



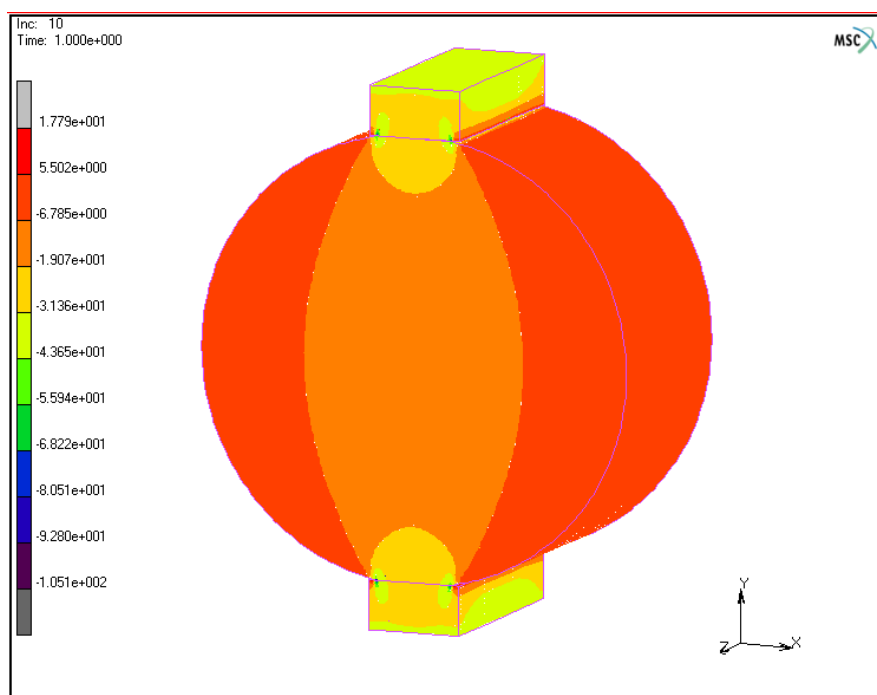
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΒΡΑΖΙΛΙΑΝΩΝ ΔΙΣΚΩΝ ΥΠΟ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗ ΘΛΙΨΗ»

ANNA ΠΑΤΕΛΗ



ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

Δρ. Ζαχαρίας Αγιουτάντης, Καθηγητής Π.Κ (Επιβλέπων)

Δρ. Γεώργιος Εξαδάκτυλος, Καθηγητής Π.Κ

Δρ. Ερνέστος Σαρρής, Λέκτορας Παν.Λευκωσίας.

Χανιά, Σεπτέμβριος 2014

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η εργασία αυτή εκπονήθηκε με σκοπό την μελέτη των επίπεδων βραζιλιανών δίσκων. Στόχος ήταν η μελέτη του σύνθετου φαινομένου του εντατικού και παραμορφωσιακού πεδίου που δημιουργείται κατά την δοκιμή του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου, τόσο σε εργαστηριακό όσο και σε θεωρητικό επίπεδο με την βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Για την πραγματοποίηση της παρούσας εργασίας θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου:

- Στον **κ. Αγιουτάντη Ζαχαρία**, Καθηγητή του Πολυτεχνείου Κρήτης και επιβλέποντα, για την επιλογή του θέματος, την άριστη συνεργασία καθώς επίσης και για τις συμβουλές αλλά και για την διόρθωση της εργασίας αυτής.
- Στον **κ. Εξαδάκτυλο Γεώργιο**, Καθηγητή του Πολυτεχνείου Κρήτης για το χρόνο που διέθεσε για την διόρθωση και εξέταση της εργασίας αυτής.
- Στον πρώην συμφοιτητή, νυν Λέκτορα του Πανεπιστημίου Λευκωσίας, **κ. Σαρρή Ερνέστο**, για την ουσιαστική συμβολή και εμπειρία του στο κομμάτι της υπολογιστικής μηχανικής. Δεν θα ήθελα να παραλείψω επίσης και τις ουσιαστικές, εύστοχες συμβουλές και παρατηρήσεις του επί της εργασίας αυτής.

Στην προσπάθεια για την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής συνέβαλαν και άλλοι συνεργάτες στους οποίους δεν θα ήθελα να παραλείψω τις θερμές ευχαριστίες μου:

- Στον **κ. Κακλή Κωνσταντίνο**, επιστημονικό συνεργάτη του εργαστηρίου Μηχανικής Πετρωμάτων, για τις συμβουλές, συνεργασία, καθοδήγηση και ουσιαστική συμβολή του στο εργαστηριακό κομμάτι αυτής της εργασίας.
- Στην πρώην μεταπτυχιακή φοιτήτρια **κα. Δημοπούλου Μαρία** για τις πολύτιμες συμβουλές τις κατά τη διεξαγωγή αυτής της εργασίας.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε πειραματική και αριθμητική διερεύνηση του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου για διάφορες γωνίες επαφής (2α) με σκοπό την ανάλυση της δημιουργίας του εντατικού και παραμορφωσιακού πεδίου που τελικά οδηγεί το δείγμα στην αστοχία. Βασικός στόχος ήταν η εργαστηριακή διερεύνηση του προβλήματος της αλλαγής της φόρτισης, από μήκος τόξου 10^0 , σε ομοιόμορφα κατανεμημένη φόρτιση επί του επίπεδου άκρου των δίσκων, στο πρόβλημα της αντιδιαμετρικής φόρτισης επίπεδων δίσκων. Η αριθμητική διερεύνηση πραγματοποιήθηκε με στόχο την αναπαραγωγή των συνθηκών που επικρατούν κατά την διάρκεια της δοκιμής στο εργαστήριο και η καλύτερη δυνατή προσομοίωση για την μελέτη των συνθηκών θραύσης και δημιουργίας ρωγμών όταν το δείγμα φτάσει κοντά στο σημείο έναρξης της θραύσης του. Η διερεύνηση αυτή έγινε με την εφαρμογή του κριτηρίου του Griffith.

Η μελέτη δημιουργίας του εντατικού και παραμορφωσιακού πεδίου καθώς επίσης και τα όρια αστοχίας ενός υλικού είναι μεγάλης σημασίας για έναν μηχανικό διότι αυτές οι παράμετροι καθορίζουν τις αντοχές αυτού του υλικού και βοηθά στον υπολογισμό των συντελεστών ασφαλείας αυτού για διάφορες χρήσεις. Μια σημαντική χρήση είναι και η μελέτη καταλληλότητας και ασφάλειας αναστύλωσης αρχαίων μνημείων με απώτερο σκοπό τη διάσωση της πολιτιστικής μας κληρονομιάς. Τα εργαστηριακά πειράματα και καταστατικά μοντέλα προσομοίωσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εργαλεία υπολογισμού για τον προσδιορισμό της καταλληλότητας των υλικών που θα κληθούν να αντικαταστήσουν κάποια προϋπάρχοντα σε αρχαία μνημεία. Οι αριθμητικές προσομοιώσεις προβλέπουν γενικά, τους μηχανισμούς που πιθανών να προκαλέσουν την αστοχία ή την δημιουργία ρωγμών κατά τη διάρκεια ζωής των υλικών, από τις διάφορες επιδράσεις που μπορεί να επέλθουν από το εντατικό πεδίο.

Για την εργαστηριακή και αριθμητική προσομοίωση της δοκιμής του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου δημιουργήθηκαν διάφορα δοκίμια και δισδιάστατα μοντέλα με τα οποία μελετήθηκαν οι αντοχές και οι διάφοροι παράγοντες που επηρεάζουν αυτού του τύπου τη δοκιμή.

1.	Εισαγωγή.....	1
1.1	Γενικά.....	1
1.2	Μέθοδοι Μέτρησης Αντοχής σε Εφελκυσμό	2
2.	Περιγραφή Διονυσιακού Μαρμάρου.....	10
2.1	Εισαγωγή	10
2.2	Το Πεντελικό Μάρμαρο ως Υλικό Αποκατάστασης Μνημείων	11
2.2.1	Το μέγεθος των όγκων.....	12
2.2.2	Το χρώμα και η δομή του μαρμάρου	12
2.2.3	Οι φυσικοχημικές ιδιότητες	13
2.2.3.1	Ειδικό βάρος	13
2.2.3.2	Υδατο-απορρόφηση και Συντελεστής εμποτισμού.....	13
2.2.4	Μέτρο ελαστικότητας.....	14
2.2.5	Αντοχή σε θλίψη ή θλιπτική αντοχή	14
2.2.6	Αντοχή σε κάμψη ή εφελκυστική αντοχή	14
2.2.7	Αντοχή σε κρούση.....	14
2.2.8	Αντοχή σε τριβή.....	15
2.2.9	Γραμμική θερμική διαστολή.....	15
2.2.10	Σκληρότητα – Μικροσκληρότητα Κnoop	15
2.2.11	Αντοχή σε χημική διάβρωση	15
2.2.12	Αντοχή σε παγετό.....	16
2.2.13	Τα φυσικά ελαττώματα	16
2.3	Χαρακτηριστικά του Κοιτάσματος και της Μάζας του Μαρμάρου Διονύσου.....	16
2.3.1	Γεωλογία Λατομείων Διόνυσου.....	16
2.3.2	Κοιτασματολογία Ποιότητα και Τεχνικά Χαρακτηριστικά του Μαρμάρου Διονύσου	17
2.3.3	Ιστός	21
2.4	Συμπεριφορά Μαρμάρου Διονύσου σε Εργαστηριακές Δοκιμές.....	22
2.4.1	Εφελκυσμός	22
2.4.2	Μονοαξονική και Τριαξονική Θλίψη.....	24
3.	Τασικά Πεδία σε Βραζιλιανούς Δίσκους.....	27
3.1	Γενικά.....	27
3.2	Τάσεις σε Βραζιλιανό Δίσκο με Σημειακή Φόρτιση	27
3.3	Τάσεις σε Βραζιλιανό Δίσκο με Φόρτιση σε Μήκος Τόξου	31
3.4	Τάσεις σε Βραζιλιανό Δίσκο με Οπή και Σημειακή Φόρτιση Αλλά και Μήκος Τόξου	34
3.5	Τάσεις σε Επίπεδο Βραζιλιανό Δίσκο (συντελεστής K).....	40
4.	Πειραματική Ανάλυση Επίπεδων Βραζιλιανών Δίσκων με Δοκίμια Μαρμάρου.....	46
4.1	Γενικά.....	46
4.2	Αντικείμενο-Σκοπός Πειράματος	46
4.3	Περιγραφή Πειραματικής Διαδικασίας.....	47
4.3.1	Προδιαγραφές	47
4.3.2	Παρασκευή και προετοιμασία δοκιμίων	48
4.3.3	Ηλεκτρικά Μηκυνσιόμετρα	51
4.3.4	Περιγραφή εργαστηριακού εξοπλισμού και των συστημάτων καταγραφής	52
4.3.4.1	Συστήματα φόρτισης	53
4.3.4.2	Συστήματα έλεγχου	54
4.3.4.3	Συστήματα μέτρησης και καταγραφής.....	56
4.3.5	Πειραματική Διαδικασία και Αποτελέσματα	56

4.4	Επεξεργασίες και Γενικά Συμπεράσματα	59
4.4.1	Διερεύνηση γωνιών επαφής (2α)	63
4.4.2	Διερεύνηση συντελεστή Κ.....	65
4.4.3	Προσδιορισμός μηχανικών παραμέτρων.....	69
4.5	Μηχανισμοί Θραύσης	70
5.	Αριθμητική Προσομοίωση Επίπεδων Βραζιλιανών Δίσκων	75
5.1	Εισαγωγή.....	75
5.2	Σύντομη Περιγραφή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων.....	76
5.2.1	Βασικές αρχές μοντελοποίησης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	77
5.2.2	Διαδικασία μοντελοποίησης	79
5.2.2.1	Διακριτοποίηση	79
5.2.2.2	Είδη Στοιχείων	82
5.2.2.3	Διάρθρωση του Πεδίου	85
5.3	Κριτήριο Αστοχίας Griffith.....	88
5.4	Συνθήκη Έναρξης Ρωγμής στο Κέντρο του Δίσκου.....	94
5.5	Παράμετροι Αριθμητικής Προσομοίωσης	96
5.5.1	Γεωμετρία	96
5.5.2	Ιδιότητες υλικών και συνοριακές συνθήκες	100
5.5.3	Διερεύνηση διαστάσεων πλάκας φόρτισης	101
5.6	Αποτελέσματα Αριθμητικής Επίλυσης	105
5.7	Συμπεράσματα Αριθμητικής Επίλυσης.....	109
6.	Συμπεράσματα και Προτάσεις	110
6.1	Συμπεράσματα.....	110
6.2	Προτάσεις.....	114
	Βιβλιογραφία.....	115
	Παράρτημα Α.....	121
	Παράρτημα Β	129

1. Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Οι γεωτεχνικοί μηχανικοί οι οποίοι ανήκουν στον κατασκευαστικό τομέα, στοχεύουν στην εξασφάλιση της λειτουργικότητας της γεωκατασκευής που σχεδιάζουν για μεγάλα χρονικά διαστήματα με όσο το δυνατό πιο οικονομικό και τεχνικά άρτιο τρόπο. Για να σχεδιάσει ο γεωτεχνικός μηχανικός μια ασφαλή γεωκατασκευή θα πρέπει να μπορεί να εκτιμήσει με ποιο τρόπο η βραχομάζα μπορεί να φτάσει στην αστοχία, είτε στο σύνολο της είτε με αλληλεπίδραση του συνόλου της κατασκευής (π.χ φράγματα, θεμελιώσεις, αναστύλωση αρχαίων μνημείων).

Το πρόβλημα συνήθως ανάγεται στον προσδιορισμό των μέγιστων τάσεων που θα δημιουργηθούν στο πέτρωμα μετά την εξόρυξη ή γενικότερα στην κατανομή των τάσεων γύρω από το έργο. Πολλοί είναι οι παράγοντες που επηρεάζουν την κατανομή των τάσεων στη βραχομάζα όπως για παράδειγμα η μορφή του έργου, το μέγεθος και οι κατευθύνσεις των φορτίων, οι συνοριακές συνθήκες, κλπ. Ιδιαίτερα, για το σχεδιασμό του βέλτιστου συστήματος θραύσης ψαθυρών πετρωμάτων, είτε με ανατίναξη είτε με μηχανικό τρόπο, πρέπει να χαρακτηριστεί η αντοχή και η παραμορφωσιμότητα του πετρώματος (Αγιουτάντης, 2002).

Μέρος της έρευνας κατευθύνεται επίσης, στην αναζήτηση του ρόλου που παίζουν οι ατέλειες που βρίσκονται μέσα σε μια κατασκευή και πως αυτές τελικά επηρεάζουν τη διάρκεια ζωής της. Ατέλειες όπως είναι τα κενά, μπορεί να προϋπάρχουν στα υλικά από τα οποία απαρτίζεται η κατασκευή. Επιπλέον μπορούν να δημιουργηθούν κατά την κατασκευαστική φάση ή να εμφανιστούν κατά τη διάρκεια χρήσης του έργου. Τέτοιες είναι οι εμφανιζόμενες μικροατέλειες εντός του υλικού, που οφείλονται στην κόπωση των μελών του έργου. Η περιγραφή μιας ατέλειας σε ένα σώμα πραγματοποιείται με την εισαγωγή της γεωμετρίας της. Στη συνέχεια αναζητείται το τασικό και παραμορφωσιακό πεδίο γύρω από την ατέλεια και οι συνθήκες κάτω από τις οποίες θα δημιουργηθεί ρωγμή και θα διαδοθεί εντός του σώματος, θεωρώντας ότι το υλικό είναι ομογενές, ισότροπο και γραμμικά ελαστικό (Δημοπούλου, 2004, Σαρρής, 2005).

Μέχρι και σήμερα, τα κύρια ερωτήματα που καλούνται να απαντηθούν είναι:

- Ποια είναι η αντοχή της κατασκευής που φέρει ατέλεια, και πως εξαρτάται από τη γεωμετρία αυτής;
- Ποιο είναι το μέγιστο μέγεθος ρωγμής (κρίσιμο μέγεθος) αν υπάρχουν ρωγμές, για το οποίο η κατασκευή δεν θα αστοχήσει;
- Πως το μέγεθος των ατελειών της δομής του έργου συνδέεται με τα εφαρμοζόμενα εξωτερικά φορτία;
- Ποιο είναι το κρίσιμο φορτίο για να αρχίσει η ρωγμή να διαδίδεται;
- Ποιος είναι ο τρόπος διάδοσης της ρωγμής;

Για να απαντηθούν τα παραπάνω ερωτήματα εισάγονται μεγέθη της μηχανικής, τα οποία χαρακτηρίζουν την εντατική και παραμορφωσιακή κατάσταση του προβλήματος. Στην συνέχεια υπολογίζονται οι τιμές αυτών των μεγεθών, άμεσα ή έμμεσα στο εργαστήριο με την εκτέλεση πειραμάτων (Δημοπούλου, 2004, Σαρρής, 2005).

1.2 Μέθοδοι Μέτρησης Αντοχής σε Εφελκυσμό

Η αντοχή σε εφελκυσμό των πετρωμάτων είναι μια παράμετρος που σχετίζεται έντονα με πολλές από τις μηχανικές τους εφαρμογές (μηχανική συμπεριφορά των ορυκτών, διάτρηση και ανατίναξη των πετρωμάτων, αστοχία των πετρωμάτων σε υπόγειες και επιφανειακές εργασίες, όπως επίσης και στις κατασκευές). Για τον λόγο αυτό, είναι ενδιαφέρον να βρεθούν κατάλληλες εργαστηριακές μέθοδοι που θα οδηγήσουν στον προσδιορισμό της αντοχής των πετρωμάτων. Η διαδικασία που ακολουθείται ώστε να διαπιστωθεί ότι τα εφαρμοζόμενα φορτία δεν θα υπερβούν τα αναμενόμενα επίπεδα αντοχής του πετρώματος, για δεδομένες συνθήκες εξόρυξης, και να εξασφαλιστεί η ευστάθεια του έργου, είναι η εφαρμογή ενός τυπικού πειράματος σε δοκίμια από το υλικό που θα χρησιμοποιηθεί για να γίνει μια κατασκευή. Αν η μέγιστη υπολογιζόμενη τάση στην κατασκευή πολλαπλασιαζόμενη με έναν κατάλληλο συντελεστή ασφαλείας, είναι μικρότερη από τη μέση αντοχή που κατέδειξαν τα πειράματα, τότε η κατασκευή θεωρείται ασφαλής (Κακλής, 2003).

Γενικά οι μέθοδοι μέτρησης της αντοχής διακρίνονται σε άμεσες και έμμεσες (Δημοπούλου, 2004, Σαρρής, 2005):

- Άμεση μέθοδος μετρήσεων είναι η άσκηση εφελκυσμού στα άκρα κυλινδρικού δοκιμίου ή δοκιμίου άλλου σχήματος.
- Οι έμμεσες μέθοδοι περιλαμβάνουν τους ακόλουθους τύπους φόρτισης:
 - 1) Κάμψη σε πρισματικά, κυλινδρικά δοκίμια και δίσκους,
 - 2) Υδραυλικός εφελκυσμός,
 - 3) Διαμετρική συμπίεση σε δίσκους και δακτυλίου,
 - 4) Διαμετρική συμπίεση σε κυλίνδρους, σφαίρες και κύβους.

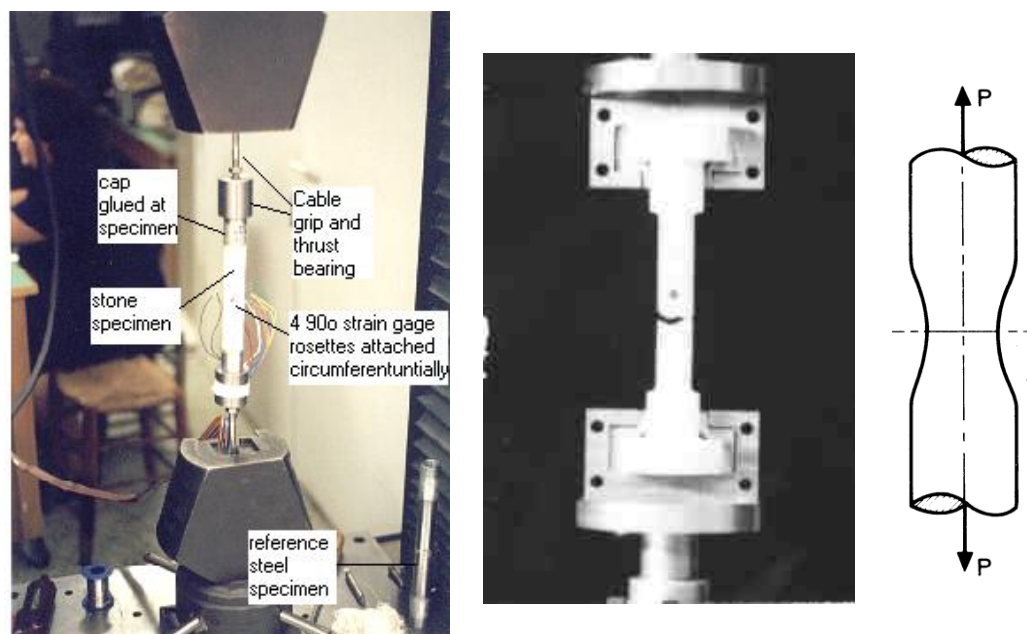
Πρέπει να σημειωθεί ότι οι έμμεσες μέθοδοι μέτρησης της αντοχής έχουν τα ακόλουθα μειονεκτήματα:

- Εντός του δοκιμίου αναπτύσσεται ανομοιόμορφο εντατικό πεδίο και
- η θραύση πολλές φορές αρχίζει από περιοχές συμπίεσης παρά εφελκυσμού.

Από την υπάρχουσα βιβλιογραφία προκύπτει ότι κάθε είδος εργαστηριακής δοκιμής (άμεσες και έμμεσες) δίνει δική της τιμή για την αντοχή του ίδιου υλικού. Οι λόγοι είναι πολλαπλοί: φυσικές ασυνέχειες του υλικού που το θραύουν σε χαμηλότερη τάση, ανομοιογένεια στη δομή του, μη τέλεια γραμμικά ελαστική συμπεριφορά σε όλη τη μάζα του κ.α. Στην περίπτωση της δοκιμής δακτυλίου, από φυσικής πλευράς, η οπή δεν είναι σημαντική, αλλά θεωρητικά, αντιπροσωπεύει μια ασυνέχεια στην ελαστική συνέχεια του υλικού (Hudson, 1969).

Άμεσος Εφελκυσμός

Η συμβατική μέθοδος υπολογισμού της αντοχής των πετρωμάτων είναι η δοκιμή του άμεσου εφελκυσμού όπως φαίνεται στο σχήμα 1.1. Η μέθοδος παρουσιάζει πειραματικές δυσκολίες και συνήθως δεν διεξάγεται στα εργαστήρια μηχανικής πετρωμάτων. Ειδικότερα σε ψαθυρά υλικά, μια από τις δυσκολίες είναι η ευθυγράμμιση και στερέωση του δοκιμίου. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση καμπτικών τάσεων ή στρεπτικής ροπής λόγω εκκεντρότητας των αξονικών φορτίων της μηχανής, καθώς επίσης και στη συγκέντρωση τάσεων τοπικά στα σημεία επαφής των δοκιμίων με τη μηχανή φόρτισης (Barla and Goffi, 1974, Nova and Zaninetti, 1990). Στα όλκιμα υλικά, λόγω της δημιουργίας λαιμού παύει να ισχύει ομοιόμορφη επιβεβλημένη τάση. Η κατανομή των τάσεων στην περιοχή του λαιμού παύει να είναι μονοαξονική και καθίσταται τριαξονική, με υποθετικό άξονα συμμετρίας τον άξονα του δοκιμίου.



Σχήμα 1.1: Διατάξεις για τα πειράματα άμεσου μονοαξονικού εφελκυσμού

(Vardoulakis et al., 2002)

Λόγω αυτών των πειραματικών δυσκολιών, αναπτύχθηκαν εναλλακτικές μέθοδοι μέτρησης της εφελκυστικής αντοχής των πετρωμάτων γνωστές ως έμμεσες μέθοδοι (indirect tension tests).

Έμμεσος Εφελκυσμός

Λόγω των πειραματικών δυσκολιών που αναφέρθηκαν πιο πάνω, εναλλακτικές μέθοδοι αναπτύχθηκαν για τον προσδιορισμό της εφελκυστικής αντοχής των πετρωμάτων. Η δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου είναι μια έμμεση μέθοδος που χρησιμοποιεί κυλινδρικό συμπαγή δίσκο, ο οποίος φορτίζεται αντιδιαμετρικά κατά την μία διάμετρό του μέχρι να οδηγηθεί σε αστοχία. (σχήμα 1.2). Στη θεωρία, το εντατικό πεδίο το οποίο προκαλεί αστοχία σε εφελκυσμό μπορεί πλήρως να οριστεί, δεδομένου ότι το υλικό διατηρεί τέλεια γραμμική ελαστική συμπεριφορά μέχρι το σημείο της αστοχίας. Στην πραγματικότητα, πολλά ψαθυρά υλικά όπως τα πετρώματα, έχουν μη γραμμική εντατική και παραμορφωσιακή συμπεριφορά, λόγω των φυσικών ατελειών, οπότε η θεωρητική συμπεριφορά αποκλίνει από την πραγματική (Δημοπούλου, 2004, Σαρρής, 2005).

Παρόλα αυτά, και η δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου έχει το μειονέκτημα ότι εκτός από εφελκυστικές τάσεις, εμφανίζονται και υψηλές διατμητικές τάσεις κοντά στις πλάκες φόρτισης. Η αστοχία μπορεί να οφείλεται τότε, όχι μόνο στην ασυνέχεια

που δημιουργείται στο κέντρο του δίσκου λόγω εφελκυσμού, αλλά επίσης και στο σχηματισμό μικρών ρωγμών σχήματος σφήνας στις επιφάνειες επαφής. Η ελαχιστοποίηση των διατμητικών τάσεων που αναπτύσσονται στο δίσκο, επιτυγχάνεται με τη μέθοδο της αντιδιαμετρικής φόρτισης δίσκου με κυκλική οπή στο κέντρο (Ring test) ή δίσκους με εγκοπή (Notched Brazilian test).



Σχήμα 1.2: Διάταξη δοκιμής Βραζιλιανού δίσκου

Λόγω της γεωμετρίας του δοκιμίου και του τρόπου επιβολής του φορτίου (θλιπτική φόρτιση) δημιουργείται μία ζώνη εφελκυσμού στο κέντρο του δίσκου. Για τον λόγο αυτό και η μέθοδος του Βραζιλιανού δίσκου κατατάσσεται στις έμμεσες μεθόδους εφελκυσμού. Σύμφωνα με την θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας, η μέγιστη εφελκυστική τάση εμφανίζεται κάθετα στη διάμετρο φόρτισης και το μέγεθος της είναι ανάλογο του φορτίου.

Η κλασσική μέθοδος έμμεσου εφελκυσμού όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι η δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου. Η δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου γίνεται με τη συμπίεση μέσω διαμετρικά αντίθετων συγκεντρωμένων φορτίων ενός δοκιμίου που έχει τη μορφή δίσκου. Η δοκιμή αυτή πρωτοεμφανίστηκε το 1940 από Βραζιλιανούς και Ιάπωνες ερευνητές και από τότε απέκτησε δημοσιότητα για τον έμμεσο προσδιορισμό της αντοχής σε εφελκυσμό πετρωμάτων, καθώς και προϊόντων τσιμέντου.

Η θεωρητική θεμελίωση της δοκιμής του Βραζιλιανού δίσκου, είναι ουσιαστικά η λύση για τις τάσεις, η οποία προτάθηκε από τον Hertz το 1883 και μερικά χρόνια αργότερα από τον Mitchell. Από τότε έχουν διενεργηθεί πολλές

ερευνητικές προσπάθειες για να διερευνηθεί το πεδίο εφαρμογής αυτής της δοκιμής καθώς και να βελτιωθεί η απόδοση της. Το 1959 ο Hondros ανέπτυξε μια προσέγγιση για να μετρήσει το μέτρο ελαστικότητας και τον λόγο του Poisson χρησιμοποιώντας τη δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου. Δυστυχώς, για να γίνει αυτό εφικτό απαιτούνται επιπλέον μετρήσεις με ηλεκτρικά επιμηκυνσιόμετρα και η διαδικασία είναι εξαιρετικά επίπονη. Ο Hondros επίσης δημιούργησε μια πλήρη επίλυση του εντατικού (τασικού) πεδίου για την περίπτωση ενός ακτινικού φορτίου, καταναμεμένου πάνω σε ένα πεπερασμένο αριθμό κυκλικών τόξων του δίσκου. Αυτός ο τύπος φόρτισης θεωρείται και καλύτερος από το αρχικό συγκεντρωμένο γραμμικό φορτίο για το δοκίμιο. Όμως οι προτεινόμενες λύσεις δεν είχαν την απαιτούμενη εμβάθυνση όσο αφορά την ανάπτυξη σφάλματος και είναι δύσκολο να πραγματοποιήσει κανείς την απαιτούμενη ομοιόμορφη και ακτινική φόρτιση μέσα από ένα ζεύγος τόξων, σε ένα πραγματικό πείραμα.

Ο Fairhurst πρώτος συζήτησε το βασικό θέμα της αξιοπιστίας της δοκιμής του Βραζιλιανού δίσκου. Είπε ότι η αστοχία μπορεί να συμβεί μακριά από το κέντρο του δίσκου για μικρές γωνίες φορτίου επαφής. Οι Mellor και Hawkes συζήτησαν συγκεκριμένα τις τάσεις επαφής κάτω από τα επιβαλλόμενα φορτία και στη συνέχεια σχεδίασαν ένα σύστημα σιαγόνων με καμπύλες επιφάνειες επαφής για το σκοπό αυτό. Όμως η κατασκευή των σιαγόνων αυτών δεν είναι εύκολη υπόθεση, ενώ στη πραγματικότητα πρέπει να υπάρξει μια σειρά από τέτοιες σιαγόνες, ανάλογες με τις διαστάσεις (διαμέτρους) των δοκιμίων. Επιπλέον, η κατανομή των δυνάμεων επαφής μεταξύ των σιαγόνων και του δοκιμίου είναι ακόμα υπό αμφισβήτηση. Ο Hudson και οι συνεργάτες του παρατήρησαν από τα πειράματα τους ότι η αστοχία στη δοκιμή του βραζιλιανού δίσκου ξεκινούσε πάντα κάτω από τα σημεία επιβολής της φόρτισης, εάν κανείς χρησιμοποιούσε επίπεδες χαλύβδινες πλάκες, παρατήρηση η οποία βέβαια αντίκρουε στη πραγματικότητα τη χρήση της δοκιμής αυτής για τον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό. Στη συνέχεια ο Andreev έκανε μια πιο περιεκτική ανασκόπηση της βραζιλιανής δοκιμής το 1991, αναφορικά με τις διάφορες αναλυτικές σχέσεις που αναπτύχθηκαν για τον υπολογισμό του εντατικού πεδίου του δίσκου αλλά και για τις συνθήκες επαφής και μεταφοράς των τάσεων μεταξύ των δοκιμίων και των πλακών φόρτισης.

Το 1978, η δοκιμή του βραζιλιανού δίσκου προτάθηκε από τη Διεθνή Εταιρεία Μηχανικής Πετρωμάτων σαν η προτεινόμενη μέθοδος για τον προσδιορισμό της εφελκυστικής αντοχής των πετρωμάτων. Στη συνέχεια η δοκιμή αυτή

τυποποιήθηκε από την Αμερικάνικη Εταιρεία A.S.T.M για τον προσδιορισμό της εφελκυστικής αντοχής σε δοκίμια τσιμέντου. Γενικά θεωρείται ότι η δοκιμή του βραζιλιανού δίσκου είναι μια εύκολη και βολική μέθοδος για την εκτίμηση της εφελκυστικής αντοχής σε πετρώματα και τσιμέντο.

Το 1993, ο Guo και οι συνεργάτες του πρότειναν μια απλή μέθοδο για τον προσδιορισμό της σκληρότητας θραύσης K_{ic} χρησιμοποιώντας τη βραζιλιανή δοκιμή. Η μέθοδος αυτή δεν απαιτεί ούτε αρχική ρωγμή ούτε αρχική εγκοπή και φαίνεται να δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα. Όμως η χρήση του βραζιλιανού δίσκου σε αυτή την κατεύθυνση δεν έχει ωριμάσει ακόμα και υπάρχουν προβλήματα τα οποία πρέπει να επιλυθούν σε επίπεδο θεωρίας. Για παράδειγμα η διαδικασία φόρτισης μέσω τόξου είναι πολύ δύσκολο να εφαρμοστεί στην πράξη.

Ο Wang και οι συνεργάτες του βελτίωσαν τη μέθοδο του Guo για τη δοκιμή σκληρότητας θραύσης. Έγινε σαφές ότι η αρχική έναρξη της ρωγμάτωσης στη περιοχή του κέντρου του δίσκου ήταν ένα πρόβλημα το οποίο έπρεπε να επιλυθεί κατάλληλα. Στη μελέτη του ο Wang και οι συνεργάτες του πρότειναν μια τροποποίηση του βραζιλιανού δίσκου με την εισαγωγή δυο παράλληλων πεπλατυσμένων επίπεδων πλευρών οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν για την επιβολή του φορτίου. Αυτός ο τρόπος φόρτισης θεωρείται καλύτερος από τον αρχικό τρόπο φόρτισης σε γραμμή όσον αφορά το θέμα της τοπικής αστοχίας, λόγω της υπερβολικής συγκέντρωσης τάσεων και πιθανών να είναι και καλύτερος από την φόρτιση σε τόξο, η οποία χρησιμοποιεί ένα σύνθετο σύστημα φόρτισης δοκιμίων.

Εδώ αξίζει να αναφερθεί ότι για διάφορες γωνίες φόρτισης η επιφάνεια των πεπλατυσμένων πλευρών του δίσκου αυξάνει και εισάγεται πλέον η έννοια δυο οριακών τιμών για τις γωνίες αυτές. Η μια είναι η οριακή γωνία για την οποία εξασφαλίζεται η έναρξη της ρωγμής στο κέντρο του δίσκου, που είναι και απαραίτητη συνθήκη για την αξιοπιστία της δοκιμής. Η άλλη οριακή γωνία είναι η τιμή πέραν της οποίας το πείραμα αλλάζει από έμμεσο εφελκυσμό και εμπίπτει σε μονοαξονική θλίψη. Έτσι υιοθετήθηκε η δοκιμή του πεπλατυσμένου Βραζιλιανού δίσκου και η ανάγκη διερεύνησης των γωνιών φόρτισης για την αξιόπιστη εφαρμογή της δοκιμής (Wang et al., 2004).

Η διάρθρωση αυτής της διπλωματικής εργασίας έχει ως εξής:

Στο *Κεφάλαιο 1* γίνεται μια σύντομη αναφορά στο γιατί ο προσδιορισμός των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών είναι σημαντικός, στη συνέχεια έγινε μια σύντομη αναφορά στις μεθόδους προσδιορισμού αντοχής των πετρωμάτων σε εφελκυσμό καθώς επίσης και πως έχει αναπτυχθεί μέχρι σήμερα η δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου.

Στο *Κεφάλαιο 2* γίνεται μια σύντομη αναφορά στο υλικό που χρησιμοποιήθηκε για την πειραματική ανάλυση (Μάρμαρο Διονύσου) και στους διάφορους παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπόψη εάν το υλικό αυτό επιλεγεί σαν υλικό αναστήλωσης αρχαίων μνημείων.

Στο *Κεφάλαιο 3* γίνεται μια σύνθετη ανάλυση γύρω από τις μαθηματικές εξισώσεις προσδιορισμού του εντατικού πεδίου (κλειστής μορφής) που διέπουν τη δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου καθώς επίσης και τις διάφορες παραλλαγές του όπως είναι η δοκιμή του δακτυλίου και η δοκιμή του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου. Για την περίπτωση του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου, μαθηματικές σχέσεις που να προσδιορίζουν το εντατικό πεδίο (κλειστής μορφής) δεν είναι διαθέσιμες, αλλά περιγράφεται αναλυτικά ο συντελεστής K , ο οποίος προσδιορίζει την απόκλιση από την κλασσική δόκιμη.

Στο *Κεφάλαιο 4* παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των εργαστηριακών δοκιμών που πραγματοποιήθηκαν καθώς επίσης και η απαραίτητη θεωρητική ανάλυση που απαιτείται για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων που προέκυψαν. Γίνεται επίσης αναφορά στους μηχανισμούς θραύσης που παρατηρήθηκαν και γίνεται μια προσπάθεια εξήγησης αυτών.

Στο *Κεφάλαιο 5* παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την αριθμητική επίλυση του επίπεδου Βραζιλιανού δίσκου και στη παραμετρική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας το λογισμικό Marc-Mentat 2000. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της ισότροπης θεωρίας της ελαστικότητας και αναλύεται το αριθμητικό πρόβλημα στις δυο διαστάσεις

Στο *Κεφάλαιο 6*, συνοψίζονται τα συμπεράσματα και γίνονται προτάσεις για το πως θα μπορούσε να βελτιωθεί η διπλωματική αυτή.

Μέρος αυτής της εργασίας έχει παρουσιαστεί σε διεθνές συνέδριο υπό τον τίτλο:

Kaklis, K.N, Z. Agioutantis, E. Sarris and A. Pateli, “*A theoretical and numerical study of discs with flat edges under diametrical compression (flat Brazilian test)*”, 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, vol. 2, pp. 437-444, 2005.

2. Περιγραφή Διονυσιακού Μαρμάρου

2.1 Εισαγωγή

Η Ελλάδα είναι μια χώρα πλούσια σε μάρμαρα που είναι γνωστά σε όλο τον κόσμο γιατί έχουν ταυτιστεί με τα αριστουργήματα της γλυπτικής και της αρχιτεκτονικής της αρχαίας Ελλάδας.

Η εξόρυξη και η χρήση του μαρμάρου στην Ελλάδα αρχίζει από τα βάθη των αιώνων. Ήδη από τη Μέση Νεολιθική Εποχή έχουμε μαρμάρινα γυναικεία ειδώλια, ενώ αργότερα ακολουθεί η σειρά των περίφημων κυκλαδικών ειδωλίων. Στην αρχιτεκτονική της αρχαίας Ελλάδας το μάρμαρο χρησιμοποιείται πολύ αργότερα, αν και στην αρχή οι εφαρμογές του ήταν περιορισμένες, χρησιμοποιήθηκε ευρύτερα τον 4^ο και 5^ο π.Χ. αιώνα. Στην Πάρο εξορυσσόταν το λευκό ομοιογενές μάρμαρο, ιδιαίτερα εύκολο στη λάξευση, που ήταν γνωστό στους αρχαίους ως Παρία Λίθος ή Λυχνίτης, γιατί η εξόρυξη του γινόταν σε υπόγειες στοές με το φως των λυχναριών. Λατομεία λευκού μαρμάρου υπήρχαν και σε άλλα νησιά του Αιγαίου, στην Νάξο, στην Ανάφη, στην Τήνο, στη Θάσο κ.α.

Στην Αττική, τα λατομεία μαρμάρου άρχισαν να λειτουργούν κυρίως μετά τους Περσικούς πολέμους. Στην περιοχή αυτή εξορυσσόταν το λευκό μάρμαρο της Πεντέλης, που θεωρούταν το καλύτερο, το υποκύανο μάρμαρο του Ύμητου που ήταν κατώτερης ποιότητας, καθώς και ένα στικτό εύθρυπτο μάρμαρο στην Αγριλέζα, κοντά στο Σούνιο, που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή του ναού του Ποσειδώνα. Εκτός όμως από τα λευκά μάρμαρα εξορύσσονταν και πολλά χρωματιστά, τα λατομεία των οποίων εκμεταλλεύτηκαν πολύ οι Ρωμαίοι.

Τα τελευταία χρόνια έχει συνειδητοποιηθεί διεθνώς η ανάγκη για διάσωση και προστασία της πολιτιστικής κληρονομιάς. Οι σύγχρονες πολιτιστικές αξίες επιβάλλουν πλέον τη διατήρηση όλων των μνημείων των παρελθόντων ετών και επομένως αναλαμβάνονται προσπάθειες μεγάλης κλίμακας, που σκοπό έχουν να αποκαταστήσουν τις φθορές που υπέστησαν κατά το παρελθόν και να προστατεύσουν από φθορές που θα συμβούν στο μέλλον. Η ανάγκη, λοιπόν, για σοβαρές και εμπεριστατωμένες μελέτες

πάνω στην επιλογή του τρόπου αντιμετώπισης, συντήρησης και προστασίας των δομικών λίθων των μνημείων, με ιστορικό, πολιτιστικό και καλλιτεχνικό ενδιαφέρον, κρίνεται μεγάλη και επιβάλλεται να γίνεται πάνω σε αυστηρά επιστημονική βάση.

2.2 Το Πεντελικό Μάρμαρο ως Υλικό Αποκατάστασης Μνημείων

Τα αρχαία λατομεία του Πεντελικού μαρμάρου, βρίσκονταν κυρίως στη ΝΔ πλαγιά του Πεντελικού όρους, στη σημερινή κοιλάδα της Σπηλιάς. Αναφέρεται ότι εκεί υπήρχαν 25 λατομεία από όπου εξορύχτηκαν περισσότερα από 400.000 κυβικά μέτρα όγκων. Τα περισσότερα ίχνη από τις αρχαίες εργασίες έχουν εξαλειφθεί με την νεότερη εξόρυξη και μόνο ένα αρχαίο λατομείο διατηρείται σήμερα σχετικά καλά, στην κοιλάδα της Σπηλιάς. Εξόρυξη στο Πεντελικό όρος, σε μικρότερη όμως έκταση, γινόταν και στα ανώτατα τμήματα της κοιλάδας της Χούνης, πιθανόν και σε άλλες θέσεις (Σχήμα 2.1).

Η αρχαιότερη χρήση του Πεντελικού μαρμάρου χρονολογείται στο 570π.Χ. για γλυπτική. Στην αρχαία Αθήνα χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα στην κατασκευή των μνημείων κατά την εποχή του Περικλή, αλλά και αργότερα στην Ελληνιστική και στη Ρωμαϊκή εποχή, ιδιαίτερα δε στα χρόνια του Ηρώδη του Αττικού, που ήταν και «κτήτωρ» των λατομείων.

Το Πεντελικό μάρμαρο, εξαιτίας της ποιότητας του αλλά και της φήμης των έργων και μνημείων που έχουν φτιαχτεί με αυτό, αποτελούσε και συνεχίζει να αποτελεί την καλύτερη διαφήμιση και των υπολοίπων μαρμάρων της χώρας μας τόσο σαν υλικό κατασκευής και διακόσμησης, όσο και σαν υλικό αποκατάστασης μνημείων.



Σχήμα 2.1: Αρχαίο λατομείο στην περιοχή της Πεντέλης (Αντωνιάδης, 1997)

Το μάρμαρο που χρησιμοποιείται για αποκατάσταση μνημείων δεν εξορύσσεται από όλα τα κοιτάσματα μαρμάρων. Πρέπει για παράδειγμα να εξετάζεται εάν το μάρμαρο έχει τις κατάλληλες ιδιότητες με το μνημείο το οποίο καλείται να αναστυλώσει. Για τον καθορισμό της καταλληλότητας του μαρμάρου αποκατάστασης πρέπει να μελετηθούν τα παρακάτω βασικότερα χαρακτηριστικά:

2.2.1 Το μέγεθος των όγκων

Το μέγεθος των όγκων που μπορούν να εξορυχτούν είναι ίσως από τους σημαντικότερους παράγοντες στην μελέτη μιας πιθανής εκμετάλλευσης για αποκατάσταση μνημείων. Από πλευράς διαστάσεων οι όγκοι χαρακτηρίζονται από το μήκος και το πλάτος, που συγχρόνως χαρακτηρίζουν το μέγεθος και την αξία των πλακών, οι οποίες θα προκύψουν από αυτούς. Η τρίτη διάσταση (ύψος) χαρακτηρίζει τον αριθμό των πλακών, που θα παραχθούν από τους όγκους. Αυτή έχει σημασία, γιατί πολλές φορές, από τα τετραγωνικά μέτρα πλακών που θα παραχθούν από έναν όγκο, καθορίζεται το μέγεθος μιας ομοιόμορφης δουλειάς που μπορεί να αναληφθεί και αυτό είναι πολύ χρήσιμο όταν ζητούνται μεγάλοι όγκοι αποκατάστασης.

2.2.2 Το χρώμα και η δομή του μαρμάρου

Μια άλλη καθοριστικής σημασίας ιδιότητα, είναι το χαρακτηριστικό χρώμα, η κοκκομετρία και η ομοιομορφία της δομής (Σχήμα 2.2). Συνήθως μάρμαρα λεπτοκοκκώδη έως μεσοκοκκώδη είναι τα προτιμότερα για περιπτώσεις αποκατάστασης. Αυτό συμβαίνει γιατί τα αδιάρρηκτα λεπτοκοκκώδη μάρμαρα που είναι δυσεύρετα, είναι τα πλέον κατάλληλα για τις ακριβές καλλιτεχνικές κατασκευές και επιδέχονται καλύτερης λείανσης και στίλβωσης.



Σχήμα 2.2: Λευκό μάρμαρο Διονύσου

Πρέπει όμως να αναφερθεί ότι κάθε μάρμαρο που έχει κάποιο ιδιαίτερο χρωματισμό δεν συνεπάγεται και καταλληλότητα στην αποκατάσταση. Μεγάλες μεταβολές στον χρωματισμό μέσα στο ίδιο κοίτασμα σημαίνει ότι απαιτείται μεγαλύτερη ποσότητα μαρμάρου για την ανταπόκριση σε παραγγελίες αποκατάστασης οι οποίες απαιτούν ομοιομορφία (στύλοι και επιστύλια). Έχει παρατηρηθεί ότι κοιτάσματα με λιγότερο αξιόλογο χρωματισμό αλλά με σταθερή ποιότητα και χρώμα είναι πιο κατάλληλα για περιπτώσεις αποκατάστασης αφού συνεπάγονται ομοιομορφία, σταθερή και πιο εύκολη παραγωγή.

2.2.3 Οι φυσικοχημικές ιδιότητες

Σημαντικό ρόλο στην αποκατάσταση ενός μαρμάρου έχουν οι φυσικοχημικές του ιδιότητες, καθώς από αυτές εξαρτάται η καταλληλότητα του σε διάφορες συγκεκριμένες χρήσεις. Οι ιδιότητες αυτές καθορίζονται από τις προδιαγραφές του μαρμάρου που καλείται να αναστυλωθεί και είναι οι εξής:

2.2.3.1 Ειδικό βάρος

Είναι ο λόγος του βάρους του πετρώματος προς τον όγκο του. Επειδή όμως το μάρμαρο σαν φυσικό στερεό υλικό έχει πόρους, κοιλότητες και κενά υπάρχουν δύο ειδικά βάρη για κάθε πέτρωμα, το φαινόμενο και το πραγματικό. Το πραγματικό βάρος είναι πάντοτε μεγαλύτερο του φαινομένου, το τελευταίο είναι όμως αυτό που χαρακτηρίζει τα διακοσμητικά πετρώματα και είναι μία ιδιότητα που είναι απαραίτητο να είναι γνωστή για όλων των ειδών τις κατασκευές (εσωτερικές – εξωτερικές δαπεδοστρώσεις και σκαλοπάτια, εσωτερικές – εξωτερικές επενδύσεις, σκάλες ελεύθερης έδρασης, επικαλύψεις) αφού με βάση αυτό και το πάχος των πλακών προσδιορίζουμε το βάρος κάθε τετραγωνικού μέτρου μαρμάρου και επομένως το πόσο, με το οποίο επιβαρύνεται η όλη κατασκευή.

2.2.3.2 Υδατο-απορρόφηση και συντελεστής εμποτισμού

Με τον όρο υδατο-απορρόφηση εννοούμε την ιδιότητα πετρωμάτων να πετυχαίνουν κορεσμό με το νερό. Ο συντελεστής απορροφητικότητας καθορίζει κυρίως την καταλληλότητα του μαρμάρου για εξωτερικές χρήσεις, όταν δηλαδή είναι εκτεθειμένο σε συνθήκες υψηλής υγρασίας, θεωρείται όμως σημαντικός και σε περίπτωση δαπέδων εσωτερικών χώρων, στους οποίους παρουσιάζονται μεγάλες

συγκεντρώσεις ανθρώπων, όπου απαιτείται συχνός καθαρισμός με χρήση υγρών καθαρισμού.

2.2.4 Μέτρο ελαστικότητας

Σαν μέτρο ελαστικότητας ορίζεται ο λόγος της τάσης που ασκείται σε ένα συγκεκριμένο δοκίμιο μαρμάρου, προς την αξονική του παραμόρφωση. Παρόλο που δεν έχει μέχρι σήμερα ξεκαθαριστεί ο ρόλος της δοκιμασίας αυτής στην αξιολόγηση των πετρωμάτων για τις διάφορες χρήσεις, εντούτοις είναι σίγουρα σημαντική ιδιότητα στην περίπτωση ορθομαρμαρώσεων με πλάκες που χρειάζονται ενίσχυση στην κάτω επιφάνεια τους.

2.2.5 Αντοχή σε θλίψη ή θλιπτική αντοχή

Πρόκειται για δοκιμασία αντοχής του μαρμάρου σε ανεμπόδιστη θλίψη και πρόκειται για πολύ σημαντική ιδιότητα, ιδίως όταν προορίζονται να χρησιμοποιηθούν σε εξωτερικές κατασκευές και δαπεδοστρώσεις. Ειδικά για την χρησιμοποίηση των πετρωμάτων σε εξωτερικούς χώρους και σε χώρες με έντονες θερμοκρασιακές μεταβολές, είναι απαραίτητο να ελέγχεται και η αντοχή σε θλίψη μετά από ψύξη του υλικού.

2.2.6 Αντοχή σε κάμψη ή εφελκυστική αντοχή

Η ιδιότητα αυτή είναι απολύτως καθοριστική όταν το μάρμαρο πρόκειται να χρησιμοποιηθεί σε εξωτερικές επενδύσεις και κλίμακες ελεύθερης εδράσεως, είναι όμως επίσης σημαντική όταν το υλικό χρησιμοποιείται για εξωτερικές και εσωτερικές επιστρώσεις δαπέδων. Άξιο προσοχής για αυτήν την ιδιότητα είναι ότι επηρεάζεται σημαντικά από την σχιστότητα ή την στρώση των πετρωμάτων.

2.2.7 Αντοχή σε κρούση

Η δοκιμασία αντοχής σε κρούση εκφράζει την ικανότητα του μαρμάρου να αντέχει σε κρούση από ελεύθερη πτώση αντικειμένων. Όπως είναι προφανές, αυτή είναι μια σημαντική ιδιότητα όταν το μάρμαρο πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για δαπεδόστρωση σε χώρο όπου υπάρχει πιθανότητα να πέσουν πάνω στο πάτωμα βαριά αντικείμενα.

2.2.8 Αντοχή σε τριβή

Η ιδιότητα αυτή είναι σημαντική για υλικά δαπεδοστρώσεων, ιδίως σε χώρους μεγάλης κυκλοφορίας ανθρώπων, οχημάτων, κλπ, όπως και για υλικό που χρησιμοποιείται στην κατασκευή σκαλοπατιών. Στη χρήση ενός πετρώματος για κλίμακες, η αντοχή στη φθορά από τριβή παίζει σημαντικό ρόλο στην επιλογή του μαρμάρου για τα πατήματα, ενώ αντίθετα στα ρίχτια μπορούν να επιλεγούν μάρμαρα μικρότερης αντοχής. Ανάλογα με την καταπόνηση που αναμένεται να υποστεί το υλικό, πρέπει αυτό να έχει την κατάλληλη αντοχή σε τριβή.

2.2.9 Γραμμική θερμική διαστολή

Ο συντελεστής θερμικής διαστολής εκφράζει την επιμήκυνση σε mm ανά τρέχον μέτρο μαρμάρου, από την αύξηση της θερμοκρασίας κατά 1° C. Στην πράξη τα μάρμαρα υποφέρουν περισσότερο από τις ημερήσιες θερμοκρασιακές μεταβολές, παρά από τον παγετό. Κι αυτό γιατί, αφενός μεν όταν οι συντελεστές θερμικής διαστολής μαρμάρου και ασβεστοκονιάματος διαφέρουν πολύ, μπορεί να έχουμε αποκόλληση, αφετέρου δε, εάν δεν υπάρχουν αρμοί μεταξύ των πλακών, η πλάκα διαστελλόμενη κάμπτεται προς τα έξω και επίσης αποκολλάται. Η γνώση επομένως της ιδιότητας αυτής είναι ιδιαίτερα σημαντική όταν το μάρμαρο χρησιμοποιείται σε χώρους με έντονες θερμοκρασιακές μεταβολές και σε εξωτερικούς χώρους,

2.2.10 Σκληρότητα – Μικροσκληρότητα Knoop

Η ιδιότητα αυτή εξετάζεται για να δώσει απάντηση στην αδυναμία μέτρησης της σκληρότητας με τις γνωστές κλίμακες και μας δίνει μία εικόνα της συμπεριφοράς του υλικού σε υπό-χιλιοστό-μετρική κλίμακα. Μαζί με την ορυκτολογική σύσταση και τον πετρογραφικό προσδιορισμό του πετρώματος, παρέχει καλά στοιχεία για την συμπεριφορά του μαρμάρου στη φθορά, την επεξεργασία κτλ, κατά την χρήση του σε εσωτερικές και εξωτερικές δαπεδοστρώσεις.

2.2.11 Αντοχή σε χημική διάβρωση

Η ιδιότητα αυτή έχει μεγάλη σημασία σε διακοσμητικά πετρώματα που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν σε εξωτερικές επενδύσεις όπου θα είναι συνεχώς σε

επαφή με τους φυσικούς, χημικούς και βιολογικούς παράγοντες ιδιαίτερα σε πόλεις με αυξημένους ατμοσφαιρικούς ρύπους.

2.2.12 Αντοχή σε παγετό

Αφορά υλικά που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν σε εξωτερικούς χώρους, σε κλίματα υγρά και ψυχρά. Με την διαρκή διάβρωση και απορρόφηση υγρασίας, εάν η αντοχή τους σε παγετό είναι μικρή το υλικό θα παρουσιάσει ρωγμές και θεωρείται «παγόπληκτο».

2.2.13 Τα φυσικά ελαττώματα

Γεωλογικά το μέγεθος των όγκων εξαρτάται από την γεωμετρία και την πυκνότητα των ασυνεχειών. Το ιδανικό θα ήταν το σύστημα των ασυνεχειών να είναι περιορισμένο ή να έχουμε κατακόρυφους κομούς με μικρή πυκνότητα. Τυχαίος προσανατολισμός των κομών, με απότομες αλλαγές κλίσης και ακανόνιστα διαστήματα μεταξύ αυτών οδηγούν σε μικρό βαθμό απολήψεως, δηλαδή το ποσοστό του συνολικού όγκου του πετρώματος, το οποίο είναι δυνατό να εξορυχτεί υπό μορφή ογκομαρμάρων. Αλλά και σε μικρότερη κλίμακα μέσα σε κάθε όγκο έχει σημασία ο αριθμός, το μέγεθος και, κυρίως, η θέση των φυσικών ελαττωμάτων που περιέχει.

Κλείνοντας τη σύντομη αυτή αναφορά στις φυσικοχημικές ιδιότητες πρέπει να αναφερθεί ότι η καταλληλότητα ενός μαρμάρου για μία κατασκευή και χρήση σαν υλικό αποκατάστασης δεν κρίνεται ποτέ από μία και μόνο ιδιότητα, αλλά από συνδυασμό και ερμηνεία πολλών ιδιοτήτων. Επιπλέον επειδή μία σειρά από χαρακτηριστικά των πετρωμάτων δεν είναι δυνατό να μετρηθούν με κάποιες δοκιμές θα πρέπει η καταλληλότητα ενός μαρμάρου να κρίνεται με βάση παρατηρήσεις για τη συμπεριφορά του στις διάφορες κατασκευές από προηγούμενα χρόνια έως σήμερα.

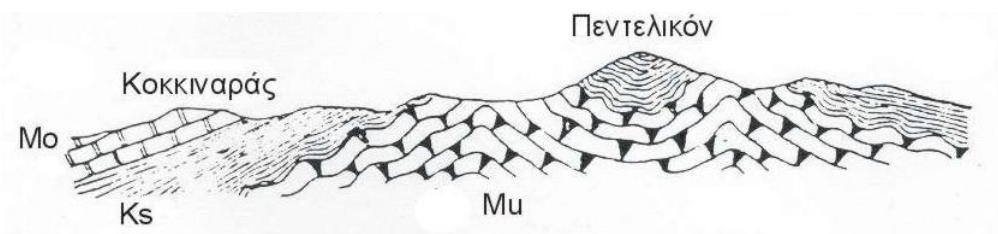
2.3 Χαρακτηριστικά του Κοιτάσματος και της Μάζας του Μάρμαρου Διονύσου

2.3.1 Γεωλογία Λατομείων Διονύσου

Τα λευκά μάρμαρα Διονύσου, αντιπροσωπεύουν ορίζοντα του «κατωτέρου μαρμάρου» σύμφωνα με την κλασσική γεωλογική μελέτη του Lepsius (1893), ο οποίος χώρισε το κρυσταλλοσχιστώδες της Αττικής σε Ανώτερο Μάρμαρο, Σχιστόλιθους

Καισαριανής, Κατώτερο Μάρμαρο, Δολομίτες Περναρής και σχιστόλιθους Βάρης. Ο ίδιος ερευνητής αναφέρει ότι το μεταμορφωμένο αυτό σύστημα έχει υποστεί τρεις πτυχωσιγενείς φάσεις με άξονες BA – ΝΔ, ΒΔ – ΝΑ και Β – Ν.

Ο Kober (1929) διαφωνεί με τη στρωματογραφική διάρθρωση που έδωσε ο Lepsius και θεωρεί ότι η συγκεκριμένη γεωλογική εικόνα οφείλεται σε επανάληψη των οριζόντων λόγω επωθήσεων. Πολλαπλή εναλλαγή μαρμάρων και σχιστόλιθων δέχεται και ο Τρικαλλινός (1951). Ο Sindowski (1949) συμφωνεί με το χωρισμό του Lepsius και αναφέρει ότι το κατώτερο μάρμαρο με τους επικείμενους σχιστόλιθους έχουν δομή αντικλίνων και συγκλίνων (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3: Γεωλογική τομή κατά Sindowski {Mo: Ανώτερο μάρμαρο, Ks: Σχιστόλιθοι, Καισαριανής, Mu: Κατώτερο μάρμαρο} (Sindowski, 1949)

Αναλυτικότερα στα πλαίσια της εργασίας του ο Lepsius πρότεινε την παρακάτω στρωματογραφική ακολουθία για την Αττική (οι σχηματισμοί αναφέρονται από τους παλαιότερους προς τους νεότερους):

1. *Σχιστόλιθοι Βάρης*
2. *Δολομίτες Περναρής*
3. *Κατώτερο Μάρμαρο*
4. *Σχιστόλιθοι Καισαριανής*
5. *Ανώτερο Μάρμαρο – Ασυμφωνία – Κατώτερος ασβεστόλιθος – Ασυμφωνία – Αθηναϊκός Σχιστόλιθος – Ανώτερος Ασβεστόλιθος*

2.3.2 Κοιτασματολογία Ποιότητα και Τεχνικά Χαρακτηριστικά του Μαρμάρου Διονύσου

Στη γεωλογικά (πετρολογική) ονοματολογία το μάρμαρο είναι ένα πέτρωμα που έχει προέλθει από ασβεστόλιθο με ανακρυστάλλωση του ορυκτού του τελευταίου, δηλαδή του ασβεστίτη. Ο ασβεστόλιθος είναι ένα ιζηματογενές πέτρωμα, που σχηματίστηκε αρχικά σαν ασβεστολιθική ιλύς στον πυθμένα μίας θάλασσας,

σπανιότερα μίας λίμνης. Η ασβεστολιθική ιλύς με την πάροδο του γεωλογικού χρόνου αποκτά μεγάλο πάχος (εκατοντάδες ή και μερικές χιλιάδες μέτρα) και σκληραίνεται προς ασβεστόλιθο. Με τις ορογενετικές αναστατώσεις τα ασβεστολιθικά και άλλα ιζηματογενή στρώματα ανυψώνονται και δημιουργούν χέρσους ή και υψηλές οροσειρές.

Στον ασβεστόλιθο οι κόκκοι του ασβεστίτη είναι πολύ μικροί, αόρατοι και στο μικροσκόπιο. Μόνο τοπικά ή σε φλεβώσεις είναι συνήθως δυνατό να παρατηρηθούν κρύσταλλοι ασβεστίτη. Όταν όμως ο ασβεστόλιθος βρεθεί σε βαθύτερα μέρη του φλοιού της Γης, όπου επικρατούν υψηλότερες πιέσεις και θερμοκρασίες από τις συνήθεις, υφίσταται τη λεγόμενη μεταμόρφωση, δηλαδή μεταμορφώνεται σε ένα άλλο πέτρωμα που συνίσταται μεν και αυτό από ασβεστίτη αλλά έχει αλλάξει ιστό (κοκκομετρική σύσταση). Τα αρχικά αόρατα ακόμη και στο μικροσκόπιο, κρυστάλλια του ασβεστίτη με μία διεργασία που καλείται ανακρυστάλλωση συνενώνονται προς μεγαλύτερα κρυστάλλια, ορατά και στο μικροσκόπιο αλλά συχνά ακόμη και στο γυμνό μάτι. Το πέτρωμα αυτό με τον καινούργιο ιστό είναι το μάρμαρο.

Τα μάρμαρα Πεντέλης προέρχονται από μεταμόρφωση καθαρών ασβεστόλιθων νηριτικής φάσης, με πολύ μικρή συμμετοχή μαγνησιούχων και αργιλοπυριτικών ουσιών. Η συνηθέστερη χρωματική παραλλαγή των πεντελικών μαρμάρων είναι εκείνη που παρουσιάζει λευκό χρώμα με παράλληλες ζώνες κυανότεφρου και σμαραγδοπράσινου χρώματος.

Το πάχος των ζωνών, τα όρια των οποίων δεν είναι πάντα σαφή, αυξομειώνεται, με αποτέλεσμα να σχηματίζονται στρωματίδια, φακοειδείς ενστρώσεις και φλεβίδια, που καθιστούν τα πεντελικά μάρμαρα αρκετά ανομοιογενή.

Το κύριο ορυκτολογικό συστατικό είναι ο ασβεστίτης, με χημικό τύπο CaCO_3 , που σχηματίζει κρυστάλλια με τέλειο σχισμό κατά τρεις διευθύνσεις παράλληλες προς τις έδρες ενός ρομβόεδρου. Ο σχισμός αυτός προκαλεί τις τοπικές ανακλάσεις του φωτός στις σχισμογενείς έδρες των κρυστάλλων (μαρμαρυγή) και κάνει το πέτρωμα κατάλληλο για την κατασκευή γλυπτών αντικειμένων γιατί θραύεται με την σμίλη τοπικά. Η σκληρότητα MOHS του ασβεστίτη είναι 3 και συνεπώς το μάρμαρο είναι ένα σχετικά μαλακό πέτρωμα και έχει ειδικό βάρος 2,7.

Εκτός από τον ασβεστίτη το μάρμαρο μπορεί να περιέχει σε μικρό ποσοστό και το ορυκτό δολομίτη που μοιάζει κρυσταλλογραφικά με τον ασβεστίτη, αλλά έχει αυξημένη σκληρότητα.

Το λευκό χρώμα οφείλεται στον ασβεστίτη, το κυανότεφρο σε ανθρακούχες ουσίες (γραφίτη) και το σμαραγδο-πράσινο στο μοσχοβίτη και τον χλωρίτη.

Άλλοτε όμως τα πεντελικά μάρμαρα γίνονται κατά θέσεις ολόλευκα ή και χιονόλευκα, οπότε είναι κατάλληλα για τη γλυπτική και αποκατάσταση μνημείων. Τα ογκομάρμαρα του λατομείου του Διονύσου, επεξεργάζονται σε μονάδες κοπής και επεξεργασίας. Δέχονται άριστο στίλβωμα – αποτέλεσμα της κρυσταλλικότητας του πετρώματος – ενώ οι όγκοι δεν παρουσιάζουν γενικά προβλήματα ή ελαττώματα κατά την κοπή τους. Τα τεχνικά και μηχανικά χαρακτηριστικά του λευκού μαρμάρου Διονύσου παρατίθενται κατωτέρω (πίνακας 2.1):

Πίνακας 2.1: Τεχνικά και μηχανικά χαρακτηριστικά του λευκού μαρμάρου Διονύσου (Αντωνιάδης, 1997)

Ιδιότητα	Τιμές
Φαινόμενο ειδικό βάρος	2717kg/m ³
Συντελεστής υδατο-απορροφητικότητας	0.11% κ.β.
Μετρό ελαστικότητας	23-90 MPa
Αντοχή σε εφελκυσμό	2.4-19.4 MPa
Αντοχή σε μονοαξονική θλίψη	111.41 MPa
Αντοχή σε κάμψη	19.22 MPa
Αντοχή σε φθορά από τριβή (μετά από 1000m)	6.68 mm
Μικροσκληρότητα κατά Knoop	1.27 GPa
Πορώδες	0.3%
Συντελεστής θερμικής διαστολής	9x10 ⁻⁶ / ⁰ C

Η ορυκτολογική σύνθεση του μαρμάρου Διονύσου έχει ως εξής (πίνακας 2.2):

Πίνακας 2.2: Ορυκτολογική σύνθεση λευκού μαρμάρου Διονύσου (Αντωνιάδης, 1997)

Ορυκτό	Σύνθεση (%)
ασβεστίτης	98
χαλαζίας	0.5
μοσχοβίτης	0.3-0.5

σερικήτης	0.5
χλωρίτης	0.5

Η χημική σύνθεση του μαρμάρου Διονύσου έχει ως εξής (πίνακας 2.3):

Πίνακας 2.3: Χημική σύνθεση μαρμάρου Διονύσου (Αντωνιάδης, 1997)

Χημική Σύνθεση	(%)
CaO	54.80
MgO	1.55
SiO ₂	1.10
Fe ₂ O ₃	0.14
Al ₂ O ₃	0.20
K ₂ O	0.09
Na ₂ O	0.04
MnO	0.02
CO ₂	43.05

Το μάρμαρο αυτό αποτελείται από κρυστάλλους ασβεστίτη 99% κ.β. Οι μεγαλύτεροι κρύσταλλοι ασβεστίτη έχουν μέγεθος που κυμαίνεται από 900x650 μ έως 950x874 μ, ενώ το μέσο μέγεθος κόκκου είναι περίπου 430 μ.

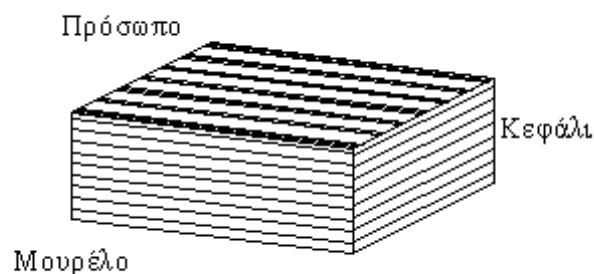
Τα Πεντελικά μάρμαρα χαρακτηρίζονται από φαινομενικά άστρωτο ιστό στις περισσότερες περιπτώσεις, που όμως στις ανυσματικές τους ιδιότητες παρουσιάζουν κάποια ανισοτροπία εξαιτίας της ύπαρξης αφανούς παράλληλου κατά τη στρώση ιστού, που οφείλεται στην ιζηματογενή προέλευση τους. Η εξόρυξη του μαρμάρου και η μεταγενέστερη κοπή του κατά το επίπεδο αυτό της στρώσης είναι πάντοτε ευκολότερη σε σχέση προς εκείνη άλλης διεύθυνσεως και δίνει τις καλύτερες πλάκες και όγκους για αποκατάσταση μνημείων.

Οι μηχανικές και φυσικές του ιδιότητες, εξάλλου, χάρις στην δομή του, τα χαρακτηριστικά των κρυστάλλων του ασβεστίτη και του συνδετικού υλικού, η απουσία

ελαττωμάτων στη δομή του και η καθαρότητα του, είναι υψηλές και το καθιστούν ποιοτικά ως το καλύτερο μάρμαρο της χώρας και από τα καλύτερα του κόσμου.

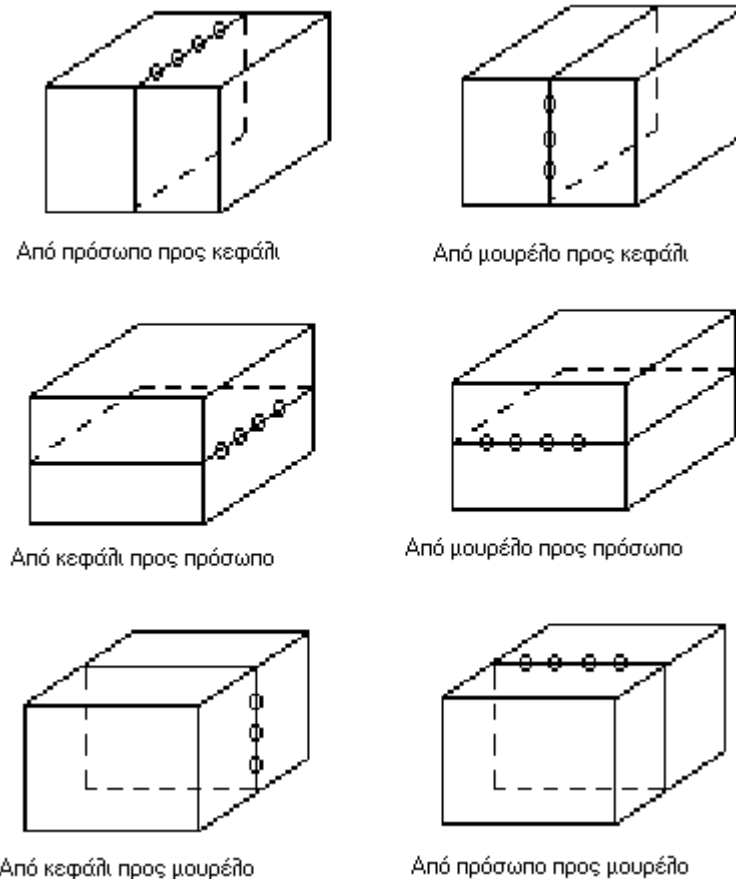
2.3.3 Ιστός

Στο κοίτασμα του πεντελικού μαρμάρου παρατηρείται ένας παράλληλος ιστός ο οποίος δημιουργεί στρώση που αποτελεί επίπεδο με μειωμένα μηχανικά χαρακτηριστικά. Έτσι κάθε όγκος μαρμάρου που εξορύσσεται παρουσιάζει τρεις κατευθύνσεις, σχεδόν κάθετες μεταξύ τους, πάνω στις οποίες ρωγματώνεται ή μπορεί να κοπεί (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3: Επιφάνειες σχισμού

Στις κατευθύνσεις αυτές έχουν δοθεί ονόματα από τους έλληνες λατόμους μαρμάρου. Το **πρόσωπο**, που συνήθως είναι επίπεδο, συμπίπτει με τη στρώση του πετρώματος. Κάθετα στο πρόσωπο και παράλληλα προς την κατεύθυνση που έχουν πάρει οι επιμήκεις κρύσταλλοι του ασβεστίτη, αναπτύσσεται το **μουρέλο** ή **πλαϊνό**. Κάθετο προς το πρόσωπο και το μουρέλο βρίσκεται το **κεφάλι**. Γενικά είναι δύσκολη η προσβολή του όγκου (διάτρηση, κόψιμο) από κεφάλι προς κεφάλι, ενώ είναι εύκολη από πρόσωπο προς πρόσωπο και ακόμη ευκολότερη από μουρέλο προς μουρέλο. (Σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4: Κατεύθυνση γαζώματος ανάλογα με τον προσανατολισμό των επιφανειών (Αντωνιάδης, 1997)

2.4 Συμπεριφορά Μαρμάρου Διονύσου σε Εργαστηριακές Δοκιμές

2.4.1 Εφελκυσμός

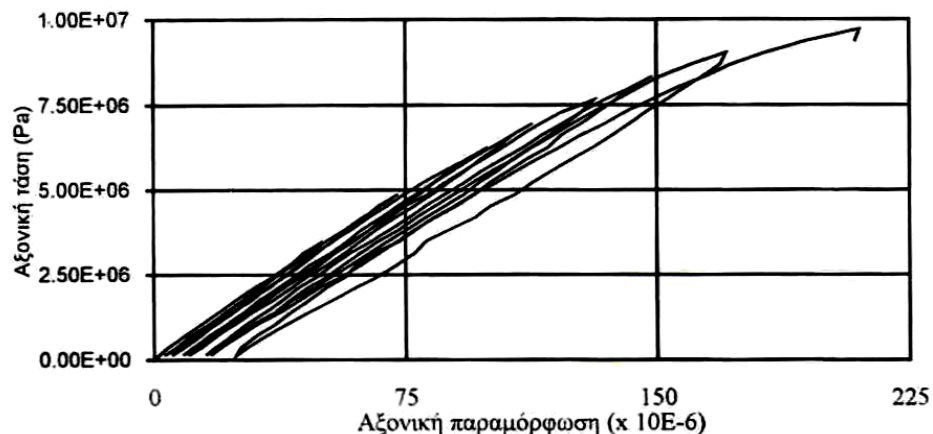
Το πείραμα του μονοαξονικού εφελκυσμού παρέχει σημαντικές πληροφορίες για την καταστατική συμπεριφορά του υλικού και την τιμή των ελαστικών σταθερών. Μια σειρά πειραμάτων άμεσου εφελκυσμού έδωσε την εξής παραβολική εξίσωση για την εφελκυστική τάση σ_t (Εξαδάκτυλος κ.α., 2001):

$$\begin{aligned} \sigma_t &= 85,000\varepsilon_t(1-1880\varepsilon_t) & 0 \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{tu} \\ \sigma_{tu} &= 11 \text{ MPa} & \varepsilon_{tu} = 225 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Όπου σ_{iu} , ε_{iu} είναι η εφελκυστική τάση και ανηγμένη παραμόρφωση, αντίστοιχα, κατά την αστοχία.

Οι ανηγμένες παραμορφώσεις στα δοκίμια μετρήθηκαν με τη χρήση τεσσάρων ζευγών ηλεκτρικών μηχανομετρών (strain gages) τύπου ορθογωνικής ροζέτας, τα οποία τοποθετήθηκαν στη κεντρική διατομή του δοκιμίου στα άκρα δύο καθέτων μεταξύ τους διαμέτρων (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

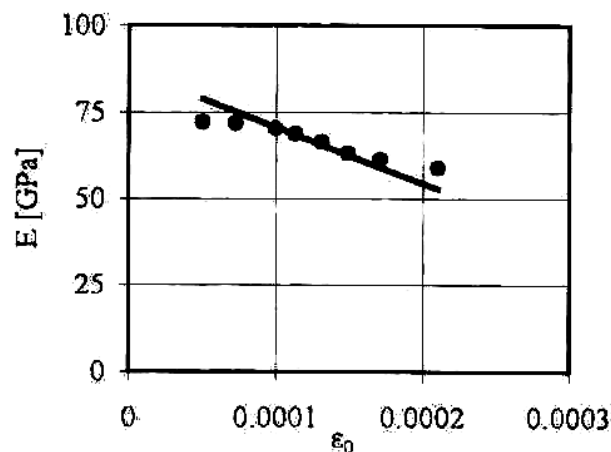
Το πρώτο σημαντικό συμπέρασμα για την καταστατική συμπεριφορά του μαρμάρου Διονύσου φαίνεται στο διάγραμμα αξονικών τάσεων-αξονικών παραμορφώσεων του Σχήματος 2.5, στο οποίο παρουσιάζονται τα δεδομένα μιας σειράς οκτώ κύκλων φόρτισης-αποφόρτισης. Το υλικό παρουσιάζει μη γραμμική συμπεριφορά, ακόμα και από τα αρχικά στάδια φόρτισης. Το ίδιο συμπέρασμα προέκυψε και για το λόγο της εγκάρσιας συστολής σε συνάρτηση με την διαμήκη επιμήκυνση (λόγος Poisson). Σημαντικό είναι επίσης και το συμπέρασμα, ότι πέραν της μη γραμμικότητας, το υλικό παρουσιάζει σημαντικές παραμένουσες παραμορφώσεις, που πλησιάζουν το 10×10^{-6} στον τέταρτο κύκλο φόρτισης-αποφόρτισης, ενώ στον όγδοο προσεγγίζουν το 25×10^{-6} . Δηλαδή το μάρμαρο αυτό εμφανίζεται ως ένα σχετικά όλκιμο υλικό, η συμπεριφορά του οποίου προσεγγίζει (φαινομενικά) την αντίστοιχη του αλουμινίου (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).



Σχήμα 2.5: Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του Διονυσιακού μαρμάρου υπό μονοαξονικό εφελκυσμό (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας E , συναρτήσει του επιπέδου των επιβαλλόμενων αξονικών παραμορφώσεων, ε . Όπως

φαίνεται από το Σχήμα 2.6, στο οποίο παρουσιάζονται οι τιμές του E συναρτήσει της παραμόρφωσης ε , η αρχική τιμή των περίπου 80 GPa μειώνεται κάτω από τα 60 GPa ελάχιστα πριν την αστοχία. Η σχετική συνάρτηση $E=E(\varepsilon)$ εμφανίζεται ελαφρώς «σιγμοειδής», όμως μπορεί σε πρώτη προσέγγιση να θεωρηθεί γραμμική. Προκύπτει λοιπόν το συμπέρασμα, ότι για την σωστή περιγραφή της καταστατικής συμπεριφοράς του Διονυσιακού μαρμάρου πρέπει να ληφθεί υπόψη και η μηχανική φθορά (mechanical damage) (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).



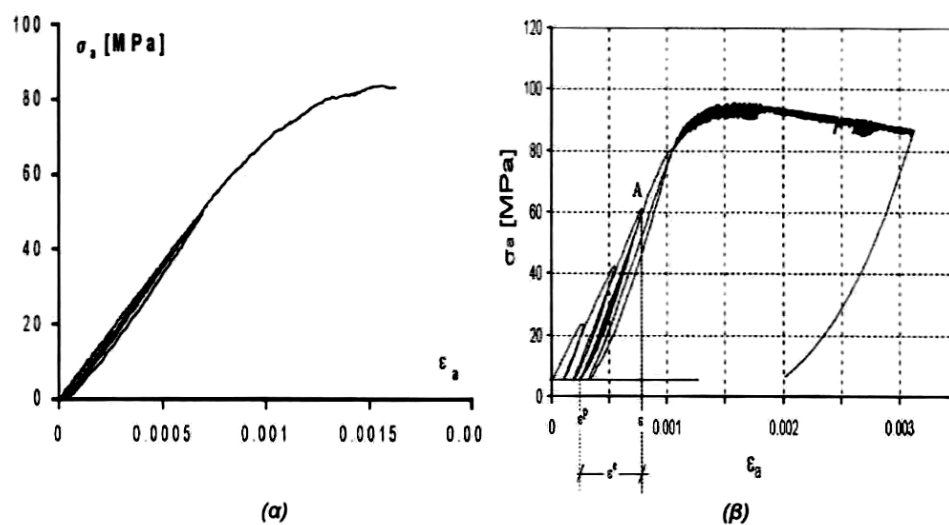
Σχήμα 2.6: Φθορά του μέτρου ελαστικότητας του μαρμάρου Διονύσου συναρτήσει της αξονικής παραμόρφωσης (Βαρδουλάκης κ.α., 2002)

2.4.2 Μονοαξονική και Τριαξονική Θλίψη

Στο Σχήμα 2.7, παρουσιάζονται μαζί η αξονική τάση συναρτήσει της αξονικής παραμόρφωσης, όπως προκύπτει από δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, και τα ίδια μεγέθη για την τριαξονική δοκιμή υπό πλευρική πίεση $P=5$ MPa. Από αυτά τα δύο γραφήματα προκύπτει διαφορά μεταξύ της εφελκυστικής και της θλιπτικής αντοχής του μαρμάρου, με λόγο αντοχών σε θλίψη και εφελκυσμό ίσο περίπου με 10. Και στο πείραμα θλίψης παρουσιάζεται μη γραμμική συμπεριφορά, για τιμές όμως παραμορφώσεων σημαντικά μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες του εφελκυσμού, ενώ καταγράφονται και σημαντικές παραμένουσες παραμορφώσεις κατά την περίπτωση αποφορτίσεως. Είναι επίσης σαφής η αύξηση της ολκιμότητας λόγω της επίδρασης της πλευρικής πίεσης, καθώς και η ύπαρξη φθίνοντος κλάδου, στον οποίο η μηχανική φθορά του υλικού είναι έντονη, όπως προκύπτει και από την καμπύλη αποφορτίσεως στην οποία το μέτρο

ελαστικότητας εμφανίζεται κατά 40% μειωμένο σε σχέση με το αρχικό (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

Στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζεται το πλήρες διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του μαρμάρου Διονύσου. Είναι εμφανής η τεράστια διαφορά στις απόλυτες τιμές των τάσεων και των παραμορφώσεων. Επίσης, ενώ στην περιοχή εφελκυσμού η καταστατική σχέση είναι εξ αρχής μη γραμμική, στην περιοχή της θλίψης είναι απόλυτα γραμμική. Το γεγονός αυτό πρέπει να λαμβάνεται υπόψη όταν μελετώνται καταπονήσεις στις οποίες συνυπάρχουν εφελκυσμός και θλίψη όπως η κάμψη (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).



Σχήμα 2.7: Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων υπό α) μονοαξονική και β) τριαξονική θλίψη (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

Σε άλλη σειρά πειραμάτων μονοαξονικής θλίψης προέκυψε η εξής παραβολική εξίσωση για την θλιπτική τάση σ_c :

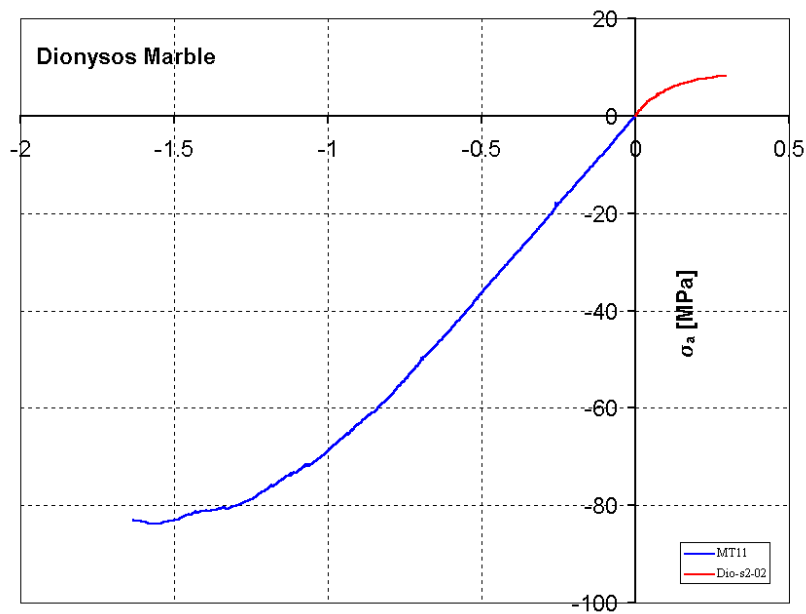
$$\begin{aligned}\sigma_c &= 73,679\varepsilon_c(1 + 464\varepsilon_c - 426,214\varepsilon_c^2) & 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \\ \sigma_{cu} &= 85,2 \text{ MPa} & \varepsilon_{cu} = 1,4 \times 10^{-3}\end{aligned}\quad (2.2)$$

όπου σ_{cu} , ε_{cu} είναι η θλιπτική τάση και παραμόρφωση, αντίστοιχα, κατά την αστοχία.

Από 2.1 και 2.2, προκύπτει η σχέση θλιπτικής και εφελκυστικής τάσης:

$$\frac{\sigma_{cu}}{\sigma_{tu}} = 7,74 \quad (2.3)$$

η οποία βρίσκεται σε συμφωνία με τη θεωρία του Griffith που δίνει αντίστοιχο λόγο ίσο με 8 (Εξαδάκτυλος κ.α., 2001).



Σχήμα 2.8: Το πλήρες διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων (Βαρδουλάκης κ.α., 2002).

3. Τασικά Πεδία σε Βραζιλιανούς Δίσκους

3.1 Γενικά

Το πρόβλημα του προσδιορισμού των εντατικών πεδίων σε δίσκους έχει απασχολήσει τους ερευνητές από πολύ παλιά. Με τον όρο ‘πρόβλημα’ εννοείται ο προσδιορισμός των τάσεων και των παραμορφώσεων σε τυχαίο σημείο εντός των δίσκων με ιδιαίτερη έμφαση το κέντρο διότι όπως έχει ήδη αναφερθεί και σε προηγούμενη συζήτηση (κεφάλαιο 1), για να θεωρείται έγκυρη η δοκιμή, απαραίτητη συνθήκη είναι η έναρξη θραύσης του δίσκου να γίνεται στο κέντρο αυτών. Στη συνέχεια γίνεται μια πλήρης περιγραφή της εντατικής κατάστασης των διαφόρων δίσκων με έμφαση σε δυο μεταβλητές, Α) μεταβολή στο τύπο φόρτισης και Β) μεταβολή στη γεωμετρία των δίσκων.

3.2 Τάσεις σε Βραζιλιανό Δίσκο με Σημειακή Φόρτιση

Οι πρώτοι που ανέλυσαν τις τάσεις σε κυκλικό δίσκο ήταν ο Hertz το 1883 και στην συνέχεια ο Mitchel το 1900. Η ανάλυση ξεκινάει με την απλή περίπτωση δυο ίσων και αντίθετων δυνάμεων P , που εφαρμόζονται στην κατακόρυφη διάμετρο AB ενός δίσκου όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1 (Timoshenko & Goodier, 1970).

Αν θεωρηθεί ότι κάθε μια από τις δυνάμεις αυτές παράγει ακτινική κατανομή τάσεων, μπορεί να βρεθεί το μέγεθος των δυνάμεων αυτών που πρέπει να εφαρμοστεί στην περιφέρεια του δίσκου για να επιτευχθεί τέτοια κατανομή τάσεων. Σε κάθε σημείο M επάνω στην περιφέρεια υπάρχει συμπίεση στις διευθύνσεις r και r_1 αντίστοιχα ίσες με (Timoshenko & Goodier, 1970):

$$\left(\frac{2P}{\pi}\right)\left(\frac{\sigma_{\nu\theta}}{r}\right), \quad \left(\frac{2P}{\pi}\right)\left(\frac{\sigma_{\nu\theta_1}}{r_1}\right) \quad (3.1)$$

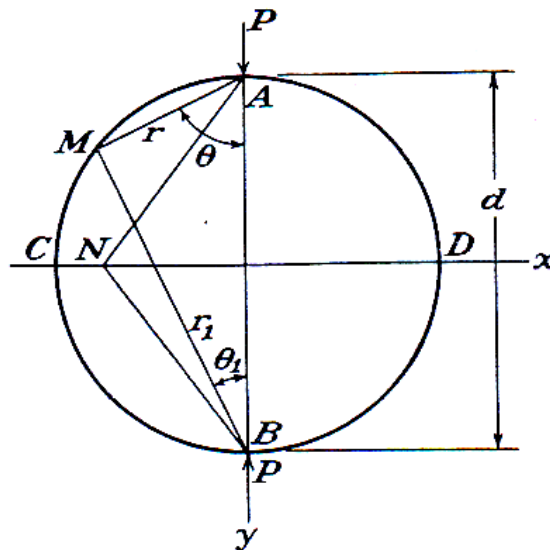
Αφού οι χορδές r και r_1 είναι κάθετες μεταξύ τους ισχύει:

$$\frac{\sigma_{\nu\theta}}{r} = \frac{\sigma_{\nu\theta_1}}{r_1} = \frac{1}{d} \quad (3.2)$$

όπου d , η διάμετρος του δίσκου. Από τη σχέση 3.2 συμπεραίνεται ότι οι δυο κύριες τάσεις στο σημείο M είναι δύο ίσες τάσεις θλιπτικού τύπου και σε μέγεθος:

$$2P/\pi d \quad (3.3)$$

Αφού οι ίδιες θλιπτικές τάσεις επιδρούν σε κάθε επίπεδο διαμέσου του σημείου M , κάθετα στο επίπεδο του δίσκου, οι θλιπτικές δυνάμεις πρέπει να είναι σταθερές και σε μέγεθος όπως αναφέρεται στην σχέση 3.3 και να εφαρμόζονται στην περιφέρεια του δίσκου έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η ακτινική κατανομή των τάσεων.



Σχήμα 3.1: Γεωμετρία και φόρτιση κυκλικού δίσκου (Timoshenko & Goodier, 1970)

Αν τα σύνορα του δίσκου είναι ελεύθερα από εξωτερικές δυνάμεις, οι τάσεις σε κάθε σημείο του δίσκου υπολογίζονται με υπέρθεση ενός ομοιόμορφου εφελκυσμού στο επίπεδο του δίσκου σε μέγεθος ίσο με την σχέση 3.3. Αν θεωρηθεί το σημείο N στην οριζόντια διάμετρο του δίσκου, λόγω συμμετρίας, δεν υπάρχουν διατμητικές δυνάμεις στο επίπεδο αυτό. Οι ορθές τάσεις που παράγονται από τις δυο ίσες ακτινικά συμπίεσεις είναι (Timoshenko & Goodier, 1970):

$$-2\left(\frac{2P}{\pi} \frac{\sigma \nu \theta}{r}\right) \sigma \nu^2 \theta \quad (3.4)$$

στην οποία το r , είναι η απόσταση AN και θ η γωνία μεταξύ της AN και της κατακόρυφης διαμέτρου. Άρα η συνολική ορθή τάση στο οριζόντιο επίπεδο στο σημείο N είναι (Timoshenko & Goodier, 1970):

$$\sigma_y = -\frac{4P}{\pi} \frac{\sigma \nu^3 \theta}{r} + \frac{2P}{\pi d} \quad (3.5)$$

Η γωνία θ , δίδεται από την σχέση:

$$\sigma \nu \theta = \frac{d}{\sqrt{d^2 + 4x^2}} \quad (3.6)$$

οπότε με αντικατάσταση λαμβάνεται:

$$\sigma_y = \frac{2P}{\pi d} \left[1 - \frac{4d^4}{(d^2 + 4x^2)^2} \right] \quad (3.7)$$

Η μέγιστη θλιπτική τάση επί της διαμέτρου CD, είναι στο κέντρο του δίσκου:

$$\sigma_y = -\frac{6P}{\pi d} \quad (3.8)$$

Στα εξωτερικά όρια του δίσκου, η τάση αυτή τείνει να εξαφανιστεί.

Θεωρώντας τώρα την περίπτωση δυο ίσων και αντίθετων δυνάμεων να επιδρούν κατά μήκος μιας χορδής AB, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2, είναι αποδεκτό ότι δημιουργούν δυο απλές ακτινικές κατανομές ξεκινώντας από το A και B.

Οι εξισώσεις αυτές μπορούν να απλοποιηθούν αν παρατηρηθεί ότι από τα τρίγωνα MAN και MBN ισχύει (Timoshenko & Goodier, 1970):

$$\begin{aligned} r &= d\eta\mu\theta_1 \\ r_1 &= d\eta\mu\theta \end{aligned} \quad (3.11)$$

αντικαθιστώντας στις σχέσεις 3.9 και 3.10, οι τελική μορφή της ορθής και διατμητικής τάσης θα είναι (Timoshenko & Goodier, 1970):

$$\begin{aligned} \sigma &= -\frac{2P}{\pi d} \eta\mu(\theta + \theta_1) \\ \tau &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

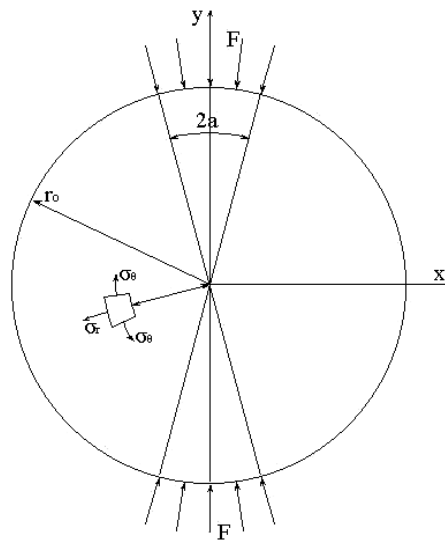
Από το σχήμα 3.2, φαίνεται ότι το $\eta\mu(\theta + \theta_1)$ παραμένει σταθερό γύρω από το σύνορο. Αφού θα πρέπει να εφαρμοστεί στο σύνορο ομοιόμορφα κατανεμημένη θλιπτική φόρτιση έντασης $\frac{2P}{\pi d} \eta\mu(\theta + \theta_1)$ για να επιτευχθεί ακτινική κατανομή τάσεων.

3.3 Τάσεις σε Βραζιλιανό Δίσκο με Φόρτιση σε Μήκος Τόξου

Θεωρώντας ότι η αρχική θραύση ξεκινά από το κέντρο του δίσκου και εκτείνεται κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης, η κατανομή των τάσεων κατά μήκος αυτής της διαμέτρου παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον. Η κάθετη συνιστώσα της τάσης στην διάμετρο φόρτισης Y είναι η σ_θ , και η παράλληλη προς αυτήν είναι η σ_r , όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.3.

Η εφαπτομενική συνιστώσα δίδεται από την σχέση 3.13 (Hondros, 1959):

$$\sigma_\theta = +\frac{F}{\pi r_0 t a} \left\{ \frac{\left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \sin 2a}{1 - 2 \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \cos 2a + \left(\frac{r}{r_0} \right)^4} - \tan^{-1} \left[\frac{1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^2}{1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2} \tan a \right] \right\} \quad (3.13)$$



Σχήμα 3.3: Το πεδίο των τάσεων εντός ενός Βραζιλιανού δίσκου (Hondros, 1959).

ενώ η ακτινική συνιστώσα δίδεται από την σχέση 3.14 (Hondros, 1959):

$$\sigma_r = -\frac{F}{\pi r_0 t a} \left\{ \frac{\left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \sin 2a}{1 - 2 \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \cos 2a + \left(\frac{r}{r_0} \right)^4} + \tan^{-1} \left[\frac{1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^2}{1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2} \tan a \right] \right\} \quad (3.14)$$

όπου σ_θ = η συνιστώσα της τάσης, κάθετη στη διάμετρο φόρτισης

σ_r = η συνιστώσα της τάσης, παράλληλη στη διάμετρο φόρτισης

F = η επιβαλλόμενη δύναμη

r_0 = η ακτίνα δίσκου

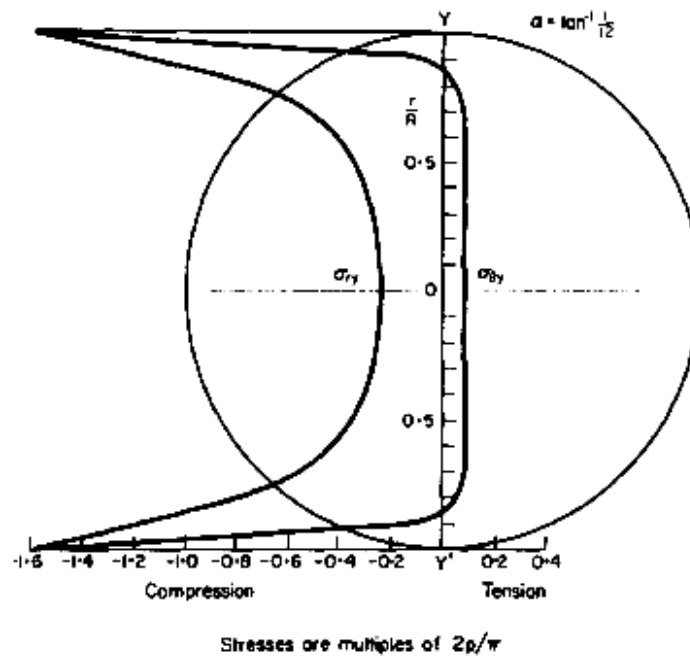
t = το πάχος δίσκου

$2a$ = η ακτινική απόσταση κατά την οποία θεωρείται ότι η δύναμη F κατανέμεται ακτινικά (συνήθως $\leq 15^\circ$)

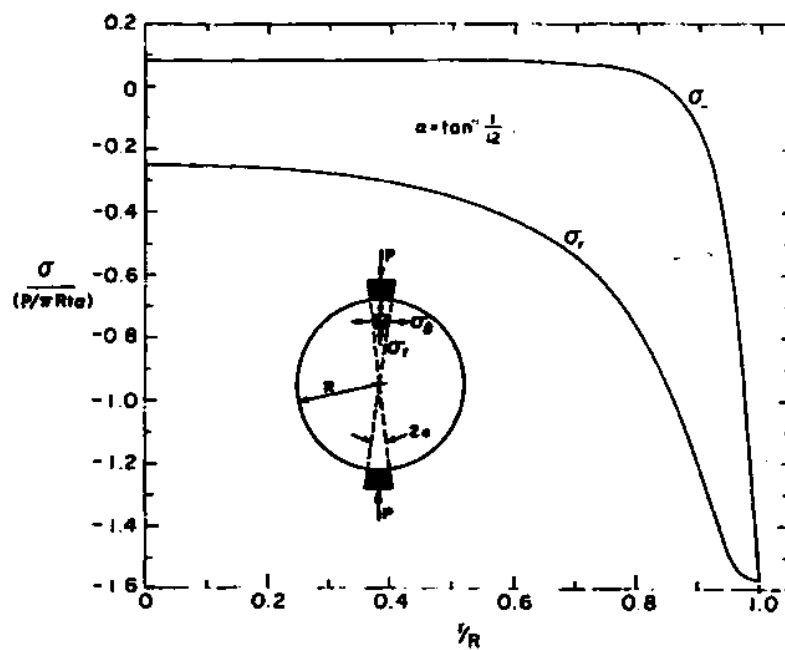
r = η απόσταση από το κέντρο του δίσκου

Η εφελκυστική τάση λαμβάνεται θετική (σύμβαση μηχανικής του στερεού σώματος).

Η κατανομή των τάσεων κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης δίνεται στα σχήματα 3.4 και 3.5 αντίστοιχα:



Σχήμα 3.4: Κατανομή των τάσεων στη δοκιμή του Βραζιλιανού δίσκου (Hudson, 1969).



Σχήμα 3.5: Κατανομή των τάσεων κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης (Hondros (1959).

Η εφαπτομενική τάση σ_θ και η ακτινική σ_r στο κέντρο του δίσκου θα δίδονται από τις σχέσεις 3.15 και 3.16 αντίστοιχα (Hondros, 1959):

$$\sigma_\theta = + \frac{F}{\pi r_0 t} \left[\frac{\sin 2a}{a} - 1 \right] \approx + \frac{F}{\pi r_0 t} \quad (3.15)$$

$$\sigma_r = - \frac{F}{\pi r_0 t} \left[\frac{\sin 2a}{a} + 1 \right] \approx - \frac{3F}{\pi r_0 t} \quad (3.16)$$

Αν η φόρτιση γίνει κατά μήκος τόξου επαφής 15° , το σφάλμα που εισάγεται για το υπολογισμό της σ_θ από την σχέση 3.15 είναι 2%. Η έκφραση που υπολογίζει την εφελκυστική αντοχή (tensile strength) του υλικού στο κέντρο του δίσκου συναρτήσει του φορτίου F φαίνεται στην σχέση 3.17:

$$\sigma_\theta = \frac{F}{\pi r_0 t} = \frac{2F}{\pi D t} \quad (3.17)$$

3.4 Τάσεις σε Βραζιλιανό Δίσκο με Οπή και Σημειακή Φόρτιση Αλλά και Μήκος Τόξου

Ακριβής λύση για την κατανομή των τάσεων γύρω από την οπή σε δακτύλιο μπορεί να δοθεί από τον συνδυασμό της λύσης του Kirsch για κατανομή των τάσεων γύρω από κυλινδρικό άνοιγμα σε επίπεδη πλάκα, που υφίσταται την επίδραση ενός ομοιόμορφου δισδιάστατου εντατικού πεδίου, με την ήδη γνωστή λύση για αντιδιαμετρικά φορτιζόμενο δίσκο.

Όμως η δοκιμή του δακτυλίου, παρουσιάζει διαφορετικές τιμές της εφελκυστικής αντοχής για διαφορετικές διαμέτρους της οπής (λόγος εσωτερικής προς εξωτερική οπή, q) και δεν είναι σαφές ποια από τις τιμές είναι η αντιπροσωπευτική για την εφελκυστική αντοχή του υλικού. Ο Hobbs (1964,1965) διαπίστωσε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ εφελκυστικής και θλιπτικής αντοχής του πετρώματος, και εισήγαγε σχέση για τον υπολογισμό της μέγιστης εφελκυστικής και θλιπτικής τάσης, όταν ο λόγος q της εσωτερικής προς την εξωτερική ακτίνα του δακτυλίου είναι

μικρός. Ο ίδιος μελέτησε την επιρροή της εκκεντρότητας της οπής και του προσανατολισμού των επιπέδων ανισοτροπίας του πετρώματος ως προς την εφελκυστική αντοχή, και την αξιοπιστία της μεθόδου συγκριτικά με τις άλλες μεθόδους προσδιορισμού της εφελκυστικής αντοχής.

Αυτή η τεχνική σύμφωνα με τον Hobbs έχει τα εξής πλεονεκτήματα:

1. Είναι δοκιμή κυρίως για εφελκυσμό.
2. Τα δοκίμια μπορούν να προετοιμαστούν από τους ίδιους πυρήνες με τα δοκίμια των δοκιμών θλίψης.
3. Η ίδια μηχανή επιβολής φορτίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τις δοκιμές εφελκυσμού και θλίψης.
4. Η εφελκυστική αντοχή μπορεί να υπολογιστεί για διάφορους προσανατολισμούς των επιπέδων ανισοτροπίας των πετρωμάτων.
5. Η αστοχία συμβαίνει μακριά από τα σημεία φόρτισης

Οι τάσεις κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης σε δίσκο, πάχους t και ακτίνας r_o είναι:

A) μια εφελκυστική τάση, P_s , κάθετη στο επίπεδο της διαμέτρου φόρτισης:

$$P_s = \frac{F}{\pi r_o t} \quad (3.18)$$

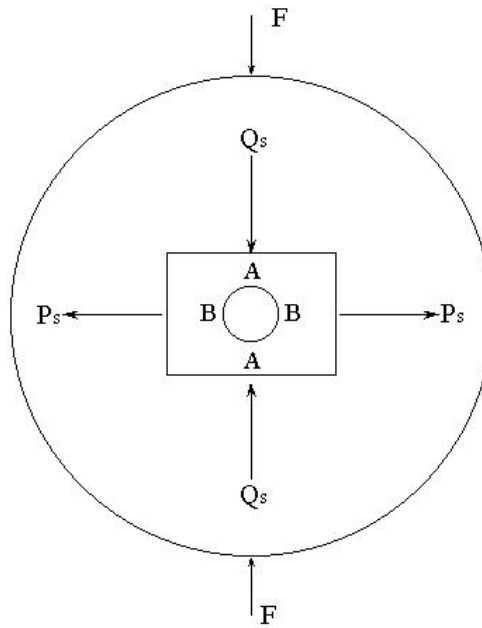
Και B) μια θλιπτική τάση, Q_s , κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης

$$Q_s = \frac{F}{\pi r_o t} \left\{ \frac{r_o}{r_o - 2r} + \frac{r_o}{r_o + 2r} - 1 \right\} \quad (3.19)$$

όπου r είναι η απόσταση κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης από το κέντρο, και F είναι το εφαρμοζόμενο φορτίο. Για μικρές τιμές του r , το Q_s είναι σχεδόν σταθερό, οπότε:

$$Q_s = \frac{3F}{\pi r_o t} \quad (3.20)$$

Αν ο δίσκος αποκτήσει μια μικρή οπή στο κέντρο, τότε, σύμφωνα με την αρχή του St. Venant, οι τάσεις θα διαφέρουν μόνο στα σημεία γύρω από την οπή, σε σχέση με τις τάσεις στον αρχικό δίσκο. Θεωρώντας ότι η οπή βρίσκεται σε πλάκα (λύση του Kirsch) που υπόκειται στις τάσεις P_s και Q_s (Σχήμα 3.6), τότε οι τάσεις P_s και Q_s δίνονται από τις σχέσεις (3.18) και (3.19), αντίστοιχα.



Σχήμα 3.6: Η εφελκυστική τάση, P_s , και η θλιπτική τάση, Q_s , σύμφωνα με τη θεωρία του Kirsch (Hobbs, 1964).

Ο Kirsch έδειξε ότι η τάση P_s προκαλεί την εμφάνιση εφελκυστικής τάσης ίση με $3P_s$ στο σημείο A και θλιπτική τάση ίση με P_s στο B , ενώ ότι η τάση Q_s δημιουργεί εφελκυστική τάση ίση με Q_s στο A και θλιπτική τάση $3Q_s$ στο B .

Συνδυάζοντας τα παραπάνω, η εφελκυστική τάση σ_T , στο A είναι:

$$\sigma_T = Q_s + 3P_s = \frac{6F}{\pi r_0 t} \quad (3.21)$$

και η θλιπτική τάση C_0 , στο B είναι:

$$C_0 = 3Q_s + P_s = \frac{10F}{\pi r_0 t} \quad (3.22)$$

Παρατηρείται ότι η μέγιστη εφελκυστική τάση σ_T σε δακτύλιο είναι τουλάχιστον έξι φορές μεγαλύτερη από τη μέγιστη εφελκυστική τάση σε βραζιλιανό δίσκο, ο οποίος φορτίζεται αντιδιαμετρικά με το ίδιο φορτίο. Ακόμα, ο λόγος της μέγιστης διατμητικής τάσης (στο σημείο επαφής με τις πλάκες φόρτισης) προς τη μέγιστη εφελκυστική τάση σε δίσκο με μικρή οπή είναι περίπου το 1/6 του αντίστοιχου λόγου στο βραζιλιανό δίσκο. Ακριβέστερες λύσεις για τις μέγιστες τάσεις είναι (για $0 > q > 0,1$):

$$\sigma_T = -\frac{F(6+38q^2)}{\pi r_0 t} \quad (3.23)$$

$$C_0 = -\frac{F(10+10q^2)}{\pi r_0 t} \quad (3.24)$$

όπου q είναι ο λόγος εσωτερικής προς εξωτερικής ακτίνας του δίσκου (Hobbs, 1964).

Τη μεταβολή της εφελκυστικής αντοχής συναρτήσει του λόγου q παρουσίασαν οι Jaeger and Hoskins (1966) στην περίπτωση όπου το εξωτερικό φορτίο κατανέμεται κατά μήκος τόξου 15° . Το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην κατανομή της εφελκυστικής τάσης κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης, και ειδικά στα κρίσιμα σημεία όπου η διάμετρος τέμνει την οπή.

Στο σχήμα 3.7, δίνονται τα αποτελέσματά τους για την κατανομή της κανονικοποιημένης εφελκυστικής τάσης $\frac{\sigma_\theta}{(F/\pi r_0 t)}$ κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης για διαφορετικές τιμές του λόγου q . Η κρίσιμη εφελκυστική τάση στην τομή της διαμέτρου φόρτισης με την οπή, προκύπτει από τη σχέση:

$$\sigma_\theta = K \frac{F}{\pi r_0 t} \quad (3.25)$$

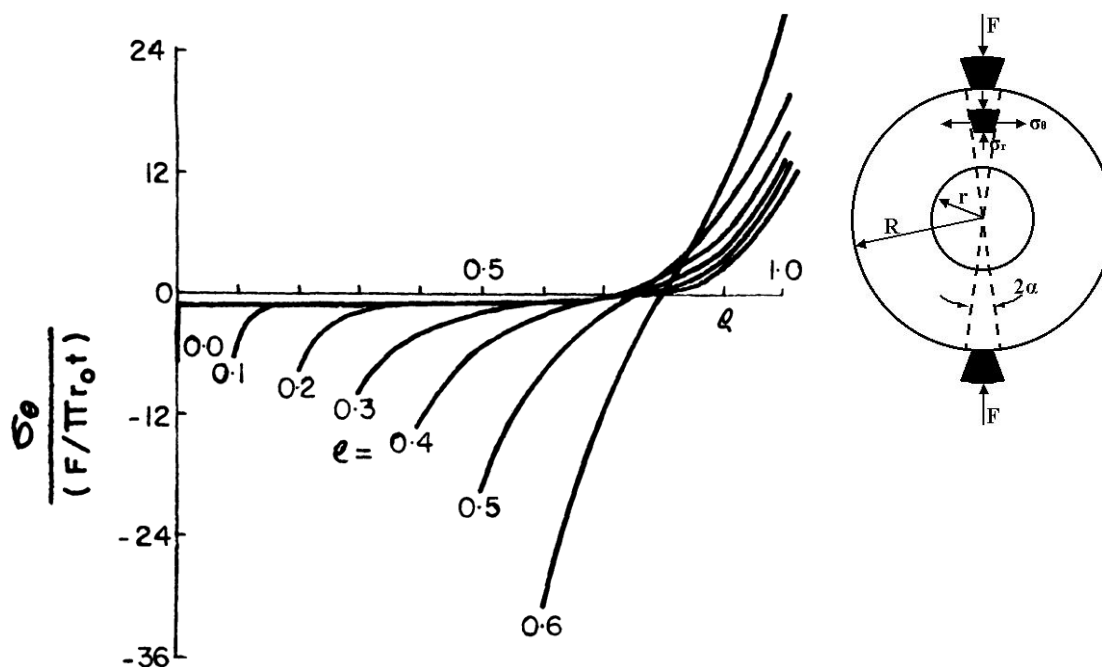
όπου F = το επιβαλλόμενο φορτίο

K = συντελεστής (συνάρτηση του q)

r_0 = η εξωτερική ακτίνα δακτυλίου

t = το πάχος δακτυλίου

Στην στέψη της οπής, σ_r και $\tau_{r\theta}$ είναι μηδέν. Για $K \approx 1$, η (3.25) μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση της (3.15), η οποία δίνει την σ_θ στο κέντρο του βραζιλιανού δίσκου.



Σχήμα 3.7: Κατανομή της κανονικοποιημένης τάσης κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης των δακτυλίων. (Vutukuri, 1974).

Οι Addinal και Hackett (1964), παρατήρησαν ότι η εφελκυστική αντοχή στη δοκιμή του δακτυλίου αυξάνεται, καθώς μειώνεται η διάμετρος της οπής. Συμπέραναν ότι αυτό το φαινόμενο αποτελεί ένδειξη ότι η εφελκυστική αντοχή, είναι μάλλον πειραματική ιδιότητα παρά ιδιότητα του υλικού. Ο Hudson (1969), σε δοκιμές δακτυλίων γύψου με μικρής διαμέτρου οπές, μελέτησε την αντοχή και ιδιαίτερα την μετάβαση από τη δοκιμή δακτυλίου στη δοκιμή του βραζιλιανού δίσκου, καθώς η οπή ελαχιστοποιείται.

Επικεντρώνοντας την συζήτηση στο συντελεστή K , που ο ορισμός του είναι το πηλίκο $\frac{\sigma_\theta}{(F / \pi r_0 t)}$, της μέγιστης εφελκυστικής τάσης σ_θ που αναπτύσσεται, στην στέψη της οπής αντιδιαμετρικά φορτιζόμενου δακτυλίου, προς την τάση που αναπτύσσεται στο κέντρο του βραζιλιανού δίσκου για το ίδιο επίπεδο φόρτισης.

Από την εξίσωση (3.25), προκύπτει ότι:

Α) Για $K=1$ για λόγο $q=0$ (δοκιμή βραζιλιανού δίσκου),

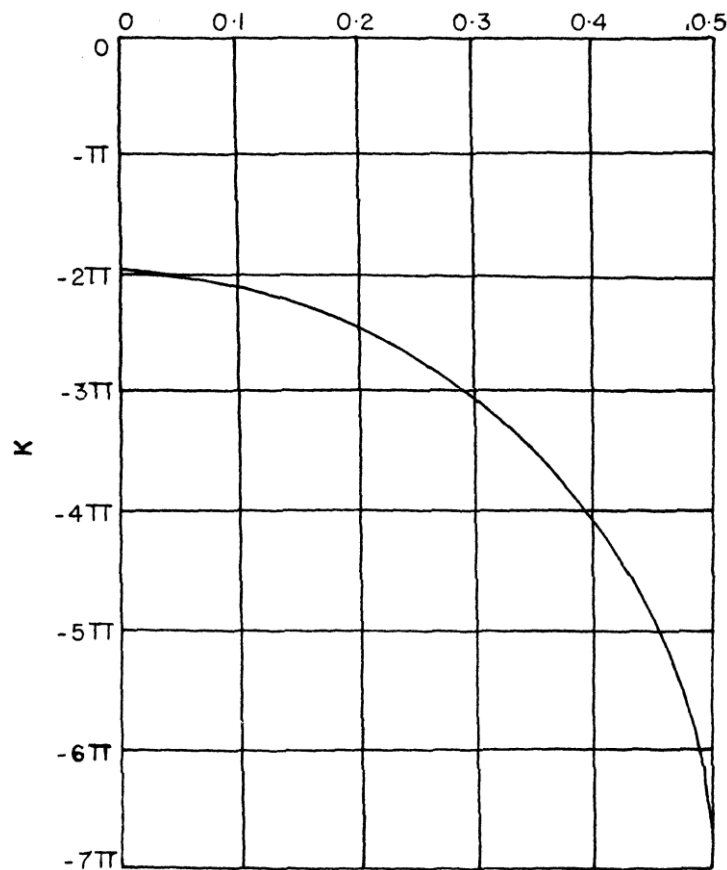
Β) Για $K \rightarrow 6$, καθώς ο λόγος $q \rightarrow 0$ (δίσκος με ελάχιστη οπή).

Στο κέντρο του δίσκου η αναλογία των κυρίων τάσεων $\frac{\sigma_r}{\sigma_\theta}$ είναι -3 (εξισώσεις 3.15,

3.16). Με την ύπαρξη οπής σε ένα τέτοιο εντατικό πεδίο, η θλιπτική τάση σ_r , λόγω υπέρθεσης των τάσεων, θα είναι έξι φορές μεγαλύτερη από την εφελκυστική σ_θ .

Στη Βραζιλιανή δοκιμή, τέτοιες συγκεντρώσεις τάσεων δημιουργούνται από την ύπαρξη φυσικών πόρων ή ασυνεχειών, και οι οποίες αγνοούνται στον καθορισμό του τασικού πεδίου κατά την αστοχία (Mellor & Hawkes, 1971).

Στο διάγραμμα του σχήματος 3.8, παρατηρείται ότι $K \rightarrow 6$, καθώς ο λόγος $q \rightarrow 0$. Σε αυτό συμφωνούν και οι Jaeger και Hoskins, 1966.

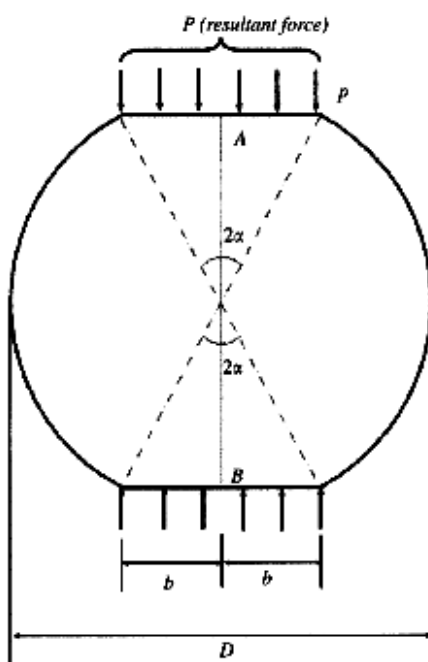


Σχήμα 3.8: Οι τιμές του συντελεστή K συναρτήσει του λόγου q (Hiramatsu και Oka, 1970)

3.5 Τάσεις σε Επίπεδο Βραζιλιανό Δίσκο (συντελεστής K)

Το πρόβλημα του επίπεδου Βραζιλιανού δίσκου μπορεί με κατάλληλες παραδοχές να αναχθεί στο πρόβλημα του κλασσικού Βραζιλιανού δίσκου για πολύ μικρές γωνίες επαφής (2α). Η διαφοροποίηση μεταξύ των δυο δοκιμών σε αυτή την περίπτωση μειώνεται στη διατύπωση του συντελεστή K , ο οποίος λαμβάνει υπόψη την διαφορά μεταξύ του επίπεδου και του κλασσικού δίσκου στη σχέση υπολογισμού της εφελκυστικής αντοχής των δίσκων.

Η διατύπωση του συντελεστή (K) τώρα βασίζεται στη θεωρία της ελαστικότητας. Για μια πολύ μικρή μείωση της ακτίνας του δίσκου, παράγεται μια αρκετά μεγάλη επίπεδη επιφάνεια στην άκρη του δίσκου. Η μείωση της ακτίνας μπορεί να αποδοθεί με την γωνία 2α η οποία καθορίζει και το μέγεθος του επίπεδου πλάτους του δίσκου (Σχήμα 3.9).

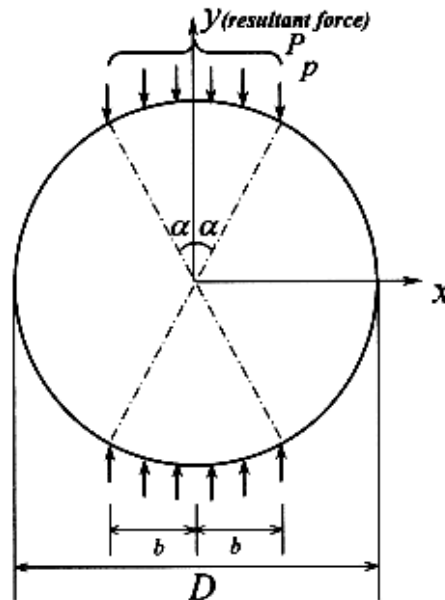


Σχήμα 3.9: Ο Επίπεδος Βραζιλιανός δίσκος/ επίπεδο κατανεμημένο φορτίο (Wang et al. ,2004)

Όταν η γωνία α είναι πολύ μικρή, η διαφορά μεταξύ του επίπεδου δίσκου και του κλασσικού δίσκου δεν είναι σημαντική, οπότε η διατύπωση γίνεται με βάση τον κλασσικό βραζιλιανό δίσκο (Σχήμα 3.10). Στην περίπτωση όπου ο δίσκος υπό

εξέταση είναι ο επίπεδος (Σχήμα 3.9), τότε η αναλυτική διατύπωση του συντελεστή K μπορεί να μην είναι δυνατή. Η σχέση μεταξύ των δυο σχημάτων είναι ότι έχουν:

- A) Την ίδια γωνία επαφής (2α) και
- B) Το ίδιο κατανεμημένο φορτίο P .



Σχήμα 3.10: Ο Κλασσικός Βραζιλιανός δίσκος/ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο σε μήκος τόξου (Wang et al., 2004)

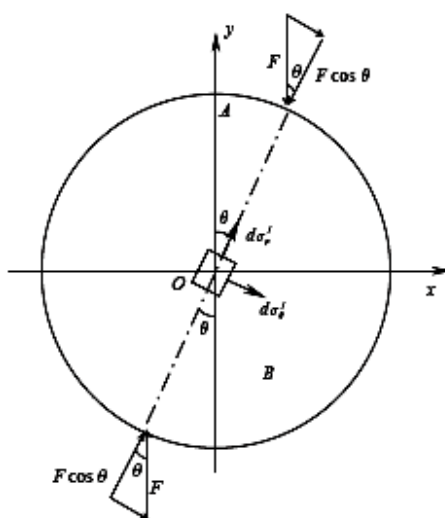
Σύμφωνα με την αρχή του Saint Venant που ικανοποιεί την συνθήκη της ισοδύναμης στατικότητας, η μεταβολή των συνοριακών συνθηκών δεν επηρεάζει την τελική λύση δεδομένου ότι ισχύει στατική ισορροπία, αλλά σε απόσταση σχετικά μακριά από το σύνορο. Η προς εξέταση περιοχή στη γεωμετρία του δίσκου είναι το κέντρο του, οπότε σε αυτό το σημείο μπορεί να θεωρηθεί ότι το εντατικό πεδίο είναι το ίδιο είτε μελετάται ο κλασσικός, είτε ο επίπεδος βραζιλιανός δίσκος (Σχήματα 3.9; 3.10).

Όπως φαίνεται και από το σχήμα 3.11, εφαρμόζεται ένα ζεύγος διαφορικών δυνάμεων επί του συνόρου του κυκλικού δίσκου και σε αντιδιαμετρική θέση.

$$\begin{aligned}
 F &= pRd\theta \Rightarrow \\
 F &= p\left(\frac{D}{2}\right)d\theta
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

Όπου D , είναι η διάμετρος, F , το γραμμικό φορτίο ανά μονάδα πάχους, q , το μέγεθος του ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου (δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας), $d\theta$, είναι η διαφορική γωνία που ορίζει τη θέση της δύναμης F επί του συνόρου (ορίζει με άλλα λόγια τη θέση της δύναμης F).

Αν αναλυθεί τώρα η δύναμη F σε ακτινική (θλιπτική) δύναμη $F \cos \theta$ και εφαπτομενική (διατμητική) δύναμη $F \sin \theta$, η οποία εφαπτομενική είναι σε ισορροπία επί του πλάτους επιρροής της $2b$ (σημείο εφαρμογής) και επομένως δεν έχει καμία επίδραση στο εντατικό πεδίο στο κέντρο του δίσκου. Με αυτή την παραδοχή αναλύεται μόνο η ακτινική συνιστώσα της δύναμης F με μέγεθος $F \cos \theta$.



Σχήμα 3.11: Ζεύγη διαφορικών τάσεων από ζεύγη διαφορικών δυνάμεων (Wang et al., 2004)

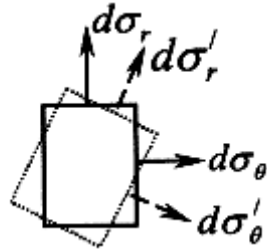
Με βάση τις σχέσεις που ορίζουν τις ακτινικές και εφαπτομενικές τάσεις στο κλασσικό βραζιλιανό δίσκο (σχέσεις 3.27)

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= \frac{2P}{\pi D t} \\ \sigma_r &= \frac{2P}{\pi D t} \left(1 - \frac{4D^2}{D^2 - 4r^2} \right)\end{aligned}\quad (3.27)$$

Καθώς επίσης και το ζεύγος δυνάμεων $F \cos \theta$ είναι δυνατό να υπολογιστούν οι συνιστώσες των τάσεων στο κέντρο του δίσκου σαν (σχέσεις 3.28):

$$\begin{aligned} d\sigma'_\theta &= -\frac{6F \cos \theta}{\pi D} \\ d\sigma'_r &= \frac{2F \cos \theta}{\pi D} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Αφού οι τάσεις που ασκούνται διαμετρικά είναι αυτές που παρουσιάζουν το ενδιαφέρον, πρέπει να μετασχηματιστούν όπως φαίνεται στο σχήμα 3.12. Λαμβάνοντας την ευθεία ΟΑ (Σχήμα 3.11) σαν την νέα ακτινική διεύθυνση, οι ακτινικές και εφαπτομενικές τάσεις που αντιστοιχούν σε σ_r και σ_θ μετασχηματίζονται από $d\sigma'_r$ και $d\sigma'_\theta$ σε $d\sigma_r$ και $d\sigma_\theta$ αντίστοιχα.



Σχήμα 3.12: Μετασχηματισμός συνιστωσών των τάσεων

Η διατμητική συνιστώσα των τάσεων δεν λαμβάνεται υπόψη, αφού στο τελικό αποτέλεσμα δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις επί της νέας ακτινικής διεύθυνσης ΟΑ. Οπότε οι νέες μετασχηματισμένες συνιστώσες των τάσεων δίδονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} d\sigma_\theta &= \left(-\frac{6 \cos \theta \sin^2 \theta}{\pi D} + \frac{2 \cos \theta \cos^2 \theta}{\pi D} \right) F \\ d\sigma_r &= \left(-\frac{6 \cos \theta \cos^2 \theta}{\pi D} + \frac{2 \cos \theta \sin^2 \theta}{\pi D} \right) F \end{aligned} \quad (3.29)$$

Με βάση τα σχήματα 3.9 και 3.11, πραγματοποιείται η ακόλουθη αλλαγή στις μεταβλητές:

$$\begin{aligned} F &\approx p dx \\ \cos \theta &= \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R} \right)^2} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Όπου p , είναι το μέγεθος της κατανεμημένης δύναμης. Αν γίνει ολοκλήρωση της $\cos \theta$ ως προς x στο διάστημα $(-b, b)$ και αντικατασταθεί το:

$$\frac{b}{R} = \sin \alpha \quad (3.31)$$

Λαμβάνεται η σχέση:

$$\cos a = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2} \quad (3.32)$$

Όπου τελικά οι σχέσεις των συνιστωσών των τάσεων σε πολικές συντεταγμένες (ακτινικές και εφαπτομενικές) δίδονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} &= \frac{2P}{\pi Dt} \cos^3 a \frac{a}{\sin a} \\ \sigma_r &= -\frac{2P}{\pi Dt} \left(\cos^3 a + \cos a + \frac{\sin a}{a} \right) \frac{a}{\sin a} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Όπου

$$\frac{P}{t} = p2b \quad (3.34)$$

Ο τελευταίος όρος της δεύτερης εκ των δυο σχέσεων 3.33, $\frac{a}{\sin a}$, προστίθεται μετά στη διατύπωση, και λαμβάνει υπόψη τη διαφορά μεταξύ του επίπεδου και του κλασσικού δίσκου. Η διαφορά αυτή δεν πρέπει να λαμβάνεται υπόψη αν η γωνία a είναι πολύ μικρή. Από την άλλη όμως, η τιμή της γωνίας a , δεν μπορεί να είναι πολύ μεγάλη διότι η μετατροπή στις σχέσεις μπορεί να είναι υπερβολική.

Αν αντικατασταθεί η δεύτερη σχέση 3.33 στην σχέση που δίνει την ισοδύναμη τάση Griffith (σχέση 3.35):

$$\sigma_G = -\frac{(\sigma_{\theta} - \sigma_r)^2}{8(\sigma_{\theta} + \sigma_r)} \quad (3.35)$$

Και στη συνέχεια η ισοδύναμη τάση Griffith να αντικατασταθεί στη σχέση 3.36:

$$K = \frac{\sigma_G}{2P/\pi Dt} \quad (3.36)$$

Λαμβάνεται η σχέση του συντελεστή του K ως:

$$K = -\frac{\left(2\cos^3 a + \cos a + \frac{\sin a}{a}\right)^2}{8\left(\cos a + \frac{\sin a}{a}\right)} \frac{a}{\sin a} \quad (3.37)$$

Η σχέση (3.37) του συντελεστή K, λαμβάνει υπόψη την διαφορά μεταξύ του επίπεδου και του κλασσικού δίσκου στη σχέση υπολογισμού της εφελκυστικής αντοχής των δίσκων. Αν η τιμή της γωνίας a τείνει στο μηδέν τότε η τιμή του συντελεστή K γίνεται μονάδα, κάτι που αντιστοιχεί στην περίπτωση του κλασσικού Βραζιλιανού δίσκου.

4. Πειραματική Ανάλυση Επίπεδων Βραζιλιανών Δίσκων με Δοκίμια Μαρμάρου

4.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια περιγραφή των εργαστηριακών δοκιμών που πραγματοποιήθηκαν στα εργαστήρια Μηχανικής Πετρωμάτων του Τμήματος Μηχανικών Ορυκτών Πόρων. Η πλήρης περιγραφή αυτών των δοκιμών περιλαμβάνει πρώτα, αναφορά στον εξοπλισμό που απαιτήθηκε, τον τρόπο παρασκευής των δοκιμών και τη διαδικασία που ακολουθήθηκε για τη συλλογή των δεδομένων και εν συνεχεία την απαραίτητη θεωρητική ανάλυση που προκύπτει από τα πειραματικά αποτελέσματα.

4.2 Αντικείμενο-Σκοπός Πειράματος

Το Αντικείμενο του πειράματος του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου, αλλά και όλων των παραλλαγών των βραζιλιανών δίσκων, είναι η μέτρηση της εφελκυστικής αντοχής. Τα δοκίμια πρέπει να είναι κατάλληλα διαμορφωμένα έτσι ώστε να μπορεί να επιτευχθεί το κατάλληλο εντατικό-παραμορφωσιακό πεδίο στο κέντρο των δίσκων. Το πείραμα αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι τα περισσότερα πετρώματα σε εντατική κατάσταση διαξονικής επίπεδης τάσης, αστοχούν σε εφελκυσμό στην μονοαξονική εφελκυστική αντοχή τους, όταν η μία κύρια τάση είναι εφελκυστική και η άλλη κυρία τάση είναι θλιπτική και η απόλυτη τιμή της δεν ξεπερνά τρεις φορές την κύρια εφελκυστική τάση (Bieniawski, 1978; Κακλής, 2003).

4.3 Περιγραφή Πειραματικής Διαδικασίας

Η Διεθνής Ένωση για τη Μηχανική των Πετρωμάτων (ISRM) έχει προτείνει μια σειρά διαδικασιών πειραματικής μεθοδολογίας για τον προσδιορισμό διαφόρων φυσικών ιδιοτήτων στα πετρώματα, όπως είναι η αντοχή σε μοναξονική θλίψη, το μέτρο ελαστικότητας, η αντοχή σε εφελκυσμό, κλπ. Ο διαδικασίες αυτές πρέπει να εφαρμόζονται, όπου είναι δυνατόν, ώστε οι μετρήσεις να είναι τυποποιημένες και τα αποτελέσματα να είναι συγκρίσιμα με αυτά που αναφέρονται στη βιβλιογραφία (Αγιουτάντης, 2002).

4.3.1 Προδιαγραφές

Οι προδιαγραφές για τον κλασσικό Βραζιλιανό δίσκο αναφέρουν ότι θα πρέπει (Αγιουτάντης, 2002):

1. Η διάμετρος των δοκιμίων πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση με NX (δηλαδή περίπου 54 mm) και το πλάτος τους περίπου ίσο με την ακτίνα τους (27 mm).
2. Τα δοκίμια πρέπει να προετοιμασθούν χρησιμοποιώντας μόνον καθαρό νερό (στα κοπτικά και λειαντικά εργαλεία). Οι κυλινδρικές επιφάνειες πρέπει να είναι λείες με ανοχή 0,025 mm. Τα άκρα του κυλίνδρου πρέπει να είναι επίπεδα και παράλληλα με ανοχή 0,25 mm.

Με βάση τα παραπάνω, για την κατασκευή των δοκιμίων στο εργαστήριο προτείνονται τα ακόλουθα στάδια :

1. Διάτρηση του ακανόνιστου δείγματος και λήψη πυρήνων υλικού, συμφωνά με τις αντίστοιχες προδιαγραφές. Γι' αυτό το σκοπό, το δείγμα στερεώνεται σε κατάλληλη βάση διάτρησης (Drill press), (Σχήμα 4.1α).
2. Κοπή των άκρων των κυλίνδρων (πυρήνων) σε κατάλληλο περιστροφικό πριόνι με δίσκο καρβιδίων (Carbide disk saw), (Σχήμα 4.1β).
3. Λείανση των βάσεων των κυλίνδρων σε κατάλληλο λειαντικό μηχάνημα (Grinding machine), (Σχήμα 4.1γ).
4. Προσεκτική μέτρηση των γωνιών επαφής (2α) και με βάση τις “κατά κορυφή γωνίες” πραγματοποιείται λείανση για την δημιουργία των επίπεδων άκρων του δίσκου.

5. Μέτρηση των διαστάσεων των δοκιμίων με τις ανοχές που προβλέπει η σχετική διαδικασία.



(Α)

(Β)

(Γ)

Σχήμα 4.1: (Α) Πυρηνολήπτης, (Β) Δίσκος κοπής, (Γ) Λειαντής

Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν για το σκοπό αυτής της πειραματικής διερεύνησης, προέκυψαν από κύβους μαρμάρου, της εταιρείας Μάρμαρα Διονύσου.

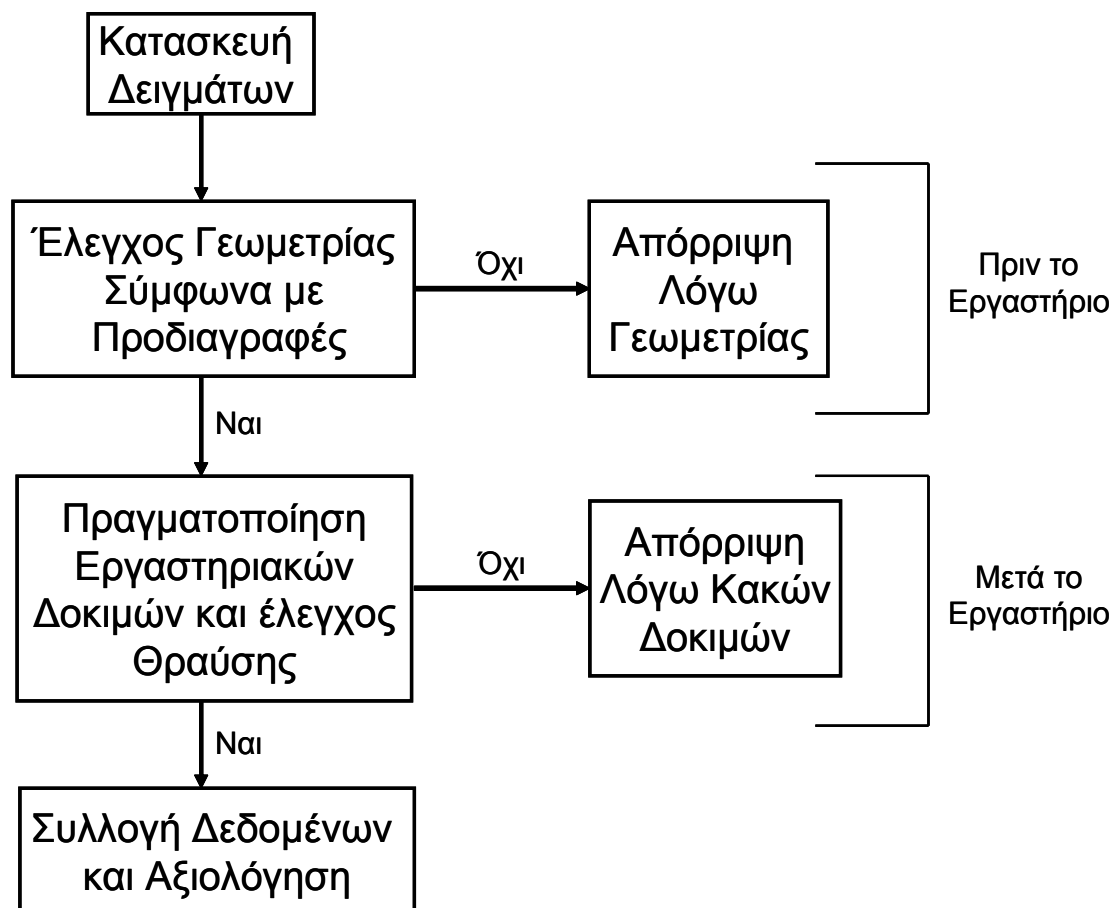
4.3.2 Παρασκευή και προετοιμασία δοκιμίων

Η τυπική διαδικασία που ακολουθήθηκε για την παρασκευή των δειγμάτων δεν είναι καθόλου εύκολη, λόγω της αυστηρής απαίτησης των παράλληλων επίπεδων πλευρών του δίσκου. Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι η διαδικασία παρασκευής των δοκιμίων παρουσιάζει δυο στάδια απόρριψης δοκιμίων (πριν και μετά το εργαστήριο) όπως ακριβώς φαίνεται και από το σχήμα 4.2.

Γενικά για κάθε κύβο που έγινε πυρηνοληψία, αυτή επιλέχθηκε να γίνει με τέτοιο προσανατολισμό, με σκοπό να προκύψει κύλινδρος διαμέτρου NX, δηλαδή 54 mm, και με τη γενέτειρα κάθετη στη σχιστότητα, δηλαδή στο επίπεδο ισοτροπίας. Στη συνέχεια οι κύλινδροι περνούν από τον δίσκο κοπής, ώστε να προκύψουν κυκλικοί δίσκοι μαρμάρου με επιθυμητό πάχος περίπου ίσο με την ακτίνα τους (27mm). Στη συνέχεια οι δίσκοι περνούν από το μηχάνημα λείανσης, όπου λειαίνονται οι βάσεις τους. Η τελική μορφή του δοκιμίου επιτυγχάνεται με την λείανση των δυο άκρων (επάνω και κάτω) των δίσκων με τελικές επιφάνειες, αυτές που αντιστοιχούν στις διάφορες γωνίες επαφής ($2\alpha=15^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$). Οι επιφάνειες αυτές πρέπει να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο παράλληλες. Μετά την παρασκευή των δοκιμίων,

ακολουθεί η καταγραφή της μέσης τιμής της κάθε διάστασης του δοκιμίου. Αυτές είναι, το *πάχος*, t και η *διάμετρος*, D . Οι υπόλοιπες παράμετροι που χρειάζονται για τους απαραίτητους υπολογισμούς είναι το *φορτίο θραύσης*, F_b και ο *συντελεστής* K , όπως έχει πλήρως αναπτυχθεί στο κεφάλαιο 3.

Διαδικασία Παρασκευής Δοκιμίων



Σχήμα 4.2: Διάγραμμα παρασκευής και απόρριψης δοκιμίων

Όπως φαίνεται και από το σχήμα 4.2, για να γίνουν αποδεκτές οι δοκιμές θα πρέπει να ικανοποιείται αρχικά ο έλεγχος της γεωμετρίας σύμφωνα με τις προδιαγραφές, διαφορετικά απορρίπτονται τα δοκίμια (*Φάση Α-πριν το εργαστήριο*). Τα δοκίμια που θα περάσουν τον έλεγχο αυτό, προχωρούν σε εργαστηριακές δοκιμές όπου εκεί πρέπει να περάσουν τον έλεγχο θραύσης (*Φάση Β-μετά το εργαστήριο*). Ο έλεγχος θραύσης μπορεί να θεωρηθεί ως η απόκλιση από την ιδανική καμπύλη θραύσης (δύναμης-μετατόπισης). Η πιθανότερη αιτία για αυτή την απόκλιση είναι η αδυναμία δημιουργίας των παράλληλων επιφανειών που απαιτείται για τις πλάκες

φόρτισης να μεταδώσουν ομοιόμορφα το κατανεμημένο φορτίο, γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία ανομοιογενούς εντατικού πεδίου εντός των δίσκων με τελική κατάληξη την λανθασμένη θραύση των δίσκων και συνεπώς, τις μη έγκυρες δοκιμές.

Ο πίνακας 4.1 παρουσιάζει τα δοκίμια που δεν πέρασαν τον προκαταρκτικό έλεγχο (Φάση Α) για κάθε ομάδα δοκιμών (2α).

Πίνακας 4.1: Δοκίμια που απορρίφθηκαν στη Φάση Α

2α=15 ⁰	2α=20 ⁰	2α=30 ⁰	2α=40 ⁰	2α=50 ⁰
Di2-2	Di3-5	Di3-1	Di1-4	Di5-2
Di2-5	Di9-6	Di9-3	Di7-3	Di6-5
Di5-4		Di9-4		Di8-5
Di6-2				
Di8-1				

Ο πίνακας 4.2 παρουσιάζει τα δείγματα που δεν ήταν αξιόπιστα τα αποτελέσματα τους μετά τις δοκιμές (Φάση Β).

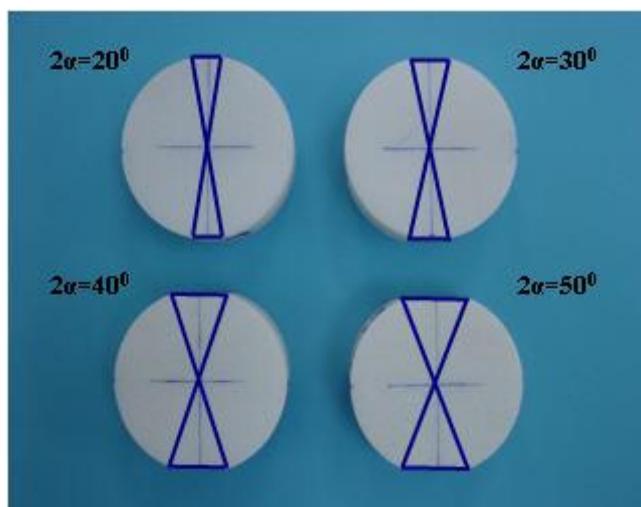
Πίνακας 4.2: Δοκίμια που απορρίφθηκαν στη Φάση Β

2α=20 ⁰	2α=30 ⁰	2α=40 ⁰	2α=50 ⁰
Di3-3	Di5-3	Di2-1	Di4-1
Di4-5		Di4-3	
Di8-3			

Από τους παραπάνω πίνακες είναι εμφανές ότι όλη η ομάδα που αντιστοιχεί σε γωνίες επαφής $2\alpha=15^0$, δεν προχώρησε στη φάση Β των εργαστηριακών δοκιμών. Παρατηρώντας πιο προσεκτικά τον πίνακα 4.2, συμπεραίνεται ότι για γωνίες επαφής μικρότερες των $2\alpha=20^0$, είναι σχεδόν αδύνατο να παρασκευαστούν τα δοκίμια (αρκετά δοκίμια απορρίφθηκαν για μικρές γωνίες επαφής). Αυτό οφείλεται πρώτα στην αδυναμία των μηχανημάτων να δουλέψουν για την παρασκευή μικρότερης κλίμακας δοκιμών (λεπτό-δουλειές), καθώς επίσης και στον ανθρώπινο παράγοντα και εμπειρία για την σωστότερη παρασκευή μικρότερης κλίμακας δοκιμών.

Τυπικοί “αντιπρόσωποι” των δειγμάτων για τις τέσσερις ομάδες δοκιμών που δημιουργήθηκαν παρουσιάζονται στο σχήμα 4.3. Το σχήμα 4.3 παρουσιάζει επίσης σε λεπτομέρεια τη διαφοροποίηση των δειγμάτων συναρτήσει των γωνιών επαφής.

Όλα τα δοκίμια που παρασκευάστηκαν αλλά και αυτά που πέρασαν από εργαστηριακές δοκιμές παρουσιάζονται στο παράρτημα.

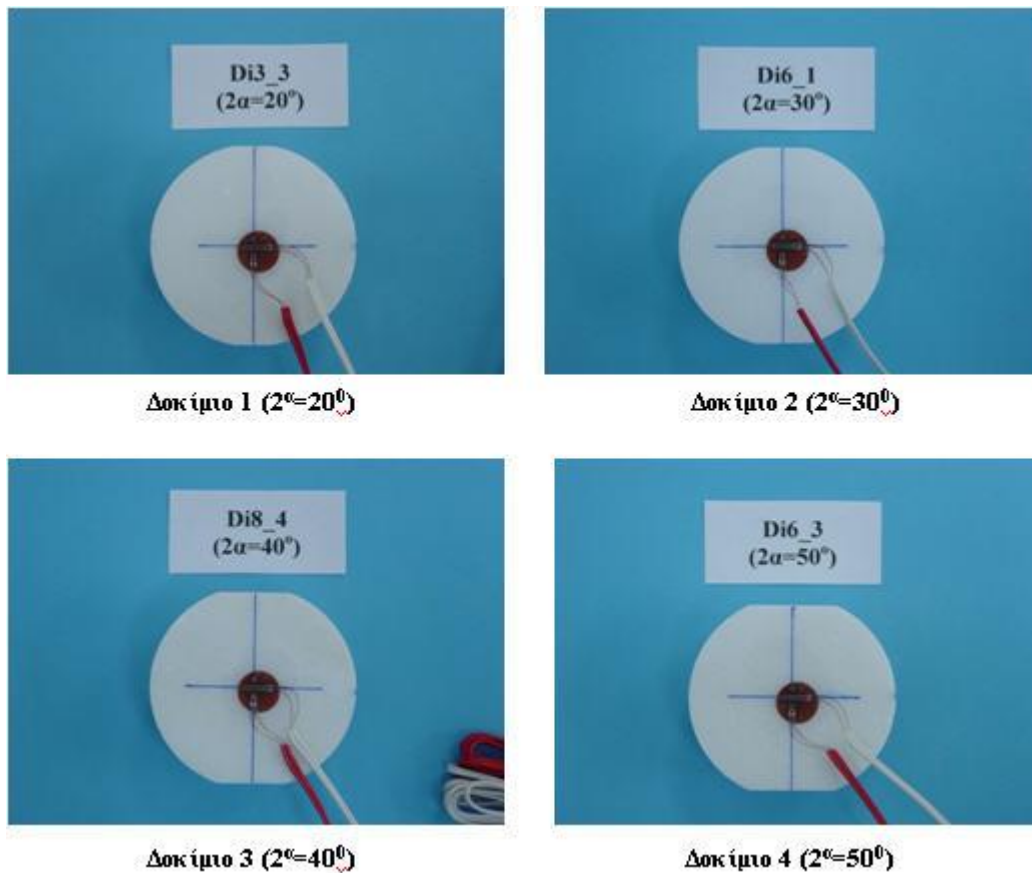


Σχήμα 4.3: Οικογένεια επίπεδων βραζιλιανών δίσκων

4.3.3 Ηλεκτρικά Μηκυνσιόμετρα

Η άμεση μέτρηση της τάσης, εργαστηριακά, είναι πολύ δύσκολη. Έτσι, αντί μέτρησης αυτής, μπορεί να μετρηθεί η τροπή, που εμφανίζεται ως αποτέλεσμα αυτής της τάσης. Με τη χρήση των σχέσεων τάσεων – τροπών που εφαρμόζονται ανάλογα με την κάθε περίπτωση, μπορεί να προσδιοριστεί η τάση αυτή που παρουσιάζει δυσκολία στη μέτρηση της στο εργαστήριο. Αυτό επιτυγχάνεται με τη βοήθεια των μηκυνσιόμετρων. Τα μηκυνσιόμετρα είναι αισθητήρες ικανοί να ανιχνεύσουν πολύ μικρές μεταβολές μηχανικών ιδιοτήτων, μετατρέποντας αυτές σε ηλεκτρικά σήματα (Κακλής, 2003).

Εφόσον τα δοκίμια ήταν κατάλληλα προετοιμασμένα, βάση των γεωμετρικών προδιαγραφών, προσαρμόζονται σε αυτά ηλεκτρικά μηκυνσιόμετρα (strain gages) στο κέντρο των δίσκων, τα οποία έχουν σαν στόχο να μετρήσουν την τροπή του δοκιμίου (ϵ_x και ϵ_y). Χρησιμοποιήθηκε ένα μηκυνσιόμετρο των 5 mm σε διεύθυνση κάθετη και παράλληλη με τον άξονα φόρτισης του δοκιμίου, όπου μετρήθηκαν οι τροπές ϵ_{xx} και ϵ_{yy} σε αντιπροσωπευτικά δοκίμια για όλες τις ομάδες δοκιμών ($2\alpha=20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$). Στο σχήμα 4.4 φαίνονται τα αντιπροσωπευτικά δοκίμια που επιλέχθηκαν για τον προσδιορισμό των ανηγμένων παραμορφώσεων.



Σχήμα 4.4: Αντιπροσωπευτικά δοκίμια με μηχανισιόμετρα

4.3.4 Περιγραφή εργαστηριακού εξοπλισμού και των συστημάτων καταγραφής

Σύμφωνα με την προτεινόμενη μέθοδο για τον προσδιορισμό της εφελκυστικής αντοχής με τη δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης κυκλικού δίσκου, χρησιμοποιούνται δυο χαλύβδινες σιαγόνες φόρτισης, με τέτοιο τρόπο ώστε το τόξο επαφής με το δίσκο πετρώματος κατά την αστοχία, να είναι περίπου 10° . Οι κρίσιμες διαστάσεις των σιαγόνων αυτών είναι: η **ακτίνα καμπυλότητας** τους, το **διάκενο**, το **μήκος των οδηγών** τους και το **πάχος** τους. Ποιο συγκεκριμένα:

- Λόγος ακτίνας σιαγόνας / ακτίνα δοκιμίου ίσο με 1.5
- Διάκενο μεταξύ οδηγών και άνω σιαγόνας ίσο με 0.1 mm
- Διείσδυση οδηγών ίση με 25 mm
- Στροφή της μιας σιαγόνας ως προς την άλλη μέχρι 4×10^{-3}
- Πάχος σιαγόνας / Πάχος δοκιμίου ίσο με 1.1.

Η παραπάνω προτεινόμενη διαδικασία, αφορά την κλασική δοκιμή βραζιλιανών δίσκων. Στους επίπεδους βραζιλιανούς, αυτές οι απαιτήσεις μειώνονται στο προσδιορισμό της γωνίας επαφής (2α) και της εισαγωγής των παράλληλων επίπεδων επιφανειών. Το πάχος σιαγόνας προς πάχος δοκιμίου παραμένει το ίδιο και για τη περίπτωση των επίπεδων βραζιλιανών δίσκων ίσο προς 1.1.

Το εργαστήριο Μηχανικής Πετρωμάτων του Πολυτεχνείου Κρήτης χρησιμοποιεί συστήματα του οίκου MTS, τα οποία είναι σχεδιασμένα για διάφορους τύπους δοκίμων υλικών. Για τα συστήματα αυτά, υπάρχει η δυνατότητα λειτουργίας με δυο τρόπους (Κακλής, 2003):

- Μη αυτοματοποιημένη ή τοπική λειτουργία, όπου ο έλεγχος του συστήματος γίνεται από την κονσόλα.
- Αυτοματοποιημένη ή απομακρυσμένη λειτουργία, όπου ο έλεγχος του συστήματος γίνεται κατά μεγάλο μέρος από Η/Υ συνδεδεμένο με την κονσόλα.

Στη συνέχεια περιγράφονται τα συστήματα φόρτισης, έλεγχου, μέτρησης και καταγραφής του Εργαστηρίου.

4.3.4.1 Συστήματα φόρτισης

Το Εργαστήριο Μηχανικής Πετρωμάτων διαθέτει μια συσκευή φόρτισης τύπου MTS- 815, που περιλαμβάνει τα ακόλουθα τμήματα (Κακλής, 2003):

- **Πλαίσιο φόρτισης:** Στη βάση του πλαισίου φόρτισης είναι ενσωματωμένο υδραυλικό έμβολο επιβολής δυνάμεων. Το μέγιστο φορτίο που μπορεί να επιβάλλει το έμβολο αυτό είναι ± 1600 kN (τόσο σε θλίψη όσο και σε εφελκυσμό). Η μέγιστη μετατόπιση του εμβόλου είναι 100 mm ή 1 mm από μια θέση ισορροπίας. Το έμβολο οδηγείται από υδραυλικό ενεργοποιητή ± 50 .
- **Μορφοτροπείς μέτρησης φορτίου/μετατόπισης:** Οι μορφοτροπείς αυτοί είναι ενσωματωμένοι στο έμβολο φόρτισης.
- **Άνω και κάτω πλάκες φόρτισης:** Οι πλάκες αυτές τοποθετούνται στο άνω μέρος του πλαισίου και επάνω στο έμβολο αντίστοιχα και αποτελούν τις βάσεις για την τοποθέτηση προσθέτου εξοπλισμού.
- **Ενδιάμεσες πλάκες φόρτισης:** Οι πλάκες αυτές χρησιμεύουν για να μειώσουν το άνοιγμα ανάμεσα στην άνω και κάτω πλάκα, για την περίπτωση δοκιμών μικρού ύψους.

- **Σφαιρική κεφαλή έδρασης:** Η κεφαλή αυτή στερεώνεται στην άνω πλάκα και έχει σαν σκοπό τη μεταφορά φορτίων ακόμη και σε επιφάνειες που δεν είναι απολύτως κάθετες στον άξονα φόρτισης.

Η παροχή υδραυλικής ενέργειας γίνεται μέσω μιας αντλίας συγκεκριμένου όγκου (μοντέλο 506.02F). Η αντλία αυτή εξασφαλίζει υδραυλική ενέργεια με ροή 24.2 lt/min. Το σύστημα παροχής υδραυλικής ενέργειας μπορεί να λειτουργεί είτε αυτόνομα, είτε απομακρυσμένα μέσω ειδικού συστήματος ελέγχου το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι ενσωματωμένο στη μικρό-κονσόλα ελέγχου του πλαισίου φόρτισης. Υπάρχουν δυο δυνατότητες λειτουργίας:

- Χαμηλής πίεσης (με τυπική πίεση εξόδου 150 psi η 1.03 MPa)
- Υψηλής πίεσης (με τυπική πίεση εξόδου 3000 psi η 20.68 MPa)

Οι σερβοβαλβίδες (μοντέλο MTS 252) ρυθμίζουν το ρυθμό και την κατεύθυνση της υδραυλικής ροής από και προς τον υδραυλικό ενεργοποιητή. Είναι σχεδιασμένες για χρήση με ενεργοποιητές που απαιτούν ροή 3.8-22.7 lt/min. Σε ένα υδραυλικό σύστημα κλειστού βρόγχου, οι σερβοβαλβίδες χρησιμοποιούν το σήμα ελέγχου από μια συσκευή ηλεκτρονικού ελέγχου για την λειτουργία μιας βαλβίδας. Η βαλβίδα αυτή ρυθμίζει την κίνηση του υδραυλικού ενεργοποιητή. Η σερβοβαλβίδα μετατρέπει το σήμα ελέγχου σε μια φυσική κίνηση ενός εσωτερικού πηνίου, δημιουργώντας έτσι την ελεγχόμενη κίνηση του υγρού από και προς τον ενεργοποιητή (Κακλής, 2003).

4.3.4.2 Συστήματα έλεγχου

Το σύστημα ελέγχου χρησιμοποιεί τη μικροκονσόλα τύπου MTS 458.20 για τη δημιουργία ενός ελέγχου κλειστού βρόγχου στο σερβουδραυλικό σύστημα. Τα επιπρόσθετα στοιχεία του συστήματος περιλαμβάνουν μορφοτροπείς, ενεργοποιητές, σερβοβαλβίδες, παροχή υδραυλικής πίεσης κλπ. Περιλαμβάνεται εξάλλου πολύ-λειτουργική οθόνη για τις ενδείξεις του συστήματος και τη ρύθμιση συνθηκών της δοκιμής. Επίσης, παρέχεται η δυνατότητα σύνδεσης και άλλων συσκευών, όπως παλμογράφου ή H/Y.

Συγκεκριμένα για τον προγραμματισμό / αυτοματοποίηση δοκιμών με έλεγχο δύναμης ή μετατόπισης, χρησιμοποιείται ένα από τα συστήματα επέκτασης της

μικρο-κονσόλας, η μικρο-γεννήτρια παλμών (Μ.Π). Πρόκειται για μια συσκευή παραγωγής κυματομορφών, βασισμένη σε μικροεπεξεργαστή. Η έξοδος πλήρους κλίμακας της Μ.Π είναι ± 10 Volts.

Για τον έλεγχο της συσκευής φόρτισης χρησιμοποιούνται δυο ελεγκτές:

- **Ο ελεγκτής μετατόπισης** (*AC controller*) τύπου MTS 458.13
- **Ο ελεγκτής δύναμης** (*DC controller*) τύπου MTS 458.11.

Οι ελεγκτές αυτοί είναι συστήματα επέκτασης στη μικροκονσόλα και χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο των καναλιών του σερβο-υδραυλικού συστήματος δοκιμών (Κακλής, 2003).

Οι λειτουργίες που εκτελούνται από ελεγκτές μετατόπισης / δύναμης είναι οι εξής:

- Ρύθμιση και επεξεργασία σήματος μορφοτροπέων,
- Επεξεργασία εντολών,
- Ρυθμίσεις σερβο-βρόγχου,
- Ανίχνευση σφάλματος, δηλαδή ανίχνευση απόκλισης της κατάστασης φόρτισης από την επιθυμητή,
- Ανίχνευση ανώτατου ή κατώτατου ορίου στις καταστάσεις φόρτισης / μετατόπισης.

Τα υποσυστήματα της μικρό-κονσόλας είναι μανδαλωμένα, δηλαδή σε περίπτωση αντικανονικής λειτουργίας ενός υποσυστήματος σταματά όλη η δοκιμή. Οι μανδαλώσεις της μικρό-κονσόλας χωρίζονται σε δυο κατηγορίες:

- Αυτές που διακόπτουν τη δοκιμή κάτω από προκαθορισμένες συνθήκες και λέγονται μανδαλώσεις προγράμματος.
- Αυτές που σταματούν τη δοκιμή και διακόπτουν την υδραυλική πίεση, εάν εμφανιστούν ανεπιθύμητες συνθήκες και λέγονται υδραυλικές μανδαλώσεις. Οι αιτίες που μπορούν να προκαλέσουν την ενεργοποίηση των μανδαλώσεων είναι η χαμηλή υδραυλική παροχή, η υψηλή θερμοκρασία, η υπερφόρτιση της υδραυλικής εξόδου, η υπέρβαση του ανωτέρου ή κατωτέρου ορίου δύναμης ή μετατόπισης.

Η βαθμονόμηση των ελεγκτών μετατόπισης / δύναμης γίνεται με ειδικά συστήματα ρύθμισης περιοχής (*range cartridges*), τα οποία χρησιμοποιούν κάποιο είδος

ηλεκτρικής αντιστάθμισης για την αντίστοιχη τιμή εξόδου του κάθε ελεγκτή με την κλίμακα του προσδιοριζόμενου μεγέθους.

4.3.4.3 Συστήματα μέτρησης και καταγραφής

Η μέτρηση του αξονικού φορτίου και της αξονικής μετατόπισης γίνεται μέσω γραμμικών μεταβλητών διαφορικών μορφοτροπέων (Linear Variable Differential Transducer, LVDT), που είναι ενσωματωμένοι στη βάση του εμβόλου φόρτισης από την κατασκευάστρια εταιρεία. Επίσης, η μέτρηση του φορτίου γίνεται με εξωτερικό κελί φόρτισης τύπου D-3020-1000 της εταιρείας Maywood Instruments Limited.

Η καταγραφή γίνεται μέσω H/Y που είναι εξοπλισμένος με μια πολύ-λειτουργική κάρτα αναλογικής και ψηφιακής εισόδου - εξόδου, τύπου PCL816PG της εταιρείας AdvanTech. Η κάρτα αυτή διαθέτει αναλογική είσοδο και έξοδο, όπως επίσης και ψηφιακή είσοδο και έξοδο. Έτσι υπάρχει η δυνατότητα μετατροπής αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (αναλογική είσοδος - ψηφιακή έξοδος) ή μετατροπής ψηφιακού σήματος σε αναλογικό (ψηφιακή είσοδος - αναλογική έξοδος). Η λειτουργία της κάρτας για την παρούσα σύνδεση, είναι αυτή της μετατροπής αναλογικού – ψηφιακού. Η κάρτα διαθέτει 16 κανάλια απλής αναλογικής εισόδου και η διακριτική ικανότητα είναι 16 bits. Οι επιλέξιμες περιοχές εισόδου είναι $\pm 10\text{ V}$, $\pm 5\text{ V}$, $\pm 2.5\text{ V}$, $\pm 1.25\text{ V}$, $\pm 0.625\text{ V}$, $\pm 0.3125\text{ V}$.

Η μέγιστη ταχύτητα μετατροπής ανέρχεται στα 30 kHz. Η κάρτα διαθέτει επίσης και μετρητή - χρονόμετρο (βασισμένο στον επεξεργαστή INTEL 8253). Η βασική συνδεσμολογία όλων των επιμέρους τμημάτων, που αναφέρθηκαν παραπάνω φαίνεται στο σχήμα. Η κάρτα συλλογής δεδομένων συνδέεται στον H/Y μέσω κατάλληλου διαύλου και μέσω της θύρας εισόδου – εξόδου με τους ελεγκτές μετατόπισης δύναμης. Η σύνδεση του ηλεκτρονικού υπολογιστή με την μικρο-γεννήτρια παλμών γίνεται μέσω σειριακής θύρας RS-232C. Οι μορφοτροπείς της μηχανής επικοινωνούν επίσης με τους ελεγκτές μετατόπισης - δύναμης.

4.3.5 Πειραματική Διαδικασία και Αποτελέσματα

Με βάση όσα περιγράφηκαν μέχρι τώρα, η πειραματική διαδικασία ξεκινά με την περιτύλιξη με ειδική χαρτοταινία των δοκιμών και τοποθέτηση τους ανάμεσα στις πλάκες φόρτισης που σχεδιάστηκαν ειδικά για την πειραματική διαδικασία.

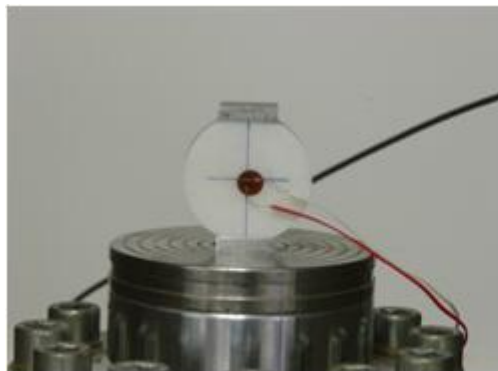
Δοκίμιο και πλάκες φόρτισης τοποθετήθηκαν μεταξύ των σφαιρικών κεφαλών έδρασης της συσκευής MTS για την διεξαγωγή της δοκιμής (Σχήμα 4.5). Το φορτίο εφαρμόστηκε ομοιόμορφα με ελεγχόμενο ρυθμό φόρτισης και η φόρτιση πραγματοποιήθηκε παράλληλα με το επίπεδο ισοτροπίας του μαρμάρου.

Τα μεγέθη που μετρήθηκαν από τη δοκιμή είναι:

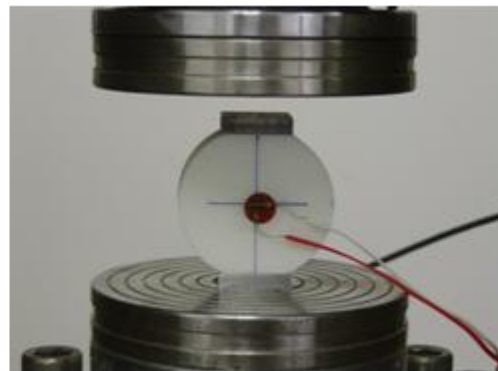
- Χρόνος (sec),
- Μετατόπιση των πλακών φόρτισης (mm),
- Φορτίο (kN) για όλα τα δοκίμια, καθώς επίσης και
- οι τροπές $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$, για τα τέσσερα αντιπροσωπευτικά δοκίμια των ομάδων (2α).

Στους πίνακες 4.3-4.7, παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα για όλα τα δοκίμια. Οι πίνακες αυτοί δίνουν πληροφορίες για:

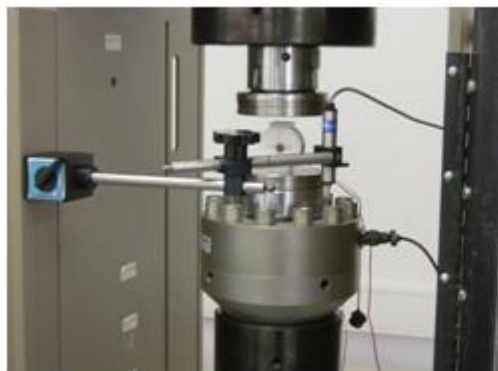
- τις διαστάσεις των δειγμάτων: D, t
- το φορτίο θραύσης των δοκιμίων: F_b
- το *λόγο K* καθώς επίσης και
- τις αντοχές σε εφελκυσμό: σ_t



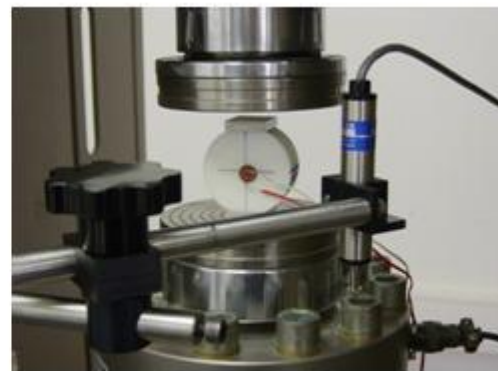
Μηχανή 1 ($2^\alpha=40^\circ$)



Μηχανή 2 ($2^\alpha=40^\circ$)



Μηχανή 3 ($2^\alpha=40^\circ$)



Μηχανή 4 ($2^\alpha=40^\circ$)

Σχήμα 4.5: Πειραματική διάταξη για το δοκίμιο που αντιστοιχεί σε γωνία φόρτισης $2^\alpha=40^\circ$

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι συνοπτικοί πίνακες

Πίνακας 4.3: Δοκίμια κλασικών βραζιλιανών δίσκων

Κλασική Βραζιλιανή Δοκιμή	Δοκίμια	D (mm)	t (mm)	F _b (kN)	K	σ _t (MPa)
	Di1-5	54.10	27.50	15.61	1.00	6.68
	Di2-4	53.95	26.90	20.77	1.00	9.11
	Di3-6	54.00	27.45	14.22	1.00	6.11
	Di4-6	54.00	27.50	17.91	1.00	7.68

Πίνακας 4.4: Δοκίμια γωνίας επαφής 2^α=20⁰

2 ^α =20 ⁰	Δοκίμια	D (mm)	t (mm)	F _b (kN)	K	σ _t (MPa)
	Di2-6	54.00	27.65	25.76	0.94	10.32
	Di3-2	54.10	27.00	13.81	0.94	5.66
	Di5-1	54.10	27.30	29.61	0.94	12.00
	Di5-6	54.10	23.60	31.87	0.94	12.77
	Di7-5	54.15	27.70	31.80	0.94	12.69

Πίνακας 4.5: Δοκίμια γωνίας επαφής 2^α=30⁰

2 ^α =30 ⁰	Δοκίμια	D (mm)	t (mm)	F _b (kN)	K	σ _t (MPa)
	D11P14	53.90	26.55	41.77	0.87	16.17
	Di2-3	54.00	26.45	30.99	0.87	12.02
	Di5-5	54.10	27.55	37.58	0.87	13.97
	Di6-1	54.10	26.85	25.50	0.87	9.72
	Di7-1	54.15	28.50	29.79	0.87	10.69
	Di8-6	54.15	27.15	26.54	0.87	10.00
	Di9-5	54.15	26.90	33.49	0.87	12.74
	Di9-6	54.10	27.55	26.54	0.87	9.86

Πίνακας 4.6: Δοκίμια γωνίας επαφής $2\alpha=40^\circ$

2α=40°	Δοκίμια	D (mm)	t (mm)	F_b (kN)	K	σ_t (MPa)
	D11P12	53.90	27.15	45.81	0.79	15.74
	D11P17	53.90	26.85	48.68	0.79	16.92
	Di1-3	54.10	27.30	40.08	0.79	13.65
	Di4-4	54.15	27.50	42.08	0.79	14.21
	Di6-4	54.15	26.90	44.85	0.79	15.48
	Di7-4	54.10	27.35	43.12	0.79	14.66
	Di8-4	54.25	27.45	42.39	0.79	14.32
	Di9-2	54.20	27.50	52.63	0.79	17.76
	Di9-4	54.20	26.80	25.09	0.79	8.69

Πίνακας 4.7: Δοκίμια γωνίας επαφής $2\alpha=50^\circ$

2α=50°	Δοκίμια	D (mm)	t (mm)	F_b (kN)	K	σ_t (MPa)
	Di1-1	54.10	27.40	47.06	0.68	13.74
	Di3-4	54.15	27.10	58.75	0.68	17.33
	Di4-2	54.25	27.20	54.84	0.68	16.09
	Di6-3	54.10	27.90	50.76	0.68	14.56
	Di7-2	54.15	27.55	44.14	0.68	12.81
	Di7-3	54.10	27.10	46.75	0.68	13.80
	Di8-2	54.15	27.30	49.10	0.68	14.38

4.4 Επεξεργασίες και Γενικά Συμπεράσματα

Μετά τη διεξαγωγή και επεξεργασία των εργαστηρίων δημιουργήθηκαν οι εξής ομάδες αποτελεσμάτων:

A) Συμπεράσματα από τα φορτία θραύσης και προσδιορισμός εργαστηριακών παραμέτρων

B) Συσχετισμοί των γωνιών επαφής (2α)

Γ) Συσχετισμοί του συντελεστή (K)

Ποιο συγκεκριμένα:

B.1) (2α) με το μέσο φορτίο θραύσης (P_{av})

B.2) $(2a)$ με το συντελεστή (K)

B.3) $(2a)$ με τη μέση αντοχή σε εφελκυσμό (T_{av})

και

Γ.1) (K) με το μέσο φορτίο θραύσης (P_{av})

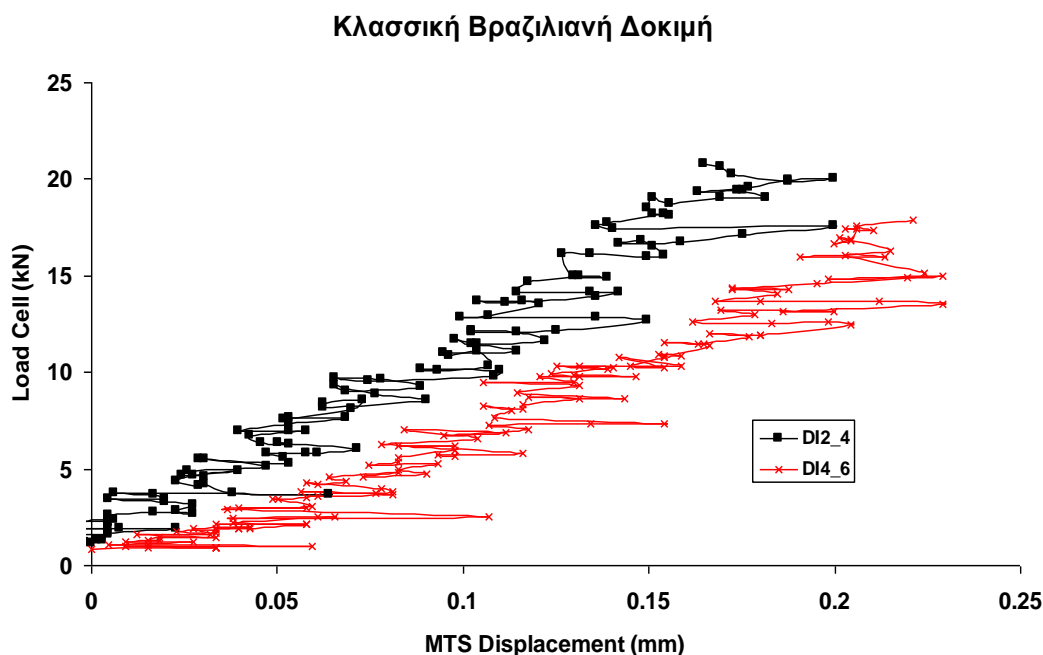
Γ.2) (K) με τη μέση αντοχή σε εφελκυσμό (T_{av})

Γ.3) Σύγκλιση συντελεστή (αριθμητικός με αναλυτικό προσδιορισμό) και έλεγχος ορίων εφαρμογής.

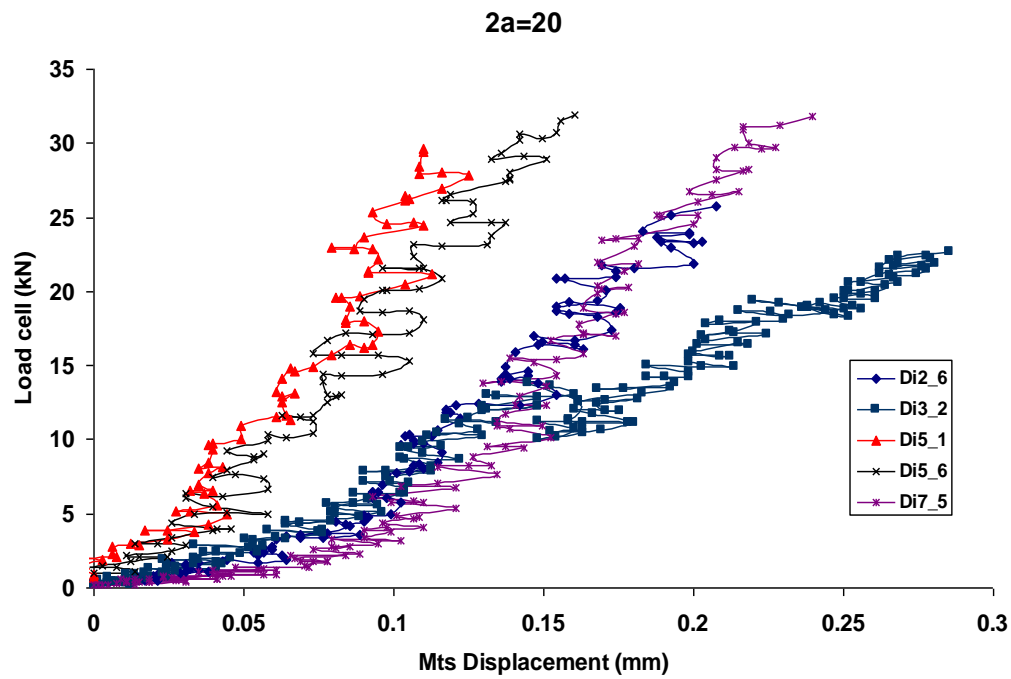
Στη συνέχεια δίνονται τα συνοπτικά γραφήματα των φορτίων θραύσης συναρτήσει των γωνιών επαφής, και για τη κλασσική Βραζιλιανή δοκιμή.

Από τα γραφήματα 4.1 έως 4.5, παρατηρείται ότι οι δοκιμές του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου αντέχουν μεγαλύτερα φορτία θραύσης παρά ότι η δοκιμή του κλασσικού βραζιλιανού

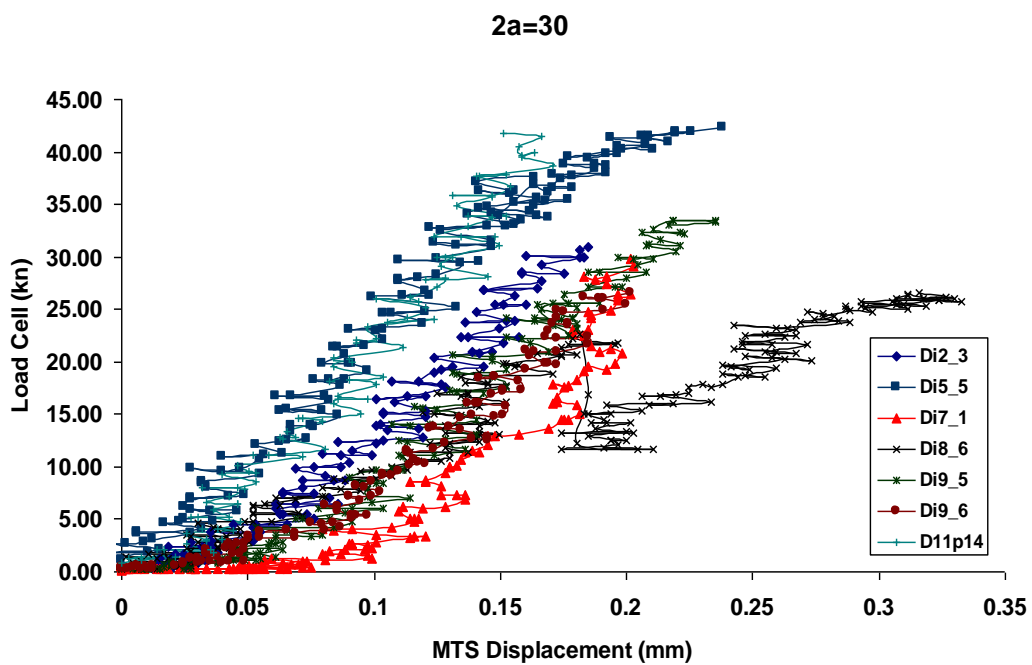
(Είναι και η κύρια αιτία που διερευνάται η μετατροπή (παραλλαγή) από τη κλασσική δοκιμή, έτσι ώστε για μεγαλύτερα φορτία να δημιουργείται η έναρξη της ρωγμής στο κέντρο του δίσκου)



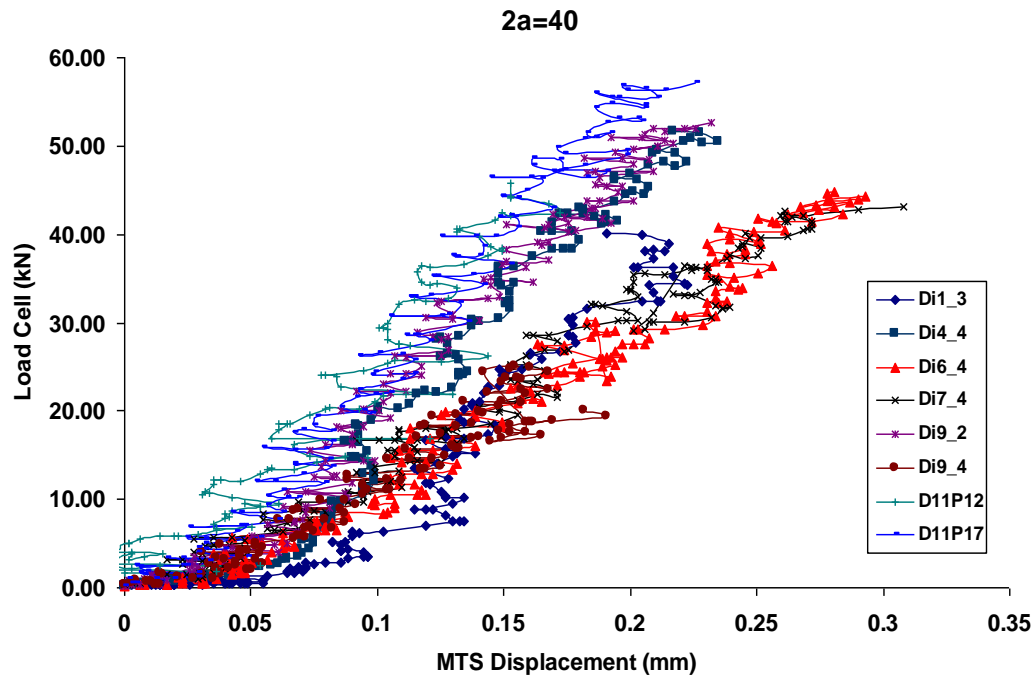
Γράφημα 4.1: Φορτία θραύσης συναρτήσει μετατόπισης για την κλασσική βραζιλιανή δοκιμή



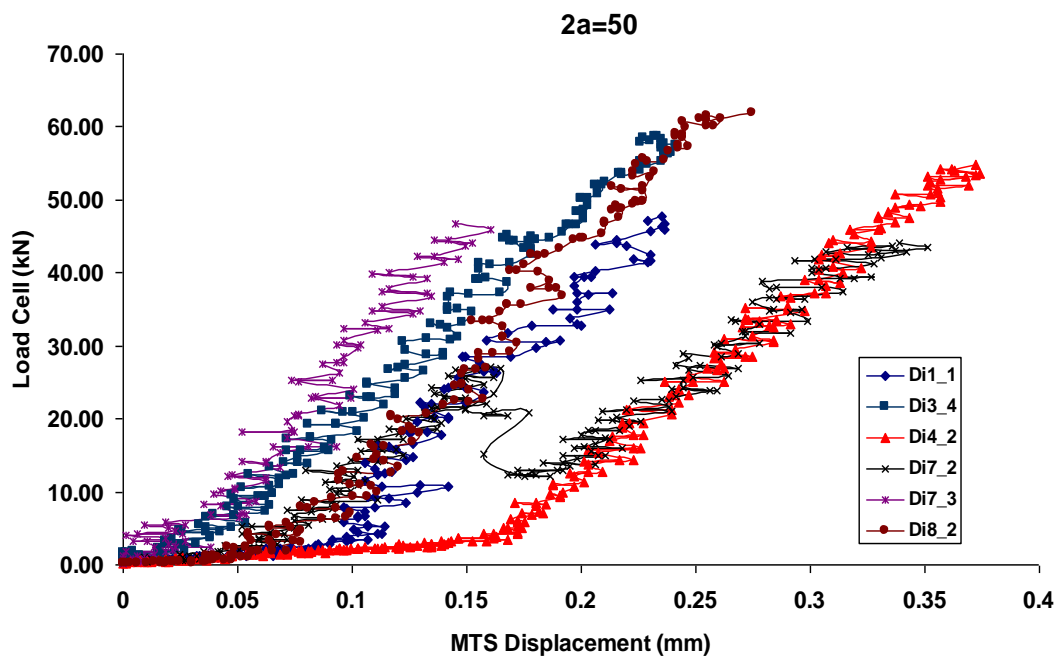
Γράφημα 4.2: Φορτία θραύσης συναρτήσει μετατόπισης για γωνίες επαφής $2\alpha=20^\circ$



Γράφημα 4.3: Φορτία θραύσης συναρτήσει μετατόπισης για γωνίες επαφής $2\alpha=30^\circ$



Γράφημα 4.4: Φορτία θραύσης συναρτήσει μετατόπισης για γωνίες επαφής $2a=40^\circ$



Γράφημα 4.5: Φορτία θραύσης συναρτήσει μετατόπισης για γωνίες επαφής $2a=50^\circ$

Γενικά η μέση τιμή του φορτίου θραύσης, P_{av} για κάθε ομάδα δοκιμίων, που λαμβάνονται από το εργαστήριο είναι οι εξής:

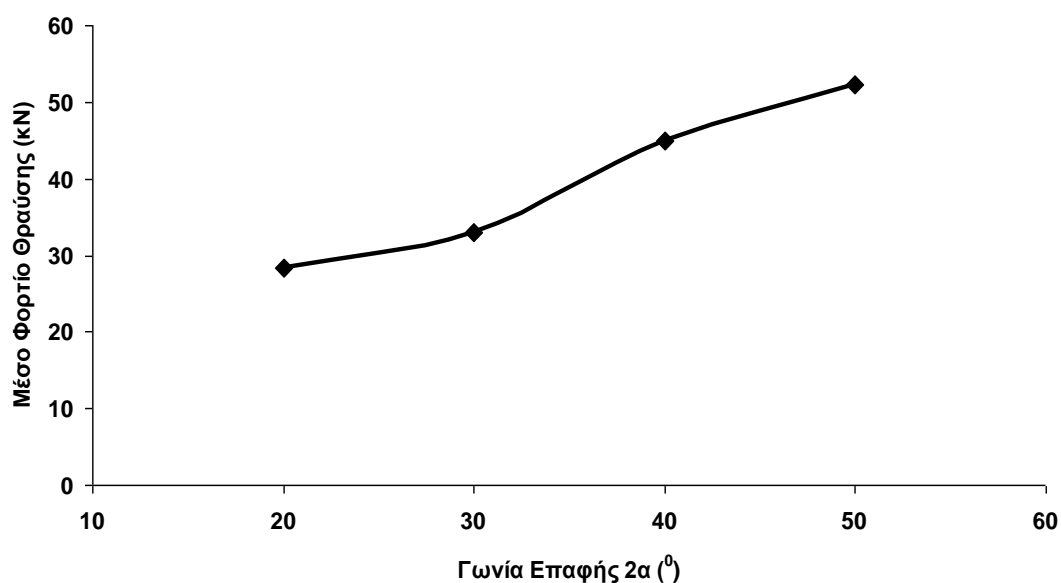
Πίνακας 4.8: Μέση τιμή φορτίου θραύσης για κάθε ομάδα δοκιμίων

Ομάδα δοκιμίων	Φορτία (P_{av}) \rightarrow kN
Κλασσική	19.34
$(2a) = 20^0$	28.34
$(2a) = 30^0$	33.06
$(2a) = 40^0$	45.03
$(2a) = 50^0$	52.23

4.4.1 Διερεύνηση γωνιών επαφής ($2a$)

Με την αύξηση της γωνίας επαφής ($2a$) αυξάνονται και τα φορτία θραύσης (P_{av}). Παρατηρώντας το γράφημα 4.6 (μέσο φορτίο θραύσης συναρτήσει γωνιών επαφής), για πολύ μικρές γωνίες επαφής ($2a$) υπάρχει γραμμικότητα αλλά για γωνίες 30^0 - 40^0 παρατηρείται απότομη μη-γραμμική μεταβολή. Για μεγάλες γωνίες επαφής, παρατηρείται σταθερή (γραμμική) αύξηση στα φορτία θραύσης (P_{av}).

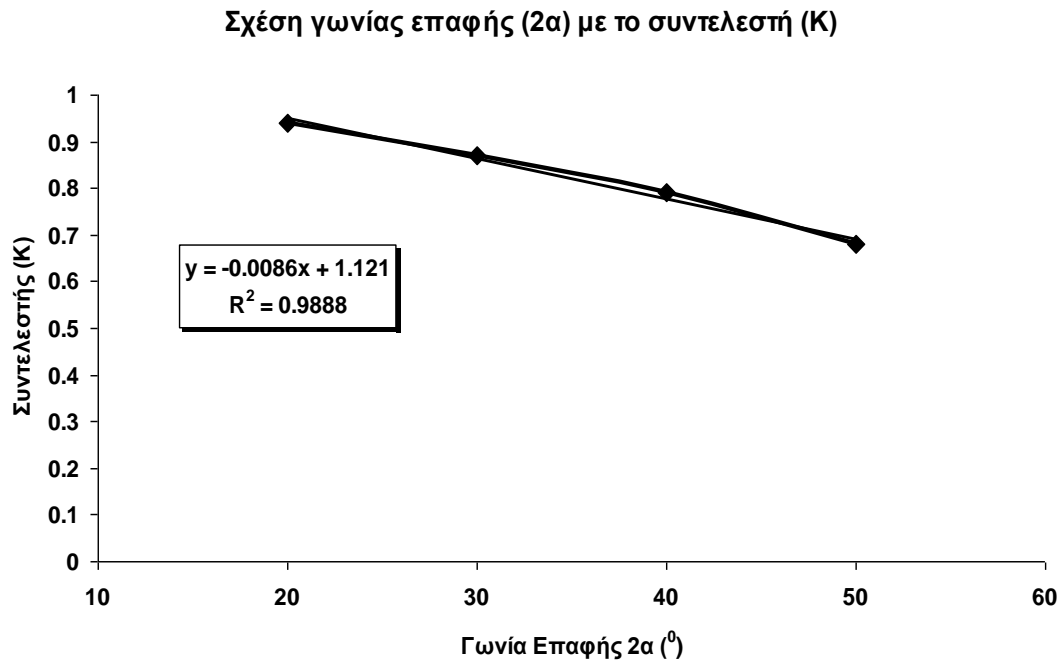
Σχέση γωνίας επαφής ($2a$) με τα Φορτία Θραύσης (P_{av})



Γράφημα 4.6: Φορτία Θραύσης συναρτήσει γωνίας επαφής

Άρα $\square (2a) \Rightarrow \square (P_{av})$ και $(2a) \propto (P_{av})$

Το γράφημα 4.7 παρουσιάζει τη συσχέτιση του συντελεστή K συναρτήσει των γωνιών επαφής $(2a)$.



Γράφημα 4.7: Συντελεστής K συναρτήσει γωνίας επαφής

Παρατηρείται μια αντιστρόφως ανάλογη, περίπου γραμμική σχέση, του συντελεστή K με τις γωνίες επαφής $(2a)$, τέτοια ώστε να ισχύει: $\square (2a) \Rightarrow \square (K)$ και $(2a) \propto \left(\frac{1}{K}\right)$. Η παρατήρηση αυτή επαληθεύεται και από τις αναλυτικές σχέσεις

$$\text{προσδιορισμού του } K, \text{ οι οποίες είναι: } \left(\sigma_T = K \frac{2P_c}{\pi Dt} \quad K = \frac{\sigma_G}{2P/\pi Dt} \right)$$

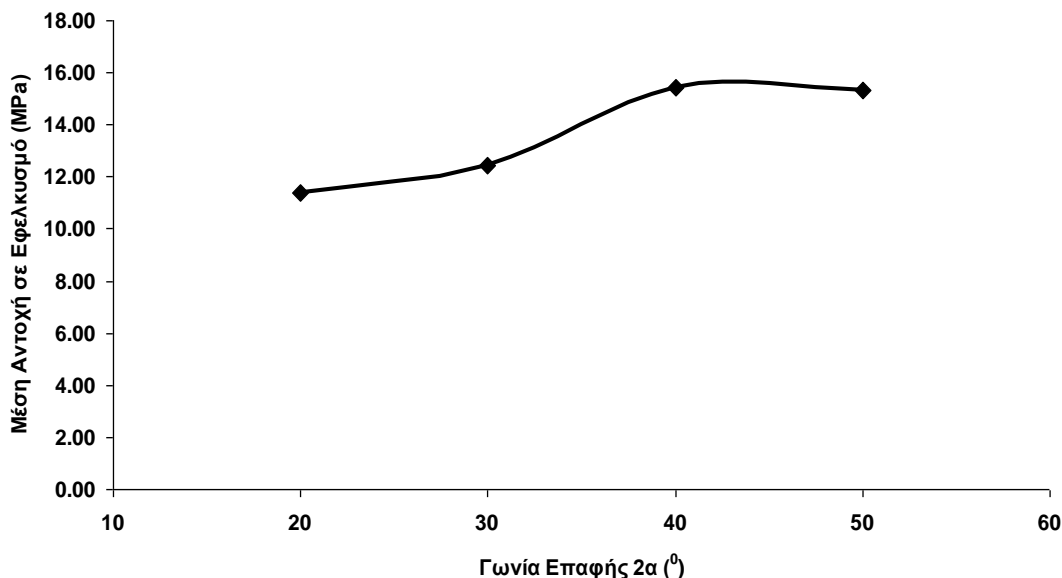
Συγκρίνοντας τις γωνίες επαφής με την αντοχή σε εφελκυσμό για την κάθε δοκιμή αντίστοιχα, παρατηρούνται τρεις διακριτοί κλάδοι συσχέτισης (γράφημα 4.8):

A) Από $(2a) = 20^\circ$ μέχρι $(2a) = 30^\circ$ ελαφρά γραμμική αύξηση.

B) Από $(2a) = 30^\circ$ μέχρι $(2a) = 40^\circ$ μη γραμμική αύξηση με σημείο καμπής περίπου στις $(2a) = 35^\circ$ και

Γ) Από $(2a) = 40^0$ μέχρι $(2a) = 50^0$ σταθερότητα.

Σχέση γωνίας επαφής $(2a)$ με την Αντοχή σε Εφελκυσμό (T_{av})



Γράφημα 4.8: Αντοχή σε εφελκυσμό συναρτήσει γωνίας επαφής

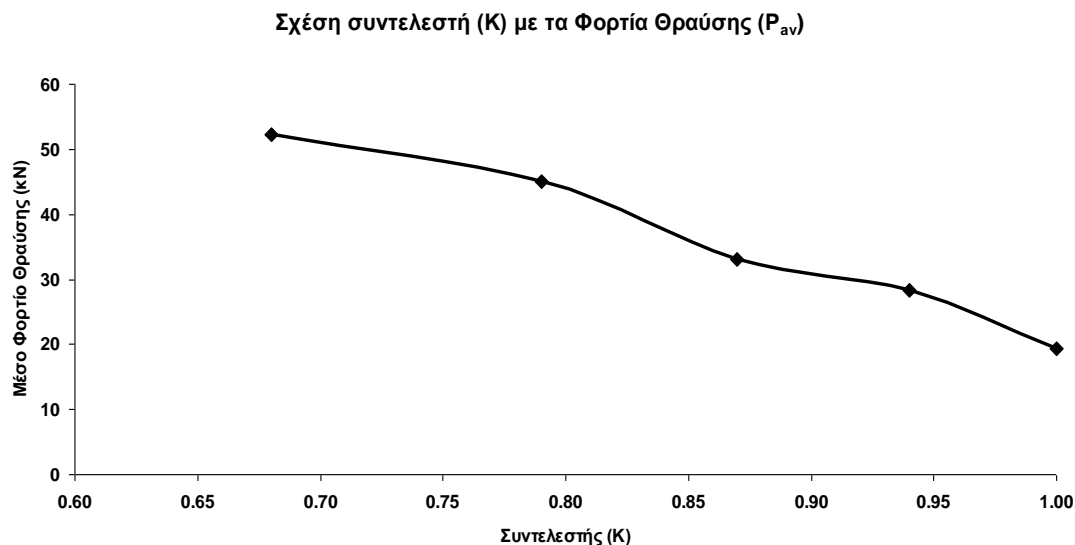
Οι μεγαλύτερες μεταβολές της αντοχής σε εφελκυσμό (T_{av}), καταδεικνύονται μεταξύ των γωνιών 30^0 και 40^0 . Η μεταβολή αυτή ανέρχεται στο 19 % ενώ για τις μικρότερες γωνίες επαφής η μεταβολή είναι πολύ πιο μικρή, της τάξης του 8.42 %

Η σταθερότητα που παρατηρείται μεταξύ των γωνιών επαφής 40^0 και 50^0 ίσως να οφείλεται στο γεγονός ότι μετά από μια κρίσιμη γωνία επαφής, οι αντοχές σε εφελκυσμό παραμένουν σταθερές διότι ενδεχομένως *το πείραμα να αλλάζει από έμμεσο εφελκυσμό σε μονοαξονική θλίψη* και άρα για μεγάλες γωνίες να μην χρειάζεται να πραγματοποιείται αυτή η δοκιμή.

4.4.2 Διερεύνηση συντελεστή K

Η συσχέτιση των φορτίων θραύσης (P_{av}) των δοκιμών και η αντοχή τους σε εφελκυσμό (T_{av}) με τον συντελεστή (K) είναι πολύ σημαντική διότι ο συντελεστής αυτός έχει καθοριστική σημασία στον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό. Οπότε

και είναι μια σημαντική παράμετρος που πρέπει να διερευνηθεί. Το γράφημα 4.9 παρουσιάζει τη σχέση του συντελεστή K με τα φορτία θραύσης.

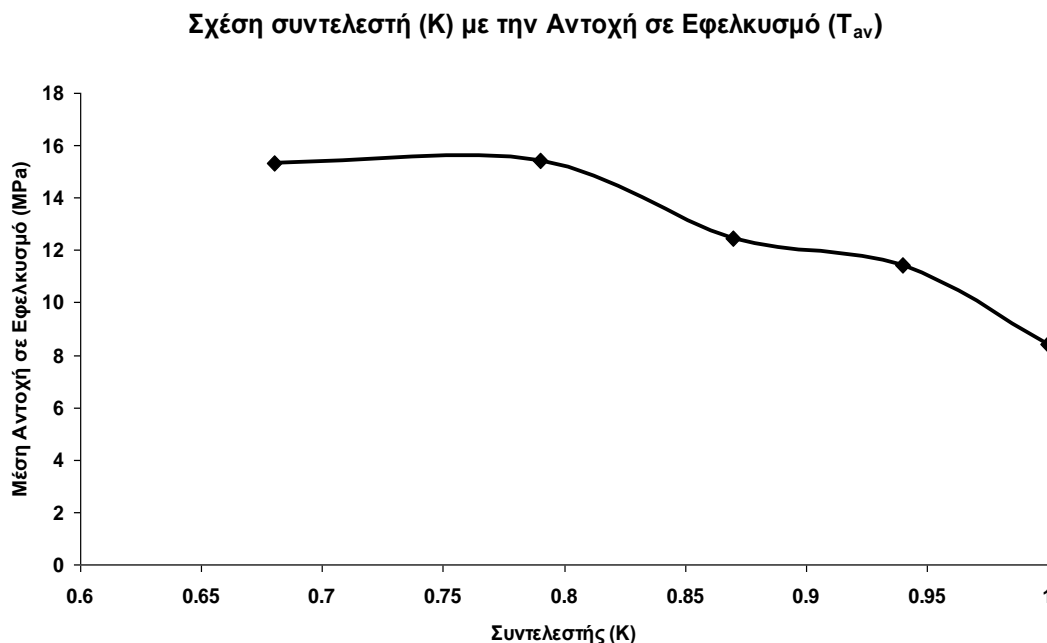


Γράφημα 4.9: Φορτία θραύσης συναρτήσει του συντελεστή K

Λαμβάνοντας υπόψη και τη δοκιμή του κλασσικού βραζιλιανού δίσκου, παρατηρείται ότι υπάρχει μια αντιστρόφως ανάλογη συσχέτιση μεταξύ των φορτίων θραύσης και του συντελεστή. Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι για $(K)=1$ αντιστοιχεί στην κλασσική βραζιλιανή δοκιμή. Επομένως ισχύει:

$$\square (P_{av}) \Rightarrow \square (K) \text{ και } (P_{av}) \propto \left(\frac{1}{K}\right).$$

Συγκρίνοντας στη συνέχεια τις αντοχές σε εφελκυσμό συναρτήσει του συντελεστή K (γράφημα 4.10), παρατηρείται ότι η κλασσική δοκιμή του βραζιλιανού δίσκου διαφοροποιείται σημαντικά από τις δοκιμές του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου. Αν με βάση την παραπάνω ανάλυση, μπορεί να θεωρηθεί ότι τα αποτελέσματα για γωνίες 40° έως 50° δεν παρουσιάζουν διαφορές λόγω αλλαγής της δοκιμής από έμμεσο εφελκυσμό σε μονοαξονική θλίψη, τότε οι αντοχές σε εφελκυσμό παρουσιάζουν 45% μειωτική τάση από $(2a)=40^\circ$ έως τη κλασσική δοκιμή.



Γράφημα 4.10: Αντοχή σε εφελκυσμό συναρτήσει συντελεστή K

Από την παραπάνω ανάλυση, κρίνεται σκόπιμο να διερευνηθεί περαιτέρω ο συντελεστής (K). Για την περίπτωση του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου, φαίνεται ότι η επιρροή του (K) είναι πολύ σημαντική για τον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό. Η διεθνής βιβλιογραφία εισηγείται δυο τρόπους για τον υπολογισμό του συντελεστή (K).

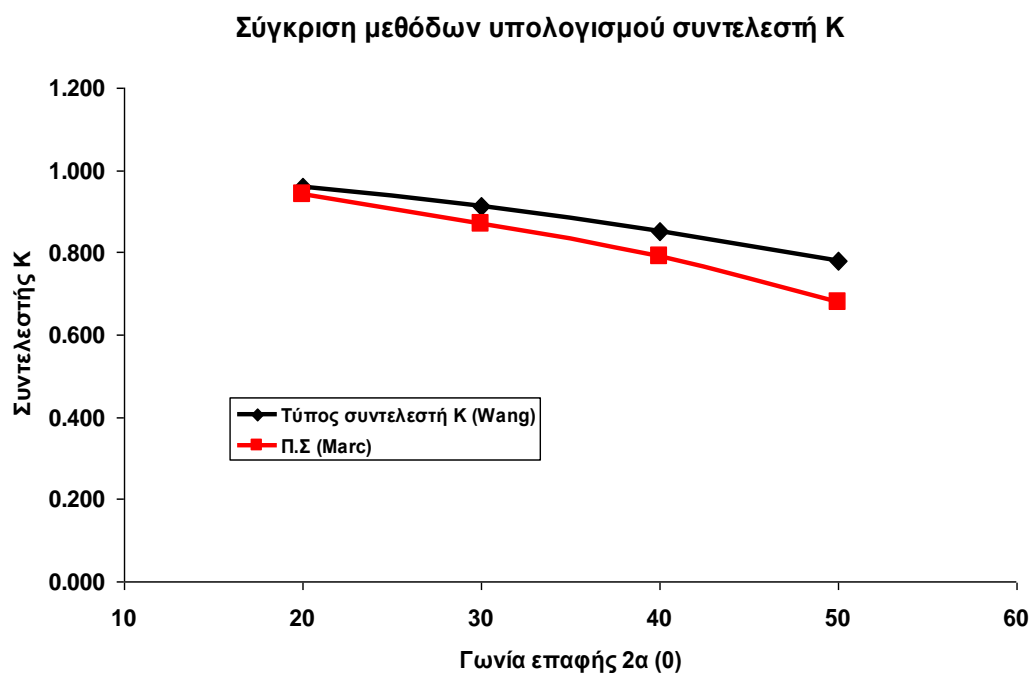
Οι Wang et.al. το 2004 υπολόγισαν αναλυτικά το (K) για την περίπτωση του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου, αλλά η λύση τους περιορίζεται για πολύ μικρές γωνίες επαφής. Στην ερευνητική εργασία τους, όσο αφορούσε τον αναλυτικό προσδιορισμό του (K), εισηγήθηκαν ότι για να ισχύει η σχέση θα πρέπει ο δίσκος να ρωγματώνεται πρώτα στο κέντρο (αναγκαία και ικανή συνθήκη). Αυτό επιτυγχάνεται για τις γωνίες $(2\alpha) = 20^\circ$ και $(2\alpha) = 30^\circ$.

Ο συντελεστής (K) μπορεί να προσδιοριστεί επίσης και από την ισοδύναμη τάση Griffith, λαμβάνοντας υπόψη το εντατικό πεδίο των κυρίων τάσεων με βάση τις

$$\text{σχέσεις} \left(\sigma_G = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{8(\sigma_1 + \sigma_3)} \quad K = \frac{\sigma_G}{2P/\pi Dt} \right). \text{ Οι τάσεις } \sigma_1 \text{ και } \sigma_3 \text{ υπολογίζονται}$$

αριθμητικά με τη βοήθεια αριθμητικών μοντέλων.

Το γράφημα 4.11, παρουσιάζει αυτή την σύγκριση, των αριθμητικών αποτελεσμάτων για τον προσδιορισμό του συντελεστή (K) με τον αναλυτικό προσδιορισμό του (K) από τους Wang et.al.

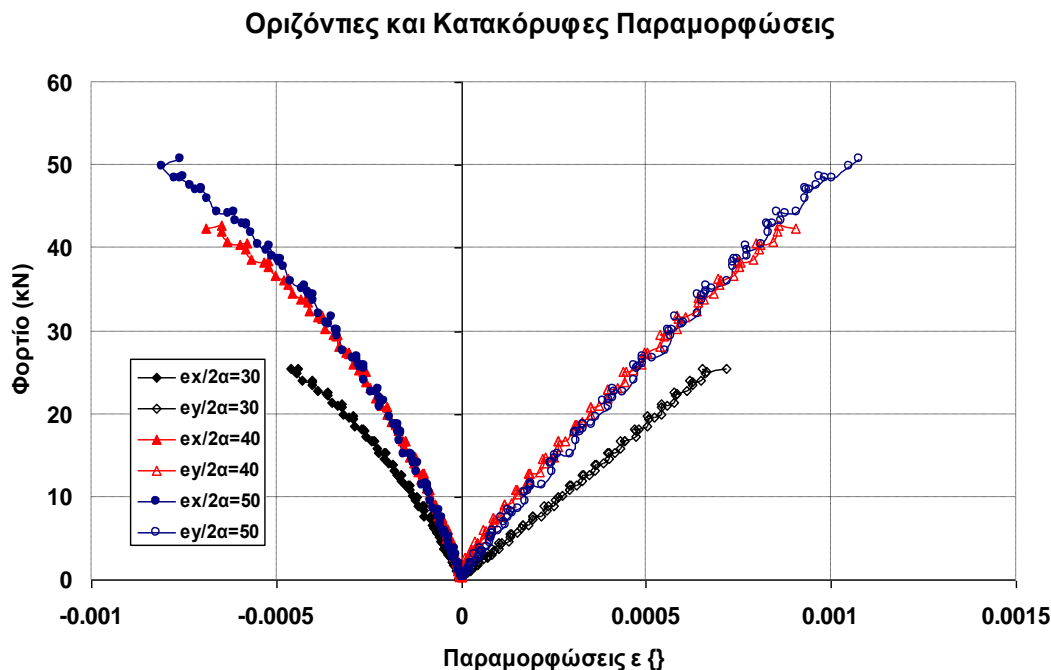


Γράφημα 4.11: Σύγκριση μεθόδων υπολογισμού του συντελεστή K

Συγκρίνοντας την αναλυτική σχέση των Wang et.al. με την αριθμητική, παρατηρείται αρκετή ομοιότητα και πολύ καλή σύγκλιση για μικρές γωνίες επαφής. Η διαφορά, δημιουργείται μετά τις 30° , όπου πλέον η παραδοχή της αναλυτικής λύσης παύει να ισχύει. Κάποιοι άλλοι παράγοντες που μπορεί να επηρεάζουν την καλύτερη σύγκλιση είναι η πύκνωση των στοιχείων κατά μήκος του κεντρικού άξονα των δοκιμίων. Όμως, με βάση το γράφημα και την γνώση των ορίων παραδοχής που βασίζεται ο αναλυτικός προσδιορισμός του (K), μπορεί να θεωρηθεί ότι οι τιμές του γραφήματος 4.11 (που είναι και οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό της αντοχής σε εφελκυσμό για τις διάφορες γωνίες επαφής) είναι σε ικανοποιητική ακρίβεια.

4.4.3 Προσδιορισμός μηχανικών παραμέτρων

Η ανάλυση των εργαστηριακών δοκιμών ολοκληρώνεται με τον προσδιορισμό των μηχανικών παραμέτρων E καθώς και το λόγο παραμορφώσεων. Το γράφημα 4.12, συγκρίνει τις οριζόντιες και κατακόρυφες παραμορφώσεις συναρτήσει των φορτίων θραύσης για τις γωνίες επαφής $(2\alpha) = 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$



Γράφημα 4.12: Σύγκριση οριζόντιων και κατακόρυφων παραμορφώσεων για διάφορες γωνίες επαφής ($2\alpha=30/40/50$)

Από το γράφημα 4.12 παρατηρείται:

A) Μια γραμμική εξάρτηση των φορτίων θραύσης και της αξονικής παραμόρφωσης (ϵ_y). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, με την αύξηση της γωνίας επαφής, αυξάνεται και το φορτίο θραύσης, παρατήρηση που είναι σύμφωνη με την θεωρία Ελαστικότητας ($\sigma = E\epsilon$), Νόμος του Hooke.

B) Όσον αφορά τις πλευρικές παραμορφώσεις (ϵ_x), παρατηρείται μια μη-γραμμική εξάρτηση των παραμορφώσεων με τα φορτία θραύσης για όλες τις γωνίες επαφής που πραγματοποιήθηκαν εργαστηριακές δοκιμές. Αυτή η παρατήρηση οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η παραδοχή του ελαστικού ομογενούς και ισότροπου μέσου δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα.

Υπολογίζοντας τους λόγους παραμορφώσεων για τις τρεις δοκιμές, οι τιμές τους δίνονται στον πίνακα 4.9.

Πίνακας 4.9: Πειραματικές τιμές λόγου παραμορφώσεων

Γωνίες επαφής (2α)	Λόγος Παραμορφώσεων
$(2\alpha) = 30^0$	0.52
$(2\alpha) = 40^0$	0.62
$(2\alpha) = 50^0$	0.53

Με βάση τις αξονικές παραμορφώσεις, είναι δυνατόν να υπολογιστεί και το μέτρο ελαστικότητας (E) των τριών δοκιμών. Συνοπτικά οι τιμές και για τα τρία δοκίμια για το μέσο μέτρο ελαστικότητας είναι μέσα στα αριθμητικά όρια $E = 82 \pm 0.7 \text{ GPa}$. Η τιμή αυτή του μέτρου ελαστικότητας **μπορεί να γίνει αποδεκτή**, διότι παρατηρείται γραμμική εξάρτηση των φορτίων με τις αξονικές παραμορφώσεις οπότε ισχύει ο νόμος του Hooke.

4.5 Μηχανισμοί Θραύσης

Για τις κλασσικές δοκιμές δίσκων, ο κύριος μηχανισμός θραύσης των δοκιμών είναι μια αξονική γραμμή (από την οποία καθορίζεται και η αντοχή σε εφελκυσμό) που ξεκινά από το κέντρο του δοκιμίου και επεκτείνεται κατά μήκος της διαμέτρου φόρτισης. Στις δοκιμές των επίπεδων βραζιλιανών δίσκων, ο μηχανισμός αυτός τροποποιείται σε μηχανισμό αστοχίας **“Τασικών ζωνών”**. Οι τασικές ζώνες μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η δημιουργία ζωνών μεγαλύτερης έντασης από το εντατικό πεδίο που δημιουργεί την αξονική γραμμή, ξεκινώντας από το κέντρο του δοκιμίου και επεκτείνονται προς τα εξωτερικά σύνορα των δοκιμών. Η διαφοροποίηση αυτή είναι εξαιτίας της αλλαγής του τύπου φόρτισης από μήκος τόξου 10^0 σε ομοιόμορφα κατανεμημένο μήκος, αντιπροσωπευτικού των γωνιών επαφής (2α). Όσο πιο μεγάλη είναι η γωνία επαφής (2α), τόσο πιο μεγάλες είναι αυτές οι τασικές ζώνες.

Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να γίνει μια σύντομη αναφορά στις παραλλαγές του μηχανισμού αστοχίας των τασικών ζωνών. Όπως έχει ήδη αναφερθεί για να θεωρείται έγκυρη μια εργαστηριακή δοκιμή, θα πρέπει η ρωγμή να ξεκινά από το κέντρο και να επεκτείνεται προς τα πάνω και κάτω όρια του δοκιμίου. Αυτό μπορεί να μεταβληθεί όταν υπάρχει αλλαγή γεωμετρίας (π.χ ένωση επίπεδου άκρου του δίσκου και του κυκλικού τομέα του δοκιμίου). Σε αυτήν την περίπτωση είναι δυνατό να παρατηρηθεί αστοχία σε αυτό το σημείο, αλλαγή γεωμετρίας, εξαιτίας της συγκέντρωσης των τάσεων, κάτω από το σημείο επιβολής του φορτίου. Αυτές οι αστοχίες είναι γνωστές σαν αστοχίες **“Τύπου Σφήνας”**. Αυτού του τύπου αστοχίες είναι ικανές να απορρίψουν σημαντικό αριθμό εργαστηριακών δοκιμών σαν μη έγκυρες εξαιτίας:

- **Συγκέντρωσης τάσεων** στο σημείο αλλαγής της γεωμετρίας του δίσκου
- Επίδρασης **δυνάμεων τριβής** κάτω από το σύστημα πλάκας φόρτισης-επίπεδου άκρου του δίσκου.

Η επίδραση των προαναφερθέντων σημαντικών παραγόντων που επηρεάζουν τις εργαστηριακές δοκιμές, επιβάλλουν την περαιτέρω μελέτη τους και για το λόγο αυτό μελετήθηκαν σε θεωρητικό επίπεδο οι παράγοντες αυτοί, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων λαμβάνοντας υπόψη τις δυνάμεις τριβής (Κεφάλαιο 5).

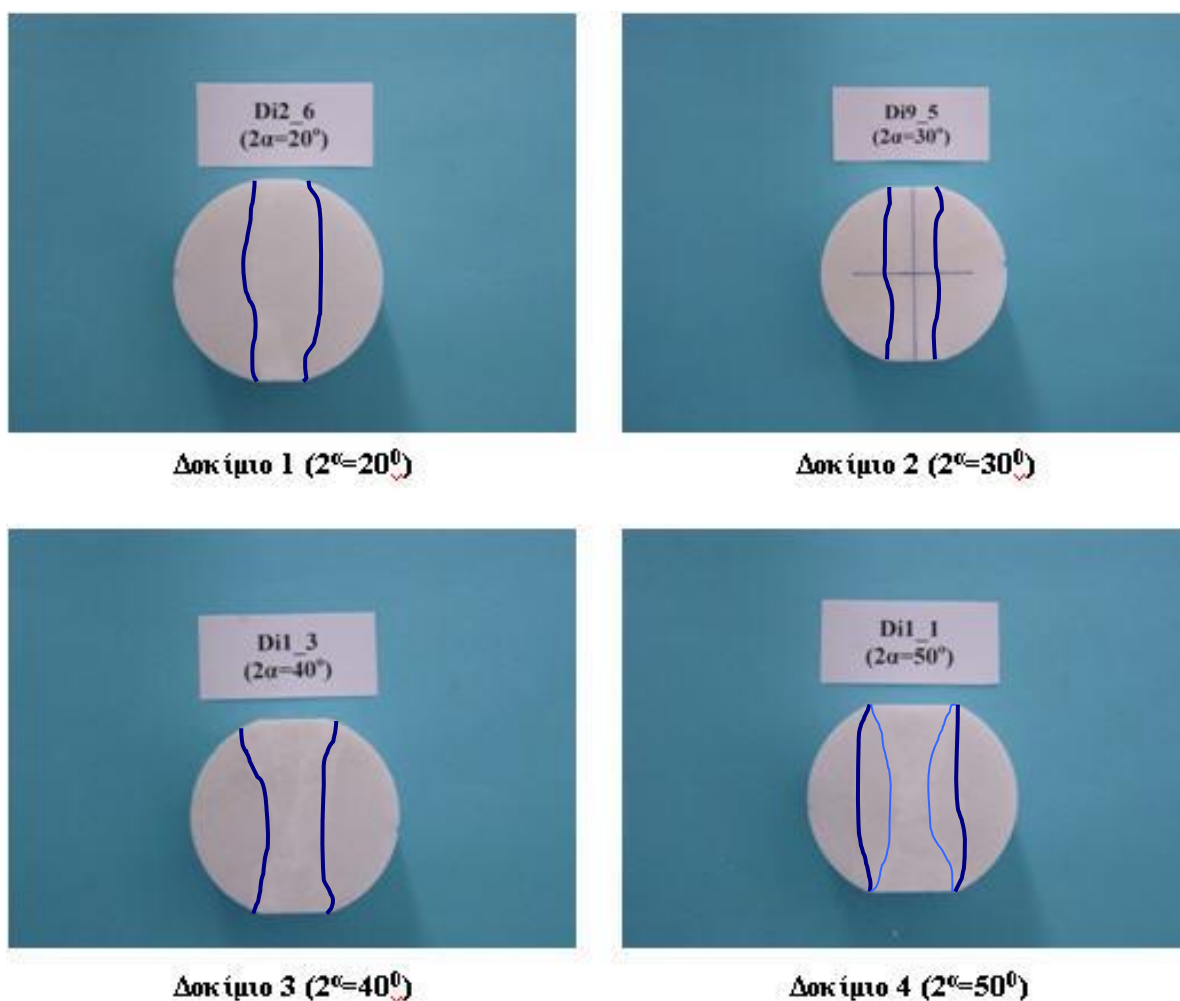
Με βάση όλα όσα έχουν αναφερθεί, κατά τις εργαστηριακές δοκιμές και με βάση την οπτική παρατήρηση, συνοψίζονται τα εξής συμπεράσματα:

- Για τα δοκίμια με γωνίες επαφής $2\alpha=20^0$, παρατηρούνται και οι δυο τύποι αστοχίας (τύπου σφήνας και τύπου τασικές ζώνες) με ομοιόμορφη συχνότητα. Δεν μπορεί να διεξαχθεί συμπέρασμα, διότι πιθανόν να οφείλεται στην κακή παρασκευή των δοκιμίων λόγω του μικρού εύρους της συγκεκριμένης γωνίας επαφής.
- Για τα δοκίμια με γωνίες επαφής $2\alpha=30^0$ παρατηρείται ότι η αστοχία τύπου σφήνας επικρατεί σχεδόν σε όλα τα δοκίμια. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι για μικρές γωνίες επαφής, το φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων στα σημεία αλλαγής της γεωμετρίας κυριαρχεί έναντι των δυνάμεων επαφής που ευθύνονται για τις τασικές ζώνες.
- Για τα δοκίμια με γωνίες επαφής $2\alpha=40^0$, η αστοχία τύπου τασικών ζωνών επικρατεί σχεδόν σε όλα τα δοκίμια. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι οι γωνίες επαφής έχουν μεγαλώσει και το φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων στα σημεία

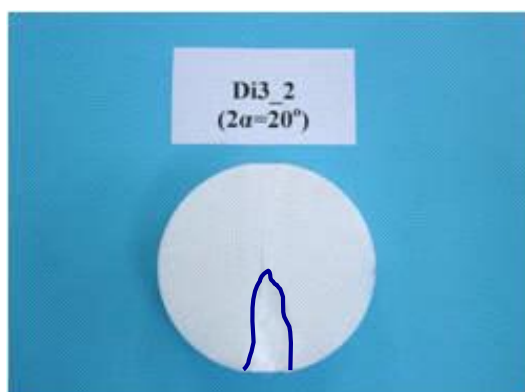
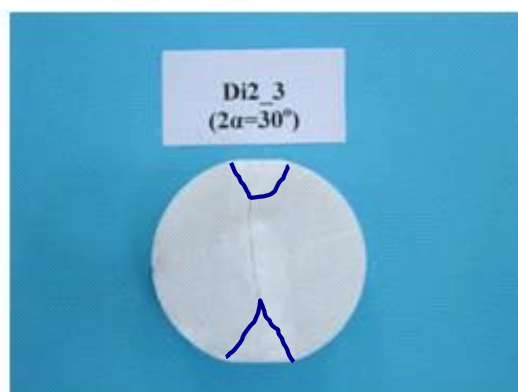
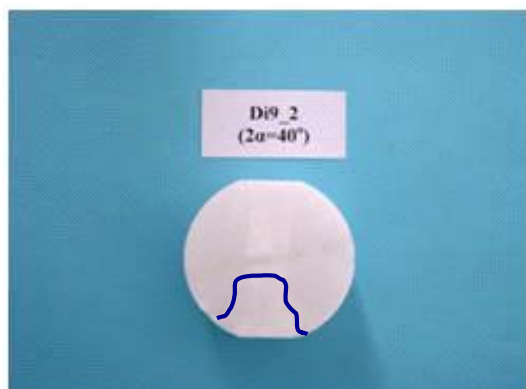
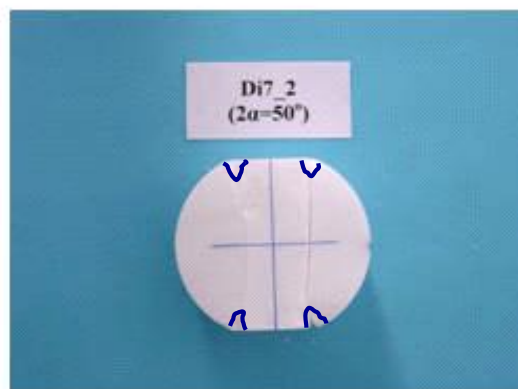
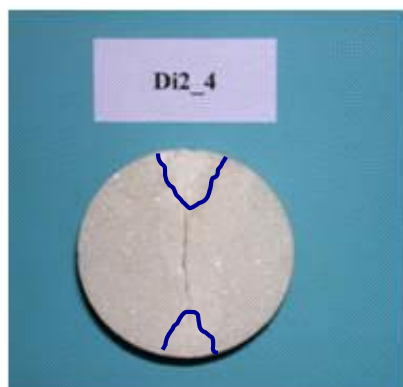
αλλαγής της γεωμετρίας τείνει να είναι μικρότερης έντασης από το φαινόμενο των δυνάμεων επαφής που ευθύνονται για τις τασικές ζώνες.

- Για τα δοκίμια με γωνίες επαφής $2\alpha=50^\circ$ παρατηρείται ότι υπάρχουν συνδυασμένοι και οι δυο τύποι αστοχίας σχεδόν σε όλα τα δοκίμια. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι οι γωνίες επαφής έχουν μεγαλώσει πάρα πολύ και το φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων στα σημεία αλλαγής της γεωμετρίας αποκτά ξεχωριστή σημαντικότητα, δημιουργώντας μικρές τοπικές αστοχίες. Οι δυνάμεις επαφής εξαιτίας της μεγάλης επιφάνειας είναι μεν σημαντικές (δημιουργούν τις τασικές ζώνες) αλλά επιτρέπουν και το φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων να είναι σημαντικό.

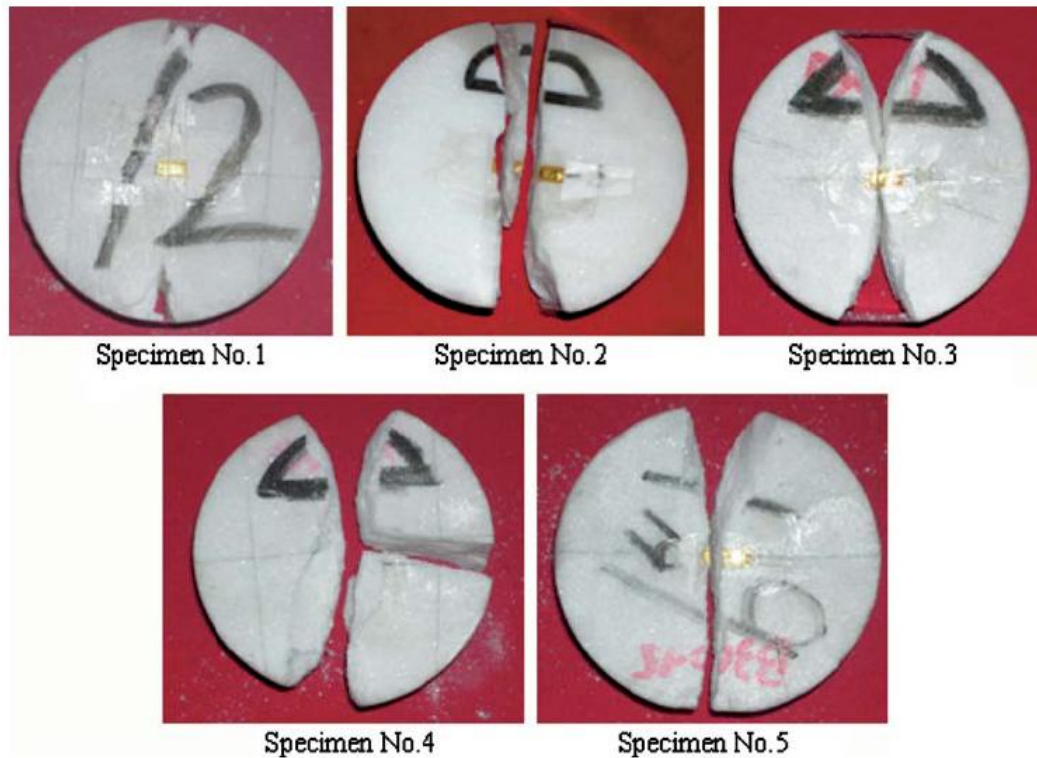
Τα σχήματα 4.6 και 4.7 παρουσιάζουν τους τύπους αστοχίας που έχουν αναφερθεί.



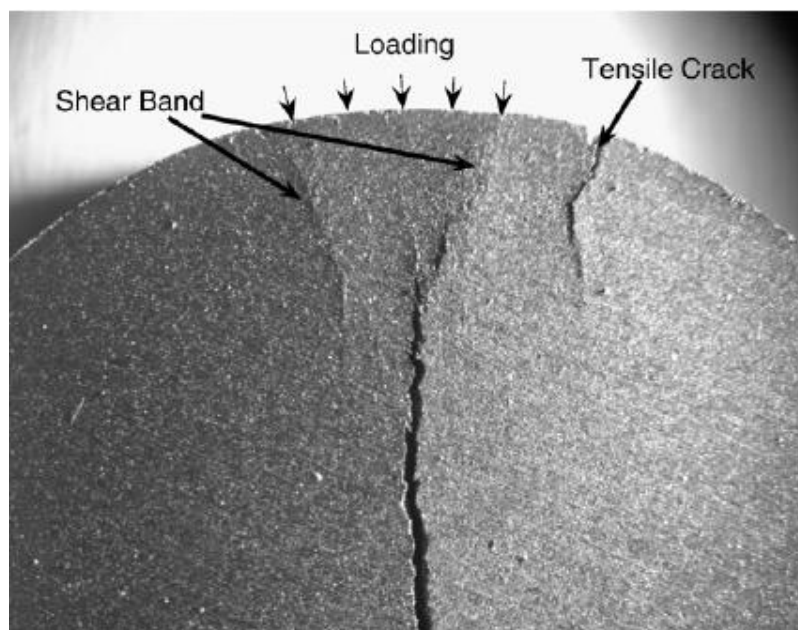
Σχήμα 4.6: Αστοχίες τύπου τασικών ζωνών

**Δοκίμιο 1 ($2\alpha=20^\circ$)****Δοκίμιο 2 ($2\alpha=30^\circ$)****Δοκίμιο 3 ($2\alpha=40^\circ$)****Δοκίμιο 4 ($2\alpha=50^\circ$)****Δοκίμιο 5 (Κλαστικός βραζιλιανός)****Σχήμα 4.7: Αστοχίες τύπου σφήνας**

Ολοκληρώνοντας την ανάλυση των μηχανισμών θραύσης, αξίζει να σημειωθεί ότι τις αστοχίες τύπου σφήνας, που οφείλονται ουσιαστικά σε ζώνες διάτμησης κάτω από το σύστημα πλάκας φόρτισης-δοκιμίου, τόσο σε επίπεδους όσο και σε κλασσικούς δίσκους, με διαφορετικές ιδιότητες παρατήρησαν οι (Wang et.al., 2006) και (Jonsen et. al., 2007), όπως φαίνεται και στα σχήματα 4.8 και 4.9 αντίστοιχα:



Σχήμα 4.8: Αστοχίες τύπου σφήνας (Wang et.al., 2006)



Σχήμα 4.9: Αστοχίες τύπου σφήνας (Jonsen et. al., 2007)

5 Αριθμητική Προσομοίωση Επίπεδων Βραζιλιανών Δίσκων

5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την αριθμητική επίλυση των επίπεδων βραζιλιανών δίσκων με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η προσομοίωση των δοκιμών πραγματοποιήθηκε σε δυο διαστάσεις στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων MSC. Marc-Mentat 2000. Η μοντελοποίηση γίνεται σε δυο ομάδες μοντέλων ως εξής:

A) Απευθείας επιβολή συνοριακών συνθηκών επάνω στους επίπεδους βραζιλιανούς δίσκους για σκοπούς διερεύνησης των κατανομών των εφαπτομενικών και ακτινικών τάσεων έτσι ώστε να επαληθευτούν οι υποθέσεις που έγιναν στην εργαστηριακή ανάλυση όσον αφορά τους μηχανισμούς θραύσης.

B) Μοντελοποίηση και της πλάκας φόρτισης μαζί με τα δοκίμια για σκοπούς διερεύνησης της σημαντικότητας των δυνάμεων επαφής και την επίδραση τους στην αστοχία των δοκιμίων.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η προσομοίωση της δοκιμής του έμμεσου εφελκυσμού με επίπεδους βραζιλιανούς δίσκους. Ο έλεγχος σύγκλισης της αριθμητικής μεθόδου με αναλυτική λύση όσον αφορά τις κατανομές του εντατικού πεδίου δεν μπορεί να γίνει διότι δεν υπάρχει διαθέσιμη αναλυτική λύση εντατικού πεδίου για επίπεδους βραζιλιανούς δίσκους. Επιπλέον, αυτός είναι και ο κύριος λόγος που χρησιμοποιείται η αριθμητική μέθοδος για να προσδιοριστεί το εντατικό πεδίο εντός των επίπεδων βραζιλιανών δίσκων και να εφαρμοστεί το κριτήριο αστοχίας του Griffith, το οποίο κρίνεται κατάλληλο για τη διερεύνηση της συνθήκης έναρξης της ρωγμής στο κέντρο των δίσκων.

Για την αριθμητική επίλυση όπως έχει ήδη αναφερθεί, πραγματοποιείται μια παραμετρική διερεύνηση και χωρίζεται σε δυο μέρη ως εξής:

A) Επίλυση χωρίς πλάκα φόρτισης με απευθείας επιβολή των συνοριακών συνθηκών επί των δίσκων για τις γωνίες επαφής ($2\alpha = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 19^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$),

B) Επίλυση με πλάκα φόρτισης για τη διερεύνηση της επίδρασης των δυνάμεων επαφής για τις γωνίες επαφής ($2\alpha = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 19^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$).

Τα αποτελέσματα όμως για σκοπούς απλοποίησης, παρουσιάζονται ενοποιημένα. Η επίλυση έγινε με στοιχεία χαμηλής τάξης (4 node quadrilaterals) και για την καλύτερη διακριτοποίηση του συνεχούς μέσου και φυσικού προβλήματος, πραγματοποιήθηκε πύκνωση στον κεντρικό κατακόρυφο άξονα. Έτσι η μεταβολή στην κατανομή των μεγεθών είναι δυνατό να αναπτύσσεται καλύτερα μιας και δεν υπάρχει διαθέσιμη αναλυτική λύση κλειστής μορφής για να γίνει έλεγχος σύγκλισης.

Για την προσομοίωση της διεπιφάνειας μεταξύ των πλακών επαφής και των δίσκων χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία επαφής (contact elements). Εξαιτίας της συμμετρίας του προβλήματος λήφθηκε υπόψη η άνω μισή συμμετρία και όχι άνω τεταρτημορίου γιατί κρίθηκε σκόπιμο να μελετηθεί πλήρως η ανάπτυξη του εντατικού πεδίου, καθώς επίσης και η πιθανή αλληλεπίδραση των φαινομένων που παρατηρήθηκαν στις εργαστηριακές δοκιμές. Τα υλικά προσομοιώθηκαν στις δυο διαστάσεις σαν γραμμικά ελαστικά και ισότροπα.

5.2 Σύντομη Περιγραφή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων

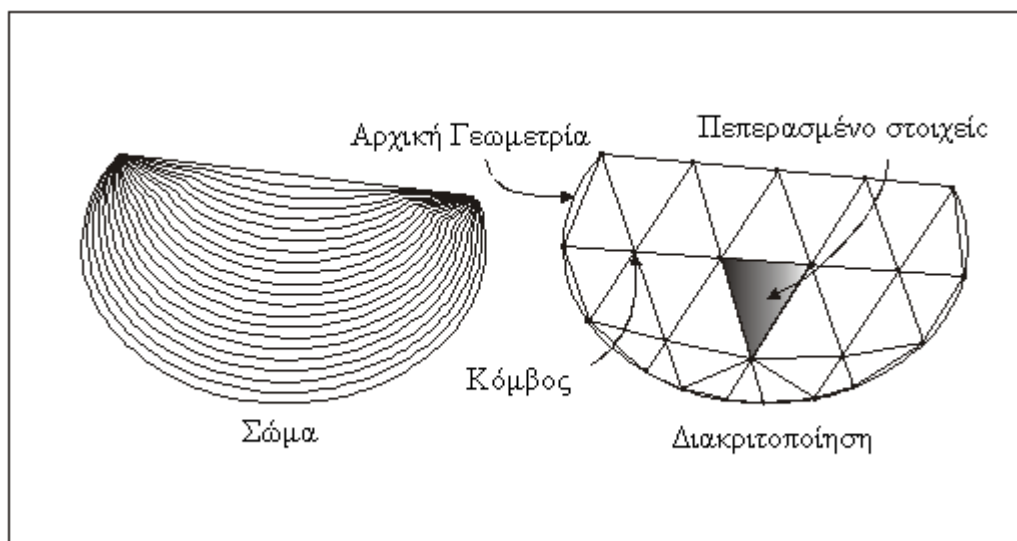
Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια σχετικά νέα τεχνική η οποία πρωτοεμφανίστηκε τη δεκαετία του 1950. Από τότε βρίσκεται σε συνεχή εξέλιξη αφού η μέθοδος συνδέεται με την ραγδαία εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Σήμερα αποτελεί ένα αρκετά περίπλοκο εργαλείο επίλυσης προβλημάτων σε πολλούς θεωρητικούς και εφαρμοσμένους επιστημονικούς τομείς (Fagan, 1992).

Η ευρύτατη χρήση της μεθόδου από τους μηχανικούς και τους επιστήμονες βασίζεται στην ικανότητα των πεπερασμένων στοιχείων να περιγράφουν και να αναλύουν προβλήματα που είναι εξαιρετικά πολύπλοκα και πολλές φορές, αδύνατο να επιλυθούν αναλυτικά. Η αναλυτική επίλυση ενός προβλήματος βασίζεται στην ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου το οποίο μπορεί να αποδώσει τις ζητούμενες μεταβλητές σε οποιοδήποτε σημείο του υπό ανάλυση σώματος. Δυστυχώς η επίλυση αυτή μπορεί να γίνει μόνο για ορισμένα υπεραπλουστευμένα μοντέλα. Προβλήματα που αφορούν περίπλοκη γεωμετρία, ιδιότητες και συνοριακές συνθήκες είναι αδύνατον να επιλυθούν με αναλυτικές μεθόδους. Σε αυτήν τη περίπτωση οι αναλυτές

πρέπει να καταφύγουν στην χρήση αριθμητικών μεθόδων μία εκ των οποίων είναι και αυτή των πεπερασμένων στοιχείων (Αγιουτάντης, 2002).

5.2.1 Βασικές αρχές μοντελοποίησης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Οι βασικές αρχές που διέπουν την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι ιδιαίτερα περίπλοκες. Για να γίνει κατανοητή η μέθοδος, ας υποθεθεί ότι υπάρχει ένα σώμα στο οποίο ζητείται να βρεθεί η κατανομή μίας άγνωστης μεταβλητής όπως η μετατόπιση. Αρχικά το σώμα διαιρείται σε σύνολο μικρότερων γεωμετρικών μορφών γνωστών ως «στοιχεία» (**elements**). Τα στοιχεία αυτά θεωρούνται συνδεδεμένα μεταξύ τους σε συγκεκριμένα σημεία τα οποία ονομάζονται «κόμβοι» (**nodes**). Η διαδικασία του διαμερισμού του σώματος σε μικρότερα στοιχεία ονομάζεται διακριτοποίηση (Fagan, 1992).



Σχήμα 5.1: Διακριτοποίηση σώματος (Fagan, 1992)

Ανάλογα με τον αριθμό και το είδος των στοιχείων που έχουν επιλεγεί να περιγράψουν το σώμα, η ζητούμενη άγνωστη μεταβλητή θεωρείται ότι επιδρά σε κάθε στοιχείο με κάποιο προκαθορισμένο τρόπο. Τελικά η κατανομή της άγνωστης μεταβλητής δια μέσου του σώματος προσεγγίζεται ικανοποιητικά εάν το σώμα έχει διακριτοποιηθεί σωστά (βλέπε σχήμα 5.1). Η κατανομή των μεταβλητών σε κάθε στοιχείο ορίζεται από μαθηματικές σχέσεις όπως είναι οι τριγωνομετρικές και οι πολωνυμικές συναρτήσεις. Οι πολωνυμικές χρησιμοποιούνται περισσότερο γιατί

είναι απλός και εύχρηστος ο μαθηματικός τους χειρισμός και μπορούν να αποδώσουν με αρκετή ακρίβεια τις μετατοπίσεις των κόμβων (Fagan, 1992).

Μετά από την διαδικασία της διακριτοποίησης, υπολογίζονται οι εξισώσεις ισορροπίας που διέπουν το κάθε στοιχείο με βάση τη μέθοδο των μετατοπίσεων όπου και σχηματίζεται ένα σύστημα εξισώσεων. Το σύστημα αυτό περιγράφει τη συμπεριφορά όλων των στοιχείων του σώματος και κατά συνέπεια όλο το σώμα. Το σύστημα αυτών των εξισώσεων έχει την γενική μορφή:

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\} \quad (5.1)$$

όπου $[K]$ είναι ένας τετραγωνικός πίνακας, (μητρώο ακαμψίας) του σώματος, $\{U\}$ είναι το διάνυσμα των αγνώστων μετατοπίσεων στους κόμβους και $\{F\}$ είναι το διάνυσμα που περιγράφει τις δυνάμεις που ασκούνται στους κόμβους.

Επιλύοντας την εξίσωση (5.1) ως προς το διάνυσμα των μετατοπίσεων θα προκύψουν οι τιμές των αγνώστων μεταβλητών. Πριν όμως πραγματοποιηθεί η αναστροφή του μητρώου ακαμψίας και η επίλυση της εξίσωσης, πρέπει να οριστούν οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόζονται στο σώμα.

Σε προβλήματα τάσεων, η εφαρμογή συνοριακών συνθηκών εμποδίζει το σώμα να συμπεριφέρεται σαν στερεό οπότε και να μετατοπίζεται κατά την εφαρμογή δυνάμεων. Η λύση της εξίσωσης (5.1) δεν είναι μια απλή διαδικασία. Η δυσκολία συναντάται στον μεγάλο αριθμό εξισώσεων που χρειάζονται για να περιγράψουν τον μεγάλο αριθμό κόμβων. Για παράδειγμα κάποια σώματα για να περιγραφούν σωστά χρειάζονται αρκετές χιλιάδες εξισώσεις. Είναι κατανοητό ότι η αναστροφή του μητρώου ακαμψίας δεν είναι εύκολη διαδικασία. Τα τελευταία χρόνια με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και τη δημιουργία ειδικών μαθηματικών μεθόδων έχει γίνει εφικτή η επίλυση αυτών των εξισώσεων σε ικανοποιητικά χρονικά όρια (Fagan 1992).

Από την στιγμή που θα λυθεί η εξίσωση (5.1) και θα βρεθούν οι άγνωστες μετατοπίσεις για κάθε κόμβο, είναι εύκολος ο υπολογισμός των παραμορφώσεων και των τάσεων στα στοιχεία. Από την εύρεση των αγνώστων μετατοπίσεων γίνεται ο υπολογισμός των παραμορφώσεων και των τάσεων σε όλο το σώμα (Fagan, 1992).

5.2.2 Διαδικασία μοντελοποίησης

Η διαδικασία που ακολουθείται σε μία ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων σε κάποιο λογισμικό πακέτο αποτελείται από τρία στάδια.

- Την **προ-επεξεργασία (pre-processing)** η οποία αποτελεί το βασικότερο μέρος ορισμού από το χρήστη των παραμέτρων της ανάλυσης. Σε αυτό το στάδιο γίνεται η διακριτοποίηση και η δημιουργία του προς ανάλυση μοντέλου. Εισάγονται οι εξισώσεις που διέπουν τους κόμβους, με την κατάλληλη επιλογή των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν (τριγωνικά, τετραγωνικά). Τέλος εισάγονται τα χαρακτηριστικά των υλικών και οι συνοριακές συνθήκες.
- Την **επεξεργασία (processing)** που αποτελεί το καθαρά μαθηματικό μέρος της μεθόδου και κατά κύριο λόγο εκτελείται από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή με τη βοήθεια του λογισμικού. Σε αυτό το στάδιο πραγματοποιείται ο υπολογισμός των μητρώων και των διανυσμάτων κάθε στοιχείου ξεχωριστά. Στη συνέχεια πραγματοποιείται η σύνδεση των επί μέρους πινάκων και διανυσμάτων ώστε να δημιουργηθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν όλο το προς ανάλυση μοντέλο. Από τις εξισώσεις αυτές, δημιουργείται το μητρώο ακαμψίας και τα διανύσματα όλου του μοντέλου. Σε αυτά εισάγονται και οι συνοριακές συνθήκες που επιδρούν στο μοντέλο. Στο τελευταίο μέρος αυτού σταδίου πραγματοποιείται η επίλυση των εξισώσεων και η εύρεση των αγνώστων μεταβλητών στους κόμβους.
- Την **μετά-επεξεργασία (post-processing)** όπου λαμβάνει χώρα η επεξεργασία των αποτελεσμάτων για να παρασταθούν στο μοντέλο οι τάσεις και οι παραμορφώσεις. Συνήθως αυτές, εκτός από τις αριθμητικές τους τιμές, μπορούν να παρασταθούν και γραφικά ώστε να είναι καλύτερα κατανοητές από τον μελετητή.

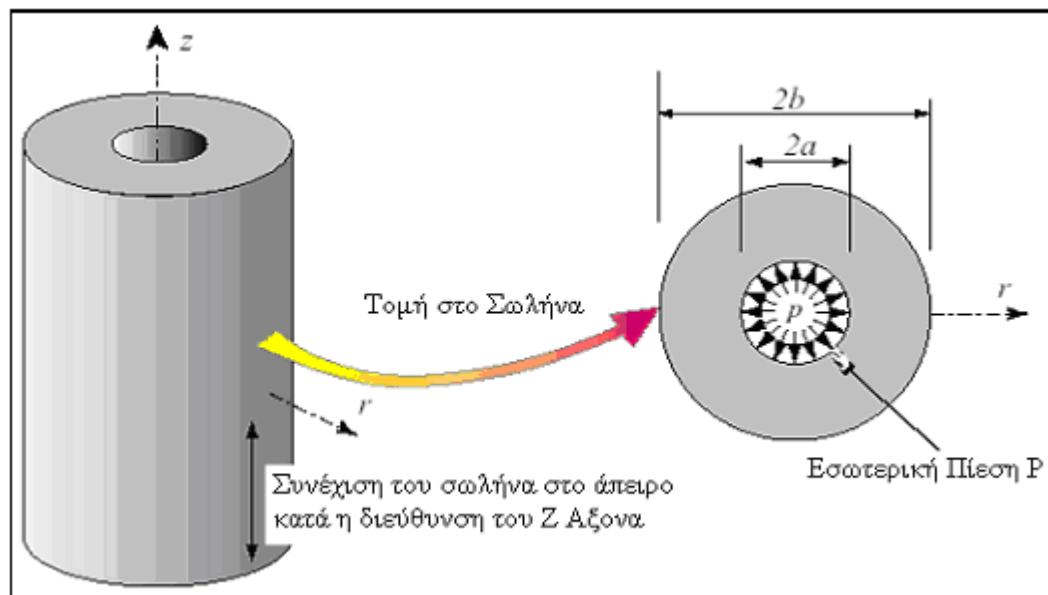
5.2.2.1 Διακριτοποίηση

Η διακριτοποίηση αποτελεί το πρώτο βήμα στην διαδικασία ανάλυσης με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων αφού είναι γνωστή η προς ανάλυση γεωμετρία. Σκοπός της διακριτοποίησης είναι ο διαμερισμός του υπό εξέταση σώματος σε μικρότερα στοιχεία με τέτοιο τρόπο, ώστε η άγνωστη μεταβλητή να εκπροσωπείται με ικανοποιητικό τρόπο δια μέσου του σώματος.

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στην διαδικασία της διακριτοποίησης ώστε το μοντέλο που θα δημιουργηθεί να προσφέρει όσο το δυνατόν καλύτερη ακρίβεια στον μικρότερο δυνατό χρόνο, δηλαδή, οικονομία πεπερασμένων στοιχείων άρα και χρόνου ανάλυσης. Η απαλοιφή του προβλήματος αυτού (του χρόνου επίλυσης) μπορεί να επιτευχθεί από τη χρήση απλοποιημένης γεωμετρίας και την παρουσία συμμετρίας μέσα στο μοντέλο. (Σχήματα 5.2 και 5.3).

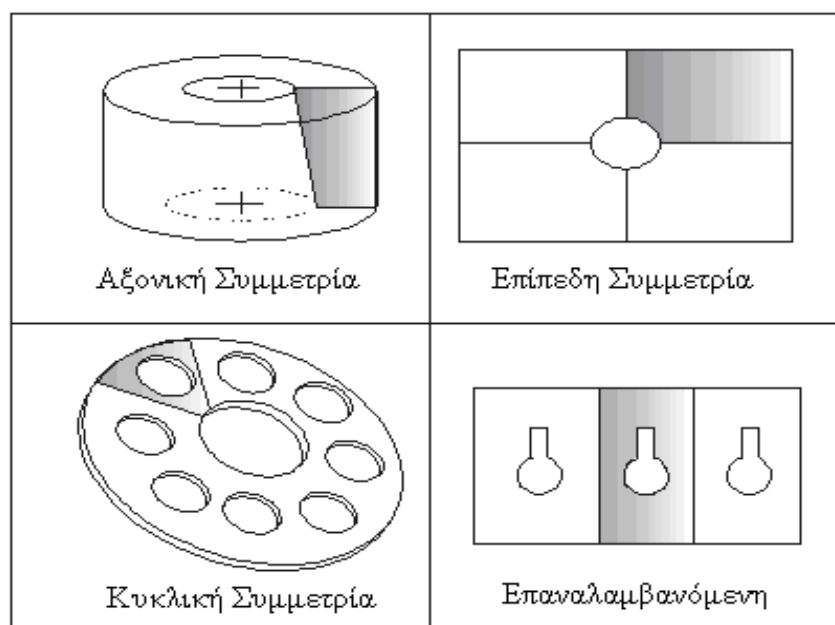
Όλα τα σώματα και οι κατασκευές στην πραγματικότητα αποτελούνται από τρεις διαστάσεις. Πολλές φορές όμως για λόγους απλότητας και ευκολίας, προβλήματα τριών διαστάσεων ανάγονται στο επίπεδο με μικρή μείωση “θυσία” της ακρίβειας της ανάλυσης. Αν η γεωμετρία και τα φορτία που ασκούνται σε κάποιο σώμα μπορούν να παρασταθούν σε ένα επίπεδο τότε το πρόβλημα μπορεί να μοντελοποιηθεί σε δύο διαστάσεις.

Τέτοιου είδους σώματα είναι αυτά που διαθέτουν μια μεγάλη διάσταση σε σχέση με τις άλλες και σε αυτή τη διάσταση, η γεωμετρία και τα φορτία που ασκούνται σε αυτή δεν μεταβάλλονται σημαντικά, τότε η ανάλυση αυτών μπορεί να γίνει με την θεώρηση επίπεδης τάσης ή επίπεδης παραμόρφωσης.



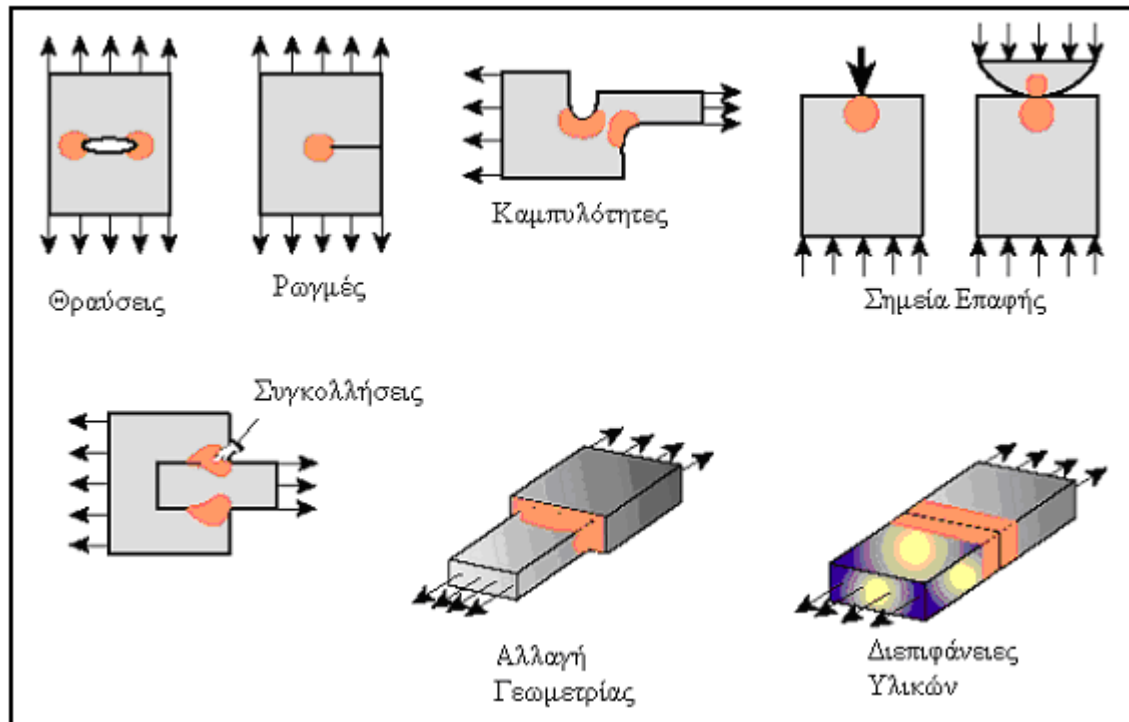
Σχήμα 5.2: Απλοποίηση γεωμετρίας από 3D σε 2D για εξοικονόμηση χρόνου επίλυσης (Felippa, 2003)

Εκτός από τη γεωμετρική απλοποίηση που μπορεί να πραγματοποιηθεί σε κάποιο υπό μελέτη σώμα υπάρχει και η απλοποίηση λόγω συμμετρίας. Υπάρχουν κυρίως τέσσερα είδη συμμετρίας που συναντώνται στα προβλήματα μηχανικής, η **αξονική**, η **επίπεδη**, η **κυκλική** και η **επαναλαμβανόμενη**. Τα πιο πάνω φαίνονται στο σχήμα 5.3. Αν η γεωμετρία του σώματος και οι εξωτερικοί παράγοντες όπως είναι τα φορτία που δέχεται το σώμα παρουσιάζουν κάποιο από τα παραπάνω είδη συμμετρίας, μπορεί να αναλυθεί μέρος του σώματος που παρουσιάζει συμμετρία και όχι ολόκληρο. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στις συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται στο μέρος του σώματος που αναλύεται ώστε πραγματικά να αντικατοπτρίζεται η συμμετρία του σώματος (Fagan 1992).



Σχήμα 5.3: Είδη συμμετρίας (Fagan 1992)

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δίδεται στην περιοχή όπου περιμένουμε μεγάλη μεταβολή των μεταβλητών. Στο ακόλουθο σχήμα φαίνονται διάφορα προβλήματα και που πρέπει να δοθεί έμφαση στην διακριτοποίηση τους





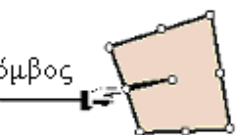
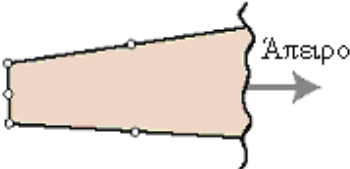


Σχήμα 5.4: Περιοχές έμφασης της διακριτοποίησης (Felippa, 2003)

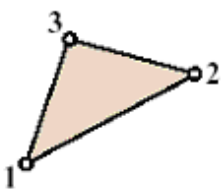
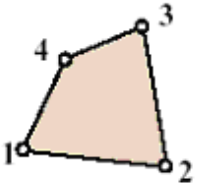
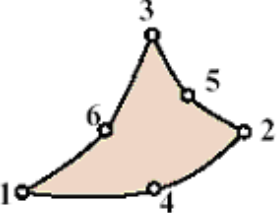
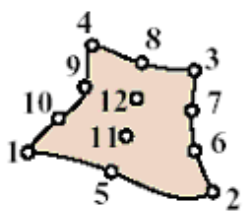
5.2.2.2 Είδη Στοιχείων

Από τη στιγμή που θα αποφασισθεί το σώμα ή μέρος του σώματος που θα αναλυθεί πρέπει να επιλεγεί το κατάλληλο ή τα κατάλληλα είδη στοιχείων τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την διακριτοποίηση του. Τα βασικά στοιχεία που χρησιμοποιεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζονται στον πίνακα 5.1. Τα στοιχεία διακρίνονται από απλά σημεία μέχρι και γεωμετρικά σχήματα τριών διαστάσεων.

Πίνακας 5.1: Βασικά στοιχεία ανάλυσης (Felippa, 2003)

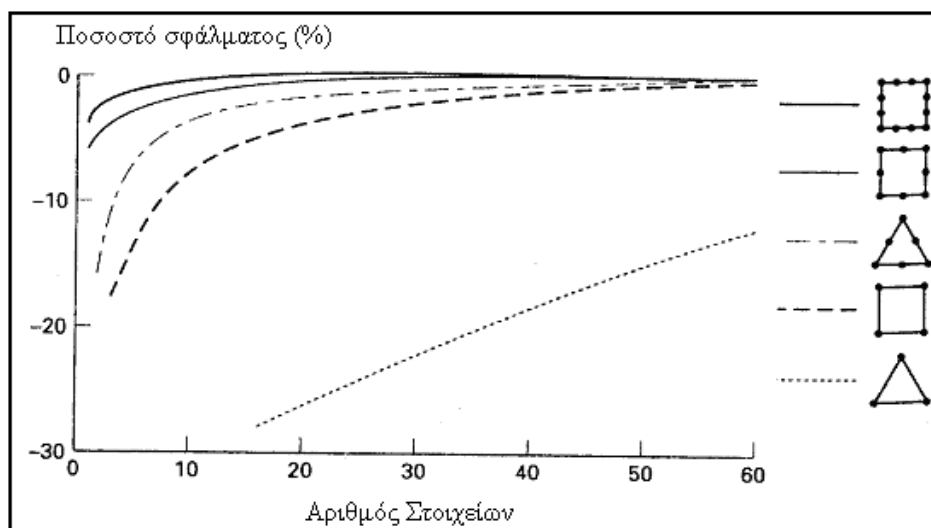
Διάσταση	Γεωμετρία Στοιχείου	Τύπος
1D		Δοκός
2D		Πλάκα
2D		Κελύφη
3D		3D Σώματα
2D	Διπλός κόμβος 	Ειδικά στοιχεία Θραυστομηχανικής (ρωγμές)
2D		Ειδικά στοιχεία συνεχούς μέσου

Οι πλευρές των στοιχείων μπορούν να είναι ευθείες ή κεκλιμένες με περισσότερους κόμβους από ότι οι ακμές τους. Στο σχήμα 5.5 φαίνονται τέτοιου τύπου στοιχεία.

 $n = 3$	 $n = 4$	 $n = 6$	 $n = 12$
Ευθείες Πλευρές		Κεκλιμένες Πλευρές	

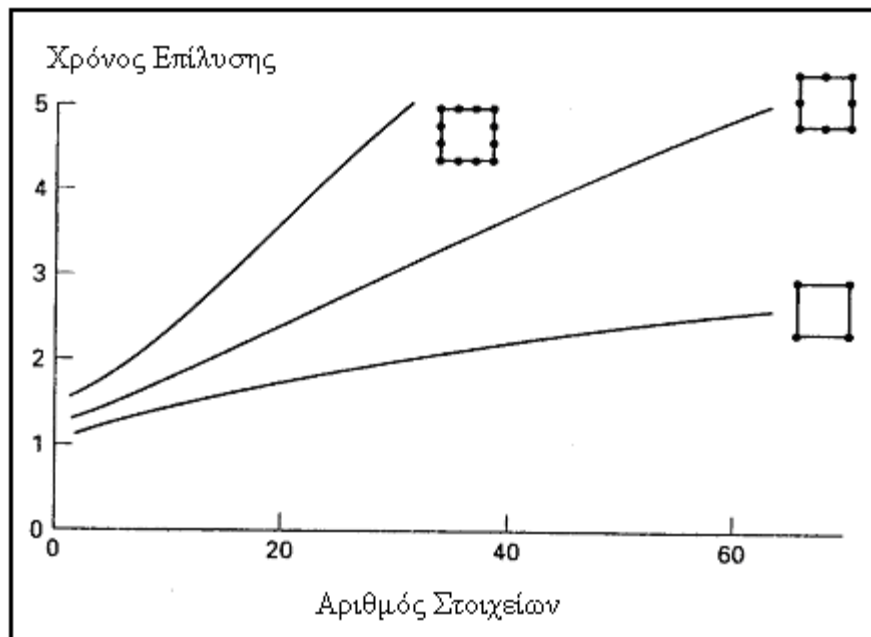
Σχήμα 5.5: Είδη στοιχείων (Felippa, 2003)

Όταν χρησιμοποιούνται στοιχεία με κεκλιμένες πλευρές ο χρόνος και η πολυπλοκότητα της επίλυσης αυξάνονται σημαντικά. Αυτό συμβαίνει γιατί η μέθοδος λειτουργεί προσεγγίζοντας τη μεταβολή που υφίσταται κάποια μεταβλητή μέσα στο σώμα με κάποια γνωστή συνάρτηση (συνήθως πολυωνυμικού χαρακτήρα) δια μέσου κάθε πεπερασμένου στοιχείου. Όμως και η γεωμετρία του κάθε κεκλιμένου στοιχείου περιγράφεται με κάποια πολυωνυμική συνάρτηση. Στην περίπτωση που η πολυωνυμική συνάρτηση που περιγράφει την μεταβλητή είναι του ίδιου βαθμού με αυτή που περιγράφει τη γεωμετρία τότε τα στοιχεία αυτά ονομάζονται ισοπαραμετρικά. Είναι λοιπόν λογικό, χρησιμοποιώντας στοιχεία με κεκλιμένες πλευρές να περιγράφεται με μεγαλύτερη ακρίβεια η γεωμετρία του υπό μελέτη σώματος, αλλά ταυτόχρονα αυξάνει ο βαθμός των πολυωνυμικών συναρτήσεων. Στο γράφημα 5.1 φαίνεται η ακρίβεια επίλυσης με διάφορα είδη στοιχείων



Γράφημα 5.1: Ακρίβεια επίλυσης για διαφορετικούς τύπους στοιχείων (Fagan, 1992)

Η αύξηση του βαθμού των πολυωνυμικών συναρτήσεων έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της πολυπλοκότητας του υπό επίλυση συστήματος εξισώσεων αλλά και του χρόνου επίλυσης. Στο γράφημα 5.2 φαίνεται ο χρόνος επίλυσης συναρτήσει του αριθμού στοιχείων για τετραγωνικά στοιχεία.



Γράφημα 5.2: Χρόνος επίλυσης συναρτήσει αριθμού στοιχείων (Fagan, 1992)

Από το παραπάνω γράφημα είναι προφανές ότι όσο περισσότερους κόμβους έχει ένα στοιχείο, αυξάνεται και ο βαθμός των πολυωνυμικών συναρτήσεων άρα και ο χρόνος επίλυσης του συστήματος. Η επιλογή του καταλληλότερου στοιχείου γίνεται ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια αλλά και του επιθυμητού χρόνου επίλυσης για συγκεκριμένα προβλήματα. Περισσότερα για την κατάλληλη επιλογή στοιχείων αναπτύσσονται παρακάτω.

5.2.2.3 Διαίρεση του Πεδίου

Ο σημαντικότερος ίσως παράγοντας για την επιτυχή προσομοίωση της συμπεριφοράς ενός σώματος είναι η κατάλληλη διαίρεση του σώματος (πεδίου) σε επιμέρους τμήματα (στοιχεία). Οι παράμετροι που λαμβάνονται υπόψη είναι:

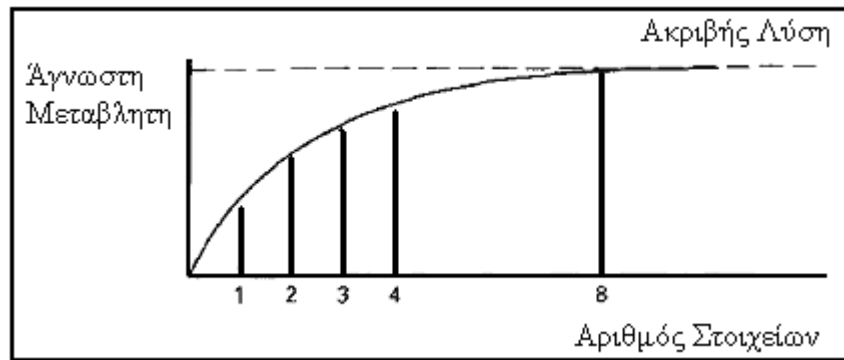
- Επιλογή γεωμετρικής μορφής του στοιχείου (π.χ τετραγωνικό)
- Επιλογή αριθμού κόμβων του στοιχείου (π.χ τετρακομβικό ή οκτακομβικό)
- Επιλογή συναρτήσεων μορφής του κάθε στοιχείου
- Επιλογή πυκνότητας καννάβου

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή, επιλέγονται μικρότερα στοιχεία στην περιοχή όπου αναμένεται μεταβολή υπολογιζόμενων μεταβλητών. Παρουσιάζεται λοιπόν το πρόβλημα ως προς το ποιο είναι το πιο κατάλληλο στοιχείο που πρέπει να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση που πραγματοποιείται. Το πρόβλημα φαίνεται να

περιπλέκεται αν ληφθεί υπόψη ότι τα μεγάλα λογισμικά πακέτα των πεπερασμένων στοιχείων διαθέτουν πάνω από εκατό πενήντα διαφορετικά είδη στοιχείων. Παρόλα αυτά η επιλογή του κατάλληλου στοιχείου δεν είναι τόσο δύσκολη (Αγιουτάντης, 2002).

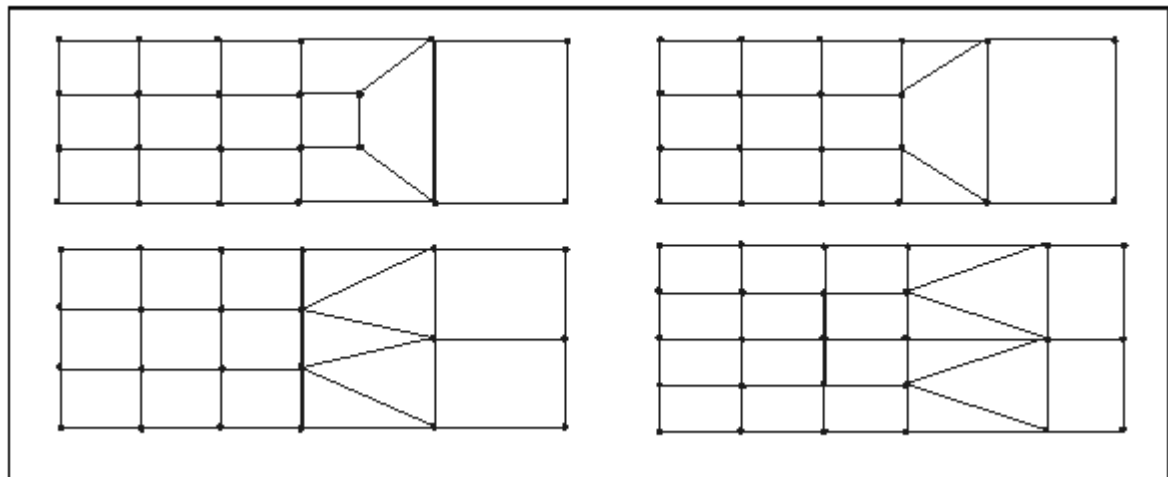
Αρχικά αναγνωρίζεται το είδος του προβλήματος που πρόκειται να αναλυθεί (τάσης, παραμόρφωσης), και εξαιρούνται ορισμένα στοιχεία. Στη συνέχεια επιλέγονται οι διαστάσεις που θα λάβει χώρα η ανάλυση (3D, 2D, 1D) οπότε ο αριθμός των πιθανών στοιχείων μειώνεται περισσότερο. Τέλος πρέπει να αναγνωριστεί από τον μελετητή η μηχανική συμπεριφορά του υπό ανάλυση σώματος. Έτσι κάποιο σώμα μπορεί να θεωρηθεί ράβδος σε στρέψη ή δοκός σε κάμψη, κλπ. οπότε, τα στοιχεία που μπορούν να εφαρμοστούν καταλήγουν να είναι περίπου δύο ή τρία. Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι το στοιχείο που θα επιλεγεί θα πρέπει συνήθως να είναι το απλούστερο δυνατό, θα περιέχει όμως όλους τους βαθμούς ελευθερίας (περιστροφές, παραμορφώσεις) που απαιτούνται για να αναλυθεί σωστά το πρόβλημα.

Από τη στιγμή που θα επιλεγεί το κατάλληλο στοιχείο, δημιουργείται το ερώτημα του μεγέθους και του αριθμού των στοιχείων που πρέπει να χρησιμοποιηθούν. Είναι εύκολα κατανοητό ότι ο αριθμός τους είναι αντιστρόφως ανάλογος του μεγέθους τους, δηλαδή όσο αυξάνονται τα στοιχεία θα πρέπει να μικραίνει το μέγεθος τους. Εύκολα μπορεί κανείς να υποθέσει ότι όσο μικρότερα είναι τα στοιχεία τόσο πιο κοντά στην πραγματική λύση βρίσκεται η ανάλυση. Όσο όμως μικρότερα γίνονται τα στοιχεία τόσο αυξάνει ο αριθμός τους άρα και οι εξισώσεις που τα περιγράφουν. Αποτέλεσμα αυτού, είναι η αύξηση του χρόνου ανάλυσης. Επίσης μετά από ένα αριθμό στοιχείων, η ακρίβεια της λύσης προσεγγίζει ασυμπτωτικά την πραγματική τιμή της (Βλέπε γράφημα 5.3). Στο γράφημα 5.3 παρατηρείται ότι η ακρίβεια από το 4^ο στο 8^ο στοιχείο δεν μεταβλήθηκε πάνω από 5%. Είναι φανερό ότι μετά από κάποιο σημείο, όσο αυξάνεται ο αριθμός των στοιχείων απλά μεγαλώνει ο χρόνος της ανάλυσης χωρίς να αυξάνει ιδιαίτερα η ακρίβεια (Desai, 1979, Fagan, 1996). Η αντιμετώπιση του προβλήματος του χρόνου επίλυσης γίνεται με επίλυση του προβλήματος δ δ φορές με συγκεκριμένο αριθμό στοιχείων και στη συνέχεια με λεπτομερέστερη υποδιαίρεση ώστε να γίνει σύγκλιση ταχύτητας λύσης.

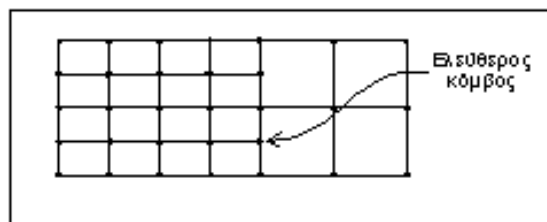


Γράφημα 5.3: Ταχύτητα σύγκλισης (Fagan, 1992)

Είναι πολύ σημαντικό σε κάθε ανάλυση που πραγματοποιείται, να συνδέεται η ακρίβεια που ζητείται από την μέθοδο, με αυτήν που εφαρμόζεται στην πράξη. Επιπλέον δεν υπάρχει λόγος τα στοιχεία που περιγράφουν το πρόβλημα να έχουν όλα τις ίδιες διαστάσεις. Είναι προτιμότερο να έχουν διαφορετικές διαστάσεις με σκοπό την πύκνωση του πλέγματος (mesh) στα σημεία που αναμένεται γρήγορη μεταβολή της άγνωστης μεταβλητής και την αραίωση του πλέγματος σε άλλα σημεία. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί κατά την διαδικασία της πύκνωσης και της αραίωσης ώστε να μην μείνουν ελεύθεροι κόμβοι (Σχήματα 5.6 και 5.7)(Αγιουτάντης, 2002).



Σχήμα 5.6: Σωστός τρόπος αραίωσης του πλέγματος (Fagan, 1992)



Σχήμα 5.7: Λανθασμένη αραίωση πλέγματος (Fagan, 1992)

Ένα άλλο πρόβλημα που παρουσιάζεται κατά την διακριτοποίηση κάποιου σώματος είναι η παραμόρφωση (distortion) και η μεταβολή του σχήματος των στοιχείων. Για να πραγματοποιηθεί μια σωστή και ακριβής ανάλυση τα στοιχεία πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφα μεταξύ τους. Πρέπει να αποφεύγονται στοιχεία μακριά και στενά ή με πολύ μεγάλες ή μικρές εσωτερικές γωνίες.

Ο έλεγχος της παραμόρφωσης επιτυγχάνεται υπολογίζοντας το λόγο της μεγαλύτερης προς την μικρότερη διάσταση του στοιχείου (aspect ratio). Ένας άλλος τρόπος ελέγχου της παραμόρφωσης είναι η μέτρηση των εσωτερικών γωνιών. Για τριγωνικό στοιχείο οι εσωτερικές γωνίες πρέπει να βρίσκονται μεταξύ 45° και 75° , ενώ σε τετράπλευρο οι γωνίες πρέπει να κυμαίνονται μεταξύ 45° και 135° (Fagan, 1992).

Τέλος, όταν τα στοιχεία περιέχουν ενδιάμεσους κόμβους και οι πλευρές τους καμπυλώνονται για να αποδώσουν καλύτερα την γεωμετρία του σώματος, οι ενδιάμεσοι κόμβοι δεν πρέπει να μετατοπίζονται πολύ προς τα άκρα του στοιχείου γιατί τότε αυξάνεται το σφάλμα της μεθόδου. Οι κόμβοι αυτοί πρέπει να παραμένουν κοντά στη μέση της κάθε πλευράς (Desai, 1979, Fagan, 1992).

Όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως, από την στιγμή που θα αποδοθούν οι εξισώσεις για κάθε στοιχείο, αυτές συνδυάζονται για να δημιουργήσουν το σύστημα των εξισώσεων για ολόκληρο το μοντέλο. Η επίλυση αυτού του συστήματος δίνει και την επίλυση του φυσικού προβλήματος.

5.3 Κριτήριο Αστοχίας Griffith

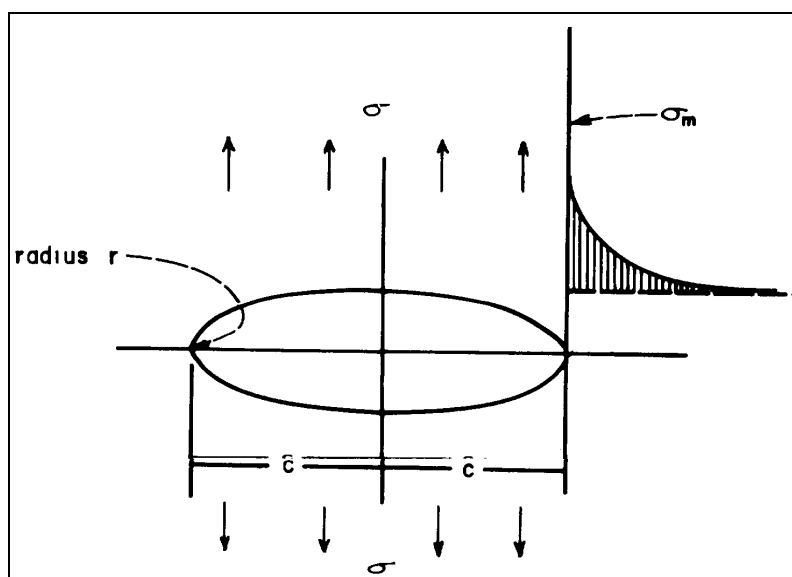
Το κριτήριο Griffith θεωρεί την παρουσία μικροσκοπικών ρωγμών μέσα στο υλικό. Όταν το υλικό υποβληθεί σε εντατικό πεδίο, μεγάλες εφελκυστικές τάσεις συγκεντρώνονται γύρω από τις αιχμές των ρωγμών Griffith. Όταν οι εφελκυστικές

αυτές τάσεις κοντά στην αιχμή της ρωγμής πάρουν μια κρίσιμη τιμή, η ρωγμή διευρύνεται και συνεισφέρει έτσι στην αστοχία του υλικού.

Το κριτήριο αστοχίας του Griffith (1924) είναι απλό σαν σκέψη και βασίζεται στις εξής παραδοχές (Αγιουτάντης, 2002):

- Τα ψαθυρά υλικά περιέχουν στη δομή τους τυχαία προσανατολισμένες μικροσκοπικές ρωγμές, που στην επίπεδη θεώρηση έχουν σχήμα έλλειψης. Το υλικό κατά τα άλλα θεωρείται ελαστικό και ομογενές.
- Μία ρωγμή είναι δυνατόν να επεκταθεί, όταν οι εφαπτομενικές τάσεις στην επιφάνεια της υπερβούν κάποιο όριο χαρακτηριστικό για το κάθε υλικό.
- Η διεύθυνση θραύσης είναι πάντοτε κάθετη στην επιφάνεια μίας ρωγμής.
- Από ενεργειακή άποψη, μία ρωγμή θα επεκταθεί (δηλαδή θα αυξηθεί το μήκος της), όταν η συνολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των εξωτερικών δυνάμεων και του υλικού ελαττώνεται ή παραμένει σταθερή.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι η θεωρία του Griffith επαληθεύτηκε πειραματικά πάνω σε γυαλί.



Σχήμα 5.8: Κατανομή τάσεων στις αιχμές της ρωγμής Griffith (Vutucuri et al., 1974)

Η μέγιστη εφελκυστική τάση (σ_m) σε μια επίπεδη πλάκα, μοναδιαίου πάχους που περιέχει μια ελλειπτική οπή, με κύριο άξονα ($2c$) και υπόκειται σε μια μέση εφελκυστική τάση (σ) σε διεύθυνση κάθετη στον κύριο άξονα της ελλειπτικής οπής, δίδεται από την σχέση του Inglis, 1913 (Vutucuri et al., 1974):

$$\sigma_m = 2\sigma \left(\frac{c}{r} \right)^{1/2} \quad (5.2)$$

όπου r : η ακτίνα καμπυλότητας στα άκρα του κύριου άξονα της ελλειπτικής οπής. Η μέγιστη τάση εμφανίζεται στα άκρα του κύριου άξονα και καθώς η $r \rightarrow 0$, η έλλειψη τείνει σε επίπεδη ρωγμή και οι τάσεις τείνουν στο άπειρο.

Η ρωγμή θα διαδοθεί αν η σ_m εξισωθεί με την τάση που μπορεί να παραλάβει το υλικό χωρίς να ρωγματωθεί. Για να υπολογιστεί αυτό, πρέπει να ληφθεί υπόψη η διαδικασία θραύσης. Όταν μια ρωγμή ξεκινήσει να διαδίδεται, απελευθερώνεται ελαστική ενέργεια. Ωστόσο, ένα συγκεκριμένο ποσοστό ενέργειας λαμβάνεται σαν επιφανειακή ενέργεια εξαιτίας της δημιουργίας της νέας επιφάνειας της ρωγμής. Η ελαστική ενέργεια που απελευθερώνεται από την διάδοση της ρωγμής σε μια λεπτή πλάκα δίδεται από την σχέση (Vutucuri et al., 1974):

$$W_e = \frac{\pi c^2 \sigma^2}{E} \quad (5.3)$$

Η επιφανειακή ενέργεια που λαμβάνεται από την δημιουργία της νέας ρωγμής δίδεται από την σχέση:

$$W_s = 4c\sigma_s \quad (5.4)$$

όπου σ_s : η τάση της επιφάνειας, και τελικά η ρωγμή μειώνει την συνολική ενέργεια σε:

$$W = W_e - W_s = \frac{\pi c^2 \sigma^2}{E} - 4c\sigma_s \quad (5.5)$$

Σύμφωνα με τον Griffith, τέτοια ρωγμή μπορεί να διαδοθεί η ακόμη και να μην διαδοθεί, αλλά προκαλεί ψαθυρή θραύση αν (Vutucuri et al., 1974):

$$\frac{\partial W}{\partial c} \geq 0 \quad (5.6)$$

δηλαδή η συνολική ενέργεια να τείνει στο μέγιστο:

$$\sigma = \left(\frac{2\sigma_s E}{\pi c} \right)^{1/2} \geq \sigma_t \quad (5.7)$$

όπου σ_t : η αντοχή του υλικού σε εφελκυσμό. Στην σχέση 5.7 η αναγκαία τάση για να προκαλέσει ψαθυρή θραύση ποικίλει αντιστρόφως με το μήκος των προϋπάρχοντων ρωγμών. Έτσι η αντοχή σε εφελκυσμό ενός πλήρους ψαθυρού υλικού καθορίζεται από την μεγαλύτερη ρωγμή που προϋπάρχει πριν από την επιβολή οποιουδήποτε φορτίου.

Ο Griffith έδειξε επίσης ότι οι εφελκυστικές τάσεις που αναπτύσσονται κοντά στην αιχμή της ρωγμής, προσανατολίζονται σε άλλες γωνίες από τις κανονικές γωνίες που επιβλήθηκαν τα θλιπτικά ή εφελκυστικά φορτία (Vutucuri et al., 1974):

➤ Αν $\frac{\sigma_3}{\sigma_1} < -\frac{1}{3}$ (δεδομένου ότι οι κύριες τάσεις λαμβάνονται θετικές όταν $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$), τότε η θραύση θα επιτευχθεί, όταν η ελάχιστη κύρια τάση εξισωθεί με την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, δηλαδή όταν $\sigma_3 = \sigma_t$ και για αυτήν την περίπτωση η γωνία αστοχίας είναι $\Theta = 0^\circ$.

➤ Αν $\frac{\sigma_3}{\sigma_1} > -\frac{1}{3}$ τότε η θραύση επιτυγχάνεται όταν:

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{(\sigma_1 + \sigma_3)} = 8\sigma_t \quad (5.8)$$

και σε προσανατολισμό που δίδεται από την σχέση:

$$\cos 2\Theta = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 + \sigma_3)} \quad (5.9)$$

Αν $\sigma_3 = 0$ και $\sigma_1 = \sigma_c$ συνεπάγεται σε $\sigma_c = 8\sigma_t$. Έτσι το κριτήριο θραύσης του Griffith προβλέπει ότι το μέγεθος της θλιπτικής τάσης πρέπει να είναι ακριβώς οχτώ φορές την εφελκυστική τάση. Δηλαδή ο θεωρητικός λόγος θλιπτικής αντοχής σ_1 προς εφελκυστική αντοχή σ_t , όπως προκύπτει από την θεωρία Griffith, είναι 8 (Vutucuri et al., 1974).

Η συνθήκη αυτή όμως δεν είναι επαρκής διότι αποτελέσματα από εργαστηριακές δοκιμές δείχνουν ότι η αντοχή των πετρωμάτων σε θλίψη ποικίλει από 10–50 την αντοχή σε εφελκυσμό. Η επίδραση αυτών των παραγόντων στα αποτελέσματα της δοκιμής Brazil αναλύθηκαν από τον Fairhurst (1964), ο οποίος διεύρυνε το κριτήριο για διάφορους λόγους θλιπτικής προς εφελκυστική αντοχής, n , που αποκλίνουν από την θεωρητική τιμή 8. Περαιτέρω ανάλυση οδήγησε τον Fairhurst (1964) στο συμπέρασμα ότι απαιτείται τόξο 20° ή και παραπάνω κατανομής του φορτίου, ώστε η αστοχία να εμφανιστεί στο κέντρο ομογενούς δίσκου. Τόξο περίπου 5° και χαμηλό n οδηγούν σε αστοχία μακριά από το κέντρο ή και σε παραπλανητική τιμή της εφελκυστικής αντοχής.

Όταν ξεκινήσει η θραύση σαν αποτέλεσμα της επιβαλλόμενης τάσης και φτάσει την τιμή (Vutucuri et al., 1974):

$$\left(\frac{2\sigma_s E}{\pi c} \right)^{1/2} \quad (5.10)$$

τότε επιτυγχάνεται ένα στάδιο διάδοσης της θραύσης. Υπάρχουν δυο στάδια διάδοσης θραύσης. Ονομαστικά είναι Α) σταθερή και Β) ασταθής.

➤ Η διάδοση θραύσης μπορεί να θεωρηθεί σταθερή αρκεί να υπάρχει μια καθορισμένη σχέση μεταξύ του μισού μήκους της ρωγμής c , και της επιβαλλόμενης τάσης σ , έτσι επιτυγχάνεται η ακόλουθη συνθήκη.:

$$\sigma \succ \left(\frac{2\sigma_s E}{\pi c} \right)^{1/2} \quad (5.11)$$

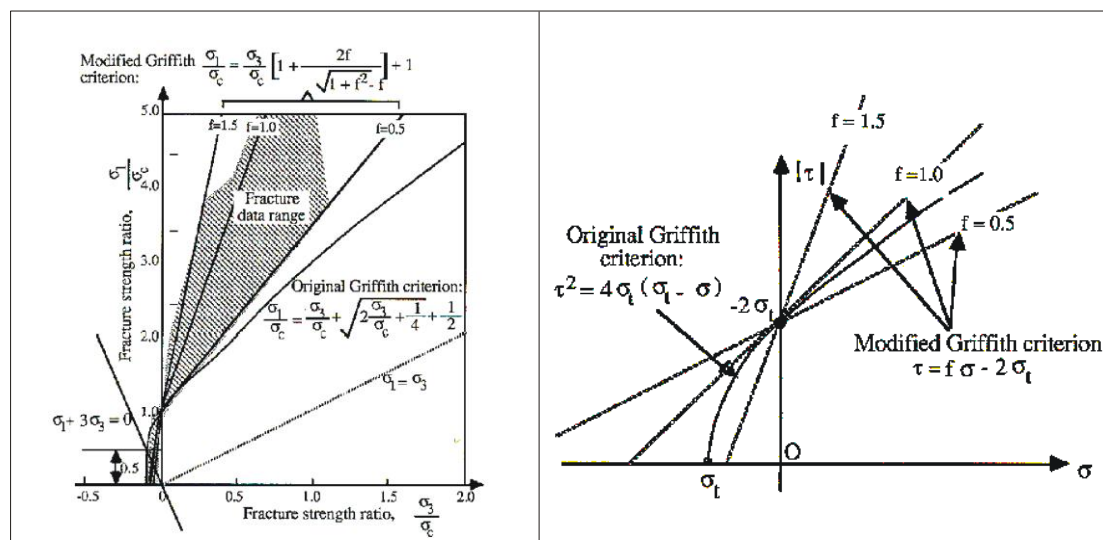
- Η διάδοση θραύσης μπορεί να θεωρηθεί ασταθής όταν η σχέση μεταξύ των c και σ παύσει να ισχύει. Αυτό συμβαίνει όταν άλλες ποσότητες όπως η ταχύτητα διάδοσης της ρωγμής είναι σημαντική και δεν μπορεί ελεγχθεί από το επιβαλλόμενο φορτίο.

Δηλαδή στην σταθερή διάδοση της ρωγμής, αν σταματήσει η επιβολή του φορτίου τότε σταματάει και η διάδοση καθώς επίσης η σταθερή διάδοση είναι μια αργή διαδικασία ενώ η ασταθής είναι μια γρήγορη διαδικασία. Αν υπάρχει διαθέσιμη ενέργεια και η ρωγμή ξεπεράσει μια κρίσιμη τιμή μέγιστης ταχύτητας, τότε η ρωγμή διακλαδώνεται σε διάφορες διευθύνσεις.

Το κριτήριο Griffith μπορεί να ανταποκριθεί και σε φάκελο αστοχίας του Mohr με την ακόλουθη σχέση (Vutucuri et al., 1974):

$$\tau_{\theta}^2 + 4\sigma_t\sigma_{\theta} = 4\sigma_t^2 \quad (5.12)$$

Στο σχήμα 5.9 παρουσιάζεται γραφικά το κριτήριο σε άξονες σ_1, σ_3 και τ, σ αντίστοιχα καθώς επίσης και οι τροποποιήσεις του που έχουν γίνει από διάφορους άλλους ερευνητές.



Σχήμα 5.9: Γραφική απεικόνιση του κριτηρίου Griffith (Whittaker et al., 1992)

5.4 Συνθήκη Έναρξης Ρωγμής στο Κέντρο του Δίσκου

Διερευνώντας την κλασσική δοκιμή του βραζιλιανού δίσκου με εντατική ανάλυση, οι ακριβείς λύσεις των τάσεων για την περίπτωση αντιδιαμετρικά φορτιζόμενου δίσκου δίδονται από τις σχέσεις (Wang et al., 2003):

$$\sigma_{\theta} = \frac{2P}{\pi Dt} \quad (5.13)$$

$$\sigma_r = \frac{2P}{\pi Dt} \left(1 - \frac{4D^2}{D^2 - 4r^2} \right) \quad (5.14)$$

όπου: P: η συνολική δύναμη, t: το πάχος του δοκιμίου, D: η διάμετρος, r: η απόσταση από το κέντρο του δίσκου, σ_{θ} : η εφαπτομενική τάση, σ_r : ακτινική τάση.

Όμως για την περίπτωση του πεπλατυσμένου δίσκου, παρόμοιες ακριβείς ελαστικές λύσεις δεν υπάρχουν. Ο υπολογισμός των τάσεων για όλα τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν για την περίπτωση αυτή, έγινε με την χρήση του λογισμικού Marc-Mentat, 2000.

Ο Griffith θεώρησε ένα δισδιάστατο ελαστικό σώμα όπου περιέχει πολλές επίπεδες ρωγμές ελλειπτικού τύπου σε διάφορες διευθύνσεις. Ο λόγος του μικρού άξονα προς τον μεγάλο άξονα της έλλειψης είναι περίπου μηδέν. Αυτή η περίπτωση θεωρείται αρκετά ρεαλιστική για τα πετρώματα, διότι στην πραγματικότητα υπάρχουν αρκετές κοιλότητες και εγκλείσματα προς διάφορες διευθύνσεις στα υπό εξέταση δείγματα στο εργαστήριο.

Όταν ένα ελλειπτικό άνοιγμα υπό διαξονικές συνθήκες φόρτισης με την μέγιστη κύρια τάση σ_1 , να δρα επί του μικρού άξονα της έλλειψης και την ελάχιστη κύρια τάση σ_3 , να δρα επί του μεγάλου άξονα της έλλειψης, τότε η μέγιστη αντοχή σε εφελκυσμό σ_G , στην άκρη της ελλειπτικής οπής χωρίζεται όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως σε δυο περιπτώσεις (Wang et al., 2003):

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad 3\sigma_1 + \sigma_3 \geq 0 &\Rightarrow \sigma_G = \sigma_1 \\ \text{B)} \quad 3\sigma_1 + \sigma_3 < 0 &\Rightarrow \sigma_G = -\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{8(\sigma_1 + \sigma_3)} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Ο Hondros έδωσε τις σχέσεις για τις κύριες τάσεις σ_θ και σ_r για την κλασσική δοκιμή Βραζιλιανού δίσκου υπό ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο κατά μήκος ενός πεπερασμένου κυκλικού τόξου, όπου:

$$\sigma_\theta = \sigma_1 \quad \text{και} \quad \sigma_r = \sigma_3 \quad (5.16)$$

όποτε με το κριτήριο Griffith ισχύει:

$$3\sigma_1 + \sigma_3 < 0 \quad (5.17)$$

Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα του Griffith και του Hondros λαμβάνεται η τροποποιημένη σχέση ισοδύναμης τάσης σ_G του Satoh (για την κλασσική δοκιμή) από τον Wang (για την δοκιμή πεπλατυσμένου δίσκου) ως εξής (Wang et al., 1999):

$$\sigma_G' = \frac{p}{\pi R t} \cdot \frac{1}{4 \sin a} \left[\frac{\left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\} \sin 2a}{1 - 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \cos 2a + \left(\frac{r}{R} \right)^4} \right]^2 \left[\arctan \left\{ \frac{1 + \left(\frac{r}{R} \right)^2}{1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2} \right\} \tan a \right]^{-1} \quad (5.18)$$

όπου: r : ακτινική θέση,

R : ακτίνα του δίσκου,

P : συνολικό φορτίο,

t : πάχος.

Για να μπορεί να υπολογιστεί το σημείο έναρξης της ρωγμής, πρέπει να υπολογιστεί το $\sigma_{G \max}$. όπου θα ισχύει:

$$\sigma_{G \max} = \sigma_t \quad (5.19)$$

Ο Wang έλυσε αριθμητικά την σχέση 5.18 όπου προκύπτει:

$$\begin{aligned} 2a \geq 0.32 &\Rightarrow \text{έναρξη ρωγμής στο κέντρο του δίσκου} \\ 2a < 0.32 &\Rightarrow \text{έναρξη ρωγμής στα εξωτερικά σύνορα του δίσκου} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Συμπερασματικά, για να ισχύει η συνθήκη έναρξης της ρωγμής στο κέντρο του δίσκου θα πρέπει να ικανοποιείται συγκεκριμένη γωνία φόρτισης ($2\alpha \approx 20^\circ$ κατά τον Wang), αλλιώς η έναρξη της ρωγμής μπορεί να γίνει οπουδήποτε αλλού εκτός από το κέντρο του δίσκου.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι ο Wang στους υπολογισμούς δεν έλαβε καθόλου υπόψη τις δυνάμεις επαφής μεταξύ της πλάκας φόρτισης και του πεπλατυσμένου δίσκου. Η τριβή που προκαλείται από τις δυνάμεις επαφής στην επιφάνεια μεταξύ της πλάκας φόρτισης και του δίσκου δεν μπορούν σε καμία περίπτωση να αμεληθούν.

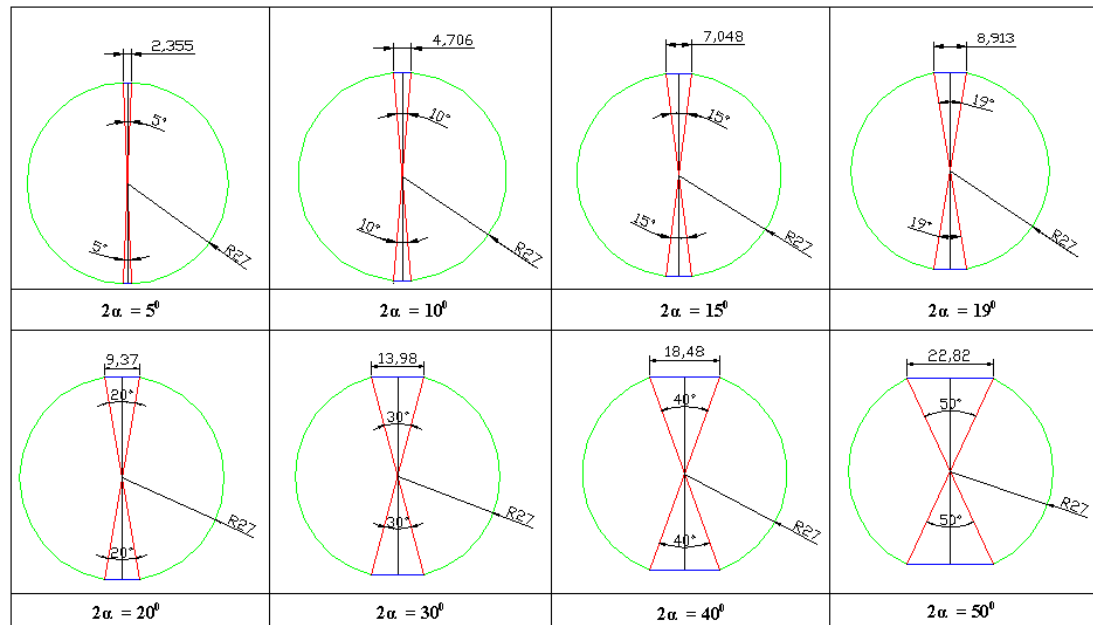
5.5 Παράμετροι Αριθμητικής Προσομοίωσης

Η αριθμητική προσομοίωση έγινε στις δυο διαστάσεις με το λογισμικό Marc-Mentat 2000. Για την πλήρη προσομοίωση της εντατικής συμπεριφοράς του δοκιμίου, σχεδιάστηκαν δυο ομάδες μοντέλων. Ονομαστικά αυτές είναι: Α) Χωρίς πλάκα φόρτισης και Β) με πλάκα φόρτισης.

5.5.1 Γεωμετρία

Αρχικά μοντελοποιήθηκαν τα δοκίμια για διάφορες γωνίες φόρτισης ($2\alpha = 15^\circ, 20^\circ, 19^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$) χωρίς την πλάκα φόρτισης. Πριν την προσομοίωση της ομάδας με την πλάκα φόρτισης, πραγματοποιήθηκε μια διερεύνηση για τις διαστάσεις της πλάκας φόρτισης και στη συνέχεια αφού προτάθηκαν οι διαστάσεις της πλάκας φόρτισης, προσομοιάστηκε και η άλλη ομάδα (δοκίμια με την πλάκα φόρτισης μαζί).

Ο σκοπός αυτής της διερεύνησης, ήταν να επιτευχθούν όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικά οι συνθήκες του πειράματος όπως ακριβώς περιγράφηκε στο κεφάλαιο 4. Για τον σκοπό αυτό κατασκευάστηκαν δεκαέξι μοντέλα, οχτώ με απουσία της πλάκας φόρτισης και οχτώ με παρουσία της πλάκας φόρτισης. Η γεωμετρία των μοντέλων που κατασκευάστηκαν φαίνεται στο σχήμα 5.10.



Σχήμα 5.10: Γεωμετρία των μοντέλων

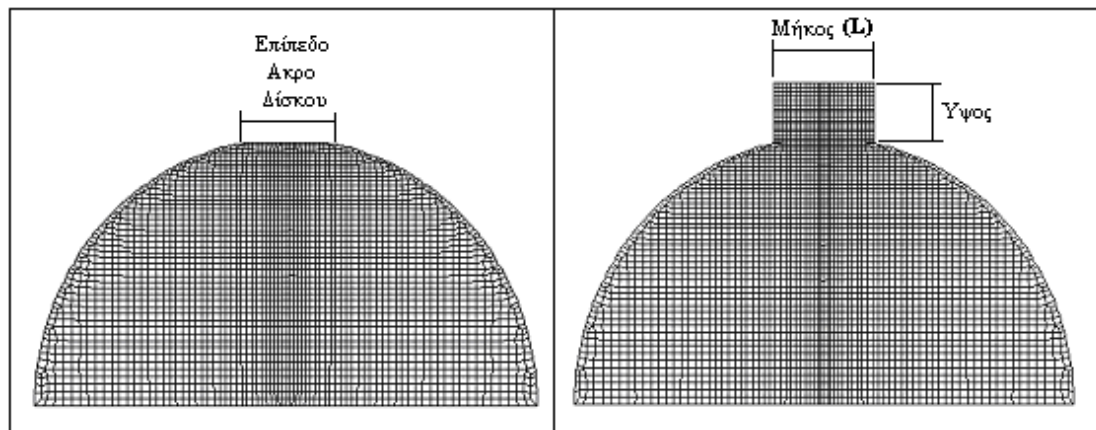
Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι στο εργαστήριο, δεν έγινε εφικτό να πραγματοποιηθούν εργαστηριακές δοκιμές σε δοκίμια με γωνίες επαφής ($2\alpha = 15^\circ$). Οι λόγοι για αυτή την αδυναμία έχουν αναλυθεί με λεπτομέρεια στο κεφάλαιο 4. Στην αριθμητική προσομοίωση, αυτές οι αδυναμίες ξεπερνιούνται εύκολα και η μοντελοποίηση μπορεί να ακόμα να επιτρέψει και μικρότερες γωνίες φόρτισης ($2\alpha = 5^\circ, 10^\circ$, καθώς επίσης $2\alpha = 19^\circ$). Με αυτά τα νέα δεδομένα μπορεί να δημιουργηθεί μια πλήρης εικόνα γύρω από τις γωνίες φόρτισης τόσο από τις εργαστηριακές δοκιμές όσο και από τις αριθμητικές αναλύσεις.

Τα επίπεδα άκρα του βραζιλιανού δίσκου κατασκευάστηκαν σύμφωνα με τις διάφορες γωνίες φόρτισης που ανταποκρίνονται σε διαφορετικά μήκη επίπεδων άκρων, όπως φαίνεται και από το σχήμα 5.10. Τα μήκη αυτά των επίπεδων άκρων που ανταποκρίνονται στις διάφορες γωνίες φόρτισης φαίνονται και στον πίνακα 5.2.

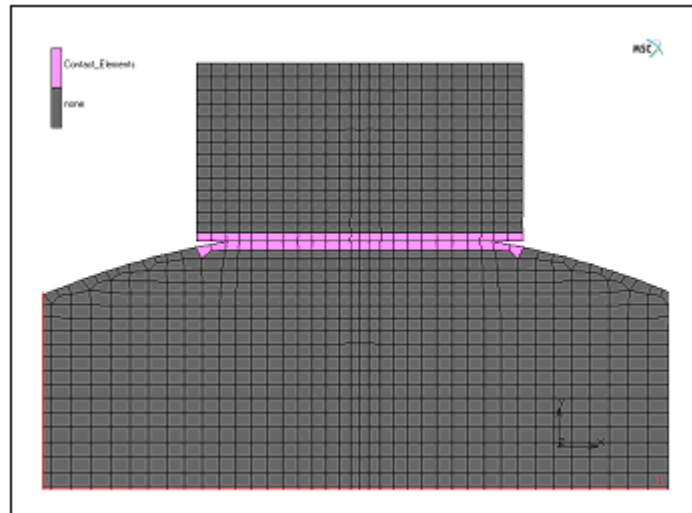
Πίνακας 5.2: Μήκη επίπεδων άκρων του δίσκου για τις διάφορες γωνίες φόρτισης

Γωνίες φόρτισης (2α)⁰	5	10	15	19	20	30	40	50
Μήκος επίπεδου άκρου (mm)	2.355	4.706	7.048	8.913	9.370	13.980	18.480	22.820

Για τα μοντέλα όπου προσομοιώθηκε η επαφή της πλάκας φόρτισης και του δίσκου, χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία επαφής. Τα στοιχεία επαφής είναι στοιχεία που χρησιμοποιούν τα διάφορα λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων για την προσομοίωση τριβής και αποφυγής φαινομένων διείσδυσης. Κατά τον σχεδιασμό μοντελοποιήθηκε η μισή γεωμετρία λόγω της ύπαρξης συμμετρίας κατά τον άξονα x , έτσι ώστε το υπό μελέτη μοντέλο να προσομοιάζει το άνω μισό του κάθε δείγματος. Οι διαστάσεις του κάθε μοντέλου είναι οι πραγματικές, όπως φαίνονται στο σχήμα 5.10 και είναι οι διαστάσεις που εφαρμόζονται στα εργαστηριακά πειράματα. Ένα τυπικό μοντέλο με απουσία της πλάκας αλλά και με παρουσία της πλάκας φαίνεται στο σχήμα 5.11:

**Σχήμα 5.11: Τυπική διακριτοποίηση των μοντέλων χωρίς πλάκα και με πλάκα**

Στο σχήμα 5.11 και 5.12 φαίνεται η λεπτομέρεια της διακριτοποίησης με τα στοιχεία επαφής μεταξύ της πλάκας φόρτισης και του δίσκου, καθώς επίσης και η πύκνωση των στοιχείων στον κεντρικό κατακόρυφο άξονα.



Σχήμα 5.12: Λεπτομέρεια διακριτοποίησης στη διεπιφάνεια και στοιχεία επαφής

Ο αριθμός των στοιχείων και των κόμβων που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε μοντέλο φαίνεται στον πίνακα 5.3. Στο σημείο κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι η επιλογή του αριθμού των στοιχείων και των κόμβων δεν έγινε αυθαίρετα. Έγιναν διάφορες επιλύσεις για διάφορους αριθμούς στοιχείων και κόμβων έτσι ώστε να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή ακρίβεια της λύσης. Από την διερεύνηση αυτή προέκυψε ότι ένας μέσος αριθμός στοιχείων και κόμβων είναι ικανοποιητικός στα 2350 στοιχεία και 2500 κόμβους για τα μοντέλα όπου απουσιάζει η πλάκα φόρτισης, ενώ αντίστοιχα 2650 στοιχεία και 2800 κόμβοι για τα μοντέλα παρουσίας της πλάκας.

Πίνακας 5.3: Αριθμοί στοιχείων και κόμβων για κάθε γωνία φόρτισης

Γωνία φόρτισης (2α) ⁰		5	10	15	19	20	30	40	50
Μοντέλα χωρίς πλάκα	Κόμβοι	3103	1886	3050	3126	2229	1988	2147	2158
	Στοιχεία	2980	1792	2928	3002	2124	1896	2046	2052
Μοντέλα με πλάκα	Κόμβοι	3238	2029	3354	3526	2529	2172	2574	2670
	Στοιχεία	3092	1912	3198	3362	2388	2050	2430	2514

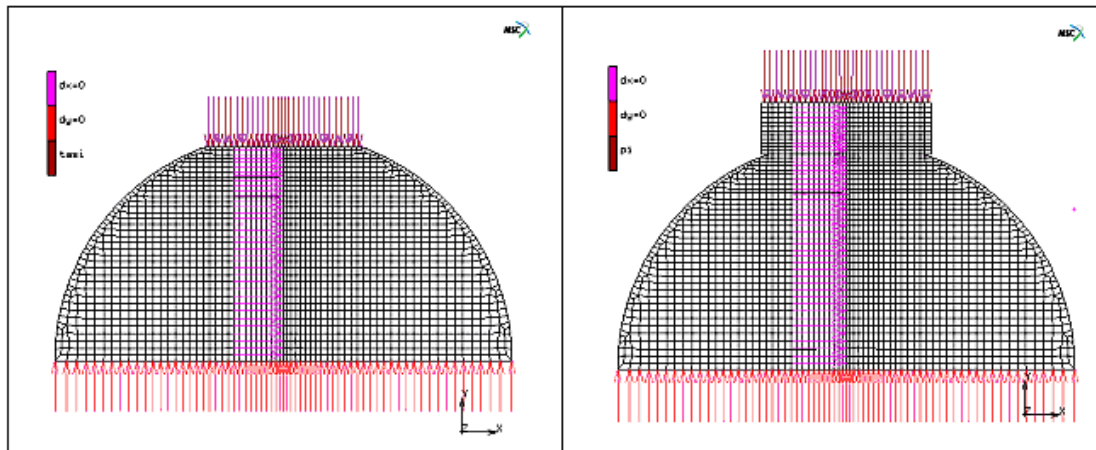
5.5.2 Ιδιότητες υλικών και συνοριακές συνθήκες

Τα υλικά τα οποία μοντελοποιήθηκαν είναι μάρμαρο και χάλυβας. Η καταστατική συμπεριφορά και των δυο υλικών θεωρήθηκε γραμμικά ελαστική και ισότροπη με ελαστικές σταθερές για τον **χάλυβα**, $E = 210 \text{ GPa}$ και $\nu = 0.3$ ενώ για το **μάρμαρο**, $E = 80 \text{ GPa}$ και $\nu = 0.25$. Η επίλυση έγινε με την παραδοχή της επίπεδης τάσης. Για τα μοντέλα όπου προσομοιάστηκε η επαφή της πλάκας φόρτισης με τον δίσκο θεωρήθηκε ότι η τριβή μεταξύ τους υπακούει στον νόμο του **Coulomb με συντελεστή τριβής 0.4**. Αυτό που δεν πρέπει να παραληφθεί είναι ότι και τα δυο σώματα κατά την επαφή τους θεωρήθηκαν παραμορφώσιμα (deformable).

Οι συνοριακές συνθήκες που επιβλήθηκαν στα μοντέλα έχουν ως εξής:

- **Θλιπτικό φορτίο 10 kN** και για τις δυο ομάδες μοντέλων. Η δύναμη αυτή αφού μετατρέπεται σε τάση εφαρμόζοταν στο πάνω επίπεδο άκρο του δίσκου και στο πάνω άκρο της πλάκας φόρτισης για τις αντίστοιχες ομάδες μοντέλων. Η τάση αυτή εφαρμόζοταν σε δέκα γραμμικά βήματα.
- **Κύλιση ($dx = 0$)** σε όλους του κόμβους στον κεντρικό κατακόρυφο άξονα Y και για τις δυο ομάδες μοντέλων, ακόμα και στον κατακόρυφο άξονα της πλάκας φόρτισης.
- **Κύλιση ($dy = 0$)** σε όλους τους οριζόντιους κόμβους του δοκιμίου κατά τον άξονα X και για τις δυο ομάδες μοντέλων.

Με τις συνοριακές συνθήκες, τάση στο πάνω άκρο της πλάκας φόρτισης και κύλιση ($dx = 0$) στον κεντρικό κατακόρυφο άξονα της, εξασφαλίζεται η κίνηση της πλάκας προς τα κάτω χωρίς να μετακινείται κατά την διεύθυνση του άξονα X, όπως γίνεται και στα εργαστηριακά περάματα. Επίσης με τις συνοριακές συνθήκες, κύλιση ($dx = 0$) στον κεντρικό κατακόρυφο άξονα και κύλιση ($dy = 0$) στον οριζόντιο κεντρικό άξονα του δοκιμίου εξασφαλίζεται η συμμετρία, έτσι ώστε να μοντελοποιείται το άνω μισό του δοκιμίου. Στο σχήμα 5.13 φαίνονται οι συνοριακές συνθήκες όπως εφαρμόστηκαν κατά την επίλυση των μοντέλων χωρίς πλάκα φόρτισης αλλά και με πλάκα φόρτισης.



Σχήμα 5.13: Επιβολή συνοριακών συνθηκών

5.5.3 Διερεύνηση διαστάσεων πλάκας φόρτισης

Οι πλάκες φόρτισης μαζί με τους χαλύβδινους δίσκους αποτελούν ένα σύστημα της συσκευής MTS που χρησιμοποιείται στα εργαστηριακά πειράματα μηχανικής πετρωμάτων. Οι χαλύβδινοι δίσκοι χρησιμεύουν στο να μεταφέρουν το φορτίο στο δοκίμιο. Οι πλάκες φόρτισης τοποθετούνται ανάμεσα στο δοκίμιο και στους χαλύβδινους δίσκους. Σκοπός τους είναι η ελάττωση των υπερβολικών πλευρικών παραμορφώσεων του δοκιμίου λόγω των δυνάμεων τριβής που αναπτύσσονται στην επαφή του δοκιμίου με τις πλάκες.

Για την διερεύνηση των κατάλληλων διαστάσεων της πλάκας φόρτισης, κατασκευάστηκαν διάφορα μοντέλα με διαφορετικά μήκη πλάκας φόρτισης ξεκινώντας από 56mm ($L+2\text{mm}$) μέχρι το ακριβές μήκος του επίπεδου άκρου για την περίπτωση των δοκιμών που ανταποκρίνονται σε γωνίες φόρτισης ($2\alpha=20^\circ$ και $2\alpha=30^\circ$). Από την διερεύνηση αυτή:

Προτείνεται ότι η βέλτιστη διάσταση του μήκους να είναι το μήκος του επίπεδου άκρου του δίσκου και λίγο μεγαλύτερο, δηλαδή $[L+2\text{mm}]$, όπου L : το μήκος του επίπεδου άκρου του δίσκου.

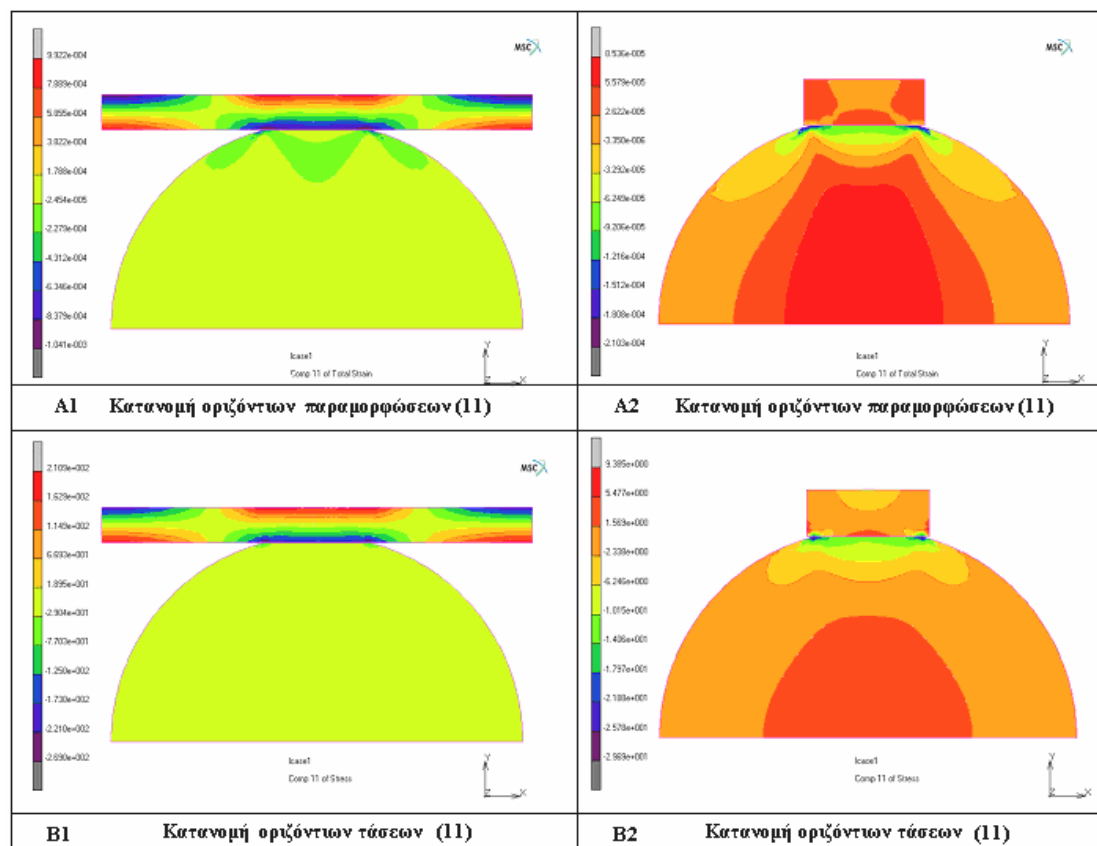
Επίσης κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι για μια κρίσιμη τιμή γωνίας φόρτισης (2α), το πείραμα μεταπίπτει από έμμεσο εφελκυσμό σε μονοαξονική θλίψη.

Οι διαστάσεις όπως προκύπτουν από την πιο πάνω ανάλυση φαίνονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 5.4:

Πίνακας 5.4: Προτεινόμενες διαστάσεις πλάκας φόρτισης

Γωνία φόρτισης (2α) ⁰	5	10	15	19	20	30	40	50
X (μήκος) [mm]	3.3	5.75	8.3	10.9	11.2	15.98	20.1	24.2
Y (ύψος) [mm]	6	6	6	6	6	6	6	6
Z (πλάτος) [mm]	29	29	29	29	29	29	29	29

Στα σχήματα 5.14 και 5.15 γίνεται μια σύγκριση της κατανομής των οριζόντιων τάσεων και παραμορφώσεων καθώς επίσης και της κατανομής των κατακόρυφων τάσεων και παραμορφώσεων αντίστοιχα για τα μοντέλα με μεγάλες και μικρές πλάκες φόρτισης.



Σχήμα 5.14: Σύγκριση κατανομής οριζόντιων τάσεων και παραμορφώσεων

Από το σχήμα 5.14 παρατηρείται ότι οι οριζόντιες τάσεις στο μοντέλο B1 είναι θλιπτικές σε όλο το δοκίμιο και μάλιστα οι μέγιστες τιμές εμφανίζονται στα δυο σημεία όπου υπάρχει *αλλαγή της γεωμετρίας*, από το τέλος του επίπεδου άκρου του δίσκου και του συνόρου κυκλικού τόξου του δίσκου. Αυτή την παρατήρηση έρχεται να ενισχύσει και το μοντέλο A1 όπου η κατανομή του πεδίου παραμόρφωσης είναι μέγιστη στα δυο προαναφερθείσα σημεία με αποτέλεσμα:

Η αστοχία του δίσκου να ξεκινάει από τις δυο άκρες του δίσκου οπότε δεν επιτυγχάνεται το κριτήριο εγκυρότητας της δοκιμής όπου θέλει την ρωγμή να ξεκινάει και να διαδίδεται κατά τον κεντρικό άξονα φόρτισης.

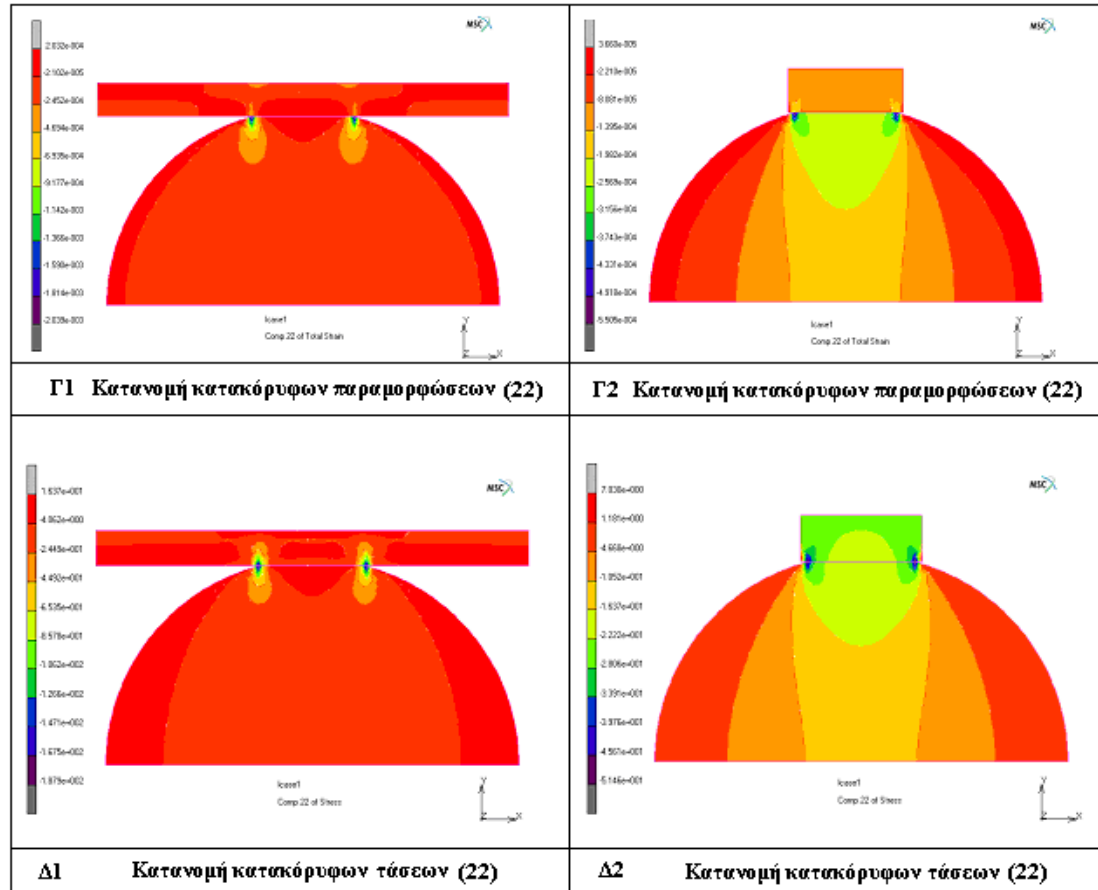
Εξετάζοντας το μοντέλο B2 παρατηρείται ομοιόμορφη κατανομή θλιπτικών κατακόρυφων τάσεων στην επαφή της πλάκας και του δοκιμίου όπου στη συνέχεια μετατρέπονται σε εφελκυστικές στο κέντρο του δίσκου και κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα φόρτισης. Οι εφελκυστικές αυτές τάσεις είναι ικανές σε μέγεθος για να επιφέρουν αστοχία του μαρμάρου σε εφελκυσμό στο κέντρο του δοκιμίου. Αυτό το αποτέλεσμα ενισχύει και το μοντέλο A2 όπου η κατανομή του πεδίου των μέγιστων κατακόρυφων παραμορφώσεων, είναι στο κέντρο του δίσκου και γύρω από τον κατακόρυφο άξονα φόρτισης. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα:

Την έναρξη και διάδοση της ρωγμής στο κέντρο του δίσκου και άρα η δοκιμή θα ικανοποιεί το κριτήριο εγκυρότητας της, όπου η έναρξη και διάδοση πραγματοποιείται στην κεντρική περιοχή του δοκιμίου.

Τα ίδια συμπεράσματα εξάγονται και από την ανάλυση των μοντέλων Γ1, Γ2, Δ1, Δ2. Για την περίπτωση όπου η πλάκα φόρτισης είναι μεγάλη, αναμένεται έναρξη ρωγμής στα σημεία αλλαγής της γεωμετρίας από το επίπεδο άκρο του δίσκου και του συνόρου του κυκλικού τόξου, ενώ στην περίπτωση όπου έχουμε μικρή πλάκα φόρτισης αναμένεται αστοχία στο κέντρο του δίσκου.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι οι ιδιότητες υλικών του χάλυβα και του μαρμάρου είναι παραπλήσιες, λόγος 2.6. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητό με την παρατήρηση του σχήματος 5.15 όπου καταδεικνύει την ομοιόμορφη παραμόρφωση τόσο του δοκιμίου, όσο και του χάλυβα. Συνεπώς, η παραμόρφωση

του χάλυβα είναι ένα φαινόμενο όπου σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να αγνοηθεί, διότι εάν είναι να χρησιμοποιηθεί η μεγάλη πλάκα φόρτισης, με βάση τα αριθμητικά μοντέλα, θα παραμορφώνεται όπως ακριβώς σαν ένα πείραμα κάμψης με δυο σημεία.



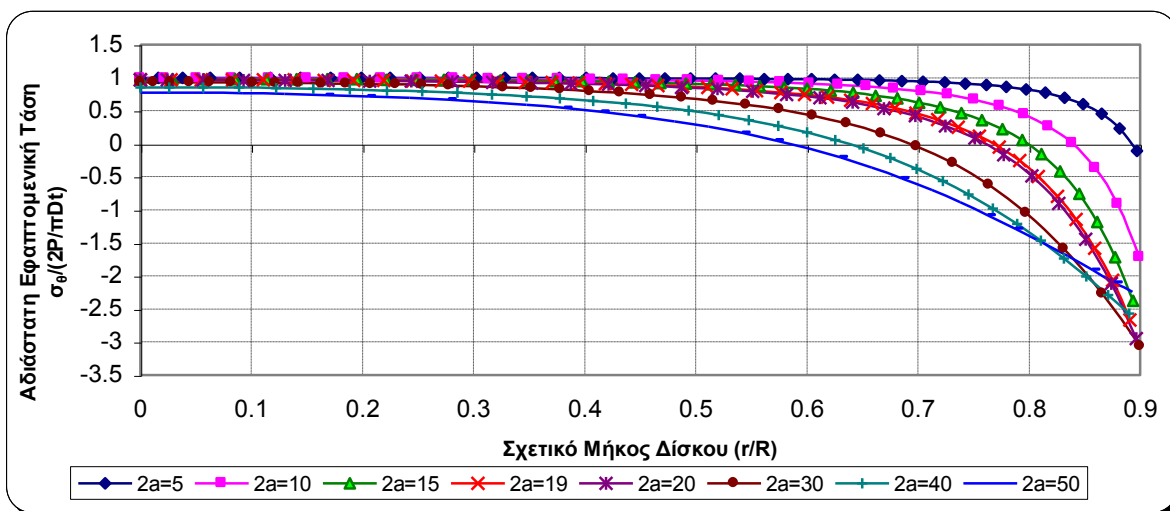
Σχήμα 5.15: Σύγκριση κατανομής κατακόρυφων τάσεων και παραμορφώσεων

Αποτέλεσμα θα είναι η συγκέντρωση τάσεων σε αυτά τα δυο σημεία και άρα η αστοχία θα ξεκινούσε από αυτά τα σημεία. Αυτός είναι και ο λόγος που προτάθηκε και η κατασκευή πλάκας διαστάσεων με μήκος λίγο μεγαλύτερο από το μήκος του επίπεδου άκρου του δίσκου.

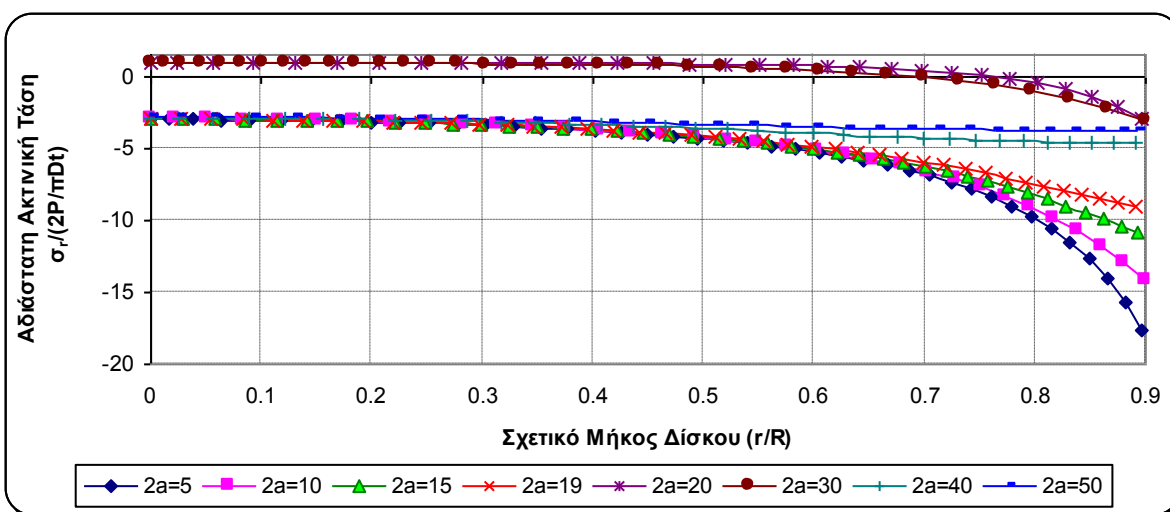
5.6 Αποτελέσματα Αριθμητικής Επίλυσης

Μετά την παραμετρική διερεύνηση των διαστάσεων της πλάκας, ακολούθησε η τελική επίλυση όλων των μοντέλων όπου λαμβάνονταν οι εφαπτομενικές τάσεις (σ_θ) και οι ακτινικές τάσεις (σ_r) στον κεντρικό κατακόρυφο άξονα του δοκιμίου.

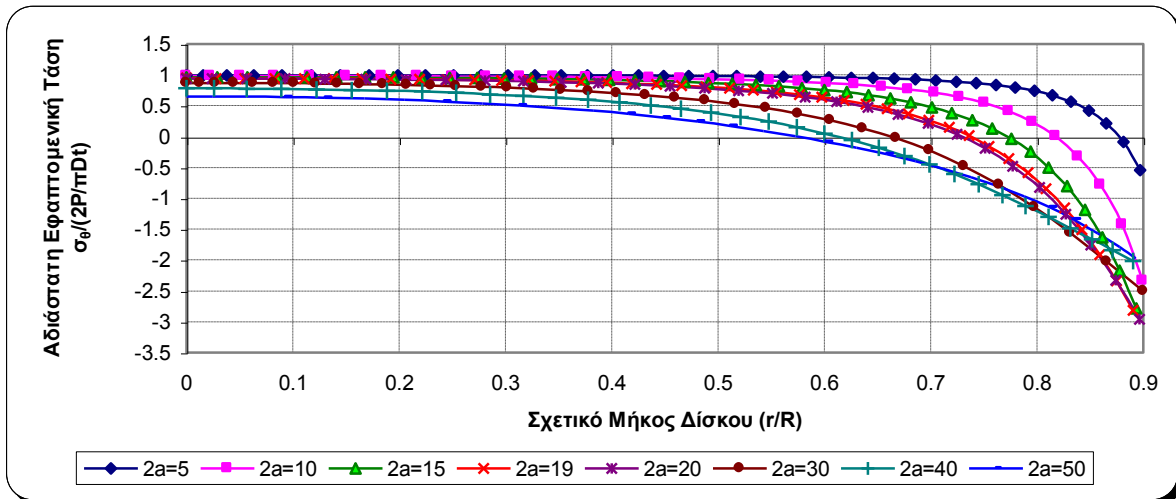
Για την περίπτωση όπου δυο μη μηδενικές κύριες τάσεις είναι ορθογώνιες μεταξύ τους, το καταλληλότερο κριτήριο αστοχίας είναι το κριτήριο Griffith. Στα γραφήματα 5.4 έως 5.7 φαίνονται συγκεντρωτικά οι εφαπτομενικές τάσεις και οι ακτινικές τάσεις σε κανονικοποιημένη μορφή συναρτήσει του σχετικού μήκους του δοκιμίου για κάθε ομάδα μοντέλων.



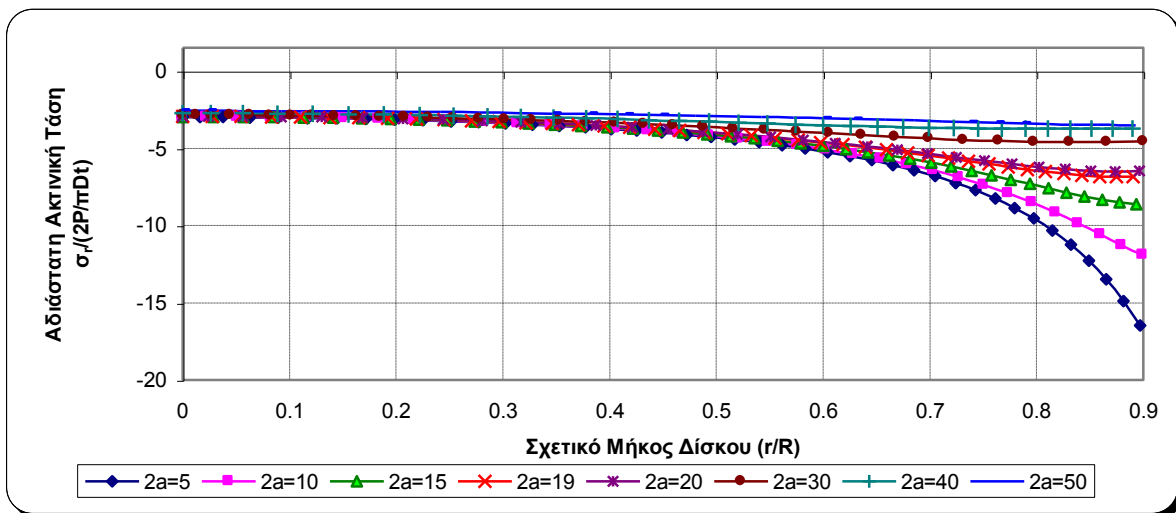
Γράφημα 5.4: Αδιάστατη εφαπτομενική τάση συναρτήσει του σχετικού μήκους (χωρίς πλάκα)



Γράφημα 5.5: Αδιάστατη ακτινική τάση συναρτήσει του σχετικού μήκους (χωρίς πλάκα)



Γράφημα 5.6: Αδιάστατη εφαπτομενική τάση συναρτήσει του σχετικού μήκους (με πλάκα)



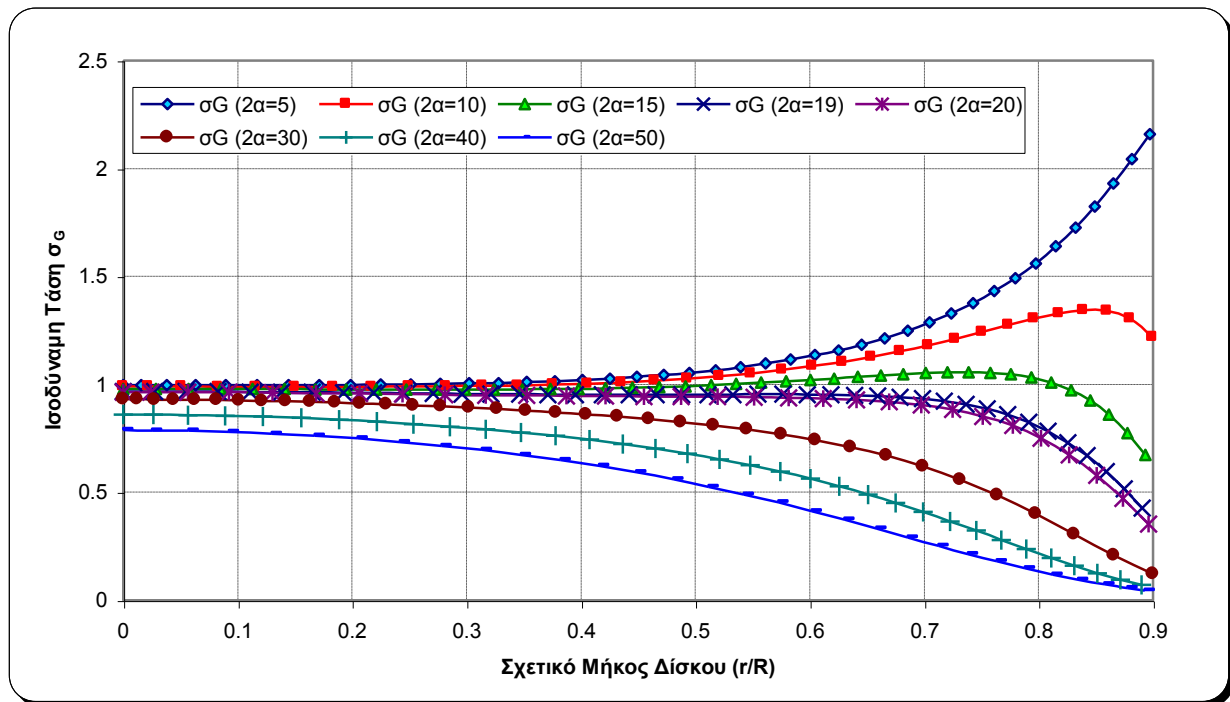
Γράφημα 5.7: Αδιάστατη ακτινική τάση συναρτήσει του σχετικού μήκους (με πλάκα)

Από τα παραπάνω διαγράμματα συμπεραίνεται ότι η μέγιστη κύρια τάση (σ_1) δρα επί του οριζόντιου άξονα του δοκιμίου και επί του μικρού άξονα της ρωγμής ενώ η ελάχιστη κύρια τάση (σ_3) δρα επί του κατακόρυφου άξονα του δοκιμίου και επί του μεγάλου άξονα της ρωγμής. Οπότε με βάση τα διαγράμματα 5.4-5.7 ισχύει:

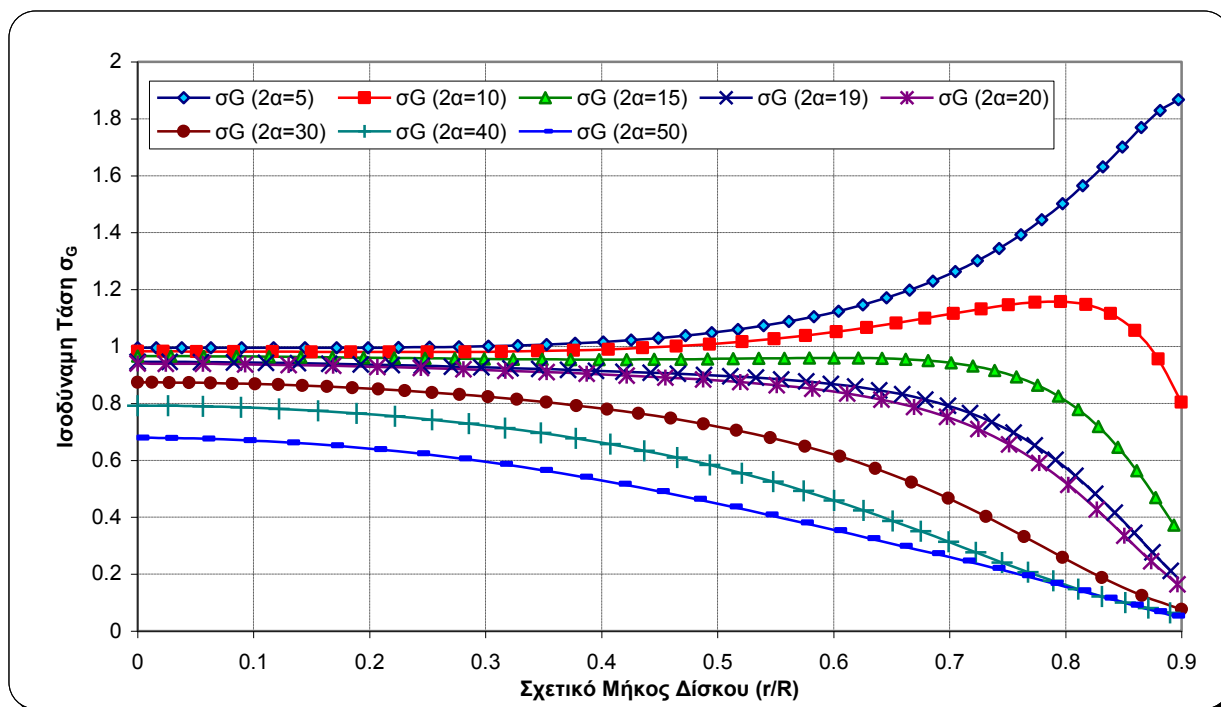
$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_\theta \\ \sigma_3 &= \sigma_r\end{aligned}\tag{5.21}$$

Επίσης για τις περισσότερες περιπτώσεις των γωνιών φόρτισης ($2a$) ισχύει $3\sigma_\theta + \sigma_r < 0$ οπότε η ισοδύναμη τάση σ_G υπολογίζεται από την σχέση (5.8) ή την σχέση (5.15).

Η ισοδύναμη τάση σ_G είναι ανάλογη του σχετικού μήκους του δοκιμίου. Επομένως για να έχει ισχύ το κριτήριο Griffith και να υπάρξει έναρξη ρωγμής στο κέντρο του δίσκου θα πρέπει η σ_G να είναι μέγιστη στο κέντρο του δίσκου. Αυτό εξετάζεται στα γραφήματα 5.8 και 5.9 όπου φαίνονται συγκεντρωτικά τα γραφήματα της ισοδύναμης αυτής τάσης σε αδιάστατη μορφή συναρτήσει του σχετικού μήκους των δοκιμίων για όλες τις γωνίες φόρτισης.



Γράφημα 5.8: Ισοδύναμη τάσης συναρτήσει του σχετικού μήκους (χωρίς πλάκα)



Γράφημα 5.9: Ισοδύναμη τάση συναρτήσει του σχετικού μήκους (με πλάκα)

Από την εξέταση των γραφημάτων 5.8 και 5.9 συμπεραίνεται ότι το κατώτατο όριο γωνιών επιβολής φορτίου για τα μοντέλα όπου απουσιάζει η πλάκα φόρτισης έτσι ώστε να υπάρξει έναρξη ρωγμής στο κέντρο του δίσκου είναι $2\alpha = 20^\circ$. Επίσης για τα μοντέλα με παρουσία της πλάκας φόρτισης, το κατώτατο όριο γωνίας επιβολής φορτίου είναι $2\alpha = 15^\circ$. Για οποιαδήποτε άλλη γωνία επιβολής φορτίου μικρότερη από αυτές που βρέθηκαν (γραφήματα 5.8, 5.9) η ισοδύναμη τάση δεν θα είναι μεγαλύτερη στο κέντρο του δίσκου. Από τα διαγράμματα φαίνεται ότι για μεγαλύτερες γωνίες φόρτισης από αυτές που βρέθηκαν και για τις δύο περιπτώσεις, μπορεί να ξεκινήσει ρωγμή στο κέντρο του δίσκου. Όμως σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να αμεληθεί το ανώτατο όριο γωνιών φόρτισης όπου το πείραμα θεωρητικά αλλάζει σε μονοαξονική θλίψη. *Μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτό σε αυτό το στάδιο έρευνας ότι η διερεύνηση του ανώτατου ορίου γωνιών φόρτισης δεν θα επηρεάσει την έναρξη της ρωγμής στο κέντρο του δίσκου και άρα η εγκυρότητα της δοκιμής δεν επηρεάζεται.*

5.7 Συμπεράσματα Αριθμητικής Επίλυσης

Δυο ομάδες δισδιάστατων μοντέλων κατασκευάστηκαν με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για να προσομοιώσουν την δοκιμή του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου. Τα δοκίμια θεωρήθηκαν ότι συμπεριφέρονται ως γραμμικά και ελαστικά μέχρι το σημείο αστοχίας τους. Η δοκιμή του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου φαίνεται να είναι καλύτερη από την κλασσική δοκιμή βραζιλιανού δίσκου. Αυτό φαίνεται και από τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Υπάρχει η δυνατότητα να ελεγχθεί η έναρξη της ρωγμής στο κέντρο του δίσκου όταν η γωνία επιβολής του φορτίου είναι $2\alpha=20^0$ (χωρίς πλάκα) και $2\alpha=15^0$ (με πλάκα). Αυτό το συμπέρασμα είναι πολύ σημαντικό για την εγκυρότητα της δοκιμής.
- Η επιβολή της φόρτισης στα επίπεδα άκρα του δίσκου είναι πιο αξιόπιστη από το κατανεμημένο φορτίο σε πεπερασμένο μήκος κυκλικού τόξου. Το ακτινικά κατανεμημένο φορτίο μπορεί να επιφέρει τοπική αστοχία ή ρωγμάτωση και να κριθεί το πείραμα ως μη έγκυρο.
- Οι διαστάσεις της πλάκας φόρτισης φυσικά δεν μπορούν να αμεληθούν. Από την διερεύνηση που διενεργήθηκε προέκυψε ότι το βέλτιστο μήκος της πλάκας ιδανικά θα ήταν όσο και το μήκος του επίπεδου άκρου του δίσκου ή και λίγο περισσότερο, της τάξης των **+1mm** γύρω από το δοκίμιο.

6. Συμπεράσματα και Προτάσεις

6.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε το πρόβλημα της αντιδιαμετρικής φόρτισης επίπεδων δίσκων τόσο εργαστηριακά, όσο και αριθμητικά την βοήθεια της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων.

Η Εργαστηριακή διερεύνηση πραγματοποιήθηκε σε δοκίμια με γωνίες επαφής των επίπεδων άκρων που αντιστοιχούν σε $2\alpha=20^0, 30^0, 40^0, 50^0$, με στόχο να διερευνηθεί το πρόβλημα αλλαγής της φόρτισης, από μήκος τόξου 10^0 , σε ομοιόμορφα κατανεμημένη φόρτιση επί του επίπεδου άκρου των δίσκων, στο πρόβλημα της αντιδιαμετρικής φόρτισης δίσκων. Ο σκοπός αυτής της διερεύνησης συγκεντρώνει αρκετό ενδιαφέρον από την επιστημονική κοινότητα δια το λόγο ότι, το ερώτημα πως μπορεί να εξαναγκαστεί ή με ποιόν τρόπο η θραύση να ξεκινά πάντα από το κέντρο του δίσκου, παραμένει ακόμα αναπάντητο. Έτσι, έχουν ξεκινήσει και ακόμα διεξάγονται έρευνες προς αυτή την κατεύθυνση.

Η αριθμητική προσομοίωση πραγματοποιήθηκε με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων στις δύο διαστάσεις με την θεώρηση επίπεδης τάσης. Η αριθμητική διερεύνηση κρίθηκε σκόπιμη για δυο λόγους:

- ✓ Να διερευνηθούν οι μηχανισμοί θραύσης των δοκιμίων, κατά πόσο δηλαδή η αλλαγή του τύπου φόρτισης από κατανεμημένο μήκος τόξου σε ομοιόμορφα επίπεδη, επηρεάζει την συνθήκη θραύσης στο κέντρο των δίσκων και για ποιες γωνίες επαφής.
- ✓ Να διερευνηθούν οι δυνάμεις επαφής στο σύστημα πλάκας φόρτισης και δοκιμίων. Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι στο εργαστήριο δεν ήταν δυνατή η παρασκευή δοκιμίων με γωνίες επαφής κάτω των $2\alpha=20^0$. Με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων αυτό το πρόβλημα ξεπερνιέται εύκολα και μπορεί να αποκτηθεί μια σφαιρική άποψη γύρω από τους παράγοντες που επηρεάζουν την θραύση στο κέντρο του δίσκου. Έτσι δημιουργήθηκαν και μοντέλα με γωνίες επαφής $2\alpha=5^0, 10^0, 15^0$ και 19^0 .

Η διερεύνηση του μηχανισμού θραύσης πραγματοποιήθηκε με εφαρμογή του κριτηρίου του Griffith και για τις δυο περιπτώσεις , χωρίς πλάκα φόρτισης αλλά και με πλάκα φόρτισης.

Η διακριτοποίηση των μοντέλων έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε οι διαστάσεις τους να είναι πραγματικές και σε άνω μισή συμμετρία. Δημιουργήθηκαν μοντέλα χωρίς τις πλάκες φόρτισης αλλά και με τις πλάκες φόρτισης χρησιμοποιώντας στοιχεία επαφής. Το υλικό προσομοιώθηκε σαν ελαστικό, ομογενές και ισότροπο. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα εργαστηριακά πειράματα και τις αριθμητικές επιλύσεις αξιολογήθηκαν λεπτομερώς και ελέγχθησαν στα πλαίσια της θεωρίας εφαρμογής τους. Η σύγκριση των αριθμητικών λύσεων με αναλυτικές λύσεις κλειστής μορφής δεν είναι δυνατή διότι για την περίπτωση του επίπεδου βραζιλιανού δίσκου, δεν υπάρχουν διαθέσιμες αναλυτικές λύσεις. Μια μικρή σύγκριση αριθμητικής με αναλυτική λύση πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια σύγκρισης του συντελεστή K , όπου λαμβάνει υπόψη τη διαφοροποίηση από τη κλασσική δοκιμή.

Ανακεφαλαιώνοντας, από την εργασία αυτή προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

A) Από τις Εργαστηριακές δοκιμές των επίπεδων δίσκων συμπεραίνεται:

- 1 Η παρασκευή των δοκιμών είναι μια επίπονη διαδικασία που χρειάζεται εμπειρία και ακρίβεια (χαρακτηριστικό αυτής της παρατήρησης είναι ο μεγάλος αριθμός δοκιμών που απορρίπτονται πριν από τις εργαστηριακές δοκιμές λόγω αδυναμίας ικανοποίησης των προδιαγραφών).
- 2 Οι δοκιμές των επίπεδων βραζιλιανών δίσκων αντέχουν μεγαλύτερα φορτία από ότι η δοκιμή του κλασσικού βραζιλιανού.
- 3 Το μέσο φορτίο θραύσης αυξάνει με την αύξηση της γωνίας επαφής (2α). Η αύξηση αυτή που παρατηρείται δεν είναι γραμμική αλλά μη αναλογική και μη γραμμική (non proportional and non linear).
- 4 Υπάρχει αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ του συντελεστή K και των γωνιών επαφής (2α).
- 5 Οι αντοχές σε εφελκυσμό παρουσιάζουν αυξητική, μη γραμμική τάση με υψηλότερη ένταση μεταξύ των γωνιών επαφής $2\alpha = 30^\circ$ και 40° . Πέραν των γωνιών επαφής 40° παρατηρείται σταθερότητα και αυτό οδηγεί στην υπόθεση

- ότι το πείραμα ενδεχομένως να αλλάζει από έμμεσο εφελκυσμό σε μονοαξονική θλίψη.
- 6 Ο συντελεστής K παρουσιάζει μειωτική τάση συναρτήσει του μέσου φορτίου θραύσης για όλες τις γωνίες επαφής συμπεριλαμβανομένης και της κλασσικής δοκιμής. Η μειωτική τάση είναι τέτοια ώστε να ισχύει ότι το μέσο φορτίο θραύσης είναι αντιστρόφως ανάλογο του συντελεστή K .
 - 7 Συγκρίνοντας τις αντοχές σε εφελκυσμό συναρτήσει του συντελεστή K , παρατηρείται σημαντική διαφοροποίηση από τη κλασσική δοκιμή. Αν, με βάση την παραπάνω ανάλυση, μπορεί να θεωρηθεί ότι τα αποτελέσματα για γωνίες 40^0 έως 50^0 δεν παρουσιάζουν διαφορές λόγω αλλαγής της δοκιμής από έμμεσο εφελκυσμό σε μονοαξονική θλίψη, τότε οι αντοχές σε εφελκυσμό παρουσιάζουν 45% μειωτική τάση από $(2\alpha)=40^0$ έως την κλασσική δοκιμή. Αυτό καταδεικνύει ότι οι δοκιμές των επίπεδων βραζιλιανών δίσκων είναι πιο αξιόπιστες (προσεγγίζουν δηλαδή πιο κοντά τις πραγματικές τιμές αντοχών) από ότι οι κλασσικές δοκιμές.
 - 8 Η αριθμητική και αναλυτική σύγκριση του συντελεστή K , παρουσιάζει πολύ καλή σύγκλιση για μικρές γωνίες επαφής. Η διαφορά, δημιουργείται μετά τις 30^0 , όπου πλέον η παραδοχή της αναλυτικής λύσης παύει να ισχύει. Κάποιοι άλλοι παράγοντες που μπορεί να επηρεάζουν την καλύτερη σύγκλιση είναι η πύκνωση των στοιχείων κατά μήκος του κεντρικού άξονα των δοκιμίων. Όμως, με βάση τη γνώση των ορίων παραδοχής όπου βασίζεται ο αναλυτικός προσδιορισμός του (K) , μπορεί να θεωρηθεί ότι οι τιμές του συντελεστή K (που είναι και οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό της αντοχής σε εφελκυσμό για τις διάφορες γωνίες επαφής) είναι σε ικανοποιητική ακρίβεια.
 - 9 Ο προσδιορισμός των μηχανικών παραμέτρων (μέτρου ελαστικότητας) είναι αποδεκτός.
 - 10 Κατά τις εργαστηριακές δοκιμές με βάση την οπτική παρατήρηση αναγνωρίστηκαν δυο τύποι μηχανισμών θραύσης. Ονομαστικά αστοχία **τύπου σφήνας** και αστοχία **τύπου τασικών ζωνών**. Μια πιο σχολαστική εξέταση του τύπου των αστοχιών των δοκιμίων παρατηρείται:
 - Για τα δοκίμια με γωνίες επαφής $2\alpha=20^0$, παρατηρούνται και οι δυο τύποι αστοχίας (τύπου σφήνας και τύπου τασικές ζώνες) με ομοιόμορφη συχνότητα. Δεν

- μπορεί να εξαχθεί συμπέρασμα διότι πιθανόν να οφείλεται στη κακή παρασκευή των δοκιμίων λόγω του μικρού εύρους της συγκεκριμένης γωνίας επαφής.
- Για τα δοκίμια με γωνίες επαφής $2\alpha=30^0$ παρατηρείται ότι η αστοχία τύπου σφήνας επικρατεί σχεδόν σε όλα τα δοκίμια. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι για μικρές γωνίες επαφής, το φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων στα σημεία αλλαγής της γεωμετρίας κυριαρχεί έναντι των δυνάμεων επαφής που ευθύνονται για τις τασικές ζώνες.
 - Για τα δοκίμια με γωνίες επαφής $2\alpha=40^0$ παρατηρείται ότι η αστοχία τύπου τασικών ζωνών επικρατεί σχεδόν σε όλα τα δοκίμια. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι οι γωνίες επαφής έχουν μεγαλώσει και το φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων στα σημεία αλλαγής της γεωμετρίας τείνει να είναι μικρότερης έντασης από το φαινόμενο των δυνάμεων επαφής που ευθύνονται για τις τασικές ζώνες.
 - Για τα δοκίμια με γωνίες επαφής $2\alpha=50^0$ παρατηρείται ότι υπάρχουν συνδυασμένοι και οι δυο τύποι αστοχίας σχεδόν σε όλα τα δοκίμια. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι οι γωνίες επαφής έχουν μεγαλώσει πάρα πολύ και το φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων στα σημεία αλλαγής της γεωμετρίας αποκτά ξεχωριστή σημαντικότητα δημιουργώντας μικρές τοπικές αστοχίες. Οι δυνάμεις επαφής εξαιτίας της μεγάλης επιφάνειας είναι μεν σημαντικές (δημιουργούν τις τασικές ζώνες) αλλά επιτρέπουν και στο φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων να είναι επίσης σημαντικό.

B) Από την αριθμητική προσομοίωση συμπεραίνεται:

- 11 Για την διερεύνηση των κατάλληλων διαστάσεων της πλάκας φόρτισης, κατασκευάστηκαν διάφορα μοντέλα με διαφορετικά μήκη πλάκας φόρτισης ξεκινώντας από 56mm ($L+2\text{mm}$) μέχρι το ακριβές μήκος του επίπεδου άκρου για την περίπτωση των δοκιμίων που ανταποκρίνονται σε γωνίες φόρτισης ($2\alpha=20^0$ και $2\alpha=30^0$). Από την διερεύνηση αυτή **Προτείνεται, η βέλτιστη διάσταση του μήκους να είναι το μήκος του επίπεδου άκρου του δίσκου και λίγο μεγαλύτερο, δηλαδή $[L+2\text{mm}]$, όπου L : το μήκος του επίπεδου άκρου του δίσκου.**
- 12 Για την περίπτωση μεγάλης πλάκας φόρτισης, το εντατικό και παραμορφωσιακό πεδίο καταδεικνύει ότι η αστοχία του δίσκου ξεκινάει από τις

δυο άκρες του δίσκου οπότε δεν επιτυγχάνεται το κριτήριο εγκυρότητας της δοκιμής όπου θέλει την ρωγμή να ξεκινάει και να διαδίδεται κατά τον κεντρικό άξονα φόρτισης.

- 13 Για την περίπτωση μικρής πλάκας φόρτισης, το εντατικό και παραμορφωσιακό πεδίο καταδεικνύει ότι η έναρξη και διάδοση της ρωγμής θα πραγματοποιείται στο κέντρο του δίσκου και άρα η δοκιμή θα ικανοποιεί το κριτήριο εγκυρότητας της, όπου η έναρξη και διάδοση πραγματοποιείται στην κεντρική περιοχή του δοκιμίου.
- 14 Οι ιδιότητες υλικών του χάλυβα και του μαρμάρου είναι παραπλήσιες με λόγο 2.6. Αυτό συνεπάγεται σε ομοιόμορφη παραμόρφωση τόσο του δοκιμίου, όσο και του χάλυβα. Συνεπώς, η παραμόρφωση του χάλυβα είναι ένα φαινόμενο όπου σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να αγνοηθεί, διότι εάν είναι να χρησιμοποιηθεί η μεγάλη πλάκα φόρτισης, με βάση τα αριθμητικά μοντέλα, θα παραμορφώνεται όπως ακριβώς σαν ένα πείραμα κάμψης με δυο σημεία.
- 15 Η ισοδύναμη τάση Griffith σ_G , είναι ανάλογη του σχετικού μήκους του δοκιμίου. Επομένως για να έχει ισχύ το κριτήριο Griffith και να υπάρξει έναρξη ρωγμής στο κέντρο του δίσκου, θα πρέπει η σ_G να είναι μέγιστη στο κέντρο του δίσκου.
- 16 Το κατώτατο όριο γωνιών επιβολής φορτίου για τα μοντέλα όπου απουσιάζει η πλάκα φόρτισης έτσι ώστε να υπάρξει έναρξη ρωγμής στο κέντρο του δίσκου είναι $2\alpha = 20^\circ$.
- 17 Το κατώτατο όριο γωνιών επιβολής φορτίου για τα μοντέλα με παρουσία της πλάκας φόρτισης, είναι $2\alpha = 15^\circ$.
- 18 Σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να αμεληθεί το ανώτατο όριο γωνιών φόρτισης όπου το πείραμα θεωρητικά αλλάζει σε μονοαξονική θλίψη. Μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτό σε αυτό το στάδιο έρευνας, ότι η διερεύνηση του ανώτατου ορίου γωνιών φόρτισης δεν θα επηρεάσει την έναρξη της ρωγμής στο κέντρο του δίσκου και άρα η εγκυρότητα της δοκιμής δεν επηρεάζεται.

6.2 Προτάσεις

Για την περαιτέρω μελέτη του προβλήματος της αντιδιαμετρικής φόρτισης δίσκων με επίπεδα άκρα, προτείνεται:

- Η εύρεση αναλυτικών λύσεων που να προσδιορίζουν τις κατανομές των τάσεων και παραμορφώσεων εντός του επίπεδου δίσκου. Με αυτή την ενέργεια μπορεί να γίνει δυνατή η σύγκριση της παρούσας εργασίας (εργαστηριακά και αριθμητικά αποτελέσματα) με τις αναλυτικές λύσεις.
- Να διερευνηθεί εργαστηριακά και αριθμητικά η επίδραση των μεγάλων γωνιών επαφής (2α) για το αν πραγματικά αλλάζει το πείραμα από έμμεσο εφελκυσμό σε μονοαξονική θλίψη (και άρα τα όρια εφαρμογής της δοκιμής).
- Να διερευνηθεί αριθμητικά η επίδραση στις αντοχές των δοκιμίων υπό την ύπαρξη ρωγμής (μήκος και προσανατολισμός) σε δοκίμια με εγκοπή και μαθηματική ρωγμή.
- Να μελετηθεί κατά πόσο είναι δυνατός ο προσδιορισμός της θραυστικής στιβαρότητας K_{Ic} τόσο εργαστηριακά όσο και αριθμητικά στους επίπεδους δίσκους.
- Η αλλαγή στις ιδιότητες του υλικού, έτσι ώστε να ανταποκρίνεται στις πραγματικές συνθήκες και άλλων πετρωμάτων για την λεπτομερέστερη εξαγωγή αποτελεσμάτων σχετικά με το πεδίο τάσεων και παραμορφώσεων.
- Η μελέτη λαμβάνοντας υπόψη τις τρεις διευθύνσεις ανισοτροπίας του ή και η μελέτη του προβλήματος με τη θεώρηση εγκάρσιας ισοτροπίας. Επίσης το πρόβλημα θα μπορούσε να μελετηθεί όσον αφορά την επίδραση στο μέγεθος (size effect) των δοκιμίων, με βάση την θεωρία του Carpinteri, καθώς είναι γνωστό ότι οι αντοχές των υλικών εξαρτώνται και από το μέγεθος των δοκιμίων.
- Να μελετηθεί η συνεκτική ζώνη στο κέντρο του δίσκου αλλά και οι τάσεις που μπορεί να μεταφέρει μια μικρο-ρωγματωμένη περιοχή μπροστά από την ορατή ανοιχτή ρωγμή καθώς επίσης και η επίδραση της συνεκτικής ζώνης στα αποτελέσματα (Dugdale/Barenblatt cohesive zone model).

Βιβλιογραφία

Ελληνική Βιβλιογραφία

1. **Αγιουτάντης, Ζ.**, “Στοιχεία Γεωμηχανικής και Μηχανική Πετρωμάτων”, Εκδόσεις «Ιων», Αθήνα 2002.
2. **Αγιουτάντης, Ζ.**, “Η δοκιμή του πεπλατυσμένου βραζιλιανού δίσκου”, Ορυκτός Πλούτος, Vol. 130, pp. 60-62, 2004.
3. **Αντωνιάδης, Π.**, “Κοιτασματολογία Ελλάδος”, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Κοιτασματολογίας, Ε.Μ.Π – Αθήνα, 1997.
4. **Βαρδουλάκης, Ι., Σ. Κουρκουλής, Γ. Εξαδάκτυλος, Α. Ροζάκης**, “Μηχανικές ιδιότητες και συμβατότητα φυσικών δομικών λίθων στα αρχαία μνημεία: Το Διονυσιακό μάρμαρο”, Διεπιστημονική Ημερίδα «Ο Δομικός Λίθος στα Μνημεία», ΙΓΜΕ, Αθήνα, Ελλάδα, 2002.
5. **Δημοπούλου, Μ.** “Θεωρητική, Πειραματική και Αριθμητική Διερεύνηση της Αντιδιαμετρικής Φόρτισης Δακτυλίου σε Μάρμαρο Διονύσου”, Μεταπτυχιακή διατριβή, Χανιά, 2004.
6. **Θεοχάρης, Π.**, “Πειραματική Μηχανική των Υλικών”, Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1970.
7. **Κακλής, Ν.Κ.**, “Χαρακτηρισμός ανισοτροπίας και αντοχής των πετρωμάτων με τη δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψεως δίσκου”, Διδακτορική διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2002.
8. **Μιχαλόπουλος, Γ.** “Προσδιορισμός της θραυστικής στιβαρότητας K_{Ic} του μαρμάρου Carrara”, Διπλωματική εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2005.
9. **Σαρρής, Ε.** “Προσομοίωση ανατίναξης με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων”, Διπλωματική εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2004.
10. **Σαρρής, Ε.** “Αριθμητική και θεωρητική διερεύνηση του εντατικού και παραμορφωσιακού πεδίου σε βραζιλιανό δίσκο με ρωγή και εγκοπή”, Μεταπτυχιακή διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά, 2005.

11. **Τρικαλλινός, Ε.** “Περί της επιδράσεως ορογενετικών κινήσεων εις τας περιοχάς της ζώνης Ελλάδος-Συμβολή εις την διερεύνησιν της τεκτονικής δομής της Ελλάδος”, Πρακτικά Ακαδημίας Αθηνών, vol. 38, pp. 318-329, 1951.

Διεθνής Βιβλιογραφία

1. **Andreev, G.E.**, “A review of the Brazilian test for rock tensile strength determination. Part II: Contact conditions”, Mining Science and Technology, Vol. 13, pp. 457-465, 1991.
2. **Andreev, G.E.**, “A review of the Brazilian test for rock tensile strength determination. Part I: Calculation formula”, Mining Science and Technology, Vol. 13, pp. 445-456, 1991.
3. **Barla, G., N. Innaurato**, “Indirect Tensile Testing of Anisotropic Rocks”, Rock Mechanics, Vol. 5, pp. 215-230, 1973.
4. **Barla, G., L. Goffi**, “Direct Tensile Testing of Anisotropic Rocks”, Proceedings of the Third International Congress of Rock Mechanics, Vol. 2, Part A, Denver, pp. 93-98, 1974.
5. **Berenbaum R., I. Brodie**, “Measurement of the Tensile Strength of Brittle Materials”, British Journal of Applied Physics, Vol. 10, pp. 281-287, 1959.
6. **Bieniawski Z.T, I. Hawkes**, “Suggested Methods for Determining Tensile Strength of Rock Materials”, Int. J. Rock Mech. Min. Sci and Geomech. Abstr., 15, pp. 99-103, 1978.
7. **Brady B. H. G. and E. T. Brown**, “Rock Mechanics – For Underground Mining”, Chapman & Hall, 1985.
8. **Brown, E.T.**, “Rock Characterization Testing and Monitoring”, Pergamon Press, 1981.
9. **Carneiro F.L.L, A. Barcillos**, “Tensile Strength of Concrete”, Bulletin No. 13, International Association of Testing and Research Laboratories for Materials and Structures, pp. 97-123, Paris, 1953.
10. **Cook R., D. Malkus and M. Plesha**, “Concepts and Applications of Finite Element Analysis”, J. Wiley, 1989.
11. **Desai C. S. and J. F. Abel**, “Introduction to the Finite Element Method – A Numerical Method for Engineering Analysis”, East – West Press, 1972.

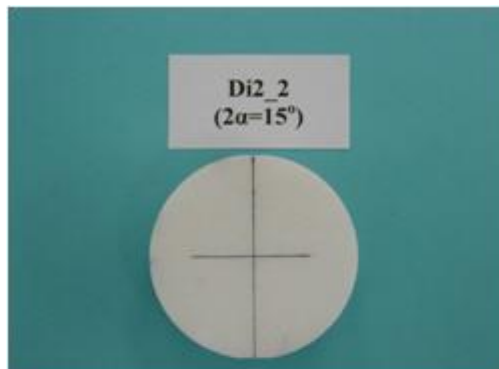
12. **Exadaktylos, G.E., I. Vardoulakis, S.K. Kourkoulis**, “*Influence of Nonlinearity and Double Elasticity on Flexure of Rock Beams – I. Technical theory*”, Int. J. Sol. Struct., 38, pp. 4091-4117, 2001.
13. **Exadaktylos, G.E., I. Vardoulakis, S.K. Kourkoulis**, “*Influence of Nonlinearity and Double Elasticity on Flexure of Rock Beams – II. Characterization of Dionysos Marble*”, Int. J. Sol. Struct., 38, pp. 4119-4145, 2001.
14. **Exadaktylos G.E, K.N. Kaklis**, “*Applications of An Explicit Solution for the Transversely Isotropic Circular Disk Compressed Diametrically*”, Int. J. Rock Mech. Min. Sci and Geomech. Abstr., 38, pp. 227-343, 2001.
15. **Fagan M. J.**, “*Finite Element Analysis – Theory and Practice*”, Longman Group, 1996.
16. **Felippa C. A.**, “*An Introduction to Finite Element Method*”, (Lecture notes), Department of Aerospace Engineering Sciences, Colorado University, 2003.
17. **Gere, J.M., S.P. Timoshenko**, “*Mechanics of Materials*”, 4th Edition, PWS Publishing Company, 1997.
18. **Griffith A. A.**, “*The Phenomenon of Rapture and Flow in Solids*”, Phil. Trans. R. Soc. London, Series A, pp. 163-198, 1921.
19. **Griffith A. A.**, “*Theory of Rapture*”, Proc.1st Int. Congr. Applied. Mech., pp. 55-63, 1924.
20. **Guo, H., N.I. Aziz**, “*A simple Method of Measuring rock Fracture Toughness Using the Brazilian Test Method*”, Proceedings of the 11th International Conference on Ground Control in Mining, University of Wollongong, NSW, Australia, 1993.
21. **Hobbs, D.W.**, “*The Tensile Strength of Rocks*”, Int. J. Rock Mech. Min. Sci and Geomech. Abstr., 1, pp. 385-396, 1964.
22. **Hobbs, D.W.**, “*An Assessment of a Technique for Determining the Tensile Strength of Rock*” Brit. J. Appl. Phys., 16, pp. 259-268, 1965.
23. **Hondros, G.**, “*The Evaluation of Poisson’s Ratio and the Modulus of Materials of a Low Tensile Resistance by the Brazilian (indirect tensile) Test with Particular Reference to Concrete*”, Aust. J. Appl. Sci., 10, pp. 243-264, 1959.
24. **Hudson, J.A.**, “*Tensile strength and the ring test*”, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 6, pp. 91-97, 1969.

25. **Hudson, J.A., E.T. Brown, F. Rummel**, “*The Controlled Failure of discs and Rings Loaded in Diametrical Compression*”, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 9, pp. 241-248, 1972.
26. **Jaeger, J.C., E.R. Hoskins**, “*Stresses and failure in rings of rock loaded in diametrical tension or compression*”, Brit. J. Appl. Phys., 17, pp. 685-692. 1966.
27. **Jaeger J.C, N.G.W. Cook**, “*Fundamentals of Rock Mechanics*”, Chapman and Hall, London, 2nd Edition, 1976.
28. **Jonsen P., H.A. Haggblad, K. Sommer**, “*Tensile strength and fracture energy of pressed metal powder by diametrical compression test*”, Powder Technology, vol. 176, pp. 148-155, 2007.
29. **Kaklis, K.N, Z. Agioutantis, E. Sarris and A. Pateli**, “*A theoretical and numerical study of discs with flat edges under diametrical compression, the flat Brazilian test*”, 5th GRACM, International Congress on Computational Mechanics, vol. 2, pp. 437-444, 2005.
30. **Kober, L.** “*Beitrage zur geologie von Attica*”, Sitz. Akad. Wien, vol.138, pp. 299-329, 1929.
31. **Kourkoulis S.K, G.E Exadaktylos, I. Vardoulakis**, “*U-notched Dionysos-Pentelicon marble beams in three point bending: The effect of nonlinearity, anisotropy and microstructure*”, International Journal of Fracture, vol 98, pp. 369-392, 1999.
32. **Lepsius, R**, “*Geologie von Attica. Ein Beitrag zur Lehre vom Metamorphismus der Gesteine*”. Berlin pp.196. (Translation by Vougioukas, G.), A.U.A library, pp. 592, 1906.
33. **Ling W. and H. Stolarski**, “*On Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Some Frictional Contact Problems with Large Sliding*”, Engineering Computations, Vol. 14, No 5, pp. 558-580, 1997.
34. **Mellor, M., I. Hawkes**, “*Measurement of Tensile Strength by Diametral Compression of Discs and Annuli*”, Engineering Geology, 5, pp. 173-225, 1971.
35. **Msc engineering group**, “*Marc-Mentat, 2000 Manuals*”, Theory and User Information, 2000.
36. **Price, D.G. and J.L. Knill**, “*A study of the tensile strength of isotropic rocks*”, 1966.
37. **Reddy J.N**, “*An Introduction to the Finite Element Method*”, Second Edition, McGraw Hill, 1984.

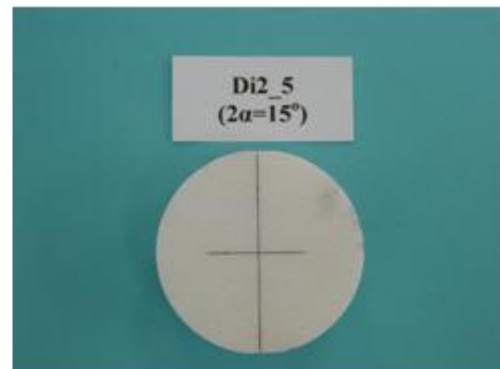
-
38. Rocco C., G. Guinea, J. Planas, M. Elices, “*Mechanisms of Rapture in Splitting Tests*”, ACI Materials Journal, pp. 52-60, 1999.
39. Sarris E., K.N. Kaklis, Z. Agioutantis, S. Kourkoulis, “*Numerical Simulation of the Cracked Brazilian Disk Under Diametrical Compression*”, Proceedings of the 7th International Workshop on Bifurcation, Instabilities and Degradation in Geomechanics, pp.84, Chania, Crete, 2005.
40. Sindowski, F.K.H, “*Results and problems of heavy mineral analysis in Germany: a review of sedimentary petrological papers from 1936-1948*”, Journal of Sedimentary Petrology, Vol. 19, pp. 3-25, 1949.
41. Timoshenko, S.P., J.N. Goodier, “*Theory of Elasticity*”, 3rd Edition, International Students Edition, 1970.
42. Vutukuri, V.S., R.D. Lama and S.S Saluja, “*Handbook on Mechanical Properties of Rocks*”, Series on Rock and Soil Mechanics, Vol. 1, Trans Tech Publications, 1974.
43. Wang, Q.Z., X.M. Jia, S.Q Kou, Z.X. Zhang, P.A Lindqvist, , “*The Flattened Brazilian Disc Specimen Used for Testing Elastic Modulus, Tensile Strength and Fracture Toughness of Brittle Rocks: Analytical and Numerical Results*”, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 41, pp. 245-253, 2004.
44. Wang, Q.Z., W. Li, X.L. Song, “*A method for testing dynamic tensile strength and elastic modulus of rock materials using SHPB*”, Pure and Applied Geophysics, Vol. 163, pp. 1091-1100, 2006.
45. Whittaker, B.N., R.N. Singh, and G. Sun, “*Rock Fracture Mechanics*”, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, the Netherlands, 1992.
46. Yong, Y., Y. Jianmin, Z. Zouwu, *Shape effects in the Brazilian tensile strength test and a 3D FEM correction*, Technical Note, Int. J. Rock Mech., vol. 43, pp. 632-627, 2006.

Παράρτημα Α

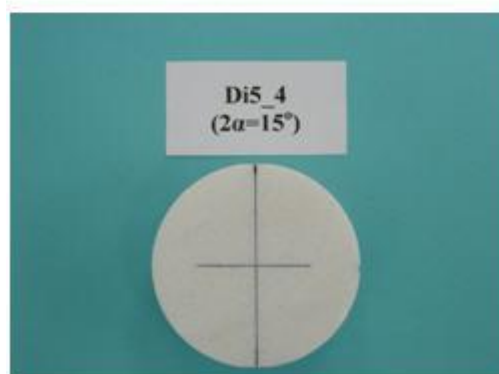
Προετοιμασία Δειγμάτων (Πριν το Εργαστήριο)



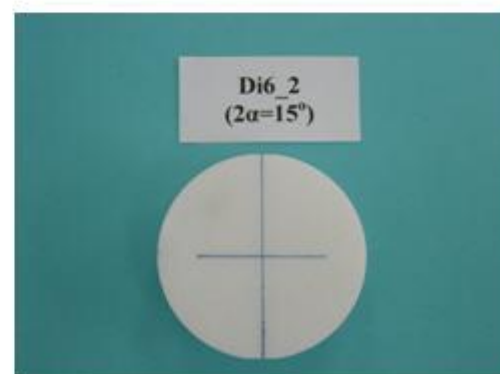
Δοκίμιο 1 ($2^{\alpha}=15^{\theta}$)



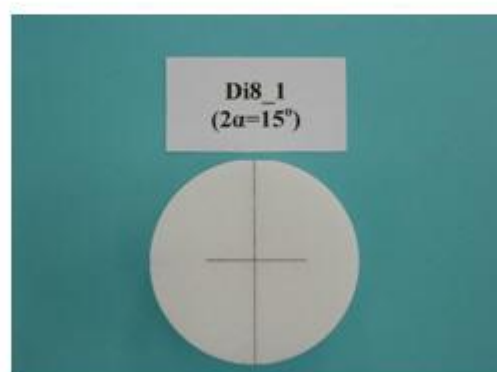
Δοκίμιο 2 ($2^{\alpha}=15^{\theta}$)



Δοκίμιο 3 ($2^{\alpha}=15^{\theta}$)



Δοκίμιο 4 ($2^{\alpha}=15^{\theta}$)

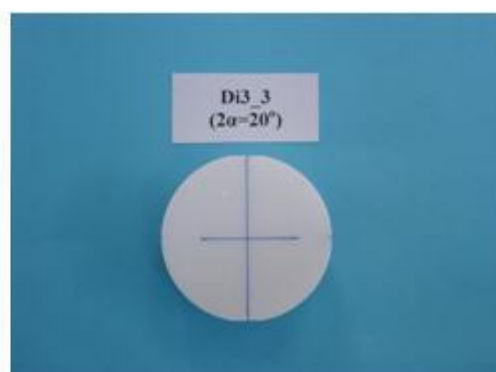


Δοκίμιο 5 ($2^{\alpha}=15^{\theta}$)

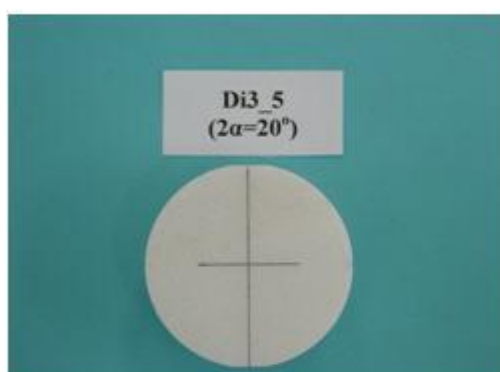
Σχήμα Α.1: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2^{\alpha}=15^{\theta}$)



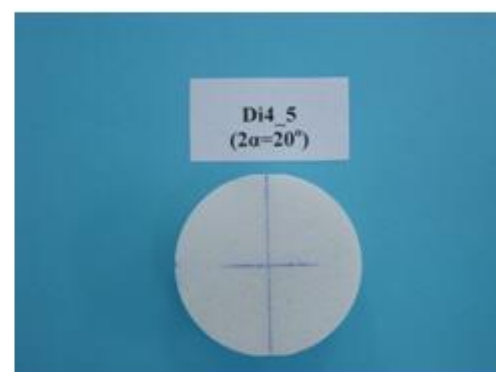
Δοκίμιο 1 ($2^\alpha=20^\theta$)



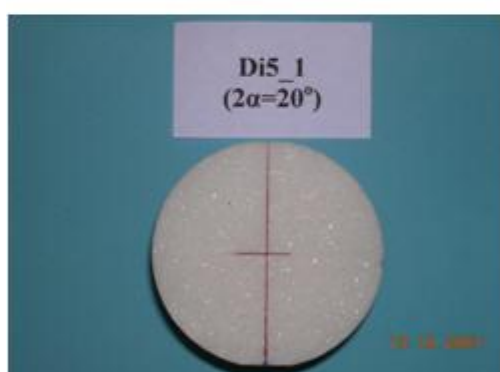
Δοκίμιο 2 ($2^\alpha=20^\theta$)



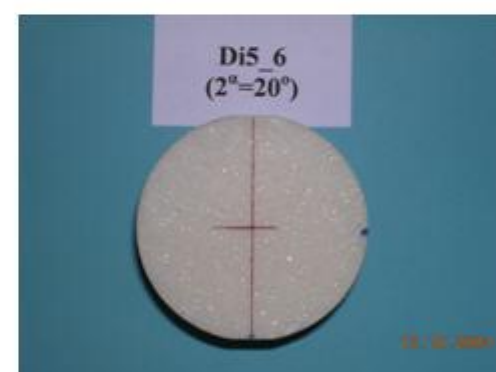
Δοκίμιο 3 ($2^\alpha=20^\theta$)



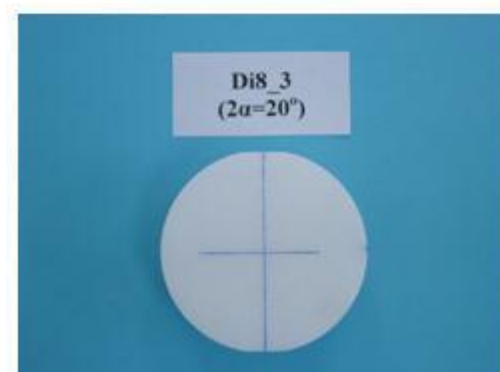
Δοκίμιο 4 ($2^\alpha=20^\theta$)



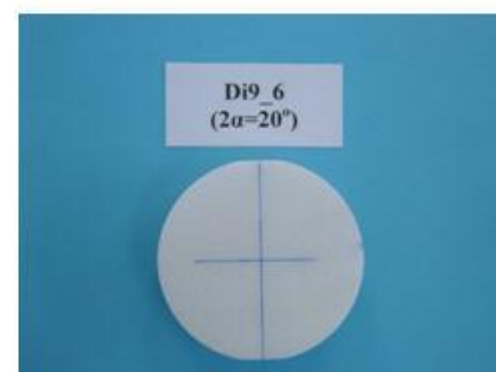
Δοκίμιο 5 ($2^\alpha=20^\theta$)



Δοκίμιο 6 ($2^\alpha=20^\theta$)



Δοκίμιο 7 ($2^\alpha=20^\theta$)

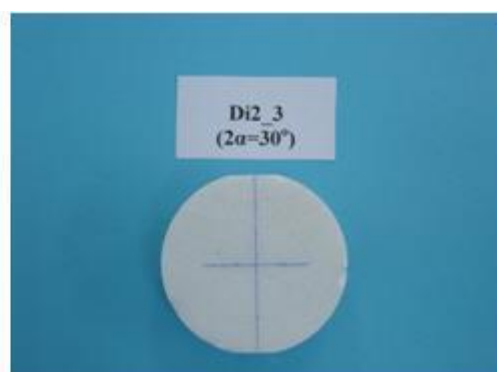


Δοκίμιο 8 ($2^\alpha=20^\theta$)

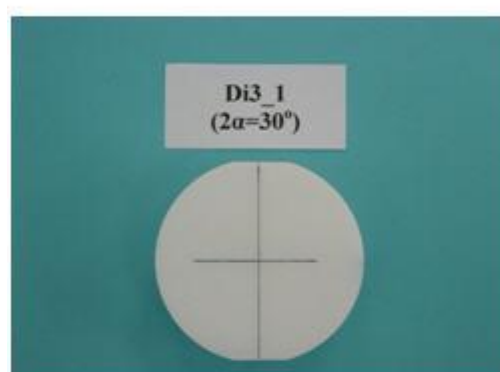
Σχήμα Α.2: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2^\alpha=20^\theta$)



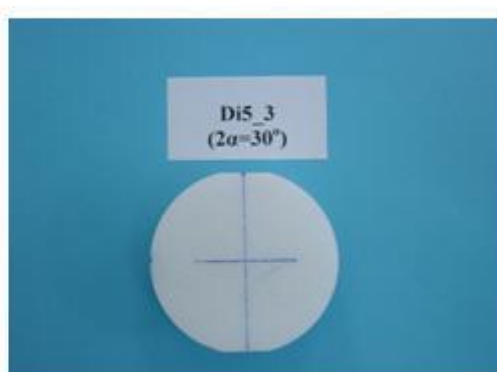
Δοκίμιο 1 ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)



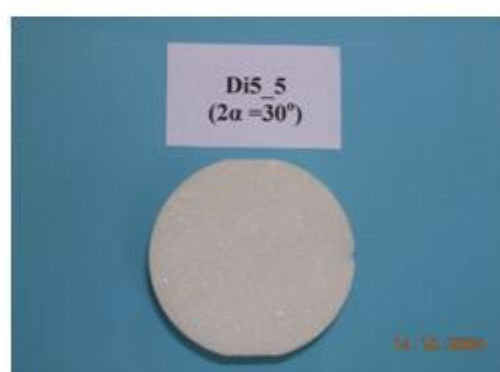
Δοκίμιο 2 ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)



Δοκίμιο 3 ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)



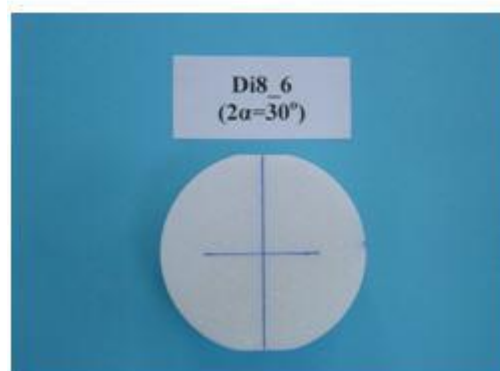
Δοκίμιο 4 ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)



Δοκίμιο 5 ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)



Δοκίμιο 6 ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)

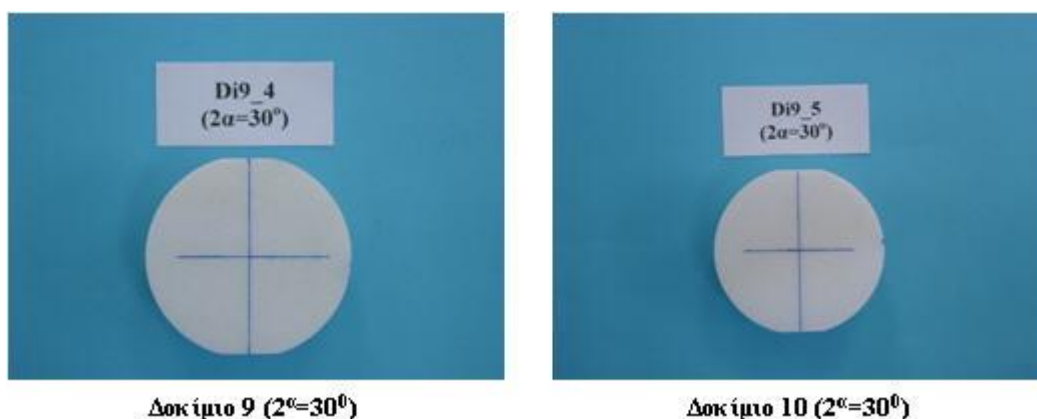


Δοκίμιο 7 ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)



Δοκίμιο 8 ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)

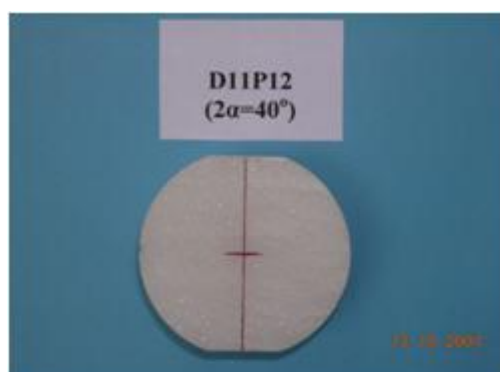
Σχήμα Α.3: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2^{\alpha}=30^{\theta}$)



Δοκίμιο 9 ($2\alpha=30^\circ$)

Δοκίμιο 10 ($2\alpha=30^\circ$)

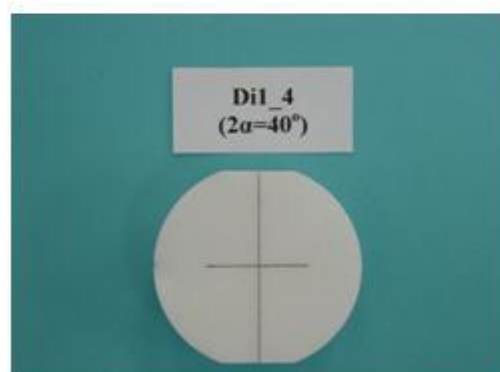
Σχήμα Α.4: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=30^\circ$)



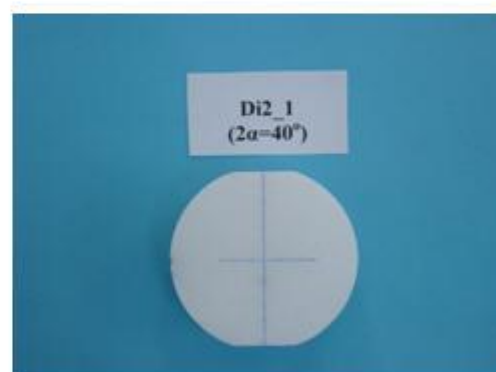
Δοκίμιο 1 ($2\alpha=40^\circ$)



Δοκίμιο 2 ($2\alpha=40^\circ$)



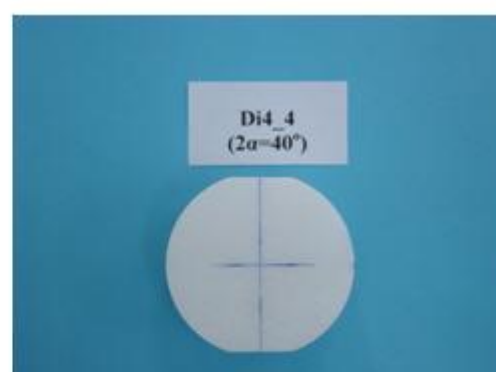
Δοκίμιο 3 ($2\alpha=40^\circ$)



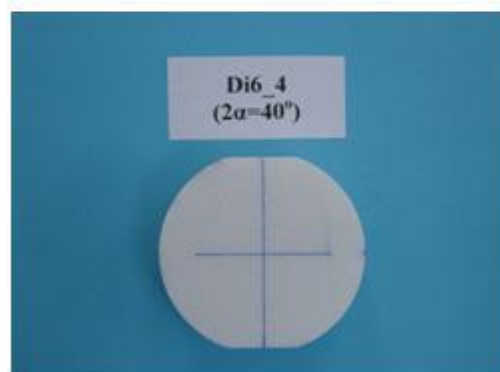
Δοκίμιο 4 ($2\alpha=40^\circ$)



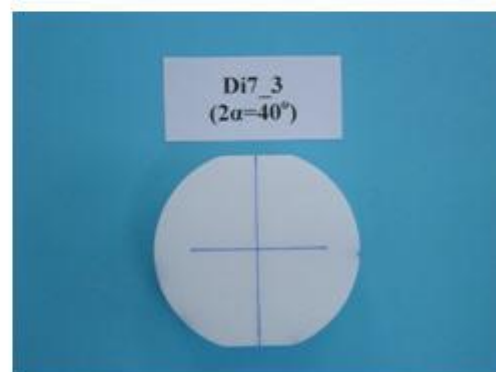
Δοκίμιο 5 ($2\alpha=40^\circ$)



Δοκίμιο 6 ($2\alpha=40^\circ$)

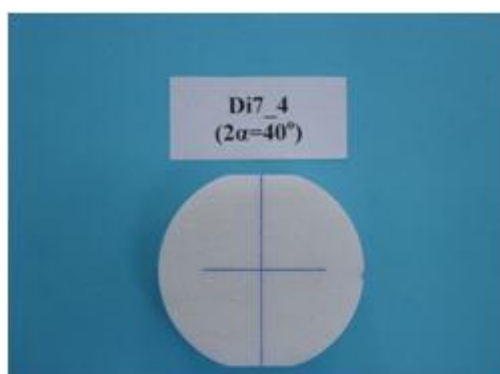


Δοκίμιο 7 ($2\alpha=40^\circ$)

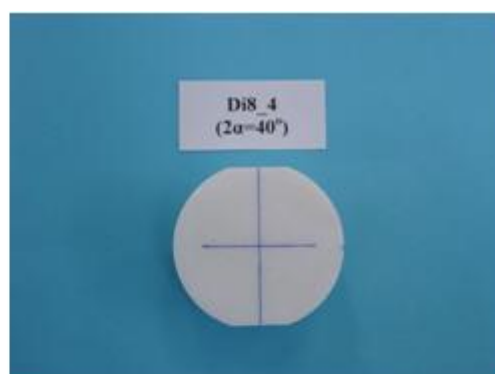


Δοκίμιο 8 ($2\alpha=40^\circ$)

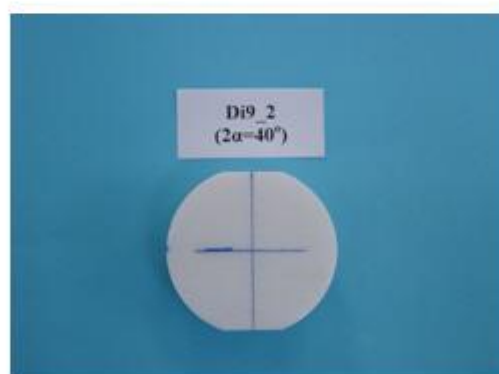
Σχήμα Α.5: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=40^\circ$)



Δοκίμιο 9 ($2^{\alpha}=40^{\theta}$)

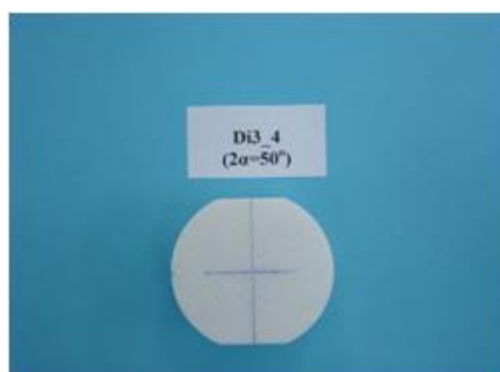


Δοκίμιο 10 ($2^{\alpha}=40^{\theta}$)



Δοκίμιο 11 ($2^{\alpha}=40^{\theta}$)

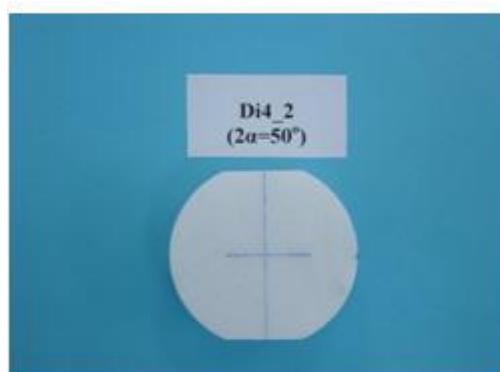
Σχήμα Α.6: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2^{\alpha}=40^{\theta}$)



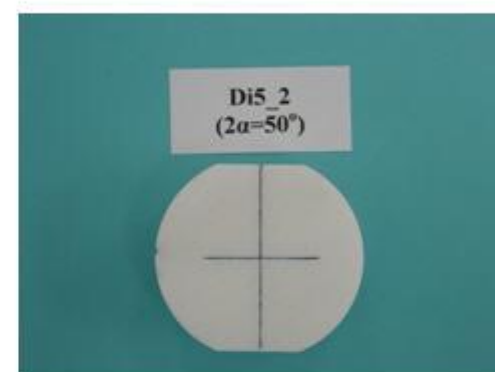
Δοκίμιο 1 ($2^\alpha=50^\theta$)



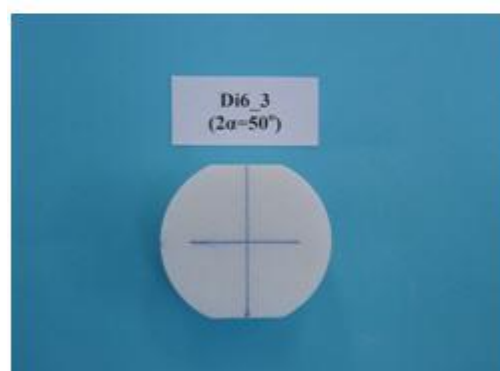
Δοκίμιο 2 ($2^\alpha=50^\theta$)



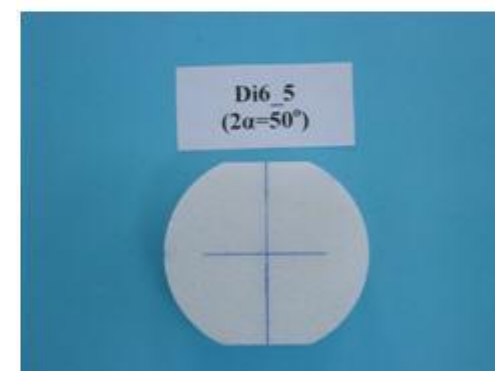
Δοκίμιο 3 ($2^\alpha=50^\theta$)



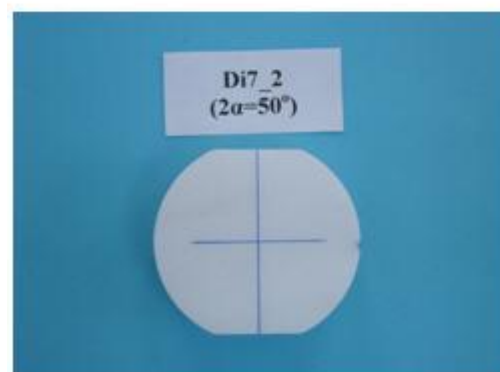
Δοκίμιο 4 ($2^\alpha=50^\theta$)



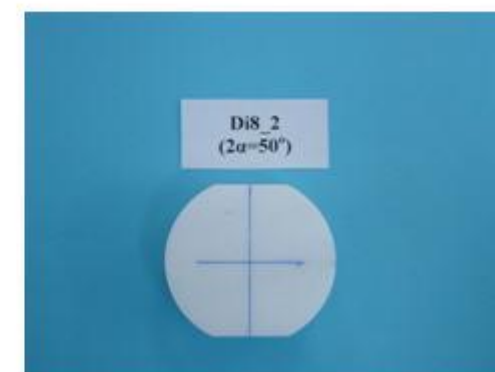
Δοκίμιο 5 ($2^\alpha=50^\theta$)



Δοκίμιο 6 ($2^\alpha=50^\theta$)

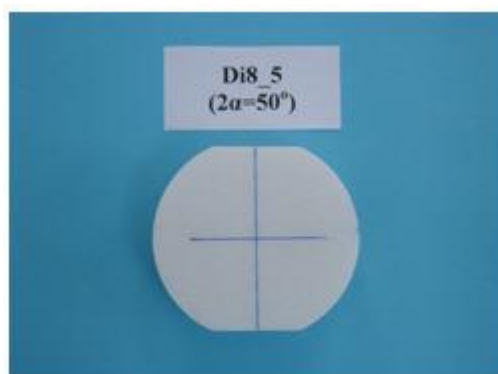


Δοκίμιο 7 ($2^\alpha=50^\theta$)



Δοκίμιο 8 ($2^\alpha=50^\theta$)

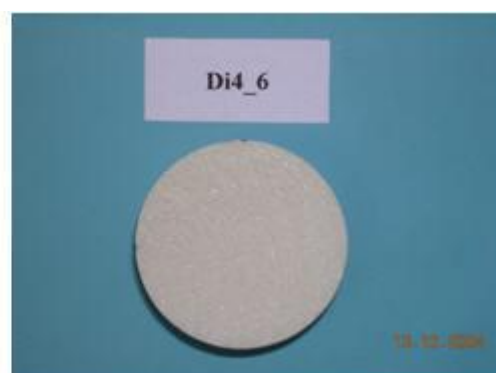
Σχήμα Α.7: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2^\alpha=50^\theta$)



Δοκίμιο 1 ($2\alpha=50^\circ$)
Σχήμα Α.8: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=50^\circ$)



Δοκίμιο 1 (Κλαστικός Βραζιλιανός)

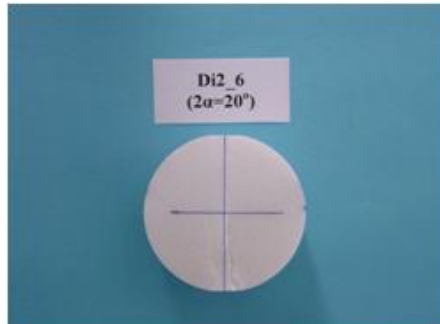


Δοκίμιο 2 (Κλαστικός Βραζιλιανός)

Σχήμα Α.9: Δείγματα κλασσικής δοκιμής

Παράρτημα Β

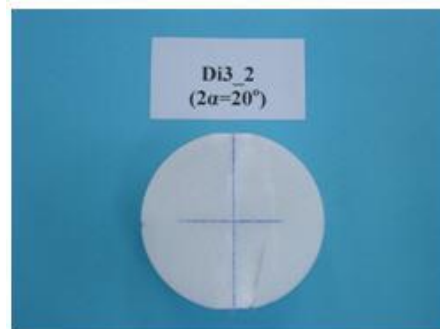
Δείγματα μετά την αστοχία (Μετά το Εργαστήριο)



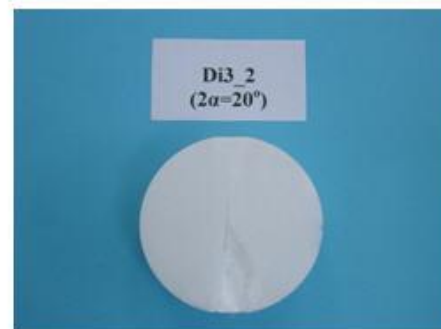
Δοκίμιο 1 (Μπροστά)



Δοκίμιο 1 (Πίσω)



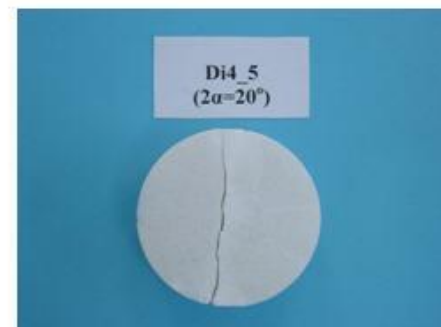
Δοκίμιο 2 (Μπροστά)



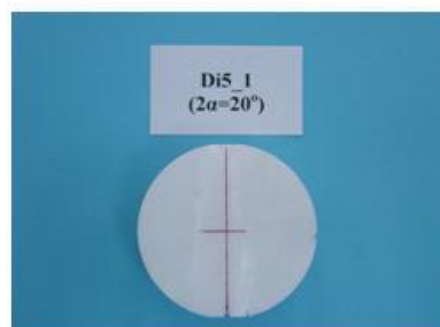
Δοκίμιο 2 (Πίσω)



Δοκίμιο 3 (Μπροστά)



Δοκίμιο 3 (Πίσω)

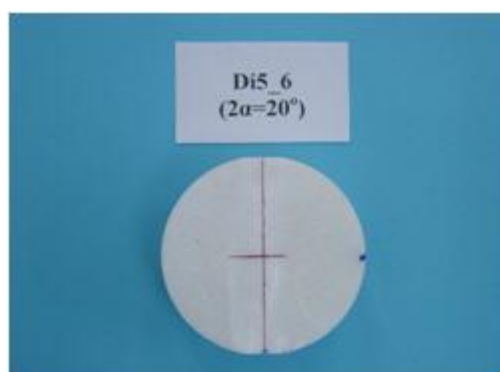


Δοκίμιο 4 (Μπροστά)



Δοκίμιο 4 (Πίσω)

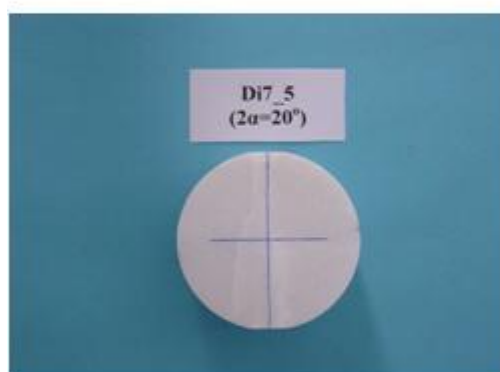
Σχήμα Β.1: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2^\alpha=20^\circ$)



Δοκίμιο 5 (Μπροστά)



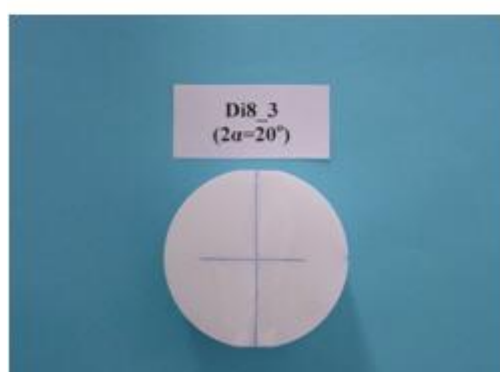
Δοκίμιο 5 (Πίσω)



Δοκίμιο 6 (Μπροστά)



Δοκίμιο 6 (Πίσω)

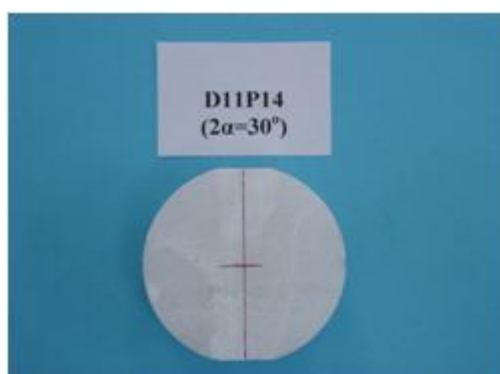


Δοκίμιο 7 (Μπροστά)



Δοκίμιο 7 (Πίσω)

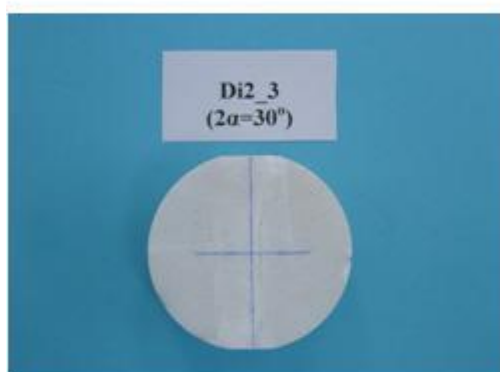
Σχήμα Β.2: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2^\alpha=20^\circ$)



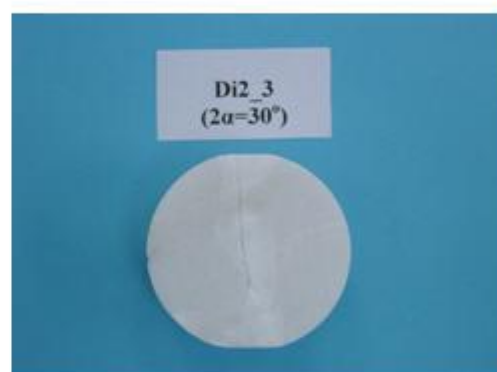
Δοκίμιο 1 (Μπροστά)



Δοκίμιο 1 (Πίσω)



Δοκίμιο 2 (Μπροστά)



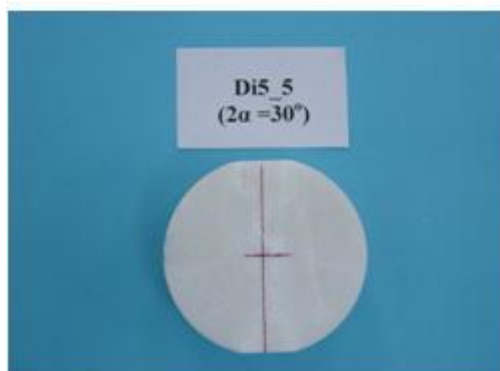
Δοκίμιο 2 (Πίσω)



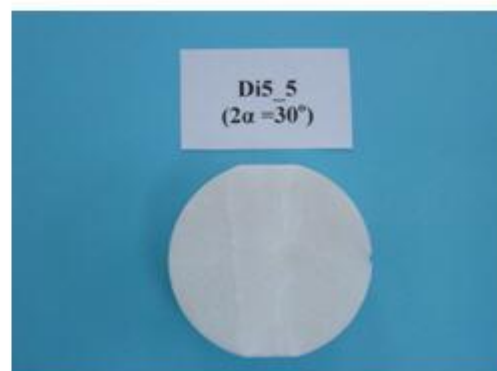
Δοκίμιο 3 (Μπροστά)



Δοκίμιο 3 (Πίσω)

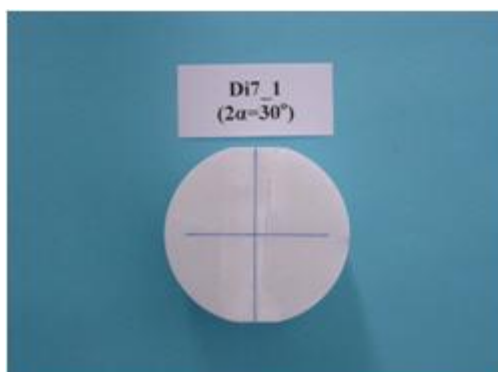


Δοκίμιο 4 (Μπροστά)



Δοκίμιο 4 (Πίσω)

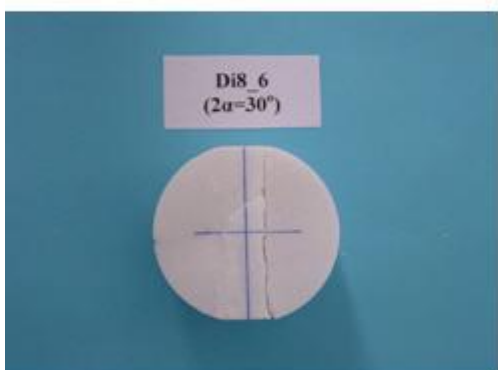
Σχήμα Β.3: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=30^\circ$)



Δοκίμιο 5 (Μπροστά)



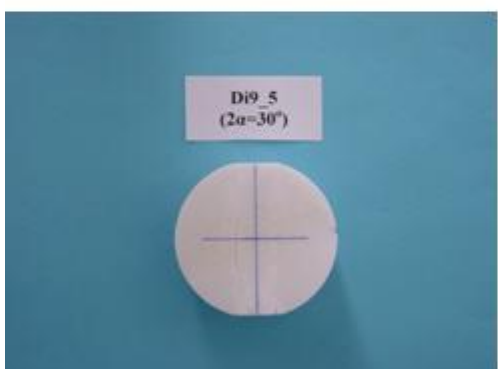
Δοκίμιο 5 (Πίσω)



Δοκίμιο 6 (Μπροστά)



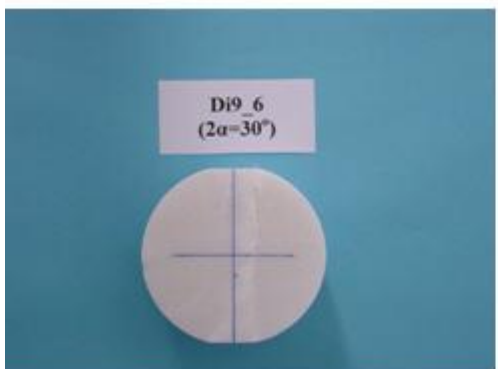
Δοκίμιο 6 (Πίσω)



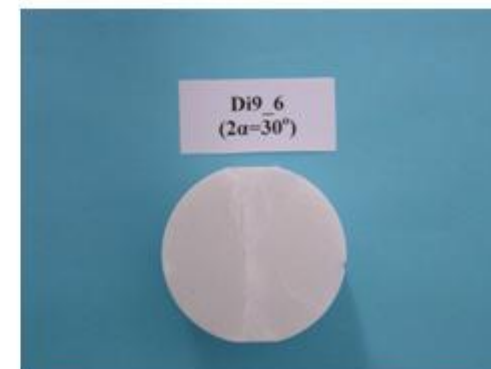
Δοκίμιο 7 (Μπροστά)



Δοκίμιο 7 (Πίσω)



Δοκίμιο 8 (Μπροστά)



Δοκίμιο 8 (Πίσω)

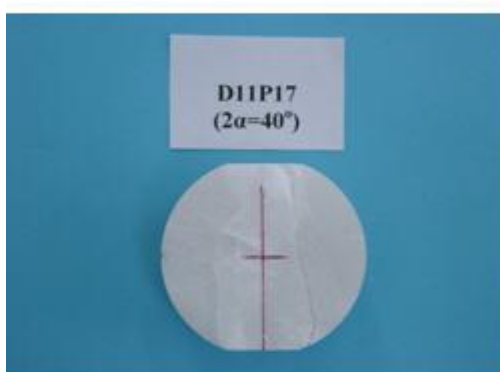
Σχήμα Β.4: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=30^\circ$)



Δοκίμιο 1 (Μπροστά)



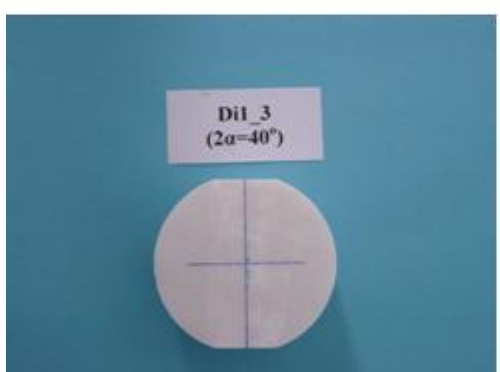
Δοκίμιο 1 (Πίσω)



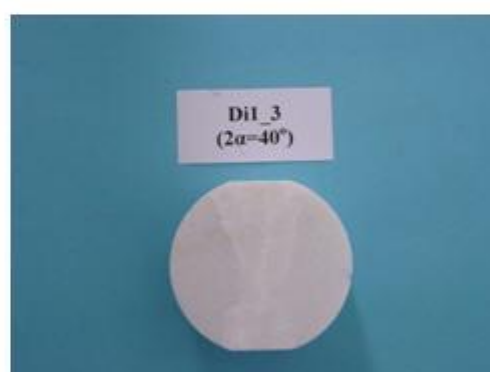
Δοκίμιο 2 (Μπροστά)



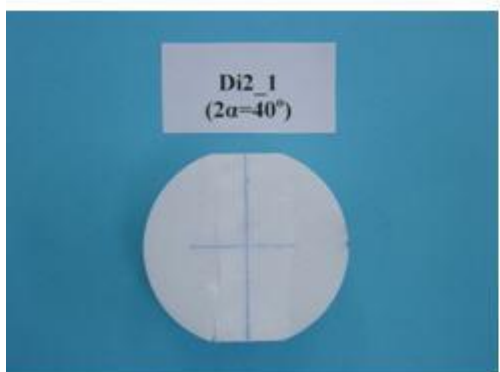
Δοκίμιο 2 (Πίσω)



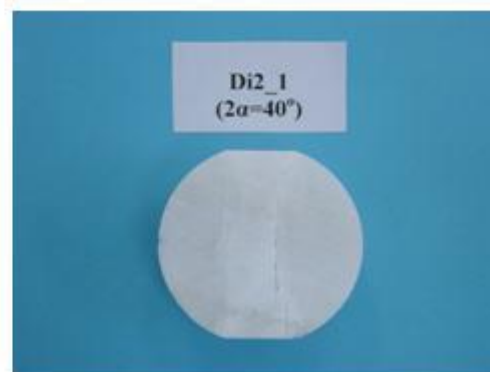
Δοκίμιο 3 (Μπροστά)



Δοκίμιο 3 (Πίσω)

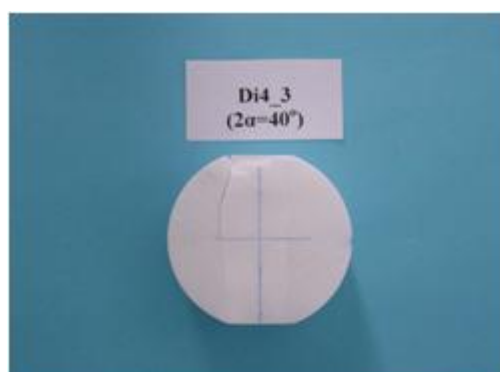


Δοκίμιο 4 (Μπροστά)



Δοκίμιο 4 (Πίσω)

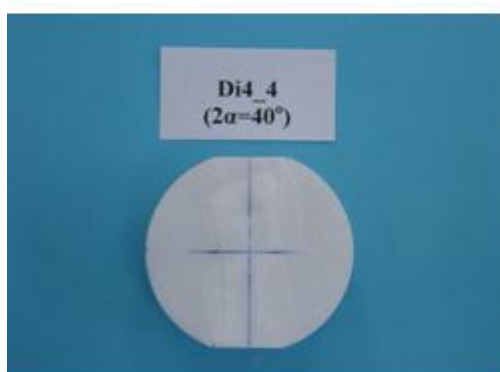
Σχήμα Β.5: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=40^\circ$)



Δοκίμιο 5 (Μπροστά)



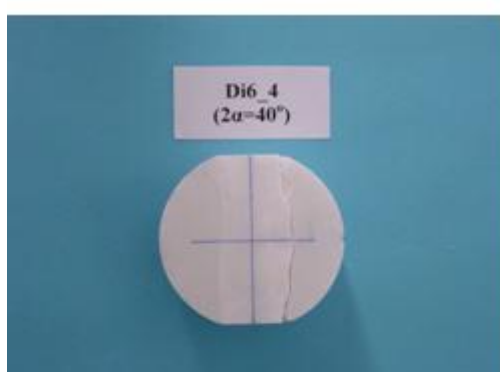
Δοκίμιο 5 (Πίσω)



Δοκίμιο 6 (Μπροστά)



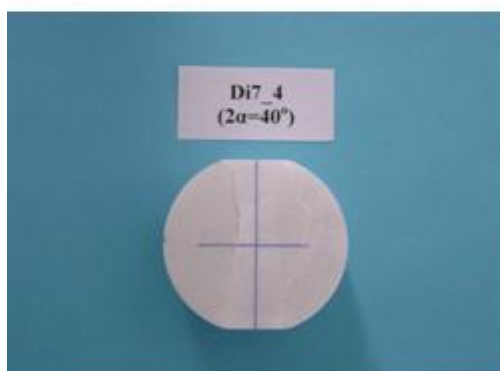
Δοκίμιο 6 (Πίσω)



Δοκίμιο 7 (Μπροστά)



Δοκίμιο 7 (Πίσω)

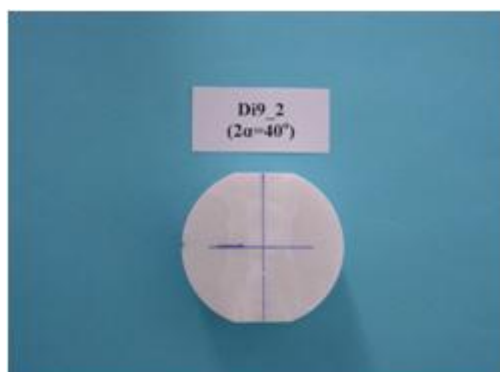


Δοκίμιο 8 (Μπροστά)



Δοκίμιο 8 (Πίσω)

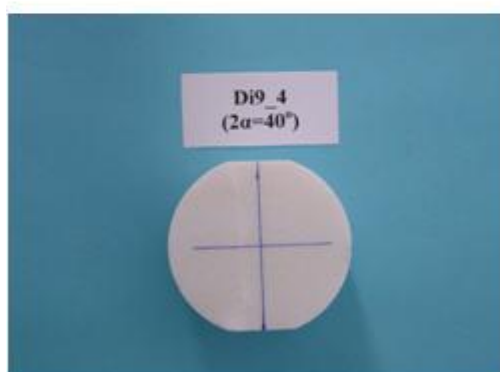
Σχήμα Β.6: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=40^\circ$)



Δοκίμιο 9 (Μπροστά)



Δοκίμιο 9 (Πίσω)

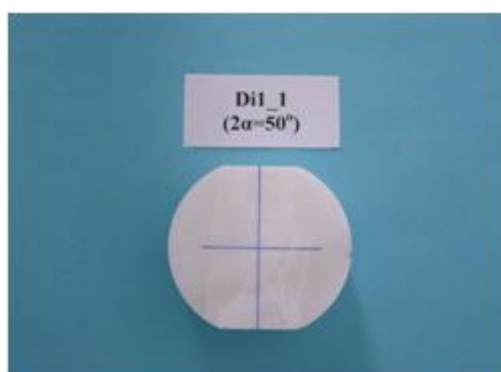


Δοκίμιο 10 (Μπροστά)

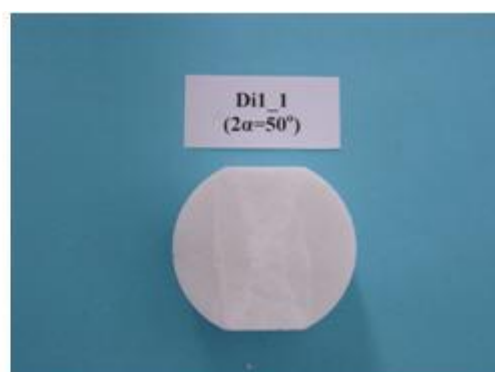


Δοκίμιο 10 (Πίσω)

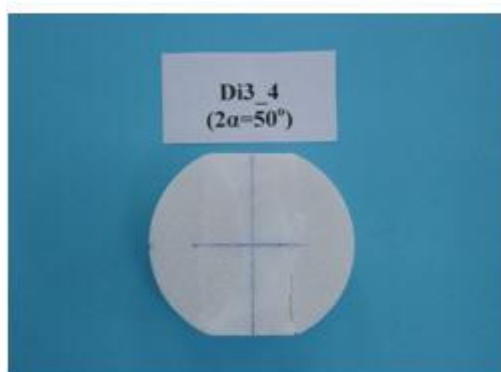
Σχήμα Β.7: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=40^\circ$)



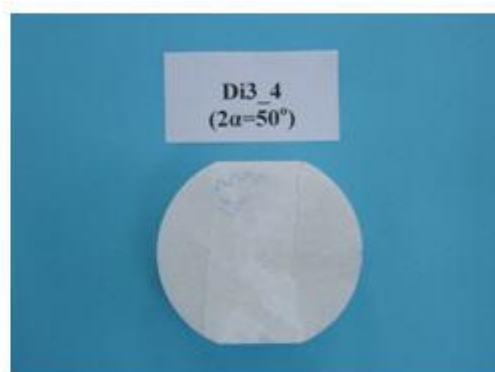
Δοκίμιο 1 (Μπροστά)



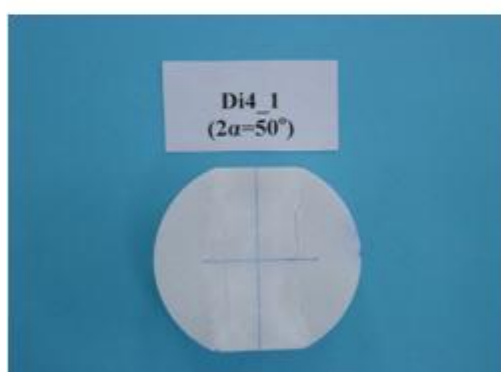
Δοκίμιο 1 (Πίσω)



Δοκίμιο 2 (Μπροστά)



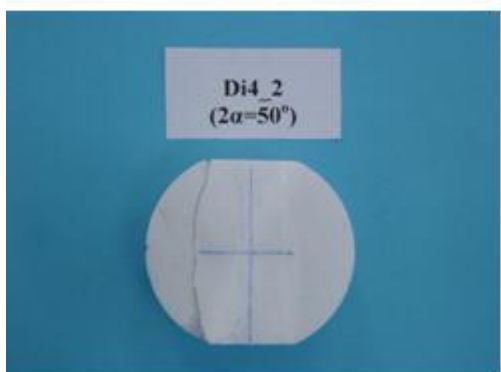
Δοκίμιο 2 (Πίσω)



Δοκίμιο 3 (Μπροστά)



Δοκίμιο 3 (Πίσω)

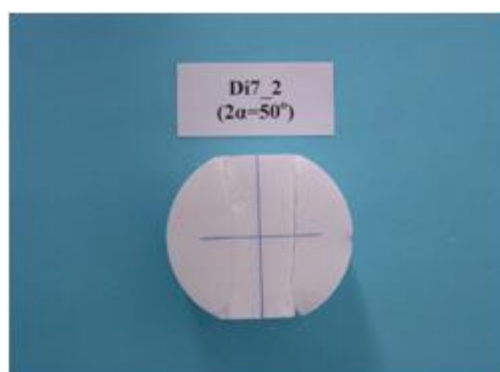


Δοκίμιο 4 (Μπροστά)



Δοκίμιο 4 (Πίσω)

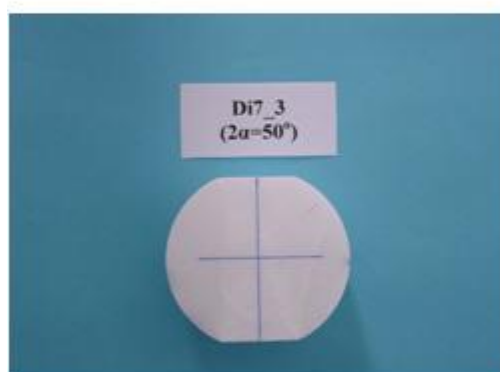
Σχήμα Β.8: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=50^\circ$)



Δοκίμιο 5 (Μπροστά)



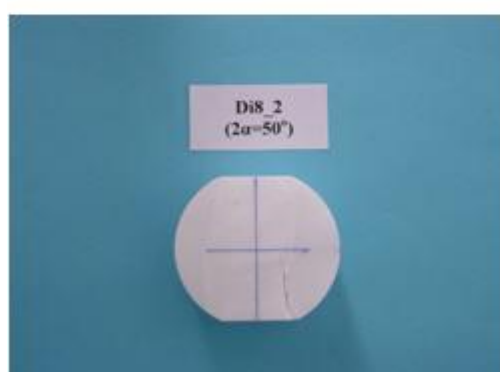
Δοκίμιο 5 (Πίσω)



Δοκίμιο 6 (Μπροστά)



Δοκίμιο 6 (Πίσω)



Δοκίμιο 7 (Μπροστά)



Δοκίμιο 7 (Πίσω)

Σχήμα Β.9: Δείγματα με γωνίες επαφής ($2\alpha=50^\circ$)



Δοκίμιο 1 (Μπροστά)



Δοκίμιο 1 (Πίσω)

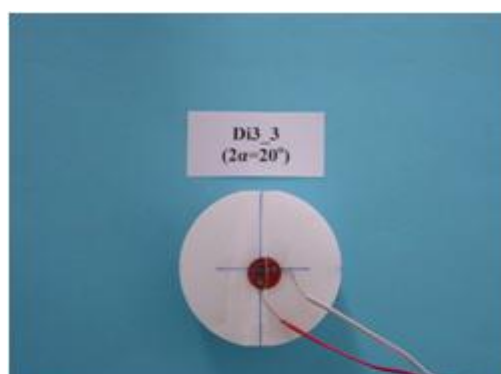


Δοκίμιο 2 (Μπροστά)

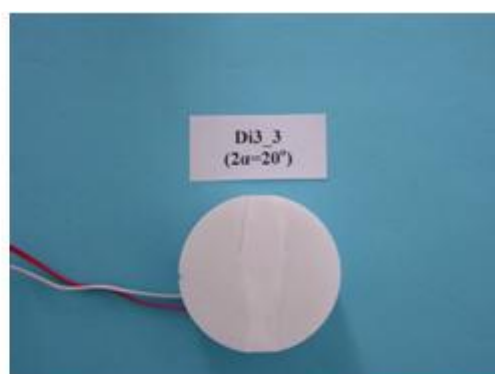


Δοκίμιο 2 (Πίσω)

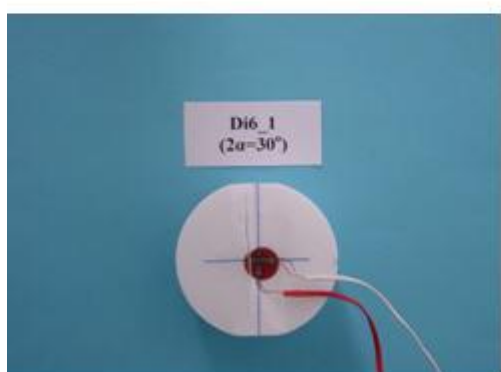
Σχήμα Β.10: Δείγματα κλασσικής δοκιμής



Δοκίμιο 1 (Μπροστά)



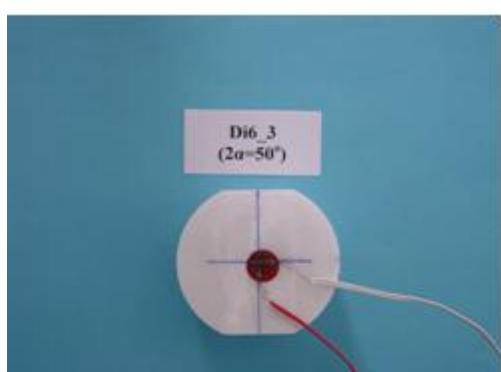
Δοκίμιο 1 (Πίσω)



Δοκίμιο 2 (Μπροστά)



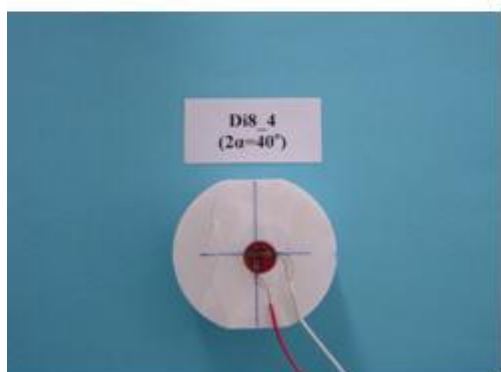
Δοκίμιο 2 (Πίσω)



Δοκίμιο 3 (Μπροστά)



Δοκίμιο 3 (Πίσω)



Δοκίμιο 4 (Μπροστά)



Δοκίμιο 4 (Πίσω)

Σχήμα Β.11: Δείγματα με μυκηνοστάμετρα