



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Σχολή Μηχανικών Περιβάλλοντος

**«Γεωστατιστική ανάλυση της στάθμης υπόγειου
υδροφορέα στην υδρολογική λεκάνη Μοιρών
Ηρακλείου Κρήτης»**

Φοιτητής : Κολοσιώνης Κωνσταντίνος

Εξεταστική Επιτροπή:

Καθηγητής Καρατζάς Γεώργιος

Επ. Καθηγητής Παρανυχιανάκης Νικόλαος

Δρ.Βαρουχάκης Εμμανουήλ

XANIA 2014

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή Καρατζά Γεώργιο για την άψογη συνεργασία και την ευκαιρία που μου έδωσε να μελήσω το πεδίο της γεωστατιστικής.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες στον Δρ. Βαρουχάκη Εμμανουήλ για την βοήθεια, την καθοδήγηση και την άριστη συνεργασία κατά την διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας.

Ευχαριστώ επίσης τους καθηγητές της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής για τις γνώσεις και την εμπειρία που μου μετέφεραν μέσω της διδασκαλίας τους.

Τέλος θερμές ευχαριστίες πρέπει να δοθούν στους συμφοιτητές και φίλους μου που με στήριξαν καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	3
1.1 Γεωστατιστική	3
1.2 Τυχαία πεδία.....	5
1.3 Βασικές έννοιες τυχαίων πεδίων	7
1.4 Μέση τιμή.....	8
1.5 Διασπορά.....	10
1.6 Τυπική Απόκλιση	11
1.7 Διάμεσος.....	11
1.8 Συνάρτηση συνδιασποράς	12
1.9 Στατιστική ομοιογένεια	14
1.10 Στατιστική ισοτροπία.....	14
1.11 Ημι-Βαριόγραμμα.....	15
1.12 Χωρική εκτίμηση – Kriging	25
2. Χαρακτηριστικά Περιοχής Μελέτης	32
2.1 Χαρακτηριστικά της πεδιάδας της Μεσσαράς.....	33
2.2 Γεωλογικό υπόβαθρο	33
2.2.1 Υδρογεωλογικό υπόβαθρο.....	35
2.3 Κλιματολογικές συνθήκες	39
2.4 Υδρολογικά χαρακτηριστικά	40
2.5 Χρήσεις γης (Γεωργικές Δραστηριότητες).....	45
3. Μέθοδος και Αποτελέσματα.....	47
3.1 Καταγραφή Δεδομένων.....	47
3.2 Μέθοδος Ordinary Kriging.....	49
3.2.1 Μετασχηματισμός Δεδομένων (OK)	49
3.2.2 Κατασκευή Βαριόγραμμάτων (MBC & OK) και Cross Validation Kriging	53
3.2.3 Χαρτογράφηση (OK).....	59
3.3 Μέθοδος Indicator Kriging (IK).....	61
3.3.1 Μετασχηματισμός Δεδομένων (IK)	61
3.3.2 Κατασκευή Βαριόγραμμάτων (IK)	63
3.3.3 Χαρτογράφηση (IK).....	76
3.4 Μέθοδος Residual Kriging (RK).....	83

3.4.1 Μετασχηματισμός Δεδομένων (RK).....	83
3.4.2 Κατασκευή Βαριογραμμάτων (MBC & RK) και Cross Validation Kriging.....	87
3.4.3 Χαρτογράφηση (RK)	92
3.5 Συζήτηση.....	93
Βιβλιογραφία.....	95

Περίληψη

Η γνώση της χωρικής μεταβολής της στάθμης σε ένα υδροφορέα, στον οποίο δεν υπάρχουν αρκετά σημεία παρατήρησης ώστε να ελέγχεται επαρκώς, προσδίδει χρήσιμες πληροφορίες για την κατανόηση της συμπεριφοράς του υδροφορέα σε διαφορετικές περιοχές μιας υδρολογικής λεκάνης. Οι πληροφορίες αυτές είναι μεγαλύτερης σημασίας σε υδροφορείς με πρόβλημα υπεράντλησης, όπου η στάθμη έχει μειωθεί δραματικά. Ο προσδιορισμός της χωρικής μεταβολής της στάθμης δίνει τη δυνατότητα αναγνώρισης των τρωτών περιοχών. Η παρούσα εργασία ασχολείται με τον προσδιορισμό της χωρικής μεταβλητότητας της στάθμης στον υπόγειο υδροφορέα της λεκάνης των Μοιρών στην κοιλάδα της Μεσσαράς, στο Ηράκλειο Κρήτης και βασίζεται σε δεδομένα ύψους στάθμης που καταγράφηκαν κατά την υγρή περίοδο του υδρολογικού έτους 2007-2008. Τρεις διαφορετικές μέθοδοι, όλες βασισμένες στην μεθοδολογία Kriging, χρησιμοποιούνται ώστε να εκτιμηθεί η χωρική μεταβολή της στάθμης του υδροφορέα. Η πρώτη μέθοδος είναι το Ordinary Kriging, η δεύτερη το Residual Kriging, το οποίο λαμβάνει υπόψη δευτερεύουσα πληροφορία, και η τρίτη είναι το Indicator Kriging που εκτιμά την πιθανότητα η στάθμη να είναι χαμηλότερη από μια οριακή τιμή που αφορά (τιμή κατωφλίου) τη στάθμη ασφαλείας του υδροφορέα. Μια νέα μη γραμμική μέθοδος εφαρμόζεται για την κανονικοποίηση των αρχικών δεδομένων ώστε να βελτιωθεί η ακρίβεια των αποτελεσμάτων, ενώ γίνεται χρήση και ενός νέου βαριογράμματος, του Σπαρτιάτικου μοντέλου, για τον προσδιορισμό της χωρικής συσχέτισης των δεδομένων και την μοντελοποίηση του εμπειρικού βαριογραμμάτος. Οι εκτιμήσεις των μεθόδων Kriging σε συνδυασμό με το Σπαρτιάτικο μοντέλο βαριογράμματος αποδεικνύονται πιο ακριβείς, σε σχέση με τα άλλα μοντέλα βαριογραμμάτων που εξετάστηκαν, βάση της μεθόδου της διασταυρωμένης επιβεβαίωσης (Cross Validation). Στα πλαίσια της εργασίας κατασκευάζονται χάρτες εκτίμησης στάθμης, χάρτες εκτίμησης της πιθανότητας η στάθμη να βρίσκεται κάτω από τιμές ασφαλείας αλλά και χάρτες που παρουσιάζουν την αβεβαιότητα των εκτιμήσεων, δίνοντας την δυνατότητα μελέτης της συμπεριφοράς του υδροφορέα και οριοθέτησης περιοχών που αντιμετωπίζουν ή είναι πιθανό να παρουσιάσουν πρόβλημα λόγω χαμηλής στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα. Επίσης δίνεται η δυνατότητα διαχειριστικού σχεδιασμού των υπόγειων υδατικών πόρων ώστε να μην ξεπεραστεί το όριο που έχει τεθεί για την ασφαλή διατήρηση των αποθεμάτων των υπογείων υδάτων στη περιοχή.

Abstract

The knowledge of the spatial variability of the water table in aquifers with limited monitoring provides information to understand the aquifer behaviour at different locations of the basin. This information becomes more important in basins that are under the threat of over-pumping where the water table has fallen significantly. The spatial distribution feedback gives the potential to identify vulnerable locations. The spatial variability of the water table in this work is based on hydraulic heads measured during the wet period of the hydrological year 2007-2008, in Mires basin of the Messara valley in Crete, Greece. Three different approaches are used to estimate the spatial variability of the water table in the basin. All of them are based on the Kriging methodology. The first is the classical Ordinary Kriging approach, the second involves information from a secondary variable in terms of Residual Kriging and the third calculates the probability to lie below a certain groundwater level limit that could cause significant problems in groundwater resources availability. The latter is achieved by means of Indicator Kriging. A recently developed non-linear normalization method is used to transform both data and residuals closer to normal distribution for improved prediction results. In addition, the recently developed Spartan variogram model is applied to determine the spatial dependence of the measurements. The latter proves to be the optimal model, compared to a series of models tested that provide in combination with the Kriging methodologies the most accurate cross validation estimations. Groundwater level and probability maps are developed providing the opportunity to assess the spatial variability of the groundwater level in the basin and the risk that certain locations have in terms of a safe groundwater level limit that has been set for the sustainability of the groundwater resources of the basin.

1. Εισαγωγή

1.1 Γεωστατιστική

Η επιστήμη της Γεωστατιστικής έχει γνωρίσει ιδιαίτερη ανάπτυξη τις τελευταίες δύο δεκαετίες. Το πεδίο εφαρμογών της έχει διευρυνθεί και περιλαμβάνει εφαρμογές που έχουν άμεση σχέση με τις ερευνητικές δραστηριότητες ανίχνευσης και εντοπισμού ορυκτών πόρων και περιβαλλοντικών ρύπων. Η γεωστατιστική ανάλυση ασχολείται με κατανομές στις οποίες τα χαρακτηριστικά της χωρικής εξάρτησης παίζουν πρωτεύοντα ρόλο. Οι μέθοδοι γεωστατιστικής ανάλυσης οδηγούν στον προσδιορισμό της χωρικής κατανομής μεταβλητών σε σημεία μιας περιοχής όπου οι μεταβλητές αυτές δεν είναι γνωστές και οι οποίες χαρακτηρίζουν μεγέθη με οικονομική ή περιβαλλοντική σημασία. (Χριστόπουλος 2004β).

Οι κλασικές γεωστατιστικές μέθοδοι οι οποίες χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό χαρακτηρίζονται από ισχυρούς μαθηματικούς περιορισμούς ως προς την εφαρμογή τους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, όταν οι περιορισμοί αυτοί δεν ικανοποιούνται από το πειραματικό δείγμα, του υπό μελέτη φαινομένου, η χωρική εκτίμηση των μεταβλητών να περιλαμβάνει υψηλό ποσοστό σφάλματος (Hristopulos 2003).

Η Γεωστατιστική περιλαμβάνει ένα σύνολο στατιστικών τεχνικών που αφορούν τυχαίες μεταβλητές οι οποίες μεταβάλλονται στο χώρο (τυχαία πεδία). Οι τεχνικές αυτές βασίζονται στην υπόθεση ότι η χωρική διακύμανση της μεταβλητής εμπεριέχει τυχαίο χαρακτήρα, οπότε χρησιμοποιούν στατιστικές μεθοδολογίες (π.χ μέση τιμή, διασπορά κ.α.) για οποιαδήποτε εκτίμηση απορρέει από τις σημειακές μετρήσεις της μεταβλητής (Χριστόπουλος 2004β).

Πιο αναλυτικά, η Γεωστατιστική στηρίζεται στην μαθηματική έννοια του τυχαίου πεδίου. Η Γεωστατιστική έχει κοινά σημεία με τη Θεωρία Πιθανοτήτων και τη Στατιστική. Η Θεωρία Πιθανοτήτων ασχολείται με τους νόμους και τις ιδιότητες που διέπουν τις τυχαίες μεταβλητές. Η Στατιστική περιλαμβάνει το σύνολο των μεθόδων οι οποίες επιτρέπουν τον προσδιορισμό των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τις τυχαίες μεταβολές βάσει των δεδομένων. Η Θεωρία των Τυχαίων Πεδίων αποτελεί μια γενίκευση της Θεωρίας Πιθανοτήτων που εφαρμόζεται σε τυχαίες μεταβλητές με χωρική εξάρτηση (Χριστόπουλος 2004β).

Η Γεωστατιστική αποσκοπεί στην εκτίμηση των στατιστικών παραμέτρων που προσδιορίζουν τη χωρική κατανομή βάσει του υπάρχοντος δείγματος (π.χ. τιμών συγκέντρωσης), καθώς και στη χρήση αυτών των παραμέτρων προκειμένου να εκτιμηθούν οι συγκεντρώσεις σε σημεία όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις (Χριστόπουλος 2004b).

Η ανάγκη της εκτίμησης φυσικών μεγεθών σε σημεία όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις, δεν είναι καινούρια. Στατιστικοί επιστήμονες, μηχανικοί μεταλλείων, μηχανικοί πετρελαίων, υδρολόγοι και γεωλόγοι οι οποίοι ασχολήθηκαν με το πρόβλημα ανέπτυξαν την επιστήμη της Γεωστατιστικής. Αρχικά η Γεωστατιστική εφαρμόστηκε κυρίως στην γεωλογία, στην μεταλλειολογία και στην υδρολογία. Στην συνέχεια βρήκε εφαρμογές και σε άλλα επιστημονικά και τεχνολογικά πεδία (Myers 2005). Μερικές από τις εφαρμογές στις οποίες χρησιμοποιείται σήμερα η γεωστατιστική περιλαμβάνουν (Χριστόπουλος 2004β):

- Την έρευνα κοιτασμάτων (π.χ. εκτίμηση έκτασης, βάθος και ποσοτικοποίηση συνολικής περιεκτικότητας κοιτάσματος).
- Την ωκεανογραφία (π.χ. χαρτογράφηση βυθού, ανάλυση κυματισμών).
- Την μορφολογική ανάλυση φυσικών και τεχνολογικών ανομοιογενών (π.χ. πορωδών) υλικών.
- Την χαρτογράφηση και την απεικόνιση συγκεντρώσεων ρυπαντών σε διάφορα περιβαλλοντικά μέσα (αέρας, υπέδαφος, επιφανειακοί-υπόγειοι υδατικοί πόροι).
- Το χαρακτηρισμό της ποιότητας βιομηχανικών προϊόντων (π.χ., προϊόντα χαρτιού, υλικά υψηλής τεχνολογίας όπως ημιαγωγοί).
- Την τοπογραφική ανάλυση και στα γεωγραφικά συστήματα πληροφορίας (GIS).

- Την ανάλυση βροχοπτώσεων σε περιοχές που υπάρχουν λίγοι βροχομετρικοί σταθμοί.
- Το προσδιορισμό γεωλογικών και υδρο-γεωλογικών δεδομένων (π.χ. τύπος υπεδάφους, υδραυλική αγωγιμότητα, πορώδες, αποθηκευτικότητα, εξατμισο-διαπνοή, υδραυλικό ύψος).
- Την εκτίμηση του περιβαλλοντικού κινδύνου και του κινδύνου για την ανθρώπινη υγεία (π.χ. εκτίμηση της περιεκτικότητας των ρυπαντών σε ελεγχόμενη περιοχή, προσδιορισμός των πιθανοτήτων υπέρβασης κρίσιμων ορίων).

Ο κοινός στόχος σε όλες τις εφαρμογές της Γεωστατιστικής είναι ο προσδιορισμός και ο έλεγχος της χωρικής κατανομής μεταβλητών που χαρακτηρίζουν μεγέθη με οικονομική ή περιβαλλοντική σημασία.

Οι πιο δημοφιλείς και διαδεδομένες μέθοδοι γεωστατιστικής ανάλυσης είναι γνωστές με την ονομασία *Kriging*. Ωστόσο οι μέθοδοι αυτές όπως προαναφέρθηκε χαρακτηρίζονται από μαθηματικούς περιορισμούς οι οποίοι επηρεάζουν την εφαρμογή τους.

1.2 Τυχαία πεδία

Ως «τυχαίο πεδίο» μπορεί να θεωρηθεί ένα σύνολο τυχαίων μεταβλητών που περιγράφουν τη χωροχρονική μεταβολή του σχετικού φυσικού μεγέθους (π.χ τιμές συγκεντρώσεων ρύπων). Σε αντίθεση με τις συναρτήσεις οι οποίες έχουν μια συγκεκριμένη μαθηματική έκφραση, π.χ $f(x) = \cos(x)$, ένα τυχαίο πεδίο που δεν έχει σαφή μαθηματική έκφραση αντιπροσωπεύει ένα σύνολο δυνατών καταστάσεων.

Κάθε κατάσταση αποτελεί ένα δείγμα του πεδίου και χαρακτηρίζεται από μια πιθανότητα πραγματοποίησης που καθορίζεται από την πολυδιάστατη Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας του πεδίου. Επομένως, ένα τυχαίο πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ως μία πολυδιάστατη τυχαία μεταβλητή. Λόγω της αλληλεξάρτησης των φυσικών μεγεθών

σε διαφορετικά σημεία του χώρου, τα τυχαία πεδία έχουν ιδιαίτερες μαθηματικές ιδιότητες που τα ξεχωρίζουν από ένα σύνολο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών (Χριστόπουλος 2004α).

Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες τυχαίων πεδίων. Αν το πεδίο λαμβάνει τιμές μόνο από ένα μετρήσιμο σύνολο αριθμών ονομάζεται πεδίο διακριτών τιμών. Αν οι τιμές του πεδίου προέρχονται από ένα συνεχές διάστημα πραγματικών αριθμών, το πεδίο ονομάζεται πεδίο συνεχών τιμών. Όταν η μεταβολή ορίζεται σε ένα συνεχή χώρο, όπως π.χ. στα φυσικά πεδία, δημιουργείται ένα πεδίο συνεχούς χώρου. Αντίθετα όταν ορίζεται στις θέσεις ενός πλέγματος (κανάβου) ονομάζεται πλεγματοειδές πεδίο.

Τα πλεγματοειδή πεδία χρησιμοποιούνται σε υπολογιστικές (π.χ. προσομοίωση κατανομής ρυπαντών σε υδροφόρο ορίζοντα) αλλά και σε θεωρητικές μελέτες γιατί η συμμετρία του πλέγματος επιτρέπει την χρησιμοποίηση αριθμητικά αποτελεσματικών μεθόδων (π.χ. ταχείς μετασχηματισμούς Fourier). Επιπλέον τα πλεγματοειδή πεδία επιτρέπουν την σύγκριση των επιδόσεων διαφορετικών γεωστατιστικών μεθόδων (Χριστόπουλος 2004α).

Στην πράξη οι μετρήσεις αντιπροσωπεύουν ένα πεπερασμένο πλήθος σημείων, η κατανομή των οποίων στο χώρο δεν έχει κατ' ανάγκη τη συμμετρία ενός κανονικού πλέγματος. Σε αυτές τις περιπτώσεις το δίκτυο των σημείων δειγματοληψίας είναι ανομοιογενές. Επίσης χρησιμοποιείται ο όρος άτακτο πλέγμα (disordered lattice) και ο όρος εξωπλεγματοειδής κατανομή (off lattice). Σε αυτές τις περιπτώσεις, χρειάζονται γεωστατιστικές μέθοδοι που να λειτουργούν ικανοποιητικά με τους περιορισμούς της εκάστοτε χωρικής κατανομής. Αν η κατανομή των δεδομένων είναι εξωπλεγματοειδής, η εκτίμηση ή η προσομοίωση της διαδικασίας πραγματοποιείται πάνω σε ένα πλεγματοειδές υπόβαθρο που καλύπτει την περιοχή ενδιαφέροντος (Χριστόπουλος 2004α).

Η έννοια του τυχαίου πεδίου βασίζεται σε δύο άλλες βασικές έννοιες: την *τυχασιότητα* και την *αλληλεξάρτηση* των τιμών φυσικών μεγεθών σε διαφορετικά σημεία του χώρου. Η τυχασιότητα χαρακτηρίζει φαινόμενα στα οποία η γνώση μιας κατάστασης με απόλυτη ακρίβεια είναι αδύνατη λόγω διαφόρων περιορισμών. Τέτοιοι περιορισμοί προέρχονται από την μεταβλητότητα των διαφόρων φυσικών μεγεθών στον χώρο και την

αβεβαιότητα που οφείλεται στον περιορισμένο αριθμό μετρήσεων. Σε αυτές τις περιπτώσεις το αποτέλεσμα (η τιμή του φαινομένου) καθορίζεται από μία συνάρτηση κατανομής πιθανότητας, η οποία προσδιορίζει τις πιθανότητες εμφάνισης κάθε κατάστασης.

Η χωρική εξάρτηση (αλληλεξάρτηση) είναι το ιδιαίτερο γνώρισμα των τυχαίων πεδίων και περιγράφει την εξάρτηση των τιμών του πεδίου σε διαφορετικά σημεία του χώρου μεταξύ τους. Η κατανομή πιθανότητας του πεδίου εμπερικλείει συσχετίσεις μεταξύ διαφορετικών σημείων, έτσι ώστε η πιθανότητα παρατήρησης μιας τιμής σε ένα σημείο να εξαρτάται από τις τιμές στα γειτονικά σημεία (Χριστόπουλος 2004α).

1.3 Βασικές έννοιες τυχαίων πεδίων

Ένα τυχαίο πεδίο συμβολίζεται ως $X(s)$, όπου s ένα διάνυσμα θέσης, $s = (x, y)$. Το $X(s)$ συμβολίζει το σύνολο των δυνατών καταστάσεων του πεδίου, ενώ ως $x(s)$ συμβολίζονται οι τιμές που αντιστοιχούν σε μια κατάσταση. Η Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (ΣΠΠ) του πεδίου παριστάνεται ως $f_X[x(s)]$. Ο δείκτης X δηλώνει το πεδίο, ενώ το όρισμα της συνάρτησης είναι οι τιμές της κατάστασης του πεδίου (π.χ. συγκεντρώσεις ρυπαντών).

Ένα παράδειγμα ΣΠΠ η οποία αντιστοιχεί σε τυχαίο πεδίο κανονικής κατανομής δίνεται

$$\text{από την εξίσωση: } f_X[x(s)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \exp\left[-\frac{(x(s) - m_X(s))^2}{2\sigma_X^2}\right].$$

Η Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας τυχαίου πεδίου περιλαμβάνει τις τιμές σε ολόκληρο το χώρο όπου ορίζεται το πεδίο. Επομένως αποτελεί την κοινή ΣΠΠ για ένα οποιοδήποτε πλήθος σημείων. Η μονοδιάστατη η αλλιώς σημειακή ΣΠΠ περιγράφει τις δυνατές καταστάσεις του πεδίου σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Είναι δυνατόν η μονοδιάστατη ΣΠΠ να αλλάζει από σημείο σε σημείο και αυτό συμβαίνει όταν το πεδίο είναι ανομοιογενές. Ανάλογα, η δισδιάστατη ΣΠΠ του πεδίου εκφράζει την αλληλεξάρτηση των δυνατών καταστάσεων σε δύο σημεία και η πολυδιάστατη

περιγράφει την αλληλεξάρτηση των δυνατών καταστάσεων για ένα σύνολο N σημείων (Χριστόπουλος 2004α).

Ένα άλλο είδος συναρτήσεων το οποίο δίνει πληροφορίες σχετικά με τις ιδιότητες ενός τυχαίου πεδίου είναι οι στατιστικές ροπές. Οι στατιστικές ροπές είναι αιτιοκρατικές συναρτήσεις, οι οποίες αντιπροσωπεύουν μέσες τιμές, ως προς όλες τις δυνατές καταστάσεις. Στην πράξη συνήθως είναι χρήσιμες οι ροπές χαμηλών τάξεων (μέχρι δεύτερης τάξης), όπως η μέση τιμή, η διασπορά, η συνάρτηση συνδιασποράς, και το ημιβαριόγραμμα (Χριστόπουλος 2004α).

1.4 Μέση τιμή

Η μέση τιμή ενός τυχαίου πεδίου δίνεται από την παρακάτω σχέση, $m_x(s) = E[X(s)]$. Το σύμβολο $E[X(s)]$ δηλώνει τη μέση τιμή υπολογισμένη ως προς το σύνολο των καταστάσεων του πεδίου, δηλαδή

$$E[X(s)] = \int dx f_x(x; s) x, \quad (1.1)$$

όπου x οι τιμές που αντιστοιχούν σε μια κατάσταση.

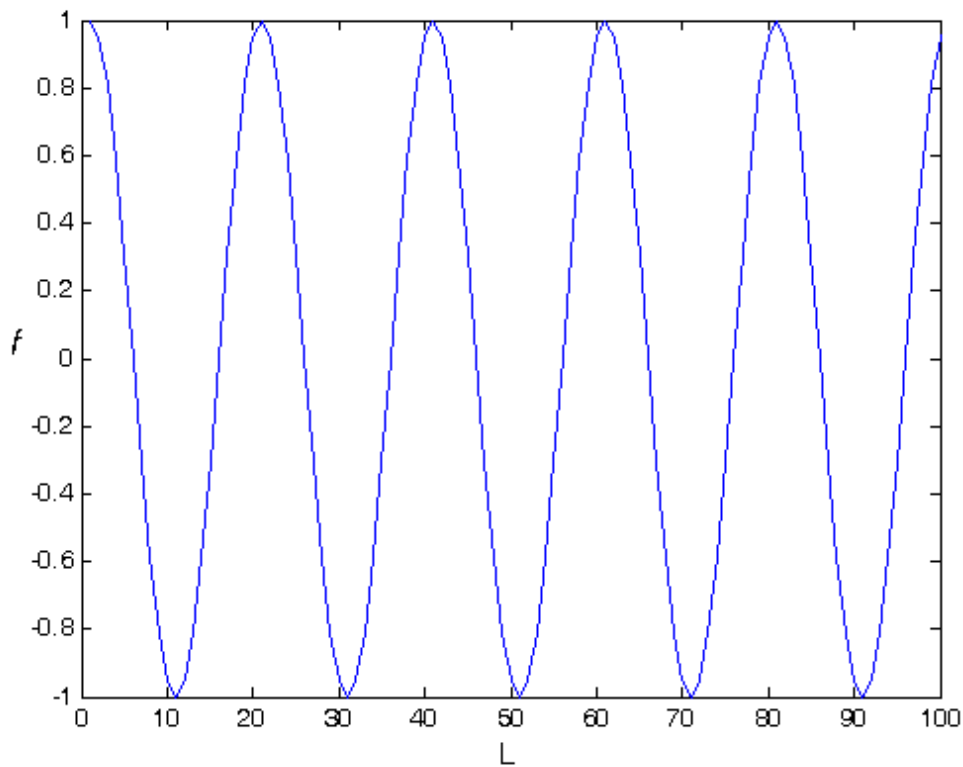
Τα όρια του ολοκληρώματος εξαρτώνται από τον χώρο στον οποίο ορίζεται το πεδίο X . Αν το πεδίο παίρνει όλες τις θετικές και αρνητικές τιμές το ολοκλήρωμα κυμαίνεται από $-\infty$ έως ∞ . Αν το πεδίο παίρνει μόνο θετικές τιμές τότε το ολοκλήρωμα κυμαίνεται από το 0 έως το ∞ . Αν είναι γνωστό ότι οι τιμές του πεδίου περιορίζονται σε ένα προκαθορισμένο διάστημα $[a, b]$, το ολοκλήρωμα υπολογίζεται σε αυτό το διάστημα.

Από την εξίσωση (1.1) παρατηρείται ότι η μέση τιμή μπορεί να έχει εξάρτηση από τη θέση s , η οποία προέρχεται από πιθανή εξάρτηση της μονοδιάστατης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας από τη θέση. Επειδή η ΣΠΠ δεν είναι πάντα γνωστή εκ των προτέρων η μέση τιμή εκτιμάται από το δείγμα με στατιστικές μεθόδους.

Επειδή η ΣΠΠ δεν είναι πάντα γνωστή εκ των προτέρων η μέση τιμή εκτιμάται από το δείγμα με στατιστικές μεθόδους. Αυτή δίνεται από το μέσο όρο των τιμών που περιλαμβάνονται στο δείγμα, (Χριστόπουλος 2004α),

$$\hat{m}_X(\mathbf{s}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i(\mathbf{s}) . \quad (1.2)$$

Η μέση τιμή περιγράφει τις τάσεις μεγάλης εμβέλειας σε ένα τυχαίο πεδίο (π.χ. η τάση μιας τυχαίας μεταβλητής που ορίζεται σε διάστημα $[0,L]$, όπου $L=100$, και δίνεται από την συνάρτηση $f = \cos(2\pi L/20)$ παρουσιάζεται στο σχήμα 1.1).



Σχήμα 1.1: Γράφημα τάσης τυχαίας μεταβλητής

1.5 Διασπορά

Η διασπορά ενός τυχαίου πεδίου δίνεται από τη μέση τιμή του τετραγώνου της διακύμανσης σύμφωνα με την εξίσωση:

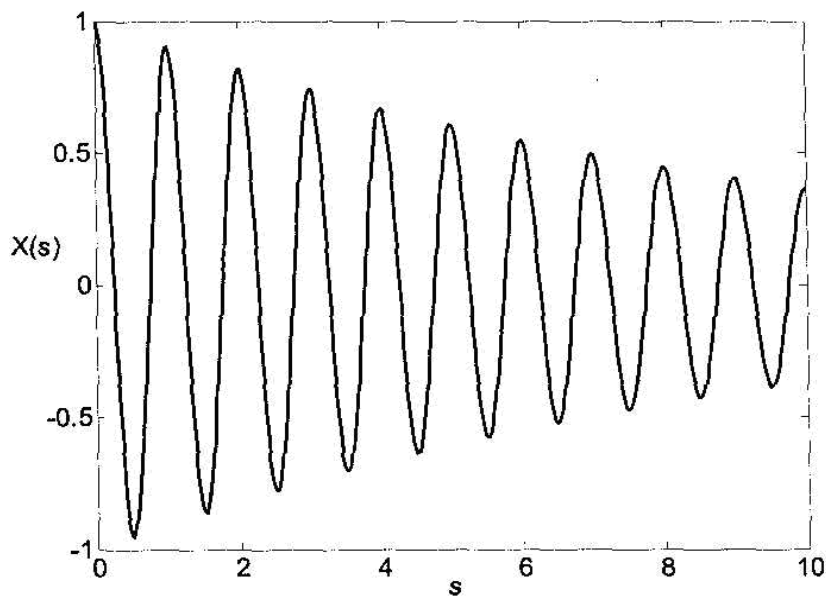
$$\sigma_X^2(\mathbf{s}) \equiv E\left[\{X(\mathbf{s}) - m_X(\mathbf{s})\}^2\right] = E\left[\chi^2(\mathbf{s})\right] \quad (1.3)$$

Γενικά είναι δυνατόν η διασπορά να μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο ενώ διατηρείται σταθερή μόνο όταν το πεδίο είναι στατιστικά ομοιογενές.

Η δειγματική διασπορά δίνεται από την εξής σχέση

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (x_i - m_X)^2 \quad (1.4)$$

Η μεταβολή της διασποράς ενός τυχαίου πεδίου στον χώρο σημαίνει ότι οι διακυμάνσεις του πεδίου αλλάζουν μέγεθος από σημείο σε σημείο (Isaaks & Srivastava 1989). Στο επόμενο σχήμα (Σχήμα 1.2) φαίνεται το γράφημα μιας απλής συνάρτησης (όχι τυχαίου πεδίου) της οποίας το πλάτος διακύμανσης αλλάζει. Στην περίπτωση ενός τυχαίου πεδίου η μεταβολή των διακυμάνσεων δεν είναι εξίσου κανονική και όχι πάντοτε ορατή με απλή επισκόπηση (Χριστόπουλος 2004α).



Σχήμα 1.2: Γράφημα συνημίτονου με εκθετικά μειούμενο πλάτος διακύμανσης (Χριστόπουλος 2004α)

1.6 Τυπική Απόκλιση

Η τυπική απόκλιση (standar deviation) σ_X είναι η τετραγωνική ρίζα της διασποράς και προσδιορίζει ποσοτικά την απόκλιση της κατανομής από την μέση τιμή της. Ποιοτικά μπορεί κανείς να πει ότι το εύρος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, τουλάχιστον για συμμετρικές κατανομές, είναι ανάλογο προς την τυπική απόκλιση. Η τυπική απόκλιση είναι το στατιστικό μέγεθος που χρησιμοποιείται για να εκφραστεί το πιθανό σφάλμα πειραματικών μετρήσεων και το σφάλμα εκτίμησης παραμέτρων μιας κατανομής πιθανότητας από ένα πεπερασμένο δείγμα.

1.7 Διάμεσος

Ο διάμεσος (median), x_{med} ή $x_{0.5}$, είναι η τιμή εκείνη που χωρίζει την κατανομή σε δύο μέρη, έκαστο εκ των οποίων περιέχει το 50% της συνολικής πιθανότητας. Ο υπολογισμός του διαμέσου γίνεται μέσω της εξίσωσης:

$$\int_{-\infty}^{x_{med}} dx f_X(x) = \int_{x_{med}}^{\infty} dx f_X(x) \quad (1.5)$$

Η εξίσωση αυτή ορίζει ότι ο διάμεσος χωρίζει την κατανομή σε δύο ισοεμβαδικά τμήματα.

Στην περίπτωση δειγμάτων, αν οι τιμές ταξινομηθούν σε αύξουσα σειρά, ο διάμεσος αντιστοιχεί στο κέντρο της κατανομής. Έστω το δείγμα τιμών $x_i, i = 1, \dots, M$. Το διατεταγμένο δείγμα είναι το σύνολο $X_{[M]} = (x_{[1]}, \dots, x_{[M]})$, στο οποίο οι τιμές του δείγματος εμφανίζονται κατά αύξουσα σειρά. Δηλαδή οι τιμές $x_{[i]}$ είναι τέτοιες ώστε $x_{[i]} \leq x_{[i+1]}$. Αν το πλήθος καταστάσεων του δείγματος είναι πεπερασμένο ο διάμεσος υπολογίζεται ως εξής:

$$x_{med} \begin{cases} x_{[M+1]/2}, M = 2m + 1 \\ \frac{1}{2} \left(x_{[\frac{M}{2}]} + x_{[\frac{M}{2}+1]} \right), M = 2m \end{cases} \quad (1.6)$$

Ανάλογα με τον διάμεσο ορίζονται διάφορα εκατοστιαία σημεία (percentiles). Έτσι ως $x_{0.25}$ ορίζεται το ποσοστιαίο σημείο αριστερά του οποίου βρίσκεται το 25% της συνολικής πιθανότητας. Προκειμένου να υπολογίσουμε οποιοδήποτε ποσοστιαίο σημείο x_p από ένα δείγμα διάστασης M ορίζουμε ένα ακέραιο μέρος και ένα κλασματικό υπόλοιπο με την βοήθεια της σχέσης: $p(M + 1) = k + d$, όπου k είναι το ακέραιο μέρος και $0 < d < 1$ είναι το κλασματικό υπόλοιπο (Χριστόπουλος 2013). Τότε το ποσοστιαίο σημείο x_p προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned} x_p &= x_{[1]} & k=0 \\ x_p &= x_{[k]} + d(x_{[k+1]} - x_{[k]}) & 0 < k < M \\ x_p &= x_{[M]} & k=M \end{aligned} \quad (1.7)$$

1.8 Συνάρτηση συνδιασποράς

Μια άλλη ιδιότητα η οποία δίνει χρήσιμες πληροφορίες για ένα τυχαίο πεδίο είναι η κεντρική συνάρτηση συνδιασποράς (ΚΣΣ) η οποία ορίζεται με την βοήθεια της εξίσωσης (1.8), (Isaaks & Srivastava 1989),

$$c_X(s_1, s_2) \equiv E[\{X(s_1) - m_X(s_1)\}\{X(s_2) - m_X(s_2)\}]. \quad (1.8)$$

Το τυχαίο πεδίο $\chi(s_1) \equiv X(s_1) - m_X(s_1)$ αντιστοιχεί στην διακύμανση του πεδίου $X(s_1)$ γύρω από την μέση τιμή στο σημείο s_1 . Η μέση τιμή του πεδίου διακύμανσης είναι ίση με το μηδέν, $E[\chi(s_1)] = 0$. Βάσει των προηγούμενων η ΚΣΣ είναι ισοδύναμη με την συνδιακύμανση, δηλαδή $c_X(s_1, s_2) = E[\chi(s_1)\chi(s_2)]$.

Πιο συγκεκριμένα η ΚΣΣ περιγράφει ποσοτικά την εξάρτηση των διακυμάνσεων του πεδίου σε δύο διαφορετικά σημεία. Όταν τα σημεία της συνάρτησης συνδιασποράς συμπίπτουν η τιμή της ισούται με την διασπορά του πεδίου στο συγκεκριμένο σημείο, $c_X(s_1, s_1) = \sigma_X^2(s_1)$, όπως προκύπτει από την εξίσωση (1.4) και (1.8). Αντίθετα όταν η απόσταση μεταξύ δύο σημείων μεγαλώνει η εξάρτηση των διακυμάνσεων μειώνεται.

Σε γεωστατιστικές αναλύσεις η πειραματικά προσδιοριζόμενη χωρική εξάρτηση προσαρμόζεται σε ένα βέλτιστο πρότυπο το οποίο επιλέγεται από ένα σύνολο αποδεκτών θεωρητικών προτύπων (π.χ εκθετικό, γκαουσιανό). Επομένως είναι απαραίτητη η ύπαρξη συνθηκών αποδοχής για την συνάρτηση συνδιασποράς.

Οι συνθήκες αποδοχής καθορίζονται από το θεώρημα του Bochner (Bochner 1959). Αυτό εκφράζεται με την βοήθεια της φασματικής πυκνότητας ισχύος της συνδιασποράς η οποία δίνεται από τον μετασχηματισμό Fourier (Press et al 1992), της συνάρτησης συνδιασποράς. Η φασματική πυκνότητα ισχύος ορίζεται από το ολοκλήρωμα,

$$\tilde{c}_X(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{r} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) c_X(\mathbf{r}), \quad (1.9)$$

όπου \mathbf{r} το διάνυσμα απόστασης μεταξύ δύο σημείων, $\int d\mathbf{r} = \int dx \int dy$ και \mathbf{k} είναι το διάνυσμα της χωρικής συχνότητας (κυματάνυσμα).

Μια συνάρτηση $c_X(\mathbf{r})$ είναι αποδεκτή συνάρτηση συνδιασποράς αν ισχύουν οι παρακάτω τρεις συνθήκες:

- 1) Αν υπάρχει η φασματική πυκνότητα ισχύος $\tilde{c}_X(\mathbf{k})$ (δηλαδή αν υπάρχει ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης).
- 2) Αν η $\tilde{c}_X(\mathbf{k})$ είναι μη αρνητική σε όλο το πεδίο συχνοτήτων δηλαδή $\tilde{c}_X(\mathbf{k}) \geq 0$ για κάθε \mathbf{k} .
- 3) Αν το ολοκλήρωμα της $\tilde{c}_X(\mathbf{k})$ σε ολόκληρο το πεδίο συχνότητας είναι φραγμένο (δηλαδή αν υπάρχει η διασπορά).

Από πρακτική άποψη για να διαπιστωθεί αν μια συνάρτηση αποτελεί αποδεκτό πρότυπο συνάρτησης συνδιασποράς χρειάζεται να υπολογιστεί ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης (Χριστόπουλος 2004a).

1.9 Στατιστική ομοιογένεια

Ορισμένες παραδοχές που θέτουν περιορισμούς στις ιδιότητες ενός τυχαίου πεδίου μπορούν να οδηγήσουν σε μια πιο αποτελεσματική γεωστατιστική ανάλυση. Η πιο ευρέως χρησιμοποιημένη απλουστευτική παραδοχή είναι η στατιστική ομοιογένεια, η οποία αποτελεί επέκταση του κλασικού ορισμού της ομοιογένειας. Μια ιδιότητα είναι ομοιογενής αν η αντίστοιχη μεταβλητή έχει σταθερή τιμή στο χώρο. Αντίθετα ένα τυχαίο πεδίο $X(\mathbf{s})$ είναι στατιστικώς ομοιογενές αν η μέση τιμή είναι σταθερή, $m_X(\mathbf{s}) = m_X$, η συνάρτηση συνδιασποράς ορίζεται και εξαρτάται αποκλειστικά από το διάνυσμα απόστασης $\mathbf{r} = \mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2$ μεταξύ των δύο σημείων, $c_X(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = c_X(\mathbf{r})$, και η διασπορά του πεδίου είναι επίσης σταθερή.

Οι παραπάνω προϋποθέσεις ορίζουν την στατιστική ομοιογένεια κατά την ασθενή έννοια. Ένα τυχαίο πεδίο είναι στατιστικώς ομοιογενές κατά την ισχυρή έννοια όταν η πολυδιάστατη ΣΠΠ για N σημεία (όπου N οποιοσδήποτε θετικός ακέραιος) παραμένει αμετάβλητη από μετασχηματισμούς οι οποίοι αλλάζουν την θέση των σημείων χωρίς να αλλάζουν τις μεταξύ τους αποστάσεις.

Επομένως η έννοια της στατιστικής ομοιογένειας είναι ότι οι στατιστικές ιδιότητες ενός τυχαίου πεδίου δεν εξαρτώνται από τις χωρικές συντεταγμένες των σημείων, άρα και από το σύστημα αναφοράς. Πρακτικά η στατιστική ομοιογένεια προϋποθέτει ότι δεν υπάρχουν συστηματικές τάσεις έτσι ώστε η μεταβολή των τιμών του πεδίου μπορεί να αποδοθεί σε διακυμάνσεις γύρω από μια σταθερή στάθμη ίση με την μέση τιμή (Χριστόπουλος 2004α).

1.10 Στατιστική ισοτροπία

Μια άλλη ιδιότητα που μπορεί να φανεί χρήσιμη στην γεωστατιστική ανάλυση ενός τυχαίου πεδίου είναι η στατιστική ισοτροπία. Ένα πεδίο είναι στατιστικώς ισοτροπικό αν είναι στατιστικώς ομοιογενές και συγχρόνως η συνάρτηση συνδιασποράς εξαρτάται μόνο από το μέτρο (ευκλείδεια απόσταση), αλλά όχι από τη κατεύθυνση

του διανύσματος απόστασης \mathbf{r} . Αυτό είναι σημαντικό από πρακτική άποψη επειδή διευκολύνει τον προσδιορισμό της χωρικής εξάρτησης. Αν μια συνάρτηση συνδιασποράς είναι στατιστικώς ισοτροπική είναι και εξ ορισμού στατιστικώς ομοιογενής, αλλά το αντίστροφο δεν ισχύει.

Στην περίπτωση στατιστικώς ισοτροπικών πεδίων οι δύο πιο σημαντικές παράμετροι οι οποίες προσδιορίζουν πολύ βασικά χαρακτηριστικά της συνάρτησης συνδιασποράς είναι η διασπορά $\sigma_X^2 = c_X(0)$ και το μήκος συσχέτισης ξ . Η διασπορά αποτελεί μέτρο του πλάτους των διακυμάνσεων του πεδίου. Το μήκος συσχέτισης ορίζει το διάστημα μέσα στο οποίο υπάρχει αλληλεξάρτηση, δηλαδή ορίζει την απόσταση μέσα στην οποία η τιμή του πεδίου σε ένα σημείο επηρεάζει την τιμή σε ένα άλλο σημείο (Χριστόπουλος 2004α).

1.11 Ημι-Βαριόγραμμα

Το βαριόγραμμα είναι το βασικό διαγνωστικό εργαλείο για τον χωρικό χαρακτηρισμό μίας χωρομεταβλητής και είναι επίσης κεντρικό στην γεωστατιστική εκτίμηση ή στις μεθόδους παρεμβολής (kriging).

Το ημιβαριόγραμμα ενός τυχαίου πεδίου ορίζεται ως εξής:

$$\gamma_X(\mathbf{s}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} E \left\{ [X(\mathbf{s} + \mathbf{r}) - X(\mathbf{s})]^2 \right\}. \quad (1.10)$$

Δηλαδή το ημιβαριόγραμμα ορίζεται σε σχέση με ένα ζεύγος σημείων με την βοήθεια της μέσης τιμής του τετραγώνου της διαφοράς $\delta X(\mathbf{s}; \mathbf{r}) \equiv X(\mathbf{s} + \mathbf{r}) - X(\mathbf{s})$. Το πεδίο της διαφοράς $\delta X(\mathbf{s}; \mathbf{r})$ αποκαλείται βήμα απόστασης \mathbf{r} . Αν το πεδίο $X(\mathbf{s})$ είναι στατιστικώς ομοιογενές το ημιβαριόγραμμα συνδέεται άμεσα με την συνάρτηση συνδιασποράς βάσει της εξίσωσης $\gamma_X(\mathbf{r}) = \sigma_X^2 - c_X(\mathbf{r})$.

Για στατιστικώς ομοιογενή πεδία το ημιβαριόγραμμα περιέχει την ίδια πληροφορία με την συνάρτηση συνδιασποράς. Αν η διαφορά $\delta X(\mathbf{s}; \mathbf{r})$ είναι στατιστικά ομοιογενής, το τυχαίο πεδίο $X(\mathbf{s})$ ονομάζεται πεδίο με στατιστικώς ομοιογενείς

διαφορές. Σε αυτήν την περίπτωση το ημιβαριόγραμμα $\gamma_X(\mathbf{r})$ εξαρτάται αποκλειστικά από την απόσταση \mathbf{r} μεταξύ των σημείων και αυτό είναι απόρροια της στατιστικής ομοιογένειας του πεδίου διαφορών. Αν το πεδίο $X(\mathbf{s})$ είναι στατιστικά ομοιογενές το ίδιο ισχύει και για τις διαφορές $\delta X(\mathbf{s};\mathbf{r})$, το αντίστροφο όμως δεν ισχύει απαραίτητα (Χριστόπουλος 2004β).

Οι παράμετροι του ημιβαριογράμματος καθορίζουν την χωρική εξάρτηση των τιμών του πεδίου σε δυο γειτονικά σημεία. Από τον ορισμό του ημιβαριογράμματος με την βοήθεια της μέσης τιμής του τετραγώνου των διαφορών προκύπτει ότι το ημιβαριόγραμμα είναι ημιθετικά ορισμένο, $\gamma_X(\mathbf{r}) \geq 0$. Ωστόσο το αντίστροφο δεν ισχύει πάντοτε καθώς μια ημιθετικά ορισμένη συνάρτηση δεν είναι κατ' ανάγκη αποδεκτή ως ημιβαριόγραμμα.

Σε περίπτωση στατιστικά ομοιογενούς πεδίου, αν η χωρική εξάρτηση είναι ισοτροπική, το ημιβαριόγραμμα προσδιορίζεται από δύο παραμέτρους: το *όριο* και το *μήκος συσχέτισης*. Η τιμή του ημιβαριογράμματος για πολύ μεγάλες αποστάσεις \mathbf{r} τείνει ασυμπτωτικά προς ένα όριο ίσο με την διασπορά σ_X^2 του τυχαίου πεδίου. Αυτή η ιδιότητα βασίζεται στην σχέση $\gamma_X(\mathbf{r}) = \sigma_X^2 - c_X(\mathbf{r})$ και το γεγονός ότι σε μεγάλες αποστάσεις η τιμή της συνάρτησης συνδιασποράς τείνει προς το μηδέν.

Η παρουσία σημαντικών τάσεων μεγάλης εμβέλειας σημαίνει ότι η προϋπόθεση της στατιστικής ομοιογένειας δεν ισχύει. Τότε το ημιβαριόγραμμα δεν προσεγγίζει κάποια τιμή ισορροπίας όταν η απόσταση τείνει προς το άπειρο (Χριστόπουλος 2004β).

Το ημιβαριόγραμμα εν γένει αυξάνεται ανάλογα, όχι κατ' ανάγκη γραμμικά, με την απόσταση μεταξύ των σημείων. Αυτό συμβαίνει επειδή η εξάρτηση των τιμών του πεδίου σε δύο διαφορετικά σημεία του χώρου μειώνεται όσο αυξάνει η απόσταση. Ακολούθως οι τιμές του ημιβαριογράμματος αυξάνονται όσο μεγαλώνει η απόσταση αφού μετρά πόσο διαφέρουν μεταξύ τους οι διακυμάνσεις του πεδίου ως συνάρτηση της απόστασης.

Ευρέως χρησιμοποιημένα μοντέλα ημιβαριογραμμάτων τα οποία είναι επιτρεπτά και σε πρακτικές εφαρμογές είναι το εκθετικό, το γκαουσιανό, το σφαιρικό, το γενικευμένο, το δυναμονομικό ή αλγεβρικό και το φαινόμενο πυρήνα. Το εκθετικό μοντέλο χαρακτηρίζει

κατανομές με απότομες χωρικές μεταβολές σε αντίθεση με το γκαουσιανό το οποίο χαρακτηρίζει ομαλότερες αυξομειώσεις. Το αλγεβρικό μοντέλο χαρακτηρίζει εξάρτηση με μακριά χωρική εμβέλεια ενώ το μοντέλο πυρήνα αντιστοιχεί σε μεταβολές που συντελούνται σε αποστάσεις μικρότερες από τη διακριτική ικανότητα που επιτρέπει το δείγμα (Χριστόπουλος 2004β).

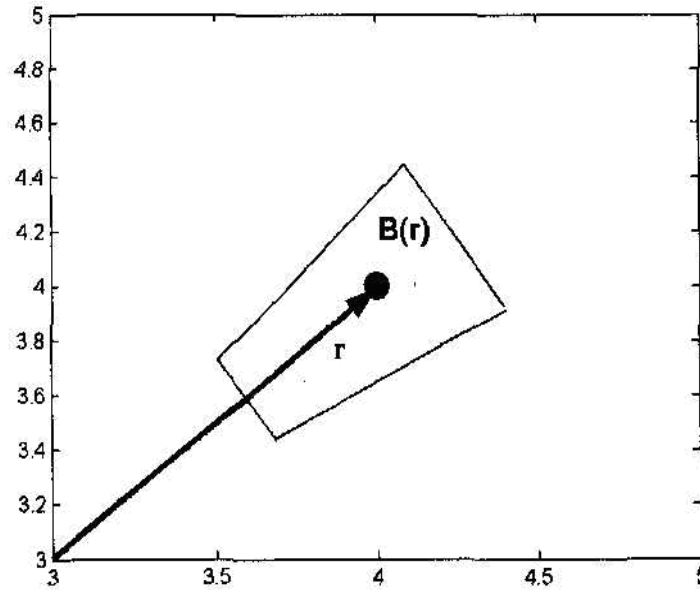
Προσδιορισμός ημιβαριογράμματος

Στην περίπτωση πρακτικών εφαρμογών, όπου τα δεδομένα περιορίζονται συνήθως σε ένα μοναδικό δείγμα, επιχειρείται να προσδιοριστεί μια εκτίμηση του πραγματικού ημιβαριογράμματος από αυτό. Η εκτίμηση αυτή ονομάζεται *δειγματικό ημιβαριόγραμμα* και υπολογίζεται βάσει των τιμών του δείγματος ως εξής:

$$\hat{\gamma}_Z(\mathbf{r}_k) = \frac{1}{2N(\mathbf{r}_k)} \sum_{i,j=1}^{N(\mathbf{r}_k)} \left\{ \left[Z(\mathbf{s}_i) - Z(\mathbf{s}_j) \right]^2 \right\} \vartheta_{ij}(\mathbf{r}_k), \quad (k=1, \dots, N_c), \quad (1.11)$$

$$\vartheta_{ij}(\mathbf{r}_k) = \begin{cases} 1, & \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j \in B(\mathbf{r}_k) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.12)$$

- Η συνάρτηση τάξης $\vartheta_{ij}(\mathbf{r}_k)$ ορίζει διαφορετικές ομάδες (τάξεις) διανυσμάτων απόστασης, επιλέγοντας τα διανύσματα εκείνα που βρίσκονται σε μια κλειστή περιοχή $B(\mathbf{r}_k)$ γύρω από το διάνυσμα \mathbf{r}_k (Σχήμα 1.3).
- Η μεταβλητή $N(r_k)$ είναι ίση με το πλήθος των ζευγών σημείων που περιέχονται μέσα στην τάξη $B(\mathbf{r}_k)$.
- Το δειγματικό ημιβαριόγραμμα ορίζεται για ένα διακριτό και πεπερασμένο σύνολο αποστάσεων \mathbf{r}_k , ($k=1, \dots, N_c$) το πλήθος των οποίων είναι ίσο με τον συνολικό αριθμό τάξεων N_c .



Σχήμα 1.3: Σχηματικό διάγραμμα μιας περιοχής $B(\mathbf{r})$ γύρω από το διάνυσμα απόστασης (Χριστόπουλος 2004β).

Επομένως, ο υπολογισμός αυτός προσδιορίζει μια τιμή του δειγματικού ημιβαριογράμματος για κάθε \mathbf{r}_k βάσει του μέσου όρου των διαφορών $[Z(\mathbf{s}_i) - Z(\mathbf{s}_j)]^2$ σε όλα τα ζεύγη σημείων, το διάνυσμα απόστασης των οποίων ανήκει στην περιοχή $B(\mathbf{r}_k)$. Το $\hat{\gamma}_Z(\mathbf{r}_k)$ είναι ένας καλός εκτιμητής του $\gamma_Z(\mathbf{r}_k)$ όταν ο μέσος όρος των διαφορών στην τάξη του \mathbf{r}_k προσεγγίζει με ακρίβεια την μέση τιμή $E[Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{r}_k)]^2$ (Χριστόπουλος 2004β).

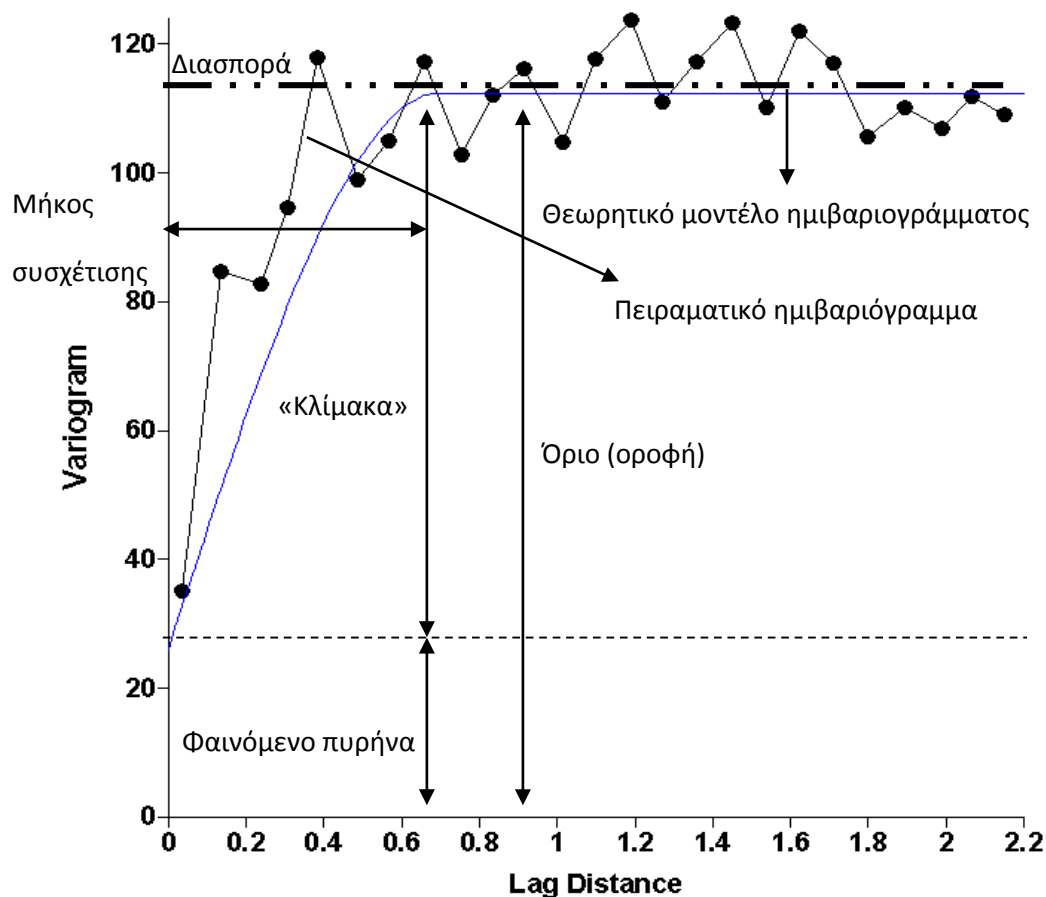
Αυτό ισχύει όταν εκπληρώνεται η εργοδική υπόθεση (Christakos & Hristopulos 1998) η οποία επιτρέπει την εναλλαγή του στοχαστικού με τον δειγματικό μέσο. Στον υπολογισμό του ημιβαριογράμματος για να ισχύει η εργοδική ιδιότητα πρέπει να εκπληρώνονται κάποιες προϋποθέσεις, όπως: (1) το πεδίο διαφοράς $Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{r}_k)$ να είναι στατιστικά ομοιογενές, (2) το πλήθος ζευγών σε κάθε τάξη να είναι μεγάλο ώστε ο δειγματικός μέσος του τετραγώνου της διαφοράς να υπολογίζεται με καλή

στατιστική ακρίβεια και (3) ο αριθμός των τάξεων πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος ώστε να επιτρέπει μια πυκνή προσέγγιση της μεταβολής του ημιβαριογράμματος σαν συνάρτηση της απόστασης (Χριστόπουλος 2004β).

Αφού υπολογιστεί το πειραματικό ημιβαριόγραμμα προσαρμόζεται σε ένα θεωρητικό μοντέλο, το οποίο επιτρέπει τον υπολογισμό του ημιβαριογράμματος για οποιαδήποτε απόσταση. Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας την αρχή των ελαχίστων τετραγώνων, από την οποία υπολογίζονται και οι βέλτιστες παράμετροι ξ (μήκος συσχέτισης) και σ_X^2 (διασπορά) του θεωρητικού μοντέλου.

Το θεωρητικό πρότυπο χρειάζεται για την εκτίμηση των τιμών του πεδίου σε σημεία όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις. Στην συνέχεια για να γίνει αποδεκτό το ημιβαριόγραμμα και να χρησιμοποιηθεί στην γεωστατική ανάλυση ελέγχεται σύμφωνα με τις συνθήκες αποδοχής ημιβαριογράμματος (Χριστόπουλος 2004b).

Το σχήμα 1.4 παρουσιάζει τα χαρακτηριστικά ενός ημιβαριογράμματος τα οποία εξετάζονται αναλυτικά παρακάτω.



Σχήμα 1.4: Παρουσίαση χαρακτηριστικών στοιχείων ημιβαριόγραμματος (Surfer V.8.0.4, 2002).

- Το φαινόμενο πυρήνα ποσοτικοποιεί την διασπορά του δειγματικού σφάλματος καθώς και την μικρής κλίμακας μεταβλητότητα, π.χ. την χωρική μεταβλητότητα που υπάρχει σε αποστάσεις μικρότερες από τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων του δείγματος.
- Το «όριο» (οροφή) είναι η τιμή που πλησιάζει ασυμπτωτικά το δειγματικό ημιβαριόγραμμα.
- Η «κλίμακα» (scale) είναι η διαφορά της «οροφής» από το «φαινόμενο πυρήνα» και δηλώνει την μεταβλητότητα των συσχετισμένων διακυμάνσεων.
- Το μήκος συσχέτισης είναι η απόσταση στην οποία το ημιβαριόγραμμα προσεγγίζει πολύ κοντά, π.χ. κατά 95-97%, την τιμή οροφής.

- Η διασπορά είναι η μέση τετραγωνική απόκλιση κάθε τιμής του δείγματος από την μέση τιμή και δηλώνεται από την διακεκομμένη οριζόντια γραμμή στο σχήμα.
- Το πειραματικό ημιβαριόγραμμα παρουσιάζει τις ομάδες των ζευγών με τις αντίστοιχες δειγματικές τιμές του ημιβαριογράμματος.
- Το θεωρητικό μοντέλο ημιβαριογράμματος αποτελεί μια συνεχή θεωρητική καμπύλη που προσαρμόζεται στο πειραματικό.

Μοντέλα Ημι-βαριογραμμάτων

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι εξισώσεις κλασικών θεωρητικών βαριογραμμάτων που θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα διπλωματική εργασία. σ_z^2 είναι η διασπορά, $|\mathbf{r}|$ η ευκλείδεια απόσταση, και ξ η ακτίνα συσχέτισης.

$$\text{Exponential: } \gamma_z(\mathbf{r}) = \sigma_z^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}|}{\xi}\right) \right] \quad (1.13)$$

$$\text{Gaussian: } \gamma_z(\mathbf{r}) = \sigma_z^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{\xi^2}\right) \right] \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \text{Spherical: } \gamma_z(\mathbf{r}) &= \sigma_z^2 \left[1.5 |\mathbf{r}| / \xi - 0.5 (|\mathbf{r}| / \xi)^3 \right] \theta(\xi - |\mathbf{r}|) \\ &\text{if } \xi - |\mathbf{r}| < 0, \theta = 0, \text{ else if } \xi - |\mathbf{r}| > 0, \theta = 1 \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\text{Power-law: } \gamma_z(\mathbf{r}) = c |\mathbf{r}|^{2H}, 0 < H < 1 \quad (1.16)$$

c είναι ο συντελεστής και H ο δείκτης Hurst.

$$\text{Linear: } \gamma_z(\mathbf{r}) = c |\mathbf{r}| \quad (1.17)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις αποτελούν τις ισοτροπικές εκδοχές των μοντέλων και περιλαμβάνουν δυο παραμέτρους (Christakos 1991, Cressie 1993). Παρακάτω παρουσιάζονται δυο ακόμα θεωρητικά ημι-βαριογραμμάτα των οποίων οι εξισώσεις περιλαμβάνουν περισσότερες παραμέτρους, οδηγώντας σε πιο ακριβή αποτελέσματα.

Το θεωρητικό μοντέλο Matérn λόγω της παραμέτρου ν εκφράζει καλύτερα την συμπεριφορά της $\gamma(\mathbf{r})$ για μικρές αποστάσεις

$$\text{Matérn: } \gamma_Z(\mathbf{r}) = \sigma_Z^2 \left\{ 1 - \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{|\mathbf{r}|}{\xi} \right)^\nu K_\nu \left(\frac{|\mathbf{r}|}{\xi} \right) \right\} \quad (1.18)$$

Όπου $\nu > 0$ είναι το shape coefficient (συντελεστής σχήματος), $\Gamma(\cdot)$ η συνάρτηση gamma και $K_\nu(\cdot)$ η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel. Για $\nu=0,5$ έχουμε το εκθετικό μοντέλο, ενώ όταν το ν τείνει στο άπειρο έχουμε το γκαουσιανό.

Τέλος θα γίνει μια μικρή αναφορά στα μοντέλα Σπαρτιάτικων Τυχαίων Πεδίων, καθώς είναι δύσκολο να παρουσιαστεί το πλήρες θεωρητικό υπόβαθρο των εξισώσεων που τα εκφράζουν.

Τα Σπαρτιάτικα Τυχαία Πεδία (ΣΤΠ) είναι ένα πρόσφατα ανεπτυγμένο γεωστατιστικό μοντέλο (Hristopulos 2002, Hristopulos 2003b), με εφαρμογές αξιολόγησης περιβαλλοντικού ρίσκου (Elogne *et al.* 2008) και ατμοσφαιρικού περιβάλλοντος (Žukonič and Hristopulos 2008). Ο όρος Σπαρτιάτικο υποδηλώνει παραμετρικά συμπαγής οικογένειες μοντέλων που περιλαμβάνουν μικρό αριθμό παραμέτρων. Αυτά τα τυχαία πεδία ορίζονται μέσω φυσικά καθορισμένων χωρικών αλληλεπιδράσεων ανάμεσα σε μεταβλητές του πεδίου.

Γενικά ένα ΣΤΠ, $Z(\mathbf{s})$ που αντιπροσωπεύει τις μετρήσεις μπορεί να εκφραστεί ως:

$$Z(\mathbf{s}) = Z'(\mathbf{s}) + m_Z(\mathbf{s}) + e(\mathbf{s}), \quad (1.19)$$

όπου $e(s)$ είναι το σφάλμα μέτρησης, η οποία λαμβάνεται ως ομογενής στο πεδίο ενδιαφέροντος, $Z'(s)$ είναι η συσχετιζόμενη διακύμανση ΣΤΠ, και $m_z(s)$ είναι μια ντετερμινιστική συνάρτηση τάσης. Η τάση αυτή είναι μια μη στατική συνιστώσα που αντιπροσωπεύει μεγάλης κλίμακας, ντετερμινιστικές μεταβολές, οι οποίες υποθετικώς ανταποκρίνονται στον συνολικό μέσο του ΣΤΠ,

$$m_z(s) = E[Z'(s)]. \quad (1.20)$$

Τα μοντέλα ΣΤΠ καθορίζονται από μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την μετρούμενη ποσότητα $X_\lambda(s)$ η οποία παρίσταται ως ένα τυχαίο πεδίο με διακριτική ικανότητα λ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας περιλαμβάνει όλη την πληροφορία σχετικά με την χωρική εξάρτηση. Γενικά τα μοντέλα ΣΤΠ μπορούν να εκφραστούν με την εξής μαθηματική σχέση,

$$f_x[X_\lambda(s)] = Z^{-1} \exp\{-H[X_\lambda(s)]\} \quad (1.21)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, $f_x[X_\lambda(s)]$ είναι η κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (ΣΠΠ), $Z = \sum_{X_\lambda(s)} \exp\{-H[X_\lambda(s)]\}$ μια σταθερά κανονικοποίησης η οποία εξασφαλίζει το βασικό θεώρημα των πιθανοτήτων, δηλαδή ότι το άθροισμα των πιθανών καταστάσεων του τυχαίου πεδίου είναι ίσο με την μονάδα, και $H[X_\lambda(s)]$ μία συνάρτηση χωρικής αλληλεπίδρασης η οποία εκφράζει τις αλληλεπιδράσεις των τιμών του τυχαίου πεδίου $X_\lambda(s)$ μεταξύ διαφορετικών σημείων του χώρου. Επομένως βάσει της παραπάνω εξίσωσης, τα ΣΤΠ αποτελούν υποσύνολα των τυχαίων πεδίων Gibbs (Hristopulos 2003).

Το νέο στοιχείο που εισάγουν τα ΣΤΠ είναι η εξάρτηση του $H[X_\lambda(s)]$ από φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με την κατανομή στο χώρο, όπως τοπική κλίση και ακτίνα καμπυλότητας της τοπογραφίας, όπως επίσης και ο πλήρης προσδιορισμός της

χωρικής αλληλεπίδρασης από ένα μικρό αριθμό παραμέτρων που υπολογίζονται από τα πειραματικά δεδομένα.

Τα ΣΤΠ παρέχουν ένα νέο σύνολο γενικευμένων συναρτήσεων συνδιασποράς, οι οποίες είναι εξ' ορισμού θετικά ορισμένες για ρητά καθορισμένο εύρος τιμών των παραμέτρων. (Hristopoulos 2003b, Hristopoulos and Elogne 2007).

Η συνάρτηση του Σπαρτιάτικου μοντέλου σε οποιαδήποτε διάσταση d εκφράζεται από την εξίσωση:

$$C_Z(\mathbf{r};\boldsymbol{\theta}) = \frac{\eta_0 \xi \|\mathbf{r}\|^{1-d/2}}{(2\pi)^{d/2}} \int_0^{k_m} d\omega \frac{\omega^{d/2} J_{d/2-1}(\|\mathbf{r}\|\omega)}{1 + \eta_1 (\omega\xi)^2 + (\omega\xi)^4} \quad (1.22)$$

όπου $J_{d/2-1}(x)$ είναι η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους μηδενικής τάξης και $\boldsymbol{\theta} = (\eta_0, \eta_1, \xi, k_m)$ είναι οι παράμετροι του μοντέλου. Το Σπαρτιάτικο ημιβαριόγραμμα δίνεται από την εξίσωση $\gamma_Z(\mathbf{r};\boldsymbol{\theta}) = C_Z(0;\boldsymbol{\theta}) - C_Z(\mathbf{r};\boldsymbol{\theta})$. Η παράμετρος κλίμακας η_0 καθορίζει την διακύμανση, ξ είναι το χαρακτηριστικό μήκος, k_m είναι το όριο του ολοκληρώματος στον χώρο Fourier, ενώ ο αδιάστατος συντελεστής δυσκαμψίας η_1 καθορίζει το σχήμα της συνάρτησης συνδιασποράς σε σύνδεση με τα k_m και ξ (Elogne *et al.* 2008). Για $d=1,3$ μπορούν να κατασκευαστούν ρητές εκφράσεις την συνδιασποράς στο ασυμπτωτικό όριο $k_m \rightarrow \infty$ (Hristopoulos and Elogne 2007).

Η συνάρτηση συνδιασποράς για το Σπαρτιάτικο σε 3 διαστάσεις ($d=3$) εκφράζεται ως ακολούθως:

$$C_Z(\mathbf{h};\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} \frac{\eta_0 e^{-h\beta_2}}{2\pi\sqrt{|\eta_1^2 - 4|}} \left[\frac{\sin(h\beta_1)}{h\beta_1} \right], & \text{for } |\eta_1| < 2, \sigma_z^2 = \frac{\eta_0}{2\pi\sqrt{|\eta_1^2 - 4|}} \\ \frac{\eta_0 e^{-h}}{8\pi}, & \text{for } \eta_1 = 2, \sigma_z^2 = \frac{\eta_0}{8\pi} \\ \frac{\eta_0 (e^{-h\omega_1} - e^{-h\omega_2})}{4\pi(\omega_2 - \omega_1)h\sqrt{|\eta_1^2 - 4|}}, & \text{for } \eta_1 > 2, \sigma_z^2 = \frac{\eta_0}{4\pi\sqrt{|\eta_1^2 - 4|}} \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\omega_{1,2} = (|\eta_1 \mp \Delta|/2)^{1/2} \quad (1.24)$$

$$\beta_{1,2} = |2 \mp \eta_1|^{1/2} / 2. \quad (1.25)$$

Στα παραπάνω $\Delta = |\eta_1^2 - 4|^{1/2}$, $\omega_{1,2}$ και β_2 είναι αδιάστατοι συντελεστές απόσβεσης, β_1 είναι ένας αδιάστατος κυματαριθμός, ξ είναι το χαρακτηριστικό μήκος, $\|\mathbf{h}\| = \|\mathbf{r}\|/\xi$ είναι το κανονικοποιημένο διάνυσμα απόστασης, $h = \|\mathbf{h}\|$ είναι η Ευκλείδεια νόρμα και σ_z^2 είναι η συνδιακύμανση. Η εκθετική συνδιασπορά ανακτάται για $\eta_1 = 2$, ενώ για $|\eta_1| < 2$ ανακτάται το προϊόν του εκθετικού και φαινομένου τρύπας μοντέλου. Η συνάρτηση συνδιασποράς που επιτρέπεται στις τρεις χωρικές διαστάσεις, επιτρέπεται επίσης και στις δύο διαστάσεις (Christakos 1991).

1.12 Χωρική εκτίμηση – Kriging

Η χωρική εκτίμηση είναι μια διαδικασία που βοηθά στην αναπαράσταση ενός τυχαίου πεδίου σε σημεία όπου δεν υπάρχουν ακριβείς τιμές με βάση την διαθέσιμη γνώση (π.χ. μετρήσεις σε γειτονικά σημεία, εκτιμήσεις ειδικών, γεωλογικά δεδομένα). Η διαθέσιμη γνώση χρησιμοποιείται για να επιβληθούν στατιστικοί περιορισμοί. Χρησιμοποιώντας στατιστικά πρότυπα χωρικής εξάρτησης (ημιβαριογράμματα) προσδιορίζονται οι άγνωστες τιμές βάσει της συσχέτισης. Η επανάληψη αυτής της διαδικασίας σε όλα τα σημεία ενός υπολογιστικού πλέγματος επιτρέπει τη χαρτογράφηση μιας ολόκληρης περιοχής (Χριστόπουλος 2004β).

Πιο συγκεκριμένα, ο όρος χωρική εκτίμηση περιλαμβάνει όλες τις μαθηματικές διαδικασίες που επιτρέπουν τον υπολογισμό των τιμών του πεδίου σε σημεία στα οποία δεν υπάρχουν μετρήσεις μιας ιδιότητας. Η χωρική εκτίμηση μπορεί να είναι είτε σημειακή, αν αναφέρεται στην τιμή του πεδίου σε ένα συγκεκριμένο σημείο, είτε γενική, οπότε αποσκοπεί στον υπολογισμό μιας χαρακτηριστικής τιμής που περιγράφει ολόκληρη την περιοχή.

Η χωρική εκτίμηση του πεδίου προϋποθέτει την ύπαρξη ενός προτύπου χωρικής εξάρτησης, έτσι ώστε η τιμή της ιδιότητας να επηρεάζεται από τις γειτονικές τιμές του πεδίου. Αυτή η αλληλεξάρτηση επιτρέπει εκτίμηση του πεδίου σε σημεία όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις βάσει της συμπεριφοράς σε γειτονικά μετρηθέντα σημεία. Σε πολλές περιπτώσεις, ο τελικός στόχος είναι η εκτίμηση σε ένα σύνολο σημείων και όχι σε ένα μεμονωμένο σημείο. Αυτό μπορεί να γίνει με επανάληψη της σημειακής εκτίμησης σε όλα τα σημεία ενδιαφέροντος.

Υπάρχουν ωστόσο διάφοροι μέθοδοι χωρικής εκτίμησης οι οποίες στηρίζονται σε παρόμοιες αρχές. Η βασική ιδέα είναι πως η τιμή στο σημείο εκτίμησης δίνεται από ένα συνδυασμό, γραμμικό ή μη γραμμικό των γειτονικών τιμών. Η εκτιμώμενη τιμή προκύπτει από την βελτιστοποίηση κάποιου στατιστικού μέτρου, π.χ. από την μεγιστοποίηση της πιθανότητας ή από την ελαχιστοποίηση του σφάλματος της εκτίμησης. Οι πλέον διαδεδομένες μέθοδοι βασίζονται στη γραμμική παρεμβολή σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος της εκτίμησης. Αυτό το σύνολο των μεθόδων είναι γνωστό ως «*Kriging*» (Χριστόπουλος 2004β).

Η θεωρία *Kriging* προήλθε από την προσπάθεια του μηχανικού μεταλλείων D. G. Krige το 1950 περίπου, ο οποίος υπήρξε πρωτοπόρος στον τομέα της γεωστατιστικής και ανέπτυξε μια σειρά από εμπειρικές τεχνικές για να υπολογίσει αποθέματα κοιτασμάτων χρυσού στη Νότιο Αφρική με βάση δεδομένα δειγματοληψίας περιεκτικότητας χρυσού σε κάρναβο γεωτρήσεων. Γι' αυτό και η θεωρία αυτή αποκαλείται συνήθως «*Kriging*» προς αναγνώριση του θεμελιωτή της ιδέας αυτής.

Σήμερα πλέον, έχουν αναπτυχθεί διάφορες παραλλαγές της τεχνικής *kriging* και στη συνέχεια παρουσιάζονται αυτές που θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα διπλωματική εργασία:

- Κανονικό (ordinary) *Kriging*: βασίζεται στο ημι-βαριόγραμμα για πρόβλεψη της τιμής μιας μεταβλητής σε κάποιο σημείο, χωρίς να είναι γνωστή η μέση τιμή των δειγμάτων. Η μέση τιμή θεωρείται σταθερή μέσα στην περιοχή εκτίμησης. Προϋποθέτει πως το δείγμα ακολουθεί την κανονική κατανομή ενώ, λόγω της συνθήκης αμεροληψίας το άθροισμα των σταθμικών

συντελεστών (weights) που υπεισέρχονται στην εξίσωση παρεμβολής είναι ίσο με την μονάδα.

- Ενδεικτικό (Indicator) Kriging: η μέθοδος αυτή μετασχηματίζει τα αρχικά δεδομένα χρησιμοποιώντας έναν ενδεικτικό (indicator) μετασχηματισμό. Δηλαδή, βάση μίας συγκεκριμένης τιμής (cut off), τα δεδομένα με τιμές μικρότερες αυτής εξισώνονται με το 1, ενώ τα υπόλοιπα με μηδέν
- Residual Kriging: αυτή η παραλλαγή του kriging, χρησιμοποιείται όταν ο πληθυσμός των δεδομένων παρουσιάζει κάποια «τάση» (trend).

Κανονικό Kriging

Το κανονικό Kriging (original kriging, OK), αποτελεί την πιο απλή μορφή της μεθόδου, καθώς χρησιμοποιεί γνωστές τιμές μεταβλητών για να υπολογίσει άλλες άγνωστες τιμές. Βασική παραδοχή της μεθόδου, είναι πως η χωρική τυχαία μεταβλητή είναι στάσιμη (stationary), δηλαδή οι στατιστικές ιδιότητες της είναι αναλλοίωτες στο χώρο. Η υπόθεση αυτή επιτρέπει τον υπολογισμό μιας άγνωστης τιμής Z , σε ένα σημείο x_i , χρησιμοποιώντας μία σταθμισμένη μέση εκτιμήτρια (weighted average), που αποδίδεται με τη σχέση:

$$\hat{z}(s_0) = \sum_{\{i: s_i \in S_0\}} \lambda_i z_i(s_i) \quad (1.26)$$

όπου $\hat{z}(s_0)$ είναι η προβλεφθείσα τιμή της μεταβλητής

λ_i είναι οι σταθμισμένοι συντελεστές του kriging

$z_i(s_i)$ είναι οι μετρηθείσες τιμές της μεταβλητής

Τα βάρη λ_i υπολογίζονται ελαχιστοποιώντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και βασίζονται στο βαριόγραμμα. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό της παραλλαγής αυτής της μεθόδου Kriging, είναι πως τα βάρη λ_i έχουν άθροισμα ίσο με την μονάδα. Ακολούθως τα λ_i δίνονται από το $(N_0 + 1) \times (N_0 + 1)$ γραμμικό σύστημα εξισώσεων:

$$\sum_{\{i: s_i \in S_0\}} \lambda_i \gamma_z(s_i, s_j) + \mu = \gamma_z(s_j, s_0), \quad j = 1, \dots, N_0 \quad (1.27)$$

$$\sum_{\{i: \mathbf{s}_i \in \mathbb{S}_0\}} \lambda_i = 1 \quad (1.28)$$

όπου N_0 είναι ο αριθμός των σημείων εντός της ακτίνας επίδρασης του \mathbf{s}_0 , $\gamma_z(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ είναι το ημι-βαριόγραμμα μεταξύ δυο σημείων του δείγματος \mathbf{s}_i και \mathbf{s}_j , $\gamma_z(\mathbf{s}_j, \mathbf{s}_0)$ το ημι-βαριόγραμμα μεταξύ του \mathbf{s}_j και του σημείου εκτίμησης \mathbf{s}_0 , και μ είναι ο πολλαπλασιαστής Lagrange που επιβάλλει την συνθήκη αμεροληψίας. $N_0 + 1, j = j, N_0 + 1 = 1$ για $j = 1, \dots, N_0$, ενώ $N_0 + 1, N_0 + 1 = 0$. (Kitanidis 1993, Theodosiou and Latinopoulos 2006)

Η μέθοδος Kriging προσφέρει επίσης την δυνατότητα εκτίμησης του σφάλματος της διασποράς (σχετική αβεβαιότητα). Για το OK το σφάλμα αυτό 1) εξαρτάται από το μοντέλο ημι-βαριογράμματος, 2) εξαρτάται από την διαμόρφωση των δεδομένων και τις εκτιμώμενες αποστάσεις τους από το σημείο $z(\mathbf{s}_0)$, 3) είναι ανεξάρτητο από τις τιμές των δεδομένων και 4) είναι 0 στα σημεία των δεδομένων και αυξάνεται μακριά από αυτά ενώ μεγιστοποιείται για περιπτώσεις σημείων εκτός πεδίου παρεμβολής. (Kitanidis 1997)

Η εκτίμηση της διασποράς στο OK είναι,

$$\sigma_E^2(\mathbf{s}_0) = E \left[\left\{ Z(\mathbf{s}_0) - \hat{Z}(\mathbf{s}_0) \right\}^2 \right],$$

Και δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση όπου μ ο συντελεστής Lagrange :

$$\sigma_E^2(\mathbf{s}_0) = \sum_{\{i: \mathbf{s}_i \in \mathbb{S}_0\}} \lambda_i \gamma_z(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_0) + \mu. \quad (1.29)$$

Residual Kriging

Το Residual Kriging (RK) λειτουργεί όπως το OK ενσωματώνοντας στις εξισώσεις του τοπικές δευτερεύουσες πληροφορίες. Παλαιότερες έρευνες έχουν δείξει πως αυτές οι επιπλέον πληροφορίες βελτιώνουν σημαντικά την ακρίβεια της χωρικής παρεμβολής. Το RK συνδυάζει μια συνάρτηση τάσης με παρεμβολή των υπολοίπων (residuals). Στο RK η εξίσωση της εκτίμησης είναι η εξής:

$$\hat{z}(\mathbf{s}_0) = m_z(\mathbf{s}_0) + \hat{z}'(\mathbf{s}_0), \quad (1.30)$$

όπου $m_z(\mathbf{s}_0)$ είναι η συνάρτηση τάσης, και $\hat{z}'(\mathbf{s}_0)$ είναι τα υπολογισμένα με OK υπόλοιπα (Desbarats et al. 2002 Varouchakis and Hristopoulos 2013b). Τυπικά η συνάρτηση τάσης είναι:

$$m_z(\mathbf{s}_0) = \sum_{k=0}^p \beta_k q_k(\mathbf{s}_0); \quad q_k(\mathbf{s}_0) \equiv 1, \quad (1.31)$$

όπου $q_k(\mathbf{s}_0)$ είναι οι τιμές της δευτερεύουσας μεταβλητής στο \mathbf{s}_0 , β_k είναι ο συντελεστής παλινδρόμησης και p είναι ο αριθμός των δευτερευόντων μεταβλητών (Draper and H. Smith 1981, Hengl et al. 2007, Hengl et al. 2003). Η διασπορά των εκτιμήσεων προκύπτει από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\sigma^2(\mathbf{s}_0) = \sigma_d^2(\mathbf{s}_0) + \sigma_f^2(\mathbf{s}_0), \quad (1.32)$$

$$\sigma_d^2(\mathbf{s}_0) = \mathbf{q}_0^T \left(\mathbf{q}^T \gamma_z^{-1} \mathbf{q} \right)^{-1} \mathbf{q}_0, \quad (1.33)$$

$$\sigma_f^2(\mathbf{s}_0) = \sum_{\{i: \mathbf{s}_i \in \mathbb{S}_0\}} \lambda_i \gamma_z'(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_0) + \mu, \quad (1.34)$$

όπου $\sigma_d^2(\mathbf{s}_0)$ είναι η διασπορά της τάσης, \mathbf{q}_0 είναι το διάνυσμα $(p+1) \times 1$ εκτιμήσεων στις περιοχές χωρίς δείγματα, \mathbf{q} είναι ο πίνακας $(N_0+1) \times (p+1)$ εκτιμήσεων σε σημεία με δείγματα εντός της ακτίνας συσχέτισης, γ_z' είναι ο πίνακας βαριογράμματος $(N_0+1) \times (N_0+1)$ των υπολοίπων στις μετρηθείσες περιοχές(γειτονιά) και $\sigma_f^2(\mathbf{s}_0)$ είναι η διασπορά των υπολοίπων στο OK.

Indicator Kriging

Το Indicator Kriging (IK) αποτελεί μια παραλλαγή του κλασσικού Kriging και είναι μια μη-παραμετρική γεωστατιστική μέθοδος που χρησιμοποιείται ώστε να εκτιμηθεί η πιθανότητα υπέρβασης μια συγκεκριμένης τιμής (κατωφλίου) σε περιοχές δίχως δεδομένα δειγματοληψίας. Η μέθοδος αυτή δεν υποθέτει σχετικά με την κατανομή των μεταβλητών και έχει την ικανότητα να λαμβάνει υπόψη, σε μεγάλο βαθμό, την αβεβαιότητα των δεδομένων. Το IK βασίζεται στην μετατροπή του συνόλου των δεδομένων μας από συνεχές σε δυαδικό σύμφωνα με μια συγκεκριμένη τιμή. Η τιμή αυτή μπορεί να είναι είτε percentile ($q_{0,25}, q_{0,50}, q_{0,75}$) των δεδομένων μας είτε προκαθορισμένη τιμή οριακής σημασίας για το υπό μελέτη σύστημα. Ακολουθώντας δεδομένα με τιμές χαμηλότερες του κατωφλίου λαμβάνουν τιμή 1 ενώ οι υπόλοιπες τιμή 0. (Cheng Wuing Liu et al. 2003)

$$I(z(s)) = \begin{cases} 1, & z(s) \leq z' \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

όπου, $I(z(s))$ είναι η δυαδική μεταβλητή, $z(s)$ η μετρηθείς τιμή and z' η τιμή όριο (threshold).

Η εφαρμογή του IK είναι η ίδια με του απλού Kriging με την διαφορά ότι τα αποτελέσματα είναι πλέον χάρτες με τιμές ανάμεσα σε 0 και 1 που εκφράζουν πιθανότητα να ισχύει μια κατάσταση.

Τέλος προκειμένου να αξιολογηθούν τόσο τα χωρικά μοντέλα, όσο και τις μεθόδους εκτίμησης (Kriging) πραγματοποιήθηκε σύγκριση των εξής παραμέτρων:

- Mean absolute error (MAE)
- Bias
- Mean absolute relative error (MARE)
- Root mean square error (RMSE)
- Linear Correlation coefficient (R)

Οι παράμετροι εξάγονται απο την διαδικασία του Cross Validation Kriging, κατα την οποία εξάγεται ένα ήδη γνωστό σημείο και υπολογίζεται εκ νέου η τιμή σε αυτό με

εφαρμογή του Ordinary Kriging. Οι εξισώσεις των παραμέτρων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα όπου $z^*(\mathbf{s}_i)$ και $z(\mathbf{s}_i)$ είναι αντίστοιχα η εκτιμώμενη και η πραγματική τιμή στο σημείο \mathbf{s}_i , ενώ N είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων (Varouchakis 2012).

MAE	$\varepsilon_{MA} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z^*(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_i) $
Bias	$\varepsilon_{BIAS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z^*(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_i)$
MARE	$\varepsilon_{MAR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left \frac{z^*(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_i)}{z(\mathbf{s}_i)} \right $
RMSE	$\varepsilon_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [z^*(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_i)]^2}$
R	$R = \frac{\sum_{i=1}^N [z(\mathbf{s}_i) - \overline{z(\mathbf{s}_i)}][z^*(\mathbf{s}_i) - \overline{z^*(\mathbf{s}_i)}]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N [z(\mathbf{s}_i) - \overline{z(\mathbf{s}_i)}]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N [z^*(\mathbf{s}_i) - \overline{z^*(\mathbf{s}_i)}]^2}}$

Πίνακας 1.1 Εξισώσεις παραμέτρων του Cross Validation Kriging

2. Χαρακτηριστικά Περιοχής Μελέτης

Τα υπόγεια ύδατα είναι ένας ιδιαίτερα ευάλωτος φυσικός πόρος, αλλά πολύ σημαντικός τόσο στους ανθρώπους όσο και στο περιβάλλον. Επομένως είναι σημαντικό να γίνουν αντιληπτές οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις της υπερεκμετάλλευσης τους. Η επέκταση της εντατικοποιημένης γεωργικής παραγωγής και ο αυξανόμενος πληθυσμός έχει σοβαρή επίδραση στους υδατικούς πόρους και το περιβάλλον. Η υπερεκμετάλλευση των υπόγειων νερών όχι μόνο οδηγεί στη μείωση του υδατικού δυναμικού και την υποβάθμιση της ποιότητας του νερού, αλλά επηρεάζει τη βιωσιμότητα των χειμάρρων και των ποταμών, ενώ επίσης οδηγεί σε σημαντικές απώλειες βιότοπων και βιοποικιλότητας.

Είναι σαφές λοιπόν ότι η εντατική άντληση αποτελεί απειλή για τα αποθέματα υπόγειων υδάτων, με σοβαρές συνέπειες για την ανθρώπινη ευημερία και οδηγεί στην περιβαλλοντική υποβάθμιση. Κατά συνέπεια είναι απαραίτητο για τις κοινωνίες να προσδιορίσουν τα βέλτιστα όρια διαθεσιμότητας και ποιότητας των υπογείων υδάτων, αλλά και να βρουν τους τρόπους να προσαρμόσουν τις απαιτήσεις της ανθρώπινης ανάπτυξης στην διατήρηση της φύσης. Το νησί της Κρήτης διαθέτει οριακά αποθέματα υπόγειων νερών, τα οποία και χρησιμοποιούνται εκτενώς για γεωργικές δραστηριότητες και ύδρευση. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα περιοχής όπου παρατηρείται υπερ-άντληση των υπογείων υδάτων είναι η πεδιάδα της Μεσσαράς στην νότια Κρήτη. Η παρούσα διπλωματική επικεντρώνεται στην περιοχή της υδρολογικής λεκάνης των Μοιρών, καθώς εκεί παρατηρείται το μεγαλύτερο πρόβλημα σχετικά με την στάθμη του υπόγειου υδροφόρου ορίζοντα. Επίσης στην περιοχή υπάρχει έντονη γεωργική δραστηριότητα ενισχύοντας έτσι την πιθανότητα επιδείνωσης του προβλήματος λόγω του αυξημένου αριθμού αντλήσεων για άρδευση. Τέλος να σημειωθεί συγκριτικά με την υπόλοιπη περιοχή της Μεσσαράς, η υδρολογική λεκάνη των μοιρών έχει τα περισσότερα δεδομένα(στάθμες σημείων), προσφέροντας έτσι επαρκή δεδομένα ώστε να εφαρμοστούν οι επιθυμητές γεωστατιστικοί μέθοδοι.

2.1 Χαρακτηριστικά της πεδιάδας της Μεσσαράς

Η περιοχή της Μεσσαράς καλύπτει μια έκταση 398 km² και βρίσκεται στο κεντρικό-νότιο τμήμα της Κρήτης, περίπου 50 km νότια της πόλης Ηρακλείου. Η πεδιάδα αποτελεί τη σημαντικότερη γεωργική περιοχή της Κρήτης. Περίπου 250 km² της συνολικής έκτασης καλλιεργούνται. Οι καλλιεργήσιμες εκτάσεις καλύπτονται κυρίως από ελαιώνες και αμπελώνες, ενώ η υπόλοιπη έκταση χρησιμοποιείται για την καλλιέργεια λαχανικών, εσπεριδοειδών και δημητριακών. Η πεδιάδα της Μεσσαράς παραμένει μια αγροτική περιοχή και έχει πληθυσμό περίπου 40.000 κατοίκους. Η κύρια πηγή άρδευσης είναι τα υπόγεια νερά δεδομένου ότι η παρουσία επιφανειακών υδάτων κατά την διάρκεια των καλοκαιρινών μηνών είναι περιορισμένη.

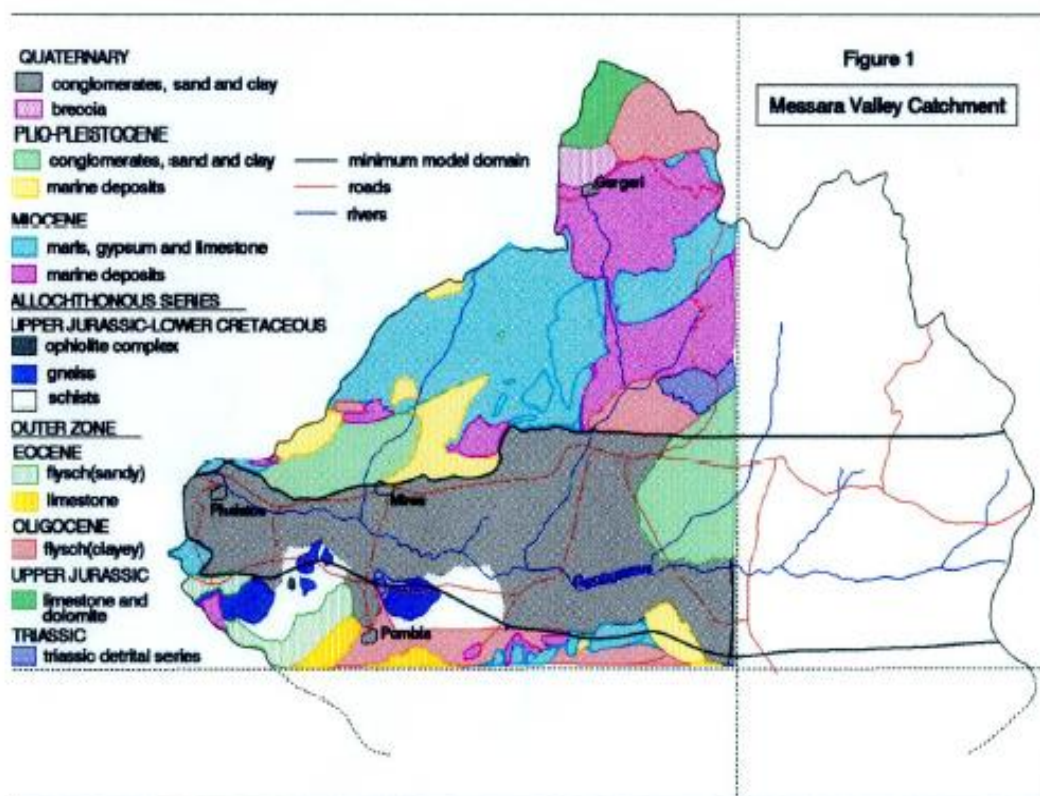
Τα αποθέματα υπόγειων υδάτων είναι ο βασικός φυσικός πόρος που καθορίζει την οικονομική ανάπτυξη της περιοχής, όμως η υπερεκμετάλλευση τους, δεδομένου ότι η ζήτηση έχει αυξηθεί εντυπωσιακά τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια, έχει οδηγήσει σε σημαντική πτώση του υδροφόρου ορίζοντα. Η πτώση της στάθμης των υπόγειων υδάτων είναι ένας σημαντικός δείκτης για την αξιολόγηση των ανθρωπογενών και κλιματολογικών επιπτώσεων στην διαφαινόμενη ερημοποίηση της περιοχής.

Το 1972 πραγματοποιήθηκε μια λεπτομερής μελέτη γεωργικής ανάπτυξης από τον οργανισμό για την διατροφή και την γεωργία που ανήκει στα Ηνωμένα Έθνη (F.A.O) για την ορθολογική εκμετάλλευση των υπογείων υδάτων της περιοχής. Από το 1984 ένα εκτενές δίκτυο γεωτρήσεων έχει εγκατασταθεί στην πεδιάδα της Μεσσαράς το οποίο έχει μετατρέψει την παραδοσιακή καλλιέργεια σε εντατικοποιημένη ποτιστική, με αποτέλεσμα αφενός την άνοδος της παραγωγικότητας αφετέρου δε την δραματική πτώση της στάθμης των υπόγειων υδάτων. (Kritsotakis 2010)

2.2 Γεωλογικό υπόβαθρο

Η δυτική Μεσσαρά περιλαμβάνει μια πεδιάδα 112 km², περίπου 25 km μήκους και 3km πλάτους, με απότομες βουνοπλαγιές στο βόριο και νότιο τμήμα της. Το υψόμετρο κυμαίνεται από 1700 m σε 600 m στο βορά και από τη δύση προς την

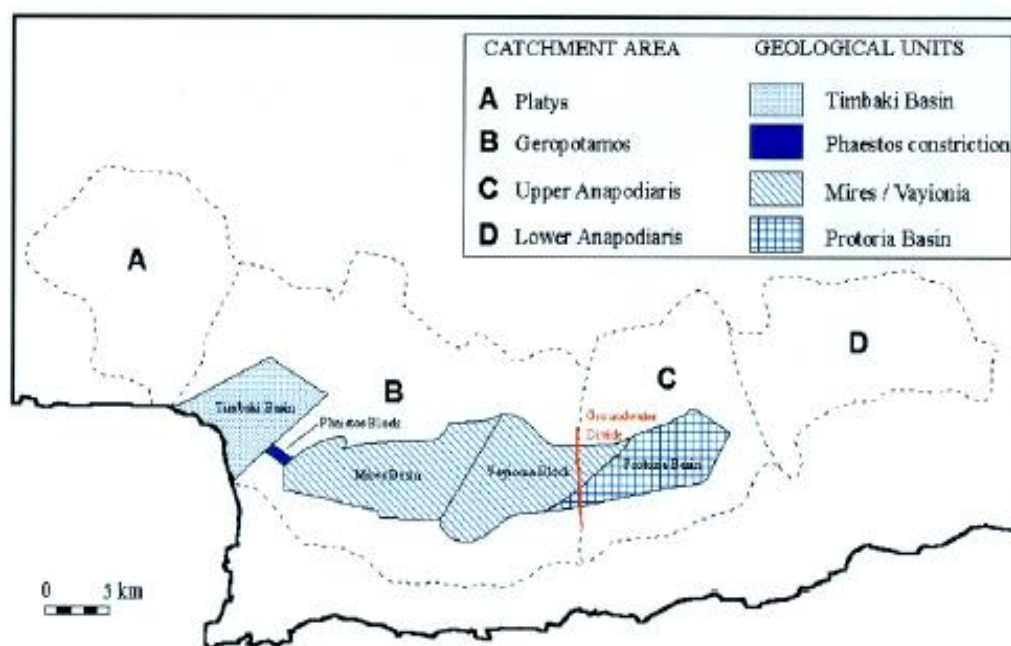
ανατολή. Η υψηλότερη κορυφή βρίσκεται στα 2540 m και αποτελεί μέρος της οροσειράς Ίδη, η οποία χαρακτηρίζεται ως ένας ορεινός όγκος ασβεστόλιθων. Στο νότιο τμήμα βρίσκεται η οροσειρά των Αστερούσιων, το υψόμετρο των οποίων φτάνει τα 600 στα δυτικά και στα 1200 στα ανατολικά. Στην περιοχή της Φαιστού, στο δυτικό τμήμα της πεδιάδας, η λεκάνη απορροής του ποταμού Γεροπόταμου βρίσκεται 30 m από την επιφάνεια της θάλασσας. Η λεκάνη απορροής των βόρειων ορεινών όγκων καταλαμβάνει έκταση 160 km² ενώ των νότιων 126 km². Οι γεωλογικοί σχηματισμοί που καλύπτουν την πεδιάδα αποτελούνται κυρίως από τεταρτογενείς αλλούβιους αργίλους, ιλύς, άμμο και αμμοχάλικα με πάχος μερικών μέτρων μέχρι 100 ή και περισσότερο. Η ανομοιογένεια των γεωλογικών αποθέσεων προκαλεί έντονες εναλλαγές στις υδρογεωλογικές ιδιότητες της περιοχής ακόμη και σε μικρές αποστάσεις. Οι βορινές πλαγιές αποτελούνται κυρίως από ιλύς και μάργα νεογενών σχηματισμών ενώ οι νότιες πλαγιές είναι κυρίως σχιστόλιθοι και ασβεστόλιθοι μεσοζωικών σχηματισμών. Η απορροή περιορίζεται σε ένα κανάλι το οποίο βρίσκεται σε ένα αδιαπέρατο τριτογενές στρώμα κοντά στην περιοχή της Φαιστού. Η γεωλογία της περιοχής παρουσιάζεται στο σχήμα 2.1. (Kritsotakis 2010)



Σχήμα 2.1: Γεωλογικός χάρτης της πεδιάδας της Μεσσαράς.

2.2.1 Υδρογεωολογικό υπόβαθρο

Η περιοχή μελέτης περιλαμβάνει την υδρολογική λεκάνη Μοιρών και Βαγιονιάς. Οι σημαντικότερες υδρολογικές λεκάνες απεικονίζονται στο σχήμα 2.2. Η υδρολογική λεκάνη Μοιρών έχει κατά προσέγγιση 14 km μήκος και περίπου 3 km πλάτος. Αποτελείται από τεταρτογενή έως πρόσφατης ηλικίας αλλούβια ιζήματα, τα οποία διαμορφώνουν μια εξαιρετικά μεταβλητή και σύνθετη διά-στρωματική αλληλουχία χαλικιών, αμμοχάλικων, άμμου, ιλύς, ιλύς-άμμου και άργιλων. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία ενός συστήματος πολλαπλών υδροφόρων στρωμάτων στα οποίο τα διαπερατά στρώματα άμμου και αμμοχάλικου διαχωρίζονται τοπικά πλευρικά και κάθετα από λιγότερο διαπερατά στρώματα αργίλων και ιλύς.



Σχήμα 2.2: Οι κυριότερες υδρολογικές λεκάνες της πεδιάδας της Μεσσαράς

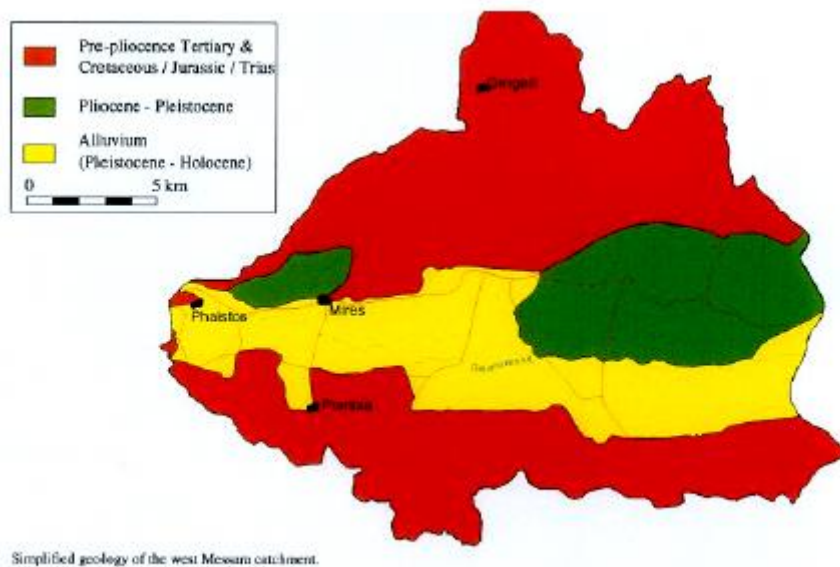
Μια περιοχή με ιδιαίτερα αδρόκοκο αμμοχάλικο βρίσκεται στο σημείο της πεδιάδας όπου εκβάλλει ο ποταμός Λιθέος. Ο παρακείμενος γεωολογικός σχηματισμός αποτελείται από ψαμμίτη (Flysch) και έχει διαστάσεις 3 km μήκους και 1.5 km πλάτους. Αυτά τα αμμοχάλικα αποτελούν παραγωγικά υδροφόρα στρώματα.

Ανάλογοι αλλά μικρότεροι σχηματισμοί εμφανίζονται σε διάφορες οριοθετημένες υπό-λεκάνες στους πρόποδες των Αστερούσιων στο νότιο τμήμα της πεδιάδας, αλλά δεν είναι τόσο εκτενείς ή σημαντικοί όπως ο σχηματισμός του Λιθέου ποταμού.

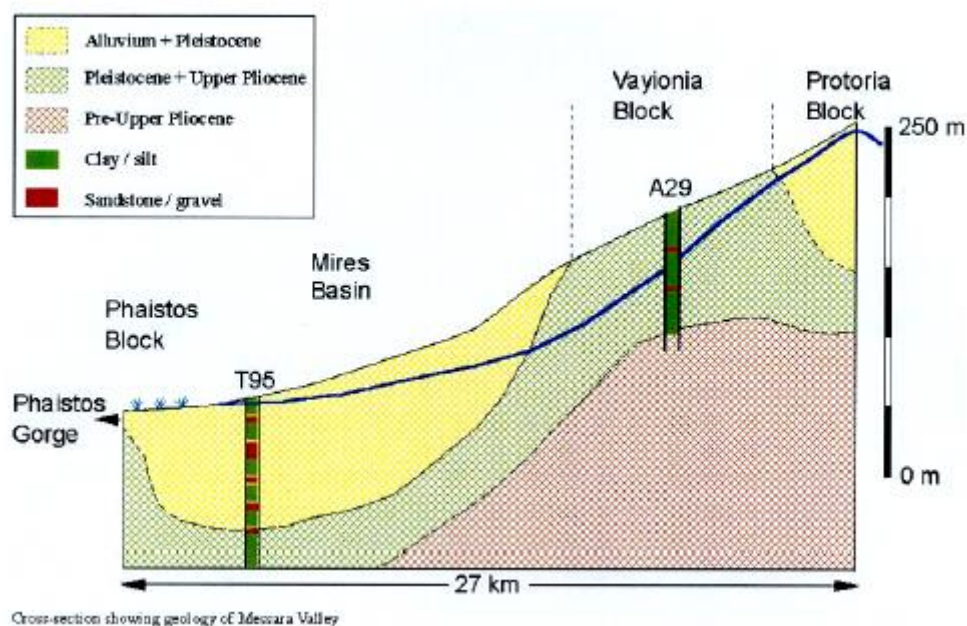
Γεωφυσικές έρευνες έχουν αποκαλύψει ότι τα άκρα της υδρολογικής λεκάνης των Μοιρών είναι απόκρημνα κάτι που αντιστοιχεί σε πιθανή παρουσία ρηγμάτων, με κατεύθυνση από τα ανατολικά προς τα δυτικά ή σε κάποιο κανάλι διάβρωσης που βρίσκεται στα κατώτερα πλειστόκαινα ιζήματα. Η παρουσία εκτενών ρηγμάτων παράλληλα και εγκάρσια στην πεδιάδα έχει προκαλέσει μεταβλητότητα στο πάχος των αλλούβιων σχηματισμών σε ολόκληρη την υδρολογική λεκάνη. Το υψόμετρο της βάσης του κατώτερου αλλουβιακού πλειστόκαινου υδροφόρου στρώματος κυμαίνεται από -50 έως +100 με επίπεδο αναφοράς την επιφάνεια της θάλασσας. Τα χαμηλότερα σημεία βρίσκονται στις περιοχές νοτιοανατολικά του Πετροκεφαλίου και νότια των Χουστουλιανών. Αυτή η επιφάνεια βασίζεται στο υψόμετρο του χαμηλότερου διαπερατού στρώματος που προσδιορίζεται από τις πυρήνες των γεωτρήσεων. Το πάχος της κορεσμένης ζώνης κυμαίνεται σε λιγότερο των 20 m μέχρι και πάνω από 100, στο χαμηλότερο μέρος της υδρολογικής λεκάνης. Ο υδροφορέας περιλαμβάνει μια εναλλασσόμενη ακολουθία αργίλων, ιλύς, άμμων και αμμοχάλικων, ωστόσο αναπόφευκτα θα περιλαμβάνει και ένα σημαντικό ποσοστό αδιαπέρατου υλικού. (Donta et al. 2006)

Η υδρολογική λεκάνη της Βαγιονιάς αποτελείται στα κατώτερα στρώματα από σχηματισμούς πλειστόκαινης ηλικίας και στα ανώτερα από πλειόκαινης, οι οποίοι εκτείνονται ανατολικά της περιοχής των Αγίων Δέκα μέχρι το Ασήμι. Η υδρολογική λεκάνη έχει μήκος 12 km και πλάτος 5 km. Σε αυτήν την περιοχή το τοπογραφικό ανάγλυφο είναι περισσότερο ανομοιογενές από αυτό στην περιοχή των Μοιρών και η κλίση της βάσης της πεδιάδας αυξάνεται από 1:150 σε 1:75. Η λιθολογία της υδρολογικής λεκάνης είναι σύνθετη και περιλαμβάνει μια μεταβαλλόμενη ακολουθία ποτάμιων και λιμναίων κροκαλοπαγών, ψαμμιτών, ιλύς-χαλικιών και ιλύς-αργίλων με έναν λεπτό μανδύα αλλούβιων ιζημάτων να καλύπτει το νότιο μισό της περιοχής.

Οι δοκιμαστικές αντλήσεις οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι η περιοχή δεν είναι ικανοποιητικά αποδοτική. Η λιθολογία τους είναι κυρίως αργιλώδης ή μαργαική με σειρές από ψαμμίτη και κροκαλοπαγών οι οποίοι όμως είναι λεπτές και λίγες στον αριθμό. Επιπλέον ένα εκτενές αδιαπέρατο στρώμα στην επιφάνεια δεν επιτρέπει την κατείσδυση. Εντούτοις υπό αυτές τις φυσικές ιδιότητες υπάρχουν ικανοποιητικά αποθέματα υδάτων για να ανεφοδιάζουν τις διάφορες πηγές, από τις οποίες προέρχεται η βασική ροή του ποταμού Γεροπόταμου κατά την διάρκεια της ξηρής περιόδου. Το κατώτερο υδροφόρο στρώμα της υδρολογικής λεκάνης της Βαγιονιάς είναι δύσκολο να καθοριστεί, πρώτον επειδή τα δεδομένα των γεωτρήσεων δεν είναι αρκετά λεπτομερή και πλήρης και δεύτερον επειδή σε μερικές περιπτώσεις είναι δύσκολο να καθοριστεί κάποιο υδροφόρο στρώμα. Το πάχος της κορεσμένης ζώνης κυμαίνεται μεταξύ 20 και 70 m (Donta et al. 2006). Τέλος μια απλουστευμένη προσέγγιση της γεωλογίας της δυτικής Μεσσαράς παρουσιάζεται στο σχήμα 2.3.

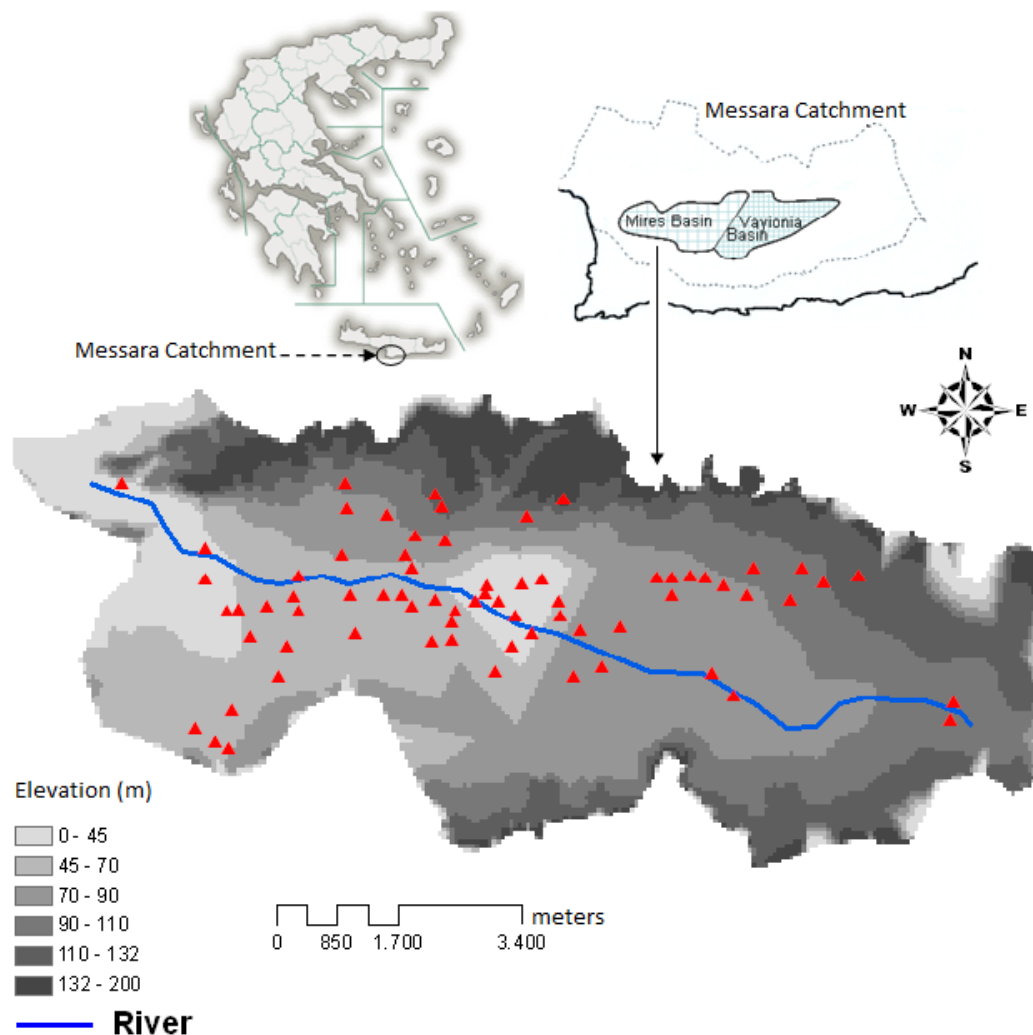


Σχήμα 2.3α: Απλοποιημένη γεωλογική προσέγγιση της πεδιάδας της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)



Σχήμα 2.3β: Απλοποιημένη γεωλογική προσέγγιση της πεδιάδας της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε μελέτη βασισμένη σε δεδομένα 43 γεωτρήσεων για την υγρή περίοδο του υδρολογικού έτους 2007-2008. Παρακάτω παρατίθεται ο χάρτης απεικόνισης της περιοχής των Μοιρών Ηρακλείου Κρήτης, καθώς και τα σημεία των γεωτρήσεων με τα δεδομένα των οποίων εκπονήθηκε η διπλωματική εργασία.



Σχήμα 2.4: Χάρτης περιοχής μελέτης και σημεία γεωτρήσεων (με κόκκινα τρίγωνα), (Varouchakis and Hristopulos 2013b).

2.3 Κλιματολογικές συνθήκες

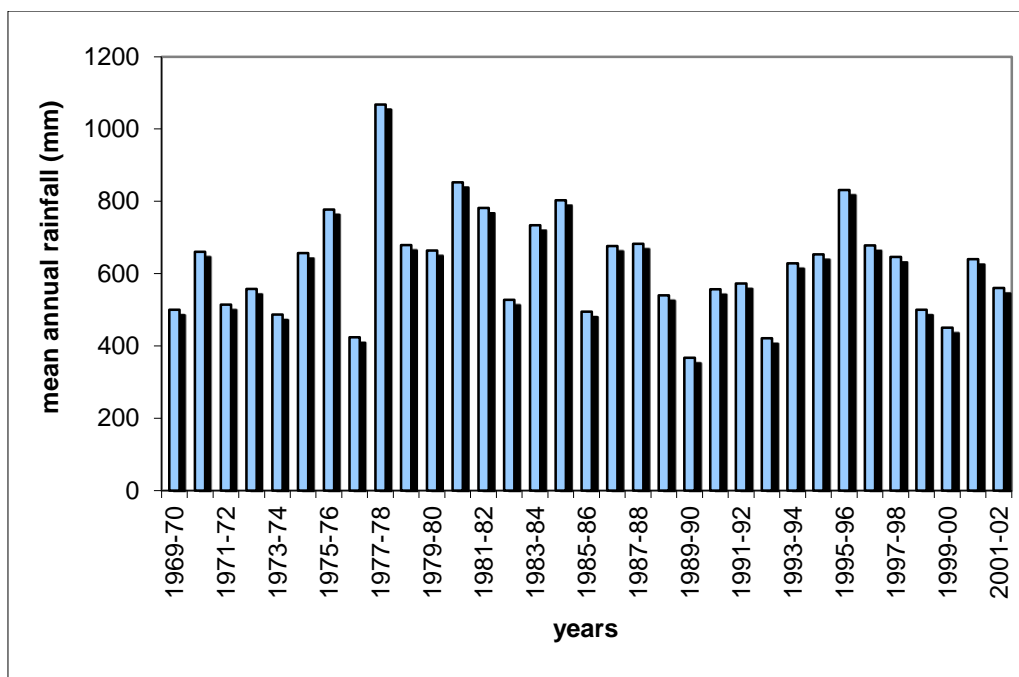
Το κλίμα της πεδιάδας είναι υπό-υγρο (sub-humid) με ήπιους υγρούς χειμώνες και ξηρά, θερμά καλοκαίρια. Το υδρολογικό έτος μπορεί να διαιρεθεί σε υγρή και ξηρή περίοδο. Περίπου 40% της βροχόπτωσης εμφανίζεται τους μήνες Δεκέμβριο και Ιανουάριο ενώ από τον Ιούνιο μέχρι τον Αύγουστο οι βροχοπτώσεις είναι αμελητέες. Αν και η πεδιάδα λαμβάνει κατά μέσον όρο περίπου 600mm βροχοπτώσεων το χρόνο υπολογίζεται ότι περίπου το 65% χάνεται λόγω εξατμισοδιαπνοής, 10% λόγω επιφανειακής απορροής και μόνο το 25% κατεισδύει για την ανανέωση των αποθεμάτων των υπόγειων υδάτων. Η εξάτμιση (Pan evaporation) σύμφωνα με τους

σταθμούς μέτρησης υπολογίζεται σε 1500 ± 300 mm το χρόνο ενώ οι άνεμοι είναι κυρίως δυτικοί. Η πιθανή τιμή της εξάτμισης ωστόσο υπολογίζεται 1300 mm το χρόνο και έτσι η αναλογία της μέσης ετήσιας βροχόπτωσης προς την πιθανή εξάτμιση από την πεδιάδα είναι περίπου 0.5. Βάση των κλιματολογικών στοιχείων του οργανισμού UNCED (1994) το κλίμα της πεδιάδας αντιστοιχεί σε ξηρό υπό-υγρο (sub-humid). Η μέση χειμερινή θερμοκρασία είναι 12°C ενώ το καλοκαίρι 28°C . Η σχετική υγρασία κατά την διάρκεια του χειμώνα είναι περίπου 70% ενώ το καλοκαίρι περίπου 60%.

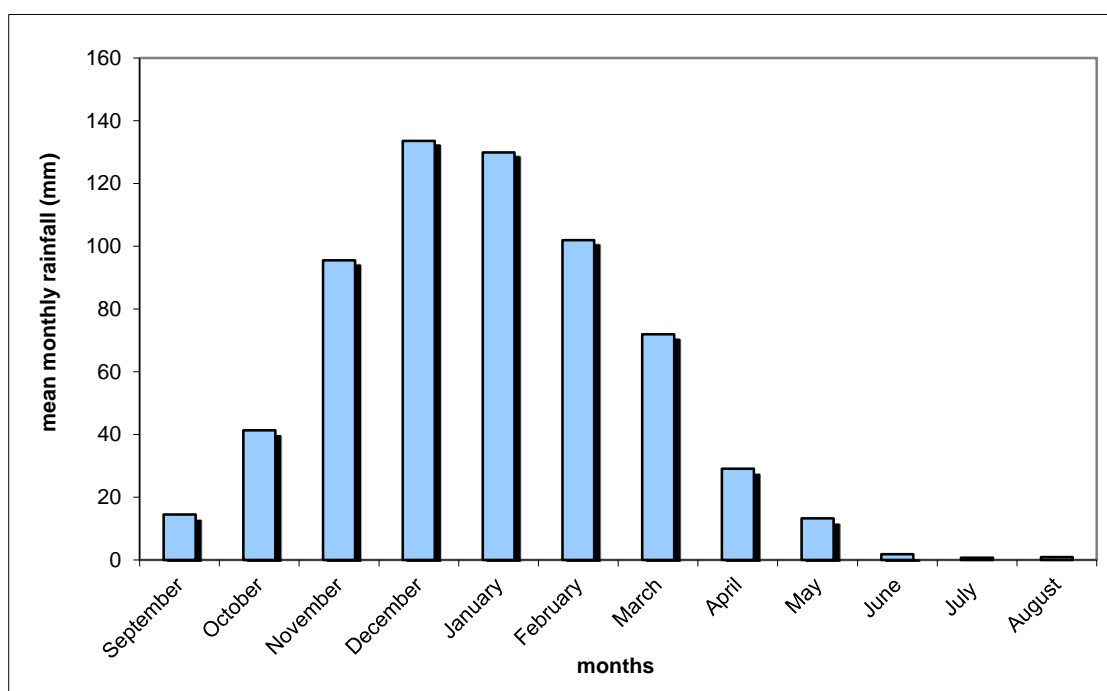
2.4 Υδρολογικά χαρακτηριστικά

Το παράρτημα του υπουργείου Γεωργίας στην Κρήτη παρακολουθεί και καταγράφει τα αποθέματα των υδατικών πόρων στην πεδιάδα της Μεσσαράς για περίπου τριάντα χρόνια.

Η βροχόπτωση αυξάνεται με το υψόμετρο από περίπου 500 mm στην πεδιάδα σε περίπου 800 mm στις πλαγιές της και 1100 mm στα Αστερούσια βουνά. Το σχήμα 2.5 παρουσιάζει τις μέσες ετήσιες βροχοπτώσεις στην πεδιάδα της Μεσσαράς για τα έτη 1969 ως 2002. Όπως παρατηρείται από το σχήμα το ξηρότερο υδρολογικό έτος ήταν το 1989-1990 και το υγρότερο το 1977-1978. Το σχήμα 2.6 απεικονίζει τις μέσες μηνιαίες βροχοπτώσεις στην πεδιάδα της Μεσσαράς. Η υγρή περίοδος διαρκεί από το Νοέμβριο μέχρι τον Μάρτιο ή τον Απρίλιο ενώ η ξηρή περίοδος από τον Ιούνιο μέχρι τον Οκτώβριο.

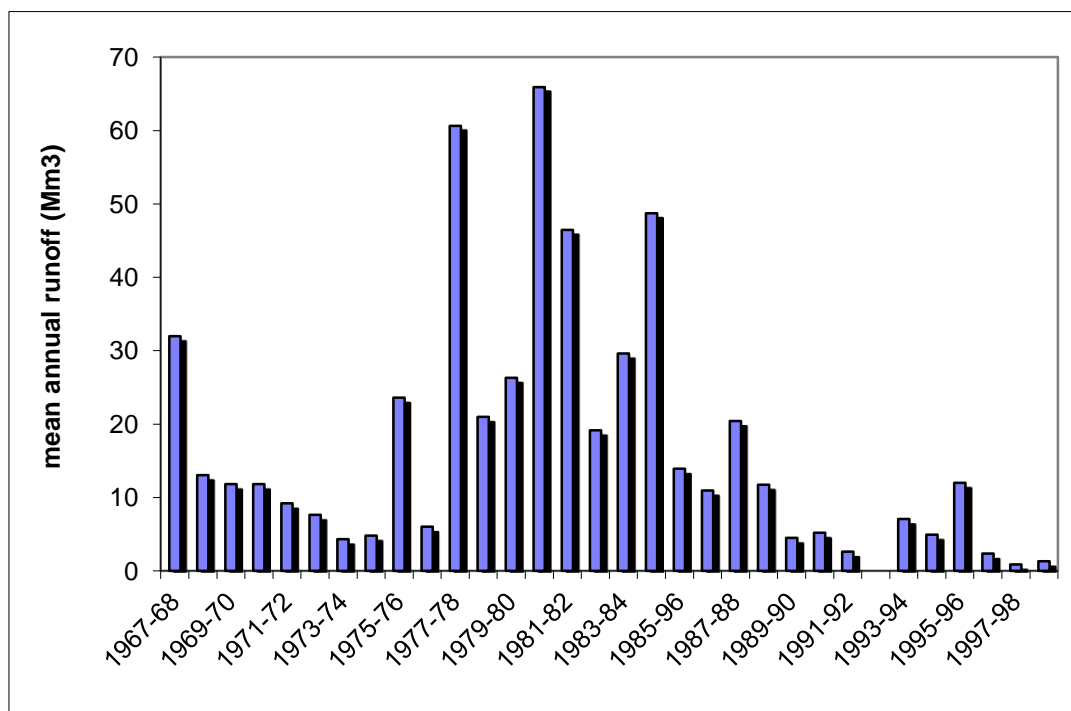


Σχήμα 2.5: Μέση ετήσια βροχόπτωση στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

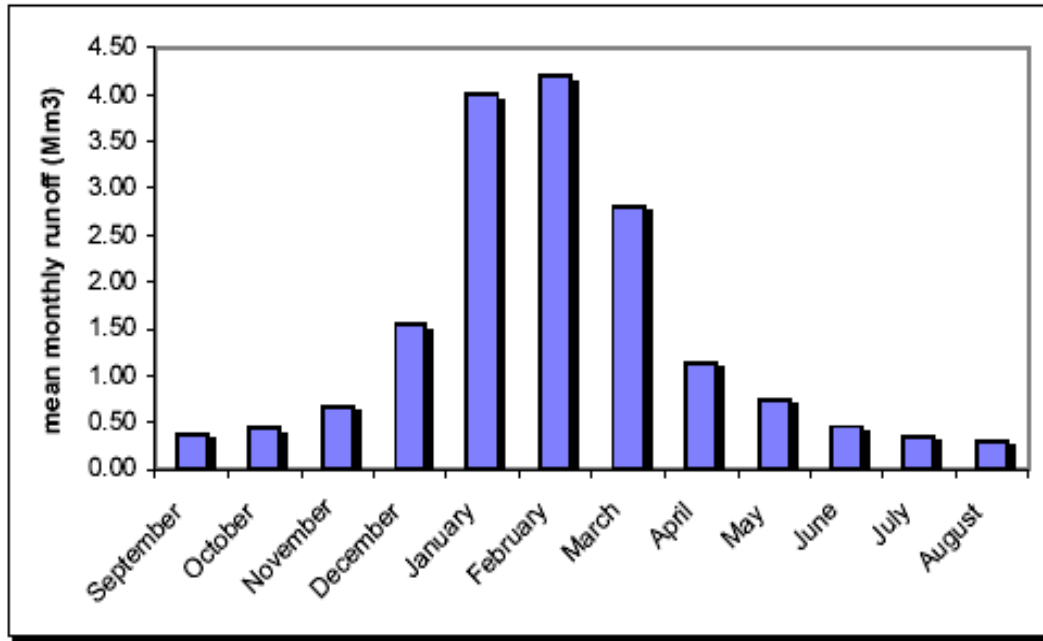


Σχήμα 2.6: Μέση μηνιαία βροχόπτωση στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

Το κυρίως μέσο επιφανειακής απορροής της πεδιάδας είναι ο ποταμός Γεροπόταμος στο στενό της Φαιστού στα δυτικά. Σε αυτό το σημείο το υψόμετρο είναι 30 m επάνω από τη επιφάνεια της θάλασσας (MASL). Ο ποταμός Γεροπόταμος έρεε συνεχώς, και στο δυτικό άκρο της λεκάνης απορροής στην Φαιστό υπήρχε ένας υγρότοπος. Η πτώση στάθμης των υπόγειων υδάτων είχε σαν αποτέλεσμα την αποξήρανση του υγρότοπου, την απουσία ροής στον ποταμό κατά τη ξηρή περίοδο του έτους 1990 όπως επίσης και κατά τη διάρκεια του υδρολογικού έτους 1992-1993. Αυτή ήταν την πρώτη φορά που η κοίτη του ποταμού παρέμεινε ξηρή σύμφωνα με τα ιστορικά στοιχεία. Η μέση ετήσια απορροή υπολογίστηκε σε 16.88 Mm³, σχήμα 2.6, ενώ η υψηλότερη μέση μηνιαία απορροή παρατηρείται του μήνες Ιανουάριο και το Φεβρουάριο και η χαμηλότερη του μήνες Ιούλιο και Αύγουστο (σχήμα 2.8).



Σχήμα 2.7: Μέση ετήσια απορροή στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)



Σχήμα 2.8: Μέση μηνιαία απορροή στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

Στην πεδιάδα της Μεσσαράς περιλαμβάνονται τόσο μεγάλα όσο και μικρότερα υδροφόρα στρώματα σύνθετων υδρογεωλογικών ιδιοτήτων. Μηνιαίες μετρήσεις στάθμης των υπογείων υδάτων καταγράφονται σε πάνω από 50 σημεία. Η στάθμη τους μεγιστοποιείται τον Μάρτιο ή τον Απρίλιο ενώ στην συνέχεια παρατηρείται εκτενής πτώση της στάθμης έως την ανανέωση των αποθεμάτων την χειμερινή περίοδο. Τα υδροφόρα στρώματα παρουσίαζαν υψηλή αποδοτικότητα με το δυναμικό άντλησης να είναι υψηλό, περίπου $300 \text{ m}^3/\text{hr}$ στις αρχές της δεκαετίας του '70. Στις μέρες μας έχει μειωθεί σε περίπου ένα δέκατο αυτού. Δοκιμαστικές αντλήσεις έδειξαν ότι ο συντελεστή αποδοτικότητας (specific yield) κυμαινόταν μεταξύ 0.1 και 0.2 ενώ η οριζόντια μεταβασιμότητα κυμαινόταν μεταξύ 0.1 και $0.01 \text{ m}^2/\text{s}$.

Οι πλευρικές εκροές υπόγειων υδάτων από την πεδιάδα είναι μικρές σε σχέση με το μέγεθος των αντλήσεων που πραγματοποιούνται στην περιοχή. Ένα εκτενές δίκτυο γεωτρήσεων έχει εγκατασταθεί από το 1984, το οποίο έχει μετατρέψει την παραδοσιακή καλλιέργεια σε εντατικοποιημένη ποτιστική. Υπολογίζεται ότι περίπου $10 \text{ Mm}^3/\text{yr}$ υπόγειων υδάτων αντλούνταν από τα υδροφόρα στρώματα πριν από την εγκατάσταση του δικτύου, ενώ στην συνέχεια περίπου $40 \text{ Mm}^3/\text{yr}$.

Οι συνέπειες αυτών των χρήσεων συνετέλεσαν στην δραματική πτώση 35m της στάθμης των υπόγειων υδάτων. Στις μέρες μας υπάρχει μικρή επιφανειακή απορροή και τα αποθέματα υπόγειων υδάτων μειώνεται με γοργούς ρυθμούς. Πριν από την εγκατάσταση του συστήματος άρδευσης η ετήσια επιφανειακή απορροή της πεδιάδας ήταν περίπου 20 Mm³/yr το οποίο αντιστοιχεί σε 50mm της ετήσιας βροχόπτωσης. Υπολογίζεται ότι η ετήσια ανανέωση των αποθεμάτων των υπόγειων υδάτων ήταν περίπου 60 Mm³/yr (150 mm.) και οι απώλειες λόγω εξατμισοδιαπνοής ήταν περίπου 160 Mm³/yr (400 mm.).

Οι υδρογεωλογικές πληροφορίες προέρχονται κυρίως από τους πυρήνες 26 δοκιμαστικών γεωτρήσεων που πραγματοποιήθηκαν στην περιοχή μεταξύ 1968 και 1970. Οι υψηλότερες τιμές υδραυλικής αγωγιμότητας καταγράφονται στη υδρολογική λεκάνη των Μοιρών, όπου οι διαπερατότητες κυμαίνονται μεταξύ 10 και 120 m/day υποδηλώνοντας την παρουσία μεγάλου αριθμού σειρών αμμοχάλικου στον αλουβιακό σχηματισμό. Μικρότερες τιμές διαπερατότητας καταγράφονται στην περιοχή των ορίων της υδρολογικής λεκάνης της Βαγιονιάς, όπου η αραιή παρουσία αμμοχάλικου σημαίνει ότι οι τιμές μειώνονται και η μέση τιμή τους είναι μόνο 1 m/d. Μικρότερες επίσης τιμές εμφανίζονται στη βόρεια πλευρά της υδρολογικής λεκάνης των Μοιρών, όπου τα κατώτερα πλειστόκαινα πετρώματα παρόμοια με εκείνα που βρίσκονται στην περιοχή της Βαγιονιάς αποσαθρώνονται.

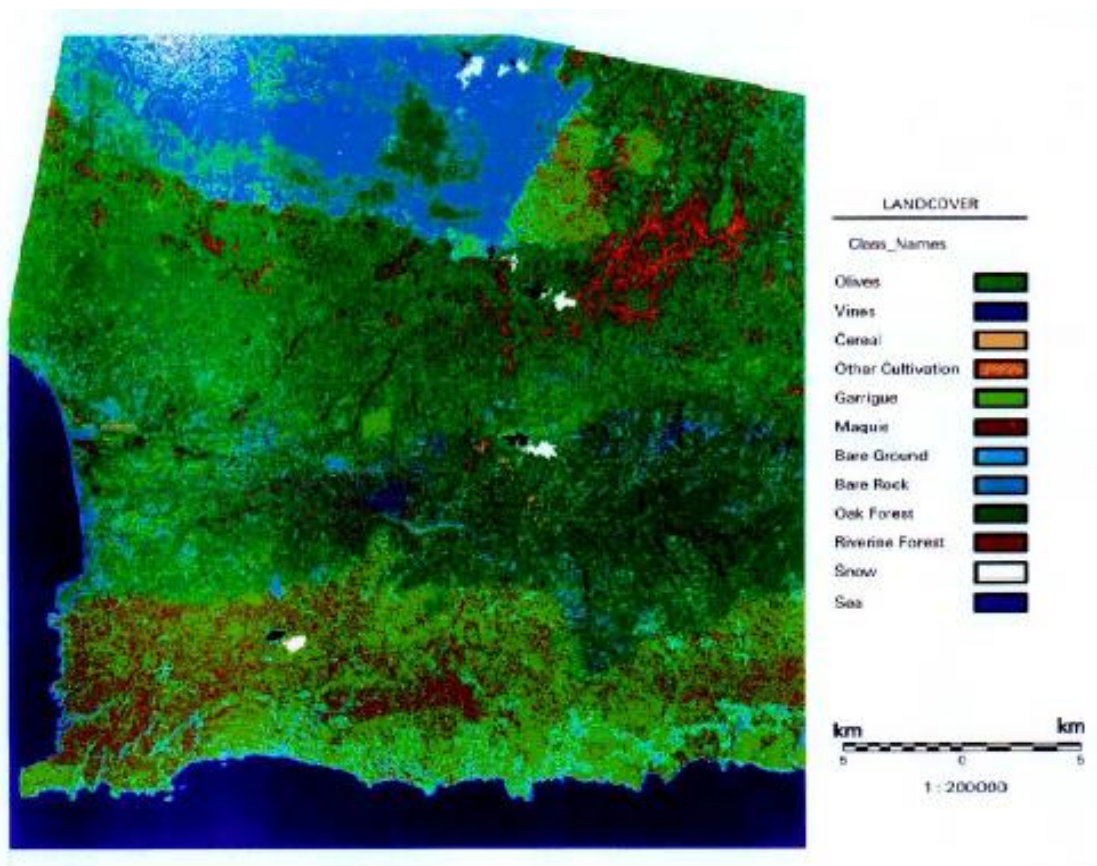
Δύο περιοχές με μεγάλη διαπερατότητα εμφανίζονται στο ανατολικό μέρος της πεδιάδας. Η πρώτη είναι στο ανατολικό άκρο της υδρολογικής λεκάνης, όπου οι τιμές αυξάνονται τοπικά σε 40 m/d. Η δεύτερη βρίσκεται στο νότιο μέρος της περιοχής της Βαγιονιάς στους πρόποδες των Αστερούσιων. Σε αυτήν την περιοχή οι διαπερατότητες των 200 m/d σχετίζονται πιθανώς με την παρουσία ενός μικρού ποτάμιου σχηματισμού ο οποίος φέρει υψηλό ποσοστό αδρόκοκου αμμοχάλικου. Από τις δοκιμαστικές αντλήσεις στην περιοχή οι συντελεστές αποθήκευσης των υδροφόρων στρωμάτων έχουν επίσης υπολογιστεί. Τα αποτελέσματα των δοκιμαστικών αντλήσεων και η συμπεριφορά του υδροφορέα έδειξαν ότι αν και

ανομοιογενής και τοπικά περιορισμένος, σε επίπεδο πεδιάδας συμπεριφέρεται και χαρακτηρίζεται ως ελεύθερος. (Donta et al. 2006)

2.5 Χρήσεις γης (Γεωργικές Δραστηριότητες)

Η πεδιάδα της Μεσσαράς αποτελεί τη σημαντικότερη γεωργική περιοχή της Κρήτης. Περίπου 250 km² από τα 398 km² της συνολικής έκτασης της πεδιάδας καλλιεργούνται. Το 75% των καλλιεργειών είναι ελιές, 10% αμπέλια, 2% εσπεριδοειδή και 13% είναι λαχανικά (κυρίως υπαίθριες καλλιέργειες και μερικά θερμοκήπια). Οι ελαιώνες καταλαμβάνουν την μεγαλύτερη έκταση της πεδιάδας και παρουσιάζουν μεγάλη πυκνότητα. Οι αμπελώνες καταλαμβάνουν μικρότερη επιφάνεια και οι δύο μεγαλύτερες εκτάσεις βρίσκονται στο νότιο-ανατολικό και βόρειο-ανατολικό άκρο της πεδιάδας.

Δασικές εκτάσεις υπάρχουν μόνο σε σχετικά απρόσιτα μέρη και σε φαράγγια. Οι δασικές εκτάσεις στα νότια και ανατολικά του Ψηλορείτη έχουν κηρυχθεί προστατευμένες περιοχές. Στις πλαγιές του Ψηλορείτη διαμορφώνεται ένα βραχύδες τοπίο, ενώ η βλάστηση σε αυτά τα σημεία είναι εξαιρετικά αραιή. Η ποσότητα ύδατος που χρησιμοποιείται στις καλλιέργειες καθορίζεται εμπειρικά, όπως και τα διάφορα εδαφο-βελτιωτικά και λιπάσματα τα οποία χρησιμοποιούνται κατά τη διάρκεια του χειμώνα, μετά από τη συγκομιδή. Η καταπολέμηση των ζιζανίων επιτυγχάνεται με το όργωμα (80%), ενώ ζιζανιοκτόνα χρησιμοποιούνται σπάνια. (Kritsotakis 2010)



Σχήμα 2.9: Γεωργική δραστηριότητα στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

3. Μέθοδος και Αποτελέσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν ώστε με βάση τα αρχικά δεδομένα να κατασκευαστούν χάρτες, ικανοί να συμβάλουν στην αντιμετώπιση του προβλήματος παρουσιάζοντας την εκτίμηση για την στάθμη του υπόγειου υδροφορέα σε άγνωστα σημεία. Οι χάρτες λειτουργούν ως ένα εργαλείο για την καταγραφή των περιοχών όπου υπάρχει μεγέθυνση του προβλήματος και απαιτείται άμεση λύση. Η εκτίμηση της στάθμης θα πραγματοποιηθεί με 3 διαφορετικά είδη Kriging, τα οποία είναι το Ordinary Kriging (OK), Indicator Kriging (IK) και το Residual Kriging (RK).

3.1 Καταγραφή Δεδομένων

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στην εργασία λήφθηκαν από μετρήσεις του Ινστιτούτου Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών (ΙΓΜΕ) για την περιοχή των Μοιρών και αφορούν την υγρή περίοδο του υδρολογικού έτους 2007-2008. Η συγκεκριμένη χρονική περίοδος επιλέχθηκε διότι υπάρχουν επαρκή δεδομένα, σε σχέση με άλλες χρονιές, ώστε να γίνει ικανοποιητική εφαρμογή των μεθόδων. Στον Πίνακα 3.2 παραθέτονται τα δεδομένα των 43 γεωτρήσεων. Τα αρχικά δεδομένα έχουν τα εξής χαρακτηριστικά:

Min	Max	Stand. Div.
11,45	72,93	14,86

Πίνακας 3.1: Στοιχεία των αρχικών δεδομένων

Επίσης παρουσιάζουν κύρτωση και ασυμμετρία ίσες με $\hat{k}_z=2,9$ και $\hat{s}_z=0,76$ αντίστοιχα.

Όνομα Γεώτρησης	Στάθμη Υδροφορέα (m)	X	Y	Υψόμετρο (m)
95P	18	573956	3879560	74
105	42,52	574913	3875977	58
202	20,59	575059	3878133	38
107	47,13	575367	3875685	63
204	24,91	576340	3877631	46
MG7	24,85	576972	3878441	70
MG12	35,24	576980	3879512	90
MG13	11,45	577037	3879122	83
205	26,4	577069	3877874	51
203	21,2	577118	3877339	50
MG11	38	577572	3879025	85
MG8	22,35	577880	3878263	56
104P	15	577913	3877728	57
MG10	23,15	577961	3878749	87
B5	18,12	578204	3877809	57
207	42,5	578350	3878668	75
B2	19,23	578464	3877225	54
B1-M23	18,45	578772	3877777	61
208	18	578934	3877922	63
80	54,75	579064	3876771	59
M-A2	40,75	579485	3879009	97
210	20,05	579956	3877598	65
M1	39,15	580004	3879268	136
B4	29,15	580118	3876674	65
143	28,52	580783	3877436	73
G35	27,2	581285	3878133	80
62	28,15	581480	3878150	86
G37	25,2	581496	3877890	80
64	45,15	581950	3878117	86
44	50	583118	3877809	96
43	48,31	583312	3878279	108
103	50,15	584075	3878133	112
99	62,15	585323	3876090	98
M11	49,73	582531	3877315	72
M12	26,28	575999	3878771	26
M22	43,4	587146	3878754	34
M3	35,55	579403	3877722	53
M4	22,45	576052	3876704	58
M5	27,71	575630	3877172	38
M6	29	579755	3878002	59
M7	46,78	585619	3876792	97
M8	72,93	586136	3878492	115
M9	68,76	586788	3879145	131

Πίνακας 3.2: Δεδομένα γεωτρήσεων στην περιοχή των μοιρών για την χρονιά 2008

3.2 Μέθοδος Ordinary Kriging

3.2.1 Μετασχηματισμός Δεδομένων (OK)

Για την βέλτιστη εφαρμογή της μεθόδου Ordinary Kriging καθώς και για την καλύτερη κατασκευή των βαριογραμμμάτων (επηρεάζονται από ακραίες τιμές και από την ασυμμετρία) είναι επιθυμητό τα δεδομένα να ακολουθούν την κανονική κατανομή, δηλαδή $\hat{k}_z=3$ και $\hat{s}_z=0$.

Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό χρειάζεται μετατροπή των αρχικών μας δεδομένων. Αρχικά δοκιμάστηκαν η λογαρίθμηση των δεδομένων καθώς και η μέθοδος Box_Cox, αλλά τα αποτελέσματα δεν ήταν ικανοποιητικά. Ακολούθως έγινε εφαρμογή της μεθόδου Modified_Box_Cox (MBC) η οποία περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y := g_{MBC}(z; \mathbf{\kappa}) = \frac{(z - z_{\min} + k_2^2)^{k_1} - 1}{k_1}, \quad \mathbf{\kappa}^T = (k_1, k_2) \quad (3.1)$$

όπου k_1 είναι ο εκθέτης δύναμης και k_2 η παράμετρος απόκλισης. Η χρήση του τελευταίου επιτρέπει αρνητικές τιμές για το z και έτσι η μετατροπή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμα και σε διακυμάνσεις. Οι παράμετροι (k_1, k_2) εκτιμώνται από την αριθμητική λύση των εξισώσεων $\hat{s}_z=0, \hat{k}_z=3$, όπου \hat{s}_z και \hat{k}_z είναι η ασυμμετρία και η κύρτωση του δείγματος αντίστοιχα,

$$\left(\frac{\hat{m}_z - \tilde{m}_z}{\sigma_z} \right)^2 + (\hat{k}_z - 3)^2 \simeq 0 \quad (3.2)$$

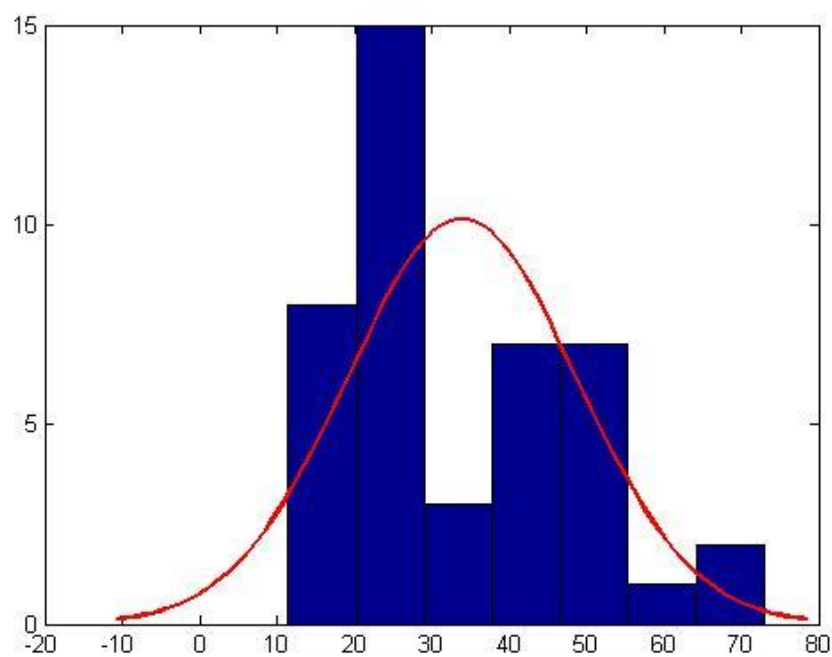
όπου \tilde{m}_z είναι ο διάμεσος του δείγματος. (Varouchakis and Hristopoulos 2013b, Varouchakis, Hristopoulos and Karatzas 2012)

Τα αποτελέσματα του MBC φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

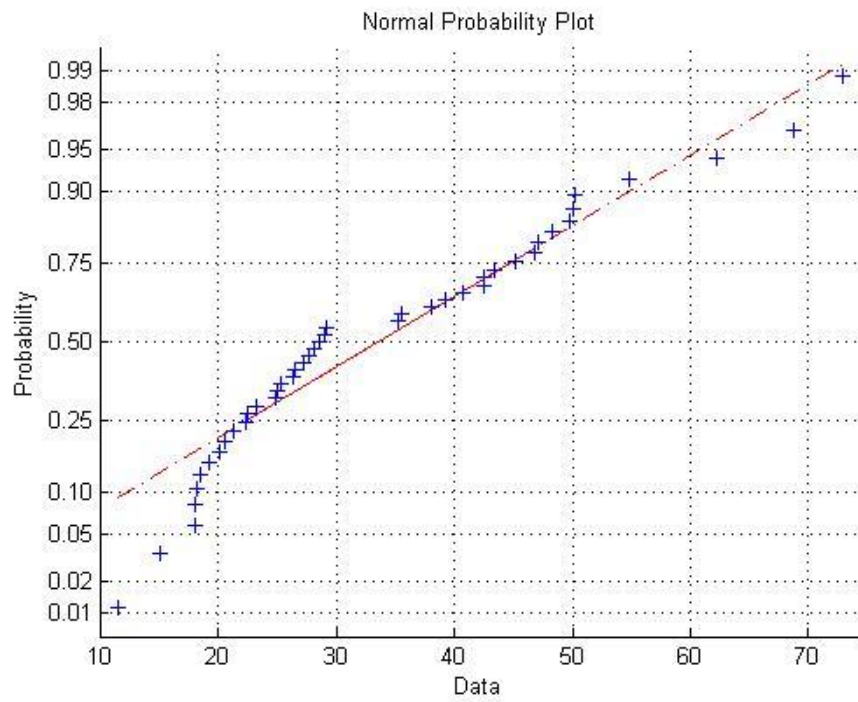
	\hat{s}_z	\hat{k}_z
Αρχικά Δεδομένα	0.76	2.89
MBC	-0.15	2.99

Πίνακας 3.3: Σύγκριση Κύρτωσης και ασυμμετρίας με την χρήση της μεθόδου MBC(OK)

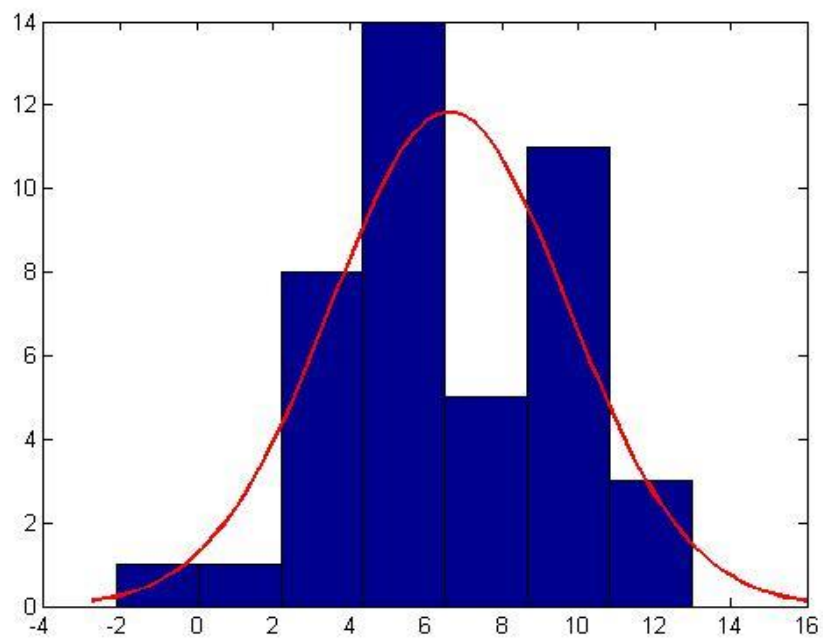
Ενδεικτικά παρουσιάζονται τα διάγραμμα Histfit και Normplot πριν και μετά την εφαρμογή του MBC



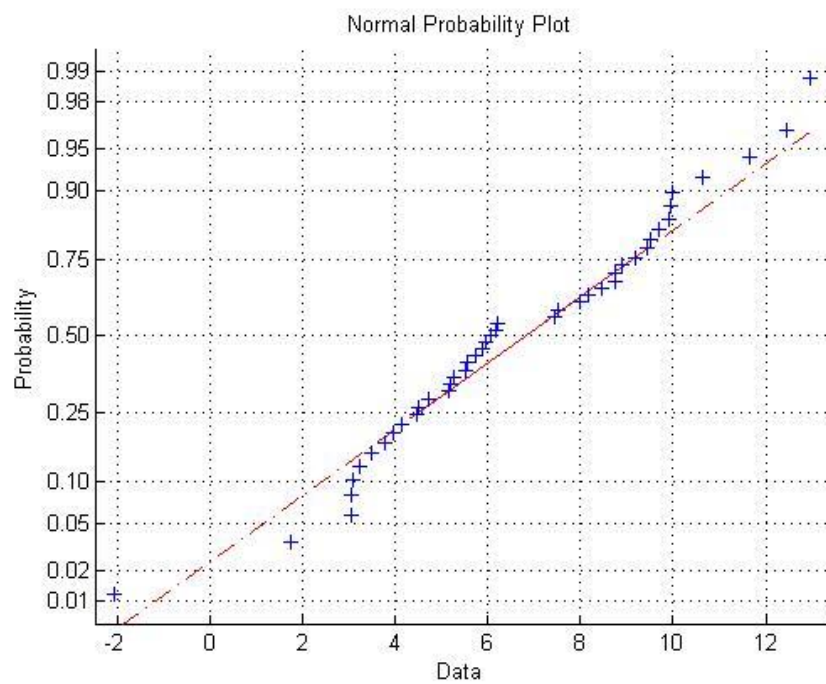
Σχήμα 3.1: Διάγραμμα Histfit για τα αρχικά δεδομένα



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα Normplot για τα αρχικά δεδομένα



Σχήμα 3.3: Διάγραμμα Histfit για τα μετασχηματισμένα με MBC δεδομένα

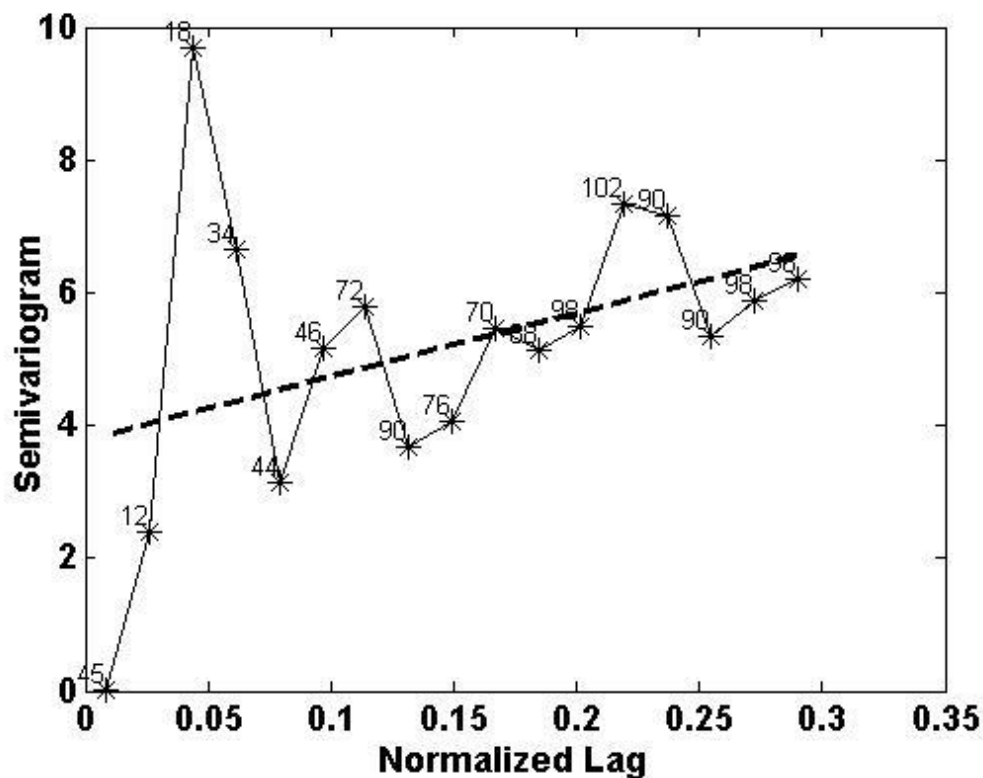


Σχήμα 3.4: Διάγραμμα Normplot για τα μετασχηματισμένα με MBC δεδομένα

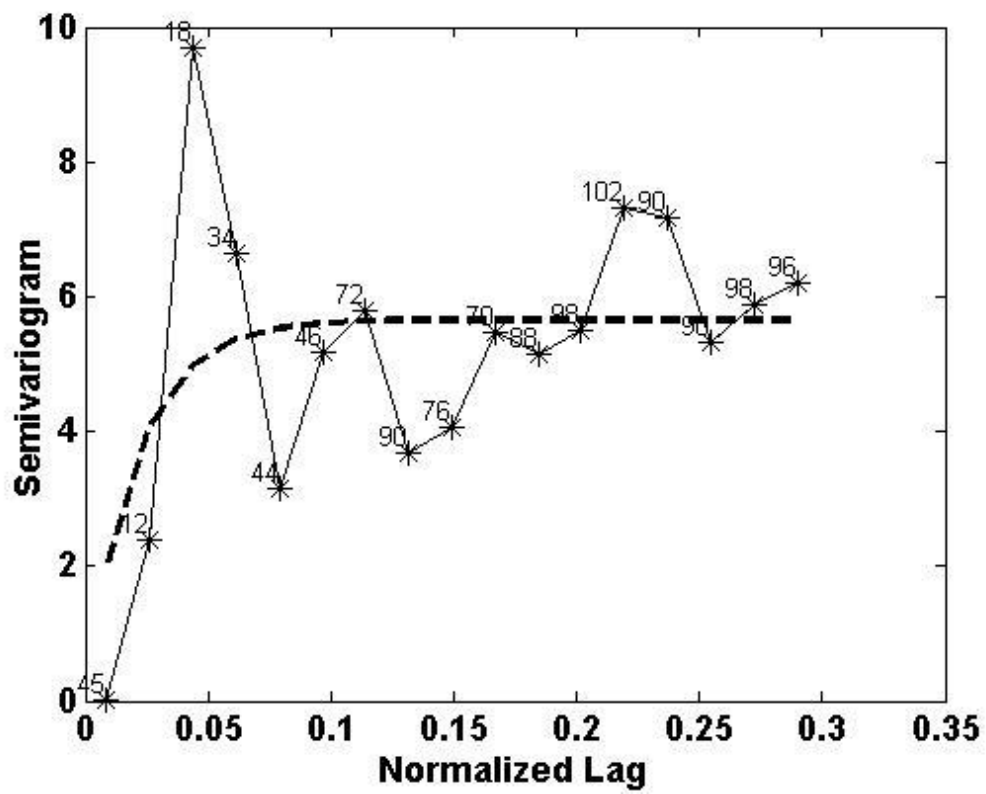
3.2.2 Κατασκευή Βαριογραμμάτων (MBC & OK) και Cross Validation Kriging

Στο στάδιο αυτό έγινε κατασκευή του πειραματικού βαριογράμματος και στην συνέχεια η σύγκριση του με τα θεωρητικά μοντέλα που αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 1. Παρακάτω παρουσιάζονται τα θεωρητικά βαριογράμματα σε σχέση με το πειραματικό προκειμένου να γίνει επιλογή εκείνου με το καλύτερο “fitting”.

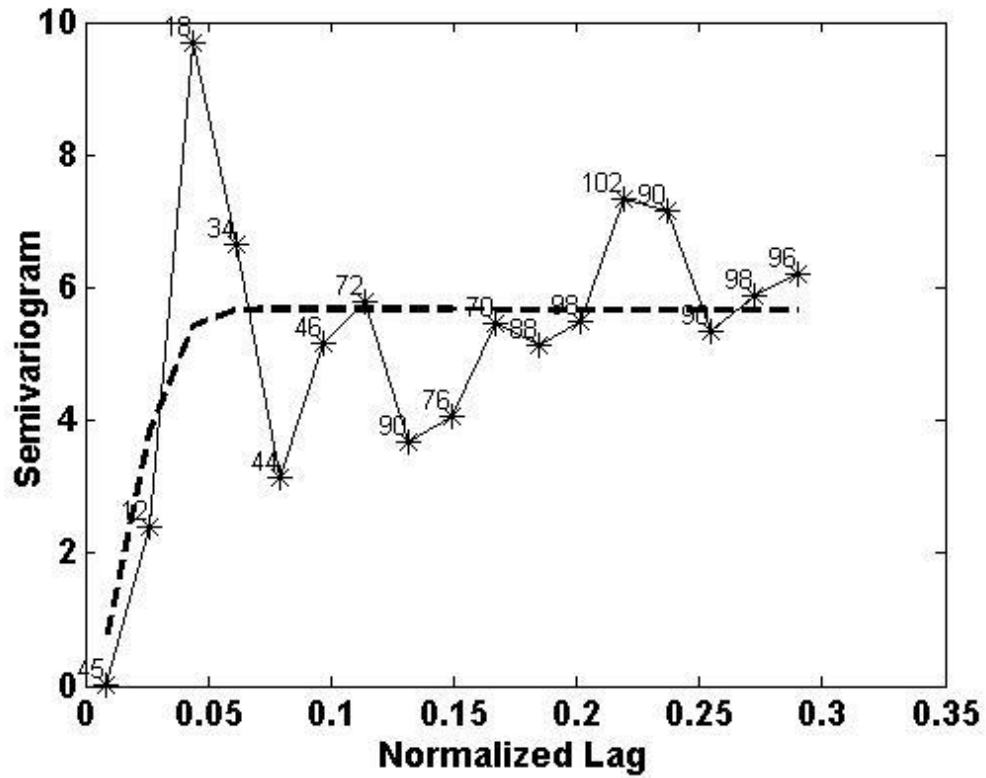
Να σημειωθεί ότι κατασκευάστηκαν δύο Σπαρτιάτικα βαριογράμματα καθώς με κάποιες μικρές μεταβολές σε τιμές παραμέτρων του κώδικα που χρησιμοποιήθηκε, τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι αρκετά διαφορετικά. Το βαριογράμμα Spartan_2 αποτελεί την αναμενόμενη ομαλή προσέγγιση ενώ το Spartan_1 είναι πιο απότομο προσομοιάζοντας έτσι σε εξαιρετικά μεγάλο βαθμό τις διακυμάνσεις του πειραματικού βαριογράμματος.



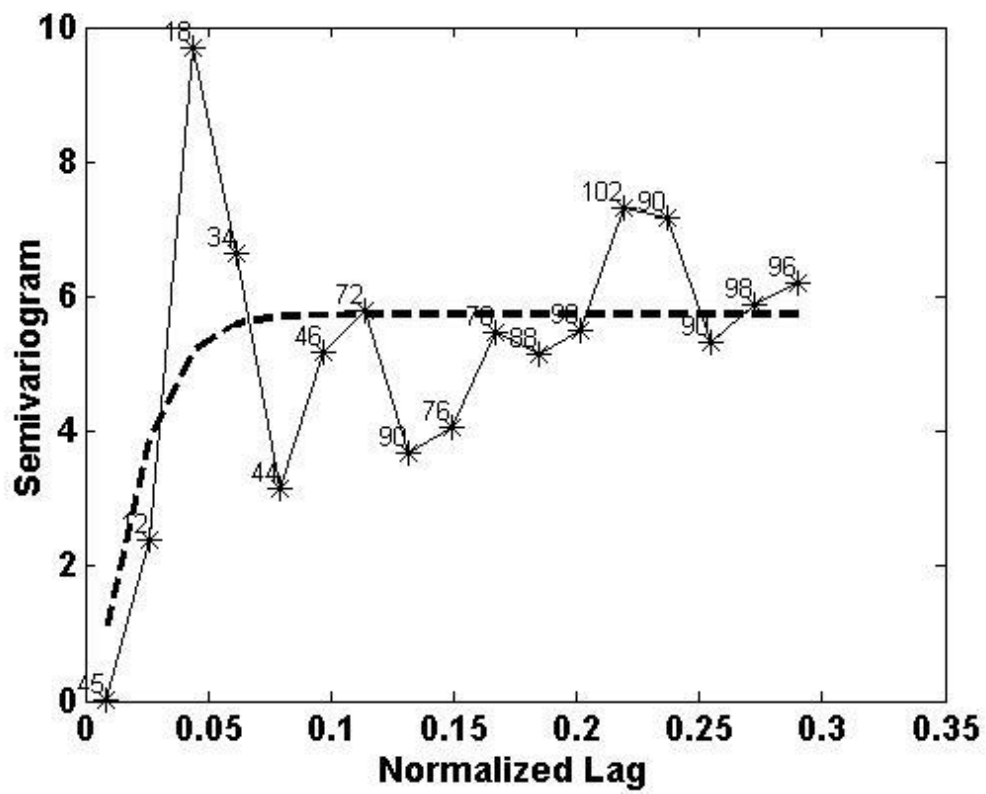
Σχήμα 3.5: Linear Variogramm (OK)



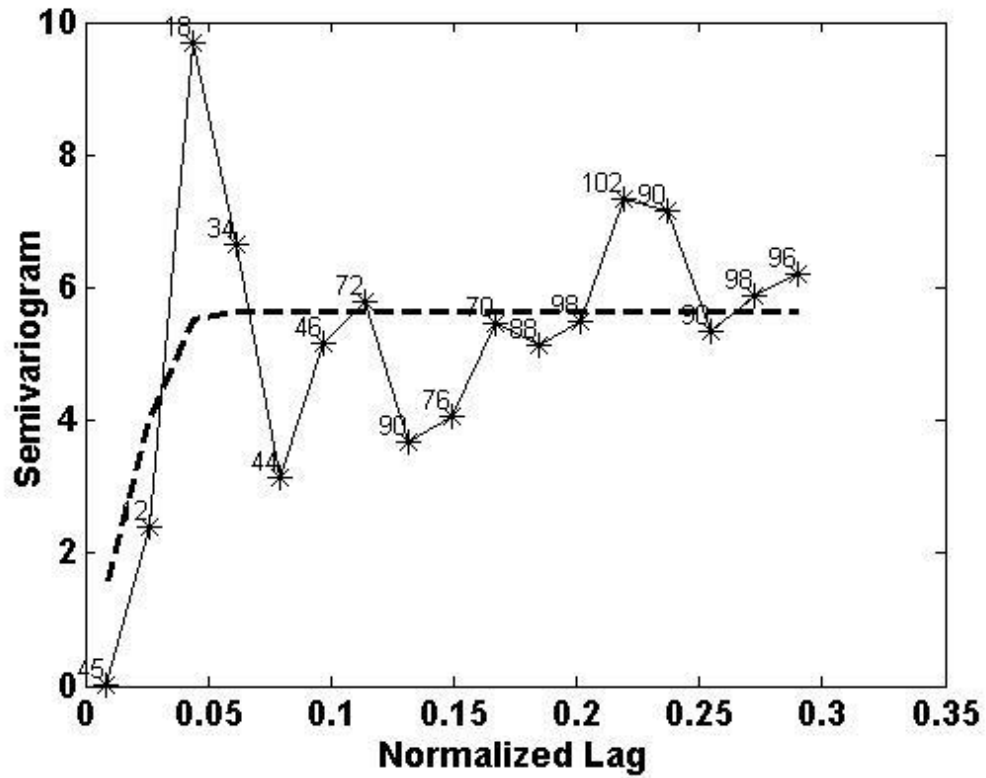
Σχήμα 3.6: Exponential Variogramm (OK)



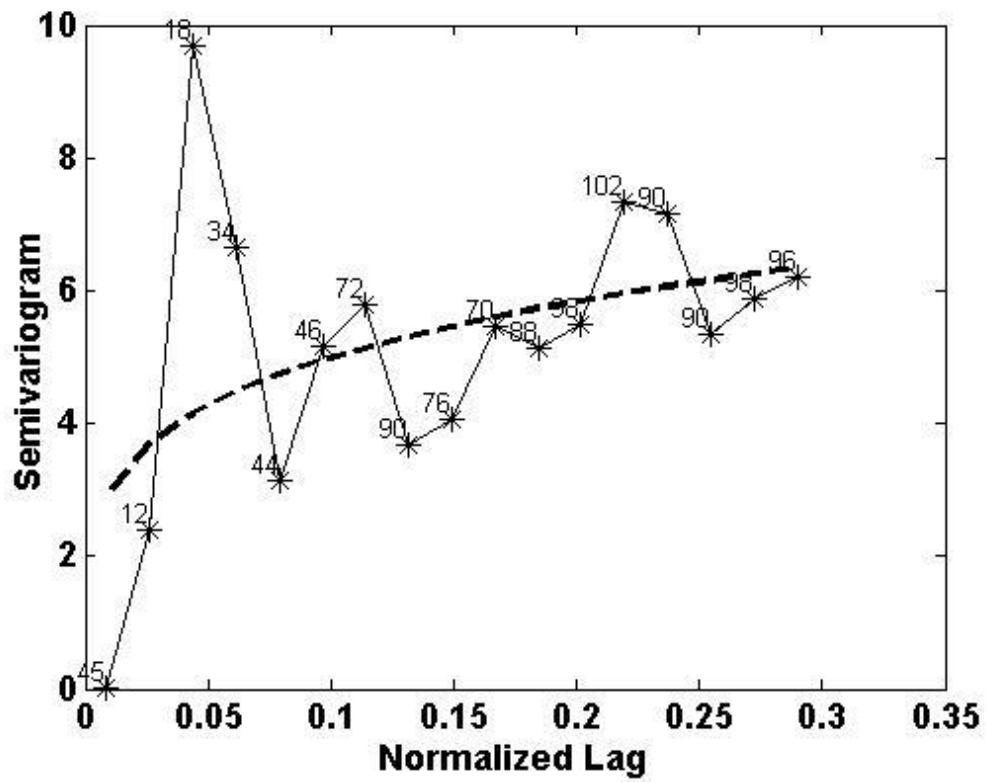
Σχήμα 3.7: Gaussian Variogramm (OK)



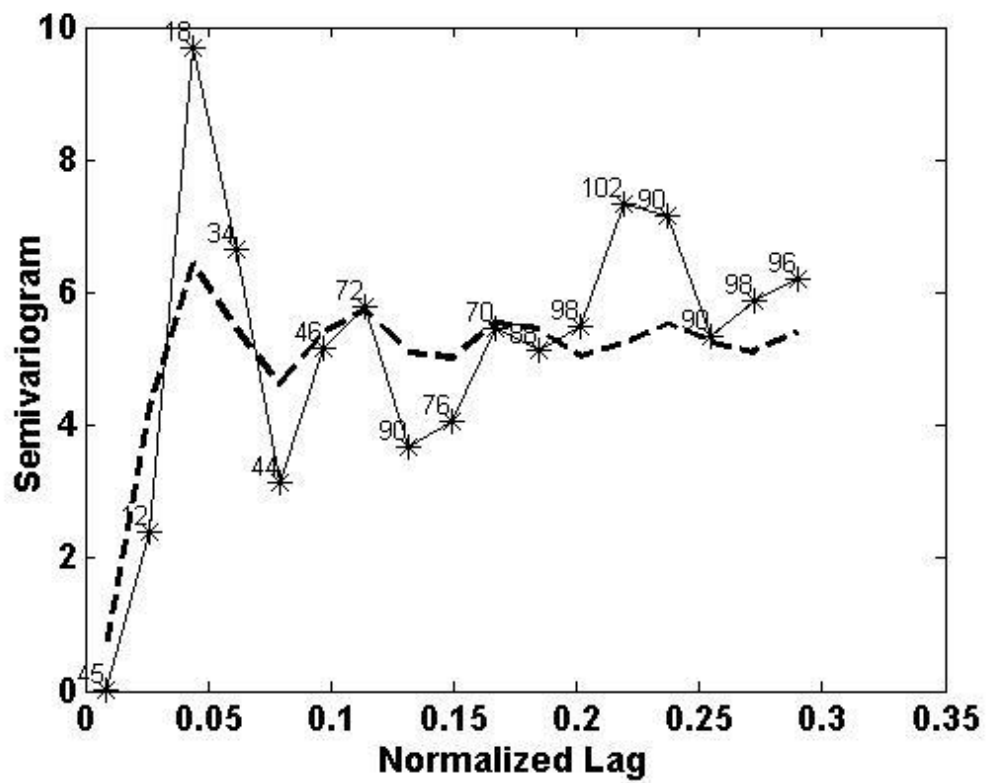
Σχήμα 3.8: Matérn Variogramm (OK)



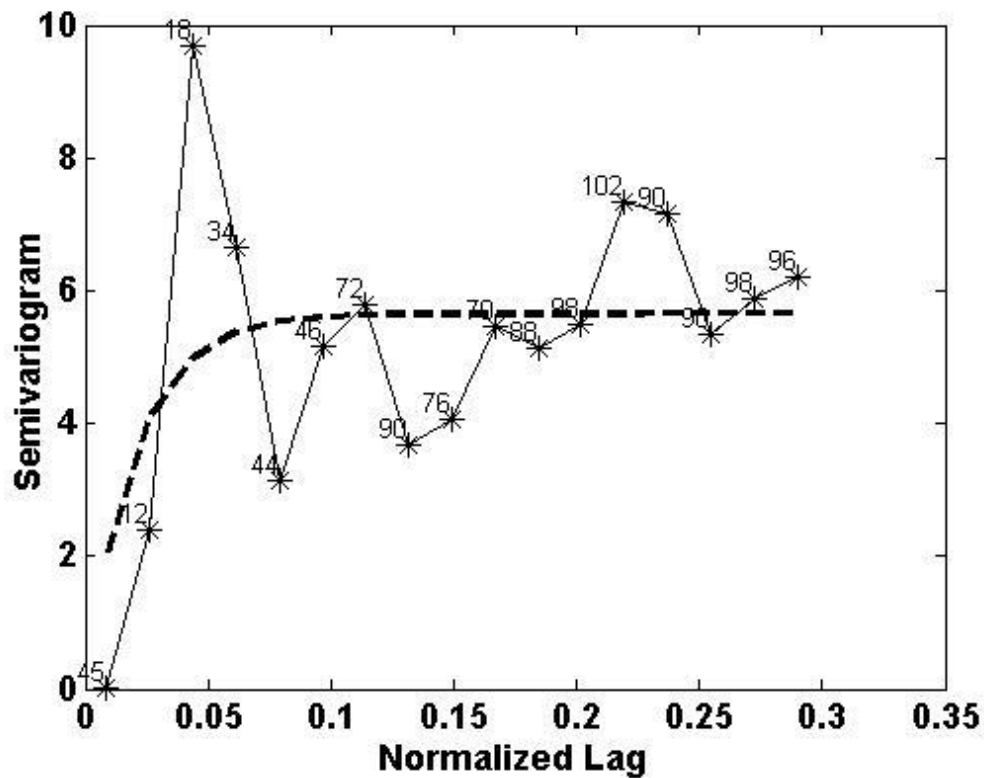
Σχήμα 3.9: Spherical Variogramm (OK)



Σχήμα 3.10: Power-law Variogramm (OK)



Σχήμα 3.11: Spartan_1 Variogramm (OK)



Σχήμα 3.12: Spartan_2 Variogramm (OK)

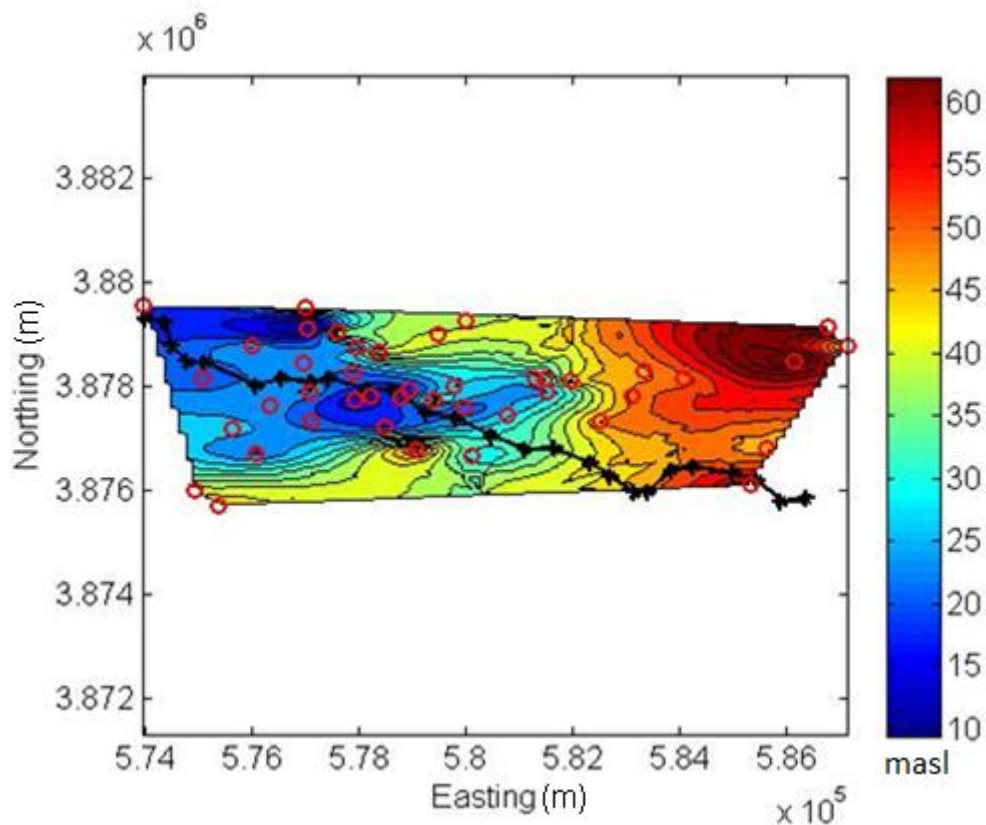
Έπειτα, προκειμένου να ενισχυθεί η επιλογή του κατάλληλου θεωρητικού βαριογράμματος, πραγματοποιείται η διαδικασία Cross-Validation Kriging. Στην μέθοδο αυτή γίνεται αφαίρεση ενός σημείου με γνωστή τιμή και στην συνέχεια εφαρμόζεται Ordinary Kriging ώστε να υπολογιστεί εκ νέου η τιμή σε αυτό. Για την εφαρμογή του OK χρησιμοποιείται κάθε φορά διαφορετικό θεωρητικό βαριόγραμμα ώστε εν τέλει να προσδιορίσουμε εκείνο με το οποίο, οι νέες υπολογισμένες τιμές προσεγγίζουν καλύτερα τις αρχικές. Τα αποτελέσματα της κατασκευής βαριογραμμάτων, καθώς και του Cross Validation Kriging παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον παρακάτω πίνακα:

Τύπος	Varioqramm				Cross Validation Kriging				
	Error	Variance	ξ	shape Coeff.	xcor	mae	mare	bias	rmse
Linear	63,6829	9,5596			0,39	9,8517	0,3259	-0,6132	12,7781
Exponential	48,4875	5,6585	0,207		0,26	8,6735	0,2815	-1,0052	10,8964
Gaussian	40,5318	5,6784	0,248		0,26	8,4785	0,2744	-1,0811	10,7686
Matérn	43,859	5,7411	0,273	0,6495	0,3	8,4001	0,2734	-1,4336	10,392
Spherical	41,8952	5,6428	0,503		0,3	8,3658	0,2723	-1,4336	10,36
Power-law	57,3768	8,37			0,44	8,5266	0,2864	-0,7641	10,5627
Spartan_1	29,5767	6,478	0,27	-1,99	0,3	8,3614	0,2768	-1,3929	10,5964
Spartan_2	48,4024	5,778	0,203	1,8403	0,3	8,4756	0,2764	-1,386	10,4316

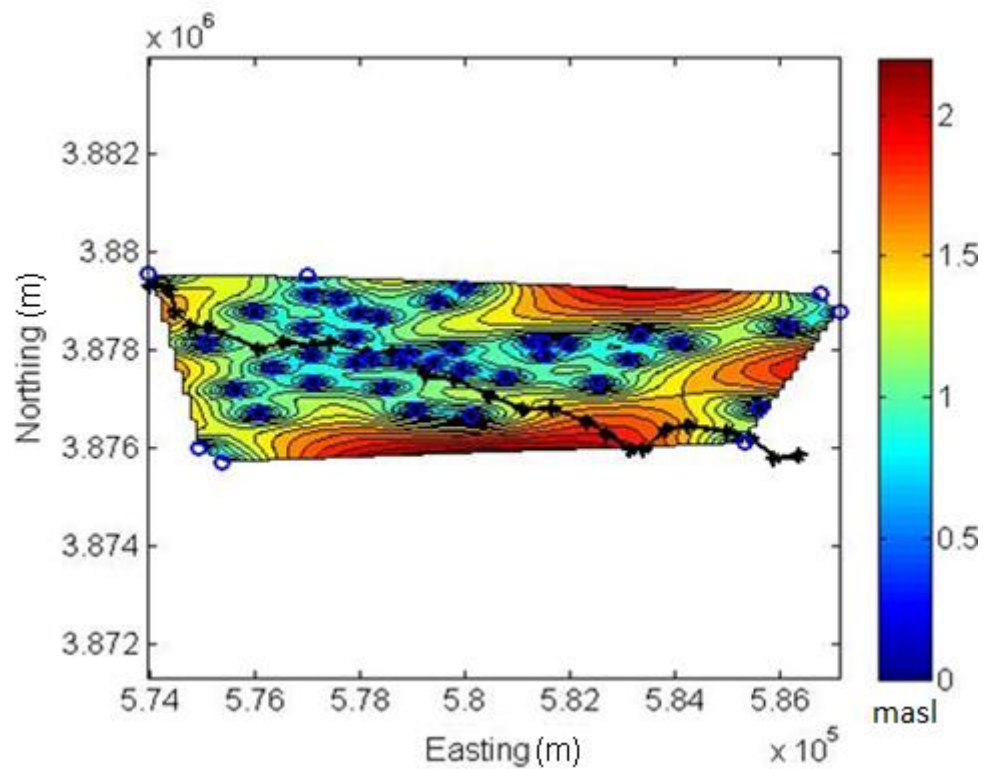
Πίνακας 3.4:Αποτελέσματα κατασκευής βαριογραμμάτων και Cross Validation

3.2.3 Χαρτογράφηση (OK)

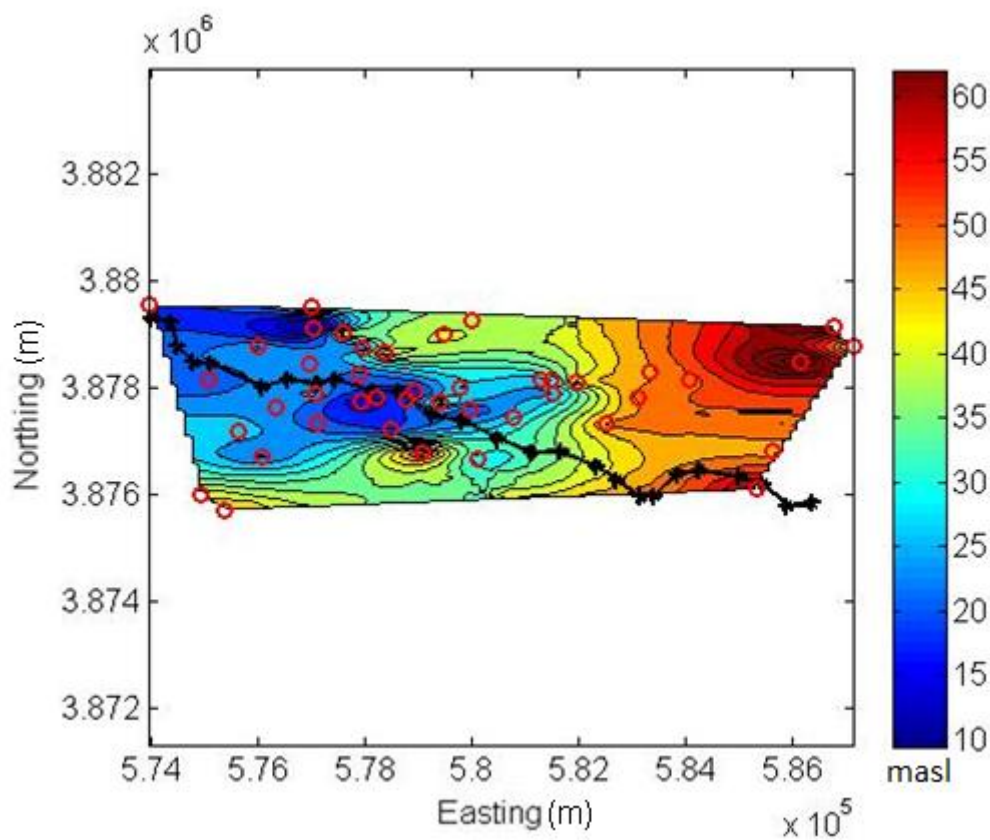
Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα που καταγράφονται στον Πίνακα 3.4, έγινε επιλογή των δύο καλύτερων θεωρητικών μοντέλων ώστε να ακολουθήσει η κατασκευή χαρτών σύμφωνα με αυτά. Για την μέθοδο OK επιλέχθηκαν τα μοντέλα Spartan_1 και Spherical καθώς παρουσιάζουν συγκριτικά μικρότερο σφάλμα στο “fitting” με το πειραματικό βαριόγραμμα άλλα και ικανοποιητικά αποτελέσματα στην εφαρμογή του Cross Validation Kriging. Στη συνέχεια παρουσιάζονται δύο χάρτες για κάθε θεωρητικό μοντέλο όπου ο πρώτος εκφράζει την εκτίμηση της στάθμης των υπογείων υδάτων στην περιοχή μελέτης και ο δεύτερος την αντίστοιχη αβεβαιότητα των εκτιμήσεων αυτών.



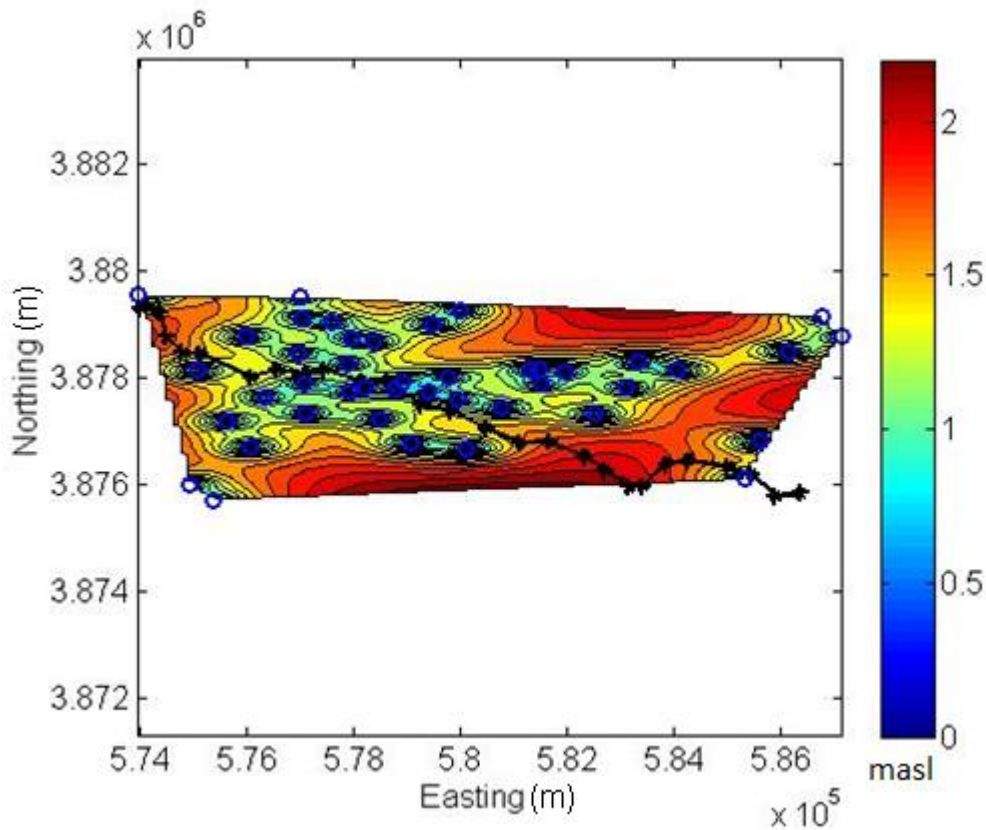
Σχήμα 3.13:Χάρτης εκτίμησης υδραυλικής στάθμης του υπόγειου υδροφορέα στην περιοχή μελέτης. (OK,Spherical)



Σχήμα 3.14: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων (OK,Spherical)



Σχήμα 3.15: Χάρτης εκτίμησης υδραυλικής στάθμης του υπόγειου υδροφορέα στην περιοχή μελέτης. (OK,Spartan_1)



Σχήμα 3.16: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων (OK,Sparatan_1)

3.3 Μέθοδος Indicator Kriging (IK)

3.3.1 Μετασχηματισμός Δεδομένων (IK)

Προκειμένου να εφαρμοστεί η μέθοδος του IK πρέπει τα δεδομένα να μετασχηματιστούν στο δυαδικό σύστημα, δηλαδή να έχουν τιμές 0 και 1. Αυτό επιτυγχάνεται ορίζοντας μια τιμή-όριο(threshold) και μετατρέποντας όλα τα δεδομένα με τιμές μικρότερες ή ίσες του ορίου σε μονάδα, ενώ τις υπόλοιπες σε 0. Στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται IK για 3 διαφορετικές τιμές-όριο, οι οποίες είναι τα εκατοστημόρια του 25% ($x_{0.25}$) και 50% ($x_{0.50}$) καθώς και η τιμή 25 m που αποτελεί νομοθετικό όριο για την κατώτατη επιτρεπτή στάθμη του υδροφορέα. Πιο συγκεκριμένα τα $x_{0.25}$ και $x_{0.50}$ υπολογίζονται 22,35 και 28,52 αντίστοιχα, με την βοήθεια της εξίσωσης 1.7. Ως αποτέλεσμα παρουσιάζεται ο παρακάτω πίνακας που περιέχει τα μετασχηματισμένα δεδομένα σύμφωνα με τις 3 τιμές που ορίστηκαν:

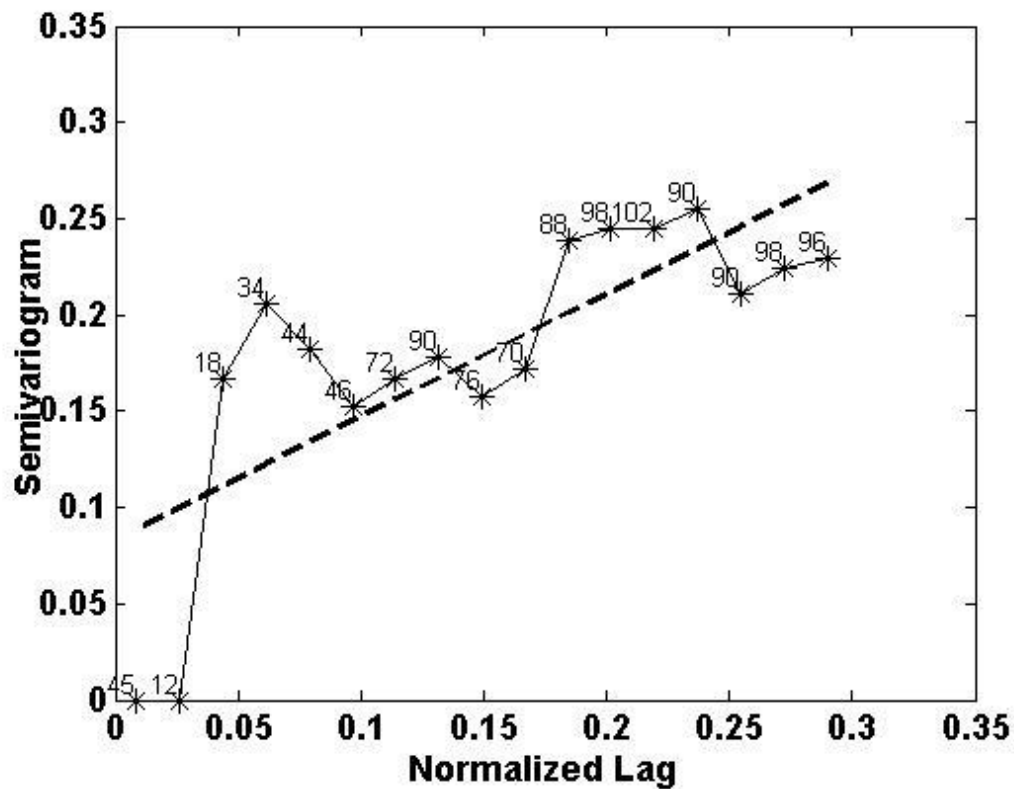
Z(25%)	Z(50%)	Z(25m)
1	1	1
0	0	0
1	1	1
0	0	0
0	1	1
0	1	1
0	0	0
1	1	1
0	1	0
1	1	1
0	0	0
0	1	1
1	1	1
0	1	1
1	1	1
0	0	0
1	1	1
1	1	1
1	1	1
0	0	0
0	0	0
1	1	1
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	1	0
0	1	0
0	1	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	1	0
0	0	0
0	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0

Πίνακας 3.5: Μετασχηματισμένα δεδομένα(IK)

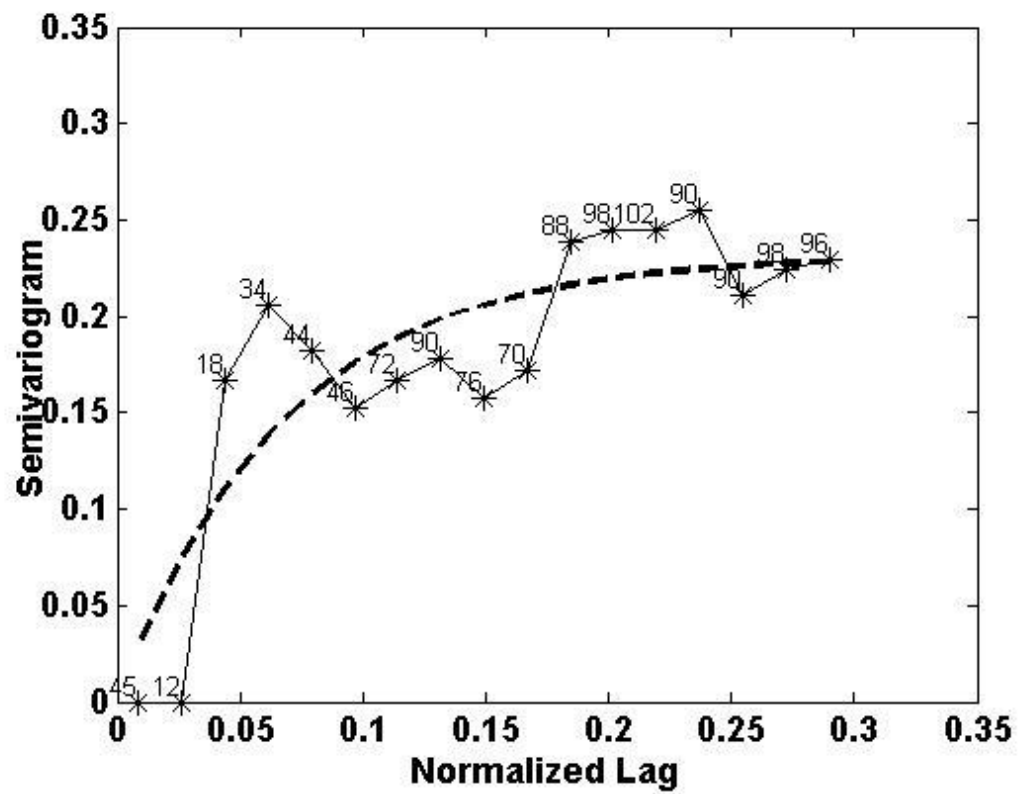
3.3.2 Κατασκευή Βαριογραμμάτων (IK)

Όπως και στο OK χρησιμοποιήθηκαν τα ίδια θεωρητικά μοντέλα ώστε να βρεθεί εκείνο που προσομοιώνει καλύτερα το πειραματικό βαριόγραμμα. Παρακάτω παρουσιάζονται τα θεωρητικά βαριογράμματα σε σχέση με το πειραματικό για τις 3 περιπτώσεις εφαρμογής του ΙΚ.

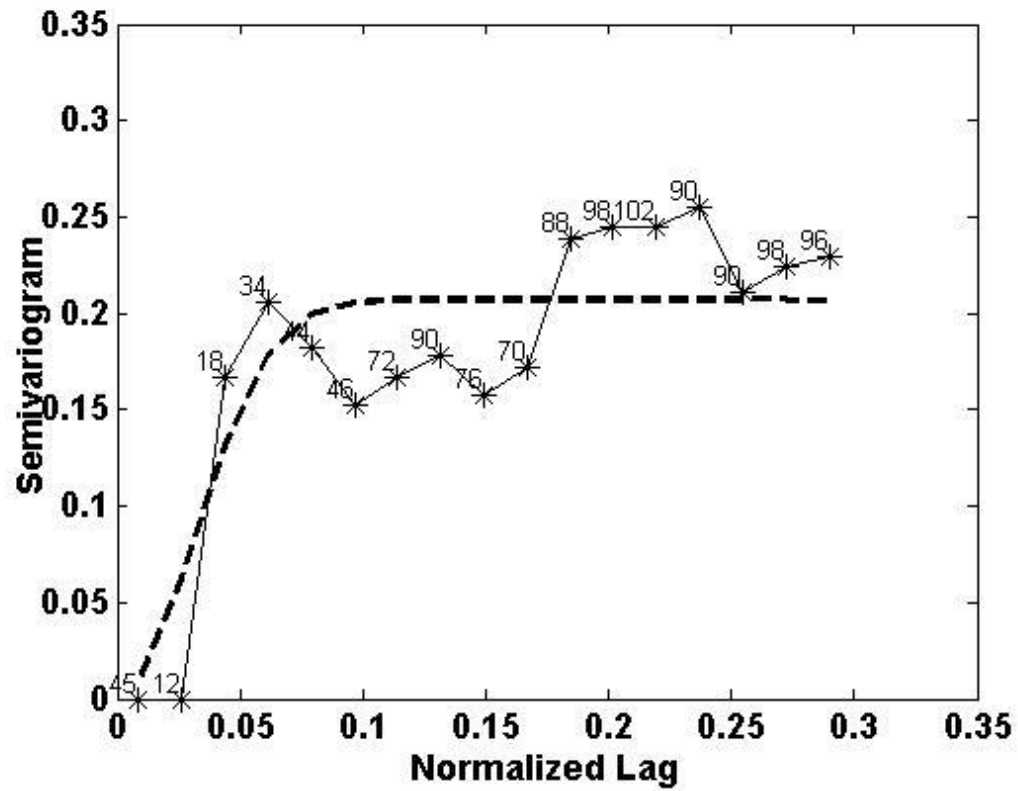
Βαριογράμματα Z (25%)



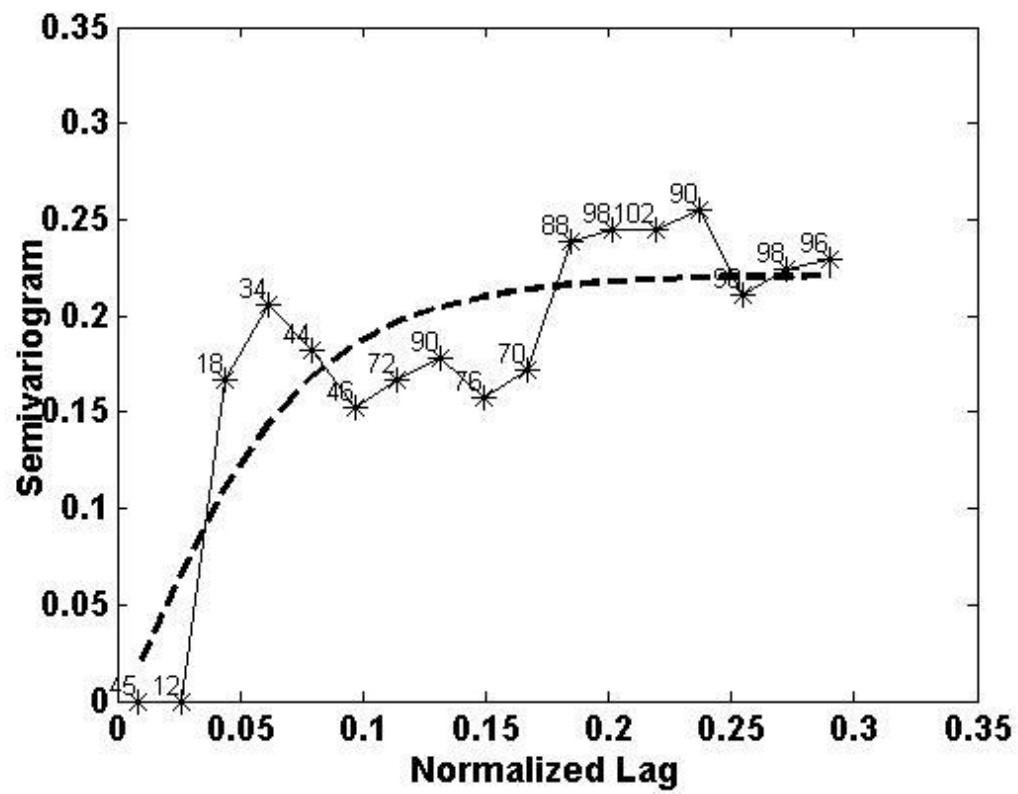
Σχήμα 3.17: Linear Variogramm [IK, Z(25%)]



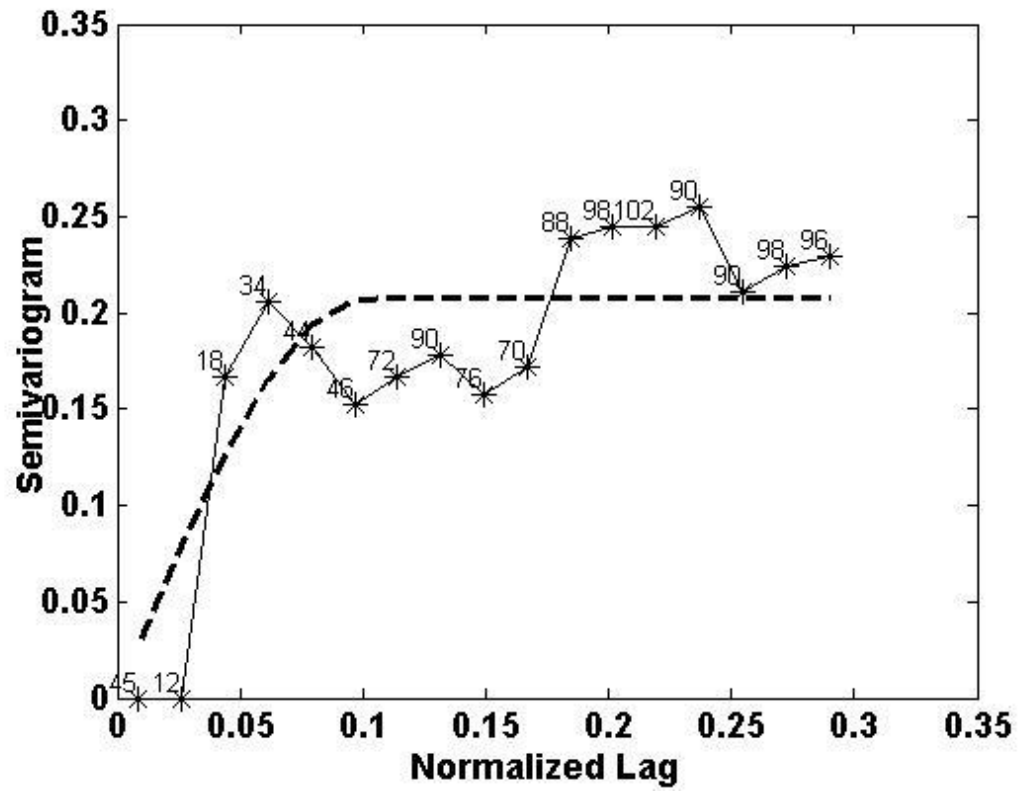
Σχήμα 3.18: Exponential Variogramm [IK, Z(25%)]



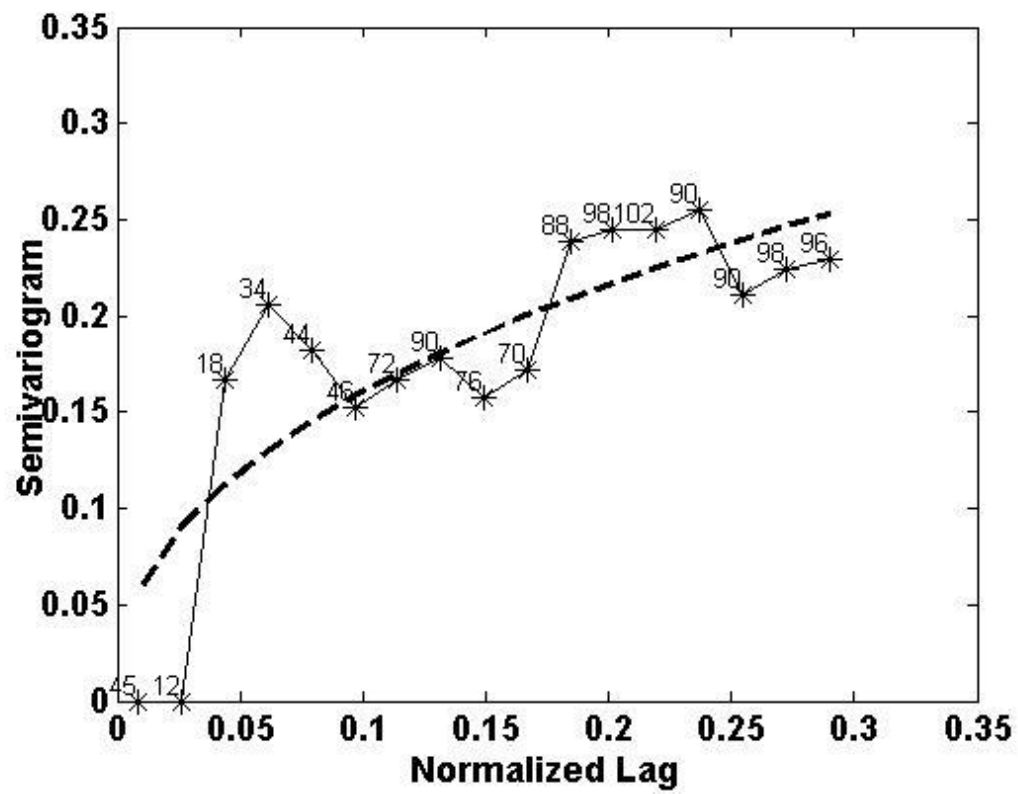
Σχήμα 3.19: Gaussian Variogramm [IK, Z(25%)]



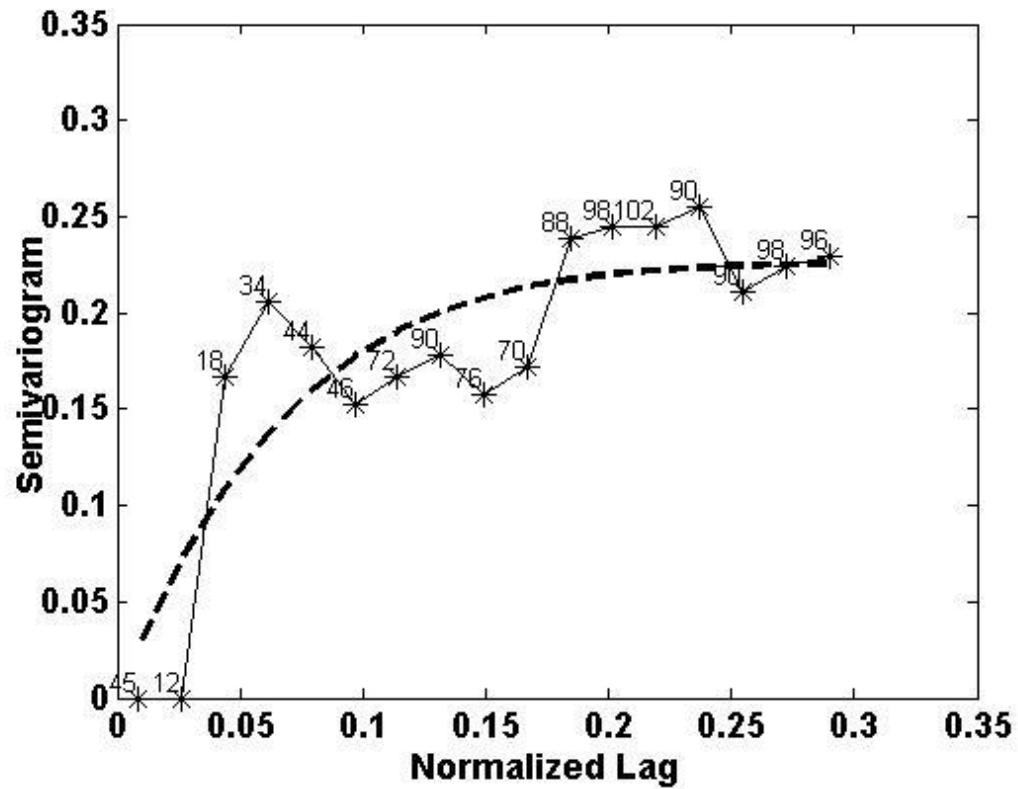
Σχήμα 3.20: Matérn Variogramm [IK, Z(25%)]



Σχήμα 3.21: Spherical Variogramm [IK, Z(25%)]



Σχήμα 3.22: Power-law Variogramm [IK, Z(25%)]



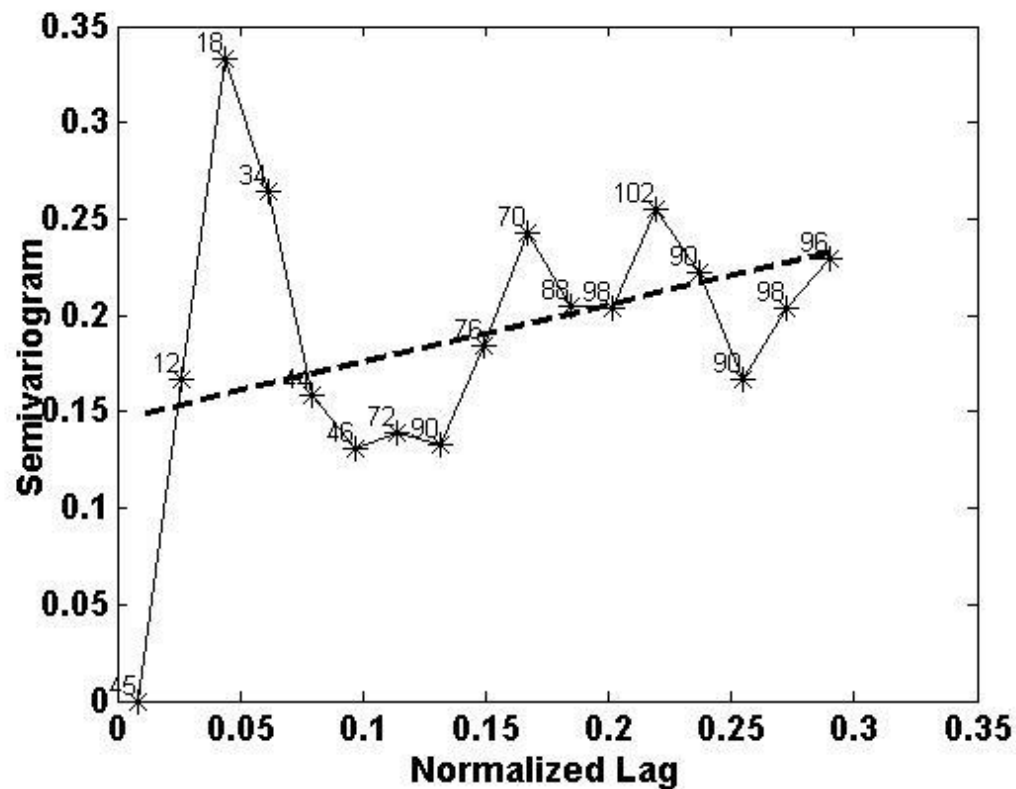
Σχήμα 3.23: Spartan Variogramm [IK, Z(25%)]

Τα αποτελέσματα κατασκευής βαριογραμμάτων για Z (25%) παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

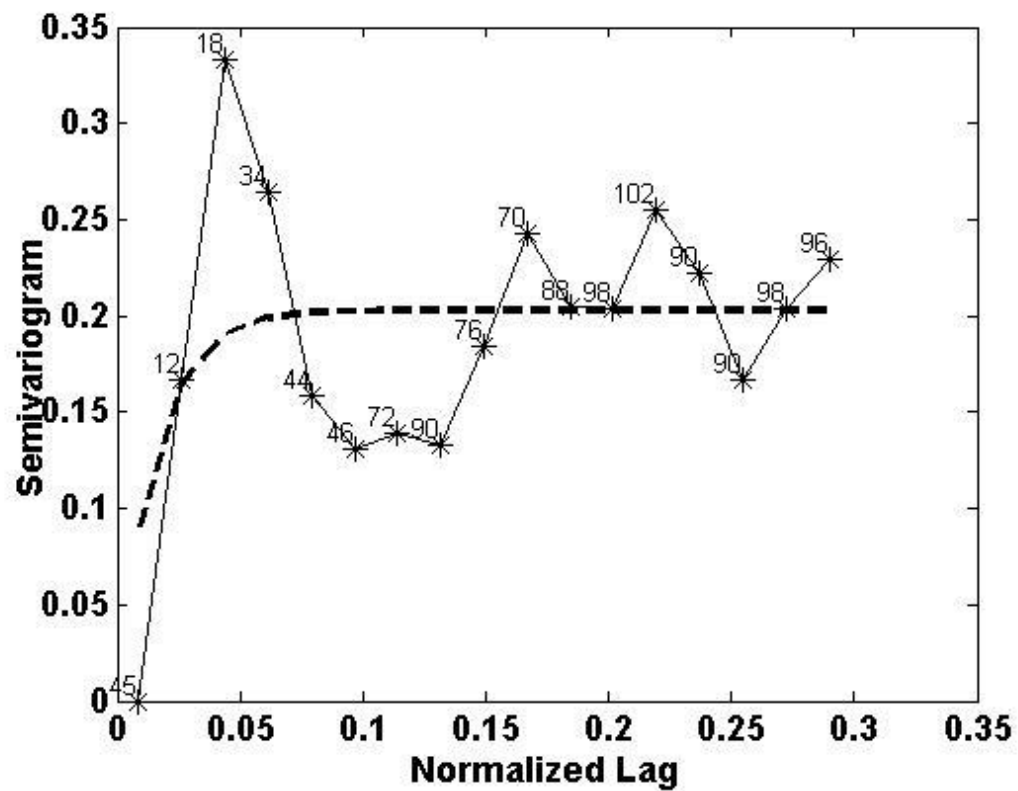
Τύπος Βαριογράμματος	Error	Variance	ξ	Shape Coeff.
Linear	0,0385	0,6404	-	-
Exponential	0,0229	0,2314	0,674	-
Gaussian	0,0224	0,2073	0,438	-
Matérn	0,0225	0,2211	0,733	0,8336
Spherical	0,0265	0,2074	0,9016	-
Power-law	0,0278	0,4313	-	-
Spartan_1	0,0230	0,4788	1,3791	-0,0629
Spartan_2	0,0233	0,4748	0,5745	0,0567

Πίνακας 3.6: Αποτελέσματα κατασκευής βαριογραμμάτων [IK, Z(25%)]

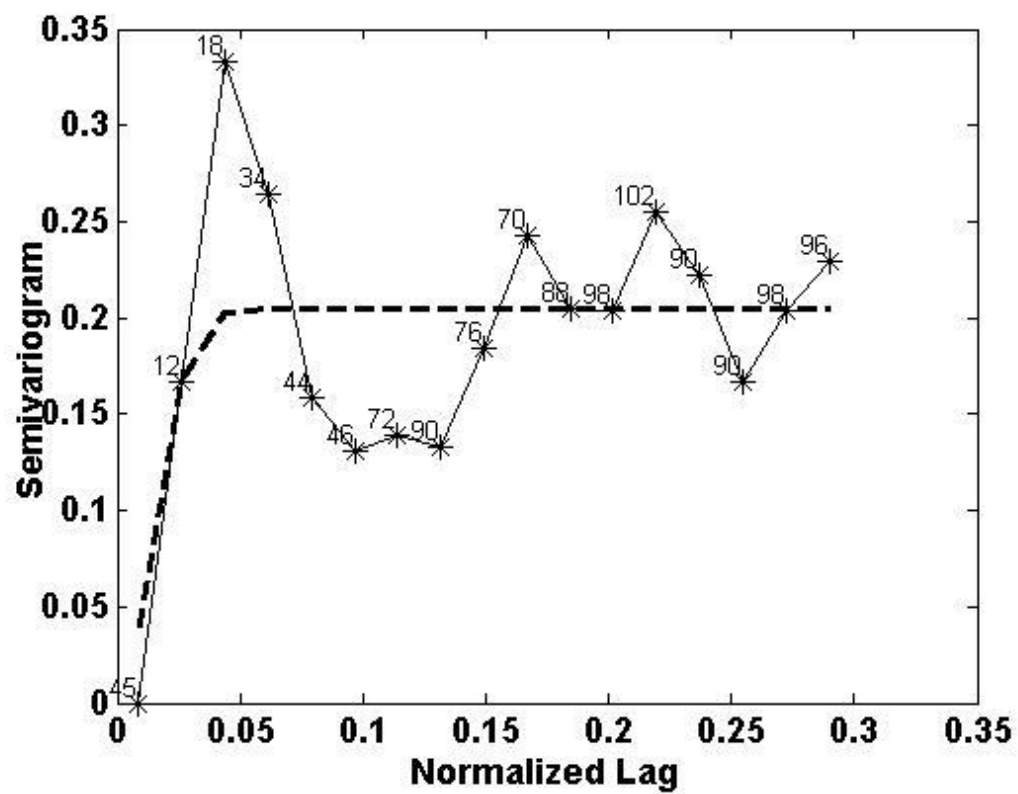
Βαριογράμματα Z (50%)



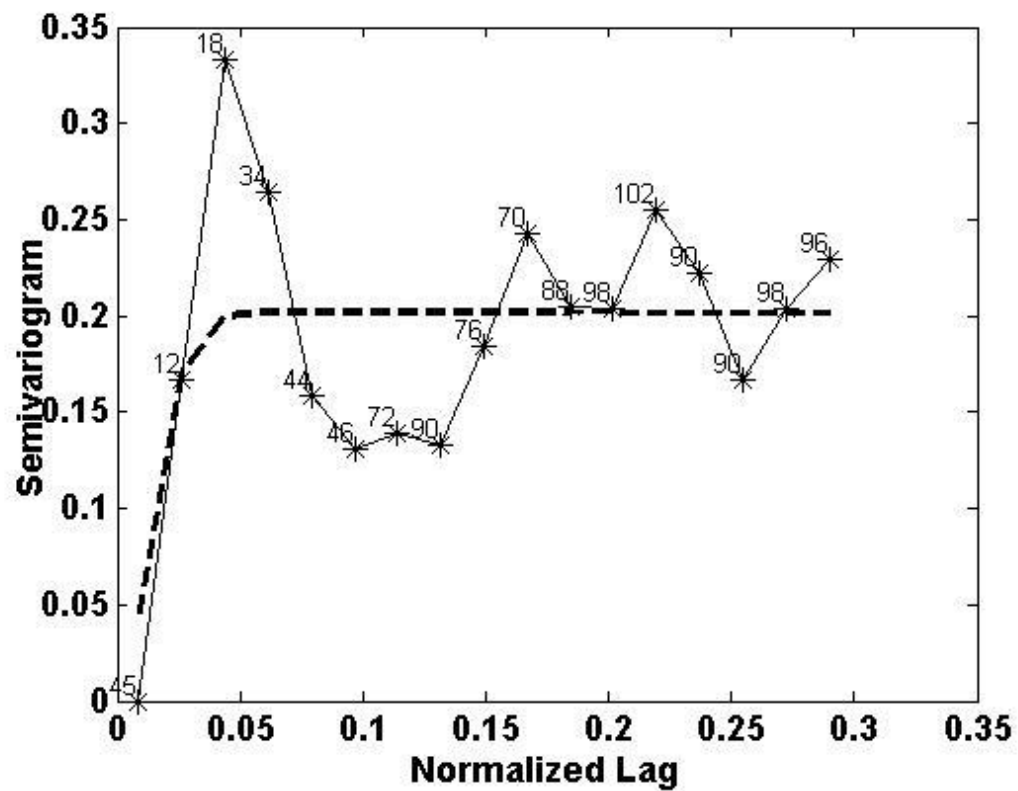
Σχήμα 3.24: Linear Variogramm [IK, Z(50%)]



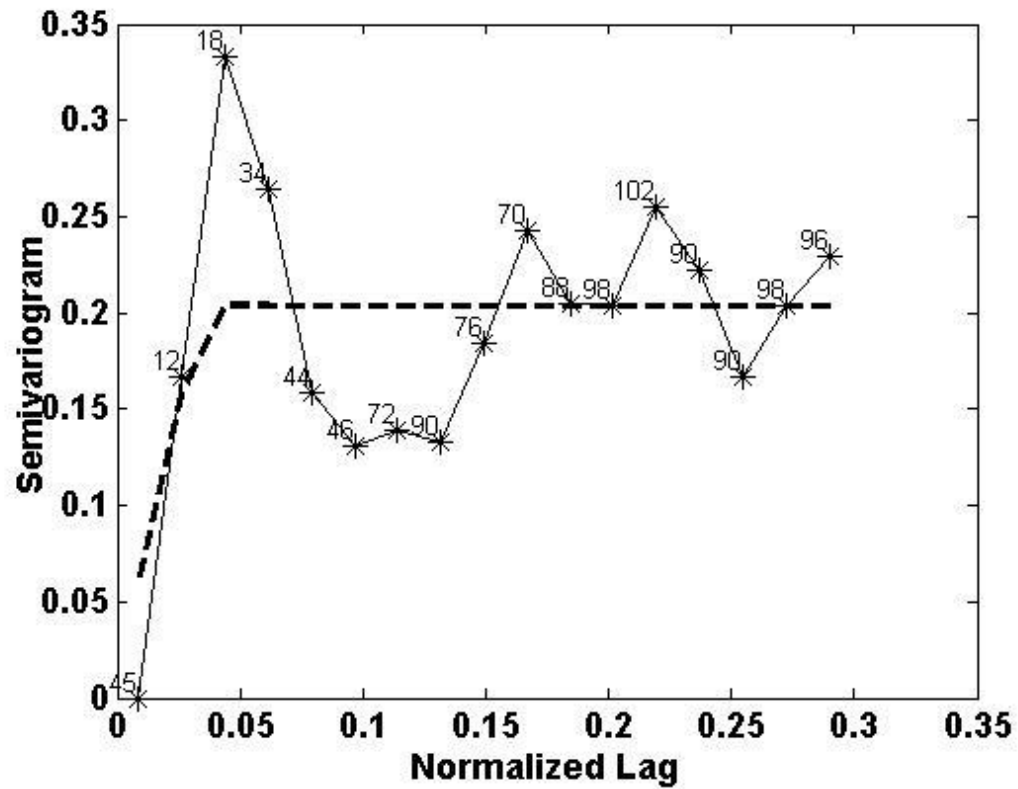
Σχήμα 3.25: Exponential Variogramm [IK, Z(50%)]



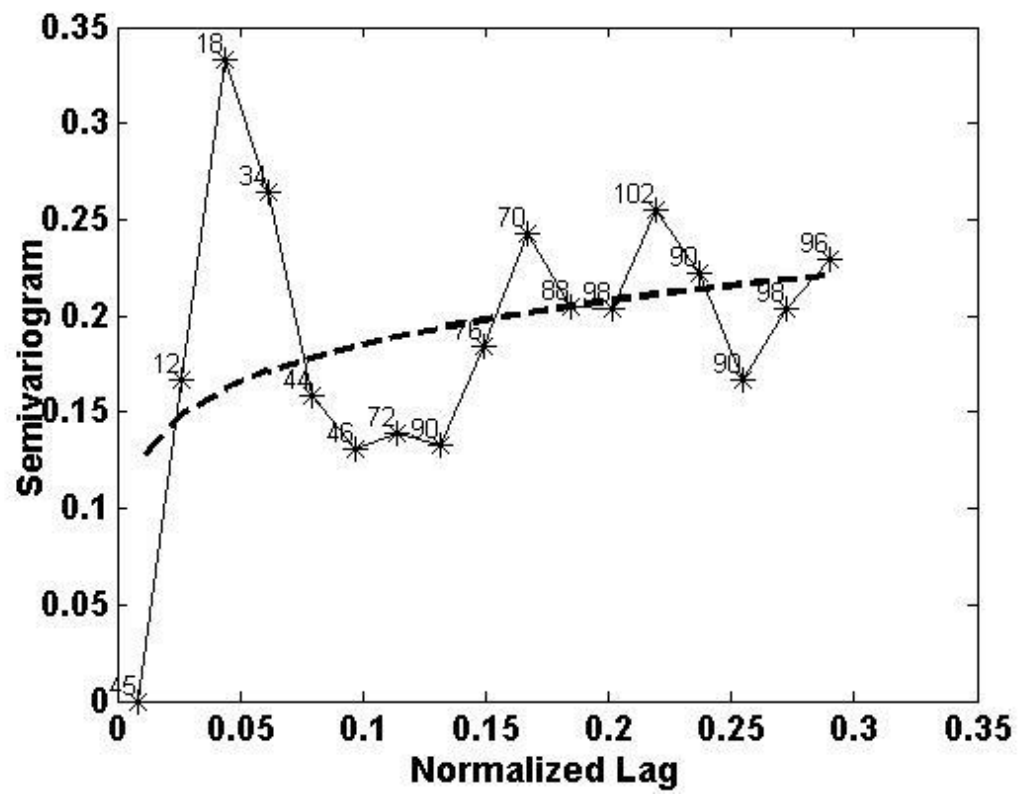
Σχήμα 3.26: Gaussian Variogramm [IK, Z(50%)]



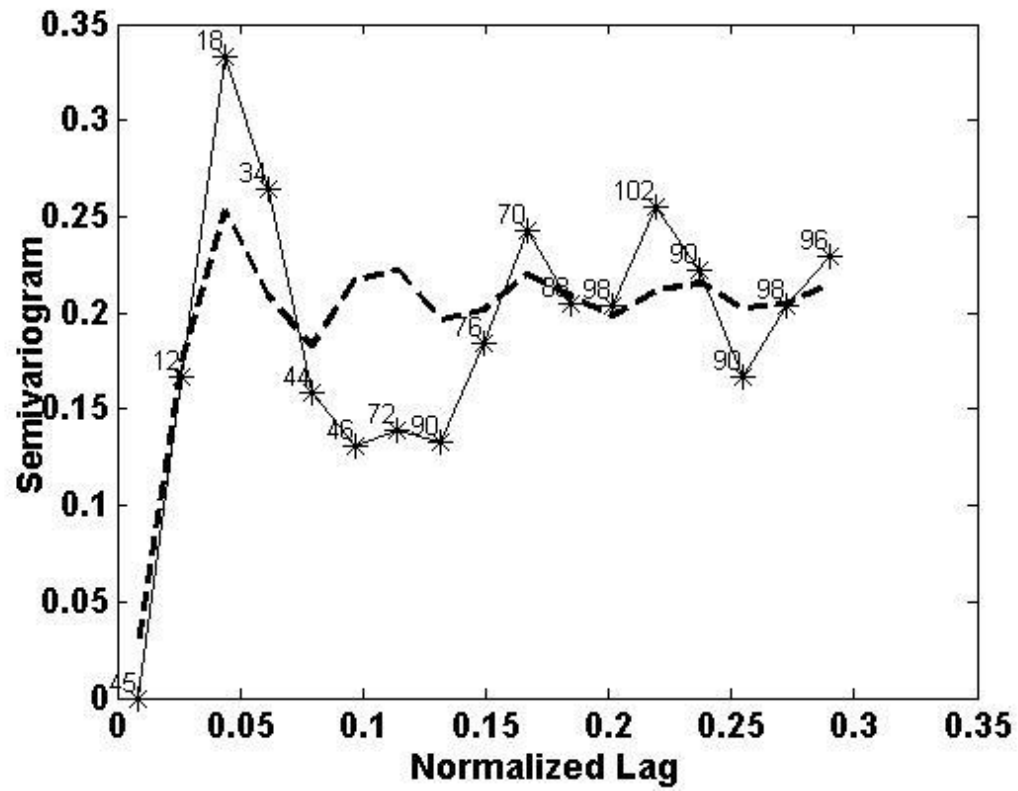
Σχήμα 3.27: Matérn Variogramm [IK, Z(50%)]



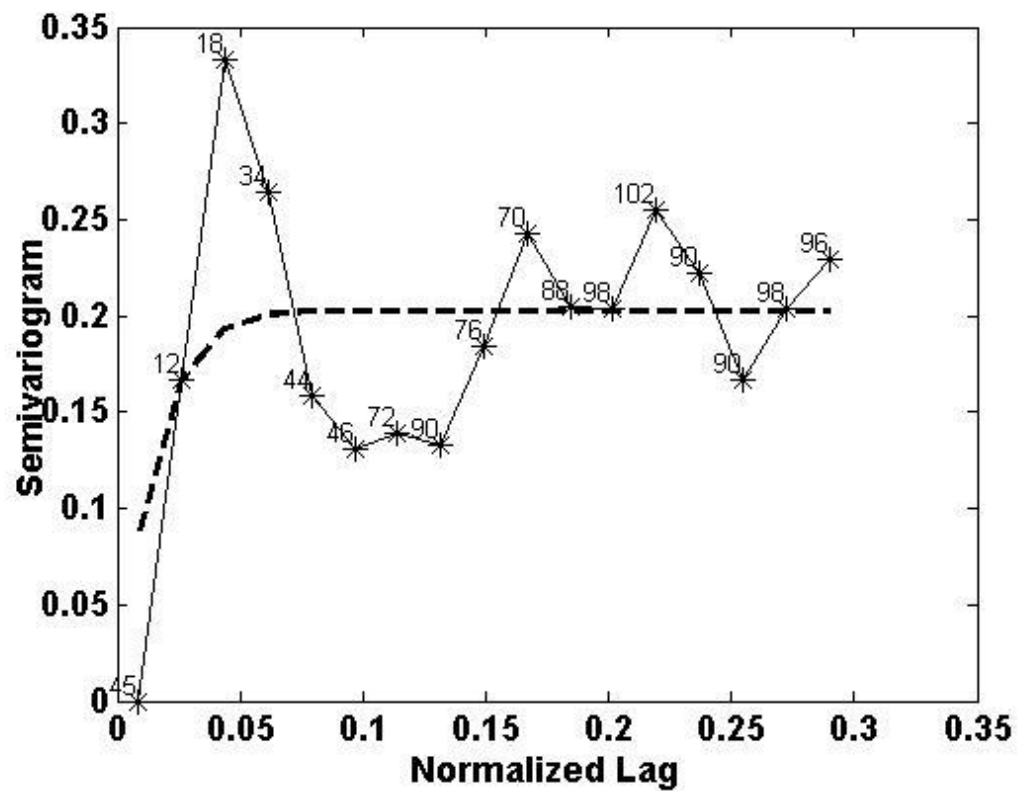
Σχήμα 3.28: Spherical Variogramm [IK, Z(50%)]



Σχήμα 3.29: Power-law Variogramm [IK, Z(50%)]



Σχήμα 3.30: Spartan_1 Variogramm [IK, Z(50%)]



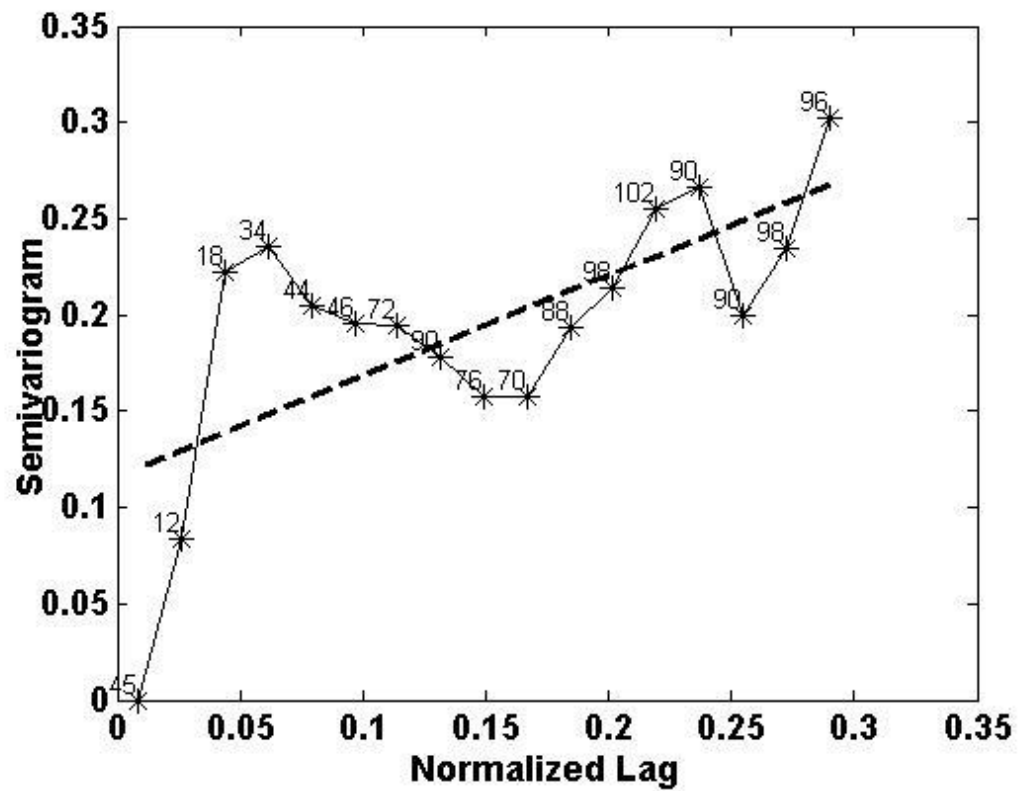
Σχήμα 3.31: Spartan_2 Variogramm [IK, Z(50%)]

Εν συνεχεία ακολουθεί πίνακας με τα στοιχεία που προκύπτουν από την κατασκευή βαριογραμμάτων για Z (50%):

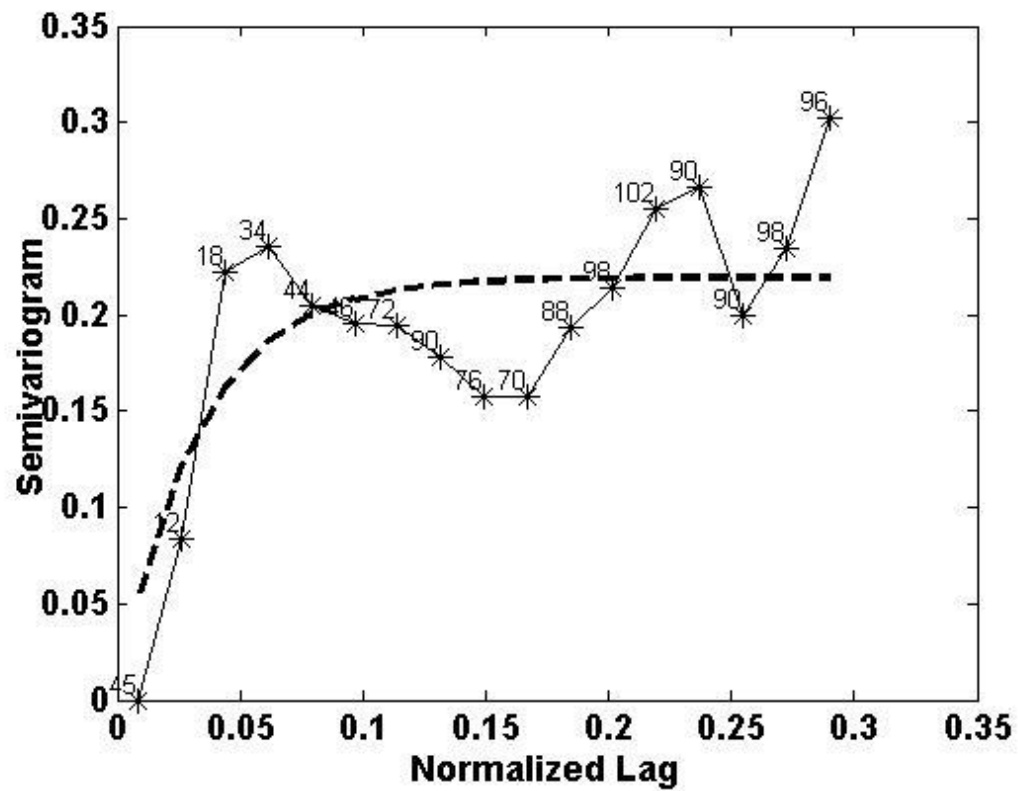
Τύπος Βαριογράμματος	Error	Variance	ξ	Shape Coeff.
Linear	0,0769	0,2982	-	-
Exponential	0,0552	0,2031	0,158	-
Gaussian	0,0456	0,2044	0,202	-
Matérn	0,0465	0,2020	0,194	0,65
Spherical	0,0475	0,2042	0,453	-
Power-law	0,0700	0,2710	-	-
Spartan_1	0,0336	0,2564	0,48	-1,9999
Spartan_2	0,0538	0,2001	0,43	0,8657

Πίνακας 3.7: Αποτελέσματα κατασκευής βαριογραμμάτων [IK, Z(50%)]

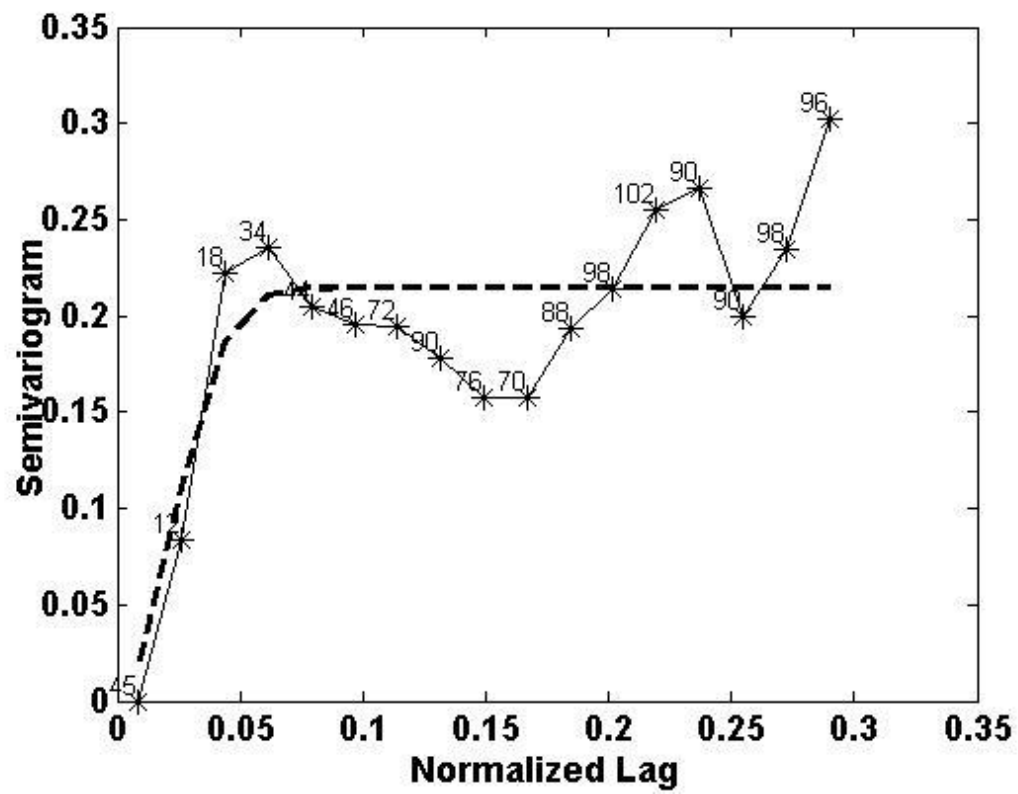
Βαριογράμματα Z (25m)



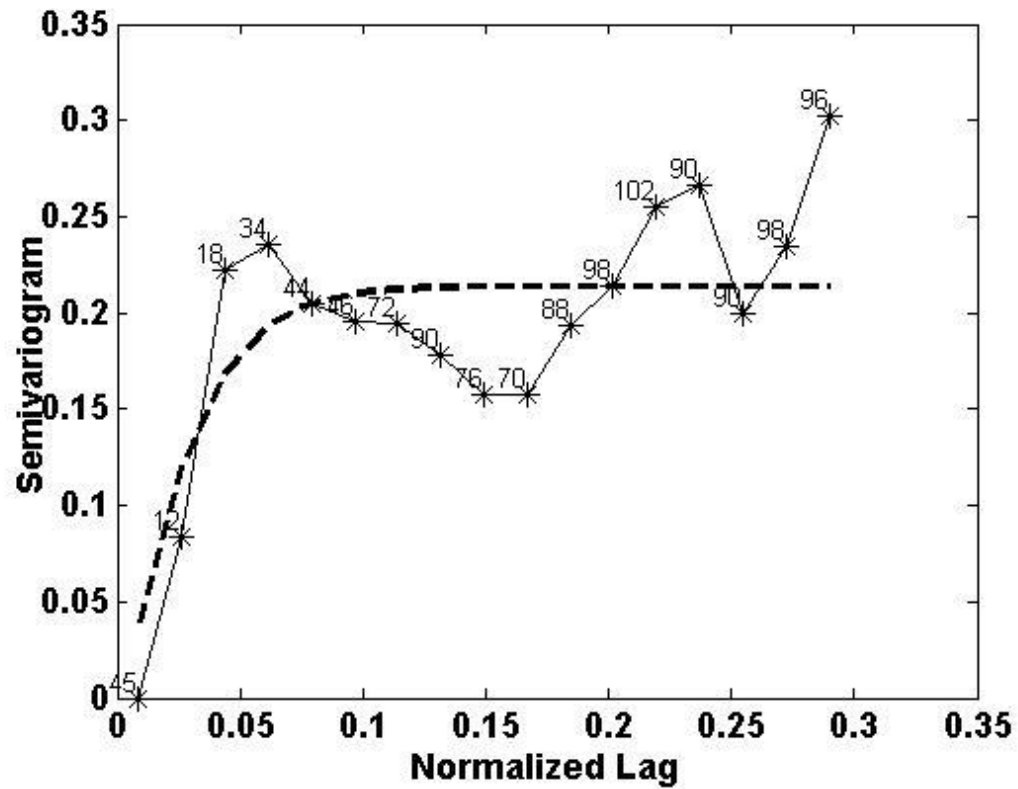
Σχήμα 3.32: Linear Variogramm [IK, Z(25m)]



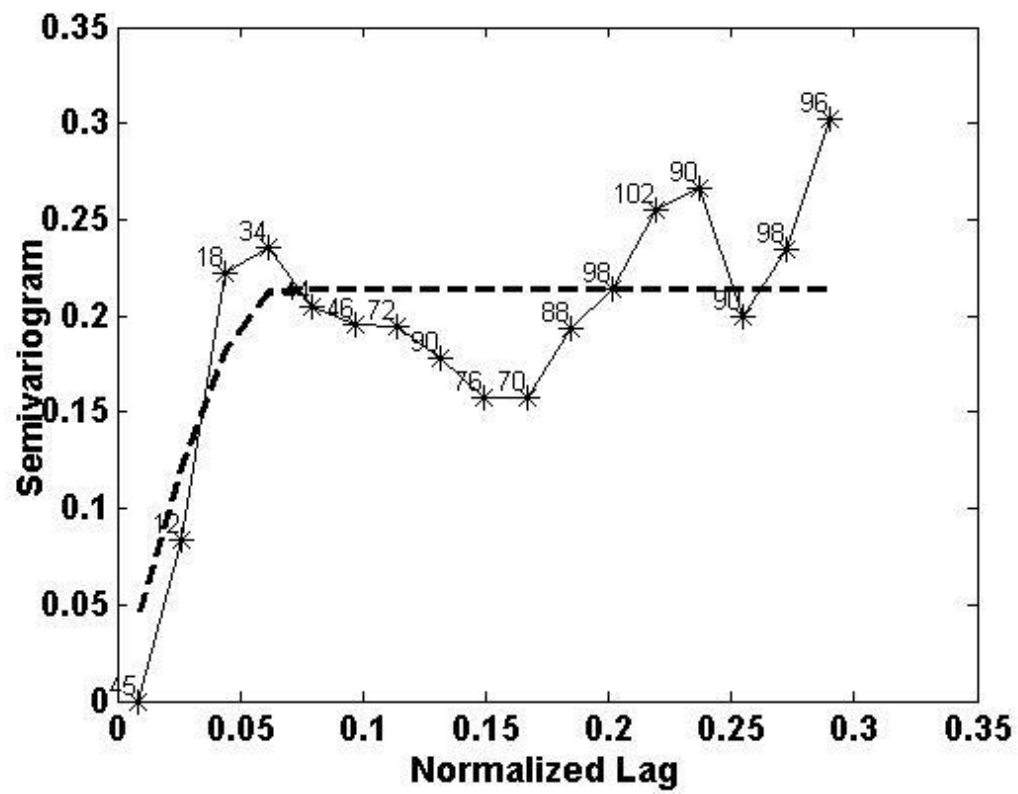
Σχήμα 3.33: Exponential Variogramm [IK, Z(25m)]



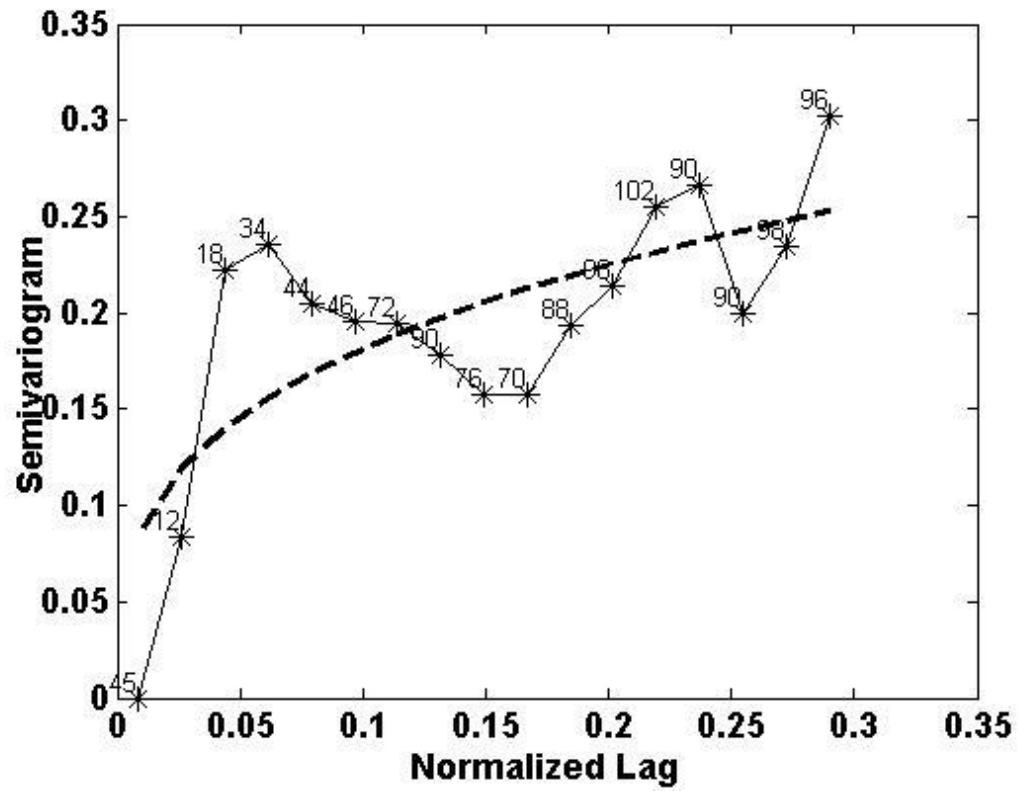
Σχήμα 3.34: Gaussian Variogramm [IK, Z(25m)]



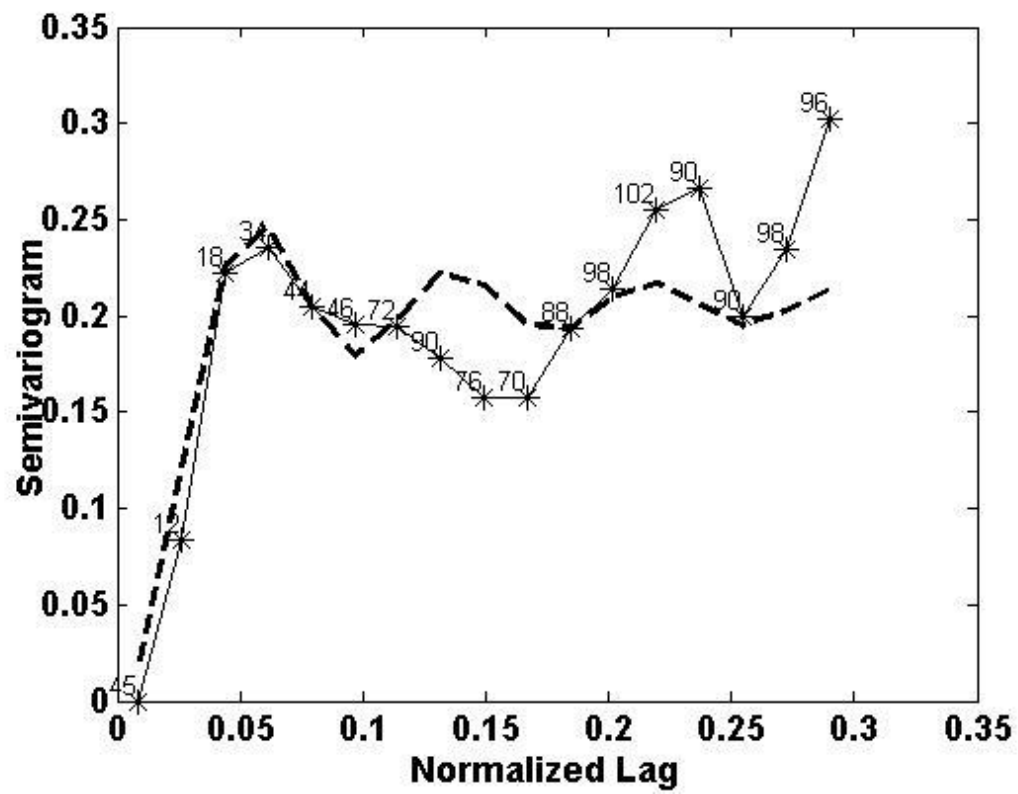
Σχήμα 3.35: Matérn Variogramm [IK, Z(25m)]



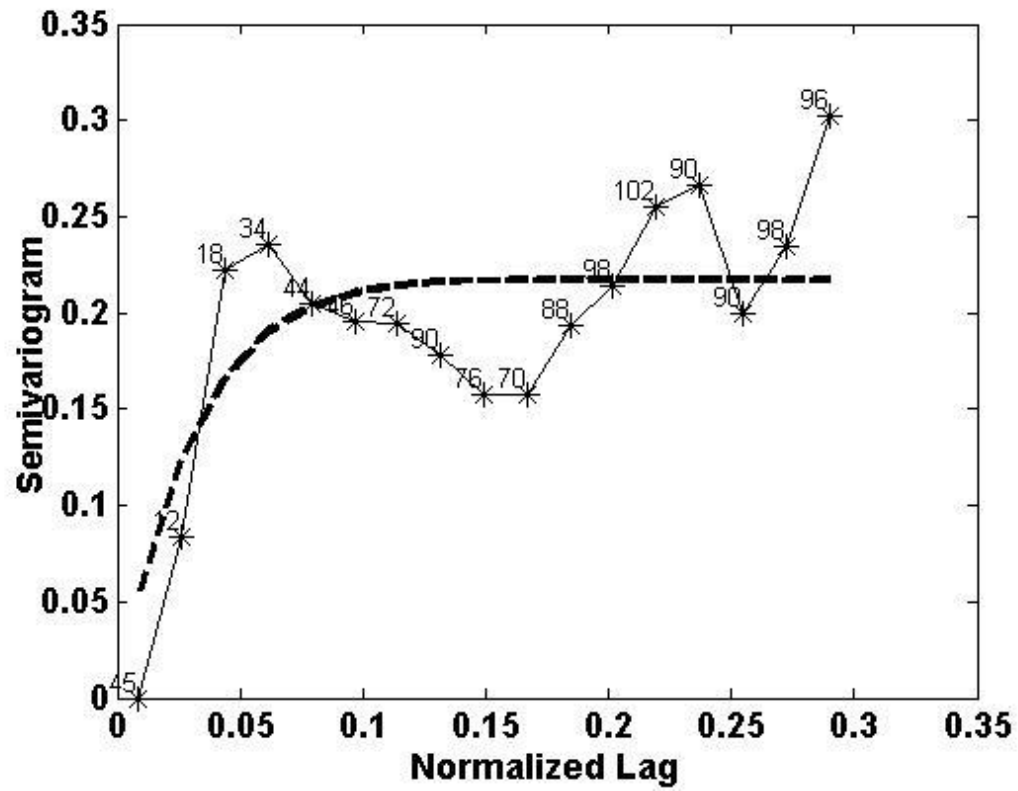
Σχήμα 3.36: Spherical Variogramm [IK, Z(25m)]



Σχήμα 3.37: Power-law Variogramm [IK, Z(25m)]



Σχήμα 3.38: Spartan_1 Variogramm [IK, Z(25m)]



Σχήμα 3.39: Spartan_2 Variogramm [IK, Z(25m)]

Τα στοιχεία που προκύπτουν από την κατασκευή βαριογραμμάτων για Z (25m) παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

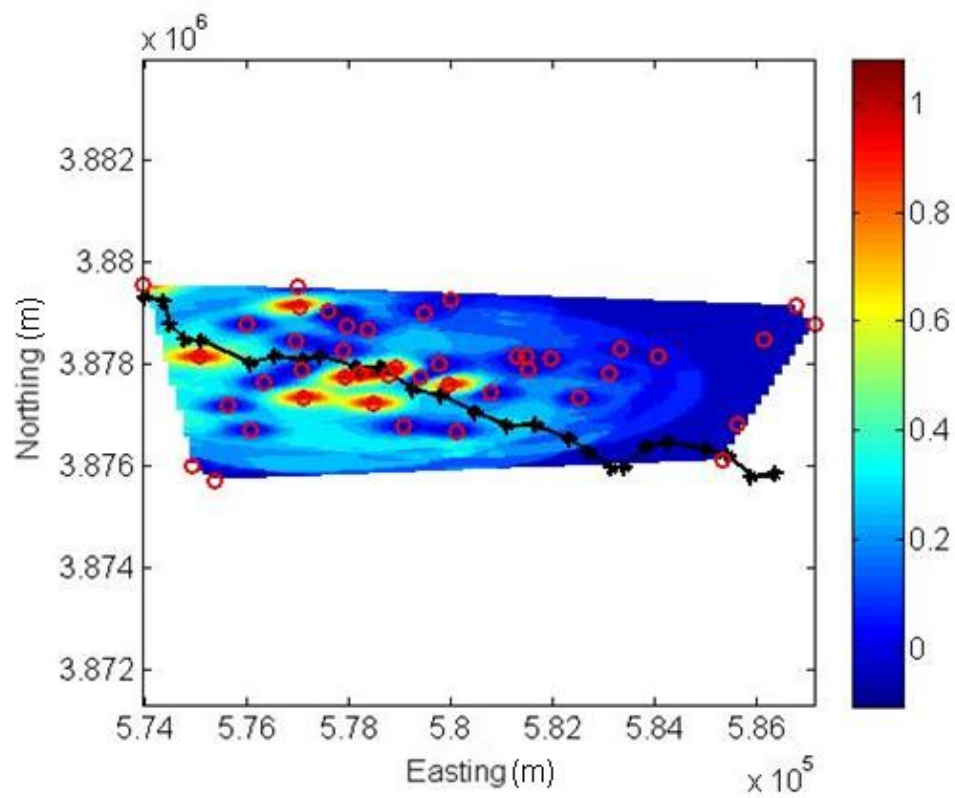
Τύπος Βαριογράμματος	Error	Variance	ξ	Shape Coeff.
Linear	0,0440	0,5212	-	-
Exponential	0,0310	0,2195	0,325	-
Gaussian	0,0247	0,2148	0,308	-
Matérn	0,0285	0,2140	0,376	0,6424
Spherical	0,0271	0,2139	0,662	-
Power-law	0,0356	0,3734	-	-
Spartan_1	0,0232	0,4531	0,326	-1,9999
Spartan_2	0,0309	0,4666	0,290	1,1997

Πίνακας 3.8: Αποτελέσματα κατασκευής βαριογραμμάτων [IK, Z(50%)]

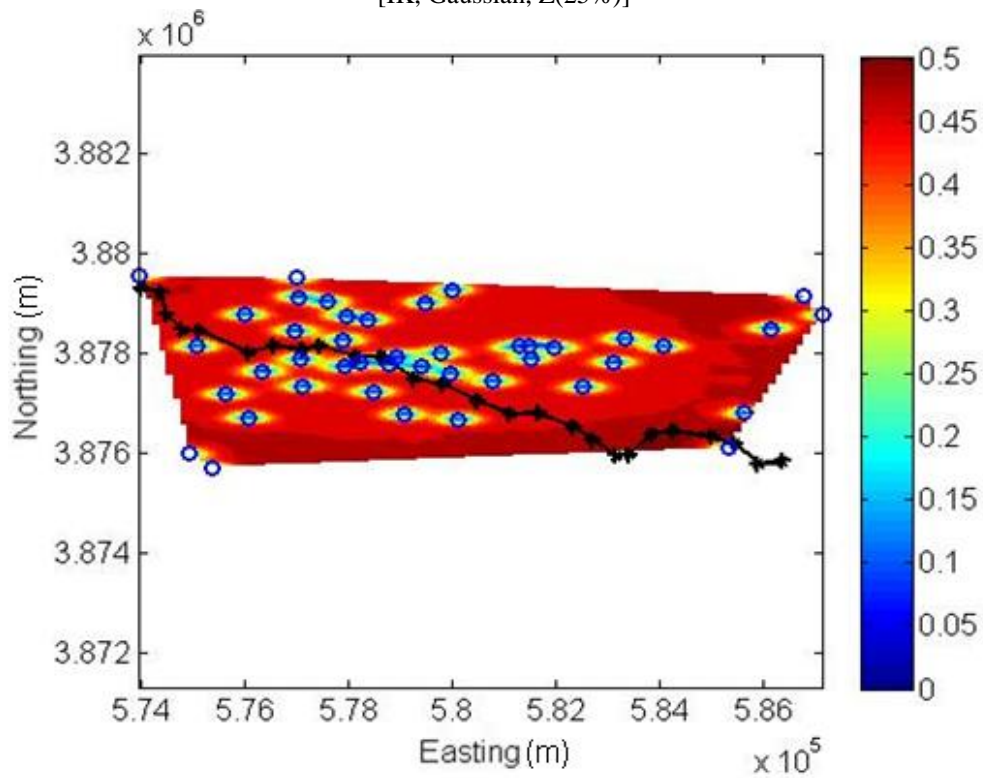
3.3.3 Χαρτογράφηση (IK)

Με βάση τα αποτελέσματα των βαριογραμμάτων για κάθε περίπτωση του ΙΚ γίνεται κατασκευή χαρτών όπως και στην εφαρμογή του ΟΚ. Επιλέγονται δηλαδή, τα δύο καλύτερα θεωρητικά μοντέλα για κάθε περίπτωση και στη συνέχεια θα κατασκευαστούν χάρτες για την εκτίμηση της πιθανότητας, τα σημεία να έχουν τιμή χαμηλότερη του καθορισμένου ορίου. Επίσης θα κατασκευαστούν χάρτες παρουσίασης της αβεβαιότητας των εκτιμήσεων.

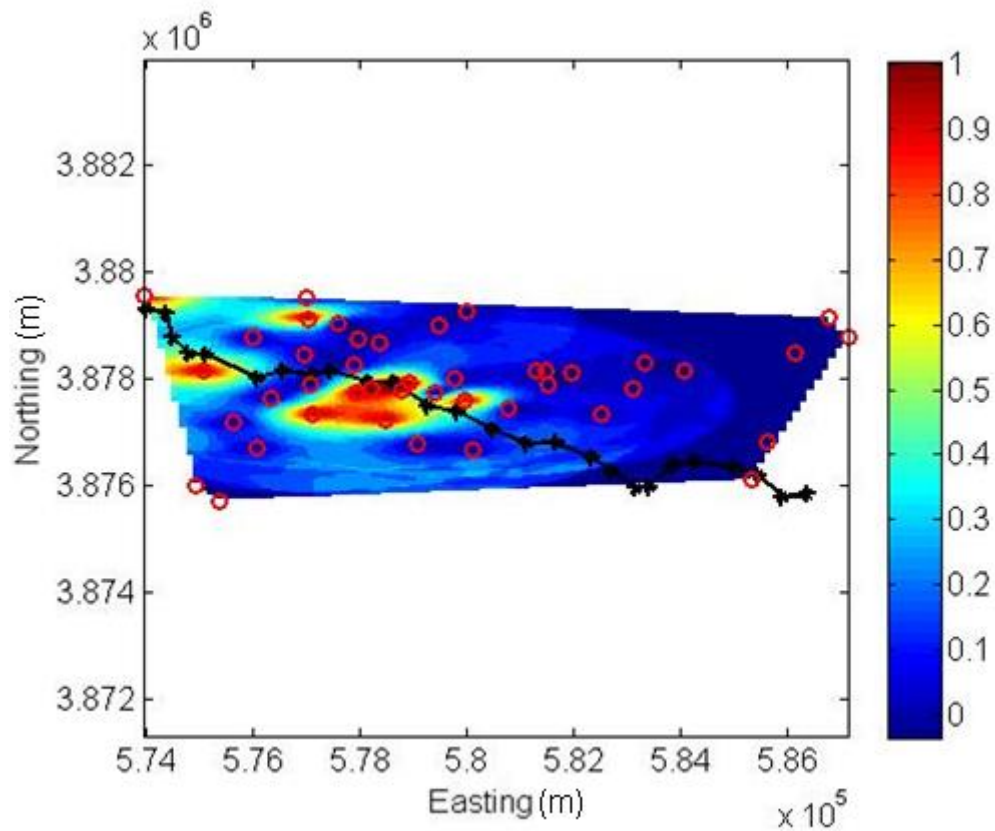
Χάρτες Z (25%)



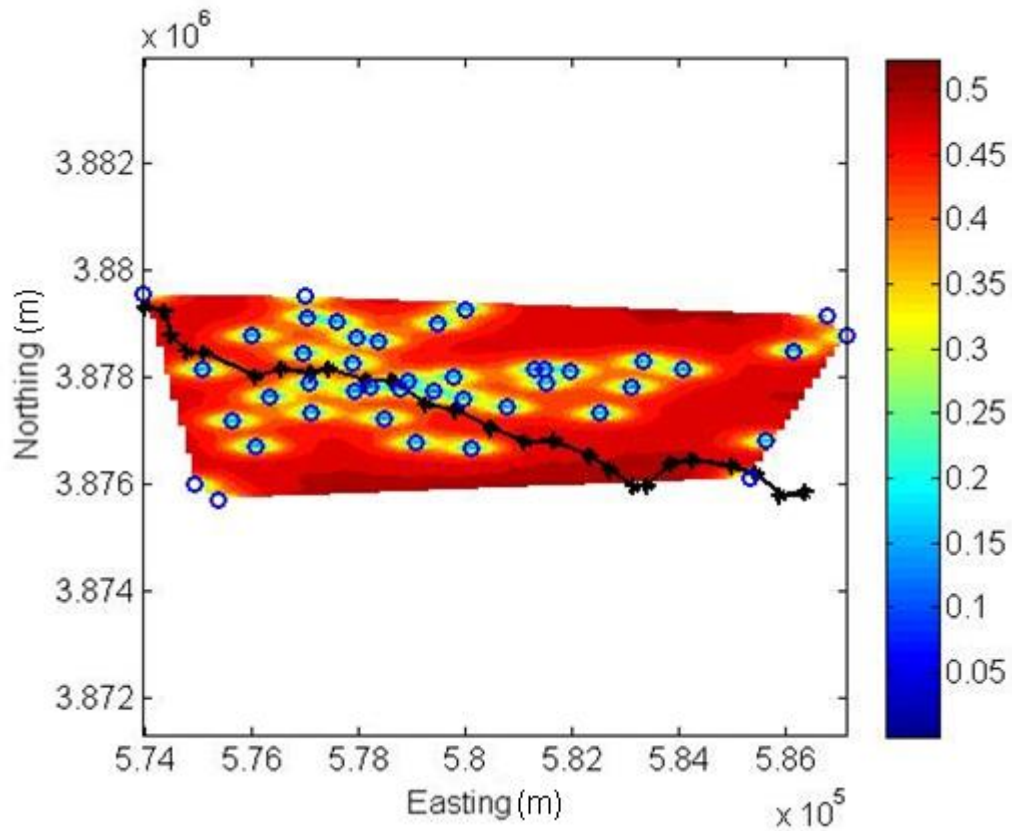
Σχήμα 3.40: Χάρτης εκτίμησης πιθανότητας μη υπέρβασης του ορίου Z (25%) στην περιοχή μελέτης. [IK, Gaussian, Z(25%)]



Σχήμα 3.41: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων [IK, Gaussian, Z(25%)]

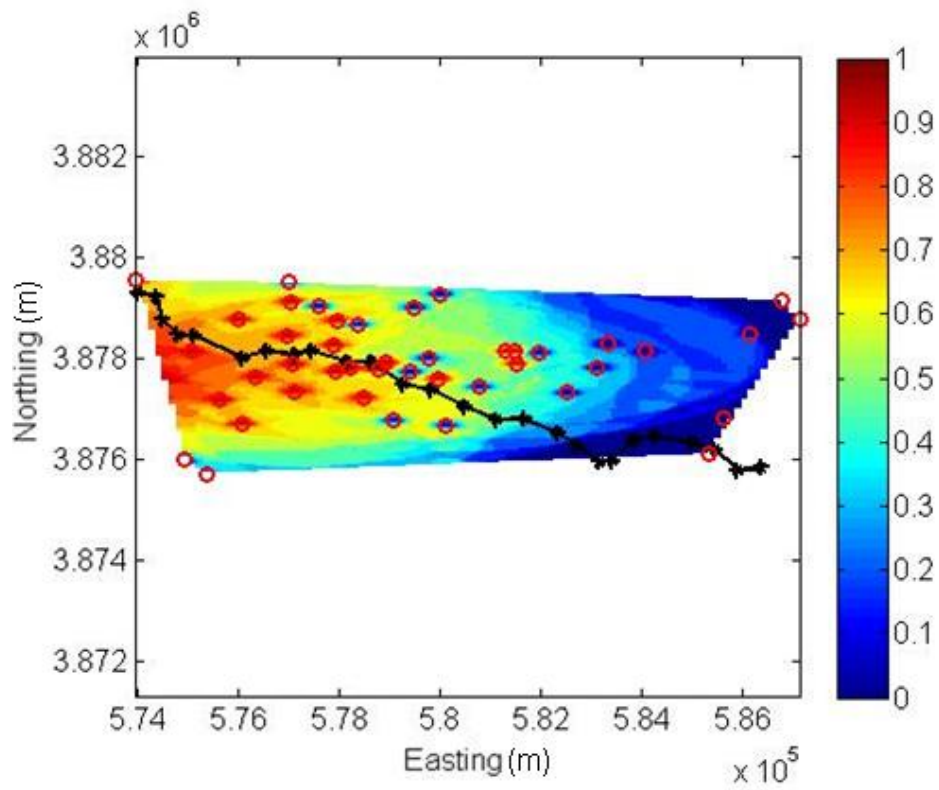


Σχήμα 3.42: Χάρτης εκτίμησης πιθανότητας μη υπέρβασης του ορίου Z (25%) στην περιοχή μελέτης. [IK, Matérn, Z(25%)]

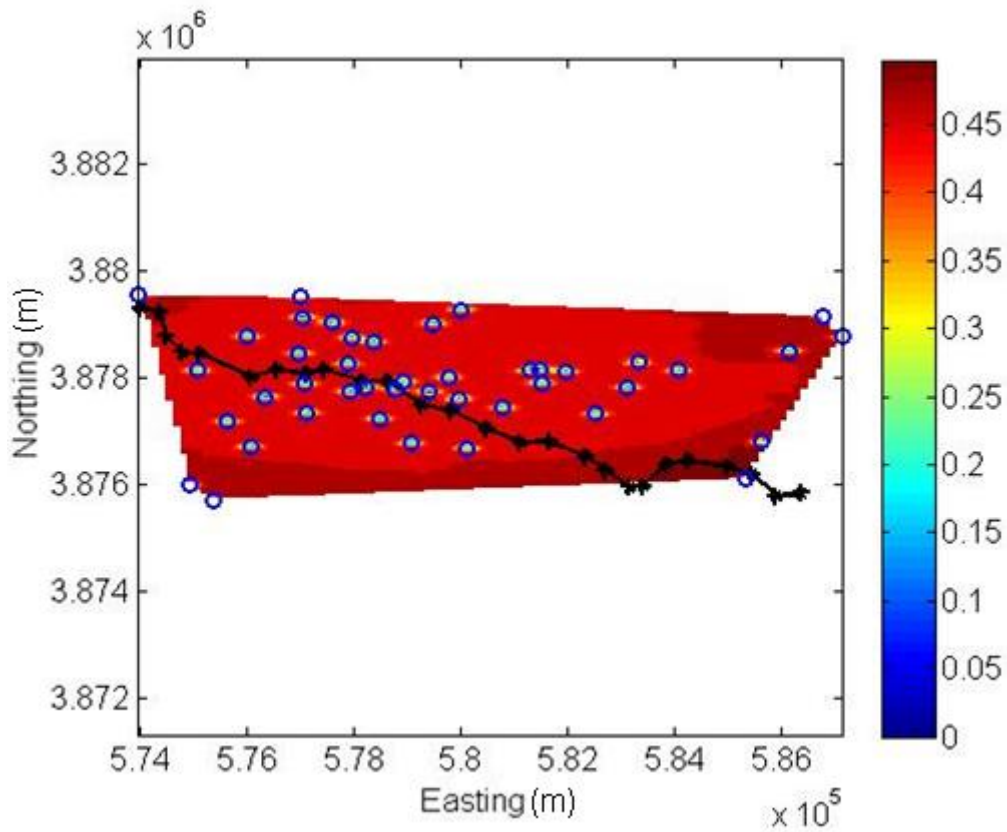


Σχήμα 3.43: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων [IK, Matérn, Z(25%)]

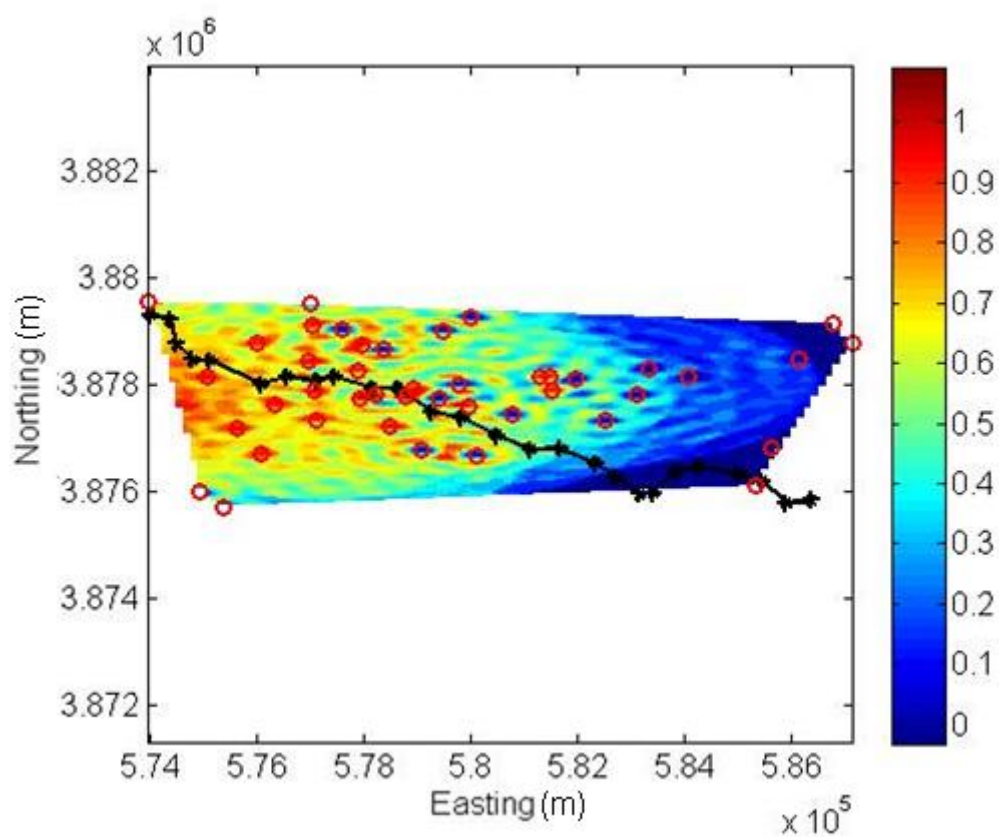
Χάρτες Z (50%)



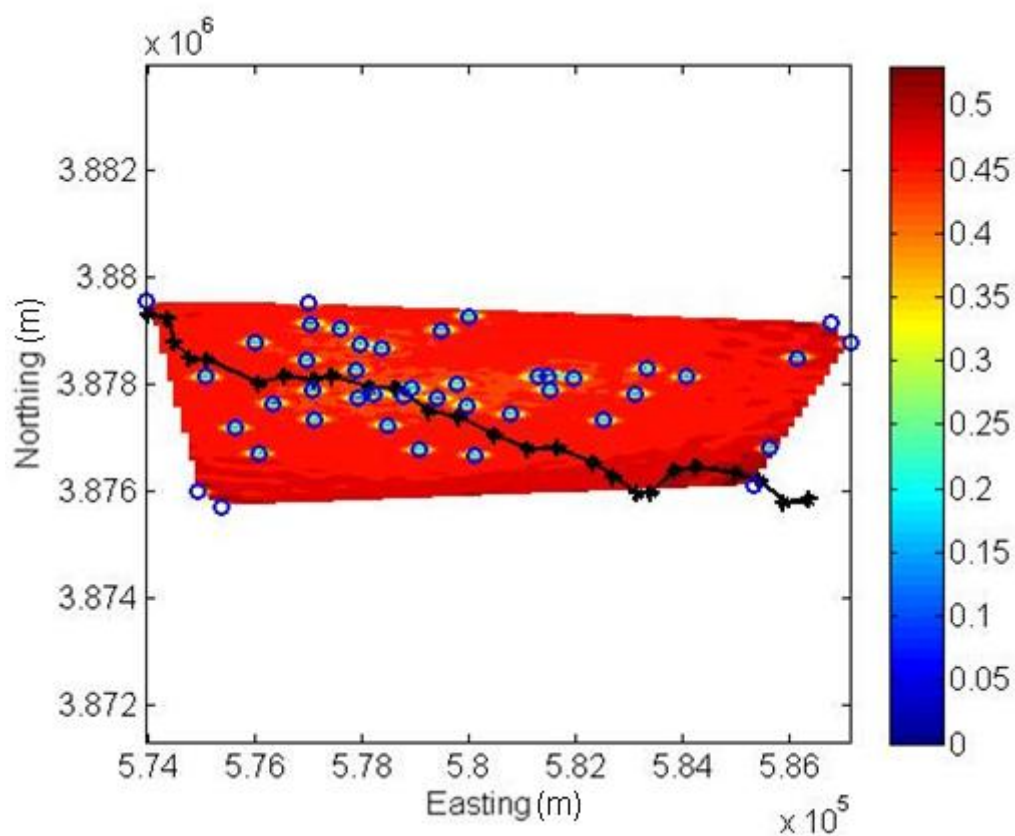
Σχήμα 3.44: Χάρτης εκτίμησης πιθανότητας μη υπέρβασης του ορίου Z (50%) στην περιοχή μελέτης. [IK, Gaussian, Z(50%)]



Σχήμα 3.45: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων [IK, Gaussian, Z(50%)]

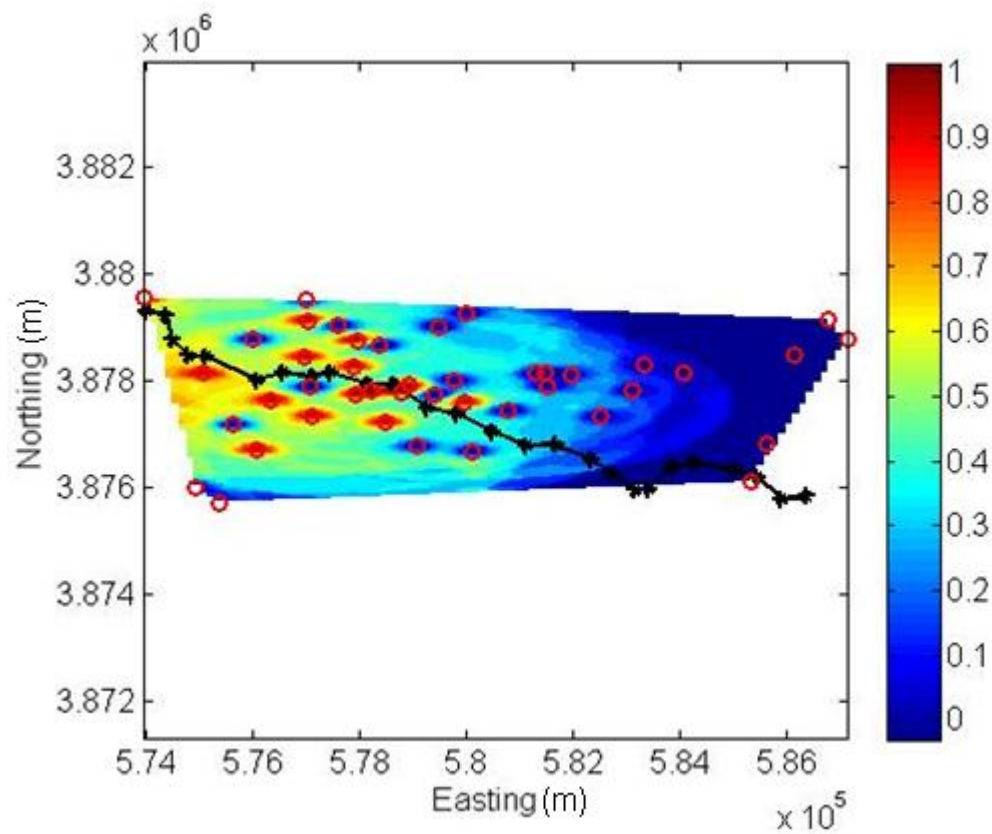


Σχήμα 3.46: Χάρτης εκτίμησης πιθανότητας μη υπέρβασης του ορίου Z (50%) στην περιοχή μελέτης. [IK, Spartan_1, Z(50%)]

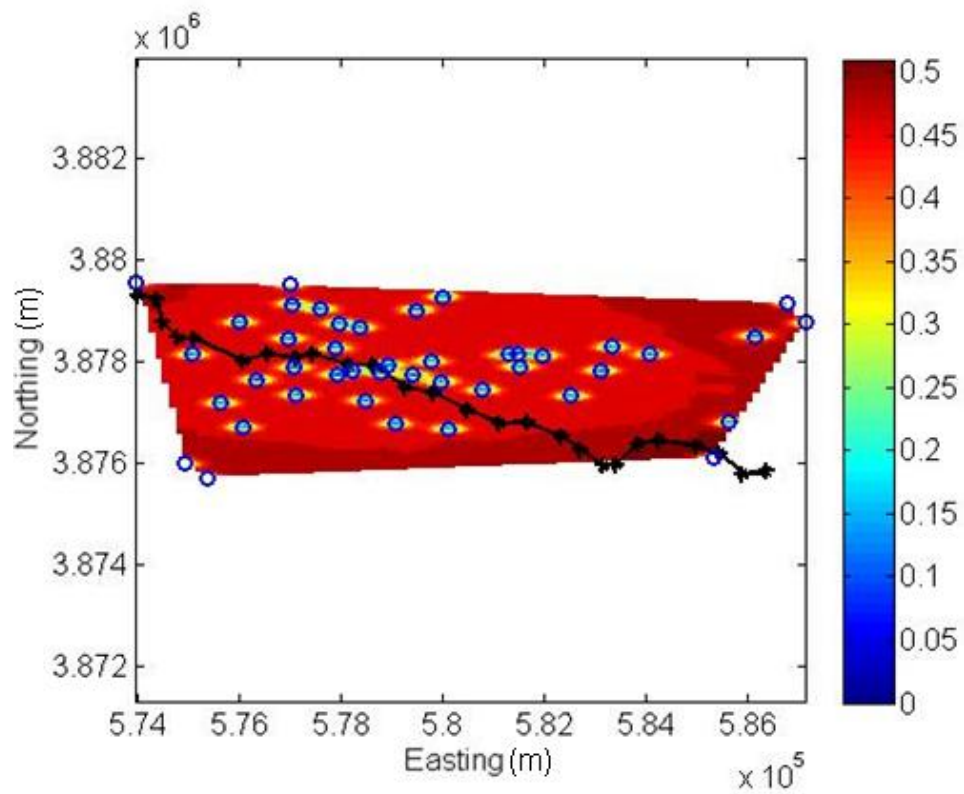


Σχήμα 3.47: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων [IK, Spartan_1, Z(50%)]

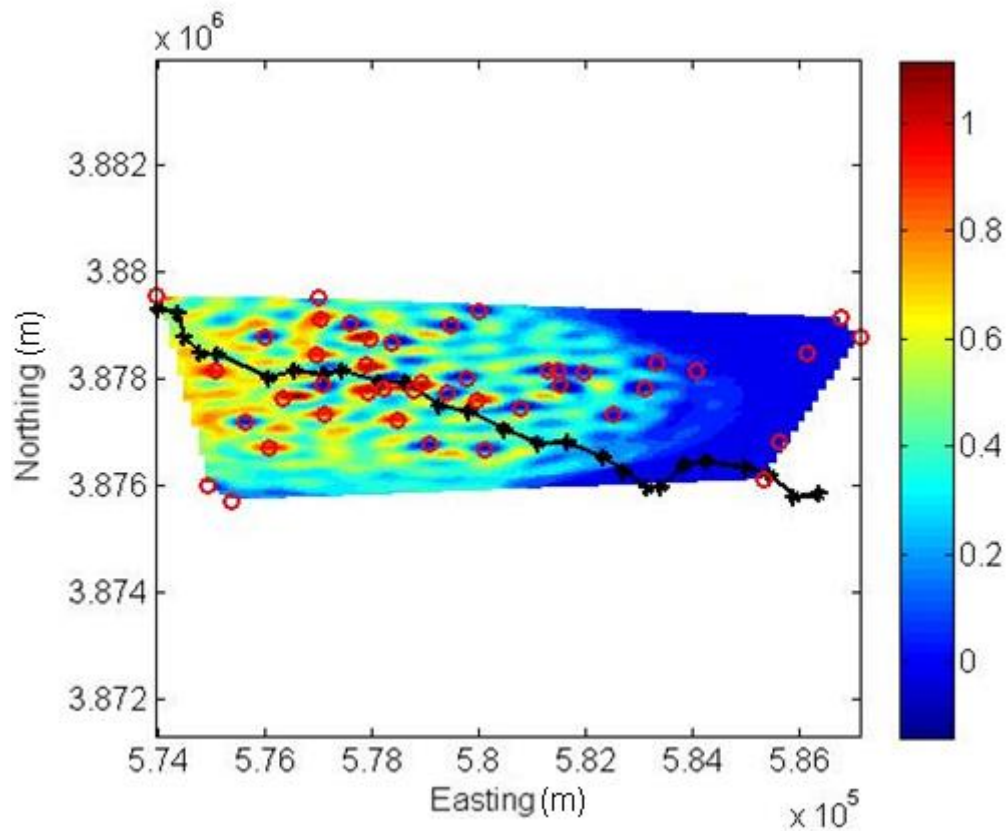
Χάρτες Z (25m)



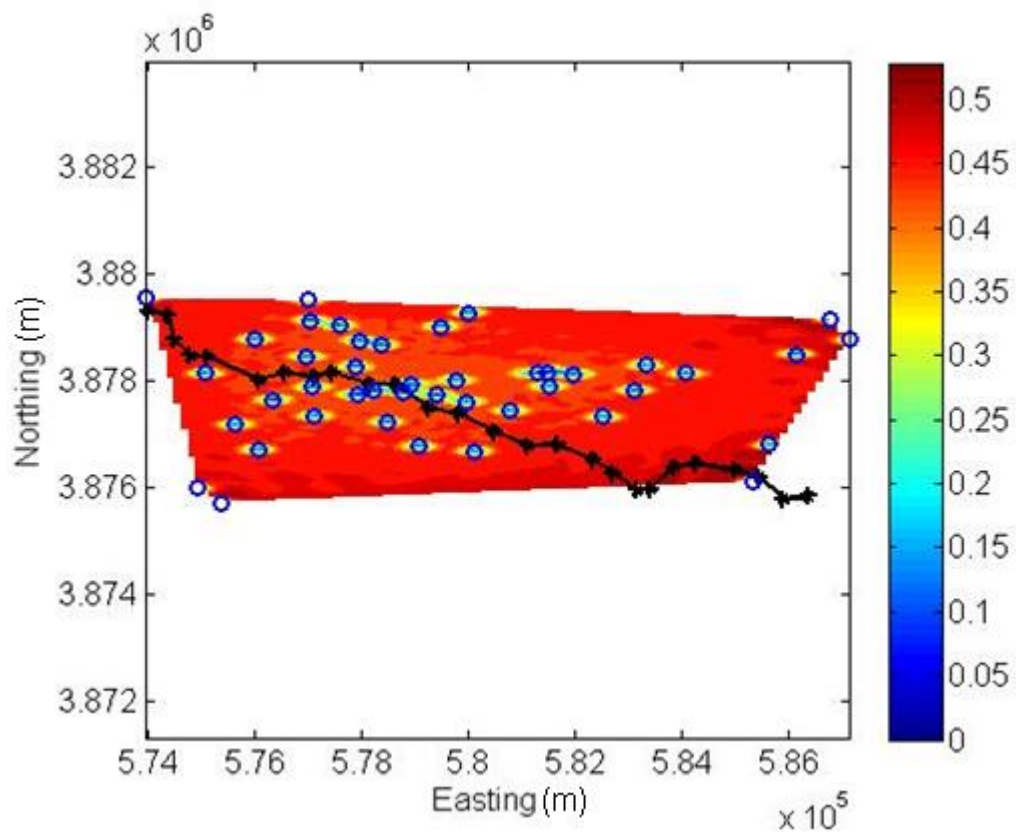
Σχήμα 3.48: Χάρτης εκτίμησης πιθανότητας μη υπέρβασης του ορίου Z (25m) στην περιοχή μελέτης. [IK, Gaussian, Z(25m)]



3.49: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων [IK, Gaussian, Z(25m)]



Σχήμα 3.50: Χάρτης εκτίμησης πιθανότητας μη υπέρβασης του ορίου Z (25m) στην περιοχή μελέτης. [IK, Spartan_1, Z(25m)]



Σχήμα 3.51: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων [IK, Spartan_1, Z(25m)]

3.4 Μέθοδος Residual Kriging (RK)

3.4.1 Μετασχηματισμός Δεδομένων (RK)

Η μέθοδος RK χρησιμοποιεί πρόσθετες δευτερεύουσες πληροφορίες ώστε να βελτιωθεί η ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Στην παρούσα εργασία η επιπλέον πληροφορία είναι το υψόμετρο σε κάθε σημείο της περιοχής μελέτης. Προκειμένου να εφαρμοστεί το RK ορίζεται η συνάρτηση τάσης καθώς και τα υπόλοιπα (residuals) με την βοήθεια των εξισώσεων 1.30, 1.31 και την χρήση κατάλληλου προγράμματος MATLAB. Ακολούθως παρουσιάζεται ο πίνακας 3.9 με τα υπόλοιπα και τις συντεταγμένες:

Υπόλοιπα Residuals (m)	X	Y	Υπόλοιπα Residuals (m)	X	Y
-16,2322	573956	3879560	-11,1163	579956	3877598
13,7383	574913	3875977	-16,203	580004	3879268
-1,3786	575059	3878133	-2,0163	580118	3876674
16,645	575367	3875685	-5,3716	580783	3877436
0,2162	576340	3877631	-9,0762	581285	3878133
-8,0196	576972	3878441	-10,1701	581480	3878150
-4,4428	576980	3879512	-11,0762	581496	3877890
-25,8482	577037	3879122	6,8299	581950	3878117
0,0029	577069	3877874	8,2733	583118	3877809
-4,8565	577118	3877339	2,4954	583312	3878279
0,0205	577572	3879025	2,9728	584075	3878133
-5,7504	577880	3878263	19,742	585323	3876090
-13,4411	577913	3877728	16,1791	582531	3877315
-15,5108	577961	3878749	8,3993	575999	3878771
-10,3211	578204	3877809	22,7941	587146	3878754
7,9271	578350	3878668	8,4716	579403	3877722
-8,1891	578464	3877225	-6,3317	576052	3876704
-11,3537	578772	3877777	5,7414	575630	3877172
-12,485	578934	3877922	-0,1224	579755	3878002
25,6276	579064	3876771	4,7126	585619	3876792
-1,3174	579485	3879009	2,4731	586136	3878492
			15,1103	586788	3879145

Πίνακας 3.9: Υπόλοιπα (Residuals) μετά την αφαίρεση της τάσης με την χρήση του υψομέτρου

Προκειμένου η δευτερεύουσα πληροφορία να έχει αντίκτυπο στην εφαρμογή του Kriging πρέπει τα αρχικά και τα επιπλέον δεδομένα να έχουν βαθμό συσχέτισης

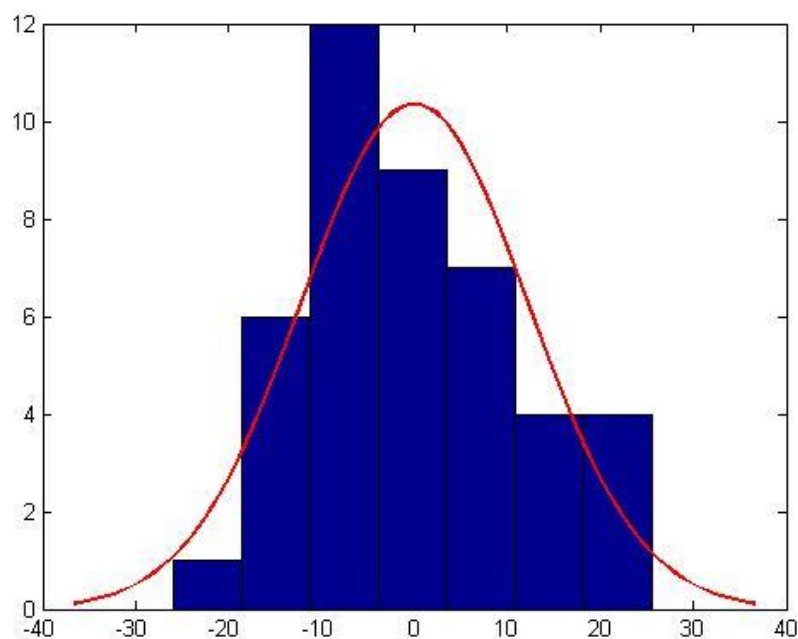
περίπου του 0,6 και μεγαλύτερη. Στην παρούσα περίπτωση ο βαθμός συσχέτισης είναι ίσος με 0,57, δηλαδή ικανοποιητικός.

Τα υπόλοιπα πρέπει να ακολουθούν την κανονική κατανομή καθώς έπειτα θα γίνει εφαρμογή της μεθόδου OK. Η κύρτωση και η ασυμμετρία των υπολοίπων είναι $\hat{k}_z = 2,5$ και $\hat{s}_z = 0,35$ αντίστοιχα, δηλαδή θα χρειαστεί μετασχηματισμός των δεδομένων. Ομοίως με την περίπτωση του OK, ο μετασχηματισμός αυτός θα γίνει με την εφαρμογή του MBC. Τα αποτελέσματα του MBC φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

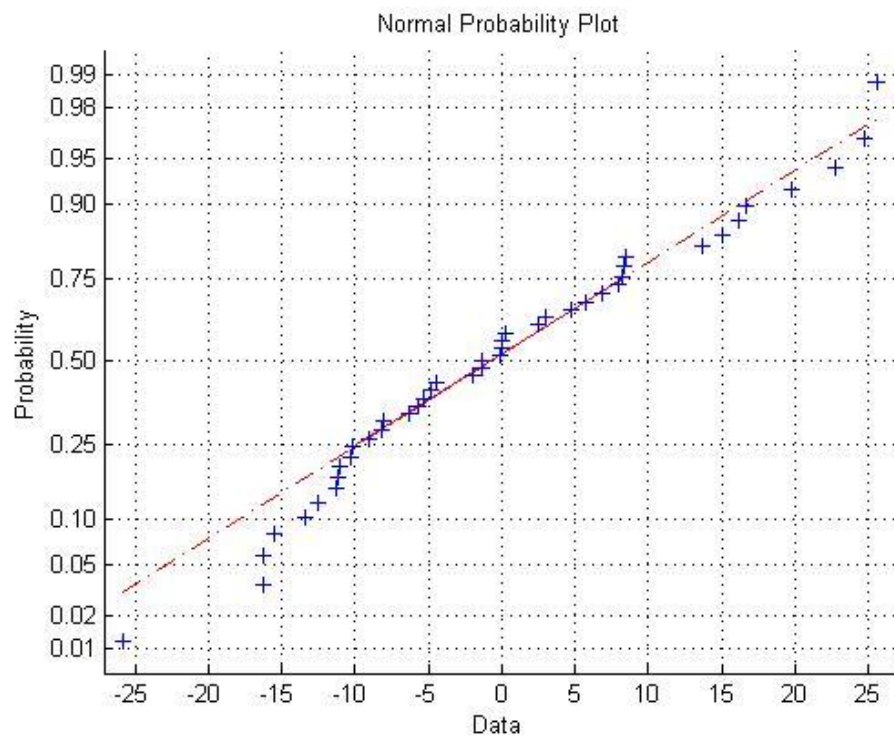
	\hat{s}_z	\hat{k}_z
Residuals	0.35	2.5
MBC	-0.10	3

Πίνακας 3.10: Σύγκριση κύρτωσης και ασυμμετρίας με χρήση της μεθόδου MBC (RK)

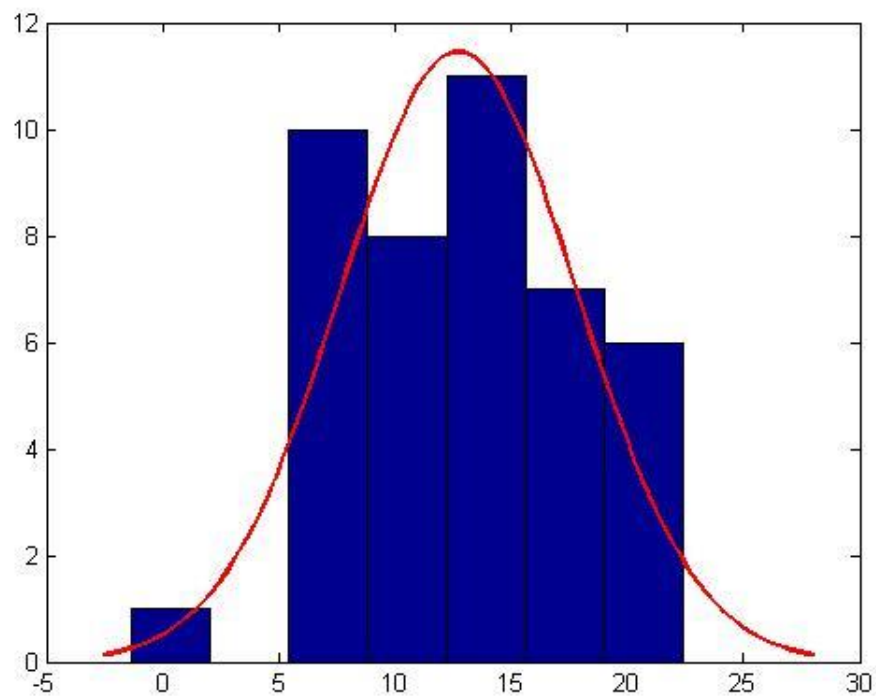
Ενδεικτικά παρατίθενται τα διαγράμματα Histfit και Normplot πριν και μετά την χρήση της μεθόδου MBC.



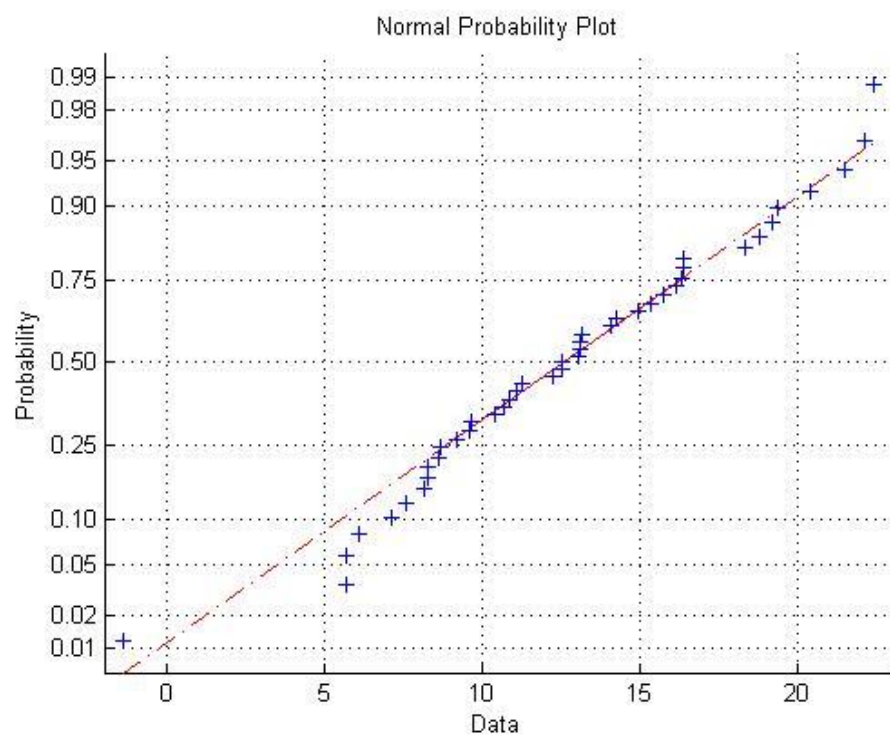
Σχήμα 3.52: Διάγραμμα Histfit στα αρχικά δεδομένα του RK



Σχήμα 3.53: Διάγραμμα Normplot στα αρχικά δεδομένα του RK



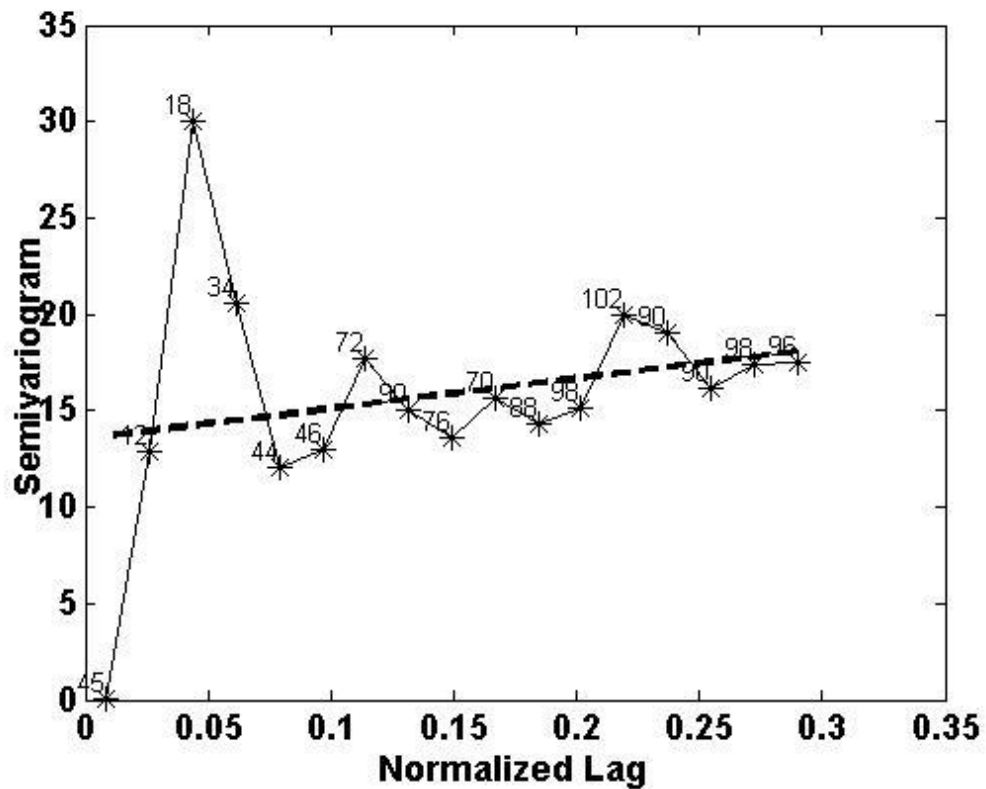
Σχήμα 3.54: Διάγραμμα Histfit στα μετασχηματισμένα με MBC δεδομένα του RK



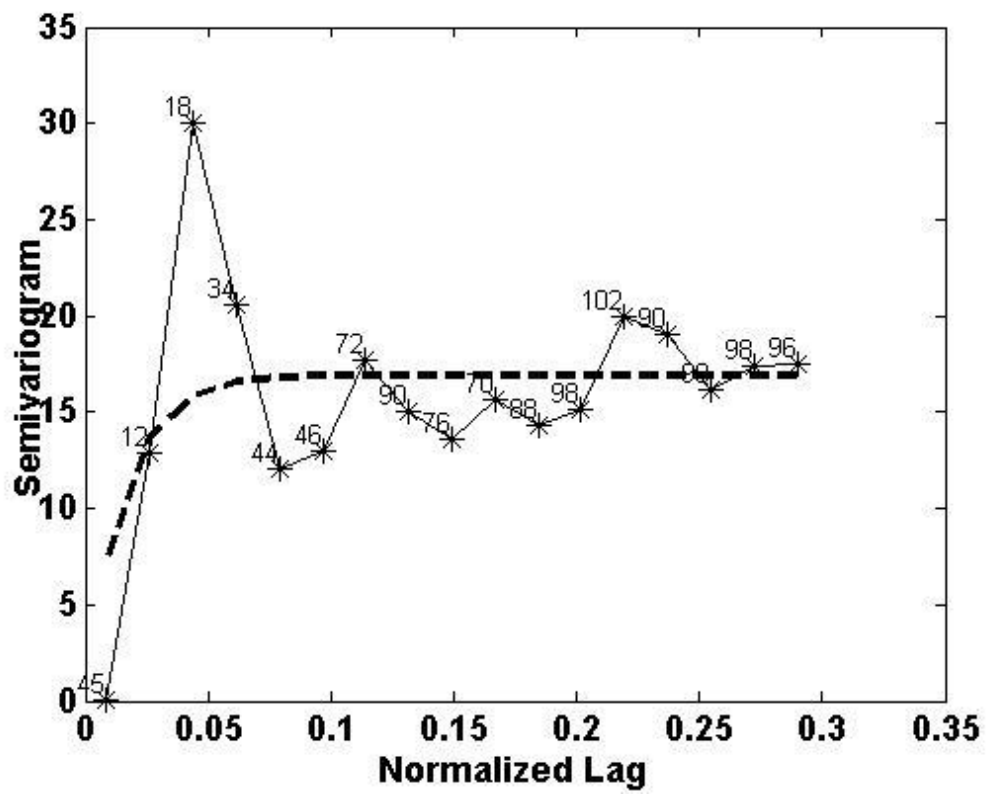
Σχήμα 3.55: Διάγραμμα Normplot στα μετασχηματισμένα με MBC δεδομένα του RK

3.4.2 Κατασκευή Βαριογραμμάτων (MBC & RK) και Cross Validation Kriging

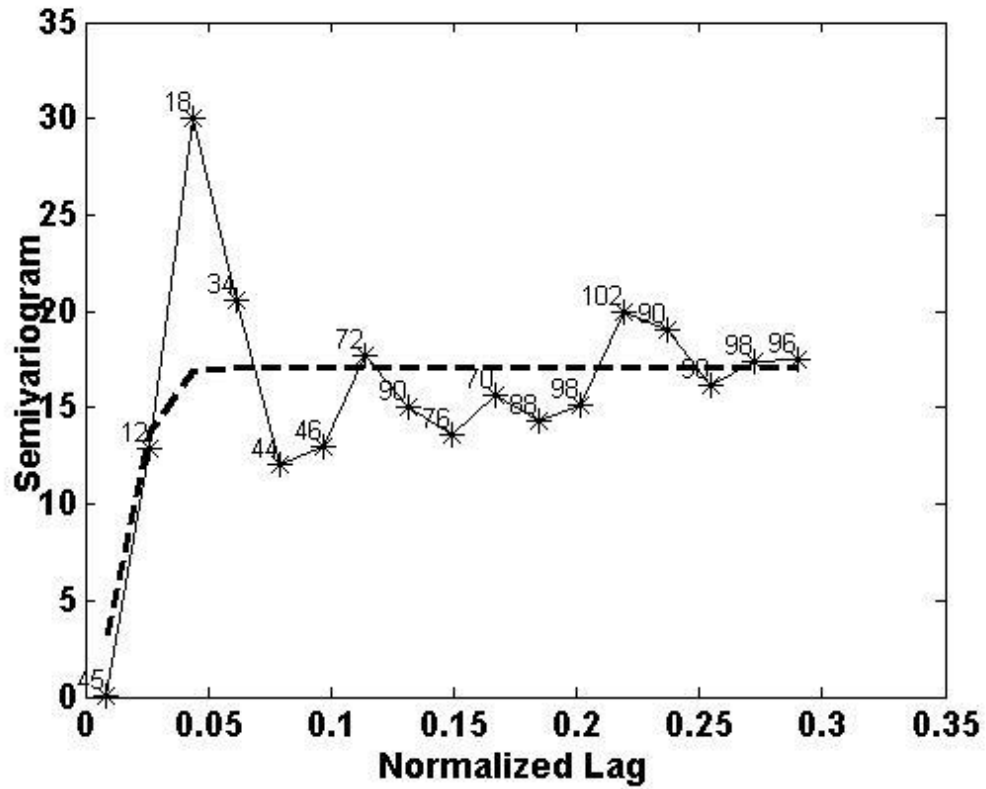
Παρακάτω παρατίθενται τα θεωρητικά μοντέλα σε σχέση με το πειραματικό ώστε να επιλεγεί αυτό με την καλύτερη προσομοίωση.



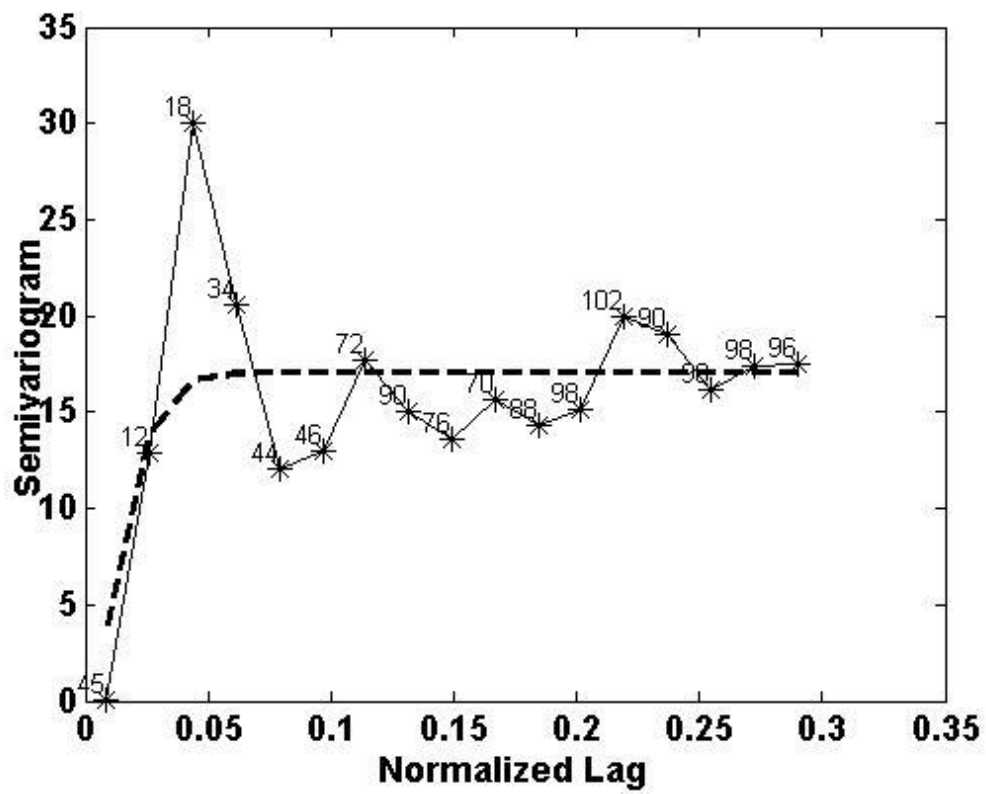
Σχήμα 3.56: Linear Variogramm (RK)



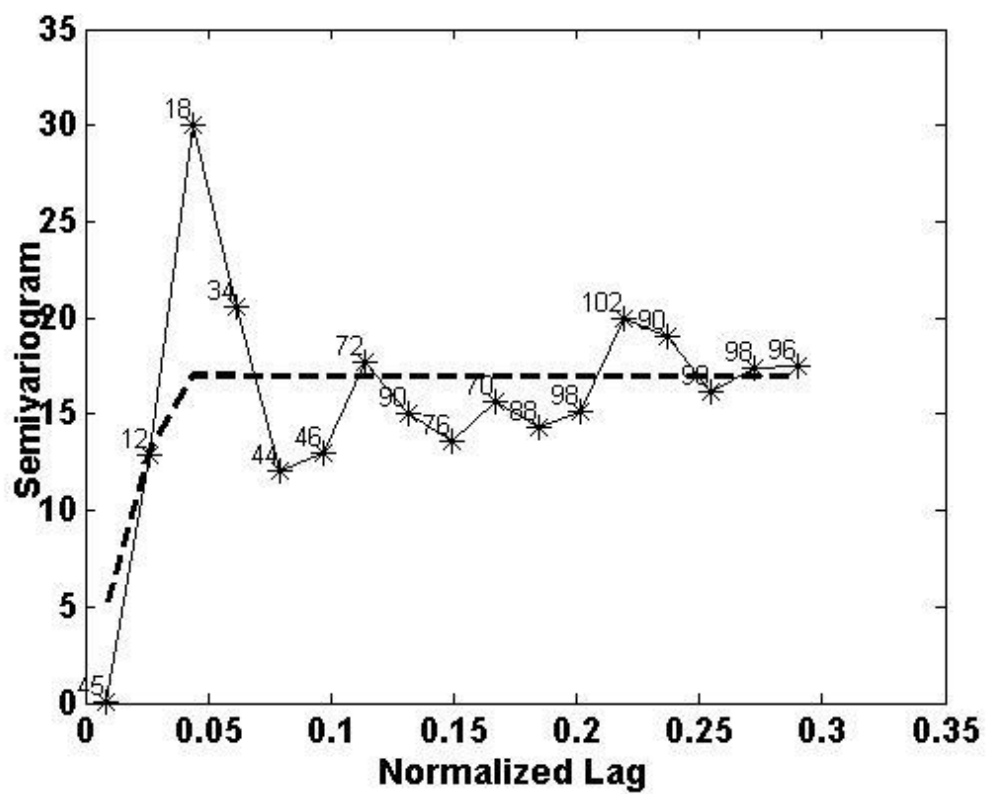
Σχήμα 3.57: Exponential Variogram (RK)



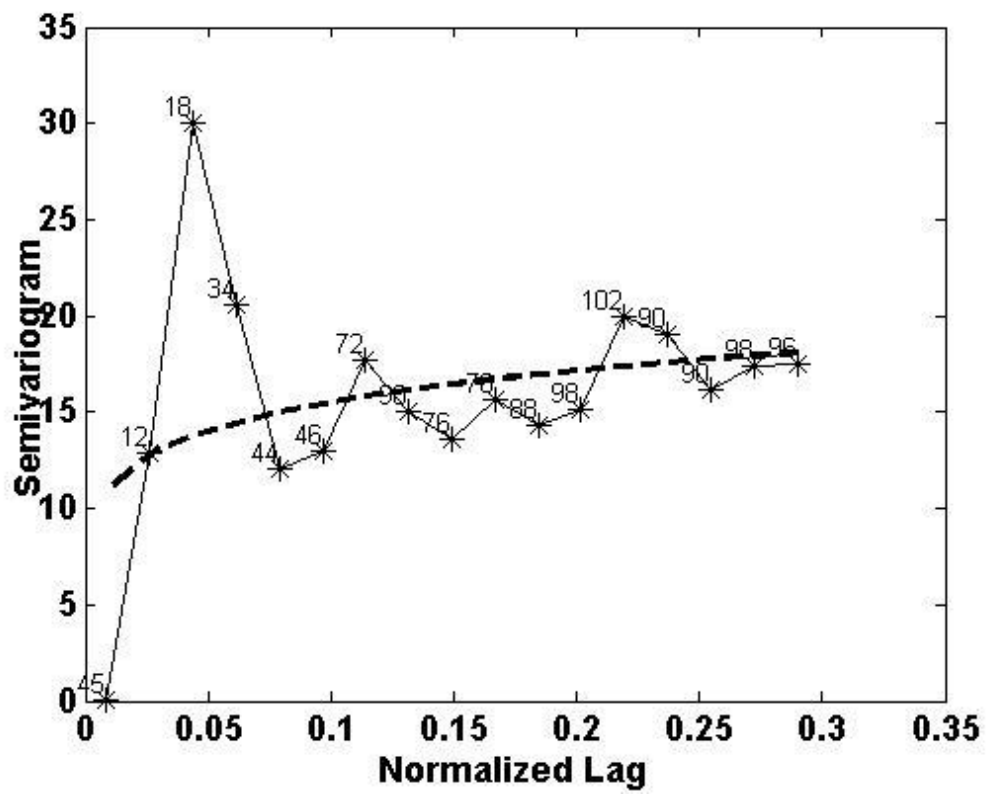
Σχήμα 3.58: Gaussian Variogram (RK)



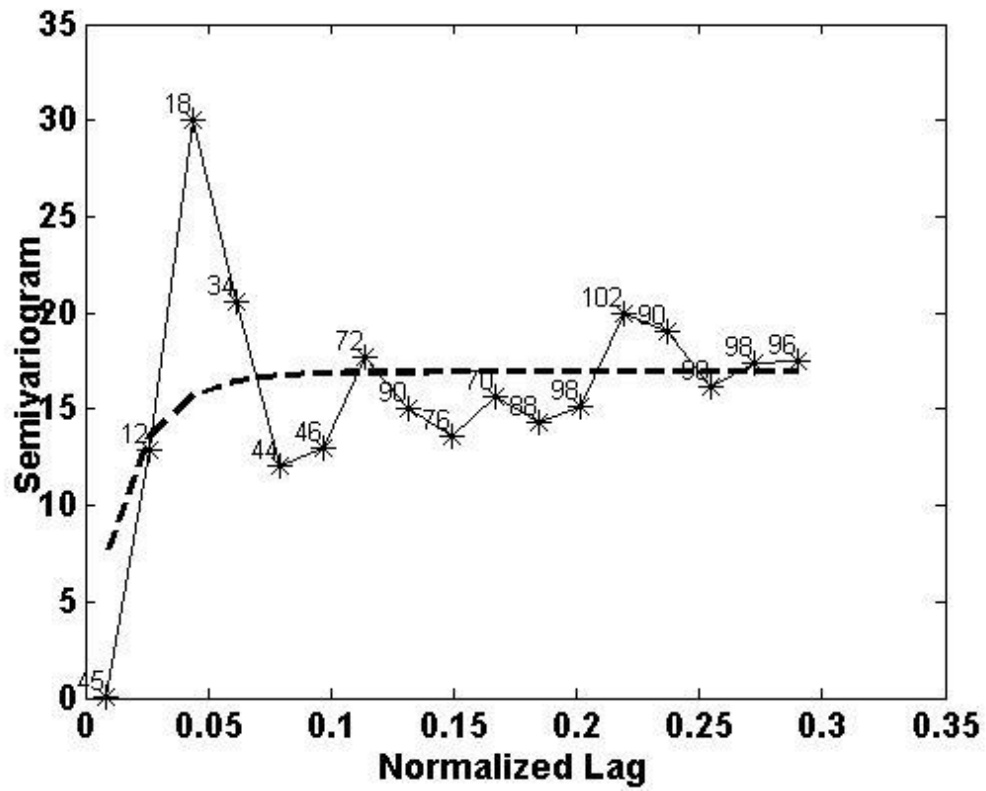
Σχήμα 3.59: Matérn Variogramm (RK)



Σχήμα 3.60: Spherical Variogramm (RK)



Σχήμα 3.61: Power-law Variogramm (RK)



Σχήμα 3.62: Spartan Variogramm (RK)

Τα στοιχεία που προκύπτουν από τα βαριογράμματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Τύπος Βαριογράμματος	Error	Variance	ξ	Shape Coeff.
Linear	520,2907	15,6673	-	-
Exponential	349,9434	16,9282	0,158	-
Gaussian	280,1976	17,0651	0,207	-
Matérn	290,3607	17,0431	0,206	0.6375
Spherical	291,3151	17,0327	0,457	-
Power-law	473,7264	21,6443	-	-
Spartan	276,7857	17,1175	0,272	1,1286

Πίνακας 3.11: Αποτελέσματα κατασκευής βαριογραμμάτων (RK, MBC)

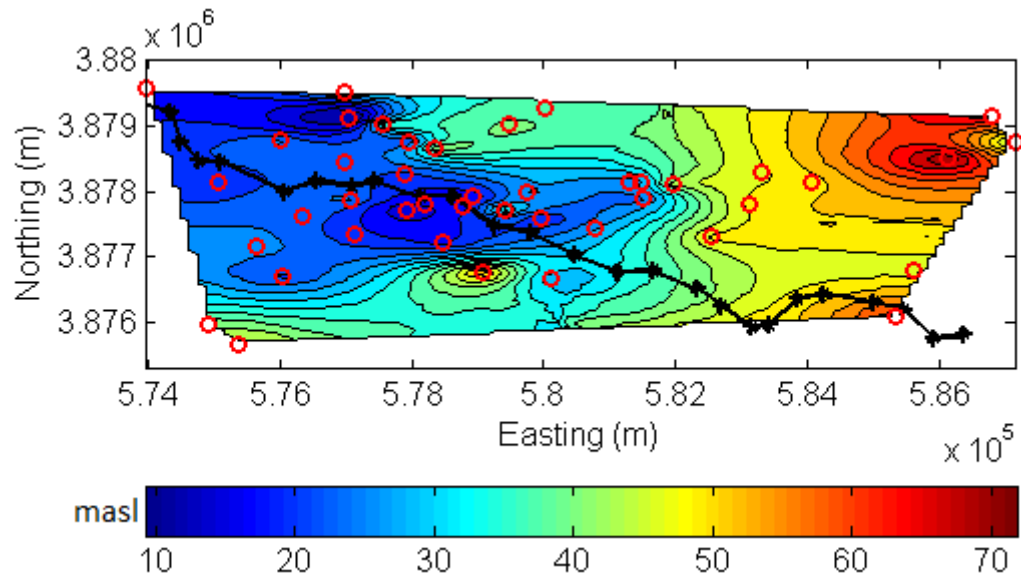
Εν συνεχεία επιλέχθηκαν τα τρία βαριογράμματα που προσομοιάζουν καλύτερα τα πειραματικά μας δεδομένα και εφαρμόστηκε η μέθοδος Cross Validation Kriging ώστε να επιλεγεί το βέλτιστο. Τα αποτελέσματα της μεθόδου παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα:

Τύπος Βαριογράμματος	mae	bias	mare	rmse	R
Spartan	4,27	0.07	0.15	5.90	0.91
Spherical	4.46	0.05	0.15	6.23	0.90
Matérn	4.75	0.08	0.16	6.50	0.88

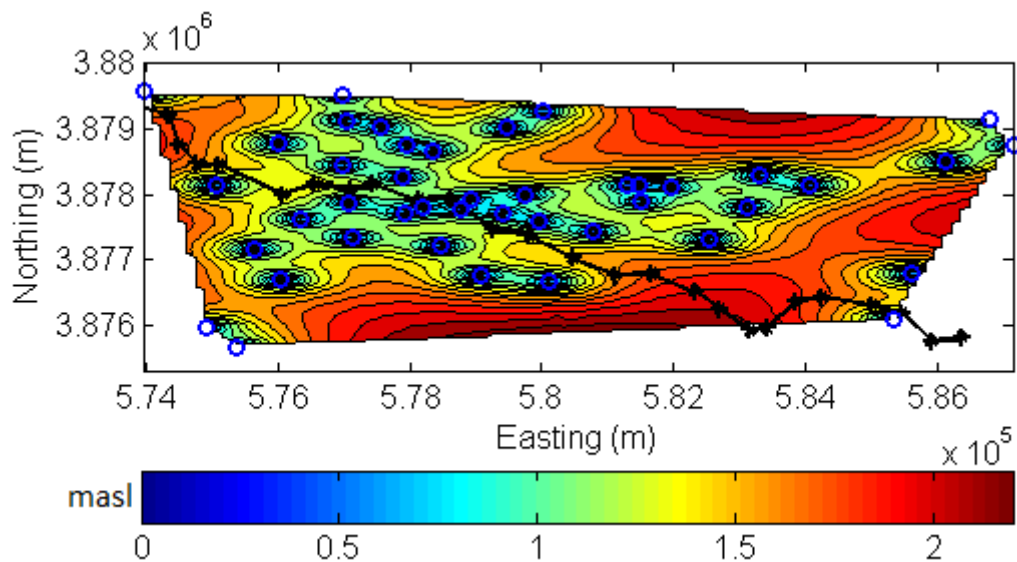
Πίνακας 3.12: Αποτελέσματα Cross Validation(RK,MBC)

3.4.3 Χαρτογράφηση (RK)

Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα το θεωρητικό μοντέλο Spartan παρουσιάζει το καλύτερο “fitting” λόγω των μικρών σφαλμάτων, ειδικά στην εφαρμογή του Cross Validation Kriging και η κατασκευή των χαρτών γίνεται με βάση αυτό.



Σχήμα 3.63: Χάρτης εκτίμησης υδραυλικής στάθμης του υπόγειου υδροφορέα στην περιοχή μελέτης. (RK,Spartan)



Σχήμα 3.64: Χάρτης αβεβαιότητας εκτιμήσεων (RK, Spartan)

3.5 Συζήτηση

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με τον εντοπισμό των περιοχών, στην υδρολογική λεκάνη των Μοιρών, όπου η στάθμη του υπόγειου υδροφορέα είναι σε χαμηλά επίπεδα. Μετά την κατασκευή των χαρτών για τις τρεις μεθόδους Kriging προκύπτουν αποτελέσματα που υποδεικνύουν τις περιοχές αυτές και είναι άξια σχολιασμού. Οι χάρτες που δημιουργήθηκαν με την εφαρμογή του Ordinary και Residual Kriging φανερώνουν πρόβλημα χαμηλής στάθμης (25 μέτρα και λιγότερο) στα κεντρικά, δυτικά και βορειοδυτικά της περιοχής μελέτης. Ειδικότερα στο βορειοδυτικό κομμάτι της περιοχής οι τιμές της στάθμης είναι οι ελάχιστες (περίπου 10 μέτρα) ενώ στα βορειοανατολικά μέγιστες (περίπου 60 μέτρα). Επίσης παρατηρείται ότι η στάθμη έχει μικρές τιμές κατά μήκος του ποταμιού που διατρέχει την περιοχή μελέτης. Το φαινόμενο αυτό είναι εύλογο αν αναλογιστεί κανείς πως η πλειονότητα των γεωργικών διαδικασιών λαμβάνει χώρα πλησίον του ποταμού. Η μέθοδος Residual Kriging έχει παρόμοια λειτουργία με αυτή του Ordinary Kriging, βελτιώνοντας ωστόσο σημαντικά την ακρίβεια των αποτελεσμάτων, όπως προκύπτει από τη μέθοδο της διασταυρωμένης επιβεβαίωσης, χρησιμοποιώντας ως βοηθητική πληροφορία τη μεταβολή του υψομέτρου στην περιοχή μελέτης για την προσέγγιση της τάσης των μετρήσεων. Πιο συγκεκριμένα τα σφάλματα MAE και RMSE είναι αρκετά μικρότερα συγκριτικά με τα αντίστοιχα για την μέθοδο OK, υποδεικνύοντας σημαντική βελτίωση της ακρίβειας της μεθόδου. Μεγάλη αβεβαιότητα των εκτιμώμενων τιμών στάθμης για τις μεθόδους OK και RK παρατηρείται σε περιοχές όπου δεν υπάρχουν δεδομένα, δηλαδή νότια, βορειοανατολικά και ανατολικά της περιοχής μελέτης.

Η μέθοδος Indicator Kriging εστιάζει στην κατασκευή χαρτών που φανερώνουν την πιθανότητα του σημείου να έχει τιμή μικρότερη από αυτή που έχει τεθεί ως κατώφλι. Στους χάρτες για το εκατοστημόριο του 25% (22,35) το μεγαλύτερο κομμάτι της περιοχής έχει ελάχιστες πιθανότητες να έχει κατώτερη τιμή από αυτό, ενώ η περιοχή δυτικά του κέντρου και βορειοδυτικά είναι οι μόνες με αυξημένες πιθανότητες. Στους χάρτες για το εκατοστημόριο του 50% (28,52) παρατηρείται αύξηση της πιθανότητας κατά την μετακίνηση από τα ανατολικά στα δυτικά, όπου και υπάρχουν οι υψηλότερες πιθανότητες η στάθμη να είναι μικρότερη από την τιμή κατωφλίου. Παρόμοια συμπεριφορά παρουσιάζουν και οι χάρτες για τιμή κατωφλίου 25 μέτρα

έχοντας όμως μικρότερες τιμές πιθανότητας συγκριτικά με αυτές του εκατοστημορίου 50%, αφού η τιμή κατωφλίου σε αυτή την περίπτωση είναι μικρότερη.

Όσο αφορά την χρήση των θεωρητικών μοντέλων στον προσδιορισμό του βέλτιστου βαριογραμμάτος, το Σπαρτιάτικο μοντέλο ανταποκρίθηκε καλύτερα αφού σε όλες τις περιπτώσεις προσομοιώνει με μεγαλύτερη ακρίβεια το πειραματικό βαριόγραμμα σε σχέση με τα υπόλοιπα μοντέλα που εξετάστηκαν. Ικανοποιητικά αποτελέσματα έχουν επίσης το σφαιρικό, το γκαουσιανό αλλά και το Matérn. Επιπρόσθετα πολύ σημαντική είναι η αποτελεσματικότητα της μεθόδου μετασχηματισμού των δεδομένων MBC, καθώς χρησιμοποιήθηκε με επιτυχία στις μεθόδους OK και RK βελτιώνοντας σημαντικά τις εκτιμήσεις.

Συνοψίζοντας, η μέθοδος RK με τη χρήση του Σπαρτιάτικου μοντέλου βαριογράμματος απέδωσε τα βέλτιστα αποτελέσματα αναπαριστώντας με τον καλύτερο δυνατό τρόπο (μικρότερα σφάλματα) την εικόνα της περιοχής μελέτης αναφορικά με την στάθμη του υδροφορέα. Ο συνδυασμός των αποτελεσμάτων της μεθόδου με αυτά του ΙΚ δίνουν την δυνατότητα για μια πιο ολοκληρωμένη εκτίμηση της χωρικής μεταβολής της στάθμης του υδροφορέα των Μοιρών και της επικινδυνότητας που διατρέχουν ορισμένες περιοχές αναφορικά με τη διαθεσιμότητα των υπόγειων υδατικών πόρων.

Βιβλιογραφία

Ελληνική Βιβλιογραφία

Καπαγερίδης Ι. Κ. 2006. *Εισαγωγή στη Γεωστατιστική*. Εκδόσεις ΙΩΝ

Kritsotakis, M., 2010. *Water resources management in Mesara valley of Crete (in Greek: Διαχείριση υδατικών πόρων Μεσαράς Κρήτης)*. PhD. Technical University of Crete.

Χριστόπουλος, Δ., 2003, *Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Εισαγωγή Στην Γεωστατιστική*, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Χριστόπουλος, Δ., 2004α, *Μεταπτυχιακές Σημειώσεις Ανάλυσης Δεδομένων*, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Χριστόπουλος, Δ., 2004β, *Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Εισαγωγής Στην Έρευνα Κοιτασμάτων*, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Χριστόπουλος Δ. 2013. Πανεπιστημιακές μαθήματος *Εισαγωγής στη Γεωστατιστική*, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά

Διεθνής Βιβλιογραφία

Bochner, S., 1959. *Lectures on Fourier integrals*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Liu C-W., Jang C-S. and Liao C-M., 2003. Evaluation of arsenic contamination potential using indicator kriging in the Yun-Lin aquifer (Taiwan). *Science of the Total Enviroment*, 321, 173-188.

Christakos G., 1991. Random field models in earth sciences. Academic press, San Diego.

Cressie N., 1993. Statistics for spatial data (revised ed.). Wiley, New York.

Desbarats A. J., Logan C. E., Hinton M. J. and Sharpe D. R., 2002. On the kriging of water table elevations using collateral information from a digital elevation model. *Journal of Hydrology*, 255, 25-38.

Donta, A. A., Lange, M. A. and Herrmann, A., 2006. *Water on Mediterranean islands: Current conditions and prospects for sustainable management. Project No EVK1-CT-2001-00092-Funded by the European Commission, ISBN 3-9808840-7-4.* Muenster: Centre for Environment Research (CER), University of Muenster.

Draper, N. and Smith, H., 1981. *Applied Regression Analysis*. second ed. ed. New York: Wiley.

Elogne, S., Hristopulos, D. and Varouchakis, E., 2008. An application of Spartan spatial random fields in environmental mapping: focus on automatic mapping capabilities. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 22 (5), 633-646.

Hengl T., 2007. A practical guide to geostatistical mapping of environmental variables. EUR 22904 EN-Scientific and Technical Research series. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, pp. 143.

Hengl T., Geuvelink G. B. M. and Stein A., 2003. Comparison of kriging with external drift and regression-kriging. Technical note, ITC, Available on-line at <http://www.itc.nl/library/Academic> output/.

Hristopulos, D. T., 2002. New anisotropic covariance models and estimation of anisotropic parameters based on the covariance tensor identity. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 16 (1), 43-62.

Hristopulos, D. T., 2003a. Introduction to Geostatistics-course notes (in Greek). Chania, Crete, Greece: Technical University of Crete, pp. 200.

Hristopulos, D. T. 2003b. Spartan Gibbs random field models for geostatistical applications. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 24 (6), 2125-2162.

Hristopulos, D. T. and Elogne, S. N., 2007. Analytic properties and covariance functions for a new class of generalized Gibbs random fields. *IEEE Transactions on Information Theory*, 53 (12), 4667-4467.

Kitanidis, P., 1993. Generalized covariance functions in estimation. *Mathematical Geology*, 25 (5), 525-540.

Kitanidis, P. K., 1997. *Introduction to geostatistics*. Cambridge: University Press.

Myers, D. E., 2005. Spatial interpolation comparison exercise 2004: a real problem or an academic exercise. In: G. Dubois ed. *Automatic mapping algorithms for routine and emergency monitoring data. EUR 21595 EN – Scientific and technical research series, ISBN 92-894-9400-X (pp. 79-88)*. EUR, 2005 ed. Luxembourg: Office for official publications of the European Communities.

Narany T. S., Ramli M. F., Aris A. Z., Sulaiman W. N. A. and Fakharian K., 2013. Spatial Assessment of Groundwater Quality Monitoring Wells Using Indicator Kriging and Risk Mapping, Amol Babol Plain, Iran. *Water*, 6, 68-85

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., 1992. *Numerical Recipes in Fortran*. 2nd ed. ed. New York: Cambridge University Press.

Theodossiou, N. and Latinopoulos, P., 2006. Evaluation and optimisation of groundwater observation networks using the kriging methodology. *Environmental Modelling & Software*, 21 (7), 991-1000.

Žukovič, M. and Hristopulos, D. T., 2008. Environmental time series interpolation based on Spartan random processes. *Atmospheric Environment*, 42 (33), 7669-7678.

Varouchakis E. A. and Hristopulos D. T., 2013b. Improvement of groundwater level prediction in sparsely gauged basins using physical laws and local geographic features as auxiliary variables. *Advances in Water Resources*, 52, 34-49.

Varouchakis E. A., Hristopulos D. T. and Karatzas G. P., 2012. Improving kriging of groundwater level data using nonlinear normalizing transformations-a field application. *Hydrological Sciences Journal*, 57, 1404-1419.

Varouchakis E. A., 2012. Geostatistical Analysis and Space-Time Models of Aquifer Levels: Application to Mires Hydrological Basin in the Prefecture of Crete, PhD Thesis, Technical University of Crete, Chania.