 50, 40, 65, 50, 65]$, (c) $x_0 = [10, 15, 10, 25, 15, 10, 15]$ και (d)

$x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 35]$ για $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$.

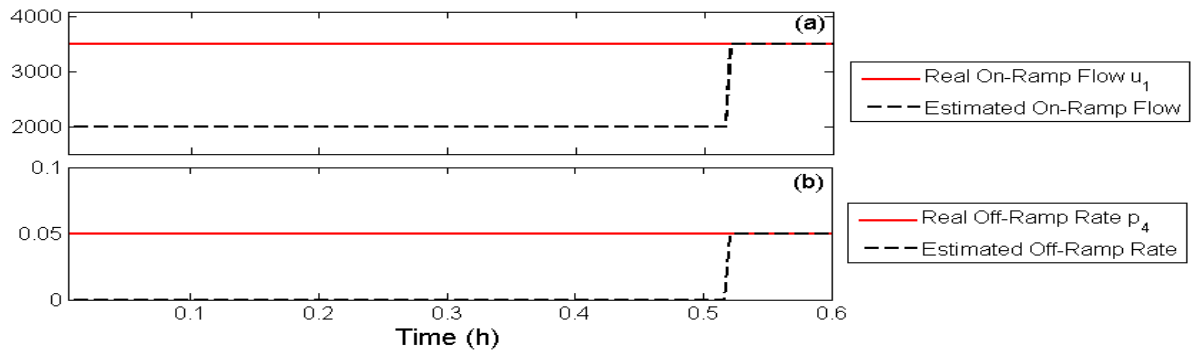


Σχήμα 5-31: Χρονική εξέλιξη των τιμών της ροής ελέγχου της ράμπας στο (a) 3^ο και (b) 6^ο κελί (κόκκινο) και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο) με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7]$,

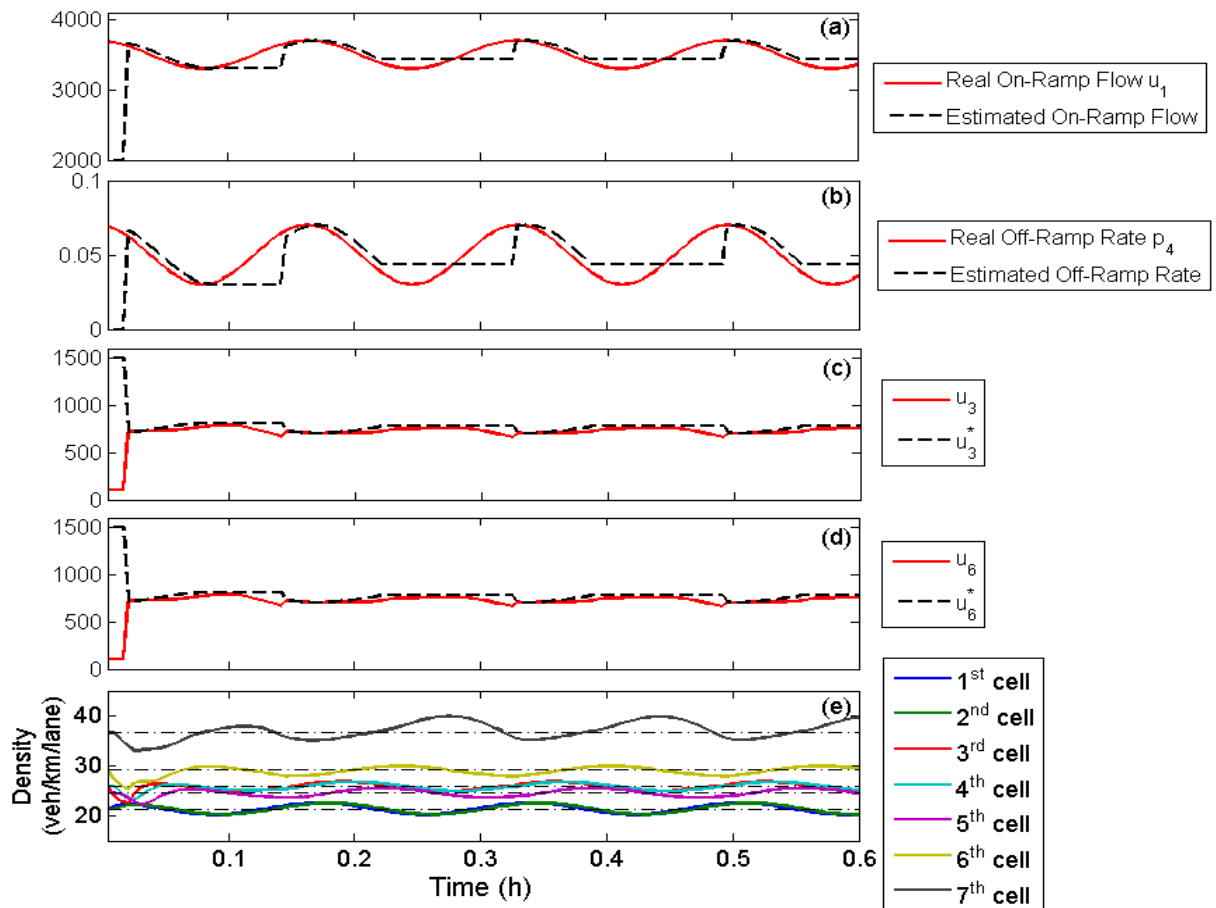
$u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$.

5.4.2 Σετ προσομοιώσεων 2

Σε αυτό το σετ, επιδιώκουμε τη μελέτη της απόκρισης του ΣΠΕ όταν η ροή από την είσοδο του δικτύου και το ποσοστό εξόδου του τέταρτου κελιού δεν είναι σταθερές. Τα Σχήματα 5-33 και 5-34 δίνουν τη συνολική εικόνα της λειτουργίας του ΣΠΕ όταν οι παραπάνω μεταβλητές περιγράφονται από την περίπτωση Α) και Β) αντίστοιχα του Πίνακα 4-5. Η αρχική συνθήκη και για τις δύο περιπτώσεις είναι $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$.



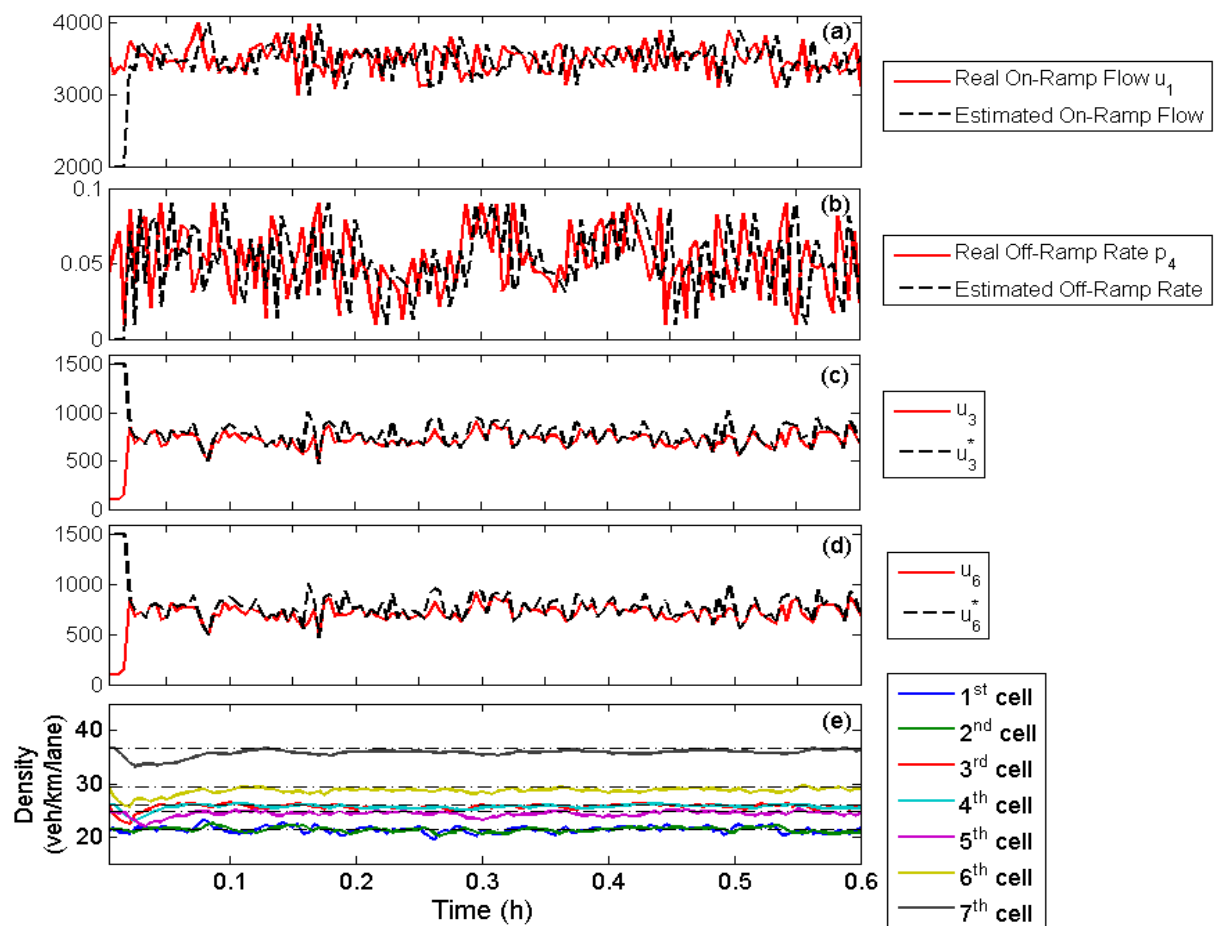
Σχήμα 5-32: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου και (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου, με $x_0 = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7]$, $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$.



Σχήμα 5-33: Χρονική εξέλιξη των τιμών: (α) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου από το 4^ο κελί, (c) και (d) της ροής ελέγχου της ράμπας από το 3^ο και 6^ο κελί αντίστοιχα (κόκκινο) και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο) και (e) της πυκνότητας όλων των κελιών με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$ και την περίπτωση A) του Πίνακα 4-5.

Από τα Σχήματα 5-33(a) και (b) διαπιστώνουμε πως καθώς η εισροή από την είσοδο αλλά και το ποσοστό εξόδου είναι χρονικά μεταβαλλόμενα, η εκτίμηση τους επιτυγχάνεται με μικρότερη ακρίβεια σε σχέση με τα αποτελέσματα του προηγούμενου σετ και μάλιστα εμφανίζεται με μία μικρή καθυστέρηση που όπως έχουμε προαναφέρει οφείλεται στις μετρήσεις. Οι ευθείες διακεκομμένες γραμμές που εμφανίζονται στα ίδια σχήματα αναπαριστούν την σταθερή τιμή που παίρνουν οι αντίστοιχες μεταβλητές τις αντίστοιχες χρονικές περιόδους, λόγω του ότι το διάνυσμα των καταστάσεων έχει βγει εκτός της περιοχής A . Ακολούθως, τα Σχήματα 5-34(c) και (d) παρουσιάζουν τις τιμές που λαμβάνουν οι τιμές του ελέγχου για τις δύο ράμπες εισόδου και οι αντίστοιχες ροές ισορροπίας. Όπως παρατηρείται οι αποκλίσεις μεταξύ αυτών των δύο τιμών είναι πολύ μικρές καθόλη τη διάρκεια της προσομοίωσης. Ωστόσο, η απόκριση του διανύσματος κατάστασης είναι πολύ ικανοποιητική (Σχήμα 5-33 (e)) καθώς η τιμή της πυκνότητας για το τελευταίο κελί ταλαντώνεται με πολύ μικρό πλάτος.

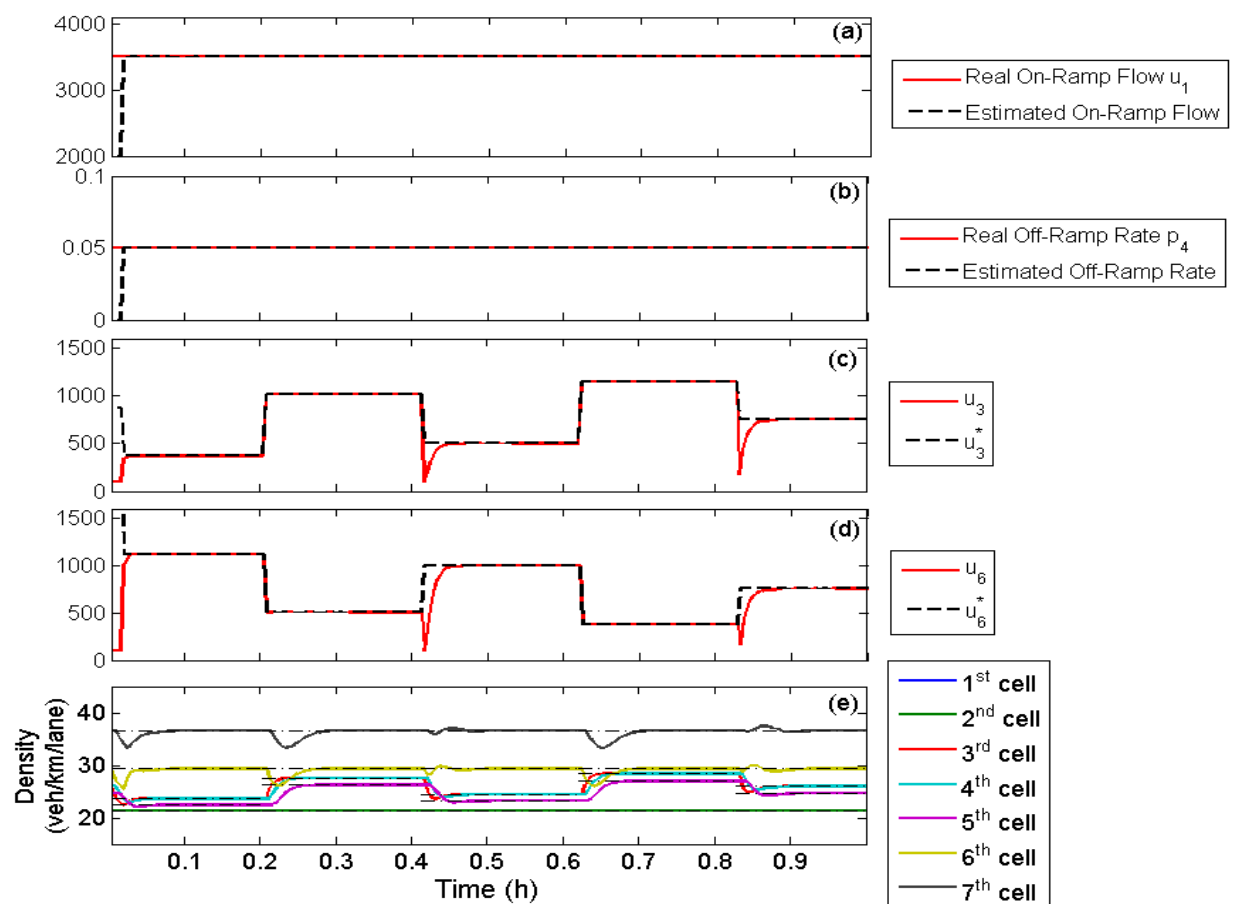
Τα ίδια συμπεράσματα μπορεί κάποιος να δώσει και παρατηρώντας το Σχήμα 5-34 όπου το διάνυσμα των καταστάσεων φαίνεται να κινείται με ικανοποιητικό τρόπο επίσης.



Σχήμα 5-34: Χρονική εξέλιξη των τιμών: (a) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (b) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου από το 4^ο κελί, (c) και (d) της ροής ελέγχου της ράμπας από το 3^ο και 6^ο κελί αντίστοιχα (κόκκινο) και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο) και (e) της πυκνότητας όλων των κελιών με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$ και την περίπτωση B) του Πίνακα 4-5.

5.4.3 Σετ προσομοιώσεων 3

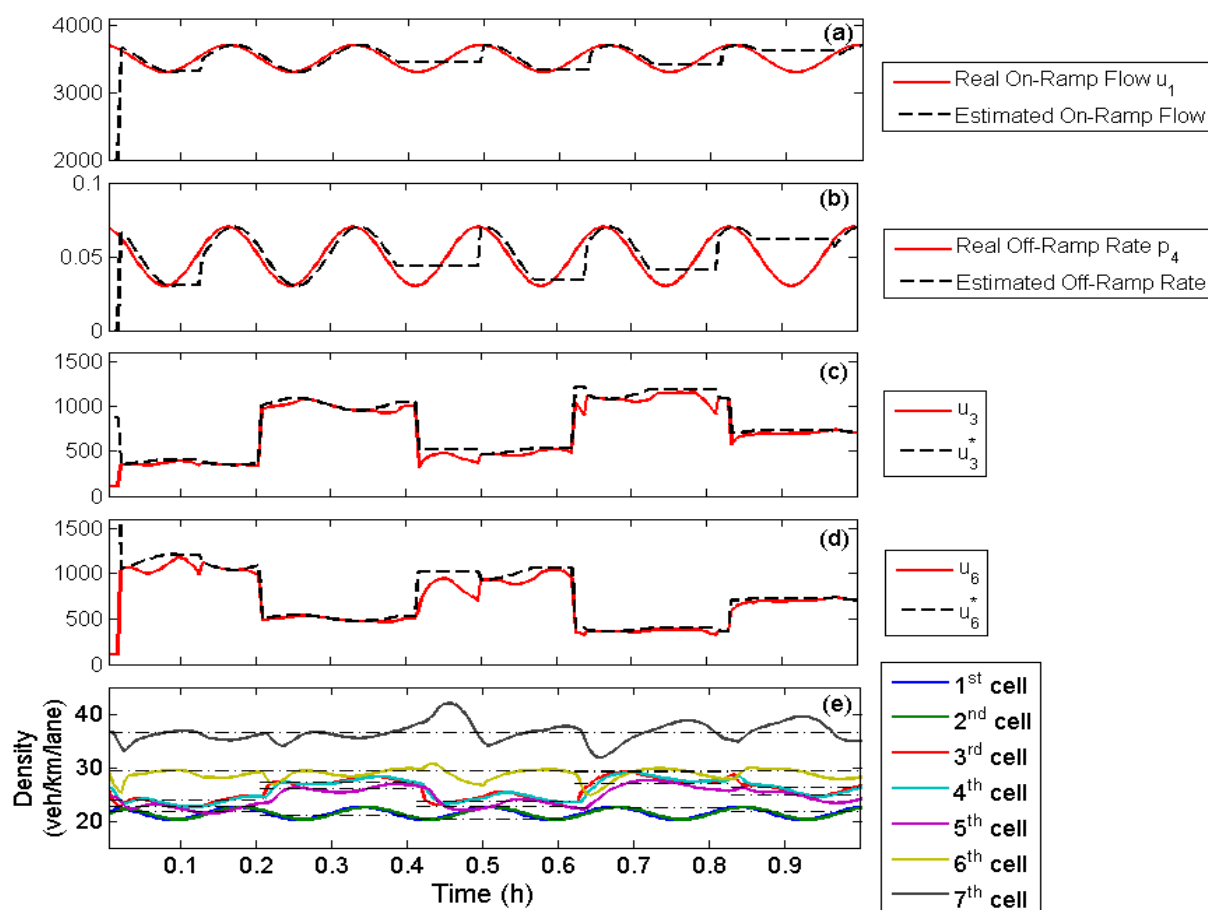
Σε αυτό το σετ εξετάζουμε την απόδοση του ΣΠΕ όταν ο κανόνας για τον συντονισμό έλεγχου των ροών ισορροπίας αλλάζει ανά τακτά χρονικά διαστήματα και σύμφωνα με τον Πίνακα 4-6. Συγκεκριμένα έχουν εξετασθεί τρεις διαφορετικές περιπτώσεις. Η πρώτη αφορά σταθερή εισροή από την είσοδο του δικτύου και ποσοστό εξόδου. Οι άλλες δύο αφορούν χρονικά μεταβαλλόμενη ροή εισόδου και ποσοστό εξόδου για τις περιπτώσεις Α) και Β) του Πίνακα 4-5. Η αρχική συνθήκη της πυκνότητας των οχημάτων για κάθε περίπτωση είναι η $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$.



Σχήμα 5-35: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου, (γ) και (δ) της ροής ελέγχου (κόκκινο) της ράμπας από το 3^ο και 6^ο κελί αντίστοιχα και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο), με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$, $u_1 = 3500$ [veh/h] και $p_4 = 0.05$.

Για την περίπτωση στην οποία οι τιμές της ροής της πρώτης ράμπας εισόδου και του ποσοστού εξόδου του τέταρτου κελιού παραμένουν σταθερές για όλη την διάρκεια της προσομοίωσης παρατηρήθηκε ότι, για την αρχική τιμή της παραμέτρου τ όπως αυτή προέκυψε από την αρχική μας διερεύνηση ($\tau = 10$ [veh/km/lane]), όταν στον συντονισμό έλεγχου άλλαζε ο κανόνας, με την τιμή της ροής ισορροπίας \hat{u}_3^* να μειώνεται, το ΣΠΕ εμφάνιζε κάποια

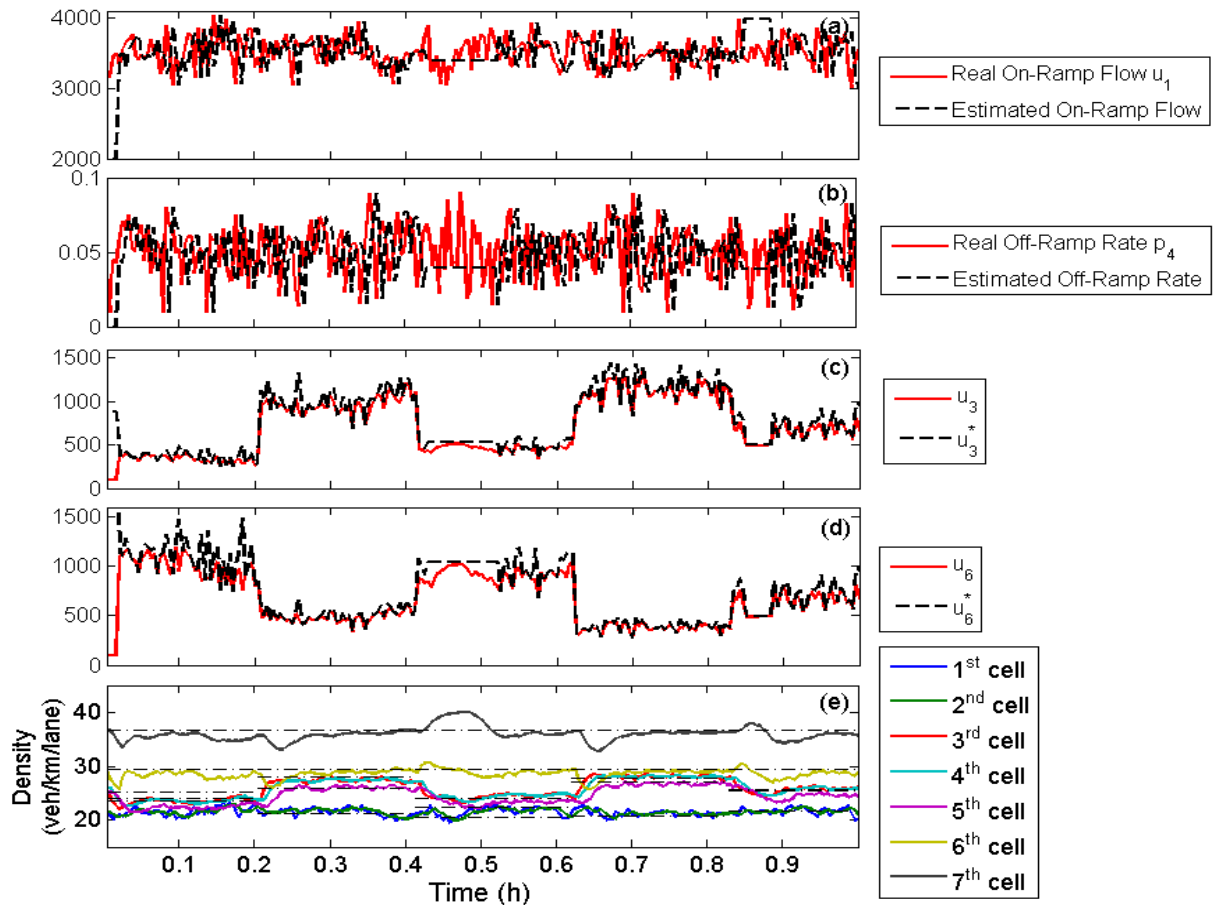
καθυστέρηση στην ικανότητά του να φέρει το σύστημα σε συνθήκες ισορροπίας. Για αυτό το λόγο, επιλέξαμε μετά από κατάλληλη διερεύνηση $\tau = 2$ [veh/km/lane] (που όμως και αυτή η παράμετρος δουλεύει ικανοποιητικά και για τις υπόλοιπες διερευνήσεις, Σετ Προσομοιώσεων 1, 1^ο σενάριο ελέγχου κυκλοφορίας). Από το Σχήμα 5-35(e) φαίνεται πως με αυτή την ρύθμιση, το ΣΠΕ καταφέρνει να ισορροπήσει το σύστημα στο ΜΚΣΙ του εκάστοτε κανόνα συντονισμού με μικρές και πολύ σύντομες αποκλίσεις στη χρονική περίοδο των αλλαγών.



Σχήμα 5-36: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου, (γ) και (δ) της ροής ελέγχου (κόκκινο) της ράμπας από το 3^ο και 6^ο κελί αντίστοιχα και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο), με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$ και την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-5.

Το Σχήμα 5-36 αφορά τη συνολική εικόνα του ΣΠΕ όταν η χρονική μεταβολή της πρώτης ράμπας εισόδου και του ποσοστού εξόδου του τέταρτου κελιού έχει ημιτονοειδή μορφή (περιγράφεται δηλαδή από την περίπτωση Α) του Πίνακα 4-5). Για αυτή τη περίπτωση, η τιμή της παραμέτρου τ επιλέχθηκε να είναι $\tau = 5$ [veh/km/h]. Από το Σχήμα 5-37(a),(b), παρατηρούμε τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί το ΣΠΕ ως προς την εκτίμηση των παραμέτρων και είναι παρόμοιος με αυτόν που σχολιάσαμε και σε προηγούμενα σενάρια. Τα αποτελέσματα των χρονικών αποκρίσεων όλων των κελιών (Σχήμα 5-38 (e)) είναι ικανοποιητικά.

Για την περίπτωση που η χρονική μεταβολή της πρώτης ράμπας εισόδου και του ποσοστού εξόδου του τέταρτου κελιού καθορίζεται από την συνάρτηση θορύβου $\xi(t)$ (περίπτωση Β του Πίνακα 4-5), η απόδοση του ΣΠΕ φάνηκε να είναι καλύτερη στην περίπτωση $\tau = 10$ [veh/km/lane], η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 5-37(e). Η εκτίμηση των αγνώστων για το ΣΠΕ παραμέτρων πραγματοποιείται και εδώ με ικανοποιητικό τρόπο.



Σχήμα 5-37: Χρονική εξέλιξη των τιμών (α) της πραγματικής (κόκκινο) και της εκτιμώμενης (μαύρο διακεκομμένο) ροής από την είσοδο του δικτύου, (β) του πραγματικού (κόκκινο) και του εκτιμώμενου (μαύρο διακεκομμένο) ποσοστού εξόδου, (γ) και (δ) της ροής ελέγχου (κόκκινο) της ράμπας από το 3^ο και 6^ο κελί αντίστοιχα και των τιμών των αντίστοιχων ροών ισορροπίας (μαύρο διακεκομμένο), με $x_0 = [20, 20, 25, 25, 25, 30, 40]$ και την περίπτωση Β) του Πίνακα 4-5.

6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

6.1 Γενικά συμπεράσματα

Ορμώμενοι από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων όλων των σεναρίων ελέγχου κυκλοφορίας καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα:

- Η εφαρμογή του ΣΠΕ οδηγεί το σύστημα κλειστού βρόχου γρηγορότερα στο ΜΚΣΙ συγκριτικά με τον ελεγκτή RLB-PI στην περίπτωση που οι παράμετροι του μοντέλου αυτοκινητοδρόμου είναι σταθερές.
- Η παραπάνω παρατήρηση δεν θα άλλαζε ακόμα και στην περίπτωση επιλογής διαφορετικών παραμέτρων για τον RLB-PI. Αυτό γιατί, το ΣΠΕ οδηγεί το διάνυσμα των καταστάσεων στο ΜΚΣΙ χωρίς να χρειαστεί να μειώσει την πυκνότητα του τελευταίου κελιού όσο ο RLB-PI.
- Το ΣΠΕ λειτουργεί ικανοποιητικά ακόμα και στις περιπτώσεις όπου οι εκτιμώμενες παράμετροι δεν είναι σταθερές. Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις συναρτήσεων μεταβαλλόμενων χρονικά παραμέτρων, για τις οποίες το ΣΠΕ εμφανίζει χειρότερη συμπεριφορά σε σχέση με τον RLB-PI.
- Και οι δύο ελεγκτές αντιμετώπισαν αποτελεσματικά φαινόμενα διαταραχών τα οποία οφείλονται σε αλλαγή του κανόνα προτεραιότητας εισροών.
- Το βασικό πλεονέκτημα του ΣΠΕ είναι ότι αποτελεί ένα ολοκληρωμένο σχέδιο ελέγχου για τοπικό ή/και συντονισμένο έλεγχο ραμπών εισόδου αυτοκινητοδρόμου.
- Τα αποτελέσματα που έδωσε το ΣΠΕ αναφορικά με την εφαρμογή χρονικά μεταβαλλόμενων κανόνων συντονισμού ελέγχου είναι πολύ ικανοποιητικά ακόμα και στις περιπτώσεις ταυτόχρονα χρονικά μεταβαλλόμενων παραμέτρων.

6.2 Μελλοντική εργασία

- Η βαθμονόμηση και επικύρωση με πραγματικά δεδομένα του μοντέλου αυτοκινητοδρόμου που προτείνεται σε αυτήν την εργασία αποτελεί μελλοντικό πεδίο έρευνας ώστε να διερευνηθεί ο η απόδοση του αναφορικά με το βαθμό αναπαράστασης του φαινομένου της πτώσης της ικανότητας (capacity drop).
- Εφαρμογή του ΣΠΕ σε διαφορετικά μοντέλα κυκλοφοριακής ροής (δεύτερης τάξης) που έχει διαπιστωθεί ότι αναπαριστούν με μεγαλύτερη ακρίβεια τα πραγματικά δεδομένα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ- ΠΗΓΕΣ, ΥΠΕΡ-ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ

- [1] <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EL/TXT/?qid=1433420196688&uri=CELEX:52011DC0144>
- [2] [http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EL/TXT/?uri=CELEX:52008DC0886R\(01\)](http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EL/TXT/?uri=CELEX:52008DC0886R(01))
- [3] http://library.tee.gr/digital/m2483/m2483_zarkadoula.pdf
- [4] I. Karafyllis, M. Kontorinaki, and M. Papageorgiou, "Global exponential stabilization of freeway models," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, pp. 1184-1210, 2016.
- [5] S.K. Godunov, "A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of hydrodynamic equations," *Matematicheskii Sbornik*, vol. 47, pp. 271-301, 1959.
- [6] M. J. Lighthill and G. B. Whitham, "On kinematic waves II: A theory of traffic flow on long crowded roads," *Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 229, pp. 317-345, 1955.
- [7] P. I. Richards, "Shock waves on the highway," *Operations Research*, vol. 4, no. 1, pp. 42-51, 1956.
- [8] I. Karafyllis, M. Kontorinaki, and M. Papageorgiou, "Robust global adaptive exponential stabilization of discrete-time systems with application to freeway traffic control," submitted to the IEEE Transactions on Automatic Control (see, also, [arXiv:1509.00257 \[math.OC\]](https://arxiv.org/abs/1509.00257)).
- [9] I. Karafyllis, M. Kontorinaki, and M. Papageorgiou, "Nonlinear adaptive control scheme for discrete-time systems with application to freeway traffic flow networks," to appear in Proceedings of European Control Conference, 2016.
- [10] Y. Wang, M. Papageorgiou, J. Gaffney, I. Papamichail, G. Rose, and W. Young, "Local ramp metering in random-location bottlenecks downstream of metered on-ramp," *Transportation Research Record, Journal of Transportation Research Board*, vol. 2178, pp. 90-100, 2010.
- [11] J. P. Lebacque, "The Godunov scheme and what it means for first order traffic flow models," *Presented at the International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp. 647-677, 1996.
- [12] C. F. Daganzo, "The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 28, pp. 269-287, 1994.
- [13] J. Lebacque, "Two-phase bounded-acceleration traffic flow model: Analytical solutions and applications," *Transportation Research Record*, vol. 1852, pp. 220-230, 2003.
- [14] A. Muralidharan and R. Horowitz, "Computationally efficient model predictive control of freeway networks," *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 58, pp. 532-553, 2015.
- [15] C. Roncoli, M. Papageorgiou, and I. Papamichail, "Traffic flow optimization in presence of vehicle automation and communication systems – Part II: Optimal control for multi-lane motorways," *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 57, pp. 260-275, 2015.
- [16] M. Kontorinaki, A. Spiliopoulou, C. Roncoli, and M. Papageorgiou, "Capacity drop in first-order traffic flow models: overview and real-data validation," *presented at the 95th Annual Meeting of Transportation Research Board*, pp. no.16-3541, 2016.