



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

**Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης**

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ  
ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΔΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΜΕΤΑΞΑΣ

XANIA 2016



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

**Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης**

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ  
ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΔΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΜΕΤΑΞΑΣ

Εξεταστική Επιτροπή:

Σταυρουλάκης Γεώργιος

Μαρινάκης Ιωάννης

Αντωνιάδης Αριστομένης

XANIA 2016

### **Ευχαριστίες**

Από τα βάθη της καρδιάς μου θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με βοήθησαν όλο αυτό το διάστημα για να ολοκληρώσω τις μεταπτυχιακές μου σπουδές όσο και τη μεταπτυχιακή μου διατριβή.

Ιδιαίτερη μνεία πρέπει να γίνει τον καθηγητή μου Κο. Σταυρουλάκη Γεώργιο ο οποίος τόσα χρόνια με καθοδηγεί και με βοηθάει σε όλα τα βήματα μου. Οι αστείρευτες γνώσεις του πάντα με βοηθούσαν για να ξεπερνάω όλες τις δυσκολίες.

Ευχαριστώ τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, καθηγητές Κο. Μαρινάκη Ιωάννη και Κο. Αντωνιάδη Αριστομένη για το χρόνο που διέθεσαν, για την ανάγνωση και τη βελτίωση αυτής της διατριβής.

Ολοκληρώνοντας , θέλω να ευχαριστήσω ξεχωριστά την μητέρα μου Δέσποινα, τον πατέρα μου Χρήστο, τα αδέρφια μου Ευαγγελία και Παναγιώτη και φυσικά την Ειρήνη για την στήριξη και την υπομονή τους.

## **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

<b>1. <u>Εισαγωγή</u></b> .....	5
<b>2. Comsol Multiphysics</b> .....	6
<b>3. Μέθοδος Πεπαρασμένων Στοιχείων</b>	
A) Γενικά.....	8
B) Βασικές έννοιες της μεθόδου.....	9
<b>4. <u>Πιεζοηλεκτρικά Υλικά</u></b>	
A) Πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο.....	11
B) Σχηματική Παράσταση του Πιεζοηλεκτρικού Φαινομένου...	12
Γ) Πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες.....	13
Δ) Ενδεικτικές Εφαρμογές του Πιεζοηλεκτρικού φαινομένου....	14
Ε) Μαθηματική Περιγραφή του Πιεζοηλεκτρικού Φαινομένου..	17
<b>5. <u>Κλασσική Θεωρία Πλακών</u></b> .....	23
<b>6. <u>Μοντελοποίηση και Προσομοίωση με το COMSOL</u></b>	
A) Σχεδιασμός – Παραμετροποίηση.....	26
B) Συνοριακές Συνθήκες.....	27
Γ) Δημιουργία πλέγματος διακριτοποίησης στο COMSOL.....	27
<b>7. <u>Επίλυση</u></b> .....	31
A) Σύνθετη πλάκα μόνο με ηλεκτρική τάση.....	33
B) Σύνθετη πλάκα με άσκηση δύναμης και ηλεκτρικής τάσης...	46
<b>8. <u>Συμπεράσματα</u></b> .....	65
<b>9. <u>Βιβλιογραφία/Αναφορές</u></b> .....	66

## **1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Στο πλαίσιο της αυξανόμενης παγκόσμιας ζήτησης νέων πηγών ενέργειας, στόχος όλο και περισσότερων κρατών και επιχειρήσεων είναι η ανεύρεση νέων καινοτόμων λύσεων για τον ενεργειακό εφοδιασμό και παράλληλα η ανάπτυξη της ανταγωνιστικότητας της σε επίπεδο βιομηχανικό και τεχνολογικό. Η στροφή της κοινωνίας προς την εναλλακτική παραγωγή ενέργειας, έχει κάνει χιλιάδες ίσως και εκατομμύρια επιστήμονες σε όλο τον κόσμο να αναζητούν νέες ιδέες που θα δώσουν λύσεις στα αυξανόμενα προβλήματα ενεργειακής φύσης. Αναζητώντας σχετικές εφαρμογές, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν αυτές που βασίζονται στην παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος μέσω του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου.

Στη παρούσα εργασία παρουσιάζεται η χρήση Υπολογιστικών συστημάτων για τη προσομοίωση και τον έλεγχο της συμπεριφοράς σύνθετων ευφυών πιεζοηλεκτρικών κατασκευών με σκοπό την εξέταση του φαινομένου. Η πλάκα που εξετάζουμε αποτελείται από πιεζοηλεκτρικά υλικά που ενσωματώνουν ιδιότητες αισθητήρων και ενεργοποιητών.

Η μοντελοποίηση πραγματοποιείται εξ'ολοκλήρου στο ειδικό πρόγραμμα COMSOL Multiphysics 3.4, με την επίλυση να πραγματοποιείται μέσω του server του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Στο πρώτο μέρος θα γίνει συνοπτική αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο των αντικειμένων που πραγματεύεται η εργασία καθώς και αναφορά σχετικά με την μοντελοποίηση πιεζοηλεκτρικής κατασκευής με το λογισμικό COMSOL-Multiphysics.

Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και γίνεται σύγκριση με τα δεδομένα που μας είχαν δοθεί.

## **2. Comsol Multiphysics**

Το 1986, δύο μεταπτυχιακοί φοιτητές του Royal Institute of Technology (KTH), στη Στοκχόλμη της Σουηδίας, οι Svante Littmarck και Farhad Saeidi, με τη βοήθεια ενός κώδικα που μελετούσαν για ένα μεταπτυχιακό μάθημά τους δημιούργησαν το λογισμικό του Comsol.

Το COMSOL Multiphysics είναι ένα ισχυρό διαδραστικό λογισμικό για την μοντελοποίηση και την επίλυση μιας πληθώρας επιστημονικών και τεχνικών προβλημάτων που μπορούν να περιγράφουν από μερικές διαφορικές εξισώσεις. Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις περιγράφουν πολλούς από τους νόμους που διέπουν την φυσική και γενικότερα τις επιστήμες και μας παρέχουν τη βάση για τη μοντελοποίηση μεγάλου φάσματος φαινομένων.

Το λογισμικό COMSOL Multiphysics προσφέρει στον μηχανικό την δυνατότητα επίλυσης σύνθετων και αλληλεπιδραστικών φυσικών φαινομένων με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Αποτελεί ιδανική πλατφόρμα μοντελοποίησης και σχεδιασμού σε πολυάριθμες εφαρμογές όπως αισθητήρες και μικρόηλεκτρομηχανολογικές συσκευές (MEMS), προβλήματα ανάλυσης κατασκευών, σχεδιασμό RF συστημάτων, σχεδιασμό ηχείων, μικροφώνων και ακουστικών συσκευών, μοντελοποίηση και ανάλυση εναλλακτών θερμότητας, συσκευών ανάμειξης, αντιδραστήρων και γενικότερα οποιουδήποτε προβλήματος σχεδιασμού και μοντελοποίησης συζευγμένων φυσικών φαινομένων. Μερικές εφαρμογές στις οποίες μπορεί να χρησιμοποιηθεί το Comsol για την επίλυση προβλημάτων είναι οι κάτωθι:

- **Ακουστική (Acoustics)**
- **Βιοεπιστήμη (Bioscience)**
- **Χημικές Αντιδράσεις (Chemical reactions)**
- **Οξείδωση και Προστασία Οξείδωσης (Corrosion and corrosion protection)**
- **Διάχυση (Diffusion)**
- **Ηλεκτροχημικά Φαινόμενα (Electrochemistry)**
- **Ηλεκτρομαγνητικά Φαινόμενα (Electromagnetics)**
- **Ανάλυση Κόπωσης (Fatigue analysis)**
- **Ρευστοδυναμική (Fluid dynamics)**
- **Κυψέλες Καυσίμου και Ηλεκτροχημικά Φαινόμενα (Fuel cells and electrochemistry)**
- **Γεωφυσική και Γεωμηχανική (Geophysics and geomechanics)**
- **Μεταφορά Θερμότητας (Heat transfer)**
- **Μικροηλεκτρονικομηχανικά Συστήματα MEMS (Microelectromechanical systems (MEMS))**
- **Μικρορευστομηχανική (Microfluidics)**
- **Μηχανική Μικροκυμάτων (Microwave engineering)**

- **Οπτική (Optics)**
- **Ανίχνευση Σωματιδίων (Particle tracing)**
- **Φωτονική (Photonics)**
- **Φυσική Πλάσματος (Plasma physics)**
- **Ροή Πορωδών Μέσων (Porous media flow)**
- **Κβαντομηχανική (Quantum mechanics)**
- **Εξαρτήματα Συχνότητας Ραδιοφώνου (Radio-frequency components)**
- **Συσκευές Ημιαγωγών (Semiconductor devices)**
- **Δομική Μηχανική (Structural mechanics)**
- **Φαινόμενα Μεταφοράς (Transport phenomena)**
- **Διάδοση Κυμάτων (Wave Propagation)**

Το πρόγραμμα παρέχει ένα ολοκληρωμένο περιβάλλον εργασίας με ένα μοντέλο Builder (model builder) όπου μπορούμε να σχεδιάσουμε και να τροποποιήσουμε την εικόνα του μοντέλου πάνω στην οποία δουλεύουμε σε δύο και τρεις διαστάσεις (2D, 3D) καθώς επίσης και να έχουμε πρόσβαση σε όλες τις λειτουργίες του. Με τον όρο multiphysics εννοούμε τη μελέτη πολλών φυσικών φαινομένων που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και τη σύζευξη αυτών σε ένα πρόγραμμα προσομοίωσης. Η πλατφόρμα του COMSOL εμπλουτίζεται συνεχώς με νέα εργαλεία για την μοντελοποίηση όλο και περισσότερων εφαρμογών και προβλημάτων.

Πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό του προγράμματος είναι η δυνατότητα που παρέχει για αλληλεπίδραση με άλλες πολύ διαδεδομένες και ευρέως χρησιμοποιούμενες εφαρμογές, όπως η MATLAB, το PROEngineer και το AutoCAD. Η παρούσα εργασία διενεργήθηκε στην πλατφόρμα COMSOL Multiphysics 3.4

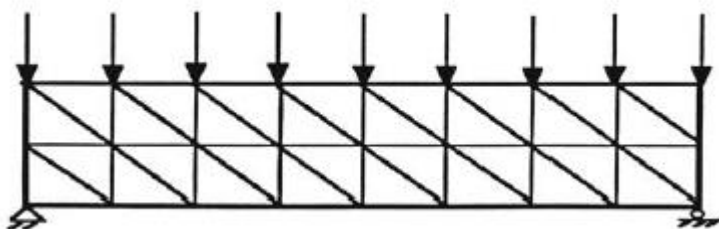
### 3. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

#### Α) Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί μία σύντομη εισαγωγή στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (ΜΠΣ) και στη χρήση της στην ανάλυση και το σχεδιασμό σύνθετων κατασκευών. Η μέθοδος αυτή αποτελεί ισχυρό εργαλείο στη μελέτη των κατασκευών και βρίσκει σημαντικά μεγάλο αριθμό εφαρμογών. Στο πεδίο της ανάλυσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί όχι μόνο στο (συμβατικό) ελαστικό πεδίο (θεωρία μικρών μετατοπίσεων) αλλά και για μη-γραμμικά προβλήματα, λυγισμό, δυναμική συμπεριφορά κ.ά. Η μέθοδος χρησιμοποιείται γενικότερα σε προβλήματα που επιδέχονται μεταβολική διατύπωση στην μηχανική των συνεχών μέσων. Η σχετική βιβλιογραφία είναι εκτενέστατη, και συνεχώς αυξάνεται με την πρόταση νέων τεχνικών αλλά και εφαρμογών.

Η αρχική διατύπωση της μεθόδου έγινε με βάση την μητρική ανάλυση, αργότερα όμως δόθηκε ευρύτερη και πιο θεμελιώδης θεωρητική βάση. Αρχικά θα θεωρήσουμε την μέθοδο ως επέκταση της μητρικής ανάλυσης στην ανάλυση των συνεχών μέσων (ελάσματα, κελύφη).

Το χαρακτηριστικό της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η χρήση δυσδιάστατων και τρισδιάστατων στοιχείων για την προσομοίωση συνεχών μέσων. Μια από τις πρώτες δημοσιεύσεις στις οποίες παρουσιάστηκε η ιδέα αυτή είναι των Turner, Clough, Martin, και Topp (1956), ορισμένα όμως χαρακτηριστικά της είχαν ήδη περιγραφεί από τους Courant (1943), Hrenikoff (1941), McHenry (1943) και άλλους. Τα πρώτα πεπερασμένα στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν σε προβλήματα επίπεδης εντατικής κατάστασης, αργότερα όμως διατυπώθηκαν στοιχεία και για τρισδιάστατα στερεά, ελάσματα υπό κάμψη, παχιά κελύφη, και άλλες μορφές κατασκευών. Μετά την καθιέρωσή τους στη γραμμική ελαστική περιοχή εφαρμόστηκαν και σε δυσκολότερα προβλήματα όπως η δυναμική συμπεριφορά, ο λυγισμός και η μη-γραμμική απόκριση και συμπεριφορά του υλικού. Για να επιλυθούν δε προβλήματα με μη-γραμμική συμπεριφορά του υλικού απαιτείται επαναληπτική διαδικασία.



Εικόνα 1. Χρήση τριγωνικών στοιχείων για τη διακριτοποίηση αμφιέριστης δοκού υπό κάθετη ομοιόμορφη δύναμη

Στις αρχές της δεκαετίας του 1960 αναγνωρίστηκε ότι η μέθοδος αποτελεί συγκεκριμένη μορφή της μεθόδου Ritz, και το 1964 οι Zienkiewicz και Cheung έδειξαν ότι μπορεί να εφαρμοσθεί σε όλα τα προβλήματα πεδίου που έχουν μεταβολική διατύπωση. Για προβλήματα κατασκευών υπάρχει τώρα ένας ικανός αριθμός



προγραμμάτων γενικής χρήσης και το γεγονός αυτό σε συνάρτηση με τις δυνατότητες της μεθόδου έχει οδηγήσει στην ραγδαία εξέλιξη και χρήση της τα τελευταία χρόνια.

## **B) Βασικές έννοιες της μεθόδου**

Η βασική ιδέα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων έγκειται στη δυνατότητα προσομοίωσης της πραγματικής κατασκευής με συστατικά στοιχεία τα οποία συνδέονται σε ένα πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Η μεθοδολογία αυτή αποτελεί φυσιολογική προσομοίωση των πλαισίων, καθώς αυτά αποτελούνται από δοκούς που είναι συνδεδεμένες στα άκρα τους. Σε μία συνεχή όμως κατασκευή δεν υπάρχουν φυσικοί διαχωρισμοί και συνεπώς απαιτείται να γίνει τεχνητός διαχωρισμός σε στοιχεία, τα οποία να συνδέονται κατά μήκος των άκρων (πλευρών) τους. Τα τεχνητά αυτά στοιχεία, ή πεπερασμένα στοιχεία είναι συνήθως τετράπλευρα ή τριγωνικά και οι κόμβοι συνήθως βρίσκονται στα άκρα.

Για να επιτευχθεί ακριβής λύση ενός συγκεκριμένου προβλήματος στη διακριτοποιημένη μορφή του, θα πρέπει να ικανοποιούνται οι συνθήκες ισορροπίας και γεωμετρικής συμβιβαστότητας στο εσωτερικό των στοιχείων αλλά και στα σύνορά τους. Μία διακριτή προσομοίωση δεν μπορεί όμως να αποδώσει με απόλυτη ακρίβεια την συμπεριφορά ενός συνεχούς μέσου, ανεξαρτήτως του αριθμού των διακριτών μεταβλητών που χρησιμοποιούνται. Υπάρχει δηλαδή πάντοτε ένα σφάλμα, το οποίο όμως μπορεί να περιορισθεί και να γίνει αμελητέο και τοπικό. Δεν είναι συνεπώς δυνατόν να ικανοποιηθούν όλες οι προαναφερθείσες συνθήκες με απόλυτη ακρίβεια, έστω και αν γίνει χρήση μεγάλου αριθμού στοιχείων. Είναι όμως δυνατό, με σωστή επιλογή των ιδιοτήτων των στοιχείων και κατάλληλη διακριτοποίηση, να περιορισθεί το αριθμητικό σφάλμα. Ο προσδιορισμός των ιδιοτήτων των στοιχείων αποτελεί ένα από τα βασικότερα στάδια διατύπωσης μιας λύσης. Θα πρέπει τότε να γίνεται αυτό έτσι ώστε να ικανοποιούνται επαρκώς οι συνθήκες συμβιβαστότητας χωρίς να χρειασθεί να γίνει χρήση υπερβολικά μικρών στοιχείων.

Η συμπεριφορά των στοιχείων καθορίζεται από συναρτήσεις οι οποίες ορίζουν τον τρόπο μεταβολής των τάσεων ή των μετατοπίσεων στο εσωτερικό τους. Με άλλα λόγια, προκαθορίζεται ο τρόπος συμπεριφοράς των διαφόρων μεταβλητών. Το αποτέλεσμα είναι ότι, παρ' όλο που οι συνθήκες ισορροπίας και συμβιβαστότητας ικανοποιούνται μόνο στους κόμβους, η προδιαγεγραμμένη συμπεριφορά στο εσωτερικό κάθε στοιχείου εξασφαλίζει ότι η συμβιβαστότητα ικανοποιείται επαρκώς στο εσωτερικό και στα σύνορά τους. Συμπεραίνεται λοιπόν ότι απαιτείται προσοχή κατά την υποδιαίρεση (διακριτοποίηση) της κατασκευής, καθώς επίσης και κατά την επιλογή της συνάρτησης που περιγράφει τη συμπεριφορά στο εσωτερικό του κάθε στοιχείου.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η ακρίβεια της μεθόδου αυξάνεται όταν αυξάνεται ο αριθμός των στοιχείων, ή καλύτερα, των κόμβων. Όσο αυξάνεται όμως ο αριθμός των στοιχείων, τόσο αυξάνονται ο χρόνος υπολογισμού και το κόστος.

Σε πολλές περιπτώσεις η βαθμιαία μεταβολή του μεγέθους των στοιχείων χρησιμοποιείται για να αποκτηθεί ακριβέστερη εικόνα της τοπικής συμπεριφοράς (σε συγκεντρώσεις τάσεων, σε ανοίγματα, κοντά στο σημείο εφαρμογής του εξωτερικού

φορτίου, κλπ). Η βαθμιαία μεταβολή του μεγέθους των στοιχείων είναι ένας εφικτός τρόπος ελάττωσης του κόστους χωρίς να μειωθεί ακρίβεια της λύσης του προβλήματος. Λόγω όμως της μεγάλης ποικιλίας κατασκευών και φορτίσεων δεν είναι δυνατό να δοθεί γενικός κανόνας σχετικά με τον αριθμό ή το μέγεθος των στοιχείων ή τον τρόπο διακριτοποίησης που απαιτούνται για επαρκή ακρίβεια. Σε κάθε περίπτωση ο τρόπος διακριτοποίησης πρέπει να βασίζεται στην εμπειρία συμπεριφοράς και μελέτης παρόμοιων κατασκευών. Εάν αυτό δεν είναι εφικτό πρέπει να επιλυθεί σειρά προβλημάτων με διαφορετικές διακριτοποιήσεις και να υπολογισθεί ο βαθμός σύγκλισης στην ακριβή λύση. Με αυτό τον τρόπο διασφαλίζεται η ακρίβεια της λύσης για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Ο πλέον διαδεδομένος τρόπος διατύπωσης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για γραμμικά στατικά προβλήματα βασίζεται στη μέθοδο των μετατοπίσεων. Άλλοι τρόποι κάνουν χρήση της ισορροπίας δυνάμεων, ή άλλων υβριδικών ή και μικτών μεθόδων. Τα βασικά στάδια της μεθόδου είναι:

1. Η προσομοίωση (διακριτοποίηση) της κατασκευής με ένα σύνολο στοιχείων που συνδέονται σε συντοριακούς κόμβους.
2. Ο προσδιορισμός των γενικευμένων (άγνωστων) μετατοπίσεων που θα καθορίσουν πλήρως την απόκριση της κατασκευής.
3. Η διατύπωση των εξισώσεων ισορροπίας που αντιστοιχούν στις άγνωστες κομβικές μετατοπίσεις και η επίλυσή τους.
4. Ο υπολογισμός των εσωτερικών κατανομών των τάσεων των στοιχείων, για δεδομένες μετατοπίσεις στους κόμβους.
5. Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης, (μετατοπίσεις και τάσεις), με βάση τις δεδομένες παραδοχές του προβλήματος.

Κατά την πρακτική μελέτη της συμπεριφοράς κατασκευών, από τα πιο σημαντικά βήματα της όλης διαδικασίας είναι η κατάλληλη διακριτοποίηση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης. Για να επιτευχθεί σωστή διακριτοποίηση πρέπει να θεωρηθούν διάφορα μοντέλα, το οποία σταδιακά γίνονται περισσότερο σύνθετα.

#### **4. ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΥΛΙΚΑ**

##### **Α)Πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο**

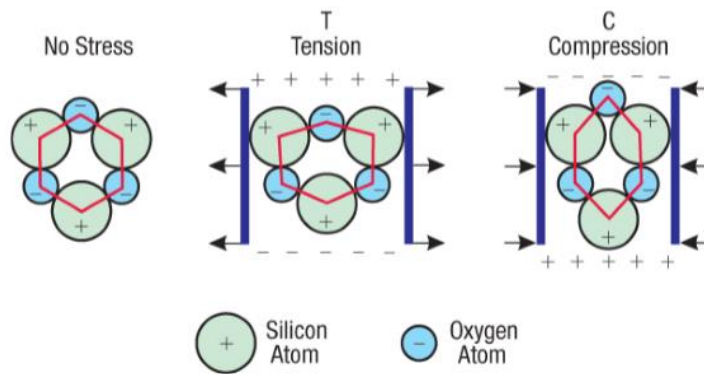
Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ανακαλύφθηκε από τους αδελφούς Jacques και Pierre Curie το 1880, οι οποίοι παρατήρησαν ότι υποβάλλοντας σε μηχανική πίεση συγκεκριμένα κρυσταλλικά υλικά, αυτά πολώνονται ηλεκτρικά και ο βαθμός πόλωσης είναι ανάλογος με την εφαρμοσμένη πίεση. Η σχετική ανακοίνωση έγινε για πρώτη φορά κατά τη διάρκεια του συνεδρίου της Academie des Sciences στο Παρίσι στις 2 Αυγούστου 1880. Ένα χρόνο αργότερα ο Lippmann πρόβλεψε την ύπαρξη του ανάστροφου πιεζοηλεκτρικού φαινομένου κάτι που επιβεβαιώθηκε πειραματικά από τους αδελφούς Curie τον ίδιο χρόνο. Ο όρος “πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο” προτάθηκε εκείνη την χρονιά από τον Hankel και έγινε αμέσως αποδεκτός αντί του όρου πυροηλεκτρισμός, που χρησιμοποιείτο έως τότε.

Πιο συγκεκριμένα πιεζοηλεκτρισμός είναι η γραμμική αλληλεπίδραση μεταξύ μηχανικών και ηλεκτρικών συστημάτων σε μη συμμετρικούς κρυστάλλους. Το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο μπορεί να ορισθεί ως το φορτίο της ηλεκτρικής πόλωσης που είναι ανάλογο με την παραμόρφωση. Ένα υλικό ονομάζεται πιεζοηλεκτρικό όταν μια εξωτερική μηχανική τάση αυξάνει την διηλεκτρική μετατόπιση μέσα στο υλικό. Η ηλεκτρική μετατόπιση εμφανίζεται σαν εσωτερική ηλεκτρική πόλωση. Πρέπει να σημειωθεί ότι το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο εξαρτάται σημαντικά από την συμμετρία του κρυστάλλου. Ένας κρύσταλλος με αρκετά χαμηλή συμμετρία εμφανίζει πόλωση κάτω από την επίδραση μηχανικού φορτίου. Οι κρύσταλλοι που έχουν κεντρική συμμετρία δεν μπορούν να εμφανίσουν πιεζοηλεκτρισμό.

Σχετικό είναι επίσης και το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, κατά το οποίο ένας πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος παραμορφώνεται όταν εφαρμοστεί σε αυτόν εξωτερική ηλεκτρική τάση.

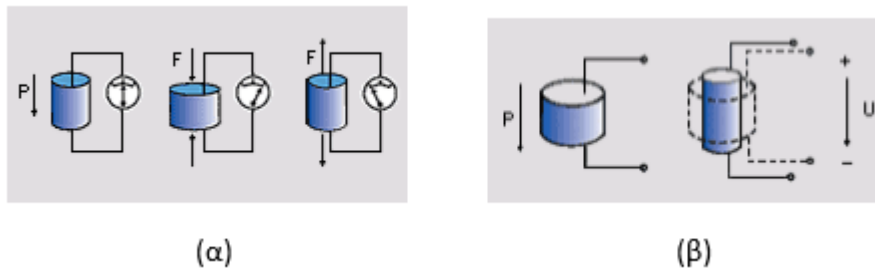
Παραδείγματα υλικών με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες είναι ο χαλαζίας ( $\text{SiO}_2$ ), το αλάτι Rochelle ή Seignette (τρυγικό καλιονάτριο,  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ), το ADP (δισόξινο φωσφορικό αμμώνιο,  $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ ), το ένυδρο θεικό λίθιο, ( $\text{LiSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ ), ο τουρμαλίνης, το συνθετικό πολυμερές PVDF (polyvinylidene difluoride), κτλ.

### Piezoelectric Effect in Quartz



Εικόνα 2. παράδειγμα Πιεζοηλεκτρικής Πόλωσης σε κρύσταλλο χαλαζία

### **Β) Σχηματική Παράσταση του Πιεζοηλεκτρικού Φαινομένου**



Εικόνα 3. α) Ευθύ Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο και β) Αντίστροφο Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο

#### α) Ευθύ Πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο

Όταν το αίτιο είναι η εφαρμογή μηχανικής τάσης στο υλικό και το αποτέλεσμα είναι η πόλωση του υλικού, ονομάζεται ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Η επίδραση εξωτερικής δύναμης έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ηλεκτρικών φορτίων στις επιφάνειες του κρυστάλλου, ο οποίος υφίσταται την μηχανική παραμόρφωση. Αυτό συμβαίνει διότι η εφαρμογή μηχανικής τάσης προκαλεί διαχωρισμό του «κέντρου βάρους» των θετικών και αρνητικών ιόντων, με αποτέλεσμα την εμφάνιση ηλεκτρικής διπολικής ροπής. Κρύσταλλοι οι οποίοι εμφανίζουν κέντρο συμμετρίας δεν παρουσιάζουν το φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού αφού δεν μπορούν να διαχωρίσουν τα «κέντρα βάρους» των φορτίων. Με βάση την συμμετρία, στη φύση απαντώνται 32 κατηγορίες (τάξεις) κρυστάλλων. Από αυτές οι 20 είναι μη-κεντροσυμμετρικές και εμφανίζουν πιεζοηλεκτρική συμπεριφορά, καθώς χαρακτηρίζονται από χαμηλή συμμετρία.

Στην εικόνα 3.α) ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό προτού αυτό υποστεί κάποια δύναμη ή εφαρμοστεί ρεύμα. Αν το υλικό συμπιεστεί (δεύτερο σχέδιο Εικόνας 3.α), τότε μια τάση ίδιας πολικότητας με την τάση πόλωσης θα εμφανιστεί μεταξύ των ηλεκτροδίων. Αν το υλικό επιμηκυνθεί (τρίτο σχέδιο Εικόνας 3.α) εμφανίζεται τάση ανάστροφη ως προς την πόλωση.

## β) Αντίστροφο Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο

Όταν το αίτιο είναι η ηλεκτρική πόλωση του υλικού και το αποτέλεσμα η εμφάνιση μηχανικής τάσης, τότε το φαινόμενο αυτό καλείται αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο.

Όπως βλέπουμε στην εικόνα 3.β) μια τάση ανάστροφης πόλωσης ως προς την τάση πόλωσης θα προκαλέσει διαστολή του υλικού ενώ αντίθετα μια τάση ίδιας πολικότητας προκαλεί συμπίεση του υλικού.

## Γ) Πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες

Από την αρχική ανακάλυψη των αδελφών Κιουρί (Curies) χρειάστηκαν περισσότερα από εβδομήντα χρόνια προτού χρησιμοποιηθεί το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο σε βιομηχανικές μετρητικές εφαρμογές. Από τότε αυτή η τεχνολογία μέτρησης αναπτύχθηκε σταθερά και σήμερα πλέον θεωρείται μια ώριμη και αξιόπιστη τεχνολογία. Έχει δε χρησιμοποιηθεί εκτενώς σε κρίσιμης ασφάλειας μετρητικές εφαρμογές στην αεροδιαστημική την ιατρική και την πυρηνική ενέργεια.

Η ανάπτυξη της πιεζοηλεκτρικής τεχνολογίας συνδέεται άμεσα με ένα σύνολο από εγγενή πλεονεκτήματα που παρουσιάζει. Το υψηλό μέτρο ελαστικότητας πολλών πιεζοηλεκτρικών υλικών είναι συγκρίσιμο με αυτό των μετάλλων και φθάνει στα  $105 \text{ N/mm}^2$ . Αν και οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες είναι ηλεκτρομηχανικά συστήματα που αντιδρούν στην συμπίεση, οι αισθητήρες παρουσιάζουν μηδενική παραμόρφωση. Αυτός είναι και ο λόγος που οι πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες είναι τόσο στιβαροί, και παρουσιάζουν πολύ υψηλή φυσική συχνότητα και γραμμική συμπεριφορά για μεγάλο εύρος πλάτους. Επιπλέον δεν επηρεάζονται από ηλεκτρομαγνητικά πεδία και ακτινοβολία επιτρέποντας την χρήση τους σε αντίξοες συνθήκες. Επιπλέον μερικά υλικά (ειδικά το Ορθοφωσφορικό Άλας του Γαλλίου και ο τουρμαλίνης) παρουσιάζουν σταθερότητα στη θερμοκρασία με αποτέλεσμα να μπορούν να λειτουργούν μέχρι και τους  $1000^\circ\text{C}$ .

Το μόνο μειονέκτημα των πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων είναι ότι δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για πραγματικά στατικές μετρήσεις. Μια στατική δύναμη θα είχε ως αποτέλεσμα μια σταθερή ποσότητα φορτίου στο πιεζοηλεκτρικό υλικό. Χρησιμοποιώντας κοινά ηλεκτρονικά, όχι τέλεια μονωτικά υλικά, και δεδομένης της μείωσης της εσωτερικής αντίστασης του αισθητήρα, θα έχουμε συνεχή απώλεια ηλεκτρονίων με αποτέλεσμα το σήμα μας να είναι ανακριβές. Τέλος σε υψηλές θερμοκρασίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο πιεζοηλεκτρικά υλικά που διατηρούν υψηλή εσωτερική αντίσταση.

## Υλικά αισθητήρων

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά χωρίζονται σε μονοκρυσταλλικά όπως είναι ο χαλαζίας και πολυκρυσταλλικά όπως είναι διάφορα κεραμικά.

Αν και μερικοί πιεζοηλεκτρικοί κρύσταλλοι όπως ο χαλαζίας και το αλάτι rochelle εμφανίζονται στη φύση τα περισσότερα είναι τεχνητά. Ωστόσο για να μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πράξη πρέπει να προσανατολιστούν και να κοπούν σε συγκεκριμένες κρυσταλλογραφικές διευθύνσεις.

Το πρώτο πολυκρυσταλλικό φεροηλεκτρικό κεραμικό ήταν το Τιτανιούχο Βάριο ( $\text{BaTiO}_3$ ), το οποίο έχει την δομή perovskite και ανακαλύφθηκε ανεξάρτητα από ερευνητές στις Η.Π.Α, την Ιαπωνία και την Πρώην Σοβιετική Ένωση το 1943. Η ανωτερότητα του σε σχέση με τους μονοκρυστάλλους αναγνωρίστηκε άμεσα και ήταν το σημαντικότερο ηλεκτροκεραμικό υλικό μέχρι την ανακάλυψη του σύνθετου κεραμικού μολύβδου-ζirkονίου-τιτανίου (lead zirconate titanate - PZT) το 1954 από τους Jaffe et al.

Αν και οι κατασκευαστές PZT χρησιμοποιούν προστατευόμενες φόρμουλες, γενικά το PZT-5 είναι εμπλουτισμένο σε Νιόβιο (Nb), το PZT-6 σε Χρώμιο (Cr), το PZT-7 σε Λανθάνιο (La), και το PZT-4 σε Σίδηρο (Fe).

## Δ) Ενδεικτικές Εφαρμογές του Πιεζοηλεκτρικού φαινομένου

Το φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού χρησιμοποιείται σήμερα ευρέως σε πάρα πολλές εφαρμογές. Η εκμετάλλευση του φαινομένου σε τεχνολογικό επίπεδο δεν έχει φτάσει σε καμία περίπτωση τα όρια των δυνατοτήτων του. Πολλές πειραματικές μελέτες εξετάζουν την μελλοντική εφαρμογή του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου σε όλο και περισσότερα πεδία. Αυτή τη στιγμή το φαινόμενο χρησιμοποιείται ευρέως σε εφαρμογές της ακουστικής (ηλεκτροακουστική), στη βιοιατρική, στην κατασκευή μικροζυγαριών, αισθητήρων (επιταχυνσιόμετρα, μετατροπείς δύναμης και πίεσης κ.α.), διεγερτών, αισθητήρων θορύβου κ.α.

Μερικές από τις πιλοτικές εφαρμογές του φαινομένου που θα μελετήσουν την λειτουργικότητα του για μια ευρεία μελλοντική εφαρμογή του φαινομένου αφορούν στο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο σαν εναλλακτική μορφή ενέργειας με διατάξεις πιεζοηλεκτρικών στοιχείων που αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια μέσω της πίεσης που δέχονται. Τέτοια παραδείγματα αποτελούν η τοποθέτηση πιεζοηλεκτρικών πλακών κάτω από το οδόστρωμα, με σκοπό την αποθήκευση ηλεκτρικού ρεύματος λόγω της πίεσης που ασκεί η κυκλοφορία του δρόμου στις πλάκες, η ακόμα και κάτω από τις πλάκες πεζοδρομίων για τη συλλογή ηλεκτρικού ρεύματος που επαρκεί για το νυχτερινό φωτισμό του δρόμου. Όπως μπορεί να

διαπιστώσει κανείς από τις πειραματικές και πιλοτικές εφαρμογές του φαινομένου, οι δυνατότητες εφαρμογής και εκμετάλλευσης είναι ακόμα πολύ μεγάλες και η περαιτέρω έρευνα και εξέλιξη θα συμβάλλει ώστε κάποια στιγμή τα οφέλη και οι εφαρμογές του φαινομένου να είναι εύκολα διακριτά ακόμα και στην καθημερινότητά μας αντικαθιστώντας παλιές τεχνολογίες και βελτιώνοντας την ποιότητα ζωής μας.

Παρακάτω θα δώσουμε περιληπτικά ορισμένα παραδείγματα εφαρμογής του φαινομένου του πιεζοηλεκτρισμού:

### Πηγές υψηλής τάσεως

Καθώς ο άμεσος πιεζοηλεκτρισμός μερικών ουσιών όπως του χαλαζία μπορεί να παραγάγει ηλεκτρισμό πολλών χιλιάδων βολτ, συναντάμε το πιεζοηλεκτρικά κρύσταλλα σε εφαρμογές όπως:

- 1) Ιατρικές συσκευές υπερήχων
- 2) Ηλεκτρικός αναπτήρας τσιγάρων: η συμπίεση του κουμπιού αναγκάζει ένα συμπιεζόμενο σφυρί να χτυπήσει ένα πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο. Έτσι η υψηλή παραχθείσα τάση δημιουργεί χάσμα σπινθήρων και ανάφλεξη.

### Αισθητήρες - Γεννήτριες

Η αρχή της λειτουργίας ενός πιεζοηλεκτρικού αισθητήρα είναι ότι μια φυσική διάσταση, που μετασχηματίζεται σε μια δύναμη, ενεργεί σε δύο αντιτιθέμενα πρόσωπα του αισθητήριου στοιχείου. Ανάλογα με το σχέδιο ενός αισθητήρα, οι διαφορετικοί "τρόποι" που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να φορτώσουν το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο είναι ο διαμήκης και ο εγκάρσιος.

Στις μέρες μας τέτοια υλικά χρησιμοποιούνται σε κάθε σχεδόν εφαρμογή η οποία προϋποθέτει ακριβείς μετρήσεις ή παρακολούθηση αλλαγών διαφόρων μηχανικών μεγεθών, όπως η πίεση, η δύναμη και η επιτάχυνση. Τέτοιες εφαρμογές είναι:

- 1) Αεροδιαστημική έρευνα: τεχνολογία κατασκευής πυραύλων, συστήματα εκτίναξης επείγουσας ανάγκης, σχετικές δομικές κατασκευές.
- 2) Βαλλιστικές μελέτες: καύση, έκρηξη, εκπυρσοκρότηση και κατανομή ηχητικής πίεσης
- 3) Βιοϊατρική: μετρήσεις δύναμης για ορθοπεδικό βηματισμό, εργονομία, νευρολογία, καρδιολογία και αποκατάσταση υγείας. Επίσης, πιεζοηλεκτρικά microbalances χρησιμοποιούνται ως πολύ ευαίσθητοι χημικοί και βιολογικοί αισθητήρες.
- 4) Έλεγχος μηχανών: καύση, εναλλαγή αερίων και ψεκασμός, διαγράμματα ενδείξεων.
- 5) Βιομηχανία και εργοστάσια: κοπή μετάλλων, αυτοματοποίηση διαδικασιών συναρμολόγησης, παρακολούθηση λειτουργίας μηχανών.
- 6) Παραγωγή κυμάτων sonar.

Ο χαλαζίας χρησιμοποιείται εκτενώς σε επιταχυνσιόμετρα . Το θειικό λίθιο ( $\text{Li}_2\text{SO}_4$ ) και ο τουρμαλίνης είναι δύο πιεζοηλεκτρικοί κρύσταλλοι που χρησιμοποιούνται σε εμπορικά υδρόφωνα. Το αλάτι Rochelle salt έχει περιορισμένη χρήση ως ένας τύπος sonic blast sensor. Το Νιοβικό λίθιο ( $\text{LiNbO}_3$ ) και το τανταλικό λίθιο ( $\text{LiTaO}_3$ ) χρησιμοποιούνται ως ακουστικοί αισθητήρες σε υψηλές θερμοκρασίας αφού και οι δύο παρέχουν υψηλή ευαισθησία για θερμοκρασίες ακόμα και ως  $400^\circ\text{C}$ . Άλλοι κρύσταλλοι με καλή θερμική ευστάθεια περιλαμβάνουν τους perovskite layer structure (PLS) ferroelectrics όπως οι  $\text{Sr}_2\text{Nb}_2\text{O}_7$  και  $\text{La}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  οι οποίοι έχουν θερμοκρασίες Curie  $1342^\circ\text{C}$  και  $1500^\circ\text{C}$ . Πολικά υαλικά κεραμικά υλικά τα οποία αναπτύσσονται με

συνήθης διαδικασίες ανάπτυξης κρυστάλλων χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές υδροφώνων. Λόγω των σταθερών πιεζοηλεκτρικών ιδιοτήτων οι φυσικοί κρύσταλλοι χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου κάποιο μέγεθος πρέπει να μετριέται για μεγάλες χρονικές περιόδους.

#### Διεγέρτες - Κινητήρες

Δεδομένου ότι οι πολύ υψηλές τάσεις αντιστοιχούν μόνο σε μικροσκοπικές αλλαγές στο πλάτος του κρυστάλλου, αυτό το πλάτος μπορεί να αλλάξει με ακρίβεια μικρόμετρου, που κάνει τα πιεζο-κρύσταλλα το σημαντικότερο εργαλείο για εφαρμογές με απαίτηση ακραίας ακρίβειας.

- 1) Μεγάφωνα: Οι τάσεις μετατρέπονται στη μηχανική μετακίνηση μιας πιεζοηλεκτρικής πολυμερούς ταινίας.
- 2) Πιεζοηλεκτρικές μηχανές: τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία εφαρμόζουν μια κατευθυντήρια δύναμη σε έναν άξονα, αναγκάζοντας τον να περιστραφεί. Λόγω των εξαιρετικά μικρών μεταβολών η μηχανή αντιμετωπίζεται ως μεγάλης ακρίβειας και μπορεί να αντικαταστήσει ένα βηματικό κινητήρα.
- 3) Ευθυγράμμιση καθρεφτών λέιζερ.
- 4) Οπτικοακουστικός διαμορφωτής, μια συσκευή που δονείται ένας καθρέφτης μεταδίδοντας το φως που απεικονίζεται από μια μετατόπιση Doppler. Αυτό είναι χρήσιμο για μια συχνότητα λέιζερ.
- 5) Τα ατομικά μικροσκόπια δύναμης και τα μικροσκόπια ανίχνευσης υιοθετούν τον αντίστροφο πιεζοηλεκτρισμό για να κρατήσουν την αισθητήρια βελόνα κοντά στον έλεγχο.
- 6) Εκτυπωτές Inkjet: Σε μερικούς high-end εκτυπωτές Inkjet, τα πιεζοηλεκτρικά κρύσταλλα χρησιμοποιούνται για να ελέγξουν τη ροή του μελανιού από την κασέτα στο έγγραφο.
- 7) Μηχανές diesel: οι υψηλής απόδοσης κοινές μηχανές diesel χρησιμοποιούν τους πιεζοηλεκτρικούς εγχυτήρες καυσίμων, αντί των πιο κοινών συσκευών σωληνοειδών βαλβίδων.
- 8) Μείωση των δονήσεων: π.χ. Ερευνητές του Πολυτεχνείου του Ντάρμστατ της Γερμανίας προσπάθησαν να μειώσουν και να σταματήσουν τις δονήσεις μιας κατασκευής, με την ένωση των piezo στοιχείων. Όταν το υλικό κάμπτεται από μια δόνηση σε μια κατεύθυνση, το σύστημα αντιλαμβάνεται την κάμψη και στέλνει την ηλεκτρική ενέργεια στο piezo στοιχείο που κάμπτεται στην άλλη κατεύθυνση. Σε αυτό το τομέα έχουν γίνει διάφορα πειράματα.

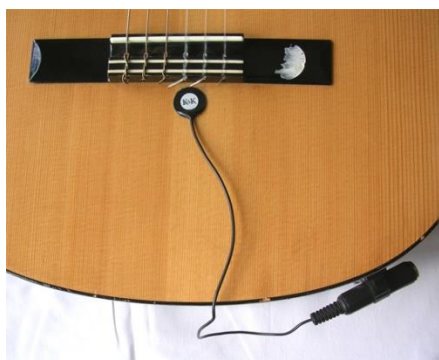


Εικόνα 4-Χρήση πιεζοηλεκτρικού υλικού σε συσκευή ηχητικής σήμανσης





Εικόνα 5- χρήση πιεζοηλεκτρικών υλικών σε πυροκρητές σύγχρονων όπλων



Εικόνα 6 - Χρήση πιεζοηλεκτρικών στοιχείων για μουσικές εφαρμογές

### Καινοτόμες εφαρμογές

- 1) Το Kohei Hayamizu έχει ένα τολμηρό όραμα για το μέλλον: μια πόλη που να είναι η ίδια ένας σταθμός παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος. Στο πείραμά τους ισχυρίζονται ότι στη περιοχή Shibuya όπου καθημερινά περνούν 900.000 άνθρωποι, η 20 ημερών εγκατάσταση, θα παραγάγει αρκετή ηλεκτρική ενέργεια ώστε να δουλέψουν 1.422 τηλεοράσεις για μια ώρα.
- 2) Οι ερευνητές στο Πολυτεχνείο του Ισραήλ «Techion-Israel Institute of Technology» ελπίζουν στο να μετατρέψουν τους αυτοκινητόδρομους σε ανανεώσιμη πηγή ενέργειας, χρησιμοποιώντας τη τεχνολογία του πιεζοηλεκτρισμού. Στο σχέδιο που αναπτύχθηκε από τον Haim Abramovich, στοχεύουν στο να τοποθετήσουν πιεζοηλεκτρικούς κρυστάλλους κάτω από την ασφάλτο, όπου θα μετατρέπονται οι δονήσεις σε ηλεκτρική ενέργεια.

### Ε) Μαθηματική Περιγραφή του Πιεζοηλεκτρικού Φαινομένου

Όπως αναφέραμε παραπάνω, πιεζοηλεκτρισμός είναι η ιδιότητα του υλικού να εμφανίζει ηλεκτρικό φορτίο όταν δεχθεί μια εξωτερική μηχανική τάση/πίεση. Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ένα μέγεθος που μετριέται σε  $[C=A*s]$  Coulomb και ορίζεται ως η ποσότητα του ηλεκτρικού ρεύματος που μεταφέρεται από ρεύμα τιμής 1 A μέσα σε ένα δευτερόλεπτο. Οι μετρήσεις με πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες δίνουν φορτία της τάξης του pC.

Όσο αφορά τη μηχανική πλευρά, με βάση το νόμο του Hooke που συνδέει τη τάση με τη παραμόρφωση έχουμε:  $T_j = c_{ij} \times S_j$  ή  $S_j = s_{ij} \times T_j$

**T** = Συνολική τάση (stress)[N/m<sup>2</sup>]. Δηλώνει το μέσο ποσοστό δύναμης ανά μονάδα επιφάνειας και εκφράζει την ένταση των εσωτερικών δυνάμεων στη τομή.

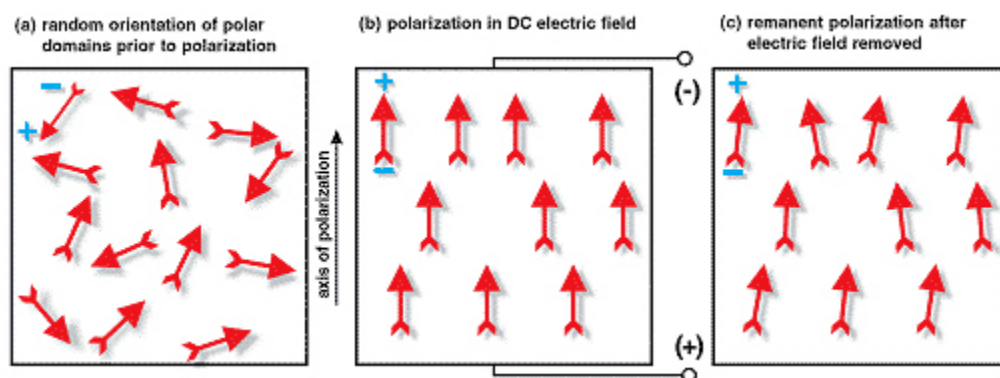
**S**= τροπή (strain) [m/m]. Εκφράζει την ανηγμένη παραμορφωσιμότητα ενός σώματος.

**s** = ελαστικότητα ή ενδοτικότητα υλικού (Elastic compliance) [m<sup>2</sup>/N] ή ελαστική παραμόρφωση, όσο μεγαλώνει τόσο μεγαλύτερη είναι η παραμόρφωση για δεδομένο φορτίο. (Όταν  $E=0$ , Βραχυκύκλωμα, τότε  $s$  αντίστροφο του μέτρου Young. )

**c**= μέτρο ελαστικότητας Young ή ακαμψία [ $\text{Pa}=\text{N/m}^2$ ], όσο μεγαλώνει τόσο μικρότερη είναι η παραμόρφωση για δεδομένο φορτίο. Όσο αφορά την ηλεκτρική πλευρά με βάση τη καταστατική εξίσωση του ηλεκτρισμού, η οποία περιγράφει τη κίνηση ενός ηλεκτρικού φορτίου όταν κάποιο διηλεκτρικό υποβάλλεται σε ηλεκτρικό πεδίο, έχουμε:  $D = \epsilon \times E = \epsilon_0 \times E + P$

**D** = ηλεκτρική μετατόπιση ή πυκνότητα ηλεκτρικής ροής. [C/m<sup>2</sup>]. Δηλώνει το μέσο ποσοστό ηλεκτρικού φορτίου ανά μονάδα επιφάνειας. Σχετίζεται δε με το παραγόμενο

φορτίο μέσω της σχέσης:  $q = \iint [D_1 D_2 D_3] \begin{bmatrix} dA_1 \\ dA_2 \\ dA_3 \end{bmatrix}$ , όπου τα  $dA_1, dA_2, dA_3$  είναι τα συστατικά της περιοχής ηλεκτροδίου στα επίπεδα 2-3, 1-3 και 1-2 αντίστοιχα.



Εικόνα 7 Πολικότητα πιεζοηλεκτρικού στοιχείου

Μπορεί να παρατηρηθεί ότι το συλλεγόμενο φορτίο,  $q$ , εξαρτάται μόνον από τα συστατικά της απειροστής επιφάνειας ηλεκτροδίου ανάλογα με την ηλεκτρική μετατόπιση **D**. Το φορτίο  $q$  και η τάση  $V_c$ , που παράγονται κατά μήκος των ηλεκτροδίων του αισθητήρα σχετίζονται μέσω της χωρητικότητας του αισθητήρα **C<sub>p</sub>**, ως εξής:  **$V_c=q/C_p$** . Έτσι λοιπόν, με μέτρηση του παραγόμενου φορτίου από το πιεζοηλεκτρικό υλικό από τις δύο προηγούμενες εξισώσεις, είναι δυνατόν να υπολογίσουμε την πίεση ανά μονάδα επιφάνειας στο υλικό. Από αυτές τις τιμές, γνωρίζοντας την παραμόρφωση του υλικού, υπολογίζεται η τάση. Η ένταση του ρεύματος στην επιφάνεια του αισθητήρα δίδεται:  **$i(t) = dq(t) / dt$**

**ε** = η ηλεκτρική διαπερατότητα ή διηλεκτρική σταθερά του μέσου [ $\frac{N}{mV}$ ] εκφράζει το πώς ένα ηλεκτρικό πεδίο επηρεάζεται και επηρεάζει ένα διηλεκτρικό μέσο. Ορίζεται από

την ικανότητα του υλικού να επιτρέπει ή όχι τη διέλευση του ηλεκτρικού ρεύματος από μέσα του (εο=διηλεκτρική σταθερά του κενού).

$\mathbf{E}$  = η ένταση ηλεκτρικού πεδίου [N/C] ή [V/m] δείχνει πως μεταβάλλεται το δυναμικό  $\varphi$  [J/C] στον τρισδιάστατο χώρο και ισούται με  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$  ή  $E = V/h_A$ , όπου  $h_A$  το πάχος στρώματος του διεγέρτη.

$\mathbf{P}$  = πόλωση [C/m<sup>2</sup>]. Μία παραμόρφωση στο υλικό δημιουργεί πόλωση ίση με  $\mathbf{eS}$ , ενώ η εφαρμογή ενός ηλεκτρικού πεδίου  $\mathbf{E}$  τείνει να ευθυγραμμίσει τα εσωτερικά δίπολα του υλικού, οπότε προκαλούνται τάσεις  $-\mathbf{eE}$ . Η πόλωση ενός πιεζοηλεκτρικού υλικού περιλαμβάνει δύο συνιστώσες. Την πόλωση που φυσιολογικά θα προέκυπτε με την εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου σε ένα μονωτή και την πόλωση που θα εμφανιστεί την περίπτωση εφαρμογής μηχανικής τάσης. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι ηλεκτρικές και μηχανικές καταστατικές εξισώσεις σε ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό είναι συζευγμένες, έχουμε:  $\{P\} = [(e_{ij} - 1)e_0]\{E\} + [d_{ij}]\{T\}$ , όπου ο  $\mathbf{d}$  πιεζοηλεκτρικός συντελεστής:  $d = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_E = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_T$

Με βάση τη σχέση της πόλωσης η ηλεκτρική μετατόπιση γίνεται:  $\{D\} = [\epsilon_0 \epsilon_{ij}]\{E\} + [d_{ij}]\{T\} = [\epsilon_0 \epsilon_{ij}]\{E\} + [d_{ij}][c_{ij}]\{S\}$

$\mathbf{e}$  = πιεζοηλεκτρική σταθερά σύζευξης για τη μορφή εξισώσεων μηχανικής τάσης-φορτίου [C/m<sup>2</sup> ή NV<sup>-1</sup>/m].

Οι καταστατικές εξισώσεις του πιεζοηλεκτρισμού γράφονται σε διάφορες μορφές, ανάλογα με τη μεταβλητή που κρατάμε σταθερή. Αρχικά δημοσιεύτηκαν από την επιτροπή προτύπων IEEE Ultrasonics οι παρακάτω:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_E \times \mathbf{T} + \mathbf{d}^t \times \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \times \mathbf{T} + \epsilon_T \times \mathbf{E}$$

$\mathbf{S}_E$  = ελαστικότητα υπό σταθερό ηλεκτρικό πεδίο (E) [m<sup>2</sup>/N]

$\epsilon_T$  = ηλεκτρική διαπερατότητα (Permittivity) υπό σταθερή τάση (T)

\*εν γένει ο δείκτης δείχνει τη σταθερή μεταβλητή.

$\mathbf{d}$  = πίνακας πιεζοηλεκτρικών σταθερών [C/N ή m/V] (Piezoelectric constant)

Από τις παραπάνω εξισώσεις συμπεραίνουμε ότι η παραμόρφωση και η ηλεκτρική μετατόπιση του υλικού έχουν γραμμική εξάρτηση από τη μηχανική τάση και το ηλεκτρικό πεδίο στο οποίο υποβάλλονται.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τις καταστατικές εξισώσεις σε διαφορετικές μορφές Piefort V., Zhou Y.S et.al., Βουτευντάκη, Φελέκης.

#### A) ΜΟΡΦΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ-ΦΟΡΤΙΟΥ

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_E \times \mathbf{T} + \mathbf{d}^t \times \mathbf{E} \text{ (αντίστροφο)}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \times \mathbf{T} + \epsilon_T \times \mathbf{E} \text{ (ευθύ)}$$

#### B) ΜΟΡΦΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}_E \times \mathbf{S} - \mathbf{e}^t \times \mathbf{E} \text{ (αντίστροφο)}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} \times \mathbf{S} + \epsilon_s \times \mathbf{E} \text{ (ευθύ)}$$

Γ) ΜΟΡΦΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ-ΗΛ. ΤΑΣΗΣ

$$S = S_D \times T + g^t \times D \text{ (αντίστροφο)}$$

$$E = -g \times T + \beta_T \times D \text{ (ευθύ)}$$

Δ) ΜΟΡΦΗ ΜΗΧ. ΤΑΣΗΣ - ΗΛ. ΤΑΣΗΣ

$$T = C_D \times S + h^t \times D \text{ (αντίστροφο)}$$

$$E = -h \times S + \beta_s \times D \text{ (ευθύ)}$$

\*ο δείκτης t δηλώνει τη μήτρα της σταθεράς μεταβλητής για το αντίστροφο φαινόμενο.

Όπου,

[c] και [s], πίνακες σταθερών ελαστικότητας

[ε] και [β], πίνακες διηλεκτρικών σταθερών

[d], [e], [g] και [h], πίνακες πιεζοηλεκτρικών σταθερών

Και μεταξύ τους ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

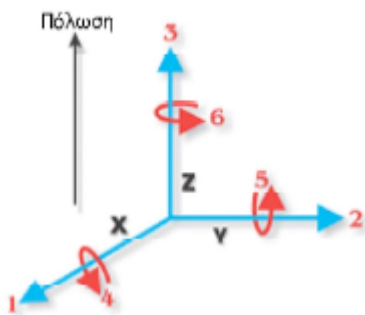
$$\begin{aligned} [c_D] &= [c_E] + [e_T][h] & [e] &= [d][c_E] = [d][s_E^{-1}] & d_{ij} &= \left( \frac{\partial D_i}{\partial T_j} \right)_E = \left( \frac{\partial S_i}{\partial E_j} \right)_T & e_{ij} &= \left( \frac{\partial D_i}{\partial S_j} \right)_E = \left( \frac{\partial T_i}{\partial E_j} \right)_S \\ [s_D] &= [c_D] - [d_T][g] & [d] &= [\varepsilon_T][g] & g_{ij} &= - \left( \frac{\partial E_i}{\partial T_j} \right)_D = - \left( \frac{\partial S_i}{\partial D_j} \right)_T & h_{ij} &= - \left( \frac{\partial E_i}{\partial S_j} \right)_D = - \left( \frac{\partial T_i}{\partial D_j} \right)_S \\ [\varepsilon_T] &= [\varepsilon_S] - [d_T][e] & [g] &= [h][s_D] = [\varepsilon^{-1}_T][d] \\ [\beta_S] &= [\beta_T] - [g_T][h] & [h] &= [\beta_S][e] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [c_E][s_E] &= [c_D][s_D] = I_6 \\ [\beta_S][\varepsilon_S] &= [\beta_T][\varepsilon_T] = I_3 \end{aligned}$$

Εικόνα 8. Πιεζοηλεκτρικές σταθερές

Επειδή τα πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι ανισότροπα, οι φυσικές σταθερές εξαρτώνται τόσο από τη κατεύθυνση της εφαρμοζόμενης μηχανικής ή ηλεκτρικής δύναμης, όσο και από τις κάθετες διευθύνσεις στην εφαρμοζόμενη δύναμη.

Συνεπώς, κάθε σταθερά έχει δύο δείκτες που υποδηλώνουν τις κατευθύνσεις των δύο σχετιζόμενων ποσοτήτων, όπως πχ για την ελαστικότητα η τάση και η τροπή.



Εικόνα 9 - Κατεύθυνση Πόλωσης

Η κατεύθυνση θετικής πόλωσης, συνήθως, επιλέγεται η κατεύθυνση του Z άξονα. Οι δείκτες 1,2,3 υποδηλώνουν κατεύθυνση X,Y,Z αντίστοιχα, ενώ οι 4,5,6 υποδηλώνουν διάτμηση κατά X,Y και Z αντίστοιχα.

**d<sub>ij</sub>**= πιεζοηλεκτρική σταθερά φόρτισης (μηχανικής παραμόρφωσης).

**Ευθύ** πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο: Εκφράζει τη πόλωση (P) ανά μονάδα εφαρμοζόμενης μηχανικής τάσης (T). Ο πρώτος δείκτης αναφέρεται στη διεύθυνση πόλωσης όταν το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν και ο δεύτερος στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης.

**Αντίστροφο** πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο: Εκφράζει τη μηχανική παραμόρφωση (S) ανά μονάδα εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου (E). Ο πρώτος δείκτης αναφέρεται στη διεύθυνση του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου και ο δεύτερος στη διεύθυνση παραμόρφωσης που προκύπτει.

$$\mathbf{d} = k \sqrt{\frac{\epsilon^T}{Y^E}} \left( \frac{\text{m}}{\text{V}} \right) \quad d_{31} = k_{31} \sqrt{\frac{c_{33}^T}{Y_{11}^E}}, \quad d_{33} = k_{33} \sqrt{\frac{c_{33}^T}{Y_{33}^E}}, \quad d_{15} = k_{15} \sqrt{\frac{c_{11}^T}{Y_{44}^E}}$$

$g_{ij}$ = πιεζοηλεκτρική σταθερά ηλεκτρικού πεδίου(-μηχανικής παραμόρφωσης).

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{d}}{\epsilon^T} \left( \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{N}} \right) \quad g_{31} = \frac{d_{31}}{\epsilon_{33}^T}, \quad g_{33} = \frac{d_{33}}{\epsilon_{33}^T}, \quad g_{15} = \frac{d_{15}}{\epsilon_{11}^T}$$

$k_{ij}$ = πιεζοηλεκτρική σταθερά ηλεκτρομηχανικής ζεύξης.

$$K^2 = \frac{\text{Μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε ηλεκτρική}}{\text{προσφερόμενη μηχανική ενέργεια}} \quad \text{ή} \quad \frac{\text{Ηλεκτρική ενέργεια που μετατρέπεται σε μηχανική}}{\text{Προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια}}$$

$$k^2 = \frac{d^2}{S^E \epsilon^T} \quad \text{ή} \quad \frac{k^2}{1 - k^2} = \frac{g^2 \epsilon^T}{S^D}$$

Για γραμμικά πιεζοηλεκτρικά υλικά η αλληλεπίδραση μεταξύ μηχανικών και ηλεκτρικών μεταβλητών μπορεί να περιγραφεί από τις παρακάτω γραμμικές σχέσεις σε μορφή πίνακα.

### Διεγέρτης

$$\begin{array}{l} \text{ορθή τάση} \\ \text{διατμητική τάση} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{array} \right\} = \underbrace{\begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \end{bmatrix}}_{\text{ελαστικότητα-ενδοτικότητα}} \underbrace{\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}}_{\text{σύζευξη}} + \underbrace{\begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix}}_{\text{σύζευξη}} \underbrace{\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}}_{\text{σύζευξη}}$$

## Αισθητήρας

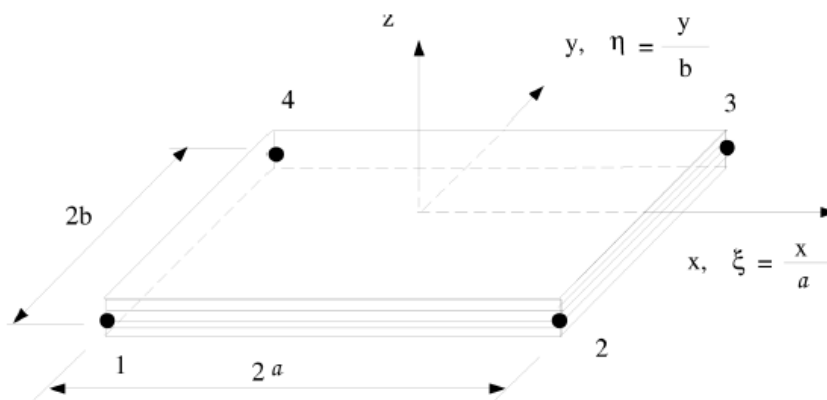
$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix}}_{\text{σύζευξη}} \underbrace{\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{ορθή τροπή} \\ \text{διατμητική} \\ \text{τροπή}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}}_{\substack{\text{διαηλεκτρική} \\ \text{σταθερά}}} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

Όπου για υλικό PZT:

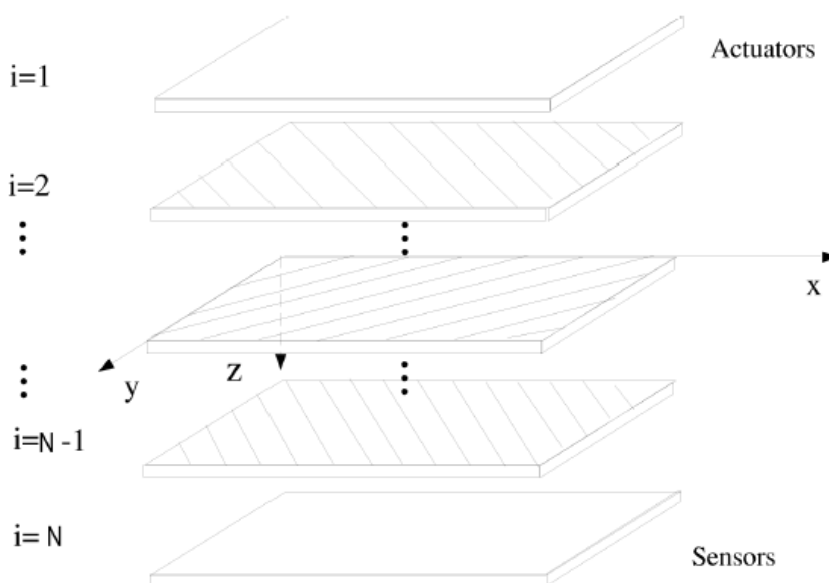
$$[d]_{PZT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## 5. ΚΛΑΣΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΑΚΩΝ

Πλάκα θεωρείται ο ολόσωμος φορέας ο οποίος εκτείνεται σε δύο διαστάσεις,  $X$  και  $Y$ , ενώ η τρίτη διάσταση ως προς τον άξονα  $Z$  είναι μικρή συγκριτικά με τις άλλες δύο και τα φορτία που ασκούνται είναι παράλληλα προς τον άξονα  $Z$ . Η πλάκα περιέχεται μεταξύ δύο παραλλήλων επιπέδων, της άνω και κάτω επιφάνειας, και η απόσταση των δύο επιφανειών ορίζει το πάχος  $t$ . Στην παρακάτω εικόνα παριστάνεται το παράδειγμα πλάκας πάνω στην οποία βασίστηκε η έρευνα μας (K Y Lam†, X Q Peng†, G R Liu† and J N Reddy‡ 1997 A finite-element model for piezoelectric composite laminates).



A nonconforming rectangular element with five degrees of freedom ( $u_0, v_0, w_0, \partial w_0/\partial x, \partial w_0/\partial y$ ) per node.



A typical laminated piezoelectric composite plate.

Εικόνα 10- Παράδειγμα Πλάκας πάνω στην οποία βασίστηκε το μοντέλο μας

Το πεδίο μετατόπισης βασισμένο στην κλασσική θεωρία πλακών είναι:

$$u(x, y, z, t) = u_o(x, y, t) - z \frac{\partial w_o}{\partial x} \quad (1)$$

$$v(x, y, z, t) = v_o(x, y, t) - z \frac{\partial w_o}{\partial y} \quad (2)$$

$$w(x, y, z, t) = w_o(x, y, t) \quad (3)$$

Όπου  $u, v$  και  $w$  είναι οι μετακινήσεις στους άξονες  $x, y$  και  $z$  αντίστοιχα, ενώ  $u_o, v_o$  και  $w_o$  είναι οι μετατοπίσεις της μέσης επιφάνειας.

Θεωρούμε:

$$\{u\} = \{u \ v \ w\}^T$$

$$\{\bar{u}\} = \{u_o \ v_o \ w_o \ \frac{\partial w_o}{\partial x} \ \frac{\partial w_o}{\partial y}\}^T$$

Όπου  $\bar{u}$  είναι οι βαθμοί ελευθερίας των κόμβων. Έπειτα οι (1)-(3) μπορούν να εκφραστούν ως ακολούθως:

$$\{u\} = [H]\{\bar{u}\} \quad (4)$$

Όπου,

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Στην παρούσα μελέτη, χρησιμοποιείται ορθογώνια πλάκα όπως στην από πάνω ενδεικτική εικόνα Νο10. Οι γενικευμένες μετατοπίσεις  $u_o, v_o$  είναι με παρεμβολή  $C^0$  πάνω από ένα στοιχείο ως:

$$u_o(x, y, t) = \sum_{i=1}^4 u_{oi}(t) \psi_i(x, y) \quad (6)$$

$$v_o(x, y, t) = \sum_{i=1}^4 v_{oi}(t) \psi_i(x, y) \quad (7)$$

Όπου  $\psi_i$  είναι οι γραμμικές συναρτήσεις παρεμβολής

$$\psi_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (8)$$

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων βασίζεται στην αρχή των δυνατών μετατοπίσεων και απαιτεί τη χρήση παρεμβολής  $C^1$  για το  $w_o$ . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, το  $w_o$  να παρεμβάλλεται από την ακόλουθη έκφραση:



$$w_0(x, y, t) = \sum_{i=1}^4 [w_{0i}(t)g_{i1}(x, y) + \frac{\partial w_{0i}(t)}{\partial x}g_{i2}(x, y) + \frac{\partial w_{0i}(t)}{\partial y}g_{i3}(x, y)] \quad (9)$$

Όπου  $g_{ij}(j = 1,2,3)$  είναι οι κυβικές εκφράσεις παρεμβολής Hermite που δεν συμμορφώνονται:

$$g_{i1} = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(2 + \xi\xi_i + \eta\eta_i - \xi^2 - \eta^2) \quad (10)$$

$$g_{i2} = \frac{1}{8}\xi_i(1 + \xi\xi_i)^2(\xi\xi_i - 1)(1 + \eta\eta_i)a \quad (11)$$

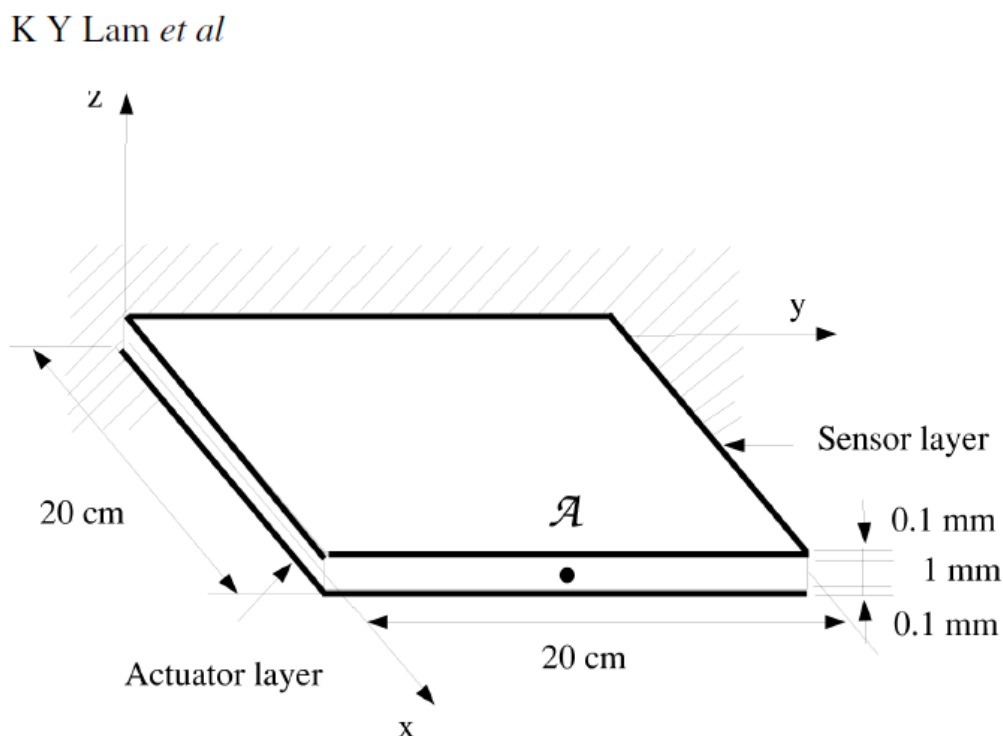
$$g_{i3} = \frac{1}{8}\eta_i(1 + \eta\eta_i)^2(\eta\eta_i - 1)(1 + \xi\xi_i)b \quad i = 1,2,3,4 \quad (12)$$

Όπου  $a$  και  $b$  είναι τα μισά μήκη του ορθογώνιου στοιχείου κατά μήκος του  $x$  και  $y$  αντίστοιχα.

## 6. Μοντελοποίηση και Προσομοίωση με το COMSOL

### A) Σχεδιασμός – Παραμετροποίηση

Θεωρούμε την σύνθετη πλάκα 3D του παρακάτω σχήματος, όπου στην άνω και κάτω επιφάνεια της έχουν τοποθετηθεί στρώσεις πιεζοηλεκτρικού υλικού. Η πλάκα αποτελείται από εποξικό γραφίτη T300/976 και ο αισθητήρας ή/και ενεργοποιητής από πιεζοηλεκτρικό υλικό PZT G1195N.



Εικόνα 11- Πρότυπη διάταξη της υπο μελέτη σύνθετης πλάκας

Υποθέτουμε ότι:

- a) τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα (στρώσεις) τοποθετούνται με ακριβώς τις ίδιες πολικές διευθύνσεις και μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως διεγέρτες και ως αισθητήρες.
- b) ισχύει γραμμική θεωρία πιεζοηλεκτρισμού.
- c) Το πιεζοηλεκτρικό υλικό είναι ομοιογενές, εγκάρσια ισοτροπικό και ελαστικό

#### Ιδιότητες T300/976

Μέτρο Ελαστικότητας Young	E	N/m <sup>2</sup>	1,5e11
Λόγος Poisson	v		0,3
Πυκνότητα	ρ	Kg/m <sup>3</sup>	1600

#### Ιδιότητες PZT G1195N

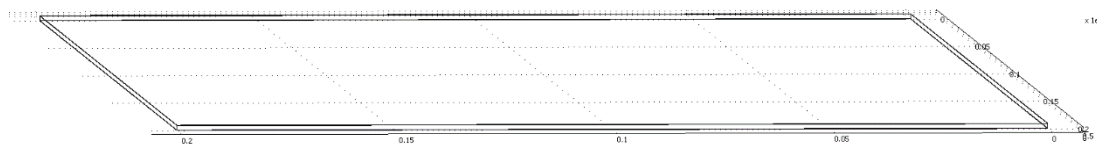
Μέτρο Ελαστικότητας Young	E <sub>11</sub> =E <sub>22</sub> =E <sub>33</sub>	N/m <sup>2</sup>	6,3e10
Λόγος Poisson	v		0,3
Πυκνότητα	ρ	Kg/m <sup>3</sup>	7600
Πιεζοηλεκτρική Σταθερά	d <sub>31</sub> =d <sub>32</sub>	m/V	254x10 <sup>-12</sup>

Ηλεκτρική Διαπερατότητα	$\epsilon_{11}=\epsilon_{22}=\epsilon_{33}$	F/m	$15,3 \times 10^{-9}$
Shear Moduli	$G_{12}=G_{13}=G_{23}$	N/m <sup>2</sup>	2,42e10

### Β) Συνοριακές Συνθήκες

Στο μοντέλο μας, η πλάκα είναι πακτωμένη στη μία πλευρά ενώ όλες οι υπόλοιπες μπορούν να κινούνται ελεύθερα. Στην κάθε πλάκα πιεζοηλεκτρικού υλικού εφαρμόζουμε στην πάνω και στην κάτω επιφάνεια τάση ίδιου μέτρου με αντίθετη πολικότητα ξεκινώντας από τα 10V και φτάνουμε έως τα 60V. Οι ηλεκτρικές συνοριακές συνθήκες σε όλες τις υπόλοιπες πλευρές έχουν ορισθεί ως μηδενικής φόρτισης (Zero Charge / Symmetry).

Πρακτικά **Zero Charge / symmetry** σημαίνει ότι το κάθετο διάνυσμα της ηλεκτρικής μετατόπισης είναι μηδενικό.  $\mathbf{n} \times \mathbf{D} = 0$ , δηλαδή δεν έχουμε επιβάλει σε κανένα σύνορο ηλεκτρικό φορτίο.

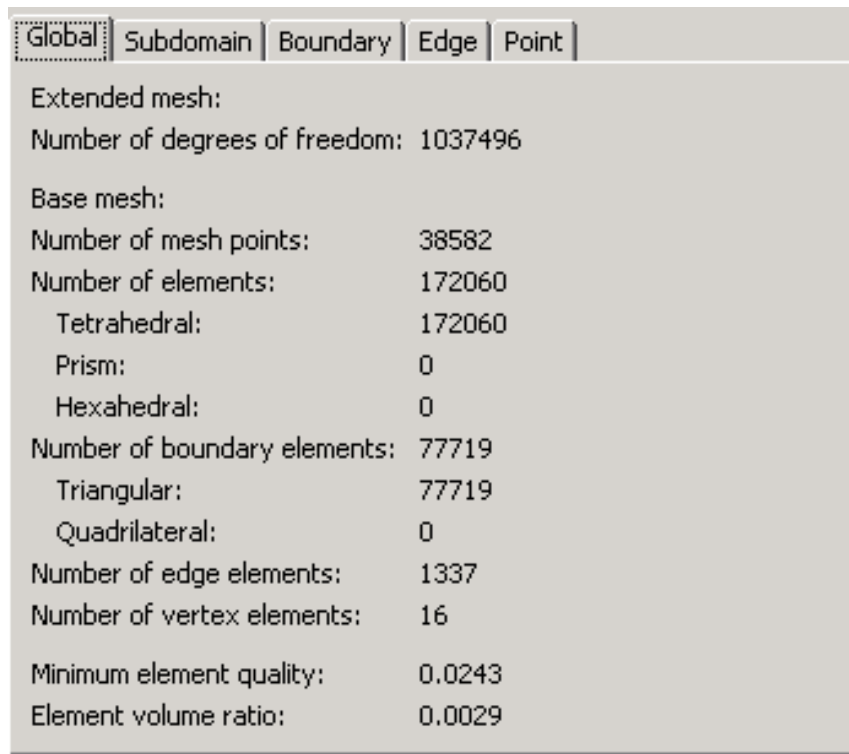


Εικόνα 12- Σχεδίαση της σύνθετης πλάκας στο λειτουργικό Comsol

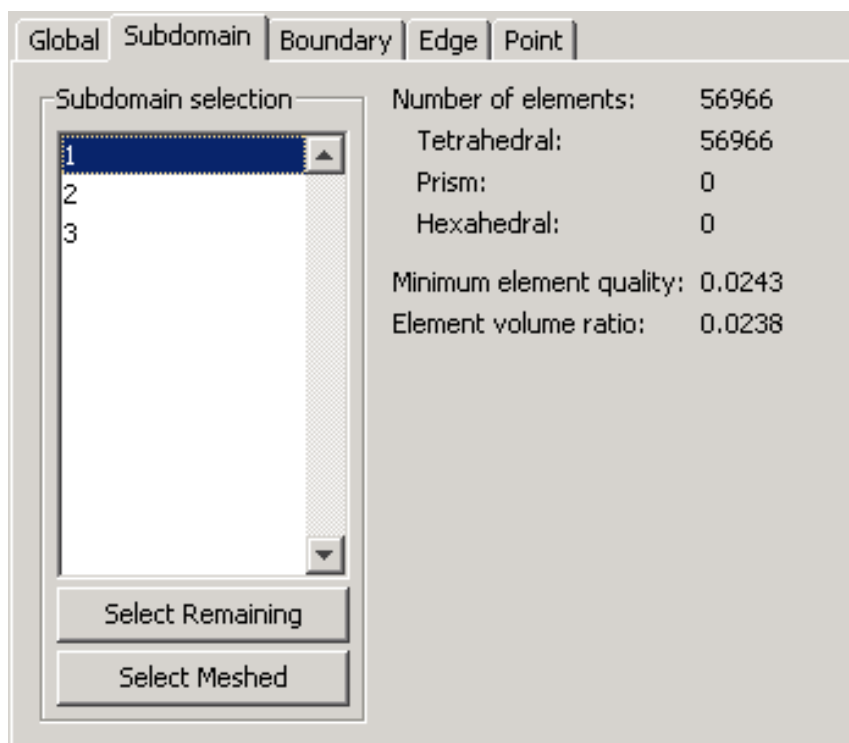
### Γ) Δημιουργία πλέγματος διακριτοποίησης στο COMSOL

Το πλέγμα της διακριτοποίησης στο Comsol δημιουργείται είτε με τις προεπιλογές του προγράμματος είτε με τρόπο που εισάγει ο χρήστης. Με την αρχική διακριτοποίηση (προεπιλογές Comsol) είχαμε σαν αποτέλεσμα πολύ μεγάλο αριθμό στοιχείων και βαθμών ελευθερίας κάνοντας το πρόβλημα μας αδύνατον να επιλυθεί. Επομένως, από την επιλογή του Comsol *Free Mesh Parameters* ελαττώσαμε τον αριθμό στοιχείων και βαθμών ελευθερίας μέχρι το Comsol να μπορεί να μας δώσει λύση.

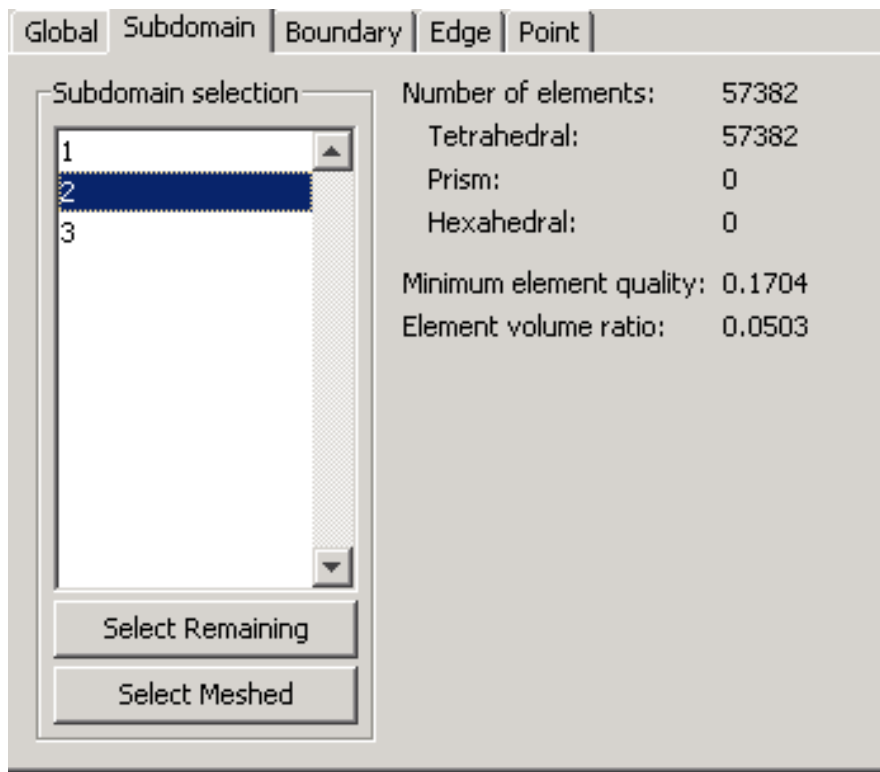
Τελικώς, η κατασκευή διακριτοποιείται σε 172.060 στοιχεία και συνολικά ορίζονται 1.034.496 βαθμοί ελευθερίας (DOF).



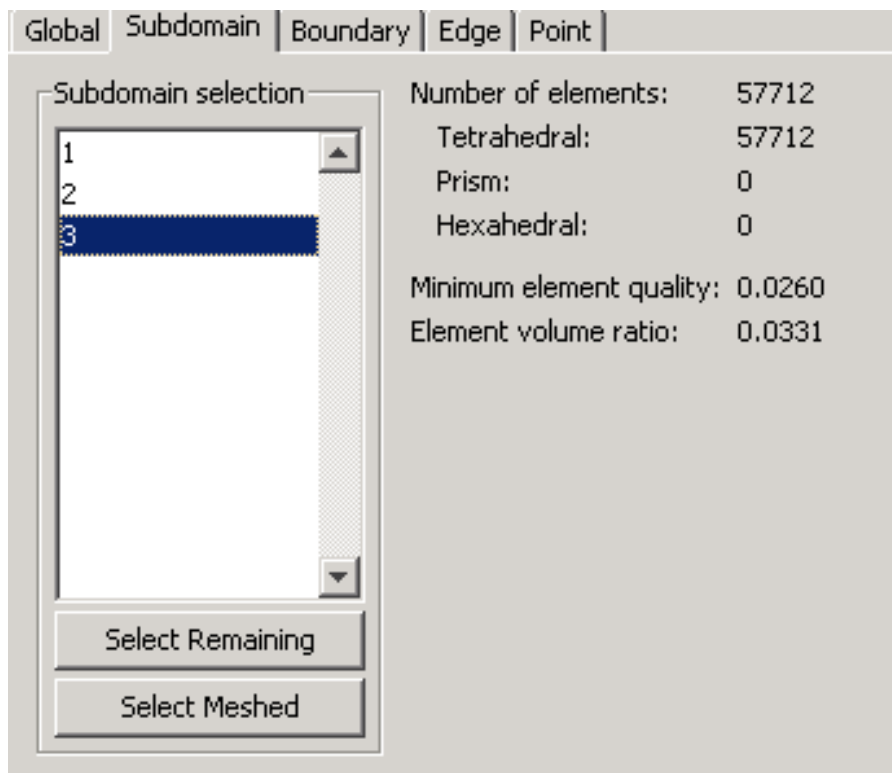
Εικόνα 13 - Στοιχεία Διακριτοποίησης Μοντέλου



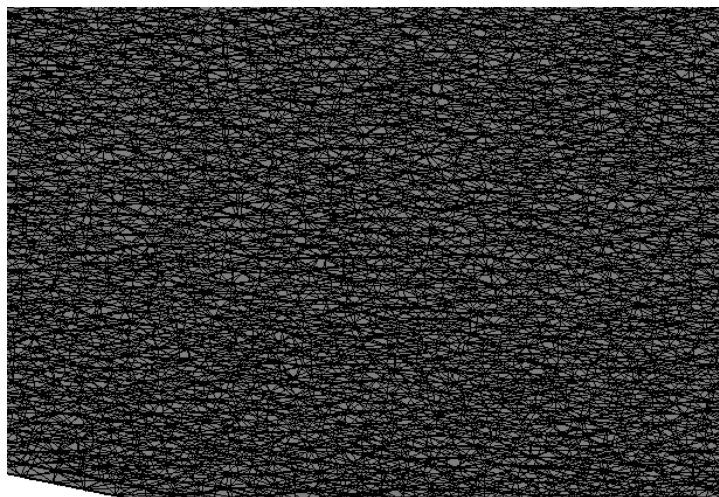
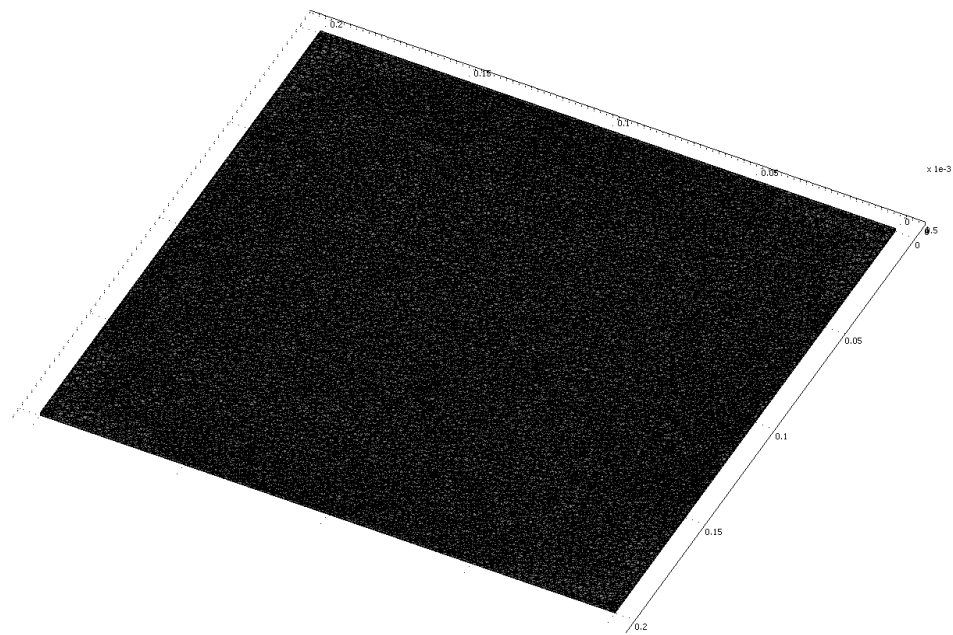
Εικόνα 14- Στοιχεία Διακριτοποίησης του Άνω Πιεζοηλεκτρικού στοιχείου του μοντέλου μας



Εικόνα 15 - Στοιχεία Διακριτοποίησης του εποξικού γραφίτη



Εικόνα 16- Στοιχεία Διακριτοποίησης του Κάτω Πιεζοηλεκτρικού στοιχείου του μοντέλου μας



Εικόνα 17 - Μορφή Διακριτοποίησης του Μοντέλου μας

## 7. Επίλυση

Το COMSOL Multiphysics περιέχει ένα μεγάλο αριθμό από διαφορετικούς επιλύτες Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων (PDE). Στο παρακάτω πίνακα φαίνονται επιγραμματικά:

Τύπος Επιλύτη	Χρήση
Stationary	Στατικά PDE προβλήματα (Γραμμικά ή μη).
Time-dependent	Χρονικώς εξαρτημένα PDE προβλήματα (Γραμμικά ή μη).
Eigenvalue	Για PDE προβλήματα ιδιοτιμών
Parametric	Για παραμετροποιημένα σει στατικών PDE προβλημάτων.
Stationary segregated	Στατικά PDE multiphysics προβλήματα (Γραμμικά ή μη).
Parametric segregated	Για παραμετροποιημένα σει στατικών PDE multiphysics προβλημάτων (Γραμμικά ή μη).
Adaptive	Για στατικά (γραμμικά ή μη) ή ιδιοτιμών PDE προβλήματα χρησιμοποιώντας προσαρμοστική διαμέριση πλέγματος (adaptive mesh refinement).

Το λογισμικό διαθέτει πληθώρα επιλογών, ωστόσο ο χρήστης δεν είναι απαραίτητο να επιλέξει μόνος του τον ειδικό επιλύτη που θα χρειαστεί για το πρόβλημά του. Στα περισσότερα προβλήματα αρκεί να επιλεγεί ο τύπος της επιθυμητής ανάλυσης, π.χ. στατική ανάλυση, ιδιομορφική κλπ, και το λογισμικό επιλέγει μόνο του.

Όσο αφορά τη γραμμικότητα η μη του προβλήματος το λογισμικό την ανιχνεύει από μόνο του.

Στη περίπτωση που κάποιος επιλύτης αργεί ή δε δουλεύει δοκιμάζουμε άλλους και ύστερα ελέγχουμε τον ορισμό του προβλήματος.

Επιλύτες Γραμμικών Συστημάτων	Χρήση
<b>Άμεσοι Επιλύτες (Direct Solvers)</b>	
Direct (UMFPACK)	Υψηλής απόδοσης για μη συμμετρικά συστήματα.
Direct (SPOOLES)	Υψηλής απόδοσης για συμμετρικά και μη συστήματα. Χρησιμοποιεί λιγότερη μνήμη από UMFPACK.
Direct (PARDISO)	Πολύ υψηλής απόδοσης για συμμετρικά και μη συστήματα. Συνήθως χρησιμοποιεί λιγότερη μνήμη από UMFPACK
Direct Cholesky (TAUCS)	Αποδοτικός επιλύτης για συμμετρικά θετικά ορισμένα συστήματα.
<b>Επαναληπτικοί Επιλύτες (Iterative Solvers)</b>	
GMRES	Για μη συμμετρικά προβλήματα.
FGMRES	Για μη συμμετρικά προβλήματα. Χειρίζεται περισσότερους προρυθμιστές (preconditioners), αλλά χρησιμοποιεί περισσότερη μνήμη από τον GMRES
Conjugate gradients	Για συμμετρικά θετικά ορισμένα προβλήματα.
Geometric multigrid	Για ελλειπτικά ή παραβολικά προβλήματα.

Έχοντας επιλέξει στατική ανάλυση για το πρόβλημά μας, το COMSOL το αντιμετωπίζει ως γραμμικό, συμμετρικό ηλεκτροστατικό πρόβλημα. Ως αρχικό επιλύτη επιλέγει αυτόματα τον UMFPACK από τους Stationary και πετυχαίνει λύση αρκετά γρήγορα και με μεγάλη ακρίβεια, ενώ τα αποτελέσματα είναι φυσιολογικά.

Επιλέγοντας χειροκίνητα διαφορετικό κατάλληλο επιλύτη από τους stationary π.χ. τον SPOOLS, εξάγουμε την ίδια λύση και στον ίδιο χρόνο.

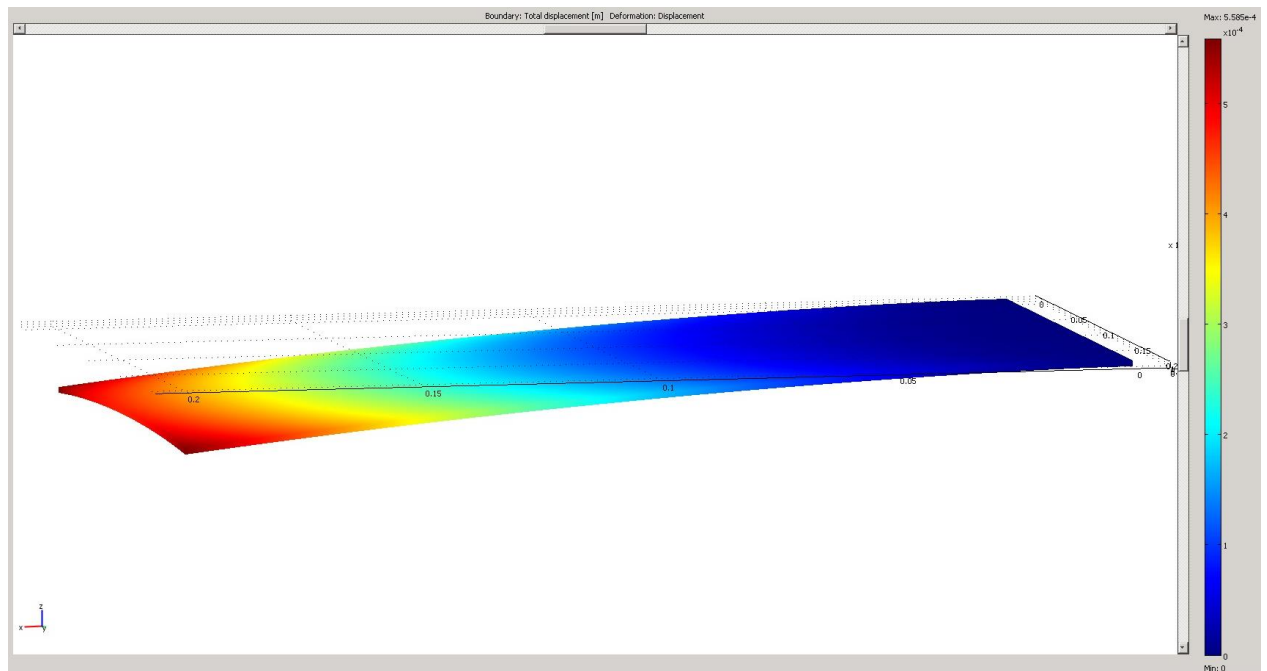
Επιλέγοντας όμως χειροκίνητα έναν Stationary Segregated επιλύτη που είναι καταλληλότερος για multiphysics προβλήματα και προσεγγίζει τη λύση με μια επαναληπτική διαδικασία εξάγουμε πιο ακριβή αποτελέσματα, σε μεγαλύτερο, όμως, υπολογιστικό χρόνο.

Χάριν ευκολίας και μικρής επιθυμίας για αποτελέσματα με μεγάλη ακρίβεια, επιλέγουμε να εργαστούμε με τη προεπιλογή του λογισμικού και τα αποτελέσματα που παρουσιάζουμε παρακάτω προέρχονται ύστερα από επίλυση με τον UMFPACK επιλύτη.

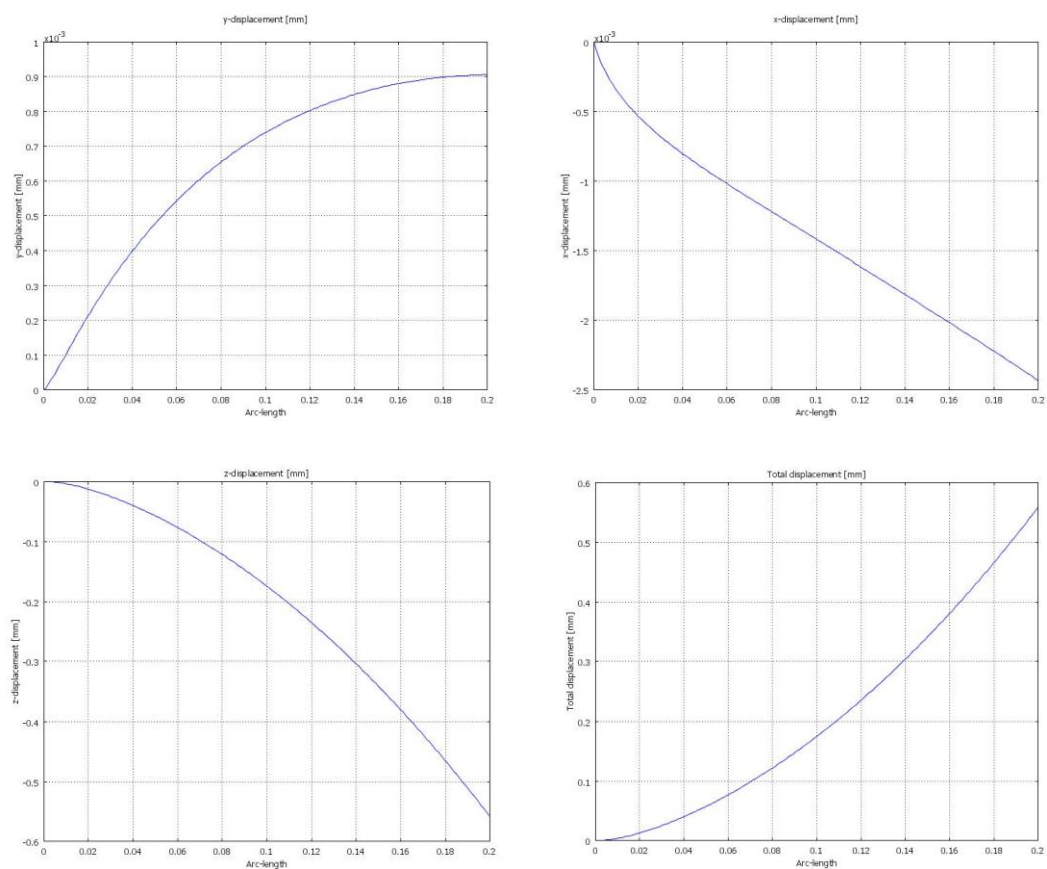
Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα από τη μοντελοποίηση και επίλυση με COMSOL, της υπο μελέτη πιεζοηλεκτρικής πλάκας.



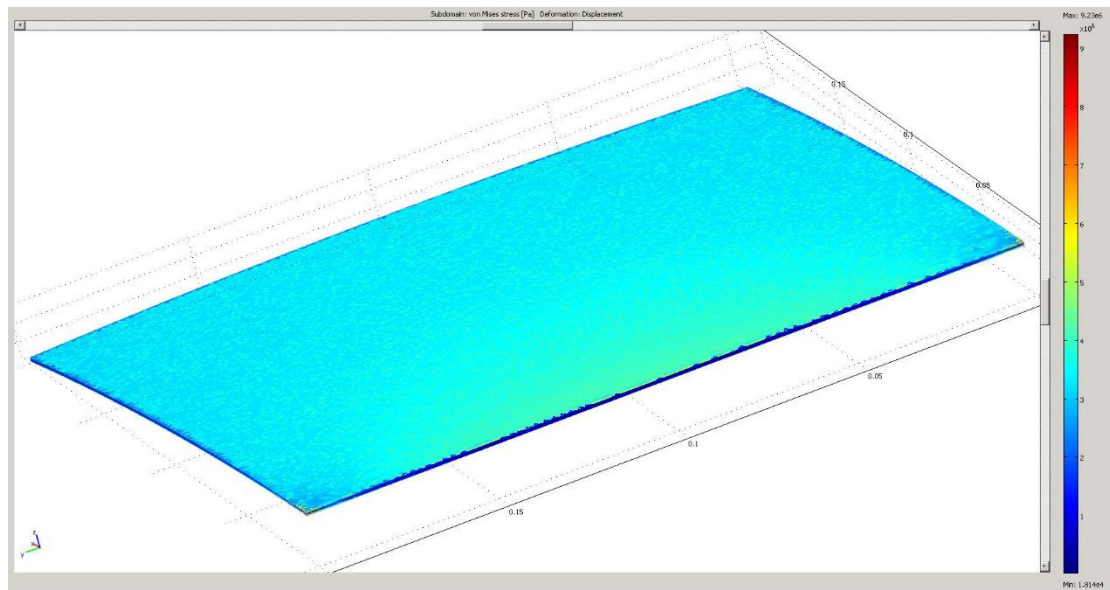
**A) Σύνθετη πλάκα μόνο με ηλεκτρική τάση**  
**1<sup>η</sup> Περίπτωση: Τάση 10V**



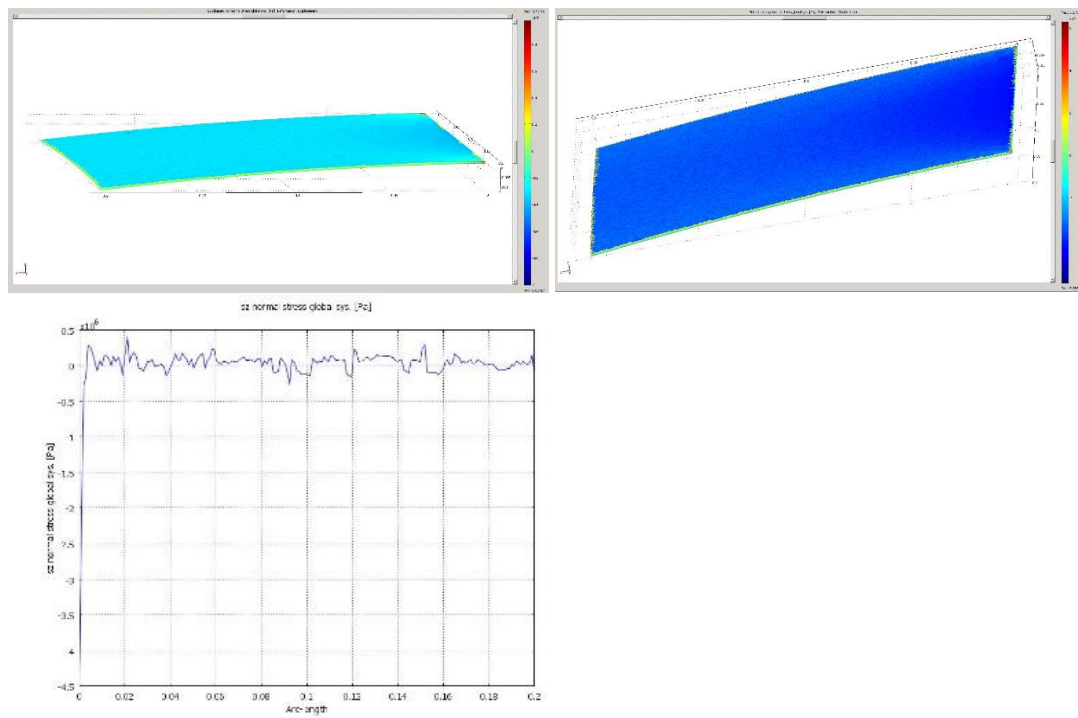
Εικόνα 18- Μέγιστη μετατόπιση  $5,58 \times 10^{-4} m$



Εικόνα 19- Δυσδιάστατες απεικονίσεις των μετατοπίσεων κατά τους x,y,z άξονες καθώς και η συνολική μετατόπιση

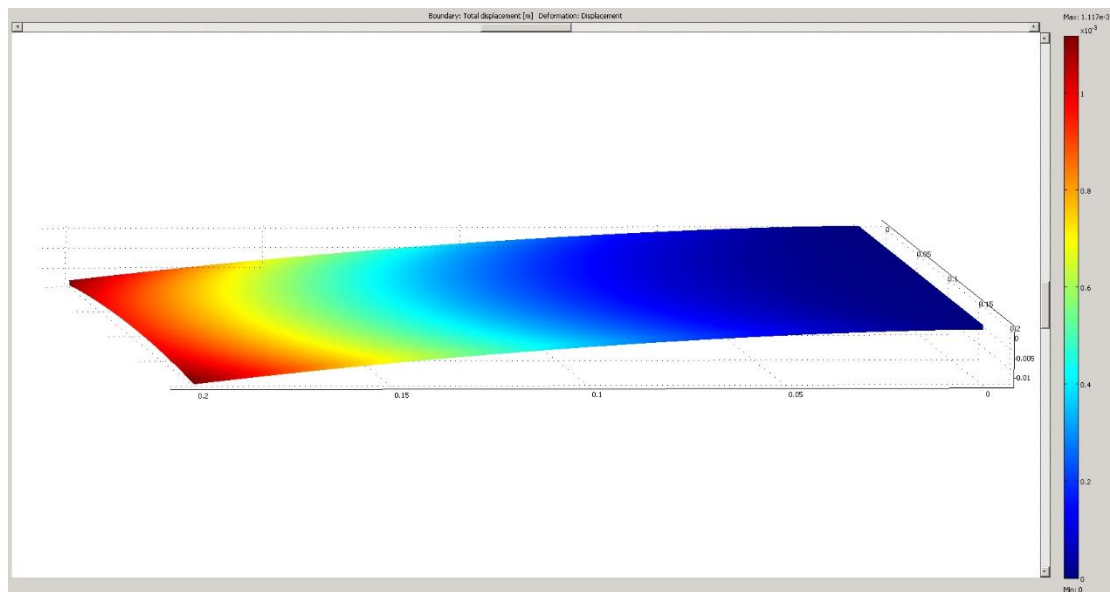


Εικόνα 20- 3d απεικόνιση τάσεων Von Mises

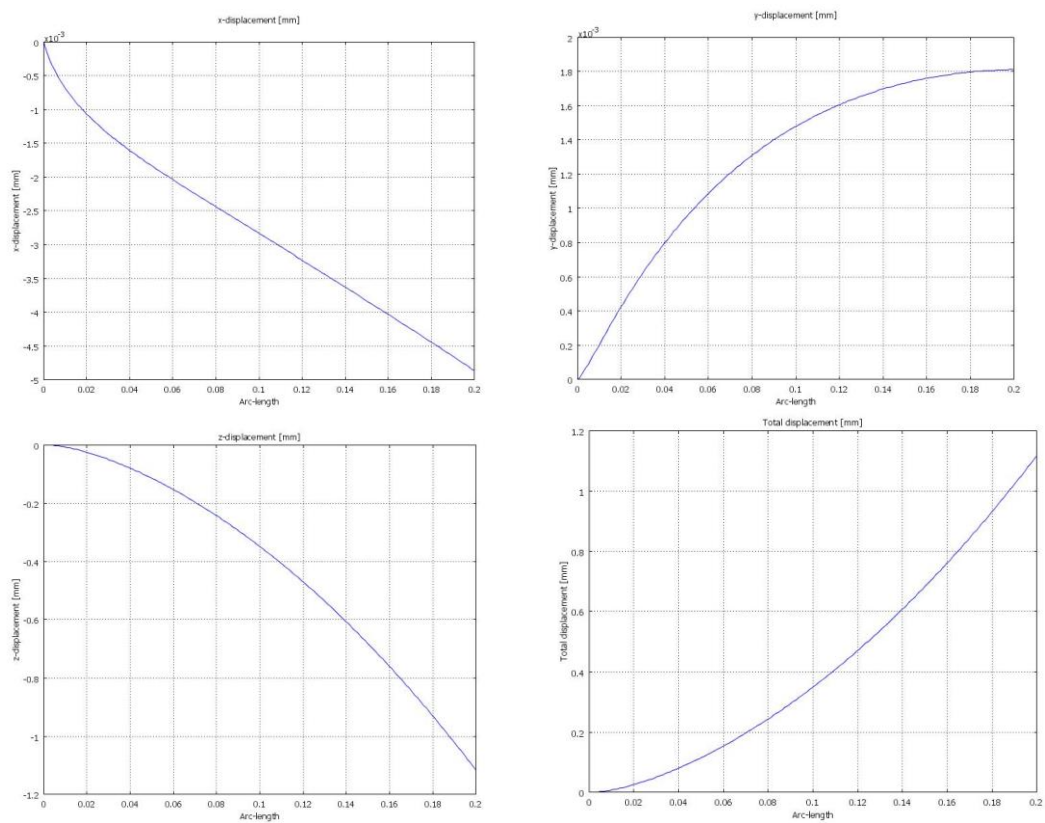


Εικόνα 21-Γραφήματα δημιουργίας ορθών τάσεων [Pa] κατά τους άξονες x,y,z

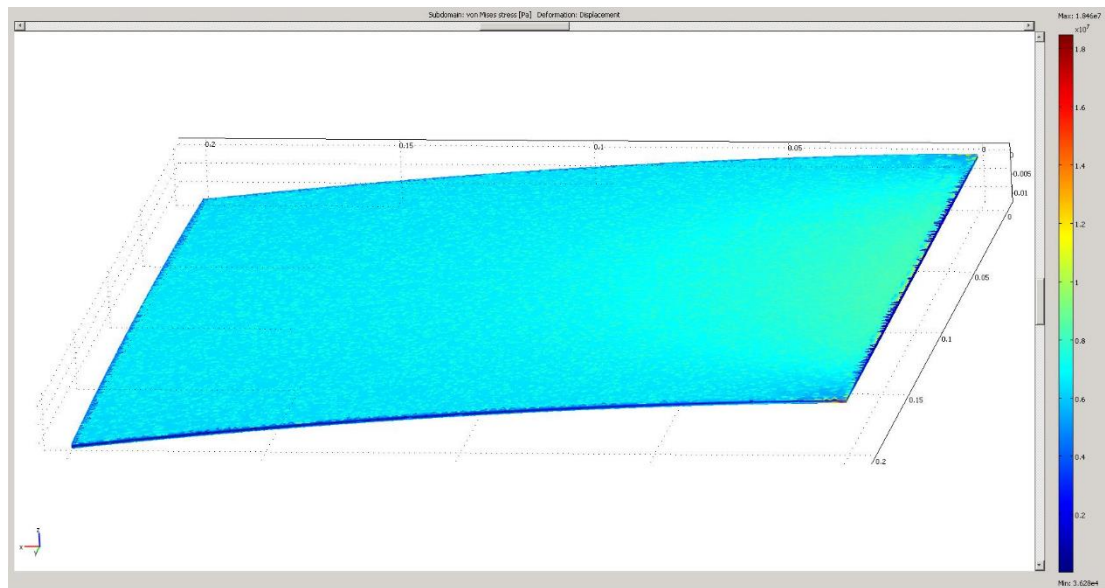
## 2<sup>η</sup> Περίπτωση: Τάση 20ν



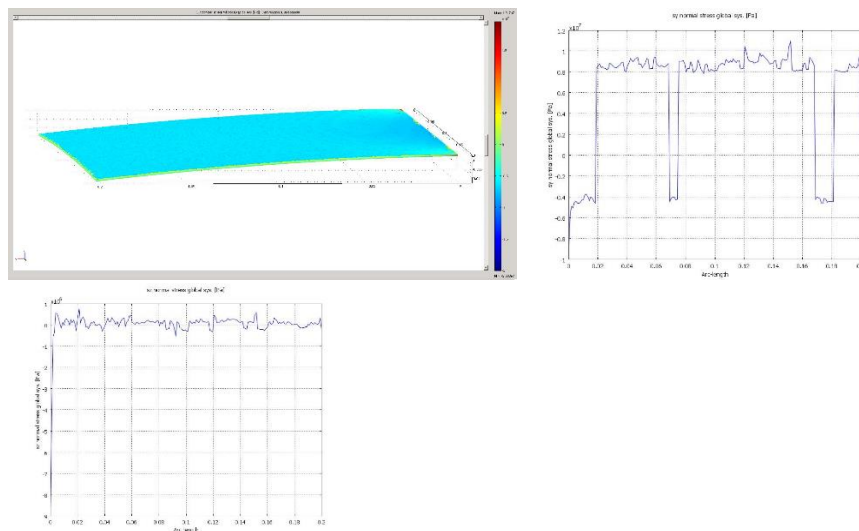
Εικόνα 22- Συνολική Μετατόπιση  $1,117 \times 10^{-3} \text{m}$



Εικόνα 23- Δυσδιάστατες απεικονίσεις των μετατοπίσεων κατά τους x,y,z άξονες καθώς και η συνολική μετατόπιση

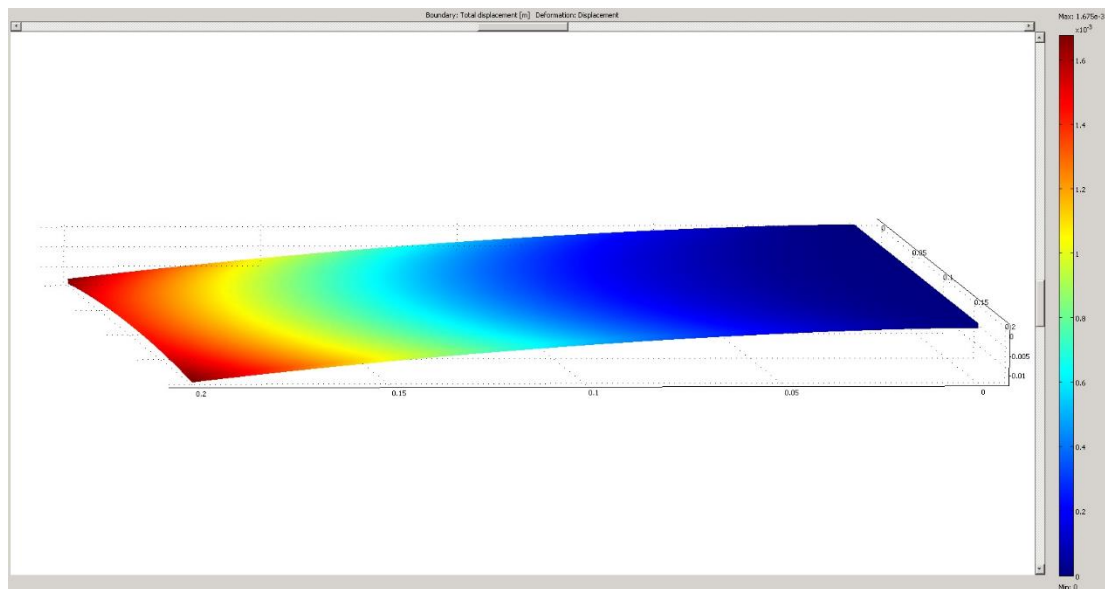


Εικόνα 24- 3d απεικόνιση τάσεων Von Mises

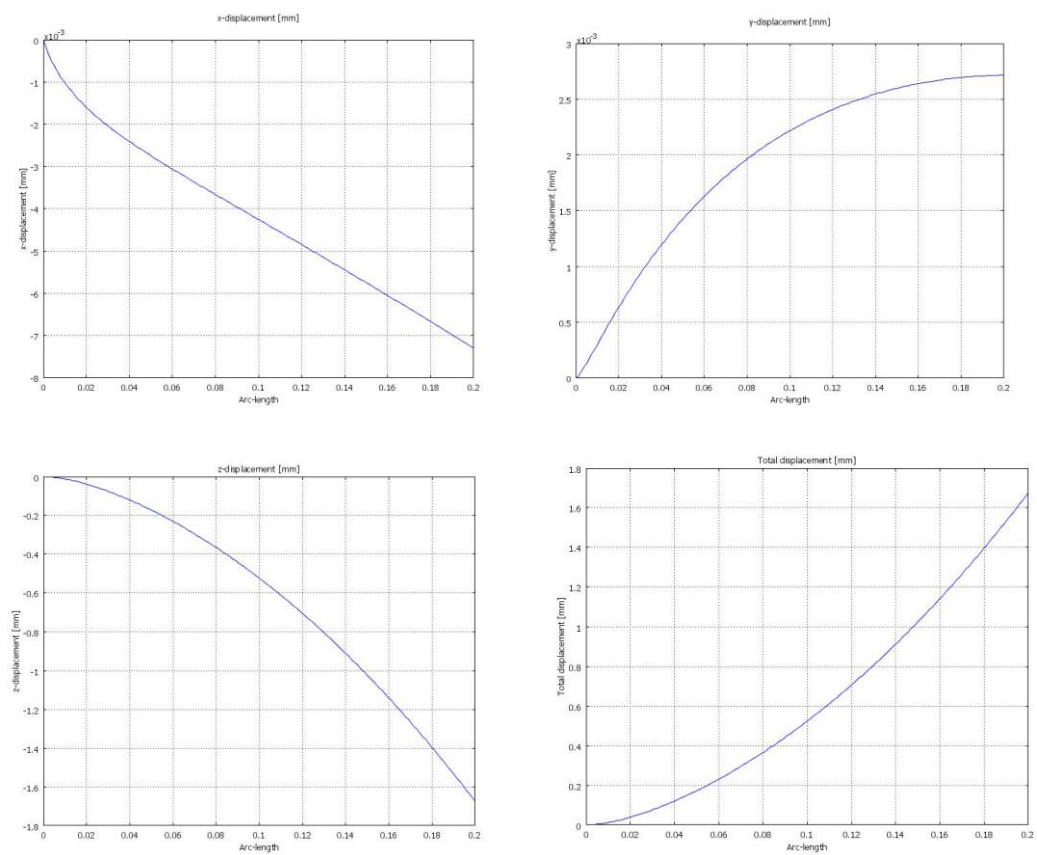


Εικόνα 25- Γραφήματα δημιουργίας ορθών τάσεων [Pa] κατά τους άξονες x,y,z

### 3<sup>η</sup> Περίπτωση: 30ν

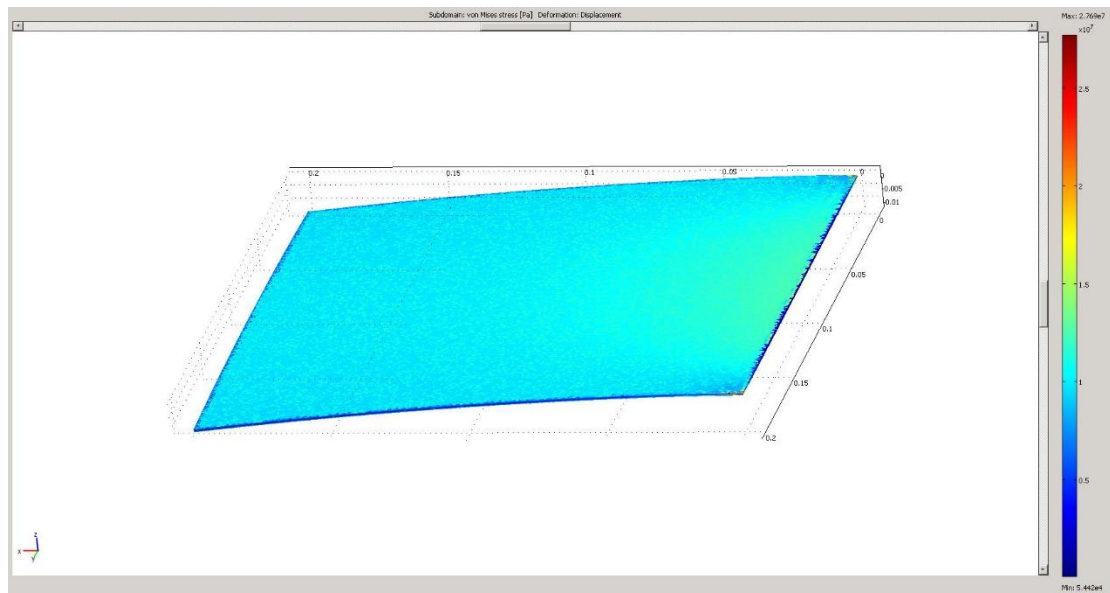


Εικόνα 26 - Συνολική Μετατόπιση  $1,675 \times 10^{-3} m$

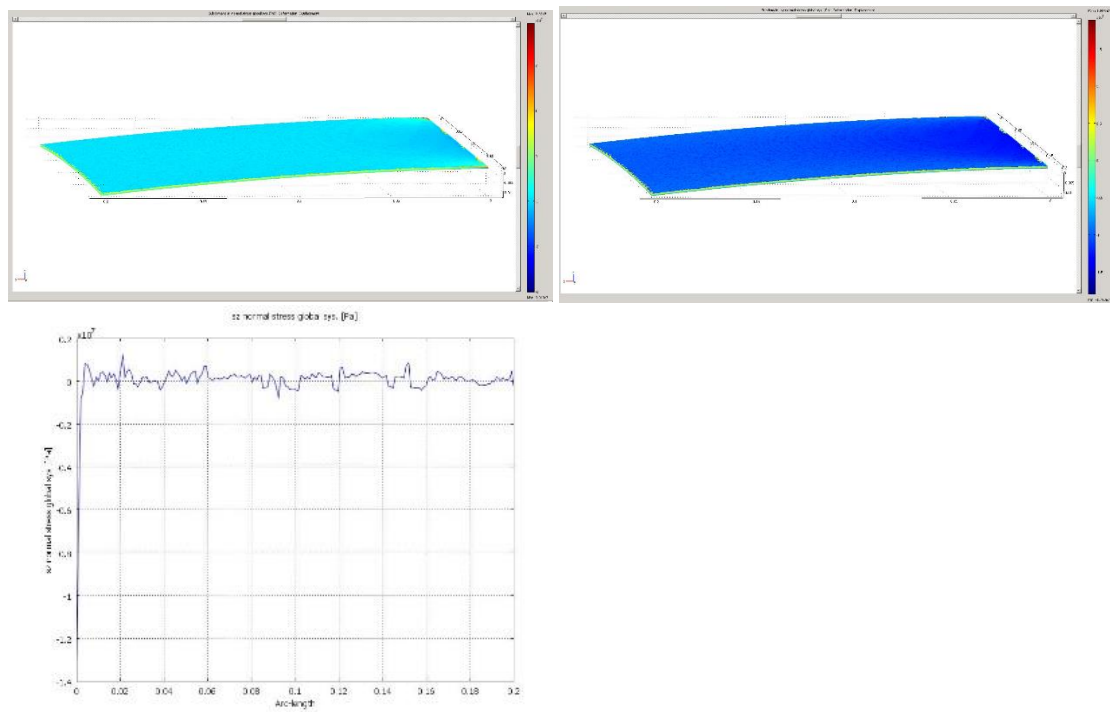


Εικόνα 27 - Δυσδιάστατες απεικονίσεις των μετατοπίσεων κατά τους x,y,z άξονες καθώς και η συνολική μετατόπιση



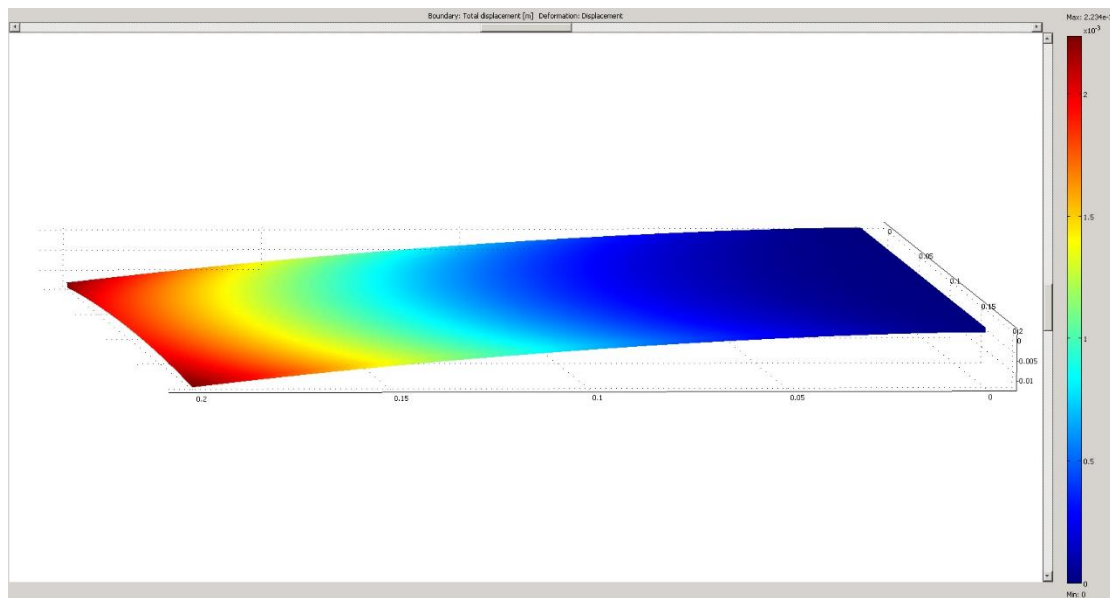


Εικόνα 28- 3d απεικόνιση τάσεων Von Mises

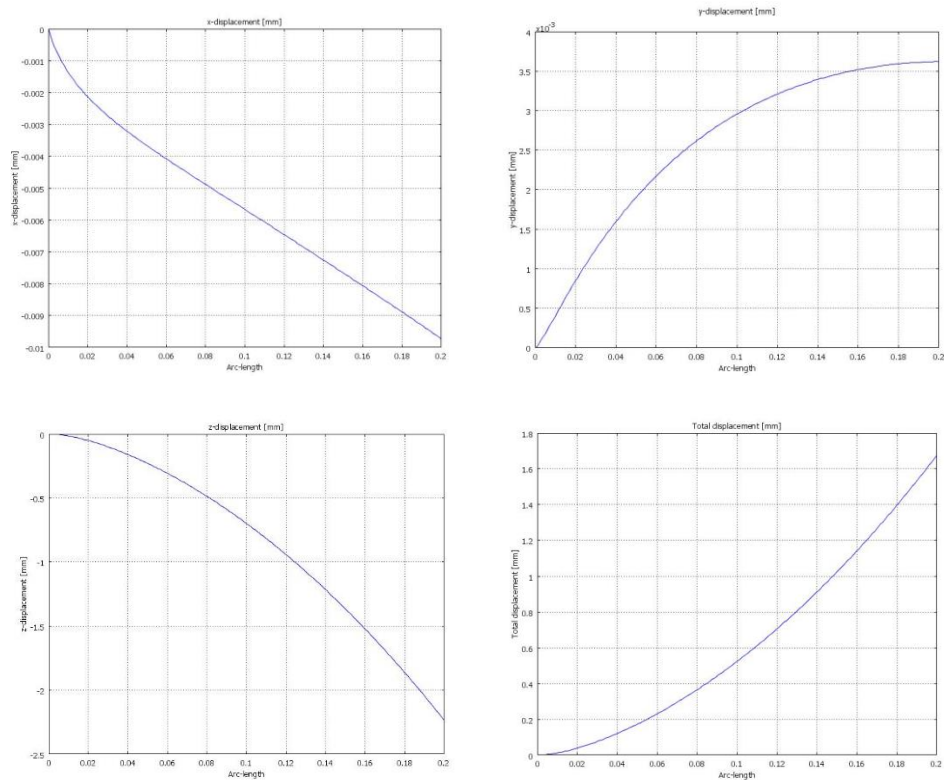


Εικόνα 29- Γραφήματα δημιουργίας ορθών τάσεων [Pa] κατά τους άξονες x,y,z

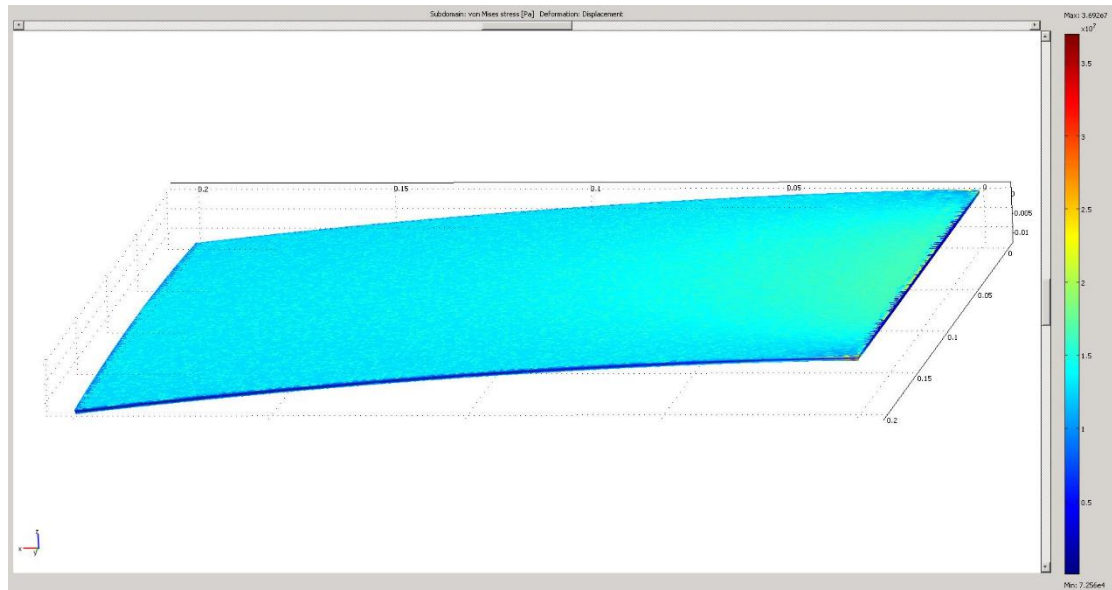
#### 4<sup>η</sup> Περίπτωση: 40v



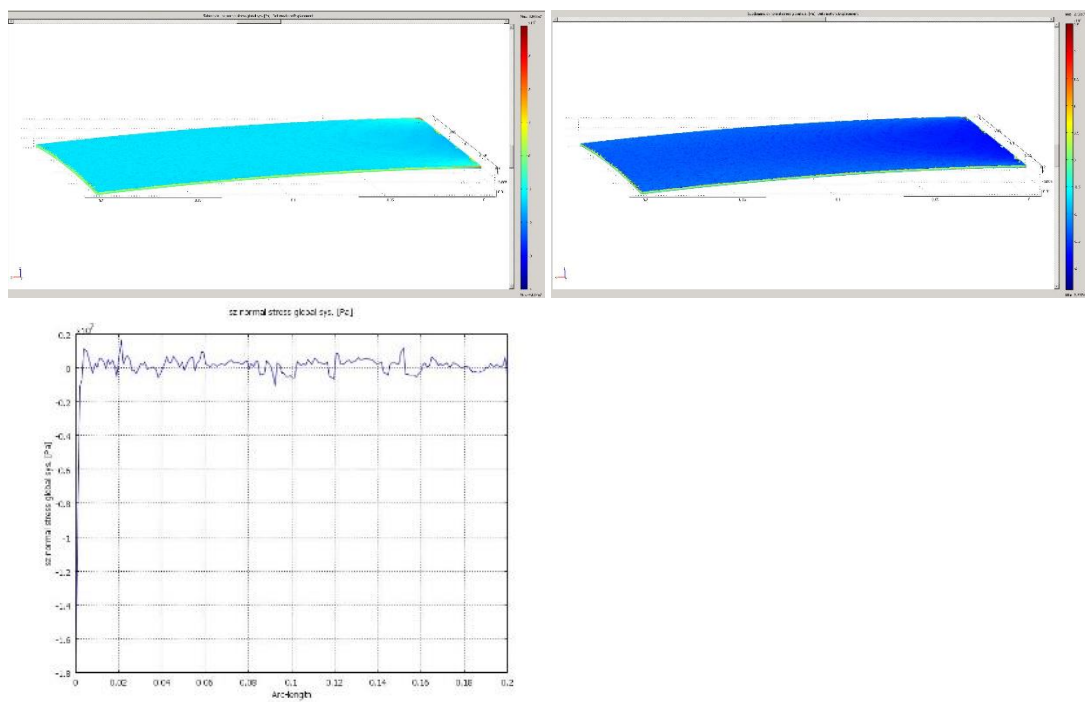
Εικόνα 30 - Συνολική Μετατόπιση  $2,234 \times 10^{-3}m$



Εικόνα 31- Δυσδιάστατες απεικονίσεις των μετατοπίσεων κατά τους x,y,z άξονες καθώς και η συνολική μετατόπιση



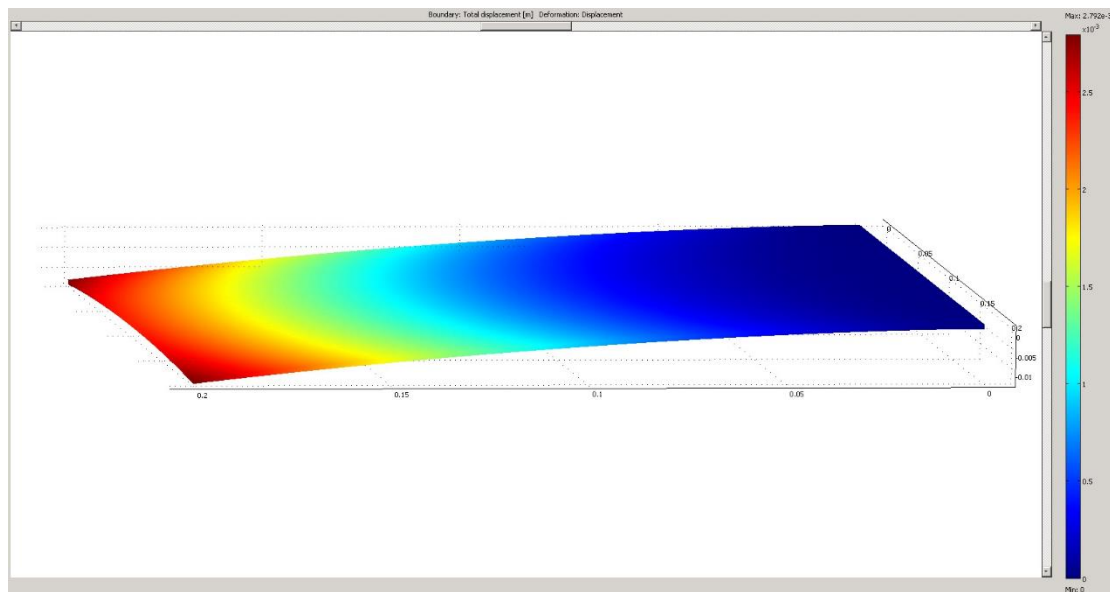
Εικόνα 32- 3d απεικόνιση τάσεων Von Mises



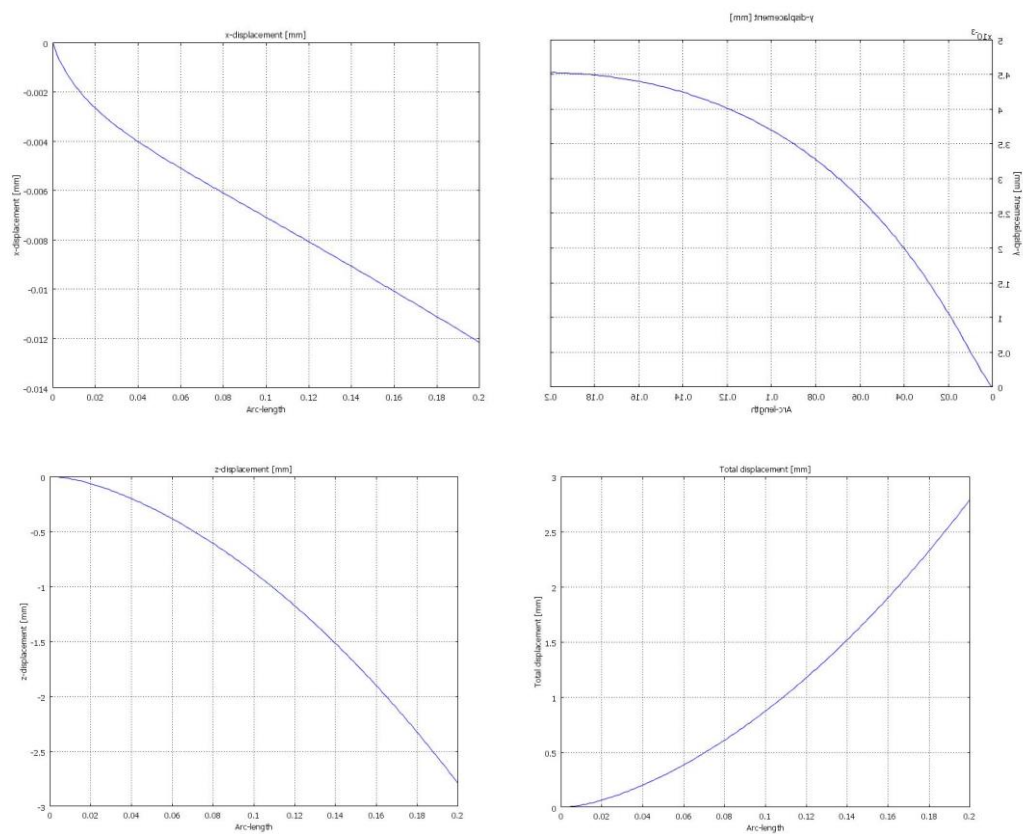
Εικόνα 33-Γραφήματα δημιουργίας ορθών τάσεων [Pa] κατά τους άξονες x,y,z



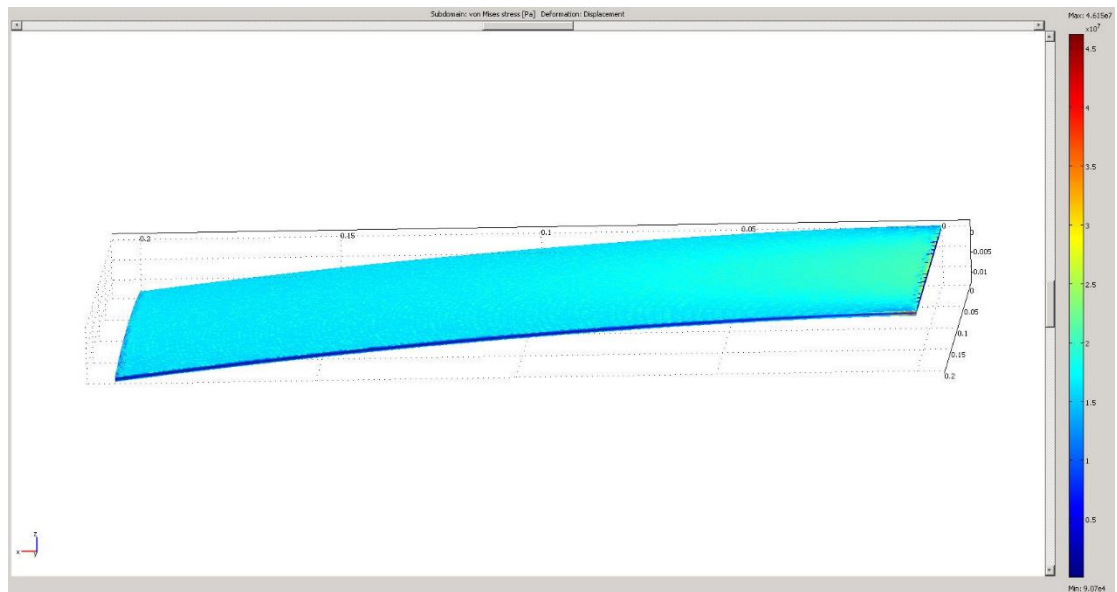
## 5<sup>η</sup> Περίπτωση: 50v



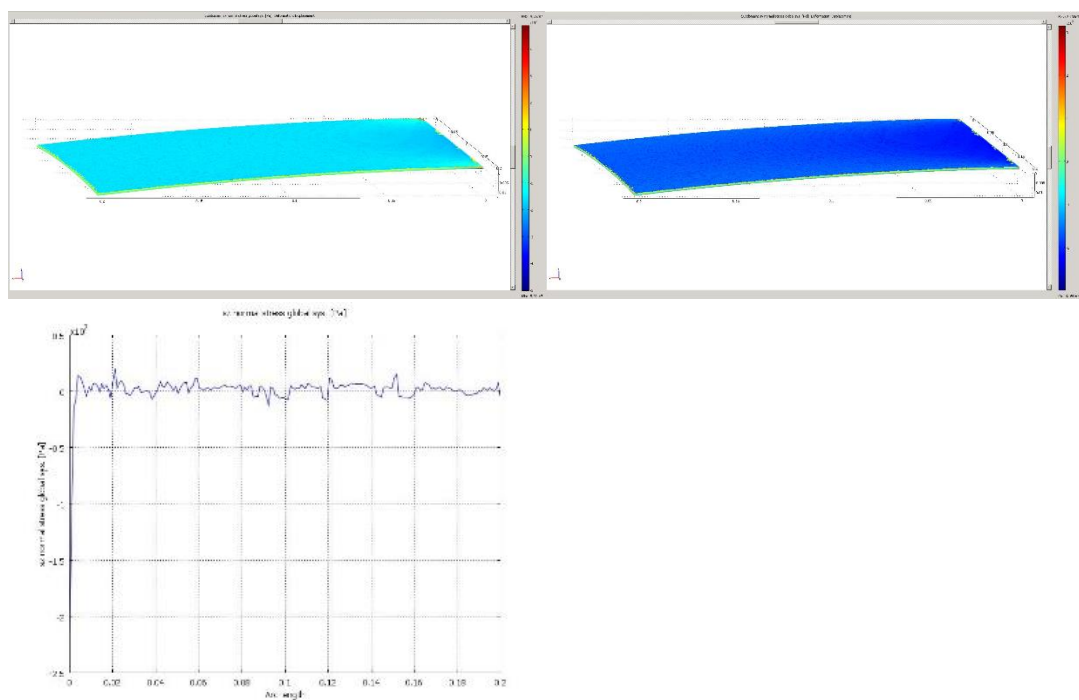
Εικόνα 34- Συνολική Μετατόπιση  $2,79 \times 10^{-3} m$



Εικόνα 35 - Δυσδιάστατες απεικονίσεις των μετατοπίσεων κατά τους x,y,z άξονες καθώς και η συνολική μετατόπιση

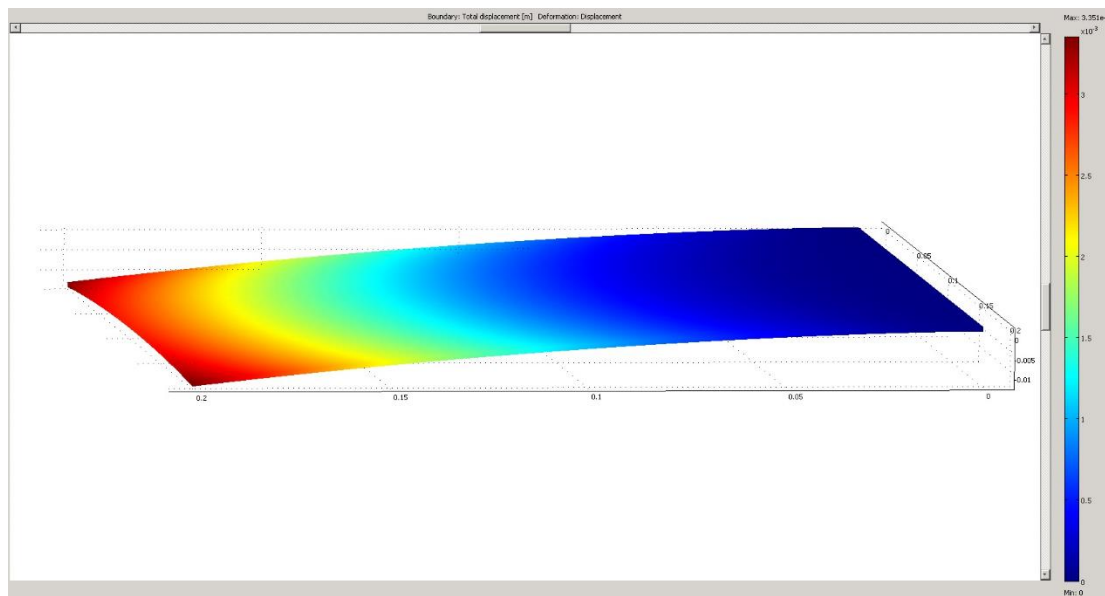


Εικόνα 36-3d απεικόνιση τάσεων Von Mises

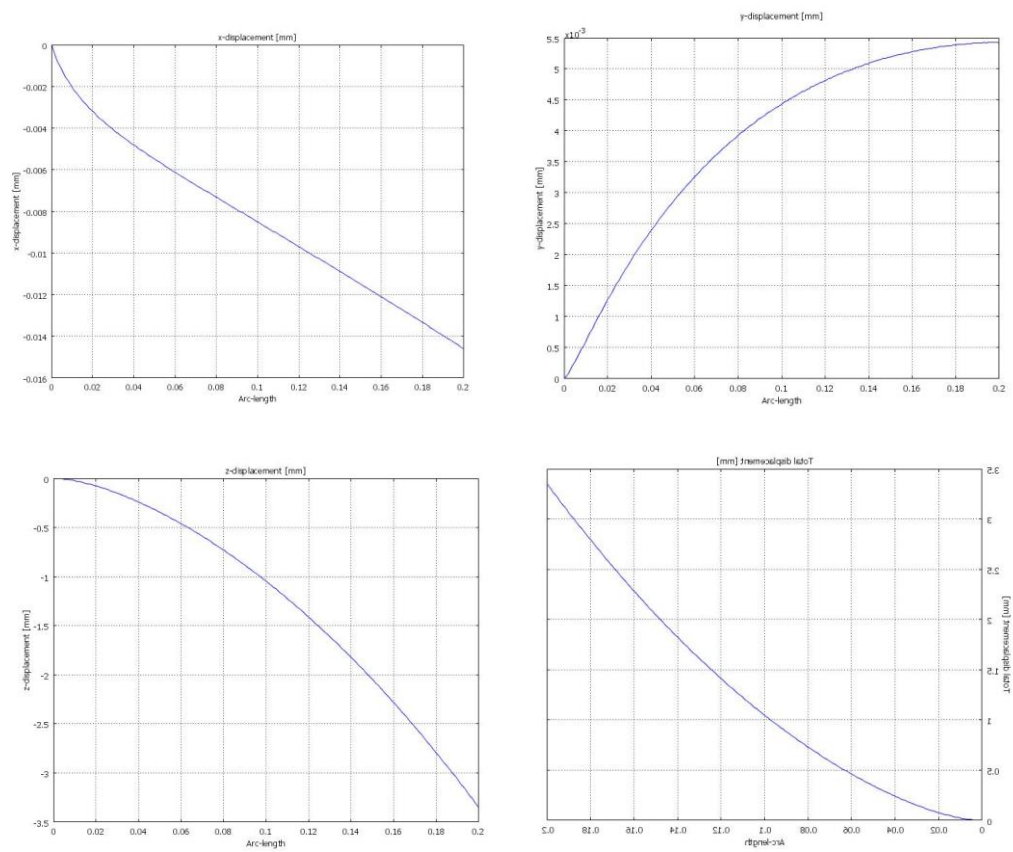


Εικόνα 37-Γραφήματα δημιουργίας ορθών τάσεων [Pa] κατά τους άξονες x,y,z

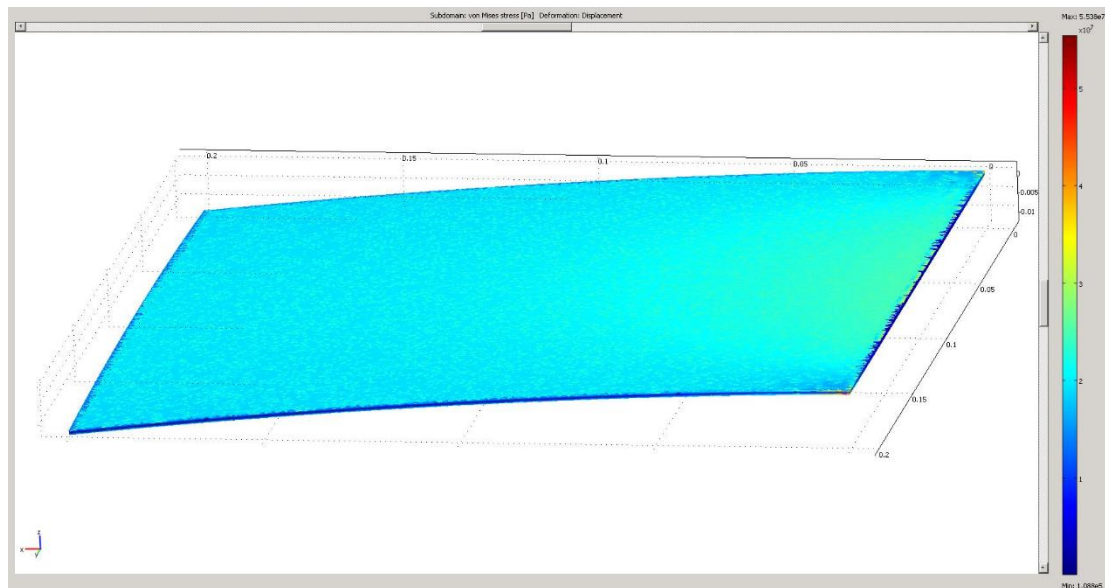
## 6<sup>η</sup> περίπτωση: 60v



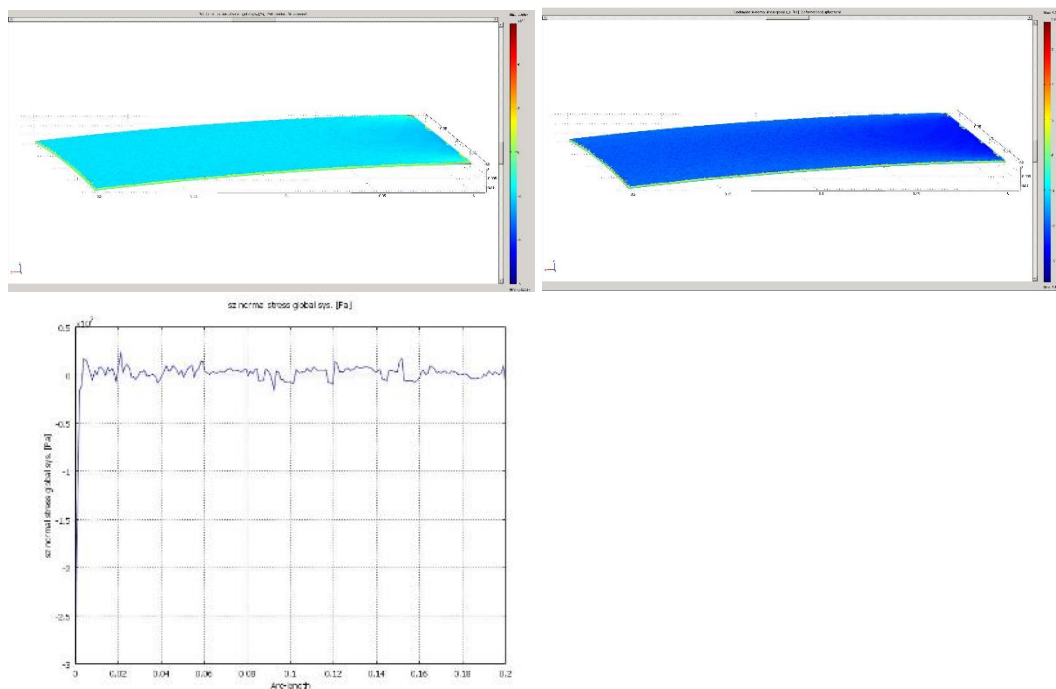
Εικόνα 38- Συνολική Μετατόπιση  $3,35 \times 10^{-3} \text{m}$



Εικόνα 39- Δυσδιάστατες απεικονίσεις των μετατοπίσεων κατά τους x,y,z άξονες καθώς και η συνολική μετατόπιση



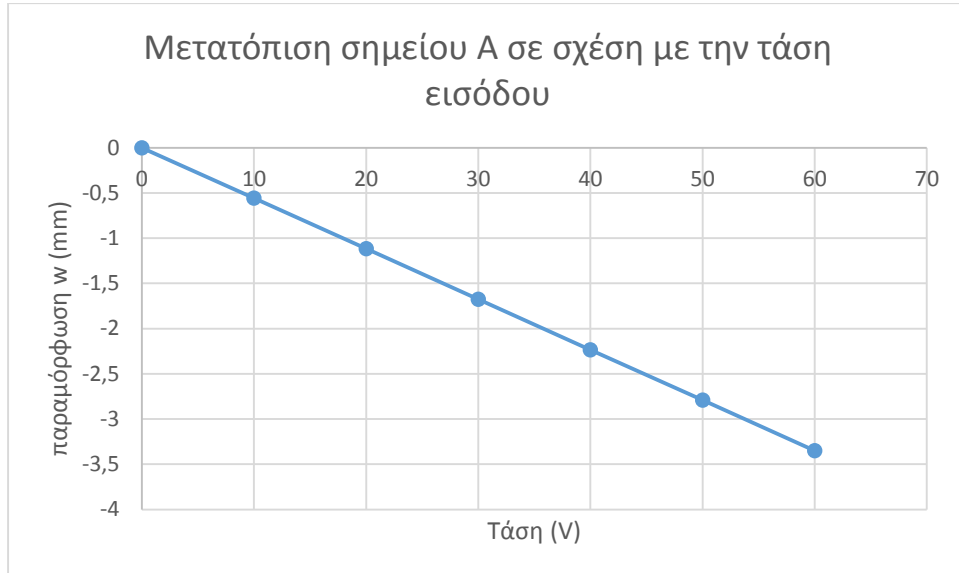
Εικόνα 40-3d απεικόνιση τάσεων Von Mises



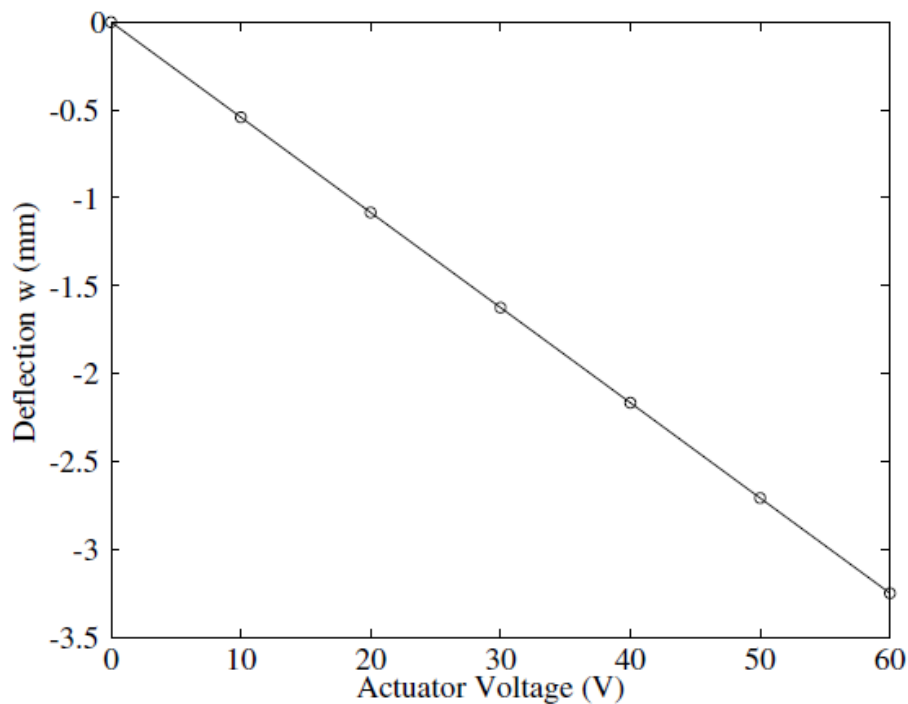
Εικόνα 41-Γραφήματα δημιουργίας ορθών τάσεων [Pa] κατά τους άξονες x,y,z

Για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μας με τα δεδομένα που μας έχουν δοθεί, μελετάμε τη θέση του ελεύθερου σημείου A το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ελεύθερου άκρου και στην ανώτερη επιφάνεια του άνω πιεζοηλεκτρικού μας στοιχείου της πλάκας που μοντελοποιήσαμε. Όπως ήταν αναμενόμενο η αύξηση της τάσης έχει σαν άμεσο αποτέλεσμα την αύξηση της μετατόπισης του σημείου A.

Όπως βλέπουμε στον παρακάτω πίνακα, τα αποτελέσματά μας είναι ταυτόσημα με τα αποτελέσματα που μας είχαν δοθεί από τα δεδομένα μας (*K Y Lam†, X Q Peng†, G R Liu† and J N Reddy‡ 1997 A finite-element model for piezoelectric composite laminates*), επιβεβαιώνοντας πως η Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων μέσω του Comsol λειτούργησε άκρως ικανοποιητικά και μας έδωσε τα αναμενόμενα αποτελέσματα.



Εικόνα 42 - Μετατόπιση ελεύθερου σημείου A σε σχέση με την τάση εισόδου

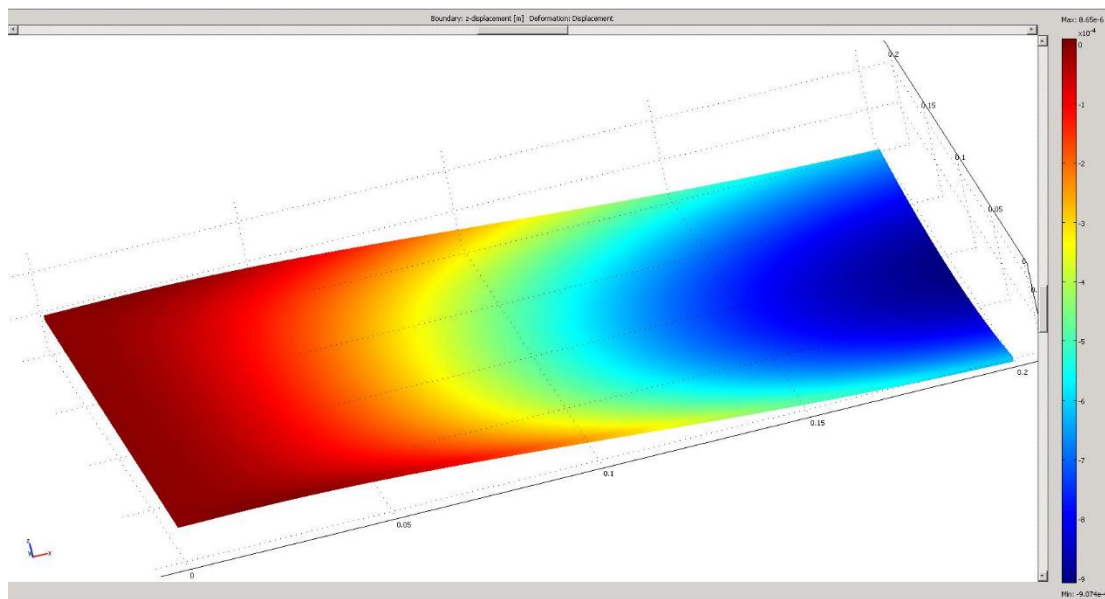


Εικόνα 43- Δεμένα που μας δόθηκαν(*K Y Lam†, X Q Peng†, G R Liu† and J N Reddy‡ 1997 A finite-element model for piezoelectric composite laminates*) για την μετατόπιση του ελεύθερου σημείου A σε σχέση με την τάση εισόδου

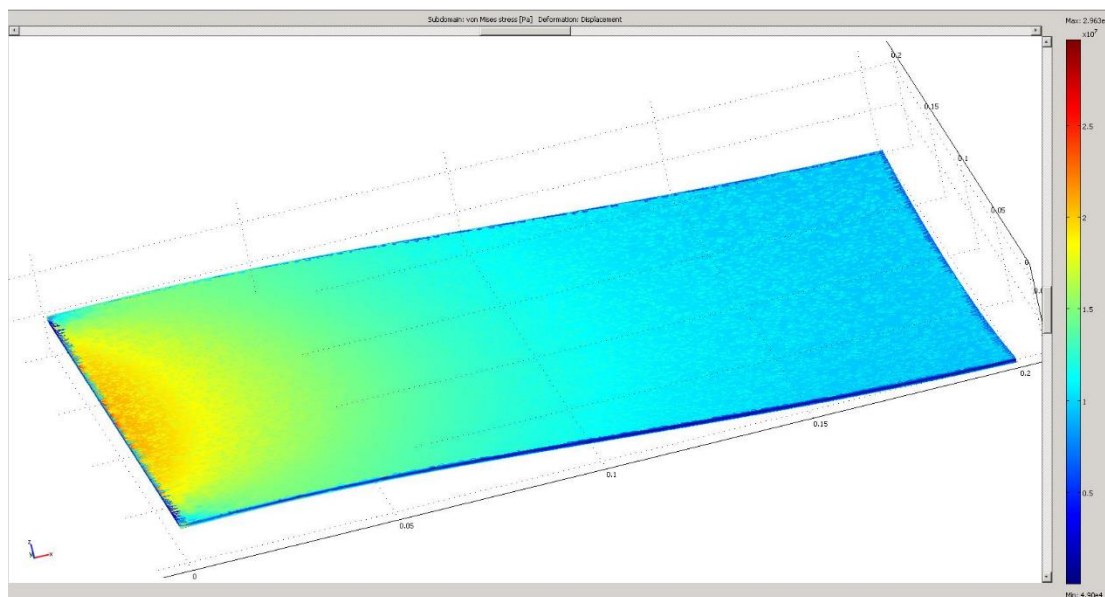
## Β) Σύνθετη πλάκα με άσκηση δύναμης και ηλεκτρικής τάσης

Στη συνέχεια, για το δεύτερο μέρος της μελέτης μας, θα ασκήσουμε ομοιόμορφη δύναμη ίση με  $100\text{Nt/m}^2$  στην πλάκα που έχουμε μοντελοποιήσει και θα μελετήσουμε πως συμπεριφέρεται καθώς αυξάνουμε την τάση στα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Όπως και στο 1<sup>ο</sup> σκέλος της διατριβής, οι πλάκες θα έχουν την ίδια τάση με αντίθετη πολικότητα αλλά με αντίθετα πρόσημα σε σχέση με το πρώτο σκέλος ώστε να επιτύχουμε επαναφορά της ράβδου προς την αρχική της κατάσταση.

### 1<sup>η</sup> Περίπτωση ( $100\text{Nt/m}^2$ , $30\text{V}$ )

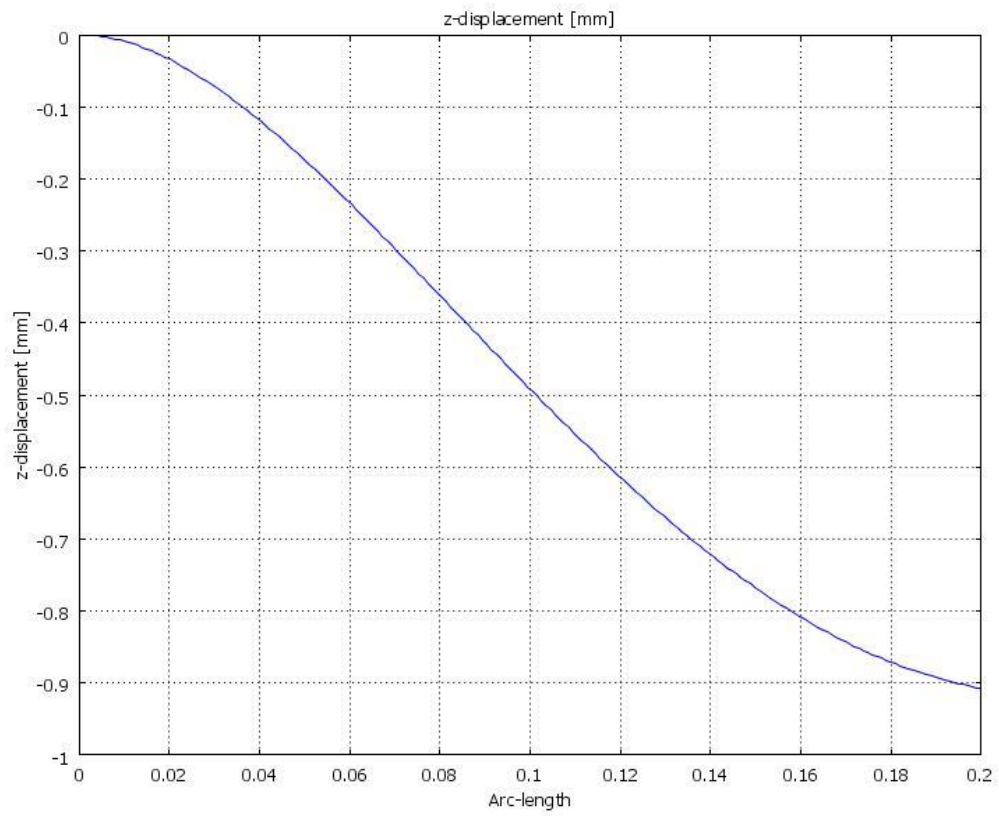


Εικόνα 44 Μέγιστη μετατόπιση κατά τον άξονα z  $-9,07 \times 10^{-4}\text{m}$



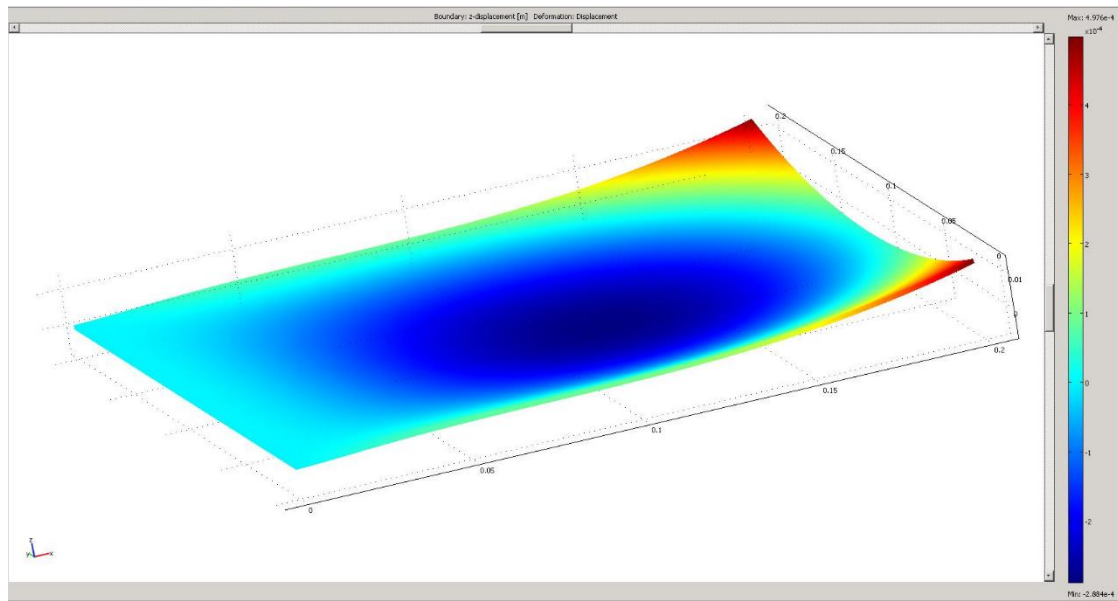
Εικόνα 45 - 3d απεικόνιση των τάσεων Von Mises, η μέγιστη τάση ισούται με  $2,963 \times 10^7 \text{ Pa}$



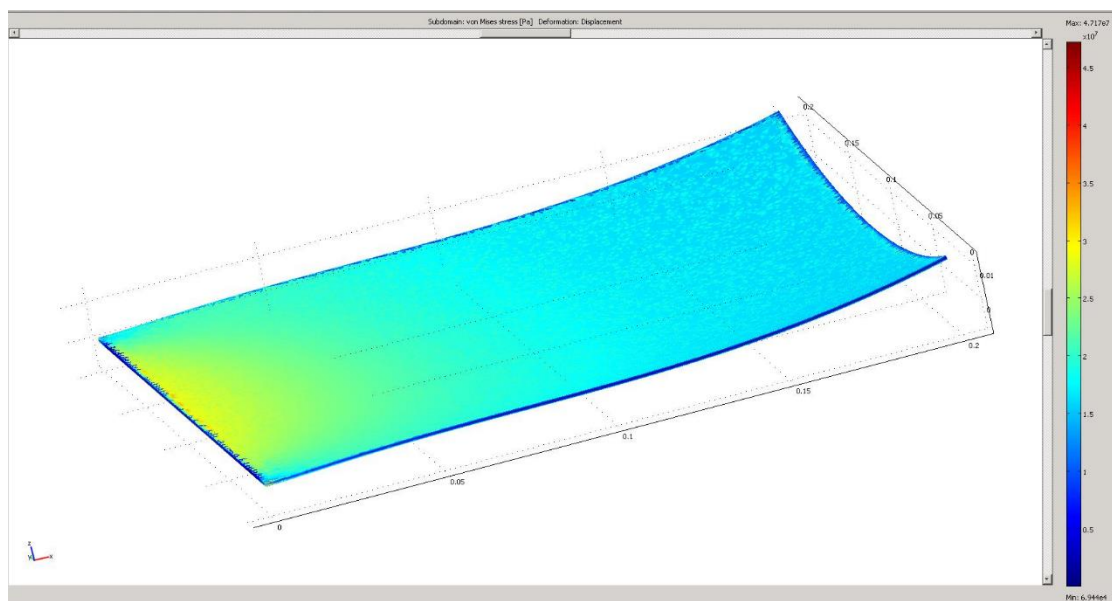


Εικόνα 46- 2d απεικόνιση της μετατόπισης κατά τον z άξονα

## 2<sup>η</sup> περίπτωση (100N/m<sup>2</sup>, 50V)

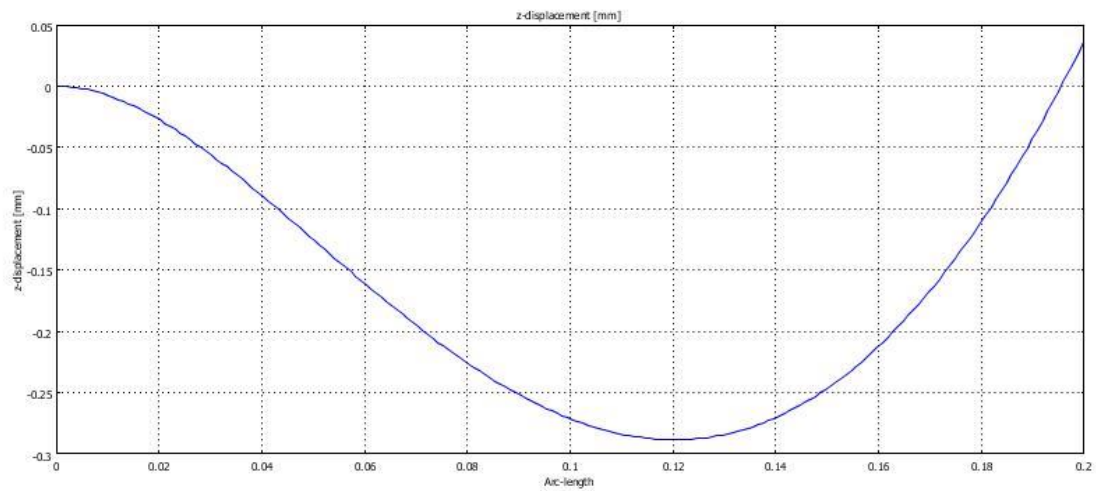


Εικόνα 47 - 3d απεικόνιση της μετατόπισης κατά τον z άξονα, η μέγιστη μετατόπιση είναι  $4,976 \times 10^{-4} \text{m}$



Εικόνα 48 - 3d απεικόνιση των τάσεων Von Mises, η μέγιστη τάση ισούται με  $4,717 \times 10^7 \text{ Pa}$

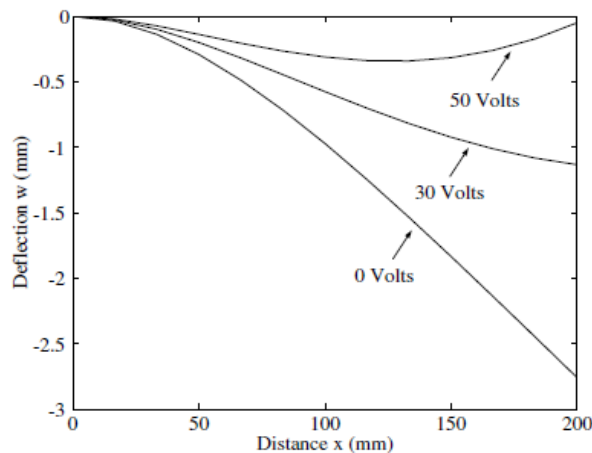




Εικόνα 49- 2d απεικόνιση της μετατόπισης κατά τον z άξονα

Όπως ήταν αναμενόμενο, μεγαλώνοντας την τιμή της τάση στο κάτω πιεζοηλεκτρικό στοιχείο, η σύνθετη πλάκα πλησιάζει σταδιακά στην αρχική κατάσταση της (πρίν την άσκηση της κάθετης δύναμης). Οι άνωθεν δοκιμές αποτελούν ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα χρήσης των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων όπου με την εφαρμογή ηλεκτρικής τάσης ελαττώνουμε (ή εκμηδενίζουμε) την παραμόρφωση που οφείλεται σε εξωτερικές δυνάμεις.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με τα δεδομένα μας, παρατηρούμε πως όταν ασκούμε δύναμη στην πλάκα και προσπαθούμε να την επαναφέρουμε στην αρχική της κατάσταση με την εφαρμογή τάσης ηλεκτρικού ρεύματος υπάρχουν αποκλίσεις.



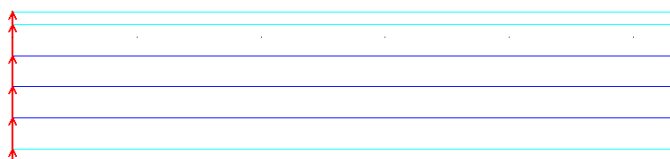
Εικόνα 50 - Δεμένα που μας δόθηκαν ((K Y Lam†, X Q Peng†, G R Liu† and J N Reddy‡ 1997 A finite-element model for piezoelectric composite laminates) ) για την μετατόπιση του ελεύθερου σημείου A σε σχέση με την τάση εισόδου

Αυτό συμβαίνει καθώς για να πραγματοποιήσουμε επίλυση στο πρόβλημα μας, απλοποιήσαμε το σχήμα μετατρέποντας τις τέσσερις πλάκες T300/976 σε μία (με διάσταση όσο και οι 4 πλάκες μαζί) καθώς σε διαφορετική περίπτωση δεν μπορούσαμε να εξάγουμε αποτελέσματα λόγω του πολύ μεγάλου χρόνου υπολογισμών. Επιπρόσθετα, η διακριτοποίηση ήταν όσο πιο αραιή γίνεται για να μπορέσει να είναι επιλύσιμο το μοντέλο μας και ως εκ τούτου είναι δυνατόν να υπάρχουν σχετικές αποκλίσεις από τα δεδομένα μας.

Σαν επόμενο βήμα, μοντελοποιήσαμε εκ νέου το πρόβλημα μας σε δυσδιάστατο (2d) αυτή τη φορά, έχοντας όμως 4 πλάκες T300/976 αντί για μία:



Εικόνα 51 -Σχέδιο Ράβδου 2D



Εικόνα 52 Μέρος της ράβδου σε μεγέθυνση

Ακολουθήσαμε ακριβώς τα ίδια βήματα όπως με τη μοντελοποίησης της πλάκας σε 3D (χρησιμοποιώντας τα ίδια boundary settings και subdomain settings), μόνη διαφορά αποτελεί η διακριτοποίηση, η οποία είναι ως ακολούθως:

Extended mesh:	
Number of degrees of freedom:	2120020
Base mesh:	
Number of mesh points:	219293
Number of elements:	427072
Triangular:	427072
Quadrilateral:	0
Number of boundary elements:	31724
Number of vertex elements:	14
Minimum element quality:	0.6961
Element area ratio:	0.0622

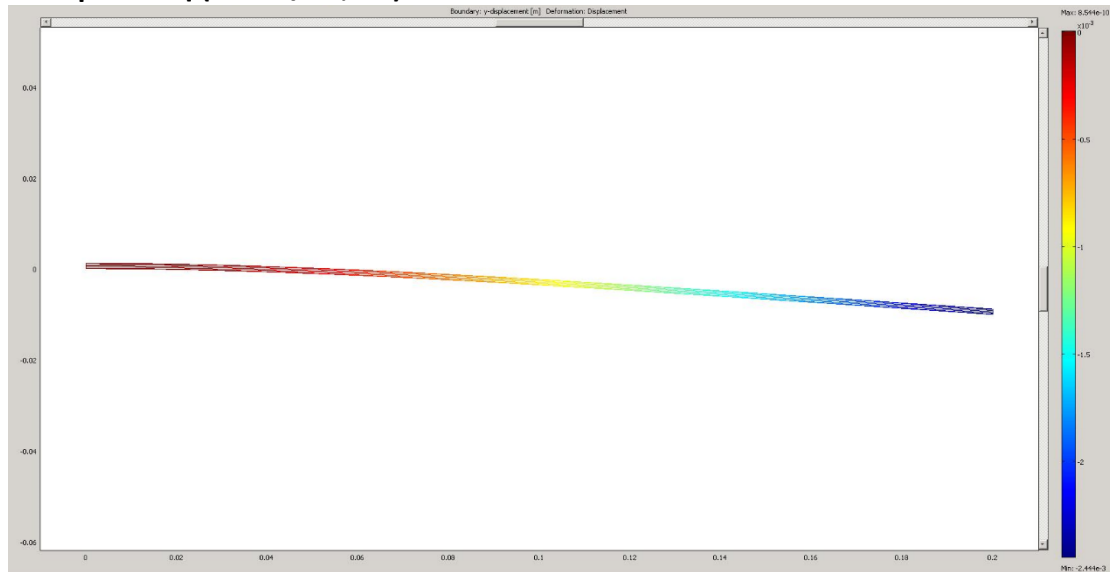
Εικόνα 53- Στοιχεία διακριτοποίησης πλάκας 2d

Εικόνα 54- Διακριτοποίηση όπως φαίνεται σε μέρος της πλάκας 2D

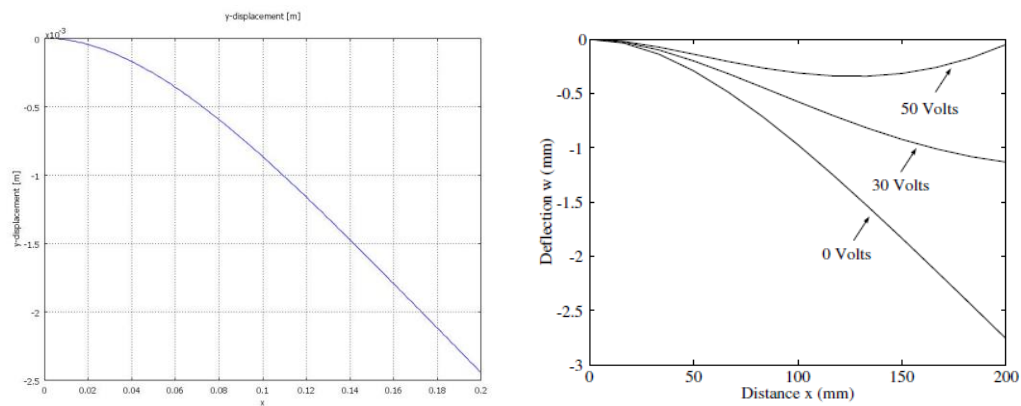
Όσον αφορά την διακριτοποίηση, πραγματοποιήσαμε *Refine Mesh* ανεβάζοντας τον αριθμό στοιχείων και βαθμών ελευθερίας για να έχουμε όσο το δυνατόν πιο ακριβή αποτελέσματα.

Στη συνέχεια, και αφού ασκήσαμε ομοιόμορφη δύναμη ίση με  $100\text{Nt/m}^2$  στην πλάκα πραγματοποιήσαμε διαδοχικές επιλύσεις για διάφορες τιμές ηλεκτρικής τάσης όπως και παραπάνω.

## 1<sup>η</sup> Περίπτωση (100Nt/m<sup>2</sup>, 0V)

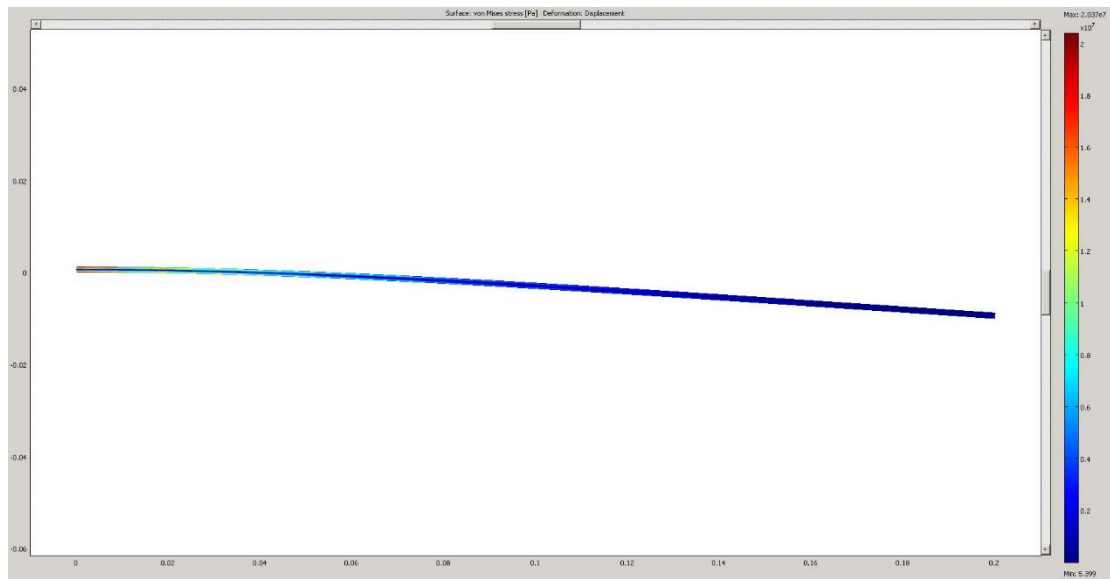


Εικόνα 55-Διάγραμμα μετατόπισης κατά τον  $y$  άξονα. Μέγιστη μετατόπιση  $-2,44 \times 10^{-3} m$

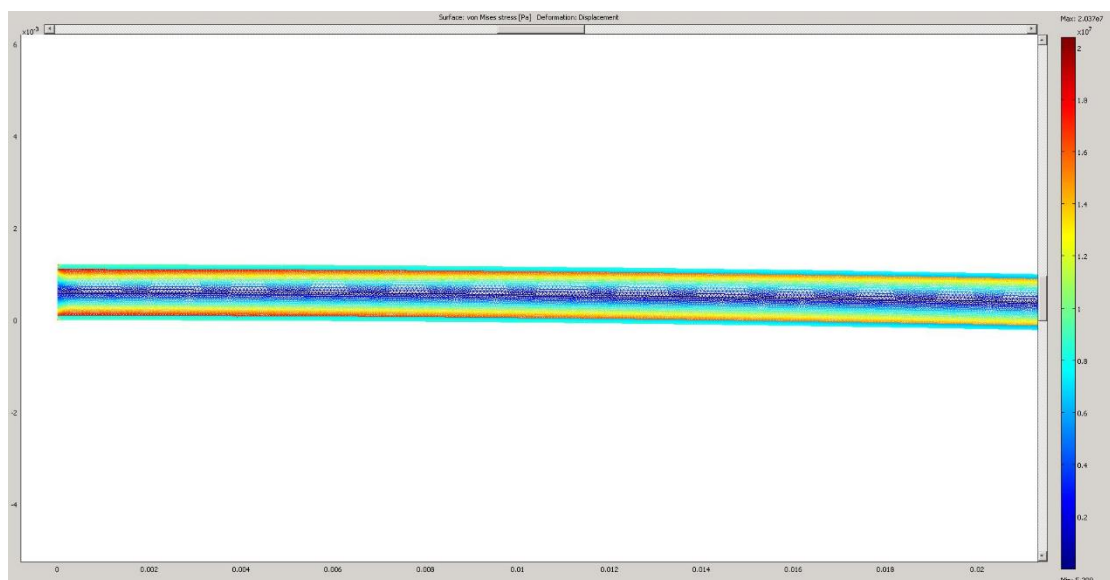


Εικόνα 56-Γράφημα μετατόπισης κατά τον  $y$  άξονα (αριστερά) και σύγκριση με τα δεδομένα που έχουμε (δεξιά).

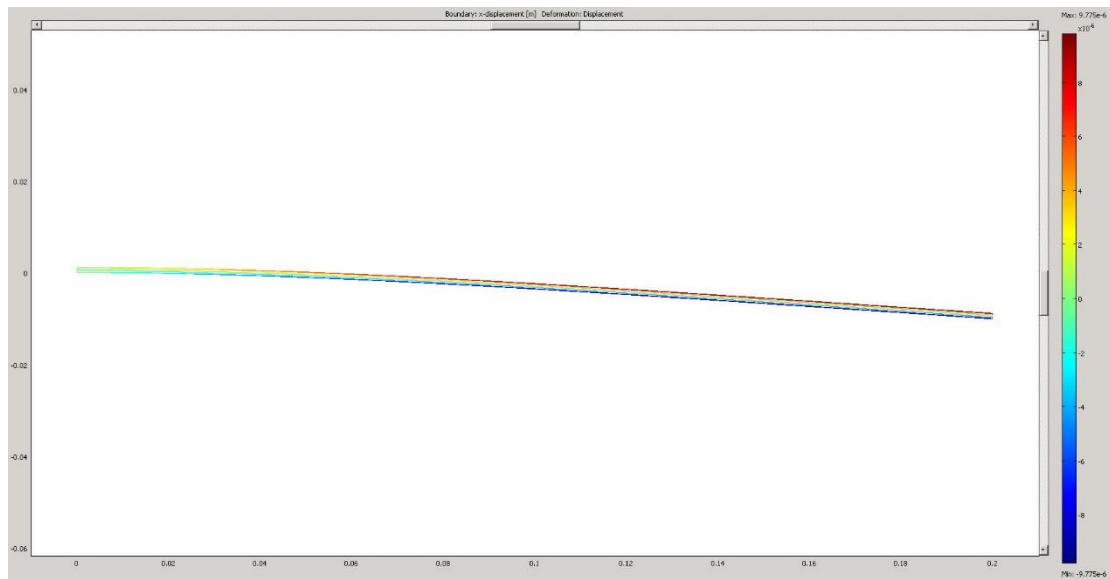
Όπως βλέπουμε από το παραπάνω διάγραμμα το Comsol, προσεγγίζει τα δεδομένα που μας έχουν δοθεί τόσο στη μορφή που θα έχει η παραμορφωμένη πλάκα όσο και στην μέγιστη τιμή της μετατόπισης.



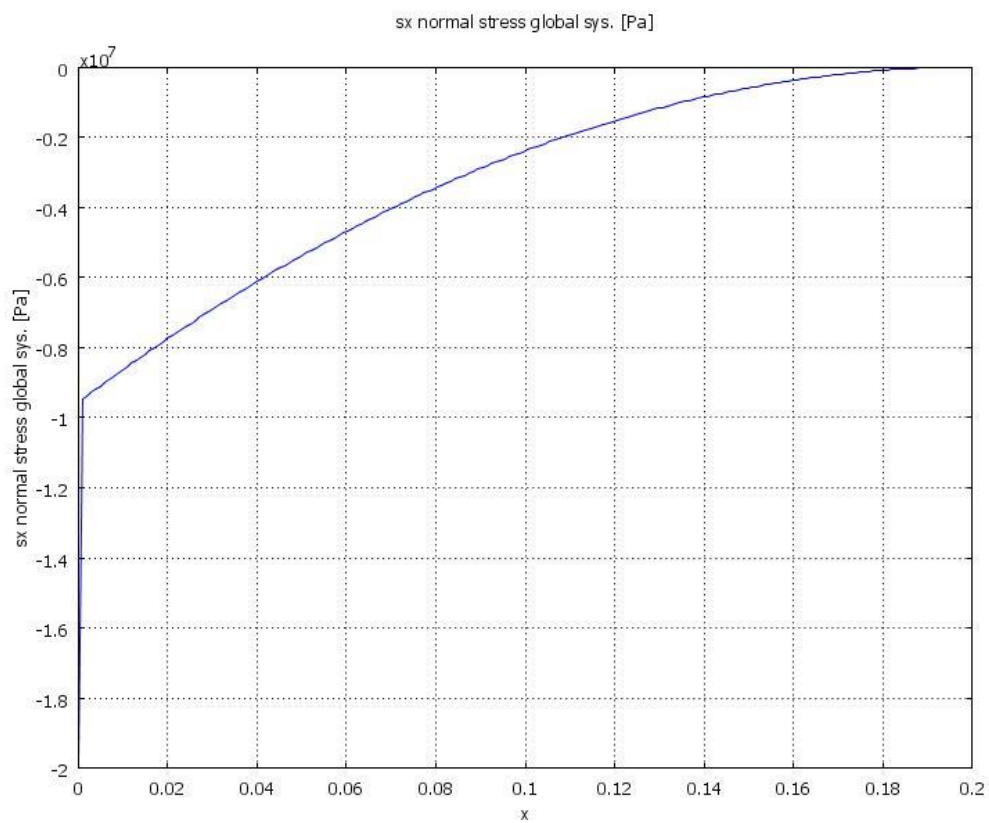
Εικόνα 57- Διάγραμμα τάσεων Von Mises.



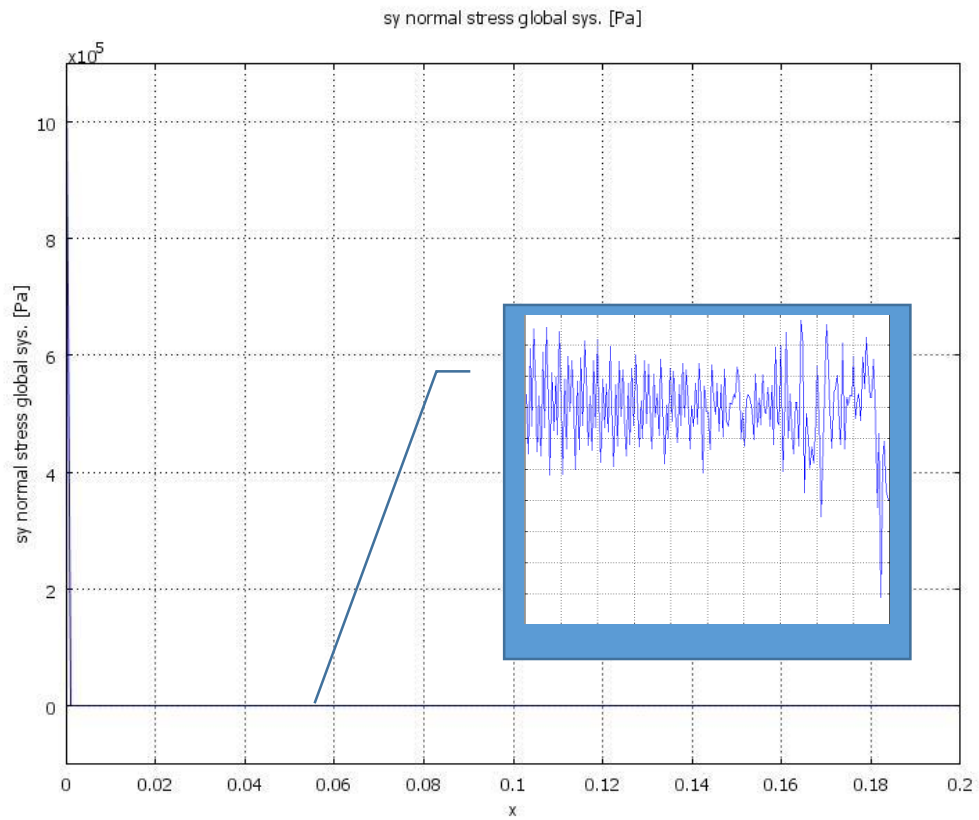
Εικόνα 58-Κοντινή απεικόνιση διαγράμματος τάσεων Von Mises



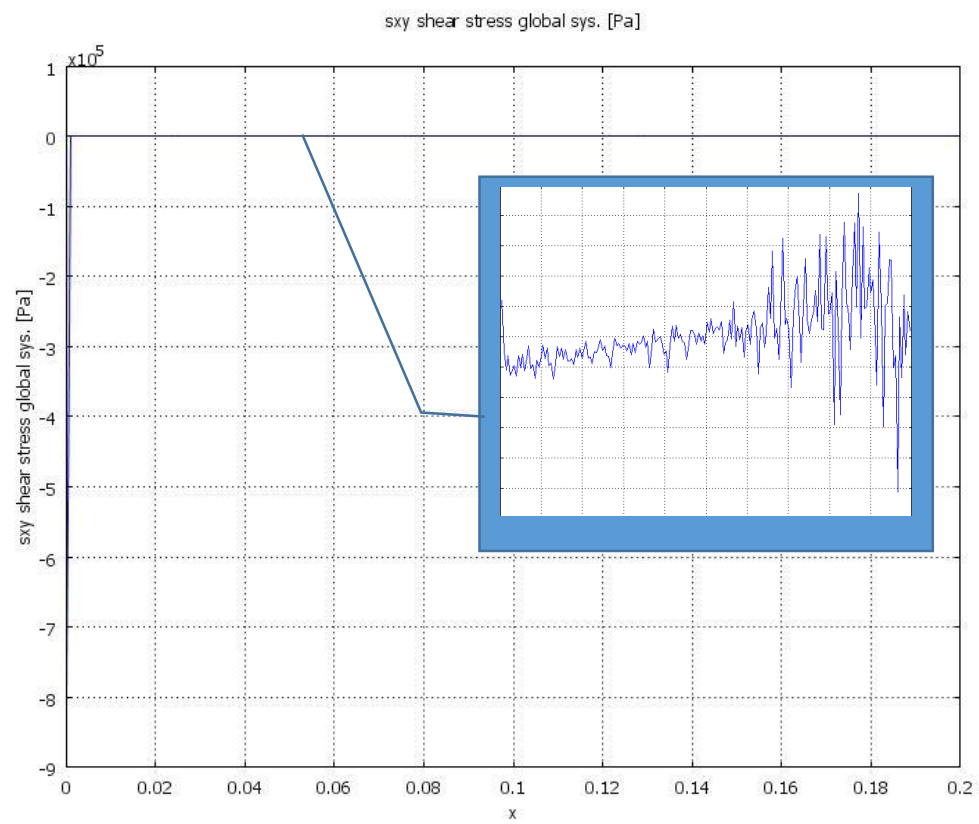
Εικόνα 59- Διάγραμμα μετατόπισης κατά τον x άξονα. Μέγιστη μετατόπιση  $9,775 \times 10^{-6} m$



Εικόνα 60-Δημιουργία ορθών τάσεων [Pa] κατά τον άξονα x.

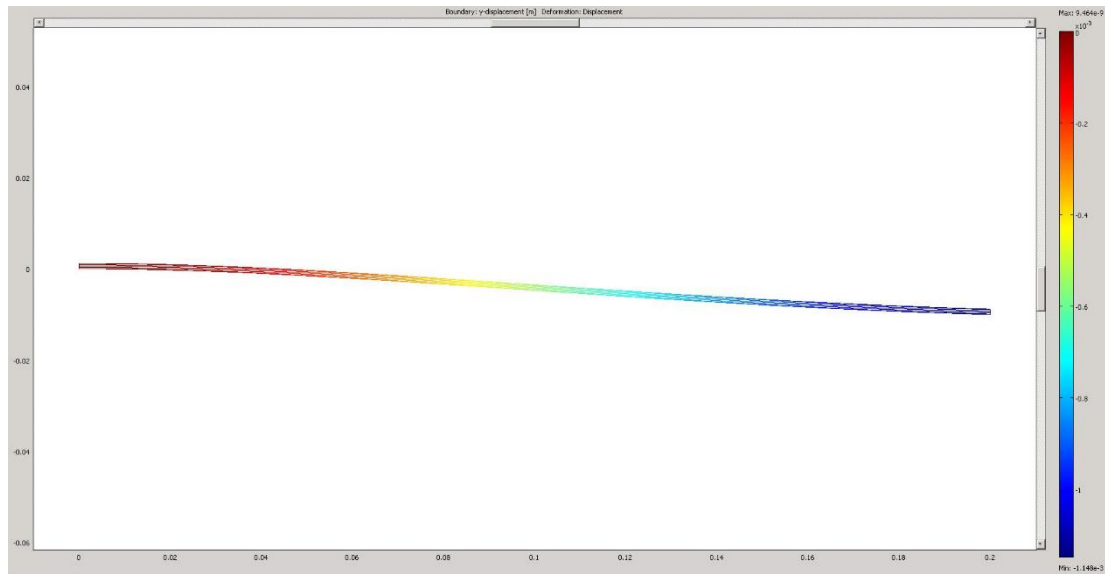


Εικόνα 61- Δημιουργία ορθών τάσεων [Pa] κατά τον άξονα γ.

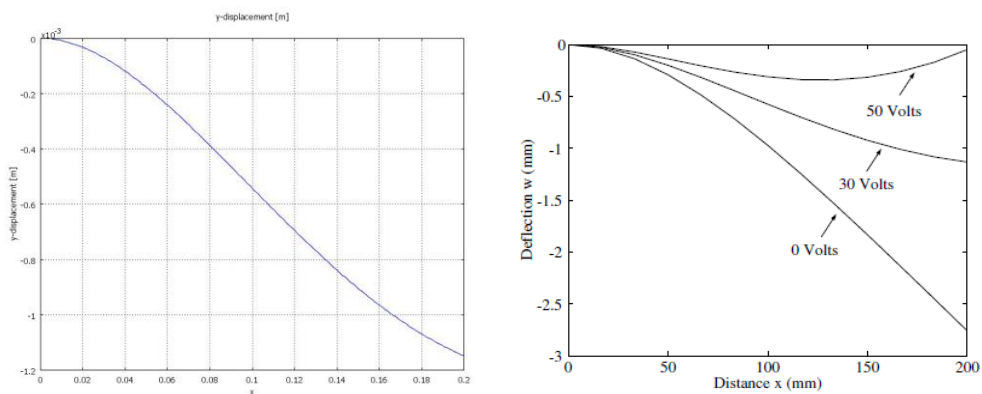


Εικόνα 62- Δημιουργία διατμητικών τάσεων [Pa] κατά το επίπεδο xy.

## 2<sup>η</sup> Περίπτωση (100Nt/m<sup>2</sup>, 30V)



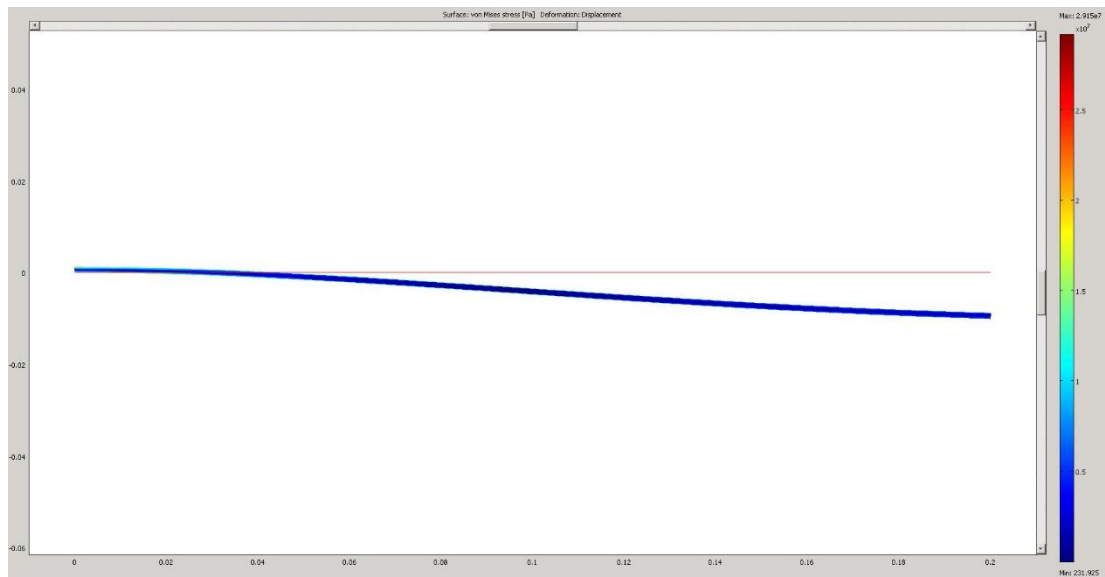
Εικόνα 63- Διάγραμμα μετατόπισης κατά τον  $y$  άξονα. Μέγιστη μετατόπιση  $-1,148 \times 10^{-3} \text{m}$



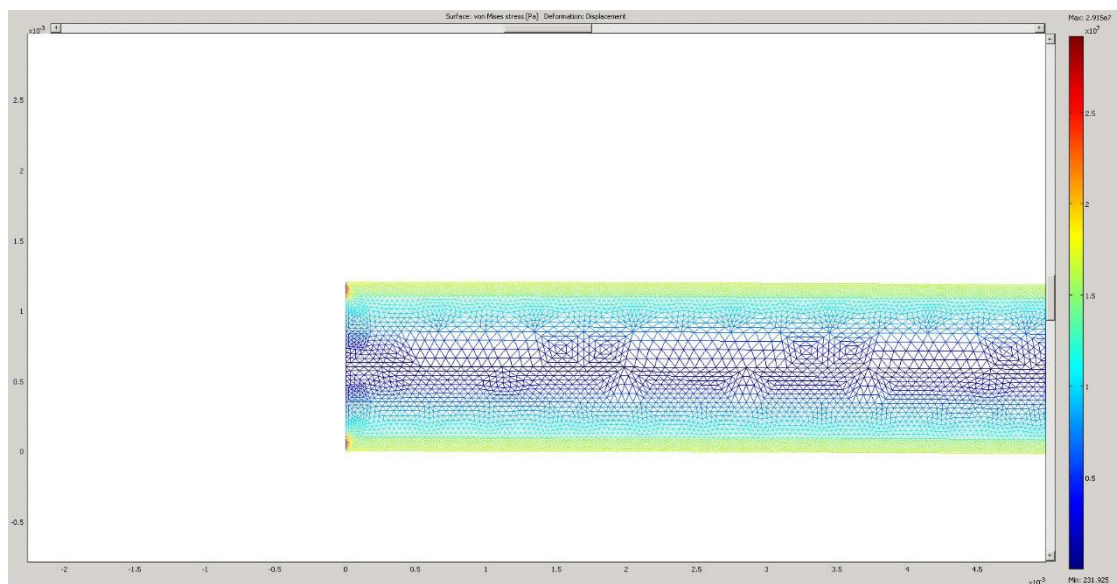
Εικόνα 64- Γράφημα μετατόπισης κατά τον  $y$  άξονα (αριστερά) και σύγκριση με τα δεδομένα που έχουμε (δεξιά).

Όπως βλέπουμε από τα παραπάνω διαγράμματα το Comsol μας δίνει ταυτόσημα αποτελέσματα σε σχέση με τα δεδομένα που είχαμε τόσο στην μορφή που θα έχει η πλάκα όταν θέτουμε τάση 30V, όσο και στην μέγιστη τιμή της μετατόπισης.

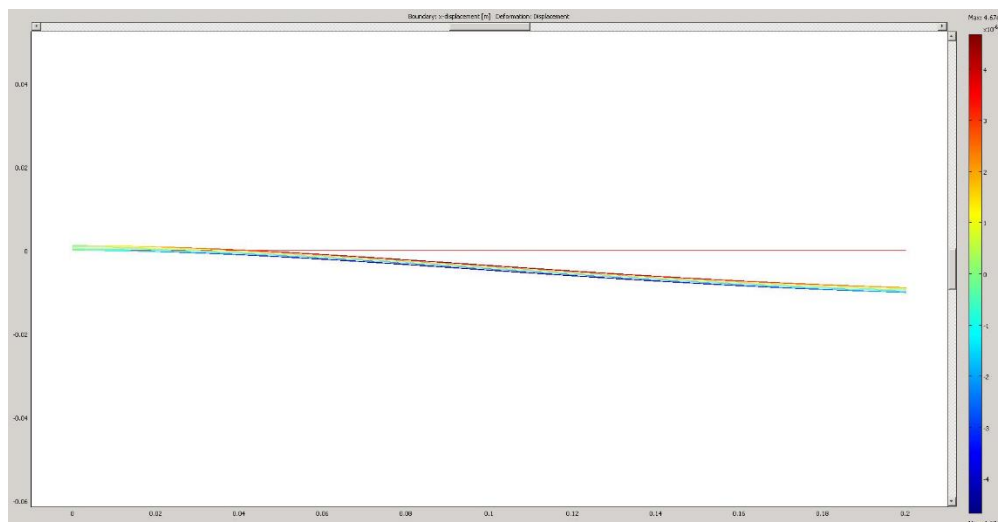




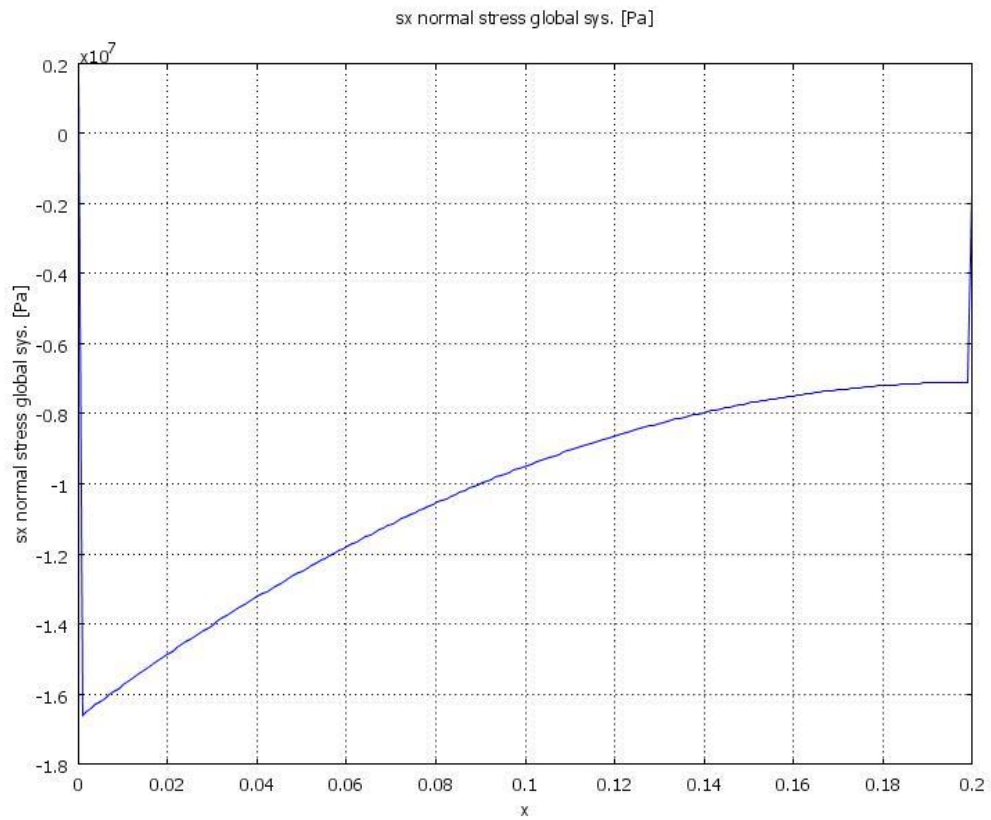
Εικόνα 65 - Διάγραμμα τάσεων Von Mises. Μέγιστη τάση  $2,915 \times 10^7 \text{ Pa}$



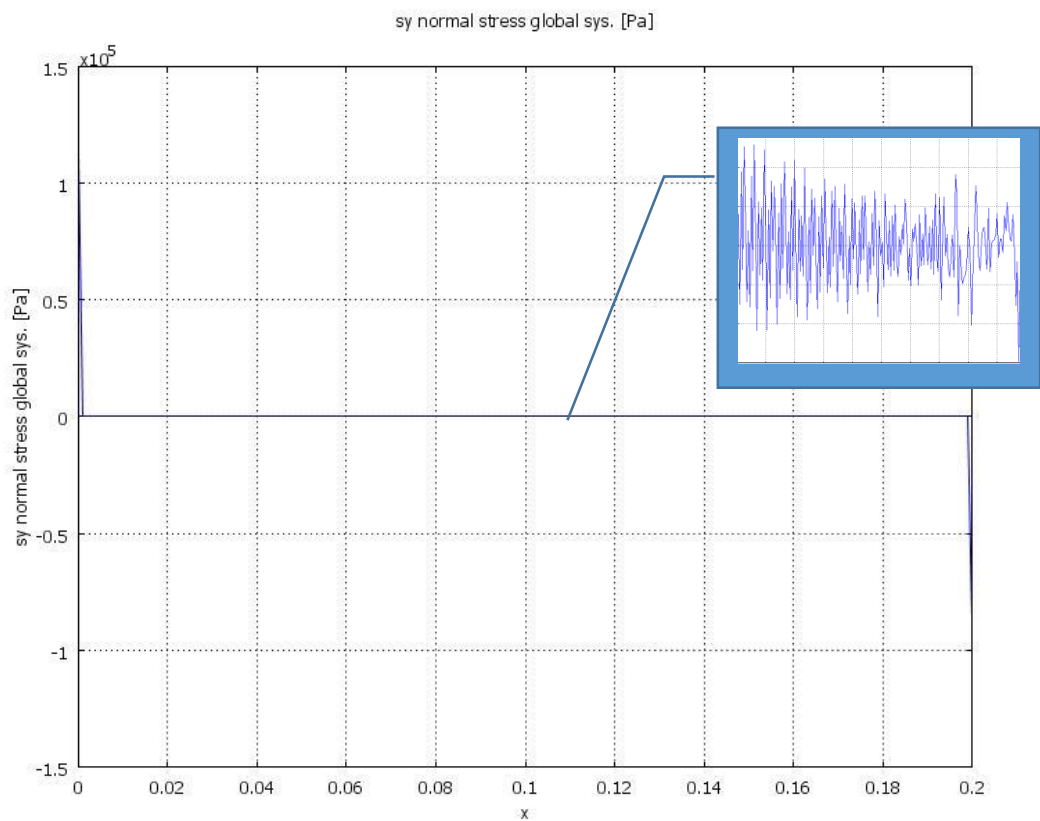
Εικόνα 66 - Κοντινή απεικόνιση διαγράμματος τάσεων Von Mises



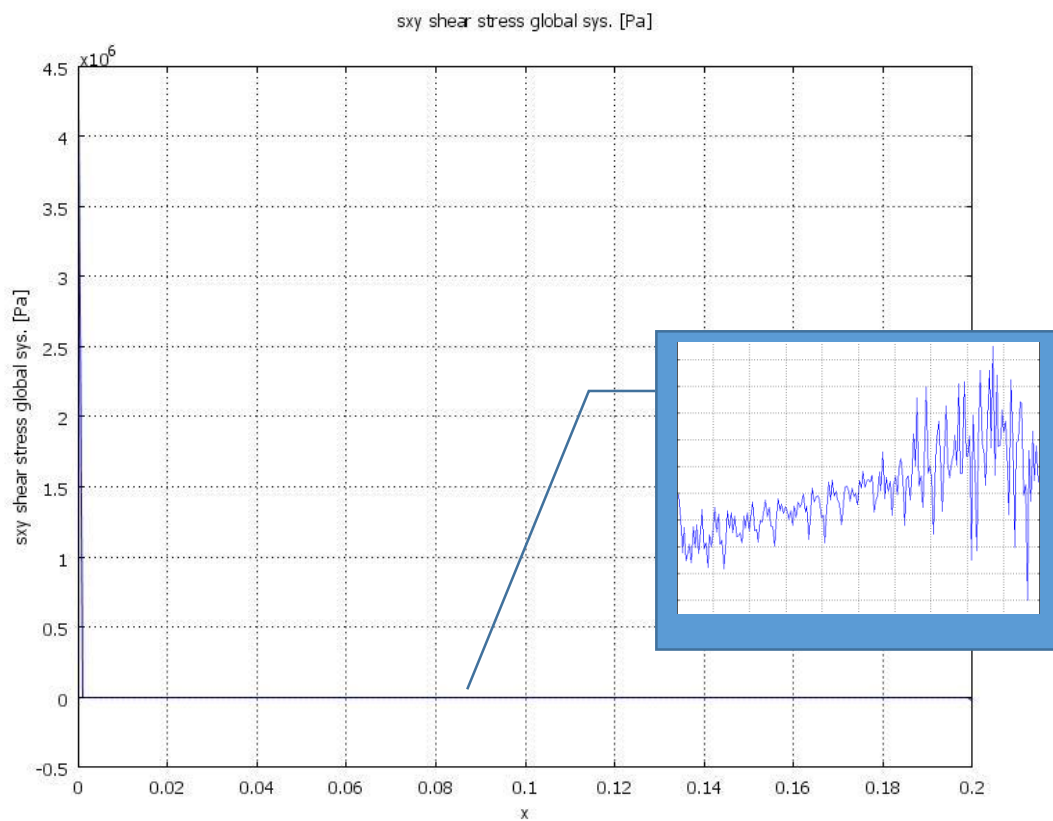
Εικόνα 67- Μετατόπιση κατά τον  $x$  άξονα. Μέγιστη μετατόπιση  $4,67 \times 10^{-6} \text{ m}$



Εικόνα 68- Δημιουργία ορθών τάσεων [Pa] κατά τον άξονα  $x$ .

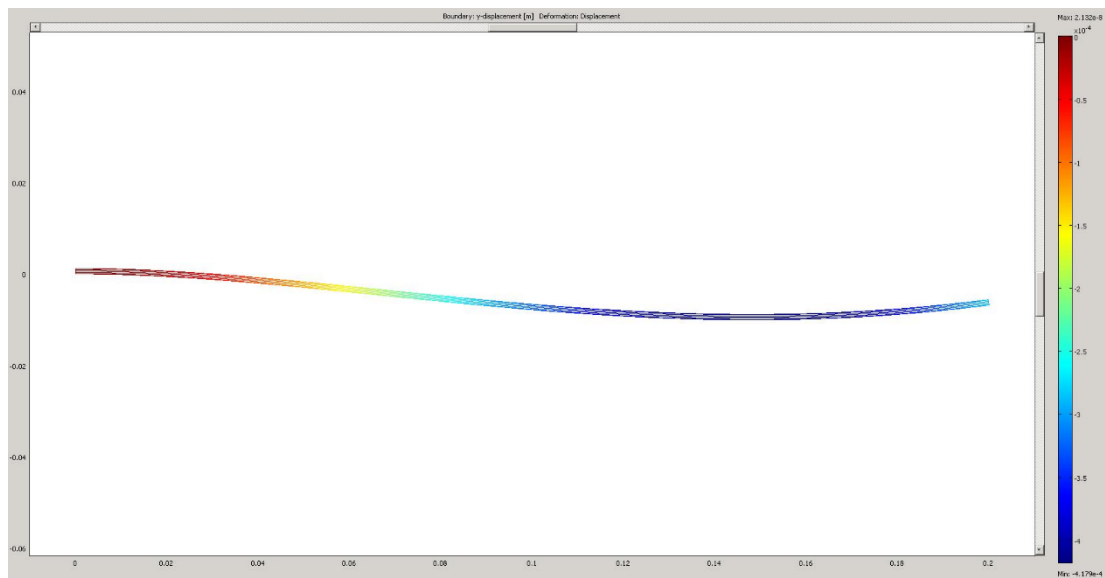


Εικόνα 69 - Δημιουργία ορθών τάσεων [Pa] κατά τον άξονα  $y$ .

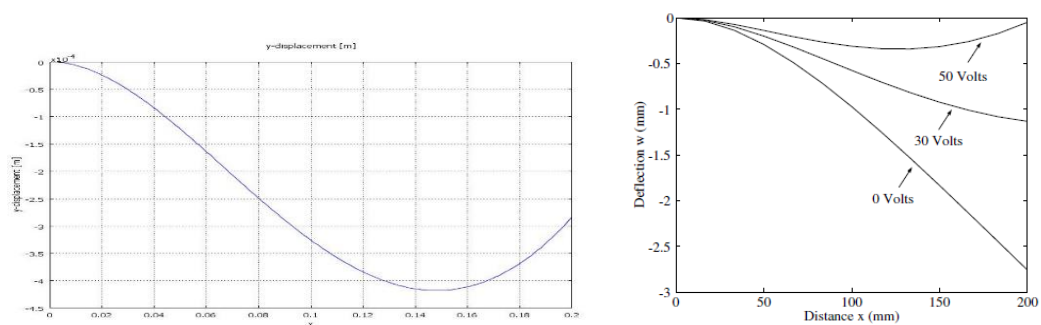


Εικόνα 70- Δημιουργία διατμητικών τάσεων [Pa] κατά το επίπεδο xy.

### 3<sup>η</sup> Περίπτωση (100Nt/m<sup>2</sup>, 50V)

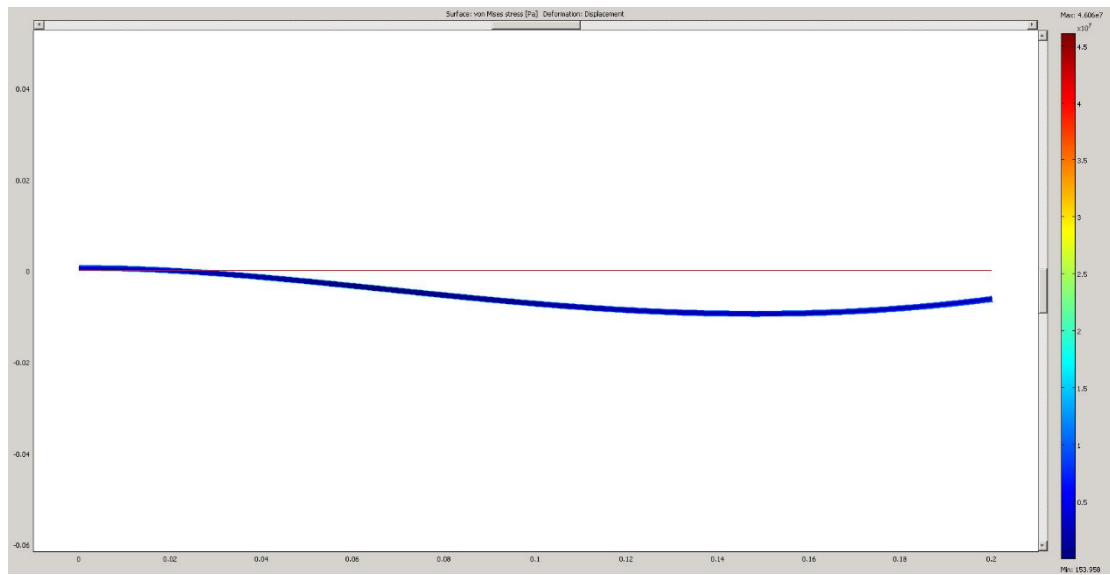


Εικόνα 71 - Απεικόνιση μετατόπισης κατά τον Y άξονα. Μέγιστη μετατόπιση  $-4,179 \times 10^{-4} \text{m}$

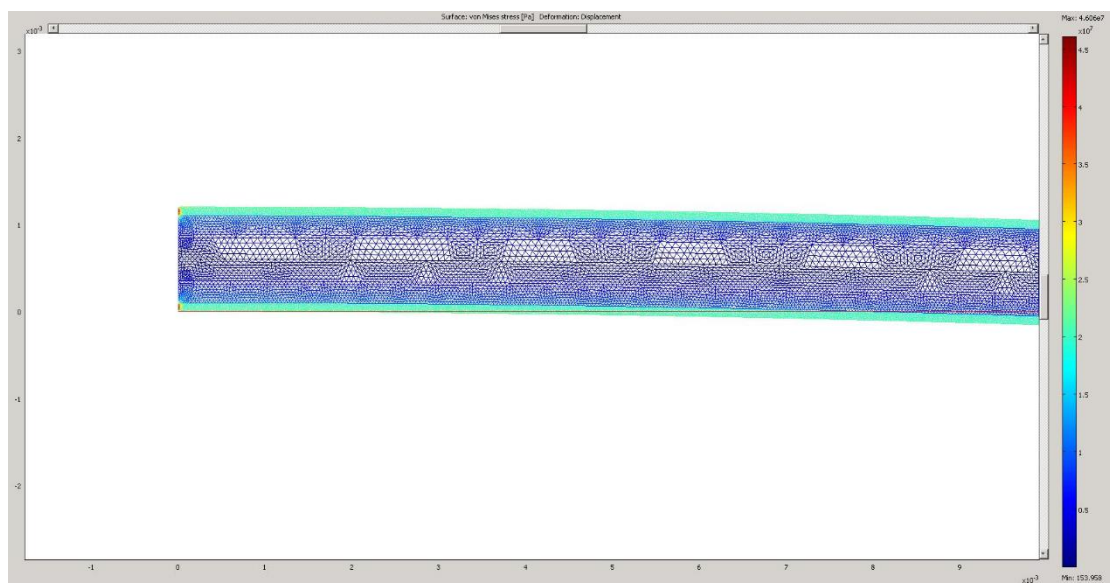


Εικόνα 72 - Γράφημα μετατόπισης κατά τον γ άξονα (αριστερά) και σύγκριση με τα δεδομένα που έχουμε (δεξιά).

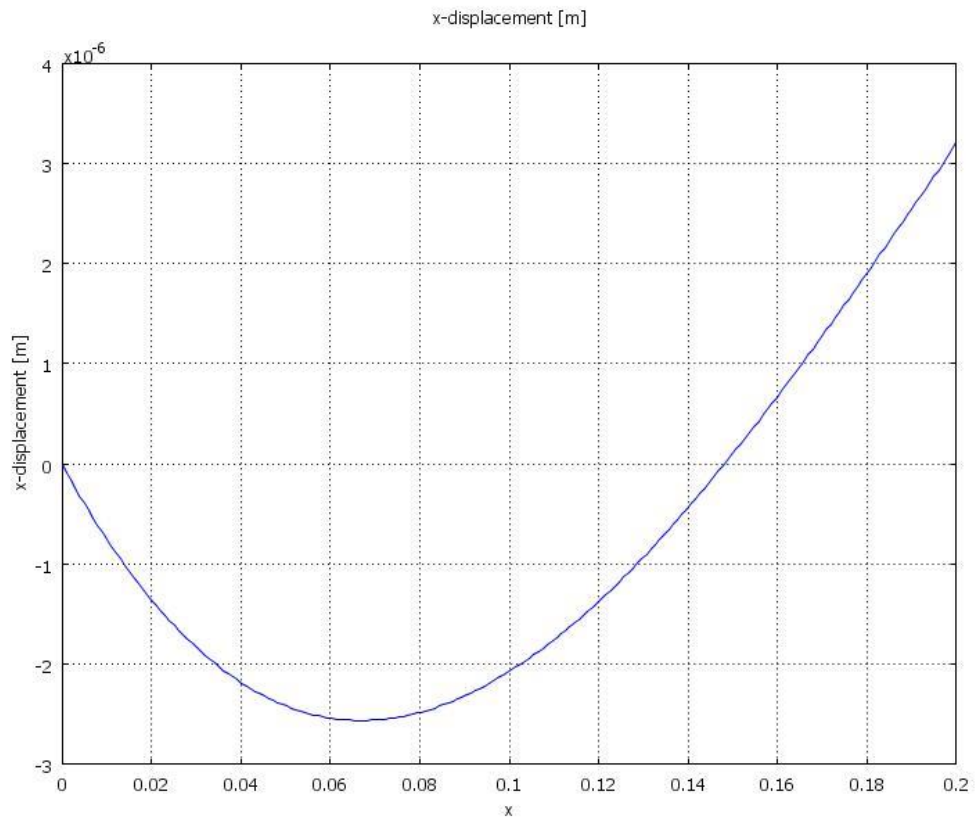
Όπως βλέπουμε από τα παραπάνω διαγράμματα το Comsol μας δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε σχέση με τα δεδομένα που είχαμε τόσο στην μορφή που θα έχει η πλάκα όταν θέτουμε τάση 50V, όσο και στην μέγιστη τιμή της μετατόπισης.



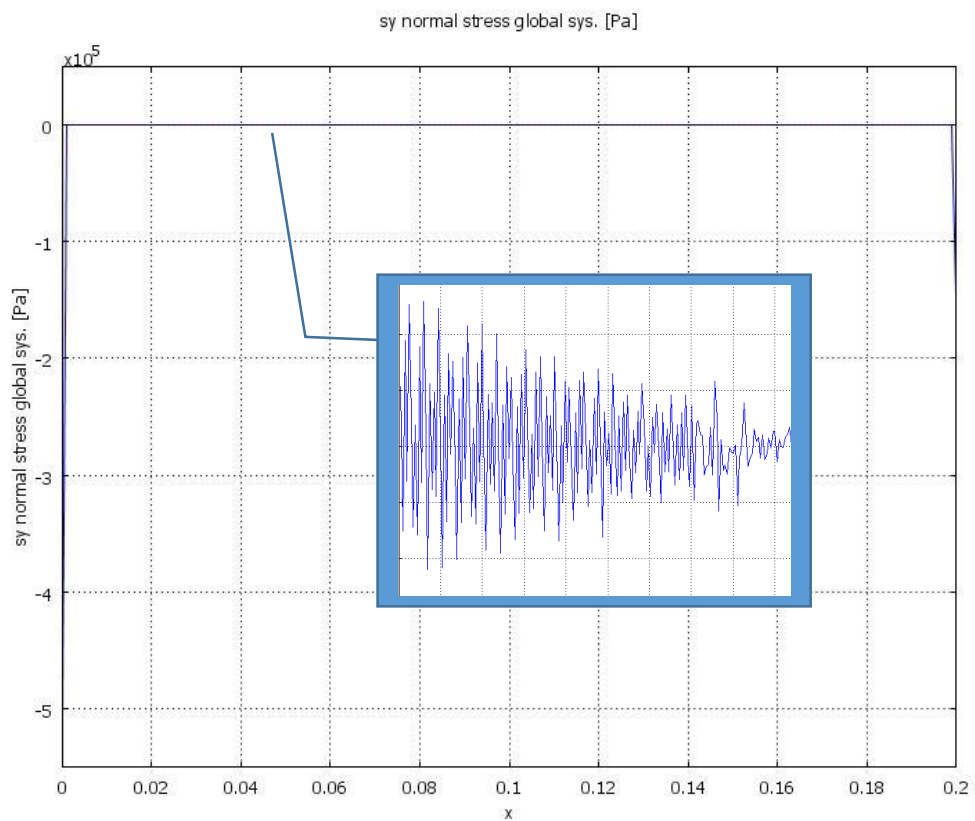
Εικόνα 73- Απεικόνιση τάσεων Von Mises. Μέγιστη τιμή =  $4,606 \times 10^7$  Pa



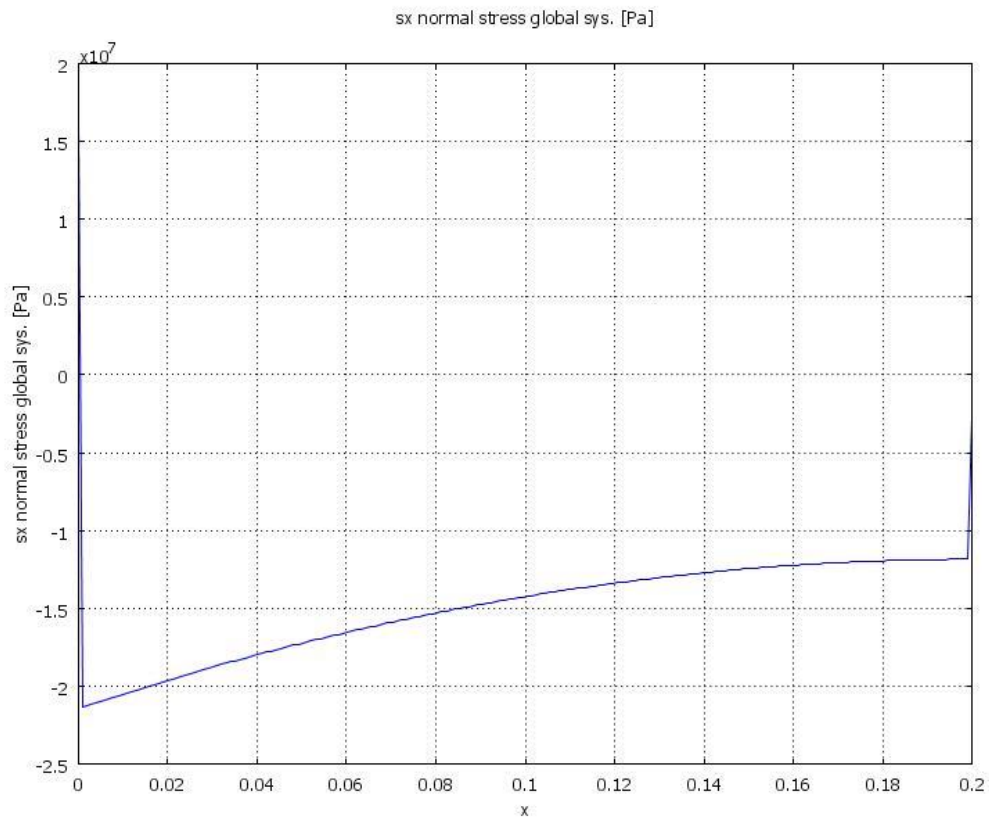
Εικόνα 74- κοντινή απεικόνιση διαγράμματος τάσεων Von Mises



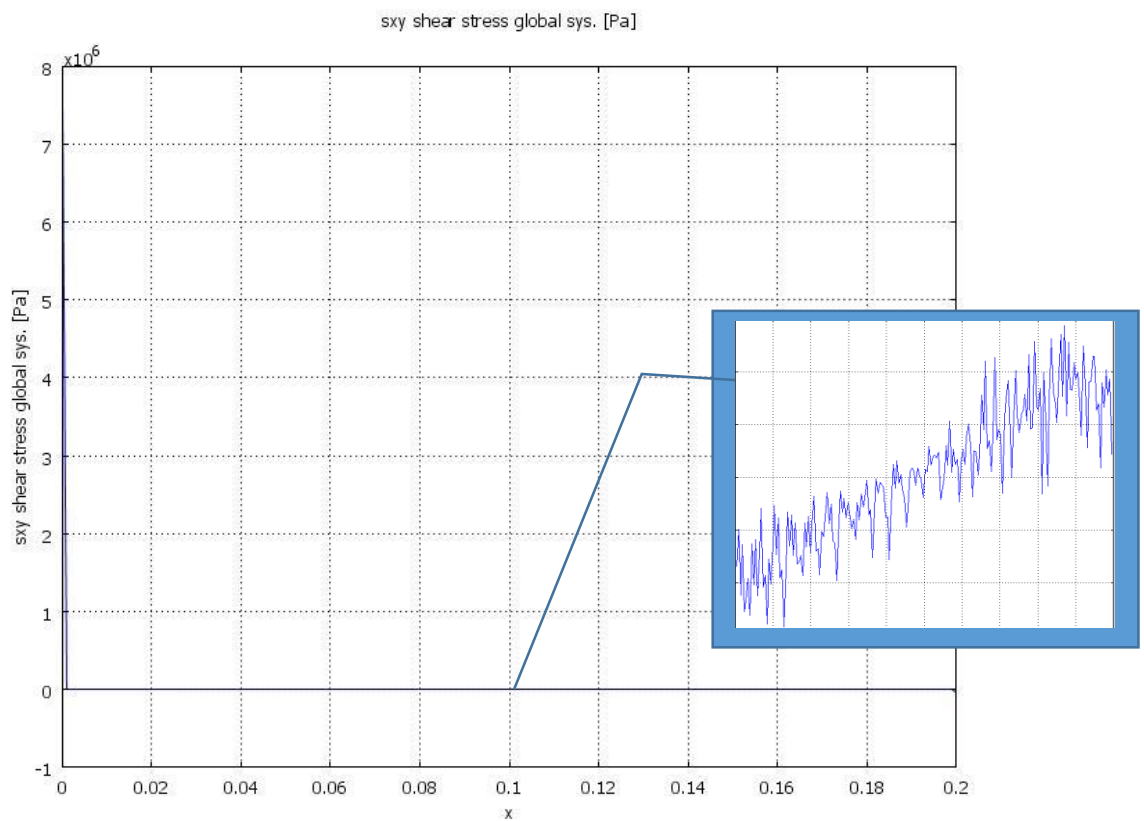
Εικόνα 75 - Γράφημα μετατόπισης κατά τον Χ άξονα



Εικόνα 76- Γράφημα δημιουργίας ορθών τάσεων [Pa] κατά τον άξονα Υ.

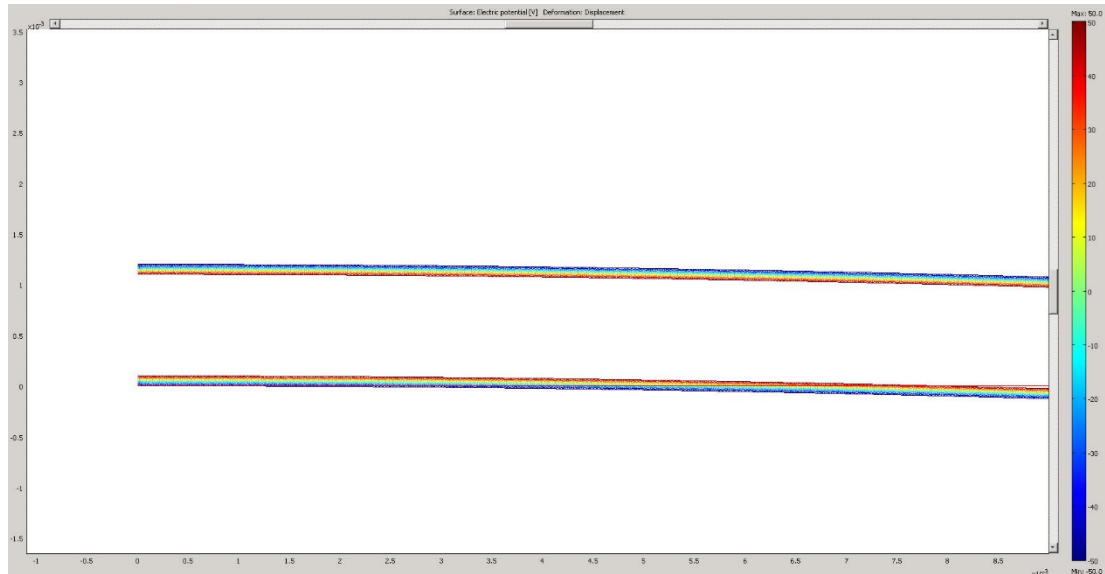


Εικόνα 77- Γράφημα δημιουργίας ορθών τάσεων [Pa] κατά τον άξονα  $x$ .



Εικόνα 78- Γράφημα δημιουργίας διατμητικών τάσεων [Pa] κατά το επίπεδο  $xy$ .

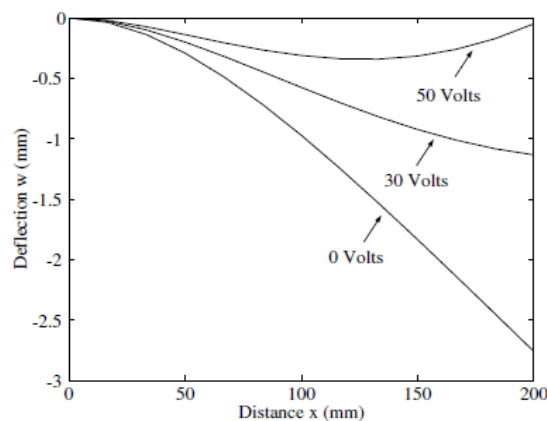




Εικόνα 79 - Απεικόνιση Ηλεκτρικού Δυναμικού

Όπως βλέπουμε στα αποτελέσματα παραπάνω, για αυτή την περίπτωση το δισδιάστατο μοντέλο μας έδωσε πολύ καλύτερα αποτελέσματα (και αντίστοιχα των δεδομένων μας) σε σχέση με το τρισδιάστατο μοντέλο. Είναι λογικό να συμβαίνει κάτι τέτοιο καθώς το τρισδιάστατο μοντέλο πάνω στο οποίο δουλέψαμε ήταν απλουστευμένο (λιγότερες επιφάνειες) σε σχέση με αυτό των δεδομένων μας και ήταν αναμενόμενο σε μεγαλύτερες τάσεις/δυνάμεις να υπάρχουν αποκλίσεις. Ασφαλώς όμως, εάν υπήρχε δυνατότητα η επίλυση να γίνει σε υπολογιστή μεγαλύτερης δυναμικής, και έχοντας ένα τρισδιάστατο μοντέλο που θα συμπεριελάμβανε και τις 4 πλάκες εποξικού γραφίτη και με πιο υψηλή διακριτοποίηση, τα αποτελέσματα που θα λαμβάναμε θα ήταν ακόμα καλύτερα και θα είχαμε τη δυνατότητα να υπολογίσουμε με πολύ υψηλή ακρίβεια πως θα συμπεριφερόταν η πλάκα μας σε πραγματικές συνθήκες.

Αξίζει να σημειωθεί πως η συνολική μετατόπιση της πλάκας στις παραπάνω δοκιμές είναι ταυτόσημη με τη μετατόπιση κατά τον άξονα  $y$  (κάθετη μετατόπιση) καθώς είναι εξαιρετικά μεγαλύτερη από την μετατόπιση κατά τον άξονα  $x$ .



Εικόνα 80 - γράφημα μετατόπισης κατά τον  $y$  άξονα σύμφωνα με τα δεδομένα μας (K Y Lam<sup>†</sup>, X Q Peng<sup>‡</sup>, G R Liu<sup>†</sup> and J N Reddy<sup>‡</sup> 1997 A finite-element model for piezoelectric composite laminates)



## **8. Συμπεράσματα**

Η χρησιμοποίηση του COMSOL για την επίλυση προβλημάτων σύνθετων πιεζοηλεκτρικών πλακών αποδείχθηκε μία σχετικά εύκολη διαδικασία με πάρα πολύ καλά αποτελέσματα.

Με τις δυνατότητες του λογισμικού (που είναι πολύ μεγαλύτερες στις πιο σύγχρονες εκδόσεις) είναι πολύ απλό να σχεδιαστεί (ή να εισαχθεί π.χ. από πρόγραμμα CAD) οποιοδήποτε σχήμα και ύστερα με χρήση κατάλληλων διαδικασιών, να αναλυθούν σύνθετα φυσικά προβλήματα.

Τα αποτελέσματα που εξάγαμε είναι πολύ χρήσιμα και μας βοηθήσανε ιδιαίτερος στο να μελετήσουμε της συμπεριφορά της σύνθετης πλάκας με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία όταν τις ασκούμε εξωτερικές δυνάμεις και/ή ηλεκτρική τάση.

Η πληθώρα των εφαρμογών που βρίσκουν τα πιεζοηλεκτρικά υλικά στις σύγχρονες κατασκευές, καθιστούν την περαιτέρω μελέτη τους επιτακτική.

Σε επόμενη εργασία θα μπορούσε να γίνει μη γραμμική ανάλυση της πλάκας όπου και θα μπορούσε να μελετηθεί και το σημείο όπου θα μπορούσε να υπάρξει θραύση της πλάκας αν εφαρμόζαμε πολύ μεγάλη δύναμη ή τάση, καθώς και η δύναμη/τάση υπό την οποία θα υπήρχε αποκόλληση της πιεζοηλεκτρικής πλάκας.

Επίσης θα μπορούσε να γίνει δυναμική ανάλυση (συναρτήσει του χρόνου με εφαρμογή ημιτονοειδούς δύναμης για παράδειγμα κλπ.) καθώς έρευνα για τη συμπεριφορά της ράβδου υπό πολλές διαφορετικές συνθήκες.

## 9. Βιβλιογραφία

1. Crawley E F and de Luis J 1987 Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures
2. Im S and Atluri S N 1989 Effects of a piezo-actuator on a finitely deformed beam subjected to general loading
3. Lee C K 1992 Piezoelectric laminates: theory and experiment for distributed sensors and actuators *Intelligent Structural Systems* (Deventer: Kluwer)
4. Shen I Y 1995 Bending and torsional vibration control of composite beams through intelligent constrained layer damping treatments *Smart Materials and Structures*
5. Hwang W S and Park H C 1993 Finite element modelling of piezoelectric sensors and actuators
6. Chandrashekhara K and Agarwal A N 1993 Active vibration control of laminated composite plates using piezoelectric devices: a finite element approach *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* Piezoelectric composite laminates
7. Chandrashekhara K and Tenneti R 1995 Thermally induced vibration suppression of laminated plates with piezoelectric sensors and actuators *Smart Mater. Struct.* **4** 281–90
8. Tzou H S and Tseng C I 1990 Distributed piezoelectric sensor/actuator design for dynamic measurement/control of distributed parameter system: a piezoelectric finite element approach *J. Sound Vib.* **138** 17–34
9. Ha S K, Keilers C and Chang F K 1992 Finite element analysis of composite structures containing distributed piezoceramic sensors and actuators *AIAA J.* **30** 772–80,
10. Ηλίας Κ. Παπαλάιος 2013 *Προσομοίωση και Έλεγχος Ευφύων Πιεζοηλεκτρικών Κατασκευών με χρήση Σύγχρονων Υπολογιστικών Συστημάτων*
11. Tzou H S and Zhong J P 1996 Spatially filtered vibration control of cylindrical shells *Shock Vib.* **3** 269–78
12. Shi G and Atluri S N 1990 Active control of nonlinear dynamic response of space-frames using piezoelectric actuators *Comput. Struct.* **34** 549–64
13. Kim S J and Jones J D 1991 Semi-active control of a composite beam using embedded piezoelectric actuators *Smart Struct. Mater., Winter Annu. Meeting ASME (Atlanta, GA)* AD vol 24/AMD vol 123, pp 131–8
14. Pai P F, Nayfeh A H, Oh K and Mook D T 1993 A refined nonlinear model of composite plates with integrated piezoelectric actuators and sensors. *Int. J. Solids Struct.* **30** 1603–30
15. Reddy J N 1997 *Mechanics of Laminated Plates: Theory and Analysis*. (Boca Raton, FL: Chemical Rubber Company)
16. [Tiersten H F 1969 *Linear Piezoelectric Plate Vibrations*. (New York: Plenum)
17. Bathe K J 1987 *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall)
18. K Y Lam†, X Q Peng†, G R Liu† and J N Reddy‡ 1997 A finite-element model for piezoelectric composite laminates
19. Φουρνιανάκης Σ. Ιωάννης, «Μοντελοποίηση Θαλάσσιου Ενεργειακού Συλλέκτη με χρήση Πιεζοηλεκτρικής Τεχνολογίας και ανάλυση με μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων », 2015
20. Βασιλική Κόκκινου, «Ανάλυση και Μοντελοποίηση Μιας γέφυρας με Ενσωματωμένα Πιεζοηλεκτρικά Υλικά με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων» (2015)
21. Παπαντωνίου Γιάννης, Χασαπόπουλος Θάνος, «Ευφυείς αυτο-ελεγχόμενες και αυτο-επιδιορθώμενες κοχλιωτές συνδέσεις σε μεταλλικές κατασκευές» (2010)
22. Αγγελόπουλος Δημήτριος, “Σχεδιασμός κατακόρυφου δρόπανου και δυναμική ανάλυση μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων” ,2014
23. Δημητριάδης Σ. Βαρελίας, «Ανάπτυξη Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων Για Την Επίλυση Της Συζευγμένης Μη-Γραμμικής Συμπεριφοράς Ευφύων Σύνθετων Πλακών Και Κελύφων Με Πιεζοηλεκτρικά Στοιχεία»
24. Dorina Popovici, Florin Constantinescu, Mihai Maricar, Florea Ioan Hantila, Miruna Nitescu and Alexandru Gheorghe, «Modeling and Simulation of Piezoelectric Devices»