



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη της επιρροής μη-γραμμικών φαινομένων υλικού και επαφής-τριβής στην μηχανική απόκριση αυξητικών υλικών με χρήση πεπερασμένων στοιχείων.

Influence of material and contact nonlinearities on the mechanical behavior of auxetic materials using finite element analysis.

ΠΑΠΑΔΟΓΙΑΝΝΗ ΝΙΚΟΛΕΤΤΑ

Επιβλέπων Καθηγητής: Σταυρουλάκης Γεώργιος

XANIA 2015

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως τον επιβλέποντα καθηγητή μου Κ. Σταυρουλάκη Γεώργιο για όλη την καθοδήγησή του και την παροχή υλικού κατά τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας αλλά και για την σημαντική ευκαιρία που μου έδωσε να δημοσιοποιηθεί μέρος από αυτή. Επίσης ένα μεγάλο ευχαριστώ στον Γεώργιο Δροσόπουλο για την πραγματικά πολύτιμη βοήθειά του, τις συμβουλές του και το χρόνο που μου διέθεσε όλο αυτό το διάστημα. Τέλος, ένα ακόμα μεγαλύτερο ευχαριστώ στους γονείς μου για την υποστήριξη των επιλογών μου κατά τη διάρκεια όλων αυτών των πέντε χρόνων αλλά κυρίως γιατί είναι πάντα είναι δίπλα μου και με στηρίζουν.

Περιεχόμενα

| | |
|--|-----------|
| Ευχαριστίες..... | 3 |
| Περίληψη..... | 5 |
| Abstract..... | 6 |
| Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή..... | 7 |
| Κεφάλαιο 2: Αυξητικά υλικά και μικροδομές..... | 10 |
| 2.1. Γενική περιγραφή..... | 10 |
| 2.2. Αρνητικός Λόγος Poisson | 11 |
| Κεφάλαιο 3: Μονόπλευρη επαφή-τριβή | 13 |
| 3.1. Αρχές της μονόπλευρης επαφής - τριβής | 13 |
| 3.2. Πρόβλημα μονόπλευρης επαφής-τριβής..... | 14 |
| 3.3. Εφαρμογή επαφής-τριβής στην αυξητική μικροδομή | 14 |
| 3.3.1. Περιγραφή Μεθόδου Πεπερασμένων στοιχείων | 14 |
| 3.3.2. Μέθοδος “Penalty” | 15 |
| 3.3.3. Επαναληπτική Μέθοδος Newton-Raphson | 15 |
| Κεφάλαιο 4:Μοντέλο αυξητικής μικροδομής..... | 17 |
| 4.1. Μορφή..... | 17 |
| 4.2. Δομικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες..... | 18 |
| 4.3. Συνθήκες επαφής-τριβής | 19 |
| Κεφάλαιο 5: Αριθμητικά παραδείγματα στην αυξητική μικροδομή..... | 22 |
| 5.1. Γραμμική επίπεδη φόρτιση και αξονοσυμμετρική πάκτωση | 22 |
| 5.2. Δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων | 24 |
| 5.3. Προσομοίωση του hard material | 25 |
| 5.4. Προσομοίωση hard material-soft material (ελαστικό μοντέλο)..... | 30 |
| 5.5. Προσομοίωση hard material-soft material (ελαστοπλαστικό μοντέλο)..... | 38 |
| Συμπεράσματα..... | 51 |
| Βιβλιογραφικές αναφορές | 53 |

Περίληψη

Με δεδομένη την τελική μικροδομή ενός αυξητικού υλικού το οποίο προέκυψε μετά από τοπολογική βελτιστοποίηση και επαληθεύτηκε από αριθμητική ομογενοποίηση (*“Design and verification of auxetic microstructures using topology optimization and homogenization.”*, Nikos T. Kaminakis, Georgios A. Drosopoulos, Georgios E. Stavroulakis, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2014), απομονώθηκε το ένα τέταρτο αυτής το οποίο αντιμετωπίστηκε σαν μονολιθικό σώμα, χωρίς αρθρώσεις. Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη του μη-γραμμικού φαινομένου της επαφής-τριβής στο μοντέλο που απομονώθηκε προκειμένου να αναλυθεί το πώς η εφαρμογή του επηρεάζει την μηχανική συμπεριφορά των αυξητικών υλικών. Στην επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε κατάλληλο πρόγραμμα Πεπερασμένων Στοιχείων. Το δεδομένο μοντέλο εμπλουτίστηκε με κατάλληλες διεπιφάνειες επαφής, εφαρμόστηκαν διαφορετικά φορτία, ενεργοποιήθηκαν η πλαστικότητα και η ελαστοπλαστικότητα και έπειτα με τη χρήση της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων παρατηρήθηκε η συμπεριφορά του και υπολογίστηκε ο ομογενοποιημένος λόγος Poisson. Τέλος πραγματοποιήθηκαν συγκρίσεις και ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Abstract

The final microstructure of an auxetic material - result of topology optimization and verification of numerical homogenization - was given for granted (*“Design and verification of auxetic microstructures using topology optimization and homogenization.”*, Nikos T. Kaminakis, Georgios A. Drosopoulos, Georgios E. Stavroulakis, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2014) and one quarter of it was isolated and confronted as a monolithic body without joints. In this diploma thesis, the nonlinear unilateral contact between the constituent materials of the microstructure will be studied in order to identify how the auxetic behavior of the material is influenced. For the solution of the problem a Finite Element Analysis Program was used. The given model enriched with the appropriate contact interfaces, different loads incorporated and the plasticity and elastoplasticity were activated. The nonlinear finite element analysis showed the behavior of the microstructure and for each simulation the effective Poisson’s ratio was calculated. Finally, comparisons realized as well as the interpretation of the results.

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Τα αυξητικά υλικά παρουσιάζουν ιδιότητες οι οποίες τα καθιστούν κατάλληλα για μια σειρά καινοτόμων εφαρμογών. Πρόκειται για υλικά τα οποία έχουν τη δυνατότητα να απορροφούν τους κραδασμούς, έχουν μεγάλη αντοχή και ανθεκτικότητα και δεν ευνοούν τη διάδοση ρωγμών στην επιφάνεια τους. Το πιο βασικό όμως χαρακτηριστικό τους είναι η επίδραση του αρνητικού λόγου Poisson η οποία αποδίδεται στη μικροδομή του υλικού [1,3]. Σύμφωνα με έρευνες, έχουν προταθεί και μελετηθεί αρκετές αυξητικές μικροδομές οι οποίες ανάλογα με τα χαρακτηριστικά που προάγουν την αυξητική συμπεριφορά διακρίνονται σε κατηγορίες μεταξύ των οποίων είναι οι γωνίες επανεισόδου (reentrant corners), οι μη κυρτές μικροδομές (nonconvex microstructures) καθώς και οι νηματικοί μηχανισμοί (nematic mechanisms). Αυτές οι αυξητικές γεωμετρίες προοδευτικά χρησιμοποιούνται στην ανάπτυξη νέων προϊόντων ιδίως στους τομείς των ευφυών επεκτάσιμων ενεργοποιητών, με χαρακτηριστικό παράδειγμα τη χρήση shape memory alloys για την δημιουργία δορυφορικών κεραιών, στη βιοιατρική για τη δημιουργία εμφυτεύσιμων συσκευών, για τη δημιουργία ανθεκτικού προστατευτικού εξοπλισμού αλλά και στους τομείς της αεροδιαστημικής και της άμυνας [4,5,6,7].

Με τη βοήθεια τεχνικών τοπολογικής βελτιστοποίησης ευέλικτων μηχανισμών έχει επιτευχθεί η αυτόματη σχεδίαση μικροδομών οι οποίες διαφέρουν από τις πλέον συνηθισμένες. Η τοπολογική βελτιστοποίηση διατυπώνεται ως το πρόβλημα της βέλτιστης κατανομής υλικού μέσα σε ένα σταθερό τομέα σχεδιασμού με αναφορά μια συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση και ένα σύνολο περιορισμών [8]. Διευρύνει, έτσι, το φάσμα των δυνατοτήτων της βελτιστοποίησης και έχει την ικανότητα να εφεύρει νέες δομές. Ωστόσο, επειδή η τοπολογική βελτιστοποίηση δεν μπορεί να καλύψει όλους τους πιθανούς στόχους του σχεδιασμού, όπως είναι η δυναμική συμπεριφορά, η αντοχή σε κόπωση, η ικανότητα κατασκευής ή ακόμα και η προσαρμογή σε συγκεκριμένους περιορισμούς τα αποτελέσματα εξακολουθούν να χρειάζονται τροποποίηση. Στο σημείο αυτό μπορούν να χρησιμοποιηθούν τεχνικές βελτιστοποίησης του σχεδιασμού, όμως η τελική επαλήθευση η οποία δείχνει ότι η προτεινόμενη μικροδομή έχει τις απαιτούμενες ιδιότητες γίνεται με τη μέθοδο της αριθμητικής ομογενοποίησης.

Η αριθμητική ομογενοποίηση αφορά των υπολογισμό ομογενοποιημένων ιδιοτήτων σύνθετων κατανομών, συμπεριλαμβανομένων αυτών με αυξητική μικροδομή, υπό ένα γραμμικό ή μη-γραμμικό νόμο υλικού [1], μέχρι εκεί που κάποιος μπορεί να επιλύσει μια στατιστικά καθορισμένη αντιπροσωπευτική ποσότητα υλικού, τον επονομαζόμενο Αντιπροσωπευτικό Όγκο Αναφοράς (Representative Volume Element, RVE). Με βάση την παραδοχή ότι η μικροδομή ενός υλικού αποτελείται από επαναλαμβανόμενα μοτίβα, στην αριθμητική ομογενοποίηση, ένα μόνο μοτίβο

της μικροδομής του υλικού (RVE) απομονώνεται, λύνεται ανεξάρτητα και τα αποτελέσματα που προκύπτουν χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για τον καθορισμό του συνόλου των νόμων που διέπουν μακροσκοπικά το υλικό αυτό [9,20,21]. Βέβαια, υπάρχει και μια διαφορετική θεώρηση σύμφωνα με την οποία η αριθμητική ομογενοποίηση ενσωματώνει ταυτόχρονα τόσο τη μακροσκοπική όσο και τη μικροσκοπική ανάλυση μιας δομής. Κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης προσδιορίζεται η μακροσκοπική απόκριση της δομής, επιλύεται το μικροσκοπικό πρόβλημα και τελικά μεταφέρονται οι απαραίτητες πληροφορίες στην μακροσκοπική κλίμακα [10,11,12,13].

Επομένως, η τοπολογική βελτιστοποίηση αφορά τον αρχικό σχεδιασμό μιας δομής και προηγείται της αριθμητικής ομογενοποίησης η οποία χρησιμοποιείται για την τελική επαλήθευση των ιδιοτήτων του υλικού.

Στην αναφορά [1] η αριθμητική ομογενοποίηση χρησιμοποιήθηκε για την επαλήθευση της αυξητικής συμπεριφοράς μιας μικροδομής η οποία αρχικά διαμορφώθηκε μέσω τοπολογικής βελτιστοποίησης με τη χρήση ενός κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα: Η τοπολογική βελτιστοποίηση έδωσε την αρχική δομή του υλικού η οποία ήταν ετερογενής και αποτελείτο δομικά από ένα σκληρό υλικό (hard material) και ένα μαλακό υλικό (soft material). Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε η αριθμητική ομογενοποίηση η οποία έδωσε την τελική μικροδομή του υλικού αλλά και τις ιδιότητες που το χαρακτηρίζουν. Για απλοποίηση του προβλήματος, προσδόθηκαν στο μοντέλο οι κατάλληλοι αξονοσυμμετρικοί περιορισμοί προκειμένου να γίνει αναγωγή του στο ένα τέταρτο της σχεδίασης, το οποίο αντιμετωπίστηκε ως Αντιπροσωπευτικός Όγκος Αναφοράς (RVE) και τελικά υπολογίστηκε ο ομογενοποιημένος λόγος Poisson.

Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία, λαμβάνοντας ως δεδομένη την παραπάνω τελική μικροδομή αυξητικού υλικού, θεωρήθηκε ως μοντέλο ο Αντιπροσωπευτικός Όγκος Αναφοράς (RVE) του ενός τετάρτου αυτής της μικροδομής, το οποίο αντιμετωπίστηκε σαν μονολιθικό σώμα, χωρίς αρθρώσεις. Η κατανομή του υλικού είναι προφανώς αυτή που προέκυψε από την τοπολογική βελτιστοποίηση και θεωρείται πως το σκληρό υλικό αποτελεί το βασικό τμήμα της μικροδομής ενώ το μαλακό ότι είναι το υλικό που καλύπτει τα κενά σημεία στο μοντέλο. Σκοπός είναι να ελεγχθεί το πώς αντιδρά το μοντέλο αυτό στο φαινόμενο της επαφής-τριβής μεταξύ των δύο υλικών. Αφού εφαρμόστηκαν συνθήκες επαφής και τριβής μεταξύ του σκληρού και του μαλακού υλικού, έγινε προσομοίωση της συμπεριφοράς του υλικού η οποία μελετήθηκε και αναλύθηκε προκειμένου να κατανοηθεί το πως επηρεάστηκε η αυξητική φύση της μικροδομής. Πρώτα λήφθηκε υπόψη μόνο το σκληρό υλικό στο οποίο εφαρμόστηκε το μη-γραμμικό φαινόμενο της επαφής (self-contact) στις περιοχές του υλικού όπου οι συνθήκες επαφής ήταν δυνατό να εμφανιστούν. Έπειτα χρησιμοποιήθηκαν και τα δύο υλικά μαζί στα οποία

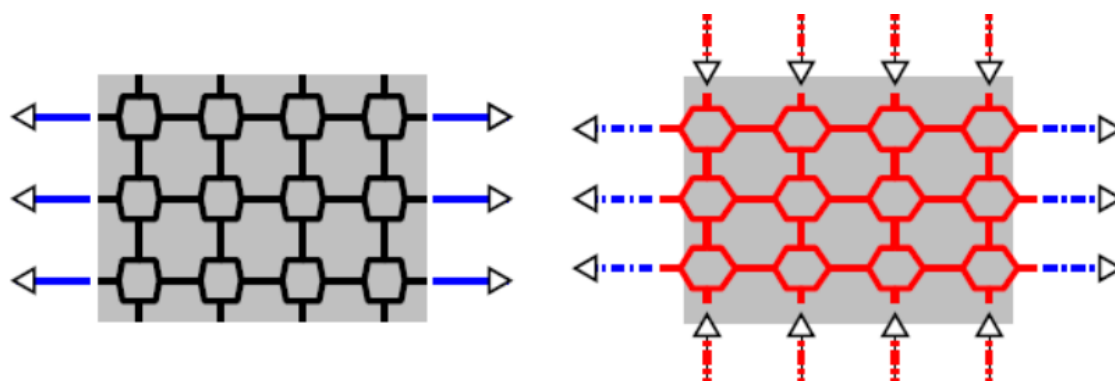
εφαρμόστηκε το φαινόμενο της επαφής επιφάνεια προς επιφάνεια (surface-to-surface contact). Η συμπεριφορά του μοντέλου ελέγχεται όταν ενεργοποιούνται τόσο το φαινόμενο επαφής-τριβής, όσο και η ελαστοπλαστική συμπεριφορά των υλικών του φορέα. Σε κάθε δοκιμή για την επίτευξη της εκάστοτε εφαρμοζόμενης συνθήκης ασκείται κάποια δύναμη στο μοντέλο. Έπειτα, μετά τον καθορισμό των απαραίτητων παραμέτρων στο μοντέλο γίνεται η επίλυση με τη Μέθοδο Πεπερασμένων στοιχείων σε κατάλληλο πρόγραμμα και εξάγονται τα αριθμητικά αποτελέσματα με βάση τα οποία υπολογίζεται ο ομογενοποιημένος λόγος Poisson. Σύμφωνα με αυτόν γίνεται και η εξαγωγή συμπερασμάτων για την συμπεριφορά της μικροδομής.

Το περιεχόμενο της εργασίας κλιμακώνεται ως εξής: Στο δεύτερο κεφάλαιο θα γίνει μια γενική παρουσίαση των αυξητικών υλικών και θα δοθεί η ερμηνεία του ομογενοποιημένου λόγου Poisson. Στο τρίτο κεφάλαιο, θα παρουσιαστούν τόσο οι αρχές όσο και το πρόβλημα του φαινομένου της μονόπλευρης επαφής και τριβής. Στο ίδιο κεφάλαιο θα περιγραφεί πώς γίνεται η εφαρμογή του στην εξεταζόμενη αυξητική μικροδομή ενώ στο επόμενο κεφάλαιο θα γίνει αναλυτική παρουσίαση της δομής και των ιδιοτήτων του μοντέλου. Τέλος, οι αριθμητικές εφαρμογές που έγιναν στο μοντέλο με την επιβολή γραμμικής επίπεδης φόρτισης θα αναλυθούν στο πέμπτο κεφάλαιο, όπου θα παρουσιαστούν και θα ερμηνευθούν τα αποτελέσματα.

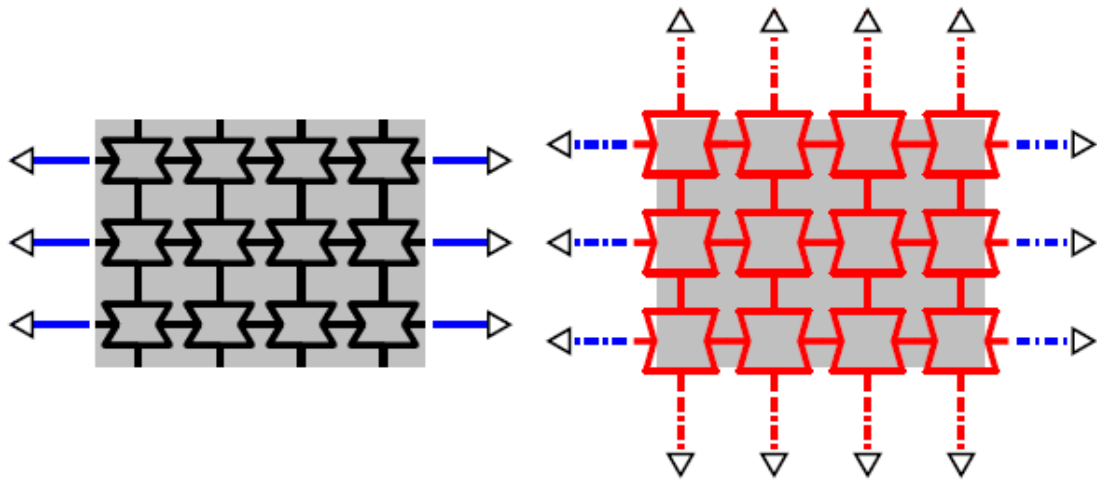
Κεφάλαιο 2: Αυξητικά υλικά και μικροδομές

2.1. Γενική περιγραφή

Όταν ένα κοινό υλικό υπόκειται εφελκυσμό σε μία κατεύθυνση, προκαλείται μεταβολή του μήκους του σε κατεύθυνση κάθετη προς την κατεύθυνση στην οποία υπάρχει η φόρτιση, πραγματοποιείται δηλαδή μείωση της διατομής του (συρρίκνωση) (Εικόνα 1). Αντίστοιχα, όταν συμπιέζεται ένα κοινό υλικό, στην κάθετη κατεύθυνση από αυτή στην οποία εφαρμόζεται η θλίψη το υλικό εμφανίζει επιμήκυνση. Ο λόγος Poisson μετράει αυτή τη μεταβολή του μήκους ενός ελαστικού υλικού η οποία πραγματοποιείται κάθετα στην κατεύθυνση του εκάστοτε εφαρμοζόμενου φορτίου, είναι συνήθως θετικός αριθμός $0 < \nu < 0.5$ και ορίζεται ως το αρνητικό κλάσμα της εγκάρσιας τροπής $\frac{\Delta y}{l_y}$ προς την αξονική τροπή $\frac{\Delta x}{l_x}$. Τα υλικά που εμφανίζουν αρνητικό λόγο Poisson ονομάζονται αυξητικά (auxetic materials). Πρόκειται ουσιαστικά για μικροδομές οι οποίες όταν υπόκεινται σε εφελκυσμό αντί να συρρικνώνονται, επιμηκύνονται κάθετα στην κατεύθυνση του εφαρμοζόμενου φορτίου (Εικόνα 2). Η ονομασία αυτή τους δόθηκε λόγω της αυξανόμενης διατομής που παρουσιάζουν, ενώ εμφανίζονται και με άλλες ονομασίες [2] όπως αντικαουτσούκ (anti-rubber) επειδή όταν είναι τεντωμένα γίνονται παχύτερα σε εγκάρσια τομή σε αντίθεση με το καουτσούκ που γίνεται λεπτότερο. Ονομάζονται επίσης και dilatational materials (υλικά που διογκώνονται) διότι ενώ τα κοινά υλικά μπορούν εύκολα να υποστούν διατμητική παραμόρφωση και όχι τόσο μεταβολή όγκου, τα αυξητικά υλικά εμφανίζουν εύκολη μεταβολή στον όγκο. Πολλές διαφορετικές μικροδομές έχουν διαμορφωθεί προκειμένου να εξηγηθεί και να μοντελοποιηθεί η αυξητική συμπεριφορά.



Εικόνα 1. Συνηθισμένη διάταξη μικροδομής υλικού. Όταν εφελκυστικές δυνάμεις εφαρμόζονται (μπλε βέλη), η δομή του συρρικνώνεται (κόκκινα βέλη). [1]



Εικόνα 2. Αυξητική μικροδομή. Όταν εφελκυστικές δυνάμεις εφαρμόζονται (μπλε βέλη), η δομή επιμηκύνεται κάθετα στη διεύθυνση τους (κόκκινα βέλη).[1]

2.2. Αρνητικός Λόγος Poisson

Στα γραμμικά ελαστικά υλικά, οι σχέσεις τάσης-παραμόρφωσης προέρχονται από το γενικευμένο κανόνα του Hooke. Τέσσερα είναι τα βασικά μεγέθη τα οποία χρησιμοποιούμε για να χαρακτηρίσουμε την συμπεριφορά ενός ισотροπικού γραμμικού ελαστικού υλικού: το μέτρο ελαστικότητας (E), το μέτρο διάτμησης (ή μέτρο δυσκαμψίας) (G), το μέτρο ελαστικότητας όγκου (K) και η αναλογία Poisson (ν), τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με βάση τις σχέσεις που ακολουθούν [14]:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2)$$

$$E = \frac{9KG}{(3K+G)} \quad (3)$$

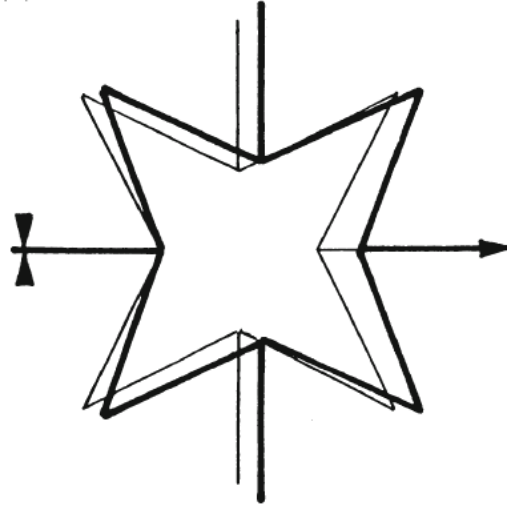
$$\frac{(1+\nu)}{(1-2\nu)} = \frac{3K}{2G} \quad (4)$$

$$\nu = \frac{1}{2} \left(\frac{3K-2G}{3K+G} \right) \quad (5)$$

Σύμφωνα με τις πρώτες 2 εξισώσεις ο λόγος Poisson ενός υλικού δεν μπορεί να είναι μικρότερος από -1.0 και μεγαλύτερος από 0.5 εφόσον είναι αναγκαία συνθήκη το μέτρο διάτμησης και το μέτρο ελαστικότητας όγκου να έχουν θετικές τιμές. Έτσι, καθώς το μέτρο ελαστικότητας (Young's modulus) αφορά την παραμόρφωση δισδιάστατων υλικών ενώ το μέτρο διάτμησης και το μέτρο ελαστικότητας όγκου

χαρακτηρίζουν τρισδιάστατα υλικά, προκύπτει ότι ο ομογενοποιημένος λόγος Poisson μπορεί να πάρει τιμές $-1.0 < \nu < 0.5$ σε 3D δομές και $-1.0 < \nu < 1.0$ σε 2D δομές [15].

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα υπολογισμού αρνητικού λόγου Poisson είναι αυτό της αυξητικής μικροδομής σε σχήμα αστεριού (star-shaped auxetic structure) [16]. Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3, πρόκειται για μια δισδιάστατη μικροδομή αποτελούμενη από δοκούς, η οποία δείχνει να παραμορφώνεται κατά τον τρόπο που υποδεικνύουν οι λεπτές γραμμές του σχήματος.



Εικόνα 3. Star-shaped auxetic structure σε παραμόρφωση [16]

Στη μικροδομή αυτή ο λόγος Poisson υπολογίζεται με βάση την παρακάτω σχέση, όπου l_x, l_y πραγματικές διαστάσεις του μοντέλου και $\Delta x, \Delta y$ παραμόρφωση αυτού μετά την εφαρμογή μιας δύναμης F .

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\frac{\Delta y}{l_y}}{\frac{\Delta x}{l_x}} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow \nu < 0 \quad \text{με } \Delta x, \Delta y > 0 \quad (6)$$

Κεφάλαιο 3: Μονόπλευρη επαφή-τριβή

3.1. Αρχές της μονόπλευρης επαφής - τριβής

Οι νόμοι επαφής και τριβής εφαρμόζονται μεταξύ των συστατικών υλικών μιας σύνθετης μικροδομής προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση της επαφής σε σχέση με την συμπεριφορά που εμφανίζει. Σε αυτή τη παράγραφο παρατίθενται λίγα λόγια σχετικά με τη μονόπλευρη επαφή και τριβή [17,18,19].

Όταν για παράδειγμα, ένα σημείο βρίσκεται στο όριο ενός ελαστικού σώματος το οποίο έρχεται σε επαφή με έναν άκαμπτο τοίχο, u είναι ο μοναδικός βαθμός ελευθερίας του συστήματος, g είναι το αρχικό άνοιγμα ανάμεσα στο ελαστικό σώμα και στον τοίχο και t^n η αντίστοιχη θλιπτική τάση που θα αναπτυχθεί στην διεπιφάνεια των 2 σωμάτων εάν συμβεί επαφή, τότε ο βασικός νόμος μονόπλευρης επαφής περιγράφεται από το σύνολο των ακόλουθων σχέσεων :

$$h = u - g \leq 0 \Rightarrow h \leq 0 \quad (7a)$$

$$-t^n \geq 0 \quad (7b)$$

$$t^n(u - g) = 0 \quad (7c)$$

Η ανισότητα 7a αναπαριστά τη σχέση μη-διείσδυσης (non-penetration). Η σχέση 7b δείχνει ότι μόνο θλιπτικές τάσεις επιτρέπονται στην διεπιφάνεια και η 7c είναι η σχέση συμπληρωματικότητας σύμφωνα με την οποία συμβαίνει είτε διαχωρισμός των επιφανειών λόγω μηδενικής τάσης επαφής, δηλαδή

$$t^n = 0, \quad (u - g) \neq 0 \quad (u - g < 0),$$

ή πραγματοποιείται επαφή με ενδεχομένως μη μηδενική τάση επαφής, δηλαδή

$$t^n \neq 0, \quad (u - g) = 0.$$

Η συμπεριφορά κατά την εφαπτομενική διεύθυνση ορίζεται από μία στατική εκδοχή του μοντέλου τριβής Coulomb. Δύο επιφάνειες επαφής ξεκινούν να κινούνται όταν η διατμητική τάση στη διεπιφάνεια επαφής φθάσει σε μια κρίσιμη τιμή ίση με:

$$t^t = \tau_{cr} = \pm \mu |t^n|$$

όπου t^t, t^n είναι η διατμητική και η ορθή τάση σε ένα δεδομένο σημείο από τις επιφάνειες επαφής αντίστοιχα και μ είναι ο συντελεστής τριβής. Υπάρχουν δύο πιθανές κατευθύνσεις ολίσθησης κατά μήκος μιας διεπιφάνειας, επομένως t^t είναι θετική ή αρνητική ανάλογα με την κατεύθυνση. Επίσης, μπορεί να μην υπάρχει

ολίσθηση αν $|t^t| < \mu |t^n|$. Ο νόμος ολίσθησης μπορεί να συνοψισθεί στις παρακάτω σχέσεις :

$$|t^t| < \mu |t^n| \rightarrow u_t = 0 \text{ (όχι ολίσθηση)} \quad (8a)$$

$$|t^t| = \mu |t^n| \rightarrow u_t \geq 0 \text{ (ολίσθηση προς τη μία κατεύθυνση)} \quad (8b)$$

$$t^t = -\mu |t^n| \rightarrow u_t \leq 0 \text{ (ολίσθηση προς την άλλη κατεύθυνση)} \quad (8c)$$

Όπου u_t είναι η μετατόπιση (ολίσθηση) στην εφαπτομενική κατεύθυνση μιας διεπιφάνειας.

3.2. Πρόβλημα μονόπλευρης επαφής-τριβής

Οι ανωτέρω νόμοι της επαφής και τριβής που εφαρμόζονται στα διαφορετικά τμήματα μιας σύνθετης μικροδομής καθιστούν το πρόβλημα που διαμορφώνεται ως μη-γραμμικό. Αυτή η μη-γραμμικότητα οφείλεται στο γεγονός ότι οι διαφορετικές επιφάνειες της μικροδομής ή θα έρθουν ή δεν θα έρθουν σε επαφή μετά την επιβολή της ανάλογης τάσης. Έτσι, ακόμα και αν τα διακριτά τμήματα της μικροδομής είναι γραμμικά ελαστικά, οι εξισώσεις που θα χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του προβλήματος θα είναι μη-γραμμικές.

3.3. Εφαρμογή επαφής-τριβής στην αυξητική μικροδομή

Στην παρούσα εργασία διερευνάται η επίδραση της ανωτέρω μονόπλευρης επαφής και τριβής στην ομογενοποιημένη αυξητική συμπεριφορά του εξεταζόμενου μοντέλου. Για την εφαρμογή αυτού του προβλήματος της επαφής-τριβής χρησιμοποιείται η «μέθοδος της ποινής» (penalty method) στη μη-γραμμική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων η οποία πραγματοποιείται με την επαυξητική-επαναληπτική μέθοδο Newton-Raphson.

3.3.1. Περιγραφή Μεθόδου Πεπερασμένων στοιχείων

Η Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων αποτελεί ένα εξαιρετικά ισχυρό εργαλείο για την αριθμητική επίλυση ενός μεγάλου φάσματος προβλημάτων μηχανικού. Πρόκειται για μια μέθοδο ανάλυσης στην οποία μια περίπλοκη περιοχή, η οποία ορίζει ένα συνεχές, διακριτοποιείται σε απλά γεωμετρικά σχήματα, τα οποία ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία (finite elements). Οι ιδιότητες των υλικών και οι σχέσεις που τα διέπουν θεωρούνται πάνω σε αυτά τα στοιχεία και εκφράζονται σε

όρους των άγνωστων τιμών μετατοπίσεων στους κόμβους των στοιχείων. Μια διαδικασία σύνθεσης, η οποία καταλλήλως θεωρεί τα φορτία και τους περιορισμούς, έχει ως αποτέλεσμα ένα σύνολο εξισώσεων. Η λύση αυτών των εξισώσεων δίνει την κατά προσέγγιση συμπεριφορά του συνεχούς [22].

Το παρόν πρόβλημα επιλύεται σε κατάλληλο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Η εξεταζόμενη περιοχή διαιρείται σε τετραγωνικά (quad) πεπερασμένα στοιχεία. Ο αριθμός των στοιχείων πρέπει να είναι κατάλληλος ώστε οι αναλύσεις που γίνονται να μπορούν να περατωθούν και να δίνουν επαρκή αποτελέσματα. Αν αυτό δεν συμβαίνει συνίσταται να γίνει μερική πύκνωση του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων, όπως έγινε και σε κάποιες από τις εφαρμογές που θα παρουσιαστούν.

3.3.2. Μέθοδος “Penalty”

Η μέθοδος ποινής (penalty method) είναι η απλούστερη μέθοδος που χρησιμοποιείται από τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων για να λύσει το μη-γραμμικό πρόβλημα της επαφής και χρησιμοποιείται εντός του αλγορίθμου Newton-Raphson.

Συγκεκριμένα, όταν σε έναν εξεταζόμενο φορέα συμβαίνει επαφή μεταξύ δύο κόμβων, τότε στο μητρώο ακαμψίας του φορέα και σε κατάλληλη θέση, τοποθετείται επιπλέον (γνωστός) αριθμός, ο οποίος ονομάζεται αριθμός ποινής (penalty). Ο αριθμός αυτός αυξάνει τεχνικά την ακαμψία του φορέα στο σημείο επαφής, ώστε να επιβάλλει τη συνθήκη non-penetration (το ένα σώμα να μην εισχωρεί στο άλλο, αλλά τα 2 σώματα να είναι σε επαφή). Εάν συμβαίνει άνοιγμα μεταξύ 2 κόμβων, δηλαδή δεν υπάρχει επαφή, τότε ο αριθμός ποινής είναι 0, δηλαδή δεν απαιτείται penalty.

3.3.3. Επαναληπτική Μέθοδος Newton-Raphson

Πρόκειται για την πιο γνωστή επαναληπτική μέθοδο για την επίλυση μη-γραμμικών συστημάτων εξισώσεων στο πλαίσιο της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων. Δίνεται από την αναδρομική σχέση:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

υπό την προϋπόθεση ότι $f'(x_n) \neq 0$ για κάθε n και ότι η x_0 είναι μια δεδομένη αρχική προσέγγιση της x^* .

Είναι μαθηματική επαναληπτική μέθοδος της μορφής :

$$x_{n+1} = \varphi(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (10)$$

με συνάρτηση επανάληψης:

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad (11)$$

Στα πεπερασμένα στοιχεία η μέθοδος Newton-Raphson διατυπώνεται μητρωικά, δηλαδή με πολλούς αγνώστους οι οποίοι αναπαριστούν τις συνεχείς μετατοπίσεις κόμβων.

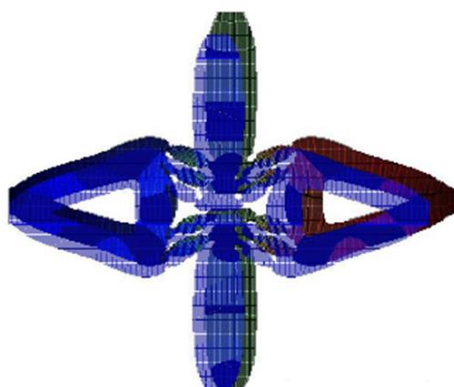
Κεφάλαιο 4: Μοντέλο αυξητικής μικροδομής

4.1. Μορφή

Στο [1] από την τοπολογική βελτιστοποίηση με τη χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων προέκυψε μια αρχική αυξητική μικροδομή η οποία ήταν ετερογενής (Εικόνα 4). Ακολούθησε η αριθμητική ομογενοποίηση για την παραγωγή των τελικών ιδιοτήτων του υλικού, μετά από την οποία το μοντέλο δοκιμάστηκε στο σύνολό του (Εικόνα 5). Στη συνέχεια, προσδόθηκαν στο μοντέλο οι κατάλληλοι αξονοσυμμετρικοί περιορισμοί προκειμένου να γίνει αναγωγή του στο ένα τέταρτο της σχεδίασης (Εικόνα 6), το οποίο αντιμετωπίστηκε ως Αντιπροσωπευτικός Όγκος Αναφοράς (RVE). Η συμπεριφορά αυτής της ποσότητας υλικού εξετάστηκε υπό συγκεκριμένους περιορισμούς και εδώ θα διερευνηθεί ως προς το φαινόμενο επαφής-τριβής με τη Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων. Τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από τις προσομοιώσεις θα οδηγήσουν στην εξαγωγή συμπερασμάτων για το σύνολο της αυξητικής μικροδομής.



Εικόνα 4. Η ετερογενής κατανομή υλικού που προέκυψε από την τοπολογική βελτιστοποίηση. Παρουσία μόνο του *hard material*. [1]



Εικόνα 5. Παραμόρφωση που παρουσιάζει το *hard material* μετά από επιβολή φορτίου, σε δοκιμή που έγινε μετά την αριθμητική ομογενοποίηση. [1]



Εικόνα 6. Ένα τέταρτο της αυξητικής μικροδομής [1]

4.2. Δομικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες

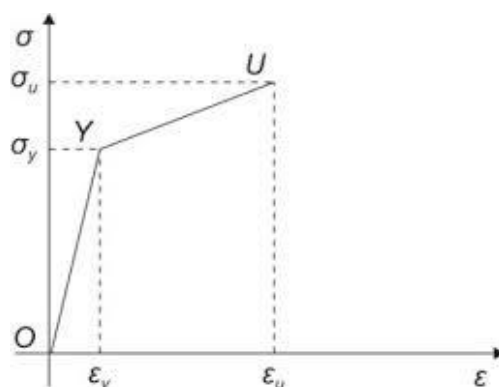
Το γεγονός ότι αυτό το αντιπροσωπευτικό ένα τέταρτο (RVE) της παραπάνω μικροδομής εξετάζεται μικροσκοπικά ώστε τα αποτελέσματα που εξάγονται να μεταφερθούν στη συνέχεια στην αντίστοιχη μακροσκοπική κλίμακα το καθιστά ευέλικτη δομή (Compliant mechanism).

Ευέλικτη δομή χαρακτηρίζεται κάθε μικροδομή η οποία αποτελείται από ένα μόνο σώμα με συγκεκριμένη γεωμετρία, το οποίο έχει την ιδιότητα να μετατρέπει εξωτερικά φορτία σε κίνηση ενώ παραμορφώνεται με συγκεκριμένο τρόπο. Κατ' επέκταση, ένα σώμα το οποίο εμφανίζει αυξητική συμπεριφορά θα αποτελείται από ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο πανομοιότυπων μικροδομών οι οποίες καθώς συμπεριφέρονται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο έχουν σαν αποτέλεσμα ότι το σώμα στο σύνολό του θα συμπεριφέρεται αυξητικά [1].

Η κατανομή του μοντέλου είναι προφανώς αυτή που προέκυψε από την τοπολογική βελτιστοποίηση και θεωρείται πως το σκληρό υλικό (hard material) αποτελεί το βασικό τμήμα της μικροδομής ενώ το μαλακό (soft material) ότι είναι το υλικό που καλύπτει τα κενά σημεία στο μοντέλο. Πρόκειται για στερεά, ομογενή και ισοτροπικά υλικά στα οποία αποδίδονται ελαστικές και πλαστικές ιδιότητες.

Όπως είναι γνωστό ελαστικά ονομάζονται τα σώματα τα οποία επανέρχονται στο αρχικό τους σχήμα όταν μηδενίζεται η τάση που εφαρμόζεται σ' αυτά ενώ πλαστικά είναι τα σώματα που η επίδραση της τάσης που εφαρμόζεται πάνω τους διατηρείται προκαλώντας μόνιμη μεταβολή των ιδιοτήτων τους. Μιλώντας για τάση, εννοείται η τάση Von Mises η οποία χρησιμοποιείται ως κριτήριο για τον προσδιορισμό της έναρξης της αστοχίας σε ελατά υλικά. Το κριτήριο αστοχίας ορίζει

ότι η τάση Von Mises πρέπει να είναι μικρότερη από το όριο διαρροής του υλικού, διαφορετικά το υλικό αστοχεί [22].



Σχήμα 1. Γράφημα Von Mises Ελαστοπλαστικό Μοντέλο

Το hard material λαμβάνεται ως μόνο ελαστικό υλικό με μέτρο ελαστικότητας (Young's modulus) ίσο με $E^{hard} = 1$ και λόγο Poisson (Poisson's ratio) ίσο με $\nu^{hard} = 0.3$ και ως ελαστοπλαστικό υλικό με ιδιότητες το όριο διαρροής (Yield stress) ίσο με $\sigma_y = 0.001$, όριο αστοχίας $\sigma_u = 0.02$ και την τροπή αστοχίας (Plastic strain) $\epsilon_u = 0.2$. Στο soft material αποδίδονται μόνο ελαστικές ιδιότητες οι οποίες είναι το μέτρο ελαστικότητας (Young's modulus) και ο λόγος Poisson (Poisson's ratio), $E^{soft} = 0.007$, $\nu^{soft} = 0.007$.

Πρέπει να σημειωθεί πως το εξεταζόμενο μοντέλο είναι πλασματικό και όχι υπαρκτό. Επομένως οι δοκιμές και τα αποτελέσματα είναι πειραματικά και γι' αυτό οι παραπάνω τιμές δεν συνοδεύονται από μονάδες μέτρησης. Ωστόσο για λόγους πληρότητας, στο σημείο αυτό θα καθοριστούν οι μονάδες μέτρησης και από εδώ και στο εξής θα θεωρούνται ότι ισχύουν παρά το ότι δεν αναγράφονται. Για το μέτρο ελαστικότητας και το όριο διαρροής ορίζεται σαν μονάδα μέτρησης το $\text{GPa} = 10^9 \text{Pa}$ και για την εφαρμοζόμενη δύναμη παρακάτω το $\text{GN} = 10^9 \text{N}$.

4.3. Συνθήκες επαφής-τριβής

Γενικά υπάρχουν τρεις περιπτώσεις σχετικά με το πρόβλημα της επαφής (contact) σε ένα μοντέλο αποτελούμενο από ένα ή δύο σώματα:

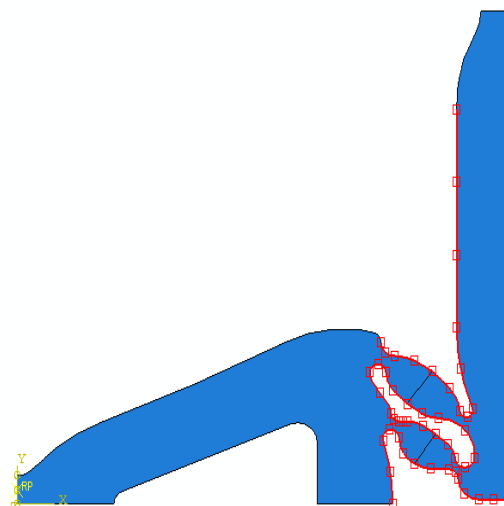
- i. Όταν εξετάζεται μόνο ένα σώμα, επιβάλλεται η συνθήκη self-contact στις διεπιφάνειες του σώματος που θεωρητικά πρόκειται να έρθουν σε επαφή.
- ii. Όταν εξετάζονται δύο σώματα, επιβάλλεται η συνθήκη surface-to-surface-contact (friction) στις διεπιφάνειες των σωμάτων, οι οποίες στην περίπτωση αυτή μπορούν να δημιουργούν ανοίγματα και να ολισθαίνουν.

- iii. Όταν εξετάζονται δύο σώματα, επιβάλλεται άρρηκτη σύνδεση (tie constraint) στις διεπιφάνειές τους, οι οποίες στην περίπτωση αυτή διατηρούνται πάντα ενωμένες μεταξύ τους.

Στο εξεταζόμενο μοντέλο εφαρμόστηκαν συνθήκες επαφής μεταξύ του σκληρού και του μαλακού υλικού και έπειτα μελετήθηκε η επίδρασή τους στην ομογενοποιημένη αυξητική συμπεριφορά της δομής. Πρώτα απομονώθηκε το σκληρό υλικό, και χρησιμοποιήθηκε η συνθήκη self-contact. Έπειτα χρησιμοποιήθηκαν και τα δύο υλικά μαζί και εφαρμόστηκε η συνθήκη surface-to-surface-contact. Και για τις δύο αυτές συνθήκες επαφής ορίζεται μια απλή γραμμική συμπεριφορά (Normal behavior) και μια εφαπτομενική συμπεριφορά (Tangential behavior). Η δεύτερη χαρακτηρίζεται από τον συντελεστή τριβής που χρησιμοποιείται στην εκάστοτε δοκιμή. Τόσο η self-contact όσο και η surface-to-surface contact είναι μη-γραμμικές συνθήκες. Τέλος, επιβλήθηκε άρρηκτη σύνδεση (tie constraint) μεταξύ των δύο υλικών του μοντέλου.

Ξεχωριστά το hard material είναι ένα ομογενές και ισότροπο υλικό. Όταν υπάρχουν και τα δύο υλικά μαζί και εφαρμόζεται συνθήκη επαφής των διεπιφανειών τους, τότε επειδή κάθε υλικό εμφανίζει διαφορετικές ιδιότητες στις διευθύνσεις του φορέα, λόγω επιμέρους ολισθήσεων και ανοιγμάτων ανά διεύθυνση, το υλικό είναι ανισότροπο. Στην περίπτωση όμως του περιορισμού tie constraint, επειδή οι επιφάνειες των δύο υλικών είναι άρρηκτα δεμένες, τότε το υλικό αντιμετωπίζεται σαν ισότροπικό αλλά μη ομογενές.

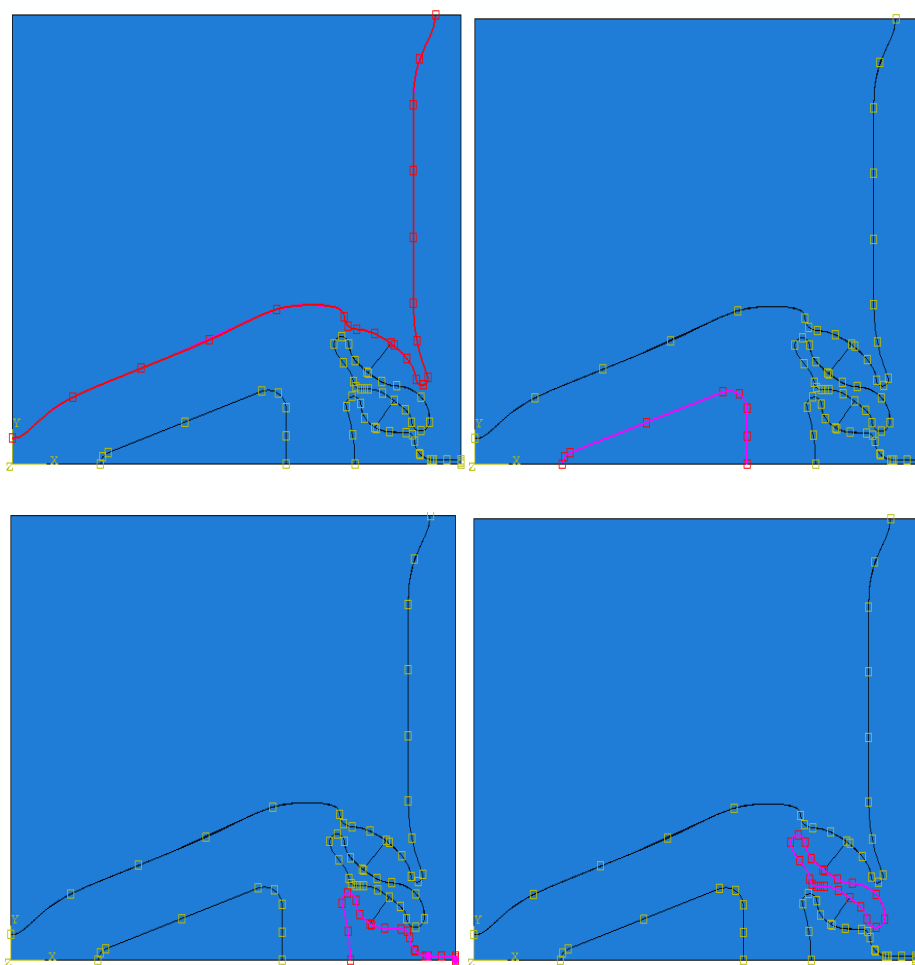
Στο hard material προκειμένου να επιτευχθεί το φαινόμενο της επαφής (self-contact) χρειάστηκε αρχικά να εμπλουτιστεί το μοντέλο με μονόπλευρες διεπιφάνειες επαφής στις επιφάνειες που υποτέθηκε πως θα έρθουν σε επαφή μετά την επιβολή ανάλογου φορτίου. Μετά από αυτή την προσθήκη το μοντέλο αναδιαμορφώθηκε όπως φαίνεται στην Εικόνα 7:



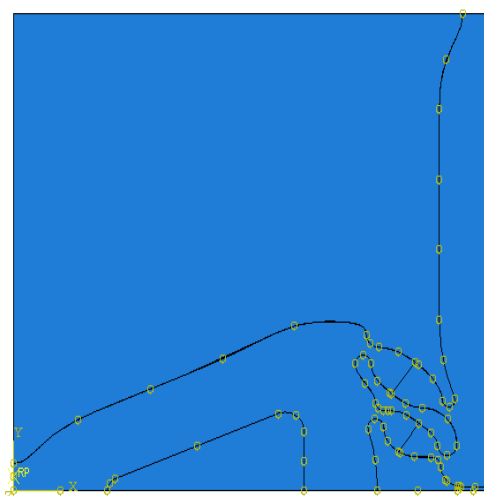
Εικόνα 7. Διεπιφάνειες Self-Contact στο hard material

Στις περιπτώσεις που χρησιμοποιούνται και τα δύο υλικά μαζί, σκοπός είναι να ελεγχθεί το τι συμβαίνει στη μικροδομή μετά από την επαφή των επιφανειών τους. Για το λόγο αυτό ορίστηκαν ξεχωριστά όλες οι επιφάνειες οι οποίες έρχονται σε επαφή, όπως φαίνεται από τα στιγμιότυπα 8a,8b,8c,8d:

Εικόνες 8.a, 8.b, 8.c, 8.d



Προκειμένου να επιτευχθεί η σύνδεση των δύο υλικών μονολιθικά, ώστε να παραμορφώνονται σαν ένα σώμα επιβλήθηκε σε όλες τις επιφάνειές τους οι οποίες ακουμπούν μεταξύ τους ο περιορισμός tie constraint. Το συνολικό μοντέλο αναδιαμορφώθηκε όπως φαίνεται στην Εικόνα 9.



Εικόνα 9.

Κεφάλαιο 5: Αριθμητικά παραδείγματα στην αυξητική μικροδομή

Το μοντέλο αυξητικής μικροδομής δοκιμάστηκε στις αριθμητικές εφαρμογές που περιγράφονται σε αυτό το κεφάλαιο. Σε κάθε περίπτωση στο μοντέλο τοποθετείται αξονοσυμμετρική στήριξη, ορίζεται ή όχι ο επιθυμητός συντελεστής τριβής καθώς και η εφαρμοζόμενη δύναμη προς την κατεύθυνση η οποία φαινομενικά θα δώσει το επιθυμητό αποτέλεσμα, που είναι η επίτευξη των συνθηκών επαφής-τριβής. Προκειμένου να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση της κάθε δοκιμής η Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, πρώτα το μοντέλο διαιρείται σε δισδιάστατα, τετραγωνικά (quad) πεπερασμένα στοιχεία (finite elements). Μετά την επίλυση, από την προσομοίωση διακρίνεται κατά πόσο επιτυγχάνεται η επαφή, γίνεται άντληση των κατάλληλων αριθμητικών δεδομένων και προσδιορίζεται ο ομογενοποιημένος λόγος Poisson. Αν η τιμή του συνεχίζει να είναι αρνητική σημαίνει πως η μικροδομή εξακολουθεί να συμπεριφέρεται αυξητικά. Η γραφική αναπαράσταση του λόγου Poisson σε συνάρτηση με την εφαρμοζόμενη δύναμη δείχνει την πορεία της ανάλυσης αλλά και της συμπεριφοράς του υλικού όσο δρα σε αυτό η εφαρμοζόμενη τάση.

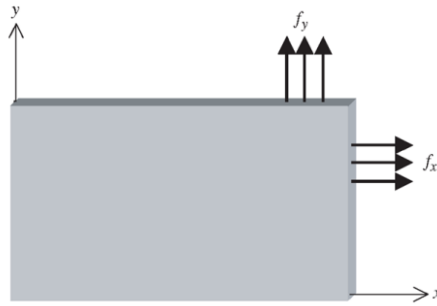
Η επεξεργασία των αριθμητικών δεδομένων που προκύπτουν από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων έγινε με τη βοήθεια Excel. Ο λόγος Poisson υπολογίστηκε με βάση τη σχέση:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\frac{\Delta y}{ly}}{\frac{\Delta x}{lx}} \quad \text{με } \Delta x, \Delta y > 0 \quad (6)$$

όπου lx, ly πραγματικές διαστάσεις του μοντέλου και $\Delta x, \Delta y$ παραμόρφωση αυτού μετά την εφαρμογή μιας δύναμης F .

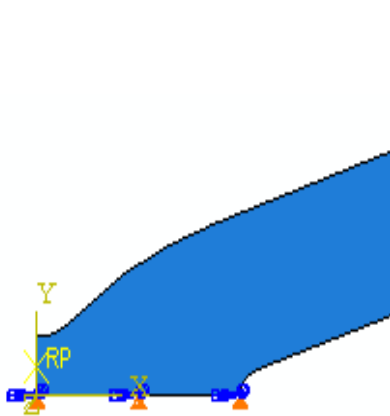
5.1. Γραμμική επίπεδη φόρτιση και αξονοσυμμετρική πάκτωση

Καθώς το εξεταζόμενο μοντέλο είναι δισδιάστατο, σε όλες τις δοκιμές η δύναμη εφαρμόζεται κατά μήκος του επιπέδου (plane stress) (Σχήμα 2).

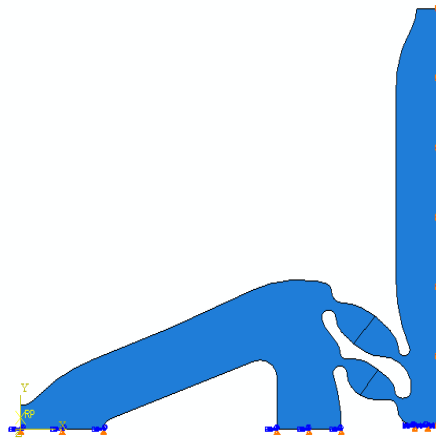


Σχήμα 2. Plane Stress

Στο hard material, στηρίζεται αξονοσυμμετρικά το μοντέλο (Εικόνα 10) και τοποθετείται άκαμπτος φορέας αμελητέου πάχους (Εικόνα 9), πάνω στον οποίο εφαρμόζεται η δύναμη κατά μήκος του επιπέδου (σημείο RP). Ο άκαμπτος φορέας εξυπηρετεί ώστε η δύναμη να εφαρμόζεται συνολικά στο μοντέλο χωρίς να προκαλείται παραμόρφωση στο σημείο που ασκείται.

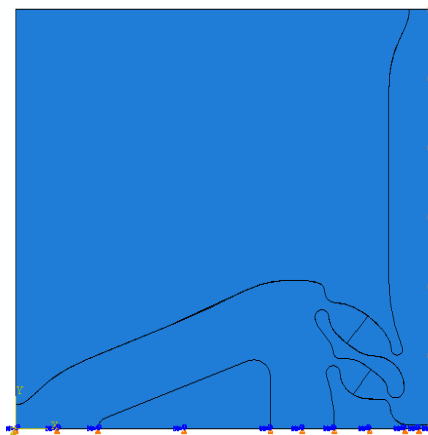


Εικόνα 10. Φορέας αμελητέου πάχους, όπου εφαρμόζεται η δύναμη



Εικόνα 11. Αξονοσυμμετρική στήριξη hard material

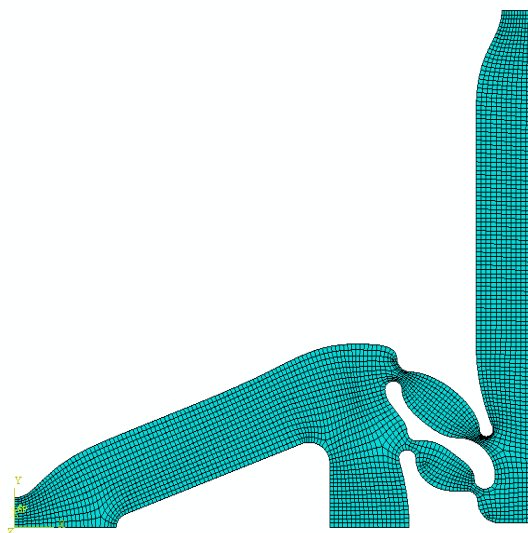
Όταν λαμβάνονται υπόψη και τα δύο υλικά, στηρίζεται ομοίως αξονοσυμμετρικά το μοντέλο (Εικόνα 11). Ο άκαμπτος φορέας που υπήρχε πριν, τώρα έχει αφαιρεθεί και η δύναμη εφαρμόζεται απευθείας στο μοντέλο.



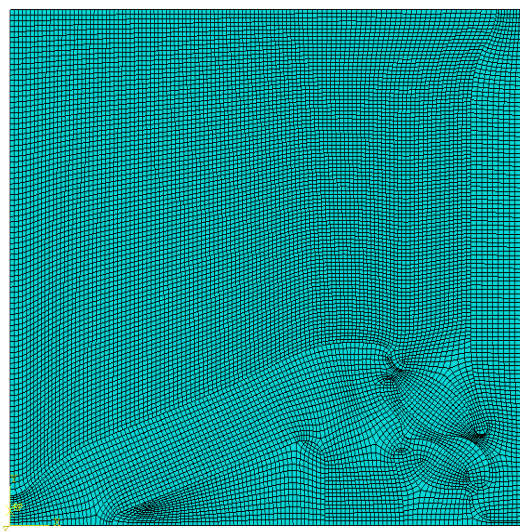
Εικόνα 12. Αξονοσυμμετρική στήριξη του μοντέλου με τα δύο υλικά

5.2. Δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων

Από την αυξητική μικροδομή που προέκυψε από την τοπολογική βελτιστοποίηση, το μοντέλο που εξετάστηκε ήταν μια διαστάσεων 120 X 120 αντιπροσωπευτική ποσότητα υλικού που αποτελείτο από δισδιάστατα στοιχεία επίπεδης έντασης (plane stress elements). Συγκεκριμένα, το hard material απομονωμένο αποτελείτο από 3708 τετραγωνικά (quad) δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία ενώ και τα δύο υλικά μαζί από 14831 τετραγωνικά (quad) πεπερασμένα στοιχεία.



Εικόνα 13. Δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων hard material



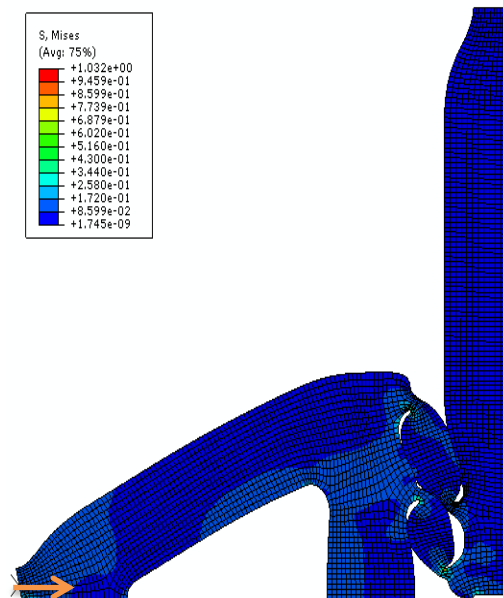
Εικόνα 14. Δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων hard material και soft material

5.3. Προσομοίωση του hard material

Όταν λήφθηκε υπόψη μεμονωμένα το σκληρό υλικό εφαρμόστηκε σε αυτό η συνθήκη self-contact. Στις αριθμητικές δοκιμές που ακολουθούν είναι ενεργοποιημένη η συνθήκη των μεγάλων μετατοπίσεων (large deformations and displacements), η εφαρμοζόμενη δύναμη είναι σε όλες τις περιπτώσεις ίση με $F = 3$ και ο συντελεστής τριβής (Friction Coefficient) παίρνει διαφορετικές τιμές οι οποίες είναι $\mu = 0.5$ ή 0.25 ή 0 . Στην τελευταία περίπτωση όπου ο συντελεστής τριβής μηδενίζεται, το μοντέλο δοκιμάζεται και χωρίς την εφαρμογή της συνθήκης επαφής με στόχο να διερευνηθεί κατά πόσο η εφαρμογή της συνθήκης αυτή καθαυτή επηρεάζει τη συμπεριφορά του μοντέλου.

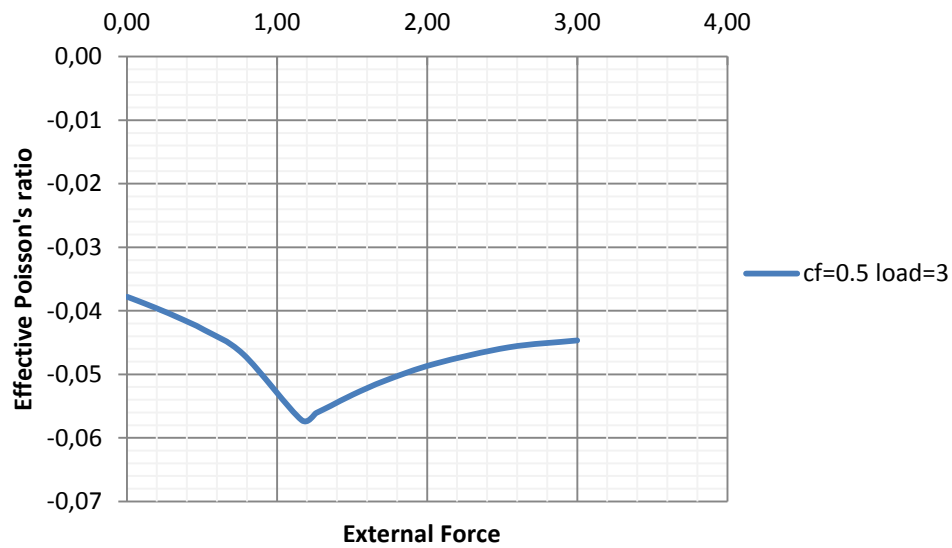
Αναλυτικά:

Στιγμιότυπο 1

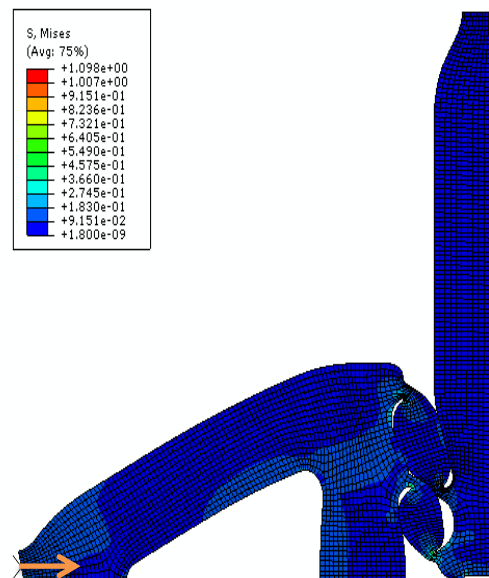


Για επιβαλλόμενη δύναμη $F = 3$ και συντελεστή τριβής $\mu = 0.5$ παρουσιάζεται self-contact μεταξύ όλων των επιφανειών που έχουν οριστεί. Η ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων ολοκληρώνεται επιτυχώς και όπως φαίνεται από το γράφημα που ακολουθεί, το μοντέλο εμφανίζει αρνητικό λόγο Poisson και επομένως συμπεριφέρεται αυξητικά. Το χαρακτηριστικό κοίλωμα που εμφανίζεται στο γράφημα οφείλεται στην παρουσία της τριβής.

Γράφημα 1

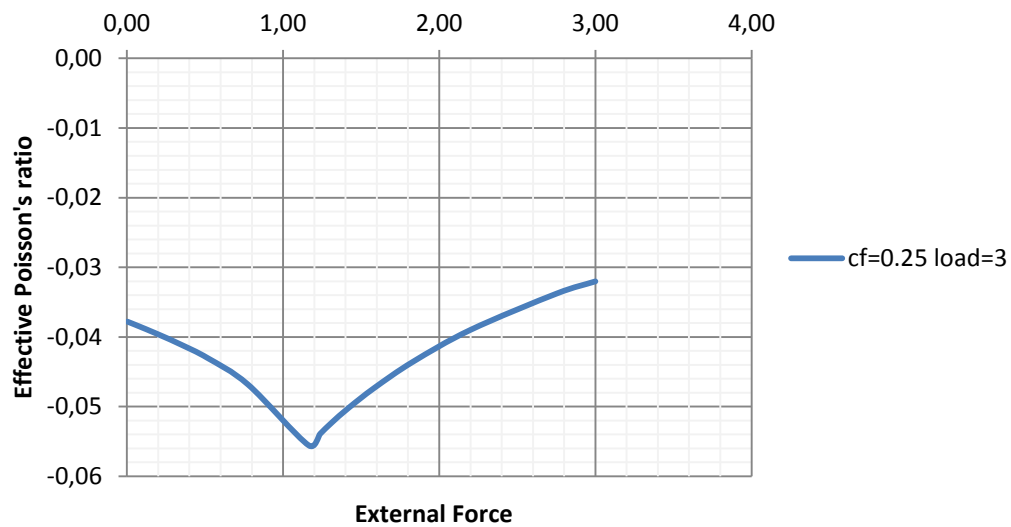


Στιγμιότυπο 2

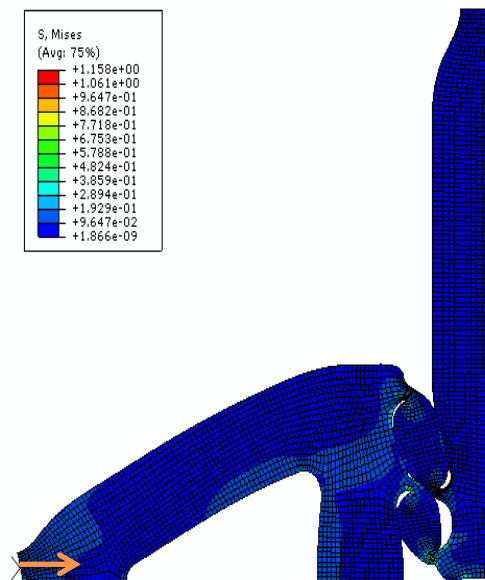


Υποδιπλασιάζοντας τον συντελεστή τριβής το αποτέλεσμα δεν μεταβάλλεται ιδιαίτερα. Όπως φαίνεται παρουσιάζεται ξανά self-contact μεταξύ όλων των επιφανειών στις οποίες είχαμε νωρίτερα εφαρμόσει τις μονόπλευρες διεπιφάνειες επαφής. Ταυτόχρονα το μοντέλο συνεχίζει να εμφανίζει αυξητική συμπεριφορά. Το γράφημα παρουσιάζει και εδώ ένα χαρακτηριστικό κοίλωμα το οποίο οφείλεται στην παρουσία της τριβής, όπως και η αριθμητική αστάθεια της ανάλυσης (excessive distortion). Ωστόσο η ανάλυση ολοκληρώνεται επιτυχώς.

Γράφημα 2

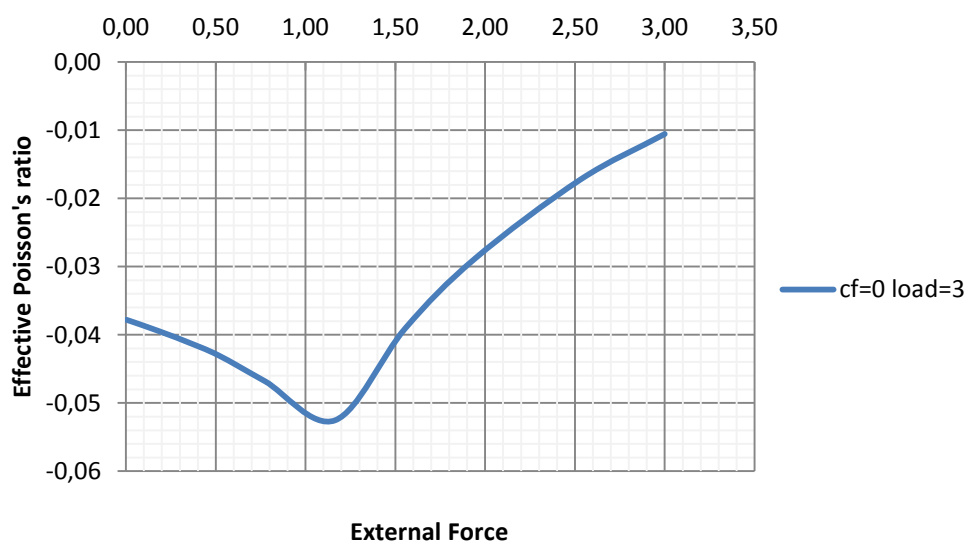


Στιγμιότυπο 3

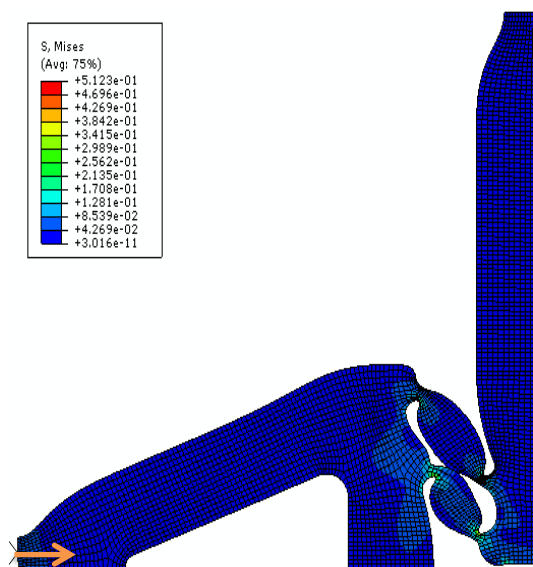


Η δύναμη παραμένει η ίδια αλλά μηδενίζοντας το συντελεστή τριβής, παρατηρείται ότι η επαφή εξακολουθεί να συμβαίνει και ότι ο λόγος Poisson εμφανίζεται και πάλι αρνητικός. Το σημαντικό εδώ είναι πως η ανάλυση ολοκληρώνεται επιτυχώς και μάλιστα χωρίς διαρροή ή περαιτέρω σφάλματα.

Γράφημα 3



Στιγμιότυπο 4

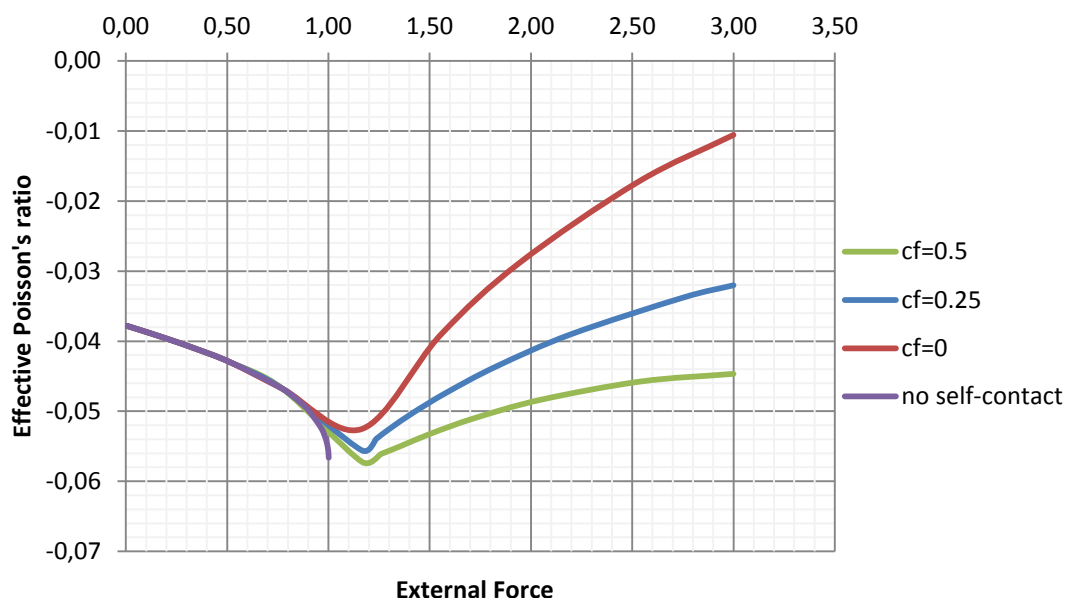


Η τελευταία δοκιμή είναι αυτή στην οποία έχουν αφαιρεθεί οι μονόπλευρες διεπιφάνειες επαφής και απλώς επιβάλλεται δύναμη $F = 3$ προκειμένου να παρατηρηθεί τί διαφορές εμφανίζονται σε σχέση με πριν. Γενικά, όταν δεν ενεργοποιείται το φαινόμενο της επαφής το πρόβλημα είναι γραμμικό. Έτσι ο λόγος Poisson που υπολογίζεται κανονικά πρέπει να είναι σταθερός και ίδιος για οποιαδήποτε άλλη φόρτιση. Ωστόσο στη συγκεκριμένη επίλυση η ανάλυση δεν συγκλίνει και ο λόγος Poisson δεν είναι τελείως σταθερός. Αυτό, πιθανόν οφείλεται τόσο σε αριθμητική αστάθεια, η οποία αποδίδεται στη συνθήκη μεγάλων

μετατοπίσεων, που είναι ενεργοποιημένη, όσο και στο γεγονός ότι χωρίς την επαφή τα λεπτά τμήματα του φορέα οδηγούν σε μεγάλες παραμορφώσεις και λυγισμό.

Αντιπαράθεση γραφημάτων:

Γράφημα 4



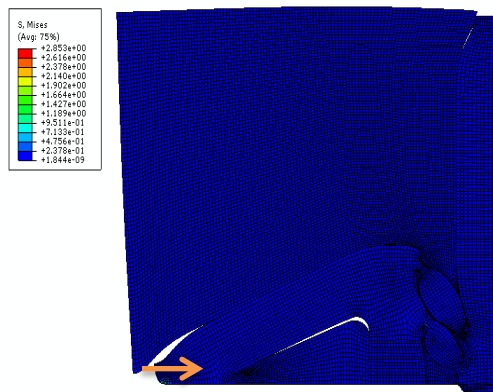
Βλέποντας αντιπαραθετικά τη γραφική αναπαράσταση της συμπεριφοράς του μοντέλου, παρατηρείται ότι αυξάνοντας το συντελεστή τριβής, αυξάνεται η αυξητική συμπεριφορά του υλικού (περίπτωση 1). Επίσης, όσο υπάρχει ο συντελεστής τριβής παρουσιάζεται ένα μικρό κοίλωμα στα γραφήματα (περίπτωση 1 και 2). Στην περίπτωση 3 για απουσία τριβής, η αυξητική συμπεριφορά αν και ξεκινά όπως στις άλλες περιπτώσεις, μετά εμφανίζει χαρακτηριστική μείωση. Τέλος, για την περίπτωση 4, χωρίς τη συνθήκη της επαφής τα φαινόμενα που παρουσιάζει το μοντέλο οδηγούν σε απώλεια σύγκλισης της επίλυσης. Προκειμένου η επίλυση να συγκλίνει θα ήθελε στρατηγική επίλυσης με επιβαλλόμενες μετακινήσεις αντί για δυνάμεις και δεν επεκταθήκαμε στην κατεύθυνση αυτή. Τελικά, παρατηρείται πως τόσο η εφαρμοζόμενη συνθήκη της επαφής-τριβής, όσο και η ενεργοποίηση της συνθήκης μεγάλων μετατοπίσεων, εξαιτίας της μη γραμμικότητας που προσδίδουν στο πρόβλημα, επηρεάζουν καθοριστικά και μεταβάλλουν τη συμπεριφορά του υλικού.

5.4. Προσομοίωση hard material-soft material (ελαστικό μοντέλο)

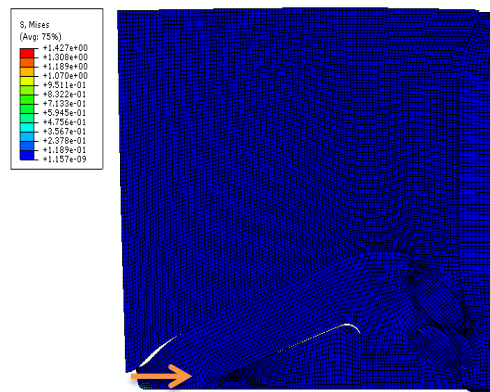
Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται οι δοκιμές όπου χρησιμοποιούνται και τα δύο υλικά μαζί. Τόσο το σκληρό, όσο και το μαλακό υλικό έχουν μόνο ελαστικές ιδιότητες. Η συνθήκη που ορίστηκε αρχικά μεταξύ των επιφανειών τους είναι η surface-to-surface-contact με τη συνθήκη μεγάλων μετατοπίσεων στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων να είναι απενεργοποιημένη. Οι προσομοιώσεις που έγιναν δείχνουν την αλληλεπίδραση μεταξύ των επιφανειών των δύο υλικών και τα αποτελέσματα που προκύπτουν φανερώνουν ότι η παρουσία και του μαλακού υλικού προκαλεί διαφορά στην αυξητική συμπεριφορά του συνολικού μοντέλου. Η εφαρμοζόμενη δύναμη δεν είναι η ίδια σε όλες τις δοκιμές και παίρνει τιμές $F = 2$ ή 1 και ο συντελεστής τριβής εμφανίζεται με τιμές $\mu = 0.6$ ή 0 . Για μηδενικό συντελεστή τριβής πραγματοποιήθηκαν και επιλύσεις με τη συνθήκη των μεγάλων μετατοπίσεων ενεργοποιημένη.

Αναλυτικά:

Στιγμιότυπο 5



Στιγμιότυπο 6

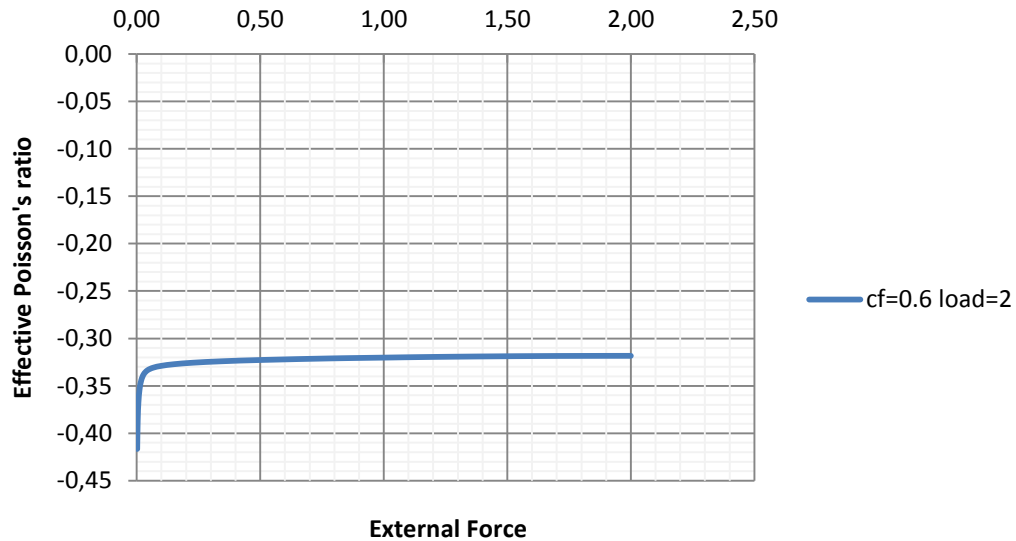


Για επιβαλλόμενη δύναμη ίση με $F = 2$ και συντελεστή τριβής $\mu = 0.6$ παρατηρείται αποκόλληση των δύο υλικών καθώς το hard material τείνει να αναπτύξει self-contact. Η ανάλυση ολοκληρώνεται επιτυχώς χωρίς σφάλματα και το μοντέλο παρουσιάζει αυξητική συμπεριφορά αφού ο λόγος Poisson εξακολουθεί να προκύπτει αρνητικός (Στιγμιότυπο 5).

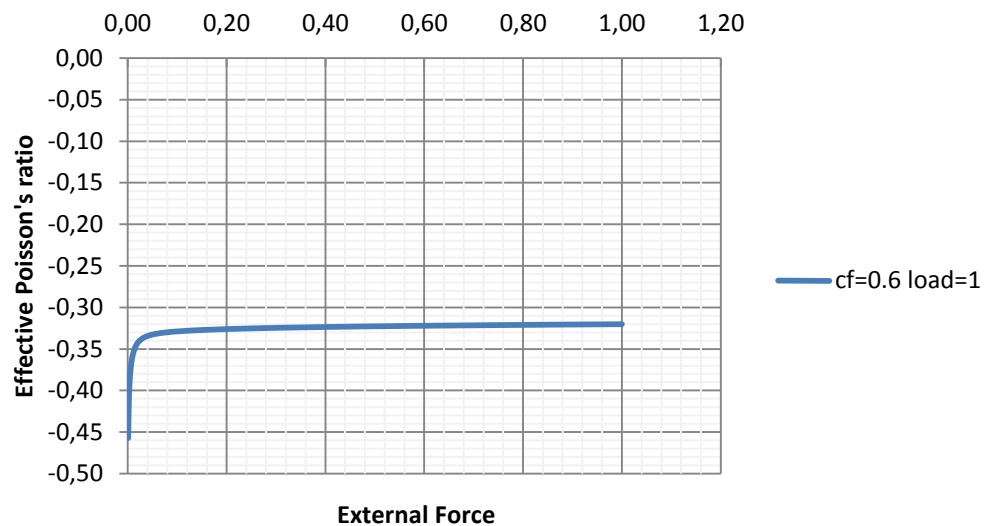
Στην επόμενη δοκιμή (Στιγμιότυπο 6) η μόνη αλλαγή είναι ότι υποδιπλασιάστηκε η δύναμη. Η ανάλυση ολοκληρώνεται και το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι παραπλήσιο με το προηγούμενο, με τη διαφορά ότι τα ανοίγματα μεταξύ των

υλικών εμφανίζονται πιο περιορισμένα. Η αυξητική συμπεριφορά εξακολουθεί να υπάρχει και ο λόγος Poisson είναι περίπου ίσος με την προηγούμενη περίπτωση. Ακολουθούν τα ανάλογα γραφήματα (Γράφημα 5 και Γράφημα 6)

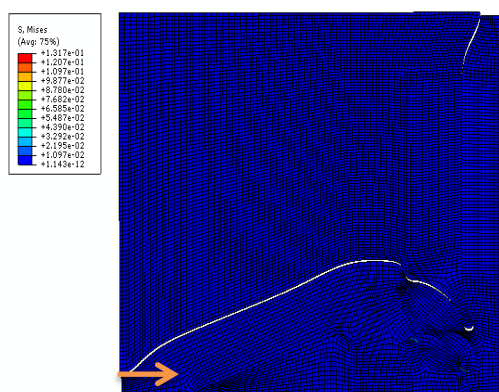
Γράφημα 5



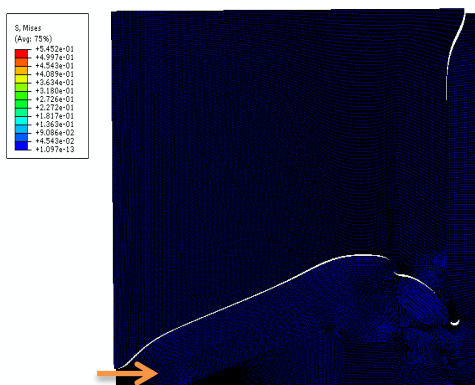
Γράφημα 6



Στιγμιότυπο 7α

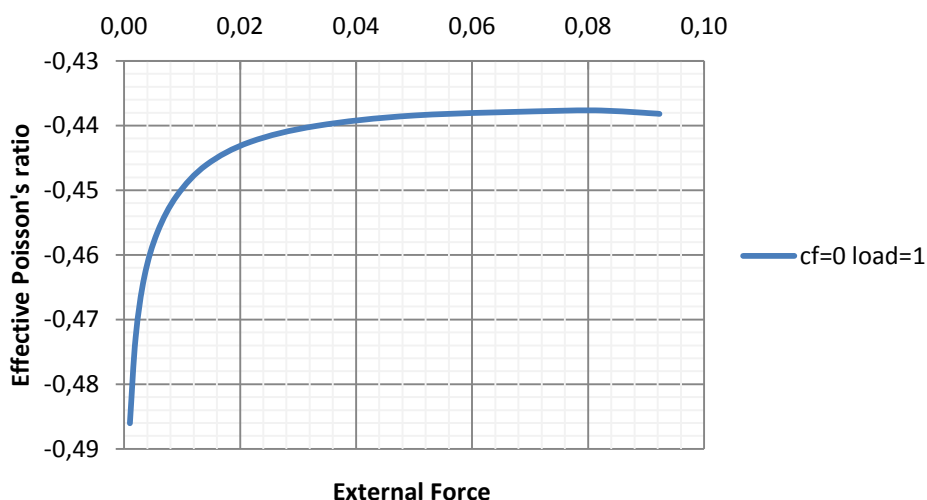


Στιγμιότυπο 7β

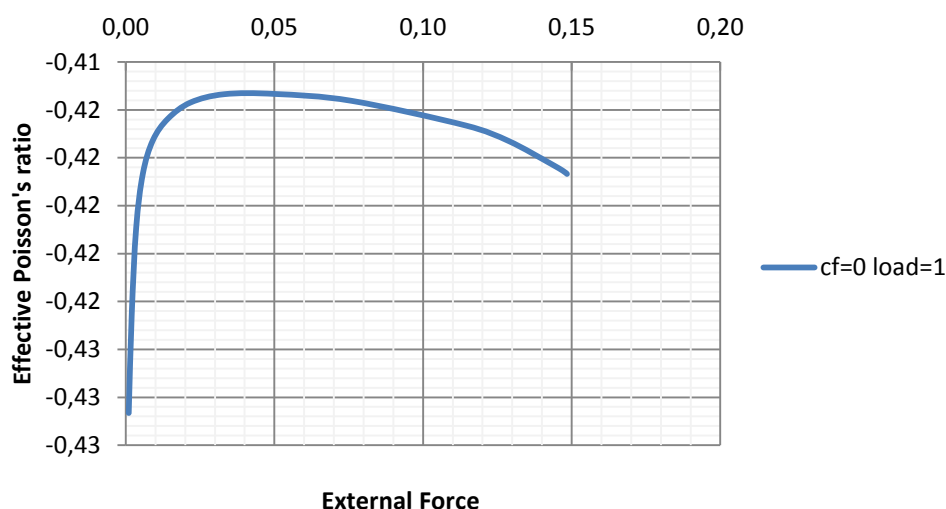


Για δύναμη ίση με $F = 1$, μηδενικό συντελεστή τριβής και χωρίς μεγάλες μετατοπίσεις, τα δύο υλικά μακροπρόθεσμα τείνουν να αποκολληθούν πλήρως καθώς δεν αναπτύσσονται αντιστάσεις μεταξύ των επιφανειών τους. Η ανάλυση δεν δύναται να ολοκληρωθεί αν και μέχρι εκεί που έφτασε το μοντέλο εξακολουθεί να αναπτύσσει αυξητική συμπεριφορά (Στιγμιότυπο 7α). Προκειμένου να προχωρήσει περαιτέρω η ανάλυση πραγματοποιήθηκε πύκνωση του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων (Στιγμιότυπο 7β). Ούτε αυτή η ανάλυση ολοκληρώθηκε επιτυχώς, όμως προχώρησε λίγο παραπάνω και επιβεβαίωσε ότι το μοντέλο συνεχίζει να είναι αυξητικό.

Γράφημα 7α

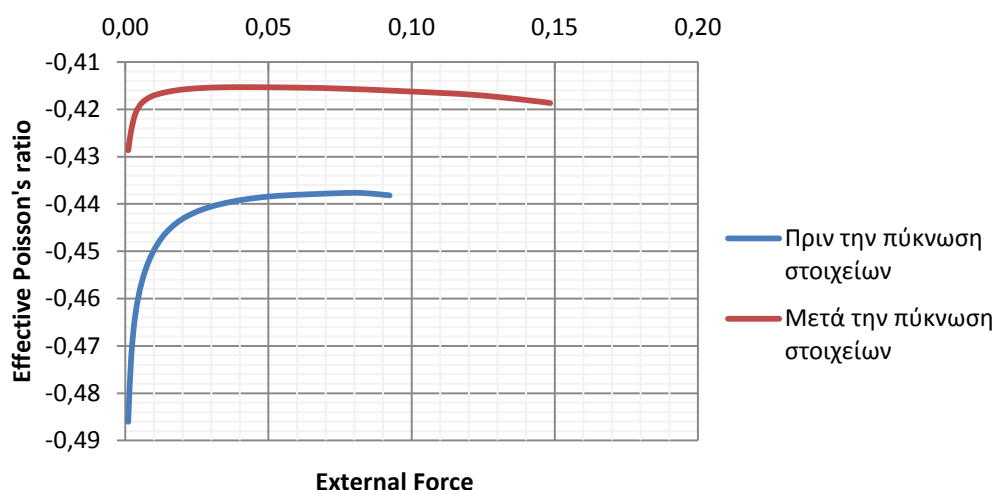


Γράφημα 7β



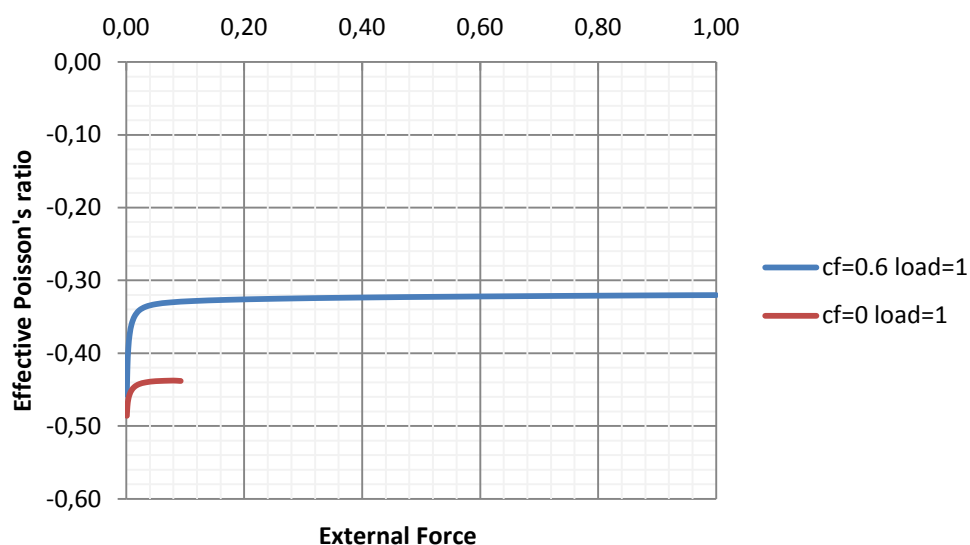
Αντιπαράθεση γραφημάτων:

Γράφημα 7α,7β



Επίσης, συγκρίθηκαν σε γράφημα τα αποτελέσματα που παρουσιάζουν τα Στιγμιότυπα 6 και 7α. Στις δοκιμές αυτές το μοντέλο δοκιμάστηκε για ίδιο φορτίο αλλά για παρουσία και απουσία τριβής αντίστοιχα. Παρατηρήθηκε με βάση το παρακάτω γράφημα πως η παρουσία της τριβής βοηθάει καθοριστικά στην ολοκλήρωση της ανάλυσης και πώς αντίθετα με τις δοκιμές μόνο του σκληρού υλικού, η αύξηση της τριβής με την παρουσία και του μαλακού υλικού συντελεί στην μείωση της αυξητικής συμπεριφοράς του υλικού.

Γράφημα 6,7α

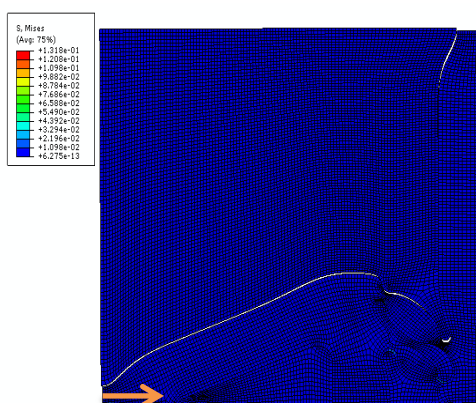


Η παραπάνω επίλυση πραγματοποιήθηκε και για συνθήκη μεγάλων μετατοπίσεων ενεργοποιημένη και το αποτέλεσμα που δόθηκε ήταν σχεδόν το ίδιο (Στιγμιότυπο 7α on).

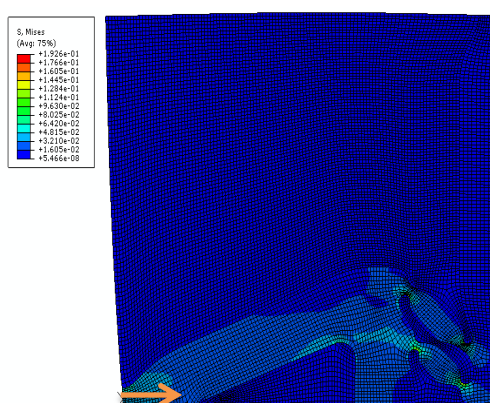
Στη συνέχεια, τα δύο υλικά του μοντέλου συνδέθηκαν μονολιθικά (tie constraint), ενεργοποιήθηκε η συνθήκη μεγάλων μετατοπίσεων και έγιναν συγκρίσεις.

Για δύναμη $F = 1$ η ανάλυση με συνθήκη επαφής που αναπαριστά το Στιγμιότυπο 7α on συγκρίνεται με την ανάλυση που αναπαριστά το Στιγμιότυπο 8 στο οποίο λόγω του περιορισμού που του έχει επιβληθεί, εμφανίζεται να παραμορφώνεται, όμως δεν μπορεί να πραγματοποιήσει ολίσθηση ή ανοίγματα.

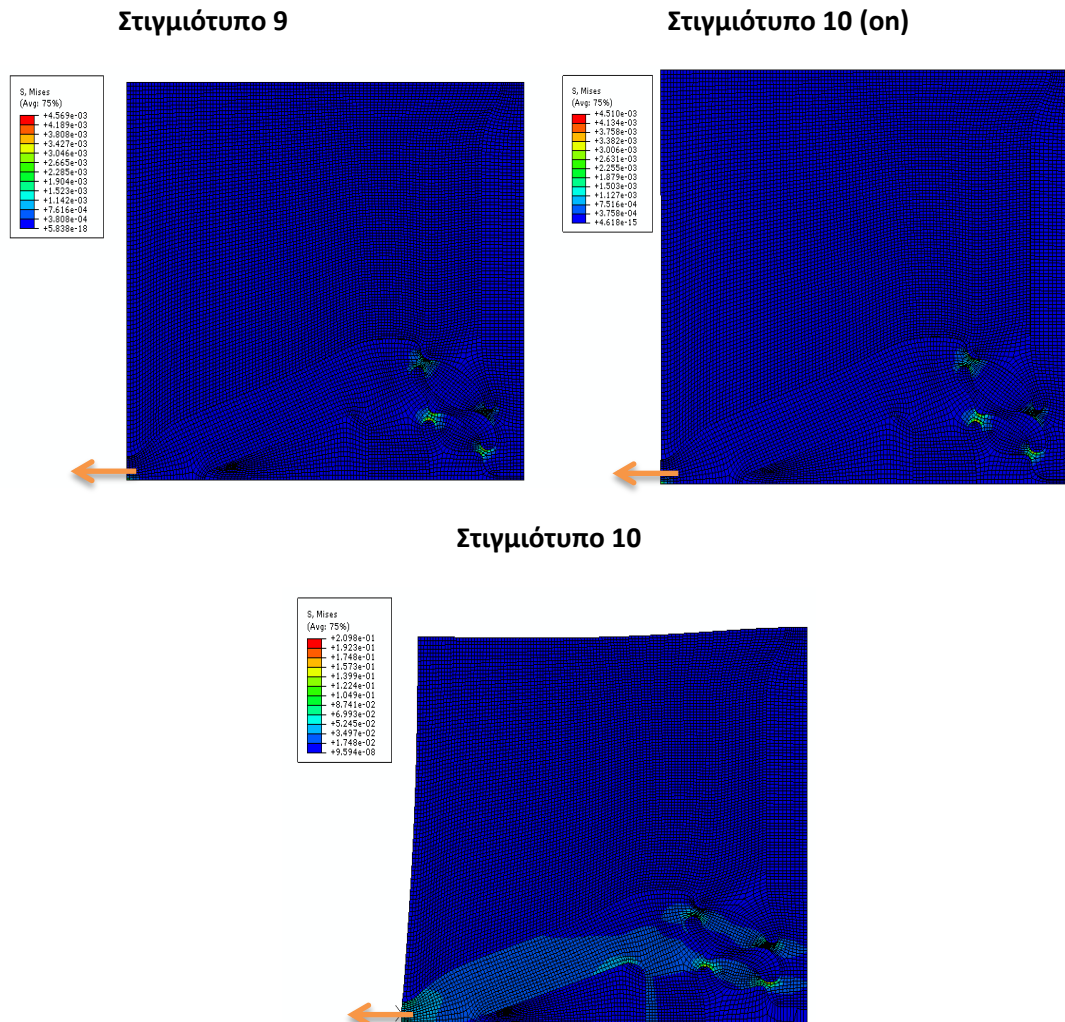
Στιγμιότυπο 7α (on)



Στιγμιότυπο 8



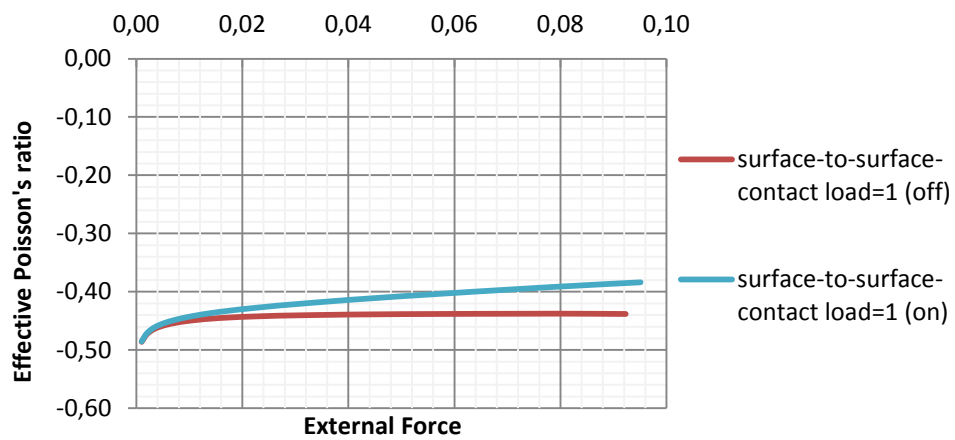
Έπειτα, παρουσιάζονται τρεις επιλύσεις με αντίθετη φόρτιση $F = -1$ και συντελεστή τριβής μηδενικό. Συγκεκριμένα το Στιγμιότυπο 9 και το Στιγμιότυπο 9 on αναπαριστούν την ανάλυση όπου εφαρμόζεται η συνθήκη surface-to-surface-contact με *συνθήκη μεγάλων μετατοπίσεων απενεργοποιημένη και ενεργοποιημένη αντίστοιχα*, και το Στιγμιότυπο 10 την ανάλυση με tie constraints.



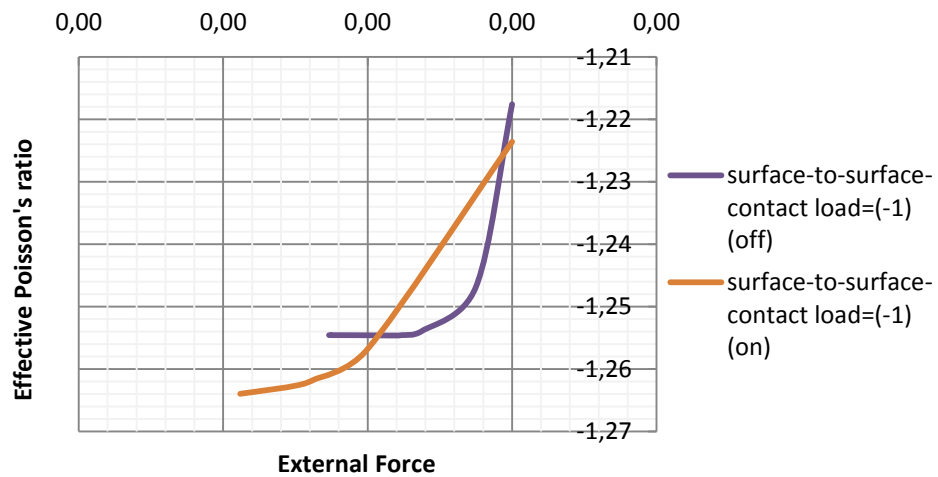
Η αυξητική συμπεριφορά του μοντέλου είναι χαρακτηριστική και στις τρεις περιπτώσεις, όμως οι επιλύσεις όπου εφαρμόζεται η συνθήκη επαφής δεν ολοκληρώνονται και οι τιμές του λόγου Poisson είναι εκτός των επιτρεπτών ορίων, κάτι που οφείλεται στην ανισοτροπία του υλικού. Αντίθετα, στην περίπτωση που τα δύο υλικά είναι άρρηκτα δεμένα μεταξύ τους, η ανάλυση φτάνει στο τέλος και οι αρνητικές τιμές του λόγου Poisson είναι μέσα στα επιτρεπτά όρια. Αξιοσημείωτη είναι η συμμετρία που παρουσιάζεται για θετική και αρνητική φόρτιση (Γράφημα 8,10).

Αντιπαράθεση γραφημάτων:

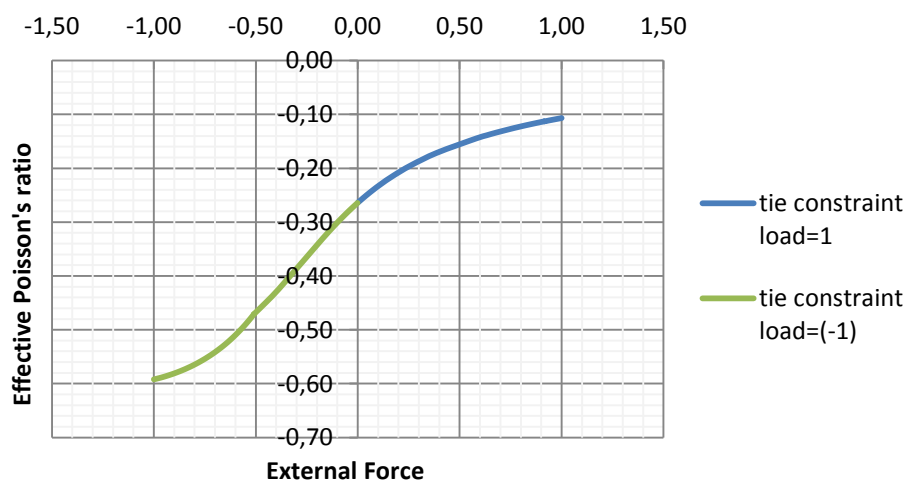
Γράφημα 7α,7α(on)



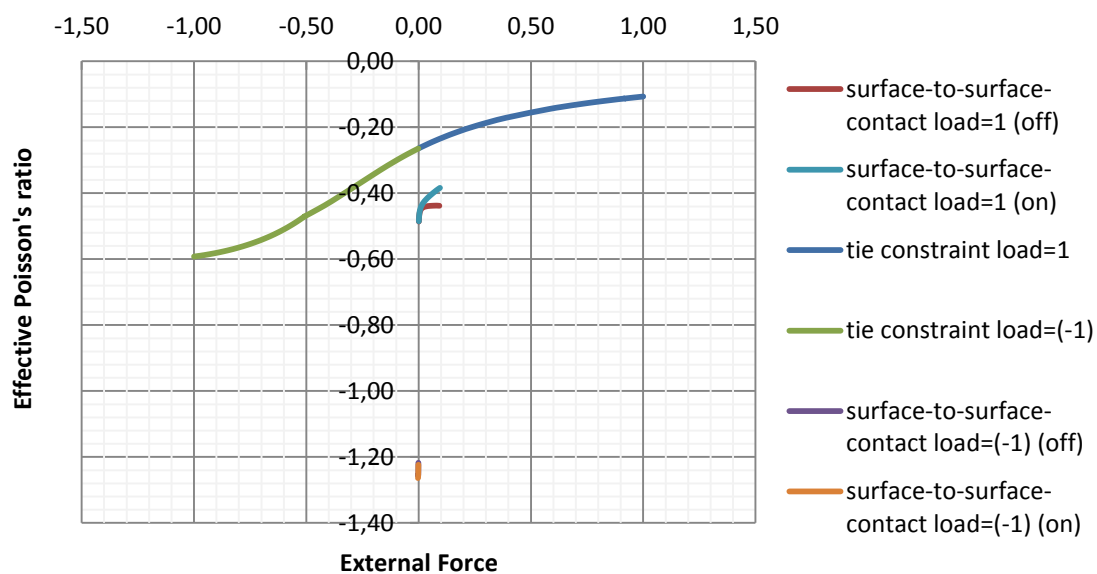
Γράφημα 9,9(on)



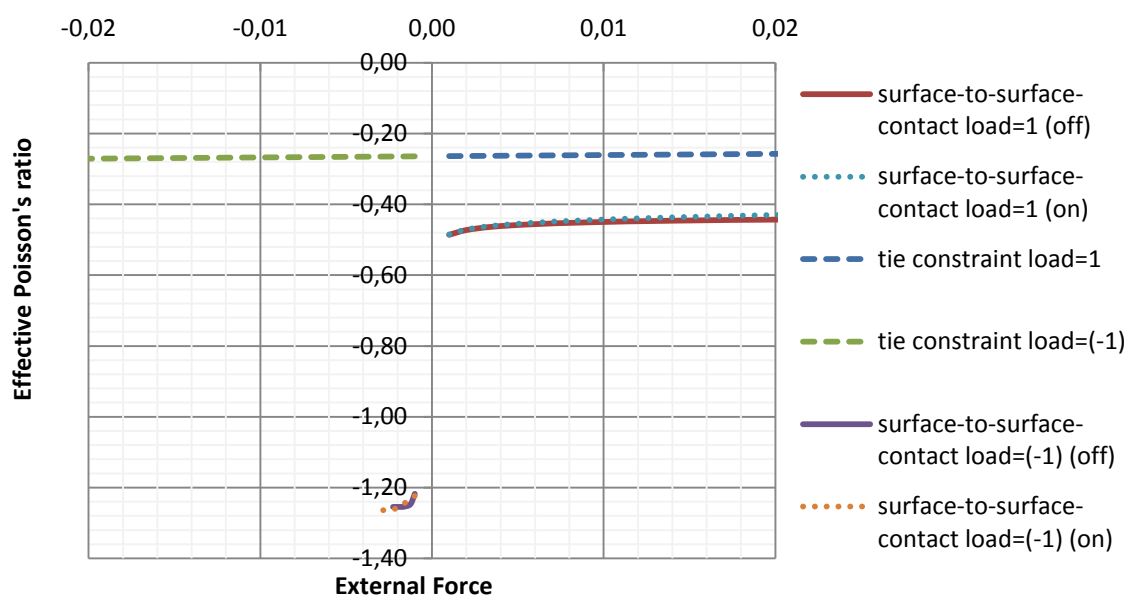
Γράφημα 8,10



Συνολικό Γράφημα που περιλαμβάνει τα Στιγμιότυπα: 7α,7α(on)8,9,9(on),10



Μεγέθυνση κεντρικού τμήματος του παραπάνω γραφήματος:

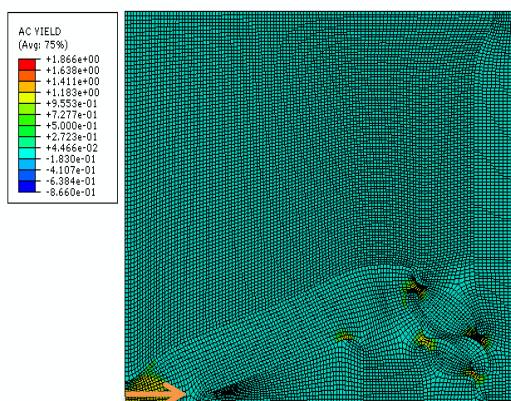


5.5. Προσομοίωση hard material-soft material (ελαστοπλαστικό μοντέλο)

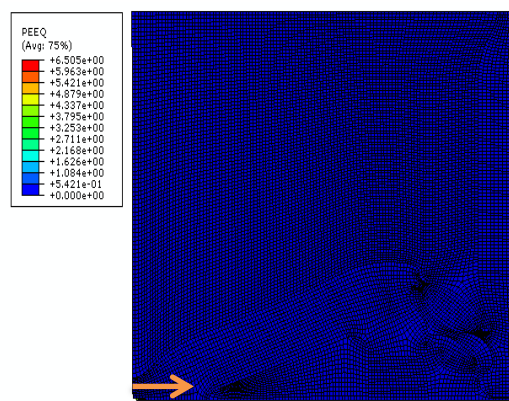
Για τη μετατροπή του ελαστικού μοντέλου σε ελαστοπλαστικό αρκεί η ενεργοποίηση της πλαστικότητας ενός εκ των δύο υλικών. Επειδή το σκληρό υλικό θεωρείται ως βασικό, ενώ το μαλακό ως συμπληρωματικό, προσδίδονται σε αυτό πλαστικές ιδιότητες, γίνεται ελαστοπλαστικό και το μαλακό υλικό διατηρείται όπως πριν. Η συνθήκη επαφής που εφαρμόζεται στο μοντέλο είναι η surface-to-surface-contact και στόχος είναι ο προσδιορισμός της συμπεριφοράς του ελαστοπλαστικού πλέον μοντέλου με την επίδραση της επαφής-τριβής. Λόγω της ελαστοπλαστικότητας του μοντέλου το πρόβλημα είναι μη-γραμμικό και παρουσιάζει διαρροή (failure damage). Οι δοκιμές που ακολουθούν γίνονται για δύναμη $F = 1$, συντελεστή τριβής $\mu = 0.6$ ή 0 και με απενεργοποιημένη τη συνθήκη μεγάλων μετατοπίσεων. Στην τελευταία περίπτωση δοκιμάζεται το μοντέλο και για αντίθετης κατεύθυνσης δύναμη ενώ σε κάποιες από τις δοκιμές παρουσιάζονται και αποτελέσματα μετά από πύκνωση του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων. Έπειτα, εφαρμόστηκαν και πάλι οι περιορισμοί tie constraint με ενεργοποιημένη τη συνθήκη μεγάλων μετατοπίσεων και συγκρίθηκαν και σχολιάστηκαν οι προκύπτουσες επιλύσεις με αντίστοιχες για συνθήκη επαφής και ενεργοποιημένη συνθήκη μετατοπίσεων. Σε ένα ελαστοπλαστικό μοντέλο η επίδραση της εφαρμοζόμενης συνθήκης ελέγχεται σχετικά με το αν δημιουργείται ή όχι διαρροή στο μοντέλο (Active Yield, Ac Yield) και σχετικά με την πλαστική τροπή που δημιουργεί (plastic strain, PEEQ).

Αναλυτικά:

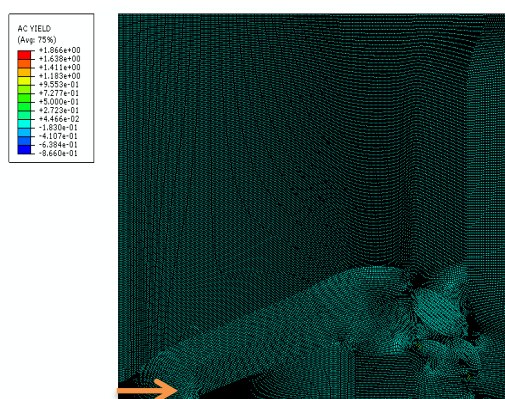
Στιγμιότυπο 11α AC YIELD



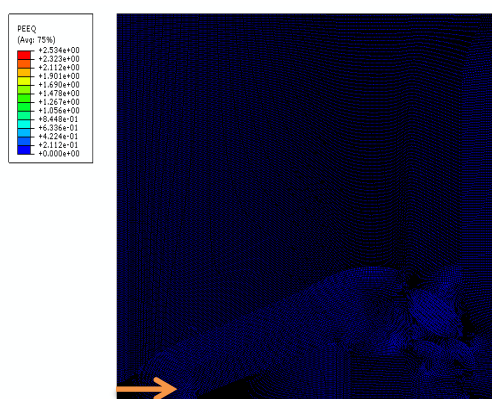
Στιγμιότυπο 11α PEEQ



Στιγμιότυπο 11β AC YIELD



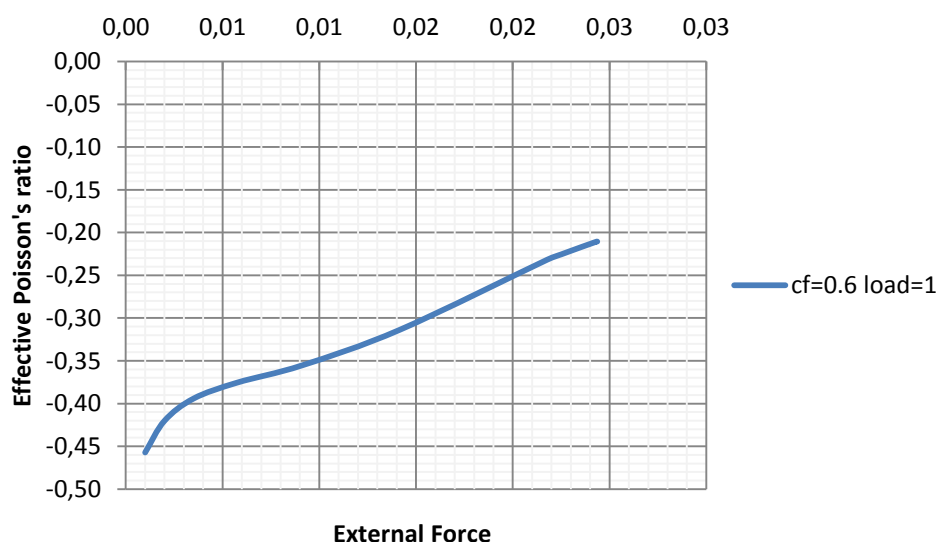
Στιγμιότυπο 11β PEEQ



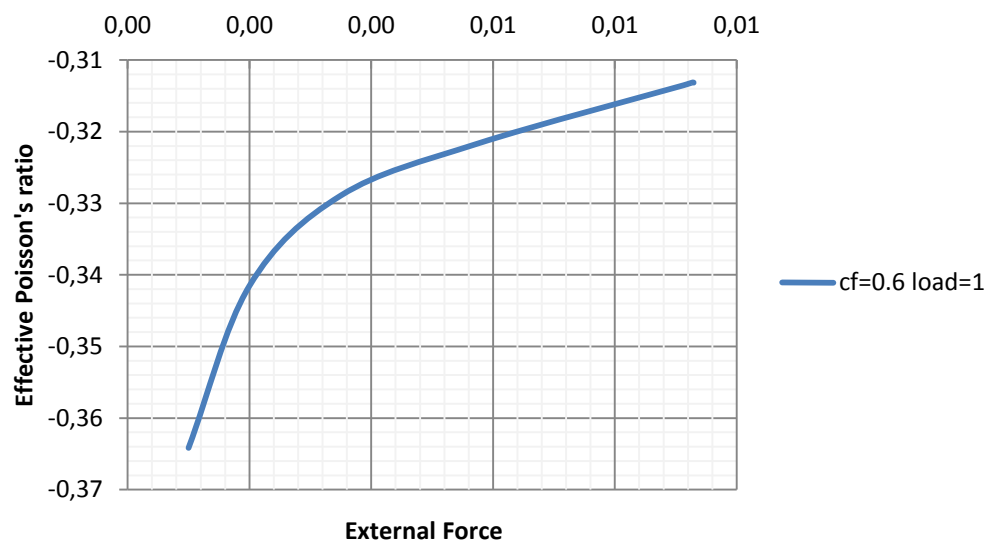
Για δύναμη $F = 1$ και συντελεστή τριβής $\mu = 0.6$, από το Στιγμιότυπο 11α Ac Yield παρατηρείται ότι το μοντέλο διαρρέει καθώς σε αρκετά σημεία ξεπερνά κατά πολύ το ανώτατο όριο της τάσης διαρροής το οποίο έχουμε ορίσει ίσο με 0,2 με αποτέλεσμα η ανάλυση να μην ολοκληρώνεται επιτυχώς. Όπως δείχνει και το γράφημα 11α το μοντέλο συνεχίζει να παρουσιάζει έντονη αυξητική συμπεριφορά.

Με την επιδίωξη η ανάλυση να προχωρήσει περισσότερο πραγματοποιήθηκε πύκνωση του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων. Τα Στιγμιότυπα 11β που προέκυψαν μοιάζουν αρκετά με τα προηγούμενα. Ο λόγος Poisson συνεχίζει να είναι αρνητικός, όμως παρατηρήθηκε πως η ανάλυση σταμάτησε ακόμα νωρίτερα όπως δείχνει τόσο το γράφημα 11β όσο και η συγκριτική πορεία των γραφημάτων.

Γράφημα 11α

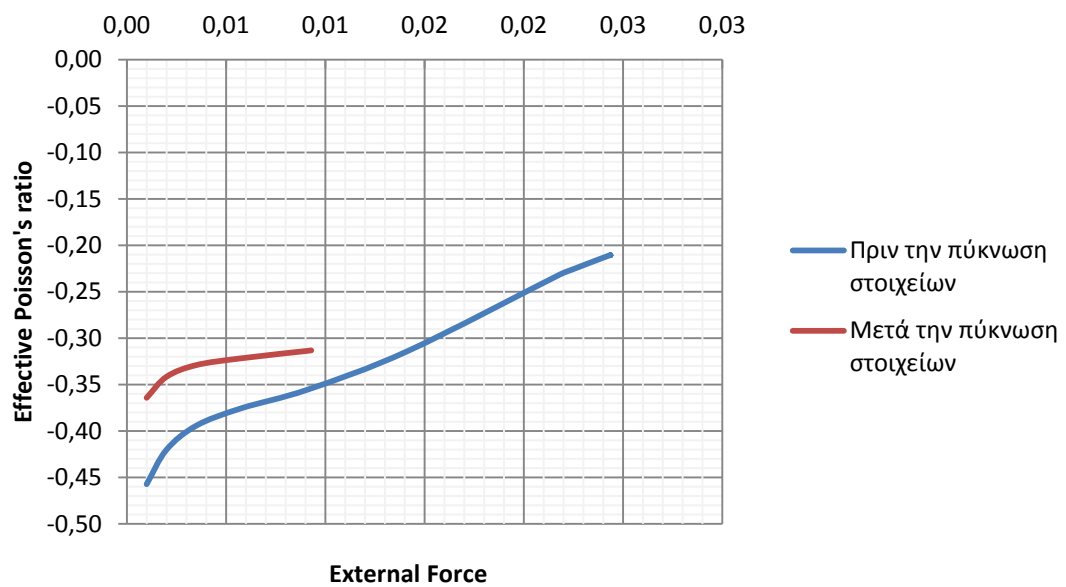


Γράφημα 11β

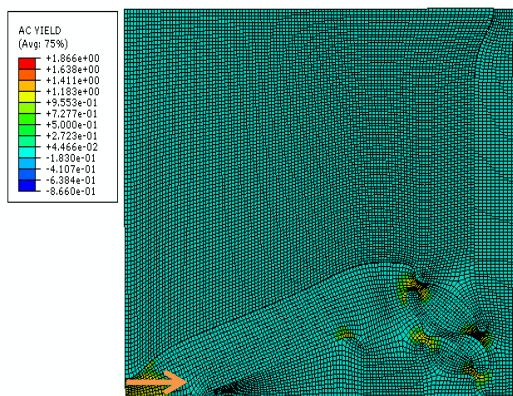


Αντιπαράθεση γραφημάτων:

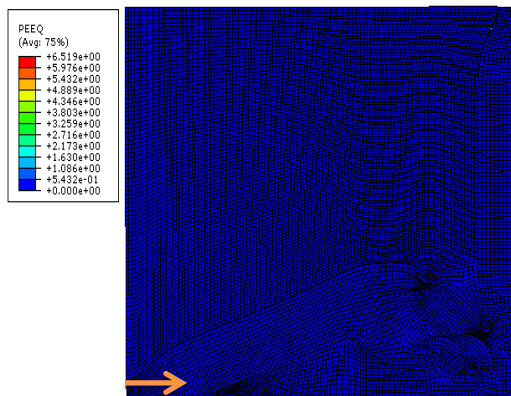
Γράφημα 11α,11β



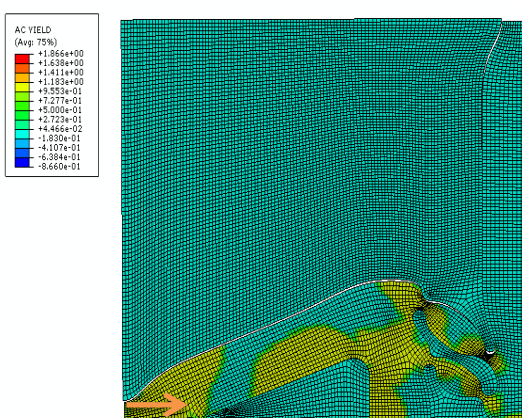
Στιγμιότυπο 12 AC YIELD



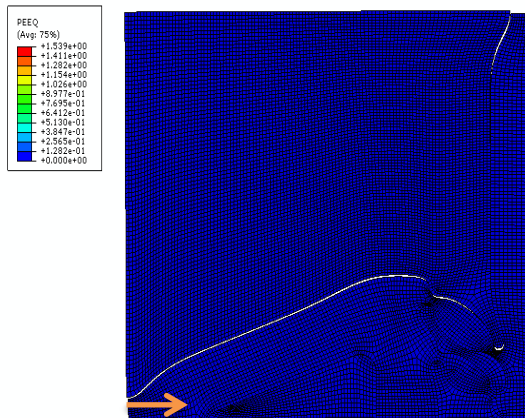
Στιγμιότυπο 12 PEEQ



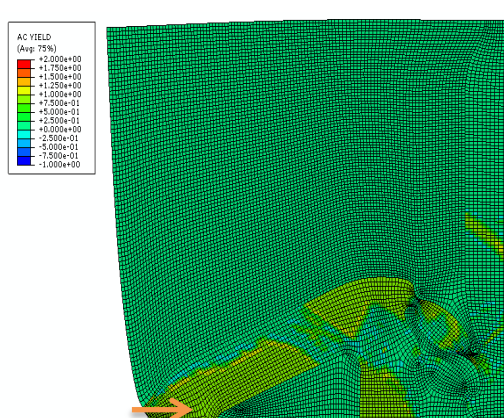
Στιγμιότυπο 12 AC YIELD (on)



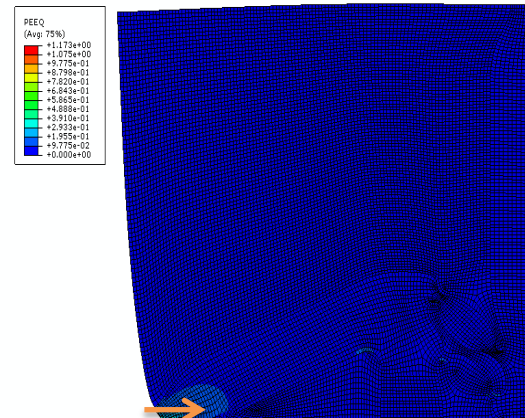
Στιγμιότυπο 12 PEEQ (on)



Στιγμιότυπο 13 AC YIELD



Στιγμιότυπο 13 PEEQ



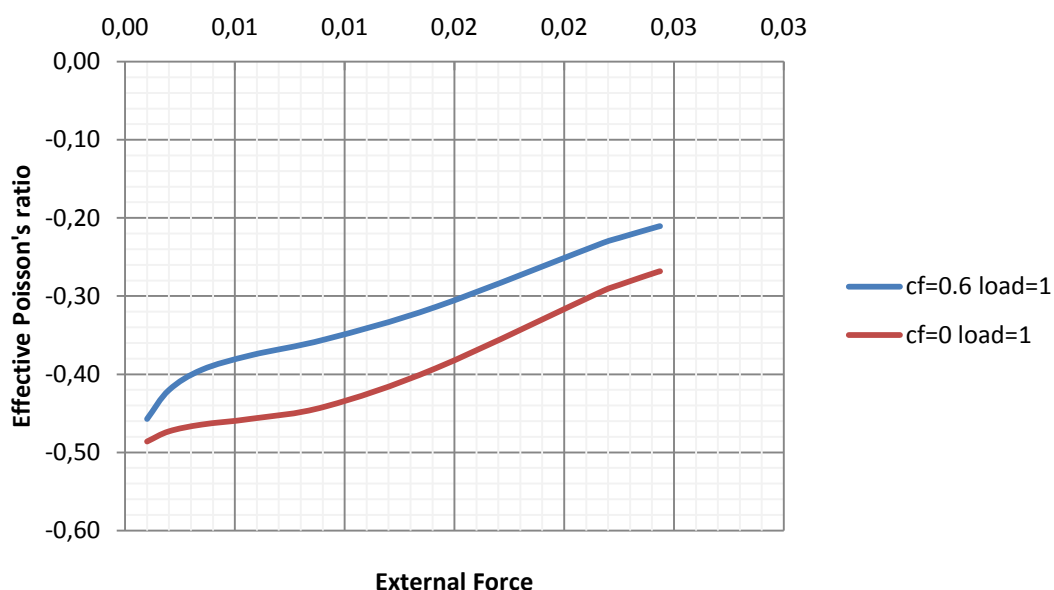
Σε αυτή τη δοκιμή μηδενίζεται ο συντελεστής τριβής, όμως διατηρείται η ίδια δύναμη $F = 1$. Όπως φαίνεται από τα Στιγμιότυπα 12 η συμπεριφορά του μοντέλου είναι παρόμοια με αυτή στην προηγούμενη περίπτωση. Το μοντέλο και πάλι σημειώνει διαρροή οπότε η ανάλυση με τα Πεπερασμένα Στοιχεία δεν δύναται να ολοκληρωθεί και ταυτόχρονα η πλαστική παραμόρφωση του φορέα είναι υπαρκτή

αλλά πολύ μικρή. Το ίδιο συμβαίνει και με ενεργοποιημένες τις μεγάλες μετατοπίσεις (Στιγμιότυπα 12 on), με τη διαφορά ότι η διαρροή είναι πιο ισχυρή. Επίσης, η αυξητική συμπεριφορά συνεχίζει να υπάρχει. Στα Στιγμιότυπα 13 φαίνεται πόσο διαφέρει το αποτέλεσμα της προσομοίωσης όταν το μοντέλο παραμορφώνεται σαν ένα σώμα. Σε αυτήν τη περίπτωση η πλαστική παραμόρφωση είναι πιο έντονη. Ούτε αυτή η επίλυση ολοκληρώνεται και όπως δείχνει και το Γράφημα 11α,12,12on,13 το μοντέλο σταματά να αντιδρά αυξητικά.

Αντιπαράθεση γραφημάτων:

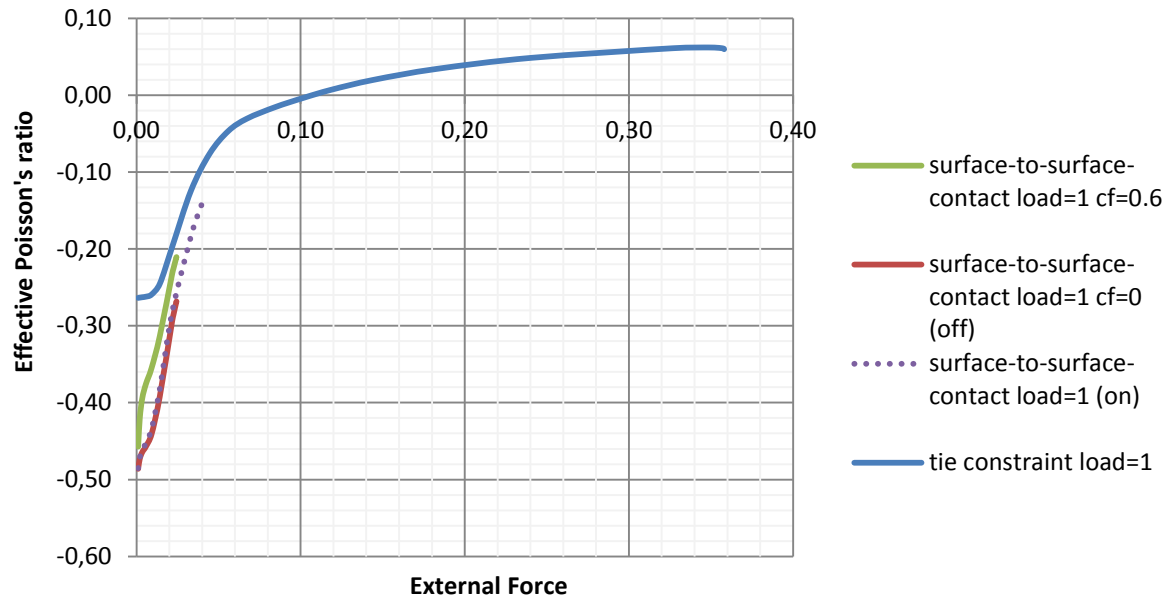
Μετά από σύγκριση της περίπτωσης με παρουσία τριβής πριν την πύκνωση (Στιγμιότυπα 11α) και της περίπτωσης με απουσία τριβής (Στιγμιότυπα 12) παρατηρείται ότι η αύξηση του συντελεστή τριβής προκαλεί μείωση της αυξητικής συμπεριφοράς του ελαστοπλαστικού υλικού. Κατά τα άλλα οι δύο αναλύσεις μοιάζουν πολύ μεταξύ τους.

Γράφημα 11α,12

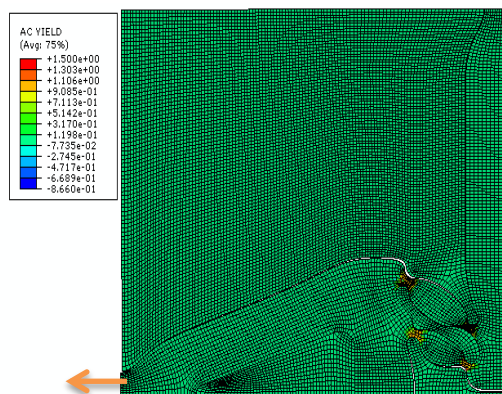


Συνολικά, με βάση το γράφημα που ακολουθεί, μπορεί να παρατηρηθεί πως η πλαστικοποίηση του ισχυρού υλικού (hard material) προκαλεί εντυπωσιακή μείωση στην αυξητική συμπεριφορά του μοντέλου.

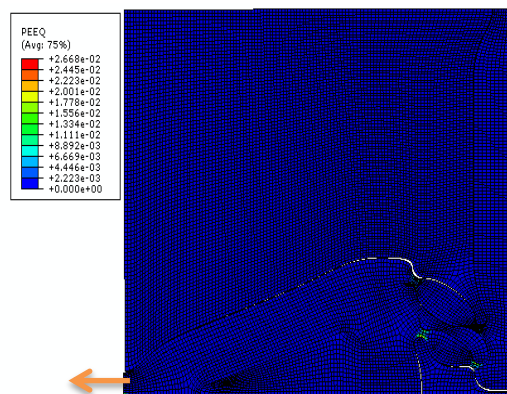
Γράφημα 11α,12,12on,13



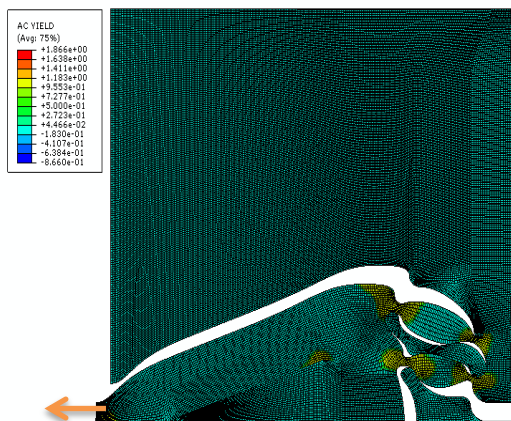
Στιγμιότυπο 14α AC YIELD



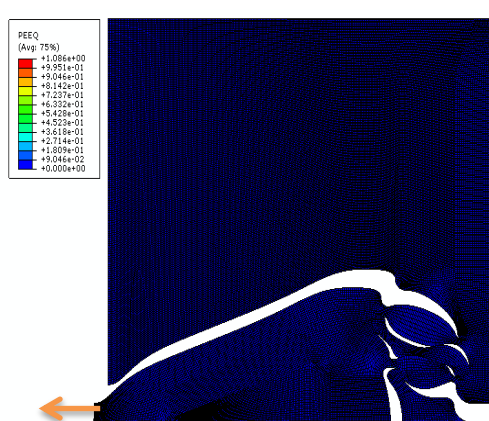
Στιγμιότυπο 14α PEEQ



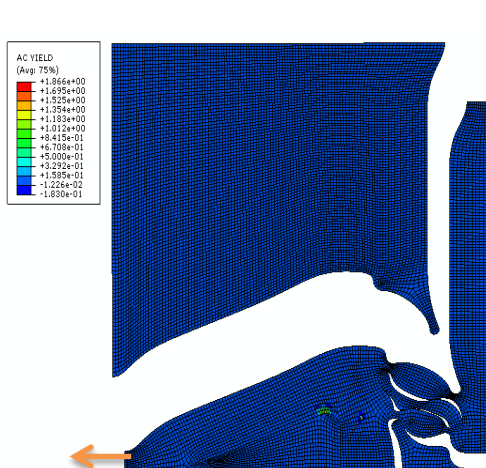
Στιγμιότυπο 14β AC YIELD



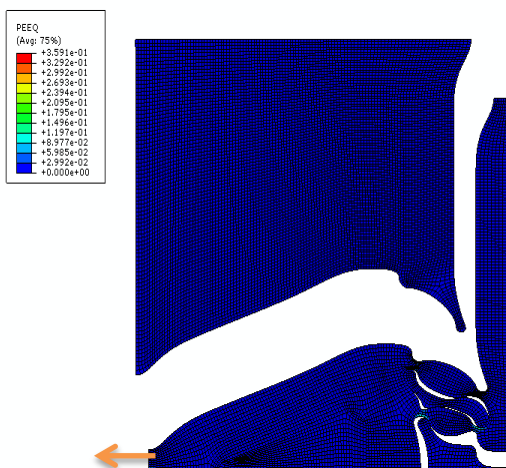
Στιγμιότυπο 14β PEEQ



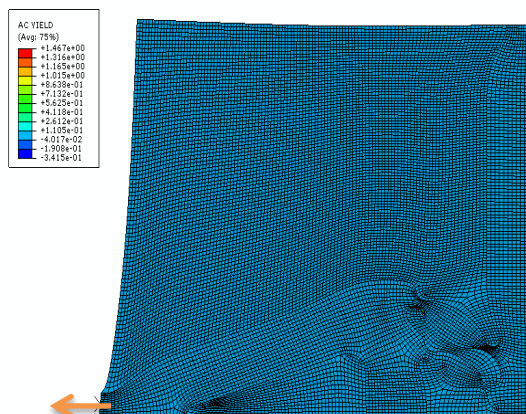
Στιγμιότυπο 14α AC YIELD (on)



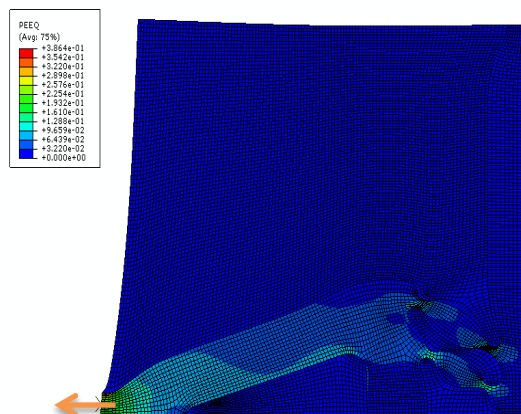
Στιγμιότυπο 14α PEEQ (on)



Στιγμιότυπο 15 AC YIELD



Στιγμιότυπο 15 PEEQ



Αυτή είναι η περίπτωση όπου προκειμένου να ελεγχθεί η συμπεριφορά του ελαστοπλαστικού υλικού του φορέα υπό αντίθετη φόρτιση εφαρμόζεται αντίθετη δύναμη ίση με $F = -1$. Ο συντελεστής τριβής διατηρείται μηδενικός. Η ανάλυση δεν μπορεί να ολοκληρωθεί διότι όπως δείχνουν και το Στιγμιότυπο 14α Ac Yield το μοντέλο παρουσιάζει σημαντική διαρροή. Ωστόσο, όπως παρατηρείται και στα δύο Στιγμιότυπα 14α, υπάρχει πλαστική παραμόρφωση η οποία μακροπρόθεσμα φαίνεται να οδηγεί στην αποκόλληση των δύο υλικών.

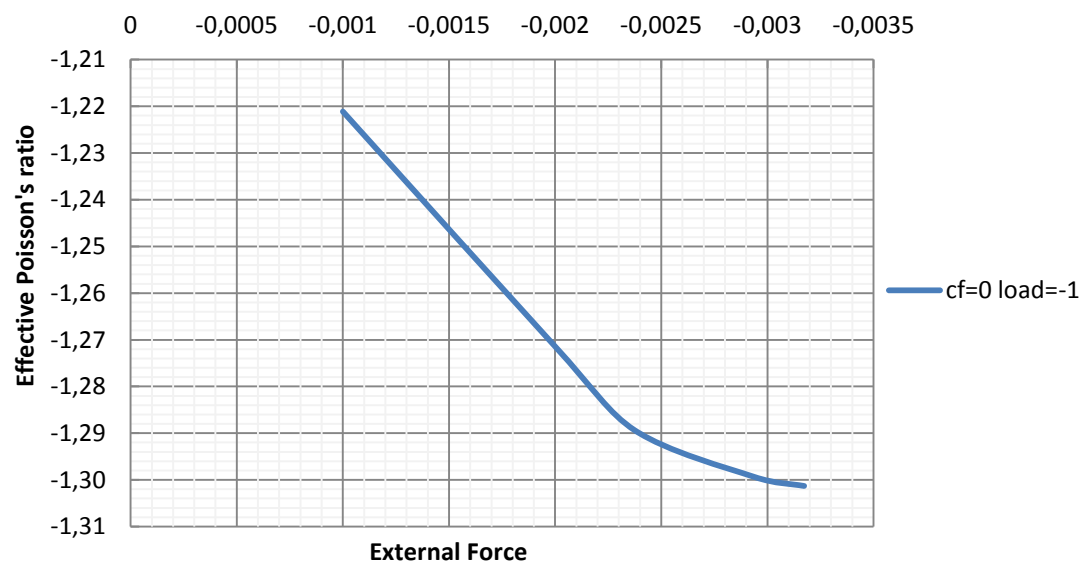
Τα Στιγμιότυπα 14β απεικονίζουν την πύκνωση του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων, που επιλέχθηκε να γίνει ώστε να ελεγχθεί αν η ανάλυση θα περατωθεί. Ωστόσο, ούτε μετά από αυτή τη σημαντική πύκνωση των στοιχείων ολοκληρώθηκε. Έδειξε όμως πως το μοντέλο διαρρέει σημαντικά και πως μακροπρόθεσμα οδηγείται στην αποκόλληση μεταξύ των δύο υλικών ενώ η σύγκριση των γραφημάτων (Γράφημα 14α,14β) δείχνει πως η ανάλυση μετά την πύκνωση προχώρησε περισσότερο.

Στα Στιγμιότυπα 14α (on) φαίνεται η ίδια επίλυση αλλά με τη συνθήκη μεγάλων μετατοπίσεων ενεργοποιημένη. Εδώ η αποκόλληση των δύο υλικών είναι ξεκάθαρη, η ανάλυση δεν ολοκληρώνεται, όμως η αυξητική συμπεριφορά συνεχίζει να υπάρχει (Γράφημα 14α, 14α(on),15).

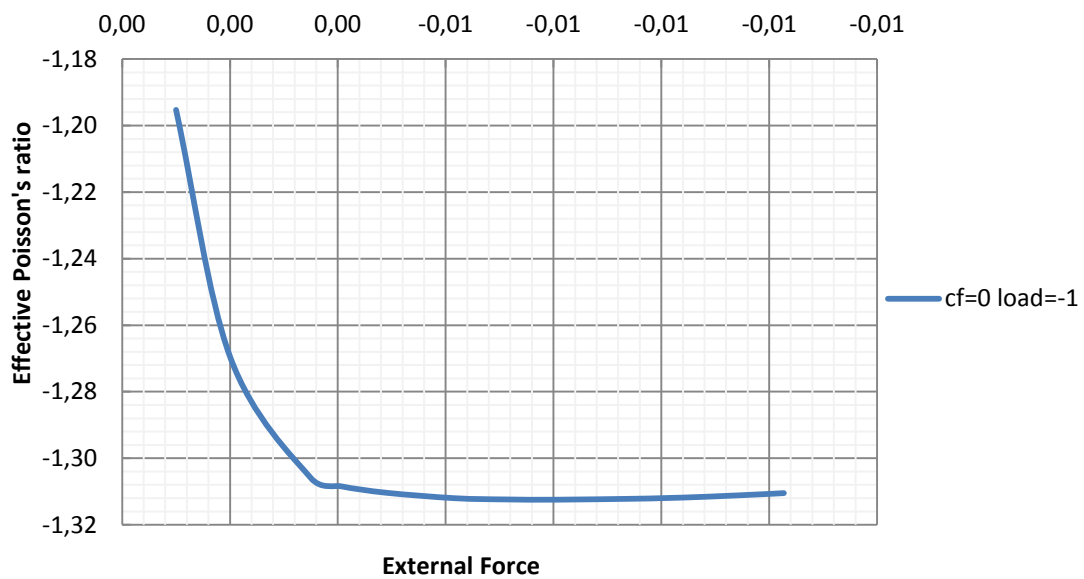
Σχετικά με τα Στιγμιότυπα 15 πρόκειται για τα αποτελέσματα που έδωσε η προσομοίωση όταν εφαρμόστηκαν οι περιορισμοί tie constraint. Παρατηρείται ότι στην περίπτωση αυτή το μοντέλο παραμορφώνεται στο σύνολό του, χωρίς να δημιουργούνται ανοίγματα ή να συμβαίνει ολίσθηση μεταξύ των υλικών. Η ανάλυση ούτε σε αυτή τη περίπτωση ολοκληρώνεται και η αυξητική συμπεριφορά σταματά να υπάρχει (Γράφημα 14α, 14α(on),15).

Κάποια από τα γραφήματα που ακολουθούν αν και παρουσιάζουν αρνητικό λόγο Poisson ο οποίος υποδεικνύει αυξητική συμπεριφορά στο μοντέλο, οι τιμές που προκύπτουν δείχνουν να είναι εκτός των επιτρεπτών ορίων. Ωστόσο, όταν αυτές εμφανίζονται στις επιλύσεις όπου έχει οριστεί συνθήκη επαφής, είναι αποδεκτές τιμές διότι επειδή το εξεταζόμενο υλικό είναι ανισότροπο το κατώτατο όριο του λόγου Poisson (-1) δεν είναι απόλυτο και μπορεί να λάβει και μικρότερες τιμές. Επιπλέον, αυτές οι ισχυρά αρνητικές τιμές του λόγου μπορούν να εξηγηθούν και ως εξής: Το σκληρό υλικό το οποίο αποτελείται από μικρότερο αριθμό στοιχείων, λειτουργεί σαν «σφήνα» στο μαλακό μεγαλύτερο σε έκταση υλικό, πολλαπλασιάζοντας τη δύναμη που ασκείται λόγω της επαφής των επιφανειών τους με αποτέλεσμα ο λόγος Poisson να βγαίνει εκτός ορίων και η ανάλυση να μην προχωρά.

Γράφημα 14α

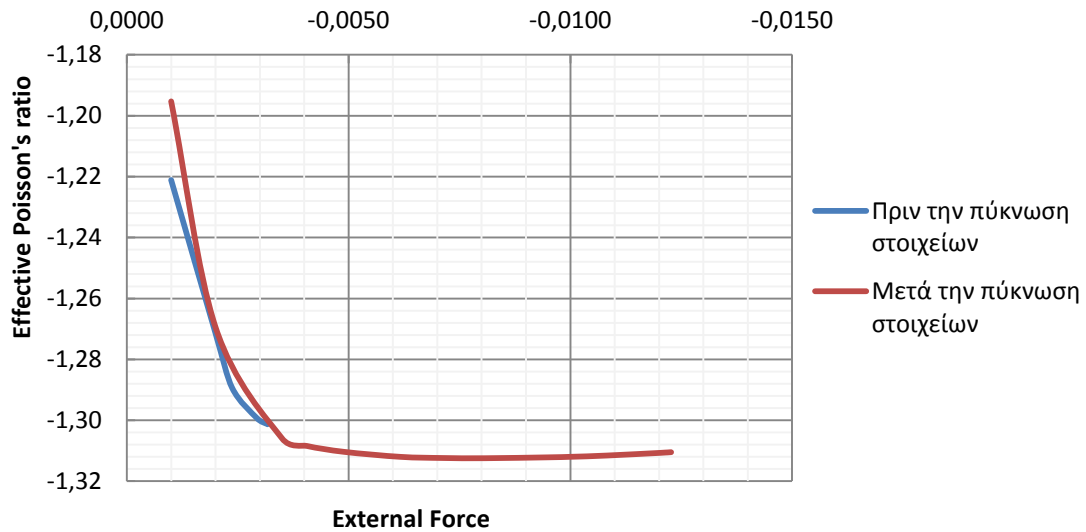


Γράφημα 14β



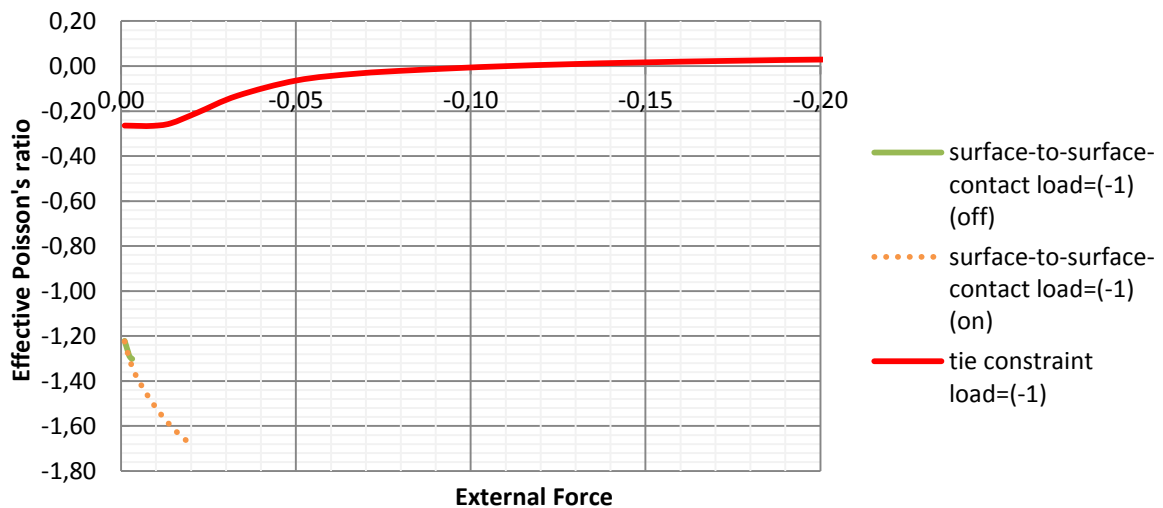
Αντιπαράθεση γραφημάτων:

Γράφημα 14α,14β



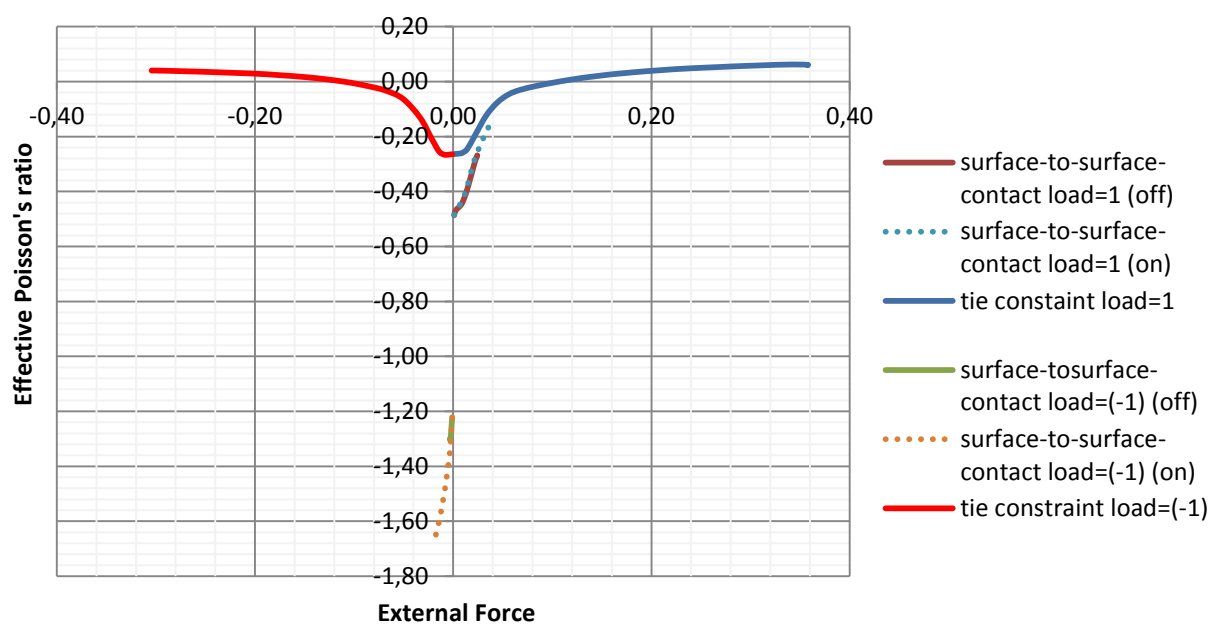
Τελικά, καθώς καμία από τις δύο παραπάνω αναλύσεις (πριν την πύκνωση και μετά από αυτήν) δεν περατώθηκε και λόγω των τιμών που προκύπτουν στο λόγο Poisson, τα αποτελέσματα αυτά κρίνονται απλώς ως ενδεικτικά και όχι ως απόδειξη για την συνολική συμπεριφορά του υλικού υπό αυτές τις συνθήκες.

Γράφημα 14α, 14α (on),15

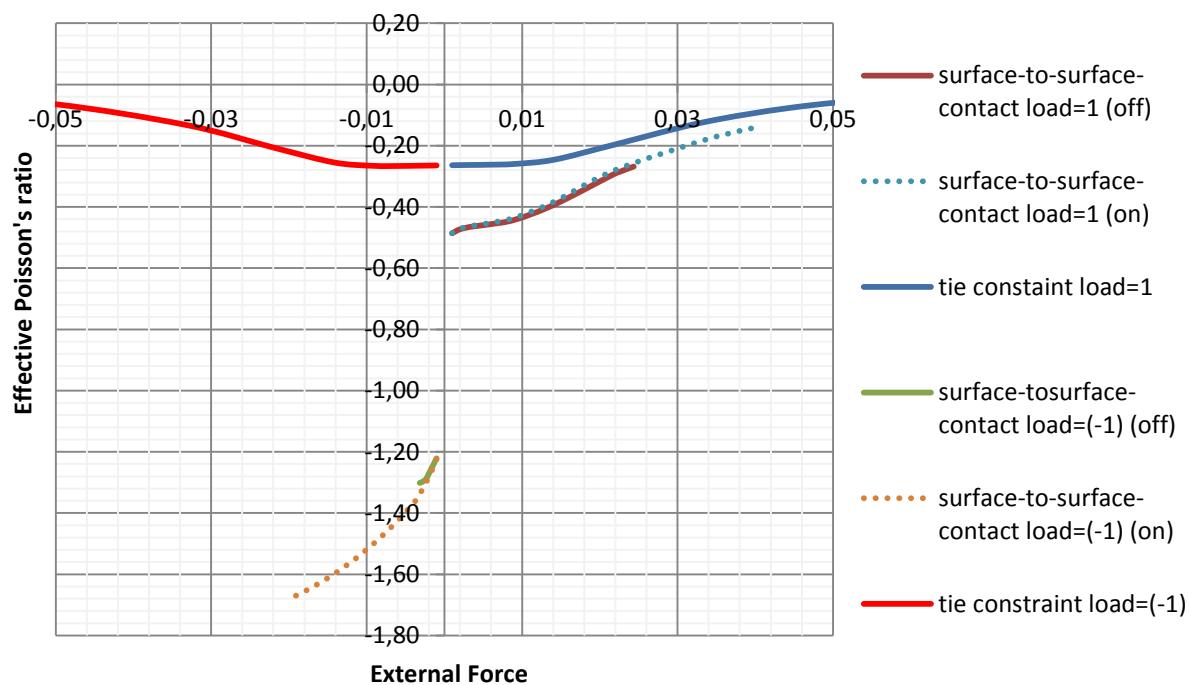


Όπως δείχνει και το αντιπαραθετικό γράφημα που προηγείται, όταν στην ανάλυση τίθενται οι περιορισμοί tie constraint η ανάλυση προχωρά περισσότερο και το μοντέλο σταδιακά σταματά να είναι αυξητικό.

Συνολικό Γράφημα που περιλαμβάνει τα Στιγμιότυπα: 12,12(on),13,14α,14α(on),15

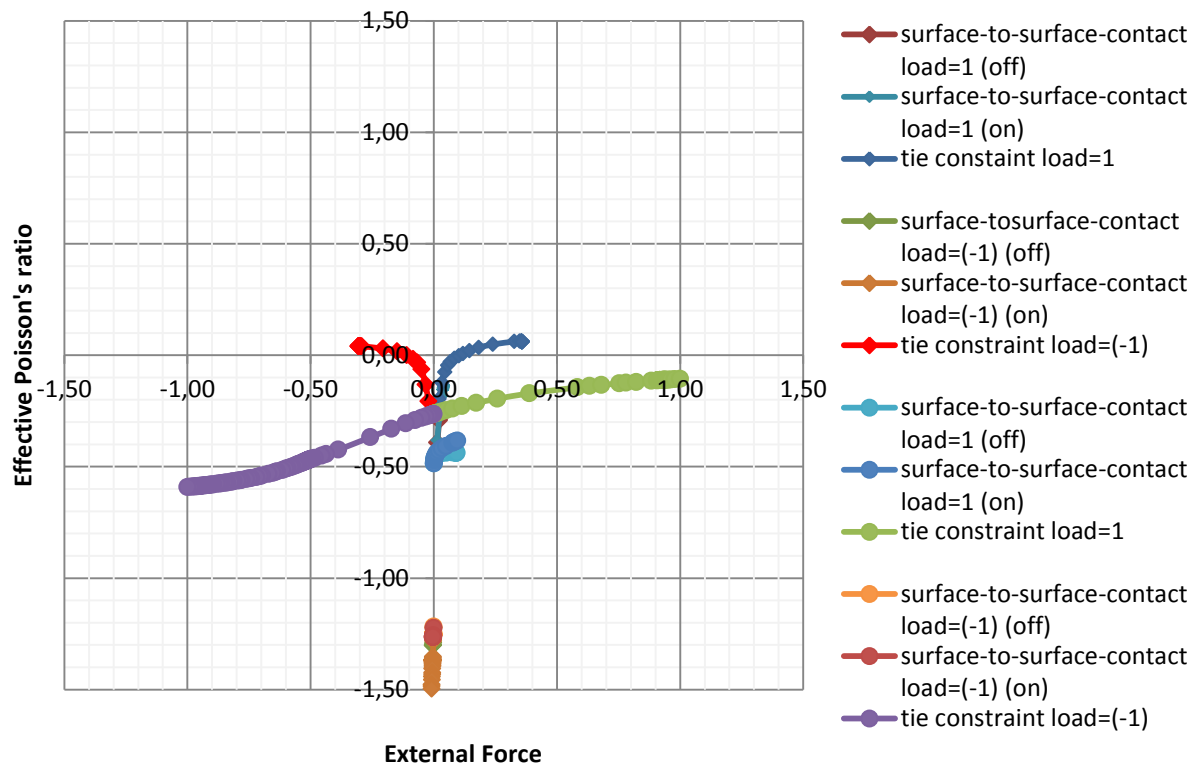


Μεγέθυνση κεντρικού τμήματος του παραπάνω γραφήματος:



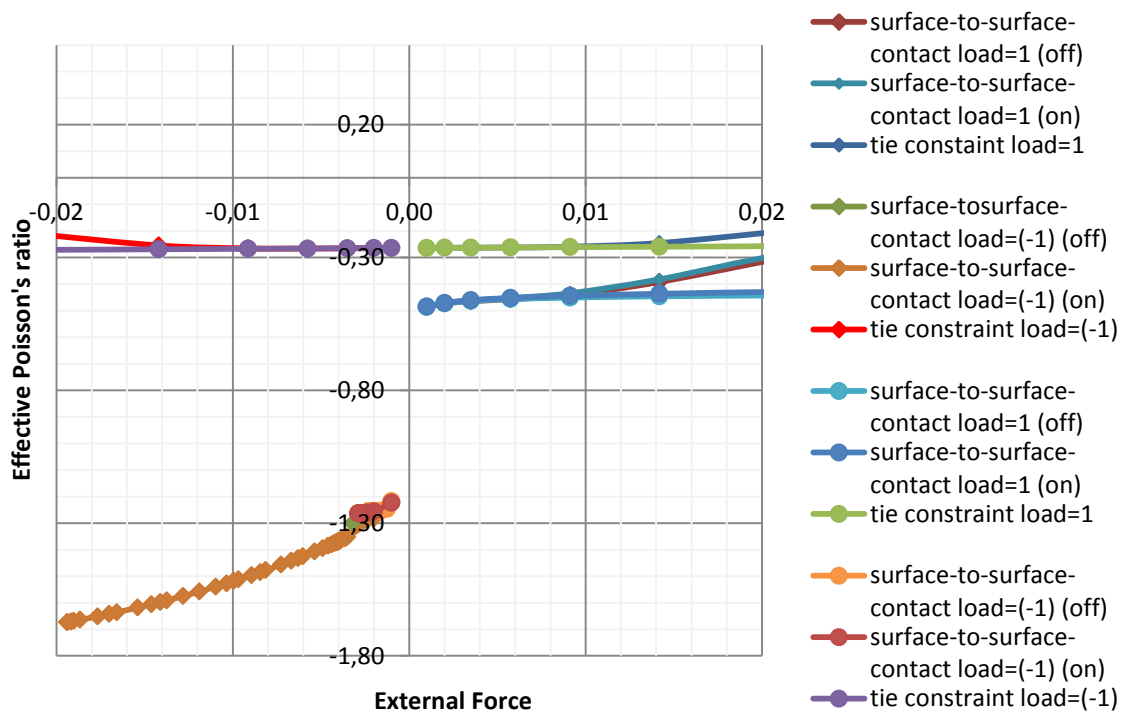
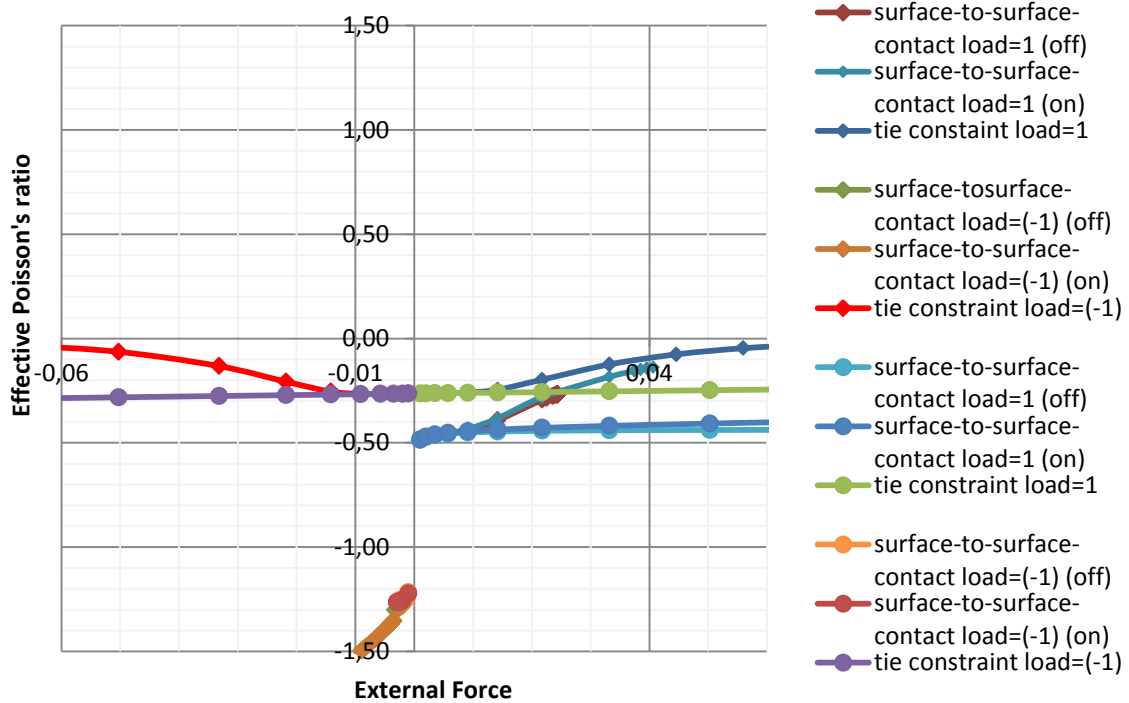
Τέλος, παρατίθενται ένα συνοπτικό γράφημα και δύο μεγεθύνσεις του, το οποίο περιλαμβάνει όλες τις επιλύσεις που έγιναν τόσο για το ελαστικό, όσο και για το ελαστοπλαστικό μοντέλο.

¹Συνοπτικό γράφημα για επιλύσεις ελαστικού και ελαστοπλαστικού μοντέλου



¹ Οι καμπύλες που αποτελούνται από γραμμή-κουκίδα-γραμμή αναπαριστούν τις επιλύσεις για το ελαστικό υλικό, ενώ οι καμπύλες που αποτελούνται από γραμμή-ρόμβο-γραμμή αναπαριστούν τις επιλύσεις για το ελαστοπλαστικό μοντέλο. Το ίδιο ισχύει και για τις μεγεθύνσεις του γραφήματος.

Μεγεθύνσεις κεντρικού τμήματος συνοπτικού γραφήματος για επιλύσεις ελαστικού και ελαστοπλαστικού μοντέλου



Συμπεράσματα

Σε αυτή την εργασία, μελετήθηκε η επίδραση του μη-γραμμικού φαινομένου της μονόπλευρης επαφής και τριβής μεταξύ των συστατικών μιας αυξητικής μικροδομής και αποδείχθηκε ότι η γεωμετρική μη-γραμμικότητα, οι μεγάλες μετατοπίσεις και η ελαστοπλαστικότητα έχουν σημαντική επίδραση στην αυξητική συμπεριφορά.

Για την εφαρμογή της επαφής-τριβής στο εξεταζόμενο μοντέλο χρησιμοποιήθηκε η «μέθοδος της ποινής» (penalty method) στο πλαίσιο της μη-γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων η οποία πραγματοποιήθηκε με τον επαναληπτικό αλγόριθμο Newton-Raphson.

Η δεδομένη εξεταζόμενη αυξητική μικροδομή που είχε ήδη προκύψει από τοπολογική βελτιστοποίηση και επαληθευτεί με αριθμητική ομογενοποίηση ήταν ετερογενής, αποτελούμενη από ένα σκληρό και ένα μαλακό υλικό. Απομονώνοντας το σκληρό υλικό εφαρμόστηκε στο μοντέλο η συνθήκη self-contact. Έπειτα χρησιμοποιήθηκαν και τα δύο υλικά μαζί και εφαρμόστηκε η συνθήκη surface-to-surface contact πρώτα σε μοντέλο με ελαστικές και έπειτα σε μοντέλο με ελαστοπλαστικές ιδιότητες. Τέλος για σύγκριση των αποτελεσμάτων που βρέθηκαν, εφαρμόστηκαν στο μοντέλο οι περιορισμοί tie constraint και παρατηρήθηκαν οι διαφορές όταν το μοντέλο επιλύεται σαν ισότροπο αλλά μη ομογενές.

Στην περίπτωση των δύο συνθηκών επιτεύχθηκε η απαιτούμενη επαφή η οποία επηρέασε καθοριστικά την αυξητική συμπεριφορά του υλικού. Το σκληρό υλικό παρουσίασε εξαιρετικά έντονα self-contact και το μοντέλο με τα δύο υλικά εμφάνισε σε αρκετές περιπτώσεις ανοίγματα που μακροπρόθεσμα οδηγούν στην αποκόλληση των δύο υλικών, ολίσθηση μεταξύ των επιφανειών λόγω της επιβολής της τάσης και εν γένει διαφορετική συμπεριφορά λόγω της παρουσίας και του μαλακού υλικού.

Παρατηρήθηκε ακόμα πως η παραμόρφωση που προκλήθηκε στην αυξητική μικροδομή μετά την εφαρμογή των συνθηκών επαφής και την επιβολή της ανάλογης δύναμης, διαφέρει σημαντικά από αυτή που θα εμφανιζόταν χωρίς αυτές τις συνθήκες αλλά με τις επιφάνειές τους άρρηκτα συνδεδεμένες μεταξύ τους.

Στις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικοί συντελεστές τριβής και δυνάμεις και οι αντίστοιχες παραμορφώσεις διέφεραν εξίσου. Μπορεί να προκύψει σαν συμπέρασμα ότι οι παραμορφώσεις που υπέστη το μοντέλο άλλαζαν εξαιτίας του διαφορετικού συντελεστή τριβής. Επίσης, μέσα από τις αναλύσεις προέκυψε ότι η αύξηση του συντελεστή τριβής, αυξάνει την αυξητική συμπεριφορά της μικροδομής στην περίπτωση μόνο του σκληρού υλικού, λαμβανόμενο ως

ελαστικό, όμως μειώνει την αυξητική συμπεριφορά της μικροδομής στην περίπτωση του ελαστικού μοντέλου παρουσία δύο υλικών και στην περίπτωση του ελαστοπλαστικού μοντέλου.

Ακόμα, μετά τις επιλύσεις που έγιναν στο ελαστοπλαστικό μοντέλο ήταν εντυπωσιακή η μείωση της αυξητικής του συμπεριφοράς, και στις περιπτώσεις με επαφή αλλά ιδίως στις περιπτώσεις όπου εφαρμόστηκε άρρηκτη σύνδεση των υλικών, όπου και εξαφανίστηκε τελικά εντελώς. Προφανώς αυτό οφείλεται στην πλαστικότητα που προσδόθηκε στο ισχυρό υλικό. Δηλαδή, παρατηρήθηκε πως η ελαστοπλαστικότητα του υλικού μειώνει έως και μηδενίζει τον αρνητικό λόγο Poisson.

Επίσης, από τη συνοπτική σύγκριση των επιλύσεων σε γράφημα παρατηρήθηκαν τα εξής τόσο για το ελαστικό όσο και για το ελαστοπλαστικό μοντέλο: Πρώτον, στις περιπτώσεις όπου εφαρμόζεται συνθήκη επαφής, με ενεργοποιημένες και απενεργοποιημένες τις μεγάλες μετατοπίσεις το μοντέλο δεν αντιδρά με τον ίδιο τρόπο. Δεύτερον, στις περιπτώσεις αρνητικής φόρτισης οι τιμές του λόγου Poisson ξεφεύγουν από τα επιτρεπτά όρια λόγω της ανισοτροπίας του υλικού, οπότε τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι απλώς ενδεικτικά. Και τέλος, για τις επιλύσεις όπου υπάρχει άρρηκτη σύνδεση των δύο υλικών είναι φανερό ότι για θετική και αρνητική φόρτιση εμφανίζουν μια συμμετρία στην αυξητική αντίδραση που τα χαρακτηρίζει.

Συνοπτικά να αναφερθεί επίσης πως η μικροδομή αναλύθηκε και δοκιμάστηκε σε μικροσκοπικό επίπεδο κατά τέτοιο τρόπο ώστε τα αποτελέσματα που εξήχθησαν να μεταφερθούν στην αντίστοιχη μακροσκοπική κλίμακα ώστε να καθορίσουν το υλικό στο σύνολό του.

Τέλος, οι αυξητικές μικροδομές που διαφέρουν από τις συνηθισμένες μετά τη σχεδιάσή τους μπορούν να μεταφερθούν και στην πραγματικότητα με τη χρήση 3d printing, προκειμένου να δοκιμαστούν πειραματικά και σε μεταγενέστερο επίπεδο να χρησιμοποιηθούν σε νέα προϊόντα. Η αυξητική μικροδομή που μελετήθηκε μπορεί αφού σχεδιαστεί σε περιβάλλον CAD με τη χρήση καμπυλών (σε δύο διαστάσεις) και αφού βελτιστοποιηθεί η γεωμετρία της ώστε να λαμβάνει υπόψη τα ζητήματα κόπωσης του υλικού, μπορεί να μοντελοποιηθεί και να εκτυπωθεί τρισδιάστατα σε μια μηχανή ταχείας πρωτοτυποποίησης.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- [1] N. T. Kaminakis, G. A. Drosopoulos, G. E. Stavroulakis, Design and verification of auxetic microstructures using topology optimization and homogenization, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2014)
- [2] G. E. Stavroulakis, “Auxetic Behavior: Appearance and Engineering Applications,” *Physica Status Solidi (b)*, Vol. 242 (2005)
- [3] Emran Khoshrouye Ghiasi, Numerical Investigation of Auxetic Materials Due to the Elastic Properties and Negative Poisson’s Ratio, The second National Conference on the development of engineering science, Tonekabon (2015)
- [4] Liu, Q., Literature Review: Materials with Negative Poisson’s Ratios and Potential Applications to Aerospace and Defence, Technical Report DSTO-GD-0472, Air Vehicles Division, Defence Science and Technology Organisation, Department of Defence, Australian Government (2006)
- [5] J. C. A. Elipe, A. D. Lantada, Comparative study of auxetic geometries by means of computer-aided design and engineering, *Smart Materials and Structures*, Vol.21, pp.2 (2012)
- [6] Bianchi, M., Scarpa, F., Smith, C. W., Shape memory behaviour in auxetic foams: Mechanical properties, *Acta Materialia*, Vol.58, pp.858-865 (2010)
- [7] Tan, T. W., Douglas, G. R., Bond, T., Phani, A. S., Compliance and longitudinal strain of cardiovascular stents: influence of cell geometry *J. Med. Devices*, 5 (2011)
- [8] N. T. Kaminakis, G. E. Stavroulakis, Topology optimization for compliant mechanisms, using evolutionary-hybrid algorithms and application to the design of auxetic materials, *Comp. Part B: Eng* 43, 2655-2668 (2012)
- [9] T. I. Zohdi, P. Wriggers, An introduction to computational micromechanics, Springer, The Netherlands (2008)
- [10] V. Kouznetsova, Computational homogenization for the multi-scale analysis of multi-phase materials, PhD thesis, Technical University Eindhoven, The Netherlands (2002)
- [11] G. A. Drosopoulos, P. Wriggers, G. E. Stavroulakis, A multi-scale computational method including contact for the analysis of damage in composite materials, *Comput Mater Sci* 95 pp.522-535 (2014)
- [12] P. Kanout_e, D. Boso, J. Chaboche, B. Schreer, Multiscale methods for composites: A review, *Arch Comput Methods Eng* 16, pp.31-75 (2009)

- [13] M. G. D. Geers, V. Kouznetsova, W. A. M. Brekelmans, Multi-scale computational homogenization: Trends and challenges, *J Comput Appl Math* 234, pp.2175-2182 (2010)
- [14] Yang, W., Li, Z-M., Shi, W., Xie, B-H and Yang, M-B., "Review on Auxetic Materials," *Journal of Materials Science*, Vol. 9, pp. 3269-3279 (2004)
- [15] Javadi, A., Faramarzi, A., Farmani, R., "Design and Optimization of Microstructure of Auxetic Materials," *International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, Vol. 29, No. 3, pp. 260-276 (2012)
- [16] P. S. Theocaris, G. E. Stavroulakis, P. D. Panagiotopoulos, Negative Poisson's ratios in composites with star-shaped inclusions: a numerical homogenization approach, *Arch Appl Mech* 67, pp.274-286 (1997)
- [17] Gao D. Y., Ogden R. D., Stavroulakis G.E. (eds), *Nonsmooth/nonconvex mechanics*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands (2001)
- [18] Panagiotopoulos P. D., *Inequality problems on mechanics and applications. Convex and nonconvex energy functions*, Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Stuttgart (1985)
- [19] Stavroulakis M. E., Stavroulakis G. E., Unilateral contact applications using FEM software, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 12, pp.101-111 (2002)
- [20] H. E. Pettermann, S. Suresh, A comprehensive unit cell model: A study of coupled effects in piezoelectric 13 composites, *Int J. Solids Struct* 37, pp.5447-5464 (2000)
- [21] C. Dascalu, G. Bilbie, E. K. Agiasofitou, Damage and size effects in elastic solids: A homogenization approach, *Int J. Solids Struct* 45 pp.409-430 (2008)
- [22] Tirupathi R. Chandrupatla, Ashok D. Belegundu, ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ, ΑΘΗΝΑ: ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ (2005)