



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

Τομέας Περιβαλλοντικής Υδραυλικής και Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής (III) –

Εργαστήριο Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής

TECHNICAL UNIVERSITY OF CRETE

SCHOOL of ENVIRONMENTAL ENGINEERING

Division III: Environmental Hydraulics and Geoenvironmental Engineering –

Geoenvironmental Engineering Laboratory

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΤΗΣ

ΥΦΑΛΜΥΡΙΝΣΗΣ

ΤΑΣΣΗΣ ΛΑΜΠΡΟΣ

Εξεταστική Επιτροπή:

Καρατζάς Γεώργιος, Καθηγητής Π.Κ (επιβλέπων)

Νικολαΐδης Νικόλαος, Καθηγητής Π.Κ

Χρυσικόπουλος Κωνσταντίνος, Καθηγητής Π.Κ

ΧΑΝΙΑ

ΜΑΡΤΙΟΣ, 2016

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα άτομα που συνεισέφεραν, ο καθένας με τον τρόπο του, στην πραγματοποίησή της. Αρχικά θα ήθελα να εκφράσω τις ιδιαίτερες ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή κ. Γεώργιο Καρατζά για την τιμή που μου έκανε να μου εμπιστευτεί το θέμα της εργασίας, καθώς και για τις συμβουλές που μου προσέφερε καθ'όλη τη διάρκεια εκπόνησής της. Επίσης ευχαριστώ τους κυρίους Ν. Νικολαΐδη και Κ. Χρυσικόπουλο που δέχτηκαν να είναι στην εξεταστική επιτροπή και να αξιολογήσουν την παρούσα εργασία.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στον Δρ. Εμμανουήλ Βαρουχάκη για την πολύτιμη βοήθεια, τις συμβουλές και τις γνώσεις που μου προσέφερε καθ'όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας καθώς και για την άψογη συνεργασία που είχαμε όλο αυτό το διάστημα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τις αδερφές μου καθώς και όσους με στήριξαν σε όλη την πορεία της φοίτησής μου. Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω την Λαμπρινή Παπαδημητρίου για την πολύτιμη στήριξη που μου παρείχε.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία αναφέρεται σε μαθηματικές εξισώσεις που προσεγγίζουν την διεπιφάνεια μεταξύ γλυκού και θαλασσινού νερού η οποία δημιουργείται από την φυσική εισχώρηση του θαλασσινού νερού στους παράκτιους υδροφορείς.

Αρχικά γίνεται αναφορά στους θεωρητικούς νόμους που διέπουν την ροή των υπογείων υδάτων σε ελεύθερους υδροφορείς κάνοντας όμως την παραδοχή του συνεχούς μέσου για την αποφυγή χρησιμοποίησης πολύπλοκων εξισώσεων με δυσκολία στην επίλυσή τους.

Έπειτα γίνεται αναφορά αλλά και δημιουργία νέων αναλυτικών εξισώσεων που περιγράφουν την διεπιφάνεια μεταξύ γλυκού και θαλασσινού νερού, είτε με την παραδοχή της στατικής ισορροπίας της είτε με αυτή της δυναμικής ισορροπίας της. Επιπρόσθετα εξετάστηκε η δυνατότητα του κατά πόσο μια στοχαστική εξίσωση θα μπορούσε να συμβάλει στην προσέγγιση του φαινομένου της υφαλμύρινσης λόγω της φύσης της να προσομοιάζει εύκολα πολλά φυσικά φαινόμενα.

Στην συνέχεια αφού αναπαραστάθηκε το φαινόμενο στην εργαστηριακή πιλοτική μονάδα έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων του πειράματος με τις αναλυτικές εξισώσεις και την στοχαστική εξίσωση για να εξακριβωθούν τα αποτελέσματα της προσέγγισης.

Τα αποτελέσματα δείχνουν μια καλύτερη προσέγγιση της νέα αναλυτικής εξίσωσης που αναπτύχθηκε σχετικά με τις προϋπάρχουσες καθώς επίσης συμπεραίνεται ότι και η στοχαστική προσέγγιση είναι κοντά στην πραγματικότητα.

Abstract

The present thesis refers to the mathematical equations that describe the interface between fresh and salt water, which is developed by the natural intrusion of the saltwater in coastal aquifers.

Firstly the theoretical laws that govern groundwater flow in unconfined aquifers are referenced, focusing on those that consider continuous media, in order to avoid using complex equations that are difficult to solve.

A reference on, as well as development of new, analytical equations describing the interface between fresh and saltwater follows, for both static and dynamic equilibrium conditions. Moreover the ability of a stochastic equation to describe the salt water intrusion phenomenon was examined, as due to its nature it can model numerous physical phenomena.

Subsequently, after the phenomenon was emulated on the pilot laboratory unit, the experimental results were compared to the analytical equations and the stochastic equation to evaluate the results of the representation.

Results show that the newly developed analytical equation gives a better approximation compared to the preexisting equations. It can also be concluded that the stochastic representation gives results close to the reality.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο : ΥΠΟΓΕΙΟ ΝΕΡΑ	5
1.1 Επιφανειακοί και υπόγειοι υδατικοί πόροι	5
1.2 Υπόγεια νερά και υδροφορείς	5
1.2.1 Υδροφορείς.....	7
1.2.2 Πορώδες και ενεργό πορώδες	8
1.2.3 Μεταβιβασιμότητα (T)	9
1.2.4 Ομοιογένεια και ισοτροπία.....	9
1.3 Μαθηματική περιγραφή της κίνησης των ρευστών	9
1.3.1 Ο νόμος του Darcy.....	9
1.3.2 Αρχή διατήρησης μάζας-Εξίσωση συνέχειας.....	14
1.4 Παραδοχή Dupuit	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο : ΥΦΑΛΜΥΡΙΝΣΗ	19
2.1 Το φαινόμενο της υφαλμύρινης	19
2.2 Τρόποι προσομοίωσης διεπιφάνειας αλμυρού-γλυκού νερού.....	21
2.3 Μαθηματική προσέγγιση του φαινομένου της υφαλμύρινης	21
2.3.1 Αναλυτικές λύσεις	21
2.3.2 Δυναμονομική στοχαστική προσέγγιση.....	34
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο : ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ.....	38
3.1 Εισαγωγή	38
3.2 Περιγραφή εργαστηριακής μονάδας.....	38
3.3 Υπολογισμοί παραμέτρων.....	40
3.4 Γραφική απεικόνιση των μετρήσεων της πειραματικής διαδικασίας.....	44
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ^ο : ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΜΕ ΤΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΤΩΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ.....	45
4.1 Εισαγωγή	45
4.2 Σύγκριση των θεωρητικών αποτελέσματα των προσεγγιστικών εξισώσεων.....	45
4.2.1 Σύγκριση των αναλυτικών λύσεων με τα πειραματικά δεδομένα.	45
4.2.2. Σύγκριση των δυναμονομικών στοχαστικών λύσεων με τα πειραματικά δεδομένα	56
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ^ο : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΤΗΣ ΥΦΑΛΜΥΡΙΝΣΗΣ	63
5.1 Συμπεράσματα	63

5.2 Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη του φαινομένου.....	64
Παράρτημα.....	66
Βιβλιογραφία	69

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΥΠΟΓΕΙΟ ΝΕΡΑ

1.1 Επιφανειακοί και υπόγειοι υδατικοί πόροι

Το νερό είναι ένα από τα σημαντικότερα αγαθά που προσφέρει η φύση και είναι απαραίτητο στοιχείο ζωής για τον άνθρωπο, τα ζώα και τα φυτά. Οι χρήσεις του είναι πολλαπλές, μερικές από τις οποίες είναι: η ύδρευση των πόλεων και γενικά των οικισμών, η άρδευση καλλιεργούμενων εδαφών και η χρήση στη βιομηχανία. Στη φύση το νερό συναντάται ως επιφανειακό και υπόγειο. Επιφανειακό είναι το νερό των λιμνών και των ποταμών ενώ υπόγειο νερό είναι αυτό που κινείται και αποθηκεύεται μέσα στο έδαφος και ειδικότερα στους πόρους των εδαφών, που για το λόγο αυτό λέγονται υδροφορείς.

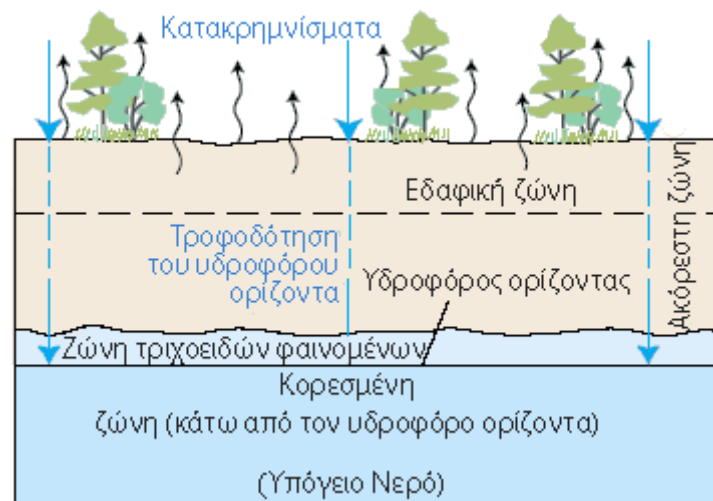
Εκτός από το να αποτελεί μια πηγή παροχής νερού, ένας υδροφορέας εξυπηρετεί και άλλους σκοπούς. Οι πολλαπλές λειτουργίες ενός υδροφορέα είναι οι εξής :

1. *Πηγή παροχής νερού*: Είναι η πιο βασική λειτουργία. Τα υπόγεια νερά μπορούν να θεωρηθούν ανανεώσιμοι πόροι, λόγω της επαναπλήρωσης των αποθεμάτων με τις κατακρημνίσεις.
2. *Δεξαμενή αποθήκευσης*: Οι φρεάτιοι υδροφορείς, λόγω της μεγάλης τους έκτασης και των τεράστιων όγκων τους, μπορούν να αποθηκεύσουν πολύ μεγάλες ποσότητες νερού.
3. *Ο υδροφορέας ως αγωγός μεταφοράς*: Η λειτουργία αυτή είναι δυνατή μόνο με την παρέμβαση του ανθρώπινου παράγοντα αφού προϋποθέτει τον έλεγχο της κίνησης του νερού με μεταβολή των υδραυλικών κλίσεων στον υδροφορέα (π.χ. εισαγωγή νερού με φρέατα φόρτισης).
4. *Ο υδροφορέας ως φίλτρο καθαρισμού*: Με διάφορες τεχνικές τεχνητού εμπλουτισμού, ακάθαρτα επιφανειακά νερά μπορούν να διηθηθούν στο έδαφος για μερικό ή πλήρη καθαρισμό τους.
5. *Έλεγχος ροής υδατορευμάτων* : Η λειτουργία αυτή μπορεί να πραγματοποιηθεί τόσο στα ποτάμια όσο και στις πηγές, με τη ρύθμιση της στάθμης των υπόγειων νερών στους υδροφορείς που επικοινωνούν υδραυλικά μαζί τους.

1.2 Υπόγεια νερά και υδροφορείς

Παντού στον κόσμο, τμήμα του νερού που πέφτει ως βροχή ή χιόνι, διηθείται μέσα στο έδαφος. Τμήμα του νερού που διηθείται μένει κοντά στην επιφάνεια του εδάφους και μπορεί να

καταλήξει τελικά σε ένα υδατόρευμα. Ένα άλλο τμήμα του νερού, μπορεί να διηθηθεί πιο βαθιά και να τροφοδοτήσει υπόγειους υδροφορείς. Αν οι υδροφορείς είναι κοντά στην επιφάνεια και αρκετά πορώδεις, ώστε να επιτρέπουν τη γρήγορη κίνηση του νερού, μπορούν να φτιαχτούν πηγάδια και να αντληθεί νερό για διάφορες ανάγκες. Το νερό μπορεί να ταξιδέψει μεγάλες αποστάσεις ή να μείνει αποθηκευμένο υπόγεια για μεγάλα χρονικά διαστήματα πριν επανέλθει στην επιφάνεια μπαίνοντας σε ποτάμια ή στη θάλασσα. Μάλιστα αξίζει να σημειωθεί ότι τα υπόγεια νερά αποτελούν το μεγαλύτερο ποσοστό γλυκού νερού στον πλανήτη και για τον λόγο αυτό χρήζουν ιδιαίτερης σημασίας. Πιο συγκεκριμένα, καθώς το νερό διηθείται προς το υπέδαφος, σχηματίζει συνήθως μια ακόρεστη και μια κορεσμένη ζώνη. Στην ακόρεστη ζώνη υπάρχει νερό αλλά και αέρας στα κενά (πόρους) του εδαφικού σχηματισμού, δηλαδή τα κενά αυτά δεν είναι τελείως γεμάτα με νερό. Το άνω μέρος της ακόρεστης ζώνης είναι η εδαφική ζώνη. Η εδαφική ζώνη έχει κενά που δημιουργούνται από τις ρίζες των φυτών, τα οποία επιτρέπουν στο νερό να διηθηθεί. Το νερό στην ανώτερη αυτή ζώνη μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τα φυτά. Κάτω από την ακόρεστη ζώνη βρίσκεται η κορεσμένη, στην οποία το νερό γεμίζει όλους τους πόρους του εδάφους. Η ζώνη λοιπόν στην οποία αποθηκεύεται το νερό ονομάζεται υδροφορέας. Στην παρακάτω Εικόνα 1 περιγράφονται οι ζώνες που δημιουργούνται (ή υπάρχουν) από την διήθηση του νερού.



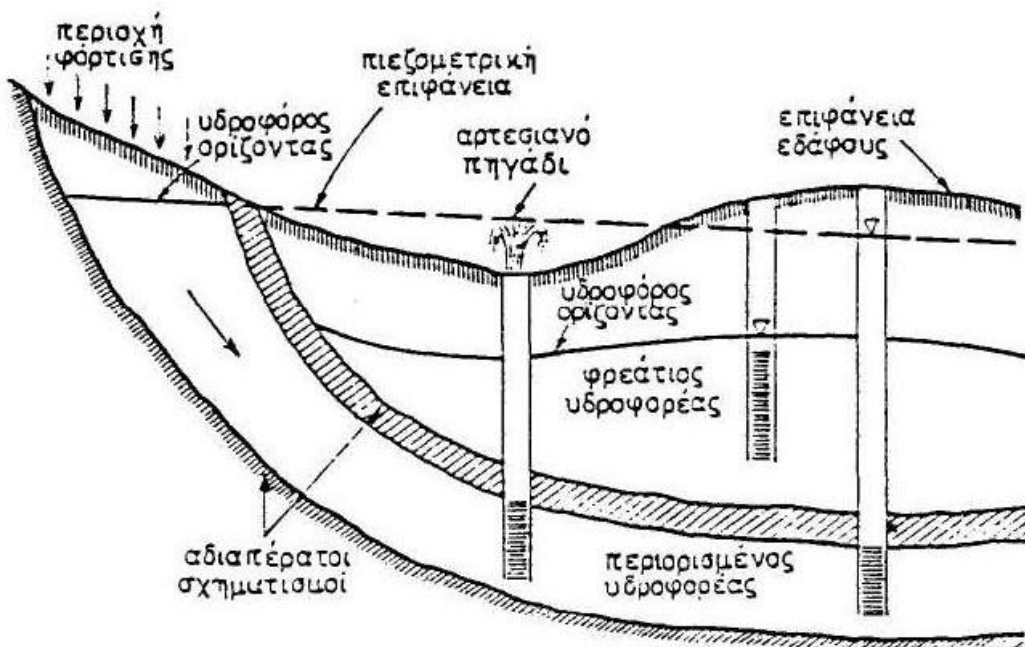
Εικόνα 1: Ταξινόμηση υπόγειων υδάτων (USGS, 2005)

1.2.1 Υδροφορείς

Οι υδροφορείς ταξινομούνται ως ελεύθεροι και περιορισμένοι. Η ταξινόμηση γίνεται με βάση την θέση του υδροφόρου ορίζοντα. Οι περιορισμένοι υδροφορείς πολλές φορές ονομάζονται αρτεσιανοί υδροφορείς.

- Ελεύθερος ή φρεάτιος υδροφορέας: Μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της επιφάνειας του εδάφους δεν παρεμβάλλεται αδιαπέραστος σχηματισμός. Η ανώτερη επιφάνειά καλείται υδροφόρος ορίζοντας.
- Περιορισμένος ή υπό πίεση υδροφορέας: Περιέχει ύδωρ υπό πίεση μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής και περιορίζεται στην άνω και κάτω επιφάνεια από αδιαπέραστα στρώματα (Καρατζάς 2012).

Στην παρακάτω Εικόνα 2 βλέπουμε την αναπαράσταση ενός ελεύθερου και ενός περιορισμένου υδροφορέα.



Εικόνα 2: Αναπαράσταση υδροφορέων (ελεύθερου και περιορισμένου) (Todd & Mays 2004)

1.2.2 Πορώδες και ενεργό πορώδες

Το πορώδες είναι το ποσοστό του πετρώματος ή του εδάφους που δεν καταλαμβάνεται από στερεά υλικά (κενοί πόροι) και ορίζεται ως:

$$\text{Πορώδες: } n = \frac{V_v}{V_o}$$

Όπου :

V_v : ο όγκος των κενών.

V_o : ο συνολικός όγκος του δείγματος.

Χαρακτηριστικές τιμές πορώδους ανάλογα με το είδος του εδάφους είναι:

- Για αμμώδη εδάφη $\approx 0,45-0,55$
- Για πηλώδη-αργιλώδη εδάφη $\approx 0,40-0,60$
- Για ασβεστολιθικά εδάφη $\approx 0,20$

Οι παράγοντες που επηρεάζουν το πορώδες είναι η κοκκομετρική σύνθεση, η διάταξη των κόκκων καθώς επίσης και το σχήμα των κόκκων

Ενεργό πορώδες ή ειδική απόδοση είναι το ποσοστό των πόρων που είναι διαθέσιμο για τη ροή του ρευστού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ένα ποσοστό των πόρων δεν επικοινωνούν μεταξύ τους.

$$n_e = \frac{V_Y}{V_o}$$

Όπου :

V_Y : ο όγκος νερού που μπορεί να σταγγιστεί κάτω από την επίδραση της βαρύτητας, δηλαδή ο όγκος νερού που περιέχεται εντός των ενεργών πόρων.

V_o : ο συνολικός όγκος εδάφους

Στα Ιζηματογενή πετρώματα δεν υπάρχουν διαφορές μεταξύ n και n_e ενώ στα αργιλώδη εδάφη έχουμε σημαντικές διαφορές μεταξύ n και n_e

Η διαφορά μεταξύ πορώδους και ενεργού πορώδους αποτελεί την ειδική συγκράτηση (Καρατζάς 2012):

$$S_r = n - n_e$$

1.2.3 Μεταβιβασιμότητα (T)

Είναι μια ιδιότητα του υδροφόρου ορίζοντα που εκφράζει την ποσότητα του νερού που διέρχεται ανά μονάδα πλάτους του υδροφορέα ανά μονάδα μεταβολής της υδραυλικής κλίσης. Η μαθηματική έκφραση είναι η ακόλουθη (Καρατζάς 2012):

$$T = K \cdot b$$

Όπου:

T: είναι η Μεταβιβασιμότητα σε μονάδες $\left[\frac{L^2}{T}\right]$

K: είναι η υδραυλική αγωγιμότητα σε μονάδες $\left[\frac{L}{T}\right]$

b: Το κορεσμένο βάθος του υδροφορέα σε μονάδες [L]

1.2.4 Ομοιογένεια και ισοτροπία

Η υδραυλική αγωγιμότητα ενός υδροφορέα συνήθως μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο. Επίσης σε δεδομένο σημείο είναι δυνατόν να μεταβάλλεται και ανάλογα με την κατεύθυνση. Στην πρώτη περίπτωση έχουμε την ιδιότητα της ομοιογένειας ή ετερογένειας και στην δεύτερη της ισοτροπίας ή ανισοτροπίας.

1.3 Μαθηματική περιγραφή της κίνησης των ρευστών

1.3.1 Ο νόμος του Darcy

Η πολυπλοκότητα και η χαοτική γεωμετρία του δικτύου των πόρων δεν επιτρέπει την ακριβή μαθηματική αναπαράσταση της ροής στην πραγματική μικροσκοπική κλίμακά της. Παρ'όλα αυτά για την μικροσκοπική κλίμακα χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις της συνέχειας-αρχή διατήρησης της μάζας- και η εξίσωση Navier-Stokes. Για την απλούστευση όμως της μελέτης επιχειρήθηκε η μακροσκοπική προσέγγιση των αντιστάσεων του πορώδους μέσου (το οποίο το εξετάζουμε από την σκοπιά του συνεχούς μέσου) στην ροή, σε αντιστοιχία με το πρόβλημα των συνολικών απωλειών φορτίου σε αγωγούς συναρτήσεως των μακροσκοπικών γεωμετρικών και υδραυλικών δεδομένων. Η μακροσκοπική λοιπόν εξέταση επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τον

νόμο του Darcy, που διατυπώθηκε το 1856 και αποτελεί το θεμελιώδη νόμο κίνησης των υπόγειων ρευστών του οποίου η εξαγωγή έγινε εμπειρικά. Μετά από μία σειρά πειραμάτων ο μαθηματικός εμπειρικός νόμος που εξήχθη είναι ο παρακάτω.

$$Q = -K \cdot A \cdot \frac{\Delta h}{L}$$

ή

$$q = \frac{Q}{A} = -K \cdot \frac{dh}{dL}$$

Όπου:

Q: είναι η παροχή σε μονάδες $\left[\frac{L^3}{T}\right]$

A: είναι η επιφάνεια σε μονάδες $[L^2]$

q: είναι η ταχύτητα του Darcy ή ειδική παροχή σε μονάδες $\left[\frac{L}{T}\right]$

K: είναι η υδραυλική αγωγιμότητα σε μονάδες $\left[\frac{L}{T}\right]$

h: είναι το υδραυλικό ή πιεζομετρικό φορτίο σε μονάδες $[L]$

L: είναι το μήκος της στήλης $[L]$

Δh : εκφράζει την απώλεια του φορτίου σε μονάδες $[L]$

$\frac{\Delta h}{L}$ ή $\frac{dh}{dL}$: είναι η υδραυλική κλίση

Το αρνητικό πρόσημο στον μαθηματικό τύπο μας δείχνει ότι η ταχύτητα της ροής είναι προς την κατεύθυνση που ελαττώνεται το φορτίο.

Εφόσον η ειδική παροχή και η υδραυλική αγωγιμότητα έχουν διαστάσεις ταχύτητας, κάνοντας την υπόθεση ότι το πορώδες του εδάφους παραμένει σταθερό, το τμήμα της διατομής A που αποτελείται από νερό θα είναι $n \cdot A$ και τελικά η πραγματική ταχύτητα ροής είναι :

$$u = \frac{Q}{n \cdot A} = \frac{q}{n} = -\frac{K}{n} \cdot \frac{dh}{dl}$$

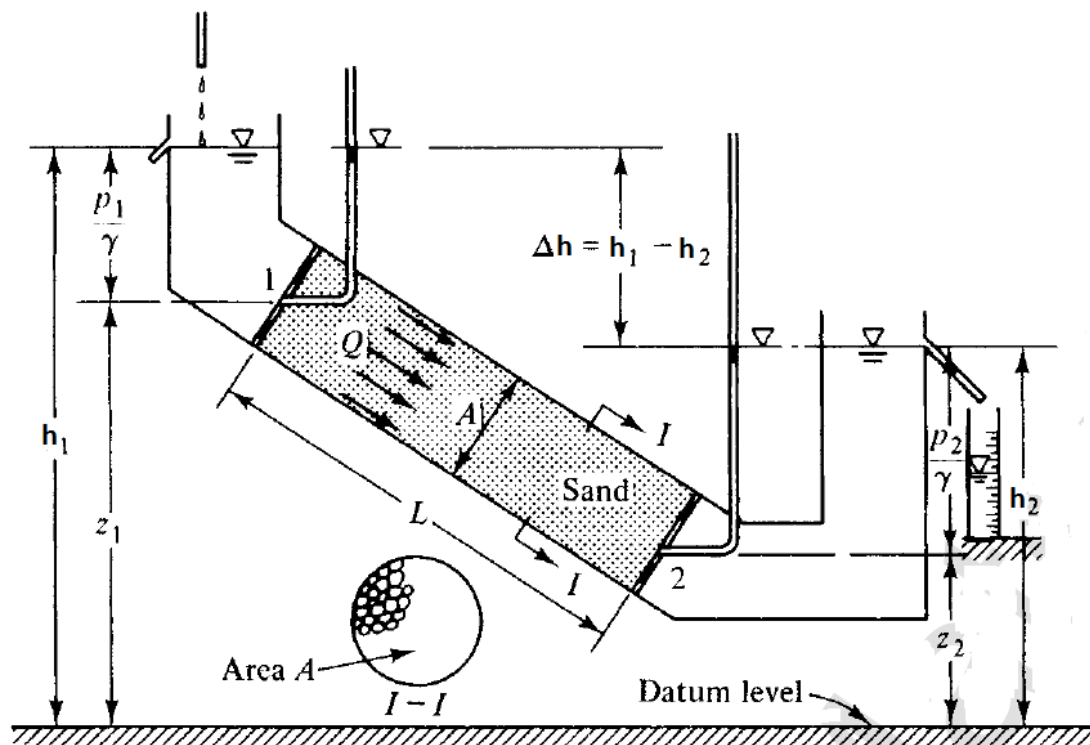
Για τρισδιάστατο πεδίο ροής ομογενές και ισότροπο μέσο η σχέση Darcy γράφεται ως εξής :

$$q = -K \cdot \frac{\partial h}{\partial x} - K \cdot \frac{\partial h}{\partial y} - K \cdot \frac{\partial h}{\partial z}$$

$$q = -K \cdot \text{grad}h$$

$$q = -K\nabla h$$

Η σχηματική αναπαράσταση του πειράματος του Darcy φαίνεται στην παρακάτω Εικόνα 3.



Εικόνα 3: Το πείραμα του Darcy (Bear, 2012)

Υδραυλικό φορτίο (h)

Είναι η συνολική ενέργεια ανά μονάδα βάρους του νερού. Είναι δηλαδή το άθροισμα της κινητικής, της δυναμικής και της ενέργειας λόγω πίεσης (υδροστατικής πίεσης). Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$E_{ολ} = E_k + E_\delta + E_\pi$$

$$E_{ολ} = \frac{m \cdot u^2}{2} + m \cdot g \cdot z + P \cdot V \quad (1)$$

Όπου:

$E_{ολ}$: Η συνολική ενέργεια του νερού

E_k : Η κινητική ενέργεια

E_δ : Η δυναμική ενέργεια

E_π : Η ενέργεια λόγω πίεσης

m : Η μάζα του νερού

g : Η επιτάχυνση της βαρύτητας

z : Η απόσταση από την μηδενική στάθμη ενέργειας

P : Η υδροστατική πίεση

V : Ο όγκος του νερού

u : ταχύτητα του νερού

Διαιρώντας την σχέση (1) με τον όγκο (V) την πυκνότητα (ρ) και την επιτάχυνση της βαρύτητας (g) προκύπτει η ενέργεια ανά μονάδα βάρους. Προκύπτει δηλαδή η εξίσωση του Bernoulli η μορφή της οποίας είναι:

$$E_w = \frac{u^2}{2} + z + \frac{P}{\rho \cdot g}$$

Όμως από τον ορισμό η ενέργεια ανά μονάδα βάρους είναι το υδραυλικό φορτίο επομένως

$$h = \frac{u^2}{2} + z + \frac{P}{\rho \cdot g}$$

Ο πρώτος όρος που εκφράζει την κινητική ενέργεια μπορεί να παραληφτεί λόγω της μικρής ταχύτητας του υπόγειου νερού. Συνεπώς:

$$h = z + \frac{P}{\rho \cdot g}$$

Υδραυλική αγωγιμότητα (K)

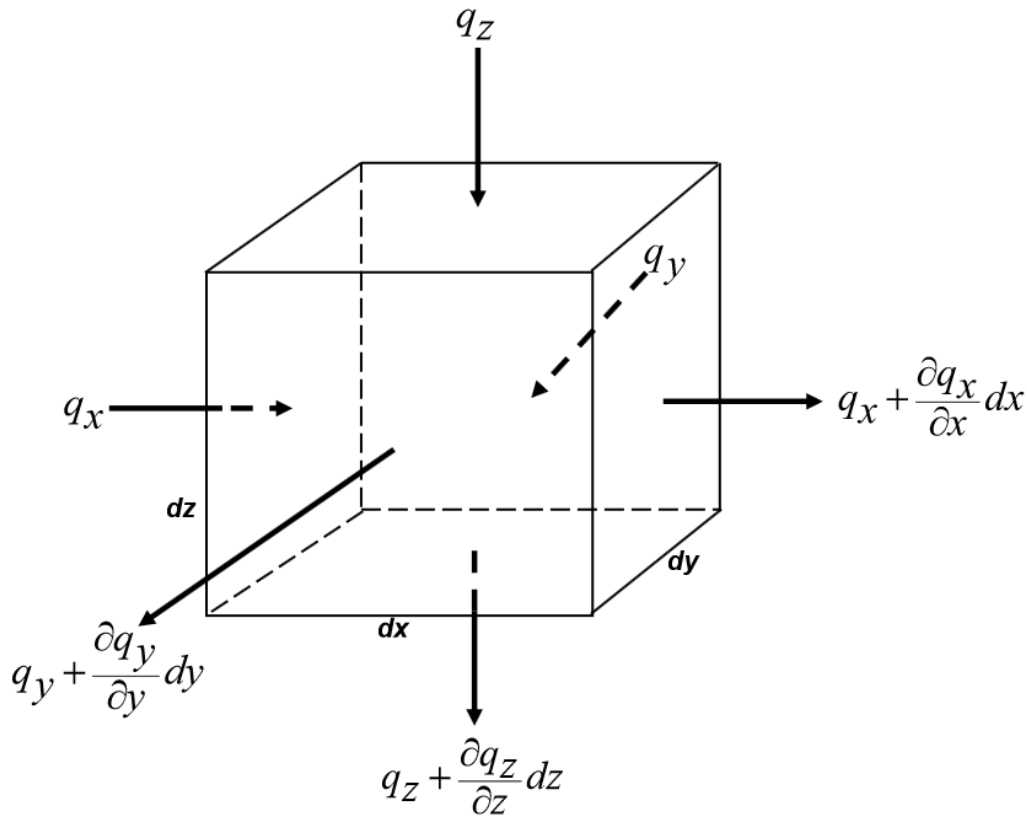
Είναι η ικανότητα των εδαφών και του πετρωμάτων να επιτρέπουν την διείσδυση και την κυκλοφορία του νερού μέσα στην μάζα τους. Εκφράζει την δυσκολία ή την ευκολία που μπορεί να κινείται το νερό στους γεωλογικούς σχηματισμούς εξαρτώντας την από το πορώδες μέσο και τις ιδιότητες του ρευστού.

Κριτήριο χρήσης του νόμου Darcy

Ο νόμος του Darcy ισχύει για Reynolds numbers, $Re < 1$. Μπορεί όμως να χρησιμοποιηθεί μέχρι και $Re = 10$ χωρίς να υπάρχει σοβαρό σφάλμα. Στα υπόγεια νερά η ροή των υδάτων συμβαίνει για $Re < 1$ το οποίο και μας επιτρέπει την χρησιμοποίηση του νόμου του Darcy χωρίς προϋποθέσεις. Προϋποθέσεις χρειάζεται να ληφθούν υπόψη σε περιπτώσεις μεγάλων κλίσεων των υδροφορέων καθώς επίσης σε περιοχές με φρεάτια άντλησης (Καρατζάς 2012).

1.3.2 Αρχή διατήρησης μάζας-Εξίσωση συνέχειας

Σύμφωνα με τον νόμο διατήρησης της μάζας, θεωρώντας ένα μικρό μοναδιαίο όγκο κορεσμένου πορώδους υλικού τότε δεν υπάρχει αλλαγή στην μάζα ενός ρευστού.



Εικόνα 4:Περιγραφή εξίσωσης συνέχειας (Καρατζάς 2012)

Επομένως η εξίσωση παίρνει την μορφή του ισοζυγίου της μάζας που περιγράφεται στην Εικόνα 4 :

Συσώρευση = Εισροές-Εκροές

Εισροές:

Είναι το γινόμενο της ταχύτητας του Darcy με την στοιχειώδη επιφάνεια του όγκου ελέγχου σε κάθε μια από τις διαστάσεις του.

Στον άξονα x: $q_x \cdot d_z \cdot d_y$

Στον άξονα y: $q_y \cdot d_x \cdot d_z$

Στον άξονα z: $q_z \cdot d_y \cdot d_x$

Εκροές:

Στον άξονα x: $\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot d_x\right) \cdot d_z \cdot d_y$

Στον άξονα y: $\left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot d_y\right) \cdot d_x \cdot d_z$

Στον άξονα z: $\left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot d_z\right) \cdot d_y \cdot d_x$

Συνεπώς

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

ή

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Όπου $u = \frac{q}{n}$

Για ισότροπους υδροφορείς ισχύει:

Στον άξονα x: $q_x = -K \frac{\partial h}{\partial x}$

Στον άξονα y: $q_y = -K \frac{\partial h}{\partial y} \quad (3)$

Στον άξονα z: $q_z = -K \frac{\partial h}{\partial z}$

Από τις σχέσεις (2) και (3) έχουμε

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

Η εξίσωση (4) είναι η γενικευμένη εξίσωση μόνιμης ροής σε ομοιογενείς και ισότροπους υδροφορείς.

1.4 Παραδοχή Dupuit

Στους περιορισμένους υδροφορείς για απλούστευση του φαινομένου της υπόγειας ροής των ρευστών μπορεί να γίνει η θεώρηση της οριζόντιας μόνο ροής. Στους ελεύθερους υδροφορείς η ελεύθερη επιφάνεια δεν είναι ποτέ οριζόντια γεγονός που δείχνει την κίνηση των ρευστών. Αυτό όμως έχει σαν αποτέλεσμα την ύπαρξη ροής προς όλες τις κατευθύνσεις με αποτέλεσμα την δυσκολότερη μελέτη του φαινομένου της κίνησης των υπόγειων ρευστών. Η υπόθεση Dupuit δεν είναι τίποτα άλλο παρά η προσέγγιση της κίνησης των ρευστών κατά την οριζόντια και μόνο μεταβολή, προσέγγιση που σε τελική ανάλυση επιτυγχάνει αρκετά κοντά στην πραγματικότητα αποτελέσματα. Ο Dupuit στηρίχτηκε στο γεγονός ότι στην πραγματικότητα η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας των υδροφορέων είναι μικρή (της τάξης του 1/1000 με 1/10000) με αποτέλεσμα οι οριζόντιες ταχύτητες να είναι ίσες, μηδενίζοντας τις μεταβολές της κατακόρυφης ταχύτητας. Λόγω του ότι στην επιφάνεια του υδροφόρου ορίζοντα η ατμοσφαιρική πίεση είναι μηδέν το υδραυλικό φορτίο σε έναν ελεύθερο υδροφορέα ισούται με το ύψος αυτού από τον αδιαπέραστο πυθμένα. Επομένως η ειδική παροχή ανά μονάδα επιφάνειας για ελεύθερο υδροφορέα στις κατευθύνσεις x και y με βάση το νόμο του Darcy είναι:

$$\text{Στον άξονα } x : q_x = -K \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\text{Στον άξονα } y: q_y = -K \frac{\partial h}{\partial y}$$

Η φυσική σημασία της υπόθεσης αυτής είναι ότι σε οποιοδήποτε σημείο του ελεύθερου υδροφορέα κατά μήκος μιας κάθετης γραμμής το υδραυλικό φορτίο παραμένει σταθερό.

Σύμφωνα με τα παραπάνω για μονοδιάστατη ροή η μαθηματική διατύπωση του Dupuit προέρχεται από τον Darcy με τον εξής τρόπο (Καρατζάς 2012):

$$Q = -K \cdot A \cdot \frac{dh}{dx}$$

$$\Rightarrow Q = -K \cdot h(x) \cdot w \cdot \frac{dh}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{w} = -K \cdot h(x) \cdot \frac{dh}{dx}$$

$$\Rightarrow q' = -K \cdot h(x) \cdot \frac{dh}{dx}$$

$$\Rightarrow \int_0^L q' \cdot dx = \int_{h_1}^{h_2} h(x) dh$$

$$\Rightarrow q' = -\frac{1}{2} \cdot K \cdot \frac{h_2^2 - h_1^2}{L}$$

Όπου:

Q : είναι η παροχή σε μονάδες $\left[\frac{L^3}{T}\right]$

K : είναι η υδραυλική αγωγιμότητα σε μονάδες $\left[\frac{L}{T}\right]$

A : είναι η επιφάνεια σε μονάδες $[L^2]$

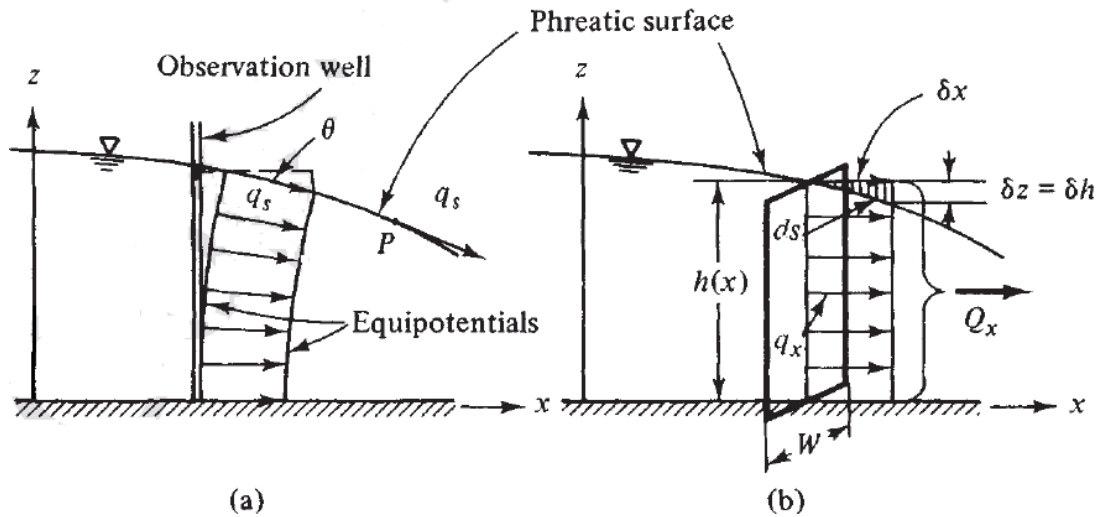
h : είναι το υδραυλικό φορτίο σε μονάδες $[L]$

q' : είναι η ροή ανά μονάδα πλάτους σε μονάδες $\left[\frac{L^2}{T}\right]$

L : είναι η απόσταση των υδραυλικών φορτίων σε μονάδες $[L]$

w : είναι το πλάτος του υδροφορέα.

Η παρακάτω Εικόνα 5 δείχνει την υπόθεση Dupuit. Υποθέτοντας πολύ μικρή την γωνία θ οι ισοδυναμικές γραμμές είναι κατακόρυφες, γεγονός που μας δείχνει ότι υπάρχει μόνο οριζόντια ροή.



Εικόνα 5: Παραδοχές Dupuit (Bear, 2012)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΥΦΑΛΜΥΡΙΝΣΗ

2.1 Το φαινόμενο της υφαλμύρινσης

Η εκμετάλλευση και διαχείριση των υπόγειων νερών παράκτιων υδροφορέων είναι άμεσα συνδεδεμένη με το φαινόμενο της διείσδυσης της θάλασσας σε αυτούς, δηλαδή της εισροής θαλάσσιου νερού στον υδροφορέα. Η εισροή αυτή μπορεί να είναι μόνιμη ή συνηθέστερα μη μόνιμη ροή. Έτσι το αλμυρό νερό αντικαθιστά ίσες ποσότητες γλυκού νερού. Αποτέλεσμα της διείσδυσης αυτής της θάλασσας είναι η υφαλμύρινη των υδροφορέων αυτών. Με τον όρο «*υφαλμύρινη υπόγειων υδροφορέων*» εννοείται ύπαρξη όχι μόνο γλυκού αλλά και υφάλμυρου νερού στους υδροφορείς αυτούς. Αιτία ύπαρξης της υφαλμύρινσης μπορεί να είναι και γεωλογικοί παράγοντες, συνήθως όμως το φαινόμενο παρατηρείται κατά τη διείσδυση θαλάσσιου νερού στους παράκτιους υδροφορείς.

Η διείσδυση αλμυρού νερού σε παράκτιους υδροφορείς μπορεί να οφείλεται τόσο σε φυσικούς παράγοντες (πχ. ανύψωση της στάθμης της θάλασσας), όσο και σε ανθρωπογενείς (υπεραντλήσεις) ή πολλές φορές συνδυασμό των δύο. Όταν ο ρυθμός άντλησης σε φρέατα κοντά στη θάλασσα υπερβεί το ρυθμό φυσικής ή τεχνητής επαναφόρτισης του υδροφορέα, τότε θαλάσσιο νερό εισρέει στους υδροφορείς, καταστρέφοντάς τους ως πηγή πόσιμου νερού.

Το πρόβλημα της υφαλμύρινσης στις περισσότερες περιπτώσεις αναγνωρίζεται από τους υπεύθυνους υδρογεωλόγους και μηχανικούς. Συνήθως όμως είναι άγνωστη η έκτασή του, λόγω έλλειψης στοιχείων. Δεν είναι δηλαδή εύκολη η ποσοτικοποίηση του προβλήματος. Κατά την εισροή της θάλασσας σε έναν υδροφορέα συνθήκες μόνιμης ροής στην πραγματικότητα δεν αποκαθίστανται εύκολα. Επιπλέον τις περισσότερες φορές το πρόβλημα φθάνει σε ανεπίτρεπτα όρια και τα κατάλληλα μέτρα δεν παίρνονται εγκαίρως. Η εφαρμογή των μέτρων αυτών είναι συνήθως συνδεδεμένη με οικονομικούς, κοινωνικούς, νομικούς και πολιτικούς παράγοντες και αυτό δυσχεραίνει ιδιαίτερα το πρόβλημα.

Προβλήματα υφαλμύρινσης παρατηρούνται σε μεγάλη -περιφερειακή- ή μικρή -τοπική- κλίμακα. Στην πρώτη περίπτωση επηρεάζονται μεγαλύτερες εκτάσεις από διάφορες ανθρώπινες δραστηριότητες όπως πχ. από εγχειοβελτιωτικά έργα. Λέγοντας μικρής κλίμακας προβλήματα,

εννοείται η επίδραση που παρατηρείται στην διεπιφάνεια αλμυρού-γλυκού νερού στην περιοχή γύρω και κάτω από ένα φρέαρ άντλησης (upconing).

Τα προβλήματα αυτά είναι ιδιαίτερα σύνθετα και δεν είναι απλός ο τρόπος προσέγγισής τους. Μία τεχνική η οποία ακολουθείται είναι η εφαρμογή κατά τη διαχείριση των υπόγειων υδροφορέων μεθόδων μαθηματικής προσομοίωσης. Επομένως για την αντιμετώπισή τους απαιτούνται αφενός εξειδικευμένες γνώσεις ενός ιδιαίτερα δυσχερούς φαινομένου, όπως είναι η υφαλμύριση και αφετέρου δυνατότητα χρήσης μεθόδων εφαρμοσμένων μαθηματικών προσομοιώσεων και προσαρμογής των τεχνικών αυτών στις απαιτήσεις του υπό εξέταση προβλήματος.

Η μαθηματική προσομοίωση αποτελεί για τον μελετητή ένα δυναμικό εργαλείο που διευκολύνει την εξαγωγή συμπερασμάτων για την ορθή διαχείριση υπόγειων υδροφορέων και επιτρέπει την πρόβλεψη της συμπεριφοράς τους για διάφορες υποθετικές καταστάσεις (σενάρια). Οι εφαρμοσμένες αυτές μαθηματικές προσομοιώσεις είναι χρήσιμες επίσης στις αναγνωριστικές έρευνες, σε φάσεις προκαταρκτικής μελέτης ή προμελέτης ενός έργου, για την ερμηνεία της συμπεριφοράς του υδροφορέα μετά από μετρήσεις πεδίου. Βασική προϋπόθεση όμως για τα ανωτέρω είναι τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη μαθηματική προσομοίωση και την εφαρμογή ενός συγκεκριμένου υπολογιστικού προγράμματος να είναι “σωστά”, δηλαδή να αντιπροσωπεύουν πράγματι τον υπό μελέτη υδροφορέα. Η εκπόνηση συνεπώς αξιόπιστων εφαρμοσμένων μαθηματικών προσομοιώσεων είναι αναγκαία.

Ιδιαίτερη σημασία στις εφαρμοσμένες μαθηματικές προσομοιώσεις έχουν οι μετρήσεις πεδίου, οι οποίες έχουν διπλό ρόλο, επιτρέπουν την βαθμονόμηση του μοντέλου και χρησιμεύουν για την επαλήθευσή του και συνεπώς την αύξηση της αξιοπιστίας του. Σε συνδυασμό με την οικονομική δαπάνη που συνεπάγεται η πραγματοποίηση μετρήσεων πεδίου, είναι αντιληπτή η σημασία που έχει ο σωστός σχεδιασμός τους. Στην παρούσα εργασία γίνεται προσπάθεια συνοπτικής παρουσίασης των μεθόδων αντιμετώπισης του προβλήματος, αναλυτικών και υπολογιστικών (Νάνου-Γιάνναρου 2001).

2.2 Τρόποι προσομοίωσης διεπιφάνειας αλμυρού-γλυκού νερού

Δύο είναι οι τρόποι αντιμετώπισης προβλημάτων υφαλμύρισης παράκτιων υδροφορέων:

- Θεώρηση διεπιφάνειας πεπερασμένου πάχους, λόγω υδροδυναμικής διασποράς
- Θεώρηση απότομης διεπιφάνειας, εάν το πάχος της διεπιφάνειας είναι μικρό σε σχέση με το πάχος του υδροφορέα (Νάνου-Γιάνναρου 2001).

2.3 Μαθηματική προσέγγιση του φαινομένου της υφαλμύρισης

2.3.1 Αναλυτικές λύσεις

A) Στατική ισορροπία της διεπιφάνειας (έχουμε δύο στατικά ρευστά)

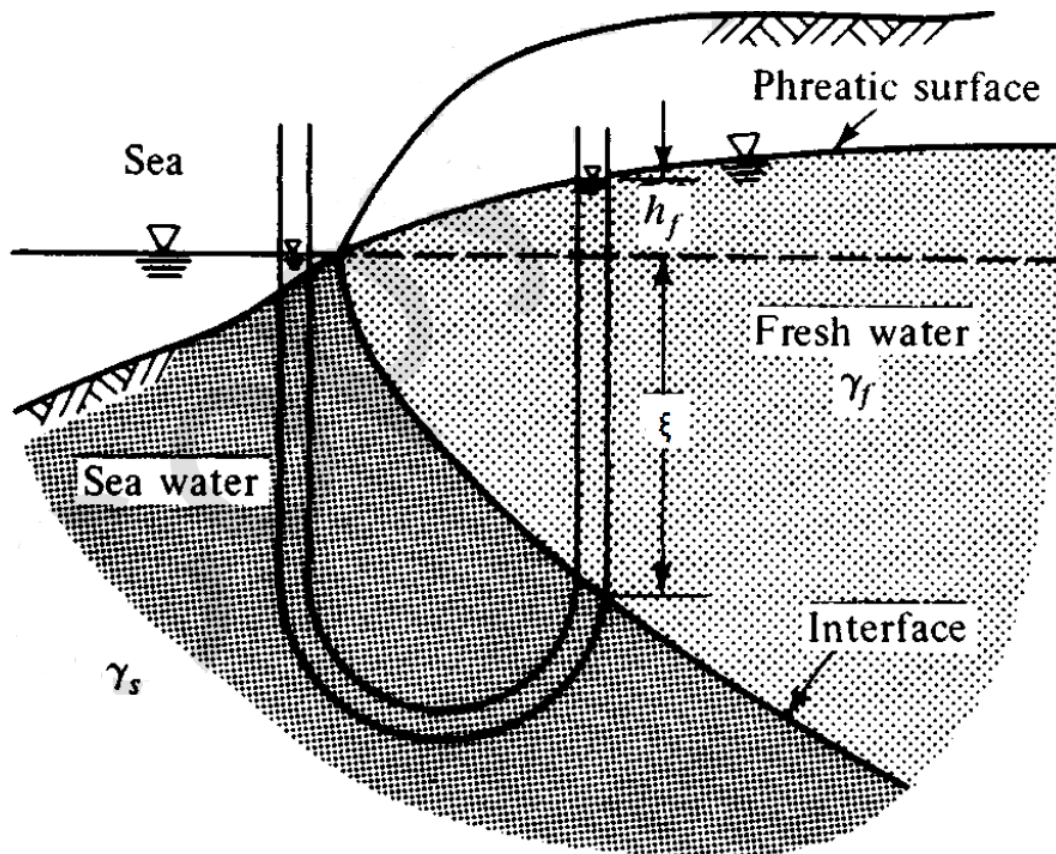
Προσέγγιση Ghyben-Herzberg

Στα τέλη του 19^{ου} και αρχές του 20^{ου} αιώνα οι Bandon-Ghyben και Herzbeg απέδειξαν ότι μέσω της υδροστατικής ισορροπίας μεταξύ γλυκού και θαλασσινού νερού η στάθμη του θαλασσινού νερού (στον υπόγειο υδροφορέα) δεν βρίσκεται στην επιφάνεια της θάλασσας αλλά 40 φορές περίπου κάτω από την διαφορά του γλυκού νερού από το επίπεδο της θάλασσας (Bear 2012). Δηλαδή προέκυψε η σχέση $\xi = 40 \cdot h_f$.

Παραδοχές που λαμβάνει υπόψη η προσέγγιση Ghyben-Herzberg:

- Οριζόντια ροή γλυκού νερού.
- Ακίνητη διεπιφάνεια αλμυρού-γλυκού νερού.
- Μη αναμίξιμα ρευστά διαφορετικής πυκνότητας τα οποία βρίσκονται σε ισορροπία.
- Συνθήκες μόνιμης ροής.
- Ισότροπος, ομογενείς και ασυμπίεστος υδροφορέας.
- Ισχύει η θεώρηση του Dupuit.
- Δεν λαμβάνεται υπόψη η κατακόρυφη ταχύτητα.

Η Εικόνα 6 δείχνει την διεπιφάνεια μεταξύ αλμυρού και γλυκού νερού με βάση το μοντέλο Ghyben-Herzberg.



Εικόνα 6: Διεπιφάνεια Ghyben-Herzberg.(Bear, 2012)

Στην παραπάνω εικόνα έχουμε:

- ξ : είναι το ύψος του γλυκού νερού κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.
- y : είναι το ύψος της σφήνας.
- h_f : είναι το ύψος του γλυκού νερού πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας.
- h_s : είναι το ύψος της θάλασσας.
- γ_f : είναι το ειδικό βάρος του γλυκού νερού.
- γ_s : είναι το ειδικό βάρος του θαλασσινού νερού.

Όπως προαναφέρθηκε, η σχέση Ghyben-Herzberg είναι αποτέλεσμα της υδροστατικής ισορροπίας των δύο μη αναμιγμένων ρευστών. Πιο συγκεκριμένα σε οποιοδήποτε σημείο της διεπιφάνειας ισχύει:

$$p_s = p_f$$

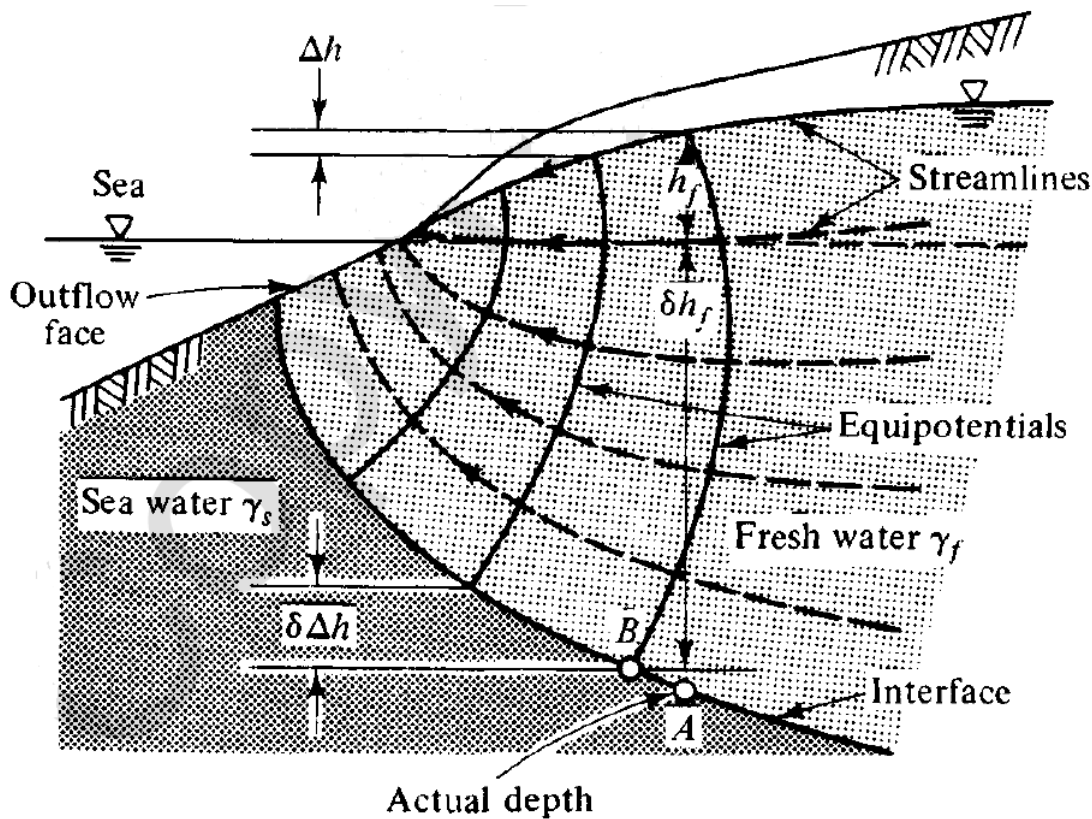
$$\gamma_s \cdot \xi = \gamma_f \cdot (\xi - h_f)$$

$$\xi = \frac{\gamma_f}{\gamma_s \cdot \gamma_f} \cdot h_f$$

$$\xi = \frac{\rho_f}{\rho_s \cdot \rho_f} \cdot h_f$$

Επομένως για πυκνότητα γλυκού νερού $\rho_f = 1,000 \frac{gr}{cm^3}$ και θαλασσινού νερού $\rho_s = 1,025 \frac{gr}{cm^3}$ έχουμε $\xi = 40 \cdot h_f$.

Η παραπάνω προσέγγιση των Ghyben – Herzberg επιτρέπει την εξαγωγή γρήγορων και αρκετά αξιόπιστων αποτελεσμάτων, όμως δεν αποτελεί παρά μία απλουστευμένη θεώρηση η οποία μπορεί να οδηγήσει σε ορισμένες περιπτώσεις σε σφάλματα. Τα σφάλματα υπάρχουν λόγω του ότι οι παραδοχές στις περισσότερες των συνθηκών είναι μακριά από την πραγματικότητα. Μια ακριβέστερη προσέγγιση θα απαιτούσε να ληφθεί υπ' όψιν η δυναμική κίνηση της υπόγειας ροής καθώς επίσης και η μεταφορά μάζας του θαλασσινού νερού. Συνεπώς, η πραγματική εικόνα της ροής κοντά στην ακτή και επομένως και της διεπιφάνειας συμβαδίζει με αυτήν της Εικόνας 7.



Εικόνα 7: Πραγματική διεπιφάνεια κοντά στην ακτή (Bear, 2012)

Παρ'όλα αυτά, η εξίσωση Ghyben-Herzberg με την προσθήκη ενός διορθωτικού παράγοντα προσεγγίζει πιο ρεαλιστικά την πραγματική διεπιφάνεια λαμβάνοντας όμως υπόψη την υδροδυναμική διασπορά και άρα την θεώρηση του πεπερασμένου πάχους της διεπιφάνειας (Pool & Carrera 2011). Η μαθηματική έκφραση της εξίσωσης είναι η εξής:

$$\xi = \frac{1}{\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \cdot \left[1 - \left(\frac{\alpha_T}{b'} \right)^{1/6} \right]} \cdot h_f$$

όπου

α_T : Συντελεστής εγκάρσιας δυναμικής διασποράς

b' : Το ύψος της θάλασσας από τον πυθμένα

ρ_s : η πυκνότητα του θαλασσινού νερού

ρ_f : η πυκνότητα του γλυκού νερού

h_f : είναι το ύψος του γλυκού νερού πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας

B) Δυναμική ισορροπία της διεπιφάνειας (υπάρχουν δύο ρευστά σε κίνηση χωρίς όμως να λαμβάνεται υπόψη η ζώνη διάχυσης).

Προσέγγιση N.J. Luszynski και W.V. Swarzenski

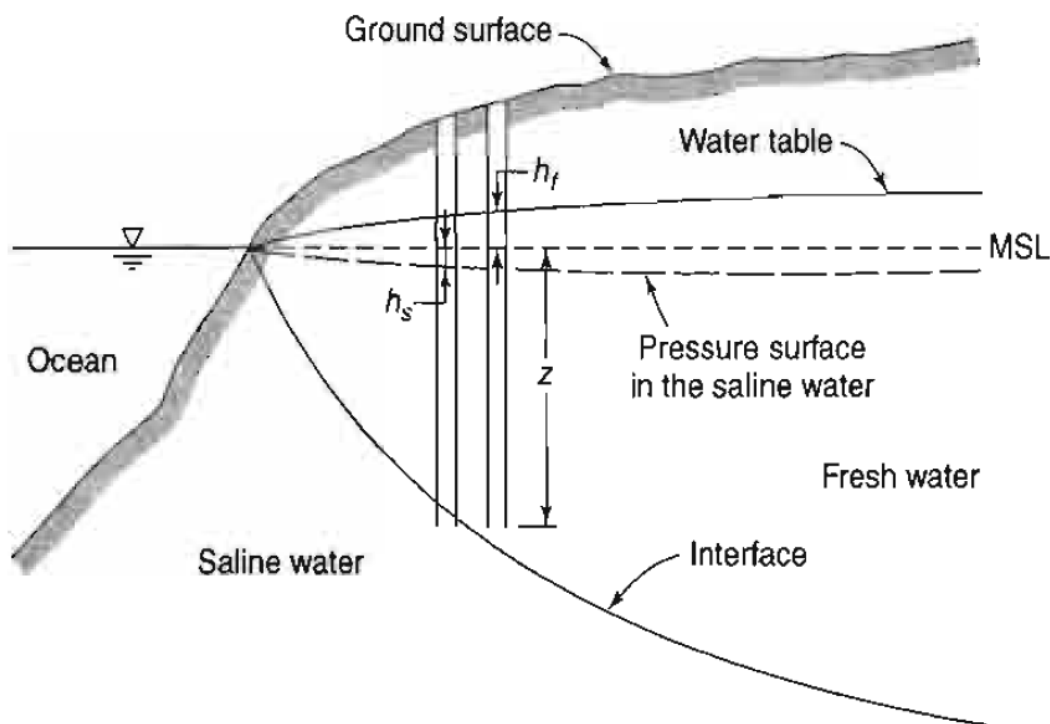
Παραδοχές:

- Δυναμική ισορροπία της διεπιφάνειας (υδροδυναμική προσέγγιση)
- Κίνηση γλυκού νερού και έξοδός του στην θάλασσα.

Ο M.K. Hubbert (1940) πραγματεύθηκε την θεωρία της κίνησης του υπογείου ύδατος και αποτέλεσε τη βάση από την οποία οι N.J. Luszynski και W.V. Swarzenski παρήγαγαν την προσέγγιση Ghyben – Herzberg για να καλύψουν περιπτώσεις όπου το υποκείμενο αλμυρό νερό βρίσκεται σε κίνηση με ύψη είτε πάνω είτε κάτω από το επίπεδο της θάλασσας. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη της ακόλουθης σχέσης για συνθήκες μη ισορροπίας.

$$z = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} \cdot h_f - \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} \cdot h_s \quad (5)$$

όπου το h_f είναι το υψόμετρο του επιπέδου του νερού σε ένα πηγάδι πλήρες με γλυκό νερό πυκνότητας ρ_f το οποίο καταλήγει σε ένα βάθος z και h_s είναι το υψόμετρο του επιπέδου του νερού σε ένα πηγάδι πλήρες με αλμυρό νερό πυκνότητας ρ_s το οποίο καταλήγει στο ίδιο βάθος z . Όταν το $h_s = 0$, τότε το αλμυρό νερό βρίσκεται σε ισορροπία με τη θάλασσα και ισχύει η εξίσωση Ghyben-Herzberg (Todd & Mays 2004). Η Εικόνα 8 δείχνει τα μεγέθη της εξίσωσης 5.



Εικόνα 8: Η εικόνα απεικονίζει τις διαφορές των υδραυλικών φορτίων για συνθήκες μη ισορροπίας του γλυκού και του αλμυρού νερού σε έναν παράκτιο υδροφόρο (Todd & Mays 2004)

Προσέγγιση Dupuit-Ghyben-Herzberg model

Στην συγκεκριμένη προσέγγιση λαμβάνεται υπόψη η υπόθεση Dupuit, σύμφωνα με την οποία η μεταβολή της ροής στον κατακόρυφο άξονα θεωρείται αμελητέα. Ακόμη λαμβάνεται υπόψη η προσέγγιση Ghyben-Herzberg. Συνδυάζοντας λοιπόν την εξίσωση Dupuit για μονοδιάστατη ροή με την εξίσωση Ghyben-Herzberg έχουμε την προσέγγιση Dupuit-Ghyben-Herzberg model η οποία εκφράζει την διεπιφάνεια και παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\xi = \sqrt{2 \cdot \frac{\rho \cdot q'}{\Delta \rho \cdot K} \cdot x} \quad (6) \text{ (Todd \& Mays 2004)}$$

Όπου:

ξ : το βάθος της διεπιφάνειας κάτω από το επίπεδο της θάλασσας σε μονάδες [L] .

x : η απόσταση από την ακτή σε μονάδες [L] .

q' : Είναι η παροχή του γλυκού νερού ανά μονάδα πλάτους σε μονάδες $\left[\frac{L^3}{T} \right]$. Επιπλέον εκφράζεται

$$\text{ως } q' = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} \cdot q = \frac{\rho}{\Delta \rho} \cdot q$$

K : είναι η υδραυλική αγωγιμότητα σε μονάδες $\left[\frac{L}{T} \right]$.

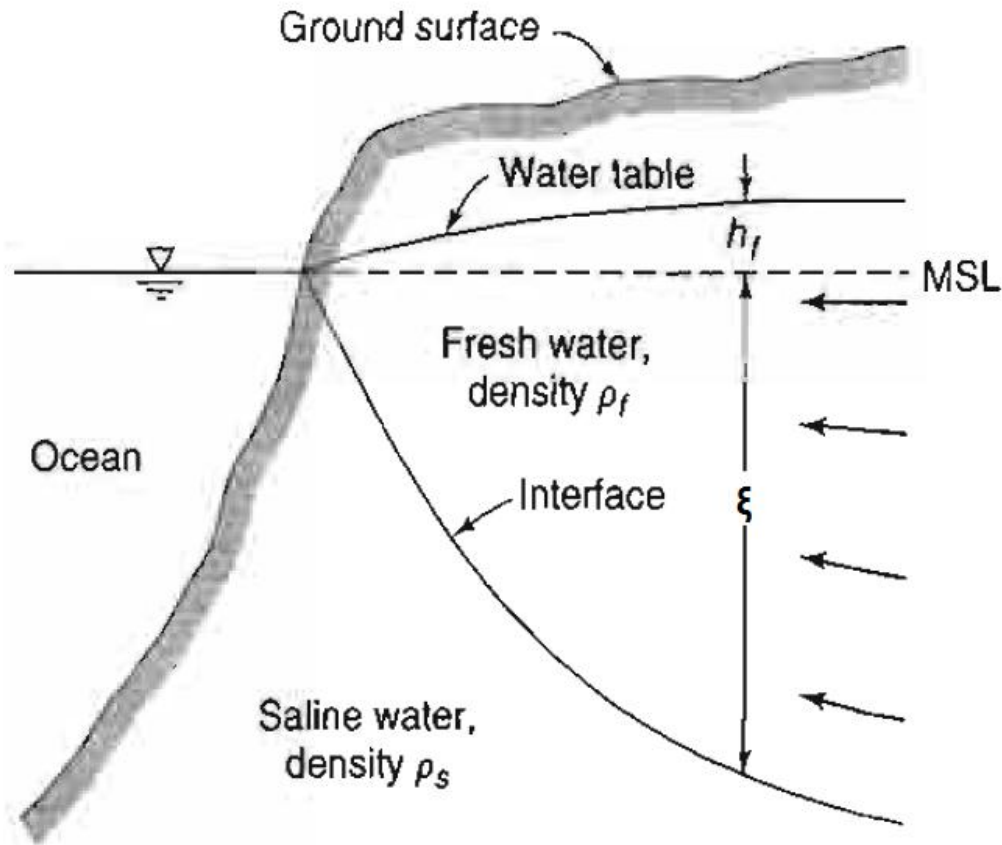
ρ_s : η πυκνότητα του θαλασσινού νερού σε μονάδες $\left[\frac{M}{L^3} \right]$.

ρ_f : η πυκνότητα του γλυκού νερού σε μονάδες $\left[\frac{M}{L^3} \right]$.

Αντικαθιστώντας στην σχέση (6) την έκφραση της παροχής του γλυκού νερού ανά μονάδας πλάτους καθώς και την τιμή της πυκνότητας του γλυκού ($\rho_f = 1,000 \frac{gr}{cm^3}$) και του αλμυρού ($\rho_s = 1,025 \frac{gr}{cm^3}$) νερού προκύπτει η ακόλουθη σχέση (7):

$$\xi = \sqrt{2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{K} \cdot x} \quad (7)$$

Στην παρακάτω Εικόνα 9 απεικονίζεται γραφικά η σχέση (6).



Εικόνα 9: Περιγραφή της διεπιφάνειας κατά Dupuit-Ghyben-Herzberg model (Todd & Mays 2004)

Το πρόβλημα της εξίσωσης (7) έγκειται στο γεγονός ότι η διεπιφάνεια τέμνει τον υδροφόρο ορίζοντα στην ακτή, πράγμα που σημαίνει ότι το νερό του υπόγειου υδροφορέα δεν θα μπορούσε να διαφύγει προ της θάλασσα ξεπηδώντας τελικά σαν πίδακας. Η εξίσωση (7) λοιπόν περιγράφει μια διεπιφάνεια που έχει αποκλίσεις από την πραγματική εικόνα του φαινομένου.

Προσέγγιση Glover

Η εξίσωση του Glover έρχεται να διορθώσει τις προηγούμενες εξισώσεις πετυχαίνοντας έτσι μια καλύτερη προσέγγιση, όσο αυτή μπορεί να είναι εφικτή στα όρια της θεωρούμενης απότομης διεπιφάνειας και της υπόθεσης την δύο μη αναμιξιμων ρευστών. Η προσέγγιση Glover παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\xi = \sqrt{2 \cdot \frac{\rho \cdot q}{\Delta \rho \cdot K} \cdot x + \left(\frac{\rho \cdot q}{\Delta \rho \cdot K} \right)^2} \quad (8) \quad (\text{Todd \& Mays 2004})$$

Όπου:

ξ : το βάθος της διεπιφάνειας κάτω από το επίπεδο της θάλασσας σε μονάδες [L] .

x : η απόσταση από την ακτή σε μονάδες [L] .

q : Είναι η παροχή του γλυκού νερού ανά μονάδα πλάτους σε μονάδες $\left[\frac{L^3}{T}\right]$. Επιπλέον εκφράζεται

$$\text{ως } q = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} \cdot q' = \frac{\rho}{\Delta\rho} \cdot q'$$

ρ_s : η πυκνότητα του θαλασσινού νερού σε μονάδες $\left[\frac{M}{L^3}\right]$. Επομένως $\rho_s = 1,025 \frac{gr}{cm^3}$.

ρ_f : η πυκνότητα του γλυκού νερού σε μονάδες $\left[\frac{M}{L^3}\right]$. Επομένως $\rho_f = 1,000 \frac{gr}{cm^3}$.

K : είναι η υδραυλική αγωγιμότητα σε μονάδες $\left[\frac{L}{T}\right]$.

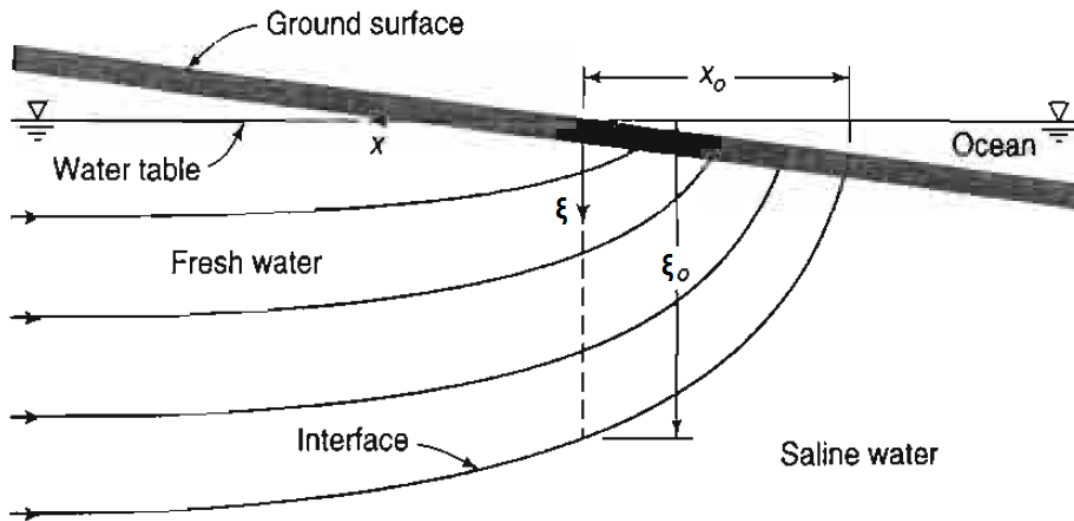
Παρατηρώντας την σχέση (8) για $x = 0$ έχουμε $\xi_o = \frac{\rho \cdot q}{\Delta\rho \cdot K}$ ενώ

για $\xi = 0$ έχουμε $x_o = \frac{\rho \cdot q}{2 \cdot \Delta\rho \cdot K}$

Για το υδραυλικό φορτίο πάνω από το επίπεδο την θάλασσας έχουμε

$$h_f = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho \cdot q \cdot x}{(\rho + \Delta\rho) \cdot K}}$$

Στη παρακάτω Εικόνα 10 φαίνεται η γραφική απεικόνιση της ροής γλυκού νερού καθώς επίσης διακρίνεται και η διεπιφάνεια κατά την σχέση Glover (8).



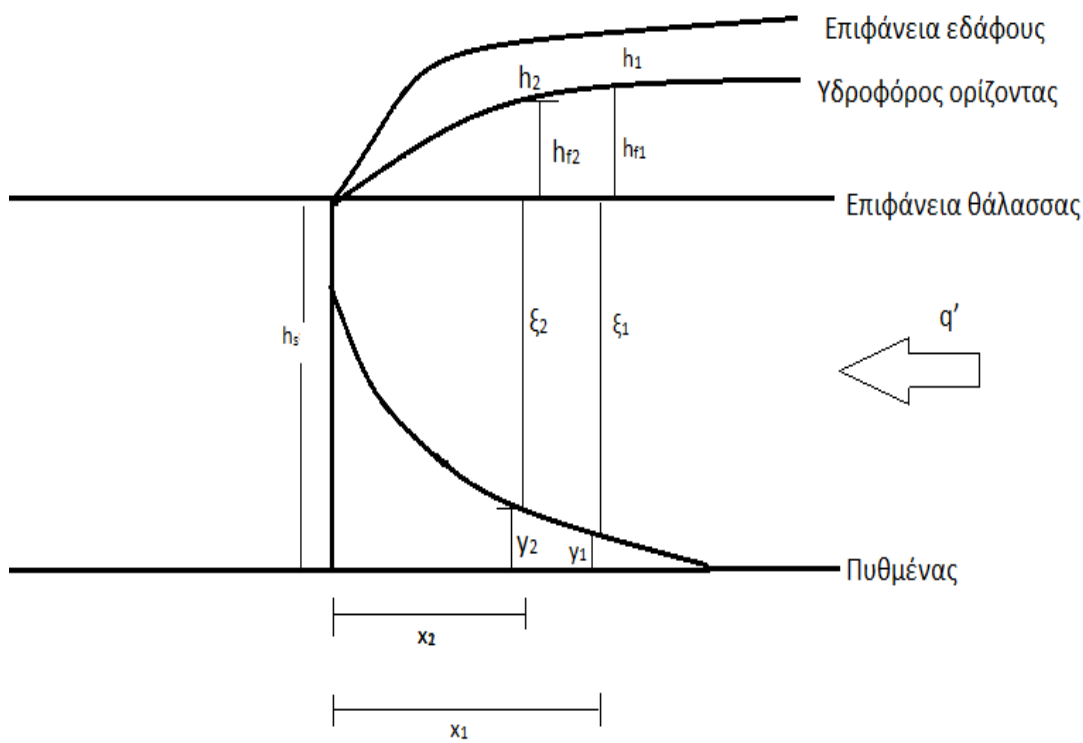
Εικόνα 10: Απεικόνιση της ροής του γλυκού νερού και της διεπιφάνειας κατά Glover (Todd & Mays 2004)

Η εξίσωση που θα επεξεργαστούμε στο κεφάλαιο 4 έχει την παρακάτω μορφή.

$$\xi = \sqrt{2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{K} \cdot x + \left(40^2 \cdot \frac{q'}{K}\right)^2} \quad (9)$$

Προσέγγιση Dupuit-Ghyben-Herzberg με διορθωτικό παράγοντα από δεδομένα του πειράματος

Στην εξαγωγή της εξίσωσης αυτής χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση του Dupuit, αφού γίνονται οι παραδοχές του, καθώς επίσης και η εξίσωση Ghyben-Herzberg. Ο συνδυασμός των δύο αυτών εξισώσεων δημιουργεί πρόβλημα στο να προσεγγιστεί η διεπιφάνεια επιτυχώς και αυτό διότι η εξίσωση Ghyben-Herzberg έχει δομικό σφάλμα, αφού αντιμετωπίζει στατικά το φαινόμενο. Στην προσέγγιση λοιπόν αυτή αντιμετωπίζεται το παραπάνω πρόβλημα με έναν διορθωτικό παράγοντα ο οποίος προέρχεται από τις αρχικές συνθήκες των πειραματικών δεδομένων και όχι από αυτές που θα έπρεπε να ισχύουν σύμφωνα με την θεωρία. Στην παρακάτω Εικόνα 11 φαίνονται όλα τα στοιχεία που αφορούν την προσέγγισή μας.



Εικόνα 11: Η καμπύλη της διεπιφάνειας καθώς και όλα τα στοιχεία που την χαρακτηρίζουν.

Μαθηματική απόδειξη της συνάρτησης $\xi(x)$.

Παραδοχές που λαμβάνονται υπόψη:

- Οριζόντια μονοδιάστατη ροή (ροή μόνο στον άξονα x)
- Ροή γλυκού νερού.
- Ακίνητη διεπιφάνεια αλμυρού-γλυκού νερού.
- Μη αναμίξιμα ρευστά διαφορετικής πυκνότητας
- Συνθήκες μόνιμης ροής.
- Ισότροπος, ομογενής και ασυμπίεστος υδροφορέας.
- Ισχύει η θεώρηση του Dupuit (Δεν λαμβάνεται υπόψη η κατακόρυφη ταχύτητα)
- Ακίνητο θαλασσινό νερό.
- Κινούμενο γλυκό νερό.
- Ροή γλυκού νερού πάνω από το επίπεδο της θάλασσας.

Η απόδειξη της $\xi(x)$ η οποία εκφράζει την διεπιφάνεια γίνεται θεωρώντας ως επίπεδο αναφοράς το επίπεδο της θάλασσας.

$$\left\{ \begin{array}{l} q' = -\frac{1}{2}k \cdot \frac{h_2^2 - h_1^2}{x_1 - x_2} \quad (Dupuit) \\ h_1 = h_{f_1} \\ h_2 = h_{f_2} \\ \xi_2 = 40 \cdot h_{f_2} \quad (Gyben - Herzberg) \\ \xi_1 = 40 \cdot h_{f_1} \quad (Gyben - Herzberg) \\ \xi_2 = h_s - y_2 \\ \xi_1 = h_s - y_1 \end{array} \right. \Rightarrow q' = \frac{1}{2}k \cdot \frac{h_{f_1}^2 - h_{f_2}^2}{x_1 - x_2}$$

$$\Rightarrow q' = \frac{1}{2}k \cdot \frac{\left(\frac{\xi_1}{40}\right)^2 - \left(\frac{\xi_2}{40}\right)^2}{x_1 - x_2}$$

$$\Rightarrow q' = \frac{1}{2}k \cdot \frac{\left(\frac{h_s - y_1}{40}\right)^2 - \left(\frac{h_s - y_2}{40}\right)^2}{x_1 - x_2}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot (x_1 - x_2) = \left(\frac{h_s - y_1}{40}\right)^2 - \left(\frac{h_s - y_2}{40}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot (x_1 - x_2) = (h_s - y_1)^2 - (h_s - y_2)^2$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot (x_1 - x_2) = h_s^2 - 2 \cdot h_s \cdot y_1 + y_1^2 - (h_s^2 - 2 \cdot h_s \cdot y_2 + y_2^2)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot (x_1 - x_2) = h_s^2 - 2 \cdot h_s \cdot y_1 + y_1^2 - h_s^2 + 2 \cdot h_s \cdot y_2 - y_2^2$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot (x_1 - x_2) = -2 \cdot h_s \cdot y_1 + y_1^2 + 2 \cdot h_s \cdot y_2 - y_2^2 \quad (10)$$

Στην σχέση (10) σχηματίζονται διαφορές για να προκύψει διαφορική και με την επίλυσή της να βρεθεί η έκφραση της $\xi(x)$.

$$\Rightarrow 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot (x_1 - x_2) = y_1^2 - y_2^2 - 2 \cdot h_s \cdot (y_1 - y_2)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} = \frac{y_1^2 - y_2^2}{x_1 - x_2} - 2 \cdot h_s \cdot \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} = \frac{d}{dx}(y(x))^2 - 2 \cdot h_s \cdot \frac{d}{dx}(y(x))$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}(y(x))^2 - 2 \cdot h_s \cdot \frac{d}{dx}(y(x)) - 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cdot y(x) \cdot \frac{d}{dx}(y(x)) - 2 \cdot h_s \cdot \frac{d}{dx}(y(x)) - 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} = 0$$

$$\Rightarrow (y(x) - h_s) \frac{d}{dx}(y(x)) - 40^2 \cdot \frac{q'}{k} = 0$$

$$\Rightarrow (y(x) - h_s) \frac{d}{dx}(y(x)) = 40^2 \cdot \frac{q'}{k}$$

$$\Rightarrow (y(x) - h_s) \cdot dy = 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot dx$$

$$\Rightarrow \int (y(x) - h_s) dy = \int 40^2 \cdot \frac{q'}{k} dx$$

$$\Rightarrow \frac{y(x)^2}{2} - h_s \cdot y(x) + c_1 = 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x + c_2$$

$$\Rightarrow (y(x))^2 - 2 \cdot h_s \cdot y(x) + 2 \cdot c_1 - 2 \cdot c_2 = 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x$$

$$\xRightarrow{-c=2 \cdot c_1 - 2 \cdot c_2} (y(x))^2 - 2 \cdot h_s \cdot y(x) - 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x - c = 0$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{-(-2 \cdot h_s) \pm \sqrt{(-2 \cdot h_s)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x - c)}}{2 \cdot 1}$$

$$\Rightarrow y(x) = h_s \pm \sqrt{h_s^2 + c + 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x}$$

$$\Rightarrow y(x) = h_s - \sqrt{h_s^2 + c + 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x}$$

$$\Rightarrow -h_s + y(x) = -\sqrt{h_s^2 + c + 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x}$$

$$\Rightarrow -\xi(x) = -\sqrt{h_s^2 + c + 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x} \quad (11)$$

$$\Rightarrow c = (\xi(x))^2 - h_s^2 - 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x \quad (11')$$

Όπου:

ξ : είναι το βάθος της διεπιφάνειας κάτω από το επίπεδο της θάλασσας σε μονάδες [L] .

x : είναι η απόσταση από την ακτή σε μονάδες [L].

q : είναι η παροχή του γλυκού νερού ανά μονάδα πλάτους σε μονάδες $\left[\frac{L^3}{L}\right]$.

K : είναι η υδραυλική αγωγιμότητα σε μονάδες $\left[\frac{L}{T}\right]$.

h_s : είναι το ύψος της θάλασσας από το επίπεδο του πυθμένα σε μονάδες [L].

c : είναι η σταθερά ολοκλήρωσης.

h_f : είναι το υδραυλικό φορτίο με επίπεδο αναφοράς την στάθμη της θάλασσας σε μονάδες [L].

y : είναι η κατακόρυφη απόσταση της διεπιφάνειας από τον πυθμένα σε μονάδες [L].

2.3.2 Δυναμονομική στοχαστική προσέγγιση

Η δυναμονομική συνάρτηση είναι ένα μαθηματικό μοντέλο που απεικονίζει μια δυναμική σχέση μεταξύ δύο ποσοτήτων. Οι κατανομές πολλών φυσικών, βιολογικών και ανθρωπογενών φαινομένων ακολουθούν τη δυναμονομική συνάρτηση. Τέτοια παραδείγματα είναι το μέγεθος των σεισμών, των κρατήρων της σελήνης και των ηλιακών εκλάμψεων, των διακοπών ρεύματος, της μάζας σώματος σε σχέση με τον μεταβολικό ρυθμό καθώς και οι συχνότητες των λέξεων στις περισσότερες γλώσσες (Stumpf & Porter 2012; Newman 2005).

Η δυναμονομική συνάρτηση μοντελοποιεί τη συσχέτιση μιας ποσότητας (y) με μια άλλη ποσότητα (x) χρησιμοποιώντας την ακόλουθη μαθηματική έκφραση:

$$y = a \cdot x^{-k}, -2 < k < 0$$

όπου

x : ανεξάρτητη μεταβλητή

y : εξαρτημένη μεταβλητή

a : μια σταθερά που καθορίζει το μέγεθος ή την κλίμακα του εξεταζόμενου φαινομένου

k : μια σταθερά που χαρακτηρίζει τη φύση της σχέσης μεταξύ x και y .

Μια σημαντική ιδιότητα της δυναμονομικής συνάρτησης είναι η ανεξαρτησία της από την θεωρούμενη κλίμακα (Clauset et al. 2009; Mitzenmacher 2004). Δεδομένου της σχέσης $f(x) = a \cdot x^{-k}$, πολλαπλασιάζοντας το x με μια σταθερά c έχουμε μια αναλογική αύξηση της ίδιας της συνάρτησης, όπως αποδεικνύεται παρακάτω:

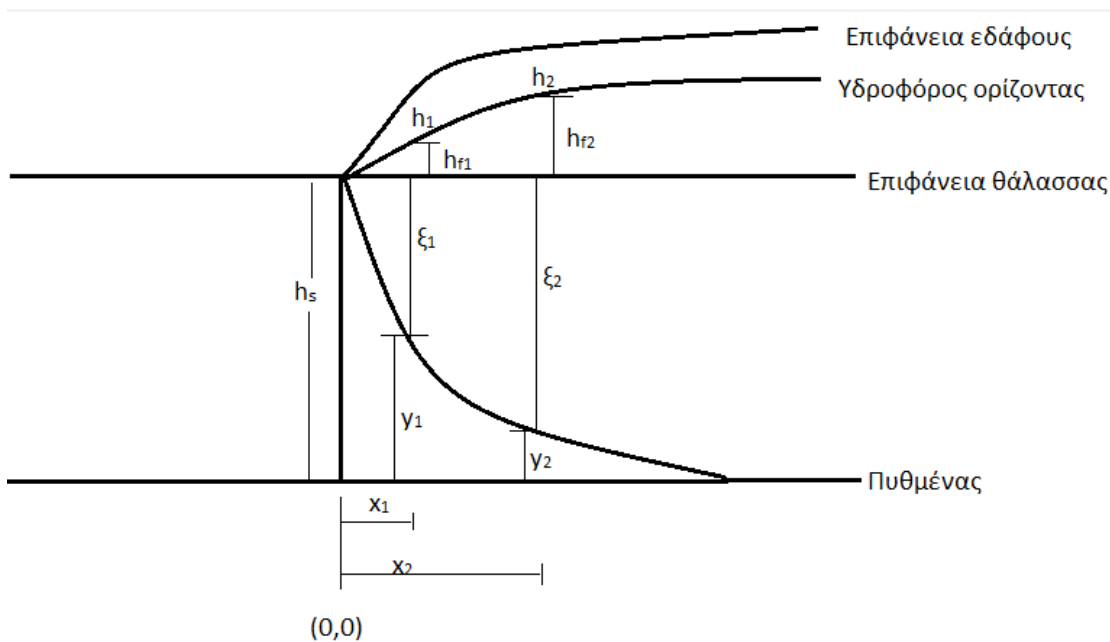
$$f(c \cdot x) = a \cdot (c \cdot x)^{-k} = a \cdot c^{-k} \cdot f(x) \propto f(x)$$

Στην περίπτωση μας λοιπόν θα χρησιμοποιήσουμε την δυναμονομική συνάρτηση για να προσεγγίσουμε τις ροϊκές γραμμές ενός ελεύθερου υδροφορέα κοντά στην ακτή. Η διεπιφάνεια μεταξύ γλυκού και αλμυρού νερού προσεγγίζεται με δύο τρόπους:

1. Οι σταθερές εκφράζονται συναρτήσει γνωστών μεγεθών
2. Χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος ο οποίος δημιουργήθηκε σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab για την βελτιστοποίηση των σταθερών.

1ο Τρόπος

Χρησιμοποιώντας την δυναμονομική συνάρτηση $y = a \cdot x^{2 \cdot r}$, όπου $-1 < r < 0$ και έχοντας όλα τα δεδομένα από δύο πηγάδια παρατήρησης, σκοπός είναι να εξάγουμε το a και το r ώστε για διαφορετική απόσταση x να βρίσκεται η κατακόρυφη απόσταση της διεπιφάνειας από τον πυθμένα, δηλαδή το y . Αναζητείται με άλλα λόγια η μορφή της δυναμονομικής συνάρτησης. Η Εικόνα 12 περιγράφει τα μεγέθη που δουλεύονται στις παρακάτω εξισώσεις.



Εικόνα 12: Περιγραφή φαινομένου της υφαλμύρισης.

Ως επίπεδο αναφοράς θεωρούμε τον πυθμένα. Άρα:

Για τη θέση 1 ισχύει:

$$h_1 = y_1 + \xi_1 + h_{f_1} \quad (12)$$

$$y(x) = a \cdot x_1^{2 \cdot r} \quad (13) \quad \xrightarrow{(12),(13)} h_1 = a \cdot x_1^{2 \cdot r} + \xi_1 + h_{f_1} \quad (14) \quad \xrightarrow{14,15} h_s = a \cdot x_1^{2 \cdot r} + \xi_1 \quad (16)$$

$$h_1 - h_{f_1} = h_s \quad (15)$$

Για τη θέση 2 ισχύει:

$$h_2 = y_2 + \xi_2 + h_{f_2} \quad (12')$$

$$y(x) = a \cdot x_2^{2 \cdot r} \quad (13') \quad \xrightarrow{12',13'} h_2 = a \cdot x_2^{2 \cdot r} + 2 + h_{f_2} \quad (14') \quad \xrightarrow{14',15'} h_s = a \cdot x_2^{2 \cdot r} + \xi_2 \quad (16')$$

$$h_2 - h_{f_2} = h_s \quad (15')$$

$$\text{Επομένως έχουμε} \quad \xrightarrow{(16),(16')} a \cdot x_1^{2 \cdot r} + \xi_1 = a \cdot x_2^{2 \cdot r} + \xi_2 \rightarrow a(x_1^{2 \cdot r} - x_2^{2 \cdot r}) = \xi_2 - \xi_1 \quad .$$

$$\text{Άρα } a = \frac{\xi_2 - \xi_1}{(x_1^{2 \cdot r} - x_2^{2 \cdot r})} \quad (17)$$

Διαιρώντας κατά μέλη την 2 με την 2' βρίσκεται το r . Επομένως:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{a \cdot x_1^{2 \cdot r}}{a \cdot x_2^{2 \cdot r}} \rightarrow \ln \frac{y_1}{y_2} = \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{2 \cdot r} \rightarrow r = \frac{\ln y_1 - \ln y_2}{2 \cdot (\ln x_1 - \ln x_2)} < 0 \quad (18)$$

Από αυτή την σχέση (18) είναι όλα γνωστά. Οπότε βρίσκοντας το r και αντικαθιστώντας το στην (6) βρίσκεται το α. Έτσι μπορεί να διατυπωθεί η γενική εξίσωση (19) η οποία είναι:

$$y(x) = \frac{\xi_2 - \xi_1}{(x_1^{2 \cdot r} - x_2^{2 \cdot r})} \cdot x^{\frac{\ln y_1 - \ln y_2}{\ln x_1 - \ln x_2}} \quad (19)$$

Όπου:

y: είναι το βάθος της διεπιφάνειας κάτω από το επίπεδο της θάλασσας σε μονάδες [L] .

x: είναι η απόσταση από την ακτή σε μονάδες [L].

h_s: είναι το ύψος της θάλασσας από το επίπεδο του πυθμένα σε μονάδες [L].

h_f:είναι το υδραυλικό φορτίο με επίπεδο αναφοράς την στάθμη της θάλασσας σε μονάδες [L].

ξ:είναι η διαφορά του h_s από το y σε μονάδες [L].

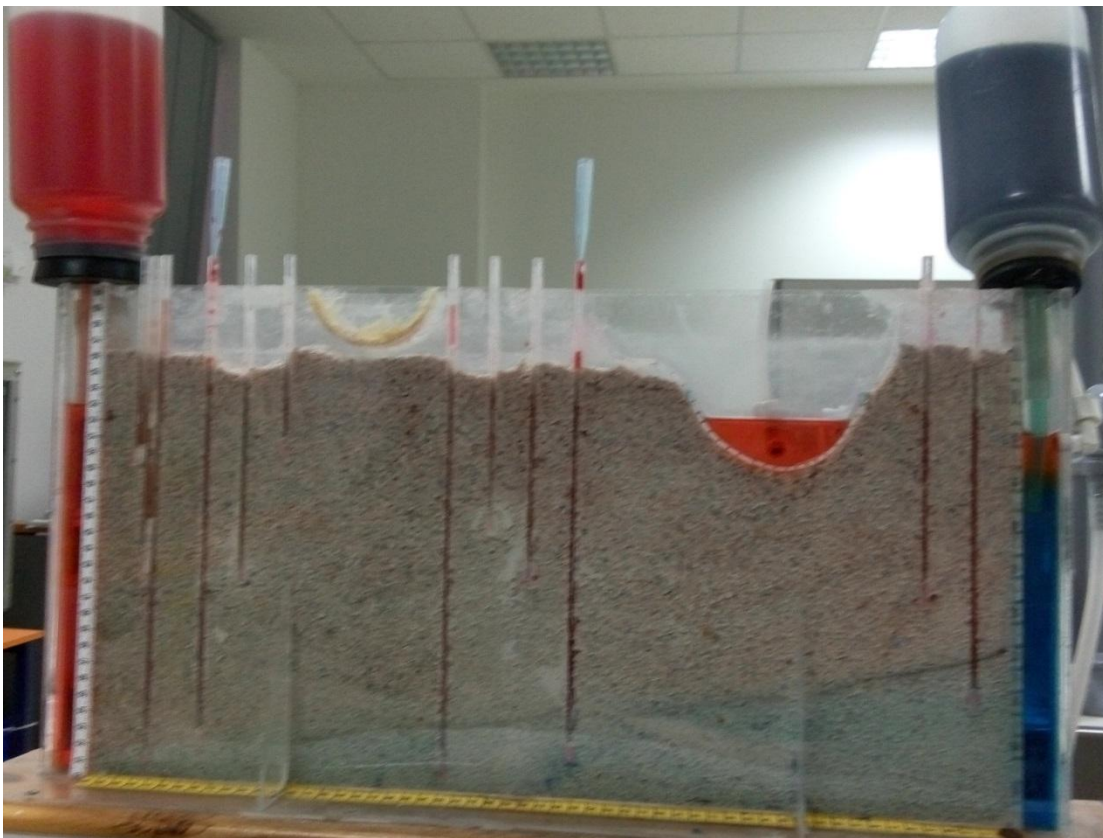
h₁, h₂:είναι τα υδραυλικά φορτία με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα σε μονάδες[L].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται περιγραφή της εργαστηριακής μονάδας του τομέα γεωπεριβαλλοντικής μηχανικής της σχολής μηχανικών περιβάλλοντος του πολυτεχνείου Κρήτης που χρησιμοποιήθηκε για την μελέτη-παρατήρηση του φαινομένου της υφαλμύρινσης με σκοπό την σύγκριση των πειραματικών αυτών παρατηρήσεων με θεωρητικές και εμπειρικές εξισώσεις.

3.2 Περιγραφή εργαστηριακής μονάδας

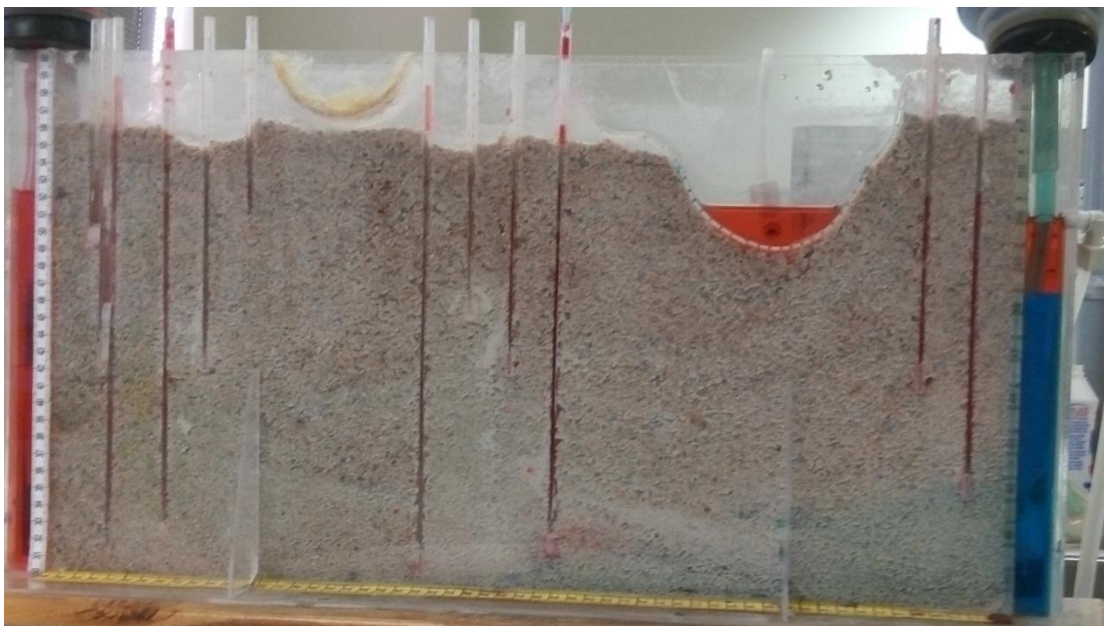


Εικόνα 13: Εργαστηριακή πιλοτική μονάδα

Η εργαστηριακή μονάδα της Εικόνας 13 αποτελείται από:

- Μια δεξαμενή που παίζει τον ρόλο του υδροφορέα μήκους 55cm, πλάτους 2,5cm. Η πλήρωση με χαλίκι έχει μέσο ύψος περίπου 30cm.
- Κανάλια που είναι συνδεδεμένα με την δεξαμενή με τα οποία ρυθμίζονται τα υδραυλικά φορτία για την ρύθμιση της υδραυλικής κλίσης.
- Άμμο και χαλίκι ευρείας κοκκομετρίας.
- Αλατισμένο νερό με την προσθήκη δείκτη μπλε χρώματος.
- Γλυκό νερό με την προσθήκη δείκτη κόκκινου χρώματος

Αρχικά η μονάδα περιείχε άμμο και χαλίκι ευρείας κοκκομετρίας. Έπειτα δημιουργήθηκε με γλυκό νερό ελεύθερος υδροφορέας με συγκεκριμένα υδραυλικά χαρακτηριστικά. Στην συνέχεια προσθέτονταν από το κανάλι το θαλασσινό νερό το οποίο είχε χρώμα σκούρο μπλε λόγω του δείκτη που χρησιμοποιήθηκε και ο οποίος δεν επηρέαζε την πυκνότητα του θαλασσινού νερού. Το νερό αυτό φτιάχτηκε με την προσθήκη 80 mL αλατιού σε 1L νερού. Στο γλυκό νερό προστέθηκε δείκτης κόκκινου χρώματος για την παρατήρηση του φαινομένου με μεγαλύτερη ακρίβεια. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι υπήρχε συνεχής ροή γλυκού και θαλασσινού νερού από τα δύο εκατέρωθεν κανάλια του υδροφόρου ορίζοντα. Η διαδικασία είχε ως αποτέλεσμα την δημιουργία μιας διεπιφάνειας μεταξύ γλυκού (κόκκινο χρώμα) και θαλασσινού νερού (μπλε χρώμα). Η Εικόνα 14 δείχνει ένα στιγμιότυπο από την εξέλιξη του πειράματος.



Εικόνα 14: Η πιλοτική μονάδα κατά την διαδικασία διεξαγωγής πειράματος

3.3 Υπολογισμοί παραμέτρων

Μετά την καταγραφή των αποτελεσμάτων προσδιορίστηκαν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά που προκύπτουν από την πειραματική διάταξη.

Ισοζύγιο μάζας γλυκού νερού

Το ισοζύγιο μεταφοράς μάζας έχει την παρακάτω μορφή:

$$\text{Συσσώρευση} = \text{Εισροές} - \text{Εκροές} + \text{Παραγωγή}$$

Όμως στην περίπτωσή μας ούτε συσσώρευση μάζας νερού έχουμε (καθώς το νερό κινείται με συνεχή ροή από το υψηλό στο χαμηλό δυναμικό) ούτε παραγωγή (καθώς δεν εξελίσσονται αντιδράσεις παραγωγής νερού). Επομένως το ισοζύγιο μεταφοράς μάζας παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\text{Εισροές} = \text{Εκροές}$$

Λόγω σταθερής πυκνότητας του νερού έχουμε:

$$Q_{in} = Q_{out} \quad \text{σε μονάδες} \quad \left[\frac{L^3}{T} \right]$$

Συνεπώς ό,τι ποσότητα εισέρχεται στον όγκο ελέγχου τέτοια ποσότητα εκρέει από αυτόν δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο σταθερή υδραυλική κλίση.

Παροχή γλυκού νερού

Η ογκομετρική παροχή που μετρήθηκε κατά την έξοδο του νερού ήταν:

$$Q_{out} = Q = \frac{20 \text{ ml}}{31,42 \text{ min}} = \frac{20 \text{ cm}^3}{31,42 \cdot 60 \text{ s}} = 0,010 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

Η παροχή ανά μονάδα πλάτους κατά την έξοδο του νερού ήταν:

$$q' = \frac{Q}{w} = \frac{0,010 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{2,5 \text{ cm}} = 0,004 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

Υδραυλικά φορτία

Στο συγκεκριμένο πειραματικό μοντέλο υπήρχε η δυνατότητα δημιουργίας υδραυλικής κλίσης ρυθμίζοντας μόνο το υδραυλικό ύψος της εισροής του γλυκού νερού. Για το υδραυλικό φορτίο της εκροής του νερού δεν υπήρχε δυνατότητα ρύθμισης, λόγω τοποθετημένης εκροής σε συγκεκριμένο ύψος από τον κατασκευαστή της συγκριμένης διάταξης. Έτσι στην είσοδο είχαμε $h_1 = 22,3 \text{ cm}$ και κατά την έξοδο $h_2 = 21,7 \text{ cm}$. Για τα παραπάνω υδραυλικά φορτία το επίπεδο αναφοράς ήταν ο ‘‘πυθμένας’’. Για επίπεδο αναφοράς την έξοδο του νερού έχουμε $h_{f_1} = 0,6 \text{ cm}$ και $h_{f_2} = 0$. Η κάθετη απόσταση των δύο αυτών υδραυλικών φορτίων είναι $L = 55 \text{ cm}$. Επομένως η υδραυλική κλίση υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h_2 - h_1}{L} = \frac{21,7 - 22,3}{55} = -0,011 \text{ cm}$$

Το αρνητικό πρόσημο μας δείχνει την ροή του νερού η οποία κατευθύνεται από υψηλό σε χαμηλό δυναμικό.

Υδραυλική αγωγιμότητα (K)

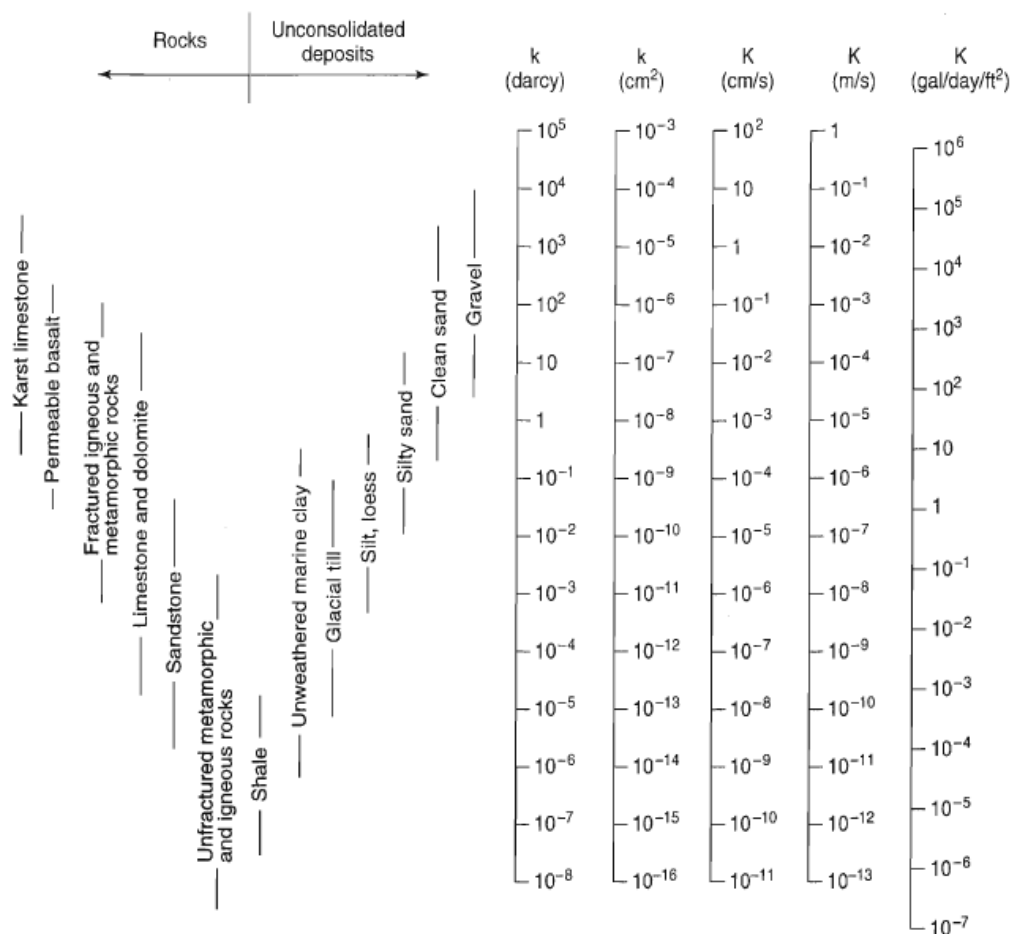
Με υπολογισμένη την ογκομετρική παροχή ανά μονάδα πλάτους, τα υδραυλικά φορτία καθώς και το μήκος του υδροφορέα υπολογίστηκε η υδραυλική αγωγιμότητα κάνοντας χρήση της εξίσωσης Dupuit. Ως επίπεδο αναφοράς λαμβάνεται η εκροή του νερού.

$$q' = \frac{1}{2} K \cdot \frac{h_{f_1}^2 - h_{f_2}^2}{L}$$

$$\frac{q'}{K} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h_{f_1}^2 - h_{f_2}^2}{L} = \frac{0,6^2}{110} = 0,0033 \text{ cm}$$

$$K = \frac{q'}{0,0030} = \frac{0,004 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}}{0,0030 \text{ cm}} = 1,330 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \text{ ή } 1,330 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Συνεπώς, σύμφωνα και με βιβλιογραφικές πηγές, παρατηρείται ότι οι τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας για άμμο και χαλίκι ευρείας κοκκομετρίας, γεωλογικό χαρακτηριστικό του υδροφορέα της πιλοτικής εργαστηριακής μονάδας, κυμαίνονται μεταξύ των $10^{-1} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ και του $1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, γεγονός που σημαίνει ότι είμαστε πολύ κοντά στις τυπικές τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας. Τυχόν αποκλίσεις έχουν να κάνουν με μικρή απόκλιση της κοκκομετρίας των υλικών. Στην συνέχεια ακολουθεί η Εικόνα 15 με τις τυπικές τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας.



Εικόνα 15: Τυπικές τιμές υδραυλικής αγωγιμότητας. (Freeze & Cherry, 1979)

Πορώδες (n)

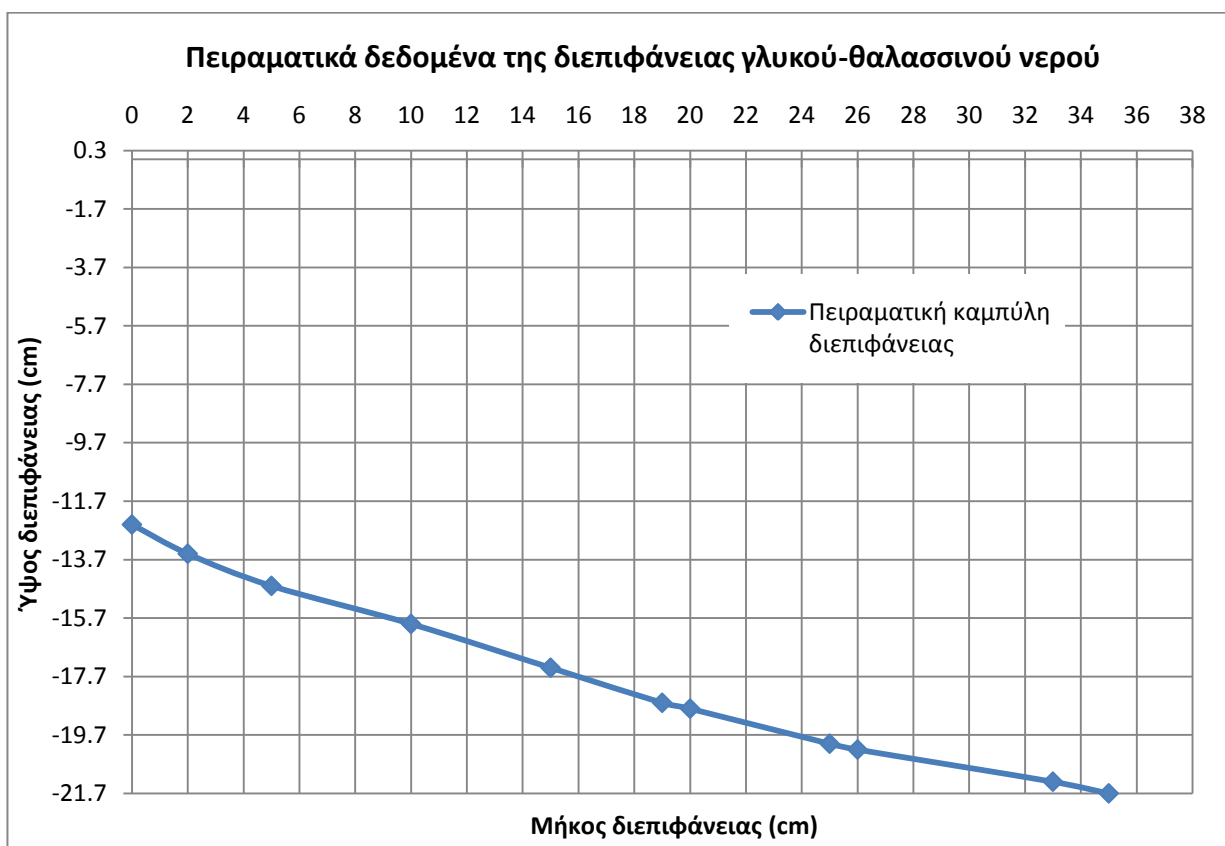
Λόγω της δυσκολίας του υπολογισμού του το πορώδες θεωρήθηκε με βάση την βιβλιογραφία ότι κυμαίνεται μεταξύ 0,45 και του 0,55.

Πυκνότητα θαλασσινού (ρ_s) και γλυκού νερού (ρ_f)

Η πυκνότητα του αλμυρού νερού ρ_s με βάση την αναλογία που χρησιμοποιήθηκε για να το δημιουργηθεί (80 mL άλατος ανά 1L νερού) υπολογίστηκε στα $1,030 \frac{gr}{L}$. Η πυκνότητα του γλυκού νερού ρ_f θεωρήθηκε $1,000 \frac{gr}{L}$.

3.4 Γραφική απεικόνιση των μετρήσεων της πειραματικής διαδικασίας

Για τον σκοπό της μελέτης του φαινομένου της υφαλμύρινσης καταγράφηκαν δύο πειραματικές μετρήσεις. Λόγω όμως των μη διαφορετικών συνθηκών στην εκτέλεση των πειραμάτων υπάρχει μεγάλη ομοιότητα των μετρήσεων. Οι διαφορετικές συνθήκες δεν μπόρεσαν να επιτευχθούν λόγω περιορισμού της ίδιας της πειραματικής μονάδας. Έτσι τα δεδομένα του παρακάτω διαγράμματος 1 είναι ενός πειράματος.



Διάγραμμα 1: Πειραματικές μετρήσεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΜΕ ΤΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΤΩΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

4.1 Εισαγωγή

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις ήδη υπάρχουσες αναλυτικές λύσεις αλλά και σε δικές μας τις οποίες προτείνουμε ως προσέγγιση της διεπιφάνειας. Στην ενότητα αυτή επιχειρείται η σύγκριση των λύσεων αυτών με τα πειραματικά δεδομένα.

4.2 Σύγκριση των θεωρητικών αποτελέσματα των προσεγγιστικών εξισώσεων

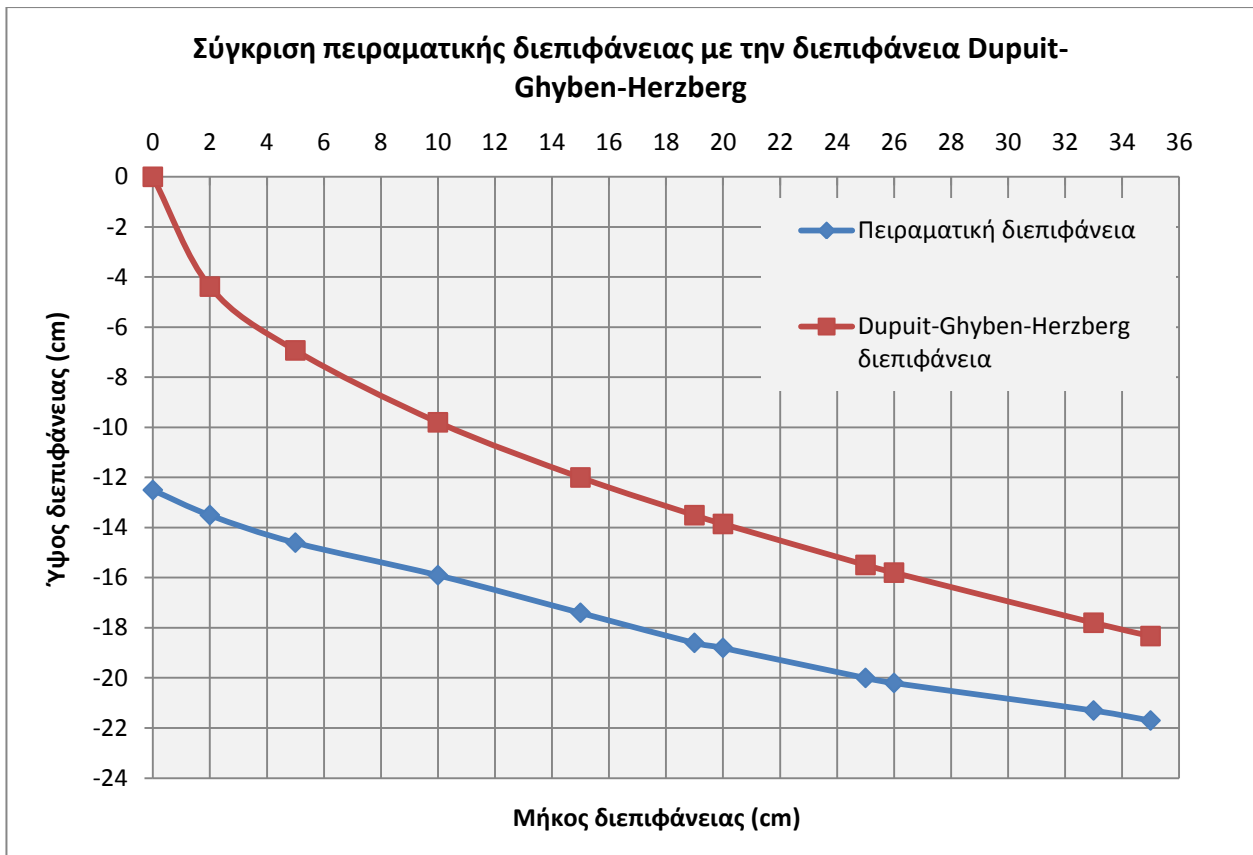
4.2.1 Σύγκριση των αναλυτικών λύσεων με τα πειραματικά δεδομένα.

Σύγκριση των αποτελεσμάτων της εξίσωσης Dupuit-Ghyben-Herzberg με τις πειραματικές μετρήσεις.

Η εξίσωση Dupuit-Ghyben-Herzberg είναι η εξής:

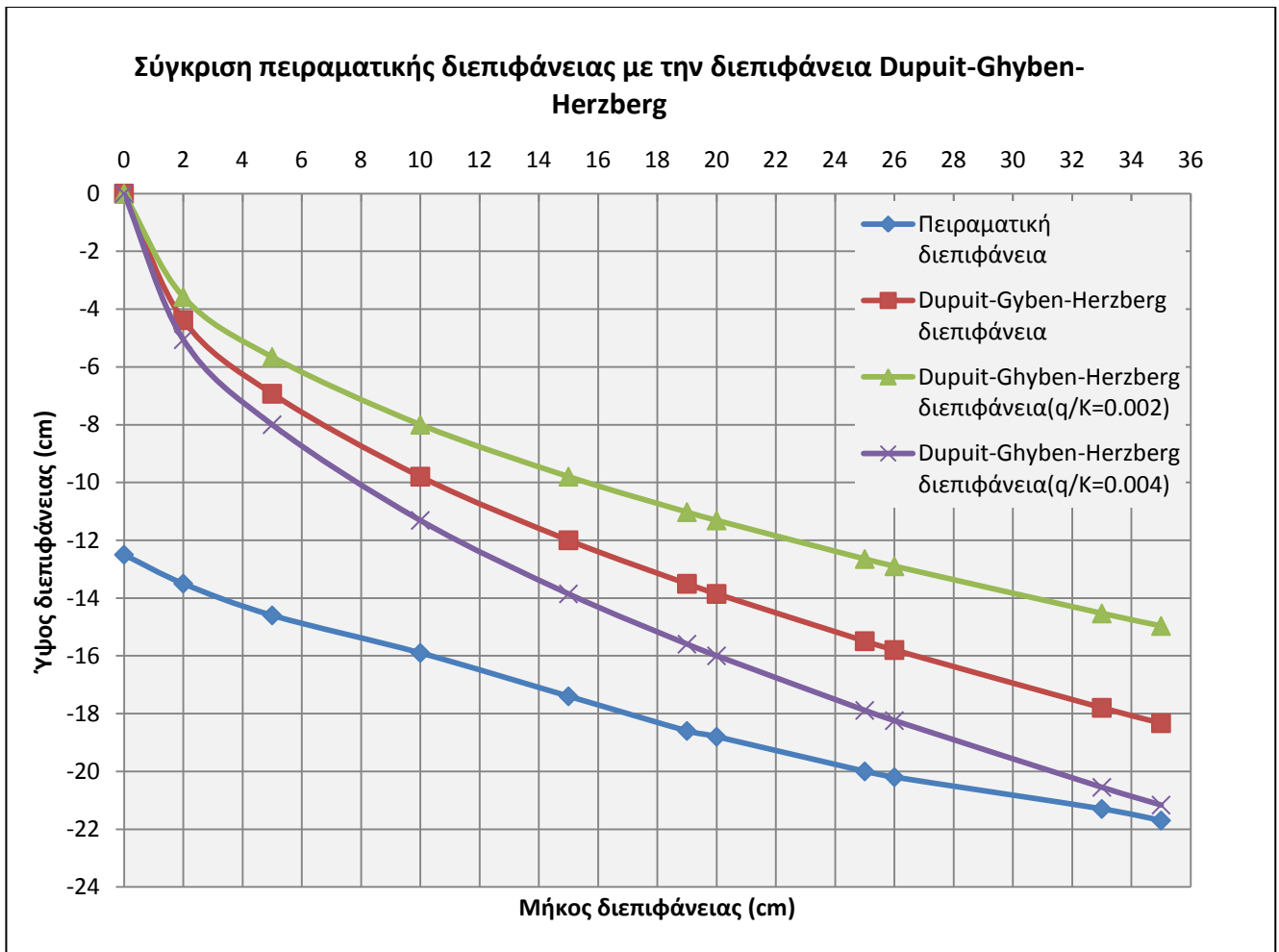
$$\xi = \sqrt{2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{K} \cdot x} \quad (7)$$

Ο παράγοντας $\frac{q'}{K}$ είναι σταθερός επομένως το ξ μεταβάλλεται λόγω μεταβολής του x . Το παρακάτω διάγραμμα 2 δείχνει την σύγκριση των αποτελεσμάτων.



Διάγραμμα 2: Σύγκριση της πειραματικής διεπιφάνειας με την θεωρητική

Παρατηρείται λοιπόν μια σχετικά μεγάλη απόκλιση μεταξύ των δύο διεπιφανειών διότι όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 2 η εξίσωση (7) ακολουθεί παραδοχές που στην πραγματικότητα δεν ισχύουν. Στο σημείο αυτό αξίζει να σταθούμε στον μοναδικό άγνωστο παράγοντα της εξίσωσης, τον $\frac{q'}{K}$. Μια μικρή μεταβολή του επιφέρει σοβαρές αλλαγές στην καμπύλη της διεπιφάνειας. Στο παρακάτω διάγραμμα 3 παρατίθενται μερικά παραδείγματα από την μεταβολή του $\frac{q'}{K}$.



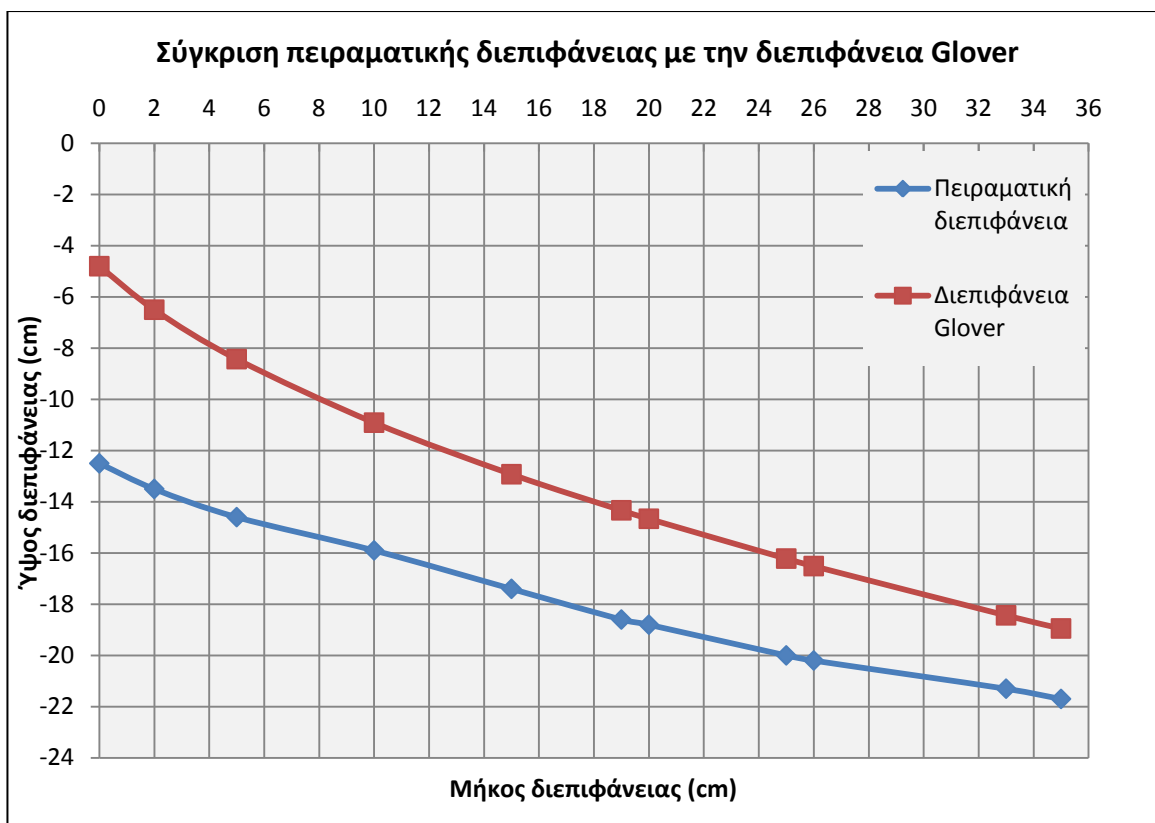
Διάγραμμα 3: Μεταβολή της διεπιφάνειας Dupuit-Ghyben-Herzberg μεταβάλλοντας τον παράγοντα $\frac{q'}{K}$

Σύγκριση των αποτελεσμάτων της εξίσωσης του Glover με τις πειραματικές μετρήσεις.

Η εξίσωση Glover είναι η εξής:

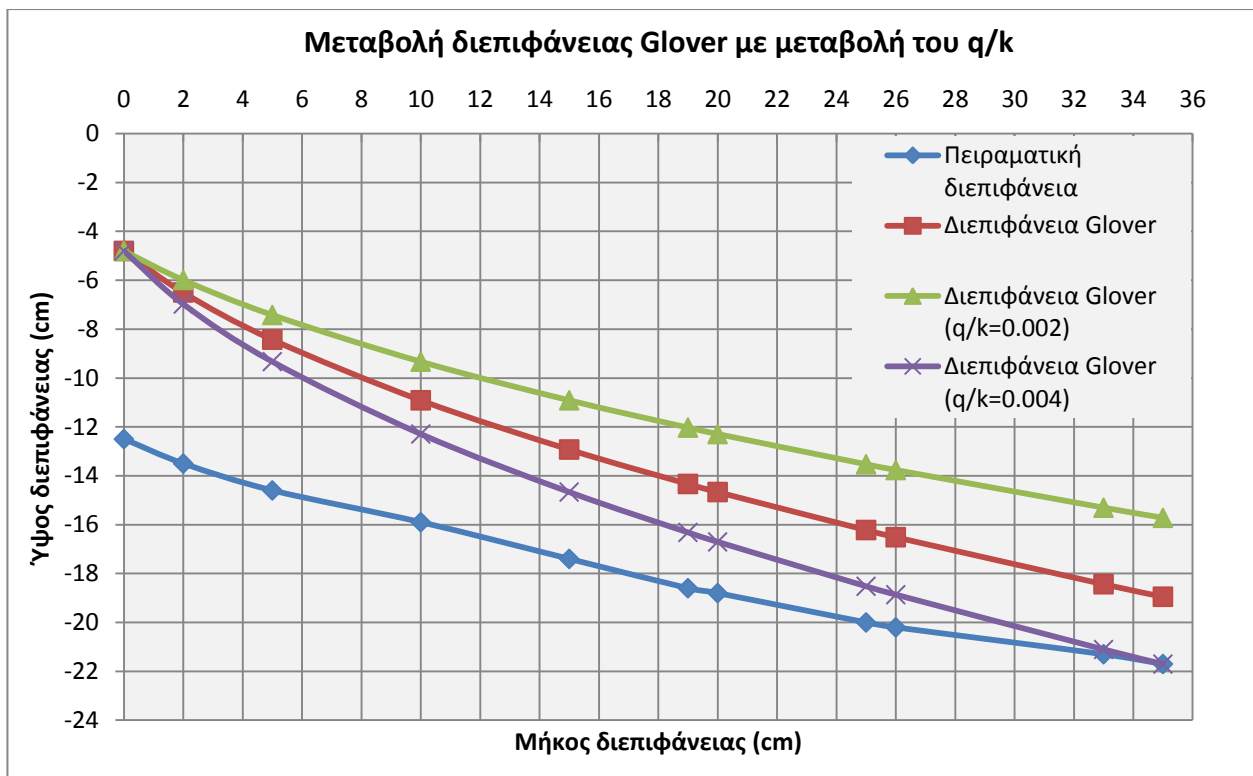
$$\xi = \sqrt{2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{K} \cdot x + \left(40^2 \cdot \frac{q'}{K}\right)^2} \quad (9)$$

Ο παράγοντας $\frac{q'}{K}$ είναι σταθερός επομένως το ξ μεταβάλλεται λόγω μεταβολής του x . Το παρακάτω διάγραμμα 4 δείχνει την σύγκριση των αποτελεσμάτων.



Διάγραμμα 4: Σύγκριση της πειραματικής διεπιφάνειας με την θεωρητική

Η εξίσωση Glover μας δίνει καλύτερα αποτελέσματα από την εξίσωση Dupuit-Ghyben-Herzberg. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι περιέχει ένα παραπάνω παράγοντα που διορθώνει τα αποτελέσματα. Στο σημείο αυτό θα μπορούσε να υποστηριχθεί ότι τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικά αφού μεταξύ των δύο καμπυλών στην πραγματικότητα υπάρχει μια ζώνη διάχυσης. Παρ'όλα αυτά η ζώνη διάχυσης δεν μπορεί να έχει τόσο μεγάλο μέτωπο για τις συνθήκες του πειράματος. Στο σημείο αυτό αξίζει να σταθούμε στον μοναδικό άγνωστο παράγοντα της εξίσωσης, τον $\frac{q'}{K}$. Μια μικρή μεταβολή του επιφέρει σοβαρές αλλαγές στην καμπύλη της διεπιφάνειας. Στο παρακάτω Διάγραμμα 5 παρατίθενται μερικά παραδείγματα από την μεταβολή του $\frac{q'}{K}$.



Διάγραμμα 5: Μεταβολή της διεπιφάνειας Glover μεταβάλλοντας τον παράγοντα $\frac{q'}{K}$

Σύγκριση των αποτελεσμάτων της εξίσωσης Dupuit-Ghyben-Herzberg που λαμβάνει υπόψη τα πειραματικά δεδομένα με τις πειραματικές μετρήσεις.

Η εξίσωση Dupuit-Ghyben-Herzberg που λαμβάνει υπόψη τα πειραματικά δεδομένα είναι η εξής:

$$\xi(x) = \sqrt{h_s^2 + 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{K} \cdot x + c} \quad (11)$$

Στην εξίσωση (11) έχουμε δυο επιπλέον παράγοντες σε σχέση με την απλή εξίσωση Dupuit-Ghyben-Herzberg. Ο παράγοντας h_s είναι σταθερός ενώ ο παράγοντας c μπορεί να πάρει τιμές όσες και οι μετρήσεις μας. Στόχος της εξίσωσης (11) είναι η προσέγγιση της καμπύλης της διεπιφάνειας έχοντας όμως γνωστά δεδομένα του φαινομένου της υφαλμύρισης. Τα δεδομένα αυτά στο πεδίο θα προέρχονται από πηγάδια παρατήρησης που υπάρχουν ή θα πρέπει να δημιουργηθούν εκεί που θα υποδειχθεί ώστε να έχουμε τις βέλτιστες λύσεις. Τα γνωστά δεδομένα αφορούν το βάθος (ξ) της διεπιφάνειας από το επίπεδο αναφοράς (θάλασσα), την παροχή ανά μονάδα πλάτους (q') καθώς και την υδραυλική αγωγιμότητα (K). Στην πιλοτική

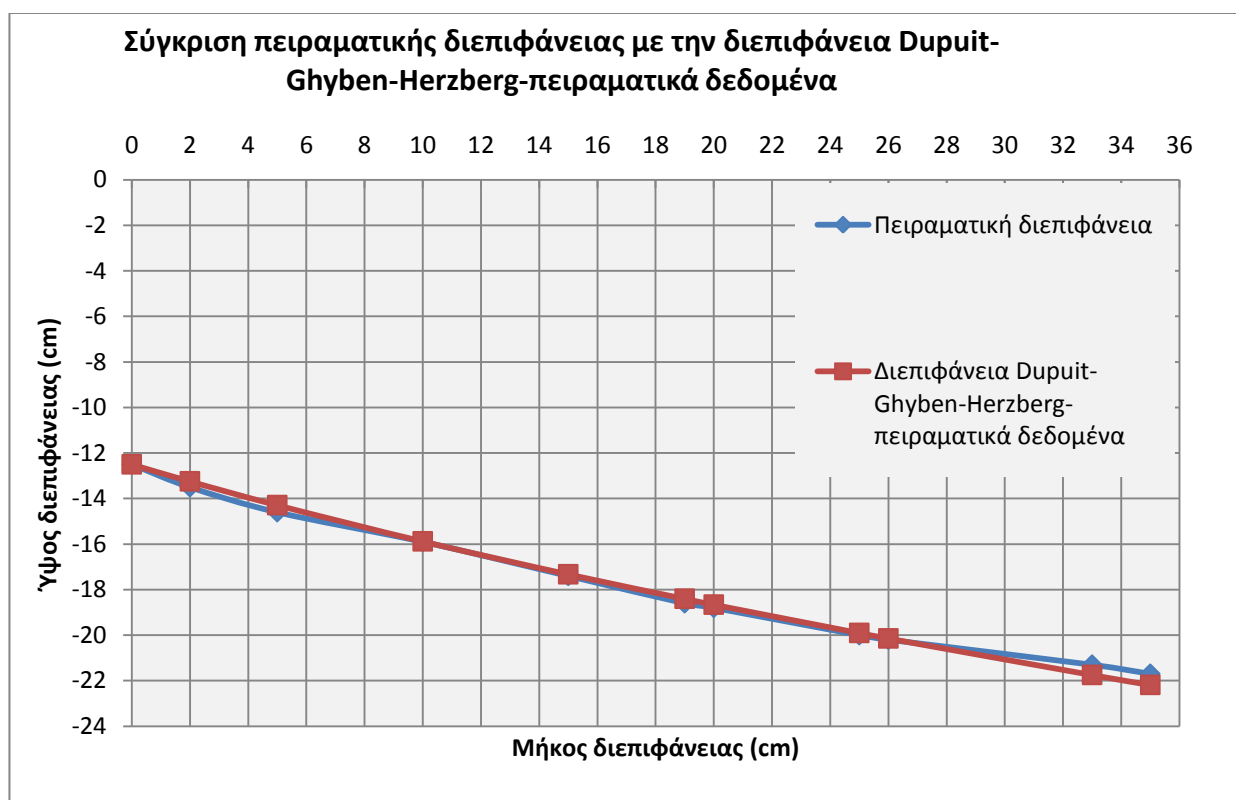
όμως μονάδα του εργαστηρίου είναι γνωστή η διεπιφάνεια οπότε θα συγκριθούν απλώς τα αποτελέσματα. Άρα λοιπόν λύνοντας την εξίσωση (11) ως προς c προκύπτει:

$$c = (\xi(x))^2 - h_s^2 - 2 \cdot 40^2 \cdot \frac{q'}{k} \cdot x \quad (11')$$

Έχοντας γνωστούς όλους τους παράγοντες της παραπάνω εξίσωσης (4) βρίσκουμε ότι για τις συγκεκριμένες πειραματικές μετρήσεις ισχύει:

$$-336 \leq c \leq -305.73$$

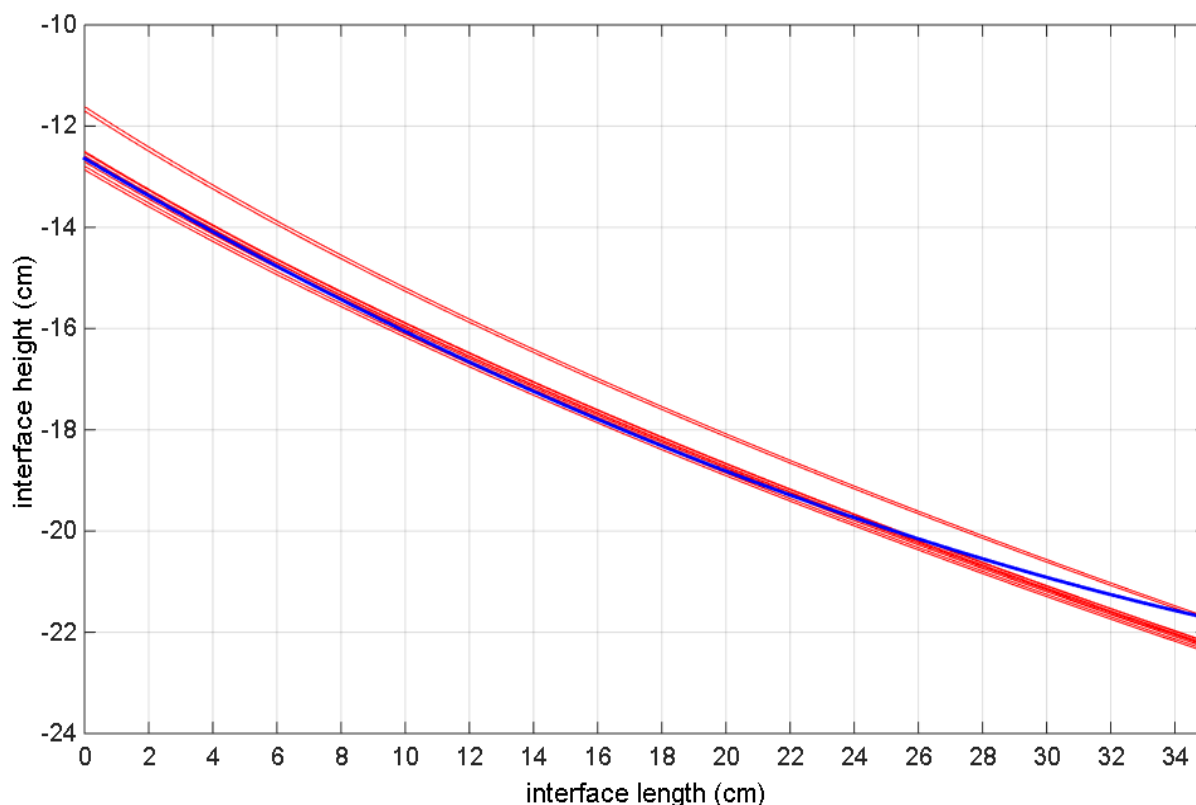
Συνεπώς η καμπύλη της διεπιφάνειας σύμφωνα με την εξίσωση (11) θα παίρνει διαφορετική κλίση η οποία θα αντιστοιχεί σε διαφορετικό c . Είναι γεγονός ότι ο παράγοντας c δεν επηρεάζει δραματικά την μεταβολή της καμπύλης (Διάγραμμα 7). Στο παρακάτω Διάγραμμα 6 συγκρίνεται η καμπύλη της εξίσωσης (11) έχοντας γνώση μόνο του αρχικού βάθους της διεπιφάνειας με τα πειραματικά αποτελέσματα. Δηλαδή στο $x=0$ το $\xi=-12,5$ cm. Επομένως το c παίρνει την τιμή $c=-314.64$.



Διάγραμμα 6: Σύγκριση πειραματικής διεπιφάνειας με την διεπιφάνεια Dupuit-Ghyben-Herzberg-πειραματικά δεδομένα με την υπόθεση των γνωστών δεδομένων μόνο για το σημείο $x=0$

Παρατηρείται λοιπόν στο Διάγραμμα 6 μια μικρή έως ελάχιστη απόκλιση μεταξύ των διεπιφανειών .

Το πώς μεταβάλλεται πιο συγκεκριμένα η θεωρητική μας καμπύλη για διαφορετικά c φαίνεται στο Διάγραμμα 7 όπου απεικονίζονται οι καμπύλες της διεπιφάνειας η οποία εκφράζεται με την εξίσωση (11) με κόκκινο χρώμα καθώς επίσης και την καμπύλη της πειραματικής διεπιφάνειας με μπλε χρώμα.



Διάγραμμα 7: Καμπύλες της εξίσωσης (11) με διαφορετικό c (χρώματος κόκκινου) και πειραματική καμπύλη (χρώματος μπλε)

Η μεταβολή του c λοιπόν, επιφέρει μια μεταβολή της θεωρητικής καμπύλης της διεπιφάνειας με όχι και τόσο δραματικά αποτελέσματα, παρόλα αυτά αισθητά . Το συμπέρασμα λοιπόν που θα μπορούσε να εξαχθεί από το Διάγραμμα 7 είναι ότι όσο μειώνεται το c , στα πλαίσια βέβαια της επιτρεπτής του μεταβολή, έχουμε μια παράλληλη μετατόπιση της καμπύλης μας προς τα πάνω.

Σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab δημιουργήθηκε ένας αλγόριθμος ο οποίος βρίσκει το βέλτιστο c με βάση το οποίο ελαχιστοποιούνται οι αποκλίσεις της θεωρητικής από την πειραματική καμπύλη. Ο στατιστικός δείκτης ακρίβειας των προβλέψεων που χρησιμοποιήθηκε

ήταν το μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error) ο οποίος έχει την ακόλουθη μαθηματική μορφή:

$$MAE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |y_i - f_i|$$

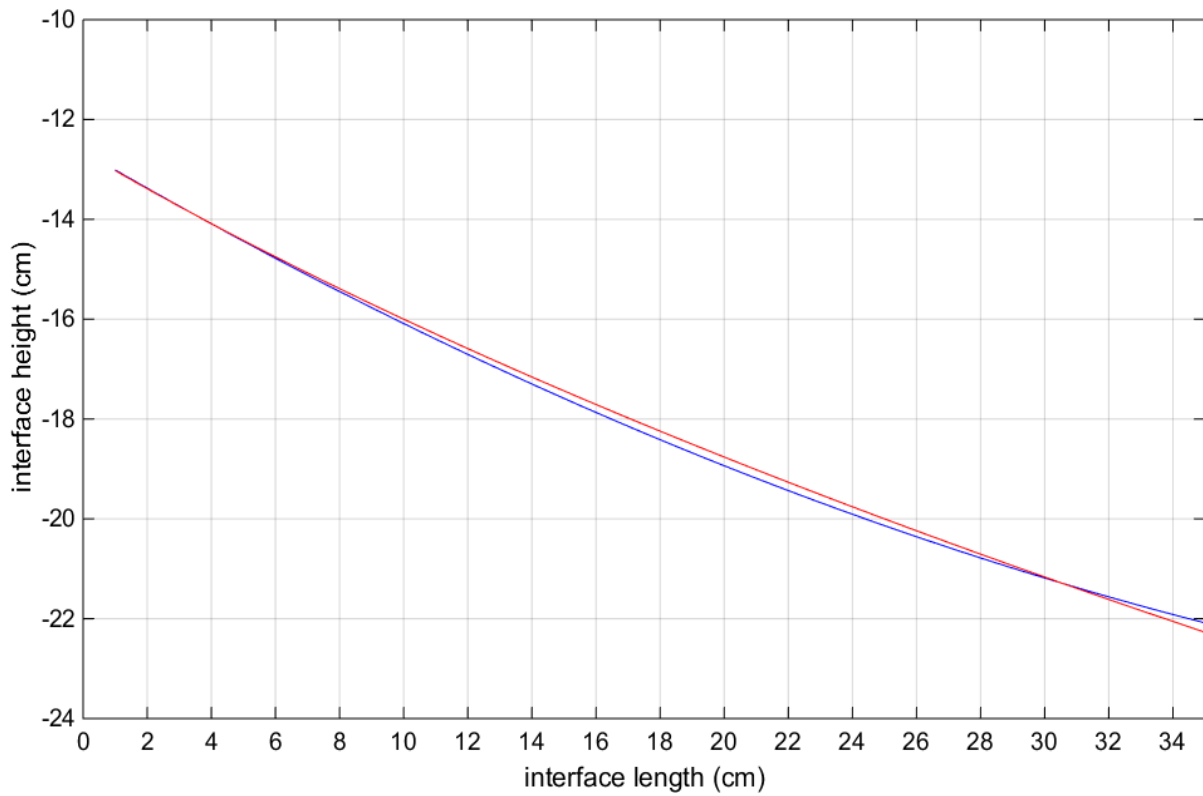
Όπου :

n: είναι ο αριθμός των περιόδων όπου λαμβάνεται η διαφορά μεταξύ της πειραματικής και της θεωρητικής τιμής.

y_i : Είναι η πειραματική τιμή στην περίοδο i.

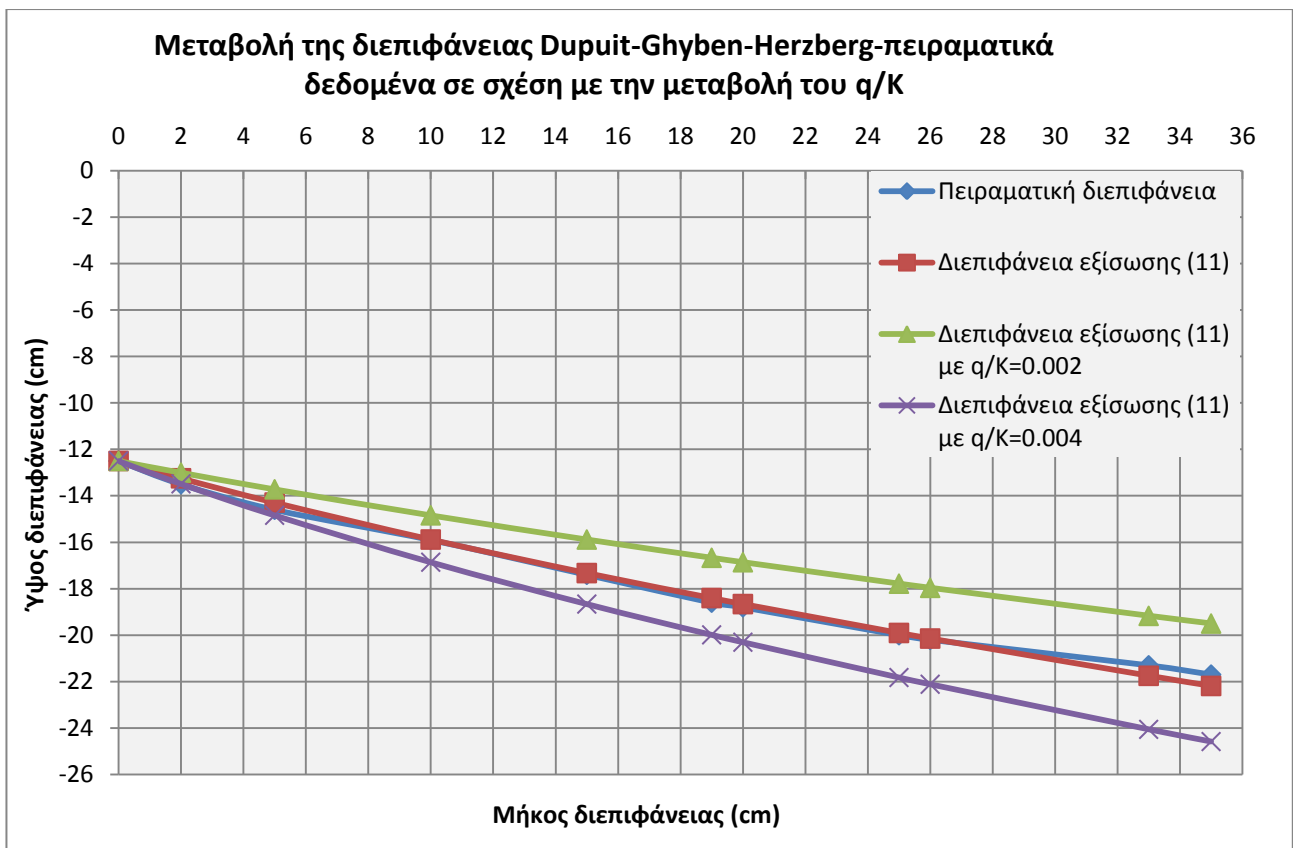
f_i : Είναι η θεωρητική τιμή στην περίοδο i (Varouchakis & Hristopoulos 2013).

Στο πείραμα που διεξήχθη η βέλτιστη καμπύλη δίνεται, θεωρώντας γνωστά τα δεδομένα (βάθος διεπιφάνειας ξ , $\frac{q'}{k}$) σε απόσταση από την αρχή των αξόνων για $x=25$ cm. Το παρακάτω Διάγραμμα 8 δείχνει την διεπιφάνεια της βέλτιστης καμπύλης καθώς επίσης και την καμπύλη του πειράματος.



Διάγραμμα 8: Βέλτιστη καμπύλη διεπιφάνειας χρώματος κόκκινου και πειραματική καμπύλη διεπιφάνειας χρώματος μπλε

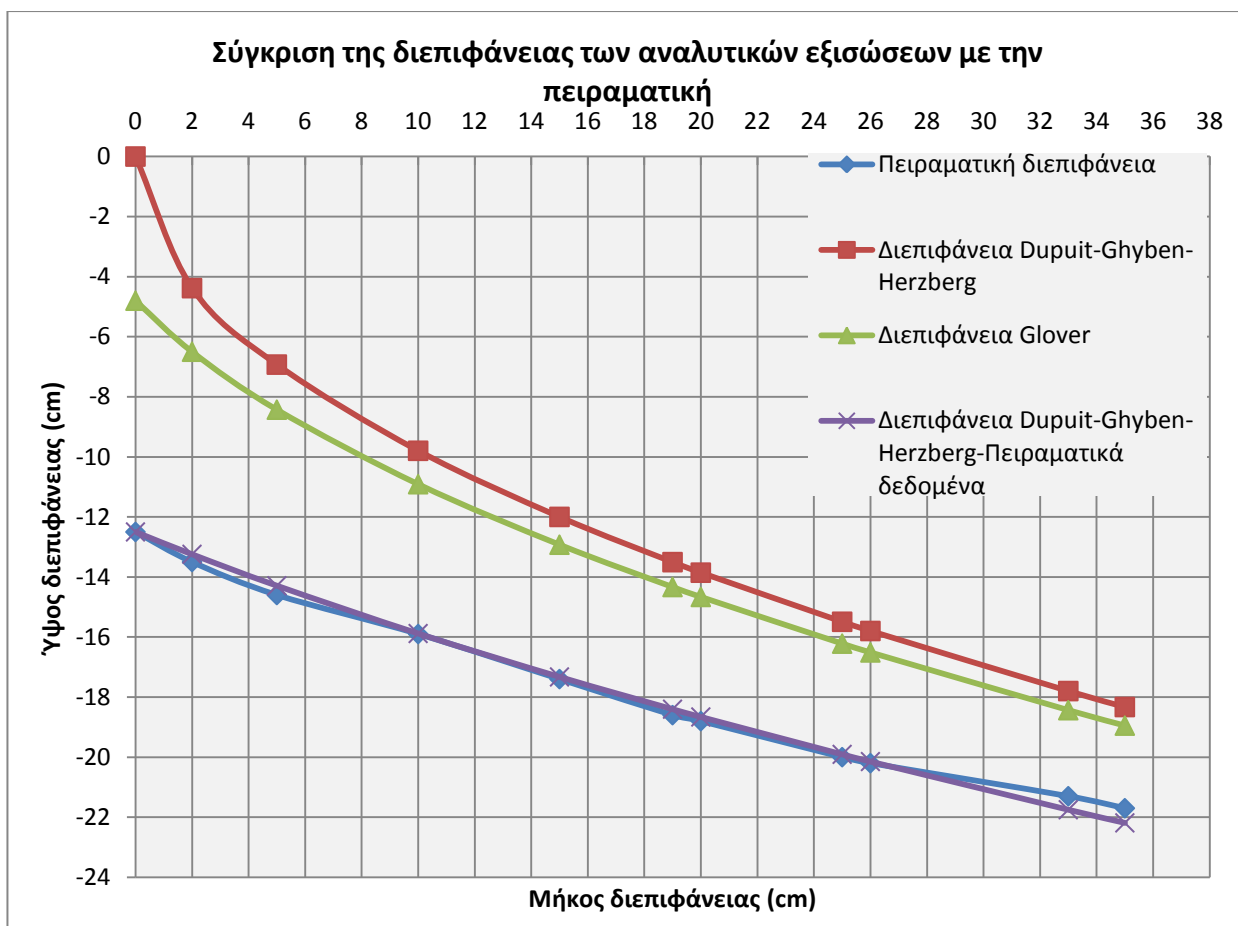
Στην εξίσωση (11) όπως και στις προηγούμενες (7) και (9) για μικρές μεταβολές του παράγοντα $\frac{q'}{K}$ παρατηρούνται σχετικά μεγάλες μεταβολές της καμπύλης της διεπιφάνειας. Στο Διάγραμμα 9 απεικονίζονται οι μεταβολές της εξίσωσης (11) για διαφορετικά $\frac{q'}{K}$.



Διάγραμμα 9: Μεταβολή της διεπιφάνειας Dupuit-Ghyben-Herzberg-πειραματικά δεδομένα σε σχέση με την μεταβολή του q/K

Σύγκριση όλων των αναλυτικών εξισώσεων που εξετάστηκαν στο κεφάλαιο 2 με τα πειραματικά δεδομένα.

Στο παρακάτω Διάγραμμα 10 απεικονίζονται οι διεπιφάνειες των εξισώσεων (7), (9), (11) αλλά και η πειραματική διεπιφάνεια.



Διάγραμμα 10: Σύγκριση των διεπιφανειών με την πειραματική διεπιφάνεια

Συμπεραίνεται λοιπόν από το Διάγραμμα 10 ότι η θεωρητική καμπύλη που προσεγγίζει με καλύτερα αποτελέσματα την πειραματική διεπιφάνεια αντιστοιχεί στην εξίσωση (11).

Παρατηρήσεις

Όπως φάνηκε πιο πάνω στις εξισώσεις (7), (9) και (11) ο μόνος άγνωστος είναι ο παράγοντας $\frac{q'}{K}$. Για τον λόγο αυτό αξίζει μερικές παρατηρήσεις. Έχοντας γνωστή την παροχή που στην συγκεκριμένη περίπτωση μετρήθηκε πειραματικά, υπολογίστηκε η υδραυλική αγωγιμότητα από την εξίσωση Dupuit, όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 3. Το πρόβλημα όμως που υπάρχει, έγκειται στο γεγονός ότι η μικρή μεταβολή του παράγοντα $\frac{q'}{K}$ προκαλεί μεγάλη σχετικά μεταβολή της καμπύλης της διεπιφάνειας. Αυτό σημαίνει ότι δεδομένης της σωστής μετρημένης πειραματικά παροχής αναμένεται μια μείωση ή μια αύξηση της υδραυλικής αγωγιμότητας. Τυχόν δηλαδή

σφάλματα στον υπολογισμό της υδραυλικής αγωγιμότητας επιφέρουν σημαντικές διαφορές στην καμπύλη της διεπιφάνειας. Τα σφάλματα όμως αυτά προέρχονται από σφάλματα στις μετρήσεις των υδραυλικών φορτίων (στην παρούσα περίπτωση του υδραυλικού φορτίου της εισόδου του γλυκού νερού). Έτσι για παράδειγμα αν το υδραυλικό φορτίο της εισόδου (h_{f_1}) ήταν $h_{f_1} = 0,5\text{cm}$ αντί για $h_{f_1} = 0,6\text{cm}$ που υπολογίστηκε, ο παράγοντας $\frac{q'}{K}$ παίρνει την τιμή $\frac{q'}{K} = 0,0027$ αντί για $\frac{q'}{K} = 0,0033$ που είναι τώρα. Συνεπώς και η υδραυλική αγωγιμότητα από $1,21 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ που μετρήθηκε αυξάνεται στα $1,48 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Πιο συγκεκριμένα αυτό σημαίνει ότι σε εσφαλμένη μέτρηση του πειραματικού υδραυλικού φορτίου κατά **1 mm** συντελείται μείωση του παράγοντα $\frac{q'}{K}$ κατά **18,1 %** και κατά συνέπεια **22,3 %** της υδραυλικής αγωγιμότητας. Με βάση τα παραπάνω οι μετρήσεις των υδραυλικών φορτίων αποτελούν καθοριστικό παράγοντα για την προσέγγιση της καμπύλης της διεπιφάνειας, και πρέπει να γίνονται με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιούνται τα συστηματικά σφάλματα.

4.2.2. Σύγκριση των δυναμονομικών στοχαστικών λύσεων με τα πειραματικά δεδομένα

Αποτελέσματα της δυναμονομικής προσέγγισης με βάση την εξίσωση (19)

Σύμφωνα με την εξίσωση (19), η οποία προσεγγίστηκε στο δεύτερο κεφάλαιο, για γνωστά μεγέθη τα ξ_1, y_1, x_1 καθώς και τα ξ_2, y_2, x_2 βρίσκουμε τον τύπο την καμπύλης της δυναμονομικής συνάρτησης όπου στην συνέχεια θα συγκρίνεται με τα πειραματικά δεδομένα. Εδώ αξίζει να αναφέρουμε ότι τα παραπάνω μεγέθη εκπροσωπούν τα μοναδικά γνωστά στοιχεία από τα οποία θα εξάγουμε τα συμπεράσματα για όλο το μήκος της καμπύλης.

$$y(x) = \frac{\xi_1 - \xi_2}{(x_1^{2 \cdot r} - x_2^{2 \cdot r})} \cdot x^{\frac{\ln y_1 - \ln y_2}{2 \cdot (\ln x_1 - \ln x_2)}} \quad (19)$$

Όπου

$$r = \frac{\ln y_1 - \ln y_2}{2 \cdot (\ln x_1 - \ln x_2)}$$

$$\alpha = \frac{\xi_2 - \xi_1}{(x_1^{2 \cdot r} - x_2^{2 \cdot r})}$$

Ενδεικτικά δείχνουμε τρεις περιπτώσεις της συμπεριφοράς της καμπύλης, για διαφορετικά δεδομένα.

Περίπτωση 1^η

Για γνωστά της διεπιφάνειας δεδομένα στο $\underline{x=2\text{ cm}}$ και στο $\underline{x=33\text{ cm}}$ από την αρχή των αξόνων.

Τα ολοκληρωμένα δεδομένα που απαρτίζουν αυτό το ζευγάρι μετρήσεων δίνονται στο πίνακα 1.

Πίνακας 1: Πειραματικά δεδομένα διεπιφάνειας

	x (cm)	y (cm)	ξ (cm)
Θέση 1	2	8,2	13,5
Θέση 2	33	0,4	21,3

Επομένως με αντικατάσταση των δεδομένων του πίνακα 1 έχουμε τα εξής α,γ:

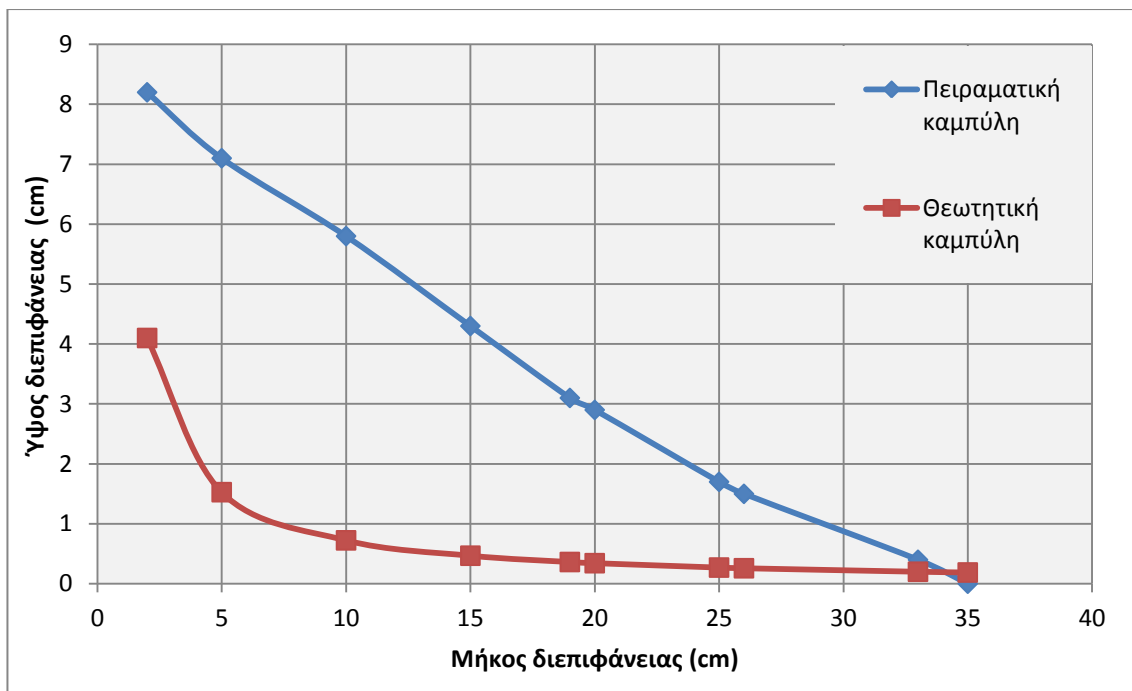
$$r = \frac{\ln y_1 - \ln y_2}{2 \cdot (\ln x_1 - \ln x_2)} = -0,53$$

$$\alpha = \frac{\xi_2 - \xi_1}{(x_1^{2 \cdot r} - x_2^{2 \cdot r})} = 17,48$$

Συνεπώς η εξίσωση (19) παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$y(x) = 17,48 \cdot x^{-1,06} \quad (20)$$

Η καμπύλη που εξάγεται από την εξίσωση (20) φαίνεται στο Διάγραμμα 11.



Διάγραμμα 11: Σύγκριση της πειραματικής με την θεωρητική καμπύλη της εξίσωσης (20)

Περίπτωση 2^η

Για γνωστά δεδομένα της διεπιφάνειας στο $x=10$ cm και στο $x=26$ cm από την αρχή των αξόνων.

Τα ολοκληρωμένα δεδομένα που απαρτίζουν αυτό το ζευγάρι μετρήσεων δίνονται στο πίνακα 1.

Πίνακας 2: Πειραματικά Δεδομένα διεπιφάνειας

	x (cm)	y (cm)	ξ (cm)
Θέση 1	10	5,8	15,9
Θέση 2	26	1,5	20,2

Επομένως με αντικατάσταση των δεδομένων του πίνακα 2 έχουμε τα εξής α, r:

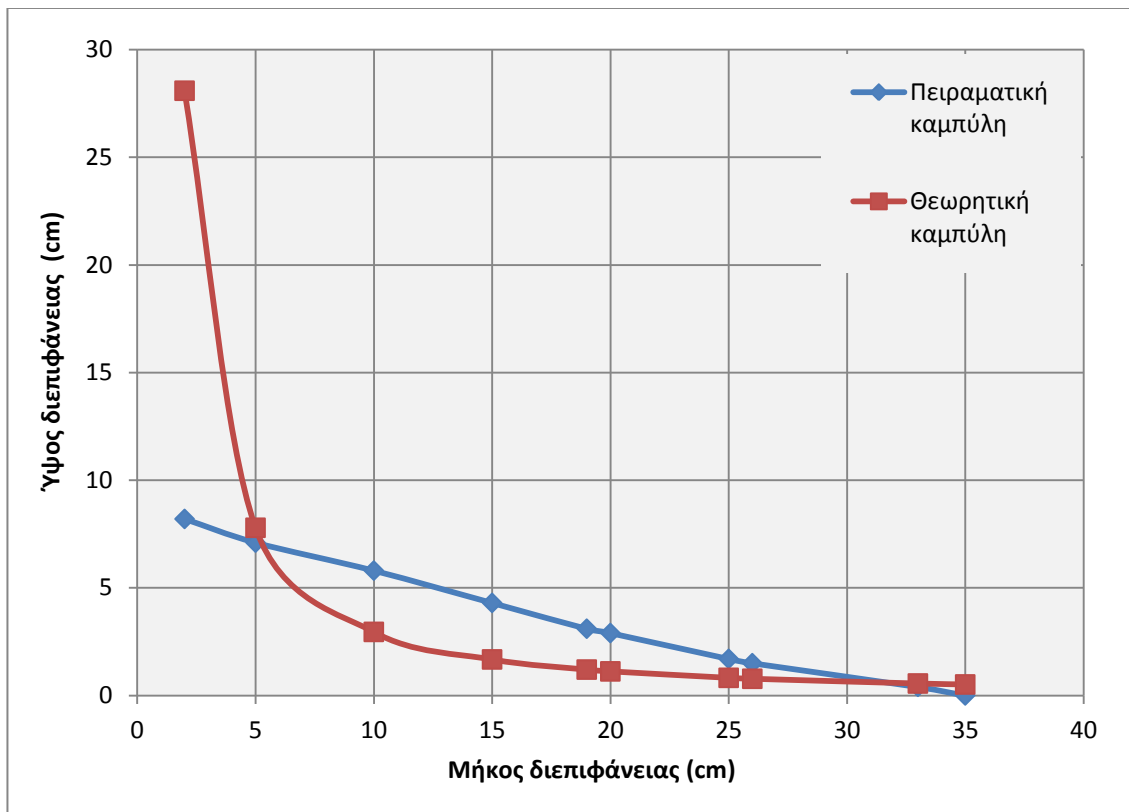
$$r = \frac{\ln y_1 - \ln y_2}{2 \cdot (\ln x_1 - \ln x_2)} = -0,7$$

$$\alpha = \frac{\xi_2 - \xi_1}{(x_1^{2 \cdot r} - x_2^{2 \cdot r})} = 74,13$$

Συνεπώς η εξίσωση (191) παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$y(x) = 74,13 \cdot x^{-1,4} \quad (21)$$

Η καμπύλη που εξάγεται από την εξίσωση (21) φαίνεται στο Διάγραμμα 12



Διάγραμμα 12: Σύγκριση της πειραματικής με την θεωρητική καμπύλη της εξίσωσης (21)

Περίπτωση 3^η

Για γνωστά δεδομένα της διεπιφάνειας στο $x=19\text{ cm}$ και στο $x=20\text{ cm}$ από την αρχή των αξόνων.

Τα ολοκληρωμένα δεδομένα που απαρτίζουν αυτό το ζευγάρι μετρήσεων δίνονται στο πίνακα 1.

	x (cm)	y (cm)	ξ (cm)
Θέση 1	19	3,1	18,6
Θέση 2	20	2,9	18,8

Πίνακας 3: Πειραματικά Δεδομένα διεπιφάνειας

Επομένως με αντικατάσταση των δεδομένων του πίνακα 3 έχουμε τα εξής a, r :

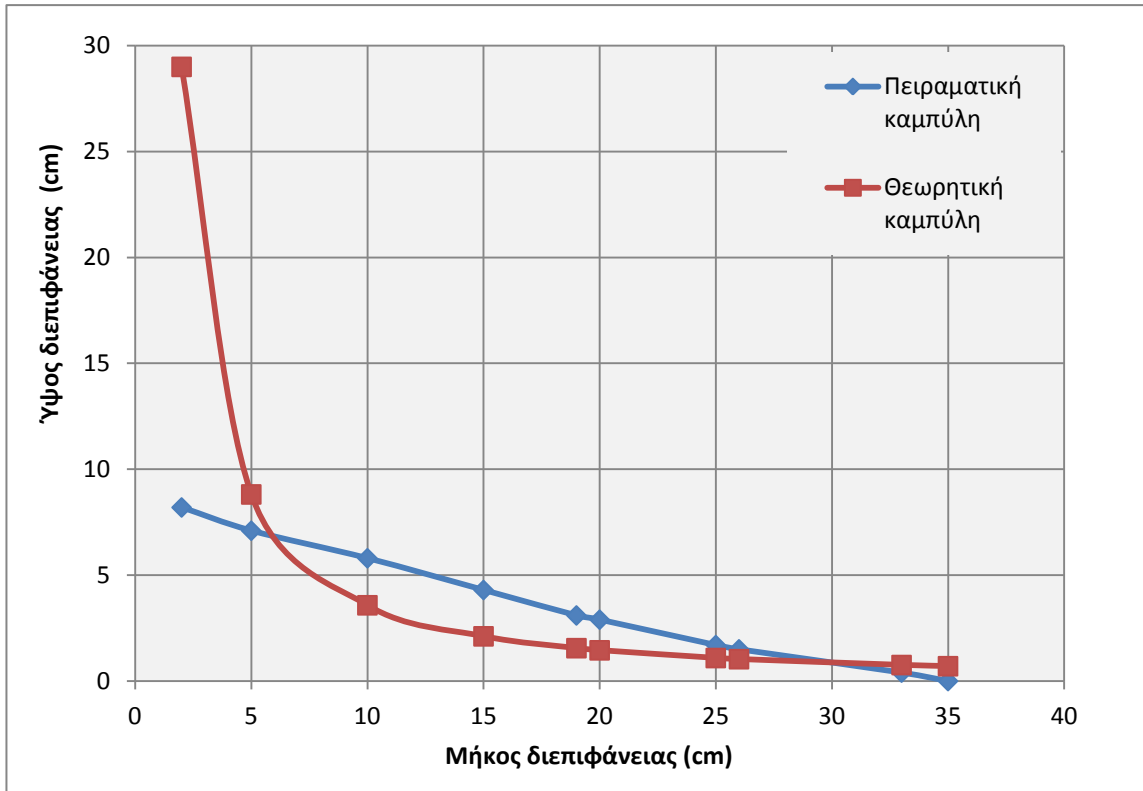
$$r = \frac{\ln y_1 - \ln y_2}{2 \cdot (\ln x_1 - \ln x_2)} = -0,65$$

$$\alpha = \frac{\xi_2 - \xi_1}{(x_1^{2 \cdot r} - x_2^{2 \cdot r})} = 71.42$$

Συνεπώς η εξίσωση (8) παίρνει την ακόλουθη μορφή

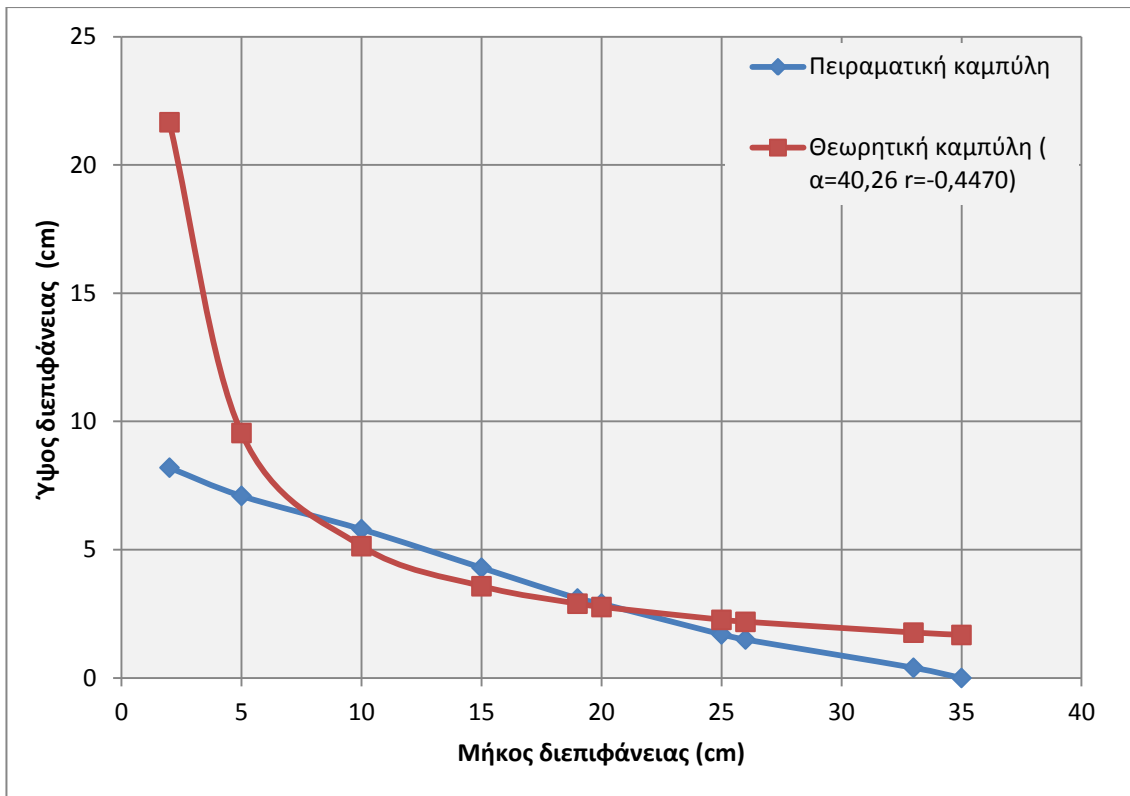
$$y(x) = 71.42 \cdot x^{-1,3} \quad (22)$$

Η καμπύλη που εξάγεται από την εξίσωση (22) φαίνεται στο Διάγραμμα 13.



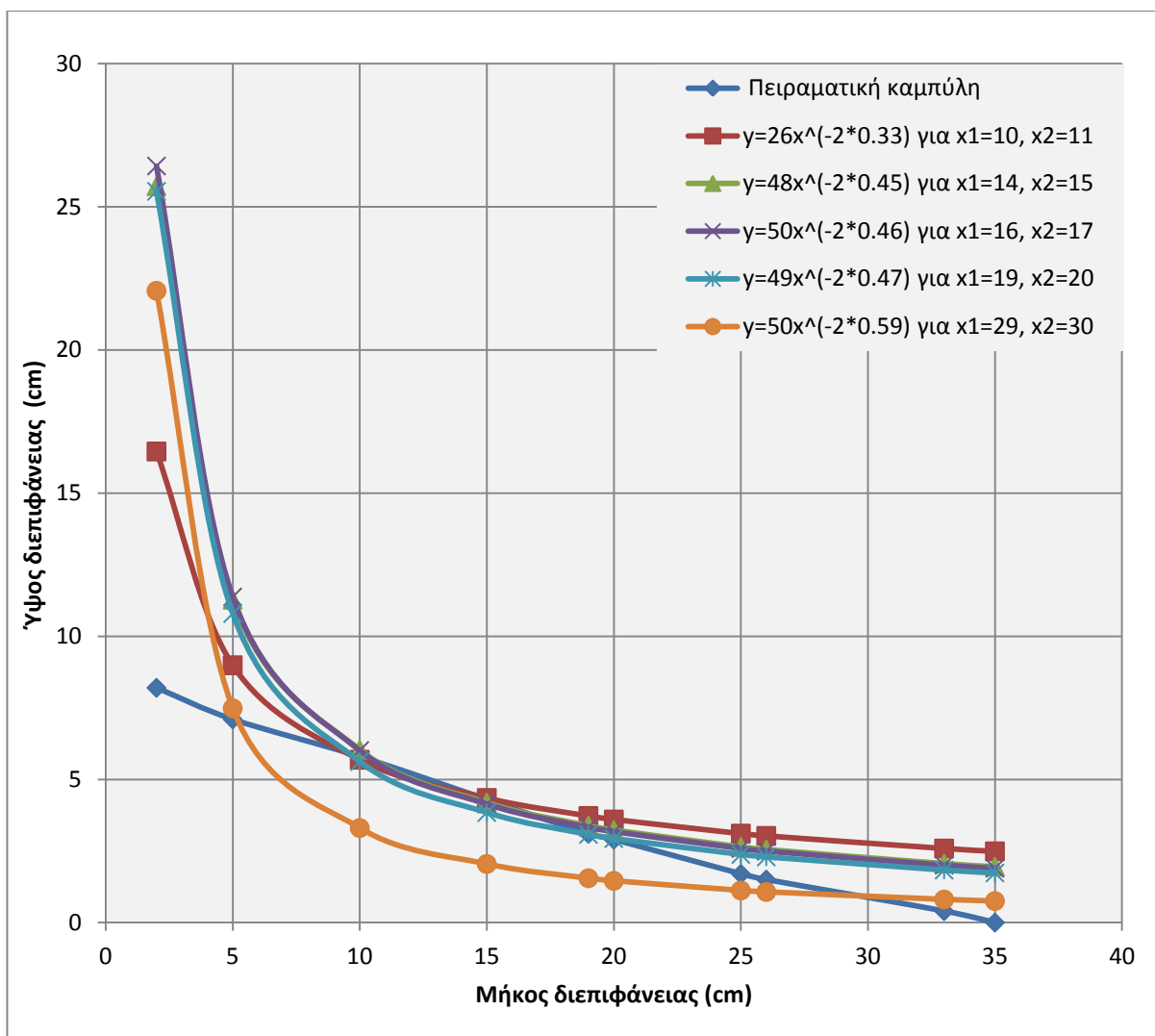
Διάγραμμα 13: Σύγκριση της πειραματικής με την θεωρητική καμπύλη της εξίσωσης (3)

Σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab δημιουργήθηκε αλγόριθμος ο οποίος αφού συγκρίνει τα πειραματικά δεδομένα με την δυναμονομική συνάρτηση εξάγει τα βέλτιστα α και r για τα οποία η δυναμονομική καμπύλη προσαρμόζεται καλύτερα στα πειραματικά δεδομένα. Στο Διάγραμμα 14 που ακολουθεί φαίνεται η βέλτιστη καμπύλη η οποία βρέθηκε για $\alpha=40.26$ και $r=-0,447$.



Διάγραμμα 14: Βέλτιστη δυναμονομική καμπύλη

Επίσης έγιναν δοκιμές, σύμφωνα με τον αλγόριθμο, σε σημεία που επιλέχτηκαν τυχαία. Παρατηρήθηκε μια σχετικά καλή προσαρμογή στην περίπτωση που επιλέγονταν ως γνωστά τα δεδομένα που ανήκαν στο διάστημα μεταξύ 10 cm 20 cm ενώ σε σημεία έξω από το διάστημα αυτό, είχαμε μεγάλη απόκλιση της δυναμονομικής καμπύλης από την πειραματική καμπύλη. Στο Διάγραμμα 15 βλέπουμε την σύγκριση των τυχαίων θεωρητικών μας καμπυλών.



Διάγραμμα 15: Σύγκριση τυχαίων δυναμονομικών καμπυλών με την πειραματική καμπύλη

Παρατηρήσεις

Από τα παραπάνω διαγράμματα όπου συγκρίνονται οι θεωρητικές καμπύλες με την πειραματική καμπύλη, παρατηρείται ότι λόγω της φύσης της συνάρτησης $y = \alpha \cdot x^{-2 \cdot r}$, $-1 < r < 0$ όταν το x τείνει στο 0 το y τείνει στο $+\infty$. Επομένως οι τιμές κοντά στο 0 δεν λαμβάνονται υπόψη. Για τον λόγο αυτό στα διαγράμματα η καμπύλη αποτυπώνεται από την δεύτερη πειραματική μέτρηση η οποία πάρθηκε στο $x=2$ cm από την αρχή των αξόνων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΤΗΣ ΥΦΑΛΜΥΡΙΝΣΗΣ

5.1 Συμπεράσματα

Έχοντας αναφερθεί στις θεμελιώδεις εξισώσεις που διέπουν τους νόμους κίνησης των υπόγειων υδάτων καθώς και στις εξισώσεις (αναλυτικές και στοχαστικές) που προσεγγίζουν το φυσικό φαινόμενο της υφαλμύρινης, το οποίο και προσομοιώθηκε στο εργαστήριο με κατάλληλες συνθήκες, φάνηκε με βάση τα αποτελέσματα, ότι έχουμε μια ιδιαίτερα καλή προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων.

Σκοπός ήταν η προσέγγιση του φαινομένου, αρχικά με γνωστά όλα τα δεδομένα της πειραματικής διαδικασίας, έγινε δηλαδή μια σύγκριση των θεωρητικών και των πειραματικών αποτελεσμάτων, και σε δεύτερο στάδιο η προσέγγισή του στην περίπτωση που υπάρχουν όσο το δυνατόν λιγότερα δεδομένα. Όπως αποδείχθηκε οι αναλυτικές εξισώσεις από την μία πλευρά, παρά τις αποκλίσεις αυτών από την πραγματικότητα λόγω των παραδοχών που λαμβάνουν υπόψη, ικανοποιούν τον παραπάνω στόχο, από την άλλη όμως τα δεδομένα χρειάζεται να έχουν μεγάλη ακρίβεια για να αποφευχθούν μεγάλες αποκλίσεις των θεωρητικών καμπυλών της διεπιφάνειας από την πειραματική καμπύλη της διεπιφάνειας.

Οι δυναμονομικές λύσεις ικανοποιούν και αυτές τον παραπάνω στόχο με μικρότερη βέβαια ακρίβεια σε σχέση με τις αναλυτικές εξισώσεις. Παρόλα αυτά με γνωστά όλα τα δεδομένα του πειράματος η προσέγγιση είναι σχετικά καλή. Όμως στην περίπτωση που τα δεδομένα είναι τα ελάχιστα δυνατά η δυναμονομική προσέγγιση άλλοτε έχει καλές προσεγγίσεις και άλλοτε είναι σχετικά μακριά από την πραγματικότητα. Η ακρίβεια της προσέγγισης με τον τρόπο αυτό εξαρτάται μόνο από τις θέσεις των δεδομένων στο σύστημα αναφοράς, όπως χαρακτηριστικά φάνηκε. Για δεδομένα σε ακραίες θέσεις η προσέγγιση της καμπύλης έχει μεγάλες αποκλίσεις. Στις υπόλοιπες όμως θέσεις, η θεωρητική καμπύλη ανταποκρίνεται σχετικά καλά στην προσέγγιση του φαινομένου.

Τέλος για καλύτερα συμπεράσματα θα πρέπει οι παραπάνω εξισώσεις να εξεταστούν εργαστηριακά σε διαφορετικές συνθήκες για την διαπίστωση της καθολικότητας των εφαρμογών τους πέρα από τις εργαστηριακές προσεγγίσεις και σε πραγματικές καταστάσεις στο πεδίο.

5.2 Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη του φαινομένου

Οι συνθήκες εκτέλεσης του πειράματος θα μπορούσαν να μεταβληθούν δημιουργώντας πολλά και διαφορετικά σενάρια προσομοίωσης ενός παράκτιου και ελεύθερου υδροφορέα. Έτσι με αυτόν τον τρόπο θα εξάγονταν ασφαλέστερα αποτελέσματα για την χρησιμοποίηση των αναλυτικών και στοχαστικών λύσεων που αναπτύχθηκαν. Οι προτάσεις που θα συντελούσαν στην καλύτερη μελέτη του φαινομένου είναι οι ακόλουθες

1. Μεγαλύτερη κλίμακα της πιλοτικής μονάδας για την δημιουργία συνθηκών πιο κοντά στην πραγματικότητα.
2. Διαφορετικό υλικό προσομοίωσης εδάφους που θα έχει σαν αποτέλεσμα την εξέταση του φαινομένου κάτω από διαφορετική υδραυλική αγωγιμότητα.
3. Υπολογισμός της υδραυλικής αγωγιμότητας με τέτοιο τρόπο που να είμαστε σίγουροι για την τιμή της. Ένας τρόπος θα ήταν ο υπολογισμός της εργαστηριακά σε διαφορετικής κλίμακας μοντέλα ή σε πειράματα όπου θα μπορούν να μετρηθούν όλα τα υδραυλικά φορτία σε οποιοδήποτε σημείο.
4. Εναλλαγή των υδραυλικών φορτίων με τέτοιο τρόπο ώστε να δημιουργούν διαφορετική υδραυλική αγωγιμότητα.
5. Εργαστηριακή πιλοτική μονάδα στην οποία δεν θα υπάρχει απότομη κάθετη διεπιφάνεια μεταξύ θάλασσας και υπόγειου υδροφορέα.
6. Χρησιμοποίηση διαφορετικών δεικτών για την προσομοίωση του θαλασσινού και του γλυκού νερού για την παρατήρηση της ζώνη ανάμιξης μεταξύ του γλυκού και του θαλασσινού νερού.
7. Κατάλληλος φωτογραφικός εξοπλισμός υψηλή ευκρίνειας για μελέτη του φαινομένου με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Παράρτημα

Πίνακας 4: Πειραματικά δεδομένα με επίπεδο αναφοράς την στάθμη του θαλασσινού νερού

Μήκος διεπιφάνειας (x) σε cm	Βάθος διεπιφάνειας (ξ) σε cm
0	-12,5
2	-13,5
5	-14,6
10	-15,9
15	-17,4
19	-18,6
20	-18,8
25	-20
26	-20,2
33	-21,3
35	-21,7

Πίνακας 5: Αποτελέσματα της εξίσωσης Dupuit-Ghyben-Herzberg

Μήκος διεπιφάνειας (x) σε cm	Βάθος διεπιφάνειας (ξ) κατά Dupuit-Ghyben-Herzberg σε cm
0	0
2	-4,38
5	-6,92
10	-9,79
15	-12
19	-13,50
20	-13,85
25	-15,49
26	-15,79
33	-17,79
35	-18,33

Πίνακας 6: Αποτελέσματα της εξίσωσης Glover

Μήκος διεπιφάνειας (x) σε cm	Βάθος διεπιφάνειας (ξ) κατά Glover σε cm
0	-4,8
2	-6,49
5	-8,42
10	-10,91
15	-12,92
19	-14,33
20	-14,66
25	-16,21
26	-16,51
33	-18,43
35	-18,94

Πίνακας 7: Αποτελέσματα της εξίσωσης Dupuit-Ghyben-Herzberg-πειραματικά δεδομένα

Μήκος διεπιφάνειας (x) σε cm	Βάθος διεπιφάνειας (ξ) κατά Dupuit-Ghyben-Herzberg – πειραματικά δεδομένα σε cm	Σταθερά c
0	-12,5	-314,64
2	-13,24	-307,84
5	-14,29	-305,73
10	-15,88	-314,08
15	-17,32	-312,13
19	-18,40	-307,33
20	-18,66	-309,45
25	-19,90	-310,89
26	-20,14	-312,45
33	-21,74	-334
35	-22,18	-336

Πίνακας 8: Αποτελέσματα στοχαστικής ανάλυσης με την χρήση αλγορίθμου των καμπυλών που αντιστοιχούν στο διάγραμμα 15.

Μήκος διεπιφάνειας (x) σε cm	$y = 26 \cdot x^{2 \cdot (-0,33)}$	$y = 48 \cdot x^{2 \cdot (-0,45)}$	$y = 50 \cdot x^{2 \cdot (-0,46)}$	$y = 49 \cdot x^{2 \cdot (-0,47)}$	$y = 50 \cdot x^{2 \cdot (-0,59)}$
2	16,45	25,72	26,42	25,54	22,06
5	8,98	11,27	11,3	10,79	7,48
10	5,68	6,042	6,01	5,62	3,30
15	4,35	4,19	4,13	3,84	2,04
19	3,72	3,39	3,33	3,07	1,54
20	3,59	3,23	3,17	2,93	1,45
25	3,10	2,64	2,58	2,37	1,12
26	3,02	2,55	2,49	2,29	1,06
33	2,58	2,06	2,00	1,83	0,80
35	2,48	1,95	1,89	1,73	0,75

Πίνακας 9: Αποτελέσματα στοχαστικής ανάλυσης που αντιστοιχούν στα διαγράμματα 11,12,13

Μήκος διεπιφάνειας (x) σε cm	$y = 8,65 \cdot x^{2 \cdot (-0,54)}$	$y = 74,13 \cdot x^{2 \cdot (-0,7)}$	$y = 26 \cdot x^{2 \cdot (-0,65)}$
2	4,1	28,09	29,00
5	1,52	7,78	8,81
10	0,72	2,95	3,57
15	0,46	1,67	2,11
19	0,36	1,20	1,55
20	0,34	1,11	1,45
25	0,26	0,81	1,08
26	0,25	0,77	1,03
33	0,2	0,55	0,75
35	0,18	0,51	0,70

**Πίνακας 10: Αποτελέσματα στοχαστικής ανάλυσης με τα βέλτιστα αποτελέσματα.
Αντιστοιχούν στο διάγραμμα 14**

Μήκος διεπιφάνειας (x) σε cm	$y = 40,26 \cdot x^{2 \cdot (-0,447)}$
2	21,66
5	9,54
10	5,13
15	3,57
19	2,89
20	2,761
25	2,26
26	2,18
33	1,76
35	1,67

Βιβλιογραφία

Ελληνική Βιβλιογραφία

1. Καρατζάς Γ., *Ροή υπογείων υδάτων και μεταφορά ρύπων*, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2012.
2. Νάνου-Γιάνναρου. 2001, Συμπόσιο “Αιγαίο-Νερό-Βιώσιμη Ανάπτυξη”, Πάρος 6-7 Ιουλίου 2001

Διεθνής Βιβλιογραφία

1. Bear, J., 2012. *Hydraulics of groundwater*. Courier Corporation.
2. Clauset, A., Shalizi, C.R. and Newman, M.E., 2009. Power-law distributions in empirical data. *SIAM review*, 51(4), pp.661-703.
3. Cooper, H.H., Kohout, F.A., Henry, H.R. and Glover, R.E., 1964. *Sea water in coastal aquifers*. US Government Printing Office.
4. Fetter, C.W., 2000. *Applied hydrogeology*. Prentice hall.
5. Freeze, R.A. and Cherry, J.A., 1979. *Groundwater*. Englewood.
6. Mitzenmacher, M., 2004. A brief history of generative models for power law and lognormal distributions. *Internet mathematics*, 1(2), pp.226-251.
7. Newman, M.E., 2005. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Contemporary physics*, 46(5), pp.323-351.
8. Perlman, H., C. Makropoulos, and D. Koutsoyiannis, The water cycle, <http://ga.water.usgs.gov/edu/watercyclegreek.html>, 19 pages, United States Geological Survey, 2005.
9. Pool, M. and Carrera, J., 2011. A correction factor to account for mixing in Ghyben-Herzberg and critical pumping rate approximations of seawater intrusion in coastal aquifers. *Water Resources Research*, 47(5).
10. Streeter, Wylie, Bedford, 2008. *ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΠΕΥΣΤΩΝ*. Fountas
11. Stumpf, M.P. and Porter, M.A., 2012. Critical truths about power laws. *Science*, 335(6069), pp.665-666.
12. Todd, D.K. and Mays, L.W., 2004. *Groundwater hydrology Third Edition*. Wiley

13. Varouchakis, E.A. and Hristopulos, D.T., 2013. Comparison of stochastic and deterministic methods for mapping groundwater level spatial variability in sparsely monitored basins. *Environmental monitoring and assessment*, 185(1), pp.1-19.