



Πολυτεχνείο Κρήτης

Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης

Μεταπτυχιακή Εργασία

Επίλυση προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση με χρήση Αλγορίθμων Εμπνευσμένων από τη Φύση



Ιορδανίδου Γεωργία-Ρουμπίνη

Επιβλέπων καθηγητής: Μαρινάκης Ιωάννης

**Χανιά,
Σεπτέμβριος 2012**

Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω κάποια άτομα τα οποία με βοήθησαν στη συγγραφή αυτής της μεταπτυχιακής εργασίας. Καταρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Μαρινάκη Ιωάννη με του οποίου την κατάλληλη καθοδήγηση κατάφερα να ολοκληρώσω τη μεταπτυχιακή μου εργασία. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω και την οικογένεια μου για την ηθική συμπαράσταση που μου προσέφερε.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (VEHICLE ROUTING PROBLEM - VRP)	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1: ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (VEHICLE ROUTING PROBLEM - VRP).....	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.2: ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.3: ΣΤΟΧΟΙ ΚΑΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΕΝΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.4: ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΖΗΤΗΣΗ (STOCHASTIC VEHICLE ROUTING PROBLEM - SVRP)	12
<i>Κεφάλαιο 1.4.1: Μοντελοποίηση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση.....</i>	<i>13</i>
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΜΠΝΕΥΣΜΕΝΟΙ ΑΠΟ ΤΗ ΦΥΣΗ.....	15
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.1: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΚΛΩΝΩΝ (CLONAL SELECTION ALGORITHM-CSA).....	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.2: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΖΕΥΓΑΡΩΜΑΤΟΣ ΜΕΛΙΣΣΩΝ (HONEY BEES MATING OPTIMIZATION-HBMO).....	17
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.3: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΖΕΥΓΑΡΩΜΑΤΟΣ ΜΠΑΜΠΟΥΡΩΝ (BUMBLE BEES MATING OPTIMIZATION-BBMO)	19

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.4: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΕΧΝΗΤΗΣ ΑΠΟΙΚΙΑΣ ΜΕΛΙΣΣΩΝ (ARTIFICIAL BEE COLONY (ABC) OPTIMIZATION ALGORITHM)	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.5: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΜΗΝΟΥΣ ΠΥΓΟΛΑΜΠΙΔΩΝ (GLOWWORM SWARM BASED OPTIMIZATION ALGORITHM (GSO)).....	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.6: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗΣ ΒΑΤΡΑΧΩΝ ΜΕΣΩ ΑΛΜΑΤΩΝ (SHUFFLED FROG LEAPING (SFL) ALGORITHM)	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΓΙΝΕΙ ΜΕΧΡΙ ΣΗΜΕΡΑ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ (VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH STOCHASTIC DEMANDS - VRPSD) 27	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ	30
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.1: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ (ΚΟΣΤΟΣ ΜΙΑΣ ΛΥΣΗΣ).....	30
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.2: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΤΟΠΙΚΗΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ.....	30
<i>Κεφάλαιο 4.2.1: Αλγόριθμος two opt</i>	<i>30</i>
<i>Κεφάλαιο 4.2.2: Αλγόριθμος three opt.....</i>	<i>31</i>
<i>Κεφάλαιο 4.2.2: Αλγόριθμος path relinking.....</i>	<i>31</i>
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.3: ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ.....	32
<i>Κεφάλαιο 4.3.1: Υβριδικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Clonal Selection Algorithm-CSA)</i>	<i>33</i>
<i>Κεφάλαιο 4.3.1.1: Επιλογή παραμέτρων αλγορίθμου</i>	<i>33</i>
<i>Κεφάλαιο 4.3.1.2: Περιγραφή αλγορίθμου</i>	<i>38</i>
<i>Κεφάλαιο 4.3.2: Υβριδικός Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (Honey Bees Mating Optimization-HBMO)</i>	<i>43</i>
<i>Κεφάλαιο 4.3.2.1: Διαδικασία επιλογής του πληθυσμού των μελισσών.....</i>	<i>43</i>

Κεφάλαιο 4.2.2.2: Περιγραφή αλγορίθμου	45
Κεφάλαιο 4.3.3: Υβριδικός Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων (<i>Bumble Bees Mating Optimization-BBMO</i>)	49
Κεφάλαιο 4.3.3.1: Επιλογή παραμέτρων αλγορίθμου	49
Κεφάλαιο 4.3.3.2: Περιγραφή αλγορίθμου	54
Κεφάλαιο 4.3.4: Υβριδικός Αλγόριθμος Τεχνητής Αποικίας Μελισσών (<i>Artificial Bee Colony (ABC) Optimization Algorithm</i>)	58
Κεφάλαιο 4.3.4.1: Περιγραφή αλγορίθμου	58
Κεφάλαιο 4.3.5: Υβριδικός Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων (<i>Glowworm Swarm Based Optimization Algorithm (GSO)</i>).....	62
Κεφάλαιο 4.3.5.1: Διαδικασία επιλογής του πλήθους των πυγολαμπίδων	62
Κεφάλαιο 4.3.5.2: Περιγραφή αλγορίθμου	64
Κεφάλαιο 4.3.6: Υβριδικός Αλγόριθμος Μετακίνησης Βατράχων μέσω Αλμάτων (<i>Shuffled Frog Leaping (SFL) Algorithm</i>)	66
Κεφάλαιο 4.3.6.1: Περιγραφή αλγορίθμου	66
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	69
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.1: ΠΑΡΑΘΕΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	69
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.2: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	70
Κεφάλαιο 5.2.1: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Επιλογής Κλώνων (<i>Clonal Selection Algorithm-CSA</i>)	71
Κεφάλαιο 5.2.2: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (<i>Honey Bees Mating Optimization- HBMO</i>).....	89

<i>Κεφάλαιο 5.2.3: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων (Bumble Bees Mating Optimization-BBMO).....</i>	<i>108</i>
<i>Κεφάλαιο 5.2.4: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Τεχνητής Αποικίας Μελισσών (Artificial Bee Colony-ABC)</i>	<i>126</i>
<i>Κεφάλαιο 5.2.5: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων (Glowworm Swarm Based Optimization Algorithm-GSO).....</i>	<i>128</i>
<i>Κεφάλαιο 5.2.6: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Μετακίνησης Βατράχων Μέσω Αλμάτων (Shuffled Frog Leaping (SFL) Algorithm).....</i>	<i>147</i>
5.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	149
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	152
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	153
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	162

Εισαγωγή

Ο στόχος μας σε αυτή τη μεταπτυχιακή εργασία είναι να επιλύσουμε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση με χρήση αλγορίθμων εμπνευσμένων από τη φύση και να δούμε με ποιόν αλγόριθμο έχουμε τα καλύτερα αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα να πούμε ότι υλοποιήσαμε τον Αλγόριθμο Επιλογής Κλώνων, τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών, τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων, τον Αλγόριθμο Τεχνητής Αποικίας Μελισσών, τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων και τον Αλγόριθμο Μετακίνησης Βατράχων μέσω Αλμάτων.

Η δομή της εργασίας έχει ως εξής. Στην αρχή περιγράφουμε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων και το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση. Μετά αναλύουμε τους αλγορίθμους πάνω στους οποίους βασιστήκαμε για να υλοποιήσουμε τους δικούς μας. Έπειτα αναφέρουμε κάποιες από τις μελέτες που έχουν γίνει για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστικές παραμέτρους. Στη συνέχεια υπάρχει η περιγραφή των αλγορίθμων που φτιάξαμε. Ακολουθώς παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των αλγορίθμων μας και τα συγκρίνουμε μεταξύ τους καθώς και με τρεις άλλους αλγορίθμους, τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, το Γενετικό και τον Εξελικτικό Αλγόριθμο. Στο τέλος καταλήγουμε στα συμπεράσματα.

Κεφάλαιο 1: Περιγραφή προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP)

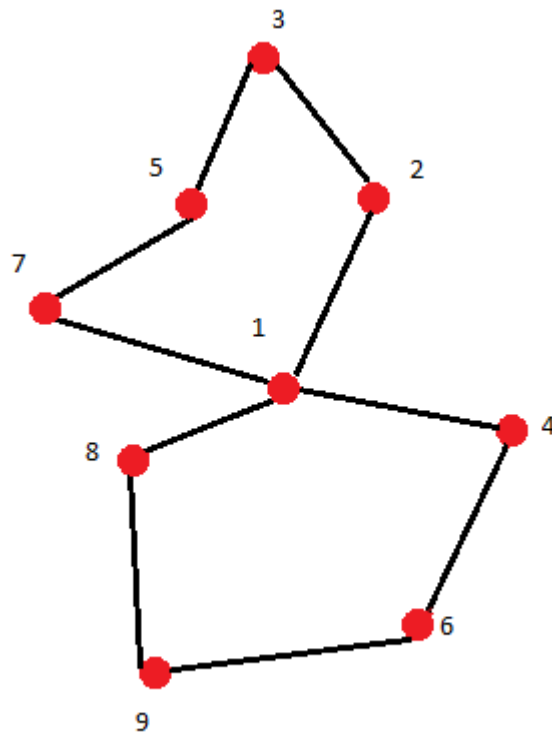
Στο κεφάλαιο 1 περιγράφουμε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων.

Κεφάλαιο 1.1: Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP)

Αυτό που κάνει ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP) είναι να καθορίζει με βέλτιστο τρόπο τις διαδρομές που πρέπει να κάνει ένας στόλος οχημάτων για να εξυπηρετήσει ένα πλήθος πελατών.

Ο Dantzig και ο Ramser ήταν οι πρώτοι που ασχολήθηκαν με τέτοιου είδους προβλήματα, πριν από περισσότερα από σαράντα χρόνια. Το πρόβλημα που είχαν επιλύσει αφορούσε τη διανομή πετρελαίου σε διάφορους σταθμούς. Μετέπειτα πάρα πολλοί ερευνητές πρότειναν διάφορους αλγορίθμους για τέτοιου είδους προβλήματα και αυτό συνεχίζεται μέχρι σήμερα.

Στα VRP προβλήματα ένα όχημα θα πρέπει να περάσει μόνο μια φορά από κάθε πελάτη. Ακόμα, το όχημα ξεκινάει και καταλήγει σε μία αποθήκη ή και σε περισσότερες ανάλογα το πρόβλημα. Επίσης το όχημα οφείλει σε μια διαδρομή να περάσει τουλάχιστον από ένα πελάτη [1]. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται μια λύση του VRP, δηλαδή οι διαδρομές που θα κάνει ένα όχημα. Ο κόμβος 1 είναι η αποθήκη και οι κόμβοι 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 είναι οι πελάτες.



Σχήμα 1: Λύση ενός προβλήματος VRP

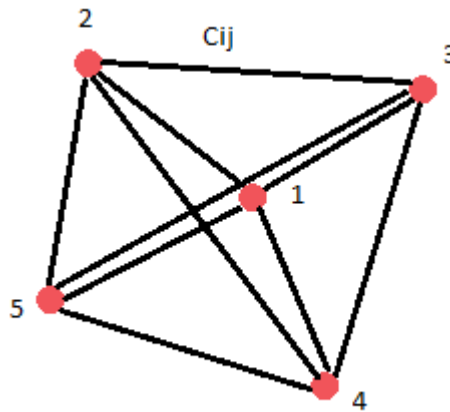
Κεφάλαιο 1.2: Χαρακτηριστικά του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων

Το οδικό δίκτυο, οι πελάτες, οι αποθήκες, τα οχήματα και οι οδηγοί είναι τα κύρια χαρακτηριστικά ενός προβλήματος δρομολόγησης [1].

Οδικό δίκτυο

Με ένα γράφημα περιγράφεται συνήθως το οδικό δίκτυο, το οποίο χρησιμοποιείται για τη μεταφορά των προϊόντων. Τα τόξα αυτού του γραφήματος αναπαριστούν τμήματα δρόμου. Οι κορυφές του γραφήματος αντιστοιχούν σε διασταύρωση δρόμων και στις τοποθεσίες της αποθήκης και των πελατών. Σχετικά με τα τόξα μπορεί να έχουν μια κατεύθυνση ή να μην έχουν. Το αν θα έχουν ή όχι κατεύθυνση εξαρτάται από το αν υπάρχει η δυνατότητα να μεταφερθούν τα προϊόντα προς τη μία κατεύθυνση του δρόμου ή και από τις δύο, αντίστοιχα. Σε κάθε τόξο αντιστοιχεί και ένα κόστος (c_{ij} , όπου i, j είναι η αρίθμηση των κόμβων). Το κόστος αυτό μπορεί να αντιπροσωπεύει το μήκος του τόξου, το χρονικό διάστημα που κάνει το όχημα να διασχίσει το δρόμο ή μπορεί να είναι και κάτι άλλο, ανάλογα με τη μοντελοποίηση

του προβλήματος. Παρακάτω ακολουθεί γράφημα που αναπαριστά όλες τις δυνατές διαδρομές σε ένα οδικό δίκτυο, με μια αποθήκη (κόμβος 1) και τέσσερις πελάτες (κόμβοι 2, 3, 4, 5).



Σχήμα 2: Όλες οι δυνατές διαδρομές σε ένα οδικό δίκτυο

Πελάτες

Τα βασικά χαρακτηριστικά των πελατών είναι τα εξής:

- η κορυφή του γραφήματος στην οποία βρίσκεται ο πελάτης
- το πλήθος των προϊόντων (ζήτηση) τα οποία πρέπει να διανεμηθούν ή να συλλεχθούν από τον πελάτη
- οι χρονικές περίοδοι (time windows) μέσα στις οποίες μπορεί να εξυπηρετηθεί ο πελάτης
- ο χρόνος που απαιτείται για να διανεμηθούν ή να συλλεχθούν τα προϊόντα του πελάτη
- το υποσύνολο των διαθέσιμων οχημάτων που μπορούν να εξυπηρετήσουν τον πελάτη

Αποθήκες

Οι διαδρομές που κάνει ένα όχημα για να εξυπηρετήσει τους πελάτες μπορούν να αρχίζουν και να τελειώνουν σε μία ή περισσότερες αποθήκες. Οι αποθήκες όπως έχουμε προαναφέρει αναπαρίστανται σαν κορυφές του γραφήματος. Η κάθε αποθήκη

χαρακτηρίζεται από το πλήθος και το είδος των οχημάτων που σχετίζονται με αυτή και από το πλήθος των προϊόντων που μπορεί να αποθηκεύσει.

Οχήματα

Τα οχήματα χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά των προϊόντων. Το είδος του οχήματος που επιλέγεται κάθε φορά εξαρτάται από τις απαιτήσεις των πελατών. Τα βασικά χαρακτηριστικά τους είναι τα εξής:

- η αποθήκη στην οποία γυρνάει το όχημα όταν ολοκληρώσει τη διαδρομή του, και η πιθανότητα τελικά να μη γυρίσει σε αυτή την αποθήκη αλλά σε κάποια άλλη
- η χωρητικότητα του οχήματος, που είναι το μέγιστο βάρος ή η ποσότητα ή το πλήθος των παλετών που μπορεί να φορτώσει
- η υποδιαίρεση του οχήματος σε τμήματα όπου το καθένα θα χαρακτηρίζεται από τη χωρητικότητα του και το είδος των προϊόντων που μπορεί να μεταφέρει
- τα μηχανήματα που είναι διαθέσιμα για τη φόρτωση και εκφόρτωση των προϊόντων
- το σύνολο των τόξων του γραφήματος που μπορεί να διασχίσει το όχημα
- τα κόστη που σχετίζονται με τη χρήση του οχήματος

Οδηγοί

Οι οδηγοί των οχημάτων θα πρέπει να ικανοποιούν κάποιους περιορισμούς που έχουν να κάνουν με το ημερήσιο χρονικό διάστημα που δουλεύουν, το πλήθος και τη διάρκεια των διαλλειμάτων που κάνουν εν ώρα εργασίας, υπερωρίες.

Κεφάλαιο 1.3: Στόχοι και περιορισμοί ενός προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων

Οι στόχοι ενός προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων ποικίλλουν. Παρακάτω αναφέρουμε κάποιους από τους στόχους που μπορούν να τεθούν σε ένα τέτοιο πρόβλημα [2].

- ελαχιστοποίηση κόστους διαδρομής
- ελαχιστοποίηση οχημάτων

- ελαχιστοποίηση χρόνου παράδοσης των προϊόντων
- ελαχιστοποίηση παραπονεμένων πελατών

Υπάρχουν διάφοροι περιορισμοί τους οποίους μπορούμε να εντάξουμε στη μοντελοποίηση ενός προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Κάποιοι από τους περιορισμούς είναι οι ακόλουθοι [2]:

- για κάθε διαδρομή που κάνει ένα όχημα, η ποσότητα των προϊόντων που μεταφέρει δε θα πρέπει να ξεπερνά τη χωρητικότητα του οχήματος
- οι πελάτες μπορούν να εξυπηρετηθούν μέσα σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα
- οι οδηγοί των οχημάτων μπορούν να δουλέψουν κάποιες συγκεκριμένες ώρες
- κάποιοι πελάτες να θέλουν μόνο διανομή ή μόνο παραλαβή προϊόντων και άλλοι να θέλουν και τα δύο

Κεφάλαιο 1.4: Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση (Stochastic Vehicle Routing Problem - SVRP)

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση ανήκει στα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστικές παραμέτρους (Vehicle Routing Problems with Stochastic Demand - VRPSD). Σε αυτά τα προβλήματα μια παράμετρος του προβλήματος όπως η ζήτηση των πελατών ή το σύνολο των πελατών είναι στοχαστικές μεταβλητές. Στο πρόβλημα το δικό μας η ζήτηση των πελατών είναι η στοχαστική μεταβλητή [3].

Κάποιες από τις εφαρμογές ενός προβλήματος VRPSD είναι οι εξής:

- διανομή πετρελαίου
- συλλογή σκουπιδιών
- συλλογή γαλακτοκομικών προϊόντων από διάφορους παραγωγούς
- διανομή προϊόντων σε παντοπωλεία
- τα σχολικά λεωφορεία και γενικά τα λεωφορεία

Κεφάλαιο 1.4.1: Μοντελοποίηση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση καθορίζεται από $G\{V, A, D\}$, όπου $V\{0, 1, \dots, n\}$ είναι το σύνολο των κόμβων (πελάτες), $A\{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ είναι τα τόξα που συνδέουν τους κόμβους (πελάτες) και $D\{d_{i,j} : i, j \in V, i \neq j\}$ είναι το κόστος από τον i κόμβο (πελάτη) στον j κόμβο (πελάτη). Υπάρχει ένα όχημα με χωρητικότητα Q που πρέπει να ικανοποιήσει τη ζήτηση των κόμβων (πελατών), ελαχιστοποιώντας το κόστος της διαδρομής. Η ζήτηση του κάθε κόμβου (πελάτη) θα είναι η στοχαστική μεταβλητή ξ_i , ($i = 1, \dots, n$). Όσον αφορά τη ζήτηση, δεν ξεπερνά τη χωρητικότητα του οχήματος, γίνεται γνωστή μόνο όταν το όχημα φτάσει στον εκάστοτε κόμβο (πελάτη) και ακολουθεί διακριτή κατανομή $p_{i,j} = \text{Prob}(\xi_i = k), k (= 0, 1, 2, \dots, K) \leq Q$.

Για την εύρεση της διαδρομής που θα κάνει το όχημα, θεωρούμε μια αρχική διαδρομή η οποία ξεκινάει από την αποθήκη. Ανάλογα με τη ζήτηση του επόμενου κόμβου-πελάτη αποφασίζουμε αν το όχημα θα επιστρέψει στην αποθήκη ή θα συνεχίσει στον επόμενο πελάτη. Πολλές φορές παρόλο που η αναμενόμενη ζήτηση του κόμβου-πελάτη είναι μικρότερη από το απόθεμα του οχήματος, επιλέγουμε να γυρίσει το όχημα στην αποθήκη για ανεφοδιασμό, αυτό ονομάζεται 'προληπτικός ανεφοδιασμός'. Ο 'προληπτικός ανεφοδιασμός' έχει σκοπό να αποφευχθεί το ρίσκο να πάει το όχημα στον επόμενο πελάτη και να μη μπορεί να τον ικανοποιήσει.

Παρακάτω φαίνεται η αντικειμενική συνάρτηση με την οποία βρίσκουμε την αναμενόμενη απόσταση (κόστος) της διαδρομής που θα κάνει το όχημα.

$$f_j(q) = \text{Ελάχιστο (Minimum)} \begin{cases} f_j^p \\ f_j^r \end{cases} \quad (1)$$

$$f_j^p = c_{j,j+1} + \sum_{k:k \leq q} f_{j+1}(q-k) * p_{j+1,k} + \sum_{k:k > q} [2 * c_{j+1,0} + f_{j+1}(q+Q-k) * p_{j+1,k}] \quad (2)$$

$$f_j^r = c_{j,0} + c_{0,j+1} + \sum_{k=1}^K f_{j+1}(Q-k) * p_{j+1,k} \quad (3)$$

υπό τον περιορισμό,

$$f_n(q) = c_{n,0} \quad (4)$$

Όπου f_j^p είναι το αναμενόμενο κόστος της διαδρομής όταν το όχημα δε γυρίζει στην αποθήκη αλλά πάει στον επόμενο πελάτη και f_j^r το αναμενόμενο κόστος όταν το όχημα γυρίζει στην αποθήκη για ανεφοδιασμό [3].

Στους αλγορίθμους που φτιάξαμε η ζήτηση των πελατών δεν παίρνει οποιαδήποτε τιμή. Υπάρχουν τρεις πιθανές τιμές για τη ζήτηση, είτε θα έχει απόκλιση από την πραγματική ζήτηση το πολύ συν πλην ένα, είτε θα έχει απόκλιση από την πραγματική ζήτηση το πολύ συν πλην δύο, είτε θα έχει μηδενική απόκλιση από την πραγματική ζήτηση.

Κεφάλαιο 2: Αλγόριθμοι Εμπνευσμένοι από τη Φύση

Στο κεφάλαιο 2 περιγράφουμε τη βασική δομή των αλγορίθμων πάνω στους οποίους βασιστήκαμε για να υλοποιήσουμε τους δικούς μας.

Εισαγωγή

Οι Αλγόριθμοι Εμπνευσμένοι από τη Φύση ανήκουν στην κατηγορία των μεθευρετικών αλγορίθμων οι οποίοι είναι αλγόριθμοι επίλυσης που συνδυάζουν διαδικασίες τοπικής αναζήτησης και υψηλότερου επιπέδου στρατηγικές για να δημιουργήσουν μια διαδικασία που είναι ικανή να ξεφεύγει από τοπικά ελάχιστα. Σε αυτή την κατηγορία αλγορίθμων διερευνάται το πεδίο της λύσης με στόχο να βρεθεί μια καλύτερη λύση.

Τα βασικά χαρακτηριστικά των μεθευρετικών αλγορίθμων είναι τα ακόλουθα [2]:

- μοντελοποιούν ένα φαινόμενο που υπάρχει στη φύση
- μπορούν να μεταφερθούν εύκολα σε παράλληλη μορφή
- είναι προσαρμοστικοί αλγόριθμοι

Κάποιοι από τους μεθευρετικούς αλγορίθμους είναι οι εξής [2]:

- Προσομοιωμένη ανόπτηση (Simulated Annealing)
- Περιορισμένη αναζήτηση (Tabu Search)
- Αλγόριθμος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (Particle Swarm Optimization)
- Γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms)
- Εξελικτικοί αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms)
- Νευρωνικά δίκτυα (Neural Nets)
- Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization)
- Αλγόριθμος διασκορπισμένης αναζήτησης (Scatter Search)
- Διαδικασία άπληστης τυχαιοποιημένης προσαρμοστικής αναζήτησης (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)
- Αλγόριθμος διαφορικής εξέλιξης (Differential Evolution)

Κεφάλαιο 2.1: Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Clonal Selection Algorithm-CSA)

Ο Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων τεχνητών ανοσοποιητικών συστημάτων. Αυτή η κατηγορία αλγορίθμων χρησιμοποιεί ιδέες από τη λειτουργία του φυσικού ανοσοποιητικού συστήματος για να λύσει πραγματικά προβλήματα.

Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης σαν αυτό που επιλύουμε σε αυτή την εργασία, οι όροι που χρησιμοποιούνται στο φυσικό ανοσοποιητικό σύστημα έχουν ο κάθε ένας μια συγκεκριμένη έννοια. Το αντίσωμα είναι η λύση του προβλήματος, η συγγένεια είναι η αντικειμενική συνάρτηση, το αντιγόνο είναι το πρόβλημα που επιλύεται, η κλωνοποίηση είναι η διαδικασία αναπαραγωγής των λύσεων, η σωματική μετάλλαξη ή υπερμετάλλαξη είναι η διαδικασία πολλαπλής μετάλλαξης μιας λύσης, η διαδικασία ωρίμανσης της συγγένειας είναι η διαδικασία επιλογής των βέλτιστων λύσεων και η διαδικασία διόρθωσης των υποδοχέων είναι η διαδικασία διασποράς των λύσεων σε όλο το χώρο λύσεων του προβλήματος.

Τα βήματα που ακολουθούνται για να υλοποιηθεί ο Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων είναι τα εξής. Πρώτα από όλα πρέπει να γίνει η αρχικοποίηση του πληθυσμού (P) των αντισωμάτων. Οι τιμές που θα πάρει το κάθε αντίσωμα εξαρτώνται από το πρόβλημα που επιλύεται. Σε ένα πρόβλημα δρομολόγησης το αντίσωμα αντιστοιχεί σε μια διαδρομή. Έπειτα για κάθε αντίσωμα υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Επιλέγουμε τις F καλύτερες λύσεις του πληθυσμού οι οποίες κλωνοποιούνται και μεταλλάσσονται, δηλαδή δημιουργούνται από κάθε αντίσωμα (F) F_c κλώνοι ανάλογα με την τιμή της αντικειμενικής τους συνάρτησης. Παρακάτω φαίνεται ο τύπος για το F_c .

$$F_c = \sum_{i=1}^F \text{round} \frac{\beta N}{i} \quad (5)$$

όπου β μια παράμετρος πολλαπλασιασμού και N το μέγεθος του πληθυσμού.

Ακολουθώς ένα μεγάλο μέρος των στοιχείων της λύσης ενός αντισώματος τα οποία επιλέγονται τυχαία μεταλλάσσεται, δηλαδή εφαρμόζουμε ένα τελεστή

υπερμετάλλαξης. Πιο συγκεκριμένα επιλέγουμε έναν αριθμό που αντιπροσωπεύει τον τελεστή μετάλλαξης (C_r) και τον συγκρίνουμε με έναν τυχαίο αριθμό μεταξύ του διαστήματος (0,1). Εάν ο τυχαίος αριθμός είναι μικρότερος ή ίσος του C_r , τότε το αντίστοιχο στοιχείο της λύσης θα μεταλλαχθεί. Για να υπάρχει η δυνατότητα να ξεφύγουμε από τοπικά ελάχιστα εφαρμόζεται και ένα βήμα διόρθωσης των υποδοχέων. Στο βήμα αυτό η λύση πάνω στην οποία θα εφαρμοστεί η διόρθωση των υποδοχέων, αλλάζει τελείως μορφή. Για να επιλεγθεί εάν σε ένα κλώνο θα χρησιμοποιηθεί ο τελεστής υπερμετάλλαξης ή ο τελεστής διόρθωσης των υποδοχέων δημιουργούμε έναν αριθμό που ονομάζεται τελεστής ωρίμανσης (M_r) και τον συγκρίνουμε με ένα τυχαίο αριθμό μεταξύ του διαστήματος (0,1). Στην περίπτωση που ο τυχαίος αυτός αριθμός είναι μικρότερος ή ίσος του M_r , τότε στον συγκεκριμένο κλώνο θα εφαρμοστεί ο τελεστής υπερμετάλλαξης αλλιώς θα εφαρμοστεί ο τελεστής διόρθωσης των υποδοχέων. Ακολουθώντας υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για όλο τον πληθυσμό και επιλέγονται οι S καλύτεροι κλώνοι για να πάρουν την θέση κάποιων κλώνων του αρχικού πληθυσμού (P). Επίσης δημιουργούνται R τυχαία αντισώματα για να αντικαταστήσουν κάποια από τα χειρότερα αντισώματα του αρχικού πληθυσμού (P). Μόνο τα αντισώματα που ανήκουν στον πληθυσμό P επιβιώνουν στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου [4].

Κεφάλαιο 2.2: Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (Honey Bees Mating Optimization-HBMO)

Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών προτάθηκε από τον Abbass και αναπαριστά τη διαδικασία ζευγαρώματος της βασίλισσας των μελισσών στην κυψέλη.

Οι μέλισσες δουλεύουν ομαδικά και κατασκευάζουν φωλιές οι οποίες ονομάζονται κυψέλες. Μια κυψέλη συνήθως έχει μια βασίλισσα, από κανένα έως μερικές χιλιάδες κηφήνες και 10000-60000 εργάτριες. Η δουλειά μιας βασίλισσας είναι να γεννάει αυγά και είναι το μόνο μέλος της κυψέλης που μπορεί να φάει βασιλικό πολτό. Οι κηφήνες γονιμοποιούν τη βασίλισσα και στο τέλος της σεζόν φεύγουν από την κυψέλη και πεθαίνουν. Οι εργάτριες είναι στείρα θηλυκά και όταν είναι νέες

προσέχουν τα νεογνά και κάνουν κατασκευαστικές δουλειές ενώ οι πρεσβύτερες ψάχνουν έξω από την κυψέλη να βρουν οτιδήποτε χρειάζεται η κυψέλη όπως νερό, νέκταρ.

Η βασίλισσα ζευγαρώνει με τους κηφήνες μακριά από την κυψέλη κατά τη διάρκεια των πτήσεων ζευγαρώματος. Η πτήση ζευγαρώματος ξεκινάει με ένα χορό της βασίλισσας και μετά αρχίζει η πτήση ζευγαρώματος όπου οι κηφήνες ακολουθούν τη βασίλισσα και ζευγαρώνουν μαζί της στον αέρα. Όταν ολοκληρωθεί η γονιμοποίηση ο κηφήνας πεθαίνει και η βασίλισσα έχει το σημάδι ότι ζευγάρωσε με τον κηφήνα. Το σπέρμα του κηφήνα αποθηκεύεται στη σπερματοθήκη της βασίλισσας και αποτελεί το γενετικό υλικό της αποικίας.

Το πρώτο βήμα που πρέπει να γίνει για την υλοποίηση του Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών είναι να δημιουργηθεί ο πληθυσμός των μελισσών ο οποίος αποτελεί την αρχική κυψέλη. Η καλύτερη μέλισσα αποτελεί τη βασίλισσα και όλες οι υπόλοιπες τους κηφήνες, οι μέλισσες εργάτριες είναι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης. Θα πρέπει να οριστεί ένας αριθμός ο οποίος θα ορίζει το μέγεθος της σπερματοθήκης της βασίλισσας. Η πτήση ζευγαρώματος τελειώνει όταν γεμίσει η σπερματοθήκη της βασίλισσας. Επίσης θα πρέπει να οριστεί ο αριθμός των βασίλισσών και ο αριθμός των νεογνών. Όταν ξεκινάει η πτήση της βασίλισσας στην ουσία η βασίλισσα κινείται στο χώρο λύσεων με κάποια ταχύτητα και ζευγαρώνει με κάποια πιθανότητα με έναν κηφήνα. Στην αρχή της πτήσης η βασίλισσα έχει μια ενέργεια και όταν γυρίσει στην κυψέλη αυτή η ενέργεια βρίσκεται στο διάστημα από μηδέν έως το μέγεθος της σπερματοθήκης. Παρακάτω φαίνεται ο τύπος για την πιθανότητα να ζευγαρώσει ένας κηφήνας με τη βασίλισσα.

$$Prob(D) = e^{\frac{-\Delta(f)}{Speed(t)}} \quad (6)$$

όπου $Prob(D)$ αντιπροσωπεύει την πιθανότητα να ζευγαρώσει ο κηφήνας D με τη βασίλισσα, $\Delta(f)$ είναι η διαφορά στην τιμή της συνάρτησης ποιότητας της βασίλισσας και του κηφήνα D και $Speed(t)$ είναι η ταχύτητα της βασίλισσας τη χρονική στιγμή t . Οι τύποι της ταχύτητας και της ενέργειας έχουν ως εξής:

$$Speed(t+1) = \alpha \times Speed(t) \quad (7)$$

$$energy(t+1) = energy(t) - step \quad \text{ή} \quad energy(t+1) = \alpha \times energy(t) \quad (8)$$

όπου α είναι ένας παράγοντας στο διάστημα $(0,1)$ και αντιπροσωπεύει το ποσό που μειώνεται η ταχύτητα σε κάθε μετάβαση ενώ το step αντιπροσωπεύει το ποσό που μειώνεται η ενέργεια σε κάθε μετάβαση. Οι τιμές της ταχύτητας και της ενέργειας αρχικοποιούνται τυχαία. Γίνονται λοιπόν κάποιες πτήσεις ζευγαρώματος και στο τέλος διασταυρώνεται ο γονότυπος της βασίλισσας με αυτόν των κηφήνων των οποίων το σπέρμα βρίσκεται στη σπερματοθήκη της βασίλισσας. Η διασταύρωση γίνεται με τη χρήση κάποιου τελεστή διασταύρωσης. Οι εργάτριες ταΐζουν τα νεογνά με βασιλικό πολτό έτσι ώστε να βρεθεί μια καλύτερη λύση, δηλαδή οι εργάτριες είναι διαδικασίες τοπικής αναζήτησης. Τα νεογνά επιλέγουν ποιά εργάτρια θα τα ταΐσει είτε τυχαία είτε με μια συγκεκριμένη διαδικασία, για παράδειγμα το καλύτερο νεογνό θα ταΐστεί από την πιο αποτελεσματική μέθοδο τοπικής αναζήτησης. Στην περίπτωση που βρεθεί ένα νεογνό καλύτερο από τη βασίλισσα το νεογνό παίρνει τη θέση της βασίλισσας. Τα υπόλοιπα νεογνά θα αποτελούν τους κηφήνες της επόμενης πτήσης ζευγαρώματος. Να επισημάνουμε ότι στην περίπτωση που οι απόγονοι είναι περισσότεροι από τους κηφήνες επιλέγονται τόσοι κηφήνες όσοι ήταν στον αρχικό πληθυσμό [4].

Κεφάλαιο 2.3: Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων (Bumble Bees Mating Optimization-BBMO)

Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων προτάθηκε από τον Μαρινάκη και συνεργάτες του και αναπαριστά τη διαδικασία ζευγαρώματος της βασίλισσας των μπάμπουρων στην κυψέλη.

Οι μπάμπουρες δημιουργούν αποικίες οι οποίες αποτελούνται από τη βασίλισσα, τις εργάτριες και τους κηφήνες. Από χρόνο σε χρόνο μόνο η βασίλισσα επιβιώνει αφού πέφτει σε χειμερία νάρκη και όταν ξυπνήσει συλλέγει νέκταρ και γύρη. Όταν βρεί ένα ιδανικό μέρος φτιάχνει την κυψέλη που θα αποθηκεύεται η τροφή και φτιάχνει τα κελιά στα οποία θα γεννηθούν τα αυγά της.

Μια βασίλισσα έχει τη δυνατότητα να γεννήσει γονιμοποιημένα αυγά τα οποία έχουν χρωμοσώματα από τη βασίλισσα και από έναν ή περισσότερους κηφήνες οι οποίοι είχαν ζευγαρώσει με τη βασίλισσα τον περασμένο χρόνο και παράγουν εργάτριες. Έχει όμως τη δυνατότητα να γεννήσει και μη γονιμοποιημένα αυγά τα οποία έχουν χρωμοσώματα μόνο από τη βασίλισσα και παράγουν τους κηφήνες. Εφόσον έχουν

δημιουργηθεί οι πρώτες εργάτριες, κάποιες από αυτές ασχολούνται με την αναζήτηση τροφής εκτός της κυψέλης και η βασίλισσα πλέον μένει στην κυψέλη γεννώντας αυγά, ενώ κάποιες άλλες εργάτριες ασχολούνται με την ανατροφή των νεογνών. Όταν μειώνεται η ικανότητα της βασίλισσας να γεννάει αυγά μπορούν οι εργάτριες να γεννήσουν απλοειδή αυγά χωρίς να χρειάζεται να γίνει γονιμοποίηση. Από τα αυγά των εργατριών προκύπτουν κηφήνες.

Οι νέες βασίλισσες δημιουργούνται από τα αυγά που έχει γεννήσει η βασίλισσα και αυτό γίνεται όταν οι κηφήνες φύγουν από την κυψέλη. Από τη στιγμή που οι νέες βασίλισσες και οι κηφήνες φεύγουν από την κυψέλη η αποικία εκφυλίζεται. Η παλιά βασίλισσα σταματάει τη γέννηση αυγών και αρχίζει να αποδυναμώνεται, οι εργάτριες ψάχνουν για τροφή μόνο για τον εαυτό τους και οι νέες βασίλισσες γυρεύουν νέκταρ και γύρη περνώντας τις νύχτες τους σε λουλούδια ή σε τρύπες. Η βασίλισσα αφού ζευγαρώσει με έναν ή περισσότερους κηφήνες φυλάει το σπέρμα τους στην σπερματοθήκη της και ψάχνει κάποιο καταφύγιο για το χειμώνα. Ένας μπάμπουρας μπορεί να ζευγαρώσει με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Ο ένας τρόπος είναι ο κηφήνας να κάθεται σε ένα ψηλό σημείο και όταν δει τη βασίλισσα να περνάει να την ακολουθήσει με σκοπό να ζευγαρώσει μαζί της. Ένας δεύτερος τρόπος ζευγαρώματος είναι ο κηφήνας να φτιάξει ένα δρόμο ο οποίος θα έχει μια μυρωδιά και τον μαρκάρει με φερομόνη από την οποία η βασίλισσα έλκεται και τελικά καταλήγει να φτάσει στον κηφήνα. Ο τρίτος τρόπος ζευγαρώματος είναι να περιμένει ο κηφήνας έξω από την κυψέλη μια βασίλισσα να περάσει και να την ακολουθήσει.

Ακολουθεί η περιγραφή του Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων. Αρχικά να πούμε ότι υπάρχουν τριών ειδών μπάμπουρες στην αποικία, οι βασίλισσες, οι εργάτριες και οι κηφήνες. Δημιουργείται πρώτα ένας αριθμός από τυχαίους μπάμπουρες (λύσεις). Υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση για κάθε μπάμπουρα και ο καλύτερος μπάμπουρας γίνεται η βασίλισσα ενώ οι υπόλοιποι αποτελούν τους κηφήνες. Η βασίλισσα ζευγαρώνει με κάποιους κηφήνες σύμφωνα με το δεύτερο τρόπο ζευγαρώματος που περιγράψαμε παραπάνω. Το μέγιστο αριθμό ζευγαρώματων τον καθορίζει ο χρήστης. Ο γονότυπος των κηφήνων με τους οποίους ζευγαρώνει η βασίλισσα αποθηκεύεται στη σπερματοθήκη της. Ακολούθως η βασίλισσα γυρεύει έναν τόπο για να πέσει σε χειμερία νάρκη. Τον επόμενο χρόνο ο οποίος αντιστοιχεί σε μια επανάληψη η βασίλισσα δημιουργεί την κυψέλη και αρχίζει

να γεννάει αυγά. Οι βασίλισσες και οι εργάτριες δημιουργούνται από το γονότυπο της βασίλισσας και των κηφήνων χρησιμοποιώντας έναν τελεστή διασταύρωσης. Ο τελεστής διασταύρωσης που χρησιμοποιείται πιο πολύ είναι ο εξής: ορίζουμε μια παράμετρο C_{r1} η οποία καθορίζει την αναλογία των σημείων που θα επιλεχθούν από τον κηφήνα και από τη βασίλισσα, συγκρίνουμε έναν τυχαίο αριθμό μεταξύ του διαστήματος (0,1) με το C_{r1} και αν το C_{r1} είναι μεγαλύτερο ή ίσο από τον τυχαίο αριθμό, το αντίστοιχο στοιχείο επιλέγεται από τη βασίλισσα ειδάλλως επιλέγεται από τις λύσεις των κηφήνων τυχαία. Η λύση ενός απογόνου i υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$b_{ij}(t) = \begin{cases} q_j(t), & \text{if } rand_i(0,1) \leq C_{r1} \\ d_{kj}(t) & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (9)$$

όπου t είναι ο αριθμός της επανάληψης, j η διάσταση του προβλήματος, $q_j(t)$ η λύση της βασίλισσας και $d_{kj}(t)$ οι λύσεις των κηφήνων.

Οι νέες βασίλισσες (παράμετρος αλγορίθμου) επιλέγονται από τους πιο δυνατούς απογόνους ενώ οι υπόλοιποι απόγονοι γίνονται εργάτριες. Οι νέες βασίλισσες στην αρχή τρέφονται μόνο από τις παλιές βασίλισσες όμως στη συνέχεια και από τις εργάτριες. Η διαδικασία της επιλογής τροφής αντιπροσωπεύεται από τον επόμενο τύπο ο οποίος στην ουσία είναι μια φάση τοπικής αναζήτησης.

$$nq_{ij} = nq_{ij} + \left(b_{\max} - \frac{(b_{\max} - b_{\min}) * lsi}{lsi_{\max}} \right) * (nq_{ij} - q_j) + \frac{1}{M} * \sum_{k=1}^M \left(b_{\min} - \frac{(b_{\min} - b_{\max}) * lsi}{lsi_{\max}} \right) * (nq_{ij} - w_{kj}) \quad (10)$$

Όπου nq_{ij} η λύση της νέας βασίλισσας i , q_j η λύση της παλιάς βασίλισσας, w_{kj} η λύση των εργατριών, M ο αριθμός των εργατριών που κάθε νέα βασίλισσα επιλέγει να τη θρέψουν και διαφέρει για κάθε βασίλισσα, και b_{\max} , b_{\min} δύο παράμετροι οι οποίες παίρνουν τιμές στο διάστημα (0,1) και από αυτές εξαρτάται εάν η βασίλισσα θα τραφεί από την παλιά βασίλισσα, από τις εργάτριες ή και από τις δύο, lsi η τρέχουσα επανάληψη της τοπικής αναζήτησης και lsi_{\max} ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων για την τοπική αναζήτηση. Ακολουθώντας οι νέες βασίλισσες εγκαταλείπουν την κυψέλη. Οι κηφήνες τώρα δημιουργούνται από το γονότυπο των παλιών βασιλισσών ή με μετάλλαξη του γονότυπου των εργατριών. Σε προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων ο τελεστής μετάλλαξης αντιπροσωπεύεται από μια

διαδικασία τοπικής αναζήτησης. Με τον επόμενο τύπο βρίσκουμε τον αριθμό των κηφήνων ανά αποικία.

$$\text{number of drones per colony} = \text{total number of drones} / \text{number of queens}$$

Στη συνέχεια οι κηφήνες φεύγουν από την κυψέλη και ψάχνουν νέες βασίλισσες για να ζευγαρώσουν. Οι κηφήνες πετάνε μακριά από την κυψέλη σε μορφή σμήνους έτσι ώστε να βρουν το πιο καλό μέρος για να τους βρουν οι βασίλισσες. Με τον ακόλουθο τύπο υπολογίζεται η κίνηση των κηφήνων μακριά από την κυψέλη.

$$d_{ij} = d_{ij} + \alpha * (d_{kj} - d_{ij}) \quad (11)$$

όπου d_{ij} , d_{kj} , d_{lj} οι λύσεις των κηφήνων i , k , l και α μια παράμετρος από την οποία εξαρτάται το ποσοστό που ο κηφήνας i επηρεάζεται από τους κηφήνες k και l . Σε αυτό το σημείο η βασίλισσα κάνει την επιλογή των κηφήνων. Μόνο οι καλύτερα γονιμοποιημένες βασίλισσες επιβιώνουν στην επόμενη επανάληψη [4].

Κεφάλαιο 2.4: Αλγόριθμος Τεχνητής Αποικίας Μελισσών (Artificial Bee Colony (ABC) Optimization Algorithm)

Ο Αλγόριθμος Τεχνητής Αποικίας Μελισσών προτάθηκε από τους Karaboga και Basturk και αναπαριστά το χορό που κάνει ένα σμήνος από μέλισσες κατά τη διάρκεια αναζήτησης τροφής. Τρία είδη μελισσών υπάρχουν σε αυτόν τον αλγόριθμο, οι εξερευνητριες, οι θεατές και οι ανιχνεύτριες. Η δουλειά των εξερευνητριών είναι να ανακαλύπτουν την πηγή τροφής ανάμεσα από κάποιες συγκεκριμένες πηγές τροφής, όπου μια πηγή τροφής αντιπροσωπεύει μια λύση του προβλήματος, και με το χορό τους να ενημερώνουν τις υπόλοιπες μέλισσες που βρίσκονται στην κυψέλη. Οι θεατές μέλισσες από την άλλη βρίσκονται στην κυψέλη και αναμένουν από τις θεατές να πάρουν πληροφορία για την πηγή τροφής και από εκεί και πέρα να ψάξουν γύρω από την πηγή τροφής που τους υποδείχτηκε μια καλύτερη πηγή τροφής. Οι ανιχνεύτριες είναι εξερευνητριες οι οποίες δεν έχουν κάποια πηγή τροφής και εξερευνούν μέσα στο χώρο λύσεων μια νέα πηγή τροφής.

Η υλοποίηση του Αλγορίθμου Τεχνητής Αποικίας Μελισσών έχει ως εξής. Με τυχαίο τρόπο οι εξερευνητριες βρίσκουν κάποιες πηγές τροφής και για αυτές τις πηγές τροφής βρίσκουμε το νέκταρ τους δηλαδή την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Στην περίπτωση που έχουμε ένα συνεχές πρόβλημα να επιλύσουμε επιλέγουμε τυχαία

τις πηγές τροφής μέσα από το πεδίο ορισμού του προβλήματος, εάν όμως έχουμε ένα διακριτό πρόβλημα θα πρέπει με κατάλληλο τρόπο ανάλογα με το πρόβλημα να μετατρέψουμε τις διακριτές τιμές σε συνεχείς. Κάθε εξερευνήτρια αντιστοιχίζεται και σε μια πηγή τροφής. Οι εξερευνήτριες γυρνάνε στην κυψέλη και ενημερώνουν τις θεατές με το χορό τους για το πού βρίσκονται οι πηγές τροφής. Με βάση την ποσότητα του νέκταρ της κάθε πηγής τροφής οι θεατές διαλέγουν σε ποιά πηγή τροφής θα πάνε. Στον επόμενο τύπο φαίνεται η πιθανότητα να επιλεγεί μια πηγή τροφής.

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{n=1}^N f_n} \quad (12)$$

όπου f_i η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε πηγή τροφής i .

Σε κάθε πηγή τροφής που βρίσκονται οι εξερευνήτριες και οι θεατές, τοποθετείται και μια μέλισσα δηλαδή μια διαδικασία βελτίωσης της λύσης. Με τον ακόλουθο τύπο υπολογίζεται μια νέα πηγή τροφής.

$$x'_{ij} = x_{ij} + rand2(x_{ij} - x_{kj}) \quad (13)$$

όπου x'_{ij} η νέα πιθανή πηγή τροφής, k μια άλλη πηγή τροφής και $rand2$ ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα $(0,1)$. Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης για την κάθε πηγή τροφής και αν βρεθεί κάποια καλύτερη πηγή τροφής από την τοπική αναζήτηση που κάνουν οι θεατές, αντικαθίσταται η παλιά με τη νέα πηγή τροφής. Έπειτα όλες οι μέλισσες γυρίζουν στην κυψέλη και ξαναρχίζει η ίδια διαδικασία με το χορό των μελισσών. Όταν μια πηγή τροφής δε βελτιώνεται για ένα σύνολο επαναλήψεων θεωρείται ότι αυτή η πηγή τροφής έχει στερέψει και μια ανιχνεύτρια πηγαίνει σε μια άλλη τυχαία πηγή τροφής. Η πηγή τροφής που θα πάει η ανιχνεύτρια μπορεί να μην είναι τυχαία αλλά να υπολογιστεί από ένα τύπο έτσι ώστε να βρίσκεται σε ένα συγκεκριμένο πεδίο τιμών. Ο τύπος αυτός φαίνεται παρακάτω.

$$x'_{ij} = x_{\min,j} + rand3(x_{\max,j} - x_{\min,j}) \quad (14)$$

όπου $x_{\min,j}$ και $x_{\max,j}$ η μέγιστη και ελάχιστη τιμή μια λύσης και $rand3$ μια τυχαία τιμή στο διάστημα $(0,1)$ [4].

Κεφάλαιο 2.5: Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων (Glowworm Swarm Based Optimization Algorithm (GSO))

Οι πυγολαμπίδες εκπέμπουν μια λάμψη χάρη σε μια ουσία που έχουν τη λουσιφερίνη, όπου με τη βοήθεια της ελκύουν άλλες πυγολαμπίδες ή θηράματα. Η δύναμη της έλξης εξαρτάται από το πόσο έντονη είναι η λάμψη.

Στον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων αρχικά δημιουργείται ένα σύνολο λύσεων (πυγολαμπίδες) και υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x_i(t))$ και η τιμή της λάμψης της l_i , για την οποία τιμή ενημερώνει τις γειτονικές πυγολαμπίδες. Η γειτονιά μιας πυγολαμπίδας ορίζεται από εκείνες τις πυγολαμπίδες που έχουν υψηλή τιμή λάμψης και η απόστασή τους r_d^i βρίσκεται στο διάστημα $0 < r_d^i < r_s$. Χρησιμοποιώντας μια πιθανότητα p_{ij} επιλέγει τους γείτονες της (j) μια πυγολαμπίδα. Αρχικά το σύνολο των πυγολαμπίδων έχει την ίδια ποσότητα λάμψης l_0 . Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου υπάρχει η φάση ενημέρωσης της λάμψης και η φάση της κίνησης. Στη φάση ενημέρωσης της λάμψης η κάθε πυγολαμπίδα αυξάνει την τιμή της λάμψης της με βάση το πού βρίσκεται μέσα στο χώρο λύσεων και ταυτόχρονα τη μειώνει λίγο. Ο λόγος που τη μειώνει είναι για να φανεί ότι η πυγολαμπίδα ασθενεί με το πέρασμα του χρόνου. Στον επόμενο τύπο δίνεται ο τύπος για τη φάση ενημέρωσης της λάμψης.

$$l_i(t+1) = (1 - \rho)l_i(t) + \gamma(f(x_i(t+1))) \quad (15)$$

όπου ρ είναι η ποσότητα με την οποία μειώνεται η λάμψη και η τιμή της βρίσκεται στο διάστημα (0,1) και το γ είναι μια σταθερά η οποία έχει εξάρτηση από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με το χρόνο. Στη φάση της κίνησης κάθε πυγολαμπίδα επιλέγει με βάση μια πιθανότητα να κινηθεί προς μια πυγολαμπίδα με μεγαλύτερη λάμψη. Ο τύπος για την πιθανότητα έχει ως εξής.

$$p_{ij}(t) = \frac{l_j(t) - l_i(t)}{\sum_{k \in N_i(t)} l_k(t) - l_i(t)} \quad (16)$$

όπου $j \in N_i(t)$, $N_i(t) = \{j : d_{ij}(t) < r_d^i(t), l_i(t) < l_j(t)\}$ είναι οι γείτονες του i την t χρονική στιγμή, $d_{ij}(t)$ είναι η ευκλείδια απόσταση μεταξύ των πυγολαμπίδων i και j τη χρονική στιγμή t και r_d^i η μεταβλητή ακτίνα γειτονιάς της πυγολαμπίδας i τη

χρονική στιγμή t . Στην περίπτωση που η πυγολαμπίδα i τελικά επιλέξει την πυγολαμπίδα j η θέση της αλλάζει σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο.

$$x_i(t+1) = x_i(t) + s \left(\frac{x_j(t) - x_i(t)}{\|x_j(t) - x_i(t)\|} \right) \quad (17)$$

όπου $s > 0$ το βήμα με το οποίο κινείται η μια πυγολαμπίδα προς την άλλη. Αν το r_0 είναι το μέγεθος της γειτονιάς αναζήτησης μιας πυγολαμπίδας τότε το σύνολο των γειτόνων μιας πυγολαμπίδας r_d^i υπολογίζεται από τον επόμενο τύπο.

$$r_d^i(t+1) = \min \left\{ r_s, \max \left\{ 0, r_d^i(t) + \beta(n_i - |N_i(t)|) \right\} \right\} \quad (18)$$

όπου β μια σταθερά και n_i το σύνολο των γειτόνων μιας πυγολαμπίδας [4].

Κεφάλαιο 2.6: Αλγόριθμος Μετακίνησης Βατράχων μέσω Αλμάτων (Shuffled Frog Leaping (SFL) Algorithm)

Ο Αλγόριθμος Μετακίνησης Βατράχων μέσω Αλμάτων προσομοιώνει τον τρόπο με τον οποίο ένα σύνολο από βατράχια βρίσκει την τροφή του.

Οι λύσεις είναι τα βατράχια τα οποία χωρίζονται σε έναν αριθμό υποσυνόλων. Σε κάθε υποσύνολο εφαρμόζεται από μια διαφορετική μέθοδος τοπικής αναζήτησης. Τα βατράχια του κάθε υποσυνόλου επηρεάζουν το ένα το άλλο.

Το πρώτο βήμα του αλγορίθμου είναι η δημιουργία των βατράχων (P) δηλαδή των λύσεων (x). Έπειτα οι βάτραχοι με βάση την τιμή της αντικειμενικής τους συνάρτησης ταξινομούνται σε αύξουσα σειρά. Ακολούθως τα βατράχια χωρίζονται σε m υποσύνολα όπου σε κάθε υποσύνολο υπάρχουν n βατράχια. Η διαδικασία με την οποία γίνεται ο χωρισμός των βατράχων στα m υποσύνολα έχει ως εξής. Ο καλύτερος βάτραχος πηγαίνει στο πρώτο υποσύνολο, ο δεύτερος καλύτερος στο δεύτερο υποσύνολο, ο m καλύτερος στο m υποσύνολο. Στη συνέχεια ο $m+1$ καλύτερος πηγαίνει στο πρώτο υποσύνολο και ούτω καθεξής. Κατόπιν για όλα τα υποσύνολα βρίσκουμε τον καλύτερο (x_b) και τον χειρότερο (x_w) βάτραχο. Με τον επόμενο τύπο βρίσκουμε τη θέση του χειρότερου βατράχου.

$$x_w = x_w + rand1(x_b - x_w) \quad (19)$$

Τα όρια μέσα στα οποία μπορεί να κινηθεί ένας βάτραχος ανήκουν στο διάστημα $[-D_{\max}, D_{\max}]$ και $rand1 \in (0,1)$. Στην περίπτωση που η θέση η οποία υπολογίζεται από τον παραπάνω τύπο είναι καλύτερη από την ήδη υπάρχουσα κρατιέται, αν αυτό δεν ισχύει υπολογίζεται ξανά η θέση του βατράχου αλλά αυτή τη φορά από τον επόμενο τύπο.

$$x_w = x_w + rand1(x_g - x_w) \quad (20)$$

Όπου x_g ο καλύτερος βάτραχος όλων των υποσυνόλων. Εάν και πάλι η θέση που υπολογίστηκε δεν είναι καλύτερη από την προηγούμενη δημιουργείται μια νέα τυχαία λύση. Όλα τα παραπάνω βήματα τοπικής αναζήτησης σταματάνε αφότου ολοκληρωθεί ένα σύνολο επαναλήψεων. Μετά το τέλος της τοπικής αναζήτησης όλα τα υποσύνολα ενώνονται σε ένα υποσύνολο, όπου αυτό το βήμα είναι η φάση μετακίνησης. Μετά την ένωση πραγματοποιείται ξανά ταξινόμηση, οι βάτραχοι χωρίζονται σε υποσύνολα και ξαναρχίζει η ίδια διαδικασία [4].

Κεφάλαιο 3: Ερευνητικές μελέτες που έχουν γίνει μέχρι σήμερα στην επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστικές παραμέτρους (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands - VRPSD)

Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστικές παραμέτρους. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφέρουμε τις σημαντικότερες από τις ερευνητικές μελέτες που έχουν γίνει. Ο Tillman το 1969 ήταν ο πρώτος που πρότεινε έναν αλγόριθμο για το VRPSD [5]. Οι Matthew Protonotarios, George Mourkousis, Ioannis Vyridis και Theodora Varvarigou ασχολήθηκαν με το VRPSD, όπου θέλησαν να ελαχιστοποιήσουν τα κόστη μεταφοράς και να μεγιστοποιήσουν την ικανοποίηση των πελατών, σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα, έχοντας ως περιορισμούς τη χωρητικότητα των οχημάτων, τα χρονικά παράθυρα για την εξυπηρέτηση των πελατών και τις ώρες εργασίας ανά ημέρα των οδηγών. Η ζήτηση των πελατών είναι στοχαστική. Ο τρόπος επίλυσης που επέλεξαν είναι ο γενετικός αλγόριθμος [6]. Ο Z.G. Guo και ο K.L. Mak επίλυσαν με γενετικό αλγόριθμο ένα VRPSD με στοχαστικές παραμέτρους τη ζήτηση των πελατών και την παρουσία των πελατών στο σημείο παραλαβής [7]. Οι Lars M. Hvattum, Arne Lokketangen και Gilbert Laporte με στοχαστικές παραμέτρους τους πελάτες και τη ζήτηση προτείνουν έναν αλγόριθμο επίλυσης, η βασική ιδέα του οποίου είναι η επίλυση διάφορων σεναρίων και στο τέλος η χρήση παρόμοιων χαρακτηριστικών από τα σενάρια για να χτίσουν ένα καλό πλάνο. Στόχος τους είναι η ελαχιστοποίηση των οχημάτων και του κόστους των διαδρομών [8]. Οι Shangyao Yan, Chin-Jen Chi, Ching-Hui Tang εφάρμοσαν μια τεχνική προσομοίωσης μαζί με στρατηγικές βασισμένες σε συνδέσεις και μονοπάτια για να αναπτύξουν δύο ευρετικούς αλγορίθμους για την επίλυση του VRPSD. Δοκίμασαν το μοντέλο τους σε ένα λεωφορείο πόλεως στην Ταϊβάν και τα αποτελέσματα ήταν καλά [9]. Οι Leonora Bianchi, Mauro Birattari, Marco Chiarandini, Max Manfrin, Monaldo Mastrolilli, Luis Paquete, Olivia Rossi-Doria και Tommaso Schiavinoto προτείνουν υβριδικούς μεθευρετικούς αλγορίθμους για την επίλυση του VRPSD πάνω στους αλγορίθμους προσομοιωμένης ανόπτησης, περιορισμένης αναζήτησης, επαναλαμβανόμενης τοπικής αναζήτησης, βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών και εξελικτικούς αλγορίθμους [10]. Οι Dag Haugland, Sin C. Ho, Gilbert Laporte επιλύουν το VRPSD

με στοχαστική ζήτηση, με τον αλγόριθμο περιορισμένης αναζήτησης (Tabu Search) και με πολυεναρκτήριο ευρετικό αλγόριθμο. Τελικά αποδεικνύουν ότι ο αλγόριθμος περιορισμένης αναζήτησης είναι καλύτερος από τον πολυεναρκτήριο ευρετικό αλγόριθμο [11]. Οι Xiangyong Li, PengTian, StephenC.H.Leung επιλύουν το VRPSD με χρονικά παράθυρα και στοχαστικές παραμέτρους το χρόνο που κάνει το όχημα, τις διανομές και το χρόνο εξυπηρέτησης των πελατών, με τον αλγόριθμο Περιορισμένης Αναζήτησης [12]. Οι Chang-Shi Liu, Ming-Yong Lai είχαν σα στοχαστική παράμετρο τη ζήτηση των πελατών και προσεγγίστηκε το πρόβλημα με βελτιωμένο εξελικτικό αλγόριθμο [13]. Ο Marc Reimann με τη ζήτηση των πελατών σα στοχαστική παράμετρο χρησιμοποίησε τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών για να λύσει το πρόβλημα [14]. Οι Minis, I., Tatarakis, A. προτείνουν έναν αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού για να καθορίσουν το ελάχιστο κόστος δρομολόγησης ενός οχήματος το οποίο διανέμει και συλλέγει προϊόντα με στοχαστική ζήτηση [15]. Οι Juan, A., Faulin, J., Grasman, S., Riera, D., Marull, J., Mendez, C. χρησιμοποιούν ένα μετασχηματισμό του στοχαστικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων σε ένα μικρό σύνολο από περιορισμένης χωρητικότητας προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων. Πιο συγκεκριμένα επιλύουν περιπτώσεις του περιορισμένης χωρητικότητας προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων που προκύπτουν από το αρχικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση καθορίζοντας διαφορετικές τιμές για το επίπεδο του αποθέματος ασφαλείας, όπου τα οχήματα απασχολούν για να αντιμετωπίζουν τις απροσδόκητες απαιτήσεις. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται κάνει χρήση της προσομοίωσης του μόντε κάρλο για να αποκτήσει εκτιμήσεις της αξιοπιστίας της κάθε εκ των προτέρων λύσης [16]. Οι Lei, H., Laporte, G., Guo, B. επιλύουν το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων περιορισμένης χωρητικότητας με στοχαστικές απαιτήσεις και χρονικά παράθυρα. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος προτείνεται ένας προσαρμοστικός ευρετικός αλγόριθμος με μεγάλη γειτονιά αναζήτησης [17]. Οι Goodson, J.C., Ohlmann, J.W., Thomas, B.W. εφαρμόζουν στα γενικής κατηγορίας προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων δομές γειτονιάς με ευρετική αναζήτηση. Η μεθοδολογία που προτείνεται χρησιμοποιεί μια κυκλικής τάξεως κωδικοποίηση της λύσης η οποία χαρτογραφεί τη μετάθεση του πελάτη σε μια συλλογή από πολλές λύσεις του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων. Με τη χρήση ενός προσομοιωμένης ανόπτησης πλαισίου καταδεικνύονται οι δυνατότητες μιας κυκλικής τάξεως γειτονιάς, για να διευκολυνθεί η εύρεση μιας υψηλής ποιότητας λύσης για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με

στοχαστική ζήτηση [18]. Οι Juan, A.A., Faulin, J., Jorba, J., Caceres, J., Marques, J.M. συζητάνε για το πώς παράλληλα και κατανεμημένα υπολογιστικά συστήματα μπορούν να εφαρμοστούν αποτελεσματικά για να λύσουν προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση. Σε αυτή την εργασία επιλύεται ένα πλήθος σεναρίων με διαφορετικά επίπεδα αποθεμάτων ασφαλείας, με μια ευρετική τυχαιοποιημένη διαδικασία η οποία έχει ενσωματωμένη την προσομοίωση του μόντε κάρλο [19].

Κεφάλαιο 4: Αλγόριθμοι Επίλυσης

Στα επόμενα υποκεφάλαια περιγράφονται οι αλγόριθμοι που υλοποιήσαμε για να λύσουμε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση.

Κεφάλαιο 4.1: Αλγόριθμος υπολογισμού αντικειμενικής συνάρτησης (κόστος μιας λύσης)

Ο υπολογισμός του κόστους της διαδρομής κάθε λύσης γίνεται από το τέλος της διαδρομής προς την αρχή. Αρχικά αποθηκεύουμε στη μεταβλητή p την πιθανότητα να πάρει η ζήτηση του κάθε πελάτη μια τιμή. Η πιθανότητα αυτή εξαρτάται από την τιμή της απόκλισης από τη ζήτηση. Για παράδειγμα εάν η απόκλιση από τη ζήτηση είναι συν πλην ένα και η πραγματική ζήτηση είναι 10, η πιθανότητα p είναι $1/3$ διότι η ζήτηση μπορεί να πάρει τρεις τιμές, $10 - 1 = 9$, $10 + 1 = 11$ και $10 + 0 = 10$, και επειδή η πιθανότητα να πάρει η ζήτηση μια από αυτές τις τιμές είναι η ίδια. Το κόστος από τον τελευταίο κόμβο στην αποθήκη μπορούμε να το υπολογίσουμε αμέσως αφού δεν εξαρτάται από την ζήτηση κάποιου πελάτη. Μετά παίρνουμε ανά δύο τους κόμβους από το τέλος της διαδρομής προς την αρχή και υπολογίζουμε το κόστος της διαδρομής από τον ένα κόμβο στον άλλο για την περίπτωση που γυρίσει στην αποθήκη το όχημα για ανεφοδιασμό και για την περίπτωση που δε γυρίσει στην αποθήκη και πάει κατευθείαν στον πελάτη, από την αντικειμενική συνάρτηση που έχουμε αναφέρει σε προηγούμενο κεφάλαιο. Αφού υπολογίσουμε τα δύο αυτά κόστη, το όχημα επιλέγει να γυρίσει ή όχι στην αποθήκη ανάλογα με το ποιο κόστος από τα δύο είναι το μικρότερο.

Κεφάλαιο 4.2: Αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης

Στο κεφάλαιο 4.2 περιγράφονται οι αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης που υλοποιήσαμε για να λύσουμε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση.

Κεφάλαιο 4.2.1: Αλγόριθμος two opt

Με τον αλγόριθμο two opt επιλέγουμε δύο τυχαίους κόμβους της λύσης και αλλάζουμε τη φορά των κόμβων που βρίσκονται ανάμεσα τους.

Παράδειγμα two opt

Λύση πριν την εφαρμογή two opt:

1 4 7 2 3 8 6 5

Επιλέγουμε τον τρίτο κόμβο (7) και τον έβδομο κόμβο (6) της παραπάνω διαδρομής.

Λύση μετά την εφαρμογή two opt:

1 4 7 8 3 2 6 5

Κεφάλαιο 4.2.2: Αλγόριθμος three opt

Με τον αλγόριθμο three opt επιλέγουμε τρεις τυχαίους κόμβους της λύσης και αλλάζουμε τη φορά των κόμβων που βρίσκονται ανάμεσα τους.

Παράδειγμα three opt

Λύση πριν την εφαρμογή three opt:

1 4 7 2 3 8 6 5

Επιλέγουμε το δεύτερο κόμβο (4), τον πέμπτο κόμβο (3) και τον όγδοο κόμβο (5) της παραπάνω διαδρομής.

Λύση μετά την εφαρμογή three opt:

1 4 2 7 3 6 8 5

Κεφάλαιο 4.2.2: Αλγόριθμος path relinking

Στον αλγόριθμο path relinking παίρνουμε δύο λύσεις και από αυτές δημιουργούμε νέες λύσεις, συνδυάζοντας αυτές τις δύο λύσεις, υπολογίζοντας κάθε φορά και το κόστος τους. Παίρνουμε τη δεύτερη λύση και της αλλάζουμε κάθε φορά τη θέση δύο στοιχείων της μέχρι να γίνει ίδια με την πρώτη λύση. Συγκεκριμένα για κάθε στοιχείο της πρώτης λύσης, από το δεύτερο και μετά, το τοποθετούμε στην δεύτερη λύση στην ίδια θέση που βρισκόταν στην πρώτη λύση. Μετά από αυτή τη διαδικασία θα έχουμε τόσες λύσεις όσες και το πλήθος των κόμβων της διαδρομής μείον δύο. Στο τέλος

συγκρίνουμε το κόστος της πρώτης λύσης με τα κόστη των νέων λύσεων και αν κάποια από τις νέες λύσεις είναι καλύτερη, αντικαθιστούμε την αρχική λύση με τη νέα λύση.

Παράδειγμα Επανασύνδεσης Διαδρομών (Path Relinking)

Λύσεις πριν την εφαρμογή Επανασύνδεσης Διαδρομών:

1^η λύση:

1 4 7 2 3 8 6 5

2^η λύση:

1 2 8 5 4 3 7 6

Οι λύσεις που θα δημιουργήσει η μέθοδος Επανασύνδεσης Διαδρομών είναι οι εξής:

1	4	8	5	2	3	7	6
1	4	7	5	2	3	8	6
1	4	7	2	5	3	8	6
1	4	7	2	3	5	8	6
1	4	7	2	3	8	5	6
1	4	7	2	3	8	6	5

Κεφάλαιο 4.3: Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι

Στο κεφάλαιο 4.3 περιγράφονται οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι που υλοποιήσαμε για να λύσουμε το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση.

Τα βήματα που περιγράφονται παρακάτω υλοποιούνται στην αρχή κάθε αλγορίθμου που έχουμε υλοποιήσει.

Αρχικά ορίζουμε στη μεταβλητή *dem*, την τιμή της απόκλισης από τη ζήτηση και στη μεταβλητή *problima*, ποιο παράδειγμα θα τρέξουμε.

Στη συνέχεια παίρνουμε τα δεδομένα του παραδείγματος από ένα αρχείο txt που είναι, το πλήθος των κόμβων (n), η χωρητικότητα του οχήματος (Q), το μέγιστο μήκος διαδρομής ($\max \text{ tour length}$), που είναι ένας μεγάλος αριθμός, και σημαίνει ότι ο περιορισμός μέγιστου μήκους διαδρομής δεν επηρεάζει την επίλυση του προβλήματος, το χρόνο επισκευής του οχήματος που είναι μηδέν (service_time), τις συντεταγμένες x και y των κόμβων (X_Y) και τη ζήτηση του κάθε κόμβου (d).

Υπολογίζουμε και αποθηκεύουμε σε έναν πίνακα με πλήθος γραμμών και στηλών το πλήθος των κόμβων, τις αποστάσεις των κόμβων από τον τύπο:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (21)$$

όπου (x_1, y_1) και (x_2, y_2) , η θέση δύο κόμβων στο επίπεδο. Στη διαγώνιο αυτού του πίνακα βάζουμε ένα μεγάλο αριθμό έτσι ώστε να μην επιλεγεί ποτέ αυτή η μετάβαση, διότι δεν υφίστανται στο πρόβλημα μας οι μετακινήσεις από έναν κόμβο στον εαυτό του.

Κεφάλαιο 4.3.1: Υβριδικός Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων (Clonal Selection Algorithm-CSA)

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται αναλυτικά ο Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων που φτιάξαμε.

Κεφάλαιο 4.3.1.1: Επιλογή παραμέτρων αλγορίθμου

Οι παράμετροι του αλγορίθμου για τις οποίες πρέπει να αποφασίσουμε τις τιμές τους είναι οι εξής: ο τελεστής υπερμετάλλαξης (Cr), ο τελεστής ωρίμανσης (Mr), το πλήθος των αντισωμάτων (λύσεων) (P), το πλήθος των τυχαίων λύσεων (R) και το πλήθος των λύσεων από τις οποίες θα παράξουμε τους κλώνους (F).

Διαδικασία επιλογής του τελεστή υπερμετάλλαξης (Cr) και του τελεστή ωρίμανσης (Mr)

Οι τιμές που μπορεί να πάρει ο τελεστής υπερμετάλλαξης (Cr) και ο τελεστής ωρίμανσης (Mr) είναι τιμές μεταξύ του διαστήματος $(0,1)$. Επιλέξαμε τέσσερις συνδυασμούς τιμών του Cr και Mr στους οποίους το άθροισμα του Cr και Mr ισούται

με μονάδα κρατώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους σταθερές. Ο πρώτος συνδυασμός είναι να έχουν ίδια τιμή ίση με 0,5, ο δεύτερος συνδυασμός είναι το Cr να πάρει την τιμή 0,25 και το Mr την τιμή 0,75, ο τρίτος συνδυασμός είναι το Cr να πάρει την τιμή 0,75 και το Mr την τιμή 0,25 και ο τελευταίος συνδυασμός είναι να παίρνει το Cr μια τυχαία τιμή μεταξύ 0 και 1 σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου και το Mr να παίρνει τιμή ίση με τη διαφορά της τιμής του Cr από τη μονάδα. Για κάθε συνδυασμό τρέξαμε το πρώτο παράδειγμα, με μηδενική απόκλιση από τη ζήτηση (dem=0), πέντε φορές. Την απόφαση για το ποιο συνδυασμό επιλέξαμε την πήραμε με βάση τον καλύτερο μέσο όρο της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος. Στη συνέχεια φαίνονται οι πίνακες με τα κόστη, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος, την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος και τους μέσους όρους όλων των παραπάνω, για κάθε συνδυασμό.

Cr=0,5, Mr=0,5, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	524,9269	107	0,06
	532,0827	192	1,40
	532,0827	100	1,40
	532,9958	63	1,57
	532,5340	134	1,49
Μέσος όρος	530,9244	119	1,19

Πίνακας 1: Αποτελέσματα για Cr=0,5 και Mr=0,5

Για Cr=0,5 και Mr=0,5 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 1,19%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,06%.

Cr=0,75, Mr=0,25, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	524,6285	24	0,003
	524,9269	71	0,06
	533,0137	36	1,58
	531,0249	184	1,21
	536,2453	164	2,17
Μέσος όρος	529,9679	96	1,01

Πίνακας 2: Αποτελέσματα για Cr=0,75 και Mr=0,25

Για $Cr=0,75$ και $Mr=0,25$ ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 1,01%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,003%.

Cr=0,25, Mr=0,75, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	524,9269	88	0,06
	524,9269	100	0,06
	524,6111	106	0,00
	530,7509	24	1,16
	532,0827	124	1,40
Μέσος όρος	527,4597	88	0,54

Πίνακας 3: Αποτελέσματα για $Cr=0,25$ και $Mr=0,75$

Για $Cr=0,25$ και $Mr=0,75$ ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 0,54%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0%.

Cr=rand, Mr=1-rand, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	527,6748	54	0,58
	546,0843	66	3,93
	533,0362	149	1,58
	532,0827	82	1,40
	533,0137	183	1,58
Μέσος όρος	530,0837	122	1,03

Πίνακας 4: Αποτελέσματα για $Cr=rand$ και $Mr=1-rand$

Για $Cr=rand$ και $Mr=1-rand$ ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 1,03%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,58%.

Ακολουθεί ένας συγκεντρωτικός πίνακας με το μέσο όρο της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος για κάθε συνδυασμό των τιμών Cr και Mr .

Cr	Mr	Απόκλιση
0,5	0,5	1,19
0,75	0,25	1,01
0,25	0,75	0,54
rand	1-rand	1,03

Πίνακας 5: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για τις παραμέτρους Cr και Mr

Επιλέξαμε το Cr να πάρει την τιμή 0,25 και το Mr την τιμή 0,75 καθώς για αυτές τις τιμές βρήκαμε τη μικρότερη απόκλιση από το βέλτιστο κόστος (0,54%).

Διαδικασία επιλογής του πλήθους των αντισωμάτων (λύσεων) (S), του πλήθους των τυχαίων λύσεων (R) και του πλήθους των λύσεων από τις οποίες θα παραχθούν οι κλώνοι (F).

Επιλέξαμε πέντε συνδυασμούς τιμών για τις τιμές των S, R και F. Ο πρώτος συνδυασμός είναι το P να ισούται με 20, το R με 10 και το F με 7, ο δεύτερος το P να ισούται με 40, το R με 30 και το F με 15, ο τρίτος το P να ισούται με 60, το R με 50 και το F με 20, ο τέταρτος το P να ισούται με 80, το R με 70 και το F με 27 και ο τελευταίος το P να ισούται με 100, το R με 90 και το F με 35. Για κάθε συνδυασμό τρέξαμε το πρώτο παράδειγμα, με μηδενική απόκλιση από τη ζήτηση (dem=0), πέντε φορές. Την απόφαση για το ποιο συνδυασμό επιλέξαμε την πήραμε με βάση τον καλύτερο μέσο όρο της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος. Στη συνέχεια φαίνονται οι πίνακες με τα κόστη, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος, την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος και τους μέσους όρους όλων των παραπάνω, για κάθε συνδυασμό.

P=20, R=10, F=7, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	533,8365	113	1,73
	537,5368	152	2,40
	538,5342	31	2,59
	532,2441	19	1,43
	532,9958	84	1,57
Μέσος όρος	535,0295	80	1,95

Πίνακας 6: Αποτελέσματα για P=20 και F=7

Για P=20, R=10 και F=7 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 1,95%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 1,43%.

P=40, R=30, F=15, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	533,7441	109	1,71
	532,9958	133	1,57
	534,7649	44	1,90
	524,9269	146	0,06
	532,9958	133	1,57
Μέσος όρος	531,8855	113	1,36

Πίνακας 7: Αποτελέσματα για P=40 και F=15

Για P=40, R=30 και F=15 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 1,36%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,06%.

P=60, R=50, F=20, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	524,6111	52	0,00
	524,6111	146	0,00
	530,2934	234	1,07
	533,0907	24	1,59
	524,6111	93	0,00
Μέσος όρος	527,4435	110	0,53

Πίνακας 8: Αποτελέσματα για P=60 και F=20

Για P=60, R=50 και F=20 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 0,53%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0%.

P=80, R=70, F=27, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	532,9958	219	1,57
	531,0249	24	1,21
	538,9983	98	2,67
	541,3318	24	3,09
	536,9269	28	2,29
Μέσος όρος	536,2555	78,6	2,17

Πίνακας 9: Αποτελέσματα για P=80 και F=27

Για P=80, R=70 και F=27 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 2,17%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 1,21%.

P=100, R=90, F=35, par1, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	533,1831	151	1,61
	536,8287	24	2,28
	530,2934	65	1,07
	540,6888	17	2,97
	524,6111	35	0,00
Μέσος όρος	533,1210	58	1,60

Πίνακας 10: Αποτελέσματα για P=100 και F=35

Για P=100, R=90 και F=35 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 1,60%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0%.

Ακολουθεί ένας συγκεντρωτικός πίνακας με την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος για κάθε συνδυασμό των τιμών P, R και F.

P	R	F	Απόκλιση
20	10	7	1,95
40	30	15	1,36
60	50	20	0,53
80	70	27	2,43
100	90	35	1,60

Πίνακας 11: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για τις παραμέτρους P, R, F

Επιλέξαμε το P να πάρει την τιμή 60, το R την τιμή 50 και το F την τιμή 20 καθώς για αυτές τις τιμές βρήκαμε τη μικρότερη απόκλιση από το βέλτιστο κόστος (0,53%).

Κεφάλαιο 4.3.1.2: Περιγραφή αλγορίθμου

Αρχικά καθορίζουμε τις παραμέτρους του αλγορίθμου που είναι το πλήθος των αντισωμάτων, το πλήθος των τυχαίων αντισωμάτων, την τιμή του τελεστή υπερμετάλλαξης, την τιμή του τελεστή ωρίμανσης, την παράμετρο πολλαπλασιασμού ίση με 1 και το πλήθος των αντισωμάτων από τα οποία θα παράξουμε τους κλώνους.

Δημιουργούμε τα αρχικά αντισώματα δηλαδή τις αρχικές διαδρομές, με τυχαία σειρά κόμβων από το ένα έως το σύνολο των κόμβων. Επειδή όλες οι διαδρομές πρέπει να ξεκινάνε από τον κόμβο ένα, που είναι η αποθήκη, εάν δε βρίσκεται ήδη το ένα στην αρχή των διαδρομών και βρίσκεται σε μια άλλη θέση, το παίρνουμε από τη θέση του και το τοποθετούμε στην αρχή της διαδρομής.

Για κάθε αντίσωμα υπολογίζουμε το κόστος της διαδρομής του. Μετά τον υπολογισμό του κόστους ταξινομούμε τα αντισώματα σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους.

Επαναλήψεις αλγορίθμου

Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου γίνονται τα εξής.

Δημιουργία κλώνων

Από τα αντισώματα επιλέγουμε F από αυτά. Για κάθε αντίσωμα που επιλέξαμε φτιάχνουμε τους κλώνους τους. Το πλήθος των κλώνων που θα δημιουργηθούν για κάθε αντίσωμα ισούται με $\frac{(b * P)}{i}$ όπου b είναι η παράμετρος πολλαπλασιασμού, P είναι το άθροισμα των αντισωμάτων και i είναι η αρίθμηση των αντισωμάτων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους. Οι κλώνοι παράγονται από τον αλγόριθμο two opt. Για την δημιουργία του κάθε κλώνου χρησιμοποιούμε επαναληπτικά τον αλγόριθμο two opt για εκατό επαναλήψεις εκτός και εάν για δέκα συνεχόμενες φορές δεν έχουμε κάποια βελτίωση του κόστους. Εάν με τον αλγόριθμο two opt δε βρούμε καλύτερο κόστος από το αρχικό κόστος του αντισώματος επιλέγουμε σαν κλώνο το αντίσωμα με το μικρότερο κόστος από αυτά που δημιουργήθηκαν από τον αλγόριθμο two opt. Ακολουθώντας βελτιώνουμε το κόστος των κλώνων με τον αλγόριθμο two opt και τον αλγόριθμο three opt κάνοντας αρκετές επαναλήψεις. Μετά βελτιώνουμε την καλύτερη λύση των κλώνων με τον αλγόριθμο two opt. Έπειτα χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Path Relinking παίρνοντας σα λύσεις την καλύτερη λύση των κλώνων και μια τυχαία λύση από τους P πρώτους κλώνους όπου P είναι το πλήθος των αντισωμάτων. Ο λόγος που παίρνουμε τη δεύτερη λύση από τους P πρώτους κλώνους είναι γιατί αυτοί οι κλώνοι δημιουργήθηκαν από το καλύτερο αντίσωμα και έτσι υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα να δημιουργηθεί μια καλύτερη λύση από δύο καλές λύσεις. Αυτήν τη διαπίστωση την εξακριβώσαμε και μετά από δοκιμές που κάναμε

στον αλγόριθμο. Αν τελικά βρεθεί καλύτερο κόστος από το κόστος της δεύτερης λύσης αντικαθιστούμε τον παλιό κλώνο με τον καινούργιο.

Στη συνέχεια ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους, τους κλώνους και αντικαθιστούμε τις P καλύτερες λύσεις των κλώνων με τις P χειρότερες λύσεις των αντισωμάτων, εφόσον το κόστος τους είναι μεγαλύτερο από το κόστος των κλώνων. Εάν έστω και μία λύση των αντισωμάτων έχει αντικατασταθεί από λύση των κλώνων ταξινομούμε τα αντισώματα σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους.

Μετά για κάθε κλώνο κάνουμε είτε μετάλλαξη είτε διόρθωση των υποδοχέων ανάλογα με το αν μια τυχαία τιμή μεταξύ του διαστήματος $(0,1)$ είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη του Mr .

Μετάλλαξη

Στη μετάλλαξη για κάθε ένα στοιχείο της λύσης, εκτός από το πρώτο, ανάλογα με το αν μια τυχαία τιμή μεταξύ του διαστήματος $(0,1)$ είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη του Cr , το ανταλλάζουμε με ένα άλλο τυχαίο στοιχείο της λύσης ή το αφήνουμε ως έχει. Σε κάθε ανταλλαγή στοιχείων που γίνεται αποθηκεύουμε τη νέα λύση και το κόστος της έτσι ώστε στο τέλος της διαδικασίας της μετάλλαξης να κρατήσουμε τη λύση με το μικρότερο κόστος.

Διόρθωση υποδοχέων

Στη διόρθωση υποδοχέων αλλάζουμε τελείως τη λύση του κάθε κλώνου. Για παράδειγμα αν είχαμε μια λύση με πέντε κόμβους ο κόμβος με το νούμερο πέντε θα γινόταν ο κόμβος δύο, ο κόμβος με το νούμερο τέσσερα θα γινόταν ο κόμβος τρία, ο κόμβος με το νούμερο τρία θα γινόταν ο κόμβος τέσσερα, ο κόμβος με το νούμερο δύο θα γινόταν ο κόμβος πέντε.

Παρακάτω φαίνεται το παραπάνω παράδειγμα:

Αρχική λύση:

1	2	4	5	3
---	---	---	---	---

Λύση μετά τη διόρθωση υποδοχέων:

1	5	3	2	4
---	---	---	---	---

Έπειτα ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους, τους κλώνους και αντικαθιστούμε τις P καλύτερες λύσεις των κλώνων με τις P χειρότερες λύσεις των αντισωμάτων εφόσον το κόστος τους είναι μεγαλύτερο από το κόστος των κλώνων. Εάν έστω και μία λύση των αντισωμάτων έχει αντικατασταθεί από λύση των κλώνων ταξινομούμε τα αντισώματα σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους.

Δημιουργία τυχαίων λύσεων

Δημιουργούμε R τυχαίες λύσεις και βελτιώνουμε το κόστος τους με τον αλγόριθμο two opt για εκατό επαναλήψεις εκτός και εάν για δέκα συνεχόμενες φορές δεν έχουμε κάποια βελτίωση του κόστους.

Επιλέγουμε την καλύτερη λύση από τις R και το καλύτερο αντίσωμα και χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Path Relinking. Εάν βρεθεί καλύτερο κόστος από το κόστος της τυχαίας λύσης αντικαθιστούμε την τυχαία λύση με την καλύτερη που βρήκαμε.

Στη συνέχεια ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους τις τυχαίες λύσεις και αντικαθιστούμε τις R καλύτερες λύσεις των κλώνων με τις R χειρότερες λύσεις των αντισωμάτων εφόσον το κόστος τους είναι μεγαλύτερο από το κόστος των τυχαίων λύσεων. Εάν έστω και μία λύση των αντισωμάτων έχει αντικατασταθεί από τις τυχαίες λύσεις ταξινομούμε τα αντισώματα σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους.

Εάν έχει βρεθεί καλύτερο αντίσωμα από το μέχρι πρότινος καλύτερο, το αντικαθιστούμε.

Κριτήριο σύγκλισης αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος σταματά είτε όταν ολοκληρωθούν 1500 επαναλήψεις, είτε όταν μέσα σε 150 συνεχόμενες επαναλήψεις δε βρεθεί καλύτερη λύση, είτε όταν στη 250^η επανάληψη του αλγορίθμου η τιμή του βέλτιστου αντισώματος δεν έχει βελτιωθεί περισσότερο από 0,0001 συγκριτικά με το βέλτιστο στην 150^η επανάληψη, είτε όταν στην 350^η επανάληψη του αλγορίθμου η τιμή του βέλτιστου αντισώματος δεν έχει βελτιωθεί περισσότερο από 0,0001 συγκριτικά με το βέλτιστο στη 250 επανάληψη.

Ο αλγόριθμος επιστρέφει το βέλτιστο κόστος, τη βέλτιστη διαδρομή, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος και το διάγραμμα της βέλτιστης διαδρομής στο επίπεδο, στο οποίο δε φαίνεται πότε το όχημα γυρίζει στην αποθήκη για να είναι το διάγραμμα πιο ευδιάκριτο.

Ψευδοκώδικας

Επιλογή της απόκλισης από τη ζήτηση (dem) και παραδείγματος που θα επιλυθεί

Αποθήκευση δεδομένων από αρχείο txt.

Υπολογισμός του κόστους μεταβάσεων από κόμβο σε κόμβο

Αρχικοποίηση αντισωμάτων με τυχαίο τρόπο

Ταξινόμηση αντισωμάτων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Καθορισμός παραμέτρων

Do until (δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων)

Δημιουργία κλώνων

Βελτίωση κλώνων με τους αλγορίθμους two opt και three opt

Βελτίωση καλύτερου κλώνου με opt

Βελτίωση ενός από τους πρώτους P κλώνους με Path Relinking

Αντικατάσταση των χειρότερων αντισωμάτων με τους καλύτερους κλώνους

Ταξινόμηση αντισωμάτων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Μετάλλαξη και διόρθωση υποδοχέων για κάθε κλώνο

Αντικατάσταση των χειρότερων αντισωμάτων με τους καλύτερους κλώνους

Ταξινόμηση αντισωμάτων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Δημιουργία τυχαίων λύσεων

Βελτίωση μιας από τις τυχαίες λύσεις με Path Relinking

Αντικατάσταση των χειρότερων αντισωμάτων με τις καλύτερες τυχαίες λύσεις

Ταξινόμηση αντισωμάτων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Ενημέρωση βέλτιστου κόστους και θέσης και αποθήκευση επανάληψης

Enddo

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου, βέλτιστου κόστους, επανάληψης που βρέθηκε το βέλτιστο και διαγράμματος βέλτιστου σωματιδίου

Κεφάλαιο 4.3.2: Υβριδικός Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (Honey Bees Mating Optimization-HBMO)

Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφουμε τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών.

Κεφάλαιο 4.3.2.1: Διαδικασία επιλογής του πληθυσμού των μελισσών

Για να επιλέξουμε το πλήθος των μελισσών τρέξαμε τον αλγόριθμο για τις εξής τιμές πληθυσμού: 20, 40, 60, 80 και 100. Παρακάτω φαίνονται οι πίνακες με τα κόστη, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος, την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος και τους μέσους όρους όλων των παραπάνω, για κάθε τιμή πληθυσμού.

P=20			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	543,7508	146	3,52
	531,0249	451	1,21
	560,868	422	6,46
	527,6748	245	0,58
	551,3578	210	4,85
Μέσος όρος	542,9353	295	3,38

Πίνακας 12: Αποτελέσματα για P=20

Για P=20 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 3,38%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,58%.

P=40			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	530,2629	22	1,07
	524,6111	44	0,00
	539,9603	994	2,84
	524,6111	205	0,00
	542,3521	1030	3,27
Μέσος όρος	532,3595	459	1,44

Πίνακας 13: Αποτελέσματα για P=40

Για P=40 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 1,44%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0%.

P=60			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	545,2662	44	3,79
	531,0249	1499	1,21
	553,0886	1437	5,15
	542,3521	583	3,27
	547,4798	775	4,18
Μέσος όρος	543,8423	868	3,52

Πίνακας 14: Αποτελέσματα για P=60

Για P=60 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 3,52%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 1,21%.

P=80			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	534,1994	749	1,79
	524,9269	310	0,06
	524,9269	340	0,06
	555,3376	86	5,53
	560,4237	28	6,39
Μέσος όρος	539,9629	303	2,77

Πίνακας 15: Αποτελέσματα για P=80

Για P=80 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 2,77%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,06%.

P=100			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	540,681	596	2,97
	537,5368	506	2,40
	536,819	986	2,27
	540,5684	1233	2,95
	524,9269	54	0,06
Μέσος όρος	536,10642	675	2,13

Πίνακας 16: Αποτελέσματα για P=100

Για $P=100$ ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 2,13%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,06%.

Ακολουθεί ένας συγκεντρωτικός πίνακας με την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος για κάθε τιμή του πληθυσμού των μελισσών.

P	Απόκλιση
20	3,38
40	1,44
60	3,52
80	2,77
100	2,13

Πίνακας 17: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για την παράμετρο P

Επιλέξαμε το P να πάρει την τιμή 40 καθώς για αυτή την τιμή βρήκαμε τη μικρότερη απόκλιση από το βέλτιστο κόστος (1,44%).

Κεφάλαιο 4.2.2.2: Περιγραφή αλγορίθμου

Καθορίζουμε τις παραμέτρους του αλγορίθμου που είναι το πλήθος των μελισσών, το μέγιστο αριθμό από πτήσεις ζευγαρώματος και το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων του αλγορίθμου.

Δημιουργούμε τον αρχικό πληθυσμό μελισσών, δηλαδή τις αρχικές διαδρομές, με τυχαία σειρά κόμβων από το ένα έως το σύνολο των κόμβων. Επειδή όλες οι διαδρομές πρέπει να ξεκινάνε από τον κόμβο ένα, που είναι η αποθήκη, εάν δε βρίσκεται ήδη το ένα στην αρχή των διαδρομών και βρίσκεται σε μια άλλη θέση, το παίρνουμε από τη θέση του και το τοποθετούμε στην αρχή της διαδρομής. Αφού υπολογίσουμε το κόστος της κάθε μέλισσας τις ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους.

Επιλέγουμε τη μέλισσα με το μικρότερο κόστος ως βασίλισσα του πληθυσμού των μελισσών και τα υπόλοιπα μέλη του πληθυσμού ως κηφήνες. Με βάση το κόστος ταξινομούμε τους κηφήνες σε αύξουσα σειρά.

Επαναλήψεις αλγορίθμου

Επιλογή κηφώνων

Στην αρχή αρχικοποιούμε την ταχύτητα και την ενέργεια της βασίλισσας με 1000 και 100 αντίστοιχα και στη συνέχεια η βασίλισσα επιλέγει τους κηφώνες με τους οποίους θα ζευγαρώσει. Η επιλογή των κηφώνων γίνεται ως εξής: Όσο η ενέργεια παραμένει μεγαλύτερη από 0.001 και δεν έχει γεμίσει η σπερματοθήκη της βασίλισσας, η βασίλισσα επιλέγει τους κηφώνες εάν η πιθανότητα $\text{Prob}(D)$ είναι μεγαλύτερη ή ίση με το 0.5. Κάθε φορά που επιλέγεται ένας κηφίνας μειώνεται η ενέργεια και η ταχύτητα με βάση τους τύπους $\text{energy}(t) = \alpha * \text{energy}(t-1)$, $\text{speed}(t) = \alpha * \text{speed}(t-1)$, όπου $\alpha = 0.7$.

Δημιουργία νεογνών

Σε αυτή τη φάση δημιουργούνται οι απόγονοι της βασίλισσας που είναι ίσοι με τον αρχικό πληθυσμό των κηφώνων. Για κάθε κηφήνα που επιλέχθηκε να ζευγαρώσει με τη βασίλισσα, του βελτιώνουμε τη λύση εφαρμόζοντας για μερικές επαναλήψεις τους αλγορίθμους two opt και three opt. Αν το κόστος του κηφήνα είναι μικρότερο από αυτό της βασίλισσας αντικαθιστούμε την παλιά βασίλισσα με τον κηφήνα. Έπειτα φτιάχνουμε τέσσερις απογόνους με διαφορετικό τρόπο τον καθένα, βρίσκουμε το κόστος του καθενός και κρατάμε αυτόν με το μικρότερο κόστος. Ο πρώτος τρόπος δημιουργίας ενός απογόνου είναι ο εξής: Επιλέγουμε τυχαία πέντε στοιχεία της λύσης της βασίλισσας και τα τοποθετούμε στην λύση του κηφήνα στις ίδιες θέσεις που βρίσκονταν στη λύση της βασίλισσας. Στον δεύτερο τρόπο παίρνουμε τη λύση του κηφήνα και τη μετατρέπουμε με τον αλγόριθμο two opt. Στον τρίτο και τέταρτο τρόπο παίρνουμε τη λύση της βασίλισσας και την αλλάζουμε με τους αλγορίθμους two opt και three opt.

Βελτίωση κόστους απογόνων

Κάθε φορά που φτιάχνουμε έναν απόγονο τον βελτιώνουμε εφαρμόζοντας για μερικές επαναλήψεις τους αλγορίθμους two opt, three opt και Path Relinking όπου το Path Relinking γίνεται μεταξύ της λύσης της βασίλισσας και μιας τυχαίας λύσης από τη σπερματοθήκη της βασίλισσας. Εάν βρεθεί καλύτερη λύση από αυτή της βασίλισσας αντικαθιστούμε τη βασίλισσα με τη νέα λύση, αλλιώς αν βρεθεί καλύτερη λύση από τη λύση του κηφήνα της σπερματοθήκης αντικαθιστούμε την παλιά λύση του κηφήνα με τη νέα λύση. Στην περίπτωση που με το Path Relinking βρούμε

καλύτερη λύση για τη βασίλισσα χρησιμοποιούμε για μερικές επαναλήψεις τον αλγόριθμο two opt για να βελτιώσουμε περισσότερο τη λύση της βασίλισσας. Το ίδιο κάνουμε και για την περίπτωση που βρούμε καλύτερη λύση για τον κηφήνα της σπερματοθήκης.

Επιλογή νέων κηφήνων

Αν το κόστος του νεογνού είναι καλύτερο από της βασίλισσας αντικαθιστούμε τη παλιά βασίλισσα με το νεογνό αλλιώς η λύση του νεογνού προστίθεται στους κηφήνες εφόσον το κόστος του κηφήνα είναι καλύτερο από το κόστος του χειρότερου κηφήνα μέχρι αυτή τη στιγμή. Κάθε φορά που επιλέγεται ένας κηφήνας ταξινομούμε τους κηφήνες με βάση το κόστος τους.

Αφού δημιουργηθούν όλα τα νεογνά και επιλεχθούν οι νέοι κηφήνες εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Path Relinking μεταξύ δύο τυχαίων λύσεων νεογνών. Εάν βρεθεί καλύτερη λύση από αυτή της βασίλισσας αντικαθιστούμε τη βασίλισσα με τη νέα λύση και χρησιμοποιούμε για μερικές φορές τον αλγόριθμο two opt για να βελτιώσουμε το κόστος της βασίλισσας.

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε για μερικές επαναλήψεις τους αλγορίθμους two opt και three opt για τη βελτίωση των λύσεων των κηφήνων και αμέσως μετά ταξινομούμε τους κηφήνες με βάση το κόστος τους. Επίσης βελτιώνουμε ακόμα περισσότερο τη βασίλισσα με τον αλγόριθμο two opt.

Κριτήριο σύγκλισης αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος περατώνεται εφόσον ολοκληρωθεί το πλήθος των επαναλήψεων του.

Ο αλγόριθμος επιστρέφει το βέλτιστο κόστος, τη βέλτιστη διαδρομή, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος και το διάγραμμα της βέλτιστης διαδρομής στο επίπεδο, στο οποίο δε φαίνεται πότε το όχημα γυρίζει στην αποθήκη για να είναι το διάγραμμα πιο ευδιάκριτο.

Ψευδοκώδικας

Επιλογή της απόκλισης από τη ζήτηση (dem) και παραδείγματος που θα επιλυθεί

Αποθήκευση δεδομένων από αρχείο txt.

Υπολογισμός του κόστους μεταβάσεων από κόμβο σε κόμβο

Καθορισμός παραμέτρων

Αρχικοποίηση πληθυσμού με τυχαίο τρόπο

Ταξινόμηση πληθυσμού σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Επιλογή καλύτερου μέλους πληθυσμού ως βασίλισσα

Επιλογή υπόλοιπων μελών του πληθυσμού ως κηφήνες

Do until (δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων)

Αρχικοποίηση ταχύτητας και ενέργειας της βασίλισσας

Do until (ενέργεια > 0.001 και η σπερματοθήκη δεν είναι γεμάτη)

Επιλογή ενός κηφήνα

if γίνει το ζευγάρι με τον κηφήνα **then**

Πρόσθεσε το σπέρμα του κηφήνα στη σπερματοθήκη

endif

$\text{Ταχύτητα}(t+1) = \alpha * \text{Ταχύτητα}(t)$

$\text{Ενέργεια}(t+1) = \alpha * \text{Ενέργεια}(t)$

enddo

do j=1, μέγεθος της σπερματοθήκης

Βελτίωση κηφήνα με τους αλγορίθμους two opt και three opt

if η λύση του κηφήνα είναι καλύτερη από της βασίλισσας **then**

Αντικατέστησε τη βασίλισσα με το κηφήνα

endif

Δημιουργία νεογνού με τη χρήση τελεστή διασταύρωσης, με two opt από τη λύση του κηφήνα, με two opt από τη λύση της βασίλισσας, με three opt από τη λύση της βασίλισσας

Επιλογή νεογνού με το μικρότερο κόστος

Βελτίωση νεογνού με τους αλγορίθμους two opt και three opt και Path Relinking

if η λύση του κηφήνα είναι καλύτερη από της βασίλισσας **then**

Αντικατέστησε τη βασίλισσα με το κηφήνα

else

Πρόσθεσε το νεογνό στον πληθυσμό με τους κηφήνες αν το κόστος του είναι καλύτερο από το χειρότερο κόστος των κηφήνων

endif


```

    Ταξινόμηση κηφήνων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
enddo
Βελτίωση κόστους βασίλισσας με Path Relinking
Βελτίωση κηφήνων με τους αλγορίθμους two opt και three opt
Ταξινόμηση κηφήνων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
Βελτίωση κόστους βασίλισσας με two opt
enddo

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου, βέλτιστου κόστους, επανάληψης που βρέθηκε το
βέλτιστο και διαγράμματος βέλτιστου σωματιδίου

```

Κεφάλαιο 4.3.3: Υβριδικός Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων (Bumble Bees Mating Optimization-BBMO)

Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφουμε τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων.

Κεφάλαιο 4.3.3.1: Επιλογή παραμέτρων αλγορίθμου

Οι παράμετροι του αλγορίθμου για τις οποίες πρέπει να αποφασίσουμε τις τιμές τους είναι οι εξής: το πλήθος των βασιλισσών (q) και το πλήθος των μπάμπουρων (P).

Διαδικασία επιλογής του πλήθους των βασιλισσών

Για να επιλέξουμε το πλήθος των βασιλισσών τρέξαμε τον αλγόριθμο για τις εξής τιμές: 1, 2, 5 και 10. Παρακάτω φαίνονται οι πίνακες με τα κόστη, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος, την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος και τους μέσους όρους όλων των παραπάνω, για κάθε τιμή του πλήθους των βασιλισσών.

q=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	542,2627	656	3,26
	541,6540	1492	3,15
	531,5957	850	1,31
	530,2934	416	1,07
	549,9626	270	4,61
Μέσος όρος	539,1537	737	2,70

Πίνακας 18: Αποτελέσματα για q=1

Για q=1 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 2,70%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 1,07%.

q=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	539,2610	1479	2,72
	536,8387	987	2,28
	541,7565	886	3,16
	551,5955	1194	4,89
	559,1941	40	6,18
Μέσος όρος	545,7292	917	3,85

Πίνακας 19: Αποτελέσματα για q=2

Για q=2 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 3,85%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 2,28%.

q=5			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	536,2453	1465	2,17
	555,4163	449	5,55
	585,1707	547	10,35
	533,0137	265	1,58
	614,0304	68	14,56
Μέσος όρος	564,7753	559	6,84

Πίνακας 20: Αποτελέσματα για q=5

Για q=5 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 6,84%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 1,58%.

q=10			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	558,4572	716	6,06
	564,3199	13	7,04
	565,1413	1041	7,17
	575,4088	143	8,83
	546,8133	214	4,06
Μέσος όρος	562,0281	425	6,63

Πίνακας 21: Αποτελέσματα για q=10

Για q=10 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 6,63%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 4,06%.

Ακολουθεί ένας συγκεντρωτικός πίνακας με την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος για κάθε τιμή του πλήθους των βασιλισσών.

q	Απόκλιση
1	2,70
2	3,85
5	6,84
10	6,63

Πίνακας 22: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για την παράμετρο q

Επιλέξαμε το q να πάρει την τιμή 1 καθώς για αυτή την τιμή βρήκαμε τη μικρότερη απόκλιση από το βέλτιστο κόστος (2,70%).

Διαδικασία επιλογής του πληθυσμού των μπάμπουρων

Για να επιλέξουμε το πλήθος των μπάμπουρων τρέξαμε τον αλγόριθμο για τις εξής τιμές πληθυσμού: 20, 40, 60, 80 και 100. Παρακάτω φαίνονται οι πίνακες με τα κόστη, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος, την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος και τους μέσους όρους όλων των παραπάνω, για κάθε τιμή πληθυσμού.

P=20			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	529,1739	830	0,86
	537,9620	720	2,48
	527,6748	861	0,58
	552,9114	387	5,12
	541,4084	1259	3,10
Μέσος όρος	537,8261	811	2,43

Πίνακας 23: Αποτελέσματα για P=20

Για P=20 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 2,43%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,58%.

P=40			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	552,0887	501	4,98
	560,4201	101	6,39
	537,3484	868	2,37
	548,8670	1036	4,42
	544,3290	818	3,62
Μέσος όρος	548,6106	665	4,36

Πίνακας 24: Αποτελέσματα για P=40

Για P=40 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 4,36%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 2,37%.

P=60			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	541,6276	1142	3,14
	552,2043	1486	5,00
	535,7648	217	2,08
	547,3059	859	4,15
	553,0884	1270	5,15
Μέσος όρος	545,9982	995	3,90

Πίνακας 25: Αποτελέσματα για P=60

Για P=60 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 3,90%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 2,08%.

P=80			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	547,2080	1328	4,13
	532,7138	1119	1,52
	529,1739	1321	0,86
	531,0249	1236	1,21
	562,7562	488	6,78
Μέσος όρος	540,5754	1098	2,90

Πίνακας 26: Αποτελέσματα για P=80

Για P=80 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 2,90%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,86%.

P=100			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	540,3326	738	2,91
	552,3205	379	5,02
	563,5185	684	6,90
	524,9269	1225	0,06
	561,8113	643	6,62
Average	548,5820	734	4,30

Πίνακας 27: Αποτελέσματα για P=20

Για P=100 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 2,13%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,06%.

Ακολουθεί ένας συγκεντρωτικός πίνακας με την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος για κάθε τιμή του πληθυσμού των μελισσών.

P	Απόκλιση
20	2,43
40	4,36
60	3,90
80	2,90
100	4,30

Πίνακας 28: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για την παράμετρο P

Επιλέξαμε το P να πάρει την τιμή 20 καθώς για αυτή την τιμή βρήκαμε τη μικρότερη απόκλιση από το βέλτιστο κόστος (2,43%).

Κεφάλαιο 4.3.3.2: Περιγραφή αλγορίθμου

Καθορίζουμε τις παραμέτρους του αλγορίθμου που είναι το πλήθος των μπάμπουρων, ο μέγιστος αριθμός βασίλισσών, ο παράγοντας a (0.5), το b_{\min} , b_{\max} , το lsi_{\max} (100), το πλήθος των κηφήνων που θα ζευγαρώσουν με κάθε βασίλισσα (10) και το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων του αλγορίθμου.

Δημιουργούμε τον αρχικό πληθυσμό μπάμπουρων, δηλαδή τις αρχικές διαδρομές, με τυχαία σειρά κόμβων από το ένα έως το σύνολο των κόμβων. Επειδή όλες οι διαδρομές πρέπει να ξεκινάνε από τον κόμβο ένα, που είναι η αποθήκη, εάν δε βρίσκεται ήδη το ένα στην αρχή των διαδρομών και βρίσκεται σε μια άλλη θέση, το παίρνουμε από τη θέση του και το τοποθετούμε στην αρχή της διαδρομής. Αφού υπολογίσουμε το κόστος του κάθε μπάμπουρα τους ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους.

Επιλέγουμε το μπάμπουρα με το μικρότερο κόστος ως βασίλισσα του πληθυσμού των μπάμπουρων και τα υπόλοιπα μέλη του πληθυσμού ως κηφήνες. Επίσης επιλέγουμε τους 10 καλύτερους κηφήνες (αυτούς με το μικρότερο κόστος) που θα ζευγαρώσουν με τη βασίλισσα.

Επαναλήψεις αλγορίθμου

Δημιουργία απογόνων

Δημιουργούμε τους απογόνους ως εξής: Τους μισούς απογόνους τους φτιάχνουμε από τη λύση της βασίλισσας με τον αλγόριθμο two opt, το $\frac{1}{4}$ των λύσεων, πάλι από τη λύση της βασίλισσας αλλά με τον αλγόριθμο three opt και τους υπόλοιπους απογόνους από τους κηφήνες που επιλέχθηκαν για να ζευγαρώσουν με τη βασίλισσα, με τον αλγόριθμο three opt.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε το κόστος του κάθε απογόνου. Αφού υπολογίσουμε το κόστος βελτιώνουμε τους απογόνους εφαρμόζοντας για μερικές επαναλήψεις τον αλγόριθμο two opt. Μετά ταξινομούμε τους απογόνους σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους. Ακολούθως χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Path Relinking μεταξύ του

καλύτερου απογόνου και ενός τυχαίου απογόνου. Εάν βρεθεί καλύτερη λύση από αυτή της βασίλισσας αντικαθιστούμε τη βασίλισσα με τη νέα λύση, αλλιώς αν βρεθεί καλύτερη λύση από τη λύση του καλύτερου απογόνου αντικαθιστούμε την παλιά λύση με τη νέα λύση, ενώ αν η λύση είναι καλύτερη από αυτή του τυχαίου απογόνου αντικαθιστούμε την παλιά λύση του απογόνου με τη νέα λύση. Στην περίπτωση που βρεθεί καλύτερη λύση για τη βασίλισσα ή για τον καλύτερο απόγονο ή για τον τυχαίο απόγονο χρησιμοποιούμε για μερικές επαναλήψεις τον αλγόριθμο two opt για να βελτιώσουμε περισσότερο την αντίστοιχη λύση.

Επιλογή βασιλισσών και εργατριών

Μετά ταξινομούμε τους απογόνους σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους και επιλέγουμε τους 10 καλύτερους απογόνους ως βασίλισσες. Εάν ο καλύτερος απόγονος έχει καλύτερο κόστος από το κόστος της βασίλισσας αντικαθιστάμε τη λύση της βασίλισσας με τη νέα καλύτερη λύση και βελτιώνουμε τη λύση της βασίλισσας με τον αλγόριθμο two opt. Χρησιμοποιούμε στη συνέχεια τον αλγόριθμο Path Relinking μεταξύ της καλύτερης βασίλισσας και μιας τυχαίας βασίλισσας. Εάν βρεθεί καλύτερη λύση από αυτή της βασίλισσας αντικαθιστούμε τη βασίλισσα με τη νέα λύση, αλλιώς αν βρεθεί καλύτερη λύση από τη λύση της τυχαίας βασίλισσας, αντικαθιστούμε την παλιά λύση με τη νέα λύση. Στην περίπτωση που βρεθεί καλύτερη λύση για τη βασίλισσα ή για την τυχαία βασίλισσα χρησιμοποιούμε για μερικές επαναλήψεις τον αλγόριθμο two opt για να βελτιώσουμε περισσότερο την αντίστοιχη λύση. Τους υπόλοιπους απογόνους τους επιλέγουμε ως εργάτριες.

Τάισμα βασιλισσών

Για να ταίσουμε τις βασίλισσες, μετατρέπουμε τις λύσεις των βασιλισσών, των εργατριών και της παλιάς βασίλισσας σε συνεχή μορφή, και μετά εφαρμόζουμε την εξίσωση για το τάισμα της βασίλισσας. Μετά μετατρέπουμε τις νέες λύσεις των βασιλισσών σε διακριτή μορφή και υπολογίζουμε το κόστος τους. Με τον αλγόριθμο two opt βελτιώνουμε τις λύσεις των βασιλισσών και ταξινομούμε τις βασίλισσες σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους. Εάν το κόστος της βασίλισσας είναι χειρότερο από το κόστος της καλύτερης νέας βασίλισσας αντικαθιστούμε την παλιά βασίλισσα με τη νέα και τη βελτιώνουμε με τον αλγόριθμο two opt.

Δημιουργία κηφώνων

Φτιάχνουμε από τις παλιές βασίλισσες και από τις εργάτριες τις λύσεις των κηφήνων με τον αλγόριθμο two opt, υπολογίζουμε το κόστος τους και τους ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους. Εάν το κόστος της βασίλισσας είναι χειρότερο από το κόστος του καλύτερου κηφήνα αντικαθιστούμε την παλιά βασίλισσα με τη λύση του κηφήνα και βελτιώνουμε τη νέα λύση με τον αλγόριθμο two opt.

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Path Relinking μεταξύ της βασίλισσας και ενός από τους δέκα καλύτερους κηφήνες. Εάν βρεθεί καλύτερη λύση από αυτή της βασίλισσας αντικαθιστούμε τη βασίλισσα με τη νέα λύση, αλλιώς αν βρεθεί καλύτερη λύση από τη λύση του κηφήνα αντικαθιστούμε την παλιά λύση του κηφήνα με τη νέα λύση. Στην περίπτωση που βρεθεί καλύτερη λύση για τη βασίλισσα ή για τον κηφήνα χρησιμοποιούμε για μερικές επαναλήψεις τον αλγόριθμο two opt για να βελτιώσουμε περισσότερο την αντίστοιχη λύση.

Υπολογισμός κατεύθυνσης κηφήνων

Για να υπολογίσουμε την κατεύθυνση των κηφήνων μετατρέπουμε τις λύσεις τους σε συνεχή μορφή και έπειτα εφαρμόζουμε την εξίσωση για την κατεύθυνση των κηφήνων. Μετά υπολογίζουμε το κόστος των κηφήνων και τους ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους. Εάν το κόστος της βασίλισσας είναι χειρότερο από το κόστος του καλύτερου κηφήνα αντικαθιστούμε την παλιά βασίλισσα με τη λύση του κηφήνα και βελτιώνουμε τη νέα λύση με τον αλγόριθμο two opt. Σε αυτό το σημείο επιλέγουμε τους κηφήνες με τους οποίους θα ζευγαρώσει η βασίλισσα στην επόμενη επανάληψη που είναι οι δέκα καλύτεροι κηφήνες.

Πριν το τέλος της κάθε επανάληψης βελτιώνουμε τη λύση της βασίλισσας με τους αλγορίθμους two opt και three opt.

Κριτήριο σύγκλισης αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος περατώνεται εφόσον ολοκληρωθεί το πλήθος των επαναλήψεων του.

Ο αλγόριθμος επιστρέφει το βέλτιστο κόστος, τη βέλτιστη διαδρομή, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος και το διάγραμμα της βέλτιστης διαδρομής

στο επίπεδο, στο οποίο δε φαίνεται πότε το όχημα γυρίζει στην αποθήκη για να είναι το διάγραμμα πιο ευδιάκριτο.

Ψευδοκώδικας

Επιλογή της απόκλισης από τη ζήτηση (dem) και παραδείγματος που θα επιλυθεί

Αποθήκευση δεδομένων από αρχείο txt

Υπολογισμός του κόστους μεταβάσεων από κόμβο σε κόμβο

Καθορισμός παραμέτρων

Αρχικοποίηση πληθυσμού με τυχαίο τρόπο

Ταξινόμηση πληθυσμού σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Επιλογή καλύτερου μέλους πληθυσμού ως βασίλισσα

Επιλογή υπόλοιπων μελών του πληθυσμού ως κηφήνες

Do until (δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων)

Δημιουργία απογόνων

Υπολογισμός κόστους για κάθε απόγονο

Βελτίωση απογόνων με τον αλγόριθμο two opt

Ταξινόμηση απογόνων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Βελτίωση απογόνων με Path Relinking

Ταξινόμηση απογόνων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Επιλογή καλύτερων απογόνων ως νέες βασίλισσες

Βελτίωση κόστους βασίλισσας με Path Relinking

Επιλογή υπόλοιπων απογόνων ως εργάτριες

Μετατροπή λύσεων βασιλισσών, εργατριών και παλιάς βασίλισσας σε συνεχή μορφή

Τάϊσμα βασιλισσών

Μετατροπή λύσεων βασιλισσών σε διακριτή μορφή

Υπολογισμός κόστους για κάθε βασίλισσα

Βελτίωση κόστους βασίλισσας με τον αλγόριθμο two opt

Ταξινόμηση βασιλισσών σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Δημιουργία κηφήνων από τις παλιές βασίλισσες και από τις εργάτριες με τον αλγόριθμο two opt

Υπολογισμός κόστους για κάθε κηφήνα

Ταξινόμηση κηφήνων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Βελτίωση κόστους βασίλισσας με Path Relinking
Μετατροπή λύσεων κηφήνων σε συνεχή μορφή
Υπολογισμός κατεύθυνσης κηφήνων
Μετατροπή λύσεων κηφήνων σε διακριτή μορφή
Υπολογισμός κόστους για κάθε κηφήνα
Ταξινόμηση κηφήνων σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
Αποθήκευση 10 καλύτερων κηφήνων για το ζευγάρι της βασίλισσας
 στην επόμενη επανάληψη
Βελτίωση κόστους βασίλισσας με τους αλγορίθμους two opt, three opt
 enddo

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου, βέλτιστου κόστους, επανάληψης που βρέθηκε το βέλτιστο και διαγράμματος βέλτιστου σωματιδίου

Κεφάλαιο 4.3.4: Υβριδικός Αλγόριθμος Τεχνητής Αποικίας Μελισσών (Artificial Bee Colony (ABC) Optimization Algorithm)

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται ο Αλγόριθμος Τεχνητής Αποικίας Μελισσών.

Κεφάλαιο 4.3.4.1: Περιγραφή αλγορίθμου

Πρώτα καθορίζουμε τις παραμέτρους του αλγορίθμου που είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων του αλγορίθμου, το πλήθος των πηγών τροφής, το πλήθος των εξερευνητικών μελισσών, το πλήθος των θεατών μελισσών και δύο τυχαίους αριθμούς στο διάστημα (0,1).

Μετά αρχικοποιούμε τις πηγές τροφής (λύσεις), υπολογίζουμε το κόστος της κάθε πηγής τροφής και τις ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά.

Επαναλήψεις αλγορίθμου

Βελτιώνουμε τις τριάντα καλύτερες πηγές τροφής με τους αλγορίθμους two opt και three opt και τις ταξινομούμε πάλι σε αύξουσα σειρά. Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Path Relinking για την καλύτερη λύση και μια τυχαία λύση από τις είκοσι πέντε

καλύτερες για να βελτιώσουμε την καλύτερη λύση. Στην περίπτωση που βρεθεί καλύτερη λύση, βελτιώνουμε περαιτέρω και την καλύτερη λύση που βρήκαμε και την τυχαία λύση με την οποία κάναμε το Path Relinking, με τον αλγόριθμο two opt και ταξινομούμε και πάλι τις λύσεις σε αύξουσα σειρά. Στη συνέχεια μετατρέπουμε τις πηγές τροφής σε συνεχή μορφή διαιρώντας κάθε στοιχείο της λύσης με το μέγιστο στοιχείο της λύσης. Ο λόγος που τις μετατρέπουμε σε συνεχή μορφή είναι για να τις χρησιμοποιήσουμε αμέσως μετά στον τύπο για τη δημιουργία νέων λύσεων. Δημιουργούμε νέες πηγές τροφής και εάν το κόστος τους είναι καλύτερο από το προηγούμενο τις κρατάμε. Βελτιώνουμε την καλύτερη λύση με τον αλγόριθμο two opt και τον αλγόριθμο Path Relinking για την καλύτερη λύση και μια τυχαία λύση από τις νέες που δημιουργήσαμε. Έπειτα ταξινομούμε τις λύσεις σε αύξουσα σειρά αν με τις παραπάνω βελτιώσεις βρήκαμε κάποια καλύτερη λύση. Υπολογίζουμε νέες λύσεις εάν για δέκα συνεχόμενες επαναλήψεις του αλγορίθμου το κόστος τους δεν έχει βελτιωθεί και εάν βρεθεί κάποια καλύτερη την αντικαθιστούμε με την παλιά. Στην περίπτωση που έστω και για μια λύση βρέθηκε καλύτερη ταξινομούμε τις λύσεις σε αύξουσα σειρά. Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Path Relinking για την καλύτερη λύση και μια τυχαία πηγή τροφής για να βελτιώσουμε την καλύτερη λύση. Στην περίπτωση που βρεθεί καλύτερη λύση, βελτιώνουμε περαιτέρω και την καλύτερη λύση που βρήκαμε και την τυχαία λύση με την οποία κάναμε το Path Relinking. Αν βρέθηκε καλύτερη λύση από το προηγούμενο Path Relinking ταξινομούμε τις λύσεις σε αύξουσα σειρά. Βελτιώνουμε τις τριάντα καλύτερες λύσεις με τον αλγόριθμο two opt και three opt. Αν έστω και μια λύση βελτιώθηκε ταξινομούμε τις λύσεις σε αύξουσα σειρά. Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Path Relinking για την καλύτερη λύση και μια τυχαία λύση για να βελτιώσουμε την καλύτερη λύση και ξαναταξινομούμε τις λύσεις αν βρεθεί καλύτερη λύση. Με τους αλγορίθμους two και three opt βελτιώνουμε την καλύτερη λύση και ταξινομούμε τις λύσεις αν χρειάζεται. Σε αυτό το σημείο κοιτάμε εάν στην επανάληψη που βρισκόμαστε βελτιώθηκε το κόστος της καλύτερης λύσης και αν βελτιώθηκε κρατάμε τον αριθμό της επανάληψης έτσι ώστε στο τέλος των επαναλήψεων να ξέρουμε σε ποιά επανάληψη έγινε η τελευταία βελτίωση στην τιμή του κόστους. Μετά γίνεται η άθροιση των επαναλήψεων για τις οποίες δε γίνεται βελτίωση του κόστους στις δέκα καλύτερες πηγές τροφής. Τέλος αυξάνεται ο μετρητής των επαναλήψεων.

Κριτήριο σύγκλισης αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος περατώνεται εφόσον ολοκληρωθεί το πλήθος των επαναλήψεων του.

Ο αλγόριθμος επιστρέφει το βέλτιστο κόστος, τη βέλτιστη διαδρομή, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος και το διάγραμμα της βέλτιστης διαδρομής στο επίπεδο, στο οποίο δε φαίνεται πότε το όχημα γυρίζει στην αποθήκη για να είναι το διάγραμμα πιο ευδιάκριτο.

Ψευδοκώδικας

Επιλογή της απόκλισης από τη ζήτηση (dem) και παραδείγματος που θα επιλυθεί

Αποθήκευση δεδομένων από αρχείο txt

Υπολογισμός του κόστους μεταβάσεων από κόμβο σε κόμβο

Καθορισμός παραμέτρων

Αρχικοποίηση πηγών τροφής

Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους

Do until (δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων)

Βελτίωση 30 καλύτερων πηγών τροφής με τον αλγόριθμο two opt και three opt

if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής

Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
 endif

Βελτίωση καλύτερης πηγής τροφής με Path Relinking

Βελτίωση 30 καλύτερων πηγών τροφής με τον αλγόριθμο three opt

if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής

Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
 endif

Βελτίωση καλύτερης πηγής τροφής με Path Relinking

if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής

Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
 endif

Μετατροπή πηγών τροφής σε συνεχή μορφή

Δημιουργία νέων πηγών τροφής

Βελτίωση καλύτερης πηγής τροφής από τις νέες με τον αλγόριθμο two opt

Βελτίωση καλύτερης πηγής τροφής με Path Relinking

if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής

```

    Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
endif
Δημιουργία νέων λύσεων
if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής
    Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
endif
Βελτίωση καλύτερης πηγής τροφής με Path Relinking
if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής
    Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
endif
Βελτίωση 30 καλύτερων πηγών τροφής με τον αλγόριθμο two opt και three
opt
if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής
    Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
endif
Βελτίωση καλύτερης πηγής τροφής με Path Relinking
if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής
    Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
endif
Βελτίωση καλύτερης πηγής τροφής με τον αλγόριθμο two opt
Βελτίωση όλων των πηγών τροφής από τις νέες με τον αλγόριθμο two opt
if βελτιώθηκε έστω και μια πηγή τροφής
    Ταξινόμηση πηγών τροφής σε αύξουσα σειρά με βάση το κόστος τους
endif
Αποθήκευση επανάληψης στην οποία βρέθηκε καλύτερη λύση
Αθροισή επαναλήψεων για τις οποίες δε γίνεται βελτίωση του κόστους για
τις δέκα καλύτερες λύσεις
enddo

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου, βέλτιστου κόστους, επανάληψης που βρέθηκε το
βέλτιστο και διαγράμματος βέλτιστου σωματιδίου

```

Κεφάλαιο 4.3.5: Υβριδικός Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων (Glowworm Swarm Based Optimization Algorithm (GSO))

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων.

Κεφάλαιο 4.3.5.1: Διαδικασία επιλογής του πλήθους των πυγολαμπίδων

Για να επιλέξουμε το πλήθος των πυγολαμπίδων τρέξαμε τον αλγόριθμο για τις εξής τιμές πληθυσμού: 20, 40, 60, 80 και 100. Παρακάτω φαίνονται οι πίνακες με τα κόστη, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος, την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος και τους μέσους όρους όλων των παραπάνω, για κάθε τιμή πληθυσμού.

P=20			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	539,5082	431	2,76
	548,9530	438	4,43
	541,9425	187	3,20
	532,9958	63	1,57
	550,6402	73	4,73
Μέσος όρος	542,8079	238	3,35

Πίνακας 29: Αποτελέσματα για P=20

Για P=20 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 3,35%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 1,57%.

P=40			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	551,3060	53	4,84
	541,1528	340	3,06
	524,9269	408	0,06
	542,1063	140	3,23
	529,7773	436	0,98
Μέσος όρος	537,8539	275	2,46

Πίνακας 30: Αποτελέσματα για P=40

Για P=40 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 2,46%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,06%.

P=60			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	531,9023	521	1,37
	530,7509	200	1,16
	524,9269	138	0,06
	547,2139	104	4,13
	531,6790	160	1,33
Μέσος όρος	533,2946	225	1,63

Πίνακας 31: Αποτελέσματα για P=60

Για P=60 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 1,63%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0,06%.

P=80			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	524,6111	383	0,00
	524,9269	211	0,06
	524,6111	113	0,00
	524,9269	548	0,06
	524,6111	204	0,00
Μέσος όρος	524,7374	292	0,02

Πίνακας 32: Αποτελέσματα για P=80

Για P=80 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 0,02%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0%.

P=100			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	524,6111	187	0,00
	524,9269	253	0,06
	524,6285	143	0,00
	535,1874	53	1,98
	524,9269	300	0,06
Μέσος όρος	527,3385	187	0,52

Πίνακας 33: Αποτελέσματα για P=100

Για P=100 ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο κόστος είναι 0,52%. Η ελάχιστη απόκλιση από όλα τα τρεξίματα είναι 0%.

Ακολουθεί ένας συγκεντρωτικός πίνακας με την απόκλιση από το βέλτιστο κόστος για κάθε τιμή του πληθυσμού των πυγολαμπίδων.

P	Απόκλιση (%)
20	3,35
40	2,46
60	1,63
80	0,02
100	0,52

Πίνακας 34: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για την παράμετρο P

Επιλέξαμε το P να πάρει την τιμή 80 καθώς για αυτή την τιμή βρήκαμε τη μικρότερη απόκλιση από το βέλτιστο κόστος (0,02%).

Κεφάλαιο 4.3.5.2: Περιγραφή αλγορίθμου

Πρώτα καθορίζουμε τις παραμέτρους του αλγορίθμου που είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων του αλγορίθμου, το μέγεθος του πληθυσμού, το βήμα που κινείται η μια πυγολαμπίδα προς την άλλη, την τιμή της εξασθένισης της λάμψης κατά τη διάρκεια του χρόνου, μια σταθερά που εξαρτάται από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, το πλήθος των γειτόνων που μπορεί να έχει μια πυγολαμπίδα και την πιθανότητα μια πυγολαμπίδα να κινηθεί προς ένα γείτονα.

Μετά αρχικοποιούμε τις πυγολαμπίδες (λύσεις) και υπολογίζουμε το κόστος της κάθε πηγής τροφής. Επίσης αρχικοποιούμε τη λάμψη και τη μεταβλητή ακτίνα γειτονιάς των πυγολαμπίδων

Επαναλήψεις αλγορίθμου

Στην αρχή βρίσκουμε το ελάχιστο κόστος. Στη συνέχεια για κάθε πυγολαμπίδα ενημερώνουμε τη λάμψη της, επιλέγουμε τη γειτονιά της, ενημερώνουμε τη μεταβλητή ακτίνα γειτονιάς και βελτιώνουμε το κόστος με τον αλγόριθμο two opt. Έπειτα υπολογίζουμε την καλύτερη λύση και χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο two opt, three opt και Path Relinking μεταξύ της καλύτερης λύσης και μιας τυχαίας λύσης για να βρούμε καλύτερη λύση. Αν με τον αλγόριθμο Path Relinking βρεθεί καλύτερη λύση την βελτιώνουμε περαιτέρω με τον αλγόριθμο two opt. Εφαρμόζουμε ξανά τον

αλγόριθμο Path Relinking αλλά τώρα μεταξύ της καλύτερης λύσης και μιας τυχαίας πυγολαμπίδας και αν βρεθεί καλύτερη λύση, χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο two opt για να βελτιώσουμε και τις δύο λύσεις που χρησιμοποιήσαμε στον αλγόριθμο Path Relinking. Παρακάτω παίρνουμε μια τυχαία πυγολαμπίδα και τη βελτιώνουμε με τον αλγόριθμο two και three opt. Μετά βρίσκουμε την καλύτερη πυγολαμπίδα και χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο three opt για να βρούμε καλύτερο κόστος. Βρίσκουμε το κόστος της καλύτερης πυγολαμπίδας και το συγκρίνουμε με το κόστος της καλύτερης πυγολαμπίδας που βρίσκουμε στην αρχή της κάθε επανάληψης του αλγορίθμου. Τέλος αυξάνουμε το μετρητή των επαναλήψεων.

Κριτήριο σύγκλισης αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος τερματίζει είτε όταν για 500 συνεχόμενες επαναλήψεις η καλύτερη πυγολαμπίδα δε βελτιώνεται, είτε όταν ολοκληρωθούν 1500 επαναλήψεις.

Ο αλγόριθμος επιστρέφει το βέλτιστο κόστος, τη βέλτιστη διαδρομή, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος και το διάγραμμα της βέλτιστης διαδρομής στο επίπεδο, στο οποίο δε φαίνεται πότε το όχημα γυρίζει στην αποθήκη για να είναι το διάγραμμα πιο ευδιάκριτο.

Ψευδοκώδικας

Επιλογή της απόκλισης από τη ζήτηση (dem) και παραδείγματος που θα επιλυθεί

Αποθήκευση δεδομένων από αρχείο txt.

Υπολογισμός του κόστους μεταβάσεων από κόμβο σε κόμβο

Καθορισμός παραμέτρων

Αρχικοποίηση πυγολαμπίδων

Υπολογισμός κόστους πυγολαμπίδων

Αρχικοποίηση λάμψης πυγολαμπίδων

Αρχικοποίηση μεταβλητής ακτίνας γειτονιάς πυγολαμπίδων

Do until (δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων)

for κάθε πυγολαμπίδα **do**

Ενημέρωση της λάμψης

Επιλογή γειτονιάς με βάση μια πιθανότητα

Ενημέρωση της μεταβλητής ακτίνας γειτονιάς

```

        Βελτίωση πυγολαμπίδας με τον αλγόριθμο two opt
    endfor
    Εύρεση καλύτερης πυγολαμπίδας
    Βελτίωση καλύτερης πυγολαμπίδας με τον αλγόριθμο two opt και three opt
    Βελτίωση καλύτερης πυγολαμπίδας με τον αλγόριθμο Path Relinking
    Βελτίωση μιας τυχαίας πυγολαμπίδας με τους αλγορίθμους two opt και three
opt
    Εύρεση καλύτερης πυγολαμπίδας
    Βελτίωση καλύτερης πυγολαμπίδας με τον αλγόριθμο three opt
    Εύρεση Ελάχιστου κόστους
enddo

```

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου, βέλτιστου κόστους, επανάληψης που βρέθηκε το βέλτιστο και διαγράμματος βέλτιστου σωματιδίου

Κεφάλαιο 4.3.6: Υβριδικός Αλγόριθμος Μετακίνησης Βατράχων μέσω Αλμάτων (Shuffled Frog Leaping (SFL) Algorithm)

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται ο Αλγόριθμος Μετακίνησης Βατράχων μέσω Αλμάτων.

Κεφάλαιο 4.3.6.1: Περιγραφή αλγορίθμου

Πρώτα καθορίζουμε τις παραμέτρους του αλγορίθμου που είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων του αλγορίθμου, το πλήθος των βατράχων, το πλήθος των υποσυνόλων, το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων για κάθε υποσύνολο, το πλήθος των βατράχων σε κάθε υποσύνολο καθώς και μια σταθερά. Έπειτα αρχικοποιούμε τα βατράχια (λύσεις) και υπολογίζουμε το κόστος του κάθε βατράχου.

Επαναλήψεις αλγορίθμου

Κρατάμε σε μια μεταβλητή την τιμή του ελάχιστου κόστους. Μετά ταξινομούμε τις λύσεις σε αύξουσα σειρά. Στη συνέχεια χωρίζουμε τα βατράχια σε υποσύνολα και βρίσκουμε τον καλύτερο βάτραχο όλου του πληθυσμού. Τώρα για κάθε υποσύνολο

βρίσκουμε τον καλύτερο και τον χειρότερο βάτραχο και υπολογίζουμε μια καινούργια θέση για τον χειρότερο βάτραχο. Στην περίπτωση που η καινούργια θέση που υπολογίσαμε για τον χειρότερο βάτραχο δεν είναι καλύτερη από την προηγούμενη υπολογίζουμε μια καινούργια θέση για τον χειρότερο βάτραχο. Αν και πάλι δεν έχουμε βελτίωση αντικαθιστούμε τον χειρότερο βάτραχο με ένα τυχαίο βάτραχο. Με τον αλγόριθμο two opt βελτιώνουμε τους βατράχους του υποσυνόλου. Αφού τελειώσουμε τα βήματα που κάνουμε για όλα τα υποσύνολα ενώνουμε όλα τα υποσύνολα σε ένα και εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Path Relinking μεταξύ του καλύτερου βατράχου και ενός τυχαίου βατράχου του υποσυνόλου. Έπειτα βελτιώνουμε τις λύσεις που χρησιμοποιήσαμε στο Path Relinking με τον αλγόριθμο two opt. Στο τέλος αυξάνουμε το μετρητή των επαναλήψεων και υπολογίζουμε το ελάχιστο κόστος, όπου εάν είναι καλύτερο από το βέλτιστο κόστος που υπολογίσαμε στην αρχή της επανάληψης αποθηκεύουμε την τιμή της επανάληψης έτσι ώστε στο τέλος των επαναλήψεων να ξέρουμε σε ποια επανάληψη βρέθηκε το καλύτερο κόστος.

Κριτήριο σύγκλισης αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος τερματίζει εφόσον ολοκληρωθεί το πλήθος των επαναλήψεων του.

Ο αλγόριθμος επιστρέφει το βέλτιστο κόστος, τη βέλτιστη διαδρομή, την επανάληψη στην οποία βρέθηκε το βέλτιστο κόστος και το διάγραμμα της βέλτιστης διαδρομής στο επίπεδο, στο οποίο δε φαίνεται πότε το όχημα γυρίζει στην αποθήκη για να είναι το διάγραμμα πιο ευδιάκριτο.

Ψευδοκώδικας

Επιλογή της απόκλισης από τη ζήτηση (dem) και παραδείγματος που θα επιλυθεί

Αποθήκευση δεδομένων από αρχείο txt

Υπολογισμός του κόστους μεταβάσεων από κόμβο σε κόμβο

Καθορισμός παραμέτρων

Αρχικοποίηση βατράχων

Υπολογισμός κόστους βατράχων

Do until (δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων)

Ταξινόμηση βατράχων σε αύξουσα σειρά

Χωρισμός βατράχων σε υποσύνολα

Εύρεση καλύτερου βατράχου

For κάθε υποσύνολο **do**

Do until (δεν έχει φτάσει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων για κάθε υποσύνολο)

Εύρεση του καλύτερου και του χειρότερου βατράχου

Υπολογισμός καινούργιας θέσης του χειρότερου βατράχου

if το κόστος δε βελτιώνεται **then**

Υπολογισμός καινούργιας θέσης του χειρότερου βατράχου

if το κόστος δε βελτιώνεται **then**

Αντικαθιστούμε τον χειρότερο βάτραχο με ένα τυχαίο καινούργιο βάτραχο

endif

endif

enddo

Βελτίωση των βατράχων του υποσυνόλου με τον αλγόριθμο two opt

endfor

Βελτίωση καλύτερου βατράχου με τον αλγόριθμο Path Relinking

Βελτίωση των λύσεων που χρησιμοποιήθηκαν στο Path Relinking με τον αλγόριθμο two opt

enddo

Επιστροφή βέλτιστου σωματιδίου, βέλτιστου κόστους, επανάληψης που βρέθηκε το βέλτιστο και διαγράμματος βέλτιστου σωματιδίου

Κεφάλαιο 5: Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε για να δοκιμάσουμε τη συμπεριφορά των αλγορίθμων μας, τα αποτελέσματα των αλγορίθμων που υλοποιήσαμε και γίνεται σύγκριση μεταξύ τους καθώς και με άλλους τρεις αλγορίθμους, τον Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, το Γενετικό και τον Εξελικτικό Αλγόριθμο. Η έννοια κάποιων συντομογραφιών που χρησιμοποιούμε σε αυτό το κεφάλαιο είναι η εξής: *par* = παράδειγμα, *n* = πλήθος κόμβων, *Q* = χωρητικότητα οχήματος, *dem* = απόκλιση από τη ζήτηση.

Κεφάλαιο 5.1: Παράθεση δεδομένων

Δοκιμάσαμε τους αλγορίθμους μας σε επτά σετ δεδομένων (παραδείγματα), για τα οποία μας είναι γνωστές οι βέλτιστες τιμές κόστους που έχουν βρεθεί μέχρι σήμερα σε παγκόσμια κλίμακα.

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα του κάθε παραδείγματος που είναι το πλήθος των κόμβων, η χωρητικότητα του οχήματος και το βέλτιστο κόστος. Στο παράρτημα βρίσκονται οι συντεταγμένες και η ζήτηση του κάθε κόμβου.

Παράδειγμα	Απόκλιση από τη ζήτηση	Πλήθος κόμβων	Χωρητικότητα οχήματος	Βέλτιστο κόστος
1	0	51	160	524,61
	1			528,57
	2			531,53
2	0	76	114	842,67
	1			835,71
	2			846,78
3	0	101	120	839,39
	1			843,35
	2			842,45
4	0	151	120	1086,70
	1			1108,10
	2			1117,00
5	0	200	120	1480,70
	1			1483,40
	2			1487,40
6	0	121	120	1054,10
	1			1075,30
	2			1095,30
7	0	101	120	819,55
	1			856,67
	2			858,85

Πίνακας 35: Δεδομένα παραδειγμάτων

Κεφάλαιο 5.2: Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Για κάθε παράδειγμα παρουσιάζουμε τρεις πίνακες (για $dem=0$, $dem=1$, $dem=2$) στους οποίους βλέπουμε το καλύτερο κόστος που έχει βρεθεί μέχρι σήμερα (1^η στήλη), το βέλτιστο κόστος κάθε τρεξίματος (2^η στήλη) όπου έχουμε κάνει πέντε τρεξίματα, σε ποιά επανάληψη βρέθηκε το βέλτιστο (3^η στήλη) και η απόκλιση του κόστους που βρήκαμε εμείς από το μέχρι τώρα βέλτιστο (4^η στήλη). Όταν η απόκλιση από το βέλτιστο είναι αρνητική σημαίνει ότι βρήκαμε καλύτερο βέλτιστο. Μετά από κάθε πίνακα ακολουθεί το διάγραμμα της βέλτιστης διαδρομής, δηλαδή της διαδρομής με το ελάχιστο κόστος.

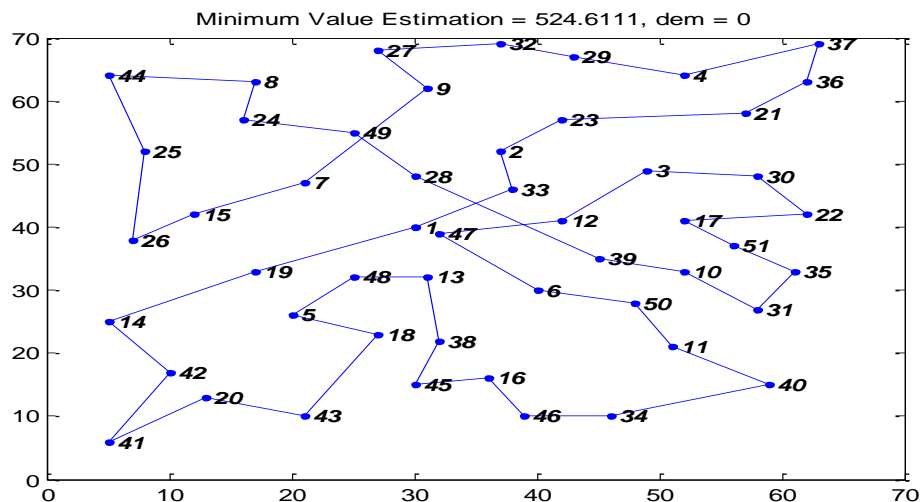
Σε κάποια διαγράμματα στα οποία δε φαίνονται ξεκάθαρα οι αριθμοί των κόμβων υπάρχει κάτω από το διάγραμμα ένας πίνακας με την ακολουθία των κόμβων.

Κεφάλαιο 5.2.1: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Επιλογής Κλώνων (Clonal Selection Algorithm-CSA)

Παράδειγμα 1

par1, n=51, Q=160, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	533,0034	15	1,57
	536,1297	20	2,15
	534,1947	12	1,79
	524,6111	102	0,00
	524,9269	118	0,06
Μέσος όρος	530,5732	53	1,12

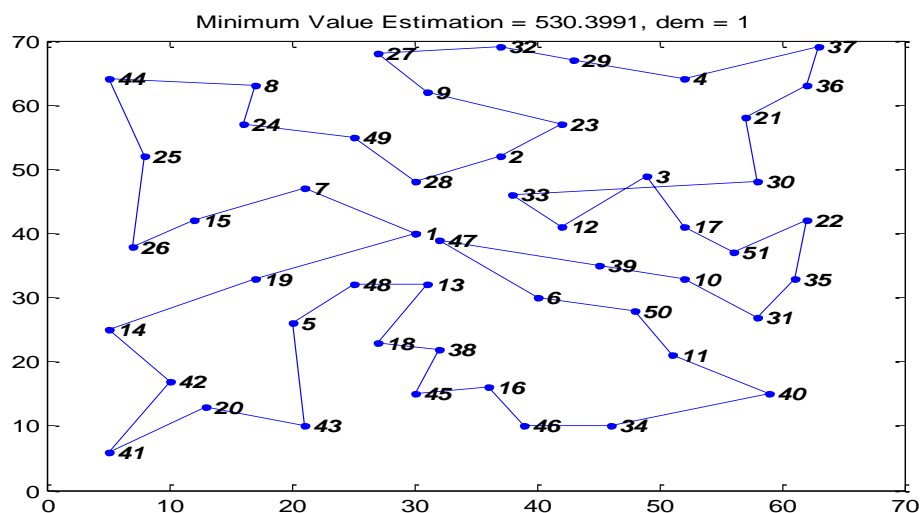
Πίνακας 36: Αποτελέσματα CSA για το par1, n=51, Q=160, dem=0



Διάγραμμα 1: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
528,5700	531,3939	189	0,53
	531,5647	390	0,56
	530,3991	95	0,34
	530,3991	133	0,34
	530,3991	133	0,34
Μέσος όρος	530,8312	188	0,43

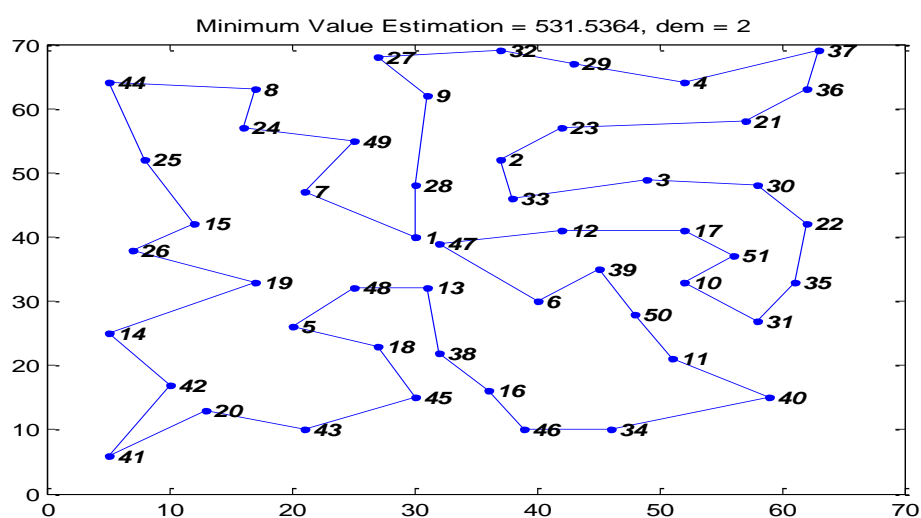
Πίνακας 37: Αποτελέσματα CSA για το par1, n=51, Q=160, dem=1



Διάγραμμα 2: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
533,1500	531,5364	52	-0,30
	539,2699	178	1,13
	539,9727	128	1,26
	533,3265	140	0,03
	533,5742	322	0,08
Μέσος όρος	535,5359	164	0,45

Πίνακας 38: Αποτελέσματα CSA για το par1, n=51, Q=160, dem=2



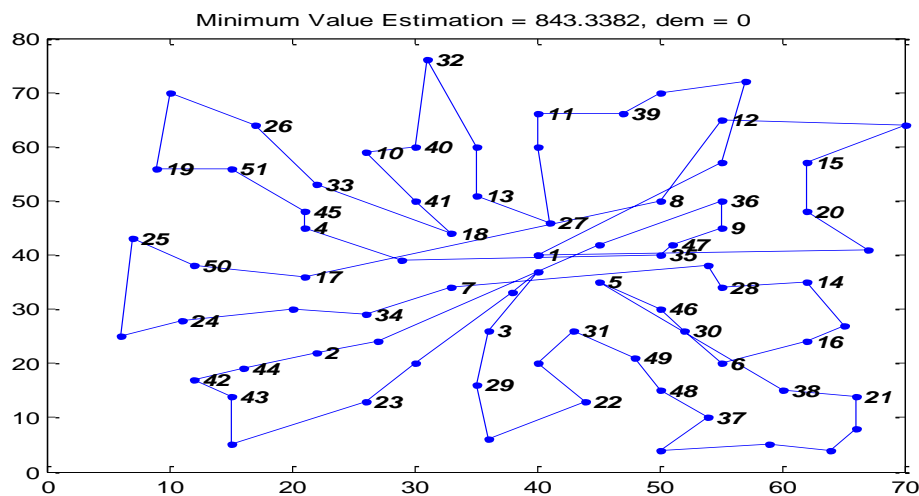
Διάγραμμα 3: par1, n=51, Q=160, dem=2

Στο παράδειγμα 1, για $dem=0$ βρήκαμε το απόλυτο βέλτιστο. Ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,12% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 53. Για $dem=1$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,43% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 188. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,34%. Για $dem=2$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,45% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 164. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,3%.

Παράδειγμα 2

par2, n=76, Q=114, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
842,6752	868,5221	132	2,98
	850,3452	288	0,90
	843,3382	228	0,08
	859,5504	225	1,96
	849,5698	167	0,81
Μέσος όρος	854,2651	208	1,36

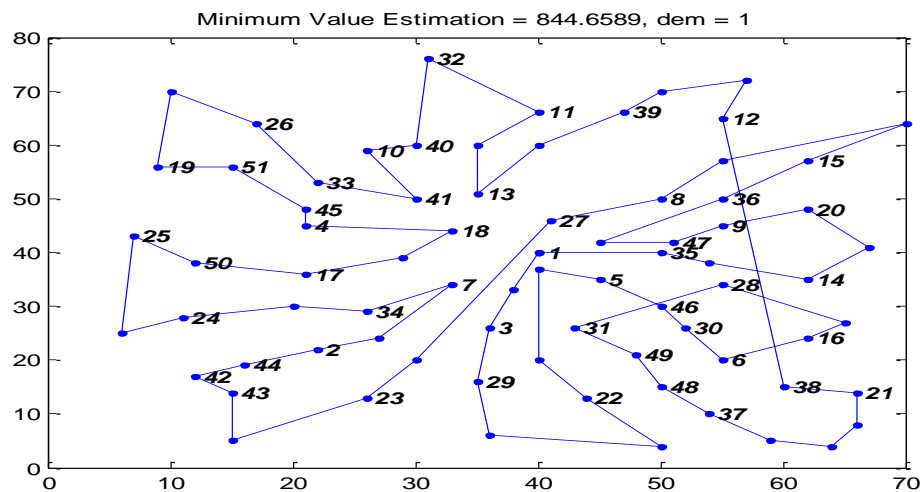
Πίνακας 39: Αποτελέσματα CSA για το par2, n=76, Q=114, dem=0



Διάγραμμα 4: par2, n=76, Q=114, dem=0

par2, n=76, Q=114, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
849,0500	845,9901	299	-0,36
	856,3716	256	0,85
	851,336	263	0,27
	844,6589	318	-0,52
	865,1415	132	1,86
Μέσος όρος	852,6996	254	0,43

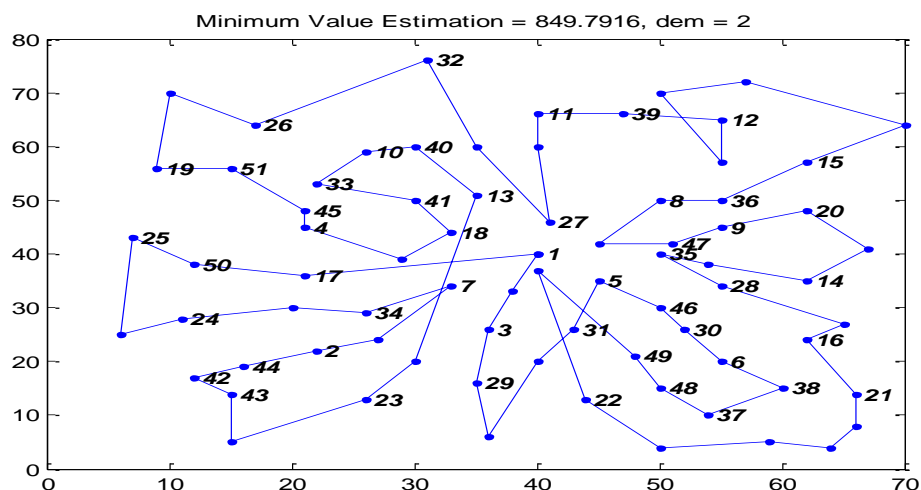
Πίνακας 40: Αποτελέσματα CSA για το par2, n=76, Q=114, dem=1



Διάγραμμα 5: par2, n=76, Q=114, dem=1

par2, n=76, Q=114, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
854,4000	854,4329	133	0,00
	858,3457	317	0,46
	862,6008	103	0,95
	849,7916	452	-0,54
	849,7916	3	-0,54
Μέσος όρος	854,9925	202	0,07

Πίνακας 41: Αποτελέσματα CSA για το par2, n=76, Q=114, dem=2



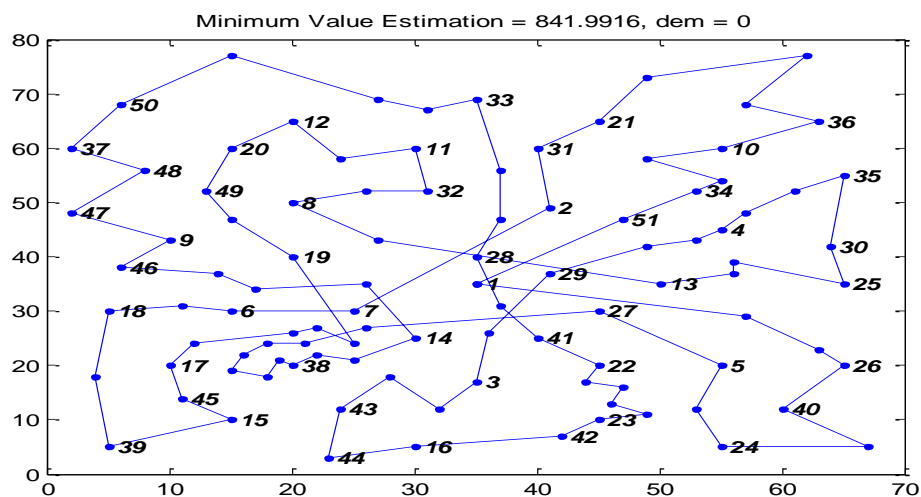
Διάγραμμα 6: par2, n=76, Q=114, dem=2

Στο παράδειγμα 2, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,36% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 208. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,08%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,43% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 254. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,52%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,07% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 202. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,54%.

Παράδειγμα 3

par3, n=101, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
839,3900	841,9916	259	0,31
	842,5395	381	0,37
	849,6596	373	1,21
	841,9916	259	0,31
	842,5395	381	0,37
Μέσος όρος	843,7444	331	0,52

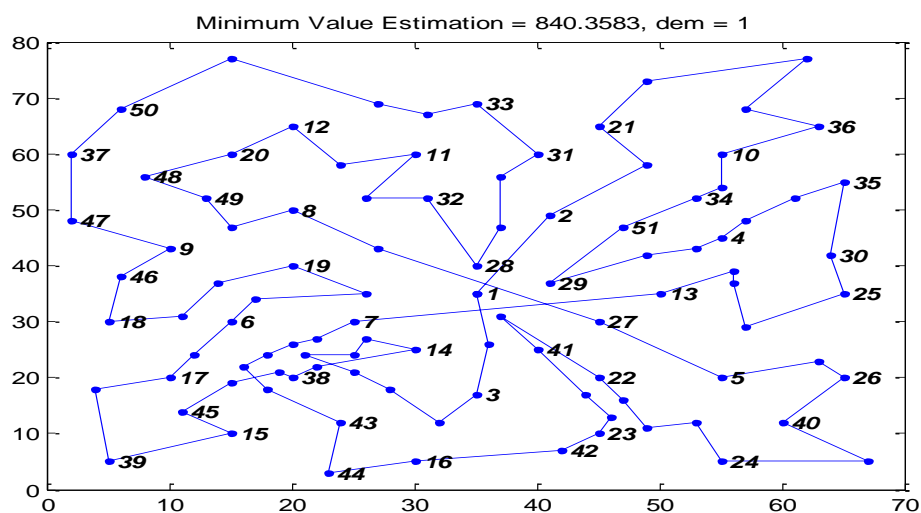
Πίνακας 42: Αποτελέσματα CSA για το par3, n=101, Q=120, dem=0.



Διάγραμμα 7: par3, n=101, Q=120, dem=0

par3, n=101, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
843,3500	852,0680	875	1,02
	840,3583	514	-0,36
	841,5006	496	-0,22
	844,2635	665	0,11
Μέσος όρος	848,5142	726	0,61
	845,3409	655	0,24

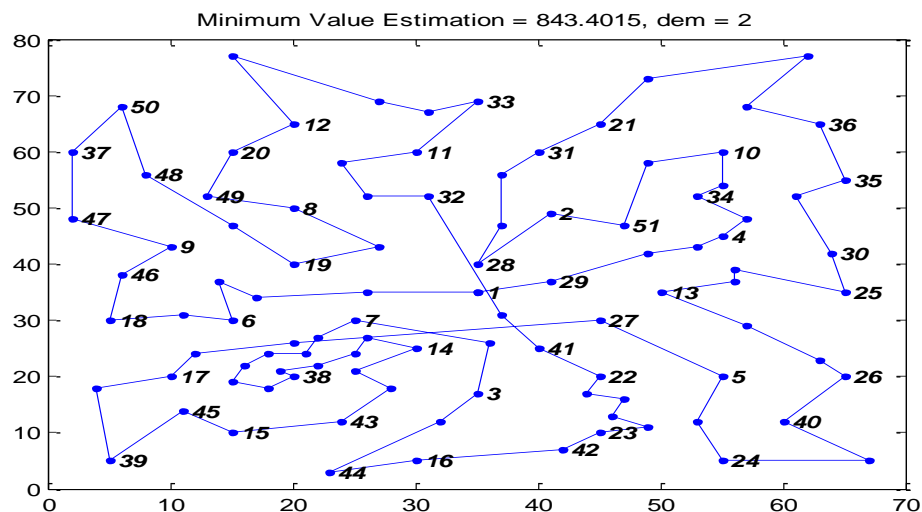
Πίνακας 43: Αποτελέσματα CSA για το par3, n=101, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 8: par3, n=101, Q=120, dem=1

par3, n=101, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
842,4500	855,3560	250	1,51
	843,4015	431	0,11
	849,1064	502	0,78
	850,1696	190	0,91
	848,2226	324	0,68
Μέσος όρος	849,2512	339	0,80

Πίνακας 44: Αποτελέσματα CSA για το par3, n=101, Q=120, dem=2



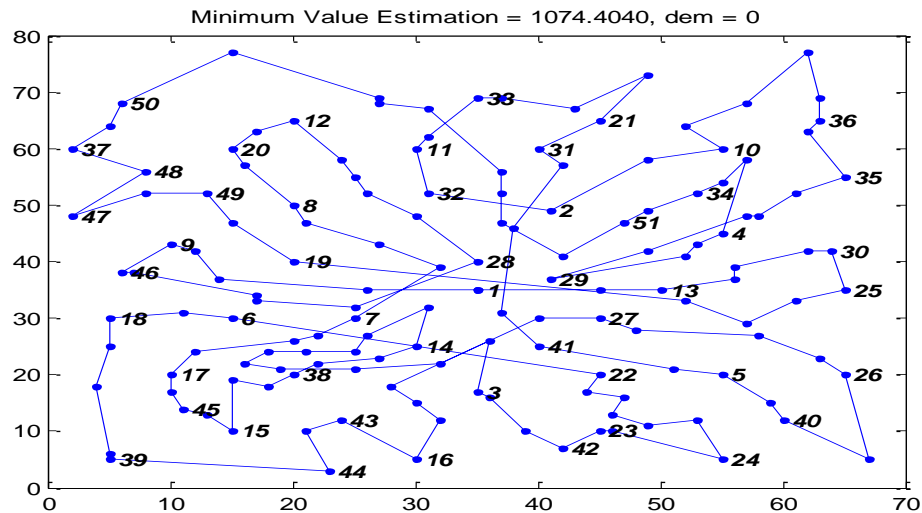
Διάγραμμα 9: par3, n=101, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 3, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,52% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 331. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,31%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,24% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 655. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,36%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,8% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 339. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,11%.

Παράδειγμα 4

par4, n=151, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1086,0700	1082,4000	334	-0,34
	1077,0000	93	-0,84
	1074,4000	320	-1,09
	1082,4000	334	-0,34
	1103,5000	351	1,58
Μέσος όρος	1083,9400	286	-0,20

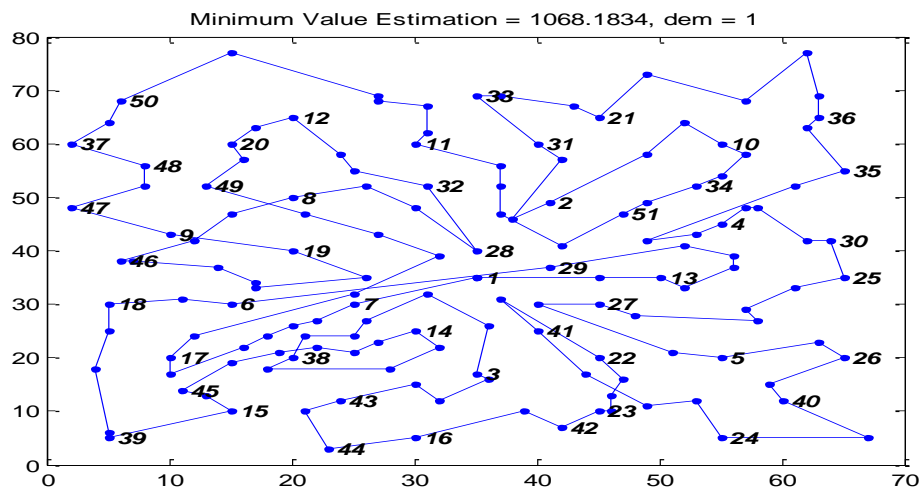
Πίνακας 45: Αποτελέσματα CSA για το par4, n=151, Q=120, dem=0



Διάγραμμα 10: par4, n=151, Q=120, dem=0

par4, n=151, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1108,1000	1123,5000	874	1,37
	1068,2000	1149	-3,74
	1068,2000	1149	-3,74
	1084,1000	1487	-2,21
	1084,1000	1487	-2,21
Μέσος όρος	1085,6200	1229	-2,07

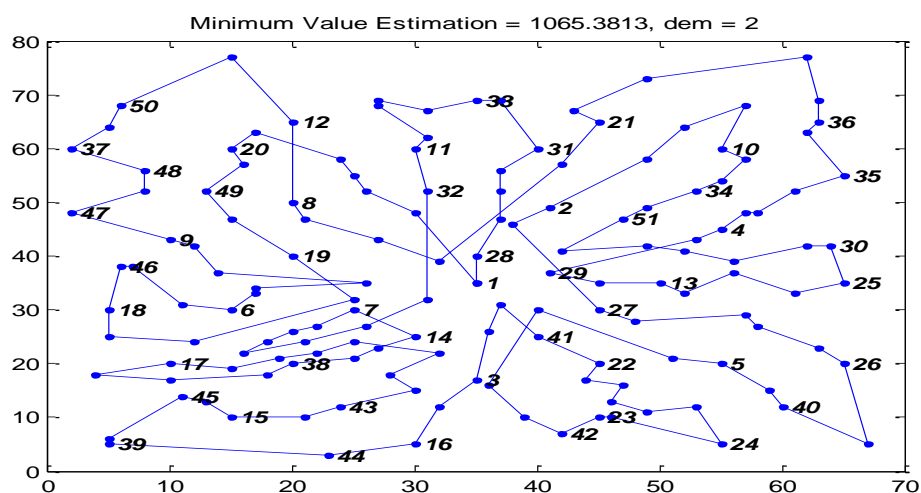
Πίνακας 46: Αποτελέσματα CSA για το par4, n=151, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 11: par4, n=151, Q=120, dem=1

par4, n=151, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1117,0000	1065,4000	1425	-4,84
	1073,0000	1153	-4,10
	1091,1000	515	-2,37
	1104,8000	655	-1,10
	1078,2000	1183	-3,60
Μέσος όρος	1082,5000	986	-3,20

Πίνακας 47: Αποτελέσματα CSA για το par4, n=151, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 12: par4, n=151, Q=120, dem=2

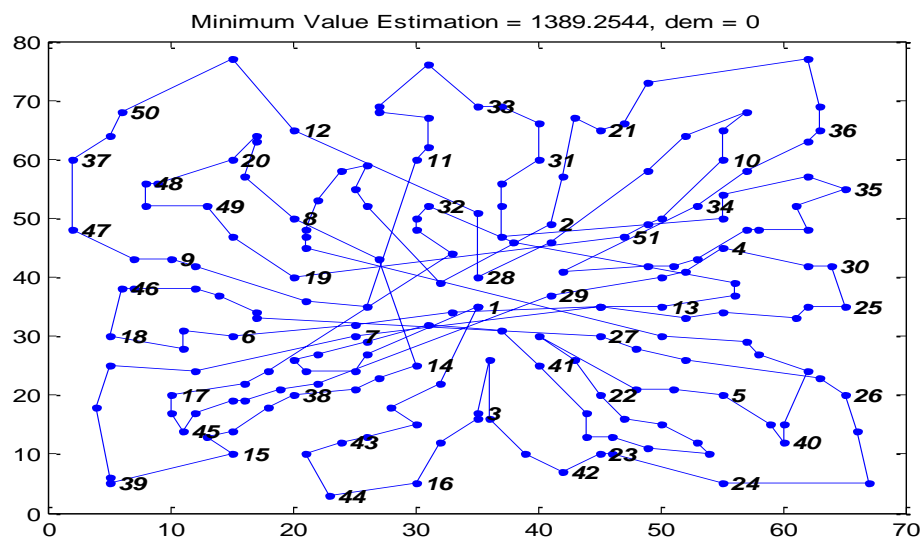
Στο παράδειγμα 4, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -0,2% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 286. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -1,09%. Για dem=1 ο μέσος

όρος της απόκλισης είναι -2,07% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1229. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -3,74%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -3,20% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 986. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -4,84%.

Παράδειγμα 5

par5, n=200, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1480,7000	1389,3000	1091	-6,58
	1399,1000	1071	-5,83
	1422,3000	986	-4,11
	1440,2000	1061	-2,81
	1396,6000	1375	-6,02
Μέσος όρος	1409,5000	1117	-5,05

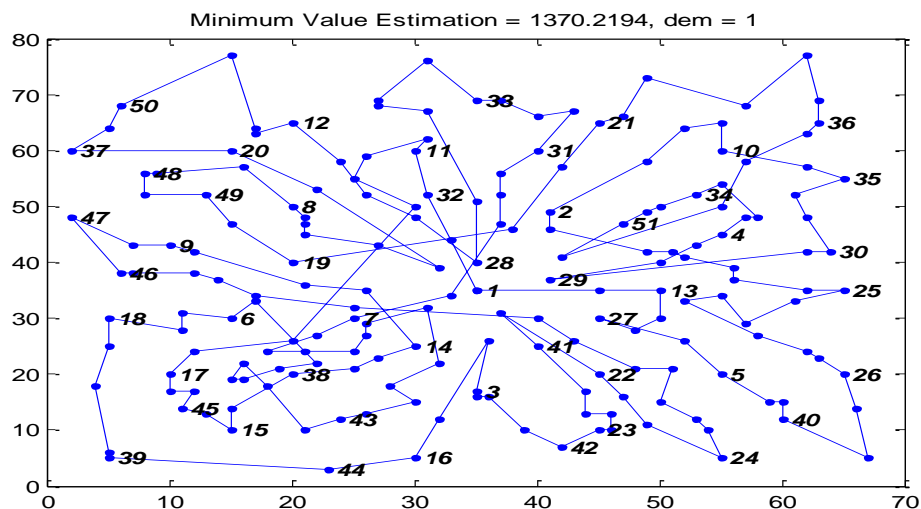
Πίνακας 48: Αποτελέσματα CSA για το par5, n=200, Q=120, dem=0



Διάγραμμα 13: par5, n=200, Q=120, dem=0

par5, n=200, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1483,4000	1370,4000	1464	-8,25
	1385,8000	902	-7,04
	1410,2000	1495	-5,19
	1404,0000	1452	-5,66
	1370,2000	1495	-8,26
Μέσος όρος	1388,1200	1362	-6,88

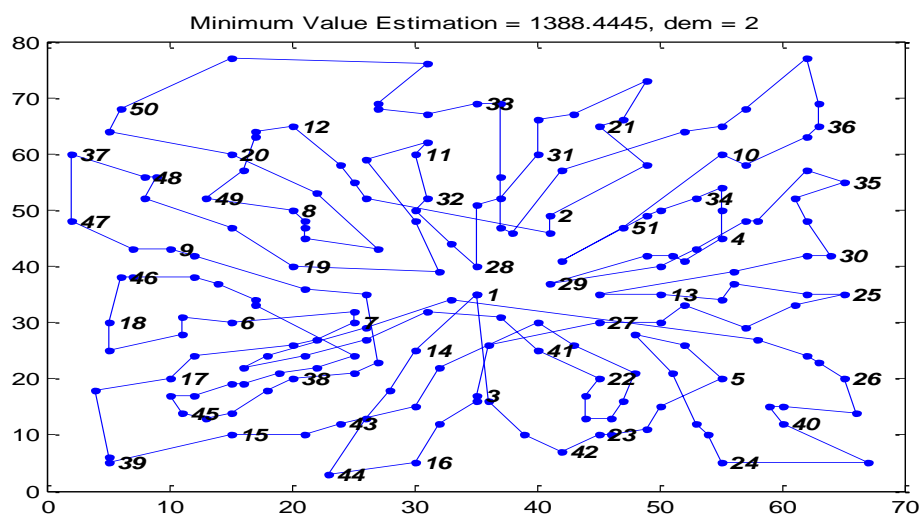
Πίνακας 49: Αποτελέσματα CSA για το par5, n=200, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 14: par5, n=200, Q=120, dem=1

par5, n=200, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1487,4000	1427,0000	1495	-4,23
	1389,5000	1445	-7,05
	1389,6000	1414	-7,04
	1388,4000	1496	-7,13
	1393,8000	1495	-6,72
Μέσος όρος	1397,6600	1469	-6,43

Πίνακας 50: Αποτελέσματα CSA για το par5, n=200, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 15: par5, n=200, Q=120, dem=2

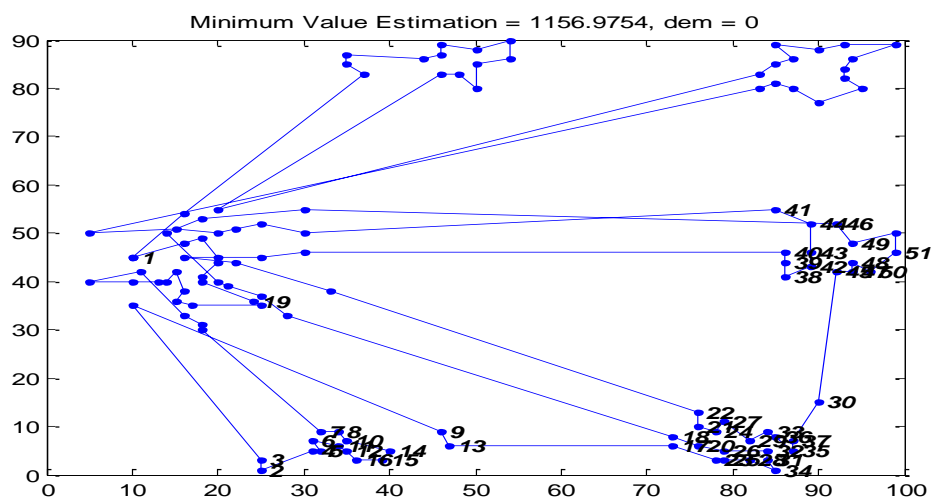
Στο παράδειγμα 5, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -5,05% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1117. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -6,58%. Για dem=1 ο μέσος

όρος της απόκλισης είναι -6,88% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1362. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -8,26%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -6,43% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1469. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -7,13%.

Παράδειγμα 6

par6, n=121, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1054,1000	1169,4000	546	9,86
	1159,3000	808	9,07
	1157,0000	814	8,89
	1157,0000	814	8,89
	1168,8000	662	9,81
Μέσος όρος	1162,3000	729	9,31

Πίνακας 51: Αποτελέσματα CSA για το par6, n=121, Q=120, dem=0



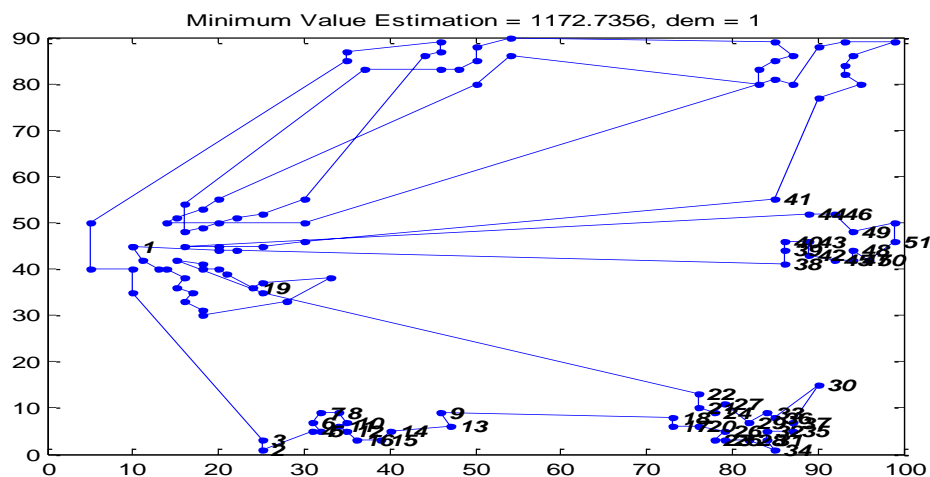
Διάγραμμα 16: par6, n=121, Q=120, dem=0

1	103	102	97	94	93	90	19	119	85	113	86
	88	87	112	83	120	89	118	114	84	7	8
	10	14	15	16	12	11	6	5	4	2	3
	82	9	13	17	23	25	28	34	31	32	26
	20	18	109	115	91	92	106	105	99	46	49
	52	51	50	48	47	45	30	37	35	36	33
	29	27	24	21	22	110	95	96	98	116	40
	39	38	42	43	44	41	111	117	101	100	107
	121	53	55	58	60	66	62	63	65	67	64
	61	57	59	56	54	104	74	77	69	78	80
	81	79	73	76	75	72	71	70	68	108	

Πίνακας 52: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=0

par6, n=121, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1075,3000	1178,2000	695	8,73
	1172,7000	1011	8,31
	1186,2000	475	9,35
	1187,7000	957	9,46
	1193,0000	1112	9,87
Μέσος όρος	1183,5600	850	9,15

Πίνακας 53: Αποτελέσματα CSA για το par6, n=121, Q=120, dem=1



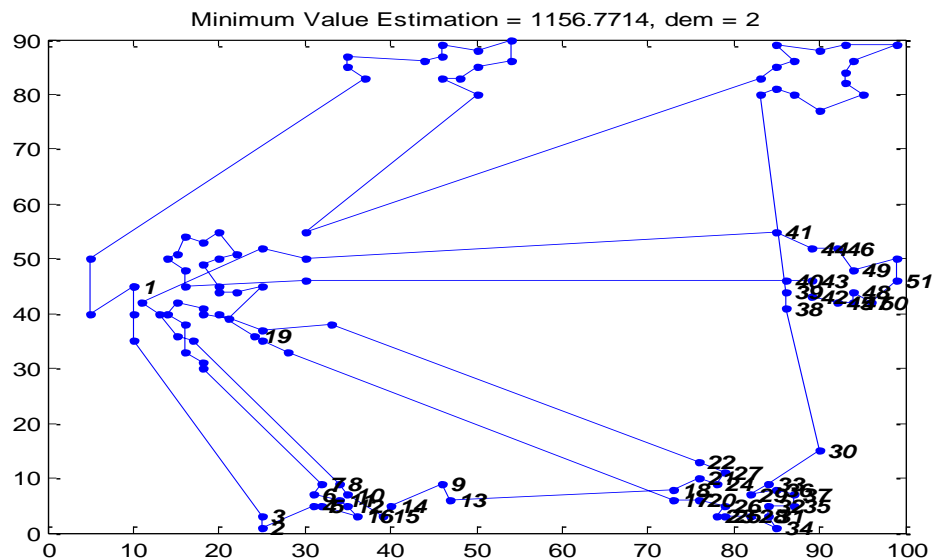
Διάγραμμα 17: par6, n=121, Q=120, dem=1

1	89	112	87	86	113	85	118	114	84	109	110
	115	19	91	92	90	93	88	119	22	21	24
	27	29	33	36	30	37	35	32	31	34	28
	25	23	26	20	17	18	9	13	14	15	16
	12	11	10	8	7	6	5	4	2	3	82
	83	120	121	70	71	76	73	75	72	99	117
	101	100	102	103	108	68	74	77	78	79	81
	57	59	56	54	53	80	69	104	105	107	106
	111	55	58	61	64	67	65	63	62	66	60
	41	116	98	97	96	44	46	49	52	51	50
	48	47	45	42	43	40	39	38	95	94	

Πίνακας 54: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=1

par6, n=121, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
1095,3000	1156,8000	567	5,32
	1186,0000	587	7,65
	1211,2000	808	9,57
	1193,5000	790	8,23
	1215,0000	594	9,85
Μέσος όρος	1192,5000	669	8,15

Πίνακας 55: Αποτελέσματα CSA για το par6, n=121, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 18: par6, n=121, Q=120, dem=2

1	120	121	68	70	71	72	75	76	73	79	81
	80	78	77	74	69	99	54	56	59	57	61
	64	67	65	63	62	66	60	58	55	53	39
	38	30	33	29	36	37	35	32	31	34	28
	25	23	26	20	17	109	119	19	92	115	110
	22	27	24	21	18	13	9	14	15	10	8
	85	113	112	89	117	111	41	44	46	49	52
	51	50	48	47	45	42	43	40	116	96	103
	106	107	108	105	104	101	100	102	97	94	95
	98	91	90	93	88	87	86	118	114	84	7
	6	11	12	16	5	4	2	3	82	83	

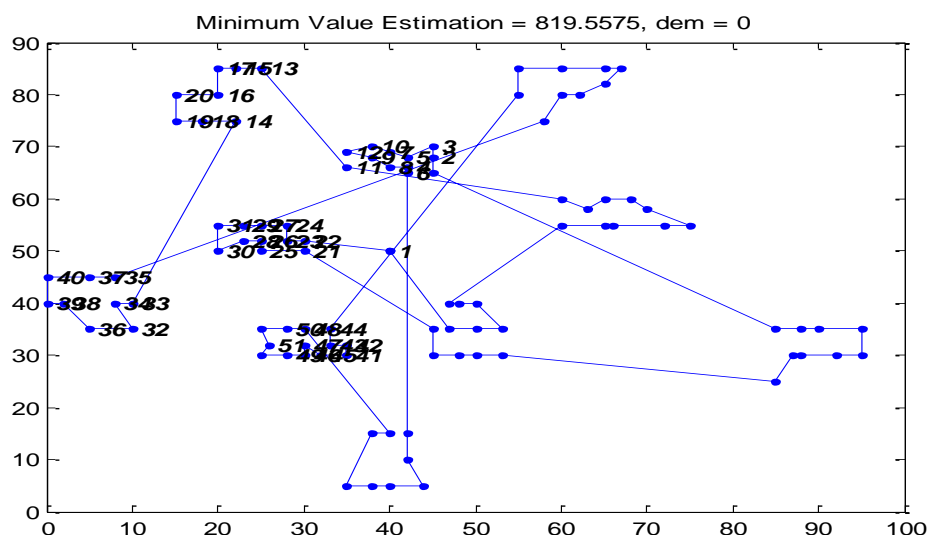
Πίνακας 56: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 6, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 9,31% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 729. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 8,89%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 9,15% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 850. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 8,31%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 8,15% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 669. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 5,32%.

Παράδειγμα 7

par7, n=101, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
819,5575	831,7677	272	1,47
	825,2590	199	0,69
	821,1099	138	0,19
	843,0720	326	2,79
	819,5575	267	0,00
Μέσος όρος	828,1532	240	1,04

Πίνακας 57: Αποτελέσματα CSA για το par7, n=101, Q=120, dem=0



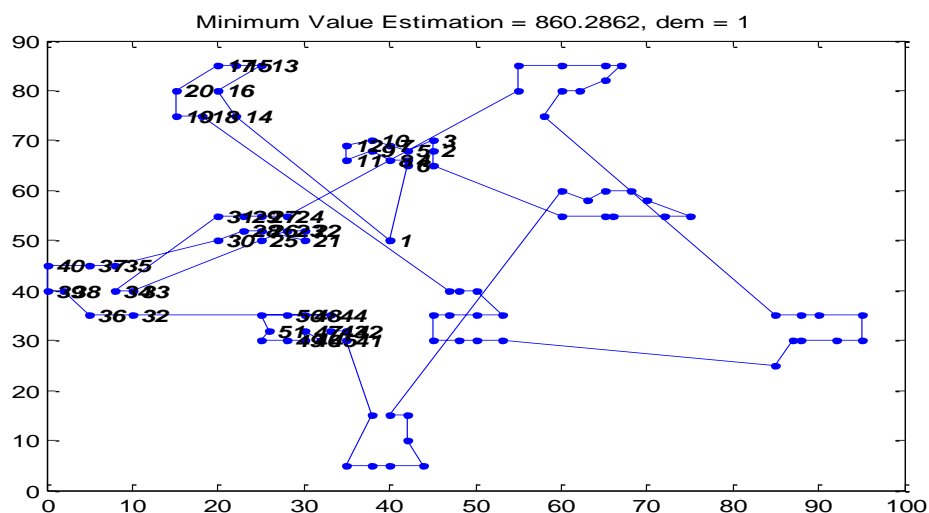
Διάγραμμα 19: par7, n=101, Q=120, dem=0

1	67	63	75	64	66	68	91	88	87	84	83
	85	86	89	90	92	11	13	15	17	16	20
	19	18	14	33	34	32	36	38	39	40	37
	35	99	97	96	95	93	94	98	101	100	44
	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53	50
	48	58	60	61	59	57	54	55	56	6	4
	8	9	12	10	7	5	3	2	76	82	79
	77	72	71	74	78	80	81	73	62	65	69
	70	21	25	26	28	30	31	29	27	24	23
	22										

Πίνακας 58: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=0

par7, n=101, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
856,6788	867,8541	171	1,29
	871,3387	243	1,68
	860,2862	665	0,42
	874,9644	476	2,09
	872,5871	486	1,82
Μέσος όρος	869,4061	408	1,46

Πίνακας 59: Αποτελέσματα CSA για το par7, n=101, Q=120, dem=1



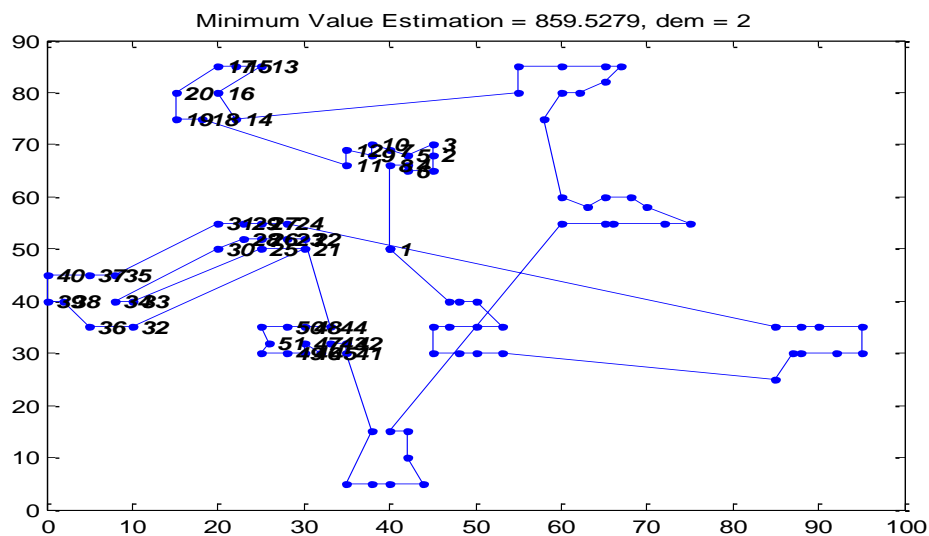
Διάγραμμα 20: par7, n=101, Q=120, dem=1

1	6	4	8	9	11	12	10	7	5	3	2
	76	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92
	58	56	55	54	57	59	61	60	41	42	43
	45	47	46	49	52	51	53	50	48	44	32
	36	38	39	40	37	35	30	28	26	21	22
	23	25	33	34	31	29	27	24	100	101	98
	94	93	95	96	97	99	82	79	77	72	71
	74	78	80	81	73	62	65	69	70	67	63
	75	64	66	68	18	19	20	17	15	13	16
	14										

Πίνακας 60: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=1

par7, n=101, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
858,8513	860,8062	1389	0,23
	860,4961	264	0,19
	863,2791	501	0,51
	860,8026	958	0,23
	859,5279	273	0,08
Μέσος όρος	860,9824	677	0,25

Πίνακας 61: Αποτελέσματα CSA για το par7, n=101, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 21: par7, n=101, Q=120, dem=2

1	8	4	6	76	2	3	5	7	10	9	12
	11	18	19	20	17	15	13	16	14	100	101
	98	94	93	95	96	97	99	92	90	89	86
	85	83	84	87	88	91	58	56	55	54	57
	59	61	60	41	42	43	45	47	46	49	52
	51	53	50	48	44	22	23	26	28	30	34
	33	25	21	32	36	38	39	40	37	35	31
	29	27	24	82	79	77	72	71	74	78	80
	81	73	62	65	69	70	67	63	75	64	66
	68										

Πίνακας 62: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 7, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,04% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 240. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,46% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 408. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,42%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,25% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 677. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,08%.

Παρακάτω υπάρχει ένας συγκεντρωτικός πίνακας με τη βέλτιστη απόκλιση και επανάληψη για όλα τα παραδείγματα.

par	n	dem	var %	iter
1	51	0	0,00	102
		1	0,34	95, 133
		2	-0,30	52
2	76	0	0,08	128
		1	-0,52	318
		2	-0,54	452, 3
3	101	0	0,31	259
		1	-0,36	514
		2	0,11	431
4	151	0	-1,09	320
		1	-3,74	1149
		2	-4,84	1425
5	200	0	-6,58	1091
		1	-8,26	1495
		2	-7,13	1496
6	121	0	8,89	814
		1	8,31	1011
		2	5,32	567
7	101	0	0,00	267
		1	0,42	665
		2	0,08	273

Πίνακας 63: Αποκλίσεις από το βέλτιστο για τα επτά παραδείγματα

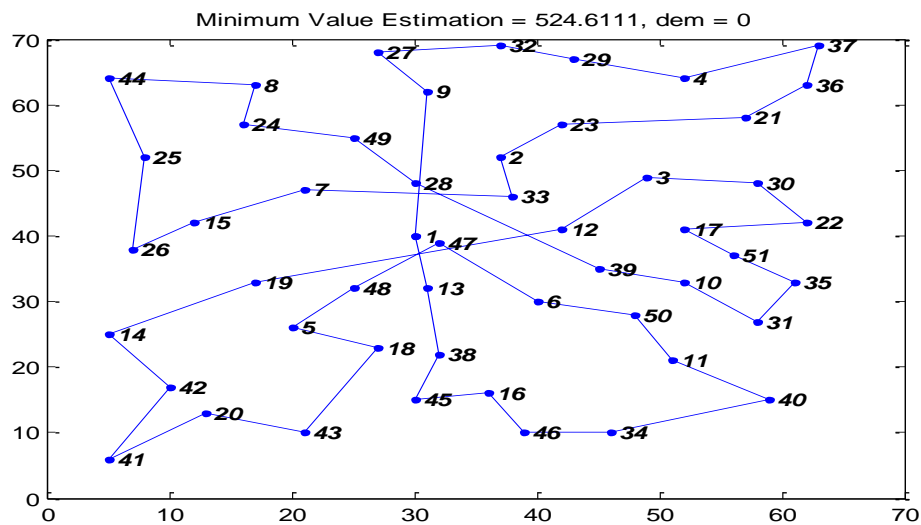
Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι στα έξι από τα επτά παραδείγματα η απόκλιση από το βέλτιστο (var) είναι μικρότερη από 0,42% και για όλα συνολικά είναι μικρότερη από 8,89%. Επίσης βλέπουμε ότι στα περισσότερα παραδείγματα βρίσκουμε νέο βέλτιστο.

Κεφάλαιο 5.2.2: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών (Honey Bees Mating Optimization-HBMO)

Παράδειγμα 1

par1, n=51, Q=160, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	531,0249	657	1,21
	529,1739	131	0,86
	524,6111	523	0,00
	524,6111	40	0,00
	532,9958	27	1,57
Μέσος όρος	528,48336	275,6	0,73

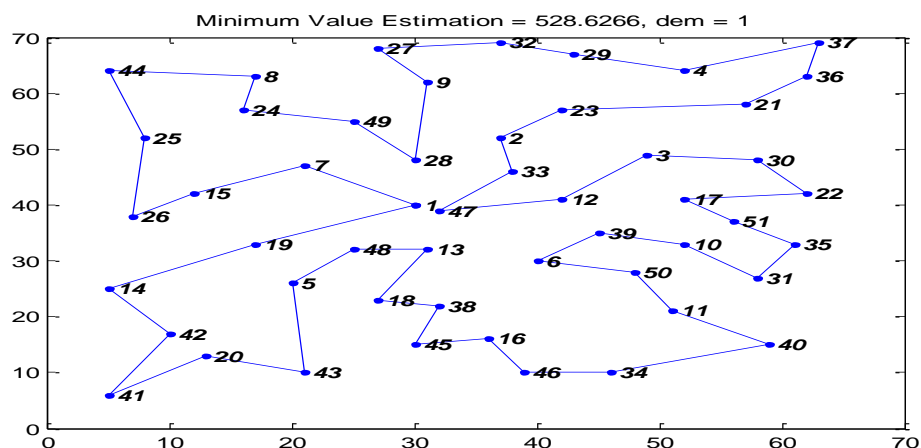
Πίνακας 64: Αποτελέσματα HBMO για το par1, n=51, Q=160, dem=0



Διάγραμμα 22: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
528,5700	542,9368	1471	2,65
	531,3939	1423	0,53
	528,6266	123	0,01
	532,5918	1181	0,76
	535,5099	54	1,30
Μέσος όρος	534,2118	850	1,06

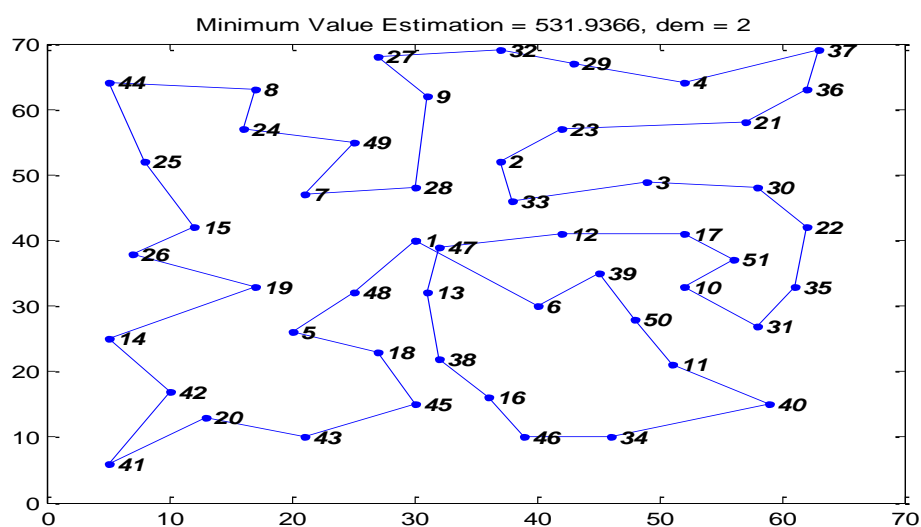
Πίνακας 65: Αποτελέσματα HBMO για το par1, n=51, Q=160, dem=1



Διάγραμμα 22: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
533,1500	538,1414	1409	0,93
	532,9107	1439	-0,04
	537,1645	112	0,75
	531,9366	1415	-0,23
	546,6030	252	2,46
Μέσος όρος	537,35124	925	0,78

Πίνακας 66: Αποτελέσματα HBMO για το par1, n=51, Q=160, dem=2



Διάγραμμα 23: par1, n=51, Q=160, dem=2

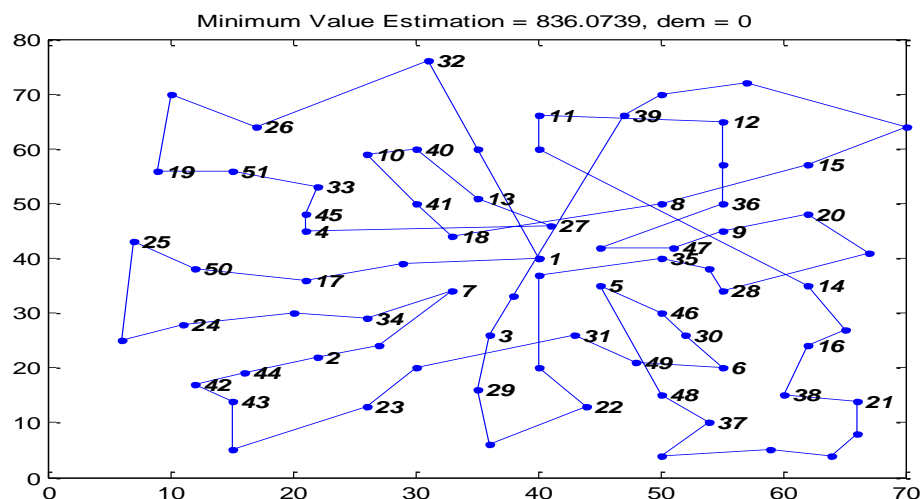
Στο παράδειγμα 1, για dem=0 βρήκαμε το απόλυτο βέλτιστο. Ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,73% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 276. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,06% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 850. Η ελάχιστη

απόκλιση είναι 0,01%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,78% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 925. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,23%.

Παράδειγμα 2

par2, n=76, Q=114, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
842,6752	836,0739	1089	-0,79
	856,7734	1334	1,65
	853,5765	1277	1,28
	860,1090	408	2,03
	856,2974	384	1,59
Μέσος όρος	852,5660	898	1,16

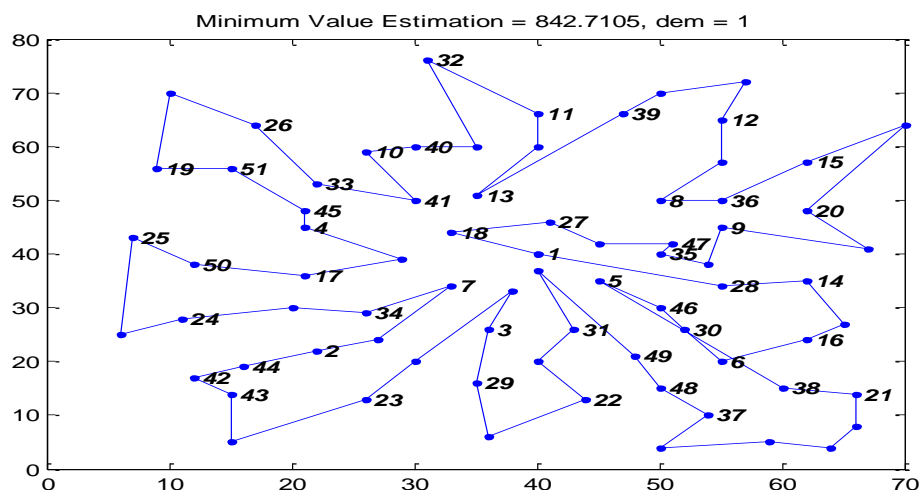
Πίνακας 67: Αποτελέσματα HBMO για το par2, n=76, Q=114, dem=0



Διάγραμμα 24: par2, n=76, Q=114, dem=0

par2, n=76, Q=114, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
849,0500	850,5425	1411	0,18
	862,2703	799	1,53
	854,3495	339	0,62
	854,4231	1321	0,63
	842,7105	1459	-0,75
Μέσος όρος	852,8592	1066	0,45

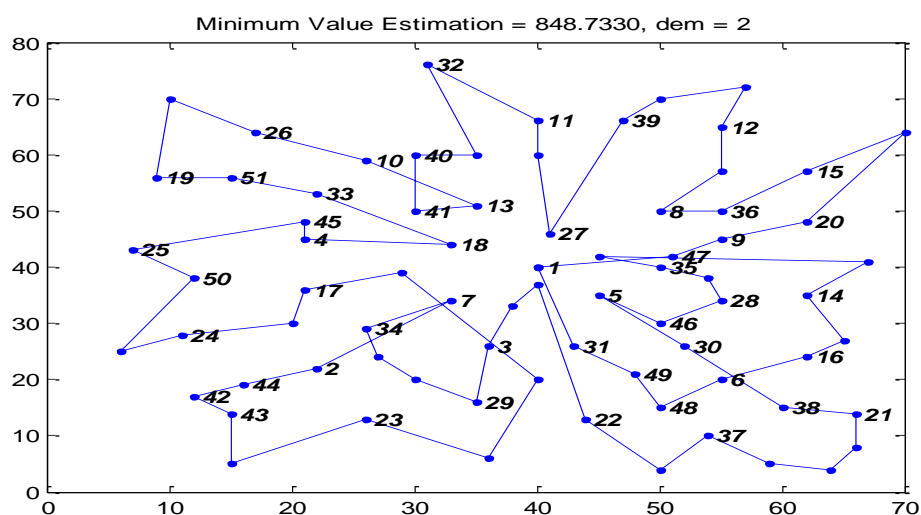
Πίνακας 68: Αποτελέσματα HBMO για το par2, n=76, Q=114, dem=1



Διάγραμμα 25: par2, n=76, Q=114, dem=1

par2, n=76, Q=114, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
854,4000	858,2524	335	0,45
	865,8023	845	1,32
	856,5181	1116	0,25
	856,5402	235	0,25
	848,7330	1443	-0,67
Μέσος όρος	857,1692	795	0,32

Πίνακας 69: Αποτελέσματα HBMO για το par2, n=76, Q=114, dem=2



Διάγραμμα 26: par2, n=76, Q=114, dem=2

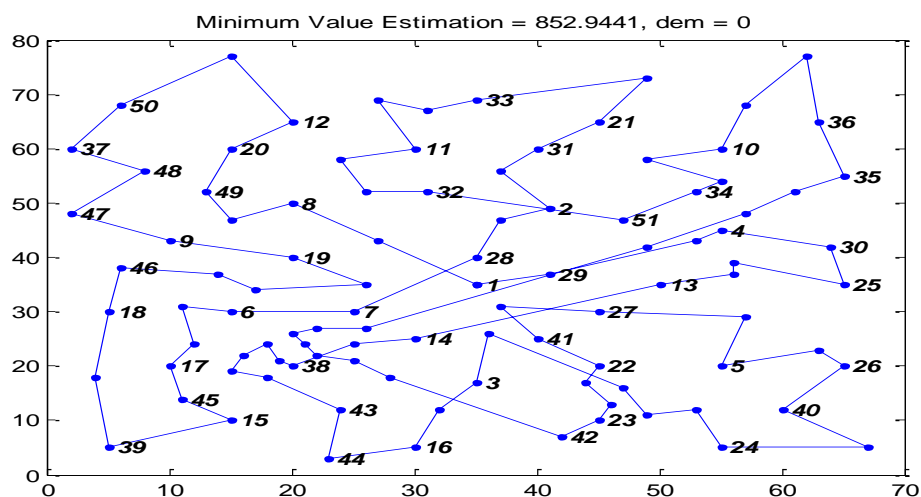
Στο παράδειγμα 2, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,16% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 898. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,79%. Για dem=1 ο μέσος

όρος της απόκλισης είναι 0,45% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1066. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,75%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,32% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 795. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,67%.

Παράδειγμα 3

par3, n=101, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
839,3900	857,5419	487	2,12
	854,3771	935	1,75
	855,4405	734	1,88
	852,9441	954	1,59
	856,2974	384	1,97
Μέσος όρος	855,3202	699	1,86

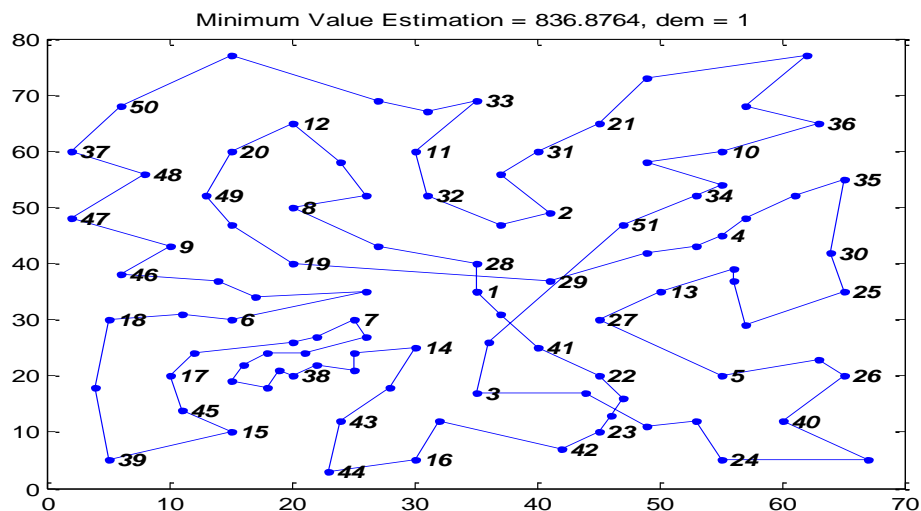
Πίνακας 70: Αποτελέσματα HBMO για το par3, n=101, Q=120, dem=0.



Διάγραμμα 27: par3, n=101, Q=120, dem=0

par3, n=101, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
843,3500	836,8764	749	-0,77
	854,3720	1395	1,29
	854,1603	299	1,27
	848,3041	674	0,58
	856,4292	1383	1,53
Μέσος όρος	850,0284	900	0,79

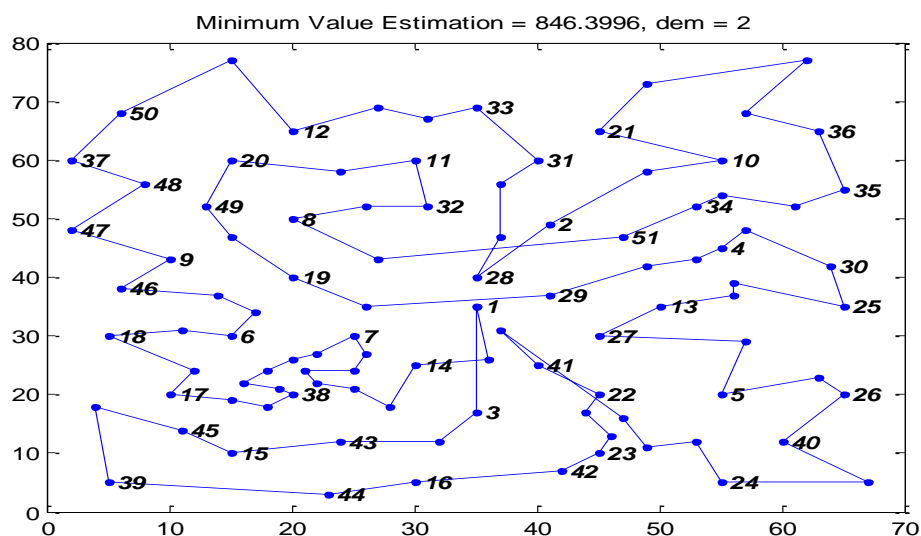
Πίνακας 71: Αποτελέσματα HBMO για το par3, n=101, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 28: par3, n=101, Q=120, dem=1

par3, n=101, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
842,4500	850,1438	1436	0,90
	846,3996	564	0,47
	850,6877	1375	0,97
	854,9698	1429	1,46
Μέσος όρος	846,3996	564	0,47
	849,7201	1074	0,86

Πίνακας 72: Αποτελέσματα HBMO για το par3, n=101, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 29: par3, n=101, Q=120, dem=2

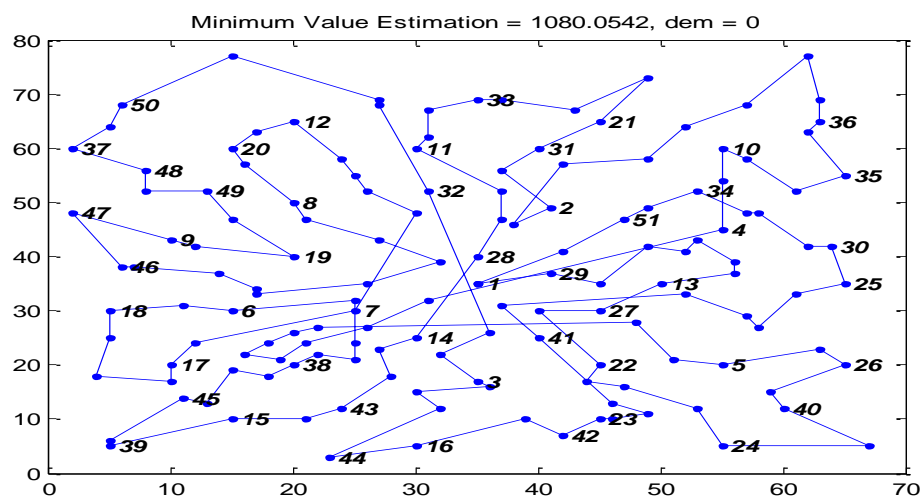
Στο παράδειγμα 3, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,86% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 699. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 1,59%. Για dem=1 ο μέσος

όρος της απόκλισης είναι 0,79% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 900. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,77%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,86% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1074. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,47%.

Παράδειγμα 4

par4, n=151, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1086,0700	1089,4000	140	0,31
	1080,1000	998	-0,55
	1098,9000	1491	1,17
	1100,9000	708	1,35
	1111,5000	1365	2,29
Μέσος όρος	1096,1600	940	0,92

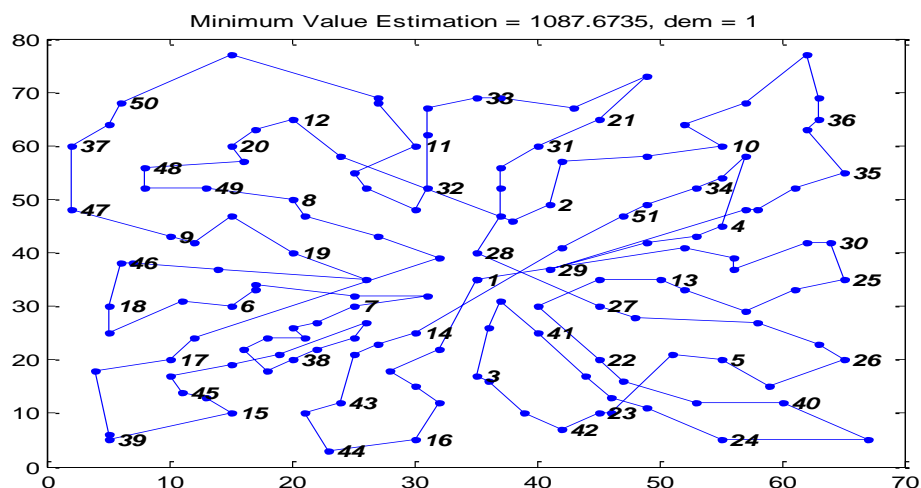
Πίνακας 73: Αποτελέσματα HBMO για το par4, n=151, Q=120, dem=0



Διάγραμμα 30: par4, n=151, Q=120, dem=0

par4, n=151, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1108,1000	1099,7000	845	-0,76
	1096,4000	1240	-1,07
	1107,8000	1356	-0,03
	1109,4000	739	0,12
	1087,7000	1200	-1,88
Μέσος όρος	1100,2000	1076	-0,72

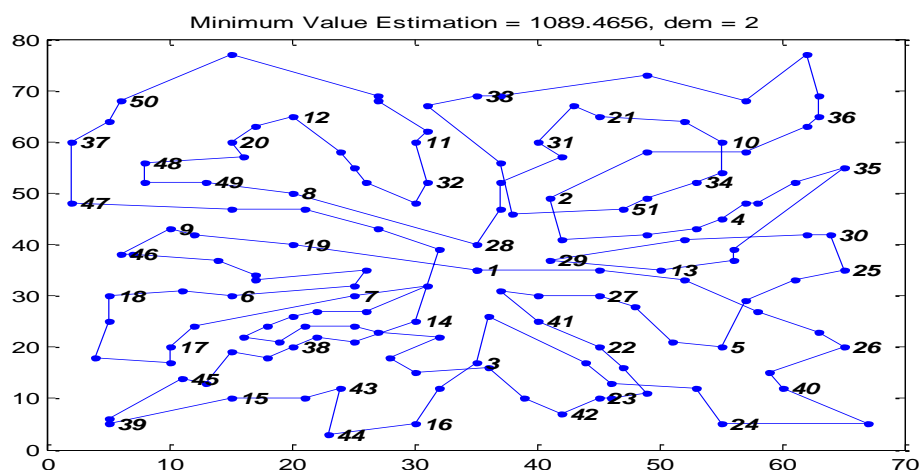
Πίνακας 74: Αποτελέσματα HBMO για το par4, n=151, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 31: par4, n=151, Q=120, dem=1

par4, n=151, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος ΗΒΜΟ	Επανάληψη	Απόκλιση %
1117,0000	1095,0000	1388	-2,01
	1096,4000	1048	-1,88
	1089,5000	1344	-2,52
	1092,6000	1230	-2,23
	1091,2000	1478	-2,36
Μέσος όρος	1092,9400	1298	-2,20

Πίνακας 75: Αποτελέσματα ΗΒΜΟ για το par4, n=151, Q=120, dem=2



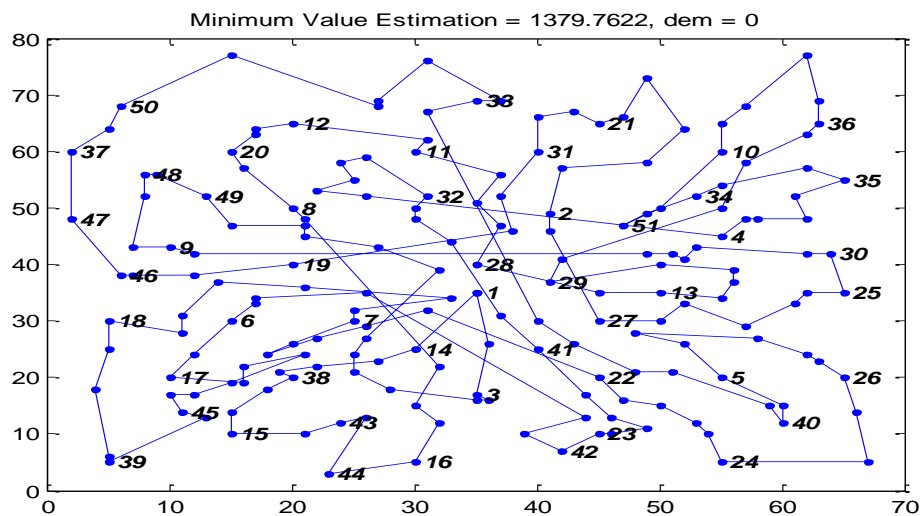
Διάγραμμα 32: par4, n=151, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 4, για $dem=0$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,92% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 940. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,55%. Για $dem=1$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -0,72% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1076. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -1,88%. Για $dem=2$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -2,2 και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1298. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -2,52%.

Παράδειγμα 5

par5, n=200, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1480,7000	1420,0000	591	-4,27
	1420,8000	1261	-4,22
	1379,8000	1483	-7,31
	1415,9000	871	-4,58
	1441,8000	453	-2,70
Μέσος όρος	1415,6600	932	-4,59

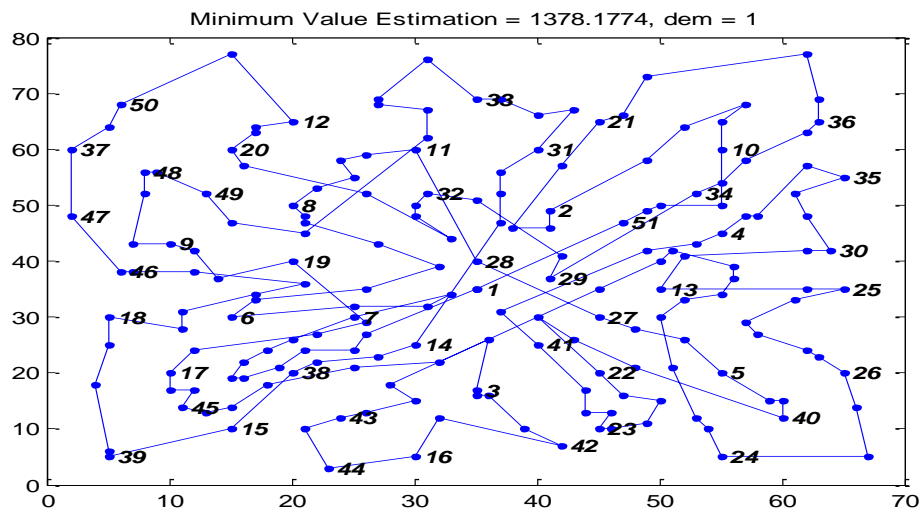
Πίνακας 76: Αποτελέσματα HBMO για το par5, n=200, Q=120, dem=0



Διάγραμμα 33: par5, n=200, Q=120, dem=0

par5, n=200, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1483,4000	1385,1000	1347	-7,10
	1378,2000	1371	-7,63
	1406,6000	1463	-5,46
	1390,9000	1490	-6,65
	1401,0000	1023	-5,88
Μέσος όρος	1392,3600	1339	-6,54

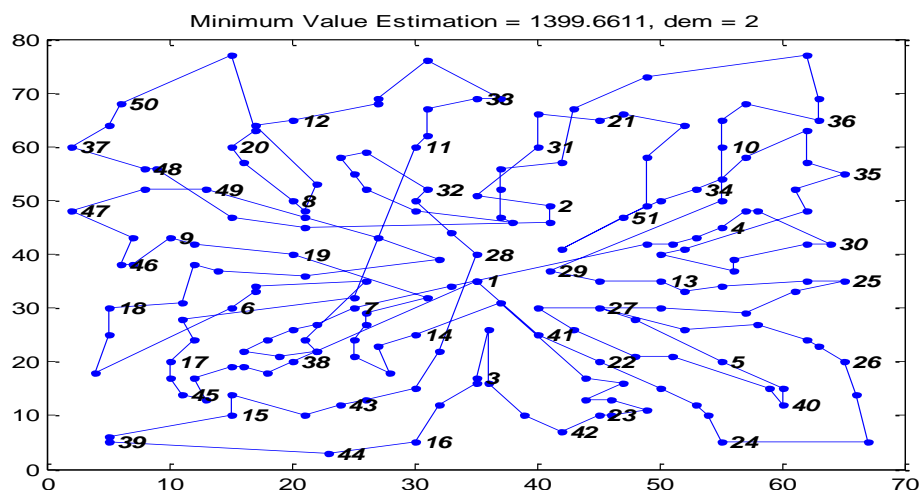
Πίνακας 77: Αποτελέσματα HBMO για το par5, n=200, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 34: par5, n=200, Q=120, dem=1

par5, n=200, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1487,4000	1406,5000	1443	-5,75
	1406,1000	998	-5,78
	1408,7000	1390	-5,59
	1399,7000	1303	-6,27
	1406,1000	998	-5,78
Μέσος όρος	1405,4200	1226	-5,83

Πίνακας 78: Αποτελέσματα HBMO για το par5, n=200, Q=120, dem=2



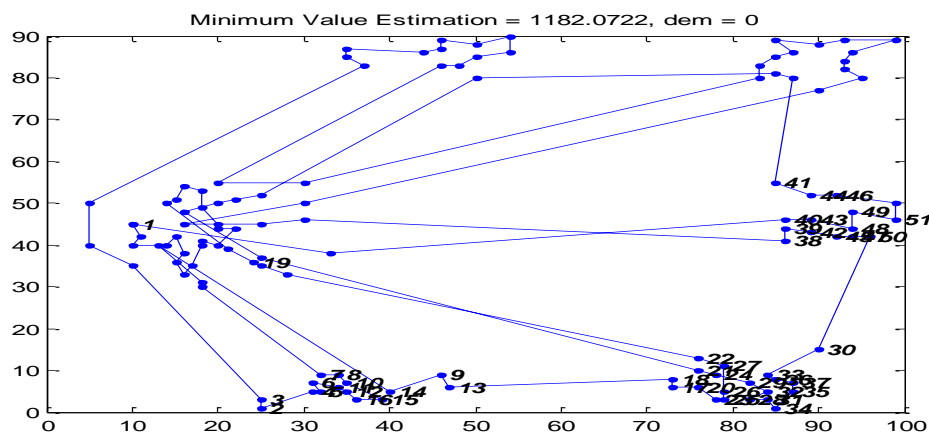
Διάγραμμα 35: par5, n=200, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 5, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -4,59% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 932. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -7,31%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -6,54% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1339. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -7,63%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -5,83% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1226. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -6,27%.

Παράδειγμα 6

par6, n=121, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1054,1000	1206,0000	921	12,60
	1190,8000	967	11,48
	1196,7000	667	11,92
	1190,7000	1306	11,47
	1182,1000	240	10,83
Μέσος όρος	1193,2600	820	11,66

Πίνακας 79: Αποτελέσματα HBMO για το par6, n=121, Q=120, dem=0



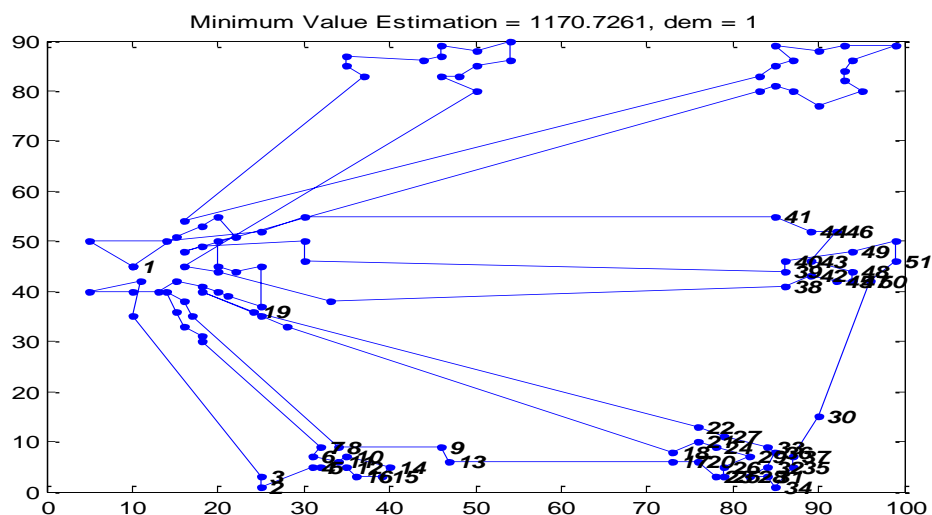
Διάγραμμα 36: par6, n=121, Q=120, dem=0

1	110	40	43	48	49	51	52	46	44	41	58
	55	69	117	101	100	103	115	21	24	29	32
	28	31	34	35	37	36	33	30	50	47	45
	42	39	38	116	98	96	111	60	66	62	63
	65	67	64	61	57	59	56	54	53	99	104
	74	77	78	80	81	79	76	73	75	72	71
	70	68	121	120	82	3	2	4	5	6	11
	12	16	15	10	8	7	84	114	112	14	9
	13	18	17	20	23	25	26	27	22	109	119
	19	91	106	107	108	105	102	97	94	95	92
	93	90	85	118	113	86	88	87	83	89	

Πίνακας 80: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=0

par6, n=121, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1075,3000	1204,9000	964	10,76
	1206,8000	1345	10,90
	1195,0000	1063	10,02
	1170,7000	1248	8,15
	1206,2000	1082	10,85
Μέσος όρος	1196,7200	1140	10,15

Πίνακας 81: Αποτελέσματα HBMO για το par6, n=121, Q=120, dem=1



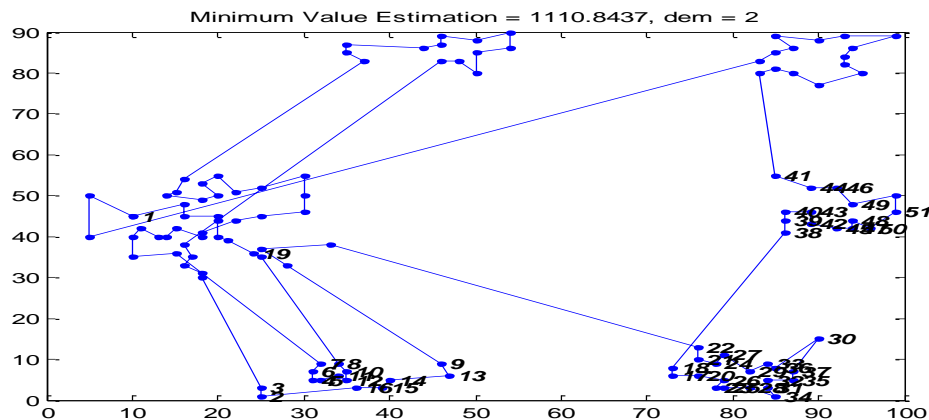
Διάγραμμα 37: par6, n=121, Q=120, dem=1

1	121	106	117	99	41	44	46	43	48	47	45
	42	38	110	94	96	69	74	77	78	80	81
	79	76	73	75	72	71	70	68	108	54	56
	59	57	61	64	67	65	63	62	66	60	58
	55	53	103	102	111	116	39	40	49	52	51
	50	30	37	35	34	31	28	32	36	33	27
	22	19	90	119	109	18	21	24	29	26	25
	23	20	17	13	9	8	85	86	87	113	118
	114	84	7	6	11	10	14	15	16	12	5
	4	2	3	82	89	120	83	112	88	93	92
	91	115	98	95	97	100	101	104	105	107	

Πίνακας 82: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=1

par6, n=121, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1095,3000	1217,0000	1405	10,00
	1201,9000	1500	8,87
	1215,1000	842	9,86
	1110,8000	1089	1,40
	1209,4000	293	9,43
Μέσος όρος	1190,8400	1026	8,02

Πίνακας 83: Αποτελέσματα HBMO για το par6, n=121, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 38: par6, n=121, Q=120, dem=2

1	121	120	54	56	59	57	61	64	67	65	63
	62	66	60	58	55	53	41	44	46	49	52
	51	50	48	47	45	42	43	40	39	38	18
	17	20	26	23	25	28	34	31	32	35	37
	30	36	33	29	27	24	21	22	110	115	109
	9	13	14	15	16	2	3	84	114	118	85
	86	74	77	69	78	80	81	79	73	76	75
	72	71	70	68	108	107	106	102	100	105	104
	101	117	99	111	116	98	95	93	90	88	87
	112	89	83	82	113	7	6	4	5	11	12
	10	8	119	19	91	92	94	97	96	103	

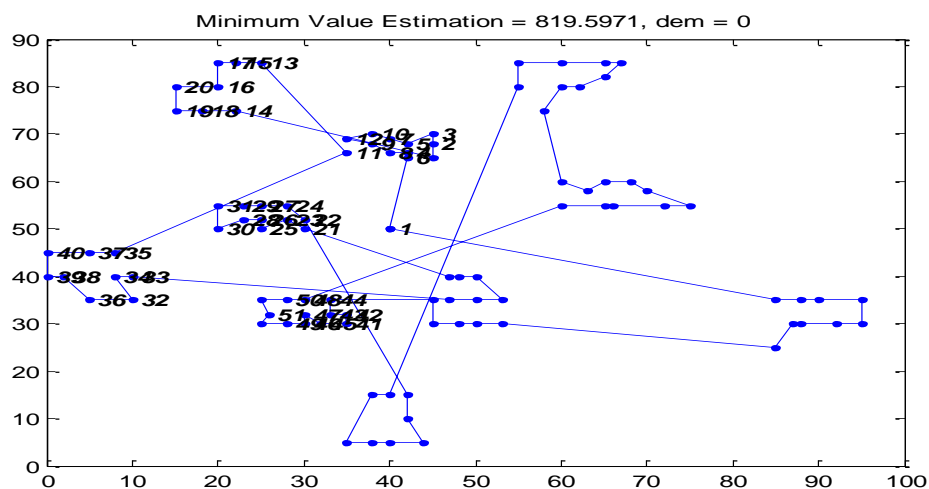
Πίνακας 84: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 6, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 11,66 ο μέσος όρος των επαναλήψεων 820. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 10,83%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 10,15% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1140. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 8,15%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 8,02% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1026. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 1,4%.

Παράδειγμα 7

par7, n=101, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
819,5575	827,0901	810	0,91
	821,1494	1485	0,19
	819,5971	580	0,00
	858,7802	843	4,57
	853,7802	843	4,01
Μέσος όρος	836,0794	912	1,98

Πίνακας 85: Αποτελέσματα HBMO για το par7, n=101, Q=120, dem=0



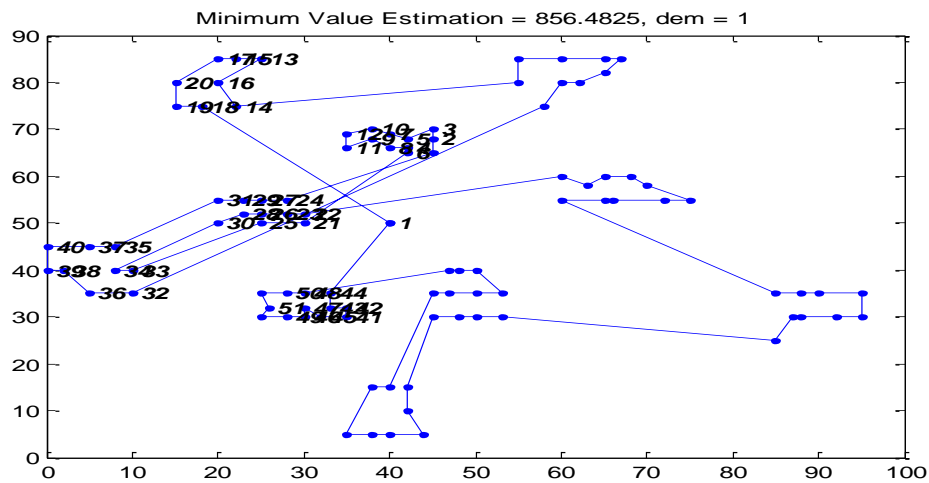
Διάγραμμα 39: par7, n=101, Q=120, dem=0

1	6	4	8	9	12	10	7	5	3	2	76
	14	18	19	20	16	17	15	13	11	35	37
	40	39	38	36	32	34	33	67	63	75	64
	66	68	21	23	25	26	28	30	31	29	27
	24	22	56	55	54	57	59	61	60	58	100
	101	98	94	93	95	96	97	99	92	90	89
	86	85	83	84	87	88	91	48	50	53	51
	52	49	46	47	45	41	42	43	44	70	69
	65	62	73	81	80	78	74	71	72	77	79
	82										

Πίνακας 86: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=0

par7, n=101, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος HBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
856,6788	856,9831	1433	0,04
	856,4825	1189	-0,02
	866,7101	1197	1,16
	869,4166	1128	1,47
	890,0887	1130	3,75
Μέσος όρος	867,9362	1215	1,30

Πίνακας 87: Αποτελέσματα HBMO για το par7, n=101, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 40: par7, n=101, Q=120, dem=1

1	44	43	42	41	45	47	46	49	52	51	53
	50	48	68	66	64	75	63	67	70	58	60
	61	59	57	54	55	56	69	65	62	73	81
	80	78	74	71	72	77	79	82	91	88	87
	84	83	85	86	89	90	92	22	23	26	28
	30	34	33	25	21	6	4	8	9	11	12
	10	7	5	3	2	76	24	27	29	31	35
	37	40	39	38	36	32	99	97	96	95	93
	94	98	101	100	14	16	13	15	17	20	19
	18										

Πίνακας 88: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=1

Παρακάτω υπάρχει ένας συγκεντρωτικός πίνακας με τη βέλτιστη απόκλιση και επανάληψη για όλα τα παραδείγματα.

par	n	dem	var %	iter
1	51	0	0,00	523, 40
		1	0,01	123
		2	-0,23	1415
2	76	0	-0,79	1089
		1	-0,75	1459
		2	-0,67	1443
3	101	0	1,59	954
		1	-0,77	749
		2	0,47	564
4	151	0	-0,55	998
		1	-1,88	1200
		2	-2,52	1344
5	200	0	-7,31	1483
		1	-7,63	1371
		2	-6,27	1303
6	121	0	10,83	240
		1	8,15	1248
		2	1,40	1089
7	101	0	0,00	580
		1	-0,02	1189
		2	0,27	262

Πίνακας 91: Αποκλίσεις από το βέλτιστο για τα επτά παραδείγματα

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι στα έξι από τα επτά παραδείγματα η απόκλιση από το βέλτιστο (var) είναι μικρότερη από 1,59% και για όλα συνολικά

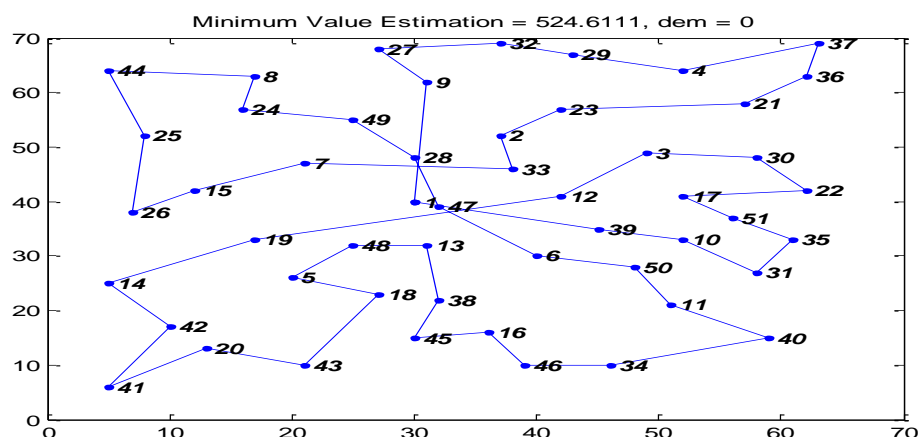
είναι μικρότερη από 10,83%. Επίσης βλέπουμε ότι στα περισσότερα παραδείγματα βρίσκουμε νέο βέλτιστο.

Κεφάλαιο 5.2.3: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων (Bumble Bees Mating Optimization-BBMO)

Παράδειγμα 1

par1, n=51, Q=160, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	536,2453	766	2,17
	524,6111	121	0,00
	524,9269	536	0,06
	541,3318	1284	3,09
	524,6111	774	0,00
Μέσος όρος	530,34524	696	1,06

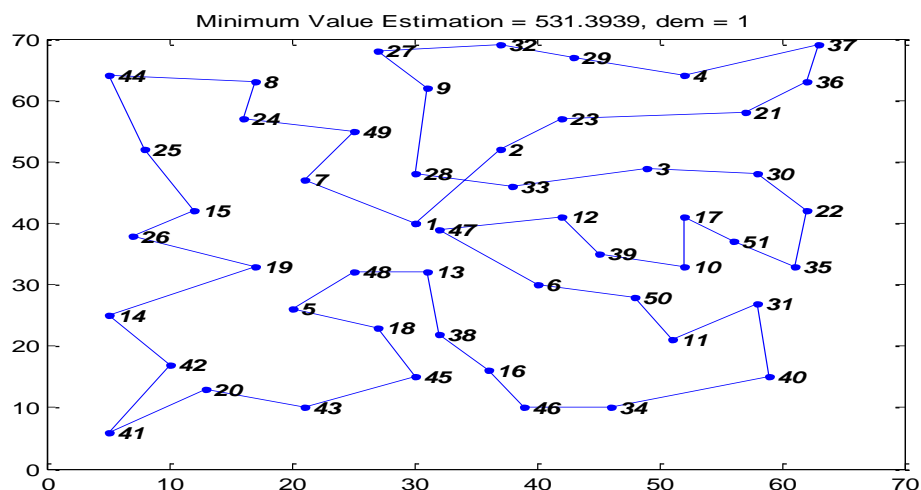
Πίνακας 92: Αποτελέσματα BBMO για το par1, n=51, Q=160, dem=0



Διάγραμμα 42: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
528,5700	531,3939	1379	0,53
	531,5647	494	0,56
	549,9249	300	3,88
	545,9645	380	3,19
	546,0292	987	3,20
Μέσος όρος	540,9754	708	2,27

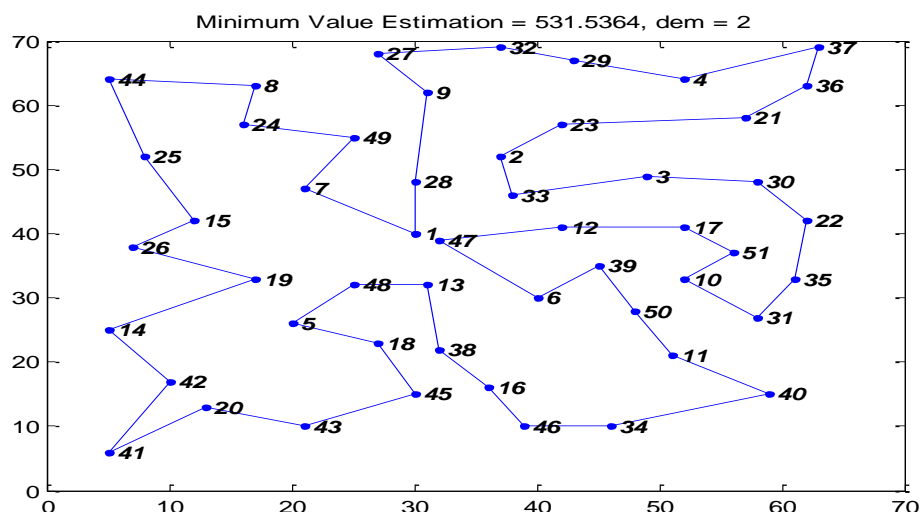
Πίνακας 93: Αποτελέσματα BBMO για το par1, n=51, Q=160, dem=1



Διάγραμμα 43: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
533,1500	535,0629	1459	0,36
	536,6878	855	0,66
	539,8279	1442	1,24
	547,1644	827	2,56
	531,5364	841	-0,30
Μέσος όρος	538,0559	1085	0,90

Πίνακας 94: Αποτελέσματα BBMO για το par1, n=51, Q=160, dem=2



Διάγραμμα 44: par1, n=51, Q=160, dem=2

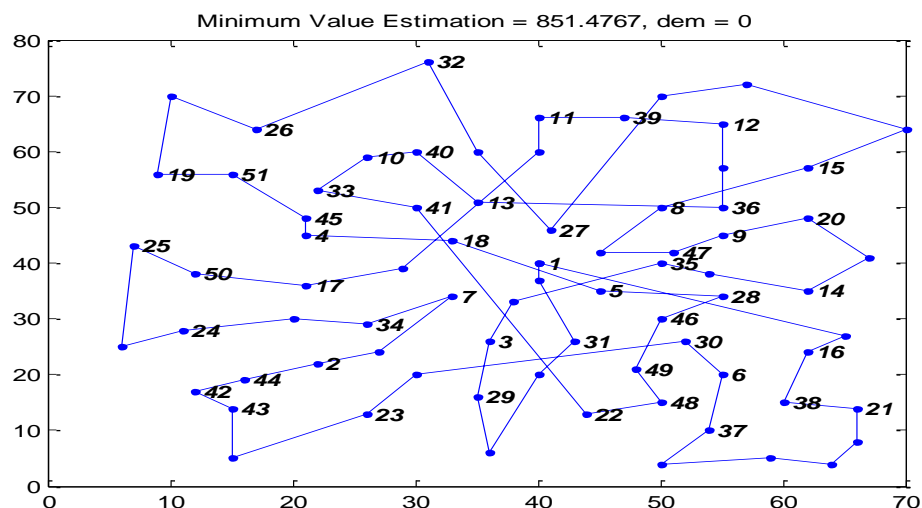
Στο παράδειγμα 1, για dem=0 βρήκαμε το απόλυτο βέλτιστο. Ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,06% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 696. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 2,27% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 708. Η ελάχιστη

απόκλιση είναι 0,53%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,9% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1085. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,3%.

Παράδειγμα 2

par2, n=76, Q=114, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
842,6752	873,6708	612	3,55
	869,9328	1393	3,13
	887,9466	745	5,10
	851,4767	842	1,03
	865,8183	921	2,67
Μέσος όρος	869,7690	903	3,10

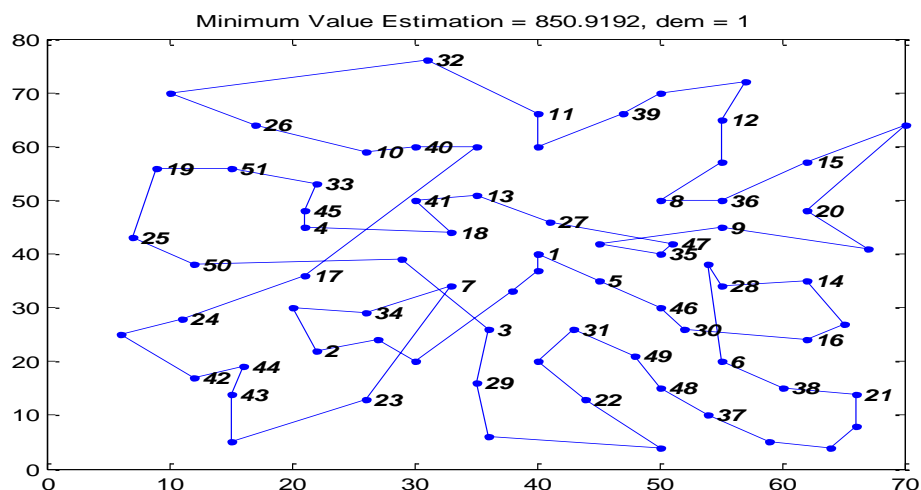
Πίνακας 95: Αποτελέσματα BBMO για το par2, n=76, Q=114, dem=0



Διάγραμμα 45: par2, n=76, Q=114, dem=0

par2, n=76, Q=114, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
849,0500	855,3627	1406	0,74
	881,9266	1408	3,73
	879,6825	1403	3,48
	866,901	866	2,06
	850,9192	1201	0,22
Μέσος όρος	866,9584	1257	2,05

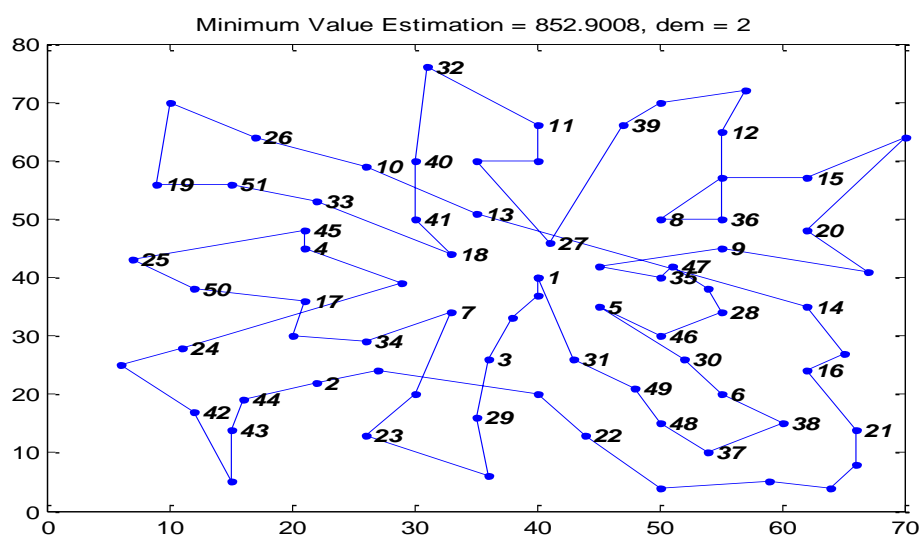
Πίνακας 96: Αποτελέσματα BBMO για το par2, n=76, Q=114, dem=1



Διάγραμμα 46: par2, n=76, Q=114, dem=1

par2, n=76, Q=114, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
854,4000	862,5567	1377	0,95
	879,6284	1430	2,87
	852,9098	1482	-0,17
	859,6229	967	0,61
	878,8608	738	2,78
Μέσος όρος	866,7157	1199	1,41

Πίνακας 97: Αποτελέσματα BBMO για το par2, n=76, Q=114, dem=2



Διάγραμμα 47: par2, n=76, Q=114, dem=2

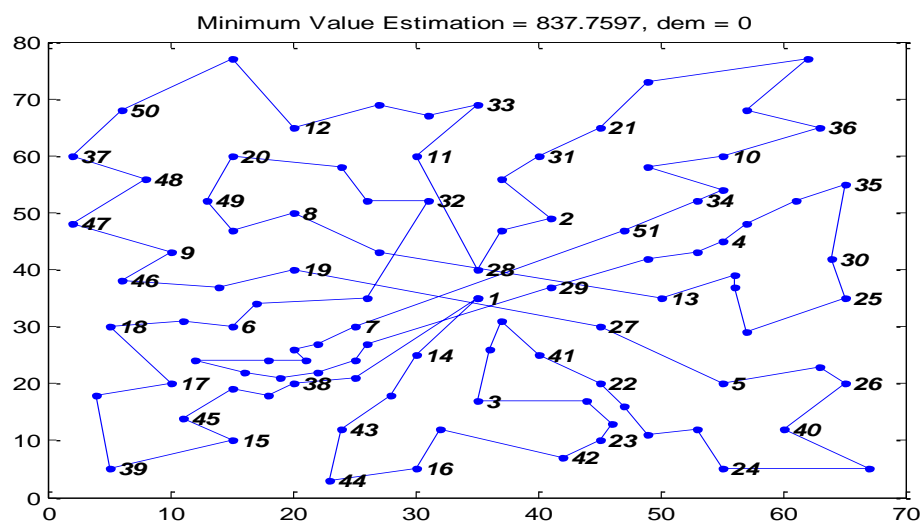
Στο παράδειγμα 2, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 3,10% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 903. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 1,03%. Για dem=1 ο μέσος

όρος της απόκλισης είναι 2,05% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1257. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,22%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,41% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1199. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,17%.

Παράδειγμα 3

par3, n=101, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
839,3900	859,4545	946	2,33
	864,9476	1350	2,95
	854,2154	1498	1,74
	837,7597	1162	-0,19
	860,7449	1137	2,48
Μέσος όρος	855,4244	1219	1,86

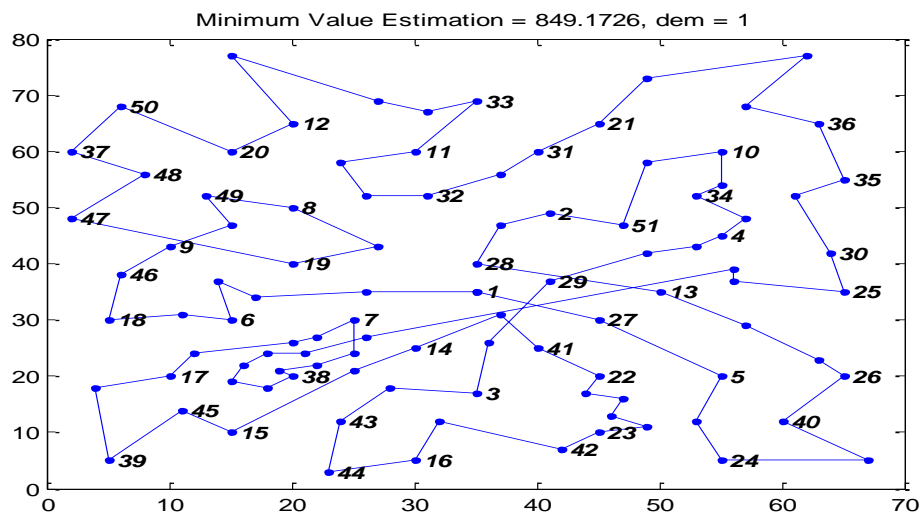
Πίνακας 98: Αποτελέσματα BBMO για το par3, n=101, Q=120, dem=0.



Διάγραμμα 48: par3, n=101, Q=120, dem=0

par3, n=101, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
843,3500	850,7182	1208	0,87
	849,1726	1118	0,69
	862,3963	1003	2,21
	856,0329	1230	1,48
	883,2233	1026	4,51
Μέσος όρος	860,3087	1117	1,95

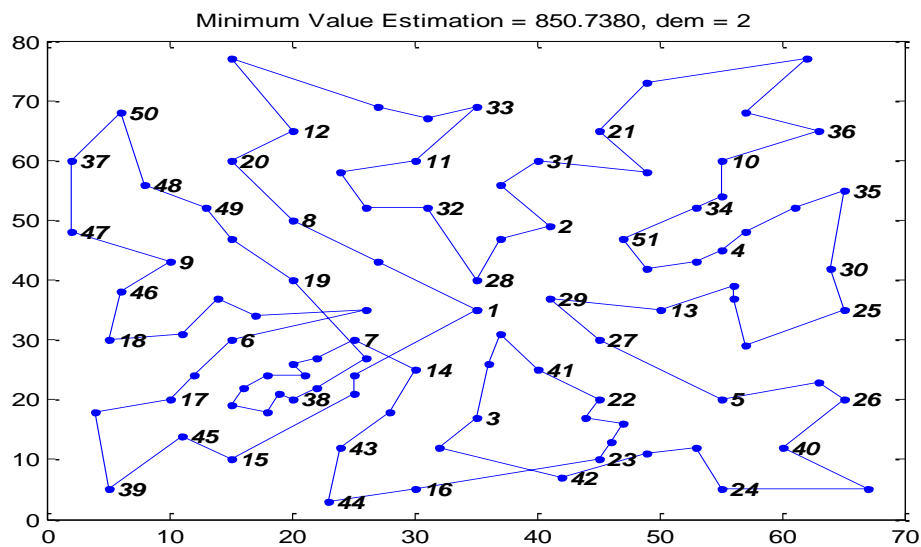
Πίνακας 99: Αποτελέσματα BBMO για το par3, n=101, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 49: par3, n=101, Q=120, dem=1

par3, n=101, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
842,4500	857,9570	1108	1,81
	861,5170	1400	2,21
	850,7380	1500	0,97
	882,1153	1089	4,50
	862,4576	1372	2,32
Μέσος όρος	862,9570	1294	2,36

Πίνακας 100: Αποτελέσματα BBMO για το par3, n=101, Q=120, dem=2



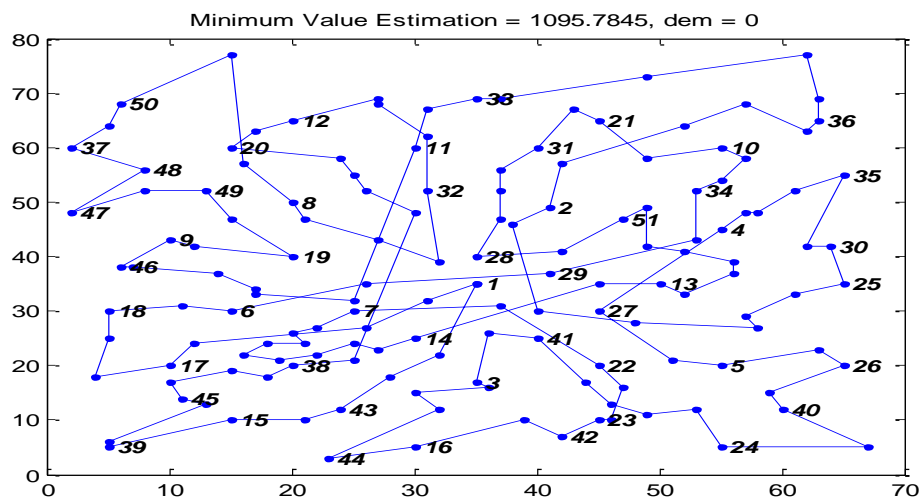
Διάγραμμα 50: par3, n=101, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 3, για $dem=0$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,86% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1219. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,19%. Για $dem=1$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,95% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1117. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,69%. Για $dem=2$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 2,36% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1294. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,97%.

Παράδειγμα 4

par4, n=151, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1086,7000	1095,8000	1196	0,83
	1103,3000	1144	1,50
	1113,7000	1242	2,42
	1129,5000	1061	3,79
	1107,0000	1353	1,83
Μέσος όρος	1109,8600	1199	2,08

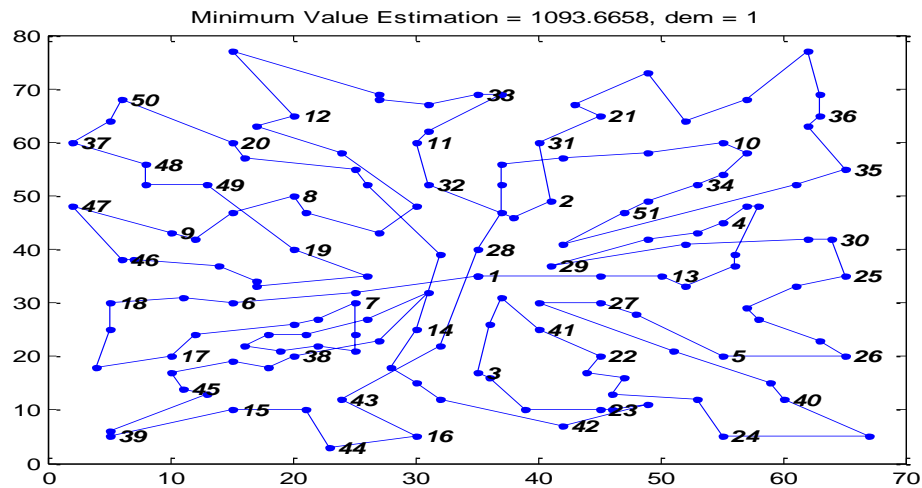
Πίνακας 101: Αποτελέσματα BBMO για το par4, n=151, Q=120, dem=0



Διάγραμμα 51: par4, n=151, Q=120, dem=0

par4, n=151, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1108,1000	1119,5000	1406	1,02
	1093,7000	1492	-1,32
	1106,1000	1153	-0,18
	1106,9000	1385	-0,11
	1117,7000	1265	0,86
Μέσος όρος	1108,7800	1340	0,05

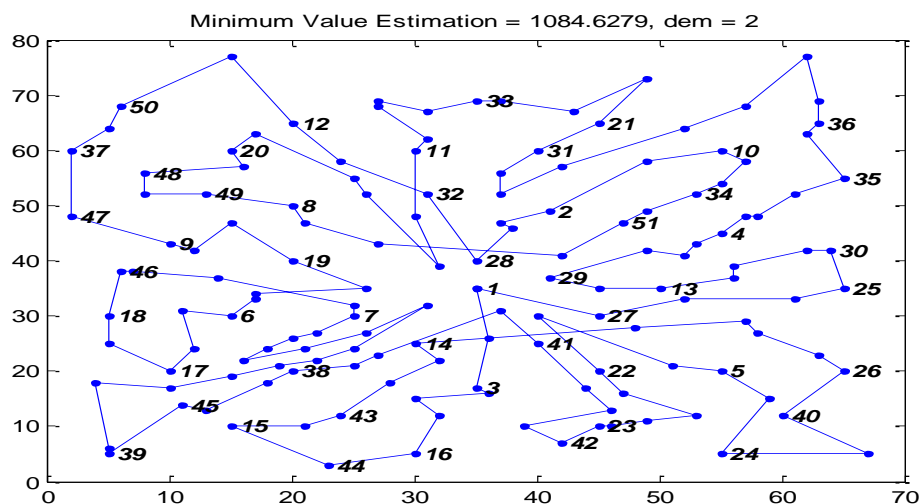
Πίνακας 102: Αποτελέσματα BBMO για το par4, n=151, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 52: par4, n=151, Q=120, dem=1

par4, n=151, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1117,0000	1093,8000	1340	-2,12
	1090,4000	1389	-2,44
	1084,6000	1229	-2,99
	1094,3000	625	-2,07
	1106,5000	1242	-0,95
Μέσος όρος	1093,9200	1165	-2,11

Πίνακας 103: Αποτελέσματα BBMO για το par4, n=151, Q=120, dem=2



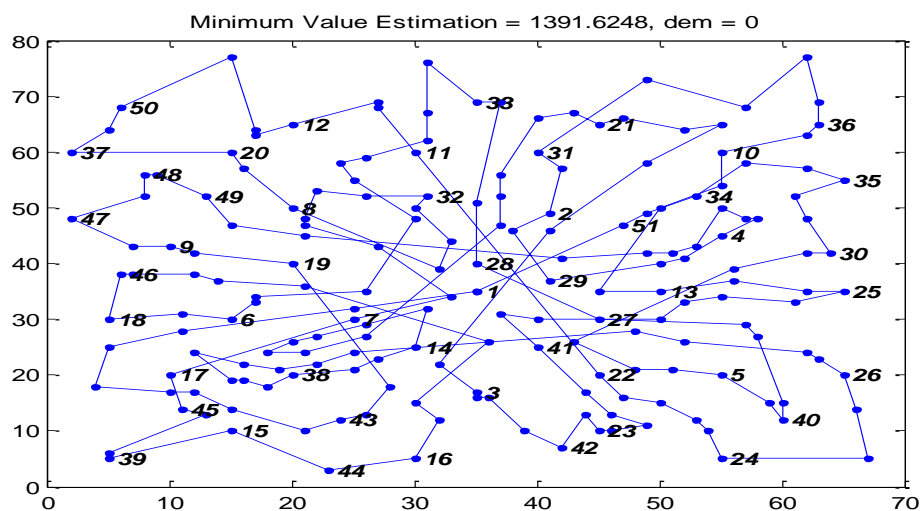
Διάγραμμα 53: par4, n=151, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 4, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 2,08% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1199. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,83%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,05% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1340. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -1,32%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -2,11% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1165. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -2,99%.

Παράδειγμα 5

par5, n=200, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1480,7000	1410,8000	1486	-4,95
	1401,5000	1155	-5,65
	1450,6000	1020	-2,08
	1391,6000	795	-6,40
	1435,0000	1367	-3,18
Μέσος όρος	1417,9000	1165	-4,45

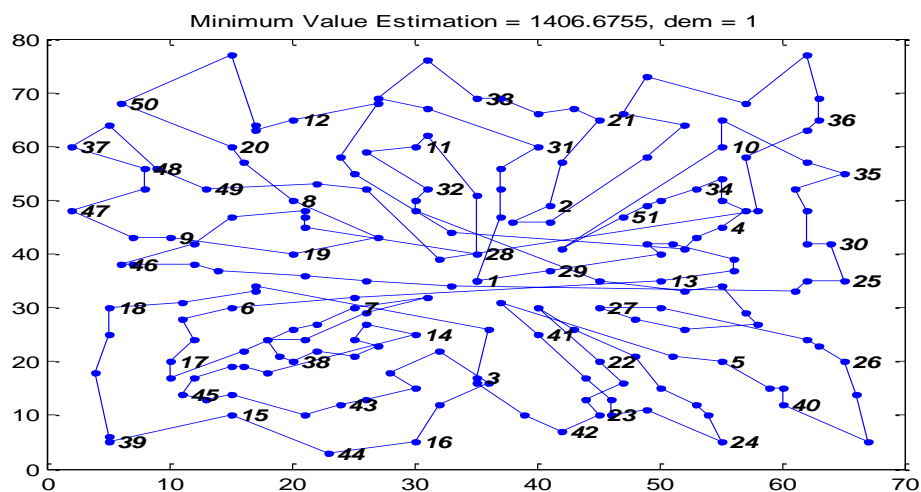
Πίνακας 104: Αποτελέσματα BBMO για το par5, n=200, Q=120, dem=0



Διάγραμμα 54: par5, n=200, Q=120, dem=0

par5, n=200, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1483,4000	1423,4000	1435	-4,22
	1415,9000	1343	-4,77
	1450,5000	1447	-2,27
	1436,1000	1382	-3,29
	1406,7000	1413	-5,45
Μέσος όρος	1426,5200	1404	-4,00

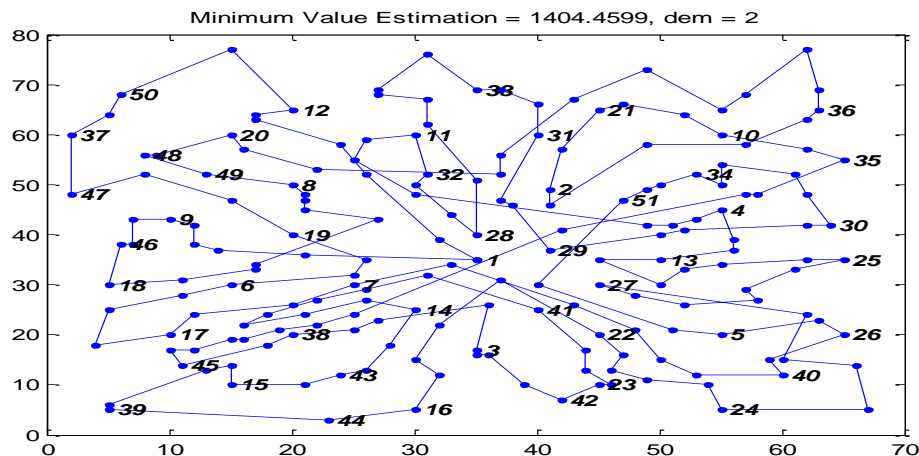
Πίνακας 105: Αποτελέσματα BBMO για το par5, n=200, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 55: par5, n=200, Q=120, dem=1

par5, n=200, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1487,4000	1457,1000	1458	-2,08
	1404,5000	1373	-5,90
	1412,6000	1497	-5,30
	1487,4000	1471	0,00
	1472,6000	1220	-1,01
Μέσος όρος	1446,8400	1404	-2,86

Πίνακας 106: Αποτελέσματα BBMO για το par5, n=200, Q=120, dem=2



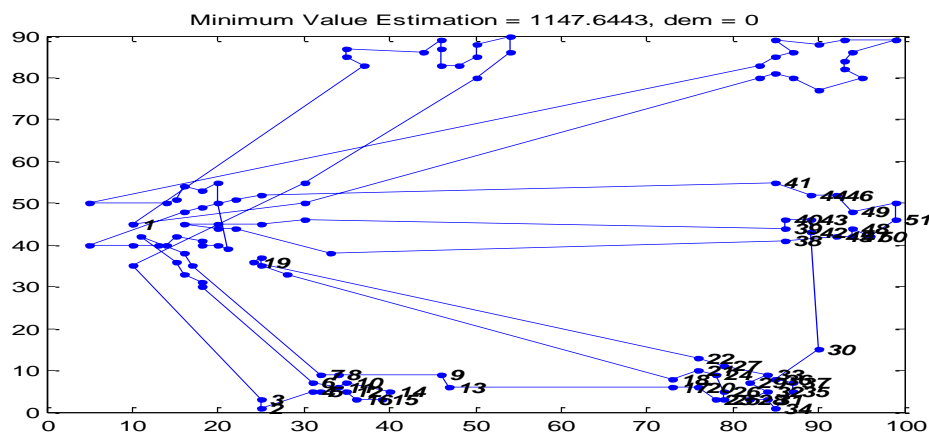
Διάγραμμα 56: par5, n=200, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 5, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -4,45% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1165. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -6,4%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -4% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1404. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -5,45%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -2,86% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1404. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -5,9%.

Παράδειγμα 6

par6, n=121, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1054,1000	1147,6000	1411	8,15
	1201,5000	1443	12,27
	1189,2000	1425	11,36
	1200,4000	1139	12,19
	1202,4000	1455	12,33
Μέσος όρος	1188,2200	1375	11,26

Πίνακας 107: Αποτελέσματα BBMO για το par6, n=121, Q=120, dem=0



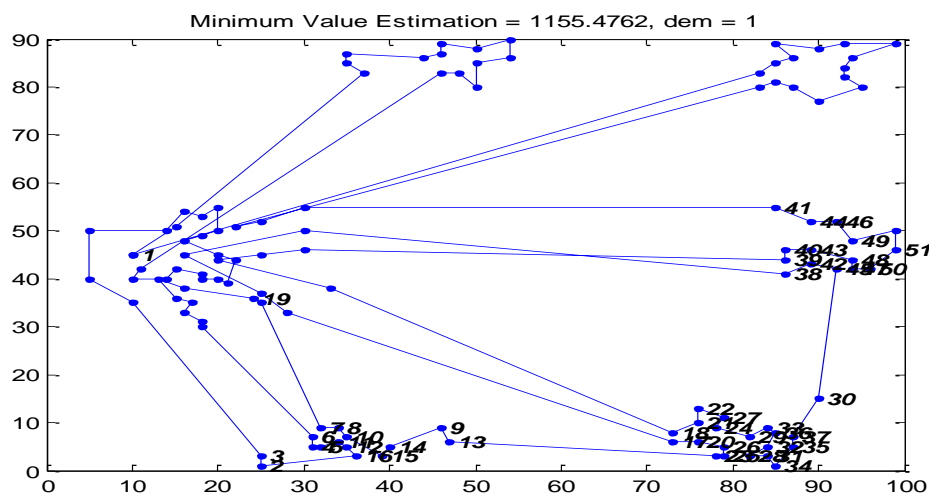
Διάγραμμα 57: par6, n=121, Q=120, dem=0

1	111	53	55	58	60	66	62	63	65	67	64
	61	57	59	56	54	121	106	107	108	105	104
	100	91	92	90	93	88	87	112	83	120	103
	102	101	117	41	44	46	49	52	51	50	48
	47	45	38	110	95	94	96	97	98	116	39
	40	43	42	30	36	37	35	34	31	28	32
	29	33	27	22	19	115	119	109	18	21	24
	26	25	23	20	17	13	9	8	7	85	86
	89	113	118	114	84	6	11	10	14	15	16
	12	5	4	2	3	82	99	69	80	81	79
	78	77	74	75	76	73	72	71	70	68	

Πίνακας 108: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=0

par6, n=121, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1075,3000	1193,4000	1231	9,90
	1155,5000	1289	6,94
	1200,1000	1255	10,40
	1198,2000	1239	10,26
	1180,2000	1197	8,89
Μέσος όρος	1185,4800	1242	9,28

Πίνακας 109: Αποτελέσματα BBMO για το par6, n=121, Q=120, dem=1



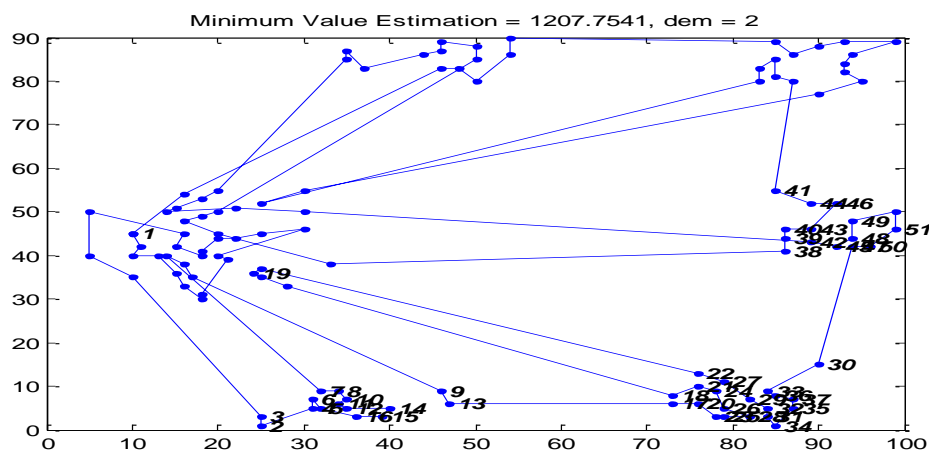
Διάγραμμα 58: par6, n=121, Q=120, dem=1

1	54	56	59	57	61	64	67	65	63	62	66
	60	58	55	53	101	117	99	41	44	46	49
	52	51	50	47	48	43	40	39	116	98	94
	110	18	21	22	27	24	29	33	36	32	28
	31	34	35	37	30	45	42	38	111	96	115
	109	17	20	26	25	23	13	9	14	15	10
	8	7	119	19	86	112	113	85	118	114	84
	6	4	5	11	12	16	2	3	82	120	121
	106	108	105	104	100	102	103	97	95	91	92
	90	93	88	87	83	89	74	77	69	78	80
	81	79	73	76	75	72	71	70	68	107	

Πίνακας 110: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=1

par6, n=121, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1095,3000	1225,8000	1500	10,65
	1216,0000	1478	9,93
	1207,8000	915	9,31
	1220,5000	712	10,26
	1217,7000	1481	10,05
Μέσος όρος	1217,5600	1217	10,04

Πίνακας 111: Αποτελέσματα BBMO για το par6, n=121, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 59: par6, n=121, Q=120, dem=2

1	108	74	77	69	80	81	57	59	61	64	67
	65	63	62	66	60	99	117	53	54	56	55
	58	41	44	46	43	40	39	38	110	97	103
	102	100	78	79	73	76	75	72	68	71	70
	104	105	107	106	101	111	42	45	48	49	52
	51	50	47	30	33	36	37	35	34	31	32
	29	27	22	115	19	119	109	18	21	24	26
	28	25	23	20	17	13	9	85	86	87	7
	8	10	11	12	14	15	16	5	6	4	2
	3	82	120	121	96	88	90	93	94	95	98
	116	92	91	114	84	118	113	112	83	89	

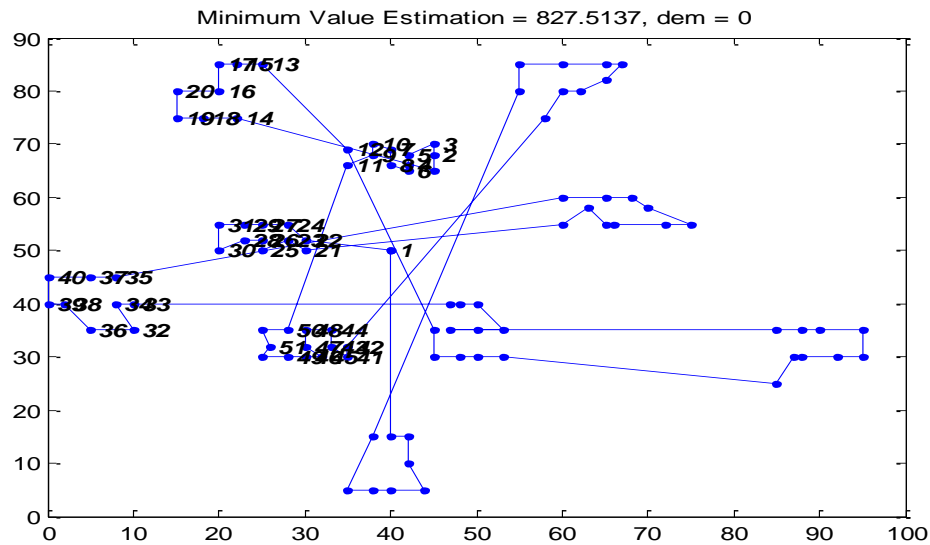
Πίνακας 112: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 6, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 11,26% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1375. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 8,15%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 9,28% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1242. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 6,94%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 10,04% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1217. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 9,31%.

Παράδειγμα 7

par7, n=101, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
819,5575	827,5137	1277	0,96
	950,4253	1150	13,77
	850,8596	1206	3,68
	832,6758	1096	1,58
	880,3138	1455	6,90
Μέσος όρος	868,3576	1237	5,38

Πίνακας 113: Αποτελέσματα BBMO για το par7, n=101, Q=120, dem=0



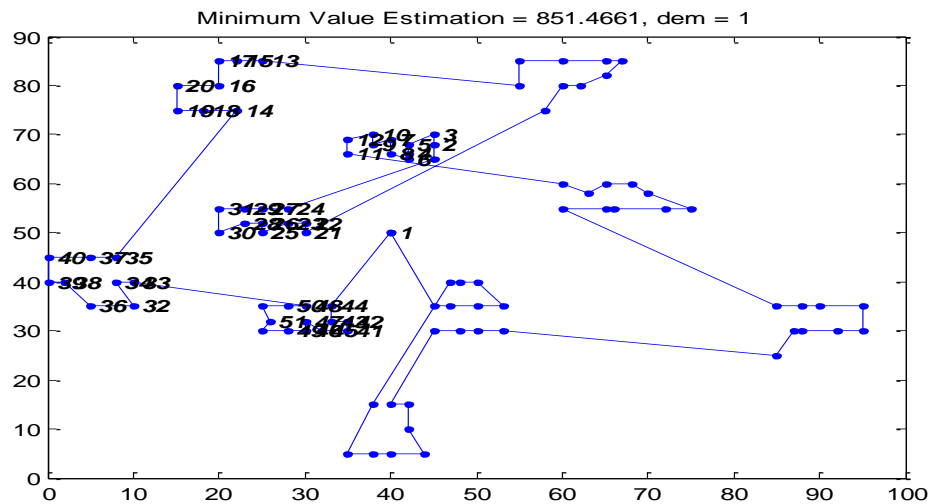
Διάγραμμα 60: par7, n=101, Q=120, dem=0

1	22	24	27	29	31	30	28	26	25	23	21
	91	90	88	87	84	83	85	86	89	92	35
	37	40	39	38	36	32	34	33	68	66	64
	75	63	67	82	79	77	72	71	74	78	80
	81	73	62	65	69	70	12	13	15	17	16
	20	19	18	14	76	2	3	5	4	6	8
	7	10	9	11	50	53	51	52	49	46	45
	47	48	44	43	41	42	99	97	96	95	93
	94	98	101	100	60	61	59	57	54	55	56
58											

Πίνακας 114: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=0

par7, n=101, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
856,6788	868,5143	1122	1,36
	881,1374	1457	2,78
	881,1433	1421	2,78
	877,2490	1179	2,34
	851,4661	860	-0,61
Μέσος όρος	871,9020	1208	1,73

Πίνακας 115: Αποτελέσματα BBMO για το par7, n=101, Q=120, dem=1



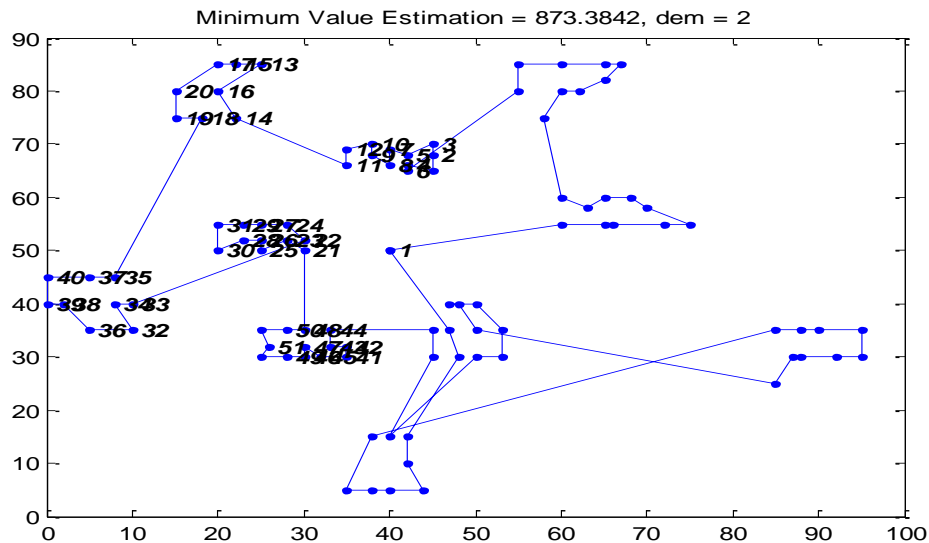
Διάγραμμα 61: par7, n=101, Q=120, dem=1

1	70	67	63	75	64	66	68	60	61	59	57
	54	55	56	58	69	65	62	73	81	80	78
	74	71	72	77	79	82	91	88	87	84	83
	85	86	89	90	92	11	12	10	9	7	8
	6	4	5	3	2	76	24	27	29	31	30
	28	26	25	23	22	21	99	97	96	95	93
	94	98	101	100	13	15	17	16	20	19	18
	14	35	37	40	39	38	36	32	34	33	48
	50	53	51	52	49	46	47	45	41	42	43
	44										

Πίνακας 116: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=1

par7, n=101, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος BBMO	Επανάληψη	Απόκλιση %
858,8513	873,3842	1302	1,66
	876,6329	629	2,03
	873,4028	1331	1,67
	929,3090	1478	7,58
	876,1536	1306	1,97
Μέσος όρος	885,7765	1209	2,98

Πίνακας 117: Αποτελέσματα BBMO για το par7, n=101, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 62: par7, n=101, Q=120, dem=2

1	67	65	56	55	54	57	59	61	60	82	79
	77	72	71	74	78	80	81	63	66	68	64
	75	73	62	58	69	70	44	43	42	41	45
	47	46	49	52	51	53	50	48	21	23	25
	26	28	30	31	29	27	24	22	33	34	32
	36	38	39	40	37	35	18	19	20	17	15
	13	16	14	11	12	10	9	8	7	5	3
	2	76	4	6	100	101	98	94	93	95	96
	97	99	92	90	89	86	85	83	84	87	88
91											

Πίνακας 118: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 7, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 5,38% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1237. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,96%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,73% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1208. Η

ελάχιστη απόκλιση είναι -0,61%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 2,98% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1209. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 1,66%.

Παρακάτω υπάρχει ένας συγκεντρωτικός πίνακας με τη βέλτιστη απόκλιση και επανάληψη για όλα τα παραδείγματα.

par	n	dem	var %	iter
1	51	0	0,00	121
		1	0,53	1379
		2	-0,30	841
2	76	0	1,03	842
		1	0,22	1201
		2	-0,17	1482
3	101	0	-0,19	1162
		1	0,69	1118
		2	0,97	1500
4	151	0	0,83	1196
		1	-1,32	1492
		2	-2,99	1229
5	200	0	-6,40	795
		1	-5,45	1413
		2	-5,90	1373
6	121	0	8,15	1411
		1	6,94	1289
		2	9,31	915
7	101	0	0,96	1277
		1	-0,61	860
		2	1,66	1302

Πίνακας 119: Αποκλίσεις από το βέλτιστο για τα επτά παραδείγματα

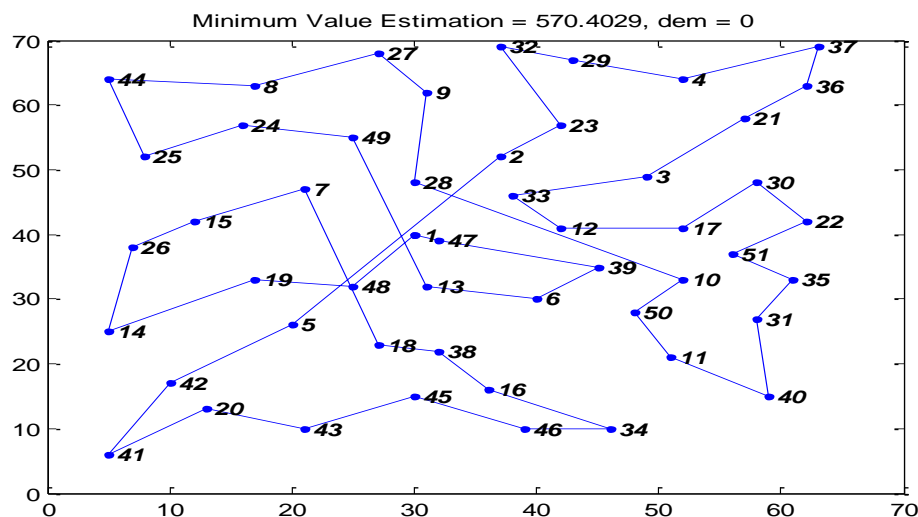
Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι στα έξι από τα επτά παραδείγματα η απόκλιση από το βέλτιστο (var) είναι μικρότερη από 1,66% και για όλα συνολικά είναι μικρότερη από 9,31%. Επίσης βλέπουμε ότι στα περισσότερα παραδείγματα βρίσκουμε νέο βέλτιστο.

Κεφάλαιο 5.2.4: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Τεχνητής Αποικίας Μελισσών (Artificial Bee Colony-ABC)

Παράδειγμα 1

par1, n=51, Q=160, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος ABC	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	572,5326	20	8,37
	570,4029	35	8,03
	574,7214	35	8,72
	580,8385	18	9,68
	579,1374	17	9,42
Μέσος όρος	575,5266	25	8,84

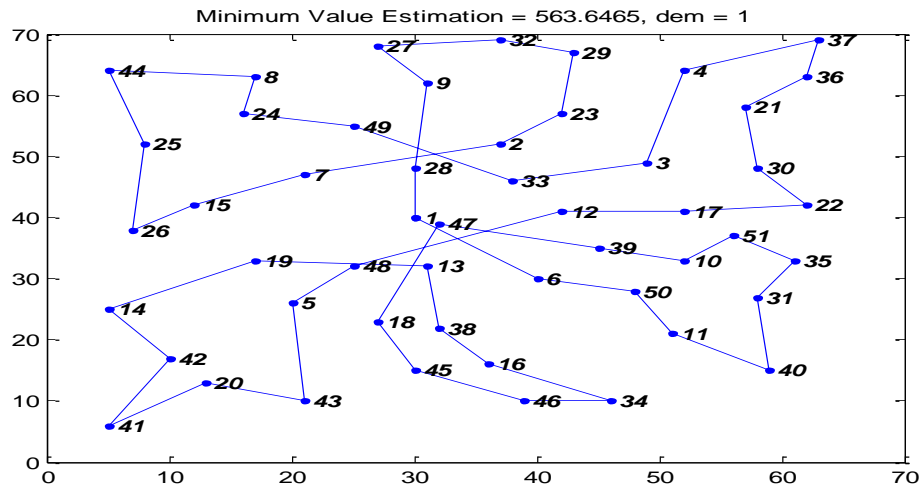
Πίνακας 120: Αποτελέσματα ABC για το par1, n=51, Q=160, dem=0



Διάγραμμα 63: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος ABC	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	612,7756	11	14,39
	563,6465	17	6,93
	586,2706	19	10,52
	567,6929	15	7,59
	565,3957	18	7,21
Μέσος όρος	579,1563	16	9,33

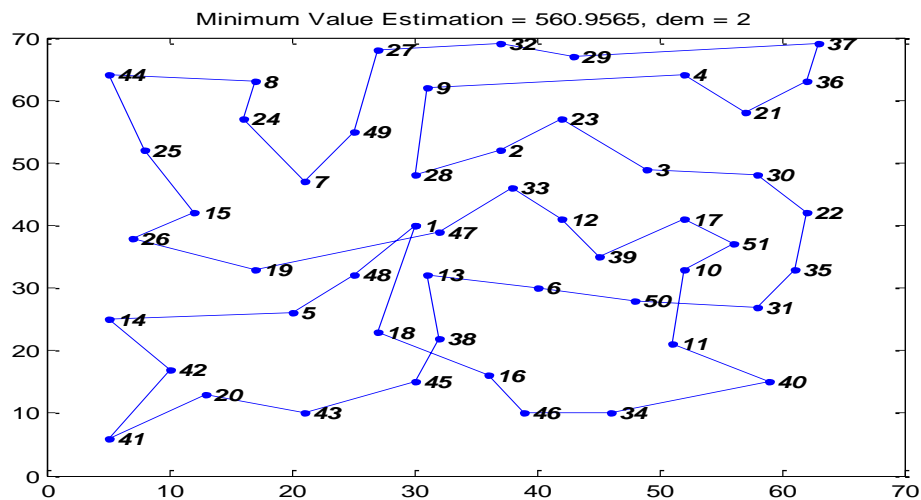
Πίνακας 121: Αποτελέσματα ABC για το par1, n=51, Q=160, dem=1



Διάγραμμα 64: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος ABC	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	575,3348	29	8,82
	608,8832	6	13,84
	565,9777	29	7,31
	582,3605	29	9,92
	560,9565	18	6,48
Μέσος όρος	578,7025	22	9,27

Πίνακας 122: Αποτελέσματα ABC για το par1, n=51, Q=160, dem=2



Διάγραμμα 65: par1, n=51, Q=160, dem=2

Στο παράδειγμα 1, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 8,84% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 25. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 8,03%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 9,33% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 16. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 6,93%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 9,27% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 22. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 6,48%.

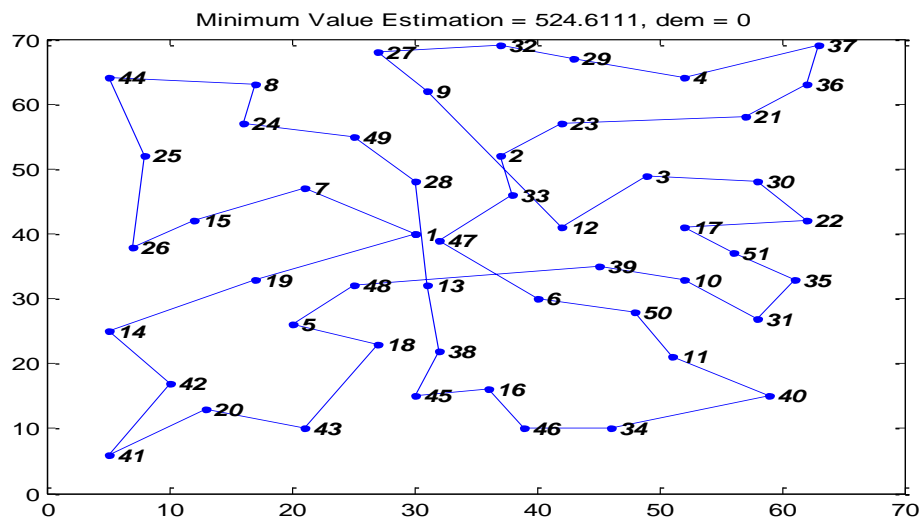
Για τον αλγόριθμο Τεχνητής Αποικίας Μελισσών δε δοκιμάσαμε τα υπόλοιπα παραδείγματα γιατί τα αποτελέσματα που πήραμε για το par 1 δεν ήταν ικανοποιητικά.

Κεφάλαιο 5.2.5: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων (Glowworm Swarm Based Optimization Algorithm-GSO)

Παράδειγμα 1

par1, n=51, Q=160, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	524,6111	677	0,00
	530,1783	239	1,05
	524,9269	216	0,06
	535,5543	356	2,04
	524,9269	304	0,06
Μέσος όρος	528,0395	358	0,64

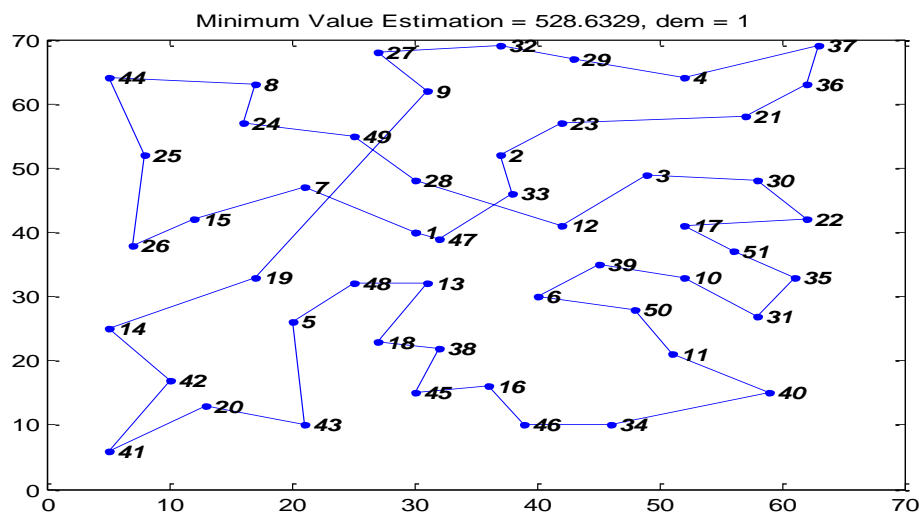
Πίνακας 123: Αποτελέσματα GSO για το par1, n=51, Q=160, dem=0



Διάγραμμα 66: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
528,5700	530,7992	230	0,42
	532,3528	371	0,71
	528,6329	271	0,01
	532,8817	155	0,81
	539,5493	295	2,03
Μέσος όρος	532,8432	264	0,80

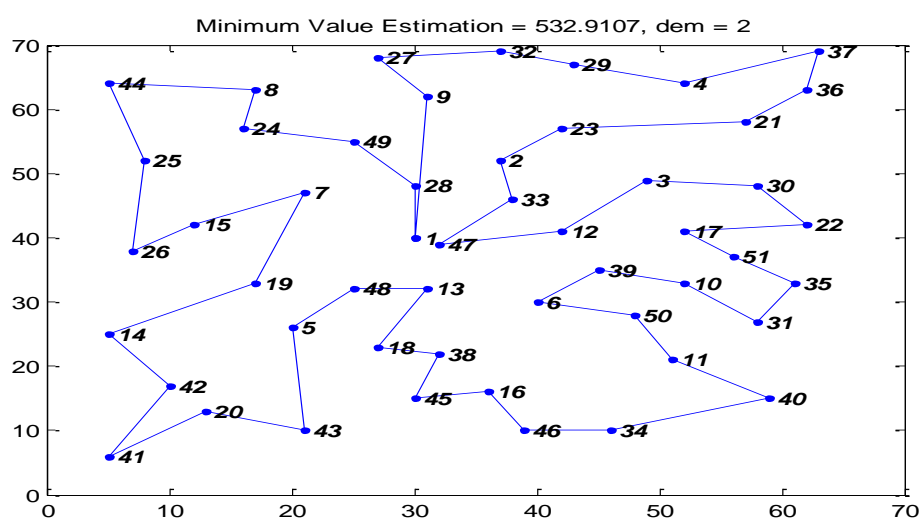
Πίνακας 124: Αποτελέσματα GSO για το par1, n=51, Q=160, dem=1



Διάγραμμα 67: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
533,1500	537,0531	89	0,73
	533,6418	250	0,09
	533,8390	229	0,13
	532,9107	166	-0,04
	532,9107	965	-0,04
Μέσος όρος	534,0711	340	0,17

Πίνακας 125: Αποτελέσματα GSO για το par1, n=51, Q=160, dem=2



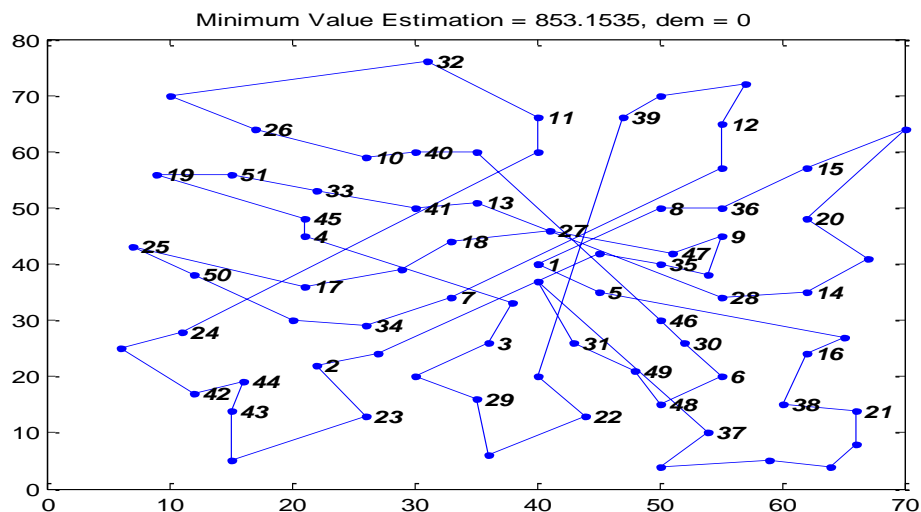
Διάγραμμα 68: par1, n=51, Q=160, dem=2

Στο παράδειγμα 1, για dem=0 βρήκαμε το απόλυτο βέλτιστο. Ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,64% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 358. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,8% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 264. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,01%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,17% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 340. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,04%.

Παράδειγμα 2

par2, n=76, Q=114, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
842,6752	861,0864	158	2,14
	861,3874	111	2,17
	863,4835	339	2,41
	865,0241	449	2,58
	853,1535	480	1,23
Μέσος όρος	860,8270	307	2,11

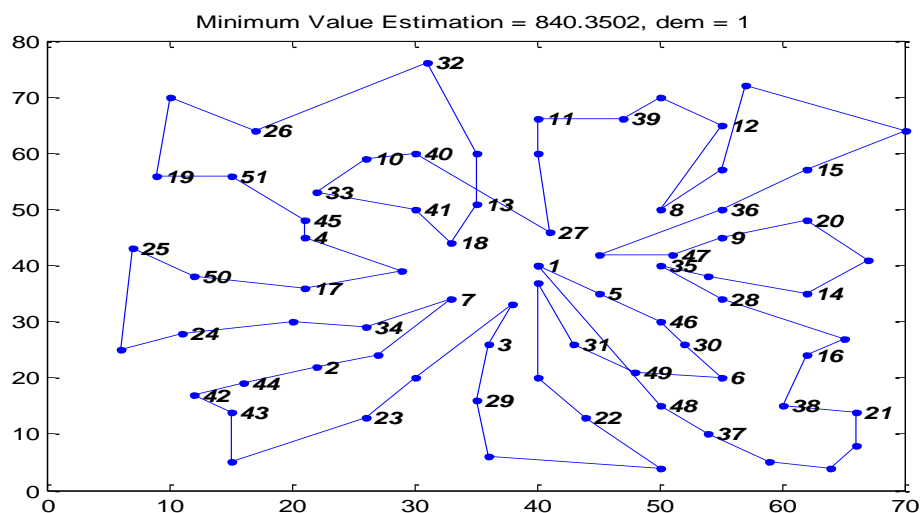
Πίνακας 126: Αποτελέσματα GSO για το par2, n=76, Q=114, dem=0



Διάγραμμα 69: par2, n=76, Q=114, dem=0

par2, n=76, Q=114, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
849,0500	852,7449	549	0,43
	859,9605	1048	1,27
	859,4563	167	1,21
	840,3502	168	-1,04
	853,7460	1015	0,55
Μέσος όρος	853,2516	589	0,49

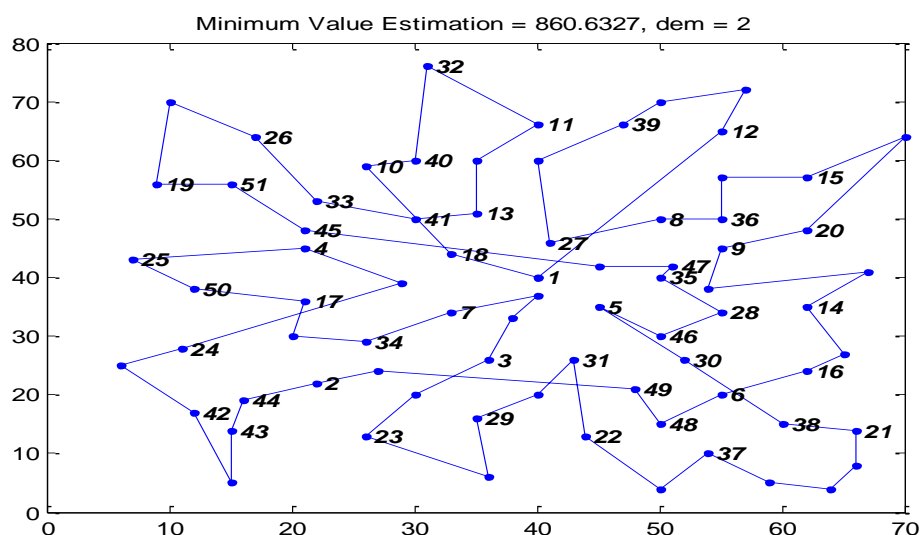
Πίνακας 127: Αποτελέσματα GSO για το par2, n=76, Q=114, dem=1



Διάγραμμα 70: par2, n=76, Q=114, dem=1

par2, n=76, Q=114, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
854,4000	860,6327	159	0,72
	863,6033	518	1,07
	877,6724	1040	2,65
	873,0714	223	2,14
	870,4240	880	1,84
Μέσος όρος	869,0808	564	1,68

Πίνακας 128: Αποτελέσματα GSO για το par2, n=76, Q=114, dem=2



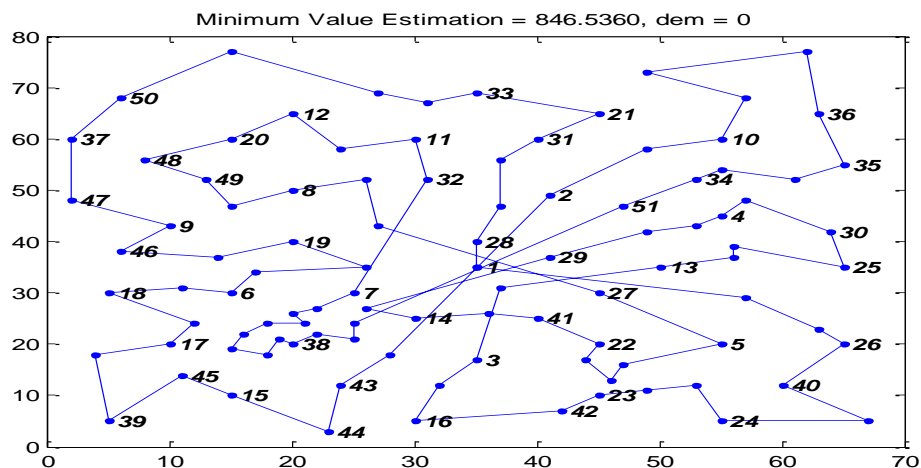
Διάγραμμα 71: par2, n=76, Q=114, dem=2

Στο παράδειγμα 2, για $dem=0$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 2,11% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 307. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 1,23%. Για $dem=1$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,49% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 589. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -1,04%. Για $dem=2$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,68% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 564. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,72%.

Παράδειγμα 3

par3, n=101, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
839,3900	859,4081	685	2,33
	846,8405	270	0,88
	849,1083	1414	1,14
	862,2113	480	2,65
	846,5360	469	0,84
Μέσος όρος	852,8208	664	1,57

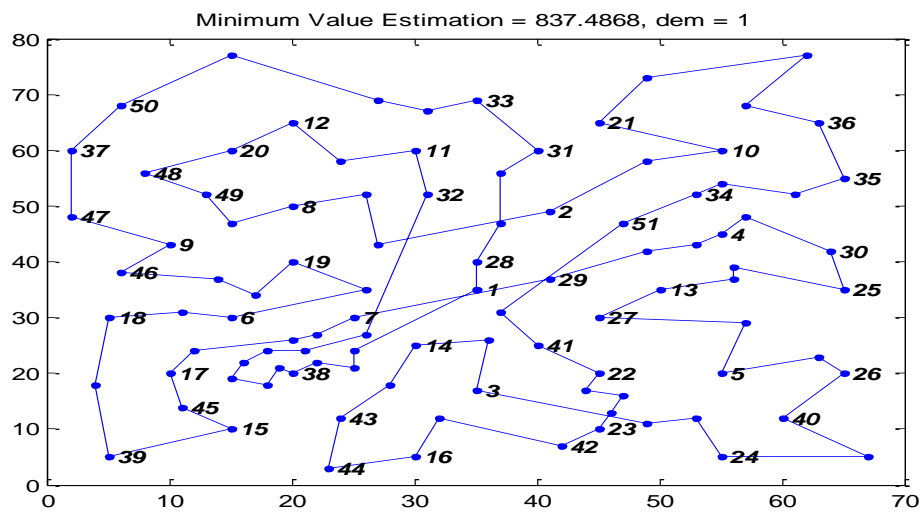
Πίνακας 129: Αποτελέσματα GSO για το par3, n=101, Q=120, dem=0.



Διάγραμμα 72: par3, n=101, Q=120, dem=0

par3, n=101, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος CSA	Επανάληψη	Απόκλιση %
843,3500	837,4868	1230	-0,70
	859,0910	907	1,83
	850,0452	1491	0,79
	842,5640	1247	-0,09
	851,8230	819	0,99
Μέσος όρος	848,2020	1139	0,56

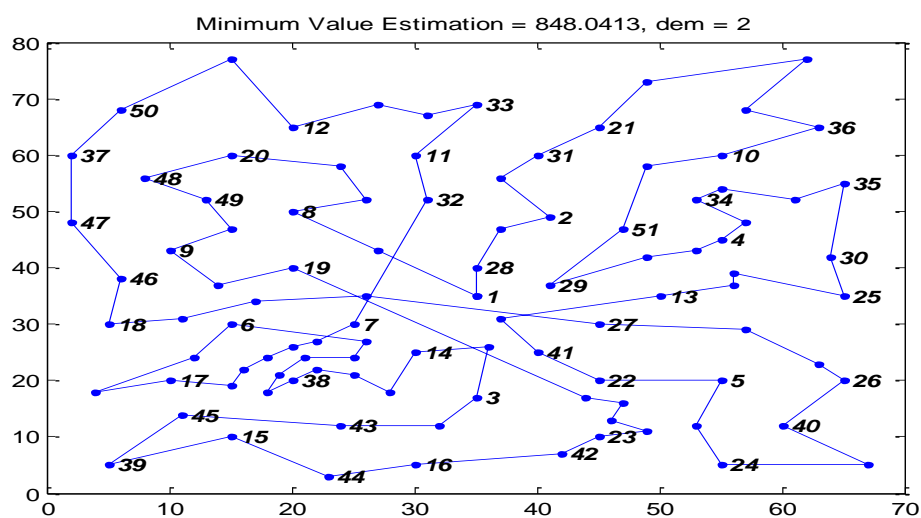
Πίνακας 130: Αποτελέσματα CSA για το par3, n=101, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 73: par3, n=101, Q=120, dem=1

par3, n=101, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
842,4500	851,0613	707	1,01
	855,6729	444	1,55
	852,3378	1410	1,16
	848,0413	1199	0,66
	854,4346	1337	1,40
Μέσος όρος	852,3096	1019	1,16

Πίνακας 131: Αποτελέσματα GSO για το par3, n=101, Q=120, dem=2



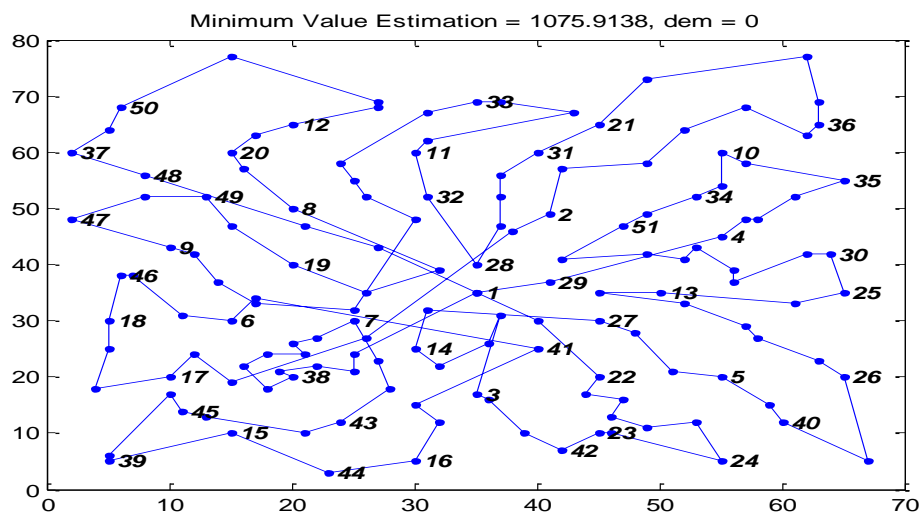
Διάγραμμα 74: par3, n=101, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 3, για $dem=0$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,57% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 664. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,84%. Για $dem=1$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,56% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1139. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -0,7%. Για $dem=2$ ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,16% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1019. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,66%.

Παράδειγμα 4

par4, n=151, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1086,7000	1114,7000	246	2,51
	1096,9000	462	0,93
	1085,9000	1488	-0,07
	1075,9000	500	-1,00
	1094,3000	314	0,69
Μέσος όρος	1093,5400	602	0,61

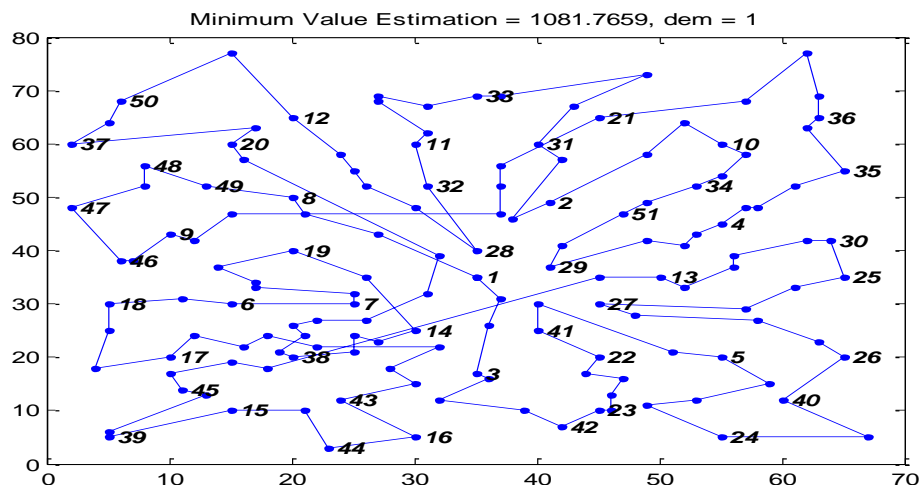
Πίνακας 132: Αποτελέσματα GSO για το par4, n=151, Q=120, dem=0



Διάγραμμα 75: par4, n=151, Q=120, dem=0

par4, n=151, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1108,1000	1081,8000	370	-2,43
	1125,8000	1394	1,57
	1118,9000	209	0,97
	1095,6000	843	-1,14
	1091,6000	656	-1,51
Μέσος όρος	1102,7400	694	-0,51

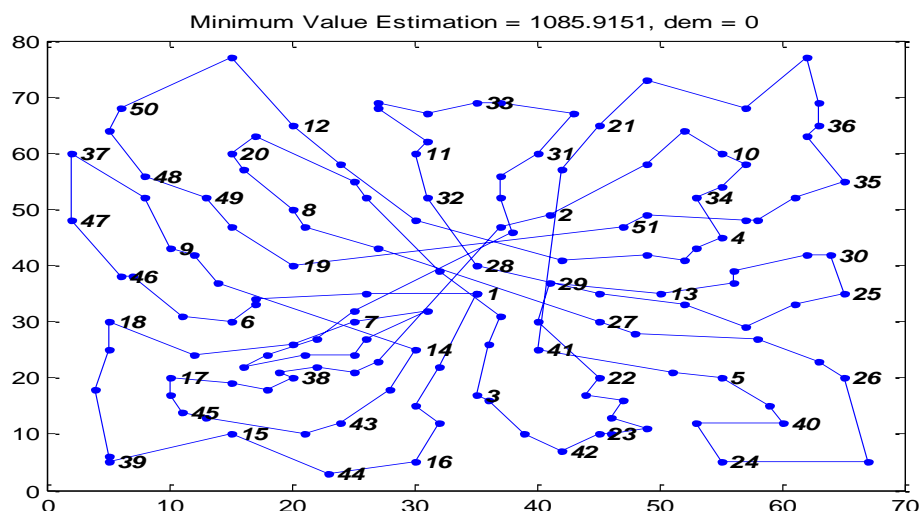
Πίνακας 133: Αποτελέσματα GSO για το par4, n=151, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 76: par4, n=151, Q=120, dem=1

par4, n=151, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1117,0000	1097,2000	1243	-1,80
	1124,9000	1435	0,70
	1091,2000	1398	-2,36
	1085,9151	1177	-2,86
	1118,3880	461	0,12
Μέσος όρος	1103,5206	1143	-1,24

Πίνακας 134: Αποτελέσματα GSO για το par4, n=151, Q=120, dem=2



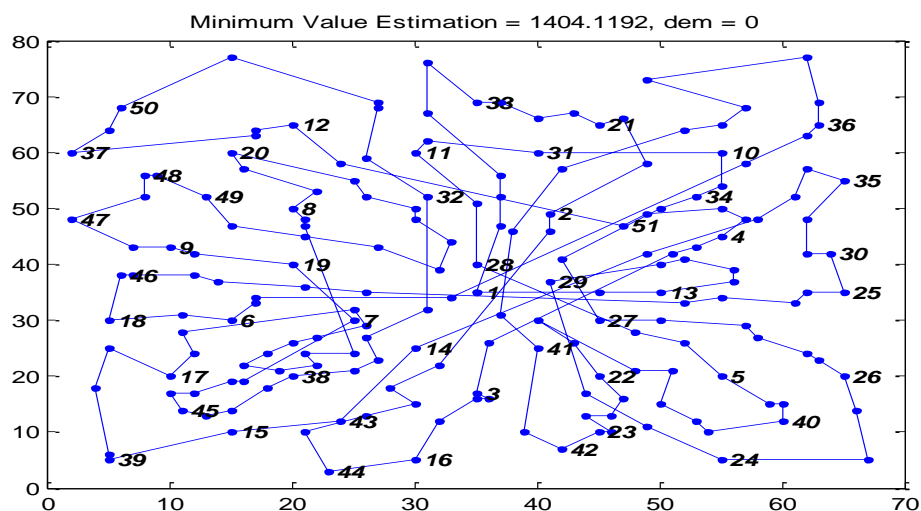
Διάγραμμα 77: par4, n=151, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 4, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 0,61% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 602. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -1%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -0,51% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 694. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -2,43%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -1,24% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 896. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -2,86%.

Παράδειγμα 5

par5, n=200, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1480,7000	1404,1000	869	-5,46
	1461,2000	431	-1,33
	1438,8000	1340	-2,91
	1444,1000	482	-2,53
	1468,5000	368	-0,83
Μέσος όρος	1443,3400	698	-2,61

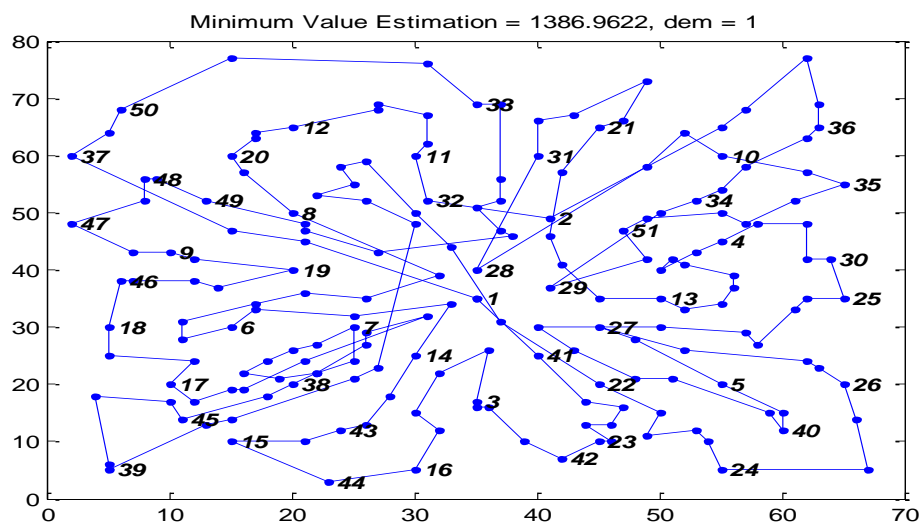
Πίνακας 135: Αποτελέσματα GSO για το par5, n=200, Q=120, dem=0



Διάγραμμα 78: par5, n=200, Q=120, dem=0

par5, n=200, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1483,4000	1448,5000	486	-2,41
	1417,9000	1408	-4,62
	1387,0000	1424	-6,95
	1398,9000	1263	-6,04
	1412,4000	988	-5,03
Μέσος όρος	1412,9400	1114	-5,01

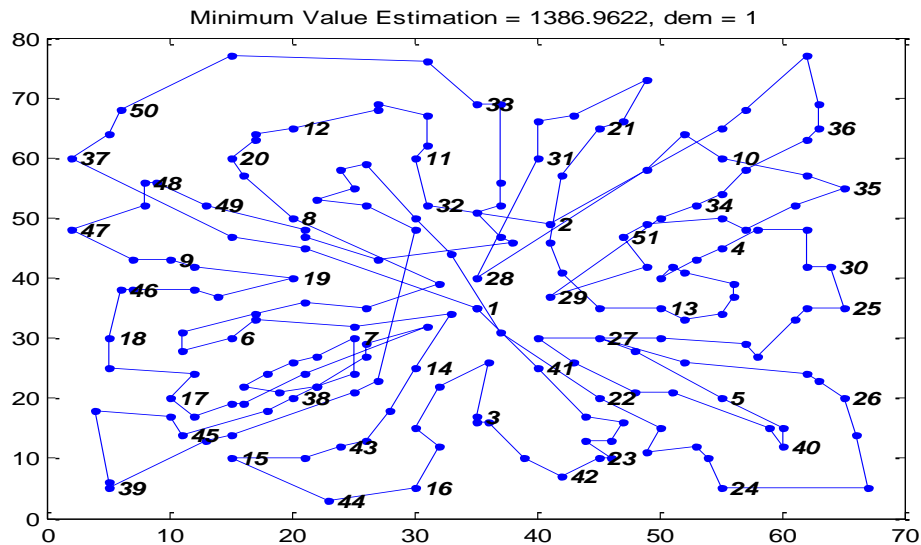
Πίνακας 136: Αποτελέσματα GSO για το par5, n=200, Q=120, dem=1



Διάγραμμα 79: par5, n=200, Q=120, dem=1

par5, n=200, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1487,4000	1387,0000	1424	-7,24
	1398,9000	1263	-6,33
	1414,2000	562	-5,18
	1417,8000	684	-4,91
	1395,9000	400	-6,55
Μέσος όρος	1402,7600	867	-6,04

Πίνακας 137: Αποτελέσματα GSO για το par5, n=200, Q=120, dem=2



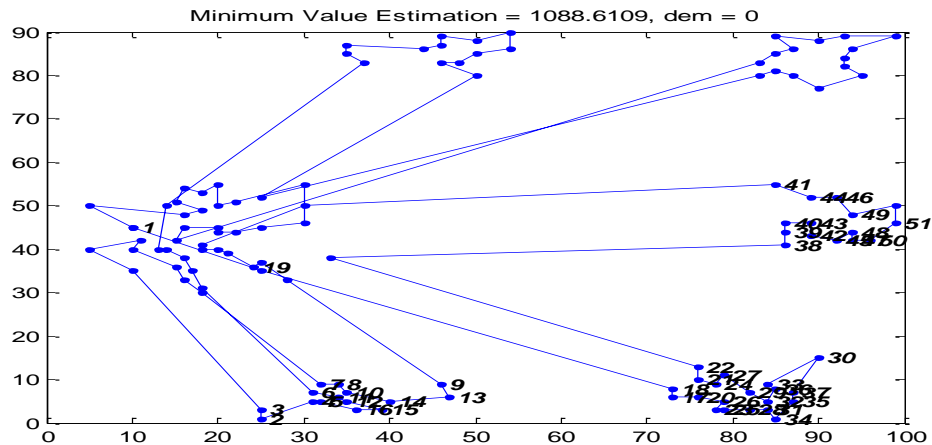
Διάγραμμα 80: par5, n=200, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 5, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -2,61% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 698. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -5,46%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -5,01% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 1114. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -6,95%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι -6,04% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 822. Η ελάχιστη απόκλιση είναι -7,24%.

Παράδειγμα 6

par6, n=121, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1054,1000	1088,6000	523	0,17
	1096,9000	462	0,93
	1187,0000	128	8,45
	1104,8000	1421	1,64
	1172,2000	634	7,29
Μέσος όρος	1129,9000	634	3,70

Πίνακας 138: Αποτελέσματα GSO για το par6, n=121, Q=120, dem=0



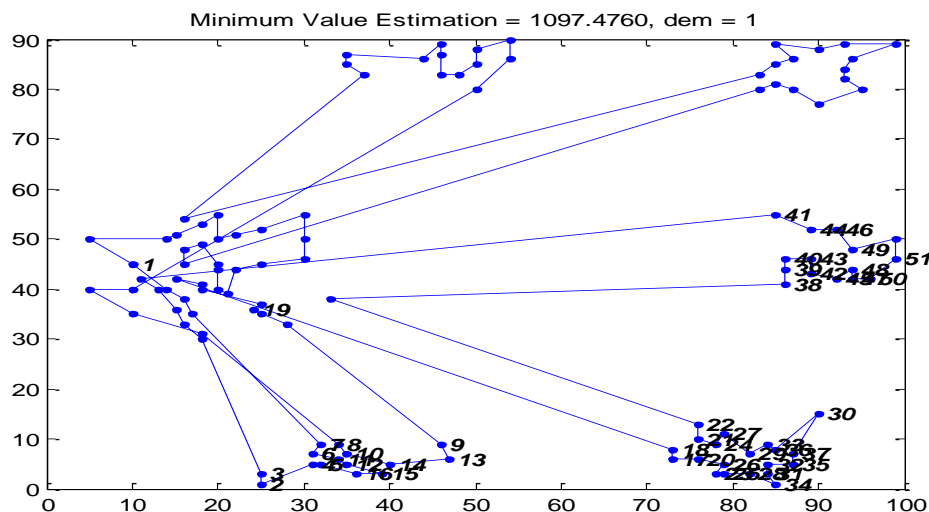
Διάγραμμα 81: par6, n=121, Q=120, dem=0

1	121	103	102	107	108	105	104	100	101	99	116
	98	95	94	97	96	88	54	56	59	57	61
	64	67	65	63	62	66	60	58	55	53	117
	69	74	77	78	80	81	79	73	76	75	72
	71	70	68	106	112	87	86	85	114	6	11
	12	15	16	5	4	2	3	82	120	89	83
	113	118	84	7	8	10	14	13	9	109	115
	19	91	92	90	93	111	41	44	46	49	52
	51	50	47	48	45	42	43	40	39	38	110
	22	21	24	27	29	32	36	33	30	37	35
	34	31	28	25	23	26	20	17	18	119	

Πίνακας 139: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=0

par6, n=121, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1075,3000	1196,4000	720	10,12
	1162,0000	1394	7,46
	1097,5000	823	2,02
	1188,7000	1270	9,54
	1109,0000	555	3,04
Μέσος όρος	1150,7200	952	6,44

Πίνακας 140: Αποτελέσματα GSO για το par6, n=121, Q=120, dem=1



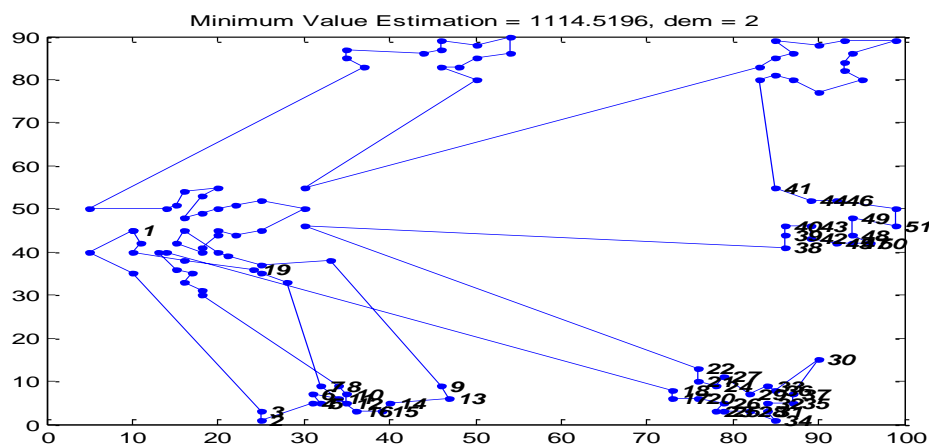
Διάγραμμα 82: par6, n=121, Q=120, dem=1

1	87	86	85	7	6	11	12	15	16	5	4
	2	3	84	118	113	112	89	41	44	46	49
	52	51	50	47	48	45	42	43	40	39	38
	110	22	21	24	27	29	33	36	30	37	35
	32	31	34	28	25	23	26	20	17	18	88
	93	90	115	19	119	109	9	13	14	10	8
	114	82	120	83	69	80	81	79	78	77	74
	75	73	76	72	71	70	68	108	54	56	59
	57	61	64	67	65	63	62	66	60	58	55
	53	96	103	102	97	94	92	91	95	98	116
	111	99	117	101	100	104	105	107	106	121	

Πίνακας 141: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=1

par6, n=121, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
1095,3000	1114,5000	848	1,72
	1207,9000	638	9,32
	1187,9000	423	7,80
	1205,2000	585	9,12
	1116,5000	1499	1,90
Μέσος όρος	1166,4000	799	5,97

Πίνακας 142: Αποτελέσματα GSO για το par6, n=121, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 83: par6, n=121, Q=120, dem=2

1	89	83	86	19	119	109	7	16	15	14	13
	9	110	115	91	92	96	88	90	93	94	97
	95	98	111	117	101	100	102	103	105	104	108
	107	106	121	68	70	71	72	75	76	73	79
	81	80	78	77	74	69	99	54	56	59	57
	61	64	67	65	63	62	66	60	58	55	53
	41	44	46	52	51	49	48	50	47	45	42
	43	40	39	38	116	22	21	24	27	29	33
	36	30	37	35	32	31	34	28	25	23	26
	20	17	18	87	112	113	85	118	114	84	8
	10	12	11	6	5	4	2	3	82	120	

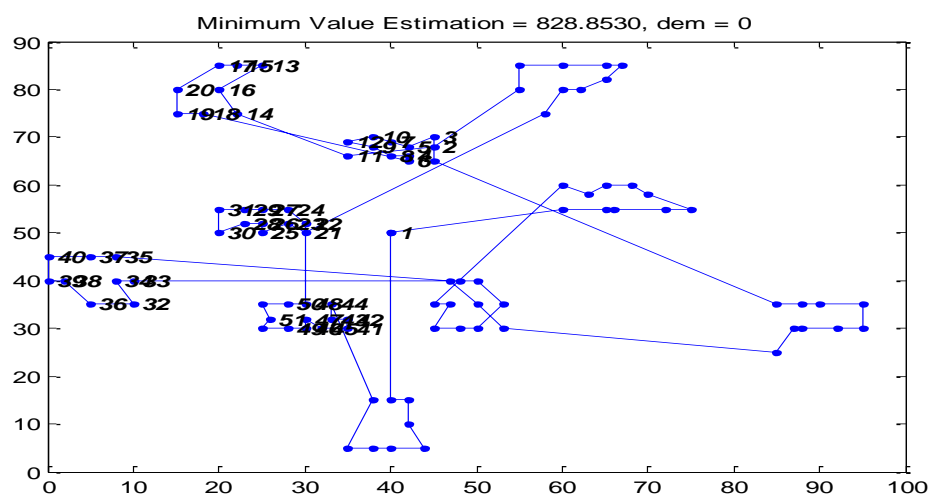
Πίνακας 143: Ακολουθία κόμβων για par6, n=121, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 6, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 3,70% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 634. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,17%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 6,44% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 952. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 2,02%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 5,97% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 799. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 1,72%.

Παράδειγμα 7

par7, n=101, Q=120, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
819,5575	830,1114	458	1,27
	829,8221	188	1,24
	835,9491	600	1,96
	828,8530	901	1,12
	858,9827	916	4,59
Μέσος όρος	836,7437	613	2,04

Πίνακας 144: Αποτελέσματα GSO για το par7, n=101, Q=120, dem=0



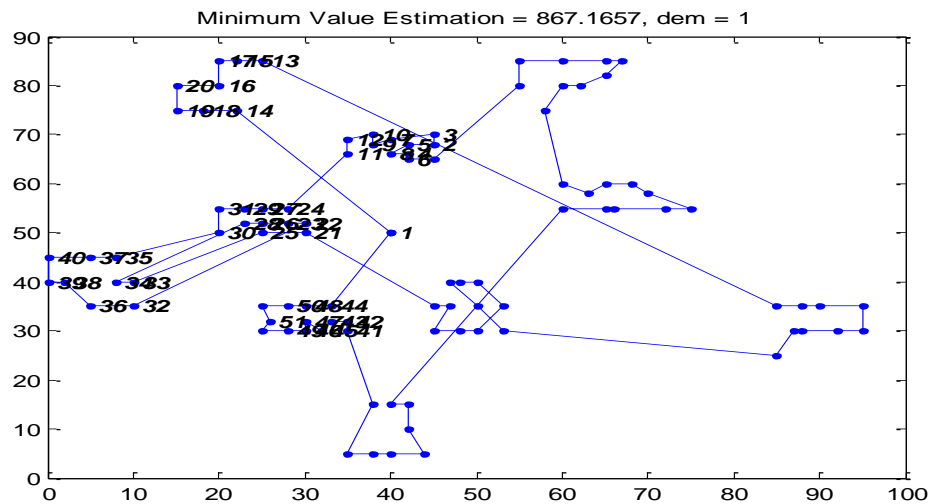
Διάγραμμα 84: par7, n=101, Q=120, dem=0

1	91	88	87	84	83	85	86	89	90	92	70
	67	69	65	62	75	64	66	33	34	32	36
	38	39	40	37	35	68	63	73	81	80	78
	74	71	72	77	79	82	76	3	5	7	10
	12	9	8	4	6	18	19	20	17	15	13
	16	14	11	2	100	101	98	94	93	95	96
	97	99	21	23	25	26	28	30	31	29	27
	24	22	48	50	53	51	52	49	46	47	45
	41	42	43	44	60	61	59	57	54	55	56
	58										

Πίνακας 145: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=0

par7, n=101, Q=120, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
856,6788	872,3485	1347	1,80
	872,3803	440	1,80
	874,1447	1197	2,00
	875,3229	834	2,13
	867,1657	257	1,21
Μέσος όρος	872,2724	815	1,79

Πίνακας 146: Αποτελέσματα GSO για το par7, n=101, Q=120, dem=1



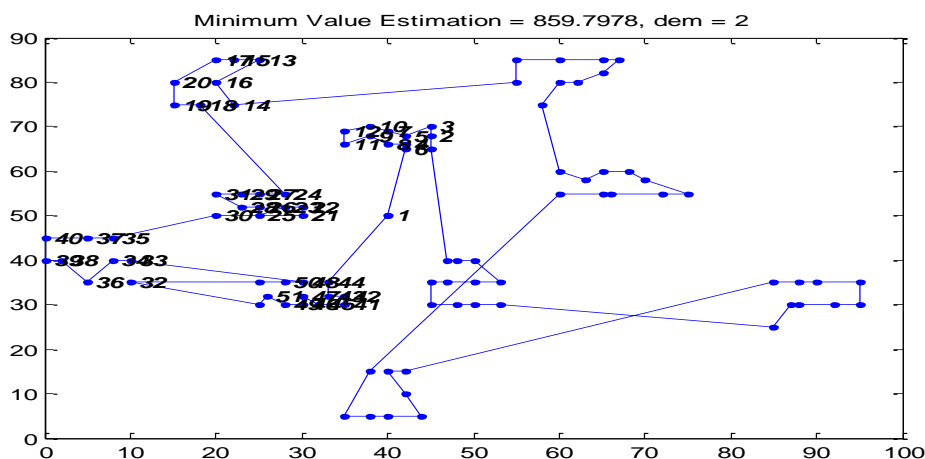
Διάγραμμα 85: par7, n=101, Q=120, dem=1

1	14	18	19	20	16	17	15	13	82	79	77
	72	71	74	78	80	81	73	63	68	66	64
	75	62	65	69	67	70	21	25	33	34	28
	26	23	22	32	36	38	39	40	37	35	30
	31	29	27	24	11	12	10	9	7	3	2
	5	8	4	6	76	100	101	98	94	93	95
	96	97	99	92	90	89	86	85	83	84	87
	88	91	58	56	55	54	57	59	61	60	41
	42	43	45	47	46	49	52	51	53	50	48
	44										

Πίνακας 147: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=1

par7, n=101, Q=120, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος GSO	Επανάληψη	Απόκλιση %
858,8513	873,4801	385	1,67
	877,2655	889	2,10
	870,1260	97	1,30
	859,7978	1035	0,11
	878,7702	701	2,27
Μέσος όρος	871,8879	621	1,49

Πίνακας 148: Αποτελέσματα GSO για το par7, n=101, Q=120, dem=2



Διάγραμμα 86: par7, n=101, Q=120, dem=2

1	44	43	42	41	45	47	46	49	51	52	32
	53	50	48	33	34	36	38	39	40	37	35
	30	21	22	23	25	26	28	31	29	27	24
	18	19	20	17	15	13	16	14	100	101	98
	94	93	95	96	97	99	92	90	89	86	85
	83	84	87	88	91	60	61	59	57	54	55
	58	56	82	79	77	72	71	74	78	80	81
	73	62	65	69	70	67	63	75	64	66	68
	76	2	3	5	7	10	12	11	9	8	4
6											

Πίνακας 149: Ακολουθία κόμβων για par7, n=101, Q=120, dem=2

Στο παράδειγμα 7, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 2,04% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 613. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 1,12%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,79% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 815. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 1,21%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 1,49% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 621. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 0,11%.

Παρακάτω υπάρχει ένας συγκεντρωτικός πίνακας με τη βέλτιστη απόκλιση και επανάληψη για όλα τα παραδείγματα.

par	n	dem	var %	iter
1	51	0	0,00	677
		1	0,01	271
		2	-0,04	166, 965
2	76	0	1,23	480
		1	-1,04	168
		2	0,72	159
3	101	0	0,84	469
		1	-0,70	1230
		2	0,66	1199
4	151	0	-1,00	500
		1	-2,43	370
		2	-2,86	1177
5	200	0	-5,46	869
		1	-6,95	1424
		2	-7,24	1424
6	121	0	0,17	523
		1	2,02	823
		2	1,72	848
7	101	0	1,12	901
		1	1,21	257
		2	0,11	1035

Πίνακας 150: Αποκλίσεις από το βέλτιστο για τα επτά παραδείγματα

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι στα έξι από τα επτά παραδείγματα η απόκλιση από το βέλτιστο (var) είναι μικρότερη από 1,21% και για όλα συνολικά

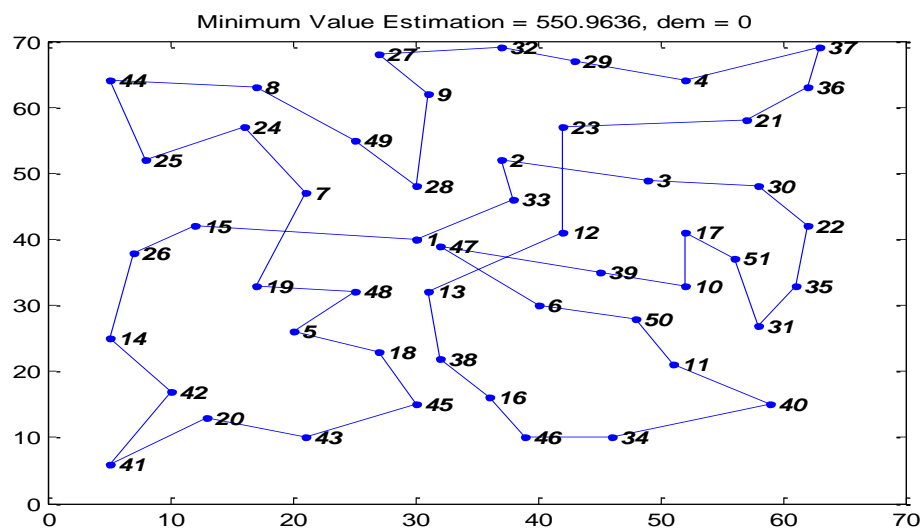
είναι μικρότερη από 2,02%. Επίσης βλέπουμε ότι στα περισσότερα παραδείγματα βρίσκουμε νέο βέλτιστο.

Κεφάλαιο 5.2.6: Παρουσίαση αποτελεσμάτων Υβριδικού Αλγορίθμου Μετακίνησης Βατράχων Μέσω Αλμάτων (Shuffled Frog Leaping (SFL) Algorithm)

Παράδειγμα 1

par1, n=51, Q=160, dem=0			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος SFL	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	562,8176	7	6,79
	564,6637	11	7,09
	550,9636	6	4,78
	566,9747	7	7,47
	552,6214	9	5,07
Μέσος όρος	559,6082	8	6,24

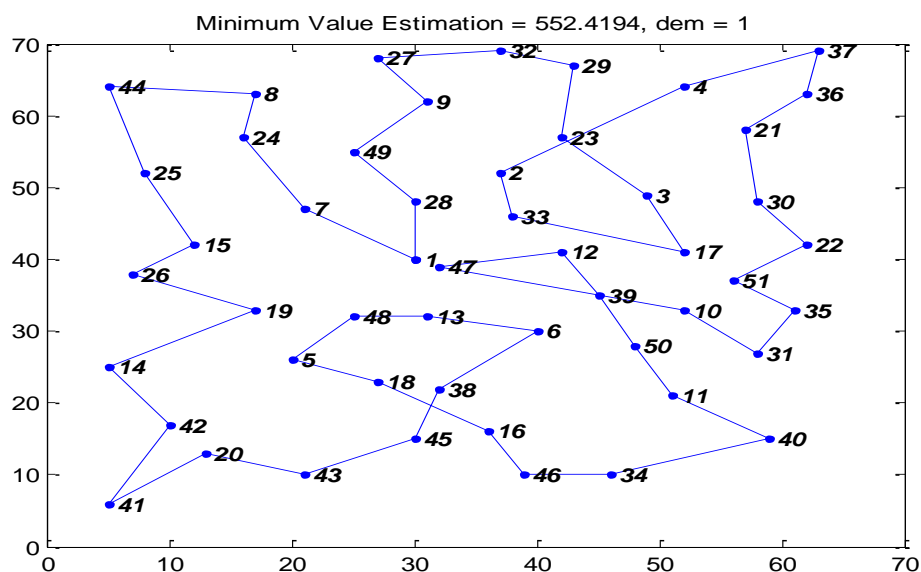
Πίνακας 151: Αποτελέσματα SFL για το par1, n=51, Q=160, dem=0



Διάγραμμα 87: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=1			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος SFL	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	552,8121	10	5,10
	552,4194	6	5,03
	567,2163	6	7,51
	559,7449	6	6,28
	560,7844	6	6,45
Μέσος όρος	558,5954	7	6,07

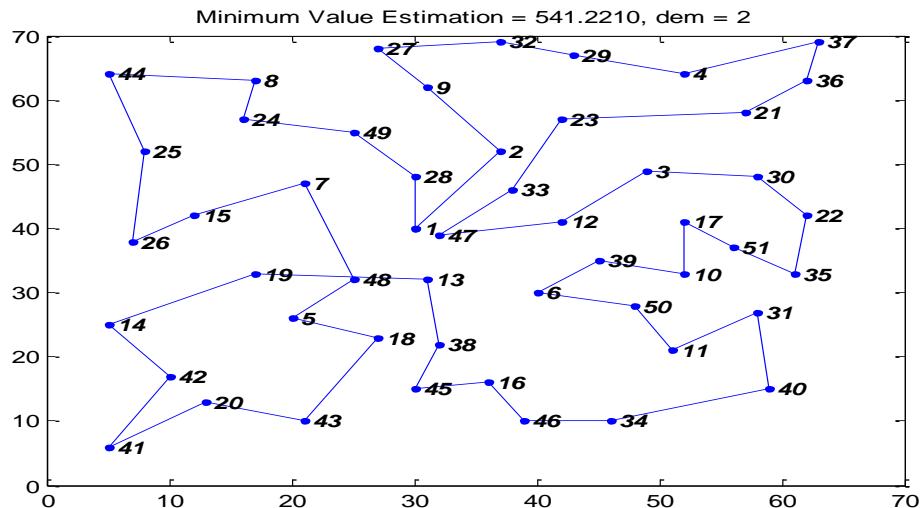
Πίνακας 152: Αποτελέσματα SFL για το par1, n=51, Q=160, dem=1



Διάγραμμα 88: par1, n=51, Q=160, dem=0

par1, n=51, Q=160, dem=2			
Καλύτερο Κόστος	Καλύτερο Κόστος SFL	Επανάληψη	Απόκλιση %
524,6111	590,3065	9	11,13
	562,0292	9	6,66
	567,4844	8	7,55
	541,2210	9	3,07
	551,9407	9	4,95
Μέσος όρος	562,5964	9	6,67

Πίνακας 153: Αποτελέσματα SFL για το par1, n=51, Q=160, dem=2



Διάγραμμα 89: par1, n=51, Q=160, dem=2

Στο παράδειγμα 1, για dem=0 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 6,24% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 8. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 4,78%. Για dem=1 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 6,07% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 7. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 5,03%. Για dem=2 ο μέσος όρος της απόκλισης είναι 6,67% και ο μέσος όρος των επαναλήψεων 9. Η ελάχιστη απόκλιση είναι 3,07%.

Για τον αλγόριθμο Μετακίνησης Βατράχων Μέσω Αλμάτων δε δοκιμάσαμε τα υπόλοιπα παραδείγματα γιατί τα αποτελέσματα που πήραμε για το par 1 δεν ήταν ικανοποιητικά.

5.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Στο κεφάλαιο 5.3 θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των αλγορίθμων που φτιάξαμε μεταξύ τους, καθώς και με τρεις άλλους αλγορίθμους των οποίων ξέρουμε τα αποτελέσματα. Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι ο Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (DE), ο Γενετικός Αλγόριθμος (GA) και ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (PSO). Για περισσότερες πληροφορίες όσον αφορά τους τρεις αλγορίθμους των οποίων τα αποτελέσματα χρησιμοποιήσαμε μπορεί κανείς να έχει από τα [3], [3], [20] αντίστοιχα.

Ακολουθεί ένας πίνακας με τα αποτελέσματα όλων των αλγορίθμων.

		GA			DE		PSO		CSA		HBMO		BBMO		GSO	
par	dem	Best Cost	Best Cost	Var %	Best Cost	Var %	Best Cost	Var %	Best Cost	Var %	Best Cost	Var %	Best Cost	Var %	Best Cost	Var %
1	0	524,61	542,62	3,32	537,42	2,38	524,61	0,00	524,61	0,00	524,61	0,00	524,61	0,00	524,6111	0,00
	1	528,57	543,80	2,80	538,35	1,82	528,57	0,00	530,40	0,34	528,63	0,01	531,39	0,53	528,6329	0,01
	2	533,15	540,59	1,38	536,69	0,66	533,15	0,00	531,54	-0,30	531,94	-0,23	531,54	-0,30	532,9107	-0,04
2	0	842,68	867,86	2,90	862,39	2,29	842,68	0,00	843,34	0,08	836,07	-0,79	851,48	1,03	853,1535	1,23
	1	849,05	878,45	3,35	862,72	1,58	849,05	0,00	844,66	-0,52	842,71	-0,75	850,92	0,22	840,3502	-1,04
	2	854,40	886,87	3,66	865,86	1,32	854,40	0,00	849,79	-0,54	848,73	-0,67	852,91	-0,17	860,6327	0,72
3	0	839,39	850,66	1,32	839,40	0,00	839,39	0,00	841,99	0,31	852,94	1,59	837,76	-0,19	846,5360	0,84
	1	843,35	854,51	1,31	866,15	2,63	843,35	0,00	840,36	-0,36	836,88	-0,77	849,17	0,69	837,4868	-0,70
	2	842,45	854,18	1,37	851,52	1,07	842,45	0,00	843,40	0,11	846,40	0,47	850,74	0,97	848,0413	0,66
4	0	1086,70	1137,24	4,44	1095,18	0,77	1086,70	0,00	1074,40	-1,09	1080,10	-0,55	1095,80	0,83	1075,9000	-1,00
	1	1108,10	1128,21	1,78	1115,37	0,65	1108,10	0,00	1068,20	-3,74	1087,70	-1,88	1093,70	-1,32	1081,8000	-2,43
	2	1117,00	1141,18	2,12	1139	1,93	1117,00	0,00	1065,40	-4,84	1089,50	-2,52	1084,60	-2,99	1085,9151	-2,86
5	0	1480,70	1511,21	2,02	1495,28	0,98	1480,70	0,00	1389,30	-6,58	1379,80	-7,31	1391,60	-6,40	1404,1000	-5,46
	1	1483,40	1505,37	1,46	1499,17	1,05	1483,40	0,00	1370,20	-8,26	1378,20	-7,63	1406,70	-5,45	1387,0000	-6,95
	2	1487,40	1497,84	0,70	1489,5	0,14	1487,40	0,00	1388,40	-7,13	1399,70	-6,27	1404,50	-5,90	1387,0000	-7,24
6	0	1054,10	1061,47	0,69	1055,87	0,17	1054,10	0,00	1157,00	8,89	1182,10	10,83	1147,60	8,15	1088,6000	0,17
	1	1075,30	1085,49	0,94	1088,74	1,23	1075,30	0,00	1172,70	8,31	1170,70	8,15	1155,50	6,94	1097,5000	2,02
	2	1095,30	1117,11	1,95	1098,7	0,31	1095,30	0,00	1156,80	5,32	1110,80	1,40	1207,80	9,31	1114,50	1,72
7	0	819,56	835,18	1,87	823,47	0,47	819,56	0,00	819,56	0,00	819,60	0,00	827,51	0,96	828,8530	1,12
	1	856,68	862,49	0,67	859,79	0,36	856,68	0,00	860,29	0,42	856,48	-0,02	851,47	-0,61	867,1657	1,21
	2	858,85	864,46	0,65	861,28	0,28	858,85	0,00	859,53	0,08	861,20	0,27	873,38	1,66	859,7978	0,11

Πίνακας 154: Σύγκριση αποτελεσμάτων

Παρατηρώντας τον παραπάνω πίνακα με τα αποτελέσματα όλων των αλγορίθμων μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις. Καταρχήν και οι τέσσερις αλγόριθμοι που υλοποιήσαμε βρίσκουν σχεδόν σε όλα τα παραδείγματα νέες τιμές βέλτιστου κόστους. Ο CSA όμως συνολικά έχει την καλύτερη συμπεριφορά διότι η απόκλιση από τα βέλτιστα που βρίσκει για τα έξι από τα επτά παραδείγματα (par1, par2, par3,

par4, par5, par7) κυμαίνεται στο διάστημα $[-8.26, 0.34]$. Ακολουθούν ο GSO, ο HBMO, ο BBMO, ο PSO, ο DE και ο GA όπου οι τιμές της απόκλισης από το βέλτιστο βρίσκονται στο διάστημα $[-7.24, 1.23]$, $[-7.63, 1.59]$, $[-6.40, 1.66]$, $[0, 0]$, $[0, 2.63]$, $[0.65, 4.44]$ αντίστοιχα. Στο par6 ο GSO έχει τις μικρότερες αποκλίσεις από το βέλτιστο.

Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα

Το θέμα που μας απασχόλησε σε αυτή τη μεταπτυχιακή εργασία ήταν το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση το οποίο επιλύσαμε με έξι υβριδικούς αλγορίθμους εμπνευσμένους από τη φύση. Οι αλγόριθμοι πάνω στους οποίους βασιστήκαμε για να υλοποιήσουμε τους δικούς μας αλγορίθμους είναι οι εξής: ο Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων, ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών, ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων, ο Αλγόριθμος Τεχνητής Αποικίας Μελισσών, ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων και ο Αλγόριθμος Μετακίνησης Βατράχων μέσω Αλμάτων. Για να δούμε τη συμπεριφορά των αλγορίθμων μας στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση χρησιμοποιήσαμε επτά παραδείγματα για τα οποία μας είναι γνωστή η βέλτιστη τιμή κόστους. Τα αποτελέσματα ήταν πολύ ικανοποιητικά για τους τέσσερις από τους έξι αλγορίθμους μας. Πιο συγκεκριμένα για τους υβριδικούς αλγορίθμους Επιλογής Κλώνων, Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μελισσών, Βελτιστοποίησης Ζευγαρώματος Μπάμπουρων και Βελτιστοποίησης Σμήνους Πυγολαμπίδων βρήκαμε καινούργιες βέλτιστες τιμές κόστους. Τα καλύτερα αποτελέσματα μας τα έδωσε ο Αλγόριθμος Επιλογής Κλώνων.

Παράρτημα

Παρακάτω υπάρχει η ζήτηση και οι συντεταγμένες των κόμβων για τα επτά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1

Κόμβος	Συν. χ	Συν. y	Ζήτηση
1	30	40	0
2	37	52	7
3	49	49	30
4	52	64	16
5	20	26	9
6	40	30	21
7	21	47	15
8	17	63	19
9	31	62	23
10	52	33	11
11	51	21	5
12	42	41	19
13	31	32	29
14	5	25	23
15	12	42	21
16	36	16	10
17	52	41	15
18	27	23	3
19	17	33	41
20	13	13	9
21	57	58	28
22	62	42	8
23	42	57	8
24	16	57	16
25	8	52	10
26	7	38	28
27	27	68	7
28	30	48	15
29	43	67	14
30	58	48	6
31	58	27	19
32	37	69	11
33	38	46	12
34	46	10	23
35	61	33	26
36	62	63	17
37	63	69	6
38	32	22	9
39	45	35	15
40	59	15	14

41	5	6	7
42	10	17	27
43	21	10	13
44	5	64	11
45	30	15	16
46	39	10	10
47	32	39	5
48	25	32	25
49	25	55	17
50	48	28	18
51	56	37	10

Παράδειγμα 2

Κόμβος	Συν. χ	Συν. y	Ζήτηση
1	40	40	0
2	22	22	18
3	36	26	26
4	21	45	11
5	45	35	30
6	55	20	21
7	33	34	19
8	50	50	15
9	55	45	16
10	26	59	29
11	40	66	26
12	55	65	37
13	35	51	16
14	62	35	12
15	62	57	31
16	62	24	8
17	21	36	19
18	33	44	20
19	9	56	13
20	62	48	15
21	66	14	22
22	44	13	28
23	26	13	12
24	11	28	6
25	7	43	27
26	17	64	14
27	41	46	18
28	55	34	17
29	35	16	29
30	52	26	13
31	43	26	22
32	31	76	25
33	22	53	28
34	26	29	27

35	50	40	19	5	55	20	19
36	55	50	10	6	15	30	26
37	54	10	12	7	25	30	3
38	60	15	14	8	20	50	5
39	47	66	24	9	10	43	9
40	30	60	16	10	55	60	16
41	30	50	33	11	30	60	16
42	12	17	15	12	20	65	12
43	15	14	11	13	50	35	19
44	16	19	18	14	30	25	23
45	21	48	17	15	15	10	20
46	50	30	21	16	30	5	8
47	51	42	27	17	10	20	19
48	50	15	19	18	5	30	2
49	48	21	20	19	20	40	12
50	12	38	5	20	15	60	17
51	15	56	22	21	45	65	9
52	29	39	12	22	45	20	11
53	54	38	19	23	45	10	18
54	55	57	22	24	55	5	29
55	67	41	16	25	65	35	3
56	10	70	7	26	65	20	6
57	6	25	26	27	45	30	17
58	65	27	14	28	35	40	16
59	40	60	21	29	41	37	16
60	70	64	24	30	64	42	9
61	64	4	13	31	40	60	21
62	36	6	15	32	31	52	27
63	30	20	18	33	35	69	23
64	20	30	11	34	53	52	11
65	15	5	28	35	65	55	14
66	50	70	9	36	63	65	8
67	57	72	37	37	2	60	5
68	45	42	30	38	20	20	8
69	38	33	10	39	5	5	16
70	50	4	8	40	60	12	31
71	66	8	11	41	40	25	9
72	59	5	3	42	42	7	5
73	35	60	1	43	24	12	5
74	27	24	6	44	23	3	7
75	40	20	10	45	11	14	18
76	40	37	20	46	6	38	16
				47	2	48	1
				48	8	56	27
				49	13	52	36
				50	6	68	30
				51	47	47	13
				52	49	58	10
				53	27	43	9
				54	37	31	14

Παράδειγμα 3

Κόμβος	Συν. χ	Συν. y	Ζήτηση
1	35	35	0
2	41	49	10
3	35	17	7
4	55	45	13

55	57	29	18				
56	63	23	2	Κόμβος	Συν. χ	Συν. γ	Ζήτηση
57	53	12	6	1	35	35	0
58	32	12	7	2	41	49	10
59	36	26	18	3	35	17	7
60	21	24	28	4	55	45	13
61	17	34	3	5	55	20	19
62	12	24	13	6	15	30	26
63	24	58	19	7	25	30	3
64	27	69	10	8	20	50	5
65	15	77	9	9	10	43	9
66	62	77	20	10	55	60	16
67	49	73	25	11	30	60	16
68	67	5	25	12	20	65	12
69	56	39	36	13	50	35	19
70	37	47	6	14	30	25	23
71	37	56	5	15	15	10	20
72	57	68	15	16	30	5	8
73	47	16	25	17	10	20	19
74	44	17	9	18	5	30	2
75	46	13	8	19	20	40	12
76	49	11	18	20	15	60	17
77	49	42	13	21	45	65	9
78	53	43	14	22	45	20	11
79	61	52	3	23	45	10	18
80	57	48	23	24	55	5	29
81	56	37	6	25	65	35	3
82	55	54	26	26	65	20	6
83	15	47	16	27	45	30	17
84	14	37	11	28	35	40	16
85	11	31	7	29	41	37	16
86	16	22	41	30	64	42	9
87	4	18	35	31	40	60	21
88	28	18	26	32	31	52	27
89	26	52	9	33	35	69	23
90	26	35	15	34	53	52	11
91	31	67	3	35	65	55	14
92	15	19	1	36	63	65	8
93	22	22	2	37	2	60	5
94	18	24	22	38	20	20	8
95	26	27	27	39	5	5	16
96	25	24	20	40	60	12	31
97	22	27	11	41	40	25	9
98	25	21	12	42	42	7	5
99	19	21	10	43	24	12	5
100	20	26	9	44	23	3	7
101	18	18	17	45	11	14	18
				46	6	38	16
				47	2	48	1
				48	8	56	27

Παράδειγμα 4

49	13	52	36	99	19	21	10
50	6	68	30	100	20	26	9
51	47	47	13	101	18	18	17
52	49	58	10	102	37	52	7
53	27	43	9	103	49	49	30
54	37	31	14	104	52	64	16
55	57	29	18	105	20	26	9
56	63	23	2	106	40	30	21
57	53	12	6	107	21	47	15
58	32	12	7	108	17	63	19
59	36	26	18	109	31	62	23
60	21	24	28	110	52	33	11
61	17	34	3	111	51	21	5
62	12	24	13	112	42	41	19
63	24	58	19	113	31	32	29
64	27	69	10	114	5	25	23
65	15	77	9	115	12	42	21
66	62	77	20	116	36	16	10
67	49	73	25	117	52	41	15
68	67	5	25	118	27	23	3
69	56	39	36	119	17	33	41
70	37	47	6	120	13	13	9
71	37	56	5	121	57	58	28
72	57	68	15	122	62	42	8
73	47	16	25	123	42	57	8
74	44	17	9	124	16	57	16
75	46	13	8	125	8	52	10
76	49	11	18	126	7	38	28
77	49	42	13	127	27	68	7
78	53	43	14	128	30	48	15
79	61	52	3	129	43	67	14
80	57	48	23	130	58	48	6
81	56	37	6	131	58	27	19
82	55	54	26	132	37	69	11
83	15	47	16	133	38	46	12
84	14	37	11	134	46	10	23
85	11	31	7	135	61	33	26
86	16	22	41	136	62	63	17
87	4	18	35	137	63	69	6
88	28	18	26	138	32	22	9
89	26	52	9	139	45	35	15
90	26	35	15	140	59	15	14
91	31	67	3	141	5	6	7
92	15	19	1	142	10	17	27
93	22	22	2	143	21	10	13
94	18	24	22	144	5	64	11
95	26	27	27	145	30	15	16
96	25	24	20	146	39	10	10
97	22	27	11	147	32	39	5
98	25	21	12	148	25	32	25

149	25	55	17	43	24	12	5
150	48	28	18	44	23	3	7
151	56	37	10	45	11	14	18

Παράδειγμα 5

Κόμβος	Συν. χ	Συν. y	Ζήτηση				
1	35	35	0	50	6	68	30
2	41	49	10	51	47	47	13
3	35	17	7	52	49	58	10
4	55	45	13	53	27	43	9
5	55	20	19	54	37	31	14
6	15	30	26	55	57	29	18
7	25	30	3	56	63	23	2
8	20	50	5	57	53	12	6
9	10	43	9	58	32	12	7
10	55	60	16	59	36	26	18
11	30	60	16	60	21	24	28
12	20	65	12	61	17	34	3
13	50	35	19	62	12	24	13
14	30	25	23	63	24	58	19
15	15	10	20	64	27	69	10
16	30	5	8	65	15	77	9
17	10	20	19	66	62	77	20
18	5	30	2	67	49	73	25
19	20	40	12	68	67	5	25
20	15	60	17	69	56	39	36
21	45	65	9	70	37	47	6
22	45	20	11	71	37	56	5
23	45	10	18	72	57	68	15
24	55	5	29	73	47	16	25
25	65	35	3	74	44	17	9
26	65	20	6	75	46	13	8
27	45	30	17	76	49	11	18
28	35	40	16	77	49	42	13
29	41	37	16	78	53	43	14
30	64	42	9	79	61	52	3
31	40	60	21	80	57	48	23
32	31	52	27	81	56	37	6
33	35	69	23	82	55	54	26
34	53	52	11	83	15	47	16
35	65	55	14	84	14	37	11
36	63	65	8	85	11	31	7
37	2	60	5	86	16	22	41
38	20	20	8	87	4	18	35
39	5	5	16	88	28	18	26
40	60	12	31	89	26	52	9
41	40	25	9	90	26	35	15
42	42	7	5	91	31	67	3
				92	15	19	1

93	22	22	2	143	21	10	13
94	18	24	22	144	5	64	11
95	26	27	27	145	30	15	16
96	25	24	20	146	39	10	10
97	22	27	11	147	32	39	5
98	25	21	12	148	25	32	25
99	19	21	10	149	25	55	17
100	20	26	9	150	48	28	18
101	18	18	17	151	56	37	10
102	37	52	7	152	22	22	18
103	49	49	30	153	36	26	26
104	52	64	16	154	21	45	11
105	20	26	9	155	45	35	30
106	40	30	21	156	55	20	21
107	21	47	15	157	33	34	19
108	17	63	19	158	50	50	15
109	31	62	23	159	55	45	16
110	52	33	11	160	26	59	29
111	51	21	5	161	40	66	26
112	42	41	19	162	55	65	37
113	31	32	29	163	35	51	16
114	5	25	23	164	62	35	12
115	12	42	21	165	62	57	31
116	36	16	10	166	62	24	8
117	52	41	15	167	21	36	19
118	27	23	3	168	33	44	20
119	17	33	41	169	9	56	13
120	13	13	9	170	62	48	15
121	57	58	28	171	66	14	22
122	62	42	8	172	44	13	28
123	42	57	8	173	26	13	12
124	16	57	16	174	11	28	6
125	8	52	10	175	7	43	27
126	7	38	28	176	17	64	14
127	27	68	7	177	41	46	18
128	30	48	15	178	55	34	17
129	43	67	14	179	35	16	29
130	58	48	6	180	52	26	13
131	58	27	19	181	43	26	22
132	37	69	11	182	31	76	25
133	38	46	12	183	22	53	28
134	46	10	23	184	26	29	27
135	61	33	26	185	50	40	19
136	62	63	17	186	55	50	10
137	63	69	6	187	54	10	12
138	32	22	9	188	60	15	14
139	45	35	15	189	47	66	24
140	59	15	14	190	30	60	16
141	5	6	7	191	30	50	33
142	10	17	27	192	12	17	15

193	15	14	11	38	86	41	18
194	16	19	18	39	86	44	14
195	21	48	17	40	86	46	12
196	50	30	21	41	85	55	17
197	51	42	27	42	89	43	20
198	50	15	19	43	89	46	14
199	48	21	20	44	89	52	16
200	12	38	5	45	92	42	10

Παράδειγμα 6

Κόμβος	Συν. χ	Συν. y	Ζήτηση				
1	10	45	0	50	96	42	5
2	25	1	25	51	99	46	4
3	25	3	7	52	99	50	21
4	31	5	13	53	83	80	13
5	32	5	6	54	83	83	11
6	31	7	14	55	85	81	12
7	32	9	5	56	85	85	14
8	34	9	11	57	85	89	10
9	46	9	19	58	87	80	8
10	35	7	5	59	87	86	16
11	34	6	15	60	90	77	19
12	35	5	15	61	90	88	5
13	47	6	17	62	93	82	17
14	40	5	13	63	93	84	7
15	39	3	12	64	93	89	16
16	36	3	18	65	94	86	14
17	73	6	13	66	95	80	17
18	73	8	18	67	99	89	13
19	24	36	12	68	37	83	17
20	76	6	17	69	50	80	13
21	76	10	4	70	35	85	14
22	76	13	7	71	35	87	16
23	78	3	12	72	44	86	7
24	78	9	13	73	46	89	13
25	79	3	8	74	46	83	9
26	79	5	16	75	46	87	11
27	79	11	15	76	46	89	35
28	82	3	6	77	48	83	5
29	82	7	5	78	50	85	28
30	90	15	9	79	50	88	7
31	84	3	11	80	54	86	3
32	84	5	10	81	54	90	10
33	84	9	3	82	10	35	7
34	85	1	7	83	10	40	12
35	87	5	2	84	18	30	11
36	85	8	4	85	17	35	10
37	87	7	4	86	16	38	8
				87	14	40	11

88	15	42	21	13	25	85	20
89	11	42	4	14	22	75	30
90	18	40	15	15	22	85	10
91	21	39	16	16	20	80	40
92	20	40	4	17	20	85	40
93	18	41	16	18	18	75	20
94	20	44	7	19	15	75	20
95	22	44	10	20	15	80	10
96	16	45	9	21	30	50	10
97	20	45	11	22	30	52	20
98	25	45	17	23	28	52	20
99	30	55	12	24	28	55	10
100	20	50	11	25	25	50	10
101	22	51	7	26	25	52	40
102	18	49	9	27	25	55	10
103	16	48	11	28	23	52	10
104	20	55	12	29	23	55	20
105	18	53	7	30	20	50	10
106	14	50	8	31	20	55	10
107	15	51	6	32	10	35	20
108	16	54	5	33	10	40	30
109	28	33	12	34	8	40	40
110	33	38	13	35	8	45	20
111	30	50	7	36	5	35	10
112	13	40	7	37	5	45	10
113	15	36	8	38	2	40	20
114	18	31	11	39	0	40	30
115	25	37	13	40	0	45	20
116	30	46	11	41	35	30	10
117	25	52	10	42	35	32	10
118	16	33	7	43	33	32	20
119	25	35	4	44	33	35	10
120	5	40	20	45	32	30	10
121	5	50	13	46	30	30	10

Παράδειγμα 7

Κόμβος	Συν. χ	Συν. y	Ζήτηση
1	40	50	0
2	45	68	10
3	45	70	30
4	42	66	10
5	42	68	10
6	42	65	10
7	40	69	20
8	40	66	20
9	38	68	20
10	38	70	10
11	35	66	10
12	35	69	10

47	30	32	30
48	30	35	10
49	28	30	10
50	28	35	10
51	26	32	10
52	25	30	10
53	25	35	10
54	44	5	20
55	42	10	40
56	42	15	10
57	40	5	30
58	40	15	40
59	38	5	30
60	38	15	10
61	35	5	20
62	50	30	10

63	50	35	20	83	75	55	20
64	50	40	50	84	72	55	10
65	48	30	10	85	70	58	20
66	48	40	10	86	68	60	30
67	47	35	10	87	66	55	10
68	47	40	10	88	65	55	20
69	45	30	10	89	65	60	30
70	45	35	10	90	63	58	10
71	95	30	30	91	60	55	10
72	95	35	20	92	60	60	10
73	53	30	10	93	67	85	20
74	92	30	10	94	65	85	40
75	53	35	50	95	65	82	10
76	45	65	20	96	62	80	30
77	90	35	10	97	60	80	10
78	88	30	10	98	60	85	30
79	88	35	20	99	58	75	20
80	87	30	10	100	55	80	10
81	85	25	10	101	55	85	20
82	85	35	30				

Βιβλιογραφία

- [1] Paolo Toth, Daniele Vigo. The Vehicle Routing Problem. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 2002
- [2] Ιωάννης Μαρινάκης, Αθανάσιος Μυγδαλάς. Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Εκδόσεις σοφία, 2008
- [3] Σπανού Παρασκευή. Ανάπτυξη εξελικτικού αλγορίθμου για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση. Μεταπτυχιακή εργασία στο Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, 2010
- [4] Ιωάννης Μαρινάκης, Μαγδαληνή Μαρινάκη, Νικόλαος Φ. Ματσατσίνης, Κωνσταντίνος Ζοπουνίδης. Μεθευρετικοί και Εξελικτικοί Αλγόριθμοι σε Προβλήματα Διοικητικής Επιστήμης. Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2011
- [5] Michel Gendreau, Gilbert Laport, Rene Seguin. Stochastic vehicle routing. European Journal of Operational Research 88, pp. 3-12, 1996
- [6] Matthew Protonotarios, George Mourkousis, Ioannis Vyridis, Theodora Varvarigou. Very Large Scale Vehicle Routing with Time Windows and Stochastic Demand Using Genetic Algorithms with Parallel Fitness Evaluation. HPCN 2000, LNCS 1823, pp. 467-476, 2000
- [7] Z.G. Guo, K.L. Mac. A Heuristic Algorithm for The Stochastic Vehicle Routing Problems with Soft Time Windows. Evolutionary Computation, pp. 1456-1449, vol.2, 2004
- [8] Lars M. Hvattum, Arne Lokketangen, Gilbert Laporte. A Heuristic Solution Method to a Stochastic Vehicle Routing Problem. In Proceedings of TRISTAN V—The Fifth Triennial Symposium on Transportation Analysis, 2004

- [9] Shangyao Yan, Chin-Jen Chi, Ching-Hui Tang. Inter-city bus routing and timetable setting under stochastic demands. *Transportation Research Part A* 40, pp. 572–586, 2006
- [10] Leonora Bianchi, Mauro Birattari, Marco Chiarandini, Max Manfrin, Monaldo Mastrolilli, Luis Paquete, Olivia Rossi-Doria and Tommaso Schiavinotto. Hybrid Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms* 5, pp. 91–110, 2006
- [11] Dag Haugland, Sin C. Ho, Gilbert Laporte. Designing delivery districts for the vehicle routing problem with stochastic demands. *European Journal of Operational Research* 180, pp. 997–1010, 2007
- [12] Xiangyong Li, PengTian, StephenC.H.Leung. Vehicle routing problems with time windows and stochastic travel and service times: Models and algorithm. *Int. J. Production Economics*, 2009
- [13] Chang-Shi Liu, Ming-Yong Lai. The vehicle routing problem with uncertain demand at nodes. *Transportation Research Part E* 45, pp. 517–524, 2009
- [14] Marc Reimann. Analyzing a vehicle routing problem with stochastic demands using ant colony optimization. *Int. J. Data Analysis Techniques and Strategies*, pp. 764-769, vol.2, No. 1, 2010
- [15] Minis, I., Tatarakis, A..Stochastic single vehicle routing problem with delivery and pick up and a predefined customer sequence. *European Journal of Operational Research*, 213, pp. 37-51, 2011
- [16] Juan, A., Faulin, J., Grasman, S., Riera, D., Marull, J., Mendez, C. Using safety stocks and simulation to solve the vehicle routing problem with stochastic demands, *Transportation Research Part C*, 19, pp. 751-765, 2011

- [17] Lei, H., Laporte, G., Guo, B. The capacitated vehicle routing problem with stochastic demands and time windows *Computers and Operations Research*, 38, pp. 1775-1783, 2011
- [18] Goodson, J.C., Ohlmann, J.W., Thomas, B.W. Cyclic-order neighborhoods with application to the vehicle routing problem with stochastic demand, *European Journal of Operational Research*, 217, pp. 312-323, 2012
- [19] Juan, A.A., Faulin, J., Jorba, J., Caceres, J., Marques, J.M. Using parallel and distributed computing for real-time solving of vehicle routing problems with stochastic demands, *Annals in Operations Research*, DOI 10.1007/s10479-011-0918-z., 2012
- [20] Ιορδανίδου Γεωργία-Ρουμπίνη. Επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με στοχαστική ζήτηση με χρήση του Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων. Διπλωματική εργασία στο Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, 2011