

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

**Επίλυση Πολυαντικειμενικών
Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων
και Παραλλαγών τους με Χρήση
Εξελικτικών Αλγορίθμων**

**Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των
απαιτήσεων για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος**

ύπο
Ηρακλή-Δημητρίου Ψύχα

ΧΑΝΙΑ, Δεκέμβριος 2015

© Copyright Ηρακλής-Δημήτριος Ψύχας
Έτος 2015

Η διατριβή του Ηρακλή-Δημητρίου Ψύχα εγκρίνεται :

Ιωάννης Μαρινάκης _____
Επίκουρος Καθηγητής, Επιβλέπων

Γεώργιος Σταυρουλάκης _____
Καθηγητής, Μέλος της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής

Αναστάσιος Δουλάμης _____
Λέκτορας, Μέλος της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής

Αθανάσιος Μυγδαλάς _____
Καθηγητής

Νικόλαος Ματσατσίνης _____
Καθηγητής

Αριστομένης Αντωνιάδης _____
Καθηγητής

Στέλιος Τσαφάρáκης _____
Λέκτορας

*Σε όσους δεν σταμάτησαν να πιστεύουν σε μένα.
Σε όσους δεν σταμάτησαν να με βοηθούν.
Σε όσους δεν απογοητεύθηκαν όταν με έβλεπαν να πέφτω,
γιατί ήταν σίγουροι πως ξέρω πάντα να σηκώνομαι.*

*When you get, give.
When you learn, teach.
(Όταν παίρνεις, δίνε.
Όταν μαθαίνεις, δίδαξε.)
Dr. Maya Angelou*

Περιεχόμενα

Σύντομο Βιογραφικό	xxi
Ευχαριστίες	xxiii
Σημειογραφίες και Σύμβολα	xxv
Εισαγωγή	xxix
1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση (Literature Review)	1
1.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων και Παραλλαγές του . . .	1
1.1.1 Εισαγωγή	1
1.1.2 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χω- ρητικότητας (Capacitated Vehicle Routing Problem - CVRP)	4
1.1.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Πα- ράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW)	7
1.1.4 Το Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολό- γησης Οχημάτων (Location Routing Problem - LRP) . . .	8
1.1.5 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Αποθεμάτων (Inventory Rou- ting Problem - IRP)	9
1.1.6 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Παραγωγής (Production Rou- ting Problem - PRP)	10
1.1.7 Αλγόριθμοι επίλυσης Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχη- μάτων	10

1.2	Μοντελοποίηση Πολυαντικειμενικών Προβλημάτων Βελτιστοποίησης και Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Επίλυσης Πολυαντικειμενικών Προβλημάτων	14
1.2.1	Εισαγωγή	14
1.2.2	Μοντελοποίηση Πολυαντικειμενικών Προβλημάτων Βελτιστοποίησης	14
1.2.3	Κυριαρχία Pareto	15
1.2.4	Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Επίλυσης Πολυαντικειμενικών Προβλημάτων (Multiobjective Evolutionary Algorithms - MOEAs)	15
1.3	Πολυαντικειμενικά Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (Multiobjective Vehicle Routing Problems - MOVRPs)	22
1.3.1	Εισαγωγή	22
1.3.2	Το Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας (Multiobjective Capacitated Vehicle Routing Problem - MOCVRP)	23
1.3.3	Το Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα (Multiobjective Vehicle Routing Problem with Time Windows - MOVRPTW)	24
1.3.4	Το Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων (Multiobjective Location Routing Problem - MOLRP)	25
1.3.5	Άλλες Παραλλαγές του Πολυαντικειμενικού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων	27
1.4	Το Ενεργειακό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Energy Vehicle Routing Problem - EVRP)	28
1.4.1	Εισαγωγή	28
1.4.2	Μοντελοποιήσεις του Ενεργειακού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων και Παράγοντες που Επηρεάζουν την Κατανάλωση και τις Εκπομπές Ρύπων Ενός Οχήματος	29
2	Μέτρα Αποτελεσματικότητας Μετώπου Pareto (Evaluation Measures)	45
2.1	Εισαγωγή	45

2.2 Μέτρο Κάλυψης μεταξύ δύο Μετώπων Pareto (Μέτρο Κάλυψης) (Coverage of Two Sets measure)	46
2.2.1 Έκταση Μετώπου Pareto (Extent of the Pareto front) . . .	47
2.2.2 Διασπορά και Κατανομή Μετώπου Pareto (Spread and Di- stribution of the Pareto front)	48
3 Μοντελοποίηση Πολυαντικειμενικών Ενεργειακών Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων (Formulation of Multiobjective Energy Vehicle Routing Problems)	51
3.1 Ενεργειακά Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (Energy Veh- icle Routing Problems)	51
3.1.1 Εισαγωγή	51
3.1.2 Το Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Χρονικής Διάρκειας Διαδρομής (Time Reduction Vehicle Routing Problem - TRVRP)	53
3.1.3 Προβλήματα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσί- μου για Δρομολόγια με Παραμέτρους Διαδρομής (Route- based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - RFC- VRP)	54
3.1.3.1 Το Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέ- τρους Διαδρομής (Delivery Route-based Fuel Con- sumption Vehicle Routing Problem - DRFCVRP)	58
3.1.3.2 Το Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παρα- μέτρους Διαδρομής (Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - PRFC- VRP)	61
3.2 Πολυαντικειμενικά Ενεργειακά Προβλήματα Δρομολόγησης Ο- χημάτων (Multiobjective Energy Vehicle Routing Problems - ME- VRP)	63
3.2.1 Εισαγωγή	63
3.2.2 Παράδειγμα ενός Πολυαντικειμενικού Προβλήματος Κα- τανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παρα- μέτρους Διαδρομής	64

3.2.3	Παράδειγμα ενός πραγματικού Πολυαντικειμενικού Προβλήματος Κατανάλωσης Καυσίμου	67
3.2.4	Το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSDRFCVRP)	69
3.2.5	Το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MADRFCVRP)	71
3.2.6	Το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSPRFCVRP)	74
3.2.7	Το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MAPRFCVRP)	76
4	Εξελικτικοί Πολυαντικειμενικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary Multiobjective Algorithms)	79
4.1	Εισαγωγή	79
4.2	Κοινά Στοιχεία όλων των Αλγορίθμων	81
4.2.1	Αποτύπωση Διαδρομής-Λύσης	82
4.2.2	Τοπική Αναζήτηση με έναν αλγόριθμο Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (Variable Neighborhood Search - VNS)	82
4.2.3	Μέθοδος Δημιουργίας Πληθυσμού Αρχικών Λύσεων	91
4.2.4	Παράλληλη Πολυεναρκτήρια Μέθοδος (Parallel Multi-Start method - PMS)	93
4.3	Παράλληλοι Πολυεναρκτήριοι Πολυαντικειμενικοί Αλγόριθμοι (Parallel Multi-Start Multiobjective Algorithms)	96

4.3.1	Παράλληλος Πολυεναρκτήριοις Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Parallel Multi-Start NSGA II - PMS-NSGA II)	96
4.3.2	Παράλληλοι Πολυεναρκτήριοι Αλγόριθμοι Διαφορικής Εξέλιξης Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Differential Evolution Algorithms - PMS-NSDEs)	101
4.3.3	Παράλληλοι Πολυεναρκτήριοι Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimization Algorithms - PMS-NSPSOs)	106
4.3.4	Παράλληλος Πολυεναρκτήριοις Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Parallel Multi-Start Multiobjective Clonal Selection Algorithm - PMS-MOCSA)	112
4.3.5	Παράλληλος Πολυεναρκτήριοις Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (Parallel Multi-Start Multiobjective Influenza Virus Algorithm - PMS-MOIVA)	117
5	Δεδομένα, Αποτελέσματα και Συμπεράσματα (Instances and Computational Results)	127
5.1	Εισαγωγή	127
5.2	Δεδομένα	128
5.3	Παράμετροι Πολυαντικειμενικών Αλγορίθμων	131
5.4	Διερεύνηση αλγορίθμων	133
5.5	Ευστάθεια Πολυαντικειμενικών Αλγορίθμων	142
5.6	Ανάλυση των Αποτελεσμάτων των Αλγορίθμων	143
5.6.1	Αποτελέσματα για το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multi-objective Symmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSDRFCVRP)	146

5.6.2	Αποτελέσματα για το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multi-objective Asymmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MADRFCVRP)	157
5.6.3	Αποτελέσματα για το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multi-objective Symmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSPRFCVRP)	172
5.6.4	Αποτελέσματα για το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multi-objective Asymmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MAPRFCVRP)	185
5.6.5	Αποτελέσματα των αλγορίθμων ανά κατηγορίες αλλά και όλων μεταξύ τους λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα όλων των προβλημάτων	198
5.7	Συμπεράσματα από την ανάλυση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων	204
6	Η προτίμηση του αποφασίζοντα (The decision maker's preference)	213
6.1	Εισαγωγή	213
6.2	Εφαρμογή της έννοιας της Χρησιμότητας για την επιλογή της προτιμητέας λύσης	213
	Επίλογος	217
	Βιβλιογραφία	221

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Γράφημα Δρομολόγησης Οχημάτων.	2
1.2	Κυριαρχία Pareto [216].	16
2.1	Διαγράμματα μετώπων Pareto των δύο αλγορίθμων.	47
2.2	Κυριαρχία των λύσεων του ενός αλγόριθμου στις λύσεις του άλλου.	48
3.1	Χαλκίδα-Λειβαδιά: Διαδρομή 1.	68
3.2	Χαλκίδα-Λειβαδιά: Διαδρομή 2.	68
4.1	Η βασιλική φρουρά.	94
4.2	Διαδικασία μίας επανάληψης του αλγορίθμου του Ιού της Γρίτης για ένα παράδειγμα πέντε κόμβων.	123
5.1	Μέτωπα Pareto για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων με ή χωρίς τοπική αναζήτηση.	134
5.2	Μέτωπα Pareto για έναν πληθυσμό (Single population NSGA I- I) και για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων (Parallel Multi-Start NSGA II) για το παράδειγμα kroBC100par3 για το πρόβλημα MSDRFCVRP.	138
5.3	Μέτωπα Pareto για έναν πληθυσμό (Single population NSGA I- I) και για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων (Parallel Multi-Start NSGA II) για το παράδειγμα kroACBD100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.	139
5.4	Μέτωπα Pareto για έναν πληθυσμό (Single population NSGA I- I) και για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων (Parallel Multi-Start NSGA II) για το παράδειγμα kroCE100par3 για το πρόβλημα MSPRFCVRP.	140

5.5	Μέτωπα Pareto για έναν πληθυσμό (Single population NSGA I-I) και για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων (Parallel Multi-Start NSGA II) για το παράδειγμα kroACBD100par3 για το πρόβλημα MAPRFCVRP.	141
5.6	Μέτωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	143
5.7	Μέτωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-NSDE1 για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	144
5.8	Μέτωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-NSPSO1 για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	145
5.9	Μέτωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-MOCSA για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	146
5.10	Μέτωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-MOIVA για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	147
5.11	Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCD100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	149
5.12	Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroDE100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	150
5.13	Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAD100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	152
5.14	Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBC100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	153
5.15	Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	155

5.16 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBD100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.	156
5.17 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBEAD100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.	162
5.18 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroDEBC100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.	163
5.19 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBCAD100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.	165
5.20 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBDAC100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.	166
5.21 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroADBE100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.	168
5.22 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBEAD100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.	169
5.23 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAD100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.	175
5.24 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCD100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.	176
5.25 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAE100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.	177
5.26 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCE100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.	178

5.27 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAE100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.	180
5.28 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBE100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.	181
5.29 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBDAC100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.	187
5.30 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBEAD100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.	188
5.31 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBDAC100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.	190
5.32 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCDAE100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.	191
5.33 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBDAC100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.	193
5.34 Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCEAB100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.	194
5.35 Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.	199
5.36 Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.	201
5.37 Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.	202

5.38	Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.	203
5.39	Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.	204
5.40	Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.	205
5.41	Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων όλων των αλγορίθμων βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων. .	206
6.1	Σημεία Χρησιμότητας (Utility Points) σε ένα μέτωπο Pareto. . . .	215

Σύντομο Βιογραφικό

Ο Ηρακλής - Δημήτριος Ψύχας γεννήθηκε στην Αθήνα, Ελλάδα, το 1987. Πήρε δίπλωμα Μηχανικού Παραγωγής και Διοίκησης από το Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, Ελλάδα το 2011 και μεταπτυχιακό (M.Sc.) στην Οργάνωση και Διοίκηση από το ίδιο ίδρυμα το 2012. Από το 2012 έως το 2015 ήταν υποψήφιος διδάκτορας (Ph.D.) στο Πολυτεχνείο Κρήτης στη σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης υπό την επίβλεψη του Δρ. Ιωάννη Μαρινάκη. Ταυτόχρονα ήταν Εργαστηριακός Βοηθός του Δρ. Ιωάννη Μαρινάκη στη Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης για τα προπτυχιακά μαθήματα «Συνδυαστική Βελτιστοποίηση», «Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας» και «Θεωρία Παιγνίων». Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα εστιάζονται στις Μεθόδους Εμπνευσμένες από την Φύση, στην Εφοδιαστική Αλυσίδα, στο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων και στην Πολυαντικειμενική Βελτιστοποίηση. Οι έρευνές του έχουν δημοσιευθεί τόσο σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά όσο και σε κεφάλαια επιστημονικών βιβλίων και σε πρακτικά διεθνών συνεδρίων.

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά, αρχικά, τον επιβλέποντα μου Δρ. Ιωάννη (Γιάννη) Μαρινάκη και την Δρ. Μαγδαληνή (Μάγδα) Μαρινάκη για την βοήθεια, τη στήριξη και τις γνώσεις που μου προσέφεραν τα τελευταία επτά χρόνια τα οποία τους γνωρίζω και συνεργάζομαι μαζί τους. Οι δύο αυτοί άνθρωποι στάθηκαν στο πλευρό μου όχι μόνο σαν σύμβουλοι και επιβλέποντες της ακαδημαϊκής μου πορείας αλλά και σαν φίλοι ή ακόμα καλύτερα σαν οικογένεια στην πορεία της υπόλοιπης ζωής μου. Μου έμαθαν ότι ο καθηγητής δεν είναι μόνο αυτός που προσφέρει γνώσεις αλλά είναι και αυτός που ταυτόχρονα διδάσκει στους μαθητές του παιδεία, αξίες και αρχές. Ο Γιάννης και η Μάγδα αποτέλεσαν για μένα παραδείγματα προς μίμηση και με έμαθαν πόσο σημαντικό είναι να πράττεις σωστά το λειτούργημα του εκπαιδευτικού σε όποια βαθμίδα εκπαίδευσης και αν ανήκεις αλλά και πόσο σημαντικό είναι να προσπαθείς να επιτύχεις τους στόχους σου ακόμα και αν πολλές φορές οι καταστάσεις και οι συγκυρίες σε απογοητεύουν και σε καθυστερούν. Ακόμα, ευχαριστώ θερμά τον Δρ. Ι. Μαρινάκη για την ευκαιρία που μου προσέφερε και την τιμή που μου έκανε να είμαι βοηθός του στα εργαστήρια των μαθημάτων του τα τελευταία τρία χρόνια και να συμμετέχω στην διαδικασία της διεξαγωγής των μαθημάτων του γεγονός που αποτέλεσε για μένα ένα πολύ σημαντικό μάθημα και εφόδιο για την υπόλοιπη ζωή μου. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμελούς επιτροπής μου τον Καθηγητή κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη και τον Λέκτορα κ. Αναστάσιο Δουλάμη καθώς επίσης και τα υπόλοιπα μέλη της επταμελούς επιτροπής, τους Καθηγητές κ. Αθανάσιο Μυγδαλά, κ. Νικόλαο Ματσατσίνη, κ. Αριστομένη Αντωνιάδη και τον Λέκτορα κ. Στέλιο Τσαφάρη που αφιέρωσαν μέρος του πολύτιμου χρόνου τους για να κρίνουν την εργασία μου έτσι ώστε να επιτευχθεί το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα. Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές που με δίδαξαν τόσο στα προπτυχιακά μαθήματα αλλά και στα μεταπτυχιακά και επίσης και όλη την οικογένεια του πολυτεχνείου που αποτέλεσε δεύτερο σπίτι μου τα τελευταία δέκα χρόνια.

Κλείνοντας με τις ευχαριστίες, θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους γονείς μου και την ευρύτερη οικογένειά μου, αφού από το ξεκίνημα της ζωής μου με

στήριξαν και έκαναν πολλές προσωπικές θυσίες και υποχωρήσεις ώστε να μην μου στερήσουν ποτέ την ικανοποίηση της ανάγκης μου να θέτω στόχους και να προσπαθώ να τους πετύχω. Ένα τεράστιο ευχαριστώ θα ήθελα να πω και στη Λένα για την υπομονή της, την εμπιστοσύνη της, την συνεχή υποστήριξή της και την πολύ σημαντική βοήθεια και έμπνευση που μου προσέφερε κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κουμπάρους μου, Θανάση και Μαίρη, και τους πολύ στενούς μου φίλους, Γιώργο και Κατερίνα, αλλά και τους φίλους Κώστα και Μελέτη για την υπομονή που έδειξαν στο να ακούν τα παράπονά μου τις δύσκολες στιγμές της εκπόνησης του διδακτορικού μου και για την εμπιστοσύνη που έδειχναν πάντα στο πρόσωπό μου ακόμα και όταν εγώ ο ίδιος απογοητευόμουν από τις προσπάθειές μου έως ότου να καταφέρω ένα επιθυμητό αποτέλεσμα.

Εύχομαι να μου δοθεί η ευκαιρία στο μέλλον να βγάλω ασπροπρόσωπους όλους εκείνους τους σημαντικούς ανθρώπους που με πίστεψαν και με βοήθησαν, είτε ως εργαζόμενος στην θέση του εκπαιδευτικού σε κάποιο εκπαιδευτικό ίδρυμα ή φορέα, γεγονός το οποίο αποτελεί τον επόμενο στόχο μου, είτε ως εργαζόμενος σε οποιοδήποτε άλλο εργασιακό περιβάλλον, χρησιμοποιώντας πάντα όλα τα εφόδια που έλαβα από το Πολυτεχνείο Κρήτης ξεκινώντας σαν προπτυχιακός φοιτητής από τα φοιτητικά έδρανα και φτάνοντας να παραδίδω μάθημα σε απόσταση αναπνοής από τον πίνακα, λίγο πριν την απόκτηση του διδακτορικού μου διπλώματος, μεταδίδοντας στους φοιτητές μου όσο καλύτερα μπορούσα τα δύο σημαντικότερα δώρα που μπορεί να λάβει κανείς... Την παιδεία και την γνώση!

Σημειογραφίες και Σύμβολα (Notations and Symbols)

Συμβολισμοί**Επεξηγήσεις**

A	= Πίνακας διαδρομών - πελατών
A_d	= Μέση απόσταση που διανύει ένα όχημα
B_{ij}	= Δείκτης <i>Beaufort</i> από ένα κόμβο i στον j
$C(\acute{A}, \acute{B})$	= Μέτρο κάλυψης μεταξύ δύο συνόλων μη κυριαρχούμενων λύσεων
CER	= Τιμή των εκπομπών CO_2 σε κιλά ανά λίτρο καυσίμου
Cr	= Τελεστής διασταύρωσης
c_0	= Κόστος μιας μονάδας καυσίμου
c_1	= Μεταβλητή επιτάχυνσης
c_2	= Μεταβλητή επιτάχυνσης
$cntr1, cntr2$	= Περιορισμοί
con_i	= Μεταδοτικότητα ιού i
$crowding\ distance$	= Παράμετρος υπολογισμού απόστασης μεταξύ λύσεων
D_i	= Ζήτηση πελάτη i
d_{ij}	= Απόσταση μεταξύ κόμβων i και j
db	= Οδηγική συμπεριφορά του οδηγού
den_i	= Πικνότητα ατόμων σε μια ομάδα I ατόμων ενός ιού i
$dist_i$	= Ελάχιστη απόσταση της λύσης επί του μετώπου <i>Pareto</i> i από την κοντινότερη της
$dist_{first}$	= Απόσταση της πρώτης λύσης επί του μετώπου <i>Pareto</i> από την επόμενη της
$dist_{last}$	= Απόσταση της τελευταίας λύσης επί του μετώπου <i>Pareto</i> από την προηγούμενη της
\overline{dist}	= Μέση τιμή όλων των αποστάσεων $dist$
E	= Απόδοση CO_2
E_f	= Παράγοντας της μέσης εκπομπής CO_2
E_{vu}	= Αποδοτικότητα της χρήσης του οχήματος
G	= Γράφημα
F	= Σταθερό κόστος λειτουργίας οχήματος
Fb	= Αριθμός Καλύτερων λύσεων-αντισωμάτων
FC	= Όγκος κατανάλωσης καυσίμου μιας διαδρομής
Fc	= Αριθμός κλώνων αντισωμάτων
$Fcost$	= Κόστος καυσίμου μιας διαδρομής
FCR	= Τιμή (βαθμός) της κατανάλωσης καυσίμου μετρημένη σε μονάδες όγκου ανά μονάδα απόστασης
FCR_0	= Τιμή (βαθμός) της κατανάλωσης καυσίμου άδειου οχήματος ανά μονάδα απόστασης
FCR^*	= Τιμή (βαθμός) της κατανάλωσης καυσίμου γεμάτου οχήματος ανά μονάδα απόστασης
Fs	= Αριθμός καλύτερων κλώνων
f	= Συνάρτηση
G_{ij}	= Δείκτης κλίσης εδάφους από τον κόμβο i στο j
g	= Μεταβλητή τυχαίου αριθμού (0,1)
$gbest_j$	= Θέση βέλτιστης λύσης-σωματιδίου
h	= Μεταβλητή

Συμβολισμοί	Επεξηγήσεις
I	= Αριθμός ατόμων ομάδας υποψήφίων μολυσμένων
$Infecteds$	= Πίνακας μολυσμένων
$i(i_1, i_2 \dots)$	= Κόμβος (πελάτη ή αποθήκης)
inf	= Αριθμός μολυσμένων
it	= Επαναλήψεις αλγορίθμου
$iter_{max}$	= Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων αλγορίθμου
$j(j_1, j_2 \dots)$	= Κόμβος (πελάτη ή αποθήκης)
K	= Σύνολο αντικειμενικών συναρτήσεων
k	= Δείκτης αντικειμενικών συναρτήσεων ή κριτηρίων
km	= Χιλιόμετρα
L	= Αριθμός των λύσεων ενός μετώπου <i>Pareto</i>
LS	= Αριθμός των λύσεων ενός μετώπου <i>Pareto</i> εκτός των ακραίων
l	= Λύση συνόλου L
$local_{max}$	= Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων τοπικών αναζητήσεων
M_k	= Έκταση μετώπου <i>Pareto</i>
Mr	= Τελεστής ωρίμανσης
Mu	= Τελεστής μετάλλαξης
m	= Σύνολο οχημάτων
mi	= Σύνολο περιορισμών $cntr1$
n	= Αριθμός κόμβων (πελατών και αποθήκης)
$newInf$	= Νέος τύπος ιού γρίπης
o_{ij}	= Λύση απογόνου
P	= Τρέχων Πληθυσμός λύσεων αλγορίθμου
$Personal\ Best$	= Πίνακας με προσωπικά βέλτιστα λύσεων
p'	= Μέγιστη τιμή της αξίας μίας αντικειμενικής συνάρτησης
$pbest_{ij}$	= Βέλτιστη θέση λύσης-σωματιδίου
pi	= Σύνολο περιορισμών $cntr2$
Pop Pareto	= μέτωπο Pareto πληθυσμού P
Q	= Χωρητικότητα οχήματος κ
Q_0	= Βάρος άδειου οχήματος
Q_1	= Βάρος ωφέλιμου φορτίου
q'	= Ελάχιστη τιμή της αξίας μίας αντικειμενικής συνάρτησης
RFC	= Κατανάλωση καυσίμου με παραμέτρους διαδρομής
r_{ij}	= Παράμετροι της διαδρομής από τον κόμβο i στον κόμβο j
r_p	= Παράμετροι διαδρομής
$rand_1$	= Τυχαία μεταβλητή στο διάστημα $[0, 1]$
$rand_2$	= Τυχαία μεταβλητή στο διάστημα $[0, 1]$
$rank$	= Παράμετρος ταξινόμησης λύσεων σε μέτωπα Pareto
rpm_{ij}	= Στροφές ανά λεπτό του κινητήρα ενός οχήματος από τον κόμβο i στον j
$route\ cost$	= Κόστος διαδρομής πίνακα A
S	= Σύνολο κόμβων
SP	= Κατανομή λύσεων στο μέτωπο (Spacing)
s_j^κ	= Χρόνος εξυπηρέτησης πελάτη j από το όχημα κ
$strain$	= Διάνυσμα δήλωσης νέου ή προϋπάρχοντος στελέχους ιού Γρίπης

Συμβολισμοί

Total Pareto

 t_{ij}^k $t1, t2$ $temp$ tkm UP UV u_{ij} V v_{ij} v_c vn_{smax} W w wht wht_{max} wht_{min} Q x y a β β_1 Δ η ϑ κ M m χ_{ij} $\tilde{\chi}$ Ψ_1, Ψ_2 $\psi_{1,1}, \dots, \psi_{1,k}, \psi_{2,1}, \dots, \psi_{2,k}$ **Επεξηγήσεις**= μέτωπο Pareto λύσεων των Q πληθυσμών P = Ο χρόνος μετάβασης ενός οχήματος κ από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j

= Όρια χρονικού παραθύρου

= Προσωρινή μεταβλητή

= Τονο-χιλιόμετρο

= Σημείο Χρησιμότητας

= Μεταβλητή Χρησιμότητας

= Δοκιμαστικό διάνυσμα

= Σύνολο κόμβων γραφήματος G

= Ταχύτητα λύσης-σωματιδίου

= Κλάση του οχήματος

= Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων της μεθόδου VNS = Αριθμός λύσεων πληθυσμού P

= Αριθμός λύσεων υποπληθυσμού

= Βάρος αδράνειας

= Μέγιστη τιμή βάρους αδράνειας

= Ελάχιστη τιμή βάρους αδράνειας

= Αριθμός Πληθυσμών P

= Μεταβλητή

= Φορτίο οχήματος από ένα σημείο i σε ένα άλλο j = Στοιχείο πίνακα A

= Παράγοντας κανονικοποίησης

= Παράγοντας πολλαπλασιασμού

= Μέτρο κατανομής και διασποράς

= Αριθμός πελατών (χωρίς την αποθήκη)

= Μεταβλητή

= Δείκτης οχημάτων

= Αριθμός διαδρομών πίνακα A = Δείκτης διαδρομών πίνακα A

= Στοιχείο-λύση τρέχοντος πληθυσμού

= Παράγοντας περιορισμού

= Διανύσματα

= Τιμές διανυσμάτων Ψ_1, Ψ_2

Εισαγωγή

Ο όρος της **εφοδιαστικής** (logistics) με τον όρο που τον αποδίδουμε σήμερα, ανάγεται στην εποχή των Ρωμαϊκών χρόνων όπου η ταχεία μεταφορά ατόμων, προϊόντων ή πληροφοριών στα διάφορα άκρα της αυτοκρατορίας έπαιζε πολύ σημαντικό ρόλο. Λέγοντας εφοδιαστική αναφερόμαστε στη διαχείριση της ροής αγαθών ή υλικών από την πηγή στο σημείο κατανάλωσης ή ακόμα και στο σημείο απόθεσης [60, 213].

Μια **εφοδιαστική αλυσίδα** (supply chain) ή και **δίκτυο εφοδιαστικής** (logistics network) αποτελείται από όλα τα στάδια που εμπλέκονται, έμμεσα ή άμεσα, στην ικανοποίηση των απαιτήσεων του πελάτη. Συνεπώς η εφοδιαστική αλυσίδα αποτελείται από κατασκευαστές και προμηθευτές, από χώρους αποθήκευσης, κέντρα διανομών, μεταφορείς, πωλητές λιανικής, πελάτες, αλλά και από τις πρώτες ύλες, αποθέματα κατά την διαδικασία παραγωγής, και έτοιμα προϊόντα που ρέουν μεταξύ αυτών των σημείων [213].

Η σωστή διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας για όλες τις επιχειρήσεις είχε, έχει και θα έχει ζωτικής σημασίας ρόλο για την συντήρηση και την ανάπτυξη τους. Πλέον οι επιχειρήσεις εκτός από την προσπάθεια να επιτύχουν κυρίως τους χρονικούς στόχους των δρομολογίων τους προσθέτουν στους στόχους τους και την ικανοποίηση κάποιων ενεργειακών στόχων όπως η ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου των οχημάτων τους ώστε να κάνουν οικονομικότερη διαχείριση των πόρων τους αλλά και η ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων ώστε να μειώσουν την μόλυνση του περιβάλλοντος που προκαλεί η λειτουργία τους. Συνήθως οι δύο παραπάνω στόχοι είναι αλληλένδετοι αφού σίγουρα η ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου οδηγεί άμεσα και στην ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων όταν αναφερόμαστε στο ίδιο όχημα και στις ίδιες συνθήκες εκτέλεσης ενός δρομολογίου. Πολλές φορές όμως οι ανάγκες για γρήγορη εκτέλεση ενός δρομολογίου μπορεί να απαιτούν την αύξηση της κατανάλωσης καυσίμου όπως επίσης και σε ένα χρονικά πιο ελαστικό δρομολόγιο μπορεί να επιλεγεί μια διαδρομή με λιγότερη κατανάλωση καυσίμου με την αντίστοιχη θυσία όσον αφορά την χρονική διάρκεια ενός δρομολογίου.

Τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια έχει δημοσιευθεί ένας μεγάλος αριθμός από έρευνες που στόχο έχουν την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου και των εκπνευόμενων ρύπων. Επίσης, τα τελευταία δύο χρόνια έχουν παρουσιαστεί λίγες έρευνες που αφορούν την επίλυση πολυαντικειμενικών ενεργειακών προβλημάτων. Κάποιες από τις μοντελοποιήσεις που προτείνονται είναι αρκετά απλές και χρησιμοποιούν την διανυόμενη απόσταση και το μεταφερόμενο φορτίο για τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου. Κάποιες άλλες, αντίθετα, χρησιμοποιούν πολύπλοκες μοντελοποιήσεις για τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου όπου λαμβάνουν υπόψη πολλές συγκεκριμένες παραμέτρους και συντελεστές οι οποίοι μπορούν να λειτουργήσουν με ακρίβεια πάνω στα προβλήματα πραγματικών συνθηκών για τα οποία σχεδιάστηκαν αυτές οι μοντελοποιήσεις.

Ένας από τους *κύριους στόχους* αυτής της διδακτορικής διατριβής είναι να μοντελοποιήσει το ενεργειακό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων ως πολυαντικειμενικό πρόβλημα λαμβάνοντας υπόψη παραμέτρους που προέρχονται από πραγματικές συνθήκες. Αυτό μας οδηγεί στο να προτείνουμε τέσσερα νέα πολυαντικειμενικά ενεργειακά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων στα οποία για τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου εκτός από την διανυόμενη απόσταση και το βάρος του φορτίου που μεταφέρεται θα λαμβάνονται υπόψη και επιπλέον παράμετροι της διαδρομής οι οποίες είναι εύκολο να συλλεχθούν και δεν σχετίζονται με το είδος και τα χαρακτηριστικά του οχήματος. Οι παράμετροι που λαμβάνονται υπόψη σε αυτή την διατριβή είναι η κλίση του οδοστρώματος, η κατεύθυνση και η δύναμη του ανέμου καθώς επίσης και οι στροφές ανά λεπτό του κινητήρα του οχήματος. Επίσης προτείνεται μια *πρωτότυπη μέθοδος* για τον υπολογισμό της παραμέτρου r_{ij} που αντιπροσωπεύει τις παραμέτρους της διαδρομής όταν υπάρχουν πραγματικά δεδομένα. Δεδομένου ότι κάποιες έρευνες αναφέρουν ότι πολλές φορές ο χρόνος μετάβασης δεν μεταβάλλεται πάντοτε ανάλογα με την μεταβολή της απόστασης θα θεωρήσουμε ότι η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση και των τεσσάρων προβλημάτων θα έχει πάντα στόχο την ελαχιστοποίηση της χρονικής διάρκειας του δρομολογίου. Η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση θα διαφέρει ανάλογα με το πρόβλημα το οποίο επιλύεται. Έτσι για το πρώτο πρόβλημα, το *Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγηση Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής*, θα επιλύεται ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα διανομής προϊόντων όπου η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση θα έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας του δρομολογίου και η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση θα έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου όταν οι παράμετροι της διαδρομής δεν υπάρχουν (ή θεωρούμε ότι οι παράμετροι της διαδρομής είναι ιδανικές, δηλαδή δεν υπάρχει

κλίση στο έδαφος, υπάρχει άπνοια και ο οδηγός οδηγεί το όχημα σε χαμηλές στροφές ανά λεπτό) γεγονός που μετατρέπει το πρόβλημα σε συμμετρικό. Για το δεύτερο πρόβλημα, το *Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής*, θα επιλύεται ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα διανομής προϊόντων όπου η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση θα έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας του δρομολογίου και η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση θα έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου όταν υπάρχουν οι παράμετροι της διαδρομής, γεγονός που μπορεί να μετατρέψει το πρόβλημα σε μη-συμμετρικό. Για το τρίτο πρόβλημα, το *Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής*, θα επιλύεται ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα συλλογής προϊόντων όπου η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση θα έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας του δρομολογίου και η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση θα έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου όταν δεν υπάρχουν οι παράμετροι της διαδρομής ενώ αντίστοιχα για το *Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής*, θα επιλύεται ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα συλλογής προϊόντων όπου η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση θα έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας του δρομολογίου και η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση θα έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου όταν υπάρχουν οι παράμετροι της διαδρομής.

Τα παραπάνω προβλήματα επιλύθηκαν με διάφορους Εξελικτικούς αλγορίθμους που υλοποιήθηκαν κατά την διάρκεια αυτής της διδακτορικής διατριβής. Ένας από τους *κύριους στόχους αυτής της διδακτορικής διατριβής* ήταν η υλοποίηση νέων διαδικασιών και μεθόδων που θα μπορούσαν να ενσωματωθούν σε διάφορους Εξελικτικούς αλγορίθμους με σκοπό να παράξουν όσο το δυνατό καλύτερα αποτελέσματα. Αρχικά, οι προτεινόμενες μέθοδοι υπολοιήθηκαν και ενσωματώθηκαν σε έναν από τους πιο γνωστούς και δοκιμασμένους αλγορίθμους για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων, τον Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (NSGA II). Ο νέος αλγόριθμος ονομάστηκε *Παράβλητος Πολλοεναρκτήριος Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (PMS-NSGA II)* και σε σύγκριση με τον Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (NSGA II) έδωσε αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Οι μέθοδοι αυτές, οι οποίες αποτελούν *καινοτομίες της παρούσας διδακτορικής διατριβής*, αναφέρονται στη συνέχεια :

- Ο τρόπος δημιουργίας του αρχικού πληθυσμού λύσεων. Κάθε πληθυσμός χωρίζεται σε τόσους υποπληθυσμούς όσες είναι και οι αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος. Η παραγωγή των λύσεων κάθε υποπληθυσμού βασίζεται στον συνδυασμό τριών συγκεκριμένων μεθόδων.
- Η *Παράλληλη Πολυεναρκτήρια Μέθοδος* σύμφωνα με την οποία παράγονται και εξελίσσονται περισσότεροι από ένας διαφορετικοί πληθυσμοί αρχικών λύσεων στους αλγορίθμους.
- Η προτεινόμενη μέθοδος τοπικής αναζήτησης, ένας πρωτότυπος αλγόριθμος *Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης*, ο οποίος χρησιμοποιεί βελτιωμένες παραλλαγές γνωστών μεθόδων τοπικής αναζήτησης.

Στη συνέχεια, προκειμένου να διερευνήσουμε την αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μεθόδων και σε άλλες κατηγορίες Εξελικτικών αλγορίθμων υλοποιήσαμε τους ακόλουθους αλγορίθμους:

- Από την κατηγορία των Εξελικτικών αλγορίθμων υλοποιήθηκαν τρεις παραλλαγές του *Παράλληλου Πολυεναρκτήριου Αλγόριθμου Διαφορικής Εξέλιξης Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (PMS-NSDE)*.
- Από την κατηγορία των αλγορίθμων Εμπνευσμένων από την Φύση υλοποιήθηκαν τρεις παραλλαγές του *Παράλληλου Πολυεναρκτήριου Αλγόριθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (PMS-NSPSO)*.
- Από την κατηγορία των αλγορίθμων των Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων υλοποιήθηκαν ο *Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (PMS-MOCSA)* και ο *Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (PMS-MOIVA)*.

Κάποιες επιπλέον καινοτομίες της παρούσας διδακτορικής διατριβής, είναι:

- Η προσθήκη ενός επιπλέον βήματος ταξινόμησης των λύσεων στους προτεινόμενους αλγορίθμους Διαφορικής Εξέλιξης και στους αλγορίθμους Εμπνευσμένους από την Φύση.
- Η τροποποίηση των βασικών συναρτήσεων που αναγράφονται στην βιβλιογραφία των αλγορίθμων (για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης μίας αντικειμενικής συνάρτησης) έτσι ώστε να βελτιωθεί η επίδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων στην επίλυση των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών προβλημάτων.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούν έναν συνδυασμό των δεδομένων των πέντε παραδειγμάτων «kro» που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή και δίνονται από το TSPLIB (kroA100, kroB100, kroC100, kroD100, kroE100) τα οποία περιέχουν τις συντεταγμένες 100 κόμβων και είναι κατάλληλα για χρήση σε πολυαντικειμενικά προβλήματα Πλανόδιου Πωλητή [215]. Τα υπόλοιπα δεδομένα για κάθε παράδειγμα (χωρητικότητα του οχήματος, χρονικοί περιορισμοί και ζήτηση πελατών) αντλούνται από το παράδειγμα par3 από τα κλασσικά παραδείγματα των Christofides et al. [30] που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP). Έτσι, αρχικά, δημιουργήσαμε τα παραδείγματα kroA100par3, kroB100par3, kroC100par3, kroD100par3, kroE100par3. Κάθε νέο παράδειγμα που θα δημιουργήσουμε και θα χρησιμοποιήσουμε κατά την επίλυση των πολυαντικειμενικών προβλημάτων που προτείνονται θα είναι ένας συνδυασμός από δύο ή περισσότερα παραδείγματα. Προκειμένου να δημιουργήσουμε ένα παράδειγμα για το δεύτερο πολυαντικειμενικό πρόβλημα δύο αντικειμενικών συναρτήσεων, το *Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής*, όπου η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση αφορά την ελαχιστοποίησης της χρονικής διάρκειας του δρομολογίου και η δεύτερη αφορά την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου λαμβάνοντας υπόψη τις παραμέτρους της διαδρομής, τότε ένα παράδειγμα που θα μπορούσαμε να δημιουργήσουμε θα ήταν το «kroABCD100par3» το οποίο θα αποτελούσε συνδυασμό των παραδειγμάτων kroA100par3, kroB100par3, kroC100par3, και kroD100par3. Από αυτό το παράδειγμα θα θεωρήσουμε ότι οι Ευκλείδειες αποστάσεις των συντεταγμένων των κόμβων του παραδείγματος kroA100par3 αποτελούν τις τιμές των χρόνων μετάβασης από έναν κόμβο σε έναν άλλον, οι Ευκλείδειες αποστάσεις των συντεταγμένων των κόμβων του παραδείγματος kroB100par3 αποτελούν τις τιμές των αποστάσεων από έναν κόμβο σε έναν άλλον, ενώ τα δεδομένα από τα άλλα δύο παραδείγματα kroC100par3 και kroD100par3 θα χρησιμοποιηθούν με κατάλληλο τρόπο ώστε να δημιουργηθεί ένας μη συμμετρικός πίνακας που θα ποσοτικοποιεί τις παραμέτρους της διαδρομής (κλίση δρόμου, συνθήκες ανέμου και οδηγική συμπεριφορά) από έναν κόμβο σε έναν άλλον.

Τα αποτελέσματα κάθε προβλήματος από κάθε έναν από τους προτεινόμενους πολυαντικειμενικούς αλγορίθμους που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούνται από τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων κάθε μίας εξαγόμενης μη-κυριαρχούμενης λύσης και απεικονίζονται σε δισδιάστατα διαγράμματα που ονομάζονται Μέτωπα Pareto (Pareto Fronts). Κάθε ένας άξονας αντιπροσωπεύει τις τιμές κάθε αντικειμενικής συνάρτησης. Δεδομένου ότι η έρευνα που

διεξήχθη βασίζεται σε νέα πολυαντικειμενικά προβλήματα γεγονός που καθιστά αδύνατη την ύπαρξη κάποιου μετώπου Pareto ως δεδομένο σύγκρισης, θα πραγματοποιηθεί σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων ώστε να καταλήξουμε σε κάποια ενδιαφέροντα συμπεράσματα όσον αφορά την αποτελεσματικότητά τους. Προκειμένου να συγκρίνουμε την αποτελεσματικότητα των υλοποιημένων αλγορίθμων για καθένα από τα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα χρησιμοποιούμε τέσσερα διαφορετικά μέτρα αποτελεσματικότητας. Το πρώτο είναι ο αριθμός των μη κυριαρχούμενων λύσεων, το δεύτερο είναι το εύρος του διαγράμματος, το τρίτο είναι η διασπορά των λύσεων του κάθε διαγράμματος και το τελευταίο είναι το μέτρο «κάλυψης» (Coverage measure) με την βοήθεια του οποίου μπορούμε να βρούμε το ποσοστό κυριαρχίας των λύσεων του μετώπου Pareto μίας μεθόδου στις λύσεις του μετώπου Pareto μίας άλλης μεθόδου.

Στο τελευταίο κεφάλαιο μετά τα τελικά συμπεράσματα αυτής της διατριβής θα υλοποιήσουμε μια μέθοδο με την βοήθεια της οποίας θα μπορούμε να επιλέγουμε μια από τις μη-κυριαρχούμενες στρατηγικές ενός Μετώπου Pareto ως «βέλτιστης» ανάλογα με τις προτιμήσεις του χρήστη της εφαρμογής.

Κεφάλαιο 1

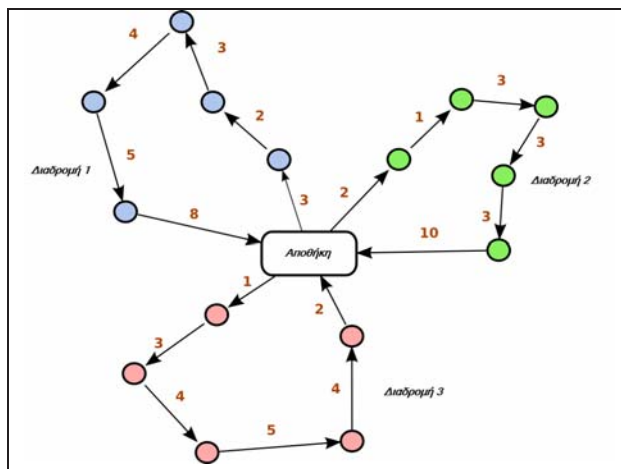
Βιβλιογραφική Ανασκόπηση (Literature Review)

1.1 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων και Παραλλαγές του

1.1.1 Εισαγωγή

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα της εφοδιαστικής αλυσίδας που έχουν να αντιμετωπίσουν οι σύγχρονες επιχειρήσεις παραγωγής υλικών αγαθών ώστε να εξασφαλίσουν τη σωστή λειτουργία τους και τη βιωσιμότητά τους είναι η διανομή των προϊόντων τους στους πελάτες τους με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Τα προβλήματα τα οποία σχετίζονται με την διανομή προϊόντων από τις αποθήκες στους πελάτες μιας επιχείρησης ονομάζονται **Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problems, VRPs)**. Η μεταφορά των προϊόντων μιας επιχείρησης από τις αποθήκες της προς τους πελάτες της γίνεται με την χρήση ενός ή περισσότερων οχημάτων, τα οποία οδηγούνται από μία ομάδα χειριστών - οδηγών, και κινούνται μέσα στα πλαίσια ενός συγκεκριμένου δικτύου διαδρομών. Συγκεκριμένα σε ένα πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων κάθε όχημα ξεκινάει και επιστρέφει σε μια αποθήκη έχοντας ικανοποιήσει τις απαιτήσεις των πελατών και τους «λειτουργικούς» περιορισμούς και έχοντας μειώσει όσο περισσότερο είναι εφικτό το ολικό κόστος μεταφοράς. Στα προβλήματα που θα γίνει αναφορά στη συνέχεια το δίκτυο μεταφοράς απεικονίζεται με ένα γράφημα του οποίου οι ακμές (ή τόξα) αποτελούν τους δρόμους που έχουν επιλεχθεί για την διανομή των προϊόντων και οι κορυφές αντιστοιχούν στους πελάτες και στις αποθήκες (Σχήμα 1.1). Τα τόξα μπορούν να είναι μίας κατεύθυνσης (π.χ. μονόδρομος) ή δύο κατευθύνσεων (π.χ. δρόμος διπλής

κυκλοφορίας). Σε κάθε τόξο αντιστοιχεί μία τιμή κόστους η οποία αποτελεί συνήθως το μήκος της απόστασης από τον ένα κόμβο στον άλλο ή του χρόνου που απαιτείται για να γίνει η μετάβαση.



Σχήμα 1.1: Γράφημα Δρομολόγησης Οχημάτων.

Κάποια από τα βασικά χαρακτηριστικά των πελατών είναι τα εξής [184]:

- Οι κορυφές των γραφημάτων όπου είναι οι τοποθεσίες των πελατών.
- Η ζήτηση (demand) των πελατών στα προβλήματα διανομής και η ποσότητα συλλογής στα προβλήματα παραλαβής προϊόντων.
- Το χρονικό διάστημα της ημέρας στη διάρκεια της οποίας μπορούν να εξυπηρετηθούν οι πελάτες (time windows).
- Ο χρόνος που απαιτείται για τη φόρτωση ή την εκφόρτωση προϊόντων από τις τοποθεσίες των πελατών (unloading - loading times).
- Το σύνολο των διαθέσιμων οχημάτων που μπορούν να εξυπηρετήσουν τους πελάτες.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως η μεταφορά των αγαθών μπορεί να γίνει από ένα στόλο οχημάτων του οποίου το μέγεθος μπορεί να είναι σταθερό ή να προσαρμόζεται ανάλογα με τις απαιτήσεις ή τον αριθμό των πελατών. Τα βασικά χαρακτηριστικά των οχημάτων είναι τα παρακάτω [184]:

- Η αποθήκη αφετηρίας του οχήματος και η δυνατότητα να επιστρέψει σε μια άλλη αποθήκη της επιχείρησης.

- Η χωρητικότητα του οχήματος (μέγιστο βάρος ή αριθμός παλετών που χωράνε στο όχημα).
- Η υποδιαίρεση του οχήματος σε διαμερίσματα καθένα από τα οποία μπορεί να μεταφέρει διαφορετικά είδη προϊόντων.
- Οι διαθέσιμες συσκευές για τη φόρτωση και εκφόρτωση προϊόντων.
- Το σύνολο των τόξων του γραφήματος που μπορεί να χρησιμοποιήσει κάποιο όχημα.
- Το κόστος της χρήσης του οχήματος (π.χ. ανά μονάδα χρόνου ή απόστασης).
- Οι οδηγοί πρέπει να τηρούν τις συνθήκες και τις προδιαγραφές της εργασίας που ορίζονται από την επιχείρηση και το κράτος.

Τα δρομολόγια πρέπει να ικανοποιούν διάφορες παραμέτρους που σχετίζονται με την φύση του μεταφερόμενου εμπορεύματος, την ποιότητα της εξυπηρέτησης και τα χαρακτηριστικά των πελατών και των οχημάτων.

Κάποιοι από τους στόχους που επιδιώκονται να επιτευχθούν στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων είναι οι παρακάτω [184]:

- Ελαχιστοποίηση του κόστους και του χρόνου μεταφοράς.
- Ελαχιστοποίηση του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων.
- Εξισορρόπηση των διαδρομών για το χρόνο και το φορτίο του οχήματος.
- Ελαχιστοποίηση των «τιμωριών» σε περίπτωση που χρησιμοποιούνται συνναρτήσεις τιμωρίας για τους πελάτες που δεν έχουν εξυπηρετηθεί ή έχουν εξυπηρετηθεί μερικώς.
- Ελαχιστοποίηση ενός σταθμισμένου συνδυασμού κάποιων από τους παραπάνω στόχους.

Το Κλασσικό Πρόβλημα της Δρομολόγησης Οχημάτων που προτάθηκε πριν από 40 χρόνια από τους Dantzig και Ramser [43] αποτελεί μια επέκταση του προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή [111], [213] και μέχρι σήμερα έχει αποτελέσει βάση για πολλές παραλλαγές του που θα αναφερθούν στη συνέχεια.

1.1.2 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας (Capacitated Vehicle Routing Problem - CVRP)

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει αναφορά στο Κλασσικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) ή αλλιώς στο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας (CVRP). Στο πρόβλημα αυτό, όλοι οι πελάτες [184, 213]:

- ανταποκρίνονται στις παραδόσεις των προϊόντων,
- εξυπηρετούνται όλοι μόνο μια φορά,
- η ζήτηση τους είναι προκαθορισμένη και δεν μεταβάλλεται.

Τα οχήματα είναι [184, 213]:

- πανομοιότυπα μεταξύ τους,
- με προκαθορισμένη χωρητικότητα,
- με αφετηρία και τερματικό σταθμό την ίδια αποθήκη, και
- επισκέπτονται ένα υποσύνολο πελατών το κάθε ένα λαμβάνοντας υπόψη ότι το άθροισμα της ζήτησης των πελατών που επισκέπτονται δεν πρέπει να ξεπερνά την χωρητικότητα τους.

Οι λόγοι για τους οποίους ένα όχημα δεν μπορεί να εξυπηρετήσει όλους τους πελάτες θα μπορούσαν να είναι κάποιοι από τους παρακάτω [213]:

- Η συνολική ζήτηση των πελατών υπερβαίνει την χωρητικότητα του οχήματος.
- Η ζήτηση πρέπει να ικανοποιηθεί μέσα σε συγκεκριμένα χρονικά περιθώρια γεγονός που είναι αδύνατον να επιτευχθεί με ένα μόνο όχημα.
- Η ζήτηση διαφόρων πελατών αφορά διαφορετικά προϊόντα που είναι αδύνατον να αναμειχθούν.

Η επίλυση του προβλήματος έχει στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους με την επίτευξη όσο το δυνατό λιγότερων και συντομότερων δρομολογίων (είτε σε χρόνο είτε σε απόσταση) και τη χρησιμοποίηση όσο το δυνατό λιγότερων οχημάτων ικανοποιώντας πάντα όλους τους περιορισμούς [184, 213].

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων μπορεί να μοντελοποιηθεί όπως θα δείξουμε στη συνέχεια. Ο αριθμός των εφικτών διαδρομών με αρχή την αφετηρία είναι ίσος με M , ο αριθμός των πελατών είναι ίσος με η . Θεωρούμε έναν πίνακα A διαστάσεων $M \times \eta$ όπου κάθε στοιχείο του A , $a_{\mu i}$, είναι ίσο με 1 αν ο πελάτης i εξυπηρετηθεί από την διαδρομή μ ή 0 αλλιώς, όπου $i = 1, \dots, \eta$ και $\mu = 1, \dots, M$, που θα τον θεωρούμε ως δεδομένο, οπότε για κάθε διαδρομή μ μπορούμε να υπολογίσουμε το κόστος της, $route\ cost_{\mu}$, όπου $\mu = 1, \dots, M$. Επίσης, ορίζουμε τις μεταβλητές x_{μ} όπου είναι ίσες με 1 αν η διαδρομή μ επιλεχθεί ή 0 αλλιώς (με $\mu = 1, \dots, M$) [213].

Έτσι προκύπτει το παρακάτω μοντέλο:

$$\min \sum_{\mu=1}^M route\ cost_{\mu} x_{\mu} \quad (1.1)$$

υπό

$$\sum_{\mu=1}^M a_{\mu i} x_{\mu} = 1 \quad (1.2)$$

$$x_{\mu} \in \{0, 1\}, \mu = 1, \dots, M \quad (1.3)$$

Παρόλο που φαίνεται αρκετά απλοϊκό ένα τέτοιο πρότυπο στην πραγματικότητα παρουσιάζει πολύ σημαντικές δυσκολίες, όπως για παράδειγμα η πρακτικά αδύνατη απαρίθμηση των πιθανών διαδρομών σε περίπτωση που ο αριθμός των πελατών ξεπερνάει το όριο των 20 πελατών [213].

Ένας άλλος τρόπος για να εκφραστεί το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας είναι η περιγραφή του με όρους θεωρίας γραφημάτων. Έστω, δηλαδή, ότι έχουμε ένα πλήρες γράφημα $G = (V, A)$ όπου $V = \{0, \dots, \eta\}$ το σύνολο των κόμβων και $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ το σύνολο των τόξων. Με 0 συμβολίζεται ο κόμβος της αποθήκης και οι υπόλοιποι κόμβοι αποτελούν τους πελάτες. Το μη αρνητικό κόστος κάθε τόξου (i, j) συμβολίζεται με τον όρο $route\ cost_{ij}$. Συχνά υπολογίζεται από την ευκλείδεια απόσταση των δύο σημείων. Όταν τα τόξα είναι μη προσανατολισμένα έχουμε ένα συμμετρικό VRP ενώ αν είναι προσανατολισμένα έχουμε ένα μη συμμετρικό VRP [213].

Η πιο γνωστή μοντελοποίηση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας στηρίζεται στη μετακίνηση των οχημάτων [67, 213].

Έστω :

$$x_{ij}^{\kappa} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα } \kappa \text{ επισκέπτεται τον πελάτη } j \\ & \text{αμέσως μετά τον πελάτη } i \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (1.4)$$

$$h_j^{\kappa} = \begin{cases} 1, & \text{εάν ο πελάτης } j \text{ εξυπηρετείται από το όχημα } \kappa \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (1.5)$$

Δεδομένου ότι Q^{κ} είναι η χωρητικότητα κάθε οχήματος κ , ο αριθμός των οχημάτων είναι ίσος με m και των πελατών είναι ίσος με η και η ζήτηση κάθε πελάτη i είναι ίση με D_i τότε το πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής :

$$\min \sum_{i=1}^{\eta} \sum_{j=1}^{\eta} \sum_{\kappa=1}^m route\ cost_{ij} x_{ij}^{\kappa} \quad (1.6)$$

υπό

$$\sum_{\kappa=1}^m h_i^{\kappa} = \begin{cases} 1, & i = 2, \dots, \eta \\ m, & i = 1 \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\sum_{i=1}^{\eta} D_i h_i^{\kappa} \leq Q^{\kappa}, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (1.8)$$

$$\sum_{j=1}^{\eta} x_{ij}^{\kappa} = \sum_{j=1}^{\eta} x_{ji}^{\kappa} = h_i^{\kappa}, \quad i = 1, \dots, \eta, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (1.9)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij}^{\kappa} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq \{2, \dots, \eta\}, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (1.10)$$

$$h_i^\kappa \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, \eta, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (1.11)$$

$$x_{ij}^\kappa \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, \eta, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (1.12)$$

Ο περιορισμός (1.7) δείχνει ότι κάθε πελάτης εκχωρείται σε ένα και μόνο όχημα εκτός από την αποθήκη που την επισκέπτονται όλα τα οχήματα. Ο περιορισμός (1.8) είναι ο περιορισμός χωρητικότητας των οχημάτων και ο περιορισμός (1.9) δείχνει ότι ένα όχημα που επισκέπτεται έναν πελάτη φεύγει από αυτόν τον πελάτη.

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων παρουσιάζει μια ποικιλία από μοντελοποιήσεις ανάλογα με τους επιπλέον περιορισμούς που προστίθενται. Έτσι εκτός από τις μοντελοποιήσεις που σχετίζονται με την μετακίνηση των οχημάτων υπάρχουν και μοντελοποιήσεις που σχετίζονται με την μεταφορά των προϊόντων, με το αν είναι δυναμικού ή ακέραιου προγραμματισμού, με το αν το γράφημα είναι προσανατολισμένο ή όχι, με το αν επιτρέπεται ή όχι να εξυπηρετηθεί σε μια διαδρομή μόνο ένας πελάτης και πολλές άλλες μοντελοποιήσεις και περιορισμοί που αποσκοπούν στο να φέρουν το πρόβλημα σε μορφή που να επιλύει προβλήματα που συναντώνται συνήθως σε πιο πραγματικές συνθήκες [184, 213].

Στη συνέχεια γίνεται συνοπτική αναφορά σε μερικές παραλλαγές σύνθετων προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων.

1.1.3 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW)

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα (VRPTW) αποτελεί μια από τις πιο γνωστές παραλλαγές του κλασσικού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων. Σε αυτήν την παραλλαγή γίνεται η υπόθεση ότι κάθε πελάτης i πρέπει να εξυπηρετηθεί μέσα σε ένα δεδομένο χρονικό πλαίσιο $[t1_i, t2_i]$. Το όχημα επιτρέπεται να φτάσει νωρίτερα από τον χρόνο $t1_i$ στον πελάτη i και να περιμένει μέχρι αυτός να είναι διαθέσιμος αλλά δεν επιτρέπεται να φτάσει στο πελάτη μετά την χρονική στιγμή $t2_i$ [213].

Ο επιπλέον περιορισμός που προστίθεται σε αυτή την περίπτωση είναι το ότι για κάθε πελάτη η εξυπηρέτηση πρέπει να ξεκινήσει και να ολοκληρωθεί μέσα σε ένα χρονικό παράθυρο $[t1_i, t2_i]$ ενώ το όχημα θα παραμείνει στο χώρο του

πελάτη για χρόνο s_i (χρόνος εξυπηρέτησης) μέχρι να ξεφορτώσει. Επιπλέον, δίνεται η χρονική στιγμή που φεύγουν τα οχήματα από την αποθήκη και ο χρόνος t_{ij} για κάθε τόξο (i, j) [213].

Επιπρόσθετες αναφορές πάνω σε άλλες μοντελοποιήσεις του προβλήματος όπως επίσης και εύρεση των αλγορίθμων που έχουν χρησιμοποιηθεί για να επιλύσουν το πρόβλημα μπορεί να βρει κανείς στα [16, 77, 184, 213].

1.1.4 Το Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων (Location Routing Problem - LRP)

Το Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων (LRP) αποτελεί ένα αρκετά σύνθετο πρόβλημα δρομολόγησης. Συνδυάζει το Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων με το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων. Στα προβλήματα χωροθέτησης θεωρούμε ότι η κάθε επιχείρηση είτε παρέχει τις υπηρεσίες της στον πελάτη αφού ο πελάτης μεταφερθεί σε αυτή (π.χ. επίσκεψη ασθενή στο νοσοκομείο) είτε κάθε εξυπηρέτηση προς κάποιον πελάτη γίνεται με μια διαδρομή από την επιχείρηση προς τον πελάτη και έπειτα πάλι πίσω στην επιχείρηση (π.χ. δρομολόγιο ασθενοφόρου νοσοκομείου). Παρόλα αυτά σε πραγματικές συνθήκες υπάρχει ενδεχόμενο ένα όχημα να μπορεί να εξυπηρετήσει μία ομάδα πελατών (π.χ. η διαδρομή ενός ταχυδρόμου). Στο Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων ένας αριθμός από εγκαταστάσεις χωροθετούνται στα υποψήφια σημεία και στη συνέχεια από κάθε μία εγκατάσταση σχεδιάζονται διαδρομές που θα ακολουθούν τα οχήματα με τέτοιο τρόπο που θα ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος.

Για την επίλυση αυτού του προβλήματος θα πρέπει να ληφθούν πολλές αποφάσεις γεγονός που το κάνει αρκετά δύσκολο στην μοντελοποίηση. Οι αποφάσεις αυτές είναι οι εξής [213]:

- Πόσες εγκαταστάσεις θα χωροθετηθούν.
- Που πρέπει να είναι οι εγκαταστάσεις.
- Ποιοι πελάτες θα ανατεθούν σε ποιες εγκαταστάσεις.
- Ποιοι πελάτες θα ανατεθούν σε ποια διαδρομή.
- Με ποια σειρά θα εξυπηρετηθούν οι πελάτες σε κάθε διαδρομή.

Ανάλογα με τους περιορισμούς που θέλει να εισάγει ο κάθε ερευνητής έχουν υπάρξει διάφορες μοντελοποιήσεις του προβλήματος όπως και αλγόριθμοι για

την επίλυση του που μπορούν να βρεθούν στα [45, 123, 130, 139, 158, 199, 213].

1.1.5 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Αποθεμάτων (Inventory Routing Problem - IRP)

Στα βασικά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων ισχύει η πολιτική ότι ο πελάτης παραγγέλνει από τον προμηθευτή όταν το πλήθος των αποθεμάτων του μειωθεί μέχρι κάποιο επίπεδο. Σε αντίθεση με τα προηγούμενα στο Πρόβλημα Δρομολόγησης Αποθεμάτων ο προμηθευτής έχει τον έλεγχο των αποθεμάτων του πελάτη. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται σημαντική ελαχιστοποίηση κόστους λόγω του ότι λαμβάνεται υπόψη και η ελαχιστοποίηση του κόστους αποθεματοποίησης προϊόντων ταυτόχρονα με το κόστος μεταφοράς. Οι διαφορές αυτού του προβλήματος σε σχέση με ένα κλασσικό VRP είναι οι παρακάτω [213]:

- Η εταιρία διανομής αποφασίζει την ποσότητα που θα παραγγελθεί και τότε θα γίνει η παραγγελία του κάθε πελάτη.
- Η εταιρία διανομής φροντίζει να μην μείνει κανένας πελάτης χωρίς απόθεμα.
- Ενώ σε ένα κλασσικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων η εταιρία συγκεντρώνει παραγγελίες και έπειτα τις παραδίδει όλες σε μια μέρα, στο Πρόβλημα Δρομολόγησης Αποθεμάτων η εταιρία αποφασίζει κάθε μέρα ποιους πελάτες θα επισκεφθεί λαμβάνοντας υπόψη ότι οι σημερινές αποφάσεις θα επηρεάσουν επίσης και τις μελλοντικές.

Η αντικειμενική συνάρτηση του Προβλήματος Δρομολόγησης Αποθεμάτων έχει στόχο τη μείωση του κόστους της μέσης ημερήσιας διανομής κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου χωρίς να προκαλέσει ελλείψεις σε κανένα από τους πελάτες. Οι τρεις βασικές αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν είναι [213]:

- Πότε θα εξυπηρετηθεί ένας πελάτης.
- Πόση ποσότητα πρέπει να διανεμηθεί στον πελάτη.
- Πόσες και ποιες διαδρομές θα πρέπει να ακολουθηθούν.

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Αποθεμάτων μοντελοποιείται στα [6, 200].

1.1.6 Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Παραγωγής (Production Routing Problem - PRP)

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Παραγωγής συνδυάζει τον προγραμματισμό παραγωγής και την διαδικασία δρομολόγησης. Αν υπάρχει παραγωγή μια συγκεκριμένη περίοδο τότε πρέπει να ληφθούν υπόψη τα έξοδα ενεργοποίησης των μηχανημάτων και της παραγωγής. Το κόστος παραγωγής εξαρτάται από τον όγκο της παραγωγής ενώ της προετοιμασίας όχι. Οι πόροι σε ένα σύστημα παραγωγής θα μπορούσαν να είναι το εργατικό δυναμικό, ο εξοπλισμός, τα μηχανήματα κ.λ.π. Τα προϊόντα που μεταφέρονται στους πελάτες θα πρέπει να πληρούν την χρονικά μεταβαλλόμενη ζήτηση. Η μεταφορά πρέπει να γίνεται στους πελάτες πριν ανακοινωθεί η εξωτερική ζήτηση. Οποιαδήποτε υπέρβαση ζήτησης τόσο στην ενεργοποίηση των μηχανημάτων όσο και σε έναν πελάτη, μεταφέρεται ως απόθεμα για την επόμενη περίοδο και ταυτόχρονα ορίζεται και ένα κόστος αποθέματος. Έτσι η ζήτηση ενός πελάτη μπορεί να καλυφθεί και από τα αποθέματα της προηγούμενης περιόδου. Οι πελάτες εξυπηρετούνται με χρήση οχημάτων και έτσι για κάθε όχημα που ξεκινάει για να εξυπηρετήσει ένα σύνολο πελατών υπολογίζεται και ένα κόστος μεταφοράς. Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Παραγωγής συνδυάζει το σχεδιασμό ενός προγράμματος παραγωγής ενός εργοστασίου και τη δημιουργία διαδρομών διανομής προϊόντων στους πελάτες. Σκοπός του προβλήματος είναι να ικανοποιηθεί η ζήτηση των πελατών με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της διανομής, της ενεργοποίησης της παραγωγής και των αποθεμάτων λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς [6, 213].

1.1.7 Αλγόριθμοι επίλυσης Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων

Ένα πλήθος αλγορίθμων έχει χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων. Ένας από τους πρώτους αλγόριθμους που χρησιμοποιήθηκαν για επίλυση τέτοιων προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης ήταν ο αλγόριθμος *Διακλάδωσης και Οριοθέτησης* (Branch-and-Bound) [184, 213]. Σύμφωνα με αυτόν τον αλγόριθμο αναπτύσσεται ένα δέντρο απαρίθμησης όπου ύστερα από έναν αριθμό επαναληπτικών διαδικασιών μπορεί κανείς να καταλήξει στην εύρεση της βέλτιστης λύσης μέσα από ένα σύνολο εφικτών λύσεων. Παρά το γεγονός ότι είναι βέβαιη η εύρεση της βέλτιστης λύσης, η πλήρης απαρίθμηση δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε παραδείγματα με μεγάλο αριθμό κόμβων λόγω των υπερβολικών απαιτήσεων μνήμης και χρόνου για την επίλυση του προβλήματος. Άλλοι αλγόριθμοι που στηρίζονται στην ίδια λογική με τον αλγόριθμο Διακλάδωσης και Οριοθέτησης είναι ο αλγόριθμος

Διακλάδωσης και Τομής (Branch-and-cut) [184] και η Μέθοδος Επικάλυψης Συνόλου (Set-Covering-Based) [184].

Μια άλλη κατηγορία αλγορίθμων για την επίλυση ενός προβλήματος δρομολόγησης είναι οι *Ευρετικοί* αλγόριθμοι και οι αλγόριθμοι *Τοπικής Αναζήτησης* [184, 212, 213]. Σύμφωνα με αυτούς τους αλγορίθμους προκειμένου να επιλυθεί ένα πρόβλημα δρομολόγησης πρώτα σχεδιάζεται μια αρχική λύση με έναν αλγόριθμο απληστίας ή, γενικότερα, έναν κατασκευαστικό αλγόριθμο, και στη συνέχεια η λύση αυτή βελτιώνεται με τη χρήση ενός αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης. Η επιλογή μιας σωστής μεθόδου δημιουργίας αρχικής λύσης αποτελεί ένα καθοριστικό βήμα στο σχεδιασμό ενός αλγορίθμου. Η επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου απληστίας γίνεται λαμβάνοντας υπόψη το πρόβλημα το οποίο καλείται ο προγραμματιστής να επιλύσει. Μια καλή αρχική λύση μπορεί να οδηγήσει έναν αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης να συγκλίνει πιο γρήγορα στο βέλτιστο αποτέλεσμα. Αφού δημιουργηθεί η αρχική λύση στη συνέχεια καλείται ένας αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης για να την βελτιώσει. Αυτό γίνεται με την χρήση μιας υπορουτίνας η οποία ψάχνει μια καλύτερη λύση στην γειτονιά της αρχικής λύσης. Αρχικά η καλύτερη λύση που έχει εξάγει ο αλγόριθμος ορίζεται να είναι η αρχική. Κατά την διάρκεια των επαναλήψεων όσο βρίσκεται μια νέα πιο βελτιωμένη λύση συγκρινόμενη με την υπάρχουσα καλύτερη, ο αλγόριθμος ορίζει ως τρέχουσα βέλτιστη τη νέα λύση και συνεχίζει την αναζήτηση από αυτή τη νέα λύση. Οι επαναλήψεις του αλγορίθμου εκτελούνται μέχρις ότου ο αλγόριθμος φτάσει σε ένα αποδεκτό τοπικό ελάχιστο. Η επιλογή του σωστού τρόπου διερεύνησης της γειτονιάς της λύσης αποτελεί βασική ενέργεια ώστε να βρεθεί μια εφικτή λύση κοντά στο βέλτιστο. Παρά το γεγονός ότι οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι υλοποιούνται εύκολα και εκτελούν τις επαναλήψεις τους αρκετά γρήγορα υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να μην μπορέσουν να ξεκολλήσουν εύκολα από κάποιο τοπικό ελάχιστο στο οποίο ενδέχεται να παγιδευτούν.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1980 παρουσιάστηκε μια κατηγορία αλγορίθμων οι οποίοι είχαν την ικανότητα να ξεφεύγουν πιο εύκολα από ένα τοπικό ελάχιστο συγκρινόμενοι με τους Ευρετικούς. Αυτοί οι αλγόριθμοι ονομάστηκαν *Μεθευρετικοί αλγόριθμοι* [184, 212, 213]. Βασικές ενέργειες αυτών των αλγορίθμων για να ξεφεύγουν από ένα τοπικό ελάχιστο είναι η χρήση επαναληπτικών διαδικασιών που αρχίζουν από διαφορετικές αρχικές λύσεις (αλγόριθμοι Πολυεναρκτήριας Τοπικής Αναζήτησης (Multistart Local Search), αλγόριθμοι Επαναληπτικής Τοπικής Αναζήτησης (Iterated Local Search) και Διαδικασία Άπληστης Τυχαιοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)), η αποδοχή κινήσεων που δεν βελτιώνουν την λύση (αλγόριθμοι Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu Search) και Προσο-

μοιωμένης Ανόπτησης (Simulated Annealing)) και η αλλαγή της γειτονιάς αναζήτησης (αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (Variable Neighborhood Search)).

Μια μεγάλη κατηγορία αλγορίθμων είναι οι *Εξελικτικοί και οι Γενετικοί Αλγόριθμοι* (Evolutionary and Genetic algorithms) [184, 212, 213], οι οποίοι χρησιμοποιούνται σε ένα μεγάλο εύρος ερευνών (όπως θα παρουσιαστεί σε επόμενα κεφάλαια). Αυτοί οι αλγόριθμοι είναι αλγόριθμοι εμπνευσμένοι από τη βιολογική διαδικασία της εξέλιξης των ειδών στη φύση. Σε αντίθεση με τους αλγορίθμους άλλων κατηγοριών οι εξελικτικοί και γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν και εξελίσσουν από επανάληψη σε επανάληψη έναν πληθυσμό λύσεων ο οποίος ονομάζεται *γενιά* (*generation*) και οι λύσεις του ονομάζονται *άτομα* (*individuals*). Η δομή ενός ατόμου αποτελείται από μια ακολουθία χαρακτηριστικών που ονομάζεται *γονότυπος* (*genotype*). Κάθε γονότυπος έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά που ονομάζονται *χρωμοσώματα* (*chromosomes*). Τα χαρακτηριστικά αυτά αφορούν τις μεταβλητές του προβλήματος. Κάθε μεταβλητή ονομάζεται *γονίδιο* (*gene*) και μπορεί να παίρνει διάφορες τιμές (*alleles*) που να ανήκουν στην επιτρεπόμενη περιοχή τιμών της μεταβλητής. Για την δημιουργία μιας νέας λύσης χρησιμοποιούνται δύο τελεστές. Ο ένας είναι ένας δυαδικός τελεστής που ονομάζεται τελεστής *διασταύρωσης* (*crossover*) και ο άλλος ένας μοναδιαίος που ονομάζεται τελεστής *μετάλλαξης* (*mutation*). Κατά τη διαδικασία της διασταύρωσης δύο λύσεις *γονείς* (*parents*) ανταλλάσσουν χρωμοσώματα για τη δημιουργία δύο νέων ατόμων που ονομάζονται *απόγονοι* (*offsprings*) ενώ κατά την διάρκεια της μετάλλαξης ένα άτομο γονέας μεταβάλλει τα χρωμοσώματα του και παράγει έναν νέο απόγονο. Ένας από τους πιο γνωστούς εξελικτικούς αλγορίθμους είναι ο αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution (DE) Algorithm). Αυτός ο αλγόριθμος είναι ένας στοχαστικός αλγόριθμος που λειτουργεί με πληθυσμό λύσεων και προτάθηκε από τους Storn και Price [176]. Αν και τα βασικά χαρακτηριστικά αυτού του αλγορίθμου έχουν κληρονομηθεί από τους εξελικτικούς αλγορίθμους παρουσιάζει και διαφορές όπως το γεγονός ότι εστιάζει στην απόσταση μεταξύ των μελών του πληθυσμού και στις διαφορετικές κατευθύνσεις που μπορεί να κινηθεί κάποιο μέλος του πληθυσμού [212, 213].

Μια άλλη κατηγορία αλγορίθμων είναι οι αλγόριθμοι *Νοημοσύνης Σμήνους* [212, 213]. Αυτοί οι αλγόριθμοι προσομοιώνουν τις λειτουργίες που συμβαίνουν μεταξύ των ατόμων ενός πληθυσμού. Ο πληθυσμός λύσεων ονομάζεται *σμήνος*. Τέτοιοι αλγόριθμοι είναι ο αλγόριθμος *Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών* (Ant Colony Optimization Algorithm) που προσομοιώνει την ικανότητα των μυρμηγκιών να βρίσκουν τη συντομότερη διαδρομή από την φωλιά τους προς την τροφή και αντίθετα, και λαμβάνοντας υπόψη την ποσότητα της

φερομόνης που εναποτίθεται στο εκάστοτε μονοπάτι που ακολουθεί κάθε μυρμήγκι. Η διαδρομή με την μεγαλύτερη ποσότητα φερομόνης είναι αυτή που προτιμάται αφού ακολουθείται από τα περισσότερα μυρμήγκια, ενώ η φερομόνη στις υπόλοιπες διαδρομές εξασθενεί με την πάροδο των επαναλήψεων. Ένας άλλος αλγόριθμος που είναι εμπνευσμένος από την φύση είναι ο αλγόριθμος *Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων* (Particle Swarm Optimization Algorithm) [98, 213]. Ο αλγόριθμος αυτός προσομοιώνει την συμπεριφορά κάποιων οργανισμών όπως το πέταγμα των πουλιών σε σμήνος και την ομαδική κίνηση των ψαριών. Κάθε μία λύση-σωματίδιο του σμήνους χαρακτηρίζεται από την *θέση* της η οποία μεταβάλεται σε κάθε επανάληψη ανάλογα με την *ταχύτητα* που αναπτύσσει το κάθε σωματίδιο. Η ταχύτητα του κάθε σωματιδίου υπολογίζεται συναρτήσει της προηγούμενης ταχύτητάς του, της προηγούμενης θέσης του, της βέλτιστης θέσης του αλλά και της θέσης του βέλτιστου σωματιδίου του σμήνους. Η διαδικασία του υπολογισμού της θέσης του εκάστοτε σωματιδίου, που προκύπτει με την συνεργασία επιπλέον σωματιδίων, εξασφαλίζει ότι η πληροφορία των προηγούμενων βέλτιστων λύσεων μεταφέρεται και στις επόμενες γενεές.

Τα τελευταία χρόνια μια νέα κατηγορία αλγορίθμων έχει παρουσιαστεί όπου οι αλγόριθμοί της προσομοιώνουν την λειτουργία του ανοσοποιητικού συστήματος. Οι αλγόριθμοι αυτοί λέγονται αλγόριθμοι *Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων* (Artificial Immune Systems) [44, 49]. Για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης ο αλγόριθμος της *Επιλογής Κλώνων* φαίνεται να είναι ο πιο λειτουργικός από αυτή την κατηγορία. Στον αλγόριθμο αυτό η κάθε λύση αντιστοιχεί σε ένα αντίσωμα του οργανισμού. Ανάλογα με το πόσο ισχυρό είναι το κάθε αντίσωμα δημιουργεί ανάλογο αριθμό από κλώνους του ώστε να αντιμετωπίσει τα αντιγόνα των ξενιστών που προσβάλλουν τον οργανισμό. Στη συνέχεια, ανάλογα με την τιμή που δίνει ο χρήστης σε έναν τελεστής ωρίμανσης, επιλέγεται για κάθε αντίσωμα αν θα υποβληθεί στη διαδικασία υπερμετάλλαξης (αλλαγή έως και το 80% της λύσης) ή αν θα υποβληθεί στη διαδικασία της διόρθωσης των υποδοχέων ώστε να ξεφύγει από κάποιο τοπικό ελάχιστο.

1.2 Μοντελοποίηση Πολυαντικειμενικών Προβλημάτων Βελτιστοποίησης και Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Επίλυσης Πολυαντικειμενικών Προβλημάτων

1.2.1 Εισαγωγή

Λαμβάνοντας υπόψη ότι τα προβλήματα της πραγματικής ζωής δεν μπορούν να λυθούν πάντα με βελτιστοποίηση ενός μόνο κριτηρίου και προσπαθώντας να βοηθήσει τις επιχειρήσεις να επιλύσουν τα προβλήματα τους βελτιστοποιώντας ταυτόχρονα περισσότερα από ένα κριτήρια η επιστήμη στράφηκε στην μελέτη πολυαντικειμενικών προβλημάτων. Στη συνέχεια, θα γίνει αναφορά στην μοντελοποίηση τέτοιων προβλημάτων, στις μεθόδους εύρεσης των κυρίαρχων λύσεων (Κυριαρχία Pareto) και στους πιο γνωστούς αλγόριθμους επίλυσης τέτοιων προβλημάτων.

1.2.2 Μοντελοποίηση Πολυαντικειμενικών Προβλημάτων Βελτιστοποίησης

Η βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων (multiobjective optimization) είναι ένα πρόβλημα σχεδιασμού ενός μοντέλου το οποίο έχει περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις ή κριτήρια. Αν οι συναρτήσεις δεν έχουν κάποιο κοινό χαρακτηριστικό τότε το πρόβλημα που προκύπτει είναι η εύρεση εκείνου του μοντέλου που ικανοποιεί όλες τις αντικρουόμενες συναρτήσεις. Στόχος είναι η επίλυση του προβλήματος αυτού. Ένα τέτοιου είδους πρόβλημα ονομάζεται πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων. Η μοντελοποίηση του προβλήματος είναι η ακόλουθη [40, 212]:

$$\min f(\vartheta) = [f_1(\vartheta), f_2(\vartheta), \dots, f_K(\vartheta)] \quad (1.13)$$

υπό

$$cntr1_i(\vartheta) \leq 0, \quad i = 1, \dots, mi \quad (1.14)$$

$$cntr2_j(\vartheta) = 0, \quad j = 1, \dots, pi \quad (1.15)$$

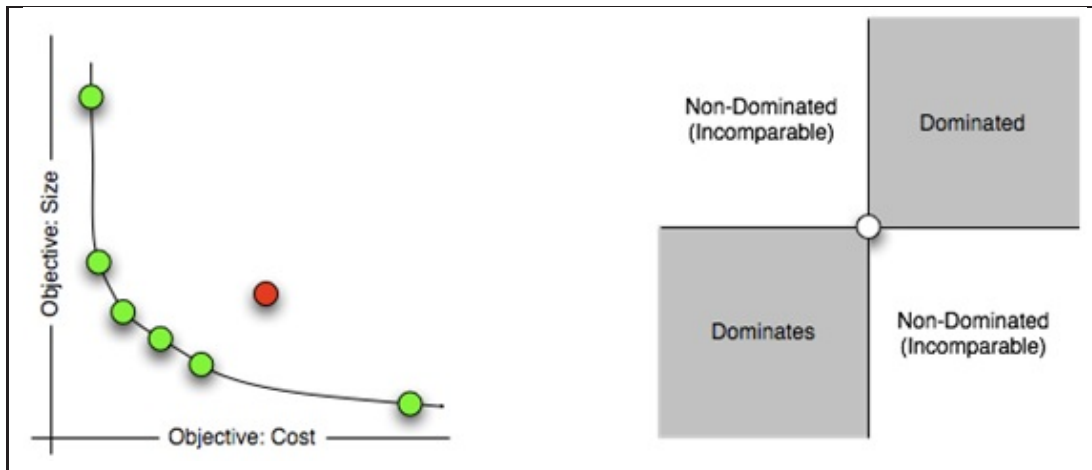
όπου $\vartheta = \{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n\}$ το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης, f_i οι αντικειμενικές συναρτήσεις όπου $i = 1, \dots, K$, και $cntr1_i$ και $cntr2_j$ οι περιορισμοί του προβλήματος όπου $i = 1, \dots, mi$ και $j = 1, \dots, pi$.

1.2.3 Κυριαρχία Pareto

Ο όρος Κυριαρχία Pareto δημιουργήθηκε από τον ιταλό οικονομολόγο Vilfredo Pareto. Η διαδικασία επίλυσης μέσω χρήσης κυριαρχίας Pareto χρησιμοποιείται συχνά για την εύρεση των βέλτιστων λύσεων στα προβλήματα πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων (ή κριτηρίων). Έστω δυο διανύσματα Ψ_1 και Ψ_2 για τα οποία ισχύει $\Psi_1 = \{\psi_{1,1}, \psi_{1,2}, \dots, \psi_{1,K}\}$, $\Psi_2 = \{\psi_{2,1}, \psi_{2,2}, \dots, \psi_{2,K}\}$. Αν το K υποδηλώνει τον αριθμό των κριτηρίων ενός προβλήματος πολλαπλών συναρτήσεων-κριτηρίων τότε τα $\psi_{1,i}$ και $\psi_{2,i}$ υποδηλώνουν τις τιμές των Ψ_1 και Ψ_2 για το κριτήριο i . Έστω ότι οι αντικειμενικές συναρτήσεις είναι προς ελαχιστοποίηση με $\psi_{1,i} \leq \psi_{2,i}$ για κάθε $i \in [1, K)$. Στη περίπτωση αυτή λέμε ότι το Ψ_1 κυριαρχεί επί του Ψ_2 . Ένα διάνυσμα Ψ_1 λέγεται μη κυριαρχούμενη λύση όταν δεν υπάρχει κανένα άλλο Ψ_2 το οποίο να κυριαρχεί επί του Ψ_1 . Ένα διάνυσμα Ψ_1 λέγεται βέλτιστο κατά Pareto αν δεν κυριαρχείται. Το σύνολο βέλτιστων κατά Pareto σημείων λέγεται βέλτιστο μέτωπο Pareto (Pareto front) [5, 40, 212]. Στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 1.2) απεικονίζεται ένα μέτωπο Pareto των λύσεων ενός πολυαντικειμενικού προβλήματος που ελαχιστοποιεί δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, η μία ελαχιστοποιεί το μέγεθος (Size) και η άλλη το κόστος (Cost), καθώς και ένα σχήμα που επεξηγεί σε ένα γράφημα ποιες λύσεις κυριαρχούν σε ένα σημείο (Dominates), ποιες κυριαρχούνται από ένα σημείο (Dominated) και ποιες δεν μπορούν να συγκριθούν με το σημείο αυτό, δηλαδή ούτε κυριαρχούν ούτε κυριαρχούνται (Non-Dominated).

1.2.4 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Επίλυσης Πολυαντικειμενικών Προβλημάτων (Multiobjective Evolutionary Algorithms - MOEAs)

Για την επίλυση των πολυαντικειμενικών προβλημάτων βελτιστοποίησης έχει προταθεί μια πληθώρα από αλγορίθμους. Ο σημαντικότερος στόχος ενός αλγορίθμου για πολυαντικειμενική βελτιστοποίηση (multi-objective optimization algorithm) είναι η εύρεση λύσεων που να βρίσκονται όσο το δυνατό πιο κοντά στις λύσεις του βέλτιστου μετώπου Pareto. Όμως, η εύρεση ενός βέλτιστου μετώπου Pareto όπως επίσης και η απόδειξη ότι είναι όντως το βέλτιστο, για τα πολυαντικειμενικά προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης είναι πρακτικά αδύνατη. Για τον λόγο αυτό η βελτιστοποίηση γίνεται με μια προσεγγιστική διαδικασία έτσι ώστε να ευρεθεί το βέλτιστο σύνολο μη-κυριαρχούμενων λύσεων



Σχήμα 1.2: Κυριαρχία Pareto [216].

όσο καλύτερα γίνεται [102].

Η προσέγγιση μιας πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης θα πρέπει να στοχεύει στα παρακάτω [102]:

- Το βέλτιστο μέτωπο Pareto που εξάγει ο αλγόριθμος (best-known Pareto front) να είναι όσο το δυνατό πιο κοντά στο πραγματικό βέλτιστο μέτωπο (Pareto optimal set) και ακόμα καλύτερα οι λύσεις του να αποτελούν ένα υποσύνολο του πραγματικού βέλτιστου.
- Οι λύσεις του βέλτιστου μετώπου Pareto που εξάγει ο αλγόριθμος θα πρέπει να είναι όσο το δυνατό πιο ομοιόμορφα κατανομημένες πάνω στο διάγραμμα του μετώπου έτσι ώστε να αποδίδουν στον αποφασίζοντα μια πλήρη εικόνα των επιλογών του.
- Το βέλτιστο μέτωπο Pareto που εξάγει ο αλγόριθμος θα πρέπει να εκτείνεται σε όλο το φάσμα του πραγματικού βέλτιστου γεγονός το οποίο απαιτεί τη διερεύνηση των ακραίων λύσεων του μετώπου όσο καλύτερα γίνεται. Η συγκεκριμένη διαδικασία επιτυγχάνεται με την εύρεση των βέλτιστων λύσεων κάθε αντικειμενικής συνάρτησης που εξετάζεται.

Σύμφωνα με τον Coello Coello οι εξελικτικοί αλγόριθμοι στα πολυαντικειμενικά προβλήματα λειτουργούν καλύτερα για τους παρακάτω λόγους [36, 38]:

- Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι δεν δυσκολεύονται να αποδώσουν την μορφή ενός μετώπου Pareto ακόμα και αν αυτό είναι διακοπτόμενο ή κοίλο και

λόγω του ότι εξελίσσουν πληθυσμό λύσεων μπορούν πολύ πιο γρήγορα και πιο αποτελεσματικά να αποδώσουν τη μορφή ενός μετώπου Pareto με ένα μόνο τρέξιμο του αλγορίθμου.

- Οι ευρετικοί και μεθευρετικοί αλγόριθμοι (για παράδειγμα, ο αλγόριθμος Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu Search) και ο αλγόριθμος Προσομοιωμένης Ανόπτησης (Simulated Annealing)) δυσκολεύονται να αποδώσουν τη μορφή ενός μετώπου Pareto (ειδικά στη περίπτωση που δεν είναι συνεχές ή παρουσιάζει καμπυλότητα) και λόγω του ότι εξελίσσουν μία λύση κάθε φορά χρειάζονται πολλά τρεξίματα με διαφορετικά σημεία έναρξης.

Λόγω του γεγονότος ότι το πρόβλημα που αναλύεται στην συγκεκριμένη διατριβή ανήκει στην κατηγορία των πολυαντικειμενικών προβλημάτων της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης (Combinatorial Optimization) θα γίνει, στη συνέχεια, αναφορά κυρίως σε εξελικτικούς αλγορίθμους που έχουν χρησιμοποιηθεί για την επίλυση τέτοιου είδους πολυαντικειμενικών προβλημάτων. Για μια πιο μεγάλη και γενικότερη ανάλυση πάνω στους πιο γνωστούς εξελικτικούς αλγορίθμους που έχουν παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία μέχρι σήμερα μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [26, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 46, 102, 106, 122, 149, 187, 190, 203, 207, 208, 209, 212] ενώ για μια ενημέρωση πάνω σε αυτούς που δημοσιεύθηκαν την τελευταία δεκαετία μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [48, 59, 71, 72, 89, 96, 140, 160, 205, 210].

Ένας από τους πιο γνωστούς αλγορίθμους είναι ο Γενετικός Αλγόριθμος Αξιολόγησης Διανύσματος (Vector Evaluated Genetic Algorithm - VEGA) του Schaffer (1985) [169] όπου χωρίζει τον πληθυσμό των W ατόμων κάθε επανάληψης it σε $w = W/K$ υποπληθυσμούς όπου K ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων προς ελαχιστοποίηση και για κάθε υποπληθυσμό υπολογίζει το κόστος κάθε ατόμου με βάση την αντίστοιχη αντικειμενική συνάρτηση στην οποία ανήκει. Έπειτα, επιλέγει άτομα από κάθε υποπληθυσμό και τα επιβάλλει σε διαδικασίες διασταύρωσης και μετάλλαξης ώστε να δημιουργήσει τον πληθυσμό της επόμενης γενιάς. Μια παραλλαγή αυτής της μεθόδου θα χρησιμοποιηθεί και στην παρούσα διατριβή για τη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού λύσεων.

Ένας άλλος αλγόριθμος είναι ο Πολυ-Αντικειμενικός Γενετικός Αλγόριθμος (MOGA93) των Fonseca και Fleming [69] (1993) στον οποίο χρησιμοποιήθηκε μια διαδικασία ταξινόμησης των κυρίαρχων λύσεων. Έπειτα οι Srinivas και Deb [172] (1994) ταξινόμησαν τις λύσεις κάθε πληθυσμού σε επίπεδα κυριαρχίας (domination layer) με τον Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm - NSGA). Ο αλγόριθμος

αυτός στη συνέχεια εξελίχθηκε από τους Deb et al. (2002) [47] με την προσθήκη της παραμέτρου της απόστασης συνωστισμού μεταξύ των λύσεων καθενός επίπεδου κυριαρχίας (crowding distance). Ο αλγόριθμος αυτός ονομάστηκε Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II - NSGA II). Και οι δύο αυτοί αλγόριθμοι χρησιμοποιήθηκαν, επίσης, για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων διακριτής βελτιστοποίησης και πιο συγκεκριμένα για πολυαντικειμενικά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια. Ένας ακόμα σημαντικός αλγόριθμος προτάθηκε από τους Horn και Nafpliotis [84] το 1994. Συνδύαζε τις αρχές της κυριαρχίας και της επιλογής από μία ομάδα λύσεων (tournament selection) όπου δύο ανταγωνιστικά άτομα και μία ομάδα ατόμων συγκρίνονται για να καθοριστεί το καλύτερο. Ο αλγόριθμος αυτός ονομάστηκε Γενετικός Αλγόριθμος Περιφραγμένου Pareto (Niche Pareto Genetic Algorithm - NPGA).

Το 2000 και το 2004 οι Ehlrgott και Gandibleux [57, 58] ανέφεραν στις έρευνές τους κάποιους από τους σημαντικότερους εξελικτικούς αλγορίθμους για πολυαντικειμενικά προβλήματα διακριτής βελτιστοποίησης. Ο πρώτος ήταν ο Πολυ-Αντικειμενικός Γενετικός Αλγόριθμος (MOGA) των Murata και Ishibuchi [137] (1995) που βασίζονταν στο άθροισμα των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων πολλαπλασιασμένες με συγκεκριμένα βάρη. Τρία χρόνια αργότερα δημοσιεύθηκε η μέθοδος των Gandibleux et al. [70] όπου παρήγαγε αποδοτικές λύσεις ώστε να τοποθετηθούν στον αρχικό πληθυσμό λύσεων με σκοπό να υπάρχει από το ξεκίνημα του αλγορίθμου μία καλής ποιότητας γενετική πληροφορία. Συνδυασμό όλων των παραπάνω αλγορίθμων σε έναν έκαναν οι Zitzler και Thiele [209] το 1998 τον οποίο ονόμασαν Εξελικτικό Αλγόριθμο Ισχυρού Pareto (Strength Pareto Evolutionary Algorithm - SPEA). Ένας ακόμα σημαντικός αλγόριθμος που δημοσιεύθηκε από τους Knowles και Corne [100] το 1999 ήταν η Αρχειοθετημένου Pareto Εξελικτική Στρατηγική (Pareto Archived Evolutionary Strategy - PAES) που χρησιμοποιεί μία μέθοδο τοπικής αναζήτησης για την παραγωγή νέων βελτιωμένων υποψήφιας λύσεων από ένα αρχείο λύσεων. Τέλος, διάφορες παραλλαγές του Γενετικού Αλγορίθμου Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (NSGA II) και άλλων γενετικών αλγορίθμων έχουν χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων τις οποίες μπορεί κάποιος να μελετήσει στα [22, 74, 87, 90, 94, 147, 148, 212].

Ένας ακόμα αλγόριθμος από την κατηγορία των εξελικτικών αλγορίθμων είναι ο Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution (DE) Algorithm). Οι Chang et al. [23] το 1999 πρότειναν έναν πολυαντικειμενικό αλγόριθμο Διαφορικής Εξέλιξης όπου χρησιμοποίησαν έναν τροποποιημένο τελεστή επιλογής

ώστε τα μέλη της νέας γενιάς να είναι μη-κυριαρχούμενα ενώ ταυτόχρονα έλεγχαν και τις αποστάσεις τους από τις προηγούμενες μη-κυριαρχούμενες λύσεις ώστε να απέχουν κατά ένα όριο τουλάχιστον. Το 2001 ο Abbass [1] πρότεινε έναν αλγόριθμο που συνδύαζε τη Διαφορική Εξέλιξη και τα Νευρωνικά Δίκτυα. Στη συνέχεια (2001-2002) οι Abbass et al. [2, 3, 4] δημοσίευσαν τον αλγόριθμο Διαφορικής Εξέλιξης Pareto (Pareto Differential Evolution - PDE). Ο αρχικός πληθυσμός δημιουργείται με χρήση μιας κατανομής Gauss και στην επόμενη επανάληψη παραμένουν σε αυτόν μόνο οι κυρίαρχες λύσεις. Επιλέγονται τρεις λύσεις (γονείς) για τη δημιουργία ενός απογόνου, ο οποίος εισάγεται στον πληθυσμό μόνο αν δεν κυριαρχείται από τη βασική λύση γονέα. Η διαδικασία αυτή ακολουθείται για τη δημιουργία ολόκληρου του πληθυσμού ενώ αν οι λύσεις που είναι κυρίαρχες ξεπεράσουν ένα συγκεκριμένο όριο εφαρμόζεται ένας αλγόριθμος ελέγχου πυκνότητας ο οποίος αφαιρεί κοντινές λύσεις. Επίσης στο [4] προτείνουν μια νεότερη εκδοχή του Διαφορικής Εξέλιξης Pareto που καλείται Αυτοπροσαρμοζόμενη Διαφορική Εξέλιξη Pareto (Selfadaptive Pareto Differential Evolution - SPDE). Σε αυτόν τον αλγόριθμο οι ρυθμοί διασταύρωσης και μετάλλαξης αυτοπροσαρμόζονται. Οι Kukkonen και Lampinen [105] δημοσίευσαν το 2004 τον αλγόριθμο Γενικευμένης Διαφορικής Εξέλιξης (Generalized Differential Evolution - GDE). Σε αυτόν τον αλγόριθμο η έννοια της κυριαρχίας εισάγεται κατά την επιλογή εισαγωγής ενός δοκιμαστικού μέλους στον πληθυσμό. Το 2003 οι Xue et al. [196, 197] πρότειναν τον αλγόριθμο Διαφορικής Εξέλιξης Πολλαπλών Αντικειμενικών Συναρτήσεων (MultiObjective Differential Evolution - MODE) όπου αν το δοκιμαστικό μέλος είναι κυριαρχούμενο τότε αντικαθίσταται με μια από τις κυρίαρχες λύσεις που έχουν εντοπιστεί, διαφορετικά εισάγεται στον πληθυσμό. Το 2005 οι Robic και Filipic [164] πρότειναν τον αλγόριθμο Διαφορικής Εξέλιξης για Βελτιστοποίηση Πολλαπλών Αντικειμενικών Συναρτήσεων (Differential Evolution for Multiobjective Optimization - DEMO) ο οποίος επίσης βασίζεται στην έννοια της κυριαρχίας Pareto και εφαρμόζει ένα μηχανισμό μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης ώστε να διαγραφούν κάποια μέλη του πληθυσμού με σκοπό το μέγεθός του να παραμένει σταθερό σε κάθε επανάληψη. Για επιπλέον παραλλαγές του αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης για πολυαντικειμενικά προβλήματα μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [8, 88, 131, 153, 165, 166].

Επίσης, οι Ehrigott και Gandibleux [57, 58] αναφέρουν ότι μία ακόμα υποκατηγορία των εξελικτικών αλγορίθμων αποτελούν και οι αλγόριθμοι που είναι εμπνευσμένοι από την φύση όπως επίσης και από το ανοσοποιητικό σύστημα [212]. Ένας από τους πιο γνωστούς αλγορίθμους που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων ο οποίος ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων που είναι εμπνευσμένοι από την φύση είναι ο Αλγόριθμος Βελτι-

στοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization - PSO). Ο PSO προτάθηκε από τους Kennedy και Eberhart [98] το 1995 και προσομοιώνει τη συμπεριφορά των ζώων που κινούνται σε μορφή σμήνους (πουλιά, ψάρια). Έρευνες για τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων μπορεί κανείς να διαβάσει στα [10, 11, 17, 32, 33, 99, 127, 141, 142, 143, 156, 170, 182]. Το 2002 και το 2003 οι Hu et al. [85, 86] δημοσίευσαν έναν αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων για επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων στον οποίο βελτιώναν ξεχωριστά κάθε μία αντικειμενική συνάρτηση με σειρά βελτίωσης που είχε σχέση με την σημαντικότητα που δίνονταν σε κάθε συνάρτηση. Το 2003 ο Li [115] δημοσίευσε έναν αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων με την προσθήκη χαρακτηριστικών του Γενετικού Αλγορίθμου Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II και τον ονόμασε Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (NSPSO). Το 2004 οι Parsopoulos et al. [154] δημοσίευσαν έναν αλγόριθμο που χρησιμοποιούσε πολλά σμήνη τα οποία αντάλλασσαν μεταξύ τους πληροφορίες που αντλούνταν από τα χαρακτηριστικά των καλύτερων λύσεων τους. Ο αλγόριθμος αυτός είχε στοιχεία γενετικών αλγορίθμων και ονομάστηκε Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Αξιολογούμενου Διανύσματος (Vector Evaluated Particle Swarm Optimization - VEPSO). Το ίδιο έτος οι Chow και Tsui [28] δημοσίευσαν έναν πολυαντικειμενικό αλγόριθμο όπου χώριζε το σμήνος λύσεων σε υποσμήνη που κάθε ένα από αυτά βελτιώνονταν με μία κάθε φορά αντικειμενική συνάρτηση. Το 2004 και το 2005 οι Pulido και Coello Coello [159] και οι Janson και Merkle [91], αντίστοιχα, παρουσίασαν πολυαντικειμενικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων που βασίζονται στον διαχωρισμό του πληθυσμού των λύσεων με μεθόδους ομαδοποίησης. Το 2005 οι Raquel et al. [162] και οι Sierra και Coello Coello [171] και το 2010 οι Fan et al. [62] ενσωμάτωσαν την απόσταση συνωστισμού (crowding distance) σε πολυαντικειμενικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων για την εύρεση του βέλτιστου σωματιδίου. Το 2015 οι Kumar et al. [108] πρότειναν έναν πολυαντικειμενικό αυτοεκπαιδευόμενο αλγόριθμο βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων στον οποίο χρησιμοποιούνταν τέσσερις τελεστές για να εξελίσει τη βέλτιστη λύση, να εξερευνά ένα τοπικό βέλτιστο, να αναζητά νέες περιοχές λύσεων και να ξεφεύγει από το τοπικό βέλτιστο. Επιπλέον παραλλαγές του πολυαντικειμενικού αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων μπορεί κάποιος να αναζητήσει στα [65, 134, 135, 136, 143, 173, 185]. Αρκετές έρευνες πάνω σε μεθόδους που βασίζονται στον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων μπορεί κάποιος να διαβάσει στα [163, 212] και στο [52]. Επίσης, μεθόδους που βασίζονται στην κυριαρχία Pareto μπορεί κάποιος να αναζητήσει στο [40].

Εκτός από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων υπάρχουν και άλλοι αλγόριθμοι της κατηγορίας των εμπνευσμένων από τη φύση αλγορίθμων που έχουν χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων, κυρίως, από την κατηγορία των αλγορίθμων της βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών. Το 2003 οι Baran και Schaerer [12] χρησιμοποίησαν ένα σύστημα αποικίας μυρμηγκιών όπου κάθε μια αποικία μυρμηγκιών του συστήματος αντιστοιχεί σε μια αντικειμενική συνάρτηση. Το 2004 προτάθηκε ένας άλλος πολυαντικειμενικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών από τους Chitty και Hernandez [27]. Σε αυτόν τον αλγόριθμο για κάθε αντικειμενική συνάρτηση αντιστοιχούσε και ένα μυρμήγκι. Για επιπρόσθετες μοντελοποιήσεις του αλγόριθμου βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών για επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων μπορεί κάποιος να ανατρέξει στο [7]. Ένας νέος αλγόριθμος τεχνητής αποικίας μελισσών για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων παρουσιάζεται στο [189].

Εκτός από τους εμπνευσμένους από τη φύση αλγορίθμους, το 1998 παρουσιάστηκαν για πρώτη φορά αλγόριθμοι εμπνευσμένοι από το ανοσοποιητικό σύστημα. Οι αλγόριθμοι αυτοί ονομάστηκαν αλγόριθμοι Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων (Artificial Immune Systems (AIS) algorithms) και προσομοιώνουν λειτουργίες του ανοσοποιητικού συστήματος ώστε να παράγουν και να εξελίσσουν λύσεις [44, 49]. Ένας από τους πιο γνωστούς αλγορίθμους της κατηγορίας των Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων είναι ο αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Clonal Selection Algorithm - CSA) [51] ο οποίος βασίζεται στη διαδικασία του πολλαπλασιασμού των λεμφοκυττάρων που αναγνωρίζουν αντιγόνα [15]. Αρκετές πληροφορίες για την εφαρμογή του αλγόριθμου Επιλογής Κλώνων και των πιο γνωστών παραλλαγών του πάνω σε προβλήματα δρομολόγησης μπορεί κάποιος να μελετήσει στα [42, 50, 125, 128, 204] ενώ στα [117, 186, 198] θα βρει πληροφορίες και για επιπλέον προβλήματα.

Ο πρώτος αλγόριθμος Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων που δημοσιεύθηκε για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων ήταν ο Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος Ανοσοποιητικών Συστημάτων (Multiobjective Immune System Algorithm - MISA) από τους Coello Coello και Cortes [39] το 2002 όπου η ταξινόμηση των λύσεων όσον αφορά την κυριαρχία ακολουθούσε τους ακόλουθους κανόνες. Προτεραιότητα δίνεται στις εφικτές και κυρίαρχες λύσεις, έπειτα στις μη-εφικτές και κυρίαρχες και τέλος στις μη-εφικτές και κυριαρχούμενες λύσεις. Η μνήμη ενημερώνονταν από την πρώτη κατηγορία λύσεων. Ένας ακόμα πολυαντικειμενικός αλγόριθμος των Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων προτάθηκε το 2003 από τους Luh et al. [124] και ονομάστηκε Πολυαντικειμενικός Ανοσοποιητικός Αλγόριθμος (Multiobjective Immune Algorithm - MOIA). Στον αλγόριθμο αυτό κατατάσσονται οι λύσεις με βάση ένα

δείκτη κατάταξης και έπειτα οι κυρίαρχες λύσεις επιλέγονται για υπερμετάλλαξη πριν δημιουργήσουν την εξωτερική μνήμη. Ένας ακόμα αλγόριθμος είναι ο Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Multiobjective Clonal Selection Algorithm - MOCSA) που παρουσιάζεται στο [20]. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης των λύσεων υπολογίζεται για κάθε μία αντικειμενική συνάρτηση και στη συνέχεια οι λύσεις ταξινομούνται σε μία μη-κυριαρχούμενη ταξινόμηση. Στη συνέχεια δημιουργούνται κλώνοι από όλο τον πληθυσμό λύσεων. Έπειτα προκαλείται μια μικρή αλλαγή σε κάθε κλώνο. Ο συνολικός αριθμός των μη-κυριαρχούμενων λύσεων τοποθετείται στο μέτωπο και στην εξωτερική μνήμη. Τέλος, δημιουργείται ένας τυχαίος πληθυσμός από λύσεις ώστε να αντικατασταθούν κάποιες από τις λύσεις που βρίσκονται χαμηλά σε κατάταξη. Για μια πλήρη καταγραφή των αλγορίθμων αυτής της κατηγορίας που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [19, 212].

1.3 Πολυαντικειμενικά Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (Multiobjective Vehicle Routing Problems - MOVRPs)

1.3.1 Εισαγωγή

Πολλές φορές σε πραγματικές συνθήκες το να επιλύει μια επιχείρηση ένα πρόβλημα δρομολόγησης λαμβάνοντας υπόψη μόνο ένα κριτήριο, π.χ. την ελαχιστοποίηση του μήκους μιας διαδρομής, δεν είναι πάντα αρκετό και ούτε οικονομικό. Μια διαδρομή με μικρό μήκος θα μπορούσε να καταναλώσει περισσότερη ενέργεια αν έχει ανηφορική κλίση σε σύγκριση με μια κατηφορική διαδρομή μεγαλύτερου μήκους και κατ'επέκταση να αυξήσει το κόστος της επιχείρησης. Στη καθημερινότητα κάθε επιχείρηση καλείται να δώσει απαντήσεις και λύσεις σε μια πληθώρα τέτοιων πολυαντικειμενικών προβλημάτων. Ένας αρκετά μεγάλος αριθμός ερευνών έχει διεξαχθεί με σκοπό να δοθούν λύσεις σε ποικίλες μορφές πολυαντικειμενικών προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων. Στη συνέχεια, γίνεται μια χρονολογική αναδρομή στις σημαντικότερες μελέτες που έχουν γίνει τόσο για το Πολυαντικειμενικό Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων όσο και για τις πιο γνωστές παραλλαγές του.

1.3.2 Το Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας (Multiobjective Capacitated Vehicle Routing Problem - MOCVRP)

Σε μία από τις πρώτες έρευνες που έγιναν για την επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας οι Park και Koelling [150, 151] προσπάθησαν να συμπεριλάβουν στην ίδια αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση της απόστασης όλου του ταξιδιού, της καταστροφής των προϊόντων κατά την διάρκεια της μεταφοράς τους και την μεγιστοποίηση της εκπλήρωσης των υπηρεσιών έκτακτης ανάγκης με χρήση ενός ευρετικού αλγορίθμου. Σε μία επίσης αντικειμενική συνάρτηση οι Lee και Ueng [113] συμπεριέλαβαν την βελτιστοποίηση της διαδρομής και της ανάθεσης φορτίου μεταξύ των οχημάτων.

Σε μεταγενέστερες έρευνες έγινε προσπάθεια να γίνει ταυτόχρονη βελτιστοποίηση σε περισσότερο από μια αντικειμενικές συναρτήσεις (μία για κάθε κριτήριο προς βελτιστοποίηση). Η κάθε εξαγόμενη λύση ήταν ένα σύνολο τιμών (μία τιμή για κάθε κριτήριο) και το σύνολο των βέλτιστων λύσεων αποτελούσαν οι κατά Pareto κυρίαρχες λύσεις. Το 2002 οι Jozefowicz et al. χρησιμοποίησαν δύο διαφορετικούς αλγορίθμους, έναν παράλληλο πολυαντικειμενικό εξελικτικό αλγόριθμο (Parallel multi-objective evolutionary algorithm) και έναν υβριδικό αλγόριθμο στον οποίο εμπεριέχεται και ο αλγόριθμος Παράλληλου Pareto Περιορισμένης Αναζήτησης (Parallel Pareto Tabu Search) για να επιλύσουν ένα διαντικειμενικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων όπου η μία αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιούσε την απόσταση και η δεύτερη τη διαφορά μεταξύ του μήκους των διαδρομών (VRPRB) [92]. Το ίδιο πρόβλημα επιλύθηκε το 2003 από τους ίδιους με την μέθοδο «Target Aiming Pareto Search» [92], το 2006 με τον Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II - NSGA II) [94] και το 2009 με την χρήση ενός εξελικτικού αλγορίθμου [96].

Το 2007 οι Murata και Itai [138] έλυσαν δύο διαφορετικά πολυαντικειμενικά προβλήματα περιορισμένης χωρητικότητας δρομολόγησης οχημάτων, το ένα με περίοδο κανονικής ζήτησης (Normal Demand Period) και το άλλο με περίοδο υψηλής ζήτησης (High Demand Period). Τα κριτήρια προς ελαχιστοποίηση ήταν η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους διανομής, της καθυστέρησης από την μέρα παράδοσης και η ελαχιστοποίηση του πλήθους των οχημάτων. Στη συγκεκριμένη έρευνα σκοπός ήταν ο υπολογισμός των κυρίαρχων λύσεων για κάθε είδος περιόδου και στη συνέχεια η εύρεση της ομοιότητας των κυρίαρχων διαδρομών. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε ήταν ένας μιμητικός εξελικτικός αλγόριθμος.

1.3.3 Το Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα (Multiobjective Vehicle Routing Problem with Time Windows - MOVRPTW)

Μια από τις πρώτες έρευνες που έγιναν πάνω στο Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα πραγματοποιήθηκε από τον Min [132], ο οποίος έλυσε ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα δρομολόγησης με χαλαρούς χρονικούς περιορισμούς, δηλαδή ένα όχημα μπορεί να φτάσει στον προορισμό του πριν τον νωρίτερο χρόνο και/ή να φύγει από αυτόν μετά τον αργότερο χρόνο παίρνοντας μια «ποινή». Ο Min τοποθέτησε στην ίδια αντικειμενική συνάρτηση τα ενδεχόμενα της νωρίτερης άφιξης και της αργότερης αναχώρησης και έλυσε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα λογισμικό που βασίζεται στην μέθοδο Διακλάδωσης και Οριοθέτησης (branch and bound). Επίσης, με μία αντικειμενική συνάρτηση το 1999 οι Hong και Park [83] προσπάθησαν να ελαχιστοποιήσουν το συνολικό χρόνο ταξιδιού του οχήματος και το συνολικό χρόνο αναμονής των πελατών. Το πρόβλημα επιλύθηκε με την χρήση ενός ευρετικού αλγορίθμου.

Το 2001 παρουσιάστηκε στο συνέδριο MIC (Metaheuristics International Conference) μια έρευνα του Geiger [73] όπου προσπάθησε να ελαχιστοποιήσει τέσσερα κριτήρια του προβλήματος με διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις και να εξάγει τις κατά Pareto κυρίαρχες λύσεις. Τα κριτήρια προς ελαχιστοποίηση ήταν η συνολική απόσταση ταξιδιού, ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, το μέγεθος της παραβίασης των χρονικών παραθύρων και ο αριθμός των παραβιασμένων χρονικών παραθύρων. Το πρόβλημα επιλύθηκε με χρήση γενετικού αλγορίθμου. Το ίδιο έτος στο ίδιο συνέδριο παρουσιάστηκε μια έρευνα [161] στην οποία ελαχιστοποιούνταν σε τρεις διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις η απόσταση που διανύει ένα όχημα, η χωρητικότητα του, ο χρόνος διανομής, το μέγεθος της παραβίασης των χρονικών παραθύρων (1η αντικειμενική συνάρτηση), το πλήθος των χρησιμοποιούμενων οχημάτων (2η αντικειμενική συνάρτηση), και η συνολική απόσταση του δρομολογίου (3η αντικειμενική συνάρτηση). Το πρόβλημα επιλύθηκε με δύο παραλλαγές του Γενετικού Αλγορίθμου Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (NSGA).

Το 2003 οι Baran και Schaerer [12] έλυσαν ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα δρομολόγησης με χρονικά παράθυρα με χρήση ενός αλγορίθμου που βασίζεται στο σύστημα αποικίας μυρμηγκιών. Οι αντικειμενικές συναρτήσεις ήταν τρεις και βελτιστοποιούσαν ταυτόχρονα τον αριθμό των οχημάτων, τον συνολικό χρόνο ταξιδιού του οχήματος και τον συνολικό χρόνο διανομής. Μια έρευνα για την ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κόστους της διαδρομής και του αριθμού των οχημάτων με τη χρήση ενός υβριδικού πολυαντικειμενικού εξελικτικού αλ-

γορίθμου δημοσιεύθηκε το 2006 από τους Tan et al. [179]. Το ίδιο έτος οι Ombuki et al. [147] έλυσαν το ίδιο πρόβλημα με τις ίδιες αντικειμενικές συναρτήσεις με τη χρήση ενός πολυαντικειμενικού γενετικού αλγορίθμου. Ένα έτος αργότερα έγινε μια έρευνα για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης με χρονικά παράθυρα για την περίπτωση της συλλογής απορριμμάτων από τους Ombuki et al. [148]. Οι αντικειμενικές συναρτήσεις είχαν στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων και της απόστασης του ταξιδιού, τη μεγιστοποίηση της περιεκτικότητας κάθε διαδρομής και την ελαχιστοποίηση της διαφοράς του φόρτου εργασίας κάθε οχήματος με χρήση ενός πολυαντικειμενικού γενετικού αλγορίθμου.

Το 2010 οι Ghoseiri και Ghannadpour [75] έλυσαν το πρόβλημα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις με χρήση ενός γενετικού αλγορίθμου. Τα προς ελαχιστοποίηση κριτήρια ήταν το μέγεθος του στόλου και η συνολική απόσταση που διανύει αυτός. Τέλος, το ίδιο έτος δημοσιεύθηκε μια έρευνα από τους Garcia-Najera και Bullinaria [71] όπου τα προς ελαχιστοποίηση κριτήρια ήταν ο αριθμός των διαδρομών, η απόσταση ταξιδιού και ο χρόνος παράδοσης. Ο αλγόριθμος που προτάθηκε ήταν ένας πολυαντικειμενικός εξελικτικός αλγόριθμος ο οποίος σε σύγκριση με τον Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (NSGA II) έδωσε καλύτερα αποτελέσματα.

Το 2015 οι Qi et al. [160] έλυσαν ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα με τη χρήση του πολυαντικειμενικού εξελικτικού αλγορίθμου MOEA/D. Τα προς ελαχιστοποίηση κριτήρια ήταν η συνολική διανυόμενη απόσταση και ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων οχημάτων.

1.3.4 Το Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων (Multiobjective Location Routing Problem - MOLRP)

Η πρώτη έρευνα που έγινε στο Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων δημοσιεύθηκε το 1998 από τον Giannikos [76] και αφορούσε την τοποθέτηση εγκαταστάσεων για διαχείριση αποβλήτων κοντά σε πόλεις. Τα προς ελαχιστοποίηση κριτήρια, τα οποία τοποθετήθηκαν με χρήση συγκεκριμένων βαρών σε μία αντικειμενική συνάρτηση ήταν τέσσερα: το συνολικό κόστος λειτουργίας, η συνολική αντίληψη του κινδύνου, η διαφορά του όγκου του κινδύνου μεταξύ των εμπλεκόμενων πόλεων (ισότιμη κατανομή βλαβών μεταξύ των πόλεων) και η διαφορά του βαθμού δυσχέρειας μεταξύ των εμπλεκόμενων πόλεων (ισότιμη κατανομή δυσχέρειας μεταξύ των πόλεων). Το πρόβλημα λύθηκε με το σύστημα βελτιστοποίησης

FORTMP συνδυασμένο με τη γλώσσα μοντελοποίησης MPL.

Το 2006 δημοσιεύθηκε η πρώτη έρευνα πάνω στο Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων με περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις από τους Lin και Kwok [121]. Στη συγκεκριμένη έρευνα τα προς ελαχιστοποίηση κριτήρια ήταν το συνολικό κόστος (δηλαδή το σταθερό κόστος επιλογής τοποθεσιών, το κόστος ταξιδιού και το κόστος των οχημάτων και του πληρώματος) και η διαφορά του φόρτου εργασίας κάθε οχήματος. Η ελαχιστοποίηση της διαφοράς του φόρτου εργασίας κάθε οχήματος αντανακλά την ισότητα στην ανάθεση εργασιών και επηρεάζει την ικανοποίηση των εργαζομένων. Το πρόβλημα επιλύθηκε σε δύο διαφορετικές μορφές, είτε με ταυτόχρονη ανάθεση διαδρομών στα οχήματα είτε με διαδοχική, και οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν ήταν οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu search) και Προσομοιωμένης Ανόπτησης (Simulated annealing).

Ακόμα μία έρευνα πάνω στο Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Χωροθέτησης Εγκαταστάσεων και Δρομολόγησης Οχημάτων έγινε το 2007 και βασιζονταν σε πρόβλημα πραγματικών συνθηκών. Το πρόβλημα ήταν η σωστή τοποθέτηση κάποιων εργοστασίων αποτέφρωσης ζωικών αποβλήτων σε ένα σύνολο από πιθανές τοποθεσίες ώστε να ικανοποιούνται οι απαιτήσεις ενός αριθμού πελατών με πολλαπλούς στόχους. Στο σχέδιο ήταν καθορισμένο να δημιουργηθούν δύο μονάδες αποτέφρωσης σε ένα σύνολο από προκαθορισμένες περιοχές της Ανδalousίας καθώς επίσης και να σχεδιαστούν οι διαδρομές προς αυτές από τα διάφορα σφαγεία της περιοχής. Το πρόβλημα επιλύθηκε από τους Caballero et al. [18]. Τα προς βελτιστοποίηση κριτήρια ήταν κάποια οικονομικής φύσεως και κάποια κοινωνικής. Όσον αφορά τα οικονομικής φύσεως κριτήρια υπήρχαν δύο προς ελαχιστοποίηση: το σταθερό κόστος έναρξης και συντήρησης και το κόστος μεταφοράς μετρημένο σε χιλιόμετρα ανά διαδρομή. Τα κοινωνικά κριτήρια προς ελαχιστοποίηση ήταν: η απόρριψη των διαδρομών των οχημάτων που διέρχονται μέσα από πόλεις στο δρομολόγιό τους για τα εργοστάσια, η διαφορά του όγκου των βλαβών μεταξύ των εμπλεκόμενων πόλεων (ισότιμη κατανομή βλαβών μεταξύ των πόλεων) και η κοινωνική απόρριψη από τις πόλεις συναρτήσει της απόστασής τους από τα εργοστάσια και του μεγέθους τους σε πληθυσμό κατοίκων. Η επίλυση του προβλήματος έγινε με τον μεθευρετικό αλγόριθμο MOAMP (Multiobjective Metaheuristic using an Adaptive Memory Procedure) ο οποίος βασίζεται στη μέθοδο Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu search).

1.3.5 Άλλες Παραλλαγές του Πολυαντικειμενικού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων

Το 2004 δημοσιεύθηκε από τους Chitty και Hernandez [27] μια έρευνα που επίλυε ένα πολυαντικειμενικό δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρήση ενός υβριδικού αλγορίθμου βασισμένο στην βελτιστοποίηση αποικίας μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization). Το πρόβλημα ήταν δυναμικό με την έννοια ότι υπήρχε αβεβαιότητα στο χρόνο διέλευσης από μία ακμή (διαδρομή από έναν κόμβο σε έναν άλλο). Τα κριτήρια που καλούνταν να ελαχιστοποιήσουν ήταν ο συνολικός χρόνος διέλευσης μίας ακμής και η συνολική διακύμανση του χρόνου διέλευσης.

Το 2006 δημοσιεύθηκε από τους Tan et al. [180] μια έρευνα πάνω στο Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων και Ρυμουλκούμενων (Truck and Trailer VRP [24]). Στόχος ήταν η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση της απόστασης και του αριθμού των οχημάτων και το πρόβλημα επιλύθηκε με έναν υβριδικό πολυαντικειμενικό εξελικτικό αλγόριθμο.

Το 2007 δημοσιεύθηκε μια έρευνα από τους Tan et al. [181] πάνω στο Στοχαστικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων. Στο πρόβλημα αυτό η ζήτηση κάθε πελάτη ανακοινώνεται όταν το όχημα φτάσει σε αυτόν τον πελάτη. Οι αντικειμενικές συναρτήσεις αφορούσαν την ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων, της απόστασης του ταξιδιού και του μισθού των οδηγών. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε ήταν ένας πολυαντικειμενικός εξελικτικός αλγόριθμος που εμπεριείχε δύο συγκεκριμένους ευρετικούς αλγορίθμους για την τοπική αναζήτηση λύσεων, την Αναζήτηση του Συντομότερου Μονοπατιού (Shortest Path Search) σύμφωνα με την οποία ανακατατάσσεται η ακολουθία όλων των κόμβων μιας διαδρομής έτσι ώστε ο πρώτος κόμβος να γίνει τελευταίος και ο τελευταίος πρώτος και την Αναζήτηση Συγκεκριμένης Κατεύθυνσης σύμφωνα με την οποία λαμβάνοντας υπόψη μια δοσμένη λύση δημιουργείται μια νέα που κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Το 2012 μία έρευνα δημοσιεύθηκε από τους Norouzi et al. [143] όπου επίλυε ένα πολυαντικειμενικό ανοικτό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα χρησιμοποιώντας έναν πολυαντικειμενικό αλγόριθμο Σμήνους Σωματιδίων (multi-objective particle swarm optimization algorithm - MOPSO). Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα που έδωσε ο Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II - NSGA II) και ύστερα από σύγκριση με τρία διαφορετικά μέτρα αποτελεσματικότητας φάνηκε ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος έδωσε αρκετά αξιόλογα αποτελέσματα.

Τέλος, πολυαντικειμενικά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων που αφορούν την ταυτόχρονη διανομή και παραλαβή προϊόντων μπορεί κανείς να βρει στα [72, 79, 144, 205] τα οποία δημοσιεύθηκαν κατά την περίοδο 2014-2015. Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για ελαχιστοποίηση ήταν ο αριθμός των οχημάτων, το συνολικό κόστος του ταξιδιού, το μήκος της διαδρομής και το μεταφερόμενο φορτίο. Το Γενικευμένης Συνέπειας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (generalized consistent vehicle routing problem - GenConVRP) με ταυτόχρονη βελτιστοποίηση της συνέπειας του οδηγού, της συνέπειας στο χρόνο άφιξης και του κόστους της διαδρομής δημοσιεύθηκε το 2015 από τους Kovacs et al. [103]. Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε ένας πολυκατευθυντήριος εκτεταμένης γειτονιάς αναζήτησης αλγόριθμος (multi-directional large neighborhood search - MDLNS).

Για επιπρόσθετες έρευνες πάνω σε πολυαντικειμενικά προβλήματα δρομολόγησης μπορεί κάποιος να ανατρέξει στο [95].

1.4 Το Ενεργειακό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Energy Vehicle Routing Problem - EVRP)

1.4.1 Εισαγωγή

Σήμερα μαζί με την ταχεία ανάπτυξη της βιομηχανίας έχουν αυξηθεί οι περιβαλλοντολογικές και οικολογικές επιπτώσεις των προϊόντων στον πλανήτη. Το γεγονός ότι μέχρι σήμερα οι βιομηχανίες λάμβαναν αποφάσεις χωρίς οικολογική συνείδηση έκαναν τα έμβια όντα του πλανήτη ευάλωτα σε διάφορες απειλές όπως η υπερθέρμανση του πλανήτη, η καταστροφή του όζοντος και η εξάντληση των φυσικών πόρων. Ως εκ τούτου οι βιομηχανικές αποφάσεις διαδραματίζουν ένα σημαντικό ρόλο στη διατήρηση του περιβάλλοντος μας. Προκειμένου οι επιχειρήσεις να ελαχιστοποιήσουν την καταναλισκόμενη ενέργεια για την παραγωγή και την μεταφορά των προϊόντων τους και να κάνουν τα προϊόντα τους περισσότερο οικολογικά κάνουν πλέον μια ανάλυση του κύκλου ζωής του προϊόντος από την αρχή ως το τέλος της ζωής του. Με βάση αυτή την προσέγγιση οι επιχειρήσεις μελετούν τις οικολογικές επιπτώσεις όλων των σταδίων της ζωής του προϊόντος από την σύλληψη της ιδέας, το σχεδιασμό, την επεξεργασία των πρώτων υλών, τη συναρμολόγηση, την αποθήκευση έως την συσκευασία, τη μεταφορά και την επαναχρησιμοποίηση του [63]. Προκειμένου να αποδώσουμε τον ρυθμό διεξαγωγής ερευνών που αφορούν την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης και των ρύπων των οχημάτων τα τελευταία χρόνια αξίζει να σημειώσουμε ότι οι έρευνες των τελευταίων δύο ετών (2014-2015) φτάνουν σε αριθμό τον

συνολικό αριθμό των ερευνών που έγιναν την δεκαετία 2002-2012. Στη συνέχεια, θα γίνει αναφορά σε μοντελοποιήσεις του Ενεργειακού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων ή, όπως αλλιώς συναντάται στην βιβλιογραφία, του Πράσινου Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων καθώς επίσης και σε έρευνες που αναφέρουν παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την κατανάλωση και τις εκπομπές ρύπων ενός οχήματος.

1.4.2 Μοντελοποιήσεις του Ενεργειακού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων και Παράγοντες που Επηρεάζουν την Κατανάλωση και τις Εκπομπές Ρύπων Ενός Οχήματος

Μία από τις πρώτες έρευνες που έγιναν πάνω στις εκπομπές ρύπων των οχημάτων δημοσιεύθηκε στα τέλη του 1997 από τους Cicero et al. [31]. Στην συγκεκριμένη έρευνα οι Cicero et al. κατέληξαν στο γεγονός ότι τόσο η μεταβολή της ταχύτητας όσο και η κλίση του δρόμου πάνω στον οποίο κινείται ένα όχημα μπορούν να συμβάλουν στην αύξηση της κατανάλωσης καυσίμου και στην απόδοση μονοξειδίου του άνθρακα (CO). Οι μετρήσεις έγιναν σε δρόμους του Los Angeles με κλίση από 0% έως 7%. Οι μετρήσεις έδειξαν ότι οι εκπομπές σε μονοξείδιο του άνθρακα αυξάνονταν κατά 3,0 gr/mile για κάθε 1% αύξησης της κλίσης της οδού. Οι εκπομπές αυτές σχεδόν τριπλασιάζονταν σε περίπτωση λειτουργίας κλιματιστικού (Air Condition).

Κατά την διάρκεια του 2002 οι Tiwari και Chang [183] παρουσίασαν την πρώτη μοντελοποίηση ενός Ενεργειακού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων για τον υπολογισμό και την ελαχιστοποίηση των εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα CO_2 ενός οχήματος. Η έρευνα αυτή είχε βάση την ελαχιστοποίηση της απόστασης των διαδρομών και στη συνέχεια των ρύπων λαμβάνοντας υπόψη το φορτίο του οχήματος και ενός παράγοντα της μέσης εκπομπής CO_2 ανά τονοχιλιόμετρο (tkm [129]) (E_f). Η μοντελοποίηση του προβλήματος όσον αφορά το πρώτο στάδιο (ελαχιστοποίηση της απόστασης) μοντελοποιείται με τον ίδιο τρόπο που μοντελοποιείται το Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με τη διευκρίνηση ότι στη θέση της παραμέτρου $route\ cost_{ij}$ βρίσκεται η παράμετρος της απόστασης μεταξύ δύο κόμβων (d_{ij}). Στο δεύτερο στάδιο της μοντελοποίησης, αφού έχει ελαχιστοποιηθεί η απόσταση των δρομολογίων, χρησιμοποιείται ο παρακάτω τύπος (1.16) για τον υπολογισμό των εκπομπών σε CO_2 ($CO_2\ emissions$):

$$CO_2\ emissions = Q_1 \times A_d \times E_f \quad (1.16)$$

όπου η παράμετρος Q_1 αντιπροσωπεύει το φορτίο του οχήματος (load), η πα-

ράμετρος A_d την μέση απόσταση που διανύει το όχημα και η παράμετρος E_f αντιπροσωπεύει τον παράγοντα της μέσης εκπομπής CO_2 . Προκειμένου να επιλύσουν το πρόβλημα χρησιμοποίησαν έναν αλγόριθμο Αποκλεισμού και Ανασυνδυασμού (Block Recombination Algorithm).

Το 2004 οι Leonardi και Baumgartner [114] αναφέρουν ότι οι παράγοντες που επηρεάζουν τις εκπομπές ρύπων είναι τέσσερις:

- Η σωστή επιλογή του οχήματος όσον αφορά τον όγκο του φορτίου που πρέπει να μεταφερθεί.
- Η τεχνολογία με την οποία είναι εξοπλισμένο το όχημα.
- Η σωστή εκπαίδευση των οδηγών όσον αφορά την οδηγική τους συμπεριφορά.
- Η σωστή χρήση των πληροφοριών για τις συνθήκες της διαδρομής (π.χ. πληροφορίες κυκλοφοριακής συμφόρησης).

Επίσης, σε αυτήν την έρευνα γίνεται αναφορά στον τύπο που υπολογίζει την «Αποδοτικότητα της χρήσης του οχήματος» (Efficiency of vehicle use (E_{vu})) και στον τύπο της «Απόδοσης CO_2 » (CO_2 Efficiency (E)).

Στο πρώτο τύπο (1.17) διαιρούνται τα tkm που έχει διανύσει ένα όχημα με το συνολικό βάρος του οχήματος (Βάρος άδειου οχήματος Q_0 και Βάρος ωφέλιμου φορτίου Q_1) πολλαπλασιασμένο με τα χιλιόμετρα (km) που έχει διανύσει το όχημα:

$$E_{vu} = tkm / [(Q_0 + Q_1) \times km]. \quad (1.17)$$

Στο δεύτερο τύπο (1.18) θεωρούμε ότι η κλάση του οχήματος (v_c), η οδηγική συμπεριφορά του οδηγού (db) και οι υπόλοιπες παράμετροι της διαδρομής (r_p) όταν πολλαπλασιαστούν με την «Αποδοτικότητα της χρήσης του οχήματος» μας δίνουν την «Απόδοση CO_2 » του οχήματος:

$$E = E_{vu} \times v_c \times db \times r_p. \quad (1.18)$$

Το 2007 δημοσιεύθηκε μια βιβλιογραφική έρευνα από τους Sbihi και Eglese [168] με θέμα τη χρήση μεθόδων διακριτής βελτιστοποίησης σε τομείς της

Πράσινης Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Σε αυτή την έρευνα αναφέρεται ότι στην ελαχιστοποίηση των εκπαιμπόμενων ρύπων συμβάλει και η ελαχιστοποίηση του χρόνου εκτέλεσης του δρομολογίου. Η σωστή επιλογή διαδρομών οδηγεί στην αύξηση της ταχύτητας εκτέλεσης του δρομολογίου. Η σωστή επιλογή ταχύτητας ταξιδιού προκαλεί λιγότερους ρύπους και μειώνει το χρόνο εκτέλεσης του δρομολογίου. Το ίδιο υποστηρίζεται και στην έρευνα των Maden et al. [126] τρία χρόνια αργότερα (2010). Το ίδιο έτος οι Kara et al. [97] πρότειναν την μοντελοποίηση του Ενεργειακής Ελαχιστοποίησης Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων (Energy Minimizing Vehicle Routing Problem) η αντικειμενική συνάρτηση του οποίου βασίζεται στον πολλαπλασιασμό του συνολικού φορτίου του οχήματος (φορτίο και βάρος άδειου οχήματος) με τη διανυόμενη απόσταση. Η συγκεκριμένη μοντελοποίηση είναι μια επέκταση του μοντέλου των Tiwari και Chang [183] και αξίζει να αναφερθεί.

Θεωρούμε ότι έχουμε ένα πλήρες γράφημα $G = (V, A)$ όπου $V = \{0, \dots, \eta\}$ το σύνολο των κόμβων και $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ το σύνολο των τόξων. Με 0 συμβολίζεται ο κόμβος της αποθήκης. Οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται στην μοντελοποίηση που ακολουθεί είναι οι παρακάτω:

- d_{ij} είναι η απόσταση από τον κόμβο i στο κόμβο j .
- y_{ij} είναι το βάρος που μεταφέρεται από τον κόμβο i στον j , αν υπάρχει το τόξο στη διαδρομή.
- D_i είναι η ζήτηση του πελάτη i .
- m είναι το πλήθος των οχημάτων.
- Q_0 είναι το βάρος του οχήματος χωρίς φορτίο.
- Q είναι η χωρητικότητα του οχήματος.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το τόξο } (i, j) \text{ ανήκει στη διαδρομή} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (1.19)$$

Δεδομένα θεωρούνται ότι κάθε κόμβος εξηγηρετείται μόνο μια φορά από ένα όχημα, κάθε διαδρομή ξεκινάει και τελειώνει στην αποθήκη, το φορτίο του οχήματος δεν μπορεί να ξεπερνάει την χωρητικότητά του. Σκοπός είναι να βρεθεί η κατάλληλη διαδρομή που ελαχιστοποιεί την συνολική κατανάλωση ενέργειας.

Το μοντέλο για την περίπτωση διανομής προϊόντων που αναπτύχθηκε παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\min \sum_{i=0}^{\eta} \sum_{j=0}^{\eta} d_{ij} y_{ij} \quad (1.20)$$

υπό

$$\sum_{i=1}^{\eta} x_{0i} = m \quad (1.21)$$

$$\sum_{i=1}^{\eta} x_{i0} = m \quad (1.22)$$

$$\sum_{i=0}^{\eta} x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, \eta \quad (1.23)$$

$$\sum_{j=0}^{\eta} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, \eta \quad (1.24)$$

$$\sum_{j=0, j \neq i}^{\eta} y_{ji} - \sum_{j=0, j \neq i}^{\eta} y_{ij} = D_i, \quad i = 1, \dots, \eta \quad (1.25)$$

$$y_{i0} = Q_0 x_{i0}, \quad i = 1, \dots, \eta \quad (1.26)$$

$$y_{ij} \leq (Q + Q_0 - D_i) x_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (1.27)$$

$$y_{ij} \geq (Q_0 + D_j)x_{ij}, \forall (i, j) \in A \quad (1.28)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A \quad (1.29)$$

$$D_0 = 0 \quad (1.30)$$

Οι περιορισμοί (1.21) και (1.22) επιβεβαιώνουν ότι χρησιμοποιούνται m οχήματα. Οι περιορισμοί (1.23) και (1.24) είναι οι περιορισμοί αριθμού πελατών που αντιστοιχούν σε κάθε κόμβο. Ο περιορισμός (1.25) αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση του βάρους του οχήματος μετά από την επίσκεψη σε ένα κόμβο. Ο περιορισμός (1.26) δείχνει ότι το όχημα επιστρέφει άδειο. Ο περιορισμός (1.27) είναι περιορισμός χωρητικότητας και θέτει το βάρος y_{ij} ίσο με 0 όταν το τόξο δεν υπάρχει στην διαδρομή και ο περιορισμός (1.28) ορίζει τα ελάχιστα όρια της ροής των τόξων.

Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητο να τονιστεί ότι σε αντίθεση με τα προηγούμενα προβλήματα που αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 1.3 τα προβλήματα που αφορούν την ελαχιστοποίηση της ενέργειας-κατανάλωσης έχουν διαφορετική μοντελοποίηση αν πρόκειται για προβλήματα διανομής και διαφορετική μοντελοποίηση αν πρόκειται για προβλήματα συλλογής προϊόντων. Οι Kara et al. επισήμαναν τους περιορισμούς που αλλάζουν στην περίπτωση συλλογής προϊόντων. Οι περιορισμοί που αλλάζουν είναι οι (1.25), (1.26), (1.27), (1.28) και οι αλλαγές που χρειάζονται παρουσιάζονται παρακάτω:

$$\sum_{j=0, j \neq i}^{\eta} y_{ij} - \sum_{j=0, j \neq i}^{\eta} y_{ji} = D_i, \quad i = 1, \dots, \eta \quad (1.31)$$

$$y_{0i} = Q_0 x_{0i}, \quad i = 1, \dots, \eta \quad (1.32)$$

$$y_{ij} \leq (Q + Q_0 - D_j)x_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (1.33)$$

$$y_{ij} \geq (Q_0 + D_i)x_{ij}, \forall (i, j) \in A \quad (1.34)$$

Οι Kara et al. προκειμένου να επιλύσουν τα πρόβλήματα χρησιμοποίησαν παραδείγματα από την βιβλιογραφία του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων και τα επίλυσαν χρησιμοποιώντας τη CPLEX 8.0.

Τη χρονική περίοδο από το 2010 έως το 2011 δημοσιεύθηκε ένας μεγάλος αριθμός ερευνών που αφορούσαν τον υπολογισμό και τη μοντελοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας λαμβάνοντας υπόψη την παράμετρο της ταχύτητας. Συνήθως οι έρευνες αυτές αποσκοπούσαν στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων δρομολόγησης των οποίων η φύση των δεδομένων (χαρακτηριστικά δρόμων και οχημάτων) τους έδιναν τη δυνατότητα να εισάγουν στην αντικειμενική συνάρτηση των μοντέλων τους και παραμέτρους όπως συναρτήσεις που υπολογίζουν τη μεταβολή της κατανάλωσης συναρτήσει της μεταβολής της ταχύτητας από τον έναν κόμβο στον άλλο. Το 2010 ο Kuo [109] εισήγαγε στην αντικειμενική συνάρτηση ενός Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων Χρονικής Εξάρτησης (Time Dependent Vehicle Routing Problem) την παράμετρο της τιμής της ταχύτητας με την οποία διανύεται η απόσταση μεταξύ δύο κόμβων. Το πρόβλημα το επίλυσε με τον αλγόριθμο Προσομοιωμένης Ανόπτησης. Το ίδιο έτος οι Charoenroop et al. [25] ανέπτυξαν ένα μοντέλο για τον υπολογισμό της κατανάλωσης ενέργειας των Λεωφορείων της περιοχής Chiang Rai της Ταϊλάνδης λαμβάνοντας υπόψη εκτός από την διανυόμενη απόσταση και το βάρος του οχήματος και επιπλέον γνωστά δεδομένα όπως η ταχύτητα των οχημάτων, το βάρος των επιβατών και άλλες παραμέτρους. Το πρόβλημα επιλύθηκε με τους αλγορίθμους Διακλάδωσης και Οριοθέτησης, Ανίχνευσης Κατά Βάθος (DFS), Ανίχνευση Κατά Πλάτος (BFS) και Βέλτιστης Τοπικής Οριοθέτησης (BLB).

Μια ακόμα έρευνα που δημοσιεύθηκε ένα έτος αργότερα (2011) από τους Bektaş και Laporte [13] απέδειξε τη σημαντικότητα της παραμέτρου της ταχύτητας στην ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας. Το πρόβλημα που επίλυσαν το ονόμασαν Πρόβλημα Ρύπανσης-Δρομολόγησης (Pollution-Routing Problem). Στα προβλήματα που επίλυσαν υπήρχαν και περιπτώσεις στις οποίες χρησιμοποιήθηκαν και χρονικά παράθυρα. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούσαν πραγματικά δεδομένα πόλεων του Ηνωμένου Βασιλείου και τα προβλήματα επιλύθηκαν με την χρήση του προγράμματος βελτιστοποίησης CPLEX 12.1 που χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο Διακλάδωσης και Τομής. Το 2011, επίσης, δημοσιεύθηκε μία έρευνα των Demir et al. στην οποία παρουσιάζονταν έξι μοντέλα που βασίζονταν στην ταχύτητα και την επιτάχυνση που ανέπτυξε ένα όχημα όπως επίσης και στο βάρος που μετέφερε και στην κλίση

του οδοστρώματος και σε άλλες παραμέτρους. Για περισσότερες πληροφορίες στα προτεινόμενα μοντέλα των Demir et al. ανατρέξτε στα [53, 54]. Δύο χρόνια αργότερα οι Franceschetti et al. [68] θα εξελίσσουν αυτή τη μοντελοποίηση σε μοντελοποίηση του Χρονικά εξαρτημένου Προβλήματος Ρύπανσης-Δρομολόγησης (Time dependent Pollution-Routing Problem) και το 2014 οι συγκεκριμένες έρευνες θα εξελιχθούν από νέους αλλά και κάποιους από τους ερευνητές που αναφέρθηκαν προηγουμένα ακόμα περισσότερο με την προσθήκη της παραμέτρου της ανομοιογένειας μεταξύ των οχημάτων [101]. Το ίδιο πρόβλημα που προτάθηκε από τους Bektas και Laporte επέλυσαν το 2014 οι Kramer et al. [104] με την χρήση ενός μεθευρετικού αλγορίθμου (ILS-SP-SOA matheuristic Algorithm).

Πραγματικά, επίσης, δεδομένα μίας εταιρίας μεταφορών των Ηνωμένων Πολιτειών χρησιμοποίησε το 2011 ο Suzuki [177] για να υπολογίσει τα αποτελέσματα που θα εξήγαγε το μοντέλο του για την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου και των εκπνεόμενων ρύπων ενός οχήματος μεταφορών class-8. Όπως και τα προηγούμενα μοντέλα που αναλύονται στις δύο τελευταίες παραγράφους για τον υπολογισμό της κατανάλωσης και των ρύπων ήταν απαραίτητη και η γνώση της ταχύτητας του οχήματος και πολλές άλλες παράμετροι εκτός από το φορτίο του οχήματος και την απόσταση. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για να λυθεί το πρόβλημα ήταν η Συμπιεσμένη Ανόπτηση (Compressed Annealing) [145]. Το ίδιο έτος ο Figliozzi [66] μοντελοποίησε το Ελαχιστοποίησης Εκπομπών Ρύπων Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Emissions VRP) στην αντικειμενική συνάρτηση του οποίου υπήρχε σαν παράμετρος η τιμή της ταχύτητας ταξιδιού. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα παραδείγματα για το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα που προτάθηκαν από τον Solomon [175]. Τα παραδείγματα προσαρμόστηκαν στο πρόβλημα ύστερα από κάποιες παραδοχές για την παράμετρο της ταχύτητας ταξιδιού και επιλύθηκαν με μια παραλλαγή της Διαδικασίας της Άπληστης Τυχοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP) [64]. Επιπλέον μοντελοποιήσεις που βασίζονται στη χρήση της ταχύτητας των οχημάτων ώστε να εκτιμηθεί η κατανάλωση καυσίμου μπορεί να βρει κάποιος στα [157, 192].

Το 2012 ο Li [118] χρησιμοποίησε την μοντελοποίηση που πρότεινε ο Suzuki [177] και επίλυσε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο Περιορισμένης Αναζήτησης (Tabu Search) σε υβριδική μορφή με έναν αλγόριθμο Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (Variable Neighborhood Search - VNS). Οι αρχικές λύσεις που δημιούργησε παρήχθησαν από έναν προσαρμοστικό παράλληλο ευρετικό αλγόριθμο (adaptive parallel route construction heuristic (APRCH)). Αυτό το οποίο παρατηρήθηκε σε αυτή την έρευνα ήταν ότι το μο-

ντέλο που ελαχιστοποιούσε την κατανάλωση καυσίμου ενός οχήματος αύξανε περισσότερο την απόσταση και τον χρόνο ταξιδιού σε σχέση με τα αντίστοιχα μοντέλα που μειώναν την απόσταση και τον χρόνο αλλά όμως δεν μειώναν την κατανάλωση καυσίμου. Επίσης αποδείχθηκε ότι η ελαχιστοποίηση ενός δρομολογίου ως προς την απόσταση μπορούσε να παράγει ενεργειακά οικονομικότερες διαδρομές σε σχέση με αυτές που παράγονταν από την ελαχιστοποίηση του δρομολογίου ως προς τους χρόνους μετάβασης. Το ίδιο έτος δημοσιεύθηκε ακόμα μία έρευνα που εκτός από τις παραμέτρους της ταχύτητας, του φορτίου και της απόστασης στην αντικειμενική συνάρτηση συμπεριλαμβάνονταν και η κλίση του εδάφους, η πυκνότητα του αέρα, το εμβαδόν της μπροστινής επιφάνειας του οχήματος, η δύναμη της μηχανής του οχήματος και πολλές άλλες επιπλέον παράμετροι. Το μοντέλο προτάθηκε από τους Weizhen και Chun [191] και η επίλυση έγινε με αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης.

Το ίδιο έτος (2012) οι Erdogan και Miller-Hooks [61] δημοσίευσαν το Πράσινο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Green Vehicle Routing Problem - G-VRP). Η συγκεκριμένη έρευνα αναφέρονταν σε οχήματα που κινούνται με εναλλακτικά και πιο φιλικά προς το περιβάλλον καύσιμα όπως το βιοντίζελ (biodiesel) και το φυσικό αέριο (liquid natural gas - LNG, compressed natural gas - CNG). Ένα από τα προβλήματα που έχουν να αντιμετωπίσουν οι εταιρίες τέτοιων οχημάτων είναι η δυσκολία εύρεσης σημείων ανεφοδιασμού. Στη συγκεκριμένη έρευνα μοντελοποιείται το πρόβλημα αυτό και η αντικειμενική συνάρτηση προσπαθεί να μειώσει το μήκος του δρομολογίου προσπαθώντας να δημιουργήσει δρομολόγια με τέτοιον τρόπο ώστε να μην χρειάζεται να γίνει ανεφοδιασμός του οχήματος ή έστω να μην χρειάζεται να υπάρξει μεγάλη απόκλιση από το κυρίως δρομολόγιο ώστε να βρεθεί σημείο ανεφοδιασμού. Στη μοντελοποίηση του προβλήματος χρησιμοποιούνται επιπλέον παράμετροι σε σχέση με τα προηγούμενα προβλήματα που έχουν αναφερθεί όπως το σύνολο και η θέση των σημείων ανεφοδιασμού και η χωρητικότητα της δεξαμενής καυσίμου των οχημάτων. Τα παραδείγματα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ήταν ένα πλήθος συντεταγμένων πραγματικών σημείων στο χάρτη των τοποθεσιών της Virginia, του Maryland και της Columbia. Για την επίλυση του προβλήματος σχεδιάστηκαν στο πακέτο της Java «ILOG's CPLEX Concert Technology 11.2» τρεις διαφορετικοί ευρετικοί αλγόριθμοι.

Το 2012 δημοσιεύθηκε επίσης μία αρκετά ενδιαφέρουσα έρευνα, αρκετά στοιχεία από την οποία χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την διατριβή, από τους Xiao et al. [194]. Με στόχο το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων να αποκτήσει μια πιο οικολογική διάσταση, οι Xiao et al. προσθέτουν στην αντικειμενική τους συνάρτηση και το βαθμό κατανάλωσης καυσίμου (Fuel Consumption Rate - FCR) των οχημάτων μετρημένο σε λίτρα κατανάλωσης ανά χιλιόμετρο. Το κό-

στος καυσίμου ενός κινούμενου οχήματος εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Οι παράγοντες αυτοί χωρίζονται σε δύο σύνολα. Το πρώτο σύνολο περιλαμβάνει παράγοντες όπως την απόσταση, το φορτίο, την ταχύτητα και τις συνθήκες του οδικού δικτύου, το βαθμό κατανάλωσης καυσίμου (FCR) και την τιμή του καυσίμου και άλλους παράγοντες που σχετίζονται άμεσα με την διαδικασία του προγραμματισμού του ταξιδιού και θεωρούνται μεταβλητό κόστος. Το δεύτερο σύνολο δεν έχει άμεση σχέση με την διαδικασία του ταξιδιού και περιλαμβάνει παράγοντες όπως τα ελαστικά του οχήματος, τη συντήρηση του, τις αμοιβές των οδηγών, τους φόρους κ.α. Προκειμένου να δοθεί στη συνέχεια μία μοντελοποίηση του προβλήματος είναι αναγκαίο να αναφερθούν οι μαθηματικοί τύποι που θα χρησιμοποιηθούν για να υπολογιστεί για μια διαδρομή η κατανάλωση καυσίμου FC μετρημένη σε μονάδες όγκου συναρτήσει του FCR . Δεδομένου ότι Q_0 το βάρος του οχήματος, Q_1 το βάρος του ωφέλιμου φορτίου, Q η χωρητικότητα του οχήματος, το FCR υπολογίζεται από την παρακάτω συνάρτηση:

$$FCR(Q_1) = FCR_0 + \frac{FCR^* - FCR_0}{Q} Q_1 \quad (1.35)$$

όπου FCR_0 η τιμή FCR του άδειου οχήματος και FCR^* η τιμή FCR του γεμάτου οχήματος. Επίσης, για μια διαδρομή από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j η τιμή του FCR υπολογίζεται ως εξής:

$$FCR_{ij} = FCR_0 + \frac{FCR^* - FCR_0}{Q} y_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (1.36)$$

όπου y_{ij} το μεταφερόμενο φορτίο από τον κόμβο i στον j .

Η κατανάλωση καυσίμου (FC) μετρημένη σε μονάδες όγκου μεταξύ δύο κόμβων i και j δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$FC_{ij} = FCR_{ij} d_{ij} x_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (1.37)$$

Το x_{ij} είναι ίσο με 1 αν το τόξο (i, j) υπάρχει στη διαδρομή και 0 αλλιώς. Το κόστος καυσίμου ($Fcost$) μεταξύ δύο κόμβων i και j υπολογίζεται ως εξής:

$$Fcost_{ij} = c_0 FCR_{ij} d_{ij} x_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (1.38)$$

όπου το c_0 είναι το κόστος μιας μονάδας καυσίμου.

Για την μοντελοποίηση του προβλήματος που ελαχιστοποιεί το κόστος καυσίμου θα υποθέσουμε ότι υπάρχουν η πελάτες με ζήτηση D_i για κάθε πελάτη i , μία αποθήκη που ορίζεται ως κόμβος 0 και m όμοια οχήματα με περιορισμένη χωρητικότητα Q και σταθερό κόστος λειτουργίας του οχήματος ίσο με F .

Η μοντελοποίηση του προβλήματος είναι η ακόλουθη :

$$\min \sum_{j=1}^{\eta} F x_{0j} + \sum_{i=0}^{\eta} \sum_{j=0}^{\eta} c_0 d_{ij} (FCR_0 x_{ij} + \frac{FCR^* - FCR_0}{Q} y_{ij}) \quad (1.39)$$

υπό

$$\sum_{j=0}^{\eta} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, \eta \quad (1.40)$$

$$\sum_{j=0}^{\eta} x_{ij} - \sum_{j=0}^{\eta} x_{ji} = 0, \quad i = 0, \dots, \eta \quad (1.41)$$

$$\sum_{j=0, j \neq i}^{\eta} y_{ji} - \sum_{j=0, j \neq i}^{\eta} y_{ij} = D_i, \quad i = 1, \dots, \eta \quad (1.42)$$

$$y_{ij} \leq Q x_{ij}, \quad i, j = 0, \dots, \eta \quad (1.43)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, \eta \quad (1.44)$$

Το πρώτο μέρος της αντικειμενικής συνάρτησης (1.39) υπολογίζει το άθροισμα του σταθερού κόστους των οχημάτων ενώ το δεύτερο μέρος υπολογίζει το άθροισμα του κόστους του καυσίμου όλων των οχημάτων. Ο πρώτος περιορισμός (1.40) δηλώνει ότι από κάθε κόμβο περνάει μόνο ένα όχημα. Ο επόμενος περιορισμός (1.41) δηλώνει ότι όταν ένα όχημα φτάσει σε ένα κόμβο πρέπει να

φύγει και από αυτόν. Ο περιορισμός (1.42) δηλώνει ότι το βάρος που θα έχει αφαιρεθεί από το όχημα όταν αυτό φύγει από έναν κόμβο ισούται με την ζήτηση αυτού του κόμβου-πελάτη. Ο περιορισμός (1.43) ορίζει το μέγιστο φορτίο που μπορεί να μεταφερθεί από ένα όχημα.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα παραδείγματα για το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων που προτάθηκαν από τους Christofides et al. [30] και τους Golden et al. [78]. Το πρόβλημα επιλύθηκε με έναν υβριδικό αλγόριθμο Προσομοιωμένης Ανόπτησης αφού πρώτα θεωρήθηκε ότι $FCR_0 = 1$ όταν το όχημα είναι άδειο και $FCR^* = 2$, $F = 0$ και $c_0 = 1$. Λόγω του ότι το κόστος της μονάδας καυσίμου είναι ίσο με 1 το αποτέλεσμα της συνάρτησης βελτιστοποίησης δεν υπολογίζει μόνο το κόστος κατανάλωσης καυσίμου αλλά και τη συνολική κατανάλωση καυσίμου του οχήματος σε μονάδες όγκου (Fuel Consumption - FC) για όλη τη διαδρομή.

Το 2014 οι Zhang et al. [202] χρησιμοποίησαν και εξέλιξαν το μοντέλο των Xiao et al. [194] δημοσιεύοντας το Περιβαλλοντολογικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Environmental Vehicle Routing Problem - EVRP). Στην αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου τους πολλαπλασιάζουν το βαθμό κατανάλωσης καυσίμου που υπολογίζεται στο μοντέλο των Xiao et al. με την τιμή των εκπομπών CO_2 σε κιλά ανά λίτρο καυσίμου (CO_2 emission rate - CER). Έτσι, η ποσότητα του CO_2 που εκπέμπεται σε μία μετάβαση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο (1.45):

$$emissions_{ij} = CER_{ij}FCR_{ij}d_{ij}x_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (1.45)$$

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν το σύνολο δεδομένων που προτείνουν οι Christofides και Eilon [29] και το πρόβλημα επιλύθηκε με έναν υβριδικό αλγόριθμο αποικίας μελισσών (Hybrid artificial bee colony).

Το έτος 2014 δημοσιεύθηκαν δύο έρευνες πάνω στο Ενεργειακό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για Διανομή και Συλλογή (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup - VRPSDP). Η πρώτη έρευνα έγινε από τους Lin et al. [119] και αφορούσε την διανομή μπουκαλιών νερού και τη συλλογή των άδειων μπουκαλιών για ανακύκλωση από τους αντίστοιχους πελάτες και έκανε σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ δύο διαφορετικών προβλημάτων και των αντίστοιχων μοντέλων τους για την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της διαδικασίας. Το πρώτο πρόβλημα που επιλύθηκε ήταν το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για Διανομή και Πλήρη Συλλογή προϊόντων ενώ το δεύτερο ήταν το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για Διανομή και Μερική Συλλογή προϊόντων για πελάτες με διαφορετική ζήτηση και ποσότητα

προς ανακύκλωση. Στη πρώτη περίπτωση το όχημα κάνει πλήρη συλλογή προϊόντων από κάθε πελάτη κατά την διάρκεια του δρομολογίου ενώ στη δεύτερη περίπτωση το όχημα κάνει μερική συλλογή προϊόντων ανάλογα με τον ελεύθερο χώρο που διαθέτει το όχημα ώστε να ολοκληρώσει μια διαδρομή. Και στις δύο περιπτώσεις στόχος ήταν αρχικά η εύρεση των βέλτιστων διαδρομών με την ελάχιστη απόσταση δεδομένου ότι όλα τα προϊόντα ήταν πανομοιότυπα, όλα τα οχήματα ήταν ίδια, η ταχύτητα των οχημάτων ήταν ίδια και σταθερή για όλα τα οχήματα και η ζήτηση και η ποσότητα προς ανακύκλωση για κάθε πελάτη ήταν γνωστή. Έπειτα με δεδομένες τις βέλτιστες ως προς την απόσταση διαδρομές και τις αντίστοιχες βέλτιστες αποστάσεις υπολογίστηκαν διάφορα κόστη όπως το κόστος κατανάλωσης καυσίμου, το κόστος σε εκπομπές CO_2 , το κόστος παραγωγής και ανακύκλωσης προϊόντων και τα αθροιστικά κόστη λαμβάνοντας υπόψη αρκετές οικονομικές παραμέτρους με γνωστές τιμές. Για τις ανάγκες της έρευνας δημιουργήθηκαν 24 παραδείγματα με πλήθος πελατών από 20 έως 100 και με οχήματα που είχαν χωρητικότητα από 50 έως 210 μονάδες. Τα παραδείγματα για τα δύο προβλήματα επιλύθηκαν με έναν γενετικό αλγόριθμο. Τα αποτελέσματα της έρευνας αξίζει να σημειωθούν:

- Το οικονομικό κόστος (κόστος μεταφοράς και κόστος προϊόντος) είναι αισθητά μειωμένο για την περίπτωση της Πλήρης Συλλογής σε σχέση με την Μερική Συλλογή προϊόντων.
- Η διαφορά των δύο προβλημάτων όσον αφορά το οικονομικό κόστος φαίνεται να μειώνεται όσο αυξάνεται η χωρητικότητα των οχημάτων.
- Οι εκπομπές/κόστος σε CO_2 αυξάνονται όσο αυξάνεται η χωρητικότητα των οχημάτων αλλά δεν δημιουργούν αισθητή διαφορά στην μεταβολή του συνολικού κόστους.
- Ο έλεγχος των εκπομπών CO_2 στις εφαρμογές της εφοδιαστικής αλυσίδας δεν αποτελεί τόσο σημαντικό παράγοντα στην προσπάθεια για τη προστασία του περιβάλλοντος όσο η προσπάθεια να ανακυκλώνονται περισσότερα προϊόντα ακόμα και αν αυτό σημαίνει αύξηση της διανυόμενης απόστασης.

Την ίδια χρονική περίοδο δημοσιεύθηκε από τους Tajik et al. [178] μία έρευνα που ανέλυε ένα Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων για Ελαχιστοποίηση της Ρύπανσης για Διανομή και Συλλογή με Χρονικά Παράθυρα και αθέβαιη ζήτηση (Time Window Pickup-Delivery Pollution Routing Problem (TWPDP RP) with uncertain input data). Για τη μοντελοποίηση του προβλήματος το οποίο είχε στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους μιας διαδρομής χρησιμοποιήθηκαν μία

πληθώρα παραμέτρων τόσο της διαδρομής όσο και του οχήματος. Εκτός από τις παραμέτρους που ορίζουν τα χρονικά όρια και τα όρια χωρητικότητας και ζήτησης υπήρχαν και άλλες παράμετροι όπως το κόστος μεταφοράς μεταξύ δύο σημείων, το κόστος της κατανάλωσης καυσίμου, το κόστος της εκπομπής ρύπων, το βάρος του άδειου οχήματος, το ωριαίο κόστος του οδηγού, το εμβαδόν του μπροστινού μέρους του οχήματος και η ταχύτητά του, η τιμή της αντίστασης του αέρα και η τιμή της ολισθηρότητας του οδοστρώματος, η πυκνότητα του αέρα, η βαρυτική έλξη και η κλίση του εδάφους. Σημαντικά συμπεράσματα των αποτελεσμάτων ήταν ότι η μεταβολή του μεγέθους του πλήθους των πελατών έχει σημαντικό αντίκτυπο στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης ενώ η μεταβολή του μεγέθους της χωρητικότητας του οχήματος δεν μεταβάλλει σημαντικά την τιμή της συνάρτησης. Τέλος, τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αυξάνεται όσο αυξάνεται και η τιμή των εκπεμπόμενων ρύπων.

Το 2014 και το 2015 δημοσιεύθηκαν άλλες τρεις έρευνες που αξίζει να σημειωθούν. Η πρώτη έρευνα έγινε από τους Bandeira et al. [9] και υπολόγιζε την κατανάλωση καυσίμου και τις εκπομπές ρύπων με δύο διαφορετικά μοντέλα. Το πρώτο μοντέλο χρησιμοποιούσε τη μέτρηση της στιγμιαίας ταχύτητας των οχημάτων με χρήση συσκευής πλοήγησης (GPS) ενώ η δεύτερη χρησιμοποιούσε τη μέτρηση της μέσης ταχύτητας των οχημάτων. Και τα δύο μοντέλα έδειξαν το ίδιο αξιόλογα αποτελέσματα μετά από δοκιμές που έγιναν σε διαδρομές που σχεδιάστηκαν σε τρεις διαφορετικές περιοχές με πραγματικά δεδομένα αποστάσεων και υπόλοιπων παραμέτρων. Αυτό που επίσης παρατηρήθηκε ήταν ότι το είδος του οχήματος και τα χαρακτηριστικά του παίζουν σημαντικό ρόλο στη μέτρηση των εκπεμπόμενων ρύπων. Η δεύτερη έρευνα που έγινε το 2015 από τους Li et al. [116] αφορούσε την ανάπτυξη ενός μοντέλου για την ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων στο Πρόβλημα Δρομολόγησης Τράκτορα και Ρυμουλκούμενου με Υπερβολική Ζήτηση (Tractor and Semitrailer Routing Problem with Many-to-Many Demand - TSRP-MMD). Το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι μία επέκταση του Προβλήματος Δρομολόγησης Φόρτωσης και Εκφόρτωσης (Rollon-Rolloff Vehicle Routing Problem - RRVRP). Στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος υπολογίζονται οι εκπομπές ρύπων ανά τονο-χιλιόμετρο. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν παραδείγματα που δημιουργήθηκαν από την συνάρτηση «RANDOM» του προγραμματιστικού περιβάλλον της Matlab και κάποια από αυτά που έχουν προτείνει οι Christofides et al. [29, 30]. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε ήταν ένας ευρετικός αλγόριθμος τριών φάσεων (Modified Clarke and Wright Savings Heuristic Algorithm (CW) with an Improvement Phase and a Local Search Phase). Το 2015 οι Xiao και Konak [195] έλυσαν ένα πράσινο πρόβλημα δρομολόγη-

σης οχημάτων και χρονοπρογραμματισμού χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο προσομοιωμένης απόδοσης. Στην έρευνά τους ελαχιστοποίησαν τις εκπομπές ρύπων λαμβάνοντας υπόψη την απόσταση και έναν παράγοντα εκπομπών ρύπων ανά μονάδα απόστασης, τον χρόνο άφιξης του οχήματος και το συνολικό χρόνο ταξιδιού λαμβάνοντας υπόψη τη μέση ταχύτητα του οχήματος.

Το 2012 και το 2014 δημοσιεύθηκαν τρεις έρευνες που αφορούσαν την επίλυση πολυαντικειμενικών ενεργειακών προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων. Το 2012 δημοσιεύθηκε ένα διαντικειμενικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (bi-objective Green Vehicle Routing Problem) από τους Jemai et al. [90]. Στόχος ήταν να βρεθούν οι λύσεις που ελαχιστοποιούν την διανυόμενη απόσταση του οχήματος και τις εκπομπές ρύπων του οχήματος. Το πρόβλημα επιλύθηκε με τον Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II - NSGA II). Η μέθοδος με την οποία υπολογίζονταν οι εκπομπές CO_2 ήταν ο πολλαπλασιασμός της απόστασης που διένυε το όχημα με έναν παράγοντα εκπομπών ρύπων. Σε αυτή την έρευνα αναφέρεται επίσης ότι σε πραγματικές συνθήκες οι εκπομπές σε CO_2 ενός οχήματος εκτός από την απόσταση που διανύει εξαρτώνται από το φορτίο που μεταφέρει το όχημα, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του, τις καιρικές συνθήκες (κατά μέτωπο άνεμος ή κατά πλάτη άνεμος και η χρήση κλιματιστικού) και τις συνθήκες κυκλοφοριακής συμφόρησης. Αν και αυτή ήταν μια αρκετά καλή προσπάθεια για να παρουσιαστεί ένα από τα πρώτα πολυαντικειμενικά ενεργειακά προβλήματα δρομολόγησης με δεδομένα της VRPLIB, παρόλα αυτά τα αποτελέσματα δεν έδωσαν πολλές μη κυριαρχούμενες λύσεις αφού ο τρόπος υπολογισμού των εκπεμπόμενων ρύπων σχετιζόταν άμεσα με την διανυόμενη απόσταση και μεταβάλλονταν ανάλογα.

Το 2014 οι Demir et al. [55] βασισμένοι στη μοντελοποίηση του Προβλήματος Ρύπανσης-Δρομολόγησης (Pollution-Routing Problem) [13] δημοσίευσαν το Διαντικειμενικό Πρόβλημα Ρύπανσης-Δρομολόγησης (Bi-objective Pollution-Routing Problem). Οι δύο προς ελαχιστοποίηση συναρτήσεις ήταν αφενός αυτή που ελαχιστοποιούσε τη συνολική εκπομπή ρύπων λαμβάνοντας υπόψη όλες τις παραμέτρους που είχαν συμπεριληφθεί στο [13] και αφετέρου αυτή που ελαχιστοποιούσε την συνολική κατανάλωση χρόνου για το εκάστοτε δρομολόγιο. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν παραδείγματα με πραγματικές γεωγραφικές συντεταγμένες και οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος ήταν παραλλαγές του αλγορίθμου Προσαρμοστικής Μεγάλης Γειτονιάς Αναζήτησης (Adaptive Large Neighborhood Search Algorithm - ALNS) [54].

Επίσης το 2014 οι Molina et al. [133] δημοσίευσαν μια έρευνα όπου έλυναν ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παρά-

θυρα με τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις. Η πρώτη ελαχιστοποιούσε το συνολικό κόστος δρομολόγησης, η δεύτερη τις εκπομπές ρύπων σε CO_2 και η τρίτη τις εκπομπές ρύπων σε NO_x . Το πρόβλημα επιλύθηκε για ένα πραγματικό παράδειγμα με έναν ευρετικό αλγόριθμο όπου τα οχήματα είχαν διαφορετικά κόστη, χωρητικότητες και συντελεστές εκπομπών ρύπων. Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε περιείχε έναν μεγάλο αριθμό από παραμέτρους όπως την αμοιβή του οδηγού ανά μονάδα χρόνου, την κατανάλωση του άδειου οχήματος και την κατανάλωση ανά μονάδα αύξησης του φορτίου καθώς επίσης και την ποσότητα εκπομπών ρυπογόνων ουσιών ανάλογα με την τεχνολογία του κάθε οχήματος.

Τέλος, το 2015 οι Kumar et al. [108] δημοσίευσαν μια έρευνα που ελαχιστοποιούσε ταυτόχρονα το κόστος παραγωγής αλλά και την κατανάλωση καυσίμου ενός προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με τη χρήση ενός αλγόριθμου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων. Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου τους συγκρίθηκαν με αυτά ενός NSGA II και αποδείχθηκε ότι αποδίδουν πολύ καλύτερα.

Για μία πλήρη βιβλιογραφική ανάλυση πάνω στην Ενεργειακή Εφοδιαστική Αλυσίδας μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [174, 201] ενώ για μια πλήρη αναδρομή πάνω στις έρευνες για το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με έμφαση στις έρευνες που αφορούν τη μείωση της ενεργειακής κατανάλωσης και των ρύπων μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [110, 120]. Τέλος, μια συνοπτική περιγραφή αρκετών μοντέλων για την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης και των εκπεμπόμενων ρύπων των οχημάτων μπορεί κάποιος να διαβάσει στο [56].

Κεφάλαιο 2

Μέτρα Αποτελεσματικότητας Μετώπου Pareto (Evaluation Measures)

2.1 Εισαγωγή

Η αξιολόγηση ενός πολυαντικειμενικού προβλήματος αποτελεί μια πιο πολύπλοκη διαδικασία σε σχέση με ένα απλό πρόβλημα μίας αντικειμενικής συνάρτησης. Οι στόχοι σε ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα είναι τέσσερις [167, 206]:

- Η ελαχιστοποίηση της απόστασης σε σχέση με το βέλτιστο Μέτωπο Pareto (αν είναι γνωστό).
- Η επίτευξη ομοιόμορφης κατανομής των λύσεων πάνω στο Μέτωπο Pareto (spread και distribution).
- Η επίτευξη της επέκτασης του διαγράμματος σε όσο μεγαλύτερη έκταση σε όλους τους άξονες.
- Η μεγιστοποίηση του αριθμού των λύσεων του Μετώπου Pareto.

Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε ένα σύνολο μετώπων Pareto μπορούμε να επιλέξουμε τρεις τρόπους σύγκρισης. Είτε να τα συγκρίνουμε όλα με το βέλτιστο Μέτωπο Pareto, είτε να τα συγκρίνουμε μεταξύ τους, είτε να χρησιμοποιήσουμε τύπους που υπολογίζουν την επίδοση κάθε διαγράμματος ξεχωριστά όσον αφορά την έκταση του, την κατανομή ή την διασπορά των λύσεων του πάνω στους άξονες, την ομαλότητα του διαγράμματος και τον αριθμό των λύσεων του.

Πολλές φορές είναι αδύνατο να υπάρχει μία βέλτιστη λύση μετώπου Pareto ώστε να επιτευχθεί η σύγκριση. Παρόλα αυτά σε περίπτωση που υπάρχει ένα βέλτιστο Pareto (PF_{global}) ή ένα μέτωπο Pareto ως αναφορά για σύγκριση

(Reference set) ή έστω ένα σημείο αναφοράς υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για επιλογή [107, 167]. Στη συνέχεια θα αναφέρουμε κάποια μέτρα αποτελεσματικότητας που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη περίπτωση που δεν υπάρχει κάποιο Μέτωπο Pareto Αναφοράς ή κάποιο σημείο αναφοράς και τα οποία χρησιμοποιήθηκαν, όπως θα δούμε αργότερα, στη συγκεκριμένη διδακτορική διατριβή.

2.2 Μέτρο Κάλυψης μεταξύ δύο Μετώπων Pareto (Μέτρο Κάλυψης) (Coverage of Two Sets measure)

Με την χρήση του συγκεκριμένου μέτρου (*C measure*) μπορούμε να υπολογίσουμε ανάμεσα σε δύο μέτωπα Pareto κατά πόσο κυριαρχεί το ένα στο άλλο. Έστω ότι έχουμε να συγκρίνουμε δύο αλγορίθμους A1 και A2. Έστω ότι \hat{A} είναι το σύνολο των λύσεων Pareto του A1 και \hat{B} του A2, αντίστοιχα. Με το μέτρο $C(\hat{A}, \hat{B})$ υπολογίζουμε σε τι ποσοστό από τις \hat{B} λύσεις του αλγορίθμου A2 κυριαρχούν οι \hat{A} λύσεις του A1. Ο τύπος του $C(\hat{A}, \hat{B})$ δίνεται παρακάτω και υπολογίζει το ποσοστό των λύσεων του αλγορίθμου A2 που κυριαρχούνται από τις λύσεις του A1:

$$C(\hat{A}, \hat{B}) = \frac{|\{\hat{b} \in \hat{B}; \exists \hat{a} \in \hat{A} : \hat{a} \succeq \hat{b}\}|}{|\hat{B}|} \quad (2.1)$$

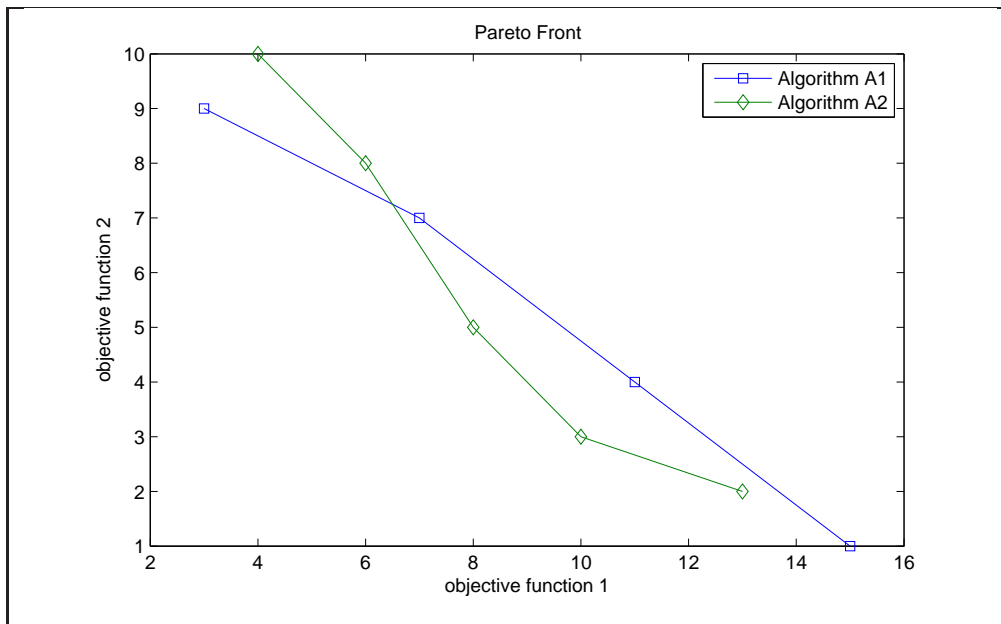
Για παράδειγμα: Έστω ότι έχουμε δύο αλγορίθμους A1 και A2 με τις παρακάτω λύσεις Pareto (Πίνακας 2.1).

Πίνακας 2.1: Λύσεις Pareto των αλγορίθμων A1 και A2.

Αριθμός λύσεων	A1		A2	
1	3	9	4	10
2	7	7	6	8
3	11	4	8	5
4	15	1	10	3
5	-	-	13	2

Τότε το κοινό τους διάγραμμα θα είναι το παρακάτω (Σχήμα 2.1).

Από την εικόνα που ακολουθεί (Σχήμα 2.2) διαπιστώνουμε ότι οι λύσεις του A1 κυριαρχούν σε μία από τις πέντε λύσεις του A2 ($C(\hat{A}, \hat{B})=1/5=0,2$) και οι λύσεις του A2 κυριαρχούν σε μία από τις τέσσερις λύσεις του A1 ($C(\hat{B}, \hat{A})=1/4=0,25$).



Σχήμα 2.1: Διαγράμματα μετώπων Pareto των δύο αλγορίθμων.

Άρα το διάγραμμα του A2 κυριαρχεί περισσότερο επί του διαγράμματος του A1.

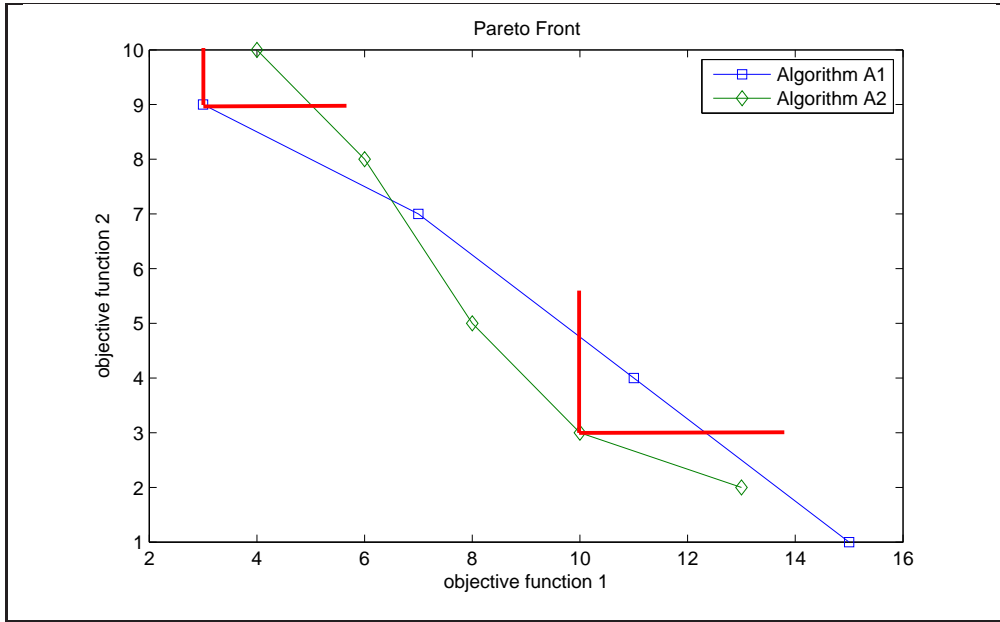
2.2.1 Έκταση Μετώπου Pareto (Extent of the Pareto front)

Η συνάρτηση «Έκταση Μετώπου Pareto» (M_k) υπολογίζει το πόσο εκτείνεται το μέτωπο Pareto ως προς κάθε διάσταση.

Η συνάρτηση δίνεται στη συνέχεια [206]:

$$M_k = \sqrt{\sum_{k=1}^K \max\{\|p' - q'\|\}} \quad (2.2)$$

όπου K είναι ο αριθμός των αντικειμενικών και p' και q' είναι η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της αξίας κάθε αντικειμενικής συνάρτησης.



Σχήμα 2.2: Κυριαρχία των λύσεων του ενός αλγόριθμου στις λύσεις του άλλου.

2.2.2 Διασπορά και Κατανομή Μετώπου Pareto (Spread and Distribution of the Pareto front)

Τα επόμενα μέτρα αναφέρονται στην έρευνα των Okabe et al. [146] και αφορούν τον υπολογισμό της διασποράς και της κατανομής (spread και distribution).

Για τον υπολογισμό της κατανομής δίνονται δύο τύποι που βασίζονται στην απόσταση των σημείων του μετώπου μεταξύ τους. Ο πρώτος τύπος ονομάζεται Spacing (SP) και υπολογίζεται ως εξής:

$$SP(L) = \sqrt{\frac{1}{|L| - 1} \sum_{i=1}^{|L|} (dist_i - \overline{dist})^2} \quad (2.3)$$

όπου

$$dist_i = \min \sum_{k=1}^K |z_k(l_i) - z_k(l_j)|, \quad l_j \in L \text{ and } l_j \neq l_i \quad (2.4)$$

όπου K είναι ο αριθμός των αντικειμενικών, L ο αριθμός των λύσεων του

μετώπου, $dist_i$ η ελάχιστη απόσταση της λύσης i από την κοντινότερη της και \overline{dist} η μέση τιμή όλων των αποστάσεων.

Το σφάλμα του παραπάνω τύπου ήταν ότι όταν είχαμε ένα μέτωπο με τις παρακάτω λύσεις $A(0, 10)$, $B(1, 9)$, $C(9, 1)$ και $D(10, 0)$ τότε οι αποστάσεις από το σημείο A στο B και από το C στο D υπολογίζονταν δύο φορές ενώ η απόσταση μεταξύ B και C δεν λαμβάνονταν ποτέ υπόψη.

Ο τελευταίος τύπος του Δ ($\Delta measure$) που σχετίζεται με την απόσταση των σημείων περιλαμβάνει πληροφορίες τόσο από την κατανομή όσο και από την διασπορά των λύσεων ενός μετώπου Pareto και έδωσε λύση στο πρόβλημα που μπορούσε να εμφανιστεί στο μέτρο SP :

$$\Delta = \frac{dist_{first} + dist_{last} + \sum_{i=1}^{|LS|-1} |dist_i - \overline{dist}|}{dist_{first} + dist_{last} + (|LS| - 1)\overline{dist}} \quad (2.5)$$

όπου τα $dist_{first}$ και $dist_{last}$ αποτελούν την απόσταση του πρώτου στοιχείου από το δεύτερο για το πρώτο ($dist_{first}$) και την απόσταση του τελευταίου στοιχείου από το προηγούμενο του για το δεύτερο ($dist_{last}$). Το LS είναι ο αριθμός των ενδιάμεσων λύσεων (εκτός των δύο ακραίων). Τα $dist_i$ είναι οι αποστάσεις των ενδιάμεσων λύσεων με $i = 1, \dots, LS - 1$ και \overline{dist} είναι ο μέσος όρος αυτών των αποστάσεων.

Κεφάλαιο 3

Μοντελοποίηση Πολυαντικειμενικών Ενεργειακών Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων (Formulation of Multiobjective Energy Vehicle Routing Problems)

3.1 Ενεργειακά Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (E- nergy Vehicle Routing Problems)

3.1.1 Εισαγωγή

Τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια έχει δημοσιευθεί ένας αρκετά μεγάλος αριθμός ερευνών που στόχο έχουν την παρουσίαση μοντέλων για την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου των οχημάτων και ταυτόχρονα την ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων. Στη βιβλιογραφία έχουν υπάρξει τόσο έρευνες που παρουσιάζουν πολύ απλά μοντέλα τα οποία λαμβάνουν υπόψη τους την διανυόμενη απόσταση και το μεταφερόμενο φορτίο του οχήματος για τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου ενός οχήματος [97] όσο και έρευνες που παρουσιάζουν μοντέλα τα οποία για τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου λαμβάνουν υπόψη πολλές συγκεκριμένες παραμέτρους και τα οποία λειτουργούν με αρκετή ακρίβεια πάνω στα πραγματικά δεδομένα και για τον συγκεκριμένο τύπο οχημάτων για τα οποία σχεδιάστηκαν [178]. Ένας από τους στόχους αυτής της διατριβής είναι να παρουσιάσει μια μοντελοποίηση για την επίλυση ενεργειακών προβλημάτων δρομολόγησης τα οποία θα μπορούν να χρησιμοποιηθούν με σχετική ευκολία (χωρίς για παράδειγμα να απαιτείται

η συλλογή πολλών και δυσεύρετων τιμών των χαρακτηριστικών των οχημάτων) και να υπολογίζουν προσεγγιστικά την κατανάλωση καυσίμου σε μονάδες όγκου τόσο σε παραδείγματα βιβλιογραφίας λαμβάνοντας υπόψη τη διανυόμενη απόσταση και το μεταφερόμενο φορτίο όσο και σε πραγματικά παραδείγματα λαμβάνοντας υπόψη επιπλέον παραμέτρους μιας διαδρομής που μπορούν μεν να επηρεάσουν την κατανάλωση ενός οχήματος αλλά δεν χρειάζεται ιδιαίτερη εξειδίκευση πάνω στα χαρακτηριστικά του εκάστοτε οχήματος και του περιβάλλοντος στο οποίο κινείται (π.χ. εμβαδόν του μπροστινού μέρους του οχήματος, ταχύτητα, τιμή της αντίστασης του αέρα, τιμή της ολισθηρότητας του οδοστρώματος, πυκνότητα του αέρα, βαρυτική έλξη, βαθμό κατανάλωσης καυσίμου και άλλα χαρακτηριστικά της μηχανής ενός οχήματος). Αντιθέτως, παράμετροι που λαμβάνονται υπόψη σε αυτή τη διδακτορική διατριβή είναι η κλίση του οδοστρώματος καθώς και η κατεύθυνση και η δύναμη του ανέμου. Σε πολλές έρευνες ένα ακόμα χαρακτηριστικό που φαίνεται να λαμβάνεται υπόψη είναι η ταχύτητα που αναπτύσσει ένα όχημα. Στην προσέγγιση που θα προταθεί στη συνέχεια για τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου ενός οχήματος σε ένα περιβάλλον με πραγματικές συνθήκες λαμβάνονται υπόψη οι στροφές ανά λεπτό του κινητήρα του οχήματος (rpm). Ο λόγος για τον οποίο καταλήξαμε σε μια τέτοια επιλογή είναι το γεγονός ότι αυτό το χαρακτηριστικό αντιπροσωπεύει περισσότερο την επιθετική ή μη συμπεριφορά του οδηγού γεγονός το οποίο επηρεάζει αισθητά την κατανάλωση καυσίμου ενός οχήματος. Αυτό αποτελεί ένα λογικό συμπέρασμα αρκεί να σκεφτεί κανείς ότι ένα όχημα που κινείται με 80 χιλ/ώρα και με 4η σχέση στο λεβιέ των ταχυτήτων καταναλώνει λιγότερο από ένα όχημα που κινείται και πάλι με 80 χιλ/ώρα αλλά, αυτή τη φορά, με 3η σχέση στο λεβιέ των ταχυτήτων. Η ταχύτητα των οχημάτων μπορεί να παραμένει η ίδια αλλά στην πραγματικότητα η διαφορά στις στροφές ανά λεπτό του κινητήρα μεταξύ των οχημάτων προκαλεί διαφορά και στην κατανάλωση καυσίμου των δύο οχημάτων.

Τα τελευταία τρία χρόνια έχουν παρουσιαστεί δύο ενδιαφέρουσες έρευνες με αρκετά πολύπλοκα πολυαντικειμενικά μοντέλα σχεδιασμένα πάνω σε πραγματικά προβλήματα δρομολόγησης [55, 133] και μια έρευνα με πιο απλή μοντελοποίηση που ελαχιστοποιούσε ταυτόχρονα τη διανυόμενη απόσταση και τις εκπομπές των ρύπων του οχήματος [90]. Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας δεν έδωσαν πολλές μη κυριαρχούμενες λύσεις δεδομένου του ότι ο τρόπος υπολογισμού των εκπεμπόμενων ρύπων σχετίζονταν άμεσα και μεταβάλλονταν ανάλογα με την διανυόμενη απόσταση. Σε αντίθεση με τις προηγούμενες έρευνες, ένας ακόμα στόχος της παρούσας διατριβής είναι να παρουσιάσει τις μοντελοποιήσεις τεσσάρων πολυαντικειμενικών προβλημάτων που έχουν στόχο την ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του χρόνου ενός δρομολογίου και της κατα-

νάλωσης καυσίμου του οχήματος τόσο σε περιβάλλοντα όπου δεν λαμβάνονται υπόψη (ή δεν είναι γνωστές) οι επιπλέον παράμετροι μιας διαδρομής όσο και σε περιβάλλοντα όπου λαμβάνονται υπόψη (ή είναι γνωστές) οι επιπλέον παράμετροι μιας διαδρομής, με την χρήση των προτεινόμενων αντικειμενικών συναρτήσεων για την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου.

3.1.2 Το Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Χρονικής Διάρκειας Διαδρομής (Time Reduction Vehicle Routing Problem - TRVRP)

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο (Κεφάλαιο 1) το 2007 δημοσιεύθηκε μια βιβλιογραφική έρευνα από τους Shih και Eglese [168] στην οποία αναφέρεται ότι στην ελαχιστοποίηση των εκπεμπόμενων ρύπων συμβάλλει και η ελαχιστοποίηση του χρόνου εκτέλεσης του δρομολογίου. Η σωστή επιλογή διαδρομών οδηγεί στην αύξηση της ταχύτητας εκτέλεσης του δρομολογίου γεγονός που προκαλεί λιγότερους ρύπους και μειώνει το χρόνο εκτέλεσης του δρομολογίου. Παρόλα αυτά από τις έρευνες του Li [118] αποδείχθηκε ότι η ελαχιστοποίηση του κόστους ενός δρομολογίου ως προς την απόσταση θα μπορούσε να παράγει ενεργειακά οικονομικότερες διαδρομές σε σχέση με αυτές που παράγονταν από την ελαχιστοποίηση του κόστους ενός δρομολογίου ως προς τους χρόνους μετάβασης.

Παρακάτω αναλύεται η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση που θα χρησιμοποιηθεί στα πολυαντικειμενικά προβλήματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια και αναφέρεται στην ελαχιστοποίηση της συνολικής διάρκειας του ταξιδιού.

Η συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση είναι ίδια είτε πρόκειται για ένα πρόβλημα διανομής είτε για ένα πρόβλημα συλλογής προϊόντων. Η αντικειμενική συνάρτηση έχει στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εκτέλεσης (Time Reduction - TR) ενός δρομολογίου από τη στιγμή που τα οχήματα ξεκινούν από την αποθήκη έως τη στιγμή που επιστρέφουν ξανά σε αυτή. Έστω ότι t_{ij}^k είναι ο χρόνος μετάβασης ενός οχήματος k μέγιστης χωρητικότητας Q από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j και s_j^k είναι ο χρόνος που απαιτείται από το όχημα k να εξυπηρετήσει τον πελάτη j με ζήτηση D_j . Το x_{ij}^k έχει τιμή 1 εάν το όχημα k επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Ακόμα, θεωρούμε ότι n είναι ο αριθμός των κόμβων του προβλήματος, m είναι ο αριθμός των πανομοιότυπων οχημάτων που χρησιμοποιούνται και, επίσης, θεωρούμε ότι για την αποθήκη ισχύει $i = j = 1$ με $D_1 = 0$. Έτσι, η προτεινόμενη αντικειμενική συνάρτηση του Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Χρονικής Διάρκειας Διαδρομής (Time Reduction Vehicle Routing Problem - TRVRP) είναι η παρακάτω:

$$\min TR = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m (t_{ij}^{\kappa} + s_j^{\kappa}) x_{ij}^{\kappa} \quad (3.1)$$

υπό

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=2}^n D_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} \leq Q^{\kappa}, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1}^n x_{ji}^{\kappa} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.5)$$

$$x_{ij}^{\kappa} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.6)$$

Οι δύο πρώτοι περιορισμοί ((3.2) και (3.3)) εγγυούνται ότι κάθε πελάτη πρέπει να τον επισκεφθεί ένα μόνο όχημα. Ο τρίτος περιορισμός (3.4) είναι ο περιορισμός της χωρητικότητας του οχήματος όπου διαβεβαιώνει ότι αθροιστικά η ζήτηση των πελατών του δεν θα ξεπεράσει την χωρητικότητά του. Ο τέταρτος περιορισμός (3.5) διαβεβαιώνει ότι κάθε όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο πρέπει να αποχωρεί και από αυτόν. Ο τελευταίος περιορισμός (3.6) εγγυάται ότι η μεταβλητή απόφασης μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.

3.1.3 Προβλήματα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια με Παραμέτρους Διαδρομής (Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - RFCVRP)

Ένα από τα πλέον διαδεδομένα προβλήματα τα οποία προσπαθεί να λύσει ένα μεγάλο ποσοστό της επιστημονικής κοινότητας που ερευνά το πρόβλημα

δρομολόγησης οχημάτων είναι το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης της κατανάλωσης καυσίμου των οχημάτων μιας διαδρομής και κατά συνέπεια και των εκπεμπόμενων ρύπων τους. Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο (Κεφάλαιο 1) πάρα πολλές έρευνες έχουν γίνει την τελευταία δεκαετία ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι εκπεμπόμενοι ρύποι και, συγχρόνως, η κατανάλωση καυσίμου στα δρομολόγια. Επίσης, τα τελευταία χρόνια έχουν δημοσιευθεί από αρκετά απλές μοντελοποιήσεις προβλημάτων που πολλαπλασιάζουν την διανυόμενη απόσταση με το φορτίο που μεταφέρει το όχημα ώστε να υπολογίσουν την κατανάλωση του μέχρι και μοντέλα που λαμβάνουν υπόψη τους πάρα πολλές παραμέτρους εκτός από το φορτίο και την απόσταση, όπως την επιτάχυνση και την ταχύτητα του οχήματος, το εμβαδόν της μπροστινής επιφάνειας του οχήματος, τα σημεία ανεφοδιασμού, την κλίση του εδάφους και την φορά του ανέμου, τις επιδόσεις και τον τύπο του κινητήρα του οχήματος κ.α. Μια αρκετά γνωστή μοντελοποίηση πάνω στην οποία είναι βασισμένη και η μοντελοποίηση που θα χρησιμοποιηθεί στην παρουσιαζόμενη έρευνα είναι η μοντελοποίηση που προτείνουν στην έρευνά τους οι Xiao et al. [194]. Στην έρευνά τους οι συγκεκριμένοι ερευνητές καταλήγουν στο γεγονός ότι η Κατανάλωση Καυσίμου ενός οχήματος (Fuel Consumption - FC) μετρημένη σε μονάδες όγκου καυσίμου (π.χ. λίτρα) από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j μπορεί να υπολογιστεί από την παρακάτω συνάρτηση:

$$FC_{ij} = d_{ij}(1 + \frac{y_{ij}}{Q}) \quad (3.7)$$

όπου d_{ij} είναι η απόσταση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j , Q η συνολική χωρητικότητα του οχήματος και y_{ij} το φορτίο που μεταφέρει το όχημα από τον κόμβο i στον κόμβο j .

Σύμφωνα με τους Xiao et al. [194] ο βαθμός κατανάλωσης καυσίμου (FCR) είναι η ποσότητα που υπολογίζεται από την πράξη της παρένθεσης του τύπου (3.7) ο οποίος συνήθως μετράται σε λίτρα ανά χιλιόμετρο (lt/km) (μονάδες όγκου ανά μονάδα απόστασης). Αν αυτή η τιμή πολλαπλασιαστεί με την διανυόμενη απόσταση τότε το αποτέλεσμα θα είναι ο όγκος των καυσίμων (κατανάλωση καυσίμου) που καταναλώθηκε για την κάλυψη αυτής της απόστασης.

Παρόλα αυτά, στο συγκεκριμένο τύπο δεν λαμβάνεται καθόλου υπόψη το γεγονός ότι μια διαδρομή μπορεί να περιλαμβάνει και άλλες παραμέτρους πραγματικών συνθηκών γεγονός το οποίο σύμφωνα με τους Leonardi et al. [114] και τους Jemai et al. [90] αποτελούν σημαντικό παράγοντα στον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου ενός οχήματος. Πιο συγκεκριμένα, οι Leonardi et al. αναφέρουν ότι οι παράγοντες αυτοί είναι η κλάση του οχήματος, η οδηγική

συμπεριφορά και άλλες παράμετροι διαδρομής ενώ οι Jemai et al. αναφέρουν την ταχύτητα και την επιτάχυνση του οχήματος, τις καιρικές συνθήκες (κατά μέτωπο και κατά πλάτη άνεμο) και την κυκλοφοριακή συμφόρηση. Επίσης, οι Cicero et al. [31] αναφέρουν ότι η κλίση του εδάφους αποτελεί έναν αρκετά σημαντικό παράγοντα που επηρεάζει την κατανάλωση του οχήματος. Στην ίδια έρευνα αναφέρεται ακόμα ότι το επιτρεπτό εύρος της κλίσης του οδοστρώματος πάνω στο οποίο μπορεί να κινηθεί ένα όχημα είναι από 0% έως 10% βαθμούς.

Λαμβάνοντας υπόψη τις παραπάνω έρευνες, στην παρούσα διατριβή, θεωρήθηκε ότι η κατανάλωση καυσίμου θα αντιπροσωπεύει περισσότερο την πραγματικότητα αν πολλαπλασιαστεί με έναν επιπλέον παράγοντα που θα αντιπροσωπεύει τις συνθήκες της διαδρομής. Ο παράγοντας αυτός συμβολίζεται ως r και είναι ένας θετικός αριθμός που αποτελεί συνάρτηση της κλίσης του οδοστρώματος, της ταχύτητας και της φοράς του ανέμου και της οδηγικής συμπεριφοράς του οδηγού. Έτσι, η κατανάλωση καυσίμου λαμβάνοντας υπόψη και τις επιπλέον παραμέτρους της διαδρομής συμπεριλαμβανομένων της διανυόμενης απόστασης και του φορτίου που μεταφέρει το όχημα σε αυτή την απόσταση μπορεί να δοθεί από την παρακάτω συνάρτηση της Κατανάλωσης Καυσίμου με Παραμέτρους Διαδρομής (Route-based Fuel Consumption - RFC):

$$RFC_{ij} = d_{ij}(1 + \frac{y_{ij}}{Q})r_{ij} = FC_{ij}r_{ij} \quad (3.8)$$

όπου d_{ij} είναι η απόσταση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j , Q η συνολική χωρητικότητα του οχήματος, y_{ij} το φορτίο που μεταφέρει το όχημα από τον κόμβο i στον κόμβο j και r_{ij} οι παράμετροι της διαδρομής από τον κόμβο i στον κόμβο j .

Η παράμετρος r_{ij} είναι πάντα θετικός αριθμός. Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη ότι αν από ένα σημείο i προς ένα σημείο j ο δρόμος είναι ανηφορικός και με την παραδοχή ότι όλοι οι δρόμοι είναι διπλής κατεύθυνσης, αναμενόμενο είναι από το σημείο j προς το σημείο i ο δρόμος να είναι ίδιας απόστασης αλλά κατηφορικός. Η παραπάνω διαπίστωση μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι θα μπορούσε $r_{ij} \neq r_{ji}$ γεγονός που μετατρέπει το πρόβλημα που λύνουμε σε ένα μη-συμμετρικό πρόβλημα. Αν η τιμή της παραμέτρου r_{ij} είναι μεγαλύτερη από το 1 μπορούμε να υποθέσουμε ότι η διαδρομή από το i στο j είναι ανηφορική ή ο αέρας είναι δυνατός και χτυπάει το όχημα κατά μέτωπο ή ότι ο οδηγός οδηγεί αρκετά «επιθετικά» το όχημά του. Σε αντίθετη περίπτωση, αν η τιμή της παραμέτρου r_{ij} είναι μικρότερη από το 1 μπορούμε να υποθέσουμε ότι η διαδρομή από το i στο j είναι κατηφορική ή ο αέρας είναι δυνατός και χτυπάει το όχημα κατά πλάτη ή ότι ο οδηγός οδηγεί αρκετά ομαλά το όχημά

του. Προφανώς, στην περίπτωση που δεν υπάρχει κλίση στο έδαφος, υπάρχει άπνοια και ο οδηγός οδηγεί με τον καλύτερο τρόπο, έχουμε τέλειες συνθήκες παραμέτρων διαδρομής, η παράμετρος $r_{ij} = 1 \forall (i, j)$ που ανήκει στην διαδρομή και το πρόβλημα μετατρέπεται σε συμμετρικό πρόβλημα. Μόνο για αυτή την περίπτωση θα ισχύει ότι $RF C_{ij} = FC_{ij}$.

Ο υπολογισμός της παραμέτρου r_{ij} γίνεται ακολουθώντας την παρακάτω διαδικασία.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι:

- Η κλίση του οδοστρώματος μπορεί να είναι από 0% έως 10% βαθμούς (Grades) είτε ανηφόρα είτε κατηφόρα.
- Η ταχύτητα του ανέμου μετρημένη στην κλίμακα Beaufort μπορεί να φτάσει από 0 έως 12 μονάδες της κλίμακας [41] (είτε κατά μέτωπο είτε κατά πλάτη).
- Η πράσινη περιοχή (περιοχή χαμηλής κατανάλωσης) του ρολογιού μέτρησης των στροφών ανά λεπτό του κινητήρα (rounds per minute - rpm) ενός τράκτορα μάρκας «Scania» (Χωρητικότητα Μηχανής: 9 λίτρα, Ενεργειακής Κλάσης: Euro 5 και με απόδοση 230 ίππους (Hp) στις 1900 rpm) [219] είναι μεταξύ 1000 rpm και 1500 rpm με μέγιστο αριθμό στροφών στις 3000 rpm. Όσο ο οδηγός αλλάζει τη σχέση των ταχυτήτων ομαλά πριν το όχημα ξεπεράσει τις 1500 στροφές τόσο η κατανάλωση παραμένει σε χαμηλά επίπεδα. Αντιθέτως, όσο ο οδηγός αλλάζει τη σχέση των ταχυτήτων αφού το όχημα ξεπεράσει τις 1500 στροφές τόσο η κατανάλωση φτάνει σε υψηλά επίπεδα.

Για το προτεινόμενο μοντέλο υπολογίζεται ένας Δείκτης Κλίσης (Grade Index - G_{ij}) και ένας Δείκτης Beaufort (Beaufort Index - B_{ij}). Ανάλογα με το αν έχουμε ανηφορικό ή κατηφορικό οδόστρωμα, όπως επίσης και αν έχουμε κατά μέτωπο ή κατά πλάτη άνεμο υπάρχουν δύο διαφορετικοί τύποι για τον υπολογισμό των δύο δεικτών όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 3.1).

Λαμβάνοντας υπόψη τους παραπάνω δείκτες G_{ij} και B_{ij} καθώς επίσης και τις στροφές ανά λεπτό του κινητήρα του οχήματος rpm_{ij} υπολογίζεται η τιμή της παραμέτρου r_{ij} από ένα κόμβο i προς ένα κόμβο j με βάση την ακόλουθη συνάρτηση:

$$r_{ij} = \frac{G_{ij} + B_{ij}}{2} * \frac{rpm_{ij}}{1500}. \quad (3.9)$$

Πίνακας 3.1: Δείκτης Κλίσης και Δείκτης Beaufort.

Grade Index (G_{ij})		Beaufort Index (B_{ij})	
Ανηφόρα	Κατηφόρα	Άνεμος κατά μέτωπο	Άνεμος κατά πλάτη
$1+(Grade/10\%)$	$1-(Grade/10\%)$	$1+(Beaufort/12)$	$1-(Beaufort/12)$

Για παράδειγμα, έστω ότι προκειμένου να μετακινηθούμε από ένα σημείο A σε ένα σημείο B , η Κατανάλωση Καυσίμου (FC) λαμβάνοντας υπόψη μόνο την απόσταση και το φορτίο που μεταφέρεται έχει μετρηθεί ίση με 10 λίτρα καυσίμου, η κλίση του οδοστρώματος είναι ίση με 5% ανηφόρα και φυσάει κατά μέτωπο άνεμος ταχύτητας 4 Beaufort. Δεδομένου ότι ο οδηγός οδηγεί με σταθερές στροφές κινητήρα ίσες με 1500 rpm, τότε η τιμή της Κατανάλωσης Καυσίμου με Παραμέτρους Διαδρομής (RFC) μετρημένη σε μονάδες όγκου (λίτρα) υπολογίζεται ως εξής:

$$RFC = FC * r = 10 * \left(\frac{(1 + \frac{0,05}{0,1}) + (1 + \frac{4}{12})}{2} \right) * 1 = 14,1 \text{ lt.} \quad (3.10)$$

Αντιθέτως, έστω ότι προκειμένου να μετακινηθούμε από ένα σημείο A σε ένα σημείο B , η Κατανάλωση Καυσίμου (FC) λαμβάνοντας υπόψη μόνο την απόσταση και το φορτίο που μεταφέρεται έχει μετρηθεί ίση με 10 λίτρα καυσίμου, η κλίση του οδοστρώματος είναι ίση με 5% κατηφόρα και φυσάει κατά πλάτη άνεμος ταχύτητας 4 Beaufort. Δεδομένου ότι ο οδηγός οδηγεί με σταθερές στροφές κινητήρα ίσες με 1500 rpm τότε η τιμή της Κατανάλωσης Καυσίμου με Παραμέτρους Διαδρομής (RFC) μετρημένη σε μονάδες όγκου (λίτρα) υπολογίζεται ως εξής:

$$RFC = FC * r = 10 * \left(\frac{(1 - \frac{0,05}{0,1}) + (1 - \frac{4}{12})}{2} \right) * 1 = 5,8 \text{ lt.} \quad (3.11)$$

3.1.3.1 Το Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - DR-FCVRP)

Το Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Delivery Route-based Fuel Consum-

ption Vehicle Routing Problem - DRFCVRP) έχει σαν στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου λαμβάνοντας πάντα υπόψη τη διανυόμενη απόσταση την οποία διανύει ένα όχημα φορτωμένο με ένα φορτίο πολλαπλασιασμένη ταυτόχρονα και με άλλες παραμέτρους της διαδρομής (δηλαδή την ελαχιστοποίηση της Κατανάλωσης Καυσίμου με Παραμέτρους Διαδρομής (Route-based Fuel Consumption - RFC)) όταν το όχημα εκτελεί μόνο διανομή προϊόντων. Στο πρόβλημα αυτό το όχημα πρέπει να ξεκινάει με τόσο φορτίο όσο και η ζήτηση των πελατών που έχει προγραμματιστεί να επισκεφθεί και να εξυπηρετήσει στο δρομολόγιό του. Σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να ξεκινάει πάντα γεμάτο (εκτός της περίπτωσης που η ζήτηση των πελατών είναι ίση με την μέγιστη χωρητικότητά του) γιατί αυτό θα συνεπάγεται την φόρτωση με επιπρόσθετο και αχρείαστο φορτίο γεγονός που οδηγεί στην άσκοπη κατανάλωση περισσότερου καυσίμου. Κάθε φορά που το όχημα εξυπηρετεί έναν πελάτη το φορτίο του μειώνεται τόσο όσο ήταν και η ζήτηση του πελάτη αυτού. Μετά την ολοκλήρωση και της τελευταίας εξυπηρέτησης το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη άδειο.

Έστω ότι y_{ij}^{κ} είναι το φορτίο ενός οχήματος κ μέγιστης χωρητικότητας Q που μεταφέρεται από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο-πελάτη j με ζήτηση D_j . Για την αποθήκη ισχύει $i = j = 1$ με $D_1 = 0$. Δεδομένου ότι οι πελάτες έχουν ήδη κατανεμηθεί στα οχήματα λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς της χωρητικότητας των οχημάτων και της χρονικής διάρκειας τότε $y_{1j}^{\kappa} = \sum_{i=1}^n D_i$ για κάθε

όχημα αφού ξεκινάει από την αποθήκη με τόσο φορτίο όσο και το άθροισμα της ζήτησης των πελατών του δρομολογίου του. Το x_{ij}^{κ} έχει τιμή 1 εάν το όχημα κ επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Όπως έχουμε αναφέρει και προηγουμένως το d_{ij} είναι η απόσταση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j . Ακόμα, θεωρούμε ότι n είναι ο αριθμός των κόμβων του προβλήματος και m είναι ο αριθμός των πανομοιότυπων οχημάτων που χρησιμοποιούνται. Η παράμετρος r_{ij} είναι αυστηρά θετική και συμβολίζει τις παραμέτρους της διαδρομής. Έτσι, η προτεινόμενη αντικειμενική συνάρτηση του Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - DRFCVRP) είναι η ακόλουθη:

$$\min RFC = \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{1j} x_{1j}^{\kappa} \left(1 + \frac{y_{1j}^{\kappa}}{Q}\right) r_{1j} +$$

$$+ \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{ij} x_{ij}^{\kappa} \left(1 + \frac{y_{i-1,i}^{\kappa} - D_i}{Q}\right) r_{ij} \quad (3.12)$$

υπό

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.14)$$

$$\sum_{j=2}^n D_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} \leq Q^{\kappa}, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.15)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1}^n x_{ji}^{\kappa} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.16)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ji}^{\kappa} - \sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ij}^{\kappa} = D_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.17)$$

$$Q x_{ij}^{\kappa} \geq y_{ij}^{\kappa}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.18)$$

$$x_{ij}^{\kappa} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.19)$$

Οι δύο πρώτοι περιορισμοί ((3.13) και (3.14)) εγγυούνται ότι κάθε πελάτη πρέπει να τον επισκεφθεί ένα μόνο όχημα. Ο τρίτος περιορισμός (3.15) είναι ο περιορισμός της χωρητικότητας του οχήματος ο οποίος διαβεβαιώνει ότι η αθροιστική ζήτηση των πελατών του δεν θα ξεπεράσει την χωρητικότητά του. Ο τέταρτος περιορισμός (3.16) διαβεβαιώνει ότι κάθε όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο πρέπει να αποχωρεί και από αυτόν. Ο πέμπτος περιορισμός (3.17) εγγυάται ότι η μείωση του φορτίου όταν ένα όχημα εξυπηρετήσει έναν κόμβο-πελάτη είναι ίση με την ζήτηση του κόμβου αυτού. Ο επόμενος περιορισμός (3.18) χρησιμοποιείται για να οριοθετηθεί το μέγιστο όριο φορτίου που μεταφέρει ένα όχημα και να θέσει το $y_{ij}^{\kappa} = 0$ όταν $x_{ij}^{\kappa} = 0$. Ο τελευταίος περιορισμός (3.19) εγγυάται ότι η μεταβλητή απόφασης μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.

3.1.3.2 Το Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - PRFCVRP)

Το Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - PRFCVRP) έχει σα στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου λαμβάνοντας πάντα υπόψη την διανυόμενη απόσταση την οποία διανύει ένα όχημα φορτωμένο με ένα φορτίο πολλαπλασιασμένη ταυτόχρονα και με άλλες παραμέτρους της διαδρομής (δηλαδή την ελαχιστοποίηση της Κατανάλωσης Καυσίμου με Παραμέτρους Διαδρομής (Route-based Fuel Consumption - RFC)) όταν το όχημα εκτελεί μόνο συλλογή προϊόντων. Στο πρόβλημα αυτό το όχημα πρέπει να ξεκινάει άδαιο από την αποθήκη και να επιστρέφει με τόσο φορτίο όση και η προς συλλογή ποσότητα των πελατών που έχει προγραμματιστεί να επισκεφθεί και να εξυπηρετήσει στο δρομολόγιό του. Κάθε φορά που το όχημα εξυπηρετεί έναν πελάτη το φορτίο του αυξάνεται τόσο όση ήταν και η ποσότητα που συλλέχθηκε από τον πελάτη αυτόν. Μετά την ολοκλήρωση και της τελευταίας εξυπηρέτησης το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη με τόσο φορτίο όση και η συνολική ποσότητα που του έχουν εναποθέσει οι πελάτες.

Έστω ότι y_{ij}^k είναι το φορτίο ενός οχήματος k μέγιστης χωρητικότητας Q που μεταφέρεται από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο-πελάτη j με ποσότητα συλλογής D_j . Δεδομένου ότι για την αποθήκη ισχύει $i = j = 1$ με $D_1 = 0$ τότε $y_{1j}^k = 0$ για κάθε όχημα αφού ξεκινάει από την αποθήκη άδαιο. Το x_{ij}^k έχει τιμή 1 εάν το όχημα k επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Όπως και στα προηγούμενα μοντέλα, θεωρούμε ότι n είναι ο αριθμός των κόμβων του προβλήματος και m είναι ο αριθμός των πανομοιότυπων οχημάτων που χρησιμοποιούνται. Η παράμετρος r_{ij} είναι αυστηρά θετική και συμβολίζει τις παραμέτρους της διαδρομής. Έτσι, η προτεινόμενη αντικειμενική συνάρτηση του Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - PRFCVRP) είναι η ακόλουθη:

$$\min RFC = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m d_{1j} x_{1j}^k r_{1j} + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m d_{ij} x_{ij}^k \left(1 + \frac{y_{i-1,i}^k + D_i}{Q}\right) r_{ij} \quad (3.20)$$

υπό

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.21)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.22)$$

$$\sum_{j=2}^n D_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} \leq Q^{\kappa}, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.23)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1}^n x_{ji}^{\kappa} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.24)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ji}^{\kappa} = D_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.25)$$

$$Qx_{ij}^{\kappa} \geq y_{ij}^{\kappa}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.26)$$

$$x_{ij}^{\kappa} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.27)$$

Οι δύο πρώτοι περιορισμοί ((3.21) και (3.22)) εγγυούνται ότι κάθε πελάτη πρέπει να τον επισκεφθεί ένα μόνο όχημα. Ο τρίτος περιορισμός (3.23) είναι ο περιορισμός της χωρητικότητας του οχήματος ο οποίος διαβεβαιώνει ότι η αθροιστική ποσότητα που θα συλλεχθεί σε ένα όχημα από τους πελάτες που του αντιστοιχούν δε θα ξεπεράσει την χωρητικότητά του. Ο τέταρτος περιορισμός (3.24) διαβεβαιώνει ότι κάθε όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο πρέπει να αποχωρεί και από αυτόν. Ο πέμπτος περιορισμός (3.25) εγγυάται ότι η αύξηση του φορτίου όταν ένα όχημα εξυπηρετήσει έναν κόμβο-πελάτη είναι ίση με την ποσότητα που συλλέγεται από τον κόμβο αυτό. Ο επόμενος περιορισμός (3.26) χρησιμοποιείται για να οριοθετήσει το μέγιστο όριο φορτίου που μεταφέρει ένα όχημα και να θέσει το $y_{ij}^{\kappa} = 0$ όταν $x_{ij}^{\kappa} = 0$. Ο τελευταίος περιορισμός (3.27) εγγυάται ότι η μεταβλητή απόφασης μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.

3.2 Πολυαντικειμενικά Ενεργειακά Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων (Multiobjective Energy Vehicle Routing Problems - MEVRP)

3.2.1 Εισαγωγή

Συνήθως τα προβλήματα τα οποία έχουν να αντιμετωπίσουν οι επιχειρήσεις στην πραγματικότητα δεν έχουν στόχο πάντα την ελαχιστοποίηση ενός μόνο κριτηρίου. Για παράδειγμα, πολλές φορές ο στόχος μιας εταιρείας διανομών μπορεί να είναι η ταχύτερη εξυπηρέτηση των πελατών της αλλά ταυτόχρονα και η ελαχιστοποίηση του κόστους καυσίμου αλλά και των εκπεμπόμενων ρύπων των οχημάτων της. Πολλές φορές η επιλογή μιας διαδρομής με βάση το κριτήριο του χρόνου μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλες καταναλώσεις καυσίμου. Θα μπορούσε μία μικρή απόσταση που διανύεται σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα να οδηγήσει σε πολύ μεγάλες καταναλώσεις καυσίμου γιατί, για παράδειγμα, το οδόστρωμα έχει μεγάλη ανηφορική κλίση. Αντιθέτως, μια μεγαλύτερη απόσταση που διανύεται σε μεγαλύτερο χρονικό διάστημα θα μπορούσε να οδηγήσει σε χαμηλότερη κατανάλωση καυσίμου επειδή το οδόστρωμα έχει κατηφορική κλίση. Ακόμα και αν οι παράμετροι διαδρομής είναι τέλειες (μόνο ευθείες, χωρίς άνεμο και ομαλή οδήγηση) θα μπορούσε η επιλογή της ταχύτερης διαδρομής να οδηγήσει σε μεγαλύτερες καταναλώσεις και αντίστροφα. Για παράδειγμα, αν σε ώρα αιχμής προσπαθήσει κάποιος να διασχίσει έναν κεντρικό δρόμο (μικρή απόσταση) για να πάει από ένα σημείο i σε ένα άλλο σημείο j μπορεί να καταναλώσει περισσότερο χρόνο από την περίπτωση του να διέσχιζε περιφερειακούς δρόμους (μεγάλη απόσταση) όπου θα απαλλάσσονταν από την μεγάλη κυκλοφοριακή συμφόρηση και θα έφτανε ταχύτερα στον προορισμό του αλλά ταυτόχρονα θα κατανάλωνε περισσότερη ποσότητα καυσίμου αφού σύμφωνα με τις προαναφερθείσες έρευνες στο Κεφάλαιο 1 η κατανάλωση καυσίμου εξαρτάται από τη διανυόμενη απόσταση σε συνάρτηση με το μεταφερόμενο φορτίο.

Σε πραγματικές συνθήκες πολλές φορές μια εταιρεία μπορεί να χρειαστεί να θέσει διαφορετική βαρύτητα σε κάθε κριτήριο. Για παράδειγμα, μπορεί μια μέρα που είναι απαραίτητο να εξυπηρετηθούν ταχύτατα οι πελάτες της ή που τα μεταφερόμενα προϊόντα είναι ευπαθή και χρήζουν γρήγορης μεταφοράς η εταιρεία να πρέπει να επιλέξει ένα δρομολόγιο που να εκτελείται σε σύντομο χρονικό διάστημα ακόμα και αν υπάρχει η πιθανότητα υψηλότερης κατανάλωσης καυσίμου. Αν δεν υπάρχουν χρονικά περιθώρια εκτέλεσης του δρομολογίου η εταιρεία μπορεί να επιλέξει αυτό το δρομολόγιο για το οποίο καταναλώνεται το λιγότερο καύσιμο ακόμα και αν χρειαστεί αυτό να διαρκέσει πολύ περισσό-

τερο. Πολλές φορές δεν είναι άμεσα γνωστό το κριτήριο στο οποίο θα πρέπει να δώσει έμφαση μια εταιρεία και έτσι θα πρέπει από πριν να έχει έτοιμες ένα σύνολο στρατηγικών προς επιλογή ανάλογα με τα συμφέροντά της. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί ένα τέτοιο παράδειγμα μιας εταιρείας και ένα ακόμα παράδειγμα που αποδεικνύουν έμπρακτα ότι πολλές φορές η μεγαλύτερη απόσταση ενός δρομολογίου δεν συνοδεύεται πάντα με την αύξηση του χρόνου του δρομολογίου και αντίστροφα, δηλαδή, η μικρή απόσταση ενός δρομολογίου δεν συνοδεύεται πάντα με την μείωση του χρόνου του δρομολογίου. Έπειτα θα παρουσιαστούν τα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα.

3.2.2 Παράδειγμα ενός Πολυαντικειμενικού Προβλήματος Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής

Έστω ότι υπάρχει μια εταιρεία στο σημείο S ενός χάρτη και θέλει να κάνει αποστολή προϊόντων σε τέσσερις πελάτες της που βρίσκονται στα σημεία Π1, Π2, Π3 και Π4 έκαστος. Στη συνέχεια παρατίθενται οι πίνακες, με τους χρόνους μετάβασης (t) μεταξύ των κόμβων μετρημένους σε μονάδες χρόνου (Πίνακας 3.2), με την απόσταση (d) μεταξύ των κόμβων μετρημένη σε μονάδες απόστασης (Πίνακας 3.3), με τις παραμέτρους διαδρομής (r) μεταξύ των κόμβων (Πίνακας 3.4) και με την απόσταση πολλαπλασιασμένη με τις παραμέτρους διαδρομής (Πίνακας 3.5). Όλοι οι πελάτες έχουν ζήτηση D ίση με 1, τα οχήματα έχουν όλα χωρητικότητα Q ίση με 3, ο χρόνος εξυπηρέτησης s είναι μηδενικός και ο μέγιστος χρόνος δρομολογίου κάθε οχήματος *maxtime* είναι 250 χρονικές μονάδες.

Πίνακας 3.2: Χρόνοι Μετάβασης.

Χρόνος Μετάβασης (t)	S	Π1	Π2	Π3	Π4
S	0	60	90	100	40
Π1	60	0	120	90	100
Π2	90	120	0	130	80
Π3	100	90	130	0	50
Π4	40	100	80	50	0

Στη συνέχεια παράγονται δύο διαφορετικές λύσεις-διαδρομές του προβλήματος. Η πρώτη λύση παράγεται με την μέθοδο του Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighborhood Search method) [212] λαμβάνοντας υπόψη τον πίνακα των χρόνων μετάβασης και η δεύτερη λύση παράγεται λαμβάνοντας υπόψη τον Πίνακα 3.5 χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του Πλησιέστερου Γείτονα.

Πίνακας 3.3: Αποστάσεις.

Απόσταση (d)	S	Π1	Π2	Π3	Π4
S	0	800	1200	1800	1600
Π1	800	0	600	1000	1200
Π2	1200	600	0	400	1000
Π3	1800	1000	400	0	800
Π4	1600	1200	1000	800	0

Πίνακας 3.4: Παράμετροι Διαδρομής.

Παράμετροι Διαδρομής (r)	S	Π1	Π2	Π3	Π4
S	0	1,2	0,2	0,5	1,2
Π1	0,8	0	1,5	1,7	1,1
Π2	1,6	0,3	0	0,2	0,6
Π3	1,2	0,2	1,5	0	0,3
Π4	0,6	0,7	1,5	1,8	0

Πίνακας 3.5: Απόσταση \times Παράμετροι Διαδρομής.

$d \times r$	S	Π1	Π2	Π3	Π4
S	0	960	240	900	1920
Π1	640	0	900	1700	1320
Π2	1920	180	0	80	600
Π3	2160	200	600	0	240
Π4	960	840	1500	1440	0

Ο αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα λαμβάνοντας υπόψη τον πίνακα χρόνων μετάβασης για την δημιουργία της πρώτης διαδρομής λειτουργεί ως εξής [212]:

Ξεκινώντας από κάποιον κόμβο (συνήθως την αποθήκη) το όχημα επισκέπτεται τον κόμβο που είναι πλησιέστερα σε αυτόν από τον οποίο ξεκίνησε. Από αυτόν πηγαίνει στον αμέσως επόμενο που δεν έχει επισκεφθεί έως τώρα. Η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου το όχημα επισκεφθεί όλους τους κόμβους μια φορά οπότε και επιστρέφει εκεί από όπου ξεκίνησε.

Έτσι, ξεκινώντας από τον κόμβο της αποθήκης (S στην περίπτωση μας) γίνεται η μετάβαση στον επόμενο πιο κοντινό (χρονικά) κόμβο που δεν έχουμε ήδη επισκεφθεί λαμβάνοντας υπόψη τον χρόνο μετάβασης. Οπότε επιλέγεται η με-

τάβαση στον κόμβο Π4. Στην συνέχεια επιλέγεται η μετάβαση στον επόμενο πιο κοντινό κόμβο στον Π4 που δεν έχουμε ήδη επισκεφθεί λαμβάνοντας υπόψη τον χρόνο μετάβασης. Οπότε επιλέγεται η μετάβαση στον κόμβο Π3. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να επισκεφθούμε όλους τους κόμβους μία φορά και έπειτα να επιστρέψουμε στην αποθήκη. Με την διαδικασία αυτή παράγεται ένα βοηθητικό διάνυσμα με την ακολουθία των κόμβων ως εξής:

$$S \rightarrow \Pi 4 \rightarrow \Pi 3 \rightarrow \Pi 1 \rightarrow \Pi 2 \rightarrow S$$

Στη συνέχεια μετατρέπεται το διάνυσμα της ακολουθίας κόμβων σε διάνυσμα λύσης-διαδρομής λαμβάνοντας πάντα υπόψη ότι δεν πρέπει να παραβιάζονται οι περιορισμοί του μέγιστου χρόνου δρομολογίου και της χωρητικότητας του οχήματος. Αν με την προσθήκη ενός κόμβου σε ένα δρομολόγιο ένας από τους δύο περιορισμούς παραβιάζεται τότε το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη και ο κόμβος αυτός προστίθεται στο δρομολόγιο του επόμενου οχήματος. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, το διάνυσμα της 1^{ης} λύσης είναι το ακόλουθο:

1^η Λύση

$$S \rightarrow \Pi 4 \rightarrow \Pi 3 \rightarrow \Pi 1 \rightarrow S \rightarrow \Pi 2 \rightarrow S$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την τιμή του TR (Τύπος 3.1) για τον υπολογισμό της χρονικής διάρκειας της διαδρομής και του RFC (Τύπος 3.8) για τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου.

$$TR = 40+50+90+60+90+90=420$$

$$RFC = (1920+1920)+[1440+1440(2/3)]+(200+200/3)+640+(240+240/3)+1920=9386,66$$

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα λαμβάνοντας υπόψη τον Πίνακα 3.5 για την δημιουργία της δεύτερης διαδρομής:

Έτσι, ξεκινώντας από τον κόμβο της αποθήκης (S στην περίπτωση μας) γίνεται η μετάβαση στον επόμενο πιο κοντινό (με βάση τον Πίνακα 3.5) κόμβο που δεν έχουμε ήδη επισκεφθεί. Οπότε επιλέγεται η μετάβαση στον κόμβο Π2. Στην συνέχεια επιλέγεται η μετάβαση στον επόμενο πιο κοντινό κόμβο στον Π2 που δεν έχουμε ήδη επισκεφθεί. Οπότε επιλέγεται η μετάβαση στον κόμβο Π3. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να επισκεφθούμε όλους τους κόμβους μία φορά και έπειτα να επιστρέψουμε στην αποθήκη. Με την διαδικασία αυτή παράγεται ένα βοηθητικό διάνυσμα με την ακολουθία των κόμβων ως εξής:

$$S \rightarrow \Pi 2 \rightarrow \Pi 3 \rightarrow \Pi 1 \rightarrow \Pi 4 \rightarrow S$$

Στη συνέχεια μετατρέπεται το διάνυσμα της ακολουθίας κόμβων σε διάνυσμα λύσης-διαδρομής λαμβάνοντας πάντα υπόψη ότι δεν πρέπει να παραβιάζονται

οι περιορισμοί του μέγιστου χρόνου δρομολογίου και της χωρητικότητας του οχήματος. Αν με την προσθήκη ενός κόμβου σε ένα δρομολόγιο ένας από τους δύο περιορισμούς παραβιάζεται τότε το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη και ο κόμβος αυτός προστίθεται στο δρομολόγιο του επόμενου οχήματος. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, το διάνυσμα της 2^{ης} λύσης είναι το ακόλουθο:

2^η Λύση

$$S \rightarrow \Pi 2 \rightarrow S \rightarrow \Pi 3 \rightarrow \Pi 1 \rightarrow S \rightarrow \Pi 4 \rightarrow S$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την τιμή του TR (Τύπος 3.1) για τον υπολογισμό της χρονικής διάρκειας της διαδρομής και του RFC (Τύπος 3.8) για τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου.

$$TR = 90+90+100+90+60+40+40=510$$

$$RFC = (240+240/3)+1920+[900+900(2/3)]+(200+200/3)+640+(1920+1920/3)+960=8166,66$$

Έτσι, προκύπτουν οι ακόλουθες λύσεις

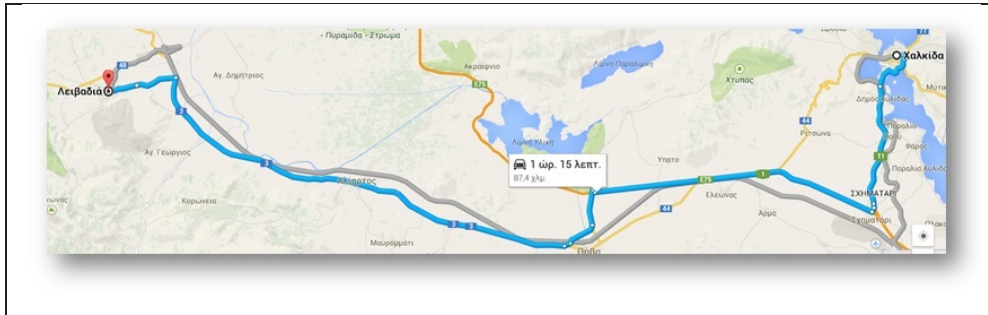
	TR	RFC
1 ^η Λύση	420	9386,66
2 ^η Λύση	510	8166,66

Όπως αποδεικνύεται, μέσα από τις δύο λύσεις που προέκυψαν, πολλές φορές η μεγαλύτερη απόσταση (άρα και η μεγαλύτερη κατανάλωση καυσίμου αφού η κατανάλωση καυσίμου σχετίζεται άμεσα με την απόσταση) ενός δρομολογίου δεν συνοδεύεται πάντα με την αύξηση του χρόνου του δρομολογίου και αντίστροφα. Οι δύο αυτές λύσεις είναι ισοδύναμες και μη-κυριαρχούμενες (ή κυρίαρχες) και ανήκουν στο μέτωπο Pareto του πολυαντικειμενικού προβλήματος που συνδυάζει και ελαχιστοποιεί ταυτόχρονα τις αντικειμενικές συναρτήσεις του Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Χρονικής Διάρκειας Διαδρομής και του Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής. Στην περίπτωση που η εταιρεία χρειαστεί να εκτελέσει ένα γρήγορο δρομολόγιο χωρίς να λαμβάνει υπόψη της την κατανάλωση καυσίμου θα επιλέξει την πρώτη λύση ενώ για την αντίθετη περίπτωση θα επιλέξει την δεύτερη λύση.

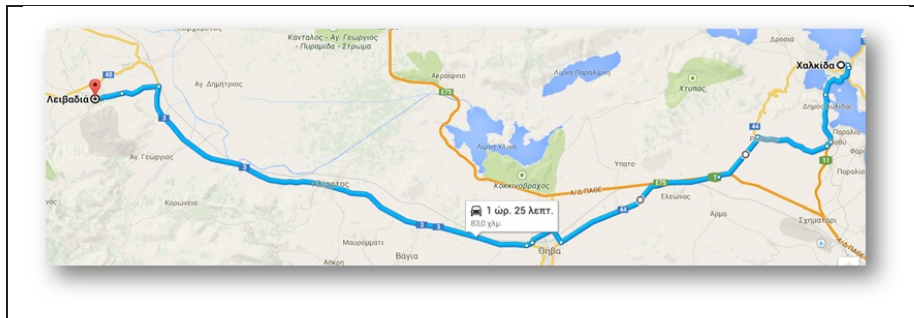
3.2.3 Παράδειγμα ενός πραγματικού Πολυαντικειμενικού Προβλήματος Κατανάλωσης Καυσίμου

Στο σημείο αυτό θα γίνει αναφορά σε ένα πραγματικό παράδειγμα δρομολογίου με τα δεδομένα χρόνου και απόστασης όπως μας τα έδωσε η εφαρμογή των

χαρτών της Google. Όπως φαίνεται από τα σχήματα που ακολουθούν (Σχήμα 3.1 και Σχήμα 3.2) για να μετακινηθεί κανείς από την Χαλκίδα προς την Λειβαδιά μπορεί να ακολουθήσει δύο διαδρομές.



Σχήμα 3.1: Χαλκίδα-Λειβαδιά: Διαδρομή 1.



Σχήμα 3.2: Χαλκίδα-Λειβαδιά: Διαδρομή 2.

Στην πρώτη περίπτωση μπορεί να χρησιμοποιήσει την εθνική οδό μέσω Σχηματαρίου (Σχήμα 3.1) ενώ στη δεύτερη περίπτωση να ακολουθήσει μικρότερους δρόμους μέσω Ριτσώνας και Θήβας (Σχήμα 3.2). Όπως φαίνεται και από τα σχήματα στην πρώτη περίπτωση, δεδομένου ότι τηρούνται οι περιορισμοί των ταχυτήτων, θα χρειαστεί μόλις 1 ώρα και 15 λεπτά για να διανυθεί η απόσταση των 87,4 χιλιομέτρων ενώ στη δεύτερη περίπτωση θα χρειαστεί 1 ώρα και 25 λεπτά για να διανυθεί η απόσταση των 83 χιλιομέτρων. Θεωρώντας ότι:

- και στις δύο περιπτώσεις η διαδρομή γίνεται υπό τέλειες συνθήκες,
- το όχημα κινείται άδείο,
- η κατανάλωση καυσίμου εξαρτάται από την διανυόμενη απόσταση και το βάρος που μεταφέρεται,

- για κάθε διανυόμενο χιλιόμετρο καταναλώνεται καύσιμο ίσο με το ένα δέκατο του λίτρου,

τότε θα έχουμε τις δύο παρακάτω διαδρομές:

	Χρόνος (σε λεπτά)	Κατανάλωση καυσίμου (σε λίτρα)
1 ^η Διαδρομή	75	8,74
2 ^η Διαδρομή	85	8,3

Όπως συνέβη στο προηγούμενο παράδειγμα έτσι και σε αυτό αποδεικνύεται ότι πολλές φορές η μεγαλύτερη απόσταση ενός δρομολογίου δεν συνοδεύεται πάντα με την αύξηση του χρόνου του δρομολογίου και αντίστροφα. Οι δύο αυτές διαδρομές είναι ισοδύναμες και μη-κυριαρχούμενες. Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η προτεινόμενη, σε αυτή τη διδακτορική διατριβή, μοντελοποίηση των πολυαντικειμενικών προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων.

3.2.4 Το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSDFCVRP)

Για το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSDFCVRP) χρησιμοποιούνται και ελαχιστοποιούνται ταυτόχρονα δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση (objective function 1 - OF1) αφορά την ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας του δρομολογίου ενώ η δεύτερη (objective function 2 - OF2) αφορά την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου για δρομολόγια διανομής όταν όλοι οι πελάτες έχουν ζήτηση. Έστω ότι t_{ij}^k είναι ο χρόνος μετάβασης ενός οχήματος k μέγιστης χωρητικότητας Q από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j και s_j^k είναι ο χρόνος που απαιτείται από το όχημα k να εξυπηρετήσει τον πελάτη j με ζήτηση D_j . Θεωρούμε ότι n είναι ο αριθμός των κόμβων του προβλήματος, m είναι ο αριθμός των πανομοιότυπων οχημάτων που χρησιμοποιούνται και, επίσης, θεωρούμε ότι για την αποθήκη ισχύει $i = j = 1$ με $D_1 = 0$. Επίσης, y_{ij}^k είναι το φορτίο ενός οχήματος k που μεταφέρεται από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j . Δεδομένου ότι οι πελάτες έχουν ήδη κατανεμηθεί στα οχήματα λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς της χωρητικότητας των οχημάτων και της χρονικής διάρκειας τότε $y_{1j}^k = \sum_{i=1}^n D_i$ για κάθε όχημα αφού ξεκινάει από την αποθήκη με τόσο φορτίο όσο και το άθροισμα της ζήτησης

των πελατών του δρομολογίου του. Το d_{ij} είναι η απόσταση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j . Το x_{ij}^κ έχει τιμή 1 εάν το όχημα κ επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα δεδομένου ότι είναι συμμετρικό δεν είναι απαραίτητο να συμμετάσχει στη μοντελοποίηση η παράμετρος r_{ij} αφού στην περίπτωση αυτή θεωρούμε ότι δεν υπάρχει κλίση στο έδαφος, υπάρχει άπνοια και ο οδηγός οδηγεί με τον καλύτερο τρόπο, γεγονότα που αποδεικνύουν πως έχουμε τέλειες συνθήκες παραμέτρων διαδρομής και η παράμετρος r_{ij} ισούται με 1. Λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, παρουσιάζεται στη συνέχεια η μοντελοποίηση του Πολυαντικειμενικού Συμμετρικού Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSDRFCVRP):

$$\min OF1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m (t_{ij}^\kappa + s_j^\kappa) x_{ij}^\kappa \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \min OF2 = & \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{1j} x_{1j}^\kappa \left(1 + \frac{y_{1j}^\kappa}{Q}\right) + \\ & + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{ij} x_{ij}^\kappa \left(1 + \frac{y_{i-1,i}^\kappa - D_i}{Q}\right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

υπό

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^\kappa = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.30)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^\kappa = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.31)$$

$$\sum_{j=2}^n D_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^\kappa \leq Q^\kappa, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.32)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1}^n x_{ji}^{\kappa} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.33)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ji}^{\kappa} - \sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ij}^{\kappa} = D_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.34)$$

$$Qx_{ij}^{\kappa} \geq y_{ij}^{\kappa}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.35)$$

$$x_{ij}^{\kappa} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.36)$$

Οι δύο πρώτοι περιορισμοί ((3.30) και (3.31)) εγγυούνται ότι κάθε πελάτη πρέπει να τον επισκεφθεί ένα μόνο όχημα. Ο τρίτος περιορισμός (3.32) είναι ο περιορισμός της χωρητικότητας του οχήματος ο οποίος διαβεβαιώνει ότι η αθροιστική ζήτηση των πελατών του δεν θα ξεπεράσει την χωρητικότητά του. Ο τέταρτος περιορισμός (3.33) διαβεβαιώνει ότι κάθε όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο πρέπει να αποχωρεί και από αυτόν. Ο πέμπτος περιορισμός (3.34) εγγυάται ότι η μείωση του φορτίου όταν ένα όχημα εξυπηρετήσει έναν κόμβο-πελάτη είναι ίση με την ζήτηση του κόμβου αυτού. Ο επόμενος περιορισμός (3.35) χρησιμοποιείται για να οριοθετήσει το μέγιστο όριο φορτίου που μεταφέρει ένα όχημα και να θέσει το $y_{ij}^{\kappa} = 0$ όταν $x_{ij}^{\kappa} = 0$. Ο τελευταίος περιορισμός (3.36) εγγυάται ότι η μεταβλητή απόφασης μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.

3.2.5 Το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MADRFCVRP)

Για το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MADRFCVRP) χρησιμοποιούνται και ελαχιστοποιούνται

ταυτόχρονα δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση (objective function 1 - OF1) αφορά την ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας του δρομολογίου ενώ η δεύτερη (objective function 2 - OF2) αφορά την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου για δρομολόγια διανομής όταν όλοι οι πελάτες έχουν ζήτηση. Έστω ότι t_{ij}^κ είναι ο χρόνος μετάβασης ενός οχήματος κ μέγιστης χωρητικότητας Q από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j και s_j^κ είναι ο χρόνος που απαιτείται από το όχημα κ να εξυπηρετήσει τον πελάτη j με ζήτηση D_j . Θεωρούμε ότι n είναι ο αριθμός των κόμβων του προβλήματος, m είναι ο αριθμός των πανομοιότυπων οχημάτων που χρησιμοποιούνται και, επίσης, θεωρούμε ότι για την αποθήκη ισχύει $i = j = 1$ με $D_1 = 0$. Επίσης, y_{ij}^κ είναι το φορτίο ενός οχήματος κ που μεταφέρεται από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j . Δεδομένου ότι οι πελάτες έχουν ήδη κατανεμηθεί στα οχήματα λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς της χωρητικότητας των οχημάτων και της χρονικής διάρκειας τότε $y_{1j}^\kappa = \sum_{i=1}^n D_i$ για κάθε όχημα αφού

ξεκινάει από την αποθήκη με τόσο φορτίο όσο και το άθροισμα της ζήτησης των πελατών του δρομολογίου του. Το d_{ij} είναι η απόσταση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j . Το x_{ij}^κ έχει τιμή 1 εάν το όχημα κ επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα δεδομένου ότι είναι μη-συμμετρικό συμμετέχει στη μοντελοποίηση η αυστηρά θετική παράμετρος r_{ij} για την οποία ισχύει $r_{ij} \neq r_{ji}$. Λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, παρουσιάζεται στη συνέχεια η μοντελοποίηση του Πολυαντικειμενικού Μη-Συμμετρικού Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MADRFCVRP):

$$\min OF1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m (t_{ij}^\kappa + s_j^\kappa) x_{ij}^\kappa \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \min OF2 = & \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{1j} x_{1j}^\kappa \left(1 + \frac{y_{1j}^\kappa}{Q}\right) r_{1j} + \\ & + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{ij} x_{ij}^\kappa \left(1 + \frac{y_{i-1,i}^\kappa - D_i}{Q}\right) r_{ij} \end{aligned} \quad (3.38)$$

υπό

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.39)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.40)$$

$$\sum_{j=2}^n D_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} \leq Q^{\kappa}, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.41)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1}^n x_{ji}^{\kappa} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.42)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ji}^{\kappa} - \sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ij}^{\kappa} = D_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.43)$$

$$Qx_{ij}^{\kappa} \geq y_{ij}^{\kappa}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.44)$$

$$x_{ij}^{\kappa} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.45)$$

Οι δύο πρώτοι περιορισμοί ((3.39) και (3.40)) εγγυούνται ότι κάθε πελάτη πρέπει να τον επισκεφθεί ένα μόνο όχημα. Ο τρίτος περιορισμός (3.41) είναι ο περιορισμός της χωρητικότητας του οχήματος ο οποίος διαβεβαιώνει ότι η αθροιστική ζήτηση των πελατών του δεν θα ξεπεράσει την χωρητικότητά του. Ο τέταρτος περιορισμός (3.42) διαβεβαιώνει ότι κάθε όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο πρέπει να αποχωρεί και από αυτόν. Ο πέμπτος περιορισμός (3.43) εγγυάται ότι η μείωση του φορτίου όταν ένα όχημα εξυπηρετήσει έναν κόμβο-πελάτη είναι ίση με την ζήτηση του κόμβου αυτού. Ο επόμενος περιορισμός (3.44) χρησιμοποιείται για να οριοθετήσει το μέγιστο όριο φορτίου που μεταφέρει ένα όχημα και να θέσει το $y_{ij}^{\kappa} = 0$ όταν $x_{ij}^{\kappa} = 0$. Ο τελευταίος περιορισμός (3.45) εγγυάται ότι η μεταβλητή απόφασης μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.

3.2.6 Το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSPRFCVRP)

Για το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSPRFCVRP) χρησιμοποιούνται και ελαχιστοποιούνται ταυτόχρονα δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση (objective function 1 - OF1) αφορά την ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας του δρομολογίου ενώ η δεύτερη (objective function 2 - OF2) αφορά την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου για δρομολόγια συλλογής όταν όλοι οι πελάτες έχουν μια ποσότητα προϊόντων που πρέπει να συλλεχθεί από το όχημα. Έστω ότι t_{ij}^κ είναι ο χρόνος μετάβασης ενός οχήματος κ μέγιστης χωρητικότητας Q από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j και s_j^κ είναι ο χρόνος που απαιτείται από το όχημα κ να εξυπηρετήσει τον πελάτη j με ποσότητα συλλογής D_j . Θεωρούμε ότι n είναι ο αριθμός των κόμβων του προβλήματος, m είναι ο αριθμός των πανομοιότυπων οχημάτων που χρησιμοποιούνται και, επίσης, θεωρούμε ότι για την αποθήκη ισχύει $i = j = 1$ με $D_1 = 0$. Επίσης, y_{ij}^κ είναι το φορτίο ενός οχήματος κ που μεταφέρεται από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j και $y_{1j}^\kappa = 0$ για κάθε όχημα αφού ξεκινάει από την αποθήκη άδειο και επιστρέφει σε αυτή με τόσο φορτίο όσο και το άθροισμα της ποσότητας που συλλέχθηκε από τους πελάτες του δρομολογίου του. Το d_{ij} είναι η απόσταση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j . Το x_{ij}^κ έχει τιμή 1 εάν το όχημα κ επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα δεδομένου ότι είναι συμμετρικό δεν είναι απαραίτητο να συμμετάσχει στη μοντελοποίηση η παράμετρος r_{ij} αφού στην περίπτωση αυτή θεωρούμε ότι δεν υπάρχει κλίση στο έδαφος, υπάρχει άπνοια και ο οδηγός οδηγεί με τον καλύτερο τρόπο, γεγονότα που αποδεικνύουν πως έχουμε τέλειες συνθήκες παραμέτρων διαδρομής και η παράμετρος r_{ij} ισούται με 1. Λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, παρουσιάζεται στη συνέχεια η μοντελοποίηση του Πολυαντικειμενικού Συμμετρικού Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSPRFCVRP):

$$\min OF1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m (t_{ij}^\kappa + s_j^\kappa) x_{ij}^\kappa \quad (3.46)$$

$$\min OF2 = \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{1j} x_{1j}^{\kappa} + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{ij} x_{ij}^{\kappa} \left(1 + \frac{y_{i-1,i}^{\kappa} + D_i}{Q}\right) \quad (3.47)$$

υπό

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.48)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.49)$$

$$\sum_{j=2}^n D_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} \leq Q^{\kappa}, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.50)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1}^n x_{ji}^{\kappa} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.51)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ji}^{\kappa} = D_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.52)$$

$$Q x_{ij}^{\kappa} \geq y_{ij}^{\kappa}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.53)$$

$$x_{ij}^{\kappa} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.54)$$

Οι δύο πρώτοι περιορισμοί ((3.48) και (3.49)) εγγυούνται ότι κάθε πελάτη πρέπει να τον επισκεφθεί ένα μόνο όχημα. Ο τρίτος περιορισμός (3.50) είναι ο περιορισμός της χωρητικότητας του οχήματος ο οποίος διαβεβαιώνει ότι η

αθροιστική ποσότητα που θα συλλεχθεί σε ένα όχημα από τους πελάτες που του αντιστοιχούν δε θα ξεπεράσει την χωρητικότητά του. Ο τέταρτος περιορισμός (3.51) διαβεβαιώνει ότι κάθε όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο πρέπει να αποχωρεί και από αυτόν. Ο πέμπτος περιορισμός (3.52) εγγυάται ότι η αύξηση του φορτίου όταν ένα όχημα εξυπηρετήσει έναν κόμβο-πελάτη είναι ίση με την ποσότητα που συλλέγεται από τον κόμβο αυτό. Ο επόμενος περιορισμός (3.53) χρησιμοποιείται για να οριοθετηθεί το μέγιστο όριο φορτίου που μεταφέρει ένα όχημα και να θέσει το $y_{ij}^k = 0$ όταν $x_{ij}^k = 0$. Ο τελευταίος περιορισμός (3.54) εγγυάται ότι η μεταβλητή απόφασης μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.

3.2.7 Το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MAPR-FCVRP)

Για το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MAPR-FCVRP) χρησιμοποιούνται και ελαχιστοποιούνται ταυτόχρονα δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση (objective function 1 - OF1) αφορά την ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας του δρομολογίου ενώ η δεύτερη (objective function 2 - OF2) αφορά την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου για δρομολόγια συλλογής όταν όλοι οι πελάτες έχουν μια ποσότητα προϊόντων που πρέπει να συλλεχθεί από το όχημα. Έστω ότι t_{ij}^k είναι ο χρόνος μετάβασης ενός οχήματος k μέγιστης χωρητικότητας Q από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j και s_j^k είναι ο χρόνος που απαιτείται από το όχημα k να εξυπηρετήσει τον πελάτη j με ποσότητα συλλογής D_j . Θεωρούμε ότι n είναι ο αριθμός των κόμβων του προβλήματος, m είναι ο αριθμός των πανομοιότυπων οχημάτων που χρησιμοποιούνται και επίσης θεωρούμε ότι για την αποθήκη ισχύει $i = j = 1$ με $D_1 = 0$. Επίσης, y_{ij}^k είναι το φορτίο ενός οχήματος k που μεταφέρεται από ένα κόμβο i σε ένα κόμβο j και $y_{1j}^k = 0$ για κάθε όχημα αφού ξεκινάει από την αποθήκη άδαιο και επιστρέφει σε αυτή με τόσο φορτίο όσο και το άθροισμα της ποσότητας που συλλέχθηκε από τους πελάτες του δρομολογίου του. Το d_{ij} είναι η απόσταση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j . Το x_{ij}^k έχει τιμή 1 εάν το όχημα k επισκέπτεται τον πελάτη j αμέσως μετά τον πελάτη i και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα δεδομένου ότι είναι μη-συμμετρικό συμμετέχει στην μοντελοποίηση η αυστηρά θετική παράμετρος r_{ij} για την ο-

ποία ισχύει $r_{ij} \neq r_{ji}$. Λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, παρουσιάζεται στη συνέχεια η μοντελοποίηση του Πολυαντικειμενικού Μη-Συμμετρικού Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MAPRFCVRP):

$$\min OF1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m (t_{ij}^{\kappa} + s_j^{\kappa}) x_{ij}^{\kappa} \quad (3.55)$$

$$\min OF2 = \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{1j} x_{1j}^{\kappa} r_{1j} + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m d_{ij} x_{ij}^{\kappa} \left(1 + \frac{y_{i-1,i}^{\kappa} + D_i}{Q}\right) r_{ij} \quad (3.56)$$

υπό

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.57)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\kappa=1}^m x_{ij}^{\kappa} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.58)$$

$$\sum_{j=2}^n D_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} \leq Q^{\kappa}, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.59)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1}^n x_{ji}^{\kappa} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.60)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ij}^{\kappa} - \sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ji}^{\kappa} = D_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.61)$$

$$Q x_{ij}^{\kappa} \geq y_{ij}^{\kappa}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.62)$$

$$x_{ij}^{\kappa} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \kappa = 1, \dots, m \quad (3.63)$$

Οι δύο πρώτοι περιορισμοί ((3.57) και (3.58)) εγγυούνται ότι κάθε πελάτη πρέπει να τον επισκεφθεί ένα μόνο όχημα. Ο τρίτος περιορισμός (3.59) είναι ο περιορισμός της χωρητικότητας του οχήματος ο οποίος διαβεβαιώνει ότι η αθροιστική ποσότητα που θα συλλεχθεί σε ένα όχημα από τους πελάτες που του αντιστοιχούν δε θα ξεπεράσει την χωρητικότητά του. Ο τέταρτος περιορισμός (3.60) διαβεβαιώνει ότι κάθε όχημα που εισέρχεται σε έναν κόμβο πρέπει να αποχωρεί και από αυτόν. Ο πέμπτος περιορισμός (3.61) εγγυάται ότι η αύξηση του φορτίου όταν ένα όχημα εξυπηρετήσει έναν κόμβο-πελάτη είναι ίση με την ποσότητα που συλλέγεται από τον κόμβο αυτό. Ο επόμενος περιορισμός (3.62) χρησιμοποιείται για να οριοθετήσει το μέγιστο όριο φορτίου που μεταφέρει ένα όχημα και να θέσει το $y_{ij}^{\kappa} = 0$ όταν $x_{ij}^{\kappa} = 0$. Ο τελευταίος περιορισμός (3.63) εγγυάται ότι η μεταβλητή απόφασης μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.

Κεφάλαιο 4

Εξελικτικοί Πολυαντικειμενικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary Multiobjective Algorithms)

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει αναφορά και ανάλυση των εξελικτικών πολυαντικειμενικών αλγορίθμων που προτείνονται για την επίλυση των τεσσάρων πολυαντικειμενικών προβλημάτων που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο (Κεφάλαιο 3). Οι αλγόριθμοι που υλοποιήθηκαν καλύπτουν τέσσερις βασικές κατηγορίες αλγορίθμων: των Γενετικών αλγορίθμων (Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II), των Εξελικτικών αλγορίθμων (αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης), των αλγορίθμων Εμπνευσμένων από τη Φύση (αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων) και των αλγορίθμων των Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων (αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων και αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης).

Ο πρώτος αλγόριθμος που θα παρουσιαστεί και υλοποιήθηκε για την επίλυση αυτών των προβλημάτων είναι ένας γενετικός υβριδικός αλγόριθμος, ο Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Parallel Multi-Start NSGA II - PMS-NSGA II). Στην συνέχεια θα παρουσιαστούν τρεις διαφορετικές παραλλαγές ενός υβριδικού αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης, του Παράλληλου Πολυεναρκτήριου Διαφορικής Εξέλιξης Αλγόριθμου Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Differential Evolution Algorithm - PMS-NSDE) και, έπειτα, θα παρουσιαστούν τρεις διαφορετικές παραλλαγές ενός υβριδικού αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, του Παράλληλου Πολυεναρ-

κτήριου Αλγόριθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimization Algorithm - PMS-NSPSO). Τέλος, από την κατηγορία των αλγορίθμων των Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων θα παρουσιαστούν ο Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Parallel Multi-Start Multiobjective Clonal Selection Algorithm - PMS-MOCSA) και ο Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (Parallel Multi-Start Multiobjective Influenza Virus Algorithm - PMS-MOIVA).

Όλοι οι αλγόριθμοι, οι οποίοι θα παρουσιαστούν αναλυτικά στα ακόλουθα υποκεφάλαια, χρησιμοποιούν τον ίδιο αριθμό εξωτερικών επαναλήψεων, τον ίδιο τρόπο αποτύπωσης και δημιουργίας αρχικών λύσεων, όπως, επίσης, και την ίδια μέθοδο τοπικής αναζήτησης. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι αλγόριθμοι που παρουσιάζονται εμπεριέχουν στα βήματά τους καινοτόμες διαδικασίες και συναρτήσεις που βελτιώνουν τόσο την ικανότητά τους να παράγουν έναν αρχικό πληθυσμό λύσεων όσο και την ικανότητά τους να επιλέγουν λύσεις και να τις εξελίσσουν κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων. Πιο συγκεκριμένα, οι καινοτομίες που θα παρουσιαστούν στην συνέχεια του κεφαλαίου είναι οι ακόλουθες:

- Ο τρόπος δημιουργίας του αρχικού πληθυσμού λύσεων ο οποίος χωρίζεται σε τόσους υποπληθυσμούς όσες είναι και οι αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος.
- Η παραγωγή των λύσεων κάθε υποπληθυσμού βασίζεται στον συνδυασμό τριών συγκεκριμένων μεθόδων και όχι σε μία μόνο μέθοδο (π.χ. παραγωγή τυχαίων λύσεων ή μεταβολή μιας βέλτιστης λύσης) όπως συναντάται συνήθως σε έρευνες της βιβλιογραφίας. Με τον τρόπο αυτό καταφέρνουμε να παράγουμε ομοιόμορφα κατανεμημένες αρχικές λύσεις σε όλη την έκταση του χώρου λύσεων.
- Η Παράλληλη Πολυεναρκτήρια Μέθοδος σύμφωνα με την οποία παράγονται και εξελίσσονται περισσότεροι από ένας πληθυσμοί αρχικών λύσεων στους αλγορίθμους. Στο τέλος της εκτέλεσης του αλγορίθμου κρατούνται και παρουσιάζονται οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις από τα μέτωπα Pareto όλων των πληθυσμών.
- Η μέθοδος τοπικής αναζήτησης. Σε αυτή την διδακτορική διατριβή υλοποιήθηκε ένας πρωτότυπος αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης ο οποίος χρησιμοποιεί γνωστές μεθόδους τοπικής αναζήτησης οι οποίες

έχουν τη δυνατότητα επιλογής μεταξύ τυχαίων ή μη μεταβολών του διανύσματος της λύσης, όπως, επίσης, διαθέτουν την ικανότητα επανέναρξης των επαναλήψεών τους σε περίπτωση που βελτιώσουν μια λύση.

- Η χρήση της μεθόδου ταξινόμησης των λύσεων που προτείνεται στον αλγόριθμο NSGA II σαν ένα επιπρόσθετο βήμα των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών Εξελικτικών αλγορίθμων και των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών αλγορίθμων Εμπνευσμένων από τη Φύση που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια. Η μέθοδος αυτή συγκεντρώνει σε έναν ενιαίο πίνακα τις λύσεις «γονείς» (W σε αριθμό) μιας επανάληψης με τις λύσεις «απογόνους» (επίσης W σε αριθμό), στη συνέχεια τις ταξινομεί και τέλος, διατηρεί και εξελίσσει τις πρώτες W λύσεις.
- Η τροποποίηση των βασικών συναρτήσεων που αναγράφονται στην βιβλιογραφία των αλγορίθμων (για την επίλυση προβλημάτων βελτίωσης μίας αντικειμενικής συνάρτησης) έτσι ώστε να βελτιωθεί η επίδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων στην επίλυση των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών προβλημάτων.
- Επίσης, θα παρουσιαστεί και ένας νέος πολυαντικειμενικός εξελικτικός αλγόριθμος, ο οποίος ανήκει στη κατηγορία των αλγορίθμων των Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων και προσομοιώνει τον τρόπο εξέλιξης του ιού της Γρίπης.

Στη συνέχεια θα αναλυθούν τα κοινά χαρακτηριστικά όλων των αλγορίθμων και έπειτα θα αναλυθούν ξεχωριστά οι αλγόριθμοι που υλοποιήθηκαν.

4.2 Κοινά Στοιχεία όλων των Αλγορίθμων

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα γίνει αναφορά σε όλα τα κοινά χαρακτηριστικά των παρουσιαζόμενων εξελικτικών πολυαντικειμενικών αλγορίθμων. Τα κοινά χαρακτηριστικά είναι τα εξής:

- Ο τρόπος που αποτυπώνεται μια διαδρομή-λύση.
- Η μέθοδος της τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιήθηκε.
- Η μέθοδος δημιουργίας των αρχικών λύσεων.
- Η Παράλληλη Πολυεναρκτήρια μέθοδος στην εκτέλεση των αλγορίθμων με χρήση πολλαπλών πληθυσμών αρχικών λύσεων.

4.2.1 Αποτύπωση Διαδρομής-Λύσης

Για όλους τους αλγόριθμους οι λύσεις αποτυπώνονται με ένα βοηθητικό διάγραμμα με την ακολουθία των κόμβων ξεκινώντας από την αποθήκη (κόμβος 1). Για παράδειγμα «1 2 3 4 5». Αν μια λύση δεν ξεκινάει από τον κόμβο 1 (π.χ. «3 4 5 1 2») τότε επανατοποθετούμε τους κόμβους έτσι ώστε το βοηθητικό διάγραμμα να ξεκινάει από την αποθήκη («1 2 3 4 5»). Όλες οι μεταβολές που γίνονται στις λύσεις κατά την διάρκεια της εκτέλεσης των αλγορίθμων, γίνονται ουσιαστικά σε αυτό το βοηθητικό διάγραμμα. Μόνο για την περίπτωση που πρέπει να αξιολογηθεί μία λύση (να υπολογιστεί το κόστος της είτε ως προς τον χρόνο εκτέλεσης της διαδρομής είτε ως προς την ποσότητα του καυσίμου που καταναλώθηκε) οι κόμβοι του βοηθητικού διανύσματος θα πρέπει να διαχωριστούν σε δρομολόγια οχημάτων μιας διαδρομής χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί του μέγιστου χρόνου εκτέλεσης ενός δρομολογίου ενός οχήματος και της μέγιστης χωρητικότητας του κάθε οχήματος. Για παράδειγμα το «1 2 3 4 5» θα πρέπει να μετατραπεί σε «1 2 3 1 4 5 1». Κάθε φορά που παρουσιάζεται ο κόμβος 1 μέσα στο διάγραμμα της διαδρομής σημαίνει ότι ένα δρομολόγιο ολοκληρώθηκε και ξεκινάει ένα άλλο. Στο παράδειγμα που δόθηκε το πρώτο δρομολόγιο-όχημα ξεκινάει από την αποθήκη και αφού περάσει από τους κόμβους 2 και 3 επιστρέφει πίσω στην αποθήκη ενώ το δεύτερο δρομολόγιο-όχημα ξεκινάει από την αποθήκη και αφού περάσει από τους κόμβους 4 και 5 επιστρέφει πίσω στην αποθήκη. Για ένα εκτενέστερο παράδειγμα που δείχνει ακριβώς τον σχηματισμό μιας λύσης, του διαχωρισμού της σε δρομολόγια και την κοστολόγηση της μπορείτε να ανατρέξετε στο παράδειγμα του προηγούμενου κεφαλαίου (υποκεφάλαιο 3.2.2).

4.2.2 Τοπική Αναζήτηση με έναν αλγόριθμο Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (Variable Neighborhood Search - VNS)

Για κάθε αλγόριθμο, προκειμένου να δώσουμε στις νέες παραγόμενες λύσεις την δυνατότητα για επιπλέον βελτίωση τις υποβάλουμε σε μια διαδικασία τοπικής αναζήτησης. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιούμε για αυτή τη διαδικασία είναι ένας αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (Variable Neighborhood Search - VNS) [80, 212]. Στον αλγόριθμο αυτό σε κάθε λύση εκτελούνται μια σειρά από διαφορετικές μέθοδοι τοπικών αναζητήσεων έτσι ώστε η λύση να μπορέσει να ξεφύγει από ενδεχόμενα τοπικά ελάχιστα.

Στο σημείο αυτό, πριν αναλυθούν οι τοπικές αναζητήσεις που υλοποιήθηκαν και συνδυάστηκαν, θα πρέπει να υπογραμμιστεί ότι με τον όρο «βελτιωμένη λύση» θεωρείται μια λύση που κυριαρχεί στην προηγούμενή της όσον αφορά

τα κόστη που υπολογίζονται γι' αυτή λαμβάνοντας υπόψη τις αντικειμενικές συναρτήσεις. Για να κυριαρχεί μια λύση (Λύση 1) που βελτιστοποιείται σε K αντικειμενικές συναρτήσεις επί μιας άλλης λύσης (Λύση 2) θα πρέπει το κόστος κάθε k αντικειμενικής συνάρτησης της Λύσης 1 να είναι μικρότερο ή ίσο με το κόστος της αντίστοιχης k αντικειμενικής συνάρτησης της Λύσης 2.

Οι τοπικές αναζητήσεις που προτείνονται και συνδυάστηκαν είναι οι παρακάτω :

• **Αλγόριθμος 2-opt** [112, 212]

Σε αυτή την μέθοδο διαγράφονται δύο ακμές από τη διαδρομή με αποτέλεσμα η διαδρομή να χωρίζεται σε δύο μονοπάτια. Στη συνέχεια, τα μονοπάτια επανασυνδέονται με διαφορετικό τρόπο ώστε να δημιουργηθεί μια νέα διαδρομή. Υπάρχουν διάφοροι μέθοδοι για να επιλέξουμε ποια τόξα πρέπει να διαγραφούν. Μία μέθοδος είναι να διαγραφούν τα δύο χειρότερα τόξα (αυτά με τα μεγαλύτερα κόστη μετάβασης) και να αντικατασταθούν με δύο καινούρια, μια άλλη είναι να διαγράφεται το χειρότερο τόξο και ένα τυχαίο και στην συνέχεια να αντικαθίστανται με δύο καινούρια και μια τελευταία μέθοδος είναι να διαγράφονται δύο τυχαία τόξα και να αντικαθίστανται με δύο άλλα. Συγκεκριμένα η τελευταία μέθοδος είναι η πιο γρήγορη στο χρόνο εκτέλεσης αφού δεν χρειάζεται να υπολογιστούν τα κόστη μετάβασης μεταξύ των κόμβων. Αυτό που θα πρέπει πάντα να λαμβάνεται υπόψη στην διαδικασία της επανένωσης των δύο μονοπατιών είναι να σχηματίζεται μια νέα διαδρομή χωρίς να υπάρχουν ενδιάμεσοι κύκλοι και χωρίς να περνάει το όχημα δεύτερη φορά από κάποιον κόμβο. Για παράδειγμα έστω ότι έχουμε την παρακάτω λύση (βοηθητικό διάνυσμα ακολουθίας κόμβων):

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Έστω ότι επιλέγουμε να διαγράψουμε τα τόξα 2-3 και 7-8. Η νέα διαδρομή θα πρέπει να είναι η ακόλουθη :

1 2 7 6 5 4 3 8 9 10

Όπως φαίνεται τα μόνα τόξα που διαγράφηκαν ήταν τα 2-3 και τα 7-8 και στη θέση τους υπάρχουν πλέον τα 2-7 και 3-8. Όλα τα ενδιάμεσα τόξα, δεδομένου ότι έχουμε συμμετρικά κόστη μετάβασης μεταξύ των τόξων, έχουν παραμείνει τα ίδια. Για παράδειγμα, το 4-5 έχει πλέον γίνει 5-4. Στη περίπτωση που επιλύεται κάποιο πρόβλημα με μη-συμμετρικά κόστη μετάβασης μεταξύ των τόξων τότε τα κόστη στα ενδιάμεσα τόξα δεν είναι τα ίδια και χρειάζεται επανυπολογισμός του κόστους ολόκληρης της νέας διαδρομής.

Στην έρευνα μας θέλοντας να υλοποιήσουμε ένα γρήγορο αλγόριθμο 2-opt αλλά ταυτόχρονα που να μην βασίζεται εξ' ολοκλήρου σε τυχαία επιλογή τόξων καταλήξαμε στον ακόλουθο αλγόριθμο :

Για κάθε λύση i

Για $local_{max}$ επαναλήψεις επανάλαβε την ακόλουθη διαδικασία

Δώσε μια τυχαία τιμή μεταξύ του 0 και του 1 σε
μια προσωρινή μεταβλητή temp

Αν $temp \leq 0,5$ **τότε**

Βρες το τόξο με τη χειρότερη μετάβαση και ένα δεύτερο
τυχαίο τόξο για να αλλαχθούν με δύο νέα τόξα
Σχεδιάσε τη νέα διαδρομή

αλλιώς

Βρες δύο τυχαία τόξα για να αλλαχθούν
με δύο άλλα τόξα
Σχεδιάσε τη νέα διαδρομή

Τέλος αν

Αν το κόστος της νέας διαδρομής είναι καλύτερο
από της προηγούμενης **τότε**

Αντικατάστησε την παλιά λύση με την νέα

Τέλος αν

Τέλος για

Τέλος για

• Αλγόριθμος 3-opt [112, 212]

Σε αυτή την μέθοδο διαγράφονται τρεις ακμές από τη διαδρομή με αποτέλεσμα η διαδρομή να χωρίζεται σε τρία μονοπάτια. Στη συνέχεια, τα μονοπάτια επανασυνδέονται με διαφορετικό τρόπο ώστε να δημιουργηθεί μια νέα διαδρομή. Όπως και στην μέθοδο 2-opt υπάρχουν διάφοροι μέθοδοι για να επιλέξουμε ποια τόξα πρέπει να διαγραφούν. Αυτό που θα πρέπει πάντα να λαμβάνεται υπόψη στη διαδικασία της επανένωσης των τριών μονοπατιών είναι να σχηματίζεται μια νέα διαδρομή χωρίς να υπάρχουν ενδιάμεσοι κύκλοι και χωρίς να περνάει το όχημα δεύτερη φορά από κάποιον κόμβο. Για παράδειγμα έστω ότι έχουμε την παρακάτω λύση (βοηθητικό διάνυσμα):

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Έστω ότι επιλέγουμε να διαγράψουμε τα τόξα 2-3, 5-6 και 8-9. Η νέα διαδρομή θα πρέπει να είναι η ακόλουθη :

1 2 5 4 3 8 7 6 9 10

Όπως φαίνεται τα μόνα τόξα που διαγράφηκαν ήταν τα 2-3, 5-6 και τα 8-9 και στη θέση τους υπάρχουν πλέον τα 2-5, 3-8 και 6-9. Όλα τα ενδιάμεσα τόξα, δεδομένου ότι έχουμε συμμετρικά κόστη μετάβασης μεταξύ των τόξων, έχουν παραμείνει τα ίδια. Για παράδειγμα το 4-5 έχει πλέον γίνει 5-4 και το 6-7 έχει γίνει 7-6. Στη περίπτωση που επιλύεται κάποιο πρόβλημα με μη-συμμετρικά κόστη μετάβασης μεταξύ των τόξων τότε τα κόστη στα ενδιάμεσα τόξα δεν είναι τα ίδια και χρειάζεται επανυπολογισμός του κόστους ολόκληρης της νέας διαδρομής.

Στην έρευνα μας θέλοντας να υλοποιήσουμε έναν γρήγορο αλγόριθμο 3-opt αλλά ταυτόχρονα που να μην βασίζεται εξ' ολοκλήρου σε τυχαία επιλογή τόξων καταλήξαμε στον ακόλουθο αλγόριθμο:

Για κάθε λύση i

Για $local_{max}$ επαναλήψεις επανάλαβε την ακόλουθη διαδικασία

Δώσε μια τυχαία τιμή μεταξύ του 0 και του 1 σε

μια προσωρινή μεταβλητή temp

Αν $temp \leq 0,5$ **τότε**

Βρες το τόξο με τη χειρότερη μετάβαση και δύο

τυχαία τόξα για να αλλαχθούν με δύο νέα τόξα

Σχεδίασε τη νέα διαδρομή

αλλιώς

Βρες τρία τυχαία τόξα για να αλλαχθούν με

δύο άλλα τόξα

Σχεδίασε τη νέα διαδρομή

Τέλος αν

Αν το κόστος της νέας διαδρομής είναι καλύτερο

από της προηγούμενης **τότε**

Αντικατάστησε την παλιά λύση με την νέα

Τέλος αν

Τέλος για

Τέλος για

• Αλγόριθμος 1-1 ανταλλαγή (1-1 exchange) [112, 212]

Σε αυτή την μέθοδο δύο κόμβοι του διανύσματος της λύσης ανταλλάζουν θέση μεταξύ τους. Για παράδειγμα, έστω η παρακάτω διαδρομή:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Έστω ότι επιλέγουμε να ανταλλάξουμε τους κόμβους 4 και 8. Η νέα διαδρομή θα πρέπει να είναι η ακόλουθη :

1 2 3 8 5 6 7 4 9 10

Στην έρευνα μας θέλοντας να υλοποιήσουμε έναν γρήγορο αλγόριθμο 1-1 ανταλλαγής που όμως να μην βασίζεται εξολοκλήρου σε τυχαία επιλογή κόμβων καταλήξαμε στον ακόλουθο αλγόριθμο :

Για κάθε λύση i

Για $local_{max}$ επαναλήψεις επανάλαβε την ακόλουθη διαδικασία

Δώσε μια τυχαία τιμή μεταξύ του 0 και του 1 σε
μια προσωρινή μεταβλητή temp

Αν $temp \leq 0,5$ **τότε**

Βρες το τόξο με τη χειρότερη μετάβαση
και κράτα τον δεύτερο κόμβο του
και ένα τυχαίο κόμβο για να ανταλλαχθούν
μεταξύ τους

Σχεδίασε τη νέα διαδρομή

αλλιώς

Βρες δύο τυχαίους κόμβους για να ανταλλαχθούν
μεταξύ τους

Σχεδίασε τη νέα διαδρομή

Τέλος αν

Αν το κόστος της νέας διαδρομής είναι καλύτερο
από της προηγούμενης **τότε**

Αντικατάστησε την παλιά λύση με την νέα

Τέλος αν

Τέλος για

Τέλος για

• Αλγόριθμος 2-2 ανταλλαγή (2-2 exchange) [112, 212]

Σε αυτή την μέθοδο δύο κόμβοι του διανύσματος της λύσης ανταλλάζουν θέση με δύο άλλους κόμβους. Για παράδειγμα, έστω η παρακάτω διαδρομή :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Έστω ότι επιλέγουμε να ανταλλάξουμε τους κόμβους 2 3 με τους 7 8. Η νέα διαδρομή θα πρέπει να είναι η ακόλουθη :

1 7 8 4 5 6 2 3 9 10

Στην έρευνα μας θέλοντας να υλοποιήσουμε έναν γρήγορο αλγόριθμο 2-2 ανταλλαγής αλλά ταυτόχρονα που να μην βασίζεται εξολοκλήρου σε τυχαία επιλογή κόμβων καταλήξαμε στον ακόλουθο αλγόριθμο:

Για κάθε λύση i

Για $local_{max}$ επαναλήψεις επανάλαβε την ακόλουθη διαδικασία

Δώσε μια τυχαία τιμή μεταξύ του 0 και του 1 σε

μια προσωρινή μεταβλητή $temp$

Αν $temp \leq 0,5$ **τότε**

Βρες το τόξο με τη χειρότερη μετάβαση

και κράτα τον δεύτερο κόμβο του και

τον αμέσως επόμενο και δύο άλλους

διαδοχικούς τυχαίους κόμβους για

να ανταλλαχθούν μεταξύ τους

Σχεδιάσε τη νέα διαδρομή

αλλιώς

Βρες δύο διαδοχικούς τυχαίους κόμβους για

να ανταλλαχθούν με δύο άλλους

διαδοχικούς τυχαίους κόμβους

Σχεδιάσε τη νέα διαδρομή

Τέλος αν

Αν το κόστος της νέας διαδρομής είναι καλύτερο

από της προηγούμενης **τότε**

Αντικατάστησε την παλιά λύση με την νέα

Τέλος αν

Τέλος για

Τέλος για

• Αλγόριθμος 1-0 επανατοποθέτηση (1-0 relocate) [112, 212]

Σε αυτή την μέθοδο ένας κόμβος του διανύσματος της λύσης επανατοποθετείται από το σημείο που βρίσκεται σε κάποιο άλλο σημείο στο διάνυσμα της λύσης. Για παράδειγμα έστω η παρακάτω διαδρομή:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Έστω ότι επιλέγουμε να επανατοποθετήσουμε τον κόμβο 5 μεταξύ των κόμβων 2 και 3. Η νέα διαδρομή θα πρέπει να είναι η ακόλουθη:

1 2 5 3 4 6 7 8 9 10

Στην έρευνα μας θέλοντας να υλοποιήσουμε έναν γρήγορο αλγόριθμο 1-0 επανατοποθέτησης αλλά ταυτόχρονα που να μην βασίζεται εξολοκλήρου σε τυχαία επιλογή κόμβων καταλήξαμε στον ακόλουθο αλγόριθμο:

Για κάθε λύση i

Για $local_{max}$ επαναλήψεις επανάλαβε την ακόλουθη διαδικασία

Δώσε μια τυχαία τιμή μεταξύ του 0 και του 1 σε

μια προσωρινή μεταβλητή $temp$

Αν $temp \leq 0,5$ **τότε**

Βρες το τόξο με τη χειρότερη μετάβαση

και κράτα τον δεύτερο κόμβο του και επίλεξε

τυχαία μεταξύ ποιων κόμβων θα τον

επανατοποθετήσεις

Σχεδιάσε τη νέα διαδρομή

αλλιώς

Βρες έναν τυχαίο κόμβο και επίλεξε τυχαία μεταξύ

ποιων κόμβων θα τον επανατοποθετήσεις

Σχεδιάσε τη νέα διαδρομή

Τέλος αν

Αν το κόστος της νέας διαδρομής είναι καλύτερο

από της προηγούμενης **τότε**

Αντικατάστησε την παλιά λύση με την νέα

Τέλος αν

Τέλος για

Τέλος για

• Αλγόριθμος 2-0 επανατοποθέτηση (2-0 relocate) [112, 212]

Σε αυτή την μέθοδο δύο διαδοχικοί κόμβοι του διανύσματος της λύσης επανατοποθετούνται από το σημείο που βρίσκονται σε κάποιο άλλο σημείο στο διάνυσμα της λύσης. Για παράδειγμα έστω η παρακάτω διαδρομή:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Έστω ότι επιλέγουμε να επανατοποθετήσουμε τους κόμβους 5 και 6 μεταξύ των κόμβων 2 και 3. Η νέα διαδρομή θα πρέπει να είναι η ακόλουθη:

1 2 5 6 3 4 7 8 9 10

Στην έρευνα μας θέλοντας να υλοποιήσουμε έναν γρήγορο αλγόριθμο 2-0 επανατοποθέτησης αλλά ταυτόχρονα που να μην βασίζεται εξολοκλήρου σε τυχαία επιλογή κόμβων καταλήξαμε στον ακόλουθο αλγόριθμο:

Για κάθε λύση i

Για $local_{max}$ επαναλήψεις επανάλαβε την ακόλουθη διαδικασία

Δώσε μια τυχαία τιμή μεταξύ του 0 και του 1 σε
μια προσωρινή μεταβλητή $temp$

Αν $temp \leq 0,5$ **τότε**

Βρες το τόξο με τη χειρότερη μετάβαση
και κράτα τον δεύτερο κόμβο του
και τον αμέσως επόμενο
και επίλεξε τυχαία μεταξύ ποιων
κόμβων θα τους επανατοποθετήσεις

Σχεδίασε τη νέα διαδρομή

αλλιώς

Βρες έναν τυχαίο κόμβο και τον επόμενο του και
επίλεξε τυχαία μεταξύ ποιων κόμβων
θα τους επανατοποθετήσεις

Σχεδίασε τη νέα διαδρομή

Τέλος αν

Αν το κόστος της νέας διαδρομής είναι καλύτερο
από της προηγούμενης **τότε**

Αντικατάστησε την παλιά λύση με την νέα

Τέλος αν

Τέλος για

Τέλος για

Ο αλγόριθμος **Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (VNS)** που προτείνεται και επιλέχθηκε ύστερα από δοκιμές είναι ο παρακάτω:

Για κάθε λύση i

Για vns_{max} επαναλήψεις επανάλαβε την ακόλουθη διαδικασία

$ep = 1$

Όσο $ep \leq local_{max}$ επανάλαβε τη μέθοδο 2-opt

Αν η λύση βελτιωθεί **τότε**

Αντικατάστησε την προηγούμενη λύση με τη νέα
 $ep = 1$

αλλιώς

$ep = ep + 1$

Τέλος αν

Τέλος όσο

$ep = 1$

Όσο $ep \leq local_{max}$ επανάλαβε τη μέθοδο 3-opt
 Αν η λύση βελτιωθεί **τότε**
 Αντικατάστησε την προηγούμενη λύση με τη νέα
 $ep = 1$
 αλλιώς
 $ep = ep + 1$
 Τέλος αν
Τέλος όσο
 $ep = 1$
Όσο $ep \leq local_{max}$ επανάλαβε τη μέθοδο 1-1 ανταλλαγή
 Αν η λύση βελτιωθεί **τότε**
 Αντικατάστησε την προηγούμενη λύση με τη νέα
 $ep = 1$
 αλλιώς
 $ep = ep + 1$
 Τέλος αν
Τέλος όσο
 $ep = 1$
Όσο $ep \leq local_{max}$ επανάλαβε τη μέθοδο 2-2 ανταλλαγή
 Αν η λύση βελτιωθεί **τότε**
 Αντικατάστησε την προηγούμενη λύση με τη νέα
 $ep = 1$
 αλλιώς
 $ep = ep + 1$
 Τέλος αν
Τέλος όσο
 $ep = 1$
Όσο $ep \leq local_{max}$ επανάλαβε τη μέθοδο 1-0 επανατοποθέτηση
 Αν η λύση βελτιωθεί **τότε**
 Αντικατάστησε την προηγούμενη λύση με τη νέα
 $ep = 1$
 αλλιώς
 $ep = ep + 1$
 Τέλος αν
Τέλος όσο
 $ep = 1$
Όσο $ep \leq local_{max}$ επανάλαβε τη μέθοδο 2-0 επανατοποθέτηση
 Αν η λύση βελτιωθεί **τότε**
 Αντικατάστησε την προηγούμενη λύση με τη νέα
 $ep = 1$

αλλιώς
 $ep = ep + 1$
Τέλος αν
Τέλος όσο
Τέλος για
Τέλος για

Όπως φαίνεται από τον ψευδοκώδικα που παρουσιάστηκε, για κάθε λύση εφαρμόζεται η VNS για $vn_{s_{max}}$ επαναλήψεις. Επίσης, κάθε φορά που βελτιώνεται μία λύση με μια μέθοδο τοπικής αναζήτησης (κατά την διάρκεια των $local_{max}$ επαναλήψεων) τότε θα αρχικοποιείται ο αριθμός των εσωτερικών της επαναλήψεων ($local_{max}$). Αν δεν βελτιωθεί στις επόμενες $local_{max}$ επαναλήψεις τότε η λύση περνάει στην επόμενη μέθοδο τοπικής αναζήτησης.

4.2.3 Μέθοδος Δημιουργίας Πληθυσμού Αρχικών Λύσεων

Σε εξελικτικούς αλγορίθμους που εξελίσσουν πληθυσμούς λύσεων μια συνηθισμένη διαδικασία παραγωγής αρχικών λύσεων είναι η παραγωγή ενός πληθυσμού τυχαίων λύσεων. Μια άλλη διαδικασία είναι η παραγωγή ομάδων λύσεων που βελτιστοποιούνται με συγκεκριμένο αλγόριθμο ως προς τις διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις (μία ομάδα για κάθε αντικειμενική συνάρτηση) και στη συνέχεια μέσω ενός αλγορίθμου γίνεται αναζήτηση των γειτονικών τους λύσεων και αν είναι εφικτές και μη-κυριαρχούμενες εισάγονται στο μέτωπο Pareto [107]. Σε αυτή τη διδακτορική διατριβή προκειμένου να συνδυάσουμε τις διαφορετικές αυτές μεθόδους καταλήξαμε στην παρακάτω διαδικασία.

Έστω ότι ο πληθυσμός των αρχικών λύσεων είναι ίσος με W λύσεις. Κάθε πληθυσμός χωρίζεται σε τόσους υποπληθυσμούς όσες είναι και οι K διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις. Έτσι κάθε υποπληθυσμός θα αποτελείται από $w = W/K$ λύσεις που βελτιώνονται ως προς την αντίστοιχη αντικειμενική συνάρτηση.

Για κάθε k διαφορετικό υποπληθυσμό ενεργούμε ως εξής:

Βήμα 1ο: Δημιουργούμε μια «μητρική» λύση-διαδρομή που βασίζεται στη βελτιστοποίηση της k αντικειμενικής συνάρτησης.

Η διαδικασία αυτή γίνεται με την παραγωγή μιας λύσης με την χρήση του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα [212] ως προς την k αντικειμενική συνάρτηση και έπειτα με την βελτίωσή της ως προς την k αντικειμενική συνάρτηση με τη

χρήση του αλγορίθμου Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης που αναφέραμε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο.

Βήμα 2ο: Για την δημιουργία των λύσεων από την δεύτερη έως την $w/3$ λύση χρησιμοποιούμε τον παρακάτω αλγόριθμο εναλλαγής κόμβων (Swap).

Για κάθε λύση i από την 2 έως την $w/3$

 Δώσε μια τυχαία τιμή στο διάστημα από 2 έως 20

 σε μια μεταβλητή temp

 Ανά temp κελιά της «μητρικής» λύσης επίλεξε

 τυχαία δύο κόμβους και κάνε εναλλαγή μεταξύ τους

 Αποθήκευσε την λύση στον πίνακα αρχικών λύσεων

Τέλος για

Βήμα 3ο: Για την δημιουργία των λύσεων από την $(w/3) + 1$ έως την $2w/3$ λύση χρησιμοποιούμε τον παρακάτω 2-opt αλγόριθμο.

Για κάθε λύση i από την $(w/3) + 1$ έως την $2w/3$

Για την λύση $(w/3) + 1$

 Εκτέλεσε την 2-opt στην «μητρική» λύση

 Αποθήκευσε την λύση στον πίνακα αρχικών λύσεων

Τέλος για

Για τις υπόλοιπες λύσεις

 Εκτέλεσε την 2-opt στην $i - 1$ λύση,

 που δημιουργήθηκε στην προηγούμενη επανάληψη

 Αποθήκευσε την λύση στον πίνακα αρχικών λύσεων

Τέλος για

Τέλος για

Βήμα 4ο: Για την δημιουργία των λύσεων από την $(2w/3) + 1$ έως την w λύση παράγουμε τυχαίες λύσεις.

Για κάθε λύση i από την $(2w/3) + 1$ έως την w

 Σχεδίασε τυχαία μια λύση

 Αποθήκευσε την λύση στον πίνακα αρχικών λύσεων

Τέλος για

Έτσι, ο πίνακας με τον πληθυσμό των W αρχικών μας λύσεων αποτελείται από K υποπληθυσμούς των w λύσεων ο κάθε ένας. Με την διαδικασία αυτή έχουμε καταφέρει να παράγουμε τις ακραίες-«μητρικές» λύσεις του μετώπου Pareto (Βήμα 1ο), να παράγουμε μία ομάδα από λύσεις στην γειτονιά της κάθε «μητρικής» λύσης (Βήμα 2ο), να παράγουμε μια ομάδα από λύσεις που έχουν την δυνατότητα να ξεφύγουν από την γειτονιά της κάθε «μητρικής» λύσης χωρίς όμως να καταλήγουν σε τελείως τυχαία αποτελέσματα (Βήμα 3ο) και τέλος να παράγουμε και μία ομάδα από τυχαίες λύσεις (Βήμα 4ο) δεδομένου ότι στις επόμενες επαναλήψεις ίσως υπάρξει η πιθανότητα, ύστερα από την κατάλληλη εξέλιξη, να συμμετάσχουν στην ομάδα των μη-κυριαρχούμενων λύσεων.

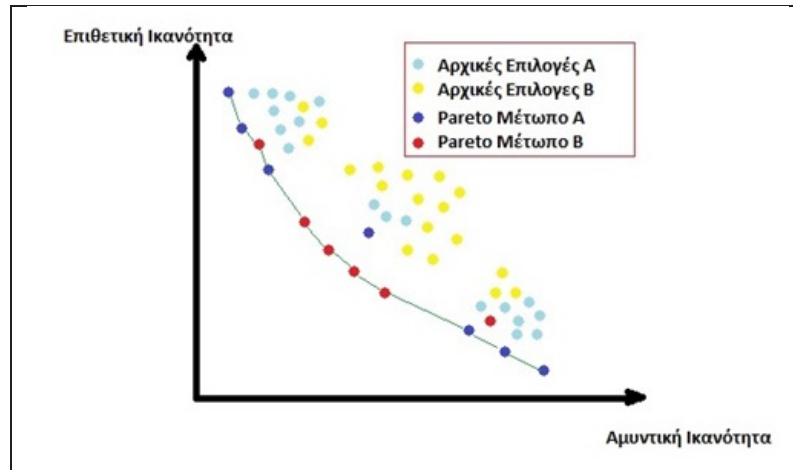
4.2.4 Παράλληλη Πολυεναρκτήρια Μέθοδος (Parallel Multi-Start method - PMS)

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα αναλύσουμε την Παράλληλη Πολυεναρκτήρια Μέθοδο (Parallel Multi-Start method - PMS) που χρησιμοποιήσαμε σε όλους τους αλγόριθμους που θα αναλυθούν στη συνέχεια.

Η λογική στην οποία βασιστήκαμε για την δημιουργία της προτεινόμενης μεθόδου μπορεί να γίνει καλύτερα κατανοητή διαβάζοντας την παρακάτω φανταστική ιστορία.

Ο βασιλιάς ενός βασιλείου ζήτησε από τους δύο γιούς του να πάρει ο καθένας από έναν αριθμό υπηκόων, να τους εκπαιδεύσει και στην πορεία να κρατήσει τους κυρίαρχους στρατιώτες για την βασιλική φρουρά. Ο γιός Α θεώρησε σωστό να διαλέξει κυρίως άτομα με πολύ καλές αμυντικές ικανότητες και κακές επιθετικές και άτομα με πολύ καλές επιθετικές ικανότητες αλλά κακές αμυντικές. Με αυτό τον τρόπο ο βασιλιάς θα διάλεγε ανάλογα με την περίπτωση ποια ομάδα στρατιωτών θα έβαζε στη πρώτη γραμμή. Αντιθέτως, ο γιός Β θεώρησε ότι έπρεπε να δοθεί έμφαση εξίσου και στις δύο ικανότητες ακόμα και αν κανένας από τους στρατιώτες δεν ήταν τέλειος σε κάποιες από αυτές. Μετά την εκπαίδευση (*βελτιστοποίηση*) των στρατιωτών του ο Α εμφάνισε στο βασιλιά τους 7 ισάξια καλύτερους (*μη-κυριαρχούμενους*) από τους 18 στρατιώτες που εκπαίδευσε ενώ ο Β τους 6 ισάξια καλύτερους (*μη-κυριαρχούμενους*) από τους 18 που εκπαίδευσε. Ο βασιλιάς για να μην στεναχωρήσει τους δύο γιους του αλλά και γνωρίζοντας ότι συνδυάζοντας βελτιωμένα αποτελέσματα που προέρχονται από δύο τελείως διαφορετικούς τρόπους σκέψης μπορείς να καταλήξεις σε ένα πολύ καλύτερο αποτέλεσμα, διάλεξε να κρατήσει τους ισάξια καλύτερους (*μη-κυριαρχούμενους*) στρατιώτες από τον συνδυασμό των δύο κυρίαρχων ομάδων (Σχήμα 4.1). Αυτό που κατάφερε ήταν να δημιουργήσει μια ισχυρότερη φρουρά από μια ποικιλία στρατιωτών που ο κάθε ένας τους είχε διαφορετικά

χαρακτηριστικά.



Σχήμα 4.1: Η βασίλική φρουρά.

Έχοντας την προηγούμενη ιστορία στο μυαλό μας προχωρήσαμε στο επόμενο στάδιο δοκιμών που ήταν να παράγουμε X πληθυσμούς αρχικών λύσεων όπου ο κάθε ένας πληθυσμός θα αποτελείται όχι πάντα από τις βέλτιστες λύσεις αλλά και από διαφορετικές λύσεις κοντά στο βέλτιστο. Με τον τρόπο αυτό θα παράγαμε πληθυσμούς που θα δημιουργούνταν από διαφορετική «μητρική» λύση κάθε φορά με αποτέλεσμα περισσότερες περιοχές στο τελικό μέτωπο Pareto να καλύπτονται από μη-κυριαρχούμενες λύσεις. Με την μέθοδο αυτή η διασπορά των μη-κυριαρχούμενων λύσεων στο διάγραμμα του μετώπου Pareto θα βελτιώνονταν με αποτέλεσμα να καλύπτεται πιο ομοιόμορφα η περιοχή του χώρου λύσεων. Επίσης, παρόλο που με αυτή την μέθοδο δεν εξασφαλίζεται η βελτίωση του αριθμού των μη-κυριαρχούμενων λύσεων ή η βελτίωση της έκτασης του μετώπου, θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι αυξάνεται η πιθανότητα για ένα μέτωπο Pareto που παράγεται με την πολυεναρκτήρια μέθοδο να κυριαρχεί σε ένα μέτωπο που παράχθηκε με την χρήση ενός πληθυσμού λύσεων λόγω του γεγονότος ότι οι λύσεις του μετώπου είναι καλύτερα διεσπαρμένες στο μέτωπο κυρίως μεταξύ των μεσαίων και των ακραίων λύσεων.

Υστερα από δοκιμές καταλήξαμε στην παρακάτω μέθοδο:

- Η «μητρική» λύση για κάθε έναν υποπληθυσμό για το πρώτο 40% των πληθυσμών παράγεται αρχικά με την χρήση του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα ως προς την αντίστοιχη αντικειμενική του (του υποπληθυσμού) συνάρτηση και βελτιώνεται με τη χρήση του αλγορίθμου Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (λαμβάνοντας υπόψη πάντα την αντικειμενική

συνάρτηση του κάθε υποπληθυσμού) έτσι ώστε να βρεθεί μια λύση με κόστος πολύ κοντά στο βέλτιστο.

- Η «μητρική» λύση για κάθε έναν υποπληθυσμό για το επόμενο 20% των πληθυσμών παράγεται απλά με την χρήση του αλγορίθμου του Πλησιέστερου Γείτονα βελτιστοποιώντας την αντίστοιχη αντικειμενική του (του υποπληθυσμού) συνάρτηση.
- Η «μητρική» λύση για κάθε έναν υποπληθυσμό για το τελευταίο 40% των πληθυσμών παράγεται απλά με την χρήση μίας μορφής της Διαδικασίας Άπληστης Τυχοποιημένης Προσαρμοστικής Αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP) [64] βελτιστοποιώντας την αντίστοιχη αντικειμενική συνάρτηση του υποπληθυσμού. Η διαδικασία που ακολουθήσαμε αναλύεται στον επόμενο ψευδοκώδικα.

Εισήγαγε στο διάνυσμα της λύσης τον κόμβο 1 (αποθήκη)

Για κάθε κόμβο i που έχει εισαχθεί στο διάνυσμα

Δώσε μια τυχαία τιμή μεταξύ του 0 και του 1 σε
μια προσωρινή μεταβλητή temp

Αν temp $\leq 0,5$ τότε

Εισήγαγε στο διάνυσμα τον κοντινότερο στον i κόμβο

αλλιώς

Εισήγαγε στο διάνυσμα τον δεύτερο πιο κοντινό στον i κόμβο

Τέλος αν

Τέλος για

Από κάθε έναν πληθυσμό από τους X πληθυσμούς παράγεται ένα μέτωπο Pareto (Pop Pareto). Στο τέλος του αλγορίθμου όλες οι λύσεις των Pop Pareto (τελικά μέτωπα Pareto των πληθυσμών) συγκεντρώνονται σε έναν πίνακα και στη συνέχεια από αυτές τις λύσεις υπολογίζονται οι συνολικές και τελικές μη-κυριαρχούμενες λύσεις (Total Pareto).

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένας ψευδοκώδικας που επεξηγεί την χρήση της Παράλληλης Πολυεναρκτήριας Μεθόδου :

Όσο δεν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός πληθυσμών (X) επανάλαβε

Αρχικοποίηση

Επίλεξε αριθμό αρχικών λύσεων του πληθυσμού (W)

Σχεδίασε τις λύσεις του πληθυσμού

Δώσε τιμές στις παραμέτρους του αλγορίθμου

Αρχικοποίησε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Κυρίως αλγόριθμος
Όσο δεν έχουν ολοκληρωθεί οι επαναλήψεις του αλγορίθμου
 Εκτέλεσε τα βήματα του αλγορίθμου
 Ενημέρωσε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Τέλος όσο
Επίστρεψε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Τέλος όσο
Επίστρεψε το μέτωπο Pareto όλων των μη-κυριαρχούμενων λύσεων
 όλων των πληθυσμών (Total Pareto)

Στη συνέχεια, στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 4.1) επεξηγείται περιληπτικά η παραγωγή των πληθυσμών αρχικών λύσεων για ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα δύο αντικειμενικών συναρτήσεων.

4.3 Παράλληλοι Πολυεναρκτήριοι Πολυαντικειμενικοί Αλγόριθμοι (Parallel Multi-Start Multiobjective Algorithms)

Στα επόμενα υποκεφάλαια θα γίνει αναφορά και ανάλυση των Παράλληλων Πολυεναρκτήριων Πολυαντικειμενικών αλγορίθμων που σχεδιάστηκαν και υλοποιήθηκαν στα πλαίσια αυτής της διδακτορικής διατριβής.

4.3.1 Παράλληλος Πολυεναρκτήριοις Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Parallel Multi-Start NSGA II - PMS-NSGA II)

Ο Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm - NSGA II) είναι ένας από τους πιο γνωστούς αλγορίθμους για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων και αναπτύχθηκε από τους Deb et al. [47]. Η διαφορά του αλγορίθμου αυτού σε σχέση με τους άλλους γνωστούς αλγορίθμους για πολυαντικειμενικά προβλήματα είναι το γεγονός ότι κατατάσσει όλες τις λύσεις (άτομα) κάθε επανάληψης σε διάφορα μέτωπα Pareto με την χρήση της παραμέτρου *rank* και έπειτα με την χρήση της παραμέτρου *crowding distance* έτσι ώστε να διατηρείται η ποικιλομορφία του πληθυσμού και του μετώπου Pareto. Η παράμετρος *rank* υποδηλώνει σε πιο από τα μέτωπα Pareto στα οποία κατατάχθηκαν οι λύσεις ανήκει κάθε λύση ενώ η *crowding distance* αναφέρεται σε λύσεις μόνο του ίδιου μετώπου και

Πίνακας 4.1: Παραγωγή πληθυσμών αρχικών λύσεων για πολυαντικειμενικό πρόβλημα δύο αντικειμενικών συναρτήσεων.

		Αριθμός Αρχικών Λύσεων	Μέθοδος
Λύσεις στο πρώτο 40% των πληθυσμών			
W	w για OF1	1 2 έως $w/3$ $(w/3)+1$ έως $2w/3$ $(2w/3)+1$ έως w	VNS Swap 2-opt Τυχαίες Λύσεις
	w για OF2	1 2 έως $w/3$ $(w/3)+1$ έως $2w/3$ $(2w/3)+1$ έως w	VNS Swap 2-opt Τυχαίες Λύσεις
Λύσεις στο επόμενο 20% των πληθυσμών			
W	w για OF1	1 2 έως $w/3$ $(w/3)+1$ έως $2w/3$ $(2w/3)+1$ έως w	Πλησιέστερος Γείτονας Swap 2-opt Τυχαίες Λύσεις
	w για OF2	1 2 έως $w/3$ $(w/3)+1$ έως $2w/3$ $(2w/3)+1$ έως w	Πλησιέστερος Γείτονας Swap 2-opt Τυχαίες Λύσεις
Λύσεις στο τελευταίο 40% των πληθυσμών			
W	w για OF1	1 2 έως $w/3$ $(w/3)+1$ έως $2w/3$ $(2w/3)+1$ έως w	GRASP Swap 2-opt Τυχαίες Λύσεις
	w για OF2	1 2 έως $w/3$ $(w/3)+1$ έως $2w/3$ $(2w/3)+1$ έως w	GRASP Swap 2-opt Τυχαίες Λύσεις

υπολογίζει την απόσταση που έχει μία λύση από την προηγούμενή της και την επόμενη της [47].

Πιο συγκεκριμένα, από έναν πληθυσμό ατόμων βρίσκουμε αρχικά το πρώτο μέτωπο Pareto λύσεων και για κάθε μία από αυτές τις λύσεις το $rank = 1$. Στην συνέχεια από τον πληθυσμό λύσεων που δεν έχουν ταξινομηθεί υπολογίζεται το μέτωπο Pareto τους και οι λύσεις του νέου μετώπου παίρνουν $rank = 2$

κ.ο.κ. Η διαδικασία σταματάει όταν όλες οι λύσεις έχουν ταξινομηθεί σε κάποιο μέτωπο και έχουν μια τιμή *rank*. Αφού έχουν ταξινομηθεί όλες οι λύσεις, στη συνέχεια, για κάθε μέτωπο οι λύσεις ταξινομούνται μέσα σε αυτό με βάση την παράμετρο *crowding distance*. Οι δύο ακραίες λύσεις έχουν τιμή *crowding distance* ίση με άπειρο. Για κάθε ενδιαμέση λύση i υπολογίζουμε την *crowding distance* βάσει του ακόλουθου τύπου:

$$crowding\ distance(i) = \sum_{k=1}^K \frac{|f_k^{i+1} - f_k^{i-1}|}{f_k^{max} - f_k^{min}} \quad (4.1)$$

όπου i είναι το μέλος του πληθυσμού, f_k^{max} είναι η μέγιστη τιμή κόστους της αντικειμενικής συνάρτησης k και f_k^{min} η ελάχιστη τιμή κόστους της. Το f_k^{i+1} και το f_k^{i-1} είναι η τιμή κόστους της k αντικειμενικής συνάρτησης για το $i + 1$ και για το $i - 1$ μέλος του πληθυσμού του μετώπου που εξετάζουμε, αντίστοιχα.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο προτεινόμενος, στη παρούσα διατριβή, Παράλληλος Πολυεναρκτήριο Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (PMS-NSGA II). Στον αλγόριθμο PMS-NSGA II ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία. Για τις λύσεις κάθε αρχικού πληθυσμού λύσεων από τους X αρχικούς πληθυσμούς λύσεων (βλέπε κεφάλαιο 4.2.3) υπολογίζονται τα *rank* και *crowding distance* για κάθε μέλος του πληθυσμού αφού πρώτα οι λύσεις μετατραπούν από διάνυσμα ακέραιων στοιχείων σε διάνυσμα δεκαδικών διαιρώντας όλα τα στοιχεία του διανύσματος της λύσης με τον αριθμό των στοιχείων του διανύσματος [127]. Κάθε λύση (άτομο) συμβολίζεται χ_{ij} όπου $i = 1, 2, \dots, W$, $j = 1, 2, \dots, n$. Αυτό σημαίνει ότι δεδομένου ότι n είναι ο αριθμός των κόμβων τότε το κάθε άτομο (που αποτελείται από ένα διάνυσμα ακολουθίας κόμβων όπως έχουμε αναφέρει και σε προηγούμενο υποκεφάλαιο) αποτελείται από n στοιχεία. Για παράδειγμα αν είχαμε ένα διάνυσμα ατόμου με 5 κόμβους τότε θα διαιρούσαμε όλα τα στοιχεία με το 5. Για παράδειγμα:

$$1\ 2\ 3\ 5\ 4 \Rightarrow 1/5\ 2/5\ 3/5\ 5/5\ 4/5 \Rightarrow 0,2\ 0,4\ 0,6\ 1\ 0,8.$$

Στη συνέχεια, κατά την διάρκεια των επαναλήψεων, για κάθε επανάληψη it πρέπει να βρεθούν δύο λύσεις γονείς χ_{i1j} και χ_{i2j} του τρέχοντος πληθυσμού ώστε να παραχθούν δύο λύσεις απόγονοι o_{i1j} και o_{i2j} με την διαδικασία της διασταύρωσης. Για την επιλογή του κάθε γονέα ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία. Αρχικά διαλέγουμε τυχαία δύο λύσεις από τις W λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού και στην συνέχεια η επιλεγμένη λύση για γονέας θα είναι αυτή με το μικρότερο *rank* και την μεγαλύτερη *crowding distance*. Αφού επιλεγθούν οι δύο γονείς, οι απόγονοι παράγονται με την ακόλουθη διαδικασία.

Χρησιμοποιούνται οι παρακάτω συναρτήσεις για την παραγωγή των δύο απογόνων :

$$o_{i_1j}(it) = (1 - g) * \chi_{i_1j}(it) + g * \chi_{i_2j}(it) \quad (4.2)$$

$$o_{i_2j}(it) = g * \chi_{i_1j}(it) + (1 - g) * \chi_{i_2j}(it) \quad (4.3)$$

όπου g ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα $(0,1)$.

Έπειτα, τα στοιχεία των δύο απογόνων, μόνο για τον υπολογισμό του κόστους των αντικειμενικών συναρτήσεων, μετατρέπονται σε ακέραια μορφή δίνοντας την τιμή 1 στο στοιχείο με την μικρότερη τιμή, την τιμή 2 στο στοιχείο με την αμέσως μεγαλύτερη κ.ο.κ. έως ότου να πάρει το μεγαλύτερο των στοιχείων την τιμή n . Για παράδειγμα :

0,2 0,4 0,6 1 0,8 \Rightarrow 1 2 3 5 4

Στους αλγορίθμους που για την λειτουργία τους χρειάζεται οι λύσεις τους να βρίσκονται σε διάνυσμα δεκαδικών αριθμών θα πρέπει οι λύσεις να μετατρέπονται πάντα σε ακέραια μορφή κάθε φορά που πρέπει να υπολογιστεί το κόστος τους για κάθε αντικειμενική συνάρτηση. Στην υπόλοιπη διαδικασία του αλγορίθμου οι λύσεις εξακολουθούν να εξελίσσονται σε μορφή διανύσματος δεκαδικών αριθμών. Αυτή η παρατήρηση ισχύει για κάθε αλγόριθμο που μετατρέπει τις λύσεις του σε διανύσματα δεκαδικών αριθμών επειδή το επιβάλλει η δομή του.

Η διαδικασία παραγωγής απογόνων επαναλαμβάνεται έως ότου παραχθούν W απόγονοι και στη συνέχεια υπολογίζεται το κόστος κάθε αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε απόγονο. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (VNS, βλέπε κεφάλαιο 4.2.2) για κάθε απόγονο έτσι ώστε να δώσει την ευκαιρία στους απογόνους για περαιτέρω βελτίωση.

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι στην περίπτωση που κατά την εφαρμογή της VNS χρειαστεί να αναζητηθεί το τόξο της λύσης με το χειρότερο κόστος μετάβασης τότε στην περίπτωση που η λύση ανήκει στην πρώτη ομάδα των w λύσεων του πληθυσμού θα πρέπει να αναζητηθεί το τόξο με τον μεγαλύτερο χρόνο μετάβασης ενώ για την περίπτωση που η λύση ανήκει στην δεύτερη ομάδα των w λύσεων του πληθυσμού θα πρέπει να αναζητηθεί το τόξο με την μεγαλύτερη απόσταση μετάβασης εάν επιλύεται πολυαντικειμενικό συμμετρικό πρόβλημα ή το τόξο με την μεγαλύτερη τιμή του πολλαπλασιασμού της απόστασης επί τον αντίστοιχο συντελεστή παραμέτρων διαδρομής εάν επιλύεται

πολυαντικειμενικό μη-συμμετρικό πρόβλημα. Η συγκεκριμένη παρατήρηση ισχύει και για όλους τους αλγορίθμους που περιγράφονται στη συνέχεια κάθε φορά που εκτελείται η μέθοδος VNS.

Στη συνέχεια όπως στον κλασικό αλγόριθμο NSGA II οι γονείς και οι απόγονοι της επανάληψης *it* τοποθετούνται στον ίδιο πίνακα και ταξινομούνται με βάση τα *rank* και *crowding distance*. Στην επόμενη επανάληψη περνάνε οι *W* πρώτες ταξινομημένες λύσεις.

Οι λύσεις της τελευταίας επανάληψης με *rank* = 1 του καθενός από τους *X* πληθυσμούς (Pop Pareto) συγκεντρώνονται σε έναν πίνακα και στην συνέχεια από αυτές κρατούνται οι μη-κυριαρχούμενες οι οποίες αποτελούν το Total Pareto.

Ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου παρατίθεται στην συνέχεια :

Όσο δεν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός πληθυσμών (*X*) επανάλαβε

Αρχικοποίηση

 Επίλεξε αριθμό αρχικών ατόμων πληθυσμού (*W*)

 Δημιούργησε τον αρχικό πληθυσμό ατόμων

 Υπολόγισε το κόστος κάθε λύσης του πληθυσμού

 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

 Αρχικοποίησε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Κυρίως αλγόριθμος

Όσο δεν έχουν ολοκληρωθεί οι επαναλήψεις του αλγορίθμου

 Υπολόγισε το *rank* και το *crowding distance* κάθε ατόμου

Για κάθε δύο επιλεγμένους γονείς

 Δημιούργησε δύο απογόνους με διασταύρωση

 Υπολόγισε το κόστος κάθε λύσης των απογόνων

 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

Τέλος για

 Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε απόγονο

 Υπολόγισε το *rank* και το *crowding distance*

 κάθε γονέα και απογόνου

 Ταξινόμησέ τους με βάση τα *rank* και *crowding distance*

 Επίλεξε τα πρώτα *W* άτομα

 Υπολόγισε το κόστος κάθε ατόμου

 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

 Ενημέρωσε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Τέλος όσο

Επίστρεψε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Τέλος όσο

Επίστρεψε το μέτωπο Pareto όλων των μη-κυριαρχούμενων λύσεων όλων των πληθυσμών (Total Pareto)

4.3.2 Παράλληλοι Πολυεναρκτήριοι Αλγόριθμοι Διαφορικής Εξέλιξης Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Differential Evolution Algorithms - PMS-NSDEs)

Ο αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution - DE) είναι ένας αλγόριθμος που αποτελείται από ένα πληθυσμό λύσεων τον οποίο εξελίσσει μέσω των διαδοχικών επαναλήψεων και προτάθηκε από τους Storn και Price [176]. Παρόλο που τα βασικά χαρακτηριστικά αυτού του αλγορίθμου έχουν κληρονομηθεί από τους εξελικτικούς αλγορίθμους παρουσιάζει και διαφορές όπως το γεγονός ότι εστιάζει στην απόσταση μεταξύ των μελών του πληθυσμού και στις διαφορετικές κατευθύνσεις που μπορεί να κινηθεί κάποιο μέλος του πληθυσμού [212, 213]. Στους εξελικτικούς αλγορίθμους όταν χρησιμοποιείται ο τελεστής διασταύρωσης εφαρμόζεται αρχικά πάνω σε δύο ή περισσότερους γονείς ενώ στη συνέχεια στους απογόνους που θα δημιουργηθούν εφαρμόζεται με μία πιθανότητα ένας τελεστής μετάλλαξης ο οποίος συνήθως μετακινεί τη λύση από ένα σημείο σε κάποιο άλλο. Ο αλγόριθμος αυτός διαφέρει από τους υπόλοιπους εξελικτικούς αλγορίθμους για τους κάτωθι λόγους [212, 213]:

1. Ο τελεστής μετάλλαξης χρησιμοποιείται αρχικά για να παραχθεί ένα δοκιμαστικό διάνυσμα, το οποίο στη συνέχεια χρησιμοποιείται με κάποιο τελεστή διασταύρωσης για τη δημιουργία ενός απογόνου.
2. Τα βήματα που γίνονται με τον τελεστή μετάλλαξης δεν υπόκεινται σε κάποια γνωστή κατανομή πιθανοτήτων αλλά επηρεάζονται από τις διαφορετικές τιμές στα γονίδια ανάμεσα σε μέλη του πληθυσμού.

Κάθε άτομο του πληθυσμού των W ατόμων συμβολίζεται x_{ij} όπου $i = 1, 2, \dots, W$, $j = 1, 2, \dots, n$. Η πρώτη φάση του αλγορίθμου είναι η φάση της μετάλλαξης. Κατά την διάρκεια της μετάλλαξης σε μία επανάληψη it του αλγορίθμου, για κάθε γονέα $x_{ij}(it)$ του τρέχοντος πληθυσμού υπολογίζεται ένα δοκιμαστικό διάνυσμα $u_{ij}(it)$ με τον ακόλουθο τρόπο.

Αρχικά επιλέγεται, συνήθως τυχαία, από τον τρέχοντα πληθυσμό λύσεων ένα διάνυσμα στόχου $x_{i_1j}(it)$ έτσι ώστε $i \neq i_1$. Στη συνέχεια και πάλι από τον τρέχοντα πληθυσμό λύσεων επιλέγονται, συνήθως τυχαία, ακόμα δύο άτομα

$\chi_{i_2j}(it)$ και $\chi_{i_3j}(it)$ έτσι ώστε $i \neq i_1 \neq i_2 \neq i_3$. Τέλος υπολογίζεται το δοκιμαστικό διάνυσμα $u_{ij}(it)$ του ατόμου $\chi_{ij}(it)$ λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα επιλεγμένα άτομα με την χρήση της ακόλουθης συνάρτησης [212, 213]:

$$u_{ij}(it) = \chi_{i_1j}(it) + \beta(\chi_{i_2j}(it) - \chi_{i_3j}(it)) \quad (4.4)$$

όπου το $\beta \in (0, \infty)$ είναι ένας παράγοντας κανονικοποίησης. Συνήθως το άνω όριο του β είναι το 1 γιατί έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι αν το β ξεπεράσει το 1 δεν υπάρχει ιδιαίτερη βελτίωση στις λύσεις. Επίσης, όσο μικρότερο είναι το β τόσο μικρότερο είναι το βήμα κατά την διάρκεια της μετάλλαξης ενώ αντίθετα όσο πιο μεγάλο είναι τόσο αυξάνεται η πιθανότητα να αποφύγει ο αλγόριθμος κάποιο τοπικό ελάχιστο. Έτσι το β πρέπει να έχει μία τιμή που να του δίνει τη δυνατότητα να ξεπερνά κάποιο τοπικό ελάχιστο αφού πρώτα έχει καταφέρει να το εξερευνήσει αποτελεσματικά. Για τον παραπάνω λόγο, συνήθως το $\beta = 0,5$ [212]. Υπάρχουν διάφορες, πιο πολύπλοκες παραλλαγές, για τον υπολογισμό του δοκιμαστικού διανύσματος οι οποίες και μπορούν να αναζητηθούν στο [212].

Στη συνέχεια, όταν ολοκληρωθεί η φάση της μετάλλαξης εφαρμόζεται ένας τελεστής διασταύρωσης. Σε αυτή την φάση τα γονίδια επιλέγονται τυχαία μεταξύ του δοκιμαστικού διανύσματος και του γονέα. Αρχικά επιλέγεται μια παράμετρος για τον τελεστή διασταύρωση (Cr) η οποία ελέγχει την αναλογία των γονιδίων που θα επιλεγούν από το δοκιμαστικό διάνυσμα. Η τιμή του Cr συγκρίνεται με ένα τυχαίο αριθμό στο διάστημα $rand_i(0, 1)$. Εάν ο τυχαίος αριθμός είναι μικρότερος ή ίσος με το Cr , η τιμή του γονιδίου του απογόνου κληρονομείται από το δοκιμαστικό διάνυσμα, αλλιώς η τιμή του γονιδίου επιλέγεται από το γονέα.

$$\chi'_{ij}(it) = \begin{cases} u_{ij}(it), & \text{εάν } rand_i(0, 1) \leq Cr \\ 0, & \text{αλλιώς.} \end{cases} \quad (4.5)$$

Μετά τον τελεστή διασταύρωσης, η συνάρτηση καταλληλότητας του απογόνου $\chi'_{ij}(it)$ υπολογίζεται και εάν είναι καλύτερη από την συνάρτηση καταλληλότητας του γονέα τότε επιλέγεται για την επόμενη γενιά αλλιώς ο γονέας επιβιώνει για μία ακόμα γενιά [212, 213].

Για μια πληρέστερη ανάλυση πάνω στον αλγόριθμο Διαφορικής Εξέλιξης και τις παραλλαγές του μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [212, 213].

Στη συνέχεια παρουσιάζονται ο προτεινόμενος Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (PMS-NSDE)

καθώς και διάφορες προτεινόμενες παραλλαγές του. Στους αλγορίθμους PMS-NSDE1, PMS-NSDE2 και PMS-NSDE3 ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία. Για τις λύσεις κάθε αρχικού πληθυσμού λύσεων από τους X αρχικούς πληθυσμούς λύσεων (βλέπε κεφάλαιο 4.2.3) συμβαίνουν τα ακόλουθα. Αρχικά επιλέγεται η παράμετρος $\beta = 0,5$. Έπειτα, κάθε μία από τις W λύσεις του αρχικού πληθυσμού μετατρέπεται σε διάνυσμα δεκαδικών αριθμών όπως περιγράφεται στο υποκεφάλαιο 4.3.1 και στη συνέχεια οι λύσεις τοποθετούνται στον πίνακα *Individual Best* (Προσωπικό Βέλτιστο κάθε ατόμου). Μέσα στον πίνακα *Individual Best* θα τοποθετείται η βέλτιστη μέχρι την τρέχουσα επανάληψη λύση κάθε ατόμου. Με τον τρόπο αυτό αρχικοποιείται ο πίνακας *Individual Best*. Στην συνέχεια από τον πίνακα *Individual Best* υπολογίζεται το πρώτο μέτωπο Pareto του αρχικού πληθυσμού πριν ακόμα ξεκινήσουν οι επαναλήψεις. Έπειτα, κατά την διάρκεια των επαναλήψεων πραγματοποιούνται τα ακόλουθα βήματα.

Αρχικά, επιλέγεται ποια συνάρτηση δημιουργίας του δοκιμαστικού διανύσματος θα χρησιμοποιηθεί για κάθε μία από τις W λύσεις-άτομα $\chi_{ij}(it)$ του τρέχοντος πληθυσμού. Για τον αλγόριθμο PMS-NSDE1 θα χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση (4.6), για τον αλγόριθμο PMS-NSDE2 θα χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση (4.7) ενώ για τον αλγόριθμο PMS-NSDE3 θα χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση (4.8).

$$u_{ij}(it) = \chi_{i1j}(it) + \beta(\chi_{i2j}(it) - \chi_{i3j}(it)) \quad (4.6)$$

$$u_{ij}(it) = \chi_{i1j}(it) + \beta(Pareto_{i2j}(it) - Pareto_{i3j}(it)) \quad (4.7)$$

$$u_{ij}(it) = Pareto_{i1j}(it) + \beta(\chi_{i2j}(it) - \chi_{i3j}(it)) \quad (4.8)$$

όπου όλες οι λύσεις χ_{ij} είναι είναι τυχαία επιλεγμένες και διαφορετικές μεταξύ τους λύσεις από τον τρέχοντα πληθυσμό λύσεων ενώ όλες οι $Pareto_{ij}$ λύσεις είναι τυχαία επιλεγμένες και διαφορετικές μεταξύ τους λύσεις από το πληθυσμό λύσεων του τρέχοντος μετώπου Pareto. Μετά τον υπολογισμό του δοκιμαστικού διανύσματος του κάθε ατόμου του τρέχοντα πληθυσμού τα στοιχεία των λύσεων των δοκιμαστικών διανυσμάτων παίρνουν ακέραια μορφή μόνο για να υπολογιστεί το κόστος κάθε αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε δοκιμαστικό διάνυσμα (βλέπε κεφάλαιο 4.3.1).

Το επόμενο βήμα θα ήταν να χρησιμοποιηθεί ο τελεστής διασταύρωσης Cr . Στη θέση αυτής της διαδικασίας, και προκειμένου να δοθεί η δυνατότητα στα άτομα-γονείς του πληθυσμού της τρέχουσας επανάληψης που κυριαρχούν στις λύσεις των δοκιμαστικών διανυσμάτων που παράχθηκαν να έχουν μία επιπρόσθετη ευκαιρία για περαιτέρω βελτίωση, τοποθετούνται οι λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού ($\chi_{ij}(it - 1)$) και τα αντίστοιχα δοκιμαστικά διανύσματα ($u_{ij}(it)$) σε έναν κοινό πίνακα και ταξινομούνται με βάση τις παραμέτρους $rank$ και $crowding\ distance$ όπως ακριβώς περιγράφεται στο υποκεφάλαιο 4.3.1. Οι πρώτες W ταξινομημένες λύσεις αποτελούν τους απογόνους της τρέχουσας επανάληψης. Με την διαδικασία αυτή μπορούμε να κρατήσουμε για επιπλέον εξέλιξη στην επόμενη επανάληψη τις λύσεις της προηγούμενης γενιάς με καλά χαρακτηριστικά και να εξισορροπήσουμε την πιθανή απώλεια καλών πληροφοριών που μπορεί να προκύψει κατά την διαδικασία της μετατροπής των τιμών των διανυσμάτων των λύσεων από διακριτή μορφή σε συνεχή.

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (VNS, βλέπε κεφάλαιο 4.2.2) για κάθε απόγονο $\chi'_{ij}(it)$. Οι απόγονοι αυτοί αποτελούν τα άτομα του πληθυσμού της επόμενης επανάληψης.

Αφού πρώτα υπολογιστεί το κόστος κάθε αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε απόγονο αντικαθίσταται η βέλτιστη λύση για κάθε άτομο στον πίνακα *Individual Best*. Για να αντικατασταθεί μία βέλτιστη έως την $it - 1$ επανάληψη λύση ενός ατόμου του πίνακα *Individual Best* με μία λύση απόγονο της επανάληψης it του ίδιου ατόμου θα πρέπει η λύση απόγονος να κυριαρχεί επί της βέλτιστης. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης για κάθε λύση του ανανεωμένου πίνακα *Individual Best* έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα για περαιτέρω βελτίωση στις έως τώρα βέλτιστες λύσεις, και κυρίως σε αυτές που δεν αντικαταστήθηκαν από τους απογόνους. Οι παράμετροι vns_{max} και $local_{max}$ τέθηκαν ίσοι με 10. Στην συνέχεια από τις λύσεις Pareto της επανάληψης $it - 1$ και από τις λύσεις του πίνακα *Individual Best* της επανάληψης it παράγονται οι λύσεις Pareto της επανάληψης it . Στην τελευταία από τις επαναλήψεις του αλγορίθμου για κάποιον από τους X πληθυσμούς υπολογίζεται το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto).

Οι λύσεις Pareto της τελευταίας επανάληψης του καθενός από τους X πληθυσμούς (Pop Pareto) συγκεντρώνονται σε έναν πίνακα και στην συνέχεια από αυτές κρατούνται οι μη-κυριαρχούμενες οι οποίες αποτελούν το Total Pareto.

Ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου παρατίθεται στην συνέχεια :

Όσο δεν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός πληθυσμών (X) επανάλαβε
Αρχικοποίηση

Επίλεξε αριθμό αρχικών ατόμων πληθυσμού (W)
Επίλεξε την τιμή του β
Δημιούργησε τον αρχικό πληθυσμό ατόμων
Υπολόγισε το κόστος κάθε λύσης του πληθυσμού
για κάθε αντικειμενική συνάρτηση
Αρχικοποίησε τον πίνακα *Individual Best*
Αρχικοποίησε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Κυρίως αλγόριθμος
Όσο δεν έχουν ολοκληρωθεί οι επαναλήψεις του αλγορίθμου
 Για κάθε άτομο
 Υπολόγισε το δοκιμαστικό διάνυσμα
 Υπολόγισε το κόστος κάθε δοκιμαστικού διανύσματος
 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση
 Τέλος για
 Τοποθέτησε σε κοινό πίνακα τα άτομα του τρέχοντος πληθυσμού
 και τα αντίστοιχα δοκιμαστικά διανύσματα
 Υπολόγισε το *rank* και το *crowding distance* κάθε ατόμου
 και κάθε δοκιμαστικού διανύσματος
 Ταξινομήσε τα με βάση τα *rank* και *crowding distance*
 Επίλεξε τις πρώτες W λύσεις για απογόνους
 Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε απόγονο
 Υπολόγισε το κόστος κάθε απογόνου
 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση
 Ενημέρωσε τον πίνακα *Individual Best*
 Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε άτομο του *Individual Best*
 Ενημέρωσε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Τέλος όσο
Επίστρεψε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Τέλος όσο
Επίστρεψε το μέτωπο Pareto όλων των μη-κυριαρχούμενων λύσεων
 όλων των πληθυσμών (Total Pareto)

4.3.3 Παράλληλοι Πολυεναρκτήριοι Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimization Algorithms - PMS-NSPSOs)

Ο αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization Algorithm - PSO) είναι ένας από τους πιο γνωστούς αλγορίθμους που είναι εμπνευσμένοι από τη φύση για επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Προτάθηκε από τους Kennedy και Eberhart [98] και προσομοιώνει την κοινωνική συμπεριφορά κάποιων οργανισμών όπως το πέταγμα ενός σμήνους πουλιών ή την κίνηση ενός κοπαδιού ψαριών [212, 213]. Ο αλγόριθμος αυτός έχει δύο βασικά χαρακτηριστικά :

1. Διαθέτει μνήμη γεγονός που σημαίνει ότι η γνώση από τις καλές λύσεις των προηγούμενων γενιών δεν χάνεται αλλά κληρονομείται στις επόμενες γενιές.
2. Υπάρχει συνεργασία μεταξύ των μελών του σμήνους έτσι ώστε να παραχθούν νέες λύσεις.

Στον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων το σμήνος αντιστοιχεί στον πληθυσμό ατόμων των γενετικών αλγορίθμων και στη θέση των ατόμων υπάρχουν οι θέσεις των σωματιδίων. Έτσι κάθε θέση σωματιδίου, χ_{ij} όπου $i = 1, 2, \dots, W$, $j = 1, 2, \dots, n$, αντιπροσωπεύει μια λύση και το πλήθος των σωματιδίων αποτελεί τον πληθυσμό λύσεων [212, 213]. Κάθε σωματίδιο διαθέτει μια συγκεκριμένη θέση στο χώρο η οποία αλλάζει σε κάθε επανάληψη ανάλογα με την ταχύτητά του. Η ταχύτητα v_{ij} αντιπροσωπεύει τις αλλαγές που πρέπει να γίνουν σε ένα σωματίδιο ώστε να αλλάξει θέση. Η ταχύτητα ενός σωματιδίου μπορεί να επηρεαστεί τόσο από τη βέλτιστη θέση που είχε κατά την διάρκεια των επαναλήψεων, $pbest_{ij}$, όσο και από τη θέση του βέλτιστου σωματιδίου του σμήνους, $gbest_j$. Οι ταχύτητες και οι θέσεις των σωματιδίων για συνεχείς μεταβλητές, δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις :

$$v_{ij}(it + 1) = v_{ij}(it) + c_1 rand_1(pbest_{ij} - \chi_{ij}(it)) + c_2 rand_2(gbest_j - \chi_{ij}(it)) \quad (4.9)$$

$$\chi_{ij}(it + 1) = \chi_{ij}(it) + v_{ij}(it + 1) \quad (4.10)$$

όπου it είναι ο αριθμός των επαναλήψεων, c_1 και c_2 είναι οι μεταβλητές επιτάχυνσης που συνήθως έχουν τιμή 2, $rand_1$ και $rand_2$ είναι τυχαίες μεταβλητές στο διάστημα $[0,1]$. Η βέλτιστη θέση ενός σωματιδίου ($pbest_{ij}$) υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση για προβλήματα ελαχιστοποίησης:

$$pbest_{ij} = \begin{cases} \chi_{ij}(it+1), & \text{εάν } f(\chi_{ij}(it+1)) \leq f(\chi_{ij}(it)) \\ pbest_{ij}, & \text{αλλιώς.} \end{cases} \quad (4.11)$$

όπου $f(\chi_{ij}(it))$ η συνάρτηση ποιότητας της θέσης του σωματιδίου χ_{ij} στην επανάληψη it .

Η βέλτιστη θέση όλου του σμήνους στην επανάληψη it υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$gbest_j \in \{pbest_{1j}, pbest_{2j}, \dots, pbest_{Wj} | f(gbest_j)\} = \min\{f(pbest_{1j}), f(pbest_{2j}), \dots, f(pbest_{Wj})\} \quad (4.12)$$

Ένας μεγάλος αριθμός παραλλαγών του αλγορίθμου που πρότειναν οι Kennedy και Eberhart [98] έχει προταθεί από το 1995 έως σήμερα. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν δύο παραλλαγές του αλγορίθμου στις οποίες βασίστηκαν οι εξισώσεις του αλγορίθμου στην παρούσα διατριβή.

Η πρώτη βελτίωση του αλγορίθμου προτάθηκε από τους Shi και Eberhart [170] και προτείνεται η χρήση ενός βάρους αδράνειας wht . Με τη χρήση αυτής της παραμέτρου αυξάνεται η ικανότητα διασποράς της αναζήτησης και η ικανότητα εντατικοποίησης της αναζήτησης. Το βάρος wht ελέγχει την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου. Συνήθως το βάρος αδράνειας μειώνεται κατά την διάρκεια των επαναλήψεων και υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση [212, 213]:

$$wht = wht_{max} - \frac{wht_{max} - wht_{min}}{iter_{max}} \times it \quad (4.13)$$

όπου wht_{max} και wht_{min} είναι η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή του βάρους αδράνειας και $iter_{max}$ είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων.

Σε αυτή την παραλλαγή η ταχύτητα κάθε σωματιδίου υπολογίζεται με την παρακάτω εξίσωση:

$$v_{ij}(it+1) = wht v_{ij}(it) + c_1 rand_1(pbest_{ij} - \chi_{ij}(it)) + c_2 rand_2(gbest_j - \chi_{ij}(it)) \quad (4.14)$$

Μία ακόμα παραλλαγή του αρχικού αλγορίθμου που στοχεύει στην εξασφάλιση της σύγκλισης και στην εξάλειψη των παραμέτρων που περιορίζουν την ταχύτητα είναι αυτή που χρησιμοποιεί έναν παράγοντα περιορισμού $\tilde{\chi}$ [33]. Οι ταχύτητες των σωματιδίων υπολογίζονται από την ακόλουθη εξίσωση :

$$v_{ij}(it+1) = \tilde{\chi}(v_{ij}(it) + c_1 rand_1(pbest_{ij} - \chi_{ij}(it)) + c_2 rand_2(gbest_j - \chi_{ij}(it))) \quad (4.15)$$

όπου

$$\tilde{\chi} = \frac{2}{|2 - c - \sqrt{c^2 - 4c}|} \text{ και } c = c_1 + c_2, c > 4. \quad (4.16)$$

Για μια πληρέστερη ανάλυση πάνω στον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων και τις παραλλαγές του μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [212, 213].

Στη συνέχεια παρουσιάζονται ο προτεινόμενος Παράλληλος Πολυεναρκτήριο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (PMS-NSPSO) καθώς και διάφορες προτεινόμενες παραλλαγές του. Στους αλγορίθμους PMS-NSPSO1, PMS-NSPSO2 και PMS-NSPSO3 ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία. Για τις λύσεις κάθε αρχικού σμήνους σωματιδίων από τους X αρχικούς πληθυσμούς λύσεων (βλέπε κεφάλαιο 4.2.3) συμβαίνουν τα ακόλουθα. Αρχικά επιλέγονται οι παράμετροι επιτάχυνσης c_1 και c_2 . Έπειτα, κάθε μία από τις W λύσεις (θέσεις σωματιδίων) του αρχικού πληθυσμού λύσεων (αρχικού σμήνους) μετατρέπεται σε διάνυσμα δεκαδικών αριθμών όπως περιγράφεται στο υποκεφάλαιο 4.3.1 και στη συνέχεια οι λύσεις τοποθετούνται στον πίνακα *Personal Best* (Προσωπικό Βέλτιστο). Μέσα στον πίνακα *Personal Best* θα τοποθετείται η βέλτιστη μέχρι την τρέχουσα επανάληψη λύση (θέση) κάθε σωματιδίου. Με τον τρόπο αυτό αρχικοποιείται ο πίνακας *Personal Best*. Στην συνέχεια από τον πίνακα *Personal Best* υπολογίζεται το πρώτο μέτωπο Pareto του αρχικού σμήνους πριν ακόμα ξεκινήσουν οι επαναλήψεις. Έπειτα, κατά την διάρκεια των επαναλήψεων πραγματοποιούνται τα ακόλουθα βήματα.

Αρχικά, επιλέγεται ποια συνάρτηση δημιουργίας του διανύσματος της ταχύτητας, v_{ij} , θα χρησιμοποιηθεί για κάθε μία από τις W λύσεις $\chi_{ij}(it)$ του τρέχοντος πληθυσμού λύσεων. Για τον αλγόριθμο PMS-NSPSO1 θα χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση (4.17), για τον αλγόριθμο PMS-NSPSO2 θα χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση (4.18) ενώ για τον αλγόριθμο PMS-NSPSO3 θα χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση (4.20).

$$v_{ij}(it+1) = v_{ij}(it) + c_1 rand_1(pbest_{ij} - \chi_{ij}(it)) + c_2 rand_2(gPareto_j(it) - \chi_{ij}(it)) \quad (4.17)$$

όπου $gPareto$ είναι ένα τυχαία επιλεγμένο σωματίδιο από το μέτωπο Pareto της επανάληψης it . Ο λόγος που δεν επιλέγεται ως $gbest$ ένα σωματίδιο άμεσα από τον πίνακα των *Personal Best* της επανάληψης it , όπως γίνεται σε ένα πρόβλημα που βελτιώνει μία αντικειμενική συνάρτηση, είναι το γεγονός ότι σε ένα πολυαντικειμενικό πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι δύσκολο να επιλεγεί με απλή σύγκριση μόνο μία λύση. Έτσι επιλέγεται τυχαία μία λύση από το Pareto μέτωπό του πίνακα *Personal Best* αφού όλες αυτές οι λύσεις μεταξύ τους θεωρούνται ισοδύναμες.

$$v_{ij}(it+1) = wht v_{ij}(it) + c_1 rand_1(pbest_{ij} - \chi_{ij}(it)) + c_2 rand_2(gPareto_j(it) - \chi_{ij}(it)) \quad (4.18)$$

όπου

$$wht = wht_{max} - \frac{wht_{max} - wht_{min}}{iter_{max}} \times it \quad (4.19)$$

$$v_{ij}(it+1) = \tilde{\chi}(v_{ij}(it) + c_1 rand_1(pbest_{ij} - \chi_{ij}(it)) + c_2 rand_2(gPareto_j(it) - \chi_{ij}(it))) \quad (4.20)$$

όπου

$$\tilde{\chi} = \frac{2}{|2 - c - \sqrt{c^2 - 4e}|} \text{ και } c = c_1 + c_2, c > 4. \quad (4.21)$$

Η συνάρτηση υπολογισμού της νέας θέσης του κάθε σωματιδίου δίνεται στη συνέχεια από τη συνάρτηση (4.22):

$$\chi_{ij}(it+1) = \chi_{ij}(it) + v_{ij}(it+1) \quad (4.22)$$

Μετά τον υπολογισμό της νέας θέσης του κάθε σωματιδίου του τρέχοντος πληθυσμού (σμήνους) με βάση τις εξισώσεις (4.17), (4.18) και (4.20) τα στοιχεία των λύσεων παίρνουν ακέραια μορφή μόνο για να υπολογιστεί το κόστος κάθε αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε νέα θέση σωματιδίου (βλέπε κεφάλαιο 4.3.1). Προκειμένου να υπάρχει η δυνατότητα στις θέσεις των σωματιδίων του πληθυσμού της επανάληψης it που κυριαρχούν στις λύσεις των νέων θέσεων που παράχθηκαν στην επανάληψη $it + 1$ να έχουν μία επιπρόσθετη ευκαιρία για περαιτέρω βελτίωση, τοποθετούνται οι λύσεις των θέσεων του τρέχοντος πληθυσμού ($\chi_{ij}(it)$) και οι αντίστοιχες νέες θέσεις τους ($\chi_{ij}(it + 1)$) σε έναν κοινό πίνακα και ταξινομούνται με βάση τις παραμέτρους *rank* και *crowding distance* όπως ακριβώς περιγράφεται στο υποκεφάλαιο 4.3.1. Οι πρώτες W ταξινομημένες λύσεις αποτελούν τις νέες θέσεις των σωματιδίων της επανάληψης $it + 1$. Δηλαδή τον πίνακα $\chi_{ij}(it + 1)$. Με την διαδικασία αυτή μπορούμε να κρατήσουμε για επιπλέον εξέλιξη στην επόμενη επανάληψη τις λύσεις του προηγούμενου σμήνους με καλά χαρακτηριστικά και να εξισορροπήσουμε την πιθανή απώλεια καλών πληροφοριών που μπορεί να προκύψει κατά την διαδικασία της μετατροπής των τιμών των διανυσμάτων των λύσεων από διακριτή μορφή σε συνεχή.

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (VNS, βλέπε κεφάλαιο 4.2.2) για κάθε νέα θέση $\chi_{ij}(it + 1)$ έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα στις νέες θέσεις για περαιτέρω βελτίωση. Οι νέες θέσεις αποτελούν τις θέσεις των σωματιδίων του πληθυσμού της επόμενης επανάληψης.

Αφού πρώτα υπολογιστεί το κόστος κάθε αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε νέα θέση σωματιδίου ανανεώνεται η βέλτιστη έως την προηγούμενη επανάληψη θέση για κάθε σωματίδιο στον πίνακα *Personal Best*. Για να αντικατασταθεί μία βέλτιστη έως την it επανάληψη θέση ενός σωματιδίου του πίνακα *Personal Best* με μία θέση της επανάληψης $it + 1$ του ίδιου σωματιδίου θα πρέπει η θέση της επανάληψης $it + 1$ να κυριαρχεί στην βέλτιστη θέση έως την επανάληψη it . Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης για κάθε λύση του ανανεωμένου πίνακα *Personal Best* έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα για περαιτέρω βελτίωση στις έως τώρα βέλτιστες λύσεις και κυρίως σε αυτές που δεν αντικαταστήθηκαν. Στην συνέχεια από τις λύσεις Pareto της επανάληψης it και από τις λύσεις του πίνακα *Personal Best* της επανάληψης $it + 1$ παράγονται οι λύσεις Pareto της επανάληψης $it + 1$. Στην τελευταία από τις επαναλήψεις του αλγορίθμου για κάποιον από τους X πληθυσμούς υπολογίζεται το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto).

Οι λύσεις Pareto της τελευταίας επανάληψης του καθενός από τους X πληθυσμούς (Pop Pareto) συγκεντρώνονται σε έναν πίνακα και στην συνέχεια από αυτές κρατούνται οι μη-κυριαρχούμενες οι οποίες αποτελούν το Total Pareto.

Ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου παρατίθεται στην συνέχεια :

Όσο δεν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός πληθυσμών (X) επανάλαβε
Αρχικοποίηση
 Επίλεξε αριθμό αρχικών σωματιδίων σμήνους (W)
 Επίλεξε τις τιμές των c_1 και c_2
 Δημιούργησε τον αρχικό πληθυσμό σωματιδίων
 Υπολόγισε το κόστος της λύσης (θέσης) κάθε σωματιδίου του πληθυσμού
 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση
 Αρχικοποίησε τον πίνακα *Personal Best*
 Αρχικοποίησε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Κυρίως αλγόριθμος
Όσο δεν έχουν ολοκληρωθεί οι επαναλήψεις του αλγορίθμου
Για κάθε σωματίδιο
 Υπολόγισε την ταχύτητα και τη νέα του θέση
 Υπολόγισε το κόστος κάθε νέας θέσης
 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση
Τέλος για
 Τοποθέτησε σε κοινό πίνακα τις θέσεις του τρέχοντος πληθυσμού
 και τις αντίστοιχες νέες θέσεις των σωματιδίων
 Υπολόγισε το *rank* και το *crowding distance* κάθε θέσης
 Ταξινόμησε τις θέσεις με βάση τα *rank* και *crowding distance*
 Επίλεξε τις πρώτες W λύσεις για νέες θέσεις σωματιδίων
 Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε νέα θέση σωματιδίου
 Υπολόγισε το κόστος κάθε νέας θέσης
 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση
 Ενημέρωσε τον πίνακα *Personal Best*
 Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε λύση του *Personal Best*
 Ενημέρωσε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Τέλος όσο
Επίστρεψε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)
Τέλος όσο
Επίστρεψε το μέτωπο Pareto όλων των μη-κυριαρχούμενων λύσεων
 όλων των πληθυσμών (Total Pareto)

4.3.4 Παράλληλος Πολυεναρκτήριοι Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Parallel Multi-Start Multiobjective Clonal Selection Algorithm - PMS-MOCSA)

Τα Τεχνητά Ανοσοποιητικά Συστήματα (Artificial Immune Systems - AIS) αποτελούνται από ένα σύνολο αλγορίθμων που είναι εμπνευσμένοι από την λειτουργία του ανοσοποιητικού συστήματος [44, 49, 212]. Πιο συγκεκριμένα, κάποιες από τις λειτουργίες και ικανότητες του ανοσοποιητικού συστήματος που αποτελούν έμπνευση για τον σχεδιασμό των αλγορίθμων της συγκεκριμένης ομάδας είναι η ικανότητα του ανοσοποιητικού συστήματος να αντιλαμβάνεται ποια είναι εχθρικά ή μη κύτταρα για τον οργανισμό, να καταστρέφει τα παθογόνα κύτταρα, να διαθέτει μνήμη όσον αφορά τα χαρακτηριστικά από τους προηγούμενους εισβολείς και να προστατεύει τον οργανισμό από την κακή συμπεριφορά των κυττάρων του [15, 212]. Τα σημαντικότερα κύτταρα ενός ανοσοποιητικού συστήματος είναι τα λεμφοκύτταρα που παράγονται στον μυελό των οστών. Τα λεμφοκύτταρα αναγνωρίζουν και αντιδρούν στα αντιγόνα που βρίσκονται στην επιφάνεια των παθογόνων κυττάρων. Ένας οργανισμός ενεργοποιεί την δράση του ανοσοποιητικού του συστήματος όταν αντιληφθεί την είσοδο αντιγόνων στον οργανισμό [212].

Ο αλγόριθμος που θα παρουσιαστεί και θα αναλυθεί στη συνέχεια βασίζεται στην Θεωρία Επιλογής Κλώνων. Στην συγκεκριμένη θεωρία αναλύεται η διαδικασία της κλωνοποίησης των λεμφοκυττάρων (cloning process) και της μετάλλαξης αυτών με την έκκριση αντισωμάτων (υπερμετάλλαξη -hypermutation process) ώστε να αντιμετωπίσουν πιο αποτελεσματικά τα αντιγόνα ενός ξένου κυττάρου. Η παραπάνω διαδικασία ονομάζεται ωρίμανση της συγγένειας (affinity maturation). Για περισσότερες πληροφορίες πάνω στην φυσική διαδικασία επιλογής κλώνων μπορεί κάποιος να ανατρέξει στα [212, 155]

Ο Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Clonal Selection Algorithm - CSA) είναι ο πιο κατάλληλος από τους αλγορίθμους των τεχνητών ανοσοποιητικών συστημάτων για προβλήματα βελτιστοποίησης. Στη συνέχεια αναφέρεται η αντιστοίχιση της ορολογίας των φυσικών ανοσοποιητικών συστημάτων με τον αλγόριθμο Επιλογής Κλώνων [212]:

- Το αντίσωμα (antibody) αντιστοιχεί στη λύση του προβλήματος (solution).
- Η συγγένεια (affinity) αντιστοιχεί στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.
- Το αντιγόνο (antigen) αντιστοιχεί στο ίδιο το πρόβλημα που επιλύεται.

- Η κλωνοποίηση (cloning) αντιστοιχεί στη διαδικασία αναπαραγωγής των λύσεων.
- Η υπερμετάλλαξη (hypermutation) αντιστοιχεί στη διαδικασία της πολλαπλής μετάλλαξης μια λύσης.
- Η διαδικασία της ωρίμανσης της συγγένειας (affinity maturation) αντιστοιχεί στη διαδικασία επιλογής των βέλτιστων λύσεων.
- Η διαδικασία διόρθωσης των υποδοχέων (receptor editing) αντιστοιχεί στη διαδικασία διαφοροποίησης των λύσεων.

Στον αλγόριθμο CSA αρχικά επιλέγεται ένας αρχικός πληθυσμός από W αντισώματα (λύσεις). Κάθε αντίσωμα, χ_{ij} όπου $i = 1, 2, \dots, W$, $j = 1, 2, \dots, n$, έχει μία απόδοση που εκτιμάται από μια προκαθορισμένη συνάρτηση ποιότητας (fitness function). Από τον αρχικό πληθυσμό των W λύσεων επιλέγονται οι Fb καλύτερες λύσεις. Από τα Fb αντισώματα δημιουργούνται Fc κλώνοι ανάλογα με την απόδοση της συνάρτησης ποιότητας (το κόστος της αντικειμενικής συνάρτησης - συγγένεια). Η πιο ισχυρή λύση (αντίσωμα) παράγει τον μεγαλύτερο αριθμό κλώνων. Ο αριθμός των κλώνων για κάθε αντίσωμα υπολογίζεται από την ακόλουθη συνάρτηση (4.23):

$$Fc = \sum_{i=1}^{Fb} \text{round} \frac{\beta_1 W}{i} \quad (4.23)$$

όπου το β_1 είναι μια παράμετρος πολλαπλασιασμού. Έτσι αν ο αρχικός πληθυσμός αντισωμάτων αποτελείται από 100 αντισώματα τότε στην περίπτωση που το β_1 είναι ίσο με 1 θα παραχθούν 100 κλώνοι από το πιο ισχυρό αντίσωμα, 50 από το δεύτερο ισχυρότερο κ.ο.κ. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο τελεστής υπερμετάλλαξης (hypermutation). Στην διαδικασία αυτή τα στοιχεία ενός αντισώματος που μεταβάλλονται επιλέγονται τυχαία. Οι αλλαγές που μπορούν να γίνουν σε μια λύση με αυτή την διαδικασία μπορούν να ξεπεράσουν έως και το 80% της λύσης. Το επόμενο βήμα είναι το βήμα της διόρθωσης των υποδοχέων έτσι ώστε να βοηθηθεί μια λύση να ξεφύγει από ένα τοπικό ελάχιστο. Οι δύο αυτές φάσεις μπορούν να εφαρμοστούν διαδοχικά στους κλώνους είτε να εφαρμοστεί είτε η μία είτε η άλλη χρησιμοποιώντας έναν τελεστή ωρίμανσης Mr . Αρχικά, για κάθε κλώνο, παράγεται τυχαία ένας αριθμός μεταξύ του 0 και του 1 και στην συνέχεια αν αυτός ο αριθμός είναι μικρότερος ή ίσος με το Mr τότε εφαρμόζεται ο τελεστής υπερμετάλλαξης. Σε αντίθετη περίπτωση εφαρμόζεται ο τελεστής διόρθωσης των υποδοχέων.

Στη συνέχεια του αλγορίθμου υπολογίζεται το κόστος της αντικειμενικής συνάρτησης κάθε κλώνου και επιλέγονται τα Fs καλύτερα για να αντικαταστήσουν κάποια από τα W μέλη του τρέχοντος πληθυσμού αντισωμάτων. Τέλος, δημιουργείται και ένας μικρός αριθμός τυχαίων αντισωμάτων που θα αντικαταστήσουν κάποια από τα χειρότερα αντισώματα του τρέχοντος πληθυσμού αντισωμάτων. Στην επόμενη επανάληψη θα επιβιώσουν τα W αντισώματα ενώ όλα τα υπόλοιπα (Fb , Fc , Fs) διαγράφονται.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο προτεινόμενος, σε αυτή τη διατριβή, αλγόριθμος, ο Παράλληλος Πολυεναρκτήριοι Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (PMS-MOCSA). Στον αλγόριθμο PMS-MOCSA ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία. Για τις λύσεις κάθε αρχικού πληθυσμού αντισωμάτων από τους X αρχικούς πληθυσμούς λύσεων (βλέπε κεφάλαιο 4.2.3) συμβαίνουν τα ακόλουθα. Αρχικά δίνονται τιμές στα Mr και β_1 . Έπειτα, οι λύσεις (αντισώματα) του αρχικού πληθυσμού λύσεων τοποθετούνται στον πίνακα *Antibody Best* (Προσωπικό Βέλτιστο κάθε αντισώματος). Μέσα στον πίνακα *Antibody Best* θα τοποθετείται η βέλτιστη μέχρι την τρέχουσα επανάληψη λύση κάθε αντισώματος. Με τον τρόπο αυτό αρχικοποιείται ο πίνακας *Antibody Best*. Στην συνέχεια από τον πίνακα *Antibody Best* υπολογίζεται το πρώτο μέτωπο Pareto του αρχικού πληθυσμού αντισωμάτων πριν ακόμα ξεκινήσουν οι επαναλήψεις. Έπειτα, κατά την διάρκεια των επαναλήψεων πραγματοποιούνται τα ακόλουθα βήματα. Σε κάθε επανάληψη ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία. Προκειμένου να βρούμε τα βέλτιστα αντισώματα του τρέχοντος πληθυσμού αντισωμάτων (Fb) βρίσκουμε τα μη-κυριαρχούμενα αντισώματα (Pareto αντισωμάτων). Στη συνέχεια ταξινομούμε τα αντισώματα με την ακόλουθη διαδικασία :

Αρχικά υπολογίζεται ο μέσος όρος για τις τιμές κόστους της κάθε μίας αντικειμενικής συνάρτησης. Στη συνέχεια υπολογίζεται η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ του μέσου όρου και κάθε μίας από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις των αντισωμάτων. Έπειτα ταξινομούνται οι λύσεις ανάλογα με την απόσταση τους από τον μέσο όρο. Για παράδειγμα αν έχουμε τέσσερα αντισώματα με πέντε κόμβους το κάθε ένα, θα μπορούσαμε να έχουμε τέσσερις διαφορετικές ακολουθίες κόμβων όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

Αντισώματα	Ακολουθία κόμβων					Κόστη συναρτήσεων		Απόσταση από μέσο όρο	Ταξινόμηση
1	1	3	5	2	4	51	73	40,22	4
2	1	5	2	4	3	95	18	30,41	3
3	1	4	3	5	2	81	25	16,55	2
4	1	5	3	2	4	69	44	6,40	1
Μέσος όρος						74	40		

Έπειτα, οι Fb μη-κυριαρχούμενες λύσεις αντισωμάτων αναταξινομούνται ως

εξής. Πρώτο αντίσωμα στην λίστα των Fb αντισωμάτων τοποθετείται αυτό που έχει ταξινομηθεί ως το πιο κοντινό στο μέσο όρο. Δεύτερο αντίσωμα τοποθετείται το πιο απομακρυσμένο από το μέσο όρο. Τρίτο αντίσωμα στη λίστα των Fb αντισωμάτων τοποθετείται το δεύτερο πιο κοντινό στο μέσο όρο. Τέταρτο αντίσωμα τοποθετείται το δεύτερο πιο απομακρυσμένο από το μέσο όρο κ.ο.κ. Έτσι ο τελικός πίνακας των Fb αντισωμάτων για το προηγούμενο παράδειγμα δίνεται στη συνέχεια:

Αντισώματα	Ακολουθία Κόμβων					Ταξινόμηση
4	1	5	3	2	4	1
1	1	3	5	2	4	4
2	1	4	3	5	2	2
3	1	5	2	4	3	3

Με τη διαδικασία αυτή θα παραχθεί στη συνέχεια ένας ικανοποιητικός αριθμός κλώνων τόσο από τις ακραίες μη-κυριαρχούμενες λύσεις του μετώπου Pareto όσο και από αυτές που είναι στο κέντρο του μετώπου Pareto.

Στη συνέχεια παράγεται ένας αριθμός από κλώνους των Fb αντισωμάτων με την χρήση της συνάρτησης (4.23) όπου η παράμετρος β_1 έχει τιμή 1. Προκειμένου να δώσουμε επιπλέον ικανότητες εξερεύνησης στον πίνακα των κλώνων προσθέτουμε επιπλέον δέκα τυχαία δημιουργημένα αντισώματα στο σύνολο των κλώνων.

Μετά την δημιουργία των κλώνων, για κάθε κλώνο παράγεται ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα $(0, 1)$. Αν αυτός ο αριθμός είναι μικρότερος ή ίσος με έναν τελεστή ωρίμανσης $Mr = 0,5$ τότε στον εξεταζόμενο κλώνο πραγματοποιείται υπερμετάλλαξη. Κατά την διάρκεια αυτής της διαδικασίας επιλέγεται τυχαία ένας αριθμός κόμβων του διανύσματος του κλώνου και ανταλλάσσονται τυχαία μεταξύ τους. Για παράδειγμα στην περίπτωση που έχουμε ένα κλώνο με ακολουθία κόμβων το «1 3 5 4 2» τότε σε περίπτωση που θα επιλεγούν να αλλάξουν μεταξύ τους τυχαία οι κόμβοι των κελιών 2, 4 και 5 τότε θα μπορούσε να προκύψει το ακόλουθο διάνυσμα λύσης «1 2 5 3 4». Στην περίπτωση που ο τυχαίος αριθμός είναι μεγαλύτερος από τον τελεστή ωρίμανσης Mr τότε ο κλώνος υποβάλλεται σε διαδικασία διόρθωσης των υποδοχέων και εκτελείται μια αλλαγή στον εξεταζόμενο κλώνο με την μέθοδο 2-ort όπου τα τόξα που θα διαγραφούν θα είναι τυχαία επιλεγμένα.

Όταν όλοι οι κλώνοι έχουν υποβληθεί σε μία από τις διαδικασίες που αναλύθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, στην συνέχεια υπολογίζεται το

κόστος για κάθε μία αντικειμενική συνάρτηση κάθε κλώνου και επιλέγονται οι μη-κυριαρχούμενοι κλώνοι (Pareto κλώνων). Αν ο αριθμός των μη-κυριαρχούμενων κλώνων είναι μικρότερος ή ίσος με το W τότε τυχαία επιλεγμένα αντισώματα από τον τρέχοντα πληθυσμό αντισωμάτων αντικαθίστανται με τους μη-κυριαρχούμενους κλώνους. Σε κάθε άλλη περίπτωση όλα τα αντισώματα αντικαθίστανται από τυχαία επιλεγμένους μη-κυριαρχούμενους κλώνους.

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (VNS, βλέπε κεφάλαιο 4.2.2) για κάθε αντίσωμα έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα στα νέα αντισώματα για περαιτέρω βελτίωση. Τα νέα αντισώματα αποτελούν τα αντισώματα του πληθυσμού της επόμενης επανάληψης.

Αφού πρώτα υπολογιστεί το κόστος κάθε αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε νέο αντίσωμα ανανεώνεται η βέλτιστη έως την προηγούμενη επανάληψη λύση για κάθε αντίσωμα στον πίνακα *Antibody Best*. Για να αντικατασταθεί μία βέλτιστη έως την $it - 1$ επανάληψη λύση ενός αντισώματος του πίνακα *Antibody Best* με μία λύση της επανάληψης it του ίδιου αντισώματος θα πρέπει η λύση της επανάληψης it να κυριαρχεί στην βέλτιστη λύση έως την επανάληψη $it - 1$. Στη συνέχεια εκτελείται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης για κάθε λύση του ανανεωμένου πίνακα *Antibody Best* έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα για περαιτέρω βελτίωση στις έως τώρα βέλτιστες λύσεις, και κυρίως σε αυτές που δεν αντικαταστάθηκαν. Στην συνέχεια από τις λύσεις Pareto της επανάληψης $it - 1$ και από τις λύσεις του πίνακα *Antibody Best* της επανάληψης it παράγονται οι λύσεις Pareto της επανάληψης it . Στην τελευταία από τις επαναλήψεις του αλγορίθμου για κάποιον από τους X πληθυσμούς υπολογίζεται το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto).

Οι λύσεις Pareto της τελευταίας επανάληψης του καθενός από τους X πληθυσμούς (Pop Pareto) συγκεντρώνονται σε έναν πίνακα και στην συνέχεια από αυτές κρατούνται οι μη-κυριαρχούμενες οι οποίες αποτελούν το Total Pareto.

Ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου παρατίθεται στην συνέχεια :

Όσο δεν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός πληθυσμών (X) επανάλαβε

Αρχικοποίηση

 Επίλεξε αριθμό αρχικών αντισωμάτων (W)

 Δημιούργησε τον αρχικό πληθυσμό αντισωμάτων

 Υπολόγισε το κόστος κάθε αντισώματος του πληθυσμού
 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

 Επίλεξε τις τιμές των β_1 και Mr

 Αρχικοποίησε τον πίνακα *Antibody Best*

 Αρχικοποίησε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Κυρίως αλγόριθμος

Όσο δεν έχουν ολοκληρωθεί οι επαναλήψεις του αλγορίθμου

Δημιούργησε το μέτωπο Pareto των αντισωμάτων

Για κάθε αντίσωμα του μετώπου Pareto των αντισωμάτων

Δημιούργησε τους αντίστοιχους κλώνους του

Υπολόγισε το κόστος κάθε κλώνου

για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

Τέλος για

Πρόσθεσε στο διάνυσμα κλώνων επιπλέον δέκα

τυχαίες λύσεις

Για κάθε κλώνο

επίλεξε αν θα γίνει

υπερμετάλλαξη ή διόρθωσης των υποδοχέων

και εφάρμοσε την αντίστοιχη διαδικασία

Υπολόγισε το κόστος κάθε κλώνου

για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

Τέλος για

Δημιούργησε το μέτωπο Pareto των κλώνων

Αντικατάστησε τις λύσεις των κλώνων με τυχαία αντισώματα

του τρέχοντος πληθυσμού

Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε αντίσωμα

Υπολόγισε το κόστος κάθε αντισώματος

για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

Ενημέρωσε τον πίνακα *Antibody Best*

Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε λύση του *Antibody Best*

Ενημέρωσε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Τέλος όσο

Επίστρεψε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Τέλος όσο

Επίστρεψε το μέτωπο Pareto όλων των μη-κυριαρχούμενων λύσεων
όλων των πληθυσμών (Total Pareto)

4.3.5 Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (Parallel Multi-Start Multiobjective Influenza Virus Algorithm - PMS-MOIVA)

Στην πραγματική ζωή ο ιός της γρίπης είναι ένας ιός εξαιρετικά μεταδοτικός που προκαλεί λοίμωξη του αναπνευστικού συστήματος. Προκειμένου να πολ-

λαπλασιαστεί ένας ιός χρειάζεται να μολύνει ένα ζωντανό κύτταρο ξενιστή και να πολλαπλασιαστεί στο εσωτερικό του. Η μετάδοση του ιού της γρίπης γίνεται από άτομο σε άτομο μέσω του αέρα. Ο ψυχρός καιρός και ο συνωστισμός ατόμων ιδιαίτερα σε κλειστούς χώρους αυξάνουν την μεταδοτικότητα του ιού. Η εξωτερική επιφάνεια του ιού αποτελείται από δύο διαφορετικές γλυκοπρωτεΐνες, την αιματοσυγκολλητίνη (H) και την νευραμινιδάση (N) [14].

Οι εκρηκτικές εξάρσεις της γρίπης αποτελούν σύνηθες χαρακτηριστικό κάθε χειμώνα. Οι ετήσιες αυτές εξάρσεις διαρκούν περίπου δύο μήνες ανά περιοχή όπου η γρίπη μεταδίδεται ταχέως υπό μορφή κύματος στον πληθυσμό. Ο ιός της γρίπης παρουσιάζεται κάθε χρόνο αλλά η χρονική στιγμή και η βαρύτητα κάθε έξαρσης δεν μπορούν να προβλεφθούν. Έτσι παρουσιάζονται ευρείες διακυμάνσεις στον επιπολασμό της νόσου, από 5% μέχρι και 20% του πληθυσμού (επιδημία) [81, 193]. Σε αντίθεση με τις ετήσιες εξάρσεις της γρίπης, οι πανδημίες είναι σπανιότερα γεγονότα και εμφανίζονται απρόβλεπτα. Οι πανδημίες οφείλονται στην εμφάνιση ενός τελείως νέου στελέχους του ιού (π.χ. συνδυασμός ανθρώπινης γρίπης με γρίπη χοίρων) προς το οποίο ο πληθυσμός δεν έχει φυσική ανοσία έτσι ώστε το ποσοστό προσβολής να φτάνει μέχρι και το 50% παγκοσμίως [152, 217]. Προκειμένου να υπάρξει μια πανδημία δεν αρκεί μόνο να εμφανιστεί ένα νέο στέλεχος του ιού αλλά λαμβάνουν μέρος και άλλοι παράγοντες όπως η ικανότητα του στελέχους να μεταδίδεται από άτομο σε άτομο και η απόσταση που υπάρχει μεταξύ των ατόμων (πυκνότητα πληθυσμού) [218].

Από την στιγμή που ένας ιός προσβάλει ένα κύτταρο ξενιστή έχει δύο επιλογές για να εξελιχθεί. Είτε με μετάλλαξη (mutation) είτε με ανακατάταξη (reassortment) [82]. Για τον λόγο αυτό η πλειονότητα των νέων παραγόμενων ιών της γρίπης παρουσιάζουν διαφορές μεταξύ τους. Κατά την διαδικασία της μετάλλαξης παράγεται μία αντιγονική παρέκκλιση (αντιγονικό drift) ενώ κατά την διάρκεια της ανακατάταξης παράγεται μία αντιγονική μεταβολή (αντιγονικό shift) [21].

Μετάλλαξη

Όταν ένας ιός προσβάλει ένα κύτταρο ξενιστή και αναπαράγεται μέσα σε αυτό προκαλούνται σφάλματα αντιγραφής με αποτέλεσμα να γίνονται πολλές μεταλλάξεις σε κάθε ξενιστή. Οι μεταλλάξεις μπορούν να προκαλέσουν μικρές αλλαγές στις γλυκοπρωτεΐνες στην επιφάνεια του ιού και οδηγούν στην δημιουργία στελεχών προερχομένων από τα ήδη κυκλοφορούντα στελέχη με [211]:

- Διαφορετική αντιγονικότητα.
- Διαφορετικό βαθμό διασταυρούμενης ανοσίας.

- Μειωμένη προστασία του ξενιστή σε σχέση με τον αρχικό ιό.

Με την μετάλλαξη δημιουργείται μία αντιγονική παρέκκλιση τη οποία μπορεί να προσβάλει άτομα που παρουσίαζαν ανοσία σε προϋπάρχοντα στελέχη. Το νέο αυτό στέλεχος αντικαθιστά τα παλαιότερα, εισέρχεται με μεγάλη ταχύτητα στον πληθυσμό των ατόμων και προκαλεί επιδημία. Αντιγονικές παρεκκλίσεις συμβαίνουν κάθε χρόνο και λόγω αυτού του γεγονότος υπάρχει έλλειψη πλήρους ανοσίας ακόμα και μετά τον ετήσιο εμβολιασμό. Παρόλα αυτά ένα στέλεχος που έχει παραχθεί με μετάλλαξη θα είναι σχεδόν όμοιο με παλαιότερα στελέχη στα οποία πολλά άτομα θα έχουν ανοσία.

Ανακατάταξη

Η αποτελεσματική και γρήγορη αλλαγή στη γενετική του ιού με την προϋπόθεση ότι περισσότεροι του ενός είδους ιοί της γρίπης (π.χ. αν συνδυαστεί γρίπη χοίρων ή πτηνών με την απλή γρίπη) μολύνουν ένα μόνο κύτταρο, παράγει αντιγονικές μεταβολές, που είναι ξαφνικές αλλαγές από το ένα αντιγόνο στο άλλο. Αυτές οι ξαφνικές μεγάλες αλλαγές επιτρέπουν στον ιό να μολύνει νέα είδη ξενιστή και να υπερνικήσει την προστατευτική ασυλία (immunity). Για παράδειγμα από ανακατάταξη μεταξύ στελεχών ιών πτηνών και ιών ανθρώπου δημιουργούνται οι αντιγονικές μεταβολές. Αν ένας ιός της Γρίπης που προσβάλλει τους ανθρώπους είχε εντελώς νέα αντιγόνα, ο καθένας θα ήταν ευαίσθητος σε αυτόν και η γρίπη, που αποτελεί νέο στέλεχος, θα εξαπλωνόταν ανεξέλεγκτα, προκαλώντας, αν το επιτρέψουν οι συνθήκες, πανδημία [211].

Το πιο ισχυρό όπλο ενάντια στη γρίπη είναι τα ετήσια εμβόλια [21] τα οποία προσφέρουν ποσοστό προφύλαξης 60% με 80%.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (Influenza Various Algorithm - IVA). Μία αρχική μορφή αυτού του αλγορίθμου παρουσιάστηκε για πρώτη φορά στα [211] και [214]. Παρακάτω παρουσιάζεται και προτείνεται μια βελτίωση αυτού του αλγορίθμου.

Ο Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (Influenza Various Algorithm - IVA) προσομοιώνει την ετήσια εξέλιξη του ιού της γρίπης μέσα σε μία (αν πρόκειται για την εξέλιξη μίας λύσης) ή περισσότερες απομονωμένες ομάδες ατόμων (αν πρόκειται για πληθυσμό λύσεων) με σταθερό αριθμό ατόμων. Για κάθε ομάδα ατόμων υπάρχει ένας φορέας, που αντιπροσωπεύει την λύση του προβλήματος, και μεταφέρει τον ιό της γρίπης με τον οποίο έχει μολυνθεί σε ένα ποσοστό του πληθυσμού. Η αντιστοιχία της ορολογίας της εξέλιξης του ιού τη γρίπης με ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δίνεται παρακάτω :

- Ο Φορέας (carrier) αντιπροσωπεύει τη λύση του προβλήματος.

- Το n διαστάσεων διάνυσμα της λύσης (Φορέα) αντιπροσωπεύει τη σειρά με την οποία έχουν τοποθετηθεί τα αντιγόνα του ιού που μεταφέρει ο κάθε φορέας.
- Η Μόλυνση (infection) αντιπροσωπεύει την διαδικασία της παραγωγής μίας νέας λύσης.
- Το Έτος (year) αντιπροσωπεύει μία επανάληψη του αλγορίθμου.
- Η Μετάλλαξη (mutation) αντιπροσωπεύει μία μικρή αλλαγή στη λύση.
- Η Ανακατάταξη (reassortment) αντιπροσωπεύει μία ολική αλλαγή της λύσης.
- Ο Εμβολιασμός (vaccination) αντιπροσωπεύει την εξάλειψη των αδύναμων λύσεων και την επικράτηση της ισχυρότερης από κάθε ομάδα ατόμων.
- Οι Γλυκοπρωτεΐνες (glycoproteins) αντιπροσωπεύουν τις διαστάσεις του προβλήματος.

Στον αλγόριθμο IVA πρώτα επιλέγεται ένας αρχικός πληθυσμός από W λύσεις (φορείς). Κάθε λύση (φορέας) αντιστοιχεί σε μία απομονωμένη ομάδα ατόμων που αποτελείται από I άτομα. Κάθε λύση (φορέας), χ_{ij} όπου $i = 1, 2, \dots, W$, $j = 1, 2, \dots, n$, έχει μία απόδοση που εκτιμάται από μια προκαθορισμένη συνάρτηση ποιότητας (fitness function). Κάθε επανάληψη αποτελεί ένα έτος. Αρχικά, από το σύνολο των αρχικών λύσεων καθορίζεται με τυχαίο τρόπο ποιες λύσεις αντιπροσωπεύουν προϋπάρχοντα στελέχη ιού, που σημαίνει ότι ορίζεται ένα νέο διάνυσμα *strain* το οποίο έχει τόσα στοιχεία όσες είναι και οι λύσεις του αρχικού πληθυσμού και κάθε στοιχείο του παίρνει τιμή 1 αν αναφερόμαστε σε νέο στέλεχος (New Strain) και 0 αν αναφερόμαστε σε προϋπάρχων στέλεχος (Pre-existing Strain). Κατά τη διάρκεια αυτού του έτους κάθε φορέας θα μολύνει ένα μέρος της ομάδας των ατόμων στην οποία ανήκει, δηλαδή θα δημιουργηθεί ένας πίνακας με αντίγραφα της λύσης και θα έχει από ένα μέχρι το πολύ $I/2$ στοιχεία. Ο αριθμός αυτών των μελών συμβολίζεται με inf και τα μέλη του πληθυσμού των ατόμων που μολύνονται τοποθετούνται σε ένα πίνακα που ονομάζεται *Infecteds*. Σε καθένα στοιχείο του πίνακα *Infecteds* (λύση) θα εφαρμοστεί μόνο μία Μετάλλαξη ή μία Ανακατάταξη.

Κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων για κάθε λύση (φορέα) εκτελείται η παρακάτω διαδικασία για τη δημιουργία του πίνακα *Infecteds*. Αρχικά, παράγεται τυχαία μέσα στο διάστημα $[0,1]$ μια μεταβλητή *den* (density) που αντιπροσωπεύει την ετήσια πυκνότητα της ομάδας των I ατόμων που μολύνει

κάθε φορέας. Επίσης, παράγεται μέσα στο διάστημα $[0,1]$ μια μεταβλητή con (contagiousness) που αντιπροσωπεύει την ετήσια μεταδοτικότητα του ιού κάθε φορέα i . Η μεταβλητή αυτή υπολογίζεται ύστερα από επιλογή μεταξύ των ακόλουθων εξισώσεων:

$$con^i = 1 - \frac{\text{τιμή της συνάρτησης ποιότητας κάθε φορέα } (i)}{\text{χειρότερη τιμή της συνάρτησης ποιότητας όλων των φορέων}} \quad (4.24)$$

ή

$$con^i = \frac{\text{τιμή της συνάρτησης ποιότητας κάθε φορέα } (i)}{\text{χειρότερη τιμή της συνάρτησης ποιότητας όλων των φορέων}} \quad (4.25)$$

Ο λόγος για τον οποίο η τιμή con στην δεύτερη εξίσωση τείνει στο 1 όσο η συνάρτηση ποιότητας είναι χειρότερη είναι το γεγονός ότι επιλέγεται να δοθεί μεγαλύτερη πιθανότητα εξέλιξης στις χειρότερες λύσεις, με την προσδοκία βελτίωσης, παρά σε ήδη καλές λύσεις.

Αν η λύση i έχει ορισθεί ως νέο στέλεχος ($strain^i = 1$), η μεταδοτικότητα της είναι μεγαλύτερη του 0,6 ($con^i \geq 0,6$) και η πυκνότητα των ατόμων της ομάδας που αντιστοιχεί είναι μεγαλύτερη του 0,7 ($den^i \geq 0,7$) τότε πρόκειται για πανδημία και ο αριθμός (inf^i) των ατόμων της ομάδας των I ατόμων που θα μολυνθούν από τον ιό του αντίστοιχου φορέα i υπολογίζεται από την ακόλουθη συνάρτηση:

$$inf^i = round(\frac{1}{2} * con^i * den^i * I) \quad (4.26)$$

Με την χρήση της παραπάνω συνάρτησης το inf είναι πάντα ένας αριθμός μεταξύ του 20% και 50% του I . Δηλαδή, ο αριθμός των αντιγράφων της λύσης i που θα εισαχθεί στον πίνακα $Infecteds$ θα είναι ίσος με inf^i .

Σε κάθε άλλη περίπτωση πρόκειται για επιδημία και ο αριθμός inf^i ενός φορέα i υπολογίζεται με τις συναρτήσεις που ακολουθούν:

$$inf^i = round(\frac{1}{5} * con^i * den^i * I), \text{ εάν } inf^i > round(0,05 * I) \quad (4.27)$$

ή

$$inf^i = round(0,05 * I), \text{ σε κάθε άλλη περίπτωση} \quad (4.28)$$

Σύμφωνα με τις τελευταίες δύο εξισώσεις ο αριθμός inf θα είναι πάντα ένας αριθμός μεταξύ του 5% και του 20% του I .

Στη συνέχεια, για κάθε λύση (φορέα) δημιουργείται ο πίνακας *Infecteds* όπου αποτελείται από inf λύσεις. Στη συνέχεια για κάθε λύση του πίνακα *Infecteds* υπάρχει πιθανότητα 90% να εξελιχθεί με Μετάλλαξη και 10% πιθανότητα να εξελιχθεί με Ανακατάταξη. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρήση ενός τελεστή μετάλλαξης $Mu = 0,9$. Για κάθε λύση του πίνακα *Infecteds* παράγεται τυχαία ένας αριθμός με τιμές στο διάστημα $(0,1)$. Αν ο αριθμός αυτός είναι μικρότερος ή ίσος του Mu τότε η λύση εξελίσσεται με Μετάλλαξη αλλιώς με Ανακατάταξη. Κατά την διάρκεια της Μετάλλαξης μπορεί να μεταλλαχθεί ένα τμήμα της λύσης με μια μέθοδο τοπικής αναζήτησης και η νέα λύση θα θεωρηθεί προϋπάρχων στέλεχος, δηλαδή θα πάρει τιμή στον πίνακα *strain* ίση με 0, αφού δεν θα έχει ιδιαίτερες αλλαγές σε σχέση με την μητρική της λύση (φορέα). Κατά την διάρκεια της Ανακατάταξης υποθέτουμε ότι το μολυσμένο άτομο έχει προσβληθεί και από έναν άλλο τύπο ιού γρίπης, π.χ. γρίπη χοίρων, δηλαδή δημιουργείται με τυχαίο τρόπο ένα νέο διάνυσμα λύσης *newInf*, και μέσα στον οργανισμό του γίνεται ανακατάταξη με συνδιασμό των δύο ιών με αποτέλεσμα τη δημιουργία νέου στελέχους. Έτσι, η νέα λύση, που αποτελεί μία διασταύρωση των δύο λύσεων (μητρικής και *newInf*), θα πάρει τιμή στον πίνακα *strain* ίση με 1. Η διασταύρωση γίνεται βάση της ακόλουθης εξίσωσης:

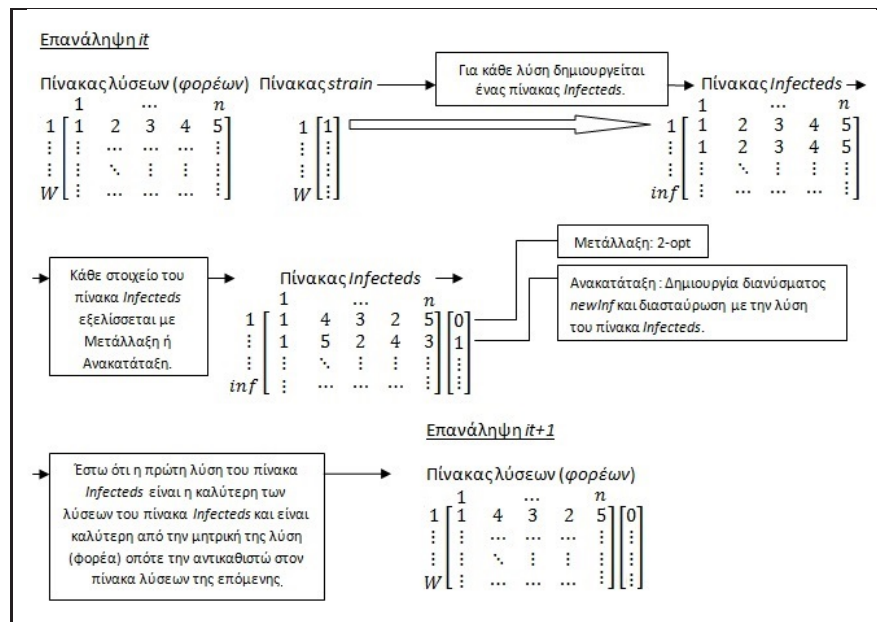
$$infected_{ij} = (1 - g) * newInf_j + g * \chi_j \quad (4.29)$$

όπου $infected_{ij}$ με $i = 1, 2, \dots, inf$, $j = 1, 2, \dots, n$, είναι στοιχείο (λύση) του πίνακα *Infecteds* (μολυσμένο άτομο), χ_j είναι η μητρική λύση (ο φορέας που μόλυνε το άτομο) και το g είναι μια μεταβλητή με τυχαία τιμή στο διάστημα $(0,1)$. Προκειμένου να γίνει η διασταύρωση των δύο λύσεων απαιτείται η μετατροπή των στοιχείων τους από ακέραια σε συνεχή μορφή και μετά την διασταύρωση το περιεχόμενο της νέας λύσης μετατρέπεται από συνεχή μορφή σε ακέραια (βλέπε κεφάλαιο 4.3.1).

Αφού όλες οι λύσεις του πίνακα *Infecteds* εξελιχθούν, η καλύτερη λύση από τον πίνακα *Infecteds*, αν είναι καλύτερη από την μητρική λύση (φορέα), αντικαθιστά την μητρική λύση (τον υπάρχοντα φορέα) και γίνεται η μητρική λύση (φορέας) για την επόμενη επανάληψη (έτος). Οι υπόλοιπες λύσεις του

πίνακα *Infecteds* διαγράφονται και δεν συμμετέχουν στην επόμενη επανάληψη (προσομοιώνεται η διαδικασία του εμβολιασμού). Αν η καλύτερη λύση του πίνακα *Infecteds* δεν είναι καλύτερη της μητρικής τότε η μητρική λύση παραμένει η ίδια και για την επόμενη επανάληψη (έτος). Στη συνέχεια, αφού έχουν αντικατασταθεί οι λύσεις (φορείς) του πίνακα των λύσεων, θεωρώντας ότι στη πραγματική ζωή δεν γίνεται μόνο μία εξέλιξη ενός ιού στο σώμα του ξενιστή, εφαρμόζεται μια μέθοδος τοπικής αναζήτησης στον πίνακα των μητρικών λύσεων έτσι ώστε να δοθεί η πιθανότητα για περαιτέρω βελτίωση σε κάθε λύση (φορέα). Έτσι ολοκληρώνεται μία επανάληψη (έτος) του αλγορίθμου.

Στο Σχήμα (4.2) παρουσιάζεται η διαδικασία μίας επανάληψης του αλγορίθμου του Ιού της Γρίπης για ένα παράδειγμα πέντε κόμβων.



Σχήμα 4.2: Διαδικασία μίας επανάληψης του αλγορίθμου του Ιού της Γρίπης για ένα παράδειγμα πέντε κόμβων.

Στον προτεινόμενο αλγόριθμο, τον Παράλληλο Πολυεναρκτήριο Πολυαντικειμενικό Αλγόριθμο του Ιού της Γρίπης (PMS-MOIVA), ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία. Για κάθε αρχικό πληθυσμό λύσεων (φορέων) από τους X αρχικούς πληθυσμούς λύσεων (βλέπε κεφάλαιο 4.2.3) συμβαίνουν τα ακόλουθα. Αρχικά, καθορίζονται οι τιμές του πίνακα *strain* με τυχαίο τρόπο. Επίσης, καθορίζεται ο αριθμός I . Έπειτα, οι λύσεις (φορείς) του αρχικού πληθυσμού λύσεων τοποθετούνται στον πίνακα *Carrier Best* (Προσωπικό Βέλτιστο κάθε

φορέα). Μέσα στον πίνακα *Carrier Best* θα τοποθετείται η βέλτιστη μέχρι την τρέχουσα επανάληψη λύση (φορέας). Με τον τρόπο αυτό αρχικοποιείται ο πίνακας *Carrier Best*. Στη συνέχεια, από τον πίνακα *Carrier Best* υπολογίζεται το πρώτο μέτωπο Pareto του αρχικού πληθυσμού λύσεων (φορέων) πριν ακόμα ξεκινήσουν οι επαναλήψεις. Έπειτα, κατά την διάρκεια των επαναλήψεων πραγματοποιούνται τα ακόλουθα βήματα. Σε κάθε επανάληψη ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία.

Αρχικά, για κάθε λύση i , η ετήσια πυκνότητα (density - den) της ομάδας των I ατόμων που μολύνει παράγεται τυχαία μέσα στο διάστημα $[0,1]$. Στη συνέχεια, η ετήσια μεταδοτικότητα (contagiousness - con) υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση, η οποία βασίζεται στην εξίσωση (4.25):

$$con^i = \frac{\sum_{k=1}^K \frac{\text{τιμή του φορέα } (i) \text{ για την } K \text{ αντικειμενική συνάρτηση}}{\text{χειρότερη τιμή της } K \text{ αντικειμενικής συνάρτησης}}}{K} \quad (4.30)$$

Ο λόγος που χρησιμοποιούμε την εξίσωση αυτή είναι το γεγονός ότι με το να δώσουμε περισσότερες ευκαιρίες εξέλιξης σε πιο κακές λύσεις μπορούμε να επιτύχουμε μέτωπα Pareto με πολύ περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις. Παρόλα αυτά αυξάνεται η πιθανότητα να παραχθούν μέτωπα των οποίων οι λύσεις θα κυριαρχούνται σε μεγαλύτερο ποσοστό από τις λύσεις κάποιου άλλου αλγορίθμου. Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο αριθμός inf^i των ατόμων που θα μολυνθούν λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις (4.26), (4.27) και (4.28).

Έπειτα, για την αντίστοιχη λύση (φορέα) δημιουργείται ο πίνακας *Infecteds*. Για κάθε μία από τις λύσεις αυτού του πίνακα καθορίζεται αν θα υποβληθεί σε διαδικασία Μετάλλαξης με πιθανότητα 90% ή σε διαδικασία Ανακατάταξης με πιθανότητα 10% ($Mu = 0,9$). Στην περίπτωση της Μετάλλαξης στη λύση εφαρμόζεται η μέθοδος 2-opt όπου τα τόξα που θα διαγραφούν θα είναι τυχαία επιλεγμένα. Κατά την διάρκεια της Ανακατάταξης παράγεται τυχαία μία λύση $newInf$ η οποία θα διασταυρωθεί με τον φορέα με αποτέλεσμα την δημιουργία ενός νέου στελέχους. Προκειμένου να γίνει η διασταύρωση των δύο λύσεων απαιτείται η μετατροπή των στοιχείων τους από ακέραια σε συνεχή μορφή (βλέπε κεφάλαιο 4.3.1) και η διασταύρωση γίνεται από την εξίσωση (4.29) όπως περιγράφηκε σε προηγούμενη παράγραφο. Έπειτα, γίνεται μετατροπή της νέας λύσης από συνεχή μορφή σε ακέραια (βλέπε κεφάλαιο 4.3.1).

Αφού όλες οι λύσεις του πίνακα *Infecteds* εξελιχθούν, η καλύτερη λύση από τον πίνακα *Infecteds* αντικαθιστά την αντίστοιχη μητρική της λύση (φορέα) για την επόμενη επανάληψη (έτος) θεωρώντας ότι ο εμβολιασμός έχει εξαλείψει τις υπόλοιπες λύσεις του πίνακα *Infecteds*. Δεδομένου ότι σε ένα πολυαντι-

κειμενικό πρόβλημα δεν μπορεί να βρεθεί μια βέλτιστη λύση (εκτός από την περίπτωση που υπάρχει μία που κυριαρχεί σε όλες τις άλλες) υπολογίζεται αρχικά το μέτωπο Pareto του πίνακα *Infecteds* και επιλέγεται τυχαία μία από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις ως η βέλτιστη που θα αντικαταστήσει την υπάρχουσα μητρική λύση (φορέα) και θα γίνει η μητρική λύση (φορέας) για την επόμενη επανάληψη (έτος). Η παραπάνω διαδικασία εφαρμόζεται μέχρι να αντικατασταθούν όλες οι λύσεις (φορείς) του τρέχοντος πληθυσμού.

Στη συνέχεια, αφού αντικατασταθούν όλες οι λύσεις (φορείς), εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης (VNS, βλέπε κεφάλαιο 4.2.2) για κάθε φορέα έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα στις νέες ιούς λύσεις για περαιτέρω βελτίωση.

Αφού πρώτα υπολογιστεί το κόστος κάθε αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε νέα λύση (φορέα) ανανεώνεται η βέλτιστη έως την προηγούμενη επανάληψη λύση (φορέας) στο πίνακα *Carrier Best*. Για να αντικατασταθεί μία βέλτιστη έως την $it - 1$ επανάληψη λύση του πίνακα *Carrier Best* με μία λύση της επανάληψης it θα πρέπει η λύση της επανάληψης it να κυριαρχεί στην βέλτιστη λύση έως την επανάληψη $it - 1$. Στη συνέχεια εκτελείται ο αλγόριθμος Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης για κάθε λύση του ανανεωμένου πίνακα *Carrier Best* έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα για περαιτέρω βελτίωση στις έως τώρα βέλτιστες λύσεις, και κυρίως σε αυτές που δεν αντικαταστήθηκαν. Στην συνέχεια από τις λύσεις Pareto της επανάληψης $it - 1$ και από τις λύσεις του πίνακα *Carrier Best* της επανάληψης it παράγονται οι λύσεις Pareto της επανάληψης it . Στη τελευταία από τις επαναλήψεις του αλγορίθμου για κάποιον από τους X πληθυσμούς υπολογίζεται το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto).

Οι λύσεις Pareto της τελευταίας επανάληψης του καθενός από τους X πληθυσμούς (Pop Pareto) συγκεντρώνονται σε έναν πίνακα και στην συνέχεια από αυτές κρατούνται οι μη-κυριαρχούμενες οι οποίες αποτελούν το Total Pareto.

Ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου παρατίθεται στην συνέχεια :

Όσο δεν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός πληθυσμών (X) επανάλαβε

Αρχικοποίηση

 Επίλεξε αριθμό αρχικών λύσεων (φορέων) (W)

 Δημιούργησε τον αρχικό πληθυσμό λύσεων (φορέων)

 Υπολόγισε το κόστος κάθε λύσης (φορέα) του πληθυσμού
 για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

 Επίλεξε την τιμή της μεταβλητής I

 Υπολόγησε με τυχαίο τρόπο τις τιμές του πίνακα *strain*

 Αρχικοποίησε τον πίνακα *Carrier Best*

Αρχικοποίησε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Κυρίως αλγόριθμος

Όσο δεν έχουν ολοκληρωθεί οι επαναλήψεις του αλγορίθμου

Για κάθε μητρική λύση (φορέα)

Υπολόγισε τις τιμές των μεταβλητών *con* και *den*

Υπολόγισε τον αριθμό *inf*

Δημιούργησε τον πίνακα *Infecteds*

Κάνε σε κάθε στοιχείο του *Infecteds*

είτε Μετάλλαξη είτε Ανακατάταξη

Βρες το μέτωπο Pareto του *Infecteds*

Επίλεξε τυχαία ένα στοιχείο του *Infecteds*

ως βέλτιστο

Αντικατάστησε τη μητρική λύση με την βέλτιστη
του πίνακα *Infecteds*

Τέλος για

Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε λύση (φορέα)

Υπολόγισε το κόστος κάθε λύσης (φορέα)

για κάθε αντικειμενική συνάρτηση

Ενημέρωσε τον πίνακα *Carrier Best*

Εφάρμοσε την μέθοδο VNS σε κάθε λύση του *Carrier Best*

Ενημέρωσε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Τέλος όσο

Επίστρεψε το μέτωπο Pareto του πληθυσμού (Pop Pareto)

Τέλος όσο

Επίστρεψε το μέτωπο Pareto όλων των μη-κυριαρχούμενων λύσεων
όλων των πληθυσμών (Total Pareto)

Κεφάλαιο 5

Δεδομένα, Αποτελέσματα και Συμπεράσματα (Instances and Computational Results)

5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει ανάλυση των αποτελεσμάτων που εξήγαγαν οι αλγόριθμοι που υλοποιήθηκαν για την επίλυση των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών προβλημάτων. Αρχικά θα γίνει αναφορά στη δημιουργία των δεδομένων που υλοποιήθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν και στις τιμές των παραμέτρων που επιλέχθηκαν να αποδοθούν σε κάθε έναν αλγόριθμο. Έπειτα θα γίνει η ανάλυση των αποτελεσμάτων με τρόπο που θα περιγραφεί σε επόμενο υποκεφάλαιο.

Η επίλυση πολυαντικειμενικών ενεργειακών προβλημάτων δρομολόγησης είναι ένα πεδίο έρευνας σχετικά νέο. Όπως αναφέρεται στο υποκεφάλαιο 1.4 σε τρεις έρευνες έχουν επιλυθεί τέτοιου είδους πολυαντικειμενικά προβλήματα δρομολόγησης από το 2012 έως το 2014 και οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν ήταν είτε ευρετικοί αλγόριθμοι είτε ο αλγόριθμος NSGA II. Οι στόχοι αυτής της διατριβής δεν περιορίζονται μόνο στην παρουσίαση τεσσάρων νέων πολυαντικειμενικών προβλημάτων και στον σχεδιασμό ενός πιο αποτελεσματικού αλγορίθμου NSGA II (του PMS-NSGA II) αλλά επεκτείνονται και στην προσπάθεια να προταθούν νέοι και εξίσου αποτελεσματικοί πολυαντικειμενικοί αλγόριθμοι για την επίλυση των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών προβλημάτων που βασίζονται σε κατηγορίες αλγορίθμων όπως είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, οι αλγόριθμοι οι εμπνευσμένοι από τη φύση και οι αλγόριθμοι τεχνητών ανοσοποιητικών συστημάτων. Σκοπός των συγκρίσεων που θα ακολουθήσουν είναι η διερεύνηση της επίδοσης των προτεινόμενων αλγορίθμων των παραπά-

νω κατηγοριών σε σχέση με τα αποτελέσματα που δόθηκαν από την εξέλιξη ενός πολύ γνωστού για την αποτελεσματικότητά του, ιδιαίτερα σε πολυαντικειμενικά προβλήματα δύο αντικειμενικών συναρτήσεων, αλγορίθμου, του NSGA II. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων δεν θα αρκестεί μόνο στην αριθμητική καταμέτρηση των παραδειγμάτων στα οποία υπερτερεί ο κάθε αλγόριθμος αλλά στη συνέχεια θα γίνει μια πιο ποιοτική ανάλυση των επιδόσεων των αλγορίθμων αλλά και η παρουσίαση των συμπερασμάτων στα οποία καταλήξαμε βάση των προβλημάτων τα οποία μοντελοποιήθηκαν και επιλύθηκαν στη παρούσα διατριβή.

5.2 Δεδομένα

Η υλοποίηση όλων των αλγορίθμων για την επίλυση των πολυαντικειμενικών προβλημάτων που αναλύθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο (Κεφάλαιο 3) έγινε στη γλώσσα προγραμματισμού Visual C++.

Οι αλγόριθμοι ελέγχθηκαν σε δύο συγκεκριμένες ομάδες παραδειγμάτων. Αρχικά αναζητήθηκαν παραδείγματα από τη γνωστή βιβλιογραφία για το VRP, όμως τα παραδείγματα αυτά δεν είχαν τα κατάλληλα χαρακτηριστικά ώστε να χρησιμοποιηθούν στη παρούσα διατριβή. Επίσης, στις δημοσιεύσεις που επιλύονταν πολυαντικειμενικά ενεργειακά προβλήματα δρομολόγησης οι συγγραφείς έχουν χρησιμοποιήσει παραδείγματα βασισμένα σε πραγματικές αποστάσεις και, έτσι, ήταν αρκετά δύσκολο να αναπαράχθούν για να χρησιμοποιηθούν αυτούσια. Για το λόγο αυτό δημιουργήθηκε μία νέα ομάδα δεδομένων από το συνδυασμό δύο διαφορετικών ομάδων παραδειγμάτων της βιβλιογραφίας. Τα δεδομένα όσον αφορά τις συντεταγμένες των κόμβων αντλήθηκαν από τα παραδείγματα 100 κόμβων από τη βάση δεδομένων TSPLIB (kroA100, kroB100, kroC100, kroD100, and kroE100) τα οποία χρησιμοποιούνται για την επίλυση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή [215]. Τα δεδομένα όσον αφορά την χωρητικότητα των οχημάτων, τα χρονικά περιθώρια (διάρκεια δρομολογίου οχήματος και χρόνος εξυπηρέτησης) και τη ζήτηση των πελατών δόθηκαν από το τρίτο παράδειγμα (par3) από τα κλασσικά παραδείγματα των Christofides et al. που δίνονται στο [30] για την επίλυση του Περιορισμένης Χωρητικότητας Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων. Επειδή το παράδειγμα par3 αποτελείται από 101 κόμβους πρέπει να αναφερθεί ότι χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα από τους πρώτους 100 κόμβους (με τον πρώτο κόμβο να αποτελεί την αποθήκη όπου έχει μηδενική ζήτηση) όσον αφορά τη ζήτηση των πελατών. Έτσι, για τη δημιουργία των νέων δεδομένων συνδυάστηκαν τα παραδείγματα kro#100 (όπου το # αντιστοιχεί στο A ή B ή C ή D ή E) με το παράδειγμα par3 και δη-

μιουργήθηκαν τα παραδείγματα kroA100par3, kroB100par3, kroC100par3, kroD100par3 και kroE100par3. Αυτά τα τελευταία πέντε παραδείγματα θα χρησιμοποιηθούν για το σχεδιασμό των παραδειγμάτων για τα πολυαντικειμενικά προβλήματα που αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 3.

Για τα συμμετρικά προβλήματα (MSDRFCVRP και MSPRFCVRP) όπου η παράμετρος (r_{ij}) είναι ίση με το 1 για κάθε τόξο που ανήκει στην διαδρομή χρησιμοποιήθηκαν συνδυασμοί των παραδειγμάτων kro#100par3 ανά δύο. Ο συνδυασμός των kroA100par3 και kroB100par3 δημιουργεί το παράδειγμα kroAB100par3 όπου οι Ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των συντεταγμένων των κόμβων του πρώτου σε σειρά παραδείγματος (kroA100par3) αντιστοιχούν στους χρόνους μετάβασης μεταξύ των κόμβων και οι Ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των συντεταγμένων των κόμβων του δεύτερου σε σειρά παραδείγματος (kroB100par3) αντιστοιχούν στις αποστάσεις μεταξύ των κόμβων. Για την επίλυση των δύο συμμετρικών προβλημάτων δημιουργήθηκαν τα ακόλουθα δέκα παραδείγματα :

- kroAB100par3
- kroAC100par3
- kroAD100par3
- kroAE100par3
- kroBC100par3
- kroBD100par3
- kroBE100par3
- kroCD100par3
- kroCE100par3
- kroDE100par3

Προκειμένου να εξοικονομηθεί χώρος στους πίνακες των αποτελεσμάτων τα παραδείγματα θα αναφέρονται συντομογραφικά με την μορφή «A-B» για το παράδειγμα kroAB100par3, «A-C» για το kroAC100par3 κ.ο.κ..

Για τα μη-συμμετρικά προβλήματα (MADRFCVRP και MAPRFCVRP) όπου η παράμετρος (r_{ij}) είναι διαφορετική από το 1 και $r_{ij} \neq r_{ji}$ για κάθε τόξο που ανήκει στη διαδρομή χρησιμοποιήθηκαν συνδυασμοί των παραδειγμάτων

kro#100par3 ανά τέσσερα. Ο συνδυασμός των kroA100par3, kroB100par3, kroC100par3 και kroD100par3 δημιουργεί το παράδειγμα kroABCD100par3 όπου οι Ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των συντεταγμένων των κόμβων του πρώτου σε σειρά παραδείγματος (kroA100par3) αντιστοιχούν στους χρόνους μετάβασης μεταξύ των κόμβων, οι Ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των συντεταγμένων των κόμβων του δεύτερου σε σειρά παραδείγματος (kroB100par3) αντιστοιχούν στις αποστάσεις μεταξύ των κόμβων και οι Ευκλείδειες αποστάσεις των κόμβων από τα δύο τελευταία (kroC100par3 και kroD100par3) χρησιμεύουν για την δημιουργία του πίνακα της παραμέτρου r_{ij} . Ο πίνακας των παραμέτρων διαδρομής είναι ένας μη συμμετρικός πίνακας με θετικούς αριθμούς. Τα στοιχεία κάτω της κυρίας διαγωνίου του πίνακα αποτελούνται από τις Ευκλείδειες αποστάσεις των κόμβων του παραδείγματος kroC100par3 και τα στοιχεία άνω της κυρίας διαγωνίου του πίνακα αποτελούνται από τις Ευκλείδειες αποστάσεις των κόμβων του παραδείγματος kroD100par3. Έπειτα, κάθε στοιχείο του πίνακα διαιρείται με το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα που περιέχει τις Ευκλείδειες αποστάσεις των κόμβων του παραδείγματος (kroB100par3). Έτσι δημιουργείται ο πίνακας των παραμέτρων διαδρομής r_{ij} . Ο λόγος για τον οποίο γίνεται αυτή η διαδικασία είναι το γεγονός ότι θέλουμε να προσομοιώσουμε τις πραγματικές συνθήκες και έτσι η χρήση των τριών διαφορετικών αρχείων δεδομένων οδηγεί σε μη-συμμετρικά προβλήματα. Για την επίλυση των δύο μη συμμετρικών προβλημάτων δημιουργήθηκαν τα ακόλουθα δέκα παραδείγματα:

- kroABCD100par3
- kroACBD100par3
- kroADBE100par3
- kroAEBD100par3
- kroBCAD100par3
- kroBDAC100par3
- kroBEAD100par3
- kroCDAE100par3
- kroCEAB100par3
- kroDEBC100par3

Προκειμένου να εξοικονομηθεί χώρος στους πίνακες των αποτελεσμάτων τα παραδείγματα θα αναφέρονται συντομογραφικά με την μορφή «A-B-CD» για το παράδειγμα kroABCD100par3, «A-C-BD» για το kroACBD100par3 κ.ο.κ..

5.3 Παράμετροι Πολυαντικειμενικών Αλγορίθμων

Στη συνέχεια καταγράφονται οι τιμές όλων των παραμέτρων των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν, οι οποίοι παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4. Οι τιμές αυτές δόθηκαν ύστερα από αρκετές δοκιμές λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι οι αλγόριθμοι θα ήταν καλό να μην ξεπεράσουν ένα συγκεκριμένο όριο υπολογιστικού χρόνου (περίπου 2,5 ώρες) αλλά παρόλα αυτά να δίνουν όσο καλύτερα αποτελέσματα μπορούν για αυτόν τον χρόνο εκτέλεσης. Επίσης, όλοι οι αλγόριθμοι θα πρέπει να έχουν τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων, πληθυσμών και αρχικών λύσεων. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η παράμετρος $vn s_{max}$ στον αλγόριθμο PMS-NSGA II έχει τιμή ίση με 20 ενώ στους άλλους αλγορίθμους έχει τιμή ίση με 10. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό είναι το γεγονός ότι στον αλγόριθμο PMS-NSGA II η VNS καλείται μόνο μία φορά ενώ στους άλλους αλγορίθμους καλείται δύο φορές.

- Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Parallel Multi-Start NSGA II - PMS-NSGA II)
 - Αριθμός αρχικών πληθυσμών: 10.
 - Αριθμός ατόμων κάθε αρχικού πληθυσμού: 100.
 - Αριθμός γενιών: 500.
 - $vn s_{max} = 20$, $local_{max} = 10$.
- Παράλληλοι Πολυεναρκτήριοι Αλγόριθμοι Διαφορικής Εξέλιξης Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Differential Evolution Algorithms - PMS-NSDEs)
 - Αριθμός αρχικών πληθυσμών: 10.
 - Αριθμός ατόμων κάθε αρχικού πληθυσμού: 100.
 - Αριθμός γενιών: 500.
 - $\beta = 0, 5$.
 - $vn s_{max} = 10$, $local_{max} = 10$.

- Παράλληλοι Πολυεναρκτήριοι Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimization Algorithms - PMS-NS-PSOs)
 - Αριθμός αρχικών πληθυσμών (σμήνων): 10.
 - Αριθμός σωματιδίων κάθε αρχικού πληθυσμού (σμήνους): 100.
 - Αριθμός γενιών: 500.
 - $c_1 = 2, c_2 = 2$.
 - $wh_{max} = 0,9, wh_{min} = 0,1$.
 - $vn_{s_{max}} = 10, local_{max} = 10$.
- Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Parallel Multi-Start Multiobjective Clonal Selection Algorithm - PMS-MOCSA)
 - Αριθμός αρχικών πληθυσμών: 10.
 - Αριθμός αντισωμάτων κάθε αρχικού πληθυσμού: 100.
 - Αριθμός γενιών: 500.
 - $Mr = 0,5, \beta = 1$.
 - $vn_{s_{max}} = 10, local_{max} = 10$.
- Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (Parallel Multi-Start Multiobjective Influenza Virus Algorithm - PMS-MOIVA)
 - Αριθμός αρχικών πληθυσμών: 10.
 - Αριθμός φορέων κάθε αρχικού πληθυσμού: 100.
 - Αριθμός ετών: 500.
 - $Mu = 0,9, I = 100$.
 - $vn_{s_{max}} = 10, local_{max} = 10$.

Ο αριθμός των επαναλήψεων της μεθόδου VNS που χρησιμοποιείται για την βελτίωση της «μητρικής» λύσης του αρχικού πληθυσμού λύσεων για κάθε αντικειμενική συνάρτηση (βλέπε κεφάλαιο 4.2.3) ανέρχεται στις $1,5 \times 10^6$ επαναλήψεις.

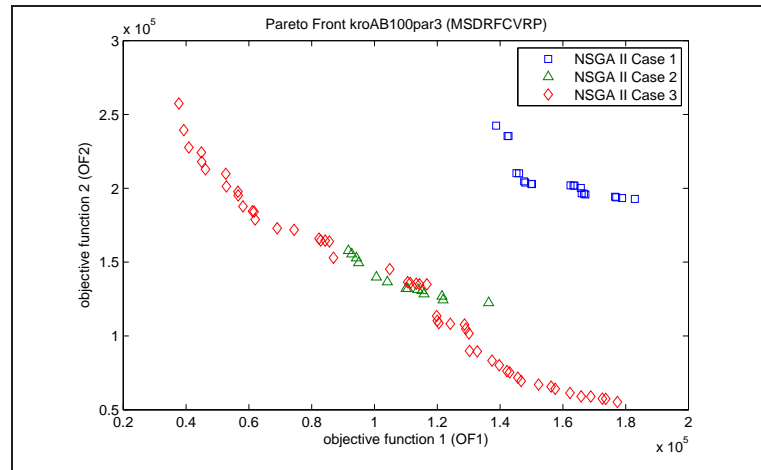
5.4 Διερεύνηση αλγορίθμων

Στο υποκεφάλαιο αυτό θα γίνει μια συνοπτική αναδρομή στην οποία θα αναλυθεί η διαδικασία η οποία ακολουθήθηκε προκειμένου οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι να φτάσουν στην τελική τους μορφή. Δεδομένου του γεγονότος ότι τα πολυαντικειμενικά προβλήματα που προτείνονται σε αυτή τη διδακτορική διατριβή δεν έχουν επιλυθεί από κάποιον άλλο γνωστό αλγόριθμο σε κάποια παλαιότερη έρευνα και τα δεδομένα που σχεδιάστηκαν δεν έχουν χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν έτσι ώστε να υπάρχει κάποιο μέτωπο Pareto ως σημείο αναφοράς, σκεφτήκαμε να ξεκινήσουμε την διερεύνηση μας από έναν αρκετά γνωστό αλγόριθμο για επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων, τον NSGA II, και στην συνέχεια να προσπαθήσουμε να τον εξελίξουμε όσο το δυνατό περισσότερο με την προσθήκη επιπλέον μεθόδων παραγωγής πληθυσμών αρχικών λύσεων και τοπικής αναζήτησης. Στη συνέχεια, αφού ο NSGA II, με τις κατάλληλες προσθήκες, φτάσει να παράγει ένα αρκετά ικανοποιητικό μέτωπο Pareto σε σχέση με αυτό που παρήγαγε στην αρχική του μορφή, η διερεύνηση θα συνεχιζόταν με την υλοποίηση περισσότερων αλγορίθμων από άλλες κατηγορίες οι οποίοι θα εμπεριέχουν τις βελτιώσεις που προστέθηκαν στον αλγόριθμο με τον οποίο ξεκινήσαμε τη διερεύνηση.

Ο αλγόριθμος με τον οποίο ξεκίνησε η διερεύνηση για την επίλυση των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών προβλημάτων ήταν ο αλγόριθμος NSGA II. Αρχικά δεν χρησιμοποιήθηκε κανενός είδους τοπική αναζήτηση και οι λύσεις του αρχικού πληθυσμού λύσεων παρήχθησαν με τυχαίο τρόπο. Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου δεν ήταν καθόλου ικανοποιητικά. Στην συνέχεια προστέθηκε στον αλγόριθμο η προτεινόμενη μέθοδος VNS (βλέπε κεφάλαιο 4.2.2) έτσι ώστε να υπάρξει βελτίωση των επιδόσεων των μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Σε αυτή την περίπτωση, ενώ φάνηκε να υπάρχει σημαντική βελτίωση στις τιμές των επιδόσεων των μη-κυριαρχούμενων λύσεων, παρατηρήθηκε ότι η έκταση του εξαγόμενου μετώπου Pareto εξακολουθούσε να μην είναι ικανοποιητική. Για το λόγο αυτό στην συνέχεια προστέθηκε στον αλγόριθμο ο προτεινόμενος τρόπος παραγωγής πληθυσμού αρχικών λύσεων (βλέπε κεφάλαιο 4.2.3) με στόχο τη διεύρυνση του μετώπου Pareto και την αύξηση του αριθμού των μη-κυριαρχούμενων λύσεων πάνω σε αυτό.

Στο επόμενο σχήμα (Σχήμα 5.1) παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto που παρήχθησαν από τον Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (NSGA II) για 500 επαναλήψεις, με αρχικό πληθυσμό 1000 τυχαίων λύσεων, χωρίς τη μέθοδο VNS στην πρώτη περίπτωση (NSGA II Case 1), για 500 επαναλήψεις, με αρχικό πληθυσμό 1000 τυχαίων λύσεων, με τη μέθοδο VNS στην δεύτερη περίπτωση (NSGA II Case 2) και με την προτεινόμενη μέθοδο

παραγωγής αρχικού πληθυσμού 1000 λύσεων στη τρίτη περίπτωση (NSGA II Case 3) για το πρώτο παράδειγμα (kroAB100par3) του Πολυαντικειμενικού Συμμετρικού Προβλήματος Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSDRFCVRP).



Σχήμα 5.1: Μέτωπα Pareto για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων με ή χωρίς τοπική αναζήτηση.

Όπως είναι ευδιάκριτο από το Σχήμα 5.1 η παραγωγή ενός τυχαίου πληθυσμού αρχικών λύσεων δεν μπορεί να οδηγήσει σε τόσο εκτεταμένα και μεγαλύτερου αριθμού μη-κυριαρχούμενων λύσεων μέτωπα Pareto όσο η προτεινόμενη μέθοδος παραγωγής αρχικού πληθυσμού λύσεων στον ίδιο αριθμό επαναλήψεων.

Στη συνέχεια της διερεύνησής μας, προκειμένου να παράξουμε μέτωπα Pareto με πιο βελτιωμένες λύσεις και πιο ομοιόμορφα κατανομημένες, εξελίξαμε τον αλγόριθμο NSGA II της τρίτης περίπτωσης στον Παράλληλο Πολυεναρκτήριο Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Parallel Multi-Start NSGA II - PMS-NSGA II) με την προσθήκη της Παράλληλης Πολυεναρκτήριας Μεθόδου.

Στους παρακάτω πίνακες (Πίνακες 5.1-5.4) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που παρήχθησαν από τον Γενετικό Αλγόριθμο Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (NSGA II) για 500 επαναλήψεις και έναν πληθυσμό 1000 αρχικών λύσεων στην πρώτη περίπτωση (NSGA II Single Population) και με την χρήση 10 πληθυσμών 100 αρχικών λύσεων ο κάθε ένας στη δεύτερη περίπτωση (Παράλληλος Πολυεναρκτήριο Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II

(Parallel Multi-Start NSGA II - PMS-NSGA II)) για όλα τα παραδείγματα όλων των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών προβλημάτων (MSDRFCVRP, MADRFCVRP, MSPRFCVRP και MAPRFCVRP). Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα φαίνεται ότι ο προτεινόμενος, μεταξύ των δύο, αλγόριθμος (PMS-NSGA II) παρά το γεγονός ότι στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων δεν παράγει μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων (βλέπε μέτρο αποτελεσματικότητας L στο Κεφάλαιο 2) από τον αλγόριθμο ενός πληθυσμού, παρόλα αυτά, οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις που παρήχθησαν κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των λύσεων του αλγορίθμου που χρησιμοποιεί έναν πληθυσμό λύσεων σχεδόν σε όλα τα παραδείγματα όλων των προβλημάτων (βλέπε μέτρο αποτελεσματικότητας C στο Κεφάλαιο 2). Όσον αφορά την έκταση των μετώπων Pareto (βλέπε μέτρο αποτελεσματικότητας M_k στο Κεφάλαιο 2) ο προτεινόμενος αλγόριθμος παράγει μεγαλύτερα σε έκταση μέτωπα Pareto σε σχέση με τον αλγόριθμο ενός πληθυσμού σε ελάχιστα μικρότερο αριθμό παραδειγμάτων στα προβλήματα MSDRFCVRP και MADRFCVRP και είναι εξίσου αποτελεσματικός με τον αλγόριθμο ενός πληθυσμού στα προβλήματα MSPRFCVRP και MAPRFCVRP. Τέλος, ο προτεινόμενος, αλγόριθμος φαίνεται να παράγει λύσεις σε όλη την έκταση του πεδίου τιμών με αποτέλεσμα οι λύσεις του να έχουν καλύτερη διασπορά στα περισσότερα παραδείγματα όλων των προβλημάτων (βλέπε μέτρο αποτελεσματικότητας Δ στο Κεφάλαιο 2). Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω αποτελέσματα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η χρήση περισσότερων του ενός πληθυσμού, δηλαδή η χρήση της Παράλληλης Πολυεναρκτήριας Μεθόδου, στους αλγορίθμους, μας οδηγεί σε καλύτερες επιδόσεις δεδομένου ότι σε μικρές αποκλίσεις στα νούμερα των μη-κυριαρχούμενων λύσεων μεταξύ δύο ή περισσότερων συγκρινόμενων αλγορίθμων θεωρείται πιο προτιμητέο ένα μέτωπο Pareto με πιο βελτιωμένες λύσεις και ομοιόμορφα κατανεμημένες σε σύγκριση με κάποιο άλλο μέτωπο που παράγει περισσότερες αλλά λιγότερο βελτιωμένες και με χειρότερη διασπορά στο χώρο λύσεις. Παρόλα αυτά, το συμπέρασμα αυτό σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να ακυρώσει την σημαντικότητα της καταμέτρησης των μη-κυριαρχούμενων λύσεων, αφού παίζει ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στην επιλογή μιας μεθόδου κυρίως σε περιπτώσεις που τα εξαγόμενα μέτωπα Pareto δεν έχουν μεγάλες αποκλίσεις στις τιμές των υπόλοιπων μέτρων αποτελεσματικότητας.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των δύο αλγορίθμων για ένα επιλεγμένο παράδειγμα από κάθε πρόβλημα (Σχήματα 5.2-5.5). Από αυτά τα μέτωπα φαίνεται ότι παρά το γεγονός ότι και οι δύο αλγόριθμοι έχουν μια μικρή διαφορά όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων, ο PMS-NSGA II παράγει πιο ομοιόμορφα κατανεμημένες μη-κυριαρχούμενες λύσεις στα μέτωπα Pareto οι οποίες, επίσης, κυριαρχούν στις περισσότερες

Πίνακας 5.1: Αποτελέσματα του NSGA II ενός πληθυσμού λύσεων και του PMS-NSGA II για το Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής.

Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	Single population NSGA II				Parallel Multi-Start NSGA II			
Παραδείγματα	L	M_k	Δ	C	L	M_k	Δ	C
A-B	51	584,64	0,62	0,29	58	585,38	0,66	0,66
A-C	67	598,56	0,62	0,33	55	587,85	0,65	0,49
A-D	66	579,31	0,68	0,04	57	572,40	0,59	0,95
A-E	62	565,92	0,69	0,34	47	586,90	0,61	0,61
B-C	69	579,82	0,71	0,29	68	573,00	0,61	0,71
B-D	68	568,64	0,66	0,33	61	571,94	0,56	0,69
B-E	63	583,61	0,66	0,38	50	554,21	0,51	0,44
C-D	68	589,32	0,64	0,12	50	578,72	0,71	0,82
C-E	68	576,63	0,75	0,31	55	558,80	0,68	0,53
D-E	58	585,04	0,70	0,41	54	601,82	0,59	0,60

Πίνακας 5.2: Αποτελέσματα του NSGA II ενός πληθυσμού λύσεων και του PMS-NSGA II για το Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής.

Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	Single population NSGA II				Parallel Multi-Start NSGA II			
Παραδείγματα	L	M_k	Δ	C	L	M_k	Δ	C
A-B-CD	63	576,56	0,56	0,19	54	578,84	0,60	0,71
A-C-BD	65	596,58	0,54	0,09	56	591,93	0,60	0,80
A-D-BE	60	589,69	0,70	0,49	43	603,98	0,63	0,48
A-E-BD	58	599,05	0,64	0,34	58	594,59	0,70	0,59
B-C-AD	66	582,08	0,71	0,16	57	595,61	0,68	0,79
B-D-AC	62	586,28	0,72	0,40	55	608,36	0,62	0,56
B-E-AD	64	582,27	0,66	0,05	57	560,85	0,56	0,94
C-D-AE	73	602,13	0,62	0,00	52	569,04	0,64	0,99
C-E-AB	62	586,58	0,68	0,35	49	572,14	0,51	0,53
D-E-BC	54	586,69	0,69	0,20	51	568,55	0,59	0,72

από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις του άλλου αλγόριθμου (Single population NSGA II).

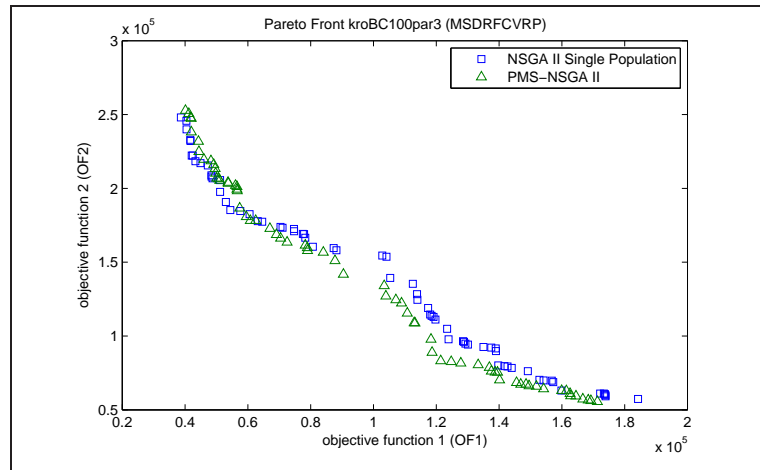
Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα του NSGA II ενός πληθυσμού λύσεων και του PMS-NSGA II για το Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής.

Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	Single population NSGA II				Parallel Multi-Start NSGA II			
Παραδείγματα	L	M_k	Δ	C	L	M_k	Δ	C
A-B	71	603,62	0,65	0,22	55	588,31	0,68	0,63
A-C	72	605,97	0,70	0,53	60	586,84	0,62	0,43
A-D	73	585,76	0,66	0,10	60	578,07	0,58	0,74
A-E	54	580,72	0,65	0,47	53	603,91	0,57	0,46
B-C	59	588,79	0,61	0,33	63	581,16	0,55	0,49
B-D	71	588,75	0,70	0,31	51	593,40	0,64	0,62
B-E	69	587,27	0,65	0,31	59	592,66	0,66	0,42
C-D	57	590,54	0,68	0,12	50	561,90	0,61	0,82
C-E	72	587,73	0,62	0,04	48	606,36	0,60	0,89
D-E	69	599,77	0,82	0,51	76	619,66	0,58	0,41

Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα του NSGA II ενός πληθυσμού λύσεων και του PMS-NSGA II για το Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής.

Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	Single population NSGA II				Parallel Multi-Start NSGA II			
Παραδείγματα	L	M_k	Δ	C	L	M_k	Δ	C
A-B-CD	76	584,55	0,72	0,07	46	585,60	0,55	0,75
A-C-BD	73	598,87	0,65	0,09	54	601,11	0,51	0,88
A-D-BE	50	600,88	0,85	0,13	55	615,67	0,64	0,78
A-E-BD	62	596,98	0,60	0,32	53	590,10	0,74	0,50
B-C-AD	73	590,59	0,58	0,00	42	580,71	0,64	0,96
B-D-AC	60	584,09	0,62	0,19	59	579,43	0,61	0,63
B-E-AD	50	574,34	0,63	0,58	55	586,54	0,67	0,36
C-D-AE	67	591,60	0,74	0,29	55	617,19	0,56	0,69
C-E-AB	62	581,84	0,71	0,19	48	572,56	0,58	0,77
D-E-BC	66	572,43	0,72	0,09	55	568,12	0,65	0,79

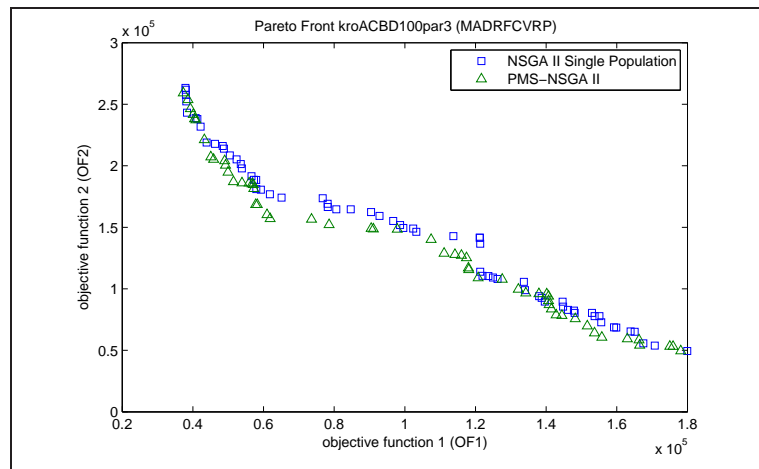
Στη συνέχεια της διερεύνησής μας χρησιμοποιήσαμε την Παράλληλη Πολυεναρκτήρια Μέθοδο καθώς επίσης και την μέθοδο VNS και σε άλλους αλγο-



Σχήμα 5.2: Μέτωπα Pareto για έναν πληθυσμό (Single population NSGA II) και για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων (Parallel Multi-Start NSGA II) για το παράδειγμα kroBC100par3 για το πρόβλημα MSDRFCVRP.

ρίθμους εκτός από τον NSGA II προκειμένου να μελετήσουμε αν βελτιώνεται η αποτελεσματικότητά τους εξίσου καλά με τον αρχικό μας αλγόριθμο (PMS-NSGA II) και να εκτιμήσουμε τις ομοιότητες και τις διαφορές που ενδεχομένως να υπάρξουν από την σύγκριση των εξαγόμενων αποτελεσμάτων τους.

Αρχικά σχεδιάσαμε τρεις διαφορετικές παραλλαγές του αλγόριθμου Διαφορικής Εξέλιξης (βλέπε κεφάλαιο 4.3.2). Σε σχέση με άλλες έρευνες του παρελθόντος, στους προτεινόμενους αλγόριθμους Διαφορικής Εξέλιξης αντικαταστάθηκε η διαδικασία της χρήσης του τελεστή διασταύρωσης Cr με την μέθοδο της ταξινόμησης των λύσεων που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος NSGA II όπως επίσης προστέθηκε και ένα επιπλέον βήμα στον αλγόριθμο με την χρήση ενός πίνακα που διατηρεί το προσωπικό βέλτιστο κάθε λύσης κατά την διάρκεια των επαναλήψεων, όπως ακριβώς συμβαίνει στον αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων. Δοκιμές έδειξαν ότι στη περίπτωση που δεν χρησιμοποιήθηκε ο πίνακας *Individual Best* παρήχθησαν μέτωπα Pareto με σχετικά χειρότερη διασπορά και οι λύσεις τους κυριαρχούνταν σε μεγαλύτερο ποσοστό από τις λύσεις των μετώπων Pareto της προτεινόμενης, μεταξύ των δύο, μεθόδου (αυτής που χρησιμοποιεί τον πίνακα *Individual Best*). Λαμβάνοντας υπόψη ότι η κυριαρχία και η ομοιόμορφη διασπορά των λύσεων είναι αρκετά σημαντικά κριτήρια για ένα μέτωπο Pareto στις περιπτώσεις που δεν υπάρχει μεγάλη απόκλιση στον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων αποφασίσαμε να συνεχίσουμε με την χρήση του πίνακα *Individual Best*. Στη συνέχεια α-

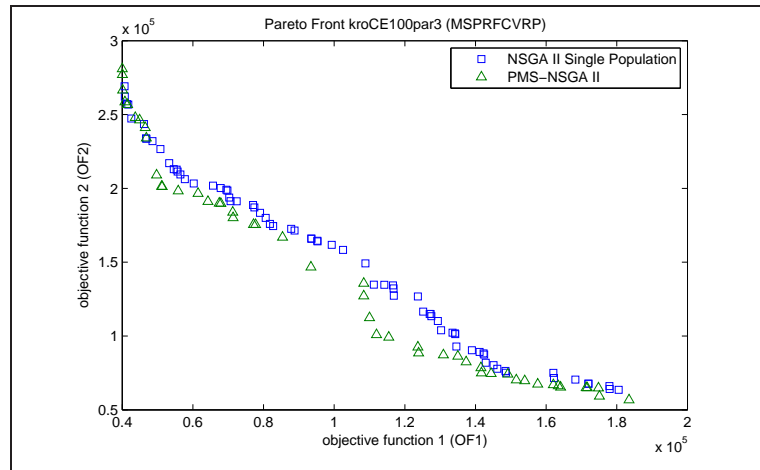


Σχήμα 5.3: Μέρωπα Pareto για έναν πληθυσμό (Single population NSGA II) και για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων (Parallel Multi-Start NSGA II) για το παράδειγμα kroACBD100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

κολουθεί ένας πίνακας (Πίνακας 5.5) με τα αποτελέσματα από την σύγκριση των δύο παραλλαγών του PMS-NSDE1 (η πρώτη παραλλαγή χωρίς τον πίνακα *Individual Best* (PMS-NSDE1 Case 1) και η δεύτερη με τον πίνακα *Individual Best* (PMS-NSDE1 Case 2)) για το πρόβλημα MSDRFCVRP που αποδεικνύει τα προηγούμενα συμπεράσματα. Επίσης, δοκιμές έδειξαν ότι κατά μέσο όρο ένα 10% των λύσεων του *Individual Best* ανανεώνεται σε κάθε επανάληψη *it* από λύσεις απογόνων παρά την διαδικασία βελτίωσης στην οποία υποβάλλονται οι λύσεις του *Individual Best* σε κάθε *it* – 1 επανάληψη.

Στη συνέχεια, προκειμένου να επεκτείνουμε την διερεύνησή μας προς μια διαφορετική κατηγορία αλγορίθμων, των αλγορίθμων εμπνευσμένων από την φύση, σχεδιάσαμε τρεις διαφορετικές παραλλαγές του αλγόριθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (βλέπε κεφάλαιο 4.3.3). Στους αλγόριθμους αυτούς επιλέχθηκε να προστεθεί ένα ακόμα βήμα με μία διαδικασία ταξινόμησης των θέσεων των σωματιδίων μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων βασισμένη στην διαδικασία ταξινόμησης που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος NSGA II.

Ο λόγος για τον οποίο επιλέχθηκε να γίνει το βήμα της διαδικασίας ταξινόμησης των θέσεων των σωματιδίων μεταξύ των επαναλήψεων *it* και *it* + 1 ήταν το γεγονός ότι μετά από δοκιμές αποδείχθηκε ότι οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις όλων των μετώπων Pareto που προέκυπταν χωρίς την διαδικασία της ταξινόμησης (δηλαδή τα αποτελέσματα του Παράλληλου Πολυεναρκτήριου Πολυαντικειμενικού Αλγόριθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων - PMS-MOPSO τα

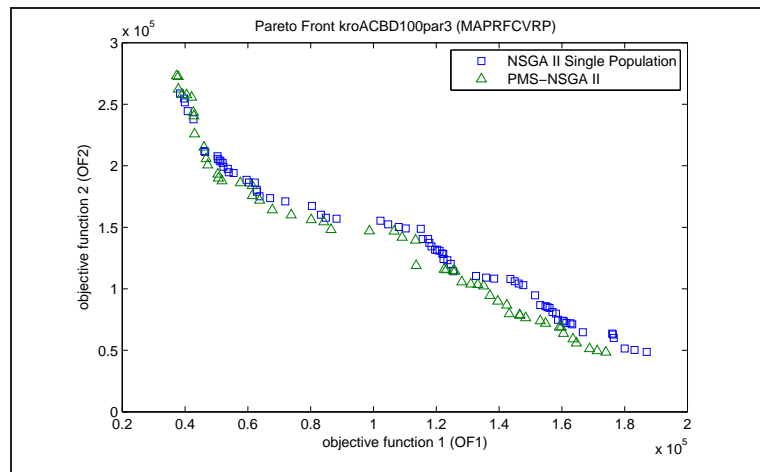


Σχήμα 5.4: Μέτωπα Pareto για έναν πληθυσμό (Single population NSGA II) και για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων (Parallel Multi-Start NSGA II) για το παράδειγμα kroCE100par3 για το πρόβλημα MSPRFCVRP.

Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα για το Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής για τους αλγόριθμους PMS-NSDE1 χωρίς τον πίνακα *Individual Best* και PMS-NSDE1 με τον πίνακα *Individual Best*.

Πρόβλημα : MSDFRCVRP								
Παραδείγματα	PMS-NSDE1 Case 1				PMS-NSDE1 Case 2			
	L	M_k	Δ	C	L	M_k	Δ	C
A-B	43	599,41	0,57	0,11	55	583,11	0,70	0,70
A-C	35	603,86	0,71	0,30	43	590,45	0,69	0,54
A-D	52	561,84	0,68	0,39	49	577,26	0,59	0,60
A-E	45	575,02	0,68	0,22	36	572,06	0,57	0,56
B-C	48	573,25	0,57	0,22	50	586,03	0,58	0,63
B-D	50	576,65	0,75	0,15	39	587,80	0,69	0,58
B-E	54	586,63	0,67	0,21	48	584,47	0,66	0,65
C-D	52	569,47	0,64	0,37	52	582,73	0,66	0,56
C-E	45	587,60	0,55	0,47	51	596,56	0,52	0,47
D-E	44	604,24	0,56	0,41	63	580,33	0,66	0,48

βήματα του οποίου είναι ακριβώς τα ίδια με του PMS-NSPSO με την μόνη διαφορά ότι δεν υπάρχει η διαδικασία της ταξινόμησης των λύσεων) κυριαρχούνταν



Σχήμα 5.5: Μέρωπα Pareto για έναν πληθυσμό (Single population NSGA II) και για διαφορετικούς πληθυσμούς αρχικών λύσεων (Parallel Multi-Start NSGA II) για το παράδειγμα kroACBD100par3 για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

σε μεγαλύτερο ποσοστό από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις των μετώπων Pareto του προτεινόμενου, μεταξύ των δύο, αλγορίθμου (PMS-NSPSO). Επίσης, ο PMS-NSPSO φαίνεται να παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα σε μεγαλύτερο αριθμό παραδειγμάτων όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων και το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k από τον PMS-MOPSO. Στη συνέχεια ακολουθεί ένας πίνακας (Πίνακας 5.6) με τα αποτελέσματα από την σύγκριση του PMS-MOPSO1 και του PMS-NSPSO1 για το πρόβλημα MSDRFCVRP που αποδεικνύει τα προηγούμενα συμπεράσματα.

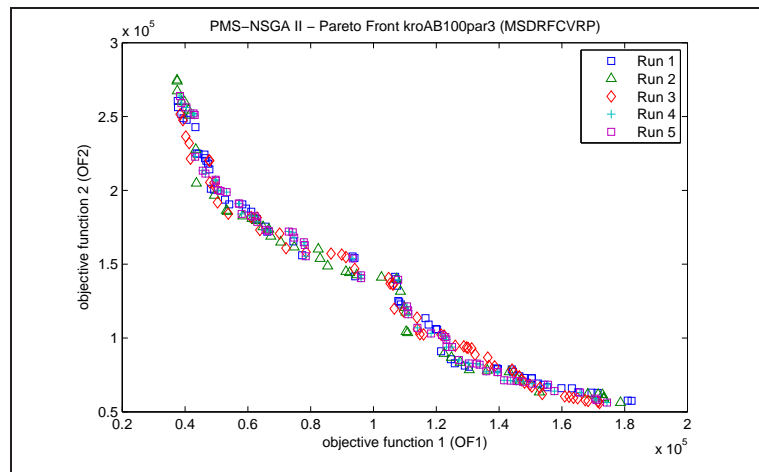
Τέλος, προκειμένου να επεκτείνουμε τη διερεύνησή μας προς μια νέα κατηγορία αλγορίθμων, των αλγορίθμων τεχνητών ανοσοποιητικών συστημάτων, σχεδιάσαμε δύο ακόμα πολυαντικειμενικούς αλγόριθμους, τον Παράλληλο Πολυεναρκτήριο Πολυαντικειμενικό Αλγόριθμο Επιλογής Κλώνων μέσα στον οποίο χρησιμοποιείται μια πρωτότυπη μέθοδος για την ταξινόμηση των καλύτερων αντισωμάτων ώστε να δημιουργηθούν στη συνέχεια οι αντίστοιχοι κλώνοι κάθε αντισώματος (βλέπε κεφάλαιο 4.3.4) και έναν νέο πολυαντικειμενικό αλγόριθμο, τον Παράλληλο Πολυεναρκτήριο Πολυαντικειμενικό Αλγόριθμο του Ιού της Γρίπης (βλέπε κεφάλαιο 4.3.5). Και οι δύο αλγόριθμοι υιοθετούν το βήμα που προστέθηκε στους αλγόριθμους PMS-NSDEs με τη χρήση ενός πίνακα που συγκρατεί το προσωπικό βέλτιστο κάθε λύσης κατά την διάρκεια των επαναλήψεων.

Πίνακας 5.6: Αποτελέσματα για το Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής για τους αλγορίθμους PMS-MOPSO1 και PMS-NSPSO1.

Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
Παραδείγματα	PMS-MOPSO1				PMS-NSPSO1			
	L	M_k	Δ	C	L	M_k	Δ	C
A-B	43	585,13	0,64	0,37	54	585,47	0,67	0,40
A-C	51	580,56	0,61	0,11	47	592,49	0,62	0,73
A-D	38	559,10	0,78	0,22	67	577,64	0,71	0,37
A-E	44	582,40	0,64	0,18	45	588,08	0,75	0,66
B-C	47	571,01	0,64	0,30	44	573,11	0,67	0,57
B-D	40	554,84	0,56	0,34	56	579,18	0,61	0,53
B-E	50	573,97	0,62	0,43	54	579,03	0,64	0,62
C-D	44	557,14	0,63	0,29	41	563,73	0,69	0,68
C-E	49	589,93	0,76	0,33	51	595,44	0,74	0,51
D-E	56	599,58	0,64	0,08	49	589,71	0,70	0,68

5.5 Ευστάθεια Πολυαντικειμενικών Αλγορίθμων

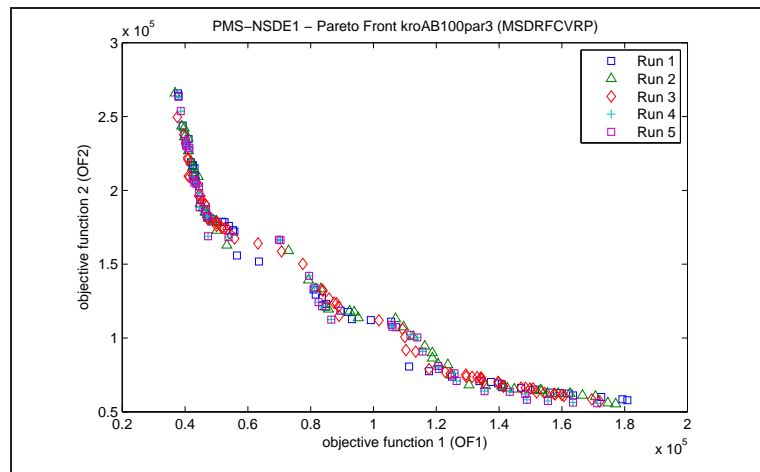
Πριν γίνει η ανάλυση των αποτελεσμάτων των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων θα εξεταστεί η ευστάθεια τους όσον αφορά τα αποτελέσματά τους. Όλοι οι αλγόριθμοι εκτελέστηκαν για τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων (500 επαναλήψεις) στο ίδιο πρόβλημα, MSDRFCVRP, και για το ίδιο παράδειγμα, kroAB100par3. Για τις παραλλαγές των αλγορίθμων PMS-NSDE και PMS-NSPSO εκτελέστηκε η πρώτη παραλλαγή αντίστοιχα (PMS-NSDE1 και PMS-NSPSO1). Στις εικόνες που ακολουθούν (Σχήματα 5.6 έως 5.10) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων για πέντε διαδοχικές εκτελέσεις με το ίδιο παράδειγμα kroAB100par3. Από τα αποτελέσματα μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό ότι τα διαγράμματα και των πέντε εκτελέσεων, για κάθε αλγόριθμο για τον οποίο εκτελέστηκαν, σχεδόν συμπίπτουν γεγονός που αποδεικνύει την ευστάθειά τους όσον αφορά την βελτίωση των λύσεων. Παρόλα αυτά, υπάρχουν μικρές μεταβολές στα διαγράμματα των πέντε εκτελέσεων τόσο όσον αφορά τον αριθμό των λύσεων όσο και όσον αφορά τη θέση των λύσεων επάνω στο διάγραμμα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο παράγοντα της τυχαιότητας που μπορεί να επηρεάσει την εξέλιξη των λύσεων σε κάθε εκτέλεση του εκάστοτε αλγορίθμου.



Σχήμα 5.6: Μέτωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDFCVRP.

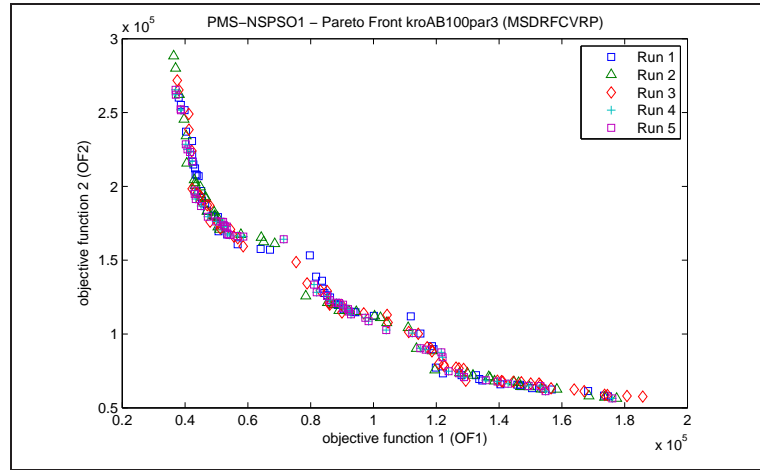
5.6 Ανάλυση των Αποτελεσμάτων των Αλγορίθμων

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα γίνει η ανάλυση των αποτελεσμάτων που εξήγαγαν οι προτεινόμενοι πολυαντικειμενικοί αλγόριθμοι (Κεφάλαιο 4) για κάθε ένα από τα πολυαντικειμενικά προβλήματα που προτάθηκαν στο Κεφάλαιο 3. Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενα κεφάλαια ο Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (NSGA II) είναι ένας από τους πλέον πιο διαδεδομένους, χρησιμοποιημένους και ελεγμένους αλγόριθμους για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων. Επίσης ο συγκεκριμένος αλγόριθμος είναι ο μοναδικός πολυαντικειμενικός εξελικτικός αλγόριθμος που έχει χρησιμοποιηθεί σε πρόσφατη έρευνα για την επίλυση ενεργειακών πολυαντικειμενικών προβλημάτων [90]. Για τον λόγο αυτό τα αποτελέσματα που εξήγαγε ο Παράλληλος Πολυεναρκτήριο Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (Parallel Multi-Start NSGA II - PMS-NSGA II) θα θεωρηθούν ως ένα μέτρο σύγκρισης και αξιολόγησης των αποτελεσμάτων των υπόλοιπων πολυαντικειμενικών αλγορίθμων. Στη συνέχεια, για κάθε ένα από τα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα θα γίνει σύγκριση των αλγορίθμων ανά κατηγορίες. Δηλαδή, για κάθε προτεινόμενο πολυαντικειμενικό πρόβλημα, αρχικά θα συγκριθούν οι παραλλαγές του Παράλληλου Πολυεναρκτήριου Αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Differential Evolution Algorithm - PMS-NSDE) με τον PMS-NSGA II και μεταξύ τους, έπειτα θα συγ-



Σχήμα 5.7: Μέτωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-NSDE1 για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDFCVRP.

κριθούν οι παραλλαγές του Παράλληλου Πολυεναρκτήριου Αλγόριθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (Parallel Multi-Start Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimization Algorithm - PMS-NSPSO) με τον PMS-NSGA II και μεταξύ τους και οι αλγόριθμοι των Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων, δηλαδή ο Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Parallel Multi-Start Multiobjective Clonal Selection Algorithm - PMS-MOCSA) και ο Παράλληλος Πολυεναρκτήριος Πολυαντικειμενικός Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (Parallel Multi-Start Multiobjective Influenza Virus Algorithm - PMS-MOIVA), με τον PMS-NSGA II και μεταξύ τους. Αφού συγκριθούν τα αποτελέσματα των αλγορίθμων ανά κατηγορίες θα γίνεται σύγκριση όλων των αλγορίθμων μεταξύ τους έτσι ώστε να οριστεί ποιος αλγόριθμος είναι πιο αποτελεσματικός και για ποιο μέτρο αποτελεσματικότητας για κάθε πολυαντικειμενικό πρόβλημα. Έπειτα θα σχολιαστούν τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα (από όλα συνολικά τα προβλήματα) των αλγορίθμων ανά κατηγορίες τόσο σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του PMS-NSGA II όσο και σε σύγκριση μεταξύ τους και στη συνέχεια θα σχολιαστεί συνολικά η επίδοση όλων των αλγορίθμων ύστερα από σύγκριση όλων μεταξύ τους λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα. Για την περίπτωση της ανάλυσης των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων των αλγορίθμων θα υπάρξει και διαγραμματική απεικόνιση των επιδόσεών τους τόσο από την σύγκριση των αποτελεσμάτων τους ανά κατηγορίες όσο και από την σύγκριση όλων μεταξύ τους.



Σχήμα 5.8: Μετώπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-NSPSO1 για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.

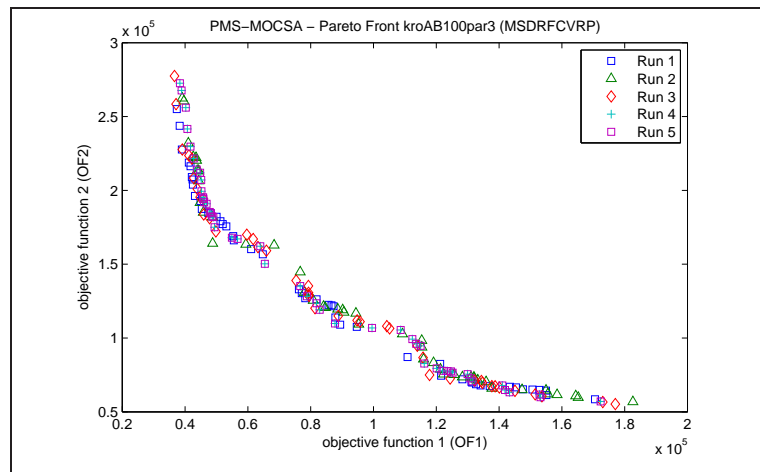
Όσον αφορά τους πίνακες αποτελεσμάτων που θα ακολουθήσουν θα πρέπει να επισημανθούν τα παρακάτω:

Για κάθε πρόβλημα και για κάθε κατηγορία αλγορίθμων που θα συγκρίνονται με τον PMS-NSGA II αλλά και μεταξύ τους θα παρουσιάζονται δύο πίνακες. Ο ένας πίνακας θα περιέχει τα αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας (βλέπε Κεφάλαιο 2):

- Αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L).
- Μέγιστο μήκος έκτασης ως προς τους άξονες (M_k).
- Διασπορά και κατανομή των λύσεων του μετώπου Pareto (Δ).

Ο δεύτερος πίνακας θα περιέχει τα αποτελέσματα που δείχνουν το ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων του κάθε αλγορίθμου (που λαμβάνει μέρος στη σύγκριση) που κυριαρχούνται από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις του αλγορίθμου που εξετάζεται (μέτρο αποτελεσματικότητας C) (βλέπε Κεφάλαιο 2).

Προφανώς για κάθε αλγόριθμο στόχος είναι να αποδίδει όσο το δυνατόν μεγαλύτερες τιμές για τα μέτρα αποτελεσματικότητας L , M_k και C ενώ θα πρέπει να αποδίδει όσο το δυνατό μικρότερες τιμές για το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ .



Σχήμα 5.9: Μέτωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-MOCSA για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.

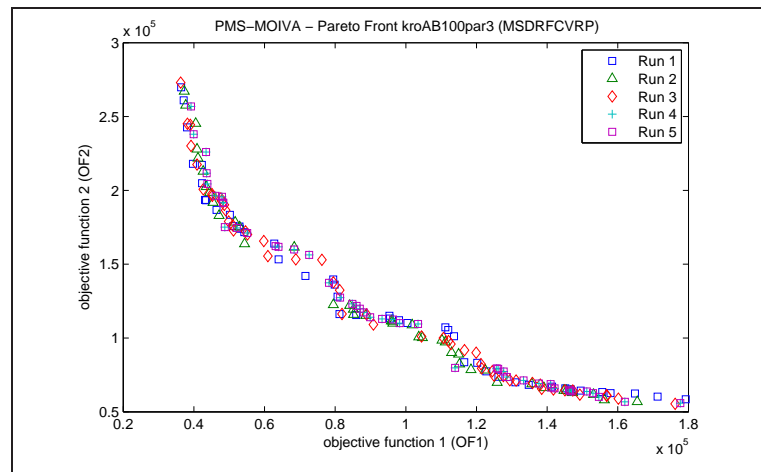
5.6.1 Αποτελέσματα για το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSDRFCVRP)

Στη συνέχεια παρατίθενται τα αποτελέσματα των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων για το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής και αναλύονται ανά κατηγορίες αλγορίθμων αλλά και συνολικά.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSDE (PMS-NSDE1, PMS-NSDE2 και PMS-NSDE3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.7). Τα αποτελέσματα με έντονους χαρακτήρες είναι αυτά που έχουν αποδώσει καλύτερα από την σύγκριση των τεσσάρων αλγορίθμων ενώ τα υπογραμμισμένα είναι αυτά που έχουν αποδώσει καλύτερα από την σύγκριση των PMS-NSDEs μεταξύ τους.

Στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.8) που περιέχει τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C παραλείπεται ο όρος PMS από τις συντομογραφίες των αλγορίθμων



Σχήμα 5.10: Μέντωπα Pareto πέντε διαδοχικών εκτελέσεων για τον αλγόριθμο PMS-MOIVA για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.

Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSDRFCVRP.

Παραδείγματα	Πρόβλημα: MSDRFCVRP											
	PMS-NSDE1			PMS-NSDE2			PMS-NSDE3			PMS-NSGA II		
	<i>L</i>	\bar{M}_k	Δ	<i>L</i>	\bar{M}_k	Δ	<i>L</i>	\bar{M}_k	Δ	<i>L</i>	\bar{M}_k	Δ
A-B	55	583.11	0.70	48	575.55	0.72	51	575.55	0.72	58	585.38	0.66
A-C	43	590.45	0.69	47	587.11	0.68	47	605.90	0.62	55	587.85	0.65
A-D	49	577.26	0.587	48	568.21	0.61	42	582.62	0.68	57	572.40	0.588
A-E	36	572.06	0.57	33	579.87	0.70	52	590.56	0.69	47	586.90	0.61
B-C	50	586.03	0.58	44	572.77	0.61	52	579.81	0.70	68	573.00	0.61
B-D	39	587.80	0.69	46	567.84	0.75	40	581.86	0.70	61	571.94	0.56
B-E	48	584.47	0.66	59	596.16	0.76	50	595.06	0.63	50	554.21	0.51
C-D	52	582.73	0.66	59	573.96	0.75	52	571.73	0.72	50	578.72	0.71
C-E	51	596.56	0.52	43	572.21	0.78	40	588.11	0.78	55	558.80	0.68
D-E	63	580.33	0.66	49	591.55	0.50	48	604.42	0.74	54	601.82	0.59

για εξοικονόμηση χώρου στον πίνακα.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.7 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (*L*) σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα. Σχεδόν στα μισά παραδείγματα είναι ισάξια αποτελεσματικοί και έχουν καλύτερη επίδοση από τους άλλους αλ-

Πίνακας 5.8: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSDRFCVRP.

Πρόβλημα: MSDRFCVRP									
A-B	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	B-D	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,271	0,255	0,966	NSDE1	0	0,522	0,450	0,934
NSDE2	0,436	0	0,353	0,931	NSDE2	0,410	0	0,425	0,885
NSDE3	0,618	0,396	0	0,931	NSDE3	0,308	0,261	0	0,820
NSGA II	0,018	0,042	0	0	NSGA II	0	0,043	0,050	0
A-C	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	B-E	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,255	0,277	0,836	NSDE1	0	0,390	0,500	0,720
NSDE2	0,605	0	0,468	0,855	NSDE2	0,521	0	0,260	0,740
NSDE3	0,488	0,362	0	0,855	NSDE3	0,438	0,508	0	0,820
NSGA II	0,047	0,021	0,064	0	NSGA II	0,250	0,220	0,100	0
A-D	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	C-D	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,208	0,429	0,877	NSDE1	0	0,542	0,731	0,940
NSDE2	0,367	0	0,500	0,895	NSDE2	0,346	0	0,462	0,960
NSDE3	0,531	0,417	0	0,842	NSDE3	0,231	0,492	0	0,920
NSGA II	0,122	0,104	0,095	0	NSGA II	0,038	0	0,058	0
A-E	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	C-E	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,394	0,462	0,936	NSDE1	0	0,465	0,275	0,800
NSDE2	0,528	0	0,385	1,000	NSDE2	0,549	0	0,475	0,927
NSDE3	0,500	0,455	0	0,979	NSDE3	0,549	0,488	0	0,818
NSGA II	0,028	0	0	0	NSGA II	0,235	0	0,075	0
B-C	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	D-E	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,523	0,596	0,853	NSDE1	0	0,367	0,292	0,852
NSDE2	0,320	0	0,462	0,809	NSDE2	0,492	0	0,250	0,870
NSDE3	0,240	0,273	0	0,824	NSDE3	0,413	0,429	0	0,926
NSGA II	0,140	0,068	0,019	0	NSGA II	0,032	0,041	0,042	0

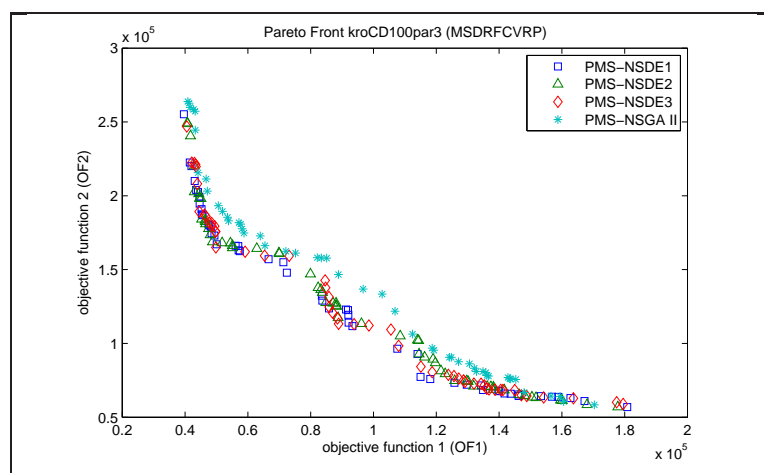
γορίθμους για το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k οι PMS-NSDE1 και PMS-NSDE3 ενώ ο PMS-NSDE1 είναι πιο αποτελεσματικός από τους άλλους αλγορίθμους λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.8, με τις τιμές του μέτρου αποτελεσματικότητας C για τους συγκρινόμενους αλγορίθμους, αποδεικνύεται ότι όλοι οι αλγόριθμοι PMS-NSDEs έχουν αρκετά ικανοποιητική επίδοση, ωστόσο ο PMS-NSDE3 είναι ελάχιστα πιο αποτελεσματικός από τους άλλους τρεις. Η επίδοση του PMS-NSGA II είναι ελάχιστα χειρότερη από τους άλλους τρεις PMS-NSDEs αλγορίθμους με αποτέλεσμα να μην είναι αποτελεσματικός σε κανένα από τα παραδείγματα.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-NSDEs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.7 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSDE1 είναι εξίσου αποτελεσματικός με τον PMS-NSDE2 όσον αφορά τον αριθμό των μη κυριαρχούμενων λύσεων (L). Παρόλα αυτά ο PMS-NSDE2 δεν φαίνεται να είναι τόσο αποτελεσματικός όσο οι άλλοι δύο αλγόριθμοι λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο M_k . Λαμβάνοντας υπόψη τα μέτρα αποτελεσματικότητας M_k και Δ , ο PMS-NSDE1 υπερτερεί και πάλι από τους άλλους δύο αλγορίθμους, ιδιαίτερα μάλιστα για το μέτρο Δ

όπου είναι πιο αποτελεσματικός σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα (αποδίδει καλύτερα σε επτά στα δέκα παραδείγματα). Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.8 για τους συγκρινόμενους αλγόριθμους, παρά το γεγονός ότι όλοι οι αλγόριθμοι PMS-NSDEs έχουν αρκετά ικανοποιητική επίδοση, ωστόσο ο PMS-NSDE3 είναι ελάχιστα πιο αποτελεσματικός από τους άλλους τρεις.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.11 και Σχήμα 5.12).

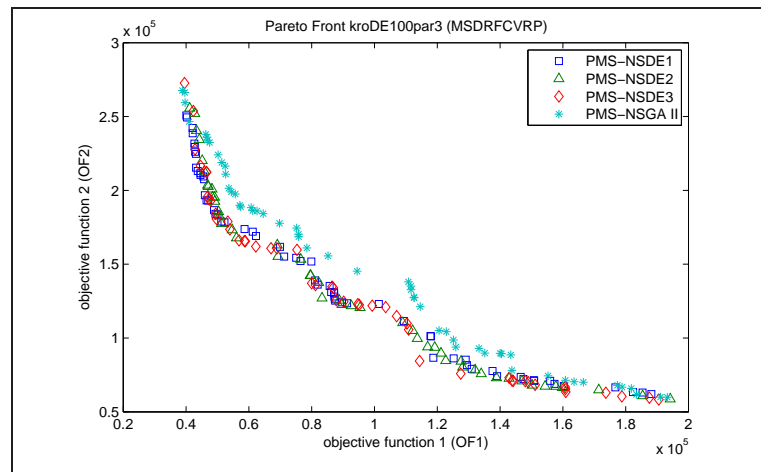


Σχήμα 5.11: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCD100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSPSO (PMS-NSPSO1, PMS-NSPSO2 και PMS-NSPSO3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.9). Τα αποτελέσματα με έντονους χαρακτήρες είναι αυτά που έχουν αποδώσει καλύτερα από την σύγκριση των τεσσάρων αλγορίθμων ενώ τα υπογραμμισμένα είναι αυτά που έχουν αποδώσει καλύτερα από την σύγκριση των PMS-NSPSOs μεταξύ τους.

Στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.10) που περιέχει τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C παραλείπεται ο όρος PMS από τις συντομογραφίες των αλγορίθμων για εξοικονόμηση χώρου στον πίνακα.



Σχήμα 5.12: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroDE100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.

Πίνακας 5.9: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSDRFCVRP.

Παραδείγματα	PMS-NSPSO1			PMS-NSPSO2			PMS-NSPSO3			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B	54	585,47	0,67	54	585,13	0,74	50	590,11	0,56	58	585,38	0,66
A-C	47	592,49	0,62	42	591,38	0,71	49	586,33	0,71	55	587,85	0,65
A-D	67	577,64	0,71	52	579,53	0,66	46	561,04	0,72	57	572,40	0,59
A-E	45	588,08	0,75	59	585,88	0,72	45	568,20	0,6111	47	586,90	0,6105
B-C	44	573,11	0,67	56	569,35	0,60	49	570,48	0,73	68	573,00	0,61
B-D	56	579,18	0,61	52	581,77	0,562	46	568,57	0,68	61	571,94	0,560
B-E	54	579,03	0,64	44	580,10	0,68	54	584,68	0,72	50	554,21	0,51
C-D	41	563,73	0,69	40	585,84	0,80	37	581,82	0,63	50	578,72	0,71
C-E	51	595,44	0,74	51	582,80	0,72	46	579,34	0,73	55	558,80	0,68
D-E	49	589,71	0,70	46	601,16	0,60	59	588,32	0,70	54	601,82	0,59

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.9 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L) και το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα. Σε αντίθεση με την επίδοση του PMS-NSGA II ο οποίος υπερτερεί μόνο σε ένα παράδειγμα όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k , οι αλγόριθμοι PMS-NSPSOs έχουν σχεδόν ισάζια επίδοση, με τον αλ-

Πίνακας 5.10: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγόριθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSDRFCVRP.

Πρόβλημα: MSDRFCVRP									
A-B	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	B-D	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,370	0,600	0,948	NSPSO1	0	0,385	0,370	0,902
NSPSO2	0,463	0	0,440	0,966	NSPSO2	0,464	0	0,370	0,934
NSPSO3	0,241	0,296	0	0,897	NSPSO3	0,500	0,346	0	0,902
NSGA II	0,019	0	0,060	0	NSGA II	0,018	0,019	0,022	0
A-C	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	B-E	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,214	0,551	0,909	NSPSO1	0	0,341	0,500	0,760
NSPSO2	0,511	0	0,571	0,909	NSPSO2	0,481	0	0,648	0,740
NSPSO3	0,362	0,286	0	0,891	NSPSO3	0,333	0,250	0	0,720
NSGA II	0	0	0,041	0	NSGA II	0,259	0,250	0,278	0
A-D	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	C-D	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,404	0,283	0,877	NSPSO1	0	0,575	0,514	0,980
NSPSO2	0,552	0	0,413	0,912	NSPSO2	0,317	0	0,405	0,900
NSPSO3	0,567	0,481	0	0,895	NSPSO3	0,341	0,350	0	0,900
NSGA II	0,030	0,019	0,022	0	NSGA II	0	0,075	0,108	0
A-E	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	C-E	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,746	0,622	0,936	NSPSO1	0	0,451	0,630	0,945
NSPSO2	0,222	0	0,400	0,830	NSPSO2	0,627	0	0,565	0,945
NSPSO3	0,089	0,492	0	0,915	NSPSO3	0,431	0,451	0	0,855
NSGA II	0	0,034	0	0	NSGA II	0	0	0,043	0
B-C	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	D-E	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,607	0,592	0,926	NSPSO1	0	0,587	0,644	0,963
NSPSO2	0,273	0	0,429	0,926	NSPSO2	0,286	0	0,559	0,907
NSPSO3	0,273	0,536	0	0,912	NSPSO3	0,306	0,283	0	0,944
NSGA II	0	0	0,020	0	NSGA II	0	0,043	0	0

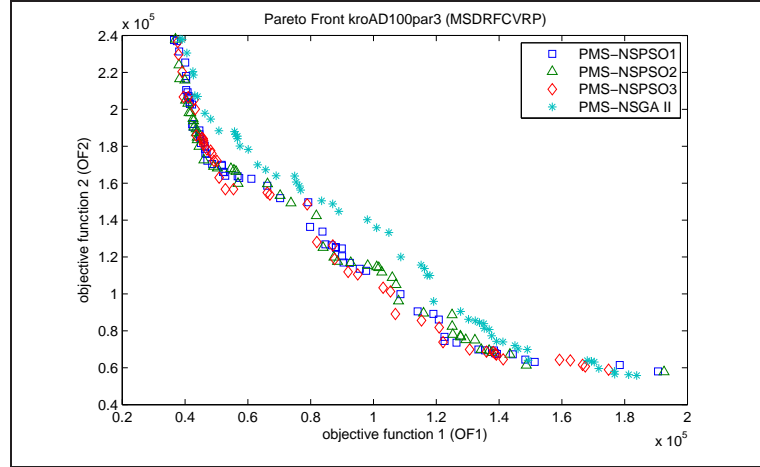
γόριθμο PMS-NSPSO1 να είναι ελάχιστα πιο αποτελεσματικός από τους άλλους δύο PMS-NSPSOs αλγόριθμους. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.10 για τους συγκρινόμενους αλγόριθμους, οι PMS-NSPSO1 και PMS-NSPSO2 είναι πιο αποτελεσματικοί από τους άλλους δύο αλγόριθμους. Παρόλα αυτά ο PMS-NSPSO2 υπερτερεί σε ένα παράδειγμα περισσότερο από τον PMS-NSPSO1. Ο αλγόριθμος PMS-NSPSO3 υπερτερεί σε ένα παράδειγμα ενώ ο PMS-NSGA II δεν κατάφερε και πάλι να είναι πιο αποτελεσματικός από τους τρεις PMS-NSPSOs σε κανένα παράδειγμα, ακριβώς όπως συνέβη και στην σύγκριση του PMS-NSGA II με τους αλγόριθμους PMS-NSDEs.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-NSPSOs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.9 ο αλγόριθμος PMS-NSPSO1 είναι πιο αποτελεσματικός όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L) σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα, και είναι εξίσου αποτελεσματικός με τον PMS-NSPSO2 για το μέτρο M_k . Σε αντίθεση με τους άλλους δύο αλγόριθμους ο PMS-NSPSO2 είναι πιο αποτελεσματικός λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Ο αλγόριθμος PMS-NSPSO3, αν και έχει αρκετά ικανοποιητική επίδοση δεν κατάφερε να είναι τόσο αποτελεσματικός όσο οι άλλοι δύο αλγόριθμοι. Όσον

αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.10 για τους συγκρινόμενους αλγορίθμους, οι PMS-NSPSO1 και PMS-NSPSO2 είναι πιο αποτελεσματικοί από τους άλλους δύο αλγορίθμους, με τον PMS-NSPSO2 να υπερτερεί ελάχιστα από τον PMS-NSPSO1.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.13 και Σχήμα 5.14).



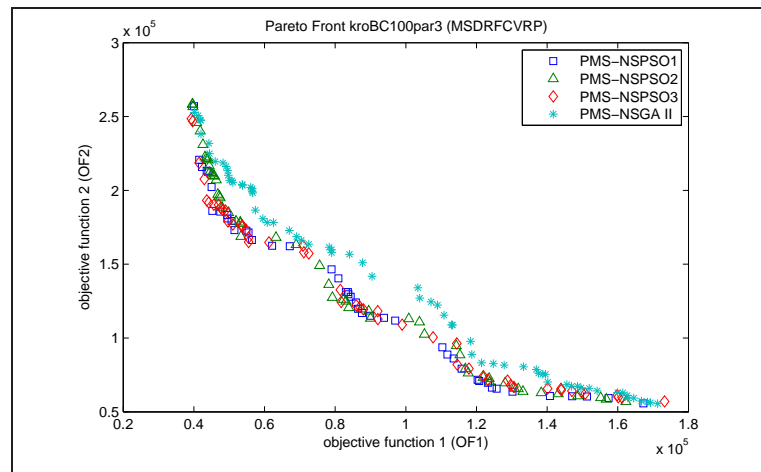
Σχήμα 5.13: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAD100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων του PMS-MOCSA και του PMS-MOIVA με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.11). Τα αποτελέσματα με έντονους χαρακτήρες είναι αυτά που έχουν αποδώσει καλύτερα από την σύγκριση των τριών αλγορίθμων ενώ τα υπογραμμισμένα είναι αυτά που έχουν αποδώσει καλύτερα από την σύγκριση των PMS-MOCSA και PMS-MOIVA μεταξύ τους.

Στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.12) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II μεταξύ τους.



Σχήμα 5.14: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBC100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.

Πίνακας 5.11: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSDRFCVRP.

Παραδείγματα	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	PMS-MOCSA			PMS-MOIVA			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B	42	598,24	0,61	43	600,82	0,58	58	585,38	0,66
A-C	<u>47</u>	585,73	0,67	44	596,74	0,55	55	587,85	0,65
A-D	56	579,69	0,56	58	565,28	0,66	57	572,4	0,59
A-E	39	586,23	0,62	<u>40</u>	574,34	0,65	47	586,9	0,61
B-C	<u>46</u>	585,68	0,68	43	579,08	0,66	68	573	0,61
B-D	<u>49</u>	581,43	0,64	<u>49</u>	569,65	0,55	61	571,94	0,56
B-E	50	583,33	0,66	46	583,41	0,58	50	554,21	0,51
C-D	37	564,94	0,68	51	535,45	0,59	50	578,72	0,71
C-E	53	567,35	0,65	44	582,96	0,64	55	558,8	0,68
D-E	45	574,75	0,68	<u>46</u>	603,27	0,51	54	601,82	0,59

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.11 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L), γεγονός το οποίο παρατηρήθηκε και στις προηγούμενες συγκρίσεις και μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι παρά το γεγονός ότι ο αριθμός των μη-κυριαρχούμενων λύσεων όλων των αλγορίθμων είναι αρκετά ικανοποιητικός στον μεγαλύτερο αριθμό παραδειγμάτων του συγκεκριμένου προβλήματος (σε κάποια παραδείγματα ίσως παρατηρείται μια ελαφριά απόκλιση από την αναμενόμενη τιμή ενός μέτρου αποτελεσματικότητας, μια αστοχία

Πίνακας 5.12: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγόριθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSDRFCVRP.

Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
A-B	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	B-D	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,488	0,879	PMS-MOCSA	0	0,469	0,803	
PMS-MOIVA	0,381	0	0,879	PMS-MOIVA	0,490	0	0,902	
PMS-NSGA II	0,071	0,116	0	PMS-NSGA II	0,061	0,061	0	
A-C	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	B-E	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,432	0,873	PMS-MOCSA	0	0,717	0,840	
PMS-MOIVA	0,234	0	0,800	PMS-MOIVA	0,360	0	0,660	
PMS-NSGA II	0,021	0,023	0	PMS-NSGA II	0,100	0,348	0	
A-D	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	C-D	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,414	0,947	PMS-MOCSA	0	0,510	0,960	
PMS-MOIVA	0,446	0	0,912	PMS-MOIVA	0,297	0	0,900	
PMS-NSGA II	0	0,052	0	PMS-NSGA II	0	0,020	0	
A-E	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	C-E	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,550	0,872	PMS-MOCSA	0	0,432	0,909	
PMS-MOIVA	0,385	0	0,915	PMS-MOIVA	0,321	0	0,818	
PMS-NSGA II	0,026	0	0	PMS-NSGA II	0	0,045	0	
B-C	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	D-E	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,512	0,824	PMS-MOCSA	0	0,391	0,926	
PMS-MOIVA	0,239	0	0,838	PMS-MOIVA	0,489	0	0,926	
PMS-NSGA II	0,043	0,093	0	PMS-NSGA II	0	0,087	0	

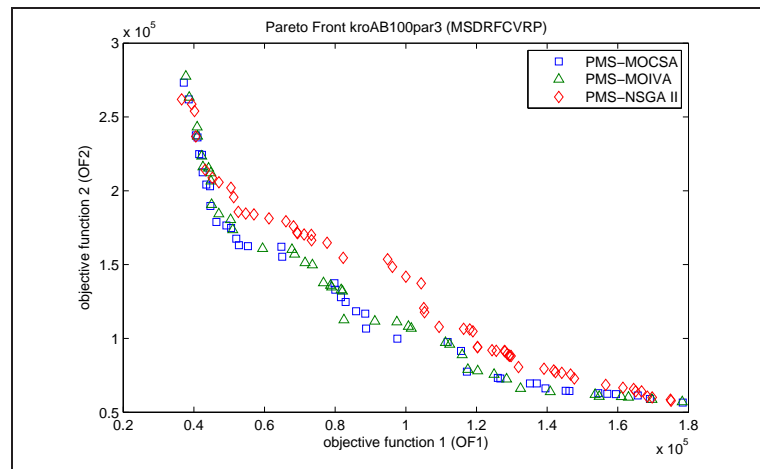
που μπορεί να αποδοθεί στον παράγοντα της τυχαιότητας που υπάρχει στην φιλοσοφία των αλγορίθμων που εφαρμόζουμε), παρατηρείται ότι ο αλγόριθμος PMS-NSGA II είναι αισθητά πιο αποτελεσματικός από τους άλλους αλγόριθμους για αυτό το μέτρο αποτελεσματικότητας. Για τα υπόλοιπα δύο μέτρα αποτελεσματικότητας (M_k και Δ) ο αλγόριθμος PMS-MOIVA είναι πιο αποτελεσματικός από τους άλλους δύο αλγόριθμους σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.12 για τους συγκρινόμενους αλγόριθμους, ο PMS-MOCSA υπερτερεί σε επτά παραδείγματα και ο PMS-MOIVA υπερτερεί σε τρία παραδείγματα. Για ακόμα μια διαδικασία σύγκρισης φαίνεται ότι οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις του PMS-NSGA II δεν μπορούν να κυριαρχήσουν σε μεγάλο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των άλλων αλγορίθμων. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι, γενικότερα, ο αλγόριθμος PMS-NSGA II, παρά το γεγονός ότι η βελτίωση των μη-κυριαρχούμενων λύσεων του δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι χειρότερη του στόχου βελτίωσης των μη-κυριαρχούμενων λύσεων που έχει τεθεί, δεν μπορεί να είναι το ίδιο αποτελεσματικός με όλους τους άλλους αλγόριθμους σε αυτό το μέτρο αποτελεσματικότητας για το συγκεκριμένο πολυαντικειμενικό πρόβλημα.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-MOCSA και PMS-MOIVA με-

ταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.11 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-MOIVA είναι πιο αποτελεσματικός στα μέτρα αποτελεσματικότητας L και Δ από τον PMS-MOCSA σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα. Ιδιαίτερα όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ ο PMS-MOIVA υπερτερεί σε οκτώ παραδείγματα. Λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k οι δύο αλγόριθμοι φαίνεται να είναι εξίσου αποτελεσματικοί. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.12 για τους συγκρινόμενους αλγόριθμους, οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις του PMS-MOCSA κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων του PMS-MOIVA στα περισσότερα παραδείγματα.

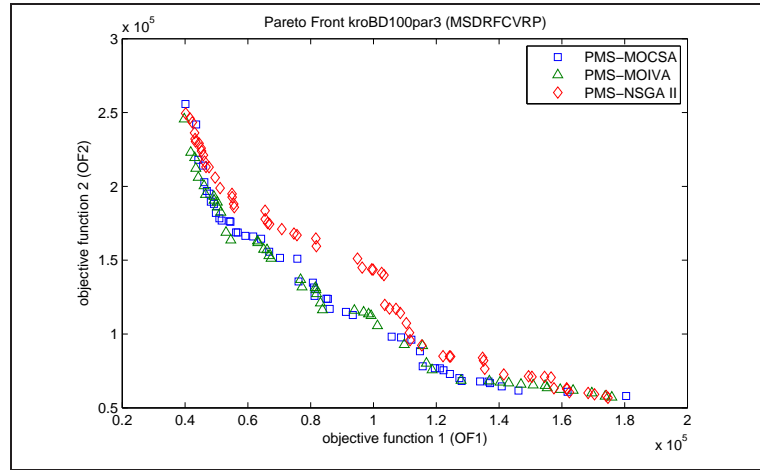
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.15 και Σχήμα 5.16).



Σχήμα 5.15: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAB100par3 του προβλήματος MSDRFCVRP.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων όλων των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα των αλγορίθμων για τα τρία πρώτα μέτρα αποτελεσματικότητας που αναγράφονται στους Πίνακες 5.7, 5.9



Σχήμα 5.16: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBD100par3 του προβλήματος MS DRFCVRP.

και 5.11 μπορεί να διαπιστωθεί ότι όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας L ο PMS-NSGA II υπερτερεί σε μεγαλύτερο αριθμό παραδειγμάτων σε σχέση με τους άλλους αλγορίθμους, γεγονός το οποίο ήταν αναμενόμενο λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες συγκρίσεις, ενώ οι αλγόριθμοι PMS-NSDE1 και PMS-NSDE3 υπερτερούν λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k . Παρόλα αυτά ο PMS-NSDE3 είναι ελάχιστα πιο αποτελεσματικός από τον PMS-NSDE1. Οι αλγόριθμοι PMS-MOIVA και PMS-NSDE1 είναι εξίσου αποτελεσματικοί και αποτελεσματικότεροι από τους υπόλοιπους αλγορίθμους όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ .

Στους επόμενους πίνακες (Πίνακας 5.13 - Πίνακας 5.22) περιέχονται τα αποτελέσματα όλων των αλγορίθμων για το μέτρο αποτελεσματικότητας C . Ο όρος PMS παραλείπεται από τις συντομογραφίες των αλγορίθμων για εξοικονόμηση χώρου στους πίνακες. Σύμφωνα με τους πίνακες, οι αλγόριθμοι PMS-NSPSO1 και PMS-MOCSA είναι πιο αποτελεσματικοί από τους άλλους αλγορίθμους. Πιο συγκεκριμένα, ο PMS-NSPSO1 είναι πιο αποτελεσματικός από τον PMS-MOCSA κατά ένα παράδειγμα περισσότερο.

Πίνακας 5.13: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroAB100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

A-B	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,488	0,636	0,500	0,431	0,389	0,426	0,520	0,879
MOIVA	0,381	0	0,491	0,333	0,490	0,407	0,389	0,600	0,879
NSDE1	0,238	0,302	0	0,271	0,255	0,389	0,259	0,380	0,966
NSDE2	0,333	0,558	0,436	0	0,353	0,389	0,389	0,460	0,931
NSDE3	0,452	0,349	0,618	0,396	0	0,500	0,407	0,380	0,931
NSPSO1	0,333	0,372	0,509	0,521	0,333	0	0,370	0,600	0,948
NSPSO2	0,381	0,302	0,527	0,438	0,431	0,463	0	0,440	0,966
NSPSO3	0,167	0,302	0,436	0,479	0,275	0,241	0,296	0	0,897
NSGA II	0,071	0,116	0,018	0,042	0	0,019	0	0,060	0

Πίνακας 5.14: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroAC100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

A-C	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,432	0,488	0,404	0,468	0,340	0,214	0,449	0,873
MOIVA	0,234	0	0,465	0,340	0,340	0,234	0,167	0,408	0,800
NSDE1	0,255	0,295	0	0,255	0,277	0,213	0,071	0,265	0,836
NSDE2	0,340	0,409	0,605	0	0,468	0,468	0,357	0,510	0,855
NSDE3	0,277	0,386	0,488	0,362	0	0,170	0,214	0,429	0,855
NSPSO1	0,319	0,455	0,512	0,362	0,426	0	0,214	0,551	0,909
NSPSO2	0,447	0,591	0,674	0,468	0,660	0,511	0	0,571	0,909
NSPSO3	0,319	0,455	0,512	0,340	0,340	0,362	0,286	0	0,891
NSGA II	0,021	0,023	0,047	0,021	0,064	0	0	0,041	0

Πίνακας 5.15: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroAD100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

A-D	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,414	0,531	0,438	0,452	0,418	0,327	0,435	0,947
MOIVA	0,446	0	0,571	0,479	0,500	0,597	0,423	0,261	0,912
NSDE1	0,339	0,224	0	0,208	0,429	0,313	0,327	0,239	0,877
NSDE2	0,321	0,310	0,367	0	0,500	0,328	0,346	0,283	0,895
NSDE3	0,339	0,379	0,531	0,417	0	0,418	0,385	0,370	0,842
NSPSO1	0,357	0,241	0,510	0,375	0,429	0	0,404	0,283	0,877
NSPSO2	0,429	0,328	0,551	0,500	0,452	0,552	0	0,413	0,912
NSPSO3	0,464	0,431	0,490	0,500	0,500	0,567	0,481	0	0,895
NSGA II	0	0,052	0,122	0,104	0,095	0,030	0,019	0,022	0

5.6.2 Αποτελέσματα για το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Delivery Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MADRFCVRP)

Στη συνέχεια παρατίθενται τα αποτελέσματα των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων για το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της

Πίνακας 5.16: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroAE100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

A-E	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,550	0,278	0,333	0,423	0,222	0,644	0,600	0,872
MOIVA	0,385	0	0,222	0,242	0,288	0,289	0,610	0,400	0,915
NSDE1	0,436	0,625	0	0,394	0,462	0,289	0,593	0,511	0,936
NSDE2	0,513	0,600	0,528	0	0,385	0,311	0,661	0,622	1,000
NSDE3	0,308	0,700	0,500	0,455	0	0,267	0,525	0,511	0,979
NSPSO1	0,385	0,600	0,444	0,515	0,538	0	0,746	0,622	0,936
NSPSO2	0,179	0,300	0,167	0,091	0,288	0,222	0	0,400	0,830
NSPSO3	0,179	0,425	0,167	0,182	0,288	0,089	0,492	0	0,915
NSGA II	0,026	0	0,028	0	0	0	0,034	0	0

Πίνακας 5.17: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBC100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

B-C	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,512	0,420	0,432	0,538	0,386	0,375	0,571	0,824
MOIVA	0,239	0	0,260	0,409	0,442	0,227	0,339	0,306	0,838
NSDE1	0,413	0,395	0	0,523	0,596	0,364	0,357	0,469	0,853
NSDE2	0,261	0,465	0,320	0	0,462	0,159	0,232	0,367	0,809
NSDE3	0,261	0,442	0,240	0,273	0	0,273	0,196	0,265	0,824
NSPSO1	0,413	0,674	0,600	0,727	0,577	0	0,607	0,592	0,926
NSPSO2	0,283	0,558	0,420	0,500	0,519	0,273	0	0,429	0,926
NSPSO3	0,261	0,512	0,460	0,545	0,500	0,273	0,536	0	0,912
NSGA II	0,043	0,093	0,140	0,068	0,019	0	0	0,020	0

Πίνακας 5.18: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBD100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

B-D	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,469	0,256	0,413	0,450	0,393	0,365	0,261	0,803
MOIVA	0,490	0	0,282	0,304	0,425	0,518	0,346	0,239	0,902
NSDE1	0,429	0,449	0	0,522	0,450	0,464	0,346	0,391	0,934
NSDE2	0,429	0,510	0,410	0	0,425	0,446	0,442	0,348	0,885
NSDE3	0,408	0,408	0,308	0,261	0	0,357	0,173	0,261	0,820
NSPSO1	0,408	0,429	0,282	0,478	0,375	0	0,385	0,370	0,902
NSPSO2	0,510	0,551	0,333	0,478	0,400	0,464	0	0,370	0,934
NSPSO3	0,449	0,469	0,359	0,500	0,525	0,500	0,346	0	0,902
NSGA II	0,061	0,061	0	0,043	0,050	0,018	0,019	0,022	0

Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής και αναλύονται ανά κατηγορίες αλγορίθμων αλλά και συνολικά.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSDE (PMS-NSDE1, PMS-NSDE2 και PMS-NSDE3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Πίνακας 5.19: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBE100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

B-E	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,717	0,563	0,458	0,440	0,630	0,523	0,630	0,840
MOIVA	0,360	0	0,500	0,169	0,260	0,204	0,227	0,389	0,660
NSDE1	0,340	0,457	0	0,390	0,500	0,500	0,477	0,481	0,720
NSDE2	0,400	0,674	0,521	0	0,260	0,593	0,500	0,481	0,740
NSDE3	0,380	0,696	0,438	0,508	0	0,648	0,523	0,611	0,820
NSPSO1	0,260	0,543	0,417	0,220	0,240	0	0,341	0,500	0,760
NSPSO2	0,380	0,739	0,458	0,458	0,360	0,481	0	0,648	0,740
NSPSO3	0,140	0,391	0,375	0,356	0,260	0,333	0,250	0	0,720
NSGA II	0,100	0,348	0,250	0,220	0,100	0,259	0,250	0,278	0

Πίνακας 5.20: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroCD100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

C-D	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,510	0,596	0,678	0,769	0,220	0,750	0,622	0,960
MOIVA	0,297	0	0,442	0,627	0,635	0,317	0,450	0,541	0,900
NSDE1	0,162	0,314	0	0,542	0,731	0,220	0,300	0,297	0,940
NSDE2	0,189	0,216	0,346	0	0,462	0,146	0,300	0,297	0,960
NSDE3	0,162	0,196	0,231	0,492	0	0,195	0,150	0,351	0,920
NSPSO1	0,405	0,510	0,615	0,746	0,788	0	0,575	0,514	0,980
NSPSO2	0,297	0,333	0,519	0,559	0,654	0,317	0	0,405	0,900
NSPSO3	0,297	0,275	0,500	0,593	0,692	0,341	0,350	0	0,900
NSGA II	0	0,020	0,038	0	0,058	0	0,075	0,108	0

Πίνακας 5.21: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroCE100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

C-E	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,432	0,667	0,419	0,400	0,549	0,392	0,543	0,909
MOIVA	0,321	0	0,451	0,256	0,225	0,412	0,451	0,522	0,818
NSDE1	0,189	0,432	0	0,465	0,275	0,471	0,196	0,435	0,800
NSDE2	0,377	0,591	0,549	0	0,475	0,451	0,549	0,630	0,927
NSDE3	0,396	0,614	0,549	0,488	0	0,490	0,314	0,565	0,818
NSPSO1	0,283	0,341	0,392	0,349	0,450	0	0,451	0,630	0,945
NSPSO2	0,547	0,477	0,784	0,558	0,600	0,627	0	0,565	0,945
NSPSO3	0,434	0,386	0,706	0,465	0,500	0,431	0,451	0	0,855
NSGA II	0	0,045	0,235	0	0,075	0	0	0,043	0

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.23).

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.24) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

Πίνακας 5.22: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroDE100par3 για το πρόβλημα MSDR-FCVRP.

D-E	Πρόβλημα: MSDRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,391	0,619	0,592	0,396	0,408	0,435	0,441	0,926
MOIVA	0,489	0	0,540	0,571	0,542	0,388	0,478	0,525	0,926
NSDE1	0,178	0,348	0	0,367	0,292	0,143	0,283	0,390	0,852
NSDE2	0,111	0,196	0,492	0	0,250	0,245	0,283	0,373	0,870
NSDE3	0,356	0,196	0,413	0,429	0	0,306	0,348	0,475	0,926
NSPSO1	0,333	0,457	0,794	0,510	0,583	0	0,587	0,644	0,963
NSPSO2	0,400	0,413	0,381	0,551	0,521	0,286	0	0,559	0,907
NSPSO3	0,311	0,283	0,508	0,367	0,438	0,306	0,283	0	0,944
NSGA II	0	0,087	0,032	0,041	0,042	0	0,043	0	0

Πίνακας 5.23: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MADR-FCVRP.

Πρόβλημα: MADRFCVRP												
Παράδειγματα	PMS-NSDE1			PMS-NSDE2			PMS-NSDE3			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B-CD	<u>46</u>	577.99	0.65	37	582.07	0.70	36	596.81	0.54	54	578.84	0.60
A-C-BD	45	604.90	0.71	<u>50</u>	609.60	0.49	<u>50</u>	602.51	0.70	56	591.93	0.60
A-D-BE	48	586.83	0.79	44	579.71	0.62	39	612.26	0.65	43	603.98	0.63
A-E-BD	44	585.43	0.71	<u>51</u>	592.32	0.63	49	602.16	0.70	58	594.59	0.70
B-C-AD	<u>46</u>	586.36	0.64	44	596.16	0.63	42	601.53	0.60	57	595.61	0.68
B-D-AC	54	589.29	0.616	49	574.38	0.63	63	592.42	0.64	55	608.36	0.623
B-E-AD	44	572.54	0.60	<u>51</u>	584.35	0.65	40	584.13	0.50	57	560.85	0.56
C-D-AE	<u>51</u>	570.63	0.66	48	584.78	0.54	45	590.64	0.68	52	569.04	0.64
C-E-AB	40	584.51	0.69	40	589.07	0.59	<u>45</u>	574.86	0.58	49	572.14	0.51
D-E-BC	<u>43</u>	584.14	0.72	37	597.06	0.55	<u>43</u>	580.91	0.54	51	568.55	0.59

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.23 μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι υπάρχουν αρκετές ομοιότητες με τα συμπεράσματα του προηγούμενου προβλήματος αλλά και κάποιες διαφορές. Όπως και στην αντίστοιχη σύγκριση των αλγορίθμων του προηγούμενου προβλήματος φαίνεται, και πάλι, να παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα ο PMS-NSGA II όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε σχέση με τους άλλους συγκρινόμενους αλγορίθμους όπως επίσης, αντίστοιχα με το προηγούμενο πρόβλημα, φαίνεται ο PMS-NSDE3 είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k . Σε αντίθεση με το προηγούμενο πρόβλημα, όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ φαίνεται να παρουσιάζουν ισάξια καλή επίδοση και λίγο καλύτερη από τους υπόλοιπους συγκρινόμενους αλγορίθμους οι αλγόριθμοι PMS-NSDE2 και PMS-

Πίνακας 5.24: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MADRFCVRP.

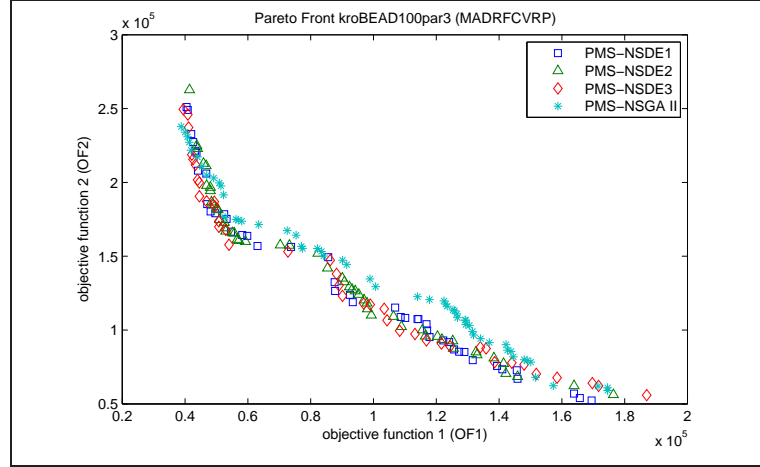
Πρόβλημα: MADRFCVRP									
A-B-CD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	B-D-AC	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,162	0,222	0,630	NSDE1	0	0,531	0,460	0,818
NSDE2	0,609	0	0,444	0,759	NSDE2	0,296	0	0,254	0,764
NSDE3	0,652	0,486	0	0,796	NSDE3	0,370	0,510	0	0,727
NSGA II	0,065	0,135	0,111	0	NSGA II	0,056	0,102	0,159	0
A-C-BD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	B-E-AD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,380	0,600	0,786	NSDE1	0	0,569	0,325	0,772
NSDE2	0,533	0	0,600	0,768	NSDE2	0,273	0	0,275	0,719
NSDE3	0,400	0,280	0	0,679	NSDE3	0,523	0,588	0	0,807
NSGA II	0,067	0,160	0,120	0	NSGA II	0,091	0,098	0,175	0
A-D-BE	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	C-D-AE	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,273	0,231	0,907	NSDE1	0	0,292	0,400	0,923
NSDE2	0,417	0	0,538	0,977	NSDE2	0,392	0	0,356	0,827
NSDE3	0,500	0,318	0	0,907	NSDE3	0,471	0,479	0	0,846
NSGA II	0,042	0	0,128	0	NSGA II	0,020	0,021	0,089	0
A-E-BD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	C-E-AB	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,275	0,429	0,655	NSDE1	0	0,275	0,378	0,653
NSDE2	0,659	0	0,633	0,707	NSDE2	0,350	0	0,311	0,898
NSDE3	0,295	0,216	0	0,569	NSDE3	0,350	0,500	0	0,837
NSGA II	0,182	0,118	0,122	0	NSGA II	0,100	0,075	0,089	0
B-C-AD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	D-E-BC	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,500	0,524	0,860	NSDE1	0	0,270	0,209	0,745
NSDE2	0,348	0	0,310	0,895	NSDE2	0,558	0	0,395	0,863
NSDE3	0,435	0,455	0	0,825	NSDE3	0,581	0,378	0	0,843
NSGA II	0,022	0,023	0	0	NSGA II	0,070	0,027	0,070	0

NSDE3. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του μέτρου C του Πίνακα 5.24 για τους συγκρινόμενους αλγορίθμους, τα αποτελέσματα των τριών PMS-NSDEs αλγορίθμων είναι εξίσου ικανοποιητικά με αυτά του προηγούμενου προβλήματος με την μόνη διαφορά να είναι το γεγονός ότι αυτή τη φορά ο PMS-NSDE2 υπερτερεί σε περισσότερα παραδείγματα. Παρόλα αυτά, όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα, ο PMS-NSGA II δεν κατάφερε να υπερισχύσει στα αποτελέσματα των άλλων αλγορίθμων σε κανένα παράδειγμα.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-NSDEs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.23 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSDE1 εξακολουθεί να είναι πιο αποτελεσματικός όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων, όπως ακριβώς συνέβη στο προηγούμενο πρόβλημα. Σε αντίθεση με τα αποτελέσματα του προηγούμενου συμμετρικού προβλήματος, ο PMS-NSDE3 υπερτερεί των άλλων δύο αλγορίθμων στα μέτρα αποτελεσματικότητας M_k και Δ . Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.24 για τους συγκρινόμενους αλγορίθμους, ο PMS-NSDE2 υπερτερεί των άλλων δύο αλγορίθμων στα μισά από τα παραδείγματα.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.17 και Σχήμα 5.18).



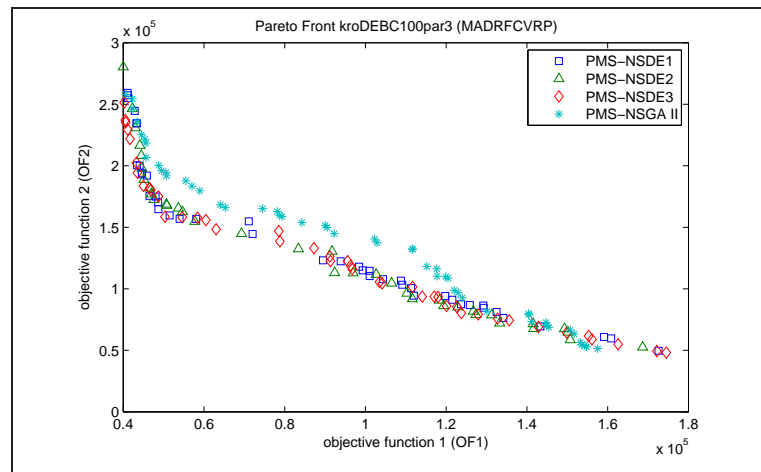
Σχήμα 5.17: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBEAD100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSPSO (PMS-NSPSO1, PMS-NSPSO2 και PMS-NSPSO3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.25).

Πίνακας 5.25: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MADRFCVRP.

Παράδειγματα	PMS-NSPSO1			PMS-NSPSO2			PMS-NSPSO3			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B-CD	<u>49</u>	595,72	0,61	45	595,83	0,58	45	579,63	0,54	54	578,84	0,60
A-C-BD	<u>50</u>	580,59	0,70	41	592,76	0,62	37	588,55	0,72	56	591,93	0,60
A-D-BE	48	604,54	0,63	52	603,29	0,70	45	591,08	0,57	43	603,98	0,63
A-E-BD	45	600,40	0,62	<u>57</u>	600,12	0,77	50	595,31	0,63	58	594,59	0,70
B-C-AD	<u>49</u>	586,12	0,51	<u>49</u>	594,02	0,55	47	586,92	0,75	57	595,61	0,68
B-D-AC	<u>54</u>	592,65	0,67	50	582,08	0,71	39	578,81	0,60	55	608,36	0,623
B-E-AD	<u>47</u>	572,16	0,58	39	603,77	0,67	41	562,02	0,66	57	560,85	0,56
C-D-AE	42	593,40	0,65	<u>49</u>	605,74	0,72	47	571,91	0,57	52	569,04	0,64
C-E-AB	42	588,09	0,72	48	594,22	0,65	46	598,69	0,72	49	572,14	0,51
D-E-BC	59	559,43	0,72	34	577,43	0,73	46	556,40	0,63	51	568,55	0,59



Σχήμα 5.18: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroDEBC100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.26) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

Πίνακας 5.26: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MADRFCVRP.

Πρόβλημα: MADRFCVRP									
A-B-CD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	B-D-AC	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,222	0,267	0,648	NSPSO1	0	0,440	0,128	0,764
NSPSO2	0,592	0	0,289	0,667	NSPSO2	0,537	0	0,256	0,764
NSPSO3	0,510	0,400	0	0,704	NSPSO3	0,593	0,720	0	0,855
NSGA II	0,143	0,133	0,133	0	NSGA II	0,037	0,040	0,026	0
A-C-BD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	B-E-AD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,537	0,432	0,893	NSPSO1	0	0,436	0,171	0,807
NSPSO2	0,420	0	0,514	0,768	NSPSO2	0,383	0	0,317	0,754
NSPSO3	0,400	0,317	0	0,857	NSPSO3	0,723	0,692	0	0,877
NSGA II	0,040	0,171	0,054	0	NSGA II	0,064	0,231	0,122	0
A-D-BE	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	C-D-AE	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,462	0,578	0,860	NSPSO1	0	0,510	0,489	0,769
NSPSO2	0,333	0	0,333	0,860	NSPSO2	0,452	0	0,319	0,788
NSPSO3	0,375	0,500	0	0,814	NSPSO3	0,500	0,694	0	0,846
NSGA II	0,021	0,058	0,044	0	NSGA II	0,167	0,224	0,043	0
A-E-BD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	C-E-AB	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,491	0,360	0,741	NSPSO1	0	0,417	0,457	0,735
NSPSO2	0,400	0	0,240	0,690	NSPSO2	0,476	0	0,478	0,714
NSPSO3	0,511	0,649	0	0,845	NSPSO3	0,357	0,354	0	0,796
NSGA II	0,111	0,088	0,060	0	NSGA II	0,143	0,083	0,065	0
B-C-AD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	D-E-BC	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,551	0,489	0,947	NSPSO1	0	0,412	0,478	0,882
NSPSO2	0,286	0	0,298	0,789	NSPSO2	0,475	0	0,478	0,745
NSPSO3	0,388	0,510	0	0,947	NSPSO3	0,475	0,412	0	0,843
NSGA II	0	0,143	0,021	0	NSGA II	0,034	0,059	0,087	0

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

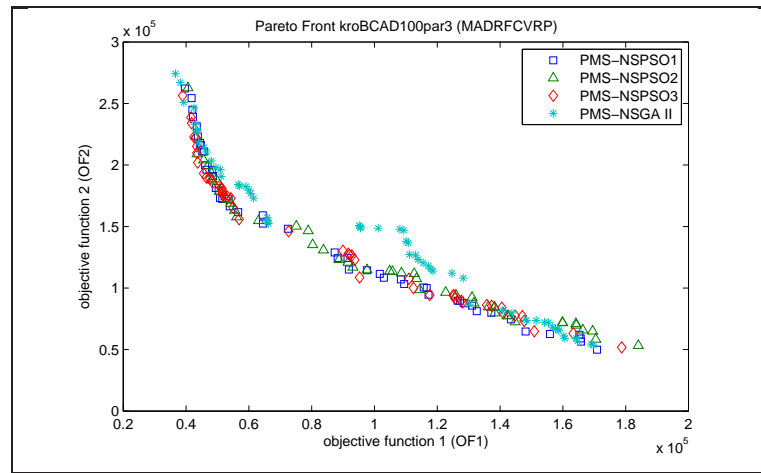
Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.25 μπορεί να διαπιστωθεί ότι, για μια ακόμα φορά ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Παρόλα αυτά, σε αντίθεση με το προηγούμενο πρόβλημα, ο PMS-NSPSO2 είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους άλλους συγκρινόμενους αλγόριθμους για το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k στα μισά παραδείγματα ενώ οι PMS-NSGA II και PMS-NSPSO3 είναι ισάξια αποτελεσματικοί και λίγο αποτελεσματικότεροι από τους άλλους δύο αλγόριθμους όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Όσον αφορά τα αποτελέσματα του μέτρου αποτελεσματικότητας C του Πίνακα 5.26 για τους συγκρινόμενους αλγόριθμους, τα αποτελέσματα των τριών PMS-NSPSOs αλγορίθμων είναι εξίσου ικανοποιητικά με αυτά του προηγούμενου προβλήματος με την μόνη διαφορά να είναι το γεγονός ότι αυτή τη φορά ο PMS-NSPSO3 είναι πιο αποτελεσματικός σε περισσότερα παραδείγματα σε σχέση με τα αποτελέσματα του προηγούμενου προβλήματος όπου είχε τη λιγότερο ικανοποιητική επίδοση σε σχέση με τους άλλους δύο PMS-NSPSOs αλγόριθμους. Παρόλα αυτά, όπως και σε όλες τις προηγούμενες συγκρίσεις, ο PMS-NSGA II δεν κατάφερε να υπερισχύσει στα αποτελέσματα των άλλων αλγορίθμων σε κανένα παράδειγμα.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-NSPSOs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.25 μπορεί να παρατηρηθεί ότι ο PMS-NSPSO1 εξακολουθεί να έχει εξίσου καλή επίδοση σε σχέση με τους άλλους αλγόριθμους, αντίστοιχα με αυτή που είχε στο προηγούμενο πρόβλημα. Παρόλα αυτά, σε αντίθεση με τα αποτελέσματα του προηγούμενου προβλήματος, ο αλγόριθμος PMS-NSPSO2 υπερτερεί σε σχέση με τους άλλους δύο αλγόριθμους σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k και ο PMS-NSPSO3 υπερτερεί σε σχέση με τους άλλους δύο όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.26 για τους συγκρινόμενους αλγόριθμους, ο PMS-NSPSO3 είναι πιο αποτελεσματικός σε πέντε παραδείγματα και ακολουθεί ο PMS-NSPSO1 και ο PMS-NSPSO2 όπου είναι πιο αποτελεσματικοί σε τρία και δύο παραδείγματα, αντίστοιχα.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθ-

μων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.19 και Σχήμα 5.20).



Σχήμα 5.19: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBCAD100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.

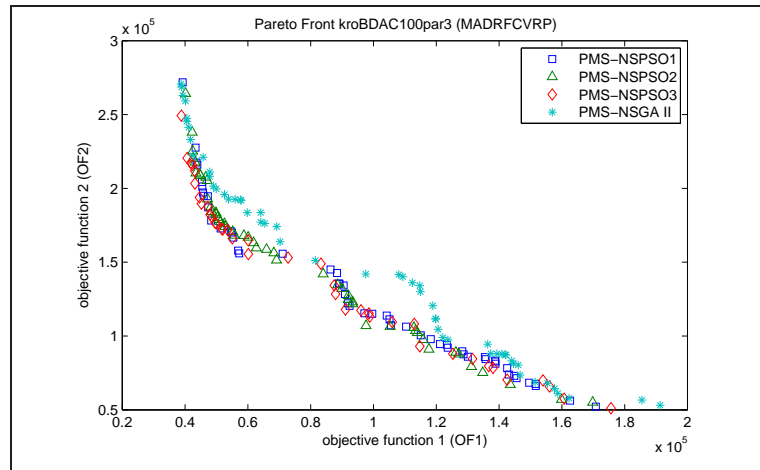
- Σύγκριση των αποτελεσμάτων του PMS-MOCSA και του PMS-MOIVA με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.27).

Πίνακας 5.27: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MADRFCVRP.

Παραδείγματα	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	PMS-MOCSA			PMS-MOIVA			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B-CD	47	581,52	0,61	45	603,46	0,56	54	578,84	0,60
A-C-BD	42	587,52	0,663	44	595,23	0,662	56	591,93	0,60
A-D-BE	44	591,47	0,61	50	599,23	0,59	43	603,98	0,63
A-E-BD	38	601,99	0,68	43	601,54	0,51	58	594,59	0,70
B-C-AD	50	570,57	0,48	44	579,09	0,71	57	595,61	0,68
B-D-AC	40	590,87	0,66	42	584,53	0,63	55	608,36	0,62
B-E-AD	48	574,41	0,52	46	573,37	0,58	57	560,85	0,56
C-D-AE	43	572,25	0,636	41	601,48	0,67	52	569,04	0,642
C-E-AB	52	587,77	0,60	45	565,94	0,70	49	572,14	0,51
D-E-BC	47	596,14	0,72	35	556,96	0,585	51	568,55	0,593

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.28) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .



Σχήμα 5.20: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBDAC100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.

Πίνακας 5.28: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MADRFCVRP.

Πρόβλημα: MADRFCVRP								
A-B-CD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	B-D-AC	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,267	0,704	PMS-MOCSA	0	0,381	0,818	
PMS-MOIVA	0,511	0	0,759	PMS-MOIVA	0,425	0	0,782	
PMS-NSGA II	0,043	0,044	0	PMS-NSGA II	0,075	0,048	0	
A-C-BD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	B-E-AD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,364	0,661	PMS-MOCSA	0	0,348	0,860	
PMS-MOIVA	0,429	0	0,821	PMS-MOIVA	0,417	0	0,825	
PMS-NSGA II	0,143	0,068	0	PMS-NSGA II	0,083	0,065	0	
A-D-BE	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	C-D-AE	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,540	0,884	PMS-MOCSA	0	0,537	0,846	
PMS-MOIVA	0,341	0	0,814	PMS-MOIVA	0,302	0	0,808	
PMS-NSGA II	0,023	0,040	0	PMS-NSGA II	0,116	0,049	0	
A-E-BD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	C-E-AB	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,395	0,724	PMS-MOCSA	0	0,444	0,755	
PMS-MOIVA	0,553	0	0,810	PMS-MOIVA	0,558	0	0,735	
PMS-NSGA II	0,105	0,023	0	PMS-NSGA II	0,058	0,111	0	
B-C-AD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	D-E-BC	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	
PMS-MOCSA	0	0,614	0,965	PMS-MOCSA	0	0,171	0,706	
PMS-MOIVA	0,320	0	0,789	PMS-MOIVA	0,787	0	0,882	
PMS-NSGA II	0	0	0	PMS-NSGA II	0,128	0	0	

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.27 διαπιστώνεται ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό

των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L), όπως ακριβώς συνέβη και στο προηγούμενο πρόβλημα. Καλύτερη επίδοση, όπως ακριβώς συνέβη και με το προηγούμενο πρόβλημα, είχε ο αλγόριθμος PMS-MOIVA όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Σε αντίθεση με το προηγούμενο πρόβλημα, ο αλγόριθμος PMS-MOCSA είναι πιο αποτελεσματικός από τον PMS-MOIVA όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k . Όσον αφορά τα αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C , του Πίνακα 5.28 για τους συγκρινόμενους αλγορίθμους, σε αντίθεση με το προηγούμενο πρόβλημα, αυτή τη φορά ο PMS-MOIVA υπερτερεί σε επτά παραδείγματα και ο PMS-MOCSA υπερτερεί σε τρία παραδείγματα. Έχουμε δηλαδή τα ακριβώς αντίθετα αποτελέσματα από το συμμετρικό πρόβλημα. Για ακόμα μια σύγκριση αλγορίθμων, οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις του PMS-NSGA II δεν κατάφεραν να κυριαρχήσουν σε μεγάλο ποσοστό των λύσεων των δύο αλγορίθμων της κατηγορίας των τεχνητών ανοσοποιητικών συστημάτων σε κανένα παράδειγμα.

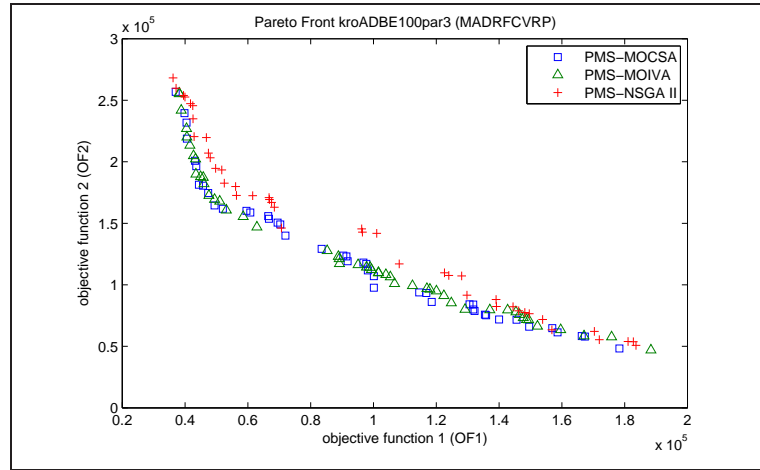
- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-MOCSA και PMS-MOIVA μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.27 μπορεί να διαπιστωθεί ότι, σε αντίθεση με το προηγούμενο πρόβλημα, ο PMS-MOCSA είναι πιο αποτελεσματικός όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας L σε σχέση με τον PMS-MOIVA. Για το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k , όπως συνέβη και στο προηγούμενο πρόβλημα, οι δύο αλγόριθμοι υπερисχύουν ο ένας στον άλλο σε ίσο αριθμό παραδειγμάτων. Επίσης, για το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ , ο αλγόριθμος PMS-MOIVA εξακολουθεί να έχει το ίδιο αξιόλογο επίδοση όπως στο προηγούμενο πρόβλημα, και ελάχιστα καλύτερη από τον PMS-MOCSA. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.28 για τους συγκρινόμενους αλγορίθμους, ο PMS-MOIVA είναι αισθητά πιο αποτελεσματικός από τον αλγόριθμο PMS-MOCSA.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.21 και Σχήμα 5.22).

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων όλων των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα των αλγορίθμων για τα τρία πρώτα μέτρα αποτελεσματικότητας που αναγράφονται στους Πίνακες 5.23, 5.25

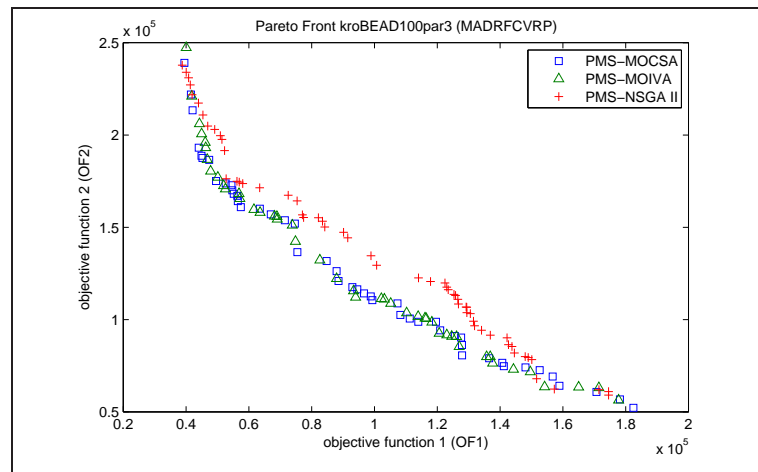


Σχήμα 5.21: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroADBE100par3 του προβλήματος MADRFVRP.

και 5.27 μπορεί να διαπιστωθεί ότι όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας L ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα. Λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k ο αλγόριθμος PMS-NSDE3 εξακολουθεί να είναι ελάχιστα πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους, όπως ακριβώς συνέβη και στο προηγούμενο συμμετρικό πρόβλημα. Όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ , σε αντίθεση αυτή τη φορά με το προηγούμενο πρόβλημα, οι αλγόριθμοι PMS-NSDE2 και PMS-NSPSO3 είναι εξίσου αποτελεσματικοί και υπερτερούν σε τρία παραδείγματα έκαστος σε σχέση με τους άλλους αλγορίθμους που υπερτερούν σε ένα ή σε κανένα παράδειγμα.

Στους επόμενους πίνακες (Πίνακας 5.29 - Πίνακας 5.38) περιέχονται τα αποτελέσματα όλων των αλγορίθμων για το μέτρο αποτελεσματικότητας C . Σύμφωνα με τους πίνακες οι αλγόριθμοι PMS-MOIVA και PMS-NSPSO3 είναι ισάξια αποτελεσματικοί και υπερτερούν σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους.

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα αποτελέσματα που εξήγαγαν οι αλγόριθμοι και από τα δύο πολυαντικειμενικά προβλήματα διανομής, μπορούμε να επιβεβαιώσουμε ότι όλοι οι αλγόριθμοι με την χρήση της προτεινόμενης μεθόδου τοπικής αναζήτησης και με την χρήση της παράλληλης πολυεναρκτήριας μεθόδου, κατάφεραν να ικανοποιήσουν τους στόχους που είχαν τεθεί από το ξεκίνημα της



Σχήμα 5.22: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBEAD100par3 του προβλήματος MADRFCVRP.

Πίνακας 5.29: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroABCD100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

A-B-CD	Πρόβλημα: MADRFCVRP									
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	
MOCSA	0	0,267	0,609	0,351	0,389	0,469	0,400	0,422	0,704	
MOIVA	0,511	0	0,717	0,486	0,556	0,653	0,556	0,556	0,759	
NSDE1	0,277	0,133	0	0,162	0,222	0,367	0,222	0,267	0,630	
NSDE2	0,574	0,267	0,609	0	0,444	0,612	0,244	0,444	0,759	
NSDE3	0,532	0,311	0,652	0,486	0	0,592	0,489	0,422	0,796	
NSPSO1	0,255	0,111	0,435	0,270	0,333	0	0,222	0,267	0,648	
NSPSO2	0,489	0,200	0,630	0,432	0,361	0,592	0	0,289	0,667	
NSPSO3	0,383	0,178	0,522	0,486	0,444	0,510	0,400	0	0,704	
NSGA II	0,043	0,044	0,065	0,135	0,111	0,143	0,133	0,133	0	

έρευνας μας. Παρόλα αυτά, κάποιοι από τους αλγορίθμους φαίνεται να έχουν και στα δύο πολυαντικειμενικά προβλήματα διανομής καλύτερη επίδοση σε σχέση με τους άλλους αλγορίθμους σε κάποια μέτρα αποτελεσματικότητας. Πιο συγκεκριμένα, ο PMS-NSGA II μπορεί να παράξει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις αλλά παρόλα αυτά οι λύσεις αυτές δεν μπορούν εύκολα να κυριαρχήσουν σε μεγάλο ποσοστό στις μη-κυριαρχούμενες λύσεις των άλλων αλγορίθμων. Επίσης, από τη σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων PMS-NSDEs φαίνεται ότι ο PMS-NSDE1 μπορεί να παράξει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις αλλά παρόλα αυτά δεν υπερτερεί σε σχέση με κανέναν αλγόριθμο όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας C . Μία ακό-

Πίνακας 5.30: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγόριθμους για το παράδειγμα kroACBD100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

A-C-BD	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,364	0,489	0,340	0,480	0,200	0,317	0,486	0,661
MOIVA	0,429	0	0,556	0,540	0,640	0,320	0,341	0,459	0,821
NSDE1	0,476	0,409	0	0,380	0,600	0,340	0,317	0,351	0,786
NSDE2	0,357	0,386	0,533	0	0,600	0,300	0,341	0,405	0,768
NSDE3	0,286	0,295	0,400	0,280	0	0,200	0,171	0,378	0,679
NSPSO1	0,548	0,318	0,511	0,540	0,740	0	0,537	0,432	0,893
NSPSO2	0,548	0,432	0,600	0,440	0,660	0,420	0	0,514	0,768
NSPSO3	0,548	0,409	0,600	0,440	0,720	0,400	0,317	0	0,857
NSGA II	0,143	0,068	0,067	0,160	0,120	0,040	0,171	0,054	0

Πίνακας 5.31: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγόριθμους για το παράδειγμα kroADBE100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

A-D-BE	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,540	0,396	0,364	0,308	0,396	0,654	0,511	0,884
MOIVA	0,341	0	0,292	0,386	0,231	0,375	0,385	0,378	0,814
NSDE1	0,273	0,360	0	0,273	0,231	0,271	0,404	0,400	0,907
NSDE2	0,523	0,580	0,417	0	0,538	0,500	0,538	0,622	0,977
NSDE3	0,386	0,580	0,500	0,318	0	0,417	0,558	0,578	0,907
NSPSO1	0,273	0,540	0,438	0,341	0,359	0	0,462	0,578	0,860
NSPSO2	0,227	0,300	0,229	0,227	0,205	0,333	0	0,333	0,860
NSPSO3	0,364	0,400	0,458	0,386	0,333	0,375	0,500	0	0,814
NSGA II	0,023	0,040	0,042	0	0,128	0,021	0,058	0,044	0

Πίνακας 5.32: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγόριθμους για το παράδειγμα kroAEBD100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

A-E-BD	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,395	0,614	0,490	0,531	0,356	0,596	0,440	0,724
MOIVA	0,553	0	0,591	0,490	0,653	0,533	0,684	0,420	0,810
NSDE1	0,289	0,302	0	0,275	0,429	0,356	0,456	0,360	0,655
NSDE2	0,447	0,465	0,659	0	0,633	0,511	0,596	0,340	0,707
NSDE3	0,158	0,256	0,295	0,216	0	0,289	0,456	0,300	0,569
NSPSO1	0,474	0,256	0,500	0,451	0,551	0	0,491	0,360	0,741
NSPSO2	0,368	0,256	0,591	0,412	0,490	0,400	0	0,240	0,690
NSPSO3	0,500	0,465	0,636	0,412	0,633	0,511	0,649	0	0,845
NSGA II	0,105	0,023	0,182	0,118	0,122	0,111	0,088	0,060	0

μα παρατήρηση που θα μπορούσε να γίνει είναι το γεγονός ότι ο αλγόριθμος PMS-NSPSO1 μπόρεσε να παράξει και στα δύο προβλήματα μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε σχέση με τους άλλους δύο αλγόριθμους της αντίστοιχης κατηγορίας. Όσον αφορά τη σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA παρατηρήθηκε ότι και οι δύο αλγόριθμοι είναι ισάζια αποτελεσματικοί όσον αφορά την έκταση των παραγόμενων μετώπων Pa-

Πίνακας 5.33: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBCAD100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

B-C-AD	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,614	0,500	0,659	0,405	0,551	0,633	0,511	0,965
MOIVA	0,320	0	0,239	0,318	0,357	0,306	0,510	0,404	0,789
NSDE1	0,360	0,386	0	0,500	0,524	0,367	0,571	0,553	0,860
NSDE2	0,240	0,364	0,348	0	0,310	0,347	0,490	0,447	0,895
NSDE3	0,360	0,386	0,435	0,455	0	0,367	0,612	0,532	0,825
NSPSO1	0,220	0,523	0,413	0,386	0,333	0	0,551	0,489	0,947
NSPSO2	0,200	0,318	0,261	0,364	0,214	0,286	0	0,298	0,789
NSPSO3	0,400	0,409	0,326	0,432	0,405	0,388	0,510	0	0,947
NSGA II	0	0	0,022	0,023	0	0	0,143	0,021	0

Πίνακας 5.34: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBDAC100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

B-D-AC	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,381	0,463	0,571	0,508	0,556	0,420	0,359	0,818
MOIVA	0,425	0	0,444	0,612	0,476	0,611	0,480	0,308	0,782
NSDE1	0,350	0,262	0	0,531	0,460	0,574	0,360	0,179	0,818
NSDE2	0,350	0,262	0,296	0	0,254	0,333	0,420	0,282	0,764
NSDE3	0,400	0,357	0,370	0,510	0	0,593	0,420	0,256	0,727
NSPSO1	0,375	0,238	0,315	0,469	0,190	0	0,440	0,128	0,764
NSPSO2	0,475	0,381	0,407	0,531	0,365	0,537	0	0,256	0,764
NSPSO3	0,525	0,381	0,500	0,653	0,524	0,593	0,720	0	0,855
NSGA II	0,075	0,048	0,056	0,102	0,159	0,037	0,040	0,026	0

Πίνακας 5.35: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBEAD100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

B-E-AD	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,348	0,591	0,569	0,450	0,681	0,615	0,268	0,860
MOIVA	0,417	0	0,455	0,608	0,425	0,553	0,615	0,268	0,825
NSDE1	0,333	0,217	0	0,569	0,325	0,404	0,385	0,098	0,772
NSDE2	0,313	0,304	0,273	0	0,275	0,383	0,231	0,122	0,719
NSDE3	0,333	0,413	0,523	0,588	0	0,532	0,462	0,220	0,807
NSPSO1	0,125	0,239	0,409	0,569	0,400	0	0,436	0,171	0,807
NSPSO2	0,354	0,391	0,477	0,627	0,400	0,383	0	0,317	0,754
NSPSO3	0,563	0,587	0,705	0,824	0,650	0,723	0,692	0	0,877
NSGA II	0,083	0,065	0,091	0,098	0,175	0,064	0,231	0,122	0

reto τους αλλά παρόλα αυτά και στα δύο προβλήματα ο PMS-MOIVA παράξε μετώπα Pareto με καλύτερη διασπορά στο μεγαλύτερο αριθμό παραδειγμάτων.

Πίνακας 5.36: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroCDAE100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

C-D-AE	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,537	0,451	0,563	0,578	0,571	0,429	0,574	0,846
MOIVA	0,302	0	0,373	0,542	0,444	0,524	0,429	0,489	0,808
NSDE1	0,372	0,317	0	0,292	0,400	0,452	0,571	0,468	0,923
NSDE2	0,326	0,244	0,392	0	0,356	0,405	0,571	0,319	0,827
NSDE3	0,372	0,415	0,471	0,479	0	0,548	0,592	0,426	0,846
NSPSO1	0,349	0,415	0,412	0,417	0,356	0	0,510	0,489	0,769
NSPSO2	0,395	0,537	0,412	0,521	0,378	0,452	0	0,319	0,788
NSPSO3	0,372	0,366	0,392	0,500	0,444	0,500	0,694	0	0,846
NSGA II	0,116	0,049	0,020	0,021	0,089	0,167	0,224	0,043	0

Πίνακας 5.37: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroCEAB100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

C-E-AB	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,444	0,350	0,250	0,289	0,381	0,375	0,391	0,755
MOIVA	0,558	0	0,425	0,375	0,356	0,429	0,396	0,500	0,735
NSDE1	0,365	0,444	0	0,275	0,378	0,405	0,313	0,565	0,653
NSDE2	0,577	0,489	0,350	0	0,311	0,476	0,417	0,587	0,898
NSDE3	0,481	0,444	0,350	0,500	0	0,357	0,458	0,565	0,837
NSPSO1	0,365	0,422	0,425	0,400	0,422	0	0,417	0,457	0,735
NSPSO2	0,327	0,533	0,400	0,275	0,400	0,476	0	0,478	0,714
NSPSO3	0,346	0,467	0,375	0,275	0,311	0,357	0,354	0	0,796
NSGA II	0,058	0,111	0,100	0,075	0,089	0,143	0,083	0,065	0

Πίνακας 5.38: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroDEBC100par3 για το πρόβλημα MADRFCVRP.

D-E-BC	Πρόβλημα: MADRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,171	0,372	0,108	0,302	0,407	0,265	0,261	0,706
MOIVA	0,787	0	0,558	0,405	0,442	0,542	0,529	0,587	0,882
NSDE1	0,638	0,257	0	0,270	0,209	0,356	0,412	0,391	0,745
NSDE2	0,723	0,229	0,558	0	0,395	0,559	0,412	0,478	0,863
NSDE3	0,660	0,343	0,581	0,378	0	0,424	0,353	0,543	0,843
NSPSO1	0,745	0,286	0,488	0,432	0,279	0	0,412	0,478	0,882
NSPSO2	0,638	0,171	0,442	0,324	0,302	0,475	0	0,478	0,745
NSPSO3	0,553	0,229	0,488	0,351	0,279	0,475	0,412	0	0,843
NSGA II	0,128	0	0,070	0,027	0,070	0,034	0,059	0,087	0

5.6.3 Αποτελέσματα για το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Symmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MSPRFCVRP)

Στη συνέχεια παρατίθενται τα αποτελέσματα των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων για το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της

Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής και αναλύονται ανά κατηγορίες αλγορίθμων αλλά και συνολικά.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSDE (PMS-NSDE1, PMS-NSDE2 και PMS-NSDE3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.39).

Πίνακας 5.39: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSPRFCVRP.

Παραδείγματα	PMS-NSDE1			Πρόβλημα: MSPRFCVRP PMS-NSDE2			PMS-NSDE3			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B	<u>52</u>	601,07	0,74	43	593,49	0,73	46	608,52	0,63	55	588,31	0,68
A-C	45	589,05	0,70	37	595,05	0,75	<u>46</u>	601,55	<u>0,67</u>	60	586,84	0,62
A-D	46	592,16	0,70	40	590,56	0,68	<u>48</u>	596,19	<u>0,64</u>	60	578,07	0,58
A-E	41	575,09	0,68	44	591,40	<u>0,64</u>	<u>49</u>	<u>598,45</u>	0,72	53	603,91	0,57
B-C	46	581,79	0,76	<u>52</u>	567,17	<u>0,63</u>	47	589,30	0,72	63	581,16	0,55
B-D	47	572,06	0,70	54	<u>583,13</u>	0,70	50	<u>562,45</u>	<u>0,641</u>	51	593,40	0,636
B-E	51	589,09	0,68	<u>53</u>	592,54	0,66	39	604,38	0,62	59	592,66	0,66
C-D	40	583,02	0,71	<u>41</u>	585,14	0,70	40	589,16	<u>0,62</u>	50	561,90	0,61
C-E	45	<u>597,67</u>	0,569	41	589,82	0,568	<u>47</u>	590,05	0,71	48	606,36	0,60
D-E	<u>48</u>	<u>605,37</u>	0,69	45	588,50	<u>0,69</u>	47	604,34	<u>0,65</u>	76	619,66	0,58

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.40) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.39 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II, όπως και στα προηγούμενα δύο προβλήματα, υπερτερεί σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων και σε αντίθεση με τα προηγούμενα προβλήματα έχει καλύτερη επίδοση όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Για ακόμα ένα πρόβλημα επίσης, όπως και στα προηγούμενα δύο προβλήματα, ο PMS-NSDE3 έχει καλύτερη επίδοση όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k . Όσον αφορά τα αποτελέσματα για το μέτρο C του Πίνακα 5.40 οι αλγόριθμοι PMS-NSDE1 και PMS-NSDE2 είναι εξίσου αποτελεσματικοί και αποτελεσματικότεροι από τους άλλους δύο αλγόριθμους σε τέσσερα παραδείγματα έκαστος και ακολουθεί ο PMS-NSDE3 που υπερτερεί στα υπόλοιπα παραδείγματα.

Πίνακας 5.40: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγόριθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSPRFCVRP.

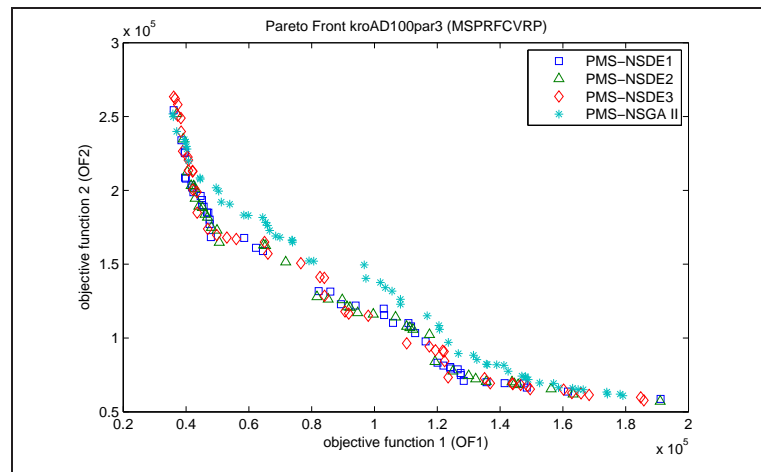
Πρόβλημα: MSPRFCVRP									
A-B	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	B-D	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,442	0,500	0,836	NSDE1	0	0,519	0,580	0,902
NSDE2	0,500	0	0,478	0,945	NSDE2	0,447	0	0,480	0,843
NSDE3	0,346	0,372	0	0,873	NSDE3	0,383	0,315	0	0,804
NSGA II	0,058	0,047	0,087	0	NSGA II	0	0	0,020	0
A-C	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	B-E	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,459	0,500	0,917	NSDE1	0	0,358	0,308	0,814
NSDE2	0,444	0	0,500	0,900	NSDE2	0,549	0	0,590	0,864
NSDE3	0,267	0,297	0	0,867	NSDE3	0,529	0,358	0	0,831
NSGA II	0	0,054	0,109	0	NSGA II	0,059	0,038	0,103	0
A-D	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	C-D	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,350	0,375	0,833	NSDE1	0	0,610	0,550	0,900
NSDE2	0,370	0	0,396	0,833	NSDE2	0,125	0	0,300	0,880
NSDE3	0,543	0,475	0	0,933	NSDE3	0,175	0,512	0	0,820
NSGA II	0,022	0,025	0,104	0	NSGA II	0,025	0,073	0,025	0
A-E	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	C-E	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,568	0,551	0,962	NSDE1	0	0,366	0,426	0,708
NSDE2	0,341	0	0,429	0,887	NSDE2	0,689	0	0,638	0,813
NSDE3	0,341	0,386	0	0,943	NSDE3	0,511	0,171	0	0,667
NSGA II	0	0	0	0	NSGA II	0,156	0,073	0,149	0
B-C	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	D-E	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,462	0,489	0,952	NSDE1	0	0,289	0,404	0,908
NSDE2	0,457	0	0,319	1,000	NSDE2	0,583	0	0,617	0,921
NSDE3	0,543	0,442	0	0,905	NSDE3	0,375	0,267	0	0,908
NSGA II	0	0	0,021	0	NSGA II	0,021	0	0	0

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-NSDEs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.39 μπορεί να διαπιστωθεί ότι για πρώτη φορά, σε αντίθεση με τα προηγούμενα προβλήματα, ο PMS-NSDE2 και ο PMS-NSDE3 είναι ισαξια αποτελεσματικοί σε τέσσερα παραδείγματα έκαστος όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Επίσης ο PMS-NSDE3, όπως ακριβώς συνέβη και στο πρόβλημα MADRFCVRP, είναι πιο αποτελεσματικός λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k και το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.40 οι αλγόριθμοι PMS-NSDE1 και PMS-NSDE2 είναι ισαξια αποτελεσματικοί και υπερτερούν από τον PMS-NSDE3 σε τέσσερα παραδείγματα έκαστος.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.23 και Σχήμα 5.24).

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSPSO (PMS-NSPSO1, PMS-NSPSO2 και PMS-NSPSO3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.



Σχήμα 5.23: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAD100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.41).

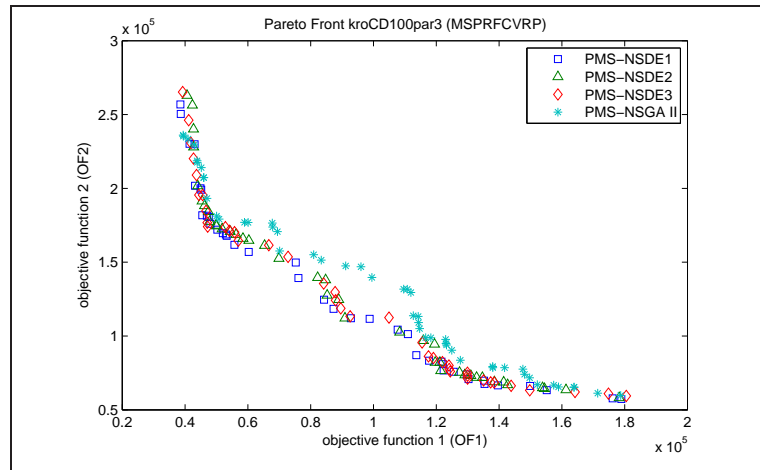
Πίνακας 5.41: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSPRFCVRP.

Παραδείγματα	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	PMS-NSPSO1			PMS-NSPSO2			PMS-NSPSO3		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B	50	609,62	0,59	40	591,18	0,69	57	588,92	0,73
A-C	54	588,94	0,66	48	610,92	0,70	46	608,51	0,77
A-D	48	582,89	0,61	47	562,89	0,69	54	589,19	0,65
A-E	45	587,99	0,79	38	585,07	0,61	54	572,17	0,63
B-C	48	588,67	0,66	35	595,83	0,76	50	576,50	0,75
B-D	40	576,37	0,69	45	585,58	0,59	53	562,95	0,78
B-E	46	598,18	0,73	47	600,96	0,64	47	587,05	0,74
C-D	40	583,84	0,77	37	577,98	0,54	51	582,10	0,76
C-E	62	603,79	0,70	39	601,42	0,59	49	588,47	0,53
D-E	49	590,41	0,70	46	585,19	0,66	51	589,27	0,63
							76	619,66	0,58

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.42) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.41 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελε-



Σχήμα 5.24: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCD100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.

Πίνακας 5.42: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSPRFCVRP.

Πρόβλημα: MSPRFCVRP									
A-B	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	B-D	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,600	0,491	0,964	NSPSO1	0	0,578	0,415	0,902
NSPSO2	0,340	0	0,281	0,909	NSPSO2	0,225	0	0,396	0,804
NSPSO3	0,320	0,575	0	0,909	NSPSO3	0,300	0,489	0	0,902
NSGA II	0,040	0,050	0,018	0	NSGA II	0	0,022	0	0
A-C	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	B-E	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,375	0,500	0,933	NSPSO1	0	0,362	0,447	0,831
NSPSO2	0,481	0	0,435	0,900	NSPSO2	0,435	0	0,468	0,881
NSPSO3	0,519	0,375	0	0,933	NSPSO3	0,391	0,298	0	0,864
NSGA II	0,019	0,083	0,022	0	NSGA II	0,109	0,064	0,021	0
A-D	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	C-D	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,489	0,556	0,900	NSPSO1	0	0,405	0,294	0,840
NSPSO2	0,292	0	0,519	0,817	NSPSO2	0,500	0	0,549	0,840
NSPSO3	0,417	0,426	0	0,833	NSPSO3	0,325	0,297	0	0,880
NSGA II	0,063	0,128	0,148	0	NSGA II	0,075	0,027	0,078	0
A-E	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	C-E	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,368	0,444	0,830	NSPSO1	0	0,231	0,143	0,583
NSPSO2	0,422	0	0,519	0,849	NSPSO2	0,645	0	0,327	0,667
NSPSO3	0,422	0,263	0	0,887	NSPSO3	0,661	0,436	0	0,708
NSGA II	0	0,053	0,037	0	NSGA II	0,226	0,179	0,082	0
B-C	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	D-E	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,343	0,400	0,841	NSPSO1	0	0,457	0,451	0,921
NSPSO2	0,500	0	0,560	0,857	NSPSO2	0,306	0	0,431	0,829
NSPSO3	0,396	0,229	0	0,952	NSPSO3	0,286	0,391	0	0,908
NSGA II	0,021	0,029	0	0	NSGA II	0	0	0	0

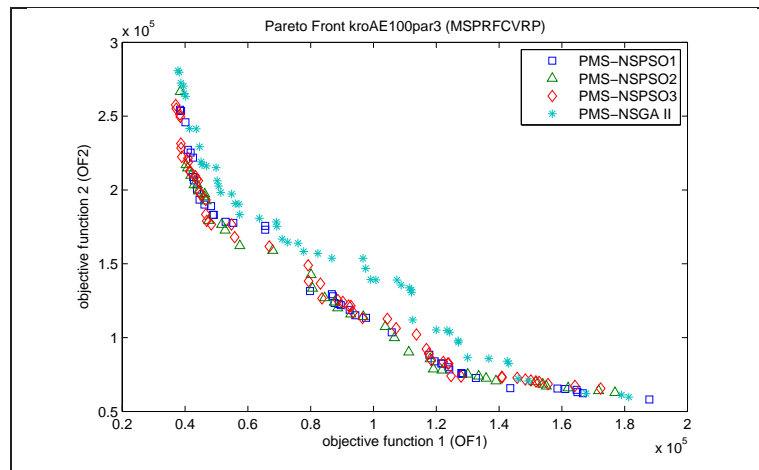
σματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους στα μισά παραδείγματα όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων και όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ όπως ακριβώς συνέβη και στα προηγούμενα προβλήματα διανομής. Επίσης σε αντίθεση με

τα προηγούμενα προβλήματα ο PMS-NSGA II υπερτερεί ελάχιστα από τους άλλους αλγορίθμους όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k . Όσον αφορά τα αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C , του Πίνακα 5.42 για το συμμετρικό πρόβλημα συλλογής (MSPRFCVRP) φαίνεται ότι είναι ακριβώς τα ίδια με τα αποτελέσματα του συμμετρικού προβλήματος διανομής (MSDRFCVRP).

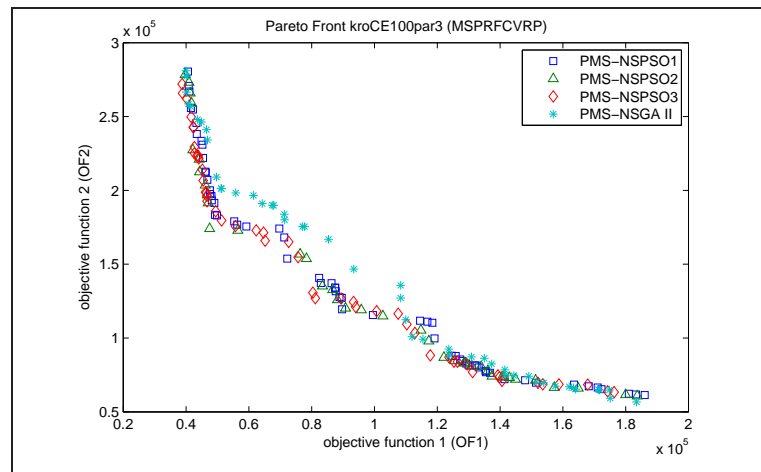
- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-NSPSOs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.41, σε αντίθεση με τα αποτελέσματα όλων των προηγούμενων προβλημάτων ο αλγόριθμος PMS-NSPSO3 υπερτερεί όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων σχεδόν σε όλα τα προβλήματα. Λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k ο αλγόριθμος PMS-NSPSO1 υπερτερεί στα μισά παραδείγματα και είναι εξίσου αποτελεσματικός με τον PMS-NSPSO2 όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.42 για το συμμετρικό πρόβλημα συλλογής (MSPRFCVRP) ο PMS-NSPSO2 υπερτερεί στους άλλους δύο αλγορίθμους, όπως συνέβη και στο συμμετρικό πρόβλημα διανομής (MSDRFCVRP).

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.25 και Σχήμα 5.26).



Σχήμα 5.25: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAE100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.



Σχήμα 5.26: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCE100par3 του προβλήματος MSPRFCVRP.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων του PMS-MOCSA και του PMS-MOIVA με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας (Πίνακας 5.43) των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας.

Πίνακας 5.43: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSPRFCVRP.

Παραδείγματα	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	PMS-MOCSA			PMS-MOIVA			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B	46	602,19	0,63	43	603,36	0,62	55	588,31	0,68
A-C	43	603,18	0,75	55	601,88	0,58	60	586,84	0,62
A-D	44	576,21	0,624	45	572,75	0,621	60	578,07	0,58
A-E	49	583,52	0,53	48	579,51	0,60	53	603,91	0,57
B-C	49	599,73	0,65	44	566,76	0,548	63	581,16	0,551
B-D	42	582,54	0,54	49	564,10	0,67	51	593,40	0,64
B-E	48	576,52	0,58	49	587,99	0,60	59	592,66	0,66
C-D	45	582,47	0,53	50	572,89	0,59	50	561,90	0,61
C-E	51	596,56	0,71	48	584,74	0,64	48	606,36	0,60
D-E	47	587,25	0,76	42	596,53	0,581	76	619,66	0,579

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.44) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Πίνακας 5.44: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγόριθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MSPRFCVRP.

Πρόβλημα: MSPRFCVRP							
A-B	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	B-D	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,442	0,909	PMS-MOCSA	0	0,327	0,824
PMS-MOIVA	0,435	0	0,891	PMS-MOIVA	0,524	0	0,902
PMS-NSGA II	0,022	0,070	0	PMS-NSGA II	0,048	0	0
A-C	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	B-E	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,400	0,883	PMS-MOCSA	0	0,388	0,864
PMS-MOIVA	0,465	0	0,967	PMS-MOIVA	0,521	0	0,847
PMS-NSGA II	0	0,018	0	PMS-NSGA II	0,083	0,163	0
A-D	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	C-D	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,422	0,783	PMS-MOCSA	0	0,480	0,900
PMS-MOIVA	0,205	0	0,800	PMS-MOIVA	0,378	0	0,880
PMS-NSGA II	0,068	0,044	0	PMS-NSGA II	0,089	0,060	0
A-E	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	C-E	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,625	1,000	PMS-MOCSA	0	0,479	0,875
PMS-MOIVA	0,347	0	0,943	PMS-MOIVA	0,431	0	0,833
PMS-NSGA II	0	0,021	0	PMS-NSGA II	0,059	0,042	0
B-C	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	D-E	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,250	0,937	PMS-MOCSA	0	0,357	0,895
PMS-MOIVA	0,551	0	0,952	PMS-MOIVA	0,574	0	0,895
PMS-NSGA II	0	0	0	PMS-NSGA II	0	0	0

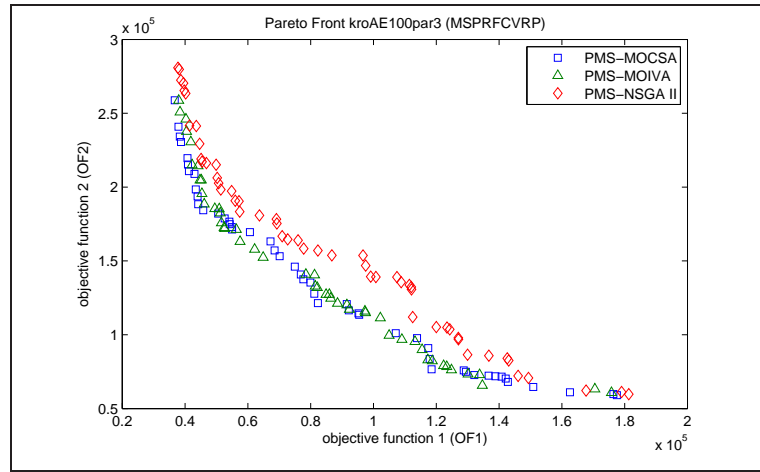
Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.43 όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L) μπορεί να διαπιστωθεί, για ακόμα μία φορά, ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός από τους υπόλοιπους αλγόριθμους σε ένα μεγάλο ποσοστό παραδειγμάτων. Επίσης, σε αντίθεση με τα αποτελέσματα όλων των προηγούμενων προβλημάτων, ο PMS-NSGA II υπερτερεί σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k και για πρώτη φορά έως τώρα ο PMS-MOCSA υπερτερεί ελάχιστα από τους άλλους δύο αλγόριθμους όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Όσον αφορά τα αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C , του Πίνακα 5.44, οι δύο αλγόριθμοι από την κατηγορία των τεχνητών ανοσοποιητικών συστημάτων είναι ισάξια αποτελεσματικοί σε πέντε παραδείγματα έκαστος.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-MOCSA και PMS-MOIVA μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.43 μπορεί να διαπιστωθεί ότι υπάρχουν ομοιότητες και διαφορές σε σχέση με τα αποτελέσματα των προηγούμενων παραδειγμάτων. Σε αντίθεση με τα αποτελέσματα των προηγούμενων προβλημάτων, σε αυτό το πρόβλημα οι δύο αλγόριθμοι είναι εξίσου αποτελεσματικοί όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων και ο PMS-

MOCSA υπερτερεί από τον PMS-MOIVA όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k . Παρόλα αυτά ο PMS-MOIVA εξακολουθεί να παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ σε σχέση με τον PMS-MOCSA γεγονός που συνέβη και σε όλα τα προηγούμενα προβλήματα. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.44, οι δύο αλγόριθμοι είναι το ίδιο αποτελεσματικοί.

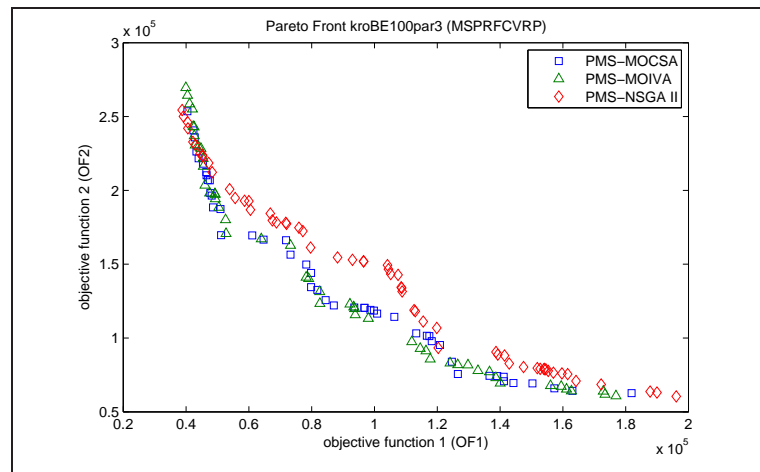
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.27 και Σχήμα 5.28).



Σχήμα 5.27: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroAE100par3 του προβλήματος MSPR-FCVRP.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων όλων των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα των αλγορίθμων για τα τρία πρώτα μέτρα αποτελεσματικότητας που αναγράφονται στους Πίνακες 5.39, 5.41 και 5.43 μπορεί να διαπιστωθεί ότι όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας L ο PMS-NSGA II υπερτερεί, και πάλι, σε σύγκριση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους στα μισά παραδείγματα. Σε αντίθεση με τα προηγούμενα προβλήματα και λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k ο PMS-NSGA II είναι ελάχιστα πιο αποτελεσματικός από τον PMS-NSDE3 ο οποίος υπερτερεί από τους άλλους αλγορίθμους



Σχήμα 5.28: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBE100par3 του προβλήματος MSPR-FCVRP.

στο αντίστοιχο συμμετρικό πρόβλημα διανομής (MSDRFCVRP). Όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ , σε αντίθεση με τα αποτελέσματα των προηγούμενων προβλημάτων, ο αλγόριθμος PMS-MOCSA υπερτερεί στα μισά περίπου παραδείγματα.

Στους επόμενους πίνακες (Πίνακας 5.45 - Πίνακας 5.54) περιέχονται τα αποτελέσματα όλων των αλγορίθμων για το μέτρο αποτελεσματικότητας C . Σύμφωνα με τους πίνακες ο αλγόριθμος PMS-MOIVA υπερτερεί από όλους τους αλγορίθμους και πιο συγκεκριμένα υπερτερεί κατά ένα παραπάνω παράδειγμα σε σύγκριση με τους αλγορίθμους PMS-MOCSA και PMS-NSPSO1.

Πίνακας 5.45: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroAB100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

A-B	Πρόβλημα: MSPR-FCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,442	0,731	0,535	0,543	0,360	0,575	0,404	0,909
MOIVA	0,435	0	0,615	0,372	0,652	0,380	0,450	0,421	0,891
NSDE1	0,196	0,302	0	0,442	0,500	0,220	0,150	0,228	0,836
NSDE2	0,391	0,302	0,500	0	0,478	0,240	0,525	0,439	0,945
NSDE3	0,283	0,256	0,346	0,372	0	0,260	0,275	0,246	0,873
NSPSO1	0,478	0,442	0,654	0,628	0,630	0	0,600	0,491	0,964
NSPSO2	0,217	0,349	0,577	0,558	0,565	0,340	0	0,281	0,909
NSPSO3	0,370	0,372	0,596	0,651	0,652	0,320	0,575	0	0,909
NSGA II	0,022	0,070	0,058	0,047	0,087	0,040	0,050	0,018	0

Πίνακας 5.46: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγόριθμους για το παράδειγμα kroAC100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

A-C	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,400	0,378	0,351	0,522	0,444	0,354	0,304	0,883
MOIVA	0,465	0	0,467	0,432	0,500	0,426	0,333	0,283	0,967
NSDE1	0,395	0,291	0	0,459	0,500	0,222	0,271	0,391	0,917
NSDE2	0,395	0,436	0,444	0	0,500	0,352	0,292	0,304	0,900
NSDE3	0,302	0,327	0,267	0,297	0	0,278	0,271	0,239	0,867
NSPSO1	0,419	0,327	0,578	0,486	0,587	0	0,375	0,500	0,933
NSPSO2	0,442	0,491	0,600	0,595	0,761	0,481	0	0,435	0,900
NSPSO3	0,488	0,455	0,578	0,541	0,717	0,519	0,375	0	0,933
NSGA II	0	0,018	0	0,054	0,109	0,019	0,083	0,022	0

Πίνακας 5.47: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγόριθμους για το παράδειγμα kroAD100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

A-D	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,422	0,391	0,350	0,333	0,333	0,489	0,593	0,783
MOIVA	0,205	0	0,304	0,375	0,333	0,271	0,298	0,519	0,800
NSDE1	0,409	0,489	0	0,350	0,375	0,292	0,340	0,463	0,833
NSDE2	0,409	0,400	0,370	0	0,396	0,188	0,468	0,519	0,833
NSDE3	0,500	0,511	0,543	0,475	0	0,479	0,596	0,611	0,933
NSPSO1	0,500	0,444	0,370	0,425	0,500	0	0,489	0,556	0,900
NSPSO2	0,295	0,333	0,391	0,275	0,167	0,292	0	0,519	0,817
NSPSO3	0,364	0,511	0,478	0,400	0,313	0,417	0,426	0	0,833
NSGA II	0,068	0,044	0,022	0,025	0,104	0,063	0,128	0,148	0

Πίνακας 5.48: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγόριθμους για το παράδειγμα kroAE100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

A-E	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,625	0,390	0,614	0,612	0,667	0,553	0,704	1,000
MOIVA	0,347	0	0,463	0,477	0,469	0,489	0,500	0,519	0,943
NSDE1	0,469	0,438	0	0,568	0,551	0,667	0,526	0,593	0,962
NSDE2	0,306	0,458	0,341	0	0,429	0,578	0,421	0,426	0,887
NSDE3	0,347	0,333	0,341	0,386	0	0,333	0,421	0,500	0,943
NSPSO1	0,061	0,292	0,268	0,386	0,224	0	0,368	0,444	0,830
NSPSO2	0,306	0,396	0,366	0,364	0,429	0,422	0	0,519	0,849
NSPSO3	0,122	0,375	0,293	0,432	0,449	0,422	0,263	0	0,887
NSGA II	0	0,021	0	0	0	0	0,053	0,037	0

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα αποτελέσματα που εξήγαγαν οι αλγόριθμοι από τα τρία πολυαντικειμενικά προβλήματα που έχουν αναλυθεί έως τώρα, μπορούμε να επιβεβαιώσουμε ότι όλοι οι αλγόριθμοι με την χρήση της προτεινόμενης μεθόδου τοπικής αναζήτησης και με την χρήση της παράλληλης πολυεναρκτηρίας μεθόδου, συνέχισαν να ικανοποιούν τους στόχους που έχουν τεθεί. Παρόλα αυτά, κάποιοι από τους αλγόριθμους φαίνεται να έχουν και στα τρία

Πίνακας 5.49: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBC100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

B-C	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,250	0,413	0,442	0,426	0,375	0,257	0,460	0,937
MOIVA	0,551	0	0,500	0,500	0,319	0,417	0,371	0,480	0,952
NSDE1	0,347	0,318	0	0,462	0,489	0,292	0,286	0,600	0,952
NSDE2	0,490	0,386	0,457	0	0,319	0,458	0,543	0,560	1,000
NSDE3	0,429	0,409	0,543	0,442	0	0,313	0,486	0,560	0,905
NSPSO1	0,347	0,318	0,435	0,404	0,404	0	0,343	0,400	0,841
NSPSO2	0,286	0,295	0,543	0,423	0,447	0,500	0	0,560	0,857
NSPSO3	0,286	0,295	0,500	0,346	0,319	0,396	0,229	0	0,952
NSGA II	0	0	0	0	0,021	0,021	0,029	0	0

Πίνακας 5.50: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBD100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

B-D	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,327	0,319	0,481	0,320	0,225	0,511	0,434	0,824
MOIVA	0,524	0	0,532	0,500	0,380	0,350	0,578	0,453	0,902
NSDE1	0,524	0,388	0	0,519	0,580	0,375	0,467	0,491	0,902
NSDE2	0,429	0,306	0,447	0	0,480	0,225	0,400	0,340	0,843
NSDE3	0,405	0,429	0,383	0,315	0	0,250	0,400	0,321	0,804
NSPSO1	0,548	0,429	0,404	0,667	0,480	0	0,578	0,415	0,902
NSPSO2	0,405	0,245	0,340	0,315	0,400	0,225	0	0,396	0,804
NSPSO3	0,476	0,408	0,468	0,704	0,580	0,300	0,489	0	0,902
NSGA II	0,048	0	0	0	0,020	0	0,022	0	0

Πίνακας 5.51: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBE100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

B-E	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,388	0,706	0,528	0,590	0,522	0,511	0,511	0,864
MOIVA	0,521	0	0,686	0,453	0,487	0,500	0,638	0,553	0,847
NSDE1	0,229	0,306	0	0,358	0,308	0,283	0,255	0,277	0,814
NSDE2	0,396	0,469	0,549	0	0,590	0,543	0,383	0,404	0,864
NSDE3	0,250	0,265	0,529	0,358	0	0,261	0,319	0,383	0,831
NSPSO1	0,292	0,347	0,569	0,302	0,436	0	0,362	0,447	0,831
NSPSO2	0,375	0,245	0,627	0,358	0,513	0,435	0	0,468	0,881
NSPSO3	0,396	0,327	0,608	0,283	0,487	0,391	0,298	0	0,864
NSGA II	0,083	0,163	0,059	0,038	0,103	0,109	0,064	0,021	0

πολυαντικειμενικά προβλήματα καλύτερη επίδοση σε σχέση με τους άλλους αλγορίθμους σε κάποια μέτρα αποτελεσματικότητας. Πιο συγκεκριμένα, έως τώρα, ο PMS-NSGA II εξακολουθεί να μπορεί να παράξει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις αλλά παρόλα αυτά οι λύσεις αυτές, και στο τελευταίο πρόβλημα, δεν μπορούν εύκολα να κυριαρχήσουν σε μεγάλο ποσοστό στις μη-κυριαρχούμενες λύσεις των άλλων

Πίνακας 5.52: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroCD100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

C-D	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,480	0,250	0,439	0,425	0,475	0,378	0,431	0,900
MOIVA	0,378	0	0,175	0,537	0,450	0,475	0,432	0,431	0,880
NSDE1	0,533	0,580	0	0,610	0,550	0,725	0,622	0,569	0,900
NSDE2	0,311	0,240	0,125	0	0,300	0,275	0,243	0,353	0,880
NSDE3	0,378	0,300	0,175	0,512	0	0,375	0,324	0,353	0,820
NSPSO1	0,289	0,280	0,175	0,488	0,300	0	0,405	0,294	0,840
NSPSO2	0,289	0,440	0,375	0,659	0,450	0,500	0	0,549	0,840
NSPSO3	0,356	0,380	0,225	0,463	0,475	0,325	0,297	0	0,880
NSGA II	0,089	0,060	0,025	0,073	0,025	0,075	0,027	0,078	0

Πίνακας 5.53: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroCE100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

C-E	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,479	0,556	0,512	0,638	0,758	0,615	0,469	0,875
MOIVA	0,431	0	0,533	0,366	0,532	0,565	0,564	0,388	0,833
NSDE1	0,275	0,354	0	0,366	0,426	0,581	0,308	0,224	0,708
NSDE2	0,412	0,396	0,689	0	0,638	0,823	0,615	0,449	0,813
NSDE3	0,176	0,313	0,511	0,171	0	0,726	0,410	0,347	0,667
NSPSO1	0,235	0,292	0,244	0,171	0,255	0	0,231	0,143	0,583
NSPSO2	0,255	0,354	0,644	0,341	0,468	0,645	0	0,327	0,667
NSPSO3	0,275	0,438	0,511	0,317	0,383	0,661	0,436	0	0,708
NSGA II	0,059	0,042	0,156	0,073	0,149	0,226	0,179	0,082	0

Πίνακας 5.54: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroDE100par3 για το πρόβλημα MSPR-FCVRP.

D-E	Πρόβλημα: MSPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,357	0,292	0,244	0,532	0,367	0,587	0,353	0,895
MOIVA	0,574	0	0,542	0,444	0,574	0,429	0,565	0,529	0,895
NSDE1	0,426	0,238	0	0,289	0,404	0,429	0,435	0,373	0,908
NSDE2	0,532	0,310	0,583	0	0,617	0,490	0,522	0,647	0,921
NSDE3	0,340	0,167	0,375	0,267	0	0,367	0,348	0,451	0,908
NSPSO1	0,489	0,214	0,292	0,400	0,489	0	0,457	0,451	0,921
NSPSO2	0,383	0,119	0,479	0,289	0,447	0,306	0	0,431	0,829
NSPSO3	0,362	0,333	0,375	0,222	0,404	0,286	0,391	0	0,908
NSGA II	0	0	0,021	0	0	0	0	0	0

αλγορίθμων. Επίσης, από τη σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II φαίνεται ότι ο PMS-NSDE3 μπορεί να παράξει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων πιο διευρυμένα μέτωπα Pareto. Μία ακόμα παρατήρηση που θα μπορούσε να γίνει είναι το γεγονός ότι από τη σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων PMS-NSPSOs όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας C τα αποτελέσματα για τα δύο πολυαντικειμενικά συμμετρικά προβλήματα

είναι ακριβώς τα ίδια είτε πρόκειται για πρόβλημα διανομής είτε για πρόβλημα συλλογής προϊόντων. Όσον αφορά τη σύγκριση των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA παρατηρήθηκε ότι παρά το γεγονός ότι στο τελευταίο πρόβλημα συλλογής οι δύο αλγόριθμοι πλέον δεν έχουν ισάξια επίδοση όσον αφορά την έκταση των μετώπων Pareto τους (όπως συνέβη στα προβλήματα διανομής) αλλά παρόλα αυτά ο PMS-MOIVA εξακολουθεί να παράγει μέτωπα Pareto με καλύτερη διασπορά στο μεγαλύτερο αριθμό παραδειγμάτων.

5.6.4 Αποτελέσματα για το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (Multiobjective Asymmetric Pick-up Route-based Fuel Consumption Vehicle Routing Problem - MAPRFCVRP)

Στη συνέχεια παρατίθενται τα αποτελέσματα των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων για το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής και αναλύονται ανά κατηγορίες αλγορίθμων αλλά και συνολικά.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSDE (PMS-NSDE1, PMS-NSDE2 και PMS-NSDE3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.55).

Πίνακας 5.55: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

Παραδείγματα	PMS-NSDE1			PMS-NSDE2			PMS-NSDE3			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B-CD	58	587,41	0,66	51	583,50	0,73	55	587,94	0,68	46	585,60	0,55
A-C-BD	<u>50</u>	611,46	0,73	49	565,36	0,70	<u>50</u>	611,52	0,59	54	601,11	0,51
A-D-BE	<u>47</u>	<u>605,58</u>	0,68	38	595,68	0,69	44	604,93	<u>0,66</u>	55	615,67	0,64
A-E-BD	56	590,84	0,58	48	597,71	0,67	47	606,71	0,66	53	590,10	0,74
B-C-AD	47	584,72	0,63	57	580,18	0,62	56	593,39	0,60	42	580,71	0,64
B-D-AC	<u>42</u>	575,56	0,56	39	585,05	0,60	41	576,58	0,46	59	579,43	0,61
B-E-AD	36	569,59	0,58	46	588,14	0,60	55	603,08	0,73	55	586,54	0,67
C-D-AE	61	618,99	0,58	48	603,31	0,69	34	617,29	0,64	55	617,19	0,56
C-E-AB	48	594,14	0,66	49	593,86	0,71	34	587,99	0,53	48	572,56	0,58
D-E-BC	51	577,45	0,77	48	578,90	0,70	<u>53</u>	573,07	0,59	55	568,12	0,65

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.56) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

Πίνακας 5.56: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγόριθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

Πρόβλημα: MAPRFCVRP									
A-B-CD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	B-D-AC	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,588	0,545	0,913	NSDE1	0	0,590	0,220	0,881
NSDE2	0,414	0	0,600	0,761	NSDE2	0,238	0	0,146	0,729
NSDE3	0,310	0,275	0	0,696	NSDE3	0,429	0,692	0	0,915
NSGA II	0,052	0,078	0,127	0	NSGA II	0,143	0,077	0,024	0
A-C-BD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	B-E-AD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,306	0,440	0,833	NSDE1	0	0,478	0,618	0,945
NSDE2	0,600	0	0,520	0,796	NSDE2	0,333	0	0,527	0,873
NSDE3	0,320	0,245	0	0,778	NSDE3	0,083	0,413	0	0,891
NSGA II	0,060	0,102	0,040	0	NSGA II	0,028	0,043	0,036	0
A-D-BE	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	C-D-AE	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,395	0,432	0,873	NSDE1	0	0,271	0,029	0,764
NSDE2	0,362	0	0,636	0,818	NSDE2	0,672	0	0,176	0,836
NSDE3	0,489	0,368	0	0,782	NSDE3	0,820	0,563	0	0,927
NSGA II	0,021	0,026	0,068	0	NSGA II	0,066	0,042	0,059	0
A-E-BD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	C-E-AB	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,417	0,638	0,811	NSDE1	0	0,184	0,118	0,771
NSDE2	0,357	0	0,660	0,792	NSDE2	0,583	0	0,294	0,729
NSDE3	0,268	0,292	0	0,792	NSDE3	0,625	0,571	0	0,708
NSGA II	0,250	0,146	0,106	0	NSGA II	0,104	0,163	0,147	0
B-C-AD	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II	D-E-BC	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSGA II
NSDE1	0	0,316	0,554	0,667	NSDE1	0	0,229	0,321	0,691
NSDE2	0,574	0	0,625	0,595	NSDE2	0,725	0	0,491	0,727
NSDE3	0,383	0,316	0	0,500	NSDE3	0,588	0,479	0	0,800
NSGA II	0,213	0,228	0,393	0	NSGA II	0,118	0,167	0,208	0

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

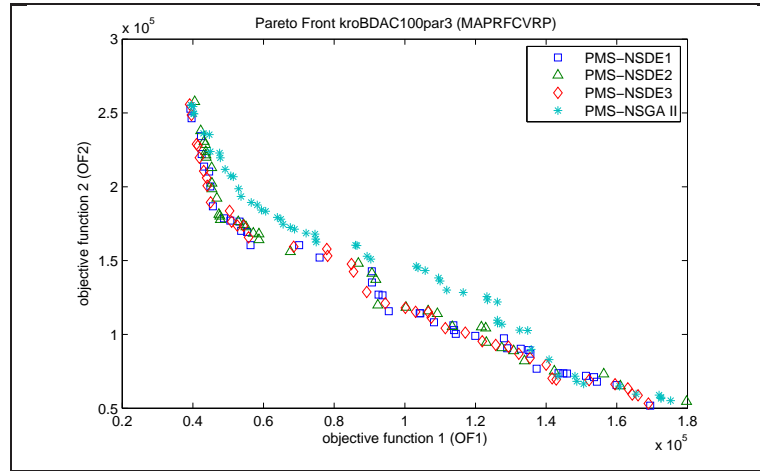
Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.55 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II υπερτερεί σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων, γεγονός που συνέβη και σε όλα τα προηγούμενα προβλήματα. Επιπρόσθετα, ο PMS-NSGA II είναι το ίδιο αποτελεσματικός με τον PMS-NSDE3, και πιο αποτελεσματικός από τους άλλους δύο αλγόριθμους, όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ (ο PMS-NSDE3 είχε την ίδια καλή επίδοση και στο αντίστοιχο μη συμμετρικό πρόβλημα διανομής), ενώ ο PMS-NSDE3 συνεχίζει να έχει καλύτερη επίδοση όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k όπως ακριβώς συνέβη και σε όλα τα προηγούμενα προβλήματα. Όσον αφορά τα αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C , του Πίνακα 5.56, οι αλγόριθμοι από την κατηγορία των αλγορίθμων της Διαφορικής Εξέλιξης έχουν ισάξια επίδοση ενώ για ακόμα μια φορά ο PMS-NSGA II δεν κατάφερε να ξεχωρίσει σε κανένα παράδειγμα.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-NSDEs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.55 μπορεί να διαπιστωθεί ότι οι αλγόριθμοι παρουσιάζουν

παρόμοια επίδοση με αυτή που παρουσίασαν στο αντίστοιχο μη συμμετρικό πρόβλημα διανομής. Πιο συγκεκριμένα, ο PMS-NSDE1 εξακολουθεί να είναι το ίδιο αποτελεσματικός όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων και ο PMS-NSDE3 όσον αφορά τα μέτρα αποτελεσματικότητας M_k και Δ . Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.56 μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι οι τρεις αλγόριθμοι είναι εξίσου αποτελεσματικοί σε ίσο αριθμό παραδειγμάτων έκαστος.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.29 και Σχήμα 5.30).

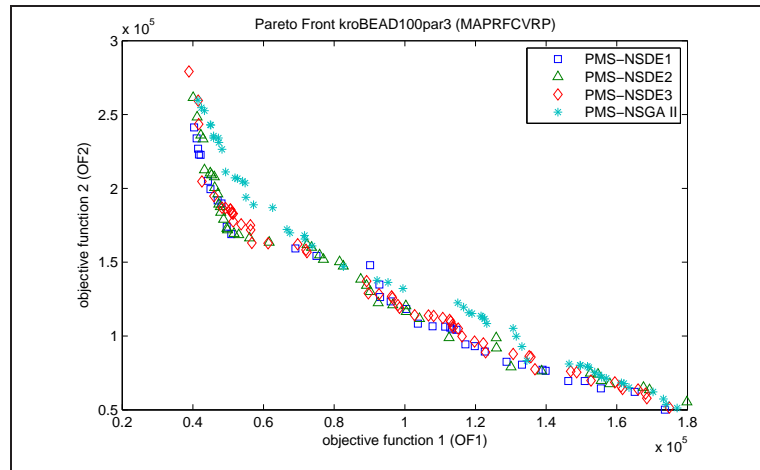


Σχήμα 5.29: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBDAC100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSPSO (PMS-NSPSO1, PMS-NSPSO2 και PMS-NSPSO3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας (Πίνακας 5.57).

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.58) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .



Σχήμα 5.30: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSDEs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBEAD100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.

Πίνακας 5.57: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

Παράδειγματα	Πρόβλημα: MAPRFCVRP											
	PMS-NSPSO1			PMS-NSPSO2			PMS-NSPSO3			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B-CD	53	593,84	0,66	52	595,17	0,68	44	581,00	0,68	46	585,60	0,55
A-C-BD	50	606,47	0,62	45	574,92	0,59	53	596,56	0,67	54	601,11	0,51
A-D-BE	<u>52</u>	607,42	0,67	50	608,00	<u>0,70</u>	36	616,07	0,63	55	615,67	0,64
A-E-BD	43	607,33	0,70	46	580,14	0,69	<u>47</u>	592,48	0,70	53	590,10	0,74
B-C-AD	50	591,81	0,65	44	585,62	0,63	38	615,65	0,57	42	580,71	0,64
B-D-AC	51	616,11	0,65	<u>52</u>	581,55	0,613	47	595,27	0,74	59	579,43	0,614
B-E-AD	<u>49</u>	585,39	0,64	41	595,91	0,70	40	584,36	0,60	55	586,54	0,67
C-D-AE	52	590,93	0,68	44	569,78	0,53	40	598,30	0,62	55	617,19	0,56
C-E-AB	38	578,95	<u>0,581</u>	<u>42</u>	580,80	0,69	32	612,54	0,70	48	572,56	0,580
D-E-BC	<u>50</u>	572,07	0,74	49	569,73	0,72	34	588,34	0,68	55	568,12	0,65

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.57 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L) και το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ , γεγονός το οποίο συνέβη και στα προηγούμενα προβλήματα. Ο PMS-NSPSO3 υπερτερεί, πρώτη φορά, για το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k . Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.58 ο PMS-NSPSO2 έχει καλύτερη επίδοση σε περισσότερα από τα

Πίνακας 5.58: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγόριθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

Πρόβλημα: MAPRFCVRP									
A-B-CD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	B-D-AC	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,346	0,250	0,652	NSPSO1	0	0,288	0,319	0,763
NSPSO2	0,698	0	0,386	0,848	NSPSO2	0,510	0	0,511	0,780
NSPSO3	0,585	0,365	0	0,783	NSPSO3	0,549	0,288	0	0,797
NSGA II	0,151	0,077	0,068	0	NSGA II	0,118	0,154	0,191	0
A-C-BD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	B-E-AD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,289	0,358	0,630	NSPSO1	0	0,195	0,425	0,891
NSPSO2	0,640	0	0,472	0,778	NSPSO2	0,633	0	0,525	0,964
NSPSO3	0,620	0,267	0	0,796	NSPSO3	0,408	0,390	0	0,909
NSGA II	0,200	0,133	0,094	0	NSGA II	0	0,024	0,025	0
A-D-BE	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	C-D-AE	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,700	0,222	0,945	NSPSO1	0	0,273	0,425	0,909
NSPSO2	0,212	0	0,306	0,909	NSPSO2	0,538	0	0,575	0,964
NSPSO3	0,442	0,700	0	0,836	NSPSO3	0,481	0,227	0	0,836
NSGA II	0,019	0,060	0,028	0	NSGA II	0	0	0	0
A-E-BD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	C-E-AB	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,348	0,404	0,830	NSPSO1	0	0,690	0,438	0,771
NSPSO2	0,488	0	0,383	0,830	NSPSO2	0,316	0	0,344	0,750
NSPSO3	0,488	0,370	0	0,811	NSPSO3	0,342	0,476	0	0,729
NSGA II	0,116	0,239	0,170	0	NSGA II	0,132	0,071	0,250	0
B-C-AD	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	D-E-BC	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
NSPSO1	0	0,477	0,500	0,738	NSPSO1	0	0,367	0,176	0,745
NSPSO2	0,460	0	0,526	0,690	NSPSO2	0,460	0	0,294	0,618
NSPSO3	0,380	0,432	0	0,643	NSPSO3	0,640	0,653	0	0,709
NSGA II	0,220	0,091	0,316	0	NSGA II	0,060	0,143	0,176	0

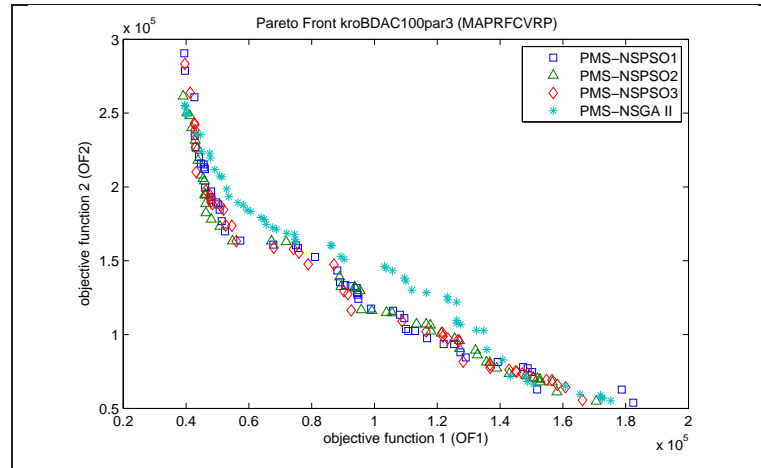
μισά παραδείγματα, όπως ακριβώς συνέβη και στα δύο προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP) γεγονός που αποδεικνύει ότι ο PMS-NSPSO2 είναι εξίσου αποτελεσματικός όσον αφορά το μέτρο C σε όλα τα συμμετρικά προβλήματα και στο μη-συμμετρικό πρόβλημα συλλογής.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-NSPSOs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.57 ο αλγόριθμος PMS-NSPSO1 υπερτερεί όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L), γεγονός που συνέβη και στα προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP). Όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k ο PMS-NSPSO3 είναι πιο αποτελεσματικός, για πρώτη φορά, από τους άλλους αλγόριθμους στα μισά παραδείγματα. Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ ο PMS-NSPSO2 είναι πιο αποτελεσματικός από τον PMS-NSPSO1, γεγονός το οποίο συνέβη και σε όλα τα συμμετρικά προβλήματα είτε αυτά αφορούν διανομή είτε αφορούν συλλογή προϊόντων. Ισάξια καλή επίδοση με τον PMS-NSPSO2 για το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ έχει και ο PMS-NSPSO3. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.58 ο PMS-NSPSO2 είναι πιο αποτελεσματικός σε έξι παραδείγματα και οι άλλοι δύο αλγόριθμοι σε δύο

παραδείγματα έκαστος.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.31 και Σχήμα 5.32).



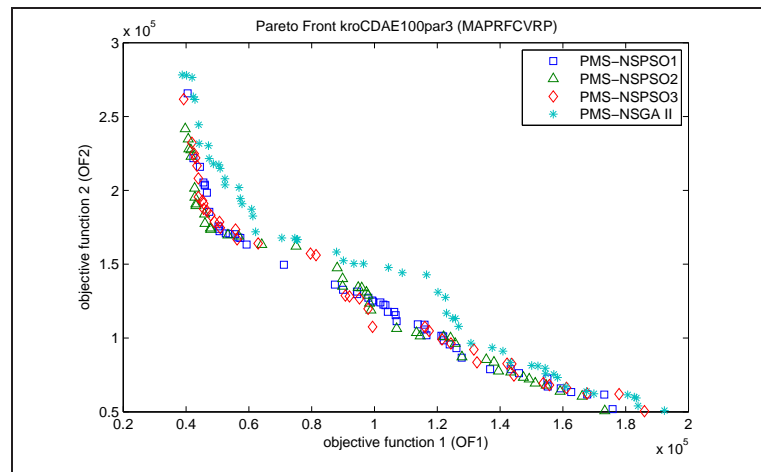
Σχήμα 5.31: Μέτωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBDAC100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων του PMS-MOCSA και του PMS-MOIVA με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας (Πίνακας 5.59) των αποτελεσμάτων για τα πρώτα τρία μέτρα αποτελεσματικότητας.

Πίνακας 5.59: Αποτελέσματα των τριών πρώτων μέτρων αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

Παράδειγματα	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	PMS-MOCSA			PMS-MOIVA			PMS-NSGA II		
	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ	L	M_k	Δ
A-B-CD	41	589,42	0,549	54	600,65	0,58	46	585,60	0,553
A-C-BD	55	615,95	0,64	45	615,61	0,61	54	601,11	0,51
A-D-BE	50	591,74	0,52	40	606,77	0,68	55	615,67	0,64
A-E-BD	56	585,17	0,66	54	612,99	0,69	53	590,10	0,74
B-C-AD	45	594,84	0,60	41	606,35	0,64	42	580,71	0,64
B-D-AC	47	580,56	0,54	47	578,03	0,61	59	579,43	0,61
B-E-AD	42	580,79	0,48	37	609,17	0,57	55	586,54	0,67
C-D-AE	40	605,92	0,50	46	612,09	0,60	55	617,19	0,56
C-E-AB	48	592,10	0,64	46	581,87	0,581	48	572,56	0,580
D-E-BC	41	562,52	0,6540	44	585,93	0,6542	55	568,12	0,650



Σχήμα 5.32: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCDAE100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.

Ενώ στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 5.60) περιέχονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

Πίνακας 5.60: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

Πρόβλημα: MAPRFCVRP							
A-B-CD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	B-D-AC	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,389	0,674	PMS-MOCSA	0	0,468	0,847
PMS-MOIVA	0,415	0	0,783	PMS-MOIVA	0,426	0	0,847
PMS-NSGA II	0,146	0,074	0	PMS-NSGA II	0,064	0,021	0
A-C-BD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	B-E-AD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,156	0,759	PMS-MOCSA	0	0,541	0,964
PMS-MOIVA	0,618	0	0,778	PMS-MOIVA	0,286	0	0,782
PMS-NSGA II	0,073	0,111	0	PMS-NSGA II	0,024	0,081	0
A-D-BE	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	C-D-AE	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,675	1,000	PMS-MOCSA	0	0,478	0,945
PMS-MOIVA	0,360	0	0,945	PMS-MOIVA	0,200	0	0,927
PMS-NSGA II	0	0	0	PMS-NSGA II	0	0	0
A-E-BD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	C-E-AB	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,407	0,849	PMS-MOCSA	0	0,391	0,708
PMS-MOIVA	0,429	0	0,792	PMS-MOIVA	0,375	0	0,750
PMS-NSGA II	0,179	0,185	0	PMS-NSGA II	0,146	0,174	0
B-C-AD	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II	D-E-BC	PMS-MOCSA	PMS-MOIVA	PMS-NSGA II
PMS-MOCSA	0	0,561	0,595	PMS-MOCSA	0	0,682	0,800
PMS-MOIVA	0,311	0	0,595	PMS-MOIVA	0,415	0	0,691
PMS-NSGA II	0,044	0,171	0	PMS-NSGA II	0,049	0,182	0

– Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-

ΜΟΙΒΑ και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.59 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L). Όπως φαίνεται ο PMS-NSGA II έχει παρουσιάσει τα καλύτερα αποτελέσματα όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε όλες τις συγκρίσεις με όλους τους αλγόριθμους. Επίσης, όπως ακριβώς συνέβη και στο συμμετρικό πρόβλημα διανομής (MSDRFCVRP), ο PMS-MOIVA υπερτερεί από τους άλλους δύο αλγόριθμους όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k . Λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ , ο PMS-MOCSA είναι πιο αποτελεσματικός σχεδόν σε όλα τα παραδείγματα. Όσον αφορά τα αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C , του Πίνακα 5.60, οι αλγόριθμοι έχουν ακριβώς την ίδια επίδοση με αυτή που παρουσίασαν στο πρόβλημα MSDRFCVRP δηλαδή ο PMS-MOCSA υπερτερεί σε επτά παραδείγματα και ο PMS-MOIVA υπερτερεί σε τρία παραδείγματα.

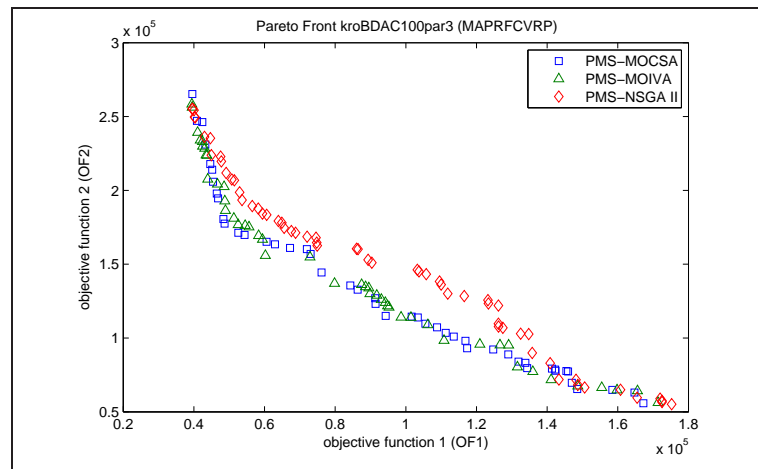
- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των PMS-MOCSA και PMS-MOIVA μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον Πίνακα 5.59 μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-MOCSA υπερτερεί όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας L (γεγονός το οποίο συνέβη και στο μη-συμμετρικό πρόβλημα διανομής (MADRFCVRP)) και το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Για το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k ο αλγόριθμος PMS-MOIVA είναι πιο αποτελεσματικός από τον PMS-MOCSA σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα. Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.60 ο PMS-MOCSA υπερτερεί σε επτά παραδείγματα και ο PMS-MOIVA υπερτερεί σε τρία.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα μέτωπα Pareto των παραπάνω αλγορίθμων για δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα (Σχήμα 5.33 και Σχήμα 5.34).

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων όλων των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα των αλγορίθμων για τα τρία πρώτα μέτρα αποτελεσματικότητας που αναγράφονται στους Πίνακες 5.55, 5.57 και 5.59 μπορεί να διαπιστωθεί ότι όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας L ο PMS-NSGA II υπερτερεί σε σχέση με τους υπόλοιπους



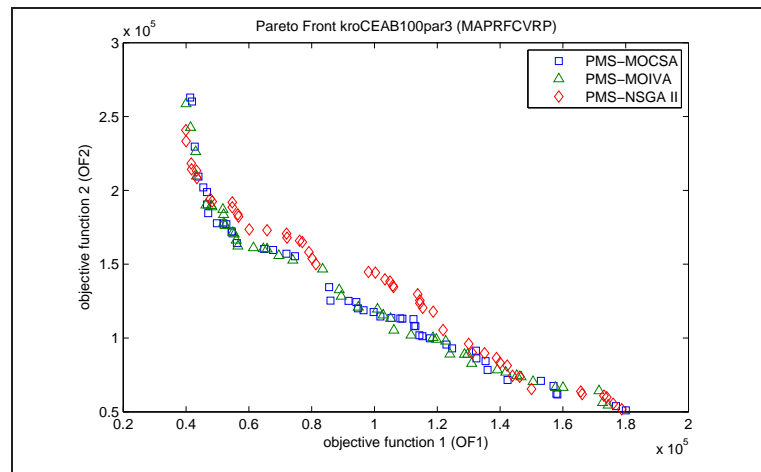
Σχήμα 5.33: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroBDAC100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.

αλγορίθμους. Λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k ο PMS-NSPSO3 είναι πιο αποτελεσματικός από τους άλλους αλγορίθμους. Όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ ο PMS-MOCSA υπερτερεί από τους άλλους αλγορίθμους όπως ακριβώς συνέβη και στο συμμετρικό πρόβλημα συλλογής προϊόντων.

Στους επόμενους πίνακες (Πίνακας 5.61 - Πίνακας 5.70) περιέχονται τα αποτελέσματα όλων των αλγορίθμων για το μέτρο αποτελεσματικότητας C . Σύμφωνα με τους πίνακες ο αλγόριθμος PMS-NSPSO2 αποδίδει καλύτερα από τους άλλους συγκρινόμενους αλγορίθμους.

Πίνακας 5.61: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroABCD100par3 για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

A-B-CD	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,389	0,466	0,588	0,673	0,491	0,308	0,295	0,674
MOIVA	0,415	0	0,448	0,667	0,709	0,547	0,346	0,295	0,783
NSDE1	0,463	0,481	0	0,588	0,545	0,415	0,308	0,318	0,913
NSDE2	0,415	0,333	0,414	0	0,600	0,453	0,327	0,273	0,761
NSDE3	0,390	0,278	0,310	0,275	0	0,491	0,115	0,136	0,696
NSPSO1	0,390	0,315	0,293	0,431	0,436	0	0,346	0,250	0,652
NSPSO2	0,585	0,519	0,569	0,529	0,709	0,698	0	0,386	0,848
NSPSO3	0,488	0,500	0,534	0,471	0,727	0,585	0,365	0	0,783
NSGA II	0,146	0,074	0,052	0,078	0,127	0,151	0,077	0,068	0



Σχήμα 5.34: Μέντωπα Pareto για τους αλγορίθμους PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II για το παράδειγμα kroCEAB100par3 του προβλήματος MAPRFCVRP.

Πίνακας 5.62: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroACBD100par3 για το πρόβλημα MAPRFCVRP.

A-C-BD	Πρόβλημα: MAPRFCVRP									
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II	
MOCSA	0	0,156	0,420	0,367	0,380	0,420	0,311	0,264	0,759	
MOIVA	0,618	0	0,480	0,429	0,440	0,440	0,356	0,377	0,778	
NSDE1	0,527	0,444	0	0,306	0,440	0,480	0,356	0,528	0,833	
NSDE2	0,545	0,467	0,600	0	0,520	0,580	0,400	0,547	0,796	
NSDE3	0,582	0,444	0,320	0,245	0	0,440	0,444	0,340	0,778	
NSPSO1	0,582	0,378	0,400	0,347	0,400	0	0,289	0,358	0,630	
NSPSO2	0,636	0,489	0,420	0,510	0,400	0,640	0	0,472	0,778	
NSPSO3	0,691	0,400	0,380	0,367	0,420	0,620	0,267	0	0,796	
NSGA II	0,073	0,111	0,060	0,102	0,040	0,200	0,133	0,094	0	

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα αποτελέσματα που εξήγαγαν οι αλγόριθμοι από όλα τα πολυαντικειμενικά προβλήματα που αναλύθηκαν, μπορούμε να επιβεβαιώσουμε ότι όλοι οι αλγόριθμοι με την χρήση της προτεινόμενης μεθόδου τοπικής αναζήτησης και με την χρήση της παράλληλης πολυεναρκτήριας μεθόδου ικανοποιούν τους στόχους που έχουν τεθεί. Παρόλα αυτά, κάποιος από τους αλγορίθμους φαίνεται να παρουσιάζουν καλύτερη επίδοση σε σχέση με όλους τους άλλους αλγορίθμους αλλά και σε σχέση με τους αλγορίθμους της κατηγορίας στην οποία ανήκουν σε κάποια μέτρα αποτελεσματικότητας σε περισσότερα από ένα πολυαντικειμενικά προβλήματα. Πιο συγκεκριμένα, ο PMS-NSGA II παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις σε σχέση με όλους τους αλγορίθμους αλλά

Πίνακας 5.63: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroADBE100par3 για το πρόβλημα MA-PRFCVRP.

A-D-BE	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,675	0,702	0,605	0,682	0,673	0,760	0,528	1,000
MOIVA	0,360	0	0,617	0,474	0,591	0,346	0,640	0,278	0,945
NSDE1	0,260	0,350	0	0,395	0,432	0,404	0,480	0,250	0,873
NSDE2	0,180	0,400	0,362	0	0,636	0,308	0,540	0,417	0,818
NSDE3	0,180	0,450	0,489	0,368	0	0,212	0,560	0,250	0,782
NSPSO1	0,240	0,600	0,489	0,447	0,591	0	0,700	0,222	0,945
NSPSO2	0,260	0,375	0,426	0,368	0,477	0,212	0	0,306	0,909
NSPSO3	0,200	0,400	0,468	0,421	0,500	0,442	0,700	0	0,836
NSGA II	0	0	0,021	0,026	0,068	0,019	0,060	0,028	0

Πίνακας 5.64: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroAEBD100par3 για το πρόβλημα MA-PRFCVRP.

A-E-BD	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,407	0,411	0,479	0,660	0,395	0,457	0,404	0,849
MOIVA	0,429	0	0,482	0,438	0,574	0,349	0,457	0,532	0,792
NSDE1	0,393	0,370	0	0,417	0,638	0,349	0,457	0,362	0,811
NSDE2	0,446	0,426	0,357	0	0,660	0,326	0,348	0,319	0,792
NSDE3	0,268	0,407	0,268	0,292	0	0,186	0,304	0,277	0,792
NSPSO1	0,518	0,463	0,464	0,542	0,553	0	0,348	0,404	0,830
NSPSO2	0,429	0,519	0,446	0,542	0,660	0,488	0	0,383	0,830
NSPSO3	0,554	0,463	0,482	0,521	0,723	0,488	0,370	0	0,811
NSGA II	0,179	0,185	0,250	0,146	0,106	0,116	0,239	0,170	0

Πίνακας 5.65: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBCAD100par3 για το πρόβλημα MA-PRFCVRP.

B-C-AD	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,561	0,638	0,491	0,554	0,500	0,455	0,526	0,595
MOIVA	0,311	0	0,532	0,474	0,554	0,480	0,386	0,184	0,595
NSDE1	0,244	0,317	0	0,316	0,554	0,280	0,159	0,316	0,667
NSDE2	0,311	0,317	0,574	0	0,625	0,400	0,295	0,368	0,595
NSDE3	0,111	0,220	0,383	0,316	0	0,340	0,295	0,316	0,500
NSPSO1	0,400	0,390	0,574	0,544	0,643	0	0,477	0,500	0,738
NSPSO2	0,378	0,463	0,638	0,579	0,643	0,460	0	0,526	0,690
NSPSO3	0,444	0,512	0,638	0,491	0,554	0,380	0,432	0	0,643
NSGA II	0,044	0,171	0,213	0,228	0,393	0,220	0,091	0,316	0

παρόλα αυτά οι λύσεις αυτές, σε κανένα πρόβλημα, δεν μπορούν εύκολα να κυριαρχήσουν σε μεγάλο ποσοστό στις μη-κυριαρχούμενες λύσεις των άλλων αλγορίθμων. Επιπρόσθετα, από την σύγκριση όλων των αλγορίθμων μεταξύ τους παρατηρήθηκε ότι και στα δύο προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP) ο PMS-NSDE3 παράγει μέτωπα Pareto με μεγαλύτερη έκταση σε σχέση με την έκταση που παρατηρείται στα μέτωπα των άλλων αλγορίθμων.

Πίνακας 5.66: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBDAC100par3 για το πρόβλημα MA-PRFCVRP.

B-D-AC	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,468	0,476	0,410	0,488	0,608	0,558	0,489	0,847
MOIVA	0,426	0	0,548	0,487	0,341	0,647	0,635	0,617	0,847
NSDE1	0,362	0,340	0	0,590	0,220	0,647	0,481	0,532	0,881
NSDE2	0,234	0,319	0,238	0	0,146	0,431	0,250	0,362	0,729
NSDE3	0,319	0,574	0,429	0,692	0	0,627	0,596	0,596	0,915
NSPSO1	0,170	0,298	0,357	0,487	0,244	0	0,288	0,319	0,763
NSPSO2	0,340	0,319	0,381	0,462	0,268	0,510	0	0,511	0,780
NSPSO3	0,340	0,362	0,310	0,564	0,244	0,549	0,288	0	0,797
NSGA II	0,064	0,021	0,143	0,077	0,024	0,118	0,154	0,191	0

Πίνακας 5.67: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroBEAD100par3 για το πρόβλημα MA-PRFCVRP.

B-E-AD	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,541	0,333	0,587	0,764	0,571	0,220	0,475	0,964
MOIVA	0,286	0	0,361	0,348	0,636	0,306	0,244	0,450	0,782
NSDE1	0,333	0,486	0	0,478	0,618	0,490	0,268	0,550	0,945
NSDE2	0,262	0,351	0,333	0	0,527	0,510	0,268	0,575	0,873
NSDE3	0,214	0,378	0,083	0,413	0	0,367	0,098	0,375	0,891
NSPSO1	0,262	0,541	0,278	0,348	0,582	0	0,195	0,425	0,891
NSPSO2	0,571	0,649	0,444	0,522	0,727	0,633	0	0,525	0,964
NSPSO3	0,357	0,459	0,361	0,304	0,582	0,408	0,390	0	0,909
NSGA II	0,024	0,081	0,028	0,043	0,036	0	0,024	0,025	0

Πίνακας 5.68: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroCDAE100par3 για το πρόβλημα MA-PRFCVRP.

C-D-AE	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,478	0,787	0,688	0,294	0,558	0,432	0,375	0,945
MOIVA	0,200	0	0,672	0,521	0,412	0,462	0,386	0,300	0,927
NSDE1	0,100	0,174	0	0,271	0,029	0,231	0,159	0,150	0,764
NSDE2	0,250	0,391	0,672	0	0,176	0,385	0,318	0,350	0,836
NSDE3	0,375	0,435	0,820	0,563	0	0,615	0,318	0,425	0,927
NSPSO1	0,150	0,435	0,738	0,479	0,294	0	0,273	0,425	0,909
NSPSO2	0,375	0,522	0,754	0,625	0,353	0,538	0	0,575	0,964
NSPSO3	0,400	0,522	0,705	0,521	0,294	0,481	0,227	0	0,836
NSGA II	0	0	0,066	0,042	0,059	0	0	0	0

μων σχεδόν στα μισά παραδείγματα. Επίσης, από την σύγκριση όλων των αλγορίθμων μεταξύ τους παρατηρήθηκε ότι και στα δύο προβλήματα συλλογής (MSPRFCVRP και MAPRFCVRP) ο PMS-MOCSA παράγει μέτωπα Pareto με καλύτερη διασπορά μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε σχέση με την διασπορά που παρατηρείται στα μέτωπα των άλλων αλγορίθμων σχεδόν στα μισά παραδείγματα. Από τη σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων PMS-NSDEs φαίνεται ότι στα

Πίνακας 5.69: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroCEAB100par3 για το πρόβλημα MA-PRFCVRP.

C-E-AB	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,391	0,438	0,388	0,206	0,237	0,429	0,375	0,708
MOIVA	0,375	0	0,479	0,245	0,118	0,263	0,357	0,375	0,750
NSDE1	0,333	0,370	0	0,184	0,118	0,211	0,357	0,344	0,771
NSDE2	0,479	0,478	0,583	0	0,294	0,395	0,452	0,375	0,729
NSDE3	0,625	0,587	0,625	0,571	0	0,553	0,667	0,500	0,708
NSPSO1	0,521	0,522	0,563	0,429	0,353	0	0,690	0,438	0,771
NSPSO2	0,500	0,500	0,563	0,388	0,235	0,316	0	0,344	0,750
NSPSO3	0,563	0,370	0,438	0,408	0,118	0,342	0,476	0	0,729
NSGA II	0,146	0,174	0,104	0,163	0,147	0,132	0,071	0,250	0

Πίνακας 5.70: Αποτελέσματα για το μέτρο αποτελεσματικότητας C για όλους τους αλγορίθμους για το παράδειγμα kroDEBC100par3 για το πρόβλημα MA-PRFCVRP.

D-E-BC	Πρόβλημα: MAPRFCVRP								
	MOCSA	MOIVA	NSDE1	NSDE2	NSDE3	NSPSO1	NSPSO2	NSPSO3	NSGA II
MOCSA	0	0,682	0,725	0,542	0,660	0,780	0,816	0,529	0,800
MOIVA	0,415	0	0,667	0,479	0,623	0,580	0,633	0,382	0,691
NSDE1	0,122	0,182	0	0,229	0,321	0,300	0,184	0,206	0,691
NSDE2	0,268	0,568	0,725	0	0,491	0,640	0,694	0,588	0,727
NSDE3	0,268	0,477	0,588	0,479	0	0,560	0,571	0,412	0,800
NSPSO1	0,146	0,364	0,490	0,333	0,340	0	0,367	0,176	0,745
NSPSO2	0,293	0,273	0,647	0,271	0,358	0,460	0	0,294	0,618
NSPSO3	0,390	0,364	0,647	0,375	0,604	0,640	0,653	0	0,709
NSGA II	0,049	0,182	0,118	0,167	0,208	0,060	0,143	0,176	0

προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP) αλλά και στα μη συμμετρικά προβλήματα (MADRFCVRP και MAPRFCVRP) ο PMS-NSDE1 μπορεί να παράξει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων αλλά παρόλα αυτά δεν αποδίδει καλύτερα από αυτούς όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας C στα προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP). Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι στα μη συμμετρικά προβλήματα (MADRFCVRP και MAPRFCVRP) και στα προβλήματα συλλογής (MSPRFCVRP και MAPRFCVRP) ο PMS-NSDE3 μπορεί να παράξει πιο διευρυμένα μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις έχουν καλύτερη διασπορά σε σχέση με τους άλλους PMS-NSDEs αλγορίθμους στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων. Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των αλγορίθμων PMS-NSPSOs παρατηρήθηκε ότι στα προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP) και στα μη συμμετρικά προβλήματα (MADRFCVRP και MAPRFCVRP) ο PMS-NSPSO1 παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Αντίστοιχα, στα συμμετρικά προβλήματα (MSDRFCVRP και MSPRFCVRP) και στα προβλήματα συλλογής (MSPRFCVRP και MAPRFCVRP) ο PMS-NSPSO2

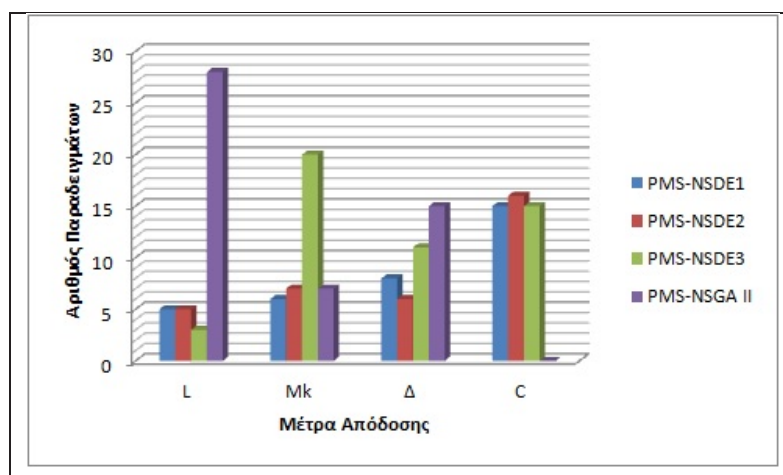
παράγει μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις έχουν καλύτερη διασπορά σε σχέση με τους άλλους PMS-NSPSOs αλγορίθμους. Μία ακόμα παρατήρηση που θα μπορούσε να γίνει είναι το γεγονός ότι από τη σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων PMS-NSPSOs όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας C οι επιδόσεις των τριών αλγορίθμων για τα δύο πολυαντικειμενικά συμμετρικά προβλήματα (MSDRFCVRP και MSPRFCVRP) είναι ακριβώς οι ίδιες είτε πρόκειται για πρόβλημα διανομής είτε για πρόβλημα συλλογής προϊόντων, με τον αλγόριθμο PMS-NSPSO2 να παρουσιάζει την καλύτερη επίδοση και τον PMS-NSPSO3 την χειρότερη. Όσον αφορά τη σύγκριση των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA στα προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP) οι δύο αλγόριθμοι παράγουν πιο διευρυμένα μέτωπα σε ίσο αριθμό παραδειγμάτων ο κάθε ένας. Σε αντίθεση με το γεγονός ότι όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων οι δύο αλγόριθμοι φαίνεται να έχουν παρόμοια επίδοση στα συμμετρικά προβλήματα (MSDRFCVRP και MSPRFCVRP), με τον PMS-MOIVA να υπερτερεί ελάχιστα κατά ένα περισσότερο παράδειγμα, φαίνεται ότι στα μη συμμετρικά προβλήματα (MADRFCVRP και MAPRFCVRP) ο PMS-MOCSA έχει καλύτερη επίδοση στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων. Αντίστοιχα, στα συμμετρικά προβλήματα (MSDRFCVRP και MSPRFCVRP) και στα προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP) ο PMS-MOIVA έχει καλύτερη επίδοση όσον αφορά την διασπορά των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μετώπων στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων. Τέλος, όσον αφορά την κυριαρχία των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μετώπων του ενός αλγορίθμου πάνω στου άλλου φαίνεται ότι στα δύο προβλήματα διανομής (MSDRFCVRP και MADRFCVRP) και στα δύο μη συμμετρικά προβλήματα (MADRFCVRP και MAPRFCVRP) οι δύο αλγόριθμοι παρουσιάζουν τελείως αντίθετη συμπεριφορά.

5.6.5 Αποτελέσματα των αλγορίθμων ανά κατηγορίες αλλά και όλων μεταξύ τους λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα όλων των προβλημάτων

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSDE (PMS-NSDE1, PMS-NSDE2 και PMS-NSDE3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.
 - Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.
- Λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II όλων των προβλημάτων μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II έχει καλύτερη επίδοση σε σχέση

με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων (L) και το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ , ο PMS-NSDE3 είναι πιο αποτελεσματικός όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k και ο PMS-NSDE2 είναι πιο αποτελεσματικός από τους άλλους αλγόριθμους της κατηγορίας της Διαφορικής Εξέλιξης όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

Στο επόμενο γράφημα (Σχήμα 5.35) απεικονίζεται μια γραφική αναπαράσταση των επιδόσεων των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II.



Σχήμα 5.35: Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs και PMS-NSGA II βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.

Πολλές φορές η πρόσθεση των παραδειγμάτων που είναι πιο αποτελεσματικοί οι αλγόριθμοι για κάποιο μέτρο αποτελεσματικότητας (κυρίως στα μέτρα αποτελεσματικότητας L και C) μπορεί να ξεπερνάει το συνολικό άθροισμα των παραδειγμάτων (σαράντα). Αυτό το αποτέλεσμα φαίνεται λογικό δεδομένου ότι πολλές φορές δύο ή και περισσότεροι αλγόριθμοι μπορούν να έχουν ισάξια καλύτερη επίδοση από τους υπόλοιπους για κάποιο παράδειγμα. Για παράδειγμα θα μπορούσαν δύο αλγόριθμοι να έχουν επιτύχει και οι δύο τον μέγιστο αριθμό λύσεων Pareto για ένα συγκεκριμένο παράδειγμα ή να υπάρχουν δύο ή περισσότεροι αλγόριθμοι των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των λύσεων των άλλων αλγορίθμων εκτός από έναν που πάντα θα κυριαρχεί στις δικές τους. Στην περίπτωση αυτή οι αλγόριθμοι αυτοί θεωρούμε ότι έχουν το ίδιο ι-

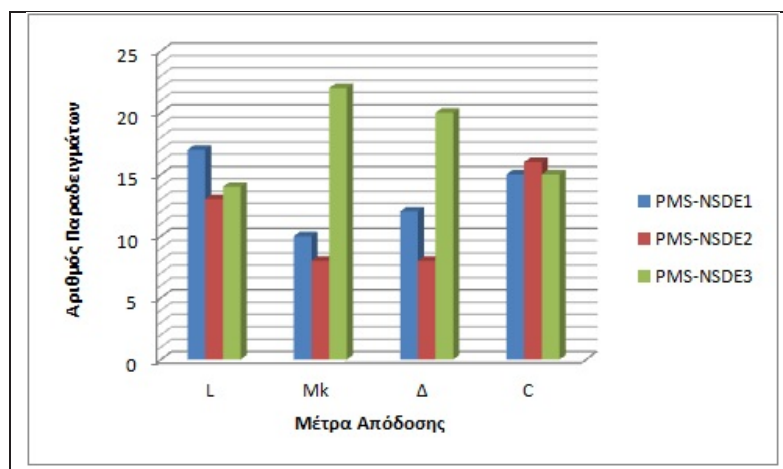
κανοποιητική επίδοση. Για ένα μικρό παράδειγμα πάνω σε αυτή την παρατήρηση μπορεί κάποιος να ανατρέξει στο παράδειγμα kro-BE100par3 του Πίνακα 5.8 και στο παράδειγμα kroCEAB100par3 του Πίνακα 5.24 στα οποία οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις όλων των αλγόριθμων PMS-NSDEs κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των λύσεων του PMS-NSGA II αλλά στη μεταξύ τους σύγκριση φαίνεται ότι ο PMS-NSDE1 υπερτερεί σε σχέση με τον PMS-NSDE3, ο PMS-NSDE2 υπερτερεί σε σχέση με τον PMS-NSDE1, ενώ ο PMS-NSDE3 υπερτερεί σε σχέση με τον PMS-NSDE2. Στην περίπτωση αυτή θεωρούμε ότι και οι τρεις αλγόριθμοι έχουν το ίδιο ικανοποιητική επίδοση. Η συγκεκριμένη παρατήρηση ισχύει και για τις υπόλοιπες αναλύσεις αποτελεσμάτων που ακολουθούν.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSDEs όλων των προβλημάτων μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSDE1 υπερτερεί σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k και το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ ο PMS-NSDE3 είναι πιο αποτελεσματικός από τους άλλους δύο αλγόριθμους σε περισσότερα από τα μισά παραδείγματα. Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα στο μέτρο αποτελεσματικότητας C όλοι οι αλγόριθμοι έχουν ικανοποιητική επίδοση, με τον PMS-NSDE2 να έχει καλύτερη επίδοση από τους άλλους δύο αλγόριθμους της κατηγορίας του.

Στο επόμενο γράφημα (Σχήμα 5.36) απεικονίζεται μια γραφική αναπαράσταση των επιδόσεων των αλγορίθμων PMS-NSDEs.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραλλαγών του PMS-NSPSO (PMS-NSPSO1, PMS-NSPSO2 και PMS-NSPSO3) με του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.
 - Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II μεταξύ τους.
- Λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II όλων των προβλημάτων μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II, όπως συνέβη και στην προηγούμενη σύγκριση για τους αλγόριθμους PMS-NSDEs, έχει καλύτερη επίδοση σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό



Σχήμα 5.36: Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSDEs βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.

των μη-κυριαρχούμενων λύσεων και το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Επίσης, ο PMS-NSPSO3 είναι πιο αποτελεσματικός όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k και το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

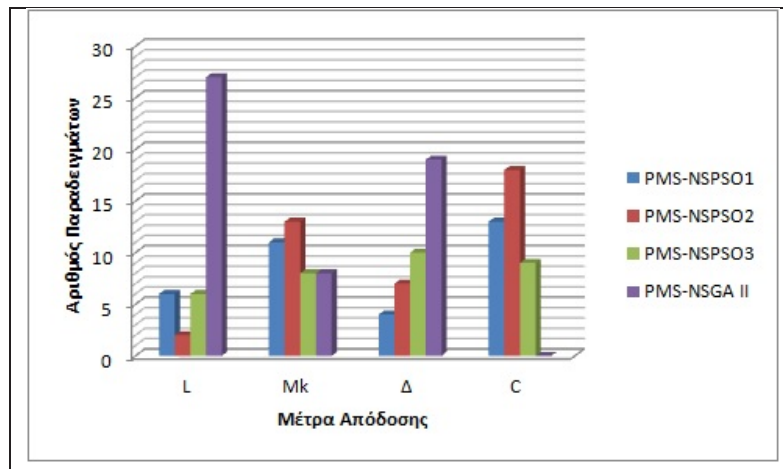
Στο επόμενο γράφημα (Σχήμα 5.37) απεικονίζεται μια γραφική αναπαράσταση των επιδόσεων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-NSPSOs όλων των προβλημάτων μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSPSO1 έχει καλύτερη επίδοση σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Επίσης, ο αλγόριθμος PMS-NSPSO2 υπερτερεί σε σχέση με τον PMS-NSPSO1 όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k και υπερτερεί σε σχέση με τον PMS-NSPSO3 όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα στο μέτρο αποτελεσματικότητας C , ο PMS-NSPSO2 είναι πιο αποτελεσματικός σχεδόν στα μισά από τα σαράντα παραδείγματα.

Στο επόμενο γράφημα (Σχήμα 5.38) απεικονίζεται μια γραφική αναπαράσταση των επιδόσεων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων του PMS-MOCSA και του PMS-MOIVA με



Σχήμα 5.37: Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs και PMS-NSGA II βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.

του PMS-NSGA II και μεταξύ τους.

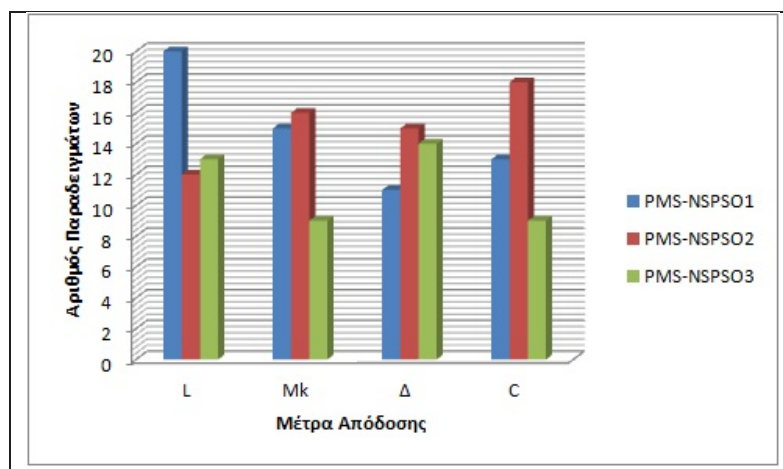
- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II όλων των προβλημάτων μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II, για ακόμα μια φορά, υπερτερεί σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Ο PMS-MOIVA είναι ελάχιστα πιο αποτελεσματικός όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k σε σχέση με τους άλλους δύο αλγορίθμους, ενώ ο PMS-MOCSA έχει καλύτερη επίδοση όσον αφορά τα μέτρα αποτελεσματικότητας Δ και C .

Στο επόμενο γράφημα (Σχήμα 5.39) απεικονίζεται μια γραφική αναπαράσταση των επιδόσεων των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA όλων των προβλημάτων μπορεί να διαπιστωθεί ότι οι δύο αλγόριθμοι δεν παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές στις επιδόσεις τους. Παρόλα αυτά ο PMS-MOCSA έχει καλύτερη επίδοση σε σχέση με τον PMS-MOIVA όσον αφορά τον αριθμό



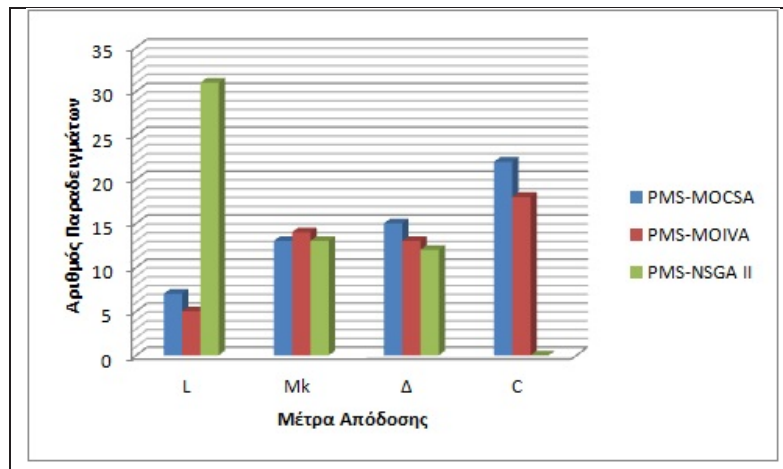
Σχήμα 5.38: Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-NSPSOs βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.

των μη-κυριαρχούμενων λύσεων και το μέτρο αποτελεσματικότητας C . Αντίθετα, ο PMS-MOIVA έχει καλύτερη επίδοση σε σχέση με τον PMS-MOCSA όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ . Τέλος, και οι δύο αλγόριθμοι από την κατηγορία των τεχνητών ανοσοποιητικών συστημάτων έχουν ακριβώς την ίδια επίδοση λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k .

Στο επόμενο γράφημα (Σχήμα 5.40) απεικονίζεται μια γραφική αναπαράσταση των επιδόσεων των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων όλων των πολυαντικειμενικών αλγορίθμων μεταξύ τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα όλων των αλγορίθμων όλων των προβλημάτων μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο PMS-NSGA II, όπως ήταν αναμενόμενο λαμβάνοντας υπόψη όλα τα προηγούμενα αποτελέσματα, έχει καλύτερη επίδοση σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων στα μισά από τα σαράντα παραδείγματα και, με μεγάλη διαφορά από τον PMS-NSGA II, δεύτερη καλύτερη επίδοση φαίνεται να έχει ο PMS-NSDE2. Ο αλγόριθμος PMS-NSDE3 έχει καλύτερη επίδοση όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας M_k στο ένα τέταρτο των παραδειγμάτων και δεύτερη καλύτερη επίδοση παρουσιάζουν οι αλγόριθμοι PMS-MOIVA, PMS-NSPSO3 και PMS-NSGA II. Επίσης, όσον αφορά τα μέτρα αποτελεσματικότητας



Σχήμα 5.39: Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA, PMS-MOIVA και PMS-NSGA II βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.

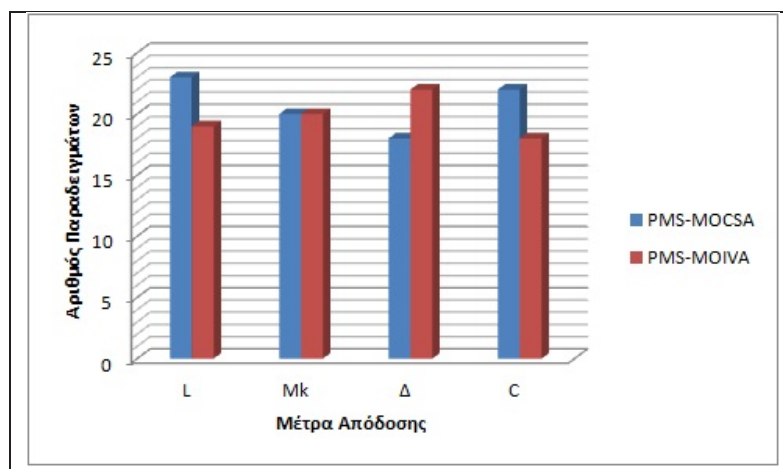
Δ και C καλύτερη επίδοση παρουσίασε ο PMS-MOCSA σε περισσότερα από το ένα τέταρτο των παραδειγμάτων. Λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας Δ τον PMS-MOCSA ακολουθεί, με μικρή απόκλιση στην επίδοση σε σχέση με αυτή του PMS-MOCSA, ο αλγόριθμος PMS-MOIVA. Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη το μέτρο αποτελεσματικότητας C , τον PMS-MOCSA ακολουθούν, με ελάχιστα χειρότερη επίδοση, οι αλγόριθμοι PMS-MOIVA, PMS-NSPSO1 και PMS-NSPSO2.

Στο επόμενο γράφημα (Σχήμα 5.41) απεικονίζεται μια γραφική αναπαράσταση των επιδόσεων όλων των αλγορίθμων λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματά τους σε όλα τα προβλήματα.

5.7 Συμπεράσματα από την ανάλυση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων

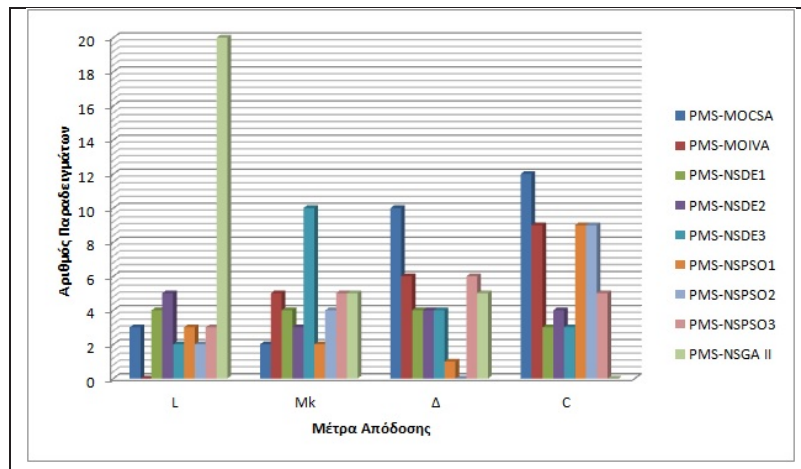
Στο σημείο αυτό θα γίνει μια πιο συνοπτική ανάλυση των αποτελεσμάτων που έδωσαν οι αλγόριθμοι και επίσης θα γίνει η παρουσίαση των γενικών συμπερασμάτων που προέκυψαν από την ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Τα αποτελέσματα των παραπάνω συγκρίσεων που έγιναν σε όλο το κεφάλαιο μας οδήγησαν να καταλήξουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα:



Σχήμα 5.40: Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.

- Η μέθοδος της τοπικής αναζήτησης VNS που σχεδιάσαμε και υλοποιήσαμε συμβάλει αρκετά στην βελτίωση των λύσεων που παράγουν οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι. Η διαφορά που παρατηρήθηκε στη βελτίωση των λύσεων είναι πολύ μεγάλη λαμβάνοντας υπόψη την απόσταση στα μέτωπα των δύο πρώτων περιπτώσεων του σχήματος 5.1.
- Η μέθοδος που προτείνεται για την δημιουργία του αρχικού πληθυσμού λύσεων, όπου ο αρχικός πληθυσμός διαιρείται σε δύο υποπληθυσμούς (ένας για κάθε αντικειμενική συνάρτηση του εκάστοτε πολυαντικειμενικού προβλήματος) και η κάθε «μητρική» λύση του κάθε υποπληθυσμού εξελίσσεται με τρεις διαφορετικές μεθόδους για την δημιουργία των αρχικών λύσεων του κάθε υποπληθυσμού παρουσιάζει πολύ πιο διευρυμένα μέτωπα Pareto σε σχέση με την παραγωγή ενός πληθυσμού τυχαίων λύσεων. Τη διαφορά που παρατηρήθηκε στη έκταση των μετώπων με την χρήση του προτεινόμενου τρόπου παραγωγής του αρχικού πληθυσμού λύσεων και χωρίς την χρήση της μεθόδου μπορεί κάποιος να παρατηρήσει στις δύο τελευταίες περιπτώσεις του σχήματος 5.1.
- Η χρήση της Παράλληλης Πολυεναρκτήριας Μεθόδου όπου η «μητρική» λύση κάθε υποπληθυσμού παράγεται κάθε φορά με διαφορετική μέθοδο κατάφερε να δώσει μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των αντίστοιχων μετώπων Pareto που παράγονται από τον ίδιο αλγόριθμο



Σχήμα 5.41: Διαγραμματική απεικόνιση της σύγκρισης των αποτελεσμάτων όλων των αλγορίθμων βάσει των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων.

χωρίς την χρήση της Παράλληλης Πολυεναρκτήριας Μεθόδου. Επίσης, δεδομένου ότι οι λύσεις κάθε υποπληθυσμού παράγονται χρησιμοποιώντας μια διαφορετική «μητρική» λύση κάθε φορά αυξάνεται η ποικιλομορφία των αρχικών λύσεων που παράγονται και αντίστοιχα βελτιώνεται η διασπορά τους πάνω στο μέτωπο Pareto.

- Η χρήση του πίνακα *Individual Best* στους αλγορίθμους PMS-NSDEs κατάφερε να παράξει μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις έχουν καλύτερη διασπορά και κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των αντίστοιχων μετώπων Pareto που παράγονται από τους ίδιους αλγόριθμους χωρίς την χρήση του πίνακα *Individual Best*.
- Η χρήση της μεθόδου της ταξινόμησης των λύσεων που χρησιμοποιήθηκε σαν επιπλέον βήμα στους αλγορίθμους PMS-NSPSOs συντέλεσε στο να παραχθούν πιο διευρυμένα μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των αντίστοιχων μετώπων Pareto που παράγονται από τους ίδιους αλγόριθμους χωρίς την χρήση της μεθόδου ταξινόμησης.
- Όσον αφορά το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγία Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (MSDRFCVRP) ο αλγόριθμος PMS-NSGA II δημιούργησε μέτωπα με τον μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Ικανο-

ποιητικά μέτωπα Pareto όσον αφορά την έκτασή τους ως προς τους άξονες έδωσαν ο αλγόριθμος PMS-NSDE1 και κυρίως ο PMS-NSDE3. Οι αλγόριθμοι PMS-NSDE1 και PMS-MOIVA παρουσίασαν μέτωπα Pareto με καλύτερη διασπορά λύσεων ενώ οι λύσεις των μετώπων του PMS-NSPSO1 και ακολούθως του PMS-MOCSA κυριάρχησαν στο μεγαλύτερο ποσοστό των λύσεων των μετώπων των άλλων αλγορίθμων.

- Όσον αφορά το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής (MADRFCVRP) ο αλγόριθμος PMS-NSGA II δημιούργησε μέτωπα με τον μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων, όπως ακριβώς έκανε και στο προηγούμενο πρόβλημα. Όσον αφορά την έκταση των μετώπων τους ως προς τους άξονες, και πάλι, πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα έδωσε ο αλγόριθμος PMS-NSDE3. Σε αντίθεση με το προηγούμενο πρόβλημα, οι αλγόριθμοι PMS-NSDE2 και PMS-NSPSO3 παρουσίασαν μέτωπα Pareto με την καλύτερη διασπορά λύσεων ενώ οι λύσεις των μετώπων του PMS-NSPSO3 και του PMS-MOIVA κυριάρχησαν στο μεγαλύτερο ποσοστό των λύσεων των μετώπων των άλλων αλγορίθμων.
- Όσον αφορά το Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (MSPRFCVRP) ο αλγόριθμος PMS-NSGA II δημιούργησε, για ακόμα μία φορά, μέτωπα με τον μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Επίσης σε αυτό το πρόβλημα ο PMS-NSGA II παρουσίασε πιο ικανοποιητικά μέτωπα Pareto όσον αφορά την έκτασή τους ως προς τους άξονες σε σχέση με αυτά των άλλων αλγορίθμων. Σε αντίθεση με τα προηγούμενα δύο προβλήματα, ο αλγόριθμος PMS-MOCSA παρουσίασε μέτωπα Pareto με την καλύτερη διασπορά λύσεων σε σχέση με τους άλλους αλγορίθμους ενώ οι λύσεις των μετώπων του PMS-MOIVA κυριάρχησαν στο μεγαλύτερο ποσοστό των λύσεων των μετώπων των άλλων αλγορίθμων.
- Όσον αφορά το Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής (MAPRFCVRP) ο αλγόριθμος PMS-NSGA II δημιούργησε μέτωπα με τον μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων, όπως ακριβώς έδειξε και στα προηγούμενα προβλήματα. Όσον αφορά την έκταση των μετώπων τους ως προς τους άξονες πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα έδωσε, αυτή τη φορά, ο αλγόριθμος PMS-NSPSO3. Όπως ακριβώς και στο προηγούμενο πρόβλημα, ο αλγόριθμος PMS-MOCSA παρουσίασε μέτωπα Pareto με την καλύτερη διασπορά λύσεων σε σχέση με τους άλλους αλγορίθμους και ισάζια με τον PMS-NSPSO2 οι λύσεις των μετώπων

τους κυριάρχησαν στο μεγαλύτερο ποσοστό των λύσεων των μετώπων των άλλων αλγορίθμων.

- Όσον αφορά την επίδοση των αλγορίθμων PMS-NSDEs λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που έδωσαν συγκεντρωτικά σε όλα τα προβλήματα ο αλγόριθμος PMS-NSDE1 παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μέτωπα με περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις. Πιο διευρυμένα ως προς τους άξονες και με καλύτερη διασπορά μέτωπα Pareto παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων ο αλγόριθμος PMS-NSDE3. Αντίστοιχα, ο αλγόριθμος PMS-NSDE2 παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μετώπων Pareto των άλλων δύο αλγορίθμων.
- Όσον αφορά την επίδοση των αλγορίθμων PMS-NSPSOs λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που έδωσαν συγκεντρωτικά σε όλα τα προβλήματα ο αλγόριθμος PMS-NSPSO1 παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μέτωπα με περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις. Πιο διευρυμένα ως προς τους άξονες και με καλύτερη διασπορά μέτωπα Pareto παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων ο αλγόριθμος PMS-NSPSO2. Επιπρόσθετα, ο αλγόριθμος PMS-NSPSO2 παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μετώπων Pareto των άλλων δύο αλγορίθμων.
- Όσον αφορά την επίδοση των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που έδωσαν συγκεντρωτικά σε όλα τα προβλήματα ο αλγόριθμος PMS-MOCSA παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μέτωπα με περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις, ενώ μέτωπα Pareto με καλύτερη διασπορά γεγονός που ίσως να οφείλεται και στην επιλογή της εξίσωσης (4.30) παράγει ο αλγόριθμος PMS-MOIVA. Αντίστοιχα ο αλγόριθμος PMS-MOCSA παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των αντίστοιχων μετώπων Pareto του PMS-MOIVA. Και οι δύο αλγόριθμοι παρουσίασαν εξίσου ικανοποιητικά αποτελέσματα σε ίσο ποσοστό παραδειγμάτων έκαστος όσον αφορά την έκταση τους ως προς τους άξονες.
- Όσον αφορά την επίδοση όλων των αλγορίθμων λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που έδωσαν συγκεντρωτικά σε όλα τα προβλήματα, ο αλγό-

ριθμός PMS-NSGA II παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μέτωπα με περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις. Πιο διευρυμένα ως προς τους άξονες μέτωπα Pareto παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων ο αλγόριθμος PMS-NSDE3. Μέτωπα με καλύτερη διασπορά λύσεων και με μη-κυριαρχούμενες λύσεις που κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των άλλων αλγορίθμων παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων ο αλγόριθμος PMS-MOCSA.

Κάποια επιπλέον συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε και τα αναφέραμε κατά την διάρκεια της ανάλυσης των αποτελεσμάτων αναφέρονται επιγραμματικά στη συνέχεια :

- Ο PMS-NSGA II παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων περισσότερες μη-κυριαρχούμενες λύσεις σε σχέση με όλους τους αλγορίθμους αλλά παρόλα αυτά οι λύσεις αυτές, σε κανένα προτεινόμενο πολυαντικειμενικό πρόβλημα, δεν μπορούν εύκολα να κυριαρχήσουν σε μεγάλο ποσοστό στις μη-κυριαρχούμενες λύσεις των άλλων αλγορίθμων.
- Από την σύγκριση όλων των αλγορίθμων μεταξύ τους παρατηρήθηκε ότι και στα δύο προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα διανομής ο PMS-NSDE3 παράγει μέτωπα Pareto με μεγαλύτερη έκταση σε σχέση με την έκταση που παρατηρείται στα μέτωπα των άλλων αλγορίθμων σχεδόν στα μισά παραδείγματα.
- Από την σύγκριση όλων των αλγορίθμων μεταξύ τους παρατηρήθηκε ότι και στα δύο προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα συλλογής ο PMS-MOCSA παράγει μέτωπα Pareto με καλύτερη διασπορά μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε σχέση με την διασπορά που παρατηρείται στα μέτωπα των άλλων αλγορίθμων σχεδόν στα μισά παραδείγματα.
- Από τη σύγκριση μεταξύ των αλγορίθμων PMS-NSDEs φαίνεται ότι στα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα διανομής αλλά και στα προτεινόμενα μη συμμετρικά πολυαντικειμενικά προβλήματα ο PMS-NSDE1 μπορεί να παράξει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων αλλά παρόλα αυτά δεν υπερτερεί από αυτούς όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας C στα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα διανομής. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι στα μη συμμετρικά προβλήματα και στα προβλήματα συλλογής ο PMS-NSDE3 μπορεί να παράξει πιο διευρυμένα μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις έχουν καλύτερη διασπορά σε σχέση με τους

άλλους PMS-NSDEs αλγορίθμους στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων.

- Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των αλγορίθμων PMS-NS-PSOs παρατηρήθηκε ότι στα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα διανομής και στα προτεινόμενα μη συμμετρικά πολυαντικειμενικά προβλήματα ο PMS-NSPSO1 παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Αντίστοιχα, στα συμμετρικά προβλήματα και στα προβλήματα συλλογής ο PMS-NSPSO2 παράγει μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις έχουν καλύτερη διασπορά σε σχέση με τους άλλους PMS-NSPSOs αλγορίθμους. Όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας C οι επιδόσεις των τριών αλγορίθμων για τα δύο πολυαντικειμενικά συμμετρικά προβλήματα είναι ακριβώς οι ίδιες είτε πρόκειται για πρόβλημα διανομής είτε για πρόβλημα συλλογής προϊόντων, με τον αλγόριθμο PMS-NSPSO2 να παρουσιάζει την καλύτερη επίδοση και τον PMS-NSPSO3 την χειρότερη.
- Όσον αφορά τη σύγκριση των αλγορίθμων PMS-MOCSA και PMS-MOIVA στα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα διανομής οι δύο αλγόριθμοι παράγουν πιο διευρυμένα μέτωπα σε ίσο αριθμό παραδειγμάτων ο κάθε ένας. Στα μη συμμετρικά προβλήματα ο PMS-MOCSA έχει καλύτερη επίδοση όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων. Αντίστοιχα στα συμμετρικά προβλήματα και στα προβλήματα διανομής ο PMS-MOIVA αποδίδει καλύτερα όσον αφορά την διασπορά των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μετώπων στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων. Όσον αφορά την κυριαρχία των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μετώπων του ενός αλγορίθμου επί των μετώπων του άλλου φαίνεται ότι στα δύο προβλήματα διανομής και στα δύο μη συμμετρικά προβλήματα οι δύο αλγόριθμοι παρουσιάζουν τελείως αντίθετη συμπεριφορά.

Ένα από τα πιο εμφανή συμπεράσματα στα οποία μπορεί κανείς να καταλήξει παρατηρώντας τα αποτελέσματα που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο υποκεφάλαιο είναι ότι για κανένα αλγόριθμο δεν μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα ότι μπορεί να αποδώσει καλύτερα από όλους τους άλλους σε όλα τα μέτρα αποτελεσματικότητας. Παρόλα αυτά είναι εμφανές ότι ο αλγόριθμος PMS-NSGA II έχει ένα πολύ σημαντικό πλεονέκτημα και αντίστοιχα και ένα πολύ σημαντικό μειονέκτημα σε σχέση με τους άλλους προτεινόμενους αλγορίθμους. Δεδομένου ότι ο αλγόριθμος NSGA II είναι ένας από τους πιο γνωστούς και πολύ αποτελεσματικούς αλγορίθμους για την επίλυση πολυαντικειμενικών προβλημάτων και πιο συγκεκριμένα για την επίλυση προβλημάτων δύο αντικειμενικών

συναρτήσεων, μπορεί εύκολα να αντιληφθεί κανείς ότι η πρωτότυπη διαδικασία της ταξινόμησης των λύσεων του κάθε πληθυσμού και των απογόνων του σε κάθε επανάληψη σε μέτωπα Pareto και η κατάταξη των μη-κυριαρχούμενων λύσεων εντός του κάθε μετώπου με την χρήση της παραμέτρου crowding distance μπορεί να δημιουργήσει μέτωπα Pareto με έναν αρκετά μεγάλο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Αυτό αποδείχθηκε και έμπρακτα από τα αποτελέσματα που εξήγαγε ο PMS-NSGA II. Αντίθετα, το σημαντικότερο μειονέκτημα του αλγορίθμου αυτού φαίνεται να είναι ότι οι λύσεις που παράγει δεν μπορούν να κυριαρχήσουν σε μεγάλο ποσοστό των λύσεων που παράγονται από τους άλλους αλγορίθμους. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό το γεγονός είναι ότι ο τρόπος σχεδιασμού των άλλων αλγορίθμων δίνει την δυνατότητα για περισσότερη εξέλιξη στις μη-κυριαρχούμενες λύσεις τους. Παρά το γεγονός ότι όλοι οι αλγόριθμοι χρησιμοποιούν τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων οι οποίες εκτελούνται σε περίπου ίδιο χρόνο και τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων στην μέθοδο της τοπικής αναζήτησης, φαίνεται ότι οι λύσεις των υπόλοιπων αλγορίθμων κυριαρχούν σε πολύ μεγάλο ποσοστό των λύσεων του αλγορίθμου PMS-NSGA II. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι αλγόριθμοι της κατηγορίας των αλγορίθμων της διαφορικής εξέλιξης (PMS-NSDE1, PMS-NSDE2, PMS-NSDE3) και της κατηγορίας των αλγορίθμων της βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PMS-NSPSO1, PMS-NSPSO2, PMS-NSPSO3) εκτός από το ότι εμπεριέχουν στην μεθοδολογία τους το βήμα της διαδικασίας της ταξινόμησης που εφαρμόζεται και στον PMS-NSGA II επιπρόσθετα χρησιμοποιούν τους πίνακες *Individual Best* και *Personal Best* στους οποίους συγκρατούν και εξελίσσουν σε κάθε επανάληψη τις καλύτερες λύσεις που έχουν προκύψει έως αυτή την επανάληψη. Οι αλγόριθμοι αυτών των δύο κατηγοριών έχουν το μειονέκτημα ότι στη περίπτωση που εξελίσσουν λύσεις που τα διανύσματά τους περιέχουν ακέραιες τιμές πρέπει να δημιουργούν νέες λύσεις με την μετατροπή των τιμών των διανυσμάτων των λύσεων από διακριτές τιμές σε συνεχείς και έπειτα από συνεχείς σε διακριτές. Αυτή η διαδικασία μπορεί να οδηγήσει σε μερική ή πλήρη απώλεια αρκετών καλών χαρακτηριστικών των λύσεων της προηγούμενης γενιάς. Η χρήση του βήματος της ταξινόμησης των λύσεων κατά την διάρκεια της εκτέλεσης των αλγορίθμων οδηγεί στη διατήρηση των λύσεων της προηγούμενης γενιάς που κυριαρχούν σε αυτές της τρέχουσας γενιάς. Έτσι, η νέα γενιά των λύσεων θα αποτελείται μόνο από τις κυρίαρχες λύσεις δύο συνεχόμενων γενεών γεγονός που εξισορροπεί την απώλεια της πληροφορίας που πιθανόν να προκύψει κατά την διάρκεια της μετατροπής των λύσεων από διακριτή σε συνεχή μορφή και αντίστροφα. Σε ακόμα πιο πλεονεκτική θέση σε σχέση με τα αποτελέσματα που έδωσε ο αλγόριθμος PMS-NSGA II όσον αφορά την διασπορά των μη-κυριαρχούμενων λύσεων όπως επίσης και την έκταση των διαγραμμάτων αλλά και την κυριαρχία των μη-κυριαρχούμενων λύσεων στις λύσεις του PMS-

NSGA II βρίσκονται οι αλγόριθμοι που ανήκουν στην κατηγορία των τεχνητών ανοσοποιητικών συστημάτων (PMS-MOCSA και PMS-MOIVA). Δεδομένου ότι οι δύο αυτοί αλγόριθμοι είναι σχεδιασμένοι για επίλυση προβλημάτων τόσο με λύσεις που τα διανύσματά τους αποτελούνται από συνεχείς τιμές όσο και από ακέραιες τιμές έχουν την ικανότητα να εξελίσσουν συνεχώς τις λύσεις τους από γενιά σε γενιά χωρίς απαραίτητα την χρήση της ταξινόμησης των λύσεων μεταξύ των γενεών τους αφού οι λύσεις τους δεν υποβάλλονται σε καμία διαδικασία πλήρους αλλαγής της φύσης των τιμών τους με κίνδυνο την απώλεια πληροφορίας. Το γεγονός ότι κανένας από τους αλγορίθμους δεν φαίνεται να υπερεξίζει περισσότερο σε όλα τα μέτρα αποτελεσματικότητας σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους δεν μπορούμε να πούμε ότι αποτελεί απαραίτητα μία αρνητική έκβαση των συγκρίσεων. Η διαφορετική βάση στην οποία βασίζεται ξεχωριστά κάθε αλγόριθμος (είτε αυτό οφείλεται στην αλλαγή μιας εξίσωσης είτε στην αλλαγή ολόκληρης της δομής του αλγορίθμου) τον καθιστά να αποδίδει καλύτερα όσον αφορά κάποια μέτρα αποτελεσματικότητας και χειρότερα από κάποιους άλλους αλγορίθμους όσον αφορά κάποια άλλα μέτρα αποτελεσματικότητας. Αυτό που αποδείξαμε μέσα από την διεξαγωγή αυτής της έρευνας είναι ότι όλοι οι αλγόριθμοι ικανοποιούν τους στόχους που έχουν τεθεί και επίσης παρουσιάζουν ξεχωριστά ο καθένας ένα ή περισσότερα θετικά χαρακτηριστικά τα οποία και αναδείξαμε μέσα από την περιγραφή και την ανάλυση των αποτελεσμάτων τους. Έπειτα, είναι στην ευχέρεια του ίδιου του αποφασίζοντα ποιον από τους αλγορίθμους θα επέλεγε ανάλογα με το βάρος σημαντικότητας που δίνει σε κάθε ένα μέτρο αποτελεσματικότητας. Για παράδειγμα αν ένας χρήστης θεωρούσε ότι είναι σημαντικό γι αυτόν να επιλέξει έναν αλγόριθμο που θα μπορούσε να του εξάγει μέτωπα Pareto με έναν μεγάλο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων θα επέλεγε σίγουρα τον αλγόριθμο PMS-NSGA II αφού στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων εμφανίζει μέτωπα με τον μεγαλύτερο αριθμό μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Αντίστοιχα, αν ήθελε να παράγει μέτωπα που οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις τους να κυριαρχούν στις μη-κυριαρχούμενες λύσεις των άλλων αλγορίθμων θα επέλεγε να λύσει το πρόβλημά του με τον αλγόριθμο PMS-MOCSA αφού λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων αποδίδει καλύτερα από τους άλλους αλγορίθμους όσον αφορά το μέτρο αποτελεσματικότητας C .

Κεφάλαιο 6

Η προτίμηση του αποφασίζοντα (The decision maker's preference)

6.1 Εισαγωγή

Στη πραγματική ζωή, μετά την εξαγωγή ενός μετώπου Pareto, καλείται ο αποφασίζων να επιλέξει ποια από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις είναι αυτή που θα πρέπει να αξιοποιήσει. Για παράδειγμα, έστω ότι ο αποφασίζων είναι ο διευθυντής του τομέα μεταφορών μιας επιχείρησης και χρειάζεται μια γρήγορη μέθοδο επιλογής μιας διαδρομής-λύσης από το μέτωπο Pareto η οποία να ικανοποιεί τις προτιμήσεις του αλλά να μην χρειάζεται να μπει στην χρονοβόρα διαδικασία της «αποκωδικοποίησης» του μετώπου Pareto. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί μία μέθοδος που θα μπορούσε να δώσει μία άμεση απάντηση στο ερώτημα «Ποιά διαδρομή να επιλέξω;» λαμβάνοντας υπόψη τις τιμές των μεταβλητών χρησιμότητας που θα δοθούν από τον αποφασίζοντα. Η έννοια της χρησιμότητας στη θεωρία παιγνίων εισήχθη από τους von Neumann-Morgenstern στο [188]. Από τότε έχει πολλούς υποστηρικτές αλλά και κάποιους οι οποίοι αντικρούουν τη συγκεκριμένη θεωρία.

6.2 Εφαρμογή της έννοιας της Χρησιμότητας για την επιλογή της προτιμητέας λύσης

Με την χρήση της παρακάτω μεθόδου μπορεί να γίνει η επιλογή μιας διαδρομής που αντιπροσωπεύει περισσότερο το προφίλ του αποφασίζοντα. Αρχικά, ο αποφασίζων καλείται να δώσει τιμές σε *K* Μεταβλητές Χρησιμότητας (Utilities Variables - UV). Ο αριθμός των μεταβλητών αυτών είναι ίσος με τον αριθμό των

αντικειμενικών συναρτήσεων του προβλήματος. Κάθε μία από αυτές τις μεταβλητές αντιστοιχεί σε μια αντικειμενική συνάρτηση ή κριτήριο του προβλήματος και μπορεί να πάρει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$. Η τιμή που λαμβάνει η καθεμία μεταβλητή αντιπροσωπεύει το πόσο χρήσιμο είναι για τον αποφασίζοντα να έχει το συγκεκριμένο κριτήριο (ή αντικειμενική συνάρτηση) την βέλτιστη τιμή. Όσο πιο κοντά είναι στο 0 η τιμή μίας μεταβλητής τόσο πιο αδιάφορη είναι η τιμή του αντίστοιχου κριτηρίου για τον αποφασίζοντα. Αντιθέτως, όσο περισσότερο πλησιάζει στο 1 η τιμή μιας *Μεταβλητής Χρησιμότητας* τόσο πιο χρήσιμη είναι η τιμή του αντίστοιχου κριτηρίου για τον αποφασίζοντα. Το άθροισμα των *Μεταβλητών Χρησιμότητας* θα πρέπει να αθροίζουν στο 1. Λαμβάνοντας υπόψη τις τιμές των *Μεταβλητών Χρησιμότητας* που δίνει ο αποφασίζων μπορούμε να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες ενός σημείου που ονομάζεται *Σημείο Χρησιμότητας* (Utility Point - UP). Το σημείο αυτό έχει τόσες διαστάσεις στο χώρο (συντεταγμένες) όσες και οι αντικειμενικές συναρτήσεις ή κριτήρια του προβλήματος. Για κάθε μία αντικειμενική συνάρτηση ή κριτήριο i υπολογίζεται και η αντίστοιχη συντεταγμένη του *Σημείου Χρησιμότητας* λαμβάνοντας υπόψη την συνάρτηση (6.1) για προβλήματα ελαχιστοποίησης και την συνάρτηση (6.2) για προβλήματα μεγιστοποίησης.

$$UP(i) = (\text{Μέγιστη τιμή κριτηρίου } (i) - \text{Ελάχιστη τιμή κριτηρίου}(i)) * (1 - UV(i)) + \text{Ελάχιστη τιμή κριτηρίου}(i) \quad (6.1)$$

$$UP(i) = (\text{Μέγιστη τιμή κριτηρίου } (i) - \text{Ελάχιστη τιμή κριτηρίου}(i)) * UV(i) + \text{Ελάχιστη τιμή κριτηρίου}(i) \quad (6.2)$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις Ευκλείδειες αποστάσεις που απέχει το *Σημείο Χρησιμότητας* από όλες τις λύσεις του μετώπου Pareto που εξετάζουμε. Η λύση στην οποία το σημείο χρησιμότητας είναι πιο κοντά είναι και αυτή που εκφράζει περισσότερο το προφίλ του αποφασίζοντα.

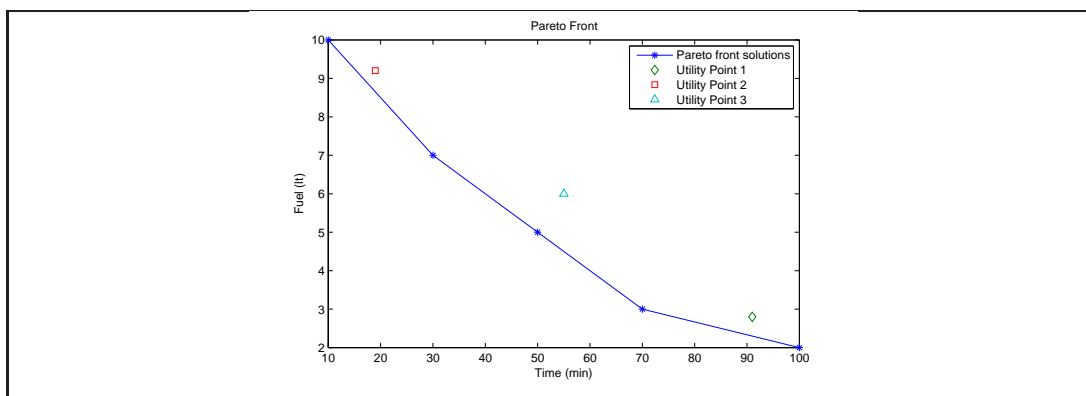
Για παράδειγμα, μπορούμε να υποθέσουμε ότι σε ένα Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής καταλήξαμε στις παρακάτω λύσεις ενός μετώπου Pareto.

Μέτωπο Pareto		
Λύσεις	Χρόνος (min)	Καύσιμο (lt)
1	100	2
2	70	3
3	50	5
4	30	7
5	10	10

Έστω ότι για τον αποφασίζοντα είναι πολύ σημαντικό να επιλέξει μια διαδρομή με χαμηλή κατανάλωση καυσίμου και δεν δίνει ιδιαίτερη σημασία στο χρόνο που θα διαρκέσει το δρομολόγιο. Έτσι ορίζει $UV(\text{Καύσιμο}) = 0,9$ για το κριτήριο του καυσίμου και $UV(\text{Χρόνος}) = 0,1$ για το κριτήριο του χρόνου της διαδρομής. Στη συνέχεια υπολογίζονται οι συντεταγμένες του *Σημείου Χρησιμότητας*.

$$UP(\text{Χρόνος}) = (100 - 10) * 0,9 + 10 = 91$$

$$UP(\text{Καύσιμο}) = (10 - 2) * 0,1 + 2 = 2,8$$



Σχήμα 6.1: Σημεία Χρησιμότητας (Utility Points) σε ένα μέτωπο Pareto.

Άρα οι συντεταγμένες του *Σημείου Χρησιμότητας* (Utility Point 1) είναι το ζεύγος (91 , 2,8). Όπως φαίνεται και στο σχήμα 6.1 το *Σημείο Χρησιμότητας* βρίσκεται πιο κοντά στη πρώτη λύση (100 , 2). Άρα ο αποφασίζων θα πρέπει να επιλέξει την πρώτη διαδρομή σύμφωνα με τις προτιμήσεις του. Αν σε αντίθετη περίπτωση είχαμε $UV(\text{Καύσιμο}) = 0,1$ για το κριτήριο του καυσίμου και $UV(\text{Χρόνος}) = 0,9$ για το κριτήριο του χρόνου της διαδρομής (Utility Point 2) τότε η βέλτιστη λύση για επιλογή θα ήταν η τελευταία διαδρομή (Λύση νούμερο

5) ενώ στην περίπτωση που θα είχαμε $UV(\text{Καύσιμο}) = 0,5$ για το κριτήριο του καυσίμου και $UV(\text{Χρόνος}) = 0,5$ για το κριτήριο του χρόνου της διαδρομής (Utility Point 3) τότε η βέλτιστη λύση για επιλογή θα ήταν η διαδρομή της λύσης νούμερο 3.

Επίλογος και Μελλοντικές Έρευνες

Σε αυτή την διδακτορική διατριβή παρουσιάστηκαν και επιλύθηκαν τέσσερα νέα πολυαντικειμενικά ενεργειακά προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων. Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση και των τεσσάρων προβλημάτων έχει πάντα στόχο την ελαχιστοποίηση της χρονικής διάρκειας του δρομολογίου. Η *καινοτομία* αυτών των προβλημάτων έγκειται στο γεγονός ότι στην δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση, που αφορά τον υπολογισμό της κατανάλωσης καυσίμου, εκτός από την διανυόμενη απόσταση και το βάρος του φορτίου που μεταφέρεται λαμβάνονται υπόψη και επιπλέον παράμετροι της διαδρομής. Αυτές οι επιπλέον παράμετροι είναι η κλίση του οδοστρώματος, η κατεύθυνση και η δύναμη του ανέμου καθώς επίσης και οι στροφές ανά λεπτό του κινητήρα του οχήματος.

Για κάθε ένα από τα προβλήματα η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση διαφέρει. Έτσι, για το πρώτο πρόβλημα που παρουσιάστηκε, το *Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής*, η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου όταν όλοι οι πελάτες έχουν ζήτηση και οι παράμετροι της διαδρομής δεν υπάρχουν (ή θεωρούμε ότι οι παράμετροι της διαδρομής είναι ιδανικές, δηλαδή δεν υπάρχει κλίση στο έδαφος, υπάρχει άπνοια και ο οδηγός οδηγεί το όχημα σε χαμηλές στροφές ανά λεπτό) γεγονός που μετατρέπει το πρόβλημα σε συμμετρικό. Για το δεύτερο πρόβλημα που παρουσιάστηκε, το *Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Διανομής με Παραμέτρους Διαδρομής*, η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου όταν όλοι οι πελάτες έχουν ζήτηση και υπάρχουν οι παράμετροι της διαδρομής, γεγονός που μπορεί να μετατρέψει το πρόβλημα σε μη-συμμετρικό. Για το τρίτο πρόβλημα που παρουσιάστηκε, το *Πολυαντικειμενικό Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής*, η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου όταν όλοι οι πελάτες έχουν ποσότητα που πρέπει να

συλλέξει το όχημα και δεν υπάρχουν οι παράμετροι της διαδρομής και τέλος, για το *Πολυαντικειμενικό Μη-Συμμετρικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου για Δρομολόγια Συλλογής με Παραμέτρους Διαδρομής*, η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου όταν όλοι οι πελάτες έχουν ποσότητα που πρέπει να συλλέξει το όχημα και υπάρχουν οι παράμετροι της διαδρομής.

Τα τέσσερα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά ενεργειακά προβλήματα επιλύθηκαν με εννέα προτεινόμενους Εξελικτικούς αλγορίθμους. Οι αλγόριθμοι που υλοποιήθηκαν καλύπτουν τέσσερις βασικές κατηγορίες αλγορίθμων. Από την κατηγορία των Γενετικών αλγορίθμων υλοποιήθηκε ο *Παράλληλος Πολυεναρκτήριο Γενετικός Αλγόριθμος Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης II (PMS-NSGA II)*. Από την κατηγορία των Εξελικτικών αλγορίθμων υλοποιήθηκαν τρεις παραλλαγές του *Παράλληλου Πολυεναρκτηρίου Αλγόριθμου Διαφορικής Εξέλιξης Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (PMS-NSDE)*. Από την κατηγορία των αλγορίθμων Εμπνευσμένων από την Φύση υλοποιήθηκαν τρεις παραλλαγές του *Παράλληλου Πολυεναρκτηρίου Αλγόριθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων Μη Κυριαρχούμενης Ταξινόμησης (PMS-NSPSO)* ενώ από την κατηγορία των αλγορίθμων των Τεχνητών Ανοσοποιητικών Συστημάτων υλοποιήθηκαν ο *Παράλληλος Πολυεναρκτήριο Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (PMS-MOCSA)* και ο *Παράλληλος Πολυεναρκτήριο Αλγόριθμος του Ιού της Γρίπης (PMS-MOIVA)*.

Τα κοινά χαρακτηριστικά τα οποία και αποτελούν *καινοτομίες της παρούσας διδακτορικής διατριβής* αναφέρονται, αρχικά, στον τρόπο δημιουργίας του αρχικού πληθυσμού λύσεων σύμφωνα με τον οποίο κάθε πληθυσμός χωρίζεται σε τόσους υποπληθυσμούς όσες είναι και οι αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος. Η παραγωγή των λύσεων κάθε υποπληθυσμού βασίζεται στο συνδυασμό τριών συγκεκριμένων μεθόδων. Μία επιπλέον καινοτομία μέθοδος που αποτελεί κοινό χαρακτηριστικό όλων των αλγορίθμων είναι η χρήση της *Παράλληλης Πολυεναρκτηρίας Μεθόδου* σύμφωνα με την οποία παράγονται και εξελίσσονται περισσότεροι από ένας πληθυσμοί αρχικών λύσεων στους αλγορίθμους. Επίσης, η προσθήκη ενός πρωτότυπου αλγόριθμου *Μεταβλητής Γειτονιάς Αναζήτησης*, ο οποίος χρησιμοποιεί βελτιωμένες παραλλαγές γνωστών μεθόδων τοπικής αναζήτησης αποτέλεσε σημαντική προσθήκη στο κύριο μέρος των αλγορίθμων και συνέβαλε σημαντικά στη βελτίωση των παραγόμενων λύσεων. Επιπλέον καινοτομίες που παρουσιάζονται στους προτεινόμενους πολυαντικειμενικούς αλγορίθμους αποτελούν η προσθήκη ενός επιπλέον βήματος ταξινόμησης των λύσεων στους προτεινόμενους πολυαντικειμενικούς Εξελικτικούς αλγορίθμους και τους αλγορίθμους Εμπνευσμένους από την Φύση όπως επίσης και η τροποποίηση των βασικών συναρτήσεων που αναγράφονται στην βιβλιογραφία των αλγορίθμων (για την επίλυση προβλημάτων βελτιστο-

ποίησης μίας αντικειμενικής συνάρτησης) έτσι ώστε να βελτιωθεί η επίδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων στην επίλυση των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών προβλημάτων.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούσαν έναν συνδυασμό των δεδομένων των πέντε παραδειγμάτων «kro» που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή και δίνονται από το TSPLIB (kro-A100, kroB100, kroC100, kroD100, kroE100) [215] και του παραδείγματος par3 από τα κλασσικά παραδείγματα των Christofides et al. [30] που χρησιμοποιείται για την επίλυση το προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων.

Τα αποτελέσματα που έδωσαν οι προτεινόμενοι πολυαντικειμενικοί αλγόριθμοι ικανοποίησαν τους στόχους που είχαν τεθεί. Η χρήση του προτεινόμενου αλγόριθμου της *Μεταβλητής Γειονιάς Αναζήτησης* συνέβαλε αρκετά στην βελτίωση των παραγόμενων λύσεων όπως επίσης και η χρήση του προτεινόμενου τρόπου παραγωγής του αρχικού πληθυσμού λύσεων κατάφερε να αποδώσει μέτωπα Pareto με πολύ ικανοποιητική έκταση. Επίσης, η χρήση της *Παράλληλης Πολλυεναρκτήριας Μεθόδου* κατάφερε να δώσει μέτωπα Pareto των οποίων οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις έχουν καλύτερη διασπορά και κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των αντίστοιχων μετώπων Pareto που παράγονται χωρίς την χρήση της μεθόδου.

Παρά το γεγονός ότι τα κοινά χαρακτηριστικά των προτεινόμενων αλγορίθμων οδήγησαν στην παραγωγή αρκετά ικανοποιητικών μετώπων Pareto, υπήρξαν διαφορές μεταξύ των επιδόσεων των αλγορίθμων. Προκειμένου να συγκρίνουμε την αποτελεσματικότητα των υλοποιημένων αλγορίθμων για καθένα από τα προτεινόμενα πολυαντικειμενικά προβλήματα χρησιμοποιούμε τέσσερα διαφορετικά μέτρα αποτελεσματικότητας, τον αριθμό των μη κυριαρχούμενων λύσεων, το εύρος του διαγράμματος, τη διασπορά των λύσεων του κάθε διαγράμματος και το μέτρο «κάλυψης» (Coverage measure).

Η σύγκριση που έγινε μεταξύ των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων μας οδήγησε σε ενδιαφέροντα συμπεράσματα όσον αφορά το μέτρο (ή τα μέτρα) αποτελεσματικότητας στα οποία υπερτερεί ο κάθε αλγόριθμος ανάλογα με το πρόβλημα το οποίο επιλύεται. Κάποια από τα πιο βασικά συμπεράσματα από την σύγκριση των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων όλων των αλγορίθμων είναι ότι ο PMS-NSGA II είναι πιο αποτελεσματικός από τους άλλους αλγορίθμους όσον αφορά τον αριθμό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων που παράγει αλλά παρόλα αυτά οι λύσεις αυτές δεν μπορούν να κυριαρχήσουν σε μεγάλο ποσοστό στις μη-κυριαρχούμενες λύσεις των μετώπων Pareto των άλλων προτεινόμενων αλγορίθμων, γεγονός που τον κάνει λιγότερο αποτελεσματικό σε σχέση με τους άλλους αλγορίθμους. Επίσης, πιο διευρυμένα ως προς τους άξονες μέτωπα

Pareto μπορεί να παράξει η τρίτη παραλλαγή των αλγορίθμων PMS-NSDEs ενώ μέτωπα με καλύτερη διασπορά λύσεων και με μη-κυριαρχούμενες λύσεις που κυριαρχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των μη-κυριαρχούμενων λύσεων των άλλων προτεινόμενων αλγορίθμων παράγει στο μεγαλύτερο ποσοστό των παραδειγμάτων ο αλγόριθμος PMS-MOCSA.

Στο τελευταίο κεφάλαιο αυτής της διδακτορικής διατριβής παρουσιάστηκε μια μέθοδος με την βοήθεια της οποίας θα μπορούμε να επιλέγουμε μια από τις μη-κυριαρχούμενες στρατηγικές ενός Μετώπου Pareto ως «βέλτιστη» ανάλογα με τις προτιμήσεις του χρήστη της εφαρμογής.

Η ολοκλήρωση της παρούσας διδακτορικής διατριβής θα δώσει το έναυσμα για μια νέα, μελλοντική, σειρά ερευνών που θα έχουν τους παρακάτω στόχους:

- Τη περαιτέρω βελτίωση των προτεινόμενων πολυαντικειμενικών αλγορίθμων και την υλοποίηση νέων.
- Τον σχεδιασμό νέων πολυαντικειμενικών ενεργειακών προβλημάτων όπως τα ακόλουθα:
 - Το Ανοιχτών Διαδρομών Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου Δρομολόγησης Οχημάτων με Παραμέτρους Διαδρομής, όπου το όχημα δεν θα επιστρέφει στην αποθήκη μετά την ολοκλήρωση του δρομολογίου του.
 - Το Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου Δρομολόγησης Οχημάτων με Παραμέτρους Διαδρομής με Πολλαπλές Αποθήκες, όπου θα υπάρχουν περισσότερες από μία αποθήκες.
 - Το Πολυαντικειμενικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Κατανάλωσης Καυσίμου Δρομολόγησης Οχημάτων Συλλογής και Διανομής Προϊόντων με Παραμέτρους Διαδρομής, όπου θα υπάρχουν ταυτόχρονα πελάτες με ζήτηση και με ποσότητα που θα πρέπει να συλλέξει το όχημα.
 - Την επίλυση ενεργειακών προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων που βελτιστοποιούν μία αντικειμενική συνάρτηση με την χρήση των προτεινόμενων αλγορίθμων ύστερα από κατάλληλες μετατροπές.

Βιβλιογραφία

- [1] Abbass, H. A. (2001) A memetic pareto evolutionary approach to artificial neural networks, *The Australian Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1-12.
- [2] Abbass, H. A. (2002) The self-adaptive pareto differential evolution algorithm, *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2002)*, 1, 831-836.
- [3] Abbass, H. A., Sarker, R. (2002) The pareto differential evolution algorithm, *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, 11(4), 531-552.
- [4] Abbass, H. A., Sarker, R., Newton, C. (2001) PDE: A pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems, *IEEE Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation 2001 (CEC 2001)*, 2, 971-978.
- [5] Abraham, A., Jain, L., Goldberg, R. (2005) *Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications*, SpringerVerlag, London.
- [6] Adulyasak, U., Cordeau, J. F., Jans, R. (2013) Formulations and branch-and-cut algorithms for multivehicle production and inventory routing problems, *INFORMS Journal on Computing*, 26(1), 103-120.
- [7] Ariyasingha, I. D. I. D., Fernando, T. G. I. (2015) Performance analysis of the multi-objective ant colony optimization algorithms for the traveling salesman problem, *Swarm and Evolutionary Computation*, 23, 11-26.
- [8] Babu, B. V., Gujarathi, A. M. (2007) Elitist-multiobjective differential evolution (E-MODE) algorithm for multi-objective optimization, *2nd In-*

- dian International Conference on Artificial Intelligence (IICAI 07)*, 441-456.
- [9] Bandeira, J. M., Fontes, T., Pereira, S. R., Fernandes, P., Khattak, A., Coelho, M. C. (2014) Assessing the importance of vehicle type for the implementation of eco-routing systems, *Transportation Research Procedia*, 3, 800-809.
 - [10] Banks, A., Vincent, J., Anyakoha, C. (2007) A review of particle swarm optimization. Part I: background and development. *Natural Computing*, 6(4), 467-484.
 - [11] Banks, A., Vincent, J., Anyakoha, C. (2008) A review of particle swarm optimization. Part II: hybridisation, combinatorial, multicriteria and constrained optimization, and indicative applications, *Natural Computing*, 7(1), 109-124.
 - [12] Baran, B., Schaerer, M. (2003) A multiobjective ant colony system for vehicle routing problem with time windows, *Applied Informatics* February 2003, Innsbruck, Austria.
 - [13] Bektas, T., Laporte, G. (2011) The pollution-routing problem, *Transportation Research Part B*, 45(8), 1232-1250.
 - [14] Boris, A. S. (2005) Avian influenza virus with pandemic potential: Suspected role of microbe/microbe and host/microbe interactions in change, adaptive evolution and host range shift, *Microbial Ecology in Health and Disease*, 17, 186-188.
 - [15] Brabazon, A., O'Neill, M. (2006) *Biologically Inspired Algorithms for Financial Modelling*, Natural Computing Series, Springer-Verlag, Berlin.
 - [16] Braysy, O., Dullaert, W., Gendreau, M. (2004) Evolutionary algorithms for the vehicle routing problem with time windows, *Journal of Heuristics*, 10(6), 587-611.
 - [17] Brits, R., Engelbrecht, A. P., van den Bergh, F. (2007) Locating multiple optima using particle swarm optimization, *Applied Mathematics and Computation*, 189(2), 1859-1883.
 - [18] Caballero, R., Gonzalez, M., Guerrero, F. M., Molina, J., Paralera, C. (2007) Solving a multiobjective location routing problem with a meta-heuristic based on tabu search. Application to a real case in Andalusia, *European Journal of Operational Research*, 177(3), 1751-1763.

- [19] Campelo, F., Guimaraes, F. G., Igarashi, H. (2007) Overview of artificial immune systems for multi-objective optimization, *Evolutionary Multicriterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, 4403, 937-951.
- [20] Campelo, F., Guimaraes, F. G., Saldanha, R. R., Igarashi, H., Noguchi, S., Lowther, D. A., Ramirez, J. A. (2004) A novel multiobjective immune algorithm using nondominated sorting, *11th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering*, 308-313.
- [21] Carrat, F., Flahault, A. (2007) Influenza vaccine: The challenge of antigenic drift, *Vaccine*, 39-40, 6852-6862.
- [22] Chand, P., Mohanty, J.R. (2013) Multi objective genetic approach for solving vehicle routing problem, *International Journal of Computer Theory and Engineering*, 5(6), 846-849.
- [23] Chang, C. S., Xu, D. Y., Quek, H. B., (1999) Pareto-optimal set based multiobjective tuning of fuzzy automatic train operation for mass transit system, *IEEE Proceedings on Electric Power Applications*, 146, 577-583.
- [24] Chao, I. M. (2002) A tabu search method for the truck and trailer routing problem, *Computers & Operations Research*, 29(1), 33-51.
- [25] Charoenroop, N., Satayopas, B., Eungwanichayapant, A. (2010) City bus routing model for minimal energy consumption, *Asian Journal on Energy and Environment*, 11(01), 19-31.
- [26] Chen, L., McPhee, J., Yeh, W. W. -G. (2006) A diversified multiobjective GA for optimizing reservoir rule curves, *Advances in Water Resources*, 30(5), 1082-1093.
- [27] Chitty, D. M., Hernandez, M. L. (2004) A hybrid ant colony optimization technique for dynamic vehicle routing, *Genetic and Evolutionary Computation - GECCO 2004, Lecture Notes in Computer Science*, 3102, 48-59.
- [28] Chow, C., Tsui, H. (2004) Autonomous agent response learning by a multi-species particle swarm optimization, *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2004)*, 1, 778-785.
- [29] Christofides, N., Eilon, S. (1969) An algorithm for the vehicle-dispatching problem, *OR*, 20(3), 309-318.

- [30] Christofides, N., Mingozzi, A., Toth, P. (1979) The vehicle routing problem, *Combinatorial Optimization*, Christofides, N., Mingozzi, A., Toth, P., Sandi, C. (Eds.), Wiley, Chichester.
- [31] Cicero-Fernandez, P., Long, J. R., Winer, A. M. (1997) Effects of grades and other loads on on-road emissions of hydrocarbons and carbon monoxide, *Air and Waste Management Association*, 47(8), 898-904.
- [32] Clerc, M. (2006) *Particle Swarm Optimization*, ISTE Ltd, London.
- [33] Clerc, M., Kennedy, J. (2002) The particle swarm: explosion, stability and convergence in a multi-dimensional complex space, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6, 58-73.
- [34] Coello Coello, C. A. (1999) A comprehensive survey of evolutionary-based multiobjective optimization techniques, *Knowledge and Information Systems*, 1(3), 269-308.
- [35] Coello Coello, C. A. (2000) An updated survey of GA-Based multiobjective optimization techniques, *ACM Computing Surveys*, 32(2), 109-143.
- [36] Coello Coello, C. A. (2001) A short tutorial on evolutionary multiobjective optimization, *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, 1993, 21-40.
- [37] Coello Coello, C. A. (2005) Recent trends in evolutionary multiobjective optimization, *Evolutionary Multiobjective Optimization, Advanced Information and Knowledge Processing*, 7-32.
- [38] Coello Coello, C. A. (2006) Evolutionary multi-objective optimization: A historical view of the field, *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 1(1), 28-36.
- [39] Coello Coello, C.A., Cortes, N.C. (2002) An approach to solve multi-objective optimization problems based on an artificial immune system, *1st International Conference on Artificial Immune Systems*, Timmis, J., Bentley, P.J. (Eds.), 212-221.
- [40] Coello Coello, C. A., Van Veldhuizen, D. A., Lamont, G. B. (2007) *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*, Springer, New York.
- [41] Cullen, S. (2002) Trees and wind: Wind scales and speeds, *Journal of Arboriculture*, 28(5), 237-242.

- [42] Dabrowski, J. (2008) Clonal selection algorithm for vehicle routing, *Proceedings of the 2008 1st International Conference on Information Technology, IT 2008* 19-21 May 2008, Gdansk, Poland.
- [43] Dantzig, G. B., Ramser, J. H. (1959) The truck dispatching problem, *Management Science*, 6(1), 80-91.
- [44] Dasgupta, D. (Ed.) (1998) *Artificial Immune Systems and their Application*, Springer, Heidelberg.
- [45] Daskin, M. S. (Ed.) (1995) *Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications*, John Wiley & Sons, Canada.
- [46] Deb, K., Goel, T. (2001) Controlled elitist non-dominated sorting genetic algorithms for better convergence, *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, 1993, 67-81.
- [47] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan T. (2002) A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197.
- [48] Deb, K., Tiwari, S. (2008) Omni-optimizer: A generic evolutionary algorithm for single and multi-objective optimization, *European Journal of Operational Research*, 185(3), 1062-1087.
- [49] De Castro, L. N., Timmis, J. (2002) *Artificial Immune Systems: A New Computational Intelligence Approach*, Springer, Heidelberg.
- [50] De Castro, L. N., Von Zuben, F. J. (2000) The clonal selection algorithm with engineering applications, *Workshop on Artificial Immune Systems and Their Applications (GECCO 00)*, Las Vegas, NV, 36-37.
- [51] De Castro, L. N., Von Zuben, F. J. (2002) Learning and optimization using the clonal selection principle, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(3), 239-251.
- [52] Dehuri, S., Jagadev, A. K., Panda, M. (2002) *Multi-objective Swarm Intelligence: Theoretical Advances and Applications*, Springer-Verlag, Berlin.
- [53] Demir, E., Bektas, T., Laporte, G. (2011) A comparative analysis of several vehicle emission models for road freight transportation, *Transportation Research Part D*, 16(5), 347-357.

- [54] Demir, E., Bektas, T., Laporte, G. (2012) An adaptive large neighborhood search heuristic for the pollution-routing problem, *European Journal of Operational Research*, 223(2), 346-359.
- [55] Demir, E., Bektas, T., Laport, G. (2014) The bi-objective pollution-routing problem, *European Journal of Operational Research*, 232(3), 464-478.
- [56] Demir, E., Bektas, T., Laporte, G. (2014) A review of recent research on green road freight transportation, *European Journal of Operational Research*, 237(3), 775-793.
- [57] Ehrgott, M., Gandibleux, X. (2000) A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization, *OR - Spektrum*, 22(4), 425-460.
- [58] Ehrgott, M., Gandibleux, X. (2004) Approximative solution methods for multiobjective combinatorial optimization, *Top*, 12(1), 1-63.
- [59] Elaoud, S., Loukil, T., Teghem, J. (2007) The Pareto fitness genetic algorithm: Test function study, *European Journal of Operational Research*, 177(3), 1703-1719.
- [60] Engels, D. W. (1980) *Alexander the Great and the Logistics of the Macedonian Army*, University of California Press.
- [61] Erdogan, S., Miller-Hooks, E. (2012) A green vehicle routing problem, *Transportation Research Part E*, 48(1), 100-114.
- [62] Fan, J., Zhao, L., Du, L., Zheng, Y. (2010) Crowding-distance-based multi-objective particle swarm optimization, *Computational Intelligence and Intelligent Systems, Communications in Computer and Information Science*, 107, 218-225.
- [63] Farahani, R. Z., Asgari, N., Davarzani, H. (Ed.) (2009) *Supply chain and logistics in national, international and governmental environment: concepts and models*, Physica-Verlag, Heidelberg.
- [64] Feo, T. A., Resende, M. G. C. (1995) Greedy randomized adaptive search procedure, *Journal of Global Optimization*, 6(2), 109-133.
- [65] Fieldsend, J. E., Singh, S. (2002) A multiobjective algorithm based upon particle swarm optimisation, an efficient data structure and turbulence, *U.K. Workshop on Computational Intelligence*, 37-44.

- [66] Figliozzi, M. (2011) Vehicle routing problem for emissions minimization, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2, 1-7.
- [67] Fisher, M. L., Jaikumar, R., Wassenhove, L. N. V. (1986) A multiplier adjustment method for the generalized assignment problem, *Management Science*, 32(9), 1095-1103.
- [68] Franceschetti, A., Honhon, D., Woensel, T. D., Bektas, T., Laporte, G. (2013) The time-dependent pollution-routing problem, *Transportation Research Part B*, 56, 265-293.
- [69] Fonseca, C. M., Fleming, P. J. (1993) Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization, *Genetic Algorithms: Proceedings of the Fifth International Conference*, Forrest, S. (Ed.), San Mateo, California, 416-423.
- [70] Gandibleux, X., Morita, H., Katoh, N. (1998) A genetic algorithm for 0-1 multiobjective knapsack problem, *International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (NACA 98)*, Niigata, Japan.
- [71] Garcia-Najera, A., Bullinaria, J. A. (2011) An improved multi-objective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with time windows, *Computers & Operations Research*, 38(1), 287-300.
- [72] Garcia-Najera, A., Bullinaria, J. A., Gutierrez-Andrade, M. A. (2015) An evolutionary approach for multi-objective vehicle routing problems with backhauls, *Computers & Industrial Engineering*, 81, 90-108.
- [73] Geiger, M. J. (2001) Genetic Algorithms for multiple objective vehicle routing, *Proceedings of the Metaheuristics International Conference MIC 2001*, 349-353.
- [74] Ghannadpour, S. F., Noori, S, Tavakkoli-Moghaddam, R. (2014) A multi-objective dynamic vehicle routing problem with fuzzy timewindows: Model, solution and application, *Applied Soft Computing*, 14, 504-527.
- [75] Ghoseiri, K., Ghannadpour, S. F. (2010) Multi-objective vehicle routing problem with time windows using goal programming and genetic algorithm, *Applied Soft Computing*, 10(4), 1096-1107.

- [76] Giannikos, I. (1998) A multiobjective programming model for locating treatment sites and routing hazardous wastes, *European Journal of Operational Research*, 104(2), 333-342.
- [77] Gold, H., Caric, T. (Ed.) (2008) *Vehicle Routing Problem*, In-teh, Croatia.
- [78] Golden, B. L., Wasil, E. A., Kelly, J. P., Chao, I. (1998) The impact of metaheuristics on solving the vehicle routing problem: algorithms, problem sets, and computational results, *Fleet management and logistics*, Crainic, T. G., Laporte, G. (Eds.), Kluwer Academic Publisher, Boston, 33-56.
- [79] Grandinetti, L., Guerriero, F., Pezzella, F., Pisacane, O. (2014) The multi-objective multi-vehicle pickup and delivery problem with time windows, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 111, 203-212.
- [80] Hansen, P., Mladenovic, N. (2001) Variable neighborhood search: Principles and applications, *European Journal of Operational Research* 130, 449-467.
- [81] Harper, S. A., Bradley, J. S., Englund, J. A., File, T. M., Gravenstein, S., Hayden, F. G., McGeer, A. J., Neuzil, K. M., Pavia, A. T., Tapper, M. L., Uyeki, T. M., Zimmerman, R. K. (2009) Seasonal influenza in adults and children- diagnosis, treatment, chemoprophylaxis, and institutional outbreak management: Clinical practice guidelines of the infectious diseases society of America, *Clinical Infectious Diseases*, 48, 1003-1032.
- [82] Hay, A. J., Gregory, V., Douglas, A. R., Lin, Y. P. (2001) The evolution of human influenza viruses, *Philosophical Transaction of the Royal Society B Biological Sciences*, 356(1416), 1861-1870.
- [83] Hong, S. C., Park, Y. B. (1999) A heuristic for bi-objective vehicle routing with time window constraints, *International Journal of Production Economics*, 62(3), 249-258.
- [84] Horn, J., Nafpliotis, N. (1994) Multiobjective optimization using the niched pareto genetic algorithm, *IEEE Conference on Evolutionary Computation, World Congress on Computational Intelligence*, 1, 82-87.
- [85] Hu, X., Eberhart, R. C. (2002) Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization, *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2002)*, 2, 1677-1681.

- [86] Hu, X., Eberhart, R. C., Shi, Y. (2003) Particle swarm with extended memory for multiobjective optimization, *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, 193-197.
- [87] Huayu, X., Wenhui, F., Tian, W., Lijun, Y. (2008) An Or-opt NSGA-II algorithm for multi-objective vehicle routing problem with time windows, *4th IEEE Conference on Automation Science and Engineering*, 309-314.
- [88] Iorio, A. W., Li, X. (2004) Solving rotated multi-objective optimization problems using differential evolution, *AI 2004: Advances in Artificial Intelligence, Lecture Notes in Computer Science*, 3339, 861-872.
- [89] Jamali, A., Hajiloo, A., Nariman-zadeh, N. (2010) Reliability-based robust Pareto design of linear state feedback controllers using a multi-objective uniform-diversity genetic algorithm (MUGA), *Expert Systems with Applications*, 37(1), 401-413.
- [90] Jemai, J., Zekri, M., Mellouli, K. (2012) An NSGA-II algorithm for the green vehicle routing problem, *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, 7245, 37-48.
- [91] Janson S., Merkle D. (2005) A new multiobjective particle swarm optimization algorithm using clustering applied to automated docking, *Hybrid Metaheuristics, Second International Workshop, HM 2005, Lecture Notes in Computer Science*, 3636, 128-142.
- [92] Jozefowicz, N., Semet, F., Talbi, E. G. (2002) Parallel and hybrid models for multi-objective optimization: Application to the vehicle routing problem, *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VII, Lecture Notes in Computer Science*, 2439, 271-280.
- [93] Jozefowicz, N., Semet, F., Talbi, E. G. (2003) Target aiming pareto search and its application to the vehicle routing problem with route balancing, *Journal of Heuristics*, 13(5), 455-469.
- [94] Jozefowicz, N., Semet, F., Talbi, E. G. (2006) Enhancements of NSGA II and its application to the vehicle routing problem with route balancing, *Artificial Evolution, Lecture Notes in Computer Science*, 3871, 131-142.
- [95] Jozefowicz, N., Semet, F., Talbi, E. G. (2008) Multi-objective vehicle routing problems, *European Journal of Operational Research*, 189, 293-309.

- [96] Jozefowicz, N., Semet, F., Talbi, E. G. (2009) An evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with route balancing, *European Journal of Operational Research*, 195(3), 761-769.
- [97] Kara, I., Kara, B. Y., Yetis, M. K. (2007) Energy minimizing vehicle routing problem, *Combinatorial Optimization and Applications (COCOA 2007), Lecture Notes in Computer Science*, 4616, 62-71.
- [98] Kennedy, J., Eberhart, R. (1995) Particle swarm optimization, *IEEE International Conference on Neural Networks*, 4, 1942-1948.
- [99] Kennedy, J., Eberhart, R. (1997) A discrete binary version of the particle swarm algorithm, *Proceedings of 1997 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, 5, 4104-4108.
- [100] Knowles, J., Corne, D. (1999) The Pareto archived evolution strategy: a new baseline algorithm for Pareto multiobjective optimization, *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation*, 1, Washington, DC.
- [101] Koc, C., Bektas, T., Jabali, O., Laporte, G. (2014) The fleet size and mix pollution-routing problem, *Transportation Research Part B*, 70, 239-254.
- [102] Konak, A., Coit, D. W., Smith, A. E. (2006) Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial, *Reliability Engineering and System Safety*, 91(9), 992-1007.
- [103] Kovacs, A. A., Parragh, S. N., Hartl, R. F. (2015) The multi-objective generalized consistent vehicle routing problem, *European Journal of Operational Research*, 247, 441-458.
- [104] Kramer, R., Subramanian, A., Vidal, T., Cabral, L. A. F. (2014) A matheuristic approach for the pollution-routing problem, *European Journal of Operational Research*, 243, 523-539.
- [105] Kukkonen, S., Lampinen, J. (2004) An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints, *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VIII, Lecture Notes in Computer Science* 3242, 752-761.
- [106] Kumar, V. S., Thansekhar, M. R., Saravanan, R. (2014) Multi objective optimization for vehicle routing problem using fitness aggregated

- genetic algorithm (FAGA), *Proceedings of Second International Conference on Advances in Industrial Engineering Applications (ICAIEA 2014)*, Anna University, Chennai.
- [107] Kumar, R., Singh, P. K. (2007) Pareto evolutionary algorithm hybridized with local search for biobjective TSP, *Hybrid Evolutionary Algorithms, Studies in Computational Intelligence*, 75, 361-398.
- [108] Kumar, R. S., Kondapaneni, K., Dixit, V., Goswami, A., Thakur, L. S., Tiwari, M. K. (2015) Multi-objective modeling of production and pollution routing problem with time window: A self-learning particle swarm optimization approach, *Computers & Industrial Engineering*, PII: S0360-8352(15)00287-9.
- [109] Kuo, Y. (2010) Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem, *Computers & Industrial Engineering*, 59(1), 157-165.
- [110] Lahyani, R., Khemakhem, M., Semet, F. (2015) Rich vehicle routing problems: From a taxonomy to a definition, *European Journal of Operational Research*, 241(1), 1-14.
- [111] Laporte, G. (1992) The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms, *European Journal of Operational Research*, 59(2), 231-248.
- [112] Lawer, E. L., Lenstra, J. K., Rinnoy Kan, A. H. G. R., Shmoys, D. B. (1985) *The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*, Wiley and Sons.
- [113] Lee, T. R., Ueng, J. H. (1999) A study of vehicle routing problems with load-balancing, *Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 29(10), 646-657.
- [114] Leonardi, J., Baumgartner, M. (2004) CO_2 efficiency in road freight transportation: Status quo, measures and potential, *Transportation Research Part D*, 9(6), 451-464.
- [115] Li, H. (2003) A non-dominated sorting particle swarm optimizer for multiobjective optimization, *Genetic and Evolutionary Computation (GECCO 03), Lecture Notes in Computer Science*, 2723, 37-48.

- [116] Li, H., Lv, T., Li, Y. (2015) The tractor and semitrailer routing problem with many-to-many demand considering carbon dioxide emissions, *Transportation Research Part D*, 34, 68-82.
- [117] Li, F., Gao, S., Wang, W., Tang, Z. (2009) An adaptive clonal selection algorithm for edge linking problem, *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, 9(7), 57-65.
- [118] Li, J. (2012) Vehicle routing problem with time windows for reducing fuel consumption, *Journal of Computers*, 7(12), 3020-3027.
- [119] Lin, C., Choy, K. L., Ho, G. T. S., Ng, T. W. (2014) A genetic algorithm-based optimization model for supporting green transportation operations, *Expert Systems with Applications*, 41(7), 3284-3296.
- [120] Lin, C., Choy, K. L., Ho, G. T. S., Chung, S. H., Lam, H. Y. (2014) Survey of green vehicle routing problem: Past and future trends, *Expert Systems with Applications*, 41(4), 1118-1138.
- [121] Lin, C. K. Y., Kwok, R. C. W. (2006) Multi-objective metaheuristics for a location-routing problem with multiple use of vehicles on real data and simulated data, *European Journal of Operational Research*, 175(3), 1833-1849.
- [122] Lis, J., Eiben, A. E. (1997) A multi-sexual genetic algorithm for multi-objective optimization, *Evolutionary Computation*, 59-64.
- [123] Liu, S. C., Lin, C. C. (2004) A heuristic method for the combined location routing and inventory problem, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26(4), 372-381.
- [124] Luh, G. -C., Chueh, C. -H., Liu, W. -W. (2003) MOIA: Multi-objective immune algorithm, *Engineering Optimization*, 35(2), 143-164.
- [125] Ma, J., Shi, G., Gao, L. (2009) An improved immune clonal selection algorithm and its applications for VRP, *Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics Shenyang*, August 2009, China.
- [126] Maden, W., Eglese, R., Black, D. (2010) Vehicle routing and scheduling with time-varying data: A case study, *Journal of the Operational Research Society*, 61, 515-522.

- [127] Marinakis, Y., Iordanidou, G. R., Marinaki, M. (2013) Particle swarm optimization for the vehicle routing problem with stochastic demands, *Applied Soft Computing*, 13(4), 1693-1704.
- [128] Marinakis, Y., Marinaki, M., Migdalas, A. (2014) A hybrid clonal selection algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands, *Learning and Intelligent Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, 8426, 258-273.
- [129] McKinnon, A. (1999) A logistical perspective on the fuel efficiency of road freight transport, *OECD, ECMT and IEA: Workshop Proceedings*, Paris.
- [130] Melechovsky, J., Prins, C., Calvo, R. W. (2005) A metaheuristic to solve a location-routing problem with non-linear costs, *Journal of Heuristics*, 11(5-6), 375-391.
- [131] Mezura-Montes, E., Reyes-Sierra, M., Coello Coello, C. A. (2005) Multi-objective optimization using differential evolution: A survey of the state-of-the-art, *Advances in Differential Evolution, Studies in Computational Intelligence*, 143, 173-196.
- [132] Min, H. (1991) A multiobjective vehicle routing problem with soft time windows: the case of a public library distribution system, *Socio-Economic Planning Sciences*, 25(3), 179-188.
- [133] Molina, J. C., Eguia, I., Racero, J., Guerrero, F. (2014) Multi-objective vehicle routing problem with cost and emission functions, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 160, 254-263.
- [134] Moore, J. (1999) *Application of particle swarm to multiobjective optimization*, Department of Computer Science and Software Engineering, Auburn University.
- [135] Mostaghim, S., Teich, J. (2003) Strategies for finding good local guides in multi-objective particle swarm optimization (MOPSO), *IEEE Swarm Intelligence Symposium (SIS 03)*, 26-33.
- [136] Mostaghim, S., Teich, J. (2004) Covering pareto-optimal fronts by sub-swarms in multi-objective particle swarm optimization, *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2004)*, 2, 1404-1411.

- [137] Murata, T., Ishibuchi, H. (1995) MOGA: multi-objective genetic algorithms, *IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, Perth, Australia, 289-294.
- [138] Murata, T., Itai, R. (2007) Local search in two-fold EMO algorithm to enhance solution similarity for multi-objective vehicle routing problems, *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, 4403, 201-215.
- [139] Nagy, G., Salhi, G. (2007) Location-routing: Issues, models and methods, *European Journal of Operational Research*, 177(2), 649-672.
- [140] Nebro, A. J., Durillo, J. J., Luna, F., Dorronsoro, B., Alba, E. (2009) MOCcell: A cellular genetic algorithm for multiobjective optimization, *International Journal of Intelligent Systems*, 24, 726-746.
- [141] Niu, B., Zhu, Y., He, X., Wu, H. (2007) MCPSPSO: A multi-swarm cooperative particle swarm optimizer, *Applied Mathematics and Computation*, 185(2), 1050-1062.
- [142] Niu, B., Zhu, Y., He, X., Shen, H. (2008) A multi-swarm optimizer based fuzzy modeling approach for dynamic systems processing, *Neurocomputing*, 71(7-9), 1436-1448.
- [143] Norouzi, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Ghazanfari, M., Alinaghian, M., Salamatbakhsh, A. (2012) A new multi-objective competitive open vehicle routing problem solved by particle swarm optimization, *Networks and Spatial Economics*, 12(4), 609-633.
- [144] Nunez, A., Cortes, C. E., Saez, D., Schutter, B. D., Gendreau, M. (2014) Multiobjective model predictive control for dynamic pickup and delivery problems, *Control Engineering Practice*, 32, 73-86.
- [145] Ohlmann, J. W., Thomas, B. W. (2007) A compressed-annealing heuristic for the traveling salesman problem with time windows, *INFORMS Journal on Computing*, 19(1), 80-90.
- [146] Okabe, T., Jin, Y., Sendhoff, B. (2003) A critical survey of performance indices for multi-objective optimization, *Evolutionary Computation*, 2, 878-885.
- [147] Ombuki, B., Ross, B. J., Hanshar, F. (2006) Multi-objective genetic algorithms for vehicle routing problem with time windows, *Applied Intelligence*, 24(1), 17-30.

- [148] Ombuki, B., Runka, A., Hanshar, F. (2007) Waste collection vehicle routing problem with time windows using multi-objective genetic algorithms, *Computational Intelligence*, July 2007, Canada.
- [149] Osyczka, A., Kundu, S. (1995) A new method to solve generalized multicriteria optimization problems using the simple genetic algorithm, *Structural Optimization*, 10(2), 94-99.
- [150] Park, Y. B., Koelling, C. P. (1986) A solution of vehicle routing problems in a multiple objective environment, *Engineering Costs and Production Economics*, 10(2), 121-132.
- [151] Park, Y. B., Koelling, C. P. (1989) An interactive computerized algorithm for multicriteria vehicle routing problems, *Computers & Industrial Engineering*, 16(4), 477-490.
- [152] Parrish, C. R., Kawaoka, Y. (2005) The origins of new pandemic viruses: the acquisition of new host ranges by canine parvovirus and influenza A viruses, *Annual Review of Microbiology*, 59, 553-586.
- [153] Parsopoulos, K. E., Tasoulis, D. K., Pavlidis, N. G., Plagianakos, V. P., Vrahatis, M. N. (2004) Vector evaluated differential evolution for multiobjective optimization, *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2004)*, Portland, Oregon, USA, June 2004, 1, 204-211.
- [154] Parsopoulos, K. E., Tasoulis, D. K., Vrahatis, M. N. (2004) Multi-objective optimization using parallel vector evaluated particle swarm optimization, *Proceedings of the IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Applications (AIA 2004)*, 2, 823-828.
- [155] Perelson, A. S., Weisbuch, G. (1997) Immunology for physicists, *Reviews of Modern Physics*, 69(4).
- [156] Poli, R., Kennedy, J., Blackwell, T. (2007) Particle swarm optimization. An overview, *Swarm Intelligence*, 1(1), 33-57.
- [157] Pradenas, L., Oportus, B., Parada, V. (2013) Mitigation of greenhouse gas emissions in vehicle routing problems with backhauling, *Expert Systems with Applications*, 40, 2985-2991.
- [158] Prodhon, C., Prins, C. (2014) A survey of recent research on location-routing problems, *European Journal of Operational Research*, 238(1), 1-17.

- [159] Pulido, G. T., Coello Coello, C. A. (2004) Using clustering techniques to improve the performance of a particle swarm optimizer, *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO 2004), Lecture Notes in Computer Science*, 3102, 225-237.
- [160] Qi, Y., Hou, Z., Li, H., Huang, J., Li, X. (2015) A decomposition based memetic algorithm for multi-objective vehicle routing problem with time windows, *Computers & Operations Research*, 62, 61-77.
- [161] Rahoual, M., Kitoun, B., Mabed, M. H., Bachelet, V., Benameur, F. (2001) Multicriteria genetic algorithms for the vehicle routing problem with time windows, *Presented at MIC 2001, 4th Metaheuristic International Conference*, Porto, Portugal.
- [162] Raquel, C. R., Prospero, J., Naval, C. (2005) An effective use of crowding distance in multiobjective particle swarm optimization, *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO 2005)*, 257-264.
- [163] Reyes-Sierra, M., Coello Coello, C. A. (2006) Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: A Survey of the State of the Art, *International Journal of Computational Intelligence Research*, 2(3), 287-308.
- [164] Robic, T., Filipic, B. (2005) Differential evolution for multiobjective optimization, *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, EMO 2005, Lecture Notes in Computer Science*, 3410, 520-533.
- [165] Santana-Quintero, L. V., Hernandez-Diaz, A. G., Molina, J., Coello Coello, C. A., Caballero, R. (2010) DEMORS: A hybrid multi-objective optimization algorithm using differential evolution and rough set theory for constrained problems, *Computers & Operations Research*, 37, 470-480.
- [166] Santana-Quintero, L. V., Coello Coello, C. A. (2005) An algorithm based on differential evolution for multi-objective problems, *International Journal of Computational Intelligence Research*, 1(2), 151-169.
- [167] Sarker, R., Coello Coello, C. A. (2002) Assessment methodologies for multiobjective evolutionary algorithms, *Evolutionary Optimization, International Series in Operations Research and Management Science*, 48, 177-195.
- [168] Sbihi, A., Eglese, R. W. (2007) Combinatorial optimization and green logistics, *4OR*, 5(2), 99-116.

- [169] Schaffer, J. D. (1985) Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, *Proceedings of the international conference on genetic algorithm and their applications*.
- [170] Shi, Y., Eberhart, R. (1998) A modified particle swarm optimizer, *IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 69-73.
- [171] Sierra, M. R., Coello Coello, C. A. (2005) Improving PSO-based multi-objective optimization using crowding, mutation and ϵ -Dominance, *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, 3410, 505-519.
- [172] Srinivas, N., Deb, K. (1994) Multiobjective optimization using non-dominated sorting genetic algorithms, *Evolutionary Computation*, 2(3), 221-248.
- [173] Srinivasan, D., Seow, T. H. (2003) Particle swarm inspired evolutionary algorithm (PS-EA) for multiobjective optimization problem, *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2003)*, 4, 2292-2297.
- [174] Srivastava, S. K. (2007) Green supply-chain management: A state-of-the-art literature review, *International Journal of Management Reviews*, 9(1), 53-80.
- [175] Solomon, M. M. (1987) Algorithms for the vehicle-routing and scheduling problems with time window constraints, *Operations Research*, 35(2), 254-265.
- [176] Storn, R., Price, K. (1997) Differential evolution - A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal of Global Optimization*, 11(4), 341-359.
- [177] Suzuki, Y. (2011) A new truck-routing approach for reducing fuel consumption and pollutants emission, *Transportation Research Part D*, 16(1), 73-77.
- [178] Tajik, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Vahdani, B., Meysam Mousavi, S. (2014) A robust optimization approach for pollution routing problem with pickup and delivery under uncertainty, *Journal of Manufacturing Systems*, 33(2), 277-286.
- [179] Tan, K. C., Chew, Y. H., Lee, L. H. (2006) A Hybrid Multiobjective Evolutionary Algorithm for Solving Vehicle Routing Problem with Time Windows, *Computational Optimization and Applications*, 34(1), 115-151.

- [180] Tan, K. C., Chew, Y. H., Lee, L. H. (2006) A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for solving truck and trailer vehicle routing problems, *European Journal of Operational Research*, 172(3), 855-885.
- [181] Tan, K. C., Cheong, C. Y., Goh, C. K. (2007) Solving multiobjective vehicle routing problem with stochastic demand via evolutionary computation, *European Journal of Operational Research*, 177(2), 813-839.
- [182] Tillett, T., Rao, T. M., Sahin, F., Rao R. (2005) Darwinian particle swarm optimization, *2nd Indian International Conference on Artificial Intelligence*, Pune, India, 1474-1487.
- [183] Tiwari, A., Chang, P. C. (2002) A block recombination approach to solve green vehicle routing problem, *International Journal of Production Economics*, 164, 379-387.
- [184] Toth, P., Vigo, D. (2001) *The vehicle routing problem*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- [185] Tripathi, P. K., Bandyopadhyay, S., Pal, S. K. (2007) Multi-objective particle swarm optimization with time variant inertia and acceleration coefficients, *Information Sciences*, 177(22), 5033-5049.
- [186] Ulutas, B. H., Islier, A. A. (2007) Parameter Setting for Clonal Selection Algorithm in Facility Layout Problems, *ICCSA 2007, Lecture Notes in Computer Science, Part I*, O. Gervasi and M. Gavrilova (Eds.), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 4705, 886-899.
- [187] Vemuri, V. R., Cedeino, W. (1995) A new genetic algorithm for multi-objective optimization in water resource management, *Evolutionary Computation*, 1, 1-11.
- [188] Von Neumann, J., Morgenstern, O. (1944) *Theory of games and economic behavior*, Princeton University Press, Princeton.
- [189] Wang, Z., Guo, J., Zheng, M., Wang, Y. (2015) Uncertain multiobjective traveling salesman problem, *European Journal of Operational Research*, 241, 478-489.
- [190] Watanabe, S., Hiroyasu, T., Miki, M. (2002) NCGA: Neighborhood cultivation genetic algorithm for multi-objective optimization problems, *GECCO 2002*, 458-465.

- [191] Weizhen, R., Chun, J. (2012) A model of vehicle routing problem minimizing energy consumption in urban environment, *Asian Conference of Management Science & Applications*, September 2012, Chengdu-Jiuzhaigou, 21-29.
- [192] Wen, L., Eglese, R. (2015) Minimum cost VRP with time-dependent speed data and congestion charge, *Computers & Operations Research*, 56, 41-50.
- [193] Wolf, Y. I., Viboud, C., Holmes, E. C., Koonin, E. V., Lipman, D. J. (2006) Long intervals of stasis punctuated by bursts of positive selection in the seasonal evolution of influenza A virus, *Biology Direct*, 1-34.
- [194] Xiao, Y., Zhao, Q., Kaku, I., Xu, Y. (2012) Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem, *Computers and Operations Research*, 39(7), 1419-1431.
- [195] Xiao, Y., Konak, A. (2015) A simulating annealing algorithm to solve the green vehicle routing & scheduling problem with hierarchical objectives and weighted tardiness, *Applied Soft Computing*, 34, 372-388.
- [196] Xue, F. (2004) Multi-Objective Differential Evolution: Theory and Applications, *PhD thesis*, Rensselaer Polytechnic Institute, New York.
- [197] Xue, F., Sanderson, A. C., Graves, R. J. (2003) Pareto-based multiObjective differential evolution, *IEEE Proceedings of the 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC 2003)*, 2, 862-869.
- [198] Yang, J. -H., Sun, L., Lee, H. P., Qian, Y., Liang, Y. -C. (2008) Clonal selection based memetic algorithm for job shop scheduling problems, *Journal of Bionic Engineering*, 5(2), 111-119.
- [199] Yu, V. F., Lin, S. W., Lee, W., Ting, C. J. (2010) A simulated annealing heuristic for the capacitated location routing problem, *Computers & Industrial Engineering*, 58(2), 288-299.
- [200] Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T. (2009) An integrated local search method for inventory and routing decisions, *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10239-10248.
- [201] Zhang, S., Lee, C. K. M., Chan, H. K., Choy, K. L., Wu, Z. (2015) Swarm intelligence applied in green logistics: A literature review, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 37, 154-169.

- [202] Zhang, S., Lee, C. K. M., Choy, K. L., Ho, W., Ip, W. H. (2014) Design and development of a hybrid artificial bee colony algorithm for the environmental vehicle routing problem, *Transportation Research Part D*, 31, 85-99.
- [203] Zhou, A., Qu, B. Y., Li, H., Zhao, S. Z., Suganthan, P. N. (2011) Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art, *Swarm and Evolutionary Computation*, 1, 32-49.
- [204] Zhu, Y., Gao, S., Dai, H., Li, F., Tang, Z. (2007) Improved clonal algorithm and its application to traveling salesman problem, *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, 7(8), 109-113.
- [205] Zhu, Z., Xiao, J., He, S., Ji, Z., Sun, Y. (2015) A multi-objective memetic algorithm based on locality-sensitive hashing for one-to-many-to-one dynamic pickup-and-delivery problem, *Information Sciences*, doi: 10.1016/j.ins.2015.09.006.
- [206] Zitzler, E., Deb, K., Thiele, L. (2000) Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results, *Evolutionary Computation*, 8(2), 173-195.
- [207] Zitzler, E., Laumanns, M., Bleuler, S. (2004) A tutorial on evolutionary multiobjective optimization, *Metaheuristics for Multiobjective Optimization, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 535, 3-37.
- [208] Zitzler, E., Thiele, L. (1998) Multiobjective optimization using evolutionary algorithms - A comparative case study, *Parallel Problem Solving from Nature, Lecture Notes in Computer Science*, 1498, 292-301.
- [209] Zitzler, E., Thiele, L. (1999) Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach, *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 3(4), 257-271.
- [210] Zitzler, E., Thiele, L., Bader, J. (2008) SPAM: Set preference algorithm for multiobjective optimization, *Parallel Problem Solving from Nature, Lecture Notes in Computer Science*, 5199, 847-858.
- [211] Δελήμπαση, Ε. (2012) Επίλυση του προβλήματος πλανόδιου πωλητή με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις με χρήση του αλγόριθμου επιλογής κλώνων (Clonal Selection Algorithm), *Μεταπτυχιακή Διατριβή*, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

- [212] Μαρινάκης, Ι., Μαρινάκη, Μ., Ματσατσίνης, Ν. Φ., Ζοπουνίδης, Κ. (2011) *Μεθευρετικοί και Εξελκτικοί Αλγόριθμοι σε Προβλήματα Διοικητικής Επιστήμης*, Εκδόσεις Κλειδάριθμος.
- [213] Μαρινάκης, Ι., Μυγδαλάς, Α. (2008) *Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση Εφοδιαστικής Αλυσίδας*, Εκδόσεις Σοφία.
- [214] Ψύχας, Η. Δ. (2012) Επίλυση του προβλήματος πλανόδιου πωλητή με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις με χρήση του αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών, *Μεταπτυχιακή Διατριβή*, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.
- [215] <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>
- [216] <http://shark-project.sourceforge.net/MOO-EALib/>
- [217] <http://www.hpa.org.uk/Topics/InfectiousDiseases/InfectionsAZ/PandemicInfluenza/History/>
- [218] <http://www.nctm.org/resources/content.aspx?id=8496>
- [219] <http://www.topspeed.com/trucks/truck-reviews/scania/2010-scania-p-series-ar126354.html>