



Technical
University
of Crete

Δομική Ανάλυση κατασκευής Ferris Wheel με χρήση μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

Walid Soulakis

Μεταπτυχιακή διατριβή



Χανιά 2014

Contents

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	5
1. Εισαγωγή	1
1.1 Ιστορία	1
1.2 Somers' Wheel	1
1.3 Το αρχικό Ferris wheel	1
1.4 Τα Ψηλότερα Ferris Wheel του κόσμου	2
2. Το COMSOL <i>Multiphysics</i>	4
2.1 Ενότητες του COMSOL	5
2.2 Δομική Μηχανική	6
2.3 Περιβάλλον Εργασίας	6
2.4 Εισαγωγή κατασκευής στο Comsol	8
3. PRO-ENGINEER	1
3.1.1 Εισαγωγή	1
3.1.2 Η φιλοσοφία	1
3.1.3 Μοντελοποίηση	1
3.1.4 Συναρμολόγηση (Assembly)	2
3.2 Δημιουργία του μοντελου με χρήση του Pro-Engineer	3
4. Μαθηματική ανάλυση και μοντελοποίηση	1
4.1 Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων	1
4.2 Ιδιοτιμές, Ιδιοσυχνότητες και Ιδιομορφές	3
5. Η αρχική σχεδίαση της κατασκευής	1
5.1 Μοντελο ΧΩΡΙΣ μηχανισμό στηρίξης	1
5.2 Μοντελο ΜΕ μηχανισμό στηρίξης	7
6. Είδη φόρτισεων και αποτελέσματα ανάλυσης	1
6.1 Απλοποίηση του μοντελου	1
6.2 Μοντελο σε κανονική φόρτηση	2
6.2.1 Βαρος κατασκευής	2
6.2.2 Προεντάσεις	3
6.2.3 Κεντρομόλος δύναμη	8
6.2.4 Αδρανειακή δύναμη	10
6.3 Μοντελο σε κανονική φόρτηση και επιδραση από Χιονι	10

6.3.1 Υπολογισμος δυναμεων λογω χιονιου	10
6.3.2 Εφαρμογή	11
6.4 Μοντελο σε κανονικη φορτηση και επιδραση από Ανεμο	13
6.4.1 Υπολογισμο δυναμεων λογω ανεμου	13
6.4.2 Εφαρμογη	15
Βιβλιογραφια	Error! Bookmark not defined.

Ευχαριστίες

Στην μνήμη του πατέρα μου που πάντα πίστευε σε μένα και με έκανε να είμαι περίφανος για τις Ελληνικές και ειδικά τις κρητικές μου ρίζες καθώς και την καταγωγή μου απο το ωραίο μας νησί Κρήτη.

Στην μαμά μου, που της έλειπα τόσα χρόνια και με είχε παντα μέσα στην καρδιά της και στο μυαλό της , και που περίμενε τόσα χρόνια να σπουδάσω και να με δεί με αυτά τα πτυχία. Σε ολη μου την αγαπημένη οικογένεια και ειδικά τον αδελφό μου τον Βασίλη.

Στους φίλους μου και με στηρίξανε πάντα και με είχανε σαν αδελφό τους τόσα χρόνια.

Και ένα μεγάλο ευχαριστώ στον καθηγητή μου Γιώργο Σταυρουλάκη για την επιβλεπή του στην μεταπτυχιακή μου διατριβή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική μεταπτυχιακή εργασία εξετάζουμε τη μελέτη μιας κατασκευής «Κυρίως από Χάλυβα» που αφορά ένα Ferris Wheel. Η μελέτη αυτή θα γίνει με χρήση του προγράμματος COMSOL Multiphysics, το οποίο είναι ένα πρόγραμμα μελέτης κατασκευών με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Η μεταπτυχιακή εργασία αποτελείται από τα εξής κεφάλαια.

1^ο Κεφάλαιο: Εισαγωγή και έννοια του Ferris Wheel

2^ο και 3^ο Κεφάλαιο: Αναφορά στα προγράμματα COMSOL και στο Pro-Engineer.

4^ο Κεφάλαιο: Περιέχει την μαθηματική ανάλυση και την μοντελοποίηση της κατασκευής.

5^ο Κεφάλαιο: Περιέχει την αρχική σχεδίαση της κατασκευής και τις τροποποιήσεις που εφαρμόσαμε.

6^ο Κεφάλαιο: Περιέχει είδη φορτίσεων και όλα τα αποτελέσματα που προκύψαν από τις αναλύσεις

Βιβλιογραφία

1.Εισαγωγή

Το Ferris Wheel (επίσης γνωστό ως ένα τροχό παρατήρησης) είναι μία ρόδα από μια δομή συναρμολογημένων εξαρτημάτων στην ουσία αποτελείται από ένα περιστρεφόμενο τροχό ορθό με επιβατικές καμπίνες (μερικές φορές αναφέρονται ως γόνδολες ή κάψουλες) συνδέεται στο χείλος κατά τέτοιο τρόπο ώστε καθώς στρέφεται ο τροχός οι καμπίνες διατηρούνται σε όρθια θέση, συνήθως με τη βαρύτητα ή από ειδικό μηχανισμό.

Μερικά από τα μεγαλύτερα και πιο σύγχρονα Ferris Wheel διαθέτουν κάψουλες που έχουν τοποθετηθεί στην εξωτερική πλευρά του τροχού και ηλεκτρικούς κινητήρες που τις κάνουν να περιστρέφονται ανεξάρτητα για να κρατηθούν σε όρθια θέση.

Το αρχικό Ferris Wheel ή ρόδα λούνα πάρκ σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε από τον George Washington Gale Ferris το 1893 στο Σικάγο. Ο όρος Ferris Wheel αργότερα άρχισε να χρησιμοποιείται γενικά για όλες αυτές τις κατασκευές.

Από το αρχικό Ferris Wheel του 1893 στο Σικάγο έχουν κατασκευαστεί πολλά και διάφορα τέτοια στο κόσμο. Η σημερινή κάτοχος του ρεκόρ είναι 165 μέτρα και είναι το Singapore Flyer στην Σιγκαπούρη, η οποία άνοιξε για το κοινό το Μάρτιο του 2008.

1.1 Ιστορία

"Ο Τροχός της Χαράς" στο οποίο οι επιβάτες ανεβαίνουν σε καρέκλες φτιαγμένες από μεγάλα ξύλινα δαχτυλίδια στρεφόντουσαν από ισχυρούς άνδρες, αυτός ο τροχός είχε ρίζες της από 17ο αιώνα στη Βουλγαρία.

Παρόμοιος τροχός εμφανίστηκε στην Αγγλία τον 17ο αιώνα, και στη συνέχεια σε άλλα μέρη σε όλο τον κόσμο όπως στην Ινδία, Ρουμανία, και στη Σιβηρία.

1.2 Somers' Wheel

Ο William Somers έκτισε ένα τροχό σχεδόν ταυτόσημο με εκείνο του George Ferris που θα κατασκευαζόταν δύο χρόνια αργότερα. Αλλά ο Somers χρησιμοποίησε ξύλο ενώ ο Ferris χάλυβα. Ο Somers μήνυσε τον Ferris για παραβίαση πατέντας, αλλά πέθανε πριν το θέμα διευθετηθεί.

1.3 Το αρχικό Ferris wheel

Η αρχική ρόδα λούνα παρκ σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε από τον George Washington Gale Ferris όπως αναφέραμε προηγουμένως. Αυτή η κατασκευή είχε ύψος 80,4 μέτρα ήταν η μεγαλύτερη κατασκευή τέτοιου είδους μέχρι το 1893. Είχε ως στόχο να ανταγωνιστεί το Πύργο του Άιφελ με ύψος 324 μέτρα, το επίκεντρο του Παρισιού το 1889. Υπήρχαν 36 κάψουλες, η καθεμία ήταν εφοδιασμένη με 40 περιστρεφόμενες καρέκλες και μπορούσε να φιλοξενήσει μέχρι 60 άτομα, δίνοντας μια συνολική χωρητικότητα 2.160. Ο τροχός μετέφερε συνολικά 38.000 επιβάτες καθημερινά και χρειαζόταν 20 λεπτά για να ολοκληρώσει δύο περιστροφές.



Το Chicago Ferris Wheel, φτιάχτηκε το 1893

1.4 Τα Ψηλότερα Ferris Wheel του κόσμου

Από το 1889 μέχρι την σημερινή εποχή χτίστηκαν πολλοί τροχοί σε διάφορες χώρες του κόσμου, παρακάτω σημειώνεται οι πιο σημαντικές εγκαταστάσεις:

- 1893: Η αρχική ρόδα λούνα παρκ είχε ύψος 80,4 μέτρα.
- 1895: The Great Wheel στο Λονδίνο, Ηνωμένο Βασίλειο, είχε ύψος 94 μέτρα.
- 1900: Το Grand Roue de Paris χτίστηκε για την Έκθεση Universelle που πραγματοποιήθηκε στο Παρίσι, Γαλλία. Κατεδαφίστηκε το 1920. Είχε 100 μέτρα ύψος που δεν ξεπεράστηκε μέχρι σχεδόν 90 χρόνια μετά την κατασκευή του.
- 1989: The Cosmo Clock 21 στην Yokohama, Ιαπωνία. Αρχικά κατασκευάστηκε με ύψος 107,5 μέτρα, διαλύθηκε το 1997 και στη συνέχεια, το 1999, μεταφέρθηκε σε μια ψηλότερη βάση η οποία αύξησε το συνολικό της ύψος σε 112,5 μέτρα.
- 1997: Η Tempozan ρόδα λούνα παρκ, στην Οσάκα της Ιαπωνίας, άνοιξε για το κοινό στις 12 Ιουλίου, και είναι 112,5 μέτρα (369 πόδια) ψηλό.
- 1999: Η Daikanransha στην πόλη του Palette στην Odaiba, Ιαπωνία, είναι 115 μέτρα.
- 2000: Το London Eye, στο Λονδίνο, Ηνωμένο Βασίλειο, έχει ύψος 135 μέτρα. Παρά το γεγονός ότι άνοιξε επίσημα στις 31η Δεκεμβρίου 1999, δεν άνοιξε για το κοινό μέχρι το Μάρτιο του 2000, λόγω τεχνικών προβλημάτων. Εξακολουθεί να είναι η ψηλότερη ρόδα στην Ευρώπη και το δυτικό ημισφαίριο.
- 2006: Το Star of Nanchang, στη Ναντσάνγκ, επαρχία Jiangxi, Κίνα, άρχισε να λειτουργεί το Μάιο και είναι 160 μέτρα.
- 2008: Το Singapore Flyer, στη Σιγκαπούρη, είναι 165 μέτρα, και αυτή την στιγμή η ψηλότερη ρόδα λούνα παρκ στον κόσμο. Ξεκίνησε να λειτουργεί στις 11 Φεβρουαρίου και επίσημα άνοιξε για το κοινό την 1^η Μαρτίου.

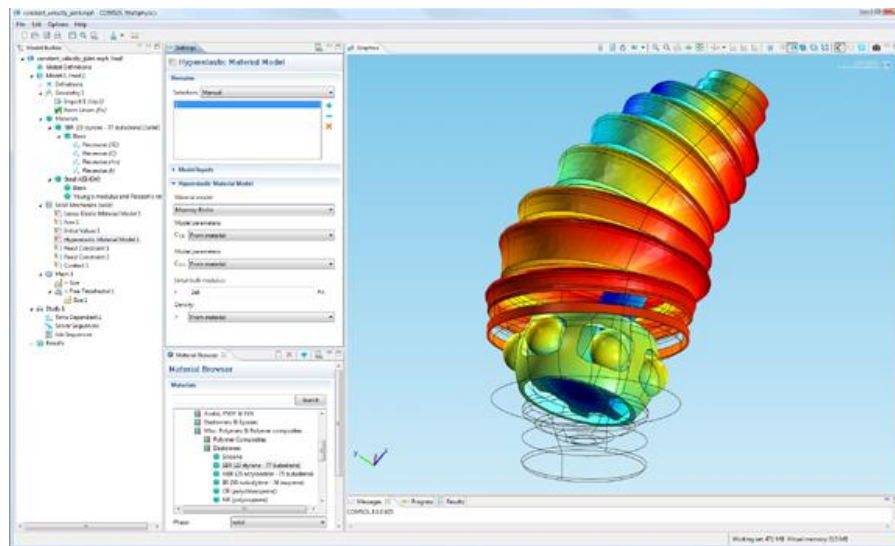


Το Singapore Flyer, το ψηλότερο Ferris wheel από 2008, χωράει μέχρι 28 άτομα ανά καψούλα

2. Το COMSOL Multiphysics

Το COMSOL Multiphysics είναι ένα πρόγραμμα για την επίλυση προβλημάτων της φυσικής ή εφαρμοσμένης μηχανικής, χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για την αριθμητική προσέγγιση λύσεων. Ήταν γνωστός ως FEMLAB πριν την έκδοση 3,2b 2005. Το πρόγραμμα περιέχει ένα περιβάλλον προσομοίωσης που διευκολύνει όλα τα βήματα που απαιτούνται για την ανάπτυξη ενός μοντέλου. Καθορίζει την γεωμετρία, ορίζει σταθερές και συνοριακές συνθήκες, διακριτοποιεί το μοντέλο, επιλύει το πρόβλημα και τέλος απεικονίζει γραφικά τα αποτελέσματα σε διάφορα Plot ανάλογα πως τα θέλει ο εξεταστής.

Έχει την δυνατότητα να θεωρήσει διάφορα φυσικά φαινόμενα που αλληλεπιδρούν ταυτόχρονα στην ίδια κατασκευή για αυτό λέγεται και Multiphysics. Μπορεί να μελετήσει για παράδειγμα τη συμπεριφορά μιας κατασκευής ως προς την μηχανική της συμπεριφορά και την μετάδοση θερμότητας (για παράδειγμα θερμοελαστικότητα) δημιουργώντας διάφορα επίπεδα στο καθένα από τα οποία γίνεται μια διαφορετική ανάλυση.



Το Περιβάλλον (*interface*) του προγράμματος COMSOL

Η δημιουργία του μοντέλου είναι εύκολη και γρήγορη χάρη στο μεγάλο αριθμό προκαθορισμένων εφαρμογών από τη ρευστή μεταφορά ροής ως τη δομική μηχανική και ηλεκτρομαγνητική ανάλυση. Δίνεται η δυνατότητα ανάπτυξης μοντέλων, καθορίζοντας φυσικές ποσότητες όπως ιδιότητες των υλικών, φορτία, περιορισμούς, πηγές και ροές χωρίς να καθορίζονται οι εξισώσεις. Το πρόγραμμα από μόνο του συνδυάζει μια σειρά από μερικές διαφορικές εξισώσεις που αντιπροσωπεύουν το μοντέλο. Έτσι λοιπόν δεν απαιτείται η βαθιά γνώση μαθηματικών ή αριθμητικής ανάλυσης.

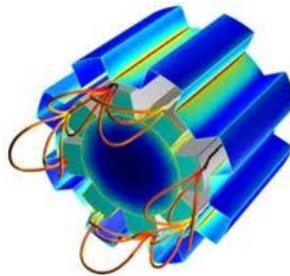
Για να λύσει τις μερικές διαφορικές εξισώσεις το COMSOL χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Το λογισμικό τρέχει την ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων με διακριτοποίηση και έλεγχο λαθών χρησιμοποιώντας ποικιλία από αριθμητικές λύσεις.

Το COMSOL Multiphysics επιδρά σε διάφορους τομείς της επιστήμης όπως:

- ✓ Συνεχούς και εναλλασσόμενου ρεύματος AC/DC
 - ✓ Ακουστικής
 - ✓ Οπτική
 - ✓ Χημικής μηχανικής
 - ✓ Γεωεπιστημών
 - ✓ Μεταφοράς θερμότητας
 - ✓ Γεωφυσική
 - ✓ Ρευστομηχανική
 - ✓ Σχεδιαστικής βελτιστοποίησης
 - ✓ Μικροηλεκτρονικών μηχανισμών MEMS
 - ✓ Ραδιοσημάτων RF
 - ✓ Βιοφυσική
 - ✓ Δομικής μηχανικής
- Και σε άλλες πολλές εφαρμογές..

2.1 Ενότητες του COMSOL

- **Συνεχές και Εναλλασσόμενο Ρεύμα AC/DC:** Προσομοιώνει τη λειτουργία και συμπεριφορά ηλεκτρικών ρευμάτων και συσκευών, που σχετίζονται με ηλεκτροστατικές, μαγνητοστατικές και ηλεκτρομαγνητικές - κβαντοστατικές εφαρμογές πηγών διαφόρων τύπων ακτινοβολιών.



Απεικόνιση μιας εφαρμογής του AD/DC

- **Ακουστική:** Περιέχει ενσωματωμένες διαδικασίες εφαρμογής και τα αντίστοιχα οριοθετημένα περιβάλλοντα, για τη μελέτη και μοντελοποίηση της διάδοσης και διασποράς των ακουστικών κυμάτων στα στερεά και στάσιμα υγρά. Επίσης, μοντελοποιεί εφαρμογές της αεροακουστικής για κινούμενα - επιταχυνόμενα υγρά.
- **Χημική Μηχανική:** Αναλύει τις ισορροπίες της μάζας, της ενέργειας και της υπολογιστικής δυναμικής των ρευστών (Computational fluid dynamics ή CFD), και τη σχέση αυτών με τις αντιδράσεις σε φαινόμενα χημικής κινητικής.
- **Γεωφυσική:** Μοντελοποιεί μεμονωμένες και αλληλεπιδρόμενες διαδικασίες γεωλογικών και περιβαλλοντικών φαινομένων, τα οποία ως επί το πλείστον βασίζονται σε υπεδάφεια ροή. Ιδανικό για τη μελέτη της ροής στο πορώδες των μεσαίων

γεωεδαφικών στρωμάτων που σχετίζονται και με άλλους τομείς της φυσικής, όπως οι ποροελαστικές εφαρμογές (έλεγχος της ελαστικότητας πορώδους υλικού).

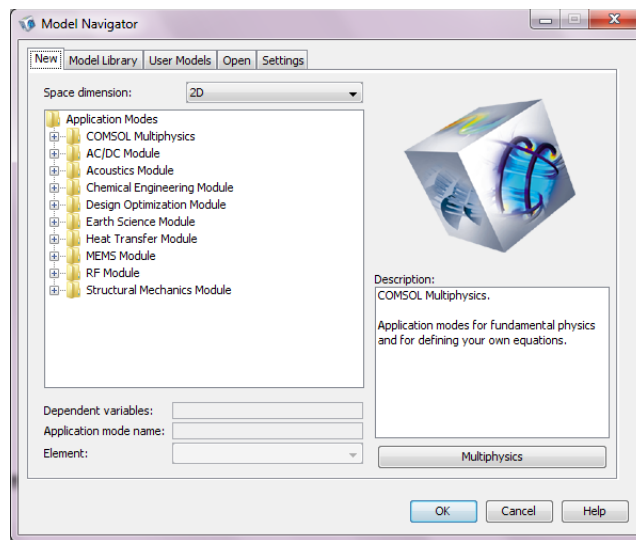
- **Μεταφορά Θερμότητας:** Αποτελείται από προχωρημένες διαδικασίες και εφαρμογές για την ανάλυση της μεταφοράς θερμότητας μέσω της διαδικασίας της αγωγής, συναγωγής και ακτινοβολίας. Ιδανικό για βιομηχανικές εφαρμογές όπως η ψύξη ηλεκτρονικών συστημάτων και η μηχανική διαδικασιών.
- **Υποενότητα MEMS:** Αναπαριστά συσχετιζόμενες διαδικασίες μικρο-ηλεκτρο-μηχανικών συσκευών και συσκευών μικρορευστότητας. Ενσωματώνει συγκεκριμένα πολυφυσικά ζεύγη για εφαρμογές όπως η απόσβεση κραδασμών από δημιουργούμενη μεμβράνη, το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, καθώς και τις διάφορες αντιδράσεις στη δομή των ρευστών.
- **Υποενότητα RF:** Χαρακτηρίζει ηλεκτρομαγνητικά πεδία, ρεύματα, και κύματα συσκευών ραδιοσυχνοτήτων (RF), μικροκυμάτων, οπτικών και άλλων υψηλής συχνότητας ακτινοβολιών.

2.2 Δομική Μηχανική

Εκτελεί τις κλασσικές αναλύσεις για τη μελέτη της καταπόνησης λόγω των τάσεων των κατασκευών, περιλαμβάνοντας το σύνολο των δυνατοτήτων πολλών συνδυασμένων πεδίων. Περιλαμβάνει μη γραμμικά μοντέλα, μεγάλες παραμορφώσεις, πλαστικότητα και ικανότητες συσχέτισης και ζεύξης. Εμπειρεύει εξειδικευμένες εφαρμογές για τη μελέτη δοκών, συνδέσεων, πλαισίων καθώς και προβλημάτων επίπεδης έντασης ή πλακών σε κάμψη.

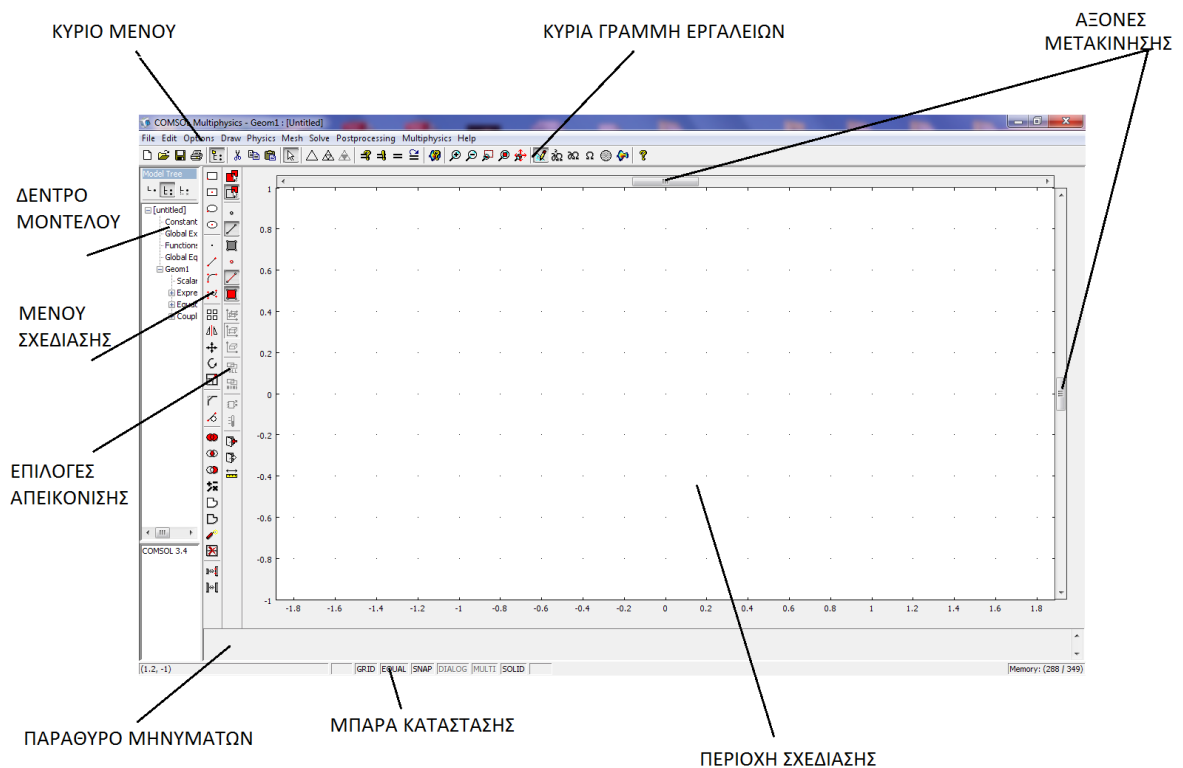
2.3 Περιβάλλον Εργασίας

Το Model Navigator εμφανίζεται όταν αρχίζει το πρόγραμμα την λειτουργία του και είναι το πρώτο παράθυρο που εμφανίζεται. Εδώ δημιουργούμε ένα καινούριο μοντέλο φτιάχνοντας πρώτα τις κατάλληλες παραμέτρους ανάλογα με αυτό που θέλουμε να σχεδιάσουμε. Στην παρακάτω εικόνα βλέπουμε το Model Navigator.



Το παράθυρο Model Navigator

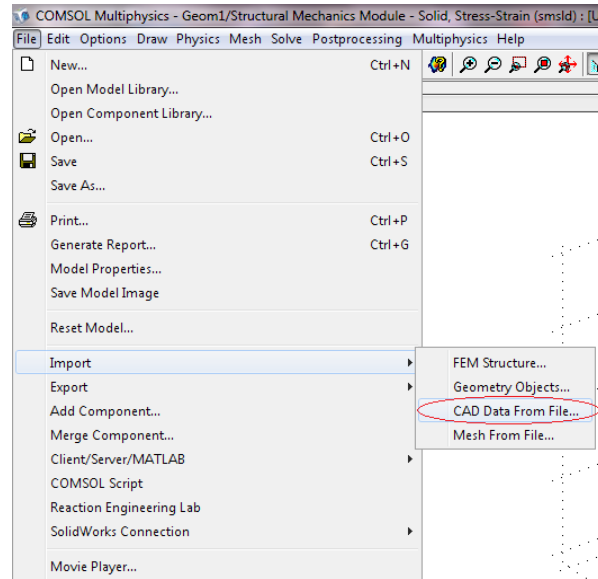
Έχοντας πραγματοποιήσει όλες τις απαραίτητες ρυθμίσεις, πατώντας το OK εμφανίζονται στην οθόνη μας όλες οι δραστηριότητες του COMSOL. Στην παρακάτω εικόνα εμφανίζεται το αρχικό παράθυρο του COMSOL το οποίο περιέχει κυρίως το παράθυρο σχεδίασης του προγράμματος και τα βασικά εργαλεία σχεδίασης.



Περιβάλλον σχεδίασης του COMSOL

2.4 Εισαγωγή κατασκευής στο Comsol

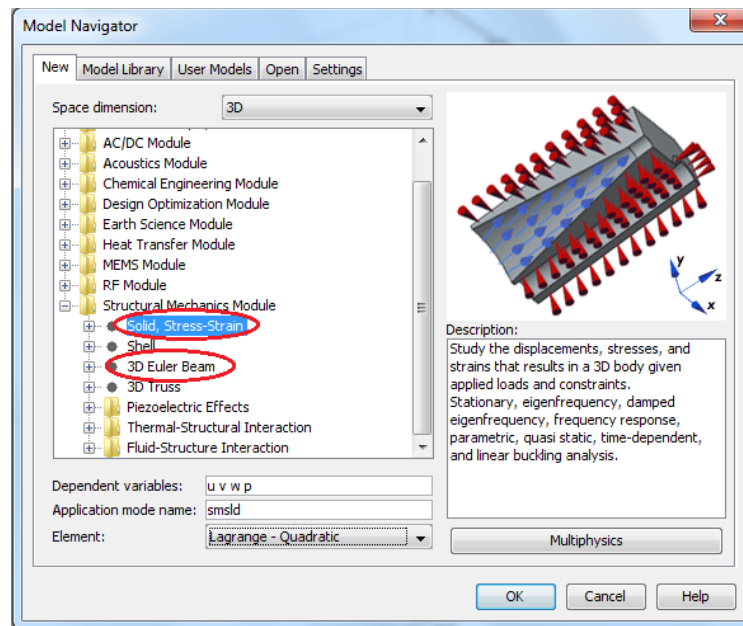
Για την εισαγωγή του μοντέλου μας στο Comsol πηγαίνουμε στο Menu File, επιλέγουμε Import και μετά την εντολή CAD Data From File.



Εισαγωγή του μοντέλου στο COMSOL

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να ξεκαθαρίσουμε αν το μοντέλο που εισάγουμε είναι συνδυασμός επιμέρους κατασκευών (Assembly) ή μοναδική κατασκευή. Στην περίπτωση του Assembly πρέπει να επιλεγεί από το Menu Draw η ιδιότητα Use Assembly.

Οι δυο κύριες ενότητες που χρησιμοποιήσαμε στο Comsol είναι το Solid Stain Stress και το 3D Euler Beams, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Το Model Navigator όπου έγινε ο τρόπος ανάλυσης της κατασκευής

Για να εισάγουμε τις δυνάμεις επιλέγουμε την καρτέλα Physics η οποία περιέχει τις παρακάτω επιλογές:

- Subdomain Settings
- Boundary Settings
- Edge Settings
- Point Settings

3. PRO-ENGINEER

3.1.1 Εισαγωγή

Το Pro/ENGINEER είναι ένα λογισμικό το οποίο παρουσιάστηκε στην πρώτη του έκδοση, το 1987. Η πρώτη αυτή έκδοση μπορεί να ήταν αρκετά δύσχρηστη, άλλα το εργαλείο παραμετρικής σχεδίασης (parametric design) και μοντελοποίησης στερεών (solid modeling) που χρησιμοποιούσε ήταν εντελώς πρωτοποριακό για την εποχή του και αποτέλεσε την πρώτη ιδέα και σημείο αναφοράς για την δομή των αντίστοιχων προγραμμάτων που ακολούθησαν. Σήμερα το Pro/Engineer κατέχει το μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς παγκοσμίως στα προγράμματα παραμετρικής σχεδίασης.

Το Pro/ENGINEER χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό, στην ανάλυση και στην κατεργασία ενός πρακτικά απεριόριστου εύρους προϊόντων. Συνοπτικά το Pro/Engineer είναι ένα παραμετρικό (Parametric) σύστημα στερεάς και επιφανειακής μοντελοποίησης (Solid - Surface Modeling) βασισμένο σε χαρακτηριστικά (Feature based).

Ένα βασικό σημείο διαφοροποίησης του Pro/Engineer και άλλων προγραμμάτων που χρησιμοποιούν μεθόδους στερεάς μοντελοποίησης είναι ότι αδυνατούν να σχεδιάσουν μη ρεαλιστικά αντικείμενα δηλαδή αντικείμενα που δεν υφίστανται στην πράξη. Το πρόγραμμα έχει την δυνατότητα σύνδεσης με μηχανές CNC και να παράγει κώδικες που να στέλνει απευθείας προς την μηχανή που παράγει το προϊόν.

3.1.2 Η φιλοσοφία

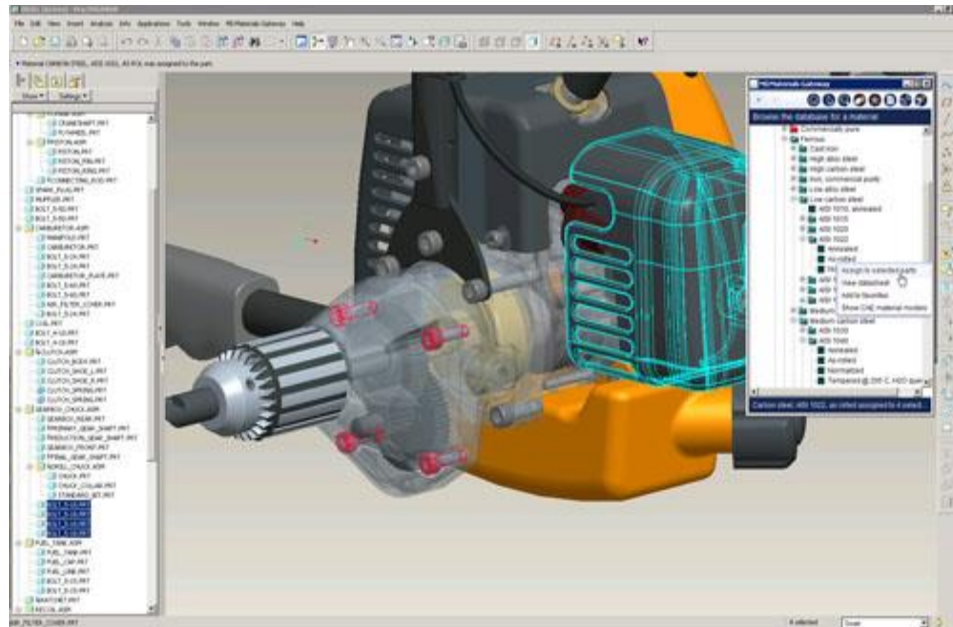
Η φιλοσοφία του Pro/Engineer κρύβεται στα 3 βασικά χαρακτηριστικά του. Όταν σχεδιάζεται ένα κομμάτι (part), είναι σαν να το χτίζεται feature by feature. Τα features είναι στερεά που προκύπτουν από προέκταση, από περιστροφή κλπ, σε οπές, σε κοψίματα και άλλα. Κάθε κομμάτι δηλαδή, είναι ένα μπλοκ του οποίου τα μέρη που το συνιστούν είναι στοιχειώδη, (τα features). Αυτά ορίζουν επακριβώς τον τρόπο με τον οποίο θα προστεθεί ή θα αφαιρεθεί υλικό και είναι έξυπνα, γιατί προσαρμόζονται αυτόματα στις αλλαγές που κάνει ο σχεδιαστής. Κάθε feature συνδέεται με κάποιες σχέσεις-παραμέτρους με το μοντέλο και με τα άλλα features. Ο χρήστης λοιπόν, ορίζει σε κάθε σχέδιο τις παραμέτρους με τέτοιο τρόπο, ώστε να τον εξυπηρετούν να φτάσει τους στόχους του, και να έχει τη δυνατότητα με μερικές αλλαγές να μοντελοποιεί διαφορετικά το κομμάτι του όπως επιθυμεί.

Η παραμετρική μοντελοποίηση δίνει μεγάλες δυνατότητες στον χρήστη του προγράμματος, ο οποίος μπορεί να σχεδιάζει ελεύθερος, γνωρίζοντας ότι έχει την δυνατότητα ανά πάσα στιγμή να κάνει ριζικές αλλαγές με μικρό σχετικά κόστος.

3.1.3 Μοντελοποίηση

Η σχεδίαση με παραμετρική στερεά μοντελοποίηση χρησιμοποιείται από τις περισσότερες βιομηχανίες, και ένας από τους βασικούς λόγους για αυτό είναι ότι παρέχει ακριβείς αναπαραστάσεις της γεωμετρίας και ιδιότητες μάζας. Παρέχει πλήρη προσδιορισμό του προϊόντος, δίνοντας ολοκληρωμένα και ακριβή αποτελέσματα για το προϊόν, για παράδειγμα στην κατεργασία, στην ανάλυση όπως και στις απαιτήσεις των υλικών και της μηχανικής. Παρέχοντας παραμετρική μοντελοποίηση βασισμένη σε features (χαρακτηριστικά) και πλήρη

επικοινωνία επιτρέπει αλλαγές που γίνονται σε οποιοδήποτε στάδιο της ανάπτυξης του προϊόντος να μεταδίδονται σε όλο το σχέδιο.



Προϊόν σχεδιασμένο μέσω της παραμετρικής μοντελοποίησης

Συγκεκριμένα, αυτός ο τρόπος λειτουργίας της τρισδιάστατης μοντελοποίησης επιτρέπει στους σχεδιαστές:

Να βρίσκουν ταχέως εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού. Επειδή τα σχέδια του Pro/Engineer συνίστανται από παρόμοια παραμετρικά χαρακτηριστικά και υπάρχει κάποια πρόβλεψη στον τρόπο που μπορούν να αλλάξουν αυτά, οι σχεδιαστές μπορούν να αναζητήσουν ταχύτατα εναλλακτικές λύσεις.

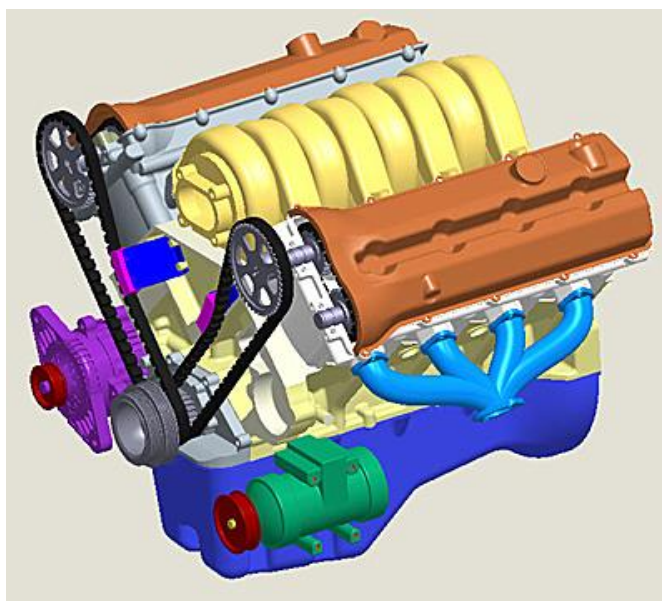
Να αναπαριστούν επακριβώς κάθε σχέδιο. Έχει αποδειχθεί πως το Pro/Engineer είναι ένα ευέλικτο σχεδιαστικό πακέτο που υποστηρίζει πολύπλοκη γεωμετρία, δίνοντας ταυτόχρονα τη δυνατότητα πλήρους προσδιορισμού του μοντέλου. Αυτό εξασφαλίζει ακριβή και διαρκή πληροφόρηση για κάθε σχέδιο σε κάθε στιγμή κατά τη διαδικασία ανάπτυξης.

Να πετυχαίνουν με εύκολο τρόπο τη μοντελοποίηση περίπλοκων χαρακτηριστικών. Οι χρήστες μπορούν να δημιουργήσουν καμπύλες, πολύπλοκα rounds, μοντέλα από "σάρωση" διάφορων διατομών, μοντέλα από "μίξη" διατομών. Όλα αυτά σε ελάχιστο χρόνο σε σύγκριση με αυτόν που απαιτείται με τα συμβατικά εργαλεία σχεδίασης.

3.1.4 Συναρμολόγηση (Assembly)

Οι διάφορες εταιρείες αναπτύσσουν προϊόντα και όχι απλά κομμάτια, γι' αυτό η αρχιτεκτονική του Pro/Engineer τους παρέχει εκτεταμένες δυνατότητες για να προσδιορίσουν και να δημιουργήσουν αυτές τις συναρμολογήσεις. Συγκεκριμένα ο τρόπος λειτουργίας της συναρμολόγησης επιτρέπει στους σχεδιαστές:

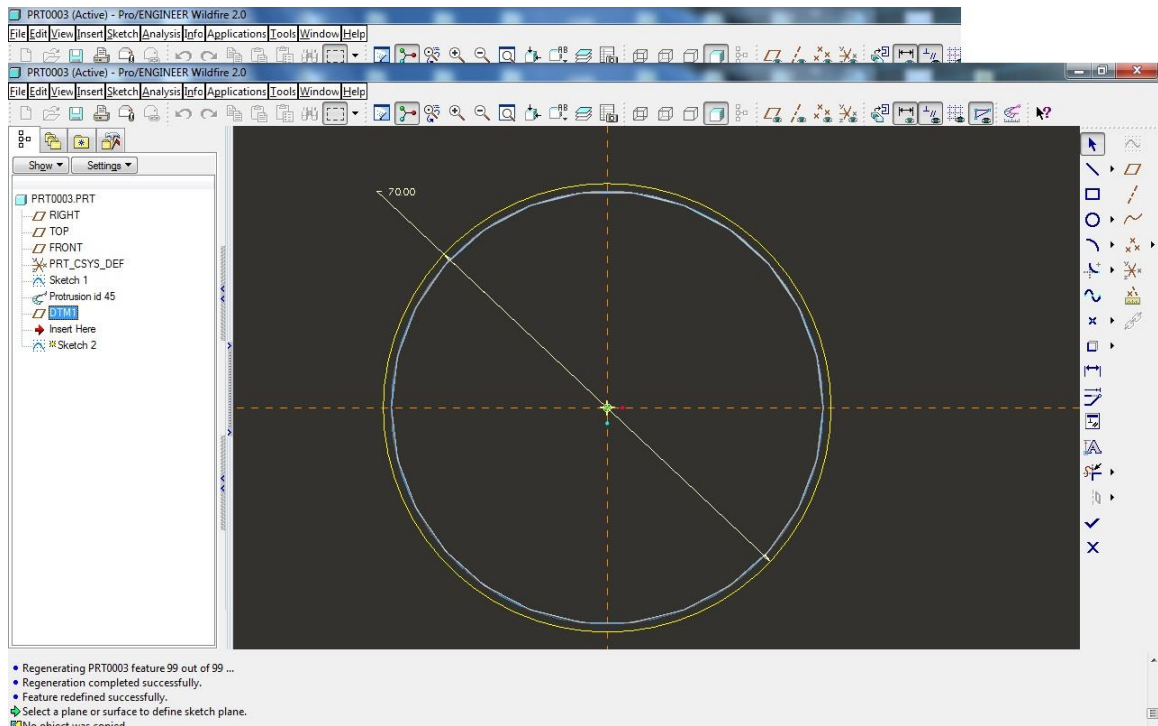
- Να δημιουργούν συναρμολογήσεις από υπάρχοντα ή νέα συστατικά. Οι χρήστες μπορούν να συναρμολογήσουν υπάρχοντα εξαρτήματα για να δημιουργήσουν συναρμολογήσεις ή να δημιουργήσουν νέα εξαρτήματα κατά τη διάρκεια της συναρμολόγησης. Η δημιουργία νέων εξαρτημάτων μπορεί να γίνει από: κοπή, αναπαραγωγή, αντιγραφή των ήδη υπάρχοντων κομματιών. Αντικείμενα όπως κόλλα, ταινία και μπογιά μπορούν να αναπαρασταθούν επίσης.
- Να πραγματοποιούν με εύκολο τρόπο μελέτη της συναρμολόγησης. Οι χρήστες μπορούν να προσθέτουν εξαρτήματα στη συναρμολόγηση μέχρι να επιτύχουν τον επιθυμητό στόχο, εκμεταλλευόμενοι τους εναπομείναντες βαθμούς ελευθερίας κάθε φορά.
- Να αναζητούν εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού.
- Σχεδιάζουν διαφορετικές εκδόσεις του προϊόντος κρατώντας διαφορετικά configuration, δηλαδή παραμέτρους για τα μοντέλα.
- Δημιουργούν εναλλακτικά σχέδια αλλάζοντας αυτόματα τα συστατικά σε μια συναρμολόγηση.
- Δημιουργούν παραμετρικές εξισώσεις στις συναρμολογήσεις.
- Οι χρήστες μπορούν να πετύχουν το σκοπό τους στις συναρμολογήσεις θέτοντας παραμετρικές σχέσεις μεταξύ των διαστάσεων και άλλων παραμέτρων.



Έτοιμο συναρμολογημένο μοντέλο (Assembled)

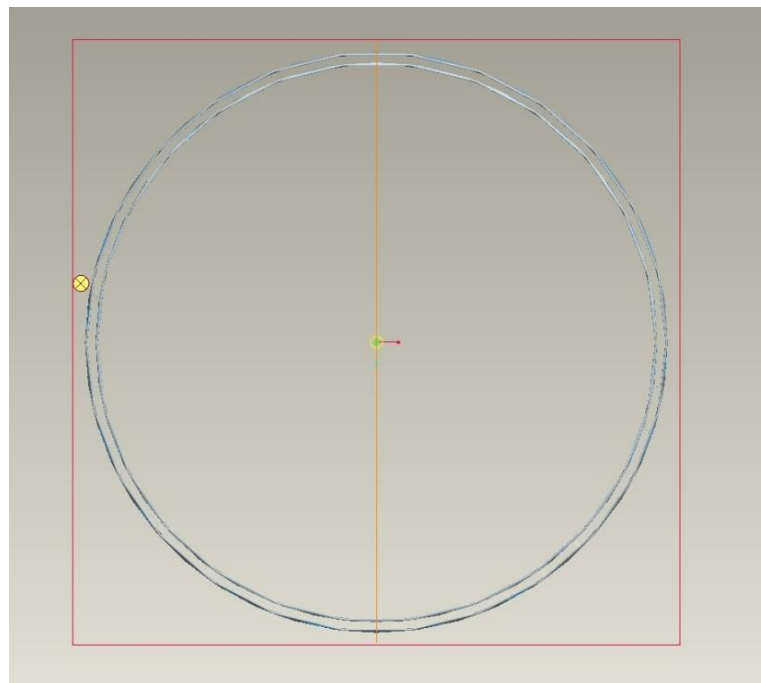
3.2 Δημιουργία του μοντέλου με χρήση του Pro-Engineer

Το Pro-Engineer είναι το πρόγραμμα που επιλέξαμε να δημιουργήσουμε το εξεταζόμενο μοντέλο. Η σχεδίαση και η υλοποίηση έγινε από διάφορα στάδια τα οποία θα τα αναλύσουμε παρακάτω. Η σχεδίαση του μοντέλου ξεκίνησε από την εξωτερική ακτίνα η οποία είναι 70 μέτρα. Τέτοιους κύκλους έχουμε δύο οι οποίοι φαίνονται στην παρακάτω εικόνα.



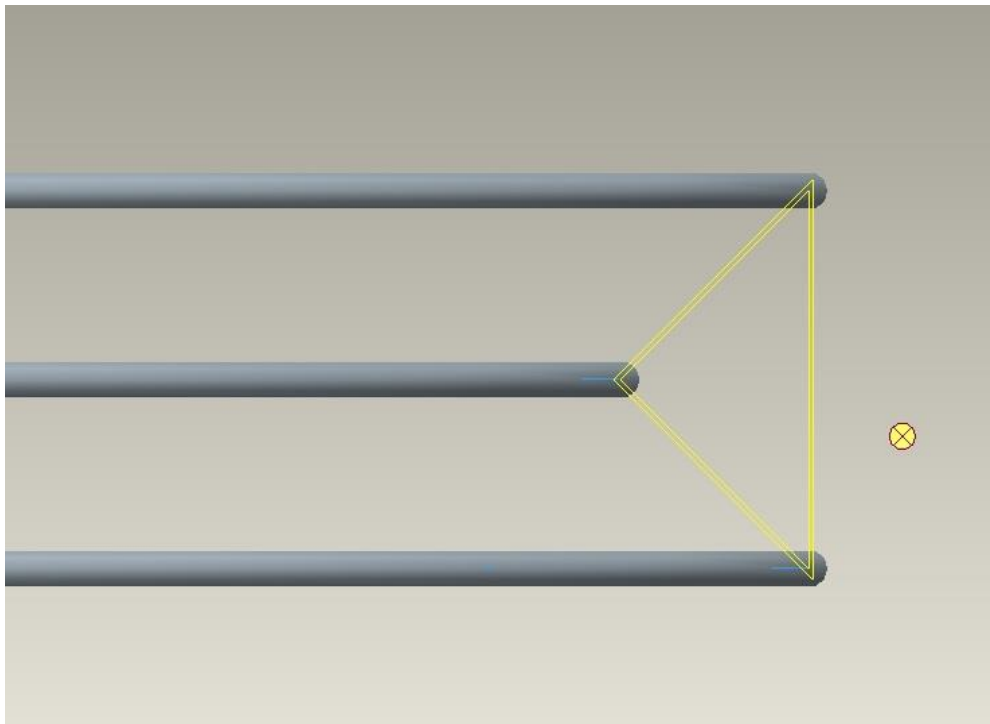
Το Περιβάλλον (*interface*) του προγράμματος Pro-Engineer

Αφού σχεδιαστούν οι εξωτερικοί κύκλοι τότε προχωρούμε στους εσωτερικούς κύκλους. Ο εσωτερικός κύκλος έχει διάμετρο 67.5 μέτρα. Η τελική εικόνα των κύκλων φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



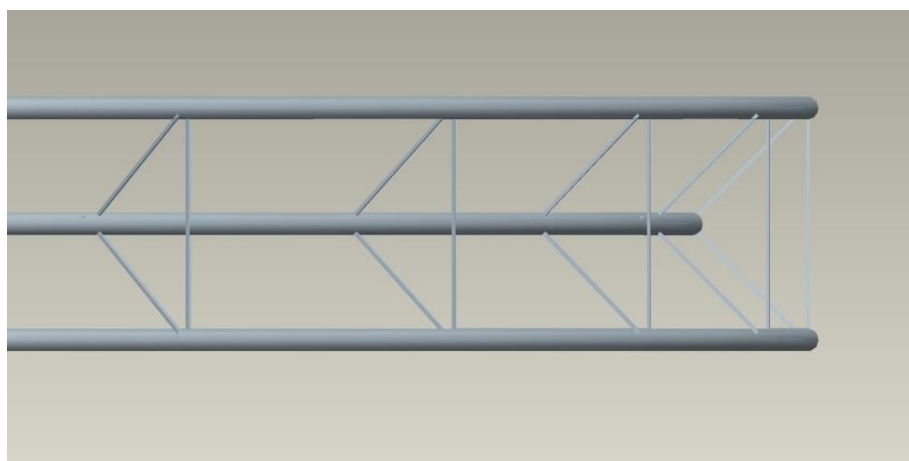
Οι εξωτερικοί και ο εσωτερικός κύκλος

Στην συνέχεια δημιουργούμε την κατασκευή που ενώνει τους τρεις κύκλους. Σε τομή του κύκλου η ένωση θα έχει τριγωνική μορφή.



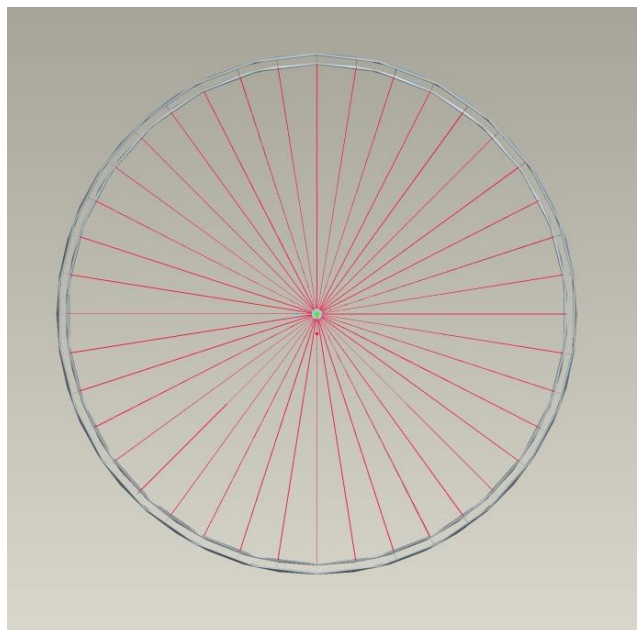
Η ένωση των κύκλων όπου έχει τριγωνική μορφή

Μετά το Extrude εφαρμόζουμε την εντολή Pattern και το τελικό μοντέλο μετά την εφαρμογή της εντολής είναι το παρακάτω.



Οι τριγωνικές ενώσεις στην τελική τους μορφή

Έπειτα δημιουργούμε τα καλώδια και τον άξονα περιστροφής όπου κάθε καλώδιο ενώνει το κάθε τρίγωνο από τα προηγούμενα με το κέντρο ή άξονα περιστροφής όπως φαίνεται στην παρακάτω φωτογραφία.



Ο τροχός στην τελική του μορφή

Και έτσι έχουμε τελειώσει από την υλοποίηση του πρώτου κομματιού της κατασκευής μας. Προχωράμε στην δημιουργία της βάσης του μοντέλου. Με την χρήση των κατάλληλων εντολών η βάση θα έχει την εξής μορφή.



Εικόνα του συστήματος στήριξης του τροχού

Η τελική μορφή της κατασκευής μετά την ένωση των κομματιών φαίνεται στη παρακάτω εικόνα.



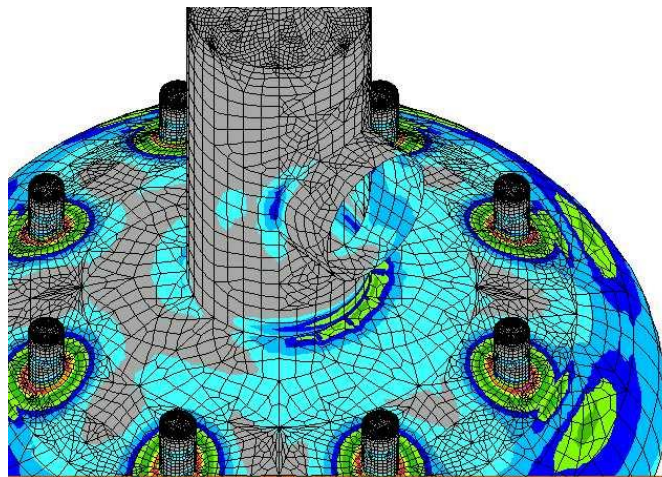
Τελική μορφή του μοντέλου

4. Μαθηματική ανάλυση και μοντελοποίηση

4.1 Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων

Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων αποτελεί πλέον ένα ισχυρό εργαλείο για την αριθμητική επίλυση ενός μεγάλου φάσματος προβλημάτων μηχανικού. Οι εφαρμογές εκτείνονται από την παραμόρφωση και ανάλυση τάσεων σε αυτοκίνητα, αεροπλάνα, κτίρια και γέφυρες, μέχρι και την ανάλυση πεδίων ροής θερμότητας, ροής υγρών, μαγνητικής ροής και άλλων προβλημάτων ροής. Με τις εξελίξεις στην τεχνολογία των Η/Υ και των συστημάτων CAD, σύνθετα προβλήματα μπορούν να μοντελοποιηθούν πολύ εύκολα. Διάφορες εναλλακτικές συνθέσεις μπορούν να δοκιμαστούν σε έναν Η/Υ πριν κατασκευαστεί το πρότυπό τους. Έτσι μειώνεται σε σημαντικό βαθμό η περίπτωση λάθους με αποτέλεσμα την εξοικονόμηση χρόνου και χρήματος. Όλα αυτά υποδεικνύουν την ανάγκη να διατηρήσουμε την επαφή μας με αυτές τις εξελίξεις, κατανοώντας τη βασική θεωρία, τις τεχνικές μοντελοποίησης και τις υπολογιστικές έννοιες της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων.

Σε αυτή τη μέθοδο ανάλυσης, μια περίπλοκη περιοχή διακριτοποιείται σε απλά γεωμετρικά σχήματα που ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία (finite elements). Διαιρούμε την περιοχή δύο διαστάσεων σε τρίγωνα με ευθύγραμμες πλευρές. Το παρακάτω σχήμα δείχνει έναν τυπικό τριγωνισμό. Τα σημεία όπου συναντώνται οι ακμές των τριγώνων ονομάζονται κόμβοι, ενώ κάθε τρίγωνο το οποίο σχηματίζεται από τρεις κόμβους και τρεις πλευρές ονομάζεται στοιχείο. Τα στοιχεία καλύπτουν ολόκληρη την περιοχή, εκτός μιας μικρής περιοχής στο σύνορο. Αυτή η ακάλυπτη περιοχή βρίσκεται στα καμπύλα σύνορα και μπορεί να μειωθεί με επιλογή μικρότερων στοιχείων ή στοιχείων με καμπύλα σύνορα. Στόχος της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι να λυθεί το πρόβλημα προσεγγιστικά και η ακάλυπτη περιοχή συνεισφέρει σε ένα βαθμό σε αυτή την προσέγγιση.



Εικόνα που δείχνει το αποτέλεσμα της πλεγματοποίησης ενός στερεού σώματος

Οι ιδιότητες των υλικών και οι υπάρχουσες σχέσεις θεωρούνται πάνω σε αυτά τα στοιχεία και εκφράζονται σε όρους των άγνωστων τιμών στις γωνίες των στοιχείων. Μια διαδικασία σύνθεσης, η οποία καταλλήλως θεωρεί τα φορτία και τους περιορισμούς, έχει ως αποτέλεσμα ένα σύνολο εξισώσεων. Η λύση αυτών των εξισώσεων δίνει την κατά προσέγγιση συμπεριφορά του συνεχούς.

Οι βασικές ιδέες της μεθόδου αυτής προήλθαν από τις εξελίξεις στη δομική ανάλυση αεροσκαφών. Το 1941 ο Hrenikoff παρουσίασε μια λύση των προβλημάτων ελαστικότητας με τη μέθοδο των δικτυωμάτων. Το 1943 δημοσιεύτηκε μια εργασία του Courant, που χρησιμοποιούσε κατά τμήματα πολυωνυμική παρεμβολή σε τριγωνικές υποπεριοχές για να μοντελοποιήσει τα προβλήματα στρέψης. Ο Turner και άλλοι, δημιούργησαν μητρώα ακαμψίας για δικτυώματα, δοκούς και άλλα στοιχεία, και παρουσίασαν τα ευρήματά τους το 1956. Ο όρος πεπερασμένα στοιχεία πρωτοεμφανίστηκε και χρησιμοποιήθηκε από τον Clough το 1960.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1960, οι μηχανικοί χρησιμοποίησαν τη μέθοδο για να δώσουν προσεγγιστικές λύσεις σε προβλήματα ανάλυσης τάσεων, ροής ρευστών, μεταφοράς θερμότητας και άλλων τομέων.

Σήμερα, οι εξελίξεις στους μεγάλους Η/Υ και η διαθεσιμότητα ισχυρών μικροϋπολογιστών έχουν φέρει τη μέθοδο αυτή στη διάθεση σπουδαστών και μηχανικών που εργάζονται σε μικρές βιομηχανίες.

Για να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων απαιτούνται τα εξής στάδια:

- Εισάγεται η γεωμετρία της κατασκευής σε ένα πρόγραμμα CAD και δημιουργείται το τρισδιάστατο μοντέλο.
- Χωρίζεται το μοντέλο σε πεπερασμένα στοιχεία και αφού ετοιμαστεί το πλέγμα επιλέγεται το είδος της επίλυσης και εισάγονται τα επιπλέον δεδομένα που απαιτούνται. Παραδείγματος χάριν, αν επιλεγεί να λυθεί το μοντέλο σε στατική καταπόνηση θα πρέπει να δοθούν τα δεδομένα για τις δυνάμεις και τις στηρίξεις. Αυτή η διαδικασία γίνεται με προγράμματα που αποκαλούνται pre processor.
- Όταν ετοιμαστούν τα δεδομένα για επίλυση, εισάγονται σε ένα πρόγραμμα το οποίο θα κάνει την επίλυση του προβλήματος. Τέτοιου είδους προγράμματα λέγονται solver και χρησιμοποιούν για τις επιλύσεις αριθμητικές μεθόδους.
- Όταν τελειώσει η επίλυση πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένα πρόγραμμα, που αποκαλείται post processor, για να μπορέσει ο μελετητής να δει τα αποτελέσματα.

4.2 Ιδιοτιμές, Ιδιοσυχνότητες και Ιδιομορφές

Τι είναι μια **ιδιοτιμή**; Όπως ξέρουμε η βασική εξίσωση προσδιορισμού του ιδιοχειρίου είναι η :

$$A \cdot \vec{\chi} = \lambda \cdot \vec{\chi}, \quad \vec{\chi} \neq \vec{0}, \quad \lambda \in \mathbb{C} \text{ και } A \in \mathbb{R}^{v,v} \quad (1)$$

το λ καλείται ιδιοτιμή του A και το $\vec{\chi}$ το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα του ή κύρια κατεύθυνση του πίνακα A. Μια άλλη ενδιαφέρουσα ανάγνωση της (1) είναι «να προσδιορισθούν οι τιμές του λ για τις οποίες το ομογενές γραμμικό σύστημα (1) έχει μη τετριμμένη (συνηθισμένη) λύση». Εξάλλου η (1) γράφεται και ως :

$$(A - \lambda \cdot I) \cdot \vec{\chi} = 0 \quad (2)$$

οπότε η ιδιοτιμή λ μπορεί να εκληφθεί ως η τιμή εκείνη της σταθεράς που μηδενίζει την ορίζουσα του πίνακα A.

Τι είναι **ιδιοσυχνότητα**; Σχεδόν όλα τα σώματα τείνουν να δονούνται κατά κύριο λόγο σε συγκεκριμένη συχνότητα (ή συχνότητες στην δικιά μας περίπτωση) όταν τα χτυπάμε, τα τρίβουμε, τα τεντώνουμε και τ' αφήνουμε απότομα, τα διαταράσσουμε ξαφνικά κλπ. Οι συχνότητες αυτές καλούνται **φυσικές συχνότητες** ή **ιδιοσυχνότητες** των συγκεκριμένων αντικειμένων.

Η **ιδιομορφή** είναι το σχήμα, η τελική εμφάνιση της κατασκευής στην συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα που έχει εκείνη την χρονική στιγμή. Το πρόγραμμα COMSOL χρησιμοποιεί τις ιδιοτιμές στις μεθόδους επίλυσης των προβλημάτων. Με την χρήση κατάλληλων εργαλείων μπορούμε να μάθουμε τις ιδιοσυχνότητες και τις αντίστοιχες ιδιομορφές.

Παρακάτω εξετάζουμε τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές της κατασκευής. Η κατασκευή τείνει να έχει διάφορες και διαφορετικές ιδιομορφές. Μετά την εισαγωγή του μοντέλου στο COMSOL θα ζητηθεί από αυτό μια εκτίμηση των ιδιοτιμών και τις σχετικές ιδιομορφές του.

5. Η αρχική σχεδίαση της κατασκευής

Η ιδέα ήταν να σχεδιαστεί μια κατασκευή (ο τροχός) με την χρήση καλώδια με προένταση και κάποιες μεταλλικές στηρίξεις. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η κατασκευή η οποία σχεδιάστηκε με κλίμακα 1:1.



Η ολοκληρωμένη μορφή της κατασκευής

Θα εντοπίσουμε τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές που παίρνει αντίστοιχα. Εδώ ξεχωρίζουμε δυο περιπτώσεις ανάλογα με την θέση του μηχανισμού κίνησης. Στις ενότητες 5.1 και 5.2 παρουσιάζονται αναλυτικά οι δυο περιπτώσεις.

5.1 Μοντέλο ΧΩΡΙΣ μηχανισμό στήριξης

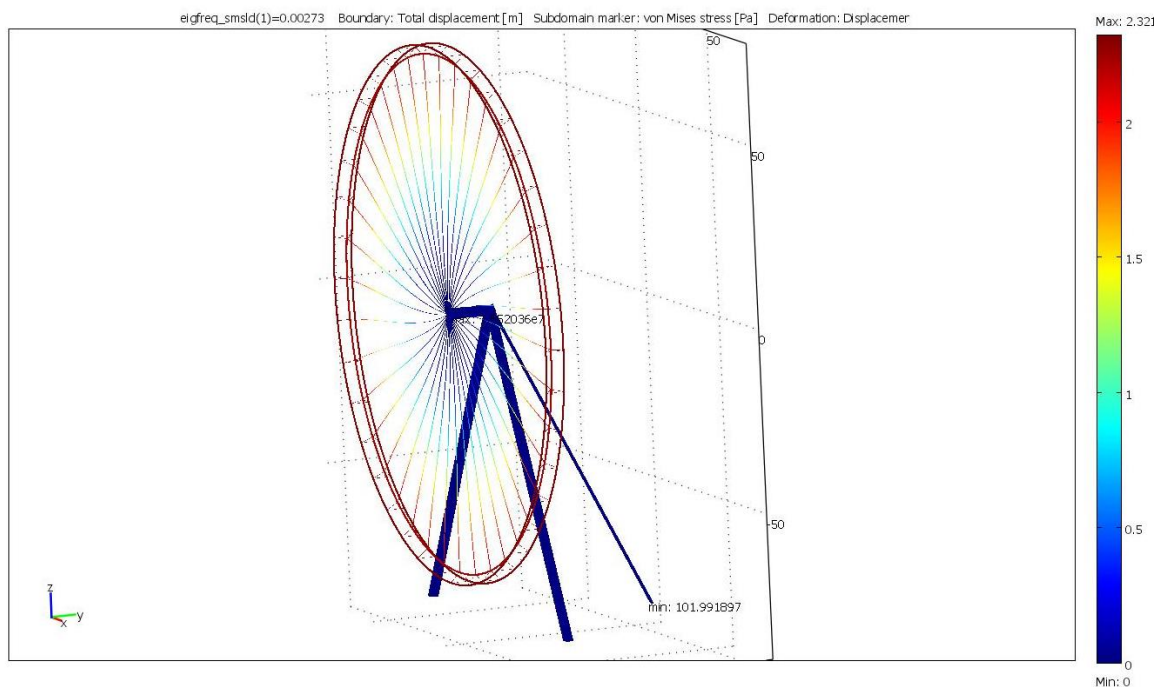
Ζητήθηκε να εξεταστούν 10 διαφορετικές ιδιοσυχνότητες, μετά την επίλυση εμφανιστήκαν οι παρακάτω ιδιοσυχνότητες.

Ιδιοσυχνότητες

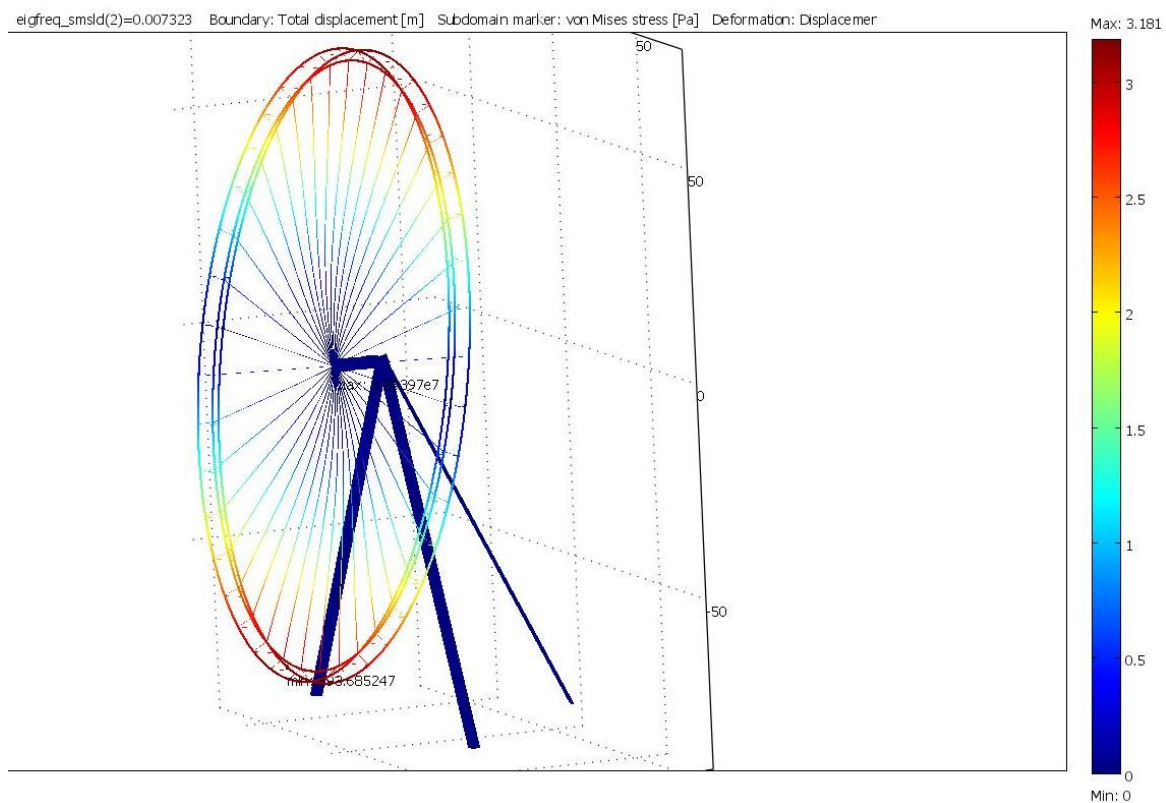
0.00273
0.007323
0.00747
0.012227
0.051303

0.051393
0.070072(1)
0.070072(2)
0.070073(1)
0.070073(2)

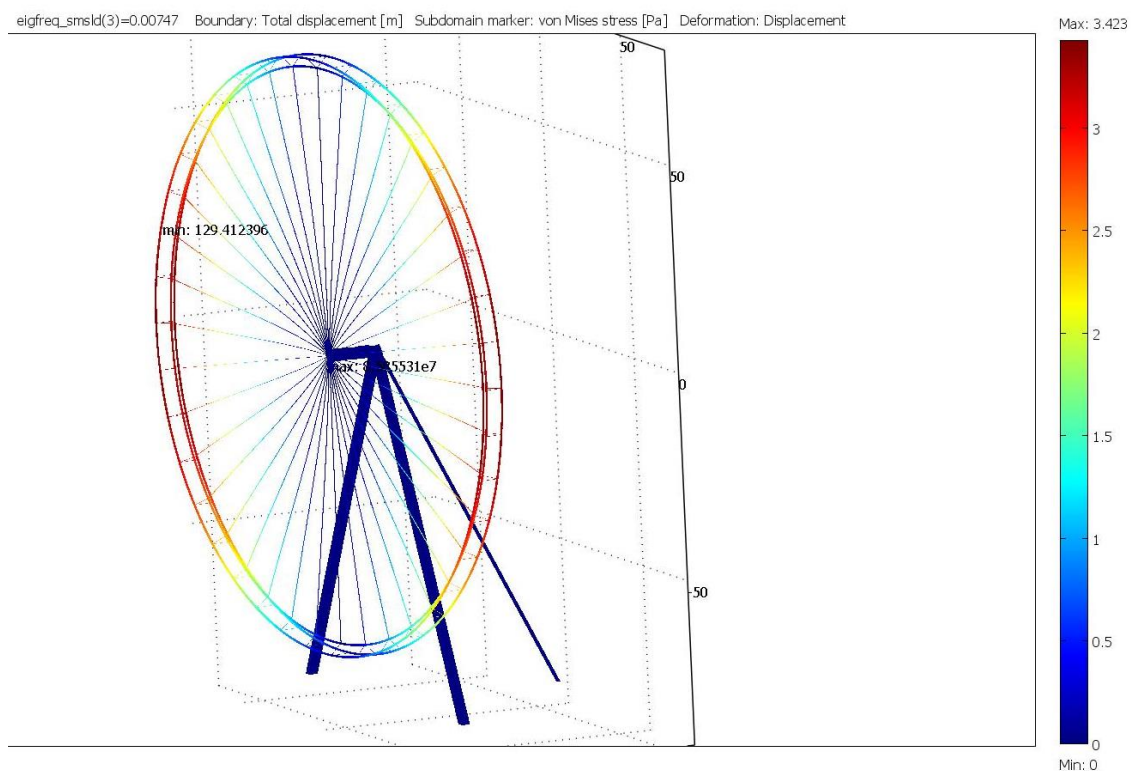
Η κάθε ιδιοσυχνότητα δίνει διαφορετική απεικόνιση της κατασκευής μας.



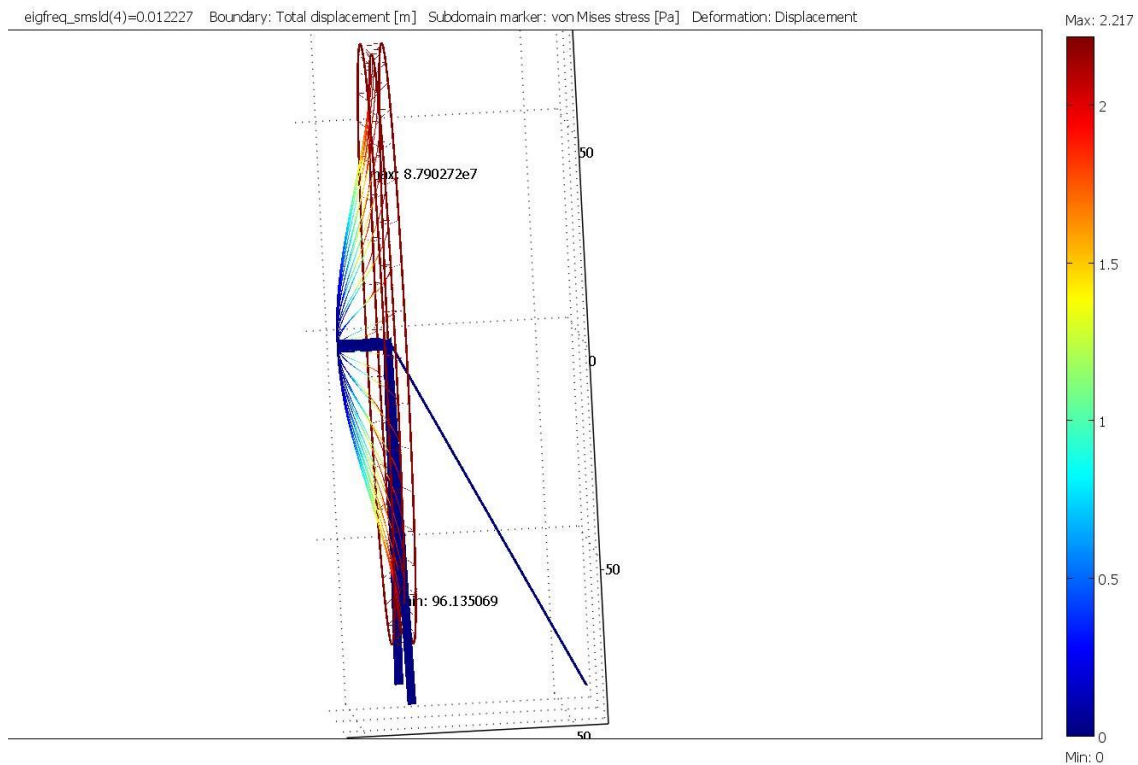
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,00273



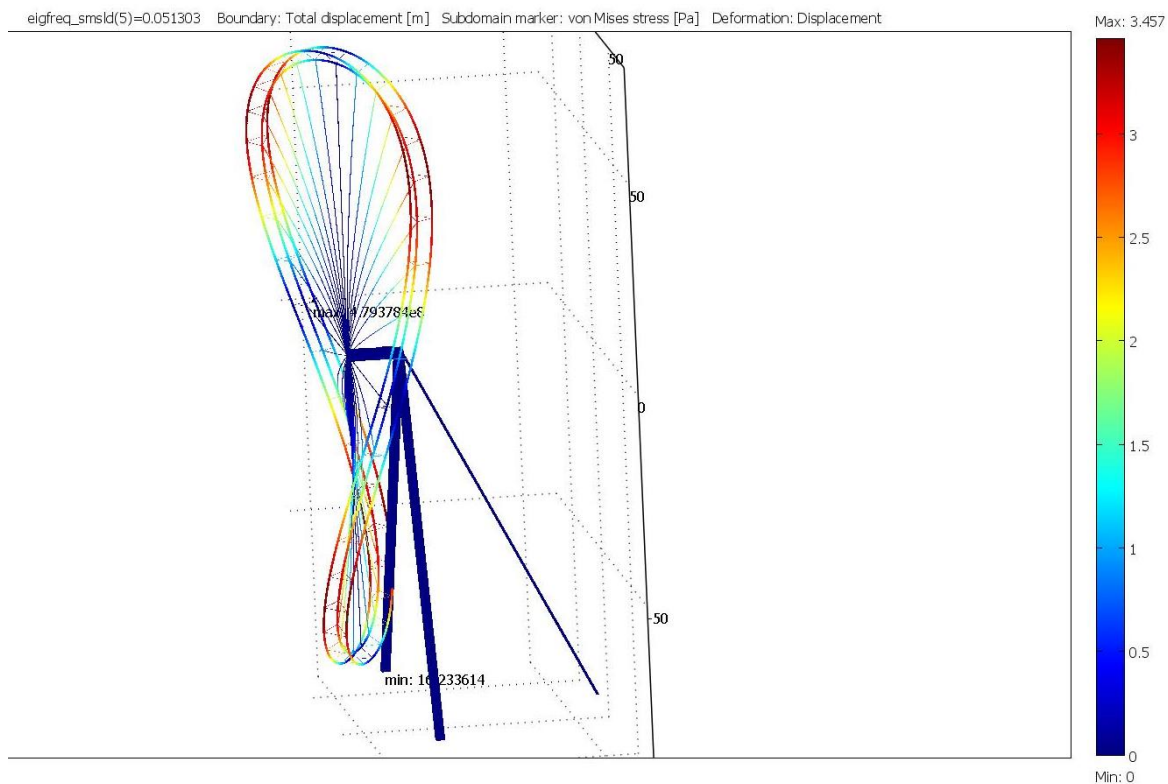
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,007323



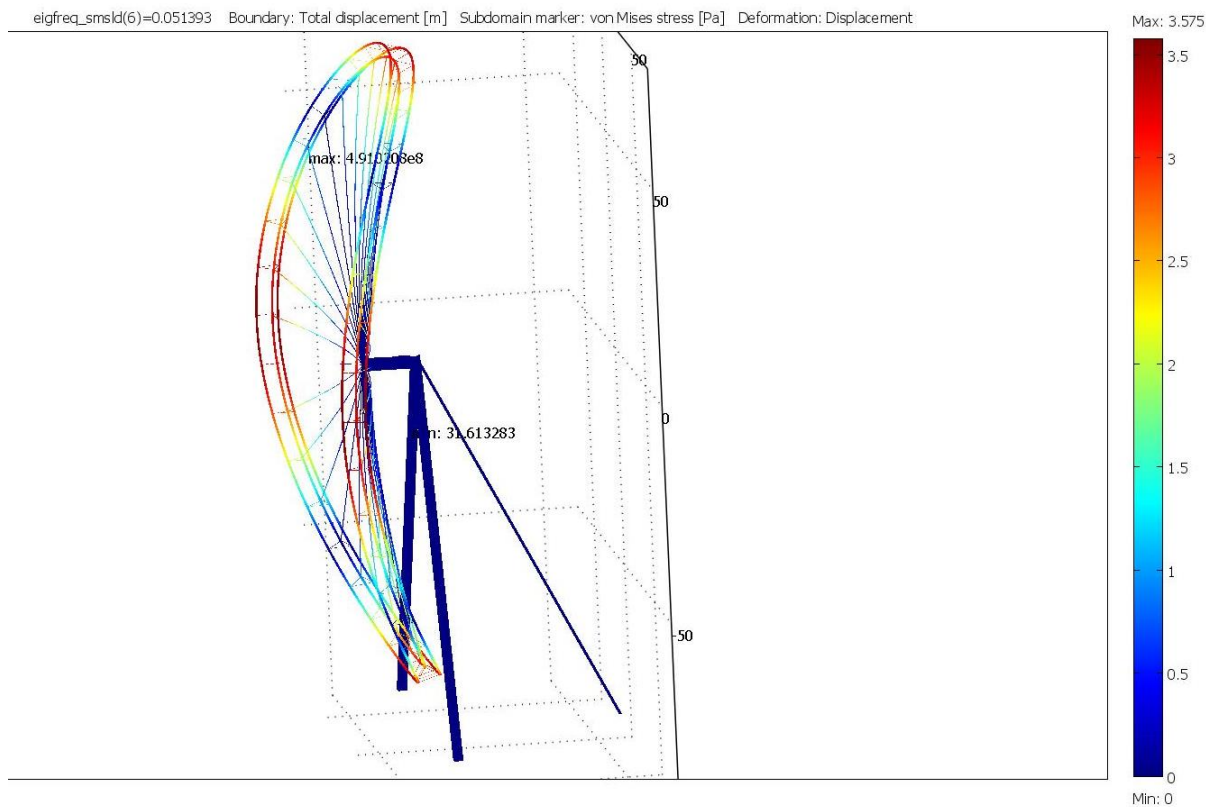
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,00747



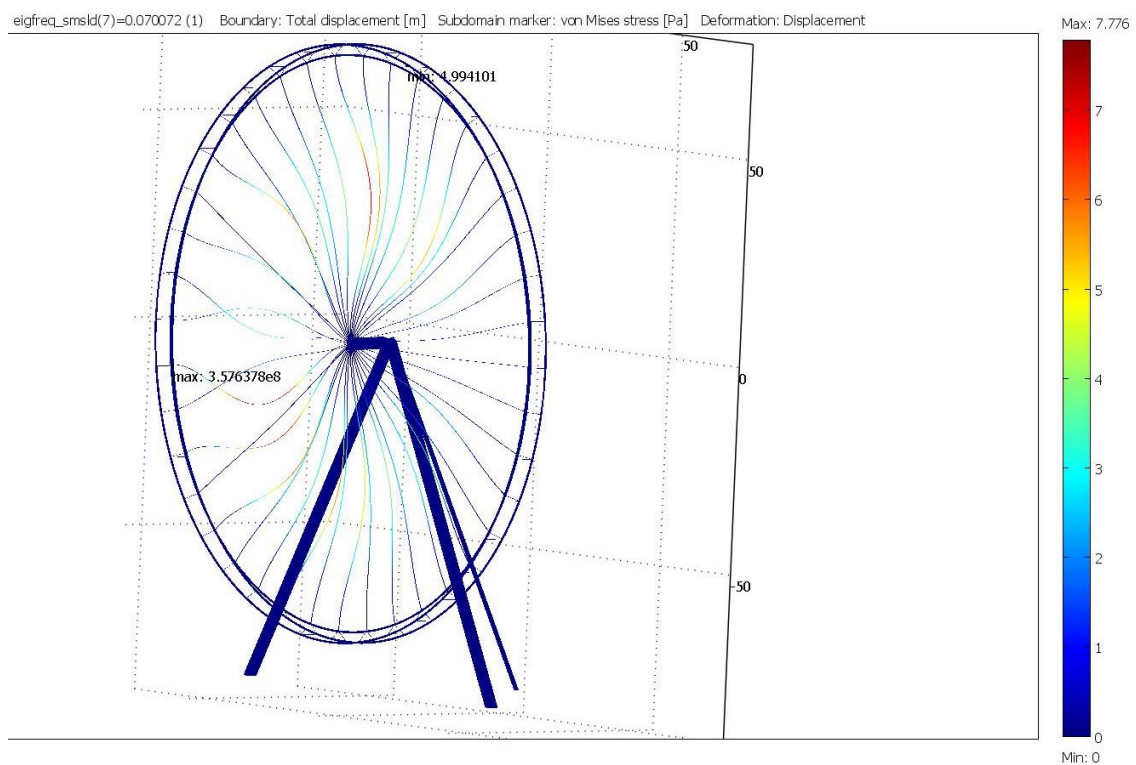
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,012227



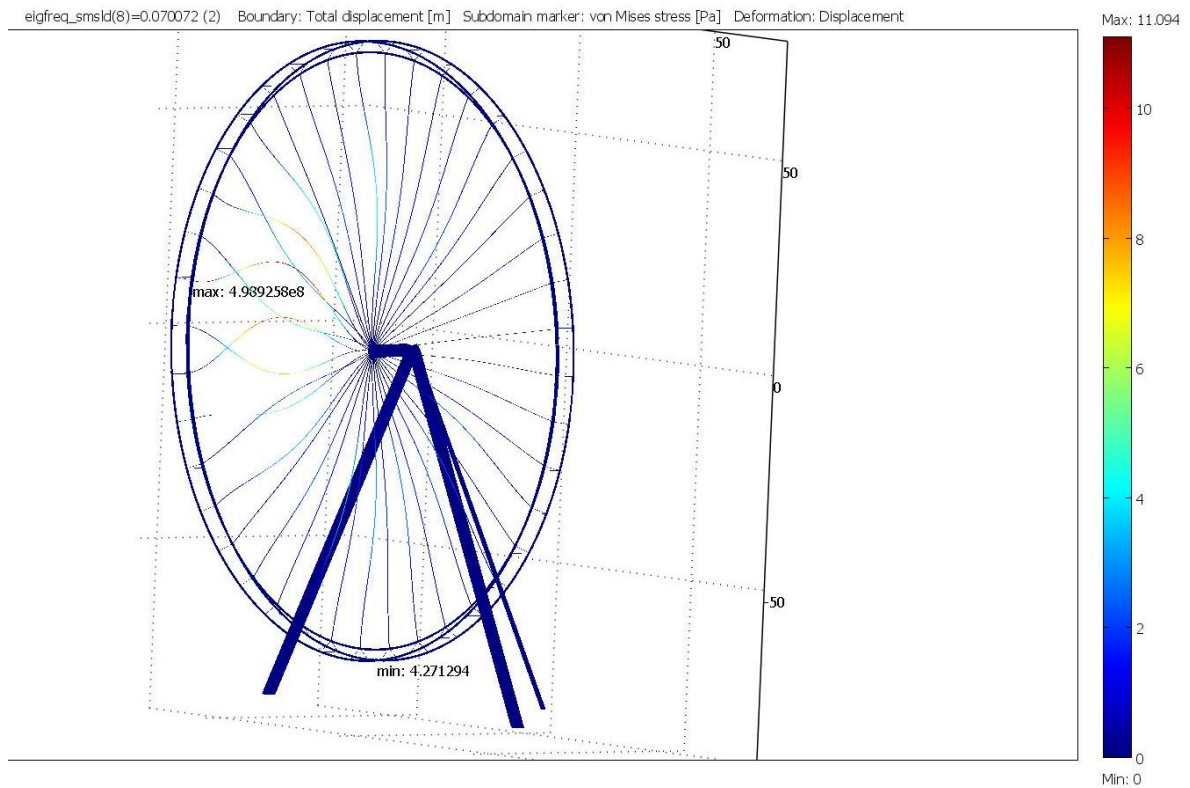
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,051303



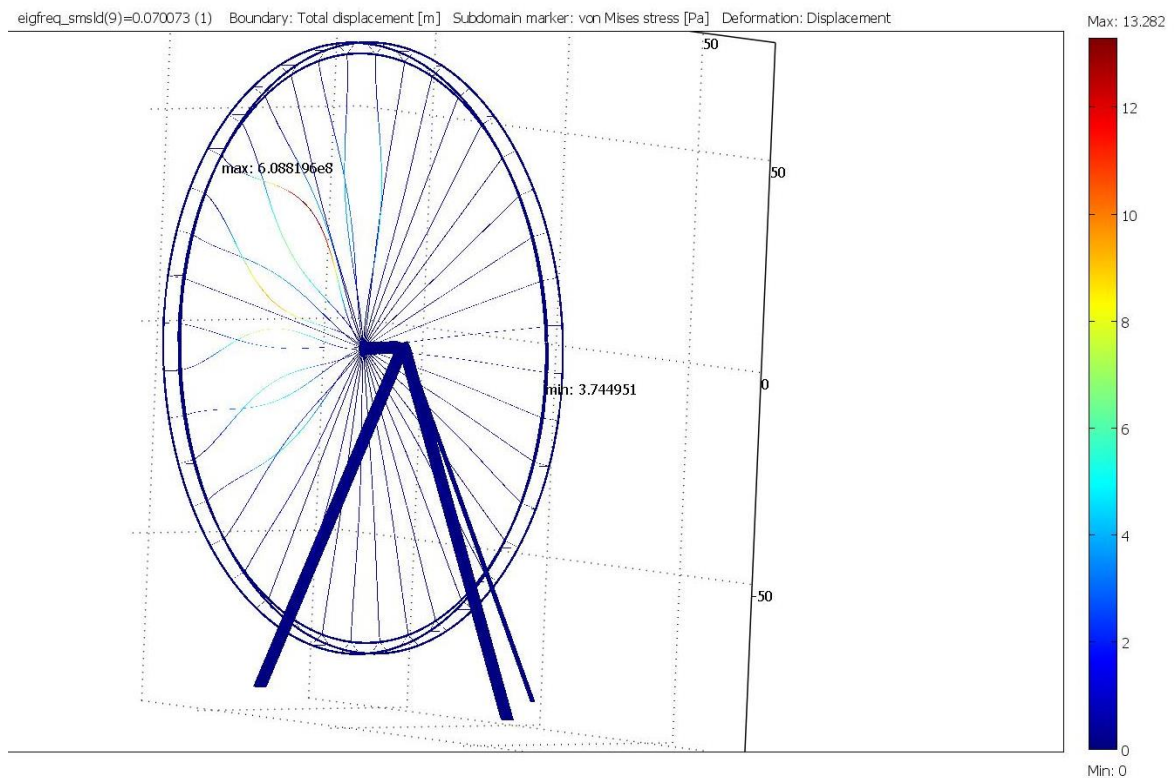
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,051393



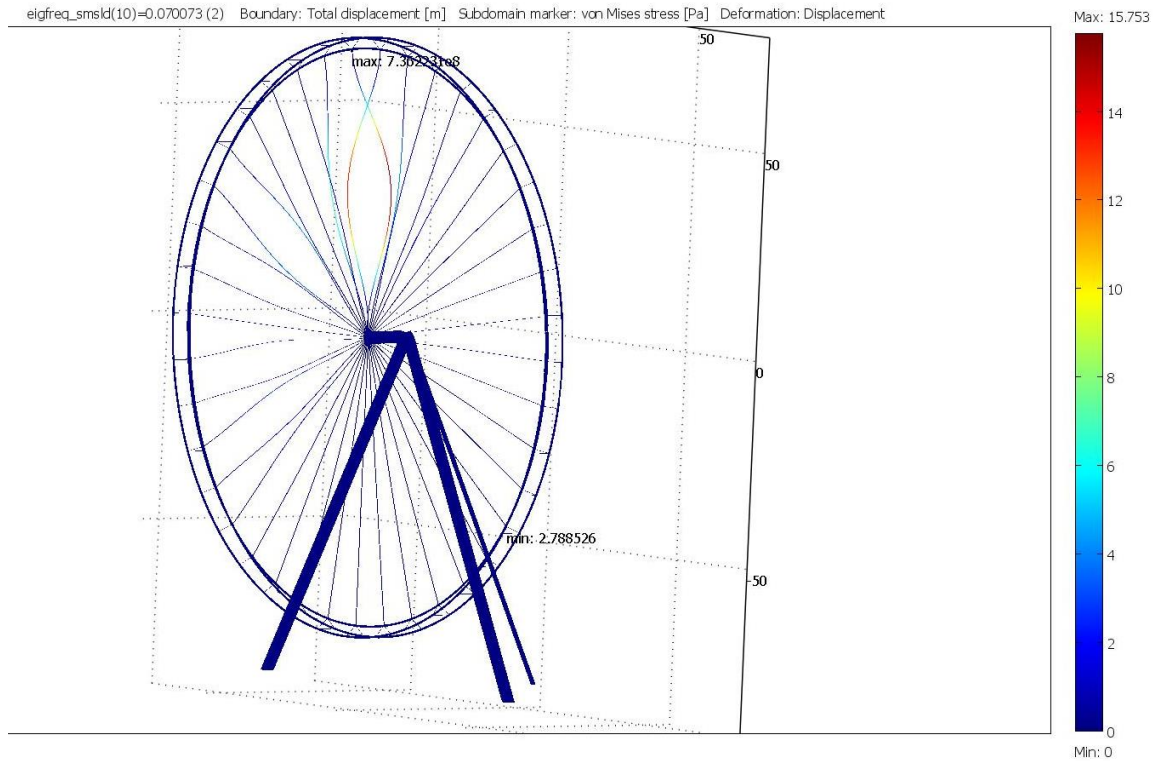
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070072-1



Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070072-2



Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070073-1



Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070073-2

Παρατηρούμε πολλές ανισόρροπες μορφές στην κατασκευή ειδικά όταν φτάνει η ιδιομορφή της τάξης 0.051 Hz. Για να μπορούμε να ελέγξουμε καλύτερα το μοντέλο μας επιλέξαμε να μπει ο μηχανισμός κίνησης στην κάτω μεριά του τροχού και όχι στον άξονα περιστροφής του.

5.2 Μοντέλο ΜΕ μηχανισμό στήριξης

Στην παρακάτω εικόνα ο μηχανισμός φαίνεται με το μαύρο χρώμα.



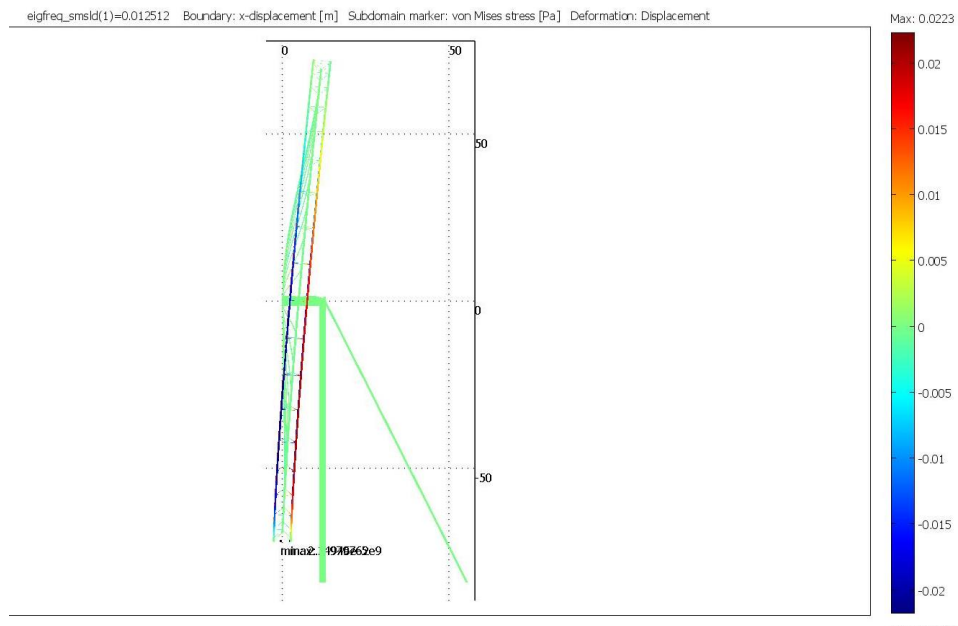
Το μοντέλο με το σημείο στήριξης που είναι ο μηχανισμός κίνησης

Μετά που εισάγουμε ξανά το μοντέλο στο COMSOL εξετάζουμε τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές του.

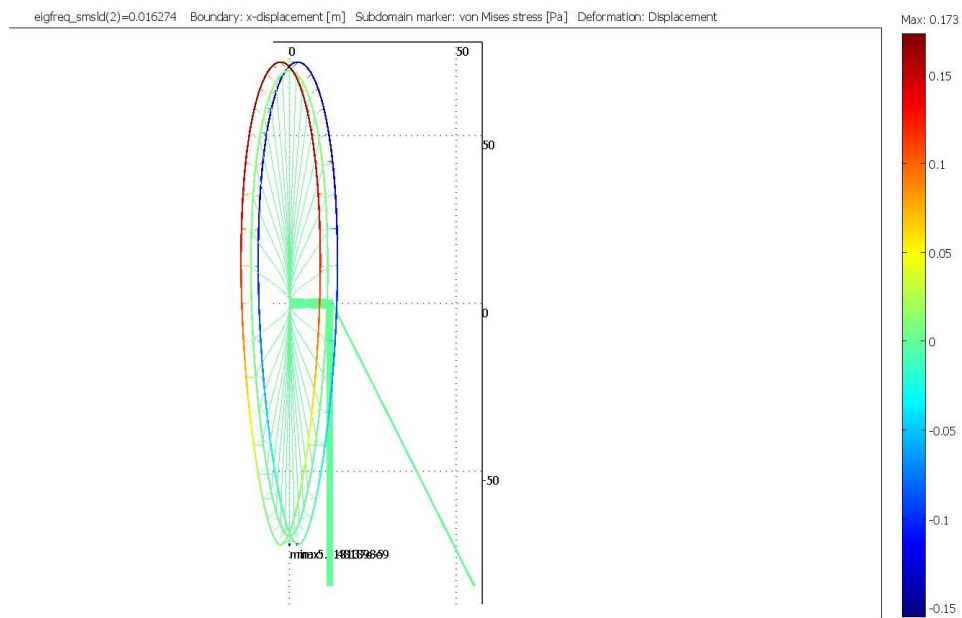
Στο παρακάτω πίνακα φαίνονται οι ιδιοσυχνότητες που ζητήθηκε από το COMSOL να βρει.

Ιδιοσυχνότητες
0.012512
0,016274
0,04165
0,055742
0,070055
0,070072
0,070073(1)
0,070073(2)
0,070073(3)
0,070074

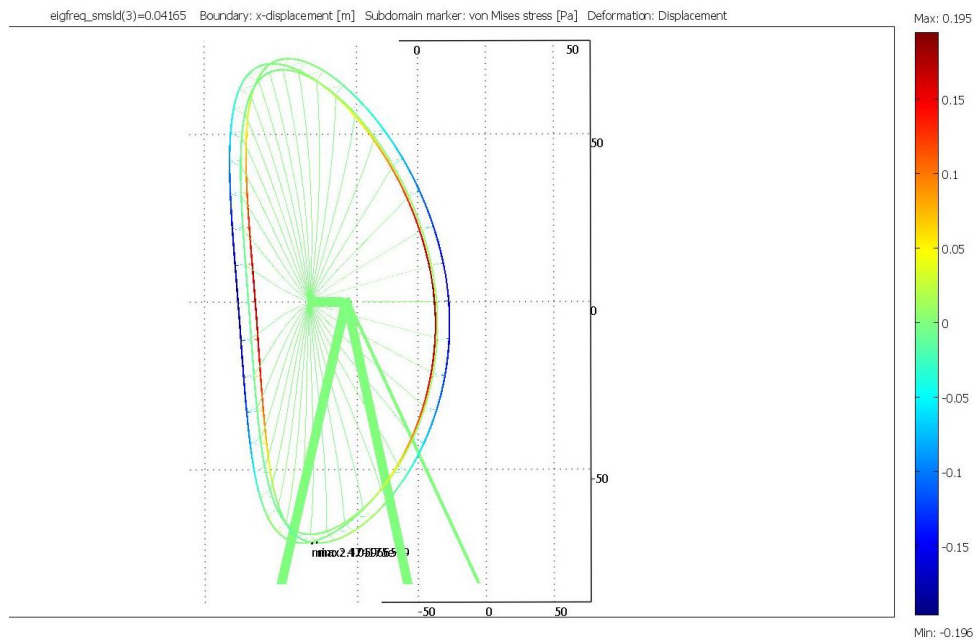
Η κάθε ιδιοσυχνότητα δίνει διαφορετική απεικόνιση της κατασκευής μας.



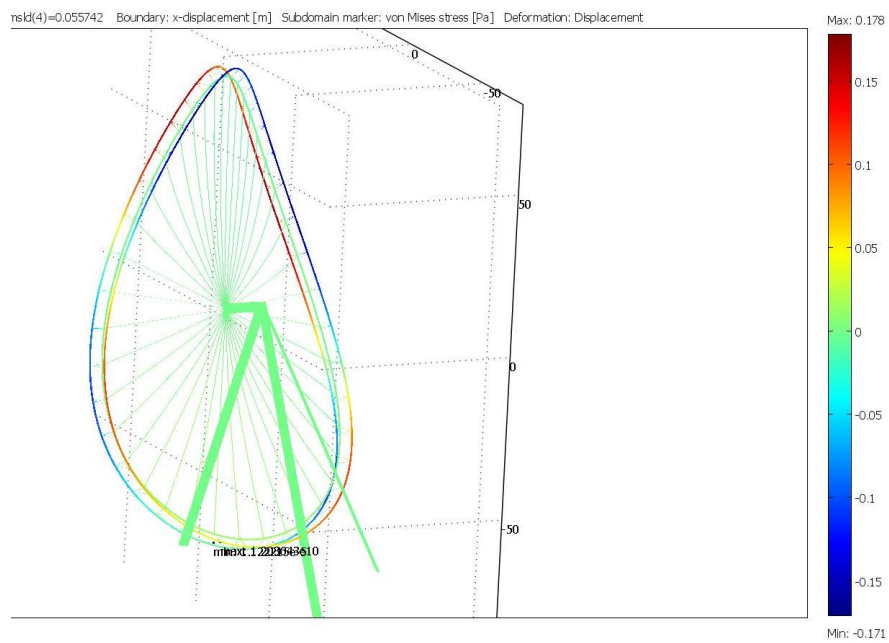
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,012512



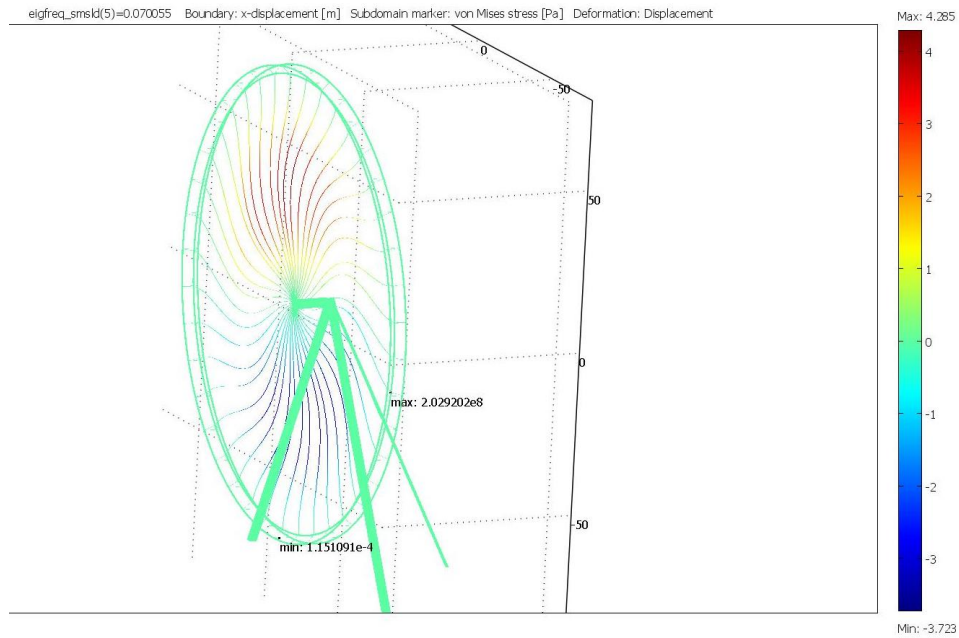
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,016274



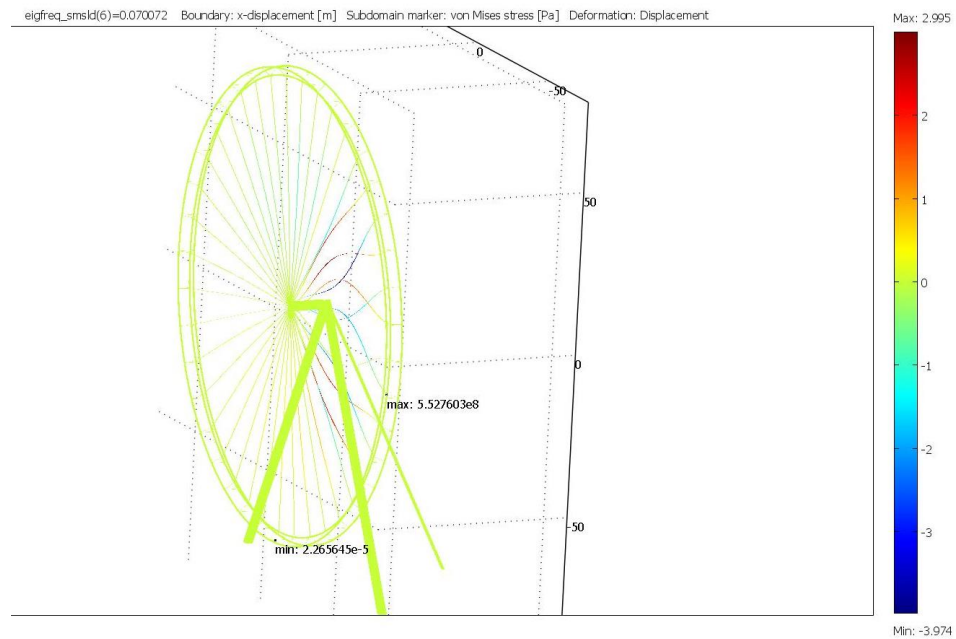
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,04165



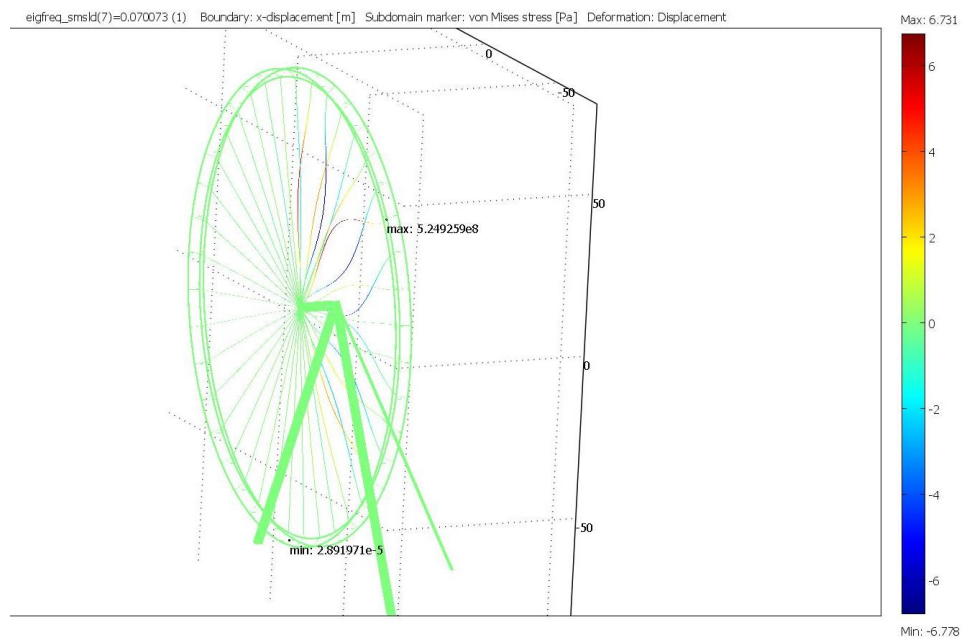
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,055742



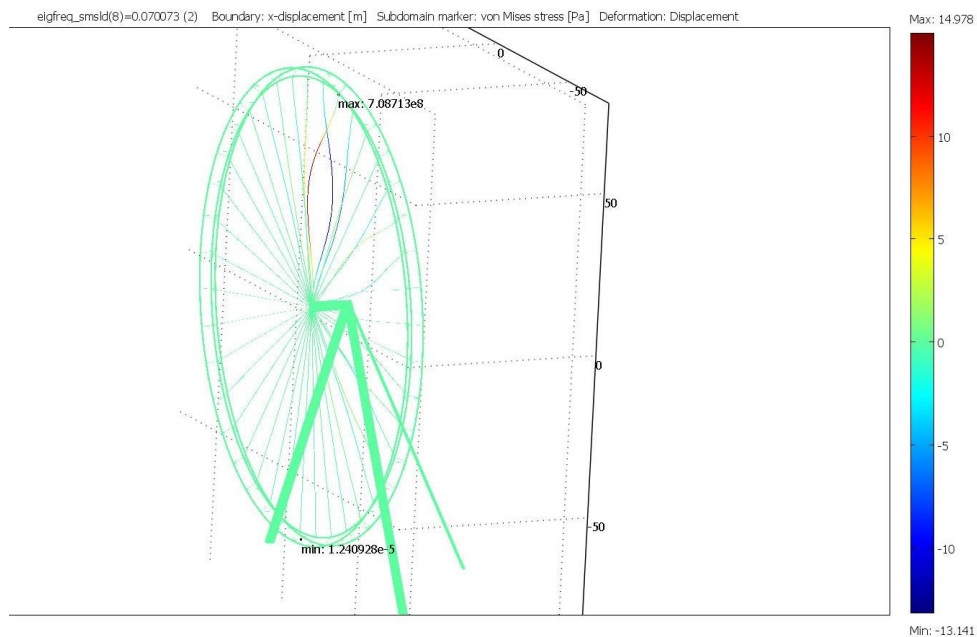
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070055



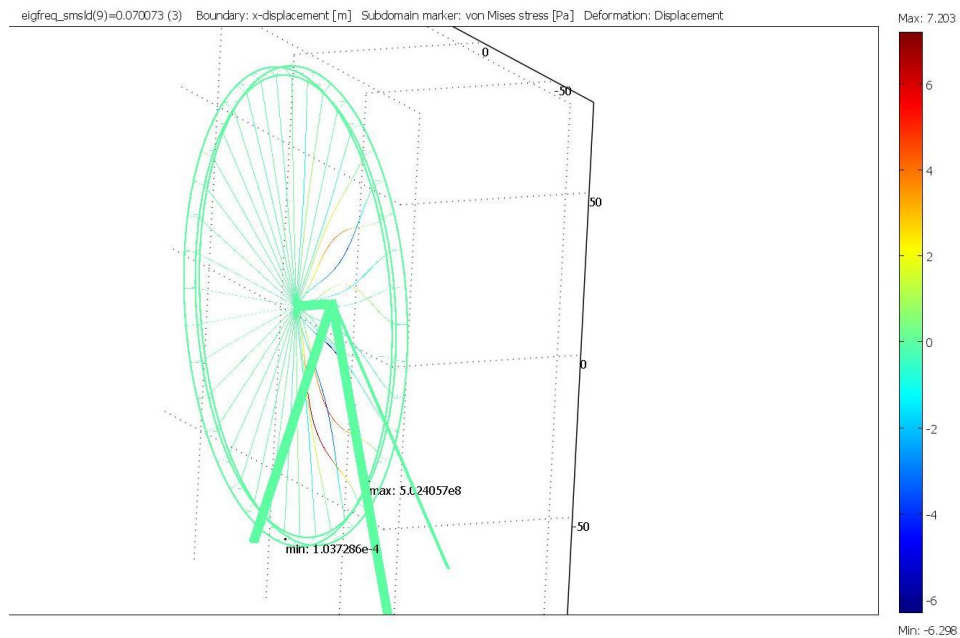
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070072



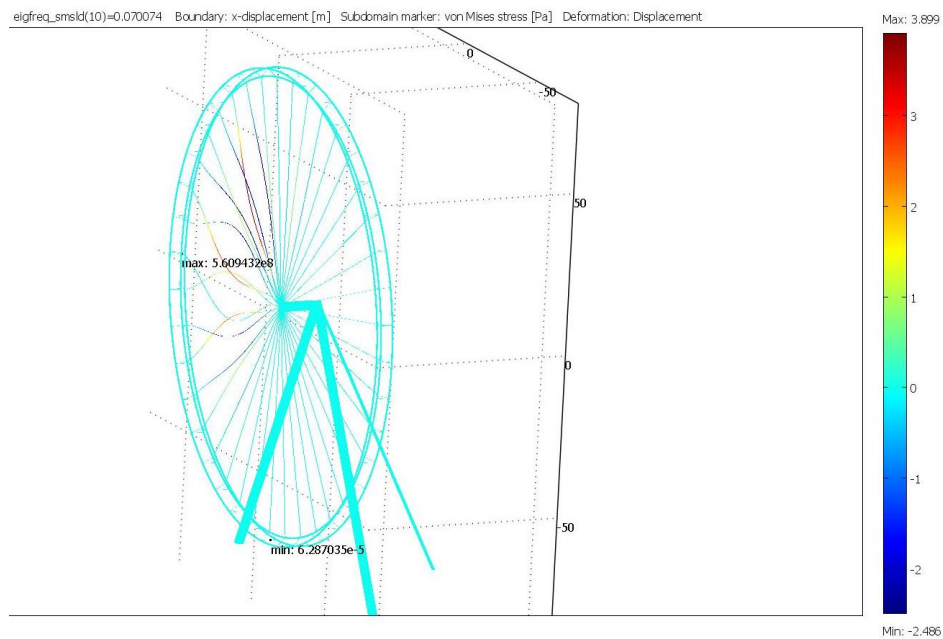
Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070073(1)



Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070073(2)



Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070073(3)



Η παραμόρφωση για την ιδιοσυχνότητα 0,070074

Παρατηρούμε ότι οι μετακινήσεις και οι παραμορφώσεις που έχουμε στις μικρές συχνότητες είναι πολύ πιο μικρές από αυτές που είναι στις μεγάλες συχνότητες, και αυτό είναι φανερό στο παρακάτω πίνακα:

Συχνότητα μοντέλου ΧΩΡΙΣ μηχανισμό στήριξης	Μετακινήσεις (m)	Συχνότητα μοντέλου ΜΕ μηχανισμό στήριξης	Μετακινήσεις (m)
0,00273	2,321	0.012512	0.0223
0,007323	3,181	0.016274	0.173
0,00747	3,423	0.04165	0.195
0,012227	2,217	0.055742	0.178
0,051303	3,457	0.070055	4.285
0,051393	3,575	0.070072	2.995
0,070072(1)	7,776	0.070073(1)	6.731
0,070072(2)	11,094	0.070073(2)	14.978
0,070073(1)	13,282	0.070073(3)	7.203
0,070073(2)	15,753	0.070074	3.899

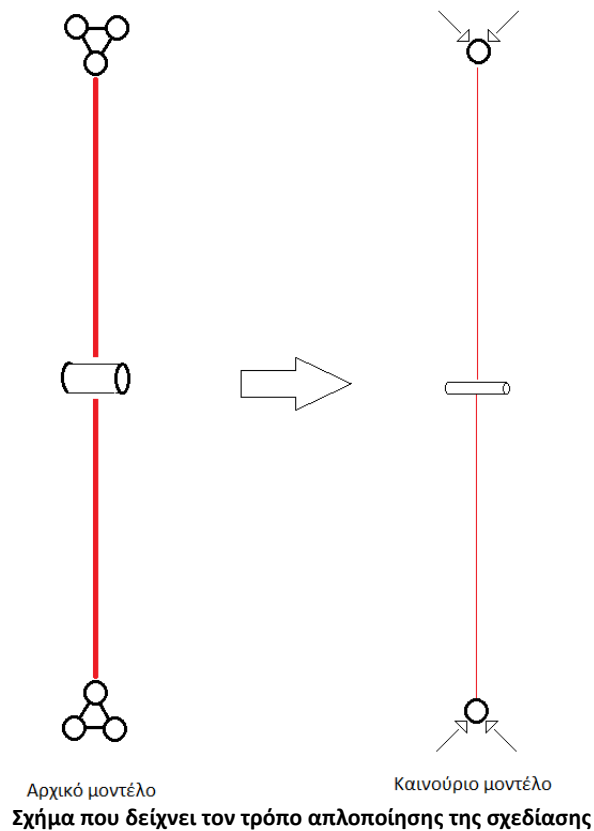
Βάσει της προηγούμενης εξέτασης που κάναμε αποφασίσαμε να πάρουμε και να κάνουμε την μελέτη μας σε μοντέλο που περιέχει μηχανισμό κίνησης στην κάτω μεριά του τροχού.

6. Είδη φορτίσεων και αποτελέσματα ανάλυσης

Πριν προχωρήσουμε στους υπολογισμούς των δυνάμεων και τις διάφορες αναλύσεις θα πρέπει να γίνουν κάποιες ενέργειες πάνω στην κατασκευή.

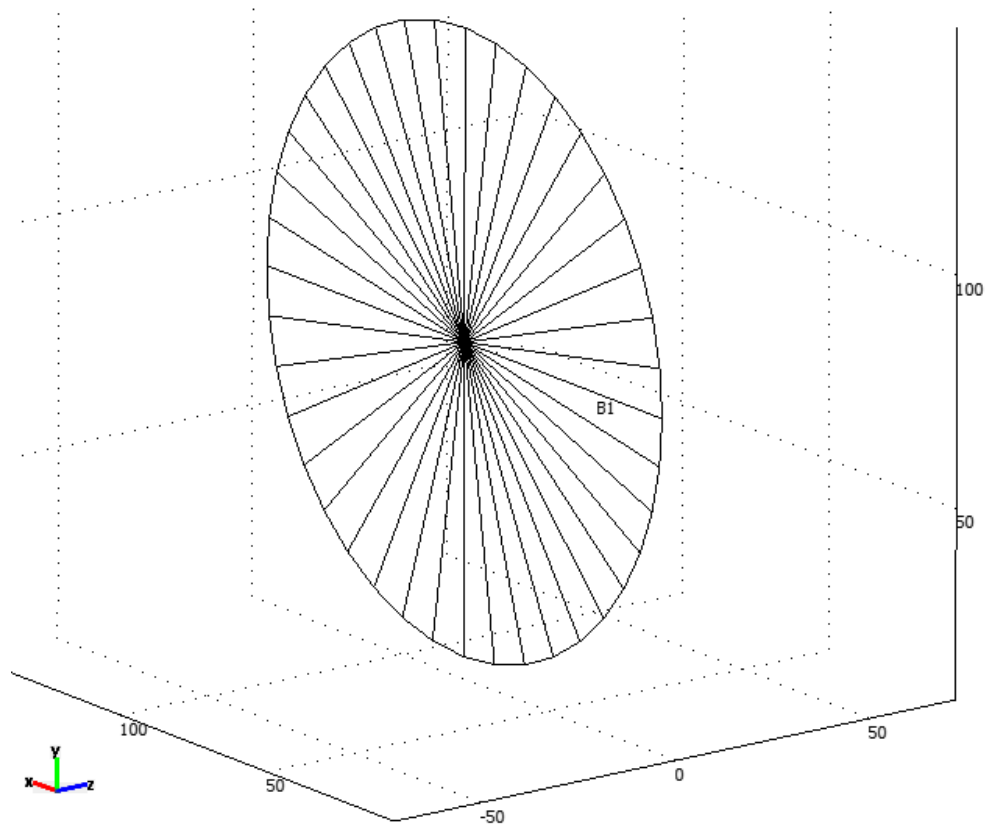
6.1 Απλοποίηση του μοντέλου

Η επίλυση με πλεγματοποίηση του τρισδιάστατου μοντέλου που παρουσιάσαμε έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Εξαιτίας αυτού, δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε κατάλληλη πλεγματοποίηση για να υπολογίσουμε σωστά τις τάσεις σε απλούς καθημερινούς υπολογιστές. Για αυτό το λόγο, χρησιμοποιούμε μια τεχνική απλοποίησης του μοντέλου για να υπολογιστούν με μια σχετική ακρίβεια όλες οι τιμές των τάσεων και των δυνάμεων. Η παρακάτω εικόνα είναι μια τομή της κατασκευής που δείχνει πως γίνεται αυτή η απλοποίηση και πως μεταφέρεται η μάζα των τριών κύκλων (στεφάνη) σε μια κυκλική μάζα γύρο από τον ίδιο άξονα.



Στο απλοποιημένο μοντέλο θα εφαρμοστούν ακριβώς οι ίδιες δυνάμεις που εφαρμόστηκαν στο τρισδιάστατο μοντέλο (όπως το βάρος της κατασκευής, βάρος των ανθρώπων, προεντάσεις κλπ).

Η εισαγωγή του μοντέλου στο πρόγραμμα COMSOL θα γίνει με χρήση Euler Beam (οι οποίες δέχονται την πραγματική διατομή των καλωδίων και της στεφάνης). Η τελική μορφή της κατασκευής έχει την παρακάτω εικόνα:



Με βάση την παραπάνω μοντελοποίηση θα εξεταστούν τρεις περιπτώσεις φόρτισης:

1. Μοντέλο σε κανονική φόρτιση (χωρίς επίδραση καιρικών δεδομένων)
2. Μοντέλο σε κανονική φόρτιση και επίδραση από Χιόνι
3. Μοντέλο σε κανονική φόρτιση και επίδραση από Άνεμο

Όπου για κάθε περίπτωση ξεχωριστά θα μελετηθεί η συμπεριφορά της κατασκευής για τον εντοπισμό περιοχών αυξημένου κινδύνου, όπως είναι ο Άξονας περιστροφής.

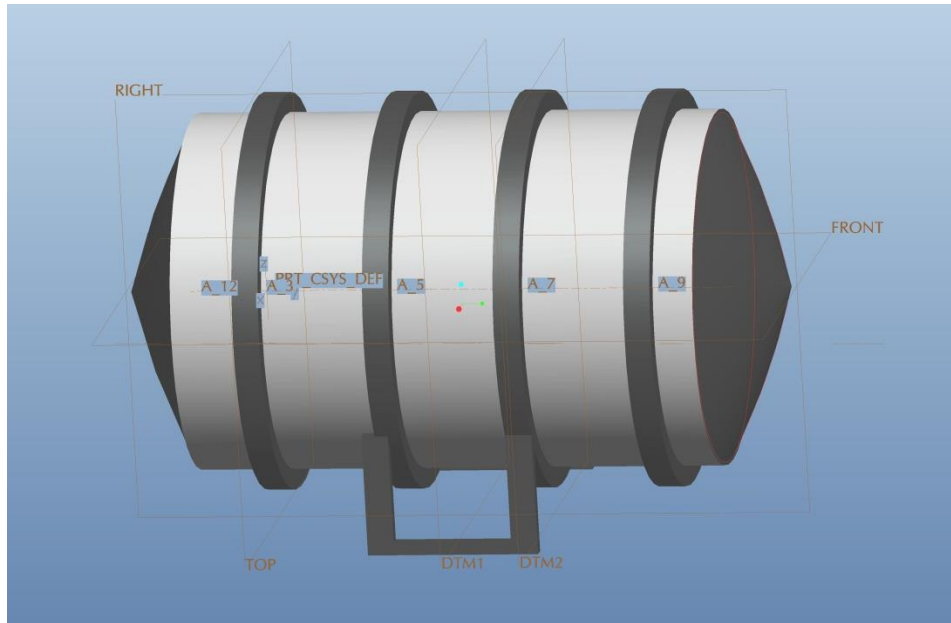
6.2 Μοντέλο σε κανονική φόρτιση

Στην συγκεκριμένη περίπτωση λαμβάνουμε υπόψη τις τάσεις λόγω βάρους κατασκευής και ανθρώπων καθώς και τις προεντάσεις στα συρματόσχοινα.

6.2.1 Βάρος κατασκευής

Για ευκολία υπολογισμών των διαφόρων δυνάμεων επιλέχθηκε να μελετηθεί μόνο η περίπτωση που έχουμε τον τροχό (κύκλος) χωρίς την στήριξη. Ο κύκλος έχει βάρος που μόνο του ασκεί μια δύναμη προς τα κάτω ίση με 24411694,5 N συνολικά. Αυτή η δύναμη μοιράζεται σε 40 τμήματα και τοποθετείται σε όλα τα σημεία στην στεφάνη ομοιόμορφα. Άρα σε κάθε κόμβο θα ασκηθεί μια δύναμη ίση με 595407,18 N.

Επίσης ένα μεγάλο βάρος συγκεντρώνεται στην καμπίνα της κατασκευής που έχει την παρακάτω μορφή.



Η τελική μορφή της καμπίνας

Κάθε καμπίνα έχει βάρος που ισούται με 13.000 kg περίπου. Επίσης κάθε καμπίνα έχει σχεδιαστεί να χωράει 25 άτομα όπου κάθε άτομο ζυγίζει κατά μέσω όρο 75 kg, όλα αυτά τα βάρη λαμβάνονται υπόψη στους υπολογισμούς.

6.2.2 Προεντάσεις

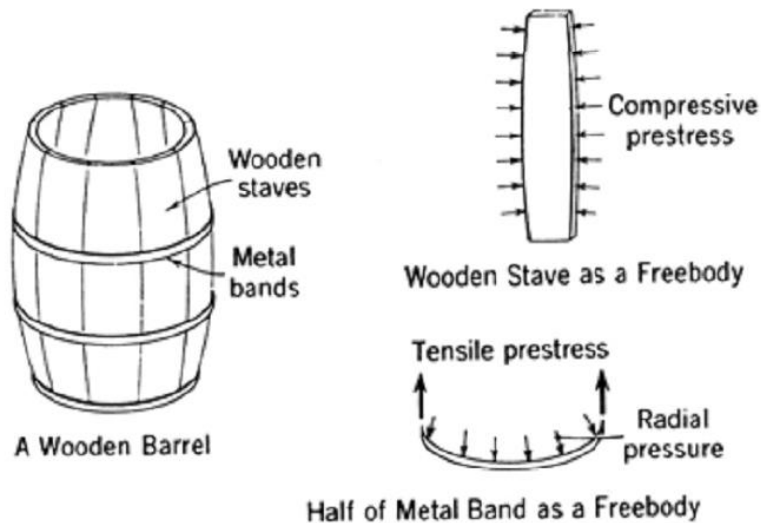
Η προένταση είναι μια μέθοδος με την οποία επιβάλλονται θλιπτικές τάσεις στις διάφορες διατομές που εξετάζουμε. Το αποτέλεσμα είναι η μείωση των εφελκυστικών τάσεων στη διατομή σε σημείο που δεν ξεπερνούν την τάση διαρροής του υλικού που εξετάζεται. Με αυτό το τρόπο μπορούμε να υποθέσουμε ότι λειτουργούν δυο συστήματα δυνάμεων

- εσωτερικές δυνάμεις προεντάσεις
- εξωτερικές δράσεις (μόνιμες ή μεταβαλλόμενες)

Η βασική ιδέα της προέντασης ανακαλύφθηκε αιώνες πριν όταν μεταλλικές ζώνες χρησιμοποιούνταν για να περιδέσουν ξύλινες λωρίδες για την δημιουργία βαρελιών.



Η σύσφιξη των μεταλλικών ζωνών μέσω εφελκυστικών τάσεων δημιουργεί θλίψη μεταξύ των ξύλινων λωρίδων που επιτρέπει να αντισταθούν καλύτερα στην πίεση που ασκείται από το υγρό στο εσωτερικό του βαρελιού.



Αυτή η τεχνική εφαρμόζεται στο σκυρόδεμα σε μεγάλο εύρος και σε μεγάλη γκάμα όπως γέφυρες, δεξαμενές, εγκαταστάσεις παράγωγης πυρηνικής ενεργείας κλπ.



Πύργος ψύξης φτιαγμένο από τσιμέντο στον οποίο υπάρχουν προεντάσεις

Στο δικό μας πρόβλημα θα γίνει μια εκτίμηση των τιμών προέντασης με δυο τρόπους

- Με θερμότητα
- Με μαθηματικούς τύπους

Υπολογισμός προέντασης με μαθηματικό τύπο

Από τον παρακάτω τύπο μπορούμε να υπολογίσουμε την χαλάρωση S_{in} σε ένα καλώδιο αν ξέρουμε το μήκος και το βάρος του w .

$$S_{in} = \frac{l^2 \cdot w}{8F_e}$$

l = Μήκος καλωδίου, μετριέται σε feet

w = Βαρος/Ft, μετριέται σε Lbs

F_e = Ταση, μετριέται σε Lbs

Για κάθε ένα καλώδιο ισχύει το παρακάτω:

Όγκος $V=1,27 \text{ m}^3$ και για κάθε 1Ft έχουμε όγκο $0,005736 \text{ m}^3$

Για το βάρος έχω:

$M= V \cdot \rho = 0,005736 \cdot 7850 \text{ kg/m}^3 = 45,05 \text{ kg} \rightarrow \text{μετατρέπω σε Lbs (x 2,204)} \rightarrow 99,24 \text{ Lbs}$

Για το μήκος έχω:

Το μήκος του καλωδίου είναι 67,5 μέτρα άρα σε Feet γίνεται $67,5 \times 3,28 = 221,4 \text{ Ft}$

Εφαρμόζοντας τον παραπάνω τύπο για διαφορετικές τιμές χαλάρωσης προκύπτουν τα αποτελέσματα που φαίνονται στον Πίνακας 1

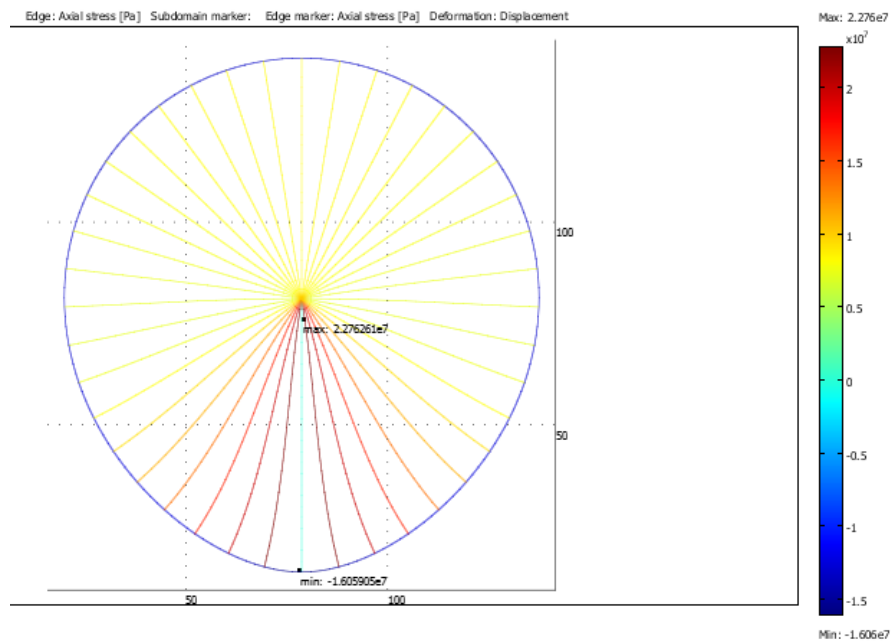
inches	Fe (Lbs)	Psi	Pa	Mpa
0,1	6069979,923	279722,6	1928619196	1928,619
0,3	2023326,641	93240,86	642873065	642,8731
0,6	1011663,32	46620,43	321436533	321,4365
0,9	674442,2136	31080,29	214291022	214,291
1,15	527824,3411	24323,7	167706017	167,706
1,42	427463,3748	19698,77	135818253	135,8183
1,69	359170,4096	16551,63	114119479	114,1195
1,96	309692,8532	14271,56	98398938,6	98,39894
2,23	272196,4091	12543,61	86485165,8	86,48517
2,5	242799,1969	11188,9	77144767,9	77,14477
2,77	219132,8492	10098,29	69625241,7	69,62524
3,04	199670,3922	9201,401	63441420,9	63,44142

Πίνακας 1

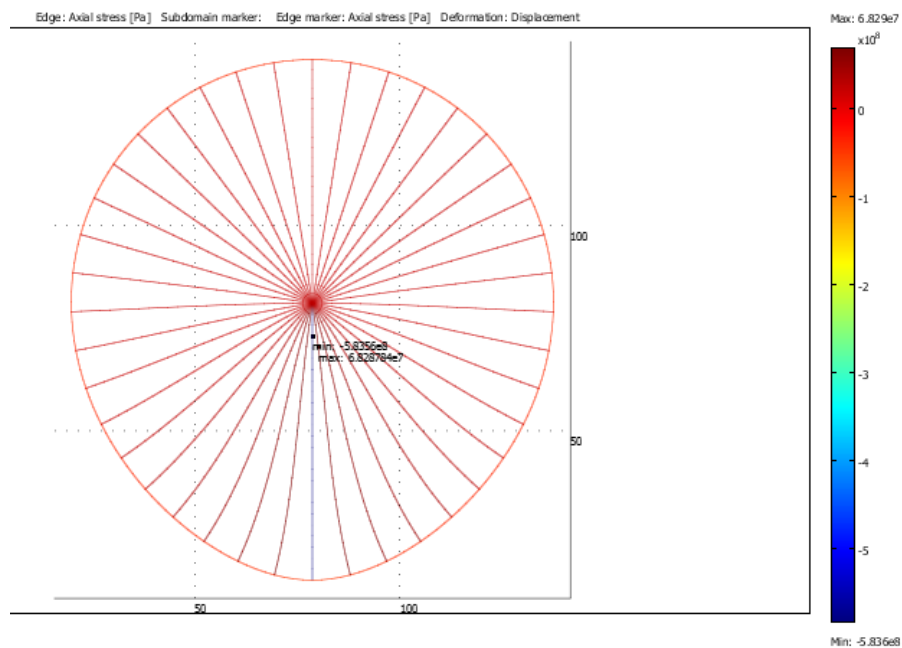
Εισαγωγή προέντασης στο COMSOL με χρήση θερμικών τάσεων

Η ιδέα βασίζεται στην συμπεριφορά των μετάλλων ανάλογα με την θερμοκρασία περιβάλλοντος. Ένα μέταλλο που εκτίθεται σε χαμηλή θερμοκρασία συστέλλεται. Θέτοντας στο COMSOL χαμηλή θερμοκρασία περιβάλλοντος επιτυγχάνουμε αποτέλεσμα αντίστοιχο της προέντασης του καλωδίου.

Η επιλογή της κατάλληλης θερμοκρασίας πρέπει να γίνει προσεκτικά γιατί το υλικό που έχουμε δεν μπορεί να αντέξει οποιαδήποτε θερμοκρασία καθώς μπορεί να αλλάξει η συμπεριφορά του (τάσεις) και να μας οδηγήσει σε αστοχία. Στις ακόλουθες εικόνες φαίνεται αναλυτικά η επίδραση διαφορετικών θερμοκρασιών στην κατασκευή.



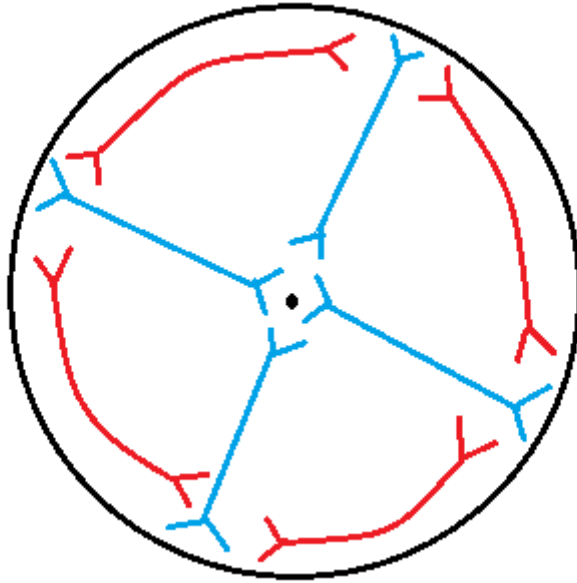
Οι τάσεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή με την εφαρμογή διαφοράς θερμοότητας -10 C



Οι τάσεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή με την εφαρμογή διαφοράς θερμοότητας -30 C

Εκτός των καλωδίων η κατασκευή αποτελείται και από άλλα κομμάτια στα οποία ασκούνται προεντάσεις. Ένα τέτοιο κομμάτι είναι η στεφάνη.

Η προένταση σε αυτήν την περίπτωση είναι απαραίτητη για να μην κατάρρευση η στεφάνη. Λόγω της προέντασης τα επιμέρους τμήματα συσφίγγονται μεταξύ τους, αποτρέποντας την όποια αστοχία.



Διάφορες τάσεις που πρέπει να εφαρμοστούν στην κατασκευή για εσωτερική ισορροπία

6.2.3 Κεντρομόλος δύναμη

Η κεντρομόλος δύναμη είναι μια δύναμη που βρίσκεται σε οποιοδήποτε σώμα που εκτελεί μια κυκλική τροχιά, δηλαδή περιστρέφεται διαγράφοντας ένα κύκλο γύρω από ένα σταθερό σημείο. Η δύναμη έχει φορά προς το κέντρο του κύκλου. Η κεντρομόλος δύναμη είναι η συνιστώσα της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα κατά τη διεύθυνση που ορίζει κάθε στιγμή η θέση του με το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του, έχει κατεύθυνση (φορά) προς το κέντρο αυτό και είναι κάθε χρονική στιγμή κάθετη στην ταχύτητα του σώματος. Το μέτρο της δύναμης είναι ανάλογο του τετράγωνο της ταχύτητας και δίνεται από τον παρακάτω τύπο

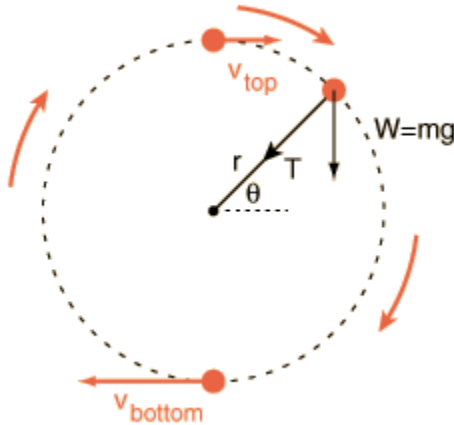
$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

όπου R η ακτίνα της τροχιάς, m η μάζα του σώματος και V η ταχύτητά του.

Όμως στην περίπτωση που η κυκλική κίνηση είναι σε κάθετη κατεύθυνση προς τον έδαφος τότε ο τύπος που καθορίζει αυτήν την δύναμη υπολογίζεται διαφορετικά γιατί πρέπει να λάβουμε υπόψη την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Στην περίπτωση του κάθετου κύκλου, στην κορυφή η ελάχιστη ταχύτητα που απαιτείται για να διατηρήσεις κυκλική τροχιά είναι αυτή που δίνει μια προς τα κάτω επιτάχυνση ίση με την βαρυτική $a = g$. Άρα η ελάχιστη ταχύτητα στη κορυφή δίνεται από τον τύπο:

$$v_{top}(minimum) = \sqrt{gr}$$



Επίσης υπάρχει η ταχύτητα του χαμηλότερου σημείου του κύκλου ανάλογα.

Η αρχή διατήρησης της ενεργείας σχετίζει τις δυο ταχύτητες (στην κορυφή και στο κάτω μέρος) από την παρακάτω σχέση:

$$\frac{1}{2} mv_{top}^2 + mg2r = \frac{1}{2} mv_{bottom}^2$$

Η σχέση που συνδέει τις τάσεις δίνεται από τον τύπο:

$$T_{bottom} = T_{top} + 6mg$$

Η κίνηση της μάζας σε μια κάθετη κυκλική τροχιά βασίζεται σε διάφορες μηχανικές αρχές, πρέπει να ικανοποιεί τους περιορισμούς λόγω της κεντρομόλου δύναμης για να παραμένει σε κύκλο και θα πρέπει να ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας καθώς η βαρυτική ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική όταν η μάζα κινείται προς τα κάτω.

Η ταχύτητα οφείλει να αυξάνεται καθώς η μάζα κινείται προς το κάτω μέρος με βάση τους προηγούμενους περιορισμούς.

Για μια κινούμενη μάζα σε κάθετη κυκλική δύναμη με ακτίνα $r=69 \text{ m}$, αν υποθέσουμε ότι το συρματόσχοινο παραμένει τεντωμένο, τότε η ελάχιστη ταχύτητα της μάζας στην κορυφή του κύκλου (για $g = 9,81 \frac{m}{s}$) είναι:

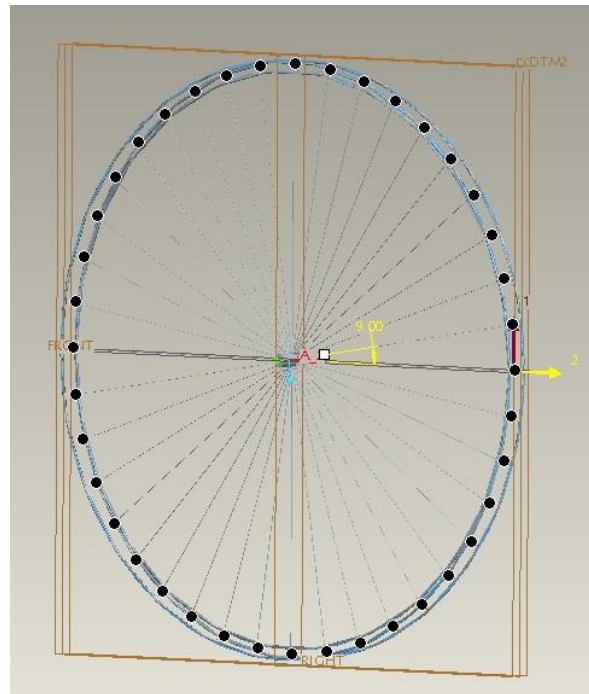
$$v_{top}(minimum) = \sqrt{gr} = 26 \frac{m}{s}$$

Και η ταχύτητα στο κάτω μέρος είναι :

$$v_{bottom} = 58,14 \frac{m}{s}$$

6.2.4 Αδρανειακή δύναμη

Η αδρανειακή δύναμη δίνεται από τον τύπο $F = ma$. Όπου m η μάζα του κυκλου και a η επιτάχυνση. Για να εισάγουμε τα δεδομένα στο COMSOL μοιράζουμε την συνολική μάζα σε 40 σημεία γύρω από τον άξονα περιστροφής. Με αυτό τον τρόπο σε κάθε σημείο ασκείται δύναμη της τάξης των 595407,18N με διεύθυνση εφαπτόμενη στην ακτίνα της στεφάνης. Η δύναμη αναλύεται σε συνιστώσες ανά 9 μοίρες και τοποθετείται στα αντίστοιχα 40 σημεία.



Τα 40 σημεία όπου τοποθετήθηκε η Αδρανειακή δύναμη

6.3 Μοντέλο σε κανονική φόρτιση και επίδραση από Χιόνι

6.3.1 Υπολογισμός δυνάμεων λόγω χιονιού

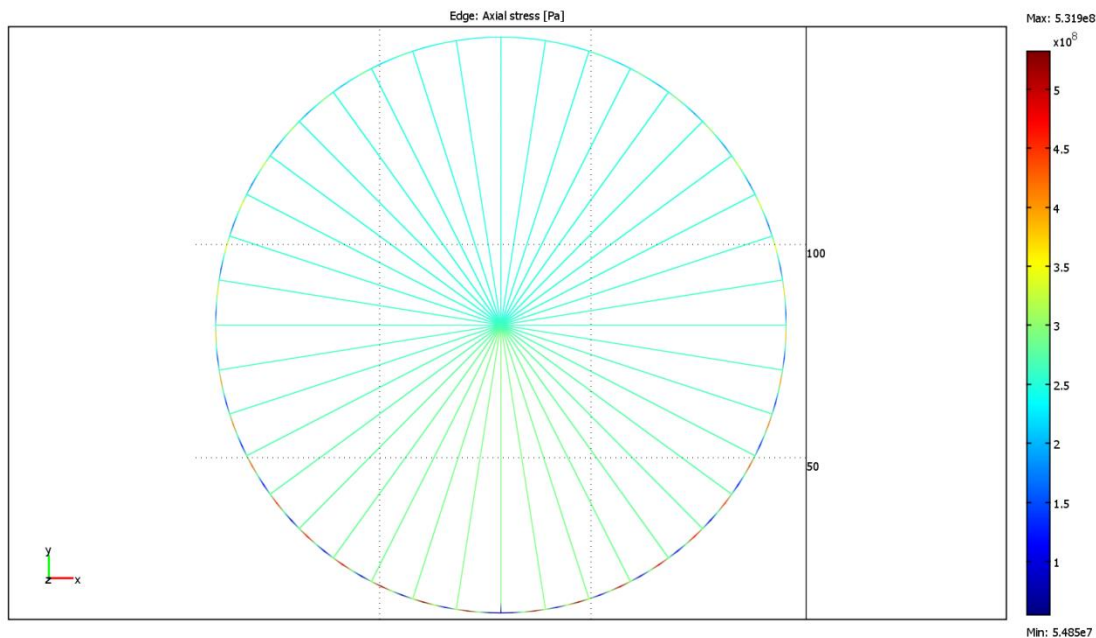
Το βάρος του χιονιού προκαλεί μια μεγάλη και σημαντική δύναμη την οποία πρέπει να λάβουμε υπόψη στο βάρος της κατασκευής. Για τον υπολογισμό του βάρους ξεκινάμε και επιλέγουμε την περιοχή που θα γίνει η ανέγερση της κατασκευής. Υποθέτοντας ότι η κατασκευή θα γίνει στην Αθήνα (ρεαλιστικό σενάριο), γνωρίζουμε ότι το ύψος χιονόπτωσης φτάνει μέχρι 60 cm και η πυκνότητα του χιονιού είναι $100 \frac{Kg}{m^3}$.

Η συνολική δύναμη λόγω βάρους είναι: $0,6m \times 100 \frac{Kg}{m^3} = 60 \frac{Kg}{m^2}$

άρα $60 \frac{Kg}{m^2} \times 9,81 \frac{m}{s^2} = 588,6 \frac{N}{m^2}$

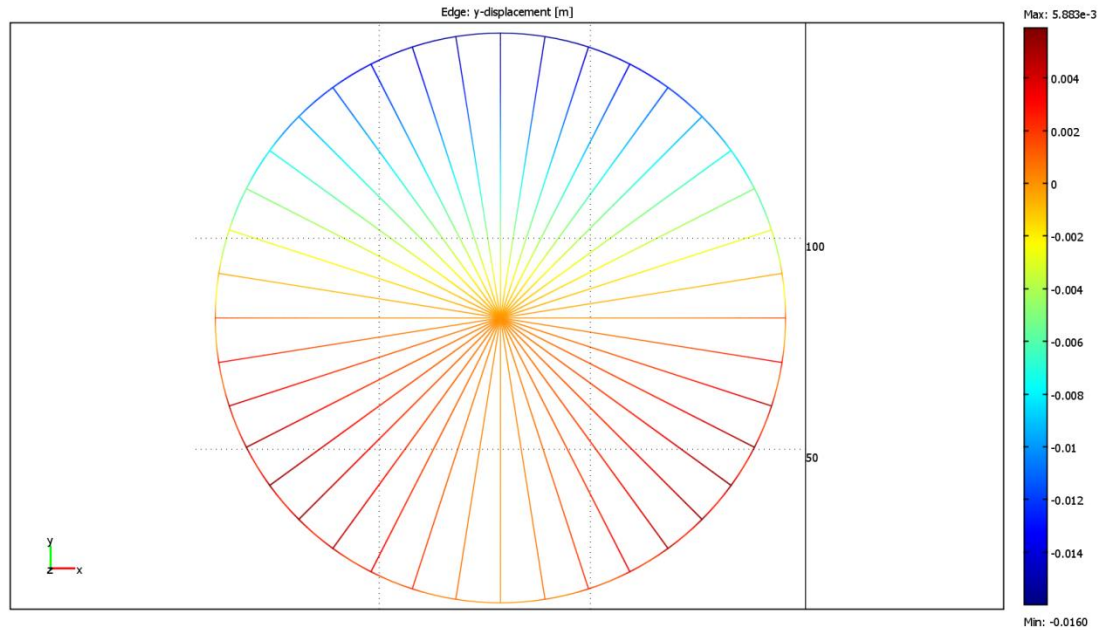
6.3.2 Εφαρμογή

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν μετά την προσομοίωση στο COMSOL φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα. Η κατασκευή καταπονείται με τάσεις της τάξης των $3,5 \times 10^8 Pa$ τα οποία είναι **εντός** αντοχής του μετάλλου.



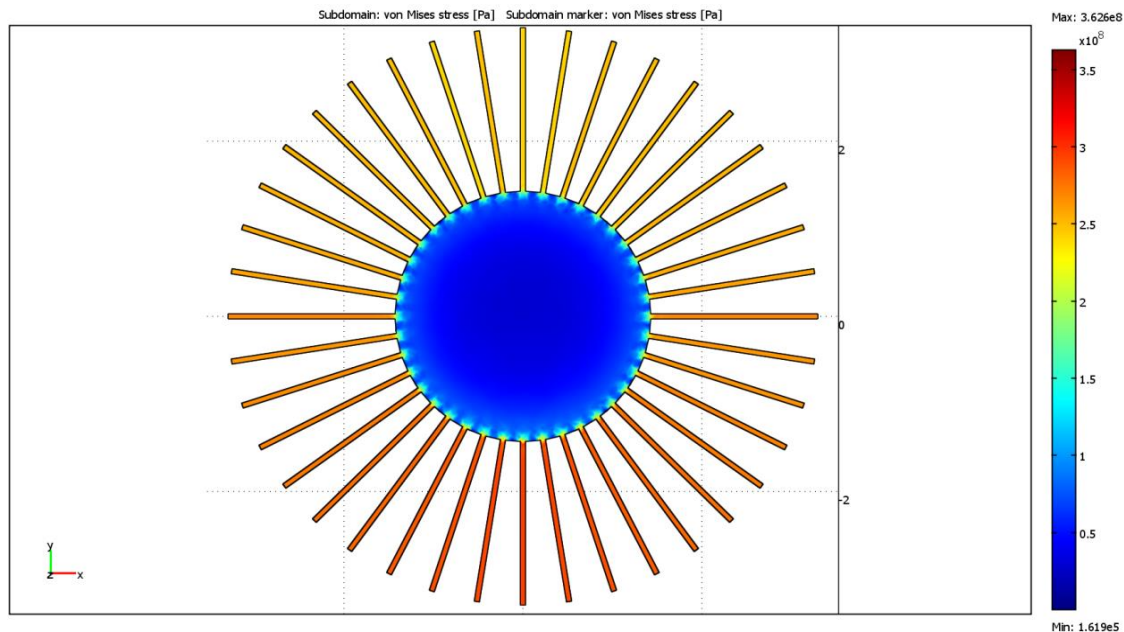
Αξονικές τάσεις, παρατηρούμε στο κάτω μέρος του κύκλου αυξημένες τάσεις

Παράλληλα εξετάζεται και η μετατόπιση κατά το κατακόρυφο άξονα (Y - άξονα). Οι μετακινήσεις είναι πολύ μικρές και δεν επηρεάζουν τη λειτουργία της κατασκευής και είναι της τάξης των $5,8 \times 10^{-3}m$.



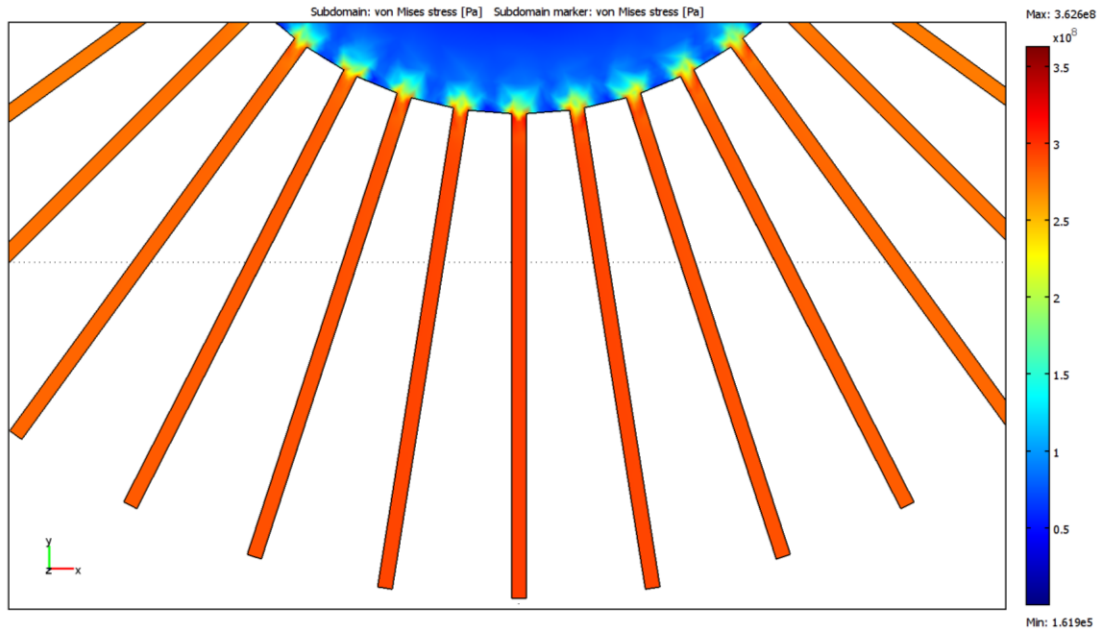
Μετακινήσεις κατά τον Υ-άξονα

Μετά τον υπολογισμό των κύριων τάσεων στην όλη κατασκευή , ακολουθεί μια πιο αναλυτική διερεύνηση σε ένα τοπικό μοντέλο που έχει μόνο τον κύριο άξονα περιστροφής, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, για να εξετάσουμε την καταπόνηση του.



Πρόσοψη του άξονα περιστροφής όπου φαίνονται οι δυνάμεις Von Misses

Εξετάζουμε τις τάσεις Von Misses που εμφανίζονται οι οποίες είναι της τάξης των $3,6 \times 10^8 Pa$ που είναι εντός επιτρεπτών ορίων. Στην εικόνα που ακολουθεί φαίνεται σε μεγενθυση ένα τμήμα του αξονα.



Μεγέθυνση ενός τμήματος του άξονα περιστροφής όπου φαίνονται καλύτερα οι τάσεις.

6.4 Μοντέλο σε κανονική φόρτιση και επίδραση από Άνεμο

6.4.1 Υπολογισμός δυνάμεων λόγω ανέμου

Η συνολική δύναμη του ανέμου στην κατασκευή δίνεται από τον τύπο

$$F = W_d + W_e + W_i + W_l$$

Όπου το W_d υπολογίζεται από την εξίσωση $W_d = \frac{V^2}{1630} \frac{KN}{m^2}$, όπου V η ταχύτητα ανέμου σε m/s.

Για λόγους ασφάλειας, γίνεται η επιλογή της μεγαλύτερης ταχύτητας ανέμου από πίνακες που δίνονται από το site των American Code.

	Vk			
Wd KN/m ²	Km/h	m/Sec	Άνεμος	περιοχή
1,48	175	48,6	Πολύ δυνατος	1

Άρα το $W_d = 1,48 \frac{KN}{m^2}$

Μπορούμε να μετατρέψουμε την δυναμική επίδραση του ανέμου σε στατική πίεση πάνω στις επιφάνειες από την σχέση

$$W_e = a_0 \cdot K_h \cdot K_s \cdot W_d \quad \frac{KN}{m^2}$$

Όπου:

a_0 Συντελεστής της επιφάνειας που προσπύπτει καθετα ανεμος, εδω $a_0 = 1,3$

K_h Συντελεστής σχετικός με το υψος της κατασκευής, που δίδεται απο το τυπο

$$K_h = 2,5 \left(1 - \frac{42}{h+60} \right)$$

Όπου h το ύψος της κατασκευής και ισούται με 165 μέτρα. Από την εφαρμογή του τύπου λαμβάνουμε την εξής τιμή $K_h = 2,0333$

K_s Συντελεστής σχετικός με τα γεωγραφικά χαρακτηριστικά της περιοχής, για λόγους ασφάλειας επιλέγω το μεγαλύτερο νούμερο που εκφράζει περιοχές δίπλα σε παραλίες και νησιά, $K_s = 1,3$.

Άρα ο συνολικός αριθμός W_e είναι $W_e = 1,3 \times 2,0333 \times 1,3 \times 1,48 = 5,08577 \frac{KN}{m^2}$

Το αποτέλεσμα του ανέμου αναλύεται σε δυνάμεις ώθησης και δυνάμεις ελκτικές.

Ο Συντελεστής W_i είναι για ανοιχτες κατασκευες (υπαρχουν ανοιγματα η διαφορα κενα) απο την μερια που προσπύπτει ο ανεμος (προσηνεμη). Αντιθετα, ο συντελεστής W_l είναι απο την υπηνεμη μερια και υπολογιζονται απο τις παρακατω σχεσεις:

$$W_i = 0,8 \cdot K_h \cdot K_s \cdot W_d \quad \frac{KN}{m^2}$$

$$W_l = 0,5 \cdot K_h \cdot K_s \cdot W_d \quad \frac{KN}{m^2}$$

$$W_i = 3,12971 \quad \frac{KN}{m^2}$$

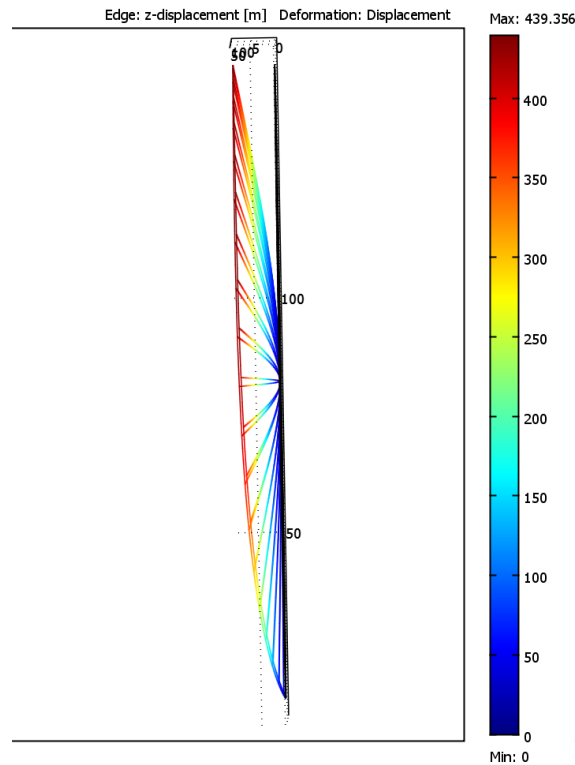
$$W_l = -1,9561 \quad \frac{KN}{m^2}$$

Η συνολική δύναμη ανέμου $F = W_d + W_e + W_i + W_l$ ισούται με το άθροισμα των τεσσάρων

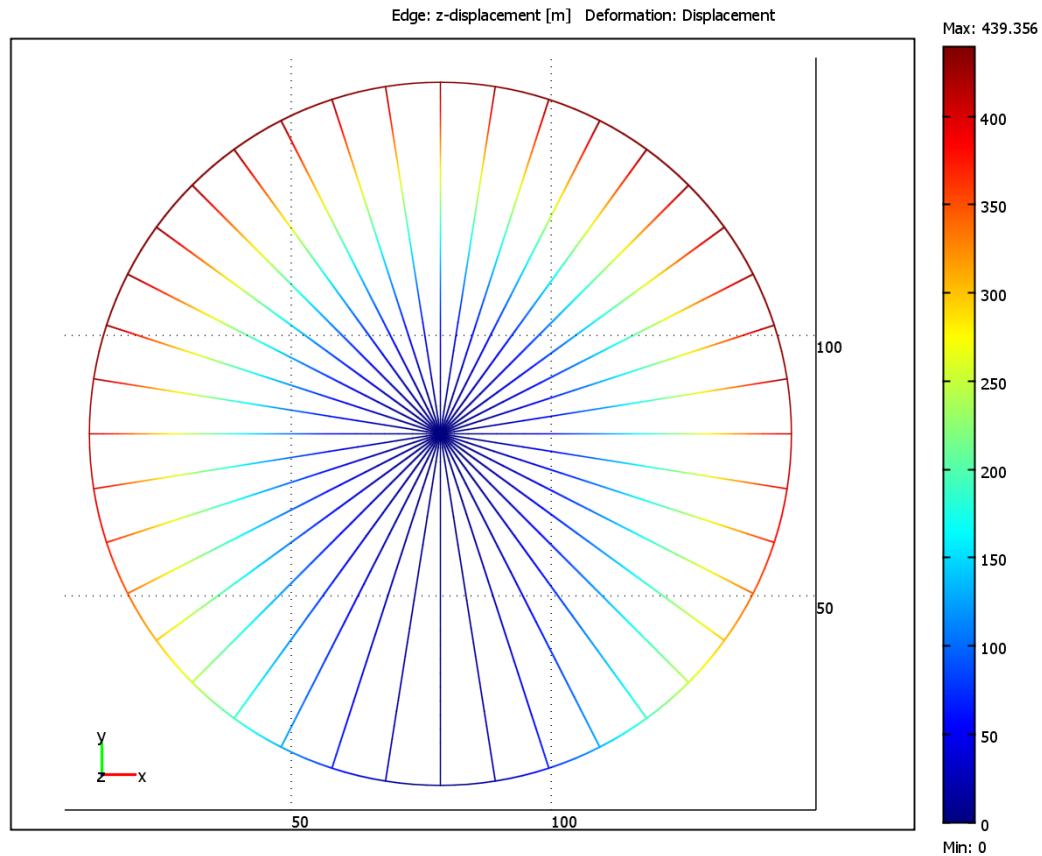
προηγούμενων όρων $F = 1,48 + 5,08577 + 3,12971 - 1,9561 = 7,7394133 \quad \frac{KN}{m^2}$

6.4.2 Εφαρμογή

Στη περίπτωση φόρτισης λόγω ανέμου η κατασκευή αστοχεί. Η αιτία οφείλεται στην διάταξη των συρματόσκοινων. Οι δυνάμεις που ασκούνται είναι κάθετες στις δυνάμεις λόγω ανέμου με αποτέλεσμα να μην δημιουργούνται οι κατάλληλες αντίθετες ροπές ισορροπίας. Η αστοχία φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.

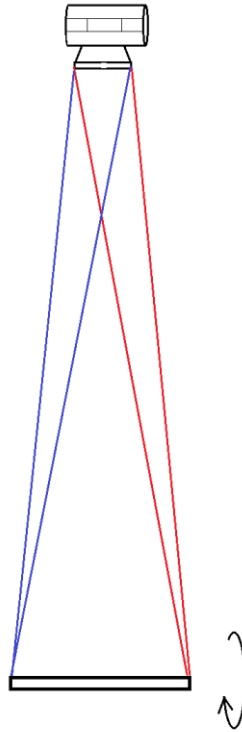


Πλάγια όψη των μετακινήσεων κατά τον Z-άξονα



Οι μετακινήσεις κατά τον Z-άξονα

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα προτείνουμε μια διαφορετική διάταξη των συρματόσκοινων όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Τροποποιημένη διάταξη ικανή να αντέχει σε καταπονήσεις λόγο ανέμου

Σε αυτή την περίπτωση δημιουργούνται οι κατάλληλες ροπές για να αντιμετωπιστούν οι ριπές του ανέμου.

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε μια κατασκευή ενός Ferris Wheel. Η διάμετρος της κατασκευής είναι 138 μέτρα. Η αρχική σχεδίαση της κατασκευής έγινε στο Pro-engineer. Πρόκειται για μια πρωτότυπη ιδέα κατασκευής για την οποία έπρεπε να ελέγξουμε την συμπεριφορά της. Η κατασκευή ουσιαστικά αποτελείται από έναν άξονα περιστροφής, στεφάνη με καμπίνες και ένα τρίποδο που στηρίζει τον άξονα.

Η συμπεριφορά της κατασκευής για διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης μελετήθηκε με χρήση του προγράμματος Comsol. Για την εισαγωγή του μοντέλου και όλων των παραμέτρων (ιδιότητες υλικού, προεντάσεις, επιδράσεις των καιρικών φαινομένων) υπήρξε βαθιά αναζήτηση στην διεθνή βιβλιογραφία.

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα, η συγκεκριμένη κατασκευή μπορεί να ανταπεξέλθει στις φορτίσεις που προκαλούνται από το βάρος της και το βάρος του χιονιού αλλά όχι ανέμου. Στην περίπτωση του ανέμου προτείνεται μια εναλλακτική διάταξη των καλωδίων.

Βιβλιογραφία

Βιβλία

- [1]. Μηχανική του απαραμόρφωτου στερεού, Στατική, Βουθούνης, Παναγιώτης Α.
- [2]. Στατική: Μηχανική του Απαραμόρφωτου Στερεού, Αναστάσιος Χρυσάκης
- [3]. Εισαγωγή στα πεπερασμένα στοιχεία για μηχανικούς, Tirupathi R. Chandrupatla, Ashok D.
- [4]. Αντοχή των υλικών, Ευριπίδης Παπαμίχος, Νίκος Χ. Χαραλαμπάκης
- [5]. Διπλωματική εργασία ΜΕΛΕΤΗ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΩΝ ΠΑΝΕΛ, Μαριάννα Μάργαρη
- [6]. Structural American Code
- [7]. DESIGN OF PRESTRESSED BARRIER CABLE SYSTEMS, Technical Notes, by James D. Roger
- [8]. Επιστήμη και Τεχνολογία των Υλικών, William D. Callister, JR

Links:

- [9]. <http://rcc.its.psu.edu/resources/software/comsol/Comsol-Tutorial.pdf>
- [10]. https://courses.cit.cornell.edu/bee4530/miniexamples/timevary_comsol.pdf
- [11]. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/HBASE/cf.html#cf>
- [12]. http://en.wikipedia.org/wiki/Ferris_wheel
- [13]. http://en.wikipedia.org/wiki/Singapore_Flyer
- [14]. www.singaporeflyer.com.sg (Fact Sheet)
- [15]. The Arup Journal 2-2008, Singapore Flyer, Andrew Allsop