



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Εργαστήριο Υπολογιστικής Μηχανικής & Βελτιστοποίησης

Διπλωματική εργασία:

**«Ιδιομορφική ανάλυση και έλεγχος κατασκευών με χρήση ασαφούς λογικής
και βελτιστοποίηση με χρήση γενετικών αλγορίθμων»**

Κουτσιανίτης Παναγιώτης

A.M.: 2008010118

Επιβλέπων καθηγητής: Σταυρουλάκης Γεώργιος

Χανιά 2014

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία υλοποιήθηκε με την υποστήριξη ενός αριθμού ανθρώπων στους οποίους θα ήθελα να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου. Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέποντα της εργασίας κ. Γεώργιο Σταυρουλάκη του οποίου χωρίς την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση θα ήταν αδύνατη η διεκπεραίωση της.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Γεώργιο Ταϊρίδη υποψήφιο διδάκτορα του Πολυτεχνείου Κρήτης, για τις πολύτιμες και καθοριστικές συμβουλές του καθώς και το προσωπικό χρόνο που αφιέρωσε για τις συναντήσεις μας.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου (Εύη, Γιάννα, Μελέτη, Γιώργο, Μιχαήλ και Ηλία) οι οποίοι με στήριξαν ο καθένας ξεχωριστά σε όλα τα στάδια της φοιτητικής μου καριέρας καθώς και στην διάρκεια εκπόνησης της παρούσας εργασίας.

Τέλος, η παρούσα διπλωματική εργασία είναι αφιερωμένη στην οικογένεια μου η οποία είναι πάντα δίπλα μου και με στηρίζει στις καλές τις κακές και τις δύσκολες στιγμές και μου έμαθε πως δεν υπάρχουν εμπόδια που δεν μπορούν να ξεπεραστούν.

Κουτσιανίτης Παναγιώτης
Χανιά, Σεπτέμβριος 2014

Πίνακας Περιεχομένων

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	4
2. ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	5
2.1 Δυναμικό σύστημα	5
2.2 Εξισώσεις Κίνησης	5
2.3 Σύστημα προβόλου δοκού	7
2.3.1 Μέθοδος ολοκλήρωσης (Houbolt).....	8
3. ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	10
3.1 Ιδιοσυχνότητες	10
3.1.1 Ιδιοσυχνότητες στη πρόβολο δοκό	11
3.2 Ιδιοδιανύσματα-Ιδιομορφές	12
3.2.1 Ιδιοδιανύσματα-Ιδιομορφές στη πρόβολο δοκό	13
3.3 Συνάρτηση μεταφοράς	14
3.3.2 Παράδειγμα συνάρτησης μεταφοράς	15
3.3.3 Συνάρτηση μεταφοράς στη πρόβολο δοκό	19
4 ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ.....	27
4.1 Χρήση Ασαφούς ελεγκτή (Fuzzy controller).....	27
4.2 Βελτιστοποίηση τοποθέτησης ελεγκτή με χρήση γενετικού αλγορίθμου.	31
4.2.1 Γενετικός αλγόριθμος	31
4.2.1.1 Ο πληθυσμός (population)	31
4.2.1.2 Επιλογή (selection)	32
4.2.1.3 Επιχiasμός (Crossover)	32
4.2.1.4 Μετάλλαξη (Mutation).....	33
4.2.2 Γενετικός αλγόριθμος στη δοκό.....	33
4.2.3 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης	34
4.2.3.1 Διέγερση με σημειακή φόρτιση	34
4.2.3.2 Διέγερση με δύναμη μορφής την πρώτη ιδιομορφή.....	35
4.2.3.3 Διέγερση με δύναμη μορφής την δεύτερη ιδιομορφή.....	37
5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	39
Βιβλιογραφία-Αναφορές	40

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο έλεγχος των ταλαντώσεων μηχανικών κατασκευών αποτελεί εδώ και πολλά χρόνια αντικείμενο επιστημονικής μελέτης. Στην παρούσα διπλωματική εργασία για το σκοπό αυτό, μελετάται η απόκριση ενός δυναμικού συστήματος με βάση τα φυσικά του χαρακτηριστικά στο πεδίο των συχνοτήτων και η μείωση ταλαντώσεων με την βέλτιστη τοποθέτηση ελεγκτή ασαφούς λογικής, με χρήση γενετικού αλγορίθμου.

Το μηχανικό μοντέλο στο οποίο εφαρμόζεται ο έλεγχος αποτελείται από μία πρόβολο δοκό, πακτωμένη στη μια της πλευρά, στην οποία έχουν προσαρμοστεί αισθητήρες και διεγέρτες. Η δοκός, η οποία διακριτοποιήθηκε με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων εκτίθεται σε ημιτονοειδή φόρτιση.

Ο ασαφής ελεγκτής που χρησιμοποιείται αποτελεί δημιούργημα του κ. Γεωργίου Ταιρίδη στα πλαίσια της μεταπτυχιακής του διατριβής “Προσομοίωση σύνθετων ευφυών συστημάτων με αισθητήρες και διεγέρτες από πιεζοηλεκτρικά υλικά. Σύνδεση με ευφυείς μεθόδους ελέγχου, Χανιά Μάιος 2009”. Στην εν λόγω μεταπτυχιακή διατριβή ο έλεγχος εφαρμόσθηκε σε ένα μοντέλο πακτωμένης δοκού.

Η ταλάντωση της δοκού προσομοιώθηκε με τη χρήση αλγορίθμου ολοκλήρωσης στο περιβάλλον του εμπορικού προϊόντος Matlab. Η παρούσα εργασία έγινε υπό την επίβλεψη και καθοδήγηση του καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του πολυτεχνείου Κρήτης κ. Γεωργίου Σταυρουλάκη.

2. ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

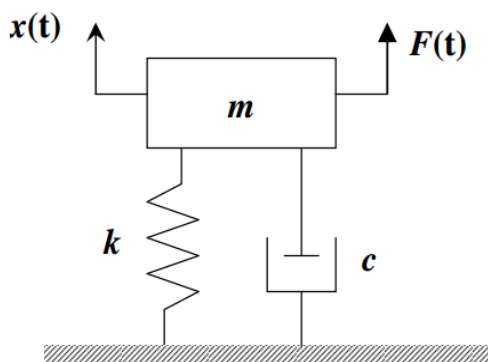
2.1 Δυναμικό σύστημα

Με τον όρο δυναμικό σύστημα δηλώνουμε κάθε σύστημα, φυσικό, χημικό, βιολογικό, οικονομικό, οικολογικό, κλπ, που εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου. Η κατάσταση ενός δυναμικού συστήματος χαρακτηρίζεται, κάθε χρονική στιγμή, από ένα πεπερασμένο ή άπειρο πλήθος παραμέτρων και το σύνολο των εφικτών καταστάσεων ορίζει τον πεπερασμένης ή άπειρης διάστασης χώρο καταστάσεων.

2.2 Εξισώσεις Κίνησης

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στην έννοια της ταλάντωσης ενός δυναμικού συστήματος. Το σύστημα που θα μελετηθεί περιγράφεται από βαθμούς ελευθερίας που ορίζουν τον τρόπο με τον οποίο αυτό εκτελεί ανεξάρτητες κινήσεις.

Αρχικά, για την καλύτερη κατανόηση των ταλαντώσεων σε Δυναμικά Συστήματα, θα εξετάσουμε ένα απλό Σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας (1 Degree of Freedom). Έστω το σύστημα του Σχήματος 1, όπου μία μάζα στηρίζεται σε ένα ελατήριο και έναν αποσβεστήρα.



Σχήμα 2.1: Δυναμικό Σύστημα ενός Βαθμού Ελευθερίας

Στο Σχήμα 1 έχει χρησιμοποιηθεί ο ακόλουθος συμβολισμός:

m : μάζα

k : ελατήριο

c : αποσβεστήρας

$x(t)$: απόκριση συστήματος, χρονικά μεταβαλλόμενη

$F(t)$: εξωτερική διέγερση συστήματος, χρονικά μεταβαλλόμενη

Θεωρείται ότι το κάτω άκρο των στοιχείων ελαστικότητας και απόσβεσης (k και c αντίστοιχα) είναι προσδεδεμένο σε ακλόνητη (ακίνητη και απαραμόρφωτη) οριζόντια επιφάνεια, ενώ το άνω άκρο τους είναι άκαμπτα συνδεδεμένο με τη μάζα m . Το συγκεκριμένο δυναμικό σύστημα χαρακτηρίζεται ως σύστημα ενός Βαθμού Ελευθερίας (1 BE) διότι το εμφανιζόμενο κινηματικό

μέγεθος του συστήματος είναι ένα και μοναδικό: η κοινή μετατόπιση του κέντρου της μάζας m και των άνω άκρων των στοιχείων k και c . Διευκρινίζεται ότι η βαρύτητα αποτελεί μία μόνιμη, στατική φόρτιση, την οποία δεν λαμβάνουμε υπόψη γιατί θέτουμε ως αρχή της μετατόπισης την παραμορφωμένη από το βάρος κατάσταση ισορροπίας του συστήματος.

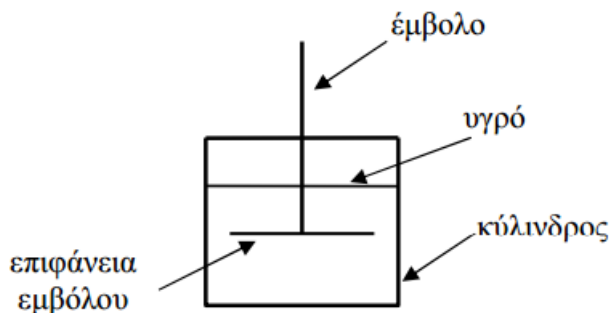
Στο παραπάνω δυναμικό σύστημα εμπλέκονται τρία διαφορετικά φυσικά στοιχεία (μάζα, απόσβεση και δυσκαμψία) τα οποία χαρακτηρίζουν 3 διαφορετικές φυσικές ιδιότητες του.

Η **μάζα m** χαρακτηρίζει την αδράνεια του συστήματος και έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη αδρανειακών δυνάμεων σύμφωνα με την εξίσωση:

$$F_m = m\ddot{x} \quad (1)$$

Η Εξ.(1) δηλώνει ότι η αδρανειακή δύναμη μίας μάζας m είναι ανάλογη της επιτάχυνσης της μάζας, με σταθερά αναλογίας την ίδια τη μάζα m .

Η απόσβεση σχετίζεται με τη τριβή άρα με καταστροφή ενέργειας. Το απλούστερο τεχνολογικό στοιχείο απόσβεσης είναι εκείνο το οποίο χρησιμοποιείται στις αναρτήσεις του αυτοκινήτου. Στο σχήμα 2 απεικονίζεται μια απλοποιημένη μορφή αποσβεστήρα.



Σχήμα 2.2: Μονογραμμική απεικόνιση αποσβεστήρα

Πιο συγκεκριμένα, μέσα στον κύλινδρο υπάρχει υδραυλικό υγρό ιξώδους. Όταν το έμβολο κινηθεί σχετικά ως προς το τοίχωμα του κυλίνδρου (στην πράξη, όταν ο τροχός ανεβοκατεβαίνει σε σχέση με το σασί του αυτοκινήτου), τότε το υγρό διέρχεται μέσα από κατάλληλες εγκοπές του εμβόλου, αναπτύσσοντας υδραυλική τριβή (ιξώδη τριβή) μεταξύ υγρού και εμβόλου.

Ως αποτέλεσμα, ασκείται στην επιφάνεια του εμβόλου μία δύναμη, η οποία περιγράφεται από την εξίσωση:

$$F_c = c\dot{x} \quad (2)$$

Στην εξίσωση (2) το c ονομάζεται σταθερά απόσβεσης και η εξίσωση δηλώνει ότι η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της σχετικής ταχύτητας \dot{x} , με σταθερή αναλογία την ποσότητα c .

Τέλος το ελατήριο σταθεράς k αποτελεί στοιχείο ελαστικότητας (παραμορφωσιμότητας) του συστήματος. Μεταβολή του μήκους του ελατηρίου κατά x προκαλεί την εμφάνιση της ελαστικής δύναμης, η οποία περιγράφεται από την εξίσωση:

$$F_k = kx \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) δηλώνει ότι η ελαστική δύναμη F_k είναι ανάλογη της μετατόπισης x του ελεύθερου άκρου του ελατηρίου, με σταθερά αναλογίας την ποσότητα k .

Μια σύνοψη όλων των παραπάνω δίνεται στο παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 2.2.1: Βασικά στοιχεία δυναμικής

Στοιχείο	Φυσική σημασία	Αναπτυσσόμενες δυνάμεις	Εξίσωση
m	Αδράνεια Συστήματος	Αδρανειακές	$F_m = m \ddot{x}$
c	Καταστροφή Ενέργειας	Απόσβεσης	$F_c = c \dot{x}$
k	Παραμορφωσιμότητα	Ελαστικές	$F_k = k x$

Από τις παραπάνω εξισώσεις (1),(2),(3), προκύπτει ότι σε κάθε ένα από τα στοιχεία του δυναμικού συστήματος του Σχήματος (2.2.1) αναπτύσσεται διαφορετική μορφή δύναμης, η οποία είναι **εσωτερική** δύναμη του συστήματος. Επειδή δε, τα τρία αυτά στοιχεία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους, από τη δυναμική ισορροπία του συστήματος προκύπτει ότι το σύνολο των εσωτερικών δυνάμεων θα πρέπει να είναι αλγεβρικά ίσο προς την **εξωτερικά** ασκούμενη δύναμη (εξωτερική διέγερση), σύμφωνα με την εξίσωση δυναμικής ισορροπίας:

$$F_m + F_c + F_k = f(t) \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας στην εξ.(4) τις εσωτερικές δυνάμεις με τις εξ.(1,2,3) προκύπτει:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = f(t) \quad (5)$$

Η εξίσωση (5) είναι μία Γραμμική Διαφορική Εξίσωση δευτέρας τάξεως η οποία περιγράφει την κίνηση του συστήματος. Η επίλυση της εξίσωσης αυτής θα μας δείξει πως θα αποκριθεί το σύστημα μας.

2.3 Σύστημα προβόλου δοκού

Το σύστημα το οποίο καλούμαστε να εξετάσουμε αποτελείται από πρόβολο δοκό και μελετάται ως πολυβάθμιο, συγκεκριμένα τριάντα δύο (32) βαθμών ελευθερίας. Ένα πολυβάθμιο σύστημα δεν χαρακτηρίζεται πλέον από μία μάζα, μία απόσβεση, και μία σταθερά ελαστικότητας, αλλά από μητρώα μεγέθους αντίστοιχου του αριθμού των βαθμών ελευθερίας. Έτσι οι εξισώσεις της κίνησης θα έχουν πλέον την μορφή:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (6)$$

όπου:

M: μητρώο μάζας

C: μητρώο απόσβεσης

K: μητρώο δυσκαμψίας

F: διάνυσμα εξωτερικής δύναμης

x: διάνυσμα μετατοπίσεως

\dot{x} : διάνυσμα ταχυτήτων

\ddot{x} : διάνυσμα επιταχύνσεων

Η δοκός που εξετάζουμε είναι συνολικού μήκους 3.2 m με εμβαδό διατομής 0.02 x 0.02 m. Το μέτρο ελαστικότητας της είναι ίσο με 73×10^9 N/m² και το μέτρο διάτμησης της με 40×10^9 N/m . Η πυκνότητα μάζας της δοκού είναι 2700 Kg/m³. Οι εξωτερικές φορτίσεις είναι ημιτονοειδούς μορφής και εφαρμόζονται αρχικά το ελεύθερο άκρο της δοκού. Το σύστημα διακριτοποιήθηκε με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων σε δεκαέξι (16) στοιχεία με δύο βαθμούς ελευθερίας στο καθένα, καταλήγοντας έτσι στο μοντέλο μας με τριάντα δύο (32) βαθμούς ελευθερίας.

2.3.1 Μέθοδος ολοκλήρωσης (Houbolt)

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα επιλέχθηκε η μέθοδος ολοκλήρωσης Houbolt. Η μέθοδος αυτή έχει δύο σταθερές β και γ, γνωστές και ως σταθερές Houbolt. Για προβλήματα σταθερής επιτάχυνσης, οι σταθερές αυτές λαμβάνουν τιμές 0.25 και 0.50 αντίστοιχα.

Ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης (t) είναι 30 δευτερόλεπτα. Το βήμα της ολοκλήρωσης (Δt) επιλέχθηκε στο 0,0001 δευτερόλεπτα, δημιουργώντας ένα βρόχο με 300.000 επαναλήψεις.

Οι σταθερές ολοκλήρωσης δίνονται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$c_1 = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}, c_2 = \frac{1}{\beta\Delta t}, c_3 = \frac{1}{2\beta}, c_4 = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}, c_5 = \frac{\gamma}{\beta}, c_6 = \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right),$$

Σε κάθε βήμα της αριθμητικής ολοκλήρωσης (t) , ο ασαφής ελεγκτής παρέχει μία δύναμη ελέγχου (z), σύμφωνα με τις δοθείσες τιμές των εισόδων, δηλαδή της μετατόπισης (u) και της ταχύτητας (u').

Η δύναμη ελέγχου σε συνδυασμό με τις εξωτερικές φορτίσεις παρέχουν τις τιμές για την μετατόπιση και την ταχύτητα του επόμενου βήματος (t + Δt) .

Ο αλγόριθμος, συνοψίζεται στα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1: Αρχικοποίηση μεταβλητών

x, \dot{x} , \ddot{x} , F, K, C, M, β, γ, c₁, c₂, c₃, c₄, c₅, c₆

Βήμα 2: Υπολογισμός ενδιάμεσης ποσότητας F*

$$K^* = K + c_1 M + c_4 C$$

$$\text{Αντιστροφή του } K^* : F^* = (K^*)^{-1} F$$

Έναρξη του βρόχου for από το t₀ έως t_f

Βήμα 3: Υπολογισμός ενδιάμεσης ποσότητας P^*

Υπολογισμός μεταβολής φορτίσεων: $dF_m = F_m(t+1) - F_m(t)$

Υπολογισμός μεταβολής δύναμης ελέγχου u

Προσθήκη στην ποσότητα $dF_m = dF_m + u$

Υπολογισμός της ποσότητας P^* με χρήση των μητρώων μάζας (M) και απόσβεσης (C) του συστήματος:

$$P^* = dF_m + M(c_2 \dot{x}(t) + c_3 \ddot{x}(t)) + C(c_5 \dot{x}(t) + c_6 \ddot{x}(t))$$

Βήμα 4: Υπολογισμός του βήματος απόκρισης dx

$$dx = F^* P^*$$

Βήμα 5: Επίλυση του επόμενου χρονικού βήματος

Υπολογισμός επιτάχυνσης: $\ddot{x}(t+1) = \ddot{x}(t) + c_1 dx - c_2 \dot{x}(t) - c_3 \ddot{x}(t)$

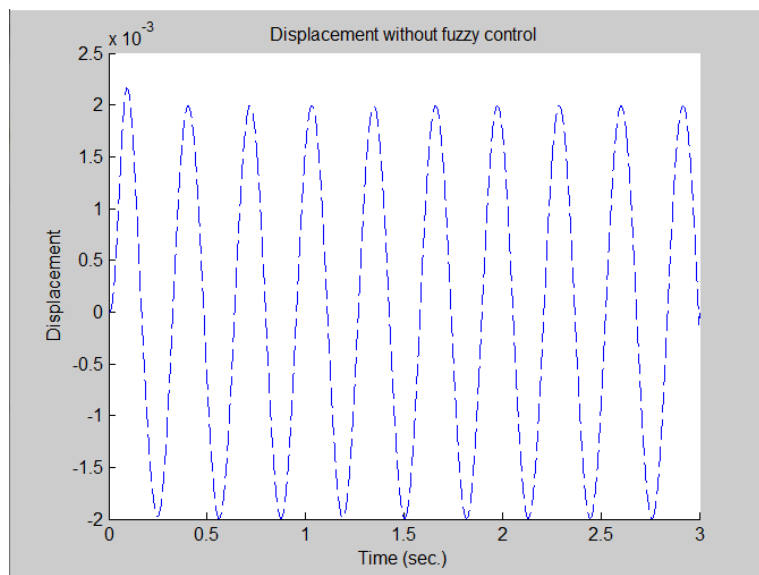
Υπολογισμός ταχύτητας: $\dot{x}(t+1) = \dot{x}(t) + c_4 dx - c_5 \dot{x}(t) - c_6 \ddot{x}(t)$

Υπολογισμός μετατόπισης: $x(t+1) = x(t) + dx$

Τερματισμός του βρόχου **for**

Τέλος

Το πεδίο των μετακινήσεων μετά την ολοκλήρωση των εξισώσεων κινήσεως με τη μέθοδο Houbolt φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 1.3 : Απόκριση από την επίλυση της μεθόδου Houbolt

3. ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

3.1 Ιδιοσυχνότητες

Δύο βασικές έννοιες οι οποίες επηρεάζουν άμεσα τον τρόπο με τον οποίο θα αποκριθεί ένα σύστημα είναι οι ιδιομορφές και οι ιδιοσυχνότητες. Ένα δυναμικό σύστημα έχει τόσες ιδιοσυχνότητες και τόσες ιδιομορφές όσοι είναι και οι βαθμοί ελευθερίας.

Η ποσότητα ω καλείται κυκλική ιδιοσυχνότητα του δυναμικού συστήματος. Παριστάνει το σημείο της μέγιστης απορρόφησης ενέργειας (συντονισμός) του συστήματος. Καλείται δε **ιδιοσυχνότητα** διότι χαρακτηρίζει τη συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος, όταν δεν ασκούνται σε αυτό εξωτερικές διεγέρσεις (συχνότητα με την οποία το σύστημα «ταλαντώνεται από μόνο του»). Συνεπώς η ιδιοσυχνότητα αποτελεί την πρώτη σημαντική ιδιότητα ενός δυναμικού συστήματος. Εκφράζεται σε (rad/sec) και ισχύει η σχέση:

$$\omega^2 = (k/m) \quad (1)$$

Ισχύει ακόμα:

$$f = (\omega/2\pi) \quad (2)$$

όπου η ιδιοσυχνότητα f εκφράζεται σε (Hz).

Για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων σε ένα πολυβάθμιο σύστημα αρκεί:

$$\det (-\lambda M + K) = 0 \quad (3)$$

όπου:

$$\omega^2 = \lambda \quad (4)$$

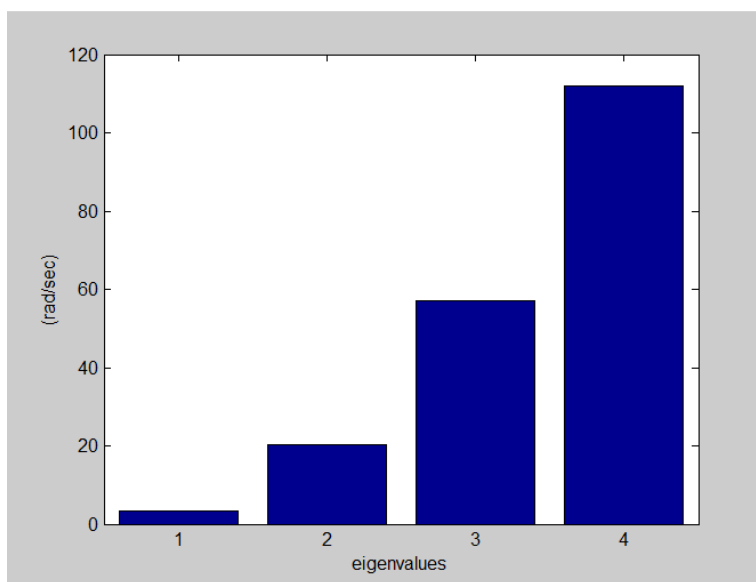
3.1.1 Ιδιοσυχνότητες στη πρόβολο δοκό

Το δυναμικό σύστημα πρόβολος δοκός όπως έχουμε αναφέρει αποτελείται από 8 βαθμούς ελευθερίας. Για το λόγο αυτό αναμένουμε να υπολογιστούν 8 διαφορετικές ιδιοσυχνότητες. Με τη χρήση της εντολής eig στο εμπορικό λογισμικό Matlab μπορούμε να εξάγουμε εύκολα τις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος μας. Οι τιμές αυτές παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα :

Πίνακας 2: Οι 4 πρώτες ιδιοσυχνότητες

ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
3.259	20.427	57.200	112.103

Παρακάτω παρουσιάζονται οι ιδιοσυχνότητες γραφικά:



Σχήμα 3.1 : Γραφική απεικόνιση 4 πρώτων ιδιοσυχνοτήτων

Ένα πρώτο συμπέρασμα που μπορούμε να εξάγουμε για το σύστημα μας είναι ότι τα μέτρα των ιδιοσυχνοτήτων είναι γενικά υψηλά. Αυτό σημαίνει ότι οι ιδιοσυχνότητες που θα συνεισφέρουν ουσιαστικά στην δυναμική απόκριση του συστήματος είναι οι δύο πρώτες, διότι οι υπόλοιπες μεγαλύτερης συχνότητας ιδιομορφές δεν επηρεάζουν σημαντικά την δυναμική απόκριση της κατασκευής.

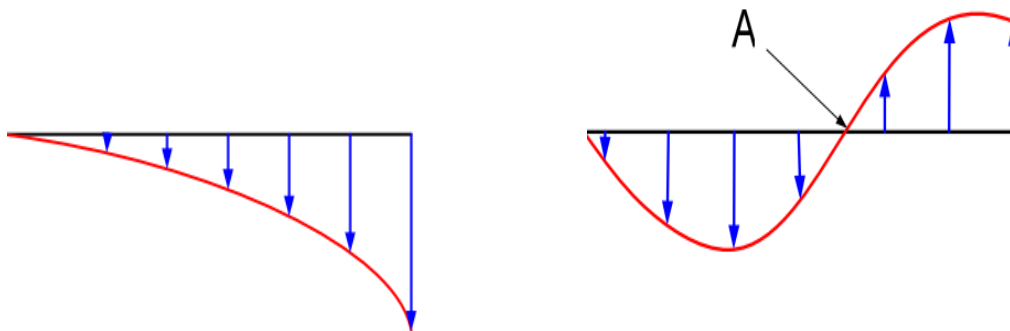
3.2 Ιδιοδιανυσματα-Ιδιομορφές

Ιδιοδιάνυσμα είναι μία έννοια που συναντάμε σε πολυβάθμια δυναμικά συστήματα, η οποία συμβολίζεται με Φ και εκφράζει τον φυσικό τρόπο ταλάντωσης του συστήματος. Τα ιδιοδιανύσματα δεν έχουν σταθερό μέτρο. Στην πραγματικότητα αποτελούν την αναλογία μεταξύ των συνιστωσών του ιδιοδιανύσματος. Επιπλέον κάθε ιδιοδιάνυσμα πληροφορεί για τη συσχέτιση μεταξύ της παραμόρφωσης της κατασκευής και της χωρικής κατανομής της διεγείρουσας δύναμης, για δεδομένο πλάτος διέγερσης και για συγκεκριμένο τρόπο ταλάντωσης.

Για τον υπολογισμό του ιδιοδιανύσματος χρησιμοποιείται η εξίσωση:

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\Phi = 0 \quad (1)$$

Οι ιδιομορφές δίνουν ποιοτικά και ποσοτικά χαρακτηριστικά της κατασκευής που είναι χρήσιμα κατά τον σχεδιασμό ενός κατάλληλου συστήματος ελέγχου. Για παράδειγμα, εάν η διεγείρουσα δύναμη έχει τη μορφή της δεύτερης ιδιομορφής (β) και διεγείρουμε στο σημείο A τότε δεν διεγείρει τον δεύτερο τρόπο ταλάντωσης της ράβδου.



Σχήμα 3.2: 1^η και 2^η ιδιομορφή μίας δοκού

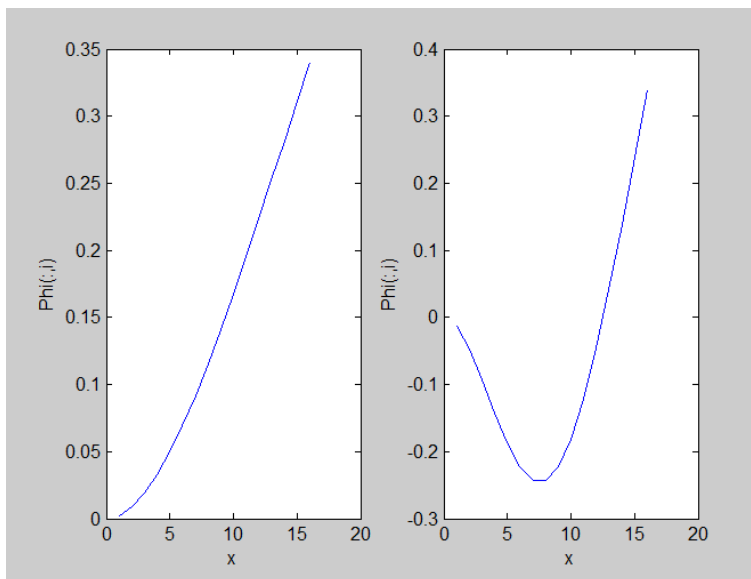
Στις μεγάλες τεχνολογικές εφαρμογές, υπολογίζονται οι πρώτες 5-20 ιδιομορφές. Αυτό οφείλεται στους εξής βασικούς λόγους:

- Οι συχνότητες των δυνάμεων διέγερσης στη φύση έχουν περιορισμένο εύρος συχνοτήτων, συνεπώς διεγείρουν μόνο τις χαμηλές ιδιοσυχνότητες της κατασκευής.
- Όσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα διέγερσης, τόσο μικρότερες είναι οι αντίστοιχες αδρανειακές δυνάμεις, οι οποίες, από ένα σημείο και έπειτα, έχουν αμελητέα συμμετοχή στη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος (το σύστημα συμπεριφέρεται με μεγαλύτερη στιβαρότητα).

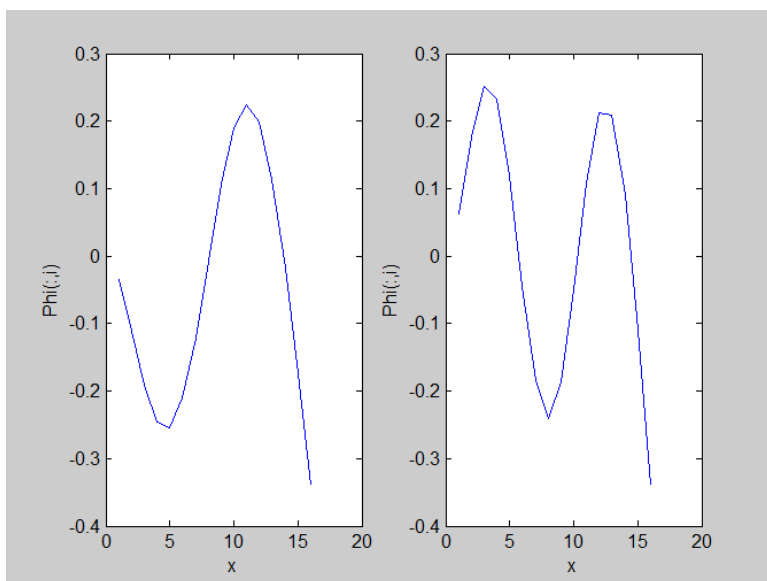
3.2.1 Ιδιοδιανύσματα-Ιδιομορφές στη πρόβολο δοκό

Στη πρόβολο δοκό που εξετάζουμε στη παρούσα εργασία υπολογίσαμε τις ιδιομορφές και τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος με τη βοήθεια του εμπορικού προγράμματος Matlab και συγκεκριμένα με χρήση της εντολής eig.

Στα παρακάτω διαγράμματα απεικονίζονται οι 4 πρώτες ιδιομορφές.



Σχήμα 3.3: Απεικόνιση 1ης και 2ης ιδιομορφής



Σχήμα 2.4: Απεικόνιση 3ης και 4ης ιδιομορφής

Όπως βλέπουμε η γραφική απεικόνιση των ιδιομορφών πλησιάζει ικανοποιητικά την θεωρητική απεικόνιση του σχήματος 3.2.

3.3 Συνάρτηση μεταφοράς

Η συνάρτηση μεταφοράς είναι μία βασική μέθοδος υπολογισμού της απόκρισης του συστήματος στο πεδίο των συχνοτήτων. Δηλαδή εξετάζει το πώς αποκρίνεται, υπό μία διέγερση για μεγάλο φάσμα συχνοτήτων, ο κάθε βαθμός ελευθερίας ξεχωριστά.

3.3.1 Υπολογισμός συνάρτησης μεταφοράς

Θεωρούμε ότι η μόνιμη απόκριση του συστήματος είναι της μορφής:

$$x(t) = X_c \cos(\Omega t) + X_s \sin(\Omega t) \quad (2)$$

όπου X_c είναι τα πλάτη των συνημιτονικών όρων, X_s είναι τα πλάτη των ημιτονικών όρων και Ω είναι η συχνότητα του διεγέρτη. Η πρώτη χρονική παράγωγος της εξ(1) είναι:

$$\dot{x}(t) = -\Omega X_c \sin(\Omega t) + \Omega X_s \cos(\Omega t) \quad (3)$$

Η δεύτερη χρονική παράγωγος της εξίσωσης (1) είναι:

$$\ddot{x}(t) = -\Omega^2 X_c \cos(\Omega t) - \Omega^2 X_s \sin(\Omega t) \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας τις εξ(1,2,3) στην εξίσωση κίνησης τότε θα γίνει:

$$M (-\Omega^2 X_c \cos(\Omega t) - \Omega^2 X_s \sin(\Omega t)) + C (-\Omega X_c \sin(\Omega t) + \Omega X_s \cos(\Omega t)) + K (X_c \cos(\Omega t) + X_s \sin(\Omega t)) = F \cos(\Omega t) \quad (5)$$

Ομαδοποιώντας τους ημιτονικούς και συνημιτονικούς όρους στην εξίσωση 4 προκύπτει η τελική μορφή:

$$\begin{bmatrix} (-\Omega^2 M + K) & \Omega C \\ -\Omega C & (-\Omega^2 M + K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ X_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_c \\ F_s \end{bmatrix} \quad (6)$$

όπου:

F_c : μέτρο εξωτερικής διέγερσης για συνημιτονοειδή δύναμη

Ω : συχνότητα

από όπου είναι δυνατόν να υπολογισθούν τα πλάτη X_c και X_s . Τότε η απόκριση ενός βαθμού ελευθερίας του συστήματος υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$X_i(t) = X_{c,i} \cos(\Omega t) + X_{s,i} \sin(\Omega t) \quad (7)$$

Η διεγείρουσα δύναμη που ασκείται στο Βαθμό Ελευθερίας j του συστήματος ισούται με:

$$F_j(t) = F_{c,j} \cos(\Omega t) \quad (8)$$

Διαιρώντας το πλάτος της απόκρισης X_i προς το πλάτος της διεγείρουσας δύναμης $F_{c,j}$ προκύπτει:

$$H_{ij}(\Omega) = \left(\frac{X_i}{F_{c,j}} \right) \text{ m/N} \quad (9)$$

Η ποσότητα $H_{ij}(\Omega)$ καλείται πλάτος Συνάρτησης Μεταφοράς $H(\Omega)$ και έχει μονάδες m/N. Η συγκεκριμένη ποσότητα είναι σημαντική διότι μας πληροφορεί για την απόκριση του i -Βαθμού Ελευθερίας του συστήματος, όταν διεγείρεται ο j -Βαθμός Ελευθερίας του συστήματος.

i : βαθμός ελευθερίας που ασκείται η διέγερση

j : βαθμός ελευθερίας που μετράμε την απόκριση

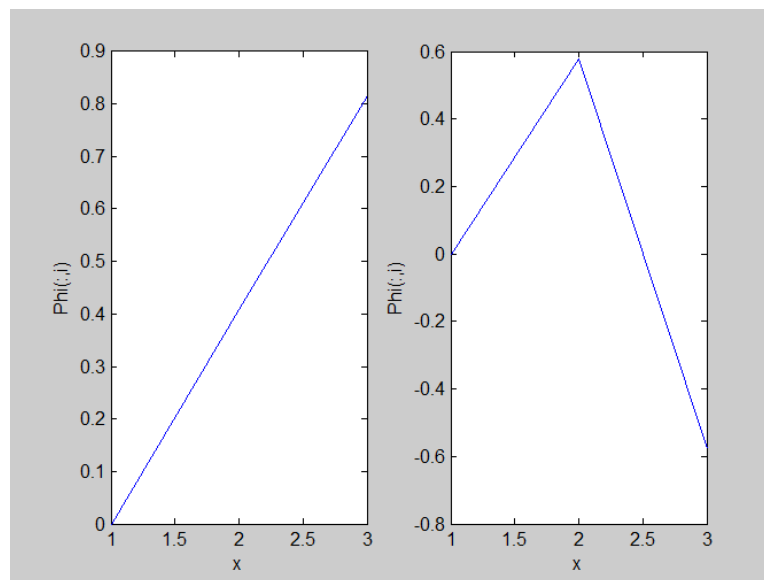
3.3.2 Παράδειγμα συνάρτησης μεταφοράς

Για την καλύτερη κατανόηση του όρου θα δούμε ένα παράδειγμα συνάρτησης μεταφοράς σε ένα 2-βαθμιο σύστημα το οποίο έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά.

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}, F = F_s \sin(\Omega t)$$

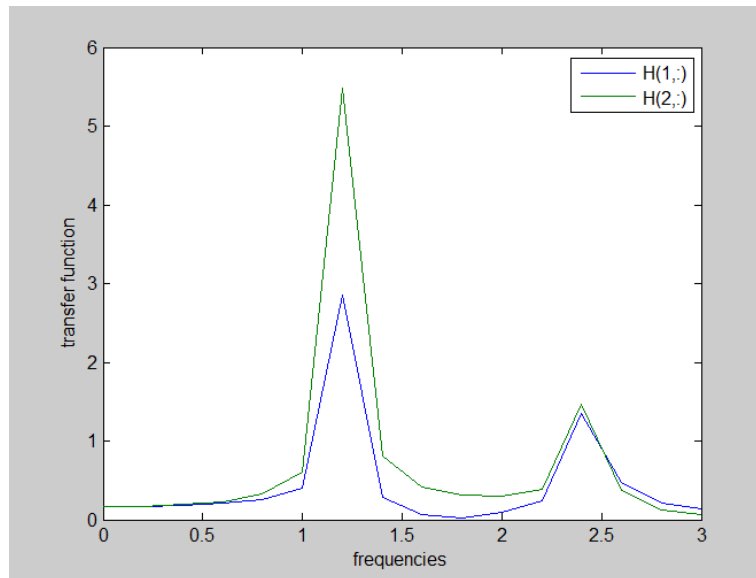
Με βάση τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος αρχικά υπολογίσαμε τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές και στη συνέχεια για διάφορες μορφές διέγερσης την συνάρτηση μεταφοράς.

Στην εικόνα που ακολουθεί παρατηρούμε τις 2 ιδιομορφές του συστήματος μας. Βάσει των παρακάτω σχημάτων έχουμε τις απαραίτητες πληροφορίες για την μορφή της δύναμης που πρέπει να εφαρμόσουμε το σύστημα ώστε να ενεργοποιήσουμε την αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα του.



Σχήμα 3.3: Απεικόνιση πρώτης και δεύτερης ιδιομορφής αντίστοιχα

Αυθαίρετα επιλέγουμε δύναμη της μορφής $F_s = [1 \ 0]$. Επιπλέον επιλέγουμε να διεγείρουμε τον πρώτο βαθμό ελευθερίας. Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος μας είναι η εξής:

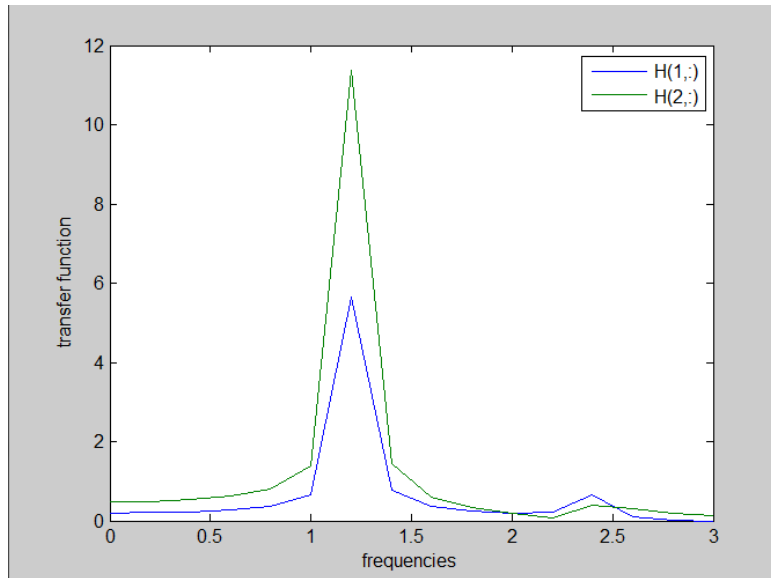


Σχήμα 3.4: Απεικόνιση συνάρτησης μεταφοράς για $F_s = [1 \ 0]$

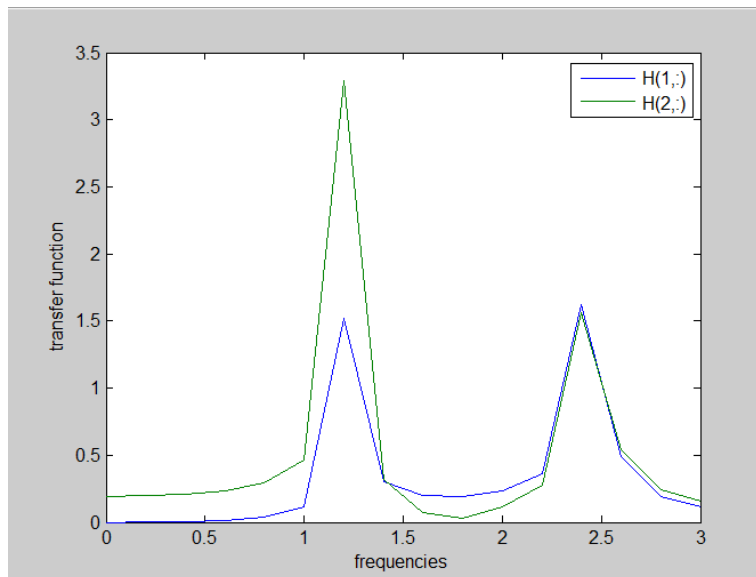
Από το σχήμα (3.5) προκύπτουν ορισμένα πολύ ενδιαφέροντα συμπεράσματα:

- Για τις τιμές $\Omega = \omega_1$ και $\Omega = \omega_2$, οι συναρτήσεις μεταφοράς H_{11} και H_{21} παρουσιάζουν τις μέγιστες δυνατές τιμές τους δηλαδή αν διεγείρουμε τον πρώτο βαθμό ελευθερίας με το συγκεκριμένο μέτρο δύναμης και συχνότητα την πρώτη ιδιοσυχνότητα, τότε οι 2 βαθμοί ελευθερίας θα αποκριθούν κατά 3 και 5,5 αντίστοιχα. Μάλιστα στα συγκεκριμένα σημεία εμφανίζεται και το φαινόμενο του **συντονισμού** διότι η συχνότητα της διέγερσης συναντά την ιδιοσυχνότητα.
- Επιπλέον υπάρχει συχνότητα στην οποία η συνάρτηση μεταφοράς H_{11} μηδενίζεται. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι αν διεγείρουμε με τη συγκεκριμένη μορφή δύναμης με αυτή την συχνότητα τότε ο συγκεκριμένος βαθμός ελευθερίας θα μείνει ακίνητος ενώ η υπόλοιπη κατασκευή θα κινείται. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **αντισυντονισμός**.

Δύο ακόμα πολύ ενδιαφέρουσες παρατηρήσεις που μπορούν να γίνουν είναι τι θα συμβεί στο σύστημα αν διεγείρουμε δίνοντας ως μορφή δύναμης την πρώτη ή την δεύτερη ιδιομορφή. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα δύο παρακάτω σχήματα:



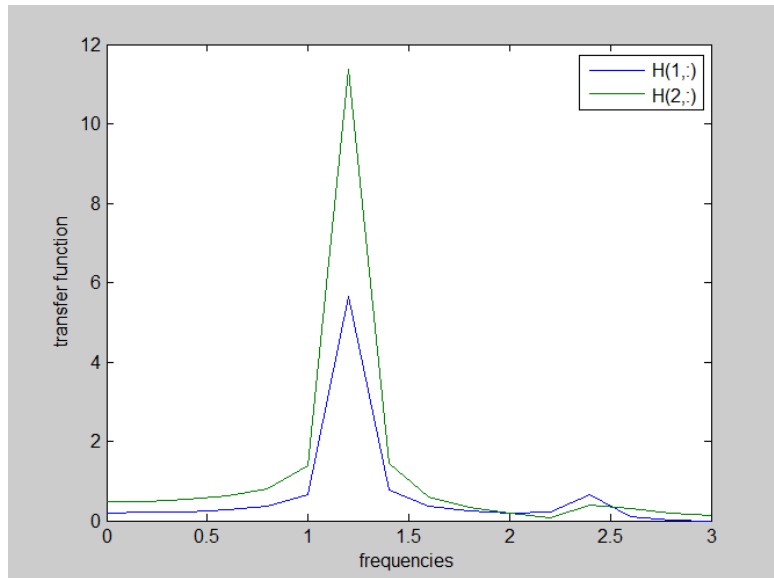
Σχήμα 3.5: Απεικόνιση Σ.Μ. με διέγερση στον 1^ο Β.Ε για την 1^η ιδιομορφή



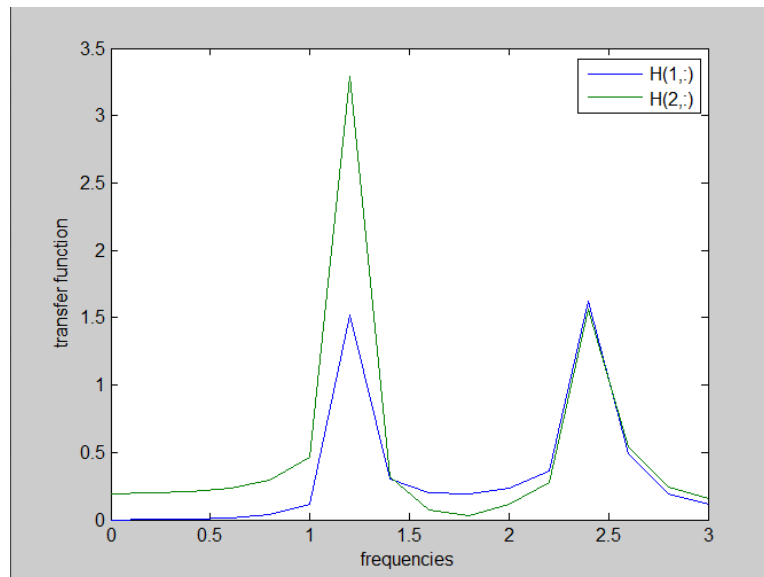
Σχήμα 3.6: Απεικόνιση Σ.Μ. με διέγερση στον 1^ο Β.Ε για την 2^η ιδιομορφή

Από τα σχήματα 3.6 και 3.7 παρατηρούμε ότι αν η δύναμη που θα ασκήσουμε στον 1^ο Β.Ε έχει τη μορφή της πρώτης ιδιομορφής τότε ενεργοποιείται η πρώτη ιδιοσυχνότητα και έχουμε συντονισμό, δηλαδή σύστημα μας ταλαντώνεται στο μέγιστο δυνατό πλάτος. Αντίθετα όταν δώσουμε την μορφή της δεύτερης ιδιομορφής στη δύναμη διέγερσης, τότε παρατηρούμε την ενεργοποίηση και των 2 ιδιοσυχνοτήτων και μάλιστα στη δεύτερη ιδιοσυχνότητα έχουμε το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για αυτή τη συχνότητα σε σχέση με το Σχήμα 3.5.

Όμοια με παραπάνω διεγείραμε και τον δεύτερο βαθμό ελευθερίας όπου εξετάσαμε τις 2 αυτές περιπτώσεις δίνοντας μορφή δύναμης την 1^η και 2^η ιδιομορφή αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 3.7: Απεικόνιση Σ.Μ με διέγερση στο 2^ο Β.Ε για 1^η ιδιομορφή



Σχήμα 3.9: Απεικόνιση Σ.Μ με διέγερση στο 2^ο Β.Ε για 2^η ιδιομορφή

Παρατηρούμε ότι όπως και στο σχήμα 3.7 το σύστημα μας συμπεριφέρεται με ακριβώς τον ίδιο τρόπο. Σε σύγκριση με το σχήμα 3.7 παρατηρούμε ότι όταν διεγείρουμε τον 2^ο Β.Ε με μορφή δύναμης την πρώτη ιδιομορφή, μειώνεται το πλάτος της ταλάντωσης σε σχέση με την αντίστοιχη περίπτωση που διεγείραμε τον πρώτο βαθμό ελευθερίας με την ίδια μορφή δύναμης. Αντίθετα όταν διεγείρουμε και τους δύο βαθμούς ελευθερίας με δύναμη μορφής ίδια με αυτή της δεύτερης ιδιομορφής, τότε τα πλάτη των ταλαντώσεων δεν μεταβάλλονται.

3.3.3 Συνάρτηση μεταφοράς στη πρόβολο δοκό

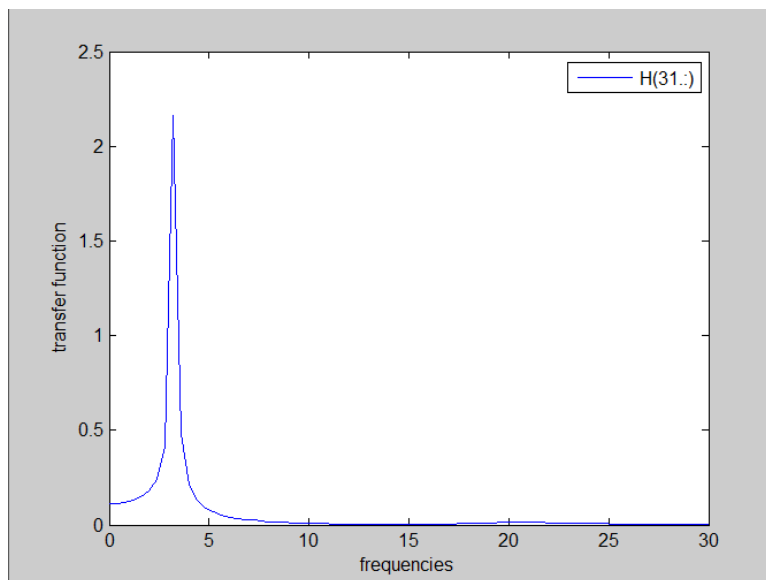
Στο 32-βαθμιο σύστημα προβόλου δοκού που εξετάζουμε υπολογίσαμε τη συνάρτηση μεταφοράς για τρεις περιπτώσεις:

- Για την περίπτωση που ορίζουμε εμείς μια μορφή δύναμης $F_s=[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 10 \ 0]$
- Για την περίπτωση που παίρνουμε σαν μορφή δύναμης την πρώτη ιδιομορφή.
- Για την περίπτωση που παίρνουμε σαν μορφή δύναμης την δεύτερη ιδιομορφή.

Οι λόγος για τον οποίο μελετάμε μόνο τις δύο πρώτες ιδιομορφές είναι οι πολύ υψηλές τιμές των ιδιοσυχνοτήτων, όπως είχε αναφερθεί και στην **ενότητα των ιδιοσυχνοτήτων**.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι στη πρόβολο δοκό οι περιττοί βαθμοί ελευθερίας είναι μεταφορικοί, ενώ οι περιττοί είναι στροφικοί. Για αυτό το λόγο στην παρούσα εργασία δεν έχει νόημα να διεγείρουμε τους άρτιους βαθμούς ελευθερίας.

Στην πρώτη περίπτωση ορίσαμε αυθαίρετα εμείς μία μορφή δύναμης. Παρακάτω απεικονίζονται οι συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε βαθμό ελευθερίας για διέγερση στους κόμβους [25 27 29 31].

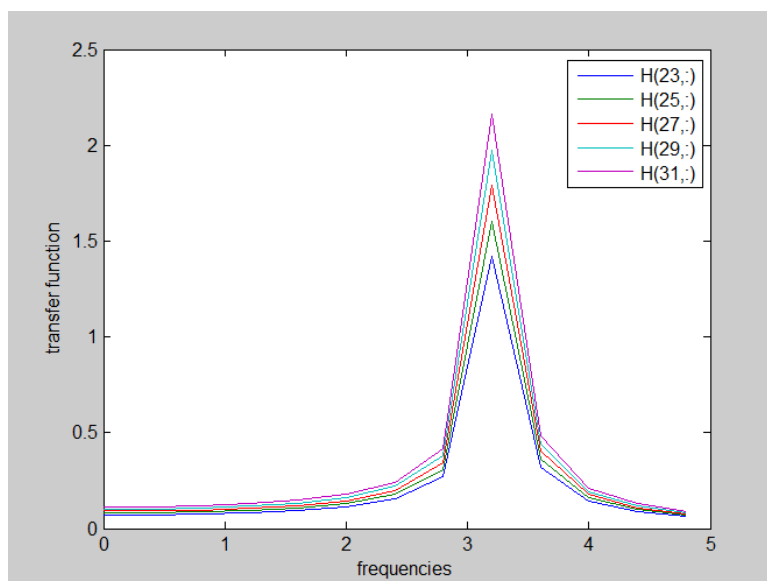


Σχήμα 3.8: Συν. Μετ. με διέγερση στο 31° Β.Ε

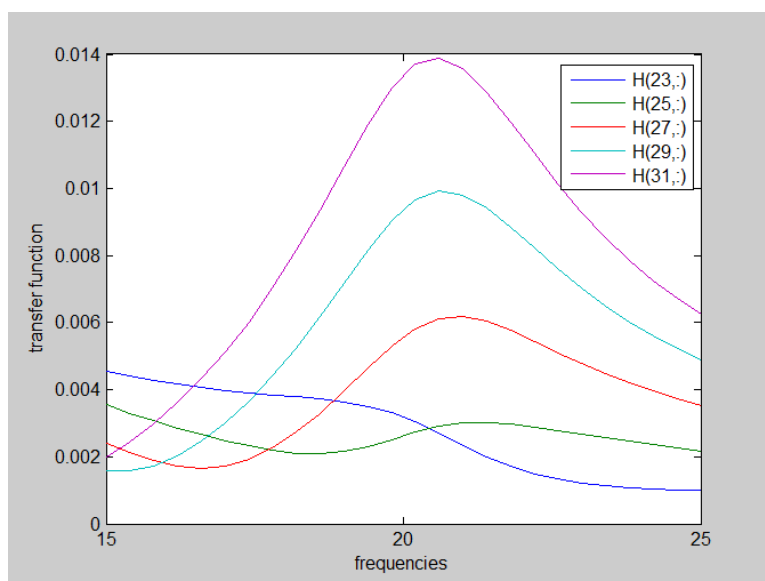
Παρατηρούμε ότι στο παραπάνω σύστημα έχουμε μετατοπίσεις στην πρώτη ιδιοσυχνότητα και μία πολύ μικρού μεγέθους στη δεύτερη. Δεδομένου ότι δεν διακρίνεται εύκολα ή δεύτερη ιδιοσυχνότητα στα 2 επόμενα γραφήματα παρουσιάζονται οι συναρτήσεις μεταφοράς των 2 συχνοτήτων για τους τους 5 τελευταίους βαθμούς ελευθερίας μετατοπίσεων.

Τα χρώματα των γραμμών που απεικονίζουν τον κάθε βαθμό ελευθερίας είναι ως εξής:

- 23^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Μπλε γραμμή
- 25^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Πράσινη γραμμή
- 27^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Κόκκινη γραμμή
- 29^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Γαλάζια γραμμή
- 31^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Μωβ γραμμή

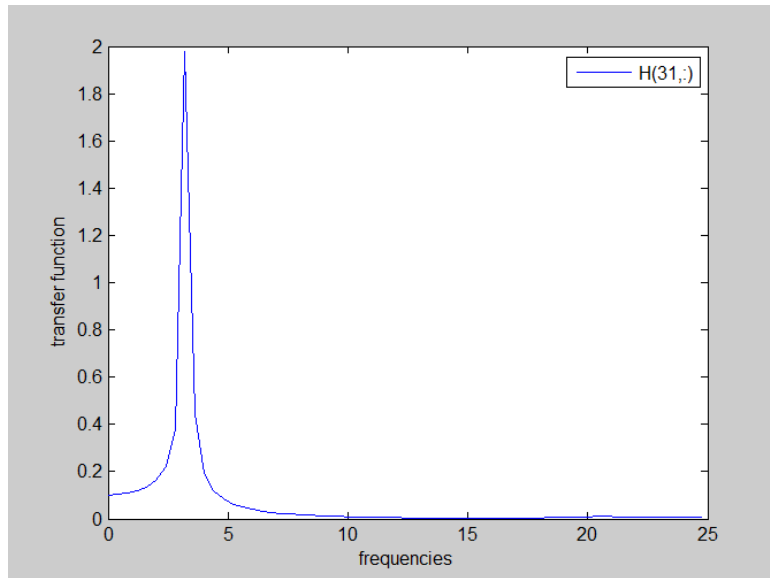


Σχήμα 3.12: Συν. Μετ. στο πεδίο της 1^{ης} ιδιοσυχνότητας με διέγερση στον 31° B.E.

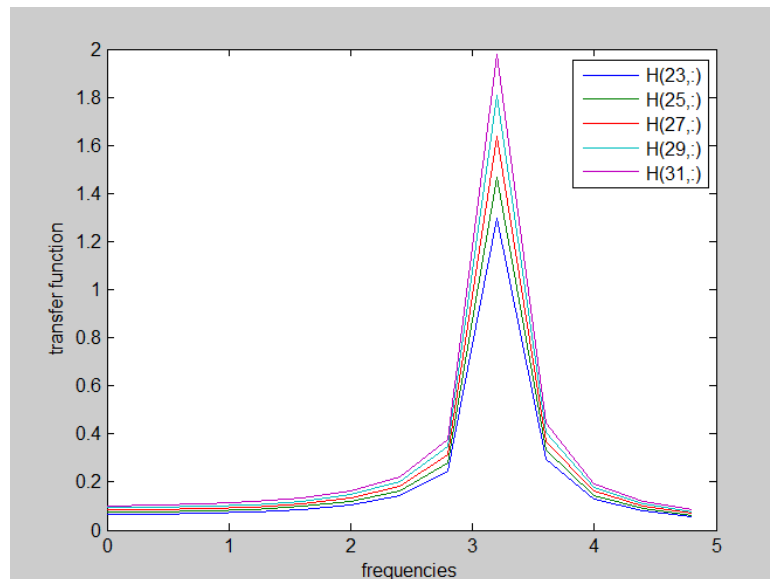


Σχήμα 3.13: Συν. Μετ. στο πεδίο της 2^{ης} ιδιοσυχνότητας με διέγερση στο 31° B.E.

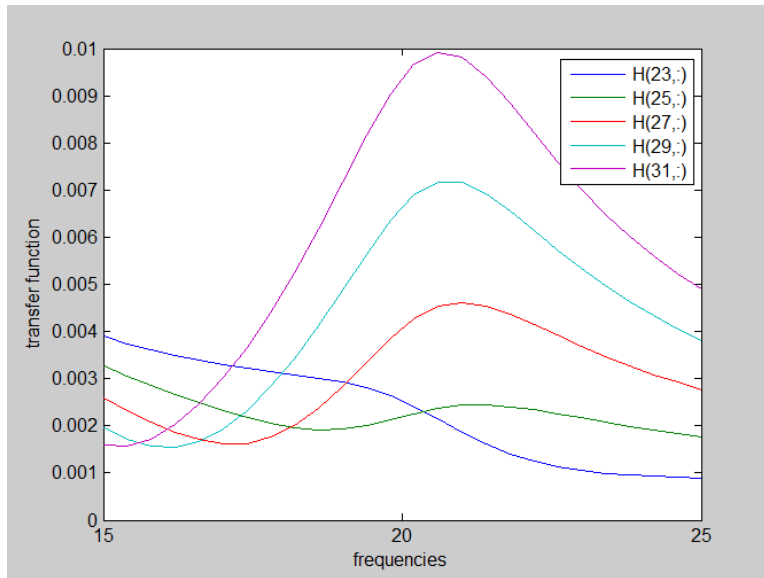
Αντίστοιχες δοκιμές πραγματοποιήθηκαν και για διέγερση σε μικρότερους βαθμούς ελευθερίας όπως παρουσιάζεται στα επόμενα γραφήματα για διέγερση στον 29° και 27° αντίστοιχα.



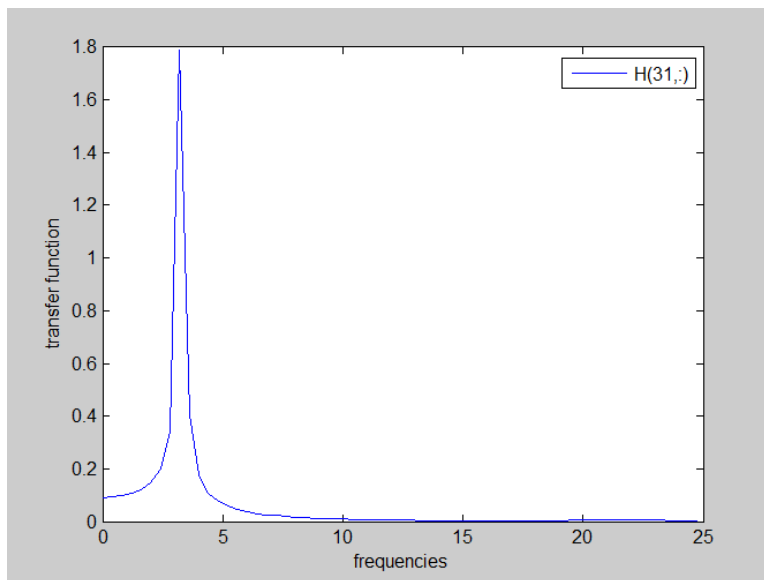
Σχήμα 3.14: Συν. Μετ. με διέγερση στο 29° B.E



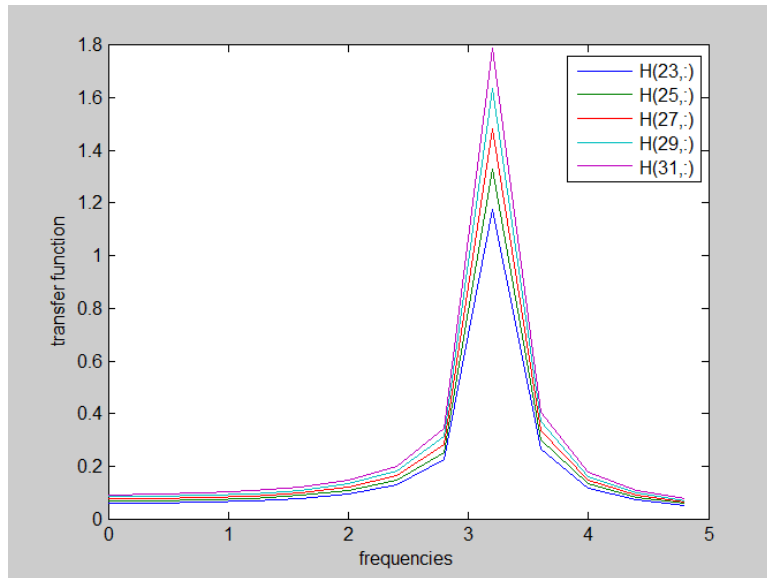
Σχήμα 3.15: Συν. Μετ. στο πεδίο της 1ης ιδιοσυχνότητας με διεγερση στο 29° B.E



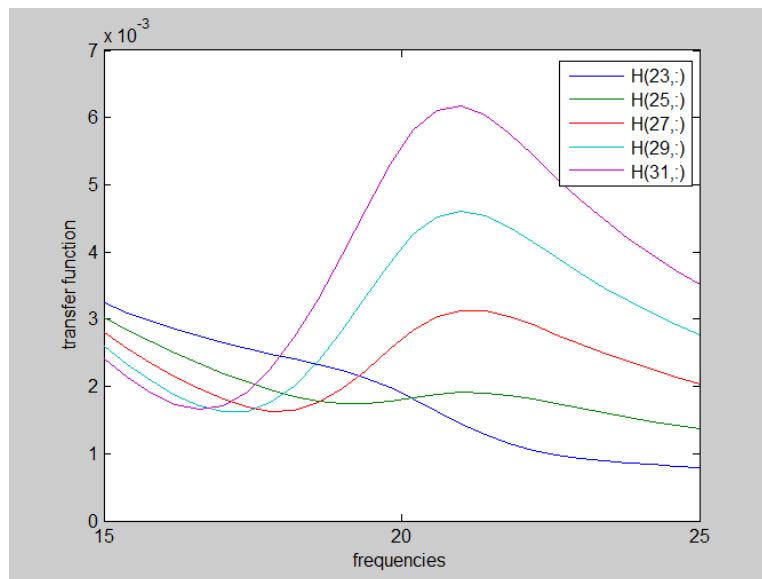
Σχήμα 3.16: Συν. Μετ. στο πεδίο της 2^{ης} ιδιοσυχνότητας με διεγερση στο 29° B.E



Σχήμα 3.17: Συν. Μετ. με διεγερση στο 27° B.E



Σχήμα 3.18: Συν. Μετ. στο πεδίο της 1ης ιδιοσυχνότητας με διεγερση στο 27° B.E



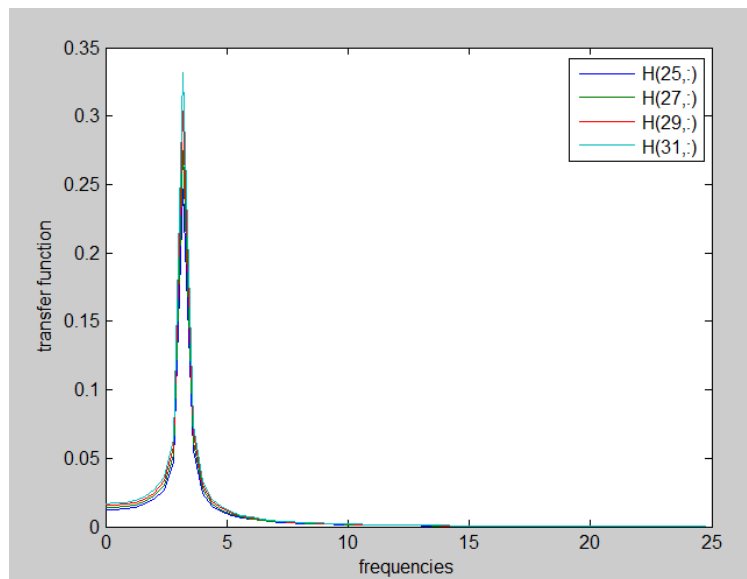
Σχήμα 3.19: Συν. Μετ. στο πεδίο της 2ης ιδιοσυχνότητας με διεγερση στο 27° B.E

Μία πολύ σημαντική πληροφορία που εξάγουμε από τα παραπάνω διαγράμματα και αφορά άμεσα την συγκεκριμένη εργασία είναι ότι από τους τρεις τελευταίους βαθμούς ελευθερίας ήδη παρατηρούμε ότι όποιον από αυτούς και να διεγείρουμε, αυτός που θα αποκριθεί περισσότερο είναι πάντα ο 31^{ος} άρα για τη συγκεκριμένη φόρτιση θα τοποθετούσαμε τον ελεγκτή σε αυτόν τον B.E. Αυτός είναι ένας λογικός συλλογισμός που μπορεί να γίνει διότι τοποθετούμε τον ελεγκτή στο ελεύθερο άκρο της δοκού από όπου περιμένουμε να έχει τη μεγαλύτερη ταλάντωση.

Στη δεύτερη περίπτωση που εξετάστηκε, ορίστηκε ως μορφή δύναμης η πρώτη ιδιομορφή. Παρακάτω απεικονίζονται οι συναρτήσεις μεταφοράς με τη διαφοροποίηση, σε σχέση με πριν, ότι δεν έχουμε σημειακή φόρτιση, αλλά κατανεμημένη.

Τα χρώματα των γραμμών που απεικονίζουν το κάθε βαθμό ελευθερίας είναι ως εξής:

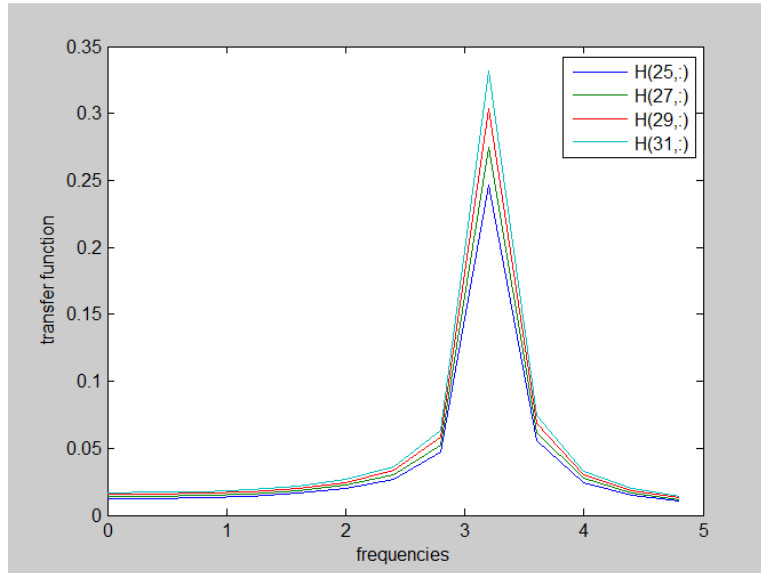
- 23^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Μπλε γραμμή
- 25^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Πράσινη γραμμή
- 27^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Κόκκινη γραμμή
- 29^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Γαλάζια γραμμή
- 31^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Μωβ γραμμή



Σχήμα 3.20: Συν. Μετ. με διεγερση μορφής την 1^η ιδιομορφή

Παρατηρούμε ότι ενεργοποιείται πλήρως η πρώτη ιδιοσυχνότητα ενώ η δεύτερη δεν συμμετέχει καθόλου στην ταλάντωση του συστήματος.

Επιπλέον με βάση και την παρακάτω εικόνα παρατηρούμε ότι όταν το σύστημα διεγερθεί με μορφή δύναμης αυτή της πρώτης ιδιομορφής, το καταλληλότερο σημείο για να τοποθετηθεί ο έλεγχος είναι το άκρο της δοκού στον 31° B.E.

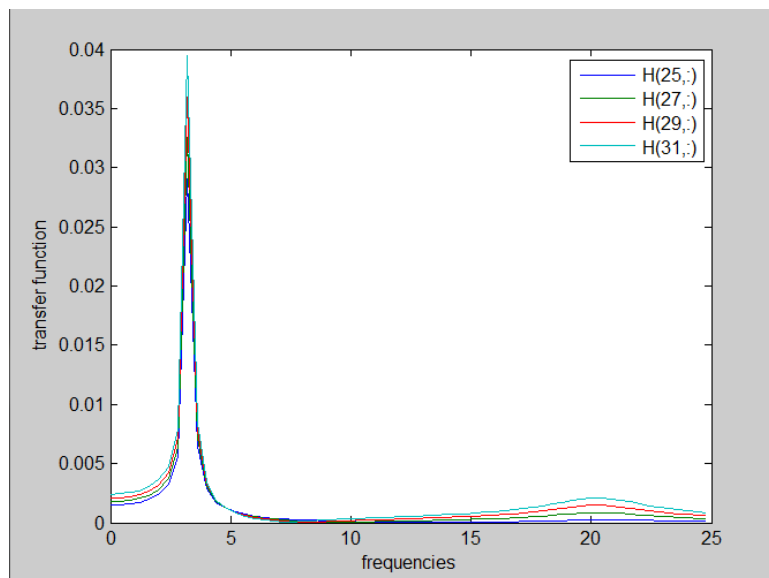


Σχήμα 3.21: Συν. Μετ. στο πεδίο της 1ης ιδιοσυχνότητας

Τέλος, εξετάστηκε η περίπτωση όπου ορίστηκε ως μορφή δύναμης η δεύτερη ιδιομορφή. Παρακάτω απεικονίζονται οι συναρτήσεις μεταφοράς με τη διαφοροποίηση σε σχέση με πριν ότι δεν έχουμε σημειακή φόρτιση αλλά κατανεμημένη.

Τα χρώματα των γραμμών που απεικονίζουν το κάθε βαθμό ελευθερίας είναι ως εξής:

- 23^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Μπλε γραμμή
- 25^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Πράσινη γραμμή
- 27^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Κόκκινη γραμμή
- 29^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Γαλάζια γραμμή
- 31^{ος} Βαθμός ελευθερίας με Μωβ γραμμή



Σχήμα 3.22: Συν. Μετ. με διεγερση μορφής την 2η ιδιομορφή

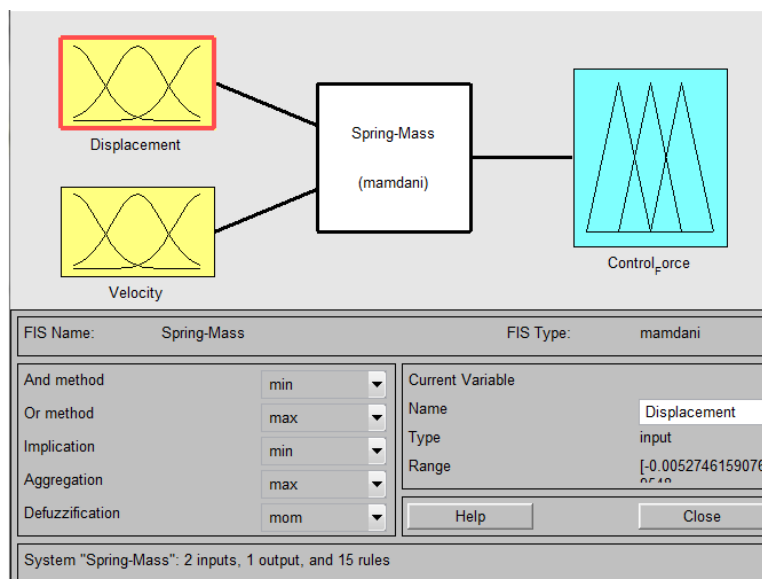
Στην περίπτωση της διέγερσης με μορφή δύναμης αυτήν της δεύτερης ιδιομορφής παρατηρούμε, πλέον, την ενεργοποίηση και της δεύτερης ιδιοσυχνότητας. Και εδώ συμπεραίνουμε ότι σε πιθανή διέγερση του συστήματος με μορφή δύναμης την δεύτερη ιδιομορφή ο έλεγχος θα πρέπει να τοποθετηθεί στο ελεύθερο άκρο της δοκού.

4 ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

4.1 Χρήση Ασαφούς ελεγκτή (Fuzzy controller)

Προκειμένου να μειώσουμε το πεδίο μετακινήσεων του συστήματός μας χρησιμοποιήθηκε ένας ασαφής ελεγκτής MISO (Multiple Inputs, Single Output) ο οποίος δημιουργήθηκε από τον κ. Γεώργιο Ταϊρίδη στο πλαίσιο της μεταπτυχιακής του διατριβής. Ο εν λόγω ασαφής ελεγκτής είναι τύπου Mamdani και έγινε με χρήση του πακέτου Fuzzy Toolbox του Matlab.

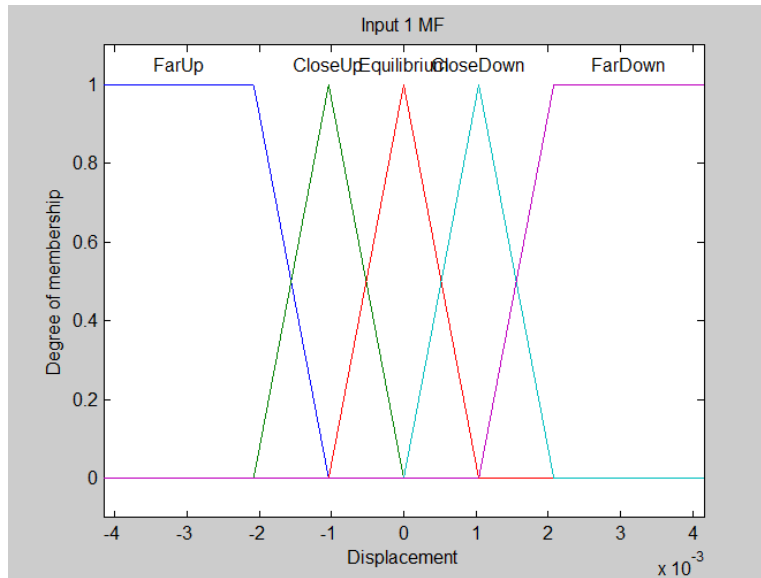
Συγκεκριμένα όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα, δέχεται δύο εισόδους και παράγει μία έξοδο.



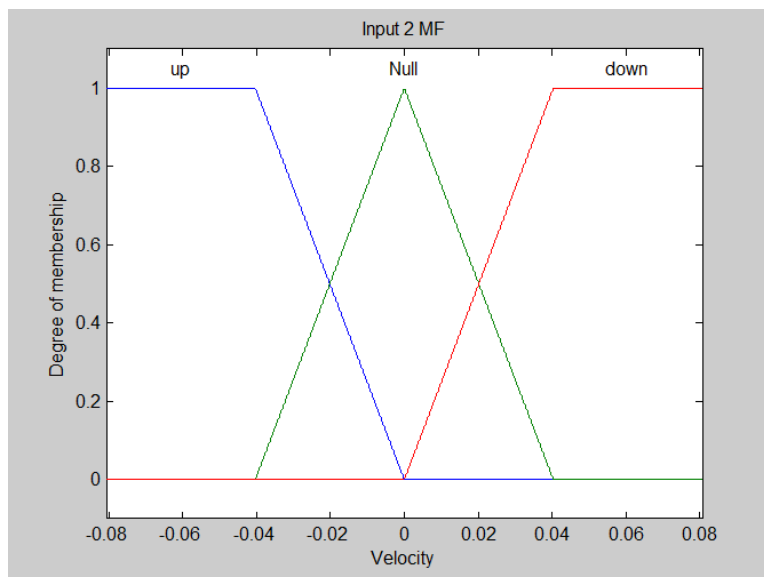
Σχήμα 4.1: Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής της πρώτης εισόδου

Ως εισόδους δέχεται το πεδίο των μετακινήσεων (u) και την ταχύτητα (u') του συστήματος. Ως έξοδο μας δίνει την αύξηση της δύναμης ελέγχου.

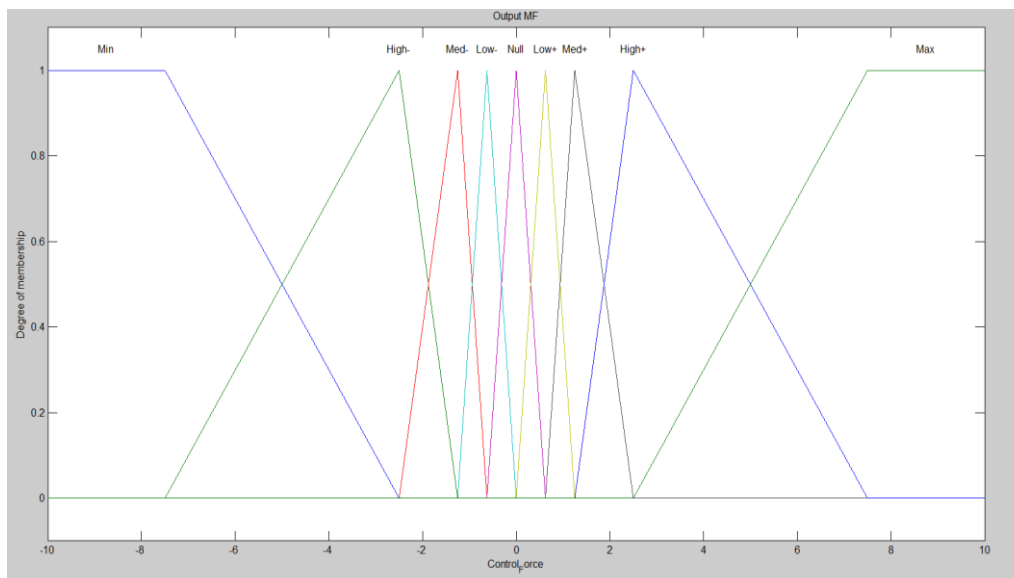
Οι συναρτήσεις συμμετοχής που έχουν επιλεγεί για την περιγραφή των εισόδων και της εξόδου του ελεγκτή είναι τριγωνικής μορφής στις ενδιάμεσες τιμές και τραπεζοειδούς μορφής στις ακραίες τιμές των μεταβλητών (Far left, Far Right, Left, Right, Min και Max) όπως φαίνεται στα ακόλουθα σχήματα.



Σχήμα 4.1: Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής της πρώτης εισόδου



Σχήμα 4.2: Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής της δεύτερης εισόδου



Σχήμα 9: Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής της εξόδου

Το σύστημα του ελεγκτή περιγράφεται από 15 κανόνες (fuzzy rules) που συντάχθηκαν με βάση τη λογική. Τα ενδεχόμενα συνδυάζονται με χρήση του λογικού τελεστή ΚΑΙ. Στη συνέχεια αναφέρονται ενδεικτικά τρεις από τους κανόνες:

- If (Displacement is Far-down) and (Velocity is Downwards) then (Control-Force is Max)
- If (Displacement is Equilibrium) and (Velocity is Downwards) then (Control-Force is Low+)
- If (Displacement is Close-up) and (Velocity is Downwards) then (Control-Force is Null)

Στον πίνακα 4.1 παρουσιάζεται μία σύνοψη του συνόλου των 15 κανόνων.

Πίνακας 4.1: παρουσιάζεται μία σύνοψη του συνόλου των 15 κανόνων.

Μετατόπιση Ταχύτητα	Πολύ πάνω	Λίγο πάνω	Ισορροπία	Λίγο κάτω	Πολύ κάτω
Προς τα πάνω	Max	Med+	Low+	Null	Med-
Μηδενική	Med+	Low+	Null	Low-	High-
Προς τα κάτω	High+	Null	Low-	Med-	Min

Ως μέθοδος αποσαφοποίησης (implication method) επιλέχθηκε η μέθοδος μέσου μεγίστου (mean of maximum method).

Πλέον με την τοποθέτηση του ελεγκτή μας για τον υπολογισμό της νέας μας μετατόπισης η εξίσωση κίνησης του συστήματος παίρνει την μορφή:

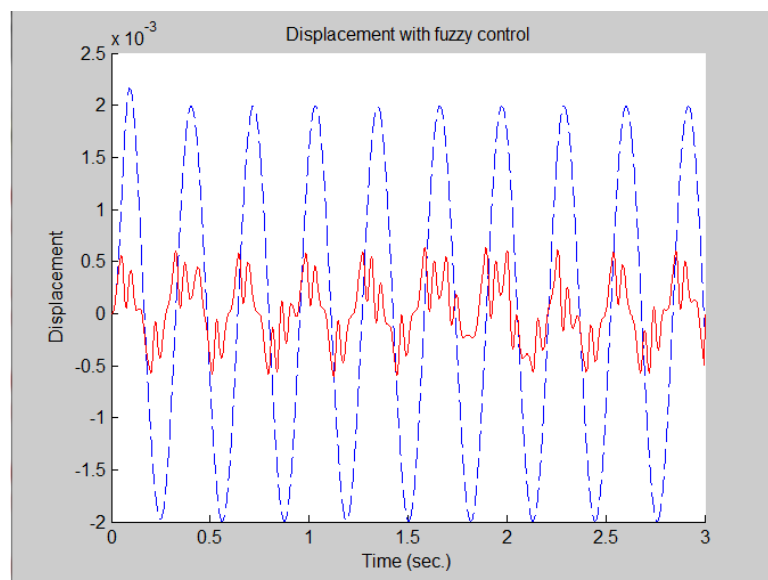
$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{P\} + \{Z\} \quad (1)$$

Όπου:

P: εξωτερική δύναμη διέγερσης

Z: δύναμη ελέγχου

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι μετατοπίσεις πριν και μετά την εφαρμογή του ελέγχου. Παρατηρούμε ότι η μείωση των μετατοπίσεων είναι αρκετά ικανοποιητική γεγονός που σημαίνει ότι η αρχική επιλογή των παραμέτρων σχεδίασης του ελεγκτή ήταν σωστή.



Σχήμα 4.4: Απόκριση συστήματος με χρήση ελεγκτή

4.2 Βελτιστοποίηση τοποθέτησης ελεγκτή με χρήση γενετικού αλγορίθμου.

Ένα πρόβλημα που αντιμετωπίζουν τα μεγάλα δυναμικά συστήματα στα οποία θέλουμε να τοποθετήσουμε έλεγχο είναι η επιλογή των σημείων στα οποία θα τοποθετήσουμε τους ελεγκτές μας ώστε να είναι όσο το δυνατόν πιο αποδοτικοί. Όπως είχαμε αναφέρει σε προηγούμενο κεφάλαιο ο ελεγκτής μας θα πρέπει να τοποθετηθεί σε σημείο όπου θα μπορεί να μετράει όσο το δυνατόν μεγαλύτερη μετατόπιση.

4.2.1 Γενετικός αλγόριθμος

Ένας γενετικός αλγόριθμος είναι μια μέθοδος βελτιστοποίησης συστημάτων που μπορούν να περιγραφούν ως μαθηματικά μοντέλα. Είναι χρήσιμοι σε προβλήματα που περιέχουν πολλές παραμέτρους-διαστάσεις και δεν υπάρχει αναλυτική μέθοδος που να μπορεί να βρει το βέλτιστο συνδυασμό μεταβλητών ώστε το υπό εξέταση σύστημα να αντιδρά με τον κατά το δυνατόν επιθυμητό τρόπο.

Ο τρόπος λειτουργίας των Γενετικών Αλγορίθμων είναι εμπνευσμένος από την βιολογία. Χρησιμοποιεί την ιδέα της εξέλιξης μέσω γενετικής μετάλλαξης, φυσικής επιλογής και διασταύρωσης.

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι διατηρούν έναν πληθυσμό πιθανών λύσεων, του προβλήματος που μας ενδιαφέρει, πάνω στον οποίο δουλεύουν, σε αντίθεση με άλλες μεθόδους αναζήτησης που επεξεργάζονται ένα μόνο σημείο του διαστήματος αναζήτησης. Έτσι, ένας Γενετικός Αλγόριθμος πραγματοποιεί αναζήτηση σε πολλές κατευθύνσεις και υποστηρίζει καταγραφή και ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ αυτών των κατευθύνσεων. Ο πληθυσμός υφίσταται μια προσομοιωμένη γενετική εξέλιξη χρησιμοποιώντας διάφορους γενετικούς τελεστές όπως η **επιλογή**, ο **επιχiasμός** και η **μετάλλαξη**.

Στην πράξη ο αλγόριθμος ξεκινά με ένα σύνολο λύσεων -ονομάζονται χρωμοσώματα, δανειζόμενες το όνομά τους από τη βιολογία- οι οποίες συνιστούν τον "πληθυσμό". Κατόπιν ζητείται από τον υπολογιστή να δημιουργήσει μια σειρά τυχαίων ανασυνδυασμών και μεταλλάξεων των "χρωμοσωμάτων".

Οι πιο ικανές λύσεις για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα συνεχίζουν να εξελίσσονται και ανασυνδυάζονται τυχαία, μέχρις ότου "επιβιώσουν" οι καλύτερες. Συνήθως, όσο περισσότερες γενιές περνούν, τόσο καλύτερες λύσεις βρίσκονται, μπορεί όμως ο αλγόριθμος να βρεθεί σε σημείο του πεδίου των λύσεων από όπου να μην μπορεί να προχωρήσει λόγω του ότι βρίσκεται σε τοπικό και όχι σε ολικό μέγιστο ή ελάχιστο. Για το λόγο αυτό υπάρχουν διαφορετικές εκδοχές του αλγόριθμου ανάλογα με τη μορφή του προβλήματος, οι οποίες προσαρμόζονται στις ανάγκες του χρήστη.

4.2.1.1 Ο πληθυσμός (population)

Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αποτελεί το μέτρο της καταλληλότητας ενός ατόμου του πληθυσμού για να επιβιώσει, να ζευγαρώσει και να παράξει απόγονο σε ένα νέο πληθυσμό

ατόμων για ένα συγκεκριμένο περιβάλλον. Κάθε άτομο αποτελείται από ένα πλήθος χρωμοσωμάτων τα οποία ουσιαστικά αποτελούν λύσεις του προβλήματος. Οι τιμές των λύσεων του κάθε χρωμοσώματος ονομάζεται γενότυπος και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, φαινότυπος.

Το μέγεθος του πληθυσμού επιλέγεται από το χρήστη και πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος έτσι ώστε τα στοιχεία των ατόμων του να καλύπτουν τον χώρο έρευνας λύσεων. Ωστόσο το μέγεθος οφείλει να μην είναι ιδιαίτερα μεγάλο, λόγω του μεγάλου αριθμού των υπολογισμών που θα πραγματοποιηθούν. Προσομοιώνοντας τις διαδικασίες της φύσης ο πληθυσμός σε κάθε γενιά μπορεί να μεταβάλλεται.

4.2.1.2 Επιλογή (selection)

Με τη διαδικασία της επιλογής εξασφαλίζουμε ότι τα καλύτερα άτομα του παρόντος πληθυσμού θα περάσουν στον ενδιάμεσο πληθυσμό μεταξύ της παρούσης γενιάς και της επόμενης, πριν εφαρμοστεί ο τελεστής του ανασυνδιασμού και της μετάλλαξης.

Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι επιλογής όπως είναι η μέθοδος της ρουλέτας (fitness proportionate selection), tournament selection και linear ranking selection, non-linear ranking selection boltzman tournament selection (μ, λ) και ($\mu + \lambda$). Ορισμένες από τις παραπάνω μεθόδους δύνανται να εφαρμοστούν σε προβλήματα είτε ελαχιστοποίησης είτε μεγιστοποίησης ή και στα δύο.

Η πίεση επιλογής αυξάνεται καθώς προχωράμε στις ακόλουθες μεθόδους:

- Proportional selection
- Linear ranking
- Tournament selection
- (μ, λ)($\mu + \lambda$) selection

Σε υψηλές τιμές της πίεσης επιλογής θα πρέπει να παράγεται και ισχυρή διαφοροποίηση στον πληθυσμό. Αντιθέτως, ισχυρές πιέσεις επιλογής, οδηγούν σε εγκλωβισμό σε τοπικά βέλτιστα. Έτσι, οι γενετικοί αλγόριθμοι που βασίζονται κυρίως σε crossover απαιτούν χαμηλές τιμές πίεσης επιλογής.

4.2.1.3 Επιχiasμός (Crossover)

Ύστερα από τον τελεστή της επιλογής εφαρμόζεται ο επιχiasμός των χρωμοσωμάτων μεταξύ ατόμων ενδιάμεσου πληθυσμού πριν περάσουν στον νέο πληθυσμό. Ο τελεστής αυτός εφαρμόζεται με μία πιθανότητα που ορίζει ο χρήστης.

Υπάρχουν πολλά είδη επιχiasμού όπως το heuristic crossover, random crossover A, random crossover B, αριθμητικός επιχiasμός και επιχiasμός γραμμής.

4.2.1.4 Μετάλλαξη (Mutation)

Ο τελεστής της μετάλλαξης πραγματοποιείται αμέσως μετά τη διαδικασία του επιχιασμού. Πρακτικά εξασφαλίζει διαδρομές σε νέα σημεία του χώρου εφικτών λύσεων. Η βασική του λειτουργία είναι η εξασφάλιση του ότι δεν θα πραγματοποιηθεί εγκλωβισμός σε τοπικά βέλτιστα αλλά θα δώσει τη δυνατότητα στον αλγόριθμο να εντοπίσει ολικά βέλτιστα.

Τα κυριότερα είδη μετάλλαξης είναι η τυχαία μη-ομοιόμορφη μετάλλαξη I (random non-uniform mutation I) και η τυχαία μη-ομοιόμορφη μετάλλαξη II (random non-uniform mutation II). Η χρησιμοποίηση μη ομοιόμορφης μετάλλαξης, έχει σαν αποτέλεσμα, καθώς προχωράει η διαδικασία, οι μεταλλάξεις να περιορίζονται σε στενή περιοχή γύρω από το κάθε άτομο του πληθυσμού. Αυξάνεται η εκμετάλλευση (exploitation) σε βάρος της εξερεύνησης (exploration), με αποτέλεσμα να αυξάνεται η ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου. Με τη χρήση μη ομοιόμορφης μετάλλαξης επιτυγχάνεται καλύτερη προσέγγιση της βέλτιστης λύσης.

4.2.2 Γενετικός αλγόριθμος στη δοκό

Προκειμένου να μειωθεί το πλάτος της ταλάντωσης στην δοκό που εξετάζουμε, έπρεπε να βεβαιωθούμε ότι οι κόμβοι στους οποίους θα ασκηθεί η διέγερση και το σημείο στο οποίο θα τοποθετηθεί ο ελεγκτής μας, θα μας δώσουν το μέγιστο ποσοστό μείωσης του εύρους μετατοπίσεων πριν και μετά τον έλεγχο. Για τον λόγο αυτό έγινε χρήση γενετικού αλγορίθμου με το λογισμικό της Matlab.

Η αντικειμενική συνάρτηση προς βελτιστοποίηση είναι η ακόλουθη:

$$\text{Ποσοστό Μείωσης Ταλάντωσης} = \frac{\text{Εύρος(Χωρίς Έλεγχο)} - \text{Εύρος(Με Έλεγχο)}}{\text{Εύρος(Χωρίς Έλεγχο)}}$$

Οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι:

x_1 : Το σημείο στο οποίο θα ασκηθεί η φόρτιση

x_2 : Το σημείο στο οποίο θα τοποθετήσουμε τον ελεγκτή για να μετρηθεί η μετατόπιση

Οι τιμές που μπορούν να λάβουν οι 2 παραπάνω μεταβλητές είναι από 1 έως 31 με βήμα 2 διότι τοποθετούνται μόνο σε μεταφορικούς και όχι σε περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας.

Με βάση τα παραπάνω ορίστηκαν τα άνω και κάτω όρια:

$$LB = [0 \ 0]$$

$$UB = [15 \ 15]$$

Επιπλέον η κλήση του γενετικού από την Matlab γίνεται με την παρακάτω εντολή:

$$[x, \text{perc}] = \text{ga}(@\text{simple_fitness}, nvars, [], [], [], [], LB, UB, [], \text{IntCon})$$

όπου

χ: διάνυσμα ανεξάρτητων μεταβλητών

perc: Το ποσοστό της μείωσης της ταλάντωσης

simple_fitness: είναι το function file στο οποίο είναι αποθηκευμένη η αντικειμενική συνάρτηση

nvars: ο αριθμός των μεταβλητών εισόδου (στην περίπτωση μας 2)

IntCon : εισάγει ακέραιες ανεξάρτητες μεταβλητές

Το μέγεθος του πληθυσμού είναι 20 άτομα και η αρχικοποίηση γίνεται με ομοιόμορφη κατανομή.

Για την αξιολόγηση των εφικτών λύσεων τα άτομα κατατάσσονται παίρνοντας τιμές της συνάρτησης προσαρμογής από 1-20 αποφεύγοντας με αυτό τον τρόπο πιθανές αρνητικές τιμές της.

Για την διαδικασία της επιλογής χρησιμοποιείται η στοχαστικά ομοιόμορφη διαδικασία. Αναλυτικότερα, κάθε γονέας αποτελεί ένα κομμάτι μίας γραμμής που είναι ανάλογη της προσδοκίας που καθορίζεται από τη συνάρτηση προσαρμογής. Ο αλγόριθμος κινείται πάνω σε αυτή τη γραμμή με βήματα ίσου μήκους, με ένα βήμα για κάθε γονέα. Σε κάθε βήμα ο αλγόριθμος παρέχει ένα γονέα από κάθε τμήμα στο οποίο πατάει. Πρώτο βήμα είναι ένα τυχαίο νούμερο με τιμή μικρότερη από το κανονικό βήμα.

Η διαδικασία του διεσπαρμένου (Scattered) επιχιασμού πραγματοποιείται με πιθανότητα 80%. Για την πραγματοποίηση της χρησιμοποιείται ένα δυαδικό διάνυσμα το οποίο καθορίζει ποια στοιχεία θα ληφθούν και από ποιο γονέα.

Η διαδικασία της μετάλλαξης πραγματοποιείται τυχαία ακολουθώντας γκαουσιανή κατανομή.

Για την επιλογή των παραπάνω τιμών δεν πραγματοποιήθηκε εξαντλητική έρευνα στη βιβλιογραφία καθώς αυτή δεν εμπίπτει στους σκοπούς της παρούσας εργασίας.

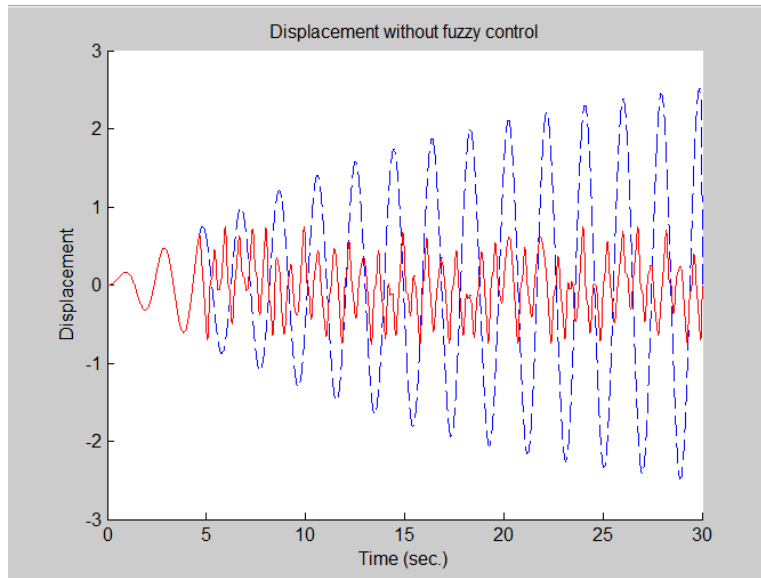
4.2.3 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

Σε αυτή την ενότητα πραγματοποιήθηκε η τοποθέτηση του ελεγκτή έπειτα από τη χρήση του γενετικού και παρουσιάζονται γραφικά οι ταλαντώσεις του συστήματος με βάση αυτές τις τοποθετήσεις. Οι περιπτώσεις διέγερσης που επιλέξαμε να εξετάσουμε είναι οι παρακάτω:

4.2.3.1 Διέγερση με σημειακή φόρτιση

Σε αυτή τη περίπτωση αποφασίσαμε να διεγείρουμε σημειακά τη ράβδο με μέτρο δύναμης 10 και συχνότητα διέγερσης την πρώτη ιδιοσυχνότητα. Ο γενετικός επέστρεψε το σημείο στο οποίο θα ασκήσουμε τη συγκεκριμένη δύναμη και το σημείο στο οποίο θα τοποθετηθεί ο έλεγχος.

Ο γενετικός υπέδειξε ως σημείο διέγερσης και ελέγχου τον 31^ο Βαθμό Ελευθερίας. Το ποσοστό μείωσης που επιτυγχάνεται είναι της τάξεως του 69.8%

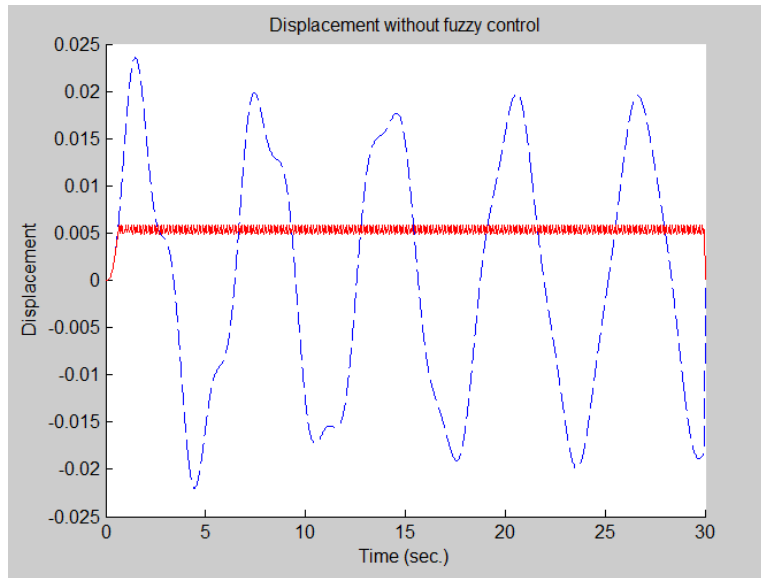


Σχήμα 4.5: Απόκριση συστήματος με διέγερση στο 31° B.E

4.2.3.2 Διέγερση με δύναμη μορφής την πρώτη ιδιομορφή

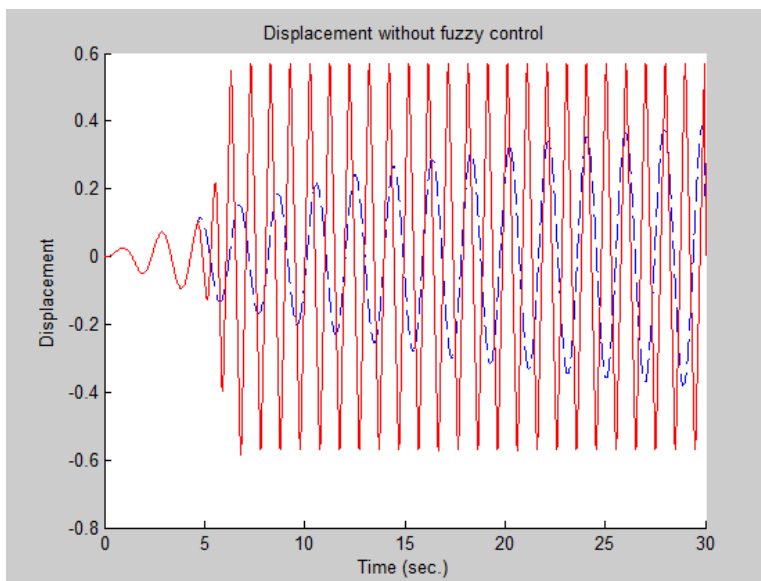
Σε αυτή τη περίπτωση η διέγερση του συστήματος πραγματοποιείται με μορφή δύναμης αυτήν της πρώτης ιδιομορφής. Ως συχνότητες διέγερσης επιλέχθηκαν μία συχνότητα μέτρου 1, η πρώτη και η δεύτερη ιδιοσυχνότητα. Ο γενετικός επέστρεψε το σημείο στο οποίο θα ασκήσουμε τη συγκεκριμένη δύναμη και το σημείο στο οποίο θα τοποθετηθεί ο έλεγχος.

Η απεικόνιση της διέγερσης στο πεδίο του χρόνου για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις παρουσιάζεται στις παρακάτω εικόνες.



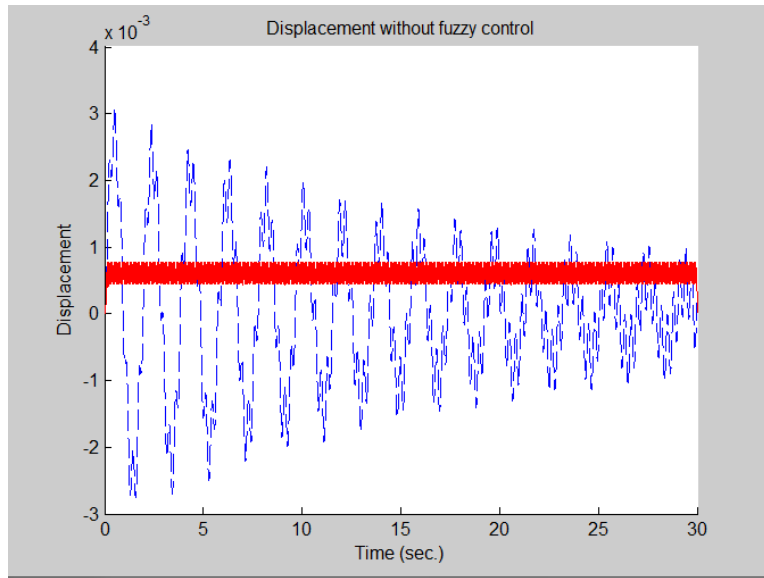
Σχήμα 4.6: Απόκριση συστήματος με διέγερση 1ης ιδιομορφής και $\omega=1$ στο 31° B.E

Για διέγερση με μορφή δύναμης την πρώτη ιδιομορφή και μία συχνότητα $\omega=1$ η οποία είναι μικρότερη της πρώτης ιδιοσυχνότητας, παρατηρούμε μία έντονη μείωση της ταλάντωσης. Το ποσοστό μείωσης της ταλάντωσης που επιτυγχάνεται είναι της τάξεως του 87.2%.



Σχήμα 4.7: Απόκριση συστήματος με διέγερση μορφής 1ης ιδιομορφής και 1η ιδιοσυχνότητα

Για διέγερση με μορφή δύναμης την πρώτη ιδιομορφή και συχνότητα την πρώτη ιδιοσυχνότητα παρατηρούμε ότι λόγω του συντονισμού ο ελεγκτής επηρεάζεται σημαντικά σε σημείο να αυξάνει το πλάτος της ταλάντωσης σε ποσοστό 50.4%. Γι' αυτό είναι σημαντικό να αποφύγουμε τον συγκεκριμένο συνδυασμό διέγερσης.



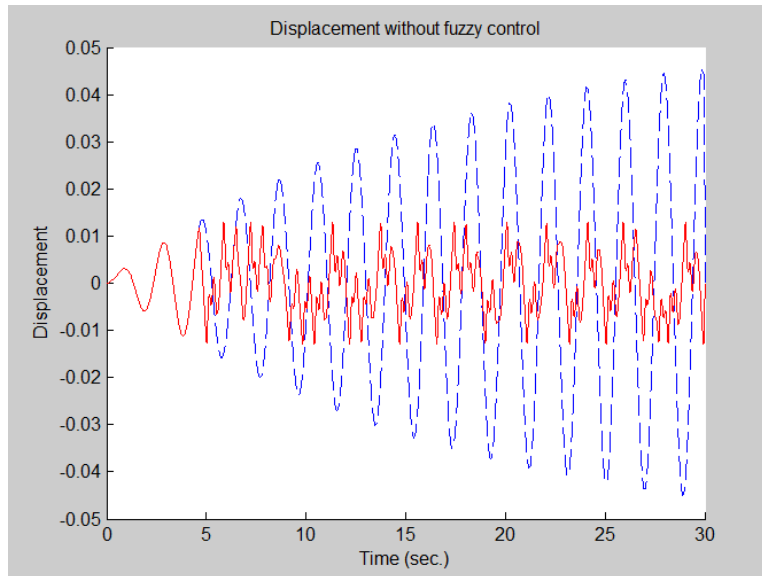
Σχήμα 4.8: Απόκριση συστήματος με διέγερση μορφής 1^{ης} ιδιομορφή και 2^η ιδιοσυχνότητα

Η επόμενη μορφή που εξετάστηκε είναι η διέγερση με μορφή δύναμης την πρώτη ιδιομορφή και συχνότητα την δεύτερη ιδιοσυχνότητα. Παρατηρούμε ότι ο ελεγκτής διατηρεί σχεδόν σταθερή τη δοκό όπου στην ουσία δεν της επιτρέπει να κάνει καμία ταλάντωση για την ενεργοποίηση του ελεγκτή. Το ποσοστό της ταλάντωσης που επιτυγχάνεται είναι της τάξης του 86%.

4.2.3.3 Διέγερση με δύναμη μορφής την δεύτερη ιδιομορφή

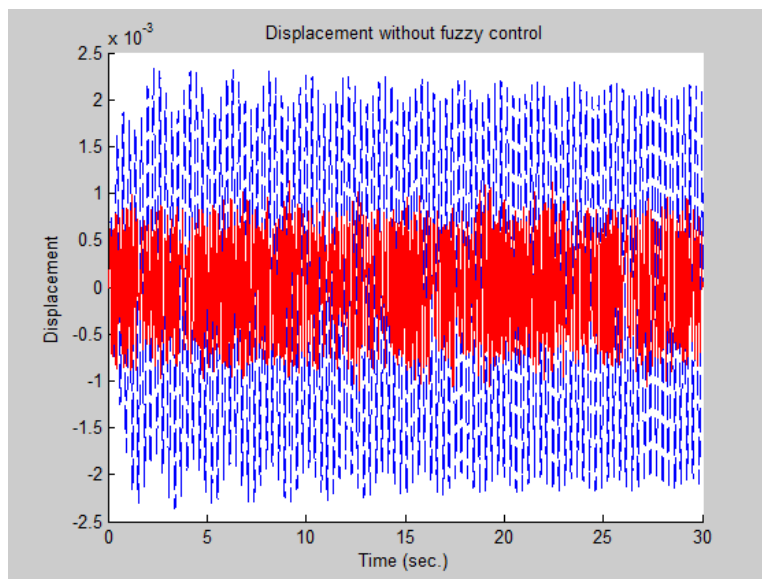
Σε αυτή τη περίπτωση η διέγερση του συστήματος πραγματοποιείται με μορφή δύναμης αυτήν της δεύτερης ιδιομορφής. Ως συχνότητες διέγερσης επιλέχθηκαν η πρώτη και η δεύτερη ιδιοσυχνότητα. Ο γενετικός επέστρεψε το σημείο στο οποίο θα ασκήσουμε τη συγκεκριμένη δύναμη και το σημείο στο οποίο θα τοποθετηθεί ο έλεγχος.

Η απεικόνιση της διέγερσης στο πεδίο του χρόνου για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις παρουσιάζεται στις παρακάτω εικόνες:



Σχήμα 4.9: Απόκριση συστήματος με διέγερση μορφής 2^{ης} ιδιομορφή και 1^η ιδιοσυχνότητα

Αρχικά η μορφή που εξετάστηκε είναι η διέγερση με μορφή δύναμης την δεύτερη ιδιομορφή και συχνότητα την πρώτη ιδιοσυχνότητα. Παρατηρούμε ότι για την ενεργοποίηση του ελεγκτή ουσιαστικά απαιτούνται $t=5s$ όπου αρχίζει να περιορίζει σημαντικά την εξίσωση της ταλάντωσης. Σε διάστημα 30 sec το ποσοστό της ταλάντωσης που επιτυγχάνεται είναι της τάξης του 71,3%.



Σχήμα 4.10: Απόκριση συστήματος με διέγερση μορφής 2^{ης} ιδιομορφή και 2^η ιδιοσυχνότητα

Τέλος εξετάστηκε η απόκριση του συστήματος διεγείροντας το με μορφή δύναμης τη δεύτερη ιδιομορφή και συχνότητα την δεύτερη ιδιοσυχνότητα. Η μείωση της ταλάντωσης που επιτυγχάνεται είναι της τάξεως του 52.43%.

5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν και παρουσιάστηκαν στις παραπάνω ενότητες έπειτα από τη χρήση της συνάρτησης μεταφοράς για τον τρόπο που συμπεριφέρεται ένα σύστημα στο πεδίο των συχνοτήτων για κάθε βαθμό ελευθερίας του ξεχωριστά, εξάγουμε κάποια συμπεράσματα βάσει των οποίων προκύπτει το βέλτιστο σημείο στο οποίο πρέπει να πραγματοποιηθεί η διέγερση του συστήματος και να τοποθετηθεί ο έλεγχος. Στην συνέχεια μπορούμε να συγκρίνουμε αυτή την εκτίμηση με τα αποτελέσματα ενός γενετικού αλγορίθμου για τον υπολογισμό της απόδοσης των αρχικών μας αποτελεσμάτων από τη χρήση της συνάρτησης μεταφοράς.

Πιο συγκεκριμένα, οι διερευνήσεις όπου εξετάσαμε στις συναρτήσεις μεταφοράς αφορούσαν διεγέρσεις αρχικά με σημειακή φόρτιση της δοκού και στη συνέχεια με κατανεμημένες φορτίσεις οι οποίες είχαν την μορφή της πρώτης και της δεύτερης ιδιομορφής με τις συχνότητες που εξετάστηκαν να είναι η πρώτη και η δεύτερη ιδιοσυχνότητα. Με την απεικόνιση των παραπάνω προέκυψε το συμπέρασμα ότι το καταλληλότερο σημείο να διεγερθεί και να τοποθετηθεί ο έλεγχος είναι στο ελεύθερο άκρο της δοκού από όπου ο ελεγκτής έχει τη δυνατότητα να "διαβάζει" τις μεγαλύτερες τιμές μετατόπισης.

Η επαλήθευση των παραπάνω έγινε με την χρήση του γενετικού αλγορίθμου, ο οποίος για τις ίδιες συνθήκες διέγερσης "θεωρεί" πως ο έλεγχος και η διέγερση πρέπει να εφαρμοστούν στο ελεύθερο άκρο της δοκού.

Ένα ακόμα συμπέρασμα που προέκυψε κατά τη χρήση του γενετικού αλγορίθμου, όταν πραγματοποιήθηκε η διέγερση στο σύστημα μας με την πρώτη ιδιομορφή στη πρώτη ιδιοσυχνότητα, είναι ότι το ποσοστό της μείωσης της ταλάντωσης προέκυψε αρνητικό. Αυτό το γεγονός δηλώνει ότι το πλάτος της ταλάντωσης της δοκού μετά τον έλεγχο αυξήθηκε. Αυτό οφείλεται στο φαινόμενο του συντονισμού, το οποίο δημιουργεί σοβαρά προβλήματα στον ελεγκτή.

Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει γενικά να αποφεύγεται η επιβολή δυνάμεων με μορφή ή συχνότητα που αντιστοιχεί στις ιδιοτιμές ή στις ιδιομορφές προς αποφυγή του φαινομένου του συντονισμού.

Βιβλιογραφία-Αναφορές

- [1] Ταϊρίδης Γεώργιος, Προσομοίωση σύνθετων ευφυών μηχανικών συστημάτων με αισθητήρες και διεγέρτες από πιεζοηλεκτρικά υλικά. Σύνδεση με ευφυείς μεθόδους ελέγχου, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά 2009.
- [2] Ροβέρτος-. Κινγκ, Υπολογιστική νοημοσύνη στον έλεγχο συστημάτων, Εκδόσεις Τράυλος 1998
- [3] Δρ. Αντωνιάδης Ιωάννης, Δυναμική μηχανών Ι, ΕΜΠ – Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Εργαστήριο Δυναμικής και Κατασκευών
- [4] Kevin M. Passino, Biomimicry for Optimization, Control and Automation, Springer-Verlag London Limited 2005
- [5] Georgios K. Tairidis, Georgios E. Stavroulakis, Daniela G. Marinova, Emmanuel C. Zacharenakis, Classical and soft robust active control of smart beams, ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering M. Papadrakakis, D.C. Charmpis, N.D. Lagaros, Y.Tsompanakis (eds.) Rethymno, Crete, Greece, 13–16 June 2007
- [6] H. Irschik, A review of static and dynamic shape control of structures using piezoelectric actuation. Engineering Structures, 24(1), 5-11, 2002
- [7] D.G. Marinova, G.E. Stavroulakis, E.C. Zacharenakis, Robust control of smart beams in the presence of damage-induced structural uncertainties. International Conference PhysCon 2005 August 24-26, 2005, Saint Petersburg, Russia
- [8] G.E. Stavroulakis, G.A. Foutsitzi, E.P. Hadjigeorgiou, D.G. Marinova, E.C. Zacharenakis, C.C. Baniotopoulos, Numerical experiments on smart beams and plates.
- [9] Y. Marinakis, M. Marinaki, G.E. Stavroulakis, Particle Swarm Optimization Approach for Structural Control. 6th GRACM International Congress on Computational Mechanics, Thessaloniki, 19-21 June 2008
- [10] Mathworks, Global Optimization Toolbox