

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ  
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΜΕΛΕΤΗ ΗΧΟΜΕΙΩΣΗΣ ΘΟΡΥΒΟΥ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ  
ΣΤΟΙΧΕΙΑ

---

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΟΡΕΣΤΗΣ ΖΑΦΕΙΡΙΟΥ

ΜΑΪΟΣ 2015

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ :

Γεώργιος Καμπουράκης, Αναπληρωτής Καθηγητής, Εθνικό Μετσόβιο  
Πολυτεχνείο, συνεπιβλέπων

Βασίλειος Κουϊκόγλου, Καθηγητής, Πολυτεχνείο Κρήτης,  
συνεπιβλέπων

Γεώργιος Παπαδάκης, Διδάσκων, Πολυτεχνείο Κρήτης



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Τον καθηγητή Κουικόγλου Βασίλη για την πολύτιμη βοήθεια του και για την εμπιστοσύνη που επέδειξε ως προς το θέμα της διπλωματικής εργασίας.

Τον καθηγητή Καμπουράκη Γεώργιο, που χωρίς την καθοδήγηση και την υπομονή του, η υλοποίηση της διπλωματικής εργασίας θα ήταν αδύνατη.

Τον καθηγητή Παπαδάκη Γεώργιο για τις σημαντικές επισημάνσεις του και για το θερμό ενδιαφέρον του .

Τη Μαρίνα Ξυδιά για την βοήθεια , και τη υποστήριξη της.

## Περιεχόμενα

<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>5</b>
-----------------------	----------

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

1.1. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΧΟΥ .....	7
Βασικές έννοιες .....	7
Βασικές εξισώσεις .....	9

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

2.1. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....	11
Εισαγωγή .....	11
Βασικές αρχές μεθόδου.....	13
Διαδικασία και είδη στοιχείων επίλυσης .....	14
Διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία .....	17
2.2. ΕΞΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ .....	22
Μαθηματικό μοντέλο .....	22
Συνοριακές Συνθήκες .....	23

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

3.1. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥ ΔΩΜΑΤΙΟΥ .....	28
Εξισώσεις περιγραφής .....	29
Οριακές συνθήκες .....	31
3.2. ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΩΜΑΤΙΟΥ .....	33
Πακτωμένοι τοίχοι .....	33
Δονούμενη Πλάκα .....	35
Συζευγμένο σύστημα .....	37

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

4.1. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (F.E.M.).....	39
Εξίσωση κύματος στο ακουστικό μέσο (κοιλότητα) .....	40
Εξίσωση δόνησης του δομικού στοιχείου (πλάκα) .....	42
Συντελεστής σύζευξης (coupling coefficient) .....	43
Υπολογισμός ακουστικής πίεσης.....	44

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

5.1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ COMSOL MULTIPHYSICS.....	46
5.2. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΜΕ ΤΟ COMSOL MULTIPHYSICS .....	48
Τοίχος εντός ακουστικού πεδίου.....	48
Ανάλυση αποτελεσμάτων .....	53
Sound pressure level .....	53
Acoustic pressure .....	65
Μετατόπιση τοίχου (Displacement) .....	68

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

6.1. ΜΕΛΕΤΗ ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗΣ ΗΧΟΜΕΙΩΣΗΣ ΘΟΡΥΒΟΥ (ACTIVE NOISE CONTROL).....	74
Feedforward ANC .....	75
Feedback ANC .....	76
Μελλοντικές προσεγγίσεις για ANC του πειραματικού δωματίου .....	76
Συμπεράσματα-Προτάσεις .....	80

<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>81</b>
---------------------------	-----------

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα τελευταία χρόνια η μελέτη της συμπεριφοράς του ήχου έχει γίνει ιδιαίτερα δημοφιλής αφού η μείωση του θορύβου σε χώρους εργασίας, σε καμπίνα αυτοκινήτων ή αεροπλάνων αλλά και σε οικιακούς χώρους αποδεικνύεται ότι βελτιώνει πολύ την ποιότητα ζωής και την υγεία του ανθρώπου.

Για την αποτελεσματική ηχομείωση χρησιμοποιούνται δυο βασικές τεχνικές. Η μέθοδος παθητικής ηχομείωσης (Passive noise control), στην οποία χρησιμοποιώντας κατάλληλα υλικά που τοποθετούνται σε συγκεκριμένα σημεία του χώρου απορροφούν σημαντικές ποσότητες ακουστικής ενέργειας και επιφέρουν σημαντική μείωση στον περιβάλλοντα θόρυβο βελτιώνοντας την ποιότητα του. Μια άλλη μέθοδος είναι αυτή της Ενεργητικής ηχομείωσης (Active noise control) κατά την οποία χρησιμοποιείται η ενέργεια και η φυσική του χώρου ώστε να συντελεστεί μείωση του θορύβου. Πιο συγκεκριμένα, για τη μείωση του θορύβου, παράγονται κύματα ίδια με τον αρχικό θόρυβο αλλά με διαφορά φάσης ως και  $\pi$ . Παράγω δηλαδή έναν αντιθόρυβο.

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι το πρώτο σημαντικό κομμάτι μιας ευρύτερης μελέτης που στόχο έχει να ηχομειώσει επαρκώς το θόρυβο που προκαλείται εκτός ενός δωματίου πραγματικών διαστάσεων, υπό την επίδραση πηγής που βρίσκεται εντός του, με τη μέθοδο της ενεργητικής ηχομείωσης. Η διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην αλληλεπίδραση του εσωτερικού πεδίου ακουστικής πίεσης και ενός από τους τοίχους του δωματίου. Ο τοίχος του δωματίου διεγείρεται από εσωτερική ακουστική πίεση που προκαλείται από την πηγή, προκαλώντας τελικά μεταβολή στην ακουστική πίεση εκτός του δωματίου λόγω των δονήσεων του τοίχου.

Αρχικά παρουσιάζονται βασικές φυσικές έννοιες που αφορούν τη συμπεριφορά ακουστικών κυμάτων σε κλειστούς χώρους. Στη συνέχεια επιχειρείται η μαθηματική μοντελοποίηση του δωματίου προς μελέτη με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method). Παρουσιάζονται γενικές μαθηματικές αρχές τις μεθόδου και παρατίθενται οι αντίστοιχες εξισώσεις της.

Το ζητούμενο για τη μοντελοποίηση αυτή είναι η μέτρηση της ακουστικής πίεσης επάνω σε τοίχο που αποτελείται από διάφορα υλικά και διεγείρεται από διαφορετικές συχνότητες που προκαλεί η σημειακή πηγή εντός του δωματίου.

Η εξαγωγή και μελέτη των αποτελεσμάτων της μεθόδου πραγματοποιείται με τη χρήση του προγράμματος Comsol Multiphysics, ενός περιβάλλοντος προσομοίωσης του προβλήματος σε φυσική κλίμακα, σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Αναλύονται βήμα προς βήμα η μοντελοποίηση του δωματίου και τα αποτελέσματα που εξάγει το πρόγραμμα.

Κλείνοντας τη διπλωματική εργασία προτείνουμε διάφορες προσεγγίσεις για την ενεργητική ηχομείωση του δωματίου με την παράθεση συγκεκριμένων μοντέλων και βασικών βημάτων για την υλοποίηση της.



# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

## **1.1. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΧΟΥ**

### **ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ**

Με τον όρο ακουστική αναφερόμαστε στην φυσική του ήχου. Ήχος είναι η αίσθηση, όπως την αντιλαμβάνεται το αυτί, πολλών μικρών και ταχύτατων αλλαγών στην ακουστική πίεση  $p$  πάνω και κάτω από μια συγκεκριμένη τιμή πίεσης  $p_0$ . Αυτή η στατική τιμή είναι η ατμοσφαιρική πίεση  $p_0$  (περίπου  $10^5 \text{ N/m}^2$ ). Οι αυξομειώσεις της πίεσης περιγράφονται ως κύματα των οποίων τα πλάτη ορίζονται ως τα σημεία μέγιστης πίεσης ενώ οι κοιλίες είναι τα σημεία με την μικρότερη πίεση.

Ο ήχος δημιουργείται όταν μια πηγή διανέμει τον αέρα σε κάποιο μέσο. Ένα παράδειγμα είναι ένα δονούμενο αντικείμενο, όπως ο κώνος ενός ηχείου σε ένα ηχητικό σύστημα. Είναι εφικτό να παρατηρήσουμε την κίνηση κώνου ενός μπάσου ηχείου όταν παράγει ήχο σε μια αρκετά χαμηλή συχνότητα. Όπως ο κώνος κινείται προς τα μπροστά συμπιέζει τον αέρα που έχει μπροστά του, προκαλώντας μια αύξηση στην πίεση του αέρα. Ύστερα κινείται προς τα πίσω πέρα από το σημείο ηρεμίας του προκαλώντας μείωση της πίεσης του αέρα. Η επαναλαμβανόμενη αυτή διαδικασία δημιουργεί ένα κύμα με εναλλαγή ψηλής και χαμηλής πίεσης που κινείται με την ταχύτητα του ήχου.

Τα βασικά μεγέθη που ορίζουν τον ήχο σαν φυσικό μέγεθος είναι:

**ΗΧΗΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ ( $P$ )**, \_\_\_\_\_ η οποία είναι η μεταβολή πίεσης του μέσου διάδοσης γύρω από τη θέση ισορροπίας και περιγράφεται από την κυματική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1.1.1)$$

Όπου  $c$  : ταχύτητα του ήχου στον αέρα

ο χρόνος

Τελεστής Laplace:  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

**ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ ΙΣΧΥΣ ΠΗΓΗΣ ( $I$ )**, \_\_\_\_\_, είναι ο ρυθμός μετάδοσης της ηχητικής ενέργειας προς όλες τις διευθύνσεις και δίνεται από την εξίσωση:

$$I = \frac{P}{A} \quad (1.1.2)$$

Όπου Ηχητική Ένταση  $I$  —————,  $P$  η ακουστική πίεση και  $u$  η εγκάρσια ταχύτητα των μορίων του αέρα.

Είναι το εμβαδόν επιμέρους τμήματος [  $A$  ]



### ΣΤΑΘΜΗ ΗΧΗΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

\_\_\_\_\_ Η κλίμακα I  
είναι λογαριθμική. Αυτό σημαίνει ότι η αύξηση της μονάδας αυτής είναι ανάλογη με το  
λογάριθμο της ποσότητας που μας ενδιαφέρει. Η ακουστική πίεση σε  
\_\_\_\_\_ χαρακτηρίζεται από την παρακάτω σχέση.

(1.1.3)

Σε αυτή την έκφραση, \_\_\_\_\_ είναι το πλάτος της διακύμανσης της πίεσης σε \_\_\_\_\_ και \_\_\_\_\_ είναι  
το πλάτος αναφοράς. Η ελάχιστη τιμή ορίζεται ως το κατώφλι ακοής, το οποίο είναι  
\_\_\_\_\_ Διαιρώντας την τιμή αυτή με την παραπάνω σχέση, μια  
πιο βολική σχέση προκύπτει

(1.1.4)

\_\_\_\_\_ είναι ο αριθμός των δονήσεων (Πλάτη πίεσης) ανά  
δευτερόλεπτο και η μονάδα μέτρησης στο σύστημα \_\_\_\_\_ είναι τα

\_\_\_\_\_ είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων στο κύμα όπου βρίσκονται  
δύο διαδοχικά πλάτη.

**TAXYTHTA ΗΧΟΥ** είναι το γινόμενο της συχνότητας με το μήκος κύματος  $\lambda$ , \_\_\_\_\_ και  
η μονάδα μέτρησης της στο SI είναι

Πολλές φορές χρειάζεται να εισάγουμε την έννοια της γωνιακής συχνότητας \_\_\_\_\_ ενός  
κύματος που ισούται με \_\_\_\_\_ και περιγράφει την συχνότητα σε 360 μοίρες φασικής  
μετατόπισης με μονάδα μέτρησης στο \_\_\_\_\_.

**ΚΥΜΑΤΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ  $k$**  περιγράφεται ως  $k=2\pi/\lambda$ . Ο αριθμός κύματος συνήθως ορίζεται  
ως διάνυσμα, έτσι ώστε να περιγράφει και την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος, με

**ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ:** Ιδιοσυχνότητα είναι ουσιαστικά η χαρακτηριστική συχνότητα που έχει  
ένα ταλαντούμενο σύστημα. Στη συχνότητα αυτή το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη δυνατή  
δόνηση, που μπορεί επίσης να ονομαστεί και \_\_\_\_\_.

**ΙΔΙΟΤΙΜΗ ΚΑΙ ΙΔΙΟΔΙΑΝΥΣΜΑ:** Έστω  $A$  ένας \_\_\_\_\_ πίνακας με πραγματικά στοιχεία. Ο  
πραγματικός ή μιγαδικός αριθμός  $\lambda$  καλείται ιδιοτιμή του πίνακα  $A$  εάν υπάρχει μη  
μηδενικό διάνυσμα  $v$  με πραγματικά ή μιγαδικά στοιχεία τέτοιο ώστε:

Το μη μηδενικό διάνυσμα  $v$  καλείται ιδιοδιάνυσμα του πίνακα  $A$  που αντιστοιχεί στην  
ιδιοτιμή  $\lambda$ .

## 1.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την διάδοση του ήχου σε υγρά προκύπτουν από τις θεμελιώδεις εξισώσεις της ροής των υγρών. Πιο συγκεκριμένα, από την αρχή διατήρησης μάζας, η οποία περιγράφεται από την εξίσωση της συνέχειας- από την αρχή διατήρησης της ορμής που συχνά ονομάζεται και εξίσωση Navier-Stokes- από την αρχή διατήρησης της ενέργειας και από μια εξίσωση κατάστασης που περιγράφει τη σχέση μεταξύ των θερμοδυναμικών μεταβλητών. Στην κλασσική περίπτωση της ακουστικής πίεσης, η οποία περιγράφει με ακρίβεια τα περισσότερα ακουστικά φαινόμενα, υποθέτουμε ότι η ροή δεν έχει απώλειες, τα φαινόμενα ιξώδους θεωρούνται αμελητέα και χρησιμοποιείται μια γραμμική ισεντροπική εξίσωση κατάστασης.

Με αυτές τις υποθέσεις το ακουστικό πεδίο περιγράφεται από μια μεταβλητή, την πίεση  $p$  με μονάδα μέτρησης στο  $\text{Pa}$ , και περιγράφεται από την κυματική εξίσωση

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p \quad (1.2.1)$$

Όπου  $t$  είναι ο χρόνος, με μονάδα μέτρησης στο  $\text{sec}$ ,  $\rho$  είναι η πυκνότητα του υγρού  $\text{kg/m}^3$  και  $\mu$  είναι οι μονοπολική και διπολική πηγή αντίστοιχα  $\text{m}^3/\text{sec}$  και  $\text{m}^2/\text{sec}$ ).

Άλλη μια ιδιότητα στην ακουστική είναι ο συντελεστής όγκου  $\beta$ .

Ένα παράδειγμα όρου που αντιπροσωπεύει απώλεια είναι.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma \nabla^2 p \quad (1.2.2)$$

Τα ακουστικά προβλήματα συνήθως περιέχουν αρμονικά κύματα π.χ ημιτονοειδή κύματα.

Γενικότερα, οποιοδήποτε σήμα μπορεί να αναλυθεί στα αρμονικά χαρακτηριστικά του μέσω της σειράς Fourier. Η κυματική εξίσωση μπορεί να λυθεί ως προς το συχνотικό πεδίο για μια συχνότητα τη φορά. Η αρμονική λύση έχει τη μορφή

$$p = \hat{p} e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.2.3)$$

Όπου η μεταβλητή  $\hat{p}$  και ο χρονικός παράγοντας  $\omega$  διαχωρίζονται. Η πίεση μπορεί να γραφτεί σε γενικότερη μορφή χρησιμοποιώντας σύνθετες μεταβλητές

$$p = \hat{p} e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.2.4)$$

Όπου η φυσική τιμή της πίεσης είναι το πραγματικό κομμάτι της εξίσωσης (1.2.4). Χρησιμοποιώντας την υπόθεση αυτή για το πεδίο πίεσης, η χρονικά εξαρτώμενη κυματική εξίσωση γίνεται η γνώστη εξίσωση

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{v}^2 dV = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{v}^2 dV \quad (1.2.5)$$

Στην ομογενή περίπτωση όπου δυο πηγές και είναι ίσες με 0, μια απλή λύση για την εξίσωση είναι το επίπεδο κύμα

$$(1.2.6)$$

Όπου είναι το πλάτος πίεσης και κινείται στην κατεύθυνση με γωνιακή συχνότητα και αριθμό κύματος  $k = |\mathbf{k}|$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (FINITE ELEMENT METHOD)

#### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (FEM) είναι μια υπολογιστική μέθοδος, με σκοπό τον υπολογισμό προσεγγιστικών λύσεων σε φυσικά φαινόμενα που περιγράφονται μέσω μερικών διαφορικών εξισώσεων ). Βασίζεται στην ιδέα ότι οι κατασκευές είναι πολύπλοκα αντικείμενα τα οποία διαχωρίζονται και αναλύονται (διακριτοποιούνται) σε μικρότερα μέρη. Μέσα στα μέρη αυτά, τα φυσικά μεγέθη που μας ενδιαφέρουν (τάσεις, πίεση, ταχύτητες, κοκ) θεωρούνται προσεγγιστικά ότι έχουν σταθερές τιμές ίσες με 0 και οι εξισώσεις αυτές γίνονται αλγεβρικές και επιλύονται. Η αναλυτική λύση των διαφορικών εξισώσεων με τις οποίες περιγράφονται τα διάφορα τεχνικά προβλήματα, είναι δυνατή μόνο σε ειδικές περιπτώσεις όπου οι καταπονήσεις και τα γεωμετρικά σχήματα είναι πάρα πολύ απλά. Για την επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων πρέπει να χρησιμοποιούμε προσεγγιστικές μεθόδους και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια από αυτές.

Τα μαθηματικά της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να είναι σύνθετα. Για το λόγο αυτό θα προσεγγίσουμε τη μέθοδο ως προς τα βασικά της στοιχεία χρησιμοποιώντας τα κυρίως ως εργαλεία για την επίλυση του προβλήματος που μας απασχολεί.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η βασική δομή της μεθόδου και στη συνέχεια εξετάζουμε τη μέθοδο και τις αναγκαίες εξισώσεις αυτής, για να προσεγγίσουμε τη λύση δωματίου με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά που θα αναφερθούν και θα αναλυθούν παρακάτω.

#### ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία από τις σημαντικότερες εξελίξεις στις επιστήμες για τους μηχανικούς κατά το δεύτερο ήμισυ του 20ού αιώνα. Η σύλληψη της μεθόδου αποδίδεται στο μεγάλο Έλληνα μηχανικό-ερευνητή Τζον Αργύρη, στην προσπάθειά του να επιλύσει το πρόβλημα του σχεδιασμού των πρώτων αεριοθούμενων μαχητικών αεροσκαφών στο *Royal Aeronautical Society* της Βρετανίας στα τέλη του Β' Παγκοσμίου Πολέμου.

Πρωτεργάτες της επιστήμης είναι ο *Hrennikoff* [ ] με τις θεωρίες για την προσέγγιση του συνεχούς με δικτύωμα ράβδων. Αργότερα ο *McHenry* [ ] επέκτεινε την θεωρία σε Μοντέλα στερεών τριών διαστάσεων. Επίσης ο *Courant* [ ] – Μεταβλητή Μορφή και ο *Levy* – Ελαστικότητα-Δυσκαμψία. Η τυπική διατύπωση της μεθόδου παρουσιάστηκε με πληρότητα το 1954 σε μία εκτεταμένη μονογραφία του *T. Αργύρη* και *S. Kelsey* - Αρχές Ενέργειας. Το σε άρθρο του ο *R. Clough* από την άλλη πλευρά του Ατλαντικού με το βιβλίο «Ο Όρος των Πεπερασμένων Στοιχείων».

Τα επόμενα χρόνια στην εξέλιξη συντέλεσαν :

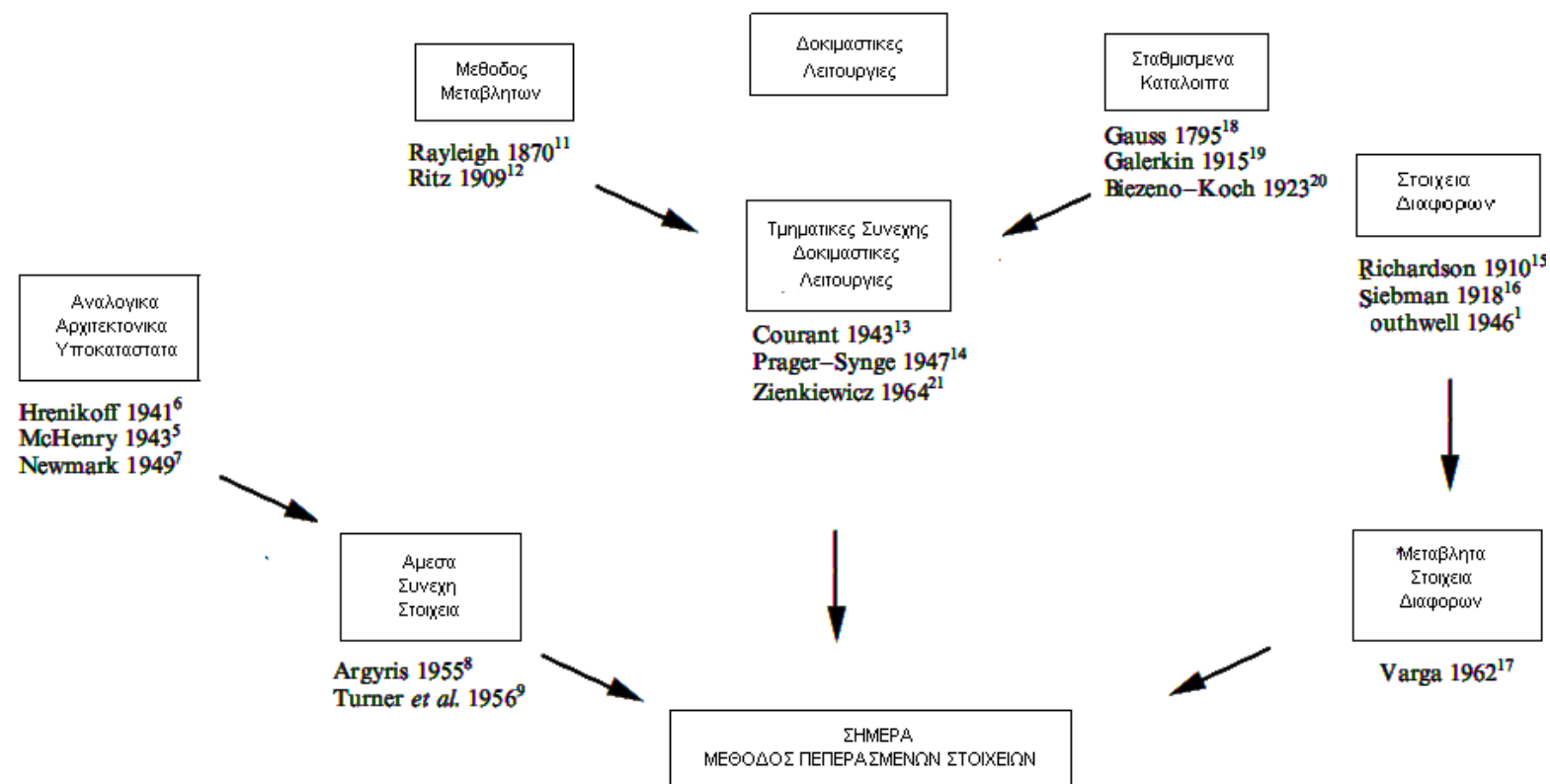
Α) Κατα τη δεκαετία του 70, οι εφαρμογές που πραγματοποιούνταν σε ένα μεγάλο σύστημα υπολογιστών β) Τη δεκαετία του 1980, η ανάπτυξη των μικροϋπολογιστών (προεπεργαστές, μεταεπεξεργαστές) και γ) τη δεκαετία του 1990, η ανάλυση μεγάλων κατασκευών.

Από την εποχή εκείνη και μετά, η ανάπτυξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και η χρήση της για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων των μηχανικών, συμβαδίζουν με την ανάπτυξη της τεχνολογίας των Η/Υ. Κι αυτό, γιατί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων καταλήγουμε σε ένα σύστημα αλγεβρικών μερικών διαφορικών εξισώσεων (PDE's) και μετά από τη διακριτοποίησή τους, σε ένα σύστημα εξισώσεων, που το πλήθος τους ταυτίζεται με το πλήθος βαθμών ελευθερίας (*degrees of freedom*) του προβλήματος και το οποίο μπορεί να επιλυθεί μόνο με τη βοήθεια του Η/Υ.

Η εξέλιξη των Η/Υ με τις ολοένα και μεγαλύτερες δυνατότητες διαχείρισης μεγάλου όγκου δεδομένων αλλά και με την αύξηση της ταχύτητας εκτελέσεως των αριθμητικών πράξεων σε συνδυασμό με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, κατέστησε εφικτή την επίλυση σύνθετων προβλημάτων του μηχανικού, τα οποία θεωρούνταν απροσπέλαστα πριν μερικά χρόνια.

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



Σχέδιο 3: Η ανάπτυξη της επιστήμης Μηχανικής και Μαθηματικών. Τρόπος δημιουργίας FEM.

Αν και υπάρχουν πολλοί κώδικες πεπερασμένων στοιχείων, καθένα με διαφορετικά δεδομένα και εισόδους, υπάρχει ένα κοινό σύνολο απαιτούμενων στοιχείων εισόδου για το καθένα.

Ο στόχος ενός μηχανικού είναι, χρησιμοποιώντας την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, να εργαστεί πάνω στο μηχανικό πρόβλημα για την ανάπτυξη ενός μοντέλου που θα του δώσει κατάλληλη ακρίβεια σε λογικό μέγεθος από την άποψη της ανάλυσης και του υπολογιστικού χρόνου.

## ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

### Βασική ορολογία

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων βασίζεται στην υπόθεση ότι κάθε συνεχής συνάρτηση μέσα στο πεδίο ορισμού της μπορεί να προσεγγιστεί από μια σειρά από συναρτήσεις που λειτουργούν πάνω σε έναν πεπερασμένο αριθμό μικρών κομματιών που καλύπτουν το πεδίο ορισμού ( ). Μέσα σε ένα από τα κομμάτια αυτά η άγνωστη συνάρτηση προσεγγίζεται με ένα συστηματικό τρόπο με τη βοήθεια προαποφασισμένων συναρτήσεων προσέγγισης.

Οι σειρές αυτών των συναρτήσεων είναι κατά τμήματα συνεχείς και θα πρέπει να προσεγγίζουν την ακριβή λύση, καθώς ο αριθμός των διαμερίσεων τείνει στο άπειρο. Αυτές είναι οι εξής:

1. Το γενικότερο χωρίζεται σε υποτομείς που ονομάζονται στοιχεία
2. Τα σημεία καθορισμού και οι συνδέσεις των στοιχείων ονομάζονται κόμβοι ( ή κομβικά σημεία ).
3. Η συνάρτηση που υπάρχει πάνω στο πεδίο ορισμού της είναι ρητά επιλυμένη για τα κομβικά σημεία, δηλαδή τις κομβικές μεταβλητές. Υποτίθεται ότι η τιμή της συνάρτησης σε οποιοδήποτε σημείο εσωτερικά σε ένα στοιχείο μπορεί να οριστεί από την άποψη των κομβικών μεταβλητών των στοιχείων του. Οι κομβικές μεταβλητές αναφέρονται ως βαθμοί ελευθερίας.

Παρόλο που τα στοιχεία προσδιορίζονται ως ενωμένα στους κοινούς κόμβους, θεωρούνται ότι είναι συζευγμένοι (κατά μήκος των κοινών ορίων) και η συνάρτηση θεωρείται ότι είναι συνεχής στα όρια, αν και η συνέχεια στην κλίση δε διατηρείται απαραίτητως. Η πλήρης συλλογή των στοιχείων αποτελεί μια προσέγγιση της γεωμετρίας του πεδίου ορισμού ως ένα σύνολο συνεχές. Τα κομβικά σημεία είναι μόνο τα σημεία αναφοράς για τον υπολογισμό της συνάρτησης και δεν αντιπροσωπεύουν φυσικά σημεία της σύνδεσης εντός του πεδίου ορισμού τους.

## ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΙ ΕΙΔΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΓΕΝΙΚΟΥ ΣΚΟΠΟΥ

Για να εφαρμοστεί η μέθοδος απαιτούνται τα εξής στάδια:

Σχεδιάζεται η γεωμετρία της κατασκευής ή εισάγεται σε ένα πρόγραμμα CAD δημιουργώντας ένα δυσδιάστατο ή τρισδιάστατο μοντέλο.

Χωρίζεται το μοντέλο σε πεπερασμένα στοιχεία και αφού ετοιμαστεί το πλέγμα, επιλέγεται το είδος της επίλυσης και εισάγονται τα επιπλέον δεδομένα που απαιτούνται. Ανάλογα δηλαδή με τη λύση που θέλουμε, επιλέγουμε τη φυσική και τις χαρακτηριστικές εξισώσεις που την διέπουν καθώς και τις αναγκαίες οριακές συνθήκες που θα καθορίσουν τη συμπεριφορά της λύσης. Η διαδικασία αυτή γίνεται με προγράμματα που αποκαλούνται προ-επεξεργαστές.

Όταν ετοιμαστούν τα δεδομένα για επίλυση, εισάγονται σε ένα πρόγραμμα το οποίο θα δώσει την επίλυση του προβλήματος. Τέτοια προγράμματα λέγονται επιλύτες και τα χρησιμοποιούν για την επίλυση των αριθμητικών μεθόδων.

Μόλις τελειώσει η επίλυση, τα αποτελέσματα πρέπει να χρησιμοποιήσουν μετα-επεξεργαστές ( για να μπορέσουμε να δούμε τα αποτελέσματα.

### Βασικά Ειδή Στοιχείων

Τα είδη στοιχείων μπορούν να χωριστούν στις εξής βασικές ομάδες:

A) Δύο διαστάσεων

B) Τρισδιάστατα στερεά

Γ) Πλάκες

: Ελατήρια, συμπυκνωμένη μάζα, κενό.

Η κοινή διαδικασία για τη διατύπωση των εξισώσεων ισορροπίας για στατική και δυναμική ανάλυση, ανεξάρτητα από το είδος των στοιχείων, επιτρέπει το συνδυασμό διαφορετικών τύπων πεπερασμένων στοιχείων κατά την διακριτοποίηση και ανάλυση μιας κατασκευής.

A) Δυσδιάστατα Στοιχεία

Στις επίπεδες εντάσεις

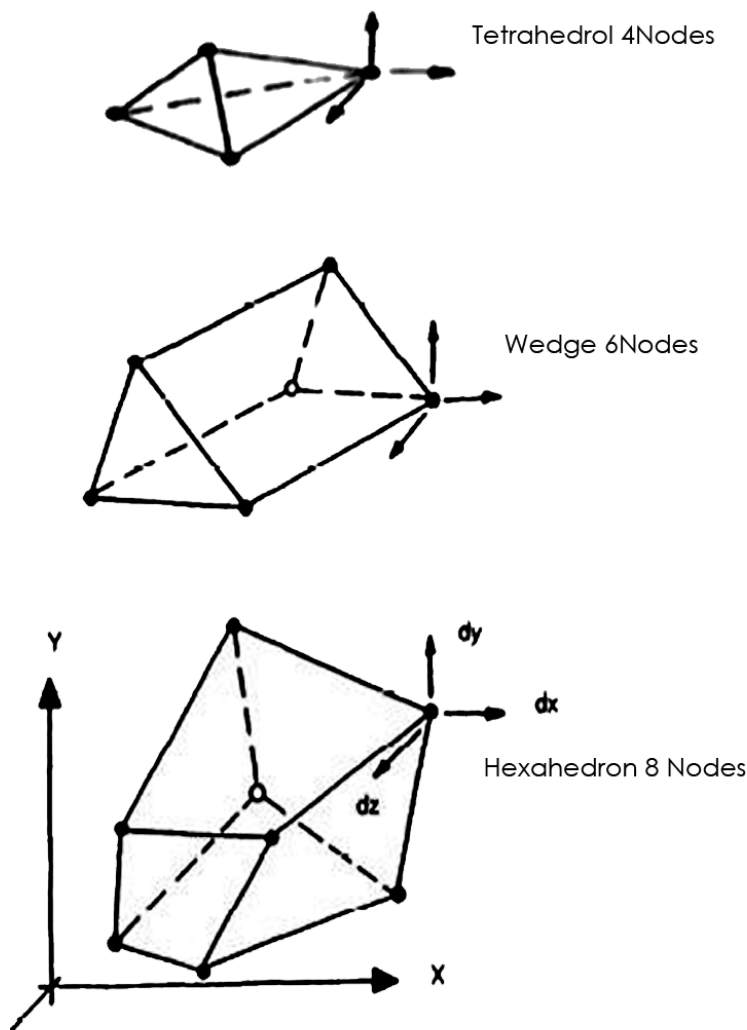
Στις επίπεδες χορδές

Στις αξονοσυμμετρικές καταστάσεις.

Τα στοιχεία δύο διαστάσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν όταν όλες οι δυνάμεις και οι μετατοπίσεις ενεργούν επίπεδα. Τα στοιχεία αυτά έχουν δύο βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο. Τα σχήματα περιλαμβάνουν τετράπλευρα και τρίγωνα. Τα στοιχεία μπορούν να έχουν κόμβους μόνο στις κορυφές τους ή μπορεί να έχουν επιπλέον κόμβους στη μέση των τμημάτων. Τα αξονοσυμμετρικά στοιχεία είναι αυτά που χρησιμοποιούνται για στερεά μοντέλα περιστροφής π.χ. δοχεία πίεσης

#### Β) Τρισδιάστατα στερεά στοιχεία

Είναι τρισδιάστατα στερεά στοιχεία που διαμορφώνονται ως άμεση προέκταση των στοιχείων δυο διαστάσεων. Τα τρισδιάστατα στερεά στοιχεία για το πρόβλημα ελαστικότητας έχουν τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο: οι μετακινήσεις στις  $x, y, z$  κατευθύνσεις. Οι παραμορφώσεις και οι τάσεις υπολογίζονται από τα στοιχεία που περιλαμβάνουν τετράεδρα, σχήματα σφήνας ή ορθογώνια πρίσματα όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



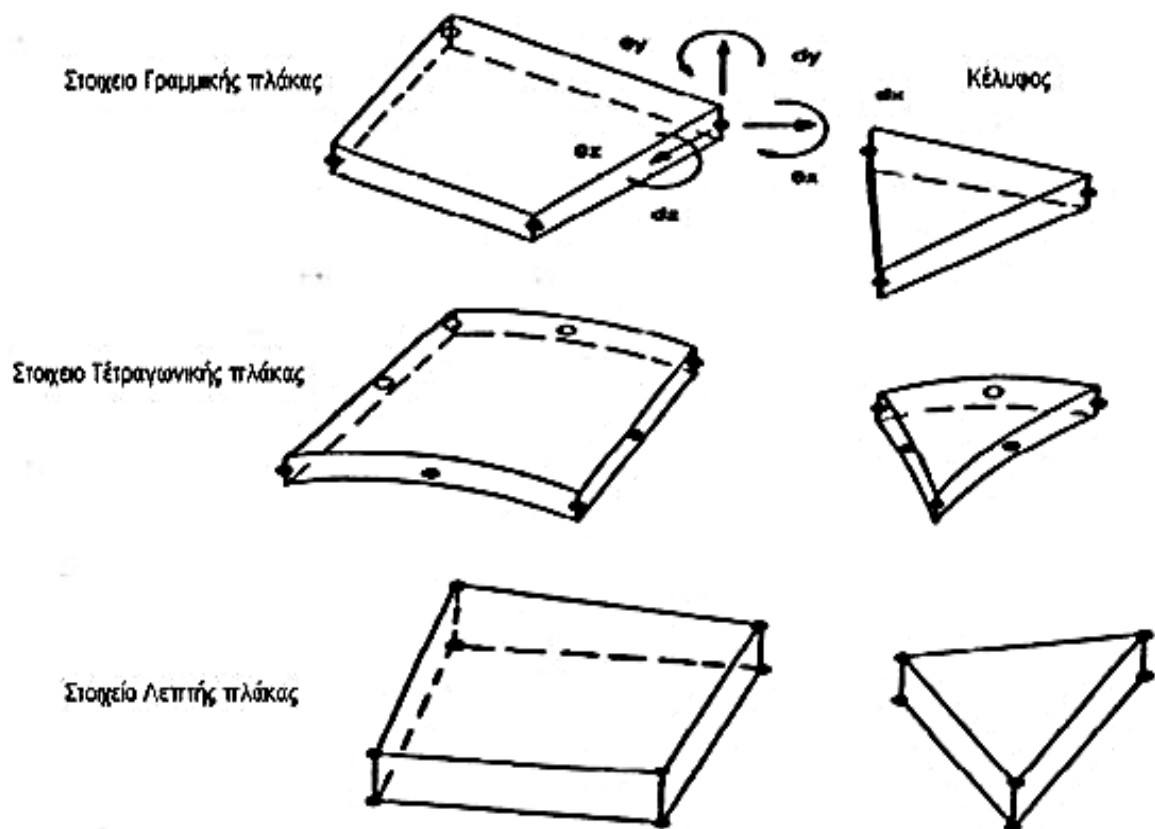
Σχέδιο 4: Τυπικά είδη Τρισδιάστατων υγρών στοιχείων



### Γ) Στοιχεία Πλάκας

Οι πλάκες και τα στοιχεία κελύφους έχουν έξι βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο και είναι αντίστοιχα με τα στοιχεία της δοκού. Επιπλέον τα στοιχεία πλάκας έχουν μόνο ένα κόμβο στις κορυφές τους, έτσι ώστε το πάχος της πλάκας να μπορεί να προσδιορισθεί είτε ως μια σταθερή ή γραμμική παραλλαγή.

Η μορφή των στοιχείων πλάκας και κελύφους έχουν μορφή όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχέδιο 5: Στοιχεία Πλάκας και Κελύφους

## ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Ανάλογα με:

Το είδος της κατασκευής

Φόρτισης

Συμπεριφοράς

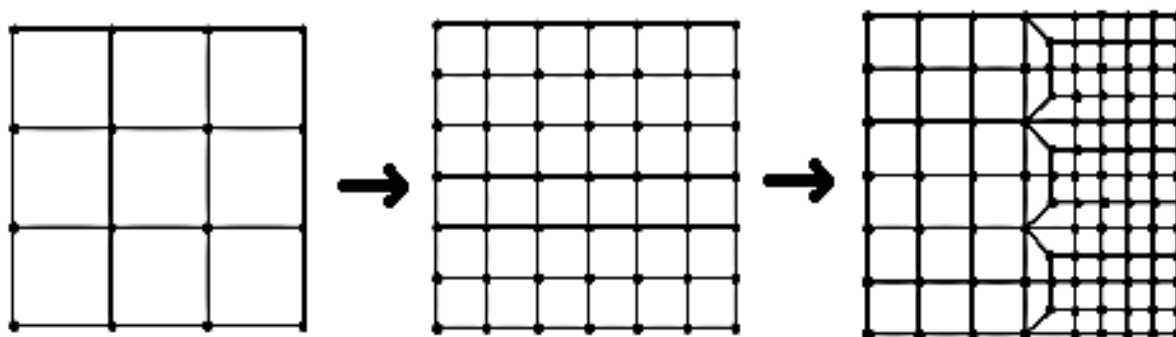
Την απαιτούμενη ακρίβεια της ανάλυσης, χρησιμοποιούνται διαφορετικά είδη στοιχείων και διαφορετικός αριθμός πεπερασμένων στοιχείων.

Η επίλυση πρέπει να ελέγχεται για την ορθότητα της πυκνότητας ενός τομέα από στοιχεία που ονομάζεται κανάβος έτσι ώστε τα αποτελέσματα να συγκλίνουν σε κάποια λύση.

Η ακρίβεια της επίλυσης εκφράζεται από το είδος των πεπερασμένων στοιχείων, την πυκνότητα της κανάβου αλλά και τα είδη στοιχείων όπως αναφέραμε πριν. Σε πολλές περιπτώσεις, όπως σε σημεία εφαρμογής συγκεντρωμένων φορτίων ή ασυνεχειών, απαιτείται η πύκνωση των στοιχείων.

Οι περιοχές όπου απαιτείται ενδεχομένως η πύκνωση της κανάβου, είναι εκεί όπου από την ανάλυση προκύπτουν μεγάλες ασυνέχειες στις τάσεις στις διεπιφάνειες μεταξύ γειτονικών πεπερασμένων στοιχείων.

Στο παρακάτω σχήμα, ο λόγος των διαστάσεων των πλευρών και εδρών ενός στοιχείου πρέπει να είναι κοντά στο 1.0 και οι γωνίες κοντά στις 90



**Σχέδιο 6: Διακριτοποίηση και διαδοχική πύκνωση στοιχείων**

Για να έχουμε την δυνατότητα να κατανοήσουμε τη γενικότερη λειτουργία της διακριτοποίησης, δίνουμε ένα παράδειγμα μιας δυσδιάστατης δοκού.

### Παράδειγμα Διακριτοποίησης Στοιχείου

Η έννοια της διακριτοποίησης σε στοιχεία μπορεί να αποδεικνύεται από ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων μιας κωνικής δοκού σε εφελκυσμό όπως απεικονίζεται στο σχέδιο 7. Το πεδίο ορισμού είναι το δισδιάστατο επίπεδο μιας δοκού, η συνάρτηση που υπολογίζεται είναι το πεδίο μετατόπισης κατά την αξονική κατεύθυνση. Υπάρχει μια δύναμη προς αυτή την κατεύθυνση, και ένας βαθμός ελευθερίας ανά κόμβο. Η δοκός διαιρείται σε τρία στοιχεία και σε τέσσερις κόμβους. Μια δύναμη που εφαρμόζεται στον κόμβο 4, και ο κόμβος 1 περιορίζεται να πραγματοποιήσει οποιαδήποτε μετατόπιση. Η συνάρτηση ακαμψίας για καθένα από τα τρία στοιχεία μπορεί να σχηματίζεται από τη σχέση :

$$\text{—} \quad (2.1.1)$$

Όπου η ακαμψία του υλικού

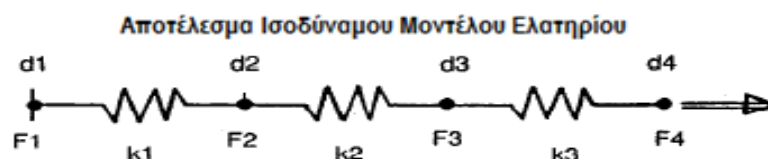
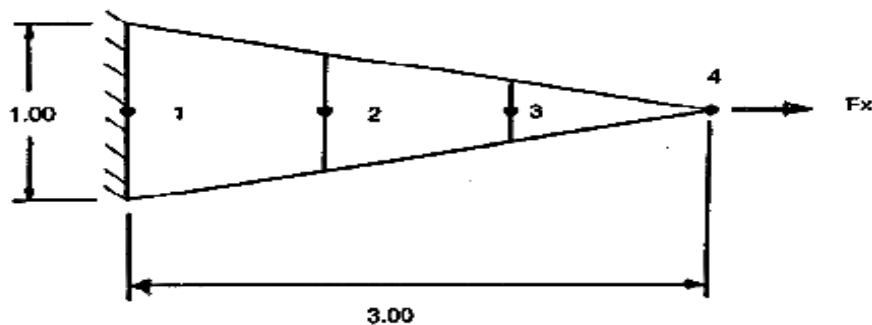
: το μέτρο ελαστικότητας

: η μέση περιοχή διατομής του στοιχείου

το μήκος του στοιχείου

Το μέτρο ελαστικότητας που υπολογίζει την ακαμψία σε τρία στοιχεία είναι

$E=30.000.000 \text{ psi}$



Σχέδιο 7: μοντέλο πεπερασμένου στοιχείου σε κωνική δέσμη: Ακτίνα έντασης χωρισμένη σε 3 διαφορετικά στοιχεία.

Χωρίο 1 —

Χωρίο 2: —

Χωρίο 3: —

Οι κομβικές μεταβλητές προς επίλυση για π.χ. τους βαθμούς ελευθερίας, είναι οι αξονικές μετατοπίσεις για κάθε κόμβο . Συνδέοντας το σύνολο των εξισώσεων για να παρουσιάσουμε την δοκό έχουμε :

Εξίσωση 1

Εξίσωση 2:

Εξίσωση 3:

Όπου : είναι η αξονική μετατόπιση του κόμβου

είναι η αξονική δύναμη στον κόμβο

Γράφοντας τις εξισώσεις υπό μορφή μήτρας για το στοιχείο 1 έχουμε:

$$* =$$

Το σύνολο από πίνακες d1-d2 της εξίσωσης ακαμψίας για τα άλλα στοιχεία είναι της ίδιας μορφής. Η συναρμολόγηση από το σύνολο των εξισώσεων των πινάκων που περιγράφει ολόκληρη την δοκό είναι:

$$* =$$

Αυτό το σύνολο των εξισώσεων κάθε πίνακα αναπαριστά τις τέσσερις εξισώσεις με τέσσερις αγνώστους  $\{u, v, w, \theta\}$ , το οποίο μπορεί να λυθεί για να χαρακτηρίσει την αντίδραση της δοκού κατά την εφαρμογή μιας αξονικής δύναμης, αφού προηγουμένως ληφθούν υπόψη οι συνοριακές συνθήκες στηρίξεως (στην περίπτωση μας δηλαδή ότι  $u = v = w = \theta = 0$ ).

Παρόλο που αυτό το παράδειγμα, δείχνει την αρχή συναρμολόγησης των εξισώσεων ακαμψίας στοιχείου σε ένα γενικότερο σύνολο εξισώσεων η πραγματική έκφραση σε τύπο των επί μέρους πινάκων της ακαμψίας στοιχείου για δισδιάστατα και για τρισδιάστατα στερεά στοιχεία, είναι πολύ πιο περίπλοκη.

Κάποια προηγμένα τρισδιάστατα στερεά στοιχεία έχουν 20 κόμβους και 60 βαθμούς ελευθερίας ανά στοιχείο που αναπαριστάται από 60x60 σύνολο εξισώσεων για κάθε στοιχείο. Όπως είναι κατανοητό, η χρήση ενός υπολογιστικού προγράμματος είναι επιβεβλημένη.

#### ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Οι δυναμικοί υπολογισμοί των πεπερασμένων στοιχείων βασίζονται σε μητρώα μάζας και ακαμψίας τα οποία δημιουργούνται με τη γενική μέθοδο και στις εξισώσεις της κίνησης, οι οποίες έχουν τη γενική μορφή (για γραμμικό σύστημα):

(2.1.2)

Όπου  $[M]$  είναι το μητρώο μάζας

$[ \ddot{U} ]$  η επιτάχυνση (2<sup>η</sup> παράγωγος της μετατόπισης  $U$ )

$[C]$  είναι η μήτρα απόσβεσης

$[ \dot{U} ]$  η ένταση του μεγέθους

$[K]$  είναι η ακαμψία ελαστικού μέσου

$[U]$  η μετατόπιση

$[F]$  είναι το διάνυσμα δύναμης (αυθαίρετη λειτουργία χρόνου)

Συνήθως, δεν χρησιμοποιείται ξεχωριστή μήτρα απόσβεσης, αλλά πολλαπλασιαστές απόσβεσης που προστίθενται στη μάζα και στους πίνακες ακαμψίας. Οι ελεύθερες δονήσεις γίνονται χωρίς απόσβεση, δηλαδή το πρόβλημα ιδιοτιμών και το σύνολο των εξισώσεων εκφράζεται ως εξής:

(2.1.3)

Υποθέτοντας ότι έχουμε ημιτονοειδή κίνηση, παίρνουμε:

Και αν παραγωγίσουμε δύο φορές έχουμε:

$$\{ \quad \} =$$

Άρα καταλήγουμε στην εξίσωση:

(2.1.4)

Όπου είναι το ιδιοδιάνυσμα που συνδέεται με μια συγκεκριμένη ιδιοτιμή (φυσική συχνότητα) .

Στην περίπτωση της αρμονικής ή περιοδικής υποβαλλόμενης απόκρισης, η δύναμη σε σχέση με το χρόνο και οι τιμές απόσβεσης πρέπει επίσης να διευκρινιστούν. Η απόσβεση μπορεί να συμπεριληφθεί με ξεχωριστό πίνακα ή ως πολλαπλασιαστές που χρησιμοποιούνται μαζί με τους πίνακες ακαμψίας και τούς πίνακες μάζας. Όταν ένας ξεχωριστός πίνακας απόσβεσης χρησιμοποιείται, είναι εκτός φάσης με τους πίνακες ακαμψίας και μάζας. Τότε, οι όροι απόσβεσης πρέπει να αντιμετωπίζονται με σύνθετη αριθμητική, δηλαδή :

(2.1.5)

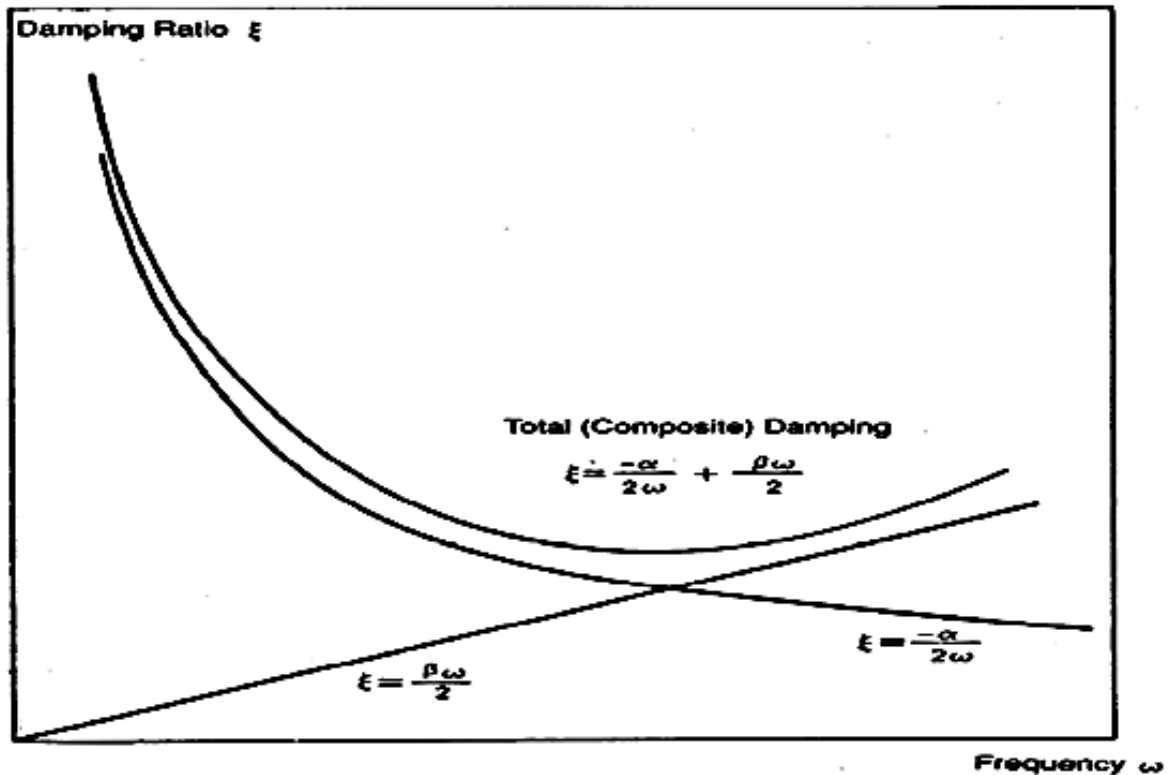
Για αρμονική κίνηση:

Για περιοδική κίνηση:

Οι πολλαπλασιαστές απόσβεσης ( $\alpha$ ) και ( $\beta$ ) μπορούν να χρησιμοποιηθούν με τη μάζα και τους πίνακες δυσκαμψίας ως εξής:

(2.1.6)

Οι ( $\alpha$ ) και ( $\beta$ ) πολλαπλασιαστές δίνουν το λόγο απόσβεσης  $C/C_0$  ως συνάρτηση της συχνότητας όπως φαίνεται στο σχήμα 8:



Σχέδιο 8: (α) και (β) είναι οι παράμετροι απόσβεσης

## 2.2. ΕΞΟΜΟΙΩΣΗ ΑΚΟΥΣΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Εξίσωση του :

Για την επίλυση των τρισδιάστατων μοντέλων στο πεδίο της συχνότητας και στην περίπτωση αρμονικών κυμάτων, στα οποία οι μεταβλητές χωρίζονται, η ακουστική πίεση ως λύση της κυματικής εξίσωσης έχει τη μορφή:

(2.2.1)

Όταν τα κύματα διαδίδονται σε μέσο χωρίς απώλειες όπου λαμβάνεται υπόψη η συμβολή των ηχητικών κυμάτων λόγω ανακλάσεων η κυματική εξίσωση καταλήγει στην εξίσωση του Helmholtz που περιγράφεται από την γενική εξίσωση:

(2.2.2)

Στην παραπάνω εξίσωση για την ακουστική πίεση  $p$  ισχύει ότι  $\omega$  (γωνιακή συχνότητα) προσδιορίζει την εξάρτηση της πίεσης από τη συχνότητα. Το  $q$  συμβολίζει την διπολική πηγή, ενώ το  $Q$  την αντίστοιχη μονοπολική. Στην περίπτωση της ομογένειας, οι δυο αυτοί όροι είναι ίσοι με το 0. Ο όρος  $\frac{1}{\rho_0 c}$  αντιστοιχεί στο αδιαβατικό μέτρο ελαστικότητας (Bulk modulus). Σε μοντέλα για την απόσβεση των ταλαντώσεων του υλικού το  $\rho_0$  και το  $c$  παίρνουν μιγαδικές τιμές. Σε αυτή την εργασία δεν έχουν υλοποιηθεί τέτοια μοντέλα.

Για μοντέλα δυο διαστάσεων η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\frac{\rho_0 \omega^2}{k} p \quad (2.2.3)$$

Όπου  $k$  ο κυματικός αριθμός.

Στην περίπτωση διάδοσης σε μέσο με απώλειες η παραπάνω εξίσωση παίρνει την μορφή:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\frac{\rho_0 \omega^2}{k} p - \frac{\rho_0 \omega^2}{k} \alpha p \quad (2.2.4)$$

### ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ (BOUNDARY CONDITIONS)

Τα όρια μέσα στα οποία θα λυθεί ένα μοντέλο, παίζουν σημαντικό ρόλο καθώς μπορούμε ανάλογα με τις ιδιότητες που θα τους δοθούν να εξομοιώσουμε, συνθήκες ελεύθερου πεδίου, κλειστού χώρου, ανοιχτού χώρου με πάτωμα και άλλα. Στην περίπτωση εξομοίωσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων διακρίνονται τρεις περιπτώσεις ορίων: Τα πλήρως ανακλαστικά όρια  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ ), τα πλήρως απορροφητικά όρια  $p = 0$ ), και η ενδιάμεση κατάσταση ορίων  $\frac{\partial p}{\partial n} = -\alpha p$  )

#### Sound hard boundaries:

Στην περίπτωση αυτή η κάθετη στα όρια αυτά συνιστώσα της επιτάχυνσης θα είναι μηδέν κι έτσι θα ισχύει:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (2.2.6)$$

Η παράγωγος της πίεσης στο όριο αυτό θα είναι μηδέν:  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$

#### Sound soft boundaries:

Στην περίπτωση αυτή για την διαφορική πίεση μπορούμε να γράψουμε ότι



Η παράγωγος της πίεσης στο όριο αυτό θα είναι μηδέν: —

Impedance boundary conditions:

Στην περίπτωση αυτή που ουσιαστικά αποτελεί και τη γενίκευση των παραπάνω οριακών συνθηκών ισχύει ότι:

$$\text{—} \quad \text{—} \quad (2.2.7)$$

Η ακουστική αντίσταση εισόδου του εξωτερικού τομέα που περιορίζει το τοίχωμα μπορεί να γραφτεί με τη μορφή:

$$\text{όπου} \quad , \text{ με } \zeta \text{ αδιάστατη ποσότητα.}$$

Από φυσική άποψη, η ακουστική αντίσταση εισόδου είναι μια σχέση μεταξύ πιέσεων και κανονικής ταχύτητας σωματιδίων.

Η παραπάνω συνθήκη, όμως, είναι ακραία και δεν απαντάται σε φυσικά συστήματα. Εάν εξομοιωθεί κάποιος τοίχος ενός πραγματικού χώρου θα έχει κάποιο ποσοστό απορρόφησης και εκπομπής. Έτσι, η εξίσωση, η οποία εκφράζει την πίεση σε αυτό το όριο, περιγράφεται από τη σχέση:

$$\text{—} \quad (2.2.8)$$

Όπου η επιτάχυνση στο όριο αυτό.

Εξίσωση Helmholtz Kirchoff

Για ομογενή μέσα, η λύση της εξίσωσης του Helmholtz σε οποιοδήποτε σημείο που βρίσκεται έξω από μια επιφάνεια που περικλείει πηγές, η λύση μπορεί να γραφτεί σαν συνάρτηση των όρων που υπολογίζονται επάνω στην επιφάνεια ως εξής:

$$(2.2.9)$$

Όπου:

$$(2.2.10)$$

Στην σχέση αυτή το διάνυσμα συντεταγμένων  $r$  παραμετροποιεί το  $s$ . Το μοναδιαίο διάνυσμα  $n$  είναι το κάθετο στην επιφάνεια προς τον εξωτερικό χώρο από αυτήν.

Η συνάρτηση είναι η συνάρτηση του Green που ικανοποιεί την συνθήκη:

(2.2.11)

Στον χώρο των τριών διαστάσεων η συνάρτηση Green μπορεί να γραφεί με την μορφή:

(2.2.12)

Στην περίπτωση των δύο διαστάσεων η συνάρτηση Green μπορεί να γραφεί με την βοήθεια της συνάρτησης του Hankel:

(2.2.13)

Αν εισαγάγουμε τις παραπάνω σχέσεις στην τότε προκύπτει:

Για την περίπτωση των τριών διαστάσεων:

Για την περίπτωση των δύο διαστάσεων

#### ΤΟ ΟΡΙΟ ΤΟΥ ΜΑΚΡΙΝΟΥ ΠΕΔΙΟΥ (FAR-FIELD BOUNDARY CONDITION)

Η εξίσωση των Helmholtz Kirchhoff δίνει την ακουστική πίεση σε μια συγκεκριμένη απόσταση από την πηγή. Για μεγάλες σχετικά αποστάσεις από την πηγή, όταν το διάνυσμα  $R$  τείνει στο άπειρο, για την πίεση στην περίπτωση των τριών διαστάσεων μπορούμε να γράψουμε:

$$(R)= \quad \quad \quad (2.2.14)$$

Για την περίπτωση των δυο διαστάσεων η εξίσωση είναι παρόμοια με αυτήν των τριών διαστάσεων:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) \quad (2.2.15)$$

Για την εξομοίωση του ελεύθερου πεδίου στο συχνοτικό πεδίο, χρησιμοποιούνται επαναδιατυπωμένες συνθήκες του Higdon από τους Givoli και Neta που αναφέρονται σε επίπεδα κύματα. Τα κυλινδρικά και σφαιρικά κύματα προσεγγίζονται από τις εκφράσεις των Bayliss, Gunzburger και Turkel.

Για την οριακή επιφάνεια στο πεδίο της συχνότητας:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) \quad (2.2.16)$$

Όπου  $k$  ο κυματικός αριθμός και  $k(r)$  η εξίσωση της οποίας η μορφή εξαρτάται από τον τύπο του κύματος.

Για επίπεδο κύμα:  $k(r)=0$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)$$

Για κυλινδρικό κύμα:  $k(r)=1/2r$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)$$

Για σφαιρικό κύμα:  $k(r)=1/r$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις το  $\Delta t$ , σε κάποιο συγκεκριμένο σημείο πάνω στην οριακή επιφάνεια, υποδηλώνει την εξίσωση Laplace στο επίπεδο το οποίο εφάπτεται σε αυτό το σημείο. Αντίστοιχα η έκφραση για την οριακή επιφάνεια στο πεδίο του χρόνου θα

$$\text{είναι:} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)$$

(2.2.16)

Όπου  $\kappa(r)$  η ίδια εξίσωση με τον πιο πάνω ορισμό της, που όμως εδώ εξαρτάται από την ιδιοσυχνότητα και  $p_i$  η προαιρετική πίεση για το προσπίπτον κύμα.

Η ακουστική πίεση στους υπολογισμούς της στάθμης της ακουστικής πίεσης SPL υπολογίζεται με βάση την μέση τετραγωνική ρίζα της RMS πίεσης:

$$\begin{aligned} & - \\ & - \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

Ενδεικτικά η πίεση αναφοράς για τον αέρα είναι 0.02mPa. Ο επιλεγμένος συντελεστής εξασθένισης σε dB/m εκφράζεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} & - \quad - \end{aligned} \quad (2.2.18)$$

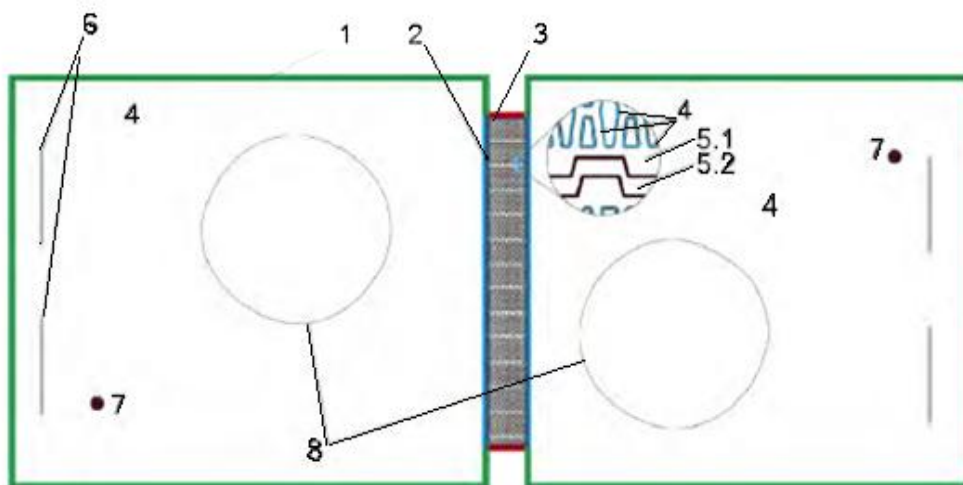
Όπου  $\alpha$  ο συντελεστής απορρόφησης του μέσου διάδοσης.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### 3.1. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥ ΔΩΜΑΤΙΟΥ

Μετά από μια γενική μαθηματική προσέγγιση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων αλλά κυρίως την μαθηματική επεξήγηση των οριακών συνθηκών που είναι η σημαντικότερη παράμετρος για τη μοντελοποίηση οποιουδήποτε προβλήματος, στοχεύουμε προς τη μαθηματική μοντελοποίηση των χαρακτηριστικών του δωματίου που θα κατασκευάσουμε.

Στόχος μας είναι καταρχήν να φτιάξουμε ένα μαθηματικό μοντέλο που υπολογίζει την μείωση ενέργειας του ήχου που προκαλείται από σημειακή πηγή, μετά την αλληλεπίδραση του με τοίχο οποιουδήποτε υλικού και να το συγκρίνουμε με τη λύση του πειραματικού μοντέλου για να προσδιορίσουμε την αποτελεσματικότητά του. Στη συνέχεια με την χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων θα αναπτύξουμε ένα μαθηματικό μοντέλο για το πειραματικό δωμάτιο.



Σχέδιο 9: δωμάτια συνδεδεμένα με ελαστικό τοίχο και πακτωμένους τους υπόλοιπους.

1. Πακτωμένοι τοίχοι που περιβάλλουν τα δωμάτια (πράσινο χρώμα).
2. Δονούμενος τοίχος προς μελέτη. (μπλε χρώμα)
3. ( Πακτωμένα τα πλάγια μέρη του τοίχου για ακριβέστερο υπολογισμό της δόνησης του τοίχου
4. Περιβάλλον με αέρα
- 5.1 Περιβάλλον με υλικό
- 5.2 Περιβάλλον με υλικό (τσιμέντο)

6. Υλικό διάχυσης του ήχου στο δωμάτιο.
7. Πηγές θορύβου
8. Μικρόφωνα αναφοράς για την μέτρηση της ακουστικής πίεσης.

## ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ

### Air Domain:

Ο ήχος που μεταδίδεται σε αέρα χωρίς απώλειες περιγράφεται από την εξίσωση *Helmholtz*

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{c^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \quad (3.1.1)$$

Όπου  $\rho$  πυκνότητα του υγρού ή αερίου [—]

$\omega$  Γωνιακή συχνότητα

$p$  πίεση

$c$  : Ταχύτητα του ήχου στο υγρό ή αέριο

$Q$ : Μονοπολική πηγή [ $1/$  ]

$q$  : Διπολική πηγή [ $N/$  ]

Στην περίπτωση μας η διπολική πηγή είναι 0 και η μονοπολική είναι

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{c^2}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2}$$

Όπου  $I$  Ισχύς του ήχου [ ], ( )

### Solid Domains:

Για τη διάδοση του ήχου σε στερεά χρησιμοποιούνται δυο μέθοδοι. Η πρώτη είναι να χρησιμοποιηθούν εξισώσεις από την μηχανική στερεών που περιγράφονται από τη σχέση τάσης και έντασης και η δεύτερη από εξισώσεις που περιγράφουν την απορροφητικότητα του στερεού μέσου οι οποίες προκύπτουν από .

#### 1<sup>η</sup> μέθοδος

Σχέση τάσης και έντασης:

(3.1.2)

Όπου είναι η τάση που εφαρμόζεται στον τοίχο,  
αρχική τάση της πηγής,

ένταση

Η εξίσωση κύματος σε στερεά είναι:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \nabla^2 u \quad (3.1.3)$$

Όπου εκτόπισμα  
: ογκομετρική πηγή  
: διπολική πηγή

Μην έχοντας πηγές μέσα στον τοίχο έχω ότι  $F=0$  και  $f_s=0$

Στην περίπτωση αρμονικού κύματος η εξίσωση κύματος στον αέρα είναι :

(3.1.4)

### 2<sup>η</sup> μέθοδος (Biot)

Για απορροφητικά υλικά μια σειρά από εξισώσεις που προκύπτουν από Biot αναφέρονται παρακάτω. Στο μοντέλο Biot υποθέτουμε κύβο στον οποίο το κάθε μέγεθος ενός πόρου στο υλικό είναι μικρό σε σχέση με το μήκος της πλευράς που εξετάζουμε καθώς και των συνολικών πόρων της. Βασική ιδέα είναι ότι τα υγρά και τα στερεά μέρη κινούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους και η μείωση της ενέργειας οφείλεται στην ροή τύπου μεταξύ των δύο μέσων (Αέρας, στερεό). Οι εξισώσεις αυτές πρέπει να λυθούν για δυο πεδία μετατόπισης και πίεσης.

$$\begin{cases} -\omega^2 \left( \rho_{av} - \frac{\rho_f}{\rho_c} \right) u - \nabla(\sigma_{dr} - s_0) = F \\ -\frac{\omega^2}{M} p_f + \nabla \left( -\frac{1}{\rho_c} (\nabla p_f - q) \right) = Q \end{cases}$$

## ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Οριακές συνθήκες με μαθηματική περιγραφή για το παραπάνω μοντέλο (Boundary conditions):

Acoustic structure interaction Αλληλεπίδραση μεταξύ του κύματος που ταξιδεύει στο υγρό ή αέριο και του δονούμενου τοίχου.

(3.1.5)

(3.1.6)

### Structure Acoustics

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_0 c^2 \frac{\partial w}{\partial t} \quad (3.1.7)$$

$$p = 0 \quad (3.1.8)$$

Όπου

:

#### 1. Οριακή συνθήκη αντίστασης (Impedance Boundary Conditions)

$$p = Z \frac{\partial w}{\partial t} \quad (3.1.9)$$



Όπου αντίσταση

2. Sound Hard Boundary:

—

(3.1.10)

3. Εξίσωση για Sound pressure Level:

—

(3.1.11)

Όπου sound reduction index  
Sound Pressure Level in primary room  
Sound Pressure Level in secondary room

Ο υπολογίζεται μετρώντας την ένταση του ήχου στο πρώτο και στο δεύτερο δωμάτιο και αφαιρώ την πρώτη από την δεύτερη. Χρησιμοποιώντας λογαριθμικές ιδιότητες υπολογίζεται η . Υπάρχουν αρκετοί ακόμη παράγοντες που επηρεάζουν τη μέτρηση αλλά δεν υπάρχουν σε μαθηματικά μοντέλα.

4. Παράμετροι απόσβεσης Reyleigh:

—

—

(3.1.12)

Όπου συντελεστές απόσβεσης  
: φυσικές συχνότητες  
: παράγοντας απόσβεσης

### 3.2. ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΩΜΑΤΙΟΥ

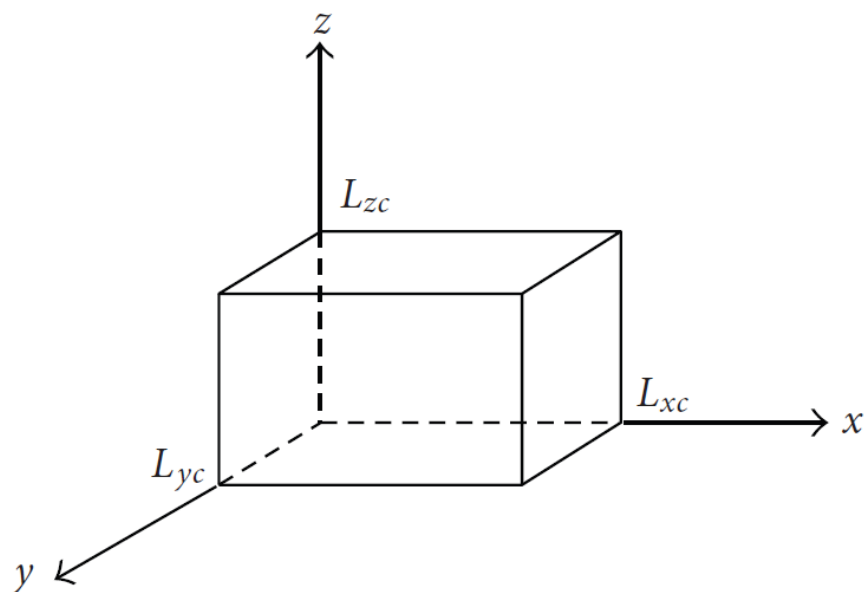
Μετά την παράθεση των βασικών σχέσεων και οριακών συνθηκών που χαρακτηρίζουν τη διάδοση ενός κύματος στον αέρα και εντός ενός στερεού με απορρόφηση, θέλουμε να μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα και να υπολογίσουμε την ακουστική πίεση στο στερεό χρησιμοποιώντας την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Για να δημιουργήσω ένα μοντέλο το οποίο να μειώνει τις δονήσεις που προκαλεί μια σημειακή πηγή εντός δωματίου είναι απαραίτητο το μοντέλο που θα φτιάξω να είναι ιδιαίτερα ακριβές.

Θεωρούμε ένα ορθογώνιο δωμάτιο με άκαμπτους τους τοίχους του εκτός από έναν που οι οριακές συνθήκες του τον καθιστούν εύκαμπτο. Η διέγερση του εύκαμπτου τοίχου από μια πηγή θα προκαλέσει δονήσεις πάνω στον τοίχο προκαλώντας θόρυβο και εκτός του δωματίου. Το σύστημα που αποτελείται από δονήσεις της κατασκευής αλλά και από την ύπαρξη ακουστικού πεδίου ονομάζεται Θεωρούμε λοιπόν ότι ο ήχος μεταδίδεται μέσω του εύκαμπτου τοίχου ο οποίος είναι συνδεδεμένος στο δωμάτιο με όρια σύσφιξης

Στο κεφάλαιο αυτό παραθέτονται οι θεωρίες που χρησιμοποιούνται για το μοντέλο και παρουσιάζεται η θεμελιώδης φυσική πίσω από το πρόβλημα.

#### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΩΜΑΤΙΟΥ ΜΕ ΠΑΚΤΩΜΕΝΟΥΣ ΤΟΙΧΟΥΣ



Σχέδιο 9: Δωμάτιο με συμπαγείς τοίχους

Το παραπάνω σχέδιο δείχνει ένα δωμάτιο με μια από τις γωνίες του να βρίσκεται στο σημείο (0,0,0) σε καρτεσιανό σύστημα. Το μήκος, πλάτος και ύψος του δωματίου συμβολίζονται με αντίστοιχα.

Η εξίσωση Helmholtz που περιγράφει ένα αρμονικό κύμα που ταξιδεύει σε ένα μέσο μη λαμβάνοντας υπόψη τη διάλυση του γράφεται ως:

$$(3.2.1)$$

Όπου  $p$  είναι το σύνθετο πλάτος πίεσης και  $k$  είναι ο κυματικός αριθμός που σχετίζεται με την γωνιακή συχνότητα  $\omega$  και την ταχύτητα του ήχου  $c$  με την παρακάτω σχέση:

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (3.2.2)$$

Διαιρώντας την 1 με την 2 εισάγοντας και την πυκνότητα  $\rho_0$  προκύπτει η ομογενής εξίσωση Helmholtz:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (3.2.3)$$

Επιπροσθέτως, το μήκος κύματος  $\lambda$  σχετίζεται με την ιδιοσυχνότητα με:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (3.2.4)$$

Διαιρώντας την (3.2.4) με την (3.2.3) και προσαρμόζοντας την σχέση για το δωμάτιο και στις τρεις διαστάσεις προκύπτει η σχέση:

$$\frac{\pi^2}{L^2} + \frac{\pi^2}{W^2} + \frac{\pi^2}{H^2} = k^2 \quad (3.2.5)$$

Οι φυσικές συχνότητες το ακουστικού συστήματος προσεγγίζονται θεωρώντας ότι τα όρια του δωματίου είναι συμπαγή, που σημαίνει ότι οι παράγωγοι της πίεσης σε όλα τα όρια είναι 0.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \\ p &= 0, & p &= 0, & p &= 0 \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Η λύση της (3.2.5) εισάγοντας τις σχέσεις των παραπάνω ορίων δίνεται ως:

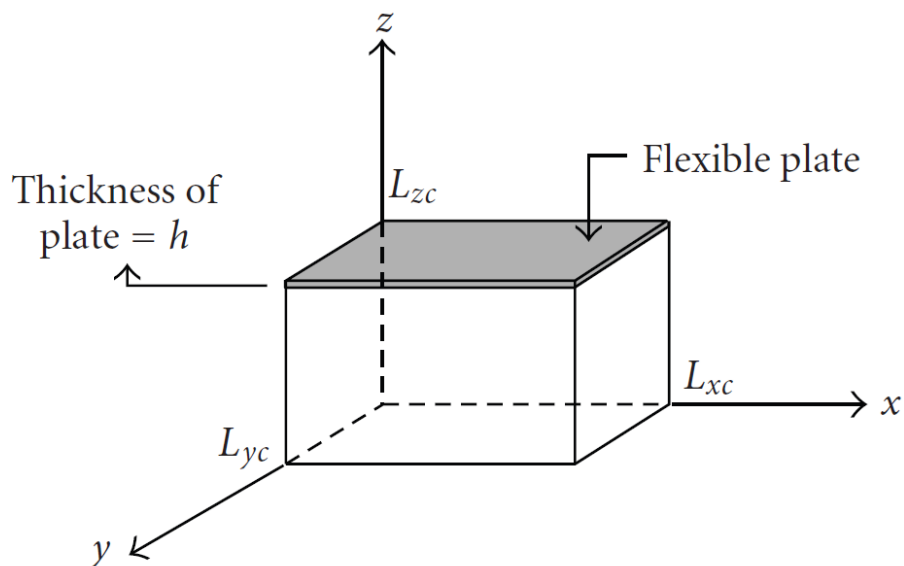
$$k^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{W}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{H}\right)^2 \quad (3.2.7)$$

Με  $n, m, l = 0, 1, 2, \dots$

Όπου είναι ο αριθμός των των δωματίων. Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό στην παραπάνω σχέση, οι ιδιοσυχνότητες του δωματίου μπορεί να γραφτεί ως:

$$\omega_{n_x, n_y, n_z} = \frac{c}{2L} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2} \quad (3.2.8)$$

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΔΟΝΟΥΜΕΝΗΣ ΠΛΑΚΑΣ



Σχέδιο 10: Δωμάτιο με ελαστικό τοίχο και πακτωμένους τους άλλους

Το παραπάνω σχέδιο δείχνει τη θέση της ελαστικής πλάκας στο δωμάτιο με πάχος  $h$ . Η μερική διαφορική εξίσωση αρμονικής δόνησης της πλάκας γράφεται ως εξής:

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\omega^2}{c^2} \psi \quad (3.2.9)$$

Όπου :

- $\psi$  : εκτόπισμα της ελαστικής πλάκας στους άξονες  $x$  και  $y$
- $\nabla^2$  : Διαρμονικός διαφορικός τελεστής
- $c$  : συντελεστής ακαμψίας

Ο συντελεστής ακαμψίας δίνεται από τη σχέση:

(3.2.10)

Όπου : συντελεστής του Young

αναλογία Poisson

: φυσική συχνότητα

: πυκνότητα μάζας

Το νιοστό vibration mode της ορθογώνιας πλάκας στην (3.2.9) μπορεί να γραφτεί σε συνεκτική μορφή ως:

$$W_n(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [A_n J_{n-m}(kx) J_m(ky) + B_n I_{n-m}(kx) I_m(ky)] \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \quad (3.2.11)$$

Τα και χρησιμοποιούνται για να ικανοποιήσουν τις συνθήκες ορθογωνιότητας και μπορούν να βρεθούν χρησιμοποιώντας ορθογώνια χαρακτηριστικά αυτών των vibration modes.

Τα είναι οι συναρτήσεις και ο κυματάριθος —. Οι εκφράσεις cos, sin στη δεξιά πλευρά της εξίσωσης χρησιμοποιούνται για αλληλοεγκατάσταση τους σε αυτήν.

Η παραπάνω εξίσωση είναι η γενική λύση για τα vibration modes της πλάκας.

Τα  $J_{n-m}(kx)J_m(ky)$  και  $I_{n-m}(kx)I_m(ky)$  θα χρησιμοποιηθούν για να κατασκευάσουμε μια λύση ελεύθερης δόνησης της πλάκας με διαφορετικές καταστάσεις στις γωνίες της. Στην μελέτη μας υποθέτουμε πακτωμένες γωνίες με τα μήκη των άκρων αυτών να ορίζονται ως α και b. Αρα έχω οριακές συνθήκες:

$$\begin{aligned} &= 0, & &= 0 & &= 0 & &= 0 \\ &— & &— & &— & &— \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

Λύνοντας την εξίσωση με τις δεδομένες οριακές συνθήκες προκύπτει η σχέση:

$$\begin{aligned}
& W_{(n,m)}(x, y) \\
&= (A_n \{J_{n-m}(kx) + J_{n-m}[k(a-x)]\} \{J_m(ky) + J_m[k(b-y)]\} \\
&\quad + B_n \{I_{n-m}(kx) + I_{n-m}[k(a-x)]\}) \\
&\quad \times \{I_m(ky) + I_m[k(b-y)]\} \cos \frac{m\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{2},
\end{aligned}$$

Όπου m και n είναι ζυγοί αριθμοί.

(3.2.13)

Αναλύσαμε ξεχωριστά τη συμπεριφορά ενός δωματίου με συμπαγείς όλους τους τοίχους του, δηλαδή με οριακές συνθήκες που δεν επιτρέπουν στο ακουστικό κύμα να εισέλθει και να ταξιδέψει εντός των τοίχων.. Αναλύσαμε επίσης τη συμπεριφορά μιας δονούμενης πλάκας από ακουστικό κύμα, με πακτωμένες τις άκρες του ώστε να αποφύγουμε την πολυπλοκότητα στις μαθηματικές σχέσεις αλλά και αργότερα να μειώσ τις απαιτήσεις που έχουν οι πράξεις στον υπολογισμό τους από το σύστημα.

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΖΕΥΓΜΕΝΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

### (COUPLED SYSTEM)

Στη συνέχεια ακολουθεί η μαθηματική μοντελοποίηση ενός δωματίου που έχει το έναν τοίχο που συμπεριφέρεται σαν δονούμενη πλάκα και όλους τους άλλους τοίχους συμπαγείς

Στην περίπτωση αυτή λοιπόν πρέπει ταυτόχρονα να λάβουμε υποψη την επιρροή της δονούμενης πλάκας προς το ακουστικό περιβάλλον αλλά και την επιρροή του ακουστικού περιβάλλοντος προς την πλάκα. Τοποθετώντας την δονούμενη πλάκα στο δωμάτιο, η επιτάχυνση της πλάκας θεωρείται μια πηγή θορύβου. Οι πιέσεις λόγω των οριακών συνθηκών, στους πακτωμένους τοίχους είναι 0, αλλά στα πλάγια του δωματίου που βρίσκεται η δονούμενη πλάκα, η πίεση είναι ίση με την επιτάχυνση της πλάκας.

Ως εκ τούτου, η ομογενής εξίσωση Helmholtz γίνεται:

—

(3.1.14)

Όπου είναι το διάνυσμα που κοιτά προς τα έξω όταν το βλέπουμε μέσα από το ακουστικό πεδίο και είναι το κανονικό διάνυσμα της επιτάχυνσης της πλάκας. Στην πλάκα συνυπολογίζεται επίσης η ακουστική πίεση ως οριακό φορτίο πίεσης στην κατεύθυνση των κανονικών διανυσμάτων.

Τα ακουστικά κύματα παράγονται από μια σημειακή πηγή εντός του δωματίου με ισχύ η οποία βρίσκεται στο σημείο σε έναν άπειρα ομογενή χώρο και διέπεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p \quad (3.1.15)$$

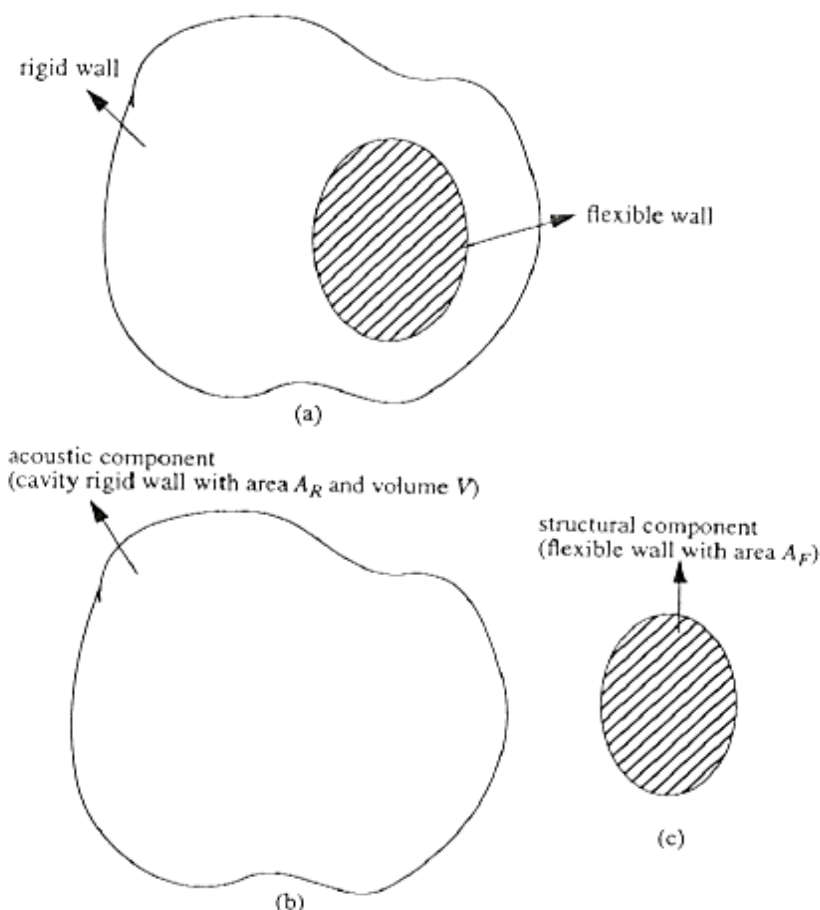
Όπου είναι η συνάρτηση σε χώρο τριών διαστάσεων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### 4.1. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (F.E.M.)

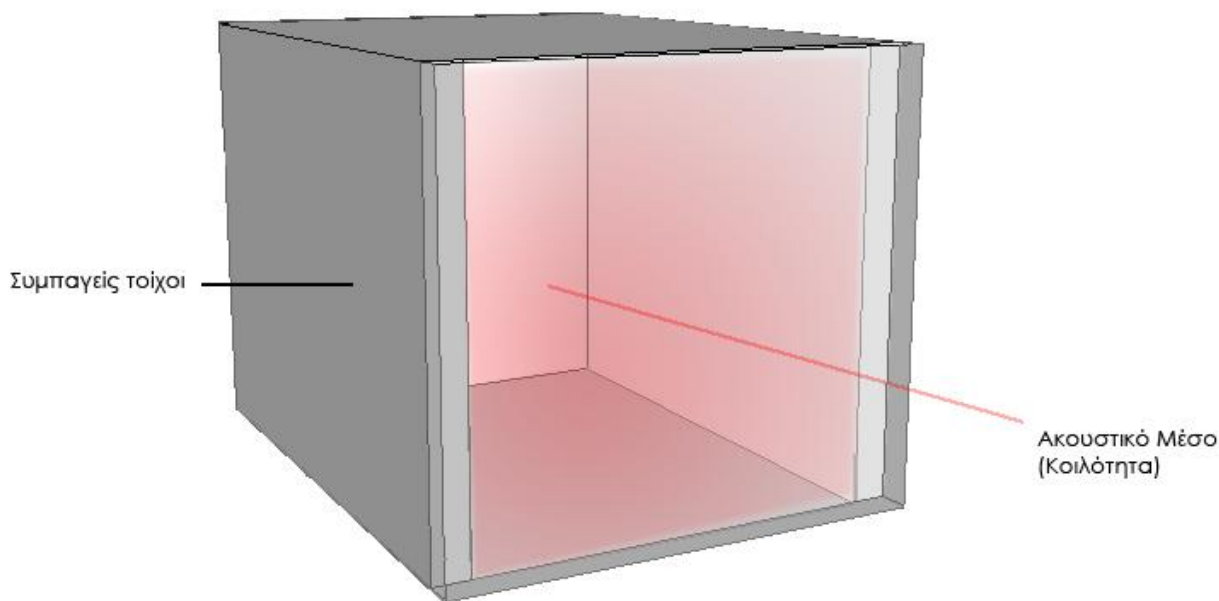
Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για την εύρεση της τιμής της ακουστικής πίεσης. Προσεγγίζονται λύσεις για τις εξισώσεις κίνησης του κύματος μέσα στο δωμάτιο αλλά και λύσεις ξεχωριστά για την ελαστική πλάκα. Οι λύσεις των εξισώσεων αυτών βρίσκονται έπειτα από τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, ως προς τις ιδιοτιμές τόσο του δωματίου, όσο και της πλάκας.

Για να εξάγουμε λύσεις συνολικής ακουστικής πίεσης στο σύστημα Δωμάτιο- πλάκα θα πρέπει να γίνει απσύνθεση των μερών και να εξαχθούν ξεχωριστές λύσεις για το ακουστικό μέσο, την κοιλότητα με τους πακτωμένους τοίχους αλλά και την ελαστική πλάκα με τις οριακές συνθήκες που τις διέπουν. Τα ακουστικά modes βρίσκονται συνδυάζοντας μαθηματικά τα modes της κοιλότητας με τα modes της πλάκας μαζί με συντελεστές σύζευξης αυτών για τη δημιουργία ενός μη συμμετρικού προβλήματος ιδιοτιμών, το οποίο εξάγει το συνδυασμό των modes. Τέλος η εσωτερική πίεση βρίσκεται σε σχέση με αυτόν τον συνδυασμό.





## ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΥΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΑΚΟΥΣΤΙΚΟ ΜΕΣΟ



Η εξίσωση για το δυναμικό της ταχύτητας και οι σχετικές με αυτό οριακές συνθήκες δίνονται ως:

$$\nabla^2 \phi = 0$$

ο όγκος που καταλαμβάνει το ακουστικό μέσο (κοιλότητα)  
δυναμικό ταχύτητας μέσα στην κοιλότητα

$$\phi = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

Όπου  $S$  Εμβαδόν της επιφάνειας που καλύπτουν οι συμπαγείς τοίχοι.  
 $S_0$  : Εμβαδόν της ελαστικής επιφάνειας.  
 $\sigma$  Ελαστικό εκτόπισμα της πλάκας

Η εξίσωση (4.1.1), με την οριακή συνθήκη των άκαμπτων τοίχων, έχει λύσεις  
 , με  $n=0,1,2,\dots$  που με τη σειρά του ικανοποιεί

Και  $\frac{1}{2} \rho_0 c_0^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$  στο πεδίο  $\frac{1}{2} \rho_0 c_0^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$ , (4.1.3)

όπου  $\rho_0$  Ιδιοσυνάρτηση της πλάκας  
 $c_0$  ιδιοτιμή κοιλότητας  
 $\xi$  ακουστική ταχύτητα εντός της κοιλότητας

Η λύση της διαφορικής εξίσωσης (4.1.2) λαμβάνοντας υπόψη την οριακή συνθήκη (4.1.3), μπορεί να αντικατασταθεί από μια ισοδύναμη αρχή ως:

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εξάγει μια προσεγγιστική λύση της παραπάνω αρχής. Τότε, η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων μας δίνει μια εξίσωση πίνακα ως:

(4.1.5)

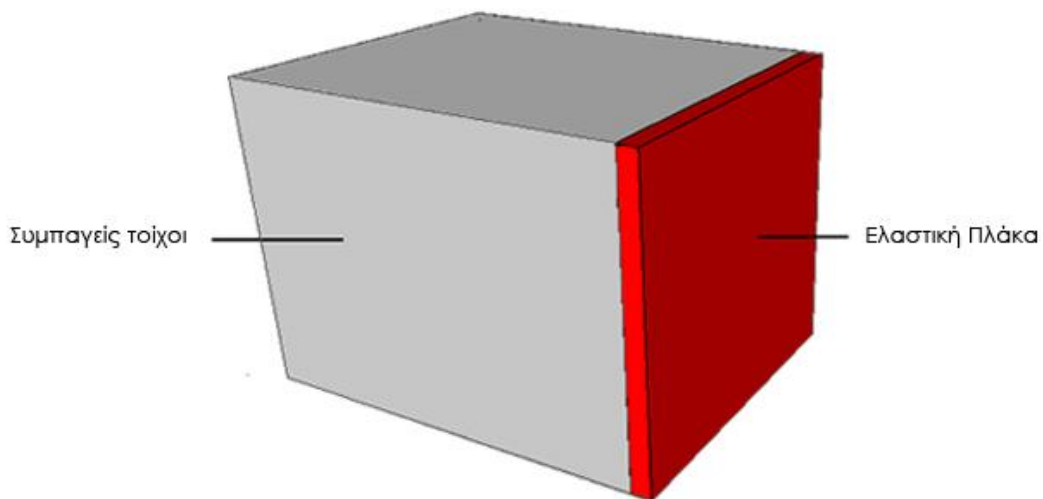
Όπου η ακουστική ακαμψία και οι μήτρες της μάζας είναι:

πίνακας ακαμψίας του ακουστικού μέσου.

πίνακας παρεμβολής του ακουστικού μέσου.

πίνακας μάζας του ακουστικού μέσου.

### ΔΟΝΗΣΗ ΤΟΥ ΔΟΜΙΚΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ (ΠΛΑΚΑ)



Η πίνακας της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων του δομικού στοιχείου (πλάκα) σε ελεύθερη δόνηση μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

(4.1.6)

: ιδιοτιμή της πλάκας

ιδιοδιάνυσμα του μέσου κατασκευής (πλάκα)

Όπου ο πίνακας ακαμψίας και ο πίνακας μάζας ορίζονται ως:

πίνακας παρεμβολής του μέσου κατασκευής (πλάκα)

: πίνακας εντασης του εκτοπίσματος του μέσου κατασκευής.

πάχος της πλάκας

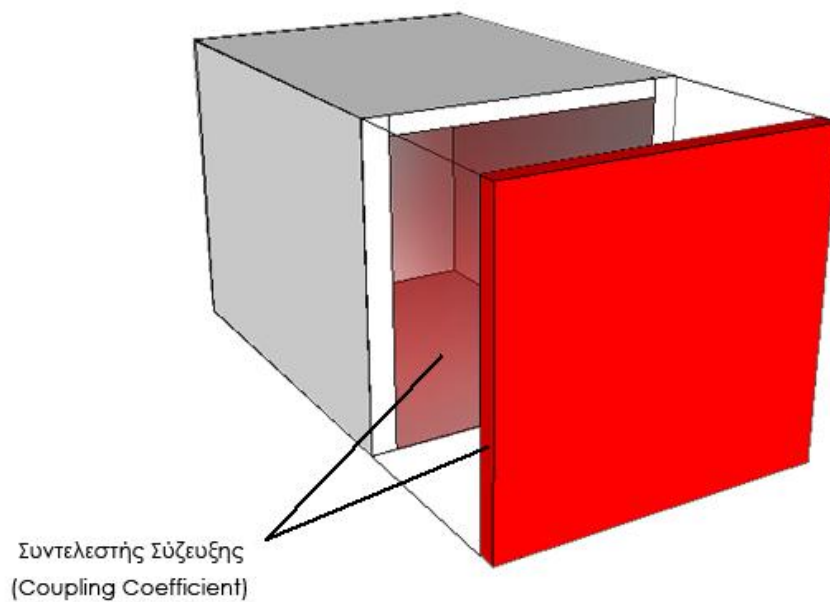
D: πίνακας υλικού του μέσου κατασκευής

$\rho$ : πυκνότητα της πλάκας

Για διευκόλυνση, το είναι συνήθως κανονικοποιημένο εξαρτώμενο από τον πίνακα μάζας έτσι ώστε:

Όπου μοναδιαίος πίνακας.

### ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΖΕΥΞΗΣ (COUPLING COEFFICIENT)



Ο συντελεστής σύζευξης μεταξύ του νιοστού άκαμπτου τοίχου και το οστο mode της πλάκας δίνεται από τον τύπο:

—

ιδιοδιάνυσμα του ακουστικού μέσου (κοιλότητα)

Είναι ο συντελεστής σύζευξης μεταξύ του n- ιοστού mode της κοιλότητας και του m- οστού mode της ελαστικής πλάκας το οποίο συμμετέχει στη σύζευξη

Γενικά αν η τιμή του συντελεστή σύζευξης σε συζευγμένο σύστημα είναι πολύ μικρός ή ίσος με 0, το σύστημα θεωρείται αδύναμο. Στην περίπτωση αυτή, το πρόβλημα θα απλοποιούνταν αρκετά αγνοώντας αυτά τα ασήμαντα modes.

—

$m=1,2,3,...,M$

Η εξίσωση (4.1.8) χρησιμοποιείται για να ελεγχουμε τη συμμετοχή των modes του στοιχείου στη σύζευξη καθώς και για τις υπάρχουσες ιδιοτιμές της κατασκευής. Έτσι οι ιδιοτιμές που δεν συμμετέχουν στο σύστημα είναι αυτές που δεν ικανοποιούν την εξίσωση (8).

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

Η εξίσωση του συζευγμένου συστήματος διατυπωμένη σε πίνακα μπορεί να γραφτεί με όρους πλατών ( ταχύτητας) συνηφασμένα με της κοιλότητας και πλατών συνηφασμένα με της κατασκευής ως:

Οι πίνακες σύζευξης και είναι:

$$I = \begin{bmatrix} \left[ \frac{V}{A_F C_0^2} \right]_{n \times n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left[ \frac{1}{\rho_0 A_F} \right]_{m \times m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left[ \frac{V \Lambda_n^2}{A_F C_0^2} \right]_{n \times n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left[ \frac{\lambda_m}{\rho_0 A_F} + \frac{A_F C_0^2 L_{om}^2}{V} \right]_{m \times m} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -[L_{nm}]_{n \times m} & \left[ \frac{V \Lambda_n^2}{A_F C_0^2} \right]_{n \times n} & 0 \\ [L_{nm}]^T & 0 & 0 & \left[ \frac{\lambda_m}{\rho_o A_F} + \frac{A_F C_0^2 L_{om}^2}{V} \right]_{m \times m} \\ - \left[ \frac{V \Lambda_n^2}{A_F C_0^2} \right]_{n \times n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & - \left[ \frac{\lambda_m}{\rho_o A_F} + \frac{A_F C_0^2 L_{om}^2}{V} \right]_{m \times m} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Και το διάνυσμα είναι:

$$r = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\rho_o A_F} Q_m^E \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad n=1,2,\dots,N$$

Με : Η πυκνότητα του ακουστικού μέσου (αέρας).

Όπου Ορισμένος, πραγματικός διαγώνιος πίνακας της τάξης

G: Λοξός, συμμετρικός, πραγματικός πίνακας της τάξης )

x,r: διανύσματα της τάξης

Στην εξίσωση (9) , το διάνυσμα χ μπορεί να υπολογιστεί με και μετασχηματισμό Η εξίσωση (9) αποδίδει το διάνυσμα της μέγιστης ακουστικής πίεσης (nodal) μέσα στο ακουστικό σύστημα.

$$P^c = -\rho_o \left( \frac{A_F C_0^2}{V} \sum_{m=1}^M x_{2N+M+m} L_{om} \phi_o + \sum_{n=1}^N x_n \phi_n \right) \quad (4.1.10)$$

Όπου  $x_{2N+M+m}$  δείχνει το στοιχείο του διανύσματος χ.

$x_n$  δείχνει το στοιχείο του διανύσματος χ.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

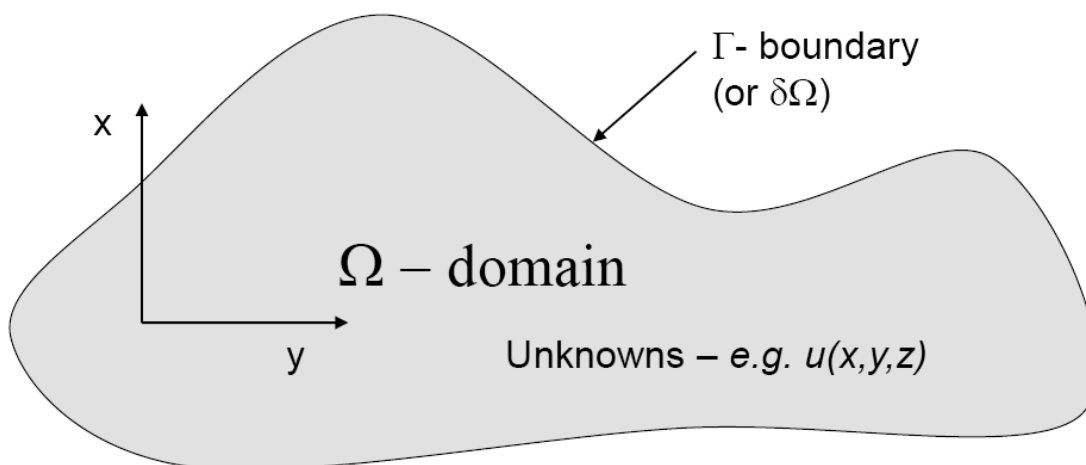
### 5.1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ COMSOL MULTIPHYSICS

Το Comsol Multiphysics είναι ένα περιβάλλον προσομοίωσης μοντέλων με σχεδιασμό στις εφαρμογές, παρατηρώντας την πραγματικότητα. Με αυτή τη λογική είναι σχεδιασμένο και το περιβάλλον εργασίας. Χωρίζεται σε κατηγορίες ανάλογα με τη φύση του προγράμματος και των φυσικών χαρακτηριστικών του, με σκοπό να εξομοιώσει το ακριβές φυσικό μοντέλο

.Το πρόγραμμα επιλύει τα συστήματα που του εισάγουμε βασιζόμενο στη Μεθοδο των Πεπερασμένων στοιχείων ή ανάλυσης (Finite Element Method , Finite Element Analysis) αλλά και στην αριθμητική επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων που διέπουν το σύστημα.

Βασικός κορμός λειτουργίας του προγράμματος:

1. Επιλογή περιβάλλοντος με Μερικές διαφορικές εξισώσεις (PDE, Partial differential equation) που αντιπροσωπεύουν τη φυσική του συστήματος.
2. Κατασκευή γεωμετρίας πάνω στην οποία θα λυθεί το πρόβλημα.
3. Περιγραφή οριακών συνθηκών (Boundary conditions , για στατική ή σταθερή κατάσταση προβλημάτων) και αρχικών συνθηκών (για παροδικά προβλήματα



Σχεδιο 11: Απεικόνιση λειτουργίας Comsol

- Εξαρτημένες μεταβλητές χώρου και χρόνου

(υ)- Ανεξάρτητες μεταβλητές άγνωστου πεδίου

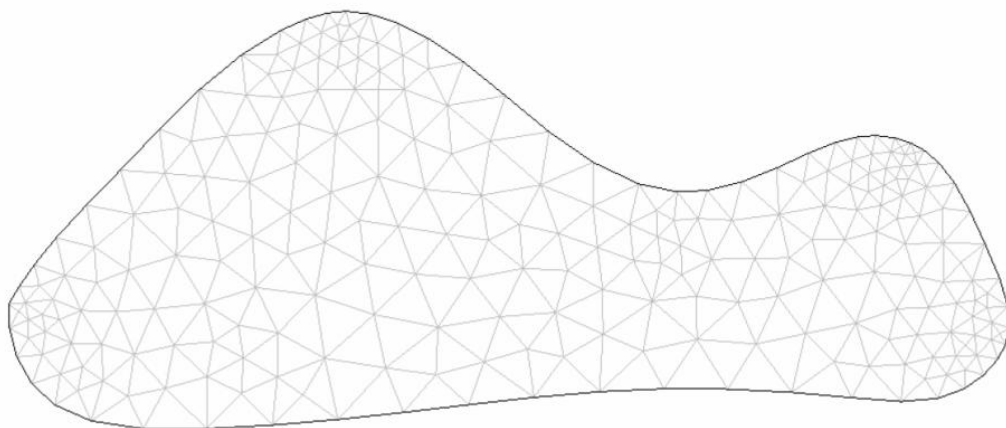
#### Οριακές συνθήκες (Boundary conditions)

Σε κάθε όριο θα πρέπει να προσδιορίσουμε:

1. Την ίδια την εξαρτημένη μεταβλητή - “Βασική συνοριακή συνθήκη” ή “Οριακή συνθήκη Dirichlet”
2. Την παράγωγο της μεταβλητής (π.χ  $\frac{\partial u}{\partial n}$ ) - “Φυσική οριακή κατάσταση” ή “οριακή συνθήκη Neumann”
3. Τη σχέση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής και της κανονικής της παραγώγου (π.χ  $\frac{\partial u}{\partial n} = f$ )

#### Μέρος Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων:

1. Διακριτοποίηση του χώρου σε κομμάτια (Στοιχεία), ορίζοντας το ως Πλέγμα
2. Επιλογή τύπου-σχήματος του κάθε στοιχείου.(τρίγωνο, τετράγωνο, οκταγωνικό), αριθμού κόμβων (3,4,5,8...) και σχήμα της συνάρτησης (Γραμμική, τετραγωνική κλπ).
3. Επιλογή του προγράμματος που δίνει τη λύση .(Solver) (Άμεσο, επαναληπτικό, προετοιμασίας)
4. Μέτα-επεξεργασία.(Post processing).Επεξεργασία της λύσης με διάφορους τρόπους.



Σχέδιο 12: Διακριτοποίηση (Meshed) σχήματος με τριγωνικά στοιχεία

#### Βασική ακολουθία επίλυσης για κάθε πρόβλημα FEM:

1. Αποφασίζουμε το φυσικό μοντέλο με τις μερικές διαφορικές εξισώσεις που το διέπουν. (Επιλογή PDE).
2. Ορίζουμε τη γεωμετρία του προβλήματος.
3. Επιλέγουμε υλικά κατασκευής με τις ιδιότητες τους. Αυτές είναι όλες ουσιαστικές που εμφανίζονται στις διαφορικές εξισώσεις.



4. Εισάγουμε τις οριακές συνθήκες ( προβλήματα στατικά ή σταθερής κατάστασης) και τις αρχικές συνθήκες. (Παροδικά προβλήματα)
5. Επιλογή τύπου των στοιχείων του πλέγματος και διακριτικοποίηση της γεωμετρίας του.
6. Επιλογή λύτη και λύση ως προς τους αγνώστους του προβλήματος.
7. Επεξεργασία των αποτελεσμάτων (Post-processing) για εύρεση λύσεων που μας απασχολούν.

## 5.2. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΜΕ ΤΟ COMSOL MULTIPHYSICS

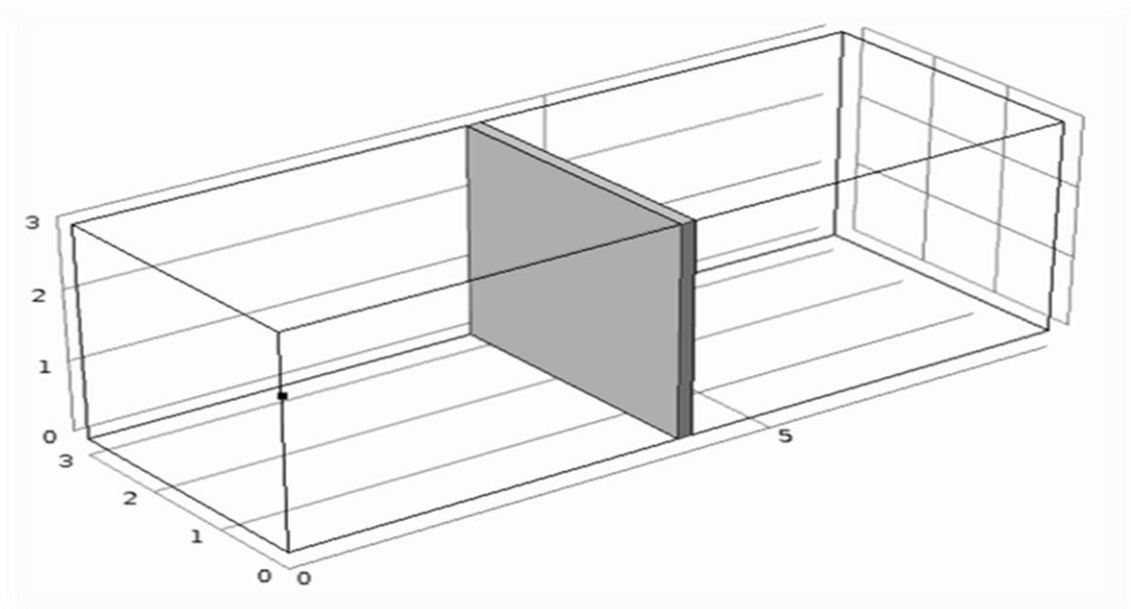
### ΤΟΙΧΟΣ ΕΝΤΟΣ ΑΚΟΥΣΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

#### Εισαγωγή

Η μεταβίβαση ενέργειας από ρευστά σε κατασκευές, όπως μεμβράνες ή πλάκες, αντιπροσωπεύει ένα πολύ σημαντικό τομέα στις μηχανικές εφαρμογές. Η κατασκευή ηχείων, ακουστικών αισθητήρων, δωματίων με ιδανική ακουστική αλλά και η διάγνωση με υπέρηχους του ανθρώπινου σώματος είναι μερικές από αυτές.

#### Ορισμός του μοντέλου

Το μοντέλο αυτό παρουσιάζει μια γενική προσέγγιση ενός ρευστού ακουστικού φαινομένου σε τρεις διαστάσεις συζευγμένο σε ένα στέρεο αντικείμενο (τοίχος). Στη μελέτη αυτή, το αντικείμενο είναι ένας τοίχος ο οποίος ενώνει δυο δωμάτια με αέρα. Τα ακουστικά κύματα που δημιουργούνται από μια πηγή θορύβου μέσα στο ένα δωμάτιο, προσπίπτουν πάνω στη μια πλευρά του τοίχου. Στο μοντέλο , υπολογίζεται πρώτα η απόκριση συχνότητας από το αντικείμενο και μετά επιστρέφονται οι πληροφορίες πίσω στο ακουστικό μέσο (αέρας) για να αναλυθεί το κυματικό μοτίβο.



Σχέδιο 1: Τοίχος περιβάλλεται από αέρα. Η τελεία στο αριστερό δωμάτιο δείχνει τη θέση της σημειακής πηγής στο χώρο

Ο τοίχος έχει πλάτος 3m και ύψος επίσης 3m. Το πάχος του είναι 0.15m. Τα δύο δωμάτια που χωρίζει ο τοίχος έχουν τις ίδιες διαστάσεις με μήκος 4m, πλάτος 3m και ύψος 3m. Το σύστημα τροφοδοτείται από πηγή εντός του δωματίου. Η Πηγή λειτουργεί σε τέσσερις διαφορετικές συχνότητες.[100Hz, 200Hz, 300Hz,400Hz]. Η αρμονική ακουστική πίεση του αέρα στην επιφάνεια του τοίχου λειτουργεί φορτίο στο όριο αυτό (Boundary load) στον τρισδιάστατο τοίχο για να εξασφαλίσει συνέχεια στην πίεση. Κατά τη λύση του μοντέλου, υπολογίζονται οι αρμονικές μετατοπίσεις και τάσεις του τοίχου, χρησιμοποιώντας το διάνυσμα της επιτάχυνσης της επιφάνειας του τοίχου στο όριο των δύο μέσων ώστε και εκεί να επιτευχθεί συνέχεια στην πίεση.

### Βασικές εξισώσεις

#### ΠΕΔΙΟ ΑΕΡΑ (AIR DOMAIN)

Για αρμονικά κύματα ήχου, στο πεδίο της συχνότητας, λύνουμε την εξίσωση Helmholtz που ορίζεται σε περιβάλλον διεπαφής Pressure acoustics, Frequency domain. Η εξίσωση για την ακουστική πίεση είναι:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (5.1)$$

Όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα του μέσου διάδοσης,  $\omega$  είναι η γωνιακή συχνότητα και  $c$  είναι η ταχύτητα του ήχου.

## ΠΕΔΙΟ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ (SOLID DOMAIN)

Υπολογίζω της αρμονικές τάσεις και εντάσεις πάνω στον τοίχο χρησιμοποιώντας την ίδια διατύπωση για την εξίσωση, δηλαδή ως την ανάλυση της συχνοτικής απόκρισης σε τρισδιάστατο περιβάλλον διεπαφής Solid mechanics. Οι ιδιότητες των υλικών δίνονται από τη βάση δεδομένων του προγράμματος για Brick, Concrete, Glass τα οποία είναι και τα υλικά που θα χρησιμοποιήσουμε για τον τοίχο.

Οριακές Συνθήκες

Για να γίνει η σύζευξη του κύματος ακουστικής πίεσης στον τοίχο, το οριακό φορτίο  $F$  (force/unit area) στον τοίχο είναι:

$$(5.2)$$

Όπου  $\mathbf{n_s}$  είναι το διάνυσμα που δείχνει προς τα έξω όταν το βλέπουμε μέσα από το πρώτο δωμάτιο.

Επιπλέον για να κάνω τη σύζευξη της συχνοτικής απόκρισης του τοίχου πίσω στο ακουστικό μέσο (αέρας), το διάνυσμα της επιτάχυνσης στο ρευστό πρέπει να ισούται με το διάνυσμα της επιτάχυνσης στον τοίχο.

$$= - \mathbf{a} \quad (5.3)$$

Εδώ,  $\mathbf{n_a}$  είναι το διάνυσμα που δείχνει προς τα έξω αν το δούμε μέσα από το ακουστικό μέσο του πρώτου δωματίου.

Το παρόν μοντέλο χρησιμοποιεί Acoustic- Solid interaction Frequency Domain multi physics περιβάλλον, στο οποίο οι παραπάνω οριακές συνθήκες προστίθενται εξ αρχής σε όλα τα κατασκευαστικά όρια. (Τοίχοι)

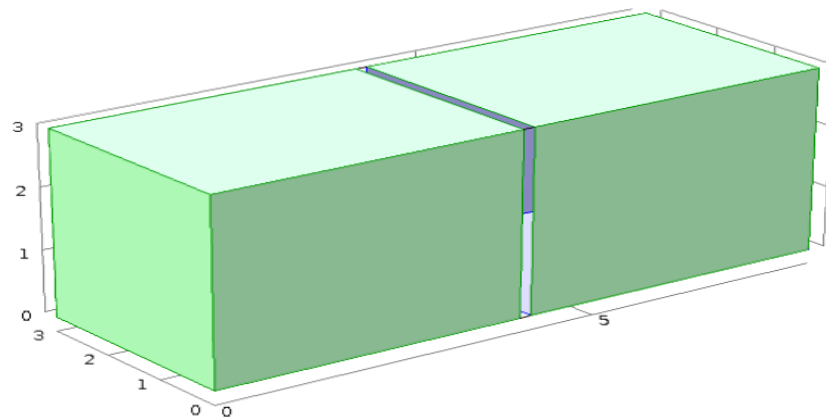
Στην περίπτωση μας, τα ακουστικά κύματα παράγονται από σημειακή πηγή με ισχύ  $P_{ref}$  σε σημείο  $R=R_0$  σε άπειρα ομογενή χώρο, με την εξίσωση:

$$- \quad \quad \quad (5.4)$$

Όπου  $\delta$  είναι το δέλτα του Dirac στις τρεις διαστάσεις.

Για την απλοποίηση των υπολογιστικών μετρήσεων και παράλληλα του όγκου των πινάκων υπολογισμού θεωρούμε ότι όλοι οι τοίχοι και των δυο δωματίων εκτός από αυτόν προς μελέτη είναι συμπαγείς (Rigid Walls), με την παρακάτω οριακή συνθήκη να προστίθεται στην εξίσωση της ακουστικής πίεσης.

Sound Hard Boundary Condition:

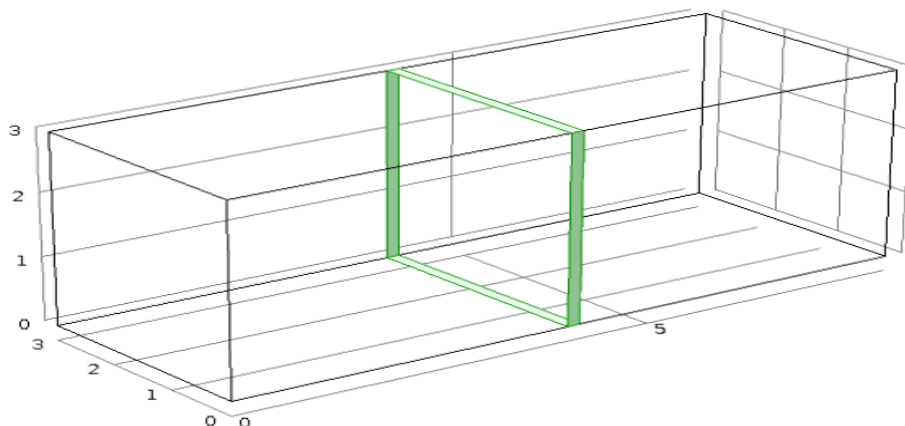


Σχέδιο 2: Οι τοίχοι με πράσινο χρώμα είναι συμπαγείς.

Η οριακή συνθήκη στο συμπαγές τοίχου είναι  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ , δηλαδή η Helmholtz γίνεται

—

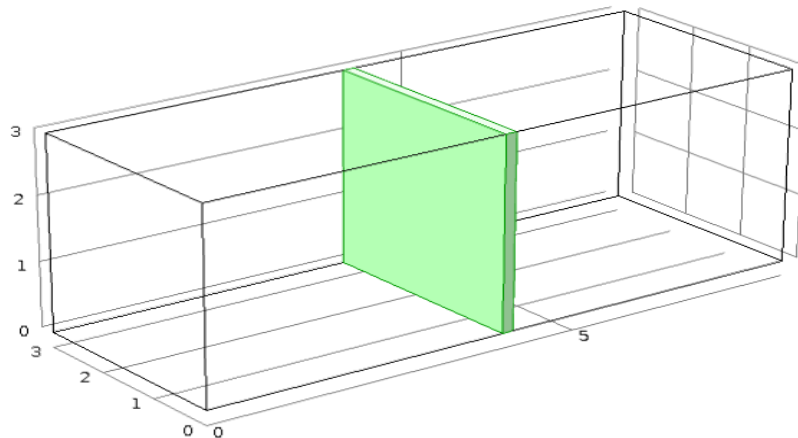
Fixed constraint:



Σχέδιο 3: τα όρια στο περίγραμμα του τοίχου προς μελέτη τα θεωρούμε πακτωμένα

Αυτό σημαίνει ότι στα όρια αυτά οι μετατοπίσεις του τοίχου είναι 0.

Linear elastic material:



Σχέδιο 3: Δίνουμε στον τοίχο προς μελέτη ελαστικά χαρακτηριστικά όπως φαίνεται στο σχήμα

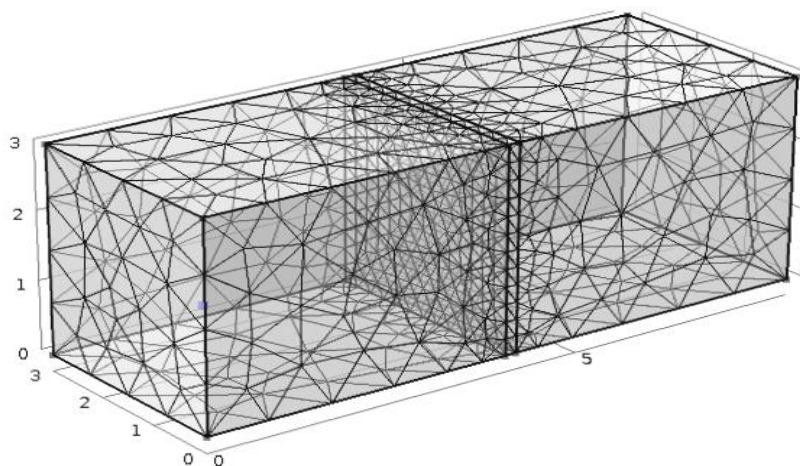
Στον τοίχο οι εξισώσεις που υπολογίζονται είναι αυτές της μετατόπισης , τάσης και έντασης του με τις παρακάτω σχέσεις:

Μετατόπιση (Displacement):

Τάση : — — — — —

Ένταση :

Έχοντας ορίσει όλες τις οριακές συνθήκες στο πρόγραμμα διακριτοποιώ το σύστημα μου τοποθετώντας κατάλληλο πλέγμα τετραέδρων (mesh tetrahedral) στα δωμάτια και στον τοίχο ξεχωριστά ώστε το πρόγραμμα με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων να υπολογίσει τις τιμές που επιθυμώ σε συχνότητες 100,200,300,400 Hz.



Σχέδιο 4: Διακριτοποίηση με πλέγμα (mesh) με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στον τοίχο προς μελέτη για επαρκή αποτελέσματα μετρήσεων

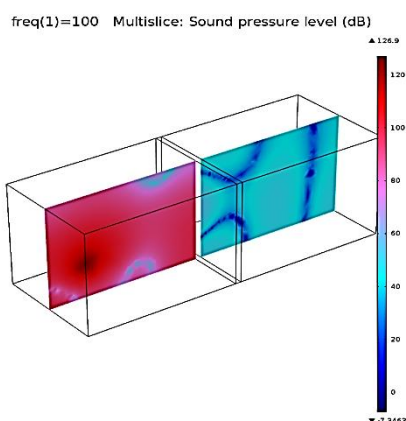
## ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Σκοπός της μοντελοποίησης του συστήματος μας είναι να μετρήσουμε τη ΣΤΑΘΜΗ ΗΧΗΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ (SOUND PRESSURE LEVEL), της ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ( ACOUSTIC PRESSURE) και της ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ( DISPLACEMENT) του τοίχου στα δυο δωμάτια χρησιμοποιώντας 3 διαφορετικά υλικά (Brick,Concrete, Glass) σε 4 διαφορετικές συχνότητες.(100,200,300,400 Hz).

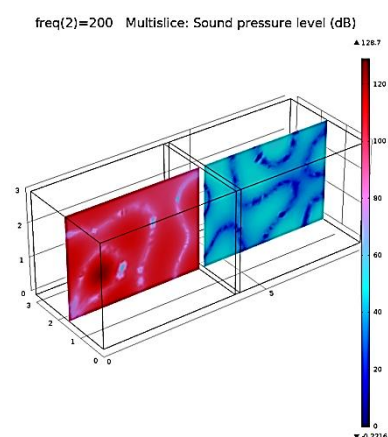
### SOUND PRESSURE LEVEL

#### BRICK (ΤΟΥΒΛΟ)

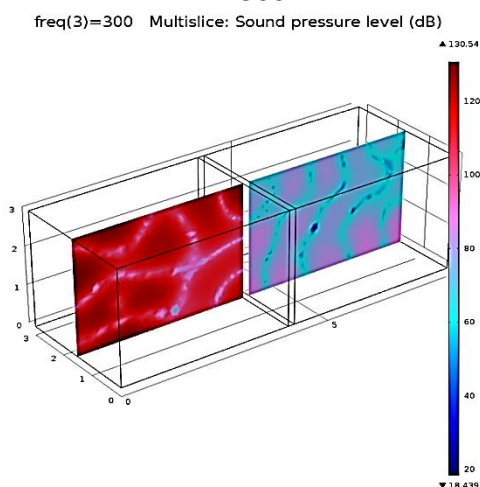
100Hz



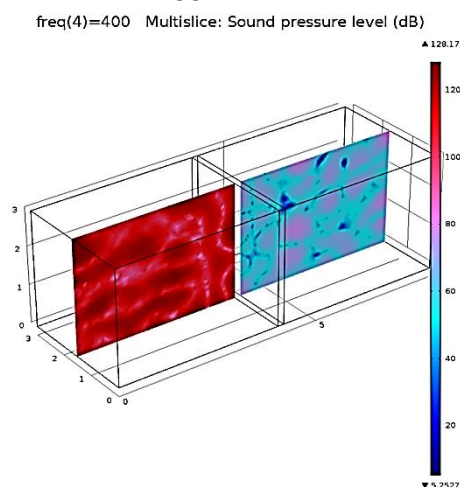
200Hz



300Hz



400Hz

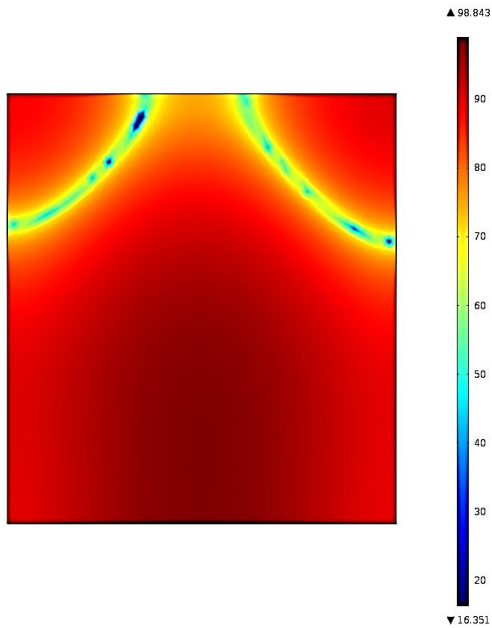


Σχέδιο 5: Απεικόνιση SPL με

στις συχνότητες

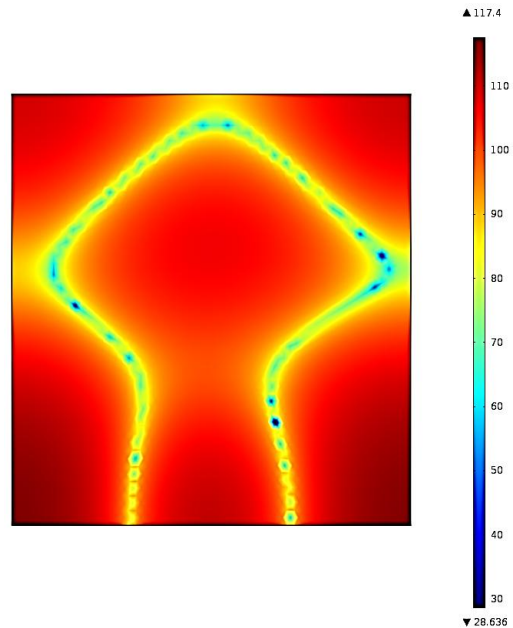
Απεικόνιση Στάθμης ηχητικών κυμάτων (SPL) της επιφάνειας το τοίχου στο ΔΩΜΑΤΙΟ 1 (πηγή) όλων των υλικών (BRICK,CONCRETE,GLASS) για τις δεδομένες συχνότητες.

freq(1)=100 Surface: Sound pressure level (dB)



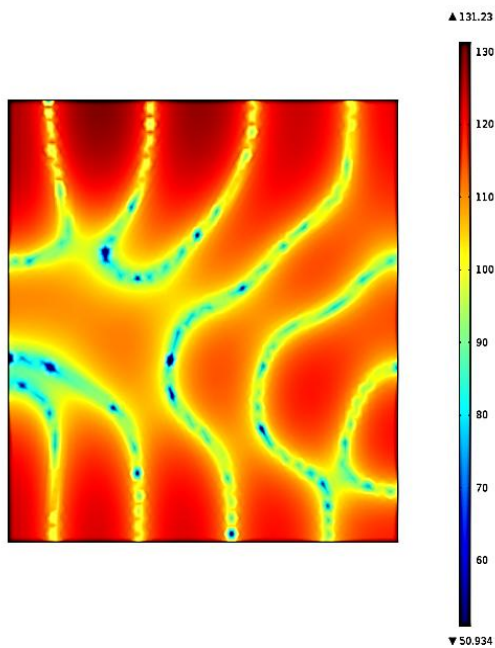
MAX SPL: 98.84 MIN SPL: 16.351 (dB)

freq(2)=200 Surface: Sound pressure level (dB)



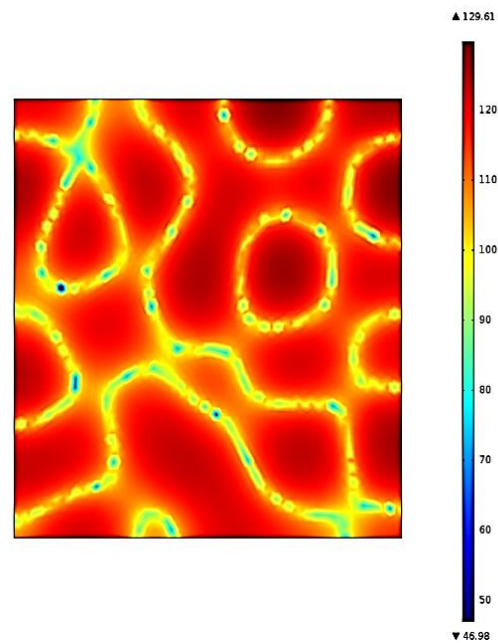
MAX SPL: 117.4. MIN SPL: 28.63 (dB)

freq(3)=300 Surface: Sound pressure level (dB)



MAX SPL: 131.23 MIN SPL: 50.934 (dB)

freq(4)=400 Surface: Sound pressure level (dB)

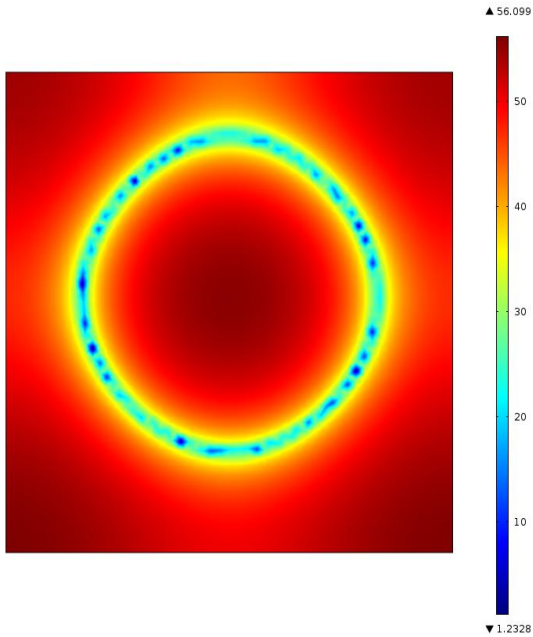


MAX SPL: 129.61 MIN SPL: 46.98(dB)



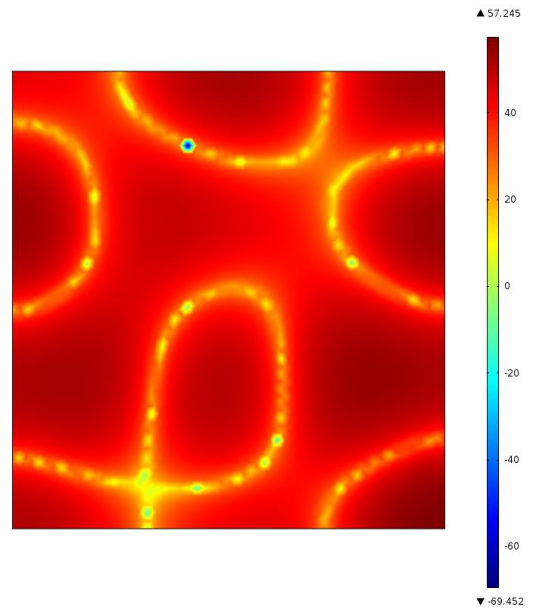
Απεικόνιση Στάθμης ηχητικών κυμάτων (SPL) της επιφάνειας το τοίχου στο ΔΩΜΑΤΙΟ 2 για  
BRICK στις δεδομένες συχνότητες.(100, 200, 300,400 Hz)

freq(1)=100 Surface: Sound pressure level (dB)



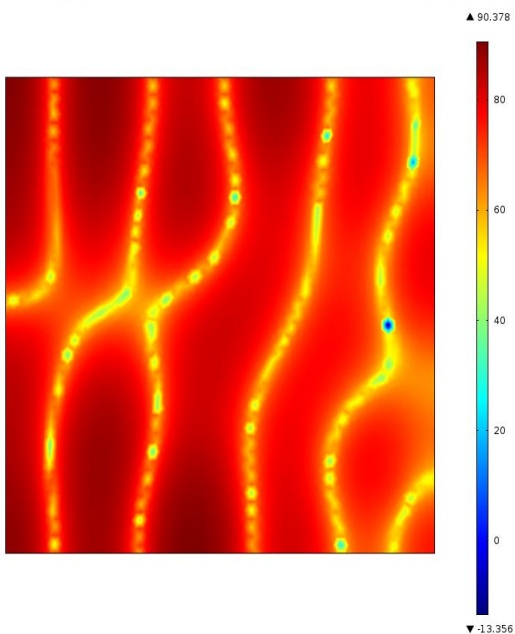
MAX SPL: 56.099 MIN SPL: 1.23 (dB)

freq(2)=200 Surface: Sound pressure level (dB)



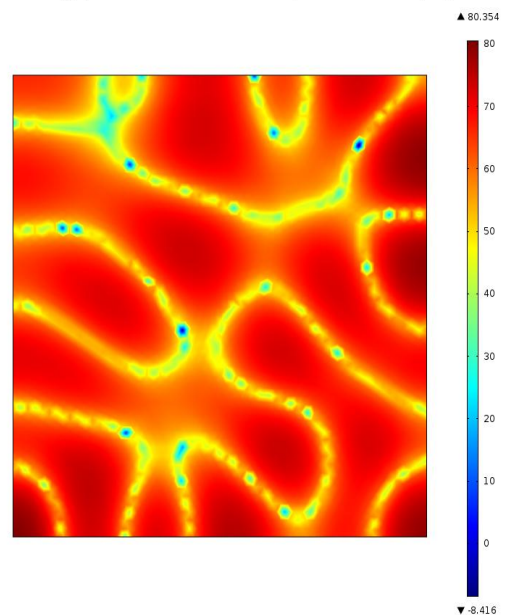
MAX SPL:57.245. MIN SPL: -69.452 (dB)

freq(3)=300 Surface: Sound pressure level (dB)



MAX SPL: 90.378. MIN SPL: -13.356 (dB)

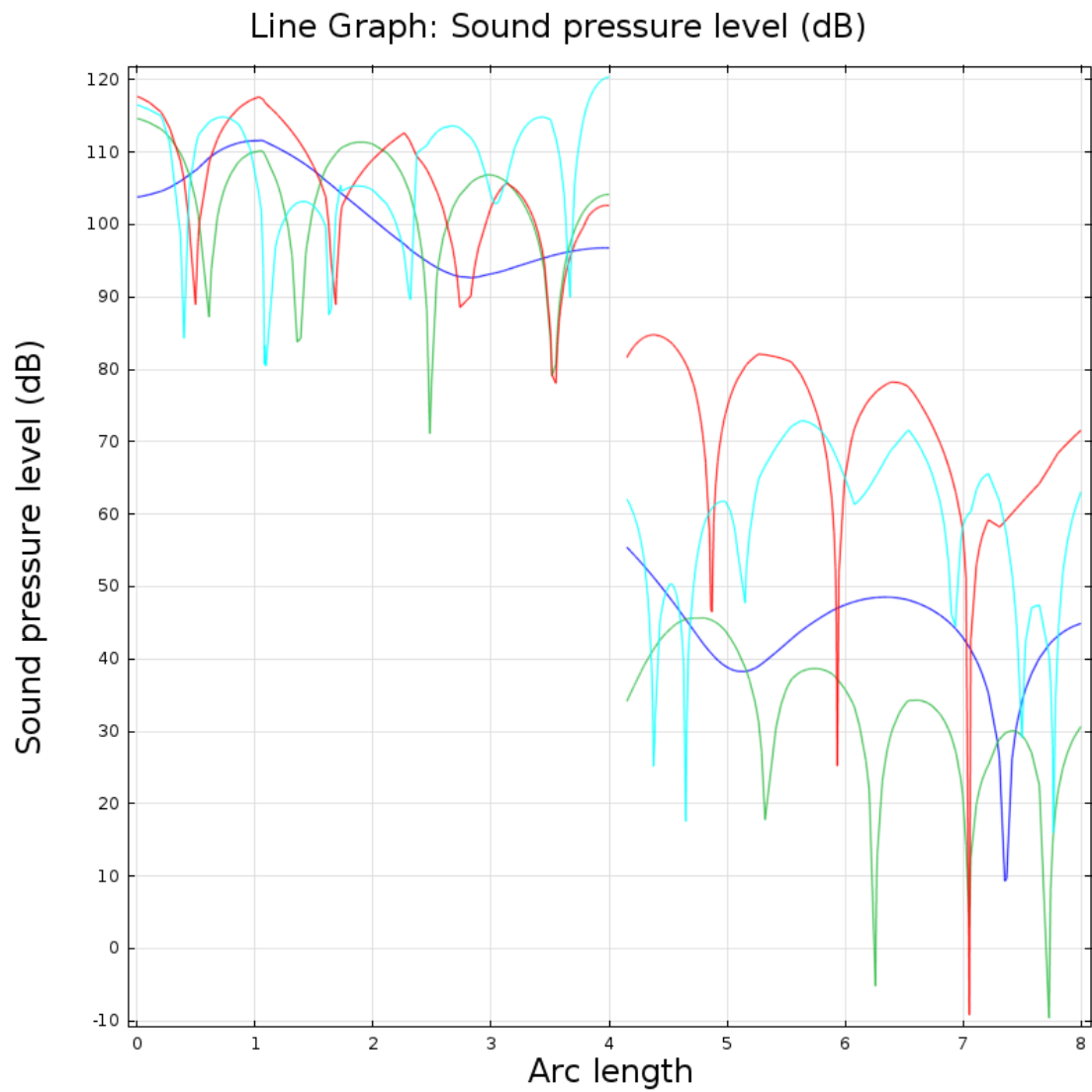
freq(4)=400 Surface: Sound pressure level (dB)



MAX SPL: 80.354 MIN SPL: -8.416 (dB)



ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΜΗΣ ΗΧΗΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΑ ΔΥΟ ΔΩΜΑΤΙΑ (BRICK)

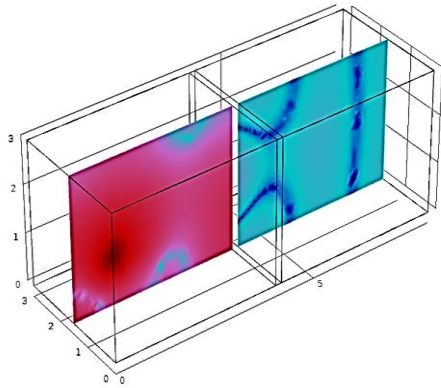


**ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ(1): επίπεδα στάθμης ηχητικής πίεσης και στα δυο δωμάτια με BRICK WALL**

## Concrete (τσιμέντο)

100Hz

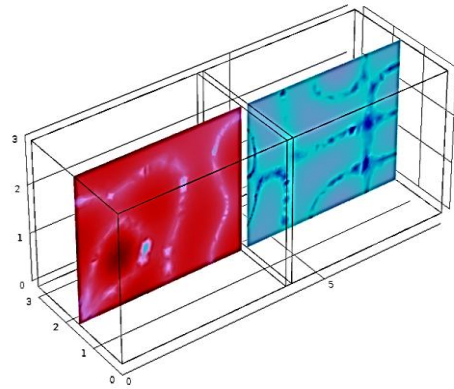
freq(1)=100 Multislice: Sound pressure level (dB)



*Max SPL: 126.9 Min SPL:-4.08 (dB)*

200Hz

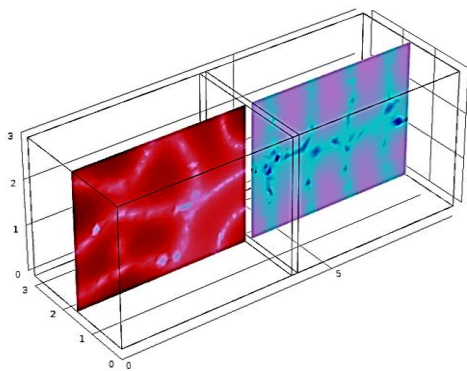
freq(2)=200 Multislice: Sound pressure level (dB)



*Max SPL: 128 Min SPL:-11 (dB)*

300Hz

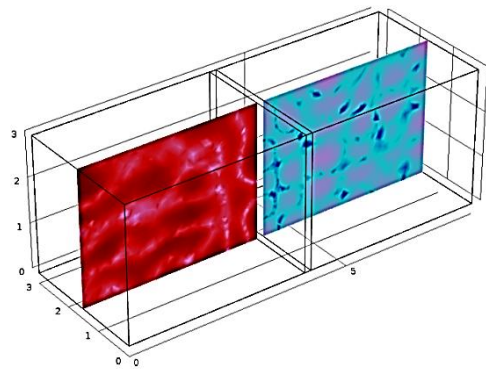
freq(3)=300 Multislice: Sound pressure level (dB)



*Max SPL: 130.52 Min SPL: 18.784 (dB)*

400Hz

freq(4)=400 Multislice: Sound pressure level (dB)



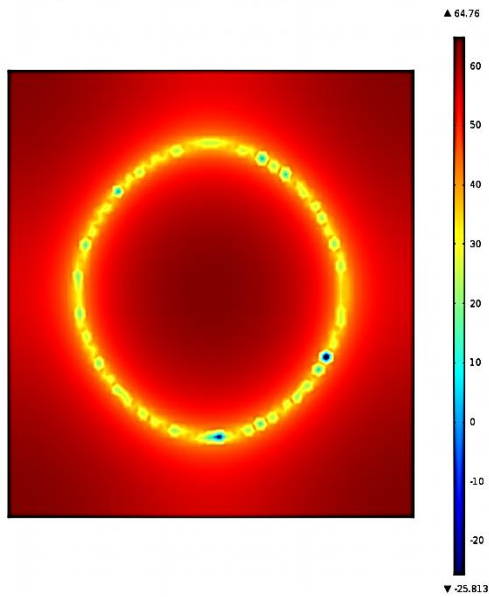
*Max SPL: 128.16 Min SPL:15.264 (dB)*

Σχέδιο 6: Απεικόνιση SPL με

στις συχνότητες

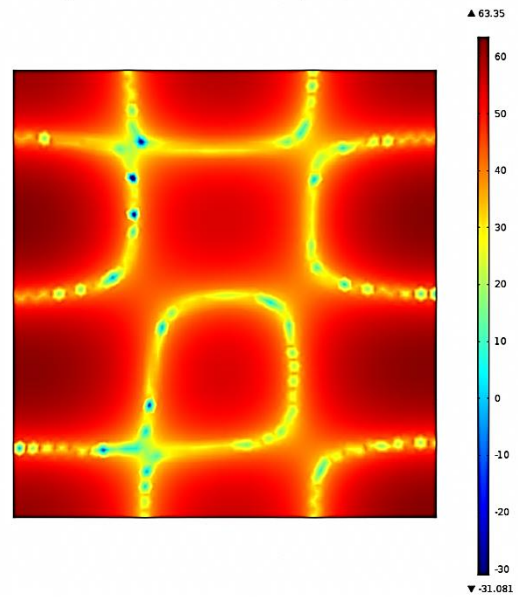
Απεικόνιση Στάθμης ηχητικών κυμάτων (SPL) της επιφάνειας το τοίχου στο ΔΩΜΑΤΙΟ 2 για  
CONCRETE στις δεδομένες συχνότητες.(100, 200, 300,400 Hz)

freq(1)=100 Surface: Sound pressure level (dB)



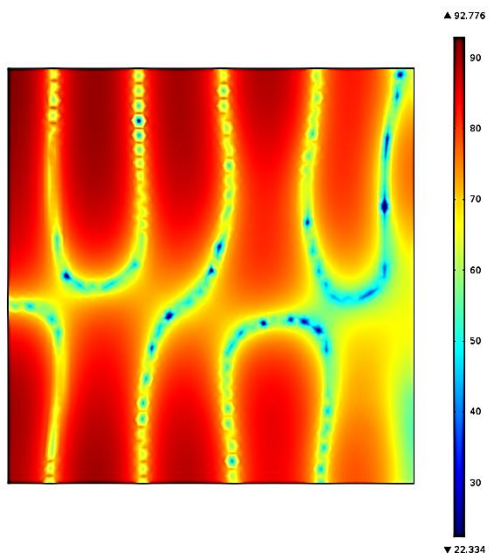
Max SPL: 64.76 Min SPL: -25.813 (dB)

freq(2)=200 Surface: Sound pressure level (dB)



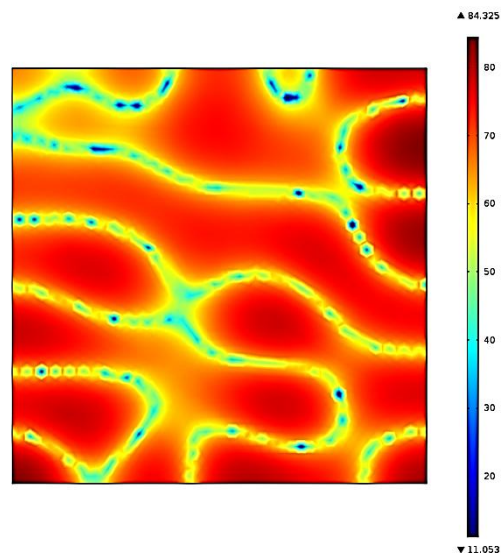
Max SPL: 63.35 Min SPL: -31.081 (dB)

freq(3)=300 Surface: Sound pressure level (dB)



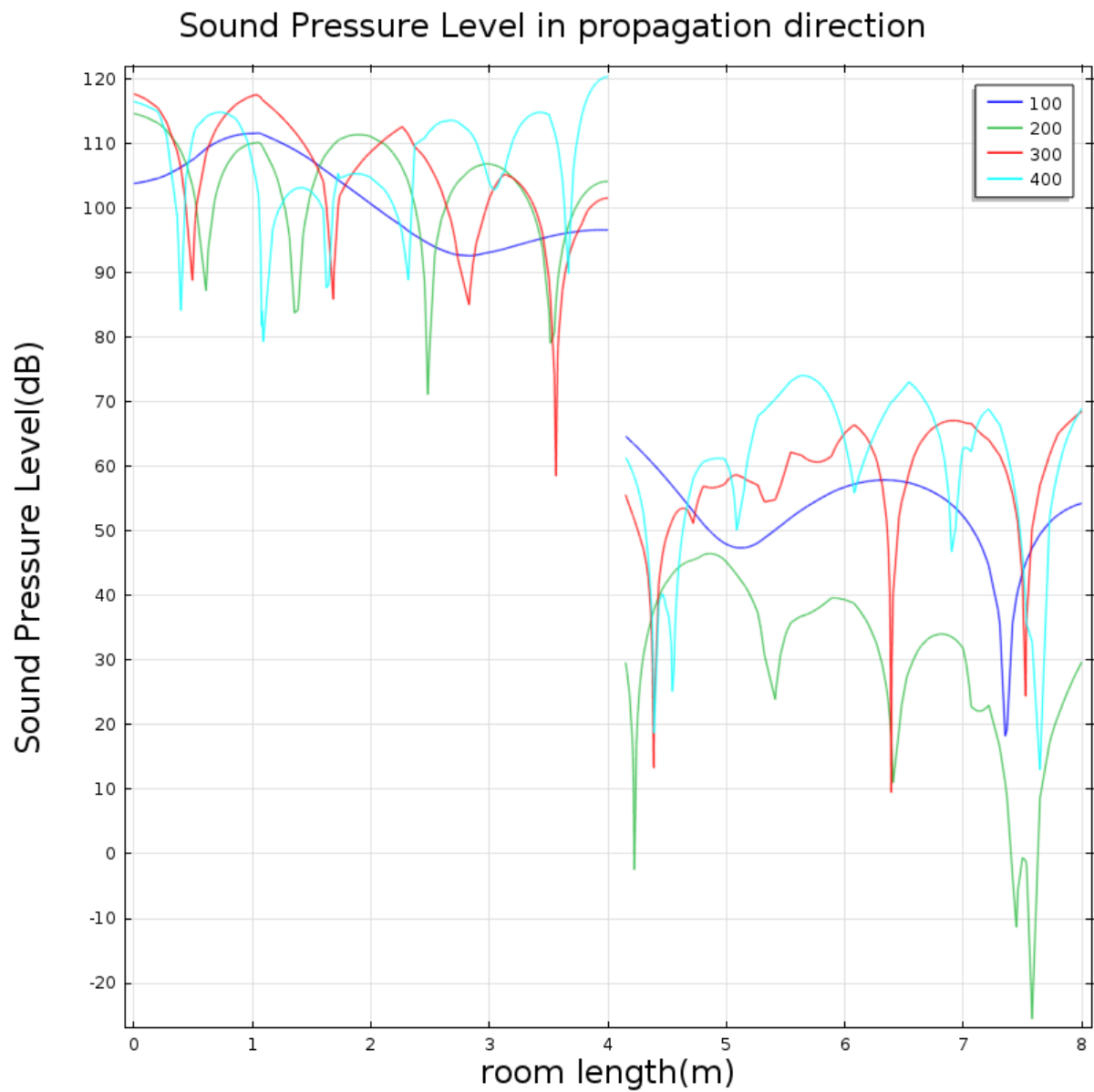
Max SPL: 92.776 Min SPL: 22.334 (dB)

freq(4)=400 Surface: Sound pressure level (dB)



Max SPL: 84.325 Min SPL: 11.053 (dB)

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΜΗΣ ΗΧΗΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΑ ΔΥΟ ΔΩΜΑΤΙΑ (CONCRETE)

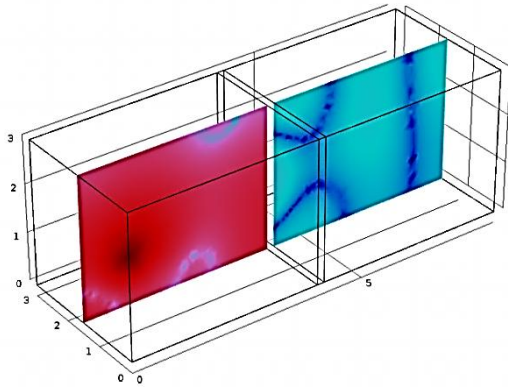


ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ(2): επίπεδα στάθμης ηχητικής πίεσης και στα δυο δωμάτια με CONCRETE WALL

## GLASS ( ΓΥΑΛΙ)

100Hz

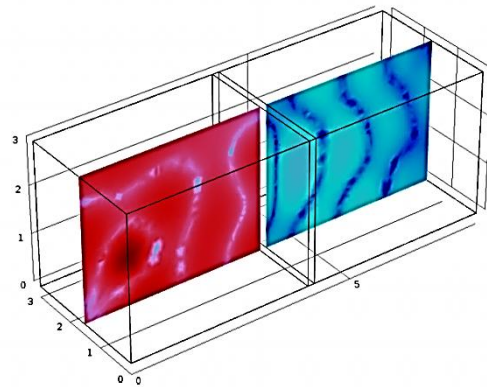
freq(1)=100 Multislice: Sound pressure level (dB)



**Max SPL: 126.9 Min SPL: -25.472 (dB)**

200Hz

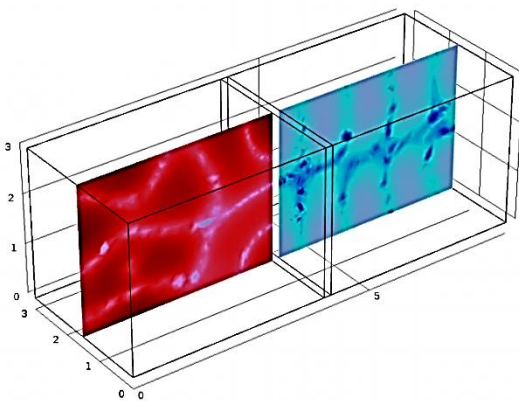
freq(2)=200 Multislice: Sound pressure level (dB)



**Max SPL: 128.7 Min SPL: -2.89 (dB)**

300Hz

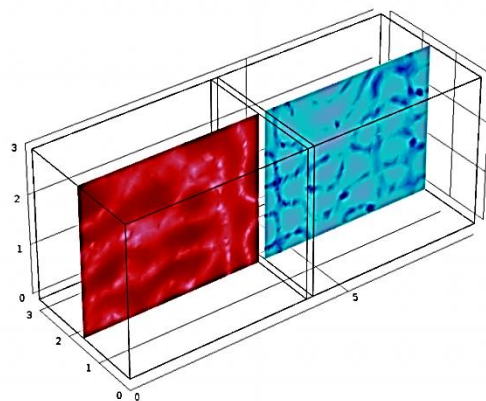
freq(3)=300 Multislice: Sound pressure level (dB)



**Max SPL: 130.52 Min SPL: 12.776 (dB)**

400Hz

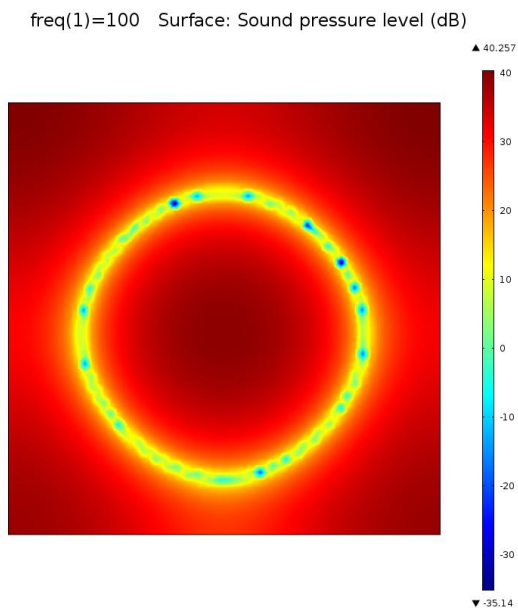
freq(4)=400 Multislice: Sound pressure level (dB)



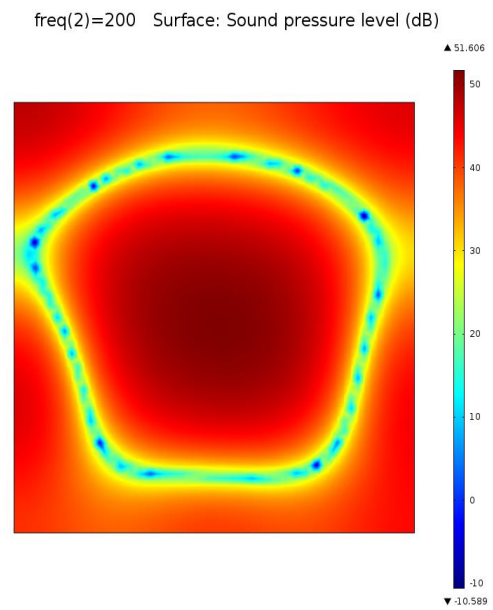
**Max SPL: 128.16 Min SPL: 4.27 (dB)**



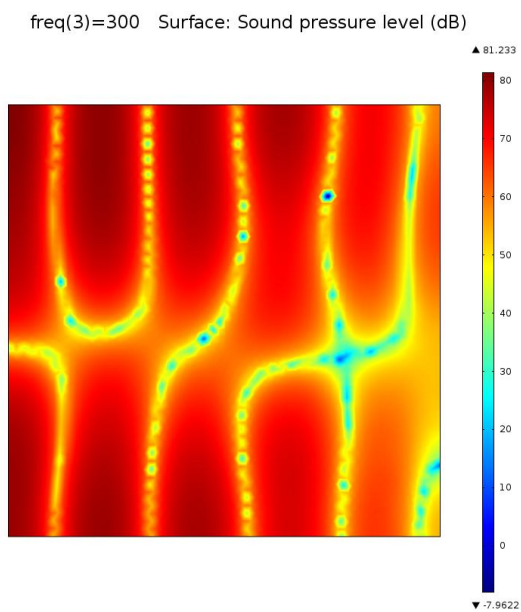
Απεικόνιση Στάθμης ηχητικών κυμάτων (SPL) της επιφάνειας το τοίχου στο ΔΩΜΑΤΙΟ 2 για GLASS στις δεδομένες συχνότητες.(100, 200, 300,400 Hz)



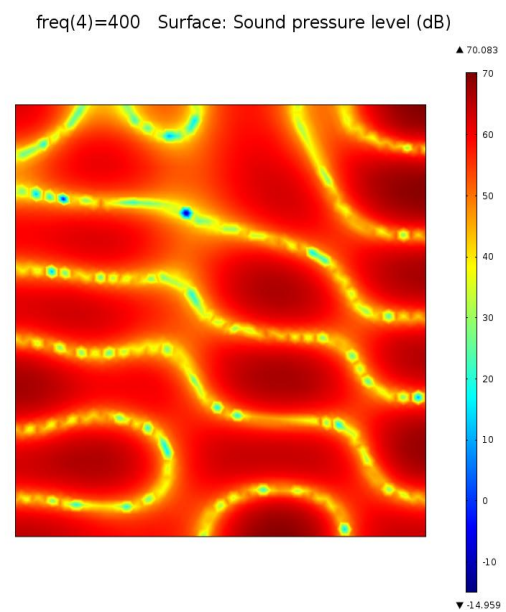
**Max SPL: 40.257 Min SPL: -35.14(dB)**



**Max SPL: 51.606 Min SPL: -10.589 (dB)**



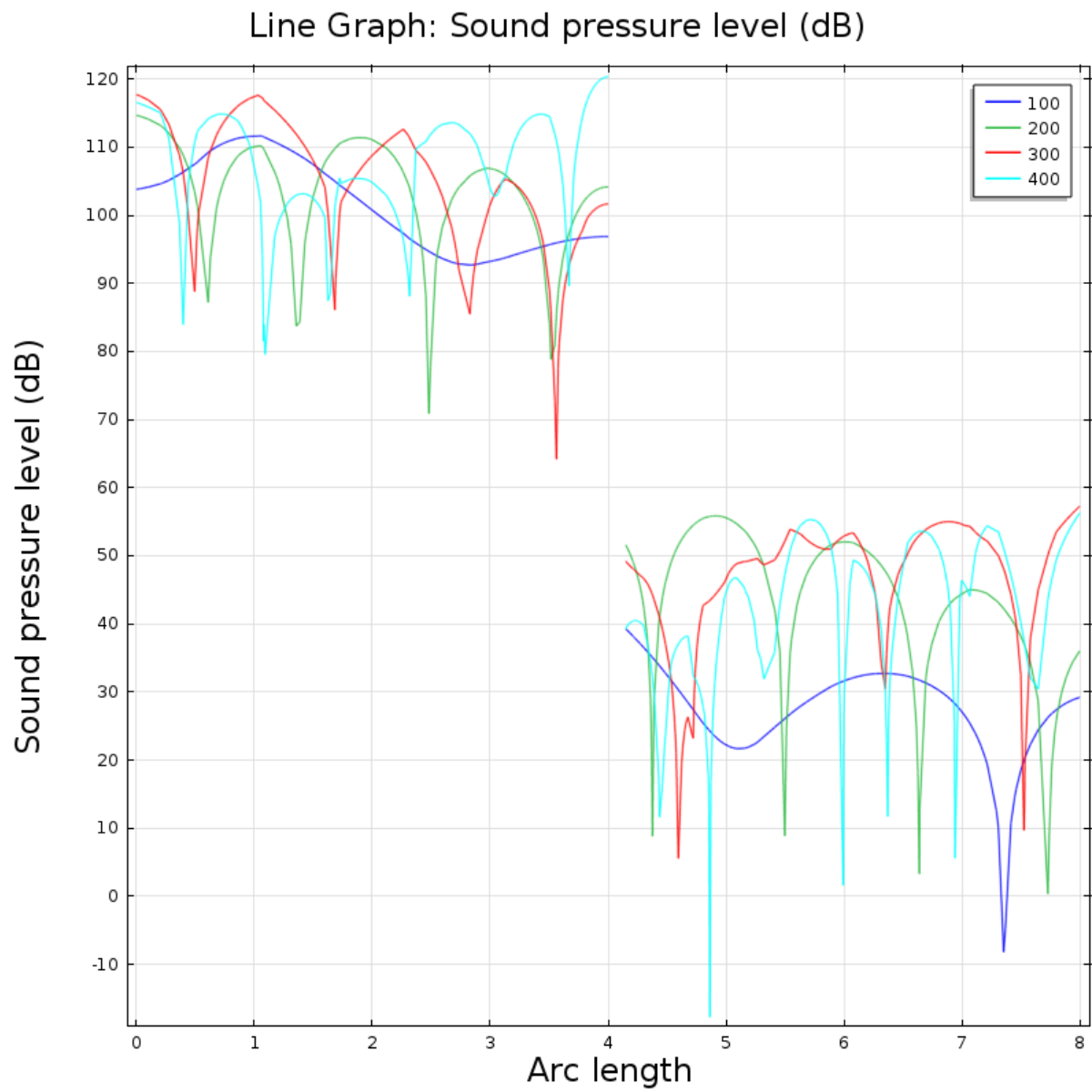
**Max SPL: 81.233 Min SPL: -7.96 (dB)**



**Max SPL: 70.083 Min SPL: -14.959 (dB)**



# ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΜΗΣ ΗΧΗΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΑ ΔΥΟ ΔΩΜΑΤΙΑ



ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ(3): επίπεδα στάθμης ηχητικής πίεσης και στα δυο δωμάτια με GLASS WALL

ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΤΑΘΜΗΣ ΗΧΗΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ (SOUND PRESSURE LEVEL)

1. Μέση τιμή SPL εντός των δωματίων 1 και 2

FREQUENCY (Hz)	SPL ROOM 1 [Concrete Brick,,Glass]	SPL ROOM 2 [Brick]	SPL ROOM 2 [Concrete]	SPL ROOM 2 [Glass]
100	92.46	40.79	50.21	25.04
200	98.94	38.27	47.36	38.80
300	110.79	70.00	71.37	59.63
400	111.55	59.00	64.15	51.52

2. Μέση τιμή SPL της επιφάνειας του τοίχου στο δωμάτιο 1 για όλα τα υλικά [Brick, Concrete, Glass]

FREQUENCY (Hz)	SPL LEVEL WALL (dB)
100	88.98
200	100.12
300	110.61
400	113.76

3. Μέση τιμή SPL της επιφάνειας του τοίχου στο δωμάτιο 2 για τοίχο Brick

FREQUENCY (Hz)	SPL LEVEL Brick WALL (dB)
100	46.31
200	41.39
300	75.09
400	64.15



**4. Μέση τιμή SPL της επιφάνειας του τοίχου στο δωμάτιο 2 για τοίχο Concrete**

<b><i>FREQUENCY (Hz)</i></b>	<b><i>SPL LEVEL Concrete WALL (dB)</i></b>
100	55.65
200	48.27
300	76.21
400	66.96

**5. Μέση τιμή SPL της επιφάνειας του τοίχου στο δωμάτιο 2 για τοίχο Glass**

<b><i>FREQUENCY (Hz)</i></b>	<b><i>SPL LEVEL Glass WALL (dB)</i></b>
100	30.39
200	38.39
300	64.572
400	55.18

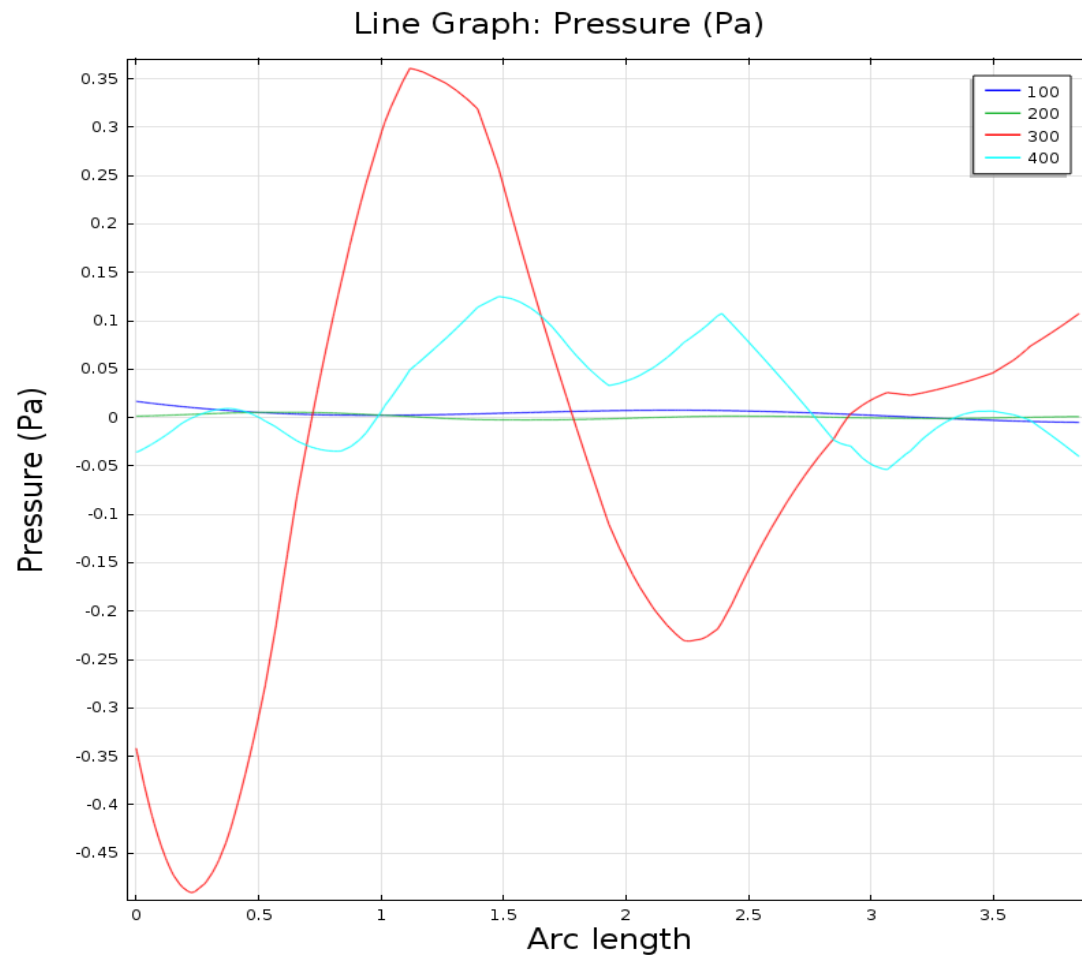
**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΓΙΑ SPL**

Μας ενδιαφέρει καταρχήν να δούμε πόσο μεγάλη είναι η διαφορά στην τιμή της Στάθμης ηχητικής πίεσης μεταξύ της επιφάνειας του τοίχου στο δωμάτιο 1 και στο δωμάτιο 2, χρησιμοποιώντας τα τρία υλικά (Brick, concrete, Glass) , υπό την επίδραση των τεσσάρων συχνοτήτων που εξετάζουμε. Παρατηρούμε ότι συνολικά και στις τέσσερις συχνότητες ο τοίχος με υλικό κατασκευής το γυαλί, επιφέρει τη μεγαλύτερη μείωση στο θόρυβο. Ένας τοίχος όμως τέτοιων διαστάσεων είναι στις περισσότερες περιπτώσεις χρηματοοικονομικά ασύμφορος. Μια λύση είναι να επιφέρουμε μείωση στο πάχος του και να ξαναεξετάσουμε τη συμπεριφορά του. Το πρόβλημα είναι πρακτικά συμφέρον όταν εξετάσουμε τα άλλα δυο υλικά αφού στις περισσότερες κατασκευές χρησιμοποιείται τούβλο ή τσιμέντο. Συγκρίνοντας λοιπόν τη μείωση στο θόρυβο ενός τοίχου με τούβλο και ενός τοίχου με τσιμέντο παρατηρούμε ότι το τούβλο με δεδομένες τις διαστάσεις επιφέρει μεγαλύτερη μείωση από ότι το τσιμέντο. Λόγω της πολυπλοκότητας του προβλήματος πρέπει να εξεταστούν και η συμπεριφορά του τοίχου ως προς τη δόνηση του, αφού μας ενδιαφέρουν τα σημεία μέγιστης ταλάντωσης του για να εφαρμόσουμε τη μέθοδο της ενεργητικής ηχομείωσης. Παρακάτω εξετάζεται η Ακουστική πίεση στα δύο δωμάτια και η μετατόπιση του τοίχου για την εξαγωγή λεπτομερέστερων αποτελεσμάτων.

## ACOUSTIC PRESSURE:

Για τη διερεύνηση της συμπεριφοράς της ακουστικής πίεσης στα δυο δωμάτια επιλέγω 4 σημεία 2 σε κάθε δωμάτιο στο ύψος της πηγής. Παρακάτω παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις ακουστικής πίεσης ( $p$ ) για τα διάφορα υλικά:

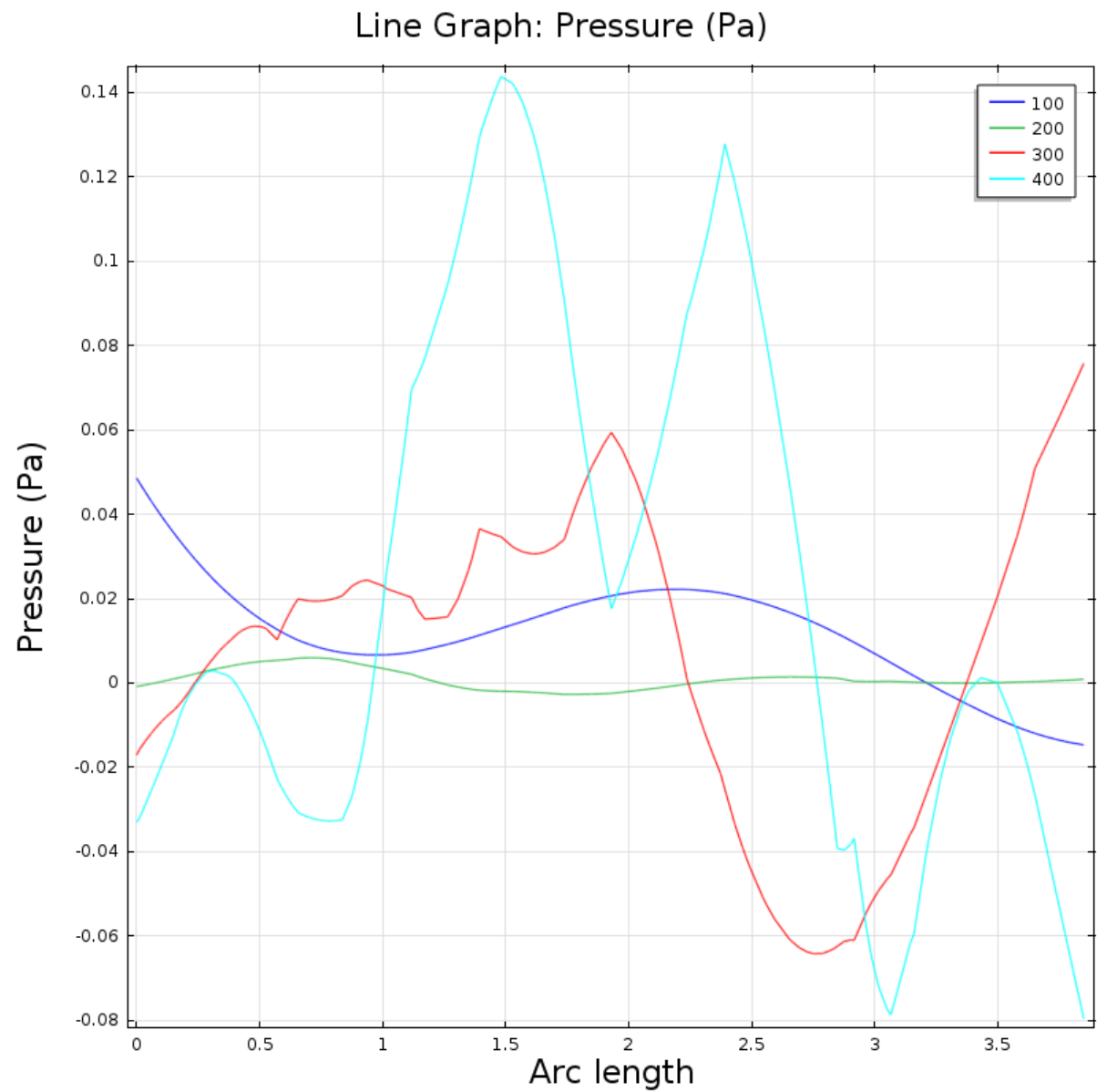
### 1. Γραφική παρασταση (4) Ακουστική πίεση (Pa) στο δωμάτιο 2 με τοίχο BRICK



ΠΙΝΑΚΑΣ (6) ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ (Pa) BRICK

<i>Frequency (Hz)</i>	<i>Acoustic Pressure average Room 2</i>	<i>Acoustic Pressure maximum Room 2</i>
100	0.0041	0.01673
200	8.64E-4	0.00542
300	-0.029	0.36081
400	0.024	0.12508

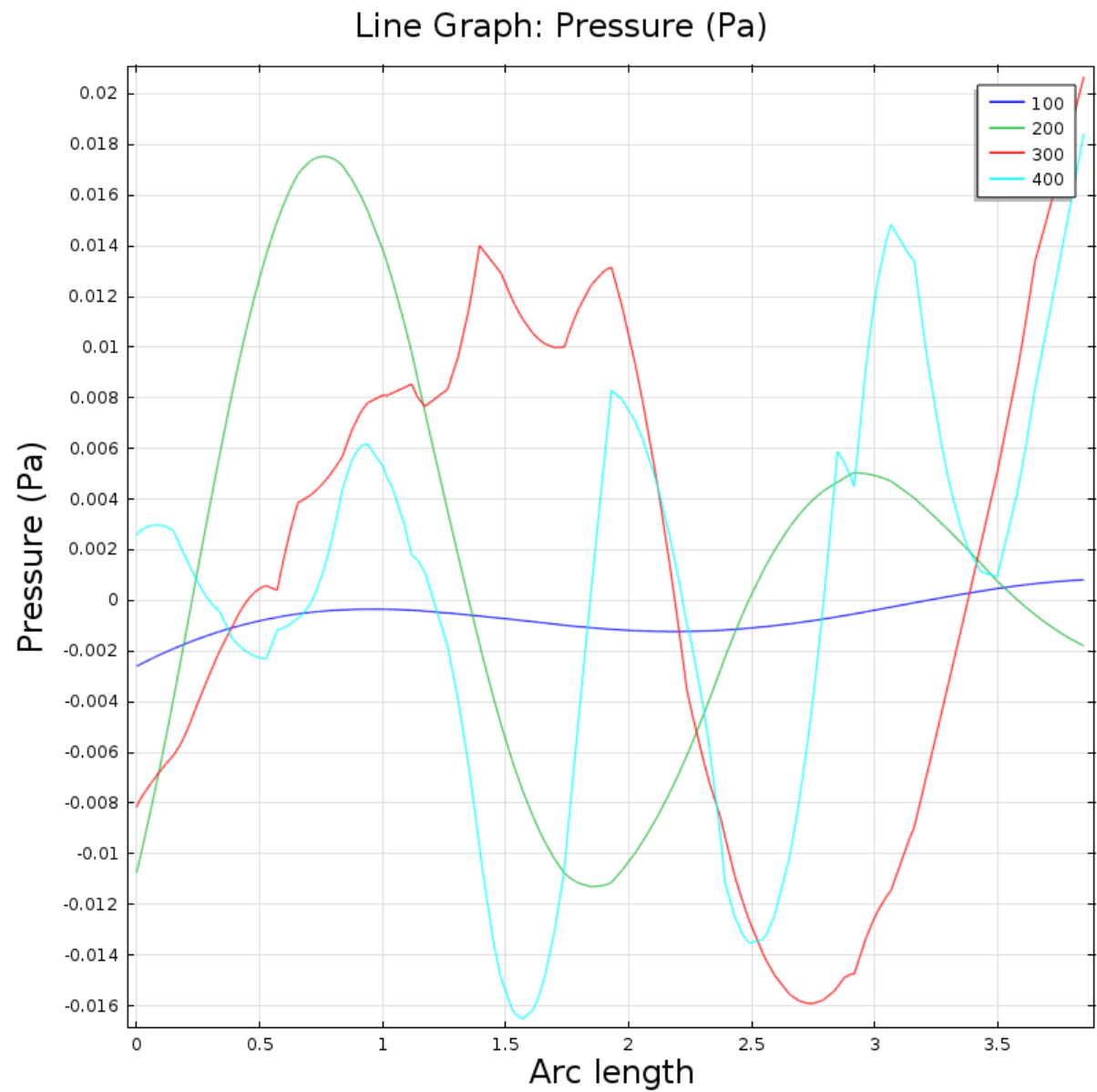
2. Γραφική παρασταση (5 )Ακουστική πίεση (Pa) στο δωμάτιο 2 με τοίχο CONCRETE



ΠΙΝΑΚΑΣ (7) ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ (Pa) CONCRETE

<i>Frequency (Hz)</i>	<i>Acoustic Pressure average Room 2</i>	<i>Acoustic Pressure maximum Room 2</i>
100	0.01194	0.04856
200	8.40171E-4	0.00598
300	0.00591	0.05779
400	0.02337	0.14373

3. Γραφική παράσταση (6) Ακουστική πίεση (Pa) στο δωμάτιο 2 με τοίχο Glass



ΠΙΝΑΚΑΣ (8) ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ (Pa) GLASS

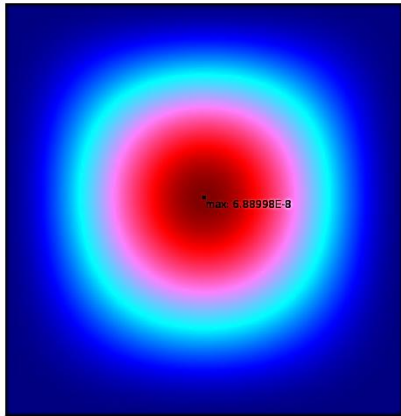
<b><i>Frequency (Hz)</i></b>	<b><i>Acoustic Pressure average Room 2</i></b>	<b><i>Acoustic Pressure maximum Room 2</i></b>
100	-6.4344E-4	8.1744E-4
200	0.00161	0.01753
300	0.00119	0.02068
400	2.3956E-4	0.01843

## ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΤΟΙΧΟΥ

. Παρακάτω παρουσιάζονται η μετατοπίσεις του τοίχου στα διάφορα υλικά [Brick, Concrete, Glass] στις δεδομένες συχνότητες

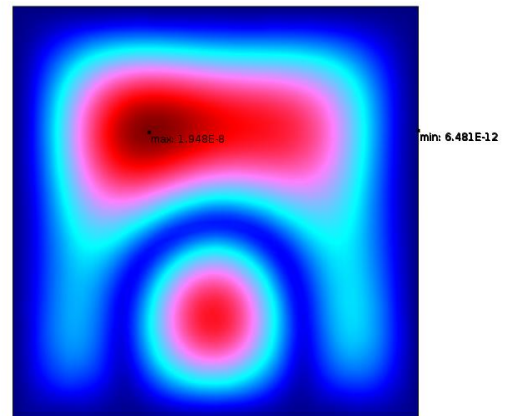
### BRICK

DISPLACEMENT [m] f=100Hz



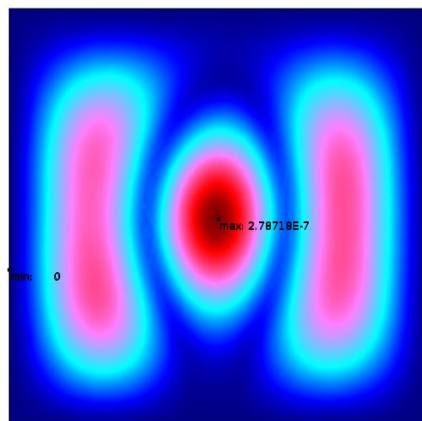
[100Hz] Max disp: 6.88E-8m

Surface: Total displacement 200[Hz] (m) :



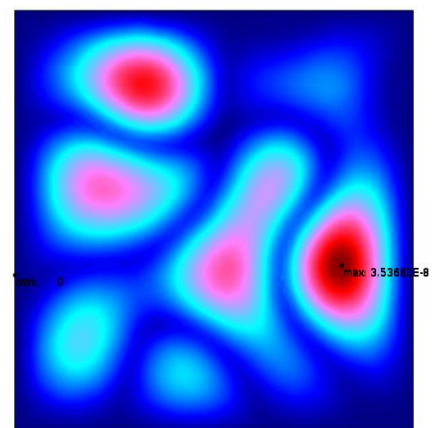
[200Hz] Max disp: 1.948E-8m

Surface: Total displacement (m) f=300Hz

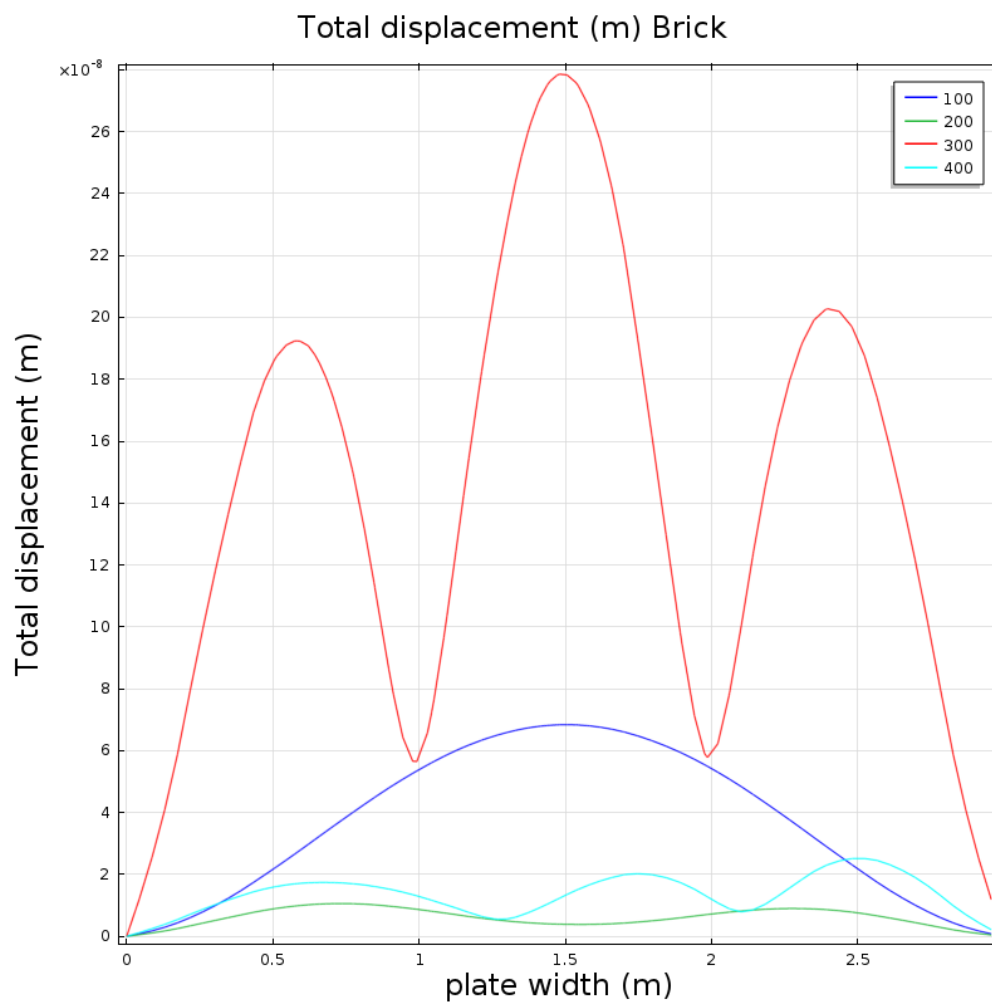


[300Hz]Max disp: 6.88 E-8m

Surface: Total displacement (m) f=400Hz



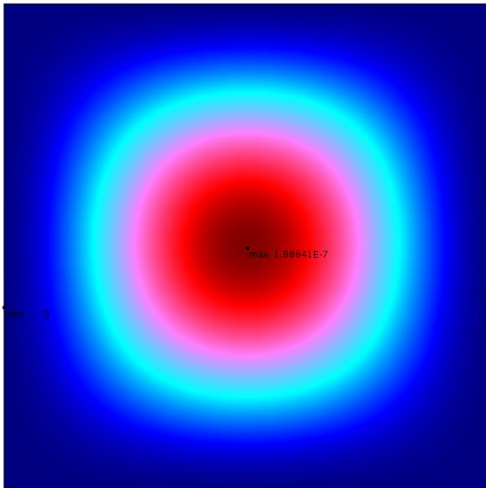
[400Hz]Max disp: 6.88 E-8m



ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ(7): Μετατόπιση τοίχου [ Brick]

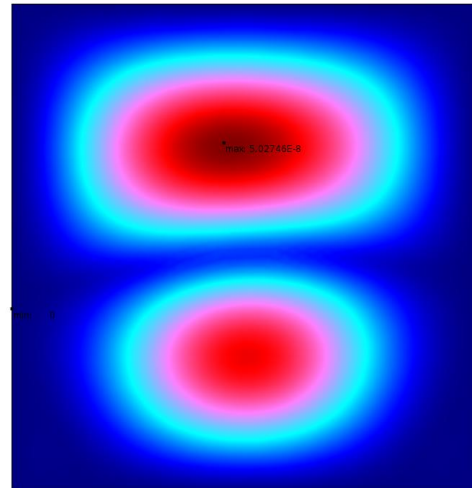
## CONCRETE

Surface: Total displacement (m) F=100Hz



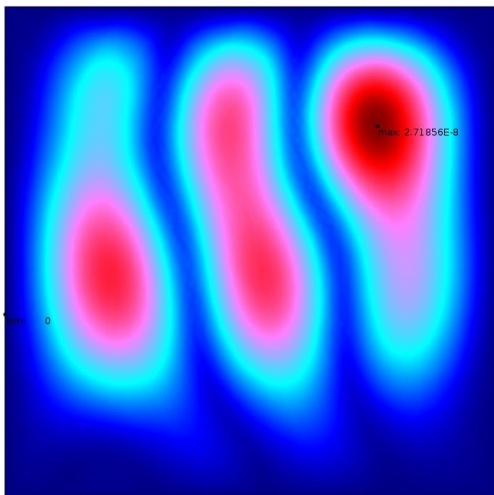
[100Hz] Max disp 19.83 E-8m

Surface: Total displacement (m) f=200Hz



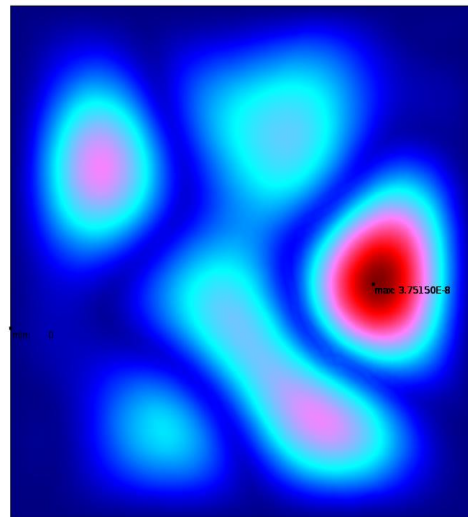
[200Hz] Max disp: 5.035 E-8m

Surface: Total displacement (m) f=300Hz

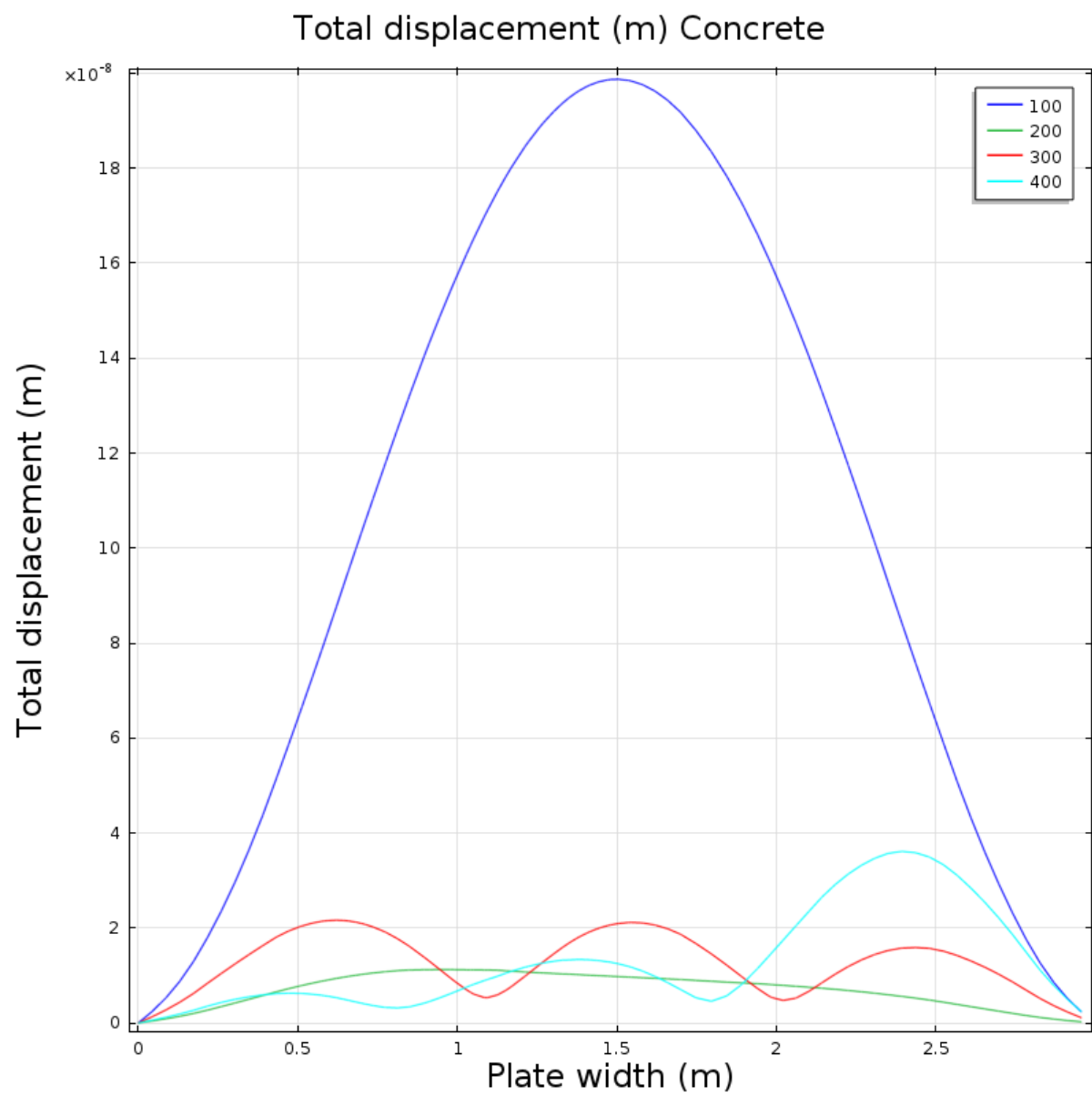


[300Hz] Max disp: 2.718 E-8m

Surface: Total displacement (m) f=400Hz



[400Hz] Max disp: 3.7515 E-8m

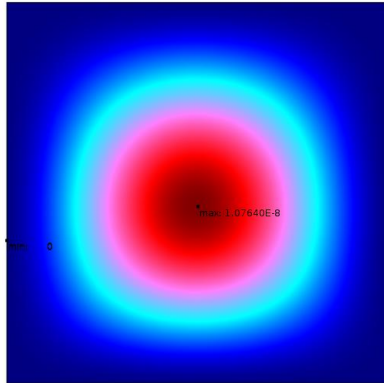


ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ(8): Μετατόπιση τοίχου [Concrete]



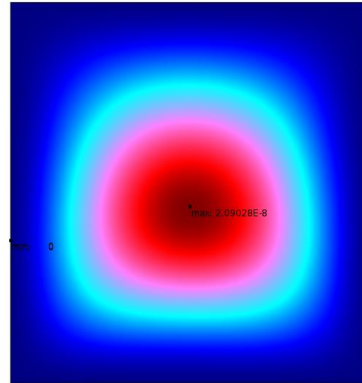
## GLASS

Surface: Total displacement (m) F=100Hz



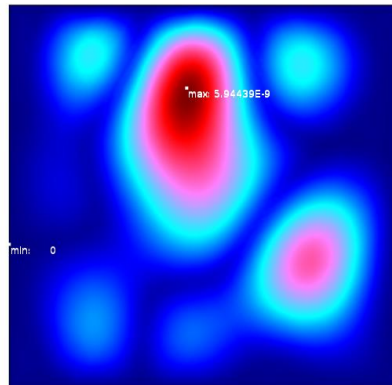
[100Hz]Max disp 1.067 E-8m

Surface: Total displacement (m) f=200Hz



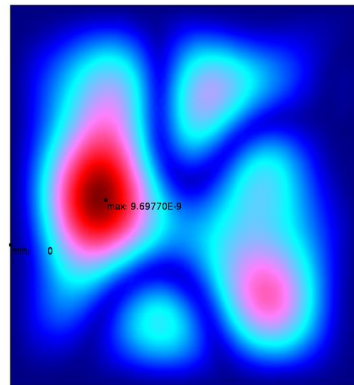
[200Hz]Max disp 2.0907 E-8m

Surface: Total displacement (m) f=300Hz

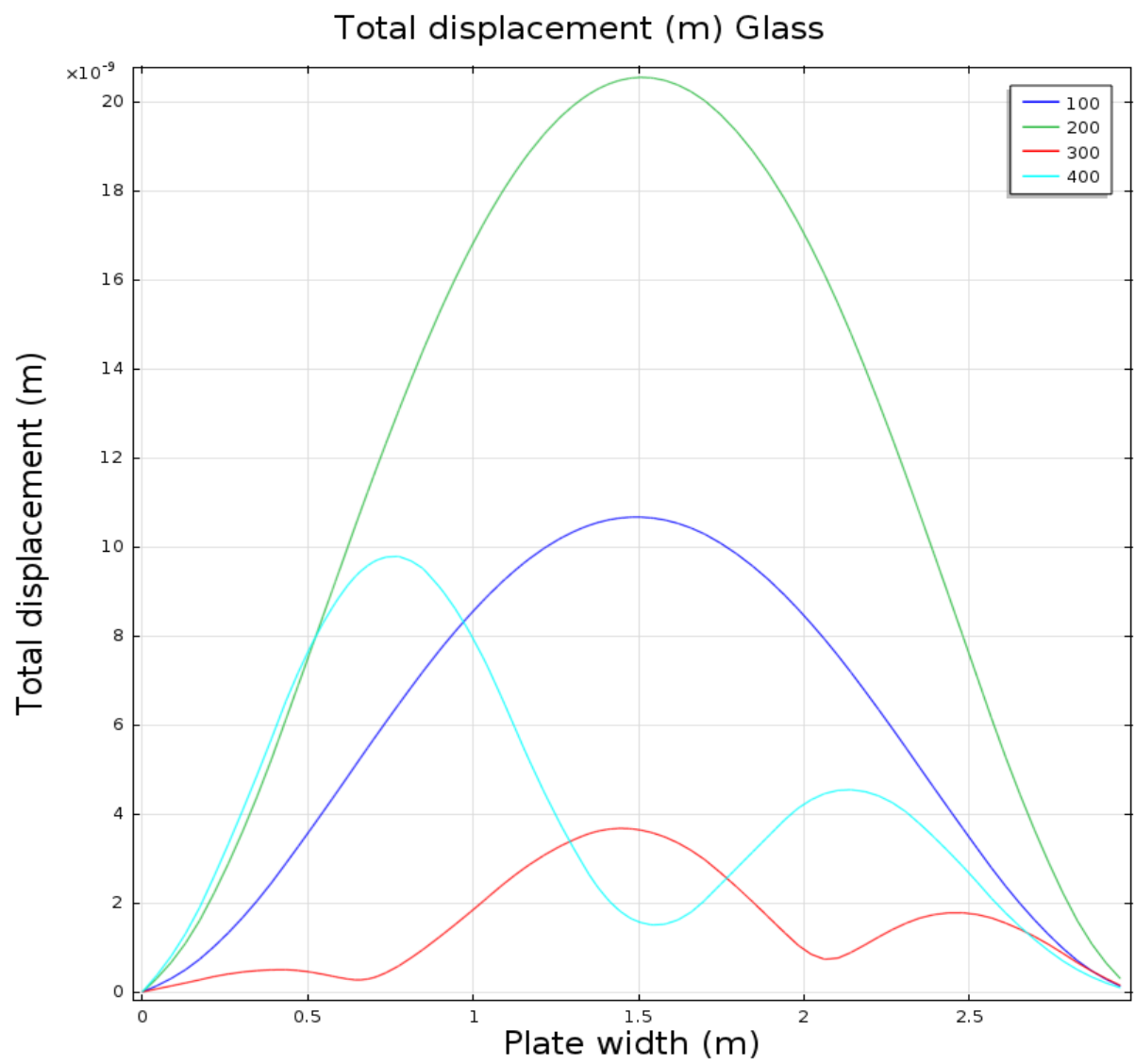


[300Hz]Max disp 0.596 E-8m

Surface: Total displacement (m) f=400Hz



[400Hz]Max disp 0.969 E-8m

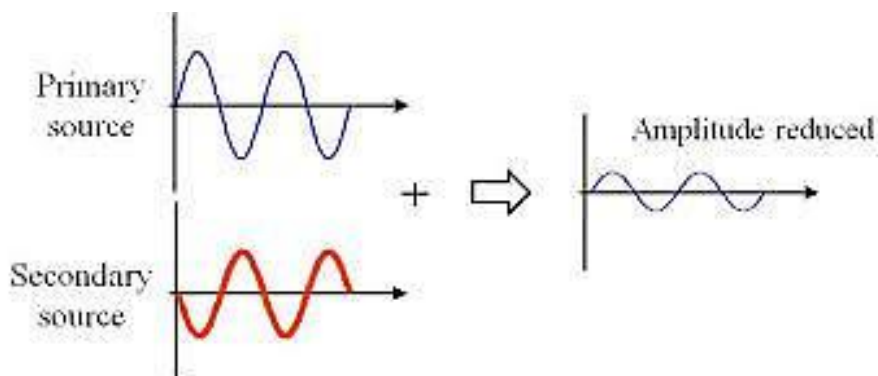


ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ(9): Μετατόπιση τοίχου [Glass]

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### 6.1. ΜΕΛΕΤΗ ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗΣ ΗΧΟΜΕΙΩΣΗΣ ΘΟΡΥΒΟΥ (ACTIVE NOISE CONTROL)

Ο ενεργός έλεγχος θορύβου είναι μια πρόσφατα αναπτυσσόμενη τεχνολογία που προέκυψε από την ανάγκη αντιμετώπισης προβλημάτων χαμηλόσυχνου θορύβου, όπου οι παραδοσιακές μέθοδοι παθητικής ηχομείωσης αδυνατούσαν να φέρουν σημαντικά αποτελέσματα ή ήταν οικονομικά ασύμφορες. Ο ενεργός έλεγχος θορύβου υλοποιείται μέσω ενός ηλεκτροακουστικού συστήματος το οποίο εξασθενεί το θόρυβο και η φιλοσοφία του βασίζεται στην έννοια της υπέρθεσης των κυμάτων και στο φαινόμενο της καταστροφικής συμβολής. Στο σύστημα αυτό ένας αριθμός μικροφώνων (αισθητήρες), ανιχνεύουν το θόρυβο του περιβάλλοντος που αποτελεί τον κύριο θόρυβο. Τα σήματα από τα μικρόφωνα οδηγούνται σε έναν μικροεπεξεργαστή, ο οποίος αντιστρέφει το εισερχόμενο κύμα μέσω ενός αριθμού ηχείων που παράγουν έναν αντιθόρυβο. Ο αντιθόρυβος αυτός αποτελείται από συχνότητες ίσου πλάτους και αντίθετης φάσης σε σχέση με τις συχνότητες του κυρίου θορύβου. Έτσι τα δυο αυτά κύματα συγκρούονται, επέρχεται υπέρθεση τους με αποτέλεσμα την καταστροφική συμβολή μεταξύ τους με αποτέλεσμα τη μείωση της έντασης και της ενέργειας του τελικού θορύβου.



#### Απόδοση ενός συστήματος ενεργού ελέγχου θορύβου.

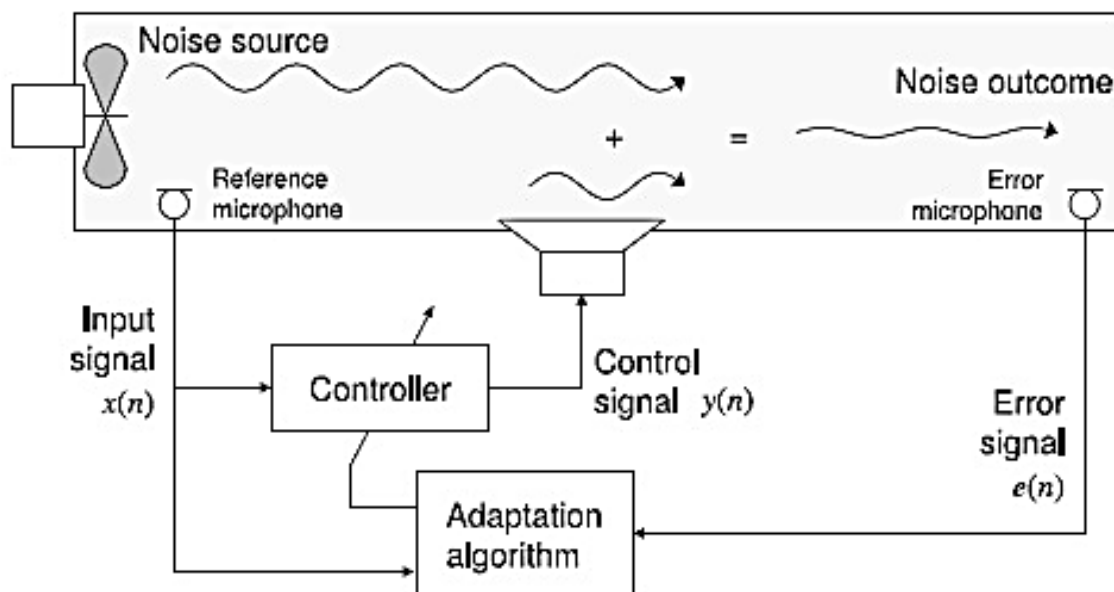
Η απόδοση ενός συστήματος ενεργού ελέγχου θορύβου εξαρτάται από την ακρίβεια του παραγώμενου αντιθορύβου.

1. Πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη βάση στο σχεδιασμό και στην ποιότητα του αλγορίθμου. Ο αλγόριθμος θα πρέπει να έχει τη μικρότερη δυνατή υπολογιστική πολυπλοκότητα ώστε να ελαχιστοποιείται η καθυστέρηση στην παραγωγή του αντιθορύβου, να είναι σταθερός και εύρωστος για να μην διαταρράσσεται από τυχαίες μεταβολές στο συχνοτικό περιεχόμενο του κύριου θορύβου και τέλος να επιφέρει τη μέγιστη μείωση του θορύβου.

2. Ιδιαίτερη σημασία πρέπει να δοθεί και στις ακουστικές ρυθμίσεις του συστήματος, δηλαδή στην επιλογή του κατάλληλου αριθμού μικροφώνων και ηχείων για τη βελτιστη καταγραφή του θορύβου και την παραγωγή του αντιθορύβου καθώς και στην θέση που αυτά θα τοποθετηθούν.

Ο ενεργός έλεγχος θορύβου είναι μια ιδιαίτερα αποτελεσματική μέθοδος για να καταφέρει μεγάλες ποσότητες μείωσης θορύβου σε έναν μικρό χώρο, συγκεκριμένα στις χαμηλές συχνότητες. Τα συστήματα ενεργού ελέγχου χωρίζονται σε δυο βασικές προσεγγίσεις για τη μείωση του θορύβου.

### FEEDFORWARD CONTROL A.N.C.



Ένα σήμα αναφοράς το οποίο είναι το σήμα του κύριου θορύβου, ανιχνεύεται από το μικρόφωνο αναφοράς το οποίο τοποθετείται κοντά στην πηγή θορύβου και πριν ο θόρυβος περάσει το ηχείο. Στη συνέχεια ο ελεγκτής (controller) με τη βοήθεια του αλγόριθμου χρησιμοποιούν το σήμα αναφοράς για να δημιουργήσουν ένα σήμα  $y(n)$  ίσου πλάτους έντασης αλλά με διαφορά φάσης 180 μοιρών. Το σήμα αυτό χρησιμοποιείται για να ενεργοποιήσει το ηχείο και να παράξει αντιθόρυβο ο οποίος εξασθενεί τον αρχικό θόρυβο. Η βασική ιδέα πίσω από το σύστημα αυτό είναι η εκμετάλευση του χρόνου που κάνει ο θόρυβος για να πάει από το μικρόφωνο αναφοράς μέχρι το ηχείο, ώστε να αναπαραχθεί ηλεκτρικά ο θόρυβος σε μια θέση στο πεδίο όπου θα προκαλέσει ακύρωση. Το μικρόφωνο σφάλματος μετράει το σήμα σφάλματος  $e(n)$ , το οποίο χρησιμοποιείται για να προσαρμόσει τους συντελεστές του φίλτρου του συστήματος για να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα.

## FEEDBACK A.N.C.

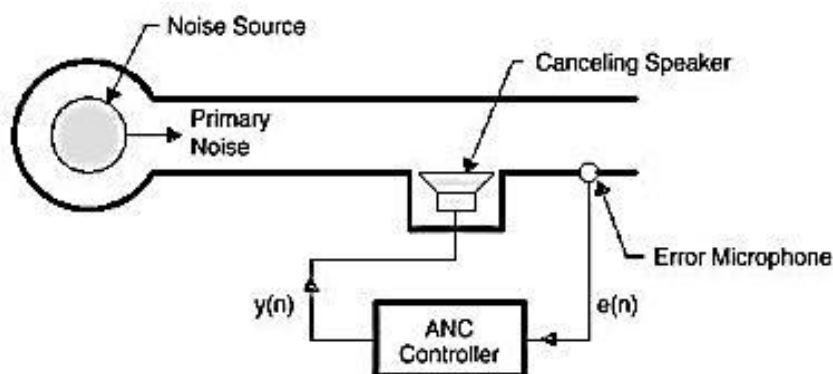


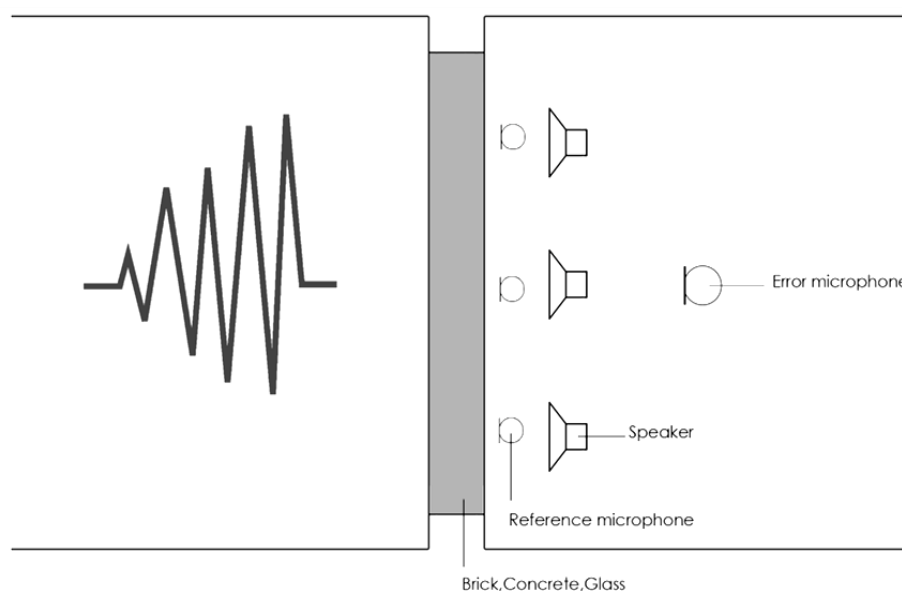
Fig 4. Feedback ANC System

Στο σχέδιο αυτό ένα μικρόφωνο σφάλματος χρησιμοποιείται για να εντοπίσει τον ανεπιθύμητο ήχο. Το σήμα σφάλματος επιστρέφεται μέσω ενός ηλεκτρονικού φίλτρου με ένταση και φάση σχεδιασμένες για να παράγουν ακύρωση μέσω ενός ηχείου κοντά στο μικρόφωνο.

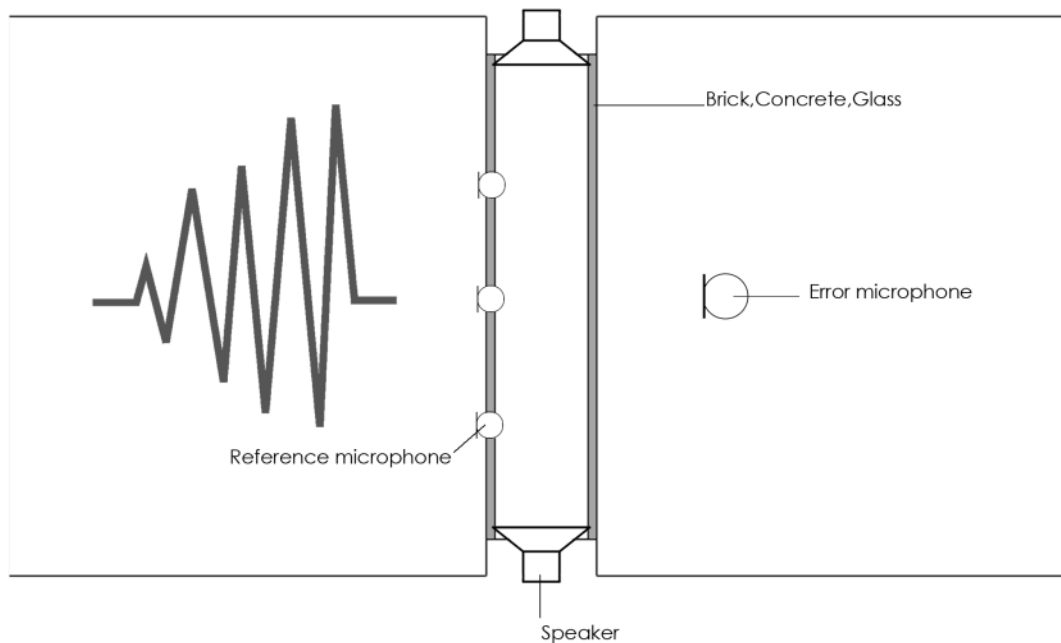
## ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΗΣΕΙΣ ΓΙΑ Α.Ν.Σ. ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥ ΔΩΜΑΤΙΟΥ

Διάφορες ιδέες για την ακύρωση του ακουστικού κύματος με ενεργητικό έλεγχο:

1 .Αφού έχει γίνει η μέτρηση της ακουστικής πίεσης πάνω στον τοίχο, τοποθετούνται μικρόφωνα αναφοράς και ηχεία που θα παράξουν τον κατάλληλο αντιθόρυβο. Τα μικρόφωνα τοποθετούνται εκεί που δημιουργούνται μέγιστα σημεία πίεσης στη δεξιά μεριά του τοίχου ώστε να επιδιωχθεί η μέγιστη δυνατή ηχομείωση.



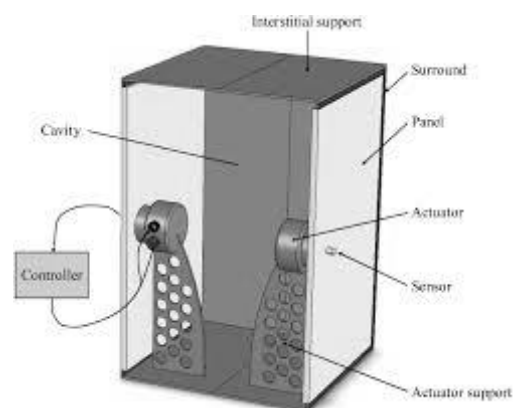
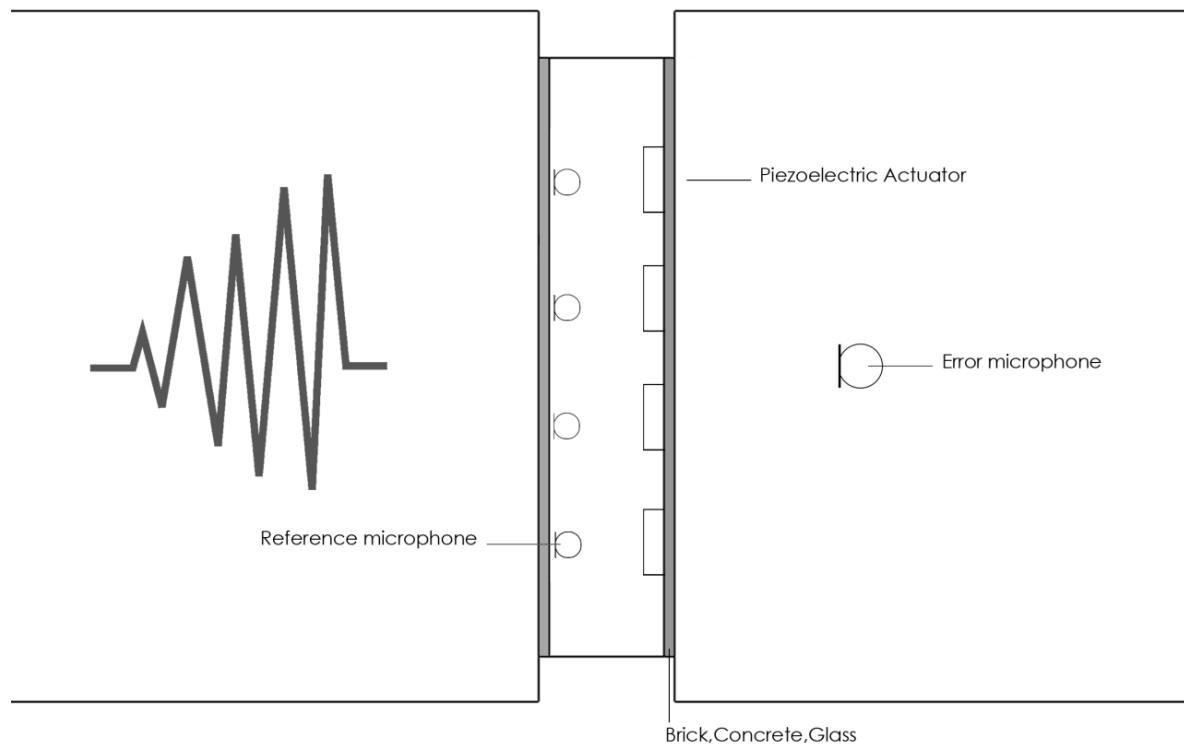
2. Μια διαφορετική προσέγγιση στο πρόβλημα της ηχομείωσης είναι να κατασκευάσουμε ένα κενό τοίχο και να τοποθετήσουμε τα ηχεία ακύρωσης μέσα στον τοίχο. Τα μικρόφωνα αναφοράς συλλαμβάνουν την ακουστική πίεση στην αριστερή πλευρά του τοίχου και τα ηχεία, με τη βοήθεια του αλγόριθμου αντιστροφής του σήματος παράγουν τον αντιθόρυβο. Το μικρόφωνο σφάλματος μετράει το σφάλμα, επιστρέφει το σήμα στον αλγόριθμο για την ελαχιστοποίηση του, ακολουθώντας τη μέθοδο του feedforward active noise control σε ducts. (βλεπε σχέδιο 12)



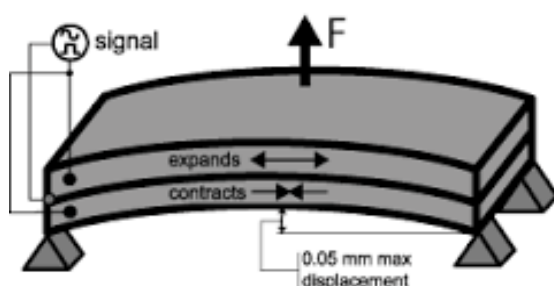
3. Μια άλλη σημαντική προσέγγιση είναι η μεθοδος ASAC (Active Structural Acoustic control). Πολλοί θόρυβοι προέρχονται από τη δόνηση των ίδιων των κατασκευών όπως για παράδειγμα στο εσωτερικό των αεροπλάνων ή αυτοκινήτων, με τα μέρη τους να δονούνται λόγω της επίδρασης του κινητήρα ή άλλων εξωγενών παραγόντων. Στην περίπτωση αυτή η μείωση του θορύβου δεν προέρχεται από τη δημιουργία αντιθορύβου ο οποίος εισάγεται στον κύριο θόρυβο, αλλά προέρχεται από τον έλεγχο της ίδιας της δόνησης της κατασκευής. Αυτό γίνεται εφικτό με την τοποθέτηση Actuators σε καίρια σημεία της κατασκευής για να ελέγξουν και να μειώσουν τη δόνηση. Για τη συνέχεια της έρευνας αυτής θα προτιμηθεί η προσεγγιση αυτή και θα επιχειρηθεί η κατάλληλη μοντελοποίηση του προβλήματος για να ελεγχθεί η δόνηση του τοίχου και να επέλθει μείωση του θορύβου στο δωμάτιο.

Στο προτεινόμενο μοντέλο κατασκευάζουμε ένα διπλό τοίχο με αέρα εντός του. Η πηγή προκαλεί δόνηση στον τοίχο του πρώτου δωματίου και επιχειρεί να περάσει διαδοχικά από αυτόν, την κοιλότητα του τοίχου και το δεύτερο κομμάτι τοίχου ώστε να περάσει στο δεύτερο δωμάτιο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τοποθετώντας μικρόφωνα αναφοράς στον τοίχο του πρώτου δωματίου επιχειρούμε να καταγράψουμε ακριβώς την ακουστική πίεση και τη μετατόπιση του πρώτου τοίχου. Το κενό αέρος προσφέρεται για να δώσει χρόνο στον επεξεργαστή του

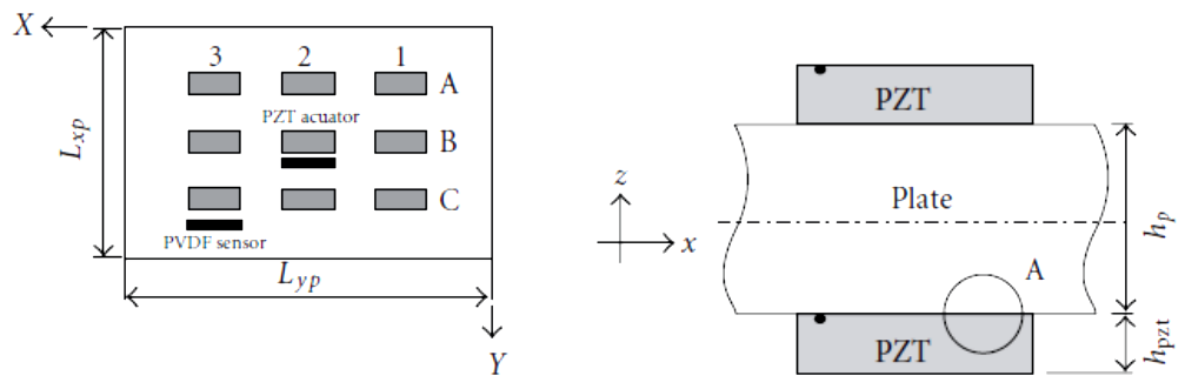
συστήματος παραγωγής αντιθορύβου το χρόνο για να αντιστρέψει το σήμα που δέχεται από τα μικρόφωνα αλλά και το ακουστικό σήμα μέχρι να φτάσει στον τοίχο να έχει μικρές απώλειες. Έτσι το σύστημα ενεργοποιεί τους piezoelectric actuators για να παράξουν την αντίθετη μετατόπιση στον δευτερο τοίχο ώστε να υπάρχει μείωση της ενέργειας του δεύτερου τοίχου και κατεπέκταση μείωση της στάθμης ηχητικής πίεσης (SPL) στο δεύτερο δωμάτιο



Θεση μικροφώνου και actuator εντός του τοίχου.



Actuator.



Piezoelectric actuator on the wall



## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν μετά τη μοντελοποίηση του προβλήματος στο πρόγραμμα COMSOL έχουν ως στόχο να χρησιμοποιηθούν μελλοντικά ως το πρώτο σημαντικό βήμα για την ηχομείωση του δωματίου με τη μέθοδο της ενεργητικής ηχομείωσης (Active noise control). Η λεπτομερής ανάλυση των βημάτων δημιουργίας του δωματίου στο πρόγραμμα COMSOL επιτρέπει την εύκολη υλοποίηση του από τον χρήστη επιτρέποντας του παράλληλα να το εξελίξει και να το χρησιμοποιήσει για το δικό του σκοπό προετοιμάζοντας το έδαφος για την πειραματική αντιμετώπιση του προβλήματος.

Η διπλωματική εργασία παρουσιάζει μια γενική προσέγγιση προβλημάτων αντίστοιχου σκοπού, εισάγοντας τον ενδιαφερόμενο σε βασικές έννοιες που αφορούν το πρόβλημα, στην αναλυτική μεθοδολογία αντιμετώπισης του και στην απεικόνιση της συμπεριφοράς του ήχου στις δεδομένες συνθήκες.

### ΣΤΑΘΜΗ ΗΧΗΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ (SOUND PRESSURE LEVEL)

Η μέτρηση της διαφοράς στη στάθμη ακουστικής πίεσης ανάμεσα στα δύο δωμάτια δείχνει το ποσοστό ηχομείωσης που επιφέρει η ύπαρξη τοίχου που χωρίζει τα δωμάτια, σε διάφορα υλικά. Κατά την πειραματική εφαρμογή της μεθόδου ενεργητικής ηχομείωσης ο ενδιαφερόμενος μπορεί να ελέγξει την αποδοτικότητα του συστήματος. Η σαφής απεικόνιση της συμπεριφοράς του τοίχου στην ακουστική πίεση που προκαλεί η πηγή δίνει τη δυνατότητα στον ενδιαφερόμενο να γνωρίζει πιο συγκεκριμένα τη θέση που θα τοποθετήσει τα μικρόφωνα αναφοράς για τη βέλτιστη ηχομείωση.

### ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ

Η μέτρηση της ακουστικής πίεσης στο δωμάτιο 2 δίνει επίσης τη δυνατότητα στον ενδιαφερόμενο να προσεγγίσει καλύτερα τη θέση του συστήματος ηχείων -μικροφώνων αλλά και τη θέση που θα τοποθετήσει τα μικρόφωνα μέτρησης της συνολικής ηχομείωσης αφού η θέση του ακροατή εξαρτάται πάντα από τις διαστάσεις και τη συμπεριφορά των τοίχων του δωματίου.

Η ανάδειξη των σημείων πάνω στην επιφάνεια του τοίχου όπου η μετατόπιση είναι μέγιστη είναι σημαντική αφού στα σημεία μέγιστης μετατόπισης η ακουστική πίεση και κατ' επέκταση η στάθμη ηχητικής πίεσης παίρνουν τις μέγιστες τιμές τους.

Στην περίπτωση που επιλεγεί η μέθοδος ASAC (ACTIVE STRUCTURAL ACOUSTIC CONTROL), για τον έλεγχο και τη μείωση των δονήσεων του τοίχου με σκοπό τη βέλτιστη ηχομείωση του δωματίου 2, είναι αναγκαία η εύρεση των σημείων πάνω στην επιφάνεια του τοίχου στο δωμάτιο 2, στα οποία η ταλάντωση είναι μέγιστη, ώστε να τοποθετηθούν μετά από πειραματική προσέγγιση, οι actuators οι οποίοι θα δημιουργήσουν την ανάποδη ταλάντωση με σκοπό την συνολική ακύρωση του θορύβου.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. **SamiraMohamady, Raja Kamil Raja Ahmad, AllahyarMontazeri, Rizal Zahar and Nawal Aswan Abdul Jalil**  
"Modeling and eigenfrequency analysis of sound structure interaction in a rectangular enclosure with finite element method". Research Article
2. **Dr. Akbar Eslami** "A finite element approach for calculating sound pressure level in a coupled structural-acoustic system". Proceeding of the 2002 American Society for engineering Education Annual Conference and exposition.
3. **Comsol multiphysics** "Acoustics module " Retrieved from Acoustics module manual, comsol multiphysics.
4. Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ , ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
5. **R. White, Comsol Acoustics Introduction, © 2012** "Comsol Acoustics tutorial".
6. **Comsol multiphysics** "COMSOL multiphysics Modeling guide", Retrieved from comsol multiphysics modeling guide manual.
7. **Xavier Falourd, Hervé Lissek** "Active low frequency modal noise cancellation for room acoustics. An experimental study." The sixteenth international congress on sound and vibration. Krakow, 5-9 July 2009.
8. **Janis Ratnieks, Andris Jakovics, Janis Klavins** "Development of mathematical for determining sound reduction index of building elements". Excerpt from the Proceedings of the 2011 COMSOL conference, Stuttgart.
9. **J. Ratnieks\*, A. Jakovičs, and J. Klavinš** "Mathematical model for prediction of a transmission loss for clay brick walls". Excerpt from the Proceedings of the 2012 COMSOL conference in Milan.
10. **Christian Sejer Pedersen, Henrik Moller** " Sound field control for a low frequency test facility." Excerpt from the AES 52<sup>nd</sup> International Conference, Guildford,UK,2013 September 2-4
11. **Σπυρίδων Πολυχρονόπουλος,(2014)** "Έλεγχος ακουστικής κλειστών χώρων με προσαρμοσμένα ακουστικά στοιχεία" Πανεπιστήμιο Πατρών, Ελλάδα, 2014
12. **Μπακατσάκης Ιωάννης (2012)** " Εφαρμογή υπολογιστικής ακουστικής σε κλειστούς χώρους", Πανεπιστήμιο Ρεθύμνου, Ελλάδα, Μάρτιος 2012.

13. **Cosmol multiphysics** "Structural Mechanics Module" Retrieved from structural mechanics module manual, Comsol multiphysics
  
14. **Hu M.A. Galland , Kean Chen (2012)** "Acoustic transmission performance of double wall active sound in a tube. Numerical-experimental validations" Elsevier journal
  
15. **Stefan Goetze, Markus Kallinger, Alfred Mertins, and Karl-Dirk Kammeyer** "Decoupled filtered X-LMS algorithm for listening-room compensation." Univerity of Bremen, University of Oldenburg, University of Lubeck.
  
16. **Marek Pawelczyk**. Active noise control (Advances in acoustics and vibration).
  
17. **Antti Lankila (2008)** "Simulation Model for an active Noise Control System Development and Validation", Helsinky University of Technology, February 18, 2008.
  
18. **Matej Tekavci c (2010)** "Active noise control", Univerza u Ljubljani, November 24 2010, Slovenia,
  
19. **Sen M. Kuo, Ph.D, Issa Panahi, Ph.D., Kai M. Chung, Tom Horner, Mark Nadeski, Jason Chyan (1996)** "Design of active noise control systems with TMS320 family" Application Report, TEXAS INSTRUMENTS.
  
20. **S.J. ELLIOTT AND P.A. NELSON (1993)** Active noise control. IEEE signal processing Magazine.
  
21. **Μανώλης Τσακίρης (2007)** "Ενεργός έλεγχος θορύβου.", Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα,Ελλάδα, Νοέμβριος 2007.
  
22. **Kateřina Nováková and Pavel Mokrý** "Glass plates noise transmission suppression by means of distributed piezoelectric actuators shunted by an active circuit." Excerpt from the Proceedings of the 2012 COMSOL conference in Milan.
  
23. **Sen M.Kuo, Dennis R. Morgan** " Review of DSP Algorithms for Active noise control" Excerpt from the Proceedings of the IEEE international conference on control Application, Anchorage, Alaska ,USA, September 25-27
  
24. **Cosmol Multiphysics** "Acoustic structure interaction tutorial" retrieved from Acoustic structure interaction manual, Comsol multiphysics.
  
25. **Cosmol Multiphysics** " Hollow cylinder tutorial" Retrieved from Hollow cylinder manual, Comsol multiphysics.
  
26. **P Jingchao Sun** PREDICTION OF SOUND PROPAGATION FROM POWER TRANSMISSION PLANT

27. **Comsol Multiphysics** "Acoustic transmission loss through periodic elastic structures tutorial" Retrieved from acoustic transmission loss through periodic elastic structures manual, Comsol multiphysics
28. **Professor Colin H Hansen** FUNDAMENTALS OF ACOUSTICS
29. Block absorber inserts ,combining high Frequency and low frequency Absorption **ACOUSTICA HELMHOLTZ** Retrieved from [www.acoustica.com.au](http://www.acoustica.com.au)
30. **Serwey and Jewett** PHYSICS FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS