
Πιθανοκρατική Ανάλυση Ευστάθειας Εδαφικών Πρανών

Διπλωματική Εργασία

Νικόλαος Χαραλαμπόπουλος

Εξαδάκτυλος Γ.
Χριστόπουλος Δ.
Αγιουτάντης Ζ.

Χανιά, 3 Δεκεμβρίου 2015

Η έγκριση της Διπλωματικής από την τριμελή επιτροπή,
δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα.
Η διπλωματική εργασία βαθμολογείται.

Περίληψη

Ο συντελεστής ασφαλείας εδαφικών πρανών συνήθως υπολογίζεται στην πράξη με τη μέθοδο οριακής ισορροπίας ή άλλη όπως λ.χ. υπολογιστικής μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων κ.λπ., θεωρώντας τις μέσες τιμές των παραμέτρων συνοχής και μοναδιαίου βάρους του εδάφους αλλά και των φορτίων που τείνουν να προκαλέσουν την αστοχία (εξωτερικά επιβαλλόμενα φορτία, υπόγειο ύδωρ, σεισμικά φορτία κ.λπ.). Όμως όλες οι παράμετροι αυτές στην πραγματικότητα επιδεικνύουν κάποια διακύμανση και ακολουθούν κάποια στατιστική κατανομή γύρω από την μέση τιμή, που μπορεί να έχει μεγάλη επίδραση στον υπολογισμό του συντελεστή ασφαλείας. Επίσης μπορεί να επιδεικνύουν και συσχέτιση στο χώρο. Στην παρούσα εργασία εξετάζουμε την επίδραση της ακτίνας χωρικής συσχέτισης εκθετικού μοντέλου συσχέτισης της συνοχής και γωνίας εσωτερικής τριβής στον συντελεστή ασφαλείας συγκεκριμένου εδαφικού πρανού με την υπολογιστική μέθοδο των τυχαίων πεπερασμένων στοιχείων. Καταδεικνύεται ότι η ακτίνα συσχέτισης στο χώρο έχει μεγάλη επίδραση στην στατιστική κατανομή των συντελεστών ασφαλείας. Η επίδραση αυτή μπορεί να εκφρασθεί με την βοήθεια της έννοιας του δείκτη αξιοπιστίας.

Abstract

The Factor of Safety of slopes is usually computed using Limit Equilibrium method or computational Finite Element method considering only the “average” or mean properties. In fact, all of these properties exhibit a distribution about the mean, or spatial correlation even under the most ideal conditions, and these distributions can have a significant impact upon the design calculations. Here we examine the influence of the scale of fluctuation or range of correlation of an exponential correlation model of the cohesion and friction angle of a soil on the factor of safety by using the method of random finite elements. It is shown that the correlation range has a significant impact on the form of the statistical distribution of the factor of safety. This effect may be quantitatively expressed with the aid of the concept of the reliability index.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 – Πιθανοκρατική Ανάλυση Ευστάθειας Εδαφικών Πρανών – Εισαγωγή, Θέμα και Δομή.....	9
1.1 Εισαγωγή στο αντικείμενο της έρευνας.....	9
1.2 Στόχος της εργασίας.....	9
1.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	10
1.4 Περίληψη περιεχομένων	12
Κεφάλαιο 2 – Στατιστική Ανάλυση.....	15
2.1 Εισαγωγή.....	15
2.2 Τύποι αβεβαιότητας στο έδαφος.....	15
2.3 Σημειακή και Χωρική Ανάλυση	16
2.4 Εργαλεία σχεδιασμού για τη Γεωτεχνική Μηχανική, βασισμένα στην αξιοπιστία.	20
2.5 Πιθανοκρατική Ανάλυση Ευστάθειας Πρανών	24
Κεφάλαιο 3 - Θεωρία.....	27
3.1 Κατασκευή καταστατικού μοντέλου	27
3.2 Περίγραμμα του αριθμητικού πλαισίου.....	28
3.3 Ανάλυση Τυχαίων Πεπερασμένων Στοιχείων με χρήση της μεθόδου «Monte Carlo »	30
Κεφάλαιο 4 – Οι παράμετροι και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης.....	33
4.1 Περιγραφή του πρανούς.....	34
4.2 Στατιστικές παράμετροι	35
4.3 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων	35
4.4 Επεξεργασία και ερμηνεία των αποτελεσμάτων	38
Κεφάλαιο 5 – Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική μελέτη	47
5.1 Συμπεράσματα	47
5.2 Προτάσεις για μελλοντική μελέτη	49
Βιβλιογραφία	51
Παράρτημα – Λίστα Συντομογραφήσεων	55

Περιεχόμενα εικόνων και πινάκων

Εικόνα 2.1: Κατανομές που χρησιμοποιούνται στην γεωτεχνική ανάλυση και τα στατιστικές παράμετροι τους.....	17
Εικόνα 2.2: Η κατανομή της συνδυασμένης πιθανότητας δύο ανεξάρτητων μεταβλητών που ακολουθούν την κανονική κατανομή και ενός γραμμικού κριτηρίου αστοχίας.....	23
Εικόνα 3.1: Απεικόνιση της σταδιακής απομείωσης των c και ϕ , μέχρι την στιγμή της αστοχίας.....	28
Εικόνα 3.2: Προσέγγιση από πάνω προς τα κάτω της διαδικασίας υποδιαίρεσης τοπικού μέσου όρου (Fenton και Vanmarcke, 1990)	29
Εικόνα 4.1: Διάγραμμα δεδομένων εισόδου εξόδου για κάθε λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στην ανάλυση.....	33
Εικόνα 4.2: Απεικόνιση της γεωμετρίας του πειραματικού μοντέλου που χρησιμοποιείται για την ανάλυση.....	34
Εικόνα 4.3: Το παραμορφωμένο πλέγμα κατά την αστοχία.(Suchomel, 2010)	35
Εικόνα 4.4: Εκθετική χωρική συσχέτιση γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής για $\theta=0,1$ 38	
Εικόνα 4.5: Απεικόνιση της διακύμανσης της γωνίας εσωτερικής τριβής για κλίμακα διακύμανσης $\theta = 0,1$ μέτρα.....	39
Εικόνα 4.6: Ιστόγραμμα και διάγραμμα κανονικής κατανομής για $\theta=0,1$ μέτρο.....	39
Εικόνα 4.7: Εκθετική χωρική συσχέτιση γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής για $\theta=1$...	40
Εικόνα 4.8: Απεικόνιση της διακύμανσης της γωνίας εσωτερικής τριβής για κλίμακα διακύμανσης $\theta = 1$ μέτρο	41
Εικόνα 4.9: Ιστόγραμμα και διάγραμμα κανονικής κατανομής για $\theta=1$ μέτρο.....	41
Εικόνα 4.10: Εκθετική χωρική συσχέτιση γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής για $\theta=10$ 42	
Εικόνα 4.11: Απεικόνιση της διακύμανσης της γωνίας εσωτερικής τριβής για κλίμακα διακύμανσης $\theta = 10$ μέτρα.....	42
Εικόνα 4.12: Ιστόγραμμα και διάγραμμα κανονικής κατανομής για $\theta=10$ μέτρα.....	43
Εικόνα 4.13: Εκθετική χωρική συσχέτιση γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής για $\theta=100$	44
Εικόνα 4.14: Απεικόνιση της διακύμανσης της γωνίας εσωτερικής τριβής για κλίμακα διακύμανσης $\theta = 100$ μέτρα.....	44
Εικόνα 4.15: Ιστόγραμμα και διάγραμμα κανονικής κατανομής για $\theta=100$ μέτρα.....	45
Εικόνα 5.1: Διαγράμματα κανονικής κατανομής για τις διαφορετικές τιμές του θ	47

Εικόνα 5.2: Εκθετικές χωρικές συσχετίσεις γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής (συγκεντρωτικό).....	48
Εικόνα 5.3: Αθροιστικές κατανομές για $\theta=1$ και $\theta=10$	49
 Πίνακας 2.1: Δεδομένα Μέσης τιμής και συντελεστής διακύμανσης (COV) για την ενεργό γωνία εσωτερικής τριβής	24
Πίνακας 2.2: Δεδομένα Μέσης τιμής και COV για την ενεργό συνοχή	25
Πίνακας 2.3: Δεδομένα Μέσης τιμής και COV για το ενεργό μοναδιαίο βάρος	25
Πίνακας 2.4: Συντελεστής συσχέτισης για συνοχή και γωνία εσωτερικής τριβής.....	25
Πίνακας 2.5: Μήκος χωρικής συσχέτισης και κλίμακα ανισοτροπίας	26
Πίνακας 4.1: Δεδομένα της πιθανοκρατικής ανάλυσης	35
Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα της μεθόδου monte carlo	36
Πίνακας 4.3: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση αποτελεσμάτων	37

Κεφάλαιο 1 – Πιθανοκρατική Ανάλυση Ευστάθειας Εδαφικών Πρανών – Εισαγωγή, Θέμα και Δομή

1.1 Εισαγωγή στο αντικείμενο της έρευνας

Με την ανάπτυξη των υπολογιστών, η παραδοσιακή ανάλυση ευστάθειας πρανών, αντικαταστάθηκε σταδιακά από την ανάλυση με τη Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ). Διαφορετικές μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν στους αλγορίθμους που χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων και παρέχουν γρηγορότερες και μεγαλύτερης ακρίβειας απαντήσεις στα προβλήματα που αντιμετωπίζει ένας Γεωμηχανικός. Μια συνήθης τεχνική υπολογισμού του συντελεστή ασφαλείας που χρησιμοποιείται στη ΜΠΣ είναι η τεχνική απομείωσης της αντοχής παρέχει γρηγορότερα Συντελεστές Ασφαλείας (ΣΑ) μεγαλύτερης ακρίβειας. Το πρόβλημα με την αβεβαιότητα στο έδαφος όμως, είναι σημαντικό στην Γεωτεχνική Μηχανική. Γνωρίζοντας μόνο το Συντελεστή Ασφαλείας, ο Γεωμηχανικός δεν μπορεί να είναι βέβαιος ότι ένα πρανές δεν θα αστοχήσει τελικά. Αυτό το «επίπεδο αβεβαιότητας» δύναται να περιγράφει με τη χρήση της πιθανοκρατικής ανάλυσης. Έχουν χρησιμοποιηθεί διαφορετικές μέθοδοι εκτίμησης με σκοπό να εκφραστεί το επίπεδο αβεβαιότητας όπως η Μέθοδος Πρώτης τάξης Δεύτερης Ροπής (FOSM), η Μέθοδος Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξης (FORM) και η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo (MCM).

Στα επόμενα κεφάλαια, παρουσιάζονται οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην πιθανοκρατική ανάλυση ευστάθειας εδαφικών πρανών σε συνδυασμό με την τεχνική πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και πως ιδιότητες του εδάφους συσχετίζονται με την πιθανότητα αστοχίας.

1.2 Στόχος της εργασίας

Ο συντελεστής ασφαλείας επηρεάζεται από τις διάφορες ιδιότητες του υλικού (η συνοχή, η γωνία εσωτερική τριβής, το μοναδιαίο βάρος κ.α). Στις αιτιοκρατικές μεθόδους δεν λαμβάνεται υπ' όψιν η χωρική κατανομή των ιδιοτήτων αυτών με αποτέλεσμα να δίδει αρκετά υψηλότερο συντελεστή ασφαλείας από τον πραγματικό. Για τον σκοπό αυτό γίνεται η χρήση των στοχαστικών προσομοιώσεων Monte Carlo σε συνδυασμό με την ΜΠΣ για την ακριβέστερη εκτίμηση του συντελεστή ασφαλείας και πόσο αυτός επηρεάζεται από την χωρική διακύμανση των ιδιοτήτων του γεωϋλικού.

Στην παρούσα εργασία ερευνάται η επίδραση στην αξιοπιστία του Συντελεστή Ασφαλείας (ΣΑ) εδαφικού πρανούς (άμμος) με κλίση 45° : α) της διακύμανσης των ιδιοτήτων

της άμμου θεωρώντας ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή και β) της χωρικής συσχέτισης των δεδομένων βασιζόμενοι στο εκθετικό ημιβαριόγραμμα.

1.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Οι Taylor (1937) και Fellenius (1936) παρουσίασαν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις για τον υπολογισμό του Συντελεστή Ασφαλείας (Σ.Α.) οι οποίοι, με περαιτέρω αναβαθμίσεις στην πορεία των χρόνων, χρησιμοποιούνται ακόμα στην ανάλυση ευστάθειας εδαφικών πρανών.

Ο Taylor (1937) θεώρησε μια πιθανή επιφάνεια ολίσθησης στην οποία εξέτασε την αναλογία μεταξύ δυνάμεων και ροπών που αντιστέκονται στην ολίσθηση προς τις δυνάμεις και ροπές αστάθειας. Οι μέθοδοι που επακολούθησαν και χρησιμοποιούν μια κατάσταση οριακής ισορροπίας ονομάζονται Μέθοδοι Οριακής Ισορροπίας (Limit Equilibrium Methods, LEM). Ο Fellenius (1936) εισήγαγε την Συνήθη Μέθοδο των Λωρίδων (Duncan, 1996) για αναχώματα, όπου οι πλευρικές δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε λωρίδα είναι παράλληλες προς τη βάση της (Tien, 2008). Η μέθοδος χρησιμοποιείται για κυκλικές ή και ακανόνιστες ολισθαίνουσες επιφάνειες. Ο Bishop (1955) βελτίωσε την θεωρία του Fellenius (1936) για προβλήματα ευστάθειας πρανών παρουσιάζοντας την «Τροποποιημένη Μέθοδο του Bishop» (Duncan, 1996). Η μέθοδος του Bishop χρησιμοποιεί τις ροπές στο κέντρο της περιστροφής αντί για τις δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των λωρίδων. Οι Μέθοδοι Ισορροπίας Δυνάμεων που περιγράφονται από τους Lowe and Karrafiath (1960) ανακτούν το Συντελεστή Ασφαλείας για κάθε σχήμα της επιφάνειας ολίσθησης. Αργότερα, οι Morgenstern and Price (1965) χρησιμοποιούν τις δυνάμεις στη βάση και τις ροπές στο κέντρο της βάσης της λωρίδας και παρουσιάζουν την μέθοδο που υπολογίζει τον Συντελεστή Ασφαλείας και για μη κυκλικές επιφάνειες ολίσθησης. Η Γενικευμένη Μέθοδος των Λωρίδων (Janbu, 1968), συμπεριέλαβε στους υπολογισμούς και τον συντελεστή ασφαλείας οριζόντιας ισορροπίας δυνάμεων, που εφαρμόζεται σε μη κυκλική επιφάνεια ολίσθησης. Η μέθοδος λωρίδων του Spencer (1967) ήταν μία επίκαιρη βελτίωση της Συνήθους Μεθόδου των Λωρίδων και αποτελεί την πιο ευρέως χρησιμοποιημένη μέθοδο της παραδοσιακής ανάλυσης ευστάθειας πρανών.

Όλες οι παραπάνω έρευνες, παρουσιάζονται από τον Fredlund *et al.*, (1981) και τον Duncan (1996), μπορούν να βρεθούν σε πολλά εγχειρίδια (π.χ. Abramson *et al.*, 1996) και αποτέλεσαν την βάση της γεωτεχνικής ανάλυσης. Περαιτέρω έρευνες εφοδίασαν τους γεωμηχανικούς με ισχυρά εργαλεία για την ανάλυση ευστάθειας πρανών. Οι επιφάνειες ολίσθησης μπορούσαν να είναι και μη κυκλικές πλέον και με τη χρήση υποθέσεων, οι γεωμηχανικοί μπορούν να αναλύσουν την ευστάθεια με μεγαλύτερη ακρίβεια. Οι παραπάνω

μέθοδοι έχουν χρησιμοποιούνται αναλλοίωτες εδώ και δεκαετίες και αναλύονται με την υπόθεση ότι οι διατμητικές αντοχές των υλικών κατά μήκος μιας πιθανής επιφάνειας ολίσθησης, υπακούουν σε γραμμική (π.χ. το κριτήριο Mohr-Coulomb) ή μη γραμμική σχέση μεταξύ της διατμητικής αντοχής και διατμητικής τάσης στην επιφάνεια ολίσθησης. Η ανάλυση παρέχει στου μηχανικούς Συντελεστές Ασφαλείας που ορίζονται ως ο λόγος της διατμητικής αντοχής προς την διατμητική τάση.

Παρατηρήθηκε ότι όλες οι μέθοδοι οριακής ισορροπίας καταλήγουν στα ίδια περίπου αποτελέσματα, αποδεικνύοντας έτσι την αξιοπιστία τους ως εργαλεία ανάλυσης. Αξίζει να σημειώσουμε ότι όλες οι μέθοδοι οριακής ισορροπίας παρουσιάζουν κοινούς περιορισμούς. Οι πιο σημαντικοί είναι:

- ο τα προβλήματα που προκύπτουν λόγω της πολυπλοκότητας των υπολογισμών που πρέπει να κάνει ο αναλυτής
- ο τον χρόνο που απαιτείται για την ανάλυση
- ο τον αριθμό εξισώσεων που διαθέτουμε σε σχέση με τις μεταβλητές του προβλήματος
- ο την ευαισθησία του αποτελέσματος ως προς τα δεδομένα
- ο δεν διεξάγονται συμπεράσματα για τις εντατικές συνθήκες σε οποιοδήποτε μέρος της επιφάνειας ολίσθησης, καθώς το έδαφος θεωρείται ελατό και όλκιμο.

Πέραν της σύγκρισης των μεθόδων, ο Duncan (1996) εισήγαγε τον ακόλουθο ορισμό του συντελεστή ασφαλείας.

«Συντελεστής Ασφαλείας είναι συντελεστής κατά τον οποίο η διατμητική αντοχή του εδάφους θα πρέπει να διαιρεθεί, προκειμένου να έρθει το πρηνές σε κατάσταση οριακής ισορροπίας.»

Ο παραπάνω ορισμός βρίσκει εφαρμογή σε όλες τις μεθόδους οριακής ισορροπίας που χρησιμοποιούνται στην γεωμηχανική. Αποδείχθηκε αναγκαία η χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών καθώς με αλληπάλληλες διαιρέσεις της υπολογισμένης διατμητικής αντοχής με τυχαίους συντελεστές που εισάγονται από τον χρήστη, παρέχεται στον αναλυτή ο συντελεστής μείωσης διατμητικής αντοχής (Shear Strength Reduction Factor, SSRF). Ο συντελεστής μείωσης διατμητικής αντοχής που ικανοποιεί συνθήκες οριακής ισορροπίας αποτελεί τον συντελεστή ασφαλείας. Οι συντελεστές ασφαλείας που προκύπτουν από διάφορες μεθόδους μπορεί να διαφέρουν, καθώς οι υποθέσεις που γίνονται σε κάθε μέθοδο και ικανοποιούνται οι συνθήκες ισορροπίας διαφέρουν.

Η Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Method, FEM) είναι μία αριθμητική υπολογιστική μέθοδος, με σκοπό να βρει προσεγγιστικές λύσεις των μερικών διαφορικών εξισώσεων του προβλήματος (Duncan, 1996). Η αναλυτικές Μέθοδοι Οριακής Ισορροπίας δεν μπορούν να ανταπεξέλθουν σε προβλήματα γεωμηχανικής υψηλής

πολυπλοκότητας. Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων είναι η ανάπτυξη της αριθμητικής ανάλυσης με χρήση πινάκων που κατασκεύασε ο Ritz (1909) και εισήχθησαν στον γεωτεχνικό σχεδιασμό την δεκαετία του '60. Χρησιμοποιήθηκαν για να υπολογίσουν την εντατική κατάσταση, τις παραμορφώσεις και τις αλλαγές της πίεσης των πόρων αναχωμάτων και πρανών, πριν και μετά την κατασκευή.

Οι Whitman and Bailey (1967) και Clough and Woodward (1967) παρουσίασαν μελέτες που αποδείχθηκαν χρήσιμες στην μοντελοποίηση αρκετών σημαντικών πτυχών, όπως για παράδειγμα τις συνθήκες εντατικής κατάστασης για κάθε σημείο της εδαφικής μάζας, τις αλλαγές της γεωμετρίας κατά την κατασκευή, την μοντελοποίηση των στοιχείων υποστήριξης που τοποθετήθηκαν στην κατασκευή (π.χ. δοκούς στήριξης).

Οι Duncan (1996) και Hammah *et al.*, (2005) παρουσίασαν αναλυτικές αναφορές όπου συνέκριναν την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων με τις πιο συνήθεις παραδοσιακές μεθόδους οριακής ισορροπίας. Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου κατά τους Duncan (1996) και Hammah *et al.*, (2005), είναι ότι δεν απαιτούνται εκ των προτέρων υποθέσεις για το σχήμα ή τη θέση της επιφάνειας ολίσθησης, δεν απαιτούνται υποθέσεις για τις δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των λωρίδων (μιας και δεν υπάρχουν λωρίδες), δεδομένα εξόδου για την παραμόρφωση μπορεί να δίνονται και προοδευτική αστοχία μπορεί να καταγραφεί μέχρι την ολική αστοχία του πρανούς. Το γεγονός ότι είναι μια γενικευμένη μέθοδος και απαιτεί χαμηλή υπολογιστική ισχύ (με δεδομένη την ολοένα αύξηση της ισχύος των μικροϋπολογιστών), δίνει την δυνατότητα να μοντελοποιηθούν προβλήματα υψηλής πολυπλοκότητας συμπεριλαμβανομένου μη γραμμικής και ανομοιογενούς συμπεριφοράς, καθώς και αλλαγές στη γεωμετρία.

Η σταδιακή μείωση της αντοχής της εδαφικής μάζας μέχρι την αστοχία, είναι μια διαδικασία που μπορεί να πραγματοποιηθεί με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Ύστερα από αλληπάλληλες επαναλήψεις, η αντοχή της εδαφικής μάζας μειώνεται συνεχώς κατά ένα συντελεστή που ορίζεται από τον αναλυτή και ως εκ τούτου λαμβάνεται ο συντελεστής που ικανοποιεί οριακή ισορροπία και αποτελεί τον Συντελεστή Ασφαλείας. Αυτή η τεχνική μείωσης της διατμητικής αντοχής με χρήση πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάστηκε από τον Griffiths (1999) συγκρίνοντας τις δύο μεθόδους (ΜΠΣ και LEM) και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι είναι σημαντικό να χρησιμοποιείται συνδυασμός των δύο μεθόδων κατά της γεωτεχνική ανάλυση

1.4 Περίληψη περιεχομένων

Η εργασία χωρίζεται σε 5 κεφάλαια. Μετά το κεφάλαιο της εισαγωγής, παρουσιάζονται τα βασικά στατιστικά μεγέθη και αναλυτικές μέθοδοι όπως απαντώνται στην

βιβλιογραφία και στα οποία βασίστηκε ο μελετητής για την εκπόνηση της παρούσας μελέτης. Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρία που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του καταστατικού μοντέλου και την στοχαστική ανάλυση που θα πραγματοποιηθεί. Στο 4^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι παράμετροι και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Στο 5^ο κεφάλαιο αναλύονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και παρουσιάζονται προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Κεφάλαιο 2 – Στατιστική Ανάλυση

2.1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο “ Στατιστική Ανάλυση” χωρίζεται σε 5 ενότητες. Η πρώτη (ενότητα 2.2) αφορά την αβεβαιότητα που συναντάμε στις εδαφικές μάζες ενώ η 2.3 παρουσιάζει τα στατιστικά εργαλεία που χρησιμοποιούνται για να εξετάσουμε την αβεβαιότητα αυτή.

Στο κεφάλαιο 2.4 ο αναγνώστης θα βρει όλη τη βιβλιογραφία που καλύπτει την Πιθανοκρατική Ανάλυση Ευστάθειας Πρανών και εργαλεία γεωτεχνικού σχεδιασμού που βασίζονται στην αξιοπιστία και χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας. Το τελευταίο κεφάλαιο καλύπτει τους συνδυασμούς των μεθόδων που υπάρχουν, καθώς και δεδομένα από τη βιβλιογραφία, τα οποία και θα χρησιμοποιηθούν στην παραμετρική ανάλυση που θα ακολουθήσει στα επόμενα κεφάλαια.

2.2 Τύποι αβεβαιότητας στο έδαφος

Η υπόθεση πως το έδαφος αποτελείται από στρώματα με κάποιες μέσες τιμές για τις ιδιότητες κάθε στρώματος, δεν δύναται να εφαρμοστεί σε πραγματικές συνθήκες. Οι ιδιότητες του δεν είναι αμετάβλητες και το εύρος των μεταβολών μπορεί να επηρεάσει σημαντικά την ανάλυση ευστάθειας πρανών. Είναι σημαντικό να κατανοήσουμε και να συμπεριλάβουμε στην ανάλυση, όσο περισσότερα είδη αβεβαιότητας και να κατανοήσουμε πως κάθε ιδιότητα της εδαφικής μάζας επηρεάζει την ευστάθεια ενός πρανούς. Οι Baecher και Christian (2003) συνδέουν την αβεβαιότητα με το άγνωστο ή το μη επιβεβαιωμένο, αλλά όχι με το απροσδόκητο και διαχωρίζει την αβεβαιότητα σε τρεις κύριες κατηγορίες: την αβεβαιότητα λόγω της φυσικής μεταβολής που παρουσιάζουν οι ιδιότητες της εδαφικής μάζας, την αβεβαιότητα λόγω έλλειψης γνώσεων και την αβεβαιότητα λήψης απόφασης.

Ο όρος φυσική μεταβλητότητα αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο τα φυσικά φαινόμενα περιγράφονται από μαθηματικά μοντέλα. Στις περισσότερες περιπτώσεις αυτά τα μοντέλα δεν μπορούν να επιτύχουν μια ιδανική προσομοίωση της φυσικής διαδικασίας και μπορεί να εκφραστεί από χρονική και χωρική άποψη. Είναι αναμφισβήτητο σημαντικό να κατανοήσουμε την ακρίβεια της προσεγγιστικής μεθόδου που χρησιμοποιείται, μιας και θα πρέπει να λαμβάνεται υπ’ όψιν από τον αναλυτή.

Έλλειψη γνώσεως, θεωρείται η ανεπάρκεια απαραίτητων πληροφοριών και δεδομένων που αφορούν την κατάσταση του εδάφους, τις φυσικές διεργασίες ή τους φυσικούς νόμους που διέπουν την εδαφική μάζα. Αυτή η γνώση της αβεβαιότητας, χωρίστηκε από τον Baecher και Christian (2003) σε τρεις υποκατηγορίες. Θεωρήθηκε, ότι η έλλειψη γνώσης οφείλεται σε αβεβαιότητα στον χαρακτηρισμό του πεδίου, στο μοντέλο ή τις

παραμέτρους. Τα προβλήματα στον χαρακτηρισμό του πεδίου οφείλονται σε σφάλματα της δειγματοληψίας (σφάλματα μετρήσεων, ανομοιογενή ή ασυνεχή δείγματα, μη επαρκή δεδομένα). Η αβεβαιότητα στο μοντέλο οφείλεται σε διαφορές που υπάρχουν μεταξύ του μοντέλου και της φυσικής συμπεριφοράς του συστήματος. Τέλος, η αβεβαιότητα στις παραμέτρους οφείλεται σε κακές εκτιμήσεις των τιμών των παραμέτρων.

Οι αβεβαιότητα στις αποφάσεις που λαμβάνει ο αναλυτής, αναφέρεται σε όλα τα κριτήρια που θέτει ο αναλυτής, ανάλογα με τον σκοπό της ανάλυσης.

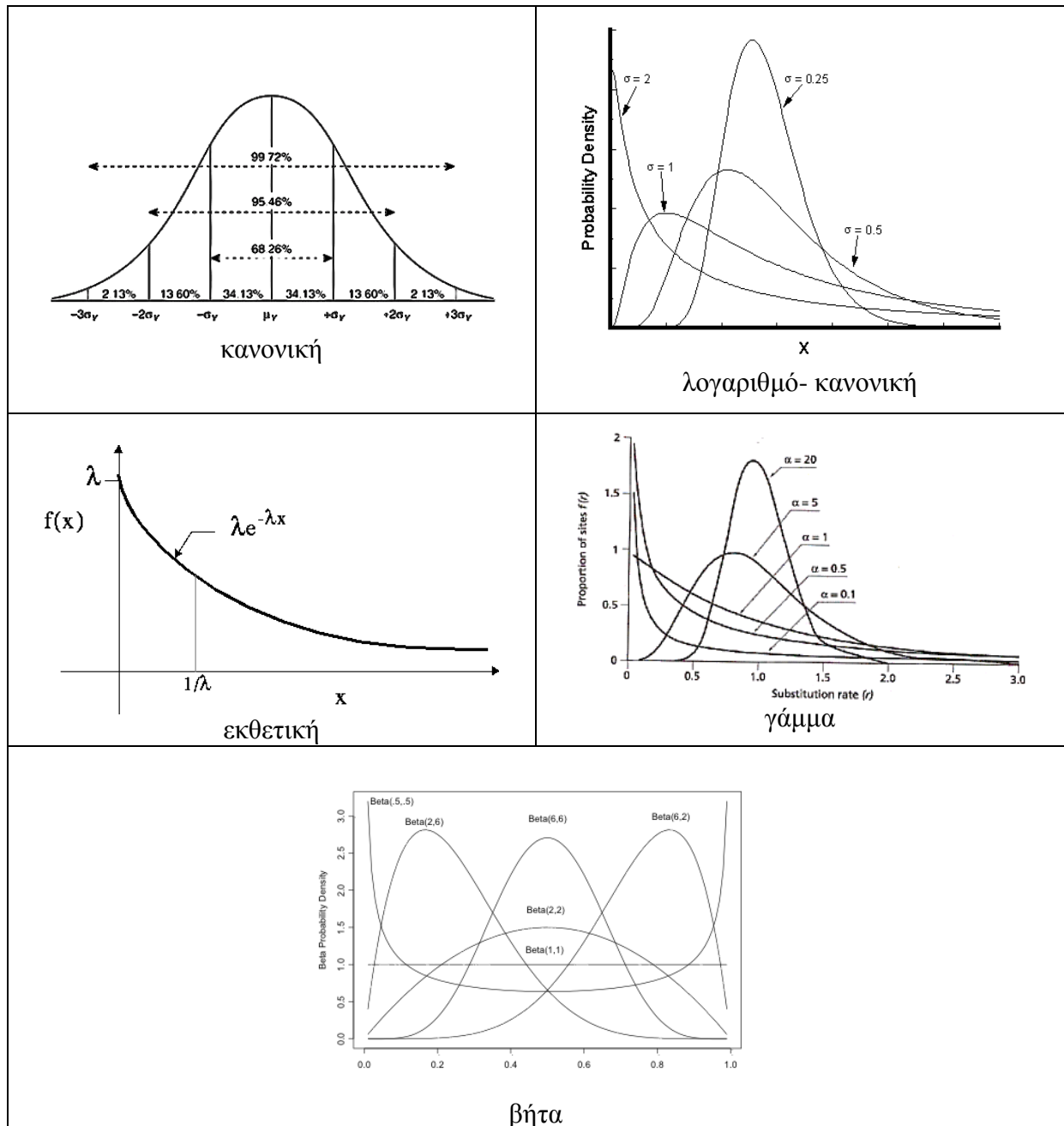
Οι παραπάνω κατηγορίες αβεβαιότητας μπορούν να εκφραστούν αν υπολογίσουμε ποσοτικά την πιθανότητα να συμβεί ένα γεγονός. Η αιτιοκρατική προσέγγιση του σχεδιασμού της ευστάθειας ενός πρανού ήταν ανεπαρκής και έτσι εισήχθη ο όρος «Αξιοπιστία» με σκοπό να ποσοτικοποιήσουμε το ενδεχόμενο ρίσκο. Οι Hicks και Sammy (2002) περιέγραψαν την αξιοπιστία ως την πιθανότητα να μην συμβεί κάποιο γεγονός. Κι ενώ για να καθορίσουμε τον Συντελεστή Ασφαλείας χρησιμοποιούμε αιτιοκρατικές προσεγγίσεις, στοχαστική προσέγγιση απαιτείται για τον καθορισμό της αξιοπιστίας ενός πρανού. Η αξιοπιστία της πιθανότητας αστοχίας δεν θα πρέπει να θεωρείται ως εναλλακτική του Συντελεστή Ασφαλείας, καθώς είναι μία παράμετρος που μας παρέχει συμπληρωματικές πληροφορίες σχετικά με τον Συντελεστή Ασφαλείας (Duncan, 2000)

2.3 Σημειακή και Χωρική Ανάλυση

Προκειμένου να απεικονίσουμε την μεταβολή των παραμέτρων, χρησιμοποιούμε τις κατανομές πιθανότητας. Οι κατανομές πιθανότητας αποτελούν γενικά αποδεκτές μεθόδους περιγραφής του εύρους των τιμών κάθε παραμέτρου, καθώς και την πιθανότητα της τιμής της παραμέτρου να ανήκει σε αυτό το εύρος.

Οι πιο ευρέως χρησιμοποιημένες κατανομές στην γεωτεχνική ανάλυση παρουσιάζονται από τους Baecher και Christian (2003). Η πιο γνωστή από αυτές, η κανονική κατανομή, είναι και η πιο απλή συνάρτηση πιθανότητας. Τα δεδομένα κατανέμονται συμμετρικά γύρω από τη μέση τιμή, δίνοντας τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function, PDF) το γνωστό ιστόγραμμα σε σχήμα καμπάνας. Αν ο λογάριθμος των δεδομένων ακολουθεί την κανονική κατανομή, τότε τα δεδομένα ακολουθούν την λογαριθμικό-κανονική κατανομή. Η Εκθετική κατανομή (γνωστή και ως αρνητικά-Εκθετική) είναι μία συνάρτηση που χρησιμοποιεί μόνο μία παράμετρο, αλλά η απλότητα στη χρήση την καθιστά μια από τις ευρέως διαδεδομένες κατανομές που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση ευστάθειας πρανών. Η κατανομή Γαμμα έχει θετικό συντελεστή ασυμμετρίας και παρόμοια με την λογαριθμο-κανονική. Η κατανομή Βήτα χρησιμοποιεί 4 παραμέτρους και γι' αυτό χρησιμοποιείται για μεγάλο πλήθος δεδομένων.

Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται μερικές από τις κατανομές που παρουσιάζονται παραπάνω και χρησιμοποιούνται στην γεωτεχνική ανάλυση:



Εικόνα 2.1: Κατανομές που χρησιμοποιούνται στην γεωτεχνική ανάλυση και τα στατιστικές παράμετροι τους

Ας υποθέσουμε μία εδαφική μάζα που χαρακτηρίζεται από τις ιδιότητες x και y , τα ακολουθιά στατιστικά χρησιμοποιούνται για την αξιοπιστία ανάλυσης ευστάθειας πρανών, με σκοπό την περιγραφή της.

Οι στατιστικές ροπές είναι παράμετροι που περιγράφουν τα δεδομένα μιας πιθανοκρατικής ανάλυσης. Αν γνωρίζουμε τις τέσσερις ροπές της κατανομής μπορούμε να είμαστε σίγουροι και το σχήμα του ιστογράμματος της συνάρτησης, Συχνά στην γεωτεχνική

ανάλυση, αρκούν μόνο οι δύο πρώτες ροπές για να περιγράψουμε την μεταβλητότητα του εδάφους (Fenton και Griffiths, 2008).

Η πρώτη στατιστική ροπή εκφράζεται με τη μέση (ή αναμενόμενη) τιμή:

$$\mu_x = E[x] = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad [2.1]$$

όπου, n ο αριθμός των σημείων.

Η δεύτερη στατιστική ροπή γύρω από το μέσο είναι η διασπορά σ^2 . Η διασπορά δίνει μία εκτίμηση της διακύμανσης των σημείων γύρω από την μέση τιμή. Υπολογίζεται μέσω της Εξίσωσης 2.2:

$$\sigma_x^2 = Var[x] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n-1} \quad [2.2]$$

Είναι ευκολότερο για τον αναλυτή να αντιληφθεί την εξάπλωση του δείγματος παρά την διακύμανση, μιας και είναι δυσκολότερο να καταλάβει την διαφορά σε απόσταση όταν αυτή εκφράζεται σε τετραγωνικά μέτρα. Η εξάπλωση μπορεί να περιγράψει χρησιμοποιώντας την απόλυτη ρίζα της διακύμανσης, που αποκαλείται και τυπική απόκλιση.

Η τρίτη και η τέταρτη ροπή, χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν το σχήμα της συνάρτησης κατανομής. Η Τρίτη ροπή είναι η ασυμμετρία και η τέταρτη η κύρτωση. Η ασυμμετρία χρησιμοποιείται για να συγκριθεί το μήκος των δύο «ποδιών» της κατανομής πιθανότητας. Υπολογίζεται μέσω της Εξίσωσης 2.3 (Griffiths *et al.*, 2002)

$$\nu_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3}{n-1} \cdot \frac{1}{\sigma_x^3} \quad [2.3]$$

Σε μία αιτιοκρατική ανάλυση, η διακύμανση θεωρείται μηδέν και υπολογίζουμε τον Συντελεστή Ασφαλείας ενός πρανούς από την μέση τιμή αλλά όχι την πιθανότητα αστοχίας. Για να υπολογίσουμε τον συντελεστή ασφαλείας ενός πρανούς θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε περισσότερες παραμέτρους οι οποίες εκφράζουν την αβεβαιότητα και την διακύμανση των ιδιοτήτων του εδάφους.

Η μεταβλητότητα των τιμών των ιδιοτήτων δύναται να εκφραστεί με την συντελεστή μεταβλητότητας (coefficient of variation, COV) (Εξίσωση 2.4):

$$COV = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad [2.4]$$

Συχνά το μοντέλο μας αποτελείται από πάνω από δύο μεταβλητές και δύναται δύο μεταβλητές να αλληλοεπηρεάζονται. Υπάρχει η δυνατότητα να εκφράσουμε αυτή την επιρροή, χρησιμοποιώντας την Συνδιασπορά. Η Συνδιασπορά παρέχει στον αναλυτή

πληροφορίες σχετικά με το είδος της σχέσης των δύο μεταβλητών αλλά όχι την ισχύ της σχέσεως αυτής και υπολογίζεται μέσω της ακόλουθης εξίσωσης (Fenton και Griffiths, 2008):

$$Cov[X, Y] = C_{[x,y]} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{n-1} \quad [2.5]$$

Η ισχύς της παραπάνω σχέσεως εκφράζεται με τον Συντελεστή Συσχέτισης (ρ_{xy}). Ο Συντελεστή Συσχέτισης υπολογίζει την γραμμικής εξάρτηση των X και Y. Υπολογίζεται μέσω της Εξίσωσης 2.6 και λαμβάνει τιμές -1 to +1 (-1 or +1 όταν είναι απολύτως γραμμικά συσχετισμένα) (Fenton και Griffiths, 2008):

$$\rho_{xy} = \frac{Cov[X, Y]}{\sigma_x \sigma_y}, -1 \leq \rho_{xy} \leq +1 \quad [2.6]$$

Οι εξισώσεις 2.1 έως και 2.5 χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την διακύμανση των δεδομένων σε ένα δείγμα, χωρίς να λαμβάνουν υπ' όψιν την διακύμανση των τιμών στο χώρο. Για να εκφράσουμε την σταδιακή μεταβολή των παραμέτρων στο χώρο, είναι απαραίτητη η χωρική ανάλυση. Οι ακόλουθες εξισώσεις παρέχουν στον αναλυτή χρήσιμες πληροφορίες για την χωρική διακύμανση των ιδιοτήτων. Αυτή η πληροφορία είναι πολύ χρήσιμη αν λάβουμε υπ' όψιν μας του περιορισμούς του γεωτεχνικού σχεδιασμού στην εκτίμηση της τιμής μίας ιδιότητας σε διαφορετικά σημεία, λόγω των αβεβαιοτήτων που παρουσιάζονται στο έδαφος. Για το λόγο αυτό μπορούμε να εκφράσουμε μια προσέγγιση βασισμένη στον τρόπο με τον οποίο οι τιμές μεταβάλλονται στα σημεία δειγματοληπτικού ελέγχου.

Για να εκφράσουμε την στατιστική εξάρτηση των τιμών X και Y σε διαφορετικά σημεία συγκεκριμένης απόστασης, (spatial lengths) χρησιμοποιούμε την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (Εξίσωση 2.7β). Για να υπολογίσουμε την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, χρειάζεται να υπολογίσουμε πρώτα την συνάρτηση της αυτοσυνδιασποράς χρησιμοποιώντας την Εξίσωση 2.7α (Christian *et al.*, 1994).

$$Cov_{x(d)} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(x_{i+d} - \mu_x)}{n-1} \quad [2.7a]$$

$$\rho_{x(d)} = \frac{Cov_{x(d)}}{\sigma_x^2} \quad [2.7b]$$

Για να περιγράψουμε την χωρική μεταβλητότητα μίας ιδιότητας, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μία ακόμη παράμετρο για να ορίσουμε μία τρίτη διάσταση, το μήκος χωρικής συσχέτισης (θ). Το μήκος χωρικής συσχέτισης εκφράζει την απόσταση μεταξύ δύο

τυχαίων μεταβλητών στο χώρο οι οποίες τείνουν να συσχετισθούν με μία τιμή ρ (Griffiths *et al.*, 2000). Η Εξίσωση 2.8 συνδέει το συντελεστή συσχέτισης μεταξύ μίας τυχαίας μεταβλητής X που ακολουθεί την κανονική κατανομή και του μήκους αυτοσυσχέτισης. (Griffiths *et al.*, 2004):

$$\rho_{x(d)} = e^{-(2d/\theta)} \quad [2.8]$$

Οι Griffiths *et al.*, (2000) εξέτασαν την επιρροή του μήκους αυτοσυσχέτισης στην αστράγγιστη διατμητική αντοχή ενός πρανούς. Κατέδειξαν ότι αν το μήκος αυτοσυσχέτισης είναι $\theta = +\infty$ (ομογενές πεδίο) λαμβάνουμε υπερεκτιμημένες τιμές τους Συντελεστή Ασφαλείας για υψηλές τιμές και υποτιμημένες για χαμηλές τιμές.

Η ισοτροπία και ανισοτροπία μίας εδαφικής μάζας εξαρτάται από την αναλογία του μήκους αυτοσυσχέτισης στην οριζόντια διεύθυνση προς αυτό στην κάθετη. Αν μια εδαφική μάζα παρουσιάζει ισοτροπία, τότε ο ρυθμός μεταβολής της τιμής μιας μεταβλητής προς την οριζόντια και κάθετη διεύθυνση είναι ίδιος και $\theta_v = \theta_h$, ενώ αν $\theta_v \neq \theta_h$ η εδαφική μάζα παρουσιάζει ανισοτροπική συμπεριφορά ως προς κάθε κατεύθυνση (παρόλο που μπορεί να έχουν την ίδια κατανομή). Ο λόγος μεταξύ του μήκους αυτοσυσχέτισης στον οριζόντιο και τον κάθετο άξονα υπολογίζεται από την Εξίσωση 2.9 όπου ξ είναι το μέτρο της ανισοτροπίας.

$$\xi = \frac{\theta_h}{\theta_v} \quad [2.9]$$

Αν έχουμε όλες τις απαραίτητες χωρικές και σημειακές στατιστικές παραμέτρους μπορούμε να προχωρήσουμε σε πιθανοκρατική ανάλυση χρησιμοποιώντας διάφορες μεθόδους που απαντώνται στην βιβλιογραφία και παρουσιάζονται, περιγράφονται και αναλύονται στην Ενότητα 2.5. Αυτές οι μέθοδοι χρησιμοποιούν ένα δείκτη αξιοπιστίας για τον υπολογισμό της πιθανότητας αστοχίας. Ο δείκτης αξιοπιστίας είναι στην πραγματικότητα η συνδιακύμανση του Περιθωρίου Ασφαλείας (Margin of Safety, MS), της διαφοράς δηλαδή μεταξύ των δυνάμεων συγκράτησης και των καταστρεπτικών δυνάμεων. ($MS=FS-1$) (Εξίσωση 2.10):

$$\beta = \frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}} = \frac{\mu_F - 1.0}{\sigma_F} = \frac{\mu_F - 1.0}{\mu_F \cdot COV_F} \quad [2.10]$$

2.4 Εργαλεία σχεδιασμού για τη Γεωτεχνική Μηχανική, βασισμένα στην αξιοπιστία.

Ο συντελεστής ασφαλείας είναι ένα ισχυρό εργαλείο των γεωμηχανικών. Περιγράφει κατανοητά την εντατική κατάσταση της εδαφικής μάζας. Όπως προαναφέρθηκε, η αδυναμία

του Συντελεστή Ασφαλείας είναι αδυναμία εκτίμησης αστοχίας ενός πρανούς. Οι μηχανικοί πρέπει να γνωρίζουν πόσο ευσταθές είναι ένα πρανές για δεδομένο Συντελεστή Ασφαλείας. Όπως αναφέραμε στην Ενότητα 2.2, αξιοπιστία είναι η πιθανότητα ότι δεν θα προκύψει αστοχία. Παρόλο που οι αιτιοκρατικές προσεγγίσεις δύναται να χρησιμοποιηθούν για να υπολογίσουμε τον Συντελεστή Ασφαλείας, η στοχαστική προσέγγιση είναι απαραίτητη για να καθοριστεί η αξιοπιστία ενός πρανούς. Στην πορεία των χρόνων έχουν αναπτυχθεί διάφορες στοχαστικές προσεγγίσεις που βασίζονται στις στατιστικές ροπές των ιδιοτήτων του εδάφους.

Η ανάλυση αξιοπιστίας πρώτης τάξεως έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα για τον καθορισμό της πιθανότητας αστοχίας. Στην ανάλυση πρώτης τάξης, οι μεταβλητές περιγράφονται χρησιμοποιώντας τις στατιστικές τους ιδιότητες και οι υπολογισμοί θα καταλήξουν σε ένα Συντελεστή Ασφαλείας που περιγράφεται από την διασπορά και την μέση του τιμή. Με βάση τις στατιστικές ιδιότητες του Συντελεστή Ασφαλείας, μπορούμε να υπολογίσουμε την αξιοπιστία της πιθανότητας αστοχίας. Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται, σχολιάζονται και συγκρίνονται η Μέθοδος Σημειακής εκτίμησης (PEM), η Μέθοδος Πρώτης τάξης Δεύτερης Ροπής (FOSM), η Μέθοδος Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξης (FORM) και η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo (MCM). Είναι σημαντικό να αντιληφθούμε τον τρόπο με τον οποίο οι παραπάνω μέθοδοι καταλήγουν σε εκτίμηση της αξιοπιστίας και κυρίως την ακρίβεια της κάθε μεθόδου.

2.4.1 Η Μέθοδος Σημειακής εκτίμησης (Point Estimate Method, PEM)

Ο Rosenblueth E. (1975 & 1981) παρουσίασε μία μέθοδο που χρησιμοποιεί τις πρώτες 3 ροπές για να υπολογίσει την αξιοπιστία σε μια γεωτεχνική ανάλυση. Η μέθοδος αυτή αντικαθιστά οποιαδήποτε συνεχή τυχαία μεταβλητή με εκτιμήσεις σημείων και έτσι, η κατανομή της πιθανότητας των δεδομένων αντικαθίσταται από τις ισοδύναμες διακριτές κατανομές. Η μέθοδος καθορίζει την μέση τιμή και την διακύμανση του Συντελεστή Ασφαλείας και τις χρησιμοποιεί για να υπολογίσει τον Δείκτη Αξιοπιστίας (Εξίσωση 2.11)

Οι Griffiths *et al.*, (2010) ανέδειξαν την σημαντικότητα της μεθόδου, μιας και οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των δεδομένων εισόδου δεν είναι απαραίτητες. Πέρα από αυτό, οι Griffiths *et al.*, (2010) αναφέρουν ότι η μέθοδος γίνεται ανακριβής για συναρτήσεις υψηλής μη γραμμική συμπεριφοράς, είτε για τυχαίες μεταβλητές μη συμμετρικές ως προς τη μέση τιμή. Οι Baecher και Christian (2003) αναφέρουν κι άλλους περιορισμούς της Μεθόδου Σημειακής εκτίμησης. Βασιζόμενοι στην ακρίβεια της μεθόδου, χρησιμοποιείται καλύτερα για χαμηλές τιμές COV και όταν η συνάρτηση της μεταβλητής δύναται να προσεγγισθεί από ένα πολυώνυμο έως τρίτου βαθμού. Άλλος ένας σημαντικός

περιορισμός ήταν ο αριθμός των σημείων προς εκτίμηση, μιας και κατά περίπτωση όπου ο αριθμός των σημείων είναι πάνω από 5, ανεβαίνει πολύ το κόστος υπολογισμών.

2.4.2 Μέθοδος Πρώτης τάξης Δεύτερης Ροπής (First Order Second Moment method, FOSM)

Η Μέθοδος Πρώτης τάξης Δεύτερης Ροπής χρησιμοποιεί μία επιπλέον συνάρτηση για να υπολογίσει την τυπική απόκλιση που χρησιμοποιείται στον Δείκτη Αξιοπιστίας (Baecher και Christian, 2003). Σύμφωνα με τους Griffiths *et al*, (2010), ο δείκτης αξιοπιστίας της Μεθόδου FOSM είναι ευαίσθητος στην συνάρτηση που χρησιμοποιείται κι έτσι για τα ίδια δεδομένα λαμβάνονται διαφορετικά αποτελέσματα ανάλογα με τον αναλυτή.

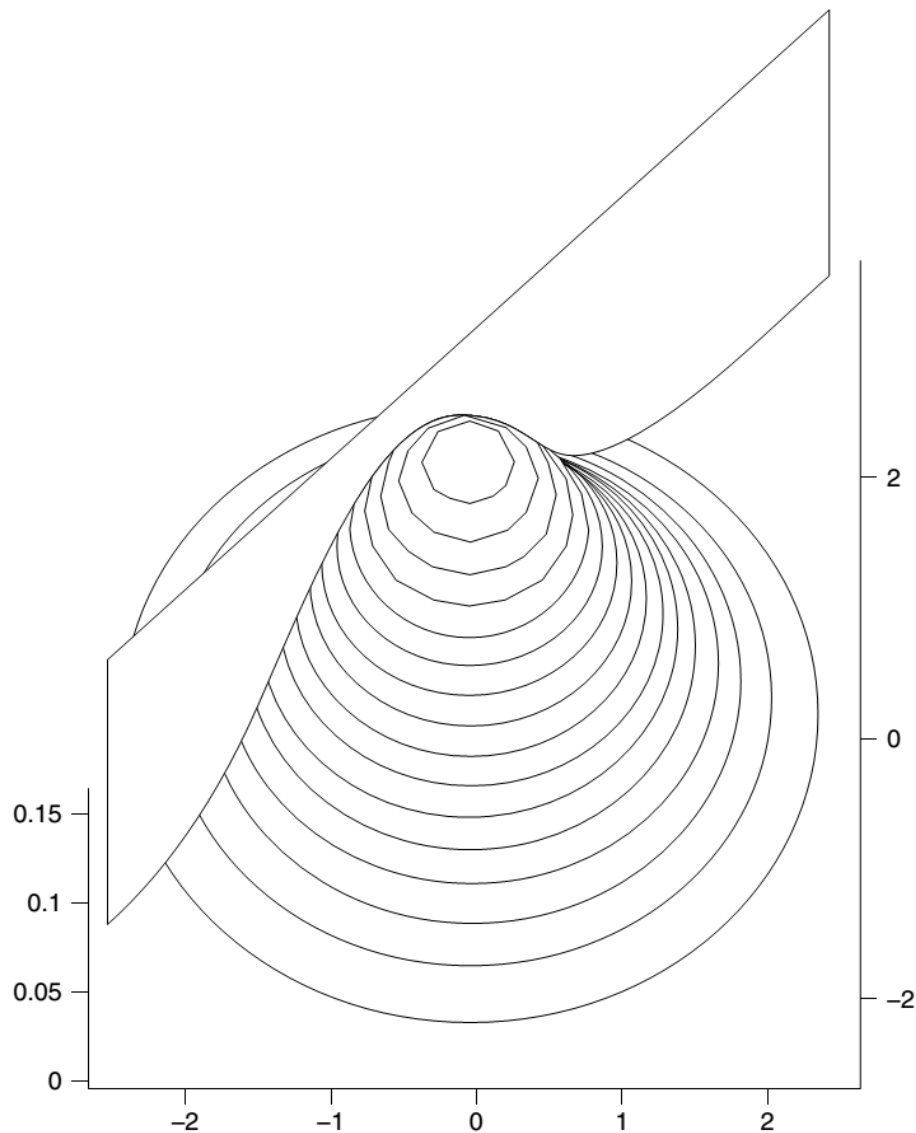
2.4.3 Μέθοδος Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξης (First Order Reliability Method, FORM)

Η Μέθοδος Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξης (First Order Reliability Method, FORM) βασίζεται στον δείκτη αξιοπιστίας των Hasofer και Lind (1974). Ο Δείκτης Αξιοπιστίας Hasofer-Lind (β_{HL}) οδηγεί σε γεωμετρική ερμηνεία και γι' αυτό η μέθοδος FORM αποκαλείται και Μέθοδος Γεωμετρικής Αξιοπιστίας (Geometric Reliability method) (Baecher and Christian 2003). Ο Δείκτης Αξιοπιστίας Hasofer-Lind υπολογίζεται από την Εξίσωση 2.11 (Griffiths *et al.*, 2010):

$$\beta_{HL} = \min_{g \rightarrow 0} \sqrt{\left\{ \frac{X_i - \mu_X^N}{\sigma_X^N} \right\}^T [R]^{-1} \left\{ \frac{Y_i - \mu_y^N}{\sigma_y^N} \right\}} \quad [2.11]$$

όπου: g η συνάρτηση οριακής κατάστασης

Ένα από τα πλεονεκτήματα της της μεθόδου είναι το χαμηλό κόστος υπολογισμών, μιας και τα αποτελέσματα προκύπτουν έπειτα από ελάχιστες επαναλήψεις (π.χ. 2 ή 3). Συγκριτικά δε με άλλες μεθόδους, η μέθοδος FORM παρέχει μία προσέγγιση της πιθανότητας αστοχίας αλλά όχι ένα μέτρο της ακρίβειας (Sudret *et al.*, 2008).



Εικόνα 2.2: Η κατανομή της συνδυασμένης πιθανότητας δύο ανεξάρτητων μεταβλητών που ακολουθούν την κανονική κατανομή και ενός γραμμικού κριτηρίου αστοχίας.

2.5.4 Η Μέθοδος Προσομοίωσης Monte Carlo (Monte Carlo simulation Method, MCM)

Η προσομοίωση Monte Carlo χρησιμοποιεί τις κατανομές των ιδιοτήτων και υπολογίζει την πιθανότητα αστοχίας (p_f) από τον αριθμό των επαναλήψεων που αστόχησαν (N_f) και το συνολικό πλήθος επαναλήψεων (N):

$$p_f = \frac{N_f}{N} \quad [2.12]$$

Η Μέθοδος Monte Carlo χρειάζεται μία αιτιοκρατική ανάλυση ευστάθειας πρανών (π.χ. Μέθοδο Οριακής Ισορροπίας ή Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων) ως βάση της πιθανοκρατικής ανάλυσης και καθορίζει το πώς μπορεί να συνυπολογιστεί η χωρική μεταβλητότητα (Griffiths *et al.*, 2010). Αξίζει να σημειωθεί πως το μεγάλο πλήθος

επαναλήψεων που απαιτείται για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας ενός πρανούς (π.χ. 5.000), μας παρέχει λεπτομερή αναλυτικά αποτελέσματα και ως εκ τούτου πολύτιμες πληροφορίες σχετικά με την ακρίβεια των αποτελεσμάτων της μεθόδου.

2.5 Πιθανοκρατική Ανάλυση Ευστάθειας Πρανών

Πραγματοποιήθηκε αναζήτηση στατιστικών δεδομένων από δοκιμές πεδίου καθώς και εργαστηριακές δοκιμές. Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται στατιστικές παράμετροι, όπως απαντώνται στην βιβλιογραφία και αφορούν την ενεργό συνοχή, την ενεργό γωνία εσωτερικής τριβής, και το μοναδιαίο βάρος εδαφικών μαζών.

2.5.1 Μετρήσεις στατιστικών παραμέτρων σημείου

Γωνία εσωτερικής τριβής (ϕ) και συνοχή (σ)

Ο συντελεστής διακύμανσης για την ενεργό γωνία εσωτερικής τριβής καταγράφεται να λαμβάνει τιμές μεταξύ του 2% και 15 %. Για ένα στρώμα μη συνεκτικής άμμου, οι Jeremic *et al.* (2007) και οι Lacasse *et al.* (1997), κατέγραψαν τιμές που κυμαίνονται από 2% έως 5%. Για ένα στρώμα συνεκτικής άμμου οι Phoon *et al.* (1995) και Phoon *et al.* (1992), ανέφεραν τιμές COV_{ϕ} που κυμαίνονταν από 5% έως και 15%. Και μέση τιμή μεταξύ 20° και 40°. Ο Duncan (2000), ο Harr (1987) και ο Kalhawy (1992), κατέγραψαν τιμές με COV 2% έως 13%. Ο Suchomel (2010) αναφέρεται τιμές για την ϕ με μέση τιμή 21° και COV 8%. Ο El Ramley (2003) σε δημοσίευση του ανέφερε μεταβλητή γωνία εσωτερικής τριβής με μέση τιμή 35° και COV 5,6%. Οι Griffiths *et.al.* (2002) και Suchomel (2010) επίσης ανέφεραν τιμή για την γωνία εσωτερικής τριβής 35° αλλά COV 13,8%, 5% -50% και 0% (if $COV_{\phi}=0$, ϕ θεωρείται αιτιοκρατική μεταβλητή) αντίστοιχα.

Πίνακας 2.1: Δεδομένα Μέσης τιμής και συντελεστής διακύμανσης (COV) για την ενεργό γωνία εσωτερικής τριβής

Συγγραφέας	Έτος	μ	COV
Harr	1987		2% - 13%
Kalhawy	1992		2% - 13%
Phoon, et al.	1995	20 - 40 (deg)	5% - 15%
Lacasse et al.	1997		2% - 5%
Suchomel	2010	21 (deg)	8%
Phoon, et al.	1999	21 - 40 (deg)	5% - 15%
Duncan	2000		2% - 13%
Jeremic et al.	2007		2% - 5%
Griffiths et al.	2002	35 (deg)	5% - 50%
El Ramley et al.	2003	35 (deg)	5.60%
Schweiger	2005	35 (deg)	0

Πίνακας 2.2: Δεδομένα Μέσης τιμής και COV για την ενεργό συνοχή

Συγγραφέας	Έτος	μ	COV
Griffiths, et al.	2002	10 (kN/sq.m)	5% - 50%
Suchomel	2010	10 (kN/sq.m)	21%
Harr	1987		20%
Cherubini	1997		20% - 30%
Li, et al.	1987		40%

Δεν υπάρχουν αρκετά στοιχεία σχετικά με διακύμανση του μοναδιαίου βάρους. Οι Smith *et al.* (1995), Hicks *et al.* (2002), Schweiger (2005) και Griffiths *et al.* (2002) εξέλαβαν αιτιοκρατική μεταβλητή μοναδιαίου βάρους με τιμή 20 kN/m². Οι Phoon *et al.* (1995) και Duncan (2000) ανέφεραν μέση τιμή από 13 έως 20 kN/m².

Πίνακας 2.3: Δεδομένα Μέσης τιμής και COV για το ενεργό μοναδιαίο βάρος

Συγγραφέας	Έτος	μ	COV
Harr	1987		1% - 10%
Phoon, et al.	1995	13 - 20 (kN/q.m)	< 10%
Smith, et al.	2004	20 (kN/q.m)	0%
Duncan	2000	14 - 20 (kN/q.m)	< 10%
Wang, et al.	2000	20 (kN/q.m)	5.50%
Hicks, et al.	2002	20 (kN/q.m)	0%
Griffiths, et al.	2002	20 (kN/q.m)	0%
Schweiger	2005	20 (kN/q.m)	0%

Συντελεστής συσχέτισης (ρ)

Στην βιβλιογραφία δεν απαντώνται τόσα πολλά στοιχεία για τον συντελεστή συσχέτισης, όπως για τις παραπάνω τιμές, αλλά βρέθηκαν οι παρακάτω αναφορές όπως αυτές παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.4

Πίνακας 2.4: Συντελεστής συσχέτισης για συνοχή και γωνία εσωτερικής τριβής

Συγγραφέας	Έτος	ρ (φ'-c')
Lumb	1970	-0.3 < ρ < -0.7
Cherubini	1998	-0.6
Schad	1985	-0.6
Speedie	1956	-0.6
Phoon Kalhawy	1999	

2.5.2 Στοιχεία για τις χωρικές στατιστικές παραμέτρους

Κλίμακα διακύμανσης (θ) και κλίμακα ανισοτροπίας (ξ)

Στις τιμές που απαντάμε στην βιβλιογραφία παρατηρούμε ότι δίδεται στο σύνολο των περιπτώσεων ζεύγος τιμών που χαρακτηρίζουν τη χωρική συσχέτιση και στους δύο άξονες (κάθετο και οριζόντιο). Αυτό επιτυγχάνεται δίδοντας μας τις δύο διαφορετικές τιμές της

κλίμακας διακύμανσης για τους δύο άξονα ή τη μία από τις δύο τιμές και την κλίμακα ανισοτροπίας που εκφράζει τη σχέση των τιμών της ιδιότητας μεταξύ του κάθετου και του οριζόντιου επίπεδου. Οι τιμές που απαντώνται στη βιβλιογραφία είναι αρκετές και μπορούμε να πούμε ότι κατά γενικό λόγο συμφωνούν μεταξύ τους.

Πίνακας 2.5: Μήκος χωρικής συσχέτισης και κλίμακα ανισοτροπίας

Συγγραφέας	Έτος	ξ	Θv	Θh
Phoon, et al.	1995		2 - 6 (m)	10 - 60 (m)
Phoon, et al.	1999		3 - 6 (m)	11 - 60 (m)
Cherubini	1999		4 - 6 (m)	12 - 60 (m)
Duncan	2000		2,4 – 7,9 (m)	
Griffiths, et al.	2002		6 - 6 (m)	14 - 60 (m)
Hicks, et al.	2005	8	1 (m)	
Sudret, et al.	2002	1	10 (m), 30 (m)	
Hicks, et al.	2002	>10	0.3 - 3 (m)	
Suchomel	2010		10 - 40 (m)	0,5 - 3 (m)

Κεφάλαιο 3 - Θεωρία

3.1 Κατασκευή καταστατικού μοντέλου

3.1.1. Τα κριτήρια αστοχίας Mohr Coulomb και Tresca

Το κριτήριο Mohr Coulomb παραμένει το πιο διαδεδομένο κριτήριο αστοχίας που χρησιμοποιείται στην πράξη. Εξαρτώμενο από τις κύριες τάσεις που εφαρμόζονται και υποθέτοντας συνθήκη αρνητικού πρόσημου για την συμπίεση, το κριτήριο εκφράζεται ως εξής (Ning *et al.*, 2004):

$$F_{M-C} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin \varphi'}{2} - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} - c' \cdot \cos \varphi' \quad [3.1]$$

Όπου, σ'_1 και σ'_3 η μέγιστη και ελάχιστη ορθή τάση αντίστοιχα και F_{M-C} η συνάρτηση αστοχίας Mohr Coulomb. Αν $F < 0$, οι τάσεις βρίσκονται μέσα στο φάκελο αστοχίας Mohr-Coulomb (ελαστική συμπεριφορά) και δεν αναμένεται αστοχία πρηνούς, αν $F=0$, οι τάσεις βρίσκονται επάνω στην καμπύλη Mohr-Coulomb και το πρηνές βρίσκεται σε κατάσταση οριακής αστοχίας. Αν τέλος $F > 0$ οι τάσεις βρίσκονται έξω από την καμπύλη Mohr-Coulomb και το πρηνές αστοχεί.

Λαμβάνοντας υπ' όψιν τις σταθερές αντί των ορθών τάσεων και για μη κορεσμένη γωνία εσωτερικής τριβής 0° προκύπτει η Εξίσωση 3.2 γνωστή και ως κριτήριο αστοχίας Tresca (Griffiths *et al.*, 2004):

$$F_t = \frac{\mu_\sigma \cos \theta}{\sqrt{3}} - c_u \quad [3.2]$$

3.1.2 Ελαστικότητα

Το κριτήριο Tresca ικανοποιεί ελαστο- τέλεια πλαστικά υλικά. Αυτό σημαίνει ότι πριν την κατολίσθηση, η εδαφική μάζα έχει ελαστική συμπεριφορά ενώ μετά την κατολίσθηση το έδαφος συμπεριφέρεται σαν τέλεια πλαστικό υλικό.

3.1.3 Διασταλτικότητα και γωνία διαστολής (ψ)

Διασταλτικότητα ορίζεται ο λόγος της μεταβολής του όγκου ως προς την διατμητική παραμόρφωση. Είναι ευρέως γνωστό ότι η πραγματική αλλαγή όγκου που παρατηρείται στο έδαφος κατά την παραμόρφωση ποικίλει. Η γωνία διαστολής (ψ) είναι η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων του ρυθμού διατμητικής παραμόρφωσης και του επιπέδου των διατμητικών τάσεων.

3.1.4 Αρχικές συνθήκες εντατικού πεδίου

Το μοναδιαίο βάρος χρησιμοποιείται για να εκτιμήσουμε την αρχική εντατική κατάσταση της εδαφικής μάζας σε ένα πεδίο πεπερασμένων στοιχείων. Η διαδικασία περιλαμβάνει μια διαδικασία «gravity turn-on». Η συνολική μάζα υπολογίζεται από το

προϊόν ενός αλγορίθμου που περιγράφει τον όγκο του στοιχείου και το μοναδιαίο βάρος του εδάφους και στη συνέχεια μοιράζει την βαρυτική δύναμη σε όλους τους κόμβους της κανάβου πεπερασμένων στοιχείων. Η αρχική εντατική κατάσταση του προβλήματος προκύπτει αν συνδυάσουμε όλες τις δυνάμεις κάθε στοιχείου σε ένα «global διάνυσμα» βαρυτικής δύναμης που θα εφαρμοστεί στην κανάβο πεπερασμένων στοιχείων (Griffiths *et al.*, 1999).

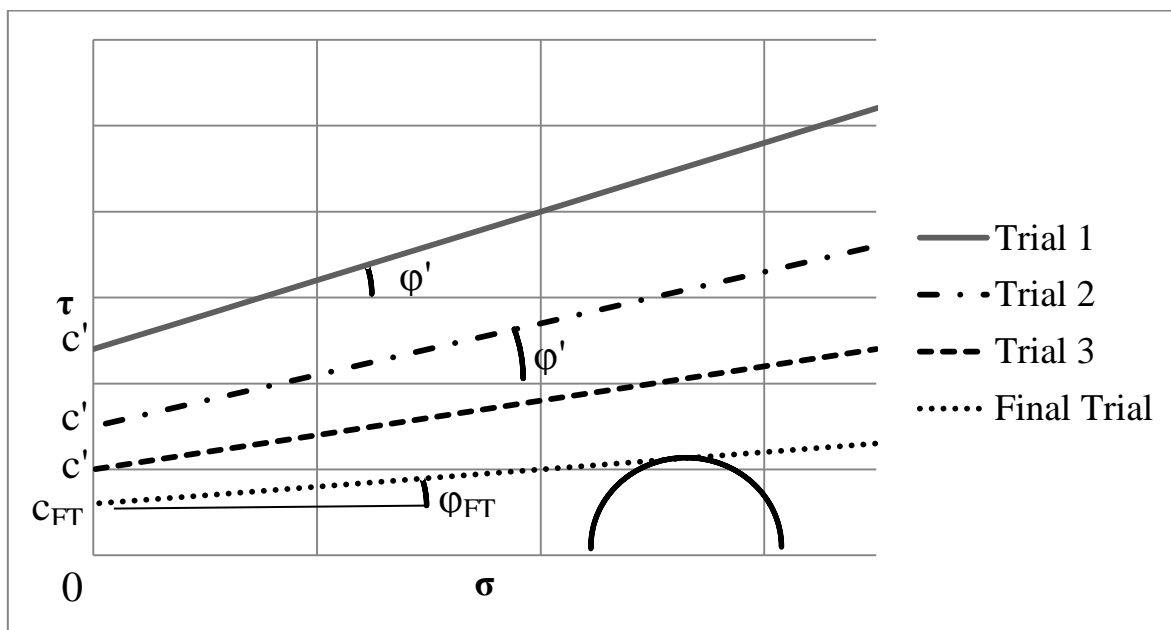
3.2 Περίγραμμα του αριθμητικού πλαισίου

3.2.1 Ανάλυση ευστάθειας πρανού με πεπερασμένα στοιχεία μέσω της Τεχνικής Απομείωσης Διατμητικής Αντοχής (Shear Strength Reduction Technique)

Όπως παρουσιάσαμε στην Ενότητα 1.3, ο συντελεστής ασφαλείας, είναι ο συντελεστής με τον οποίο θα διαιρέσουμε την διατμητική αντοχή του εδάφους και θα προκαλέσει αστοχία του πρανού. Αυτή είναι και η αρχή πίσω από την Μέθοδο της Απομείωσης της Διατμητικής Αντοχής, που εισήχθη στη γεωτεχνική μηχανική με τις δημοσιεύσεις Matsui *et al.*, (1988) και Matsui *et al.*, (1992). Σε μία ανάλυση ευστάθειας πρανού με την μέθοδο απομείωσης διατμητικής αντοχής η γωνία εσωτερικής τριβής και η αντοχή διαιρούνται κατά ένα Δοκιμαστικό Παράγοντα (για απομείωση της διατμητικής αντοχής) (Dawson *et al.*, 1999):

$$c' = \frac{c}{F_{trial}} \quad [3.3]$$

$$\varphi' = \arctan \frac{\tan \varphi}{F_{trial}} \quad [3.4]$$



Εικόνα 3.1: Απεικόνιση της σταδιακής απομείωσης των c και φ , μέχρι την στιγμή της αστοχίας.

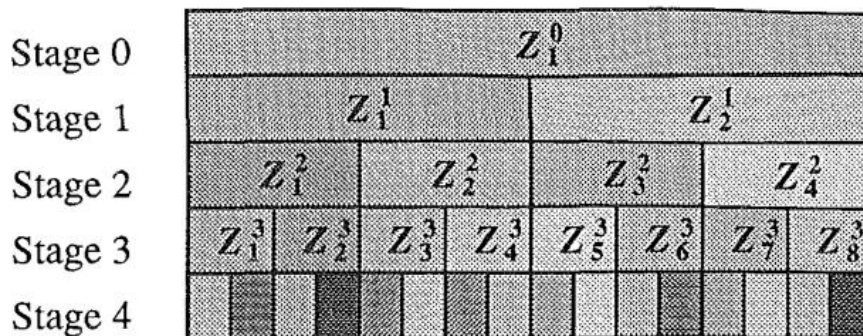
Οι Dawson *et al.*, (1999) πρότειναν έναν πιο αποτελεσματικό τρόπο για τον υπολογισμό του Συντελεστή Ασφαλείας. Ορίζεται μία υψηλή τιμή F^{trial} για την οποία η προσομοίωση δεν συγκλίνει και το πρυνές αστοχεί και μια χαμηλή τιμή για την οποία συγκλίνει. Αν το πρυνές αστοχήσει σε κάποιο από τα ενδιάμεσα σημεία, τότε αντικαθίσταται η άνω τιμή του F^{trial} ενώ αν συγκλίνει αντικαθίσταται η κάτω τιμή. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου η διαφορά μεταξύ της άνω και κάτω τιμής του F^{trial} ικανοποιεί το επίπεδο ανοχής που ορίζει ο αναλυτής. Για ένα υλικό που υπακούει στο κριτήριο Mohr-Coulomb, η διατμητική αντοχή μπορεί να μειωθεί κατά ένα παράγοντα F (ή F^{trial}) και υπολογίζεται σύμφωνα με την Εξίσωση 3.5 (Griffiths, 2004)

$$\frac{\tau}{F} = \frac{c'}{F} + \frac{\tan \varphi}{F} \leftrightarrow \frac{\tau}{F} = c^* + \tan \varphi^*, \quad c^* = \frac{c'}{F} \text{ \& } \tan \varphi^* = \frac{\tan \varphi}{F} \quad [3.5]$$

3.2.2 Μέθοδος Τυχαίων Πεπερασμένων Στοιχείων (Random Finite Element Method, RFEM)

Για να συνυπολογίσουμε την αβεβαιότητα στο έδαφος και την χωρική συσχέτιση σε μία ανάλυση ευστάθειας πρυνούς, οι Fenton και Vanmarcke (1990) εισήγαγαν την Μέθοδο Τυχαίων Πεπερασμένων Στοιχείων (Random Finite Element Method, RFEM) χρησιμοποιώντας Υποδιαίρεση Τοπικού Μέσου Όρου (Local Average Subdivision, LAS). Η μέθοδος συνδυάζει ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (Smith and Griffiths, 2004) και την θεωρία τυχαίων πεδίων (Fenton, 1990).

Η κατασκευή μιας διαδικασίας υποδιαίρεσης μέσου με την LAS παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.2. Στο στάδιο 0, παράγεται ένας ολικός μέσος όρος για την διαδικασία z_1^0 .



Εικόνα 3.2: Προσέγγιση από πάνω προς τα κάτω της διαδικασίας υποδιαίρεσης τοπικού μέσου όρου (Fenton και Vanmarcke, 1990)

Στο στάδιο 1, το στοιχείο υποδιαιρείται σε 2 περιοχές των οποίων οι «τοπικοί» μέσοι όροι πρέπει να ικανοποιούν 3 κριτήρια: να έχουν την σωστή διασπορά με βάση τη θεωρία υποδιαίρεσης τοπικού μέσου όρου, να είναι σωστά συσχετισμένα μεταξύ τους και να έχουν τον ίδιο μέσο όρο με το αρχικό τους στοιχείο $(1/2)(z_1^1 + z_2^1) = z_1^0$. Για το επόμενο στάδιο

τα z_1^2 και z_2^2 θα πρέπει να ικανοποιούν και ένα επιπλέον κριτήριο, να είναι κατάλληλα συσχετισμένα με τα z_3^2 και z_4^2 .

Στην παρούσα εργασία, δημιουργούνται αρχικά τα δύο ασυσχέτιστα μεταξύ τους τυχαία πεδία G_c και G_ϕ για την συνοχή και την γωνία εσωτερικής τριβής του εδάφους αντίστοιχα. Τα τυχαία πεδία μετατρέπονται στα επιθυμητά (c και ϕ) με την χρήση της σχέσης:

$$c_i = \mu_c + \sigma_c G_c(x_i) \quad [3.6]$$

όπου x_i διάνυσμα που περιέχει της συντεταγμένες του κέντρου του «i» στοιχείου και c_i η τιμή της συνοχής που δίδεται στο «i» στοιχείο. Η ίδια σχέση εφαρμόζεται αντίστοιχα και για την γωνία εσωτερικής τριβής.

Ενώ το μήκος χωρικής συσχέτισης τείνει στο άπειρο, αναμένουμε τις ίδιες τιμές σε τυχαία επιλεγμένα στοιχεία της κανάβου, διαφορετικά αν το θ τείνει στο μηδέν τότε αναμένουμε ανεξάρτητες τοπικές μέσες τιμές και διαφορετικές τιμές για οποιοδήποτε συνδυασμό στοιχείων της κανάβου.

Η συσχέτιση μεταξύ της συνοχής και της γωνίας εσωτερικής τριβής υπολογίζεται με εφαρμογή παραγοντοποίησης Cholesky στον πίνακα συσχέτισης των δύο τυχαίων πεδίων που υπολογίσαμε παραπάνω.

Η μέθοδος τυχαίων πεπερασμένων στοιχείων με την υποδιαίρεση τοπικού μέσου όρου (Local Average Subdivision, LAS) έχει σημαντική πλεονεκτήματα σε σχέση με τις υπάρχουσες προσεγγίσεις. Είναι μια απλή μέθοδος που συνδυάζεται ιδανικά με τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων (Fenton *et al.*, 1990). Το μεγάλο μειονέκτημα της μεθόδου είναι το πιθανώς υψηλό υπολογιστικό κόστος.

3.3 Ανάλυση Τυχαίων Πεπερασμένων Στοιχείων με χρήση της μεθόδου «Monte Carlo »

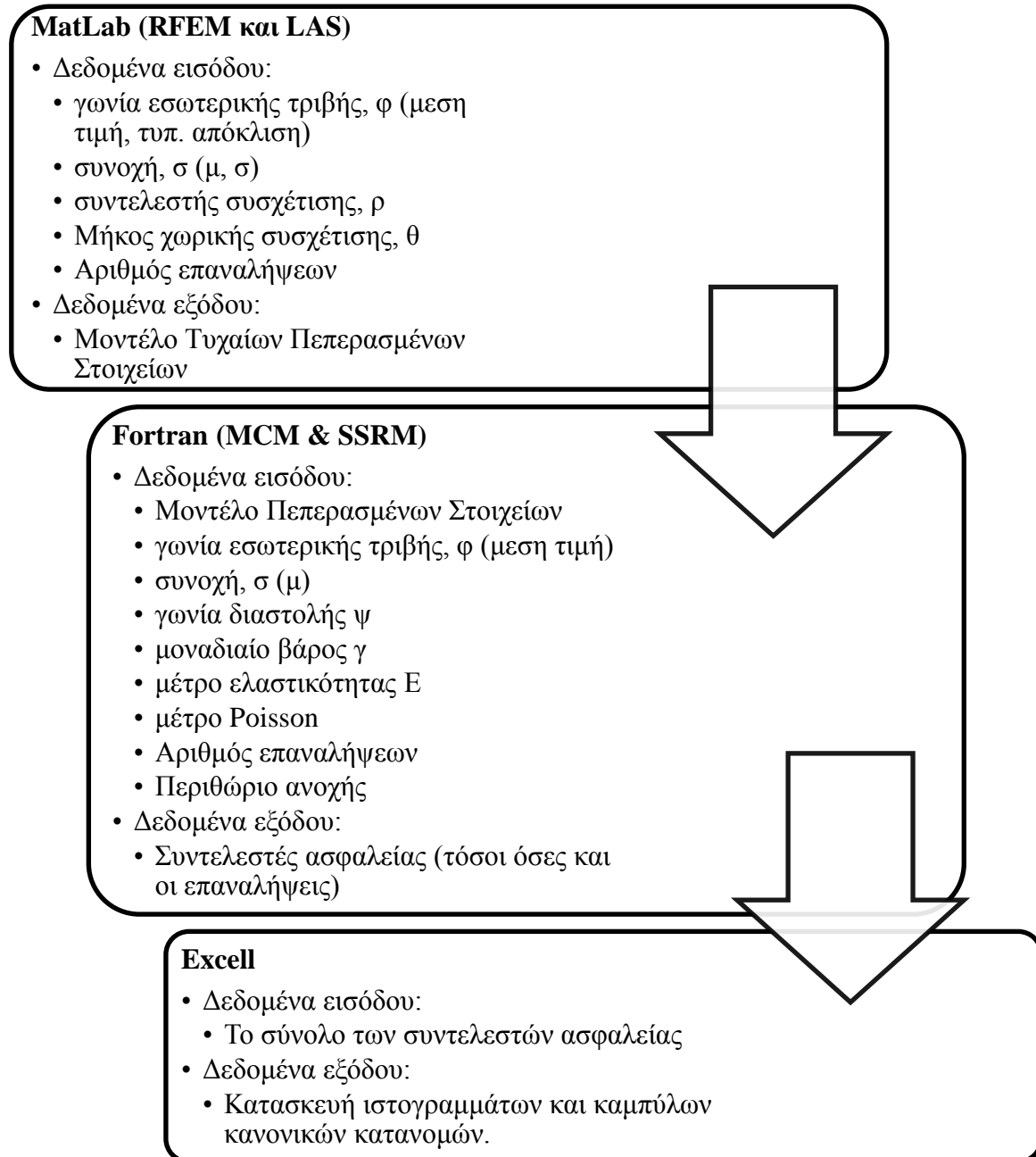
Στην παρούσα μελέτη ανάλυσης ευστάθειας πρανούς, θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος τυχαίων πεπερασμένων στοιχείων σε συνδυασμό με την μέθοδο προσομοίωσης Monte Carlo, με σκοπό να ερευνήσουμε την επιρροή της μεταβλητότητας του εδάφους στην πιθανότητα αστοχίας.

Η Μέθοδος Τυχαίων Πεπερασμένων Στοιχείων, χρησιμοποιείται στη Γεωτεχνική Μηχανική για να αναθέσει τις τυχαίες μεταβλητές των ιδιοτήτων του εδάφους στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση. Αυτό επιτυγχάνεται, χρησιμοποιώντας σημειακές και χωρικές στατιστικές παραμέτρους (μέση τιμή, τυπικά απόκλιση, μήκος αυτοσυσχέτισης).

Όταν οριστεί το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, ακολουθεί μία προσομοίωση Monte Carlo για να υπολογιστεί η αξιοπιστία του πρανούς. Η Μέθοδος Monte Carlo πραγματοποιεί πολλαπλές επαναλήψεις σε κάθε κόμβο του πλέγματος. Όπως αναφέραμε στο Κεφάλαιο 2.5, η πιθανότητα αστοχίας εκτιμάται διαιρώντας τον αριθμό των επαναλήψεων που το πρανές αστόχησε, με τον αριθμό των επαναλήψεων που πραγματοποιήθηκαν.

Κεφάλαιο 4 – Οι παράμετροι και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης

Στην παρούσα εργασία ερευνούμε το πως η κλίμακα διακύμανσης (scale of fluctuation, θ) επηρεάζει την αξιοπιστία του συντελεστή ασφαλείας ενός εδαφικού πρανούς.



Εικόνα 4.1: Διάγραμμα δεδομένων εισόδου εξόδου για κάθε λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στην ανάλυση.

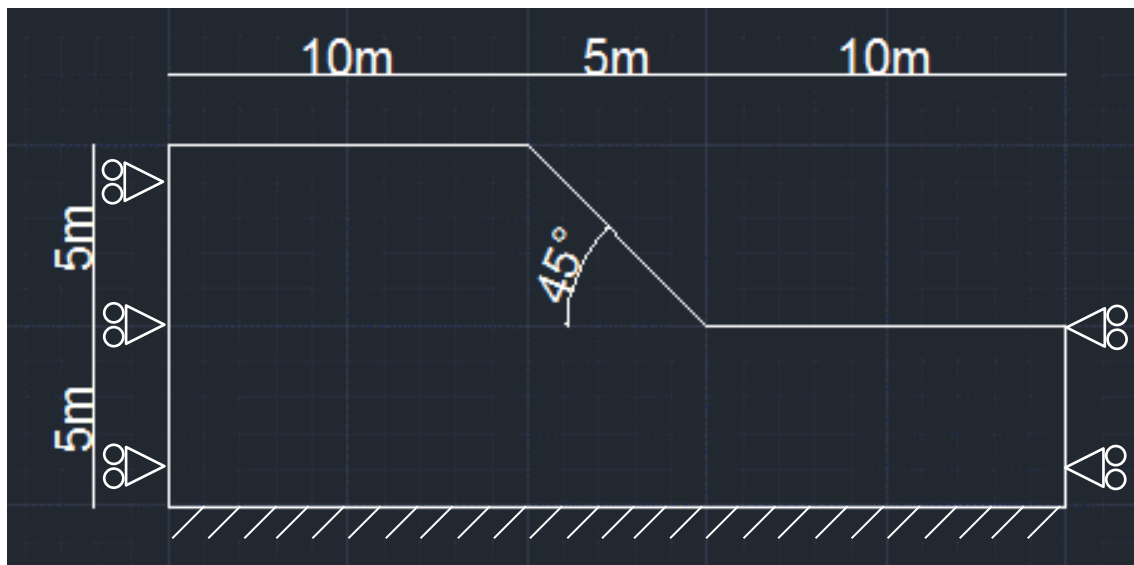
Χρησιμοποιούμε την μέθοδο των τυχαίων πεπερασμένων στοιχείων (RFEM) για να αποδώσουμε τις ιδιότητες του εδάφους στους κόμβους κανάβου δεδομένων διαστάσεων με χρήση λογισμικού σε γλώσσα FORTRAN και του λογισμικού «MatLab». Στη συνέχεια

επεξεργαζόμαστε τα αποτελέσματα της μεθόδου ώστε να υπολογίσουμε την συνάρτηση μάζας των διαφορετικών συντελεστών ασφαλείας και την κατανομή αυτών και να κατάλhxουμε σε εκτίμηση αξιοπιστίας.

4.1 Περιγραφή του πρανούς

Πρώτα πρέπει να ορίσουμε τη γεωμετρία του πρανούς, τις οριακές συνθήκες καθώς και τις διαστάσεις των κελιών της κανάβου που χρησιμοποιείται για την μέθοδο τυχαίων πεπερασμένων στοιχείων.

Η Γεωμετρία του πρανούς



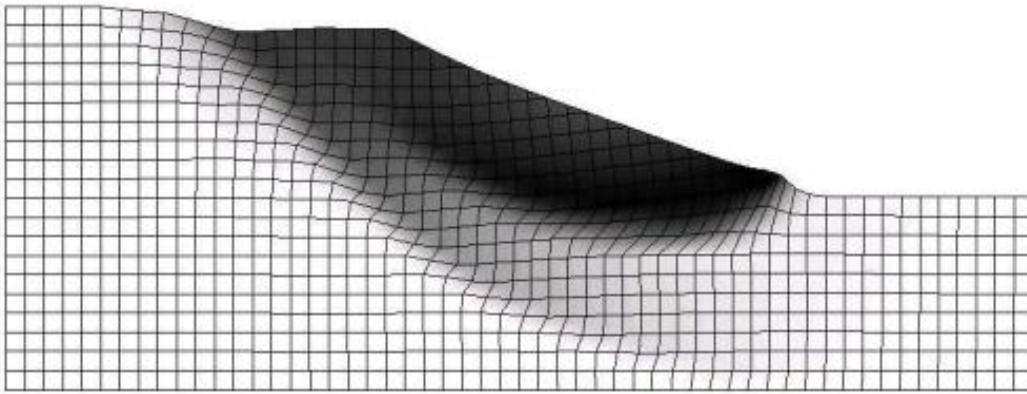
Εικόνα 4.2: Απεικόνιση της γεωμετρίας του πειραματικού μοντέλου που χρησιμοποιείται για την ανάλυση.

Διακριτοποίηση

- ο Μέγεθος κελίων πεπερασμένων στοιχείων: 0,5μ x 0,5μ
- ο Μέγεθος κελίων τυχαίων πεπερασμένων στοιχείων: 0,25μ x 0,25μ
- ο Πλήθος κελιών: 775
- ο Πλήθος κόμβων: 2406
- ο Πλήθος σημείων σύνδεσης (integration points): 4

Συνοριακές συνθήκες (Boundary conditions)

- ο Βραχώδες υπόβαθρο $y=10\text{m}$
- ο Βάθος υδροφόρου ορίζοντα $y=10\text{m}$



Εικόνα 4.3: Το παραμορφωμένο πλέγμα κατά την αστοχία. (Suchomel, 2010)

4.2 Στατιστικές παράμετροι

Όπως προαναφέραμε, χρησιμοποιούμε σταθερές ιδιότητες της εδαφικής μάζας, για κάθε προσομοίωση μεταβάλλοντας κάθε φορά μόνο την χωρική συσχέτιση της γωνίας εσωτερικής τριβής (ϕ) και της συνοχής (σ). Όλα τα δεδομένα προέκυψαν από την βιβλιογραφική αναζήτηση όπως αυτή παρουσιάστηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, ενώ για τη χωρική συσχέτιση θεωρούμε ότι η κλίμακα ανισοτροπίας (ξ) ισούται με 1.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα εισόδου

Πίνακας 4.1: Δεδομένα της πιθανοκρατικής ανάλυσης

c	Μέση τιμή (μ)	62 [kN/m ²]
	Τυπική απόκλιση (σ)	4
ϕ	Μέση τιμή (μ)	38°
	Τυπική απόκλιση (σ)	2
Συντελεστής συσχέτισης (ρ)		-0,6
Γωνία διαστολής (ψ)		15°
Μέτρο Ελαστικότητας (E)		60000 [kPa]
Λόγος Poisson (ν)		0,3
Κλίμακα ανισοτροπίας (ξ)		1
Μοναδιαίο βάρος (γ)		20 [kN/m ³]
Μήκος χωρικής συσχέτισης (θ)		0,1, 1, 10, 100 [m]

4.3 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων

Ύστερα από πολύωρους υπολογισμούς που απαιτούν ηλεκτρονικούς υπολογιστές με μεγάλη υπολογιστική ισχύ, λαμβάνουμε τόσους συντελεστές ασφαλείας όσες και οι επαναλήψεις της μεθόδου. Έπειτα από δοκιμές στο συγκεκριμένο πρόβλημα επιλέξαμε ως ικανοποιητικό ένα πλήθος 1000 δεδομένων, και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.2.

Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα της μεθόδου monte carlo

Κλάση	Συχνότητα			
	$\theta = 0,1$	$\theta = 1$	$\theta = 10$	$\theta = 100$
3,38	0	0	0	1
3,42	0	0	0	2
3,44	0	0	0	1
3,47	0	0	0	1
3,49	0	0	0	1
3,5	0	0	0	1
3,51	0	0	0	1
3,52	0	0	0	1
3,54	0	0	0	3
3,56	0	0	0	2
3,57	0	0	1	2
3,6	0	0	0	2
3,61	0	0	1	2
3,62	0	0	3	7
3,63	0	0	0	5
3,64	0	0	2	7
3,65	0	0	2	5
3,66	0	0	1	6
3,67	0	0	4	10
3,68	0	0	3	12
3,69	0	0	3	5
3,7	0	0	4	10
3,71	0	0	3	10
3,72	0	0	5	10
3,73	0	0	10	13
3,74	0	0	8	10
3,75	0	0	11	15
3,76	0	0	12	12
3,77	0	0	12	7
3,78	0	0	20	16
3,79	0	2	17	19
3,8	0	3	18	20
3,81	0	4	17	20
3,82	0	7	22	17
3,83	0	12	25	19
3,84	0	23	32	20
3,85	0	32	27	14
3,86	0	40	31	29
3,87	0	45	29	23
3,88	0	71	29	16
3,89	0	76	43	18
3,9	0	91	30	18
3,91	0	96	35	30
3,92	10	117	27	27
3,93	134	105	27	22
3,94	448	93	30	27
3,95	379	61	30	26
3,96	28	42	33	19
3,97	0	33	27	26
3,98	0	23	34	29
3,99	0	10	41	21
4	0	10	22	18
4,01	0	2	31	19
4,02	0	0	35	19
4,03	0	1	27	17
4,04	0	0	22	18
4,05	0	0	16	14

4,06	0	0	24	14
4,07	0	0	12	15
4,08	0	0	18	23
4,09	0	0	7	11
4,1	0	0	10	15
4,11	0	0	7	13
4,12	0	0	14	10
4,13	0	0	5	9
4,14	0	0	7	15
4,15	0	0	6	15
4,16	0	0	5	12
4,17	0	0	5	17
4,18	0	0	2	10
4,19	0	0	3	2
4,2	0	0	3	3
4,21	0	0	2	8
4,22	0	0	1	6
4,23	0	0	3	10
4,24	0	0	1	5
4,25	0	0	2	5
4,26	0	0	0	2
4,27	0	0	0	3
4,28	0	0	0	4
4,29	0	0	0	5
4,3	0	0	0	2
4,31	0	0	0	4
4,32	0	0	0	1
4,33	0	0	0	1
4,34	0	0	0	4
4,36	0	0	0	2
4,37	0	0	0	2
4,39	0	0	0	1
4,4	0	0	0	2
4,41	0	0	0	2
4,44	0	0	0	1
Περισσότερα	0	0	0	0

Από τα αποτελέσματα προκύπτουν οι παρακάτω τιμές για την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των Συντελεστών Ασφαλείας κάθε κατηγορίας:

Πίνακας 4.3: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση αποτελεσμάτων

θ	0,1	1	10	100
μ	3,94281	3,91176	3,93022	3,9404
σ	0,00766	0,03864	0,11492	0,17334

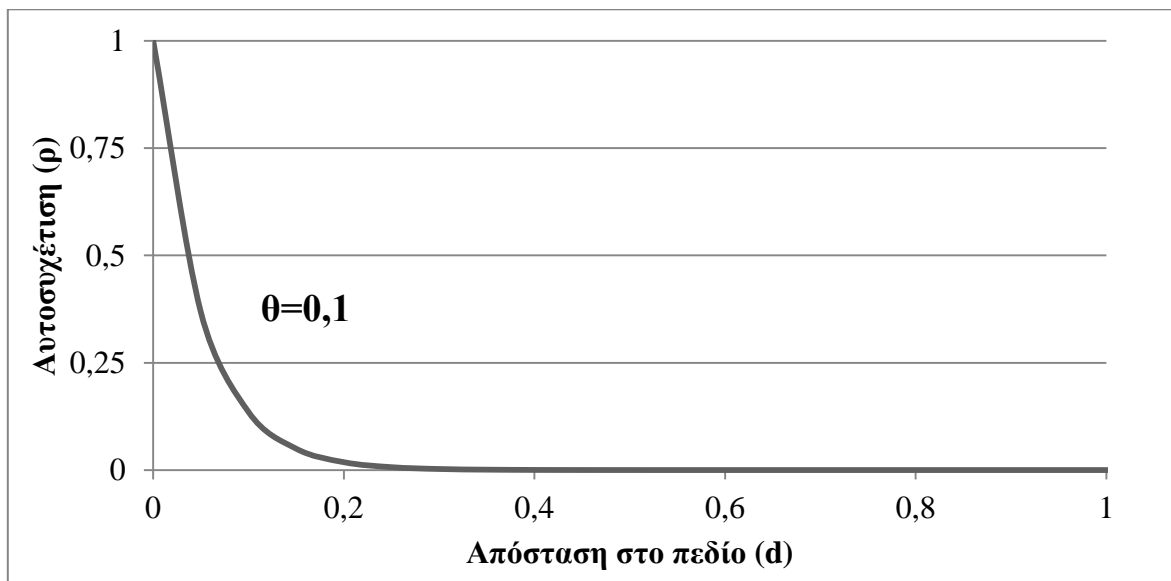
Τέλος για σύγκριση της πιθανοκρατικής με την αιτιοκρατική προσέγγιση επαναλάβουμε του υπολογισμούς για το ίδιο πρανές λαμβάνοντας αυτή τη φορά ντετερμινιστικά δεδομένα. Η τυπική απόκλιση της γωνίας εσωτερικής τριβής (ϕ) και της συνοχής (σ) είναι 0 και το θ πάρα πολύ υψηλό. Το αποτέλεσμα που προκύπτει από το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή των προηγούμενων αποτελεσμάτων μας δίνει τιμή για τον Συντελεστή Ασφαλείας 5,01. Πραγματοποιήθηκε επαλήθευση της τιμής, λύνοντας το πρόβλημα χρησιμοποιώντας την τροποποιημένη μέθοδο των λωρίδων του Bishop. Το αποτέλεσμα που προέκυψε ήταν το ίδιο.

4.4 Επεξεργασία και ερμηνεία των αποτελεσμάτων

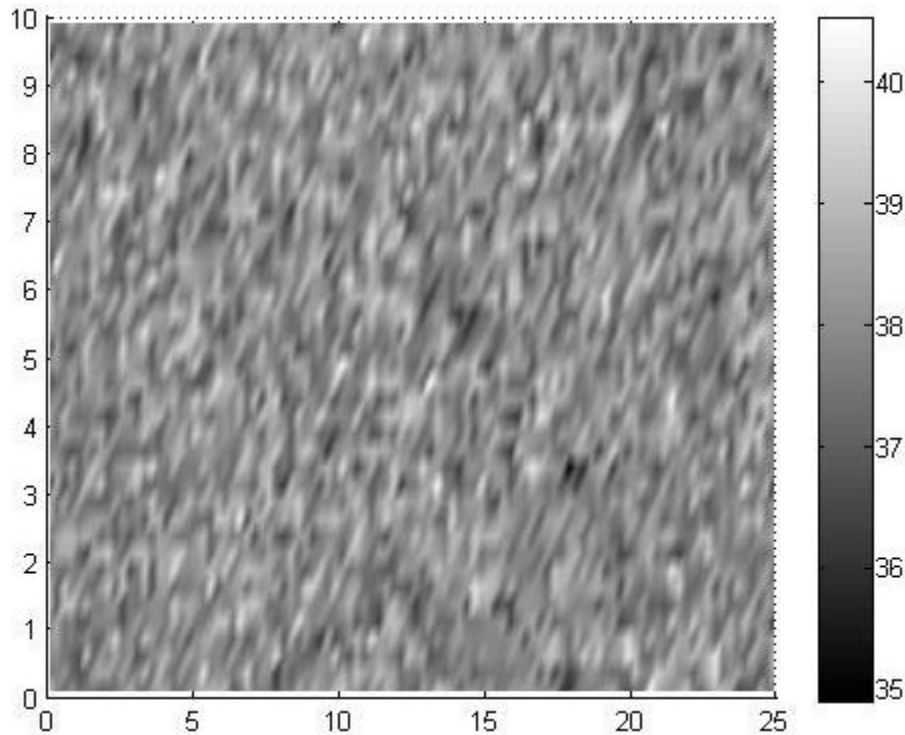
Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα, κατασκευάζουμε τις συναρτήσεις κανονικών κατανομών για κάθε μία τιμή της κλίμακας διακύμανσης (θ) και χαράσσουμε στα ιστογράμματα που προκύπτουν από τα παραπάνω δεδομένα τις καμπύλες κανονικής κατανομής.

4.4.1 Τιμή κλίμακας διακύμανσης $\theta=0,1$

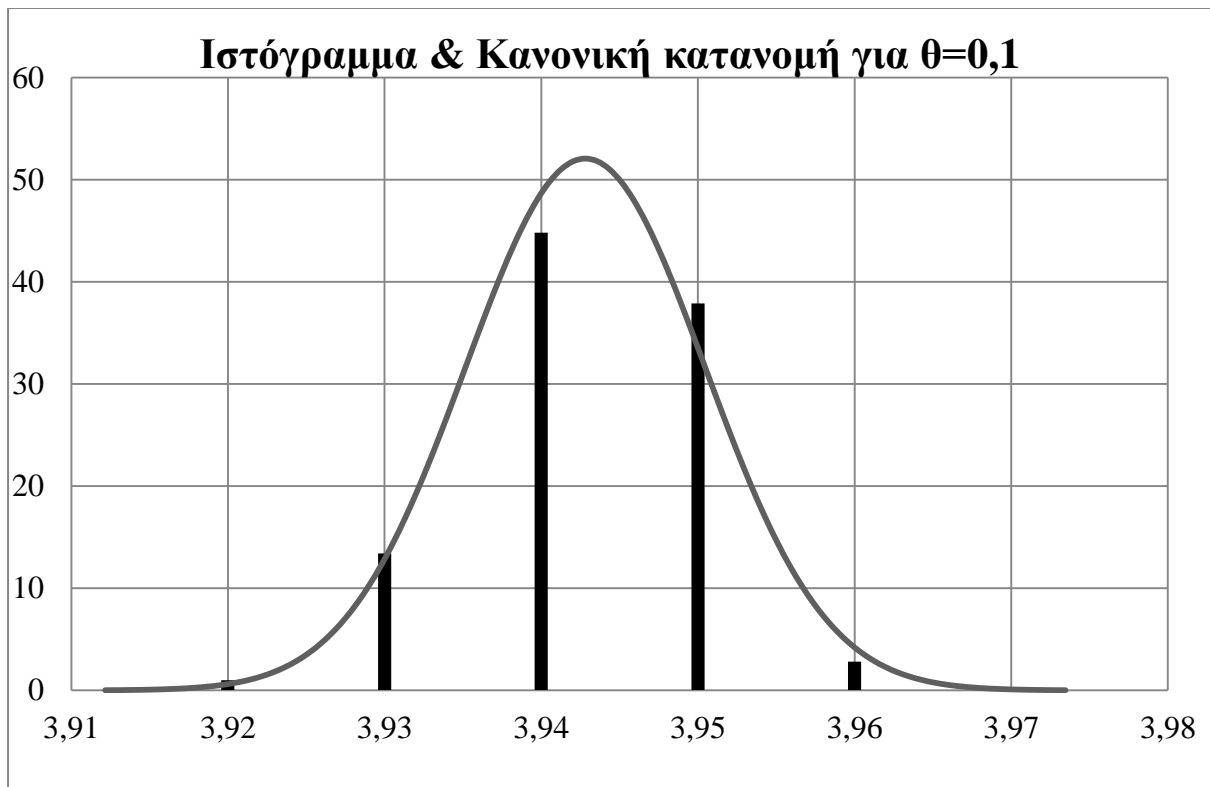
Εξάγουμε από το πρόγραμμα «MatLab» την απεικόνιση της διακύμανσης των τιμών που επηρεάζονται από τις αλλαγές της τιμής της κλίμακας διακύμανσης (Εικόνα 4.2) και για την τιμή $\theta=0,1$ παρατηρούμε μικρές περιοχές να έχουν τις ίδιες ιδιότητες ενώ οι ιδιότητες αυτές εμφανίζουν την ίδια τιμή ανά τακτά διαστήματα στο χώρο.



Εικόνα 4.4: Εκθετική χωρική συσχέτιση γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής για $\theta=0,1$



Εικόνα 4.5: Απεικόνιση της διακύμανσης της γωνίας εσωτερικής τριβής για κλίμακα διακύμανσης $\theta = 0,1$ μέτρα



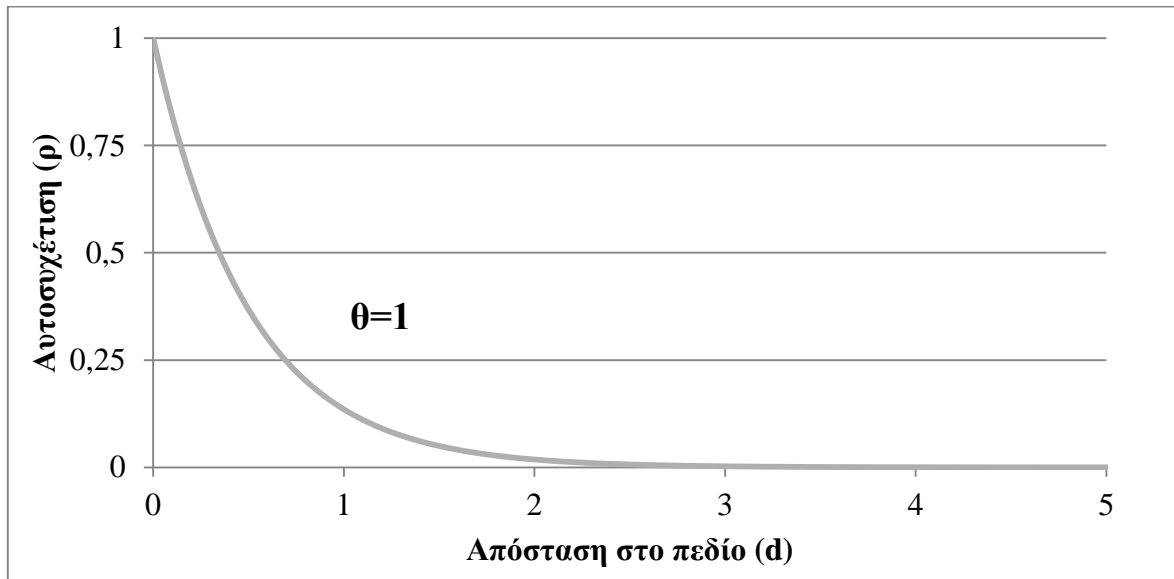
Εικόνα 4.6: Ιστόγραμμα και διάγραμμα κανονικής κατανομής για $\theta=0,1$ μέτρο

Ένα πεδίο με τέτοια διακύμανση παρατηρούμε από την συνάρτηση κατανομής (Εικόνα 4.3) ότι μας αποδίδει ένα μέσο όρο συντελεστών ασφαλείας που συμπίπτει με το 50% των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τη διαδικασία προσομοίωσης. Επίσης το εύρος

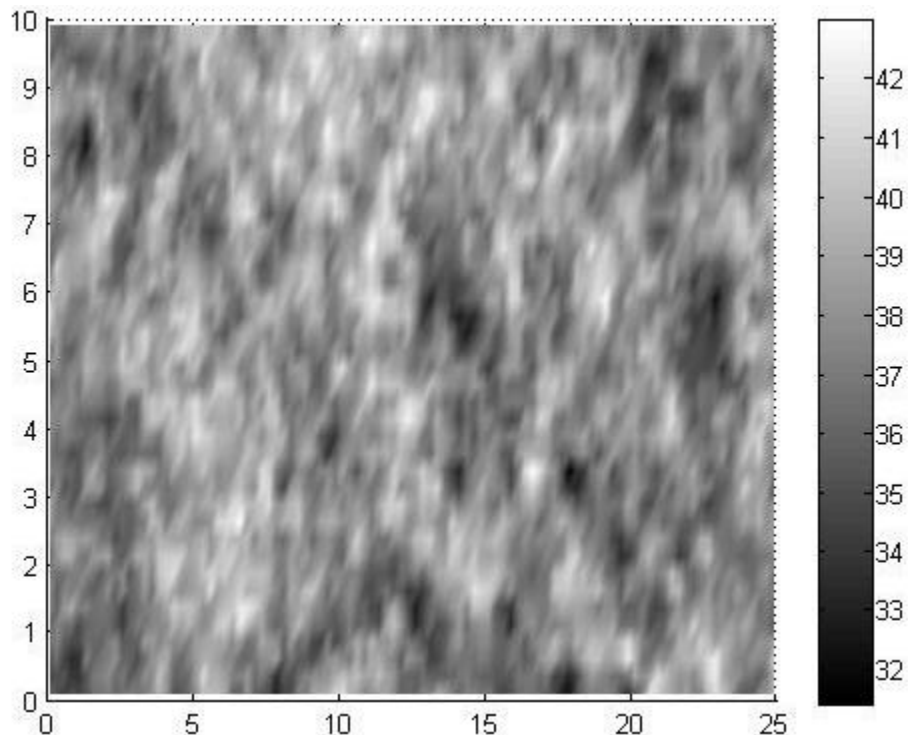
τιμών του ιστογράμματος είναι αρκετά μικρό (3,92 – 3,96) για να μπορούμε να εξάγουμε ένα ασφαλές συμπέρασμα για τον συντελεστή ασφαλείας.

4.4.2 Τιμή κλίμακας διακύμανσης $\theta=1$

Από την απεικόνιση που εξάγουμε από το πρόγραμμα «MatLab» (Εικόνα 4.4) παρατηρούμε ότι για την τιμή $\theta=1$ οι περιοχές που παρουσιάζονται να έχουν την ίδια τιμή είναι ευρύτερες σε σχέση με την μικρότερη τιμή της κλίμακας που εξετάσαμε στην παράγραφο 4.4.1 ενώ η απόσταση που η τιμή αυτή εμφανίζεται ξανά στο χώρο είναι μεγαλύτερη.

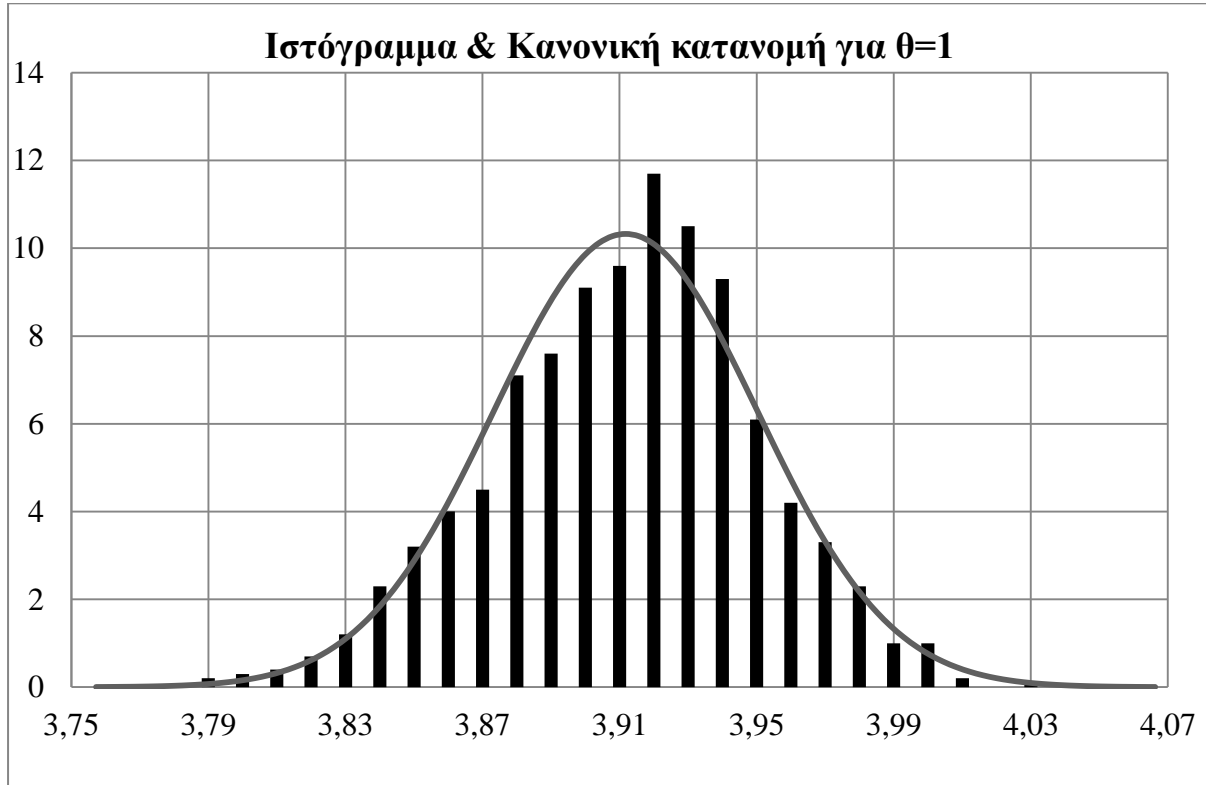


Εικόνα 4.7: Εκθετική χωρική συσχέτιση γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής για $\theta=1$



Εικόνα 4.8: Απεικόνιση της διακύμανσης της γωνίας εσωτερικής τριβής για κλίμακα διακύμανσης $\theta = 1$ μέτρο

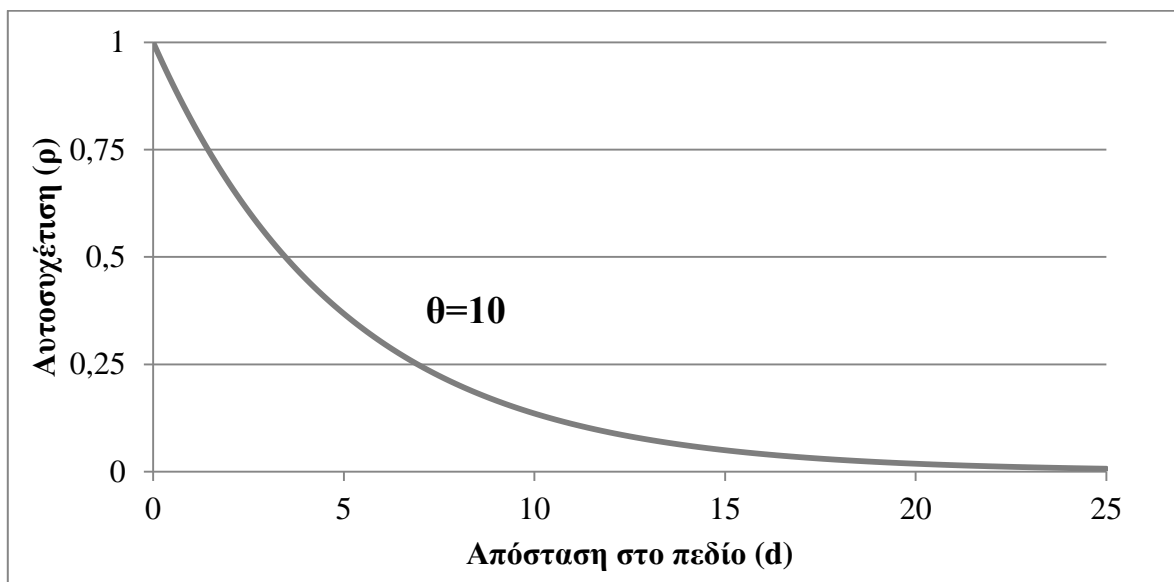
Σε αυτή την περίπτωση το εύρος τιμών του ιστογράμματος είναι μεγαλύτερο σε σχέση με πριν (3,79 – 4,01).



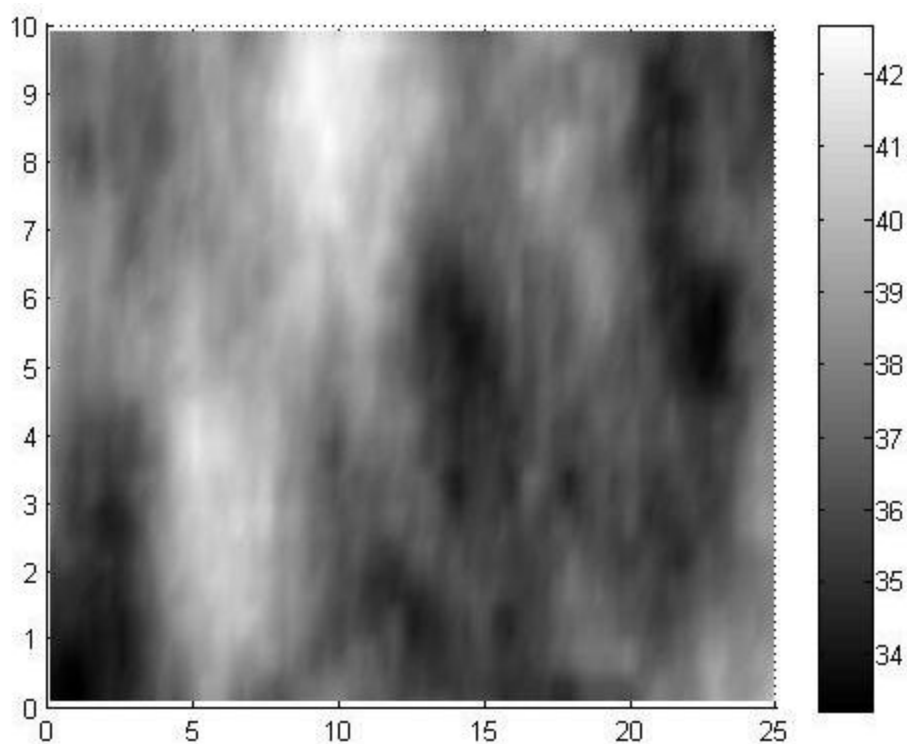
Εικόνα 4.9: Ιστόγραμμα και διάγραμμα κανονικής κατανομής για $\theta=1$ μέτρο

4.4.3 Τιμή κλίμακας διακύμανσης $\theta=10$

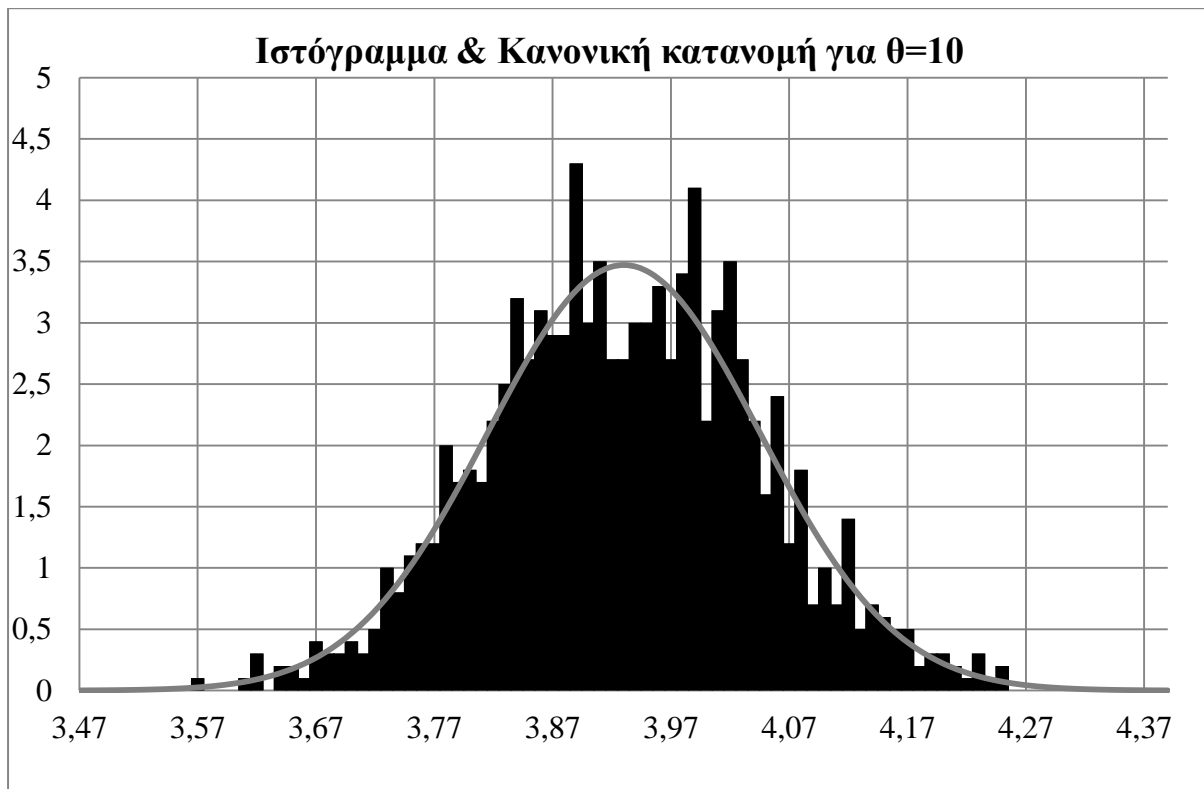
Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία, παρατηρούμε και εδώ και επιβεβαιώνουμε την αλλαγή που παρατηρείται στην εικόνα εξαγωγής του προγράμματος «MatLab». Καθώς η τιμή της κλίμακας διακύμανσης αυξάνεται, τόσο παρατηρούμε μεγαλύτερες περιοχές να εμφανίζουν την ίδια ιδιότητα, ενώ και εξ' ορισμού η τιμή σε μία συγκεκριμένη θέση εμφανίζεται ξανά ύστερα από μεγαλύτερη απόσταση.



Εικόνα 4.10: Εκθετική χωρική συσχέτιση γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής για $\theta=10$



Εικόνα 4.11: Απεικόνιση της διακύμανσης της γωνίας εσωτερικής τριβής για κλίμακα διακύμανσης $\theta = 10$ μέτρα

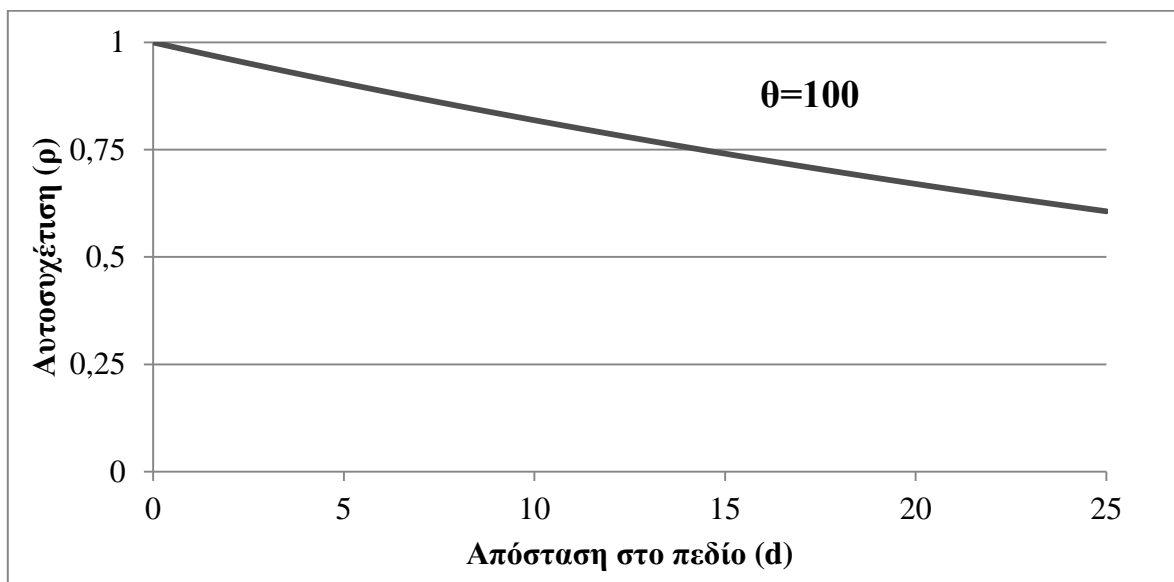


Εικόνα 4.12: Ιστόγραμμα και διάγραμμα κανονικής κατανομής για $\theta=10$ μέτρα

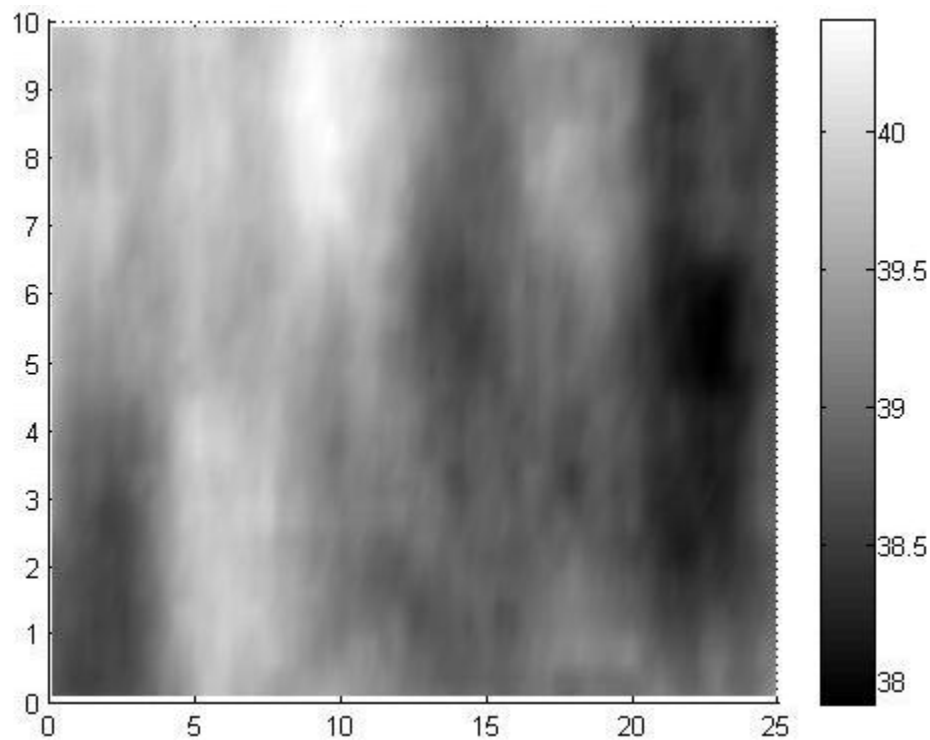
Το ιστόγραμμα και η καμπύλη κανονικής κατανομής μας δίδουν όπως αναμενόταν ακόμα πιο αβέβαια αποτελέσματα, αφού βλέπουμε ότι ο μέσος όρων των συντελεστών ασφαλείας συμπίπτει με μόλις το 3,5% του δείγματος ενώ οι διακυμάνσεις των πιθανών τιμών γύρω από την μέση τιμή 3,92 είναι της τάξης του 0,69.

4.4.4 Τιμή κλίμακας διακύμανσης $\theta=100$

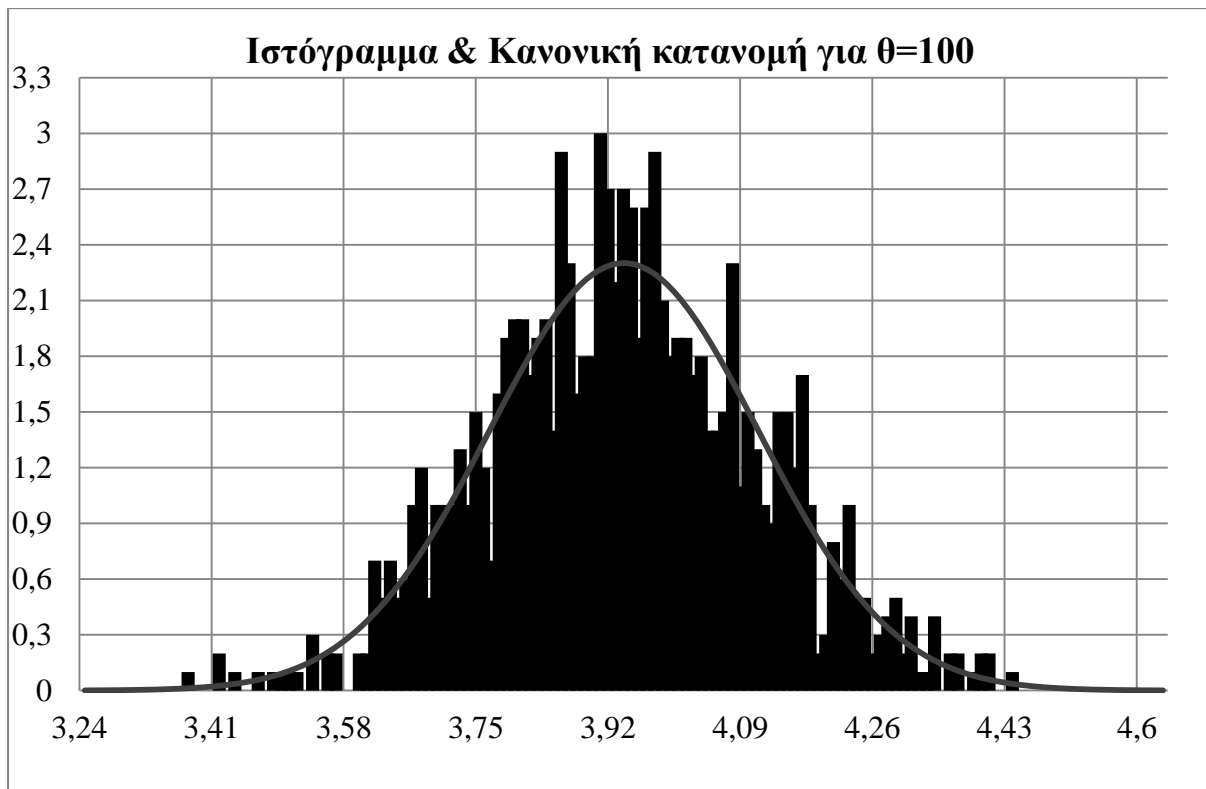
Όπως αναμέναμε, για την μεγαλύτερη τιμή του θ , παρατηρούνται ευρύτερες περιοχές να εμφανίζουν την ίδια ιδιότητα, ενώ και εξ' ορισμού η τιμή σε μία συγκεκριμένη θέση εμφανίζεται ξανά ύστερα από μεγαλύτερη απόσταση



Εικόνα 4.13: Εκθετική χωρική συσχέτιση γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής για $\theta=100$



Εικόνα 4.14: Απεικόνιση της διακύμανσης της γωνίας εσωτερικής τριβής για κλίμακα διακύμανσης $\theta = 100$ μέτρα



Εικόνα 4.15: Ιστόγραμμα και διάγραμμα κανονικής κατανομής για $\theta=100$ μέτρα

4.4.5 Αιτιοκρατική προσέγγιση

Στην αιτιοκρατική προσέγγιση λαμβάνουμε συνεχώς τον ίδιο Συντελεστή Ασφαλείας για κάθε βήμα της προσομοίωσης. Η τιμή αυτή δε είναι αρκετά πιο υψηλή σε σχέση με τις μέσες τιμές των πιθανοκρατικών προσεγγίσεων. Η υψηλή αυτή τιμή του Συντελεστή Ασφαλείας, μας επιβεβαιώνει την άποψη του Griffiths (2000) πώς όσο η τιμή του θ αυξάνεται, λαμβάνουμε υπερεκτιμημένες τιμές του ΣΑ.

Κεφάλαιο 5 – Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική μελέτη

5.1 Συμπεράσματα

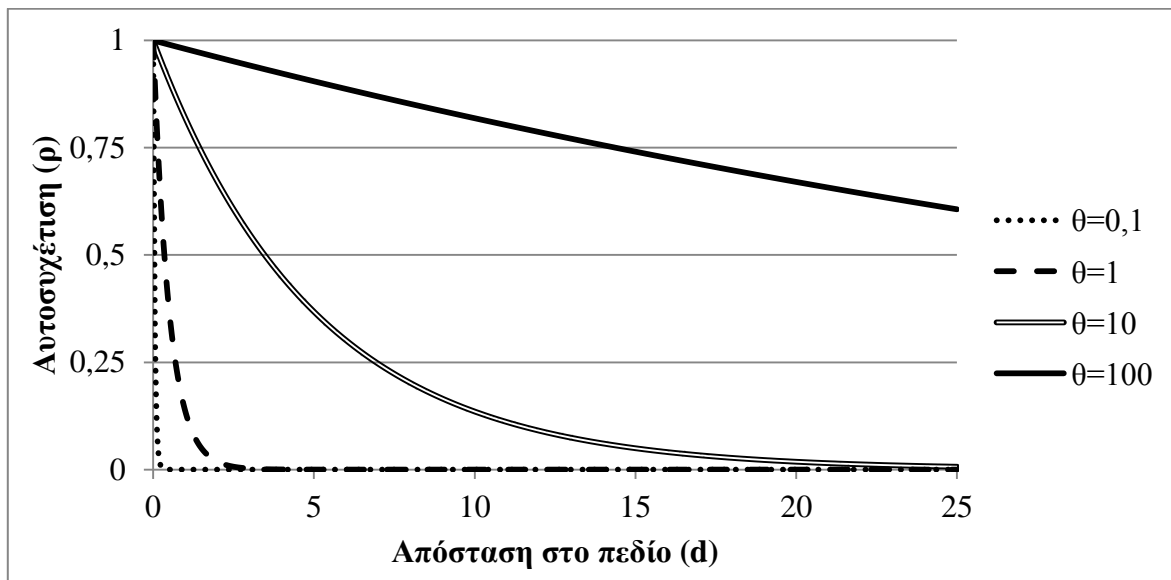
Συνδυάζοντας όλες τις καμπύλες κανονικής κατανομής για κάθε διαφορετική τιμή του μήκους χωρικής συσχέτισης σε ένα διάγραμμα παρατηρούμε εύκολα το πως μεταβάλλεται το σχήμα της καμπύλης.



Εικόνα 5.1: Διαγράμματα κανονικής κατανομής για τις διαφορετικές τιμές του θ

Παρατηρούμε ότι για πολύ μικρή τιμή του θ , τα αποτελέσματα περιορίζονται σε πολύ μικρό εύρος αφού για μεγαλύτερο θ λαμβάνουμε αποτελέσματα με μεγαλύτερη τυπική απόκλιση από τη μέση τιμή. Έτσι όσο αυξάνεται το θ το πλάτος αυξάνεται τόσο που η καμπύλη τείνει προς την ευθεία.

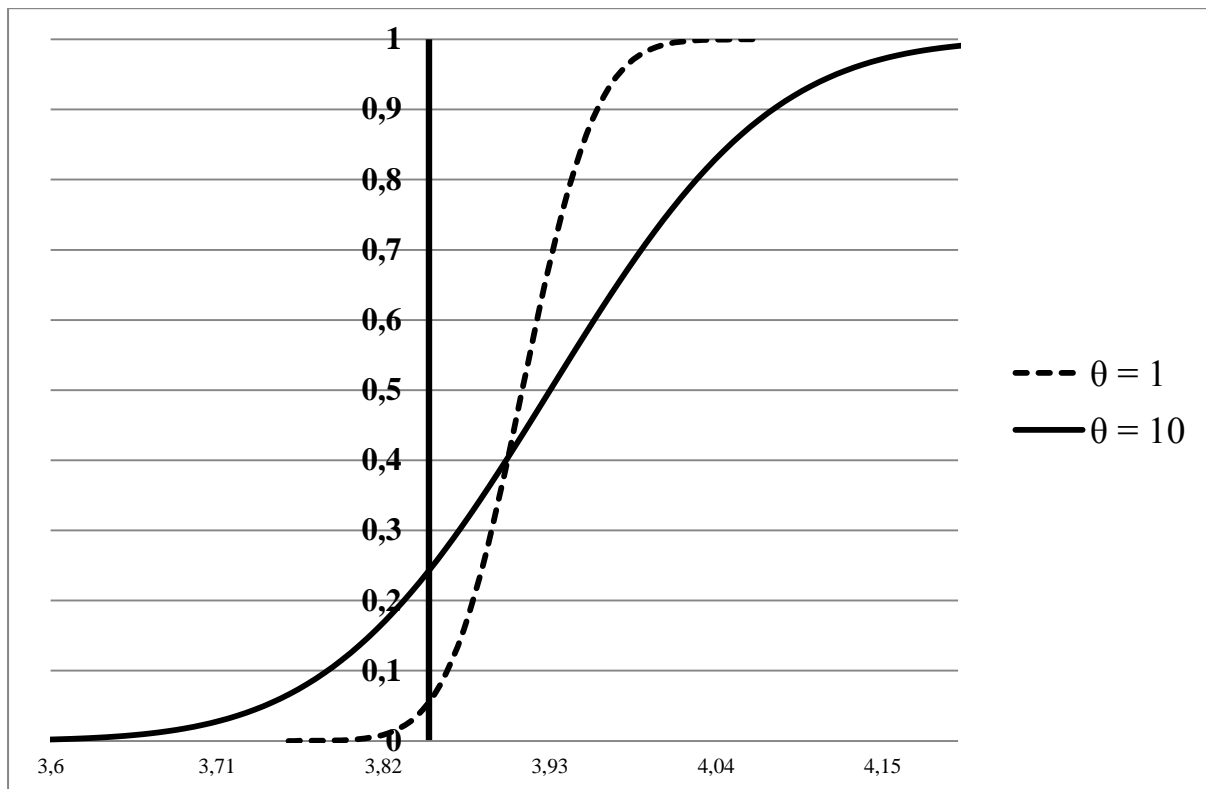
Η πολύ υψηλή τιμή της αιτιοκρατικής προσέγγισης δε (περίπου 5), σε σχέση με τα αποτελέσματα της πιθανοκρατικής ανάλυσης, επιβεβαιώνει την άποψη που αναφέραμε στην βιβλιογραφία για υπερεκτιμημένη τιμή Συντελεστή Ασφαλείας.



Εικόνα 5.2: Εκθετικές χωρικές συσχετίσεις γωνίας εσωτερικής τριβής και συνοχής (συγκεντρωτικό).

Η αβεβαιότητα που σχετίζεται με την εκτίμηση των τιμών των ιδιοτήτων του πρανού έχει μεγάλο αντίκτυπο στο γεωτεχνικό σχεδιασμό. Παραπάνω δείξαμε ότι το εύρος των τιμών των Συντελεστών Ασφαλείας σε μία πιθανοκρατική ανάλυση είναι μεγάλο και μεγαλώνει όσο αυξάνεται το μήκος της χωρικής συσχέτισης θ . Για το λόγο αυτό ο αναλυτής δεν πρέπει να αναμένει μια μοναδική τιμή για τον Συντελεστή Ασφαλείας, αλλά με τις τεχνικές που παρουσιάσαμε παραπάνω μπορεί να λάβει ένα εύρος τιμών για τον Συντελεστή Ασφαλείας, προσφέροντας του καλύτερη αντίληψη για την κατάσταση του προς μελέτη πρανού.

Τέλος, αναζητούμε το πώς το μήκος χωρικής συσχέτισης θ επηρεάζει τον δείκτη αξιοπιστίας. Αξιοπιστία ορίζεται ως η πιθανότητα να μην συμβεί η αστοχία. Αν θέσουμε την τιμή 3,85 ως τον Συντελεστή Ασφαλείας που ικανοποιεί την ευστάθεια, τότε όπως βλέπουμε στην Εικόνα 5.3 η πιθανότητα αστοχίας για $\theta=10$ είναι περίπου 25% άρα η αξιοπιστία περίπου $\beta=0,75$. Αντίστοιχα για την τιμή $\theta=1$ παρατηρούμε ότι ο δείκτης αξιοπιστίας κυμαίνεται στο $\beta=0,95$. Άρα συμπεραίνουμε ότι όσο μειώνεται το μήκος χωρικής συσχέτισης τόσο αυξάνεται η τιμή του δείκτη αξιοπιστίας β .



Εικόνα 5.3: Αθροιστικές κατανομές για $\theta=1$ και $\theta=10$

5.2 Προτάσεις για μελλοντική μελέτη

Σε συνέχεια της παρούσας μελέτης θα μπορούσε να υπολογιστεί ο βαθμός στον οποίο η χωρική συσχέτιση όλων των παραγόντων του εδάφους συνολικά επηρεάζουν την αξιοπιστία του Συντελεστή Ασφαλείας.

Η ανισοτροπία του πρανούς που εξετάσαμε είναι 1, στη βιβλιογραφία όμως απαντάμε τιμές συνήθως γύρω στο 10. Θα πρέπει να ερευνηθεί ο διαφορετικός τρόπος που επηρεάζεται ο δείκτης αξιοπιστίας από το μήκος χωρικής συσχέτισης, στις 2 διευθύνσεις.

Επίσης η σύγκρισή περισσότερων μοντέλων με διαφορετικές διαστάσεις πλέγματος και διαφορετική πυκνότητα στοιχείων θα μας βοηθούσε στον καθορισμό μιας ιδανικής αναλογίας για τον αναλυτή.

Ο ορισμός ενός ελαχίστου αριθμός επαναλήψεων και περιθωρίου ανοχής, θα βοηθούσε να καθοριστούν ικανοποιητικότερες παράμετροι για την γεωτεχνική ανάλυση με την χρήση των παραπάνω μεθόδων.

Η σύγκριση των παραπάνω με πραγματικά στοιχεία θα οδηγούσε σε καλύτερη κατανόηση της σχέσης μεταξύ των μεταβολών των ιδιοτήτων στο πεδίο και τον δείκτη αξιοπιστίας β.

Μελλοντικές μελέτες δύναται να μας παρέχουν ένα δυνατό εργαλείο γεωτεχνικής ανάλυσης, αφού στατιστικές παράμετροι όπως η συσχέτιση και η χωρική συσχέτιση θα μας

δίνουν μία καλή εκτίμηση για την αξιοπιστία του Συντελεστή Ασφαλείας που επιλέγει σε κάθε περίπτωση ο αναλυτής ευστάθειας πρανών.

Βιβλιογραφία

- BAECHER, G. AND CHRISTIAN, J., 2003. Reliability and Statistics in Geotechnical engineering. *John Wiley and sons Ltd*, ISBN: 0-471-49833-5
- BISHOP, A. W., 1955. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique*, **5**(1), pp. 7-17.
- CHERUBINI, C., 1998. Few comments on pile design: discussion. *Canadian geotechnical journal*, **35**(5), pp. 905.
- CHERUBINI, C. and GIASI, C., 1997. The influence of vegetation on slope stability. *Engineering γεολογαριθμός and the environment.Proc.symposium, Athens, 1997, vol.1, , pp. 67-71.*
- CHRISTIAN, J.T., LADD, C.C. and BAECHER, G.B., 1994. Reliability Applied to Slope Stability Analysis. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, USA*, **120**(12), pp. 2181–2207.
- DAWSON, E.M., ROTH, W.H. and DRESCHER A. 1999. Slope stability analysis by strength reduction. *Géotechnique*, **49**(6), pp. 835-840
- DEGROOT, D.J., 1996. Analyzing spatial variability of in situ soil properties. *Geotechnical Special Publication*, (58 I), pp. X5-238.
- DUNCAN, J.M., 2000. Factors of Safety and Reliability in geotechnical engineering. *Journal of geotechnical and Geoenvironmental engineering*, **126**(4), pp. 307–316
- DUNCAN, J.M., 1996. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, **122**(7), pp. 577-596.
- EL-RAMLY H, MORGERSTERN NR and CRUDEN DM., 2003. Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay-shale. *Canadian Geotech Journal* **40** pp.192–208
- FELLENIUS, W., 1936. Calculation of the stability of earth dams. *Proceedings of the 2nd Congress on Large Dams, Washington DC, Pennsylvania, USA.*
- FENTON, G.A. and GRIFFITHS, D.V., 2010. Reliability-based geotechnical engineering. *Keynote lecture in Proceedings of GeoFlorida 2010: Advances in Analysis, Modelling, and Design, West Palm Beach, Florida*, pp. 1952.
- FENTON, G.A., and GRIFFITHS, D.V., 2008. Risk Assessment in Geotechnical Engineering. *John Wiley & Sons, New York*,
- FENTON, G.A. and GRIFFITHS, D.V., 1997. Review of probability theory, random variables and random fields.

- FENTON, G.A. 1990. Simulation and Analysis of Random Fields, Ph.D. Thesis, Princeton University , Dept. of Civil Engrg. and Op. Res., Princeton, New Jersey.
- FENTON, G.A. and VANMARCKE, E.H., 1990. Simulation of random fields via local average subdivision. *Journal of Engineering Mechanics*, **116**(8), pp. 1733-1749
- FREDLUND D.G., KRAHN J, PUFAHL D.E., 1981. The relationship between Limit Equilibrium Slope Stability Methods. *Proceedings of the international Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Sweden*, **3**, pp.409-4016.
- GRIFFITHS, D.V., HUANG, J., AND FENTON, G.A., 2010. Comparison of slope reliability methods of analysis. *Proceedings of GeoFlorida Feb 2010: Advances in Analysis, Modelling, and Design, West Palm Beach, Florida. ASCE (GSP 199)*, pp.1622-1632.
- GRIFFITHS, D.V. and FENTON, G.A., 2004. Probabilistic slope stability by finite elements, *ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **130**(5), pp. 507-518.
- GRIFFITHS, D.V., FENTON, G.A., and TVETEN, D.E., 2002. Probabilistic geotechnical analysis: How difficult does it need to be?. *Proceedings of the International Conference on Probabilistic in Geotechnics: Technical and Economic Risk Estimation*, eds. R. Poettler et al., Graz, Austria, United Engineering Foundation, New York.
- GRIFFITHS, D.V. and FENTON, G.A., 2001. Bearing capacity of spatially random soil: The undrained clay Prandtl problem revisited. *Geotechnique*, **51**(4), pp. 351-359.
- GRIFFITHS, D.V., and FENTON, G.A., 2000. Influence of soil strength spatial variability on the stability of an undrained clay slope by finite elements. *Slope Stability 2000, ASCE Geotechnical Special Publication*, (101), pp.184-193.
- GRIFFITHS, D.V. and LANE P.A. 1999. Slope stability analysis by finite elements. *Géotechnique*, **49**(3), pp. 387-403.
- HAMMAH, R.E., YACoub, T.E., CORKUM, B. AND CURRAN, J.H., 2005. A comparison of finite element slope stability analysis with conventional limit-equilibrium investigation. In *Proceedings of the 58th Canadian Geotechnical and 6th Joint IAH-CNC and CGS Groundwater Specialty Conferences – GeoSask 2005*. Saskatoon, Canada.
- HARR, M. E. (1987). Reliability-based design in civil engineering. Mc-Graw-Hill, New York.
- HASOFER, A.M. and LIND, N.C., 1974. Exact and invariant second-moment code format. *The Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **100**(1), pp.111-121.
- HICKS, M.A. and ONISPHOROU, C., 2005. Stochastic evaluation of static liquefaction in a predominantly dilative sand fill. *Geotechnique* **55**(2), pp.123-133

- HICKS, M.A. AND SAMY, K., 2002. Influence of heterogeneity on undrained clay slope stability. *Quarterly Journal of Engineering Geολογαριθμός and Hydrogeολογαριθμός*, **35**(1), pp.41-49.
- JANBU, N., 1968. Slope stability computations. *Soil Mech. and Found. Engrg. Rep., the Technical University of Norway*, Trondheim, Norway.
- JEREMIĆ, B. and SETT, K., 2007. Uncertain soil properties and elastic-plastic simulations in geomechanics, *Geotechnical Special Publication* 2007, pp. 9.
- KULHAWY, F. H. (1992). On the evaluation of soil properties. ASCE Geotech. Spec. Publ. No. **31**, pp.95–115.
- LACASSE, S., and NADIM, F. (1997). Uncertainties in characterizing soil properties., *Norwegian Geotechnical Institute, Oslo, Norway*, **201**, pp.49–75.
- LI, K.S.; WHITE, W. (1987): Probabilistic Approaches to Slope Design. Research Report No. 20, *Civil Engineering Department, Australian Defence Force Academy, Canberra, Australia*, pp. 54.
- LOWE, J., and KARAFIATH, L. 1960. Stability of Earth Dams upon Drawdown. *Proceedings of the First Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Mexican Society of Soil Mechanics, Mexico D.F.*, **2**, pp. 537-552.
- LUMB, P., 1970 Probability of failure in earth works., *Proc. of the 2 Southeast Asian Conference of Soil Engineering, Singapore*.
- MATSUI, T. and SAN, K.C. 1992. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and Foundations* **32**(1), pp. 59-70
- MATSUI, T., and SAN, K.C., 1988. Finite element stability analysis method for reinforced slope cutting. *Proceedings of the International Symposium on Theory and Practice of Earth Reinforcement, Fukuoka*, pp. 317-322.
- MORGENSTERN, N. R., AND PRICE, V. E., 1965. The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique, London*, **15**(1), pp.79-93.
- NING, L. and LIKOS, W., 2004. Unsaturated soil mechanics *John Wiley & Sons, New York*, ISBN: 0-471-44731-5
- PHOON, K.K., and KULHAWY, F.H. 1999. Evaluation of geotechnical property variability. *Canadian Geotechnical Journal*, **36**, pp.625–639.
- PHOON, KK; KULHAWY, F H.; GRIGORIU, M D., 1995 Reliability-based design for transmission line structure foundations. *Computers and geotechnics, 2000*, **26**(3): pp. 169-185.

- RITZ, W., 1909: Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der mathematischen Physik. *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, **135**, pp. 1–61
- ROSENBLUETH, E., 1981. Two-point estimates in probabilities. *Applied Mathematical Modelling*, **5**(5), pp. 329-335.
- ROSENBLUTH, E., 1975. Point estimates for probability moments. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **72**(10), pp. 3812-3814.
- SCHAD, H. and WALLRAUCH, E., 1985: Rutschungen im Keuper. *Otto-Graf Institut (MPA), Universität Stuttgart*.
- SMITH, I.M. and GRIFFITHS, D.V., (2004). Programming the Finite Element Method. *4th edition, John Wiley & Sons, New York*,
- SPEEDIE, M. G., 1956: Selection of Design Value from Shear Test Results. *Proceedings of the 2nd Australia-New Zealand Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wellington*, pp. 107-109.
- SUDRET, B. and BERVEILLER, M., 2008. Stochastic finite element methods in geotechnical engineering. *Chapter 7 from the textbook: Reliability-Based Design in Geotechnical Engineering, ed: Phoon K-K., Taylor & Francis, Oxon, UK*.
- SUDRET, B. and DER KIUREGHIAN, A., 2002. Comparison of finite element reliability methods. *Probabilistic Engineering Mechanics*, **17**(4), pp. 337-348.
- SUCHOMEL, R. and MAŠÍN, D., (2010). Comparison of different probabilistic methods for predicting stability of a slope in spatially variable c-phi soil. *Computers and Geotechnics* **37**, No. 1-2, 132-140
- SCHWEIGER H.F and PESCHL G.M., 2005. Reliability analysis in geotechnics with a random set finite element method. *Comput Geotech* **32** pp.422–435
- TAYLOR, D. W., 1937. Stability of earth slopes. *Journal of the Boston Society of Civil Engineers*, **24**, pp. 197-246.
- TIEN, H.W., 2008. Probabilistic analysis of slopes. *Chapter 11 from the textbook: “Reliability –based Design in Geotechnical Engineering”, ed. Phoon K.K., Taylor and Francis, Oxon, UK*.
- WHITMAN, R. V., and BAILEY, W. A. 1967. “Use of Computers for Slope Stability Analysis,” *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, **93**(4), pp. 475-498.

Παράρτημα – Λίστα Συντομογραφίσεων

COV: Συντελεστής διακύμανσης
FOS ή FoS: Συντελεστής Ασφαλείας
F_{M-C}: Συνάρτηση αστοχίας Mohr Coulomb
FEM: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων
FOSM: Μέθοδος Πρώτης τάξης Δεύτερης Ροπής
FORM: Μέθοδος Αξιοπιστίας Πρώτης Τάξης
LAS: Υποδιαίρεση Μέσου Όρου περιοχής
LEM: Μέθοδος Οριακής Ισορροπίας
M-C: Mohr Coulomb
MCM: Μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo
MS: Περιθώριο Ασφαλείας
PEM: Μέθοδος Σημειακής εκτίμησης
RFEM: Μέθοδος Τυχαίων Πεπερασμένων Στοιχείων
SSR: Απομείωση Διατμητικής Αντοχής
SSRF: Συντελεστής Απομείωσης Διατμητικής Αντοχής
SSRM: Μέθοδος Απομείωσης Διατμητικής Αντοχής
β: Δείκτης αξιοπιστίας