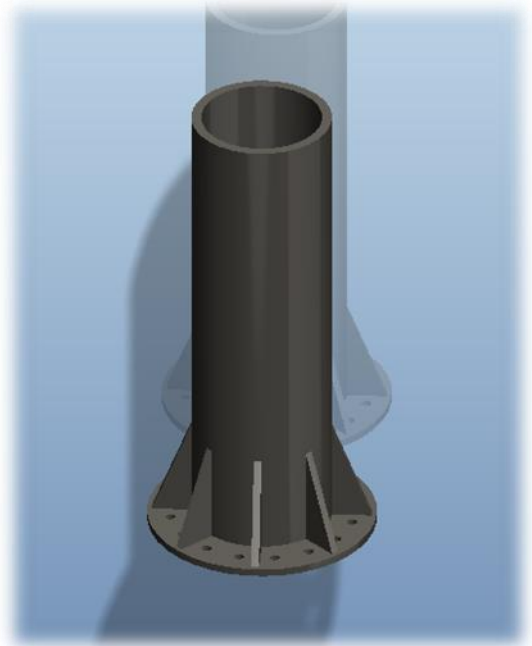
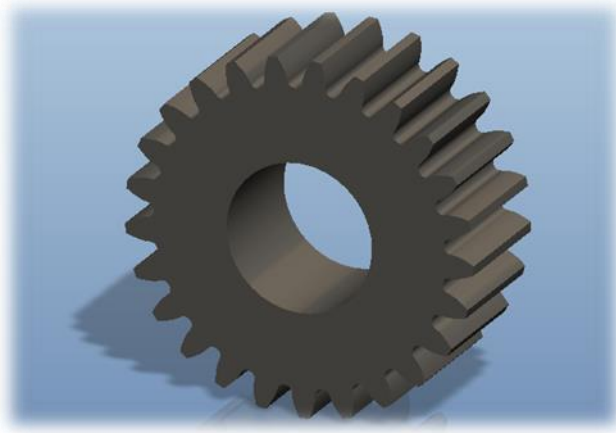




Πολυτεχνείο  
Κρήτης

## Μελέτη αντοχής μηχανολογικών κατασκευών με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

---



Φοιτητές: Μακρής Παναγιώτης – Ψυλάκης Γεώργιος

Επιβλέπων: Σταυρουλάκης Γεώργιος

Χανιά, Σεπτέμβριος 2015



# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

---

Η ολοκλήρωση της διπλωματικής μας εργασίας υλοποιήθηκε με την υποστήριξη ενός αριθμού ανθρώπων στους οποίους θα θέλαμε να εκφράσουμε τις ευχαριστίες μας.

Πρώτα από όλους, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέπων καθηγητή μας Γεώργιο Σταυρουλάκη για την καθοδήγηση και τη συμβολή του στη διεκπεραίωση της διπλωματικής μας εργασίας καθώς και όλους τους καθηγητές μας για τις γνώσεις που μας μεταλαμπάδευσαν στη διάρκεια των φοιτητικών μας χρόνων.

Επίσης ευχαριστούμε θερμά τις οικογένειες μας για τη συνεχή στήριξη που μας παρέχουν καθημερινά αλλά και όλους τους ανθρώπους που συνέβαλαν με τις υποδείξεις τους στην εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Τέλος, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους φίλους μας για τις ωραίες στιγμές που περάσαμε μαζί όλον αυτόν τον καιρό.



# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

---

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται δύο μηχανολογικές κατασκευές. Πιο συγκεκριμένα ένας οδοντωτός τροχός και μία βάση φωτοβολταϊκής διάταξης ενός διαξονικού συστήματος παρακολούθησης της τροχιάς του ήλιου. Τα δύο μηχανολογικά αντικείμενα σχεδιάζονται σε περιβάλλον του προγράμματος Pro-Engineer/Wildfire 5 και εφαρμόζεται μία στατική ανάλυση αυτών στην πλατφόρμα Pro-Mechanica που αποτελεί εργαλείο του ίδιου προγράμματος. Γίνεται έτσι και μία γενική παρουσίαση του λογισμικού αυτού. Η μελέτη πραγματοποιείται με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων.

## ΔΟΜΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

---

- Η εργασία αποτελείται από τέσσερα κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια λεπτομερής αναφορά στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων καθώς και μία εισαγωγή του προγράμματος Pro-Engineer και του υποπρογράμματος Pro-Mechanica.
- Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια αναφορά στους οδοντωτούς τροχούς και στη θεωρία αυτών. Στη συνέχεια, σχεδιάζεται ένας οδοντωτός τροχός στο Pro-Engineer και πραγματοποιείται η στατική μελέτη του στο Pro-Mechanica.
- Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια αναφορά στις ανανεώσιμες μορφές ενέργειας. Έπειτα σχεδιάζεται μία βάση φωτοβολταϊκής διάταξης στο Pro-Engineer και μελετάται στατικά στο Pro-Mechanica.
- Τέλος στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν τόσο στη σχεδίαση όσο και στην ανάλυση των μηχανολογικών κατασκευών που κατασκευάστηκαν.



## Πίνακας περιεχομένων

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	i
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	iii
ΔΟΜΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ .....	iii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....	1
1.1 ΓΕΝΙΚΑ .....	1
1.2 ΟΡΙΣΜΟΣ CAD .....	1
1.3 ΟΡΙΣΜΟΣ CAE .....	2
1.4 ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....	3
1.4.1 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ – ΤΥΠΟΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....	4
1.4.2 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΓΕΝΕΣΗ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ .....	7
1.4.3 ΕΙΔΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....	18
1.5 PRO-ENGINEER WILDFIRE 5.0.....	20
1.6 PRO-MECHANICA.....	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ .....	23
2.1 ΓΕΝΙΚΑ .....	23
2.2 ΕΙΔΗ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ.....	24
2.2.1 ΜΕΤΩΠΙΚΟΙ ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ .....	25
2.2.2 ΚΩΝΙΚΟΙ ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ .....	26
2.2.3 ΕΛΙΚΟΙΕΙΔΕΙΣ ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ ΑΣΥΜΒΑΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ .....	27
2.2.4 ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΤΕΡΜΟΝΑ ΚΟΧΛΙΑ – ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ.....	28
2.3 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΟΔΟΝΤΩΣΕΩΝ .....	29
2.3.1 MODULE .....	29
2.3.2 ΓΩΝΙΑ ΕΞΕΙΛΙΓΜΕΝΗΣ.....	30
2.3.3 ΛΟΙΠΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ .....	31
2.4 Η ΕΞΕΙΛΙΓΜΕΝΗ ΚΑΜΠΥΛΗ .....	33
2.5 ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΩΠΙΚΩΝ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ .....	35
2.6 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ ΣΤΟ PRO-ENGINEER .....	36
2.7 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ ΣΤΟ PRO-MECHANICA .....	51
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΒΑΣΗ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟΥ .....	66
3.1 ΓΕΝΙΚΑ .....	66
3.2 ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ.....	67

3.3 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΒΑΣΗΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟΥ ΣΤΟ PRO-ENGINEER.....	69
3.4 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΒΑΣΗΣ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟΥ ΣΤΟ PRO-MECHANICA .....	75
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	83
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	84



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

---

## 1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Η ραγδαία εξέλιξη των τελευταίων ετών στη Μηχανολογία οφείλεται, χωρίς αμφιβολία, στην εισαγωγή των ηλεκτρονικών υπολογιστών σε όλους τους επιμέρους τομείς της. Σε σχέση με τις κατασκευαστικές επιστήμες, η δυνατότητα “απεικόνισης” της γεωμετρίας μιας μηχανολογικής κατασκευής στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, καθώς και η δυνατότητα “προσομοίωσης” της στατικής, δυναμικής, θερμικής, ρευστοδυναμικής, κλπ. συμπεριφοράς της, αποτελούν επιτεύγματα των τελευταίων ετών και αλλάζουν σημαντικά τόσο την εκπαίδευση όσο και την επαγγελματική πράξη του μηχανολόγου μηχανικού.

- Η σχεδίαση με τη βοήθεια Η/Υ (Computer-Aided Design: CAD) είναι μια τεχνολογία που χρησιμοποιεί Η/Υ για την υποβοήθηση της δημιουργίας, τροποποίησης και βελτιστοποίησης ενός σχεδιασμού.
- Η ανάλυση με τη βοήθεια Η/Υ (Computer-Aided Engineering: CAE) είναι μια τεχνολογία που ασχολείται με τη χρήση υπολογιστικών συστημάτων για την ανάλυση γεωμετρίας CAD, που επιτρέπει στο σχεδιαστή να προσομοιώσει και να μελετήσει τον τρόπο με τον οποίο θα συμπεριφερθεί το προϊόν, έτσι ώστε ο σχεδιασμός να επιδέχεται εύκολα αποπεράτωση και βελτιστοποίηση. Η κυρίαρχη μέθοδος CAE είναι αυτή των Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Method: FEM).

## 1.2 ΟΡΙΣΜΟΣ CAD

Η σχεδίαση με τη βοήθεια Η/Υ (Computer-Aided Design: CAD) είναι μια τεχνολογία που χρησιμοποιεί Η/Υ για την υποβοήθηση της δημιουργίας, τροποποίησης και βελτιστοποίησης ενός σχεδιασμού. Με τον όρο CAD εννοούμε τη δημιουργία γεωμετρικών απεικονίσεων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Προφανώς δεν περιοριζόμαστε στη γνωστή διαδικασία αντικατάστασης του drafting, δηλ. του δισδιάστατου (2-D) παραδοσιακού σχεδίου του μηχανικού, αλλά κυρίως στην περίπτωση τρισδιάστατης (3-D) απεικόνισης κατασκευών ή δομών, όπου χρησιμοποιούνται αυτοματοποιημένες διαδικασίες προσέγγισης επιφανειών (μέσω των παρεμβολών Coons, Bezier και Nurbs) ή/και όγκων. Έτσι, είναι πολύ ευκολότερη και ελέγξιμη η αλλαγή της γεωμετρίας ενός μηχανολογικού

εξαρτήματος μέχρις ότου ο μελετητής καταλήξει σε μία καταρχήν αποδεκτή κατασκευαστική λύση. Επιπλέον, όλα τα συστήματα CAD διαθέτουν κατάλληλα φίλτρα – interfaces (DXF, IGES, STEP) που δίνουν τη δυνατότητα μεταφοράς της γεωμετρικής πληροφορίας από το ένα σύστημα στο άλλο (εναλλαξιμότητα).

Τα εργαλεία CAD μπορούν να ποικίλλουν μεταξύ γεωμετρικών εργαλείων διαχείρισης σχημάτων (ένα άκρο), μέχρι εξειδικευμένα προγράμματα εφαρμογών, όπως ανάλυση και βελτιστοποίηση (άλλο άκρο). Μεταξύ αυτών των δύο άκρων, τυπικά εργαλεία που είναι διαθέσιμα επί του παρόντος, περιλαμβάνουν ανάλυση ανοχών, υπολογισμούς ιδιοτήτων μάζας (κέντρα βάρους, ροπές αδρανείας, κλπ.), μοντελοποίησης με πεπερασμένα στοιχεία (FEM) και οπτικής απεικόνισης (visualization) των αποτελεσμάτων της ανάλυσης, μεταξύ άλλων. Ο σημαντικότερος ρόλος του CAD είναι ο καθορισμός της γεωμετρίας του υπό σχεδιασμού προϊόντος που είναι ουσιώδης σε όλες τις επόμενες φάσεις του κύκλου. Στη συνέχεια, η εν λόγω γεωμετρία αξιοποιείται από το CAE.

### 1.3 ΟΡΙΣΜΟΣ CAE

Η ανάλυση με τη βοήθεια Η/Υ (Computer-Aided Engineering: CAE) είναι μια τεχνολογία που ασχολείται με τη χρήση υπολογιστικών συστημάτων για την ανάλυση γεωμετρίας CAD, που επιτρέπει στο σχεδιαστή να προσομοιώσει και να μελετήσει τον τρόπο με τον οποίο θα συμπεριφερθεί το προϊόν, έτσι ώστε ο σχεδιασμός να επιδέχεται εύκολα αποπεράτωση και βελτιστοποίηση. Τα εργαλεία CAE διατίθενται σε ευρεία κλίμακα αναλύσεων. Κινηματικά προγράμματα, για παράδειγμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση λειτουργίας μηχανών. Προγράμματα δυναμικής ανάλυσης μεγάλων μετατοπίσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην προσομοίωση σύνθετων συναρμολογημένων δομών όπως λ.χ. τα οχήματα ή συσκευασιών σε πτώση επί του εδάφους.

Μεταξύ των πλέον διαδεδομένων μεθόδων ανάλυσης είναι η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Method: FEM) που επιτρέπει τη στατική και δυναμική ανάλυση τάσεων και μετατοπίσεων, θερμική ανάλυση, ρευστομηχανική και αεροδυναμική ανάλυση, ακουστική ανάλυση, κατανομή μαγνητικού πεδίου ή και άλλων πεδίων. Η εφαρμογή της FEM απαιτεί τη χρήση ενός απλουστευμένου αφαιρετικού μοντέλου που πρέπει να γεννηθεί είτε με αλληλεπίδραση του χρήστη ή και αυτόματα. Το λογισμικό που καθιστά δυνατή την κατασκευή του αφαιρετικού μοντέλου και τη γένεση των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί τους προ-επεξεργαστές (pre-processors). Μετά την εκτέλεση της ανάλυσης σε κάθε στοιχείο, ο Η/Υ συγκεντρώνει τα αποτελέσματα και τα εμφανίζει με ευανάγνωστο οπτικό τρόπο. Περιοχές υψηλών τάσεων μπορεί να παριστάνονται με κόκκινο χρώμα για παράδειγμα. Το λογισμικό τέτοιων απεικονίσεων αποτελεί τους λεγόμενους μετα-επεξεργαστές (post-processors).

Επίσης, είναι διαθέσιμα πολλά εργαλεία βελτιστοποίησης σχεδιασμού. Παρόλο που τα εργαλεία βελτιστοποίησης μπορούν να θεωρηθούν σαν εργαλεία CAE, συνήθως ταξινομούνται με ξεχωριστό τρόπο. Διάφορες ερευνητικές προσπάθειες εξελίσσονται προς την κατεύθυνση αυτόματου σχεδιασμού με ολοκλήρωση των διαδικασιών βελτιστοποίησης

και ανάλυσης. Σε αυτές τις προσεγγίσεις, γίνεται η παραδοχή ενός απλού αρχικού σχήματος σχεδιασμού, όπως ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο για δισδιάστατο εξάρτημα που αποτελείται από μικρά στοιχεία διαφορετικών πυκνοτήτων. Κατόπιν, εκτελείται η διαδικασία βελτιστοποίησης προς υπολογισμό των βέλτιστων τιμών αυτών των πυκνοτήτων που αποβλέπει στην επίτευξη ενός στόχου με παράλληλη ικανοποίηση των συνθηκών τάσεων ή/και μετατοπίσεων. Συνήθως ο στόχος είναι η επίτευξη του ελάχιστου βάρους. Με βάση τις βέλτιστες τιμές πυκνοτήτων, το βέλτιστο σχήμα του σχεδιασμού λαμβάνεται με απαλοιφή των στοιχείων χαμηλής πυκνότητας.

Η γοητεία των μεθόδων ανάλυσης και βελτιστοποίησης είναι ότι επιτρέπουν στο μηχανικό να δει τον τρόπο με τον οποίο το προϊόν θα συμπεριφερθεί και να επισημάνει τα όποια λάθη έχουν γίνει μέχρι τη στιγμή εκείνη, προτού προχωρήσει σε χρονοβόρες και δαπανηρές διαδικασίες κατασκευής και ελέγχου φυσικών πρωτοτύπων. Επειδή το κόστος μελέτης μεταβάλλεται εκθετικά στα τελευταία στάδια ανάπτυξης και παραγωγής του προϊόντος, η πρώιμη βελτιστοποίηση και εξευγενισμός που επιτυγχάνεται από την ανάλυση CAE τελικά αποπληρώνεται με μείωση χρόνου και κόστους.

## **1.4 ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Ένα από τα πρώτα μελήματα του μηχανικού, όταν αυτός αναλάβει την ανάπτυξη ενός μοντέλου, είναι η επιλογή των κατάλληλων πεπερασμένων στοιχείων. Ακόμη και σε δισδιάστατες κατασκευές η χρήση τριγωνικών στοιχείων τριών κόμβων και τετραπλευρικών στοιχείων τεσσάρων κόμβων δεν είναι η μόνη επιλογή του, ανάλογα με τις δυνατότητες του διαθέσιμου λογισμικού. Πράγματι, μια από τις κρισιμότερες αποφάσεις είναι η επιλογή των κατάλληλων στοιχείων με τον κατάλληλο αριθμό κόμβων από τη διαθέσιμη βιβλιοθήκη στοιχείων. Επιπρόσθετα, το πλήθος των στοιχείων (με άλλα λόγια το μέσο μέγεθος των στοιχείων) που πρέπει να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος είναι αποτέλεσμα της κρίσης του μηχανικού. Σαν γενικός κανόνας, όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των κόμβων και των στοιχείων (στην h version) ή όσο μεγαλύτερος ο βαθμός πολυωνύμου της συνάρτησης μορφής (στην p version), τόσο ακριβέστερη είναι η λύση των πεπερασμένων στοιχείων, αλλά επίσης τόσο πιο δαπανηρή είναι η επίλυση. Οι διάφοροι τύποι πεπερασμένων στοιχείων εισάγονται παρακάτω. Ένα άλλο σημαντικό πρόβλημα είναι η γένεση πλέγματος του υπό ανάλυση αντικειμένου, ειδικά όταν έχει περίπλοκο γεωμετρικό σχήμα. Η δημιουργία τρισδιάστατων πλεγμάτων είναι μια διαδικασία που απαιτεί πολλές εργατοώρες και είναι επιρρεπής σε σφάλματα. Γίνονται πολλές προσπάθειες αυτόματης γένεσης πλεγμάτων που να συνδέονται με συστήματα μοντελοποίησης όγκου (solid modeling).

Στην κλασική μέθοδο (στην h version), εάν  $n$  είναι το πλήθος των κόμβων, τότε το πλήθος των βαθμών ελευθερίας είναι  $2n$  και  $3n$  για δισδιάστατα και τρισδιάστατα μοντέλα, αντίστοιχα.

### Σημειώσεις:

- Στην κλασική μορφή των πεπερασμένων στοιχείων που ονομάζεται h-version, χρησιμοποιούνται πολυώνυμα ορισμένου βαθμού, οπότε η αύξηση της ακρίβειας επιτυγχάνεται με μείωση της μέσης διάστασης (π.χ. της ακτίνας,  $h$ , του περιγεγραμμένου κύκλου) των στοιχείων, με άλλα λόγια με αύξηση του πλήθους αυτών (πύκνωση πλέγματος).
- Στη λεγόμενη p-version, χρησιμοποιείται ένα σταθερό πλέγμα αλλά επιτρέπεται η αύξηση του πολυωνυμικού βαθμού  $p$  της συνάρτησης μορφής. Στην p-version, οι συντελεστές του εν λόγω υψηλού βαθμού πολυωνύμου είναι επίσης άγνωστοι που υπολογίζονται σαν τμήμα της διαδικασίας επίλυσης.

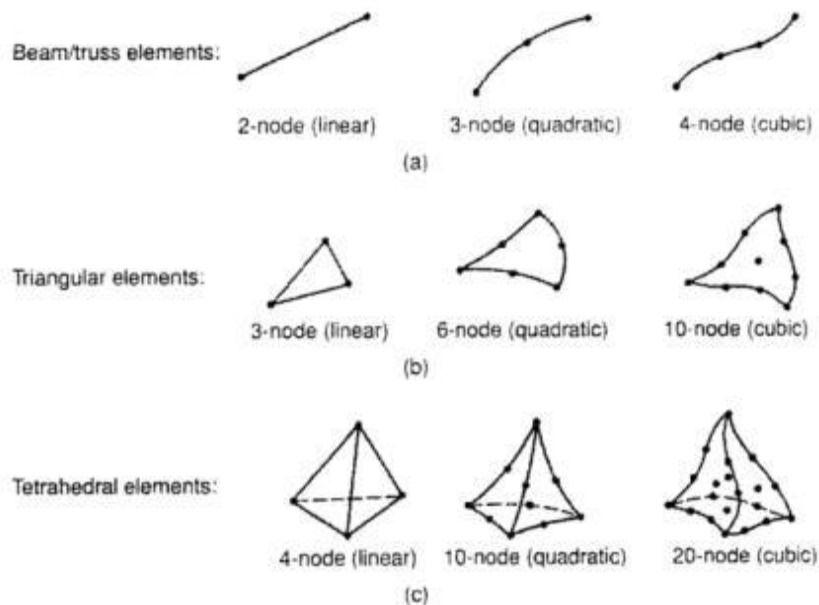
### 1.4.1 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ – ΤΥΠΟΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Το σύνολο των απαραίτητων διαδικασιών για την ανάπτυξη ενός πλήρους μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, δηλ. η εισαγωγή της γεωμετρίας, η γένεση του πλέγματος, η επιβολή στηρίξεων και φόρτισης αποτελούν αυτό που συνοπτικά ονομάζεται μοντελοποίηση πεπερασμένων στοιχείων (finite-element modeling), η οποία συνήθως εκτελείται με τη βοήθεια κατάλληλου προ-επεξεργαστή. Πολύ παλαιότερα, η εισαγωγή των δεδομένων δινόταν με γραμμές εντολών με τη βοήθεια ενός αυτόνομου αρχείου δεδομένων (batch file).

Ο προ-επεξεργαστής (pre-processor) ξεκινάει από τη γεωμετρία του αντικείμενου ή του πεδίου ορισμού του προβλήματος. Παραδοσιακά συστήματα FEA (Finite Element Analysis) είχαν μόνο στοιχειώδεις λειτουργίες μοντελοποίησης, αλλά σήμερα τα περισσότερα είτε προσφέρουν προηγμένες δυνατότητες ή έχουν στενούς δεσμούς με συστήματα CAD (μερικές φορές και τα δύο). Συστήματα που στηρίζονται σε γεωμετρική μοντελοποίηση CAD είτε εργάζονται απευθείας με το μοντέλο CAD ή μεταφράζουν και εισάγουν τη γεωμετρία. Η απευθείας σύνδεση με CAD κερδίζει όλο και μεγαλύτερο έδαφος, διότι εξαλείφει τα βήματα μετάφρασης την απώλεια δεδομένων και μικραίνει τον κύκλο σχεδιασμού-ανάλυσης-αλλαγής. Περαιτέρω, η χρήση συστήματος CAD διευκολύνει τη μοντελοποίηση και παρέχει πιο ισχυρές λειτουργίες δημιουργίας και αλλαγής σύνθετης γεωμετρίας. Πράγματι, σήμερα τα περισσότερα υβριδικά συστήματα μοντελοποίησης (με ολοκληρωμένη μοντελοποίηση όγκου, επιφάνειας και wireframe, και παραμετρικών μεθόδων που στηρίζονται σε features) μπορούν να κτίσουν οποιαδήποτε γεωμετρία απαιτείται για ανάλυση. Τα περισσότερα συστήματα FEA δίνουν επίσης έμφαση στη δυνατότητα που έχουν να εισάγουν τη γεωμετρία, είτε μέσω τυποποιήσεων όπως το IGES ή απευθείας από συγκεκριμένα συστήματα CAD. Ωστόσο, η απευθείας χρήση δεν είναι πάντα άμεσα εφαρμόσιμη. Το μοντέλο μπορεί να φαίνεται στο μάτι ότι είναι τέλειο αλλά μπορεί στην πραγματικότητα να έχει σφάλματα που αποκαλύπτονται στο σύστημα FEA, κυρίως κατά την διαδικασία γένεσης πλέγματος. Μερικά συστήματα προσφέρουν λειτουργίες που μπορούν να «καθαρίσουν» την εισαγόμενη γεωμετρία. Επιπλέον, ακόμη και αν η γεωμετρία CAD δεν περιέχει σφάλματα, η ανάλυση δεν απαιτεί όλες τις λεπτομέρειές του, οπότε μερικές από αυτές (π.χ. ένα fillet) θα μπορούσαν να απαλειφθούν. Μερικά συστήματα διαθέτουν τέτοιες αυτόματες δυνατότητες απενεργοποίησης γεωμετρικών οντοτήτων.

Το επόμενο στάδιο είναι η δημιουργία πλέγματος και κατανομής κόμβων. Όταν σε κάθε πλέγμα αποδίδονται κόμβοι, τότε αυτό μετατρέπεται σε πεπερασμένο στοιχείο. Η γένεση πλέγματος είναι το πλέον σημαντικό και δύσκολο στάδιο της μοντελοποίησης πεπερασμένων στοιχείων. Για τη διευκόλυνση αυτού του σταδίου, σήμερα όλα τα συστήματα προσφέρουν δυνατότητες αυτόματης γένεσης πλέγματος. Η τυπική προσέγγιση είναι να προσφέρουν αυτόματο πλέγμα τετραεδρικών στοιχείων για στερεή γεωμετρία και τετραπλευρικά ή τριγωνικά στοιχεία για επιφάνεια στο τρισδιάστατο χώρο (κελύφη, επίπεδη εντατική ή επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση). Πολλά συστήματα επιτρέπουν στους χρήστες να επέμβουν στις παραμέτρους αυτόματης γένεσης πλέγματος, όπως η πυκνότητα πλέγματος. Αυτές επιπλέον επιτρέπουν τοπική επέμβαση σε κρίσιμες περιοχές. Πολλά συστήματα επιτρέπουν τη διασύνδεση πλέγματος με τη γεωμετρία, έτσι ώστε κάθε αλλαγή αυτής να αντανακλάται αυτόματα στο πλέγμα.

Τα διάφορα στοιχεία που υποστηρίζονται από ένα σύστημα ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων αποτελούν τη λεγόμενη βιβλιοθήκη στοιχείων (element library). Όσο πιο μεγάλο το είδος των στοιχείων τόσο περισσότερα είδη προβλημάτων μπορούν να επιλυθούν. Το Σχήμα 1.1 δείχνει τυπικά πεπερασμένα στοιχεία που υποστηρίζονται από τους περισσότερους κώδικες. Να σημειωθεί ότι το ίδιο πλέγμα μπορεί να αντιστοιχεί σε διαφορετικά πεπερασμένα στοιχεία ανάλογα με τον αριθμό κόμβων που αποδίδονται σε αυτό. Τέλος, οι ζώνες στις οποίες αναμένεται απότομη μεταβολή στη συμπεριφορά των προς επίλυση αγνώστων (όπως συγκέντρωση τάσεων γύρω από οπές) πρέπει να διακριτοποιηθούν από στοιχεία μεγαλύτερης πυκνότητας πλέγματος από εκείνες που εμφανίζουν προοδευτική μεταβολή.



**Σχήμα 1.1:** Τύποι πεπερασμένων στοιχείων για (a) μονοδιάστατα, (b) δισδιάστατα και (c) τρισδιάστατα προβλήματα

Μια διαφορετική προσέγγιση στο δίλημμα του πλέγματος είναι η χρήση της p-version μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Αυτή στηρίζεται σε ένα απλούστερο, αυτόματα

γεννημένο πλέγμα, αλλά κατόπιν μεταβάλλει αυτόματα τον πολυωνυμικό βαθμό των συναρτήσεων μορφής. Παρόλο που σήμερα είναι διαθέσιμα πολλά τέτοια προγράμματα FEA, δύο προγράμματα (PTC's Pro/MECHANICA και CADSI's PolyFEM) σχεδιάστηκαν ειδικά για ανάλυση τύπου p-version. Επιπλέον, από το εύκολο πλέγμα, τα πλεονεκτήματα αυτής της προσέγγισης είναι η ικανότητα να καθορίσουν όρια ακρίβειας και πλησιέστερης προσέγγισης της γεωμετρίας του μοντέλου CAD. Χρησιμοποιώντας χαμηλότερο επίπεδο ακρίβειας, ο σχεδιαστής μπορεί να πάρει γρήγορα αποτελέσματα ανάλυσης στο προκαταρκτικό στάδιο σχεδιασμού.

Αφού επιλεγεί η διάταξη των στοιχείων, καθορίζεται ο τύπος της ανάλυσης (π.χ., στατική ή δυναμική, γραμμική ή μη-γραμμική, επίπεδη εντατική κατάσταση, και επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση). Επίσης, οι άγνωστοι ή αλλιώς οι βαθμοί ελευθερίας συσχετίζονται με τους κόμβους. Οι άγνωστοι περιέχουν μετατοπίσεις, περιστροφές, θερμοκρασία, ροή θερμότητας, κ.ο.κ. Κατόπιν καθορίζονται οι οριακές συνθήκες. Οριακές συνθήκες, όπως μετατοπίσεις, δυνάμεις, και θερμοκρασίες συνήθως είναι γνωστές για το συνεχές τμήμα του συνόρου του αντικειμένου. Αυτές οι οριακές συνθήκες πρέπει να εκφραστούν σαν ένα σύνολο τιμών μετατοπίσεων, δυνάμεων, ή θερμοκρασιών σε συγκεκριμένους κόμβους των πεπερασμένων στοιχείων. Ωστόσο, μερικές φορές τα πεπερασμένα στοιχεία πρέπει να γεννηθούν χωρίς να έχουν οριακές συνθήκες. Εάν πρόκειται να εισαχθούν σημειακά φορτία, πρέπει να δημιουργηθούν κόμβοι στα αντίστοιχα σημεία εφαρμογής τους. Τα περισσότερα συστήματα που είναι συνδεδεμένα με CAD επιτρέπουν στο χρήστη να ορίσει τις οριακές συνθήκες στη γεωμετρία CAD, και σε αυτήν την περίπτωση οι οριακές συνθήκες μετατρέπονται σε ισοδύναμες οριακές συνθήκες στους κόμβους του πλέγματος από το ίδιο το σύστημα. Οι περισσότεροι μοντελοποιητές πεπερασμένων στοιχείων επίσης παρέχουν έναν αριθμό τρόπων εύκολου καθορισμού των φορτίσεων και των οριακών συνθηκών για το χειρισμό ευρείας κλίμακας προβλημάτων και ρεαλιστικών συνθηκών.

Σε κάθε πεπερασμένο στοιχείο πρέπει επίσης να αποδοθούν ιδιότητες υλικού. Αυτές οι ιδιότητες είναι τυπικά το μέτρο ελαστικότητας του Young, και ο λόγος του Poisson (για ελαστικές κατασκευές). Το πάχος στοιχείων κελύφους και πλακών αντιμετωπίζεται περισσότερο σαν ιδιότητα του υλικού παρά σαν γεωμετρική ιδιότητα για την αποφυγή επίλυσης του προβλήματος στις τρεις διαστάσεις. Άλλες ιδιότητες υλικών περιλαμβάνουν θερμικές ιδιότητες (ειδική θερμότητα, συντελεστής αγωγιμότητας, λανθάνουσα θερμότητα, κλπ), ιξωδοελαστικότητα, κλπ, για άλλου τύπου προβλήματα. Γίνεται μόνο μια απλή παραδοχή: σε διαφορετικές περιοχές στοιχείων αποδίδονται διαφορετικές ιδιότητες υλικών. Αυτό λ.χ. δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να αναλύσει ένα αντικείμενο κατασκευασμένο από σύνθετο υλικό. Ένα κρίσιμο ζήτημα στην ανάλυση σύνθετων υλικών είναι η διαχείριση της διεπιφάνειας μεταξύ των στρώσεων προκειμένου να υπολογισθεί η αποκόλληση (delamination).

Από τη στιγμή που ορισθεί το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων επιλέγοντας όλες τις παραμέτρους του πλέγματος, το μοντέλο εισάγεται στον κώδικα που εκτελεί την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Μετά την αριθμητική επίλυση, τα αποτελέσματα απεικονίζονται σε ένα στάδιο που παραδοσιακά ονομάζεται μετα-επεξεργαστής (post-processor). Τα περισσότερα πακέτα προσφέρουν ποικίλους τρόπους καταλογοποίησης, εκτίμησης και απεικόνισης των αποτελεσμάτων, τα οποία τυπικά περιλαμβάνουν τάσεις, παραμορφώσεις, και παραμορφωμένο σχήμα της κατασκευής. Ο παραδοσιακός τρόπος είναι υπό μορφή

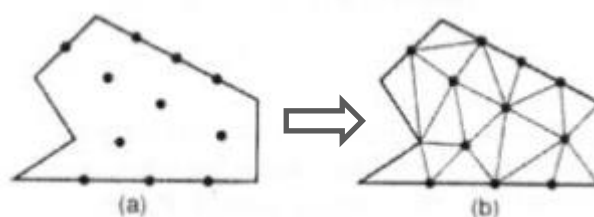
ζωνών «ισοτασικών» επιφανειών κυρίως με χρήση χρωματικής κλίμακας. Στην περίπτωση δυναμικής ανάλυσης όλα τα πακέτα διαθέτουν animation, τόσο για την εποπτεία των ιδιομορφών ταλάντωσης όσο και για την προσφερόμενη χρονική ολοκλήρωση που είναι το μοναδικό εργαλείο στην περίπτωση μη-γραμμικών αναλύσεων. Επίσης, πολλά συστήματα διαθέτουν τη δυνατότητα εξαγωγής αποτελεσμάτων σε μορφή που μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω, σαν κείμενα, παρουσιάσεις, videos, e-mail, ή αποστολή στο διαδίκτυο.

#### 1.4.2 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΓΕΝΕΣΗ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ

Η γένεση πλέγματος συνεπάγεται τη δημιουργία κομβικών συντεταγμένων και στοιχείων. Περιλαμβάνει επίσης την αυτόματη αρίθμηση των κόμβων και στοιχείων βασισμένων στην ελάχιστη αλληλεπίδραση με το χρήστη. Έτσι, υποτίθεται ότι οι μέθοδοι αυτόματης γένεσης πλέγματος απαιτούν μόνο το γεωμετρικό μοντέλο (γεωμετρία και τοπολογία) του προς διακριτοποίηση αντικειμένου, τα χαρακτηριστικά του πλέγματος όπως πυκνότητα πλέγματος και τύπο στοιχείου και τις οριακές συνθήκες, περιλαμβάνοντας σαν είσοδο συνθήκες φόρτισης. Άλλες μέθοδοι που απαιτούν πρόσθετη είσοδο, όπως υποδιαίρεση του αντικειμένου σε υποχωρία ή υποπεριοχές, ταξινομούνται σαν ημιαυτόματες μέθοδοι. Εν συντομία, εισάγουμε τις μεθόδους γένεσης πλέγματος με βάση την ταξινόμηση που πρότεινε ο Ho-Le (1988).

- **Μέθοδος Σύνδεσης Κόμβων (N.C.A.)**

Η μέθοδος σύνδεσης κόμβων (node connection approach) προκειμένου να παράγουν πλέγμα είναι πολύ δημοφιλής, διότι είναι πολύ απλή στη σύλληψη της. Οι δύο κύριες φάσεις αυτής της προσέγγισης είναι (i) η γένεση κόμβων που δείχνονται στο Σχήμα 1.2 (a), και (ii) η γένεση στοιχείων στο Σχήμα 1.2 (b).



Σχήμα 1.2: Μέθοδος σύνδεσης κόμβων

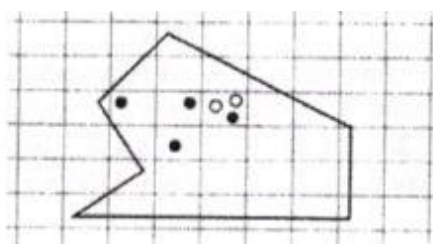
**Γένεση κόμβων:** Δημοσιευμένα έργα περιλαμβάνουν τα ακόλουθα.

- **Μέθοδος του Cavendish** (1974). Σε αυτή τη μέθοδο, εισάγονται αρχικά κόμβοι στο σύνορο του αντικειμένου με το χέρι του χρήστη (manually). Κατόπιν οι εσωτερικοί κόμβοι γεννώνται αυτόματα, έτσι ώστε να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις πυκνότητας πλέγματος. Το αντικείμενο υποδιαίρεείται σε ένα πλήθος ζωνών διαφορετικών επιθυμητών μεγεθών στοιχείων. Στη ζώνη  $i$ , υπερτίθεται ένα τετραγωνικό grid βήματος  $r(i)$ . Το



Σχήμα 1.3 δείχνει ένα υπερτιθέμενο μονό grid, που βασίζεται στην παραδοχή ότι είναι επιθυμητή η ομοιόμορφη πυκνότητα πλέγματος. Για κάθε τετράγωνο του grid, γεννιέται με τρόπο τυχαίο ένας εσωτερικός κόμβος. Αυτό μπορεί να γίνει παράγοντας τυχαίους αριθμούς μεταξύ 0 και 1 δύο φορές, μια για την κατεύθυνση  $x$  και μια για την κατεύθυνση  $y$ , και υπολογίζοντας την ισοδύναμη θέση των τιμών  $x$  και  $y$ . Εάν ο παραγόμενος κόμβος πέφτει μέσα στο αντικείμενο και έχει απόσταση από το σύνορο μεγαλύτερη από το  $r(i)$ , αλλά και από τους προηγούμενα παραγόμενους κόμβους, τότε γίνεται αποδεκτός. Εάν όχι, ένας άλλος κόμβος παράγεται τυχαία και ελέγχεται. Εάν δεν καταστεί δυνατόν να βρεθεί ένας αποδεκτός κόμβος μετά από ένα συγκεκριμένο αριθμό προσπαθειών (ας πούμε, πέντε), τότε το εν λόγω τετράγωνο παραλείπεται και θεωρείται το επόμενο. Η μέθοδος αυτή είναι επεκτάσιμη και στις 3 διαστάσεις, με τη διαφορά ότι χρησιμοποιείται τρισδιάστατο grid.

- **Μέθοδος του Shimada** (1992). Αυτή η μέθοδος γεμίζει το εσωτερικό του προς διακριτοποίηση αντικειμένου με «φυσαλίδες» όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3, και λαμβάνει τα κέντρα τους σαν κόμβους. Το μέγεθος κάθε φυσαλίδας προσδιορίζεται από την κατανομή θερμοκρασίας που αντιστοιχεί στην επιθυμητή πυκνότητα πλέγματος. Κατόπιν οι θέσεις των φυσαλίδων προσδιορίζονται από την ικανοποίηση της ισορροπίας των εσωτερικών δυνάμεων μεταξύ αυτών.



**Σχήμα 1.3:** Μέθοδος γένεσης κόμβων κατά Cavendish

**Γένεση στοιχείων:** Σε αυτή τη δεύτερη φάση, κόμβοι που γεννήθηκαν στην προηγούμενη φάση συνδέονται, για να αποτελέσουν στοιχεία, έτσι ώστε να μην επικαλύπτονται και να καλύπτεται ολόκληρο το χωρίο. Αναφερόμαστε στη μέθοδο του Lee διότι αυτή μπορεί να οδηγήσει σε τετραπλευρικά στοιχεία. Ωστόσο, η μέθοδος τριγωνοποίησης του Delaunay είναι η πλέον διαδεδομένη μέθοδος σύνδεσης κόμβων. Στις επεξηγήσεις που ακολουθούν, θεωρούμε στοιχεία που έχουν κόμβους μόνο στις κορυφές τους. Εάν επιθυμούμε στοιχεία με ενδιάμεσους κόμβους, τότε αυτοί προκύπτουν εύκολα από τους γωνιακούς.

- **Μέθοδος Lee** (1983). Σε αυτή τη μέθοδο, επί του αντικειμένου υπερτίθεται ένα τετραγωνικό πλέγμα υποβάθρου (grid), του οποίου το βήμα είναι ίσο προς το επιθυμητό μέγεθος στοιχείων. Κατόπιν οι κόμβοι που παρήχθησαν στην προηγούμενη φάση συσχετίζονται με τα κελιά του πλέγματος υποβάθρου. Τα κελιά και οι αντίστοιχοι κόμβοι επισκέπτονται στήλη-προς-



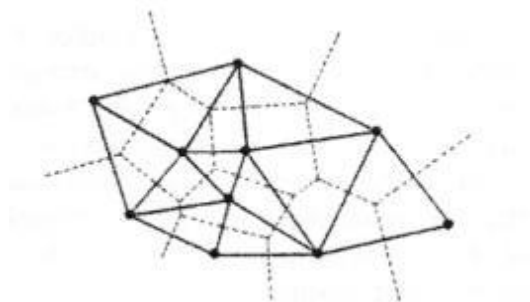
στήλη από αριστερά προς τα δεξιά και, μέσα στην ίδια στήλη, από τα κάτω προς τα πάνω. Μέσα σε ένα κελί, οι κόμβοι διατάσσονται κατά σειρά αύξουσας τετμημένης  $x$ . Κόμβοι με την ίδια τετμημένη  $x$ , διατάσσονται κατά σειρά αύξουσας τεταγμένης  $y$ . Οι κόμβοι επισκέπτονται κατά σειρά και, για κάθε κόμβο, οι γειτονικοί κόμβοι βρίσκονται, έτσι ώστε να διαμορφώνουν τους κόμβους ενός καλοσχηματισμένου τετραπλεύρου. Στην περίπτωση αδυναμίας σχηματισμού καλώς ορισμένου τετραπλεύρου, δημιουργείται αντίστοιχο τριγωνικό στοιχείο.

- **Μέθοδος τριγωνοποίησης Delaunay.** Αυτή είναι η πλέον διαδεδομένη μέθοδος γένεσης τριγώνων που συνδέει δεδομένους κόμβους, διότι μεγιστοποιεί το άθροισμα των μικρότερων γωνιών σε όλα τα τρίγωνα που δημιουργούνται. Έτσι, αποφεύγονται τα λεπτά τρίγωνα.

Μια τυπική τριγωνοποίηση Delaunay ξεκινάει από ένα διάγραμμα Voronoi ή Dirichlet tessellation. Ένα διάγραμμα Voronoi ενός συνόλου  $N$  σημείων,  $P_i$  ( $i=1,2,...,N$ ), αποτελείται από  $N$  πολύγωνα (πολύεδρα στις 3 διαστάσεις),  $V_i$  καθένα από τα οποία έχει κέντρο το σημείο  $P_i$ , έτσι ώστε ο γεωμετρικός τύπος των σημείων του επιπέδου (του χώρου στις 3 διαστάσεις) που είναι πλησιέστερα στον κόμβο  $i$ , να περιλαμβάνονται στον  $V_i$ . Μαθηματικά, το  $V_i$  (επιφάνεια ή όγκος) εκφράζεται ως:

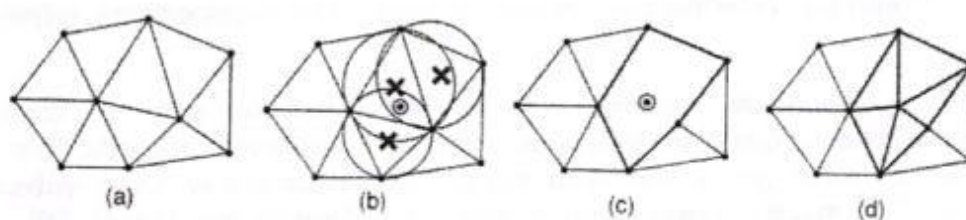
$$V_i = \{ x: |x - P_i| < |x - P_j| \text{ για όλα τα } j \neq i \}$$

όπου  $|...|$  συμβολίζει το μέτρο του διανύσματος εντός του και κάθε  $V_i$ , είναι ένα κυρτό πολύγωνο (πολύεδρο) που περιβάλλεται από γραμμές (επίπεδα) τέμνοντα κάθετα τις γραμμές μεταξύ  $P_i$ , και των γειτονικών του κόμβων. Αυτή η διαίρεση του (δισδιάστατου ή τρισδιάστατου) χώρου από ένα σύνολο  $V_i$  καλείται Dirichlet tessellation. Κάθε πολύγωνο (πολύεδρο) Voronoi έχει έναν κόμβο που συνδέεται με αυτό. Μετά τη γένεση του διαγράμματος Voronoi, μπορούμε να δημιουργήσουμε τριγωνικά (τετραεδρικά, στις 3 διαστάσεις) στοιχεία συνδέοντας τα σημεία που σχετίζονται με γειτονικά πολύγωνα (πολύεδρα) Voronoi. Το Σχήμα 1.4 δείχνει το διάγραμμα Voronoi και την αντιστοιχούσα τριγωνοποίηση Delaunay για 10 κόμβους στη δισδιάστατη περίπτωση.



**Σχήμα 1.4:** Διάγραμμα Voronoi και η αντιστοιχούσα τριγωνοποίηση Delaunay

Η τριγωνοποίηση Delaunay μπορεί να γεννηθεί απευθείας από το δεδομένο σύνολο σημείων (κόμβων) χωρίς να είναι απαραίτητο πρώτα να έχει γίνει το διάγραμμα Voronoi, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο του Watson για τη δισδιάστατη τριγωνοποίηση. Σε αυτόν τον αλγόριθμο, ένα τρίγωνο διαμορφώνεται από τρία μη-συνευθειακά σημεία, όταν ένας κύκλος που περνάει από αυτά, ο οποίος ονομάζεται περιγεγραμμένος του τριγώνου, δεν περιλαμβάνει καθόλου άλλα σημεία. Ο αλγόριθμος υλοποιείται ως ακολούθως. Στην αρχή διαμορφώνεται ένα τρίγωνο  $T_0$ , που περιέχει όλους τους κόμβους· μπορεί να πρέπει να εισαχθούν επιπλέον σημεία στις κορυφές του  $T_0$ . Τότε εισάγουμε κόμβους από ένα δεδομένο σύνολο, έναν προς ένα, και βρίσκουμε εκείνα τα τρίγωνα, στο καθένα από τα οποία ο περιγεγραμμένος κύκλος περικλείει τον κόμβο. Αυτά τα πολύγωνα, που ονομάζονται τεμνόμενα πολύγωνα (intersection polygons) απαλείφονται. Στο Σχήμα 1.5 (b), τα τεμνόμενα πολυώνυμα συμβολίζονται με  $\times$ , όταν ένας νέος κόμβος  $\odot$  εισάγεται στα υπάρχοντα τρίγωνα, όπως στο Σχήμα 1.5 (a), που γεννώνται από τους ήδη εισαχθέντες κόμβους. Το Σχήμα 1.5 (c) δείχνει το αποτέλεσμα μετά την απαλοιφή των τεμνόμενων αυτών πολυγώνων. Κατόπιν, νέα τρίγωνα διαμορφώνονται συνδέοντας το νέο κόμβο με τις κορυφές των τεμνόμενων επιπέδων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5 (d). Τελικά, τα τρίγωνα που είναι συνδεδεμένα με τα επιπλέον σημεία που διαμορφώνουν το  $T_0$ , απαλείφονται. Αυτή η διαδικασία μπορεί εύκολα να επεκταθεί για τρισδιάστατη γένεση πλεγμάτων στοιχείων χρησιμοποιώντας περιγεγραμμένες σφαίρες από 4 κόμβους αντί περιγεγραμμένους κύκλους από 3 κόμβους. Ωστόσο, η τρισδιάστατη τριγωνοποίηση Delaunay μπορεί να περιέχει πολύ λεπτά τετράεδρα, ενώ η δισδιάστατη τριγωνοποίηση Delaunay είναι, με κάποια έννοια, η βέλτιστη τριγωνοποίηση για ένα δεδομένο σύνολο σημείων.

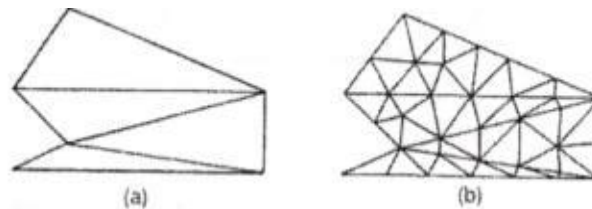


Σχήμα 1.5: Αλγόριθμος τριγωνοποίησης του Watson

- **Μέθοδος Αποσύζευξης Τοπολογίας (T.D.A.)**

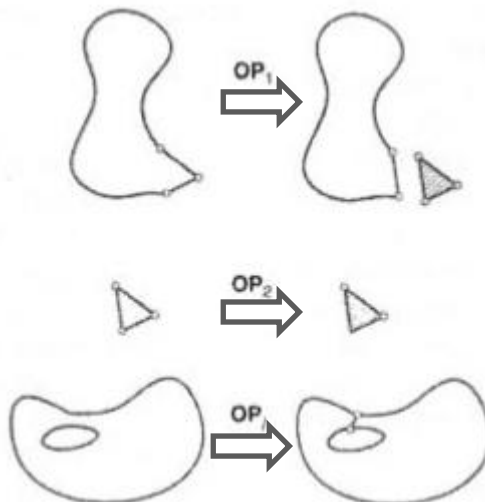
Η δισδιάστατη μέθοδος αποσύζευξης τοπολογίας (topology decomposition approach) αναπτύχθηκε από τον Wordenweber (1984). Σύμφωνα με αυτήν την προσέγγιση, το αντικείμενο προσεγγίζεται από ένα πολύγωνο και το τελευταίο κατακερματίζεται σε ένα σύνολο μεγάλων στοιχείων συνδέοντας τις κορυφές προς διαμόρφωση τριγώνων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.6 (a). Κατόπιν, αυτά τα μεγάλα στοιχεία εκλεπτύνονται, ώστε να ικανοποιήσουν την απαιτούμενη πυκνότητα κατανομής πλέγματος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.6 (b). Το μέγεθος των στοιχείων και το σχήμα τους δεν είναι δυνατόν να ελεγχθούν εξωτερικά, διότι τα μεγάλα

στοιχεία προσδιορίζονται μόνο τους από την αρχική τοπολογία του αντικειμένου, ιδιαίτερα από την κατανομή των κορυφών. Οι κορυφές που ανήκουν στο ίδιο μεγάλο στοιχείο μπορούν να προσδιορισθούν από τη μέθοδο τριγωνοποίησης Delaunay που περιγράφηκε σε παραπάνω ενότητα.



**Σχήμα 1.6:** Παράδειγμα μεθόδου τοπολογικής αποσύζευξης

Κατά τη διαδικασία γένεσης ενός συνόλου τριγώνων από τις κορυφές, ο Wordenweber εισήγαγε και εφάρμοσε επίσης τους λεγόμενους τελεστές Euler με τον τρόπο που αυτοί χρησιμοποιούνται στη μοντελοποίηση όγκων. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.7, πρώτος εφαρμόζεται ο τελεστής Wordenweber (1984)  $OP_j$ , για να απαλείψει τις τρύπες στο αντικείμενο. Κατόπιν διαμορφώνονται τα τρίγωνα από τις κορυφές και αποχωρίζονται από το αντικείμενο εφαρμόζοντας επαναληπτικά τον τελεστή  $OP_1$ , μέχρις ότου απομείνουν μόνον 3 κορυφές. Τελικά, εφαρμόζεται ο τελεστής  $OP_2$ , για να διαμορφώσει το τελευταίο τρίγωνο.

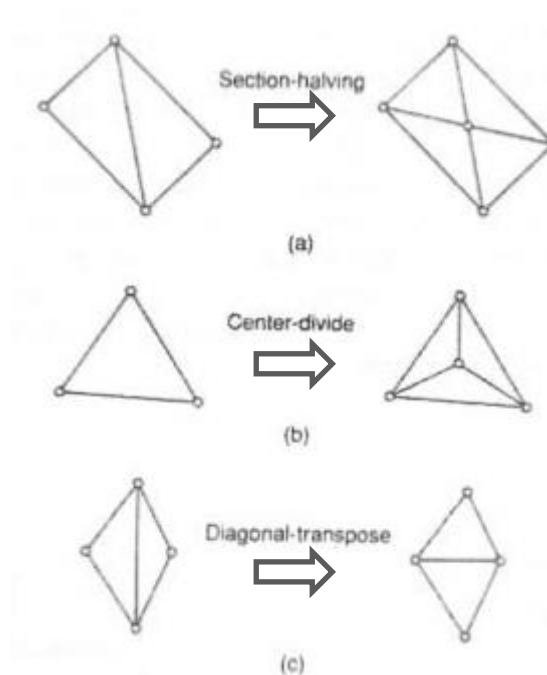


**Σχήμα 1.7:** Τελεστές που χρησιμοποιούνται για να διαμορφώσουν τρίγωνα

Μόλις το αντικείμενο μετατραπεί σε ένα σύνολο μεγάλων τριγώνων, κάθε τρίγωνο εκλεπτύνεται, έτσι ώστε να υπακούει στην απαιτούμενη πυκνότητα πλέγματος. Για την εκλέπτυνση μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες τρεις μέθοδοι που δείχνονται στο Σχήμα 1.8. Το Σχήμα 1.8 (a) δείχνει μια μέθοδο που εφαρμόζεται όταν δύο λεπτά τρίγωνα συναντώνται κατά μήκος της μακρύτερης πλευράς τους. Δηλαδή, προστίθεται ένας κόμβος στην κοινή ακμή και τα γειτονικά στοιχεία υποδιαιρούνται συνδέοντας τους κόμβους τους με το νέο κόμβο. Στο Σχήμα 1.8 (b), ένα μεγάλο τριγωνικό στοιχείο υποδιαιρείται προσθέτοντας ένα νέο κόμβο στο

κέντρο βάρους του. Όταν υποδιαιρεθεί με τους τρόπους που περιγράφηκαν παραπάνω, μπορεί να δημιουργηθούν λεπτά τρίγωνα, όπως φαίνονται στο Σχήμα 1.8 (c). Αυτά τα τρίγωνα είναι ήδη αρκετά μικρά για τη δοθείσα πυκνότητα πλέγματος.

Σε αυτή την περίπτωση, είναι δυνατόν να βελτιωθεί η ποιότητα του πλέγματος στρίβοντας τη διαγώνιο του τετραπλεύρου που διαμορφώνεται από τις κορυφές των δύο αρχικών τριγώνων. Παρατηρείται ότι το αποτέλεσμα της ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να μην είναι αρκετά ακριβές, εάν υπάρχουν πάρα πολλά λεπτά στοιχεία.



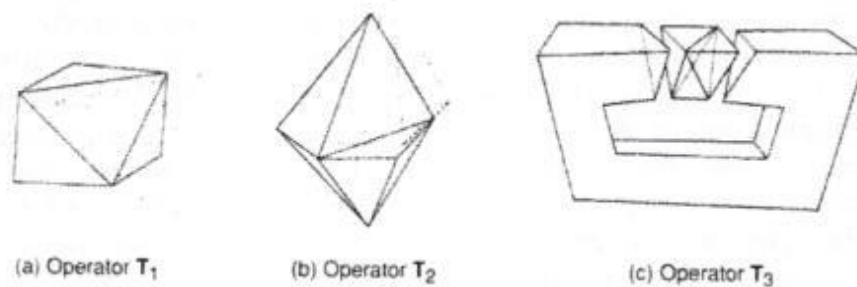
**Σχήμα 1.8:** Μέθοδοι εκλέπτυνσης τριγώνων

Η μέθοδος της τοπολογικής αποσύζευξης μπορεί να επεκταθεί στην τρισδιάστατη γένεση πλέγματος. Το αντικείμενο προσεγγίζεται από ένα πολύεδρο και το πολύεδρο κατατέμνεται σε τετραεδρικά στοιχεία συνδέοντας τις κορυφές τους. Κατόπιν, τα τετραεδρικά στοιχεία εκλεπτύνονται με υποδιείρεση. Οι Woo και Thomas (1984) πρότειναν τελεστές παραπλήσιους με αυτούς που πρότεινε ο Wordenweber για να διευκολύνει τον σχηματισμό των τετραεδρικών στοιχείων. Αυτοί οι τελεστές, που δείχνονται στο Σχήμα 1.9, χρησιμοποιούνται για το σχηματισμό τετραέδρων ως εξής:

Πρώτα, εφαρμόζεται ο τελεστής T3, για να απαλείψει τις οπές του αντικειμένου αποτέμνοντας το κατάλληλο τμήμα του, έτσι ώστε η οπή να αποκαλυφθεί, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.9 (c). Σημειώνεται ότι σε αυτό το στάδιο τρία τετράεδρα διαμορφώνονται σαν αποτέλεσμα παράπλευρης διαδικασίας.

Κατόπιν, οι κυρτές κορυφές στις οποίες συναντώνται τρεις ακμές, που καλούνται convex trivalent vertices (κορυφές), διαχωρίζονται από το αντικείμενο εφαρμόζοντας τον τελεστή  $T_1$ , όπως εικονίζεται στο Σχήμα 1.9 (a). Αυτός ο τελεστής εφαρμόζεται επαναληπτικά, μέχρις ότου δεν υπάρξει καμία κυρτή trivalent κορυφή. Εάν όλες οι κορυφές που απομένουν δεν είναι convex trivalent, τότε ο τελεστής  $T_2$  εφαρμόζεται για να σκάψει ένα τετράεδρο, όπως εικονίζεται στο Σχήμα 1.9 (b). Αυτός ο τελεστής παρέχει τις νέες convex trivalent κορυφές και έτσι ο  $T_1$  εφαρμόζεται ξανά.

Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται, μέχρις ότου το αντικείμενο περιορισθεί σε ένα μονό τετράεδρο.

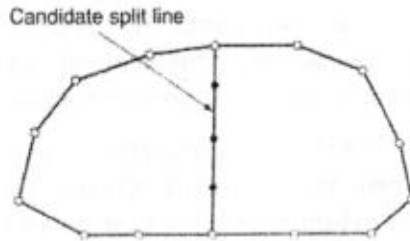


**Σχήμα 1.9:** Τελεστές αποσύνθεσης γεωμετρίας στις 3 διαστάσεις

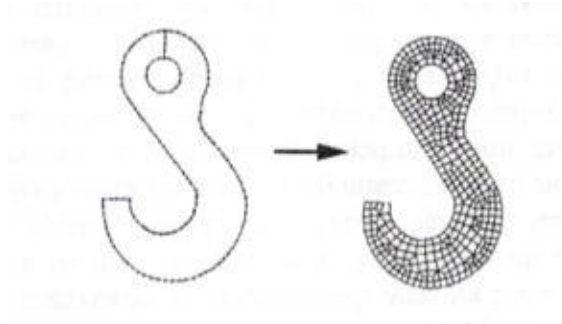
- **Μέθοδος Αποσύνθεσης Γεωμετρίας (G.D.A.)**

Οι μέθοδοι αποσύνθεσης γεωμετρίας (geometry decomposition approaches) εμπίπτουν σε δύο κατηγορίες: σε αυτές που βασίζονται σε αναδρομές και αυτές που βασίζονται σε επαναλήψεις. Στη συνέχεια επεξηγείται μόνο η μέθοδος αναδρομής, καθώς αυτή είναι επεκτάσιμη στις τρεις διαστάσεις.

Η μέθοδος αναδρομικής αποσύνθεσης (recursive geometry decomposition method) γεννά τριγωνικά και τετρακομβικά στοιχεία στις 2 διαστάσεις με τον ακόλουθο τρόπο. Πρώτα, το αρχικό αντικείμενο διαιρείται σε κυρτά μέρη είτε με το χέρι ή αυτόματα. Αυτόματη αποσύνθεση αντικειμένου σε κυρτά τμήματα περιγράφεται από τον Bykat (1976). Για κάθε κυρτό τμήμα, εισάγονται κόμβοι στο σύνορο του, έτσι ώστε να ικανοποιήσει την επιθυμητή πυκνότητα πλέγματος. Κατόπιν, κάθε κυρτό τμήμα υποδιαιρείται προσεγγιστικά στο μέσον του «μακρύτερου άξονα», όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.10. Στη συνέχεια, εισάγονται περισσότεροι κόμβοι κατά μήκος της διαχωριστικής γραμμής σύμφωνα με τις απαιτήσεις της πυκνότητας πλέγματος και τα δύο ημίσεα υποδιαιρούνται επαναληπτικά, μέχρις ότου γίνουν τρίγωνα ή τετράπλευρα. Μερικές μέθοδοι επαναλαμβάνουν την υποδιαίρεση, μέχρις ότου καταλήξει σε εξάγωνα ή οκτάγωνα και παράγουν τριγωνικά και τετραπλευρικά στοιχεία από αυτά σύμφωνα με προ-αποθηκευμένα πρότυπα. Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατόν να ληφθούν περισσότερα τριγωνικά ή τετραπλευρικά στοιχεία. Το Σχήμα 1.11 δείχνει ένα παράδειγμα γένεσης πλέγματος με χρήση μιας επαναληπτικής μεθόδου.



**Σχήμα 1.10:** Υποδιαίρεση με διαχωριστική γραμμή (split line)



**Σχήμα 1.11:** Παράδειγμα γένεσης πλέγματος με χρήση μιας επαναληπτικής μεθόδου

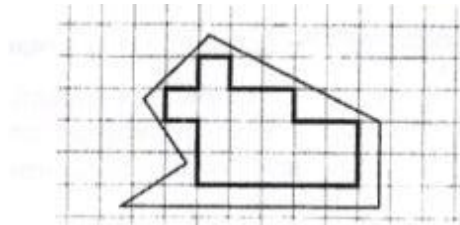
Η βασική μέθοδος που περιγράφηκε παραπάνω μπορεί να επεκταθεί και στη γένεση τρισδιάστατου πλέγματος. Σε αυτή την περίπτωση το αντικείμενο υποδιαιρείται σε δύο υπο-όγκους μέσω ενός διαχωριστικού επιπέδου, μέχρις ότου όλοι οι όγκοι περιορισθούν σε τετράεδρα. Σε αντίθεση με τη δισδιάστατη περίπτωση, όπου μπορούν να παραχθούν τετράπλευρα, δεν είναι δυνατόν να γεννηθούν τετράεδρα με απευθείας τρόπο. Ωστόσο, κάθε τετράεδρο μπορεί να υποδιαιρεθεί σε 4 εξάεδρα, ή στοιχεία brick, εάν είναι επιθυμητό.

- **Μέθοδος Βάσει Πλέγματος (G.B.A.)**

Η μέθοδος βάσει πλέγματος (grid-based approach) προκύπτει από την παρατήρηση ότι ένα grid μοιάζει με ένα πλέγμα και ότι αυτό μπορεί να μετασχηματισθεί στο τελευταίο υπό την προϋπόθεση ότι τα κελιά του grid κατά μήκος του συνόρου του αντικειμένου μπορούν να μετασχηματιστούν σε στοιχεία.

Η μέθοδος των Thacker, Gonzalez και Putland (1980) είναι ίσως η πρώτη σχετική δημοσίευση που έκανε χρήση της μεθόδου βάσει grid. Σε αυτή τη μέθοδο ένα αντικείμενο αρχικά επικαλύπτεται από ένα τριγωνικό grid και τα σημεία του grid που πέφτουν εκτός αντικειμένου εξαλείφονται, αφήνοντας ένα σύνορο μορφής zigzag. Τα σημεία του grid που βρίσκονται πάνω στο zigzag σύνορο μετακινούνται προς το σύνορο του αντικειμένου, ώστε να αποτελέσουν το τελικό πλέγμα. Οι διαφοροποιήσεις αυτής έγκειται στον τρόπο διαχείρισης του συνόρου. Ο Kikuchi (1986) επέκτεινε τη μέθοδο, έτσι ώστε εκτός από κυρίως τετράπλευρα να περιλαμβάνει ακόμη και μερικά τρίγωνα, χρησιμοποιώντας ορθογωνικό grid, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.12. Ένα πρόβλημα και των δύο αυτών μεθόδων είναι ότι μικρά

γεωμετρικά χαρακτηριστικά, με πολύ μικρές ακμές σε σχέση με το βήμα του grid, χάνονται. Σε άλλες μεθόδους τα σημεία του zigzag συνόρου δε μετακινούνται στο σύνορο του αντικειμένου. Αντ' αυτού, δημιουργούνται τριγωνικά στοιχεία στην περιοχή μεταξύ zigzag και συνόρου αντικειμένου μέσω ενός αλγορίθμου τριγωνοποίησης.



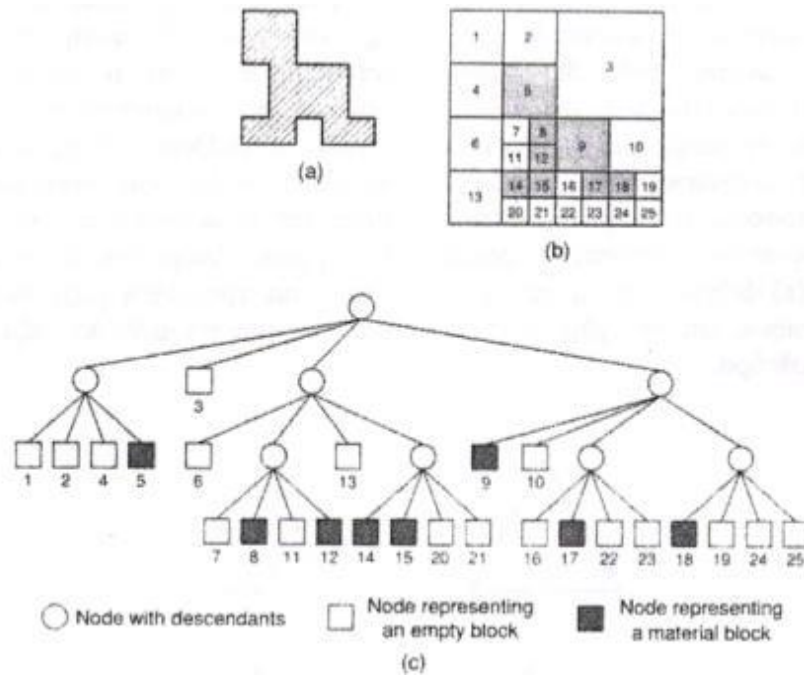
**Σχήμα 1.12:** Χρήση ορθογωνικού grid για τη μέθοδο “grid-based”

Οι Yerry και Shephard (1983) χρησιμοποίησαν μια δενδριτική (quadree) αναπαράσταση του αντικειμένου για τη γένεση πλεγμάτων. Ένα quadree είναι το δισδιάστατο ανάλογο του octree. Παριστά ένα δισδιάστατο αντικείμενο, σαν αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 1.13 (α), σαν ένα σύνολο τετραγώνων, το καθένα διαφορετικού μεγέθους με επαναληπτική υποδιαίρεση της root square που περικλείει το αντικείμενο. Το Σχήμα 1.13 (b) δείχνει τη διαδικασία υποδιαίρεσης του αντικειμένου, και το Σχήμα 1.13 (c) δείχνει την αναπαράσταση quadree αυτής της υποδιαίρεσης. Τα πλέγματα γεννώνται ως εξής:

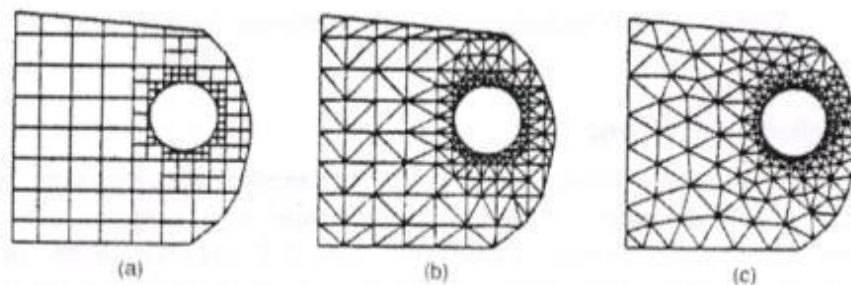
**Βήμα 1:** Δημιουργείται ένα root square που περικλείει το αντικείμενο και υποδιαιρείται σε τέσσερα τέταρτα (quadrants) υποδιπλασιάζοντας τις πλευρές του. Κατόπιν κάθε τέταρτο ταξινομείται ανάλογα με τη σχετική θέση του ως προς το αντικείμενο. Εάν το τέταρτο δεν είναι ούτε πλήρως εντός αλλά ούτε και πλήρως εκτός του αντικειμένου, τότε αυτό διαιρείται ξανά. Αυτή η διαδικασία υποδιαίρεσης επαναλαμβάνεται, μέχρις ότου ικανοποιηθεί η κατανομή πυκνότητας πλέγματος και τα τέταρτα βρεθούν είτε πλήρως εντός ("completely inside") αντικειμένου ή επικαλύπτονται ("overlapping"). Έτσι, το αντικείμενο που θα παριστάνεται από τη συλλογή των πλήρως εντός και των τροποποιημένων επικαλυπτόμενων τετάρτων θα φαίνεται όπως στο Σχήμα 1.14 (α).

**Βήμα 2:** Κάθε τροποποιημένο επικαλυπτόμενο τέταρτο διαιρείται μέσα στα τριγωνικά στοιχεία χρησιμοποιώντας το αποθηκευμένο πρότυπο (prestored template) που βασίζεται στο σχήμα του τετάρτου. Κατόπιν, το «εντελώς εντός» τέταρτο επίσης υποδιαιρείται, ώστε να ικανοποιήσει την προσαρμογή του πλέγματος με τα γειτονικά πλέγματα. Δυο γειτονικά στοιχεία ονομάζονται συμβατά (conforming), εάν μοιράζονται μια πλήρη ακμή (μια ολόκληρη έδρα σε 3-D στοιχεία). Το Σχήμα 1.14 (b) δείχνει το αποτέλεσμα της γένεσης πλέγματος.





**Σχήμα 1.13:** Μέθοδος σύνδεσης κόμβων

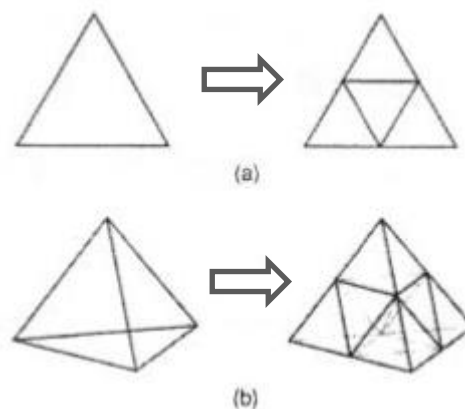


**Σχήμα 1.14:** Γένεση πλέγματος με χρήση παράστασης quadree

**Βήμα 3:** Οι κόμβοι των στοιχείων μετακινούνται ελαφρώς (adjustment), έτσι ώστε να βελτιώσουν τα σχήματα των πλεγμάτων. Το Σχήμα 1.14 (c) δείχνει το αποτέλεσμα της εξομάλυνσης του πλέγματος. Η μέθοδος εξομάλυνσης αναφέρεται αργότερα. Αυτή η μέθοδος έχει επεκταθεί και στις 3 διαστάσεις χρησιμοποιώντας κωδικοποίηση octree. Στις τρεις διαστάσεις, τα «επικαλυπτόμενα» όγδοα (octants) τροποποιούνται, έτσι ώστε να καταλαμβάνουν μόνο τον εσωτερικό χώρο του αντικειμένου και κατόπιν διασπάται σε τετράεδρα, όπως τα τροποποιημένα επικαλυπτόμενα τέταρτα διασπώνται σε τρίγωνα στις δύο διαστάσεις. Το τροποποιημένο επικαλυπτόμενο όγδοο πρέπει να διασπασθεί σε τετράεδρα που ικανοποιούν τη συμβιβαστικότητα του πλέγματος με τα γειτονικά όγδοα. Θεωρώντας όλες τις ειδικές περιπτώσεις, αυτό απαιτεί ένα περίπλοκο αλγόριθμο. Πράγματι, ούτε και η διάσπαση του τροποποιημένου τετάρτου στις δύο διαστάσεις είναι εύκολο πρόβλημα.



Οι Jung και Lee (1993) πρότειναν μια νέα μέθοδο, αρχίζοντας από τη τριγωνική ρίζα (τετράεδρη ρίζα στις 3 διαστάσεις) αντί της τετραγωνικής ρίζας (κυβικής ρίζας) για να αποφύγουν τη δυσκολία που μόλις αναφέραμε. Σε αυτή τη μέθοδο, η παράσταση quadree ενός δισδιάστατου αντικειμένου είναι η προσέγγιση του αντικειμένου σαν σύνολο τριγώνων. Παρόμοια, η αναπαράσταση octree ενός τρισδιάστατου αντικειμένου θα ήταν ένα σύνολο τετραέδρων. Έτσι μπορούμε να λάβουμε τα πλέγματα συλλέγοντας τα «εντελώς εντός» και «επικαλυπτόμενα» τρίγωνα (τετράεδρα στις τρεις διαστάσεις) μετά από μετακίνηση των κορυφών των «επικαλυπτόμενων» τριγώνων (τετράεδρα) στο αρχικό σύνορο του αντικειμένου. Το Σχήμα 1.15 (a) δείχνει τον τρόπο με τον οποίο μια τριγωνική ρίζα διασπάται σε τέσσερα τρίγωνα, και το Σχήμα 1.15 (b) δείχνει πως μια τετραεδρική ρίζα διασπάται σε οκτώ τετράεδρα.



**Σχήμα 1.15:** Υποδιαίρεση του τριγώνου και τετράεδρου

- **Μέθοδος Απεικόνισης**

Η μέθοδος απεικόνισης χρησιμοποιείται στις περισσότερες εμπορικές γεννήτριες πλέγματος. Η μέθοδος αυτή απαιτεί την υποδιαίρεση του προς διακριτοποίηση αντικειμένου σε περιοχές ειδικής τοπολογίας. Στις 2 διαστάσεις, αυτές οι περιοχές έχουν τέσσερις πλευρές· στις τρεις διαστάσεις, αυτές οι περιοχές είναι μορφής «κουτιού» (boxlike). Μέσα σε κάθε περιοχή, το πλέγμα παράγεται αυτόματα με απεικόνιση της περιοχής προς ένα κανονικοποιημένο χωρίο αναφοράς (ένα κανονικό τρίγωνο ή τετράπλευρο στις δύο διαστάσεις και ένα κύβο στις τρεις διαστάσεις), δημιουργώντας διακριτοποίηση στο κανονικοποιημένο χωρίο με βάση την επιθυμητή πυκνότητα πλέγματος, και επανααπεικόνιση του διακριτοποιημένου χωρίου προς την αρχική περιοχή του πραγματικού αντικειμένου. Κατόπιν, το τελικό πλέγμα προκύπτει από συνένωση των περιοχών που διακριτοποιήθηκαν ανεξάρτητα μεταξύ τους. Οι κοινές πλευρές που μοιράζονται σε γειτονικές περιοχές πρέπει να έχουν τον ίδιο αριθμό κόμβων, έτσι ώστε να ικανοποιούν το συμβιβαστό του πλέγματος (mesh conformity). Η απαίτηση αυτή μπορεί να επιβληθεί με επέμβαση του χρήστη ή αλγοριθμικά την ώρα που παράγονται τα πλέγματα γειτονικών περιοχών. Πολλές μέθοδοι απεικόνισης μπορούν να εφαρμοσθούν.

- **Βελτίωση Ποιότητας Πλέγματος**

Μερικές μέθοδοι γένεσης πλέγματος, κυρίως εκείνες που βασίζονται στην προσέγγιση κατακερματισμού της τοπολογίας, δεν παράγουν αρχικό πλέγμα επαρκές για την περαιτέρω ανάλυση. Έτσι, πρέπει να ακολουθήσουμε μια πορεία τριών βημάτων ώστε να το βελτιώσουμε:

- Εάν τα στοιχεία που παράγονται δεν είναι του επιθυμητού τύπου, τότε τα υποδιαιρούμε στον επιθυμητό τύπο.
- Εάν τα στοιχεία δεν έχουν μεγέθη συμβατά με την επιθυμητή κατανομή πυκνότητας πλέγματος, τότε τα εκλεπτύνουμε.
- Εάν τα στοιχεία δεν είναι καλοσχηματισμένα, τότε εφαρμόζουμε μια τεχνική εξομάλυνσης (smoothing technique).

### **1.4.3 ΕΙΔΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Οι δυνατότητες των πακέτων πεπερασμένων στοιχείων είναι πολλές. Εκτός από τις τετριμμένες ελαστικές αναλύσεις, σε πολλά από αυτά τα πακέτα υπάρχουν δυνατότητες επίλυσης ποικίλων άλλων προβλημάτων σε μεγάλο τμήμα των εξισώσεων που διέπουν τα φυσικά φαινόμενα: θερμικά, ακουστικά, ηλεκτρικά, μαγνητικά (δινореύματα: eddy-current), ηλεκτρομαγνητικά, υδροδυναμικά, ρευστομηχανικά, περιγραφής διάβρωσης υλικών, κλπ. Το σύνολο αυτό των δυνατοτήτων συνήθως αποδίδεται με τον όρο “Multi-Physics”, δηλαδή επίλυση των ποικίλων εξισώσεων της Φυσικής.

- **Καθορισμός του Είδους Ανάλυσης**

Παρόλο που δεν είναι δυνατόν να κωδικοποιηθεί ο τρόπος ανάλυσης, στη συνέχεια θα δοθούν κάποιες γενικές κατευθύνσεις.

Η αρχική επιλογή είναι ο καθορισμός του φυσικού φαινομένου, το οποίο καλείται ο μελετητής να προσομοιώσει. Για παράδειγμα, ελαστική ανάλυση (elastic analysis) ή πρόβλημα δυναμικού (potential problem). Τα προβλήματα δυναμικού αφορούν την επίλυση των εξισώσεων Laplace και Poisson που διέπουν τη μηχανική ατρίβους ρευστού, μετάδοση θερμότητας, κοκ.

Μια δεύτερη επιλογή που καλείται να κάνει ο μελετητής είναι ο καθορισμός του προβλήματος ως:

Στατικό πρόβλημα (static analysis), δηλαδή μη-εξαρτημένο από το χρόνο, ή Δυναμικό πρόβλημα (dynamic analysis), δηλαδή χρονικά εξαρτώμενο. Παραδείγματα είναι η ταλάντωση μιας μηχανής, ο ερπυσμός και η χαλάρωση, η διάδοση ήχου στον αέρα ή σε άλλο μέσον, κλπ.

Μια άλλη κατάταξη αφορά στο εάν το πρόβλημα είναι γραμμικό (linear) ή μη-γραμμικό (nonlinear)

Γραμμικό λέγεται ένα πρόβλημα στο οποίο, εάν διπλασιασθεί το μέγεθος των εξωτερικών δράσεων (π.χ. δυνάμεων), τότε διπλασιάζεται το μέγεθος του αποτελέσματος (π.χ. μετατοπίσεων). Τα περισσότερα προβλήματα της πράξης είναι (ή μάλλον θεωρούνται) γραμμικά.

Μη γραμμικό λέγεται ένα πρόβλημα, στο οποίο δεν ισχύει η αναλογία που αναφέρθηκε προηγούμενα. Σε «ελαστικά» προβλήματα η μη-γραμμικότητα μπορεί να οφείλεται στο ελαστοπλαστικό υλικό (material nonlinearity) ή στην μεταβαλλόμενη επαφή μεταξύ δύο ή περισσότερων σωμάτων (geometrical nonlinearity). Και στις δύο αυτές περιπτώσεις, το μητρώο δυσκαμψίας δεν είναι σταθερό αλλά είναι συνάρτηση των μετατοπίσεων. Μη-γραμμικότητες υπάρχουν και σε προβλήματα δυναμικού, π.χ. όταν ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας.

- **Στάδια Ανάλυσης Πεπερασμένων Στοιχείων**

Για τη μοντελοποίηση μιας κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία διακρίνονται τα ακόλουθα στάδια:

**1ο Στάδιο**

Κατασκευή της γεωμετρίας.

**2ο Στάδιο**

Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων και διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία.

**3ο Στάδιο**

Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών (μπορεί να γίνει και σε προηγούμενο στάδιο) και επιβολή των οριακών συνθηκών.

**4ο Στάδιο**

Επιλογή του τρόπου επίλυσης (γραμμικό – μη γραμμικό μεταβατικό – υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κ.α.) και επίλυση.

**5ο Στάδιο**

Ανάγνωση των αποτελεσμάτων και γραφική αναπαράστασή τους.

- **Είδος Πεπερασμένων Στοιχείων**

Τα βασικά πεπερασμένα στοιχεία είναι:

- Ράβδος (2 κόμβοι)
- Σύρμα – σχοινί
- Δοκός (2 κόμβοι)
- Επίπεδη εντατική καταπόνηση (3 μέχρι 9 κόμβοι)
- Επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση (3 μέχρι 9 κόμβοι)
- Αξονοσυμμετρικό με αξονοσυμμετρική φόρτιση (3 μέχρι 9 κόμβοι)
- Αξονοσυμμετρικό με τυχαία φόρτιση (που αναλύεται σε αρμονικές)

- Πλάκα (3 μέχρι 9 κόμβοι)
- Μεμβράνη
- Κέλυφος
- Ορθοτροπικό – πολυστρωματικό υλικό
- Τετράεδρο (3 κόμβοι)
- Πρίσμα (π.χ. 6 κόμβοι)
- Εξάεδρο (8 κόμβοι)

Ανάλογα με το είδος του προβλήματος, το πλήθος των βαθμών ελευθερίας ανά κόμβο ποικίλλει.

## 1.5 PRO-ENGINEER WILDFIRE 5.0

Το Pro-Engineer Wildfire 5.0, γνωστό πλέον και ως Creo Elements/Pro, δημιουργήθηκε από την Parametric Technology Corporations (PTC). Ήταν η πρώτη εταιρία στην αγορά που αξιοποίησε τον τρισδιάστατο πυρήνα παραμετρικής στερεάς μοντελοποίησης, ο οποίος δίνει ακριβείς αναπαραστάσεις της γεωμετρίας και της μάζας. Η χρήση του προγράμματος αυτού παρέχει, στερεά μοντελοποίηση, μοντελοποίηση συναρμολόγησης και ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων.

Δημιουργήθηκε από τον Δρ Samuel P. Geisberg στα μέσα της δεκαετίας του 1980, το Pro-Engineer ήταν η πρώτη επιτυχία του κλάδου, η οποία βασίζεται σε κανόνες περιορισμού. Η παραμετρική μοντελοποίηση είναι προσέγγιση που χρησιμοποιεί ως παραμέτρους τις διαστάσεις, χαρακτηριστικά και τις μαθηματικές σχέσεις, για να συλλάβει τη συμπεριφορά των προϊόντων που προορίζεται και να δημιουργήσει ένα μέσο που επιτρέπει την αυτοματοποίηση του σχεδιασμού και τη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού και των διαδικασιών ανάπτυξης των προϊόντων. Το Pro-Engineer παρέχει ένα πλήρες σύνολο του σχεδιασμού, της ανάλυσης και των δυνατοτήτων κατασκευής σε μια, ενσωματωμένη, επεκτάσιμη πλατφόρμα. Οι απαιτούμενες ικανότητες περιλαμβάνουν Στερεά και Επιφανειακή Μοντελοποίηση (Solid-Surface Modeling), δημιουργώντας δεδομένα διαλειτουργικά, τα οποία αξιοποιούνται για τον Σχεδιασμό Συστημάτων, Προσομοίωσης, Ανάλυσης Αντοχής καθώς Σχεδιασμό εργαλείων.

Οι εταιρίες χρησιμοποιούν το Pro-Engineer για να δημιουργήσουν ένα πλήρες 3D ψηφιακό μοντέλο των προϊόντων τους. Τα μοντέλα αποτελούνται από 2D και 3D στερεά μοντέλα δεδομένων, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, ταχεία προτυποποίηση, σχεδιασμό εργαλείων και CNC κατασκευές.

- **Πλεονεκτήματα Παραμετρικής Μοντελοποίησης**

- Ευκολία κατά τη σχεδίαση στερεών που προκύπτουν από πολύπλοκα δισδιάστατα σχέδια.
- Αλλαγή διαστάσεων κατά την πορεία της σχεδίασης.
- Διαγραφή οποιουδήποτε Feature σε οποία θέση και αν βρίσκεται στην ιεραρχία.
- Μετακίνηση οποιουδήποτε Feature στην επιθυμητή θέση (Δεν είναι πάντα εφικτό)
- Υπολογισμός κέντρου βάρους, υλικού και καταπονήσεων σε οποιοσδήποτε γεωμετρικό μοντέλο.
- Δημιουργία μηχανολογικών σχεδίων.
- Δημιουργία προσομοίωσης κοπής.
- Δημιουργία αρχείων σε μορφή φωτογραφίας.

- **Μειονεκτήματα Παραμετρικής Μοντελοποίησης**

- Για τη δημιουργία ορισμένων Features απαιτούνται πολλές παράμετροι με αποτέλεσμα να γίνεται συχνά λάθος.
- Έλλειψη εικονιδίων όσον αφορά στη συντόμευση επιλογών.

## **1.6 PRO-MECHANICA**

Στο βασικό εξοπλισμό του προγράμματος συμπεριλαμβάνεται το Pro-Mechanica όπου είναι το κύριο εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε στην εκπόνηση της εργασίας. Με το Pro-Mechanica μπορεί να προσομοιωθεί η συμπεριφορά αντικειμένων και συναρμογών και να εξαχθούν αποτελέσματα για την αντοχή των υλικών. Δίνει τη δυνατότητα να τοποθετηθούν στηρίξεις, φορτία και να καθοριστεί το υλικό κατασκευής. Επίσης διαθέτει ένα μεγάλο εύρος στα είδη των αναλύσεων που μπορούν να πραγματοποιηθούν, με αποτελέσματα να μπορεί να μελετηθεί πλήρως η συμπεριφορά των αντικειμένων πριν ακόμα κατασκευαστούν. Βασιζόμενοι στις δυνατότητες που προσφέρει το λογισμικό μπορεί να εξασφαλιστεί ότι τα προϊόντα ανταποκρίνονται στις προσδοκίες των πελατών και είναι δυνατόν να γίνει πρόβλεψη της συμπεριφοράς τους σε πραγματικές συνθήκες. Ακόμα μπορεί να βελτιστοποιηθεί ο σχεδιασμός των προϊόντων ανάλογα με τις προδιαγραφές που πρέπει να έχει το κάθε αντικείμενο.

- **Πλεονεκτήματα του Pro-Mechanica**

- Μειώνει το κόστος κατασκευής και ανάπτυξης του προϊόντος.
- Αυξάνει τη δημιουργικότητα του χρήστη καθώς σε λιγότερο χρόνο μπορεί να επεξεργάζεται περισσότερα σχέδια για ένα προϊόν.
- Βελτιστοποιεί το προϊόν, έτσι ώστε να ανταποκρίνεται στις πραγματικές συνθήκες.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ

---

## 2.1 ΓΕΝΙΚΑ

Η χρήση οδοντωτών τροχών αποτελεί μία από τις πιο διαδεδομένες τεχνικές λύσεις σε εφαρμογές, όπου απαιτείται μετάδοση περιστροφικής κίνησης και μεταφορά ισχύος από την άτρακτο της κινητήριας μηχανής (ηλεκτροκινητήρας, μηχανή εσωτερικής καύσης, αεριο-ατμο-υδροστρόβιλος κλπ.) στην άτρακτο της κινούμενης μηχανής (εργομηχανής). Υπάρχουν και άλλες μηχανικές διατάξεις, όπως ιμάντες, αλυσίδες, σύνδεσμοι κλπ., καθώς και υδραυλικές-πνευματικές, κ.ά.

Οι οδοντωτοί τροχοί είναι στοιχεία μηχανών που επιτυγχάνουν μετάδοση κίνησης και μεταφορά ισχύος μέσω της κατάλληλης εμπλοκής διαδοχικών ζευγών συνεργαζόμενων οδόντων κατά την περιστροφή των τροχών γύρω από άξονες που διέρχονται από τα κέντρα τους. Οι οδόντες είναι σχηματισμοί αλληπάλληλων εσοχών και προεξοχών στην περιφέρεια ενός οδοντωτού τροχού, τέτοιοι ώστε να είναι δυνατή η συνεργασία της εσοχής του ενός τροχού με την προεξοχή του συνεργαζόμενου οδοντωτού τροχού και κατασκευάζονται με διάφορα προφίλ κατατομών, όπως αυτό της εξελιγμένης, της ορθοκυκλοειδούς, της επικυκλοειδούς, της περικυκλοειδούς και της υποκυκλοειδούς καμπύλης, ή ακόμα τόξου κύκλου, ή σπείρας. Συνηθέστερη μεταξύ αυτών είναι η κατατομή εξελιγμένης, η οποία είναι η καμπύλη εκείνη που διαγράφει ένα σημείο ευθείας κυλιόμενης χωρίς ολίσθηση επί κύκλου, και θα εξεταστεί αναλυτικότερα σε επόμενη παράγραφο.

Οι άξονες περί των οποίων περιστρέφονται δυο συνεργαζόμενοι τροχοί μπορεί να είναι παράλληλοι σε δεδομένη απόσταση, τεμνόμενοι υπό γωνία, ή ασύμβατοι σε δεδομένη απόσταση και υπό γωνία. Η σχετική θέση των αξόνων είναι βασικής σημασίας, διότι ανάλογα με αυτή γίνεται η επιλογή της μορφής των τροχών που θα χρησιμοποιηθούν, που μπορεί να είναι μετωπικοί με ευθεία ή ελικοειδή οδόντωση, κωνικοί ή υποειδείς, ή ελικοειδείς ασύμβατων αξόνων, ή ακόμα σύστημα ατέρμονα κοχλία-κορώνας.

Η ύπαρξη των οδόντων θεωρητικά δεν είναι απαραίτητη για τη μετάδοση περιστροφικής κίνησης, καθίσταται όμως αναγκαία για τη μεταφορά μεγάλης στρεπτικής ροπής (δηλαδή μεγάλης ισχύος), για τη μεταφορά της οποίας, δεν επαρκεί η τριβή που αναπτύσσεται στην επιφάνεια επαφής δυο συνεργαζόμενων κυλινδρικών τροχών, καθώς επίσης και λόγω της απαίτησης για σταθερή και δεδομένη σχέση μετάδοσης της κίνησης, ανεξαρτήτως του μεγέθους της εκάστοτε μεταφερόμενης ισχύος.

Από κινηματικής πλευράς δυο συνεργαζόμενοι οδοντωτοί τροχοί είναι ισοδύναμοι με δυο κυλινδρικούς τροχούς που μπορούν να περιστραφούν γύρω από τους ίδιους άξονες με τους οδοντωτούς τροχούς, παραμένοντας σε επαφή και χωρίς να ολισθαίνουν ο ένας ως προς

τον άλλον. Τότε οι περιφερειακές ταχύτητες των δυο κυλίνδρων είναι ίσες, δηλαδή αναλυτικότερα,

$$u_1 = u_2 \Leftrightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \Leftrightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

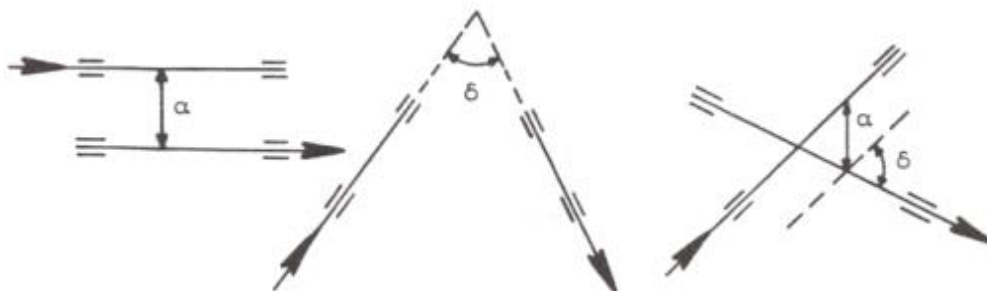
από όπου αντιλαμβανόμαστε ότι η σχέση μετάδοσης της κίνησης είναι αντιστρόφως ανάλογη των ακτίνων των κυλίνδρων. Οι ακτίνες επομένως των κυλιόμενων επιφανειών, αν και θεωρητικό μέγεθος, αποτελούν στοιχείο μεγάλης σημασίας για τους οδοντωτούς τροχούς. Σε έναν οδοντωτό τροχό μετωπικής οδόντωσης η τομή της κυλινδρικής επιφάνειας αυτής με το επίπεδο περιστροφής αποτελεί τον αρχικό κύκλο, και έτσι κάθε οδοντωτός τροχός χαρακτηρίζεται μεταξύ άλλων και από την ακτίνα του αρχικού κύκλου του. Σε μη κανονικές οδοντώσεις, όπως είναι οι μετατοπισμένες οδοντώσεις, ορίζεται ο κύκλος κυλίσεως, όταν ο τροχός ανήκει σε βαθμίδα, δηλαδή σε ζεύγος συνεργαζόμενων οδοντωτών τροχών.

## 2.2 ΕΙΔΗ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ

Οι άξονες περί τους οποίους περιστρέφονται δύο συνεργαζόμενοι οδοντωτοί τροχοί μπορεί να είναι:

- παράλληλοι σε απόσταση  $\alpha$
- τεμνόμενοι υπό γωνία  $\delta$
- ασύμβατοι σε απόσταση  $\alpha$  και υπό γωνία  $\delta$

όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα 2.1.



**Σχήμα 2.1:** Σχετική θέση αξόνων συνεργαζόμενων τροχών

Η σχετική θέση των αξόνων αυτών είναι βασικής σημασίας για τη μορφή των τροχών που θα χρησιμοποιηθούν. Έτσι οι τροχοί μπορεί να είναι:



- Μετωπικοί (με ευθείς ή ελικοειδείς οδόντες) οι οποίοι ονομάζονται και κυλινδρικοί
- Κωνικοί
- Ελικοειδείς ασύμβατων αξόνων
- Σύστημα ατέρμονα κοχλία – οδοντωτού τροχού

όπως αναλυτικότερα παρουσιάζονται παρακάτω.

### 2.2.1 ΜΕΤΩΠΙΚΟΙ ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ

Οι μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί χωρίζονται σε αυτούς με ευθείς οδόντες και σε αυτούς με ελικοειδείς οδόντες. Στην πρώτη κατηγορία οι οδόντες είναι παράλληλοι με τον άξονα του τροχού, ενώ στη δεύτερη είναι κεκλιμένοι ως προς τον άξονα του τροχού, ως τμήματα έλικας, σχηματίζοντας σταθερή γωνία μ' αυτόν, ενώ για να μπορέσει να γίνει συνεργασία μεταξύ τους πρέπει σε μία βαθμίδα ο ένας να έχει δεξιόστροφους και ο άλλος αριστερόστροφους οδόντες. Οι μετωπικοί τροχοί ευθείας οδοντώσεως έχουν βαθμό επικάλυψης 1 έως 2, ενώ δεν ενδείκνυνται για μεγάλα φορτία γιατί προκαλούν θόρυβο και δημιουργούν μεγάλα δυναμικά φορτία. Αντίθετα, οι μετωπικοί τροχοί ελικοειδούς οδοντώσεως έχουν μεγαλύτερο βαθμό επικάλυψης, αλλά μειονεκτούν στο ότι η ύπαρξη της γωνίας έλικας έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη αξονικού φορτίου επί των οδόντων, το οποίο καταπονεί τις σταθερές εδράσεις των ατράκτων. Οι μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί μπορούν να έχουν εξωτερική οδόντωση, δηλαδή οι οδόντες να βρίσκονται στην εξωτερική επιφάνεια του τροχού ή εσωτερική οδόντωση, δηλαδή να βρίσκονται στην εσωτερική επιφάνεια του τροχού.



**Σχήμα 2.2:** Μοντέλο ζεύγους εξωτερικών μετωπικών οδοντωτών τροχών ευθείας οδοντώσεως



**Σχήμα 2.3:** Μοντέλο ζεύγους εξωτερικών μετωπικών οδοντωτών τροχών ελικοειδούς οδοντώσεως

### 2.2.2 ΚΩΝΙΚΟΙ ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ

Οι κωνικοί τροχοί χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση κινήσεως και μεταφορά ισχύος μεταξύ τεμνομένων ατράκτων. Οι τροχοί αυτοί έχουν μορφή κώλου κώνου του οποίου οι οδόντες μπορεί να είναι ευθείς ή τμήματα εξελιγμένης ή τόξα κύκλου κλπ. Περισσότερο χρησιμοποιούμενοι είναι οι κωνικοί τροχοί με άξονες τεμνόμενους υπό γωνία 90°. Μολονότι, τόσο η κατασκευή των κωνικών τροχών (η οποία γίνεται σε ειδικές μηχανές κοπής) όσο και η συναρμολόγηση του μηχανισμού είναι πολυπλοκότερη εκείνης των μετωπικών τροχών, εν τούτοις οι κωνικοί τροχοί εφαρμόζονται συχνά στη μετάδοση κινήσεως και μεταφορά ισχύος.

Υπάρχουν διάφορα είδη κωνικών τροχών:

- Κωνικοί τροχοί με ευθείς οδόντες (Straight Bevel Gears)
- Κωνικοί τροχοί ZEROL
- Τοξωτοί κωνικοί τροχοί (Spiral Bevel Gears)
- Υποειδείς τροχοί (Hypoid Gears)



**Σχήμα 2.4:** Μοντέλο ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών ευθείας οδοντώσεως

### **2.2.3 ΕΛΙΚΟΕΙΔΕΙΣ ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ ΑΣΥΜΒΑΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ**

Οι οδοντωτοί αυτοί τροχοί είναι κυλινδρικοί και έχουν άξονες ασύμβατους. Οι οδόντες δύο συνεργαζομένων ελικοειδών τροχών ασυμβάτων αξόνων έχουν σημειακή επαφή, η οποία μετατρέπεται σε γραμμική καθώς αυξάνει η φθορά των κατατομών. Λόγω του τρόπου επαφής τους οι τροχοί μπορούν να μεταφέρουν μικρά φορτία και για αυτό χρησιμοποιούνται κατά βάση μόνο για μετάδοση κινήσεως (όπως πχ. σε όργανα) και δεν ενδείκνυνται για μεταφορά ισχύος. Σ' αυτό συνηγορεί και ο μικρός βαθμός αποδόσεως των οδοντώσεων τους. Τέλος χρησιμοποιούνται για σχέσεις μεταδόσεως έως 5 και δεν είναι ευαίσθητοι σε μικρές μεταβολές αποστάσεως ή κλίσεως των αξόνων τους.



**Σχήμα 2.5:** Μοντέλο ζεύγους ελικοειδών τροχών ασυμβάτων αξόνων

#### **2.2.4 ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΤΕΡΜΟΝΑ ΚΟΧΛΙΑ – ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ**

Το σύστημα αυτό αποτελείται από έναν ατέρμονα κοχλία, που είναι ουσιαστικά ένας κοχλίας κινήσεως καταλλήλου σπειρώματος μίας η περισσότερων αρχών, ο οποίος συνεργάζεται με έναν οδοντωτό τροχό κατά τέτοιο τρόπο, ώστε η συνεργασία τους να μοιάζει με τον τρόπο εμπλοκής στη συνεργασία ενός κοχλία με το περικόχλινό του. Οι άξονές τους είναι συνήθως κάθετοι, αν και είναι δυνατόν να σχηματίζουν άλλη γωνία. Το σύστημα αυτό ενδείκνυται για μεταφορά μεγάλων φορτίων και για μεγάλες σχέσεις μεταδόσεως, έως και 200 : 1.



**Σχήμα 2.6:** Μοντέλο συστήματος ατέρμονος κοχλία – οδοντωτού τροχού

## 2.3 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΟΔΟΝΤΩΣΕΩΝ

Η ανάλυση που ακολουθεί πραγματοποιείται σε μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς με ευθεία οδόντωση και κατασκευασμένους με προφίλ εξελιγμένης καμπύλης λόγω του ότι η στατική μελέτη που θα ακολουθήσει στο Pro-Engineer θα αφορά ένα τέτοιο σύστημα. Για να μπορέσει να σχεδιαστεί ή να κατασκευαστεί ένας οδοντωτός τροχός πρέπει να είναι γνωστός ο αριθμός οδόντων  $Z$ , η γωνία εξελιγμένης  $\alpha$  και το module  $m$ . Από τα παραπάνω καθορίζονται όλα τα μεγέθη της οδοντώσεως του οδοντωτού τροχού.

### 2.3.1 MODULE

Προκειμένου να γίνει οικονομία στο κατασκευαστικό κόστος των οδοντωτών τροχών, κυρίως στον τομέα των κοπτικών εργαλείων αλλά και για να εξυπηρετηθεί η εναλλαξιμότητα μεταξύ των προϊόντων διάφορων κατασκευαστών εφαρμόζεται τυποποίηση όσων αφορά τη μορφή και τις διαστάσεις των οδοντωτών τροχών.

Αν το γρανάζι έχει βήμα  $t_o$  και  $z$  δόντια, ισχύει η σχέση  $\pi \cdot d_o = z \cdot t_o$  αφού κάθε μέλος της σχέσης ισούται με το μήκος της αρχικής περιφέρειας. Όπως θα παρουσιαστεί σε παρακάτω εικόνα, το μέγεθος  $t_o$  είναι η απόσταση μεταξύ δύο αντίστοιχων σημείων δύο διαδοχικών δοντιών που μετρείται πάνω στον αρχικό κύκλο, πρόκειται λοιπόν για μήκος τόξου που ονομάζεται βήμα της οδόντωσης και  $d_o$  είναι η διάμετρος του αρχικού κύκλου. Από την προηγούμενη σχέση λοιπόν έχουμε  $d_o = z \cdot (t_o/\pi)$ . Άρα η αρχική διάμετρος θα έπρεπε να προκύψει από το συνδυασμό βήματος και επιθυμητού αριθμού δοντιών. Όμως ο  $z$  είναι ένας φυσικός αριθμός και ο  $\pi$  είναι άρρητος, με απεριόριστο αριθμό δεκαδικών ψηφίων. Αυτό θα οδηγούσε σε άρρητη τιμή και τη διάμετρο, με αποτέλεσμα και δύσκολους στη συνέχεια υπολογισμούς και δυσχέρεια στην τυποποίηση, ιδιαίτερα αν διάφοροι κατασκευαστές διάλεγαν διαφορετική ακρίβεια προσέγγισης ( $1^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $3^\circ$  κ.λ.π. δεκαδικό)

Για να ξεπεραστούν τα προβλήματα αυτά, συμφωνήθηκε διεθνώς ο λόγος  $t_o/\pi$  να πάρει ορισμένες ρητές τιμές σε mm και να ονομαστεί module ( $m$ ) ή στα ελληνικά διαμετρικό βήμα. Έτσι είναι  $m = t_o/\pi$ ,  $d_o = z \cdot m$  και  $m = d_o/z$ . Η τελευταία σχέση εξηγεί και τον όρο διαμετρικό βήμα, αφού δείχνει το μήκος της διαμέτρου που αντιστοιχεί σε κάθε δόντι.

Οι τιμές του module περιλαμβάνονται στους πίνακες των διεθνών οργανισμών τυποποίησης DIN και ISO.

0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00
3,25	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
6,50	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00
14,00	15,00	16,00	18,00	20,00	22,00	24,00	27,00
30,00	33,00	36,00	39,00	42,00	45,00	50,00	55,00
		60,00	65,00	70,00	75,00		

Σχήμα 2.7: Τυποποιημένες τιμές του module κατά DIN 780

Επίσης το module έχει και το ρόλο του συντελεστή ομοιότητας (scale factor), όπως αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 2.8.

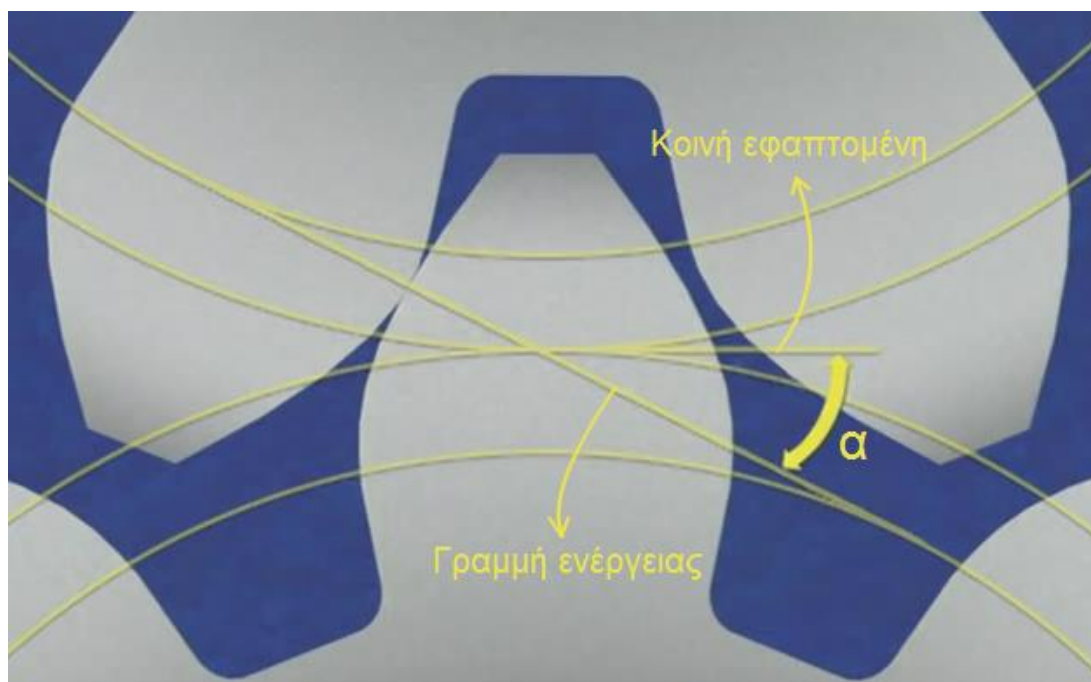


**Σχήμα 2.8:** Οδοντώσεις με ίδιο αριθμό οδόντων και διαφορετικό module

### 2.3.2 ΓΩΝΙΑ ΕΞΕΙΛΙΓΜΕΝΗΣ

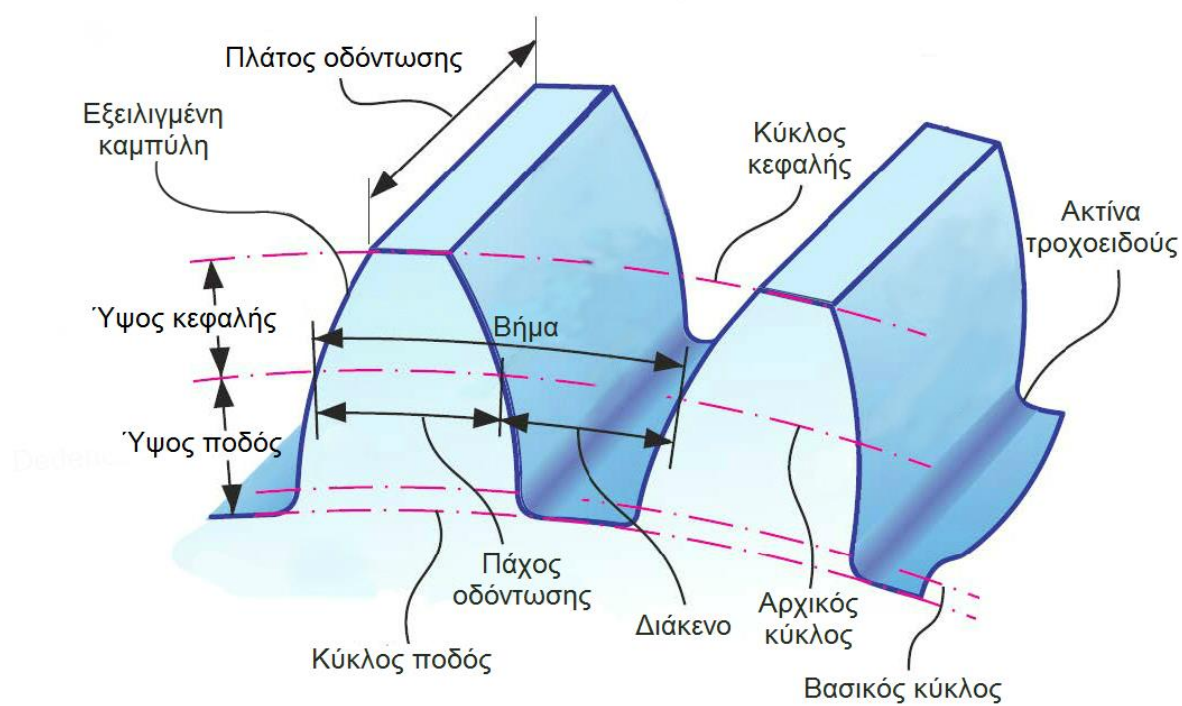
Η γωνία εξειλιγμένης  $\alpha$  είναι η οξεία γωνία μεταξύ της γραμμής ενεργείας και της κοινής εφαπτομένης των αρχικών κύκλων. Στο μετρικό σύστημα η γωνία εξειλιγμένης λαμβάνεται ίση με  $20^\circ$  και έχει τυποποιηθεί σύμφωνα με το DIN 867 για τυποποιημένες οδοντώσεις, ενώ στο αγγλοσαξονικό σύστημα η τιμή της μπορεί να είναι  $20^\circ$  ή  $14.5^\circ$ . Σε μη τυποποιημένες οδοντώσεις η γωνία εξειλιγμένης μπορεί να λάβει οποιαδήποτε επιθυμητή τιμή. Η μεταβολή της γωνίας αυτής έχει επίδραση στο μέγεθος των αναπτυσσομένων στους οδόντες φορτίων.





Σχήμα 2.9: Η γωνία εξειλιγμένης

### 2.3.3 ΛΟΙΠΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ



Σχήμα 2.10: Μεγέθη οδοντώσεων

Τα υπόλοιπα μεγέθη ενός οδοντωτού τροχού παρουσιάζονται στο παραπάνω σχήμα και για τον υπολογισμό τους μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω σχέσεις:

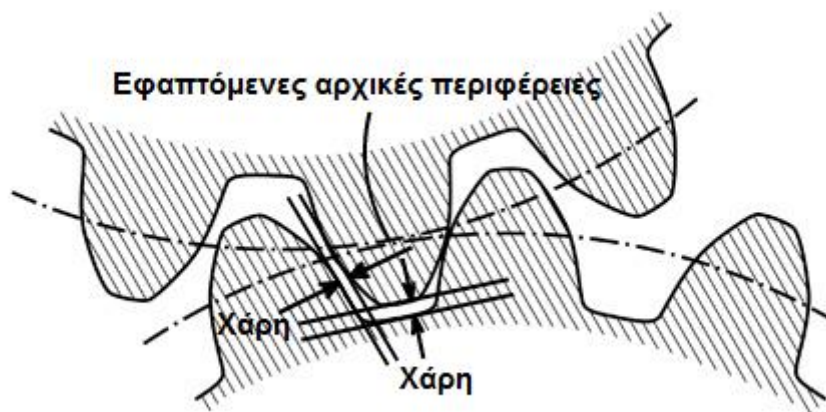
- Διάμετρος αρχικού κύκλου:  $d_o = m \cdot Z$
- Διάμετρος βασικού κύκλου:  $d_g = d_o \cdot \cos(\alpha)$
- Διάμετρος κύκλου κεφαλής:  $d_k = (Z + 2) \cdot m$
- Διάμετρος κύκλου ποδός:  $d_f = (Z - 2.5) \cdot m$
- Βήμα στον αρχικό κύκλο:  $t_o = \pi \cdot m$
- Ύψος κεφαλής:  $h_k = m$
- Ύψος ποδός:  $h_f = 1.25 \cdot m$
- Πάχος οδόντωσης:  $s_o = m \cdot \pi/2$
- Πλάτος οδόντωσης:  $b = (6 \sim 16) \cdot m$
- Διάκενο:  $l_o = t_o - s_o$
- Ακτίνα τροχοειδούς:  $r_f = (d_g - d_f)/6$

Είναι σημαντικό ακόμα να αναφερθεί ότι δύο συνεργαζόμενοι οδοντωτοί τροχοί θα πρέπει να έχουν το ίδιο βήμα.

Ακόμα, όπως παρατηρείται και από τις παραπάνω σχέσεις, το διάκενο είναι λίγο μεγαλύτερο από το πάχος του δοντιού και το ύψος ποδιού είναι επίσης λίγο μεγαλύτερο από το ύψος κεφαλής. Αυτό συμβαίνει, ώστε να υπάρχει η λεγόμενη «χάρη» για να δημιουργείται ευχέρεια στη συνεργασία των δύο συνεργαζόμενων τροχών.

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι η αρχική διάμετρος είναι μία πολύ σημαντική διάσταση, όπως είδαμε και από την περιγραφή μας για το module, αφού η τιμή της χρησιμοποιείται και στους υπολογισμούς της αντοχής του τροχού αλλά και οι αρχικές περιφέρειες δύο συνεργαζόμενων τροχών είναι πάντα εφαπτόμενες.



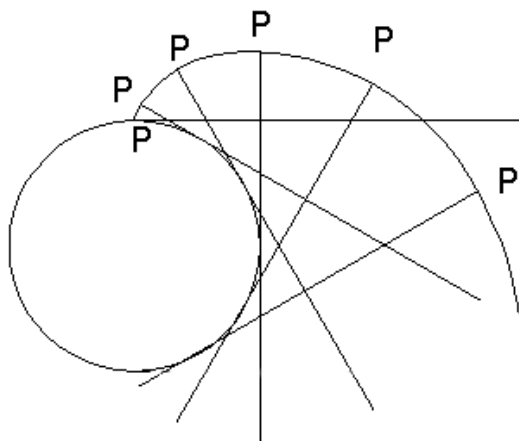


**Σχήμα 2.11:** Εφαπτόμενες αρχικές περιφέρειες και «χάρη»

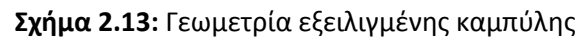
## 2.4 Η ΕΞΕΙΛΙΓΜΕΝΗ ΚΑΜΠΥΛΗ

Οι οδοντωτοί τροχοί εξειλιγμένης καμπύλης έχουν υιοθετηθεί τα τελευταία εκατό χρόνια σε αναρίθμητες εφαρμογές, όπου απαιτείται αξιόπιστη λειτουργία με σχετικά χαμηλό κόστος. Ακολουθώς θα παρατεθεί και θα εξηγηθεί η εξειλιγμένη καμπύλη που συνθέτει το προφίλ ενός μετωπικού οδοντωτού τροχού ευθείας οδόντωσης.

Η εξειλιγμένη καμπύλη ξεκινά από το βασικό κύκλο του οδοντωτού τροχού και είναι η καμπύλη που διαγράφεται από ένα σημείο ευθείας κυλιόμενης χωρίς ολίσθησης επί του βασικού κύκλου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.12.



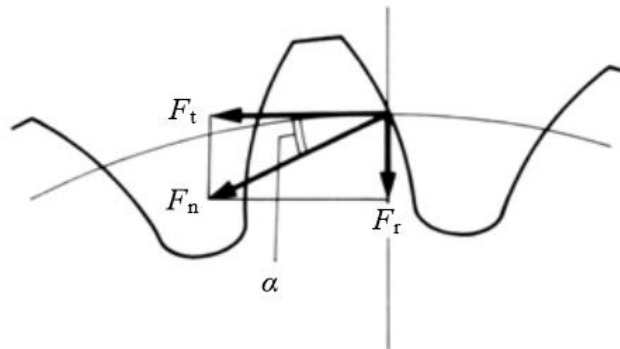
**Σχήμα 2.12:** Σχηματισμός εξειλιγμένης καμπύλης


$$x = r_g \cdot [\sin(\varphi) - \varphi \cdot \cos(\varphi)]$$

$$y = r_g \cdot [\cos(\varphi) + \varphi \cdot \sin(\varphi)]$$

- $x, y$  - καρτεσιανές συντεταγμένες σημείου εξελιγμένης
- $r_g$  - ακτίνα βασικού κύκλου
- $\varphi$  - ανεξάρτητη μεταβλητή συναρτήσεων

## 2.5 ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΩΠΙΚΩΝ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ



**Σχήμα 2.14:** Δυνάμεις ενεργούσες σε μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς

Έστω ότι υπάρχουν σε εμπλοκή δύο τροχοί, ο κινητήριος και ο κινούμενος. Διαδοχικά κάθε δόντι του κινητήριου ασκεί δύναμη  $F_n$  στο αντίστοιχο του κινούμενου, η οποία είναι κάθετη στην επιφάνεια επαφής τους. Ο κινούμενος ασκεί βέβαια ίση και αντίθετη δύναμη στον κινητήριο. Ο τρόπος χάραξης των κατανομών των δοντιών (ώστε να εξασφαλίζεται η κύλιση του ενός πάνω στον άλλο με κύκλους κύλισης τις αρχικές περιφέρειες) έχει σαν αποτέλεσμα η διεύθυνση της  $F_n$  να περνά από το σημείο επαφής των αρχικών περιφερειών. Έτσι μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες: την ακτινική  $F_r$  που έχει ως συνέπεια μια τάση απομάκρυνσης των ατράκτων, και την περιφερειακή  $F_t$  που είναι εφαπτόμενη των αρχικών περιφερειών. Η περιφερειακή δύναμη είναι η αιτία της ροπής  $M_t$  που αναγκάζει τον κινούμενο τροχό να περιστρέφεται.

Η παρακάτω σχέση χρησιμοποιείται με επιτυχία για τον υπολογισμό της στρεπτικής ροπής:

$$M_t = 71620 \cdot \frac{N}{n}$$

Όπου:

- $M_t$  - Η στρεπτική ροπή του κινούμενου τροχού ( $K_p \cdot cm$ )
- $N$  - Η ισχύς που μεταδίδεται από τον κινητήριο στον κινούμενο τροχό ( $PS$ )
- $n$  - Ο αριθμός στροφών του κινητήριου τροχού ( $rpm$ )

Η περιφερειακή δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$F_t = \frac{M_t}{d_{01}/2}$$

Όπου:

- $d_{01}$  - Η διάμετρος του αρχικού κύκλου του κινητήριου τροχού

Η ακτινική δύναμη δίνεται από τη σχέση:


$$F_r = F_t \cdot \tan(a)$$

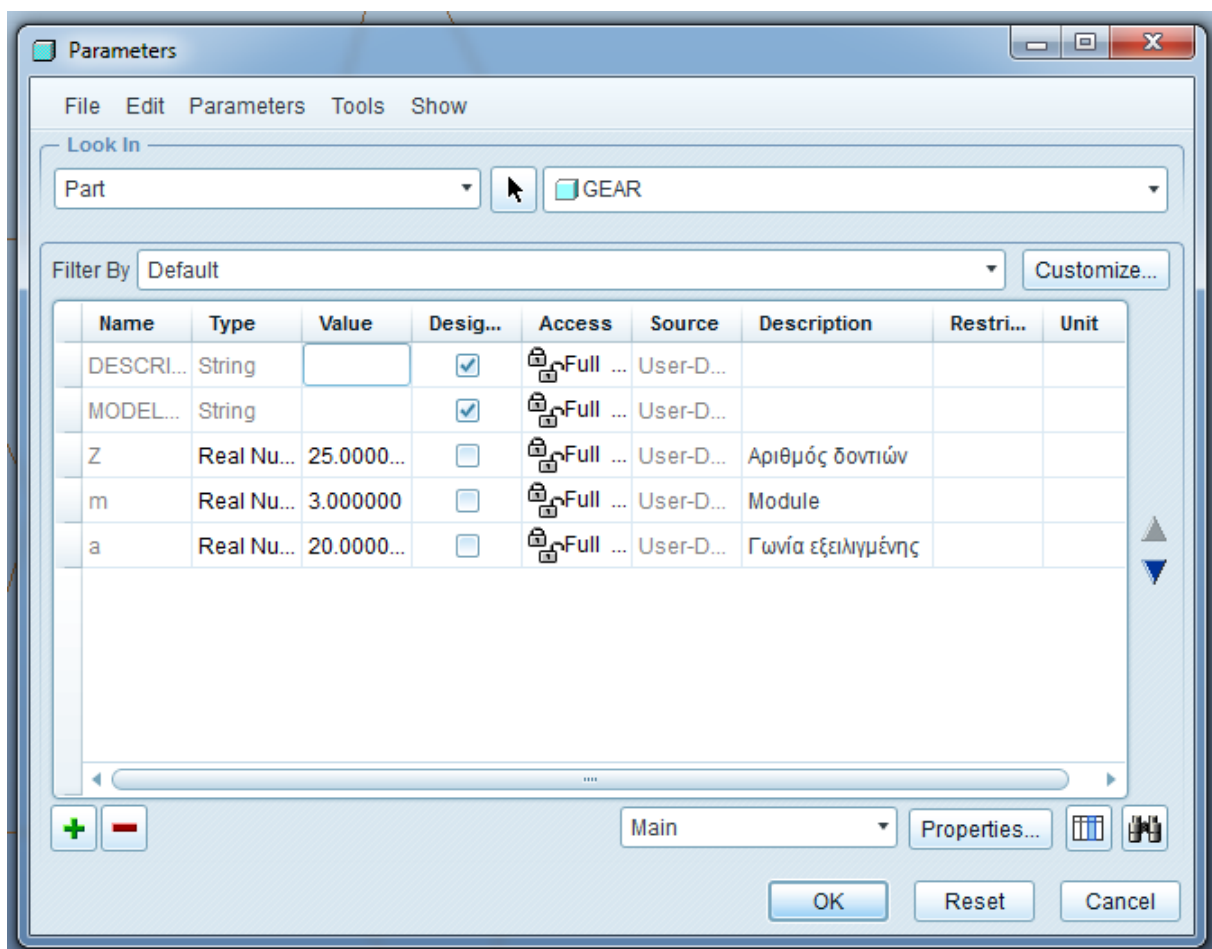
Η συνολική δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$F_n = \frac{F_t}{\cos(a)}$$

## 2.6 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ ΣΤΟ PRO-ENGINEER

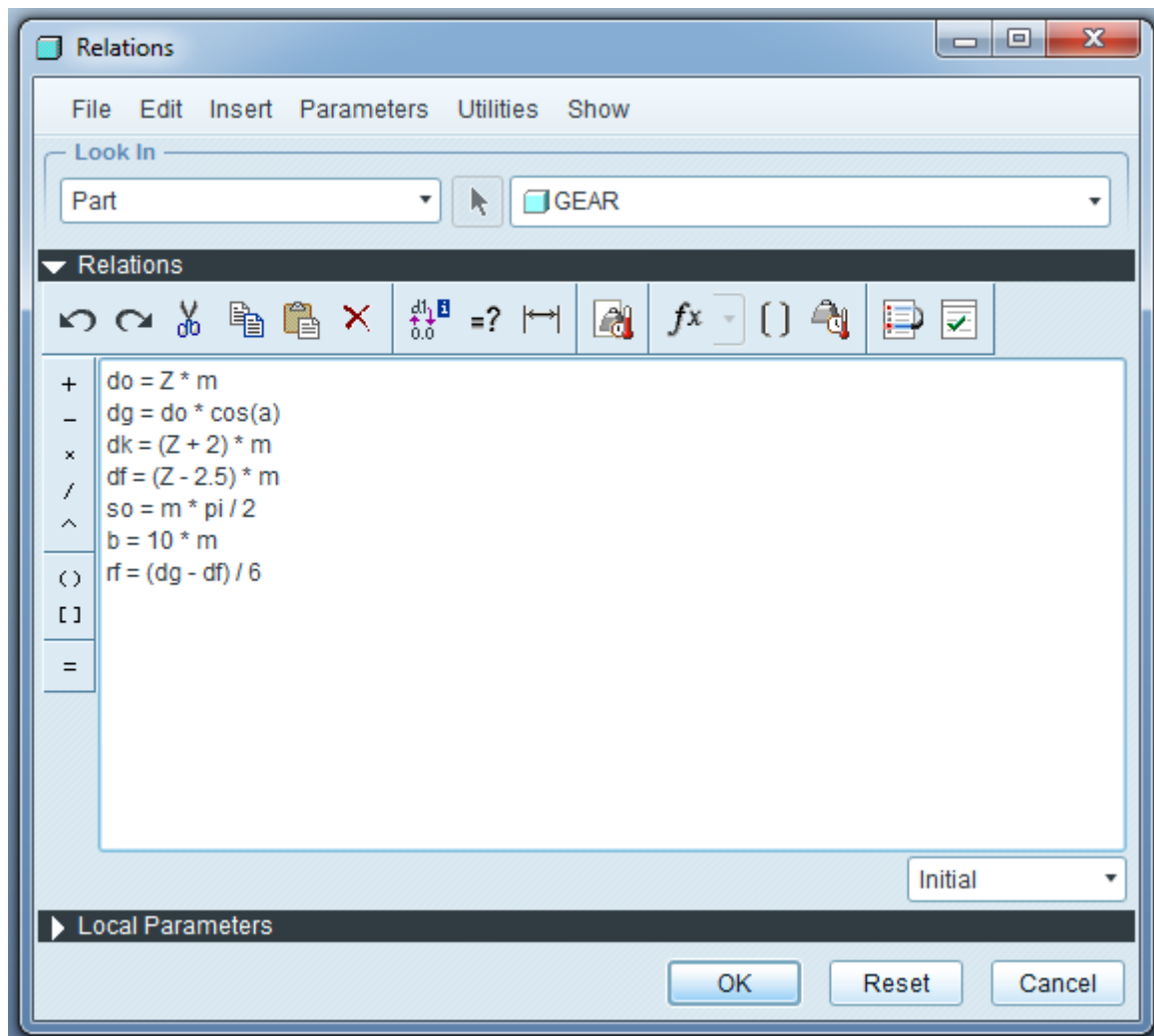
Το γρανάζι που θα σχεδιαστεί θα έχει αριθμό δοντιών  $Z = 25$ ,  $m = 3$  και  $\alpha = 20^\circ$ . Εισάγονται τα μεγέθη αυτά σαν παράμετροι στο Pro-Engineer αφού, όπως προαναφέρθηκε, αρκούν για να βρεθούν και οι υπόλοιπες διαστάσεις. Στο μενού *Tools > Parameters*

ορίζονται οι παράμετροι που αναφέρθηκαν και εισάγονται με το σύμβολο .



Σχήμα 2.15: Ορισμός παραμέτρων

Στη συνέχεια θα εισαχθούν τα υπόλοιπα μεγέθη που χρειάζονται για τη σχεδίαση με τη βοήθεια των εξισώσεων που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 2.3.3 . Αυτό γίνεται από το μενού *Tools > Relations*. Για το πλάτος οδόντωσης θα χρησιμοποιηθεί η σχέση  $b = 10 \cdot m$ .



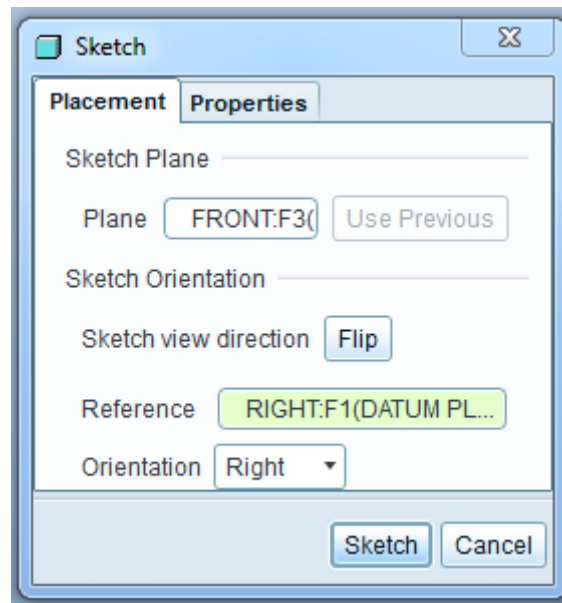
Σχήμα 2.16: Ορισμός σχέσεων

Με τον τρόπο αυτό μπορεί να κατασκευαστεί οποιοδήποτε γρανάζι αρκεί να αλλαχθούν οι κατάλληλες παράμετροι και να επιλεγεί εν συνεχεία *edit > regenerate*. Το σύμβολο  $\pi$  που χρησιμοποιήθηκε υποδηλώνει τον αριθμό  $\pi$ .

Έπειτα θα σχεδιαστεί ως βασικό *feature* ο κύκλος ποδός που σημαίνει ότι με γνώμονα αυτόν θα σχεδιαστεί και όλο το υπόλοιπο γρανάζι. Το κέντρο του θα βρίσκεται στην αρχή των αξόνων και η μορφή που θα δοθεί θα έχει σχήμα κυλίνδρου με εσωτερική διάμετρο  $df/2$  ούτως ώστε η τρύπα που θα φαίνεται να υποδηλώνει την οπή που θα τοποθετηθεί ο άξονας του οδοντωτού τροχού.

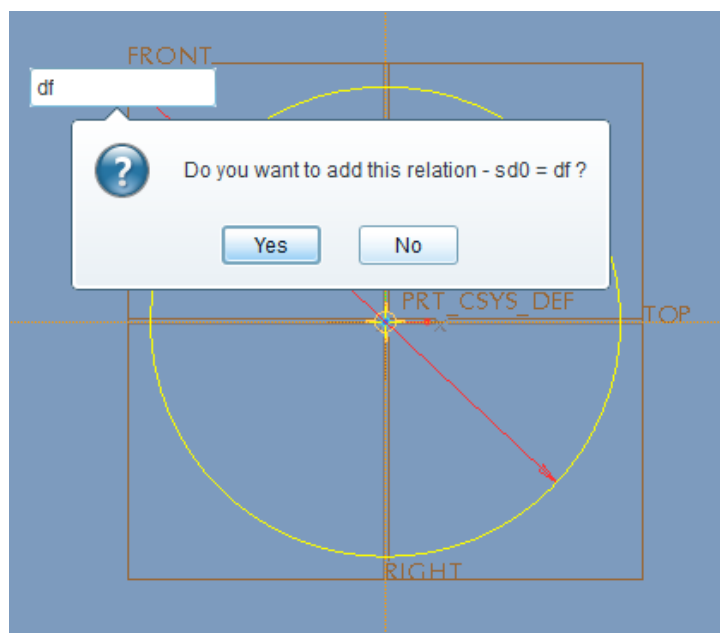
Στο παράθυρο *sketch* όπου θα ξεκινήσει και η σχεδίαση του αντικειμένου επιλέγεται το *FRONT datum plane* ως *Sketch Plane* και αφήνονται τα άλλα πεδία στις προκαθορισμένες

τιμές που ορίζονται. Αυτό συμβαίνει για να οριστούν σωστά οι συντεταγμένες  $x$  και  $y$  της εξειλιγμένης καμπύλης που θα σχεδιαστεί παρακάτω.



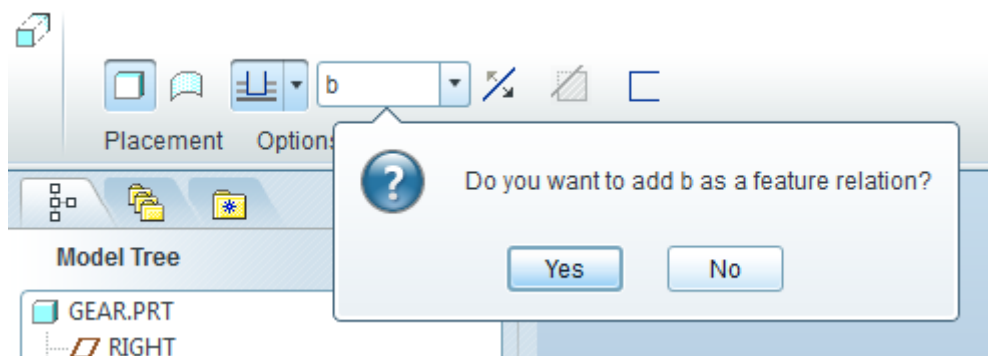
Σχήμα 2.17: Το παράθυρο *sketch*

Στο πεδίο τιμής των διαστάσεων που θα σχεδιαστούν, αντί για αριθμητική τιμή εισάγεται ονομαστική τιμή από αυτές που ορίστηκαν στις εξισώσεις. Έτσι δημιουργείται αυτόματα η τιμή που αντιστοιχεί σε κάθε μέγεθος. Άρα για τη διάμετρο του κύκλου ποδός θα δοθεί η ονομαστική τιμή  $df$ . Πατώντας *Yes* στο παράθυρο που εμφανίζεται θα εισαχθεί αυτόματα η αριθμητική τιμή αυτής. Με τον ίδιο τρόπο θα καταχωρηθούν και τα υπόλοιπα μεγέθη.

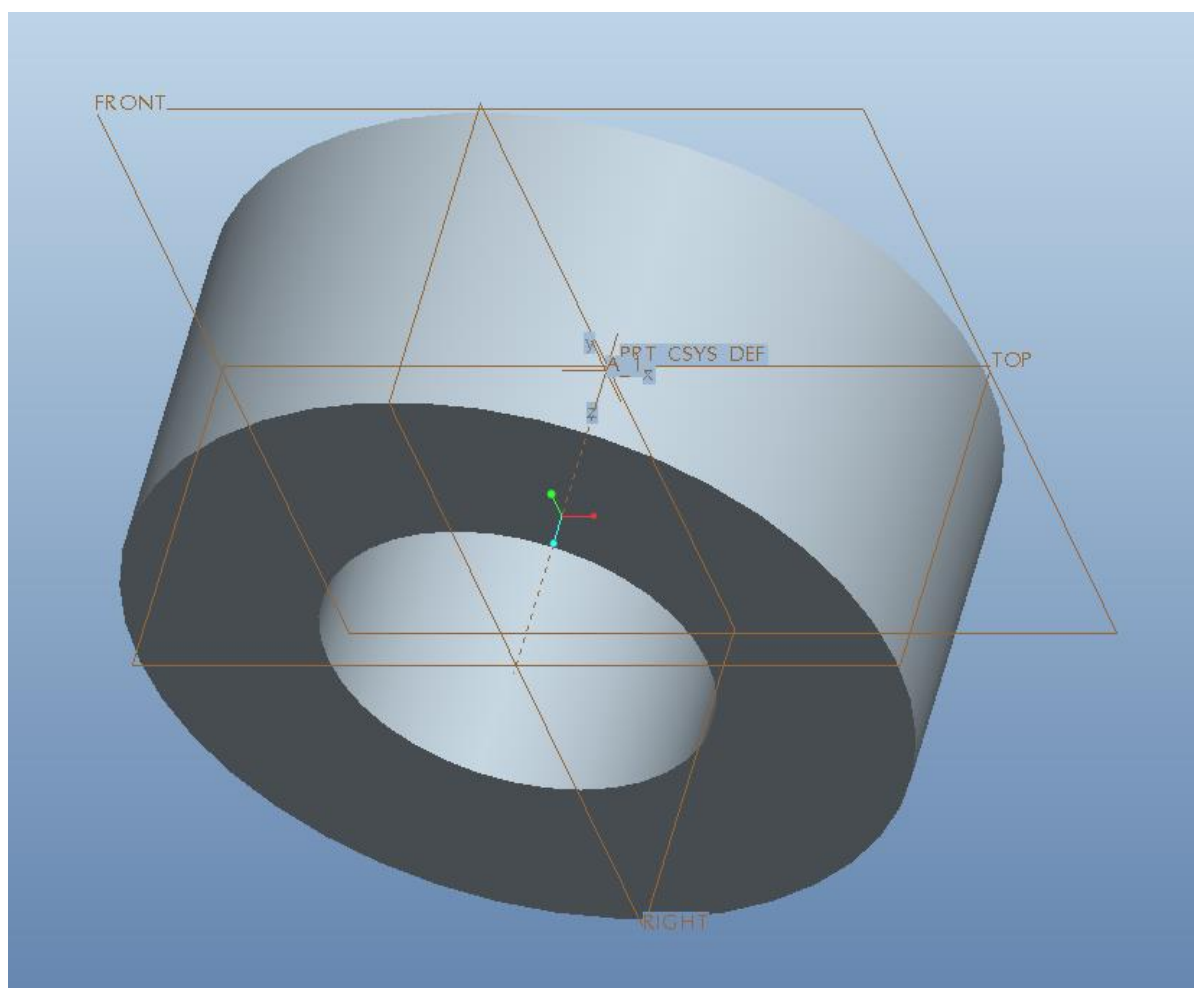


Σχήμα 2.18: Ονομαστική τιμή στο πεδίο τιμών

Ονομαστική τιμή μπορεί να δοθεί και στο παράθυρο του *extrude*. Δίνεται η τιμή *b* για να οριστεί το πλάτος που θα έχει ο οδοντωτός τροχός.

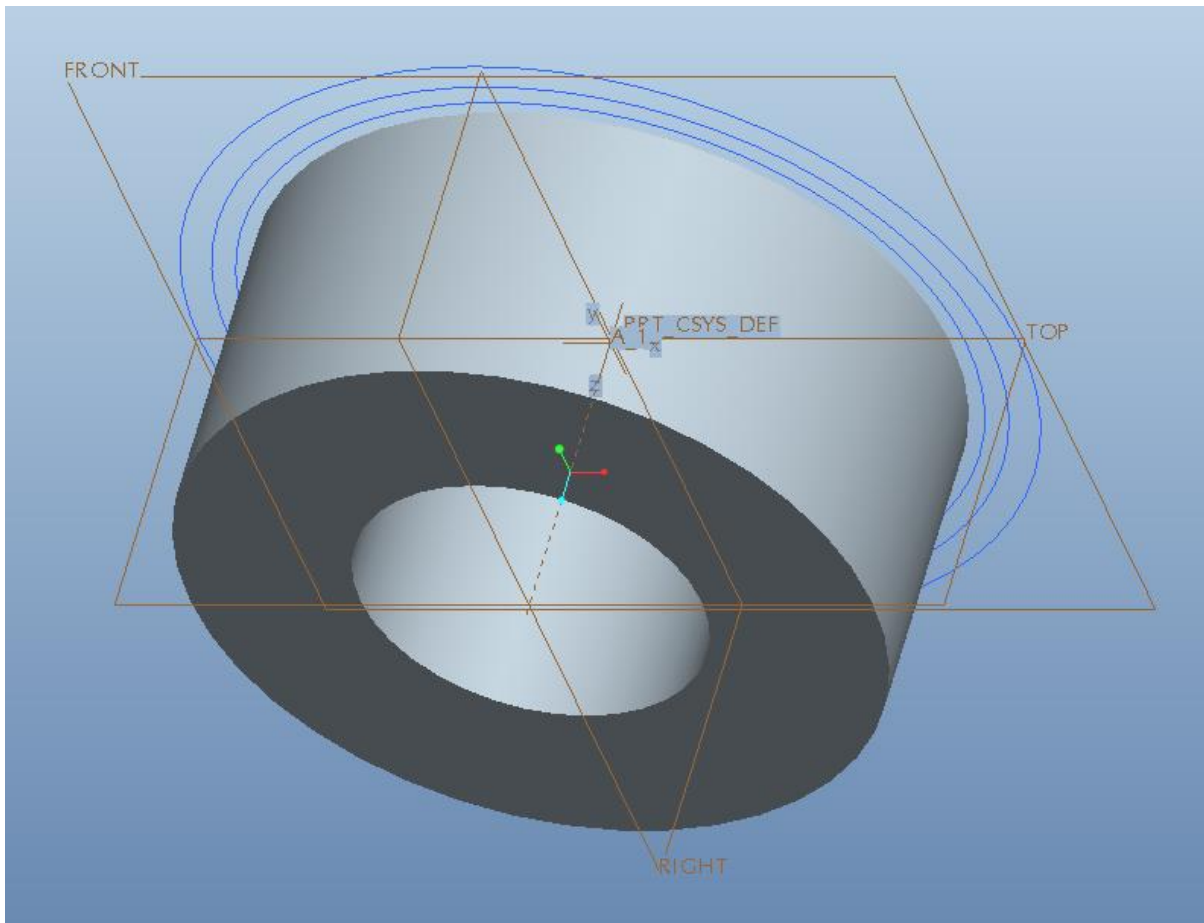


**Σχήμα 2.19:** Ονομαστική τιμή στο παράθυρο *extrude*



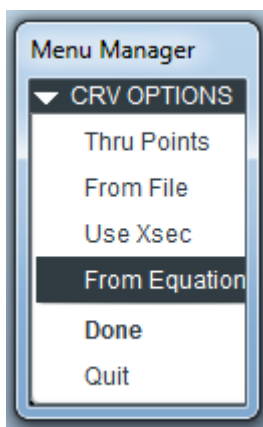
**Σχήμα 2.20:** Βασικό feature

Εν συνεχεία θα σχεδιαστούν τρεις κύκλοι που θα υποδηλώνουν το βασικό κύκλο, τον αρχικό κύκλο καθώς και τον κύκλο κεφαλής δίνοντάς τους αντίστοιχα τις ονομαστικές τιμές  $d_g$ ,  $d_o$ ,  $d_k$ .



**Σχήμα 2.21:** Ο βασικός κύκλος, ο αρχικός κύκλος και ο κύκλος κεφαλής

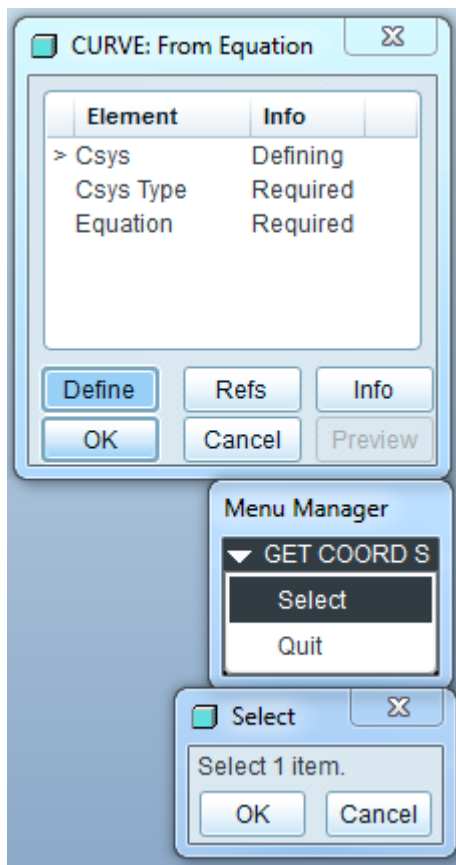
Κατόπιν θα σχεδιαστεί η εξαιρετική καμπύλη. Για να σχεδιαστεί μια καμπύλη στο Pro-Engineer επιλέγεται από το μενού *Insert > Model datum > Curve*.



Στο *Menu Manager* που εμφανίζεται επιλέγεται *From Equations* που σημαίνει ότι η καμπύλη θα σχεδιαστεί από εξισώσεις.

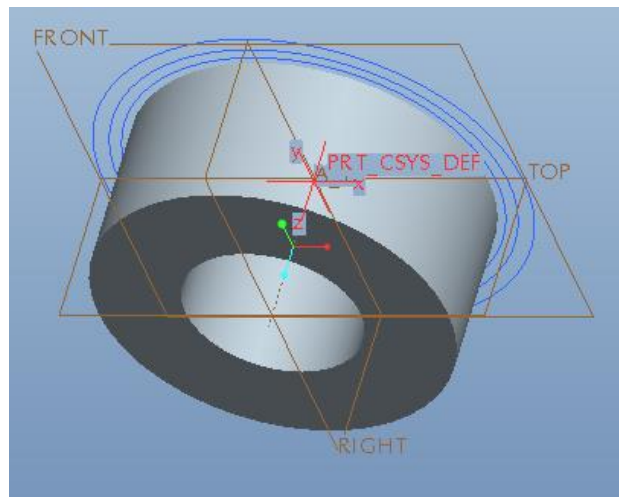
**Σχήμα 2.22:** Menu Manager





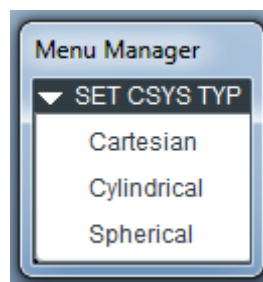
**Σχήμα 2.23:** Παράθυρο επιλογής συστήματος συντεταγμένων

Στη συνέχεια το πρόγραμμα ζητάει να οριστεί ένα σύστημα συντεταγμένων. Επιλέγεται το «PRT\_CSYS\_DEF»



**Σχήμα 2.24:** «PRT\_CSYS\_DEF» σύστημα συντεταγμένων

Αφού οριστεί το σύστημα συντεταγμένων εμφανίζεται ένα παράθυρο, ώστε να επιλεγεί ο τύπος των συντεταγμένων που θα δημιουργηθεί η καμπύλη. Επιλέγεται *Cartesian* που σημαίνει καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, αφού σε αυτή τη μορφή είναι οι εξισώσεις της εξειλιγμένης καμπύλης.



**Σχήμα 2.25:** Παράθυρο επιλογής τύπου συστήματος συντεταγμένων

Σε αυτό το σημείο εμφανίζεται ένα παράθυρο Notepad, όπου συμπληρώνονται όλες οι συναρτήσεις που ορίζουν την εξειλιγμένη καμπύλη, ως εξής:

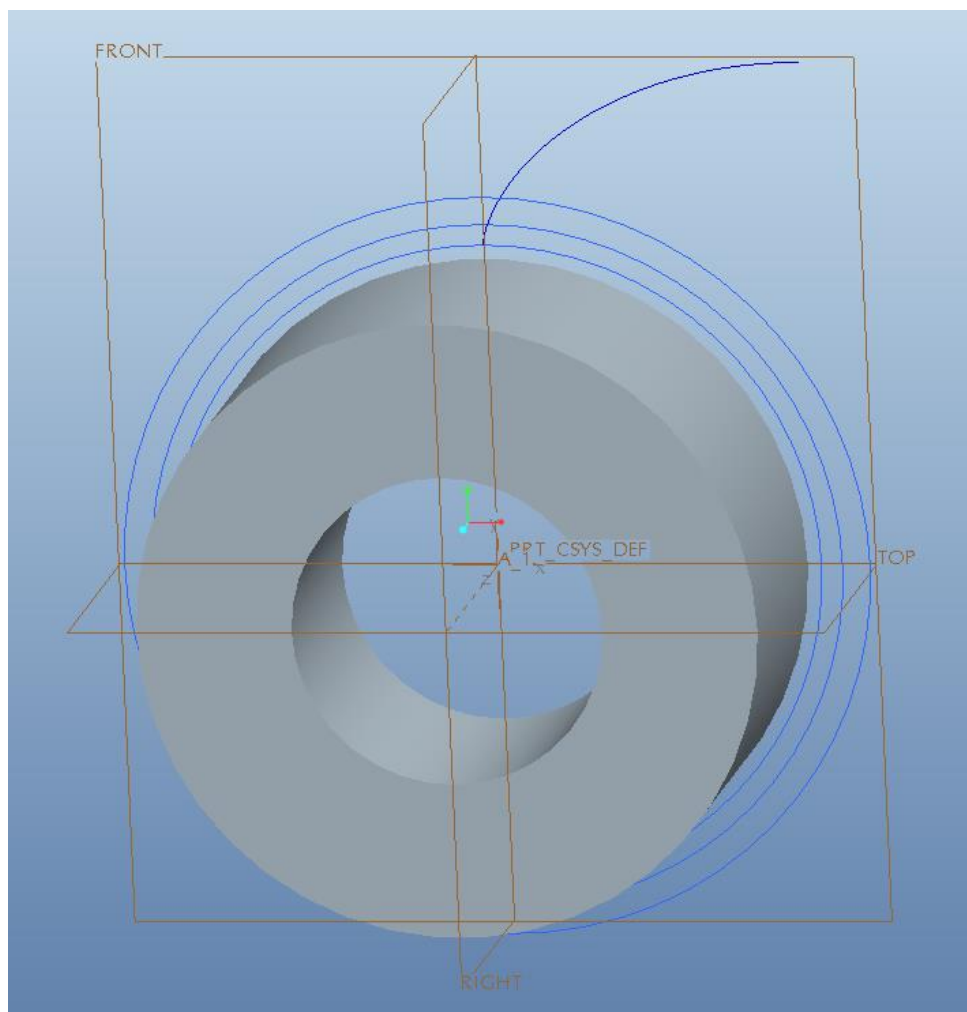
$$rg = dg/2$$

$$x = rg * (\sin(t * 90) - pi/2 * t * \cos(t * 90))$$

$$y = rg * (\cos(t * 90) + pi/2 * t * \sin(t * 90))$$

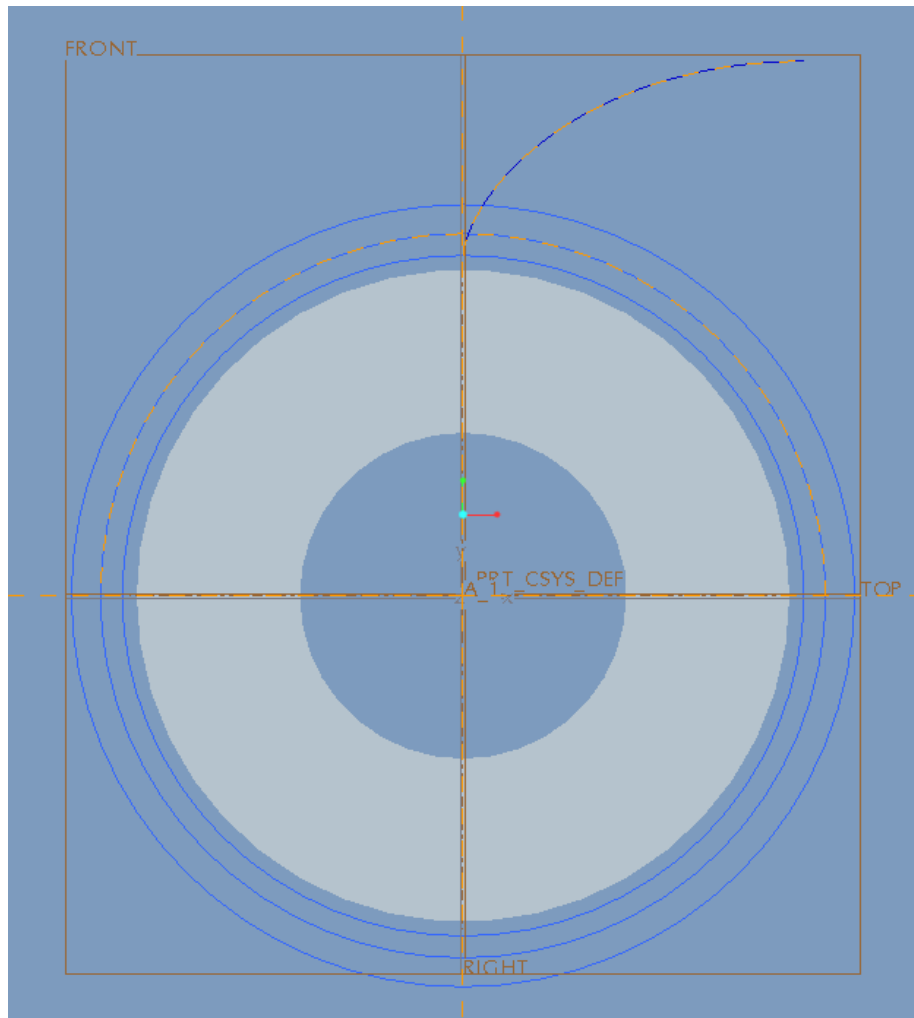
$$z = 0$$

Όπως φαίνεται, έχουν γίνει κάποιες αλλαγές στη μορφή των εξισώσεων που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2.4, ώστε να είναι συμβατές με τη μορφή που απαιτούνται για τη σχεδίαση του προγράμματος. Πρώτα απ' όλα οι εξισώσεις έχουν τη μεταβλητή  $t$  που είναι η παραμετρική μεταβλητή του Pro-Engineer. Επίσης στους τριγωνομετρικούς αριθμούς φαίνεται στην παρένθεση η τιμή  $(t * 90)$  αντί για  $(\varphi)$  που σημαίνει ότι η σχεδίαση θα γίνει για ένα τεταρτοκύκλιο. Η παράμετρος  $\varphi$  που βρίσκεται εκτός τριγωνομετρικών αριθμών παίρνει τη μορφή  $pi/2 * t$  που υποδηλώνει το μήκος τόξου για ένα τεταρτοκύκλιο, αφού έχει γίνει η μετατροπή σε ακτίνια. Όπως είναι γνωστό 90 μοίρες ισούνται με  $\pi/2$  ακτίνια. Θα μπορούσε να γίνει η σχεδίαση για οποιαδήποτε τιμή από μοίρες, κάνοντας τη σωστή αναλογία σε ακτίνια και σύμφωνα με τη μορφή που φαίνεται στις παραπάνω εξισώσεις. Τέλος ορίζουμε την εξίσωση  $z = 0$  αφού το Pro-Engineer είναι πρόγραμμα τρισδιάστατης σχεδίασης και έτσι υποδηλώνεται ότι ο άξονας  $z$  παραμένει αμετάβλητος. Γίνεται *save* στο *Notepad* και *ok* στο αρχικό παράθυρο που ακολουθεί.

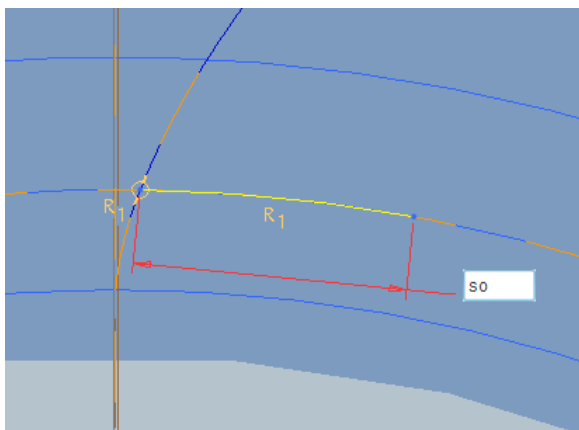


**Σχήμα 2.26:** Καμπύλη εξελιγμένης στο Pro-Engineer



Στη συνέχεια θα γίνει ο σχεδιασμός ενός από τα δόντια του οδοντωτού τροχού. Αρχικά ορίζονται ως *references* η εξειλιγμένη καμπύλη και ο αρχικός κύκλος από το μενού *sketch > references*.




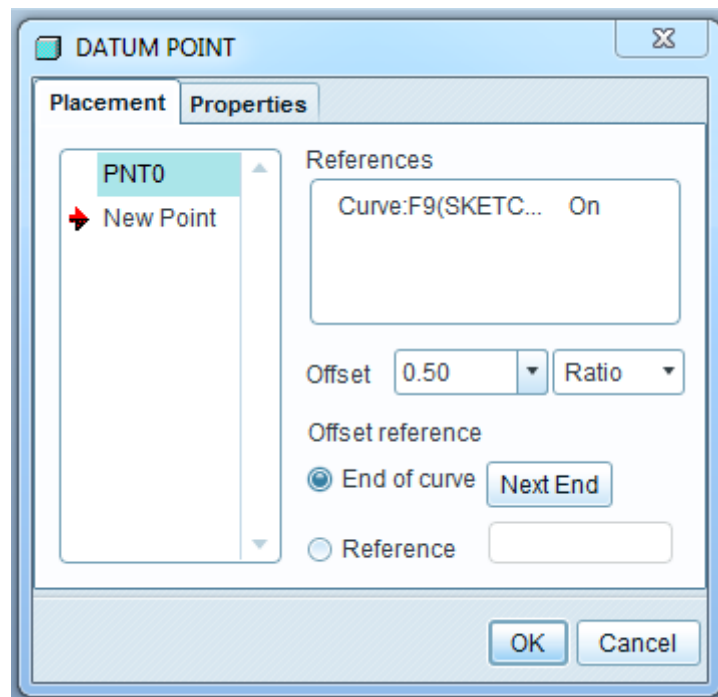
**Σχήμα 2.27:** References



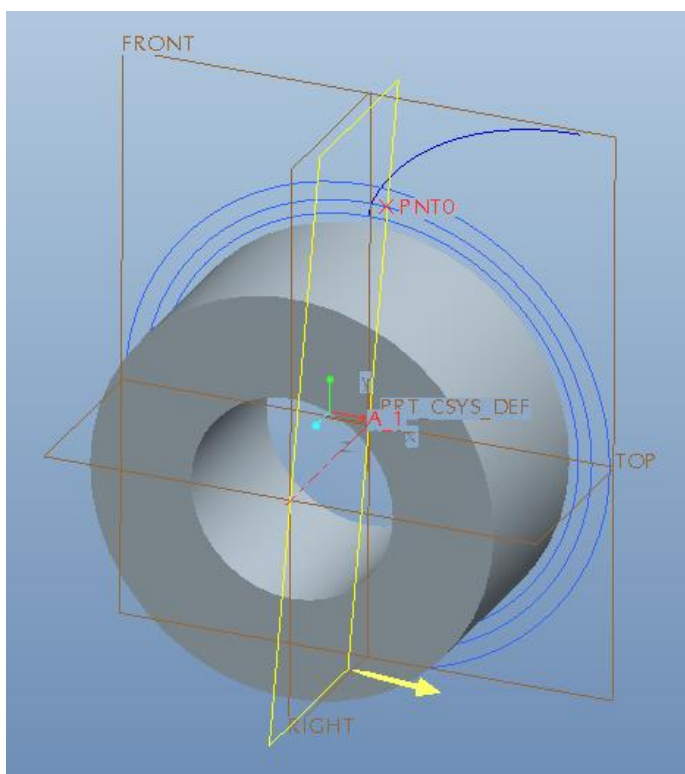
**Σχήμα 2.28:** Πλάτος δοντιού στο Pro-Engineer

Έπειτα, πάνω στον αρχικό κύκλο εισάγεται το πλάτος του δοντιού ως μήκος τόξου με το σύμβολο  και ορίζοντας ως κέντρο αυτού την αρχή των αξόνων. Επιλέγεται ως διάσταση να εμφανίζεται το μήκος του τόξου κάνοντας χρήση του συμβόλου  αφού δεν είναι η προεπιλεγμένη διάσταση που εμφανίζει το πρόγραμμα, και δίνεται η τιμή S0.

Ύστερα θα σχεδιαστεί ένα σημείο  πάνω στο μήκος τόξου που ορίστηκε το πλάτος του δοντιού και θα βρίσκεται στο μέσο αυτού.



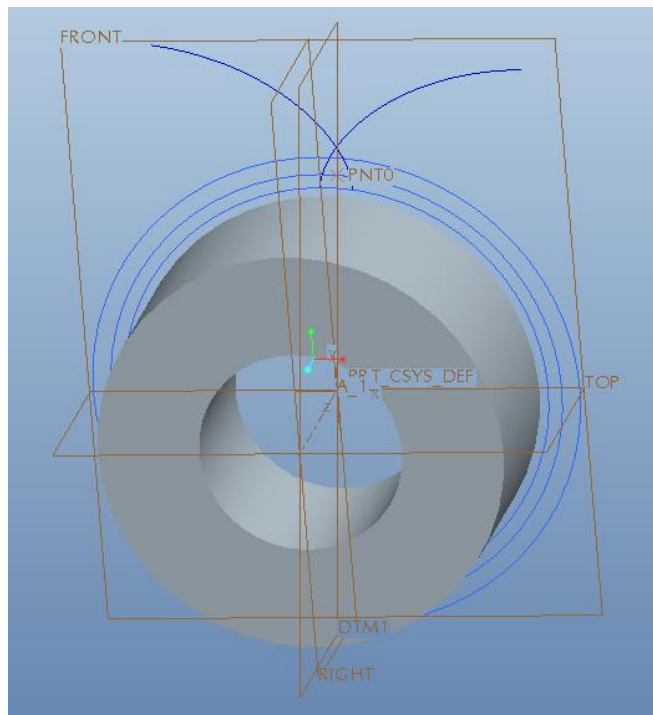
Σχήμα 2.29: Σχεδιασμός σημείου



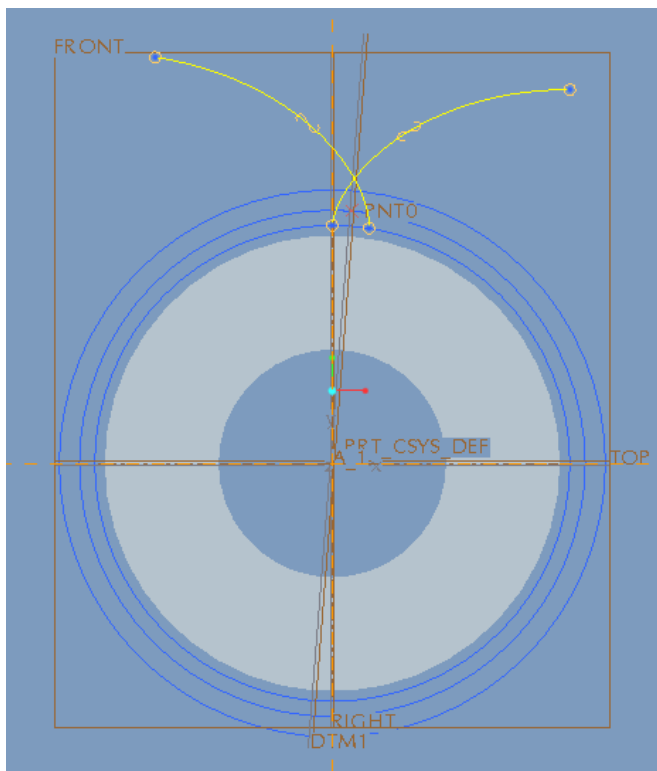
Αυτό έγινε για να δημιουργηθεί ένα *datum plane* που θα περνά από το σημείο και την αρχή των αξόνων. Επιλέγεται από το μενού *insert > model datum > plane*. Ως *placement* στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγεται το σημείο PNT0 και ο άξονας που βρίσκεται στην αρχή των αξόνων πατώντας ενδιάμεσα το κουμπί Ctrl.

Σχήμα 2.30: Σχεδιασμός datum plane


Αφού ολοκληρωθεί το βήμα αυτό, θα γίνει *mirror* η καμπύλη της εξειλεγμένης ως προς το *datum plane* που δημιουργήθηκε και θα υπάρχει το αποτέλεσμα της παρακάτω εικόνας.

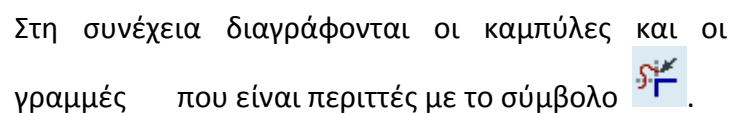


**Σχήμα 2.31:** Mirror εξειλεγμένης καμπύλης

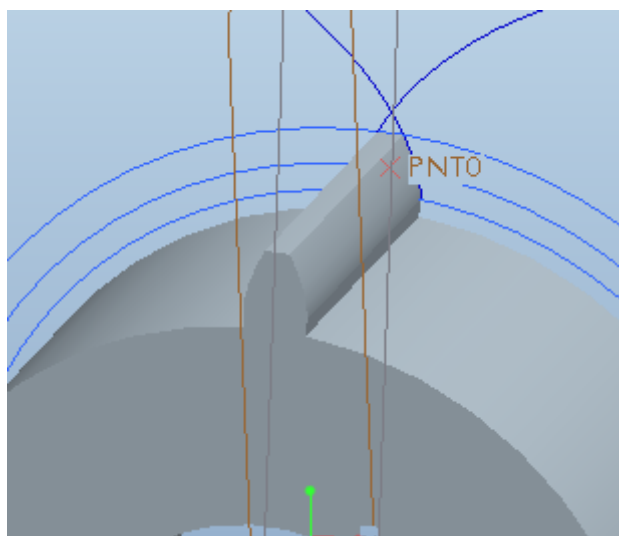


**Σχήμα 2.32:** Επιλογή εξειλεγμένων καμπυλών


Τώρα χρησιμοποιούνται οι δύο καμπύλες, για να δημιουργηθεί το προφίλ του δοντιού. Αφού ανοιχτεί το παράθυρο *sketch* επιλέγεται το εικονίδιο  και μαρκάρονται οι δύο καμπύλες.

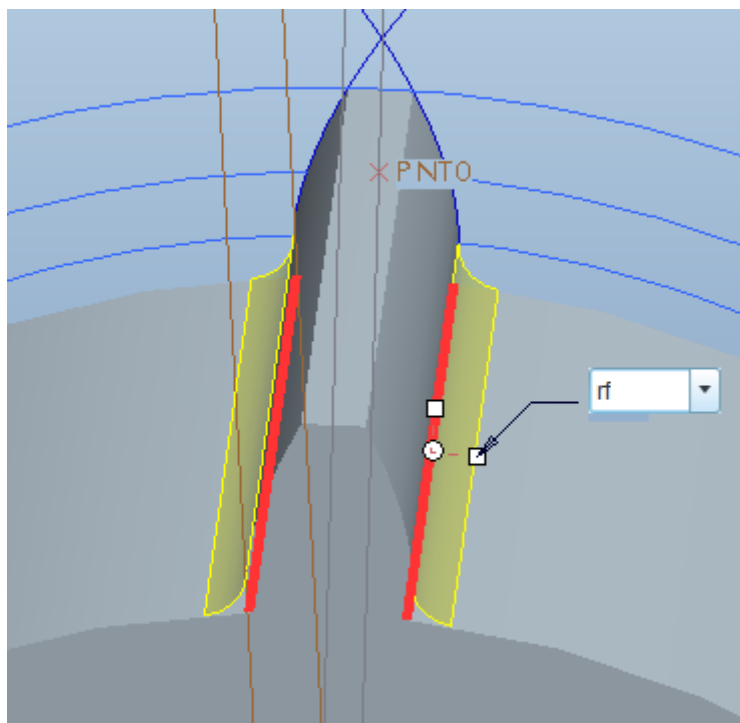


Αφού πραγματοποιηθεί το παραπάνω βήμα, κάνουμε *extrude* βάζοντας στο πεδίο τιμών αυτού το πλάτος  $b$ .



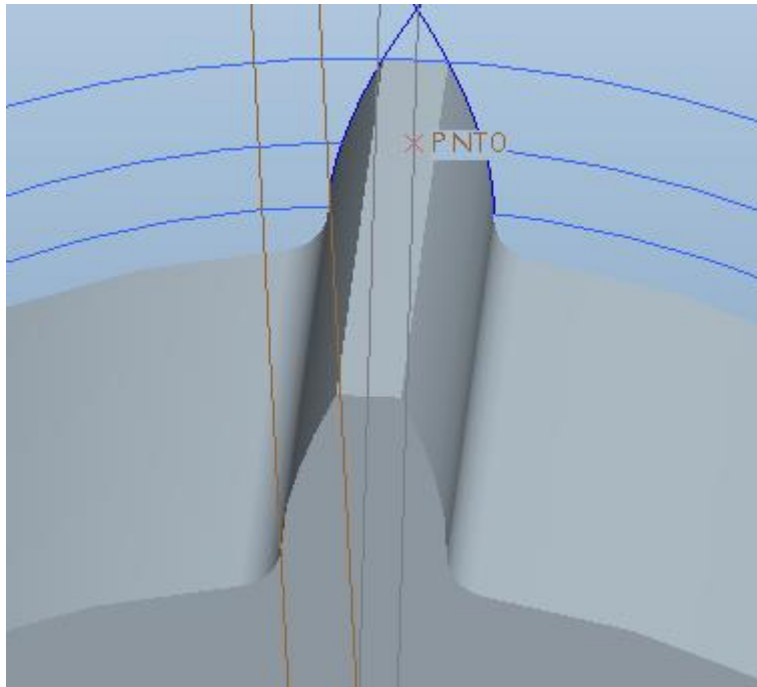
**Σχήμα 2.35:** Τρίτο βήμα σχεδίασης δοντιού

Εν συνεχεία θα δημιουργηθεί η ακτίνα του τροχοειδούς κάνοντας χρήση του εργαλείου *round* . Η τιμή που θα προστεθεί στο πεδίο τιμών θα είναι η  $rf$ .




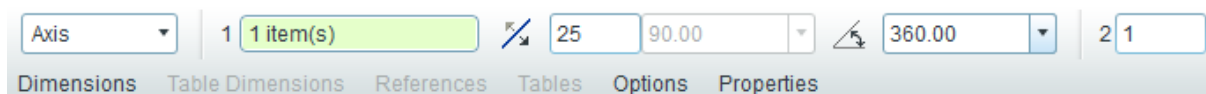
**Σχήμα 2.36:** Εισαγωγή round

Όταν ολοκληρωθεί και το παραπάνω βήμα, θα υπάρχει ένα ολοκληρωμένο δόντι του γραναζιού.



Σχήμα 2.37: Ολοκληρωμένο δόντι

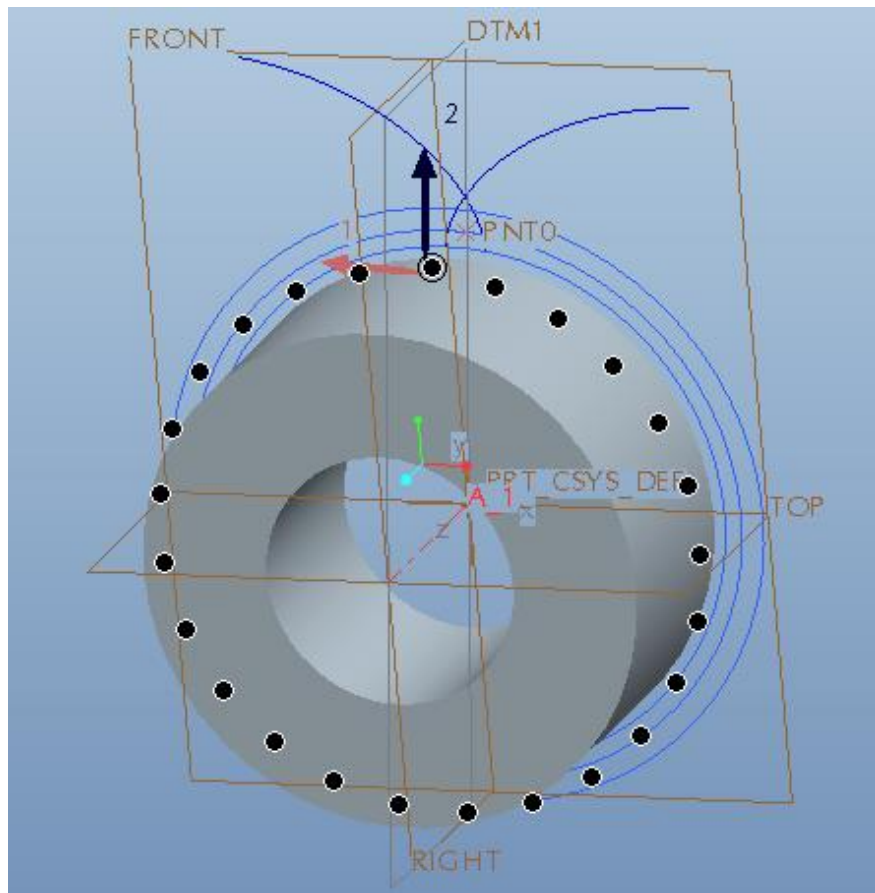
Στη συνέχεια αυτό που έχει απομείνει είναι να εισαχθούν και τα υπόλοιπα δόντια που αποτελούν τον οδοντωτό τροχό που σχεδιάζεται. Αυτό γίνεται κάνοντας χρήση του εργαλείου *pattern*  πρώτα στο *extrude* που δημιουργήθηκε και στη συνέχεια στο *round*. Το παράθυρο του *pattern* που γίνεται αρχικά συμπληρώνεται, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



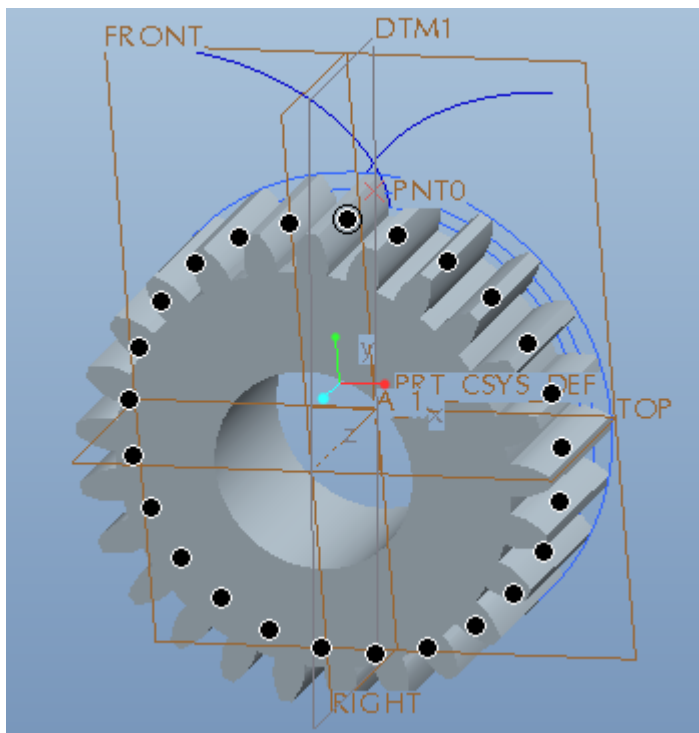
Σχήμα 2.38: Παράθυρο pattern

Στην επιλογή *Axis* ορίζεται ως άξονας αυτός που βρίσκεται στο κέντρο του κυλίνδρου. Επίσης, όπως φαίνεται, ο αριθμός των δοντιών εισήχθη αριθμητικά αφού δεν δίνεται η δυνατότητα να εισαχθεί ονομαστικά με το γράμμα *Z* που τον ορίζει. Σε μεταγενέστερο βήμα, θα δειχθούν οι κινήσεις που πρέπει να πραγματοποιηθούν, ώστε, όταν αλλάζει η παράμετρος *Z* από τον πίνακα παραμέτρων που ορίστηκε στην αρχή, να αλλάζει αυτόματα και ο αριθμός στο πεδίο τιμών του *pattern* που ορίζει τον αριθμό των δοντιών. Ας δειχθεί όμως στο σημείο αυτό πώς πρέπει να φαίνεται το *pattern*.





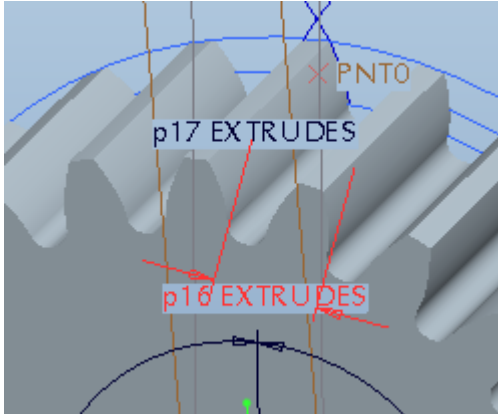
**Σχήμα 2.39:** Εισαγωγή pattern



**Σχήμα 2.40:** Pattern στο round

Γίνεται *pattern* και στο *round* που δημιουργήθηκε και εδώ το πρόγραμμα έχει τη δυνατότητα να εισάγει αυτόματα τα στοιχεία από το πρώτο *pattern*.

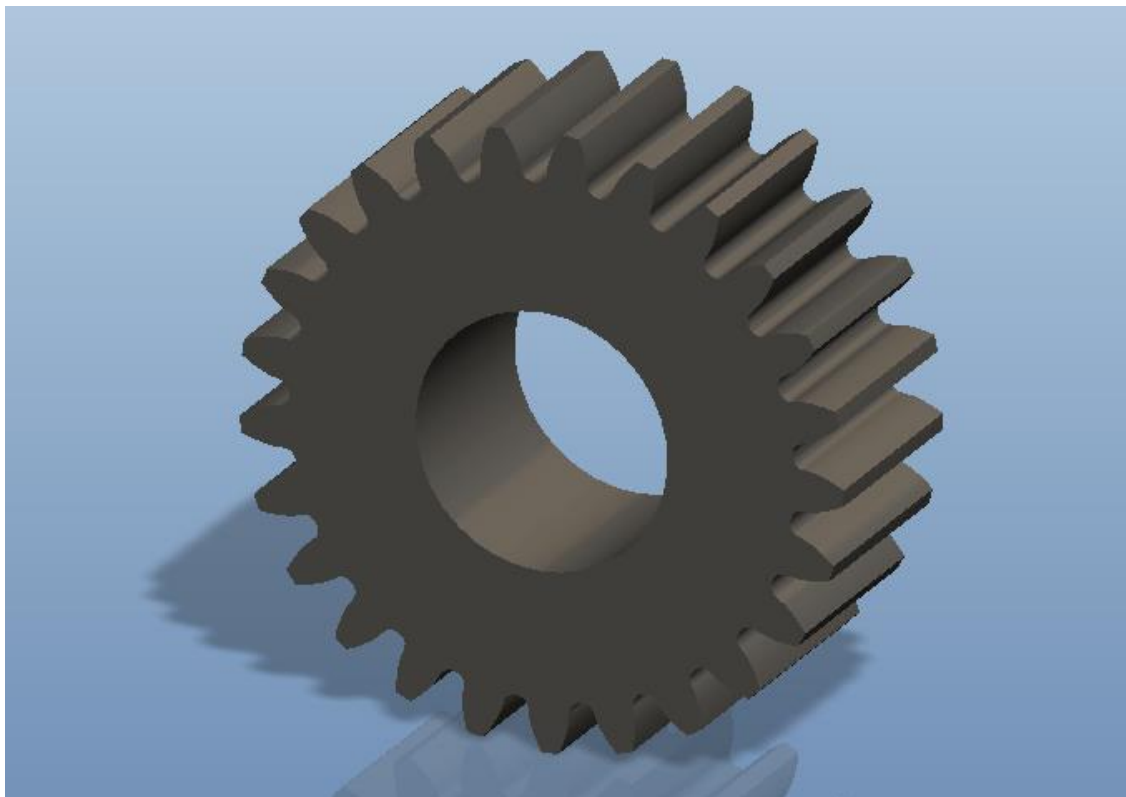
Αυτό που απομένει πλέον είναι να γίνει ο αυτοματισμός, ώστε αλλάζοντας την παράμετρο του αριθμού δοντιών  $Z$  να αλλάζει και ο αριθμός του *pattern*. Επιλέγοντας το πρώτο *pattern*, και χωρίς να χρειάζεται να συμβεί κάποια τροποποίηση στο δεύτερο, γίνεται δεξί κλικ και στη συνέχεια *edit*. Τώρα πατιέται στο μενού *tools > relations*.



Θα προστεθεί ακόμα μία σχέση πατώντας τη διάσταση που φαίνεται με κόκκινο χρώμα στο διπλανό σχήμα και κάνοντάς τη να ισούται με  $Z$ . Δηλαδή θα υπάρχει ακόμα η σχέση  $p16 = Z$ .

**Σχήμα 2.41:** Αυτοματισμός δοντιών με αριθμό *pattern*

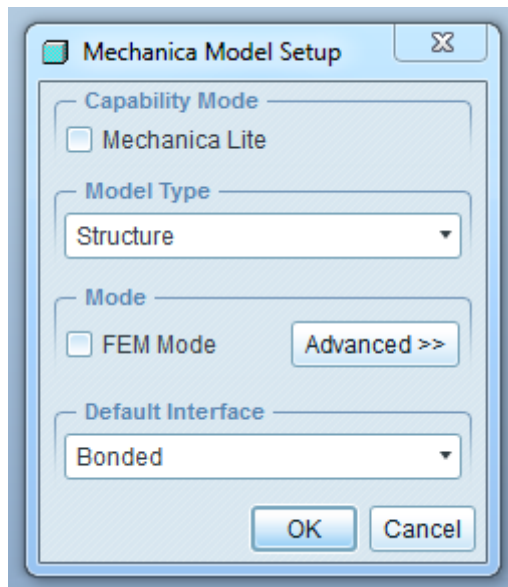
Στο σημείο αυτό ολοκληρώθηκε ο σχεδιασμός του οδοντωτού τροχού. Μπορεί τέλος να αλλαχθεί το χρώμα, ώστε να φαίνεται πιο ρεαλιστικό το αντικείμενο που σχεδιάζεται.



**Σχήμα 2.42:** Ολοκληρωμένος οδοντωτός τροχός


## 2.7 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ ΣΤΟ PRO-MECHANICA

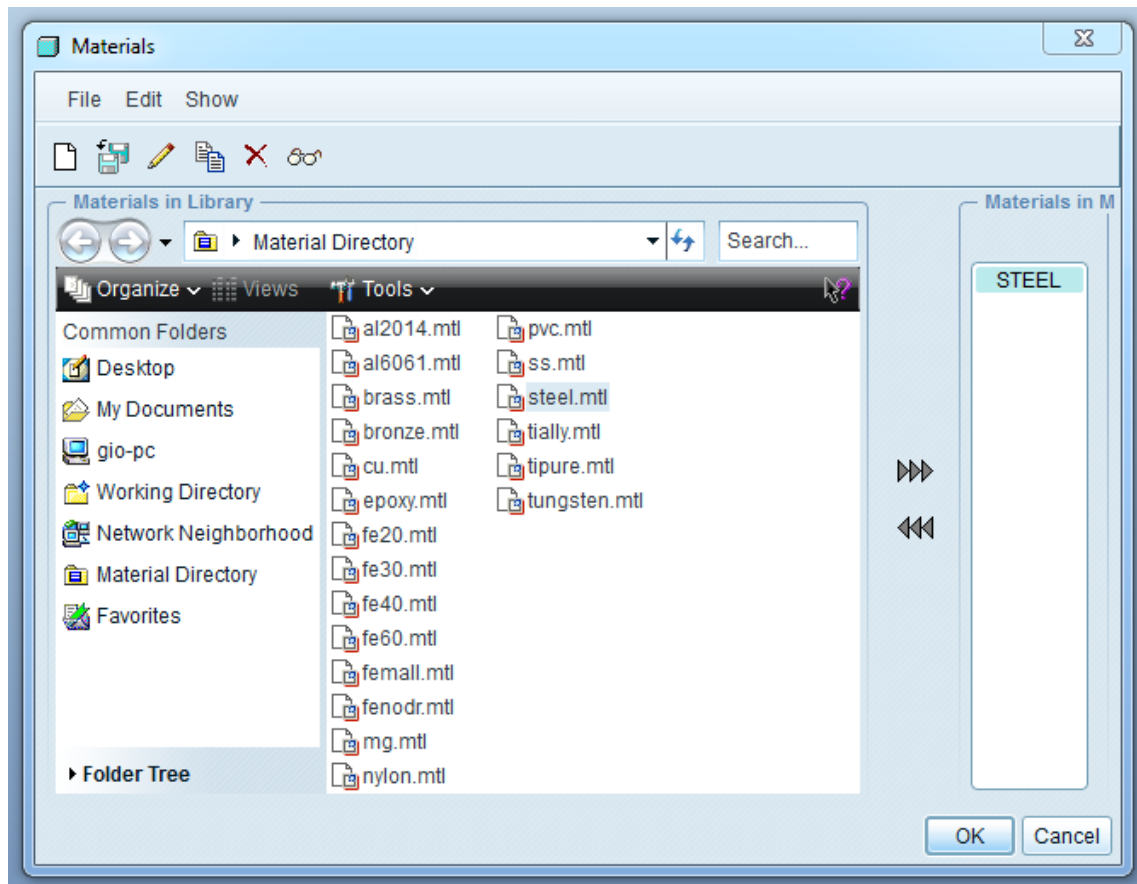
Η πλατφόρμα Pro-Mechanica του προγράμματος pro-engineer ανοίγει από το μενού *Applications > Mechanics*. Στο παράθυρο *Mechanica Model Setup* που εμφανίζεται επιλέγεται ως *Model Type > Structure* που σημαίνει ότι στο αντικείμενο που εισάγεται στην πλατφόρμα θα πραγματοποιηθεί δομική ανάλυση. Υπάρχει η δυνατότητα να πραγματοποιηθεί και θερμική ανάλυση. Τα υπόλοιπα πεδία αφήνονται στην προκαθορισμένη τιμή τους.



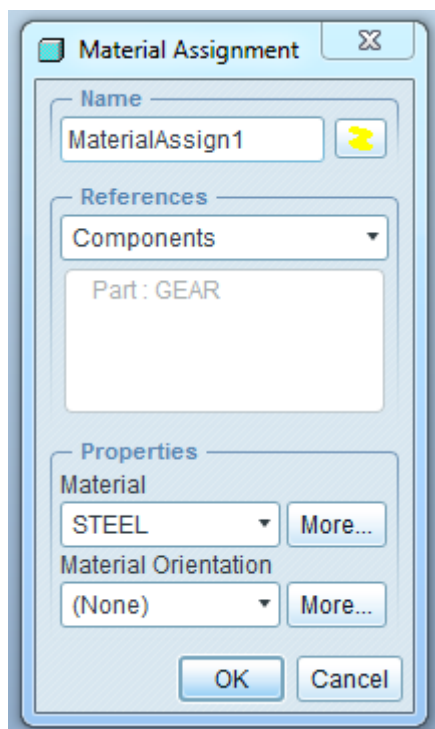
Σχήμα 2.43: Παράθυρο Mechanica Model Setup

Στο σημείο αυτό η πλατφόρμα εμφανίζει τα εργαλεία που χρειάζονται, ώστε να γίνει μία δομική ανάλυση. Συγκεκριμένα στον οδοντωτό τροχό που σχεδιάστηκε θα πραγματοποιηθεί στατική ανάλυση.


Πρώτα απ' όλα θα πρέπει να οριστεί το υλικό κατασκευής του γραναζιού. Αυτό πραγματοποιείται με το εικονίδιο *Materials* . Στο παράθυρο που εμφανίζεται φαίνονται όλα τα διαθέσιμα υλικά που υπάρχουν στη βιβλιοθήκη του προγράμματος. Ένα υλικό κατασκευής που μπορεί να δημιουργηθεί ένα γρανάτζι είναι ο χάλυβας, άρα επιλέγεται από τα διαθέσιμα υλικά *steel* κάνοντας διπλό κλικ. Το πρόγραμμα δίνει τη δυνατότητα να τροποποιηθούν οι ιδιότητες του υλικού που επιλέγεται από το μενού *Edit > Properties*. Στη συγκεκριμένη μελέτη δεν θα πραγματοποιηθεί κάποια τροποποίηση.




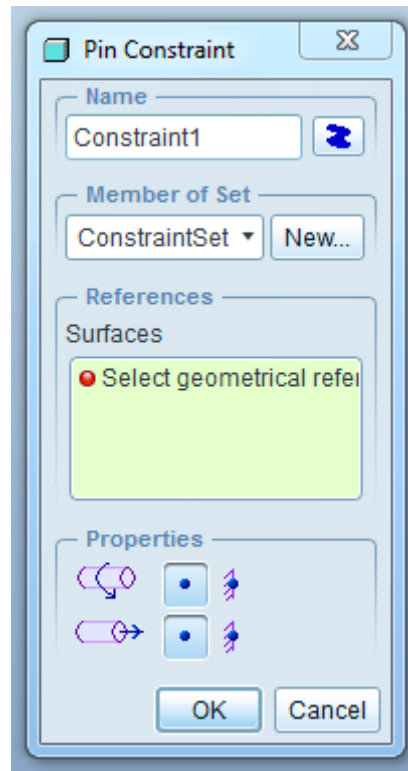
Σχήμα 2.44: Παράθυρο Materials



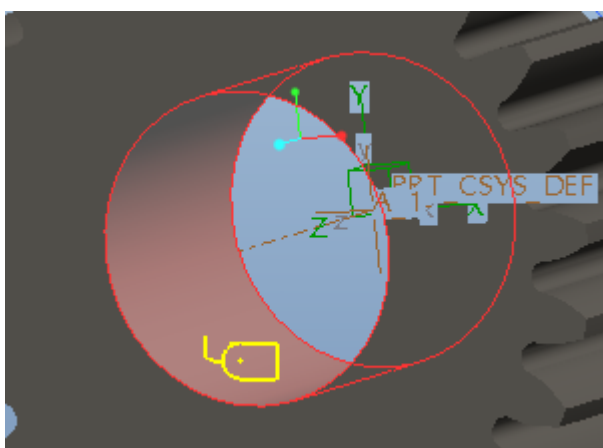
Σχήμα 2.45: Παράθυρο Material Assignment

Στη συνέχεια πρέπει να εκχωρηθεί το υλικό που επιλέχθηκε στο αντικείμενο που μελετάται. Αυτό γίνεται με το εικονίδιο *Material Assignment* . Αν είναι επιθυμητό μπορεί να γίνει αλλαγή στο όνομα καθώς και στο χρώμα. Όπως παρατηρείται διακρίνεται και το αντικείμενο επεξεργασίας (*Part: GEAR*).

Έπειτα θα πρέπει να εισαχθεί στο αντικείμενο που είναι πακτωμένο. Το γρανάζι είναι ένα κυλινδρικό αντικείμενο και είναι πακτωμένο στην επιφάνεια που τοποθετείται ο άξονας περιστροφής του. Το πρόγραμμα αντιμετωπίζει την πάκτωση σαν περιορισμό και την εισάγει από το μενού *insert > pin constraint* . Στο σημείο αυτό ανοίγεται το παράθυρο του εργαλείου και ζητείται να επιλεχθούν οι κατάλληλες επιφάνειες.





**Σχήμα 2.46:** Παράθυρο Pin Constraint




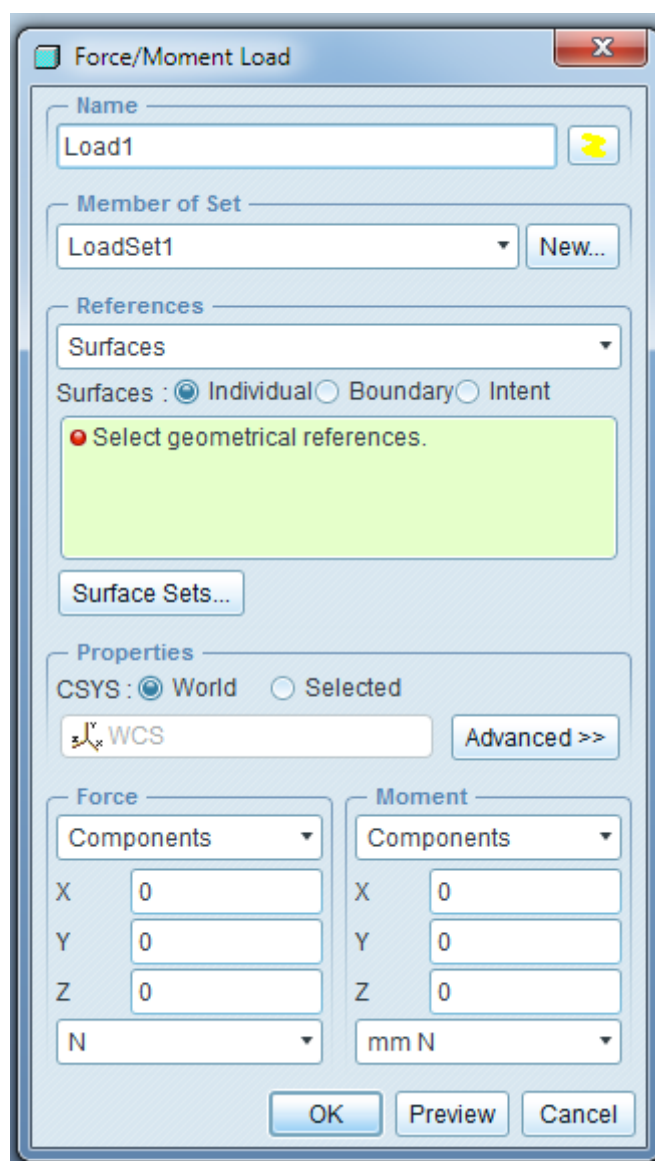
**Σχήμα 2.47:** Επιφάνεια Pin Constraint

Επιλέγεται η επιφάνεια με το κόκκινο χρώμα που διακρίνεται στη διπλανή οθόνη.

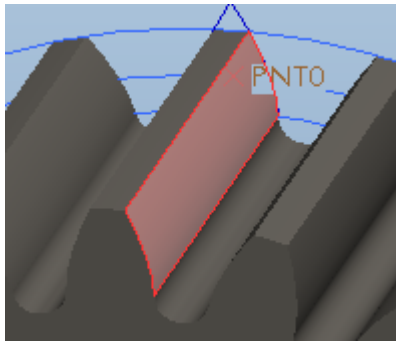
Επίσης στις ιδιότητες του παραθύρου (*properties*) πρέπει να πατηθεί το εικονίδιο *fixed*  και στις δύο επιλογές, ούτως ώστε να υποδειχθεί ότι το γρανάζι συγκρατείται στη θέση του

όσον αφορά στη μεταφορά του πάνω στον άξονα  αλλά και κατά την περιστροφή αυτού .

Στο επόμενο βήμα θα πρέπει να εκχωρηθεί η δύναμη που ασκείται σε ένα από τα δόντια του οδοντωτού τροχού, όπως αναλύθηκε στο κεφάλαιο 2.5. Γίνεται η υπόθεση ότι ο κινητήριος τροχός ασκεί δύναμη στον κινούμενο όπου γίνεται και η μελέτη ίση με  $F_n = 100 \text{ kN}$ . Η δύναμη αυτή θα πρέπει να αναλυθεί στις δύο συνιστώσες. Κάνοντας χρήση των σχέσεων προκύπτει ότι η περιφερειακή συνιστώσα ισούται με  $F_t = 93,969 \text{ kN}$  και η ακτινική με  $F_r = 34,202 \text{ kN}$ . Στο σημείο αυτό εισάγονται οι δυνάμεις στο πρόγραμμα από το μενού *Insert > Force/Moment Load* . Στο παράθυρο που ανοίγεται συμπληρώνεται η επιφάνεια που ασκείται η δύναμη  $F_n$  και πραγματοποιείται η εισαγωγή αυτής μέσω των συνιστωσών της.



Σχήμα 2.48: Παράθυρο Force/Moment Load



Εδώ φαίνεται η επιφάνεια που επιλέγεται και είναι αυτή όπου ασκείται η δύναμη  $F_n$ .

**Σχήμα 2.49:** Επιφάνεια που ασκείται η δύναμη  $F_n$

Ακολουθώντας, στο σημείο *Force* του παραθύρου συμπληρώνεται η τιμή της περιφερειακής συνιστώσας στο πεδίο τιμών του X και της ακτινικής στο πεδίο τιμών του Y.



Αυτό μπορεί να φανεί από το σύστημα αναφοράς που ορίζει το πρόγραμμα και που βρίσκεται στην αρχή των αξόνων. Σύμφωνα με αυτό οι θετικές τιμές του X βρίσκονται προς τα δεξιά και του Y προς τα πάνω. Εφόσον η περιφερειακή συνιστώσα έχει διεύθυνση προς τα αριστερά και η ακτινική προς τα κάτω στο πεδίο τιμών τους η δύναμη συμπληρώνεται με πλην (-).

**Σχήμα 2.50:** Σύστημα αναφοράς

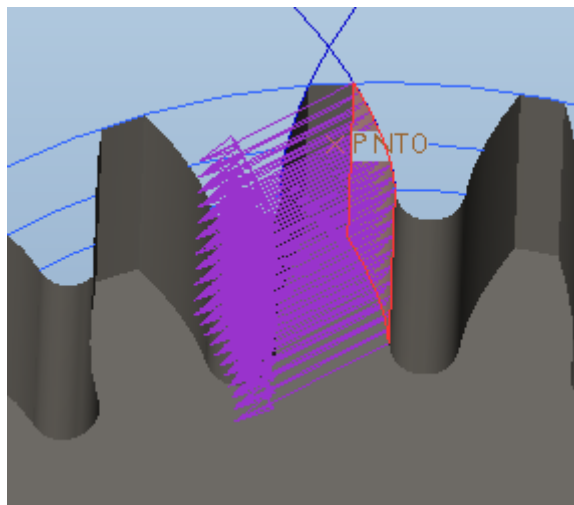
Ακόμα στο πεδίο που ορίζεται, η μονάδα μέτρησης της δύναμης αλλάζει με το βελάκι και από N επιλέγεται kN

Force	
Components ▼	
X	-93.969
Y	-34.202
Z	0
kN ▼	

**Σχήμα 2.51:** Πεδίο τιμών Force

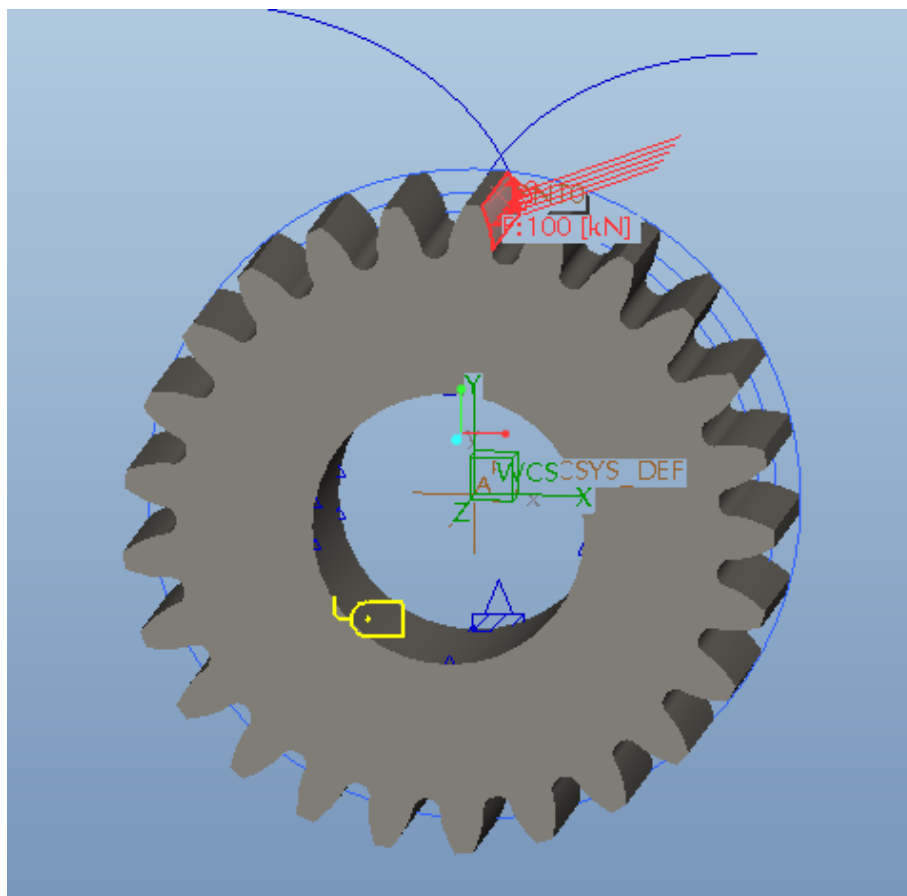
Τα υπόλοιπα πεδία του παραθύρου παραμένουν ως έχουν. Πατώντας το κουμπί *Preview* που βρίσκεται στο τέλος του παραθύρου πραγματοποιείται πάνω στο αντικείμενο μια προεπισκόπηση της δύναμης που εισάχθηκε, ώστε να καταλάβει ο χρήστης αν η δύναμη

έχει όντως τη διεύθυνση που επιθυμεί, ώστε να την καταχωρήσει πριν συνεχίσει στο επόμενο βήμα.




**Σχήμα 2.52:** Εντολή Preview

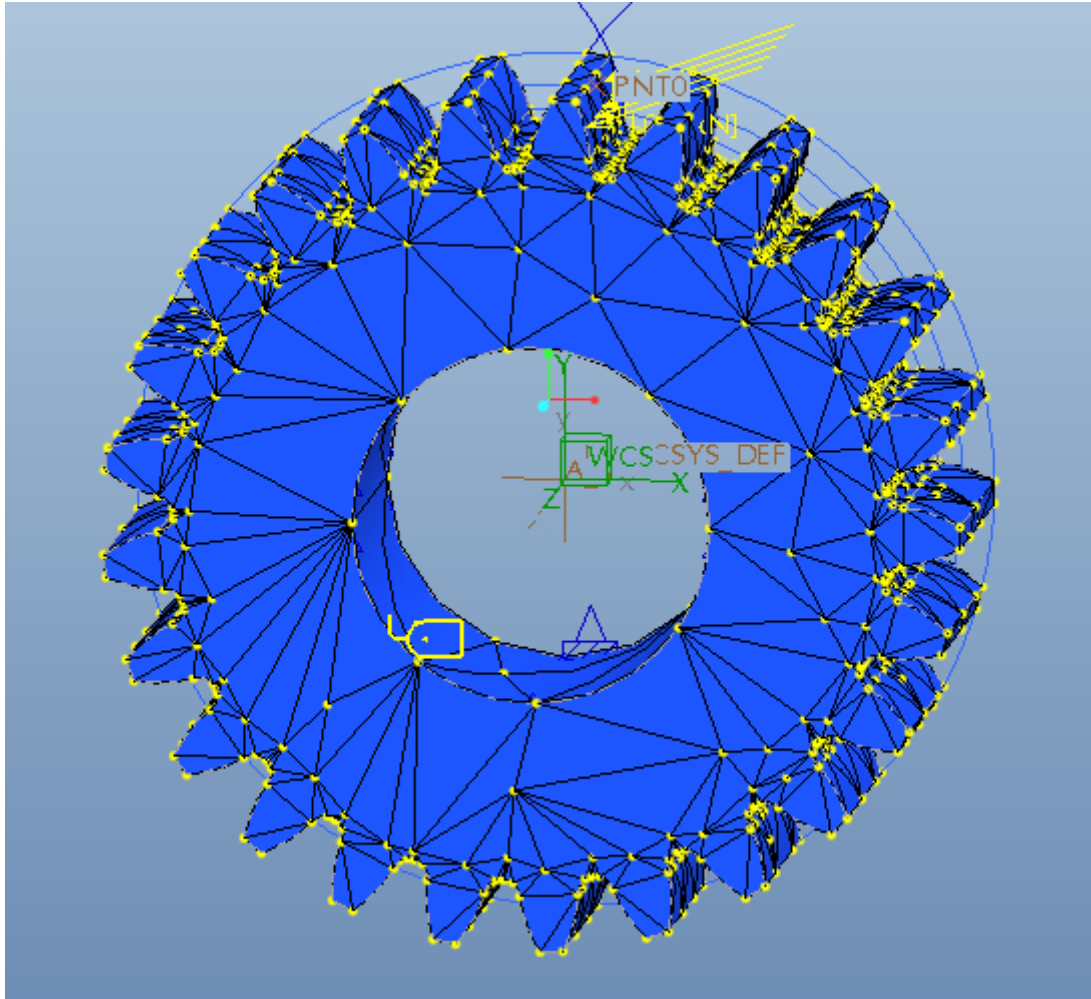
Παρακάτω φαίνεται μία συνολική εικόνα του οδοντωτού τροχού με όλα τα στοιχεία που εισάχθηκαν πάνω σε αυτόν, ώστε να πραγματοποιηθεί η στατική ανάλυση.






**Σχήμα 2.53:** Συνολική εικόνα πριν την ανάλυση

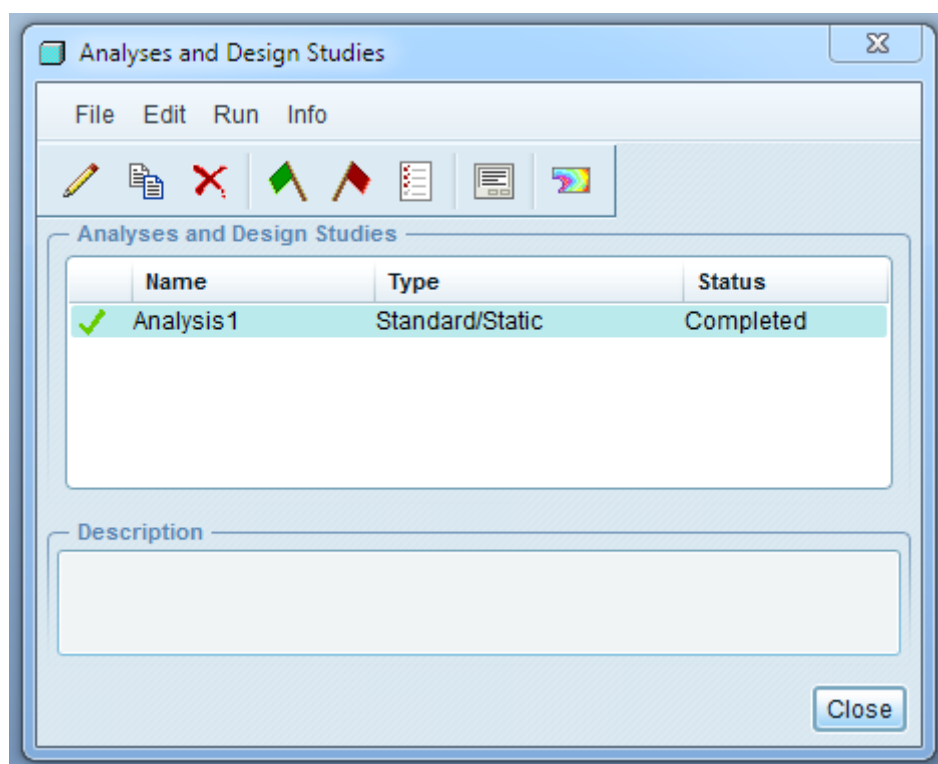


Πριν πραγματοποιηθεί η ανάλυση, μπορεί να γίνει μία παρουσίαση του πλέγματος που δημιουργείται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Αυτό γίνεται από το μενού *AutoGEM > Create* . Το πλέγμα που δημιουργείται αποτελείται από 1766 κόμβους και 5455 βαθμούς ελευθερίας.

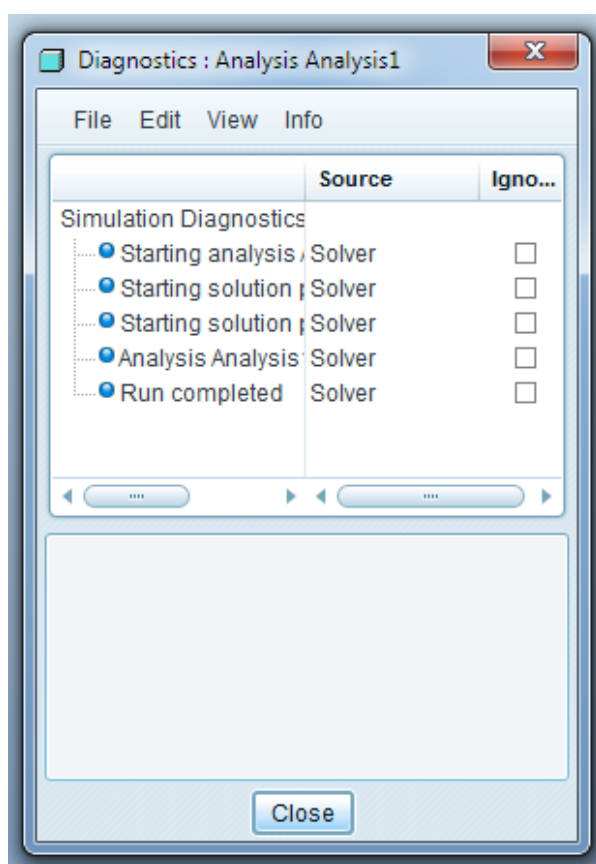


**Σχήμα 2.54:** Δημιουργία πλέγματος

Στη συνέχεια, αφού έχουν οριστεί όλες οι απαραίτητες παραμέτροι, μπορεί να ξεκινήσει η στατική ανάλυση. Από το μενού επιλέγεται *Analysis > Analyses and Design Studies* . Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγεται *File > New Static* και στο αμέσως επόμενο παράθυρο *ok*. Πλέον εμφανίζεται η επιλογή *Analysis1* και η ανάλυση ξεκινάει πατώντας στο μενού του παραθύρου *Run > Start* . Μετά από μερικά δευτερόλεπτα στο πεδίο *status* εμφανίζεται η ένδειξη *completed*. Ύστερα από αυτό μπορούν να εμφανιστούν τα αποτελέσματα της ανάλυσης πρίζοντας το κουμπί *results* .



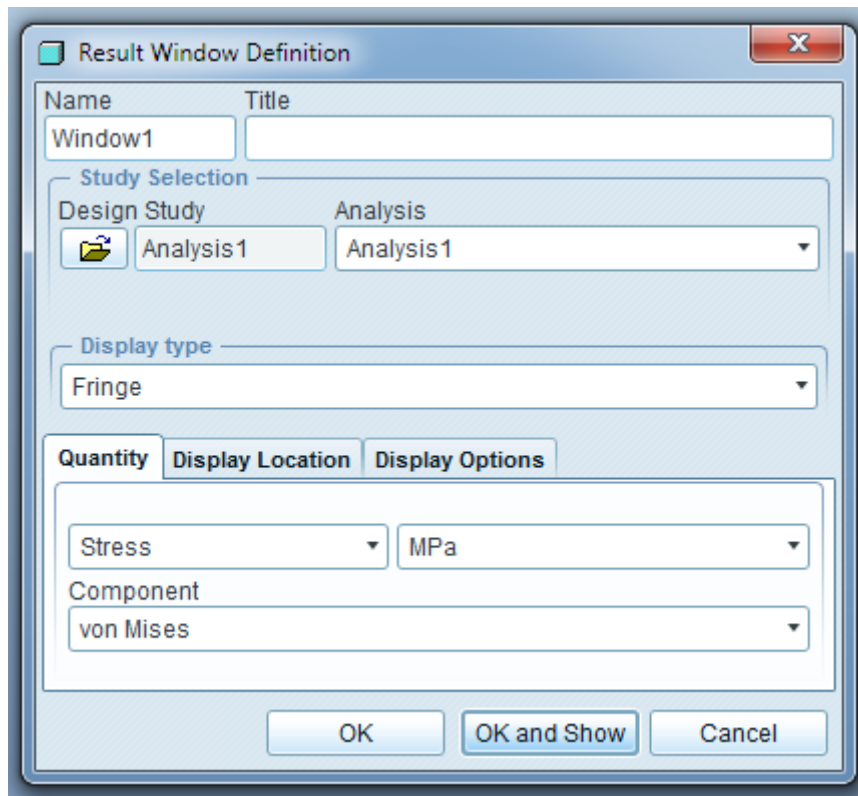
**Σχήμα 2.55:** Παράθυρο επεξεργασίας της ανάλυσης



Στο σημείο αυτό ζητείται να πραγματοποιηθεί διαγνωστικός έλεγχος για τυχόν λάθη και παραλείψεις στο αντικείμενο. Έτσι εμφανίζεται το παράθυρο *Diagnostics* και διεξάγεται έλεγχος. Εφόσον δεν διαπιστωθούν λάθη, γίνεται *Close*.

**Σχήμα 2.56:** Παράθυρο διαγνωστικού ελέγχου

Έπειτα ανοίγει ένα νέο παράθυρο από το οποίο επιλέγονται τα αποτελέσματα που θέλει ο χρήστης να εξάγει.



Σχήμα 2.57: Παράθυρο Results Window Definition

Στο παράθυρο αυτό, στην καρτέλα *Display type* υπάρχει η δυνατότητα επιλογής τεσσάρων διαφορετικών τύπων απεικόνισης, οι οποίοι είναι οι ακόλουθοι:

- **Fringe**: Επιλέγοντας το συγκεκριμένο τύπο απεικόνισης δημιουργείται μια γραφική αναπαράσταση του μοντέλου. Οι μετρήσεις που αναπαριστώνται σε αυτή παρουσιάζονται με διάφορα χρώματα, το καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε μια αριθμητική κλίμακα.
- **Vectors**: Επιλέγοντας το συγκεκριμένο τύπο απεικόνισης δημιουργείται μια γραφική αναπαράσταση του μοντέλου που παρουσιάζει τις μετρήσεις και τις κατευθύνσεις ως χρωματιστά διανύσματα.
- **Graph**: Επιλέγοντας το συγκεκριμένο τύπο απεικόνισης δημιουργείται ένα γράφημα που παρουσιάζει τη συμπεριφορά του μοντέλου. Στο γράφημα η μια συνιστώσα είναι η ποσότητα που έχει επιλεγεί και η άλλη διαφέρει ανάλογα με το είδος της ανάλυσης που πραγματοποιείται και μπορεί να είναι ο χρόνος, η συχνότητα, τα περάσματα που πραγματοποιεί ο αλγόριθμος, μια ακμή ή μια καμπύλη.
- **Model**: Επιλέγοντας το συγκεκριμένο τύπο απεικόνισης δημιουργείται μια γραφική αναπαράσταση του μοντέλου που παρουσιάζει τη γεωμετρία του μοντέλου σε

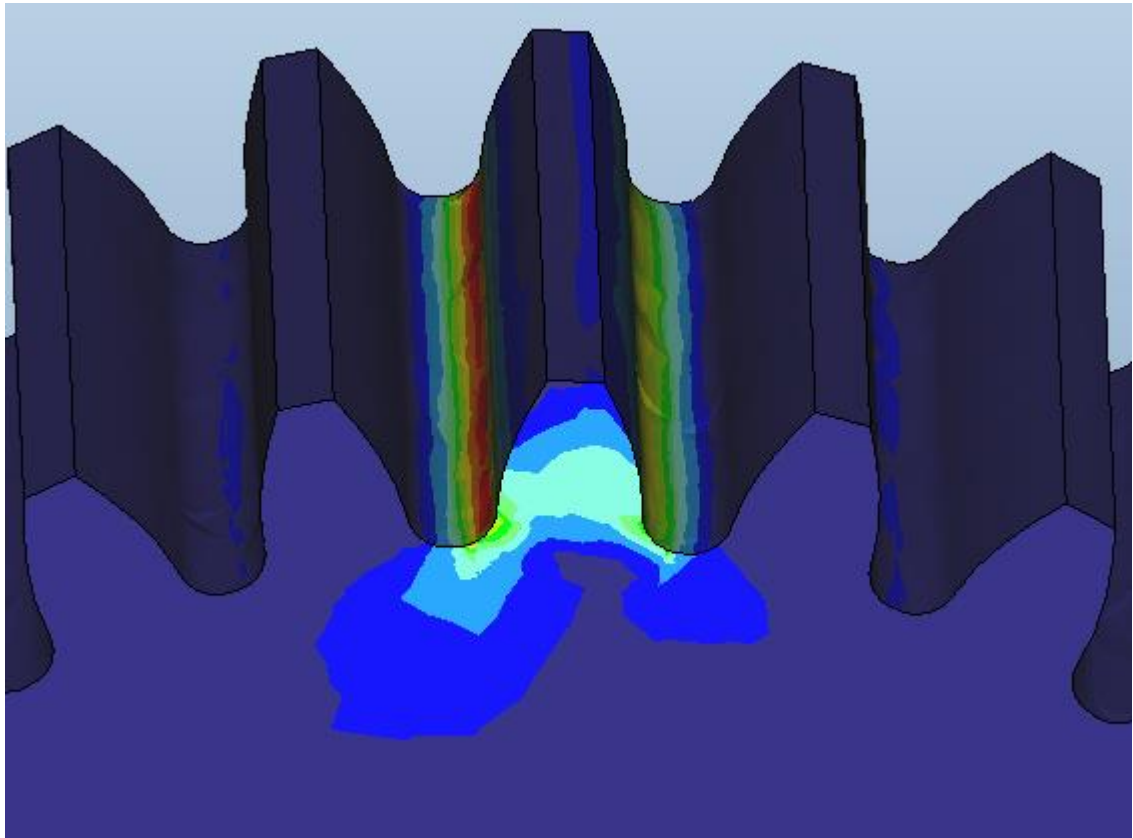
αρχική ή σε παραμορφωμένη κατάσταση. Οι αναπαραστάσεις του μοντέλου είναι χρήσιμες, αν θέλει ο χρήστης να παρουσιάσει ένα βίντεο για το πώς το μοντέλο παραμορφώνεται ή εάν θέλει να δει το βελτιστοποιημένο σχήμα του μοντέλου.

Στην ανάλυση που πραγματοποιείται στο γρανάζι επιλέγεται σαν τύπος απεικόνισης η επιλογή *Fridge*.

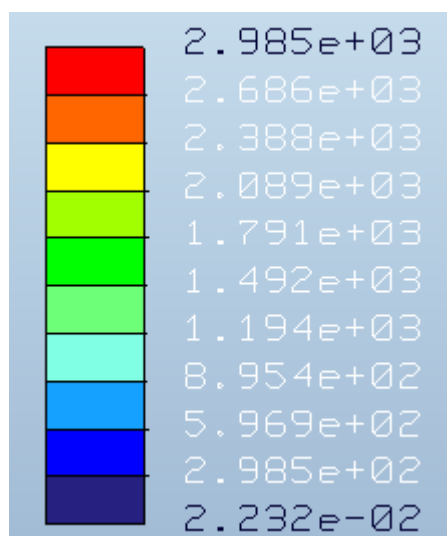
Στη συνέχεια στην καρτέλα ποσότητα (*Quantity*) μπορεί να επιλεχθεί το μέγεθος που θα παρουσιαστεί στη γραφική απεικόνιση. Αφού επιλεχθεί μια ποσότητα από το πρώτο μενού επιλογών, μπορεί να παρουσιαστούν επιπλέον μενού επιλογών ή εικονίδια που μπορεί να χρησιμοποιηθούν ανάλογα με το ποια ποσότητα έχει επιλεχθεί. Οι κυρίες επιλογές που υπάρχουν είναι οι εξής:

- *Stress*: Στο συγκεκριμένο πλαίσιο το Pro-Mechanica υπολογίζει την τάση που ασκείται στο μοντέλο. Μπορεί να επιλεχθούν οι μονάδες μέτρησης καθώς και οι συνιστώσες της τάσης στο πλαίσιο *Components*. Είναι δυνατόν να επιλεχθεί μια από τις παρακάτω συνιστώσες.
  - *von Mises*: Συνδυασμός όλων των συνιστωσών της τάσης.
  - *Max Principal*: Μέγιστη κύρια τάση.
  - *Min Principal*: Ελάχιστη κύρια τάση.
  - *Mid Principal*: Η κύρια τάση που έχει αριθμητική τιμή μεταξύ της μέγιστης και της ελαχίστης κύριας τάσης.
  - *Maximum Shear*: Μεγίστη διατμητική τάση. Το ήμισυ της μέγιστης απόλυτης διαφοράς μεταξύ των κύριων τάσεων.
  - *XX*: Κανονική τάση κατά μήκος του άξονα X.
  - *XY*: Διατμητική τάση που ενεργεί στην κατεύθυνση Y σε επίπεδο που είναι παράλληλο προς τον άξονα X.
  - *XZ*: Διατμητική τάση που ενεργεί κατά τη διεύθυνση Z σε επίπεδο που είναι παράλληλο προς τον άξονα X. Αυτή η συνιστώσα είναι διαθέσιμη μόνο για 3D μοντέλα.
  - *YY*: Κανονική τάση κατά μήκος του άξονα Y.
  - *YZ*: Διατμητική τάση που ενεργεί κατά τη διεύθυνση Z σε επίπεδο που είναι παράλληλο προς τον άξονα Y. Αυτή η συνιστώσα είναι διαθέσιμη μόνο για 3D μοντέλα.
  - *ZZ*: Κανονική τάση κατά μήκος του άξονα Z. Αυτή η συνιστώσα είναι διαθέσιμη μόνο για 3D μοντέλα.

Ενδεικτικά, στη στατική μελέτη που πραγματοποιείται, χρησιμοποιείται στο πλαίσιο *Componets* η επιλογή *von Mises*.



**Σχήμα 2.58:** Απεικόνιση Stress > von Mises



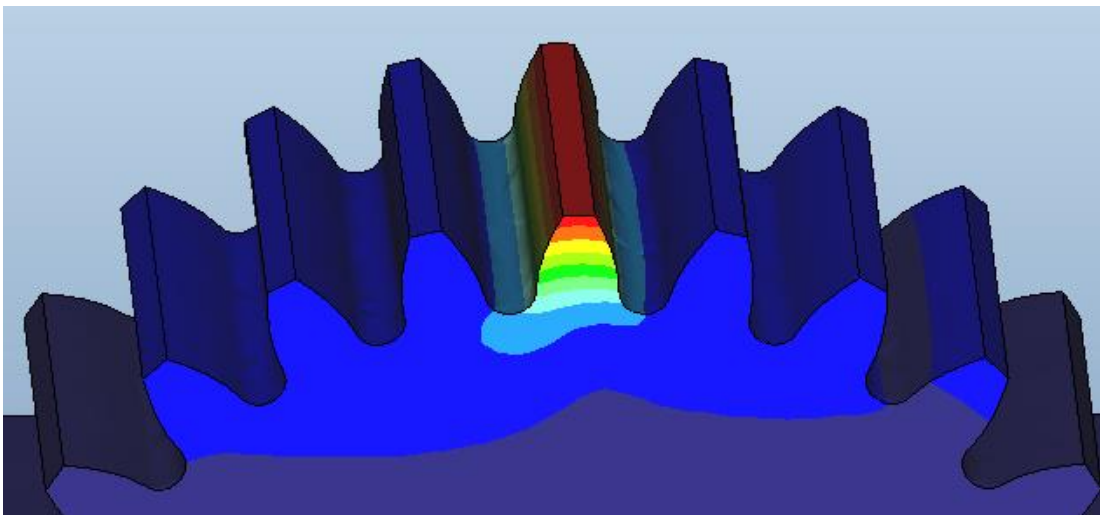
Στη διπλανή εικόνα παρουσιάζεται με χρωματική κλίμακα τα αποτελέσματα της τάσης που ασκείται στο αντικείμενο. Η μέγιστη τιμή της τάσης που ασκείται είναι 2985 MPa.

**Σχήμα 2.59:** Χρωματική κλίμακα τάσης

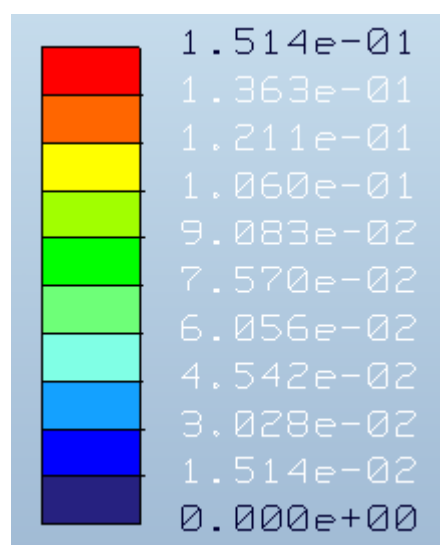
- *Displacement*: Στο συγκεκριμένο πλαίσιο το Pro-Mechanica υπολογίζει τη μετατόπιση που υφίσταται το μοντέλο. Μπορεί να επιλεγθούν οι μονάδες μέτρησης καθώς και οι συνιστώσες της μετατόπισης στο πλαίσιο *Components*. Μπορεί να επιλεγθεί μια από τις παρακάτω συνιστώσες.

- *Magnitude*: Η μετατόπιση του μοντέλου και στις τρεις διευθύνσεις.
- *X*: Η μετατόπιση στον άξονα X.
- *Y*: Η μετατόπιση στον άξονα Y.
- *Z*: Η μετατόπιση στον άξονα Z. Αυτή η συνιστώσα είναι διαθέσιμη μόνο για 3D μοντέλα.

Στο σημείο αυτό θα χρησιμοποιηθεί στο πλαίσιο *Component* η επιλογή *Magnitude*.



**Σχήμα 2.60:** Απεικόνιση Displacement > Magnitude

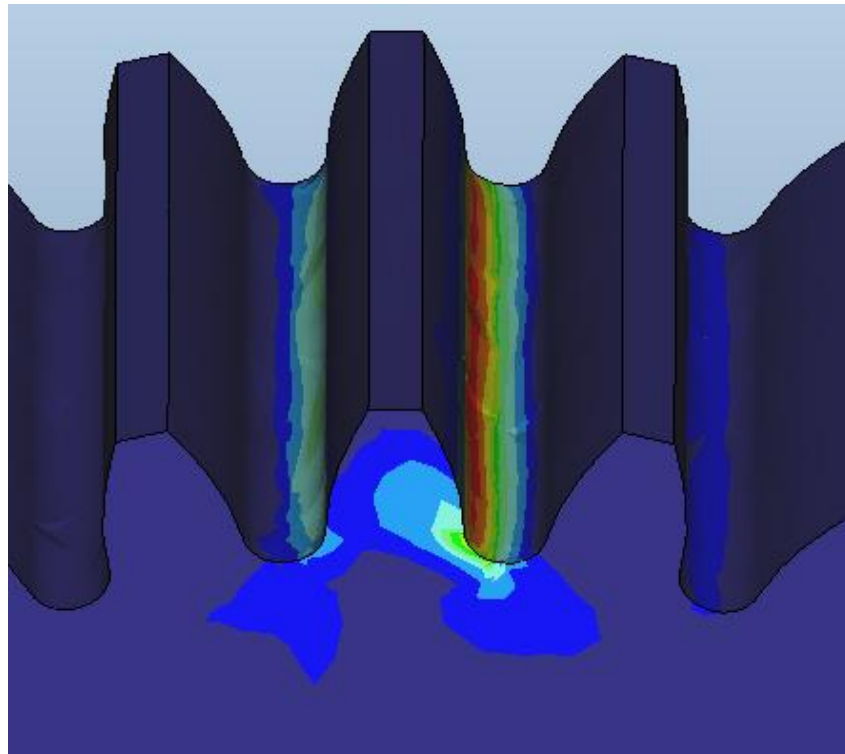


Στη διπλανή εικόνα παρουσιάζονται με χρωματική κλίμακα τα αποτελέσματα της μετατόπισης. Η μέγιστη τιμή της είναι 0.1514 mm.

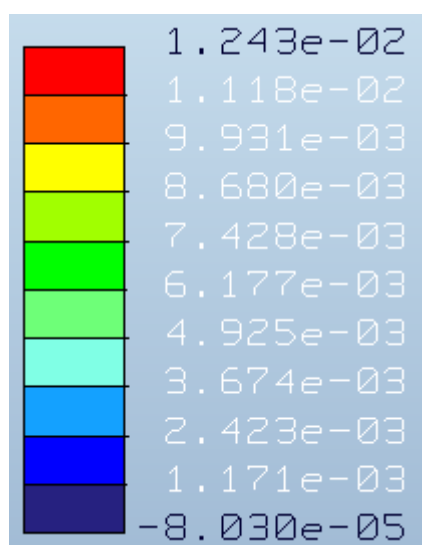
**Σχήμα 2.61:** Χρωματική κλίμακα μετατόπισης

- *Strain*: Στο συγκεκριμένο πλαίσιο το Pro-Mechanica υπολογίζει την παραμόρφωση που υφίσταται το μοντέλο. Μπορούν να επιλεχθούν οι συνιστώσες της παραμόρφωσης στο πλαίσιο *Components*. Οι συνιστώσες που μπορούν να επιλεχθούν είναι όμοιες με τις συνιστώσες της τάσης εκτός από τις επιλογές *von Mises* και *Maximum Shear*.

Αυτή τη φορά στο πλαίσιο *Component* χρησιμοποιείται η επιλογή *Max Principal*.



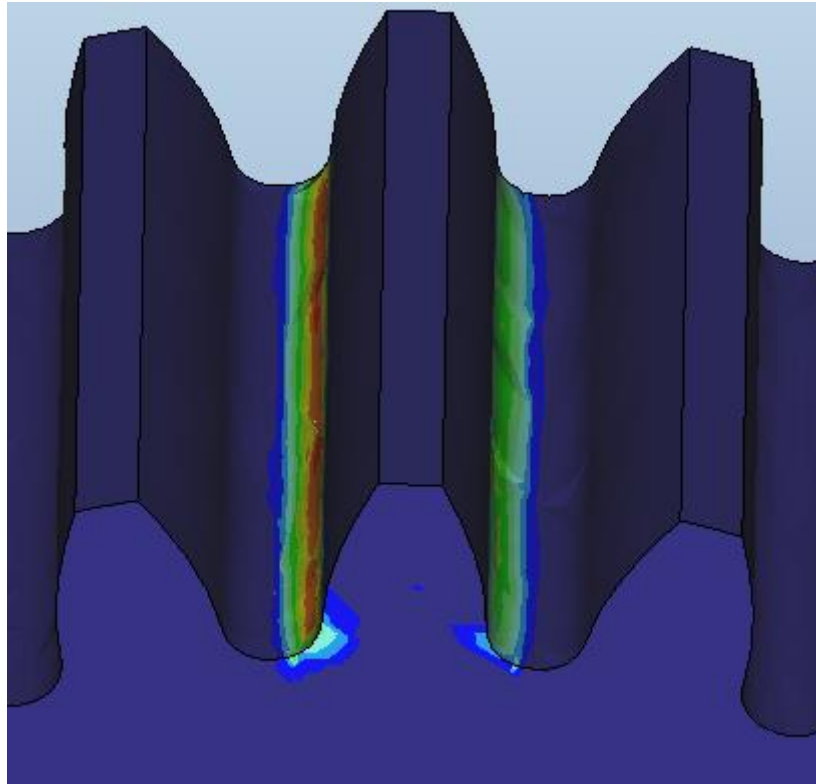
**Σχήμα 2.62:** Απεικόνιση Strain > Max Principal



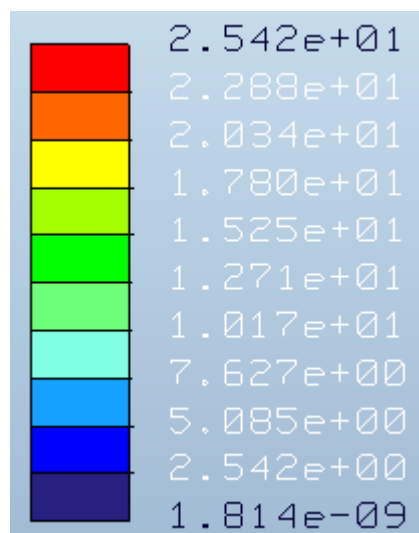
Εδώ φαίνονται τα αποτελέσματα της παραμόρφωσης που υφίσταται το αντικείμενο. Η μέγιστη τιμή της παραμόρφωσης είναι 0.01243.

**Σχήμα 2.63:** Χρωματική κλίμακα παραμόρφωσης

- *Strain Energy*: Στο συγκεκριμένο πλαίσιο το Pro-Mechanica υπολογίζει την ενεργεία παραμόρφωσης. Εμφανίζει την ενέργεια που ασκείται σε όλο το μοντέλο.



**Σχήμα 2.64:** Απεικόνιση Strain Energy

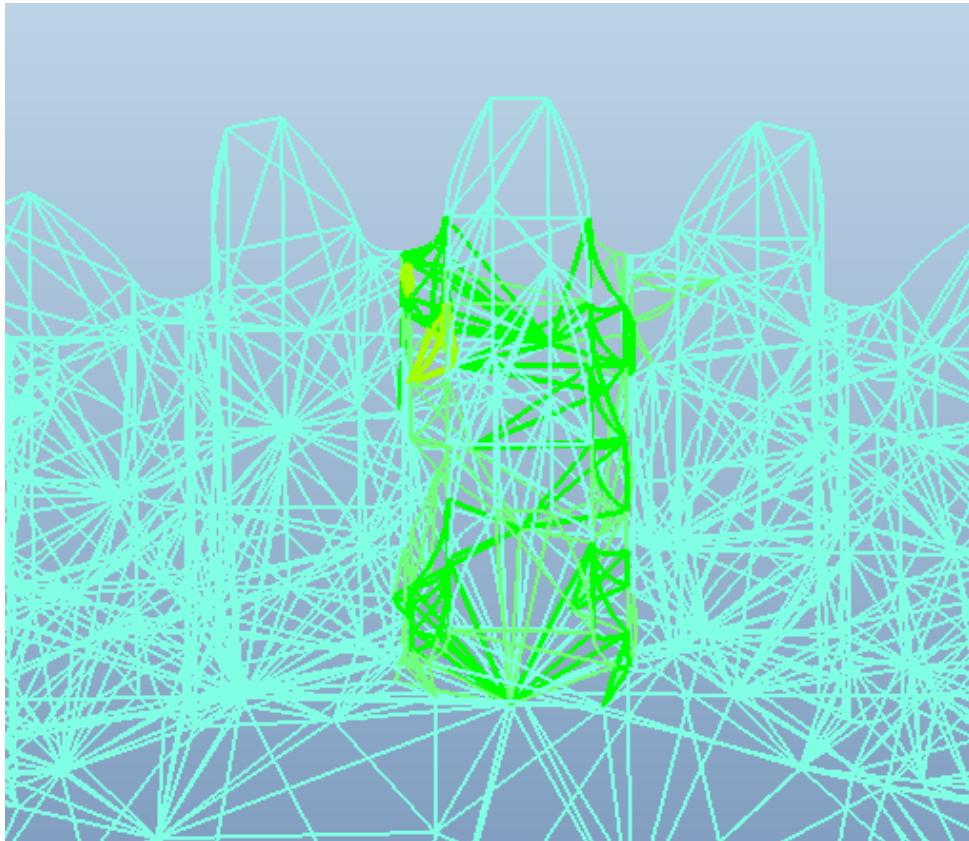


Στη διπλανή εικόνα παρουσιάζεται το εύρος τιμών της ενέργειας παραμόρφωσης.

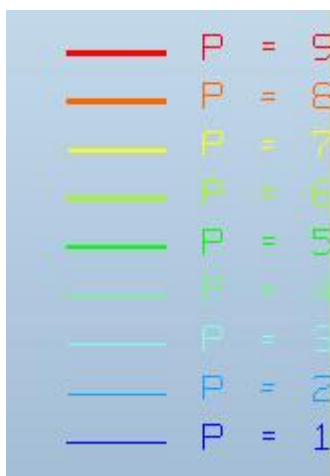
**Σχήμα 2.65:** Χρωματική κλίμακα ενέργειας παραμόρφωσης



- P-Level: Στο συγκεκριμένο πλαίσιο το Pro-Mechanica εμφανίζει το πλέγμα των στοιχείων που αποτελούν το μοντέλο. Το πολυώνυμο υπολογίζει τα μεγέθη που έχουν επιλεχθεί κατά μήκος κάθε ακμής κάθε στοιχείου στο πλέγμα. Το πάχος των γραμμών που αντιπροσωπεύουν τις ακμές του στοιχείου εξαρτάται από το βαθμό του πολυωνύμου. Όσο αυξάνεται ο βαθμός του πολυωνύμου, τόσο αυξάνεται και το πάχος της γραμμής.



**Σχήμα 2.66:** Απεικόνιση P-level



Στη διπλανή εικόνα απεικονίζεται με χρωματικές διαβαθμίσεις ο βαθμός του πολυωνύμου με μέγιστο βαθμό  $P = 6$ .

**Σχήμα 2.67:** Χρωματική κλίμακα βαθμού πολυωνύμου

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΒΑΣΗ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟΥ

---

## 3.1 ΓΕΝΙΚΑ

Τα τελευταία χρόνια, η παραγωγή ενέργειας λόγω της εκτεταμένης εκπομπής των βλαβερών αερίων παρουσιάζει πολλές αρνητικές επιπτώσεις στον άνθρωπο και το περιβάλλον. Οι επιπτώσεις αυτές έχουν παρουσιάσει τα τελευταία χρόνια δραματική αύξηση και εμφανίζονται στον άνθρωπο με τη μορφή των αναπνευστικών παθήσεων και του καρκίνου, ενώ στο περιβάλλον με την μορφή της αύξησης της μέσης θερμοκρασίας της γης (φαινόμενο θερμοκηπίου) και της όξινης βροχής.

Τα αποθέματα ενέργειας ελαττώνονται και η αναπλήρωσή τους γίνεται με ρυθμό βραδύτερο από ότι η κατανάλωσή τους, οδηγώντας έτσι την ανθρωπότητα σε σοβαρή κρίση. Η επίλυση των συγκεκριμένων προβλημάτων είναι αναγκαία περισσότερο σήμερα παρά ποτέ. Η ανάπτυξη των εναλλακτικών πηγών ενέργειας προβάλλει ως ιδανική λύση στο ενεργειακό πρόβλημα. Οι εναλλακτικές πηγές ενέργειας δεν είναι καινούργια ανακάλυψη, αφού είχαν χρησιμοποιηθεί από την αρχαιότητα σε διάφορες εφαρμογές.

Από το σύνολο των στοιχείων που παρατέθηκαν ως τώρα προκύπτει αρκετά ευδιάκριτα ότι απαιτείται η χάραξη μίας ενεργειακής πολιτικής που να διασφαλίζει μεσοπρόθεσμα την απαραίτητη επάρκεια, να διαφυλάσσει όσο γίνεται περισσότερο τα συμβατικά καύσιμα και να μειώσει στο μέγιστο δυνατό βαθμό την περιβαλλοντική επιβάρυνση. Προκύπτει επομένως η επιτακτικότητα της διερεύνησης μίας διαφορετικής ενεργειακής και όχι μόνο, πολιτικής που να συμπεριλάβει τη χρήση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, καθώς αυτές εξ' ορισμού πληρούν τις προϋποθέσεις μίας τέτοιας πολιτικής.

Η πρώτη ολοκληρωμένη πρόταση μίας τέτοιας ενεργειακής πολιτικής παρουσιάστηκε από τον πρωτοπόρο Amory Lovins τον Οκτώβριο του 1976. Ο Lovins την αποκάλεσε "The soft path" ("Ο ήπιος δρόμος"). Η πολιτική αυτή, όπως την ανέλυσε ο Lovins, θα βασιζόταν στην εξοικονόμηση ενέργειας, στη μεσοπρόθεσμη χρήση πυρηνικής ενέργειας και στην αξιοποίηση των ανανεώσιμων μορφών ενέργειας. Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας αντιμετωπίστηκαν επί πολλά χρόνια με κάποια χροιά συγκατάβασης ως πεδίο εργασίας ελάχιστα ρεαλιστικών επιστημόνων ή ουτοπία περιθωριακών ομάδων οικολόγων. Στα χρόνια που μεσολάβησαν το κόμμα των «Πρασίνων-εναλλακτικών» αναρριχήθηκε στην κυβέρνηση της Γερμανίας και η «Λευκή Βίβλος για την Ενέργεια» της Ευρωπαϊκής Ένωσης προσδιόρισε υψηλούς στόχους για την ανάπτυξη των Α.Π.Ε. στην Ευρώπη. Υπό αυτήν την έννοια το γενικότερο κλίμα είναι σαφώς θετικό.

Η Δανία, η Ισπανία και η Γερμανία είναι μερικές από τις ευρωπαϊκές χώρες που υπερέχουν στη χωροθέτηση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας και στην τεχνολογία κατασκευής του απαραίτητου τεχνολογικού και υλικού εξοπλισμού.

Ενδεικτικά αναφέρεται ότι οι χώρες αυτές κατέχουν περίπου το 65% της συνολικής εγκατεστημένης ισχύος από αιολικά πάρκα στην Ευρώπη. Θεωρητικά η αξιοποίηση στο μέγιστο βαθμό του αιολικού και ηλιακού δυναμικού των ευρωπαϊκών χωρών θα μπορούσε να καλύψει τις ανάγκες τους για ηλεκτρική ενέργεια.

Σημαντική είναι η ανάγκη μελέτης των αιολικών πάρκων στην ελληνική ύπαιθρο αλλά και φωτοβολταϊκών συστημάτων, τα οποία πλέον κερδίζουν έδαφος όλο και περισσότερο στη χώρα μας.

### 3.2 ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ

Τα φωτοβολταϊκά στοιχεία αποτελούν μια κατηγορία των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας με κυρίαρχο χαρακτηριστικό τους την παράγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, η οποία δεν συνοδεύεται από εκπομπές ρύπων. Η αθόρυβη λειτουργία τους και η μεγάλη διάρκεια ζωής τους τα καθιστά πρώτη επιλογή στις οικολογικές συνειδήσεις.

Τα φωτοβολταϊκά συστήματα διακρίνονται σε δυο κατηγορίες, στα απομονωμένα ή εκτός δικτύου συστήματα και στα συνδεδεμένα στο δίκτυο. Τα τελευταία συνδέονται απευθείας στο εθνικό δίκτυο ηλεκτρικής παροχής (AC), στο οποίο διοχετεύουν όλη την παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια. Τα απομονωμένα ή εκτός δικτύου συστήματα έχουν ως βασικό χαρακτηριστικό τους το ότι παράγουν ηλεκτρική ενέργεια χωρίς να είναι συνδεδεμένα στο κεντρικό ηλεκτρικό δίκτυο, κάτι το οποίο φανερώνει και το όνομα τους. Όταν η ενέργεια αυτή της φωτοβολταϊκής συστοιχίας καλύπτει εξ ολοκλήρου τις ανάγκες της εγκατάστασης, τότε το σύστημα ονομάζεται αυτόνομο. Ενώ όταν στην παράγωγή ενέργειας συμμετέχει και άλλη πηγή Α.Π.Ε. (π.χ. ανεμογεννήτρια) ή συμβατική πηγή καύσιμου (π.χ. ηλεκτροπαραγωγό ζεύγος), τότε το σύστημα χαρακτηρίζεται ως υβριδικό.

Τα αυτόνομα φωτοβολταϊκά συστήματα βρίσκουν εφαρμογή στην ηλεκτροδότηση αγροτικών περιοχών στον αναπτυσσόμενο κόσμο. Επίσης αξιοποιούνται σαν μικρά συστήματα φωτισμού που εντάσσονται σε μεγαλύτερα συστήματα (π.χ. νοσοκομεία, σχολεία). Μια ακόμη χρήση βρίσκουν σε απομακρυσμένες κατοικίες και κτήρια στα οποία η επέκταση του δικτύου θα είναι πιο ακριβής από την εγκατάσταση ενός αυτόνομου συστήματος καθώς και σαν εφεδρικά συστήματα όπου συμβαίνουν διακοπές ρεύματος μεγάλης διάρκειας. Ταυτόχρονα χρησιμοποιούνται ως ηλιακά συστήματα αντλίων νερού για πόση, άρδευση, για ηλιακή απολύμανση του νερού και αφαλάτωση. Το φάσμα των εφαρμογών είναι αρκετά μεγάλο και συνεχώς αυξανόμενο.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται μια στήριξη αυτόνομου υβριδικού φωτοβολταϊκού συστήματος.

Το αυτόνομο υβριδικό φωτοβολταϊκό σύστημα περιλαμβάνει τα παρακάτω στοιχεία:

- Τα φωτοβολταϊκά πλαίσια που μετατρέπουν την προσπίπτουσα ηλιακή ακτινοβολία σε ηλεκτρική ενέργεια.
- Τους ηλεκτρικούς συσσωρευτές (μπαταρίες), διότι απαιτείται η αποθήκευση της ηλεκτρικής ενέργειας, αφού η παράγωγή της και η κατανάλωση δε συμπίπτουν πάντα χρονικά.
- Το ρυθμιστή φόρτισης που φροντίζει για την σωστή φόρτιση των συσσωρευτών.
- Τον αντιστροφέα (inverter) για τη μετατροπή της συνεχούς τάσης σε εναλλασσόμενη για να συνδεθούν τα φόρτια.
- Τον ηλεκτροπαραγωγό ζεύγους για την κάλυψη των ενεργειακών αναγκών, όταν δεν επαρκεί η ηλεκτρική ενέργεια από τα φωτοβολταϊκά.
- Τα καλώδια για την σύνδεση όλων των συσκευών της εγκατάστασης.
- Τα μέσα προστασίας για την ασφάλεια του συστήματος.

Η συνδεσμολογία αυτών φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



**Σχήμα 3.1:** Συνδεσμολογία φωτοβολταϊκής εγκατάστασης

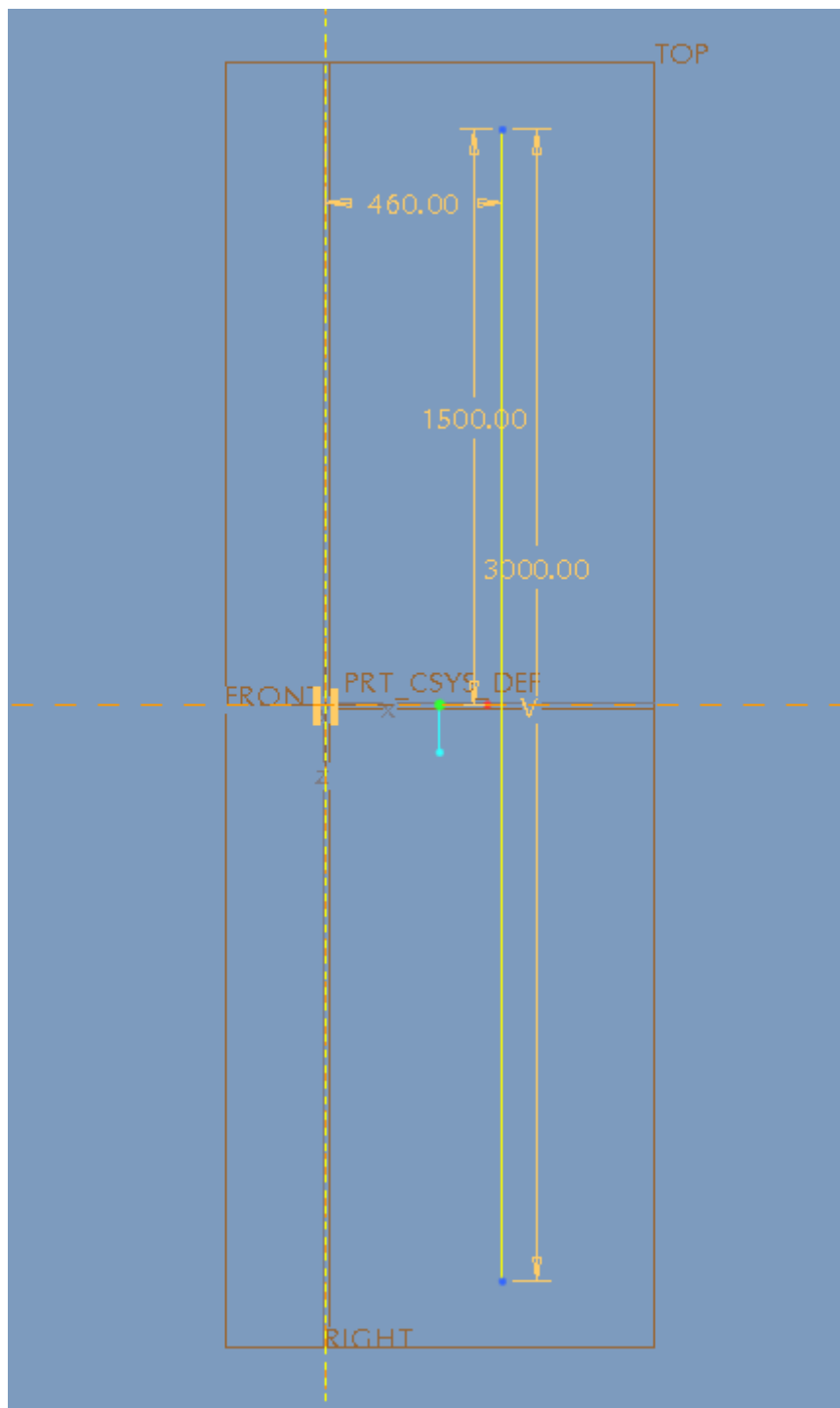
Η βάση όπου θα γίνει η στατική μελέτη απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα και αποτελεί ένα διαξονικό σύστημα παρακολούθησης της τροχιάς του ήλιου.





**Σχήμα 3.2:** Βάση στήριξης φωτοβολταϊκού

### **3.3 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΒΑΣΗΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟΥ ΣΤΟ PRO-ENGINEER**

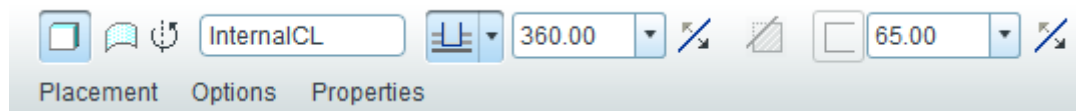
Στο παράθυρο *scetch* του προγράμματος σχεδιάζεται η παρακάτω εικόνα όπου υποδηλώνεται το ύψος της βάσης καθώς και το πλάτος της. Οι τιμές που χρησιμοποιούνται είναι ενδεικτικές. Όπως φαίνεται στον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από την αρχή των αξόνων τοποθετείται μια *geometry centerline*, ώστε να πραγματοποιηθεί *revolve* και να δοθεί ένα κυλινδρικό στερεό αντικείμενο.



**Σχήμα 3.3:** Παράθυρο Sketch

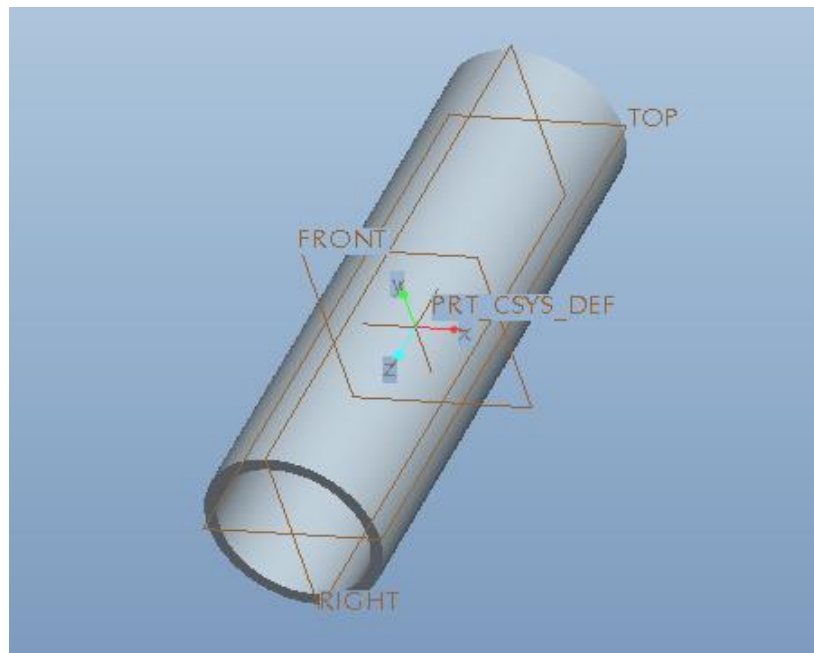
Στο παράθυρο του *revolve* επιλέγεται το εικονίδιο, ώστε να δημιουργηθεί στερεό αντικείμενο  και δίνεται τιμή πάχους ίση με 65. Το στερεό που δημιουργείται τοποθετείται κατά την εσωτερική πλευρά ώστε να μη μεταβληθεί η τιμή του πλάτους που δόθηκε και αυτό γίνεται πιέζοντας μία φορά το εικονίδιο .



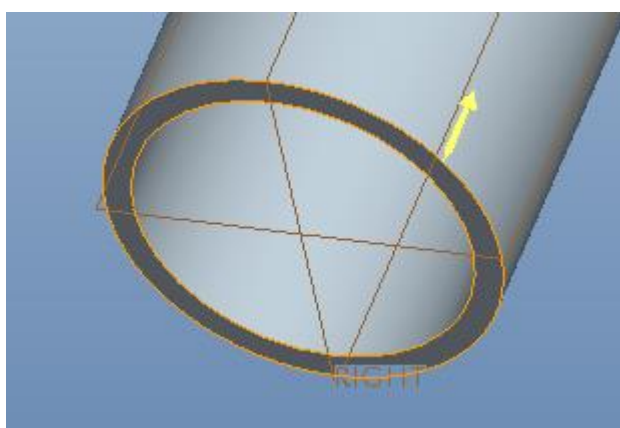


**Σχήμα 3.4:** Παράθυρο Revolve

Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται το στερεό που δημιουργήθηκε και που αποτελεί το βασικό *feature* του αντικειμένου.



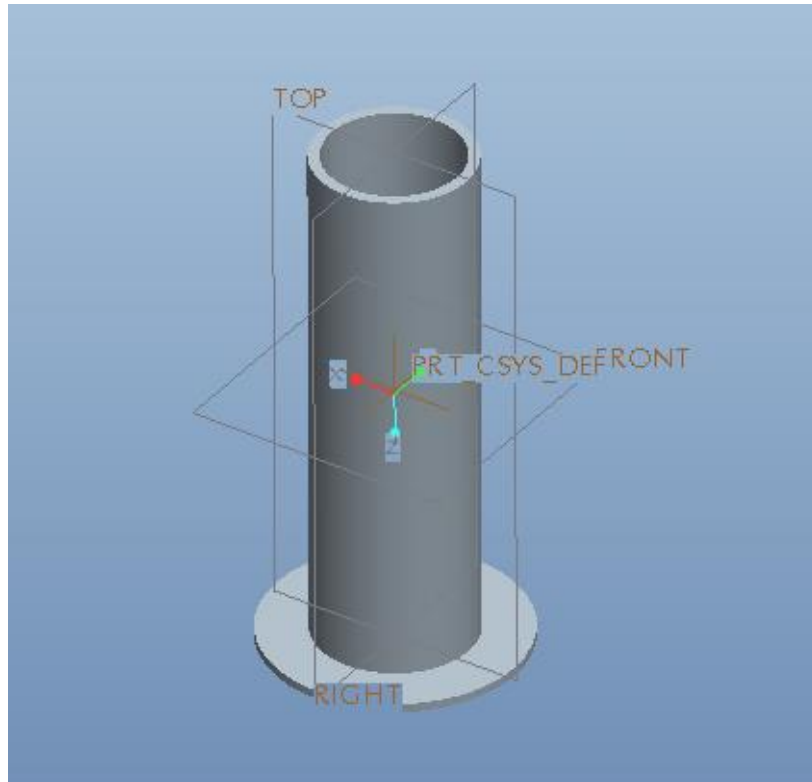
**Σχήμα 3.5:** Βασικό feature



Στη συνέχεια θα δημιουργηθεί το κάτω μέρος της βάσης. Στο νέο παράθυρο *sketch* επιλέγεται ως *sketch plane* η διάσταση που φαίνεται στη διπλανή εικόνα.

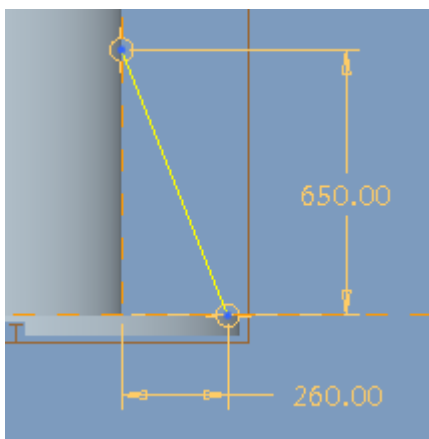
**Σχήμα 3.6:** Διάσταση sketch plane

Πάνω στη διάσταση αυτή δημιουργείται κύκλος και δίνεται τιμή ίση με 1500. Έπειτα πραγματοποιείται *extrude* στον κύκλο που σχεδιάστηκε και δίνεται τιμή 50.




**Σχήμα 3.7:** Βασικός κορμός αντικειμένου

Στο σημείο αυτό θα δημιουργηθούν οχτώ τριγωνικά στηρίγματα, ώστε να αυξηθεί η αντοχή της κατασκευής. Αυτό πραγματοποιείται από το μενού *Insert > Rib > Profile Rib*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται πατιέται η επιλογή *References > Define* και μετέπειτα επιλέγεται το *Sketch Plane* που θα σχεδιαστεί ένα από τα στηρίγματα.

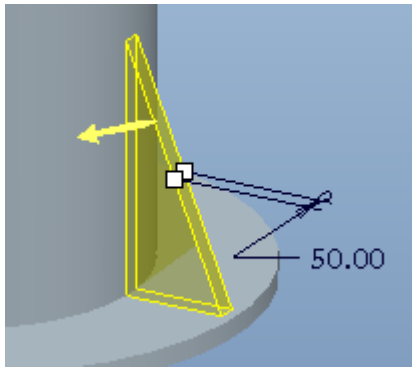


Δίνονται οι διαστάσεις που φαίνονται στη διπλανή εικόνα εφόσον έχουν οριστεί και οι κατάλληλες *References* που θα καταστήσουν πιο εύκολο το σχεδιασμό.

**Σχήμα 3.8:** Σχεδιασμός πλευρών στηρίγματος

Εφόσον πατηθεί το εικονίδιο , το πρόγραμμα εμφανίζει ξανά το παράθυρο του *Profile Rib* όπου πλέον ζητείται να εισαχθεί το πλάτος του στηρίγματος.

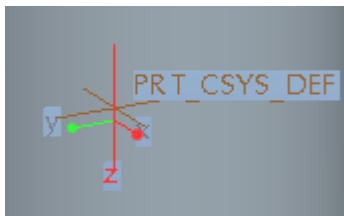




Εισάγεται τιμή ίση με 50.

**Σχήμα 3.9:** Πλάτος στηρίγματος

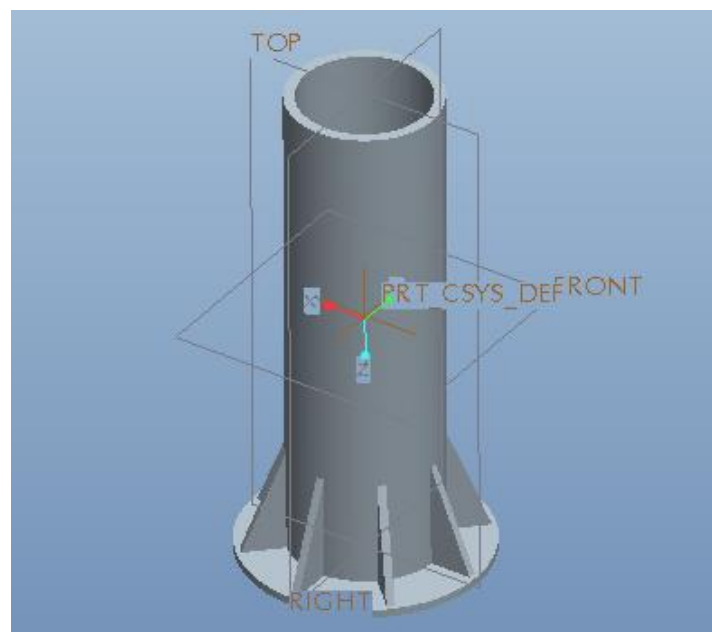
Εν συνεχεία θα δημιουργηθεί ένα *Pattern* στο στήριγμα που σχεδιάστηκε, ώστε να εισαχθούν και τα υπόλοιπα επτά στηρίγματα που θα έχει η φωτοβολταϊκή βάση. Το *Pattern* αυτό θα είναι περιμετρικό γύρω από τον κάθετο άξονα του «PRT\_CSYS\_DEF» συστήματος συντεταγμένων του αντικειμένου που σχεδιάζεται.



Στην προκειμένη περίπτωση ο κάθετος άξονας είναι ο Z.

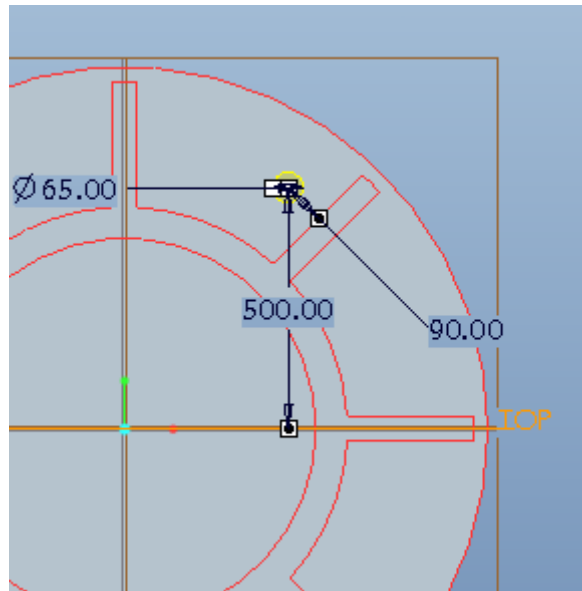
**Σχήμα 3.10:** Κάθετος άξονας για *Pattern*

Το αντικείμενο μετά το *Pattern* παρουσιάζεται παρακάτω.

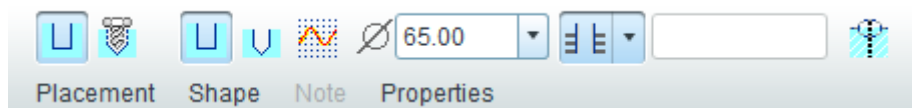


**Σχήμα 3.11:** Αντικείμενο μετά το *Pattern*

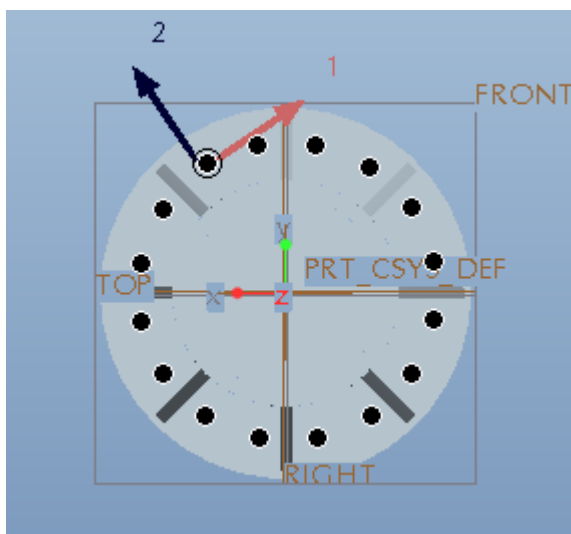
Τέλος, θα δημιουργηθούν οπές στο κάτω μέρος της βάσης για την εισαγωγή βιδών που χρησιμοποιούνται στην πάκτωση αυτής επί της βάσης που είναι τοποθετημένη μέσα στο έδαφος και στηρίζει ολόκληρη την κατασκευή. Η οπή δημιουργείται από το μενού *Insert > Hole*. Η τιμή της διαμέτρου θα είναι ίση με 65 mm και η οπή θα είναι διαμπερής. Οι συντεταγμένες που χρησιμοποιήθηκαν για να οριστεί η οπή καθώς και το παράθυρο αυτής φαίνονται παρακάτω.



**Σχήμα 3.12:** Συντεταγμένες οπής



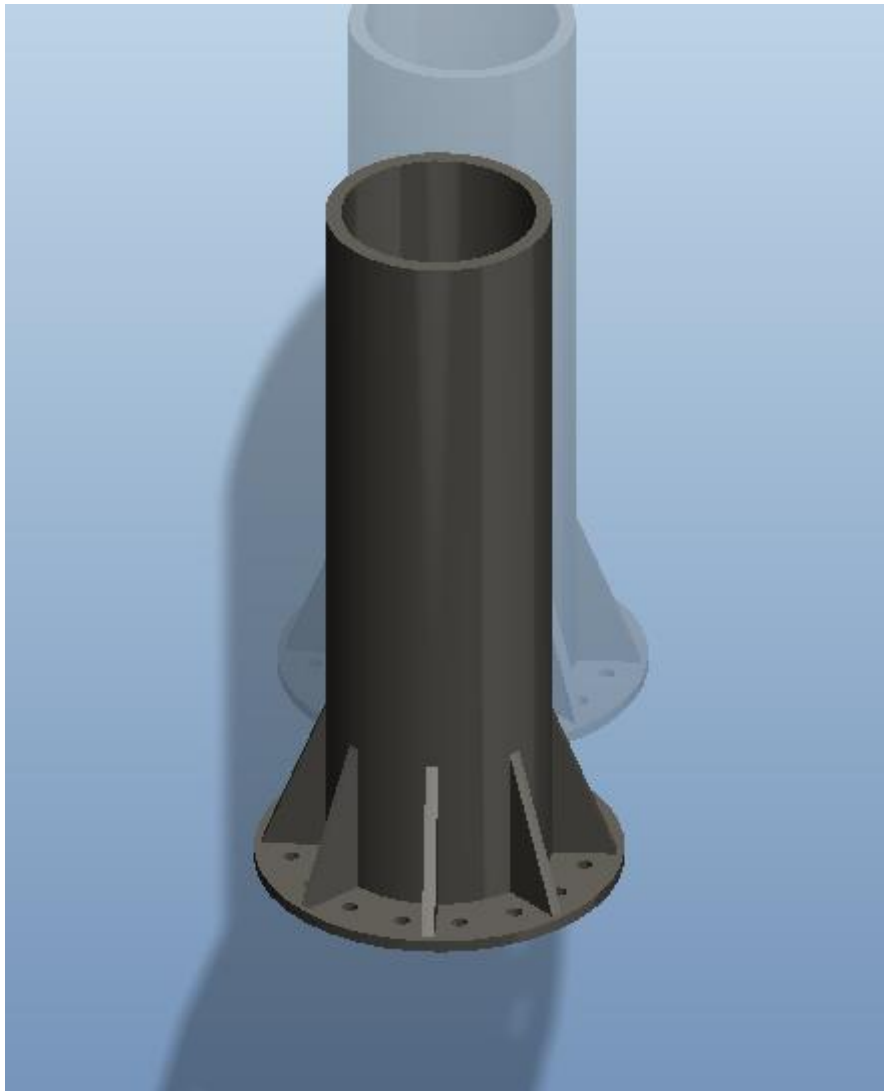
**Σχήμα 3.13:** Παράθυρο οπής



**Σχήμα 3.14:** Pattern οπών

Στο σημείο αυτό θα δημιουργηθεί ένα *pattern* για να αυξηθεί ο αριθμός των οπών και να δοθεί στο αντικείμενο η τελική μορφή. Το *pattern* θα έχει 16 αντίγραφα και θα είναι και αυτό περιμετρικό γύρω από τον κάθετο άξονα του «PRT\_CSYS\_DEF» συστήματος συντεταγμένων, όπως ορίστηκε και παραπάνω.

Η τελική μορφή της βάσης παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα εφόσον δοθεί και το επιθυμητό χρώμα.

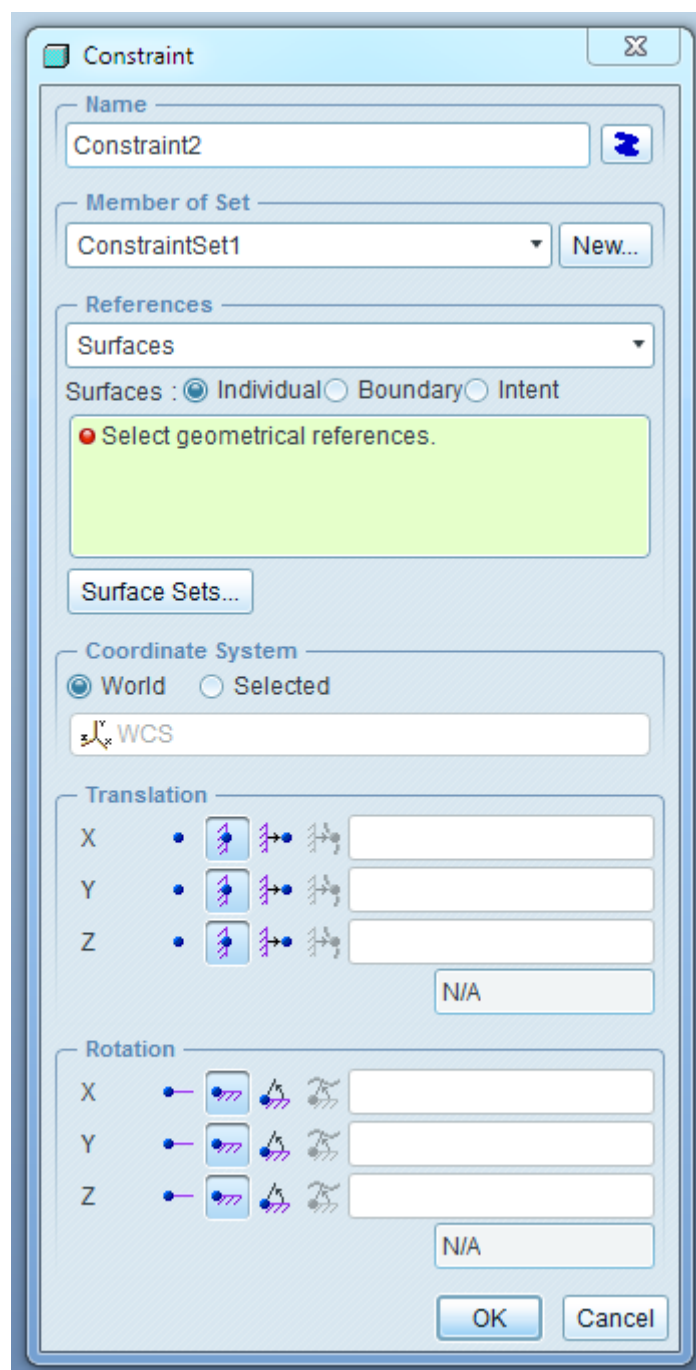


Σχήμα 3.15: Ολοκληρωμένη κατασκευή

### 3.4 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΒΑΣΗΣ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟΥ ΣΤΟ PRO-MECHANICA

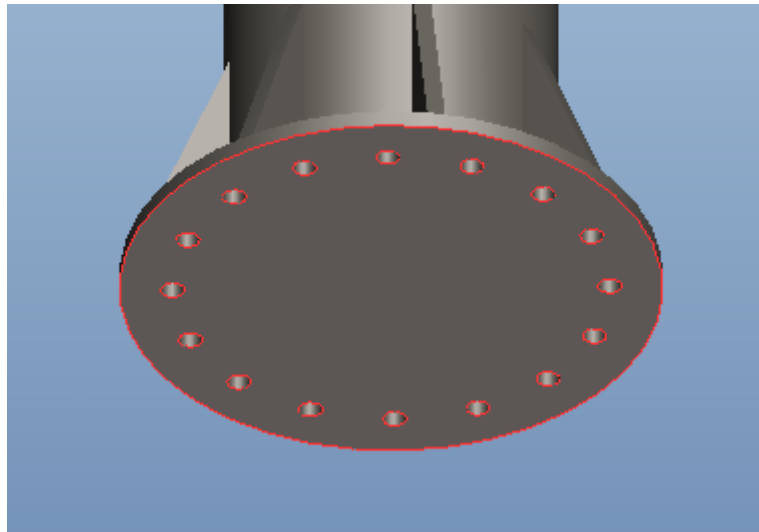
Η περιγραφή που θα πραγματοποιηθεί στη βάση του φωτοβολταϊκού δεν θα είναι τόσο εκτενής όσο του οδοντωτού τροχού, αφού η παρουσίαση των βασικών λειτουργιών της πλατφόρμας του Pro-Mechanica παρουσιάστηκαν εκεί. Αρχικά θα ορίσουμε και εδώ ως υλικό κατασκευής τον χάλυβα (*steel*) χωρίς τροποποίηση στις ιδιότητες του. Στην συνέχεια θα εισαχθεί στη βάση η πλευρά που είναι πακτωμένη. Αυτό πραγματοποιείται από το μενού *Insert > Displacement Constraint*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγεται στο πεδίο *references > Surfaces* και στη συνέχεια επιλέγεται η επιφάνεια που βρίσκεται στην κάτω πλευρά της βάσης. Στις καρτέλες του παραθύρου *translation* και *rotation* επιλέγεται

και στους τρεις άξονες η επιλογή *fixed* που σημαίνει ότι δεν επιτρέπεται καμία μετακίνηση και περιστροφή της επιφάνειας που επιλέγεται.



**Σχήμα 3.16:** Παράθυρο Displacement Constraint

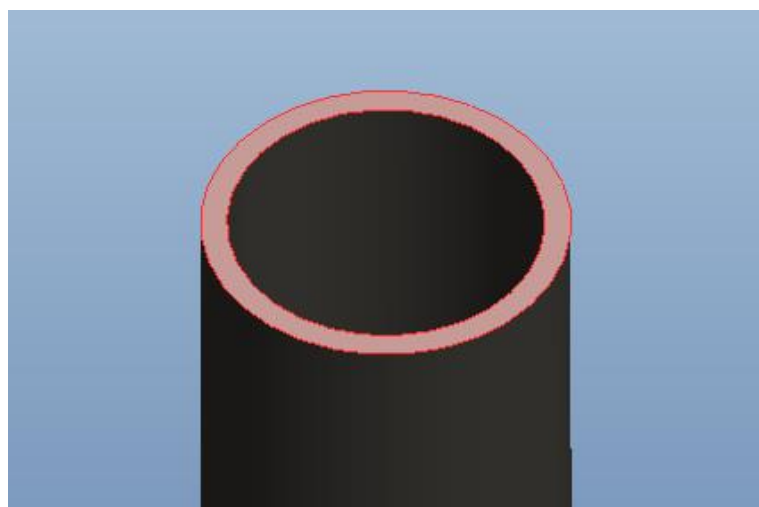
Η επιλογή της κάτω πλευράς που επιλέγεται φαίνεται με κόκκινο χρώμα στην παρακάτω εικόνα.



**Σχήμα 3.17:** Επιλογή κάτω πλευράς βάσης

Στο σημείο αυτό θα εκχωρηθούν οι δυνάμεις που εκπονούν την βάση. Πρώτα απ' όλα, πάνω σε αυτήν ασκείται όλο το βάρος της φωτοβολταϊκής διάταξης και προφανώς η δύναμη αυτή είναι κάθετη. Το μέτρο της ισούται με 11032.5 N, αφού μία τέτοια διάταξη δέχεται συνολικά 45 πάνελ όπου το καθένα ζυγίζει 25 κιλά. Το βάρος λοιπόν της διάταξης ισούται με  $45 \cdot 25k = 1125kg$ . Πολλαπλασιάζοντας το βάρος αυτό με τη σταθερά επιτάχυνσης προκύπτει η παραπάνω δύναμη. Ακόμη θα εκχωρηθεί μία οριζόντια δύναμη που θα ισούται με 10% επί της δύναμης του βάρους και θα αποτελεί την πλευρική δύναμη που ασκεί ο άνεμος στη φωτοβολταϊκή διάταξη. Αυτή ισούται με 1103.25 N.

Η πλευρά που ασκούνται οι δύο παραπάνω δυνάμεις είναι η πάνω πλευρά της βάσης.



**Σχήμα 3.18:** Επιλογή πάνω πλευράς βάσης

**Force**

Components ▾

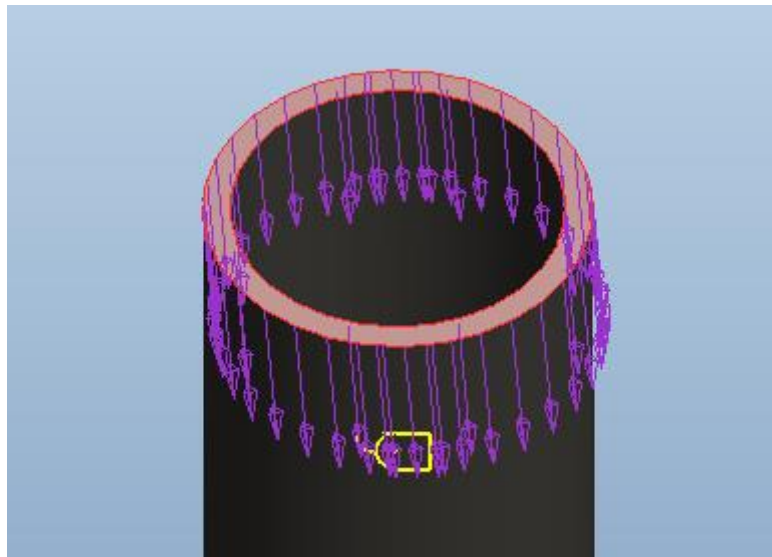
X	1103.25
Y	0
Z	11032.5

N ▾

Στο πεδίο *Force* του παραθύρου τοποθετούνται τα μέτρα των παραπάνω δυνάμεων στους κατάλληλους άξονες και με τη σωστή διεύθυνση.

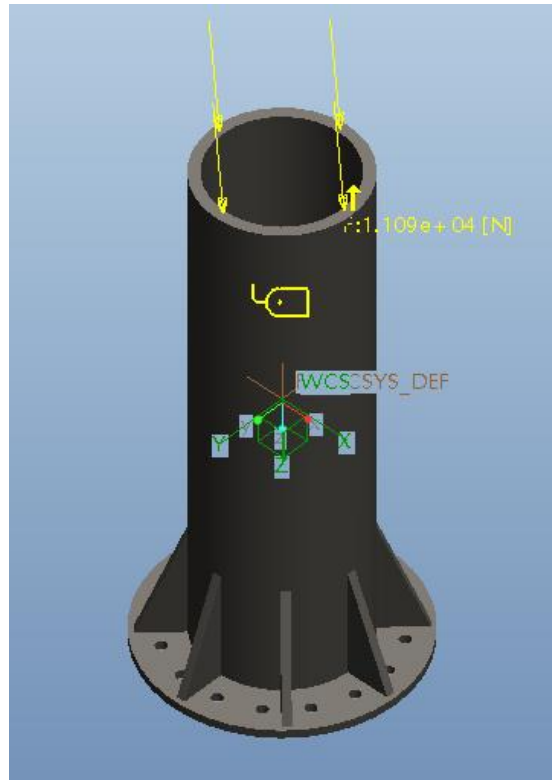
**Σχήμα 3.19:** Πεδίο τιμών  
Force

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η προεπισκόπηση των δυνάμεων, ώστε να φανεί ότι αυτές τοποθετήθηκαν με τη σωστή τους διεύθυνση.

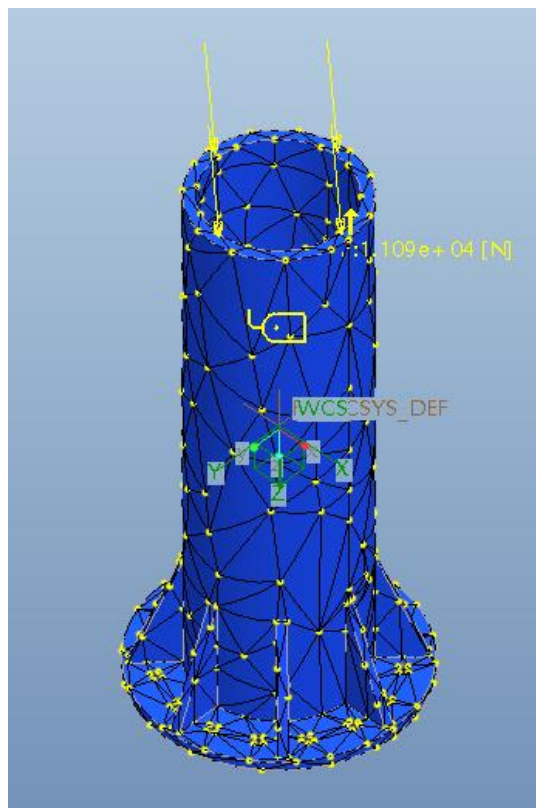


**Σχήμα 3.20:** Προεπισκόπηση δυνάμεων

Παρακάτω παρουσιάζεται μία ολοκληρωμένη εικόνα της φωτοβολταϊκής βάσης πριν ξεκινήσει η ανάλυση και μία όπου φαίνεται το πλέγμα αυτής. Η ανάλυση του πλέγματος αποτελείται από 583 κόμβους και 1614 βαθμούς ελευθερίας.



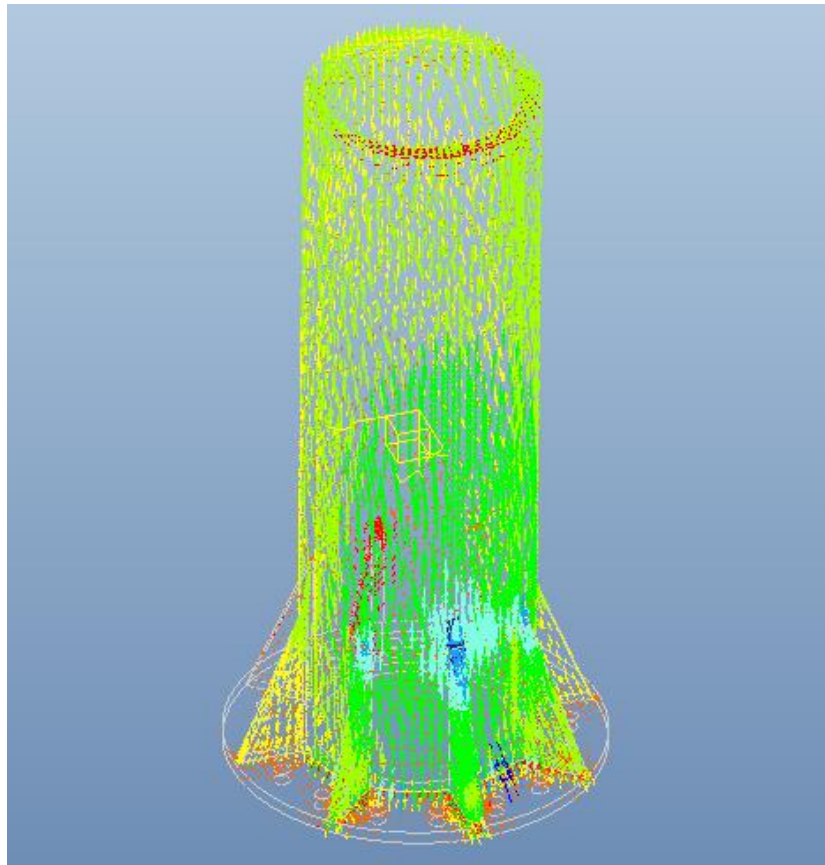
**Σχήμα 3.21:** Συνολική εικόνα πριν την ανάλυση



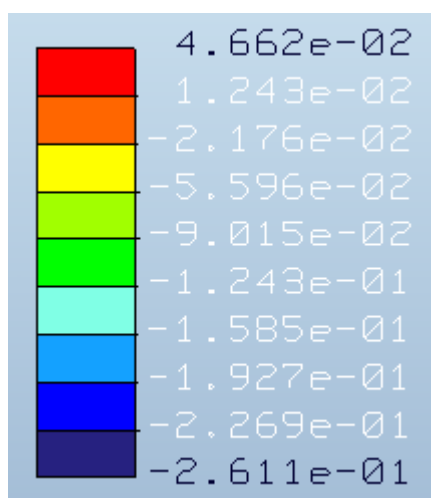
**Σχήμα 3.22:** Δημιουργία πλέγματος

Με σκοπό να πραγματοποιηθεί μία πιο εκτενής παρουσίαση των δυνατοτήτων του Pro-Mechanica στην στατική ανάλυση θα χρησιμοποιηθεί από την καρτέλα *Display type* η επιλογή *Vector*.

Αρχικά στην καρτέλα *Quantity* επιλέγεται *Stress* και στο πεδίο *Component* > *All Principals*.



**Σχήμα 3.23:** Απεικόνιση Stress > All Principals

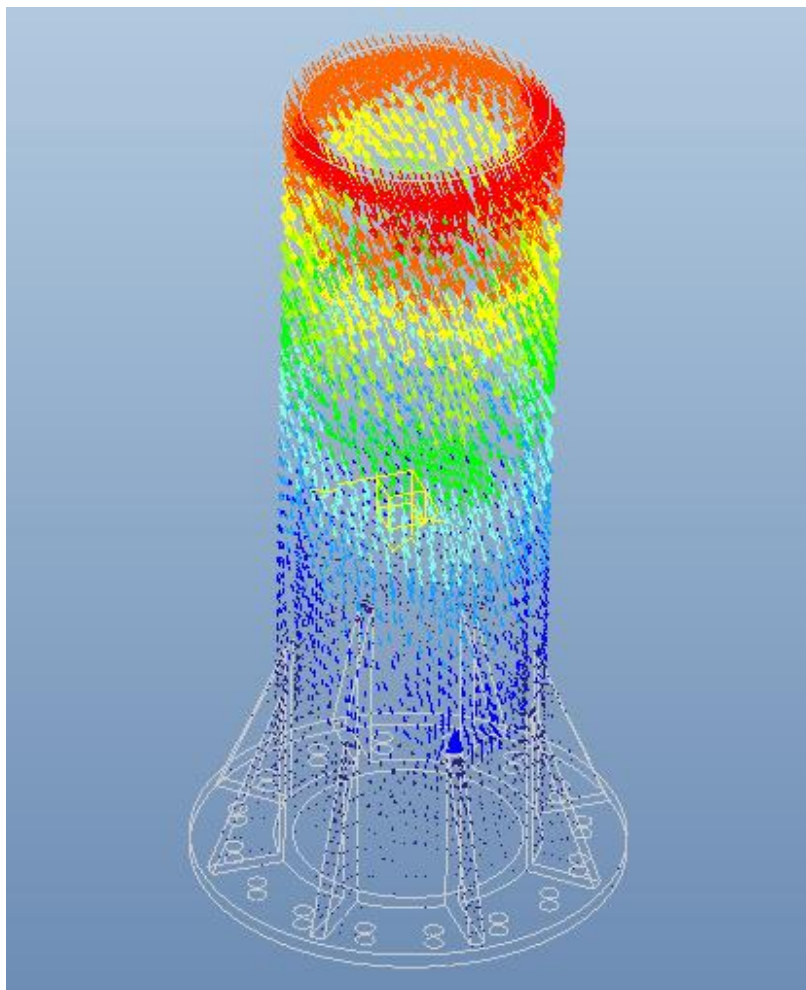


Στη διπλανή εικόνα παρουσιάζονται με χρωματική κλίμακα τα αποτελέσματα της τάσης που ασκούνται στο αντικείμενο. Η μέγιστη τιμή της τάσης που ασκείται είναι 0.04662 MPa.

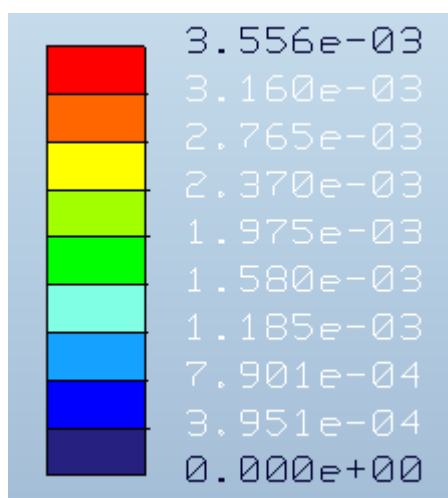
**Σχήμα 3.24:** Χρωματική κλίμακα τάσης



Στη συνέχεια, στην καρτέλα *Quantity* επιλέγεται *Displacement* και στο πεδίο *Component* > *Magnitude*.



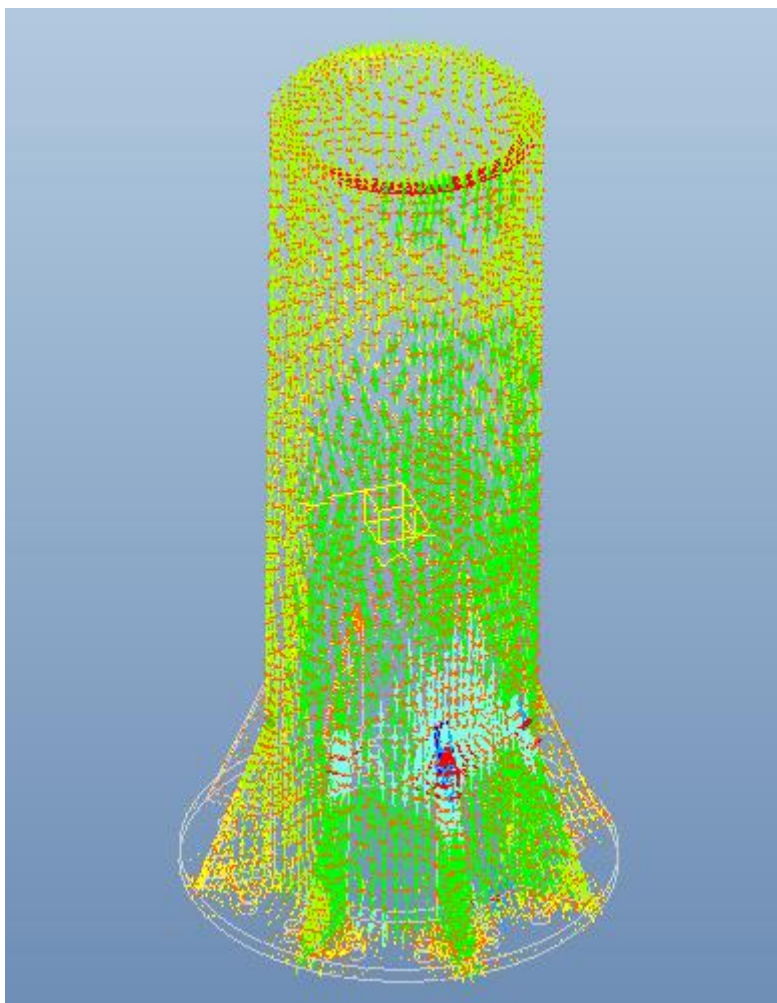
**Σχήμα 3.25:** Απεικόνιση Displacement > Magnitude



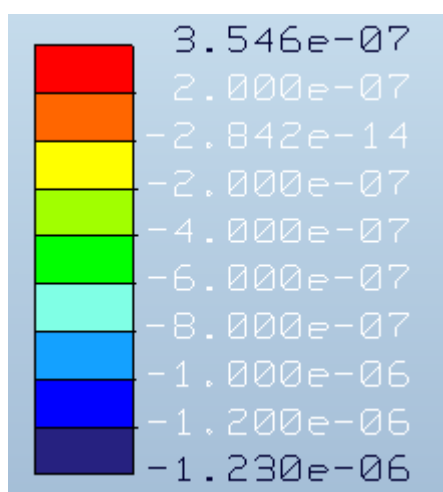
Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζονται με χρωματική απεικόνιση τα αποτελέσματα της μετατόπισης που δέχεται το αντικείμενο. Η μέγιστη τιμή της μετατόπισης είναι 0.003556 mm.

**Σχήμα 3.26:** Χρωματική κλίμακα μετατόπισης

Τέλος στην καρτέλα *Quantity* επιλέγεται *Strain* και στο πεδίο *Component* > *All Principals*.



**Σχήμα 3.27:** Απεικόνιση Strain > All Principals



Εδώ φαίνονται τα αποτελέσματα της παραμόρφωσης που υφίσταται το αντικείμενο. Η μέγιστη τιμή της παραμόρφωσης είναι σχεδόν μηδενική.

**Σχήμα 3.28:** Χρωματική κλίμακα παραμόρφωσης

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

---

Με το πέρας της αναλύσεως που προηγήθηκε θα πρέπει να αναφερθεί ότι στους οδοντωτούς τροχούς η ακτίνα τροχοειδούς στην πραγματικότητα προκύπτει από εξισώσεις όπως γίνεται και με την περίπτωση της εξελιγμένης καμπύλης. Οι εξισώσεις αυτές είναι πολύ δύσκολο να εισαχθούν στο Pro-Engineer και να έχουν την επιθυμητή μορφή της καμπύλης τροχοειδούς που απαιτείται για την κατασκευή των οδόντων. Έτσι για απλοποίηση χρησιμοποιήθηκε η σχέση  $r_f = (d_g - d_f)/6$ . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο χρήστης αλλάζοντας τις παραμέτρους στο Pro-Engineer, με σκοπό να δημιουργήσει ένα άλλο γρανάζι με διαφορετικό αριθμό δοντιών ή διαφορετικό module, να παρουσιαστεί σε κάποιες περιπτώσεις πρόβλημα ως προς την ακτίνα αυτή.

Από τη στατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων που πραγματοποιήθηκε με το Pro-Mechanica διαπιστώθηκε ότι η μέγιστη τάση εμφανίστηκε στον πόδα του οδόντος ενώ η μέγιστη μετατόπιση στην κεφαλή.

Όσον αφορά τη φωτοβολταϊκή βάση, τα στοιχεία που υπάρχουν στο διαδίκτυο αλλά και σε σχετική βιβλιογραφία για την μηχανολογική κατασκευή είναι ελάχιστα, αφού δίνεται περισσότερη έμφαση στην λειτουργία του φωτοβολταϊκού φαινομένου. Έτσι η κατασκευή της στο Pro-Engineer δεν πραγματοποιήθηκε με ακρίβεια ως προς τις διαστάσεις που χρησιμοποιήθηκαν.

Στη στατική ανάλυση της βάσης παρατηρείται ότι η μέγιστη τάση εμφανίζεται κυρίως σε συγκεκριμένη περιοχή στο πάνω μέρος του στηρίγματος που βρίσκεται η διεύθυνση της δύναμης που ασκείται, ενώ η μέγιστη μετατόπιση στο πάνω μέρος της βάσης.

Τέλος η δημιουργία πλέγματος και των δυο μηχανολογικών κατασκευών αποτελείται από τετραεδρικά στοιχεία αφού τα αντικείμενα είναι σε τρισδιάστατη μορφή.

# ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

---

- Tirupathi R. Chandrupatla, Asok D. Belegundu, *ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ*, ΑΘΗΝΑ: ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ, 2005.
- Ζηρδέλης Ανδρέας, *ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΦΥΡΗΛΑΤΗΣΗΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ ΕΥΘΕΙΑΣ ΟΔΟΝΤΩΣΗΣ*, Διπλωματική εργασία, ΑΘΗΝΑ: 2012.
- Κωστόπουλος Θ. Ν., *ΟΔΟΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΕΙΩΤΗΡΕΣ ΣΤΡΟΦΩΝ*, ΑΘΗΝΑ: Συμεών, 1991.
- Beer/Johnson, *ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ, ΣΟΜΟΣ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ, ΣΤΑΣΙΚΗ*, ΑΘΗΝΑ: Fountas.
- Μπιτζιωνης Βασίλειος και Δημητριος, *ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ*, ΑΘΗΝΑ: ΤΖΙΟΛΑ, 2011.
- Ιωάννης Καεβέλης, Αντώνιος Μπαλντούκας, Αικατερίνη Ντασκαγιάννη, *ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ ΣΧΕΔΙΟ*, ΑΘΗΝΑ: ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ.
- Μπούνταλης Σταύρος, *ΔΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ*, Διπλωματική Εργασία, ΧΑΝΙΑ: 2013
- Kunwood Lee, *ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ CAD/CAM/CAE*, ΑΘΗΝΑ: ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ, 2009.
- Μπιλάλης Νικόλαος, Μαραβελάκης Εμμανουήλ, *ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ CAD/CAM ΚΑΙ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ*, ΑΘΗΝΑ: ΚΡΙΤΙΚΗ, 2009.

## Χρήσιμες Διευθύνσεις:

- [www.google.gr](http://www.google.gr)
- [www.sciencedirect.gr](http://www.sciencedirect.gr)