

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**Τρισδιάστατη Απεικόνιση Μοντέλου με Χρήση  
Φωτογραμμετρικών Σταθμών**



Κρανάς Ιωάννης

Εξεταστική Επιτροπή:

Καθ. Κωσταντίνος Μπάλας (ΗΜΜΥ)  
Καθ. Απόστολος Δόλλας (ΗΜΜΥ)  
Καθ. Σταύρος Χριστοδουλάκης (ΗΜΜΥ)

Χανιά, Ιούνιος 2015

*Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου Κωσταντίνο Μπάλα, όπως επίσης και τον υπεύθυνο εργαστηρίου Φωτογραμμετρίας στο Ε.Μ.Π., Χρήστο Στεντούμη για τις γνώσεις τους και την εμπιστοσύνη που μου δείχνανε. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Ιωάννη Καραλίδη για την απόλυτη ακινησία που έδειξε κατά την διάρκεια της φωτογράφισης, όπως επίσης και την Μαριέλενα Ροσσέτου για την χρησιμοποίηση της φωτογραφικής της μηχανής και όχι μόνο.*

*Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου, τον πατέρα μου και κυρίως την μητέρα μου για την υπομονή που δείχνανε και για την ψυχολογική και οικονομική ενίσχυση τους.*

## Περίληψη

Η φωτογραμμετρία είναι επιστήμη η οποία μεταλλάσσεται συνεχώς και προσαρμόζεται στις τεχνολογικές εξελίξεις και στο αντικείμενο αποτύπωσης. Αποτελεί σήμερα, σε παγκόσμιο επίπεδο, την κυριότερη μεθοδολογία παραγωγής χαρτογραφικών υποβάθρων. Οι εξελίξεις που έχουν συντελεστεί κατά τα τελευταία χρόνια στην ανάπτυξη της τεχνολογίας αυτής, ειδικότερα στον τομέα της αναλυτικής και ψηφιακής φωτογραμμετρίας, σε συνδυασμό με εκείνες των αεροφωτογραφήσεων, έχουν δημιουργήσει προϋποθέσεις για παραγωγή εξαιρετικά υψηλής ακρίβειας τοπογραφικών υποβάθρων και όχι μόνο. Στην παρούσα διπλωματική εργασία ασχοληθήκαμε με έναν τομέα της ψηφιακής φωτογραμμετρίας, αυτόν της τρισδιάστατης απεικόνισης μοντέλου. Η τρισδιάστατη απεικόνιση αναφέρεται στην ρεαλιστική αναπαράσταση τρισδιάστατων αντικειμένων και επιφανειών. Κάτι τέτοιο κρίνεται αναγκαίο για πολλούς λόγους. Ένας από τους βασικούς λόγους είναι ότι ο παρατηρητής μπορεί να παρατηρήσει το μοντέλο από διαφορετικές οπτικές γωνίες και να δει ένα αντικείμενο ή μια περιοχή τρισδιάστατα. Αυτό συνδέεται με τη φυσική ικανότητα του ανθρώπου να βλέπει τρισδιάστατα με αποτέλεσμα την καλύτερη κατανόηση της πολυπλοκότητας των επιφανειών και της γεωμετρίας τους. Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η τρισδιάστατη απεικόνιση ανθρώπινου προσώπου και η προσπάθεια χαρτογράφησης του, χρησιμοποιώντας εξ ολοκλήρου εφαρμογές ελεύθερου λογισμικού τόσο για το εσωτερικό προσανατολισμό της φωτογραφικής μηχανής όσο και για την επεξεργασία και τελική απεικόνιση του μοντέλου. Για την φωτογράφιση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε μια συμβατή ψηφιακή φωτογραφική μηχανή, η Nikon D90. Για την επεξεργασία των φωτογραφιών με φωτογραμμετρικές μεθόδους κρίνεται η αναγκαία η βαθμονόμηση (καλιμπράρισμα) της φωτογραφικής. Αυτό έγινε με το πρόγραμμα ελεύθερου λογισμικού, Faucal. Τέλος, για την εξαγωγή του τελικού αποτελέσματος, την τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου, χρησιμοποιήθηκε ο φωτογραμμετρικός σταθμός ελεύθερου λογισμικού, 123DCatch. Οι σταθμοί αυτοί μπορούν με απλές μεθοδολογίες και διαδικασίες να λύσουν τα διάφορα φωτογραμμετρικά προβλήματα και να παράξουν προϊόντα που χαρακτηρίζονται αξιόπιστα και ακριβή.

## **Abstract**

Photogrammetry is the science that constantly mutates and adapts to technological developments in the field of imprinting objects. It represents today, globally, the main production methodology of cartographic backgrounds. The progress that has occurred in recent years in the development of this technology, particularly in the field of analytical and digital photogrammetry, combined with those of aerial photography, have created conditions for production of extremely high-precision topographic backgrounds and many more. In this thesis we dealt with the three-dimensional imaging of a model, a field of digital photogrammetry. The three-dimensional imaging refers to the realistic representation of three-dimensional objects and surfaces. This is necessary for several reasons. One of the reasons is that the observer can observe the model from different angles and see an object or a three-dimensional region. This is associated with the natural ability to see three-dimensional resulting in better understanding of the complexity of surfaces and their geometry. The aim of this thesis is the three-dimensional imaging of three models and the mapping of a human face, using entirely free software applications both for interior orientation of the camera we using and for processing and final display of the model. For the shooting of the models we used a compatible digital camera, Nikon D90. For the interior orientation of the camera we used Faucal, a free toolbox for Matlab. For the three-dimensional representation of the model we used the free photogrammetric station, 123D catch. These stations, with simple methodologies and procedures, can solve various photogrammetric problems and produce reliable and accurate models.

# Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	
1.1	Περιγραφή της Εργασίας,Σκοποί.....	6
1.2	Δομή της Εργασίας.....	7
2	Φωτογραμμετρία	
2.1	Εισαγωγή.....	9
2.2	Ιστορική Αναδρομή.....	10
2.3	Πλεονεκτήματα - Μειονεκτήματα Φωτογραμμετρικής Μεθοδολογίας.....	12
2.4	Εφαρμογές στην Φωτογραμμετρία.....	13
2.4.1	Εναέρια Φωτογραμμετρία.....	13
2.4.2	Εφαρμογες στην Ιατρική.....	16
3	Θεωρητικό Υπόβαθρο	
3.1	Κεντρική Προβολή.....	21
3.1.1	Βασικές Έννοιες.....	21
3.1.2	Βασικές Ιδιότητες Κεντρικής Προβολής.....	22
3.1.2.1	Η Μεταβλητή Κλίμακα.....	22
3.1.2.2	Η Εκτροπή Λόγω Αναγλύφου.....	26
3.1.2.3	Εκτροπή Λόγω Αναγλύφου και Φακός Μηχανής.....	27
3.1.2.4	Μεταβολή Κλίμακας και Φακός Μηχανής.....	29
3.1.2.5	Κλίμακα, Εκτροπή Λόγω Αναγλύφου και Σημεία Φυγής της Εικόνας.....	31
3.1.3	Η Μονοσήμαντη Απεικόνιση του Χώρου.....	33
3.1.3.1	Η Απεικόνιση Σημείου και Ευθείας.....	33
3.1.3.2	Η Δέσμη Ακτίνων.....	34
3.1.3.3	Εκτροπή Λόγω Αναγλύφου και Παράλλαξη.....	34
3.2	Στερέωση.....	37
3.2.1	Μετατόπιση.....	38
3.2.2	Επιπολική Γραμμή – Επιπολικό Επίπεδο.....	39
3.2.3	Εύρεση Συζευγμένων Σημείων.....	40
3.2.3.1	Ταίριασμα με Βάση τις Διαβαθμίσεις του Γκρι.....	41
3.2.3.2	Μέθοδοι Συσχετισμού.....	44
3.2.3.3	Μέθοδοι Ταιριάσματος με Χρήση των Ακμών.....	46
3.2.3.4	Δομημένο Φως.....	48
3.3	Υπολογισμός Βάθους.....	49
3.4	Παρεμβολή.....	50
4	Μοντελοποίηση Κάμερας και Βαθμονόμηση	
4.1	Εισαγωγή.....	52
4.2	Μέθοδοι Βαθμονόμησης.....	52
4.3	Το Μοντέλο της Κάμερας.....	54

4.4	Φωτογραμμετρική Βαθμονόμηση.....	58
4.4.1	Γραμμική Προσέγγιση.....	58
4.4.2	Μη γραμμική Προσέγγιση.....	59
4.5	Βαθμονόμηση με Λήψη Εικόνων Επίπεδης Σκακιάρας.....	60
4.5.1	Αρχική Επεξεργασία Κάθε Εικόνας.....	60
4.5.2	Έλεγχος Εντοπισμού της Σκακιάρας σε Κάθε Εικόνα.....	60
4.5.3	Ανίχνευση των Εσωτερικών Γωνιών της Σκακιάρας σε Κάθε Εικόνα.....	66
4.5.4	Καθορισμός των Συντεταγμένων Χώρου των Εσωτερικών Γωνιών Κάθε Σκακιάρας.....	68
4.5.5	Εκτίμηση Προσεγγιστικών Τιμών για τα Στοιχεία του Εσωτερικού Προσανατολισμού.....	69
4.5.6	Υπολογισμός Αρχικών Τιμών για τα Στοιχεία του Εξωτερικού Προσανατολισμού Κάθε Λήψης.....	74
4.5.7	Υπολογισμός Αρχικών Τιμών για τους Συντελεστές των Πολυωνύμων της Διαστροφής των Φακών.....	77
4.5.8	Ενιαία Βελτιστοποίηση των Στοιχείων του Εσωτερικού και Εξωτερικού Προσανατολισμού.....	78
4.6	Σύνοψη.....	79
5	Πειραματική Εφαρμογή σε Πλατφόρμες Ελεύθερου Λογισμικού.....	
5.1	Nikon D90.....	81
5.2	Fauccal.....	82
5.3	Μοντέλο .....	88
5.4	123DCatch .....	92
5.4.1	Σχεδιασμός Φωτογράφισης.....	92
5.4.2	Δημιουργία 3D Μοντέλου.....	93
5.4.3	Σημεία Αναφοράς.....	95
5.4.4	Σύστημα Συντεταγμένων.....	96
5.4.5	Καταμέτρηση Αποστάσεων.....	97
5.4.6	Αποτελέσματα.....	100
6	Σύνοψη.....	
6.1	Συμπεράσματα.....	105
6.2	Μελλοντικές Βελτιώσεις.....	105
	Βιβλιογραφία.....	107

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Η οπτικοποίηση είναι ένας ευρέως διαδεδομένος σήμερα τρόπος παρουσίασης 3D πληροφοριών σε διάφορους τομείς της επιστήμης και τεχνολογίας (τοπογραφία, οδοποιία, αρχιτεκτονική, χωροταξία, αλλά ακόμα και ιατρικές ή βιομηχανικές εφαρμογές). Οι περιπτώσεις που είναι πλησιέστερα στο αντικείμενο του μηχανικού αφορούν κυρίως αναπαραστάσεις ψηφιακών μοντέλων εδάφους, αστικών περιοχών, αρχιτεκτονικών σχεδίων και μελλοντικών αρχιτεκτονικών εφαρμογών (ανέγερση νέων κτιρίων, αναπλάσεις, αναπαλαιώσεις κ.λπ.), αλλά οι χρήσεις της αφορούν και την παραγωγή άλλων προϊόντων. Η τρισδιάστατη απεικόνιση από φωτογραφίες αναφέρεται σε τεχνικές που δημιουργούν ένα τρισδιάστατο μοντέλο ενός αντικειμένου ή μιας σκηνής έχοντας σαν είσοδο τις 2D φωτογραφίες αυτού του αντικειμένου ή της σκηνής. Εκτός από τις φωτογραφίες, ο εκάστοτε φωτογραμμετρικός σταθμός παίρνει σαν είσοδο και τις παραμέτρους της φωτογραφικής μηχανής που χρησιμοποιήθηκε. Τέλος, οι είσοδοι, δηλαδή οι 2D φωτογραφίες και οι παράμετροι της φωτογραφικής μηχανής, στην συνέχεια επεξεργάζονται στον φωτογραμμετρικό σταθμό, με την μέθοδο συνταύτισης χαρακτηριστικών σημείων. Η συνταύτιση χαρακτηριστικών σημείων ορίζεται ως η διαδικασία αυτόματου εντοπισμού ομόλογων σημείων μεταξύ δύο ή περισσότερων επικαλυπτόμενων εικόνων, η οποία εκτελείται με την χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.

### 1.1 Περιγραφή της εργασίας. Σκοποί

Στην παρούσα διπλωματική εργασία ασχοληθήκαμε αρχικά με μια βιβλιογραφική δουλειά πάνω στην ψηφιακή φωτογραμμετρία, τομέας που δεν είναι ευρέως γνωστός στους ηλεκτρονικούς μηχανικούς & μηχανικούς υπολογιστών με σκοπό να βρούμε νέες μεθόδους απεικόνισης που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε σε εφαρμογές που μας ενδιαφέρουν. Λόγω του έντονου ενδιαφέροντος της επιστημονικής κοινότητας για την ακριβή και αξιόπιστη τρισδιάστατη απεικόνιση κάποιου μοντέλου, ασχοληθήκαμε πιο συγκεκριμένα με αυτό το θέμα χρησιμοποιώντας καθαρά φωτογραμμετρικές μεθόδους.

Το αρχικό πρόβλημα ήταν ότι για την τελική τρισδιάστατη απεικόνιση ενός μοντέλου έπρεπε να χρησιμοποιήθουν όργανα και προγράμματα τόσο για την βαθμονόμηση της φωτογραφικής μηχανής όσο και για την τελική επεξεργασία των φωτογραφιών. Διαδικασία με πολύ μεγάλο κόστος και πολυπλοκότητα. Έτσι, αποφασίσαμε να βρούμε τον πιο εύκολο, γρήγορο και με μηδενικό κόστος τρόπο, ο οποίος εγγυάται σε κάθε περίπτωση ένα αξιόπιστο αποτέλεσμα, για μια ολοκληρωμένη φωτογραμμετρική διαδικασία τρισδιάστατης απεικόνισης. Αυτό το πετύχαμε χρησιμοποιώντας μία συμβατική φωτογραφική μηχανή και εξ ολοκλήρου δωρεάν προγράμματα ελεύθερου λογισμικού τόσο για την βαθμονόμηση της

φωτογραφικής μηχανής που χρησιμοποιήσαμε, όσο και για την τελική επεξεργασία των φωτογραφιών (φωτογραμμετρικοί σταθμοί).

Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήσαμε την φωτογραφική μηχανή Nikon D90 με φακό 18-55mm. Για την βαθμονόμηση της χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα FAUCCAL (Fully Automatic Camera Calibration). Ένα δωρεάν, ελεύθερου λογισμικού πρόγραμμα που χρησιμοποιεί την γλώσσα Matlab για την βαθμονόμηση της φωτογραφικής μηχανής. Στην συνέχεια φωτογραφίσαμε τα μοντέλα που επιλέξαμε για την τρισδιάστατη απεικόνιση. Τέλος δοκιμάσαμε την λειτουργία ενός φωτογραμμετρικού σταθμού ελεύθερου λογισμικού τον 123D Catch, ο οποίος παίρνει σαν είσοδο τις φωτογραφίες του μοντέλου μας και σαν αποτέλεσμα μας δίνει την τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου μας.

## 1.2 Δομή της εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία είναι δομημένη σε 6 κεφάλαια εκ των οποίων το πρώτο είναι εισαγωγικό κεφάλαιο, το δεύτερο, τρίτο και τέταρτο είναι κυρίως θεωρητικά, αλλά αναγκαία για την κατανόηση της φωτογραμμετρίας ως επιστήμη, ενώ το πέμπτο κεφάλαιο επικεντρώνεται στο πειραματικό κομμάτι της διπλωματικής μας. Πιο συγκεκριμένα τα κεφάλαια χωρίζονται ως εξής:

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζουμε συνοπτικά την βιβλιογραφική δουλειά που κάναμε πάνω στην φωτογραμμετρία. Κάνουμε μια ιστορική αναδρομή, αναφέρουμε τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της φωτογραμμετρικής μεθόδου και τέλος αναφέρουμε κάποιες εφαρμογές με χρήση της φωτογραμμετρίας.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύουμε κάποιες βασικές έννοιες και ιδιότητες της φωτογραμμετρίας, όπως η κεντρική προβολή, η στερέωση, η παρεμβολή, ο υπολογισμός βάθους και άλλα, τα οποία είναι απαραίτητα στην κατανόηση για την επεξεργασία των εικόνων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αναλύουμε τον όρο βαθμονόμηση φωτογραφικής μηχανής. Αναφέρουμε κάποιες γνωστές μεθόδους βαθμονόμησης και στην συνέχεια αναλύουμε την μέθοδο με την οποία βαθμονομήσαμε την φωτογραφική μηχανή που χρησιμοποιήσαμε.

Στο πέμπτο κεφάλαιο υπάρχει το πειραματικό κομμάτι της διπλωματικής μας εργασίας. Παρουσιάζουμε την φωτογραφική που χρησιμοποιήσαμε, το πρόγραμμα Fauccal που χρησιμοποιήσαμε για την βαθμονόμηση της φωτογραφικής μας μηχανής. Επίσης παρουσιάζουμε τον φωτογραμμετρικό σταθμό που χρησιμοποιήσαμε για την επεξεργασία των φωτογραφιών μας και για το τελικό αποτέλεσμα που ήταν η τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου μας. Τέλος παρουσιάζουμε αναλυτικά τα αποτελέσματα μας και τα συγκρίνουμε.



Στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο, κάνουμε μια συνοπτική παρουσίαση των συμπερασμάτων που εξήχθησαν από την εργασία και κάποιες προτάσεις για μελλοντική επέκταση και βελτίωση των εφαρμογών.

## Κεφάλαιο 2

### Φωτογραμμετρία

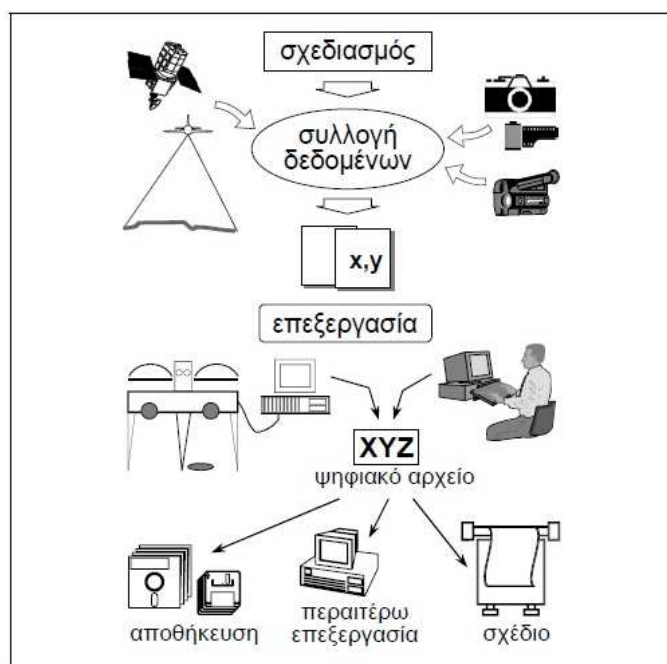
#### 2.1 Εισαγωγή

Φωτογραμμετρία : Φως – Γραμμή – Μετρώ

Φωτογραμμετρία είναι η τέχνη, επιστήμη και τεχνική απόκτησης αξιόπιστων μετρηκών πληροφοριών για την γη, το περιβάλλον και άλλα φυσικά αντικείμενα μέσω διαδικασιών καταγραφής, μέτρησης, ανάλυσης και ερμηνείας οπτικών εικόνων και συστημάτων αισθητήρων άλλων περιοχών του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Παραδοσιακά η φωτογραμμετρία έχει οριστεί ως η προσπάθεια εξαγωγής ποσοτικής πληροφορίας για ένα αντικείμενο, μέσω μετρήσεων που πραγματοποιήθηκαν σε φωτογραφίες του. Η στενά συνδεδεμένη περιοχή της ερμηνείας των εικόνων (photo interpretation), ορίζεται ως η εξαγωγή ποιοτικής πληροφορίας για τα εικονιζόμενα αντικείμενα, μέσω ανθρώπινης οπτικής ανάλυσης και αξιολόγησης των φωτογραφιών. Καθώς όλο και περισσότερες τεχνικές αίσθησης αναπτύσσονται για την παροχή απεικονίσεων σε μια ευρύτερη περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος αρκετά έξω από την ορατή περιοχή, εισήχθηκε ο όρος τηλ-αίσθηση (remote – sensing), επεκτείνοντας την κλασική εξήγηση εικόνων, με την εφαρμογή τεχνικών υπολογιστικής ανάλυσης.

Οι βασικές φάσεις που χαρακτηρίζουν μία τυπική διαδικασία φωτογραμμετρικής απόδοσης φαίνονται στην Εικόνα 2.1.



Εικόνα 2.1: Βασικά βήματα μίας φωτογραμμετρικής διαδικασίας.

Πρώτη φάση είναι προφανώς ο σχεδιασμός που θα εξασφαλίσει ότι οι εικόνες που θα χρησιμοποιηθούν είναι κατάλληλες για τον σκοπό της απόδοσης. Ακολουθεί η συλλογή των δεδομένων, δηλαδή κατ' αρχάς η λήψη των εικόνων οι οποίες και συνιστούν το πρωταρχικό στοιχείο εισόδου. Στις εικόνες μετρούνται κατόπιν τα σημεία τους (εικονοσημεία) που μάς ενδιαφέρουν, με προϊόν τις συντεταγμένες τους  $x, y$  στην εικόνα (εικονοσυντεταγμένες). Αυτές ακριβώς οι μετρήσεις εικονοσημείων αποτελούν την “πρώτη ύλη” για την φάση της επεξεργασίας των δεδομένων, κατά την οποία προσδιορίζονται τελικά οι γεωδαιτικές συντεταγμένες XYZ (οι λεγόμενες και συντεταγμένες χώρου) των μετρημένων εικονοσημείων. Σήμερα πλέον, τα υπολογισμένα σημεία του χώρου καταγράφονται σε ένα ψηφιακό αρχείο (δηλαδή σε ηλεκτρονικό αρχείο που διαβάζεται στον υπολογιστή) και μπορούν στην συνέχεια είτε να σχεδιαστούν είτε να υποστούν περαιτέρω επεξεργασία για να παραχθεί ποικιλία φωτογραμμετρικών προϊόντων.

Αυτές όλες οι φάσεις της φωτογραμμετρικής διαδικασίας θέτουν τα δικά τους προβλήματα η καθεμία και αποτελούν αντικείμενο ειδικότερης μελέτης στην φωτογραμμετρική βιβλιογραφία και πρακτική. Για παράδειγμα, κατά τον σχεδιασμό πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τα διατιθέμενα μέσα και ο τύπος της μηχανής λήψης, οπωσδήποτε η απαιτούμενη ακρίβεια σε συνδυασμό με την ζητούμενη κλίμακα τελικού προϊόντος, το σχήμα του αντικειμένου (μορφολογία του εδάφους) κ.λπ. Από την άλλη μεριά, διαφορετικά είναι τα προβλήματα που τίθενται όταν η φάση της συλλογής των δεδομένων έχει να κάνει με λήψεις αεροφωτογραφιών, με επίγειες λήψεις ή και με δορυφορικές εικόνες – και βέβαια άλλη αντιμετώπιση χρειάζεται μια ακριβή (και άρα ακριβής) φωτογραμμετρική φωτομηχανή και άλλη μία κοινή “ερασιτεχνική” μηχανή, σαν κι εκείνες που έχουμε όλοι. Η μέτρηση εικονοσυντεταγμένων είναι δυνατόν να γίνει με πολλούς τρόπους, η επεξεργασία των μετρήσεων μπορεί να γίνει σε ειδικά φωτογραμμετρικά όργανα ή ακόμα και σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές με κατάλληλο λογισμικό.

Γενικά μιλώντας, λοιπόν, θα λέγαμε πως η φωτογραμμετρική απόδοση του 3D χώρου είναι μία σύνθετη διαδικασία που εμπλέκει πολλές παραμέτρους (συνεπώς και πολλές πηγές σφάλματος). Στην βάση όμως όλων των τεχνικών μέτρησης βρίσκουμε ορισμένες αφετηριακές έννοιες, η κατανόηση των οποίων αποτελεί προϋπόθεση για κάθε περαιτέρω μελέτη. Οι έννοιες αυτές σχετίζονται προπάντων με:

- ♦ την εικόνα και την γεωμετρική περιγραφή της
- ♦ τα βασικά συστήματα αναφοράς που επιτρέπουν αυτήν την περιγραφή
- ♦ τα θεμελιώδη φωτογραμμετρικά προβλήματα με μία και με δύο εικόνες.

## 2.2 Ιστορική Αναδρομή

Οι πρώτες ρίζες της φωτογραμμετρίας μπορούν να αναζητηθούν στους ζωγράφους της Αναγέννησης, και συγκεκριμένα στον Leonardo da Vinci, ο οποίος μελέτησε τις αρχές που σχετίζονται με την γεωμετρική ανάλυση εικόνων στα τέλη του 1400μχ. Το επόμενο πολύ σημαντικό βήμα ήταν η ανάπτυξη της προβολικής γεωμετρίας, η οποία αποτελεί την

μαθηματική βάση της φωτογραμμετρίας από παθητικά απεικονιστικά συστήματα μέχρι και σήμερα. Αναφορές μπορούν να αναζητηθούν σε μελέτες των G. Desargues, B. Pascal και J. H. Lambert από τα μέσα του 1600μχ έως τα μέσα του 1700μχ. Το βήμα που ακολούθησε η κατασκευή εύχρηστων φωτογραφιών από τους J. N. Niepce και L. J. M. Daguerre στις αρχές του 1800μχ. Το 1858μχ ο G. F. Tournachon, χρησιμοποιώντας το ψευδώνυμο Nadar, πραγματοποίησε λήψη εικόνων από αερόστατο στην Γαλλία, ενώ το 1895 ο A. Laussedat κατασκεύασε την πρώτη ειδική κάμερα συνδυαζόμενη με κατάλληλη διαδικασία επεξεργασίας των φωτογραφιών, εφαρμογή που ονόμασε *metrophotographic*, για την πραγματοποίηση φωτογραμμετρικών μετρήσεων και για τον λόγο αυτό θεωρείται ο πατέρας της φωτογραμμετρίας. Ο όρος φωτογραμμετρία είχε πρωτοεμφανισθεί λίγα χρόνια νωρίτερα, το 1893μχ, σε μια μελέτη του A. Meydenbauer για την φωτογραφική τοπογραφία.

Κατά το πρώτο τρίτο του εικοστού αιώνα κατασκευάστηκαν οι πρώτοι αναλογικοί plotters και οι πρώτοι ευρυγώνιοι φακοί μεγάλης ακρίβειας για τις κάμερες. Σε αυτήν την περίοδο δημιουργήθηκε και η Αμερικάνικη Κοινότητα Φωτογραμμετρίας (1934, American Society of Photogrammetry), που εξελίχθηκε σε έναν από τους μεγαλύτερους οργανισμούς φωτογραμμετρίας παγκοσμίως και σήμερα είναι γνωστή ως Αμερικάνικη Κοινότητα Φωτογραμμετρίας και Κινητής Αίσθησης (American Society of Photogrammetry and Remote Sensing). Στο δεύτερο τρίτο του αιώνα, η έρευνα επικεντρώθηκε στην ανάπτυξη της μαθηματικής βάσης για την φωτογραμμετρική τριγωνοποίηση και των παραγόντων σφάλματος, έρευνα που οφείλεται κυρίως στην διαρκώς αυξανόμενη κατασκευή πρώτης τάξεως αναλογικών plotters.

Τις τελευταίες δύο δεκαετίες του εικοστού αιώνα η φωτογραμμετρία υπέστη σημαντικές αλλαγές, κυρίως λόγω της τεράστιας ανάπτυξης των τεχνολογιών οπτικής και ηλεκτρονικής απεικόνισης και των υπολογιστικών συστημάτων. Η φωτογραμμετρία άρχισε να βρίσκει εφαρμογές και πέραν της τοπογραφίας, όπως είναι ο βιομηχανικός έλεγχος, τα συστήματα ασφαλείας, η ρομποτική καθοδήγηση και ο κινηματογράφος. Τα εποπτευόμενα αντικείμενα άρχισαν σταδιακά να μικραίνουν σε διαστάσεις και οι αλγόριθμοι να παίρνουν έναν όλο και περισσότερο αυτόματο χαρακτήρα. Οι εφαρμογές παρακολούθησης έγιναν το επίκεντρο του ενδιαφέροντος, με έμφαση στην ταχύτητα και όχι την ακρίβεια.

Παρόλα αυτά, από τα τέλη του εικοστού αιώνα άρχισαν και πάλι να εμφανίζονται μετρητικές εφαρμογές βασιζόμενες στην φωτογραμμετρία. Σύγχρονα συστήματα ασφαλείας που περιλαμβάνουν κωδικοποιήσεις προσώπων και ποιοτικοί έλεγχοι γραμμών παραγωγής δεν αφήνουν μεγάλα περιθώρια σφάλματος στον υπολογισμό της γεωμετρικής πληροφορίας. Τα τελευταία χρόνια εντείνεται το ενδιαφέρον και για την χρησιμοποίηση της φωτογραμμετρίας στην ιατρική. Αυτό που ξεκίνησε από τον κινηματογράφο και συνεχίστηκε με την κωδικοποίηση προσώπου επιχειρείται να ενταχθεί στα κλινικά περιβάλλοντα για τη παρακολούθηση και αξιολόγηση διαφόρων ιατρικών εφαρμογών. Αξιόλογα είναι και τα αποτελέσματα στις περιπτώσεις του προσώπου και αξιοσημείωτη η προσπάθεια για γεωμετρική ποσοτικοποίηση του χεριού. Όμως ελάχιστες είναι οι εφαρμογές που σχετίζονται με δισδιάστατη γεωμετρική ανάλυση αλλοιώσεων του δέρματος και ακόμη λιγότερες οι τρισδιάστατες εφαρμογές. Γενικά το πρόβλημα της ακριβούς τρισδιάστατης ανακατασκευής αντικειμένων πολύ μικρών διαστάσεων παραμένει ακόμα και σήμερα άλυτο, ενώ στην ιατρική οι προσπάθειες που έχουν γίνει είναι ελάχιστες.

Τέλος θα αναφέρουμε τα σημαντικότερα στάδια της φωτογραμμετρίας. Ξεκίνησε με την αναλογική φωτογραμμετρία, όπου με χρήση των οπτικομηχανικών μέσων κατέστη δυνατή η εξαγωγή της θέσης στις τρεις διαστάσεις λεπτομερειών ενός εικονιζόμενου αντικειμένου που εικονίζεται σε ένα στερεοζεύγος φωτογραφιών που έχουν ληφθεί από διαφορετικές θέσεις με σημαντική επικάλυψη. Στην συνέχεια υπήρξε η αναλυτική φωτογραμμετρία, όπου οι φωτογραμμετρικές διαδικασίες γίνονται με υπολογιστικά μέσα και για πρώτη φορά χρησιμοποιούνται ηλεκτρονικοί υπολογιστές για τον υπολογισμό των παραμέτρων των φωτογραφικών εικόνων και των προσανατολισμών τους καθώς και ο προσδιορισμός στον τρισδιάστατο χώρο της θέσης των λεπτομερειών των αντικειμένων. Τέλος, η ψηφιακή φωτογραμμετρία, όπου σταματά η επεξεργασία των αναλογικών φωτογραφιών και η επεξεργασία γίνεται με υπολογιστικά μέσα σε ψηφιακές απεικονίσεις (σκαναρισμένες εικόνες ή πρωτογενείς ψηφιακές εικόνες) όχι μόνο του ορατού φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας αλλά και άλλων προτύπων της όπως πχ. στο μήκος κύματος των μικροκυμάτων, υπέρυθρων ακτίνων κλπ.

## **2.3 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα και Χαρακτηριστικά της Φωτογραμμετρικής Μεθοδολογίας**

### **Πλεονεκτήματα φωτογραμμετρικής μεθοδολογίας αποτύπωσης:**

- Υπάρχει δυνατότητα πολυάριθμων εφαρμογών.
- Ταυτόχρονη καταγραφή ποσοτικής και ποιοτικής πληροφορίας.
- Ταχύτατες διαδικασίες καταγραφής.
- Ανεξαρτησία από καιρικές συνθήκες.
- Η αποτύπωση είναι αντικειμενική.
- Ορίζεται σύστημα αναφοράς.
- Η ανακατασκευή των γεωμετριών του αντικειμένου, στο χώρο, γίνεται μέσω συνεχούς απόδοσης ή/και σημειακής.
- Υπάρχει δυνατότητα επιστημονικού ελέγχου του αποτελέσματος ως προς την ακρίβεια και αξιοπιστία.
- Δεν υπάρχει ανάγκη σχεδίων πεδίου.
- Υπάρχει δυνατότητα έμμεσων μετρήσεων.
- Μπορεί να αξιοποιηθούν πλήρως οι δυνατότητες της νέας σχεδιαστικής τεχνολογίας (πχ. CAD) αλλά και της ψηφιακής τεχνολογίας ανάλυσης εικόνας (image processing). Επιπλέον είναι δυνατόν να αξιοποιηθούν εύκολα οι νέες τεχνικές ψηφιακής τεκμηρίωσης (αλφαριθμητικά, γραφικά και εικόνες). Αντιμετωπίζονται άμεσα λεπτομέρειες και πολυπλοκα αρχιτεκτονικά ή δύσκολα προσπελάσιμα στοιχεία.
- Στη διαδικασία των φωτογραμμετρικών αποτυπώσεων, ενσωματώνεται εύκολα η λογική

της διαχρονικής παρακολούθησης της δυναμικής συμπεριφοράς του αντικειμένου, εφόσον είναι εύκολη, φθηνή και “πληθωρική” η συλλογή δεδομένων.

- Γίνεται άμεση ανακατασκευή της στερεομετρίας του αντικειμένου.
- Αξιοποιούνται γεωμετρικές ιδιότητες (πχ. Σημεία φυγής, προοπτικότητα, κλπ) τα οποία διευκολύνουν ή και πλουτίζουν τις επεξεργασίες.

#### **Μειονεκτήματα φωτογραμμετρικής μεθοδολογίας αποτύπωσης:**

- Η αλγοριθμική επεξεργασία των δεδομένων είναι δύσκολη.
- Υπάρχει ανάγκη για πρόσθετες εργασίες της τοπογραφικής μεθόδου (στις περιπτώσεις χρήσης φωτοσταθερών ή τοποθέτησης του αντικειμένου σε αμοιβαία σχέση με άλλα αντικείμενα).
- Απαίτηση ειδικευμένου προσωπικού, τόσο για τη δουλειά υπαίθρου, όσο και για την επεξεργασία.
- Απαίτηση για εξειδικευμένο και καμιά φορά υψηλού κόστους εξοπλισμό.
- Εξάρτηση από γεωδαιτικές μετρήσεις.

## **2.4 Εφαρμογές της φωτογραμμετρίας.**

Οτιδήποτε μπορεί να φωτογραφηθεί, μπορεί και να μετρηθεί. Η φωτογραμμετρία εφαρμόζεται όταν απαιτείται απόδοση μεγάλου πλήθους λεπτομερειών, όταν απαιτούνται ισοϋψείς καμπύλες, όταν δεν είναι σίγουρο αν οι μετρήσεις θα χρειαστούν ή όχι και τέλος όταν δεν είναι γνωστό από πριν, ποιες μετρήσεις θα χρειαστούν και πότε. Οι χαρακτηριστικές εφαρμογές χωρίζονται σε εναέριες – δορυφορικές (χαρτογραφήσεις, κτηματολόγιο, οδοποιία) και σε επίγειες (αρχαιολογία, αρχιτεκτονική, βιομηχανία, παρακολούθηση κατασκευών, ιατρική). Στις χαρτογραφήσεις πραγματοποιούνται λήψεις σε κατακόρυφο άξονα, δορυφορικές λήψεις με κλίμακα έως 1:25000 και αεροφωτογραφίες με κλίμακα έως 1:1000. Στις αποτυπώσεις μεγάλων κλιμάκων και σε εφαρμογές οδοποιίας πραγματοποιούνται κατακόρυφες ή οριζόντιες λήψεις με κλίμακα 1:2000 – 1:200. Τέλος σε βιομηχανικές και ιατρικές εφαρμογές πραγματοποιούνται οριζόντιες λήψεις με κλίμακα 1:50.

### **2.4.1 Εναέρια Φωτογραμμετρία**

Η από αέρα φωτογραμμετρία ασχολείται με θέματα που αφορούν τη χαρτογράφηση σε μικρές συνήθως κλίμακες της γήινης επιφάνειας με χρήση φωτογραφιών που προέρχονται από φωτομηχανές που ίπτανται σε μεγάλο σχετικό ύψος πάνω από τη επιφάνεια της Γης. Η

εναέρια φωτογραμμετρία χρησιμοποιεί μεγάλου μεγέθους εικόνες και πληροφορίες συντεταγμένων εδάφους για να αναδημιουργήσει αποτελεσματικά τη γεωμετρία ενός τμήματος της γης σε ένα εικονικό περιβάλλον. Μπορούν να καταγραφούν ακριβής από εναέρια φωτογραφικές εικόνες με χρήση παραδοσιακών μεθόδων, με την προϋπόθεση i) 2 ή περισσότερων επικαλυπτόμενων φωτογραφιών, ii) οι συντεταγμένες (x,y,z) να είναι ακριβής και γνωστές για τουλάχιστον τρία καθορισμένα σημεία/αντικείμενα στις επικαλυπτόμενες φωτογραφίες, iii) η φωτογραφική μηχανή πρέπει να είναι βαθμονομημένη ή μετρική. Για την αποτύπωση 3D τοπίων η εναέρια φωτογραμμετρία δεν είναι συχνά σε θέση να συλλάβει εικόνες από όλη την έκταση, επομένως σε αυτές τις περιπτώσεις, η εναέρια φωτογραμμετρία συνδυάζεται με άλλες φωτογραφικές τεχνολογίες, όπως laser scanners, white light digitizers και LiDAR τεχνολογία. Εφαρμογές που εκμεταλλεύονται τις παραπάνω τεχνολογίες βρίσκουμε στις χαρτογραφήσεις, στις κτηματογραφήσεις, στην οδοποιία, στην ανάλυση του εδάφους, στην αποτύπωση ρύπανσης όπως επίσης και στην αρχαιολογία.

Τα τελευταία χρόνια νέα όργανα μετρήσεων έχουν εισαχθεί στις επιστήμες των αποτυπώσεων χώρων τα οποία είναι σε θέση να μετρήσουν και να ανακατασκευάσουν τον τρισδιάστατο χώρο και τα αντικείμενα των διάφορων μορφών και μεγεθών με έναν γρήγορο και οικονομικό τρόπο. Αυτά τα όργανα, βασισμένα στην τεχνολογία laser, είναι συνήθως γνωστά ως επίγειοι Τρισδιάστατοι Ανιχνευτές Laser (3D laser scanner). Εκτός από τους τρισδιάστατους ανιχνευτές laser υπάρχουν και συσκευές που σαρώνουν μόνο οριζόντια ή κατακόρυφα ένα μνημείο – χώρο και μπορεί να χρησιμοποιηθούν για την καταγραφή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των αντικειμένων πολιτιστικής κληρονομιάς. Οι συσκευές ονομάζονται laser profilers και χρησιμοποιούνται με σημαντική επιτυχία για τη δημιουργία σχεδιαγραμμάτων κατόψεων και τομών των εσωτερικών χώρων των μνημείων.

Κύρια χαρακτηριστικά της μεθόδου ανίχνευσης laser είναι:

- Είναι ταχύτερη και αξιόπιστη μέθοδος αποτύπωσης
- Παρέχει ακριβέστερα προϊόντα από οποιαδήποτε άλλη μεθοδολογία
- Απαιτεί λιγότερη προεπεξεργασία αλλά και μικρότερο χρόνο εργασίας στο γραφείο
- Συνδυάζει την ακρίβεια της τοπογραφικής αποτύπωσης και την πληρότητα και συνέχεια αποτύπωσης της φωτογραμμετρικής
- Παρέχουν μεταβλητή ανάλυση στο έδαφος ανάλογα με την απαιτούμενη ακρίβεια του τελικού προϊόντος
- Παρέχει συνολική αποτύπωση των 3D αντικειμένων χωρίς επιπλέον κόπο ή χρόνο εργασίας
- Το κόστος αγοράς εξοπλισμού είναι μεγάλο ενώ το κόστος της αποτύπωσης μπορεί να είναι ιδιαίτερα χαμηλό λόγω του μειωμένου χρόνου παραμονής των ειδικευμένων επιστημόνων στο τόπο καταγραφής και του περιορισμένου αριθμού εργατοωρών που απαιτούνται για τη δημιουργία του συνολικού 3D μοντέλου. Τα σημεία που θα μετρηθούν δεν προσδιορίζονται από το χειριστή του οργάνου αλλά προκύπτουν τυχαία και το μόνο που καθορίζεται είναι το βήμα της οριζόντιας και κατακόρυφης ανάλυσης μετρήσεων. Στην συνέχεια αναφέρουμε κάποιες εναλλακτικές μεθόδους.

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων χρόνων πολλοί επιστήμονες που ασχολούνται με την καταγραφή και τεκμηρίωση μνημείων Πολιτιστικής Κληρονομιάς προσπάθησαν να αναπτύξουν καινοτόμες μεθοδολογίες που έχουν σα σκοπό την αυτοματοποίηση των

μετρήσεων για την καταγραφή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών τους. Συνήθως οι προσπάθειες αυτές είχαν σα σκοπό τη χρήση τεχνικών τοπογραφικών μετρήσεων και σύλληψης της εικονικής πληροφορίας με χρήση υβριδικών συστημάτων.

Χαρακτηριστικά αναφέρεται το παράδειγμα των (T. Kakiuchi, H. Chikatsu, 2004) που κατευθύνθηκαν στην κατασκευή και χρήση ενός γεωδαιτικού σταθμού με ενσωματωμένη ψηφιακή κάμερα.

Ένα άλλο παράδειγμα υβριδικού συστήματος τοπογραφίας – φωτογραμμετρίας προτάθηκε από τον M. Scherer . Η συγκεκριμένη ερευνητική πρόταση περιγράφει τη χρήση του «έξυπνου ταχύμετρου» ενός γεωδαιτικού σταθμού που οδηγείται (περιστρέφεται μηχανοκίνητα) από φορητό H/Y και μετρά χωρίς τη χρήση κάτοπτρου αλλά με μια δέσμη ακτίνας laser, τα χαρακτηριστικά σημεία που περιγράφουν το σχήμα του μνημείου. Η χρήση μιας CCD κάμερας που συνδέεται σε πραγματικό χρόνο με τον H/Y μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για την καταγραφή on-line της εικονικής πληροφορίας που μετράται από το γεωδαιτικό σταθμό ή για την καθοδήγηση του μηχανισμού μέτρησης μέσω ειδικού λογισμικού προς το σημείο του αντικειμένου που επιθυμείται να μετρηθεί.

Στο ίδιο ερευνητικό πεδίο κινείται και το Archimedes 3D. Πρόκειται για ένα λογισμικό που εκτελείται σε φορητό H/Y που κατευθύνει το σύστημα μέτρησης ενός γεωδαιτικού σταθμού με δυνατότητα μετρήσεων χωρίς τη βοήθεια κάτοπτρου (μέτρηση απόστασης με ακτίνα laser) για την καταγραφή των χαρακτηριστικών σημείων στην όψη ενός αρχιτεκτονικού μνημείου. Ο έξυπνος τρόπος λειτουργίας και προσδιορισμού των χαρακτηριστικών σημείων που μετρώνται είναι δύο από τα βασικά χαρακτηριστικά της μεθοδολογίας.

Επίσης, στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος HAZMAP (Masood Varshosaz, et.al, 2000) που πραγματοποιήθηκε από το τμήμα Geomatic Engineering του University College London, διερευνήθηκε η χρήση ενός μηχανοκίνητου θεοδόλιχου (Geotronics 510 SN) που περιστρέφεται μέσω σερβομηχανισμών σε συνδυασμό με δύο CCD κάμερες Pulnix TM 256 για την λήψη και ταυτόχρονη αναφορά και εξωτερικό προσανατολισμό των εικόνων που χρησιμοποιούνται ως υφή σε προϊόντα τεκμηρίωσης μνημείων – χώρων. Το σύστημα είναι ιδιαίτερα χρήσιμο όταν δεν είναι δυνατή η τοποθέτηση ή/και μέτρηση φωτοσταθερών για την φωτογραμμετρική επεξεργασία εικόνων των μνημείων.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει και η ερευνητική εργασία των L. VanGool, M. Waelkens, P. Mueller, T. Vereenoghe, M. Vergauwen (L. Van Gool, et.al, 2004) που σκοπό είχε την καταγραφή των ερειπίων του νυμφαίου της αρχαίας πόλης της Σαλασού (Ελληνιστικής περιόδου) και της εικονικής αναστήλωσης και οπτικοποίησής τους. Η καταγραφή έγινε με χρήση τεχνικών video-γραμμετρίας (videogrammetry) όπου με χρήση αυτόματων τεχνικών προσανατολισμού των εικόνων μπόρεσε να παραχθεί το επενδυμένο μοντέλο (draped model) του υπάρχοντος κτίσματος. Σε πολλές περιπτώσεις χρειάστηκε να ψηφιοποιηθεί μέρος της διακόσμησης του κτιρίου σε πολύ μεγάλη κλίμακα (>1:50) και απαιτήθηκε μια γρήγορη και αξιόπιστη τεχνική κάνοντας χρήση μιας φορητής συσκευής που ονομάζεται ShapeCam (<http://www.eyetronics.com>). Η τεχνική χαρακτηρίστηκε από τους



ερευνητές «ενεργητική» καθώς προβάλλει από γνωστή και σταθερή θέση ένα κάνναβο ευδιάκριτων φωτεινών σημαδιών επάνω στη διακόσμηση, που αυτόματα αναγνωρίζονται σε εικόνες που λαμβάνονται από φωτομηχανή υψηλής ανάλυσης που φέρει το σύστημα και με χρήση φωτογραμμετρικών εξισώσεων προσδιορίζεται η θέση των σημαδιών αυτών στο 3D χώρο. Παράλληλα δημιουργείται και η εικόνα (ορθοεικόνα) που προβάλλεται ως υφή στο 3D μοντέλο της επιφάνειας.

Μια πολύ ενδιαφέρουσα πρόταση ψηφιοποίησης από εικόνες και ιδιαίτερα για εφαρμογή σε καταγραφή αρχιτεκτονικών – αρχαιολογικών μνημείων και συνόλων αποτελεί η πρόταση της εταιρείας MetaCreations, το λογισμικό Canoma (<http://www.canoma.com>). Το συγκεκριμένο λογισμικό ενσωματώνει μια σειρά από εργαλεία τοποθέτησης κανονικών στερεών σχημάτων (κύβος, παραλληλόγραμμο, πυραμίδα, αψίδα κ.α.) σε μια ή περισσότερες ψηφιακές εικόνες με σκοπό την εξαγωγή των εικόνων υφής και της γεωμετρίας τους από αυτές. Επίσης, συνεργάζεται με προγράμματα σχεδίασης CAD ώστε με την εισαγωγή των τρισδιάστατων αντικειμένων να εξαχθεί η υφή από τις εικόνες και να δημιουργηθεί το τρισδιάστατο μοντέλο σε μορφή αρχείου εικονικής πραγματικότητας (VRML).

#### **2.4.2 Εφαρμογές στην Ιατρική**

Η φωτογραμμετρία εκμεταλλεύομενη τα πλεονεκτήματα που έχει μπορεί να προσφέρει μεγάλες διευκολύνσεις στην ιατρική. Με την μέθοδο της φωτογραμμετρίας έχουμε μια ανώδυνη ( πολύ πιο χαμηλή ακτινοβολία) χωρική μέτρηση του ανθρώπινου σώματος. Ήδη έχουν αναπτυχθεί μια σειρά από μετρήσεις του σώματος με τη χρήση ποικίλων φωτογραμμετρικών τεχνικών, ανταποκρινόμενες στις απαιτήσεις για εξειδικευμένη χωρική μέτρηση για μια ευρεία ποικιλία ιατρικών εφαρμογών. Υπάρχουν πολλές προκλήσεις για το σχεδιασμό των φωτογραμμετρικών ιατρικών συστημάτων, όπως για παράδειγμα ότι δεν μπορούν να δώσουν απλά χωρικά δεδομένα για το σώμα αλλά και συγκεκριμένες ιατρικές πληροφορίες. Λόγω αρκετών δυσκολιών, η φωτογραμμετρία στην ιατρική δεν έχει ακόμα πετύχει σπουδαία αποτελέσματα, όμως αξίζει να αναγνωριστεί ως μία κατηγορία φωτογραμμετρίας που παραμένει μια πολύτιμη επιδίωξη η οποία δεν πρέπει να εγκαταλειφθεί για τυχόν δυσκολίες.

Κατά την διάρκεια της τελευταίας δεκαετίας, η απασχόληση των φωτογραμμετρικών μετρήσεων ως εργαλείο στην διάγνωση της νόσου, στην θεραπεία του ασθενούς, στην ανάλυση της κίνησης και στην ιατρική έρευνα έχει απασχολήσει πρακτικούς και θεωρητικούς φωτογραμμετριστές όπως και αρκετούς επιστήμονες ιατρούς. Οι εκθέσεις των δραστηριοτήτων τους, που μπορούμε να βρούμε στην ιατρική και φωτογραμμετρική βιβλιογραφία, δείχνουν ότι εμπλέκονται πολλά μέρη του ανθρώπινου σώματος και βρίσκουν απήχηση σε μια μεγάλη ποικιλία ιατρικών προβλημάτων, εκμεταλλευόμενοι ένα μεγάλο εύρος φωτογραμμετρικών μεθόδων. Επίσης ενώ η έρευνα γίνεται για αποκλειστικά ιατρικούς σκοπούς, παρατηρείται ότι βρίσκει εφαρμογές και σε τελείως διαφορετικά πεδία. Τέλος, οποιοδήποτε φωτογραμμετρικό σύστημα απεικόνισης έχει οδηγήσει σε εμπορική εφαρμογή, θεωρείται ως ιδιαίτερα επιτυχής.

Παρακάτω παραθέτουμε συσχετισμένες περιοχές του σώματος που έχουν γίνει αρκετές έρευνες για την χωρική τους αναπαράσταση βασισόμενες στην φωτογραμμετρική διαδικασία.

**Πρόσωπο:** Το πλεονέκτημα της φωτογραμμετρίας ως μέσο απεικόνισης της πλήρους έκτασης του προσώπου παρατηρήθηκε πολύ πριν από την ψηφιακή τεχνολογία (Burke & Beard, 1967). Φωτογραμμετρικές μετρήσεις έχουν χρησιμοποιηθεί στο πρόσωπο περισσότερο από οποιοδήποτε άλλο μέρος του σώματος. Οι μετρήσεις έγιναν για την παρακολούθηση του σχήματος του προσώπου καθώς αλλάζει κατά τη διάρκεια μιας εκτεταμένης χρονικής περιόδου (γήρανση) ή κατά την επεξεργασία του (πλαστική χειρουργική) ύπο διάφορες συνθήκες (Gabel & Kakoschke, 1996). Η φωτογραμμετρία έχει επίσης χρησιμοποιηθεί για την διερεύνηση μεταβολών επί σύντομες χρονικές περιόδους, όπως πριν και μετά από την χειρουργική επέμβαση (πολύ συνηθισμένη εφαρμογή σε μη λειτουργική δομή σαγωνιού (Coobes, 1999)). Επίσης υπάρχουν έρευνες σχετικά με την αναγνώριση σωματικών και ψυχολογικών συνθηκών που αποτυπώνονται στο πρόσωπο (Shaner, 2000). Ο Shaner σύγκρινε διάφορες άμεσες και τηλεσκοπικές μεθόδους μέτρησης του προσώπου και κατέληξε στο ότι υπάρχουν ελάχιστες εναλλακτικές λύσεις για την μέτρηση του πλήρους προσώπου χωρίς να προκαλέσει δυσφορία στον ασθενή ή να αλλοιώσει τα χαρακτηριστικά του προσώπου στην απεικόνιση. Με την φωτογραμμετρία ενώ έχουμε τα ακριβής και υψηλής ανάλυσης χωρικά δεδομένα, που μπορούν να απεικονήσουν το πρόσωπο με μεγάλη λεπτομέρεια, πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι στην ιατρική είναι πολύ υψηλές οι απαιτήσεις, ιδίως αν ληφθεί υπόψη το περίπλοκο σχήμα του προσώπου όπως και οι αποκλίσεις που μπορεί να υπάρχουν στην στερεοφωτογραφία.

Για να είναι αποδεκτή μια φωτογραμμετρική μέτρηση από την ιατρική κοινότητα ίσως χρειαστεί να αποτυπώσει τα χαρακτηριστικά του προσώπου σε μια 3D αναπαράσταση. Επιπλέον επειδή η μέτρηση του προσώπου μπορεί να είναι χρήσιμη στον χειρουργικό σχεδιασμό για να παρέχει και στον χειρουργό αλλά και στον ασθενή προβλέψεις για τις εξωτερικές αλλαγές του προσώπου μετά την επέμβαση, δυναμικά μοντέλα υπολογιστών ίσως κάποιες φορές πρέπει να είναι μέρος του συστήματος μέτρησης.

Γίνεται προφανές ότι οποιοδήποτε σύστημα που ικανοποιεί όλες τις παραπάνω απαιτήσεις για την μέτρηση του προσώπου, θα πρέπει να είναι ειδικά κατασκευασμένο και όχι με βάση τα κλασσικά συστήματα φωτογραμμετρικής μέτρησης. Ίσως λόγω όλων αυτών των δυσκολιών, και παρά ζήτηση και την εκτεταμένη ανάπτυξη, οι φωτογραμμετρικές μέθοδοι δεν είναι ακόμα σε ευρεία χρήση. Δεν υπάρχουν γνωστά εμπορικά φωτογραμμετρικά συστήματα, αλλά υπάρχουν συστήματα μέτρησης του σώματος με τεχνικές σάρωσης.

**Πλάτη:** Η επιτακτική ανάγκη για την μέτρηση της πλάτης υπάρχει λόγω της εκτεταμένης εμφάνισης της σκολίωσης ή της καμπυλότητας της σπονδυλικής στήλης, που εμφανίζεται συχνά στα εφηβικά χρόνια με λειτουργικά αλλά και εμφανισιακά προβλήματα. Απαιτούνται μετρήσεις για την ανύχνευση της κατάστασης αλλά και για την παρακολούθηση της προόδου της θεραπείας. Παρά τα προφανή οφέλη που προσφέρει η φωτογραμμετρία, την ακρίβεια, αλλά ακόμη και την ικανότητα να προσδιορίσει από εξωτερικές μετρήσεις αξιόπιστες τιμές

για το σχήμα και τις παραμέτρους της σπονδυλικής στήλης και να βοηθήσει στην διάγνωση αλλά και στην θεραπεία υπάρχουν αντίθετες απόψεις. Πολλοί όμως ορθοπεδικοί προτιμούν την εξωτερική μέτρηση μέσω της φωτογραμμετρίας εξαιτίας του κινδύνου της υπερβολικής δόσης ακτίνων Χ που έχουν τα εσωτερικά συστήματα μέτρησης. Η φωτογραμμετρία σαφώς και μπορεί να ανταγωνιστεί με τα πρωτόγονα εργαλεία μέτρησης που χρησιμοποιούνται όταν πρέπει να αποφεύγεται η έκθεση στην ραδιενέργεια. Η κυμματαίσιμη που υπάρχουν στην επιφάνεια της πλάτης την καθιστούν ιδανική επιφάνεια για μέτρηση με την χρήση της φωτογραμμετρίας. Έχουν γίνει αρκετές έρευνες για την μέτρηση της πλάτης με την χρήση της φωτογραμμετρίας, οι περισσότερες από αυτές χρησιμοποίησαν κάποια συγκεκριμένα pattern πάνω στην πλάτη για το ταίριασμα των κοινών σημείων. Τα οφέλη της μέτρησης της πλάτης θεωρείται κάτι δεδομένο και υπάρχουν αρκετά τέτοια συστήματα στο εμπόριο. Όμως όπως και για το πρόσωπο έτσι και για την πλάτη φωτογραμμετρικά συστήματα μέτρησης είναι σπάνια.

**Κινησιολογία:** Ενδιαφέρον έχουν επίσης οι έρευνες πάνω σε διάφορα προβλήματα κίνησης που είναι αποτέλεσμα τραυματισμού ή εκ γενετής πρόβλημα. Το έργο του Holmes, το 1863, ο οποίος χρησιμοποίησε στερεοσκοπικά φωτογραφίες για να μελετήσει το βάδισμα, συχνά αναφέρεται ως η πρώτη εφαρμογή της φωτογραμμετρίας στην ιατρική. Οι μετρήσεις του οδήγησαν στην βελτίωση του σχεδιασμού των τεχνητών μελών για ακρωτηριασμένους, που ακρωτηριάστηκαν κατά την διάρκεια του Αμερικανικού εμφυλίου πολέμου. Η δυνατότητα για παραγωγή υψηλής ταχύτητας ακολουθιών απεικόνισης είναι η προφανής βοήθεια της φωτογραμμετρίας στο έργο του Holmes. Ωστόσο, η φωτογραμμετρική διαδικασία είναι αρκετά περίπλοκη, λόγω της ανάγκης για εξελιγμένα συστήματα εύρεσης στόχου από ακολουθίες εικόνων, από πολλαπλές κάμερες και με εικόνες οι οποίες έχουν αρκετό θόρυβο. Υπάρχουν αρκετές μελέτες πάνω στο θέμα της κινησιολογίας που μπορούν να βρεθούν στην παγκόσμια βιβλιογραφία όπως επίσης και μερικά πρακτικά συνεδριών (π.χ. Walton, 1990). Παρά τις δυσκολίες, η εφαρμογή της φωτογραμμετρίας σε ιατρικά προβλήματα κινησιολογίας, έχει δει την πιο εκτεταμένη εφαρμογή από οποιοδήποτε άλλο τομέα της ιατρικής και έχει εμπορικά συστήματα για μελέτες στο περπάτημα ή το τρέξιμο που χρησιμοποιείται ευρέως σε ιατρικά ιδρύματα σε όλο τον κόσμο. Περισσότερες πληροφορίες πάνω στην κινησιολογία με χρήση φωτογραμμετρίας μπορεί να βρεθεί στην παρακάτω βιβλιογραφία: Bioengineering Technology and Systems (2001), Qualisys AB (2001) και Vicon Motion Systems (2001).

Άλλοι φωτογραμμετριστές, ασχολήθηκαν με μία άλλη κατηγορία κινησιολογίας που σχετίζεται με ανθρώπους που ασχολούνται με τον αθλητισμό, κυρίως στίβου, αλλά και στο γκολφ, τένις και στο ποδόσφαιρο (Chikatsu, 1992 και Chikatsu & Murai, 1994), αλλά οι εφαρμογές τους δεν έφτασαν σε εμπορεύσιμο επίπεδο.

Τέλος, υπήρξαν κάποιες λιγότερο γνωστές μελέτες πάνω στην κινησιολογία (Adams and Klein (1986)), η οποίες παρείχαν μετρήσεις σχετικά με τον κύκλο αναπνοής των βρεφών, όπου και πάλι το κρίσιμο χαρακτηριστικό ήταν η ικανότητα της μεθόδου απεικόνισης να

αποφεύγει την επαφή με τον ασθενή. Όλες αυτές οι μελέτες υποδεικνύουν ότι χρησιμότητα της κάθε μέτρησης δεν είναι πάντα προφανής.

**Δέρμα:** Οι πληγές, τα έλκη, τα μελανώματα και άλλες δερματικές παθήσεις έχουν μελετηθεί από φωτογραμμετριστές, συνήθως για παρακολούθηση της αλλαγής τους στο πέρασμα του χρόνου. Για το λόγο αυτό το κυριότερο πλεονέκτημα της φωτογραμμετρίας έγκειται στην παροχή ακριβής καταγραφής, αλλά μία σημαντική πρόκληση έγκειται στην παροχή φθηνών και απλών τεχνικών για καθημερινή χρήση σε κλινικές και νοσοκομεία. Η μόνη εναλλακτική λύση φαίνεται να είναι η απλή παρατήρηση συνοδευόμενη από την φωτογράφιση, αλλά παρά το έντονο ενδιαφέρον στο έργο των Eriksson (1979) και Boersma (2000), τα φωτογραμμετρικά συστήματα δεν είναι σε κοινή χρήση.

**Δόντια:** Οι μετρήσεις στα δόντια χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση της διάβρωσης, της εμφάνισης φθοράς και την τριβή και στις δύο επιφάνειες των δοντιών και στα υλικά αποκατάστασης των δοντιών, αλλά η επαναληπτική μέτρηση πραγματοποιείται γενικά στα αντίγραφα δοντιών παρά στα πραγματικά δόντια. Η φωτογραμμετρία είναι κατάλληλη για εικόνες μικροσκοπίου και είναι λογικό να υπάρχει έντονο ενδιαφέρον στο συγκεκριμένο τομέα ιατρικής. Οι κοινές δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι φωτογραμμετρικές λύσεις εδώ, είναι η ανάγκη να καθορίσουν τις παραμέτρους του προσανατολισμού της μηχανής και η έλλειψη της υψής στα αντικείμενα, δόντια. Η έρευνα του Chadwick (1992) έχει προβεί σε επισκόπηση της χρήσης της φωτογραμμετρίας για τέτοιους σκοπούς. Άλλες έρευνες όπως αυτή του Azzopardi (2000), δείχνουν ότι η φωτογραμμετρία αντιμετωπίζει μεγάλο ανταγωνισμό από μία ποικιλία εξελιγμένων οπτικών και μηχανικών συστημάτων.

**Άλλες μετρήσεις στο σώμα:** Η φωτογραμμετρία έχει εφαρμοστεί σε πολλά άλλα μέρη του σώματος, αλλά χωρίς την ιδιαίτερη έμφαση που έχει δοθεί στα παραπάνω θέματα. Ενδιαφέρουσες εφαρμογές έχουν αναπτυχθεί για παράδειγμα στα μάτια (Takamoto & Schwartz, 1986) όπως και στα πόδια, το στήθος και την κοιλιά (Karras & Petsa 1992). Η φωτογραμμετρία προσφέρει αρκετά πλεονεκτήματα, με επίκεντρο την ταχύτατη καταγραφή και την μη-επαφή με τον ασθενή, αλλά δεν υπάρχει κάποιο φωτογραμμετρικό σύστημα που να είναι σε ευρεία χρήση ακόμα. Η τοποθέτηση του σώματος (Baroni, 2000) φαίνεται να είναι η πιο χρήσιμη εφαρμογή της φωτογραμμετρίας καθώς είναι ακατόρθωτο να επιτευχθεί με εναλλακτικές μεθόδους.

**Μετρήσεις εσωτερικά του σώματος:** Τα οφέλη που προσφέρει η απεικόνιση έχουν δώσει στην φωτογραμμετρία μία εφαρμογή στην καταγραφή μίας χειρουργικής διαδικασίας για διδακτικούς σκοπούς. Μερικές πλήρως ψηφιακές φωτογραμμετρικές μέθοδοι (Adams 1994, Tredwell 1995) έχουν αναπτυχθεί για χειρουργική χρήση σε συγκεκριμένα νοσοκομεία. Πολλαπλά συστήματα απεικόνισης χρησιμοποιούνται ήδη, και επίσης κάποιοι (Valstar

2002b) αναφέρουν και παραδείγματα συστημάτων βασισμένα σε κάμερες για υπολογιστική βοήθεια στην χειρουργική που είναι αυτή τη στιγμή διαθέσιμα στο εμπόριο.

**Μέθοδοι Ακτινογράφησης:** Η τρισδιάστατη πληροφορία από τη χρήση ακτινογραφιών μπορεί να παρουσιάσει μεγάλο ενδιαφέρον λόγω των φωτογραμμετρικών αρχών μείωσης. Η έκταση της χρήσης, τέτοιων μεθόδων, σε ιατρικά ιδρύματα δεν είναι σαφής, αλλά υπάρχουν πολυάριθμες δημοσιεύσεις στην ιατρική και στην φωτογραμμετρική λογοτεχνία. Για παράδειγμα αναφερόμενος στην πλάτη (Merolli, 1995, Lofgren, 2000), στο πρόσωπο (Thomas, 1996) και σε μελέτες μετακίνησης των εμφυτευμάτων (Valstar, 2002a).

Για κάθε εφαρμογή, τα σημαντικά θέματα που πρέπει να εξεταστούν είναι η ώθηση για την φωτογραμμετρική εργασία, οι προκλήσεις και τα εναλλακτικά εργαλεία μέτρησης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν.

## Κεφάλαιο 3

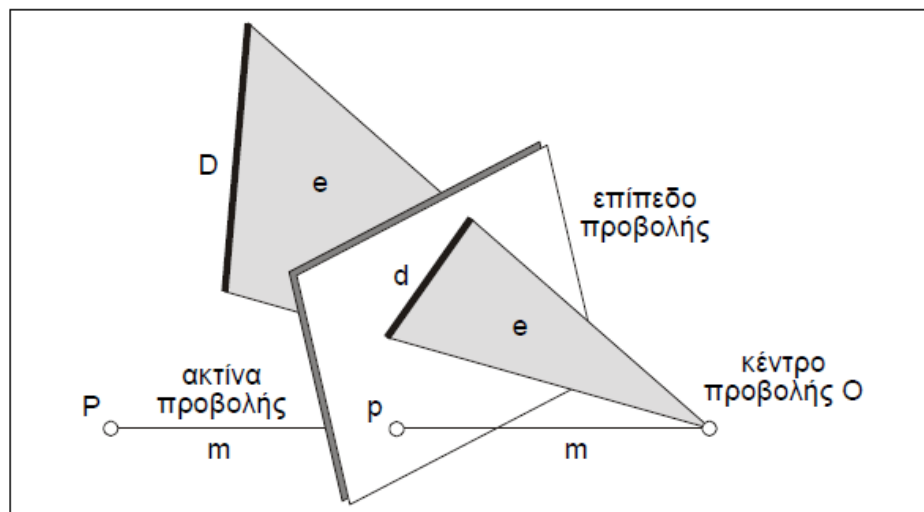
### Θεωρητικό Υπόβαθρο

#### 3.1 Η Κεντρική Προβολή

Από αυστηρά γεωμετρική άποψη – δηλαδή ανεξάρτητα από την οπτική διαδικασία που την δημιουργεί – μιά εικόνα/φωτογραφία θεωρείται γενικά ότι είναι το προϊόν μιάς κεντρικής προβολής. Στην φωτογραμμετρία η εικόνα προσεγγίζεται γεωμετρικά με το μοντέλο της κεντρικής προβολής. Θα πρέπει, πάντως, να είναι εξαρχής σαφές ότι η χρήση της λέξης “προσεγγίζεται” δεν είναι τυχαία καθώς η εικόνα δεν είναι μιά αυστηρή κεντρική προβολή. Αυτό οφείλεται κυρίως σε σφάλματα τών φακών αλλά και σε πολλούς άλλους παράγοντες που επενεργούν στην φυσική διαδικασία της απεικόνισης (όπως πχ. η μη επιπεδότητα του φιλμ ή η ατμοσφαιρική διάθλαση).

##### 3.1.1 Βασικές Έννοιες

Κατ’ αρχήν, λοιπόν, και κατά το Εικόνα 3.1 θεωρείται σε πρώτη προσέγγιση ότι τα σημεία του χώρου προβάλλονται σε ένα επίπεδο προβολής (επίπεδο του αρνητικού για τις κοινές αναλογικές εικόνες) μέσω μιάς δέσμης ακτίνων προβολής, οι οποίες διέρχονται όλες από το κέντρο προβολής (ή προβολικό κέντρο ή και σημείο λήψης), δηλαδή το σημείο που θα μπορούσαμε περιγραφικά να ονομάσουμε “κέντρο του φακού”. Αποτέλεσμα μιάς κεντρικής προβολής, και εν προκειμένω μιάς φωτογραφικής απεικόνισης, είναι ένα σύνολο εικονοσημείων τα οποία συγκροτούν μιά προοπτικά παραμορφωμένη άποψη του αντικειμένου, δηλαδή μιά προοπτική απεικόνισή του.



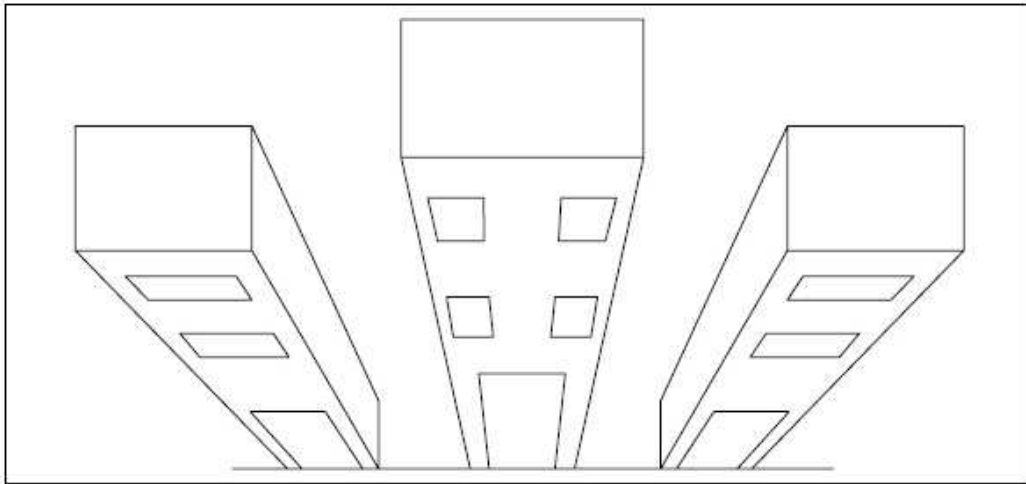
Εικόνα 3.1: Κεντρική προβολή σημείου ( $P \rightarrow p$ ) και ευθείας ( $D \rightarrow d$ ) του χώρου.

### 3.1.2 Βασικές Ιδιότητες της Κεντρικής Προβολής

Η κεντρική προβολή παρουσιάζει ορισμένα βασικά χαρακτηριστικά που έχουν ιδιαίτερη σημασία για την φωτογραμμετρία, μπορεί μάλιστα να πει κανείς ότι ολόκληρη η φωτογραμμετρία στηρίζεται σε αυτά ακριβώς τα χαρακτηριστικά.

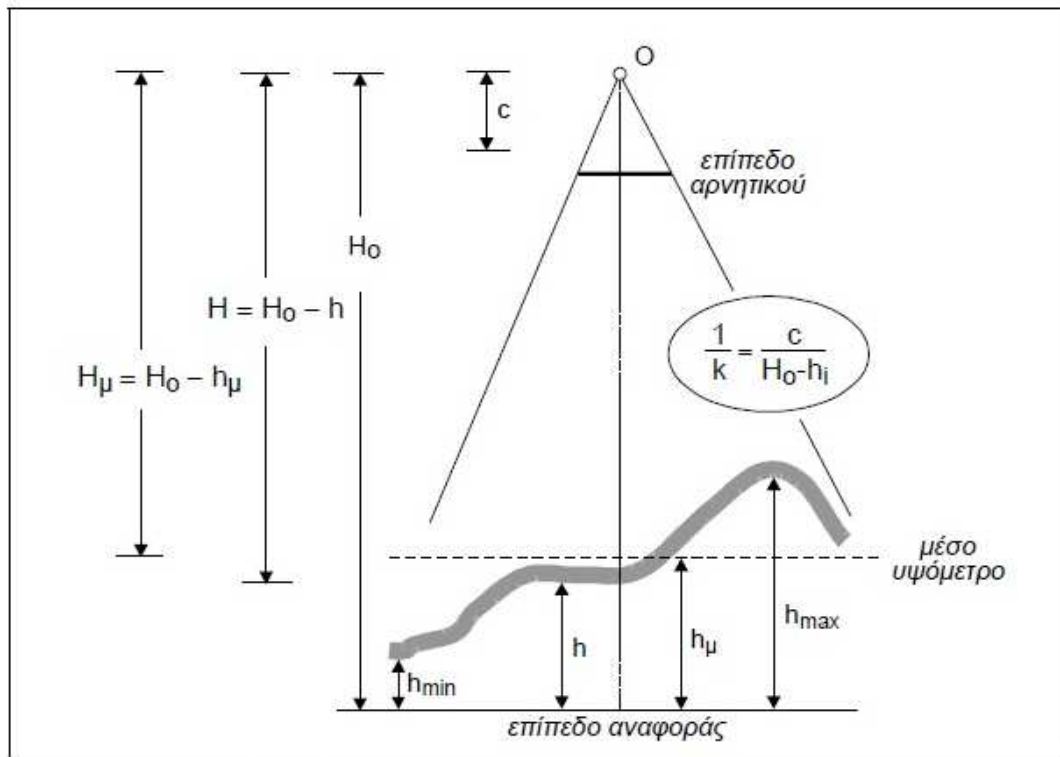
#### 3.1.2.1 Η Μεταβλητή Κλίμακα

Κυριότερη ιδιότητα της φωτογραφικής εικόνας ως κεντρικής προβολής (προοπτικής απεικόνισης) είναι η μεταβλητή κλίμακα. Στην Εικόνα 3.2 φαίνεται αυτή η μεταβολή στην περίπτωση κτιρίου που έχει ληφθεί από ψηλά. Είναι προφανές ότι εδώ ακριβώς έγκειται η κρίσιμη διαφορά της κεντρικής από μία ορθή προβολή, άρα και από έναν χάρτη.



Εικόνα 3.2: Μεταβολή της κλίμακας στην προοπτική απεικόνιση.

Επομένως η κλίμακα της εικόνας (που συχνά θα την δείτε να αναφέρεται και ως φωτογραφική κλίμακα) δεν είναι ενιαία, είναι μάλιστα δυνατόν να παρουσιάζονται ιδιαίτερα έντονες διακυμάνσεις από σημείο σε σημείο της ίδιας εικόνας. Από την Εικόνα 3.3 μπορεί να αντιληφθεί κανείς την βασική σχέση που εκφράζει την φωτογραφική κλίμακα.



Εικόνα 3.3: Εκφράσεις της κλίμακας της εικόνας.

Από την Εικόνα 3.3 προκύπτουν, λοιπόν, δύο βασικά στοιχεία για την κλίμακα της εικόνας (η οποία συμβολίζεται ως 1:k, όπου k είναι ο συντελεστής κλίμακας). Πρώτον, ότι η κλίμακα εξαρτάται από ορισμένους παράγοντες, και συγκεκριμένα:

- από την απόσταση  $H_0$  του φακού O από το επίπεδο αναφοράς, που στην περίπτωση της αεροφωτογραφίας ισοδυναμεί με το υψόμετρο πτήσης
- από το ανάγλυφο της περιοχής (για κάθε σημείο από το υψόμετρό του h)
- η διαφορά αυτών των δύο τιμών ονομάζεται απόσταση λήψης H (ειδικά στην περίπτωση της αεροφωτογραφίας και ύψος πτήσης από το έδαφος ή απλώς ύψος πτήσης) και εκφράζει την απόσταση φακού-αντικειμένου
- από το είδος του φακού – ευρυγώνιος, κανονικός κ.λπ. – που εν προκειμένω υπεισέρχεται μέσω της “σταθεράς c της μηχανής”
- και, τέλος, από την κλίση του άξονα της μηχανής, ως προς τον άξονα Z (δηλαδή στην περίπτωση αεροφωτογραφίας την κατακόρυφο). Η απλή εξίσωση της Εικόνας 3.3 προφανώς έχει ισχύ μόνο για εκείνη την απλή γεωμετρία λήψης όπου η κλίση της εικόνας μπορεί να θεωρηθεί μηδενική, δηλαδή για την περίπτωση της “αυστηρά κατακόρυφης λήψης”.

Κατά δεύτερον, όπως προκύπτει και από τα προηγθέντα, η κλίμακα της εικόνας εξαρτάται τοπικά από το υψόμετρο του σημείου του εδάφους, επομένως διαφέρει από σημείο σε σημείο της. Έτσι, η φωτογραμμετρία υιοθετεί την βασική έννοια της σημειακής κλίμακας, ότι δηλαδή κάθε σημείο i απεικονίζεται υπό την δική του κλίμακα 1:  $k_i$  όπου:

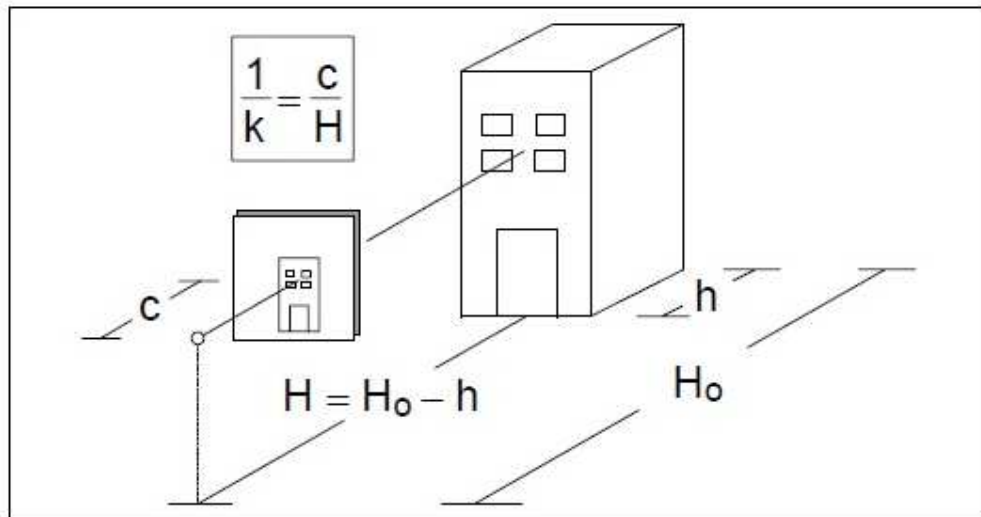


$$\frac{1}{k_i} = \frac{c}{H_o - H_i} = \frac{c}{H_i} \quad (3.1)$$

Κάθε σημείο έχει το δικό του υψόμετρο, επομένως έχει και την δική του απόσταση λήψης. Όμως εκτός από την έννοια της σημειακής κλίμακας – στην οποία γενικά βασίζονται οι φωτογραμμετρικοί υπολογισμοί – υπάρχει και η ανάγκη να περιγραφεί η κλίμακα της εικόνας με μία τιμή. Έτσι, μιλάμε για την μέση κλίμακα της εικόνας ή απλώς κλίμακα της εικόνας. Αυτό επιτρέπει να συνεννοούμαστε σχετικά με το για ποιιάς κλίμακας εικόνες πρόκειται κάθε φορά (πχ. 1:5.000 ή 1:40.000) αλλά και να κάνουμε ορισμένους κάπως χονδρικούς μεν αλλά πολύ σημαντικούς υπολογισμούς – πχ. για τον προγραμματισμό μιάς λήψης ή για την εκτίμηση της μέσης ακρίβειας. Η μέση κλίμακα αναφέρεται σε κάποιο προσεγγιστικό μέσο υψόμετρο. Χρήσιμο είναι, ακόμα, να επισημανθεί ότι η μέγιστη κλίμακα της εικόνας προφανώς απαντάται στα σημεία μέγιστου υψομέτρου, δηλαδή τα σημεία που βρίσκονται στην ελάχιστη απόσταση λήψης:

$$\left(\frac{1}{k}\right)_{\max} = \frac{c}{H_o - h_{\max}} = \frac{c}{H_{\min}} \quad \left(\frac{1}{k}\right)_{\min} = \frac{c}{H_o - h_{\min}} = \frac{c}{H_{\max}} \quad (3.2)$$

Ολοκληρώνοντας τα εισαγωγικά περί κλίμακας, υπενθυμίζουμε ότι η απλή σχέση (3.1) της κλίμακας αναφέρεται σε αυστηρά κατακόρυφες λήψεις, δηλαδή λήψεις που έχουν γίνει με άξονα της φωτογραφικής μηχανής παράλληλο στον άξονα Z. Γενικεύοντας, προκειμένου εκτός από αεροφωτογραφίες να συμπεριλάβουμε και εικόνες που έχουν ληφθεί από το έδαφος, δηλαδή τις λεγόμενες επίγειες λήψεις, θα λέγαμε ότι η (3.1) έχει εφαρμογή σε λήψεις με άξονα παράλληλο στην διεύθυνση του βάθους. Η γενίκευση αυτή έχει σημασία, καθώς στις περισσότερες επίγειες λήψεις η διεύθυνση του βάθους δεν είναι βέβαια κατακόρυφη όπως στις αεροφωτογραφίες αλλά οριζόντια, όπως στο παράδειγμα της Εικόνας 3.4.



**Εικόνα 3.4:** Κλίμακα της εικόνας σε επίγεια λήψη με οριζόντιο άξονα.

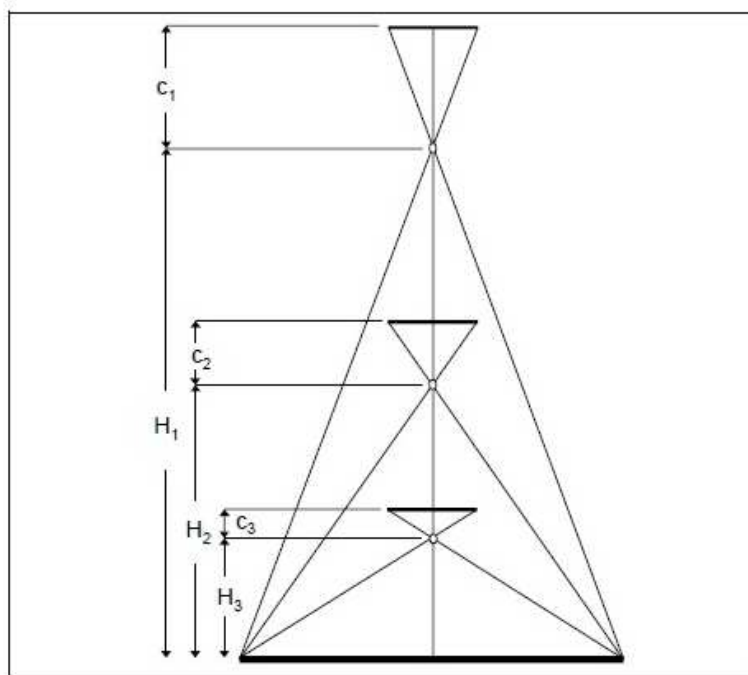
Υπογραμμίζεται, ακόμα, ότι η έννοια της μέσης κλίμακας έχει νόημα μόνο σε όσες εικόνες παρουσιάζουν σχετικά μικρές διακυμάνσεις κλίμακας. Τέτοια λήψη είναι η

κατακόρυφη αεροφωτογραφία αφού το ανάγλυφο του εδάφους είναι γενικά μικρό συγκρινόμενο με το ύψος πτήσης. Αντίθετα, οι πλάγιες αεροφωτογραφίες (Σχ. 2.5) αλλά και πολλές επίγειες εικόνες απεικονίζουν αντικείμενα που βρίσκονται σε πολύ διαφορετικές αποστάσεις λήψης, με προφανή συνέπεια πολύ έντονες μεταβολές κλίμακας. Υπ' αυτές λοιπόν τις συνθήκες, το να μιλάει κανείς για μέση κλίμακα μάλλον στερείται νοήματος.



Εικόνα 3.5: Πλάγια αεροφωτογραφία.

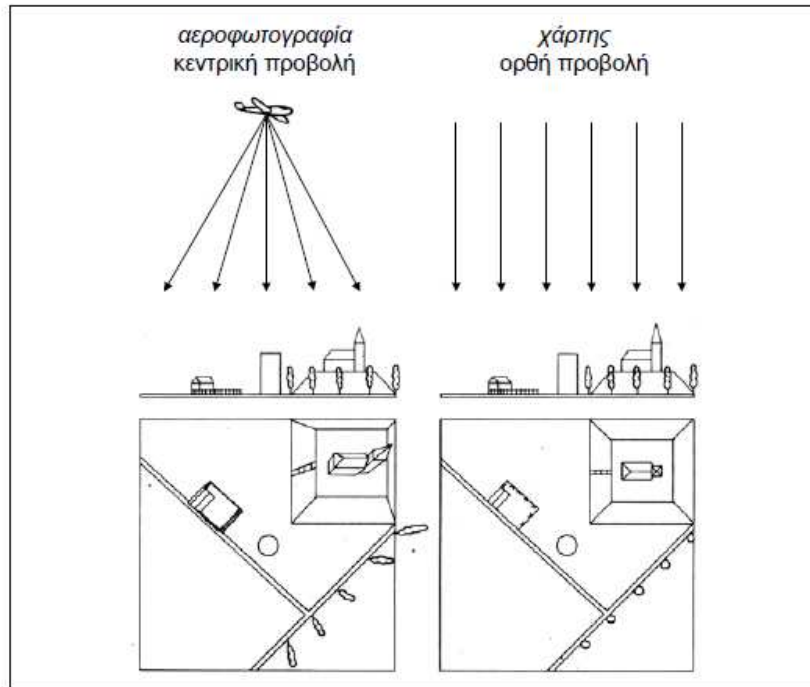
Ένα άλλο στοιχείο, τέλος, που πρέπει να προσέξουμε σχετικά με την κλίμακα της εικόνας είναι ότι ίδια μέση κλίμακα μπορεί να προκύψει με διαφορετικούς συνδυασμούς ύψους πτήσης και φακού, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3.6. Η σημασία αυτού του γεγονότος για την επιλογή του κατάλληλου φακού θα αποσαφηνιστεί στην συνέχεια.



Εικόνα 3.6: Ίδια κλίμακα εικόνας από διαφορετικά ύψη πτήσης.

### 3.1.2.2 Η Εκτροπή Λόγω Αναγλύφου

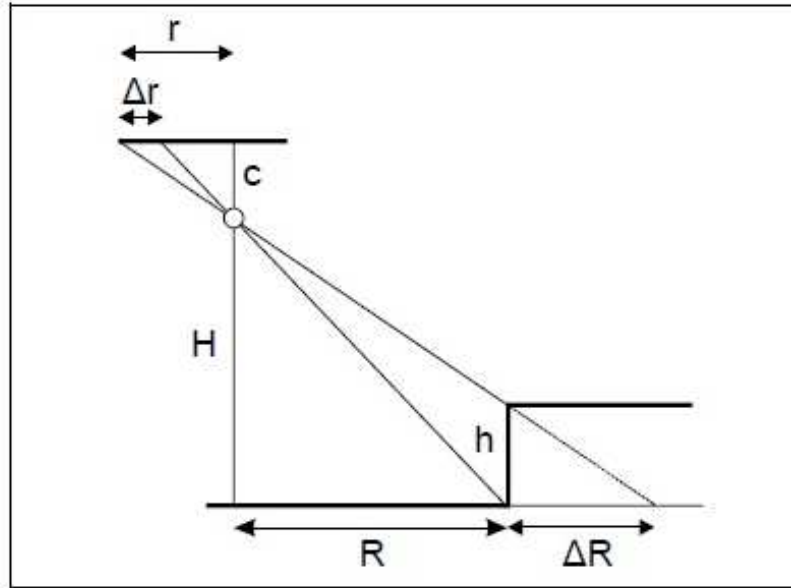
Η μεταβλητή κλίμακα, που είναι εγγενής στην κεντρική προβολή, έχει ως άμεση συνέπεια την εκτροπή λόγω αναγλύφου, δηλαδή το να καταγράφονται στην εικόνα στοιχεία και των τριών διαστάσεων του χώρου και όχι μόνο των δύο, όπως συμβαίνει στην ορθή προβολή (σε έναν χάρτη). Η Εικόνα 3.7 παρουσιάζει τις οφθαλμοφανείς διαφορές μεταξύ μιάς κεντρικής και μιάς ορθής προβολής. Εδώ λοιπόν φαίνεται ότι τα κατακόρυφα στοιχεία του αντικειμένου καταγράφονται ως οριζόντια μήκη στην εικόνα, τα οποία είναι μάλιστα ακτινικά, δηλαδή κατευθύνονται όλα προς το κέντρο της εικόνας.



Εικόνα 3.7: Διαφορές μεταξύ κεντρικής και ορθής προβολής.

Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3.8, αυτές οι ακτινικές εκτροπές λόγω αναγλύφου  $\Delta r$  εξαρτώνται από τους εξής παράγοντες:

- το ύψος  $h$  του κατακόρυφου στοιχείου
- την απόσταση λήψης (ύψος πτήσης)  $H$
- την ακτινική απόσταση  $r$  στην εικόνα, στην οποία εμφανίζεται το αντικείμενο.



**Εικόνα 3.8:** Εκτροπή  $\Delta r$  λόγω αναγλύφου  $h$ .

Η εκτροπή λόγω αναγλύφου συνδέεται με αυτούς τους παράγοντες μέσω των ακόλουθων ισοδύναμων σχέσεων που προκύπτουν από την Εικόνα 3.8.

$$\Delta r = r \cdot \frac{h}{H} \quad h = H \cdot \frac{\Delta r}{r} \quad (3.3)$$

Δηλαδή, η εκτροπή  $\Delta r$  λόγω αναγλύφου μεγαλώνει με το ύψος  $h$  του αντικειμένου, είναι μεγαλύτερη προς τα άκρα της εικόνας (και προφανώς μηδενίζεται στο κέντρο της), ενώ είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης λήψης. Με την (3.3) μπορούμε αφενός να σχεδιάσουμε μία λήψη ώστε οι εκτροπές λόγω αναγλύφου να βρίσκονται εντός κάποιων επιθυμητών ορίων, και αφετέρου να κάνουμε και χονδρικούς υπολογισμούς για τα ύψη απεικονιζόμενων αντικειμένων, πχ. ύψη κτρίων από αεροφωτογραφίες.

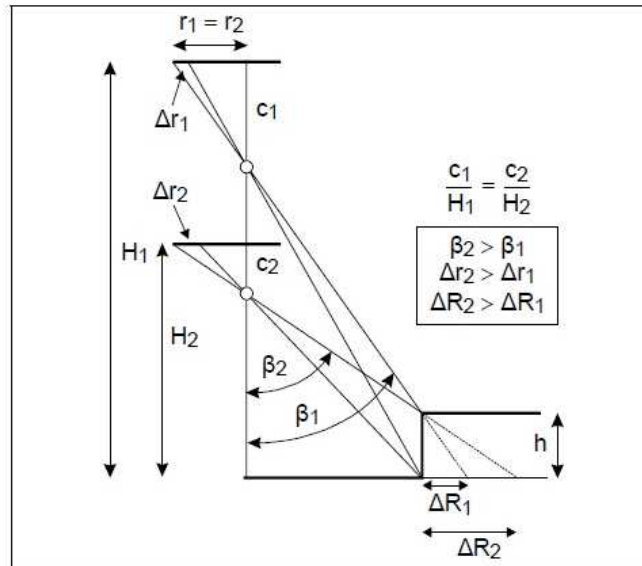
### 3.1.2.3 Εκτροπή Λόγω Αναγλύφου και Φακός της Μηχανής

Από πρώτη ματιά λοιπόν – όπως άλλωστε θα διαβάσει κανείς στα περισσότερα εγχειρίδια φωτογραμμετρίας – η εκτροπή λόγω αναγλύφου είναι κατά την (3.3) ανεξάρτητη του φακού, δηλαδή της σταθεράς  $c$  της μηχανής. Για να μπορέσουμε όμως να συγκρίνουμε ρεαλιστικά διαφορετικές λήψεις θα πρέπει αυτές να αναφέρονται στην ίδια (μέση) κλίμακα. Έτσι, εάν αναφερθούμε στην εκτροπή λόγω αναγλύφου όπως αυτή ανάγεται στο έδαφος, δηλαδή στο μέγεθος  $\Delta R$  της Εικόνας 3.8, θα διαπιστώσουμε ότι ισχύει:

$$\Delta R = h \cdot \frac{r}{c} \quad (3.4)$$

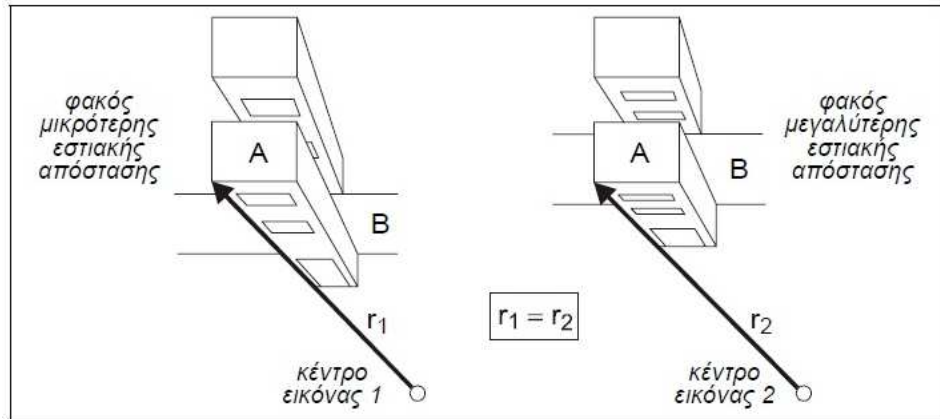
Συνεπώς, η εκτροπή λόγω αναγλύφου σε διαστάσεις εδάφους είναι ανεξάρτητη του ύψους πτήσης  $H$ . Και μάλιστα για ίδιο ύψος αντικειμένου  $h$  και ίδια ακτινική απόσταση  $r$  εξαρτάται αποκλειστικά από τον φακό.

Έτσι, ανηγμένες στο έδαφος οι εκτροπές λόγω αναγλύφου είναι μικρότερες για φακούς μεγάλης εστιακής απόστασης (οξυγώνιους φακούς, τηλεφακούς) και μεγαλύτερες για φακούς μικρής εστιακής απόστασης (ευρυγώνιους, υπερευρυγώνιους). Με άλλα λόγια, η εκτροπή λόγω αναγλύφου ανηγμένη στο έδαφος – ή σε εικόνες ίσης μέσης κλίμακας, πράγμα ισοδύναμο – μεγαλώνει με αύξηση της γωνίας  $\beta$  την οποία σχηματίζει η ακτίνα προβολής με τον άξονα της μηχανής, δεδομένου ότι ο λόγος  $r:c$  στην (3.4) δεν είναι παρά η εφαπτομένη της γωνίας αυτής, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3.9.



Εικόνα 3.9: Εκτροπή λόγω αναγλύφου με διαφορετικούς φακούς.

Το γεγονός αυτό έχει πολύ μεγάλη σημασία για την φωτογραμμετρία, ειδικότερα δε για τον προγραμματισμό των λήψεων. Και τούτο γιατί, για παράδειγμα, μεγαλύτερη εκτροπή λόγω αναγλύφου σημαίνει και μεγαλύτερες αποκρύψεις λεπτομερειών στις εικόνες, δηλαδή περισσότερες “τυφλές περιοχές” που οφείλονται σε ψηλά αντικείμενα (κτίρια ή δέντρα) ή και σε απότομες μεταβολές στο ίδιο το ανάγλυφο του εδάφους. Στην Εικόνα 3.10 φαίνονται δύο συγκρίσιμες εικόνες (ίδια ακτινική απόσταση  $r$  της κορυφής του κτιρίου, ίδια κλίμακα στο επίπεδο της ταράτσας) που έχουν ληφθεί με διαφορετικούς φακούς.



Εικόνα 3.10: Διαφορές στην εκτροπή λόγω αναγλύφου οφειλόμενες στην χρήση διαφορετικών φακών.

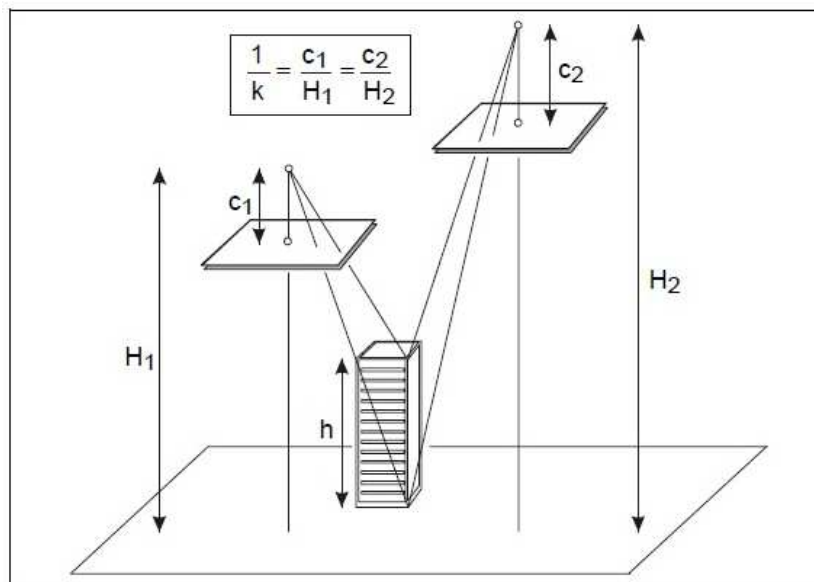
### 3.1.2.4 Μεταβολή Κλίμακας και Φακός της Μηχανής

Και η απλή ακόμα παρατήρηση της Εικόνας 3.10 θα μαρτυρήσει ότι οι δύο εικόνες δεν διαφέρουν μόνο κατά το μέγεθος της εκτροπής λόγω αναγλύφου. Μιά άλλη βασική διαφορά τους (που προφανώς συνδέεται με την εκτροπή) έχει να κάνει με την μεταβολή κλίμακας μέσα στην εικόνα. Συγκεκριμένα, οι δύο εικόνες έχουν ίδια κλίμακα στο επίπεδο A της ταράτσας αλλά όχι και στο επίπεδο B του δρόμου. Μάλιστα η εικόνα που έχει ληφθεί με μικρότερη εστιακή απόσταση εμφανίζει εντονότερες μεταβολές κλίμακας, δηλαδή τα αντικείμενα στο βάθος εμφανίζονται ακόμα μικρότερα από ό,τι στην άλλη εικόνα. Η εξήγηση του φαινομένου προκύπτει με απλό τρόπο από τις βασικές εξισώσεις (3.1), (3.2) της κλίμακας. Έστω λοιπόν, κατά το παράδειγμα της Εικόνας 3.10, ύψος πτήσης H και ύψος αντικείμενου h. Ο λόγος των κλιμάκων στο κάτω και το πάνω επίπεδο είναι:

$$\frac{\frac{c}{H}}{\frac{c}{H-h}} = \frac{H-h}{H} = 1 - \frac{h}{H} \quad (3.5)$$

Η σχέση αυτή περιγράφει την μεταβολή της κλίμακας μέσα στην εικόνα. Μας δείχνει ότι η μεταβολή είναι εντονότερη όσο μεγαλύτερο είναι το ανάγλυφο ως ποσοστό της απόστασης λήψης, δηλαδή για σταθερό ανάγλυφο η μεταβολή είναι εντονότερη όσο μικρότερη είναι η απόσταση λήψης. Επομένως, για σταθερή κλίμακα  $c:H$  μεγάλες μεταβολές κλίμακας εμφανίζονται σε φακούς μικρής εστιακής απόστασης (ευρυγώνιους). Ας θεωρήσουμε, έτσι, τις δύο λήψεις της Εικόνας 3.11 όπου οι εικόνες 1 και 2 έχουν ληφθεί με φακούς σταθεράς της μηχανής  $c_1 < c_2$  και από τέτοια αντίστοιχα ύψη πτήσης  $H_1 < H_2$  ώστε να έχουν την ίδια κλίμακα  $1:k$  στο επίπεδο του εδάφους. Οι κλίμακες στο επίπεδο της ταράτσας θα είναι τότε, κατά την (3.5):

$$H_1 < H_2 \rightarrow \frac{1}{k_1} = 1 - \frac{h}{H_1} < \frac{1}{k_2} = 1 - \frac{h}{H_2} \quad (3.6)$$



Εικόνα 3.11: Μεταβολή κλίμακας και φακός της μηχανής.

Συμπερασματικά, λοιπόν, θα λέγαμε πως οι φακοί μικρής εστιακής απόστασης εμφανίζουν πολύ διαφορετικές κλίμακες μέσα στην ίδια εικόνα, δηλαδή παρουσιάζουν εντονότερη προοπτική. Στην Εικόνα 3.12 φαίνονται δύο συγκρίσιμες εικόνες οι οποίες έχουν ληφθεί με την ίδια κοινή μηχανή των 35 mm αλλά με διαφορετικούς φακούς, η μία με ευρυγώνιο φακό 24 mm, η άλλη με κανονικό φακό 45 mm. Έχουν ίδια κλίμακα στην μπροστινή ακμή του κτιρίου και πολύ μεγάλες διαφορές κλίμακας στο βάθος. Έτσι κι αλλιώς, άλλωστε, όλοι έχουμε σχετικές οπτικές εμπειρίες από τον κινηματογράφο ή και την τηλεόραση, όπου οι πολύ μακρινές λήψεις με τηλεφακούς δίνουν μία εντελώς “επίπεδη” αίσθηση του βάθους, ενώ οι κοντινές λήψεις με υπερευρυγώνιους φακούς εμφανίζουν πολύ μεγάλα τα κοντινά αντικείμενα και πολύ μικρότερα τα πιο μακρινά.

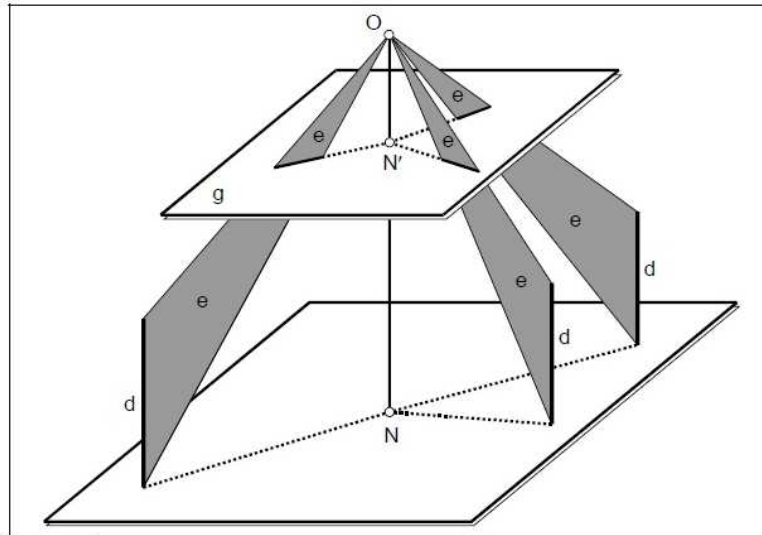


Εικόνα 3.12: Συγκρίσιμες λήψεις με φακό κανονικό (αριστερά) και ευρυγώνιο (δεξιά).



### 3.1.2.5 Κλίμακα, Εκτροπή Λόγω Αναγλύφου και Σημεία Φυγής της Εικόνας

Έχει λεχθεί ότι η μεταβολή κλίμακας γεννά ακτινικές εκτροπές λόγω αναγλύφου που σε εικόνες χωρίς κλίση έχουν διεύθυνση προς το εικονόκεντρο (Εικόνα 3.10). Έτσι, σε μία τέτοια αυστηρά κατακόρυφη λήψη το κέντρο της είναι συνάμα και σημείο φυγής της κατακόρυφης διεύθυνσης, δηλαδή το σημείο στο οποίο συγκλίνουν οι ιδεατές προεκτάσεις όλων των εκτροπών λόγω αναγλύφου. Η Εικόνα 3.13 εξηγεί αυτό το φαινόμενο.

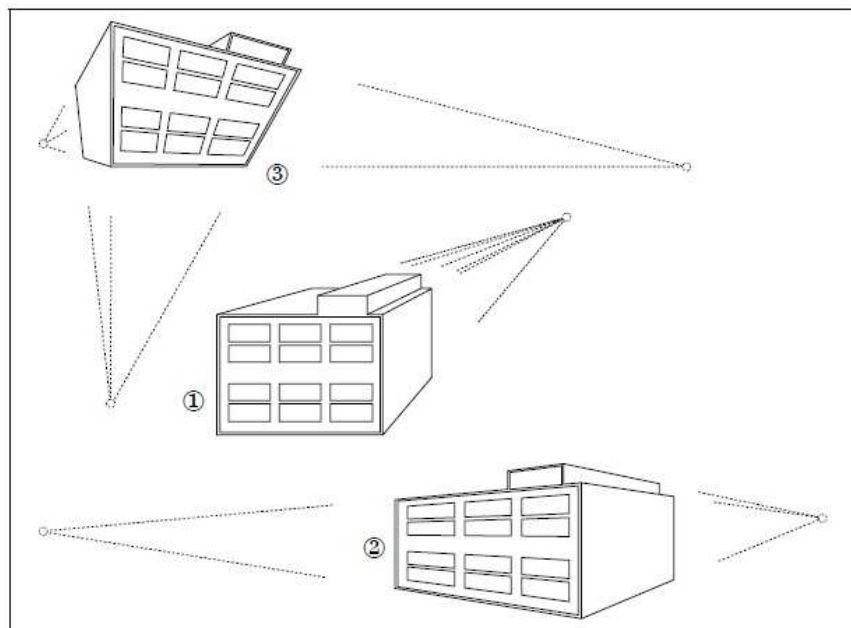


Εικόνα 3.13: Εκτροπή λόγω αναγλύφου, ναδίρ της εικόνας και σημείο φυγής κατακόρυφων ευθειών σε εικόνα χωρίς στροφές.

Βάσει λοιπόν της Εικόνας 3.13, όλα τα κατακόρυφα μήκη  $d$  προβάλλονται στην εικόνα μέσω των προβολικών επιπέδων  $e$  που ορίζονται από αυτά τα μήκη και το κέντρο  $O$  της προβολής. Όλα τα προβολικά επίπεδα προφανώς περιλαμβάνουν την κατακόρυφο, δηλαδή ορίζουν μία αξονική δέσμη επιπέδων με άξονα την κατακόρυφο διά του  $O$ . Έτσι, οι τομές των προβολικών επιπέδων  $e$  με το επίπεδο  $g$  της εικόνας συντρέχουν όλες στην τομή της κοινής ευθείας τους, δηλαδή της κατακορύφου, με το επίπεδο της εικόνας. Η τομή  $N'$  της κατακορύφου με την εικόνα λέγεται ναδίρ της εικόνας και αποτελεί απεικόνιση του ναδίρ της λήψης  $N$ . Στην αυστηρά κατακόρυφη λήψη το ναδίρ της συμπίπτει (κατ' αρχήν) με το κέντρο της. Αν η εικόνα έχει κλίση  $t$  ως προς την κατακόρυφο, όπως συμβαίνει στην Εικόνα 3.14, τότε σημείο φυγής των κατακόρυφων μηκών είναι πάντοτε το ναδίρ της εικόνας, που τώρα δεν συμπίπτει βέβαια με το εικονόκεντρο.







Εικόνα 3.15: Προοπτικές απεικονίσεις με ένα, δύο και τρία σημεία φυγής.

Αν μάλιστα οι ευθείες του χώρου που εξετάζονται συμβεί να είναι παράλληλες στο επίπεδο της εικόνας – κάτι που ισχύει πχ. με τις οριζόντιες ευθείες σε αυστηρά κατακόρυφες λήψεις – τότε η παράλληλος διά του  $O$  είναι παράλληλη και στο επίπεδο της εικόνας, οπότε το σημείο φυγής της διεύθυνσης βρίσκεται στο άπειρο, δηλαδή οι παράλληλες ευθείες του χώρου απεικονίζονται παράλληλες και στην εικόνα (όπως, για παράδειγμα, οι οριζόντιες ευθείες της Εικόνας 3.10).

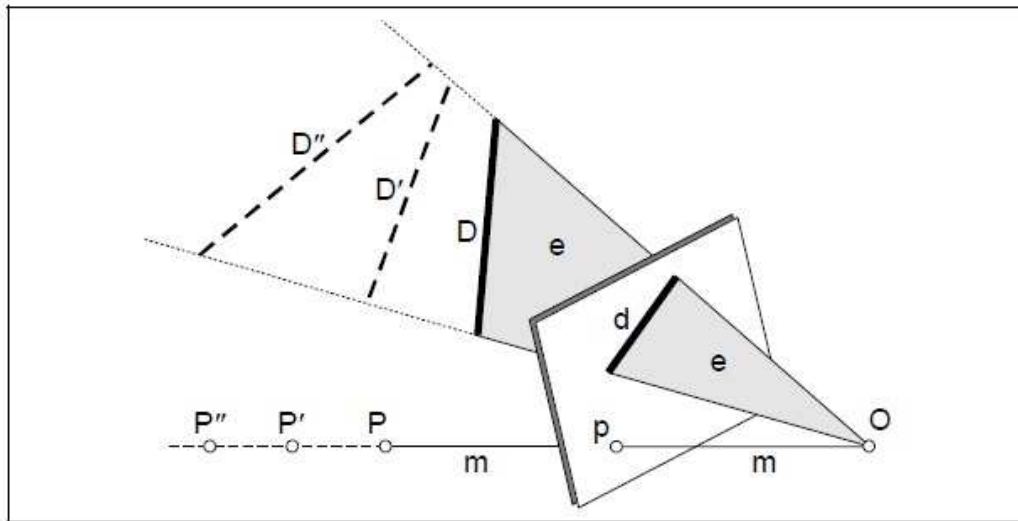
### 3.1.3 Η μονοσήμαντη Απεικόνιση του Χώρου

#### 3.1.3.1 Η απεικόνιση Σημείου και Ευθείας

Η κεντρική προβολή είναι μία προβολή του 3D χώρου στον 2D χώρο, δηλαδή στο επίπεδο προβολής (επίπεδο της εικόνας). Αντιλαμβάνεται λοιπόν κανείς ότι, κατ' αρχήν, δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε (να αποδώσουμε ή “ανακατασκευάσουμε”) τρισδιάστατα αντικείμενα από μία εικόνα. Αυτό το γεγονός προκύπτει σαφώς από τα εξής βασικά χαρακτηριστικά της κεντρικής προβολής, σε αναφορά και προς την Εικόνα 3.16.

- ♦ Σημείο  $P$  του χώρου απεικονίζεται σε σημείο  $p$  της εικόνας μέσω της ακτίνας προβολής  $m$ .
- ♦ Αντίθετα, σε σημείο  $p$  της εικόνας αντιστοιχεί η ευθεία  $m$  στον χώρο. Αυτό σημαίνει ότι, για μια δεδομένη βέβαια θέση της εικόνας, κάθε σημείο του χώρου ορίζει κατά την προβολή ένα και μόνο εικονοσημείο. Αντίθετα, μετά από την προβολή και έχοντας την εικόνα στην σωστή θέση, εκείνο που μπορεί να οριστεί είναι μία ευθεία προβολής στον χώρο. Με άλλα λόγια, δεν είμαστε σε θέση να ξέρουμε εάν το σημείο του χώρου που αντιστοιχεί στο εικονοσημείο  $p$  είναι το  $P$ , το  $P'$ , το  $P''$  κ.λπ. Αντίστοιχα:
- ♦ Ευθεία  $D$  του χώρου απεικονίζεται σε ευθεία  $d$  της εικόνας μέσω του επιπέδου προβολής  $e$ .

♦ Αντίθετα, σε ευθεία  $d$  της εικόνας αντιστοιχεί το επίπεδο  $e$  στον χώρο. Και εδώ λοιπόν, ενώ κάθε ευθεία του χώρου ορίζει κατά την προβολή μία και μόνο ευθεία στην εικόνα, μετά από την προβολή μπορεί απλώς να οριστεί ένα επίπεδο προβολής στον χώρο. Συνεπώς δεν ξέρουμε εάν η ευθεία  $d$  έχει προκύψει ως απεικόνιση της ευθείας  $D$  του χώρου, της  $D'$  ή της  $D''$  κ.λπ.



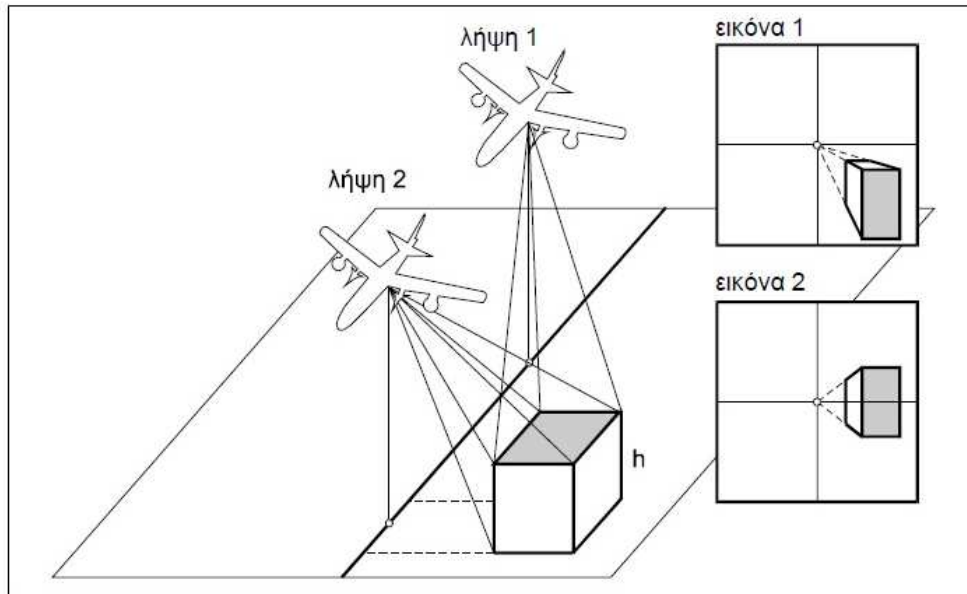
Εικόνα 3.16: Η μονοσήμαντη απεικόνιση της κεντρικής προβολής.

### 3.1.3.2 Η Δέσμη Ακτίνων

Συνοψίζοντας, λέμε πως κατ' αρχήν η αντιστοιχία χώρου-εικόνας είναι μονοσήμαντη (από τον χώρο στην εικόνα) και όχι αμφιμονοσήμαντη (δηλαδή όχι και από την εικόνα στον χώρο). Και έτσι γίνεται σαφές γιατί με μία μόνο εικόνα δεν είναι, γενικά, δυνατός ο προσδιορισμός ή η αποτύπωση του 3D χώρου. Επομένως, τα σημεία του 3D χώρου απεικονίζονται στην εικόνα μέσω μιάς δέσμης ακτίνων προβολής που συντρέχουν στο κέντρο της προβολής. Έτσι όταν έχεις μπροστά σου κανείς μίαν εικόνα, εκείνο που μπορεί να ορίσει είναι ακριβώς το σύνολο των ακτίνων προβολής  $m$  που δημιούργησαν την εικόνα, δηλαδή να ορίσει μιά δέσμη ακτίνων. Γνωρίζουμε ότι τα σημεία του χώρου κείνται το καθένα πάνω στην ακτίνα που του αντιστοιχεί, δεν ξέρουμε όμως πού ακριβώς πάνω στην ακτίνα.

### 3.1.3.3 Εκτροπή Λόγω Αναγλύφου και Παράλλαξη

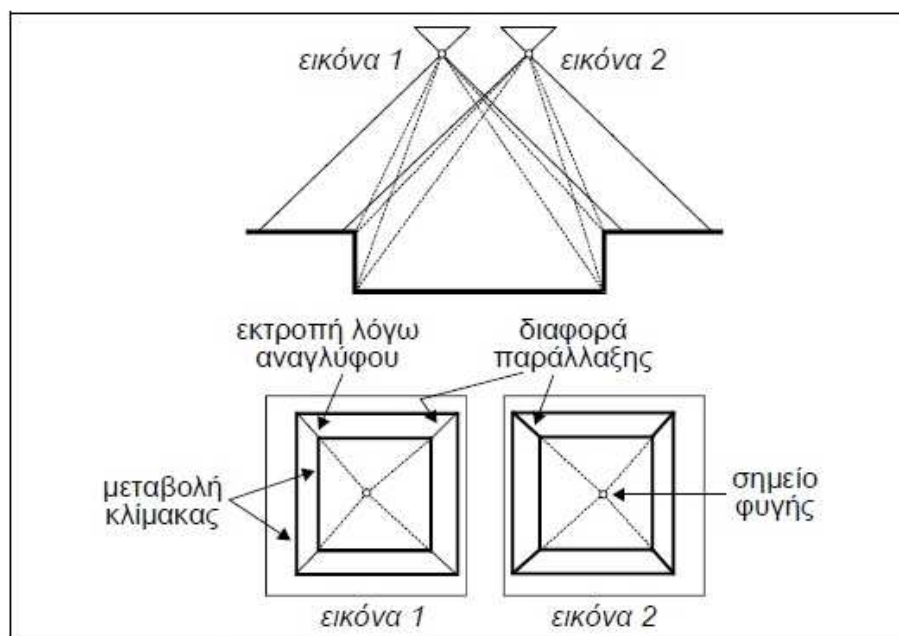
Το ζήτημα του προσδιορισμού σημείων του χώρου από δύο εικόνες εκτίθεται διεξοδικά στις επόμενες παραγράφους. Εδώ απλώς θα επισημανθεί η βασική προϋπόθεση που το επιτρέπει.



Εικόνα 3.17: Εκτροπή λόγω αναγλύφου και παράλλαξη.

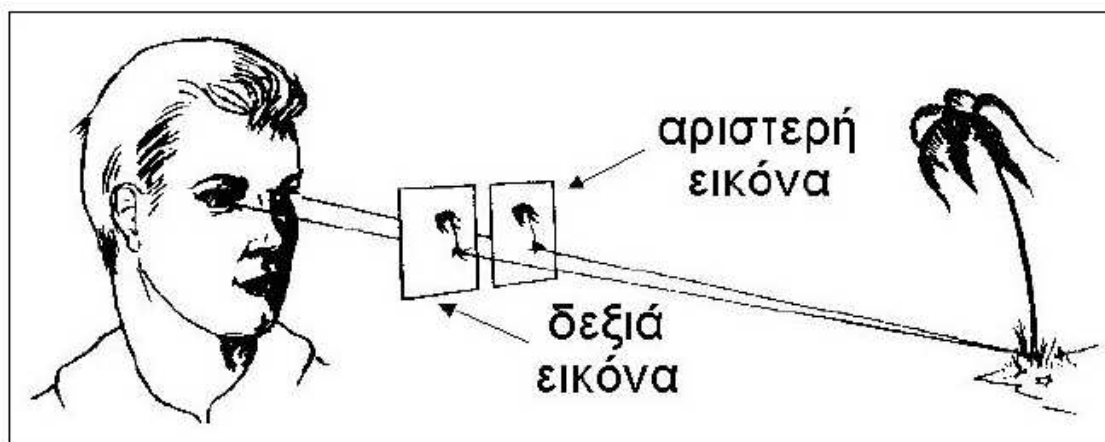
Η προϋπόθεση, λοιπόν, είναι ότι οι δύο εικόνες έχουν ληφθεί από δύο διαφορετικά σημεία. Η Εικόνα 3.17 εμφανίζει ένα κτίριο σε δύο διαδοχικές εικόνες μιάς αεροφωτοληψίας. Το αποτέλεσμα είναι δύο διαφορετικές προοπτικές απεικονίσεις (κεντρικές προβολές), δηλαδή οι εκτροπές λόγω αναγλύφου είναι διαφορετικές στις δύο εικόνες. Η διαφορά των θέσεων ενός σημείου σε δύο εικόνες χαρακτηρίζεται στην φωτογραμμετρία ως παράλλαξη του σημείου. Διαφορετικές εκτροπές στις δύο εικόνες λόγω διακυμάνσεων του αναγλύφου δημιουργούν διαφορές παράλλαξης. Κατά συνέπεια: οι υψομετρικές διακυμάνσεις του αντικειμένου – το ανάγλυφο – καταγράφονται ως διαφορές παράλλαξης σε ζεύγη εικόνων. Έτσι, εκμεταλλευόμενοι αυτές τις διαφορές μπορούμε να πραγματοποιήσουμε μετρήσεις στην τρίτη διάσταση. Εδώ απλώς υπογραμμίζεται το γεγονός ότι τελικά δεν είναι παρά η ίδια η κεντρική προβολή – δηλαδή η μεταβλητή κλίμακα και οι εκτροπές λόγω μεταβολών του αναγλύφου – που επιτρέπει να προσδιορίζουμε τον 3D χώρο από δύο εικόνες.

Τελικά, στην Εικόνα 3.18 ανακεφαλαιώνεται η αλληλοσύνδεση κλίμακας, εκτροπής λόγω αναγλύφου, σημείων φυγής και παράλλαξης.



Εικόνα 3.18: Η γεωμετρία των δύο εικόνων.

Ολοκληρώνοντας αυτές τις νύξεις για την παράλλαξη, σημειώνουμε ότι η εκμετάλλευση των διαφορετικών προοπτικών απεικονίσεων επιτρέπει την δημιουργία συνθηκών τεχνητής στερεοσκοπικής όρασης, στην οποία και στηρίζεται το μεγαλύτερο μέρος των φωτογραμμετρικών εφαρμογών (Εικόνα 3.19).



Εικόνα 3.19: Τεχνητή στερεοσκοπική όραση.

### 3.2 Στερέωση

Η διοπτρική όραση ή στερέωση αποτελεί την διαδικασία κατά την οποία τρισδιάστατη πληροφορία ή πληροφορία σχετικού βάθους ενός αντικειμένου, προκύπτει από ένα ζευγάρι εικόνων. Υπάρχουν αρκετές διαφορετικές μέθοδοι για την εξαγωγή τρισδιάστατης πληροφορίας από εικόνες, κάποιες από τις οποίες στηρίζονται στο σχετικό μέγεθος γνωστών αντικειμένων, την πληροφορία κίνησης ακόμα και την σχετική φωτεινότητα. Επιπροσθέτως υπάρχουν και οι ενεργές μέθοδοι όπως είναι η χρήση laser ή ραντάρ, που προϋποθέτουν την ύπαρξη φωτεινής ακτινοβολίας ή ηχητικών κυμάτων για τον υπολογισμό της τρισδιάστατης πληροφορίας. Η στερέωση παρουσιάζει, όμως, ένα πολύ σημαντικό πλεονέκτημα έναντι οποιασδήποτε άλλης μεθόδου, είναι παθητική και πολύ μεγάλης ακρίβειας. Μάλιστα από όλες τις παθητικές μεθόδους, η στερέωση είναι ικανή να προσφέρει τη μεγαλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό τρισδιάστατης πληροφορίας.

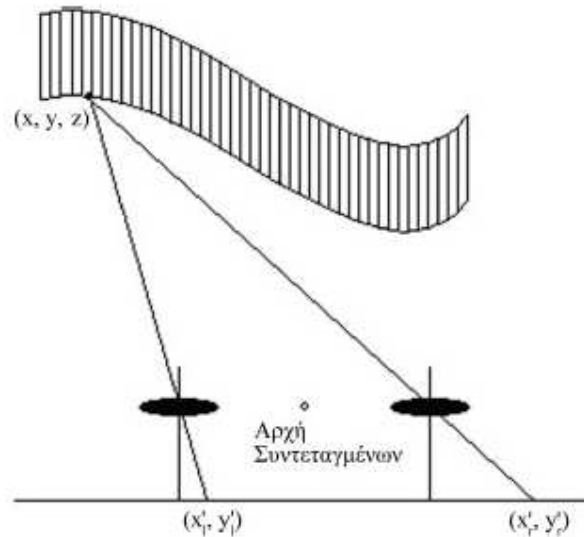
Στο φυσικό κόσμο η στερέωση είναι πλέον συνηθισμένη μέθοδος όρασης. Πολλά ζώα χρησιμοποιούν την στερέωση για να πιάσουν και να χειριστούν αντικείμενα που βρίσκονται σε κοντινές αποστάσεις. Οι άνθρωποι και τα πιθηκοειδή είναι κλασικά παραδείγματα του ζωικού βασιλείου που χρησιμοποιούν την στερέωση για ακριβή εξαγωγή πληροφορίας βάθους σε αποστάσεις ίσες με το μήκος των χεριών τους. Αξίζει να σημειωθεί ότι η στερέωση προσφέρει μεγάλη ακρίβεια στους υπολογισμούς εντός κάποιων αποστάσεων από τον παρατηρητή, ενώ από εκεί και πέρα τα αποτελέσματα της δεν είναι ιδιαίτερα αξιόπιστα. Το ανθρώπινο οπτικό σύστημα αποτελεί την τυπική αναφορά σε κάθε εφαρμογή στερέωσης. Ο λόγος είναι ότι αυτό είναι το καλύτερο διοπτρικό σύστημα όρασης, μακράν πιο εξελιγμένο, ευέλικτο και ακριβές από οποιοδήποτε σύστημα μηχανικής όρασης έχει κατασκευαστεί μέχρι σήμερα. Άλλωστε για το λόγο αυτόν αποτέλεσε το κίνητρο για την ανάπτυξη τέτοιων συστημάτων.

Βέβαια ένα σύστημα τρισδιάστατης υπολογιστικής όρασης δεν περιορίζεται μόνο στις δύο απεικονίσεις. Υπάρχουν συστήματα τριών ή και περισσότερων καμερών, η αρχή όμως της επεξεργασίας των δεδομένων είναι κοινή σε όλα τα συστήματα. Ανάλυση των εικόνων ανά ζευγάρια και συνδυασμός αποτελεσμάτων.

Μία από τις πιο σημαντικές εφαρμογές της στερέωσης βρίσκεται στην φωτογραμμετρία. Στο πεδίο αυτό το σχήμα της επιφάνειας ενός αντικειμένου καθορίζεται από την επικάλυψη εικόνων, οι οποίες λαμβάνονται από προσεχτικά βαθμονομημένες κάμερες και στηρίζεται στην διαφορά των συντεταγμένων κοινών σημείων του αντικειμένου στις διάφορες εικόνες.

### 3.2.1 Μετατόπιση

Η μετατόπιση (disparity) αποτελεί ένα από τα βασικότερα φαινόμενα της στερέωσης και ορίζεται ως η μετατόπιση μεταξύ δύο διαδοχικών απεικονίσεων ενός αντικειμένου, Εικόνα 3.20.



**Εικόνα 3.20 :** Απλή γεωμετρία δύο καμερών και το φαινόμενο της μετατόπισης

Το φαινόμενο της μετατόπισης γίνεται καλύτερα κατανοητό όταν συνδεθεί με κάποια τοπολογία διοπτρικής απεικόνισης. Έστω λοιπόν, ότι συνδέονται δύο κάμερες οπής με τέτοιο τρόπο ώστε οι οπτικοί τους άξονες να είναι παράλληλοι και οι μεταξύ τους απόσταση να είναι  $b$ , Εικόνα 3.20. Η γραμμή που ενώνει τα κέντρα φακών αποτελεί την γραμμή αναφοράς (baseline). Ας υποθεθεί ότι η γραμμή αυτή είναι κάθετη προς τους οπτικούς άξονες και ας οριστεί ο άξονας  $x$  να είναι παράλληλος προς την γραμμή αναφοράς. Οι συντεταγμένες του σημείου  $(x, y, z)$  επάνω στην εοπτευόμενη επιφάνεια μετρώνται σχετικά με την αρχή των αξόνων που βρίσκεται στο μέσον της απόστασης μεταξύ των δύο φακών. Εάν οι συντεταγμένες του σημείου αυτού στην αριστερή και δεξιά εικόνα είναι  $(x'_l, y'_l)$  και  $(x'_r, y'_r)$  αντίστοιχα, τότε ισχύουν οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$\frac{x'_l}{f} = \frac{x}{z} + \frac{b}{2 \cdot z} \quad (3.7a)$$

$$\frac{x'_r}{f} = \frac{x}{z} - \frac{b}{2 \cdot z} \quad (3.7b)$$

$$\frac{y'_l}{f} = \frac{y'_r}{f} = \frac{y}{z} \quad (3.7c)$$

όπου  $f$  είναι η απόσταση από το κέντρο του φακού στο επίπεδο της εικόνας και για τις δύο κάμερες. Οι τρεις αυτές εξισώσεις δύνανται να επιλυθούν ως προς τους τρεις αγνώστους, που δεν είναι άλλοι από τις συντεταγμένες  $(x, y, z)$  του εκάστοτε σημείου της επιφάνειας υπό παρατήρηση. Δηλαδή:

$$x = \frac{b}{2} \cdot \frac{x'_l + x'_r}{x'_l - x'_r} \quad (3.8a)$$

$$y = b \cdot \frac{y'_l}{x'_l - x'_r} = b \cdot \frac{y'_r}{x'_l - x'_r} = \frac{b}{2} \cdot \frac{y'_l + y'_r}{x'_l - x'_r} \quad (3.8b)$$

$$z = b \cdot \frac{f}{x'_l - x'_r} \quad (3.8c)$$

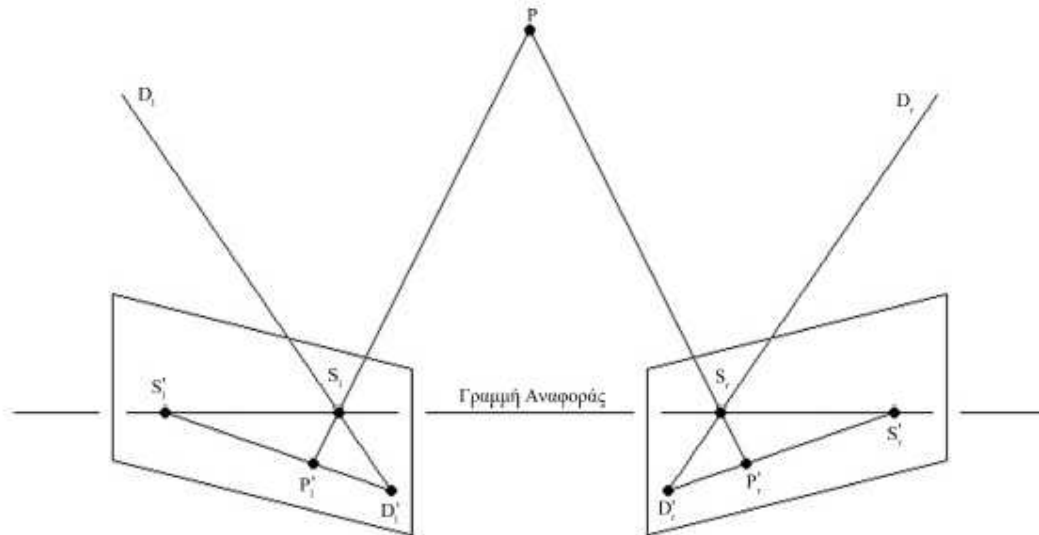
Η διαφορά στις συντεταγμένες  $x$  των εικόνων,  $x'_l - x'_r$ , καλείται μετατόπιση των δύο εικόνων.

Από τις τρεις τελευταίες εξισώσεις καθίσταται φανερό ότι οι συντεταγμένες ενός οποιουδήποτε σημείου επάνω στην εποπτευόμενη επιφάνεια είναι αντιστρόφως ανάλογες προς την μετατόπιση, με αποτέλεσμα σε κοντινά αντικείμενα οι συντεταγμένες αυτές να μπορούν να μετρηθούν με ακρίβεια, κάτι που δεν ισχύει για μακρινά αντικείμενα. Επιπροσθέτως η απόσταση μεταξύ των δύο καμερών,  $b$ , είναι ευθέως ανάλογη προς την μετατόπιση. Έτσι έχοντας ένα δεδομένο σφάλμα στον καθορισμό της μετατόπισης, η ακρίβεια υπολογισμού του βάθους αυξάνει με την αύξηση της γραμμής αναφοράς. Δυστυχώς, καθώς οι δύο κάμερες απομακρύνονται, οι δύο εικόνες γίνονται ολοένα και λιγότερο όμοιες, με αποτέλεσμα κάποια πληροφορία του αντικειμένου που είναι ορατή στην μία κάμερα, να είναι αόρατη στην άλλη. Η μετατόπιση είναι, επίσης, ανάλογη προς την ενεργή εστιακή απόσταση  $f$ , αφού οι εικόνες μεγεθύνονται καθώς το εστιακό μήκος αυξάνει.

### 3.2.2 Επιπολική Γραμμή – Επιπολικό Επίπεδο

Ένα σημείο του αντικειμένου που είναι ορατό και από τις δύο κάμερες δίνει ένα ζευγάρι σημείων στις αντίστοιχες εικόνες, το οποίο καλείται συζευγμένο σημείο (conjugate point). Αξίζει να σημειωθεί ότι ένα σημείο της μίας εικόνας που αντιστοιχεί σε δεδομένο σημείο της άλλης θα πρέπει να κείται επάνω σε συγκεκριμένη γραμμή, μιας και τα δύο σημεία φέρουν κοινή συντεταγμένη  $y$ . Αυτή η γραμμή είναι η λεγόμενη επιπολική γραμμή (epipolar line). Ένα χαρακτηριστικό της μιας εικόνας ενδέχεται να έχει ή να μην έχει αντίστοιχο χαρακτηριστικό στην άλλη, στην περίπτωση όμως που έχει, τότε αυτό θα βρίσκεται οπουδήποτε επάνω στην αντίστοιχη επιπολική γραμμή. Για τη γεωμετρία που φαίνεται στην Εικόνα 3.20 όλες οι επιπολικές γραμμές είναι παράλληλες προς τον  $x$  άξονα, κάτι που δεν συμβαίνει στη γενική περίπτωση, η οποία απεικονίζεται στην Εικόνα 3.21.





**Εικόνα 3.21:** Οι απεικονίσεις ενός σημείου του περιβάλλοντος θα πρέπει να βρίσκονται επάνω στις αντίστοιχες επιπολικές γραμμές.

Με αναφορά στην Εικόνα 3.21, το κέντρο του φακού της αριστερής κάμερας βρίσκεται στο σημείο  $S_l$ , ενώ το σημείο  $P$  προβάλλεται στο σημείο  $P'_l$  του επιπέδου της εικόνας της αριστερής κάμερας. Επιπροσθέτως, το κέντρο του φακού της δεξιάς κάμερας απεικονίζεται στην αριστερή στο σημείο  $S'_l$  και το σημείο αφανισμού της ακτίνας από την δεξιά κάμερα προς το σημείο  $P$  βρίσκεται στο  $D'_l$ . Τα σημεία  $S'_l$ ,  $P'_l$  και  $D'_l$  βρίσκονται όλα σε μία ευθεία γραμμή, η οποία λαμβάνεται κόβοντας το επίπεδο της εικόνας με ένα επίπεδο που περιέχει το σημείο  $P$  και τα κέντρα των φακών των δύο καμερών και που είναι γνωστό ως επιπολικό επίπεδο. Μία ανάλογη γραμμή παρατηρείται και στη δεξιά εικόνα. Αυτές είναι οι λεγόμενες επιπολικές γραμμές. Ένα σημείο ενός αντικειμένου που απεικονίζεται στην επιπολική γραμμή της αριστερής εικόνας μπορεί μονάχα να απεικονιστεί στην αντίστοιχη επιπολική γραμμή της δεξιάς εικόνας, εφόσον βέβαια απεικονίζεται.

Όλες οι επιπολικές γραμμές σε μία εικόνα περνούν από ένα σημείο, που δεν είναι άλλο από την απεικόνιση του κέντρου του φακού της άλλης κάμερας. Στην πράξη το επίπεδο της εικόνας θα είναι περιορισμένης έκτασης κι ενδέχεται να μην περιλαμβάνει την απεικόνιση του κέντρου της άλλης κάμερας.

### 3.2.3 Εύρεση Συζευγμένων Σημείων

Στο σημείο αυτό εισάγεται το κυρίως πρόβλημα της στερέωσης, δηλαδή το πως μπορεί κανείς να εντοπίσει αντίστοιχα σημεία στις δύο εικόνες. Το πρόβλημα της αντιστοίχισης έγκειται στον προσδιορισμό χαρακτηριστικών στις δύο εικόνες, που αποτελούν προβολές του ίδιου αντικειμένου του φυσικού τρισδιάστατου κόσμου. Από τη στιγμή που κάτι τέτοιο πραγματοποιηθεί, είναι εφικτός και ο υπολογισμός του βάθους αυτού του αντικειμένου. Κάποιο σημείο στην επιφάνεια του αντικειμένου ενδεχομένως να μην είναι ορατό και από τις

δύο κάμερες, αλλά εάν εμφανίζεται και στις δύο εικόνες τότε θα πρέπει να βρίσκεται επάνω στις αντίστοιχες επιπολικές γραμμές.

Το ερώτημα είναι πως πραγματικά αναγνωρίζονται τα συσχετιζόμενα σημεία. Ένας κλασικός τρόπος περιλαμβάνει την ξεχωριστή ανάλυση της κάθε εικόνας, για την εξαγωγή διαφόρων χαρακτηριστικών. Αυτά τα χαρακτηριστικά μπορεί να είναι αντικείμενα που έχουν αναγνωριστεί ή επιφάνειες όπου υπάρχουν διακριτές γκρίζες περιοχές, με σημαντική πιθανότητα ταιριάσματος στις δύο εικόνες. Ένα αποτελεσματικό χαρακτηριστικό για την εν λόγω μέθοδο αποτελούν οι ακμές. Επίσης θα μπορούσε κανείς να αναζητήσει γκρίζες “γωνίες”, όπου η ακτινοβολούσα επιφάνεια εμφανίζει μη μηδενική Gaussian καμπυλότητα.

Οι αλγόριθμοι εύρεσης συζευγμένων σημείων, σε γενικές γραμμές, μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε δύο βασικές προσεγγίσεις, στο ταίριασμα περιοχής και στο ταίριασμα χαρακτηριστικών. Στο ταίριασμα περιοχής τα επίπεδα του γκρι εντός συγκεκριμένου παραθύρου της μίας εικόνας αντιστοιχίζονται με τα επίπεδα του γκρι της άλλης εικόνας. Οι πιο γνωστοί αλγόριθμοι για ταίριασμα περιοχής είναι οι αλγόριθμοι που στηρίζονται στις διαβαθμίσεις του γκρι και οι μέθοδοι συσχετισμού. Στις μεθόδους ταιριάσματος χαρακτηριστικών, στοιχεία που εξάγονται από την κάθε εικόνα αντιστοιχίζονται μεταξύ τους. Τέτοια στοιχεία αποτελούν τα σημεία ενδιαφέροντος, τα τμήματα καμπυλών ή οι κλειστές περίμετροι. Μία παραλλαγή του ταιριάσματος χαρακτηριστικών αποτελεί το σχετικό ταίριασμα κατά το οποίο ομάδες χαρακτηριστικών και οι μεταξύ τους σχέσεις αντιστοιχίζονται ανάμεσα στις δύο εικόνες.

Γενικά, οι αλγόριθμοι που στηρίζονται στο ταίριασμα χαρακτηριστικών προσφέρουν καλύτερα αποτελέσματα από τους αλγόριθμους ταιριάσματος περιοχής, ιδίως σε αντικείμενα μη ομαλών επιφανειών καθώς συσχετίζουν χαρακτηριστικά ορατά από όλες τις απεικονιστικές διατάξεις του συστήματος στερέωσης. Κλασικό παράδειγμα αποτελούν οι αστικές περιοχές, όπου πραγματοποιείται αντιστοίχιση των ακμών των κτιρίων που απεικονίζονται από όλες τις κάμερες, ενώ οι διαβαθμίσεις στα επίπεδα του γκρι δεν μπορούν να αποδώσουν πραγματικά ταιριάσματα.

### 3.2.3.1 Ταίριασμα με Βάση τις Διαβαθμίσεις του Γκρι

Έστω ένα τμήμα κάποιας ομαλής επιφάνειας που δεν αποκλίνει σημαντικά από τις γραμμές που την συνδέουν με τις δύο κάμερες. Σε αυτή την περίπτωση γειτονικά σημεία της επιφάνειας προβάλλονται σε γειτονικά σημεία και για τις δύο εικόνες. Επομένως αναμένεται οι διαβαθμίσεις του γκρι σε γειτονικά σημεία στη μία εικόνα να ταιριάζουν σε διαβαθμίσεις του γκρι σε γειτονικά στην άλλη εικόνα. Με άλλα λόγια, το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν πρόβλημα ταιριάσματος γκρίζων κυματομορφών σε αντίστοιχες επιπολικές γραμμές. Αυτές οι κυματομορφές δεν είναι απλά μετατοπισμένες η μία προς την άλλη, αλλά και συμπιεσμένες και διευρυμένες, λόγω των διαφορών στα μεγέθη των κοιλάδων των επιφανειών που καταγράφει η κάθε κάμερα. Αυτό που ζητείται στο πρόβλημα ταιριάσματος με βάση τις διαβαθμίσεις του γκρι είναι μία συνάρτηση του  $z(x,y)$  έτσι ώστε:

$$E_l(x'_l, y'_l) = E_r(x'_r, y'_r) \quad (3.9)$$

ή διαφορετικά, με βάση τις εξισώσεις (3.1a-c):

$$E_l \left[ f \cdot \frac{x + \frac{b}{2}}{z(x,y)}, y' \right] = E_r \left[ f \cdot \frac{x - \frac{b}{2}}{z(x,y)}, y' \right] \quad (3.10)$$

Στο σημείο αυτό θα ήταν αποτελεσματική κάποια αλλαγή των μεταβλητών, ώστε η διαδικασία να περιλαμβάνει τις συντεταγμένες  $(x', y')$  της εικόνας και όξι τις συντεταγμένες  $(x, y, z)$  του φυσικού κόσμου. Έστω λοιπόν:

$$\frac{x'}{f} = \frac{x}{z} \quad (3.11a)$$

$$d(x', y') = \frac{b \cdot f}{z} \quad (3.11b)$$

Επομένως, αναζητείται μία συνάρτηση μετατόπισης  $d(x', y')$  τέτοια ώστε:

$$E_l \left[ x' + \frac{1}{2} \cdot d(x', y'), y' \right] = E_r \left[ x' - \frac{1}{2} \cdot d(x', y'), y' \right] \quad (3.12)$$

Επιπροσθέτως ζητείται το  $z$ , άρα και το  $d$ , να μεταβάλλονται ομαλά. Θα πρέπει, έτσι, η λύση να ελαχιστοποιεί κάποια μέτρηση απόκλισης από την ομαλότητα, όπως για παράδειγμα:

$$e_s = \iint [\nabla^2 d(x', y')]^2 \cdot dx' \cdot dy' \quad (3.13)$$

όπου επιλέχθηκε το τετράγωνο της Laplacian σαν όρος ομαλότητας, διότι μία μέθοδος που στηρίζεται στο άθροισμα των τετραγώνων της πρώτης παραγώγου τείνει να επιπεδώσει υπερβολικά τις λύσεις. Οι μετρήσεις της φωτεινότητας της εικόνας δεν είναι φυσικά ακριβείς, επομένως δεν θα πρέπει η συνθήκη  $E_l = E_r$  να ικανοποιείται απόλυτα. Αντιθέτως ελαχιστοποιείται το:

$$e_i = \iint [E_l(x', y') - E_r(x', y')]^2 \cdot dx' \cdot dy' \quad (3.14)$$

Συνδυάζοντας τις δύο προηγούμενες παρατηρήσεις, αυτό που συνολικά ελαχιστοποιείται είναι ο όρος  $e_s + \lambda \cdot e_i$ , όπου το  $\lambda$  είναι ένας παράγοντας βάρους. Μεγάλος στην περίπτωση ακριβών μετρήσεων φωτεινότητας και μικρός στην αντίθετη περίπτωση. Η εξίσωση Euler στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι:

$$F_d - \frac{\partial}{\partial x'} F_{d'_x} - \frac{\partial}{\partial y'} F_{d'_y} = 0 \quad (3.15)$$

όπου:

$$F = (\nabla^2 d)^2 + \lambda \cdot [E_l \left[ x' + \frac{1}{2} \cdot d(x', y'), y' \right] - E_r \left[ x' - \frac{1}{2} \cdot d(x', y'), y' \right]]^2 \quad (3.16)$$

τέτοιο που:

$$\nabla^2(\nabla^2 d) = \lambda \cdot (E_l - E_r) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x'} E_l + \frac{\partial}{\partial y'} E_r \right) \quad (3.17)$$

Οι όροι  $E_l$  και  $\partial E_l / \partial x'$  μετρώντας στο σημείο  $(x' + d(x', y')/2, y')$  της αριστερής εικόνας και οι όροι  $E_r$  και  $\partial E_r / \partial x'$  στο σημείο  $(x' - d(x', y')/2, y')$  της δεξιάς εικόνας. Ο παράγοντας

$$\nabla^2(\nabla^2) = \frac{\partial^4}{\partial x'^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4}{\partial x'^2 \cdot \partial y'^2} + \frac{\partial^4}{\partial y'^4} \quad (3.18)$$

καλείται δι-αρμονικός παράγοντας.

Στη διακριτή περίπτωση χρησιμοποιείται το  $\kappa \cdot (u_{ij} - \bar{u}_{ij})$  αντί του  $\nabla^2(\nabla^2)$ , όπου το  $\bar{u}$  είναι το αποτέλεσμα της συνέλιξης του  $u$  με ένα υπολογιστικό μόριο, το οποίο προκύπτει από διακριτοποίηση του δι-αρμονικού παράγοντα. Αυτό οδηγεί σε μία επαναληπτική διαδικασία της μορφής:

$$u_{ij}^{n+1} = \bar{u}_{ij}^n - \frac{\lambda}{\kappa} \cdot (E_l - E_r) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x'} E_l - \frac{\partial}{\partial x'} E_r \right) \quad (3.19)$$

όπου οι μερικές παράγωγοι των  $E_l$  και  $E_r$  εκτιμώνται με εφαρμογή πρώτων διαφορών. Εάν η αριστερή εικόνα είναι φωτεινότερη από τη δεξιά, σε ένα εκτιμώμενο σημείο ταιριάσματος, τότε η μετατόπιση θα αυξηθεί ή θα μειωθεί ανάλογα με το εάν οι κλίσεις της φωτεινότητας είναι θετικές ή αρνητικές. Είναι εμφανές ότι η διαδικασία αυτή τείνει να μειώσει τη διαφορά στην φωτεινότητα.

Αξίζει να σημειωθεί επίσης, ότι οι γειτονικές μετατοπίσεις τείνουν να είναι παρόμοιες. Αυτό το φαινόμενο έχει κάποιες επιθυμητές ιδιότητες, παρουσιάζει, όμως, και κάποια σημαντικά προβλήματα, ιδίως στην περίπτωση που τα επίπεδα του γκρίζου σε αντίστοιχα σημεία στις δύο εικόνες δεν ταιριάζουν. Επιπροσθέτως, η μετατόπιση μεταξύ των εικόνων μεταβάλλεται ραγδαία όταν αντικείμενα υπερκαλύπτονται. Το πιο σημαντικό, όμως, είναι η ανάγκη για καλές αρχικές τιμές. Χωρίς αυτές, η σύγκλιση είναι απίθανη. Το πρόβλημα είναι ότι μεμονωμένες τιμές μετατόπισης μπορεί να οδηγηθούν σε λανθασμένες κατευθύνσεις από τις συνέπειες της κλίσης της φωτεινότητας. Εναλλακτικά, ενδέχεται να εγκλωβιστούν σε ένα ψευδές ταίριασμα. Το πρόβλημα συμβαίνει όταν το σωστό ταίριασμα βρίσκεται περισσότερο από ένα κύτταρο εικόνας μακριά από την σωστή εκτίμηση. Στην περίπτωση που η γκρίζα εικόνα αυξομειώνεται, οι εκτιμήσεις των κλίσεων φωτεινότητας μπορεί να είναι εσφαλμένες σε μεγάλο ποσοστό.

Η ομαλοποίηση ή το θάμπωμα των εικόνων συμβάλλουν στην μείωση των παραπάνω φαινομένων, καθώς στοιχεία με μεγάλες χωρικές συχνότητες απομακρύνονται. Αυτό προϋποθέτει την εφαρμογή της διαδικασίας ταιριάσματος, πρώτα σε ένα ομαλοποιημένο ζευγάρι εικόνων και κατόπιν χρησιμοποίηση των αποτελεσμάτων σαν αρχικές τιμές, σε μία λιγότερο ομαλή κλίμακα. Για τη λήψη καλών αρχικών τιμών για το ομαλοποιημένο ζευγάρι, αυτό θα πρέπει να ομαλοποιηθεί ακόμα περισσότερο. Αυτές οι εικόνες δεν είναι απαραίτητο

να υποστούν εξαιρετική δειγματοληψία. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να δημιουργηθεί μία ακολουθία από ζεύγη εικόνων, που το καθένα θα παρέχει ένα ομαλοποιημένο ζευγάρι εικόνων κι ένα στο αμέσως προηγούμενο επίπεδο ομαλοποίησης. Τα αποτελέσματα ταιριάσματος του δεύτερου ζευγαριού χρησιμοποιούνται ως αρχικές τιμές για την επαναληπτική διαδικασία, η οποία εφαρμόζεται στο λιγότερο ομαλοποιημένο ζευγάρι εικόνων.

Μία παρόμοια επαναληπτική ρύθμιση για τα φαινόμενα μετατόπισης εφαρμόζεται σε μερικά αυτόματα συστήματα στερέωσης. Η μέθοδος αποδεικνύεται αποτελεσματική όταν είναι διαθέσιμες λογικές αρχικές τιμές. Από την άλλη, η μέθοδος κρίνεται αναποτελεσματική όταν η μετατόπιση μεταβάλλεται ραγδαία, σε κάποια κλίμακα οι εικόνες στερούνται λεπτομέρειας ή τα επίπεδα του γκρι στα συζευγμένα σημεία δεν ταιριάζουν.

Σε γενικές γραμμές τα επίπεδα του γκριζου για συζευγμένα σημεία δεν είναι ιδιαίτερα ίδια, καθώς η επιφάνεια παρατηρείται από δύο διαφορετικές κατευθύνσεις. Οι ανακλαστικές επιφάνειες αποτελούν ένα ακραίο παράδειγμα. Μία τέτοια επιφάνεια μπορεί να τοποθετηθεί έτσι που να ανακλά ακτινοβολία από την πηγή φωτός κατευθείαν στην μία κάμερα και καθόλου στην άλλη. Πιο συχνά ενδέχεται να συμβούν μικρές, αλλά αισθητές, διαφορές μεταξύ των επιπέδων του γκρι που καταγράφονται στις δύο κάμερες.

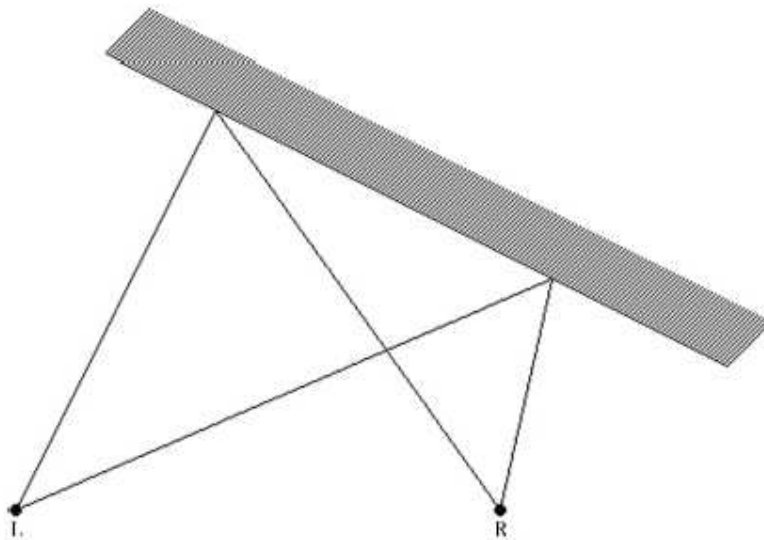
### 3.2.3.2 Μέθοδοι Συσχετισμού

Εάν αντίστοιχα τμήματα δύο εικόνων εμφανίζουν παρόμοια φωτεινότητα, ο εντοπισμός τους μπορεί να επιτευχθεί με συσχετιζόμενα τμήματα των δύο εικόνων. Δεδομένου ενός τμήματος της μίας εικόνας, υπολογίζεται ο συσχετισμός με όλα τα τμήματα κατά μήκος της αντίστοιχης επιπολής γραμμής κι επιλέγεται τελικά το σημείο με τη μεγαλύτερη τιμή συσχετισμού.

Το ερώτημα που προκύπτει εδώ, είναι πόσο μεγάλα θα πρέπει να είναι αυτά τα τμήματα. Εάν είναι αρκετά μικρά, η φωτεινότητα ενδέχεται να μη διακρίνεται και να προκύψουν πολλά εσφαλμένα ταιριάσματα. Από την άλλη, εάν είναι πολύ μεγάλα, χάνεται η ανάλυση της εικόνας, καθώς γειτονικές περιοχές με διαφορετικές μετατοπίσεις θα συνδυάζονται στην μέτρηση. Ακόμη χειρότερη περίπτωση είναι αν οι δύο περιοχές δεν ταιριάζουν πλήρως, εκτός και αν η μετατόπιση είναι σταθερή. Και σε αυτή την μέθοδο, όπως και στην προηγούμενη, είναι απαραίτητος ένας επαναληπτικός αλγόριθμος. Αρχικά εντοπίζονται οι αντιστοιχίες συσχέτισης σε εικόνες χαμηλής ανάλυσης και τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για να περιορίσουν τον έλεγχο για ταιριάσματα στο ζευγάρι εικόνων με την αμέσως μεγαλύτερη ανάλυση.

Παρόλο που οι μέθοδοι συσχετισμού αποτελούν την πρώτη σκέψη σε προβλήματα στερέωσης, δεν λειτουργούν πολύ καλά. Ίσως το πιο σημαντικό τους μειονέκτημα έγκειται στην ευαισθησία που παρουσιάζουν οι διαφορές συμπίκνωσης, Εικόνα 3.22. Εάν μία επιφάνεια εμφανίζει κλίση σε σχέση με την γραμμή αναφοράς, θα εμφανιστεί μικρότερη

στην μία εικόνα από ότι στην άλλη. Σε αυτή την περίπτωση αναμένεται ότι δύο γκρίζες κυματομορφές δε θα συσχετισθούν επαρκώς.



**Εικόνα 3.22:** Μία κεκλιμένη επιφάνεια θα εμφανίζει διαφορετικά ποσοστά σύγκλισης στις δύο εικόνες.

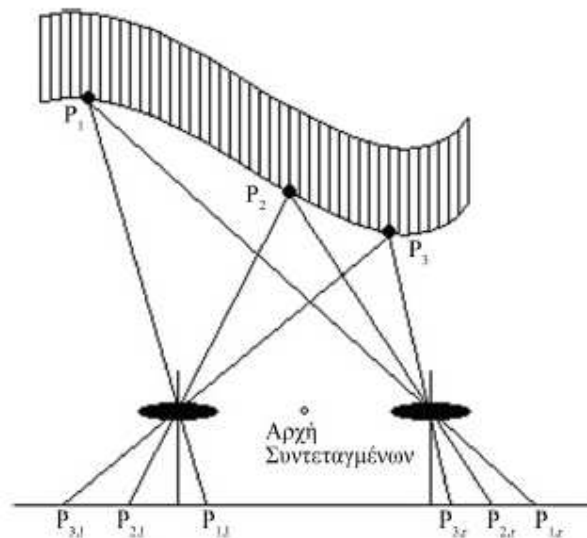
Οι μέθοδοι συσχετισμού δεν ενδείκνυται να εφαρμόζονται άμεσα στις λαμβανόμενες εικόνες. Η λειτουργία τους είναι καλύτερη όταν, για παράδειγμα, οι ακμές έχουν ενισχυθεί, παρόλο που ακόμη κι έτσι δεν μπορούν να ξεπεραστούν τα όποια μειονεκτήματα των μεθόδων, όπως ευαισθησία στη συμπίκνωση και ανικανότητα προσδιορισμού της μετατόπισης σε περιοχές που στερούνται λεπτομέρειας.

Μία τροποποίηση των μεθόδων συσχετισμού που οδηγεί σε αποδεκτά αποτελέσματα είναι ο συνδυασμός τους με στρέβλωση των εικόνων, για απαλοιφή του φαινομένου συμπίκνωσης. Επίσης είναι δυνατό να αντισταθμιστεί η συμπίκνωση αναφέροντας τόσο την αριστερή εικόνα, όσο και την δεξιά, σε σχέση με κάποια εικονική ενδιάμεση εικόνα, η οποία θα μπορούσε να ληφθεί από μία τρίτη κάμερα ανάμεσα στις δύο πραγματικές κάμερες. Εναλλακτικά, η μία εικόνα μπορεί να αναφέρεται σε σχέση με την άλλη. Σε κάθε περίπτωση, το σχήμα της επιφάνειας πρέπει να αναιρεί τα φαινόμενα συμπίκνωσης. Κάτι τέτοιο, βέβαια, εισάγει έναν φαύλο κύκλο, αφού ο τελικός σκοπός είναι ο προσδιορισμός του σχήματος με αυτές τις μεθόδους. Στην πράξη χρησιμοποιείται ένας επαναληπτικός αλγόριθμος στον οποίο η τρέχουσα εκτίμηση της μετατόπισης χρησιμοποιείται για να στρεβλώσει τις εικόνες πριν σε αυτές εφαρμοστούν οι αλγόριθμοι συσχετισμού. Το αποτέλεσμα που προκύπτει χρησιμοποιείται για την ενημέρωση της εκτιμήτριας μετατόπισης.

### 3.2.3.3 Μέθοδοι Ταιριάσματος με Χρήση των Ακμών

Σε περιπτώσεις που η κλίμακα του γκριζου είναι σταθερή σε κάποια τμήματα της εικόνας, είναι εξαιρετικά δύσκολος ο προσδιορισμός συσχετισμού σημείων. Μέθοδοι συσχετισμού που χρησιμοποιούν τμήματα μικρότερα από την ομοιόμορφη περιοχή δεν θα αναδείξουν κάποιο μέγιστο. Οι μέθοδοι ταιριάσματος με βάση το επίπεδο του γκρι θα αναδείξουν μετατοπίσεις σε τέτοιες περιπτώσεις που εμφανίζουν κατάλληλες διακυμάνσεις στα επίπεδα του γκριζου, σε σχέση με γειτονικές περιοχές.

Πιο λογικό είναι να εκτιμήσει κανείς την ανομοιομορφία μόνο εκεί όπου υπάρχουν έντονες διακυμάνσεις, όπως συμβαίνει στις ακμές ανάμεσα σε περιοχές με λίγο ή πολύ ομοιόμορφη φωτεινότητα. Σε αυτήν την περίπτωση το ταιρίασμα πραγματοποιείται μάλλον μεταξύ συμβολικών περιγραφών των εικόνων, παρά μεταξύ των ίδιων των εικόνων. Ωστόσο, πολλά από τα προβλήματα που παρουσιάζονται στις άλλες μεθόδους ισχύουν και εδώ. Καταρχήν υπάρχει η πιθανότητα εσφαλμένου ταιριάσματος. Καθώς μπορεί να υπάρχουν αρκετές ακμές κατά μήκος της επιπολικής γραμμής σε οποιουδήποτε από τις εικόνες, επιπρόσθετη πληροφορία απαιτείται για την αποσαφήνιση της κατάστασης. Για παράδειγμα, μπορεί κάποιος να συσχετίσει βοηθητική πληροφορία με κάθε ακμή, καταγράφοντας τέτοια μεγέθη όπως είναι η διαφορά στα επίπεδα του γκρι εγγαρσίως της ακμής. Ταιριάσματα μεταξύ ακμών είναι αποδεκτά μόνο όταν οι περιγραφές τους ταιριάζουν αρκετά καλά. Επιπροσθέτως, σε συνεχείς επιφάνειες οι ακμές θα πρέπει να ταξινομούνται με τον ίδιο τρόπο κατά μήκος των αντίστοιχων επιπολικών γραμμών, Εικόνα 3.23. Μόνο στην περίπτωση που κάποιο αντικείμενο βρίσκεται μπροστά από κάποιο άλλο μπορεί η αλληλουχία των ακμών να είναι διαφορετική στις δύο εικόνες.



**Εικόνα 3.23:** Εικόνες σημείων κατά μήκος μίας συγκεκριμένης επιπολικής γραμμής θα ταξινομούνται με τον ίδιο τρόπο όπως οι εικόνες των συζευγμένων σημείων στην αντίστοιχη επιπολική γραμμή της άλλης εικόνας.

Σε πρακτικές απλές περιπτώσεις, όλες οι ακμές που είναι ορατές στη μία εικόνα είναι ορατές και στην άλλη. Αυτοματοποιημένες εφαρμογές δεν λειτουργούν ορθά εάν αυτή η συνθήκη δεν ικανοποιείται πλήρως. Η αεροφωτογραφία αστικών περιοχών αποτελεί αντιπροσωπευτικό παράδειγμα περιπτώσεων που παραβιάζουν την παραπάνω συνθήκη, μιας και οι κάθετες πλευρές κάποιων κτηρίων θα είναι ορατές στη μία φωτογραφία.

Ακόμη και με τόσο βοηθητικές υποθέσεις και το γεγονός ότι το ταίριασμα μπορεί να περιοριστεί στις αντίστοιχες επιπολικές γραμμές, υπάρχει ακόμη μεγάλο ποσοστό αμφιβολίας στην εγκυρότητα των αποτελεσμάτων. Αξίζει να σημειωθεί ότι το ταίριασμα σε γειτονικές επιπολικές γραμμές δε διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Η πιο αποτελεσματική μεθοδολογία, για ακόμη μια φορά, περιλαμβάνει πολλαπλές κλίμακες κι επαναληπτικούς αλγορίθμους.

Όταν μία εικόνα ομαλοποιείται, χάνεται λεπτομέρεια και εξαφανίζονται ακμές που αντιστοιχούν σε μικρά χαρακτηριστικά της εικόνας. Το ταίριασμα κατά μήκος των επιπολικών γραμμών απλοποιείται με τη μείωση του προς ταίριασμα αριθμού ακμών. Επομένως η μέθοδος ξεκινάει με το ταίριασμα ακμών σε εικόνες που έχουν σημαντικά ομαλοποιηθεί. Αυτά τα ταιριάσματα χρησιμοποιούνται κατόπιν για τον περιορισμό και την καθοδήγηση του ελέγχου σε εικόνες υψηλότερης ανάλυσης. Είναι εφικτή η εκτίμηση της διασποράς των διαστημάτων ανάμεσα σε ακμές κατά μήκος των επιπολικών γραμμών, χρησιμοποιώντας το γνωστό βαθμό ομαλοποίησης. Με τη σειρά του, αυτό επιτρέπει τον προσδιορισμό της πιθανότητας των ταιριασμάτων ακμών που δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα. Το διάστημα, στο οποίο ο έλεγχος πραγματοποιείται, δύναται να περιοριστεί κατάλληλα, ώστε η πιθανότητα σφάλματος να είναι αποδεκτά χαμηλή.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η φωτεινότητα μεταβάλλεται ραγδαία σε μία ακμή, παρά σε άλλα σημεία κάποιας εικόνας. Έτσι η πρώτη παράγωγος της φωτεινότητας έχει μέγιστη τιμή στις ακμές, ενώ η δεύτερη μηδενική, που σημαίνει ότι εκεί υπάρχει σημείο καμπής της φωτεινότητας. Επομένως μπορεί κανείς να αναζητήσει ενδεχόμενες τοποθεσίες ακμών στις ομαλοποιημένες εικόνες ψάχνοντας για zero - crossings των δεύτερων παραγώγων της φωτεινότητας μίας εικόνας. Η ομαλοποίηση μπορεί να επιτευχθεί συμβάλλοντας με μία Gaussian, ενώ Gaussian διαφόρων πλατών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το φιλτράρισμα της εικόνας σε διαφορετικές κλίμακες.

Στη μεθοδολογία που περιγράφηκε μέχρι τώρα, αυτό που ενδιέφερε ήταν περιστροφικά συμμετρικοί τελεστές, μιας και οι γραμμές όλων των κατευθύνσεων αναμένονται να βρεθούν. Εδώ, αυτό που ενδιαφέρει είναι οι ακμές που σχηματίζουν μεγάλες γωνίες με τις επιπολικές γραμμές, αφού ακμές παράλληλες προς τις επιπολικές γραμμές δεν παρέχουν χρήσιμη πληροφορία μετατόπισης. Είναι αποτελεσματικό, επομένως, να ληφθεί η δεύτερη παράγωγος κατά την κατεύθυνση της επιπολικής γραμμής κάποιας εικόνας. Ένα πλεονέκτημα της προσέγγισης αυτής προκύπτει από το γεγονός ότι οι περιστροφικά συμμετρικοί τελεστές ακμών είναι περισσότερο ευαίσθητοι στο θόρυβο από κατευθυντήριους τελεστές ιδίου μεγέθους.



#### 3.2.3.4. Δομημένο Φως

Πολλά αντικείμενα εμφανίζουν σχετικά ομοιόμορφη επιφάνεια, τόσο από άποψη χαρακτηριστικών, όσο κι επιπέδων του γκρι. Σε αυτά τα αντικείμενα ο προσδιορισμός και η μέτρηση σημείων των επιφανειών τους είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Το ανθρώπινο δέρμα, για παράδειγμα, είναι σχετικά ομοιόμορφο και χωρίς χαρακτηριστικά, όπως ακμές. Έτσι η εξαγωγή ακριβούς πληροφορίας σχετικά με το σχήμα του για ιατρικές μελέτες από τυπικά συστήματα στερέωσης είναι μάλλον αδύνατη.

Ένας τρόπος για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα είναι να προβληθεί ένα μοτίβο στην επιφάνεια, την στιγμή που λαμβάνεται το ζευγάρι εικόνων. Με αυτόν τον τρόπο ένας αλγόριθμος ταιριάσματος χαρακτηριστικών δύναται να αναγνωρίσει τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά του μοτίβου στις δύο εικόνες. Το μοτίβο αυτό είναι το λεγόμενο δομημένο φως.



Εικόνα 3.24: Δομημένο Φως. Μοτίβο που περιγράφεται μοναδικά από σημάδια.

Η διαδικασία εξαγωγής των στοιχείων του μοτίβου του δομημένου φωτός είναι παρόμοια με εκείνη που εφαρμόζεται για την εξαγωγή των ακμών ή των στοιχείων μίας εικόνας. Για την εξασφάλιση της ασφαλέστερης αντιστοίχισης μεταξύ των δύο εικόνων, το μοτίβο ενδέχεται να είναι κωδικοποιημένο. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι κωδικοποίησης μοτίβων δομημένου φωτός, ο συνηθέστερος όμως είναι πλέγματα γραμμών που περιγράφονται μοναδικά από αριθμούς ή σημάδια, τα οποία προβάλλονται μαζί με το πλέγμα. Εναλλακτικά μπορεί να προβληθεί ένα πλέγμα από διαδοχικές παχιές και λεπτές γραμμές.

Η ανίχνευση χαρακτηριστικών τώρα περιορίζεται στα στοιχεία του πλέγματος και η σύζευξη μεταξύ των εικόνων πραγματοποιείται μόνο στα αντίστοιχα χαρακτηριστικά, οι θέσεις των οποίων στα επίπεδα των εικόνων είναι πλέον γνωστές. Στην περίπτωση πλέγματος γραμμών, η δειγματοληψία για το ταίριασμα θα στηριχθεί σε δειγματοληψία επιπολικών γραμμών, όταν όμως προβάλλονται σχήματα αντί γραμμών, η δειγματοληψία μπορεί να στηριχθεί σε κάποια χαρακτηριστικά των σχημάτων, όπως είναι το κέντρο ή οι γωνίες, ενώ οι επιπολικές γραμμές θα λειτουργήσουν σαν περιοριστικός παράγοντας. Στην δεύτερη περίπτωση, η ταχύτητα εύρεσης των συζευγμένων σημείων αυξάνει σημαντικά, όπως αυξάνει και η ακρίβεια της εξαγόμενης πληροφορίας.

Μία παραλλαγή της τεχνικής του δομημένου φωτός είναι η σάρωση μίας δέσμης laser. Συνήθως χρησιμοποιείται μία γραμμή, η οποία προβάλλεται σε διαδοχικές θέσεις επάνω στο αντικείμενο. Σε κάθε θέση λαμβάνεται κι ένα ζευγάρι εικόνων, από το οποίο προκύπτουν συζευγμένα σημεία μόνο για την συγκεκριμένη γραμμή. Είναι εμφανές ότι η ακρίβεια αυτής της μεθόδου συνδέεται άμεσα με το πλήθος των θέσεων της γραμμής επάνω στο αντικείμενο, κάτι που αυξάνει σημαντικά τις απαιτήσεις για αποθηκευτικό χώρο, όπως επίσης και τη χρονική διάρκεια επεξεργασίας όλων των εικόνων.

Η προβολή ενός μοτίβου δομημένου φωτός αποτελεί σήμερα την πλέον διαδεδομένη τεχνική για την τρισδιάστατη ανακατασκευή σε εφαρμογές ιατρικής απεικόνισης. Ο λόγος έγκειται στο γεγονός ότι το δέρμα αποτελεί μία επιφάνεια η οποία χαρακτηρίζεται από υψηλή ομοιομορφία, καθιστώντας αδύνατη την τρισδιάστατη ανακατασκευή του εποπτευόμενου πεδίου με χρήση κάποιας από τις προηγούμενες τεχνικές. Το μεγαλύτερο ερευνητικό ενδιαφέρον εντοπίζεται στο πεδίο της ανακατασκευής του ανθρώπινου προσώπου, ενώ αξιόλογες είναι και οι προσπάθειες ανακατασκευής του ανθρώπινου χεριού. Όμως ελάχιστες είναι οι εφαρμογές που σχετίζονται με δισδιάστατη γεωμετρική ανάλυση αλλοιώσεων του δέρματος και ακόμη λιγότερες οι τρισδιάστατες εφαρμογές.

### 3.3 Υπολογισμός Βάθους

Από την στιγμή που ο γεωμετρικός μετασχηματισμός που συνδέει τις δύο κάμερες έχει προκύψει από τη διαδικασία της βαθμονόμησης, ο υπολογισμός της θέσης ενός σημείου του πραγματικού κόσμου είναι εφικτός, με γνωστές επίσης τις σχετικές συντεταγμένες του με βάση την αριστερή ή την δεξιά εικόνα, συντεταγμένες που θα προκύψουν από την επίλυση του προβλήματος εύρεσης συζευγμένων σημείων. Εάν  $(x'_l, y'_l)$  και  $(x'_r, y'_r)$  είναι οι συντεταγμένες αυτές, αντίστοιχα για την αριστερή και δεξιά εικόνα, τότε:

$$Z_l \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{x'_l}{f} \\ \frac{y'_l}{f} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = Z_r \cdot \begin{bmatrix} \frac{x'_r}{f} \\ \frac{y'_r}{f} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

όπου  $\mathbf{R} = [r_{ij}]$  είναι ο πίνακας περιστροφής και  $\mathbf{T} = [t_x \ t_y \ t_z]^T$  είναι ο πίνακας μετατόπισης που συνδέουν τα συστήματα συντεταγμένων των δύο καμερών.

Από το παραπάνω σύστημα εξισώσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν οποιεσδήποτε δύο εξισώσεις για την επίλυση ως προς  $z_l$  και  $z_r$ , ενώ κατόπιν να υπολογιστούν τα ακούλουθα:

$$\mathbf{r}_l = (x_l, y_l, z_l)^T = \left( \frac{x'_l}{f}, \frac{y'_l}{f}, 1 \right)^T \cdot z_l \quad (3.21a)$$

$$\mathbf{r}_r = (x_r, y_r, z_r)^T = \left( \frac{x'_r}{f}, \frac{y'_r}{f}, 1 \right)^T \cdot z_r \quad (3.22b)$$

που αποτελούν τις συντεταγμένες του σημείου του πραγματικού κόσμου, εκφραζόμενες ως προς το σύστημα συντεταγμένων με αρχή το κέντρο του φακού είτε της αριστερής κάμερας είτε της δεξιάς. Για το μετασχηματισμό των συντεταγμένων αυτών σε συντεταγμένες του πραγματικού κόσμου, αρκεί η μεταφορά των αντίστοιχων συντεταγμένων μέσω των πινάκων περιστροφής και μετατόπισης που συνδέουν την κάθε κάμερα με τον πραγματικό κόσμο.

Εναλλακτικά, ο υπολογισμός της θέσης του σημείου του πραγματικού κόσμου μπορεί να πραγματοποιηθεί άμεσα χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (3.8a-c), αφού προηγουμένως έχει υπολογιστεί ο πίνακας διασποράς (disparity map) για όλα τα αναγνωρισμένα ως συζευγμένα σημεία. Είναι προφανές ότι στη γενική περίπτωση στερέωσης, οι δύο κάμερες δε θα είναι ποτέ ευθυγραμμισμένες όπως στην Εικόνα 3.20. Αυτό προϋποθέτει, για την εφαρμογή των παραπάνω εξισώσεων, ευθυγράμμιση του επιπέδου της εικόνας της μίας κάμερας με το επίπεδο της εικόνας της άλλης κάμερας, ούτως ώστε το σύστημα να ευθυγραμμιστεί τελικά.

### 3.4 Παρεμβολή

Ένα μειονέκτημα των μεθόδων που ταιριάζουν σημεία ραγδαίας αλλαγής της φωτεινότητας, είναι ότι η μετατόπιση καθίσταται γνωστή μόνο για τα σημεία αυτά. Εάν η μετατόπιση ζητείται για όλη την εικόνα, τότε εφαρμόζεται μία μέθοδος παρεμβολής. Το πρόβλημα είναι πώς μπορεί να επιτευχθεί παρεμβολή ομαλής επιφάνειας από γνωστά σημεία. Μέθοδοι παρεμβολής από κανονικά πλέγματα έχουν αναπτυχθεί αρκετά ικανοποιητικά. Ωστόσο, υπάρχουν και περιπτώσεις που τα δεδομένα προέρχονται από καμπύλες σε μη προκαθορισμένες θέσεις.

Κατά την επιλογή μεθόδου παρεμβολής προκύπτει ένας αριθμός θεμάτων. Εκτός από την παραγωγή ομαλής επιφάνειας είναι επιθυμητό, για παράδειγμα, και η κατάληξη σε μία μοναδική λύση. Επιπροσθέτως το αποτέλεσμα δεν πρέπει να εξαρτάται από τον προσανατολισμό των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων. Αυτό συνιστά περιστροφικά συμμετρικούς τελεστές. Ένας τρόπος για την κατάληξη σε μία κατάλληλη μέθοδο είναι η θεώρηση κάποιου φυσικού ανάλογου. Έστω, για παράδειγμα, ότι οι γνωστές τιμές ανομοιότητας στις γραμμές, αναπαρίστανται με τοίχους ύψους ανάλογου προς τις τιμές της

ανομοιότητας. Οι τοίχοι βρίσκονται κατά μήκος των καμπυλών που οι ακμές καταλαμβάνουν στην εικόνα. Ένα ελαστικό φύλλο τεντώνεται πάνω από αυτούς τους τοίχους, ενώ στις κορυφές τους σταθεροποιείται και πιέζεται προς τα κάτω. Το ύψος του τοίχου αυτού αποτελεί την παρεμβλλόμενη τιμή της μετατόπισης.

Η προκύπτουσα επιφάνεια είναι συνεχής και δεν εξαρτάται από τον προσανατολισμό των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων. Επίσης είναι ομαλή, εκτός από τους τοίχους, όπου συμβαίνουν συνήθως ανωμαλίες στην επιφάνεια. Το ελαστικό φύλλο λαμβάνει το σχήμα που ελαχιστοποιεί την αποθηκευμένη ενέργεια. Για μικρές εκτροπές αυτή η ενέργεια είναι ανάλογη προς τον παράγοντα:

$$\iint (\nabla^2 z)^2 \cdot dx \cdot dy$$

Οι εξισώσεις Euler για το πρόβλημα αυτό αποφέρουν την δι-αρμονική εξίσωση:

$$\nabla^2 (\nabla^2 z) = 0 \quad (3.23)$$

ή, με βάση την εξίσωση (3.18):

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} z + 2 \cdot \frac{\partial^4}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} z + \frac{\partial^4}{\partial y^4} z = 0 \quad (3.24)$$

Εκτός από τους τοίχους. Αυτές οι εξισώσεις μπορούν να λυθούν αλγεβρικά χρησιμοποιώντας άμεσους επαναληπτικούς αλγόριθμους.

Τέτοιες μέθοδοι παράγουν καλά αποτελέσματα, όπου η επιφάνεια είναι συνεχής. Προβλήματα αναδεικνύονται στις περιπτώσεις όπου κάποιο αντικείμενο παρεμποδίζει ένα άλλο, αφού τότε η μετατόπιση δεν είναι συνεχής. Έτσι είναι απαραίτητο να προηγηθεί κατάτμηση της εικόνας σε περιοχές συνεχούς μετατόπισης και κατόπιν να εφαρμοστεί η διαδικασία παρεμβολής σε κάθε περιοχή χωριστά.

Η πιο διαδεδομένη μέθοδος που εφαρμόζεται σήμερα είναι η τριγωνοποίηση Delaunay. Η μέθοδος αυτή εξασφαλίζει βέλτιστη ανακατασκευή της επιφάνειας ενός αντικειμένου, ενώ εγγυάται σύγκλιση προς την πραγματική επιφάνεια, με την αύξηση των σημείων με γνωστές τρισδιάστατες συντεταγμένες. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται τόσο για την ανακατασκευή ολόκληρης της επιφάνειας διαφόρων αντικειμένων, όσο και για την απεικόνιση του όγκου τους και αποτελεί μία καθαρά γεωμετρική τεχνική.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Μοντελοποίηση Κάμερας και Βαθμονόμηση

#### 4.1 Εισαγωγή

Η βαθμονόμηση κάμερας έχει μελετηθεί εκτενώς στην όραση υπολογιστών και τη φωτογραμμετρία. Η πρώτη ουσιαστική προσπάθεια μοντελοποίησης της σχέσης μεταξύ του πραγματικού κόσμου και της σχηματιζόμενης εικόνας αποδίδεται στον Tsai το 1987 και μέχρι σήμερα αποτελεί το σημείο αναφοράς οποιασδήποτε εφαρμογής βαθμονόμησης κάμερας. Παρόλα αυτά, διαρκώς προτείνονται νέες βελτιωμένες τεχνικές, με έμφαση στη στενή εξάρτηση βαθμονόμησης κι εφαρμογής και όχι στην δημιουργία ενός γενικότερου μοντέλου.

Με την αποκατάσταση του εσωτερικού προσανατολισμού πραγματοποιείται σωστή ανάπλαση της δέσμης των ακτίνων που δημιουργήσε την εικόνα, δηλαδή αποκαθίσταται η πορεία των φωτεινών ακτίνων στο εσωτερικό της μηχανής, όπως αυτή υπήρχε κατά τη στιγμή της λήψης. Προκειμένου να αποκατασταθεί ο εσωτερικός προσανατολισμός, απαιτείται ο προσδιορισμός των στοιχείων του, ο οποίος πραγματοποιείται μέσω της βαθμονόμησης της φωτογραφικής μηχανής. Η τελευταία, αναφέρεται και ως καλιμπράρισμα (από τον αγγλικό όρο calibration) και αποτελεί το σύνολο των μετρητικών και υπολογιστικών διαδικασιών που προσδιορίζουν τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της φωτομηχανής. Αυτά είναι η σταθερά της μηχανής, δηλαδή η απόσταση του προβολικού κέντρου από το επίπεδο της εικόνας, και η θέση του πρωτεύοντος σημείου στο επίπεδο της εικόνας και σε αυτά συνήθως προστίθενται οι συντελεστές του πολωνύμου της συμμετρικής ακτινικής διαστρόφης και – σπανιότερα – της ασύμμετρης διαστρόφης εκκεντρότητας.

#### 4.2 Μέθοδοι Βαθμονόμησης

Στη γεωμετρική βαθμονόμηση κάμερας, το κύριο ζητούμενο είναι ο προσδιορισμός ενός πλήθους παραμέτρων της κάμερας που περιγράφουν την σχέση ανάμεσα στις τρισδιάστατες συντεταγμένες αναφοράς και τις δισδιάστατες συντεταγμένες της εικόνας. Αρκετές μέθοδοι βαθμονόμησης κάμερας μπορούν να αναζητηθούν στην διεθνή βιβλιογραφία, μέθοδοι δύο βημάτων, μέθοδοι τεσσάρων βημάτων, τεχνικές αυτοβαθμονόμησης, μέθοδοι βαθμονόμησης από παρατήρηση εικονικών αντικειμένων. Δεν υπάρχει κάποια τεχνική βαθμονόμησης που συγκριτικά να θεωρείται η καλύτερη για όλες τις εφαρμογές. Η επιλογή της μίας ή της άλλης μεθόδου εξαρτάται άμεσα από την φύση της εκάστοτε εφαρμογής υπολογιστικής όρασης.

Οι τεχνικές γεωμετρικής βαθμονόμησης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε τρεις κατηγορίες, τη φωτογραμμετρική βαθμονόμηση, την αυτοβαθμονόμηση και σε τεχνικές που δεν ανήκουν σε αυτές τις δύο κατηγορίες.

**Φωτογραμμετρική βαθμονόμηση.** Στις μεθόδους που ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία, η βαθμονόμηση πραγματοποιείται παρατηρώντας ένα αντικείμενο του οποίου η γεωμετρία στον τρισδιάστατο χώρο είναι γνωστή, με εξαιρετικά καλή ακρίβεια. Σε αυτήν την περίπτωση η βαθμονόμηση μπορεί να γίνει πολύ αποτελεσματικά. Το αντικείμενο συνήθως αποτελείται από δύο ή τρία επίπεδα κάθετα μεταξύ τους. Μερικές φορές χρησιμοποιείται κι ένα κινούμενο επίπεδο, του οποίου η μετακίνηση είναι γνωστή με μεγάλη ακρίβεια, προσφέροντας έτσι σημεία αναφοράς σε τρεις διαστάσεις. Αυτές οι προσεγγίσεις απαιτούν ένα σχετικά ακριβό εξοπλισμό βαθμονόμησης. Υπάρχουν βέβαια και τεχνικές φωτογραμμετρικής βαθμονόμησης όπου αρκεί η παρατήρηση ενός επιπέδου σε μερικές, άγνωστες κατευθύνσεις για τον υπολογισμό των εσωτερικών κι εξωτερικών παραμέτρων μίας κάμερας. Χωρίς να προσφέρουν την ακρίβεια των προηγούμενων μεθόδων, οι τεχνικές αυτές τείνουν να γίνουν πολύ δημοφιλείς κυρίως λόγω της εύκολης κατασκευής της διάταξης βαθμονόμησης. Τέλος, στην περίπτωση που η παρατήρηση του τρισδιάστατου ή δισδιάστατου αντικειμένου βαθμονόμησης δεν είναι εφικτή, όπως σε εφαρμογές δικτύων καμερών που οι μεταξύ τους αποστάσεις είναι αρκετά μεγάλες, υπάρχουν τεχνικές φωτογραμμετρικής βαθμονόμησης βασιζόμενες σε συγγραμμικά σημεία. Η κάμερα σε αυτές τις περιπτώσεις μπορεί να βαθμονομηθεί παρατηρώντας μία γραμμή που κινείται γύρω από ένα σταθερό σημείο.

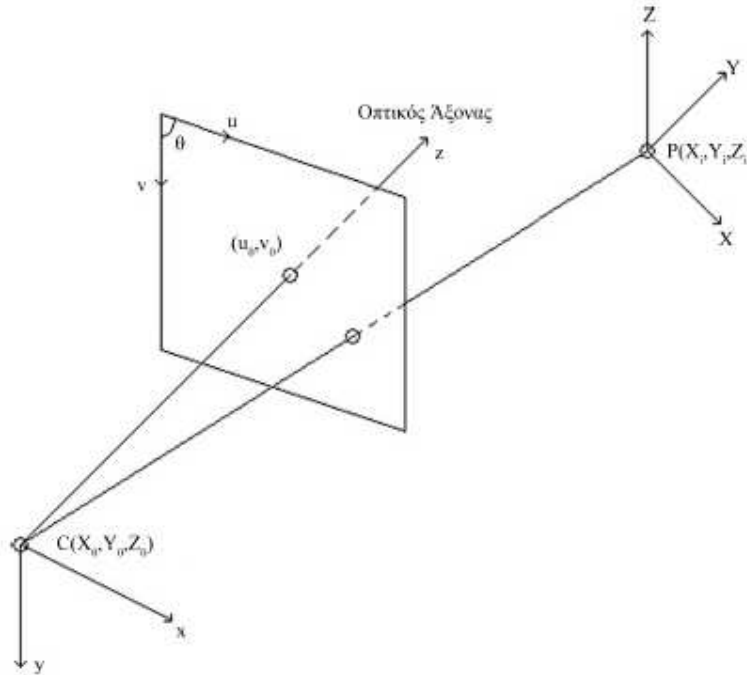
**Αυτοβαθμονόμηση.** Οι τεχνικές αυτής της κατηγορίας δεν χρησιμοποιούν κάποιο αντικείμενο βαθμονόμησης. Μετακινώντας μία κάμερα σε ένα στατικό πεδίο προκύπτουν οι απαραίτητοι περιορισμοί από το συνδυασμό της μετακίνησης της κάμερας και της δομής του πεδίου. Επομένως, η λήψη εικόνων από μία κάμερα με αμετάβλητες εσωτερικές παραμέτρους και ο προσδιορισμός αντίστοιχων χαρακτηριστικών του πεδίου, σε τρεις τουλάχιστον εικόνες, αρκούν για τον υπολογισμό των παραμέτρων, που επιτρέπουν την ανακατασκευή τρισδιάστατων δομών με σχετική ακρίβεια. Παρόλο που οι προσεγγίσεις αυτού του τύπου είναι αρκετά ευέλικτες, εξαιτίας του μεγάλου αριθμού αγνώστων παραμέτρων, δεν είναι πάντοτε δυνατό να ανακτηθούν αξιόπιστα αποτελέσματα. Οι μέθοδοι αυτοί είναι ιδιαίτερα δημοφιλείς σε εφαρμογές αναγνώρισης και παρακολούθησης αντικειμένων, όχι όμως σε μετρητικές εφαρμογές, όπου η ακρίβεια και η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων παίζει το σημαντικότερο ρόλο.

**Άλλες τεχνικές.** Μερικές άλλες τεχνικές περιλαμβάνουν τα σημεία τομής παράλληλων από ορθογώνιες κατευθύνσεις, καθώς και βαθμονόμηση από περιστροφή και μόνο. Όλες αυτές οι μέθοδοι αποτελούν κυρίως υβριδικές προσεγγίσεις που αφορούν πολύ συγκεκριμένες εφαρμογές και με τελειώς ασαφή αποτελέσματα σε μία κάπως γενικότερη χρησιμοποίησή τους.

Η βαθμονόμηση κάμερας στο πεδίο της τρισδιάστατης μηχανικής όρασης αποτελεί τη διαδικασία προσδιορισμού των εσωτερικών γεωμετρικών και οπτικών χαρακτηριστικών μίας κάμερας (εσωτερικές παράμετροι) και/ή την τρισδιάστατη θέση και κατεύθυνση του πλαισίου της κάμερας με ένα συγκεκριμένο γνωστό σύστημα συντεταγμένων (εξωτερικές παράμετροι). Οι εξωτερικές παράμετροι χρειάζονται για το μετασχηματισμό των συντεταγμένων του αντικειμένου στο σύστημα με κέντρο την κάμερα. Στις εφαρμογές πολλαπλών καμερών οι εξωτερικές παράμετροι περιγράφουν επιπροσθέτως και τη σχέση μεταξύ των συντεταγμένων των διαφόρων καμερών. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η γενική συμπεριφορά ενός συστήματος υπολογιστικής όρασης εξαρτάται άμεσα από την ακρίβεια της βαθμονόμησης της κάμερας.

### 4.3. Το Μοντέλο της Κάμερας

Για την επίλυση του προβλήματος της βαθμονόμησης απαραίτητη προϋπόθεση αποτελεί η ορθή μοντελοποίηση της κάμερας. Το συνηθέστερο μοντέλο που χρησιμοποιείται είναι αυτό της κάμερας οπής. Το μοντέλο της κάμερας οπής στηρίζεται στην αρχή της συγγραμμικότητας, όπου κάθε σημείο του αντικειμένου προβάλλεται, μέσω μίας ευθείας που περνάει από το κέντρο της προβολής, στο επίπεδο της εικόνας, Εικόνα 4.1.



**Εικόνα 4.1:** Το μοντέλο της κάμερας οπής.

Το κέντρο του συστήματος συντεταγμένων της κάμερας βρίσκεται στο κέντρο της προβολής, στη θέση  $(X_0, Y_0, Z_0)$ , σε σχέση με το σύστημα συντεταγμένων του αντικειμένου και ο  $z$  άξονας του πλαισίου της κάμερας είναι κάθετος προς το επίπεδο της εικόνας. Η περιστροφή αναπαρίσταται με χρήση των γωνιών του Euler  $\omega, \phi$  και  $\kappa$ , ώστε να ορίζει μία ακολουθία στοιχειωδών περιστροφών γύρω από τους  $x, y$  και  $z$  άξονες αντίστοιχα.

Προκειμένου να εκφραστεί ένα αυθαίρετο σημείο του αντικειμένου  $P(X_i, Y_i, Z_i)$  σε συντεταγμένες της εικόνας θα πρέπει πρώτα να μετασχηματιστεί σε συντεταγμένες της κάμερας  $(x_i, y_i, z_i)$ . Αυτός ο μετασχηματισμός αποτελείται από μία μετατόπιση και μία περιστροφή και μπορεί να περιγραφεί από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

όπου:

$$\begin{aligned}
r_{11} &= \cos(\varphi) \cdot \cos(\kappa) & r_{12} &= \sin(\omega) \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\kappa) - \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) & r_{13} \\
&= \cos(\omega) \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\kappa) + \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) & r_{21} &= \cos(\varphi) \cdot \sin(\kappa) \\
r_{22} &= \sin(\omega) \cdot \sin(\varphi) \cdot \sin(\kappa) + \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) & r_{23} \\
&= \cos(\omega) \cdot \sin(\varphi) \cdot \sin(\varphi) - \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \\
r_{31} &= -\sin(\varphi) \\
r_{32} &= \sin(\omega) \cdot \cos(\varphi) \\
r_{33} &= \cos(\omega) \cdot \cos(\varphi)
\end{aligned}$$

Οι εσωτερικές παράμετροι μίας κάμερας συνήθως περιλαμβάνουν το ενεργό εστιακό μήκος (effective focal length,  $f$ ), τον συντελεστή κάμερας (scale factor,  $s_u$ ) και το κέντρο της εικόνας (principal point,  $(u_0, v_0)$ ). Πολύ συχνά στην όραση υπολογιστών το κέντρο του συστήματος συντεταγμένων της εικόνας τοποθετείται στην επάνω αριστερή γωνία του πίνακα της εικόνας. Η μονάδα συντεταγμένων της εικόνας είναι pixels κι έτσι οι συντελεστές  $D_u$  και  $D_v$  είναι απαραίτητοι για τον μετασχηματισμό των μετρηκών μονάδων σε pixels. Οι συντελεστές αυτοί είναι συνήθως γνωστοί και βρίσκονται στα τεχνικά χαρακτηριστικά της κάμερας.

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο της κάμερας οπής, η προβολή του σημείου  $(x_i, y_i, z_i)$ , της προηγούμενης σχέσης, στο επίπεδο της εικόνας εκφράζεται από την σχέση:

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{v}_i \end{bmatrix} = \frac{f}{z_i} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Οι αντίστοιχες συντεταγμένες της εικόνας σε μονάδες pixels  $(u'_i, v'_i)$  λαμβάνονται από την προβολή  $(\tilde{u}_i, \tilde{v}_i)$  και με εφαρμογή του ακόλουθου μετασχηματισμού:

$$\begin{bmatrix} u'_i \\ v'_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_u \cdot S_u & 0 & u_0 \\ 0 & D_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{v}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (4.2) και (4.3) προκύπτει η σχέση που συνδέει τις συντεταγμένες της εικόνας σε pixels με τις συντεταγμένες του πραγματικού σημείου εκφρασμένου ως προς το σύστημα της κάμερας:

$$w_i \cdot \begin{bmatrix} u'_i \\ v'_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_u \cdot s_u \cdot f & 0 & u_0 \\ 0 & D_v \cdot f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Όπου το βάρος  $w_i$  ισούται με την συντεταγμένη  $z_i$ . Λαμβάνοντας υπόψη την γωνία μεταξύ των δύο αξόνων του επιπέδου της εικόνας, η γωνία  $\theta$  στην εικόνα 4.1, το μοντέλο της κάμερας οπής που περιγράφεται στην εξίσωση (4.4) εμπλουτίζεται με την παράμετρο κλίσης (skew factor)  $s$ . Έτσι η εξίσωση (4.4) γίνεται:

$$w_i \cdot \begin{bmatrix} u'_i \\ v'_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_u \cdot s_u \cdot f & s \cdot f & u_0 \\ 0 & D_v \cdot f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Σε πολλές εφαρμογές οι εσωτερικές παράμετροι συνοψίζονται στις ακόλουθες τέσσερις:



$$\alpha = D_u \cdot s_u \cdot f \quad (4.6a)$$

που εκφράζει τον παράγοντα κλίμακας (scale factor) του άξονα u της εικόνας.

$$\beta = D_v \cdot f \quad (4.6b)$$

που εκφράζει τον παράγοντα κλίμακας (scale factor) του άξονα v της εικόνας.

$$\gamma = s \cdot f \quad (4.6c)$$

που εκφράζει την παράμετρο κλίσης (skew factor) των δύο αξόνων του επιπέδου της εικόνας.

$$C_0 = (u_0 \cdot v_0) \quad (4.6d)$$

που εκφράζει το κυρίαρχο σημείο ή κέντρο της εικόνας (principle point), που είναι η κάθετη προβολή του σημείου εστίασης στο επίπεδο της εικόνας, Εικόνα 4.1

Έτσι η εξίσωση (4.5) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$w_i \cdot \begin{bmatrix} u'_i \\ v'_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \Rightarrow w_i \cdot \begin{bmatrix} u'_i \\ v'_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{K}$  αποτελεί τον πίνακα των εσωτερικών παραμέτρων της κάμερας οπής και η διαδικασία της βαθμονόμησης αποσκοπεί στον υπολογισμό των στοιχείων του.

Κατόπιν όλων αυτών, καθίσταται εμφανές ότι το πρόβλημα της βαθμονόμησης έγκειται στην επίλυση των σχέσεων (4.1) και (4.7). Πιο συγκεκριμένα, το αντικείμενο της διαδικασίας της βαθμονόμησης είναι η εύρεση των βέλτιστων τιμών όλων των παραμέτρων που υπάρχουν στις δύο αυτές εξισώσεις, βασιζόμενη σε οπτική πληροφορία από ένα γνωστό, τρισδιάστατο συνήθως αντικείμενο. Οι δύο αυτές εξισώσεις μπορούν να συνδυαστούν σε μία της μορφής:

$$\begin{bmatrix} u'_i \\ v'_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \cdot [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}] \cdot \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

όπου  $\mathbf{R}$  είναι ο πίνακας περιστροφής και  $\mathbf{T}$  ο πίνακας μετατόπισης της εξίσωσης (4.1).

Το μοντέλο της κάμερας οπής αποτελεί μία προσέγγιση της πραγματικής προβολής μίας κάμερας. Είναι ένα χρήσιμο μοντέλο που χρησιμοποιεί απλούς μαθηματικούς μετασχηματισμούς για την σχέση μεταξύ συντεταγμένων αντικειμένου και εικόνας. Ωστόσο, δεν είναι κατάλληλο για εφαρμογές όπου απαιτείται μεγάλη ακρίβεια, πράγμα που σημαίνει ότι θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένα πιο ορθό μοντέλο. Συνήθως, το μοντέλο οπής αποτελεί τη βάση, η οποία επεκτείνεται με κάποιες διορθώσεις για τις συστηματικά αλλοιωμένες συντεταγμένες της εικόνας. Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη διόρθωση είναι για την ακτινική παραμόρφωση ενός φακού που ωθεί ένα πραγματικό σημείο της εικόνας να μετατοπίζεται

ακτινικά στο επίπεδο της εικόνας. Η ακτινική παραμόρφωση μπορεί να προσεγγιστεί με την ακόλουθη έκφραση:

$$\begin{bmatrix} \delta x_i^{(r)} \\ \delta y_i^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \cdot (k_1 \cdot r_i^2 + k_2 \cdot r_i^4 + \dots) \\ y_i \cdot (k_1 \cdot r_i^2 + k_2 \cdot r_i^4 + \dots) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

όπου  $(k_1, k_2 \dots)$  είναι οι συντελεστές για την ακτινική παραμόρφωση και  $r_i = (x_i^2 + y_i^2)^{1/2}$  είναι η ακτινική μετατόπιση. Τυπικά, ο προσδιορισμός ενός ή δύο συντελεστών αρκούν για την αντιστάθμιση της ακτινικής παραμόρφωσης.

Τα κέντρα της καμπυλότητας των επιφανειών ενός φακού δεν είναι πάντα αυστηρά συγγραμμικά. Το γεγονός αυτό εισάγει έναν άλλο κοινό τύπο παραμόρφωσης που εμφανίζει τόσο η ακτινική συνιστώσα, όσο κι εφαπτόμενη, την παραμόρφωση αποκέντρωσης. Η σχέση της εφαπτόμενης παραμόρφωσης συχνά γράφεται στην ακόλουθη μορφή:

$$\begin{bmatrix} \delta x_i^{(t)} \\ \delta y_i^{(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot p_1 \cdot x_i \cdot y_i + p_2 \cdot (r_i^2 + 2 \cdot x_i^2) \\ p_1 \cdot (r_i^2 + 2 \cdot y_i^2) + 2 \cdot p_2 \cdot x_i \cdot y_i \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

όπου  $p_1$  και  $p_2$  είναι οι συντελεστές για την εφαπτόμενη παραμόρφωση.

Στην βιβλιογραφία μπορούν να αναζητηθούν και άλλοι τύποι παραμορφώσεων. Για παράδειγμα υπάρχει η γραμμική παραμόρφωση, η οποία είναι αισθητή στην περίπτωση που οι άξονες της εικόνας δεν είναι ορθογώνιοι. Στις περισσότερες περιπτώσεις το σφάλμα είναι μικρό και η συνεισφορά της παραμόρφωσης ασήμαντη. Ένας άλλος τύπος παραμόρφωσης είναι η παραμόρφωση πρίσματος. Αυτή προκύπτει από ακατάλληλο σχεδιασμό και κατασκευή του φακού ή/και του αισθητήρα της κάμερας και μπορεί να μοντελοποιηθεί ικανοποιητικά με την προσθήκη ενός λεπτού πρίσματος στο οπτικό σύστημα, κάτι που βέβαια προσθέτει επιπλέον ακτινική κι εφαπτόμενη παραμόρφωση. Τα τελευταία χρόνια αυτού του τύπου η παραμόρφωση έχει πλέον πάψει να υφίσταται σε βαθμό που να απαιτείται η μοντελοποίησή της, λόγω της τεράστιας επιστημονικής προόδου στο σχεδιασμό και την κατασκευή τόσο οπτικών εξαρτημάτων, όπως είναι οι φακοί, όσο κι αισθητήρων καμερών. Επιπροσθέτως έχει βρεθεί ότι περίπλοκη μοντελοποίηση των παραπάνω παραγόντων παραμόρφωσης όχι μόνο δε συνεισφέρει στην ορθή επίλυση του προβλήματος της βαθμονόμησης, αλλά οδηγεί και σε αριθμητική αστάθεια.

Ένα μοντέλο κάμερας κατάλληλο για ακριβή βαθμονόμηση μπορεί να προκύψει από τον συνδυασμό του μοντέλου οπής και των διορθώσεων για την ακτινική και την εφαπτόμενη παραμόρφωση, όπως φαίνεται στην ακόλουθη σχέση:

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} x_i + \delta x_i^{(r)} + \delta x_i^{(t)} \\ y_i + \delta y_i^{(r)} + \delta y_i^{(t)} \\ z_i \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Σε αυτό το μοντέλο, το σύνολο των εσωτερικών παραμέτρων  $(\alpha, \beta, \nu, u_0, v_0)$  προαυξάνεται με τους συντελεστές παραμόρφωσης  $k_1, \dots, k_n, p_1$  και  $p_2$ . Αυτές οι παράμετροι είναι επίσης γνωστές ως φυσικές παράμετροι της κάμερας, μιας και όλες έχουν κάποια φυσική σημασία.

#### 4.4. Φωτογραμμετρική Βαθμονόμηση

Η πλέον διαδεδομένη μέθοδος βαθμονόμησης καμερών είναι η φωτογραμμετρική μέθοδος. Υπάρχουν αρκετές παραλλαγές της μεθόδου αυτής, ανάλογα με τις εκάστοτε εφαρμογές, η λογική όμως που τις διέπει είναι κοινή σε όλες.

Ουσιαστικά η μέθοδος αυτή διακρίνεται σε δύο στάδια. Το πρώτο εξ αυτών αποτελεί τη γραμμική προσέγγιση των παραμέτρων, τα αποτελέσματα του οποίου συνιστούν τις αρχικές τιμές για το δεύτερο στάδιο της μη-γραμμικής προσέγγισης.

##### 4.4.1. Γραμμική Προσέγγιση

Η μέθοδος του άμεσου γραμμικού μετασχηματισμού (direct linear transformation, DLT) στηρίζεται στο μοντέλο της κάμερας οπής, χωρίς να περιλαμβάνει τα μη γραμμικά στοιχεία της ακτινικής κι εφαπτόμενης παραμόρφωσης. Με αυτή την προϋπόθεση η σχέση που χρησιμοποιείται είναι η εξίσωση (4.8).

Ο πίνακας  $\mathbf{K} \cdot [\mathbf{R} \ \mathbf{T}]$  είναι ένας  $3 \times 4$  πίνακας και αποτελεί τον DLT πίνακα  $\mathbf{H}$  (homotopy matrix), του οποίου τα στοιχεία θα προσεγγιστούν. Λύνοντας την εξίσωση (4.8) προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_1 \cdot u'_1 & -Y_1 \cdot u'_1 & -Z_1 \cdot u'_1 & -u'_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -X_1 \cdot v'_1 & -Y_1 \cdot v'_1 & -Z_1 \cdot v'_1 & -v'_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_i \cdot u'_i & -Y_i \cdot u'_i & -Z_i \cdot u'_i & -u'_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -X_i \cdot v'_i & -Y_i \cdot v'_i & -Z_i \cdot v'_i & -v'_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_N & Y_N & Z_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_N \cdot u'_N & -Y_N \cdot u'_N & -Z_N \cdot u'_N & -u'_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & Z_N & 1 & -X_N \cdot v'_N & -Y_N \cdot v'_N & -Z_N \cdot v'_N & -v'_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ \vdots \\ h_{22} \\ h_{23} \\ \vdots \\ h_{33} \\ h_{34} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.12)$$

Αντικαθιστώντας τα ορθά σημεία της εικόνας  $(u'_i, v'_i)$ , με τις παρατρούμενες τιμές  $(U_i, V_i)$  οι παράμετροι  $h_{11}, \dots, h_{34}$  μπορούν να εκτιμηθούν με εφαρμογή ελάχιστων τετραγώνων. Προκειμένου όμως, να αποφευχθεί μία ακραία λύση της μορφής  $\mathbf{H}=0$ , είναι απαραίτητη μία κανονικοποίηση. Ο πιο κοινός περιορισμός που χρησιμοποιείται είναι ο  $h_{34}=1$ . Σε αυτήν την περίπτωση η εξίσωση μπορεί να επιλυθεί με μία τεχνική ψευδο-αντιστροφής. Το μειονέκτημα της κανονικοποίησης αυτής είναι ότι υπεισέρχεται μοναδικότητα στην περίπτωση που η πραγματική τιμή της παραμέτρου  $h_{34}$  είναι κοντά στο μηδέν. Αντί του προαναφερθέντα περιορισμού πολλοί προτείνουν τον περιορισμό  $(h_{31})^2 + (h_{32})^2 + (h_{33})^2 = 1$  που είναι ανεξαρτήτος της μοναδικότητας.

Οι καθαυτό παράμετροι  $h_{11}, \dots, h_{34}$  δεν εμφανίζουν κάποια φυσική σημασία. Ωστόσο υπάρχουν τεχνικές που εξάγουν κάποιες από τις φυσικές παραμέτρους της κάμερας από τον πίνακα  $\mathbf{H}$ . Οι περισσότερες από αυτές τις προσεγγίσεις έχουν σαν βάση την παρατήρηση ότι ο πίνακας  $\mathbf{H}$  μπορεί να γραφτεί με την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{H} = \mathbf{K} \cdot [\mathbf{R} \ \mathbf{T}] \Rightarrow \mathbf{H} = [\mathbf{K} \cdot \mathbf{R} \mid \mathbf{K} \cdot \mathbf{T}]$$

από όπου προκύπτουν οι δύο πίνακες  $\mathbf{B} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{R}$  και  $\mathbf{b} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{T}$ .

Μία απλή παρατήρηση του πίνακα  $\mathbf{B}$  είναι αρκετή να φανερώσει ότι αυτός αποτελείται από έναν άνω τριγωνικό πίνακα, τον  $\mathbf{K}$ , κι έναν ορθοκανονικό, τον  $\mathbf{R}$ . Διαχωρίζοντας τον πίνακα  $\mathbf{B}$  με RQ ανάλυση κι ελέγχοντας το πρόσημο των στοιχείων  $\kappa_{11} = a > 0$  και  $\kappa_{22} = \beta > 0$  μπορούν να προκύψουν οι πίνακες των εσωτερικών παραμέτρων και περιστροφής. Από τη στιγμή που ο  $\mathbf{K}$  θα έχει υπολογιστεί, ο πίνακας μετατόπισης προσεγγίζεται από τη σχέση  $\mathbf{T} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{b}$ .

#### 4.4.2 Μη Γραμμική Προσέγγιση

Λόγω του ότι δεν απαιτούνται επαναλήψεις, οι γραμμικές μέθοδοι είναι σχετικά πολύ γρήγορες. Ωστόσο παρουσιάζουν τουλάχιστον α ακόλουθα δύο μειονεκτήματα. Καταρχήν η παραμόρφωση που εισάγει ο φακός δεν μπορεί να συμπεριληφθεί στους υπολογισμούς κι έτσι οι όποιες παρεμβολές του φακού δε διορθώνονται. Το δεύτερο μειονέκτημα των γραμμικών μεθόδων είναι πιο δύσκολο να διορθωθεί. Κατά τη δημιουργία του μη επαναληπτικού αλγορίθμου, οι πραγματικοί περιορισμοί των ενδιάμεσων παραμέτρων δεν λαμβάνονται υπόψη. Με την παρουσία θορύβου η ενδιάμεση λύση δεν ικανοποιεί τους περιορισμούς και τελικά η γενική λύση εμφανίζει πολύ μικρή ακρίβεια. Λόγω αυτών των δυσκολιών τα αποτελέσματα της βαθμονόμησης που λαμβάνονται από τη γραμμική προσέγγιση δεν είναι ακριβή.

Με τις πραγματικές κάμερες οι λαμβανόμενες εικόνες σχεδόν πάντα περιέχουν θόρυβο. Υπάρχουν ποικίλα στοιχεία σφάλματος που σχετίζονται με την διαδικασία της μέτρησης. Στην περίπτωση που α συστηματικά μέρη των σφαλμάτων μέτρησης αντισταθμίζονται, είναι πρόσφορο να θεωρηθεί ότι το σφάλμα είναι λευκός Gaussian θόρυβος. Τότε, η καλύτερη προσέγγιση για τις παραμέτρους της κάμερας μπορεί να προκύψει ελαχιστοποιώντας το υπόλοιπο μεταξύ του μοντέλου και των  $N$  παρατηρήσεων ( $U_i, V_i$ ), όπου  $i=1, \dots, N$ . Στην περίπτωση του Gaussian θορύβου η ζητούμενη σχέση εκφράζεται ως άθροισμα τετραγωνικών υπολοίπων:

$$F = \sum_{i=1}^N (U_i - u_i)^2 + \sum_{i=1}^N (V_i - v_i)^2 \quad (4.14)$$

Η τεχνική των ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ελαχιστοποίηση της προηγούμενης σχέσης. Λόγω της μη γραμμικής φύσης του μοντέλου της κάμερας, ταυτόχρονη προσέγγιση των παραμέτρων προϋποθέτει την εφαρμογή κάποιου επαναληπτικού αλγορίθμου. Για προβλήματα αυτού του τύπου έχει βρεθεί ότι η μέθοδος βελτιστοποίησης των Levenberg – Marquardt εμφανίζει την ταχύτερη σύγκλιση.

Ωστόσο, χωρίς κατάλληλες αρχικές τιμές η βελτιστοποίηση μπορεί να κολλήσει σε κάποιο τοπικό ελάχιστο κι επομένως να οδηγήσει την διαδικασία της βαθμονόμησης σε αποτυχία. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αποφευχθεί με χρησιμοποίηση των παραμέτρων όπως υπολογίστηκαν από την DLT μέθοδο ως αρχικές τιμές για την βελτιστοποίηση. Σε

αυτήν την περίπτωση ένα γενικό ελάχιστο της εξίσωσης (4.3) επιτυγχάνεται μετά από μερικές επαναλήψεις.

## **4.5 Βαθμονόμηση με Λήψη Εικόνων Επίπεδης Σκακιάρας**

Γενικά, η βαθμονόμηση από πολλές λήψεις ενός επίπεδου αντικειμένου με χαρακτηριστικά σημεία, όπως η σκακιάρα, επιτυγχάνεται με δεδομένα τις συντεταγμένες χώρου και εικόνας των αντίστοιχων σημείων, οι πρώτες εκ των οποίων προκύπτουν αυτόματα, ενώ οι τελευταίες αναγνωρίζονται στην εικόνα ομοίως με αυτόματο τρόπο. Ωστόσο, για την εξασφάλιση σωστών αποτελεσμάτων από τη διαδικασία της βαθμονόμησης, οι εικόνες του αντικειμένου πρέπει να ληφθούν από διαφορετικά σημεία και υπό διαφορετικές γωνίες, δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο, ανάγλυφο στο αντικείμενο. Επίσης, η διαδικασία αυτή απαιτεί τον επιπρόσθετο υπολογισμό του εξωτερικού προσανατολισμού κάθε λήψης, με αποτέλεσμα να αποτελεί στην ουσία μία διαδικασία ταυτόχρονης εύρεσης του εσωτερικού προσανατολισμού της κάμερας και του εξωτερικού προσανατολισμού κάθε εικόνας.

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, για τις ανάγκες των εφαρμογών έγινε βαθμονόμηση με λήψη εικόνων σκακιάρας, με χρήση ελεύθερου κώδικα της βιβλιοθήκης OpenCV που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα βαθμονόμησης που χρησιμοποιήσαμε, Faucal. Στην παρούσα υποενοότητα παρουσιάζονται τα κύρια σημεία της διαδικασίας της βαθμονόμησης, τα οποία προσεγγίζουν εκείνη που υιοθετείται από τη βιβλιοθήκη OpenCV. Ωστόσο, δεν δίνεται έμφαση στη λεπτομερή παρουσίαση κάθε βήματος, καθώς ξεφεύγει από τους σκοπούς της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

### **4.5.1 Αρχική Επεξεργασία Κάθε Εικόνας**

Αρχικό βήμα της βαθμονόμησης είναι η ανίχνευση των εσωτερικών γωνιών της επίπεδης ασπρόμαυρης σκακιάρας, δηλαδή των κοινών κορυφών των μαύρων τετραγώνων σε κάθε εικόνα εισόδου. Προκειμένου αυτές να εντοπιστούν, διεξάγεται μία σειρά βημάτων, τα οποία περιγράφονται στις επόμενες παραγράφους. Πρώτο βήμα αυτής της διαδικασίας είναι η μετατροπή της κάθε εικόνας εισόδου από έγχρωμη σε ασπρόμαυρη – βήμα το οποίο παραλείπεται στην περίπτωση εισόδου ασπρόμαυρων εικόνων – και η ισοστάθμιση του ιστογράμμάτος της, ώστε να αυξηθεί η αντίθεσή της.

### **4.5.2 Έλεγχος Εντοπισμού της Σκακιάρας σε Κάθε Εικόνα**

Στη συνέχεια γίνεται έλεγχος αν μπορεί να εντοπιστεί η σκακιάρα στη συγκεκριμένη ασπρόμαυρη και ισοσταθμισμένη εικόνα, ώστε να μην ακολουθήσει την διαδικασία ανίχνευσης των εσωτερικών γωνιών της σε περίπτωση που η εικόνα δεν περιέχει τη σκακιάρα ή αν αυτή κρύβεται μερικώς. Ο έλεγχος αυτός περιλαμβάνει αρχικά συστολή (erosion) της εικόνας και διαστολή (dilation) της ίδιας εικόνας.

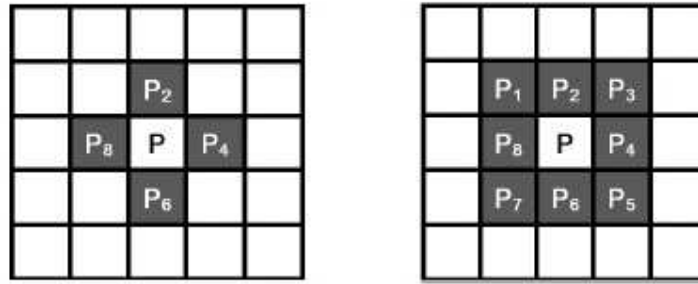
Η συστολή και η διαστολή είναι δύο μορφολογικές επεξεργασίες, οι οποίες μπορούν να πραγματοποιηθούν με φιλτράρισμα της εικόνας με φίλτρο ελάχιστης και μέγιστης τιμής αντίστοιχα (Εικόνα 4.2). Συγκεκριμένα, στην περίπτωση της συστολής, το εικονοστοιχείο που βρίσκεται κάθε φορά στο κέντρο του φίλτρου αντικαθίσταται από την ελάχιστη τιμή των  $(n \times n - 1)$  γειτονικών του εικονοστοιχείων, όπου  $n \times n$  είναι το μέγεθος του φίλτρου, εφόσον αυτό είναι τετράγωνο. Συνεπώς, το μέγεθος των άσπρων περιοχών της εικόνας, και γενικά των περιοχών πιο ανοικτών τόνων, ελαττώνεται. Αντίστοιχα, κατά την εφαρμογή της διαστολής, το εικονοστοιχείο που βρίσκεται κάθε φορά στο κέντρο του φίλτρου αντικαθίσταται από τη μέγιστη τιμή των γειτονικών του εικονοστοιχείων. Αποτέλεσμα της διαστολής είναι η αύξηση του μεγέθους των άσπρων και γενικότερα των περιοχών ανοικτών τόνων της εικόνας.



**Εικόνα 4.2:** Αρχική εικόνα (αριστερά), συστολή εικόνας (κέντρο) και διαστολή εικόνας (δεξιά)

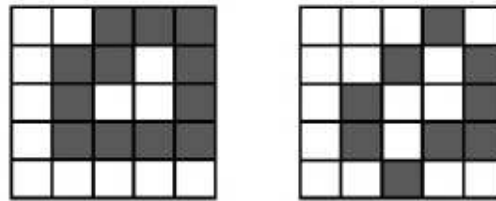
Επόμενο βήμα είναι η κατωφλίωση της εικόνας που έχει υποστεί συστολή, έτσι ώστε να μετατραπεί σε δυαδική εικόνα, δηλαδή εικόνα που έχει δύο στάθμες φωτεινότητας, το άσπρο και το μαύρο που αναπαρίστανται από τους αριθμούς 0 και 255. Ακολουθώντας, γίνεται ανίχνευση των ορίων - περιγραμμάτων (contours) της ασπρόμαυρης δυαδικής εικόνας. Αυτά αποτελούν μία λίστα σημείων που απεικονίζουν μία συνοριακή γραμμή / καμπύλη και υποδηλώνουν τα όρια ενός αντικειμένου της εικόνας. Στην προκειμένη περίπτωση, ανιχνεύονται όλα τα περιγράμματα και οργανώνονται σε ιεραρχία δύο επιπέδων. Το πρώτο επίπεδο περιλαμβάνει τα εξωτερικά όρια (outer borders), ενώ στο δεύτερο επίπεδο περιλαμβάνονται τα όρια των τρυπών (hole borders). Αν υπάρχει ένα ακόμη περίγραμμα εντός μίας τρύπας, αυτό τοποθετείται στο πρώτο επίπεδο, κ.ο.κ. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την ανίχνευση των περιγραμμάτων στηρίζεται στην εργασία των Satoshi Suzuki και Keiichi Abe (1985), στην οποία προτείνεται μία τεχνική κατά την οποία ακολουθούνται τα όρια - περιγράμματα που εντοπίζονται στην εικόνα για την εξαγωγή της τοπολογικής δομής της, με αποτέλεσμα την εξαγωγή ακολουθιών συντεταγμένων που ορίζουν τα περιγράμματα αλλά και πληροφοριών για τη σχέση μεταξύ των ορίων.

Πριν την περιγραφή της λογικής με βάση την οποία ο αλγόριθμος εντοπίζει τα όρια αυτά, κρίνεται σκόπιμη η παράθεση κάποιων βασικών ορισμών. Οι τέσσερις άμεσοι γείτονες ενός εικονοστοιχείου  $P$  είναι τα εικονοστοιχεία  $P_2, P_4, P_6$  και  $P_8$  που φαίνονται στην Εικόνα 4.3, αριστερά. Κάθε ένα από τα εικονοστοιχεία αυτά έχει κοινή πλευρά με το  $P$ , ονομάζεται 4-γείτονας (4-neighbour) του  $P$  και θεωρείται ότι ανήκει στο σύνολο  $N_4(P)$ . Οι οκτώ γείτονες του  $P$  είναι τα εικονοστοιχεία  $P_1, \dots, P_8$  που φαίνονται στην Εικόνα 4.3, δεξιά, καθένα από τα οποία έχει κοινή πλευρά ή κορυφή με το εικονοστοιχείο  $P$ . Τα εικονοστοιχεία  $P_1, \dots, P_8$  ονομάζονται 8-γείτονες (8-neighbours) του  $P$  και θεωρείται ότι ανήκουν στο σύνολο  $N_8(P)$ .



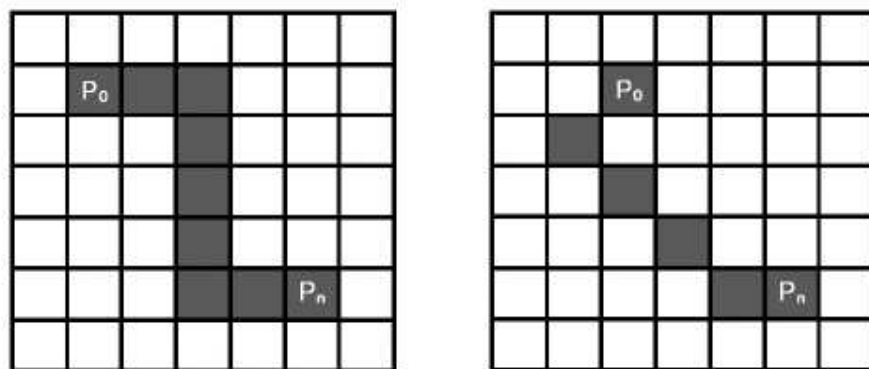
**Εικόνα 4.3:** 4-γείτονες (αριστερά) και 8-γείτονες (δεξιά) ενός εικονοστοιχείου P.

Συνδεδεμένο συστατικό (connected component) ονομάζεται ένα σύνολο εικονοστοιχείων που έχουν την ίδια τιμή και είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους, δηλαδή είναι γείτονες. Ειδικότερα, σε ένα 4-συνδεδεμένο συστατικό (4-connected component) ισχύει η ακόλουθη δέσμευση: για κάθε δύο γειτονικά εικονοστοιχεία του, P και Q, το Q ανήκει στην ομάδα  $N_4(P)$  (Εικόνα 4.4, αριστερά). Αντίστοιχα, σε ένα 8-συνδεδεμένο συστατικό (8-connected component) ισχύει η δέσμευση ότι για κάθε δύο γειτονικά εικονοστοιχεία του, P και Q, το Q ανήκει στην ομάδα  $N_8(P)$  (Εικόνα 4.4, δεξιά).



**Εικόνα 4.4:** Παράδειγμα 4-συνδεδεμένου συστατικού (4-connected component) (αριστερά) και 8-συνδεδεμένου συστατικού (8-connected component) (δεξιά)

Μία 4-διαδρομή (4-path) από το εικονοστοιχείο  $P_0$  στο εικονοστοιχείο  $P_n$  είναι μία αλληλουχία εικονοστοιχείων  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  τέτοια ώστε το εικονοστοιχείο  $P_k$  να ανήκει στο  $N_4(P_{k+1})$ , για  $k=0,1,\dots,n-1$  (Εικόνα 4.5, αριστερά). Αντίστοιχα, μία 8-διαδρομή (8-path) από το  $P_0$  στο  $P_n$  είναι μία αλληλουχία εικονοστοιχείων  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  τέτοια ώστε το εικονοστοιχείο  $P_k$  να ανήκει στο  $N_8(P_{k+1})$ , για  $k=0,1,\dots,n-1$  (Εικόνα 4.5, δεξιά).



**Εικόνα 4.5:** Παράδειγμα 4-διαδρομής (4-path) (αριστερά) και 8-διαδρομής (8-path) (δεξιά).

Ο αλγόριθμος εφαρμόζεται σε δυαδικές εικόνες που αναπαριστούν το μαύρο τόνο με την τιμή 0 και τον άσπρο τόνο με την τιμή 1, ενώ το περίγραμμα της εικόνας λαμβάνει την τιμή 0. Επίσης, θεωρεί ως φόντο της εικόνας (background) ένα συνδεδεμένο συστατικό μαύρων εικονοστοιχείων που περιλαμβάνει το περίγραμμα της εικόνας και ως τρύπα (hole) ένα συνδεδεμένο συστατικό μαύρων εικονοστοιχείων που δεν περιλαμβάνει το περίγραμμα της εικόνας.

Στο πλαίσιο του αλγορίθμου, ο όρος: «περίπτωση 4-σύνδεσης» αναφέρεται στο 4-συνδεδεμένο συστατικό άσπρων εικονοστοιχείων, που αντιστοιχεί στο 8-συνδεδεμένο συστατικό μαύρων εικονοστοιχείων. Αντίστοιχα, ο όρος «περίπτωση 8-σύνδεσης» αναφέρεται στο 8-συνδεδεμένο συστατικό άσπρων εικονοστοιχείων, που αντιστοιχεί στο 4-συνδεδεμένο συστατικό μαύρων εικονοστοιχείων.

Αρχικά βήματα της διαδικασίας είναι η θεώρηση της τιμής 0 για τα εικονοστοιχεία του περιγράμματος της εικόνας και των τιμών 0 και 1 για τα μαύρα και άσπρα εικονοστοιχεία αντίστοιχα της δυαδικής εικόνας. Ακολούθως, καθορίζονται τα όρια (contours) και εξάγεται η τοπολογική δομή της δυαδικής εικόνας, με βάση τη λογική και τις παραδοχές που αναφέρονται παρακάτω:

- Στην περίπτωση 4- (ή 8-) σύνδεσης, έστω ένα άσπρο pixel  $p$  και ένα μαύρο pixel  $q$ . Αν το  $q$  ανήκει στο σύνολο  $N_8(p)$  (ή  $N_4(p)$  αντίστοιχα), το  $p$  ονομάζεται σημείο ορίου (border point).
- Για δύο συνδεδεμένα συστατικά  $S_1$  και  $S_2$ , αν υπάρχει ένα εικονοστοιχείο που ανήκει στο  $S_2$ , για οποιαδήποτε 4-διαδρομή από ένα εικονοστοιχείο στο  $S_1$ , σε ένα εικονοστοιχείο στο περίγραμμα της εικόνας, τότε θεωρείται ότι το  $S_2$  περιβάλλει το  $S_1$ . Αν επιπρόσθετα υπάρχει ένα σημείο ορίου μεταξύ των  $S_1$  και  $S_2$ , το  $S_2$  περιβάλλει άμεσα το  $S_1$ .
- Ως εξωτερικό όριο (outer border) ορίζεται το σύνολο των σημείων ορίου μεταξύ ενός συνδεδεμένου συστατικού άσπρων εικονοστοιχείων και ενός συνδεδεμένου συστατικού μαύρων εικονοστοιχείων που το περιβάλλει άμεσα. Αντίστοιχα, όριο τρύπας (hole border) είναι το σύνολο των σημείων ορίου μεταξύ μίας τρύπας (hole) και του συνδεδεμένου συστατικού άσπρων εικονοστοιχείων που την περιβάλλει άμεσα. Τόσο το όριο τρύπας όσο και το εξωτερικό όριο ορίζονται ως η ομάδα των άσπρων εικονοστοιχείων.



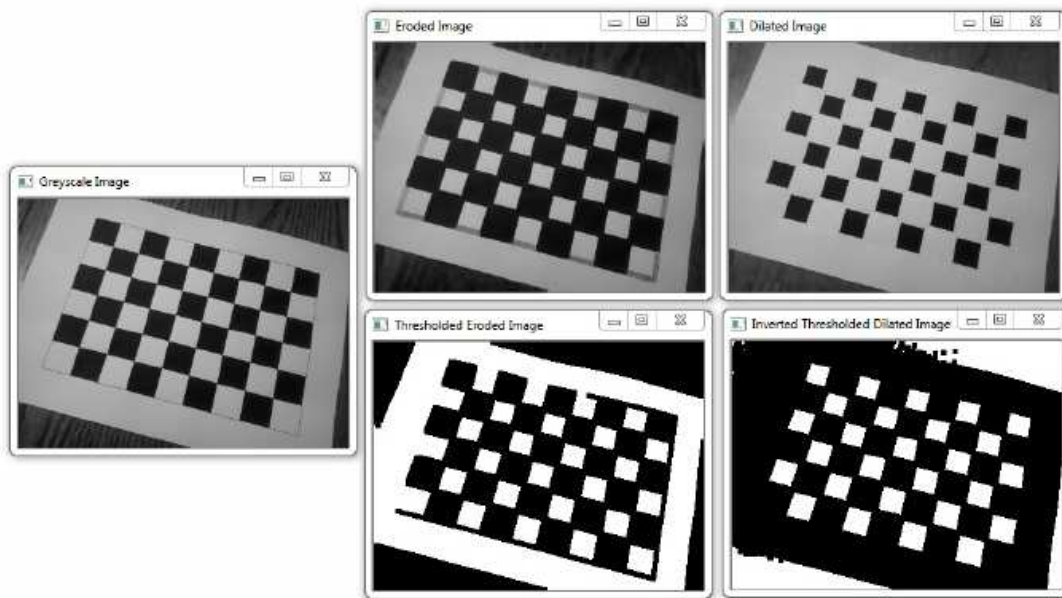
- Το όριο - γονέας (parent border) ενός εξωτερικού ορίου μεταξύ ενός συνδεδεμένου συστατικού άσπρων εικονοστοιχείων  $S_1$  και ενός συνδεδεμένου συστατικού μαύρων εικονοστοιχείων  $S_2$ , που περιβάλλει το  $S_1$ , ορίζεται ως το όριο τρύπας μεταξύ του  $S_2$  και του συνδεδεμένου συστατικού άσπρων εικονοστοιχείων που περιβάλλει άμεσα το  $S_2$ , αν το  $S_2$  είναι τρύπα, ή το περίγραμμα της εικόνας, αν το  $S_2$  είναι το φόντο (background) της εικόνας. Αντίστοιχα, το όριο - γονέας ενός ορίου τρύπας μεταξύ μίας τρύπας  $S_3$  και του συνδεδεμένου συστατικού άσπρων εικονοστοιχείων  $S_4$  που περιβάλλει άμεσα την  $S_3$  ορίζεται ως το εξωτερικό όριο μεταξύ του  $S_4$  και του συνδεδεμένου συστατικού μαύρων εικονοστοιχείων που περιβάλλει άμεσα το  $S_4$ .
- Για δύο όρια της εικόνας,  $B_0$  και  $B_n$ , θεωρείται ότι το  $B_n$  περιβάλλει το  $B_0$  αν υπάρχει μία ακολουθία ορίων  $B_0, B_1, \dots, B_n$ , τέτοια ώστε το όριο  $B_k$  να είναι το όριο - γονέας του ορίου  $B_{k-1}$  για όλα τα  $k \in [1, n]$ .
- Για ένα τυχαίο συνδεδεμένο συστατικό άσπρων εικονοστοιχείων, το εξωτερικό του όριο είναι μοναδικό. Ομοίως, το όριο τρύπας είναι μοναδικό.
- Ένα συνδεδεμένο συστατικό άσπρων εικονοστοιχείων περιβάλλεται από το εξωτερικό του όριο. Μία «τρύπα» περιβάλλεται από το όριο «τρύπας» μεταξύ της τρύπας και του συνδεδεμένου συστατικού άσπρων εικονοστοιχείων που την περιβάλλει άμεσα. Το φόντο περιβάλλεται από το περίγραμμα της εικόνας.

Με βάση τους παραπάνω ορισμούς και ιδιότητες, ο αλγόριθμος ακολουθεί τα όρια της εικόνας, αναλύοντας την τοπολογική δομή της. Έτσι, ξεκινά σκανάροντας την εικόνα από το επάνω αριστερά εικονοστοιχείο, έως ότου εντοπίσει ένα εικονοστοιχείο που είναι είτε σημείο εξωτερικού ορίου, είτε σημείο ορίου τρύπας. Από τη στιγμή που το εντοπίζει, το ακολουθεί, «σημειώνοντας» τα εικονοστοιχεία του ορίου, δηλαδή δίνοντας σε αυτά ένα μοναδικό κωδικό αριθμό, και προσδιορίζει το όριο - γονέα του. Αφού ακολουθηθεί όλο το όριο, το σκανάρισμα συνεχίζει από το σημείο στο οποίο σταμάτησε και ο αλγόριθμος τελειώνει όταν το σκανάρισμα της εικόνας φτάσει στο κάτω δεξιά εικονοστοιχείο της.

Από την παραπάνω διαδικασία εύρεσης των περιγραμμάτων, μπορούν να εντοπιστούν οι γραμμές που οριοθετούν τα τετράγωνα της σκακιάς. Ωστόσο, μπορεί να εντοπιστούν περιγράμματα και για άλλα αντικείμενα της εικόνας. Για το λόγο αυτό, ακολουθεί η απόρριψη των περιγραμμάτων που δεν οριοθετούν τετράγωνα της σκακιάς. Έτσι, τα περιγράμματα απλοποιούνται ώστε να έχουν μόνο τέσσερις κορυφές. Προκειμένου να πραγματοποιηθεί η διαδικασία αυτή, εντοπίζεται το ορθογώνιο που περιβάλλει την κάθε γραμμή - περίγραμμα (contour) και έχει το μικρότερο εμβαδό. Αν η μεγαλύτερη διάστασή του είναι μικρότερη από ένα προκαθορισμένο μέγεθος, θεωρείται ότι το ορθογώνιο δεν αποτελεί τετράγωνο της σκακιάς και συνεπώς δεν λαμβάνεται υπ' όψιν. Επίσης, το ορθογώνιο δεν θεωρείται ότι είναι εικόνα του τετραγώνου της σκακιάς εφόσον ο λόγος των πλευρών του είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος κάποιων κατωφλίων. Με βάση τη διαδικασία αυτή, εντοπίζονται τα πιθανά περιγράμματα των άσπρων τετραγώνων της σκακιάς.

Επόμενο βήμα είναι η κατωφλίωση της εικόνας που έχει υποστεί διαστολή έτσι ώστε να μετατραπεί σε δυαδική εικόνα. Η κατωφλίωση αυτή γίνεται με μικρότερο κατώφλι σε σχέση με την κατωφλίωση της εικόνας που έχει υποστεί συστολή. Επιπλέον, επιχειρείται αντιστροφή των τιμών, δηλαδή τα σκούρα pixels που έχουν τιμή κάτω του κατωφλίου λαμβάνουν την τιμή 255, ενώ αντίθετα τα ανοικτά pixels λαμβάνουν την τιμή 0 και γίνονται μαύρα. Στη συνέχεια, ομοίως με τον αλγόριθμο των Suzuki και Abe, γίνεται εξαγωγή των περιγραμμάτων της εικόνας και κατόπιν εντοπίζονται τα πιθανά μαύρα τετράγωνα, σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω.

Τα περιγράμματα των πιθανών τετραγώνων της σκακιέρας, που εντοπίστηκαν με βάση την εξαγωγή πληροφοριών από την εικόνα που έχει υποστεί τη μορφολογική επεξεργασία της συστολής και από εκείνη που έχει υποστεί διαστολή, ελέγχονται ως προς το μέγεθός τους και τα ορθογώνια που διαφέρουν σε μέγεθος απορρίπτονται. Στη συνέχεια ελέγχεται ο αριθμός των μαύρων και άσπρων τετραγώνων. Αν τα άσπρα ή τα μαύρα τετράγωνα είναι λιγότερα από ένα ποσοστό του αριθμού τους στην πραγματική σκακιέρα, τότε θεωρείται ότι αυτή δεν βρέθηκε και η διαδικασία που περιγράφηκε μετά από τη συστολή και τη διαστολή της ίδιας εικόνας επαναλαμβάνεται για μεγαλύτερη τιμή κατωφλίων, έως ότου εντοπιστεί η σκακιέρα ή μέχρι το μικρότερο κατώφλι (στην περίπτωση της διαστολής) φτάσει μία προκαθορισμένη τιμή.



**Εικόνα 4.6:** Παράδειγμα συστολής, διαστολής και κατωφλίωσης σε ασπρόμαυρη εικόνα σκακιέρας.

Όσον αφορά στο διαχωρισμό των μαύρων και άσπρων τετραγώνων της σκακιέρας, αυτός επιτυγχάνεται χάριν της συστολής και της διαστολής, καθώς μέσω της πρώτης εντοπίζονται τα άσπρα τετράγωνα, ενώ μέσω της δεύτερης τα μαύρα. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητή από την Εικόνα 4.6, στην οποία αριστερά απεικονίζεται μία ασπρόμαυρη εικόνα σκακιέρας. Η εικόνα της συστολής (Εικόνα 4.6 επάνω - κέντρο) έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του μεγέθους των μαύρων τετραγώνων, με συνέπεια την εύκολη εξαγωγή των περιγραμμάτων των άσπρων τετραγώνων, ύστερα από την κατωφλίωση (Εικόνα 4.6 κάτω - κέντρο). Αντίστοιχα, στην εικόνα της διαστολής (Εικόνα 4.6 επάνω - δεξιά), αυξάνεται το μέγεθος των άσπρων τετραγώνων, με αποτέλεσμα να μπορούν, μέσω της ανίχνευσης των περιγραμμάτων στην κατωφλιωμένη δυαδική εικόνα, να εντοπιστούν τα μαύρα τετράγωνα, τα οποία πλέον έχουν απομακρυνθεί το ένα από το άλλο. Μάλιστα, στο πλαίσιο της βαθμονόμησης επιλέγεται να διεξαχθεί η αντίστροφη κατωφλίωση, ώστε τα μαύρα τετράγωνα να απεικονίζονται ως άσπρα (Εικόνα 4.6 κάτω - δεξιά).

#### 4.5.3 Ανίχνευση των Εσωτερικών Γωνιών της Σκακιάς σε Κάθε Εικόνα

Εφόσον, με βάση την προηγούμενη διαδικασία, η σκακιάρα εντοπίστηκε στη συγκεκριμένη εικόνα, η επεξεργασία της τελευταίας συνεχίζεται για την ανίχνευση των εσωτερικών γωνιών της σκακιάρας. Πρώτο βήμα μετά τον εντοπισμό της σκακιάρας είναι η μετατροπή της ασπρόμαυρης ισοσταθμισμένης εικόνας σε δυαδική εικόνα τιμών 0 για το μαύρο και 255 για το άσπρο και η εν συνεχεία διαστολή της, ώστε να διαχωριστούν οι εσωτερικές γωνίες της σκακιάρας και να εντοπιστούν τα μαύρα τετράγωνα. Κατόπιν, ακολουθεί η ανίχνευση των κορυφών των τετραγώνων, με δεξιόστροφη φορά. Προκειμένου να επιτευχθεί η τελευταία, εντοπίζονται τα περιγράμματα με βάση τον αλγόριθμο των Suzuki και Abe, όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Ειδικότερα, για κάθε περίγραμμα που εντοπίζεται, ελέγχεται αν η περίμετρός του είναι μικρότερη από ένα όριο, οπότε και απορρίπτεται. Διαφορετικά, αν δεν έχει πολύ μικρή περίμετρο, γίνεται δεκτό ως πιθανό όριο τετραγώνου της σκακιάρας και ακολουθεί η απλοποίηση της καμπύλης με τον αλγόριθμο των Douglas και Peucker. Κατόπιν, το περίγραμμα απορρίπτεται αν δεν είναι τετράπλευρο, ενώ αν είναι τετράπλευρο γίνεται δεκτό μόνο αν το σχήμα του προσεγγίζει το τετράγωνο. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται για κάθε περίγραμμα το οποίο εντοπίζεται από τον αλγόριθμο των Suzuki και Abe και τελικό αποτέλεσμά της είναι ο αριθμός των μαύρων τετραγώνων που εντοπίστηκαν και οι συντεταγμένες pixel (x,y) των τεσσάρων κορυφών του καθενός.

Επόμενο βήμα είναι η εύρεση των γειτονικών κορυφών των τετραγώνων που εντοπίστηκαν. Συγκεκριμένα, για κάθε τετράγωνο επιλέγονται οι κορυφές του, οι οποίες είναι κοντά στις κορυφές άλλων τετραγώνων, γεγονός το οποίο συμβαίνει λόγω της απομάκρυνσης των κορυφών εξαιτίας της διαστολής. Στο πλαίσιο αυτό, για κάθε κορυφή κάθε τετραγώνου εντοπίζεται η πλησιέστερη κορυφή ανάμεσα στις κορυφές όλων των υπολοίπων τετραγώνων. Αν η απόσταση της πλησιέστερης κορυφής από τη συγκεκριμένη κορυφή του τετραγώνου είναι μικρότερη από ένα κατώφλι και εφόσον οι αντίστοιχες πλευρές είναι συμβατές, δηλαδή το μήκος τους δεν διαφέρει περισσότερο από μία καθορισμένη τιμή, τότε θεωρείται ότι η πλησιέστερη κορυφή της συγκεκριμένης κορυφής του τετραγώνου είναι η ζητούμενη αντίστοιχη κορυφή του. Κατόπιν, γίνεται μία σειρά άλλων ελέγχων, όπως π.χ. αν κάποια άλλη κορυφή του συγκεκριμένου τετραγώνου είναι πιο κοντά στην κορυφή που βρέθηκε ως πλησιέστερη, αναγκαίος στην περίπτωση των μικρών τετραγώνων, αν όλες οι κορυφές του τετραγώνου είναι γείτονες διαφορετικών τετραγώνων κ.ά., ώστε τελικά από την παραπάνω διαδικασία να εντοπιστούν οι γειτονικές κορυφές των μαύρων τετραγώνων, οι οποίες στην αρχική εικόνα, πριν τη διαστολή, ταυτίζονται. Ακολούθως, υπολογίζονται οι συντεταγμένες pixel (x,y) των κοινών κορυφών των μαύρων τετραγώνων στην αρχική εικόνα (δηλαδή οι συντεταγμένες pixel των εσωτερικών γωνιών της σκακιάρας) ως ο μέσος όρος των αντίστοιχων συντεταγμένων x και y των γειτονικών κορυφών.

Στη συνέχεια, εντοπίζονται οι ομάδες συνδεδεμένων τετραγώνων και υπολογίζεται ο τελικός αριθμός τους, ενώ ακολουθεί ο καθορισμός της σειράς των κορυφών τους, με την ταυτόχρονη διαγραφή ή πρόσθεση κάποιων κορυφών. Έτσι, οι κορυφές των τετραγώνων λαμβάνουν τους κωδικούς αριθμούς 0, 1, 2 και 3, ξεκινώντας από την επάνω αριστερή γωνία και συνεχίζοντας δεξιόστροφα. Ο όρος «επάνω αριστερή γωνία» είναι σχετικός και εξαρτάται από την αρχική διάταξη του πρώτου τετραγώνου που εντοπίστηκε, ενώ οι κορυφές των υπολοίπων τετραγώνων αριθμούνται με τον ίδιο τρόπο. Αν με την παραπάνω διαδικασία εντοπίστηκαν περισσότερα συνδεδεμένα τετράγωνα από τα αναμενόμενα, με βάση τον αριθμό των εσωτερικών γωνιών της σκακιάρας που έχει δοθεί ως αρχικό δεδομένο για τη

βαθμονόμηση, απορρίπτονται εκείνα που θεωρείται ότι δεν ανήκουν στο σχέδιο της σκακιέρας. Τελικά, οι συντεταγμένες  $p_i$  των εσωτερικών γωνιών της σκακιέρας αποθηκεύονται με την κατάλληλη σειρά, ώστε σε κάθε εικόνα οι συντεταγμένες που ανιχνεύτηκαν να αντιστοιχούν στις ίδιες εσωτερικές γωνίες της σκακιέρας.

Αν με βάση την παραπάνω διαδικασία θεωρηθεί ότι η σκακιέρα δεν εντοπίστηκε, η διαδικασία αυτή, από την κατωφλίωση και τον υπολογισμό της εικόνας της διαστολής, επαναλαμβάνεται με επιπρόσθετη διαστολή της εικόνας, ώστε να εντοπιστεί η σκακιέρα ή ο αριθμός των επαναλήψεων να φτάσει έναν προκαθορισμένο αριθμό. Αν η σκακιέρα εντοπιστεί, ελέγχεται αν κάθε θεωρούμενη οριζόντια και κάθετη γραμμή της σκακιέρας, που ορίζεται από τις συντεταγμένες των εσωτερικών γωνιών που ανιχνεύτηκαν, είναι μία «μονότονη καμπύλη». Για τη διεξαγωγή του ελέγχου αυτού, για κάθε γωνία της σκακιέρας, που βρίσκεται μεταξύ των τελικών γωνιών της ίδιας οριζόντιας ή κάθετης γραμμής, ελέγχεται αν η προβολή της στην ευθεία βρίσκεται ανάμεσα από τις προβολές των γειτονικών της γωνιών στην ίδια οριζόντια ή κάθετη γραμμή.

Τελικό βήμα είναι η παροχή υποψηφιακής ακρίβειας για τη θέση κάθε εσωτερικής γωνίας της σκακιέρας που εντοπίστηκε. Ο εντοπισμός των γωνιών με υποψηφιακή ακρίβεια βασίζεται στην παρατήρηση ότι το διάνυσμα με αρχή την εσωτερική γωνία της σκακιέρας  $q$ , δηλαδή την κορυφή ενός τετραγώνου της, προς ένα σημείο  $p_i$  στη γειτονιά του  $q$  είναι κάθετο στην κλίση της εικόνας στο σημείο  $p_i$  (Εικόνα 4.7). Συνεπώς, το  $q$  υπολογίζεται έτσι ώστε η σχέση (4.15) να ελαχιστοποιηθεί:

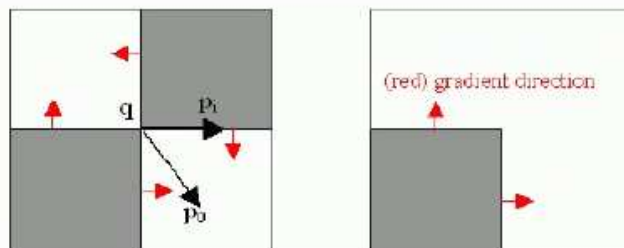
$$\varepsilon_i = DI_{p_i}^T \cdot (q - p_i) \quad (4.15)$$

Στην παραπάνω σχέση, ως  $DI_{p_i}$  έχει συμβολιστεί η κλίση της εικόνας στο σημείο  $p_i$  που βρίσκεται στη γειτονιά του  $q$ .

Με βάση τη λογική αυτή, θεωρείται το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$\sum_i (DI_{p_i} \cdot DI_{p_i}^T) \cdot q = \sum_i (DI_{p_i} \cdot DI_{p_i}^T \cdot p_i) \quad (4.16)$$

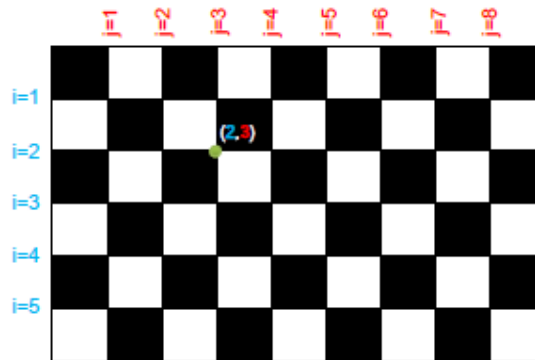
από το οποίο προκύπτει το ζητούμενο σημείο  $q$  που αποτελεί την κορυφή ενός τετραγώνου της σκακιέρας με υποψηφιακή ακρίβεια.



**Εικόνα 4.7:** Εντοπισμός των κορυφών των τετραγώνων της σκακιέρας με υποψηφιακή ακρίβεια, με βάση την κλίση της εικόνας

#### 4.5.4 Καθορισμός των Συντεταγμένων Χώρου των Εσωτερικών Γωνιών της Σκακιέρας

Μετά την επεξεργασία όλων των διατιθέμενων εικόνων, με αποτέλεσμα την εξαγωγή ενός πίνακα με τις συντεταγμένες pixel των εσωτερικών γωνιών της σκακιέρας για κάθε εικόνα, ξεκινά η κυρίως διαδικασία της βαθμονόμησης με ταυτόχρονη εύρεση των στοιχείων του εξωτερικού προσανατολισμού κάθε λήψης. Στην παράγραφο αυτή και στις επόμενες που ακολουθούν περιγράφονται τα βήματα που απαιτούνται προκειμένου να ολοκληρωθεί η βαθμονόμηση.



Εικόνα 4.8: Αρίθμηση των εσωτερικών γωνιών της σκακιέρας.

Οι συντεταγμένες χώρου των εσωτερικών γωνιών της σκακιέρας μπορούν να καθοριστούν με βάση τον αριθμό της σειράς και της στήλης ( $i, j$ ) που αντιστοιχεί σε κάθε γωνία της συγκεκριμένης σκακιέρας (Εικόνα 4.8) και μία τιμή για το μέγεθος των τετραγώνων της σκακιέρας. Το τελευταίο μπορεί να θεωρηθεί από το χρήστη, ή να επιλεγεί αυθαίρετα από το πρόγραμμα της βαθμονόμησης, καθώς δεν επηρεάζει τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού, αλλά μόνο τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού. Έτσι, θεωρώντας ως αρχή του επίγειου συστήματος συντεταγμένων την επάνω αριστερή γωνία της σκακιέρας, οι συντεταγμένες χώρου των εσωτερικών γωνιών της στο ορισθέν σύστημα αναφοράς υπολογίζονται με βάση τη σχέση (4.17), στην οποία ως  $d$  συμβολίζεται το θεωρούμενο μήκος της πλευράς των τετραγώνων της σκακιέρας.

$$X = j \cdot d$$

$$Y = i \cdot d \quad (4.17)$$

$$Z = 0$$

#### 4.5.5 Εκτίμηση Προσεγγιστικών Τιμών για τα Στοιχεία του Εσωτερικού Προσανατολισμού

Επόμενο βήμα αποτελεί η θεώρηση αρχικών προσεγγιστικών τιμών για τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της φωτομηχανής. Η διαδικασία αυτή παραλείπεται στην περίπτωση που δίνονται προσεγγιστικές τιμές από το χρήστη, οπότε και ελέγχεται η ορθότητα των τιμών. Εφόσον δεν δοθούν τιμές για τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού, αυτά αρχικοποιούνται με βάση τη διαδικασία και τις παραδοχές που αναφέρονται στη συνέχεια.

Το πρωτεύον σημείο θεωρείται ότι βρίσκεται στο κέντρο της εικόνας και οι συντελεστές των πολωνύμων της ακτινικής διαστροφής και της ασύμμετρης διαστροφής εκκεντρότητας τίθενται μηδενικοί. Απομένει η θεώρηση αρχικής τιμής για τη σταθερά της μηχανής, η οποία προσδιορίζεται μέσω των σημείων φυγής. Συγκεκριμένα, αν υπολογιστούν τα σημεία φυγής δύο ομάδων παράλληλων ευθειών του τρισδιάστατου χώρου και εφόσον είναι γνωστές οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου και η γωνία μεταξύ των διευθύνσεων των δύο ομάδων παράλληλων ευθειών, η σταθερά της μηχανής μπορεί να προσδιοριστεί. Στην περίπτωση κατά την οποία οι διευθύνσεις των δύο ομάδων ευθειών είναι κάθετες μεταξύ τους, όπως στην περίπτωση της σκακιάρας, η σταθερά της μηχανής προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$c^2 = -(x_{\infty 1} - x_0) \cdot (x_{\infty 2} - x_0) - (y_{\infty 1} - y_0) \cdot (y_{\infty 2} - y_0) \quad (4.18)$$

όπου  $c$  η σταθερά της μηχανής,  $(x_0, y_0)$  οι εικονοσυντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου και  $(x_{\infty 1}, y_{\infty 1})$  και  $(x_{\infty 2}, y_{\infty 2})$  οι εικονοσυντεταγμένες των δύο σημείων φυγής των δύο κάθετων διευθύνσεων των οριζόντιων και κάθετων ομάδων ευθειών της σκακιάρας. Συνεπώς, για τον προσδιορισμό αρχικής τιμής για τη σταθερά της μηχανής αρκεί η εύρεση των δύο σημείων φυγής. Μία τέτοια διαδικασία μπορεί να επιτευχθεί μέσω της προσαρμογής ευθειών στους κόμβους που διατάσσονται σε δέσμες συγκλινουσών ευθειών. Έτσι, οι παρατηρήσεις σημείων σε συγκλινουσες γραμμές της εικόνας μπορούν να οδηγήσουν στην εύρεση των γραμμών που προσαρμόζονται στα σημεία αυτά, υπό τον περιορισμό ότι οι τελευταίες συγκλίνουν στο σημείο φυγής, και στην κατ' επέκταση εύρεση του αντίστοιχου σημείου φυγής.

Ωστόσο, η θεώρηση προσεγγιστικών τιμών για τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού με τη λογική που παρουσιάστηκε δεν είναι η μόνη λύση. Σύμφωνα με την αυτόματη διαδικασία βαθμονόμησης με χρήση επίπεδης σκακιάρας που προτάθηκε από το Zhengyou Zhang, στην οποία άλλωστε στηρίζεται σε μεγάλο βαθμό η διαδικασία βαθμονόμησης που ακολουθείται από την OpenCV, οι προσεγγιστικές τιμές για τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού μπορούν να προκύψουν όπως αναφέρεται στη συνέχεια.

Ο προβολικός μετασχηματισμός μεταξύ των σημείων ενός δισδιάστατου αντικειμένου του χώρου και των αντίστοιχων σημείων στο επίπεδο της εικόνας εκφράζεται από μία σχέση ομογραφίας στο δισδιάστατο προβολικό χώρο:

$$\lambda \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x & 0 & x_0 \\ 0 & c_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & t_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Στη σχέση (4.19) ο συντελεστής skewness τέθηκε μηδενικός ( $s=0$ ), θεωρώντας ότι οι πλευρές των εικονοστοιχείων είναι κάθετες μεταξύ τους. Η σχέση αυτή ισχύει στην περίπτωση που το δισδιάστατο αντικείμενο βρίσκεται στο επίπεδο  $Z=0$ , όπως θεωρείται και στην περίπτωση της επίπεδης σκακιάρας. Συνεπώς ο πίνακας της ομογραφίας δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \cdot \begin{bmatrix} c_x & 0 & x_0 \\ 0 & c_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Ο πίνακας της ομογραφίας για κάθε εικόνα υπολογίζεται ελαχιστοτετραγωνικά με δεδομένα τις συντεταγμένες χώρου και εικόνας των εσωτερικών γωνιών της σκακιάρας. Η λύση αυτή βελτιώνεται εν συνεχεία μέσω του αλγορίθμου βελτιστοποίησης Levenberg-Marquardt, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του σφάλματος επαναπροβολής (reprojection error), στην περίπτωση που οι αντιστοιχίες των σημείων σε κάθε εικόνα είναι περισσότερες από τέσσερις, που είναι οι ελάχιστες αναγκαίες. Το σφάλμα επαναπροβολής είναι το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων μεταξύ των προβολών των εσωτερικών γωνιών της σκακιάρας από το χώρο στο επίπεδο της εκάστοτε εικόνας – με βάση τον υπολογισμένο πίνακα της ομογραφίας – και των αντίστοιχων σημείων που εντοπίστηκαν στο επίπεδο της εικόνας.

Ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt αποτελεί μία επαναληπτική διαδικασία που παρέχει αριθμητική λύση στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης μίας συνάρτησης πολλών μεταβλητών, γενικά μη γραμμικής. Γενικά, το πρόβλημα που επιλύει ο αλγόριθμος μπορεί να ορισθεί ως εξής: με δεδομένο ένα σύνολο  $m$  ζευγών ανεξάρτητων και εξαρτημένων μεταβλητών  $(x_i, y_i)$ , ο αλγόριθμος βελτιστοποιεί το διάνυσμα των παραμέτρων  $\beta$  του μοντέλου έτσι ώστε το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων να ελαχιστοποιηθεί:

$$C(\beta) = \sum_{i=1}^m [y_i - f(x_i, \beta)]^2 \quad (4.21)$$

Ο αλγόριθμος είναι επαναληπτικός, απαιτεί μία αρχική εκτίμηση του διανύσματος  $\beta$  με τις παραμέτρους του μοντέλου και σε κάθε βήμα επανάληψης το διάνυσμα  $\beta$  αντικαθίσταται από τη νέα εκτίμηση  $\beta+\delta$ , ενώ το τελικό διάνυσμα είναι εκείνο το οποίο ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση (4.20).

Αν συμβολιστεί ως  $\mathbf{K}$  ο πίνακας με τις εσωτερικές παραμέτρους της μηχανής, και αν τα τρία στοιχεία κάθε στήλης του πίνακα  $\mathbf{H}$  της ομογραφίας και του πίνακα  $[\mathbf{R}|\mathbf{t}]$  συμβολιστούν μέσω ενός διανύσματος στήλης, η εξίσωση (4.20) λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \cdot \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Από την εξίσωση αυτή είναι δυνατός ο προσδιορισμός της στροφής και της μετάθεσης του επίγειου συστήματος συντεταγμένων για να ταυτιστεί με το φωτογραμμερικό:

$$h_1 = \frac{1}{\lambda} \cdot \mathbf{K} \cdot r_1 \longrightarrow r_1 = \lambda \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot h_1 \quad (4.23)$$

$$h_2 = \frac{1}{\lambda} \cdot \mathbf{K} \cdot r_2 \longrightarrow r_2 = \lambda \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot h_2 \quad (4.24)$$

$$h_3 = \frac{1}{\lambda} \cdot K \cdot r_3 \rightarrow r_3 = \lambda \cdot K^{-1} \cdot h_3 \quad (4.25)$$

Τα διανύσματα  $r_1$  και  $r_2$  είναι ορθοκανονικά. Συνεπώς, ισχύουν δύο περιορισμοί:

$$r_1^T \cdot r_2 = 0 \quad (4.26)$$

$$\|r_1\| = \|r_2\| \rightarrow r_1^T \cdot r_1 = r_2^T \cdot r_2 \quad (4.27)$$

Ο πρώτος περιορισμός, ο οποίος δίνεται από την σχέση (4.26), με βάση τις σχέσεις (4.23) και (4.24) και την ιδιότητα  $(ab)^T = a^T b^T$  για δύο τυχαία διανύσματα  $a$  και  $b$ , λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$h_1^T \cdot K^{-T} \cdot K^{-1} \cdot h_2 = 0 \quad (4.28)$$

στην οποία ως  $K^{-T}$  συμβολίζεται ο πίνακας  $(K^{-1})^T$ .

Αντίστοιχα, ο δεύτερος περιορισμός που ορίστηκε στη σχέση (4.27), με βάση τις σχέσεις (4.23) και (4.24) και την ιδιότητα  $(ab)^T = a^T b^T$  για δύο τυχαία διανύσματα  $a$  και  $b$ , λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$h_1^T \cdot K^{-T} \cdot K^{-1} \cdot h_1 = h_2^T \cdot K^{-T} \cdot K^{-1} \cdot h_2 \quad (4.29)$$

Οι σχέσεις (4.28) και (4.29) ορίζουν τους δύο βασικούς περιορισμούς στα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού με βάση μία ομογραφία. Επειδή η ομογραφία του δισδιάστατου προβολικού χώρου έχει 8 βαθμούς ελευθερίας και τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού, που συνδέονται με τη συγκεκριμένη ομογραφία, είναι 6 (3 παράμετροι για τη στροφή και 3 για την κλίμακα), από την κάθε λήψη λαμβάνονται δύο περιορισμοί για τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Συνεπώς, για τη διεξαγωγή της βαθμονόμησης απαιτούνται τουλάχιστον δύο εικόνες που να περιλαμβάνουν τη σκακίερα, στην οποία προφανώς πρέπει να εντοπιστούν τουλάχιστον τέσσερις γωνίες για τον υπολογισμό του πίνακα της ομογραφίας. Αυτό αποδεικνύεται και ως εξής. Αν ληφθούν  $n$  εικόνες, οι άγνωστοι είναι  $6n+4$ , όπου ο αριθμός 4 υποδηλώνει τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $c_x$  και  $c_y$  (θεωρούνται μηδενικές οι συντελεστές των πολωνύμων της διαστροφής). Οι  $n$  εικόνες δίνουν  $8n$  στοιχεία (τους συντελεστές των πινάκων της ομογραφίας όλων των εικόνων). Συνεπώς πρέπει να ισχύει:

$$8n \geq 6n + 4 \rightarrow 2n \geq 4 \rightarrow n \geq 2 \quad (4.30)$$

Στην περίπτωση που ως άγνωστος στα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού θεωρηθεί και ο συντελεστής skewness – αν οι πλευρές των εικονοστοιχείων αποκλίνουν από την καθετότητα – απαιτούνται τουλάχιστον τρεις εικόνες.

Για λόγους απλότητας, συμβολίζεται ως  $B$  ο  $3 \times 3$  πίνακας  $K^{-T} \cdot K^{-1}$ :



$$B = K^{-T} \cdot K^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \rightarrow B = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_x^2} & 0 & -\frac{x_0}{c_x^2} \\ 0 & \frac{1}{c_y^2} & -\frac{y_0}{c_y^2} \\ -\frac{x_0}{c_x^2} & -\frac{y_0}{c_y^2} & \frac{x_0^2}{c_x^2} + \frac{y_0^2}{c_y^2} + 1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί ότι ο πίνακας B δίνεται από τη σχέση (4.31) στην περίπτωση που ο συντελεστής s (skewness) τίθεται μηδενικός στον πίνακα K, παραδοχή η οποία θεωρήθηκε στην περίπτωση των εφαρμογών που αναπτύχθηκαν για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Στη γενικότερη περίπτωση, ο πίνακας B δίνεται από τη σχέση (4.32):

$$B_{s \neq 0} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_x^2} & \frac{-s}{c_x^2 \cdot c_y} & \frac{s \cdot y_0 - x_0 \cdot c_y}{c_x^2 \cdot c_y} \\ \frac{-s}{c_x^2 \cdot c_y} & \frac{s^2}{c_x^2 \cdot c_y^2} + \frac{1}{c_y^2} & -\frac{s \cdot (s \cdot y_0 - x_0 \cdot c_y)}{c_x^2 \cdot c_y^2} - \frac{y_0}{c_y^2} \\ \frac{s \cdot y_0 - x_0 \cdot c_y}{c_x^2 \cdot c_y} & -\frac{s \cdot (s \cdot y_0 - x_0 \cdot c_y)}{c_x^2 \cdot c_y^2} - \frac{y_0}{c_y^2} & \frac{(s \cdot y_0 - x_0 \cdot c_y)^2}{c_x^2 \cdot c_y^2} + \frac{y_0^2}{c_y^2} + 1 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Χρησιμοποιώντας τον πίνακα B, οι περιορισμοί που ορίζονται από τις σχέσεις (4.28) και (4.29) λαμβάνουν την ακόλουθη μορφή:

$$h_1^T \cdot B \cdot h_2 = 0 \quad (4.33)$$

$$h_1^T \cdot B \cdot h_1 = h_2^T \cdot B \cdot h_2 \quad (4.34)$$

Επειδή ο πίνακας B είναι συμμετρικός, μπορεί να οριστεί από ένα διάνυσμα έξι διαστάσεων, ως εξής:

$$b = [B_{11} \quad B_{12} \quad B_{22} \quad B_{13} \quad B_{23} \quad B_{33}]^T \quad (4.35)$$

για το οποίο ισχύει:

$$B_{12} = 0 \quad (4.36)$$

στην περίπτωση που εξετάζεται (s=0).

Οι περιορισμοί (4.33) και (4.34) περιλαμβάνουν τη γενική έκφραση  $h_i^T \cdot B \cdot h_j$ . Η έκφραση αυτή μπορεί να γραφεί συναρτήσει του διανύσματος b ως εξής:

$$h_i^T \cdot B \cdot h_j = v_{ij}^T \cdot b \quad (4.37)$$

Το διάνυσμα  $v_{ij}$  της σχέσης (4.37) δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$v_{ij} = [h_{i1} \cdot h_{j1} \quad h_{i1} \cdot h_{j2} + h_{i2} \cdot h_{j1} \quad h_{i2} \cdot h_{j2} \quad h_{i3} \cdot h_{j1} + h_{i1} \cdot h_{j3} \quad h_{i3} \cdot h_{j2} + h_{i2} \cdot h_{j3} \quad h_{i3} \cdot h_{j3}]^T \quad (4.38)$$

Στις παραπάνω σχέσεις ως  $h_i = [h_{i1} \quad h_{i2} \quad h_{i3}]^T$  έχει συμβολιστεί το διάνυσμα με τα τρία στοιχεία της στήλης  $i$  του πίνακα της ομογραφίας.

Συνεπώς, σύμφωνα με την σχέση (4.37), οι δύο περιορισμοί των σχέσεων (4.33) και (4.34) γράφονται ως εξής:

$$v_{12}^T \cdot b = 0 \quad (4.39)$$

$$v_{11}^T \cdot b = v_{22}^T \cdot b \rightarrow (v_{11} - v_{22})^T \cdot b = 0 \quad (4.40)$$

Επιπρόσθετα, ο περιορισμός (4.36) για την περίπτωση κατά την οποία  $s=0$  γράφεται ως εξής:

$$[0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \cdot b = 0 \quad (4.41)$$

Με βάση τους περιορισμούς (4.39) και (4.40) λαμβάνεται η ακόλουθη εξίσωση υπό μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} - v_{22})^T \end{bmatrix} \cdot b = 0 \quad (4.42)$$

Αν ληφθούν  $n$  εικόνες που να περιλαμβάνουν την επίπεδη σκακιέρα, μπορούν να γρφούν  $n$  τέτοιες εξισώσεις. Τελικά, το σύστημα των εξισώσεων, το οποίο είναι γραμμικό, μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$V \cdot b = 0 \quad (4.43)$$

όπου  $V$  είναι ένας πίνακας διαστάσεων  $2n \times 6$ . Στην περίπτωση που  $s=0$ , ισχύει επιπρόσθετα η εξίσωση (4.41).

Από τη στιγμή που το διάνυσμα έχει υπολογιστεί, τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού μπορούν να προσδιοριστούν κατά μοναδικό τρόπο από τη σχέση (4.44), η οποία προκύπτει από τη σχέση (4.31) και τη θεώρηση του παράγοντα κλίμακας  $\lambda$ , ο οποίος απαλείφθηκε και στο σημείο αυτό πρέπει να αποκατασταθεί:

$$c_x = \sqrt{\frac{\lambda}{B_{11}}}$$

$$c_y = \sqrt{\frac{\lambda}{B_{22}}}$$

$$x_0 = -\frac{B_{13} \cdot c_x^2}{\lambda} \quad (4.44)$$

$$y_0 = -\frac{B_{23}}{B_{22}}$$

$$\text{όπου } \lambda = B_{33} - \frac{B_{13}^2 - c_y \cdot B_{11} \cdot B_{23}}{B_{11}}$$

Στη γενική περίπτωση κατά την οποία  $s \neq 0$ , η σχέση που δίνει τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού από τα στοιχεία του διανύσματος  $b$  είναι οι ακόλουθη:

$$\begin{aligned} c_x &= \sqrt{\frac{\lambda}{B_{11}}} \\ c_y &= \sqrt{\frac{\lambda \cdot B_{11}}{B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2}} \\ y_0 &= \frac{B_{12} \cdot B_{13} - B_{11} \cdot B_{23}}{B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2} \\ x_0 &= \frac{s \cdot y_0}{c_x} - \frac{B_{13} \cdot c_x^2}{\lambda} \\ s &= -\frac{B_{12} \cdot c_x^2 \cdot c_y}{\lambda} \\ \text{όπου } \lambda &= B_{33} - \frac{B_{13}^2 + c_y \cdot (B_{12} \cdot B_{13} - B_{11} \cdot B_{23})}{B_{11}} \end{aligned} \quad (4.45)$$

#### 4.5.6 Υπολογισμός Αρχικών Τιμών για τα Στοιχεία του Εξωτερικού Προσανατολισμού Κάθε Λήψης

Αφού υπολογιστούν τα προσεγγιστικά στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού, είναι δυνατή η δημιουργία του πίνακα  $K$ . Συνεπώς, από τις σχέσεις (4.23), (4.24) και (4.25) μπορούν να υπολογιστούν τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $t$ . Απομένει ο υπολογισμός του διανύσματος  $r_3$ . Ο πίνακας στροφής  $R$  είναι ορθοκανονικός. Αυτό σημαίνει ότι οι τρεις στήλες του, δηλαδή τα διανύσματα  $r_1$ ,  $r_2$  και  $r_3$  είναι ορθοκανονικά διανύσματα, με αποτέλεσμα το διάνυσμα  $r_3$  να είναι κάθετο στο επίπεδο των  $r_1$  και  $r_2$ . Επομένως, υπολογίζεται από το εξωτερικό γινόμενο των τελευταίων:

$$r_3 = r_1 \times r_2 \quad (4.46)$$

Η κλίμακα  $\lambda$  στις σχέσεις (4.23), (4.24) και (4.25) υπολογίζεται ως εξής:

$$\lambda = \frac{1}{\|K^{-1} \cdot h_1\|} = \frac{1}{\|K^{-1} \cdot h_2\|} \quad (4.47)$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί μία σημαντική λεπτομέρεια. Αν δεν δίνονται προσεγγιστικές τιμές για τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της φωτομηχανής, ο πίνακας της ομογραφίας υπολογίζεται όπως αναφέρθηκε παραπάνω με βάση τις εσωτερικές γωνίες της σκακιάρας στην εικόνα και τα αντίστοιχα σημεία του χώρου, καθώς έχουν θεωρηθεί μηδενικές οι τιμές της διαστροφής. Ωστόσο, στην περίπτωση που δίνονται προσεγγιστικές τιμές για τη διαστροφή των φακών, αρχικά υπολογίζονται οι συντεταγμένες εικόνας των ιδανικών θέσεων των εσωτερικών γωνιών της σκακιάρας ( $x_{ideal}, y_{ideal}$ ), με βάση τις παρατηρούμενες συντεταγμένες τους ( $x_{dist}, y_{dist}$ ) και τους συντελεστές των πολωνύμων της διαστροφής των φακών, σύμφωνα με τη σχέση (4.48) και στη συνέχεια υπολογίζεται ο πίνακας της ομογραφίας μεταξύ των ιδανικών θέσεων των σημείων αυτών στην εικόνα και των αντίστοιχων σημείων του χώρου. Η διαδικασία αυτή γίνεται επειδή η σχέση (4.19), από την οποία προκύπτουν τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού με βάση τον πίνακα της ομογραφίας, δεν λαμβάνει υπ' όψιν τη διαστροφή των φακών.

$$\begin{bmatrix} x_{ideal} \\ y_{ideal} \end{bmatrix} = (1 + k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4 + k_3 \cdot r^6) \cdot \begin{bmatrix} x_{dist} \\ y_{dist} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \cdot p_1 \cdot x_{dist} \cdot y_{dist} + p_2 \cdot (r^2 + 2 \cdot x_{dist}^2) \\ p_1 \cdot (r^2 + 2 \cdot y_{dist}^2) + 2 \cdot p_2 \cdot x_{dist} \cdot y_{dist} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Ωστόσο, λόγω «θορύβου» στα δεδομένα, ο πίνακας  $R = [r_1 \ r_2 \ r_3]$  που υπολογίζεται με βάση την παραπάνω διαδικασία δεν πληρεί γενικά τις ιδιότητες ενός πίνακα στροφής και έτσι μπορεί να μην τηρείται η ορθογωνικότητα, σύμφωνα με την οποία:  $R \cdot R^T = R^T \cdot R = 1$ . Για το λόγο αυτό, απαιτείται ο υπολογισμός του καλύτερου δυνατού πίνακα στροφής, που μπορεί να προσεγγίσει τον υπολογισμένο πίνακα στροφής  $R$ . Η λύση στο πρόβλημα αυτό προέρχεται από την ανάλυση ιδιζουσών τιμών (Singular Value Decomposition – SVD) του υπολογισμένου πίνακα  $R$ . Προτού παρουσιαστεί η εύρεση του καλύτερου δυνατού πίνακα στροφής, μέσω ανάλυσης ιδιζουσών τιμών, κρίνεται σκόπιμη η σύντομη παρουσίαση του προβλήματος αυτού.

Κάθε πίνακας  $A$  διαστάσεων  $m \times n$ , του οποίου ο αριθμός των γραμμών  $m$  είναι μεγαλύτερος ή ίσος από τον αριθμό των στηλών  $n$ , μπορεί να αναλυθεί σε γινόμενο τριών πινάκων, ως εξής:

$$A = U \cdot W \cdot V^T \quad (4.49)$$

Στην σχέση (4.49) ο πίνακας  $U$  είναι ένας ορθογώνιος πίνακας  $m \times n$ , για τον οποίο ισχύει:

$$U^T \cdot U = I_n \quad (4.50)$$

Ο πίνακας  $V$  είναι ένας ορθογώνιος πίνακας διαστάσεων  $n \times n$ , για τον οποίο ισχύει:

$$V^T \cdot V = V \cdot V^T = I_n \quad (4.51)$$

Τέλος, ο πίνακας  $W$  είναι ένας διαγώνιος πίνακας διαστάσεων  $n \times n$ , του οποίου τα διαγώνια στοιχεία είναι θετικά ή μηδενικά και αποτελούν τις ιδιζουσες τιμές του πίνακα  $A$ .

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο πίνακας  $R$  που έχει υπολογιστεί, μπορεί να αναλυθεί στους τρεις αυτούς πίνακες ως εξής:

$$R = U \cdot W \cdot V^T \quad (4.52)$$

Ωστόσο, επειδή ο πίνακας  $R$  πρέπει να είναι ορθοκανονικός, ο πίνακας  $W$  πρέπει να είναι ο μοναδιαίος πίνακας  $3 \times 3$ . Συνεπώς, ο πίνακας  $R$  μπορεί να εξαναγκαστεί να γίνει πίνακας στροφής, με την ανάλυση ιδιζουσών τιμών του με βάση τη σχέση (4.52) και χρησιμοποιώντας τους πίνακες  $U$  και  $V$  για τον υπολογισμό του ορθοκανονικού πίνακα στροφής ως εξής:

$$R = U \cdot I \cdot V^T = U \cdot V^T \quad (4.53)$$

Ωστόσο, ο πίνακας στροφής  $R$  αποτελείται από εννέα στοιχεία, ενώ η στροφή στο χώρο ορίζεται από τρία μόνο στοιχεία, που αποτελούν τις γωνίες στροφής γύρω από τους τρεις άξονες. Μία διαφορετική αναπαράσταση της στροφής είναι η έκφρασή της μέσω ενός διανύσματος  $r = [r_1 \ r_2 \ r_3]^T$  που είναι παράλληλο στον άξονα στροφής και το μέτρο του είναι ίσο με την αριστερόστροφη γωνία στροφής. Η αναπαράσταση αυτή είναι όχι μόνο πιο εύκολα κατανοητή από τους ανθρώπους αλλά και βολική για διαδικασίες αριθμητικής βελτιστοποίησης, καθώς είναι πιο αποδοτική η αντιμετώπιση των τριών στοιχείων του διανύσματος αυτού, σε σχέση με τα εννέα στοιχεία του πίνακα στροφής. Στο πλαίσιο αυτό, ο πίνακας στροφής μετατρέπεται στο διάνυσμα στροφής  $r$ .

Αν συμβολιστεί ως  $\theta$  η γωνία στροφής, τότε  $\theta = \|r\|$ . Έστω  $r' = [r_x \ r_y \ r_z]^T$  το μοναδιαίο διάνυσμα που υποδηλώνει τον άξονα στροφής. Τότε ισχύει:

$$r' = \frac{1}{\theta} \cdot r \rightarrow r = \theta \cdot r' \rightarrow \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \theta \cdot \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad \text{με } \theta = \|r\| \quad (4.54)$$

Η γωνία  $\theta$  και το μοναδιαίο διάνυσμα  $r'$  μπορούν να υπολογιστούν από την ακόλουθη σχέση, με δεδομένο τον πίνακα στροφής  $R$ :

$$\sin \theta \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} = \frac{R - R^T}{2} \quad (4.55)$$

ενώ στη συνέχεια το διάνυσμα  $r = [r_1 \ r_2 \ r_3]^T$  που εμπεριέχει πληροφορίες για τον άξονα στροφής και τη γωνία γύρω από αυτόν μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση (4.54).

Αντίστοιχα, για την εξαγωγή του πίνακα στροφής  $R$  εκ του διανύσματος  $r$ , αυτό διαιρείται με τη νόρμα του και προκύπτει το κανονικοποιημένο διάνυσμα  $r'$ , όπως φαίνεται στη συνέχεια:

$$\theta = \|r\| \quad r' = \frac{1}{\theta} \cdot r \rightarrow \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \frac{1}{\theta} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Ο πίνακας στροφής R δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$R = \cos \theta \cdot I + (1 - \cos \theta) \cdot r' \cdot r'^T + \sin \theta \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Για την εξαγωγή καλύτερων προσεγγιστικών τιμών για τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού, τα αντίστοιχα σημεία της εικόνας και του χώρου, τα προσεγγιστικά στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού και τα προσεγγιστικά στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού πρέπει να εξεταστούν σε μία ενιαία λύση. Έτσι, μέσω της μεθόδου βελτιστοποίησης Levenberg-Marquardt, υπολογίζονται καλύτερες τιμές για τις προηγούμενες προσδιορισθείσες τιμές του εξωτερικού προσανατολισμού με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του σφάλματος επαναπροβολής. Πρόκειται για το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων μεταξύ των προβολών των εσωτερικών γωνιών της σκακιέρας από το χώρο στο επίπεδο της εκάστοτε εικόνας – με βάση τις ορισθείσες επίγειες συντεταγμένες τους, τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής και τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού της αντίστοιχης εικόνας – και των αντίστοιχων σημείων που εντοπίστηκαν στο επίπεδο της εικόνας.

#### 4.5.7 Υπολογισμός Αρχικών Τιμών για τους Συντελεστές των Πολυωνύμων της Διαστροφής των Φακών.

Έως το σημείο αυτό, δεν έχει γίνει λόγος για υπολογισμό προσεγγιστικών συντελεστών των πολυωνύμων της διαστροφής των φακών, η οποία θεωρήθηκε μηδενική στην περίπτωση που δεν δίνονται αρχικές τιμές από το χρήστη. Ωστόσο, οι πραγματικοί φακοί συνήθως παρουσιάζουν διαστροφή, κυρίως ακτινική. Επομένως, αντί για τη θεώρηση μηδενικών τιμών για τη διαστροφή αν δεν δίνονται προσεγγιστικές τιμές από το χρήστη, μπορεί να μεσολαβήσει το βήμα αυτό για την εύρεση προσεγγιστικών τιμών για τους συντελεστές των πολυωνύμων της διαστροφής.

Συγκεκριμένα, τα σημεία της εικόνας βρίσκονται σε θέσεις οι οποίες παρεκκλίνουν από τις θέσεις που υπολογίζονται με βάση το μοντέλο της κεντρικής προβολής, λόγω της διαστροφής. Οι αρχικές τιμές για τα στοιχεία του εσωτερικού και του εξωτερικού προσανατολισμού, που υπολογίζονται με βάση την παραπάνω διαδικασία, σε συνδυασμό με τις συντεταγμένες χώρου των εσωτερικών γωνιών της σκακιέρας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό αρχικών τιμών για τις ιδανικές θέσεις των σημείων αυτών στο επίπεδο της εικόνας. Στη συνέχεια, οι παρατηρούμενες συντεταγμένες  $(x_{\text{dist}}, y_{\text{dist}})$  όλων των σημείων σε συνδυασμό με τις ιδανικές τους συντεταγμένες  $(x_{\text{ideal}}, y_{\text{ideal}})$ , μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό αρχικών τιμών για τους συντελεστές των πολυωνύμων της διαστροφής, σύμφωνα με τη σχέση (4.48) μέσω ελαχιστοτετραγωνικής επίλυσης.

#### 4.5.8 Ενιαία Βελτιστοποίηση των Στοιχείων του Εσωτερικού και Εξωτερικού Προσανατολισμού

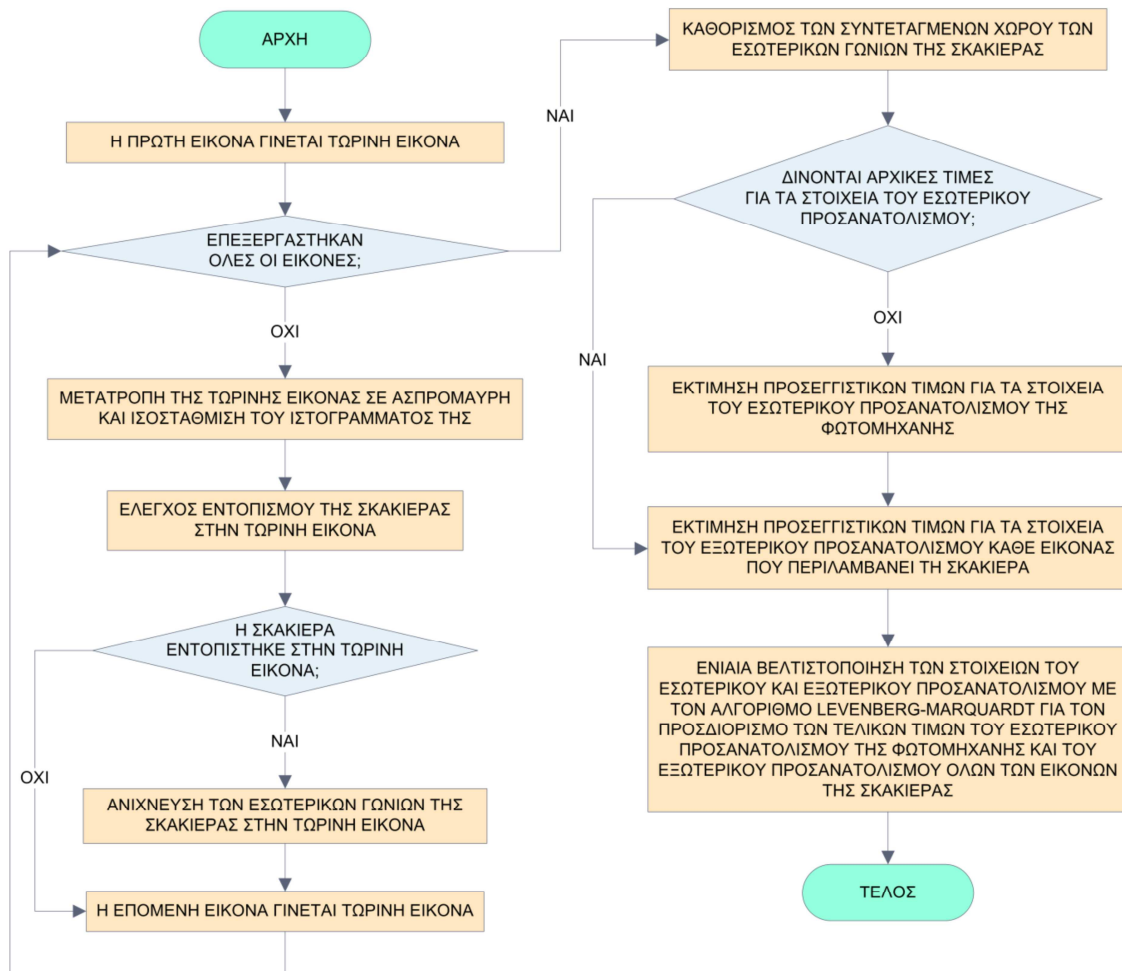
Έχοντας υπολογίσει αρχικές τιμές για τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της φωτομηχανής και τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού κάθε λήψης, είναι δυνατή η βελτιστοποίηση των στοιχείων αυτών μέσω ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης, όπως ο Levenberg-Marquardt.

Έστω ότι δίνονται  $n$  εικόνες της επίπεδης σκακιέρας και  $m$  εσωτερικές γωνίες της σκακιέρας. Η εύρεση των βέλτιστων τιμών για τα στοιχεία του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού μπορεί να προκύψει από την ελαχιστοποίηση της ακόλουθης μη γραμμικής συνάρτησης, που συνιστά το σφάλμα επαναπροβολής:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|\mathbf{m}_{ij} - \mathbf{m}(\mathbf{K}, k_0, k_1, k_2, p_1, p_2, \mathbf{r}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{M}_j)\|^2 \quad (4.58)$$

όπου  $\mathbf{m}_{ij}$  είναι το παρατηρούμενο σημείο και  $\mathbf{m}(\mathbf{K}, k_0, k_1, k_2, p_1, p_2, \mathbf{r}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{M}_j)$  η προβολή του σημείου  $\mathbf{M}_j$  στην εικόνα.

Τα αποτελέσματα, λοιπόν, της βαθμονόμησης από την παραπάνω επίλυση είναι ο πίνακας με τις εσωτερικές παραμέτρους της μηχανής (camera matrix) και οι συντελεστές της συμμετρικής ακτινικής διαστρόφης  $k_1$ ,  $k_2$ , και  $k_3$  της ασύμμετρης διαστρόφης εκκεντρότητας  $p_1$  και  $p_2$ . Εκτός των στοιχείων αυτών προσδιορίζονται και τα στοιχεία που ορίζουν το μετασχηματισμό του επίγειου συστήματος στο φωτογραμμετρικό και τα οποία είναι το διάνυσμα μετάθεσης  $\mathbf{t}$  και το διάνυσμα στρόφης  $\mathbf{r}$ .



Εικόνα 4.9: Διαδικασία Βαθμονόμησης με Χρήση Επίπεδης Σκακιέρας.

## 4.6 Σύνοψη

Στην περίπτωση που ένα απεικονιστικό σύστημα πρόκειται να συνδεθεί και/ή να εξάγει συμπεράσματα σχετικά με την τρισδιάστατη θέση διαφόρων αντικειμένων σε μία εικόνα, θα πρέπει να είναι βαθμονομημένο, δηλαδή εκ των προτέρων να είναι γνωστή η σχέση μεταξύ της τρισδιάστατης γεωμετρίας του πραγματικού κόσμου και των αντίστοιχων θέσεων της εικόνας. Η διαδικασία της βαθμονόμησης είναι επομένως απαραίτητη για τα μετρητικά απεικονιστικά συστήματα, για το λόγο αυτό συχνά οι ερευνητές που μελετούν τα προβλήματα αυτά αφιερώνουν χρόνο τόσο στην πραγματοποίηση της βαθμονόμησης του συστήματος τους, όσον και στην υλοποίηση της συγκεκριμένης εφαρμογής τους.



Οι εφαρμογές της φωτογραμμετρίας, σαν καθαρά μετρητικές εφαρμογές, προϋποθέτουν την ακριβή βαθμονόμηση των χρησιμοποιούμενων καμερών. Αυτό άλλωστε, καθίσταται εμφανές και από την σχέση (3.14), όπου ο υπολογισμός των τρισδιάστατων συντεταγμένων του εποπτευόμενου αντικειμένου βασίζεται άμεσα στη γνώση των εξωτερικών παραμέτρων των καμερών, δηλαδή των πινάκων περιστροφής και μετατόπισης που συνδέουν την εικόνα της κάθε κάμερας με το κέντρο του πραγματικού συστήματος συντεταγμένων.

## Κεφάλαιο 5

### Πειραματική Εφαρμογή σε Πλατφόρμες Ελεύθερου Λογισμικού

#### 5.1 Nikon D90

Χρησιμοποιήσαμε την φωτογραφική μηχανή SLR D90 της Nikon και τον φακό af-s nikkor 18-105mm για τα πειράματά μας.



Η συγκεκριμένη μηχανή χρησιμοποιεί τον αισθητήρα εικόνας CMOS 12,3 ενεργών megapixel φορμά DX της Nikon και το αποκλειστικό σύστημα εικόνας EXPEED. Επίσης διαθέτει εξαιρετική απόδοση χαμηλού θορύβου από ISO 200 έως 3200.

Ο φακός που χρησιμοποιήθηκε παρέχει zoom 5.8x με φορμά DX και εστιακό εύρος 18-105mm. Διαθέτει υψηλής ποιότητας οπτικό σύστημα που έχει σχεδιαστεί για χρήση με ψηφιακές μηχανές SLR φορμά DX της Nikon και zoom 5.8x για εξαιρετική ευελιξία σε ευρύ φάσμα συνθηκών λήψης. Χάρη στο σύστημα απόσβεσης κραδασμών (VR) της Nikon και τον αποκλειστικό μηχανισμό (SWM), προσφέρει προηγμένη απόδοση σε συνθήκες χαμηλού φωτισμού, με σταθερές εικόνες στον αισθητήρα και στο σκόπευτρο και γρήγορη, αθόρυβη αυτόματη εστίαση.

Χρησιμοποιήσαμε τον συγκεκριμένο συνδιασμό φωτογραφικής/φακού για όσο το δυνατόν καλύτερο αποτέλεσμα, αλλά όπως θα δούμε παρακάτω, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε οποιαδήποτε κοινή φωτογραφική, ακόμα και την φωτογραφική κάποιου κινητού, με τουλάχιστον 3,2 megapixel.

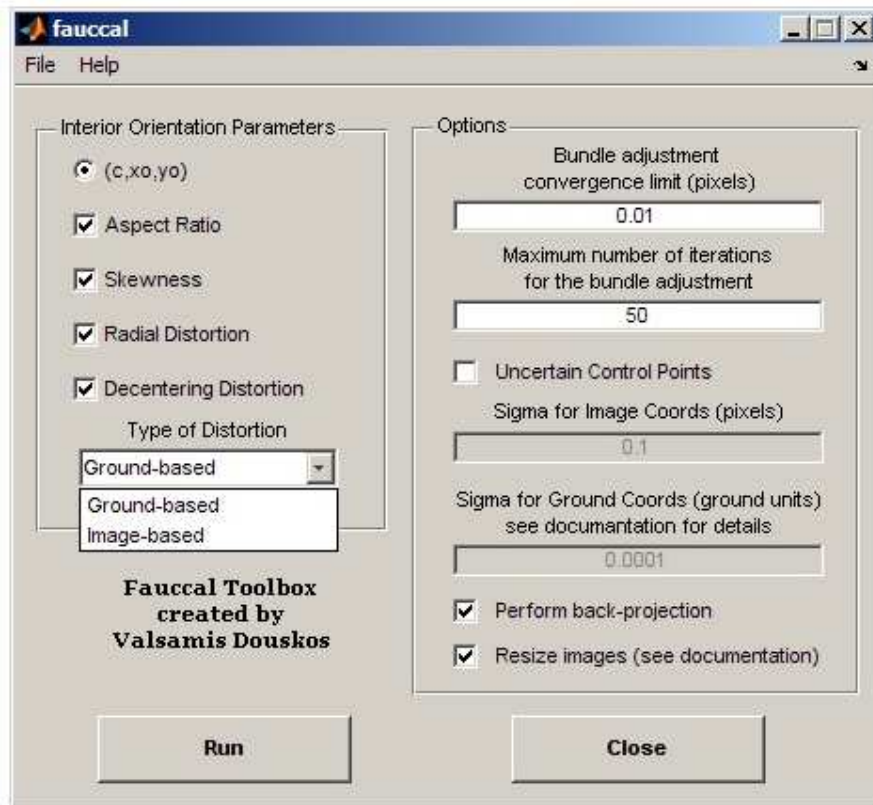
## 5.2 FAUCCAL

Το FAUCCAL (Fully Automatic Camera Calibration), είναι μία βιβλιοθήκη της Matlab, η οποία όπως λέει και το όνομα της, πετυχαίνει μία πλήρως αυτόματη βαθμονόμηση των ψηφιακών φωτογραφικών μηχανών, με βάση εικόνες μίας σκακιέρας. Έχει υλοποιηθεί από τον Βαλσάμη Ντούσκο στο εργαστήριο Φωτογραμμετρίας στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Χρησιμοποιήσαμε την παραπάνω βιβλιοθήκη με σκοπό να βαθμονομήσουμε την φωτογραφική μηχανή που χρησιμοποιήσαμε στα πειράματα. Δηλαδή να βρούμε τα εσωτερικά χαρακτηριστικά της μηχανής τα οποία είναι η σταθερά της μηχανής ( $c$ ), οι συντεταγμένες ( $x_0, y_0$ ) του πρωτεύοντος σημείου ( $H$ ) και τις τιμές της ακτινικής διαστροφής ( $\Delta r$ ).

Παρακάτω παραθέτουμε αναλυτικά τα βήματα που ακολουθήσαμε για την πραγματοποίηση της βαθμονόμησης.

**Βήμα 1ο:** Περάσαμε την βιβλιοθήκη fauccal στην Matlab και γράψαμε 'fauccal' στο παράθυρο εντολών του Matlab για να αρχίσει το πρόγραμμα.

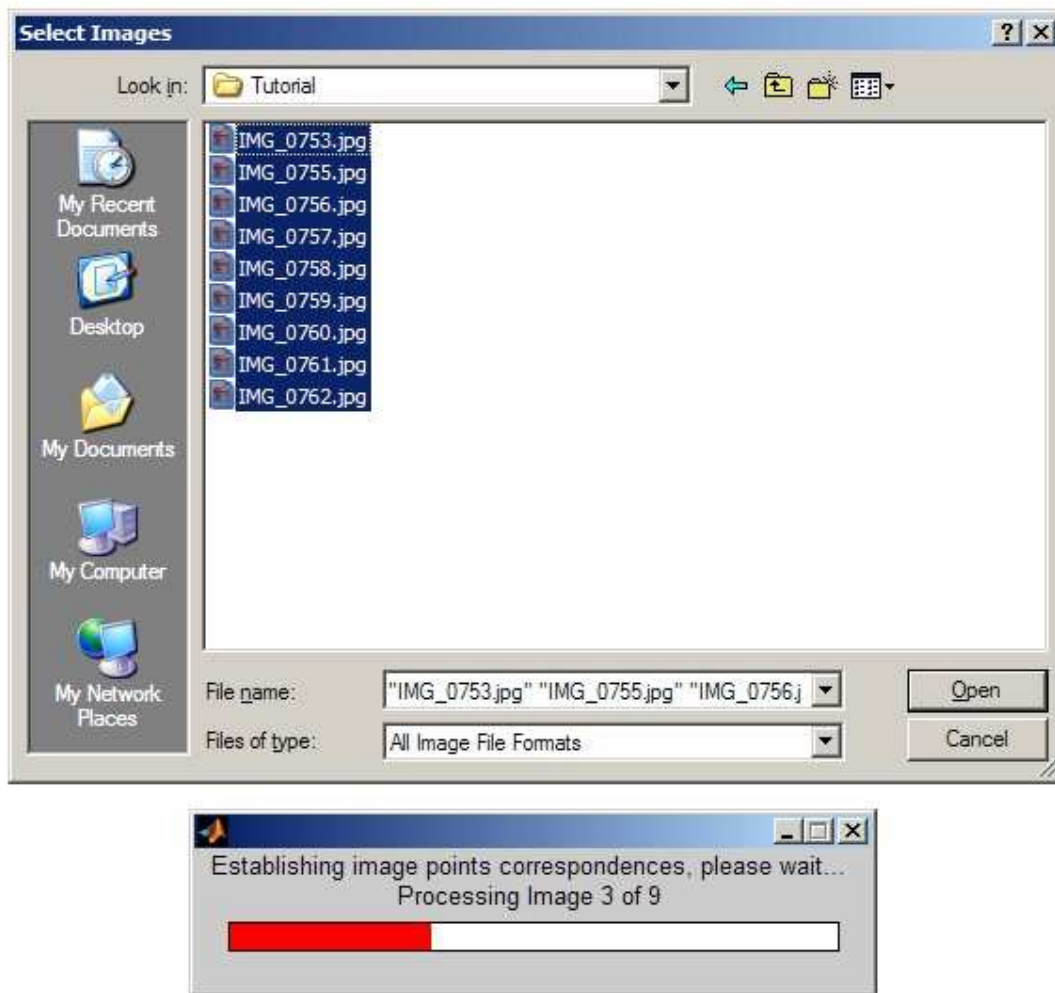


Εικόνα 6.2: Αρχικό παράθυρο στο 'Faucal'.

Στα αριστερά, επιλέγουμε το συνδυασμό των εσωτερικών στοιχείων προσανατολισμού της κάμερας που θέλουμε να εκτιμήσουμε. Αυτές οι παράμετροι περιλαμβάνουν: την σταθερά της μηχανής ( $c$ ), τις συντεταγμένες εικόνας ( $x_o, y_o$ ) του αρχικού σημείου, την ακτινική διαστροφή του φακού ( $K_1, K_2$ ) και την παραμόρφωση του φακού ( $P_1, P_2$ ).

Στο δεξιό τμήμα, ο χρήστης μπορεί να ορίσει και να τροποποιήσει ορισμένες παραμέτρους που αφορούν την δέσμη προσαρμογής. Στο πρώτο πλαίσιο κειμένου, μπορεί κανείς να καθορίσει το όριο σύγκλισης για τις διορθώσεις των τιμών του  $C$ ,  $x_o$ ,  $y_o$  σε pixels. Όταν οι διορθώσεις για τις τρεις αυτές παραμέτρους πέσει κάτω από αυτό το δεδομένο όριο, εξέρχεται από το βρόχο ρύθμισης δέσμης. Στο δεύτερο πλαίσιο, οι χρήστες μπορούν να ορίσουν το μέγιστο αριθμό των επαναλήψεων που επιτρέπονται για την προσαρμογή δέσμης. Εάν ο αριθμός των επαναλήψεων υπερβαίνει αυτό το όριο, θεωρείται ότι η προσαρμογή έχει αποτύχει να συγκλίνει.

**Βήμα 2ο:** Μετά από όλες τις παραμέτρους και τις επιλογές που έχουν τεθεί, ξεκινάμε το πρόγραμμα “Run”. Στην συνέχεια επιλέγουμε τις φωτογραφίες που θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε (εικόνα 6.3). Σημειώνουμε ότι ο χρήστης πρέπει να επιλέξει τουλάχιστον 2 φωτογραφίες. Αφού έχουν επιλεγεί όλες οι φωτογραφίες, η εργαλειοθήκη θα συνεχίσει με την εκτίμηση των παραμέτρων εσωτερικού προσανατολισμού της κάμερας.

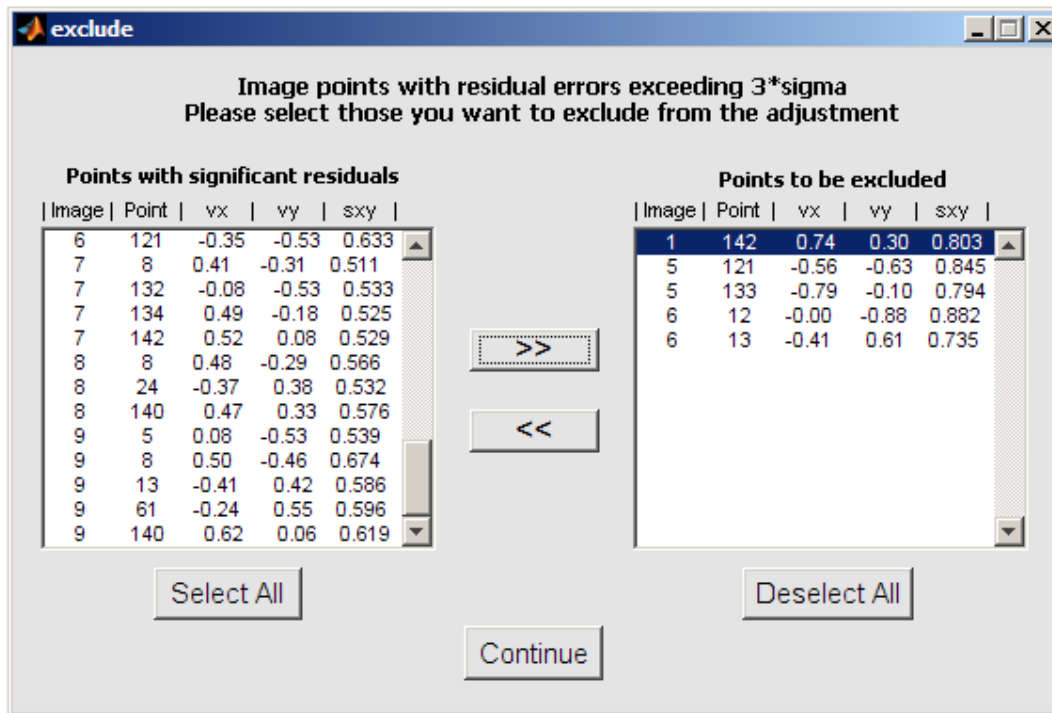


**Εικόνα 6.3:** Επιλογή φωτογραφιών για τον εσωτερικό προσανατολισμό της κάμερας.

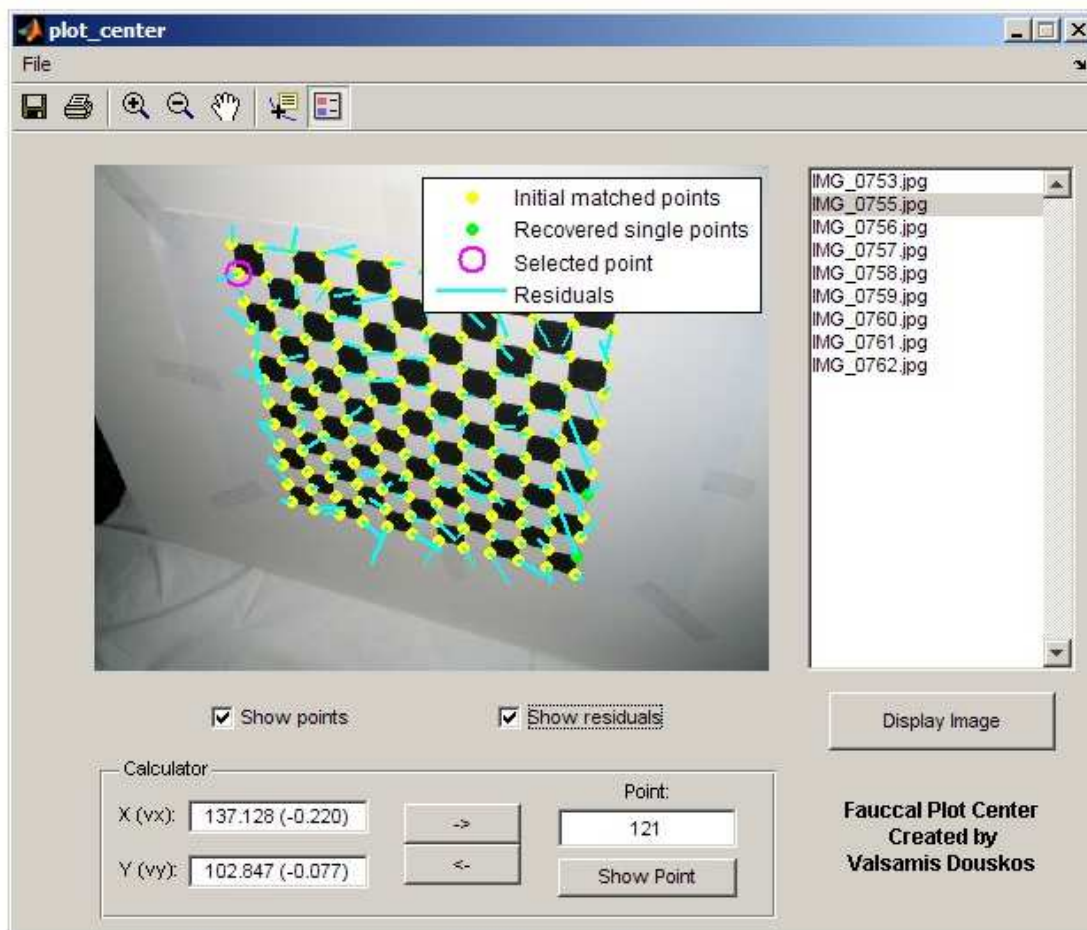
**Βήμα 3ο:** Εμφανίζονται δύο παράθυρα (εικόνα 6.4 και εικόνα 6.5).

Το πρώτο παράθυρο (εικόνα 6.4) παραθέτει όλα τα σημεία της κάθε εικόνας με υπολείμματα τρεις φορές μεγαλύτερα από το τυπικό σφάλμα προσαρμογής. Από αυτό το παράθυρο μπορεί κανείς να επιλέξει και να αποκλείσει όλα ή μερικά από τα σημεία αυτά για το τελικό αποτέλεσμα.

Στο δεύτερο παράθυρο (εικόνα 6.5) μπορεί κανείς να επανεξετάσει όλες τις εικόνες του συνόλου δεδομένων, καθώς επίσης και να απεικονίσει σε κάθε εικόνα, όλους τους κόμβους που συμμετέχουν στη ρύθμιση δέσμης, καθώς και τα αντίστοιχα κατάλοιπα. Οι κόμβοι που συμμετείχαν στο αρχικό διάλυμα εμφανίζονται με κίτρινο χρώμα, κόμβοι που ανακτούνται με την επιλογή “back projection” εμφανίζονται με πράσινο χρώμα και τα σημεία που ανήκουν στις πρόσθετες εξωτερικές γραμμές και στήλες εμφανίζονται με κόκκινο χρώμα. Τέλος στο κάτω μέρος του παραθύρου επιτρέπεται η εύρεση του σημείου που βρίσκεται πλησιέστερα προς τις συντεταγμένες που παρέχονται από τον χρήστη στα αντίστοιχα πλαίσια, ή εμφανίζει τις συντεταγμένες και τα κατάλοιπα ενός σημείου που δίνεται από τον αριθμό του.

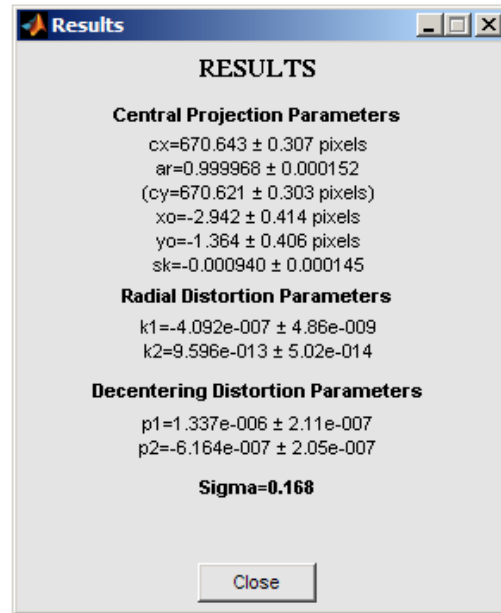


**Εικόνα 6.4:** Επιλογή χρήσιμων και μη χρήσιμων σημείων

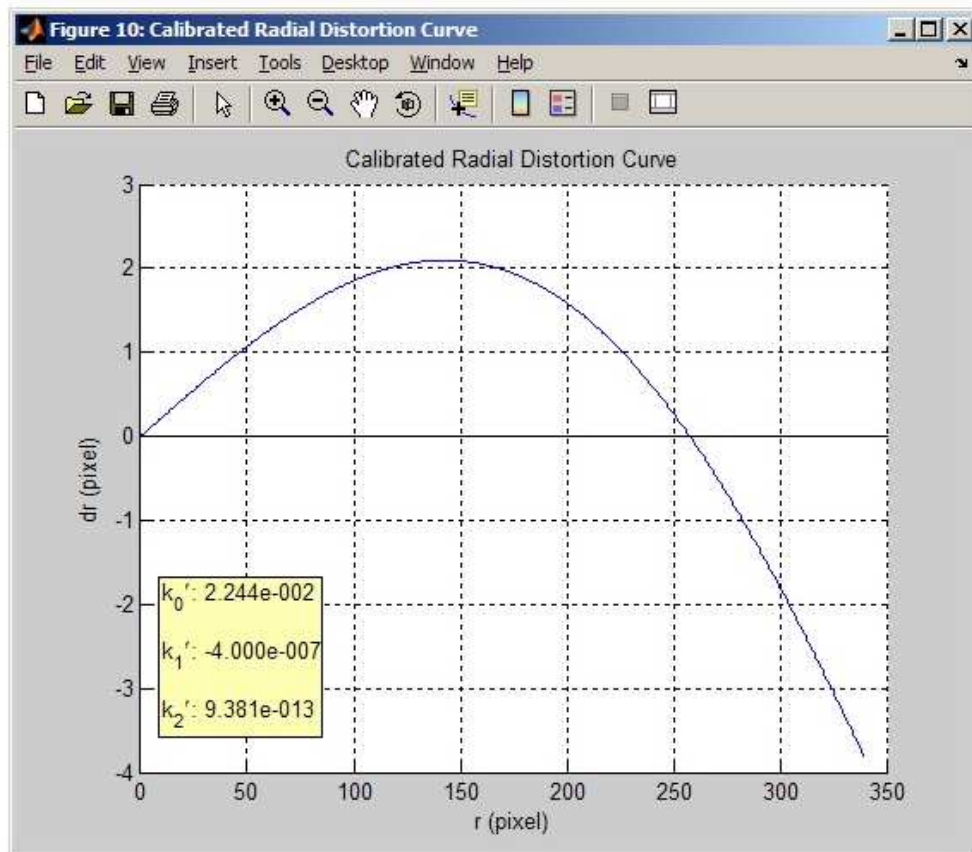


**Εικόνα 6.5:** Απεικόνιση των εικόνων με τα κοινά σημεία και τις συντεταγμένες.

**Βήμα 4ο:** Εάν ο χρήστης δεν επιλέξει να αποκλείσει κάποια σημεία, εμφανίζεται πρώτα ένα παράθυρο με τις εκτιμώμενες τιμές για τον εσωτερικό προσανατολισμό της κάμερας (εικόνα 6.6). Τα αποτελέσματα περιλαμβάνουν το τυπικό σφάλμα προσαρμογής και τις τιμές όλων των παραμέτρων της κάμερας. Τέλος το πρόγραμμα μας παραθέτει την καμπύλη της ακτινικής παραμόρφωσης όπως φαίνεται στην εικόνα 6.7.



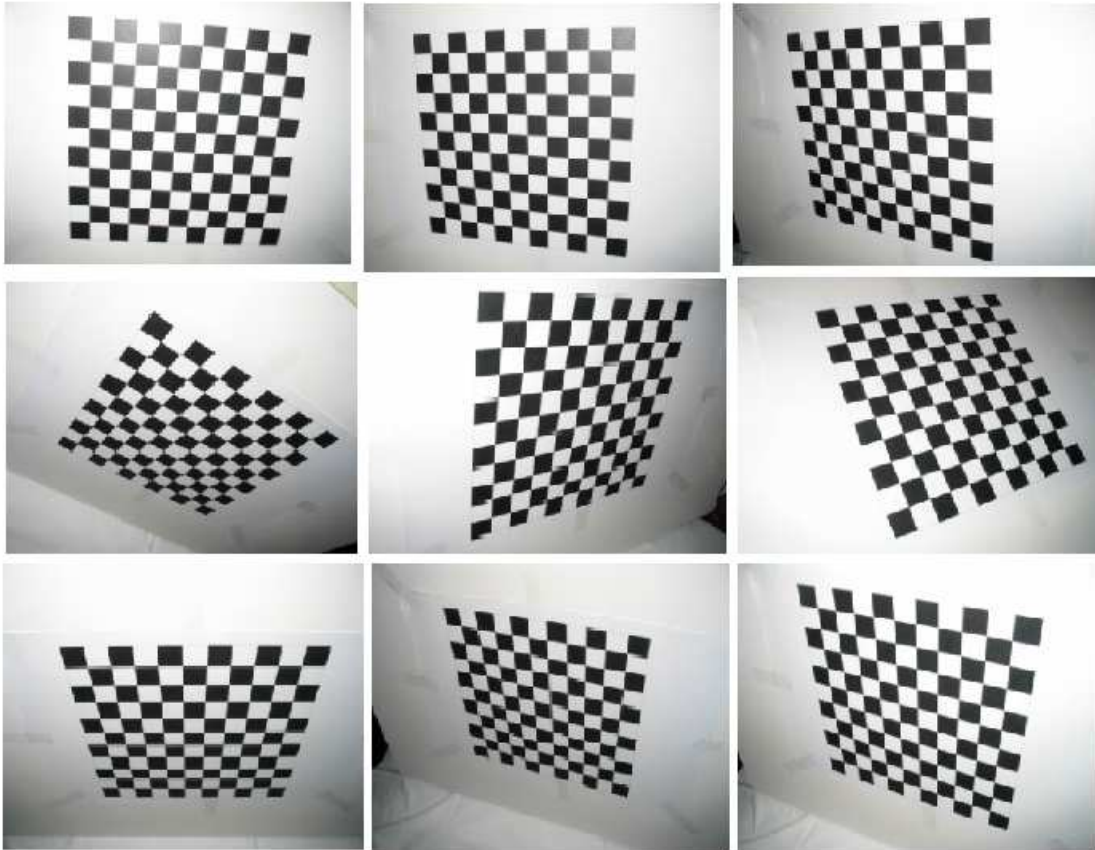
Εικόνα 6.6: Αποτελέσματα της βαθμονόμησης.



Εικόνα 6.7: Καμπύλη ακτινικής παραμόρφωσης.



Παρακάτω φαίνονται οι φωτογραφίες που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπόνηση των αποτελεσμάτων (εικόνα 6.8). Η λήψη τους πραγματοποιήθηκε στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο στο εργαστήριο Φωτογραμμετρίας, και το αντικείμενο που φωτογραφήθηκε είναι μία μεγάλη σκακίερα που χρησιμοποιείται για αυτόν ακριβώς τον λόγο.



Εικόνα 6.8: Οι εικόνες που χρησιμοποιήθηκαν στο Faucal.

### 5.3 Μοντέλο

Για την πραγματοποίηση της διπλωματικής εργασίας, επιλέχθηκαν 3 διαφορετικά μοντέλα. Μία αφρικάνικη μάσκα, ένα άγαλματίδιο, και ένα ανθρώπινο πρόσωπο.

### Αγαλματίδιο

Το συγκεκριμένο μοντέλο επιλέχθηκε για να δείξουμε πόσο ρεαλιστικό αποτέλεσμα έχει η συγκεκριμένη μέθοδος αποτύπωσης πάνω σε ένα άγαλμα. Πρέπει να τονίσουμε σε αυτό το σημείο, ότι μετά την 3D αποτύπωση του μοντέλου υπάρχει η δυνατότητα εκτύπωσης του μοντέλου από 3D εκτυπωτή, σε όποια διαβάθμιση μεγέθους χρειαζόμαστε. Παρακάτω παραθέτουμε κάποιες χαρακτηριστικές φωτογραφίες του μοντέλου.



Εικόνα 6.9: Άγαλμα Βούδα

### Αφρικάνικη Μάσκα

Την χρονική στιγμή που αποτυπώθηκε σε 3D η παρακάτω αφρικάνικη μάσκα, θεωρούσαμε απίθανη την αποτύπωση ανθρώπινου προσώπου. Αυτός ήταν ο λόγος που επιλέχθηκε η συγκεκριμένη μάσκα, στην προσπάθεια μας να προσομοιάσουμε την μάσκα με το ανθρώπινο πρόσωπο. Παρακάτω παραθέτουμε κάποιες χαρακτηριστικές φωτογραφίες του μοντέλου.



Εικόνα 6.10: Αφρικάνικη Μάσκα

### **Πρόσωπο**

Ο αρχικός μας στόχος ήταν να δημιουργήσουμε μία 3D αποτύπωση ενός ανθρώπινου προσώπου, για να καταφέρουμε στην συνέχεια να μετρήσουμε αποστάσεις και να κάνουμε μία χαρτογράφηση του. τον Σαν μοντέλο χρησιμοποιήσαμε το πρόσωπο του Ιωάννη Καραλίδη. Λόγω της δυσκολίας του εγχειρήματος, φωτογραφίσαμε αρκετές φορές, σε διαφορετικές στάσεις. Παρακάτω παραθέτουμε κάποιες χαρακτηριστικές φωτογραφίες του μοντέλου.





Εικόνα 6.11: 1ο Σετ Ανθρώπινου Προσώπου.



Εικόνα 6.12: 2ο Σετ Ανθρώπινου Προσώπου



Εικόνα 6.13: 3ο Σετ Ανθρώπινου Προσώπου.

## 5.4 123D Catch

Το 123D Catch είναι ένα δωρεάν πρόγραμμα ελεύθερου λογισμικού που έχει δημιουργηθεί από την εταιρία Autodesk. Είναι ένα σχετικά απλό πρόγραμμα, το οποίο δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να δημιουργήσει ένα 3D μοντέλο με φωτογραμμετρική μέθοδο, χρησιμοποιώντας έναν αριθμό από φωτογραφίες (μέχρι εβδομήντα στον αριθμό) και στην συνέχεια με κατάλληλη επεξεργασία, ο χρήστης δημιουργεί το 3D μοντέλο. Παρακάτω περιγράφουμε αναλυτικά τα βήματα που χρειάστηκαν μέχρι την δημιουργία του επιθυμητού μοντέλου.

### 5.4.1 Σχεδιασμός φωτογράφισης

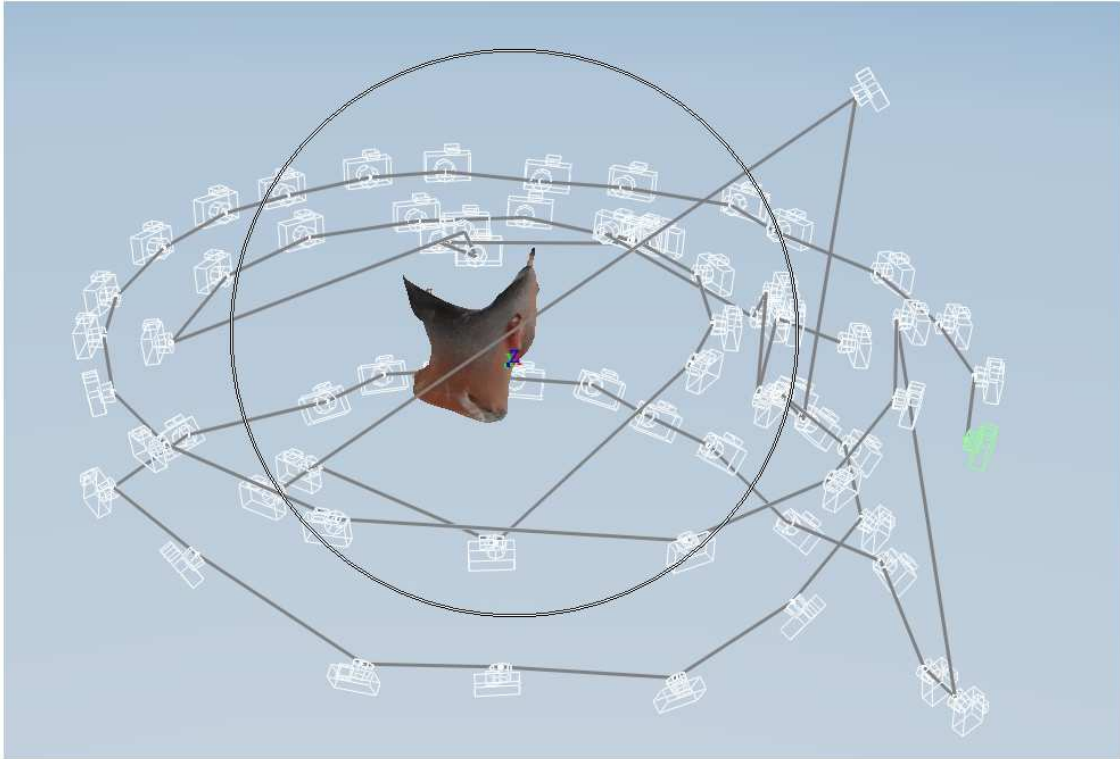
Για την φωτογράφιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε φωτογραφική μηχανή. Δεν χρειάζεται να είναι μεγαλύτερη των 3.2 Megapixel, αφού το πρόγραμμα προσαρμόζει οποιαδήποτε φωτογραφία μεγαλύτερης ανάλυσης σε φωτογραφία των 3.2Megapixel. Ο χρήστης μπορεί να χρησιμοποιήσει μέχρι εβδομήντα φωτογραφίες, επομένως είναι σημαντικό να σχεδιαστεί κατάλληλα η φωτογράφιση. Ο χρήστης πρέπει να φωτογραφίσει όλα τα σημεία του μοντέλου, από 3 διαφορετικές οπτικές γωνίες.

Κάθε σημείο του μοντέλου, θα πρέπει να βρίσκεται σε τουλάχιστον 3 φωτογραφίες για να μπορέσουμε να ενώσουμε τα κοινά σημεία και να δημιουργήσουμε το 3D μοντέλο. Επομένως αφού το όριο είναι εβδομήντα φωτογραφίες, φωτογραφίσαμε περιμετρικά από 3 διαφορετικές οπτικές γωνίες, 20 φωτογραφίες στην κάθε περίπτωση, και τις δέκα φωτογραφίες που μας είχαν περισσέψει τις χρησιμοποιήσαμε για να φωτογραφίσουμε τυχόν λεπτομέρειες του μοντέλου. Επομένως το πρώτο που πρέπει να προσέξει ο χρήστης είναι η προσβασιμότητα απέναντι στο αντικείμενο που θα φωτογραφίσει.

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, αντικείμενα συμμετρικά, ή μονόχρωμα είναι πολύ δύσκολο να χρησιμοποιηθούν, αφού είναι πάρα πολύ δύσκολο να βρεθούν κοινά σημεία μεταξύ των φωτογραφιών, οπότε κάνει την επεξεργασία αρκετά δύσκολη.

Επίσης μία πολύ σημαντική λεπτομέρεια είναι ότι στην φωτογράφιση δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιηθεί φλας, αφού με την χρήση του, κάθε φωτογραφία έχει ξεχωριστό φωτισμό, που έχει ως συνέπεια να μην μπορούν να συγκριθούν οι φωτογραφίες. Επομένως καταλαβαίνουμε ότι ο φωτισμός της φωτογράφισης παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στο αποτέλεσμα. Φωτογραφίες με πολύ δυνατό ή πολύ χαμηλό φωτισμό δεν είναι εύκολο να επεξεργασθούν.

Παρακάτω φαίνονται τα διαφορετικά σημεία που χρησιμοποιήθηκαν στην φωτογράφιση για το ανθρώπινο πρόσωπο (Εικόνα 6.14).

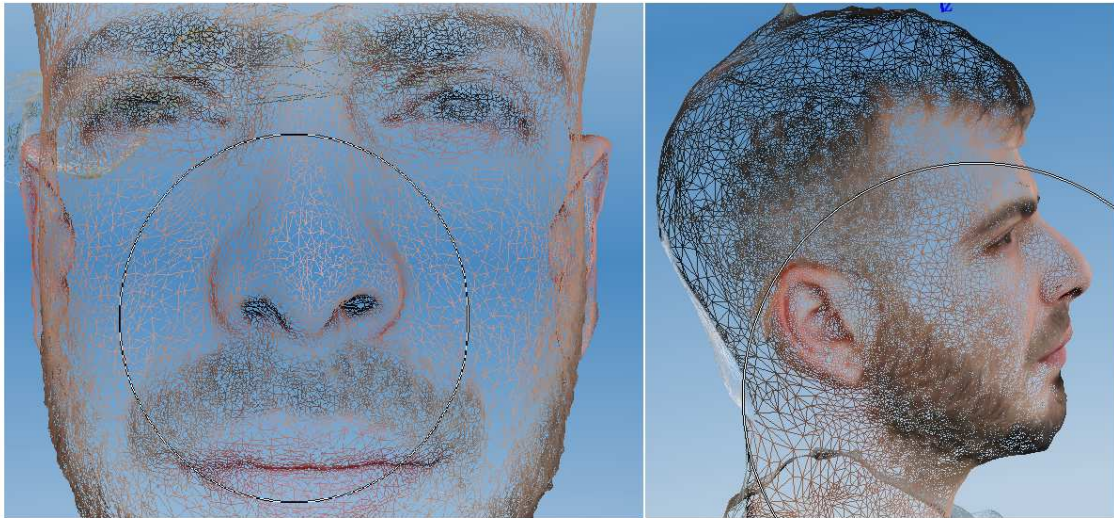


Εικόνα 6.14: Διαφορετικά σημεία της φωτογράφισης.

#### 5.4.2 Δημιουργία μοντέλου

Μετά την φωτογράφιση ανεβάζουμε τις φωτογραφίες στον server του προγράμματος, στην συνέχεια γίνεται μία πρώτη επεξεργασία και δημιουργείται το πρώτο πλέγμα κοινών σημείων. Σε αυτό το σημείο το μοντέλο απέχει αρκετά από το τελικό αποτέλεσμα. Μέχρι στιγμής έχει δημιουργηθεί ένα αρχικό μοντέλο, με ένα απαλό πλέγμα κοινών σημείων. Στην συνέχεια ο χρήστης έχει την δυνατότητα να συνεχίσει χειροκίνητα την δημιουργία του τελικού μοντέλου, δηλαδή την δημιουργία ενός πιο δυνατού πλέγματος κοινών σημείων. Παρακάτω φαίνεται η διαφορά ανάμεσα σε 2 στάδια του πλέγματος (Εικόνα 6.15, Εικόνα 6.16).



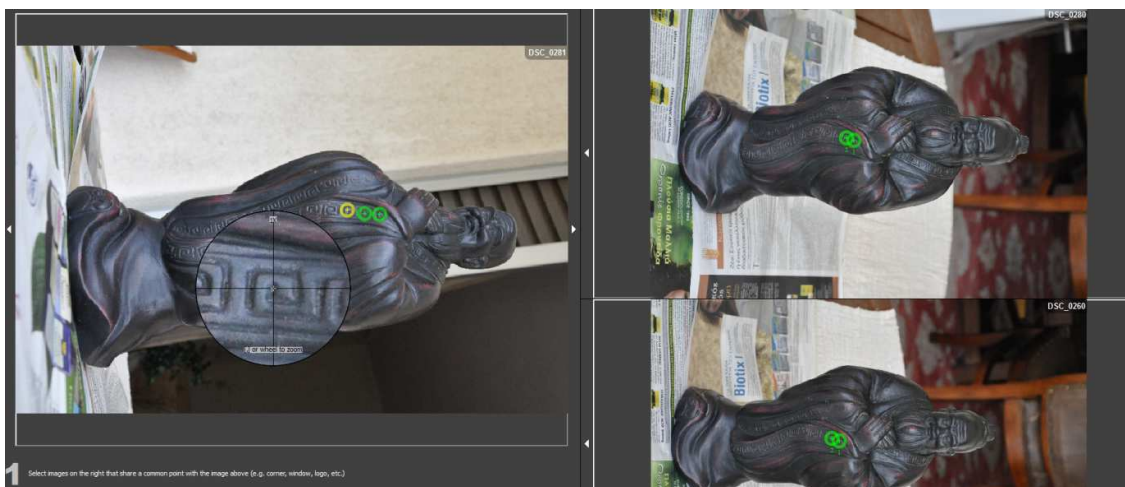
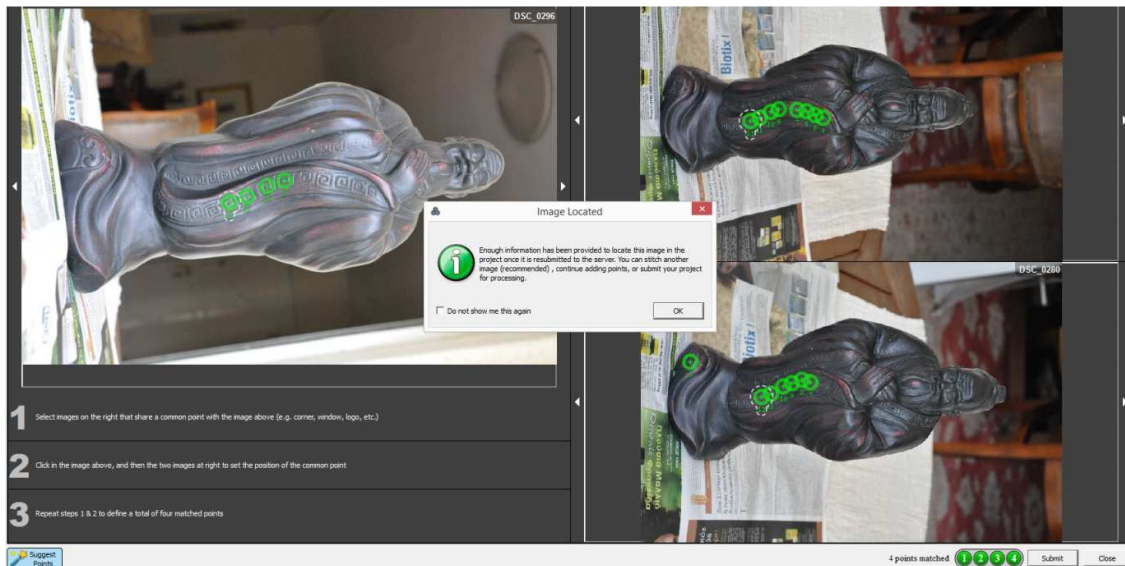


Εικόνα 6.15: Πλέγμα κοινών σημείων χαμηλής ανάλυσης.



Εικόνα 6.16: Πλέγμα κοινών σημείων υψηλής ανάλυσης.

Σε αυτό το σημείο ο χρήστης έχει την δυνατότητα να επιλέξει φωτογραφίες που αρχικά δεν έχουν επεξεργαστεί, δηλαδή δεν έχουν βρεθεί κοινά σημεία μεταξύ τους, και χειροκίνητα να βρει κοινά σημεία με άλλες φωτογραφίες όπως φαίνεται στην παρακάτω φωτογραφία (Εικόνα 6.17, Εικόνα 6.18).



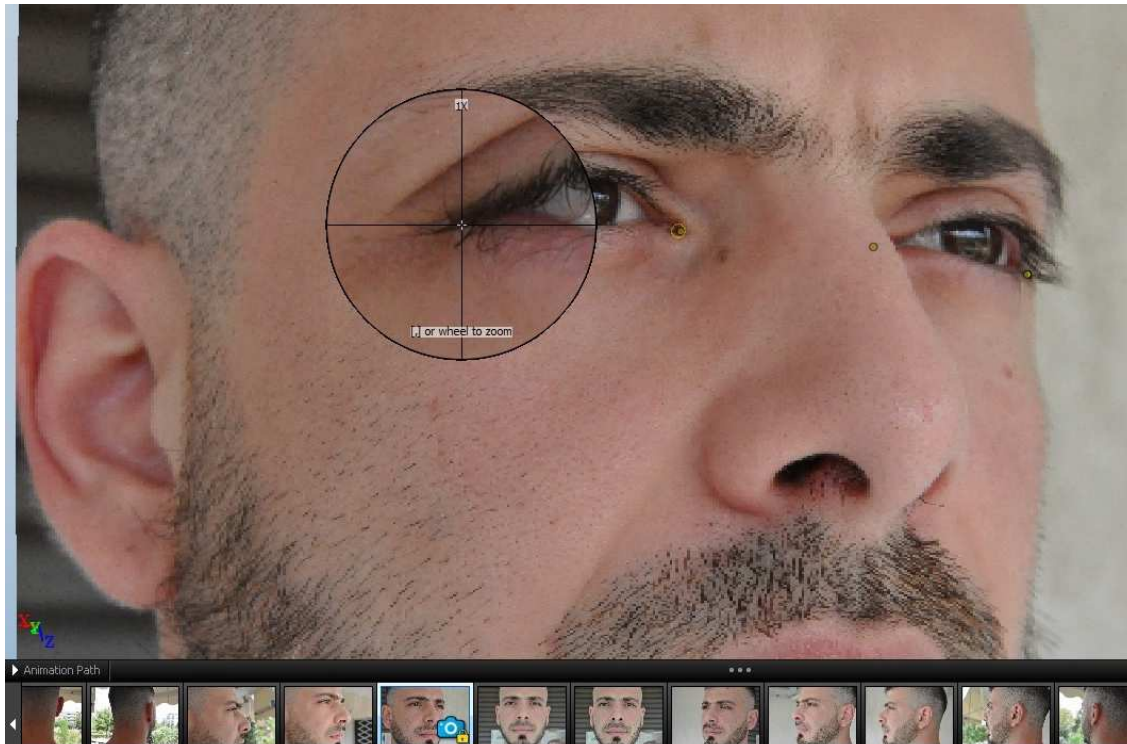
Ο χρήστης πρέπει να βρει τουλάχιστον τέσσερα κοινά σημεία με άλλες δύο φωτογραφίες και συνεχίζει μέχρι να έχουν επεξεργαστεί όλες οι φωτογραφίες. Μετά και από αυτήν την διαδικασία έχει δημιουργηθεί ένα αξιόπιστο μοντέλο. Η επόμενη κίνηση είναι να διαγράψει ο χρήστης οποιαδήποτε σημεία που δεν θέλει να χρησιμοποιήσει στο μοντέλο του, όπως για παράδειγμα τον περιβάλλοντα χώρο ή κάποια άλλα αντικείμενα που μπορεί να έχουν φωτογραφηθεί μαζί με το μοντέλο. Επομένως σε αυτό το σημείο ο χρήστης έχει δημιουργήσει ένα αξιόλογο μοντέλο.

### 5.4.3 Σημεία αναφοράς

Για να χρησιμοποιήσουμε το σύστημα συντεταγμένων και να κάνουμε καταμέτρηση αποστάσεων, που θα αναφερθούμε στην συνέχεια, πρέπει πρώτα να ορίσουμε κάποια σημεία αναφοράς που θα χρησιμοποιηθούν στην συνέχεια. Η διαδικασία είναι σχετικά απλή, αφού το μόνο που έχει να κάνει ο χρήστης είναι να σημειώσει πάνω στις φωτογραφίες που διαθέτει για επεξεργασία, όσα σημεία χρειάζεται, και να ταυτίσει στα αντίστοιχα στοιχεία που



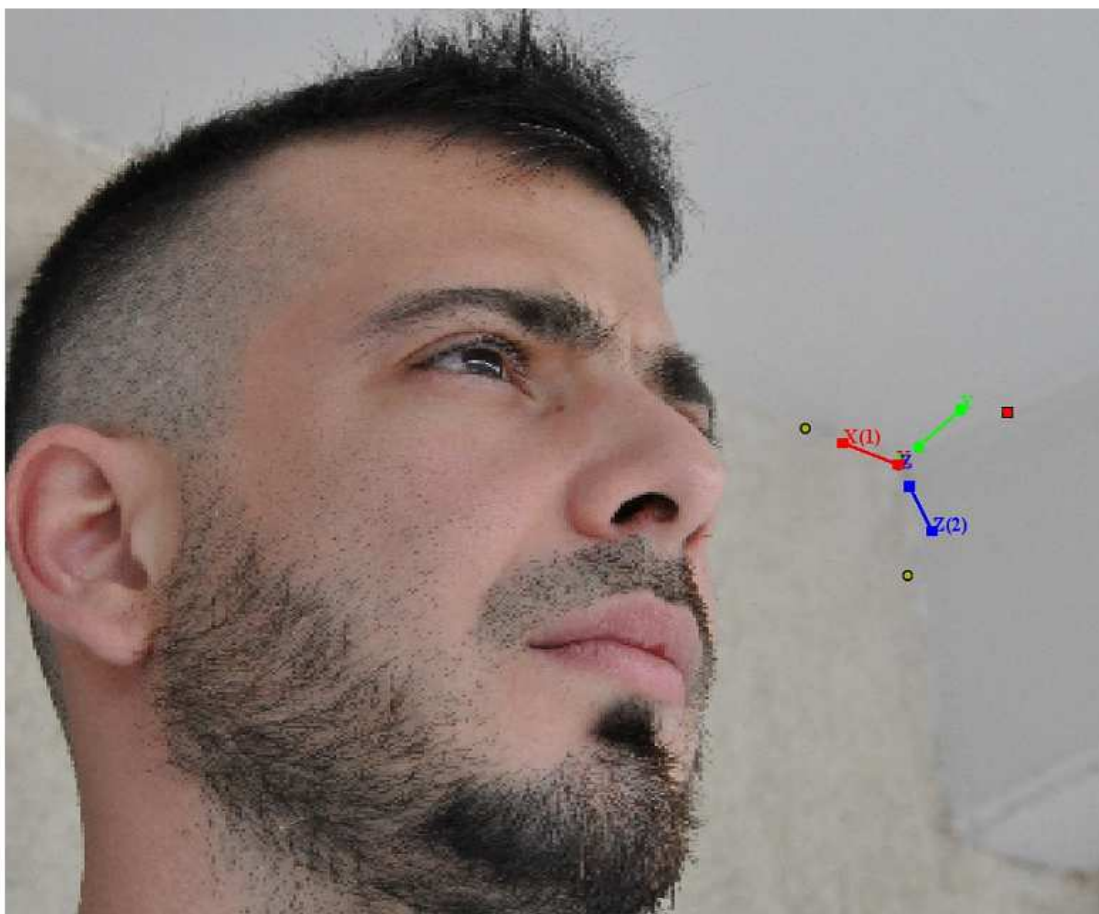
υπάρχουν και σε άλλες φωτογραφίες. Παρακάτω φαίνεται ένας τέτοιος ορισμός, κάποιου σημείου αναφοράς (Εικόνα 6.19).



Εικόνα 6.19: Ορισμός σημείου αναφοράς.

#### 5.4.4 Σύστημα Συντεταγμένων

Το πρόγραμμα μας δίνει την επιλογή να ορίσουμε ένα σύστημα συντεταγμένων. Η διαδικασία είναι σχετικά απλή. Με βάση τις φωτογραφίες που χρησιμοποιούμε για την επεξεργασία του μοντέλου, βρίσκουμε στο περιβάλλοντα χώρο, κάποια σημεία αναφοράς που να συμπίπτουν με τους τρεις άξονες που πρέπει να ορίσουμε (x,y,z). Στην συνέχεια επιβεβαιώνουμε τους άξονες αυτούς και σε άλλες φωτογραφίες που τυχόν υπάρχουν, και στο τέλος ορίζουμε τους άξονες. Ένα παράδειγμα ορισμού συστήματος συντεταγμένων φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 6.20).



Εικόνα 6.20: Ορισμός συστήματος συντεταγμένων.

#### 5.4.5 Καταμέτρηση αποστάσεων

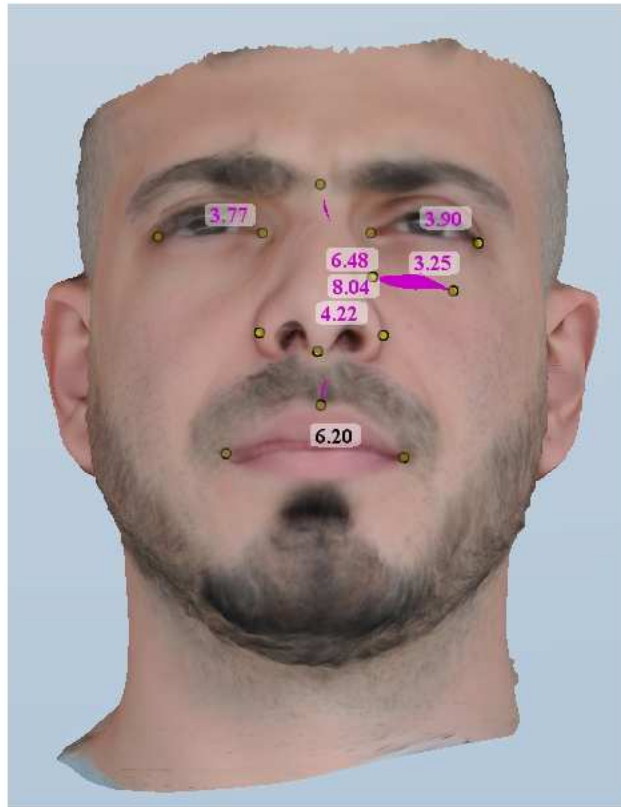
Η τελευταία λειτουργία είναι η δυνατότητα καταμέτρησης αποστάσεων. Πολύ σημαντική λειτουργία αφού με αυτή τη μέθοδο, μπορούμε να μετρήσουμε οτιδήποτε πάνω στο μοντέλο μας. Ο στόχος μας ήταν να κάνουμε μία απλή χαρτογράφηση και μέτρηση του ανθρώπινου προσώπου, πράγμα που καταφέραμε, χάρη σε αυτήν την δυνατότητα του εργαλείου που χρησιμοποιούμε.

Η λειτουργία του είναι πάρα πολύ απλή. Το μόνο πράγμα που έχει να κάνει ο χρήστης είναι να μετρήσει χειροκίνητα κάποια απόσταση πάνω στο μοντέλο. Εμείς μετρήσαμε για παράδειγμα το μήκος της μύτης της μάσκας (6.5cm), το μήκος των χεριών του αγαλματιδίου και το μήκος των χειλιών του Ιωάννη (6.2cm). Αφού γίνει αυτό και αφού έχει ορίσει ο χρήστης τα συγκεκριμένα σημεία αναφοράς, μπορεί να ορίσει στο πρόγραμμα την συγκεκριμένη απόσταση (Εικόνα 6.21).

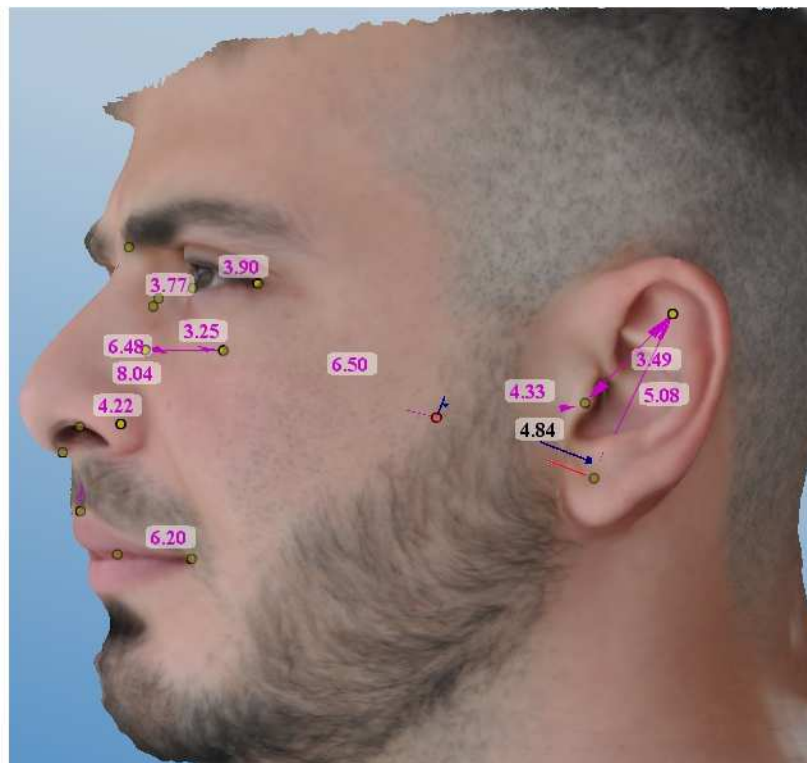


**Εικόνα 6.21:** Ορισμός απόστασης αναφοράς.

Αφού ολοκληρωθεί η παραπάνω διαδικασία, ο χρήστης μπορεί να μετρήσει όποια απόσταση θέλει, πάνω στο μοντέλο που επεξεργάζεται, αρκεί να έχει ορίσει, σημεία αναφοράς στις αποστάσεις που θέλει να μετρήσει. Ένα παράδειγμα φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 6.22).



Εικόνα 6.22: Μέτρηση προσώπου.



Εικόνα 6.23: Μέτρηση προσώπου.



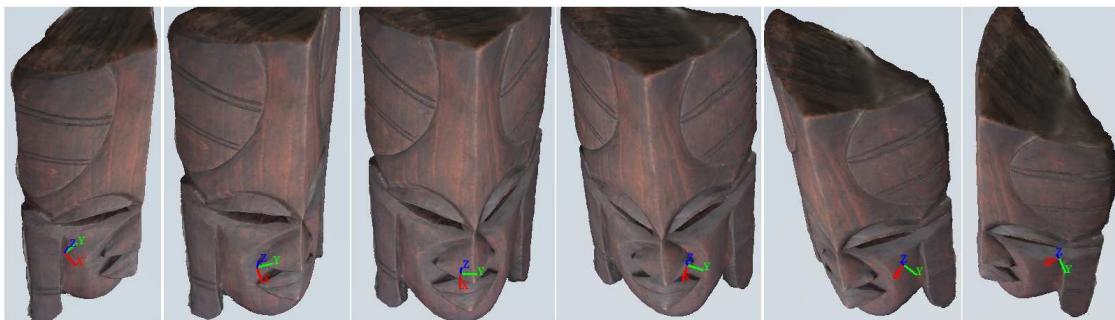
### 5.4.6 Αποτελέσματα

Παρακάτω θα δείξουμε συνοπτικά τα τρία 3D μοντέλα που προκύψαν μετά την επεξεργασία των φωτογραφιών.

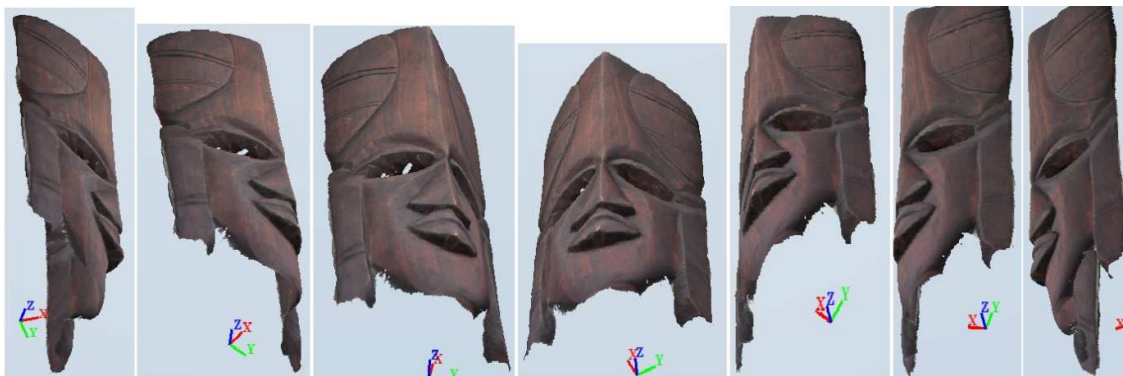
#### Μάσκα



Εικόνα 6.24: Αποτέλεσμα 3D αποτύπωσης αφρικανικής μάσκας.



Εικόνα 6.25: Αποτέλεσμα 3D απεικόνισης αφρικανικής μάσκας.



Εικόνα 6.26: Αποτέλεσμα 3D απεικόνισης αφρικανικής μάσκας.

## Αγαλμα



Εικόνα 6.27: Αποτέλεσμα 3D απεικόνισης αγάλματος



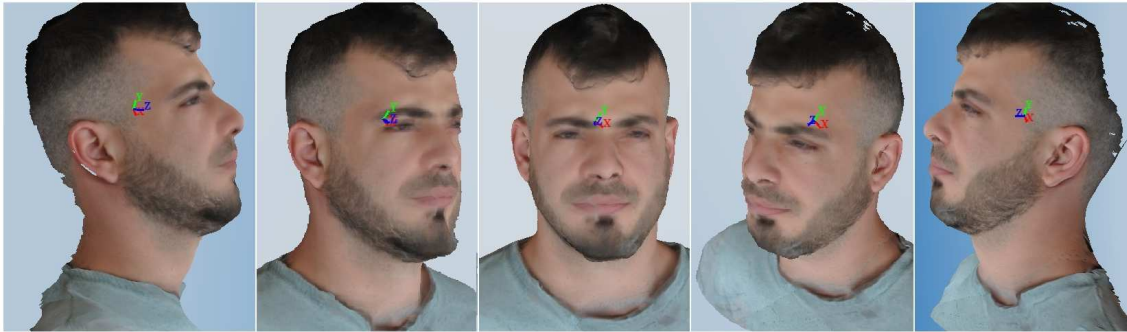
Εικόνα 6.28: Αποτέλεσμα 3D απεικόνισης αγάλματος



Εικόνα 6.29: Αποτέλεσμα 3D απεικόνισης αγάλματος

## Πρόσωπο

Παρακάτω παρουσιάζονται και οι τρεις διαφορετικές προσπάθειες αποτύπωσης.



Εικόνα 6.30: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (1ο σετ).



Εικόνα 6.31: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (1ο σετ).



Εικόνα 6.32: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (1ο σετ).





Εικόνα 6.33: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (2ο σετ).



Εικόνα 6.34: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (2ο σετ).

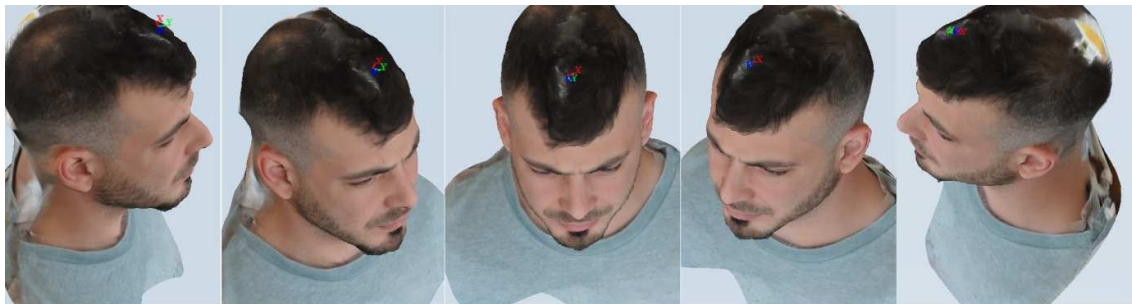


Εικόνα 6.35: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (2ο σετ).

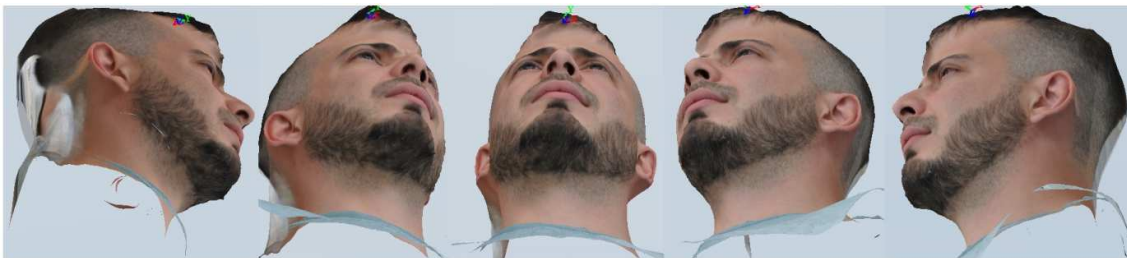




Εικόνα 6.36: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (3ο σετ).



Εικόνα 6.37: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (3ο σετ).



Εικόνα 6.38: Αποτύπωση 3D απεικόνισης ανθρώπινου προσώπου (3ο σετ).

# Κεφάλαιο 6

## Σύνοψη

### 6.1 Συμπεράσματα

Η φωτογραμμετρία είναι μια τεχνική εξαιρετικά ευέλικτη, που μπορεί, υπό τις κατάλληλες προϋποθέσεις, να προσαρμοστεί σε οποιοδήποτε περιβάλλον. Τα τελευταία χρόνια βρίσκεται στο επίκεντρο της ερευνητικής δραστηριότητας στο πεδίο της υπολογιστικής όρασης. Από την υποθαλάσσια φωτογραμμετρία για τη μελέτη τόσο του ζωικού βασιλείου, όσο και της μορφολογίας του πυθμένα, την τρισδιάστατη ανακατασκευή αρχαιολογικών χώρων, μέχρι και το συνδυασμό τους, η φωτογραμμετρία έχει κερδίσει το ενδιαφέρον ερευνητών από πολλά και διαφορετικά μεταξύ τους πεδία. Ωστόσο, στο πεδίο της ιατρικής απεικόνισης, βρίσκεται ακόμη σε εμβρυικό επίπεδο ανάπτυξης. Από τις εφαρμογές που θα μπορούσε κανείς να αναφέρει ως κυρίως συνδεδεμένες με την φωτογραμμετρία σήμερα είναι η ανακατασκευή προσώπου, και περισσότερο για αισθητικού χαρακτήρα λόγους, ενώ οι εφαρμογές ανακατασκευής δερματικών αλλοιώσεων είναι αισθητά λιγότερες.

Τα προβλήματα που συναντήσαμε ήταν κυρίως η μεθοδολογία της φωτογράφισης. Πιο συγκεκριμένα λόγω της μη χρησιμοποίησης του φλας, ο κατάλληλος φωτισμός κρίνεται απαραίτητος, επομένως ο χρήστης πρέπει να υπολογίσει ότι το αντικείμενο της φωτογράφισης πρέπει να έχει τον ίδιο φωτισμό από όλες τις οπτικές γωνίες. Πράγμα πάρα πολύ δύσκολο αν δεν γίνει η φωτογράφιση σε κάποιο φωτογραφικό στούντιο και γίνει, όπως στην παρούσα περίπτωση, σε φυσικό περιβάλλον. Τέλος ίσως το πιο σημαντικό πρόβλημα είναι η ακινησία του αντικείμενου στην περίοδο της φωτογράφισης. Όταν έχουμε να κάνουμε με ένα έμψυχο αντικείμενο η προβλεπόμενη ακινησία του στην περίοδο της φωτογράφισης, περίπου δέκα λεπτά, είναι πρακτικά αδύνατη και εδώ είναι το μεγάλο πρόβλημα που αντιμετωπίσαμε, αφού και η παραμικρή κίνηση δίνει λανθασμένα αποτελέσματα.

Με αυτήν την διπλωματική αποδείξαμε ότι με μία σχετικά απλή διαδικασία, με μηδενικό κόστος, καταφέραμε να χαρτογραφήσουμε και να μετρήσουμε ένα ανθρώπινο πρόσωπο. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αρκετά χρήσιμο στην ιατρική, από την δερματολογία, την πλαστική χειρουργική, μέχρι και την οδοντοτεχνία.

### 6.2 Μελλοντικές Βελτιώσεις

Παρακάτω παραθέτουμε κάποιες βελτιώσεις που θα μπορούσαν να γίνουν στο μέλλον, που στόχο θα έχουν την εξαγωγή πιο αξιόπιστων αποτελεσμάτων, και την χρησιμοποίησή τους σε άλλους τομείς.

Καταρχάς θα μπορούσε να δημιουργηθεί ένα πρότυπο στούντιο φωτογράφισης που στόχο θα είχε την ταυτόχρονη λήψη των φωτογραφιών, έτσι ώστε να απαθανατίζετε το αντικείμενο σε μία και μόνο συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Με τον τρόπο αυτό θα πετυχαίναμε το πιο αξιόπιστο αποτέλεσμα, και θα μπορούσε να συγκριθεί με το αποτέλεσμα ενός άψυχου μοντέλου, αφού δεν θα υπήρχε η δυνατότητα κίνησης του μοντέλου. Το στούντιο αυτό θα πρέπει να είναι εξοπλισμένο με έναν αριθμό φωτογραφικών μηχανών, τοποθετημένων σε στρατηγικά σημεία, έτσι ώστε να καλύπτουν όλο το αντικείμενο φωτογράφισης από όλες τις

οπτικές του γωνίες. Επίσης θα πρέπει να έχει τεχνητό κατάλληλο φωτισμό, έτσι ώστε να υπάρχει η ίδια φωτεινότητα σε όλα τα σημεία του αντικειμένου. Για όλα τα παραπάνω δεν χρειάζεται κάποια ιδιαίτερη τεχνογνωσία. Όσον αφορά το κόστος, θα χρειαστούν ένας μεγάλος αριθμός φωτογραφικών μηχανών, μία κατάλληλη συνδεσμολογία για την σύνδεση όλων των μηχανών για να τραβάνε ταυτόχρονα φωτογραφία, και τέλος ένας τυπικός εξοπλισμός φωτισμού.

Μία άλλη βελτίωση σε συνδυασμό με τα παραπάνω, θα είναι ο εντοπισμός του μικρότερου αριθμού φωτογραφιών που θα χρειαστεί ο χρήστης για να αποτυπώσει ένα βέλτιστο μοντέλο. Κατά την διάρκεια της επεξεργασίας των δεδομένων ο χρήστης μπορεί να εισάγει μέχρι και εβδομήντα φωτογραφίες. Πειραματικά όπως είδαμε στην παρούσα διπλωματική, αρκετές από αυτές τις φωτογραφίες δεν χρησιμοποιούνται για το λόγο ότι αρκετές από τις φωτογραφίες περιείχαν πληροφορίες, οι οποίες είχαν ήδη επεξεργαστεί από άλλες φωτογραφίες. Επομένως ένα σημαντικό βήμα για την βελτιστοποίηση του παραπάνω στούντιο φωτογράφισης, θα ήταν ο βέλτιστος αριθμός φωτογραφιών και οι ακριβείς γωνίες που θα πρέπει να τοποθετηθούν οι φωτογραφικές μηχανές. Με την εκπλήρωση αυτού του στόχου όχι μόνο θα πετυχαίναμε την ελαχιστοποίηση του κόστους, αφού θα χρειαζόμασταν πλέον αρκετά λιγότερες φωτογραφικές μηχανές, αλλά θα πετυχαίναμε και αρκετή μείωση του χρόνου επεξεργασίας αφού οι φωτογραφίες που θα έπρεπε να επεξεργαστούμε θα ήταν αρκετά λιγότερες.

Τέλος το στούντιο που αναλύσαμε παραπάνω θα μπορούσε να μην είχε στόχο μόνο την αποτύπωση προσώπου, αλλά και την αποτύπωση ολόκληρου του σώματος, αφού όπως είδαμε και στο δεύτερο κεφάλαιο, σχετικά με τις εφαρμογές της φωτογραμμετρίας πάνω στην ιατρική, η αποτύπωση της πλάτης, η υφή του δέρματος, ακόμα και η αποτύπωση των δοντιών μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στην πρόγνωση και στον εντοπισμό ασθενειών, όπως η σκολίωση, τα μελανώματα του δέρματος και άλλα.

Επίσης μία περαιτέρω βελτίωση θα μπορούσε να υπάρξει με πειραματισμό πάνω τον τρόπο επεξεργασίας των δεδομένων. Στην συγκεκριμένη διπλωματική χρησιμοποιήθηκε η πλατφόρμα 123D Catch της Autodesk για την επεξεργασία των δεδομένων. Χρησιμοποιήθηκε το συγκεκριμένο πρόγραμμα, λόγω της ευκολίας της χρήσης του, όπως επίσης και για τα αρκετά αξιόπιστα μοντέλα που παράγει. Υπάρχουν όμως και άλλοι φωτογραμμετρικοί σταθμοί που μπορούν να χρησιμοποιηθούν δωρεάν, όπως ο VisualSFM, Meshlab, arc3D, photosynth, και ο webdl. Επομένως θα μπορούσε να γίνει μία σύγκριση των μοντέλων που θα παραχθούν από τους παραπάνω φωτογραμμετρικούς σταθμούς, έτσι ώστε να αποφασισθεί για το ποιος από αυτούς τους σταθμούς παράγει το πιο αξιόπιστο αποτέλεσμα.

## Βιβλιογραφία

- Λάζαρος Γραμματικόπουλος. Γεωμετρική πληροφορία από μεμονωμένες εικόνες στην φωτογραμμετρία και την όραση υπολογιστών, διδακτορική διατριβή.
- Ε.Άγα, Ε. Γκανιάτσα, Γ. Καρράς, Χ. Μπιζιλέκη, Β. Νάκος, 2006. Ρεαλιστική οπτικοποίηση 3d μοντέλων με ψηφιακές εικόνες σε εφαρμογές μεγάλης κλίμακας.
- Έλλη Πέτσα, 2002. Θεμελιώδεις Έννοιες και Θεμελίωση Προβλήματα της Φωτογραμμετρίας.
- Β. Γιαννακόπουλος. Εφαρμογές Φωτογραμμετρίας.
- Γ. Καρράς, 1999. Γραμμικοί Μετασχηματισμοί Συντεταγμένων στην Φωτογραμμετρία
- Χ. Ιωαννίδης, Δ. Βασιλάκη, Σ. Σοιλέ, Η. Τσιλιγγίρης 2009. Φωτογραμμετρία
- Aguilera D.G., Gómez Lahoz J., Finat Codes J., 2005. A new method for vanishing points detection in 3D reconstruction from a single view. International Workshop on 3D Virtual Reconstruction and Visualization of Complex Architectures (3D-ARCH '05), Venice
- Brill M.H., Williamson J.R., 1987. Three-dimensional reconstruction from three-point perspective. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing
- J.C. Gayde, C. Humbertclaude, C. Lasseur. Prospects of Close Range Digital Photogrammetry in large physics installations
- Ayman F. Habib, 2013. Advanced Photogrammetric and Ranging Techniques
- ASPRS - Manual of Photogrammetry (2004)
- Open Source Photogrammetry  
<http://wedidstuff.heavyimage.com/index.php/2013/07/12/open-source-photogrammetry-workflow/>
- Fauccal (Fully Automatic Camera Calibration)  
<http://portal.survey.ntua.gr/main/labs/photo/staff/gkarras/fauccal.html>
- Aerial Photography, Satellite Imagery and Remote Sensing Data for Litigation and Other Legal Applications  
<http://www.aerialarchives.com/legal.htm>
- A photogrammetric system for 3d reconstruction of a scoliotic torso  
<http://info.asprs.org/publications/proceedings/baltimore09/0016.pdf>

Head and face medicine

<http://www.head-face-med.com/content/6/1/18>

Institute of Photogrammetry and GeoInformation

<http://www.ipi.uni-hannover.de/startseite.html?&L=1>

A Taxonomy and Evaluation of Dense Two-Frame Stereo Correspondence Algorithms

<http://vision.middlebury.edu/stereo/taxonomy-IJCV.pdf>

Bouguet J.-Y., 2004. Camera Calibration Toolbox for Matlab.

[http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/)

International Society For Photogrammetry And Remote Sensing

<http://www.isprs.org/>

Κέντρο ψηφιοποίησης πολιτιστικού αποθέματος. (2006-2008). “Φωτογραμμετρικές μέθοδοι.”

[http://www.ipet.gr/digitech2/index.php?option=com\\_content&task=view&id=73&Itemid=54](http://www.ipet.gr/digitech2/index.php?option=com_content&task=view&id=73&Itemid=54)

Κέντρο ψηφιοποίησης πολιτιστικού αποθέματος. (2006-2008). “Τοπογραφικές μέθοδοι”

[http://www.ipet.gr/digitech2/index.php?option=com\\_content&task=view&id=72&Itemid=54](http://www.ipet.gr/digitech2/index.php?option=com_content&task=view&id=72&Itemid=54)

Γεωργόπουλος, Α.(2011). “Συλλογή τρισδιάστατης πληροφορίας – Επίγειοι σαρωτές laser”

[http://ecourses.dbnet.ntua.gr/el/apotypvseis\\_mnhmeivn/dialejeis/syllogi\\_trisdiasaths\\_plhroforias\\_-\\_epigeioi\\_sarvtes\\_laser.html](http://ecourses.dbnet.ntua.gr/el/apotypvseis_mnhmeivn/dialejeis/syllogi_trisdiasaths_plhroforias_-_epigeioi_sarvtes_laser.html)

Geodetic Systems

<http://www.geodetic.com/v-stars/what-is-photogrammetry.aspx>

“Photogrammetry”

<http://en.wikipedia.org/wiki/Photogrammetry>

<http://www.photogrammetry.com/links.htm>

“Bundle Adjustment”

[http://en.wikipedia.org/wiki/Bundle\\_adjustment](http://en.wikipedia.org/wiki/Bundle_adjustment)

123D Catch

<http://www.123dapp.com/catch>

Tutorial

<https://www.youtube.com/watch?v=kbd3ITVHAjA>

<https://www.youtube.com/watch?v=4GvbO3z0mpE>

<https://www.youtube.com/watch?v=YHbcqBFHf1w>

<https://www.youtube.com/watch?v=zlzrVKBAEtM>

<https://www.youtube.com/watch?v=7TfXXJxDsXw>

<https://www.youtube.com/watch?v=5yPt66D1S2E>

<https://www.youtube.com/watch?v=q1ByqjzHeEE>

<https://www.youtube.com/watch?v=yD1FV-cFzYE>